Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques : application aux alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques

Vincent Roué

▶ **To cite this version:**

Vincent Roué. Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques : application aux alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. ENSTA Bretagne - École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne, 2020. Français. NNT : 2020ENTA0004 . tel-03364460v1

HAL Id: tel-03364460

https://theses.hal.science/tel-03364460v1

Submitted on 4 Oct 2021 (v1), last revised 4 Oct 2021 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DE TECHNIQUES AVANCEES BRETAGNE

ECOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : *Mécanique des solides, des Matériaux, des Structures et des Surfaces*

Par **Vincent ROUÉ**

Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques : application aux alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques

Thèse présentée et soutenue à Brest le 9 octobre 2020

Unité de recherche : Institut de Recherche Dupuy de Lôme – UMR CNRS 6027

Rapporteurs avant soutenance :

Andrei Constantinescu	Directeur de Recherche CNRS, LMS, Ecole Polytechnique
Ludovic Vincent	Ingénieur de recherche, CEA Saclay

Composition du Jury :

Présidente :	**Marion Risbet**	Professeure des Universités, Laboratoire Roberval, UTC
Examinateurs :	**Luc Rémy**	Directeur de Recherche CNRS, Centre des Matériaux, Mines ParisTech
	Jonathan Cormier	Maître de Conférence, Institut P', ISAE-ENSMA
	Fabrice Guérin	Professeur des Universités, Polytech Angers
Dir. de thèse :	**Sylvain Calloch**	Professeur des Universités, IRDL, ENSTA Bretagne
	Cédric Doudard	Professeur (HDR), IRDL, ENSTA Bretagne
Invités :	**Arnaud Longuet**	Ingénieur de recherche, Safran Aircraft Engines
	Quentin Pujol d'Andrebo	Ingénieur de recherche, Safran Aircraft Engines

Remerciements

Cette thèse s'est déroulée à l'Institut de Recherche Dupuy de Lôme, sur le site de l'ENSTA Bretagne, en collaboration avec Safran Aircraft Engines dans le cadre d'un financement CIFRE. Mes premiers remerciements s'adressent à Sylvain et Cédric qui m'ont proposé cette aventure, et qui m'ont accompagné au cours de ces années. Je souhaite également remercier Arnaud Longuet, Quentin Pujol d'Andrebo et Fabien Corpace pour m'avoir sélectionné pour cette thèse et pour leur confiance (ainsi que la liberté qu'ils nous ont laissée dans la direction des travaux). Il s'agissait alors d'une nouvelle collaboration entre l'IRDL et SAE, et qui devrait perdurer.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux de thèse : Marion Risbet pour avoir présidé le jury, Andrei Constantinescu et Ludovic Vincent pour avoir accepté le rôle de rapporteur, ainsi que Luc Rémy, Jonathan Cormier et Fabrice Guérin pour avoir examiné ces travaux. Merci pour tous les échanges et la richesse de la discussion. Malgré le contexte particulier de la soutenance, nous avons pu aborder un grand nombre de sujets différents, dont vous êtes tous spécialistes. Merci encore pour tout cela, et pour le grand intérêt que vous avez porté à cette étude.

Ces travaux de thèse n'auraient pas pu se faire sans la participation de nombreuses personnes, que je tiens également à remercier. Tous d'abord l'équipe technique du centre d'essais du laboratoire pour l'aide qu'ils m'ont apportée dans la réalisation de ces essais, qui, au début de la thèse, semblaient tellement inaccessibles... 1000°C quand même. Pour rester dans la partie expérimentale, merci encore à Joseph Henry aux essais à Villaroche, pour son aide et ses astuces précieuses pour la réalisation des essais à chaud, et qui nous ont permis de les réintégrer au labo.

Pour l'obtention des résultats, je tiens également à remercier Nicolas Carrère pour son aide dans la mise en données des calculs ZéBuLon pour la dernière étude sur l'AM1, alors même que j'étais dans la toute dernière ligne droite de ces travaux de thèse et que je n'avais pas tout le temps que j'aurais voulu pour m'y consacrer pleinement.

Je tiens également à remercier l'équipe de Safran Aircraft Engines, pour l'accueil au cours de mes différents passages à Villaroche, notamment Quentin, Fabien et Lionel pour vos bons conseils et l'encadrement. Merci également aux différentes personnes des sociétés du groupe qui se sont intéressées à cette étude, et ont participé à différentes réunions d'avancement. Je vous remercie pour vos remarques avec cette vision industrielle et pour l'intérêt que vous avez porté à ces travaux. Enfin, je souhaite remercier Jean, et toute l'équipe, qui m'ont accueilli depuis la fin de ma thèse pour continuer cette aventure au sein de Safran !

Merci encore à Cédric et Sylvain pour votre disponibilité, vos encouragements, votre bienveillance et pour tout ce que vous m'avez apporté, tant sur le plan scientifique que personnel. Travailler dans ce cadre me manque déjà et j'ai déjà une certaine nostalgie de ces années...

D'une manière plus générale, je remercie toute l'équipe du laboratoire à Brest pour ces années passées à Brest ! Tout d'abord Yann et Vincent pour m'avoir accueilli lors de mon PFE et m'avoir fait découvrir le monde de la recherche, et les essais d'auto-échauffement si spécifique du laboratoire, sur des composites tissés 3D, et déjà avec Safran. Merci à toute l'équipe du laboratoire, pour leurs soutiens, les échanges scientifiques ou encore pour m'avoir aidé à préparer la soutenance : Sylvain M., Bruno, Pierre, Shabnam, Vincent, Matthieu, Nicolas, Célia... Merci aussi à Nathalie et au personnel administratif de l'ENSTA Bretagne pour leur aide.

Merci également aux collègues du laboratoire pour l'ambiance et la vie du labo ! Particulièrement à Thomas, avec qui j'ai partagé le bureau tout du long de ces travaux de thèse (et les différents commérages...) ; Julien, Jérémy et Pierre pour toutes ces soirées... Loïc et Lorenzo ! Merci aussi à tous les autres avec qui on a pu partager des moments, pendant la pause café ou autour de bières dans les bars de Brest, Célia, Cédric B, Yohan, Libor...

Mes derniers remerciements s'adressent à ma famille et mes amis, sans eux et leurs soutiens, je ne serai pas arrivé jusque-là. Aux amis de longue date, Étienne et Yves, pour toutes ces soirées à Brest, Rennes ou même jusqu'à Bruxelles... qui m'ont bien souvent permis de m'échapper un peu. Merci aussi à Adrien, Manon, Elise, Margot et Lucie. Merci à mes parents, mon frère et mes deux sœurs, pour leur soutien sans faille.

Et enfin, merci à Pauline de m'avoir soutenu pendant cette dernière année si difficile... et surtout supporté tout au long de ces années.

Merci à tous !

Vincent

Table des matières

Table des figures **iii**

Liste des tableaux **xi**

Introduction **1**

Chapitre I Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles et détermination des incertitudes liées au paramètre de dispersion **7**

1 Étude bibliographique sur la caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles . . . 9
1.1 Essai de fatigue uniaxial à amplitude constante . . . 10
1.2 Aspect probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles . . . 14
1.3 Procédures d'essais pour la détermination des propriétés en fatigue (limite d'endurance et dispersion associée) . . . 29
2 Simulation d'essais de fatigue pour la quantification des incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue . . . 35
2.1 Cadre de la simulation et du dépouillement . . . 36
2.2 Étude d'un cas idéal . . . 44
2.3 Protocole d'essais Staircase classique . . . 47
2.4 Protocole d'essais Staircase avec rechargement . . . 55
2.5 Impact d'un cumul d'endommagement sur la procédure avec rechargement . . . 61
3 Conclusion et perspectives . . . 74

Chapitre II Méthode d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques et évaluation de la modélisation probabiliste à deux échelles **79**

1 Présentation des mesures d'auto-échauffement . . . 81
1.1 Mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques . . . 81
1.2 Protocole et méthode de dépouillement empirique . . . 86
1.3 Compréhension d'un essai d'auto-échauffement . . . 89
1.4 Résultats de la littérature et objectif de la thèse . . . 97
2 Modèle probabiliste à deux échelles avec deux mécanismes de dissipation . . . 103
2.1 Mise en évidence des deux régimes pour les aciers . . . 104
2.2 Principe de la modélisation . . . 107
2.3 Modélisation des phénomènes dissipatifs . . . 107
2.4 Scénario d'activation . . . 113
2.5 Description de la courbe d'auto-échauffement . . . 114
2.6 Lien avec les propriétés en fatigue . . . 115
2.7 Philosophie et application du modèle . . . 118
3 Simulation d'essais d'auto-échauffement . . . 124
3.1 Cadre de la simulation . . . 124
3.2 Génération d'un volume . . . 127
3.3 Analyse de la répétabilité de la courbe d'AE . . . 132
4 Conclusion et perspectives . . . 139

Chapitre III Mise en place d'un protocole d'essais d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante : application sur un alliage de titane 141
1 Présentation de l'alliage de titane étudié . . . 143
1.1 Généralités sur les alliages de titane . . . 143
1.2 Les alliages de TA6V . . . 145
2 Application de la méthode d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante . . . 160
2.1 Présentation des moyens d'essais . . . 160
2.2 Acquisition de température . . . 161
2.3 Réalisation d'un essai d'auto-échauffement . . . 162
2.4 Répétabilité et lien avec les propriétés en fatigue . . . 167
3 Détermination rapide des propriétés en fatigue du TA6V par la méthode d'auto-échauffement . . . 171
3.1 Résultats d'essais d'auto-échauffement . . . 171
3.2 Proposition de dépouillement à partir de la modélisation probabiliste à deux échelles . . . 175
3.3 Obtention rapide de diagramme de Haigh . . . 177
3.4 Confrontation/validation avec des essais de fatigue classiques . . . 180
4 Vers les plus grands rapports de charge . . . 185
4.1 Difficultés avec les essais d'auto-échauffement . . . 185
4.2 Influence d'une pré-déformation plastique sur la courbe d'AE . . . 188
5 Conclusion et perspectives . . . 198

Chapitre IV Vers les plus hautes températures : auto-échauffement sous sollicitation cyclique d'un superalliage monocristallin base nickel 201
1 Présentation du superalliage de nickel étudié . . . 203
1.1 Développement des superalliages base nickel . . . 205
1.2 Caractérisation microstructurale et mécanique de l'AM1 . . . 206
1.3 Propriétés en fatigue de l'AM1 (et autres superalliages) . . . 215
2 Essais d'auto-échauffement à haute température sur AM1 . . . 220
2.1 Protocole d'essai à 950°C . . . 220
2.2 Variabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1 . . . 224
3 Études complémentaires sur AM1 . . . 229
3.1 Auto-échauffement à température ambiante . . . 229
3.2 Estimation de la dissipation EF autour d'un pore . . . 236
4 Conclusion et perspectives . . . 246

Conclusion 249

Annexe A Étude des effets de volume et d'hétérogénéité des contraintes : analyse d'une campagne d'essais sur éprouvettes entaillées 255

Annexe B Équation de la chaleur - Analyse du terme de rayonnement 269

Annexe C Simulation d'un matériau modèle avec plusieurs mécanismes de rupture : dichotomie cœur/surface 271

Bibliographie 290

Table des figures

Introduction

Figure 1 Représentation d'un turboréacteur civil - LEAP développé par CFM International . . . 2

Chapitre I

Figure I.1 Représentation schématique des domaines de la fatigue des matériaux . . . 9
Figure I.2 Définition des paramètres de chargement cyclique . . . 10
Figure I.3 Description de la courbe S-N avec différents modèles . . . 11
Figure I.4 Influence du rapport de charge sur la courbe S-N . . . 12
Figure I.5 Diagramme de Haigh et modélisations associées . . . 13
Figure I.6 Représentation schématique de l'aspect probabiliste de la HCF . . . 14
Figure I.7 Représentation de différentes lois de distribution . . . 15
Figure I.8 Représentation schématique des indicateurs statistiques - Censure à droite . . . 17
Figure I.9 Représentation schématique des indicateurs statistiques - Censure à gauche . . . 17
Figure I.10 Représentation schématique des indicateurs statistiques - Censure par intervalle 18
Figure I.11 Représentation schématique de la méthode de correction de rang par niveaux . 22
Figure I.12 Illustration des probabilités de rupture empiriques obtenues avec l'analyse de la campagne d'essais simulée . . . 22
Figure I.13 Méthodes d'ajustement graphique sur les probabilités de ruptures obtenues lors de l'analyse de la campagne d'essais simulée . . . 25
Figure I.14 Représentation des fonctions de répartitions obtenues avec la méthode de régression linéaire pour l'identification d'une loi de Weibull . . . 25
Figure I.15 Représentation des fonctions de répartitions obtenues avec la méthode du maximum de vraisemblance pour l'identification d'une loi de Weibull . . . 27
Figure I.16 Représentation des fonctions G et H pour le calcul des intervalles de confiance 31
Figure I.17 Représentation graphique de la méthode de Locati . . . 32
Figure I.18 Modèle de Weibull avec $m = 25$ et normalisée par Σ_{∞}^{50} . . . 37
Figure I.19 Relation entre le module de Weibull m et le coefficient de variation C_v . . . 38
Figure I.20 Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillement dans le cas idéal - Tirage 1 39
Figure I.21 Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillement dans le cas idéal - Tirage 2 40
Figure I.22 Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillement dans le cas idéal - Tirage 3 40
Figure I.23 Histogrammes des paramètres de la distribution pour 1000 tirages de 10 éprouvettes . . . 42
Figure I.24 Comparaison de deux dépouillements dans le cas idéal . . . 43
Figure I.25 Étude d'un cas idéal . . . 45
Figure I.26 Autre représentation des résultats sur la limite d'endurance médiane dans un cas idéal . . . 46
Figure I.27 Exemples de Staircases classiques . . . 48
Figure I.28 Étude du Staircase classique - méthode d'analyse de Dixon-Mood . . . 50
Figure I.29 Étude du Staircase classique - méthode du maximum de vraisemblance . . . 51
Figure I.30 Comparaison de la méthode Dixon-Mood et de la méthode du maximum de vraisemblance pour le dépouillement des Staircase classiques . . . 52
Figure I.31 Taux de calcul du paramètre de dispersion en fonction du nombre d'éprouvettes et du pas - Staircase classique . . . 54

Figure I.32 Influence du pas du Staircase sur la détermination des propriétés en fatigue par l'analyse de Staircase classiques . . . 54
Figure I.33 Exemples de Staircases avec rechargement . . . 55
Figure I.34 Étude du Staircase avec rechargement - méthode du maximum de vraisemblance 57
Figure I.35 Taux de calcul du paramètre de dispersion en fonction du nombre d'éprouvettes et du pas - Staircase avec rechargement . . . 59
Figure I.36 Influence du pas du Staircase sur la détermination des propriétés en fatigue par l'analyse de Staircase avec rechargement . . . 59
Figure I.37 Mise en évidence de l'intérêt de la recharge des éprouvettes . . . 60
Figure I.38 Exemples de Staircases avec rechargement en présence de cumul de dommage 62
Figure I.39 Influence du pas du Staircase avec rechargement en présence de cumul (censure par intervalle) sur la limite d'endurance médiane . . . 64
Figure I.40 Influence du pas du Staircase avec rechargement en présence de cumul (censure par intervalle) sur la détermination du coefficient de variation . . . 64
Figure I.41 Lien entre le pas du Staircase C_p et la pente de la courbe S-N C_{bm} - Staircase avec rechargement en présence de cumul d'endommagement (méthode avec censures) . . . 65
Figure I.42 Influence du nombre d'éprouvettes sur le dépouillement de Staircase avec rechargement et avec du cumul - Validation du domaine pour la méthode avec censure par intervalle . . . 67
Figure I.43 Cartographies de valeurs médianes de Σ_∞^{50} - $C_v = 0,05$ . . . 69
Figure I.44 Cartographies de valeurs médianes de Σ_∞^{50} - $C_v = 0,10$ . . . 69
Figure I.45 Cartographies de valeurs médianes de C_v - $C_v = 0,05$ . . . 70
Figure I.46 Cartographies de valeurs médianes de C_v - $C_v = 0,10$ . . . 70
Figure I.47 Influence du nombre d'éprouvettes et de l'impact d'un mauvais recalage sur le dépouillement de Staircase avec la méthode de calcul de contrainte admissible 72
Figure I.48 Cartographies des valeurs médianes des propriétés de fatigue pour une taille d'échantillon de $n = 15$ . . . 72
Figure I.49 Comparaison des différentes méthodes d'analyses sur la détermination des propriétés en fatigue avec $n = 15$ . . . 75
Figure I.50 Comparaison des différentes méthodes d'analyses sur la détermination des propriétés en fatigue avec $n = 100$ . . . 76

Chapitre II

Figure II.1 Dispositif de mesure de température utilisé par Stromeyer [Stromeyer, 1914] . 81
Figure II.2 Travaux précurseurs pour la mise en évidence du lien entre la limite d'endurance obtenue par méthode d'auto-échauffement et la limite d'endurance [Moore et Kommers, 1921] . . . 82
Figure II.3 Comparaison de limites d'endurance obtenues par Staircase (SC) et par mesure de température (TH) [Rosa et Risitano, 2000] . . . 83
Figure II.4 Évolution de la surface des bandes de glissement persistantes (BGP) en comparaison avec l'auto-échauffement [Galtier *et al.*, 2002] . . . 84
Figure II.5 Montage expérimental pour un essai d'auto-échauffement à température ambiante [Louge, 2019] . . . 86
Figure II.6 Protocole d'obtention d'une courbe d'auto-échauffement [Doudard, 2004] . . . 88
Figure II.7 Analyse empirique de la courbe d'auto-échauffement [Doudard, 2004] . . . 88
Figure II.8 Différences entre les conditions aux limites du problème thermique en fonction de l'approche de résolution considérée (0D, 1D ou 2D) . . . 90
Figure II.9 Signaux thermiques associés à la sollicitation d'un acier dual phase DP60 [Boulanger *et al.*, 2004] . . . 93
Figure II.10 Essai d'identification de la dissipation en régime stabilisé . . . 94
Figure II.11 Influence de la fréquence de sollicitation sur la courbe d'auto-échauffement pour un acier [Munier *et al.*, 2014] . . . 95

Figure II.12 Essai d'identification de la dissipation en régime transitoire 96
Figure II.13 Courbes d'auto-échauffement pour différents rapports de charges et diagramme de Haigh associé [Munier, 2012] 98
Figure II.14 Surface d'iso-auto-échauffement obtenue sous sollicitations cycliques biaxiales [Doudard *et al.*, 2007] 98
Figure II.15 Influence d'une pré-déformation plastique sur les courbes d'auto-échauffement [Louge, 2019] 99
Figure II.16 Exemple d'auto-échauffement sur structure [Florin, 2015] 100
Figure II.17 Influence du nombre de cycles sur les hétérogénéités de termes sources [Berthel, 2007] 101
Figure II.18 Influence de l'amplitude de la sollicitation sur les hétérogénéités de termes sources [Berthel, 2007] 101
Figure II.19 Mise en évidence de la présence de deux régimes d'auto-échauffement pour différents aciers [Munier *et al.*, 2014] 103
Figure II.20 Observation EBSD après sollicitation d'un acier dans le régime primaire [Munier, 2012] 104
Figure II.21 Effet de la fréquence de sollicitation sur l'auto-échauffement pour un palier dans le régime primaire [Munier, 2012] 105
Figure II.22 États initiaux impactant le régime primaire [Munier, 2012] 105
Figure II.23 Observations de l'apparition de BGP à la surface d'une éprouvette pendant une sollicitation cyclique dans le régime secondaire [Munier, 2012] 106
Figure II.24 Évolution du nombre de BGP à la surface en fonction de l'amplitude du chargement [Munier, 2012] 106
Figure II.25 VER du modèle probabiliste à deux échelles 107
Figure II.26 VER du modèle à une inclusion 110
Figure II.27 Description d'une courbe d'auto-échauffement avec le modèle probabiliste à deux échelles [Munier *et al.*, 2014] 115
Figure II.28 Modélisation probabiliste à deux échelles 118
Figure II.29 Comparaison des courbes S-N-P obtenues par la modélisation probabiliste à deux échelles et le logiciel ESOPE pour des aciers [Munier, 2012] 119
Figure II.30 Prévision des propriétés en fatigue par calcul de volume effectif (avec le module de Weibull m déterminé par un essai d'auto-échauffement) [Doudard, 2004] . . 121
Figure II.31 Nombre de sites activés dans un volume V_i 125
Figure II.32 Dissipation associée à un volume V_i 127
Figure II.33 Génération d'éprouvettes pour la simulation d'essais d'auto-échauffement . . . 128
Figure II.34 Probabilité de rupture associée à la population d'éprouvettes 129
Figure II.35 Nombre de sites activés par éprouvette en fonction de Σ_0 130
Figure II.36 Dissipation par éprouvette en fonction de l'amplitude de contrainte 131
Figure II.37 Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue et le nombre de sites actifs par éprouvettes 132
Figure II.38 Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue la dissipation associée 133
Figure II.39 Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue et la dissipation associée - Amplitude de contrainte normalisée 134
Figure II.40 Simulation d'essais d'AE avec différents régimes primaires 137
Figure II.41 Simulation d'essais d'AE avec différents régimes primaires - Représentation en échelle linéaire 137

Chapitre III

Figure III.1 Schéma de Burgers pour les deux phases du titane [Combres, 2013] 143
Figure III.2 Observations de différentes microstructures de TA6V [Attanasio *et al.*, 2013] . 146
Figure III.3 Systèmes de glissement dans la maille hexagonale (figure issue de [Castany, 2007]) 146

Figure III.4 Image au MEB-FEG de la microstructure bimodale du TA6V [Surand, 2013] . 147
Figure III.5 Émission de dislocation à une interface de la microstructure du TA6V [Castany, 2007] . . . 148
Figure III.6 Courbes de traction du TA6V en fonction de la température [Surand, 2013] . . 150
Figure III.7 Mise en évidence de macrozones, provenant de la texture de la matière à l'issue du forgeage [Le Biavant-Guerrier, 2000] . . . 151
Figure III.8 Variations de propriétés mécaniques du fait de l'hétérogénéité de la matière [Surand, 2013] . . . 152
Figure III.9 Étude de l'amorçage et du glissement à la surface d'éprouvettes sollicitées en flexion cyclique [Le Biavant-Guerrier, 2000] . . . 152
Figure III.10 Courbe contrainte-déformation vraie lors d'un essai de traction-compression cyclique à déformation imposée [Delahay, 2004] . . . 153
Figure III.11 Influence du rapport de charge sur des essais de fatigue ultrasonore sur éprouvette de TA6V [Liu *et al.*, 2015] . . . 154
Figure III.12 Classification des mécanismes d'amorçage [Liu *et al.*, 2015] . . . 155
Figure III.13 Diagramme de Haigh du TA6V obtenu par la méthode des paliers à 10^7 cycles [Nicholas, 2002] . . . 156
Figure III.14 Effet de la fréquence sur le mécanisme d'amorçage et la durée de vie de deux microstructures différentes [Takeuchi *et al.*, 2008] . . . 156
Figure III.15 Effet de la température sur la courbe de fatigue du TA6V pour différentes températures [Tokaji, 2006] . . . 157
Figure III.16 Résultats d'essais sur deux microstructures avec des éprouvettes entaillées [Takeuchi *et al.*, 2008] . . . 158
Figure III.17 Dispositif expérimental . . . 160
Figure III.18 Fixation des thermocouples . . . 161
Figure III.19 Suivi de température au cours d'un essai d'auto-échauffement sur une éprouvette de TA6V - $T = 250°C$ et $R = -1$ . . . 163
Figure III.20 Analyse des paliers d'auto-échauffement d'un essai sur TA6V ($T = 250°C$ et $R = -1$) . . . 164
Figure III.21 Obtention d'une courbe d'auto-échauffement - TA6V ($T = 250°C$ et $R = -1$) . 165
Figure III.23 Répétabilité de la courbe du TA6V ($T = 250°C$ et $R = -1$) . . . 168
Figure III.24 Comparaison de la répétabilité obtenue expérimentalement à la variabilité déterminée par simulation . . . 169
Figure III.25 Comparaison de la répétabilité obtenue expérimentalement à la variabilité déterminée par simulation (régime secondaire) . . . 170
Figure III.26 Analyse des paliers d'auto-échauffement d'un essai sur TA6V ($T = 250°C$ et $R = 0$) . . . 172
Figure III.27 Analyse des paliers d'auto-échauffement d'un essai sur TA6V ($T = 250°C$ et $R = 0,5$) . . . 172
Figure III.28 Influence du rapport de charge sur la courbe d'auto-échauffement du TA6V . . 173
Figure III.29 Courbes d'auto-échauffement du TA6V pour différentes conditions de températures et de rapports de charge . . . 174
Figure III.30 Transitions entre les deux régimes d'auto-échauffement du TA6V pour les différentes conditions d'essai . . . 175
Figure III.31 Identification du modèle pour les conditions à $R = -1$ . . . 176
Figure III.32 Identification du modèle pour toutes les conditions présentées . . . 178
Figure III.33 Diagrammes de Haigh déterminées par AE . . . 179
Figure III.34 Modélisation des courbes d'auto-échauffement pour les neuf conditions d'essais considérées . . . 179
Figure III.35 Base de données de fatigue retenue pour la comparaison avec les résultats d'auto-échauffement . . . 181

Figure III.36 Base de données triée et essais de fatigue supplémentaires sur le même lot matière . . . 182
Figure III.37 Dispositif expérimental pour la réalisation d'essais de traction à haute température . . . 185
Figure III.38 Courbe de traction du TA6V à $T = 250°C$ . . . 186
Figure III.39 Représentation des courbes d'auto-échauffement en fonction de la contrainte maximale appliquée . . . 187
Figure III.40 Représentation des résultats d'essais de fatigue en contrainte maximale . . . 187
Figure III.41 Réalisation des pré-déformations sur TA6V à $T = 250°C$ . . . 188
Figure III.42 Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur la courbe d'AE du TA6V à $T = 250°C$ et $R = -1$ . . . 189
Figure III.43 Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur l'intensité du régime primaire du TA6V . . . 190
Figure III.44 Identification du régime secondaire et représentation des modèles identifiés avec la pente du régime primaire fixée à 2 . . . 191
Figure III.45 Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur le régime primaire du TA6V . . . 192
Figure III.46 Identification du régime secondaire et représentation des modèles identifiés avec la pente du régime primaire variable . . . 193
Figure III.47 Influence du rapport de charge sur états pré-déformés . . . 194
Figure III.48 Représentation en contrainte maximale de l'influence du rapport de charge sur état pré-déformés . . . 195
Figure III.49 Essais d'auto-échauffement du TA6V à $T = 250°C$ sur état vierge . . . 196
Figure III.50 Diagramme de Haigh du TA6V à $T = 250°C$ . . . 196

Chapitre IV

Figure IV.1 Aube de turbine HP du M88 . . . 203
Figure IV.2 Évolution de la microstructure des aubes de turbines . . . 205
Figure IV.3 Représentation du procédé de solidification Bridgman [Gell *et al.*, 1980] . . . 206
Figure IV.4 Structure cristallographique CFC de l'AM1 . . . 207
Figure IV.5 Microstructure de l'AM1 . . . 208
Figure IV.6 Visualisation des dendrites dans l'AM1 . . . 209
Figure IV.7 Systèmes de glissement dans la structure CFC (d'après [Poubanne, 1989]) . . . 210
Figure IV.8 Illustration du comportement anisotrope de l'AM1 . . . 210
Figure IV.9 Évolution de la limite d'élasticité en fonction de la température pour deux orientations [Hanriot, 1993] . . . 211
Figure IV.10 Illustration de la mise en radeau sur l'AM1 [Gaubert, 2009] . . . 212
Figure IV.11 Microstructure après vieillissement cyclique [Gaubert, 2009] . . . 213
Figure IV.12 Visualisation des différents types de pores présents dans les superalliages monocristallins base nickel . . . 214
Figure IV.13 Courbes de fatigue de plusieurs superalliages monocristallins à $T = 1000°C$ [Cervellon, 2018] . . . 216
Figure IV.14 Résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes CMSX-4 à $1000°C$ [Cervellon, 2018] . . . 217
Figure IV.15 Suivi de température d'une éprouvette sous sollicitation cyclique à $20kHz$ [Cervellon, 2018] . . . 218
Figure IV.16 "Courbe d'auto-échauffement" de superalliages [Cervellon, 2018] . . . 219
Figure IV.17 Dispositif expérimental à l'issue d'un essai à $950°C$ . . . 221
Figure IV.18 Suivi de température au cours d'un essai d'auto-échauffement sur une éprouvette d'AM1 - $T = 950°C$ et $R = 0$ . . . 222
Figure IV.19 Analyse des paliers d'auto-échauffement d'un essai sur AM1 ($T = 950°C$ et $R = 0$) . . . 222

Figure IV.20 Courbe d'auto-échauffement à haute température - AM1 avec $T = 950°C$ et $R = 0$ . . . 223
Figure IV.21 Résultats d'auto-échauffement pour des éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 950°C$ et $R = 0$ . . . 225
Figure IV.22 Identification des lois puissance pour les essais d'auto-échauffement pour les éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 950°C$ et $R = 0$ . . . 226
Figure IV.23 Observation du faciès d'une éprouvette d'AM1 après un essai d'AE ($R = 0$ et $T = 950°C$) . . . 227
Figure IV.24 Dispositif expérimental à température ambiante - Vibrophore Zwick Roell . . 230
Figure IV.25 Analyse des paliers d'auto-échauffement d'un essai sur AM1 ($T = 20°C$ et $R = 0$) . . . 230
Figure IV.26 Résultats d'auto-échauffement pour des éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 20°C$ et $R = 0$ . . . 231
Figure IV.27 Paliers d'AE pour une éprouvette d'AM1 ($T = 20°C$ et $R = 0,5$) . . . 231
Figure IV.28 Paliers d'AE pour une éprouvette d'AM1 ($T = 20°C$ et $R = 0,7$) . . . 232
Figure IV.29 Influence de la contrainte moyenne sur la courbe d'auto-échauffement d'éprouvettes d'AM1 à température ambiante . . . 233
Figure IV.30 Influence de la contrainte moyenne sur la courbe d'auto-échauffement d'éprouvettes d'AM1 à température ambiante en fonction de la contrainte maximale . 233
Figure IV.31 Comparaison des courbes d'auto-échauffement à température ambiante et à haute température pour l'AM1 . . . 234
Figure IV.32 Observation du faciès d'une éprouvette d'AM1 après un essai d'AE ($R = 0$ et $T = 20°C$) . . . 235
Figure IV.33 VER utilisé pour estimer par éléments finis la dissipation autour d'un pore . . 236
Figure IV.34 Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi élastoplastique parfaite . 238
Figure IV.35 Visualisation des éléments plastifiés autour d'un pore avec la loi EPP . . . 238
Figure IV.36 Évolution de la vitesse de déformation plastique sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement . . . 239
Figure IV.37 Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi EVP cubique . . . 240
Figure IV.38 Déformation plastique cumulée sur les systèmes octaédriques autour d'un pore avec la loi EVP cubique . . . 241
Figure IV.39 Déformation plastique cumulée sur les systèmes cubiques autour d'un pore avec la loi EVP cubique . . . 241
Figure IV.40 Évolution de la vitesse de déformation plastique sur les systèmes octaédriques sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement . . . 242
Figure IV.41 Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi EVP cubique ($\theta = 12°$) . 243
Figure IV.42 Déformation plastique cumulée sur les systèmes octaédriques autour d'un pore avec la loi EVP cubique ($\theta = 12°$) . . . 243
Figure IV.43 Déformation plastique cumulée sur les systèmes cubiques autour d'un pore avec la loi EVP cubique ($\theta = 12°$) . . . 243
Figure IV.44 Évolution de la vitesse de déformation plastique sur les systèmes octaédriques sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement et de l'angle θ . . . 244
Figure IV.45 Influence de l'angle de sollicitation sur la courbe de "dissipation" du VER à $R = 0$ et à $T = 950°C$ avec la loi EVP cubique . . . 244

Annexe A

Figure A.1 Géométries des éprouvettes axisymétriques utilisées pour cette étude . . . 256
Figure A.2 Représentation des résultats du dépouillement et des intervalles de confiance associées pour les éprouvettes cylindriques . . . 258
Figure A.3 Représentation des résultats du dépouillement et des intervalles de confiance associées pour les éprouvettes entaillées . . . 259
Figure A.4 Contraintes de von Mises pour les différentes géométries . . . 260
Figure A.5 Taux de triaxialité dans les zones centrales des différentes géométries . . . 261

Figure A.6 Analyse avec l'approche en volume effectif équivalent (σ_{VM}) 263
Figure A.7 Analyse avec l'approche en volume effectif équivalent (σ_{XX}) 264
Figure A.8 Analyse avec l'approche en surface effective équivalente (σ_{VM}) 265
Figure A.9 Représentation des résultats du dépouillement au niveau de la contrainte maximale locale 266
Figure A.10 Approche classique en volume effectif au niveau local 267
Figure A.11 Effet de volume sur la limite d'endurance médiane avec différents modules de Weibull 268

Annexe C

Figure C.1 Cadre de la simulation 272
Figure C.2 Génération d'éprouvettes pour la simulation d'essais d'auto-échauffemetn avec dichotomie cœur/surface 272
Figure C.3 Probabilité de rupture associée à la population d'éprouvettes, soit l'activation du premier site dans la zone critique de l'éprouvette 273
Figure C.4 Dissipation par éprouvette simulée en fonction de l'amplitude de contrainte appliquée 274
Figure C.5 Simulation de courbes de fatigue à partir des éprouvettes simulées 277
Figure C.6 Influence des paramètres de la simulation sur les courbes S-N-P duplex 278

Liste des tableaux

Chapitre I

Table I.1 Modèles classiques, empiriques, pour décrire les courbes de fatigue 11
Table I.2 Modèle classique pour décrire l'influence du rapport de charge sur la limite d'endurance 13
Table I.3 Campagne d'essai simulée pour illustrer les différentes méthodes de dépouillement - 30 éprouvettes sur 5 niveaux de contrainte 19
Table I.4 Illustration de la détermination des probabilités de rupture empiriques P_{F_i} à partir de la campagne d'essais simulée - Fréquence cumulée et Estimateur de Johnson 21
Table I.5 Illustration de la détermination des probabilités de rupture empiriques P_{F_i} à partir de la campagne d'essais simulée - Correction de rang par niveaux 21
Table I.6 Illustration du dépouillement avec la méthode des moments pour la campagne d'essais simulée 23
Table I.7 Valeurs obtenues pour les propriétés en fatigue à partir des méthodes d'ajustement graphique 24
Table I.8 Valeurs obtenues pour les propriétés en fatigue à partir de la méthode du maximum de vraisemblance avec différents indicateurs statistiques (donc différentes hypothèses) 27
Table I.9 Exemple de Staircase [Galtier *et al.*, 2019] 30
Table I.10 Taux de calcul possible pour la dispersion dans le cas idéal 45
Table I.11 Dépouillement des deux Staircase d'illustration (Figure I.27) issus d'un même tirage à l'aide des deux méthodes retenues 49
Table I.12 Taux de calcul possible pour la dispersion dans le cas du dépouillement de Staircase classiques avec la méthode d'analyse de Dixon-Mood 50
Table I.13 Taux de calcul possible pour la dispersion dans le cas du dépouillement de Staircase classiques avec la méthode du maximum de vraisemblance 51
Table I.14 Dépouillement des deux Staircase avec recharge (Figure I.33) à l'aide de la méthode avec censure par intervalle 56
Table I.15 Taux de calcul possible pour la dispersion dans le cas du dépouillement de Staircase avec rechargement avec la méthode du maximum de vraisemblance . 57
Table I.16 Taux de calcul possible pour la dispersion dans le cas du dépouillement de Staircase avec rechargement avec la méthode du maximum de vraisemblance et en présence de cumul 67
Table I.17 Comparaison des distributions obtenues et du taux de calcul du paramètre de dispersion, lors du dépouillement de Staircase avec rechargement de $n = 15$ éprouvettes (Figure I.49) 75

Chapitre II

Table II.1 Analyse de la robustesse de l'identification de la dispersion à partir du nombre de sites (Figure II.37) et de la dissipation par éprouvette (Figure II.38) par simulations de courbes d'auto-échauffement 135
Table II.2 Caractérisation de la détermination du paramètre de dispersion à partir de la simulation d'essais de fatigue (cf. Chapitre I) - Procédure Staircase classique (Figure I.29b) et analyse du cas idéal (Figure I.25b) 135

Chapitre III

Table III.1 Composition massique nominale des alliages de TA6V 145
Table III.2 Limites d'endurance médiane déterminées par AE 177
Table III.3 Analyse des courbes d'auto-échauffement avec la pente du régime primaire fixée à 2 190
Table III.4 Analyse des courbes d'auto-échauffement avec une pente du régime primaire variable 193

Chapitre IV

Table IV.1 Composition massique nominale de l'AM1 207
Table IV.2 Analyse des courbes d'auto-échauffement à $T = 950°C$ et $R = 0$ 226
Table IV.3 Analyse des courbes d'auto-échauffement à température ambiante 232
Table IV.4 Analyse des courbes de "dissipation" autour d'un pore obtenues par calculs éléments finis - Influence de l'angle θ 245

Annexe A

Table A.1 Résultat du dépouillement des essais de fatigue sur éprouvettes entaillées . . . 258

Annexe B

Table B.1 Évaluation du terme de rayonnement 270

Introduction

Les méthodes de dimensionnement des pièces industrielles se doivent d'être toujours plus précises et efficaces, et notamment en ce qui concerne la caractérisation en fatigue polycyclique (*i.e.* en fatigue à grand nombre de cycles ou HCF). En effet, il s'agit d'un aspect du comportement mécanique des matériaux métalliques particulièrement insidieux du fait de son caractère progressif et masqué, car difficilement observable à l'échelle macroscopique.

Bien que des progrès non négligeables aient été réalisés depuis les premiers travaux sur la fatigue au XIX^e siècle, le dimensionnement en fatigue de ces pièces industrielles est toujours un problème majeur. La détermination de la durée de vie d'une structure et donc la mise en place de modèles prédictifs restent compliquées pour plusieurs raisons :

- les propriétés en fatigue du matériau dépendent de nombreux paramètres, tels que la nature du chargement (rapport de charge, multiaxialité...), l'environnement (température, gaz issus de la combustion...), sa microstructure, son mode d'obtention, etc. ;
- la nature probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles, avec parfois des dispersions importantes sur les nombres de cycles à rupture ;
- les temps de caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycle dans une configuration donnée, à partir de méthodes classiques, sont prohibitifs.

Ainsi, dès les tout premiers travaux sur la fatigue des matériaux, la recherche de méthodes de caractérisation rapide des propriétés en fatigue à grand nombre a été entreprise, afin de pouvoir étudier rapidement l'influence de différents paramètres.

L'une de ces méthodes de caractérisation rapide repose sur des mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques. Cette méthode a été appliquée dès le début du XX^e siècle et est longtemps restée empirique [Stromeyer, 1914]. Elle se base sur l'étude de l'évolution de la température moyenne stabilisée d'une éprouvette, ou d'une structure, soumise à une séquence de chargements cycliques par blocs, appliqués avec des amplitudes de contrainte croissante. Au cours des blocs de chargement, et à partir d'une certaine amplitude de contrainte, il est généralement observé que la température moyenne stabilisée de l'éprouvette augmente de façon significative. Cette augmentation brutale de température, pour des chargements se situant toujours dans le domaine élastique macroscopique du matériau, est alors reliée au fait que la limite de fatigue du matériau a été dépassée, donnant ainsi naissance à des mécanismes dissipatifs. Une exploitation empirique de ces résultats d'essais montre qu'ils permettent de déterminer de façon rapide (*i.e.* à partir d'un seul essai d'une durée d'une heure et ne nécessitant qu'une seule éprouvette) la "limite d'endurance" [1] du matériau.

Plus récemment, un modèle probabiliste à deux échelles a été développé [Doudard, 2004]. Ces méthodes d'analyse des courbes d'auto-échauffement permettent de prévoir la dispersion des résultats des campagnes d'essais classiques de fatigue avec un nombre réduit d'éprouvettes. L'estimation de la dispersion des essais de fatigue à partir de ce modèle a été validée sur une large gamme d'acier [Munier, 2012]. De plus, d'autres résultats de la littérature ont montré que la réalisation et l'analyse d'essais d'auto-échauffement permettent de quantifier rapidement l'influence de différents paramètres sur les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles des matériaux métalliques (*e.g.* la présence d'une contrainte moyenne, la taille moyenne des grains ou encore la multiaxialité du chargement mécanique).

1. Une limite d'endurance est conventionnelle et est définie pour un certain nombre de cycles (variant suivant le domaine d'application).

L'ensemble de ces résultats (majoritairement sur des aciers, et toujours à température ambiante) montre qu'il existe alors une alternative rationnelle aux essais de fatigue classiques pour la détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. C'est dans ce contexte qu'interviennent ces travaux de thèse se déroulant à l'Institut de Recherche Dupuy de Lôme et en collaboration avec Safran Aircraft Engines. L'objectif est de développer une méthodologie pour la détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycle pour différents alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques.

1 - Contexte industriel de l'étude

Les turboréacteurs aéronautiques (Figure 1), qui assurent la propulsion des avions modernes, sont des ensembles mécaniques très complexes, pouvant représenter jusqu'à un tiers du prix total d'un avion de ligne. L'une des préoccupations majeures des constructeurs est l'amélioration des performances de ces moteurs, passant notamment par l'augmentation des températures de fonctionnement et par un besoin permanent de réduction de masse. Ainsi, les pièces de turboréacteurs subissent en service des sollicitations thermomécaniques qui se veulent toujours plus sévères, que ça soit en contrainte ou en température.

L'augmentation de la température dans le turboréacteur est souvent limitée par la résistance des matériaux constituant les pièces de la partie chaude (et notamment des aubes de turbines haute pression). Ces aubes sont également soumises à des forces centrifuges importantes et à des chargements vibratoires, dans un environnement très agressif. Suivant les zones critiques, ces sollicitations produisent différents mécanismes d'endommagement pouvant être liés à du fluage, à de la fatigue thermomécanique ou encore à de la corrosion/oxydation. L'amélioration des turboréacteurs passe alors par le développement et l'étude de matériaux pouvant résister à ces différents types de sollicitation à des températures toujours plus élevées.

Figure 1 – *Représentation d'un turboréacteur civil - LEAP développé par CFM International*

Les architectures modernes des turboréacteurs d'avion civil sont généralement à "double flux, double corps". Ce système de propulsion utilise la combustion d'un mélange d'air comprimé et de kérosène pour entraîner des turbines et donc produire de l'énergie mécanique, ce qui permet notamment d'entraîner la soufflante et de produire de la poussée. En effet, la soufflante à l'avant du moteur aspire l'air et l'accélère. Une grande partie du flux d'air est immédiatement éjectée à l'arrière du réacteur. Ce flux d'air froid est appelé "flux secondaire" et produit la majorité de la poussée. La partie restante du flux aspiré par la soufflante constitue le "flux primaire".

L'air de ce flux traverse alors les différents étages du turboréacteur (Figure 1) et est comprimé lors du passage dans les compresseurs. À ce stade, et du fait de la compression des gaz, les températures peuvent déjà avoisiner les $700°C$. L'air comprimé rentre ensuite dans la chambre de combustion et est mélangé à du kérosène. Le gaz chaud issu de la combustion se détend alors à travers les turbines, permettant alors de récupérer de l'énergie mécanique. À la sortie de la chambre de combustion, et donc dans la turbine haute pression, la température de fonctionnement des matériaux peut atteindre les $1150°C$ (le gaz est plus chaud, mais généralement des systèmes permettent de refroidir et de protéger les pièces). L'énergie mécanique récupérée par les turbines permet alors d'entraîner les compresseurs et la soufflante.

Ainsi, un turboréacteur est constitué de nombreuses pièces aux géométries complexes et de différents matériaux en fonction des propriétés mécaniques voulues. Parmi ces pièces, il y a notamment les aubes du turboréacteur (des compresseurs et des turbines). Ces pièces subissent des chargements thermomécaniques sévères et il est nécessaire de caractériser les propriétés mécaniques du matériau pour de nombreuses conditions de températures et de rapports de charge.

En effet, lors du cycle moteur, qui décrit toutes les étapes d'un vol classique pour un moteur civil (décollage, phase de croisière, atterrissage, etc.) ces pièces passent par de nombreux états de contrainte et de température. Lors de certaines phases de ce cycle, il se peut que les aubes entrent en résonance lorsqu'un des modes propres est excité. La sollicitation peut atteindre des fréquences de l'ordre de $2kHz$ à $40kHz$ (suivant le régime moteur, le mode excité et la configuration de l'étage considéré, etc.). Cette sollicitation provient du sillage harmonique des aubes et est alors qualifiée de "dynamique".

Pour éviter l'endommagement en fatigue à cause de la mise en résonance, les aubes sont dimensionnées afin que leurs fréquences d'excitation soient éloignées des ordres de rotation du moteur en phase de croisière, ou lors des phases plus critiques comme le décollage. Cependant, lors de régimes transitoires, les aubes peuvent entrer en résonance (sur de très courtes durées). Le dimensionnement des aubes pour ce chargement dit "dynamique", se fait alors en fatigue à grand nombre de cycle, à l'aide de diagrammes de Haigh (ou Goodman) qui représentent les limites d'endurance conventionnelles à une certaine durée de vie (généralement 10^7 cycles dans l'aéronautique), en fonction de la contrainte moyenne appliquée.

Le positionnement dans le diagramme de Haigh des points représentant les chargements aux endroits critiques se fait à partir de deux types de calculs :

- premièrement, des calculs thermomécaniques sont effectués en tout point du cycle moteur afin d'évaluer les contraintes dites "statiques" qui définiront alors les contraintes moyennes du chargement considéré lors de la validation du dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles. Pour les aubes mobiles, l'effort centrifuge dû à la rotation du moteur implique donc la présence d'une contrainte moyenne élevée. À l'inverse, les pièces "fixes" ont des chargements avec peu de contrainte moyenne.
- Des calculs dynamiques sont effectués pour chercher les modes propres et évaluer les amplitudes d'oscillation des aubes. Ces valeurs permettent alors de définir, à partir de calculs élastiques, un champ de contrainte normé qui est ensuite recalé par des essais moteurs. Cela constitue alors la contrainte "dynamique", qui représente l'amplitude du chargement lors de l'excitation du mode.

À l'issue de ces deux étapes, la sollicitation cyclique du chargement vibratoire est alors caractérisée par une contrainte moyenne et une amplitude de contrainte. Ce cycle est alors comparé à des diagrammes de Haigh pour vérifier la tenue en fatigue à grand nombre de cycles.

Classiquement, les diagrammes de Haigh sont construits à partir d'essais de fatigue suivant des procédures de type Staircase. Ces essais sont généralement réalisés sur des machines de fatigue classique, pour des fréquences de sollicitation de l'ordre de 10 à $100Hz$ (donc bien loin des fréquences d'excitation des aubes en fatigue vibratoire).

La procédure Staircase, idéalement constituée d'au moins 20 éprouvettes, permet alors de caractériser la limite d'endurance du matériau pour une condition donnée de rapport de charge et de température. Il est alors nécessaire de réaliser un très grand nombre d'essais pour correctement caractériser les propriétés du matériau de chaque condition, ce qui s'avère long et coûteux (d'autant plus pour des essais à haute température). En effet, pour atteindre 10^7 cycles, le nombre conventionnel pour les limites d'endurance dans l'aéronautique, il faut environ $40h$ d'essai avec une machine de fatigue classique sollicitant l'éprouvette autour de $70Hz$. Le temps de caractérisation pour toutes les conditions du diagramme de Haigh à différentes températures (et pour de nombreux matériaux) est alors prohibitif.

Ce constat a alors mené à cette étude qui a notamment pour objectif d'évaluer l'apport des mesures d'auto-échauffement pour accélérer le temps de caractérisation et obtenir rapidement des diagrammes de Haigh à différentes températures.

De plus, pour prendre en compte l'aspect probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles, et pour obtenir un coefficient de sécurité plus important, ces diagrammes de Haigh sont généralement construits pour une probabilité de rupture dite "mini", représentant $P_F = 0,135\%$ avec une loi normale (définie à $\mu - 3\sigma$). Ainsi, il est nécessaire de correctement évaluer la dispersion des essais de fatigue, ce qui s'avère délicat à partir d'essais de fatigue classiques.

Cet aspect dispersif de la fatigue à grand nombre de cycles et surtout la détermination du paramètre de dispersion sera également étudié dans ces travaux de thèse. Le but est alors d'évaluer l'apport de l'analyse des courbes par la méthode probabiliste à deux échelles pour la détermination de la dispersion des essais de fatigue. Ces résultats seront comparés à des méthodes plus classiques, comme les Staircase.

Ainsi, il s'agit d'un problème très complexe, possédant de nombreux conservatismes qu'il serait intéressant de pouvoir quantifier. Ces conservatismes, en plus de la comparaison à la probabilité "mini", sont par exemple :

- les calculs sont souvent réalisés en élastique (car il est parfois impossible de réaliser des calculs en élasto-viscoplastique du fait des temps de calcul) et donc les caractéristiques du cycle représentant l'excitation du mode sont souvent surévaluées (*e.g.* pas de prise en compte de la relaxation des contraintes moyennes) ;
- les essais réalisés pour l'obtention des diagrammes de Haigh se font à partir d'éprouvettes de fatigue classique, lisses, avec généralement un grand volume sollicité. Cependant, les zones critiques sont généralement plus petites et avec des gradients de contrainte. Ainsi, par des effets d'échelle (effet de volume et d'hétérogénéité de contrainte), il existe un certain conservatisme lors de la caractérisation des propriétés en fatigue (caractérisation en fatigue sur un volume plus grand) ;
- enfin il existe un autre conservatisme concernant la réalisation des essais de fatigue à des fréquences de sollicitation plus faibles que les chargements pouvant apparaitre sur pièce lors de la fatigue vibratoire. En effet, les essais standards sont réalisés autour de $100Hz$ (fréquences de sollicitation des machines d'essais conventionnelles), et donc sont assez éloignés de la sollicitation vibratoire subie par les pièces (les essais sur machines ultrasoniques tendent à être de plus en plus répandues avec l'étude de la fatigue à très grand nombre de cycles).

En effet pour revenir sur ce troisième point, avec une fréquence de sollicitation plus basse en présence d'une contrainte moyenne élevée, d'autres types d'endommagement peuvent apparaître comme les effets de fluage ou d'oxydation à haute température. Les limites d'endurance (conventionnelles à 10^7 cycles pour l'aéronautique) peuvent alors être sous-évaluées, en comparaison à une caractérisation réalisée à des fréquences plus élevées.

Il s'agit alors d'un des aspects ayant motivé ces travaux de thèse. L'un des apports éventuels d'une méthode de caractérisation rapide serait alors de pouvoir caractériser les propriétés en fatigue du matériau, sans l'influence du fluage. Cependant, la première étape reste de mettre en place un protocole d'essai d'auto-échauffement à haute température.

2 - Objectifs de l'étude

Le principal verrou scientifique et technique concerne la mise en place du protocole expérimental pour l'obtention des courbes d'auto-échauffement à haute température. En effet, il s'agit d'être capable de mesurer une faible variation de température de l'éprouvette, à savoir son auto-échauffement sous sollicitation cyclique, dans un environnement à haute température.

Le deuxième verrou concerne la proposition d'une méthode d'analyse et de dépouillement des résultats d'essai d'auto-échauffement, afin de pouvoir étudier l'influence d'un certain nombre de paramètres sur les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à haute température (notamment la température d'essai et le rapport de charge). Ces différents résultats sont comparés à des méthodes de détermination classiques, avec notamment des études sur la robustesse de l'identification du paramètre de dispersion des essais de fatigue par simulation numérique.

Ces travaux de thèse visent donc à la mise en place d'une méthodologie de caractérisation rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à haute température pour différents alliages métalliques pour turboréacteur aéronautique, avec deux objectifs majeurs.

- Le premier objectif est de mettre en place une procédure expérimentale pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement à haute température. Il est à noter qu'aucun essai de ce type n'avait été réalisé, ni même tenté, avant les études présentées dans cette thèse. Ce premier objectif constitue alors un challenge expérimental majeur. Pour cela, deux matériaux sont étudiés : un alliage de titane, le TA6V, couramment utilisé dans l'industrie aéronautique dans la partie froide des turboréacteurs (jusqu'à $400°C$) et un superalliage monocristallin à base nickel, l'AM1, notamment utilisé pour les aubes de turbine haute pression, dans la partie chaude des turboréacteurs (jusqu'à $1000°C$).

- Le second objectif concerne la quantification de la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue, et notamment du paramètre de dispersion. Pour cela les caractéristiques de la fatigue à grand nombre de cycles sont présentées, et notamment son aspect dispersif. Des procédures d'essais de fatigue classiques sont alors évaluées par simulations numériques (comme celles de type Staircase) et comparées à la méthode d'analyse des courbes d'auto-échauffement à partir du modèle probabiliste à deux échelles.

Pour répondre aux objectifs proposés, le manuscrit s'organise autour de quatre chapitres :

- **Chapitre I :**

Le premier chapitre présente tout d'abord un état de l'art de la caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais de fatigue classiques. La nature probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles est présentée ainsi que des méthodologies de la littérature pour la détermination de la limite d'endurance et de la dispersion associée à partir de campagnes d'essais classiques. Dans un second temps, une étude par simulation numérique d'essais de fatigue est présentée afin d'évaluer statistiquement la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue à partir de ce type de procédure d'essais. L'objectif est de quantifier les incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue, et notamment du paramètre de dispersion, dans un cadre idéal. Ce chapitre présente les résultats de référence sur la détermination des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles.

- **Chapitre II :**

Le deuxième chapitre présente tout d'abord un état de l'art et un historique des méthodes basées sur la détermination des propriétés en fatigue à partir de mesures d'auto-échauffement. Il présente également le cadre thermodynamique, et des méthodes de résolution de l'équation de la chaleur pour la compréhension des phénomènes observés expérimentalement. Dans un second temps, le modèle probabiliste à deux échelles est présenté. Il permet de décrire les courbes d'auto-échauffement et de proposer un lien avec les propriétés en fatigue. Dans une troisième partie, une étude sur la simulation d'essais d'auto-échauffement est entreprise à partir de ce modèle probabiliste à deux échelles. L'objectif est d'améliorer la compréhension du lien entre la dissipation de l'éprouvette et les propriétés en fatigue, en quantifiant notamment la robustesse de l'identification du paramètre de dispersion. Ces résultats sont comparés à ceux du Chapitre I.

- **Chapitre III :**

Le troisième chapitre a pour objectif de présenter l'ensemble des résultats d'auto-échauffement obtenus sur l'alliage de titane étudié, le TA6V. Un état de l'art sur le matériau est d'abord réalisé. Il s'agit d'une première étape importante dans la mise en place du protocole expérimentale, en réalisant des essais d'auto-échauffement à des températures intermédiaires (jusqu'à $350°C$). Ce protocole est présenté et une méthode d'analyse des courbes d'auto-échauffement du TA6V, à partir du modèle probabiliste à deux échelles, est mise en place. Cela permet de déterminer de manière robuste le paramètre de dispersion, et d'évaluer rapidement l'influence de différents paramètres (notamment la température et le rapport de charge) sur la limite d'endurance (conventionnelle à 10^7 cycles dans l'industrie aéronautique). Ainsi, des diagrammes de Haigh, probabilisés, sont rapidement obtenus pour différentes températures et avec un nombre réduit d'éprouvettes. Ces résultats sont ensuite comparés à une base de données d'essais de Safran Aircraft Engines. Enfin, une deuxième campagne d'essais s'intéresse à la réalisation d'essais d'auto-échauffement avec des contraintes moyennes élevées (ou à fort rapport de charge).

- **Chapitre IV :**

Le dernier chapitre est consacré à l'étude du superalliage monocristallin, l'AM1. Une étude bibliographique sur le matériau est d'abord présentée. Dans un deuxième temps, le protocole expérimental pour l'obtention de courbes d'auto-échauffement à haute température est présenté avec les toutes premières courbes d'auto-échauffement réalisées à $950°C$. Du fait du comportement en auto-échauffement de l'AM1, il ne rentre pas dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles. Ainsi, les résultats sont analysés et quelques pistes sont évaluées par des études complémentaires ; l'objectif étant d'apporter des éléments pour la compréhension des phénomènes observés expérimentalement.

Chapitre

I

Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles et détermination des incertitudes liées au paramètre de dispersion

Sommaire

1 Étude bibliographique sur la caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles . . . **9**
1.1 Essai de fatigue uniaxial à amplitude constante . . . 10
1.1.1 Généralités sur les essais de fatigue . . . 10
1.1.2 Modélisation des courbes S-N . . . 10
1.1.3 Influence d'une contrainte moyenne . . . 12
1.2 Aspect probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles . . . 14
1.2.1 Représentation de la distribution des propriétés en fatigue . . . 14
1.2.2 Traitement statistique des essais de fatigue . . . 16
1.2.3 Établissement de courbes S-N probabilistes . . . 27
1.3 Procédures d'essais pour la détermination des propriétés en fatigue (limite d'endurance et dispersion associée) . . . 29
1.3.1 Méthode Staircase . . . 29
1.3.2 Méthode Locati . . . 32
1.3.3 Autres méthodes moins classiques . . . 33
1.3.4 Intérêts de la simulation d'essais de fatigue . . . 34
2 Simulation d'essais de fatigue pour la quantification des incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue . . . **35**
2.1 Cadre de la simulation et du dépouillement . . . 36
2.1.1 Hypothèses . . . 36
2.1.2 Génération des éprouvettes . . . 36
2.1.3 Traitement statistique des données et représentation des résultats . . . 39
2.2 Étude d'un cas idéal . . . 44
2.3 Protocole d'essais Staircase classique . . . 47
2.3.1 Méthode Dixon-Mood . . . 49
2.3.2 Maximum de vraisemblance avec censures . . . 49
2.3.3 Conclusion sur le dépouillement du Staircase classique . . . 52
2.4 Protocole d'essais Staircase avec rechargement . . . 55
2.4.1 Méthode avec censure par intervalle . . . 56
2.4.2 Méthode avec calcul des contraintes admissibles . . . 58
2.4.3 Conclusion sur l'intérêt de la recharge des éprouvettes . . . 60
2.5 Impact d'un cumul d'endommagement sur la procédure avec rechargement . . . 61
2.5.1 Simulation de Staircase avec cumul d'endommagement . . . 61
2.5.2 Domaine de validité de la censure par intervalle . . . 63
2.5.3 Impact du cumul sur le calcul des contraintes admissibles . . . 66
3 Conclusion et perspectives . . . **74**

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter les problématiques liées à la caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles. En effet, le caractère probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles rend la détermination des propriétés en fatigue délicate (*i.e.* limite d'endurance médiane et dispersion associée). Les incertitudes sur les valeurs obtenues peuvent être très élevées, suivant le nombre d'éprouvettes utilisé ou les hypothèses réalisées lors du dépouillement.

Une étude basée sur la simulation d'essais de fatigue est réalisée dans ce chapitre et possède plusieurs objectifs, qui sont :

- de quantifier la robustesse des méthodes classiques pour la détermination des propriétés en fatigue, et plus particulièrement la dispersion (en fonction du nombre d'éprouvettes utilisées et des différents paramètres de la procédure d'essais et de dépouillement) ;
- de proposer des méthodes de dépouillement pour des éprouvettes rechargées jusqu'à rupture (lors d'une procédure de type Staircase) ;
- d'évaluer statistiquement l'intérêt de la recharge des éprouvettes, et notamment l'impact du cumul d'endommagement.

Dans ce chapitre, un travail de normalisation (par rapport à la distribution initiale, et avec des paramètres linéaires) a été réalisé afin d'étudier et de prendre en compte le maximum de configurations possibles. La simulation d'essais permet alors de traiter un grand nombre de cas possibles et de quantifier les incertitudes. L'étude d'un cas idéal met en évidence la difficulté liée à la détermination du paramètre de dispersion, qui est intrinsèque à l'analyse de données d'essais de fatigue.

Dans un premier temps, la fatigue à grand nombre de cycles est présentée, notamment son aspect dispersif et des outils classiquement utilisés pour la détermination des propriétés en fatigue. Dans la deuxième partie du chapitre, les simulations d'essais de fatigue sont réalisées afin d'évaluer différentes procédures d'essais, dont le Staircase avec rechargement des éprouvettes non rompues. Cette étude permet de mettre en évidence la difficulté de détermination de la dispersion des essais de fatigue, en quantifiant les incertitudes de la détermination des paramètres en fonction de la taille de l'échantillon d'éprouvettes, de la procédure d'essais et des hypothèses lors du dépouillement.

1 Étude bibliographique sur la caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles

La fatigue des matériaux se décompose généralement en trois domaines en fonction du nombre de cycles à rupture N_{R} étudié (Figure I.1) :

- le domaine de la fatigue pour des nombres de cycles inférieurs à quelques 10^4 cycles correspond à la fatigue oligocyclique ou LCF (*i.e.* Low Cycle Fatigue). Dans ce cas la valeur maximale du chargement est proche, voire dépasse parfois, la limite d'élasticité macroscopique du matériau ;
- la fatigue à grand nombre de cycles, fatigue conventionnelle ou encore HCF (*i.e.* High Cycle Fatigue) couvre les nombres de cycles allant d'environ $10^4 - 10^5$ à 10^7 cycles suivant le matériau et le domaine d'application. Le chargement se situe alors dans le domaine d'élasticité macroscopique du matériau ($R_e > \Sigma_{max}$). Ce domaine représente souvent la limite entre la "Durée de vie limitée" et la "Durée de vie illimitée" ;
- au-delà, il s'agit du domaine de la fatigue gigacyclique, fatigue à très grand nombre de cycles, ou VHCF (*i.e.* Very High Cycle Fatigue), pouvant atteindre parfois des nombres de cycles de 10^{10}. Le développement des machines ultrasonores, avec des sollicitations jusqu'à quelques dizaines de kHz, a permis l'exploration de ce domaine de la fatigue et posé de nombreuses questions sur l'existence ou non d'une limite d'endurance [Bathias, 1999, Bathias *et al.*, 2001].

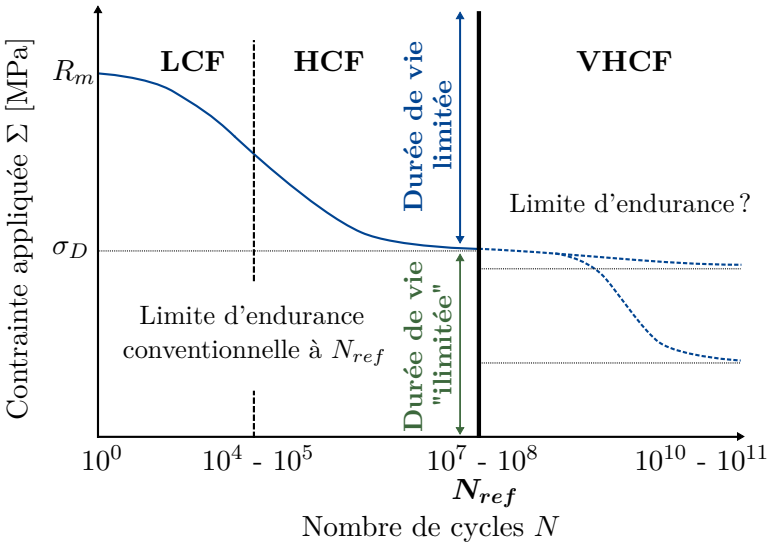


Figure I.1 – *Représentation schématique des domaines de la fatigue des matériaux*

Dans ces travaux de thèse, des études sont réalisées pour déterminer les propriétés de différents matériaux dans le domaine HCF, et surtout la détermination de la limite d'endurance du matériau. Il s'agit d'une limite de fatigue conventionnelle définie à un certain nombre de cycles N_{ref}. Actuellement pour des applications aéronautiques, ce nombre est de 10^7 cycles.

Il est voulu de plus en plus grand afin d'augmenter la fiabilité des structures, et tend donc vers le domaine de la VHCF. Les nombres de cycles deviennent conséquents et les temps de caractérisation sont prohibitifs ; par exemple pour atteindre 10^8 cycles à $f = 30Hz$, il faut environ 38 jours d'essais. L'étude de ce domaine passe par le développement de méthode de caractérisation rapide ; par exemple par l'utilisation de moyens d'essais ultrasonores pour atteindre des niveaux de sollicitations de l'ordre du kHz, ou alors d'autres stratégies d'essais.

Dans cette partie, les essais de fatigue dits classiques, donc uniaxiaux à amplitude constante, sont présentés. L'aspect dispersif de ces essais, notamment dans le cas de la HCF (mais également pour la VHCF) est mis en évidence et des outils d'analyses et de traitement statistiques de ces essais sont introduits. Enfin, des procédures d'essais classiques sont présentées. Il s'agit de différentes stratégies d'essai et de dépouillement afin de déterminer les propriétés en fatigue du matériau à partir d'un nombre réduit d'éprouvettes.

1.1 Essai de fatigue uniaxial à amplitude constante

Dans cette section, les généralités sur les essais de fatigue, ainsi que les représentations empiriques classiques des courbes de fatigue et de l'influence d'une contrainte moyenne sont rappelées.

1.1.1 Généralités sur les essais de fatigue

La caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles consiste à solliciter une éprouvette jusqu'à un critère d'arrêt ou jusqu'à rupture de l'éprouvette. La sollicitation cyclique se fait généralement à contrainte imposée et est définie par une amplitude de chargement Σ_0 et un rapport de charge R, représentant la contrainte moyenne Σ_m. L'étendue de la sollicitation est alors de $2.\Sigma_0$. Les différentes relations entre les paramètres caractérisant le cycle peuvent alors être définies à partir de la contrainte maximale Σ_max et la contrainte minimale Σ_min et sont

$$\Sigma_0 = \frac{\Sigma_\mathrm{max} - \Sigma_\mathrm{min}}{2} \quad , \quad \Sigma_\mathrm{m} = \frac{\Sigma_\mathrm{max} + \Sigma_\mathrm{min}}{2} \quad \text{et} \quad R = \frac{\Sigma_\mathrm{min}}{\Sigma_\mathrm{max}} \tag{I.1}$$

La sollicitation cyclique est généralement sinusoïdale et est définie par une fréquence f (Figure I.2).

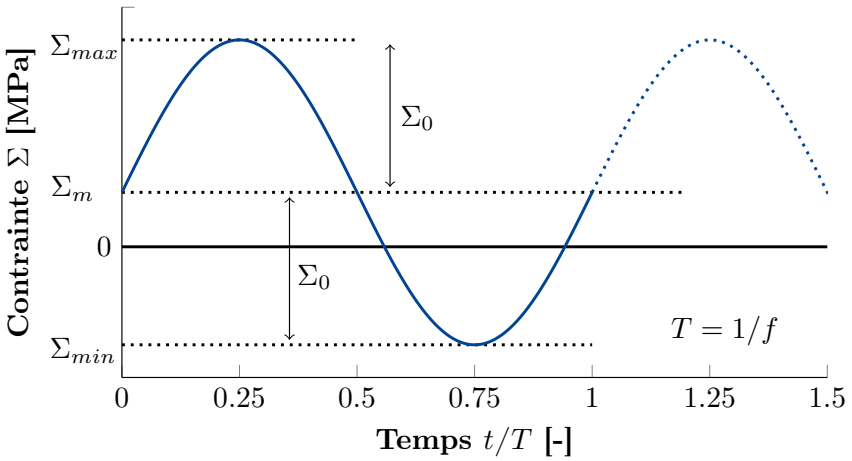


Figure I.2 – *Définition des paramètres de chargement cyclique*

Pour la caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles, typiquement autour de la valeur $N_{ref} = 10^7$ cycles pour des applications aéronautiques, des essais sont alors réalisés à rapport de charge fixe pour plusieurs amplitudes de contrainte Σ_0. Les nombres de cycles à ruptures N_r obtenues permettent de tracer des courbes de fatigue, courbe de Wöhler ou encore courbe S-N.

1.1.2 Modélisation des courbes S-N

Plusieurs modèles empiriques existent dans la littérature pour représenter les données d'essais et ainsi obtenir une relation entre l'amplitude de chargement Σ_0 et le nombre de cycles à rupture N_r (Tableau I.1). Ces différentes modélisations sont :

- la première relation, proposée par Wöhler [Wöhler, 1870], représente simplement une droite dans un diagramme $(\Sigma_0\,;\,\log N_r)$;

- Basquin [Basquin, 1910] représente également les résultats de fatigue par une droite dans un diagramme $(\log \Sigma_0 \,;\, \log N_r)$;
- une asymptote est introduite par Stromeyer [Stromeyer, 1914] pour rendre compte de la limite d'endurance σ_D ;
- Palmgren [Palmgren, 1924] introduit un quatrième paramètre pour obtenir une courbe "en S" afin de mieux représenter le début de la courbe et de faire le lien avec le domaine oligo-cyclique ;
- Bastenaire [Bastenaire, 1971] propose plus récemment une autre relation avec également quatre paramètres pour représenter différemment cette courbe "en S".

Table I.1 – *Modèles classiques, empiriques, pour décrire les courbes de fatigue*

Wöhler [1870]	$\log(N_r) = a - b\,\Sigma_0$
Basquin [1910]	$\log(N_r) = a - b\,\log(\Sigma_0)$
Stromeyer [1914]	$\log(N_r) = a - b\,\log(\Sigma_0 - \sigma_D)$
Palmgren [1924]	$\log(N_r + B) = a - b\,\log(\Sigma_0 - \sigma_D)$
Bastenaire [1971]	$\log(N_r + B) = a - b(\Sigma_0 - \sigma_D) - \log(\Sigma_0 - \sigma_D)$

Pour illustrer ces modèles, ils ont été identifiés sur des résultats d'essais de fatigue de TA6V réalisés à $T = 250°C$ et à un rapport de charge $R = -1$ (Figure I.3). L'identification des paramètres est réalisée dans la zone centrale, entre 10^4 et 10^6 cycles. Les amplitudes de contrainte sont normées par la valeur de la limite d'endurance σ_D évaluée à 10^7 cycles.

Cette identification illustre bien les difficultés liées à l'utilisation d'un modèle décrivant une courbe moyenne en présence de la dispersion des essais de fatigue, notamment en présence d'une potentielle limite d'endurance, avec des essais rompus et non-rompus. De plus, le modèle choisi doit au mieux représenter les résultats dans la zone d'identification du modèle, *e.g.* un modèle de Basquin évalué sur une plage plus grande avec les points autour de 10^7 cycles aurait alors été représenté par une droite avec une pente plus faible. Le modèle doit bien évidemment être utilisé dans sa zone d'identification, et il est délicat de les extrapoler en dehors de cette zone.

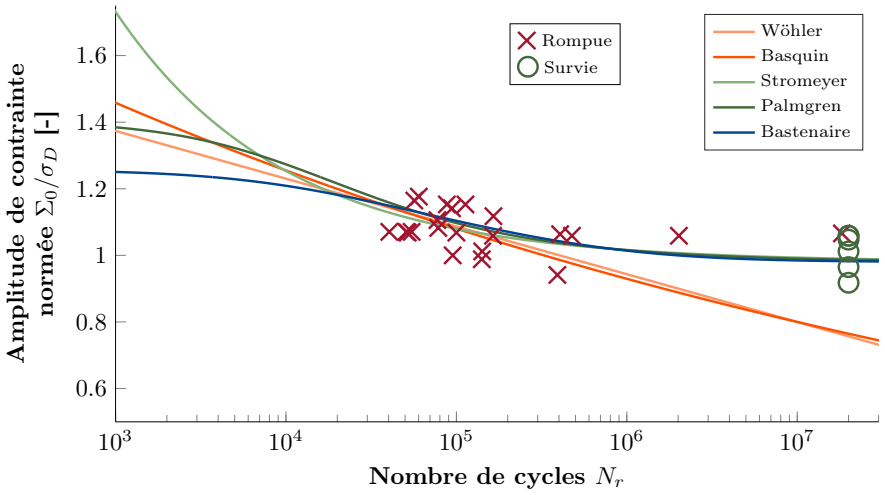


Figure I.3 – *Description de la courbe S-N avec différents modèles - Données d'essais à $T = 250°C$ et $R = -1$ à partir d'éprouvettes de TA6V*

D'autres modèles existent pour représenter la courbe S-N moyenne. Par exemple, Weibull propose un modèle [Weibull, 1949] se rapprochant du modèle de Stromeyer, en faisant dépendre le paramètre b d'un paramètre matériau (limite à rupture). Ces modèles définissent une courbe S-N moyenne, mais peuvent être facilement probabilisés [Bastenaire, 1960].

Ils peuvent devenir compliqués à identifier du fait d'un nombre important de paramètres et/ou d'un manque de données d'essais. Ainsi, d'autres méthodes existent en utilisant par exemple des régressions par morceaux, avec des modèles bilinéaires par exemple [Pollak et Palazotto, 2009]. Ces méthodes permettent parfois de mieux représenter les résultats d'essais obtenus, sans "figer" la forme de la courbe S-N.

Ces modèles ne servent qu'à décrire la courbe S-N moyenne, et il peut être délicat de les identifier du fait de la dispersion parfois importante des essais de fatigue. De plus, il est important de considérer les mécanismes de rupture et les différents aspects liés à la variabilité des essais de fatigue, comme la compétition de mode de rupture (travaux de l'équipe de Bomas [Bomas *et al.*, 1999, Bomas *et al.*, 2011] ou encore [Fouchereau, 2014]) et la description de la dualité des courbes S-N [Chandran et Jha, 2005, Chandran *et al.*, 2009], etc.).

1.1.3 Influence d'une contrainte moyenne

En présence d'une contrainte moyenne positive, et donc pour un rapport de charge supérieure à $R = -1$, la limite d'endurance diminue généralement. Des données d'essais sont présentées pour le TA6V à $250°C$ à titre d'illustration (Figure I.4). Dans ce cas, la limite d'endurance est clairement impactée en présence d'une contrainte moyenne positive.

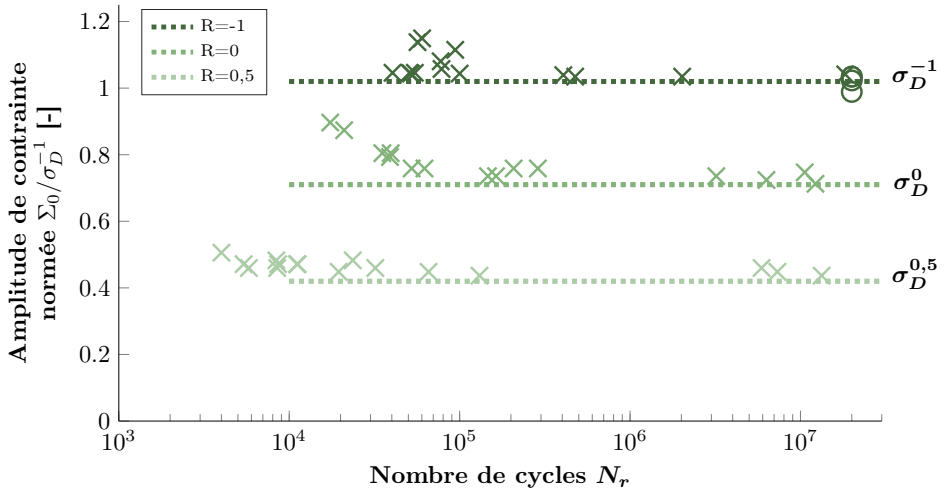


Figure I.4 – *Influence du rapport de charge sur la courbe S-N normée - TA6V à $T = 250°C$*

Afin de visualiser l'influence d'une contrainte moyenne sur les courbes S-N, des diagrammes à iso-durée de vie peuvent être utilisés. Par exemple, le diagramme de Haigh [Haigh, 1922] représente l'amplitude de contrainte en fonction de la contrainte moyenne, pour une certaine durée de vie. Il est généralement tracé à la limite d'endurance conventionnelle (*i.e.* la limite définie pour un nombre de cycles donné N_{ref}) pour représenter la zone de durée de vie "illimitée".

De la même manière que pour les courbes S-N, des relations empiriques existent dans la littérature pour permettre de représenter l'influence de la contrainte moyenne sur la limite d'endurance. Ces modèles relient alors la limite d'endurance Σ_0 et la contrainte moyenne Σ_m en fonction de la limite d'endurance moyenne $\overline{\Sigma_\infty}$ au rapport de charge $R = -1$ (sans contrainte moyenne), de la limite d'élasticité macroscopique R_e et de la limite à rupture R_m du matériau (Tableau I.2).

Les relations de Goodman [Goodman, 1899] et de Soderberg [Soderberg, 1930] représentent des droites dans le diagramme de Haigh. Les relations de Gerber [Gerber, 1874] et de Dietman [Dietmann, 1973] représentent des paraboles.

D'autres types de modèles existent dans la littérature, comme la méthode VDI, qui est une représentation bilinéaire (trilinéaire même en représentant la partie où la contrainte moyenne est négative), en passant par le point de coordonnée $(R_m - \overline{\Sigma_\infty}/2\,;\,\overline{\Sigma_\infty}/2)$ dans le diagramme de Haigh. Les différents modèles et les limites d'endurance déterminées expérimentalement sont représentés pour les essais de TA6V à $250°C$ (Figure I.4).

Table I.2 – *Modèle classique pour décrire l'influence du rapport de charge sur la limite d'endurance*

Goodman [1899]	$\frac{\Sigma_0}{\overline{\Sigma_\infty}} + \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m} = 1$	soit	$\Sigma_0 = \overline{\Sigma_\infty}\left(1 - \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m}\right)$
Söderberg [1930]	$\frac{\Sigma_0}{\overline{\Sigma_\infty}} + \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_e} = 1$	soit	$\Sigma_0 = \overline{\Sigma_\infty}\left(1 - \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_e}\right)$
Gerber [1874]	$\frac{\Sigma_0}{\overline{\Sigma_\infty}} + \left(\frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m}\right)^2 = 1$	soit	$\Sigma_0 = \overline{\Sigma_\infty}\left(1 - \left(\frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m}\right)^2\right)$
Dietman [1973]	$\left(\frac{\Sigma_0}{\overline{\Sigma_\infty}}\right)^2 + \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m} = 1$	soit	$\Sigma_0 = \overline{\Sigma_\infty}\sqrt{1 - \frac{\Sigma_\mathrm{m}}{R_m}}$

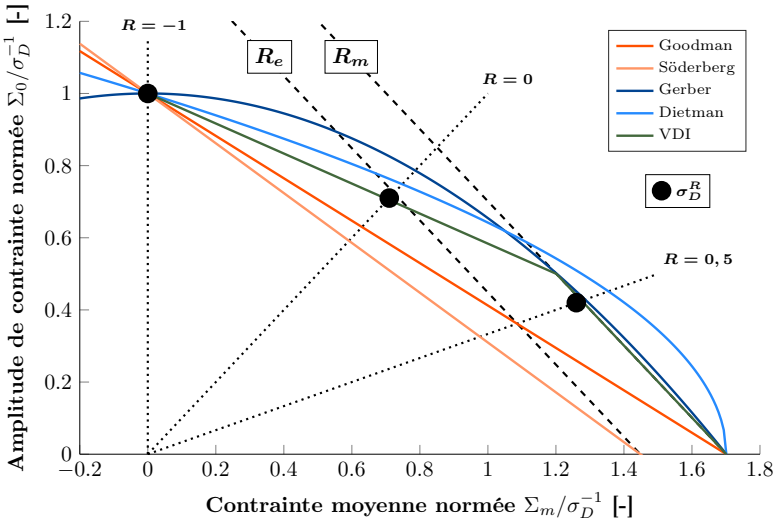


Figure I.5 – *Diagramme de Haigh normé et modélisations associées - Représentation des limites d'endurance déterminées par les essais sur TA6V à $T = 250°C$ (Figure I.4)*

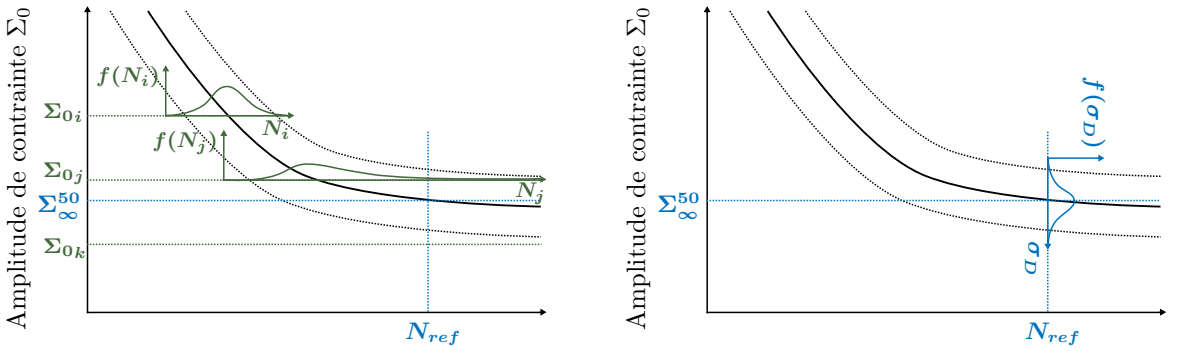
Ces exemples de modèles servent à décrire des données d'essais, et restent très empiriques. Tout comme la modélisation des courbes S-N, ces modèles sont pratiques pour obtenir des relations analytiques, et donc décrire facilement le comportement de différents matériaux. Cependant des questions se posent sur la représentativité de ces différents modèles et notamment sur la fiabilité et les incertitudes liées à la détermination de la limite d'endurance pour les différents rapports de charge. En effet, parfois les essais disponibles sont peu nombreux et il est préférable d'utiliser des modèles plus conservateurs (typiquement la droite de Goodman).

De plus, ces diagrammes sont généralement représentés à une certaine probabilité de rupture. Généralement pour le dimensionnement des pièces aéronautiques, des abattements aux limites d'endurance diminuées de 3 écarts-types (représentant une probabilité de rupture de $P_F = 0,135\%$ avec une loi normale) sont utilisés.

1.2 Aspect probabiliste de la fatigue à grand nombre de cycles

Lors de la réalisation d'un essai de fatigue, l'amplitude de contrainte Σ_0 est fixée et le caractère aléatoire de la réalisation de l'essai se situe alors sur le nombre de cycles à rupture de l'éprouvette N_r. Ce phénomène aléatoire peut être représenté par une distribution de nombre de cycles à rupture pour une amplitude de contrainte donnée. La distribution, et donc la dispersion sur le nombre de cycles, dépend de l'amplitude de contrainte (Figure I.6a).

Cependant, l'objectif des essais de fatigue est bien de déterminer la limite d'endurance à un certain nombre de cycles fixé N_{ref}, et la dispersion associée. Ces propriétés en fatigue peuvent alors être représentées par une distribution d'amplitudes de contrainte à N_{ref} cycles (Figure I.6b).



(a) *Aspect probabiliste des essais de fatigue sur le nombre de cycles à rupture*

(b) *Distribution représentant les propriétés en fatigue à N_{ref} cycles*

Figure I.6 – *Représentation schématique de l'aspect probabiliste de la HCF*

1.2.1 Représentation de la distribution des propriétés en fatigue

La loi de distribution la plus couramment utilisée pour décrire les propriétés en fatigue est la loi normale. D'autres formes de distribution sont également utilisées pour l'analyse des données de fatigue et ont en général des formes proches (distributions à valeurs positives, quasi-symétriques), comme par exemple la distribution log-normal (elle est plus généralement utilisée pour décrire la distribution de nombre de cycles à rupture).

La distribution de Weibull [Weibull, 1949] est également souvent utilisée pour représenter les propriétés en fatigue. La loi de distribution de Weibull fait partie de la famille des lois d'extremum généralisées, comme la loi de Fréchet ou de Gumbel. Ces deux dernières sont parfois utilisées pour décrire des phénomènes physiques, mais rarement des données de fatigue.

Les caractéristiques de la loi normale et de la loi de Weibull à deux paramètres sont rappelées.

- **Loi normale :**

Pour la variable aléatoire x, la fonction densité de probabilité de f s'écrit

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}, \tag{I.2}$$

avec μ l'espérance et σ l'écart-type de la variable aléatoire. Cette distribution est symétrique, *i.e.* la valeur moyenne $\bar{x}$ (donc l'espérance) et la valeur médiane x_{med} sont identiques. Du fait de sa symétrie, des relations simples existent pour interpréter facilement certains niveaux de probabilité. Par exemple :

- 68,3% des valeurs sont comprises dans l'intervalle $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$;
- 95,5% des valeurs sont comprises dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$;
- 99,7% des valeurs sont comprises dans l'intervalle $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$.

La probabilité "mini", utilisée pour la fiabilité du dimensionnement correspondant à $\mu - 3\sigma$, représente alors une probabilité de rupture de $P_F = 0,135\%$.

- **Loi de Weibull à deux paramètres :**

Pour la variable aléatoire x, la fonction densité de probabilité de f s'écrit

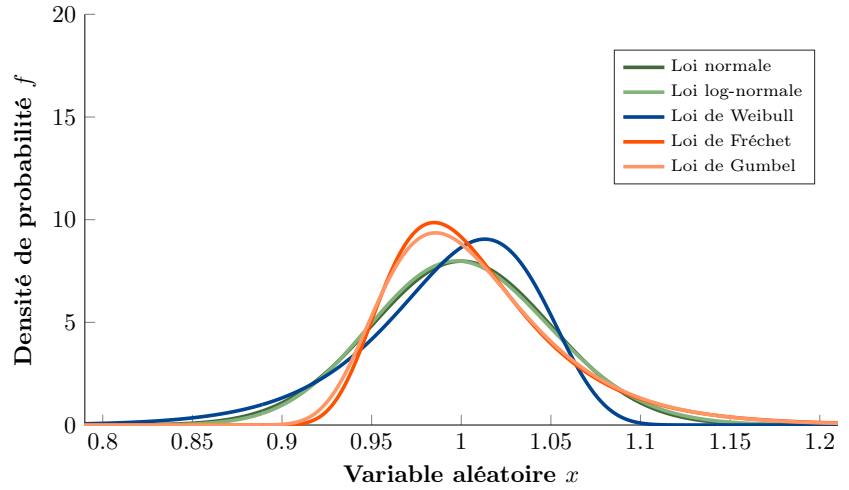
$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right), \tag{I.3}$$

où α est un paramètre d'échelle et β un paramètre de forme. Cette loi n'est pas symétrique, et de ce fait les paramètres de dispersion ne sont pas aussi facilement interprétables que pour la loi normale. Pour cette loi :

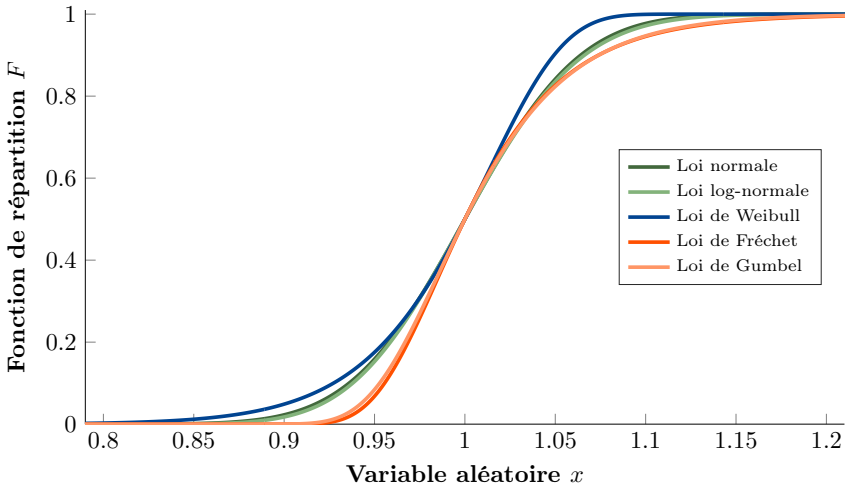
- la moyenne est $\bar{x} = \alpha\,\Gamma(1+\frac{1}{\beta})$;
- la médiane est $x_{med} = \alpha\,(\ln 2)^{\frac{1}{\beta}}$;
- l'écart-type est $\bar{\bar{x}} = \alpha\sqrt{\Gamma(1+\frac{2}{\beta}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{\beta})}$,

avec $\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} t^{a-1}\exp(-t)dt$ la fonction gamma de Euler.

Cette loi n'est pas symétrique, mais tout comme la loi normale, est une approximation utile pour décrire une distribution pour laquelle il est très difficile de justifier une forme particulière (notamment du fait d'un manque de données expérimentales et des incertitudes liées à la détermination des propriétés de fatigue).



(a)



(b)

Figure I.7 – *Représentation de lois de distribution - Recalage à la même valeur médiane ($x_{med} = 1$) et au même coefficient de variation, soit rapport de l'écart-type sur la moyenne ($\bar{\bar{x}}/\bar{x} = 0,05$)*

Le choix de la forme de la distribution est important pour déterminer correctement la dispersion (en représentant de manière satisfaisante les queues de distribution). En effet, les lois sont différentes et forcément, il n'existe pas d'équivalence parfaite. Par exemple, différentes lois sont représentées pour la même valeur médiane ($x_{med} = 1$) et au même coefficient de variation, soit rapport de l'écart-type sur la moyenne($\bar{\bar{x}}/\bar{x} = 0,05$) (Figure I.7). Il s'agit de lois à deux paramètres et il existe donc de nombreux recalages possibles. Il aurait par exemple été possible d'effectuer des équivalences à la même moyenne, à la même probabilité "mini" ou à la même densité de probabilité à la médiane.

Il existe d'autres lois de distribution, par exemple la loi de distribution de Weibull à trois paramètres avec l'introduction d'un seuil. La représentation des données de fatigue peut également se faire à partir de plusieurs distributions (en général de la même forme, mais avec des paramètres différents) pour représenter des cas de compétition de modes de rupture [Bomas *et al.*, 1999, Chandran *et al.*, 2009, Fouchereau, 2014].

Dans la suite, différentes méthodes sont présentées pour la détermination des propriétés en fatigue. L'objectif est alors de déterminer la distribution associée à la limite d'endurance (Figure I.6b) d'un matériau pour une condition d'essais particulière, représentée par la limite d'endurance médiane (ou moyenne) et d'un paramètre associé à la dispersion.

1.2.2 Traitement statistique des essais de fatigue

Du fait de la dispersion des essais de fatigue, plusieurs éprouvettes sont généralement testées et différents niveaux d'amplitudes de contraintes sont considérés lors d'une campagne d'essais. Différentes stratégies d'essais existent pour optimiser la détermination des propriétés en fatigue en limitant le nombre d'éprouvettes. Ces différents protocoles, par exemple les essais de type Staircase, sont présentés en section 1.3. Dans cette section, le traitement statistique général des essais de fatigue est présenté.

L'objectif du traitement statistique est d'extraire les informations des essais de fatigue d'amplitude de contraintes $\Sigma_{0,i}$ jusqu'à N_{ref} cycles, si la rupture n'intervient pas avant. Le but est de déterminer la distribution de propriétés en fatigue.

Une éprouvette est alors caractérisée par sa limite d'endurance σ_{D_i} à N_{ref} (soit l'amplitude de contrainte pour laquelle une sollicitation aurait mené à la rupture de l'éprouvette en exactement N_{ref} cycles). Un essai de fatigue à une amplitude de contrainte $\Sigma_{0,i}$ permet alors d'obtenir des informations sur cette limite d'endurance.

Ces informations sont appelées indicateurs statistiques et des hypothèses sont parfois nécessaires pour les considérer. Les estimateurs statistiques permettent alors de déterminer la distribution des propriétés en fatigue, donc des limites d'endurance des éprouvettes, en rassemblant et en analysant l'ensemble des données.

a) Indicateurs statistiques pour l'interprétation des données d'essais

Lors de la réalisation d'un essai à Σ_{0_i}, les informations pouvant être extraites de l'éprouvette sont différentes en fonction de la réalisation de l'éprouvette (*i.e.* rupture ou survie) et dépendent de différentes hypothèses.

- **Censure à droite :**

Lorsqu'une éprouvette n'est pas rompue à N_{ref} pour une amplitude de contrainte de Σ_{0_i}, la seule information disponible sur la limite d'endurance est que l'amplitude de contrainte appliquée est nécessairement inférieure à celle-ci. Il s'agit d'une censure à droite ; qui donne l'information $\Sigma_{0_i} < \sigma_{D_i}$ pour l'éprouvette i (Figure I.8). Aucune hypothèse supplémentaire n'est nécessaire pour appliquer une censure à droite.

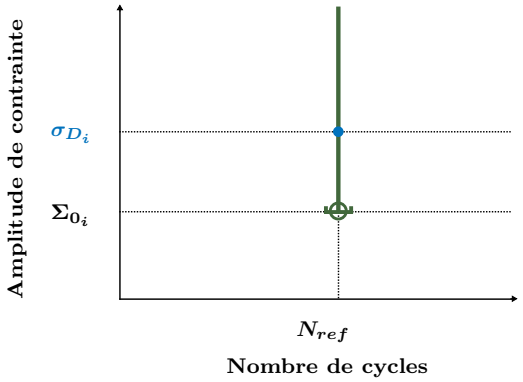


Figure I.8 – *Représentation schématique de la censure à droite (non rupture) avec Σ_{0_i} l'amplitude du dernier niveau testé de l'éprouvette i et σ_{D_i} sa limite d'endurance à N_{ref} cycles*

- **Censure à gauche :**

Si une éprouvette est rompue avant N_{ref}, soit à un nombre de cycles de N_{r_i} pour une amplitude Σ_{0_i}, alors une censure à gauche peut-être réalisée. Cette censure indique que la limite d'endurance de l'éprouvette est nécessairement inférieure à l'amplitude de contrainte appliquée, soit $\Sigma_{0_i} > \sigma_{D_i}$ (Figure I.9).

L'information sur le nombre de cycles à rupture n'est pas exploitée. Il peut être intéressant de l'utiliser, mais des hypothèses sont nécessaires pour calculer la contrainte admissible.

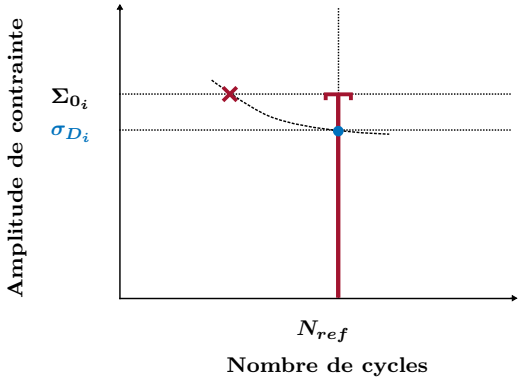


Figure I.9 – *Représentation schématique de la censure à gauche (rupture) avec Σ_{0_i} l'amplitude du dernier niveau testé de l'éprouvette i et σ_{D_i} sa limite d'endurance à N_{ref} cycles*

- **Contrainte admissible :**

Pour exploiter le nombre de cycles à rupture et donc calculer la contrainte admissible de l'éprouvette i, une hypothèse sur la forme de la courbe S-N est nécessaire (paragraphe 1.1.2). Ainsi, à partir du nombre de cycles N_{r_i} à Σ_{0_i}, il est possible de déterminer une contrainte admissible σ_{adm_i} à N_{ref} cycles. Si les hypothèses sur la forme de la courbe S-N sont correctes, alors cette contrainte admissible est directement la limite d'endurance de l'éprouvette (schématiquement représenté Figure I.9). Il s'agit du maximum d'information extrait de l'éprouvette, soit $\sigma_{adm_i} = \sigma_{D_i}$.

- **Censure par intervalle :**

Dans le cas où il est décidé de recharger une même éprouvette à un niveau de chargement supérieur après une survie, une autre censure est possible.

Ainsi, pour une éprouvette rechargée i, sa limite d'endurance est nécessairement supérieure à l'amplitude de chargement de son dernier niveau non rompu (pour lequel au moins N_{ref} cycles ont été réalisés), soit $\Sigma_{0_i} - p < \sigma_{D_i}$ (Figure I.10).

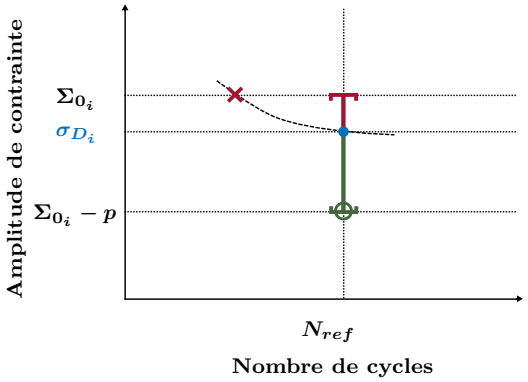


Figure I.10 – *Représentation schématique de la censure par intervalle (éprouvette rechargée jusqu'à rupture) avec Σ_{0_i} l'amplitude du dernier niveau testé de l'éprouvette i et σ_{D_i} sa limite d'endurance à N_{ref} cycles*

Pour l'analyse du niveau de rupture Σ_{0_i}, des questions se posent sur le cumul d'endommagement. Si une hypothèse de non-cumul peut être réalisée, alors la limite d'endurance de l'éprouvette est inférieure à cette amplitude de contrainte, soit $\Sigma_{0_i} > \sigma_{D_i}$ (en présence de fort cumul, il se peut que la rupture intervienne pour un niveau de chargement inférieur à la limite d'endurance). Une censure par intervalle peut être appliquée, et traduit donc l'information $\Sigma_{0_i} > \sigma_{D_i} > \Sigma_{0_i} - p$. Cette hypothèse de non-cumul est peut-être forte et peut plutôt se généraliser à un faible cumul. Des études seront réalisées en deuxième partie de ce chapitre pour évaluer l'impact du cumul sur cet indicateur statistique (en fonction du cumul initiale, le pas p de rechargement et pour une procédure d'essais définie).

De plus, comme l'éprouvette est rompue, il est également possible d'exploiter son nombre de cycles à rupture N_{r_i} et de déterminer une contrainte admissible. Pour cela, en plus d'une hypothèse sur la forme de la courbe S-N, il est nécessaire de réaliser une hypothèse sur le cumul d'endommagement pour prendre en compte l'historique de l'éprouvette. Il peut s'agir d'une hypothèse de non-cumul, ou bien une hypothèse sur la loi de cumul.

Les éprouvettes non rompues n'ont donc pas fourni tout le potentiel d'information sur leurs limites d'endurance. Seule la censure à droite peut être appliquée (moins riche que la censure par intervalle) et la contrainte admissible ne peut pas être déterminée. La recharge des éprouvettes, qui sera statistiquement évaluée lors de la deuxième partie de ce chapitre, a alors été motivée par cet aspect : mener toutes les éprouvettes à rupture pour extraire le maximum d'information possible.

b) Estimateurs pour la détermination des probabilités de rupture empiriques

Pour déterminer les propriétés en fatigue (limite d'endurance et dispersion associée) à la suite d'une campagne de fatigue, il est possible de passer par une évaluation des probabilités de rupture empiriques. Différentes méthodes existent dans la littérature et sont présentées dans cette partie. Afin d'illustrer les méthodes de détermination des probabilités empiriques, une campagne d'essai simulée de 30 éprouvettes est considérée (Table I.3). La campagne d'essais simulée est constituée de 5 niveaux d'essais avec 6 éprouvettes à chaque fois. Pour déterminer si l'éprouvette est rompue ou non à N_{ref} cycles, le niveau d'essai est comparé à la limite d'endurance σ_{D_i} de l'éprouvette à N_{ref} cycles. Les limites d'endurance des éprouvettes sont alors tirées aléatoirement avec une loi de Weibull caractérisée par une limite d'endurance médiane de $x_{med} = 1,00$ et un coefficient de variation de $C_v = 0,050$.

L'intérêt de la simulation est alors de connaître la distribution de départ, et donc celle qu'il faut retrouver à l'issue du dépouillement de la campagne d'essai (qui n'est évidemment pas connue dans la réalité, avant la réalisation de la campagne). Les différentes méthodes de dépouillement sont alors illustrées avec cette campagne d'essai. Il est à noter que les différentes méthodes n'utilisent pas forcément les mêmes indicateurs statistiques (*e.g.* certaines n'ont pas de censure), et n'ont donc pas les mêmes hypothèses de départ.

Table I.3 – *Campagne d'essai simulée pour illustrer les différentes méthodes de dépouillement - 30 éprouvettes sur 5 niveaux de contrainte*

	Niveau d'essai	**Numéro d'éprouvette**	**Tirage** Limite d'endurance σ_{D_i}	**Résultat d'essai** Rupture (X) ou Survie (O)
Niveau 1	$\mathbf{\Sigma_0 = 0,94}$	Éprouvette 1	1,003	O
		Éprouvette 2	0,885	X
		Éprouvette 3	1,038	O
		Éprouvette 4	0,980	O
		Éprouvette 5	1,041	O
		Éprouvette 6	0,965	O
Niveau 2	$\mathbf{\Sigma_0 = 0,97}$	Éprouvette 7	1,009	O
		Éprouvette 8	1,057	O
		Éprouvette 9	0,899	X
		Éprouvette 10	0,904	X
		Éprouvette 11	0,869	X
		Éprouvette 12	1,020	O
Niveau 3	$\mathbf{\Sigma_0 = 1,00}$	Éprouvette 13	1,011	O
		Éprouvette 14	0,932	X
		Éprouvette 15	1,034	O
		Éprouvette 16	1,013	O
		Éprouvette 17	0,914	X
		Éprouvette 18	0,913	X
Niveau 4	$\mathbf{\Sigma_0 = 1.03}$	Éprouvette 19	0,940	X
		Éprouvette 20	1,033	O
		Éprouvette 21	0,924	X
		Éprouvette 22	0,963	X
		Éprouvette 23	0,964	X
		Éprouvette 24	0,929	X
Niveau 5	$\mathbf{\Sigma_0 = 1.06}$	Éprouvette 25	1,042	X
		Éprouvette 26	1,022	X
		Éprouvette 27	1,026	X
		Éprouvette 28	1,017	X
		Éprouvette 29	1,002	X
		Éprouvette 30	0,978	X

- **Fréquence cumulée :**

Le calcul de la probabilité de rupture empirique peut s'obtenir facilement à partir de la fréquence cumulée. Pour les n observations x_i rangées, la probabilité de rupture est obtenue simplement par

$$F_i(x_i) = \frac{i}{n}. \tag{I.4}$$

Il s'agit de la formule des modes, et qui est d'autant plus précise que les tailles d'échantillons sont grands (généralement $n \geq 50$). Pour des petits échantillons, il existe des corrections pour mieux déterminer la fréquence cumulée. Pour $20 \leq n \leq 50$, la formule des rangs moyens est généralement utilisée

$$F_i(x_i) = \frac{i}{n+1}. \tag{I.5}$$

Dans le cas d'échantillons encore plus petits ($n \leq 20$), la formule des rangs médians est utilisée

$$F_i(x_i) = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}. \tag{I.6}$$

Il est nécessaire de connaître l'ensemble des observations x_i (donc de calculer les σ_{D_i}), et aucune censure ne peut être prise en compte.

Les probabilités de rupture de la campagne d'essai simulée sur les 30 éprouvettes (donc avec la formule des rangs moyens) sont présentées (Table I.4). Il est à noter que pour l'exemple, les contraintes admissibles (assimilées aux limites d'endurance) des éprouvettes non rompues sont considérées, ce qui n'est pas possible dans la réalité (car justement l'éprouvette n'a pas rompu).

- **Estimateur de Johnson :**

L'estimateur de Johnson [Johnson, 1964] est une méthode de correction de rang pour prendre en compte les censures à droite (survie des éprouvettes), et se base sur la formule des rangs médians (équation I.6). Les éprouvettes rompues sont donc classées par contraintes admissibles (assimilé à σ_{D_i} ici), et pour chacune d'entre elles, une probabilité de rupture est déterminée. La probabilité est déterminée par

$$P_{F_i}(\sigma_{D_i}) = \frac{rg_i - 0,3}{n + 0,4}, \tag{I.7}$$

avec rg_i le rang corrigé de l'éprouvette rompue i et n le nombre total d'éprouvettes de l'échantillon. Le rang est calculé par une loi incrémentale $rg_i = rg_{i-1} + A_i$ avec $rg_0 = 0$ et A_i la correction du rang définie par

$$A_i = \frac{n + 1 - rg_{i-1}}{1 + c_i}. \tag{I.8}$$

Dans cette expression, c_i correspond au nombre d'éprouvettes ayant une limite d'endurance à N_{ref} cycles supérieure à l'éprouvette i (celle-ci étant comptée), les éprouvettes censurées sont donc inclues dans c_i. S'il n'y a pas de censure à droite, et que donc l'ensemble des éprouvettes sont rompues dans l'échantillon considéré, alors $rg_i = i$, et il s'agit exactement de la formule des rangs médians (équation I.6).

Pour illustrer cette méthode, la campagne d'essais simulée est analysée avec des censures à droite pour les éprouvettes non rompues (Table I.4). Le rang est alors corrigé à partir des observations de survies d'éprouvettes. Il est alors à noter que le calcul de c_i intervient nécessairement pour les observations empiriques (*e.g.* l'Éprouvette 1 est censurée à $\Sigma_{0_i} = 0,94$ alors que sa limite d'endurance est $\sigma_{D_i} = 1,003$, elle modifie cependant le c_i au niveau d'amplitude, $\Sigma_{0_i} = 0,94$ car il s'agit du niveau d'essai où la survie est intervenue).

- **Correction de rang par niveaux :**

La dernière méthode présentée est basée sur une correction du rang par niveaux de chargement Σ_{0_i}. Les principes de base de cette méthode sont qu'une éprouvette ayant rompu avant N_{ref} cycles à une amplitude de contrainte donnée, aurait également rompu lors d'un essai à une contrainte plus élevée. De la même manière, une éprouvette non rompue à N_{ref} cycles à une amplitude de contrainte donnée n'aurait également pas rompu à une amplitude de contrainte plus faible. Pour calculer la probabilité de rupture pour un niveau de chargement, deux domaines X_i et Y_i sont définis pour comptabiliser les éprouvettes (Figure I.11a).

La probabilité de rupture au niveau Σ_{0_i} est alors calculée par

$$P_{F_i}(\Sigma_{0_i}) = \frac{X_i}{X_i + Y_i}, \tag{I.9}$$

avec les deux domaines X_i, représentant le nombre d'éprouvettes rompues pour $\Sigma_0 \leq \Sigma_{0_i}$, et Y_i, représentant le nombre d'éprouvettes non rompues pour $\Sigma_0 \geq \Sigma_{0_i}$.

Table I.4 – *Illustration de la détermination des probabilités de rupture empiriques P_{F_i} à partir de la campagne d'essais simulée - Fréquence cumulée et Estimateur de Johnson*

Analyse des 30 éprouvettes issues d'un tirage aléatoire (Weibull avec $\boldsymbol{x_{med} = 1,00}$ et $\boldsymbol{C_v = 0,050}$)

Fréquence cumulée [1]				**Estimateur de Johnson**					
Indicateur		i	P_{F_i}	Indicateur		c_i	A_i	rg_i	P_{F_i}
Éprouvette 11	$\sigma_{D_i} = 0,869$	1	0,032	Éprouvette 11	$\sigma_{D_i} = 0,869$	30	1	1	0,023
Éprouvette 2	$\sigma_{D_i} = 0,885$	2	0,065	Éprouvette 2	$\sigma_{D_i} = 0,885$	29	1	2	0,056
Éprouvette 9	$\sigma_{D_i} = 0,899$	3	0,097	Éprouvette 9	$\sigma_{D_i} = 0,899$	28	1	3	0,089
Éprouvette 10	$\sigma_{D_i} = 0,904$	4	0,129	Éprouvette 10	$\sigma_{D_i} = 0,904$	27	1	4	0,122
Éprouvette 18	$\sigma_{D_i} = 0,913$	5	0,161	Éprouvette 18	$\sigma_{D_i} = 0,913$	26	1	5	0,155
Éprouvette 17	$\sigma_{D_i} = 0,914$	6	0,194	Éprouvette 17	$\sigma_{D_i} = 0,914$	25	1	6	0,188
Éprouvette 21	$\sigma_{D_i} = 0,924$	7	0,226	Éprouvette 21	$\sigma_{D_i} = 0,924$	24	1	7	0,220
Éprouvette 24	$\sigma_{D_i} = 0,929$	8	0,258	Éprouvette 24	$\sigma_{D_i} = 0,929$	23	1	8	0,253
Éprouvette 14	$\sigma_{D_i} = 0,932$	9	0,290	Éprouvette 14	$\sigma_{D_i} = 0,932$	22	1	9	0,286
Éprouvette 19	$\sigma_{D_i} = 0,940$	10	0,323	Éprouvette 1	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,94}$**				
Éprouvette 22	$\sigma_{D_i} = 0,963$	11	0,355	Éprouvette 3	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,94}$**				
Éprouvette 23	$\sigma_{D_i} = 0,964$	12	0,387	Éprouvette 4	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,94}$**				
Éprouvette 6	$\sigma_{D_i} = 0,965$	13	0,419	Éprouvette 5	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,94}$**				
Éprouvette 30	$\sigma_{D_i} = 0,978$	14	0,452	Éprouvette 6	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,94}$**				
Éprouvette 4	$\sigma_{D_i} = 0,980$	15	0,484	Éprouvette 19	$\sigma_{D_i} = 0,940$	16	1,29	10,29	0,329
Éprouvette 29	$\sigma_{D_i} = 1,002$	16	0,516	Éprouvette 22	$\sigma_{D_i} = 0,963$	15	1,29	11,59	0,371
Éprouvette 1	$\sigma_{D_i} = 1,003$	17	0,548	Éprouvette 23	$\sigma_{D_i} = 0,964$	14	1,29	12,88	0,414
Éprouvette 7	$\sigma_{D_i} = 1,009$	18	0,581	Éprouvette 7	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,97}$**				
Éprouvette 13	$\sigma_{D_i} = 1,011$	19	0,613	Éprouvette 8	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,97}$**				
Éprouvette 16	$\sigma_{D_i} = 1,013$	20	0,645	Éprouvette 12	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 0,97}$**				
Éprouvette 28	$\sigma_{D_i} = 1,017$	21	0,677	Éprouvette 30	$\sigma_{D_i} = 0,978$	10	1,65	14,53	0,468
Éprouvette 12	$\sigma_{D_i} = 1,020$	22	0,710	Éprouvette 13	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 1,00}$**				
Éprouvette 26	$\sigma_{D_i} = 1,022$	23	0,742	Éprouvette 15	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 1,00}$**				
Éprouvette 27	$\sigma_{D_i} = 1,026$	23	0,774	Éprouvette 16	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 1,00}$**				
Éprouvette 20	$\sigma_{D_i} = 1,033$	25	0,806	Éprouvette 29	$\sigma_{D_i} = 1,002$	6	2,35	16,88	0,545
Éprouvette 15	$\sigma_{D_i} = 1,034$	26	0,839	Éprouvette 28	$\sigma_{D_i} = 1,017$	5	2,35	19,24	0,623
Éprouvette 3	$\sigma_{D_i} = 1,038$	27	0,871	Éprouvette 26	$\sigma_{D_i} = 1,022$	4	2,35	21,59	0,700
Éprouvette 5	$\sigma_{D_i} = 1,041$	28	0,903	Éprouvette 27	$\sigma_{D_i} = 1,026$	3	2,35	23,94	0,778
Éprouvette 25	$\sigma_{D_i} = 1,042$	29	0,935	Éprouvette 20	**Cens. $\boldsymbol{\Sigma_{0_i} = 1,03}$**				
Éprouvette 8	$\sigma_{D_i} = 1,057$	30	0,968	Éprouvette 25	$\sigma_{D_i} = 1,042$	1	3,53	27,47	0,894

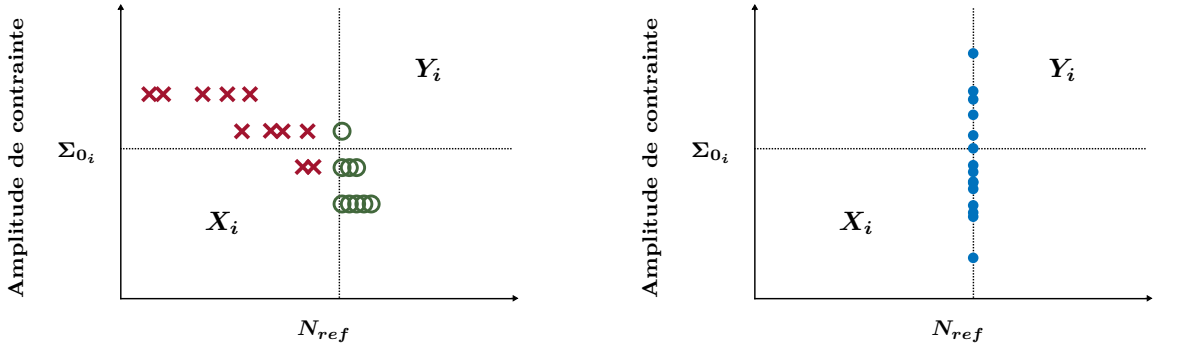
1. Les éprouvettes non rompues ont comme indicateur une contrainte admissible (assimilée ici à leur limite d'endurance), ce qui n'est pas possible en réalité. Il s'agit d'une illustration, qui n'est donc pas directement comparable à l'estimateur de Johnson (ce n'est pas les mêmes indicateurs, donc pas les mêmes hypothèses).

Table I.5 – *Illustration de la détermination des probabilités de rupture empiriques P_{F_i} à partir de la campagne d'essais simulée - Correction de rang par niveaux*

Analyse des 30 éprouvettes issues d'un tirage aléatoire (Weibull avec $\boldsymbol{x_{med} = 1,00}$ et $\boldsymbol{C_v = 0,050}$)

Correction de rang par niveaux			
Niveau d'essai	Domaine X_i	Domaine Y_i	Probabilité P_{F_i}
$\Sigma_{0_i} = 0,94$	1	12	0,071
$\Sigma_{0_i} = 0,97$	4	7	0,364
$\Sigma_{0_i} = 1,00$	7	4	0,636
$\Sigma_{0_i} = 1,03$	11	1	0,917
$\Sigma_{0_i} = 1,06$	18	0	1,00

La campagne d'essai de fatigue simulée est analysée avec cette méthode (Table I.5). L'interprétation des censures avec cette méthode est délicate, cela correspondrait à de la censure à droite pour les éprouvettes non rompues et de la censure à gauche pour les éprouvettes rompues. Dans l'illustration, les contraintes admissibles ne sont pas prises en compte, seules les observations empiriques (*i.e.* rupture ou survie) sont considérées pour l'ensemble des niveaux d'essais.



(a) *Cas général avec censures* **(b)** *Cas particulier avec calcul des contraintes admissibles*

Figure I.11 – *Représentation schématique de la méthode de correction de rang par niveaux*

Les différentes censures (au moins à droite et à gauche) sont donc comptabilisées avec la correction du rang. Si l'ensemble des éprouvettes sont rompues et que les contraintes admissibles sont calculées, alors les différents niveaux considérés sont $\Sigma_{0_i} = \sigma_{D_i}$, et la probabilité de rupture est

$$P_{F_i}(\sigma_{D_i}) = \frac{i}{n+1}, \tag{I.10}$$

donc le calcul de la fréquence cumulée à partir de la formule des rangs moyens (équation I.5) ; l'éprouvette i étant comptabilisée dans les deux domaines X_i et Y_i (Figure I.11b).

Les probabilités empiriques déterminées par ces trois méthodes sont illustrées et comparées à la fonction de répartition de la loi utilisée pour réaliser le tirage aléatoire des limites d'endurance des éprouvettes de la campagne d'essais simulée (Figure I.12). Pour rappel, il est délicat de comparer directement les différentes valeurs, les indicateurs statistiques (*i.e.* contraintes admissibles et censures) ne sont pas les mêmes, et donc les hypothèses de départ ne sont pas identiques.

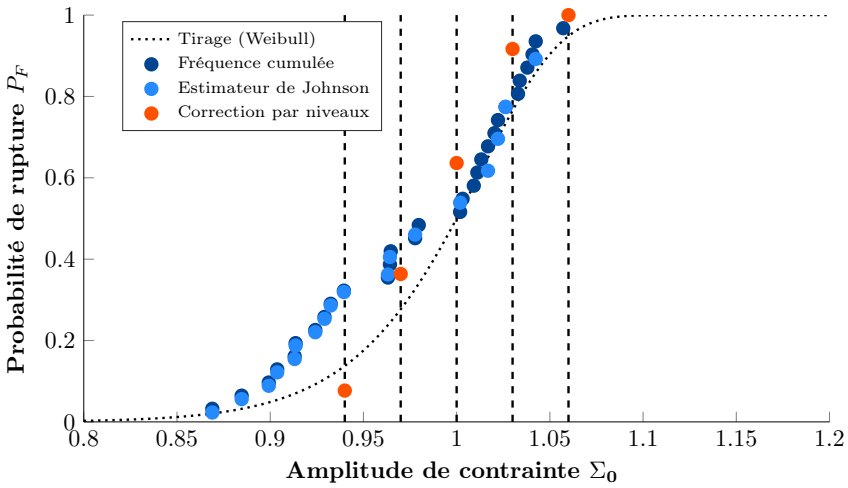


Figure I.12 – *Probabilités de rupture empiriques obtenues à partir des trois méthodes d'analyse de la campagne d'essais simulée (Table I.3)*

À partir de ces probabilités de rupture empiriques, il est possible de déterminer les propriétés en fatigue. La méthode d'ajustement graphique est présentée dans le point suivant.

c) Estimateurs statistiques pour la détermination des propriétés en fatigue

Un estimateur statistique permet d'identifier les paramètres d'une distribution à partir d'observations empiriques. L'objectif est alors de faire coïncider les valeurs théoriques de la loi de distribution choisie (ou identifiée) aux valeurs empiriques.

- **Méthode des moments :**

Il s'agit de la méthode la plus intuitive, en calculant des moments empiriques pour identifier les paramètres de la distribution. Par exemple pour un échantillon de n observations x_i, la valeur moyenne $\bar{x}$ correspond au moment d'ordre 1, soit

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{I.11}$$

L'écart-type $\bar{\bar{x}}$ correspond alors à la racine carrée du moment centré d'ordre 2, soit

$$\bar{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \tag{I.12}$$

Pour l'identification de plus de paramètres, ou pour des identifications sur différents critères, d'autres moments peuvent être utilisés. Par exemple, le coefficient d'asymétrie γ_1 correspond au moment centré réduit d'ordre 3 ou encore, le kurtosis non normalisé β_2 (coefficient d'aplatissement) correspond au moment centré réduit d'ordre 4. Cette méthode nécessite donc de connaître les réalisations empiriques x_i, et aucune censure de données n'est possible. Dans le cas du traitement d'essais de fatigue, elle est la plus naturelle lorsque l'ensemble de l'échantillon est connu, soit les contraintes admissibles σ_{D_i} calculées.

Pour la campagne d'essai simulée servant d'illustration, les valeurs des limites d'endurance σ_{D_i} sont directement analysées (même pour les éprouvettes non rompue) pour obtenir la valeur moyenne empirique et l'écart-type empirique. Une loi de Weibull est ensuite identifiée à partir de ces deux valeurs (Table I.6).

Table I.6 – *Illustration du dépouillement avec la méthode des moments pour la campagne d'essais simulée*

Analyse des 30 éprouvettes issues d'un tirage aléatoire (Weibull avec $\boldsymbol{x_{med} = 1,00}$ et $\boldsymbol{C_v = 0,050}$)

Moments empiriques		**Identification de la loi de Weibull associée**			
Moyenne	Écart-type	Paramètre d'échelle	Paramètre de forme	Médiane	Coeff. de variation
$\bar{x}$	$\bar{\bar{x}}$	α	β	$\boldsymbol{x_{med}}$	$\boldsymbol{C_v}$
0,978	0,0545	1,002	22,3	**0,985**	**0,0558**

- **Méthodes d'ajustement graphique :**

Ces méthodes se basent sur l'identification des paramètres à partir de probabilités empiriques calculées. Ainsi, il y a deux étapes avec tout d'abord une estimation des probabilités empiriques (à partir de différentes méthodes présentées au point précédent), puis une identification des paramètres de la distribution par une étape d'ajustement graphique (souvent une régression linéaire). De la même manière que pour la méthode des moments, il s'agit ici d'identifier les paramètres d'une loi de distribution en faisant coïncider les valeurs théoriques et empiriques.

La base de cette méthode repose alors sur la construction de diagrammes de type Quantile-Quantile, et donc de réaliser une transformation des données empiriques (x_i, P_{Fi}). Si ces données représentent une droite dans le diagramme correspondant, alors elles suivent cette loi de probabilité, et les paramètres de la distribution peuvent être déterminés à partir d'une régression linéaire.

Dans le cas de la loi normale, cette méthode correspond à la méthode de la droite de Henry [Galtier *et al.*, 2019]. Il s'agit d'un test courant de normalité et permet l'identification de la moyenne et de l'écart-type (pour une distribution suivant une loi normale).

Pour une distribution de Weibull, la droite définie par

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P_{Fi}}\right)\right) = \beta(\ln x_i - \ln\alpha) \tag{I.13}$$

permet d'identifier les paramètres α et β. Il s'agit simplement d'une linéarisation de la fonction de répartition.

Les indicateurs statistiques sont donc ceux utilisés pour la détermination des probabilités de rupture empiriques. Des censures à droite et à gauche sont donc possibles, suivant la méthode utilisée. Ces deux méthodes sont mises en œuvre à partir des probabilités de rupture précédemment déterminées sur les résultats de la campagne d'essais simulée (Figure I.13). La distribution utilisée pour le tirage est également représentée.

La droite de Henry est également un test de normalité. Si les probabilités empiriques sont alignées dans le diagramme (Figure I.13a), alors les observations empiriques suivent une loi normale. Le tirage a été effectué à partir d'une loi de Weibull, et forcément, ne représente pas une droite dans ce diagramme. Du fait des méthodes utilisées et donc du peu d'information obtenue (peu d'éprouvettes, censures...), il est délicat de dire si les probabilités empiriques suivent ou non une loi normale [1]. Les valeurs obtenues à partir des régressions linéaires sont présentées (Table I.7) et restent proche des caractéristiques de la distribution ayant servie au tirage (la loi de Weibull est quasi-symétrique et donc proche d'une loi normale par certains aspects). De la même manière, les probabilités empiriques déterminées précédemment à partir de la campagne d'essais simulée sont représentées pour identifier par régression linéaire les paramètres des distributions de Weibull (Figure I.13b). Les valeurs obtenues sont rassemblées et comparées à la distribution initiale ayant servi au tirage (Table I.7).

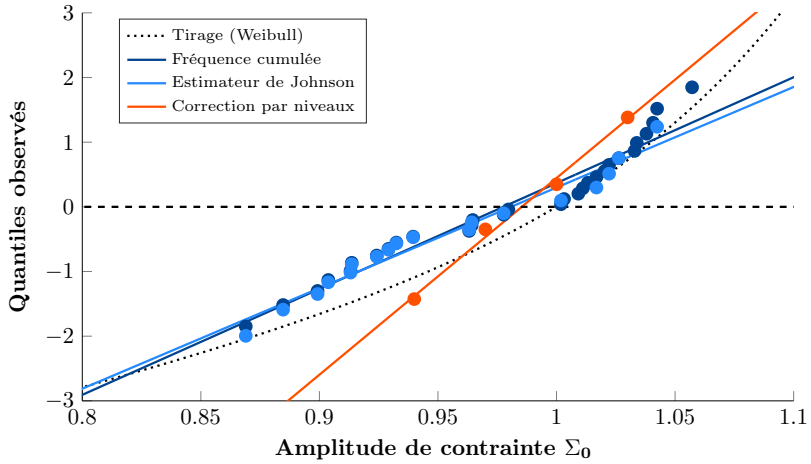
Il est à noter que pour la méthode de correction de rang par niveaux, l'identification ne peut se faire sur le dernier niveau d'essai ($\Sigma_{0,i} = 1,06$), car la probabilité de rupture observée est de $P_F = 1$. Les fonctions de répartition de Weibull obtenues à partir de la méthode de régression linéaire sont alors comparées à la distribution ayant servi au tirage et aux probabilités de rupture empiriques de l'identification (Figure I.14).

Table I.7 – *Valeurs obtenues pour les propriétés en fatigue à partir des méthodes d'ajustement graphique*

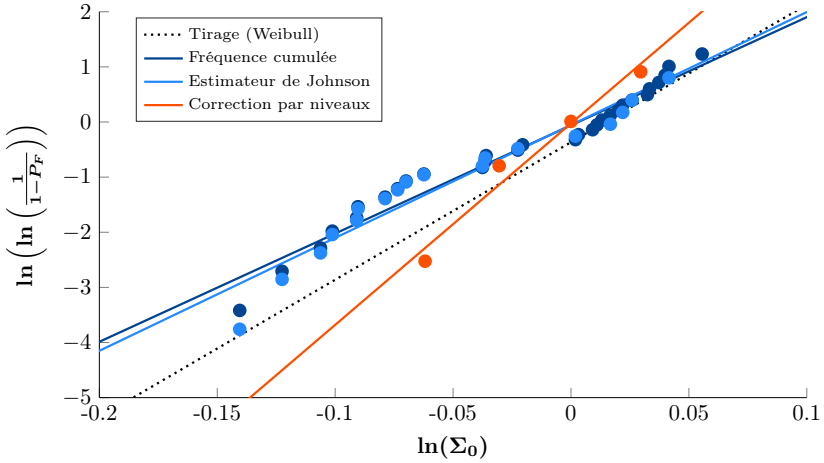
Analyse des 30 éprouvettes issues d'un tirage aléatoire (Weibull avec $\boldsymbol{x_{med} = 1,00}$ et $\boldsymbol{C_v = 0,050}$)

Probabilités de rupture empiriques	**Droites de Henry** (Figure I.13a)			**Régression linéaire (Weibull)** (Figure I.13b)					
	Espérance $\mu(= x_{med})$	Écart-type σ	C_v	α	β	Moyenne $\bar{x}$	Écart-type $\bar{\bar{x}}$	$\boldsymbol{x_{med}}$	$\boldsymbol{C_v}$
Fréqu. cumulée	0,978	0,0611	0,0625	1,003	19,6	0,976	0,0616	**0,985**	**0,0631**
Est. de Johnson	0,981	0,0643	0,0656	1,003	20,5	0,977	0,591	**0,985**	**0,0606**
Cor. par niveaux	0,9854	0,0329	0,0334	1,001	36,5	0,986	0,0339	**0,991**	**0,0344**

1. Dans ce cas, non, car issues de la simulation à partir d'une loi de distribution de Weibull.



(a) *Droite de Henry (test de normalité)*



(b) *Régression linéaire pour l'identification des lois de Weibull (Équation I.13)*

Figure I.13 – *Méthodes d'ajustement graphique sur les probabilités de ruptures obtenues lors de l'analyse de la campagne d'essais simulée - Droite de Henry et Régression linéaire pour l'identification de la loi de Weibull*

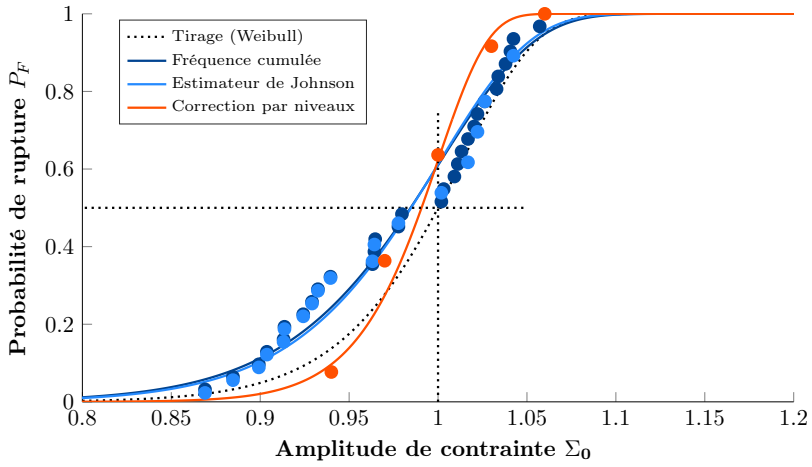


Figure I.14 – *Représentation des fonctions de répartitions obtenues à partir de l'analyse des probabilités de rupture empiriques avec la méthode de régression linéaire pour l'identification d'une loi de Weibull*

- **Méthode du maximum de vraisemblance :**

Enfin, la méthode du maximum de vraisemblance [Le Cam, 1990, Sudret, 2009] permet d'inférer les paramètres de la loi de probabilité à partir d'un échantillon, pris dans son ensemble. Ainsi les différentes observations empiriques sont paramétrées avec les valeurs recherchées pour construire une fonction de vraisemblance.

La probabilité associée à l'observation x_i s'exprime en fonction de la densité de probabilité de la distribution considérée. Dans le cas d'un échantillon de n observations de σ_{D_i}, avec une distribution de Weibull paramétrée par $(\alpha;\beta)$, la fonction de vraisemblance est

$$L(\alpha,\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(\sigma_{D_i},\alpha,\beta). \tag{I.14}$$

Elle représente alors le produit de l'ensemble des probabilités observées. Il suffit alors de déterminer les paramètres de la distribution pour lesquels cette fonction est maximisée pour obtenir la distribution la plus vraisemblable, *i.e.* à partir de laquelle l'échantillon de départ est le plus probable d'être extrait. En somme, ce qui s'est produit empiriquement était ce qui était le plus probable de se passer théoriquement.

Cette méthode permet de prendre en compte facilement les différents types de censures, à partir de la fonction de répartition paramétrée par les valeurs recherchées. En effet, si une éprouvette est non-rompue à N_{ref} cycles pour une amplitude de contrainte Σ_{0_i}, la probabilité de cette observation $(\sigma_{D_i} \geq \Sigma_{0_i})$ correspond alors à

$$P_i(\sigma_{D_i} \geq \Sigma_{0_i}) = 1 - F(\Sigma_{0_i},\alpha,\beta). \tag{I.15}$$

Il s'agit d'une censure à droite (Figure I.8). De la même manière, pour une éprouvette rompue où une censure à gauche est appliquée (Figure I.9), la probabilité de l'observation empirique est paramétrée par

$$P_i(\sigma_{D_i} \leq \Sigma_{0_i}) = F(\Sigma_{0_i},\alpha,\beta). \tag{I.16}$$

La censure par intervalle est généralement utilisée dans le cas d'observations de défaillances dans le temps (si pour deux temps différents la défaillance n'est pas constatée, puis observée par la suite) [Flygare *et al.*, 1985, Gómez *et al.*, 2004, Guure *et al.*, 2013]. Pour des essais de fatigue, cette censure par intervalle est rarement utilisée, car elle n'est pas si facilement applicable (amplitudes de chargement différentes) et nécessite donc certaines hypothèses sur le cumul de dommage entre les niveaux de chargement (Figure I.10). Ainsi, la probabilité de l'observation empirique de cette censure est

$$P_i(\Sigma_{0_i} - p \leq \sigma_{D_i} \leq \Sigma_{0_i}) = F(\Sigma_{0_i},\alpha,\beta) - F(\Sigma_{0_i} - p,\alpha,\beta), \tag{I.17}$$

pour une éprouvette rechargée ayant rompu au niveau Σ_{0_i}.

Cet estimateur statistique est donc le plus direct, avec des censures clairement prises en compte, et pour lequel les observations empiriques sont paramétrées.

Pour illustrer, cette méthode est mise en œuvre pour le dépouillement de la campagne d'essais simulée, avec trois considérations différentes sur les indicateurs statistiques. Les valeurs obtenues avec les analyses sont présentées et comparées à la distribution initiale ayant servi au tirage (Table I.8). Les fonctions de répartitions obtenues sont également représentées (Figure I.15). Elles représentent alors également les probabilités de rupture empiriques, déterminées à partir de l'ensemble de l'échantillon et des hypothèses de départ (qui ont été paramétrées et identifiées en maximisant la vraisemblance).

Table I.8 – *Valeurs obtenues pour les propriétés en fatigue à partir de la méthode du maximum de vraisemblance avec différents indicateurs statistiques (donc différentes hypothèses)*

Analyse des 30 éprouvettes issues d'un tirage aléatoire (Weibull avec $\boldsymbol{x_{med} = 1,00}$ et $\boldsymbol{C_v = 0,050}$)

Indicateurs		**Maximum de vraisemblance**					
Éprouvette rompue	Éprouvette non-rompue	α	β	$\bar{x}$	$\bar{\bar{x}}$	$\boldsymbol{x_{med}}$	$\boldsymbol{C_v}$
Contraintes admissibles $\boldsymbol{\sigma_{D_i}}$		1,002	22,7	0,978	0,0537	**0,986**	**0,0549**
Contraintes admissibles $\boldsymbol{\sigma_{D_i}}$	**Censures à droite $\boldsymbol{\Sigma_{0_i}}$**	1,003	20,7	0,977	0,585	**0,985**	**0,0599**
Censures à gauche $\boldsymbol{\Sigma_{0_i}}$	**Censures à droite $\boldsymbol{\Sigma_{0_i}}$**	1,002	24,1	0,980	0,506	**0,987**	**0,0517**

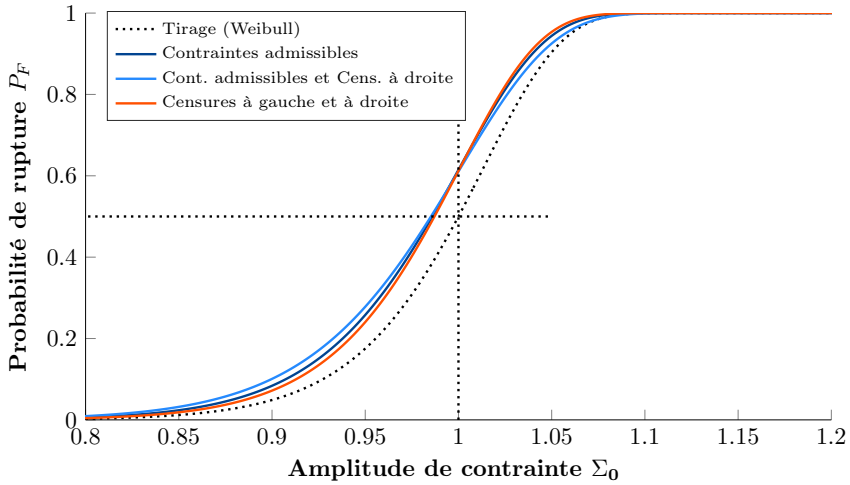


Figure I.15 – *Représentation des fonctions de répartitions obtenues à partir de l'analyse des probabilités de rupture empiriques avec la méthode du maximum de vraisemblance pour l'identification d'une loi de Weibull*

Il est à noter que dans ce cas précis, la troisième méthode, avec uniquement des censures, semble donner de meilleurs résultats ; dans le sens ou la limite d'endurance médiane et le coefficient de variation sont légèrement plus proches des valeurs de la distribution initiale (normalement inconnue). Cependant, il s'agit bien de la méthode avec le moins d'information au départ. La distribution la plus vraisemblable à partir de l'échantillon considéré est bien celle obtenue avec la première méthode (et donc le maximum d'information extrait de l'échantillon). Les résultats dépendent fortement de l'échantillon de départ, qui n'est pas forcément très représentatif de la distribution initiale (*e.g.* lors du tirage de peu d'éprouvettes, les queues de distribution sont peu représentées).

Ces méthodes donnent des résultats différents pour l'analyse d'une même campagne d'essais. Il est délicat de les comparer directement, car elles n'utilisent pas toutes les mêmes indicateurs statistiques et donc pas les mêmes hypothèses de départ. Pour déterminer quelle procédure d'essai et de dépouillement est "la meilleure", il est nécessaire de réaliser de nombreuses simulations. Il s'agit d'un des objectifs de la deuxième partie de ce chapitre : d'évaluer statistiquement plusieurs procédures d'essais.

1.2.3 Établissement de courbes S-N probabilistes

D'autres méthodes se basent sur l'exploitation directe des points de fatigue (Σ_{0_i}, N_{r_i}), en intégrant directement la description des différentes distributions et de la courbe S-N dans la méthode du maximum de vraisemblance.

- **Logiciel ESOPE :**

Le logiciel ESOPE permet de représenter les courbes S-N-P intégralement, en décrivant la dispersion, que ça soit en contrainte ou en nombres de cycles à rupture. Les paramètres caractéristiques des modèles (Tableau I.1) de Wöhler, de Basquin, de Stromeyer (avec $b = 1$) et de Bastenaire (avec $B = 0$) peuvent être directement identifiés à partir d'un nuage de points représentant des essais de fatigue. De plus, des censures peuvent être prises en compte, pour mieux décrire les résultats expérimentaux. Les conditions d'utilisation de ce logiciel répondent à la norme ISO 12107, et son développement vient des travaux de Bastenaire [Bastenaire, 1960, Bastenaire, 1971]. Dans cette approche, une loi normale est considérée pour décrire la distribution des propriétés en fatigue (à N fixé), et la dispersion déterminée de cette loi normale est considérée identique pour l'ensemble du domaine d'identification. Les courbes S-N à différents quantiles sont alors des décalages verticaux de la courbe S-N médiane.

- **Approche GPPM :**

Cette approche se veut plus globale existe et se base sur les travaux de Guédé [Guédé, 2005], Perrin [Perrin, 2008], mais également de Pascual et Meeker [Pascual et Meeker, 1997, Pascual et Meeker, 1999]. GPPM est alors l'acronyme de ses quatre auteurs. Cette méthode propose de nombreuses évolutions par rapport à la méthode ESOPE, avec entre autres :

- Les distributions sur les nombres de cycles à contrainte fixée sont exprimées (généralement par une loi log-normale). En effet il s'agit bien de la variable aléatoire expérimentalement.
- Les moyennes des distributions aléatoires sur N suivent un modèle de Stromeyer. Les écarts-types des distributions dépendent du niveau de contrainte.
- La limite d'endurance (du modèle de Stromeyer) est une variable aléatoire, différente et bien sûr inconnue pour chaque éprouvette. Il s'agit alors d'un véritable paramètre matériau, représenté par une distribution. L'identification de la limite d'endurance se fait alors à l'aide de l'expression de probabilités conditionnelles, qui sont directement prises en compte dans la méthode du maximum de vraisemblance.

Différentes hypothèses sont formulées et doivent être vérifiées. De plus, l'identification du modèle se fait étape par étape pour minimiser les erreurs d'interprétation et rester au plus proche de la description de la nature probabiliste des essais de fatigue [Sudret, 2009].

L'utilisation de la méthode du maximum de vraisemblance permet de modéliser et de probabiliser de nombreux aspects de la fatigue. Pour améliorer les prévisions, certains auteurs intègrent des approches d'actualisation bayésiennes [Beaumont, 2013]. Ces inférences peuvent être directement prises en compte dans la méthode du maximum de vraisemblance. En effet, une distribution *a priori* peut par exemple être postulée (sur la base d'essais précédents ou par expérience), et des résultats d'essais vont alors actualiser cette information pour calculer une distribution dite *a posteriori*. De plus, les courbes S-N à plusieurs mécanismes de rupture (*e.g.* amorçages en interne ou en surface) peuvent être modélisées en utilisant des lois de mélange (pouvant être intégrées aux fonctions de vraisemblance) [Fouchereau, 2014].

Lors du traitement statistique des données de fatigue, il est souvent nécessaire de postuler la forme de la distribution représentant les propriétés en fatigue. En effet, le nombre d'éprouvettes est limité (avec en plus des censures) et donc il y a souvent trop peu d'information pour correctement l'identifier. Les formes les plus couramment utilisées sont la loi de Weibull à deux paramètres ou la loi normale, qui se ressemblent par de nombreux aspects (deux paramètres, symétrique ou quasi-symétrique...). De plus, d'autres hypothèses sont souvent formulées, comme sur la forme de la courbe S-N pour le calcul des contraintes admissibles.

1.3 Procédures d'essais pour la détermination des propriétés en fatigue (limite d'endurance et dispersion associée)

Afin d'optimiser le nombre d'éprouvettes pour la détermination de la limite d'endurance, des procédures d'essais et de dépouillements associées ont été développées. Ces méthodes permettent de traiter rapidement les données d'essais de fatigue et définissent, par exemple, des règles de succession d'éprouvettes.

Dans cette section, différentes procédures d'essais de la littérature sont présentées et servent à déterminer rapidement (*i.e.* avec un nombre limité d'éprouvettes) la limite d'endurance à N_{ref}. Ces procédures ont généralement des méthodes d'analyses associées, afin d'évaluer la limite d'endurance et parfois la dispersion associée (elles ne cherchent pas à déterminer la courbe S-N complète). Ces différentes méthodes sont alors analysées à partir des éléments présentés précédemment (estimateurs statistiques et indicateurs statistiques, et donc hypothèses réalisées).

1.3.1 Méthode Staircase

La méthode Staircase (ou méthode de l'escalier) est largement utilisée du fait de sa simplicité de mise en œuvre. Elle a été introduite et statistiquement analysée par Dixon et Mood [Dixon et Mood, 1948].

L'objectif est de solliciter une éprouvette à une certaine amplitude de contrainte jusqu'à un certain nombre de cycles N_{ref}. Si l'éprouvette n'a pas rompu, alors l'éprouvette suivante est sollicitée à une amplitude de contrainte augmentée d'un pas p de chargement. Inversement, si l'éprouvette a rompu avant N_{ref} cycles, le niveau de chargement de l'éprouvette suivante est diminué de ce pas p. Ainsi le niveau de chargement d'une éprouvette dépend du résultat de l'éprouvette précédent. Le but est alors d'utiliser plusieurs éprouvettes pour osciller autour de la limite d'endurance médiane à N_{ref} cycles.

Cette méthode se révèle efficace pour déterminer la limite d'endurance médiane avec de petits échantillons, mais l'estimation de l'écart-type nécessite des échantillons beaucoup plus grands.

- **Détermination de la limite d'endurance et de l'écart-type :**

La détermination des propriétés en fatigue se fait ensuite à l'aide des formules de Dixon-Mood [Dixon et Mood, 1948]. Ces formules sont basées sur la méthode du maximum de vraisemblance, avec uniquement des censures à droite et à gauche (observations de rupture ou de survie), dans le cadre d'une loi normale. Il s'agit alors d'approximations utiles permettant de déterminer avec des formules très simples la limite d'endurance moyenne, μ, et l'écart-type associé, σ. En pratique, l'événement le moins fréquent au cours de la série d'essais est retenu (rupture ou survie). En effet, l'événement le plus fréquent peut être dû à un mauvais choix de la contrainte initiale, trop éloignée de la limite d'endurance moyenne. Pour chaque niveau, le nombre N_i de réalisations de cet événement est déterminé et les niveaux sont numérotés en attribuant la valeur $i = 0$ au plus petit niveau pour lequel au moins un de l'événement retenu est observé. Les formules d'estimations de la médiane et de l'écart-type reposent sur le calcul des trois quantités suivantes

$$N = \sum_i N_i \quad ; \quad A = \sum_i i.N_i \quad ; \quad B = \sum_i i^2.N_i \tag{I.18}$$

où i désigne le numéro du niveau d'essai.

L'estimation de la moyenne/médiane est alors donnée par

$$\mu = \Sigma_{0,i=0} + p\left(\frac{A}{N} \pm \frac{1}{2}\right) \tag{I.19}$$

avec $-1/2$ si l'évènement le plus fréquent est la rupture, et $+1/2$ s'il s'agit de la survie.

L'écart-type est déterminé avec

$$\sigma = 1,62\ p\ \left(\frac{NB - A^2}{N^2} + 0,29\right), \tag{I.20}$$

si la condition

$$\frac{NB - A^2}{N^2} \geq 0,3 \tag{I.21}$$

est respectée. Ce qui est généralement le cas lorsque le nombre d'éprouvettes est suffisamment important et que le pas p du Staircase est du même ordre de grandeur que l'écart-type (évidemment inconnu avant la réalisation de l'essai).

En effet, Dixon et Mood ont proposé l'encadrement suivant [1] pour le choix du pas du Staircase

$$2 \geq \frac{p}{\sigma} \geq \frac{1}{2}. \tag{I.22}$$

Si la condition (équation I.21) n'est pas vérifiée, l'écart-type peut être déterminé par

$$\sigma = 0,53\ p. \tag{I.23}$$

Cette dernière relation est rarement utilisée, car elle ne dépend que du pas fixé par l'utilisateur, et pas de la réalisation du Staircase. Elle permet généralement de compenser le choix d'un pas trop grand, et donc l'obtention d'un Staircase avec peu de niveaux de chargement différents (qui mène alors au fait que la condition (I.21) ne soit pas vérifiée). Cependant lors de la réalisation d'un Staircase avec peu d'éprouvettes, le nombre de niveaux différents peut également être limité, bien que le pas choisi soit correct.

Pour l'exemple considéré (Tableau I.9), l'événement le moins fréquent est la rupture et les quantités pour l'utilisation des formules de Dixon-Mood sont $N = 7$, $A = 9$ et $B = 15$. Ce qui donne une limite d'endurance moyenne de $\mu = 574\ MPa$. Comme $\frac{NB-A^2}{N^2} = 0,49$, l'écart-type peut être évalué et $\sigma = 25\ MPa$ (qui est alors du même ordre de grandeur que le pas du Staircase).

Des questions se posent logiquement sur la fiabilité de l'estimation de cet écart-type avec seulement 15 éprouvettes. En effet, pour des faibles nombres d'éprouvettes, de nombreuses études montrent que l'estimation de l'écart-type présente une erreur systématique relativement importante (dépendant du nombre de l'échantillon et du rapport p/σ) [Brownlee *et al.*, 1953, Little, 1974]. Par exemple, Bastenaire et Regnier [Bastenaire et Regnier, 1983] quantifient ces erreurs par calculs (en utilisant directement le maximum de vraisemblance). Plus récemment, des études de simulation de Staircase ont permis de proposer des facteurs et des méthodes de correction en fonction du nombre d'éprouvettes pour minimiser ces erreurs [Svensson et de Maré, 1999, Rabb, 2003, Pollak *et al.*, 2006].

Table I.9 – *Exemple d'utilisation de la méthode Staircase pour un acier à hautes caractéristiques avec $R_m = 1120 MPa$ et un pas p de 30 MPa ("x"=rompue, "o"=non rompue). [Galtier* et al.*, 2019]*

Σ_0 [MPa]	Ordre des essais 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	i	N_i	iN_i	i^2N_i
610							x		x		x					2	3	6	12
580				x		o		o		o		x		x		1	3	3	3
550	x		o		o								o		o	0	1	0	0
520		o																	

1. Une borne supérieure de 1,5 est parfois conseillée [CIMAC, 2009]. Dans tous les cas il est préférable d'avoir $p \approx \sigma$.

- **Détermination des intervalles de confiance sur μ et σ :**

Selon Dixon et Mood [Dixon et Mood, 1948], les erreurs sur la moyenne μ et sur l'écart-type σ sont données par

$$\epsilon_\mu = \frac{\sigma\, G}{\sqrt{N}} \qquad \text{et} \qquad \epsilon_\sigma = \frac{\sigma\, H}{\sqrt{N}}, \tag{I.24}$$

où N représente le nombre d'événements retenus ($N = 7$ dans le Staircase d'illustration) et avec G et H sont des facteurs dépendant du rapport $\frac{p}{\sigma}$ (Figure I.16). L'écart-type n'est évidemment pas connu, et il est estimé par la formule I.20 (lorsque cela est possible). Les erreurs sont alors estimées à partir de cette valeur.

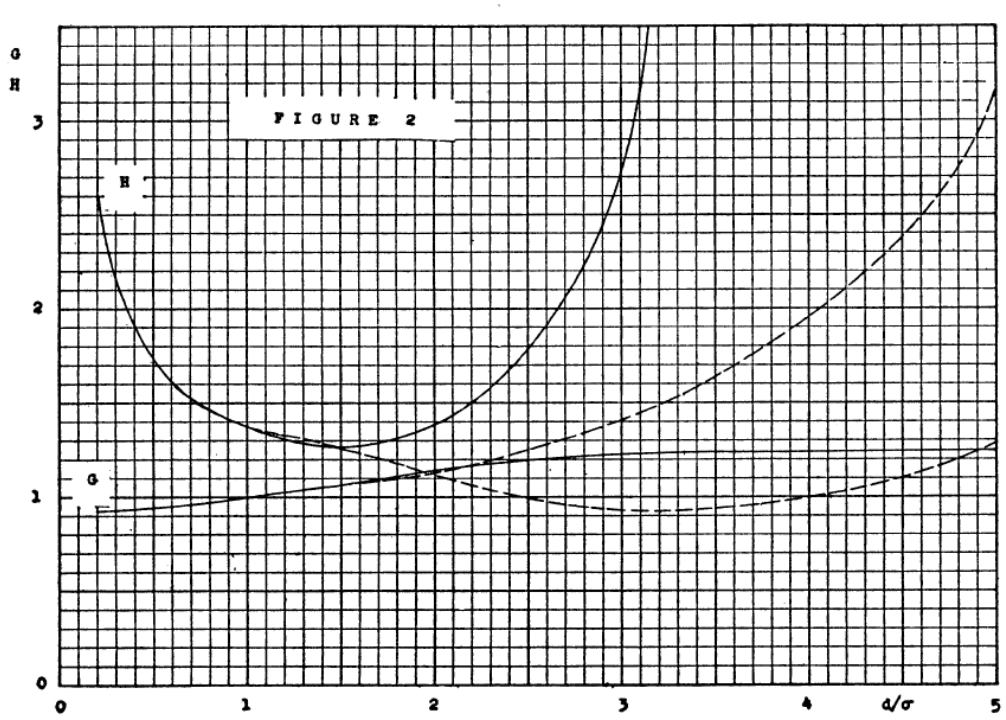


Figure I.16 – *Représentation des fonctions G et H pour le calcul des intervalles de confiance en fonction de d/σ (avec d le pas du Staircase et σ l'écart-type) [Dixon et Mood, 1948]*
Trait plein : μ est égal à un niveau du Staircase
Pointillé : μ se situe au milieu de deux niveaux du Staircase

Les intervalles de confiance bilatéraux pour un risque α fixé peuvent donc être estimés par

$$\mu \in [\mu - h_{\alpha/2}\,\epsilon_\mu \;;\; \mu + h_{\alpha/2}\,\epsilon_\mu] \qquad \text{et} \qquad \sigma \in [\sigma - h_{\alpha/2}\,\epsilon_\sigma \;;\; \sigma + h_{\alpha/2}\,\epsilon_\sigma], \tag{I.25}$$

où h_α suit la loi de Student à (N-1) degrés de liberté.

Pour le Staircase d'illustration (Tableau I.9), le rapport du pas sur l'écart-type (évalué) est de $p/\sigma = 1,2$ soit $G \approx 1,02$ et $H \approx 1,3$. Les erreurs sont donc $\epsilon_\mu = 9,6 MPa$ et $\epsilon_\sigma = 12,3 MPa$.

Les intervalles de confiance bilatéraux à 95% (avec donc $\alpha = 0,05$ et $h_{\alpha/2} = 2,447$ d'après les tables de la loi de Student associé à $N - 1 = 6$ degrés de liberté) sont :

- pour la limite d'endurance moyenne : $\mu = 574 \pm 23,5\ MPa$;
- pour l'écart-type : $\sigma = 25 \pm 30,1\ MPa$.

Cet exemple montre bien que l'estimation de l'écart-type est peu fiable : le nombre d'éprouvettes n'est pas suffisant pour donner un résultat probant (l'intervalle de confiance sur l'écart-type est très large).

Cela s'explique par le fait que la méthode de Dixon-Mood n'utilise que des données censurées. De plus, la philosophie du Staircase est d'utiliser un nombre d'éprouvettes assez grand pour osciller autour de la limite d'endurance médiane. Ainsi, les queues de distributions sont rarement évaluées ; ce qui rend la détermination de l'écart-type délicate.

Dans la deuxième partie du chapitre, des essais Staircase sont simulés pour quantifier les incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue. La méthode de Dixon-Mood est également simulée, car elle sert de référence.

1.3.2 Méthode Locati

La méthode Locati [Locati, 1955] se base sur le concept du cumul de dommage linéaire [Palmgren, 1924, Miner, 1945]. L'objectif est de mener toutes les éprouvettes à rupture, et donc de calculer une contrainte admissible pour chaque éprouvette. À la différence du Staircase, aucune censure n'est appliquée. Cela permet donc de diminuer le nombre d'éprouvettes nécessaire pour la détermination des propriétés en fatigue. Cependant, des hypothèses sont nécessaires sur la forme de la courbe S-N (généralement un modèle de Basquin est utilisé) et sur la loi de cumul de dommage.

L'éprouvette est menée à rupture en réalisant des blocs de L cycles (avec $L < N_{ref}$). Si l'éprouvette n'a pas rompu après les L cycles, l'amplitude de chargement est augmentée d'un pas de contrainte λ. L'opération est répétée jusqu'à rupture de l'éprouvette (Figure I.17).

Ainsi, pour chaque éprouvette une contrainte admissible est calculée et est assimilée à la limite d'endurance de l'éprouvette à N_{ref} cycles.

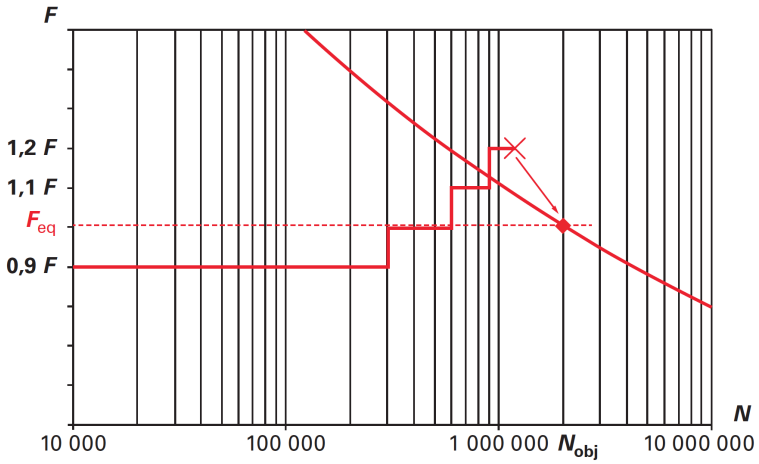


Figure I.17 – *Représentation graphique de la méthode de Locati - Paliers de $L_i = 300000$ cycles pour la détermination à $N_{ref} = 2.10^6$ cycles [Galtier* et al.*, 2019]*

Différentes procédures existent, mais généralement, le premier niveau de chargement de la i-ème éprouvette est définie à partir de la tenue moyenne σ_m des $(i-1)$ éprouvettes précédentes (moyenne de leurs contraintes admissibles) tel que

$$\Sigma_{0,i} = \sigma_m - 2\,\lambda. \tag{I.26}$$

La détermination est réalisée par la méthode des moments : la limite d'endurance moyenne est simplement la moyenne des limites d'endurance des n éprouvettes testées (équation I.11) et l'écart-type est déterminé avec la formule empirique (équation I.12).

Cette procédure a été simulée pour quantifier les incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue pour différentes loi de distributions et pour différents types de procédure [Beaumont, 2013]. Comme aucune censure n'est appliquée, les incertitudes sont plus faibles que pour la méthode Staircase, mais les résultats dépendent fortement des hypothèses réalisées pour le calcul de la contrainte admissible.

1.3.3 Autres méthodes moins classiques

De nombreuses méthodes et variantes ont été proposées dans la littérature pour optimiser l'identification des propriétés en fatigue. À part les méthodes de Staircase modifié (avec règles de succession différentes pour les éprouvettes ou avec un pas du Staircase variable et recalculé à chaque éprouvette), ces méthodes reposent en général sur le rechargement des éprouvettes jusqu'à rupture (à la manière d'un Locati).

- **Méthode par paliers :**

Cette méthode a été développée par Prot [Prot, 1937] et différentes études plus récentes ont montré son intérêt pour la détermination de limites d'endurance pour des grands nombres de cycles [Maxwell et Nicholas, 1999, Bellows *et al.*, 1999, Nicholas, 2002]. En règle générale, très peu d'éprouvettes sont utilisées par condition, et aucune dispersion associée n'est donc déterminée.

L'objectif est de solliciter une éprouvette et d'obtenir au moins une non-rupture à N_{ref}. L'éprouvette est ensuite rechargée à une amplitude plus élevée (généralement augmentée de 5%). L'éprouvette est rechargée jusqu'à rupture, et la limite d'endurance est déterminé avec les deux derniers paliers (le n-ième étant celui de la rupture, pour lequel l'éprouvette a réalisé N_r cycles) par une simple interpolation linéaire

$$\sigma_D = \Sigma_{0,i=n-1} + \frac{N_r}{N_{ref}}(\Sigma_{0,i=n} - \Sigma_{0,i=n-1}). \tag{I.27}$$

Bien que la méthode soit rapide, le calcul de la contrainte admissible ne repose pas sur des phénomènes physiques de rupture (il n'y a pas besoin de modéliser la courbe S-N, ni le cumul de dommage).

- **Méthode Staircase-Locati :**

Pour cette méthode, l'objectif est d'exploiter les éprouvettes non rompues d'un Staircase, en les rechargeant suivant un protocole Locati. Le rechargement se fait avec le même pas que le Staircase. Cependant pour optimiser le temps d'essais et limiter le nombre de cycles réalisés, les rechargements se font par blocs de L cycles (de la même manière que pour un Locati) [Beaumont, 2013].

L'intérêt d'un tel protocole est que le Staircase n'est pas affecté par le Locati, et donc qu'il est toujours possible d'appliquer les formules de Dixon-Mood.

En exploitant les éprouvettes rechargées, le dépouillement de ces essais se fait de la même manière que pour le Locati. Une contrainte admissible est donc déterminée pour chaque éprouvette, et la moyenne et l'écart-type empiriques peuvent être évalués. Il ne s'agit alors plus de la philosophie d'un Staircase, avec un dépouillement ne nécessitant pas ou peu d'hypothèses et avec uniquement des censures à droite et à gauche.

- **Staircase avec rechargement :**

Il existe peu d'exemples de Staircase avec recharge des éprouvettes, sans suivre de protocole Locati. La différence est que le nombre de cycles pour la recharge est celui recherché (à la manière de la méthode par paliers). Une procédure est présentée dans un rapport du Conseil International des Machines à Combustion [CIMAC, 2009]. Elle se base donc sur la recharge de toutes les éprouvettes jusqu'à rupture. Lorsqu'une rupture intervient, l'éprouvette suivante est testée à une amplitude de chargement diminuée de deux pas du Staircase. Cette procédure est utilisée pour s'assurer qu'il y ait un maximum d'éprouvettes rechargées et que l'événement le moins fréquent à l'issue du premier niveau de chargement soit la rupture.

D'après le rapport [CIMAC, 2009], les formules de Dixon-Mood peuvent être appliquées telles quelles. Cette méthode n'a pas été analysée statistiquement, et trop peu d'études (publiées) ont été réalisées à ce sujet pour pouvoir considérer et appliquer cette méthode. Il s'agit d'un des objectifs de la deuxième partie de ce chapitre.

1.3.4 Intérêts de la simulation d'essais de fatigue

Dans la deuxième partie de ce chapitre, différents protocoles d'essai sont analysés statistiquement à l'aide de la simulation d'essais de fatigue. Les deux objectifs principaux de cette étude sont :

- de quantifier les incertitudes sur la détermination du paramètre de dispersion en fonction des paramètres d'essais, comme le nombre d'éprouvettes, et des hypothèses réalisées lors du dépouillement (indicateurs statistiques) ;
- d'évaluer l'intérêt de la recharge d'éprouvettes et de la censure par intervalle (en fonction de différents paramètres comme le cumul d'endommagement).

D'une part, la quantification des incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue (et notamment du paramètre de dispersion) servira de référence pour la comparaison au travail présenté au Chapitre II, sur la robustesse de l'identification de ce paramètre par analyse de courbe d'auto-échauffement.

D'autre part, il est intéressant d'évaluer statistiquement la recharge des éprouvettes non-rompues car pour des raisons de coût et de disponibilité matière, cette méthode est de plus en plus utilisée, sans avoir été analysée statistiquement.

En effet, la recharge des éprouvettes permettrait potentiellement d'extraire plus d'information d'une seule éprouvette. Un des objectifs est alors d'évaluer statistiquement une procédure de Staircase avec rechargement de toutes les éprouvettes non rompues. L'intérêt d'un tel protocole est double :

- étant donné que le nombre de cycles par bloc est N_{ref}, des méthodes avec application de censures (et notamment la censure par intervalle) pourront être appliquées ;
- comme toutes les éprouvettes sont menées à rupture, il est également possible de déterminer une contrainte admissible pour chaque éprouvette, à la manière d'un Locati.

Un choix a été fait d'évaluer un protocole Staircase où l'amplitude de contrainte de l'éprouvette suivante n'est diminuée que d'un pas p (et pas deux comme proposé dans le rapport CIMAC [CIMAC, 2009]), pour diminuer le nombre de paliers avec non-rupture et donc limiter l'impact d'un éventuel cumul (tout en diminuant les temps d'essai en situation réelle).

Cependant, le travail de simulation mis en place permettrait d'évaluer n'importe quelle procédure. L'objectif est avant tout de proposer une méthode de dépouillement basée sur la censure (pour limiter les hypothèses nécessaires), mais également d'évaluer l'impact d'un cumul d'endommagement lors du rechargement des éprouvettes. Les très nombreuses simulations réalisées permettent alors de quantifier les incertitudes sur les propriétés en fatigue, et notamment sur le paramètre de dispersion.

2 Simulation d'essais de fatigue pour la quantification des incertitudes sur la détermination des propriétés en fatigue

Le traitement statistique des données de fatigue a été présenté dans la partie précédente. L'objectif d'une procédure d'essais de fatigue et de dépouillement associé est alors de déterminer les propriétés en fatigue à un certain nombre de cycles N_{ref}. Ces propriétés en fatigue sont représentées par une distribution. Il faut donc pouvoir caractériser cette distribution à partir d'un échantillon d'éprouvettes relativement réduit.

Cependant dans le cas de l'analyse de vraies données d'essais (*i.e* pas issues de simulation), il est délicat de déterminer quelle méthode d'essais et d'analyse donne les meilleurs résultats. En effet, lors de la réalisation d'essais de fatigue, les propriétés en fatigue du matériau ne sont évidemment pas connues à l'avance, et donc des questions se posent sur la validité des valeurs obtenues à l'issue d'un dépouillement. D'autant plus que suivant la méthode de dépouillement retenue, les valeurs peuvent être très différentes. Ainsi, l'objectif de cette deuxième partie de chapitre est d'évaluer statistiquement de nombreuses procédures d'essais et méthodes de dépouillement associées (en fonction des indicateurs choisis) par simulation d'essais. Les résultats de cette étude ont mené à une publication [Roué *et al.*, 2020].

La simulation d'essais de fatigue est alors intéressante pour quantifier les erreurs et incertitudes, car la distribution initiale est connue et cela permet de générer un très grand nombre d'éprouvettes. Dans cette partie, des études statistiques sont donc réalisées afin de quantifier les incertitudes sur les paramètres représentant la distribution de propriétés en fatigue en fonction de l'échantillon de départ (nombre d'éprouvettes et dispersion initiale) et des différents paramètres des procédures d'essais évaluées. La méthode Staircase, dite classique, sera d'abord évaluée pour avoir une référence. Un deuxième objectif est alors d'évaluer le potentiel apport de la recharge des éprouvettes et de proposer des méthodes de dépouillement (en les évaluant statistiquement). De plus, ces différents résultats serviront de référence pour la quantification de la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue à partir de simulations d'essais d'auto-échauffement (cf. Chapitre II).

Il existe de nombreux exemples dans la littérature de simulations d'essais de fatigue pour évaluer des procédures [Beaumont, 2013], mais aussi pour quantifier les biais présents avec de petits échantillons et les corriger [Svensson et de Maré, 1999, Pollak *et al.*, 2006]. Des études ont également été réalisées sur l'influence de l'estimateur statistique dans la prise en compte des censures à droite et à gauche lors du dépouillement de l'essai Staircase [Grove et Campean, 2008, Müller *et al.*, 2017]. L'influence du pas de chargement et de la contrainte initiale a également été évaluée par simulation [Wallin, 2011].

Ainsi dans un premier temps, le cadre de la simulation est présenté avec les nombreuses hypothèses nécessaires à la génération des éprouvettes et à la simulation des essais de fatigue. Ensuite, un cas idéal est étudié. Il s'agit d'un cas où le maximum d'information est extrait des éprouvettes, *i.e.* les limites de fatigue des éprouvettes sont parfaitement connues. Les incertitudes ne dépendent pas de la procédure (et donc des indicateurs choisis pour le dépouillement), mais uniquement de l'estimateur statistique et de la taille de l'échantillon (nombre d'éprouvettes). Il s'agit bien d'un cas idéal, pour lequel les incertitudes sont minimales (pas de censures). Le protocole d'essais Staircase classique est ensuite évalué avec les hypothèses et outils d'analyses choisies et correspond alors au cas de référence. Enfin, une procédure d'essais Staircase avec rechargement des éprouvettes est évaluée. La simulation des procédures a permis de déterminer des méthodes d'analyses et de les évaluer en fonction de différents paramètres. Enfin, une discussion est réalisée sur la détermination du paramètre de dispersion avec de tels essais.

2.1 Cadre de la simulation et du dépouillement

L'objectif de cette section est de présenter le cadre de la simulation, en exposant clairement les hypothèses et les choix réalisés. Ce cadre permet alors de générer des éprouvettes et de simuler des essais de fatigue en connaissant la distribution des propriétés en fatigue, qui doit alors être retrouvée avec l'analyse des essais.

2.1.1 Hypothèses

La première hypothèse concerne la représentation des propriétés en fatigue au nombre de cycles voulu. Un seul mécanisme de rupture est considéré pour une population d'éprouvettes identiques (même matériau, même lot matière, géométrie identique...). Ainsi les propriétés en fatigue de la population d'éprouvettes sont modélisées par une seule distribution. Afin de générer les éprouvettes, la forme de cette distribution doit être postulée. Dans cette étude, un modèle de Weibull à 2 paramètres est choisi.

L'objectif de la procédure d'essais et de dépouillement est de retrouver la distribution initiale ayant servi au tirage. Lors du dépouillement, la forme de la distribution doit également être postulée, et le modèle de Weibull à deux paramètres est choisi. En pratique pour le dépouillement d'essais réels, il est très difficile de déterminer la forme de la distribution. Il faudrait de très nombreux tests pour la déterminer parfaitement, et bien souvent, la forme de cette distribution doit être postulée (à partir de base de données et avec l'expérience sur les différents matériaux).

De plus, les essais de fatigue simulés sont considérés comme parfaits, *i.e.* la contrainte est parfaitement appliqué, il n'y a pas de bruit ni de perturbation extérieure.

Les résultats de cette étude numérique seront nécessairement idéalisés, dans le sens où des hypothèses assez fortes sont réalisées. Ainsi les incertitudes déterminées seront minimisées. Cependant, elles seront tout de même quantifiées pour chaque procédure d'essais, et des comparaisons entre les différentes stratégies pourront donc être menées.

2.1.2 Génération des éprouvettes

La génération des éprouvettes se fait par un tirage aléatoire à partir de la loi de distribution représentant les propriétés en fatigue de la population d'éprouvettes.

a) Tirage aléatoire

Une éprouvette i est uniquement caractérisée par sa limite de fatigue σ_{D_i} à N_{ref} cycles. Ainsi dans le cas d'essais parfaits, si l'éprouvette est sollicitée à une amplitude de contrainte σ_{D_i}, alors son nombre de cycles à rupture sera exactement de N_{ref} cycles.

L'éprouvette est donc générée par un tirage aléatoire de sa limite de fatigue à N_{ref} cycles à partir de la distribution initiale, décrite par une loi de Weibull à deux paramètres [Weibull, 1951]. Soit x la variable aléatoire (donc la limite de fatigue des éprouvettes), la fonction de répartition F et la densité de probabilité f de cette loi s'écrivent

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right) \tag{I.28}$$

et

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right), \tag{I.29}$$

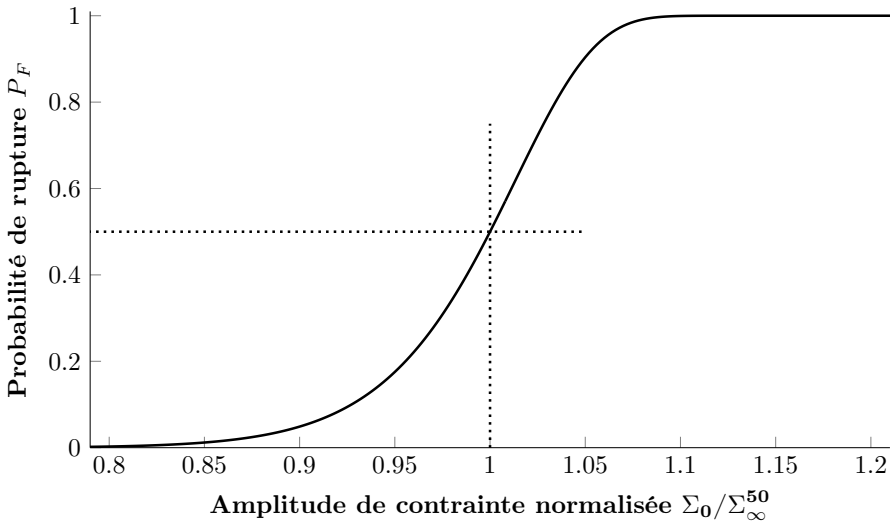
avec α le paramètre d'échelle et β le paramètre de forme.

Les paramètres choisis pour représenter la distribution initiale des propriétés en fatigue sont la limite de fatigue médiane Σ_∞^{50} et le module de Weibull m, représentant la dispersion des propriétés en fatigue. Ainsi, le paramètre d'échelle et le paramètre de forme sont donnés par :

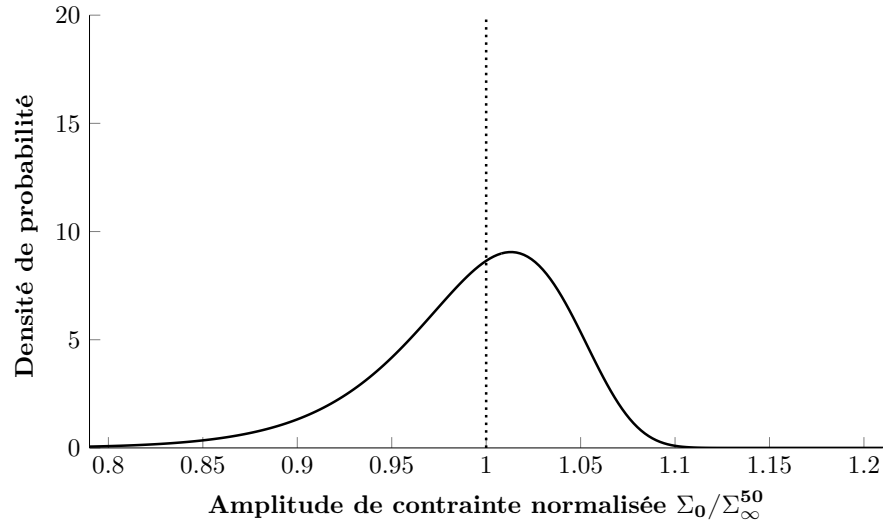
$$\alpha = \frac{\Sigma_\infty^{50}}{(\ln 2)^{1/m}} \qquad \text{et} \qquad \beta = m. \tag{I.30}$$

La fonction de répartition représente aussi la probabilité de rupture associée à cette population d'éprouvettes pour une certaine amplitude de contrainte Σ_0. La Figure I.18a représente cette fonction de répartition pour un cas de $m = 25$. La fonction densité de probabilité est également représentée (Figure I.18b). Cette dernière représente la probabilité d'obtenir la valeur $\Sigma_0/\Sigma_\infty^{50}$ comme limite de fatigue pour une éprouvette lors du tirage.

Ainsi, une des premières questions concerne le nombre minimal d'éprouvettes pour correctement représenter cette distribution et donc correctement évaluer la dispersion. En effet, avec un petit échantillon, les queues de distribution seront mal représentées.



(a) *Fonction de répartition ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$)*



(b) *Densité de probabilité ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$)*

Figure I.18 – *Modèle de Weibull avec $m = 25$ et normalisée par Σ_∞^{50}*

b) Représentation du paramètre de dispersion

Une des particularités de la distribution de Weibull est qu'elle n'est pas symétrique (Figure I.18b). De ce fait, la médiane et la moyenne ne sont pas identiques.

De plus, l'interprétation du module de Weibull m pour la dispersion des données en fatigue est délicate, il est uniquement défini comme un paramètre de forme. Pour faciliter son interprétation, un coefficient de variation est calculé et représente le rapport de l'écart-type sur la moyenne.

La limite de fatigue moyenne s'exprime en fonction de la limite de fatigue médiane Σ_∞^{50} et du module de Weibull m telle que

$$\overline{\Sigma_\infty} = \frac{\Sigma_\infty^{50}}{(\ln 2)^{1/m}}\ \Gamma\Big(1+\frac{1}{m}\Big), \tag{I.31}$$

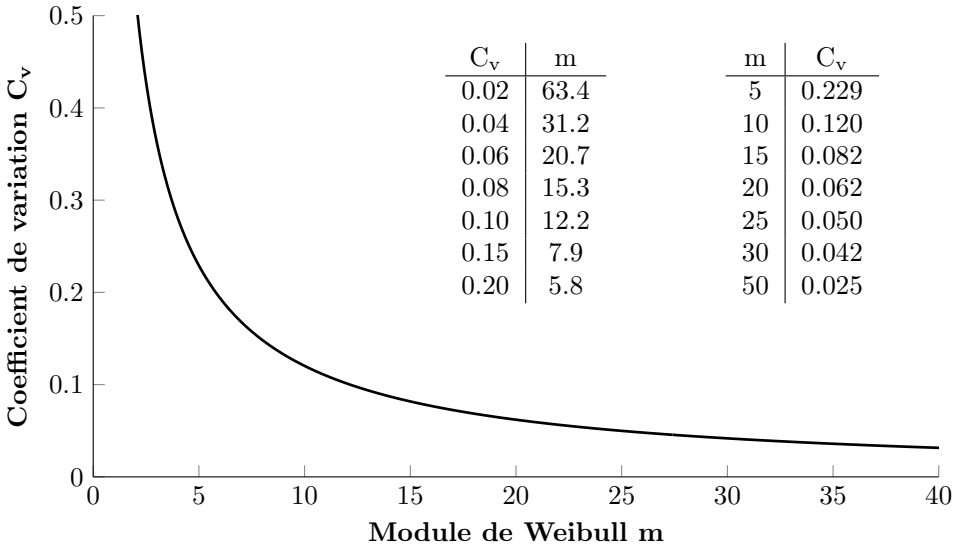
avec $\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} t^{a-1}\exp(-t)dt$ la fonction gamma de Euler. De la même manière, l'écart-type se détermine par la relation

$$\overline{\overline{\Sigma_\infty}} = \frac{\Sigma_\infty^{50}}{(\ln 2)^{1/m}}\ \sqrt{\Gamma\Big(1+\frac{2}{m}\Big) - \Gamma^2\Big(1+\frac{1}{m}\Big)}. \tag{I.32}$$

Ainsi, le coefficient de variation dépend uniquement du module de Weibull m et est donné par

$$\mathrm{C}_v = \frac{\sqrt{\Gamma\Big(1+\frac{2}{m}\Big) - \Gamma^2\Big(1+\frac{1}{m}\Big)}}{\Gamma\Big(1+\frac{1}{m}\Big)}. \tag{I.33}$$

Le lien entre m et C_v n'est pas linéaire (Figure I.19), cependant l'interprétation de la dispersion des données de fatigue est bien plus aisée avec le coefficient de variation [1]. Différentes valeurs équivalentes entre le module de Weibull et le coefficient de variation sont également présentées (Figure I.19).



C_v	m
0.02	63.4
0.04	31.2
0.06	20.7
0.08	15.3
0.10	12.2
0.15	7.9
0.20	5.8

m	C_v
5	0.229
10	0.120
15	0.082
20	0.062
25	0.050
30	0.042
50	0.025

Figure I.19 – *Relation entre le module de Weibull m et le coefficient de variation C_v*

Dans la suite de ces travaux de thèse, le module de Weibull et le coefficient de variation seront utilisés sans distinctions. Ainsi, les deux paramètres servant à la définition des propriétés en fatigue seront soit $(\Sigma_\infty^{50}; m)$, soit $(\Sigma_\infty^{50}; C_v)$, utilisés de manière équivalente.

1. ... bien que pour une distribution asymétrique, l'écart-type (et donc le coefficient de variation) n'a pas de sens probabiliste. Cependant, le coefficient de variation reste un paramètre linéaire et normé, ce qui facilite l'interprétation des résultats.

2.1.3 Traitement statistique des données et représentation des résultats

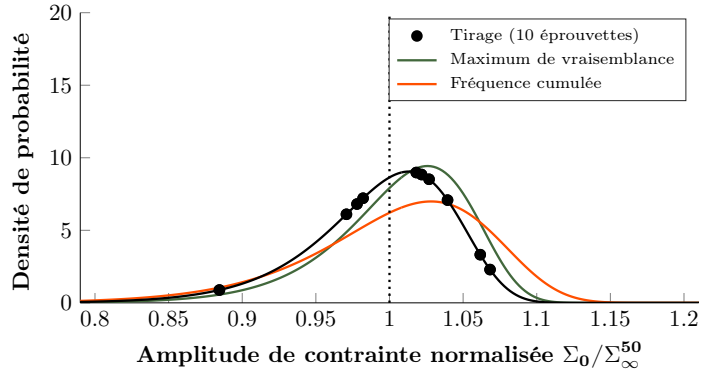
Une première étude est réalisée pour introduire la représentation des résultats. Différents tirages d'éprouvettes sont réalisés et sont immédiatement analysés pour déterminer les paramètres de la distribution initiale (sans simulations de procédure d'essais, les limites d'endurance tirées aléatoirement sont directement utilisées lors du dépouillement).

L'analyse précise de ce cas, appelé par la suite "cas idéal", sera réalisée dans la prochaine partie. Les objectifs de ce paragraphe sont de présenter l'analyse statistique des résultats et de définir la méthode de représentation des résultats pour l'analyse des différentes procédures d'essais de fatigue. Trois exemples de tirage de 10 éprouvettes sont représentés dans une distribution initiale caractérisée par $\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$ soit $C_v = 0,05$ (Figure I.20, Figure I.21 et Figure I.22).

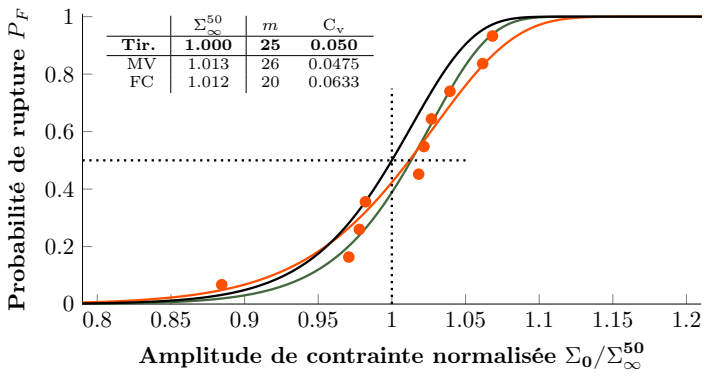
Afin de pouvoir illustrer l'influence de la méthode de dépouillement et la nécessité de réaliser un très grand nombre de tirages, ces trois tirages sont analysés par deux méthodes différentes :

- Maximum de vraisemblance (MV) : les propriétés en fatigue sont directement évaluées en maximisant la fonction de vraisemblance (équation I.14) ;
- Fréquence cumulée (FC) : les probabilités de rupture P_{F_i} sont évaluées en calculant les fréquences cumulées (équation I.6) pour un échantillon de $n = 10$. Ensuite, les propriétés en fatigue sont déterminées en réalisant une régression linéaire à partir des couples $(P_{F_i}; \Sigma_{0_i})$ déterminés (équation I.13).

Pour chaque tirage, les valeurs de σ_{D_i} sont représentées sur la densité de probabilité de la distribution servant au tirage (afin d'illustrer la représentation ou non des queues de distributions). Les résultats des deux méthodes de dépouillement sont également illustrés, et notamment sur les probabilités de rupture du lot d'éprouvettes (comparés à la fonction de répartition de la distribution ayant servi au tirage).

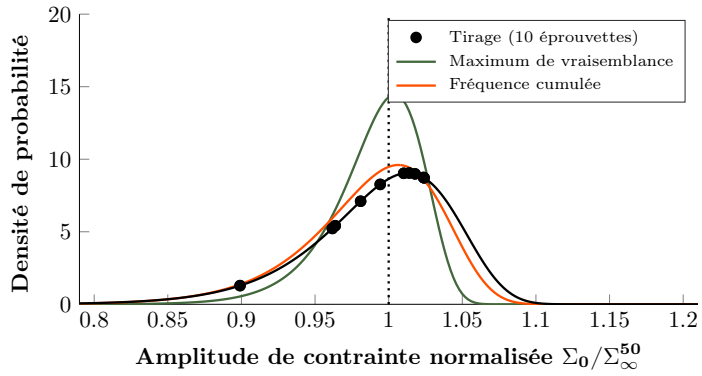


(a)

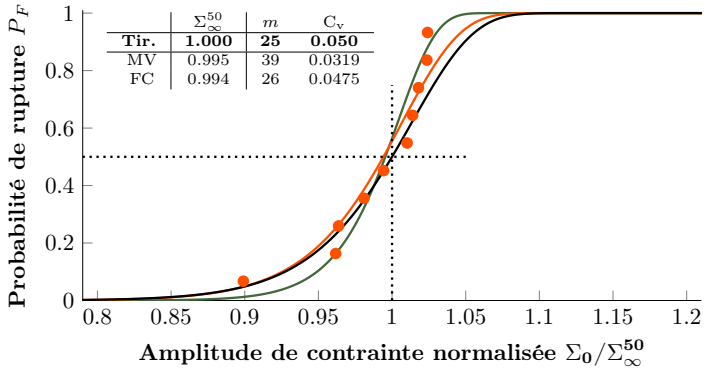


(b)

Figure I.20 – *Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillements associés dans le cas idéal - Tirage 1*



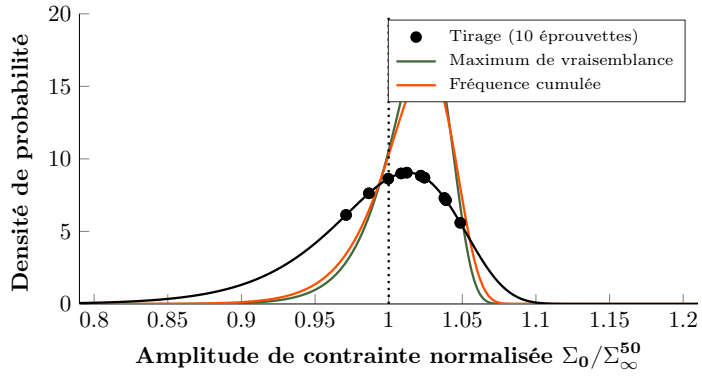
(a)



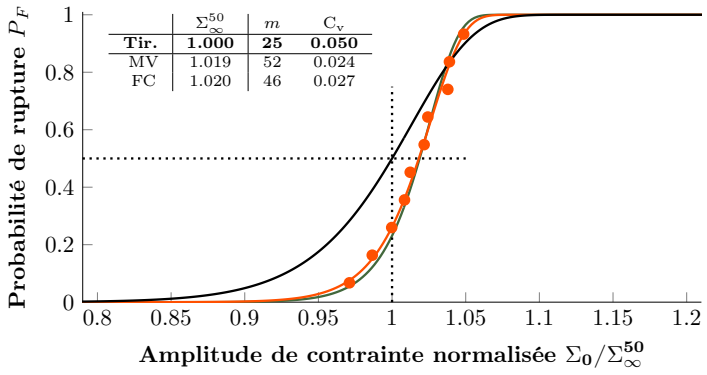
	Σ_∞^{50}	m	C_v
Tir.	**1.000**	**25**	**0.050**
MV	0.995	39	0.0319
FC	0.994	26	0.0475

(b)

Figure I.21 – *Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillements associés dans le cas idéal - Tirage 2*



(a)



	Σ_∞^{50}	m	C_v
Tir.	**1.000**	**25**	**0.050**
MV	1.019	52	0.024
FC	1.020	46	0.027

(b) *Tirage 1*

Figure I.22 – *Exemple de tirage de 10 éprouvettes et dépouillements associés dans le cas idéal - Tirage 3*

Sur la base de ces trois tirages, il est très difficile de déterminer la meilleure méthode de dépouillement. En effet pour le tirage 1, les résultats de la méthode du Maximum de vraisemblance sont plus proches des paramètres de la distribution initiale. Inversement, pour le tirage 2, la méthode Fréquence cumulée permet de déterminer des valeurs plus proches des paramètres initiaux. Enfin, sur le tirage 3, les valeurs déterminées par les deux méthodes sont très éloignées des paramètres de la distribution initiale. Cela s'explique par le fait qu'avec un petit échantillon, il n'est pas forcément représentatif de la distribution initiale, car les queues sont mal représentées. Il est alors impossible d'évaluer la dispersion de la distribution initiale à partir de cet échantillon.

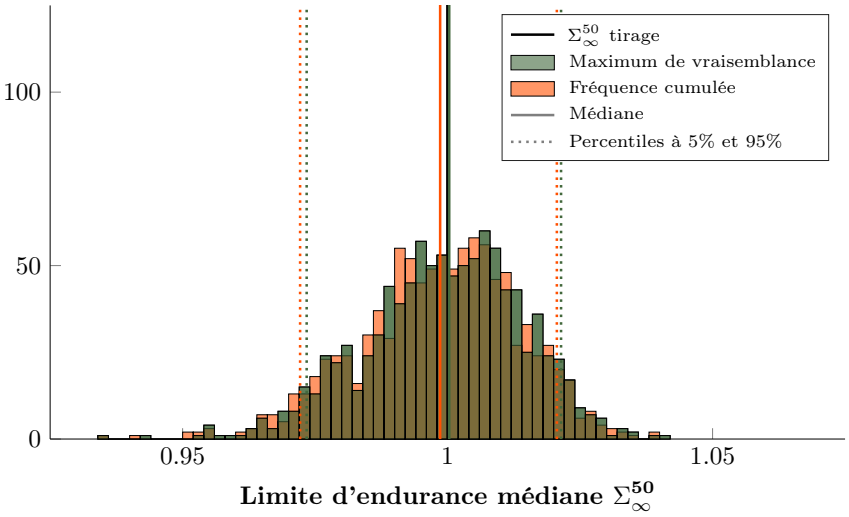
Pour évaluer la réponse liée à une méthode d'analyse, un très grand nombre de tirages doit donc être effectué afin de réaliser une étude statistique. Pour chaque condition, 1000 tirages suffisent pour évaluer la réponse médiane de la méthode d'analyse, ainsi qu'une bonne estimation des incertitudes sur ses paramètres.

Les résultats des 1000 tirages par l'analyse de la méthode du maximum de vraisemblance et de la fréquence cumulée sont présentés sous forme d'histogrammes (Figure I.23). Les réponses médianes pour la détermination des paramètres des méthodes de dépouillement sont mises en évidence. Les incertitudes sur ses paramètres sont représentées par des intervalles dont les bornes sont définies par les 5^e et les 95^e centiles. Ce choix a été réalisé, car les histogrammes/distributions de paramètres obtenus ne sont pas nécessairement symétriques. Les bornes d'incertitudes permettent juste d'affirmer qu'au moins 90% des valeurs se trouvent dans cet intervalle.

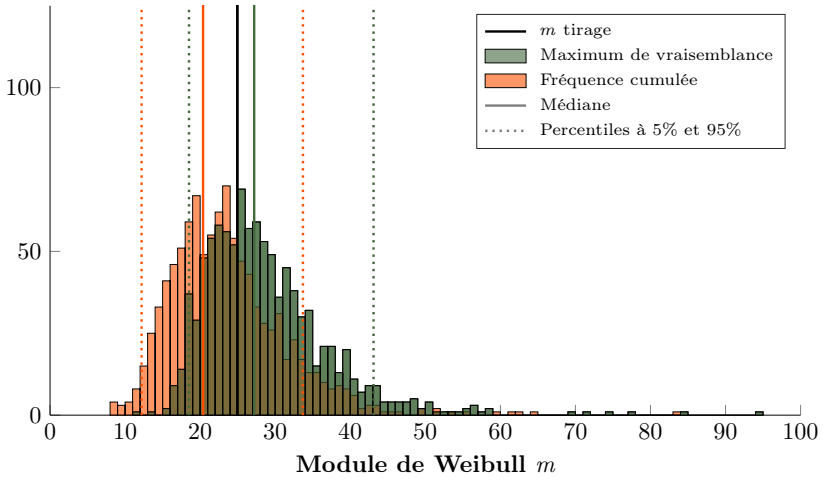
Les résultats sur la limite d'endurance sont très semblables pour les deux méthodes étudiées (Figure I.23a), cependant elles diffèrent dans l'évaluation de la dispersion des données en fatigue. Les histogrammes des modules de Weibull (Figure I.23b) et des coefficients de variations (Figure I.23c) représentent exactement les mêmes résultats. En analysant le coefficient de variation pour interpréter la dispersion des données en fatigue, la méthode du maximum de vraisemblance semble être plus adaptée, dans le sens où l'ensemble des valeurs obtenues se rassemblent autour de la valeur de la distribution initiale ($C_v = 0,05$). Avec cette méthode, la dispersion des données de fatigue a tendance à être sous-évaluée (la réponse médiane est inférieure à la valeur de la distribution initiale). À l'inverse, la méthode Fréquence cumulée a tendance à surestimer de manière plus importante la dispersion. De plus, l'incertitude sur ce paramètre est bien plus élevée (taille de l'intervalle plus importante). L'analyse en module de Weibull (Figure I.23b) est plus délicate. En effet, l'incertitude sur ce paramètre semble être plus faible avec la méthode Fréquence cumulée, cependant du fait de la non-linéarité entre C_v et m et, car cette méthode a tendance à sous-estimer le module de Weibull, l'incertitude sur la dispersion des données de fatigue est plus élevée (comme constaté avec l'analyse des histogrammes du coefficient de variation).

Dans la suite, les histogrammes seront représentés par des intervalles avec les bornes représentant les 5^e et 95^e centiles et dont la valeur médiane sera mise en évidence. Pour illustrer cette représentation, les deux méthodes de dépouillement ont été utilisées pour analyser des échantillons de différentes tailles. L'influence de la taille de l'échantillon initiale est alors quantifiée sur la détermination des propriétés en fatigue pour une même distribution initiale (Figure I.24). Assez logiquement, plus le nombre d'éprouvettes augmente, plus les incertitudes lors de la détermination des propriétés en fatigue diminuent. Ces constatations ne sont évidemment pas nouvelles, cependant ces études ont permis de les quantifier.

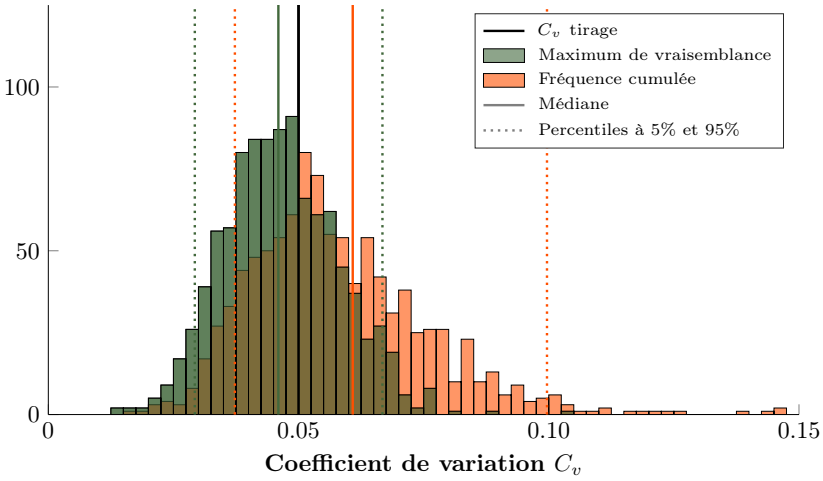
De la même manière que pour le cas $n = 10$, les histogrammes sur les limites d'endurances sont similaires avec les deux méthodes d'analyse. Concernant la détermination de la dispersion en fatigue (Figure I.24b et Figure I.24c), l'analyse par le module de Weibull est délicate pour l'évaluation des méthodes de dépouillement. En effet les incertitudes sont semblables sur m (tailles d'intervalles similaires en fonction de la taille de l'échantillon pour les deux méthodes), cependant le lien entre le module de Weibull et la dispersion des propriétés en fatigue n'est pas linéaire (Figure I.19).



(a) *Histogramme des limites d'endurance médiane*

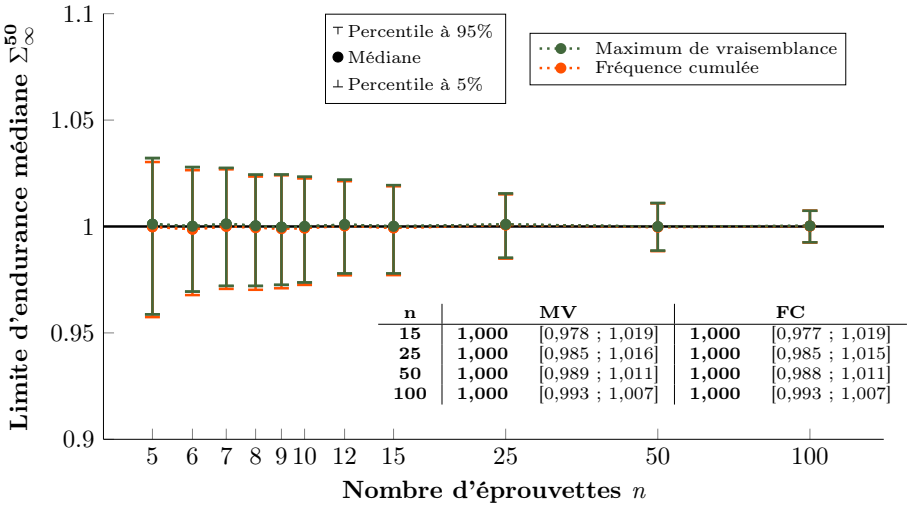


(b) *Histogrammes sur la dispersion : modules de Weibull*



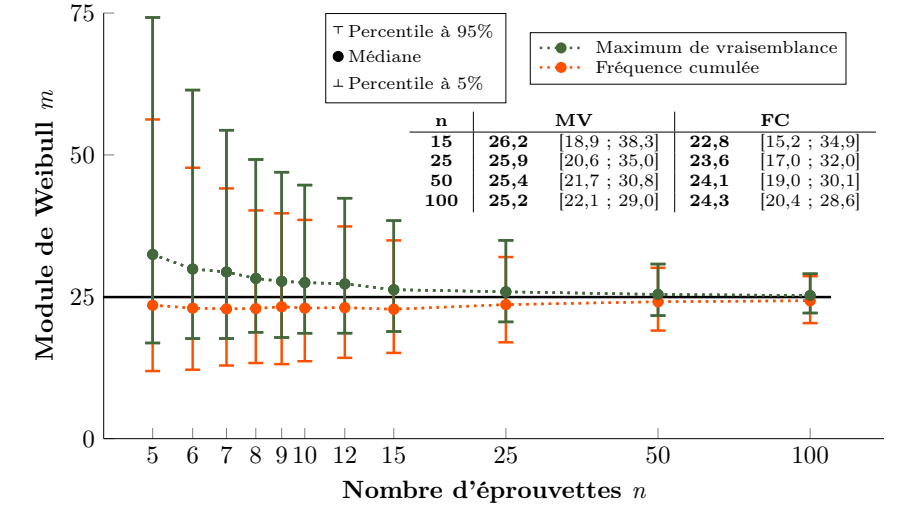
(c) *Histogrammes sur la dispersion : coefficients de variation*

Figure I.23 – *Histogrammes représentant les valeurs des paramètres de la distribution de Weibull obtenues avec les 1000 tirages de 10 éprouvettes*



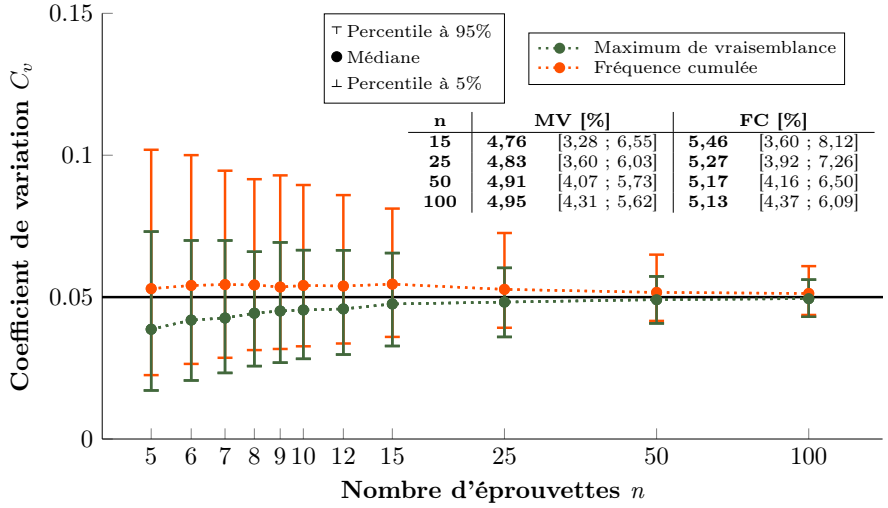
n	MV		FC	
15	**1,000**	[0,978 ; 1,019]	**1,000**	[0,977 ; 1,019]
25	**1,000**	[0,985 ; 1,016]	**1,000**	[0,985 ; 1,015]
50	**1,000**	[0,989 ; 1,011]	**1,000**	[0,988 ; 1,011]
100	**1,000**	[0,993 ; 1,007]	**1,000**	[0,993 ; 1,007]

(a) *Résultats sur la limite d'endurance*



n	MV		FC	
15	**26,2**	[18,9 ; 38,3]	**22,8**	[15,2 ; 34,9]
25	**25,9**	[20,6 ; 35,0]	**23,6**	[17,0 ; 32,0]
50	**25,4**	[21,7 ; 30,8]	**24,1**	[19,0 ; 30,1]
100	**25,2**	[22,1 ; 29,0]	**24,3**	[20,4 ; 28,6]

(b) *Résultats sur la dispersion : modules de Weibull*



n	MV [%]		FC [%]	
15	**4,76**	[3,28 ; 6,55]	**5,46**	[3,60 ; 8,12]
25	**4,83**	[3,60 ; 6,03]	**5,27**	[3,92 ; 7,26]
50	**4,91**	[4,07 ; 5,73]	**5,17**	[4,16 ; 6,50]
100	**4,95**	[4,31 ; 5,62]	**5,13**	[4,37 ; 6,09]

(c) *Résultats sur la dispersion : coefficients de variation*

Figure I.24 – *Comparaison des deux dépouillements dans le cas idéal - Influence du nombre d'éprouvettes sur les distributions des paramètres obtenues : résultats sur 1000 tirages par nombre d'éprouvettes avec les deux méthodes d'analyse*

Étant donné que la méthode Fréquence cumulée tend à sous-estimer le module de Weibull, alors les incertitudes sur la dispersion en fatigue (avec l'analyse du C_v) sont plus grandes et la dispersion tend à être surestimée.

À l'inverse, l'estimateur du Maximum de Vraisemblance tend à sous-estimer la dispersion (surestimer le module de Weibull) en présence d'un petit échantillon. Dans un aspect de fiabilité, ces constatations ne vont évidemment pas dans le sens de la sécurité, le risque étant de sous-estimer une dispersion et donc de mal dimensionner une pièce. Cependant, pour de petits échantillons, les incertitudes sont tellement importantes que de toute façon cela ne peut pas être pris en compte dans le dimensionnement.

Ainsi, dans la suite, l'estimateur du Maximum de vraisemblance sera majoritairement utilisé. En effet, l'utilisation de cette méthode est simple, les censures sont prises en compte clairement, et l'estimation des paramètres de la distribution se fait de manière directe (sans étape de régression linéaire par exemple) en minimisant donc les incertitudes.

- *Dans la suite, la majorité des dépouillements se fera avec l'estimateur du maximum de vraisemblance.*
- *Sauf mention contraire, les histogrammes seront représentés par leurs valeurs médianes et par des intervalles, dont les bornes sont les* 5^e *et* 95^e *centiles.*
- *L'interprétation sur le paramètre de dispersion se fait à partir des résultats obtenus pour le coefficient de variation. Les résultats représentés par le module de Weibull sont identiques et sont affichés à titre d'illustration dans certains cas (surtout pour la quantification des incertitudes sur ce paramètre).*

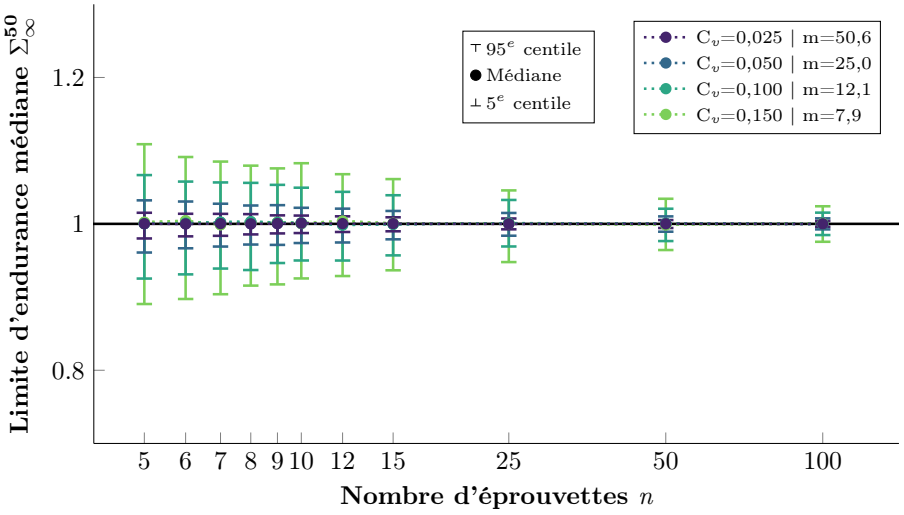
2.2 Étude d'un cas idéal

Ce cas idéal représente le cas où le maximum d'information est extrait de l'échantillon d'éprouvettes (aucune donnée censurée). Afin de quantifier les incertitudes et de généraliser les différentes constations, des tirages ont été réalisés à partir de quatre distributions initiales représentant des niveaux de dispersion en fatigue différents ($C_v = 0.15$, $C_v = 0.10$, $C_v = 0.05$ et $C_v = 0.025$) avec $\Sigma_\infty^{50} = 1$. Les distributions obtenues sur les deux paramètres sont représentées pour les différentes tailles d'échantillons (Figure I.25). Les résultats sont normés par les paramètres des distributions initiales (et donc par des valeurs différentes de C_v pour les différentes simulations).

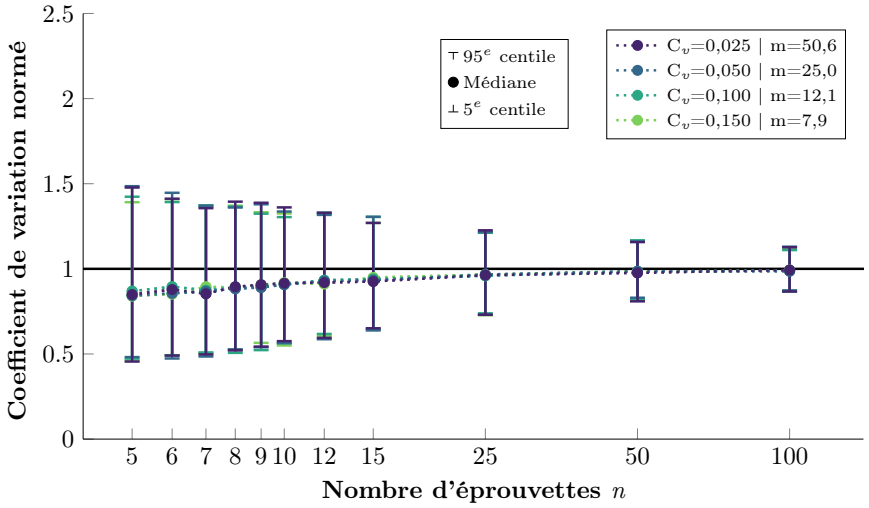
Pour la limite d'endurance médiane, nécessairement les niveaux d'incertitudes dépendent de la dispersion de la distribution initiale. Concernant les résultats sur le coefficient de variation, pour pouvoir représenter les résultats sur la même figure, les valeurs des distributions sont normées par le coefficient de variation de la distribution initiale (différents pour chaque cas). Les distributions sont alors rassemblées et les incertitudes sur le coefficient de variation normée ne dépendent alors que de la taille de l'échantillon.

Lors de la maximisation de la fonction du maximum de vraisemblance et donc la détermination des paramètres de la distribution de Weibull, il se peut que des valeurs des paramètres soient jugées aberrantes (surtout dans les cas où il y a uniquement des censures) ou proches des bornes de la résolution numérique. Un choix "arbitraire" a été réalisé de tronquer les distributions sur le paramètre de dispersion afin d'exclure les bornes de la résolution.

Ainsi les valeurs supérieures à $3.C_v$ et inférieures à $C_v/3$ sont exclues (par rapport au C_v de la distribution initiale), et un taux de calcul possible de la dispersion est définie (Table I.10). Les distributions représentant les résultats sur le paramètre de dispersion (par exemple Figure I.25b) doivent être analysées avec le taux de calcul possible (ces distributions ne présentent pas le même nombre de tirages en fonction du taux de calcul possible).



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distribution des coefficients de variation normés*

Figure I.25 – *Distributions obtenues à partir du résultat de l'analyse de 1000 tirages par condition (donc par distribution initiale caractérisée par C_v et par taille d'échantillon n)*

Table I.10 – *Taux de calcul possible pour la dispersion déterminée avec 1000 tirages par nombre d'éprouvettes et par distribution initiale dans le cas idéal (Figure I.25b)*

n	Taux de calcul possible pour la dispersion			
	C_v=0.025	C_v=0.050	C_v=0.100	C_v=0.150
5	0.92	0.92	0.94	0.93
6	0.96	0.97	0.96	0.97
7	0.98	0.98	0.98	0.98
8	0.98	0.99	0.99	0.99
9	0.99	0.99	0.99	0.99
10	1	1	0.99	1
12	1	1	1	1
15	1	1	1	1
25	1	1	1	1
50	1	1	1	1
100	1	1	1	1

Pour le cas idéal, le calcul de la dispersion est en fait toujours possible. Le taux de calculs (Table I.10) représente alors plutôt le taux de valeurs "pertinentes". En effet, avec un petit échantillon, il se peut que le tirage ne représente pas les queues de distribution ; les valeurs de limites d'endurance sont alors extrêmement proches les unes des autres et la dispersion n'est alors pas du tout représentative de la distribution initiale (à la manière du tirage 3 Figure I.22a). Logiquement, plus la taille de l'échantillon augmente, moins il y a de probabilité de réaliser un tirage représentant très peu les queues de distribution. Nécessairement, ce taux dépend des bornes "arbitraires" choisies. Mais comme les valeurs sont identiques pour les quatre distributions initiales (Table I.10) et que les distributions sont similaires (Figure I.25b), ce taux peut être interprété.

Une autre représentation est possible pour les distributions des limites d'endurance médianes. En normant les tailles des intervalles par le coefficient de variation de la distribution initiale, les résultats peuvent être rassemblés (Figure I.26). Cependant cette représentation ne sera pas adoptée par la suite. L'utilisation des quatre distributions initiales pour les tirages ($C_v = 0.15$, $C_v = 0.10$, $C_v = 0.05$ et $C_v = 0.025$ avec toujours $\Sigma_{\infty}^{50} = 1$) permet donc de montrer la validité des constatations sur une large gamme de dispersion initiale, tout en permettant de représenter l'impact de plusieurs simulations sur les différentes bornes (les résultats pouvant au final être rassemblés).

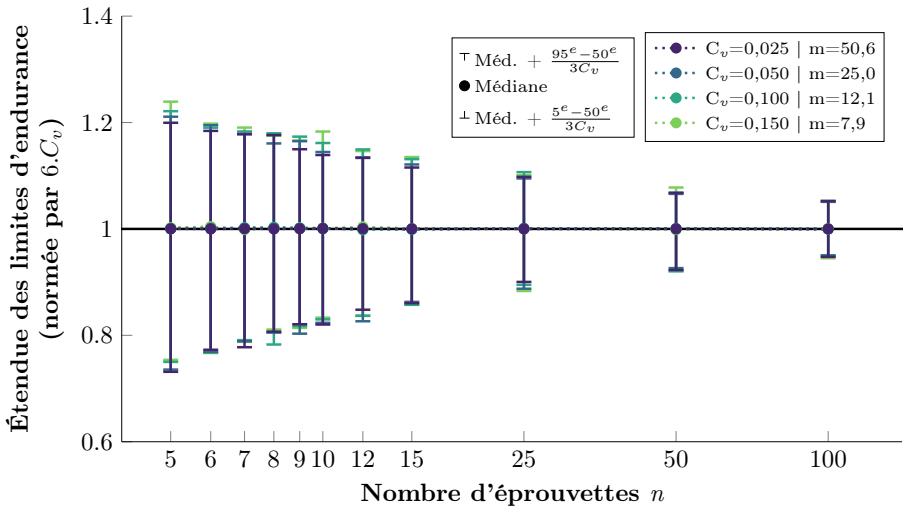


Figure I.26 – *Autre représentation des résultats sur la limite d'endurance médiane (cas idéal) - Intervalles normés par* $6.C_v$

Ainsi pour le cas idéal, les résultats sur les paramètres de la distribution ne dépendent que de la taille de l'échantillon (indépendant des procédures d'essais) et représentent alors le minimum possible des incertitudes sur les paramètres de la distribution (maximum d'information extrait de l'échantillon). Nécessairement, lors de la réalisation d'essais Staircase, et avec les dépouillements utilisant des censures, les incertitudes sur les paramètres seront bien plus élevées.

- *Cette première étude a permis de présenter la normalisation et la représentation des résultats.*
- *Le niveau d'incertitude minimum a été quantifié. Il ne dépend que de la taille de l'échantillon, et forcément, il ne pourra qu'être approché. Lors de la réalisation d'essais de fatigue de type Staircase, l'analyse se fait par des censures (moins d'informations extraites par échantillon) ; les incertitudes sur les paramètres seront donc plus élevées.*

2.3 Protocole d'essais Staircase classique

La simulation d'un protocole se fait directement en comparant la limite d'endurance de l'éprouvette, tirée aléatoirement, à l'amplitude de chargement. Nécessairement, si la contrainte appliquée est supérieure à la limite d'endurance, une rupture de l'éprouvette interviendra avant N_{ref} cycles. Inversement, si la limite d'endurance est supérieure à la contrainte appliquée, l'éprouvette est non rompue à l'issue des N_{ref} cycles.

Il y a deux paramètres qui influent sur la génération, et donc l'analyse, du Staircase (en dehors de l'échantillon de départ) :

- le pas entre les paliers du Staircase, p ;
- l'amplitude de chargement initiale Σ_{init} de départ.

Concernant le premier, de nombreuses études ont été réalisées dans la littérature afin de déterminer son influence [Wallin, 2011]. Afin de faciliter l'analyse, un coefficient C_p est défini par

$$C_p = \frac{p}{\Sigma_\infty^{50}}, \tag{I.34}$$

où Σ_∞^{50} est la limite d'endurance médiane de la distribution initiale ayant servi au tirage. Ainsi, le choix du pas du Staircase (équation I.22) doit se faire, d'après la littérature [Dixon et Mood, 1948] [Pollak *et al.*, 2006], en prenant C_p tel que

$$2 \geq \frac{C_p}{C_v} \geq \frac{1}{2}, \tag{I.35}$$

où C_v représente le coefficient de variation de la distribution initiale[1]. Une étude paramétrique sur le choix de ce pas sera réalisée par la suite. Dans un premier temps, et sans précision contraire, le choix est fait de considérer $C_p/C_v = 1$.

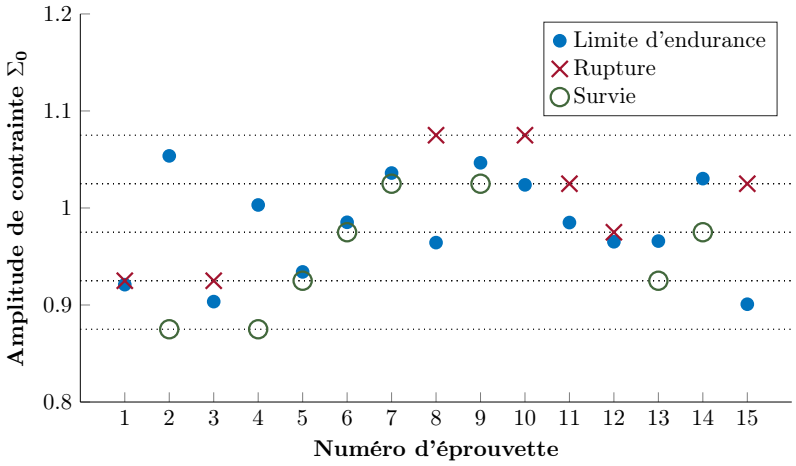
De même, des études et des techniques existent pour minimiser l'influence de Σ_{init} dans la procédure. De manière pratique, une éprouvette dite sacrificielle peut être utilisée. Lorsque la limite d'endurance est totalement inconnu (en pratique et par expérience, la limite d'endurance peut-être estimée avant et utilisée pour définir les paramètres du Staircase), l'éprouvette est rechargée jusqu'à rupture pour approcher la limite d'endurance à N_{ref} cycles. Elle n'est alors pas considérée dans l'analyse du Staircase et celui-ci démarre au niveau de rupture de l'éprouvette sacrificielle. Sinon dans la littérature, des moyens de correction existent pour considérer ou non les premières éprouvettes d'un Staircase.

Afin de se rapprocher de la limite d'endurance et de voir l'influence de p, le niveau de contrainte initiale est choisi pour être

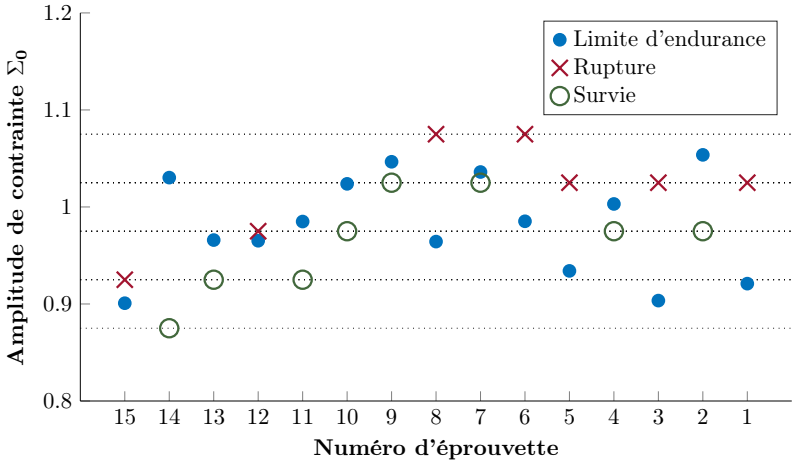
$$\Sigma_{init} = \Sigma_\infty^{50} - \frac{3}{2}p. \tag{I.36}$$

Lors de la génération des Staircase, une notion d'ordre apparaît avec le déroulement de la procédure. En effet, pour un même échantillon, des Staircases différents peuvent être obtenus (Figure I.27). Cependant lors de l'analyse des Staircase, seuls les niveaux avec ruptures et avec survies sont comptabilisés, ainsi l'analyse est "discrétisée". Avec deux échantillons différents, des Staircases identiques, ou similaires (même nombre de survies/ruptures sur les mêmes paliers) peuvent être obtenus. De la même manière que pour le cas idéal, 1000 simulations suffisent pour rendre compte de la réponse moyenne de la méthode et des incertitudes sur les paramètres de la distribution.

1. L'encadrement sur le pas (équation I.22) est défini dans le cadre d'une loi normale. Dans le cas de la loi de Weibull, Σ_∞^{50} et $\overline{\Sigma_\infty}$ ne sont pas identiques, ainsi l'encadrement (équation I.35) est une approximation.



(a) *Staircase classique 1*



(b) *Staircase classique 2*

Figure I.27 – *Exemples de deux Staircase classiques obtenues avec le même échantillon de 15 éprouvettes et avec* $C_p/C_v = 1$ *et* $C_v = 0,05$

Dans cette partie, deux dépouillements vont être comparés. Premièrement, la méthode de référence proposée par Dixon-Mood en 1948 (paragraphe 1.3.1) sera analysée par simulation. Cette méthode est une approximation utile de la méthode du maximum de vraisemblance avec uniquement des censures dans le cas d'une loi normale. Ainsi, la méthode du maximum de vraisemblance appliqué au cadre de la loi de Weibull sera également évaluée. Finalement, les résultats seront comparés et l'influence du pas du Staircase sera également étudiée.

La méthode Dixon-Mood permet d'évaluer une limite d'endurance moyenne $\overline{\Sigma_\infty}$ dans le cadre d'une loi normale, ce qui est donc égal à la limite d'endurance médiane Σ_∞^{50}. Elle permet également de déterminer, dans certains cas, l'écart-type $\overline{\overline{\Sigma_\infty}}$. Ainsi le C_v est directement calculé, et la correspondance avec le module de Weibull m peut être réalisée à titre d'illustration[1].

Dans le cadre du traitement d'un Staircase classique, la fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit

$$L(\alpha,\beta) = \prod_{i=1}^{n_i} F(\Sigma_{0_i},\alpha,\beta) \prod_{j=1}^{n_j} [1 - F(\Sigma_{0_j},\alpha,\beta)], \tag{I.37}$$

où n_i est le nombre d'éprouvettes rompues avec Σ_{0_i} les niveaux correspondants, et de même pour n_j, le nombre de survies observées aux niveaux Σ_{0_j}.

1. Ce qui correspond alors à une simulation des Staircases à l'aide d'une loi de Weibull, et un dépouillement réalisée avec une hypothèse de loi normale.

Les résultats des deux dépouillements pour les deux Staircase d'illustrations (issu d'un même échantillon) sont comparés (Table I.11).

Table I.11 – *Dépouillement des deux Staircase d'illustration (Figure I.27) issus d'un même tirage à l'aide des deux méthodes retenues (Dixon-Mood et Maximum de Vraisemblance avec censure)*

	Tirage	**Cas idéal**	**Staircase 1**		**Staircase 2**	
		MV	Dixon-Mood	MV cens.	Dixon-Mood	MV cens.
Σ_∞^{50}	**1**	0.989	0.979	0.989	0.993	1.001
C_v	**0.050**	0.054	0.119	0.104	0.083	0.070
m	**25.0**	23.2	10.1	11.6	14.7	17.6

2.3.1 Méthode Dixon-Mood

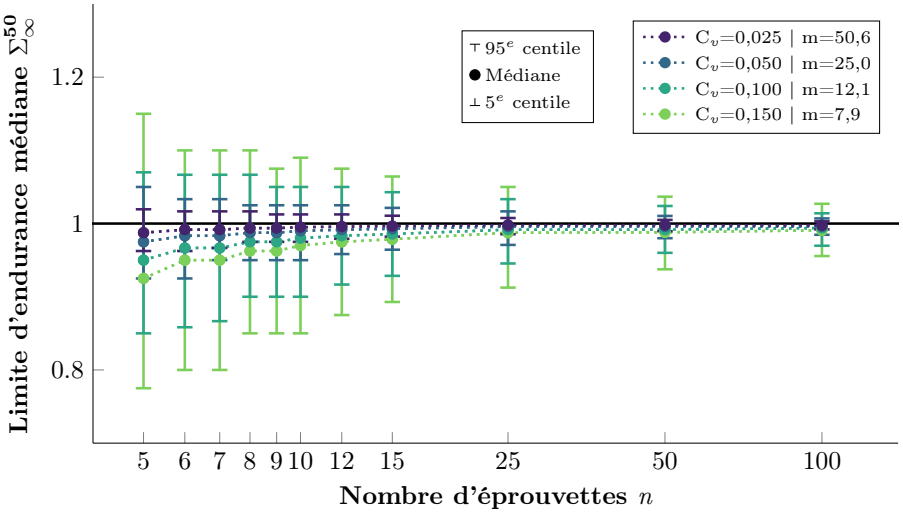
Les distributions des paramètres obtenues à l'issue des simulations sont présentées pour les quatre distributions initiales définies précédemment, avec $C_v = 0,025$, $C_v = 0,050$, $C_v = 0,100$ et $C_v = 0,150$ (Figure I.28). Les Staircase ont été générés avec $C_p/C_v = 1$. Le taux de calcul possible pour le paramètre de dispersion avec cette méthode (qui correspond globalement au cas où l'inégalité I.21 est vérifiée) est présenté en fonction de la taille d'échantillon (Table I.12). Pour les petits échantillons, le calcul est rarement possible, et lorsqu'il l'est, c'est pour des configurations particulières de Staircase où les mêmes résultats sont retrouvés du fait de la "discrétisation" de l'analyse (par exemple pour $n = 5$ à la Figure I.28b).

Tout comme pour le cas idéal, les incertitudes sur la limite d'endurance médiane diminuent lorsque le nombre d'éprouvettes augmente et lorsque la dispersion initiale diminue. La sous-estimation de la limite d'endurance pour les petits échantillons provient du choix de la contrainte initiale Σ_{init} (donc de p et donc également du C_v de la distribution initiale). Pour les petits échantillons, l'interprétation des résultats pour le coefficient de variation est délicate. Pour de grands échantillons (typiquement $n = 100$), les incertitudes sont toujours très élevées et la réponse médiane reste inférieure à la valeur cible.

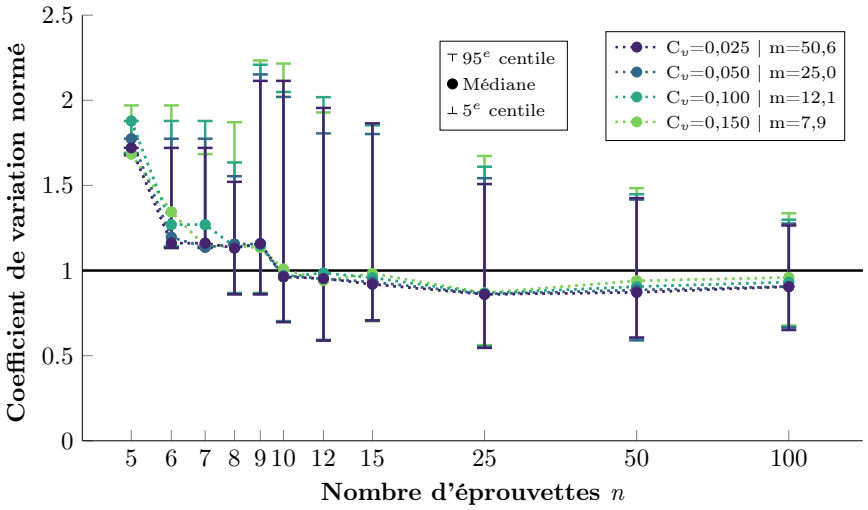
2.3.2 Maximum de vraisemblance avec censures

Les distributions des paramètres obtenues à l'issue des simulations sont présentées pour les quatre distributions initiales définies précédemment (Figure I.29). Ces distributions sont à analyser avec la connaissance du taux de calcul possible pour le paramètre de dispersion (Table I.13).

Les résultats sont logiquement très proches de la méthode Dixon-Mood. La dispersion peut cependant être plus souvent évaluée. Les mêmes constatations que pour la méthode Dixon-Mood peuvent être réalisées.



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*

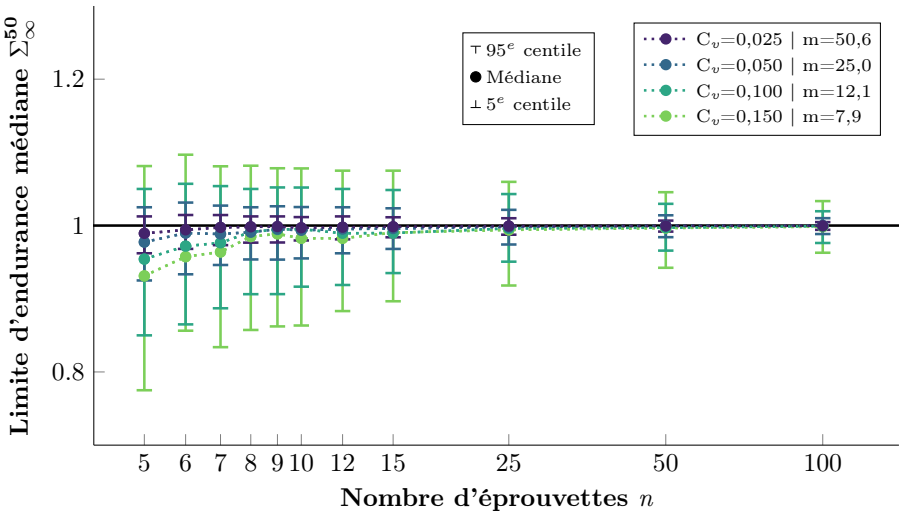


(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

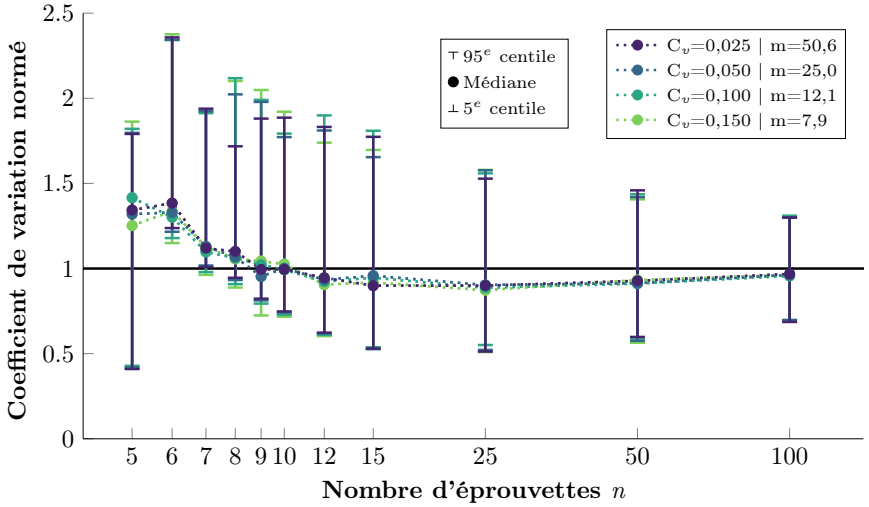
Figure I.28 – *Distributions obtenues à partir du résultat de l'analyse de 1000 Staircase classiques simulés avec $C_p/C_v = 1$ par condition (distribution initiale caractérisée par C_v et taille d'échantillon n) avec la méthode d'analyse de Dixon-Mood*

Table I.12 – *Taux de calcul possible pour la dispersion lors du dépouillement de Staircase classiques par la méthode d'analyse de Dixon-Mood (Figure I.28b)*

n	Taux de calcul possible pour la dispersion			
	C_v=0.025	C_v=0.050	C_v=0.100	C_v=0.150
5	0.08	0.10	0.09	0.08
6	0.14	0.15	0.15	0.15
7	0.24	0.23	0.22	0.23
8	0.28	0.28	0.31	0.31
9	0.43	0.38	0.36	0.38
10	0.46	0.44	0.45	0.47
12	0.57	0.59	0.59	0.56
15	0.62	0.61	0.65	0.66
25	0.85	0.86	0.88	0.88
50	0.96	0.95	0.96	0.96
100	1	1	1	1



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.29 – *Distributions obtenues à partir du résultat de l'analyse de 1000 Staircase classiques simulés avec $C_p/C_v = 1$ par condition (distribution initiale caractérisée par C_v et taille d'échantillon n) avec la méthode du maximum de vraisemblance*

Table I.13 – *Taux de calcul possible pour la dispersion lors du dépouillement de Staircase classiques par la méthode du maximum de vraisemblance (Figure I.29b)*

n	Taux de calcul possible pour la dispersion			
	C_v=0.025	C_v=0.050	C_v=0.100	C_v=0.150
5	0.14	0.16	0.17	0.13
6	0.23	0.23	0.23	0.24
7	0.31	0.29	0.27	0.30
8	0.37	0.36	0.39	0.40
9	0.47	0.44	0.44	0.44
10	0.51	0.49	0.51	0.54
12	0.60	0.63	0.64	0.60
15	0.74	0.72	0.74	0.75
25	0.91	0.91	0.92	0.93
50	1	1	0.99	1
100	1	1	1	1

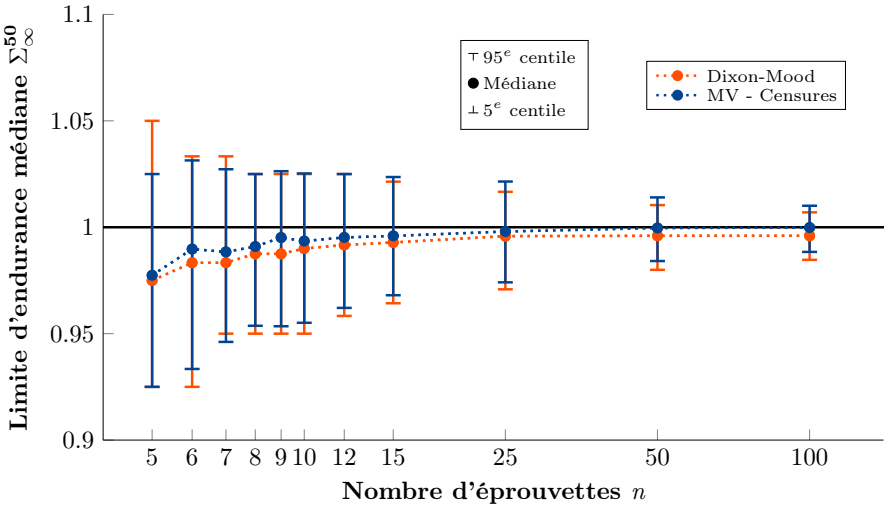
2.3.3 Conclusion sur le dépouillement du Staircase classique

La normalisation adoptée permet de valider les observations pour n'importe quelle dispersion initiale. Ainsi dans la suite de ce paragraphe, seuls les résultats des simulations pour $C_v = 0,05$ seront représentés. La comparaison des résultats pour les deux dépouillements est alors effectuée. Une étude est ensuite présentée concernant l'influence du pas du Staircase p, en fonction de la taille de l'échantillon.

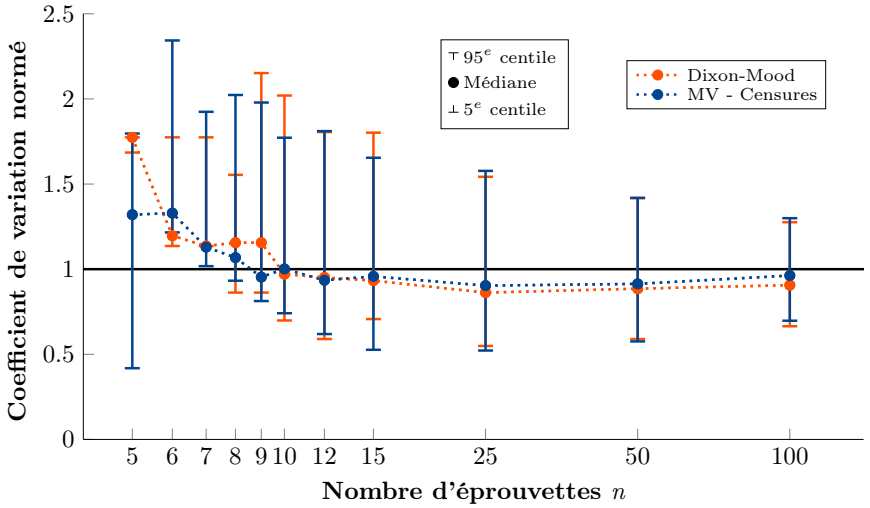
a) Comparaison des méthodes de dépouillement du Staircase classique

Les distributions des paramètres obtenues par les deux méthodes de dépouillement des Staircase sont présentées pour la distribution initiale de $C_v = 0,05$ (Figure I.30).

Il y a un léger décalage dans la détermination des propriétés en fatigue entre les deux méthodes, mais les tendances (réponses moyennes et tailles des intervalles) sont similaires (surtout pour les plus grands échantillons)[1]. De même, les taux de calculs sont proches (Table I.12 et Table I.13).



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.30 – *Comparaison de la méthode Dixon-Mood et de la méthode du maximum de vraisemblance pour le dépouillement des Staircase classiques - Résultats obtenus avec 1000 Staircase simulés avec $C_p/C_v = 1$ par taille d'échantillon n et avec $C_v = 0,05$*

1. Les différences peuvent s'expliquer notamment par le passage entre la loi normale et la loi de Weibull.

En effet, la méthode déterminée par Dixon et Mood est basée sur la méthode du maximum de vraisemblance dans le cas de cette procédure d'essai, en analysant uniquement les censures à droite et à gauche, et en faisant une hypothèse de loi normale. Ainsi, il ne s'agit que d'une approximation utile, déterminée en 1948, afin de mettre en œuvre la méthode du maximum de vraisemblance pour déterminer les propriétés en fatigue.

Cependant avec des méthodes de résolution numérique, la maximisation de la fonction de vraisemblance se fait facilement. De plus, l'estimateur du maximum de vraisemblance est plus souple, car il permet de faire un choix sur la forme de la distribution. Il est également possible d'analyser plus facilement des procédures d'essais différentes (succession des éprouvettes, pas variable lors du Staircase, etc.).

Dans la suite, l'estimateur du maximum de vraisemblance avec uniquement des censures à droite et à gauche est utilisé pour le dépouillement des Staircase classiques, et remplacera donc la méthode de Dixon-Mood en tant que méthode de référence.

b) Influence du pas du Staircase

Ce choix du pas du Staircase se base sur un compromis entre deux aspects :
- le pas doit être suffisamment grand pour que la contrainte appliquée monte et descende rapidement, afin de correctement osciller autour de la limite d'endurance médiane pour bien l'estimer (avec des petits échantillons) ;
- le pas doit être suffisamment petit pour maximiser le nombre de niveaux de chargement pour lequel des ruptures et des survies sont observées (et ainsi éviter le cas extrême où il n'y a que des ruptures sur un niveau et uniquement des survies sur un autre).

Ainsi avec ces considérations, la borne inférieure (équation I.35) permet de minimiser le nombre d'éprouvettes pour correctement déterminer les paramètres de la distribution initiale. La borne supérieure permet d'obtenir suffisamment de niveaux de contraintes différents dans l'analyse, à la base de la condition de la méthode de Dixon-Mood (équation I.21).

De plus, l'analyse des taux de calcul du paramètre de dispersion (Figure I.31) montre bien que pour des pas trop petits ou des pas trop grands, le calcul est souvent impossible. Sur cette figure, les bornes habituelles sur le pas (équation I.35) sont mises en évidences.

Les distributions des limites d'endurance médianes et des coefficients de variation normés sont impactées (Figure I.32) lorsque les pas du Staircase ne vérifient pas cette relation. Les distributions sur les coefficients de variation normés doivent être interprétées avec le taux de calcul possible (Figure I.32b et Figure I.31).

- *Le choix du pas p est important pour pouvoir correctement analyser les Staircase. Les bornes habituelles sont acceptables (équation I.35), et restent des valeurs indicatives assez larges (au cours d'essais réels, le C_v de la distribution initiale n'est évidemment pas connue).*
- *La dispersion est très délicate à évaluer avec ce type de procédure. La philosophie de la méthode étant d'utiliser un certain nombre d'éprouvettes pour osciller autour de la valeur médiane. Nécessairement, les queues de distribution sont rarement atteintes et la dispersion, très mal évaluée. Ce n'est pas une nouvelle constatation, mais au moins les incertitudes sont quantifiées, et l'essai de référence est évalué.*

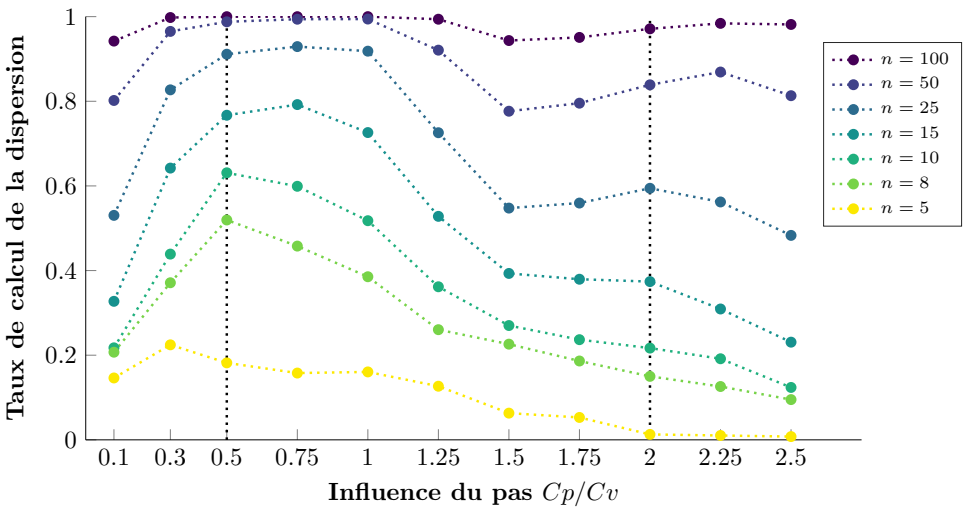
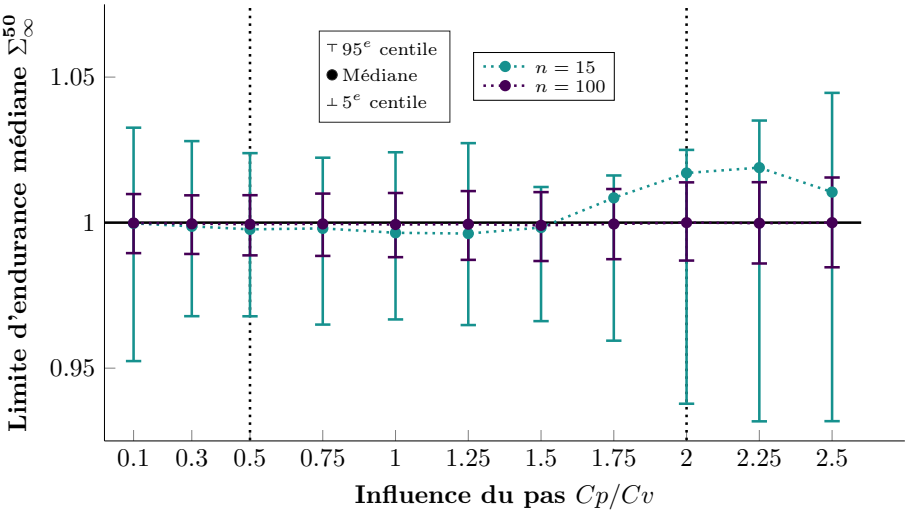
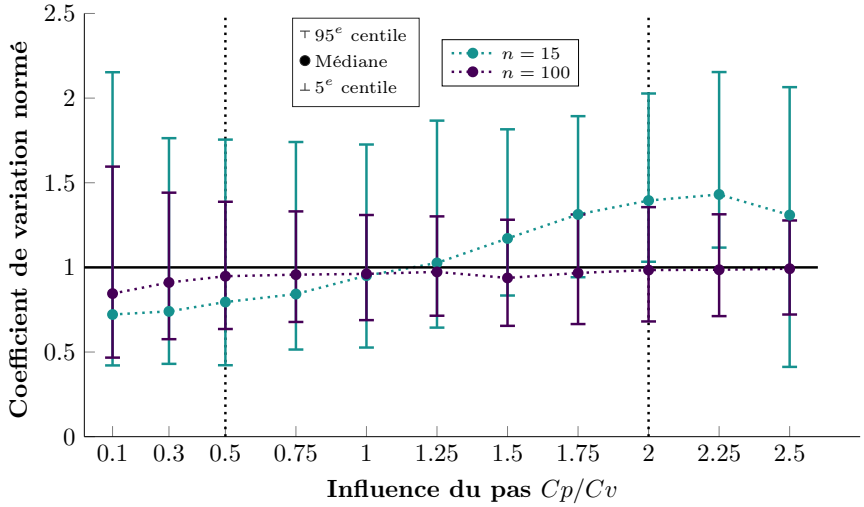


Figure I.31 – *Taux de calcul du paramètre de dispersion en fonction du nombre d'éprouvettes et du pas du Staircase - Résultats obtenus avec 1000 simulations de Staircase classiques par condition et avec une distribution initiale de $C_v = 0,05$*



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

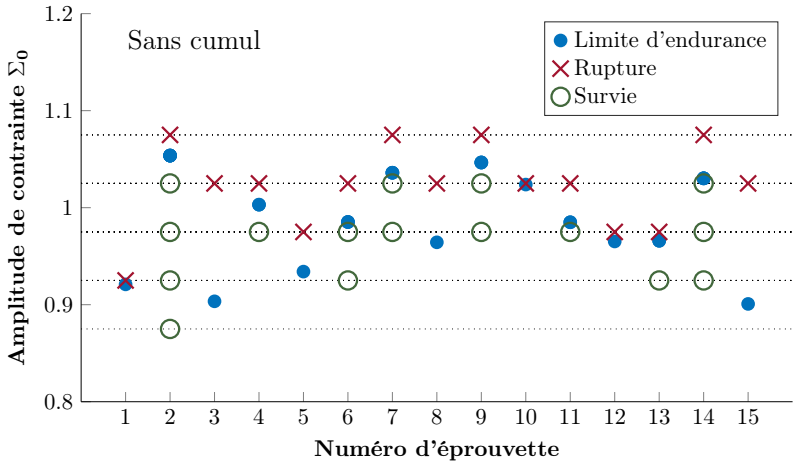
Figure I.32 – *Influence du pas du Staircase sur la détermination des propriétés en fatigue par l'analyse de Staircase classiques - Résultats avec $n = 15$ et $n = 100$ pour une distribution initiale de $C_v = 0,05$*

2.4 Protocole d'essais Staircase avec rechargement

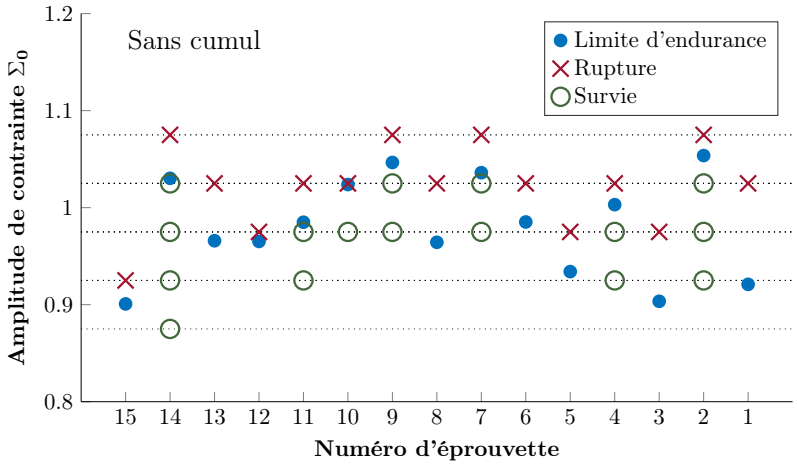
Dans cette partie, une variante de la procédure d'essais Staircase est analysée. Toutes les éprouvettes sont rechargées jusqu'à rupture. La recharge est motivée par le désir d'extraire plus d'information par éprouvette, et donc de les mener toutes à rupture. Dans un premier temps, une hypothèse de non-cumul de dommage est réalisée.

Ainsi, la simulation se fait de la même manière que pour un Staircase classique, en comparant simplement la contrainte appliquée à la limite d'endurance de l'éprouvette. Tout comme pour un Staircase classique, le niveau de contrainte de l'éprouvette suivante est le niveau de contrainte pour lequel l'éprouvette a rompu, diminué d'un pas p[1]. Deux Staircases avec rechargement sont représentés (Figure I.33), avec le même échantillon que les Staircase classiques simulés précédemment (Figure I.27).

Tout comme pour le Staircase classique, et comme une hypothèse de non-cumul est réalisée, il y a deux paramètres qui contrôlent le déroulement du Staircase : le pas p et le niveau initial Σ_{init}. Ce dernier est choisi de la même manière que pour le Staircase classique (Équation I.36). L'influence du pas sera également étudiée et est pour le moment fixé à $C_p/C_v = 1$.



(a) *Staircase avec recharge 1*



(b) *Staircase avec recharge 2*

Figure I.33 – *Exemples de deux Staircase avec rechargement obtenu avec le même échantillon de 15 éprouvettes et avec $C_p/C_v = 1$ et $C_v = 0,05$*

1. D'autres procédures sont envisageables et facilement analysables par simulation. Par exemple une procédure Staircase classique aurait pu être considérée, en menant simplement les éprouvettes non rompues à rupture en les rechargeant (mais en n'affectant pas le déroulement classique).

Dans le cadre du traitement d'un Staircase avec rechargement des éprouvettes, la fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit

$$L(\alpha,\beta) = \prod_{i=1}^{n_i} F(\Sigma_{0_i},\alpha,\beta) \prod_{j=1}^{n_j} [F(\Sigma_{0_j},\alpha,\beta) - F(\Sigma_{0_j}-p,\alpha,\beta)], \tag{I.38}$$

où n_i est le nombre d'éprouvettes rompues au premier niveau de chargement Σ_{0_i}, et n_j est le nombre d'éprouvettes rechargées avec Σ_{0_j} le niveau correspondant à la rupture de l'éprouvette. Le tableau I.14 présente les résultats de ce dépouillement pour les Staircase d'illustrations (Figure I.33).

Table I.14 – *Dépouillement des deux Staircase avec recharge (Figure I.33) à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance avec censure par intervalle*

	Tirage	**Cas idéal** MV	**Staircase 1** MV cens.	**Staircase 2** MV cens.
Σ_∞^{50}	**1**	0.989	0.990	0.987
C_v	**0.050**	0.054	0.058	0.061
m	**25.0**	23.2	21.8	20.2

Dans cette partie, une discussion est réalisée sur le dépouillement des éprouvettes rechargées. L'intérêt de la recharge des éprouvettes dans une procédure Staircase est mis en évidence, avec une hypothèse de non-cumul de dommage. L'influence d'un cumul d'endommagement sera discuté dans la partie suivante.

2.4.1 Méthode avec censure par intervalle

La première solution consiste donc à utiliser la censure par intervalle. En effet, la limite d'endurance d'une éprouvette rechargée est au moins supérieure à l'avant-dernier niveau, pour lequel l'éprouvette a réalisé N_{ref} cycles. De plus, avec une hypothèse de non-cumul, la limite d'endurance est également inférieure au niveau pour lequel l'éprouvette a rompu. Ainsi, un encadrement de la limite d'endurance peut être déterminé et une censure par intervalle appliquée.

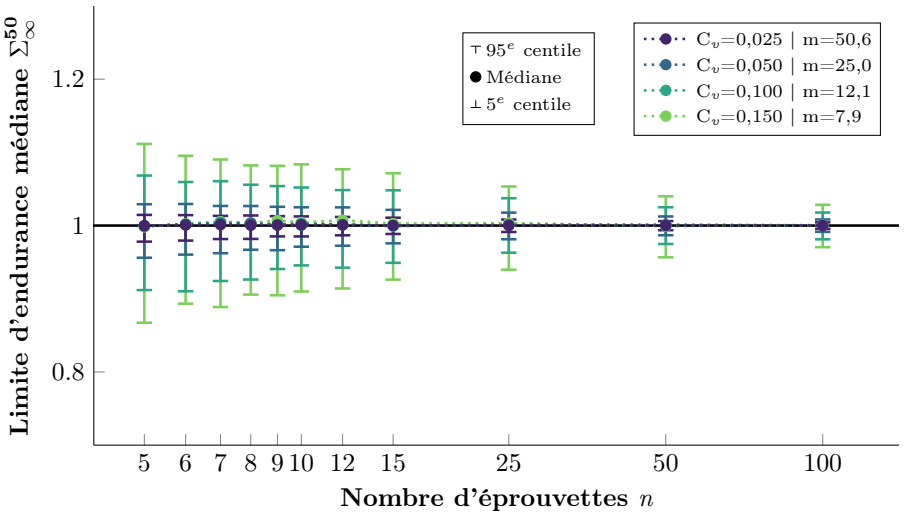
Le pas p est important, car il détermine la taille de l'intervalle de la censure. L'influence de ce paramètre sera étudiée dans cette partie (avec hypothèse de non-cumul).

a) Simulation du dépouillement avec la censure par intervalle

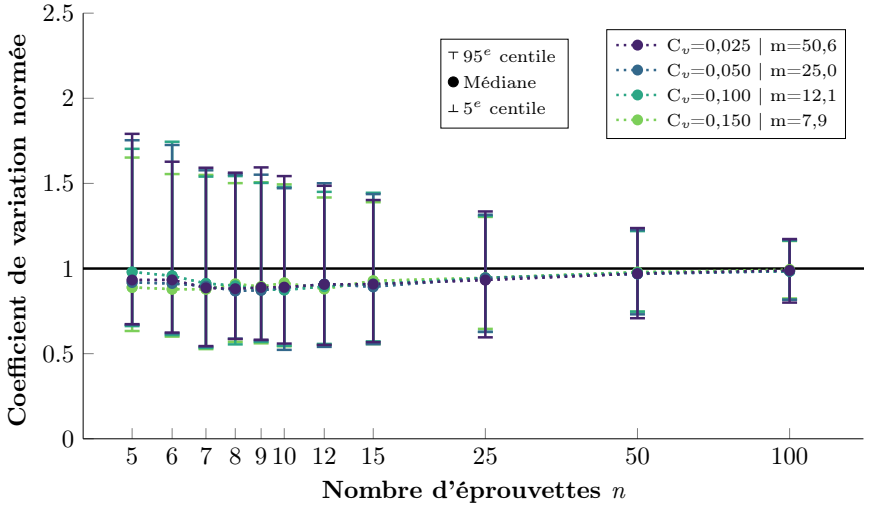
Les distributions des paramètres obtenues à l'issue des dépouillements des Staircase simulés avec rechargement sont présentées (Figure I.34). Les Staircase ont été générés avec $C_p/C_v = 1$. Le dépouillement se fait en maximisant la fonction de vraisemblance, dans le cas de censure à gauche (éprouvettes rompues au premier niveau) et de censure par intervalle (éprouvettes rechargées) (Équation I.38). Le tableau I.15 présente le taux de calcul possible pour le paramètre de la dispersion.

Par rapport aux Staircase classiques dépouillés avec la méthode du maximum de vraisemblance (Section 2.3.2), le taux de calcul est plus important. Pour de petits échantillons, le calcul est plus souvent possible. De plus, les incertitudes sur les paramètres semblent beaucoup plus faibles, ce qui semble normal étant donné que plus d'information est extraite de l'échantillon d'éprouvettes (censure par intervalle plus riche qu'une simple censure à droite).

Le dépouillement proposé avec la censure par intervalle donne des résultats très bien conditionnés : les réponses médianes, notamment sur le coefficient de variation, correspondent à la valeur cible pour de grands échantillons (lorsqu'il y a beaucoup d'informations). Nécessairement, le pas p définit la taille de l'intervalle et risque donc d'impacter les résultats.



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.34 – *Distributions obtenues à partir dépouillement de 1000 Staircase avec rechargement par condition (distribution initiale caractérisée par C_v et taille d'échantillon n) simulés avec $C_p/C_v = 1$ et avec la méthode du maximum de vraisemblance (censure par intervalle)*

Table I.15 – *Taux de calcul possible pour la dispersion lors du dépouillement de Staircase avec rechargement par la méthode du maximum de vraisemblance avec censure par intervalle (Figure I.34b)*

n	Taux de calcul possible pour la dispersion			
	C_v=0.025	C_v=0.050	C_v=0.100	C_v=0.150
5	0.61	0.62	0.65	0.65
6	0.71	0.69	0.74	0.76
7	0.76	0.78	0.78	0.82
8	0.83	0.82	0.85	0.87
9	0.88	0.87	0.88	0.89
10	0.91	0.92	0.91	0.92
12	0.94	0.93	0.95	0.94
15	0.97	0.98	0.98	0.98
25	1	1	1	1
50	1	1	1	1
100	1	1	1	1

b) Influence du pas du Staircase

Le fait de recharger les éprouvettes permet de monter plus rapidement la valeur de la contrainte. Ainsi, la philosophie du Staircase est modifiée. Le but n'est plus d'utiliser un maximum d'éprouvettes pour osciller autour de la limite d'endurance médiane, mais d'extraire le maximum d'information de chaque éprouvette.

De ce fait, en l'absence de cumul de dommage, le calcul est souvent possible (Figure I.35) pour les petits échantillons lorsque le pas est petit. La borne inférieure de la condition sur la taille du pas p pourrait donc être diminuée.

Concernant la borne supérieure, tout comme pour le Staircase classique, si le pas est trop grand alors il y a peu de niveaux de chargement différents et un cas extrême peut être atteint, avec un niveau avec uniquement des ruptures et un niveau avec uniquement des non-ruptures. Cependant l'utilisation de la censure par intervalle permet d'obtenir plus d'information et le taux de calcul est plus élevé pour de grands pas avec les différentes tailles d'échantillons (Figure I.31 et Figure I.35).

- *Le dépouillement proposé à base de censure par intervalle est très bien conditionné et semble très efficace pour déterminer les propriétés en fatigue à partir de Staircase avec rechargement.*
- *La philosophie du Staircase est modifiée. Le but n'est plus d'utiliser un grand nombre d'éprouvettes pour osciller et donc déterminer la limite d'endurance médiane, mais bien d'extraire le maximum d'information de chaque éprouvette en les menant à rupture. Ainsi, le taux de calcul du paramètre de dispersion est plus élevé et les incertitudes semblent plus faibles.*
- *En l'absence de cumul de dommage, il semble préférable d'utiliser un petit pas pour favoriser le nombre de niveaux différents pour lequel des ruptures et des survies peuvent être observées. Cependant un trop petit pas, dans le cas de la procédure étudiée, ne permettrait pas de redescendre rapidement le niveau de contrainte du Staircase.*

2.4.2 Méthode avec calcul des contraintes admissibles

Étant donné que l'ensemble des éprouvettes sont rompues, il est possible, en réalisant des hypothèses sur le cumul de dommage et sur la forme de la courbe S-N, d'estimer une contrainte admissible pour chaque éprouvette à partir de leurs historiques et de leurs nombres de cycles à rupture. C'est par exemple la base du dépouillement de la méthode Locati [Locati, 1955].

La contrainte admissible ainsi calculée peut être assimilée à la limite d'endurance de l'éprouvette. L'estimateur n'utilise plus de données censurées, et si les hypothèses réalisées sont correctes, alors il s'agit du cas idéal (Section 2.2). Les incertitudes se rapprochent alors de ce cas et proviennent uniquement de la détermination de la contrainte admissible.

Dans le cas d'un Staircase classique avec des censures à droite et à gauche, il est également possible d'estimer la contrainte admissible des éprouvettes rompues. Ces estimations permettent d'apporter plus d'informations, donc de diminuer les incertitudes. Cependant pour les éprouvettes non rompues, seule la censure à droite est possible, et tant qu'elles ne sont pas rompues, il n'est évidemment pas possible d'estimer leurs contraintes admissibles. C'est ce qui a en grande partie motivé la recharge des éprouvettes lors de la réalisation d'un Staircase.

- *À partir d'hypothèses sur la forme de la courbe S-N et sur le cumul d'endommagement, il est possible d'estimer une contrainte admissible pour les éprouvettes rompues.*
- *Dans le cas du Staircase avec rechargement, toutes les éprouvettes sont rompues. Ainsi si les hypothèses réalisées sont correctes, les incertitudes se rapprochent du cas idéal.*

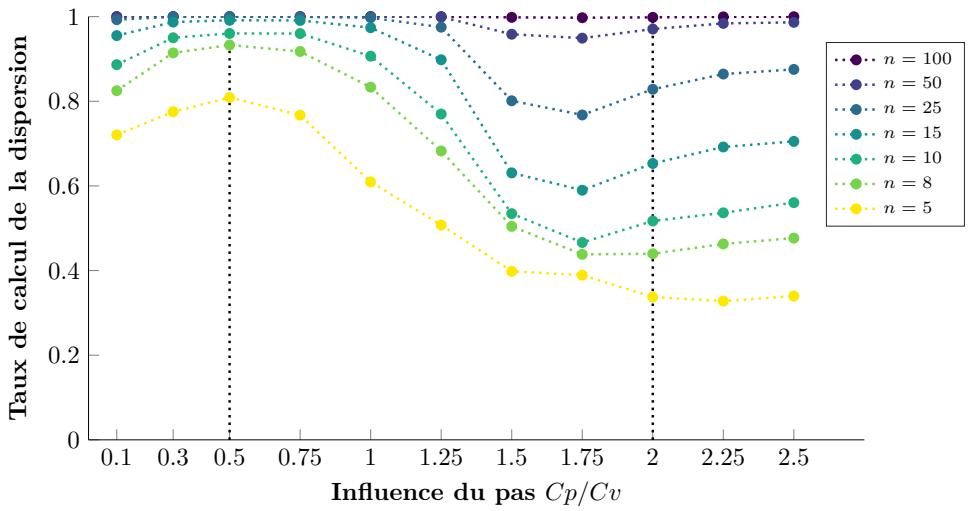
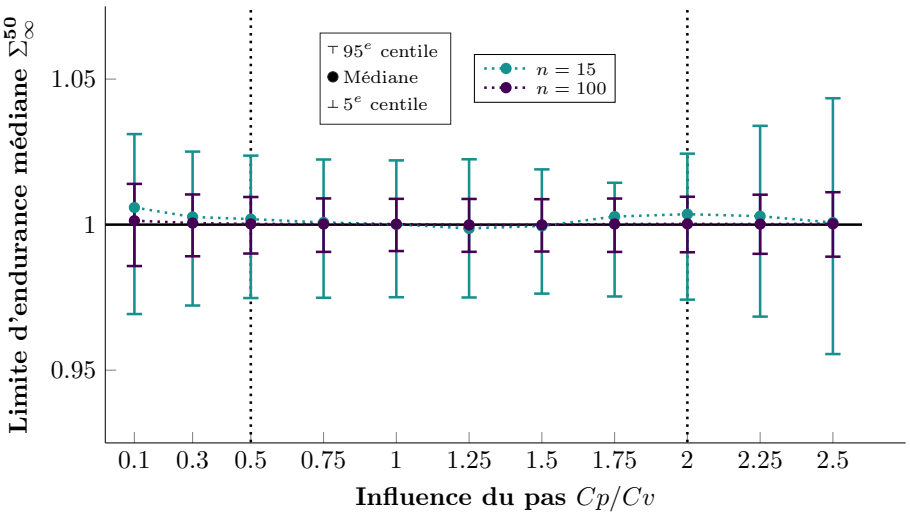
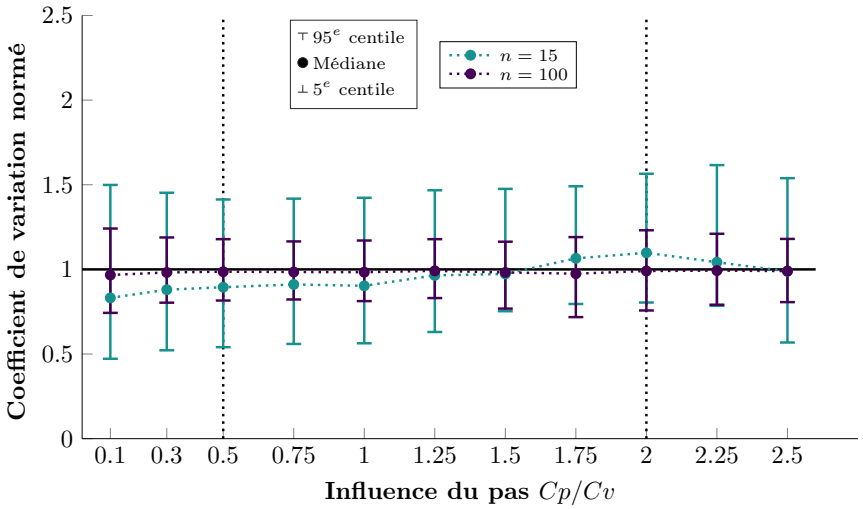


Figure I.35 – *Taux de calcul du paramètre de dispersion en fonction du nombre d'éprouvettes et du pas du Staircase - Résultats obtenus avec 1000 simulations de Staircase avec rechargement par condition et avec une distribution initiale de* $C_v = 0,05$



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*

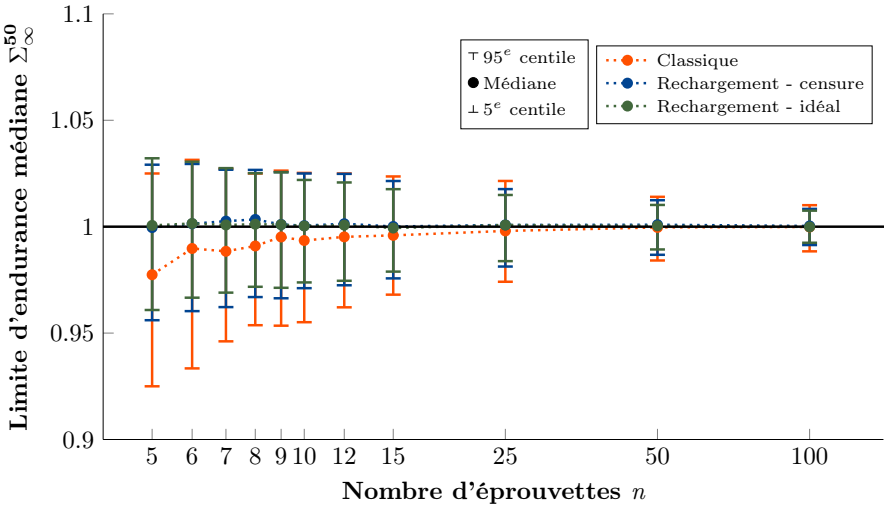


(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

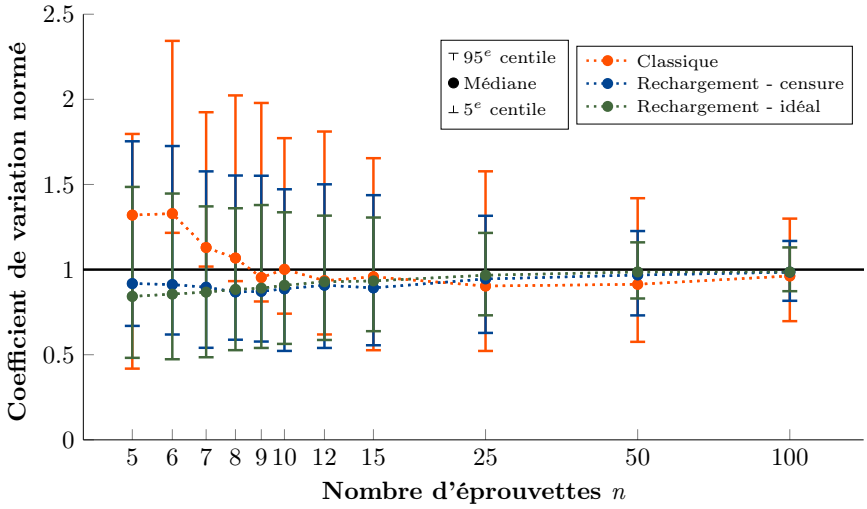
Figure I.36 – *Influence du pas du Staircase sur la détermination des propriétés en fatigue par l'analyse de Staircase avec rechargement - Résultats avec* $n = 15$ *et* $n = 100$ *pour une distribution initiale de* $C_v = 0,05$

2.4.3 Conclusion sur l'intérêt de la recharge des éprouvettes

Pour conclure sur l'intérêt de la recharge des éprouvettes, les distributions obtenues avec la distribution initiale de $C_v = 0,05$ sont directement comparées (Figure I.37). Les distributions sont obtenues avec $C_p/C_v = 1$ et avec 1000 Staircase par condition.



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.37 – *Comparaison des distributions obtenues par le dépouillement de Staircase classiques et de Staircase avec rechargement par deux méthodes : censure par intervalle et calcul de contrainte admissible - Résultats obtenus avec 1000 Staircase simulés avec $C_p/C_v = 1$ par taille d'échantillon n et avec une distribution initiale de $C_v = 0,05$*

Les résultats obtenus avec le Staircase classique (dépouillement avec la méthode du maximum de vraisemblance) servent de référence. Dans le cas du Staircase avec rechargement, il y a deux méthodes possibles : la méthode avec uniquement des censures (et donc peu d'hypothèses), et la méthode avec le calcul des contraintes admissibles (qui nécessitent plus d'hypothèses) qui se rapproche de cas idéal.

Les taux de calculs (Table I.13 pour le Staircase classique, Table I.15 pour la censure par intervalle et Table I.10 pour le cas idéal) ne sont pas rappelés, mais doivent être pris en compte pour l'analyse du paramètre de dispersion (Figure I.37b).

Les résultats obtenus avec la censure par intervalle sont très proches du cas idéal. Cette méthode nécessite très peu d'hypothèses et donc la recharge des éprouvettes dans le cadre d'une procédure Staircase semble pertinente. Cependant, en rechargeant des éprouvettes, le cumul de dommage doit nécessairement être pris en compte. Ainsi dans la partie suivante, des simulations vont être menées pour évaluer l'impact d'un cumul de dommage sur le déroulement d'essais Staircase avec rechargement, et surtout sur les deux méthodes d'analyse proposées.

2.5 Impact d'un cumul d'endommagement sur la procédure avec rechargement

Dans cette partie, des Staircase sont simulés avec du cumul d'endommagement afin de quantifier les incertitudes et l'influence des différents paramètres sur les méthodes d'analyse du Staircase avec rechargement.

Premièrement, des Staircase avec cumul d'endommagement doivent être simulés. Ainsi, les différentes hypothèses réalisées sont présentées. Ensuite, la méthode avec la censure par intervalle est évaluée en présence de cumul de dommage. Un domaine de validité de cette méthode est défini ; il représente les paramètres pour lesquels le déroulement du Staircase se fait quasiment de la même manière en présence ou non de cumul (pas pris en compte dans l'utilisation des censures). Enfin, la méthode avec calcul des contraintes admissibles est évaluée. Une étude de sensibilité est réalisée afin de quantifier les incertitudes relatives aux calculs des contraintes admissibles des éprouvettes, et donc leurs impacts sur la détermination des propriétés en fatigue.

2.5.1 Simulation de Staircase avec cumul d'endommagement

Pour prendre en compte le cumul d'endommagement, deux hypothèses sont nécessaires :
- la forme de la courbe S-N doit être postulée afin de faire le lien entre la contrainte appliquée et le nombre de cycles à rupture ;
- une loi de cumul d'endommagement doit évidemment être supposée pour prendre en compte l'historique de l'éprouvette.

Le modèle de Basquin [Basquin, 1910] est utilisé pour décrire la courbe S-N. Ce choix a été réalisé, car il s'agit d'un modèle simple (une droite en échelle logarithmique) ; n'importe quelle courbe de fatigue peut localement être approximée par ce modèle. Ainsi, le lien entre le nombre de cycles à rupture N_{r_i} et l'amplitude de contrainte Σ_{0_i} (au voisinage de N_{ref}) est donné par

$$N_{r_i} {\Sigma_{0_i}}^{b_m} = A, \tag{I.39}$$

où A et b_m sont des paramètres matériaux à identifier.

Lors du premier niveau de chargement de l'éprouvette, le nombre de cycles à rupture de l'éprouvette i peut donc être déterminé en utilisant

$$N_{r_i} = N_{\text{ref}} \left(\frac{\sigma_{D_i}}{\Sigma_{0_i}} \right)^{b_m}. \tag{I.40}$$

Ainsi, seul le paramètre b_m est nécessaire pour déterminer le nombre de cycles à rupture. Il représente simplement la pente de la courbe de fatigue. La simulation des Staircase avec rechargement se fait donc en comparant le nombre de cycles à rupture N_{r_i} au nombre de cycles de référence N_{ref}.

Si $N_{r_i} > N_{ref}$, alors l'éprouvette est non rompue (arrêtée à N_{ref} cycles) et est rechargée au niveau suivant. Pour calculer l'influence de ce chargement sur la durée de vie, une loi de cumul linéaire simple de Miner [Miner, 1945] est utilisée. Avec le modèle de Basquin présenté précédemment, le dommage cumulé est calculé par

$$D = \sum n_i \frac{{\Sigma_{0_i}}^{b_m}}{A}, \tag{I.41}$$

où les n_i représentent les nombres de cycles effectués aux amplitudes de contraintes Σ_{0_i}.

De manière pratique, le cumul de dommage est calculé uniquement sur les deux derniers niveaux de chargement : le niveau Σ_{0_i} où la rupture intervient, et le dernier niveau avec non-rupture $\Sigma_{0_i} - p$, pour lequel N_{ref} cycles ont été effectué. Du fait de la loi puissance en b_m, le cumul de dommage est largement majoritaire sur le dernier niveau non rompu.

Ainsi, le nombre de cycles à rupture au niveau de chargement Σ_{0_i} est déterminé par

$$N_{r_i} = N_{\text{ref}} \frac{{\sigma_{D_i}}^{b_m} - (\Sigma_{0_i} - p)^{b_m}}{{\Sigma_{0_i}}^{b_m}}. \tag{I.42}$$

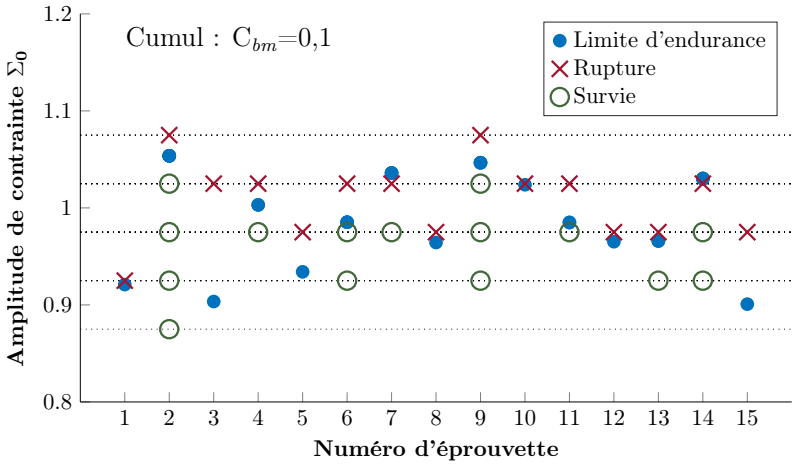
Le cumul de dommage dépend donc de deux paramètres :

- le pas p, plus il sera faible, plus ce cumul sera important ;
- la pente de la courbe de fatigue b_m, plus cette pente sera importante (b_m faible), plus le cumul interviendra.

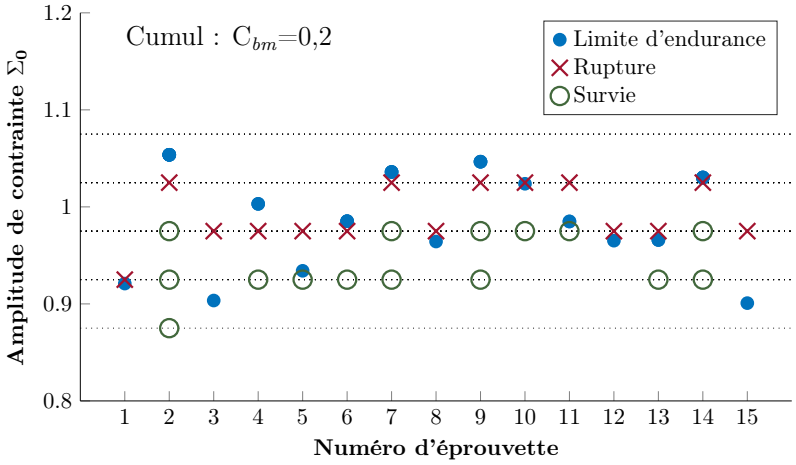
Afin de faciliter l'interprétation des résultats, un paramètre linéaire C_{bm} est créé pour représenter la pente de la courbe S-N. Ce paramètre représente alors la diminution de la limite d'endurance médiane sur une décade de cycles, toujours au voisinage de N_{ref} et est déterminé par

$$\mathrm{C}_{bm} = 10^{1/b_m} - 1. \tag{I.43}$$

Le paramètre C_{bm} représente également l'intensité du cumul de dommage (à p fixé). Plus ce paramètre sera élevé, plus un cumul d'endommagement interviendra (Figure I.38).



(a) *Staircase avec recharge : $C_{bm} = 0,1$*



(b) *Staircase avec recharge : $C_{bm} = 0,2$*

Figure I.38 – *Exemples de deux Staircase avec rechargement en présence de cumul de dommage, caractérisé par C_{bm} - Simulations réalisées avec $C_p/C_v = 1$ et $C_v = 0,05$ (et avec le même échantillon que précédemment)*

Nécessairement pour certaines éprouvettes, la rupture intervient sur un niveau de chargement inférieur à la limite d'endurance de l'éprouvette ; l'utilisation de la censure par intervalle apportera donc une information erronée sur celle-ci.

Avec une augmentation du cumul de dommage, les éprouvettes auront tendance à se regrouper sur des niveaux de chargement plus faibles : la limite d'endurance risque d'être sous-estimée et le coefficient de variation également sous-estimé (moins de niveaux différents).

2.5.2 Domaine de validité de la censure par intervalle

L'intérêt principal de la méthode d'analyse avec uniquement des censures est que peu d'hypothèses sont nécessaires pour pouvoir l'utiliser (notamment sur la forme de la courbe S-N ou sur la loi de cumul).

En effet, aucun cumul d'endommagement ne peut être pris en compte, et donc seule une hypothèse de non-cumul (ou du moins de cumul limité) doit être postulée. L'objectif de cette partie est donc de définir un domaine de validité de la méthode, *i.e.* des relations entre les différents paramètres nécessaires à la simulation des Staircase en présence de cumul pour lesquels le déroulement d'un Staircase avec cumul est identique au déroulement de ce Staircase sans cumul (sur les niveaux de chargement sur lesquels des censures seront appliquées, les nombres de cycles à rupture seront nécessairement différents, mais pas pris en compte dans l'analyse). Ce domaine de validité sera d'abord défini avec un grand échantillon de $n = 100$, puis l'influence de la taille de l'échantillon sera observé par la suite.

a) Influence du pas de rechargement

Dans cette partie, l'objectif est d'évaluer une possible relation entre C_v et C_p. Des simulations ont été menées avec $n = 100$ en comparant plusieurs intensités de cumul, donc plusieurs C_{bm}, au cas sans cumul de dommage, pour différentes valeurs de pas et avec différentes distributions initiales (dont $C_v = 0,05$ et $C_v = 0,10$). Concernant l'évaluation de la limite d'endurance médiane (Figure I.39), plus le cumul est important (C_{bm} élevé), plus elle aura tendance à être sous-estimée. De même, lors de l'évaluation du coefficient de variation (Figure I.40), il aura tendance à être sous-estimé en présence de cumul d'endommagement important, et avec de petits pas de chargement.

Pour le Staircase classique, la relation $2 \geq C_p/C_v \geq 1/2$ est habituellement utilisée, et avait globalement été retrouvée par simulation (paragraphe 2.3.3b). La borne supérieure est utilisée pour assurer qu'il y ait suffisamment de niveaux de chargement différents (avec survies et ruptures) pour correctement estimer les propriétés en fatigue. La borne inférieure est fixée pour que, dans le cadre d'un Staircase classique, le niveau de chargement monte et descende suffisamment rapidement avec de petits échantillons pour permettre tout de même la détermination des paramètres.

Dans le cas d'un Staircase avec rechargement et sans cumul (paragraphe 2.4.1b)), la borne supérieure est la même, pour les mêmes raisons (bien que la censure par intervalle apporte tout de même plus d'information). Cependant, la borne inférieure aurait pu être plus faible, le niveau de chargement pouvant monter plus rapidement lors de la réalisation d'essais avec rechargement.

Dans le cas du Staircase avec rechargement et en présence de cumul, la même borne inférieure peut être appliquée, mais ici pour limiter l'impact du cumul d'endommagement. Ainsi, la même relation peut être définie entre le pas C_p et la distribution initiale C_v, soit

$$2 \geq \frac{C_p}{C_v} \geq \frac{1}{2}. \tag{I.44}$$

En comparant l'impact du cumul entre les deux distributions initiales (Figure I.40), pour un même ratio C_p/C_v, il semble différent et donc une autre relation doit exister entre le pas du Staircase C_p et la pente de la courbe représentée par C_{bm}, indépendamment de la distribution initiale.

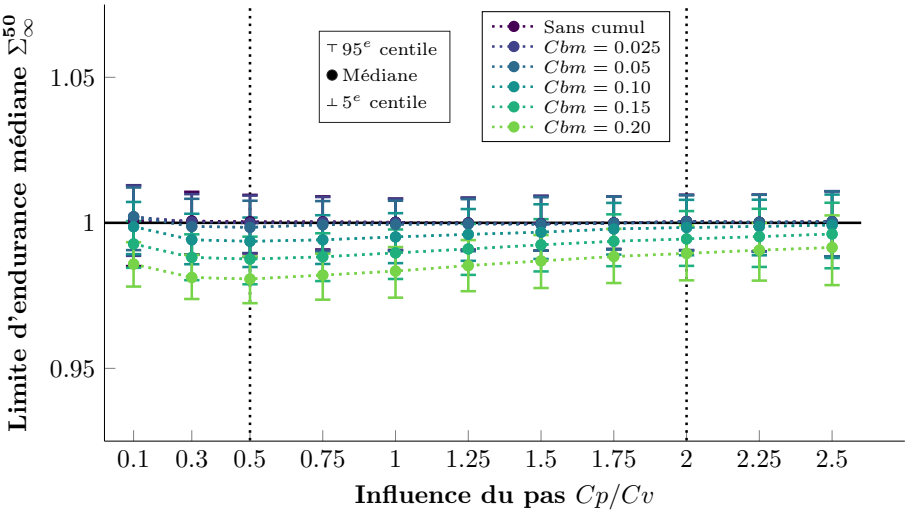
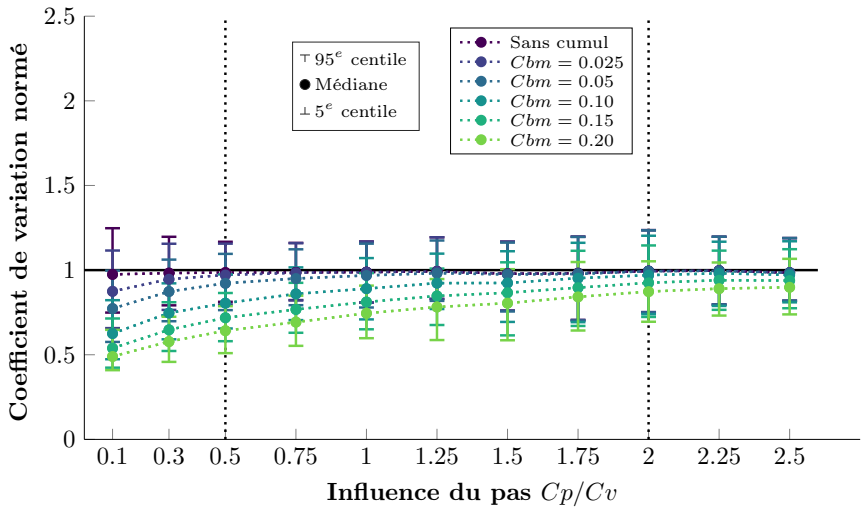
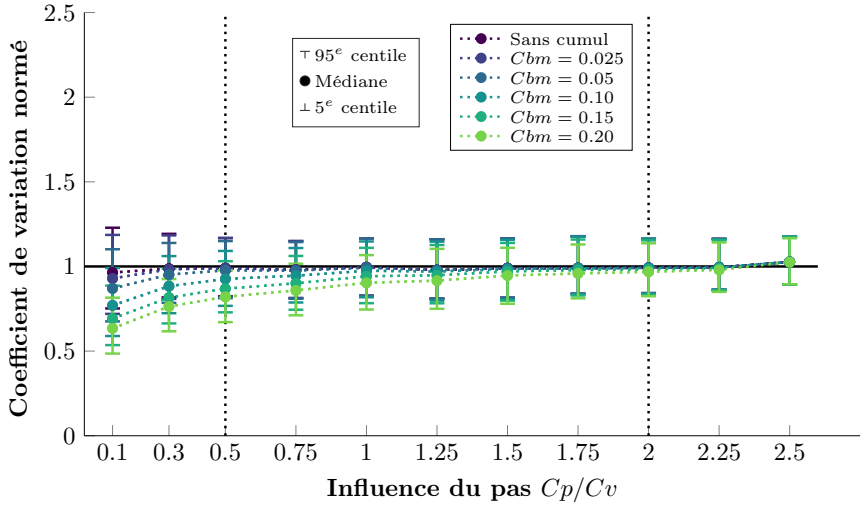


Figure I.39 – *Influence du pas du Staircase avec rechargement en présence de cumul pour la méthode avec censures par intervalle sur la limite d'endurance médiane - Résultats avec $n = 100$, plusieurs valeurs de C_{bm} et pour une distribution initiale de $C_v = 0,05$*



(a) $C_v = 0,05$



(b) $C_v = 0,10$

Figure I.40 – *Influence du pas du Staircase avec rechargement en présence de cumul pour la méthode avec censures sur la détermination du coefficient de varaition - Résultats avec $n = 100$, plusieurs valeurs de C_{bm} et pour des distributions initiales de $C_v = 0,05$ et $C_v = 0,10$*

Lors de la réalisation de Staircase avec rechargement, en présence de cumul de dommage, la relation à vérifier entre le pas et la dispersion initiale est définie (équation I.44). Il s'agit de la même relation que pour le Staircase classique, mais pour des raisons différentes (pour la borne inférieure au moins).

b) Impact du cumul d'endommagement

Pour évaluer l'impact du cumul d'endommagement, des simulations sont réalisées pour les quatre distributions initiales considérées ($C_v = 0,025$, $C_v = 0,05$, $C_v = 0,10$ et $C_v = 0,15$). Pour des pas de Staircase compris dans les intervalles $2 \geq C_p/C_v \geq 1/2$, les incertitudes sont très peu affectées. Ainsi, seule la valeur médiane du coefficient de variation relative à la simulation de 1000 Staircase de $n = 100$ éprouvettes par condition est étudiée. Des simulations sont réalisées avec plusieurs valeurs de C_{bm} pour chaque distribution initiale (permettant ainsi de balayer une grande plage de C_p) et les résultats sont affichés en fonction de C_p/C_{bm} (Figure I.41).

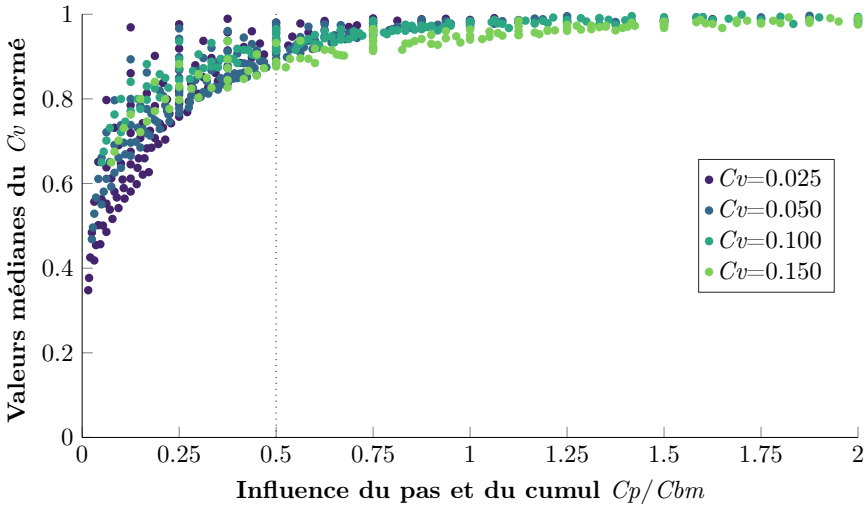


Figure I.41 – *Influence du pas du Staircase C_p et de la pente de la courbe S-N C_{bm} sur la valeur médiane du coefficient de variation - Staircase avec rechargement en présence de cumul d'endommagement (méthode avec censures)*

Pour limiter l'impact du cumul d'endommagement, une simple relation entre C_p et C_{bm} peut être proposée, soit

$$\frac{C_p}{C_{bm}} \geq \frac{1}{2}. \tag{I.45}$$

Avec cette dernière relation et la relation entre le pas C_p et la dispersion de la distribution initiale C_v (équation I.44), il existe alors des conditions pour lesquelles il y aura nécessairement un impact du cumul lors de la réalisation d'un Staircase avec rechargement. Il s'agit des cas où $C_{bm} \geq 4.C_v$, ce qui correspond à une pente de la courbe S-N très élevée ou à une dispersion initiale très faible, ce qui est rarement le cas dans le domaine HCF[1].

1. Pour donner un ordre d'idée, dans le cas d'une loi normale, un intervalle de 4 écarts-types (donc 4 C_v) centré sur la valeur moyenne représente 95,45% des valeurs. Cela correspond alors à une pente tellement forte qu'elle représente la diminution de la limite d'endurance en une décade de cycles de quasiment la taille de la distribution à N_{ref} cycles.

• Lors de la réalisation de Staircase avec rechargement, en présence de cumul de dommage, la relation à vérifier entre le pas et la pente de la courbe S-N (intensité du cumul) est $C_p/C_{bm} \geq 1/2$.
• Le domaine ainsi défini est très grand. Le cumul de dommage n'impacte pas tant que ça le déroulement de Staircase avec rechargement et permet donc l'utilisation de la méthode avec censures (d'autant plus lorsque la pente de la courbe S-N est très faible ; soit la présence d'une asymptote proche de N_{ref}).

c) Conclusion : influence du nombre d'éprouvettes

Dans cette partie, l'influence du nombre d'éprouvettes est évaluée afin de confronter le domaine de validité déterminé avec $n = 100$. Par exemple, le Staircase 1 (Figure I.38a) correspond à un ratio $C_p/C_{bm} = 1/2$ et semble modérément affecté par le cumul. Le Staircase 2 (Figure I.38b) correspond à $C_p/C_{bm} = 1/4$; l'application de la méthode de dépouillement avec censure ne semble pas pertinente. Des Staircase avec rechargement en présence de cumul ont été simulés avec une distribution initiale de $C_v = 0,05$, un pas de $C_p/C_v = 1$ et pour plusieurs conditions d'intensité de cumul d'endommagement : sans cumul pour servir de référence, $C_p/C_{bm} = 1$ et $C_p/C_{bm} = 1/2$ à l'intérieur du domaine de validité définit précédemment et enfin une condition en dehors du domaine de validité (équation I.45) avec $C_p/C_{bm} = 1/4$ (Figure I.42). Les taux de calcul sont également présentés (Table I.16).

Lorsque le domaine de validité est vérifié, nécessairement les résultats sont quasiment identiques à ceux sans cumul d'endommagement avec cette méthode de dépouillement. Les distributions et les taux de calculs sont très proches. Lorsque les paramètres de simulations sont en dehors du domaine de validité, alors la limite d'endurance médiane a tendance à être sous-estimée. Pour le coefficient de variation, il est moins souvent identifiable et a de plus tendance à être sous-estimé.

L'utilisation de la méthode de dépouillement avec censure est très intéressante, car peu d'hypothèses sont nécessaires pour sa mise en œuvre. De plus, dans le cadre de la réalisation d'essais pour déterminer la limite d'endurance proche d'une asymptote (donc C_{bm} faible), le cumul est logiquement très limité, et cela n'impacte pas le déroulement du Staircase.

2.5.3 Impact du cumul sur le calcul des contraintes admissibles

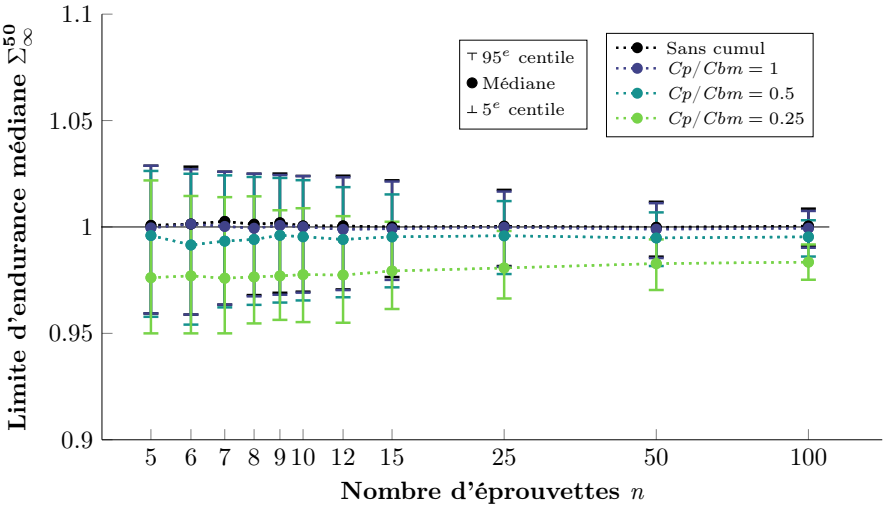
Étant donné que toutes les éprouvettes sont rompues, il est possible d'estimer une contrainte admissible pour chacune d'entres-elle et ainsi se rapprocher du cas idéal (Section 2.4.2). Pour cela des hypothèses sont nécessaires sur la forme de la courbe S-N et sur la loi de cumul de dommage.

De la même manière que pour la simulation, le modèle de Basquin [Basquin, 1910] est choisi pour représenter la courbe de fatigue et la loi de cumul linéaire de Miner [Miner, 1945] est considérée. Il s'agit alors d'un cas très idéal, mais qui permet d'étudier l'influence d'une mauvaise détermination de l'intensité du cumul (soit ici de la pente de la courbe S-N). Pour le calcul des contraintes admissible, il suffit alors d'approximer la pente de la courbe S-N.

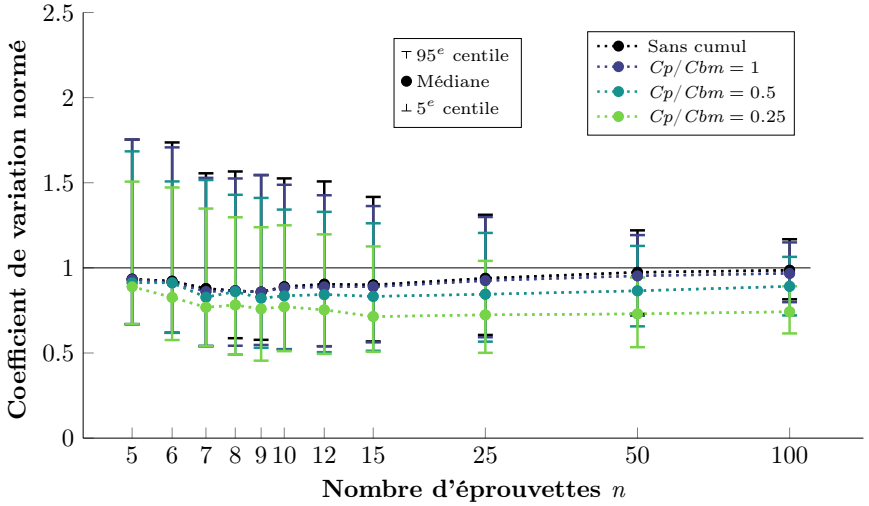
La "vraie" pente de la courbe S-N, notée b_m n'est *a priori* pas connue et ne peut être qu'estimée. Dans la suite, la pente approximée est notée b_d (si l'approximation est exacte, $b_d = b_m$)). De la même manière que précédemment, un coefficient C_{bd} est défini pour faciliter l'interprétation des résultats, soit

$$\mathrm{C}_{bd} = 10^{1/b_d} - 1. \tag{I.46}$$

Ainsi des essais sont simulés avec une certaine intensité de cumul C_{bm} (m=matériau) et le paramètre C_{bd} (d=dépouillement) est utilisé pour déterminer les contraintes admissibles des éprouvettes. Ces contraintes admissibles sont assimilées aux limites d'endurance des éprouvettes, et l'estimateur du maximum de vraisemblance sans censures est utilisé pour déterminer les propriétés en fatigue.



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*



(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.42 – *Influence du nombre d'éprouvettes sur le dépouillement par la méthode de censure par intervalle de Staircase avec rechargement et en présence de cumul - Simulations pour une distribution initiale de $C_v = 0,05$, un pas de $C_p/C_v = 1$ et plusieurs valeurs d'intensité de cumul pour confronter le domaine*

Table I.16 – *Taux de calcul possible pour la dispersion lors du dépouillement de Staircase avec rechargement par la méthode du maximum de vraisemblance avec censure par intervalle (Figure I.42b)*

n	Taux de calcul possible pour la dispersion			
	Sans cumul	C_p/C_{bm}=1	C_p/C_{bm}=0.5	C_p/C_{bm}=0.25
5	0.62	0.61	0.54	0.33
6	0.69	0.70	0.66	0.43
7	0.78	0.78	0.74	0.47
8	0.82	0.81	0.78	0.51
9	0.87	0.89	0.86	0.58
10	0.92	0.90	0.86	0.62
12	0.93	0.96	0.92	0.68
15	0.98	0.98	0.96	0.79
25	1	1	1	0.90
50	1	1	1	1
100	1	1	1	1

Pour une éprouvette rompue i au premier niveau de chargement, le calcul de la contrainte admissible à N_{ref} cycles est réalisé avec

$$\sigma_{adm_i} = \Sigma_{0_i} \left(\frac{N_{r_i}}{N_{\text{ref}}} \right)^{1/b_d}, \tag{I.47}$$

où N_{ri} est le nombre de cycles simulés (équation I.40) à l'amplitude de contrainte Σ_{0_i}.

Pour une éprouvette rechargée i rompue à l'amplitude de contrainte Σ_{0_i} (et donc avec au moins une survie au niveau $\Sigma_{0_i} - p$), le calcul de la contrainte admissible à N_{ref} cycles est réalisé avec

$$\sigma_{adm_i} = \left((\Sigma_{0_i} - p)^{b_d} + \frac{N_{r_i}}{N_{\text{ref}}} {\Sigma_{0_i}}^{b_d} \right)^{1/b_d}. \tag{I.48}$$

Bien évidemment si la pente approximée est la bonne, soit $b_d = b_m$, alors le recalage à la limite d'endurance se fait parfaitement, soit $\sigma_{adm_i} = \sigma_{D_i}$, et cela revient au cas idéal (Section 2.2). Une étude sur la sensibilité de ce paramètre est donc réalisée par la suite. Des simulations sont effectuées avec une large plage de valeurs de C_{bm}, et sont dépouillées avec différentes valeurs de C_{bd}. Pour chaque cas de (C_{bm} ;C_{bd}), 1000 simulations de $n = 100$ éprouvettes sont réalisées. Seule l'influence sur la valeur médiane des distributions obtenues est étudiée (ce dépouillement est proche du cas idéal et les incertitudes, donc la taille des distributions, sont modérément impactées). Des cartographies sur les valeurs médianes des paramètres de la distribution sont alors obtenues en faisant varier b_d et b_m lors des simulations. L'objectif est alors d'évaluer les erreurs réalisées lors d'une mauvaise approximation de la pente de la courbe S-N.

Dans un premier temps, les résultats sur la sensibilité de la pente de la courbe S-N pour la détermination de la limite d'endurance médiane avec $n = 100$ sont présentés pour différentes distributions initiales avec des pas différents. Ensuite, les résultats obtenus pour le coefficient de variation normé sont analysés de la même manière. Enfin pour valider ces observations, l'influence du nombre d'éprouvettes est étudiée pour revenir sur des tailles d'échantillon plus faible.

a) Sur la détermination de la limite d'endurance médiane

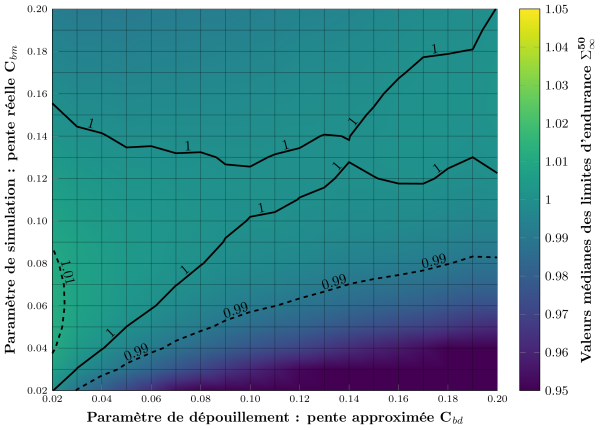
Avec la loi de cumul choisie, lorsque le pas du Staircase diminue, alors l'impact du cumul diminue (équation I.48) et la sensibilité au paramètre d'intensité de cumul également (Figure I.43 et Figure I.44). De plus, la sensibilité au cumul d'endommagement dépend toujours de la dispersion de la distribution initiale.

Les domaines de validité restent grands (*i.e* une erreur sur l'estimation de b_d par rapport à la pente réelle n'impacte pas trop l'estimation de la médiane des contraintes admissibles), mais dépendent fortement de la dispersion de la distribution initiale et du pas. Par exemple, pour une faible dispersion initiale (Figure I.43), l'erreur sur l'évaluation de la médiane reste presque toujours inférieure à 1%.

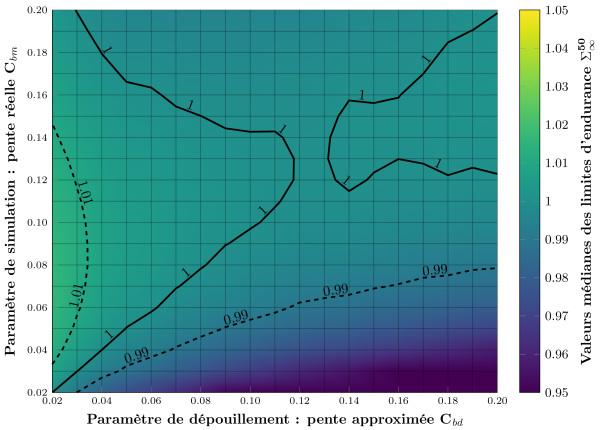
b) Sur la détermination de la dispersion

Concernant les résultats sur le coefficient de variation, les mêmes types de cartographies sont obtenus. Elles représentent les valeurs médianes du coefficient de variation normé, obtenues à partir de 1000 simulations en faisant varier b_d et b_m. Les cartographies semblent identiques pour les deux distributions initiales, au C_p/C_v près (Figure I.45 et Figure I.46).

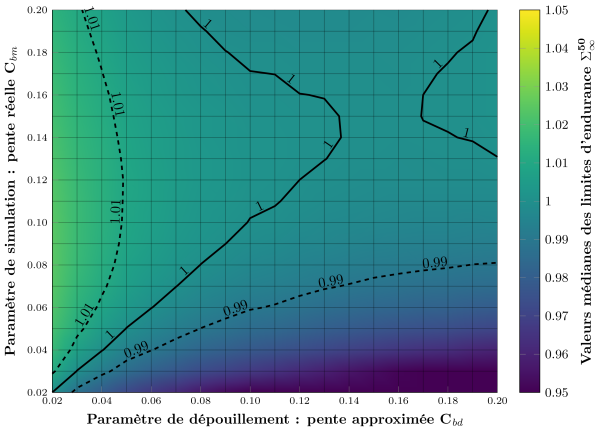
Pour les deux distributions initiales, la sensibilité à une mauvaise estimation de la pente diminue (zone comprenant les valeurs entre $0,9$ et 1.1 qui augmente) lorsque le pas augmente.



(a) $C_p/C_v = 0,5$ - $C_v = 0,05$

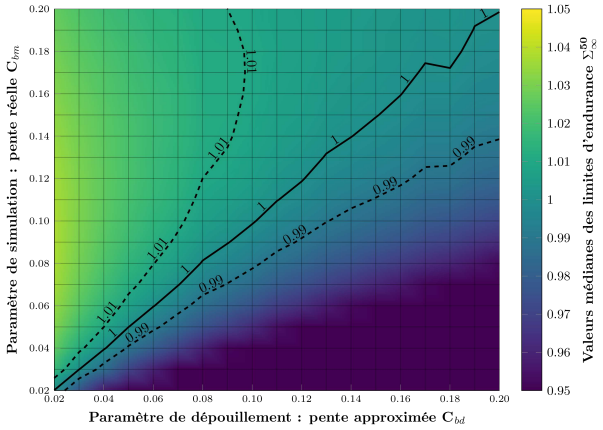


(b) $C_p/C_v = 1$ - $C_v = 0,05$

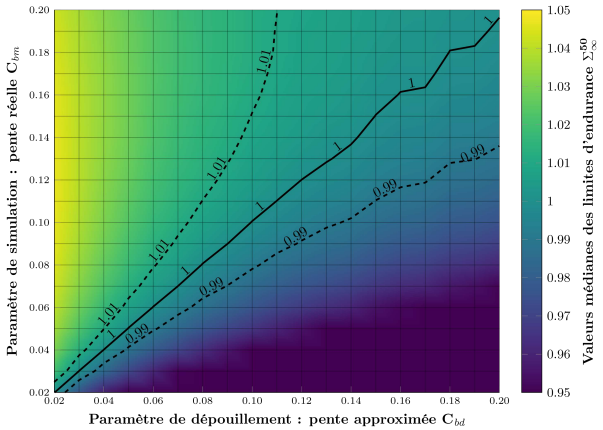


(c) $C_p/C_v = 1,5$ - $C_v = 0,05$

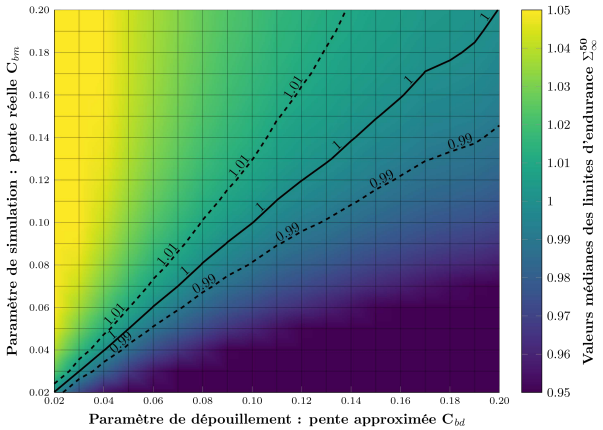
Figure I.43 – *Étude de sensibilité du paramètre d'intensité de cumul - Cartographies de valeurs médianes de Σ_∞^{50} (distribution initiale $C_v = 0,05$)*



(a) $C_p/C_v = 0,5$ | $C_v = 0,10$

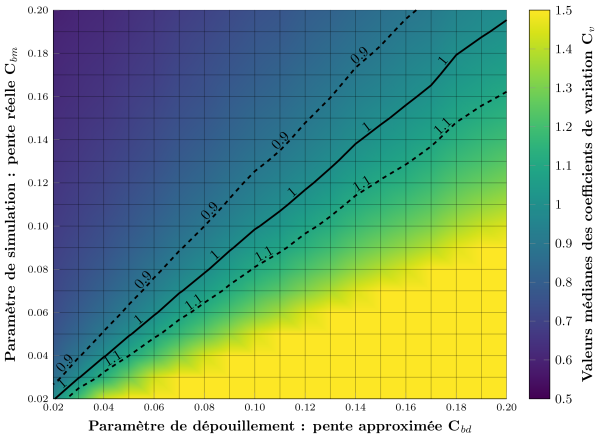


(b) $C_p/C_v = 1$ | $C_v = 0,10$

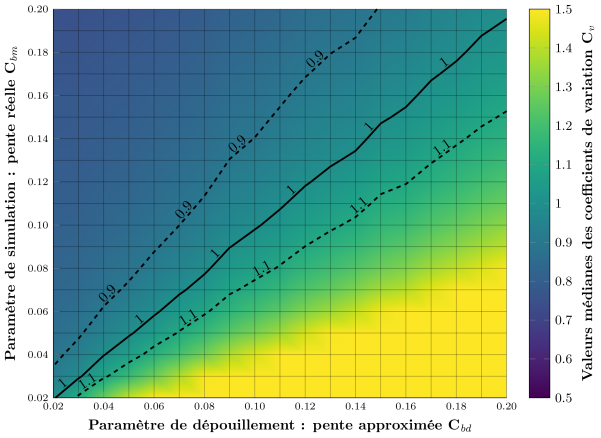


(c) $C_p/C_v = 1,5$ | $C_v = 0,10$

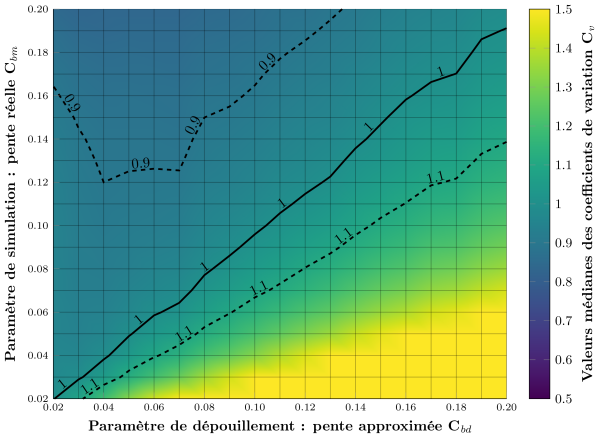
Figure I.44 – *Étude de sensibilité du paramètre d'intensité de cumul - Cartographies de valeurs médianes de Σ_∞^{50} (distribution initiale $C_v = 0,10$)*



(a) $C_p/C_v = 0,5$ / $C_v = 0,05$

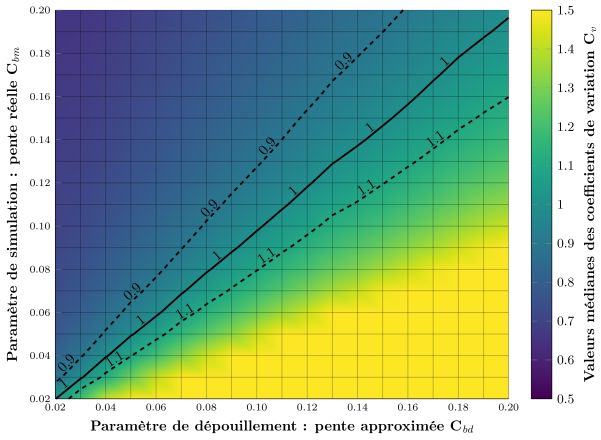


(b) $C_p/C_v = 1$ / $C_v = 0,05$

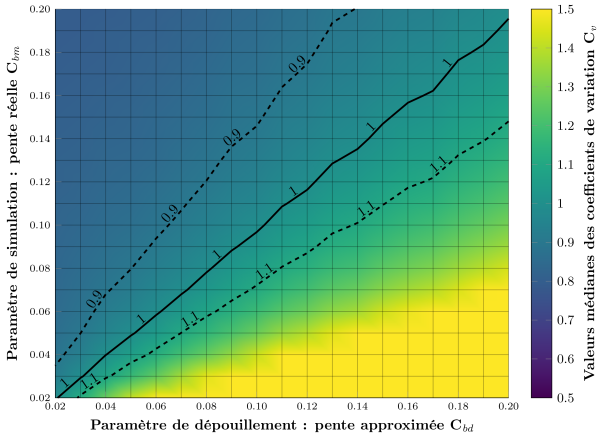


(c) $C_p/C_v = 1,5$ / $C_v = 0,05$

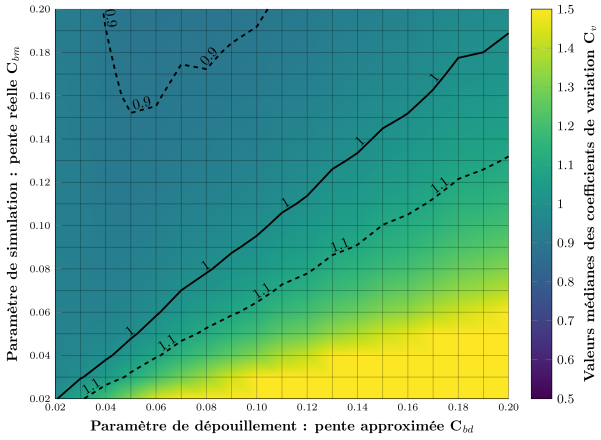
Figure I.45 – *Étude de sensibilité du paramètre d'intensité de cumul - Cartographies de valeurs médianes de C_v (distribution initiale $C_v = 0,05$)*



(a) $C_p/C_v = 0,5$ / $C_v = 0,10$



(b) $C_p/C_v = 1$ / $C_v = 0,10$



(c) $C_p/C_v = 1,5$ / $C_v = 0,10$

Figure I.46 – *Étude de sensibilité du paramètre d'intensité de cumul - Cartographies de valeurs médianes de C_v (distribution initiale $C_v = 0,10$)*

Logiquement, lorsque $C_b = C_m$ les valeurs déterminées avec $n = 100$ sont celles du cas idéal (soit un coefficient de variation normé de 1). La sensibilité au paramètre du cumul sur la détermination du coefficient de variation (en valeur médiane) reste assez importante et est une erreur relative de la pente initiale.

Par exemple, pour avoir une réponse médiane acceptable dans la détermination du coefficient de variation, *i.e.* une erreur de moins de 10% de la valeur médiane (pour la condition $C_p/C_v = 1$), l'erreur relative sur l'estimation de b_m peut être caractérisée par

$$1,35 \geq \frac{\mathrm{C}_{bm}}{\mathrm{C}_{bd}} \geq 0,77. \tag{I.49}$$

Ces bornes correspondent alors aux coefficients directeurs des droites en pointillés, représentant le domaine où il y a moins de 10% d'erreur sur l'estimation de la médiane du coefficient de variation normé, avec une mauvaise estimation de la pente de la courbe S-N (Figure I.45b).

L'erreur sur la détermination de la pente reste relative à la "vraie" pente b_m. Pour illustrer, avec une simulation effectuée avec $C_{bm} = 0,15$, le paramètre C_{bm} doit être compris entre 0,11 et 0,20. Quand la pente de la courbe de fatigue est plus faible, *e.g.* $C_{bm} = 0,03$, alors la sensibilité sur le paramètre est logiquement plus importante (entre 0,02 et 0,04 pour être à moins de 10% d'erreur en réponse médiane). Cependant dans ce cas-là, le cumul de dommage est très limité et la méthode avec censure par intervalle semble être plus appropriée, avec un ratio C_p/C_{bm} très élevé (paragraphe 2.5.2).

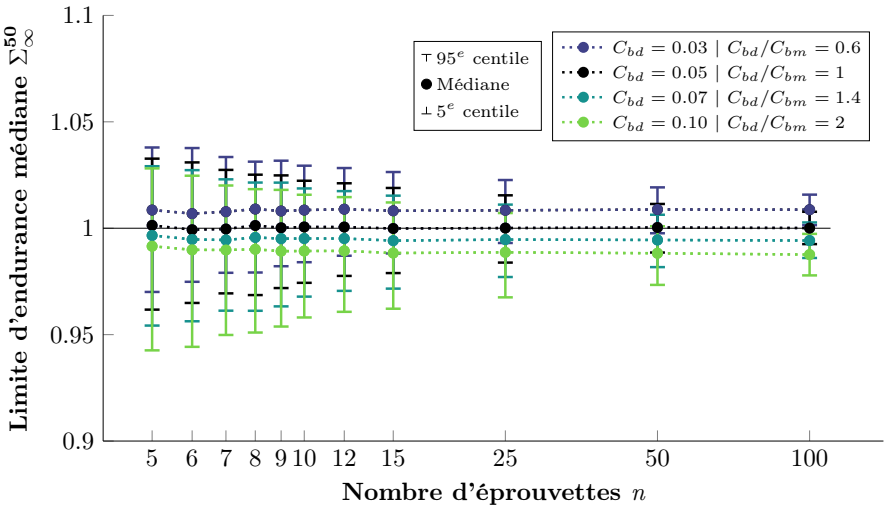
c) Conclusion : influence du nombre d'éprouvettes

À la différence de la méthode avec censure par intervalle, aucun domaine de validité n'a été déterminé pour cette méthode. Il s'agit simplement d'une étude pour quantifier les erreurs réalisées lors d'un mauvais recalage aux contraintes admissibles. Encore une fois, les résultats sont idéalisés, car les mêmes modèles et les mêmes lois sont utilisés lors de la simulation et du dépouillement, mais avec des paramètres différents. De plus, il est toujours très délicat de découpler les effets des différents paramètres (comme les effets de projection sur l'axe $N = N_{ref}$ lors du recalage...).

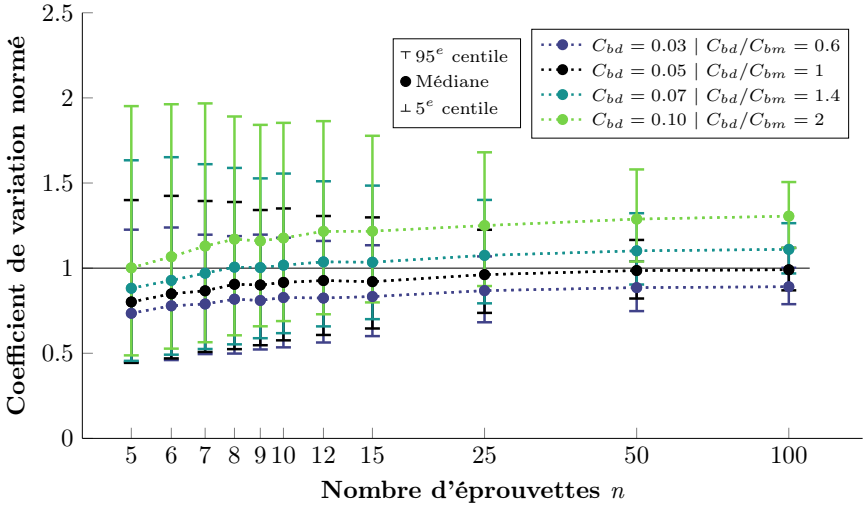
De plus, les nombres de cycles simulés ne sont pas toujours cohérents avec la modélisation, *i.e.* ils sont parfois très éloignés de N_{ref}. Par souci de simplicité, aucune borne ou limite n'a été fixée à ce sujet et toutes les éprouvettes sont prises en compte.

Afin de valider les observations et de déterminer l'influence d'un mauvais recalage pour des tailles d'échantillon plus faibles, des simulations ont été réalisées avec une distribution initiale de $C_v = 0,05$, un pas de Staircase de $C_p/C_v = 1$ et une pente de la courbe S-N de $C_{bm} = 0,05$. Des dépouillements ont été réalisés avec plusieurs valeurs de C_{bd} et les résultats sont présentés (Figure I.47). Le cas $C_{bd}/C_{bm} = 1$ est le cas idéal (Section 2.2).

Du fait de la projection, lorsque $C_{bd} > C_{bm}$, la limite d'endurance médiane tend à être sous-estimée, et le coefficient de variation normé, surestimé. L'inverse est observé lorsque $C_{bd} < C_{bm}$. Les incertitudes semblent également impactées, mais globalement il s'agit d'un décalage des distributions suivant les constatations décrites précédemment. Pour conclure sur l'influence du nombre d'éprouvettes, des cartographies ont été réalisées, représentant les valeurs médianes des propriétés en fatigue déterminées à partir d'échantillons de $n = 15$ éprouvettes (Figure I.48).

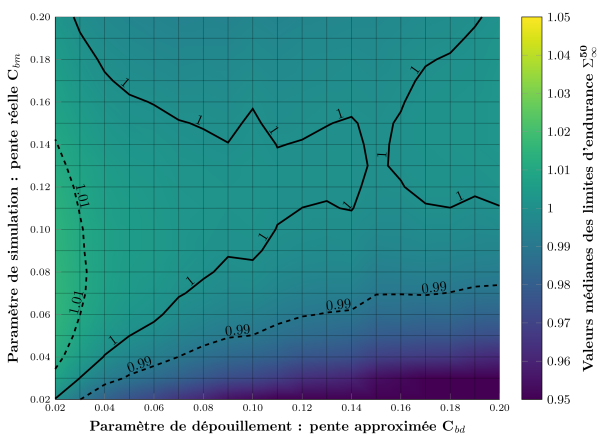


(a) *Distributions des limites d'endurance médianes*

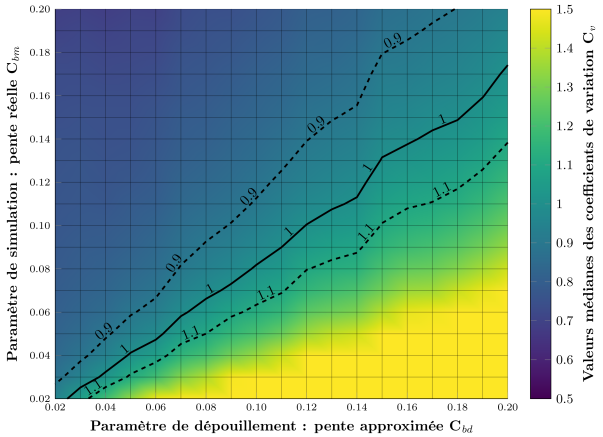


(b) *Distributions des coefficients de variation normés*

Figure I.47 – *Influence du nombre d'éprouvettes et de l'impact d'un mauvais recalage sur le dépouillement de Staircase avec la méthode de calcul de contrainte admissible - Simulations pour une distribution initiale de $C_v = 0,05$, un pas de $C_p/C_v = 1$ et une intensité de $C_{vm} = 0,05$*



(a) *Cartographie des valeurs médianes de Σ_∞^{50}*



(b) *Cartographie des valeurs médianes de C_v normé*

Figure I.48 – *Étude de sensibilité du paramètre d'intensité de cumul pour $n = 15$ - Cartographies de valeurs médianes des paramètres représentant les propriétés en fatigue pour une distribution initiale de $C_v = 0,05$ et un pas de $C_p/C_v = 1$*

Concernant la détermination de la limite d'endurance médiane, la cartographie est quasiment identique à celle obtenue pour $n = 100$ (Figure I.43b). Cependant la cartographie pour le coefficient de variation est légèrement différente de celle obtenue avec $n = 100$ (Figure I.45b). La valeur de C_{bd} optimale n'est plus C_{bm}, mais une valeur légèrement plus élevée. Cela s'explique par deux effets qui se compensent :

- pour des petits échantillons, la dispersion a tendance à être sous-estimée (queues de la distribution mal représentées) ;
- lorsque $C_{bd} > C_{bm}$, la dispersion est surestimée.

• *Lors du calcul d'une contrainte admissible pour chaque éprouvette, les incertitudes relatives à l'estimateur statistique sont réduites (absence de censures) par rapport à un cas où des censures sont prises en compte. Les incertitudes sont proches du cas idéal, et dépendent alors également du calcul de la contrainte admissible.*

• *Cependant, un mauvais recalage aux contraintes admissibles impacte de manière importante la réponse médiane de la méthode de dépouillement. L'objectif de cette étude était alors de quantifier ces erreurs sur les valeurs médianes.*

3 Conclusion et perspectives

Ces études ont mis en évidence les difficultés liées à la détermination du paramètre de dispersion. En effet, du fait du caractère dispersif des essais de fatigue, et, car il y a souvent peu d'éprouvettes disponibles (car les essais sont longs et coûteux), les incertitudes sur les propriétés en fatigue déterminées peuvent être importantes. Un travail de normalisation (par rapport à la distribution initiale, et avec des paramètres linéaires) a été réalisé afin d'étudier et prendre en compte toutes les configurations possibles. Ce travail de simulation a surtout permis de quantifier ces incertitudes de détermination des propriétés de fatigue pour de très nombreuses conditions. Cela a également permis d'évaluer statistiquement la recharge des éprouvettes, soit par l'utilisation de la censure par intervalle, soit par calcul d'une contrainte admissible.

Les conclusions et perspectives de ce chapitre sont regroupées en trois parties. Dans un premier temps, la synthèse des travaux de simulation est présentée, avec notamment la comparaison des incertitudes avec les méthodes de dépouillement pour les Staircase avec recharge en présence ou non de cumul (en comparaison à la méthode de référence, les Staircase classiques). Dans un second temps, une discussion est proposée, à partir du résultat de ces études, sur l'identification du paramètre de dispersion avec des essais de fatigue classiques. Enfin, des perspectives sont énoncées sur des méthodes alternatives pour l'identification du module de Weibull.

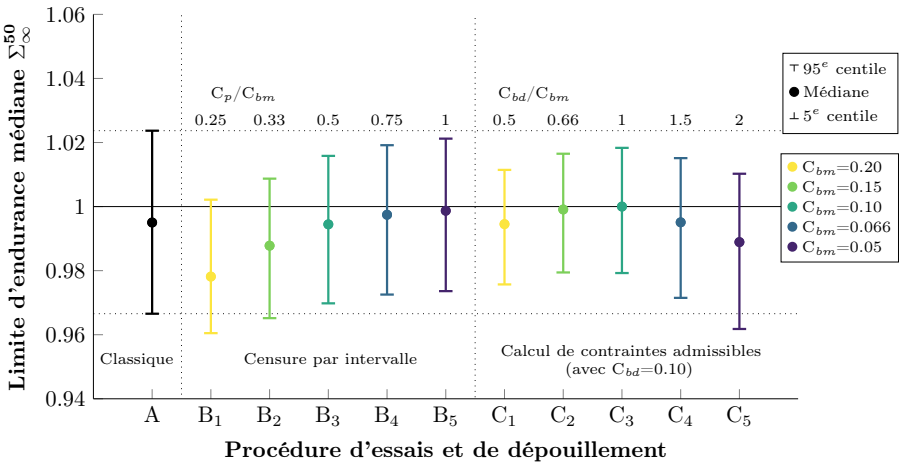
- **Comparaison des protocoles et dépouillements étudiés par simulation :**

Les deux méthodes utilisées pour analyser des Staircase avec rechargement (censure par intervalle et calcul d'une contrainte admissible) sont comparées au cas de référence, celui du Staircase classique (qui n'est pas affecté par le cumul de dommage), pour un cas réaliste de $n = 15$ éprouvettes (Figure I.49), pour un cas très idéal de $n = 100$ éprouvettes (Figure I.50). Les taux de calculs pour la condition $n = 15$ et les distributions des paramètres sont présentés (Tableau I.17), afin de quantifier plus facilement les gains relatifs à l'utilisation d'un Staircase avec recharge.

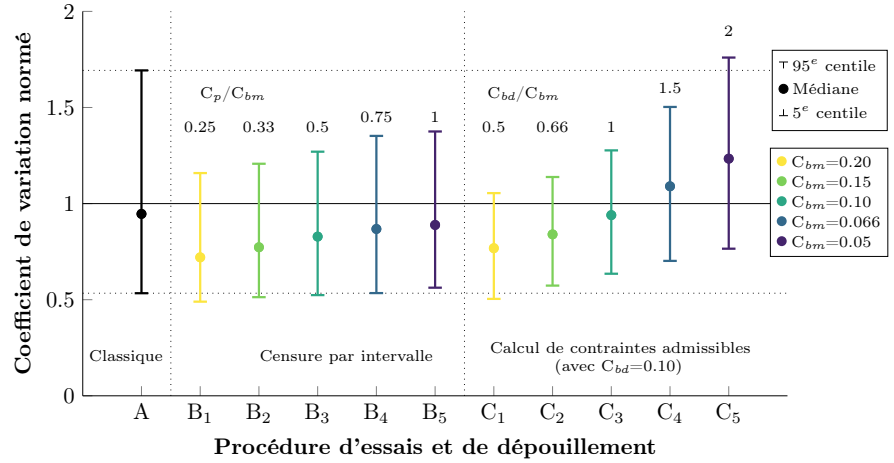
Le Staircase classique (A) étant très fiable dans la détermination de la limite d'endurance médiane, les gains sur les incertitudes sont surtout observés pour la détermination du coefficient de variation (tant sur le taux de calcul que sur le gain de précision). La méthode avec censure par intervalle (B) est bien conditionnée lorsque les paramètres de la simulation sont dans le domaine de validité de la méthode (et donc lorsque elles ne sont pas impactées par le cumul d'endommagement). Pour illustrer cela, les méthodes B_1 et B_2 ne respectent pas ce domaine de validité (équation I.45). Concernant les méthodes de calcul de contraintes admissibles (C), les incertitudes (étendue de la distribution obtenue) sont en général plus faibles, car le maximum d'information est extrait. Le cas idéal est alors représenté par la méthode C_3, avec $C_{bd} = C_{bm}$. Lorsqu'une mauvaise évaluation de la pente est réalisée, ces méthodes sont en général mal conditionnées (la réponse médiane n'est pas située sur la valeur cible).

Globalement l'utilisation d'un Staircase avec recharge permet d'obtenir plus facilement une valeur de dispersion (taux de calcul) et avec plus de précision. Seulement, la réponse médiane des différentes méthodes peut être impactée par le cumul d'endommagement. Il suffit d'en être conscient, et de respecter les différents domaines de validité évalués dans cette étude.

Les incertitudes pour l'estimation du paramètre de dispersion restent tout de même élevées, même dans ce cas de simulation avec des hypothèses fortes (forme de la distribution connue, essais parfaits, éprouvettes provenant d'un même lot, forme de la courbe S-N parfaitement connue, loi de cumul d'endommagement parfaitement déterminée...). Ainsi lors de la réalisation d'essais de fatigue réels, ces incertitudes sont nécessairement beaucoup plus importantes.



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes - $n = 15$*

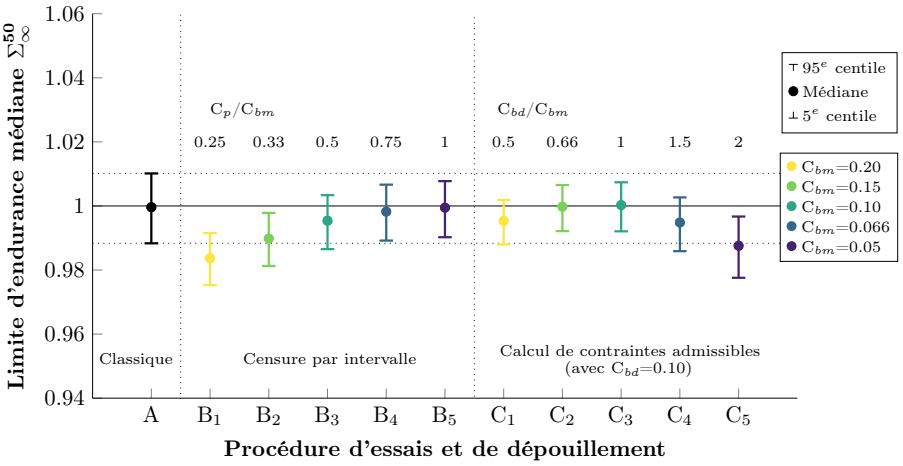


(b) *Distributions des coefficients de variation - $n = 15$*

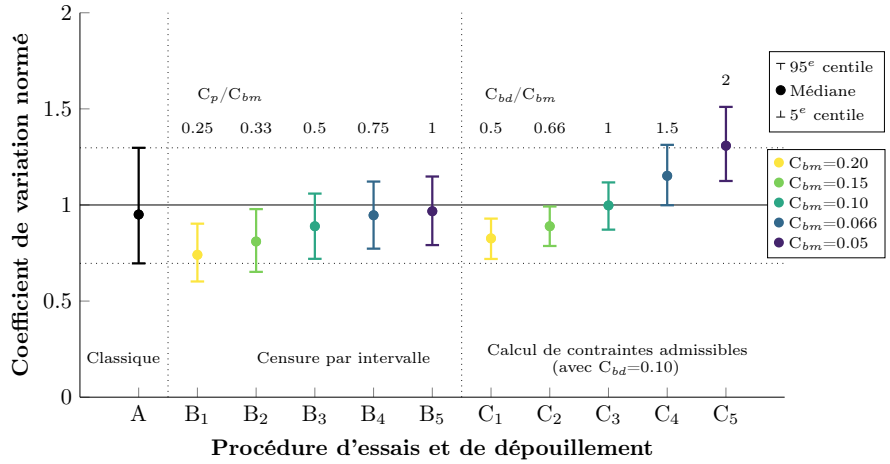
Figure I.49 – *Comparaison des différentes méthodes d'analyses sur la détermination des propriétés en fatigue avec $n = 15$, $C_v = 0,05$, $C_p/C_v = 1$ et différentes intensités de cumul C_{bm}*

Table I.17 – *Comparaison des distributions obtenues et du taux de calcul du paramètre de dispersion, lors du dépouillement de Staircase avec rechargement de $n = 15$ éprouvettes (Figure I.49)*

Méthode		**Limite d'endurance**		**Coefficient de variation normé**		
	C_{bm}	Médiane	[5^e; 95^e] centiles	Taux de calcul	Médiane	[5^e; 95^e] centiles
Staircase classique	**A**	0.995	(0.967 ;1.024)	0.73	0.95	(0.53 ;1.69)
Censure par intervalle	**B$_1$** 0.20	0.978	(0.960 ;1.002)	0.76	0.72	(0.49 ;1.16)
	B$_2$ 0.15	0.988	(0.965 ;1.009)	0.90	0.77	(0.51 ;1.21)
	B$_3$ 0.10	0.995	(0.970 ;1.017)	0.96	0.83	(0.52 ;1.27)
	B$_4$ 0.066	0.997	(0.973 ;1.019)	0.98	0.87	(0.54 ;1.35)
	B$_5$ 0.05	0.999	(0.974 ;1.021)	0.98	0.89	(0.56 ;1.37)
Recalage avec C_{bd}=0.10	**C$_1$** 0.20	0.995	(0.976 ;1.012)	1	0.77	(0.51 ;1.05)
	C$_2$ 0.15	0.999	(0.979 ;1.017)	1	0.84	(0.57 ;1.14)
	C$_3$ 0.10	1.000	(0.979 ;1.018)	1	0.94	(0.63 ;1.28)
	C$_4$ 0.066	0.995	(0.971 ;1.015)	1	1.09	(0.70 ;1.50)
	C$_5$ 0.05	0.989	(0.962 ;1.010)	1	1.23	(0.76 ;1.76)



(a) *Distributions des limites d'endurance médianes - $n = 100$*



(b) *Distributions des coefficients de variation - $n = 100$*

Figure I.50 – *Comparaison des différentes méthodes d'analyses sur la détermination des propriétés en fatigue avec $n = 100$, $C_v = 0,05$, $C_p/C_v = 1$ et différentes intensités de cumul C_{bm}*

- **Conclusion sur la détermination de la dispersion à partir d'essais de fatigue :**

L'estimation de la dispersion est très délicate à partir d'essais de fatigue classiques, même avec des procédures optimisées. Cela est intrinsèque à la méthode utilisé. En effet, pour obtenir des résultats fiables, il est nécessaire de tester un très grand nombre d'éprouvettes. Ce qui se révèle long et coûteux. Bien que cela soit très délicat, il est tout de même important d'évaluer la dispersion des essais par ces méthodes, pour obtenir des ordres de grandeur (la détermination précise est très compliquée).

Ces constatations sont logiques et ne sont pas nouvelles. Cependant ce travail a permis de quantifier ces incertitudes pour de nombreux cas. De plus, il a permis d'introduire une notion de "quantité d'informations" disponible, qui se traduit par l'étude du cas idéal. Il existe de nombreuses perspectives à cette étude de simulation. En effet, il serait possible d'évaluer d'autres procédures d'essai et ainsi optimiser davantage les différents paramètres de la procédure.

- **Perspectives pour la détermination de la dispersion (module de Weibull) :**

La difficulté de détermination de la dispersion dans le cas d'essais de fatigue classiques peut être mise en relation avec le peu d'information extrait par éprouvette. Au mieux, une contrainte admissible est déterminée, et donne uniquement comme information le seuil de rupture de l'éprouvette considéré (dans le cas d'une vraie limite de fatigue). Cela peut donc se traduire par l'activation du défaut critique de l'éprouvette. Chaque éprouvette ne donne alors qu'une seule information sur son propre défaut critique (et de plus, une information souvent partielle, avec les censures).

Il existe au moins deux perspectives pour la détermination du paramètre de dispersion.

La première concerne les approches volumiques probabilistes de type weibullienne. Ces approches permettent de rendre compte des effets de volume et d'hétérogénéités de contrainte [Weibull, 1951, Hild, 1992, Bomas *et al.*, 1999]. Ainsi les gains ou pertes de propriétés en fatigue (en moyenne) d'une géométrie d'éprouvette à l'autre permettraient de caractériser le module de Weibull. Une étude sur différentes géométries d'éprouvettes de TA6V est présentée en Annexe A. Cependant, l'identification d'un module de Weibull à partir d'une telle approche est délicate, car elle dépend de nombreux paramètres, avec en premier lieu la description de la contrainte équivalente utilisée. De plus, elle dépend des incertitudes de la détermination des propriétés en fatigue (les limites d'endurance médiane des différentes géométries).

La seconde perspective concerne les apports d'essais plus complexes, comme les essais d'auto-échauffement et la modélisation probabiliste à deux échelles associée. Ces essais sont présentés au chapitre suivant et consistent à réaliser un suivi de température de l'éprouvette lors d'une certaine procédure d'essai. L'évolution de la température stabilisée pour les différents niveaux de chargement permet d'évaluer l'activation de phénomènes dissipatifs. Dans le modèle probabiliste à deux échelles, ces phénomènes dissipatifs sont représentés par des sites de micro-plasticité. À l'aide du modèle, il est alors possible de déterminer l'intensité de l'activation des sites, et un module de Weibull m peut directement être identifié sur une courbe d'auto-échauffement [Doudard, 2004]. Ce modèle est présenté et évalué par simulation au Chapitre II.

Chapitre

II

Méthode d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques et évaluation de la modélisation probabiliste à deux échelles

Sommaire

1 Présentation des mesures d'auto-échauffement **81**
1.1 Mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques 81
1.2 Protocole et méthode de dépouillement empirique 86
1.3 Compréhension d'un essai d'auto-échauffement 89
1.3.1 Cadre thermodynamique 89
1.3.2 Équation de la chaleur 89
1.3.3 Techniques de résolution 90
1.3.4 Hypothèses simplificatrices 91
1.3.5 Évaluation du terme source moyen (sur un cycle) 94
1.4 Résultats de la littérature et objectif de la thèse 97
1.4.1 Effets impactant les courbes d'auto-échauffement 97
1.4.2 Évaluation de champs de sources hétérogènes 99
1.4.3 Objectif : mise en place de la méthode à haute température 102
2 Modèle probabiliste à deux échelles avec deux mécanismes de dissipation **103**
2.1 Mise en évidence des deux régimes pour les aciers 104
2.1.1 Caractérisation qualitative du régime primaire 104
2.1.2 Caractérisation qualitative du régime secondaire 105
2.2 Principe de la modélisation 107
2.3 Modélisation des phénomènes dissipatifs 107
2.3.1 Comportement de la matrice 107
2.3.2 Comportement d'un site 110
2.4 Scénario d'activation 113
2.5 Description de la courbe d'auto-échauffement 114
2.6 Lien avec les propriétés en fatigue 115
2.6.1 Durée de vie illimitée : hypothèse du maillon faible 115
2.6.2 Durée de vie limitée : critère énergétique 117
2.7 Philosophie et application du modèle 118
3 Simulation d'essais d'auto-échauffement **124**
3.1 Cadre de la simulation 124
3.2 Génération d'un volume 127
3.2.1 Hypothèse du maillon faible 127
3.2.2 Calcul de la dissipation 129
3.3 Analyse de la répétabilité de la courbe d'AE 132
3.3.1 Influence du module de Weibull 132
3.3.2 Simulations avec le régime primaire 136
4 Conclusion et perspectives **139**

La robustesse de l'identification des propriétés en fatigue à partir d'essais de fatigue classiques a été quantifiée dans le chapitre précédent à partir de simulations. Il s'avère que les incertitudes sur le paramètre de dispersion restent élevées. Cela est intrinsèque à la méthode et a notamment été évalué à l'aide d'un "cas idéal". Un des objectifs de la thèse est d'évaluer l'apport des mesures d'auto-échauffement sous sollicitation cyclique pour l'étude de la fatigue des matériaux métalliques.

En effet, les méthodes d'auto-échauffement permettent de caractériser rapidement, *i.e.* avec une seule éprouvette et en quelques heures d'essais, les propriétés en fatigue d'un matériau. Ainsi, dans ce chapitre, ces méthodes sont présentées, avec le cadre thermodynamique nécessaire à leur compréhension.

Un essai d'auto-échauffement consiste à réaliser un suivi de la température lors de la sollicitation de l'éprouvette suivant une succession de blocs de chargements avec des amplitudes de chargement croissantes. Le but est d'évaluer les sources de dissipation en fonction du chargement afin de détecter l'activation de mécanismes dissipatifs, pouvant être un signe d'endommagement en fatigue.

Les objectifs de ce chapitre sont donc

- de présenter la méthode d'auto-échauffement pour la caractérisation rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles ;
- de présenter le modèle probabiliste à deux échelles permettant de décrire la dissipation observée (modèle développé et validé sur les aciers à température ambiante) ;
- d'évaluer par simulation la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue par l'analyse de courbes d'auto-échauffement (à l'aide du modèle probabiliste à deux échelles).

La méthode d'auto-échauffement sera alors mise en œuvre au chapitre suivant sur des éprouvettes de TA6V, pour lesquelles l'analyse est réalisée avec le modèle probabiliste à deux échelles. L'étude numérique avec les simulations d'essais d'auto-échauffement permet alors d'améliorer la compréhension du modèle et de quantifier les incertitudes sur la détermination du paramètre de dispersion (de la même manière que pour les essais de fatigue classiques au Chapitre I), représenté par le module de Weibull.

Il est à noter qu'aucun essai d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante n'a été réalisé dans la littérature pour l'étude de la fatigue des matériaux métalliques. Un des objectifs de la thèse est alors la mise en place d'un protocole expérimental permettant de faire des essais d'auto-échauffement avec un four (qui sera présenté aux Chapitres III et IV).

Dans un premier temps, les méthodes basées sur les mesures d'auto-échauffement sont présentées, avec un bref historique et la présentation de quelques résultats importants de la littérature. Le cadre thermodynamique utilisé pour l'interprétation des essais est également présenté. Ensuite, le modèle probabiliste à deux échelles, développé et validé sur les aciers à température ambiante, est présenté. Enfin, dans une troisième partie, des essais d'auto-échauffement sont simulés à partir de ce modèle afin de quantifier les incertitudes sur la détermination du module de Weibull.

1 Présentation des mesures d'auto-échauffement

L'évolution de la température d'un matériau soumis à une sollicitation mécanique est un phénomène observé depuis le XIX^e, notamment avec les travaux de Gough [Gough, 1805], Thomson (Lord Kelvin) [Thomson, 1853, Thomson, 1878] ou encore Joule [Joule, 1859]. Ces variations de température trouvent leur origine dans des sources de chaleur internes de différentes natures, et apportent de précieuses informations afin de caractériser la réponse d'un matériau ou d'une structure sous chargements mécaniques.

Historiquement, Stromeyer fut le premier à établir un lien entre l'élévation de la température et la limite d'endurance [Stromeyer, 1914]. Il réalise des essais de flexion rotative et mesure l'élévation de température par un système à eau (Figure II.1). Il définit ensuite la limite d'endurance comme la contrainte alternée minimale qui a généré de la chaleur au niveau de l'éprouvette.

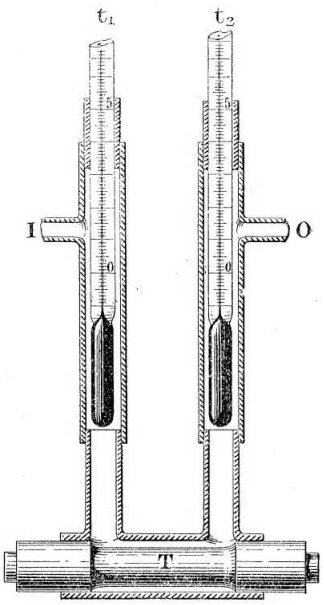


Figure II.1 – *Dispositif pour mesurer la température d'une éprouvette sollicitée en flexion rotative par Stromeyer - Système à débit d'eau contrôlé et mesure différentielle (t_1, température de l'eau à l'entrée I et t_2, température de l'eau à la sortie O) [Stromeyer, 1914]*

Le but de cette première partie est de présenter rapidement l'origine des mesures d'auto-échauffement, avec les étapes clés du développement de cette méthode. Quelques résultats classiques de la littérature seront présentés et le protocole d'essais pour la caractérisation rapide des propriétés en fatigue sera présenté à température ambiante. L'objectif de ces essais est de comprendre les mécanismes à l'origine de ces phénomènes d'auto-échauffement sous sollicitations cyclique. Cependant, pour obtenir des informations sur le champ de sources de dissipation, il faut résoudre l'équation de la chaleur. Ainsi, le cadre thermodynamique est présenté. Il permet de faire le lien entre la température mesurée et son terme source, qui est une quantité intrinsèque du matériau.

1.1 Mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques

Depuis les premiers travaux de Stromeyer, il y a plus d'un siècle, la méthode d'auto-échauffement est passée par différentes périodes dans son développement.

- **Découverte de la méthode (début XX^e siècle) :**

En effet, dès le début des études sur la fatigue des matériaux, le temps prohibitif de caractérisation a mené au développement de différentes méthodes pour réduire ce temps. Ainsi, des méthodes basées sur le suivi de mesures de température sont apparues dès le début du XX^e siècle et restent très empiriques. Moore et Kommers mettent en œuvre des essais précurseurs des essais d'auto-échauffement modernes, en réalisant des paliers successifs de sollicitation, afin de relever l'élévation de température associée à la sollicitation et ainsi de tracer les premières courbes d'auto-échauffement [Moore et Kommers, 1921]. Ils identifient la limite d'endurance de manière empirique, comme étant un changement brusque dans le comportement, soit une élévation plus brutale de la température. Les essais sont menés en flexion rotative et ils obtiennent de très bonnes concordances sur plusieurs nuances d'acier entre les résultats obtenus par mesure de température, et ceux par essais de caractérisation classique (Figure II.2).

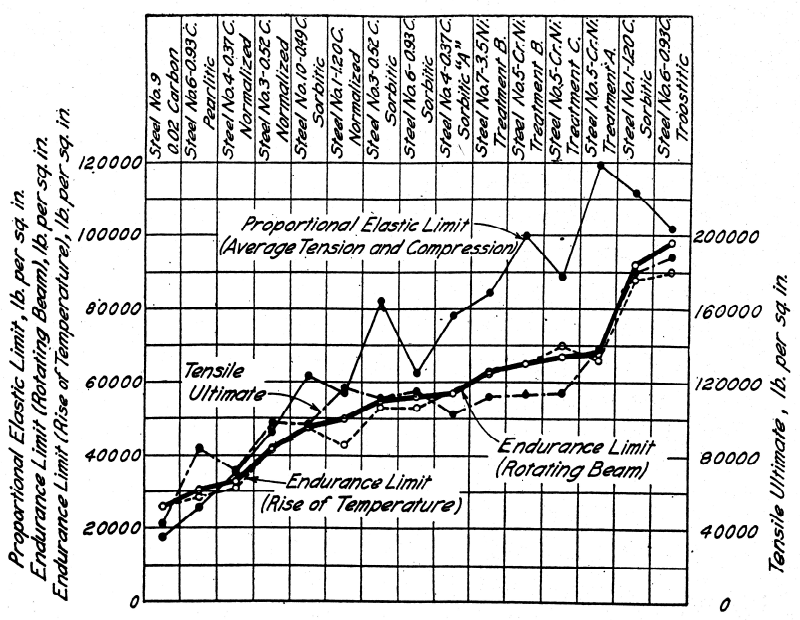


Figure II.2 – *Travaux précurseurs sur différentes nuances d'aciers pour la mise en évidence du lien entre la limite d'endurance obtenue par méthode d'auto-échauffement et la limite d'endurance obtenue par des méthodes de caractérisation classiques [Moore et Kommers, 1921]*

Durant cette première partie du XX^e siècle, quelques auteurs s'intéressent également aux mesures d'auto-échauffement, comme Lehr qui montre le lien entre l'évolution de l'auto-échauffement et les aires des boucles d'hystérésis [Lehr, 1926]. Les travaux de Welter montrent également ce lien entre l'élévation de température et la limite d'endurance de certains matériaux [Welter, 1937]. En suivant la température de plusieurs éprouvettes lors du déroulement d'essais de fatigue entiers et il constate alors l'augmentation de la température stabilisée pour celles sollicitées autour de la limite d'endurance.

Ces premiers résultats sont prometteurs. En effet, le lien évident entre élévation de température et endommagement en fatigue est montré pour plusieurs matériaux et pour différents cas de sollicitations. Cependant, les définitions des limites d'endurance changent suivant les auteurs ; Stomeyer considère un seuil de température ; changement dans l'allure de la courbe pour Moore et Kommers ou encore une analyse par un comportement asymptotique de la courbe pour Lehr. Ainsi, les méthodes restent très empiriques.

Dans la suite, une longue période s'installe au cours de laquelle très peu d'études sont menées. Une seule mention de la méthode est réalisée dans l'ouvrage de Cazaud [Cazaud, 1948], où un chapitre entier est dédié aux différentes méthodes de caractérisation rapide, avec notamment la mention des travaux de Lehr et de Welter.

• **Développement et extension de la méthode empirique (fin XX^e siècle) :**
Ce n'est que vers les années 1980 que de nouvelles études basées sur le suivi de température apparaissent. En effet, un regain d'intérêt pour la méthode d'auto-échauffement est observé avec notamment le développement des techniques de mesure de température et l'apparition de l'imagerie infrarouge [Dengel et Harig, 1980, Harry *et al.*, 1981, Luong, 1992, Galtier, 1993]. De nombreuses études sont alors menées avec toujours des approches empiriques. De nombreux matériaux sont testés ; avec d'abord plusieurs nuances d'aciers et d'autres matériaux métalliques comme des alliages d'aluminium, ainsi que des fibres de verre.

La méthode est étendue à l'étude de différents effets, comme l'influence d'une contrainte moyenne et la construction rapide de diagramme de Haigh [Krapez *et al.*, 1999]. Des mesures d'auto-échauffement sous sollicitation multiaxiales sont également réalisées, [Galtier, 1993] avec plusieurs types de sollicitations de flexion et de torsion combinées.

De plus, la méthode commence à être appliquée sur structure, par exemple directement à des biellettes [Luong, 1998] ou des bras de suspension [Bérard *et al.*, 1998] et permet par une analyse empirique de déterminer une limite d'endurance de la structure. De plus, des premiers critères de ruine énergétique, basés sur les mesures d'auto-échauffement, apparaissent pour la prédiction et la construction de courbe de fatigue moyenne [Fargione *et al.*, 2002].

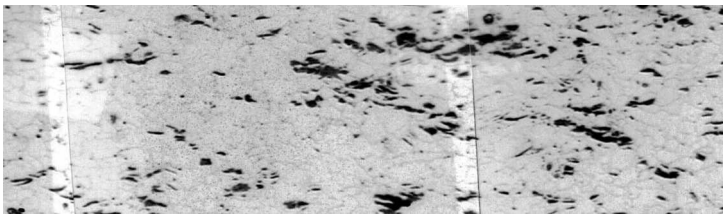
Pour illustrer ces différentes études, La Rosa et Risitano [Rosa et Risitano, 2000] rassemblent dans une publication les différents résultats obtenus par leur équipe de recherche à partir de mesure de température et les comparent à ceux issus de procédures Staircase (Figure II.3). Ce tableau illustre alors le renouveau et l'engouement retrouvé pour cette méthode de caractérisation rapide ; différentes nuances d'aciers, un alliage d'aluminium, des fibres de verre, mais aussi des joints soudés ou des structures (biellettes) sont testés et de très bonnes corrélations sont retrouvées avec des essais de fatigue classiques.

Component	Material	R	SC	TH.	Err.%	Ref.
Specimen	C70 Steel	0	216	212	−1.8	[9]
Specimen	C30 Steel	0	414	400	−3.5	[17]
Specimen	2024 Al alloy	0	239	215	−10.0	[17]
Specimen	Fibreglass	0.1	13.2	14.3	+8.3	[33]
Specimen	Fibreglass	0.1	15.8	15	−5.1	[33]
Specimen	Fibreglass	0.1	15.2	15.3	+0.6	[33]
Specimen	Fibreglass	0.1	14.1	14.1	–	[33]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	227	229	+0.9	[31]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	242	230	+5.0	[31]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	182	185	+1.6	[31]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	240	234	+2.5	[31]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	235	197	−16.2	[31]
Butt welded joint	FeP04 Steel	0.1	215	210	−2.3	[31]
Specimen with blind hole	C30 Steel	−1	164	162	−1.2	[21]
Connecting rod	SGCI	0	20.0	18.5	−7.5	[10]
Connecting rod	MCI	0	19.9	20.0	+0.5	[10]
Connecting rod	MCI	0	25.2	24.2	−4.0	[10]
Connecting rod	SGCI	−1	27	28.8	+6.7	[10]
Connecting rod	MCI	−1	25.5	23.2	−9.0	[10]
Connecting rod	MCI	−1	27.2	28.0	+2.9	[10]
Connecting rod	SGCI	−1.84	30.0	30.5	+1.7	[10]
Connecting rod	MCI	−1.84	26.3	25.7	−2.3	[10]
Connecting rod	MCI	−1.84	34.0	30.5	+10.3	[10]

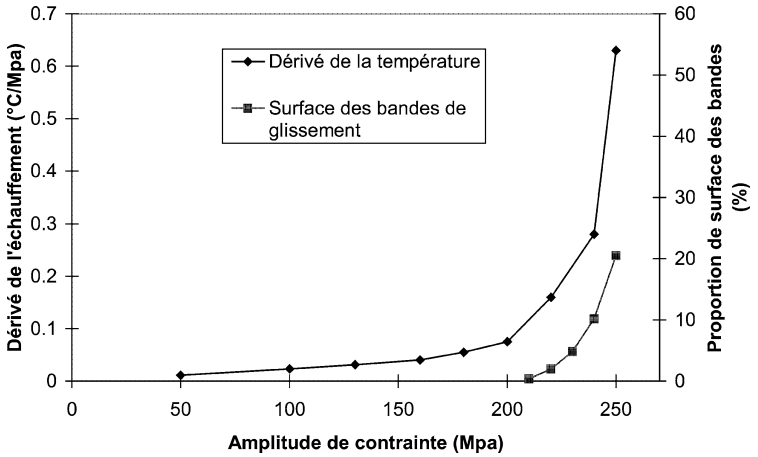
Figure II.3 – *Comparaison de limites d'endurance obtenues par Staircase (SC) et par mesure de température (TH) pour plusieurs matériaux et géométries (MCI = fonte malléable ; SGCI = fonte à graphite sphéroïdal) [Rosa et Risitano, 2000]*

• **Compréhension des mécanismes et modélisation (depuis les années 2000) :**
Pendant ces vingt dernières années, la recherche plus approfondie des mécanismes responsables des élévations de température est entreprise ; la simple mesure de température et l'analyse par la méthode dite empirique ne suffisent plus. En effet, la limite de fatigue déterminée par auto-échauffement peut être influencée par les derniers points de mesure, pour des niveaux de sollicitation assez élevés. De plus, l'interprétation de la courbe peut dépendre fortement de la méthode d'analyse et de la personne l'effectuant (et aussi de la définition de "limite d'endurance" utilisée). C'est certainement pour ces raisons que ces méthodes sont toujours peu utilisées en industrie et n'ont pas encore remplacé les méthodes conventionnelles de détermination de la limite d'endurance (bien que le lien entre dissipation et endommagement par fatigue soit clairement établi, et qu'il "suffit" de mesurer une température).

Ainsi, il convient de comprendre clairement les mécanismes en jeu afin de pouvoir modéliser la dissipation associée à un chargement de fatigue. De nombreuses études ont fait le lien entre l'augmentation brutale d'auto-échauffement et l'apparition de Bandes de Glissement Persistantes (BGP) à la surface des échantillons sollicités (Figure II.4) et montrent ainsi que ces mesures sont un bon moyen de détecter un seuil de microplasticité cyclique [Galtier *et al.*, 2002, Cugy et Galtier, 2002, Vaucheret et Galtier, 2002].



(a) *Apparition des BGP sur une surface polie après sollicitation*



(b) *Apparition des BGP et auto-échauffement en fonction de l'amplitude*

Figure II.4 – *Évolution de la surface des bandes de glissement persistantes (BGP) en comparaison avec l'auto-échauffement pour un acier USIDUR 355 [Galtier* et al.*, 2002]*

Pour les alliages d'aluminium, ces méthodes semblent difficilement utilisables (faible élévation de température) et les analyses développées sur aciers ne semblent pas concluantes [Mabru et Chrysochoos, 2001, Krapez et Pacou, 2002]. Des études supplémentaires sont donc nécessaires pour la compréhension des mécanismes en jeu, le développement de modèles et donc pour sortir de l'empirisme.

Durant cette période, des études ont également été menées pour poser le cadre thermodynamique associé aux essais d'auto-échauffement et proposer des approches de résolutions de l'équation de la chaleur [Chrysochoos et Louche, 2000, Mabru et Chrysochoos, 2001, Boulanger, 2004, Boulanger *et al.*, 2004, Berthel, 2007]. Ce cadre sera présenté dans la suite de ce chapitre.

Sur la base de ces observations et du cadre thermodynamique, différents modèles mécaniques ont alors été proposés dans la littérature pour rendre compte de l'auto-échauffement d'une éprouvette sous sollicitation cyclique.

• Une approche probabiliste à deux échelles a été développée dans le but d'obtenir rapidement les propriétés en fatigue HCF d'un matériau sous sollicitation cyclique. Un premier modèle a été proposé en 2004 [Doudard, 2004, Doudard *et al.*, 2005], se basant sur le phénomène d'apparition de BGP (Figure II.4). Un mécanisme de microplasticité localisé est alors modélisé. Ce mécanisme participe à la dissipation sous sollicitation et est responsable de l'apparition des BGP. Les auteurs considèrent alors un VER constitué d'une population de sites pouvant s'activer (et donc dissiper) avec l'amplitude de chargement. Les seuils d'activation des sites suivent alors un phénomène aléatoire de processus ponctuel de Poisson. Ce modèle permet alors de décrire correctement les courbes d'auto-échauffement pour différents matériaux. Avec différentes hypothèses, ce modèle permet de retrouver le modèle de Weibull, et ainsi d'avoir accès à la dispersion en fatigue. Un critère en énergie critique peut également être postulé pour décrire entièrement la courbe S-N. Ce modèle a été étendu pour des chargements multiaxiaux, et pour des chargements hétérogènes [Poncelet, 2007, Doudard *et al.*, 2007].

En 2012, ce modèle a été complété en introduisant un second mécanisme de dissipation pour mieux décrire les observations d'auto-échauffement (et notamment la présence d'un premier régime d'auto-échauffement pour des amplitudes de contrainte très faibles) [Munier, 2012, Munier *et al.*, 2014]. Ainsi, en se basant sur des observations EBSD et sur l'influence des pré-déformations sur la courbe d'auto-échauffement, les auteurs ont introduit un mécanisme de microplasticité diffus, associé à de la désorientation cristalline moyenne au sein du matériau. Le VER considéré est alors une matrice faiblement élasto-plastique au sein de laquelle une population d'inclusions élasto-plastique (défini par un écrouissage cinématique linéaire) s'active avec l'amplitude de chargement.

Ce modèle a été développé et validé sur une large gamme d'acier et sera présenté et évalué dans la suite de ce chapitre.

• Un modèle méso-macro a été développé par Charkaluk et Constantinescu [Charkaluk et Constantinescu, 2006, Charkaluk et Constantinescu, 2009] de manière à décrire le comportement en auto-échauffement. Un modèle à deux échelles est également considéré avec un VER constitué d'une inclusion élasto-plastique noyée dans une matrice élastique infinie. Cette inclusion représente un ensemble de grains, mal orientés, qui plastifient.

Pour décrire l'augmentation progressive de la température, les auteurs ont choisi de faire varier la fraction volumique d'inclusions plastiques en fonction de l'amplitude de chargement. Ils se basent alors sur les observations de BGP à la surface des éprouvettes (Figure II.4), qu'ils considèrent alors comme représentative de la fraction volumique d'inclusions plastiques. Ils étudient également l'influence du schéma d'homogénéisation (Lin-Taylor, Kröner,...) et arrivent alors à décrire quantitativement les auto-échauffements observés des éprouvettes soumises à des essais de fatigue.

• Une autre approche avec changement d'échelle a été développée dans la littérature [Mareau, 2007, Mareau *et al.*, 2009, Mareau *et al.*, 2012]. Ce modèle prend en compte le caractère polycristallin du matériau et se base également sur les observations des BGP, ayant mis en évidence un seuil de microplasticité cyclique (Figure II.4). Ainsi, les auteurs ont proposé une modélisation pour prédire les courbes d'auto-échauffement à partir de deux mécanismes dissipatifs (avec le seuil de microplasticité interprété comme étant la frontière entre ces deux régimes).

Le premier mécanisme, pour les faibles contraintes, est considéré comme mécaniquement réversible (et thermodynamiquement irréversible). Il est lié aux lignes de dislocations pouvant osciller autour d'une position moyenne, créant du frottement avec le réseau cristallin et générant ainsi de la dissipation. Ce mécanisme aurait alors un comportement visqueux (avec son évolution avec la fréquence de sollicitation). Le second mécanisme dissipatif est alors lié à la création de dislocations, et donc à des déformations permanentes (mécaniquement irréversible). Le passage d'un mécanisme à l'autre est alors décrit par un critère en cission critique. Il prend en compte différents aspects de la microstructure du polycristal (dispersion de la taille des grains, présence de précipités...).

1.2 Protocole et méthode de dépouillement empirique

Le principe de la méthode d'auto-échauffement dans le but de déterminer les propriétés en fatigue d'un matériau est de réaliser une succession de paliers avec des amplitudes de chargement croissantes. Un suivi de température est réalisé sur chaque niveau afin d'évaluer la dissipation associée à l'amplitude de chargement. Quelques milliers de cycles suffisent en général pour atteindre la stabilisation de la température pour chaque palier. La variation brutale de la température stabilisée permet de détecter, de manière empirique, le seuil d'activation des mécanismes dissipatifs qui sont également associés à l'endommagement en fatigue. Ainsi, ce dépouillement de la courbe d'auto-échauffement permet de détecter une limite d'endurance, avec une seule éprouvette et dans un temps très court.

- **Dispositif expérimental :**

Dans le cas d'une éprouvette sollicitée de manière homogène (par exemple un chargement de traction-compression avec une éprouvette à section constante dans la zone utile) et du fait de la conduction, l'élévation de température sous chargement cyclique de l'éprouvette est relativement homogène. Ainsi, une approche 0D peut être utilisée, pour laquelle seule la moyenne de l'élévation de température de la zone utile est considérée. Une simple mesure ponctuelle suffit alors à déterminer l'évolution de la température dans la zone utile. Dans le cas des essais de caractérisation sur matériaux métalliques, un thermocouple est généralement utilisé (Figure II.5). Le temps de réponse d'un thermocouple est proche de la seconde. Ainsi, la fréquence d'acquisition de température est généralement de l'ordre de $1Hz$. Pour la caractérisation de matériaux métalliques, la fréquence de sollicitation est de l'ordre de quelques dizaines de Hz.

Figure II.5 – *Montage expérimental pour un essai d'auto-échauffement à température ambiante sur une éprouvette plate en acier - Machine d'essai de traction-compression et thermocouples de type T [Louge, 2019]*

Afin d'évaluer l'environnement proche de l'éprouvette, deux autres thermocouples sont généralement utilisés et placés sur les mors de la machine d'essais. Ils servent à évaluer les variations de la température environnante, tout en n'étant pas affecté par l'auto-échauffement de l'éprouvette. En effet, lors de la réalisation d'un essai d'auto-échauffement, pouvant durer quelques heures, les conditions thermiques peuvent évoluer et il est important de les prendre en compte (variation de la température du mors en contact avec le vérin hydraulique lors de la sollicitation, modification de la température dans le hall d'essai pendant la journée...). Des précautions expérimentales doivent être prises pour diminuer au plus ces variations de température (avec pour des mesures plus précises, le contrôle de la température des mors par un système de refroidissement à eau pour stabiliser les échanges). De manière générale, l'utilisation de ces trois thermocouples suffit à évaluer l'évolution de la température de l'éprouvette par rapport à son environnement immédiat, par la relation

$$\theta = T_{EP} - \frac{T_{MH} + T_{MB}}{2}, \tag{II.1}$$

avec T_{EP} la température de l'éprouvette, T_{MH} celle du mors haut et T_{MB} celle du bas. En effet, le temps nécessaire à la réalisation d'un palier d'auto-échauffement est de l'ordre de la dizaine de minutes (temps de sollicitation et de retour à l'équilibre), et sur ce temps relativement court, il est aisé de maintenir un environnement thermique extérieur stable.

- **Protocole expérimental :**

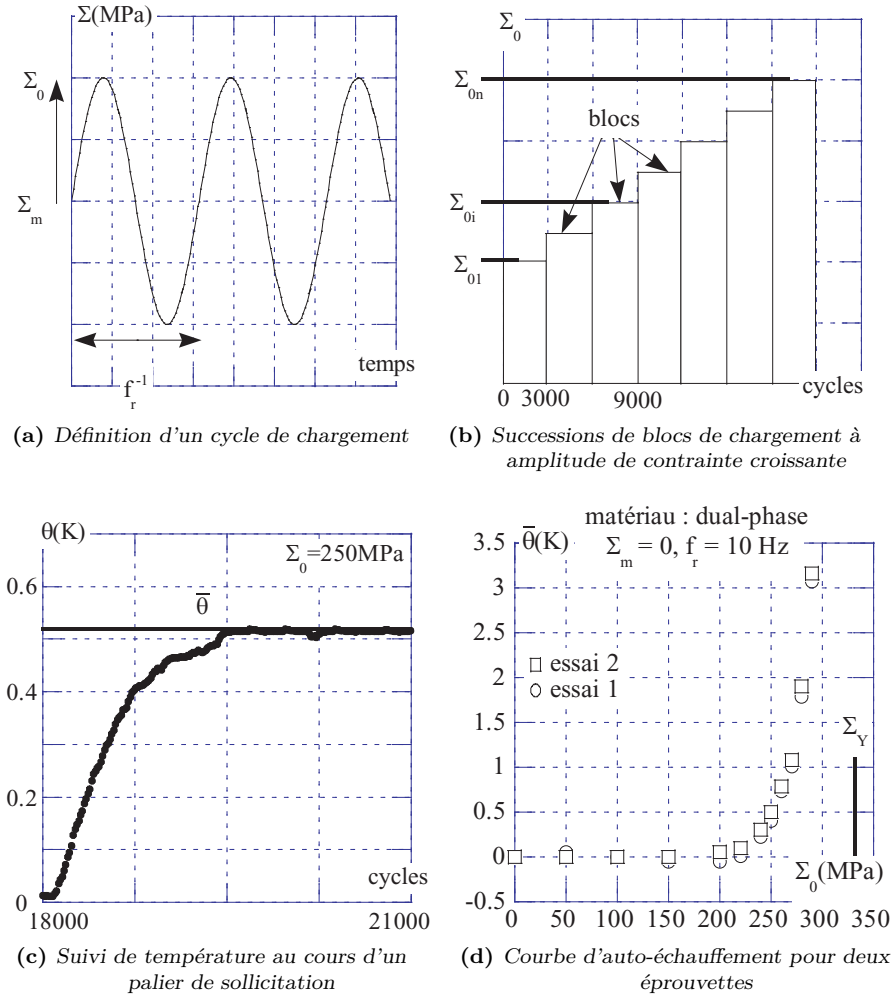
L'objectif de l'essai est la construction d'une courbe d'auto-échauffement. Cette courbe représente la valeur stabilisée de l'élévation de la température de l'éprouvette sous sollicitations cycliques en fonction de l'amplitude de chargement du bloc associé.

Pour cela, des paliers de quelques milliers de cycles sont appliqués sur l'éprouvette (Figure II.6a). Ces blocs se succèdent avec une amplitude de chargement croissante (Figure II.6b). Les courbes d'auto-échauffement sont généralement réalisées à rapport de charge R constant (mais peuvent également être réalisées à contrainte moyenne constante).

Chaque palier de chargement est constitué de quelques milliers de cycles, soit un temps suffisamment long pour atteindre la stabilisation de la température sous chargement cyclique (Figure II.6c). Ils démarrent et finissent toujours à la contrainte moyenne afin de compenser le couplage thermoélastique et donc obtenir uniquement l'influence de la dissipation lors de la sollicitation (cf. paragraphe 1.3.5).

Pour chaque bloc, un suivi de température est réalisé et la température stabilisée $\bar{\theta}$ est relevée. Elle est alors associée à l'amplitude du chargement du bloc Σ_0 afin de construire une courbe d'auto-échauffement (Figure II.6d).

À partir d'une certaine amplitude de contrainte, la température stabilisée augmente de manière significative, alors que la sollicitation se situe toujours dans le domaine d'élasticité macroscopique du matériau . Cette évolution montre alors la présence de phénomènes dissipatifs, lors de la sollicitation cyclique. Pour la caractérisation rapide des propriétés en fatigue des matériaux métallique, la répétabilité de la courbe d'auto-échauffement est recherchée. En effet, afin d'établir la représentativité de l'éprouvette d'un point de vue des propriétés en fatigue, il est nécessaire qu'elle le soit au moins d'un point de vue des phénomènes dissipatifs captés. S'il n'y a pas répétabilité de la courbe d'auto-échauffement, cela peut provenir de l'utilisation d'éprouvettes légèrement différentes (procédés de fabrication ou influence du lieu de prélèvement) ou d'un volume sollicité trop faible et donc pas représentatif du matériau et donc *a fortiori* de la population d'éprouvettes.



(a) *Définition d'un cycle de chargement*

(b) *Successions de blocs de chargement à amplitude de contrainte croissante*

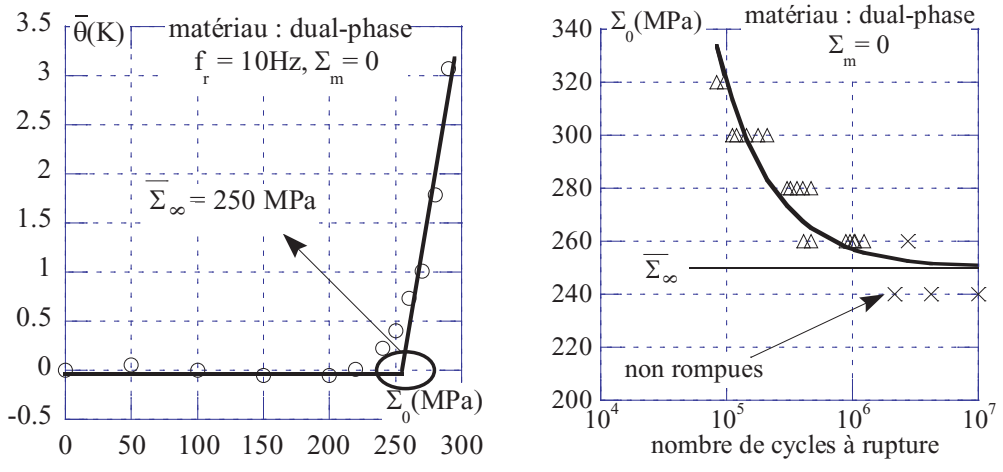
(c) *Suivi de température au cours d'un palier de sollicitation*

(d) *Courbe d'auto-échauffement pour deux éprouvettes*

Figure II.6 – *Protocole d'obtention d'une courbe d'auto-échauffement [Doudard, 2004]*

- **Analyse empirique de la courbe d'auto-échauffement :**

Une méthode empirique pour la détermination de la limite d'endurance consiste donc à réaliser une régression linéaire sur les derniers points de mesures. Un seuil d'apparition de la microplasticité est alors déterminé et associé à la limite d'endurance moyenne $\overline{\Sigma_\infty}$ du matériau (Figure II.7).



(a) *Analyse empirique de la courbe d'auto-échauffement*

(b) *Courbe S-N associée*

Figure II.7 – *Méthode d'analyse empirique de la courbe d'auto-échauffement et courbe S-N associée [Doudard, 2004]*

Cette méthode d'analyse peut être justifiée à partir d'un modèle à deux échelles déterministe [Doudard, 2004]. Cette analyse reste empirique et a été validée pour de nombreuses nuances d'acier [Munier, 2012].

De plus un modèle probabiliste à deux échelles permet, à partir du coude de l'élévation de température, de déterminer la dispersion des propriétés en fatigue. Ce modèle sera présenté dans la deuxième partie de ce chapitre. Cependant avant cela, le cadre thermodynamique est présenté pour mieux comprendre la relation entre les mécanismes dissipatifs et l'évolution de la température moyenne du volume étudié.

1.3 Compréhension d'un essai d'auto-échauffement

Pour interpréter les mesures d'auto-échauffement, il est important d'évaluer les sources de chaleur qui sont responsables des variations de température. En effet, la température mesurée n'est pas intrinsèque au matériau ; elle dépend de la géométrie de l'éprouvette, du volume testé, des conditions aux limites thermiques et du chargement mécanique (*e.g.* la fréquence).

L'objectif de cette partie est donc de présenter le cadre thermodynamique considéré pour l'écriture de l'équation de la chaleur et sa résolution pour obtenir des informations sur le champ de sources. En effet, cette équation relie ce qui est mesurable, la température d'un matériau, à un terme source, qui est une quantité intrinsèque.

1.3.1 Cadre thermodynamique

Dans ces travaux de thèse, l'interprétation des mesures d'auto-échauffement se base sur la thermodynamique des processus irréversibles [Lemaître et Chaboche, 1990].

Toute évolution thermodynamique d'un point M (ou d'un volume élémentaire) est considérée comme étant une succession d'états d'équilibre, définis en chaque instant t par un nombre donné de variables d'états. En mécanique du solide, les variables thermodynamiques retenues sont tout d'abord les variables observables, que sont la température T et le tenseur des déformations totales $\boldsymbol{\varepsilon}$. Généralement, le tenseur des déformations élastiques (ou réversibles) $\boldsymbol{\varepsilon^e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon^p}$ est utilisé, avec $\boldsymbol{\varepsilon^p}$ le tenseur des déformations plastiques (irréversibles). Il est souvent ajouté un certain nombre de variables internes $\boldsymbol{V_k}$ pour compléter la description de l'état thermodynamique et qui sont choisies en fonction des mécanismes physiques impliqués lors de la modélisation, et donc des modélisateurs (en fonction de la représentation qui est faite du comportement et des mécanismes physiques).

Les processus ainsi définis sont thermodynamiquement admissibles si, à chaque instant de l'évolution, la conservation de l'énergie (le premier principe de la thermodynamique) et l'inégalité de Clausius-Duhem (le second principe) sont respectées.

1.3.2 Équation de la chaleur

En utilisant l'énergie libre de Helmoltz $\Psi = e - Ts$, avec e l'énergie interne spécifique du système et s son entropie, la forme locale de l'équation de la chaleur est déduite à partir de la conservation de l'énergie (avec l'hypothèse des petites perturbations) par

$$\rho c\dot{T} + \mathrm{div}\boldsymbol{q} = \rho c S_t = \Delta + r + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon^e} \partial T} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon^e}} + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \boldsymbol{V_k} \partial T} : \dot{\boldsymbol{V_k}}, \tag{II.2}$$

avec ρ la masse volumique du matériau, $c = -T\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2}$ la chaleur spécifique, $\boldsymbol{q}$ le flux de chaleur et $\rho c S_t$ le terme source.

L'équation (II.2) relie donc le taux d'absorption ou de désorption de la chaleur ($\rho c\dot{T}$) et les pertes par conduction ($\mathrm{div}\boldsymbol{q}$) au terme sources. Ce dernier peut être décomposé en plusieurs contributions (de trois natures différentes) [Chrysochoos et Louche, 2000] :

- $\Delta = \boldsymbol{\Sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{A_k} : \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{k}}$, la dissipation intrinsèque avec $\boldsymbol{\Sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{e}}}$ la force thermodynamique associée au tenseur des déformations élastiques et celles associées aux autres variables internes $\boldsymbol{V_k}$ sont définies par $\boldsymbol{A_k} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{V_k}}$. La dissipation intrinsèque est nécessairement positive ou nulle pour respecter l'inégalité de Clausius-Duhem (second principe de la thermodynamique des milieux continus).
- r, le rayonnement thermique, soit la densité volumique de production interne de chaleur à distance (donc autre que mécanique).
- Les termes de couplages à la température des variables d'états, soit le couplage thermoélastique $C_e = \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{e}} \partial T} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{e}}$ et les autres couplages $C_k = \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \boldsymbol{V_k} \partial T} : \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{k}}$.

L'équation de la chaleur permet théoriquement de reconstruire les champs des termes sources à partir de la mesure de la température. Toutefois, sa résolution est complexe puisque plusieurs problèmes se superposent : l'évolution spatio-temporelle liée aux échanges thermiques, l'hétérogénéité et la dépendance aux temps des champs mécaniques et thermiques.

1.3.3 Techniques de résolution

Une première idée pour simplifier le problème thermomécanique repose sur le rapport des temps caractéristiques thermique (conduction et convection) et mécanique.

Ainsi, lors de la réalisation d'essais suffisamment rapides, une hypothèse d'adiabaticité peut être réalisée, *i.e.* les temps d'analyse sont suffisamment courts pour négliger la conduction thermique à l'intérieur du matériau et la convection avec l'extérieur [Florin, 2015, Masquelier *et al.*, 2015]. Lors d'une sollicitation cyclique sur un nombre de cycles suffisamment élevé pour atteindre une stabilisation de la température, les valeurs instantanées et moyennes peuvent être respectivement liées au terme de couplage thermoélastique et à la dissipation intrinsèque [Chrysochoos et Louche, 2000, Boulanger, 2004].

De plus, des hypothèses spatiales sont nécessaires et permettent également la simplification du problème thermomécanique. En effet, la température ne peut être mesurée que sur la surface externe du matériau, avec au mieux une information 2D (*e.g.* avec l'utilisation d'une camera infrarouge), aucune information dans la troisième direction (*i.e.* dans le volume) n'est directement obtenue. L'équation de la chaleur ne peut donc pas être résolue en 3D, et certaines hypothèses sont donc nécessaires sur la distribution de la température. Il est alors possible d'adopter plusieurs approches de modélisation (Figure II.8).

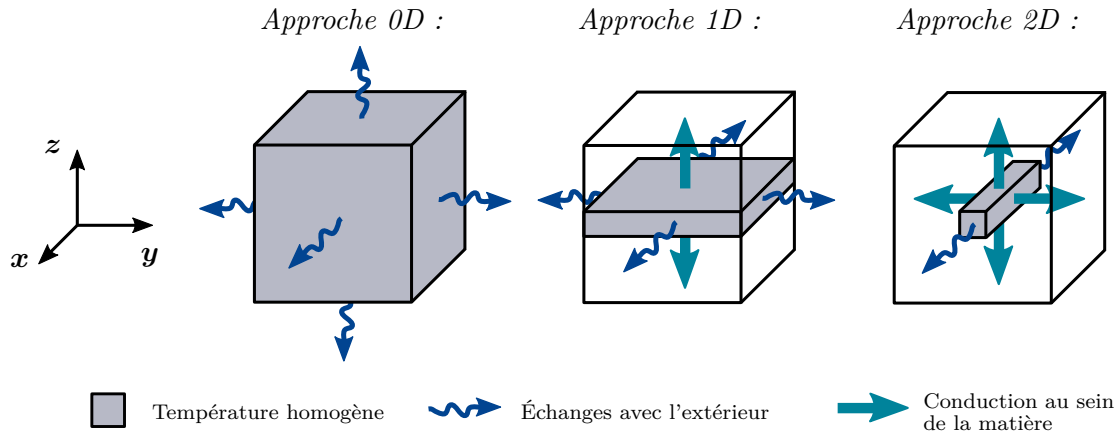


Figure II.8 – *Différences entre les conditions aux limites du problème thermique en fonction de l'approche de résolution considérée (0D, 1D ou 2D)*

- *Approche 0D :* L'évolution de la température est homogène dans le volume considéré et les pertes sont uniquement les échanges avec l'extérieur. Si cette hypothèse est réalisée à l'échelle de l'éprouvette, elles sont de deux natures : pertes par échanges avec les mors de la machine d'essais (conduction thermique) et pertes sur la surface de l'éprouvette par échange avec le milieu ambiant (convection thermique). La température ne dépend que du temps : $T(t)$.
- *Approche 1D :* L'évolution de la température est homogène suivant deux directions, et dépend de la troisième dimension. Dans le cas d'une éprouvette sollicitée suivant $\boldsymbol{z}$, la température peut par exemple être moyennée suivant la section. Les pertes par conduction existent alors suivant $\boldsymbol{z}$ au sein de la matière considérée, et des pertes par convection avec le milieu ambiant suivant $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$. La température dépend donc d'une dimension spatiale : $T(t, z)$.
- *Approche 2D :* L'évolution de la température est homogène suivant une direction, et dépend des deux autres. Dans le cas d'une éprouvette, la température peut être moyennée suivant l'épaisseur (la direction pour laquelle il n'est pas possible de mesurer directement une température). Les pertes par conduction existent donc dans le volume considéré suivant les deux directions $\boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{z}$, et les échanges avec le milieu extérieur s'effectuent par convection suivant $\boldsymbol{x}$. La température dépend donc de deux dimensions spatiales : $T(t, y, z)$.

1.3.4 Hypothèses simplificatrices

Dans le cadre de l'essai d'auto-échauffement, plusieurs hypothèses simplificatrices peuvent être effectuées [Chrysochoos et Louche, 2000, Boulanger *et al.*, 2004, Doudard *et al.*, 2005]. Elles reposent, entre autre, sur le fait que les variations de température mesurée sont faibles sous sollicitation cyclique :

- la chaleur spécifique c et la masse volumique ρ sont indépendantes de la température (sur la gamme de variation de la température au cours de l'essai) ;
- l'advection est négligeable devant l'évolution temporelle de la température, ainsi la dérivée particulaire de la température est uniquement définie par sa composante temporelle, soit : $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$;
- le terme source de rayonnement est constant dans le temps et en raisonnant par différence de température par rapport à une référence notée T_0, l'élévation de température $\theta = T - T_0$ est alors indépendante du terme source r ;
- le seul terme de couplage non négligé est la contribution thermoélastique C_e.

Ces différentes hypothèses sont vérifiées avec quelques précautions expérimentales [1] et peuvent en général être considérées pour l'étude des matériaux métalliques. Ainsi, l'équation de la chaleur simplifiée s'écrit

$$\rho c\dot{\theta} + \mathrm{div}\boldsymbol{q} = \rho c S_t = \Delta + C_e. \tag{II.3}$$

• Évaluation des pertes thermiques :

Les éprouvettes utilisées par la suite pour les essais d'auto-échauffement sont des éprouvettes cylindriques, avec donc un certain volume sollicité de manière homogène. Dans ces travaux de thèse, une approche 0D est alors considérée. Pour des raisons de simplification, seul le volume de la zone utile est considéré [2] et est donc défini par un cylindre de diamètre d et de longueur L. Lors de l'analyse thermique, l'évolution de la température due au terme source est donc homogène dans le volume $V = L\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$. Cela revient donc à intégrer l'équation de la chaleur sur l'ensemble du volume V, soit

1. L'hypothèse sur le terme source de rayonnement est vérifiée en Annexe B dans le cadre d'essais à haute température, à partir des résultats en auto-échauffement des Chapitres III et IV.
2. Juste à titre d'illustration, l'approche serait la même avec un autre volume (sollicité de manière homogène).

$$\frac{1}{V}\iiint_V \rho c\dot{\theta}(x,y,z,t)dV + \frac{1}{V}\iiint_V \mathrm{div}\,(\boldsymbol{q})\,(x,y,z,t)dV = \frac{1}{V}\iiint_V \rho c S_t(x,y,z,t)dV. \tag{II.4}$$

Les pertes thermiques se produisent par convection au contact de l'air ambiant et par conduction dans le matériau aux extrémités de la zone utile (têtes de l'éprouvette et ensuite les mors de la machine d'essai). En utilisant le théorème de la divergence, ces pertes peuvent s'écrire

$$\frac{1}{V}\iiint_V \mathrm{div}\,(\boldsymbol{q})\,dV = \frac{1}{V}\iint_{\delta V} \boldsymbol{q}.\boldsymbol{n}dS, \tag{II.5}$$

avec δV la frontière du domaine de volume V, et $\boldsymbol{n}$ la normale sortante à la surface.

Il est alors nécessaire d'évaluer les conditions aux limites du problème thermique. Des conditions de troisième espèce, dites aussi conditions de Fourier, sont considérées. Pour l'éprouvette cylindrique sollicitée suivant $\boldsymbol{z}$, les pertes par échange de flux avec l'extérieur sont donc données sur chacune des faces du volume en fonction de deux coefficients d'échange thermique, h_d par conduction avec les mors et h_v par convection avec le milieu ambiant. Avec

$$\theta = \frac{1}{V}\iiint_V (T - T_0)dV \tag{II.6}$$

l'évolution moyenne de la température dans le volume, les conditions aux limites thermiques s'écrivent

$$\frac{1}{V}\iiint_V \mathrm{div}\,(\boldsymbol{q})\,dV = \frac{1}{V}\left[2h_d\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_v L\pi d\right]\theta = 2\left[\frac{h_d}{L} + \frac{2h_v}{d}\right]\theta, \tag{II.7}$$

et ne dépendent que des coefficients d'échanges et des dimensions du volume. Finalement, l'équation simplifiée de la chaleur 0D est

$$\dot{\theta}(t) + \frac{\theta(t)}{\tau_{eq}} = S_t(t) = \frac{\Delta(t) + C_e(t)}{\rho c}. \tag{II.8}$$

avec τ_{eq} le temps caractéristique de mise en place de l'équilibre thermique.

- **Évaluation du couplage thermoélastique :**

Le terme source moyen est décomposé en une dissipation intrinsèque Δ et un terme de couplage thermoélastique C_e. Dans le cadre thermodynamique choisi, le terme de couplage thermoélastique peut s'écrire (pour une sollicitation 1D) [Lemaître et Chaboche, 1990]

$$Ce(t) = -\alpha T_0 \dot{\Sigma}(t), \tag{II.9}$$

où α est le coefficient de dilatation thermique isotrope, et T_0 la température de référence. Pour une sollicitation cyclique, le signal peut être décomposé en une composante moyenne Σ_m et une amplitude Σ_0 par

$$\Sigma(t) = \Sigma_m + \Sigma_0 \sin(2\pi f t), \tag{II.10}$$

avec f la fréquence de sollicitation. Sur un cycle complet de chargement, l'amplitude de la variation de température due au couplage thermoélastique $\Delta\theta_{the}$ peut être exprimé par

$$\Delta\theta_{the} = \frac{\alpha T_0 \Sigma_0}{\rho c}\frac{2\pi f}{\sqrt{(\tau_{eq})^{-2} + 4\pi^2 f^2}} \approx \frac{\alpha T_0 \Sigma_0}{\rho c}, \tag{II.11}$$

en effet τ_{eq} est en général de l'ordre de la dizaine de secondes et f de la dizaine de Hz. En moyenne sur un cycle complet, le terme de couplage thermoélastique se compense et s'annule.

Ainsi, l'amplitude du couplage thermoélastique est l'image de l'amplitude de contrainte appliquée (du premier invariant dans le cas général). Boulanger montre bien que cette amplitude du couplage est indépendante de la fréquence de sollicitation [Boulanger, 2004] (pour une fréquence suffisante pour être dans les mêmes conditions d'échanges thermiques) avec la mesure de la température par une caméra infrarouge (Figure II.9).

L'étude du couplage thermoélastique (généralement d'un champ) permet ainsi de déterminer directement le champ de contrainte appliqué à une structure (premier invariant), il s'agit de la méthode TSA (Thermoelastic Stress Analysis) largement utilisée [Boulanger *et al.*, 2004, Florin, 2015, Allevi *et al.*, 2018].

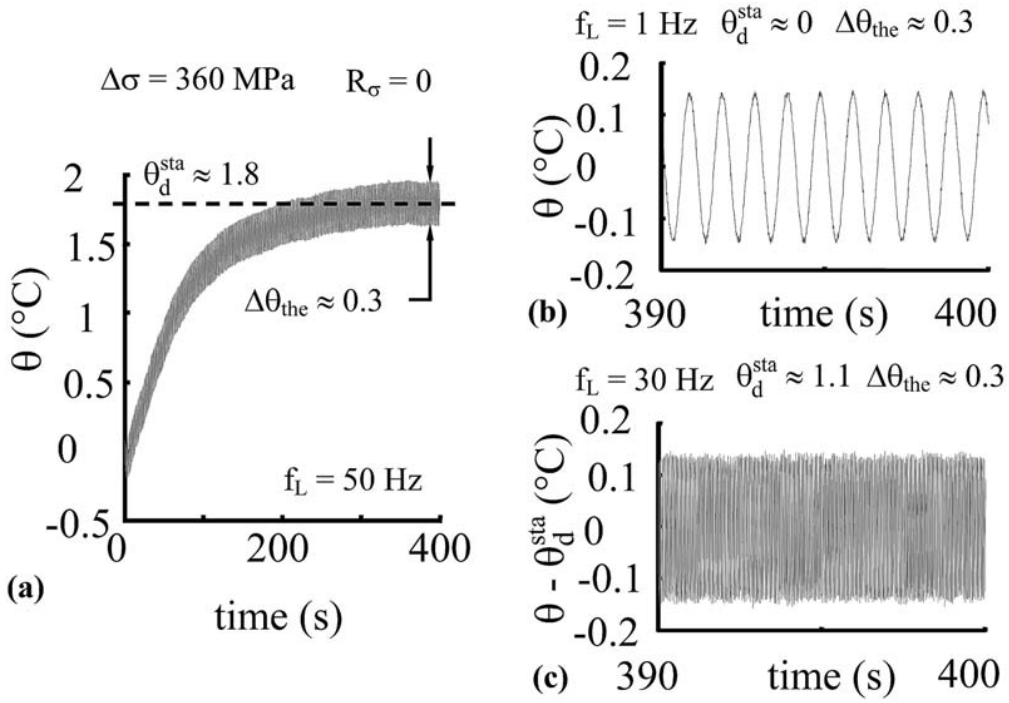


Figure II.9 – *Signaux thermiques associés à la sollicitation d'un acier dual phase DP60 pour différentes fréquences de sollicitation et une même amplitude - a) Évolution de la température pour un bloc de chargement de* 20000 *cycles à* $50Hz$ *- b) contribution thermoélastique à* $1Hz$ *- c) contribution thermoélastique à* $30Hz$ *[Boulanger* et al.*, 2004]*

Dans le cas d'essais d'auto-échauffement pour la détermination rapide des propriétés en fatigue, seule la contribution de la dissipation intrinsèque est étudiée. Ainsi pour s'affranchir de l'influence du couplage thermoélastique, des précautions expérimentales sont nécessaires avec par exemple un début des sollicitations à contrainte moyenne pour le compenser. L'évolution cyclique du terme source, $\rho c\bar{S}_t$, est calculée à partir de la fréquence de sollicitation

$$\rho c\bar{S}_t(t) = f\int_{cy.} \rho cS_t(t)dt = f\int_{cy.} \Delta(t)dt + f\int_{cy.} C_e(t)dt = f\bar{\Delta}(t), \tag{II.12}$$

où $\bar{\Delta}$ est donc la dissipation intrinsèque associée à un cycle.

L'équation de la chaleur 0D, moyennée dans le volume de la zone utile, simplifiée et moyennée sur un cycle de chargement s'écrit alors

$$\dot{\theta}(t) + \frac{\theta(t)}{\tau_{eq}} = S_t(t) = f\frac{\bar{\Delta}(t)}{\rho c}. \tag{II.13}$$

1.3.5 Évaluation du terme source moyen (sur un cycle)

Le terme source moyen (associé à un cycle de chargement) à déterminer est donc la dissipation intrinsèque cyclique moyenne (dans le volume considéré) $\bar{\Delta}$. Le couplage thermoélastique ne participe pas à l'évolution de la température moyenne sur un cycle. Des précautions expérimentales doivent être prises pour qu'il ne perturbe pas la mesure de la dissipation intrinsèque.

Dans le cas où le terme de dissipation est constant par cycle (et donc ne dépend pas du temps t), la solution de l'équation de la chaleur est

$$\theta(t) = \tau_{eq}\, f \frac{\bar{\Delta}}{\rho c}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{eq}}\right)\right]. \tag{II.14}$$

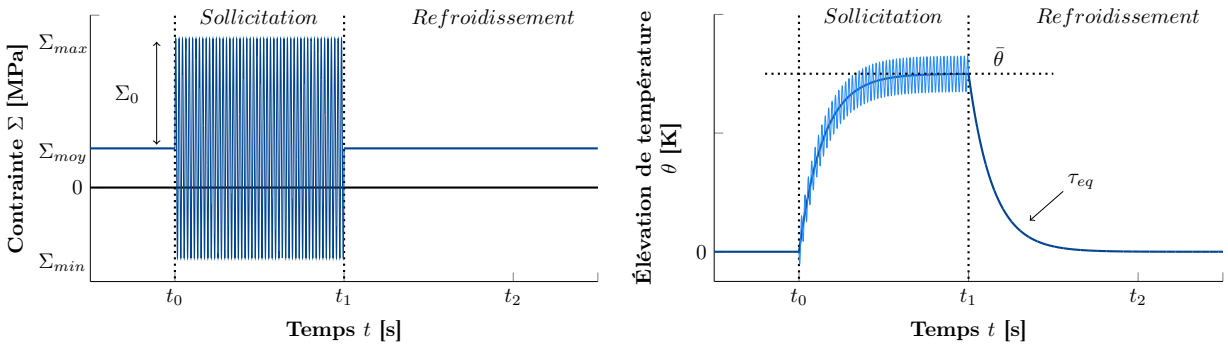
Ainsi pour évaluer la dissipation intrinsèque à partir de la mesure de température, il existe deux méthodes d'analyse des paliers d'auto-échauffement. La première consiste à réaliser l'identification en régime stabilisée et la seconde méthode, en régime transitoire. Ces deux méthodes sont présentées dans la suite, et elles entraînent alors des considérations différentes lors de la réalisation des essais, notamment sur le choix des moyens de mesures (*e.g.* thermocouples ou camera infrarouge) et des caractéristiques de l'acquisition (*e.g.* fréquence d'acquisition). Le choix d'une ou de l'autre méthode dépend également du matériau étudié, avec la considération des temps caractéristiques d'équilibres ou de leur propension à s'auto-échauffer sous sollicitation cyclique.

Dans le cas où la dissipation intrinsèque par cycle $\bar{\Delta}$ n'est pas constante par cycle, et évolue donc au cours du temps, il se peut qu'elle se stabilise tout de même au bout d'un certain nombre de cycles. Dans ce cas, la température de l'éprouvette au cours d'un palier de sollicitation passe en générale par un maximum, puis redescend vers un état stabilisé. Ainsi, la méthode de résolution en régime stabilisé est toujours possible et il est nécessaire de correctement modéliser ces phénomènes dissipatifs (avec notamment l'utilisation d'un écrouissage isotrope au niveau de l'inclusion) [Doudard et Calloch, 2009, Ezanno, 2011].

Dans le cas où la dissipation intrinsèque par cycle $\bar{\Delta}$ ne se stabilise pas, alors l'équilibre thermique n'est jamais atteint et la température continue à augmenter au cours de la sollicitation. Il existe alors des modélisations prenant en compte ces phénomènes qui passent notamment par une résolution numérique de l'équation de la chaleur [Louge, 2019].

- **Méthode d'identification en régime stabilisé :**

Cette première méthode d'identification (historique) de l'énergie dissipée intrinsèque se base sur un essai en température stabilisée (Figure II.6). Pour une sollicitation cyclique réalisée sur une durée "suffisamment longue", un équilibre thermique est généralement atteint entre le terme source et les pertes thermiques (à condition que le terme source soit constant au cours des cycles) (Figure II.10).



(a) *Sollicitation mécanique (quelques milliers de cycles)* **(b)** *Réponse thermique de l'éprouvette*

Figure II.10 – *Essai d'identification de la dissipation en régime stabilisé*

Ainsi, la température stabilisée est directement l'image de la dissipation intrinsèque cyclique

$$\bar{\theta} = \tau_{eq}\ f \frac{\bar{\Delta}}{\rho c}. \tag{II.15}$$

Lors de la réalisation d'un essai d'auto-échauffement, le choix de la fréquence de sollicitation impacte donc les niveaux de température atteints lors de la sollicitation cyclique. En effet, l'évolution de la température stabilisée est (en général pour les matériaux métalliques) linéaire par rapport à la fréquence de sollicitation (Figure II.11) [Galtier, 1993, Doudard, 2004, Boulanger, 2004, Munier, 2012], dans une gamme de fréquences similaires mettant en jeu les mêmes mécanismes d'échanges thermiques et de dissipation.

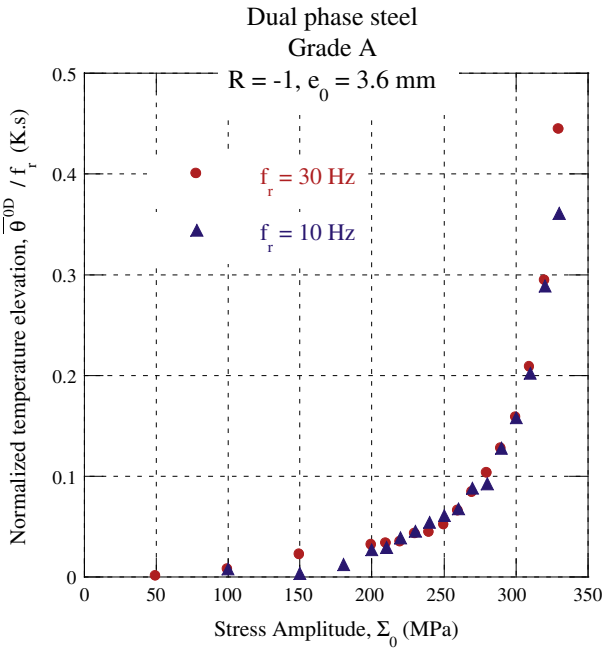


Figure II.11 – *Influence de la fréquence de sollicitation sur la courbe d'auto-échauffement pour un acier [Munier et al., 2014]*

Le choix du nombre de cycles à effectuer est surtout défini par le temps caractéristique de mise en place de l'équilibre thermique. En effet, l'objectif est d'atteindre la stabilisation de la température. Par conséquent, il faut solliciter l'éprouvette pendant au moins une durée de $4-5\tau_{eq}$ (une sollicitation d'une durée de $1\tau_{eq}$ correspond à 63% de la valeur de la température stabilisée et pour $3\tau_{eq}$ à $0,95\%$). Ainsi, si la fréquence de sollicitation est augmentée, il faut également augmenter le nombre de cycles à réaliser pour atteindre la stabilisation.

Le temps caractéristique est théoriquement le même à la montée et à la descente de la température. Cependant, il est généralement identifié lors du refroidissement, car le terme source est nul, donc constant. Lors de la sollicitation, il se peut que la dissipation cyclique sur les premiers cycles soit différente (soit par l'évolution des cycles mécaniques ou bien du fait du moyen de sollicitation utilisé, qui peut nécessiter un certain temps pour atteindre l'amplitude de contrainte voulue).

Cette méthode d'évaluation de la dissipation intrinsèque cyclique permet de s'affranchir des problèmes de conduction (en atteignant un état thermique stabilisé), de transitoire mécanique (*e.g.* évolution de la dissipation cyclique) et est moins sensible aux perturbations de l'environnement ambiant. Le fait de solliciter sur un grand nombre de cycles permet d'être le plus représentatif possible d'un essai de fatigue, en permettant à l'ensemble des termes sources présents dans le volume de "s'exprimer". Cela permet alors d'obtenir une vision moyenne de la dissipation de l'éprouvette.

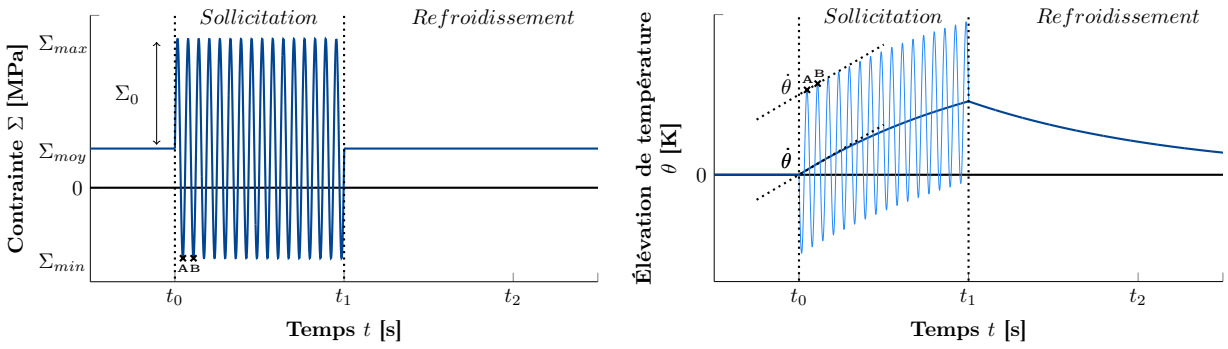
Cependant sur des éprouvettes possédant des hétérogénéités de termes sources (géométries plus complexes avec donc sollicitation hétérogène ou des éprouvettes de structure composée de plusieurs matériaux), les champs de température s'homogénéisent dans l'éprouvette par conduction. Ceci mène alors à une analyse très homogénéisée ou à la nécessité de réaliser des analyses inverses pour la détermination du champ de sources (et donc parfois l'utilisation d'approche 1D ou 2D) [Doudard *et al.*, 2009, Le Saux *et al.*, 2013, Florin, 2015, Graux, 2017, Glanowski *et al.*, 2017].

- **Méthode d'identification en régime transitoire :**

L'identification de la dissipation intrinsèque peut également se faire sur le régime transitoire de la variation de température [Rosa et Risitano, 2000]. En effet dans le cadre d'une hypothèse d'adiabadicité, donc en négligeant tous les échanges thermiques dans le matériau, il est possible d'évaluer la vitesse initiale d'élévation de température, et qui est alors l'image de la dissipation intrinsèque par la relation

$$\dot{\theta}_{(t\to 0)} = f\frac{\bar{\Delta}}{\rho c}. \tag{II.16}$$

L'énergie dissipée par cycle peut alors être évaluée par la pente de l'élévation de la température lors du début de la sollicitation (Figure II.12) ou en considérant deux instants A et B au début de l'essai, pour lesquels l'éprouvette est dans la même configuration mécanique (pour compenser le couplage thermoélastique). Cette méthode est réalisée sur un temps d'analyse plus court, lors d'une sollicitation mécanique constituée d'une dizaine de cycles. Il est à noter que les échelles d'élévation de température et de temps sont plus petites que pour la version stabilisée. Ainsi, il est nécessaire d'avoir un matériel d'acquisition de température très performant, pour pouvoir mesurer de très faibles élévations de température, sur des durées très courtes.



(a) *Sollicitation mécanique (quelques dizaines de cycles)* **(b)** *Réponse thermique de l'éprouvette*

Figure II.12 – *Essai d'identification de la dissipation en régime transitoire*

L'avantage de cette méthode est que l'identification de la dissipation cyclique se fait très rapidement et en très peu de cycles. De plus, comme il est supposé qu'aucun transfert thermique n'a eu le temps de se mettre en place, il est possible de réaliser des cartographies de champs d'énergie dissipée [Masquelier *et al.*, 2015] (à l'aide d'une caméra infrarouge). L'hypothèse d'adiabaticité peut être une bonne approximation pour des sollicitations à haute fréquence et/ou pour des matériaux ayant des conductivités thermiques très faible.

Cependant, cette méthode suppose que la stabilisation mécanique soit obtenue très rapidement dès le début de l'essai, pour que l'analyse effectuée dès les tout premiers cycles (pour respecter les conditions adiabatiques) soit représentative du chargement cyclique de fatigue. La méthode transitoire est généralement utilisée pour l'étude des matériaux élastomères et composites (surtout pour limiter les températures d'auto-échauffement dans ces matériaux) et pour s'affranchir de ces questions, des pré-cyclages sont parfois réalisés avant la réalisation de l'essais d'auto-échauffement (pour ces matériaux les sollicitations se font en déformation imposée) [Glanowski, 2019]. De plus

des questions se posent sur la mesure de température réalisée, et notamment sur l'aspect "volume" mesuré. En effet, la mesure est au mieux 2D et une hypothèse d'adiabadicité est réalisée pour l'évaluation du terme source moyen avec cette méthode.

Lors de ces travaux de thèse, la méthode d'identification en régime stabilisée sera utilisée :
- *Les éprouvettes sont cylindriques et constituées d'un seul matériau, et sont donc sollicitées de manière homogène (dans la zone utile). Une approche moyenne (0D et résolution stabilisée de l'équation de la chaleur) avec mesure ponctuelle de la température par thermocouple suffit.*
- *D'un point de vue expérimental, il est bien plus facile de déterminer une élévation de température qu'une vitesse d'élévation de température (résolution de la mesure).*
- *La fréquence de sollicitation utilisée est suffisamment élevée pour avoir de bonnes résolutions thermiques, tout en étant suffisamment faible pour limiter le nombre de cycles.*

1.4 Résultats de la littérature et objectif de la thèse

L'évaluation des termes sources sous sollicitation cycliques donne de précieuses informations sur le comportement et l'endommagement éventuel d'un matériau ou d'une structure. Cependant, il s'agit d'une mesure indirecte, passant par un champ de température qui n'est pas toujours représentatif du champ source associé. Il faut donc être conscient des effets de conduction thermiques dans le matériau et donc des effets d'homogénéisation de la température dans le volume. De plus, il s'agit au mieux d'une information surfacique (par caméra infrarouge), et en général ponctuel (par thermocouple), d'un phénomène potentiellement volumique. Des précautions expérimentales et les différentes approches de résolution de l'équation de la chaleur doivent être considérées pour pouvoir remonter aux termes sources.

Dans un premier temps, des résultats classiques sur les courbes d'auto-échauffement sont présentés, correspondant à des approches 0D stabilisées où le terme source cyclique moyen sur la zone d'étude est déterminé. Il s'agit alors de la caractérisation des propriétés en fatigue d'un matériau, sollicité de manière homogène. Ensuite, quelques exemples de la littérature sont présentés sur la détermination d'un champ de terme source hétérogène, soit sur structure (même avec des éprouvettes simple avec des entailles), soit du fait de la sollicitation (flexion, torsion...) ou soit à plus petite échelle. Enfin, l'objectif principal de la thèse est détaillé, soit la mise en place d'un protocole expérimental d'auto-échauffement à haute température.

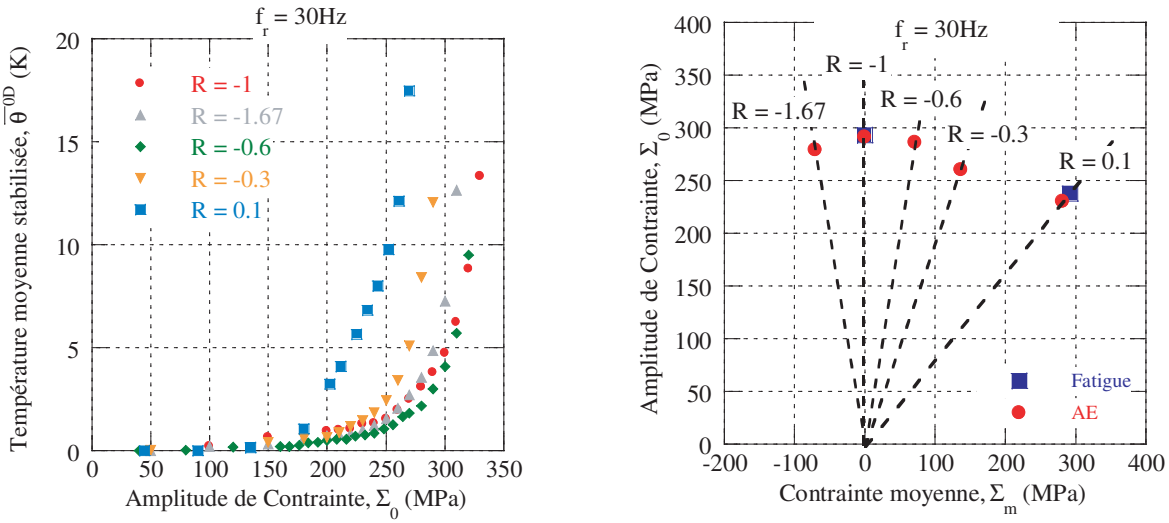
1.4.1 Effets impactant les courbes d'auto-échauffement

Concernant les courbes d'auto-échauffement pour la caractérisation en fatigue des matériaux, plusieurs effets ont été étudiés dans la littérature.

- **Effet de la contrainte moyenne :**

Il est connu que l'augmentation du rapport de charge, et donc la présence d'une contrainte moyenne, impacte la tenue à la fatigue. Ainsi, dès les premiers travaux sur les mesures d'auto-échauffement, de nombreux rapports de charge ont été testés dans la littérature travaux [Rosa et Risitano, 2000], avec à chaque fois une bonne détermination de la limite d'endurance par des méthodes empiriques.

Concernant des études avec différents rapports de charge pour un même matériau, des résultats de la littérature montrent bien la capacité de la méthode d'auto-échauffement à rendre compte de l'influence d'une contrainte moyenne [Krapez *et al.*, 1999, Munier, 2012] (Figure II.13).



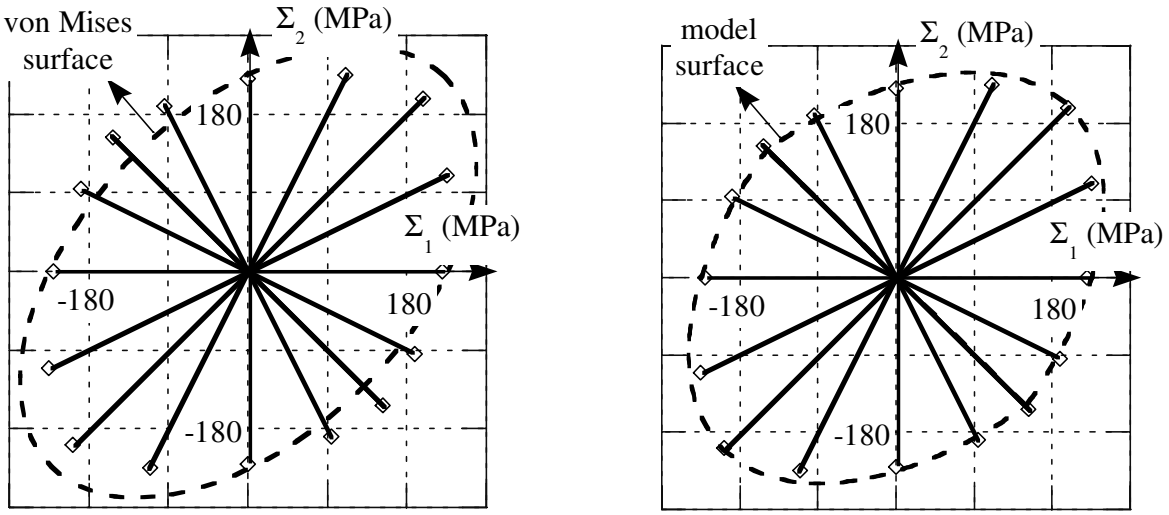
(a) *Courbe d'auto-échauffement* **(b)** *Diagramme de Haigh*

Figure II.13 – *Courbes d'auto-échauffement pour différents rapports de charges pour un acier et diagramme de Haigh associé [Munier, 2012]*

- **Chargement multiaxiaux :**

Les chargements multiaxiaux sont souvent des cas de sollicitation non homogènes. Les premières mesures d'auto-échauffement sous sollicitations multiaxiales sont réalisées pour plusieurs trajets de chargement en flexion, torsion et en flexion-torsion [Galtier, 1993].

Pour interpréter ces essais non homogènes, il est alors nécessaire d'utiliser une modélisation. Poncelet étend le modèle probabiliste à deux échelles (qui sera présenté dans la deuxième partie de ce chapitre) à des cas de chargement multiaxiaux, proportionnels et non-proportionnels [Poncelet, 2007]. Dans le cas de chargements multiaxiaux plus "homogène", des études sous sollicitations cycliques biaxiales ont permis d'introduire la notion de surfaces d'iso-auto-échauffement et ainsi d'identifier un critère de fatigue HCF [Doudard, 2004, Doudard *et al.*, 2007, Poncelet, 2007].

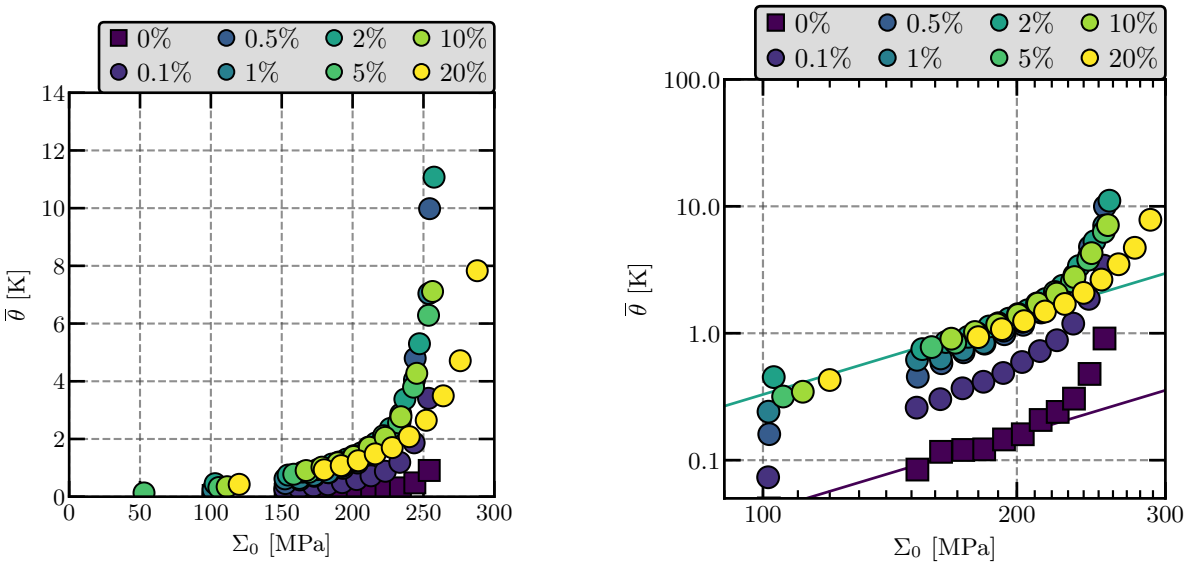


(a) *Comparaison avec le critère de von Mises* **(b)** *Critère HCF identifié dans l'étude*

Figure II.14 – *Surface d'iso-auto-échauffement obtenue sous sollicitations cycliques biaxiales avec un offset de 1K [Doudard* et al.*, 2007]*

- **Effet d'une pré-déformation plastique :**

L'influence d'une pré-déformation plastique (et donc du changement de l'état initial du matériau) a également été étudiée [Doudard, 2004, Munier, 2012, Puget, 2013, Louge, 2019] (Figure II.15). La méthode d'auto-échauffement est alors capable de différencier les états initiaux et permet (au travers du modèle probabiliste à deux échelles présenté dans la suite) de retrouver des résultats cohérents pour les propriétés en fatigue.



(a) *Échelle linéaire* **(b)** *Échelle logarithmique*

Figure II.15 – *Influence d'une pré-déformation plastique sur les courbes d'auto-échauffement (rapport de charge $R = -1$) [Louge, 2019]*

- **Autres effets :**

D'autres effets ont été étudiés dans la littérature en utilisant les mesures d'auto-échauffement, par exemple l'influence de la taille moyenne des grains pour certains aciers [Doudard, 2004], les effets d'histoire [Louge, 2019], de traitement de surface (cémentation sur éprouvettes amincies) et donc de gradients de propriété matériau [Graux, 2017] ou encore de changement d'états initiales du matériau (pré-déformations induites par forgeage et influence de la microstructure) [Puget, 2013].

Pour l'ensemble de ces effets, l'analyse des courbes d'auto-échauffement fonctionne et donne des résultats très pertinents.

Il y a cependant peu d'études publiées sur les effets de l'environnement, et surtout de la température, sur les courbes d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue associées.

1.4.2 Évaluation de champs de sources hétérogènes

Les exemples précédents étaient en majorité issus d'essais en approche moyenne (*i.e.* approche 0D) stabilisée dans le volume sollicité. Cependant, dans le cas de matériaux hétérogènes (*e.g.* composites) ou de structures (même avec une géométrie d'éprouvette menant à une sollicitation hétérogène comme une entaille) alors nécessairement le champ source associé est fortement hétérogène à l'échelle micro (qui était déjà le cas avant), mais également à l'échelle de la zone d'étude.

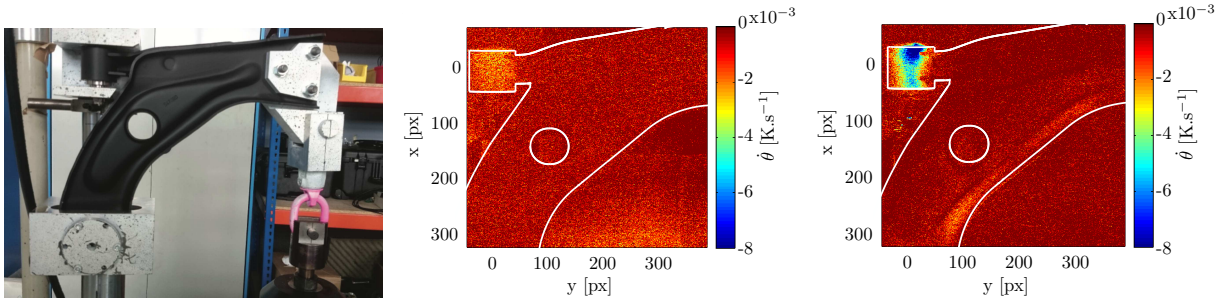
Différentes hypothèses sont nécessaires pour déterminer ce champ (une approche "0D" reste possible, mais elle ne renseigne pas sur la nature hétérogène du champ ; la température s'homogénéisant dans le volume).

- **Étude sur structure :**

Par exemple, des essais d'auto-échauffement ont été réalisés directement sur structures complexes, avec donc des approches empiriques basées sur la température [Luong, 1998, Bérard *et al.*, 1998, Arnould *et al.*, 2005]. Cependant dans ces cas là, le champ de température s'homogénéise et il est très délicat de revenir au champ de dissipation associé.

Des approches 1D ont été utilisées dans la littérature pour déterminer des champs de sources hétérogènes à partir de la température, notamment dans le cas d'une éprouvette avec une section variable (donc chargement hétérogène) [Doudard *et al.*, 2009] ou dans le cas d'une hétérogénéité de propriétés mécaniques (pré-déformation plastique initiale différente et contrôlée dans l'éprouvette) [Munier *et al.*, 2011]. Ces approches reposent sur un état stabilisé de la température, et s'appliquent donc assez facilement sur ces cas de "structures simples".

Pour évaluer directement le champ de termes sources, il est possible d'adopter la méthode d'identification en régime transitoire. Elle repose sur une hypothèse d'adiabaticité. Ainsi, à l'aide d'une caméra infrarouge, il est possible d'évaluer directement le champ de sources à partir de la mesure de température. Cette méthode est en général utilisée pour les matériaux composites [Jegou *et al.*, 2013] ou élastomères [Marco *et al.*, 2017]. Dans le cas de matériaux métalliques, Florin a d'abord réalisé des essais d'auto-échauffement des petites structures soudés pour des applications automobiles, puis sur une structure entière d'un triangle de suspension pour l'industrie automobile [Florin, 2015] (Figure II.16). Ces méthodes d'observation par caméra infrarouge peuvent être couplées avec des méthodes TSA (Thermoelastic Stess Analysis) permettant d'évaluer le champ de contrainte.



(a) *Triangle de suspension PSA* **(b)** *Cartographie de* $\dot{\theta}$ *-* $F_{\max} = 5kN$ **(c)** *Cartographie de* $\dot{\theta}$ *-* $F_{\max} = 11kN$

Figure II.16 – *Exemple de protocole d'auto-échauffement sur structure - Analyse en phase transitoire (dans la phase de descente) avec des cartographies de* $\dot{\theta}$ *[Florin, 2015]*

- **Caractérisation à petite échelle :**

Des études ont été menées à plus petites échelles pour tenter d'évaluer les hétérogénéités de champs de source à l'échelle de la microstructure. Ainsi, à partir d'une sollicitation homogène et du suivi par caméra infrarouge d'une petite zone de la température, les auteurs ont réussi à reconstruire un champ de sources associé, hétérogène [Berthel, 2007]. Il s'agit en effet d'un problème de taille du fait de la conduction thermique au sein du matériau ; l'hétérogénéité du champ de source étant vite effacée au profit d'une homogénéisation de la température. Le principe de la méthode de reconstruction est basé sur la résolution par une approche 2D de l'équation de la chaleur et sur un lissage local spatio-temporel du signal de température (pour s'affranchir des bruits de mesures), permettant ainsi de calculer le laplacien de la température.

Il est alors possible de déterminer tout au long du chargement cyclique le champ de couplage et celui de dissipation (la condition d'adiabaticité n'est plus nécessaire, les échanges thermiques étant considérés dans l'analyse). Le terme de couplage permet alors de mettre en évidence l'apparition de fissures et de localisation de la contrainte. Le calcul de la dissipation permet de mettre en évidence l'influence sur les aciers du nombre de cycles et du niveau de chargement. En effet, au cours des cycles pour un même niveau de sollicitation, la distribution spatiale des sources ne change pas

(Figure II.17) alors qu'elle est modifiée avec l'amplitude de chargement (Figure II.18). Cependant, la taille caractéristique de la microstructure de l'acier étudié est de l'ordre de la dizaine de microns alors que la résolution spatiale pour cette étude est d'environ $30\mu m$. Ainsi les hétérogénéités mesurées ne sont que des manifestations plus globales des hétérogénéités de terme source à l'échelle de la microstructure.

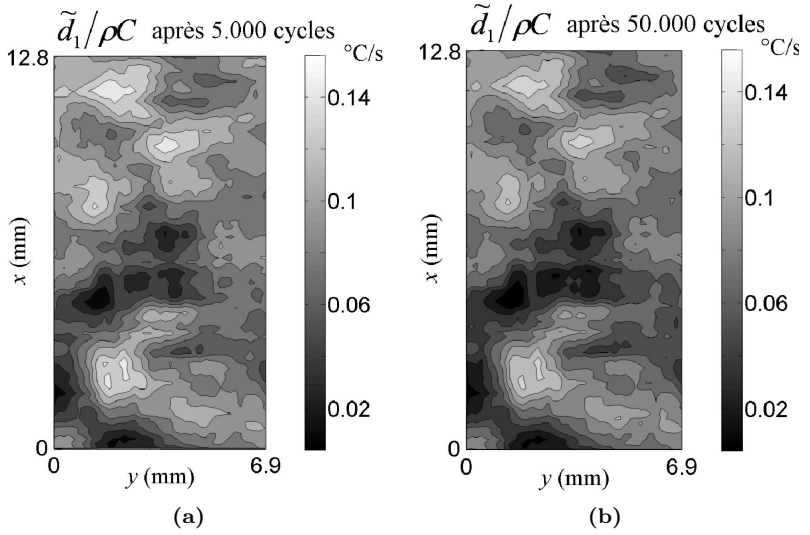


Figure II.17 – *Influence du nombre de cycles sur les hétérogénéités de termes sources au cours d'un bloc de chargement [Berthel, 2007]*

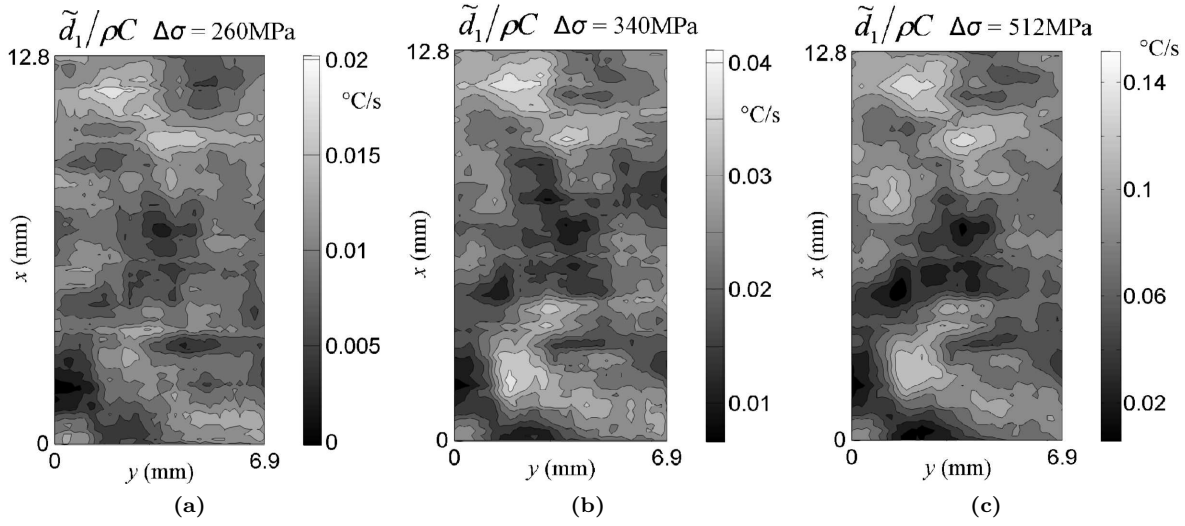


Figure II.18 – *Influence de l'amplitude sur les hétérogénéités de termes sources [Berthel, 2007]*

D'autres mesures de température à des échelles plus petites lors de sollicitations cycliques ont été réalisées dans la littérature, par exemple pour le suivi de la microstructure d'aciers (déformation) [Bodelot, 2008] ou lors de la réalisation d'essais d'auto-échauffement à l'échelle microscopique dans un matériau élastomère autour d'une inclusion [Glanowski, 2019].

À ces échelles, les champs de sources sont potentiellement hétérogènes du fait des microstructures et des phénomènes de localisation. Dans la suite, des volumes suffisamment grands seront sollicités pour pouvoir se placer dans une approche plus mésoscopique et donc avec des champs sources considérés comme homogènes et ainsi plus représentatifs du comportement global du matériau.

1.4.3 Objectif : mise en place de la méthode à haute température

L'objectif majeur de la thèse est la mise en place de la méthode d'auto-échauffement à haute température pour l'étude de la fatigue des matériaux métalliques à différentes températures. Il est alors nécessaire de développer un protocole expérimental permettant la réalisation d'essais d'auto-échauffement à haute température, avec un four. Pour cela, des éprouvettes d'un alliage de titane (en TA6V) ont été fournies par Safran Aircraft Engines pour la réalisation d'essais jusqu'à 350°C et sont présentés au Chapitre III. Pour atteindre des températures plus élevées, jusqu'à 950°C, des éprouvettes d'un superalliage base nickel (l'AM1) sont utilisées et les résultats sont présentés au Chapitre IV.

Il s'agit alors d'un grand challenge expérimental, d'être capable de mesurer de très faibles variations de température, l'auto-échauffement de l'éprouvette sous sollicitations cycliques, dans un environnement à haute température.

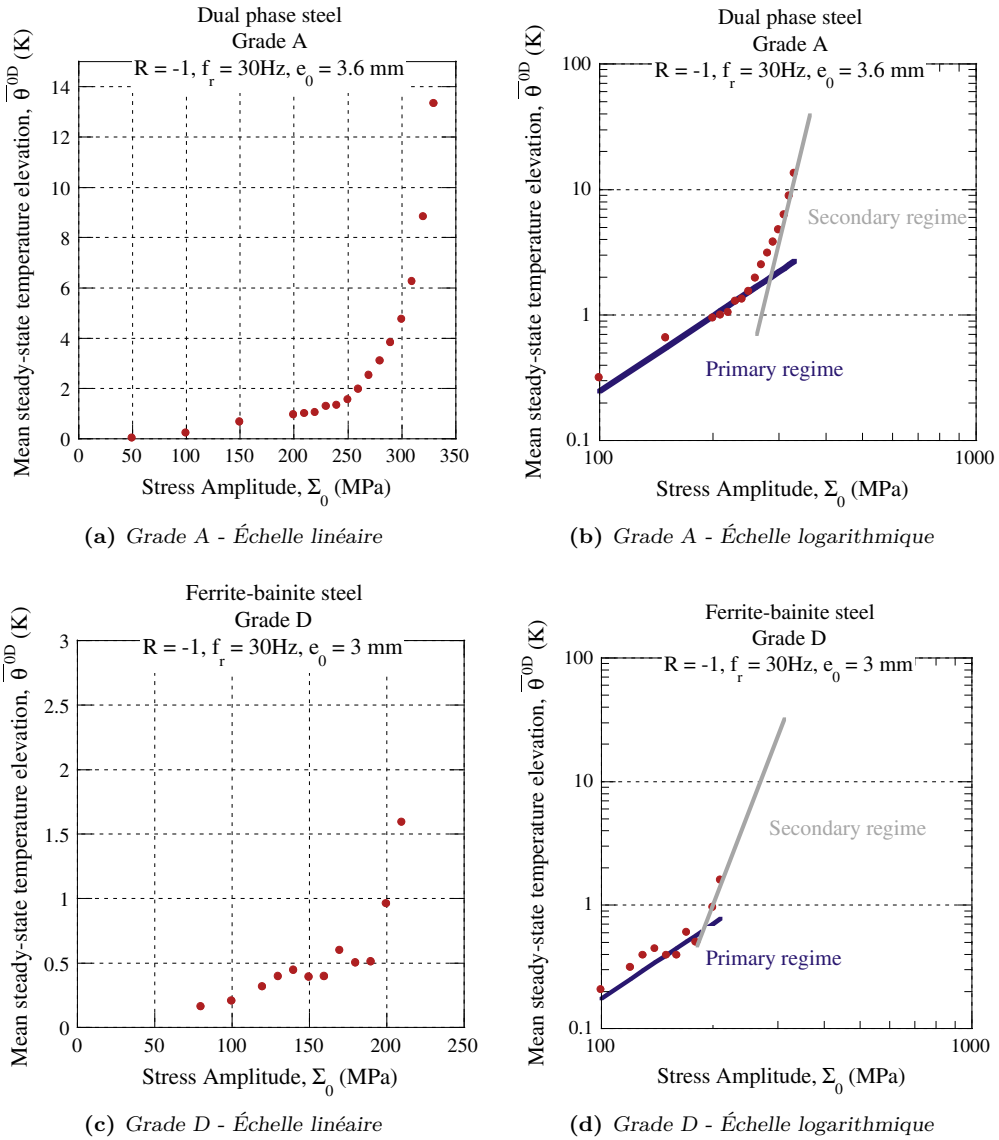
Pour les essais sur TA6V (Chapitre III), le modèle probabiliste à deux échelles, développé et validé sur les aciers à température ambiante sera utilisé. L'analyse des courbes d'auto-échauffement par ce modèle permet alors de déterminer la limite d'endurance et le module de Weibull, à partir d'une seule éprouvette. Il est utilisé pour le TA6V, du fait d'un comportement en auto-échauffement similaire aux aciers à température ambiante (présence de deux régimes d'auto-échauffement notamment). Ainsi, dans la suite de ce chapitre, le modèle probabiliste à deux échelles est présenté en détail, avec les hypothèses et les différentes étapes clés de la modélisation. Dans la troisième partie du chapitre, des essais d'auto-échauffement sont simulés à partir de ce modèle pour améliorer la compréhension entre l'apparition de la dissipation et les liens avec les propriétés en fatigue.

2 Modèle probabiliste à deux échelles avec deux mécanismes de dissipation

L'objectif de la réalisation des mesures d'auto-échauffement sous sollicitation cyclique dans le but de caractériser les propriétés en fatigue est donc d'évaluer l'évolution de la dissipation intrinsèque en fonction de l'amplitude des contraintes macroscopiques appliquée sur une éprouvette.

Pour l'étude des aciers à température ambiante, un modèle probabiliste à deux échelles a été développé et validé sur une large gamme d'aciers [Doudard, 2004, Munier, 2012].

Deux régimes d'auto-échauffement sont en général observés pour les aciers (Figure II.19). Ainsi, deux mécanismes de microplasticité sont postulés pour rendre compte des différents phénomènes observés. Un VER est alors défini pour permettre la modélisation et le calcul de la dissipation cyclique en fonction de l'amplitude de chargement. Cela permet donc de décrire les courbes d'auto-échauffement et d'établir un lien avec les propriétés en fatigue à partir de différentes hypothèses. Le but de cette partie est donc de présenter ce modèle, développé et validé sur les aciers à température ambiante, en insistant sur les hypothèses et les différents aspects de la modélisation.



(a) *Grade A - Échelle linéaire*

(b) *Grade A - Échelle logarithmique*

(c) *Grade D - Échelle linéaire*

(d) *Grade D - Échelle logarithmique*

Figure II.19 – *Mise en évidence de la présence de deux régimes d'auto-échauffement pour différents aciers [Munier et al., 2014]*

2.1 Mise en évidence des deux régimes pour les aciers

Sur une large gamme d'aciers, les courbes d'auto-échauffement présentent deux régimes ; un régime primaire pour les faibles amplitudes de contrainte et un régime secondaire à partir d'un certain niveau d'amplitude de contrainte (Figure II.19). L'ensemble des aciers étudiés par Munier présentent ces deux régimes d'auto-échauffement [Munier, 2012], pour des niveaux de contraintes et d'élévations de température pouvant être très différents. Le régime primaire évolue toujours de manière quadratique avec l'amplitude de chargement appliqué (pente de 2 en échelle logarithmique).

Le VER (Volume Élémentaire Représentatif) pour le calcul de la dissipation cyclique a été défini à partir de différentes observations à l'échelle de la microstructure après sollicitations cycliques et de quelques caractéristiques du comportement en auto-échauffement.

2.1.1 Caractérisation qualitative du régime primaire

Des observations EBSD après sollicitations cycliques ont été réalisées et ont mis en évidence une évolution de la désorientation moyenne au sein des grains (Figure II.20) pour de faibles amplitudes de chargement, et augmentant avec l'amplitude de chargement.

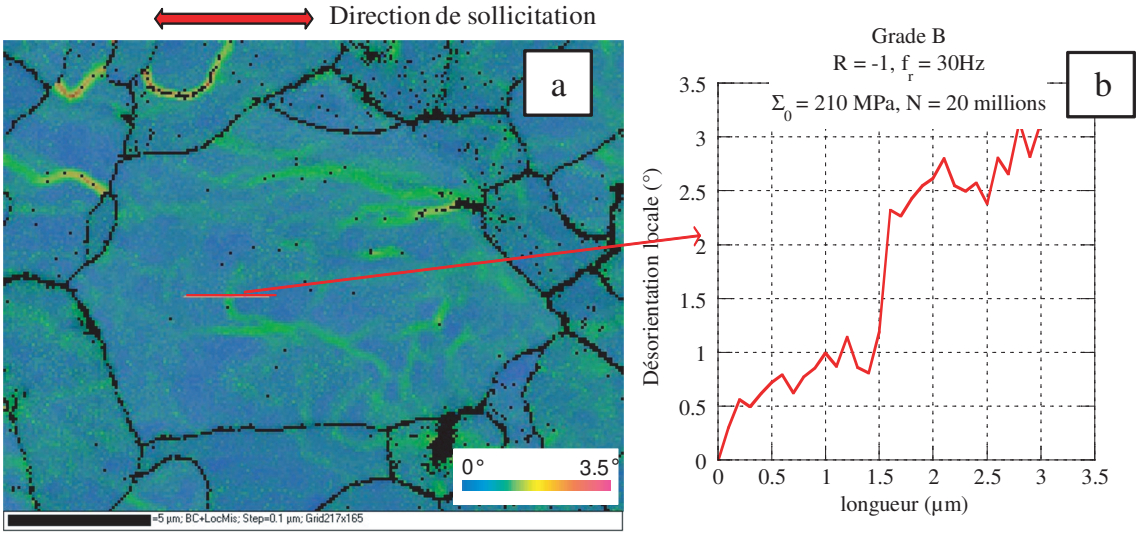


Figure II.20 – *Observation EBSD dans un acier HSLA 420 après sollicitation cyclique dans le régime primaire (*2.10^7 *cycles à une amplitude de* 210 *MPa) [Munier, 2012]*

Concernant le comportement en auto-échauffement, l'évolution de la dissipation dans le régime primaire évolue de manière linéaire avec la fréquence de sollicitation dans la gamme des fréquences étudiées (Figure II.21). L'origine de cette dissipation semble alors, sur la base de ces deux éléments, être de la microplasticité cyclique.

De plus, l'état initial du matériau impacte la dissipation associée au régime primaire (Figure II.22). En effet, une pré-déformation de l'éprouvette avant sollicitation cyclique augmente l'intensité du régime primaire (par rapport à un état considéré comme "vierge" à l'issue du procédé de fabrication de l'éprouvette). Inversement, un recuit de l'éprouvette avant la sollicitation cyclique diminue l'intensité du régime primaire. Il s'agit alors d'un phénomène diffus de microplasticité, dont son intensité semble lié à la population de dislocations.

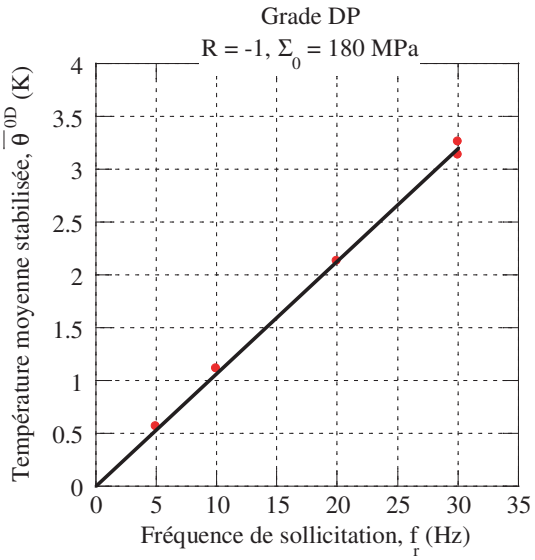
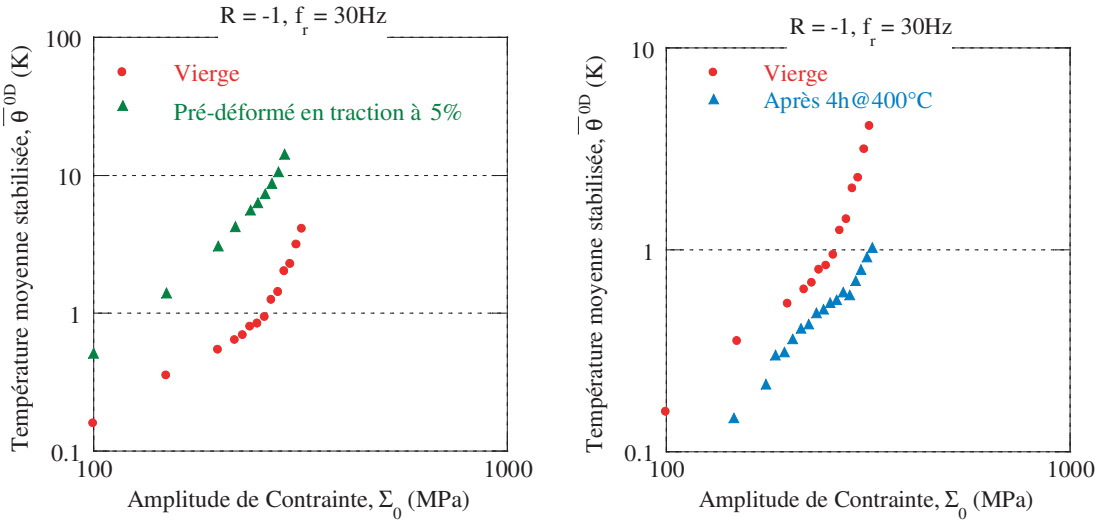


Figure II.21 – *Effet de la fréquence de sollicitation sur l'auto-échauffement pour un palier dans le régime primaire ($\Sigma_0 = 180$ MPa) [Munier, 2012]*



(a) *Effet d'une pré-déformation plastique* **(b)** *Effet d'un recuit*

Figure II.22 – *États initiaux impactant l'auto-échauffement du régime primaire [Munier, 2012]*

2.1.2 Caractérisation qualitative du régime secondaire

Lors de sollicitations à des amplitudes plus élevées, au-dessus de la limite d'endurance du matériau, mais toujours dans le domaine d'élasticité macroscopique, un deuxième mécanisme de microplasticité se met en place et entraîne alors l'apparition de bandes de glissement persistantes (BGP) à la surface des éprouvettes (Figure II.23).

L'émergence des BGP est une conséquence d'une activité microplastique au sein du volume et a déjà été observée de nombreuses fois dans la littérature, et même associée à l'auto-échauffement du matériau [Galtier *et al.*, 2002] (Figure II.4).

Les BGP apparaissent progressivement au bout d'un certain nombre de cycles. Cependant, une fois apparues, leur nombre ne semble plus évoluer avec le nombre de cycles. Leur nombre dépend surtout de l'amplitude de chargement appliqué. Il s'agit d'une conséquence d'un phénomène localisé de microplasticité. En effet, les BGP apparaissent de manière aléatoire (localisation ne dépendant *a priori* pas que de l'orientation des grains) à la surface des éprouvettes, et servent alors d'indicateurs pour l'évolution de ce mécanisme de microplasticité, dans le volume [Munier, 2012].

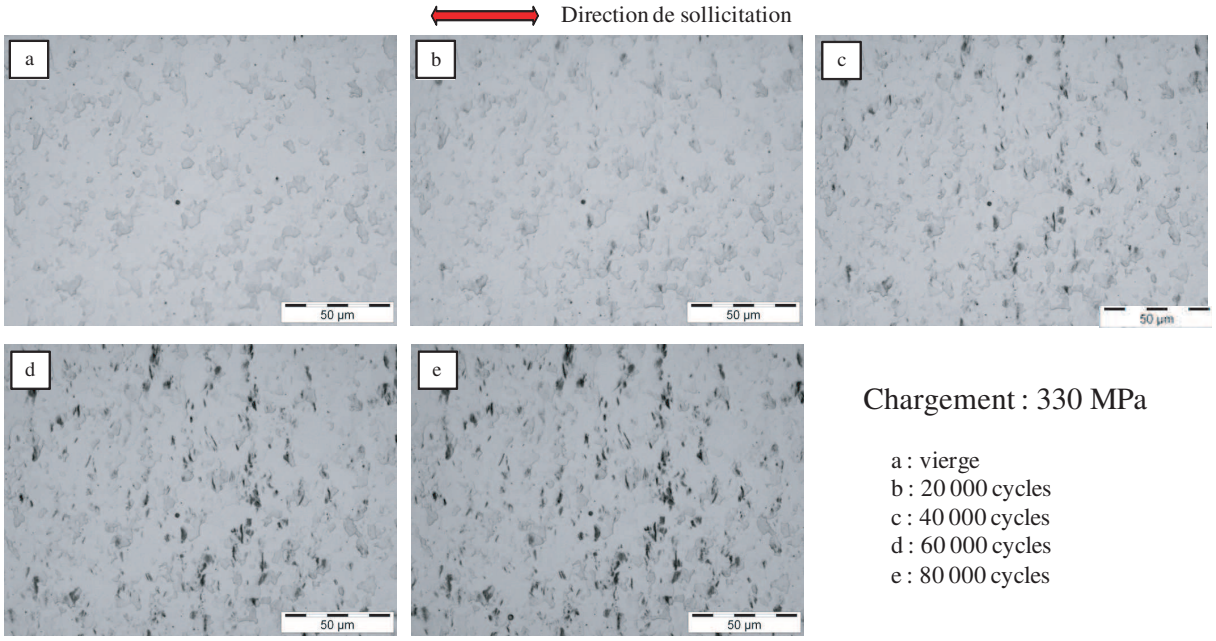


Figure II.23 – *Observations de l'apparition de BGP à la surface d'une éprouvette d'acier HSLA 420 pendant la sollicitation cyclique dans le régime secondaire ($\Sigma_0 = 330$ MPa) [Munier, 2012]*

Un comptage de ces BGP a été effectué pour plusieurs niveaux de chargements (Figure II.24). Le nombre des BGP semble alors dépendre de l'amplitude de chargement sous forme d'une loi puissance. Pour des niveaux de chargement très faibles (uniquement dans le régime primaire), aucune BGP n'a pu être observée ; montrant ainsi la présence d'un seuil de microplasticité, en accord avec les observations précédentes dans la littérature [Galtier *et al.*, 2002, Cugy et Galtier, 2002, Vaucheret et Galtier, 2002]

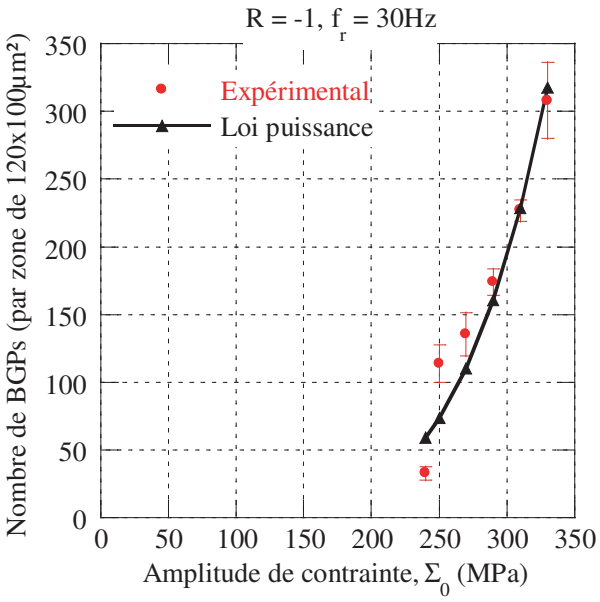


Figure II.24 – *Évolution du nombre de BGP à la surface d'une éprouvette d'acier HSLA 420 en fonction de l'amplitude de chargement - Moyennes et écarts-types sur 6 zones d'études (une éprouvette) par niveau de contrainte et comparaison avec une loi puissance [Munier, 2012]*

2.2 Principe de la modélisation

L'observation et la caractérisation des deux régimes présents sur les courbes d'auto-échauffement des aciers ont permis aux auteurs d'émettre des hypothèses concernant le développement du modèle probabiliste à deux échelles avec deux mécanismes différents de microplasticité :

- la microplasticité associée au régime primaire est diffuse ;
- la microplasticité associée au régime secondaire est localisée et donc le phénomène d'apparition des BGP est ponctuel ;
- l'activation des sites de microplasticité localisée se fait de manière aléatoire dans le volume, et leur nombre semble dépendre de l'amplitude du chargement Σ_0 sous forme d'une loi puissance (Figure II.24).

Ainsi, dans le modèle probabiliste à deux échelles existant et développé sur les aciers à température ambiante, le VER est constitué d'une matrice au comportement faiblement élasto-plastique pour rendre compte de la microplasticité diffuse [Munier, 2012]. Le régime secondaire est alors modélisé par une population d'inclusions au comportement élasto-plastique, noyée dans cette matrice. Ces inclusions sont des sites ponctuels qui s'activent avec l'amplitude de chargement (Figure II.25).

La modélisation de ces deux phénomènes est présentée dans la suite dans le but de calculer la dissipation intrinsèque cyclique associée à ce VER. Les lois de comportement et le calcul de la dissipation sont présentés, d'abord pour la matrice, puis pour une inclusion seule. Le scénario d'activation des sites sous chargement cyclique est développé par la suite pour compléter la modélisation de la dissipation et introduire le caractère probabiliste du modèle.

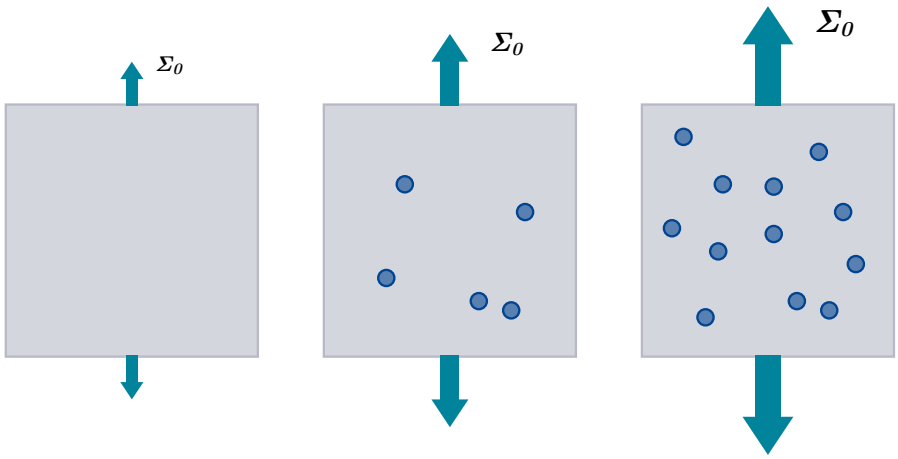


Figure II.25 – *VER du modèle probabiliste à deux échelles - Inclusions élasto-plastique noyées dans une matrice élasto-plastique, et s'activant avec l'amplitude de chargement*

2.3 Modélisation des phénomènes dissipatifs

Chacun des potentiels (Ψ_{mat} pour la matrice et Ψ_{inc} pour l'inclusion) est exprimé en fonction de variables d'état et de variables internes liées aux écrouissages considérés. L'objectif est alors de calculer une dissipation intrinsèque cyclique, résultant de l'écrouissage, pour pouvoir à terme modéliser une courbe d'auto-échauffement. La dissipation est d'abord calculée pour la matrice seule, puis pour une inclusion seule.

2.3.1 Comportement de la matrice

Le cadre de la modélisation de la matrice pour décrire un comportement élasto-plastique cyclique de la matrice est présenté. L'objectif est d'aboutir à une dissipation avec une pente de 2 en échelle logarithmique [Munier, 2012]. Pour de faibles amplitudes de chargement Σ_0, l'évolution de la température se stabilise, ce qui traduit un phénomène de dissipation cyclique constant. Ainsi, un écrouissage cinématique est introduit pour décrire le comportement de la matrice.

- **Loi de comportement de la matrice :**

Les variables d'états pour la modélisation du comportement de la matrice sont :
- la température T, et donc la variation (modérée) autour de T_0, soit $\theta = T - T_0$;
- le tenseur des déformations totales $\boldsymbol{E}$, et le tenseur des déformations plastiques, $\boldsymbol{E^p} = \boldsymbol{E} - \boldsymbol{E^e}$;
- la variable $\boldsymbol{\alpha_1}$ pour représenter l'écrouissage cinématique de la matrice.

L'énergie libre de la matrice Ψ_{mat} caractérise un comportement thermo-élastique où le premier terme est la contribution due aux déformations élastiques, le second au couplage thermo-élastique et le troisième, celle due à la température. Une contribution de l'écrouissage du matériau est ajoutée et est supposée indépendante de la température [Lemaître et Chaboche, 1990]. Ainsi, le potentiel associé à la matrice s'écrit

$$\rho\Psi_{mat} = \frac{1}{2}\boldsymbol{E^e} : \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : \boldsymbol{E^e} - \alpha\theta\boldsymbol{I} : \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : \boldsymbol{E^e} - \frac{c\theta^2}{2T_0} + \frac{1}{2}B_1\boldsymbol{\alpha_1} : \boldsymbol{\alpha_1}, \tag{II.17}$$

avec $\underline{\underline{\boldsymbol{E}}}$ le tenseur d'élasticité d'ordre 4, α le coefficient de dilatation supposé isotrope, c la chaleur spécifique et B_1 une constante dépendante du matériau.

Les forces thermodynamiques associées aux variables d'état $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{E^p}$ et $\boldsymbol{\alpha_1}$ sont déduites de la forme du potentiel telles que

$$\rho\frac{\partial\Psi_{mat}}{\partial\boldsymbol{E}} = \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : (\boldsymbol{E} - \boldsymbol{E^p} - \alpha\theta\boldsymbol{I}) = \boldsymbol{\Sigma}, \tag{II.18}$$

$$\rho\frac{\partial\Psi_{mat}}{\partial\boldsymbol{E^p}} = -\boldsymbol{\Sigma}, \tag{II.19}$$

et

$$\rho\frac{\partial\Psi_{mat}}{\partial\boldsymbol{\alpha_1}} = B_1\boldsymbol{\alpha_1} = \boldsymbol{X_1}. \tag{II.20}$$

La surface de charge f choisie pour décrire la frontière du domaine élastique est décrite à partir du critère de von Mises par

$$f(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{X_1}) = J_2(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X_1}) - \Sigma_y^\mu \tag{II.21}$$

avec

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{\Sigma} - \frac{1}{3}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\Sigma})\boldsymbol{I} \tag{II.22}$$

le tenseur déviatorique des contraintes et avec Σ_y^μ la limite d'élasticité de la matrice, qui est bien inférieure à la limite macroscopique conventionnelle du matériau, et

$$J_2(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X_1}) = \sqrt{\frac{3}{2}\,(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X_1}) : (\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X_1})}. \tag{II.23}$$

Un pseudo-potentiel F de dissipation est ensuite introduit pour rendre compte d'un écrouissage cinématique non-linéaire. Il est donné par

$$F(\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{X_1}) = J_2(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{X_1}) - \Sigma_y^\mu + \frac{3}{4}\frac{\gamma_1}{C_1}(\boldsymbol{X_1} : \boldsymbol{X_1})^n, \tag{II.24}$$

avec C_1 et γ_1 deux coefficients définissant l'écrouissage cinématique et n un réel. Dans le cas où $n = 1$, cela correspond au pseudo-potentiel d'Armstrong et Frederick [Armstrong et Frederick, 1966]. Le paramètre n est donc utilisé pour modifier la nature de la non-linéarité de l'écrouissage cinématique.

À partir de ce pseudo-potentiel, des hypothèses de normalité sont utilisées pour définir les lois d'évolutions du modèle, soient

$$\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\Sigma}} = \dot{\lambda}\frac{3}{2}\frac{\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X_1}}{J_2(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{X_1})} \tag{II.25}$$

et

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{1}} = -\dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{X_1}} = \dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} - \dot{\lambda}n\frac{3}{2}\frac{\gamma_1}{C_1}(\boldsymbol{X_1}:\boldsymbol{X_1})^{n-1}\boldsymbol{X_1}. \tag{II.26}$$

À partir de l'évolution du tenseur des déformations plastiques, il est alors possible de déterminer la déformation plastique cumulée $\dot{p}$ avec

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}}:\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}}} = \dot{\lambda}. \tag{II.27}$$

De ce fait en posant $B_1 = \frac{2}{3}C_1$, la loi d'évolution de l'écrouissage cinématique non linéaire est définie par

$$\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathbf{1}} = B_1\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{1}} = \frac{2}{3}C_1\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} - \gamma_1 n\dot{p}(\boldsymbol{X_1}:\boldsymbol{X_1})^{n-1}\boldsymbol{X_1}, \tag{II.28}$$

et est pilotée par le coefficient C_1, le terme de rappel γ_1 et le paramètre de non-linéarité n.

Finalement, le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est obtenu à partir de la condition de cohérence

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}:\dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{X_1}}:\dot{\boldsymbol{X}}_{\mathbf{1}} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}:\left[\dot{\boldsymbol{\Sigma}} - \dot{\boldsymbol{X}}_{\mathbf{1}}\right] = 0. \tag{II.29}$$

En utilisant la loi d'évolution (Équation II.28) et la loi de normalité (Équation II.25), il vient

$$\dot{\lambda} = \frac{H(f)}{h1}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}:\dot{\boldsymbol{\Sigma}}, \tag{II.30}$$

avec

$$h_1 = C_1 - \gamma_1 n(\boldsymbol{X_1}:\boldsymbol{X_1})^{n-1}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\Sigma}}:\boldsymbol{X_1}, \tag{II.31}$$

et $H(f)$ la fonction Heavyside telle que $H(f) = 0$ si $f < 0$ et $H(f) = 1$ si $f = 0$.

- **Dissipation de la matrice sous chargement cyclique :**

La dissipation intrinsèque de la matrice Δ_{mat} s'écrit en fonction des différentes variables d'état et de leurs forces thermodynamiques associées par

$$\Delta_{mat} = \boldsymbol{\Sigma}:\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} - \boldsymbol{X_1}:\dot{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathbf{1}}. \tag{II.32}$$

Soit en utilisant les équations de la loi d'évolution de l'écrouissage (Équation II.28)

$$\Delta_{mat} = (\boldsymbol{\Sigma}-\boldsymbol{X_1}):\dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} + \frac{3}{2}\frac{\gamma_1}{C_1}n\dot{p}(\boldsymbol{X_1}:\boldsymbol{X_1})^n. \tag{II.33}$$

Dans le cas d'une sollicitation cyclique en traction-compression, la dissipation intrinsèque est alors donnée par

$$\Delta_{mat} = \Sigma_y^{\mu}\frac{H(f)}{h1}|\dot{\Sigma}| + \frac{\gamma_1}{C_1}n\left(\frac{2}{3}\right)^n(\Sigma-\Sigma_y^{\mu})^{2n}\frac{H(f)}{h1}|\dot{\Sigma}|, \tag{II.34}$$

soit en intégrant sur un cycle (pour un chargement dépassant Σ_y^{μ})

$$\bar{\Delta}_{mat} = \int_{cy.} \Delta_{mat} dt \approx K {\Sigma_0}^p, \tag{II.35}$$

avec K et p dépendant des autres paramètres de la modélisation.

Pour satisfaire les ordres de grandeur d'élévation de température observés dans le régime primaire et pour obtenir une évolution quadratique de la dissipation en fonction de l'amplitude de chargement ($p \approx 2$), la valeur de n doit être proche de $0,5$ et γ_1 proche de C_1 [Munier, 2012].

En aucun cas les paramètres du modèle n'ont été identifiés. Il a seulement été montré qu'il est possible de reproduire les comportements observés en auto-échauffement. Ainsi, il est possible d'obtenir une dissipation à la puissance p par rapport à l'amplitude de contrainte en proposant le bon pseudo-potentiel de dissipation et en respectant le cadre thermodynamique.

2.3.2 Comportement d'un site

Le régime secondaire est modélisé par l'activation de sites de microplasticité dans la matrice élasto-plastique définie précédemment. Tous les sites ont le même comportement, et sont caractérisés par leur seuil d'activation (limite d'élasticité du site). Le scénario d'activation des sites sera explicité dans le paragraphe suivant.

L'objectif de cette partie est de calculer la dissipation associée à un site. Le VER considéré est donc un de ces sites, noyé dans la matrice (Figure II.26). Afin de lier la contrainte microscopique $\boldsymbol{\sigma}$ au chargement macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$, une loi de localisation est définie.

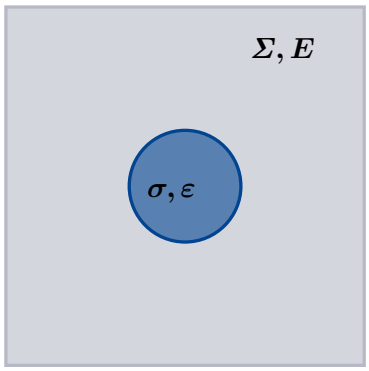


Figure II.26 – *VER du modèle à deux échelles avec une inclusion élasto-plastique, noyée dans la matrice élasto-plastique précédemment définie.*

- **Cadre de la modélisation :**

Initialement, l'inclusion se comporte comme la matrice, et la même modélisation que précédemment est adoptée. Un mécanisme d'écrouissage supplémentaire est introduit pour représenter l'activation du site. Les variables d'états considérées pour l'inclusion sont :

- la température T, et donc la variation (modérée) autour de T_0, soit $\theta = T - T_0$;
- le tenseur des déformations totales $\boldsymbol{\varepsilon}$, et le tenseur des déformations plastiques, $\boldsymbol{\varepsilon^p} = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon^e}$;
- la variable $\boldsymbol{\alpha_1^\mu}$ pour représenter l'écrouissage cinématique de la matrice ;
- la variable $\boldsymbol{\alpha_2^\mu}$ liée à l'écrouissage cinématique supplémentaire de l'inclusion.

Avec ces variables, l'énergie libre de l'inclusion est donnée par

$$\rho\Psi_{inc} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon^e} : \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : \boldsymbol{\varepsilon^e} - \alpha\theta\boldsymbol{I} : \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : \boldsymbol{\varepsilon^e} - \frac{c\theta^2}{2T_0} + \frac{1}{2}B_1\boldsymbol{\alpha_1^\mu} : \boldsymbol{\alpha_1^\mu} + \frac{1}{2}B_2\boldsymbol{\alpha_2^\mu} : \boldsymbol{\alpha_2^\mu}. \tag{II.36}$$

Les forces thermodynamiques considérées par la suite sont alors déduites de ce potentiel et sont telles que

$$\rho\frac{\partial\Psi_{inc}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon}} = \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon^p} - \alpha\theta\boldsymbol{I}) = \boldsymbol{\sigma}, \tag{II.37}$$

$$\rho\frac{\partial\Psi_{inc}}{\partial\boldsymbol{\varepsilon^p}} = -\boldsymbol{\sigma}, \tag{II.38}$$

$$\rho\frac{\partial\Psi_{inc}}{\partial\boldsymbol{\alpha_1^\mu}} = B_1\boldsymbol{\alpha_1^\mu} = \boldsymbol{X_1^\mu}, \tag{II.39}$$

et

$$\rho\frac{\partial\Psi_{inc}}{\partial\boldsymbol{\alpha_2^\mu}} = B_2\boldsymbol{\alpha_2^\mu} = \boldsymbol{X_2^\mu}. \tag{II.40}$$

Une loi de localisation doit maintenant être définie pour relier le comportement de l'inclusion au comportement macroscopique du VER.

- **Loi de localisation :**

La matrice est considérée comme infiniment grande par rapport à l'inclusion pour pouvoir se placer dans un cadre défini par Eshelby [Eshelby, 1957]. La déformation au sein de l'inclusion est considérée comme homogène et peut être reliée, grâce au tenseur d'Eshelby $\underline{\underline{\boldsymbol{S}}}_{\boldsymbol{esh}}$, à la déformation du milieu par

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{E} + \underline{\underline{\boldsymbol{S}}}_{\boldsymbol{esh}} : (\boldsymbol{\varepsilon^p} - \boldsymbol{E^p}). \tag{II.41}$$

La contrainte dans l'inclusion est alors donnée par

$$\boldsymbol{\sigma} = \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : (\boldsymbol{\varepsilon^e} - \alpha\theta\boldsymbol{I}) = \boldsymbol{\Sigma} + \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : (\underline{\underline{\boldsymbol{S}}}_{\boldsymbol{esh}} - \underline{\underline{\boldsymbol{I}}}) : (\boldsymbol{\varepsilon^p} - \boldsymbol{E^p}), \tag{II.42}$$

avec $\underline{\underline{\boldsymbol{I}}}$ le tenseur identité d'ordre 4 et $\boldsymbol{\Sigma} = \underline{\underline{\boldsymbol{E}}} : (\boldsymbol{E^e} - \alpha\theta\boldsymbol{I})$ la contrainte macroscopique.

Le tenseur d'Eshelby $\underline{\underline{\boldsymbol{S}}}_{\boldsymbol{esh}}$ ne dépend que de la forme de l'inclusion et du tenseur élastique. Dans le cas d'une inclusion sphérique noyée dans une matrice infinie, la loi de localisation s'écrit

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} + 2\mu(1-\beta)(\boldsymbol{\varepsilon^p} - \boldsymbol{E^p}) \qquad \text{avec} \qquad \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)}, \tag{II.43}$$

μ étant le module de cisaillement et ν le coefficient de Poisson du matériau [Berveiller et Zaoui, 1978, Kröner, 1984]. Les déformations et contraintes dans la matrice sont considérées comme étant égales à celles du chargement extérieur, conduisant donc à ce qu'elles soient homogènes dans la matrice [Bornert *et al.*, 2001].

- **Loi de comportement :**

Il est délicat de définir un pseudo-potentiel de dissipation qui permette de représenter le phénomène modélisé, *i.e* deux seuils pour l'activation des dissipations, avec le deuxième écrouissage qui remplace le premier lors de l'activation du site.

Ainsi, la surface de charge f_{inc} de l'inclusion est définie par

$$f_{inc}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{X_1^\mu}, \boldsymbol{X_2^\mu}) = J_2(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X_1^\mu} - \boldsymbol{X_2^\mu}) - \Sigma_y^\mu \tag{II.44}$$

avec

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{I}. \tag{II.45}$$

L'activation du second écrouissage dépend alors d'un seuil σ_y^μ (avec $\Sigma_y^\mu < \sigma_y^\mu$), et une autre fonction (ressemblant alors un domaine d'élasticité [1]) est définie telle que

$$g(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{X_2^\mu}) = J_2(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X_2^\mu}) - \sigma_y^\mu. \tag{II.46}$$

Cette fonction permet alors d'activer le second écrouissage cinématique avec l'utilisation de la fonction Heaviside, soit $H(g) = 0$ si $g < 0$ et que donc il n'est pas activé, et $H(g) = 1$ si $g = 0$. De plus, une fonction H' est définie telle que $H'(g) = 1$ si la valeur du seuil σ_y^μ a été franchie au moins une fois, et $H'(g) = 0$ sinon. Avec ces considérations, les lois d'évolutions de l'inclusion sont postulées (car le pseudo-potentiel de dissipation n'est pas clairement défini) telles que

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} = \dot{\lambda}^\mu \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X_1^\mu} - \boldsymbol{X_2^\mu}}{J_2(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{X_1^\mu} - \boldsymbol{X_2^\mu})}, \tag{II.47}$$

$$\dot{\boldsymbol{X_1^\mu}} = B_1 \dot{\boldsymbol{\alpha_1^\mu}} = [1 - H(g)] \left[\frac{2}{3} C_1 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}} - n\gamma_1 \dot{p}^\mu (\boldsymbol{X_1^\mu} : \boldsymbol{X_1^\mu})^{n-1} \boldsymbol{X_1^\mu} \right], \tag{II.48}$$

avec $B_1 = \frac{2}{3} C_1$ et correspondant à l'écrouissage cinématique non linéaire, similaire à celui de la matrice. L'évolution du second écrouissage est définie par

$$\dot{\boldsymbol{X_2^\mu}} = B_2 \dot{\boldsymbol{\alpha_2^\mu}} = H'(g) \frac{2}{3} C_2 \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}, \tag{II.49}$$

avec également $B_2 = \frac{2}{3} C_2$ et correspondant à l'écrouissage cinématique linéaire lorsque le site a été activé.

- **Dissipation du VER (avec une seule inclusion) sous chargement cyclique :**

La dissipation totale engendrée par le VER est la somme des dissipations de la matrice et de l'inclusion, affectée par leur poids respectif, telle que

$$\Delta = (1 - f_v)\Delta_{mat} + f_v \Delta_{inc} \tag{II.50}$$

avec f_v la fraction volumique de l'inclusion dans le VER. La matrice étant bien plus grande que l'inclusion, et la dissipation associée au premier écrouissage de l'inclusion $\boldsymbol{X_1^\mu}$ étant négligeable par rapport à celle du second écrouissage $\boldsymbol{X_2^\mu}$ [Munier, 2012], la dissipation totale correspond alors

$$\Delta \approx \Delta_{mat} + f_v H(g)(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{X_2^\mu}) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{p}}. \tag{II.51}$$

Ainsi, dans le cas d'une sollicitation de traction-compression, l'énergie dissipée associée à cette modélisation pour un cycle de chargement est

$$\bar{\Delta}(\Sigma_0) = K {\Sigma_0}^2 + f_v \frac{4\sigma_y^\mu}{h^\mu} \left\langle \Sigma_0 - \sigma_y^\mu \right\rangle \tag{II.52}$$

où h^μ regroupe les différents paramètres liés à l'inclusion, à la loi de localisation et aux écrouissages, et où $\langle . \rangle$ désigne la part positive de ".".

Ainsi, la dissipation (volumique) associée au site pour un cycle de chargement est

$$\bar{\Delta}_{site}(\Sigma_0) = f_v \frac{4\sigma_y^\mu}{h^\mu} \left\langle \Sigma_0 - \sigma_y^\mu \right\rangle, \tag{II.53}$$

ce qui correspond à la dissipation d'une inclusion élasto-plastique définie par un écrouissage cinématique linéaire, noyé dans une matrice élastique [Doudard, 2004]. La dissipation d'un site évolue

1. Il s'agit de la surface de charge du modèle initial, déterministe à deux échelles avec un site élasto-plastique noyée dans une matrice élastique [Doudard, 2004].

donc de manière linéaire en fonction de l'amplitude de chargement, une fois le seuil σ_y^μ dépassé. De plus il est constant au cours des cycles (et ne dépend donc pas du temps). Cela permet de justifier le dépouillement déterministe, ou empirique, des courbes d'auto-échauffement (sans la dissipation associée à la matrice) (Figure II.7).

L'obtention d'une élévation de température progressive (et pas linéaire) en fonction de l'amplitude de chargement se fait donc avec le scénario d'activation des sites.

Dans la suite, la dissipation associée à un site est celle définie par un écrouissage cinématique linéaire (Équation II.53) et est considérée constante au cours des cycles et donc du temps. Elle est identique pour tous les sites (au σ_y^μ près).

2.4 Scénario d'activation

Le VER considéré par la suite est constitué d'une population d'inclusions noyée dans la matrice élasto-plastique (Figure II.25). Le second régime est modélisé par la dissipation associée aux sites apparaissant avec l'amplitude de chargement.

- **Loi d'activation :**

L'aspect probabiliste de la méthode est obtenu par l'activation des sites suivant un processus aléatoire [Doudard, 2004], et est alors décrit par le fait que chacun des sites possède un seuil d'activation (limite d'élasticité microscopique σ_y^μ) aléatoire. Ainsi, ces sites suivent un Processus Ponctuel de Poisson (PPP) [Gulino et Phoenix, 1991, Jeulin, 1991, Denoual, 1998]. L'intensité de ce PPP, caractérisant alors la densité moyenne de sites actifs, est supposé suivre une loi puissance en fonction de l'amplitude de chargement, soit

$$\lambda(\Sigma_0) = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\Sigma_0}{S_0}\right)^m, \tag{II.54}$$

avec m et $V_0 S_0^m$ deux paramètres matériaux. Il s'agit d'une hypothèse forte, mais correspond aux observations réalisées (Figure II.24). Ainsi, plus l'amplitude des contraintes est importante, plus il y a de sites actifs dans le volume considéré. Ce nombre moyen de sites actifs N dans un domaine Ω de volume V est défini par

$$N(\Omega, \Sigma_0) = \lambda(\Sigma_0)\, V(\Omega) = \frac{V(\Omega)}{V_0}\left(\frac{\Sigma_0}{S_0}\right)^m. \tag{II.55}$$

- **Dissipation associée à la population de sites :**

L'activation d'un site est définie lorsqu'il commence à dissiper, soit lorsque $\Sigma_0 > \sigma_y^\mu$. À Σ_0 donné, la dissipation associée à une inclusion définie par son seuil d'activation σ_y^μ est alors

$$\bar{\Delta}_{site}(\sigma_y^\mu) = f_v \frac{4\sigma_y^\mu}{h^\mu}\left\langle \Sigma_0 - \sigma_y^\mu \right\rangle. \tag{II.56}$$

La dissipation associée à la population de site, en considérant que le volume occupé par les sites est négligeable devant le volume total V, est donnée par

$$\bar{\Delta}_{pop}(\Sigma_0) = \int_0^{\Sigma_0} \bar{\Delta}_{site}(\Sigma)\, dN_a\, d\Sigma, \tag{II.57}$$

avec dN_a le nombre de sites qui vont s'activer entre une contrainte Σ et $\Sigma + d\Sigma$. Il suffit donc de quantifier les sites dont les seuils d'activation sont dans cet intervalle, soit

$$dN_a = V\left[\lambda(\Sigma + d\Sigma) - \lambda(\Sigma)\right] = V\frac{d\lambda}{d\Sigma}d\Sigma. \tag{II.58}$$

En intégrant sur l'ensemble de la population, l'énergie dissipée associée à la population de site s'exprime finalement par

$$\bar{\Delta}_{pop}(\Sigma_0) = \frac{4}{h^\mu}\frac{m}{(m+1)(m+2)}\frac{V_0\ {\Sigma_0}^{m+2}}{V_0 S_0^m}, \tag{II.59}$$

avec $V_0 = f_v V$ le volume des sites. Ainsi, la dissipation de la population évolue en puissance $m+2$ en fonction de l'amplitude de chargement.

L'énergie cyclique dissipée est maintenant connue dans le VER considéré, il est alors possible de résoudre d'équation de la chaleur 0D afin de pouvoir décrire complètement les courbes d'auto-échauffement.

2.5 Description de la courbe d'auto-échauffement

L'évolution de la solution stabilisée de l'équation de la chaleur en fonction de l'amplitude des contraintes s'écrit alors

$$\bar{\theta}(\Sigma_0) = \frac{f\tau_{eq}}{\rho c}\left(\bar{\Delta}_{mat}(\Sigma_0) + \bar{\Delta}_{pop}(\Sigma_0)\right) = \alpha\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^2 + \beta\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^{m+2}, \tag{II.60}$$

avec

$$\alpha = \frac{f\tau_{eq}}{\rho c}K{\Sigma_{ref}}^2 \tag{II.61}$$

et

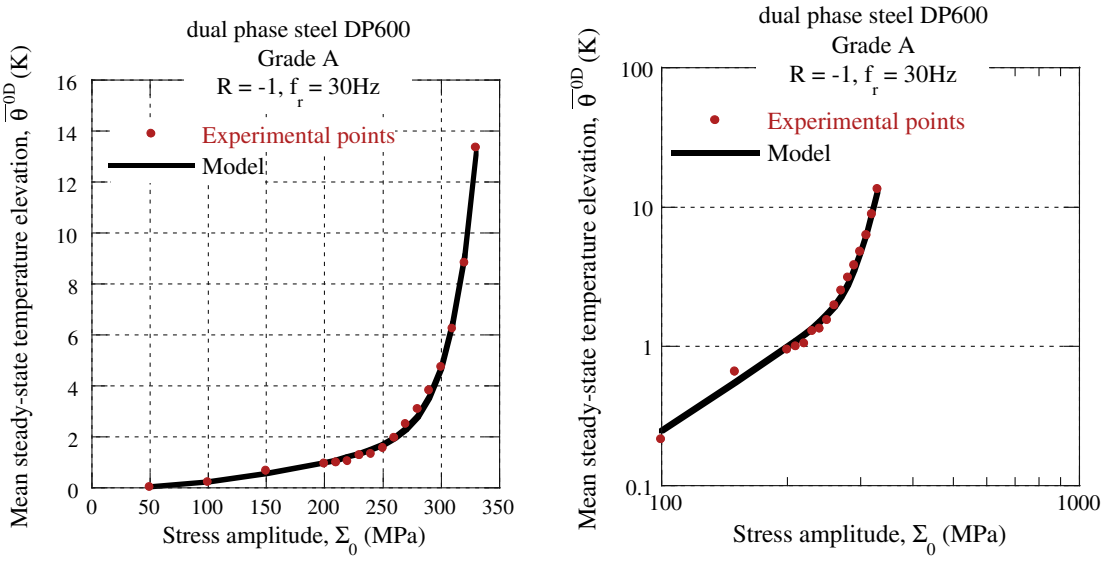
$$\beta = \frac{f\tau_{eq}}{\rho c}\frac{4}{h^\mu}\frac{f_v V}{V_0 S_0^m}\frac{m}{(m+1)(m+2)}\ {\Sigma_{ref}}^{m+2}. \tag{II.62}$$

Ainsi, une courbe d'auto-échauffement à deux régimes est entièrement décrite par trois paramètres, identifiables sur une seule courbe d'auto-échauffement :

- α décrivant l'intensité du régime primaire ;
- β décrivant l'intensité du régime secondaire ;
- $m+2$ étant la pente du régime secondaire (en échelle logarithmique).

Ce modèle probabiliste à deux échelles rend bien compte du régime primaire et du régime secondaire observés expérimentalement sur une large gamme d'aciers [Munier, 2012] (Figure II.27). De plus, la robustesse de l'identification du modèle doit également être soulignée. En effet, cela revient à réaliser la régression de deux droites dans un diagramme en échelle logarithmique.

Dans le modèle ainsi décrit, il est à noter que la dissipation associée au régime secondaire n'est plus décrite par un comportement à seuil, comme c'était le cas pour le modèle déterministe avec un seul site (Figure II.7), mais est forcément associé à un volume sollicité. Pour faire le lien entre les propriétés en fatigue et cette courbe d'auto-échauffement, des hypothèses sont nécessaires pour interpréter correctement l'apparition et le comportement de la population de sites (et notamment du premier site "critique").



(a) *Échelle linéaire* **(b)** *Échelle logarithmique*

Figure II.27 – *Description d'une courbe d'auto-échauffement avec le modèle probabiliste à deux échelles [Munier et al., 2014]*

2.6 Lien avec les propriétés en fatigue

Le modèle permet de représenter entièrement la courbe d'auto-échauffement à partir des ingrédients introduits. L'objectif est maintenant de prévoir le comportement en fatigue à grand nombre de cycles en utilisant la courbe d'auto-échauffement et les paramètres identifiés à partir de celle-ci. Dans le modèle probabiliste à deux échelles développé sur les aciers à température ambiante, il est possible d'obtenir des courbes S-N-P complète avec donc les trois informations majeures :

- le comportement pour une durée de vie infinie (asymptote) ;
- le comportement pour une durée de vie limitée (modélisation de la courbe de Wöhler) ;
- la dispersion des résultats (iso-probabilités de rupture par exemple).

2.6.1 Durée de vie illimitée : hypothèse du maillon faible

Dans cette modélisation, seul le régime secondaire est associé à l'endommagement par fatigue et donc conduit à la rupture. Cela se traduit alors par une hypothèse du maillon le plus faible lors de l'activation des sites, *i.e.* la rupture surviendra nécessairement à partir du moment où au moins un site de microplasticité du régime secondaire est activé dans le volume.

Dans le cadre du Processus Ponctuel de Poisson utilisé pour décrire l'activation progressive des sites, la probabilité de trouver k sites actifs dans le domaine Ω de volume V s'écrit

$$P_k(V) = \frac{(\lambda V)^k}{k!} \exp(-\lambda V). \tag{II.63}$$

L'hypothèse du maillon faible se traduit donc par le fait que la probabilité de rupture P_F associée à ce volume soit la probabilité de trouver au moins un site actif dans le volume, donc

$$P_F = P_{k\geq 1} = 1 - P_{k=0}. \tag{II.64}$$

Avec l'intensité du processus λ gérant l'apparition progressive de la microplasticité en fonction de l'amplitude de chargement, il est possible de calculer la probabilité de rupture associée au volume, soit

$$P_F = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\Sigma_0}{S_0}\right)^m\right), \tag{II.65}$$

ce qui correspond au modèle de Weibull [Weibull, 1951]. Le paramètre m introduit pour rendre compte de l'intensité du processus est alors le paramètre de forme du modèle, soit le module de Weibull (qui rend également compte de la dispersion du modèle).

À partir de cette expression de probabilité de rupture, il est alors possible de définir la limite d'endurance moyenne par

$$\overline{\Sigma_\infty} = \int_0^\infty \Sigma_0 \frac{dP_F}{d\Sigma_0} d\Sigma_0 \tag{II.66}$$

et son écart-type associé par

$$\overline{\overline{\Sigma_\infty}^2} = \int_0^\infty (\Sigma_0^2 - \overline{\Sigma_\infty}^2) \frac{dP_F}{d\Sigma_0} d\Sigma_0, \tag{II.67}$$

ce qui donne

$$\overline{\Sigma_\infty} = S_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \tag{II.68}$$

et

$$\overline{\overline{\Sigma_\infty}} = S_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{m}} \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)}, \tag{II.69}$$

où $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \exp(-t) dt$ est la fonction gamma introduite par Euler.

L'analyse de la courbe d'auto-échauffement par ce modèle probabiliste permet alors de déterminer les propriétés en fatigue (limite d'endurance médiane et module de Weibull) à partir d'une seule courbe.

En effet, la limite d'endurance médiane est déterminée graphiquement sur la courbe comme étant le début du régime secondaire (et donc l'activation des premiers sites). Il ne s'agit pas d'un comportement à seuil (Equation II.60) et donc des questions se posent quant à l'interprétation de cette limite. Pour améliorer la compréhension entre l'activation des sites et les propriétés en fatigue, des courbes d'auto-échauffement sont simulées dans la troisième partie de ce chapitre. Le but est alors d'évaluer ce modèle et de quantifier les incertitudes (de la même manière que ce qui a été fait pour les protocoles Staircase au Chapitre I).

Le module de Weibull est identifié à partir de la pente du régime secondaire d'auto-échauffement (Equation II.60). Il représente alors la dispersion associée à la limite d'endurance médiane, et est identifié à partir d'une seule courbe d'auto-échauffement, donc sur une seule éprouvette et en quelques heures.

- *Une hypothèse du maillon le plus faible et une hypothèse de P.P.P. avec une intensité en loi puissance donne un modèle de Weibull.*
- *La limite d'endurance médiane (ou moyenne) est identifiée graphiquement sur la courbe d'auto-échauffement, comme étant le début du régime secondaire.*
- *Le module de Weibull est identifié sur une courbe d'auto-échauffement (pente du régime secondaire).*

2.6.2 Durée de vie limitée : critère énergétique

Pour décrire le comportement en durée de vie limitée (dans le domaine HCF), un critère énergétique peut-être utilisé. Ainsi, en supposant qu'il y ait ruine du matériau à partir d'une certaine énergie dissipée critique E_c [Fargione *et al.*, 2002, Charkaluk *et al.*, 2002, Doudard, 2004], associée exclusivement au régime secondaire, et donc plus spécifiquement au site critique.

Dans le cas général, l'énergie volumique dissipée est constante pour chaque cycle, donc un certain nombre de cycles N est nécessaire pour atteindre l'énergie critique. Le critère énergétique est tel que

$$E_c = N\ \bar{\Delta}_{site}(P_F)\ V_{VER}, \tag{II.70}$$

avec

$$\bar{\Delta}_{site}(P_F) = \frac{4f_v}{h^\mu}\ \Sigma_\infty^{P_F} \left\langle \Sigma_0 - \Sigma_\infty^{P_F} \right\rangle, \tag{II.71}$$

et avec $\Sigma_\infty^{P_F}$ la limite d'endurance associée à une probabilité de rupture P_F. Il est alors possible d'exprimer le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de chargement

$$N(P_F) = \frac{A}{\Sigma_\infty^{P_F} \left\langle \Sigma_0 - \Sigma_\infty^{P_F} \right\rangle}, \tag{II.72}$$

avec A un paramètre matériau, généralement identifié à partir d'essais de fatigue réalisés pour un niveau de chargement à environ 10^5 cycles (soit approximativement la limite entre les domaines LCF et HCF). La représentation empirique proposée par Stromeyer [Stromeyer, 1914] pour représenter les courbes S-N est alors retrouvée.

Les courbes d'iso-probabilités de rupture sont obtenues avec différentes valeurs de $\overline{\Sigma_\infty}(P_F)$, soit en utilisant l'expression de P_F (Equation II.65), telle que

$$\frac{\ln(1-P_F)}{\ln(1-0,5)} = \left(\frac{\Sigma_\infty^{P_F}}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m, \tag{II.73}$$

avec Σ_∞^{50} la limite d'endurance médiane. Cette dernière est soit la limite estimée graphiquement sur la courbe d'auto-échauffement, soit calculée à partir de la limite d'endurance moyenne avec la relation

$$\Sigma_\infty^{50} = \overline{\Sigma_\infty}\ \frac{(\ln 2)^{\frac{1}{m}}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)}. \tag{II.74}$$

Ainsi, tout comme pour les durées de vie illimitées, seule la valeur de m possède une influence sur la dispersion. Classiquement, les courbes d'iso-probabilités de rupture d'une courbe S-N sont celles à 10% et à 90% de rupture (Figure II.29).

L'identification du critère énergétique requiert donc des essais de fatigue (typiquement pour une durée de vie au alentour de 10^5 cycles, ce qui correspond à des essais rapides dans le domaine HCF). En première approche, le résultat du dernier palier d'auto-échauffement mené à rupture peut être utilisé. Cependant il est recommandé d'utiliser au moins 3 essais de fatigue supplémentaires pour une bonne identification du paramètre A [Munier, 2012].

2.7 Philosophie et application du modèle

Pour résumer le principe de la modélisation probabiliste à deux échelles, permettant la description des courbes d'auto-échauffement et réalisant le lien avec les propriétés en fatigue, les étapes clés de la modélisation sont présentées sous forme schématique (Figure II.28).

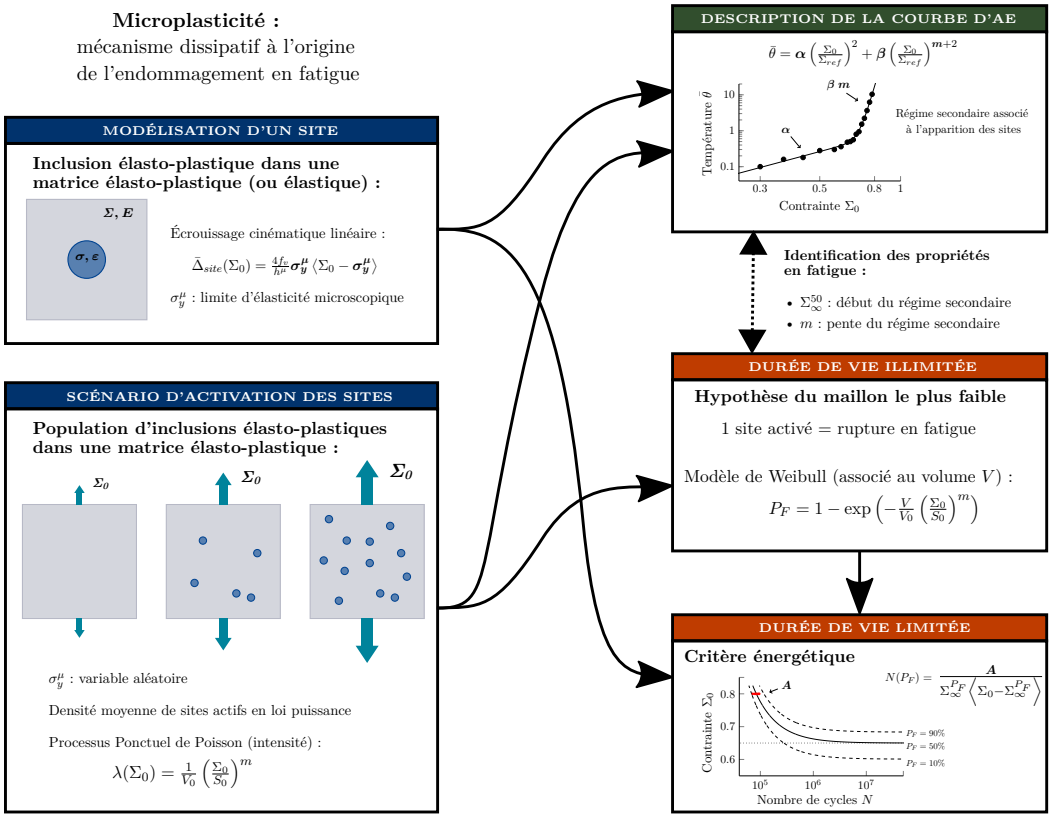


Figure II.28 – *Modélisation probabiliste à deux échelles : description de la courbe d'auto-échauffement et liens avec les propriétés en fatigue*

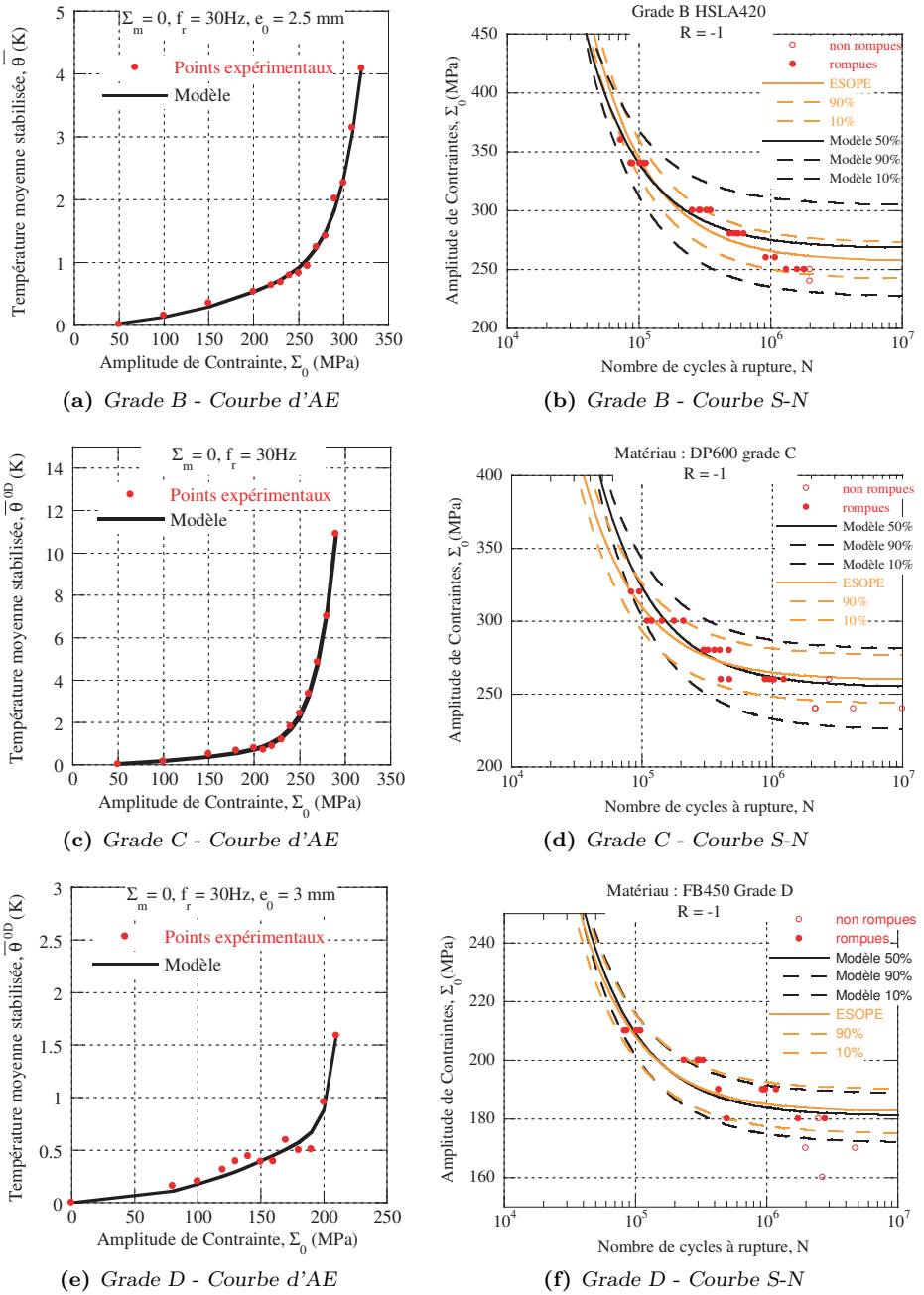
Seul le régime secondaire est associé à l'endommagement en fatigue. Il est décrit par une population de sites de microplasticité, chacun défini par un écrouissage cinématique linéaire dont le seuil de microplasticité est une variable aléatoire. La dissipation associée à cette population définie par une densité moyenne de sites actifs en loi puissance (en fonction de l'amplitude de chargement) permet alors de décrire la courbe d'auto-échauffement (le régime secondaire).

Une hypothèse de maillon le plus faible sur la population de sites permet alors, avec l'intensité du processus en loi puissance, d'obtenir un modèle de Weibull. Ainsi, le module de Weibull, décrivant la dispersion des propriétés en fatigue, est directement identifiable sur une courbe d'auto-échauffement. La limite d'endurance se fait par lecture graphique sur la courbe d'auto-échauffement (ou par un dépouillement déterministe), associant ainsi le début du régime secondaire à l'endommagement en fatigue.

En utilisant un critère énergétique (sur le maillon le plus faible de l'éprouvette) il est alors possible d'obtenir les courbes S-N-P associées au matériau. Cela n'aura nécessité qu'une éprouvette (si le dernier palier à rupture est utilisé pour déterminer le paramètre A) pour caractériser entièrement les propriétés HCF du matériau.

a) Validation de la modélisation pour les aciers : dispersion en fatigue à partir d'une seule courbe d'auto-échauffement

Cette modélisation a été validée sur de nombreuses nuances d'aciers (Figure II.29). Bien que les comportements en auto-échauffement soient différents (en intensité et par rapport à l'amplitude de chargement), les propriétés en fatigue déterminées à partir de l'analyse des régimes secondaires sont en accord avec les essais de fatigue et correspondent globalement à celles déterminées à partir du logiciel de traitement des données de fatigue ESOPE, utilisé par ArcelorMittal. Il est à noter que la dispersion déterminée par auto-échauffement semble être plus importante que celle déterminée par le logiciel de traitement statistique [1].



(a) *Grade B - Courbe d'AE* **(b)** *Grade B - Courbe S-N*

(c) *Grade C - Courbe d'AE* **(d)** *Grade C - Courbe S-N*

(e) *Grade D - Courbe d'AE* **(f)** *Grade D - Courbe S-N*

Figure II.29 – *Comparaison des courbes S-N-P obtenues par la modélisation probabiliste à deux échelles et le logiciel ESOPE pour quelques nuances d'acier [Munier, 2012]*

1. Ou alors, que le logiciel d'analyse de fatigue semble sous-estimer la dispersion des données de fatigue en présence de peu d'éprouvettes... (cf. Chapitre I)

Le fait qu'un seul essai d'auto-échauffement (et donc une seule éprouvette) permette de caractériser entièrement la population d'éprouvettes (*i.e.* les propriétés en fatigue) s'explique par le fait que ces essais de caractérisation soient très répétables. Ainsi, chaque éprouvette permet de caractériser entièrement la population de sites de microplasticité (jugés potentiellement critiques). Cependant, lors d'un essai de fatigue, seule une information (d'autant plus partielle...) sur le défaut critique est obtenue. L'analyse de la dissipation, et donc de l'activité microplastique globale, est alors bien plus riche et permet à partir de cette modélisation d'obtenir les propriétés HCF à partir d'une seule éprouvette.

Afin d'évaluer ce lien entre la population de sites s'activant dans le volume, la répétabilité de la courbe d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue, des essais d'auto-échauffement vont être simulés dans la troisième partie de ce chapitre.

De plus, dans le modèle probabiliste présenté, l'analyse du second régime ne permet pas de déterminer une limite d'endurance (il n'y a pas de seuil dans la modélisation).

Dans les protocoles d'analyse des courbes d'auto-échauffement, la détermination de la limite d'endurance, donc du seuil, se fait par la méthode d'analyse déterministe ou par lecture graphique de la courbe d'auto-échauffement. Les simulations numériques permettront de mieux comprendre ce lien entre le seuil (premier site activé dans le volume) et les propriétés en fatigue (à partir de l'hypothèse du maillon le plus faible).

b) Modèle de Weibull : effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte

Le modèle probabiliste à deux échelles fait donc intervenir le modèle de Weibull, par une hypothèse du maillon faible et un P.P.P. avec une intensité en loi puissance.

Ainsi, les effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte sont naturellement pris en compte en introduisant une notion de volume effectif $V_{eff} = H_m V$ [Hild, 1992, Hild *et al.*, 1992], où H_m est un facteur d'hétérogénéité de contrainte défini par

$$H_m = \frac{1}{V}\int_V \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_F}\right)^m dV \qquad \text{avec} \qquad \Sigma_F = \max_V \Sigma_0. \tag{II.75}$$

Ce volume effectif correspond alors à un volume équivalent sollicité de manière homogène au maximum du champ de contrainte hétérogène. Il rend donc compte de l'effet de volume (*i.e.* il y a une plus grande probabilité de trouver un défaut critique dans un plus grand volume, d'où une diminution de la limite d'endurance) et de l'effet d'hétérogénéité de contrainte (*i.e.* il y a une plus faible probabilité de trouver un défaut critique dans la zone la plus fortement sollicitée, d'où une augmentation de la limite d'endurance pour un chargement hétérogène). Des approches similaires sont mises en œuvre dans l'Annexe A.

Ainsi, la limite d'endurance moyenne et l'écart-type associé dépendent de ce volume effectif avec

$$\overline{\Sigma_\infty} = S_0 \left(\frac{V_0}{V_{eff}}\right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right) \tag{II.76}$$

et

$$\overline{\overline{\Sigma_\infty}} = S_0 \left(\frac{V_0}{V_{eff}}\right)^{\frac{1}{m}} \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{m}\right)}. \tag{II.77}$$

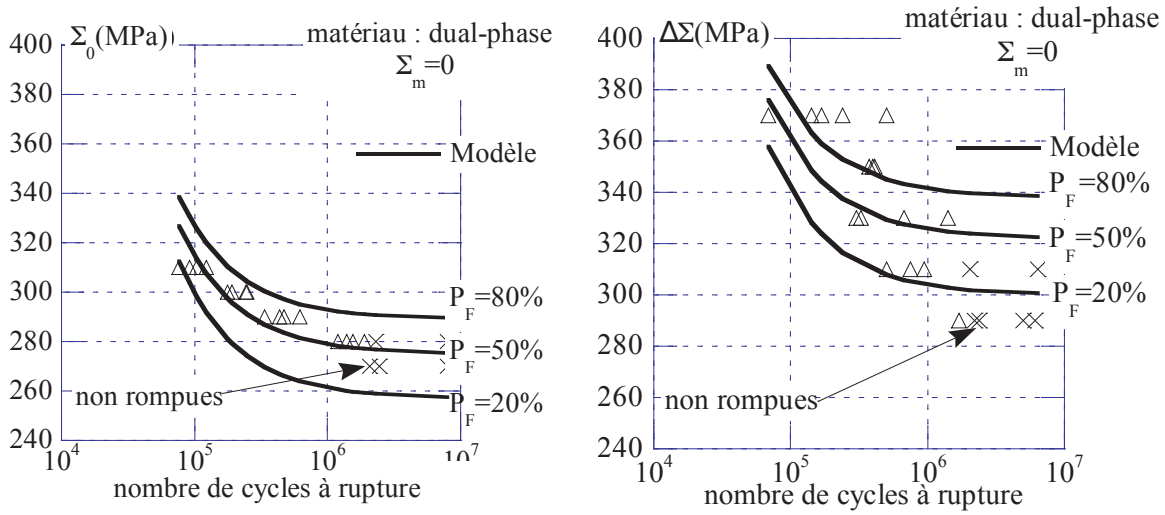
Par exemple, à partir d'un module de Weibull déterminé par un essai d'auto-échauffement, un modèle de ce type a été utilisé pour déterminer les propriétés HCF en flexion pure alternée à partir de résultats d'essais de traction-compression sur la même géométrie d'éprouvette [Doudard, 2004].

Ainsi, en connaissant la géométrie de l'éprouvette et le type de sollicitation appliqué il est possible de calculer le facteur d'hétérogénéité de contrainte, qu'il évalue analytiquement, et donc d'estimer les propriétés en fatigue (Figure II.30). Le calcul de volume effectif est réalisé à partir du module de Weibull déterminé par auto-échauffement en traction-compression [1], et le rapport des volumes effectifs pour les deux types de sollicitation est approximativement

$$\frac{V_{eff}^{tc}}{V_{eff}^{fl}} \approx 30, \tag{II.78}$$

avec un module de Weibull de $m = 20$ pour cet acier DP600 LC.

Les prévisions du modèle pour la flexion sont satisfaisantes tant sur la valeur de la limite d'endurance que sur la dispersion. Les résultats en durée de vie limitée (avec le critère énergétique) semblent cependant moins satisfaisants.



(a) *Essais de traction-compression* **(b)** *Essais de flexion pure alternée*

Figure II.30 – *Prévision des propriétés en fatigue par calcul de volume effectif (avec le module de Weibull m déterminé par un essai d'auto-échauffement) [Doudard, 2004]*

En connaissant le volume effectif et le module de Weibull (déterminé par auto-échauffement), il est théoriquement possible d'évaluer la limite d'endurance de n'importe quelle structure, tant que les contraintes locales restent de même nature. Ces différents aspects, avec en plus l'extension de ce modèle aux chargements multiaxiaux proportionnels et non-proportionnels, ont été davantage étudiés dans la thèse de Poncelet [Poncelet, 2007].

Les essais d'auto-échauffement sont une signature thermique d'un certain volume sollicité, et sont donc fondamentalement liés aux effets de volume et d'hétérogénéités de contrainte.

c) Étapes clés dans la modélisation et leviers possibles

Différents éléments du modèle probabiliste à deux échelles (Figure II.28) peuvent être modifiés pour mieux décrire les courbes d'auto-échauffement ou les propriétés en fatigue.

1. Lors d'un essai d'auto-échauffement, il est possible d'utiliser des géométries ou des sollicitations différentes, ce qui pourrait éventuellement être pris en compte par le calcul de V_{eff} (sous certaines conditions sur le trajet de chargement [Poncelet, 2007]) et par rapport au filtre de l'équation de la chaleur (échanges thermiques différents qui rend la comparaison directe délicate).

- **Comportement d'un site :**

Dans le modèle probabiliste à deux échelles, un site est défini par un écrouissage cinématique linéaire. La dissipation est donc constante par cycle. Des écrouissages isotropes ont également été étudiés et introduits dans la littérature [Doudard et Calloch, 2009, Ezanno, 2011, Louge, 2019], et ils permettent de décrire une évolution de la dissipation (lorsqu'ils sont associés à un écrouissage cinématique linéaire) au cours des cycles en modifiant alors la limite d'élasticité micro (adoucissement/durcissement cyclique). Cela permet de mieux décrire les évolutions de température constatées lors d'un palier d'auto-échauffement, où trois configurations sont généralement observées : soit la température se stabilise, soit la température continue d'augmenter, ou alors la température passe d'abord par un maximum avant de décroître.

Cependant, ce qui est intéressant dans un essai d'auto-échauffement, c'est d'étudier l'évolution qualitative de la dissipation "stabilisée" en fonction de l'amplitude de contrainte.

- **Critère de ruine :**

Un critère en énergie critique (donc relatif au comportement du site critique) est utilisé dans le modèle présenté (Équation II.70) et mène alors à la description de la courbe S-N par le modèle de Stromeyer [Stromeyer, 1914] (Équation II.72).

Ce critère peut être facilement généralisable pour des chargements multiaxiaux [Poncelet *et al.*, 2010] ou pour rendre compte d'effets d'histoire (avec une énergie dissipée cyclique dépendant du nombre de cycles et des chargements précédents) [Louge, 2019].

Il existe dans la littérature d'autres critères énergétiques faisant le lien entre l'énergie dissipée cyclique (évaluée par auto-échauffement) et la durée de vie en fatigue. Par exemple, pour les matériaux composites à fibres courtes [Jegou *et al.*, 2013, Leveuf, 2017] ou élastomères [Marco *et al.*, 2017, Glanowski, 2019] (pour lesquels aucune description des courbes d'auto-échauffement n'est modélisée à ce jour), la durée de vie N est associée à l'énergie dissipée par cycle Δ au travers d'une loi puissance de type Basquin

$$\bar{\Delta} N^b = C, \tag{II.79}$$

où C et b sont deux paramètres matériaux. Deux couples (Δ, N) sont alors nécessaires à leur identification. Les courbes S-N peuvent alors être obtenues en approximant la courbe d'auto-échauffement pour obtenir la relation entre le chargement et l'énergie dissipée cyclique, soit $\Delta = f(\Sigma_0)$. Il s'agit alors d'un critère énergétique "empirique", donnant de très bons résultats pour de nombreux matériaux, mais s'éloignant de la modélisation adoptée dans cette partie. En effet aucun modèle probabiliste n'a pu être proposé ; la dispersion associée n'est pas déterminée.

Un autre type de critère s'intégrant à la modélisation probabiliste à deux échelles des courbes d'auto-échauffement a cependant été utilisé dans la littérature. Ezanno [Ezanno, 2011] utilise un critère en déformation plastique cumulée critique [Desmorat *et al.*, 2007], ce qui revient alors à une modélisation des courbes S-N-P de la forme

$$N(P_F) = \frac{A'}{\left\langle \Sigma_0 - \Sigma_\infty^{P_F} \right\rangle^2}, \tag{II.80}$$

avec A' un autre paramètre matériau. Le critère de ruine est bien sûr un autre levier du modélisateur pour pouvoir représenter aux mieux les résultats expérimentaux.

- **Scénario d'activation et hypothèse du maillon le plus faible :**

Le scénario d'activation doit permettre de bien décrire la courbe d'auto-échauffement, et donc de bien représenter la dissipation de la population de sites sur l'ensemble de l'amplitude de contrainte étudiée. L'hypothèse du maillon le plus faible est couramment utilisée pour l'étude de la fatigue des matériaux et n'est pas remise en cause pour le moment.

Ainsi, la forme de la fonction représentant la densité moyenne de sites actifs, λ (Équation II.54), impacte logiquement la description de la courbe d'auto-échauffement et donc, des propriétés en fatigue avec l'apparition des tout premiers sites (hypothèse du maillon le plus faible). Deux formes d'intensité de processus sont présentées dans la thèse de Doudard [Doudard, 2004], avec un premier modèle ne permettant pas de rendre compte de l'auto-échauffement pour les aciers et le second est celui présenté, en loi puissance, menant alors au modèle de Weibull.

Cette loi puissance a ensuite été utilisée dans de nombreuses études, et le paramètre S_0 (Équation II.54), qui modifie alors le paramètre d'échelle $S_0 V_0^{1/m}$, est souvent utilisé pour décrire les différents effets impactant les courbes d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue associées (*e.g.* diamètres des grains, rapports de charge ou pré-deformation plastique [Doudard, 2004, Munier, 2012], multiaxialité et hétérogénéité du chargement [Poncelet, 2007] ou encore effets d'histoire [Louge, 2019]).

Des questions se posent alors sur le nombre de sites nécessaires pour à la fois correctement représenter les propriétés en fatigue (hypothèse du maillon faible) et en même temps obtenir des courbes d'auto-échauffement répétable ; notamment sur l'introduction d'un seuil (et donc l'utilisation d'un modèle de Weibull à trois paramètres). Des simulations d'essais d'auto-échauffement sont réalisées pour évaluer le P.P.P. et l'hypothèse du maillon le plus faible pour la bonne description des courbes d'auto-échauffement et des propriétés HCF.

3 Simulation d'essais d'auto-échauffement

Afin de mieux comprendre le lien entre les propriétés en fatigues (limite d'endurance et dispersions associées) et la dissipation des éprouvettes, des essais d'auto-échauffement sont simulés dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles. Cette étude possède plusieurs objectifs qui sont :

- de mieux comprendre le lien entre la population de sites activés et leur dissipation pour la détermination des propriétés en fatigue (notamment d'évaluer le scénario d'activation et l'hypothèse du maillon faible) ;
- d'évaluer la pertinence de l'analyse graphique de la courbe d'auto-échauffement pour l'évaluation de la limite d'endurance médiane ;
- d'étudier la répétabilité des courbes d'auto-échauffement numériquement ;
- d'évaluer l'identification du module de Weibull à partir de la pente du régime secondaire d'auto-échauffement.

À l'image du Chapitre I, il s'agit avant tout d'évaluer la robustesse de l'identification de la dispersion des propriétés en fatigue, dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles décrivant le régime secondaire d'auto-échauffement. Ce modèle a été validé pour de nombreuses configurations d'essais, mais aucune étude n'a été réalisée à ce jour pour quantifier, dans un cadre numérique idéalisé, la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue et de la comparer à celle de la caractérisation par des essais de fatigue classiques (présentée au Chapitre I). Ainsi, la simulation numérique des courbes d'auto-échauffement est introduite et mise en place. Elle est validée dans le cadre du modèle par les formules analytiques. Cette simulation numérique, reposant sur des hypothèses fortes, permet donc de mieux comprendre les différentes briques du modèle faisant le lien entre les courbes d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue.

Il s'agit alors d'une étude ayant déjà de nombreuses perspectives intéressantes, notamment sur la modification de l'intensité du processus (décrivant la densité moyenne de sites actifs) ou sur la distribution spatiale des sites (et donc une modification du Processus Ponctuel de Poisson) pour lesquelles des calculs analytiques ne sont pas toujours possibles.

Dans un premier temps, seul le régime secondaire, qui est lié à l'activation des sites de microplasticité, et donc à l'endommagement en fatigue, est simulé.

3.1 Cadre de la simulation

Un des aspects importants de la simulation pour faire le lien avec les propriétés en fatigue est qu'un recalage à la limite d'endurance médiane des éprouvettes est adopté. Ainsi, pour le lot d'éprouvettes de volume V_i et de limite d'endurance Σ_∞^{50} (dépendant aussi de V_i), le paramètre d'échelle utilisé est

$$S_0 {V_0}^{1/m} = \Sigma_\infty^{50} \left(\frac{V_i}{\ln 2} \right)^{\frac{1}{m}} . \tag{II.81}$$

Ainsi, les constatations réalisées par la suite sont donc valables pour tous les volumes d'éprouvettes V_i. L'objectif de la simulation est donc de générer N_{ep} éprouvettes, soit un volume total de $V = N_{ep}\, V_i$. Ces éprouvettes seront alors définies par leurs distributions de sites de microplasticité, s'activant avec l'amplitude de chargement et dissipant de l'énergie sous sollicitation cyclique.

- **Apparition des sites de microplasticité :**

Une éprouvette est donc définie par une population de sites avec des seuils $\sigma_{y\,i}^{\mu}$ d'apparition. Avec le recalage adopté, la densité **moyenne** de sites actifs est alors

$$\lambda(\Sigma_0) = \frac{\ln 2}{V_i} \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}} \right)^m . \tag{II.82}$$

Le nombre moyen de sites par éprouvettes est $V_i.\lambda(\Sigma_0)$ et ne dépend alors pas du volume. Il est fixé par la limite d'endurance médiane des éprouvettes avec l'hypothèse du maillon le plus faible.

Cependant, il ne s'agit que d'un nombre moyen. Il ne faut donc pas générer les éprouvettes séparément, mais toutes en même temps en considérant un volume suffisamment grand $V = N_{ep}.V_i$ pour que la vision moyenne puisse être considérée pertinente à cette échelle. En effet, une éprouvette est définie par un nombre entier de sites s'activant dans son volume. Pour illustrer cela, une éprouvette "moyenne" (*i.e.* suivant la densité moyenne) est considérée et cette loi puissance est présentée pour $m = 25$ (Figure II.31).

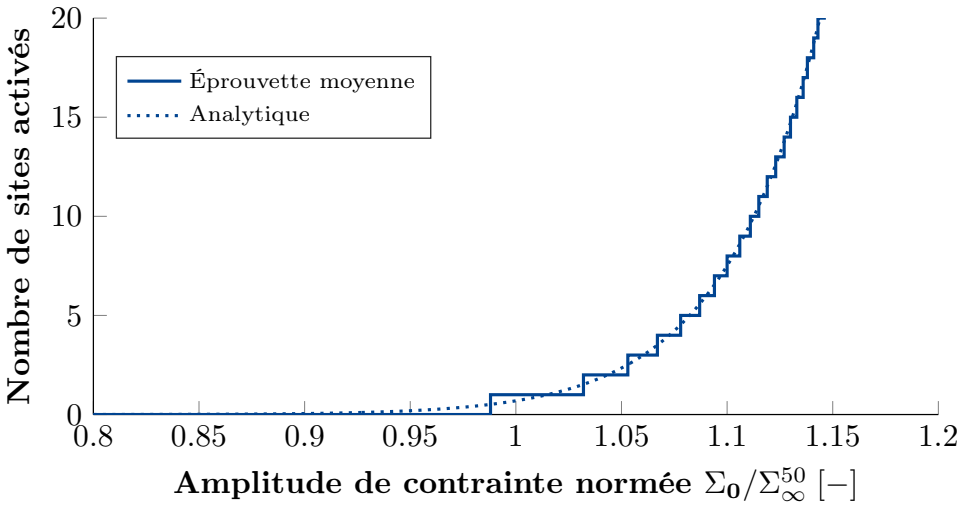


Figure II.31 – *Nombre de sites activés dans un volume V_i - Illustration avec $\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$*

Ainsi, pour générer N_{ep} éprouvettes, il est nécessaire de simuler un nombre de sites

$$n_{sites} = V\lambda(\Sigma_0) = N_{ep}\, V_i\lambda(\Sigma_0) = N_{ep} \ln 2 \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m. \tag{II.83}$$

Ce nombre est donc fixé en fonction de l'amplitude de chargement (du fait du recalage à la limite d'endurance médiane). L'aspect simulation pour obtenir des éprouvettes différentes repose donc sur la répartition de ces sites dans les éprouvettes par un Processus Ponctuel de Poisson (P.P.P.), qui implique les hypothèses :

- les sites s'activent dans le volume et sont ponctuels (pas de volume associé aux sites) ;
- plus le volume est grand, plus il y a de sites (simulation d'un volume $V = N_{ep}\, V_i$) ;
- la répartition des sites dans le volume V se fait de manière **aléatoire** et **uniforme** ;
- l'intensité du processus est la densité moyenne de sites actifs $\lambda(\Sigma_0)$, et permet alors de déterminer les seuils $\sigma_{y\,i}^{\mu}$ des sites s'activant avec l'amplitude.

Les sites sont donc définis par leurs seuils d'activation $\sigma_{y\,i}^{\mu}$ et sont considérés comme identiques (à la valeur du seuil près) en termes de description (ponctuel) et de dissipation. Les éprouvettes sont alors différentes, car définies par la population de sites distribuée de manière aléatoire et uniforme dans le volume total.

- **Propriétés en fatigue :**

Une hypothèse du maillon le plus faible est réalisée pour décrire les propriétés en fatigue. Ainsi pour une éprouvette simulée, la rupture en fatigue interviendra lorsque le défaut critique s'active, *i.e.* le premier site apparaissant dans son volume V_i. Pour une éprouvette définie par une population de sites $\sigma_{y\,i}^{\mu}$, alors

$$\begin{cases} \Sigma_0 < \min_i\left(\sigma_{y\,i}^{\mu}\right) & \text{Non-rupture} \quad (P_F = 0) \\ \Sigma_0 > \min_i\left(\sigma_{y\,i}^{\mu}\right) & \text{Rupture} \quad (P_F = 1). \end{cases} \tag{II.84}$$

Pour une éprouvette seule, la probabilité de rupture associée ne dépend que du seuil d'activation du défaut critique, et n'a pas forcément de sens. Pour calculer la probabilité de rupture sur l'ensemble des éprouvettes simulées, un simple calcul de fréquence cumulée est adopté, soit

$$P_{F_{sim}}(\Sigma_0) = \frac{n_F(\Sigma_0)}{N_{ep}}, \tag{II.85}$$

où n_F est le nombre d'éprouvettes avec au moins un site actif à l'amplitude de contrainte Σ_0.

À partir de la densité moyenne de sites actifs, il est possible de calculer analytiquement la probabilité de rupture associée (avec l'hypothèse du maillon le plus faible). Soit pour une éprouvette de volume V_i, la probabilité de rupture est

$$P_{F_{ana}}(\Sigma_0) = 1 - \exp\left(-\frac{V_i}{V_0}\left(\frac{\Sigma_0}{S_0}\right)^m\right) = 1 - \exp\left(-\ln 2\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m\right), \tag{II.86}$$

ce qui correspond au modèle de Weibull [Weibull, 1951].

- **Contribution à l'auto-échauffement :**

La dissipation d'un site sur un cycle de chargement dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles est

$$D_i = \frac{4V_0}{h^\mu}\ \sigma_{y\,i}^\mu \left\langle \Sigma_0 - \sigma_{y\,i}^\mu \right\rangle. \tag{II.87}$$

Ainsi,la dissipation associée à une éprouvette est simplement la somme des dissipations des sites de son volume, soit

$$D_{sim} = \frac{4V_0}{h^\mu}\ \sum_i \sigma_{y\,i}^\mu \left\langle \Sigma_0 - \sigma_{y\,i}^\mu \right\rangle. \tag{II.88}$$

Analytiquement, la dissipation associée à la densité moyenne de sites actifs peut être calculée et est

$$D_{ana} = \frac{4V_0}{h^\mu}\frac{m\ \ln 2\ {\Sigma_\infty^{50}}^2}{(m+1)(m+2)}\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^{m+2}. \tag{II.89}$$

Ces dissipations sont calculées sans la partie $4V_0/h^\mu$, qui regroupe les caractéristiques de l'inclusion. Dans la suite, les dissipations par éprouvettes (simulées ou analytiques), notées D^*, sont homogènes à des MPa^2.

La dissipation de l'éprouvette "moyenne" est représentée [1] (Figure II.32). Nécessairement, comme le nombre de sites est un nombre entier, un comportement à seuil est observé ; il n'y a pas de dissipation lorsqu'aucun site n'est activé (Figure II.31). Cela conforte également le fait de simuler un grand volume $V = N_{ep}.V_i$, sinon toutes les éprouvettes générées séparément auraient les mêmes sites (distribués différemment dans leurs volumes du fait du P.P.P) et leurs dissipations seraient égales à la dissipation de l'éprouvette "moyenne" (Figure II.32).

1. Il s'agit juste d'une illustration, qui correspondrait à la simulation d'un volume total de V_i. Il est très peu probable que cette éprouvette existe de cette manière lors de la simulation d'un plus grand volume (caractérisée par sa population de sites, distribués aléatoirement dans tout le volume).

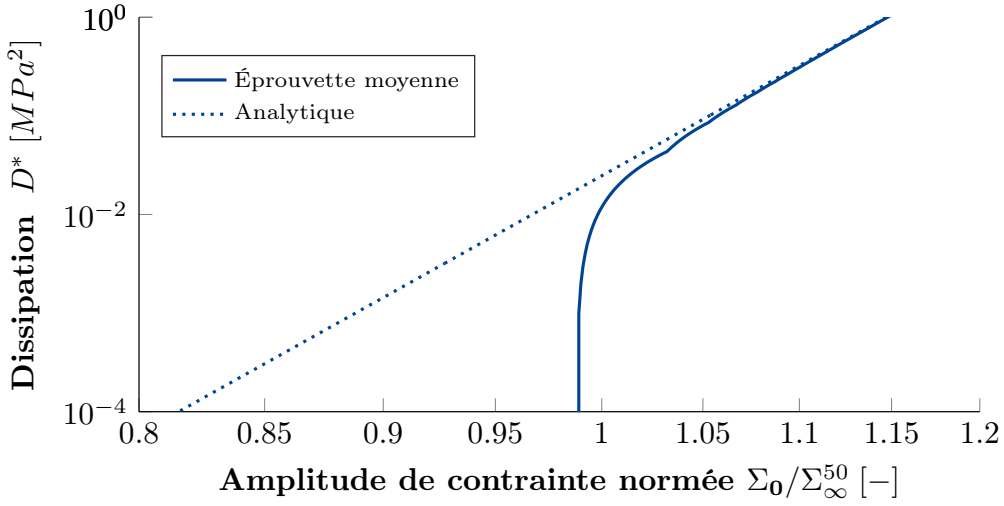


Figure II.32 – *Dissipation associée à un volume V_i - Illustration avec $\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$*

3.2 Génération d'un volume

Pour illustrer, un volume de 100 éprouvettes est généré. Dans un premier temps, ce volume est représenté graphiquement et les propriétés en fatigue de la population d'éprouvettes sont retrouvées à l'aide de l'hypothèse du maillon le plus faible. Ces résultats sont comparés aux expressions analytiques afin de valider le recalage à la limite d'endurance médiane. Dans une seconde partie, la dissipation associée à chaque éprouvette est calculée. Les dissipations sont alors comparées aux nombres de sites activés par éprouvettes et aux propriétés en fatigue de la population totale d'éprouvettes.

3.2.1 Hypothèse du maillon faible

Un volume total de $V = 100.V_i$ est considéré dans cette partie. Le nombre de sites "à distribuer" aléatoirement dans ce volume est fixé par le recalage à la limite d'endurance médiane (Équation II.83). Une représentation graphique en 2D des volumes est adoptée (Figure II.33). Le grand carré représente les 100 éprouvettes en fonction de l'amplitude de chargement Σ_0. Les petits carrés représentent les éprouvettes et leurs états, soit vert lorsqu'aucun site n'est activé dans son volume V_i et orange lorsqu'il y a au moins un site activé (et que donc il y aura rupture de l'éprouvette).

La distribution des sites (le nombre dépend de l'amplitude Σ_0) se fait alors par un tirage aléatoire des coordonnées à partir d'une distribution de probabilité uniforme [1].

Pour les paramètres de simulation considérés ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$), le premier site dans le volume $V = 100\ V_i$ apparaît autour de l'amplitude de chargement $\Sigma_0 = 0,85$ (Figure II.33b) et mènera à la rupture de cette éprouvette. En effet pour chaque éprouvette, l'hypothèse du maillon faible est réalisée ; une éprouvette aura une durée de vie limitée (en orange) si au moins un site est activé dans son volume.

1. Cette représentation 2D est adoptée à titre d'illustration. En effet dans "la réalité", les sites sont répartis dans un volume, donc en 3D. Cependant avec une loi de distribution uniforme dans le volume, cela est équivalent (et donc une "simulation 1D" aurait suffi, mais aurait été moins visuel).

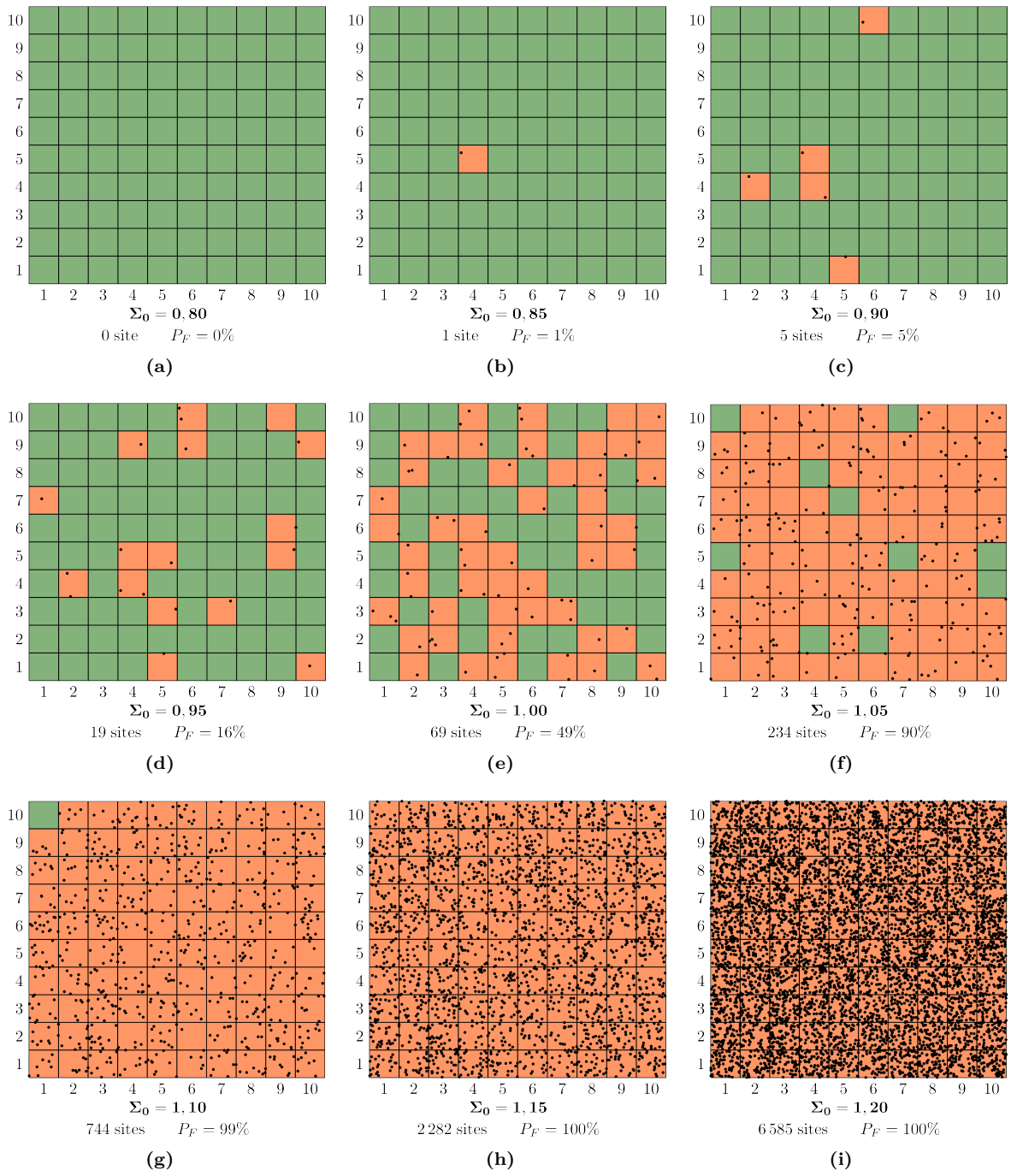


Figure II.33 – *Génération de 100 éprouvettes de volume V_i - Représentation schématique du volume $V = 100\ V_i$ dans lequel des sites s'activent aléatoirement ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$)*

Pour l'amplitude de contrainte $\Sigma_0 = 1$, il est intéressant de constater qu'il y a en tout 69 sites activés, mais uniquement 49 éprouvettes ayant au moins un site activé (le tirage aléatoire implique alors que certaines éprouvettes possèdent déjà plusieurs sites à ce stade). Ainsi, le recalage à la limite d'endurance médiane de la population d'éprouvettes est bien réalisé.

La fréquence cumulée de l'activation des défauts critiques des éprouvettes (Équation II.85) peut alors être comparée à l'expression analytique de la probabilité de rupture (Équation II.86). Le modèle de Weibull est bien retrouvé par simulation (Figure II.34). Ce "résultat" est sans surprise, étant donné que la simulation a été générée pour être comparée aux expressions analytiques. Cela permet simplement de valider la simulation adoptée.

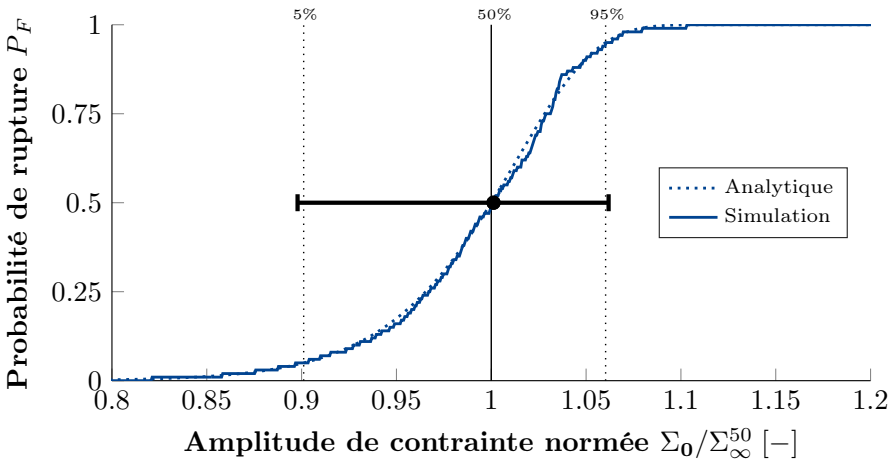


Figure II.34 – *Probabilité de rupture associée à la population d'éprouvettes ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ $m = 25$)*

La simulation de 100 éprouvettes est un bon compromis entre la représentativité des résultats (des petites différences sont observées suivant les tirages, car relatives à la répartition aléatoire des sites) et la génération des sites (dont le nombre devient rapidement très important, car décrit par une loi puissance). La génération de 100 éprouvettes suffit donc pour bien représenter la fonction de répartition [1].

Les nombres de sites dans les différentes éprouvettes sont représentés (Figure II.35) et les propriétés en fatigue sont donc retrouvées avec l'activation des premiers sites (du premier site de chaque éprouvette). Toutes les éprouvettes sont différentes, mais appartiennent à la même population, au même lot, d'éprouvettes avec la densité moyenne de sites activés définie lors de la simulation.

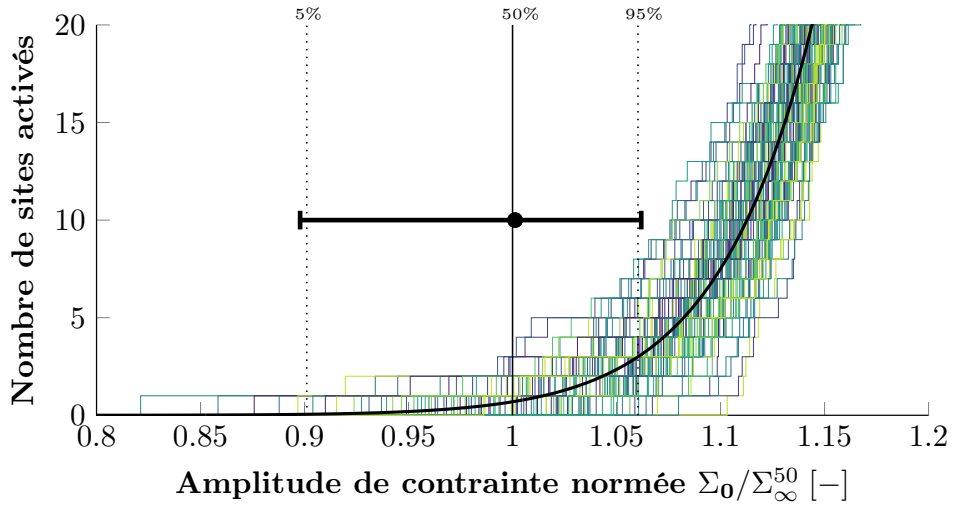
3.2.2 Calcul de la dissipation

La dissipation de chaque éprouvette est déterminée par la somme des dissipations des sites présents dans son volume simulé (Équation II.88). Ces dissipations sont comparées à la dissipation analytique (Équation II.89). Un comportement à seuil est observé pour chaque éprouvette, associé à l'apparition du premier site dissipant dans le volume. Les propriétés en fatigue, représentées par les probabilités de rupture $P_F = 5\%$, $P_F = 50\%$ et $P_F = 95\%$, sont également mises en évidence (Figure II.36) et sont retrouvées avec l'apparition de la dissipation (et ainsi l'activation du premier site de chaque éprouvette).

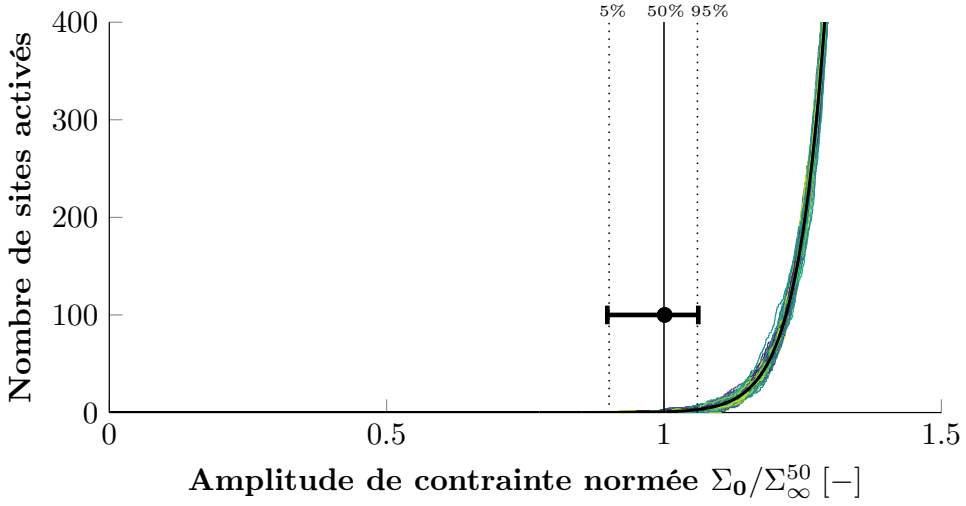
Avec un zoom proche de la limite d'endurance médiane des éprouvettes (Figure II.36a), les courbes de dissipation ne semblent pas répétables, car toutes les éprouvettes sont différentes et peu de sites sont activés. Cependant, par une vision plus large de la courbe de dissipation (Figure II.36b), les éprouvettes suivent la même tendance. C'est bien par cet aspect moyen qu'une seule éprouvette suffit pour caractériser la population de sites à partir d'un seul essai d'auto-échauffement (et ainsi accéder au module de Weibull m). Cette répétabilité et la robustesse de l'identification du module de Weibull seront quantifiées dans la partie suivante.

En analysant le nombre de sites activés (Figure II.35c) et la dissipation associée par éprouvette (Figure II.36c), la détermination de la pente [2] donne des valeurs semblables pour le module de Weibull. Le passage par la dissipation ne semble alors pas impacter cette identification (de toute façon il est très difficile de quantifier le nombre de sites, alors que la dissipation est facilement accessible à l'aide de mesures de température). Une analyse plus quantitative des incertitudes est réalisée dans la partie suivante.

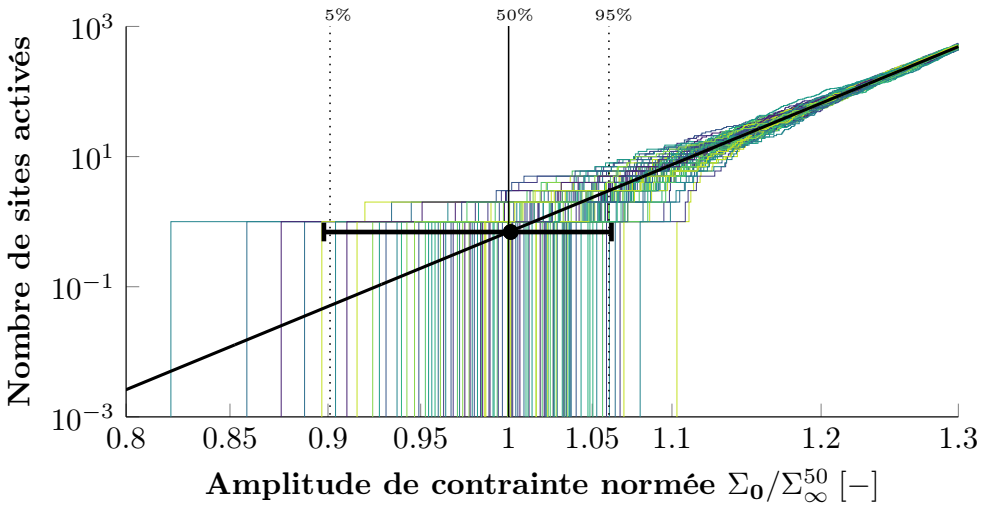
1. Pour faire le lien avec le chapitre I, la limite d'endurance de l'éprouvette σ_{D_i} est alors le seuil d'activation du défaut critique, alors considéré comme connu (pas de censure).
2. La pente est de m pour le nombre de sites et de $m + 2$ pour la courbe de dissipation.



(a) *Échelle linéaire - Zoom*

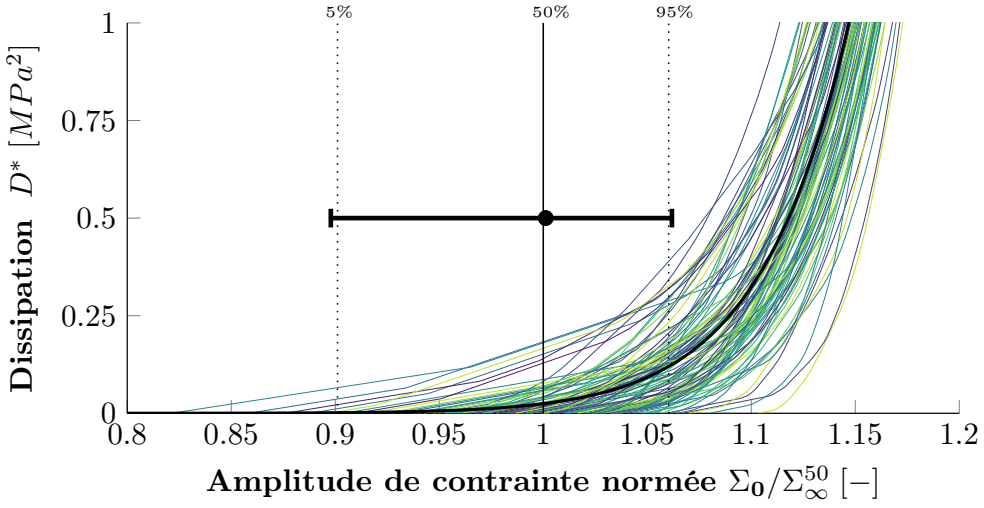


(b) *Échelle linéaire*

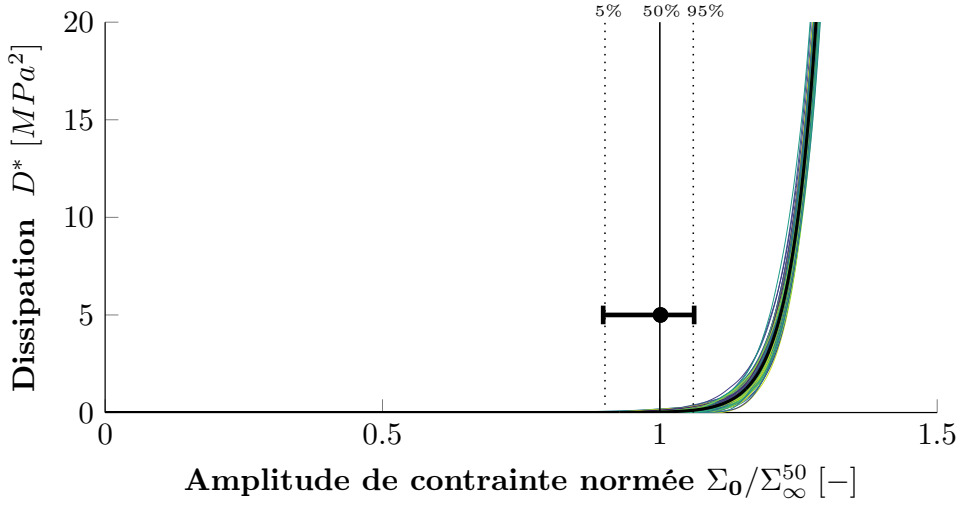


(c) *Échelle logarithmique*

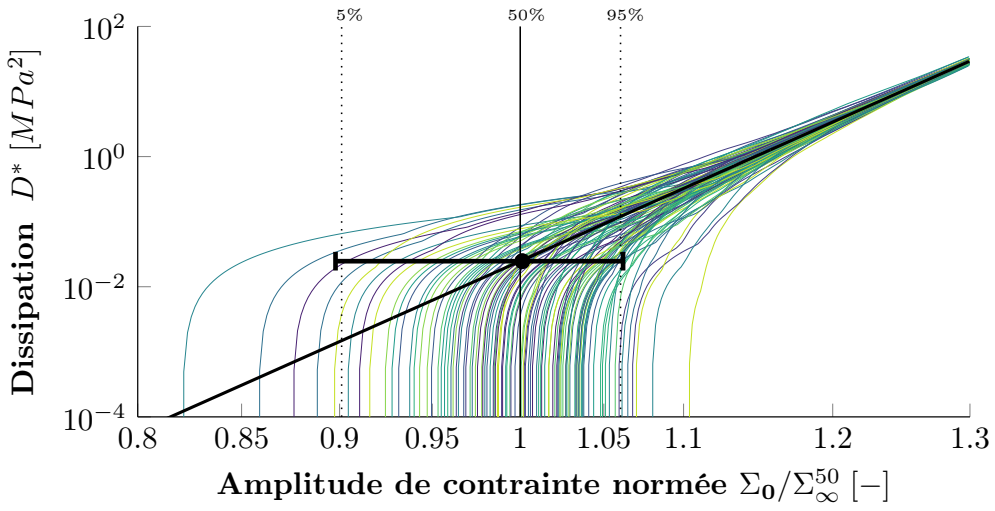
Figure II.35 – *Nombre de sites activés par éprouvette en fonction de* Σ_0 *(*$\Sigma_\infty^{50} = 1$ *et* $m = 25$*)*



(a) *Échelle linéaire - Zoom*



(b) *Échelle linéaire*



(c) *Échelle logarithmique*

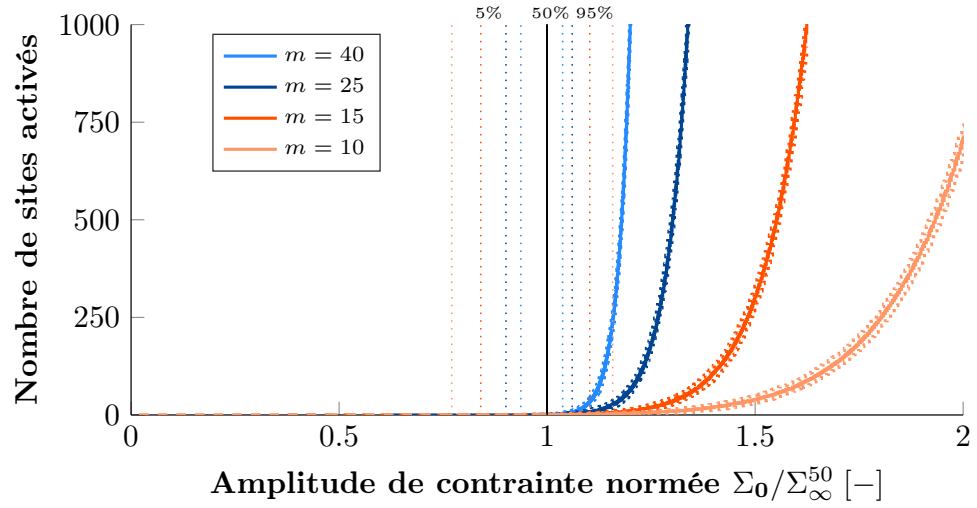
Figure II.36 – *Dissipation par éprouvette en fonction de* Σ_0 *(*$\Sigma_\infty^{50} = 1$ *et* $m = 25$*)*

3.3 Analyse de la répétabilité de la courbe d'AE

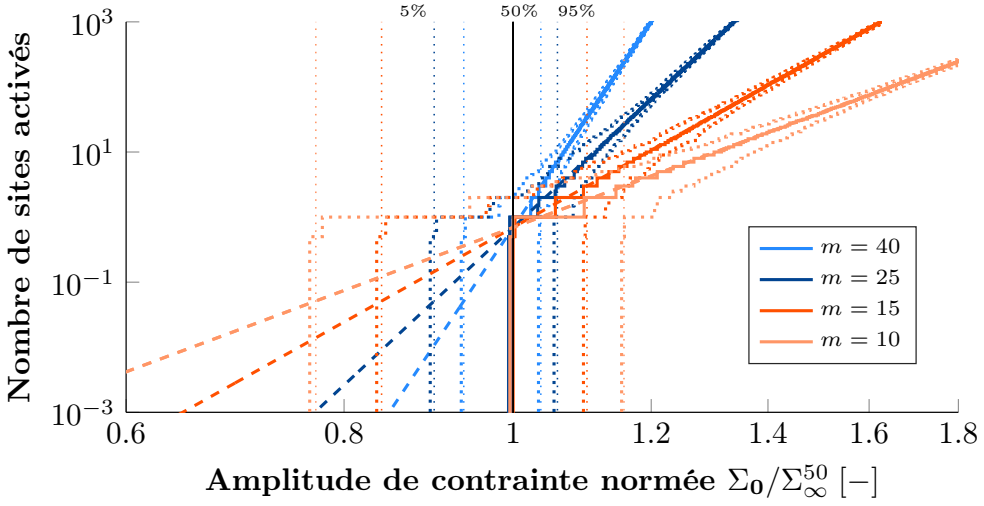
Dans la suite, différentes études sont menées pour évaluer la répétabilité de la courbe d'auto-échauffement (ou de dissipation) par simulation. Pour ne pas représenter 100 éprouvettes à chaque fois et ainsi comparer différentes conditions de simulation, des courbes "enveloppes" sont considérées. Pour chaque amplitude de contrainte, les percentiles de nombre de sites ou de dissipation à 5%, 50% et 95% sont extraits pour englober et décrire les variations en fonction des différentes éprouvettes. Ces courbes représentent donc le comportement de la population globale d'éprouvettes, et la variabilité constatée au sein de cette population.

3.3.1 Influence du module de Weibull

De la même manière que pour les simulations d'essais de fatigue présentées dans le Chapitre I, différents modules de Weibull sont considérés. Du fait de la loi puissance, plus le module de Weibull est élevé et plus le nombre de sites augmente rapidement en fonction de l'amplitude de chargement Σ_0, au même recalage à la limite d'endurance médiane $\Sigma_\infty^{50} = 1$ (Figure II.37). La plage d'apparition du premier site est alors plus restreinte et les propriétés en fatigue sont moins dispersées. La dissipation augmente de façon comparable au nombre de sites (Figure II.38).

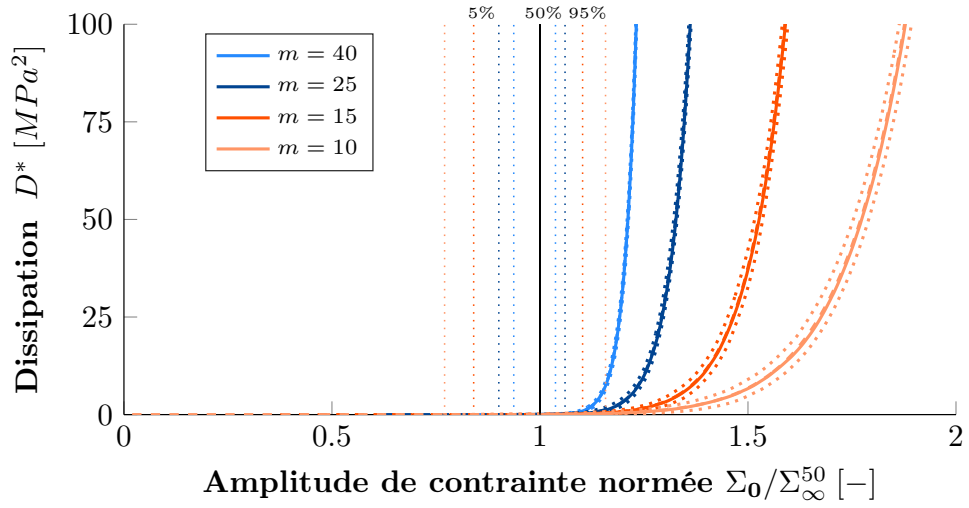


(a) *Échelle linéaire*

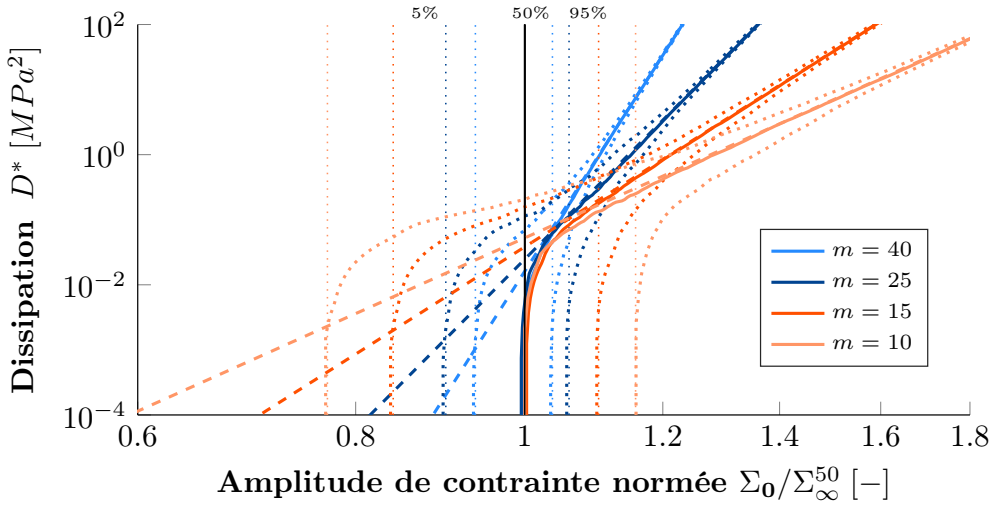


(b) *Échelle logarithmique*

Figure II.37 – *Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue et le nombre de sites actifs par éprouvettes*



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure II.38 – *Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue et la dissipation associée*

En évaluant qualitativement le "niveau de répétabilité" des courbes de dissipation, il semblerait alors que plus le module de Weibull est élevé et plus la courbe d'auto-échauffement est rapidement répétable (car il y a plus de sites activés à même amplitude de contrainte normée par la limite d'endurance médiane). Cependant cette comparaison n'est pas si simple et n'est pas "équitable" du fait du recalage à la limite d'endurance médiane et de ce que cela entraîne.

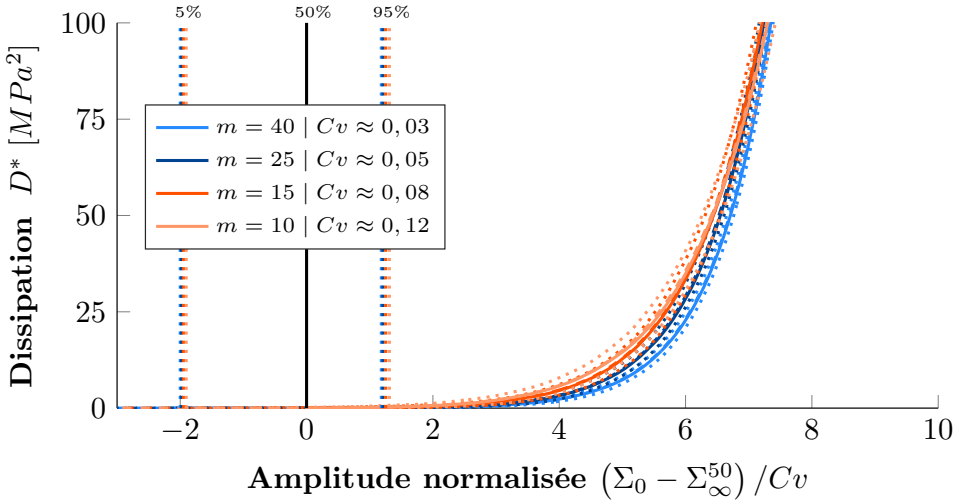
Par exemple, pour des propriétés en fatigue possédant un écart-type $\overline{\overline{\Sigma_\infty}} = 15MPa$:

- si la limite d'endurance moyenne est $\overline{\Sigma_\infty} = 300MPa$, alors $C_v = 0,05$ et $m = 25$;
- si la limite d'endurance moyenne est $\overline{\Sigma_\infty} = 125MPa$, alors $C_v = 0,12$ et $m = 10$.

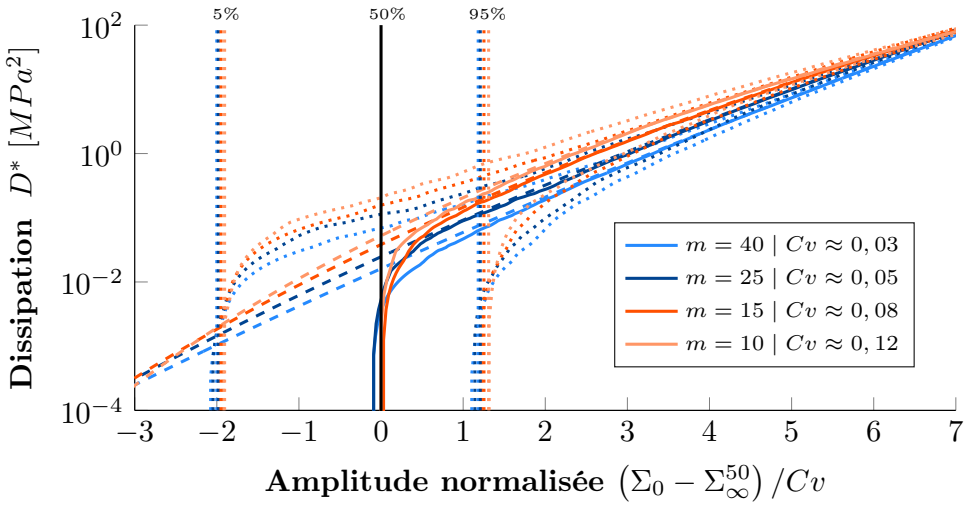
Dans le premier cas, la courbe d'auto-échauffement semble répétable (graphiquement) à partir d'une amplitude de $\Sigma_0 = 1,1$, soit environ $330MPa$ et donc $30MPa$ au-dessus de limite d'endurance [1]. Dans le second cas, le "même niveau de répétabilité" est atteint pour une amplitude d'environ $\Sigma_0 = 1,2$, soit environ $150MPa$, et donc $25MPa$ au-dessus de la limite d'endurance.

1. Pour faciliter la comparaison, et comme ce ne sont que des tendances, la limite d'endurance moyenne est assimilée à la limite d'endurance médiane.

En normalisant par l'écart-type (donc par Cv dans le cas où les résultats sont déjà normé et recalé à la limite d'endurance), il est possible de rassembler ces constatations pour l'ensemble des modules de Weibull étudiés (Figure II.39). Ainsi, les variabilités entre éprouvettes sont comparables et semblent plus ou moins constantes en fonction de l'amplitude de contrainte normalisée : cela se voit surtout sur les représentations en échelle linéaire (Figure II.39a).



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure II.39 – *Influence du module de Weibull sur les propriétés en fatigue et la dissipation associée - Amplitude de contrainte normalisée*

La robustesse de l'identification du paramètre de dispersion est étudiée pour les quatre modules de Weibull, sur des plages d'identification comparables d'amplitude normalisée $\left(\Sigma_0 - \Sigma_\infty^{50}\right)/Cv$ entre 3 et 6 (Table II.1). Cette analyse montre d'abord que les incertitudes sur la détermination du module de Weibull à partir du nombre de sites et de la dissipation sont du même ordre de grandeur (Table II.1). Le passage par la dissipation représente bien la totalité de la population de sites (sans trop de perte d'information).

De plus, l'analyse plus quantitative des incertitudes sur le coefficient de variation normé semble montrer que plus la dispersion est élevée, donc que le module de Weibull est faible, plus les incertitudes sur l'identification sont importantes.

Cependant, ces incertitudes restent très modérées, et bien différentes de celles observées à partir d'essais de fatigue classiques (Table II.2). Pour rappel, ces dernières valeurs sont également obtenues à partir de simulations (cf. Chapitre I). Ces incertitudes sont alors très importantes. Elles sont de l'ordre de ±12% (correspondant alors à la plage de valeurs comprises entre le 5^e et le 95^e centiles, autour de la valeur objective de 1) pour le dépouillement d'un échantillon de 100 éprouvettes avec le cas idéal, où le maximum d'information est extrait (et en plus dans un cas idéalisé de simulation numérique...). Avec moins d'éprouvettes, ou avec des procédures d'essais de type Staircase classique (et donc avec des censures), la quantité d'informations est moins importante et les incertitudes sont encore plus grandes.

À l'inverse, les incertitudes sur le coefficient de variation normé sont de l'ordre d'environ ±7% au maximum pour le dépouillement et l'analyse d'une seule courbe d'auto-échauffement (également dans un cas idéalisé, et dans le cadre du modèle probabiliste).

Table II.1 – *Analyse de la robustesse de l'identification de la dispersion à partir du nombre de sites (Figure II.37) et de la dissipation par éprouvette (Figure II.38) par simulations de courbes d'auto-échauffement*

Identification sur la plage d'amplitude normalisée $\left(\Sigma_0 - \Sigma_\infty^{50}\right)/Cv$ de $[3-6]$

	Module de Weibull		$m = 40$	$m = 25$	$m = 15$	$m = 10$
	Coefficient de variation		$C_v = 0,0315$	$C_v = 0,0499$	$C_v = 0,0818$	$C_v = 0,1203$
	Plage identification		$[1,09-1,19]$	$[1,15-1,30]$	$[1,24-1,49]$	$[1,36-1,72]$
Nombre de sites par éprouvette	**Module de Weibull m**	Médiane	40,1	25,2	15,0	10,2
		$[5^e;95^e]$ centiles	[38,7 ; 41,4]	[23,9 ; 26,2]	[14,1 ; 16,1]	[9,2 ; 10,9]
	Coefficient de variation C_v	Médiane	0,0315	0,0495	0,0815	0,1180
		$[5^e;95^e]$ centiles	[0,0305 ; 0,0325]	[0,0477 ; 0,0521]	[0,0763 ; 0,0868]	[0,1107 ; 0,1295]
	Coefficient de variation normé	Médiane	**0,998**	**0,992**	**0,997**	**0,981**
		$[5^e;95^e]$ centiles	**[0,967 ; 1,032]**	**[0,955 ; 1,045]**	**[0,933 ; 1,062]**	**[0,920 ; 1,076]**
Courbe de dissipation	**Module de Weibull m**	Médiane	40,1	25,4	14,9	9,9
		$[5^e;95^e]$ centiles	[38,3 ; 42,1]	[23,7 ; 26,6]	[14,1 ; 16,0]	[9,3 ; 10,9]
	Coefficient de variation C_v	Médiane	0,0315	0,0491	0,0821	0,1211
		$[5^e;95^e]$ centiles	[0,0299 ; 0,328]	[0,0469 ; 0,0526]	[0,0770 ; 0,0870]	[0,1113 ; 0,1289]
	Coefficient de variation normé	Médiane	**0,999**	**0,984**	**1,003**	**1,006**
		$[5^e;95^e]$ centiles	**[0,950 ; 1,042]**	**[0,940 ; 1,054]**	**[0,942 ; 1,064]**	**[0,925 ; 1,072]**

Table II.2 – *Caractérisation de la détermination du paramètre de dispersion à partir de la simulation d'essais de fatigue (cf. Chapitre I) - Procédure Staircase classique (Figure I.29b) et analyse du cas idéal (Figure I.25b)*

Identification par la méthode du maximum de vraisemblance à partir de 1 000 tirages pour chaque taille d'échantillon

	Coefficient de varaition normé	$n = 8$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 25$	$n = 50$	$n = 100$
Staircase classique	Taux de calcul	≈ 40%	≈ 50%	≈ 75%	≈ 90%	≈ 100%	100%
	Médiane	1,072	1,004	0,930	0,891	0,921	0,962
	$[5^e;95^e]$ cent.	[0,919 ; 1,990]	[0,734 ; 1.843]	[0,531 ; 1,734]	[0,524 ; 1,561]	[0,582 ; 1,420]	[0,692 ; 1,302]
Cas idéal	Taux de calcul	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Médiane	0,889	0,912	0,941	0,964	0,985	**0,989**
	$[5^e;95^e]$ cent.	[0,520 ; 1,366]	[0,560 ; 1,322]	[0,644 ; 1,294]	[0,733 ; 1,213]	[0,823 ; 1,164]	**[0,870 ; 1,120]**

Ces différences s'expliquent par le fait que les essais de fatigue ne caractérisent que le défaut critique de chaque éprouvette (et en plus partiellement du fait des censures). Il est alors nécessaire d'utiliser un grand nombre d'éprouvettes pour correctement caractériser cette population de défauts critiques, et donc les propriétés en fatigue. Intrinsèquement (*i.e* indépendamment du protocole d'essais ou de dépouillement, donc même dans un cas idéal), il est alors très difficile de déterminer la dispersion en fatigue à l'aide d'essais de fatigue classiques.

L'analyse de la courbe d'auto-échauffement à l'aide du modèle probabiliste à deux échelles fournit beaucoup plus d'informations, du fait des hypothèses fortes de la modélisation. L'analyse de la courbe d'auto-échauffement (et donc de dissipation) permet alors de caractériser la population totale de sites de l'éprouvette.

Comme les essais d'auto-échauffement sont répétables, l'analyse de la courbe d'une seule éprouvette permet de caractériser la population moyenne de sites de l'ensemble des éprouvettes. Des hypothèses sur la population moyenne de sites permettent alors de déterminer les propriétés en fatigue. Cette analyse est alors beaucoup plus robuste, mais se base sur des hypothèses très fortes. Les essais de fatigue restent bien évidemment les essais de références.

Une autre étude, également basée sur la simulation d'essais d'auto-échauffement, est présentée dans l'Annexe C. Cette étude introduit notamment une dichotomie surface/cœur et explore les différents aspects de la modélisation pour l'analyse de courbe de fatigue à plusieurs mécanismes de rupture (avec plusieurs critères en énergie dissipée critique) et tendre également vers le domaine de la VHCF.

La simulation d'essais d'auto-échauffement à partir du modèle probabiliste à deux échelles a permis de mettre en évidence la très bonne répétabilité de la courbe d'auto-échauffement. Il existe tout de même une certaine variabilité de la courbe, du fait de la variabilité entre éprouvettes pourtant issues d'un même VER. Cependant, elle reste modérée et une bonne répétabilité de la courbe d'auto-échauffement est observée à partir d'un certain niveau de contrainte, ce qui est nécessaire pour appliquer ce modèle (et donc s'assurer que chaque éprouvette puisse être représentative de l'ensemble de la population d'éprouvettes). La robustesse de l'identification du module de Weibull est quantifiée.

3.3.2 Simulations avec le régime primaire

Pour les aciers, deux régimes d'auto-échauffement sont généralement observés et sont associés à des mécanismes de dissipation différents (cf. Section 2). La dissipation du VER est alors la somme de la dissipation du régime primaire et de celle du régime secondaire,

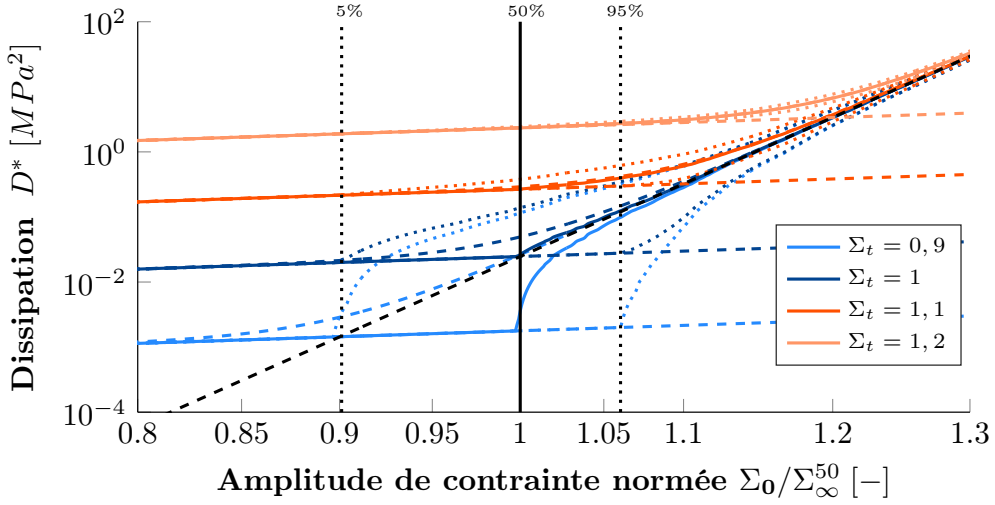
$$D_{ep} = D_{pr} + D_{sec} = K{\Sigma_0}^2 + \frac{4V_0}{h^\mu}\frac{m\ \ln 2\ {\Sigma_\infty^{50}}^2}{(m+1)(m+2)}\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^{m+2}. \tag{II.90}$$

Aucune variabilité du régime primaire n'est considérée, il est donc identique pour toutes les éprouvettes. Il suffit donc de fixer le paramètre K, représentant son intensité.

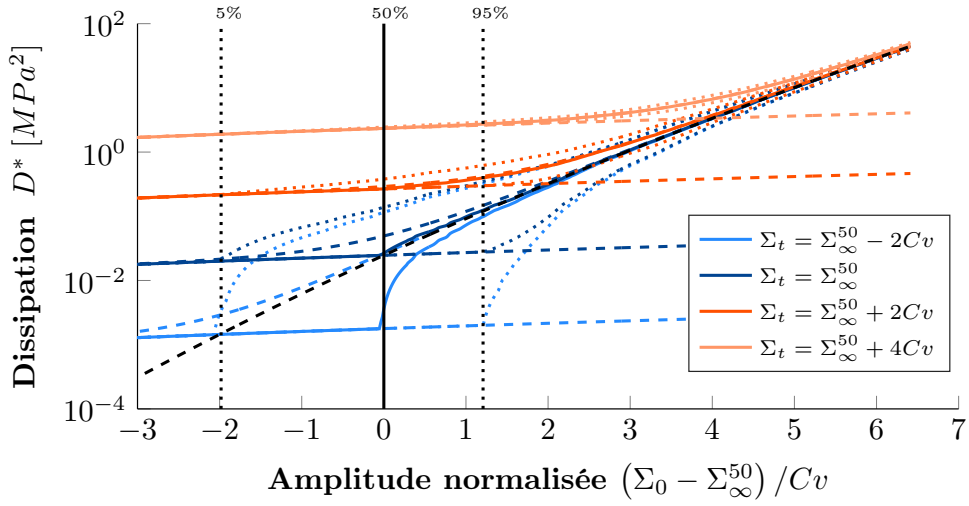
Afin d'illustrer avec différents régimes primaires, ce paramètre K est fixé à partir d'une amplitude de contrainte de transition Σ_t, pour lequel le régime primaire seul est égal au régime secondaire seul, soit

$$K = \frac{4V_0}{h^\mu}\frac{m\ \ln 2}{(m+1)(m+2)}\left(\frac{\Sigma_t}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m. \tag{II.91}$$

Cette amplitude de transition n'a absolument aucun sens physique (les deux régimes ne sont pas liés), mais permet de balayer plusieurs cas et donc différentes intensités de régime primaire. Quatre régimes primaires sont ainsi considérés (Figure II.40).



(a) *Échelle logarithmique*



(b) *Amplitude de contrainte normalisée*

Figure II.40 – *Simulation d'essais d'AE avec différents régimes primaires ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$)*

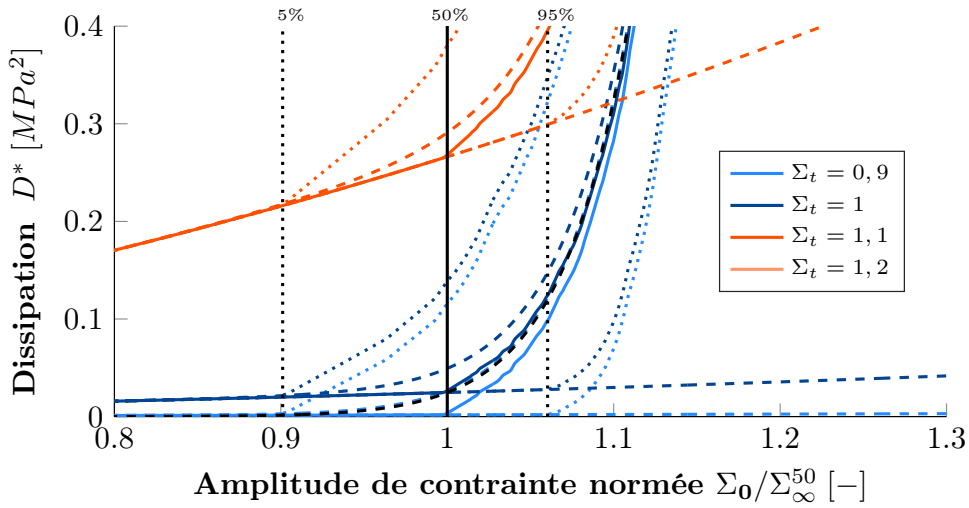


Figure II.41 – *Simulation d'essais d'auto-échauffement avec différents régimes primaires ($\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$) - Représentation en échelle linéaire*

Nécessairement, la répétabilité des courbes d'auto-échauffement n'est pas impactée (il s'agit du même régime secondaire, avec la même variabilité entre éprouvettes). Cela se voit davantage avec une représentation en échelle linéaire (Figure II.41).

Il semble alors possible de déterminer la limite d'endurance comme étant le début du régime secondaire, lorsque la courbe d'auto-échauffement s'éloigne du régime primaire identifié. Ce type d'analyse est mis en œuvre pour le dépouillement des essais d'auto-échauffement réalisés sur des éprouvettes de TA6V, et présenté au Chapitre III.

4 Conclusion et perspectives

Les mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques sont utilisées depuis plus d'un siècle pour évaluer la limite d'endurance des matériaux. De nombreux exemples de la littérature montrent alors la pertinence de l'utilisation de ces méthodes pour accélérer le temps de caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles.

L'objectif de la thèse est de mettre en place la méthode d'auto-échauffement pour l'étude de la fatigue d'alliages métalliques à différentes température. Le développement et l'analyse des courbes d'auto-échauffement passent par de nombreuses étapes clés qui sont :

1. le développement d'un protocole d'essai pour obtenir des courbes d'auto-échauffement exploitables ;
2. la compréhension des mécanismes dissipatifs (origine ? répétabilité ? effet de fréquence ?) ;
3. la modélisation des mécanismes dissipatifs ;
4. la compréhension et la modélisation des liens avec les propriétés en fatigue ;
5. la validation et la comparaison avec des essais de fatigue classiques.

Une étape importante est alors la mise en place du protocole d'essais à haute température (cf. Chapitre III et Chapitre IV).

Dans le cadre des essais d'auto-échauffement sur TA6V (présentés au Chapitre III), le modèle probabiliste à deux échelles est utilisé pour faire le lien avec les propriétés en fatigue. Ainsi, ce modèle a été présenté avec les étapes clés de la modélisation. Il a ensuite été évalué à partir de simulation d'essais d'auto-échauffement, afin de quantifier sa robustesse à identifier le paramètre de dispersion (représenté par le module de Weibull m). Cette étude basée sur la simulation a permis de mieux comprendre le lien entre le début d'apparition des sites et les propriétés en fatigue.

Il s'avère alors que les courbes d'auto-échauffement, par l'analyse de ce modèle probabiliste à deux échelles, sont très répétables et qu'ainsi l'identification du module de Weibull est intrinsèquement très robuste. À la différence des essais de fatigue classique, où seuls les seuils d'apparition des tout premiers sites critiques sont détectés, un essai d'auto-échauffement permet de caractériser l'ensemble de la population de sites. À partir d'hypothèses sur le site critique de cette population (*e.g.* hypothèse du maillon le plus faible), il est possible de remonter aux propriétés en fatigue de l'ensemble des éprouvettes (ayant une même densité moyenne de sites). La répétabilité de la courbe d'auto-échauffement justifie le fait qu'il est possible de caractériser la population d'éprouvettes, donc *a fortiori* le matériau, à partir d'un seul essai, sur une seule éprouvette.

Cette première étude sur la simulation d'essais d'auto-échauffement possède quelques perspectives intéressantes. En effet, il est possible de changer facilement quelques paramètres de la modélisation, comme la forme de la densité moyenne de sites actifs. La simulation permet alors de faciliter la compréhension entre l'apparition des sites de microplasticité et les propriétés en fatigue. De plus, il serait très facile de simuler des processus non uniformes (pour la distribution des sites dans le volume) pour lequel des formules analytiques deviennent très compliquées à obtenir.

Un exemple est présenté en Annexe C pour représenter la dichotomie cœur/surface, avec l'introduction d'une notion de criticité des sites en fonction de leur position dans le volume, ce qui permet ainsi de décrire des courbes de fatigue avec plusieurs mécanismes de rupture. Cette dernière simulation est purement exploratoire.

Dans la suite, un protocole d'essais pour réaliser des essais d'auto-échauffement à haute température est mis en place et des courbes d'auto-échauffement sont obtenues pour deux alliages métalliques utilisés dans l'industrie aéronautique. Des courbes d'auto-échauffement sont ainsi obtenues jusqu'à $350°C$ sur un alliage de titane (Chapitre III). Les courbes sont analysées à partir du modèle probabiliste à deux échelles, ce qui permet d'évaluer rapidement les propriétés en fatigue pour différentes conditions d'essais (de températures et de rapports de charge).

Chapitre

III

Mise en place d'un protocole d'essais d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante : application sur un alliage de titane

Sommaire

1 Présentation de l'alliage de titane étudié . . . **143**
1.1 Généralités sur les alliages de titane . . . 143
1.1.1 Éléments d'alliages . . . 143
1.1.2 Classes d'alliages et propriétés générales . . . 144
1.2 Les alliages de TA6V . . . 145
1.2.1 Microstructures et mécanismes de déformation . . . 145
1.2.2 Macrozones . . . 151
1.2.3 Propriétés en fatigue du TA6V . . . 153
2 Application de la méthode d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante . . . **160**
2.1 Présentation des moyens d'essais . . . 160
2.2 Acquisition de température . . . 161
2.3 Réalisation d'un essai d'auto-échauffement . . . 162
2.4 Répétabilité et lien avec les propriétés en fatigue . . . 167
3 Détermination rapide des propriétés en fatigue du TA6V par la méthode d'auto-échauffement **171**
3.1 Résultats d'essais d'auto-échauffement . . . 171
3.1.1 Influence du rapport de charge . . . 171
3.1.2 Influence de la température . . . 173
3.1.3 Conclusion . . . 174
3.2 Proposition de dépouillement à partir de la modélisation probabiliste à deux échelles 175
3.2.1 Identification du module de Weibull . . . 175
3.2.2 Identification des limites d'endurance médianes . . . 177
3.3 Obtention rapide de diagramme de Haigh . . . 177
3.4 Confrontation/validation avec des essais de fatigue classiques . . . 180
3.4.1 Comparaison avec la base de données . . . 180
3.4.2 Essais complémentaires . . . 182
3.4.3 Analyse et discussion des résultats . . . 183
4 Vers les plus grands rapports de charge . . . **185**
4.1 Difficultés avec les essais d'auto-échauffement . . . 185
4.1.1 Courbe de traction à 250°C . . . 185
4.1.2 Analyse des résultats d'auto-échauffement et de fatigue . . . 186
4.2 Influence d'une pré-déformation plastique sur la courbe d'AE . . . 188
4.2.1 Résultats d'essais pour $R = -1$ . . . 188
4.2.2 Influence du rapport de charge . . . 194
4.2.3 Discussion . . . 195
5 Conclusion et perspectives . . . **198**

La méthode d'auto-échauffement a été présentée au chapitre précédent. Pour illustrer cela, une première étude est réalisée sur des éprouvettes d'un alliage de titane, le TA6V. Ainsi, les objectifs majeurs de ce troisième chapitre sont :

- d'étendre le domaine d'application de la méthode d'auto-échauffement aux hautes-températures pour l'étude de la fatigue des alliages métalliques ;
- de réaliser une première étude sur un matériau dans une gamme de température modérée (de 150°C à 350°C) pour le développement et l'applicabilité de la méthode à haute température (des essais à plus haute température seront présentés dans le chapitre suivant sur un superalliage base nickel) ;
- d'étudier l'influence de différentes températures et différents rapports de charge sur la courbe d'auto-échauffement ;
- d'évaluer l'apport des essais d'auto-échauffement pour l'étude de la fatigue d'un alliage de titane, le TA6V, largement utilisé dans l'industrie aéronautique et la pertinence vis-à-vis d'essais de fatigue classique (avec notamment une comparaison avec des bases de données d'essais de Safran Aircraft Engines) ;
- de mettre en application, du fait des résultats en auto-échauffement, la modélisation probabiliste à deux échelles et ainsi d'évaluer la pertinence des résultats obtenus.

Dans ce chapitre, l'ensemble des résultats d'auto-échauffement obtenus sur le TA6V sont présentés et analysés pour différentes températures et à plusieurs rapports de charge. Ainsi, un protocole d'essais d'auto-échauffement a été développé afin d'obtenir des courbes d'auto-échauffement exploitables à haute température. La difficulté réside dans le fait d'être capable de mesurer des très faibles élévations de température, à savoir l'auto-échauffement de l'éprouvette sous sollicitation cyclique, dans un environnement à haute température.

Dans un premier temps, le matériau étudié dans ce chapitre est présenté. La deuxième partie est consacrée à la description du dispositif expérimental et du protocole d'essai d'auto-échauffement en température. Le protocole est illustré par un essai sur une éprouvette de TA6V pour une condition $T = 250$°C et $R = -1$. Dans une troisième partie, les courbes d'auto-échauffement réalisées pour différentes conditions de températures et de rapports de charge sont présentées et analysées avec la modélisation probabiliste à deux échelles de l'auto-échauffement. Les propriétés en fatigue ainsi déterminées sont alors comparées à des essais de fatigue classiques pour confronter les prévisions réalisées. Enfin dans une troisième partie, des essais d'auto-échauffement supplémentaires sont réalisés afin d'étudier l'influence d'une pré-déformation plastique de l'éprouvette initiale sur la courbe d'auto-échauffement et une discussion est présentée pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement à des rapports de charge plus élevés.

1 Présentation de l'alliage de titane étudié

Les alliages de titanes sont largement employés dans le domaine aéronautique, et tendent même à occuper une place de plus en plus importante. En effet, leurs faibles densités, leurs très bonnes propriétés mécaniques jusqu'à 400°C ainsi que leurs résistances à l'oxydation permettent une large utilisation dans les turboréacteurs. Ainsi, ils sont utilisés dans la partie froide, donc au niveau des compresseurs, que ça soit pour la fabrication des aubes ou des disques. Parmi les alliages de titane, le TA6V (ou Ti-6Al-4V) est le plus utilisé du fait de ses bonnes propriétés générales. Il a donc largement été étudié dans la littérature. De plus, avec le développement des procédés de fabrication additive, de très nombreuses études récentes concernent des alliages de TA6V obtenus par ces procédés de fusion sur lit de poudre (majoritairement EBM, "Electron Beam Melting" et SLM, "Selective Laser Melting").

Dans cette partie, quelques résultats sur le TA6V sont présentés. L'objectif de l'étude est avant tout de mettre en place un protocole d'essais d'auto-échauffement à haute-température, avec comme application ce matériau très largement utilisé dans l'industrie aéronautique.

Ainsi, dans un premier temps, des généralités sur les alliages de titane sont présentées. Ensuite, une deuxième partie est consacrée à des résultats de la littérature sur la caractérisation microstructurale et mécanique du TA6V. L'objectif étant de présenter les mécanismes de déformation et d'endommagement, quelques propriétés à différentes températures et enfin quelques résultats dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles (majoritairement à température ambiante).

1.1 Généralités sur les alliages de titane

Le titane pur possède deux formes cristallographiques différentes :
- la phase α est stable à basse température et est constituée d'une structure cristallographique hexagonale compacte ;
- la phase β cubique centrée est stable à haute température, à partir d'une température de transus β ($T_\beta = 882°C$) et jusqu'à la température de fusion du titane à 1670°C.

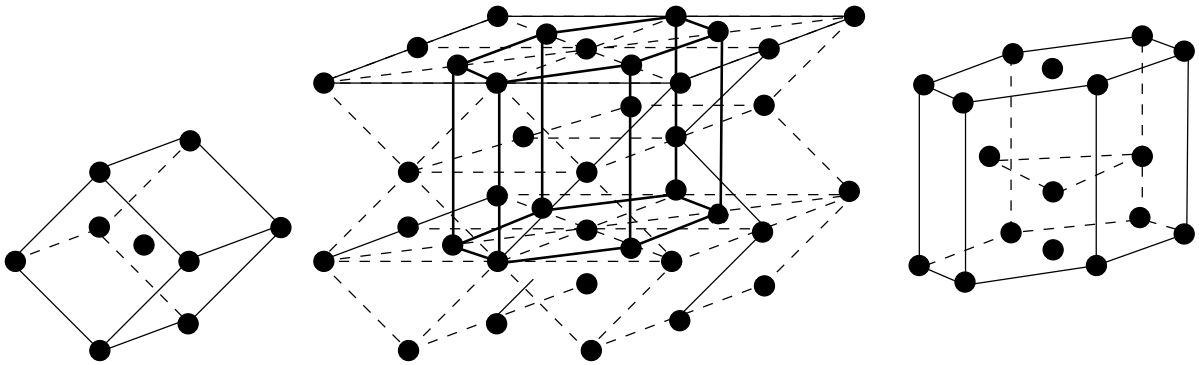


Figure III.1 – *Schéma de Burgers pour les deux phases du titane - passage d'une maille cubique centrée Ti-β (à gauche) à une structure hexagonale compacte Ti-α (à droite) [Combres, 2013]*

1.1.1 Éléments d'alliages

Pour des applications mécaniques, le titane est généralement utilisé sous forme d'alliages. Ainsi, des éléments sont ajoutés en substitution pour les atomes les plus volumineux, ou par insertion (dans un site interstitiel) pour les atomes de plus faible rayon.

Ces éléments se classent suivant leur pouvoir stabilisant pour l'une ou l'autre des deux phases. Ainsi, ils sont qualifiés d'éléments α-gènes, β-gènes ou neutres. Ils modifient alors les propriétés et les équilibres thermodynamiques des deux phases, en impactant la température de transus T_β et en favorisant l'apparition d'états métastables. De plus, l'ajout d'éléments α-gènes ou β-gènes entraîne l'apparition d'un domaine de température pour lequel l'alliage est biphasé $\alpha + \beta$.

- **Éléments α-gènes** :

Les éléments α-gènes élargissent le domaine α en augmentant la température de transus T_β. L'aluminium (Al) est l'élément α-gène le plus couramment utilisé. L'augmentation de la teneur en aluminium a tendance à augmenter la résistance mécanique et la tenue au fluage. Cependant, la teneur en aluminium est souvent limitée à 6% pour ne pas précipiter un intermétallique Ti_3Al, phase nommée α_2, ayant tendance à fragiliser l'alliage [Gray *et al.*, 1990]. Il existe d'autres éléments α-gène, se plaçant en insertion dans des sites interstitiels, comme l'oxygène (O), le carbone (C) et l'azote (N).

Les effets α-gènes sont additifs et la teneur en ce type d'éléments est évaluée en comparant les pouvoirs durcissant en solution des différents éléments (% massique) :

$$[Al]_{eq} = [Al] + \frac{[Zr]}{6} + \frac{[Sn]}{3} + 10([O] + 2[N] + [C]).$$

L'étain (Sn) et le zirconium (Zr) sont qualifiés de neutres, car leur présence a très peu d'effets sur la température T_β, et ils ne forment pas de phase avec le titane. Cependant, ils sont solubles dans les deux phases. De plus, le zirconium a des propriétés chimiques similaires au Ti-α et l'étain agit comme un élément α-gène en présence d'aluminium.

- **Éléments β-gènes** :

Ces éléments abaissent la température de transition entre le domaine β et le domaine $\alpha + \beta$. À des concentrations suffisantes, ils stabilisent la phase β jusqu'à température ambiante. Les plus utilisés sont le vanadium (V), le molybdène (Mo) et le niobium (Nb) ou encore le chrome (Cr), le fer (Fe) ou le silicium (Si), en substitution d'atomes de titane.

Le vanadium en solution dans la phase α permet essentiellement de réduire la tendance à la fragilisation des alliages riches en aluminium.

Il existe de nombreux autres éléments β-gène de substitution, comme le tantale (Ta), le rhénium (Re) ou encore le cuivre (Cu) ou le tungstène (W), mais qui sont moins utilisés ou pas encore dans les alliages industriels.

L'hydrogène (H) est un élément β-gène s'insérant dans les sites interstitiels.

De la même manière que pour les éléments α-gène, un équivalent en teneur d'un élément β-gène est exprimé. Pour cette phase, un équivalent en molybdène est utilisé (% massique) :

$$[Mo]_{eq} = [Mo] + \frac{[V]}{1,5} + \frac{[Cr]}{0,6} + \frac{[Fe]}{0,35} + \frac{[Cu]}{1,3} + \frac{[Nb]}{3,6}.$$

1.1.2 Classes d'alliages et propriétés générales

Les alliages de titane industriel sont classés en trois catégories en fonction de leur structure à température ambiante : α, β ou $\alpha + \beta$. Cette structure dépend du traitement thermomécanique et de la composition chimique de l'alliage, et donc des proportions en éléments α-gènes et β-gènes analysées à partir des concentrations équivalentes en molybdène $[Mo]_{eq}$ et en aluminium $[Al]_{eq}$. Il existe aussi d'autres classifications intermédiaires, comme des alliages quasi α ou des alliages quasi β, mais de manière qualitative, les tendances de comportement des principaux alliages de titanes sont [Combres, 2013] :

- **Alliages α :**

Ils possèdent une bonne résistance au fluage (jusqu'à 650°C) et en général une meilleure résistance à l'oxydation à chaud. Ils peuvent également être employés dans le domaine cryogénique. Cependant, ils sont difficilement déformables à froid et les traitements thermiques ont généralement peu d'effet.

- **Alliages β :**

Ils se déforment plus facilement à température ambiante, avec une résistance accrue à la traction, mais possèdent une plage plus limitée de température d'utilisation. En dessous de -60°C, ils présentent une transition ductile-fragile et au-delà de 350°C, leur structure β devient instable.

- **Alliages $\alpha + \beta$:**

Ces alliages sont caractérisés par une bonne aptitude au forgeage à chaud et acquièrent d'excellentes propriétés mécaniques par traitements thermiques. Il s'agit de la classe d'alliage la plus utilisée. Ils peuvent atteindre des propriétés mécaniques élevées avec des traitements thermiques. De plus, ils restent stables jusqu'à des températures de 450°C. Les propriétés évoluent logiquement en fonction de la proportion de phase α et de phase β. Il s'agit alors d'un compromis entres les différentes qualités des alliages α et β.

Les alliages de TA6V sont des alliages $\alpha + \beta$. Il s'agit des alliages de titane les plus utilisés (de manière générale, et plus spécifiquement dans l'industrie aéronautique).

1.2 Les alliages de TA6V

Les alliages de TA6V, également appelés Ti-6Al-4V ou Ti64 ont une composition nominale massique de 6% d'aluminium ($[Al]_{eq} = 6\%$) et de 4% de vanadium ($[Mo]_{eq} = 2,7\%$), avec donc une base de titane de l'ordre de 90%. Une certaine dispersion est tolérée et il peut y avoir la présence de quelques éléments d'impuretés (Tableau III.1).

Table III.1 – *Composition massique nominale des alliages de TA6V*

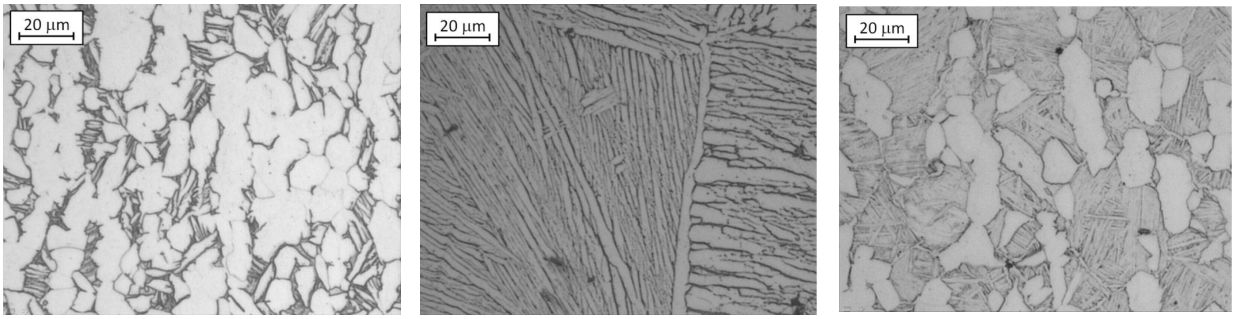
Éléments		**Ti**	Al	V	0	N	Fe	C
Fraction massique (%)	min	**base**	5,5	3,5	-	-	-	-
	max	**base**	6,75	4,5	0,2	0,05	0,3	0,008

Du fait de la présence d'aluminium, la température de transus β est augmentée et est d'environ $T_\beta = 995°C$. Le vanadium stabilise localement la phase β à température ambiante, mais elle reste toujours très minoritaire au sein de la microstructure ($\approx 10\%$). Suivant l'histoire thermomécanique de la matière, les phases α et β existent sous différentes formes. Ainsi, les microstructures peuvent être très diverses, même pour un alliage de composition identique.

1.2.1 Microstructures et mécanismes de déformation

Selon les traitements thermomécaniques réalisés lors de leur élaboration (vitesse de refroidissement, températures et durées de maintiens, quantité de déformation et température lors du corroyage...), les microstructures des alliages de TA6V peuvent être très différentes (en morphologie, en taille de grain, etc.). Il y a globalement trois types de microstructures : entièrement lamellaire, entièrement nodulaire ou bimodale (Figure III.2).

Les propriétés mécaniques d'un alliage découlent de la microstructure, et donc du traitement thermomécanique initiale pour l'obtention du matériau. Par exemple, une augmentation de la taille des grains équiaxes de phase α aura en général tendance à diminuer la résistance à la traction, la ductilité, la ténacité ou encore à diminuer la tenue à la fatigue. En revanche, cette augmentation de la taille des grains conférera une meilleure résistance au fluage.



(a) *Équiaxe : nodules α dans une matrice β vieillie (lamellaire)*

(b) *Lamellaire : lamelles α dans un ancien grain β*

(c) *Bimodale : Nodules et phases lamellaires en proportion identique*

Figure III.2 – *Observations de différentes microstructures de TA6V [Attanasio* et al.*, 2013]*

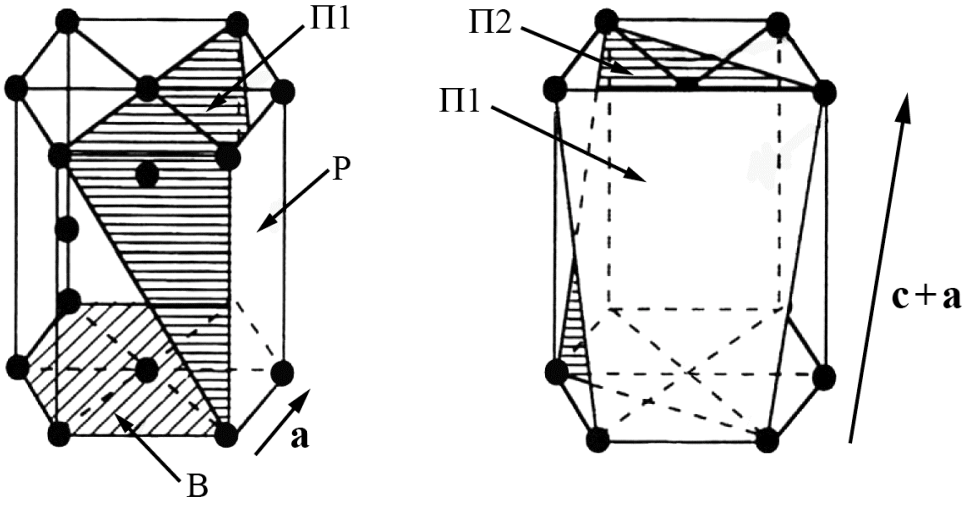
En ce qui concerne les colonies lamellaires, les mêmes constatations ont été réalisées dans la littérature concernant la largeur de ces phases. Cependant, un autre paramètre important entre en jeu et concerne l'enchevêtrement des lamelles. En effet, si celui-ci est augmenté, cela aura tendance à ralentir la propagation de fissure (chemin plus tortueux) et donc augmentera la ténacité de l'alliage. Cependant, cela n'a pas été relié à une amélioration de la tenue en fatigue LCF ou HCF en raison du nombre plus important de sites de nucléation dans une structure lamellaire.

- **Anisotropie du titane :**

La phase majoritaire dans le TA6V est la phase α, de maille hexagonale (Figure III.3). Le Ti-α monocristallin possède un comportement anisotrope [Fisher et Renken, 1981]. Ainsi, si plusieurs grains possèdent une orientation préférentielle, cela peut rendre le matériau anisotrope à l'échelle macroscopique.

- **Systèmes de glissement dans la phase α :**

Les trois directions les plus denses sont représentées par le vecteur **a**, correspondant à l'intersection entre le plan basal, le plus dense, et un des trois plans prismatiques. Il y a alors trois plans de glissements favorables pour activer des dislocations (Figure III.3a) : le glissement basal (3 systèmes), prismatique (3) et pyramidal de $1^{ère}$ espèce (6).



(a) *Selon* **a**

(b) *Selon* **a+c**

Figure III.3 – *Systèmes de glissement dans la maille hexagonale (figure issue de [Castany, 2007]) - (B) Glissement basale (P) Glissement prismatique (Π_1) Glissement pyramidale de 1^{er} espèce (Π_2) Glissement pyramidale de 2^{e} espèce.*

Ces trois types de systèmes ne permettent qu'une déformation perpendiculaire à l'axe **c** de la maille hexagonale. Ainsi, pour accommoder une déformation selon cet axe, il existe deux autres plans de glissement, alors selon **a+c** (Figure III.3b) : les glissements pyramidaux de $1^{ère}$ espèce (12 systèmes) et de 2^{nde} espèce (6). Les cinq types de plans de glissement permettent alors au cristal de se déformer dans tout l'espace.

Dans la maille hexagonale, il y a également quatre systèmes de maclage [Lütjering et Williams, 2007], correspondant alors à un cisaillement du réseau cristallin.

Ces systèmes de déformation n'ont pas tous la même facilité à être activés ; le plan de glissement principal dépend bien évidemment du matériau étudié, mais aussi des éléments d'addition qui impactent les contraintes de cisaillement critique résolue CRSS (Critical Resolved Shear Stress). Ces contraintes déterminent globalement l'ordre de l'activation des systèmes, celui s'activant en premier étant celui ayant la CRSS la plus basse.

Dans le cas du TA6V bimodal, des valeurs de CRSS ont été évaluées dans plusieurs études ; en compression [Jones et Hutchinson, 1981] et en traction [Bridier, 2006]. Ces différentes valeurs permettent d'expliquer des observations réalisées au cours de la traction monotone d'un TA6V bimodal. Une image d'une microstructure bimodale est présentée avec des phases simplifiées (Figure III.4), en effet il existe de nombreuses autres phases et différentes subtilités en fonction des traitements thermomécaniques.

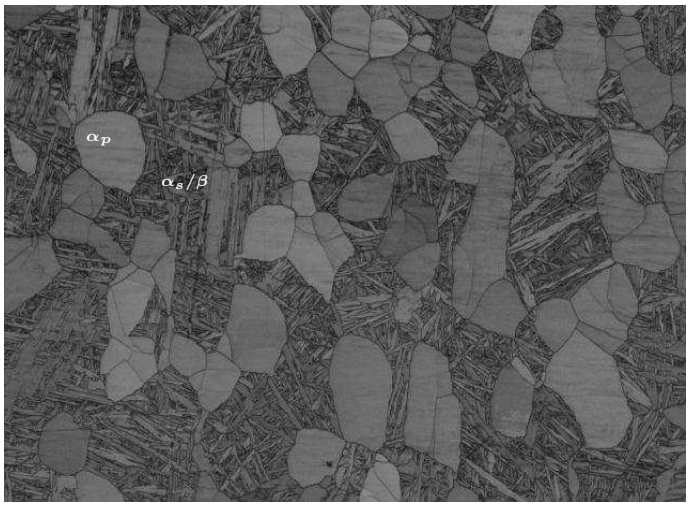


Figure III.4 – *Image au MEB-FEG de la microstructure bimodale du TA6V [Surand, 2013] (issue de [Gey, 2012]) - α_p : phase α primaire sous forme de nodule α ou lamellaire - α_s : phase α secondaire sous forme de petites plaquettes dans la matrice β*

Dans les phases α, les systèmes de glissement prédominants sont ceux de type prismatique et basal (et pyramidal de $1^{ère}$ espèce lorsque le facteur de Schmid est supérieur à 0,47). La plastification des grains n'a lieu que dans ceux favorablement (ou défavorablement) orientés selon la loi de Schmid. Ainsi, dans les nodules α, l'activation des systèmes selon **a+c** est rarement observée, leur CRSS étant généralement deux fois plus élevés que ceux des systèmes selon **a** et le maclage est généralement inexistant [Bridier, 2006, Castany, 2007, Lütjering et Williams, 2007]. Ainsi dans la microstructure bimodale, pour n'importe quelle direction de sollicitation, il y a des grains plus favorablement orientés au glissement prismatique, qui limiteront, voire annuleront, l'activation d'autres systèmes dans le grain ou les grains adjacents alors plus coûteux en énergie.

De manière générale, les CRSS ont tendance à diminuer avec l'augmentation de la température ; les glissements nécessitent moins d'énergie pour être activés [Lütjering et Williams, 2007].

- **Systèmes de glissement dans la phase β :**

Il est généralement admis que la phase β (de maille cubique centrée) est moins déformable que la phase α (limite d'élasticité plus de deux fois supérieure). Bien que des observations de la déformation de la phase β aient été réalisées dans la littérature [Bourgeois, 1997, Savage *et al.*, 2004], celle-ci est généralement négligée étant donné qu'elle ne semble pas gouverner le comportement plastique des alliages étudiés dans la littérature. De plus, cette phase est en plus faible quantité. Ainsi, dans le cas des alliages $\alpha + \beta$, la déformation est souvent résumée à celle de la phase α.

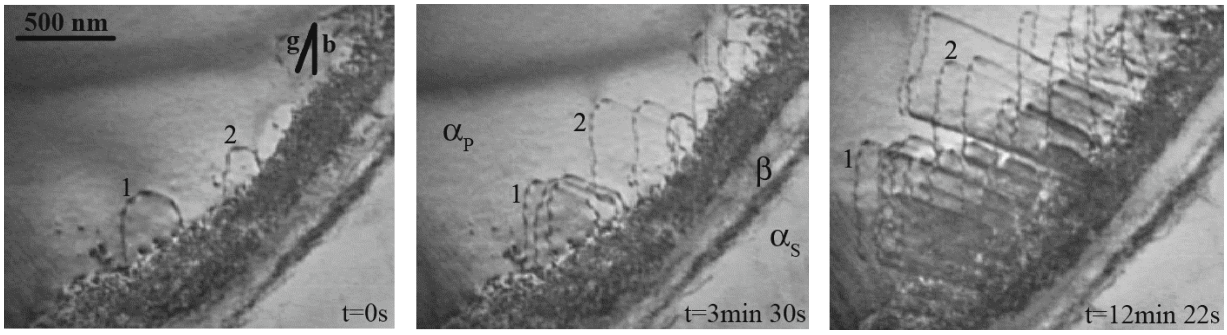
- **Déformation aux niveaux des interfaces :**

Les interfaces peuvent être des lieux privilégiés pour l'apparition de la déformation, pouvant alors mener à l'amorçage de fissure [Le Biavant-Guerrier, 2000].

Du fait de la complexité de la microstructure du TA6V, il y a plusieurs types d'interfaces, impactant la déformation générale du matériau. De nombreuses études et observations ont été réalisées dans la littérature sur le rôle de ces interfaces dans l'émission et la propagation de dislocations, notamment par rapport à la plasticité du TA6V [Castany, 2007]. Castany a pu évaluer le rôle de ces différentes interfaces, qui peuvent être classées en quatre catégories :

- Interface entre un grain équiaxe α_p et la phase β : il s'agit d'un site privilégié pour l'émission de dislocation (Figure III.5).
- Interface entre deux grains équiaxes α_p : il s'agit d'un frein dans la transmission du glissement. Si les grains sont faiblement désorientés, le glissement peut être transmis, cependant il subsistera des dislocations résiduelles dans le premier grain, au niveau de l'interface.
- Interface entre une latte de phase α_s et la matrice β dans une colonie lamellaire : ce ne sont pas des freins majeurs à la transmission du glissement, étant donné que dans une colonie lamellaire les lattes sont quasiment parallèles, très faiblement désorientées les unes par rapport aux autres, et suivent les relations de Burgers avec la matrice β (Figure III.1).
- Interface entre deux colonies de phases lamellaires : il s'agit a priori de l'obstacle le plus difficile à franchir pour le glissement. En effet, la désorientation entre deux colonies adjacentes peut être forte, et comme elles sont constituées de phases β moins déformables, la transmission dépend avant tout du glissement initialement activé dans la phase α.

Pour résumer rapidement les différents mécanismes de déformation dans un TA6V bimodal, Bridier [Bridier, 2006] conclut que ce sont d'abord les grains α qui plastifient, et lorsque la déformation est suffisante, elle est transmise aux lattes de phase α.



(a) **(b)** **(c)**

Figure III.5 – *Observation in situ de l'émission de dislocations à partir d'une interface α_p/β lors d'un essai de traction MET [Castany, 2007]*

- **Comportement viscoplastique du TA6V :**

Le titane est réputé pour fluer à basse température ($T < 200°C$), dès la température ambiante. Ce fluage a largement été étudié dans la littérature [Jousset, 2008, Surand, 2013]. Pour des valeurs de contraintes entre 80% et 90% de la limite d'élasticité, seul un fluage primaire est observé, jusqu'à une vitesse de déformation nulle. La déformation est alors très faible et ne conduit pas à la rupture du matériau. Il s'agit alors d'un fluage d'épuisement ou fluage logarithmique. Pour des niveaux de contrainte plus élevés, les courbes de fluages sont constituées d'un stade primaire puis directement tertiaire conduisant à la rupture du matériau. Ces mécanismes ont pu être reliés aux mécanismes de déformation imposée à vitesse constante (essais de traction), et traduisent alors la sensibilité à la vitesse de déformation du TA6V.

Pour des plus hautes températures ($T > 400°C$, en général en dehors de la gamme d'utilisation du TA6V), des courbes de fluages plus classiques sont obtenues ; constituées d'un stade primaire, puis d'un stade secondaire à vitesse de déformation constante et enfin un stade tertiaire menant à la rupture du matériau :

- Le stade primaire correspond à la diminution rapide de la vitesse de déformation. Pendant ce stade il y a création et propagation des dislocations.
- Le stade secondaire représente en général la majeure partie du fluage, pour lequel la vitesse de déformation est constante. La vitesse dépend alors de la contrainte et de la température (phénomène activé thermiquement). Ce fluage est généralement associé à un modèle de diffusion des atomes au sein de la matière.
- Le stade tertiaire se caractérise par une augmentation de la vitesse de déformation jusqu'à rupture. Il peut s'expliquer en partie par la striction de l'éprouvette, menant à une diminution locale de la section et donc une augmentation brutale de la contrainte jusqu'à la rupture.

Dans le domaine de températures intermédiaires ($200°C < T < 400°C$), un blocage de la viscoplasticité est constaté [Jousset, 2008, Surand, 2013]. Un fluage similaire aux basses températures est observé, mais avec des déformations plus faibles et une vitesse de déformation s'annulant plus rapidement (stade primaire). Ainsi, en raison du faible impacte du fluage dans ce domaine de température, ce domaine est rarement étudié en fluage, mais plutôt en traction. Il est souvent qualifié d'anomalie de viscoplasticité et a pu être expliqué par des phénomènes de vieillissement dynamiques [Surand, 2013].

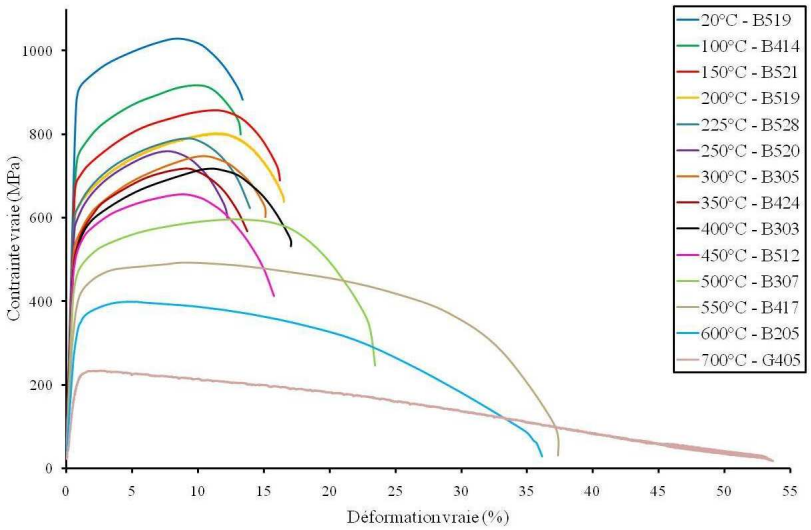
Le comportement viscoplastique du TA6V a été étudié dans ces trois domaines de température. Surand a réalisé de nombreux essais de traction (avec parfois des sauts de vitesse de déformations imposées) et des essais de fluage à plusieurs températures pour pouvoir caractériser les différents mécanismes de viscoplasticité en jeu [Surand, 2013]. Les mécanismes de fluage et de traction (déformation imposée) ont pu être rassemblés. Les trois domaines sont par exemple visibles sur l'évolution de la courbe de traction en fonction de la température (FigureIII.6a), pour laquelle la diminution de la résistance en traction n'est pas linéaire avec la température (FigureIII.6b) ; il existe un domaine ($200°C < T < 400°C$) pour lequel un plateau est observé et où les propriétés en traction évoluent moins avec la température.

Pour résumer, l'interprétation des essais de fluages et de traction se fait à partir de plusieurs phénomènes thermiquement activés [Surand, 2013] :

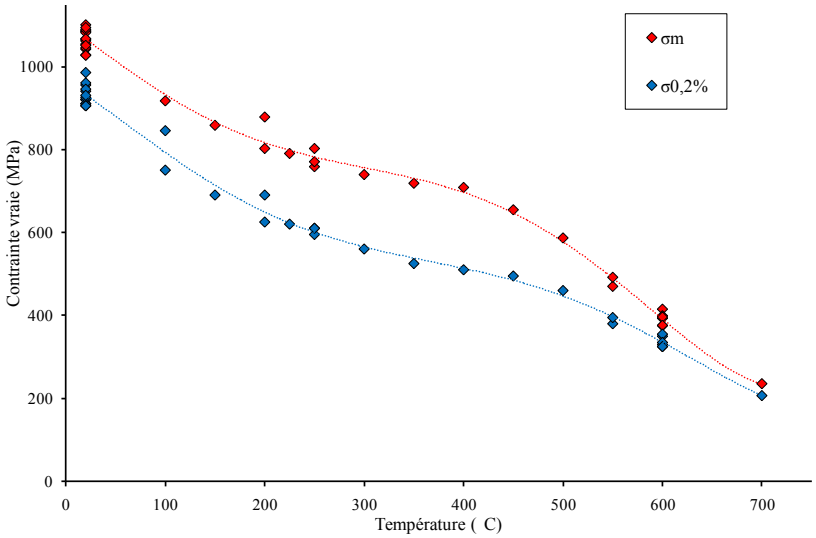
- À basse température ($200°C < T$), le déplacement des dislocations est freiné par les obstacles et défauts du réseau cristallin. La déformation est alors qualifiée de **mode de friction** ; les solutés sont très peu mobiles et ne peuvent pas "suivre" les dislocations. La déformation n'est possible que lorsque l'énergie de la dislocation (fournie thermiquement et/ou mécaniquement par la contrainte appliquée) peut compenser cette énergie de friction. Cela se traduit par un fluage limité, mais existant, et une diminution de la contrainte d'écoulement avec l'augmentation de la température (et une sensibilité à la vitesse de déformation).

- Aux températures intermédiaires ($200°C < T < 400°C$), l'énergie thermique est suffisante pour activer la diffusion de certains éléments en solution solide. Ainsi, ces solutés migrent vers les dislocations, ce qui augmente l'énergie nécessaire au déplacement de la dislocation. Il s'agit alors d'un **mode d'ancrage** des dislocations. Cela se traduit par un fluage très rapidement bloqué (la contrainte d'écoulement ne diminue plus avec la vitesse de déformation), une sensibilité nulle à la vitesse de déformation en traction et une résistance en traction ne diminuant que très peu avec l'augmentation de la température. Le franchissement des obstacles, activé thermiquement, est rapidement compensé par l'établissement d'obstacles sous forme d'atmosphères de solutés (également activés thermiquement à ces températures). Les énergies d'activation dans ce domaine correspondent globalement à l'énergie de diffusion de l'oxygène. Ainsi, il s'agirait des atomes d'oxygène qui ancreraient les dislocations.

- À haute température ($T > 400°C$) l'énergie fournie thermiquement est suffisante pour permettre aux solutés de diffuser aussi vite que se déplacent les dislocations. Ainsi, il n'y a plus d'obstacles à franchir ; il s'agit du **mode de traînage** des solutés. Cela se traduit par un fluage s'activant dès de faibles contraintes appliquées, et en traction, par une diminution rapide de la contrainte d'écoulement avec l'augmentation de la température.



(a) *Évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la température*



(b) *Évolution de la résistance maximale (σm) et de la limite d'élasticité ($\sigma 0,2\%$)*

Figure III.6 – *Courbes de traction d'un alliage de TA6V en fonction de la température [Surand, 2013]*

• **Influence de l'environnement (et nitruration) :**
L'oxygène (élément α-gène) jouerait un rôle déterminant à haute température. De nombreuses études se sont donc portées sur l'effet de cet élément sur les propriétés mécaniques de l'alliage (élasticité, résistance, fissuration...) [Kahveci et Welsh, 1986, Liu et Welsh, 1988, Lee et Welsh, 1990]. En effet, l'oxygène a de plus tendance à diminuer la solubilité de l'aluminium dans la phase α et donc favoriser la précipitation d'un intermétallique (Ti_3Al) fragilisant l'alliage [Gray *et al.*, 1990]. D'autres études sont menées sur le vieillissement du TA6V à haute température et axées sur l'effet de la pénétration en oxygène. Par exemple, Rosen et Rottem [Rosen et Rottem, 1976] ont obtenu une couche enrichie en oxygène autour de leurs échantillons. Bien que cette phase soit fragilisante et que la microstructure soit localement modifiée, ils ne constatent alors pas de grandes différences sur les propriétés mécaniques et les mécanismes de déformation de l'alliage.

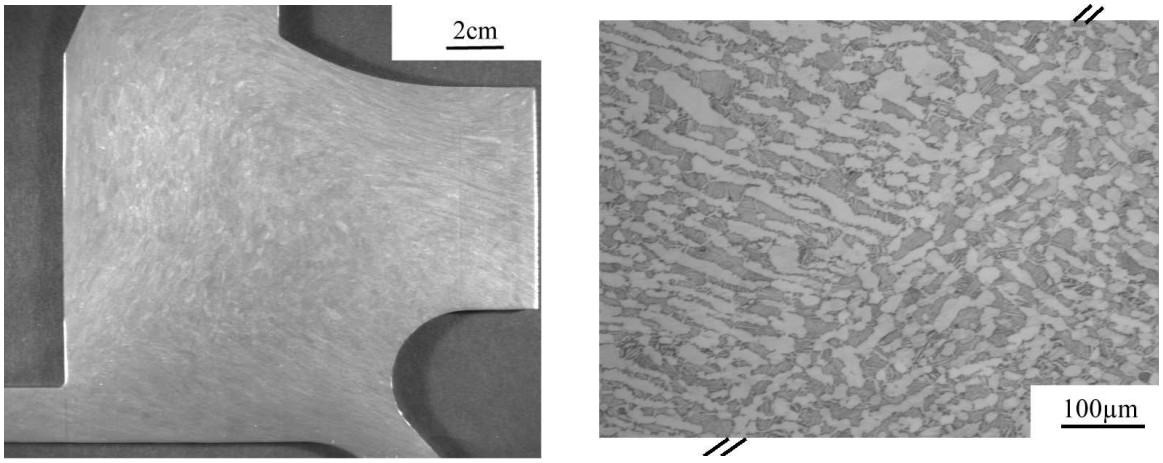
L'azote est également un élément α-gène se plaçant dans les sites interstitiels. Il jouerait le même rôle que l'oxygène (au même titre que le carbone) et la teneur en interstitiels est exprimée en équivalent oxygène ($O^* = O + 2N + C$). Le traitement de nitruration entraîne alors la précipitation de phases durcissantes. Des observations de la microstructure et des mécanismes de déformations dans les couches d'un TA6V nitruré ont été réalisées dans la littérature [Castany, 2007].

Concernant l'hydrogène (élément β-gène), il faciliterait la plasticité de l'alliage, dès la température ambiante. En effet, la résistance au fluage primaire décroît avec la teneur en hydrogène pour des alliages de titane β [Mignot, 2003, Jousset, 2008]. Dans le cas du TA6V, la phase β est minoritaire, et l'effet de l'hydrogène est donc supposé négligeable.

Les alliages de TA6V ont largement été étudiés dans la littérature, notamment par le fait que ce sont les alliages de titane les plus utilisés dans l'industrie, pour de nombreuses applications bien différentes. Il existe de nombreuses microstructures possibles obtenues par traitement thermomécanique, leur conférant des propriétés mécaniques différentes, adaptées aux besoins.

1.2.2 Macrozones

Pour les pièces issues de forgeage, il peut exister des hétérogénéités à l'échelle macroscopique issues du fibrage de la matière. Ces hétérogénéités ont été qualifiées de macrozones, et représentent alors des zones avec des grains possédant des orientations privilégiées [Le Biavant-Guerrier, 2000] (Figure III.7).

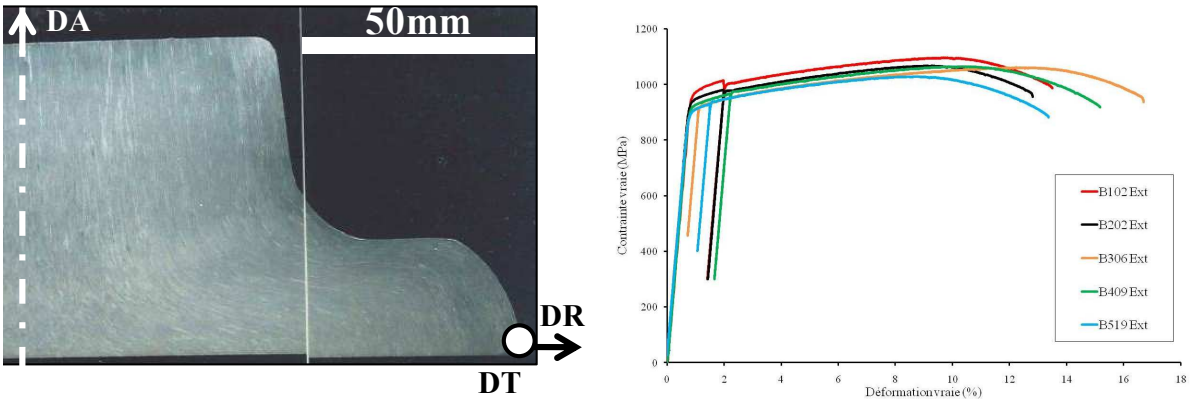


(a) *Tranche de disque fan - Attaque macrographique mettant en évidence le fibrage apparu lors du forgeage*

(b) *Interface nette entre deux macrozones, possédant chacune plusieurs dizaines de grains avec des orientations privilégiées*

Figure III.7 – *Mise en évidence de macrozones, provenant de la texture de la matière à l'issue du forgeage et ayant des grains α avec une orientation préférentielle [Le Biavant-Guerrier, 2000]*

Ces zones peuvent s'étendre sur plusieurs centimètres, ce qui rend la matière anisotrope à l'échelle macroscopique. Cela impacte les propriétés mécaniques des éprouvettes en fonction du lieu et sens de prélèvement [Surand, 2013] (Figure III.8). Ces variations de comportement restent modérées, mais ajoutent tout de même de la dispersion. Ces macrozones impactent l'amorçage et la propagation de fissures de fatigue dans le TA6V [Le Biavant-Guerrier, 2000] (Figure III.9). En effet, Le Biavant-Guerrier a pu observer des amorçages de fissures de fatigue (pour des éprouvettes sollicitées en flexion) dans des directions parallèles aux bandes de glissement dans les nodules α. Ces fissures se propagent dans les grains adjacents, favorablement orientés, que ça soit des colonies lamellaires ou des nodules α (Figure III.9a).

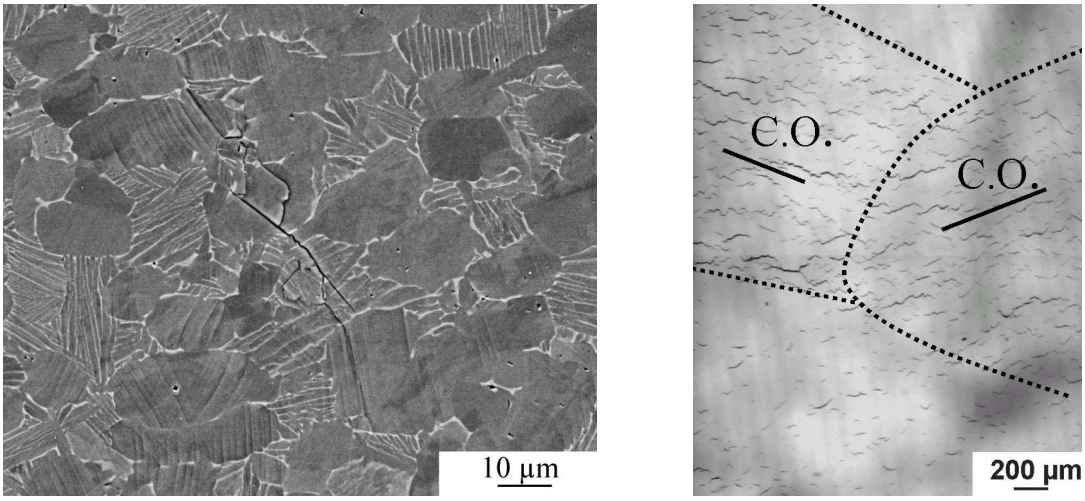


(a) *Fibrage après forgeage d'une section de galet au sein duquel des éprouvettes sont prélevées*

(b) *Courbes de traction à 20°C d'éprouvettes issues du même galet (étages de prélèvement différents)*

Figure III.8 – *Variations de propriétés mécaniques du fait de l'hétérogénéité de la matière (gradient de microstructure) [Surand, 2013]*

Étant donné que les macrozones sont caractérisées par un ensemble de grains avec une orientation préférentielle, les fissures sont généralement parallèles et se propagent plus facilement au sein d'une même macrozone. Les fissures peuvent alors être arrêtées à la frontière de deux macrozones défavorablement orientées. Ainsi, les macrozones possèdent des orientations et des densités différentes de fissuration (Figure III.9b).



(a) *Amorçage d'une fissure parallèlement aux bandes de glissement (activation d'un système basal ou prismatique)*

(b) *Orientation des fissures par macrozone (C. O. ="Crack Orientation")*

Figure III.9 – *Étude de l'amorçage et du glissement à la surface d'éprouvettes sollicitées en flexion cyclique [Le Biavant-Guerrier, 2000]*

1.2.3 Propriétés en fatigue du TA6V

Les propriétés en fatigue d'un alliage de titane sont susceptibles de varier considérablement selon sa microstructure, et donc selon sa mise en œuvre thermodynamique.

a) Fatigue oligocyclique (LCF)

Pour de fortes amplitudes de déformation imposées (donc plutôt dans le domaine LCF), Legendre a mis en évidence un adoucissement cyclique du TA6V à $20°C$ et à $300°C$, pour quatre microstructures différentes (deux bimodales et deux équiaxes) [Legendre, 1993]. Les courbes de contraintes-déformations (Figure III.10) en traction-compression montrent en effet cet adoucissement cyclique. De plus, une dissymétrie (de quelques dizaines de MPa) entre le comportement en compression et en traction a été mise en évidence. Pour des niveaux de sollicitation plus faibles, une stabilité des contraintes est constatée (en déformation imposée).

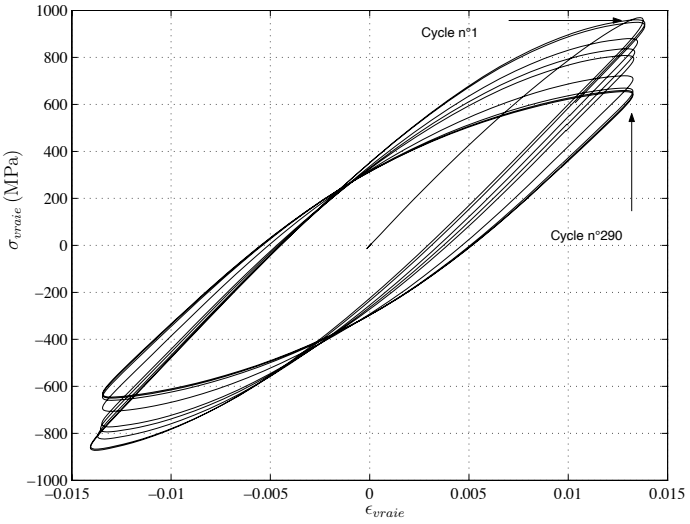


Figure III.10 – *Courbe contrainte-déformation vraie lors d'un essai de traction-compression cyclique à déformation imposée de 1,3% et à température ambiante [Delahay, 2004]*

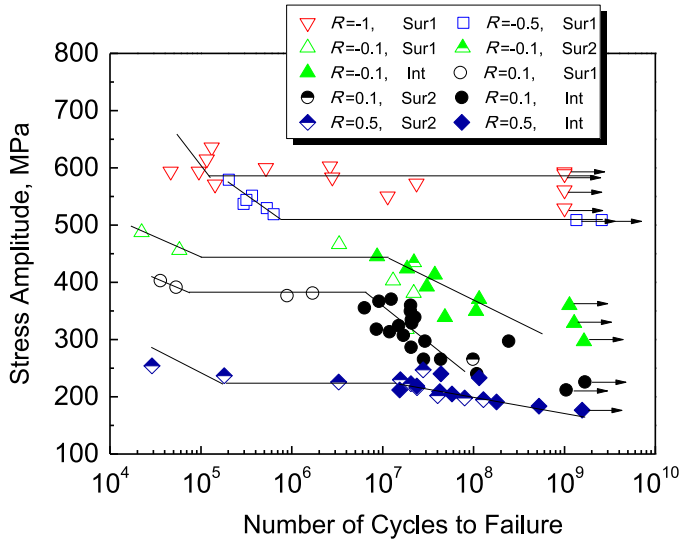
Dans ce domaine de la fatigue, les phases d'amorçage et de propagation de fissures sont généralement prises en compte. Les mécanismes d'amorçage ont été observés dans la phase α pour le TA6V au niveau de bandes de glissement persistantes au sein des nodules α (Figure III.9a) ou dans la structure lamellaire. D'après Benson *et al.* [Benson *et al.*, 1972], cette localisation du cisaillement s'explique par la présence d'aluminium, qui conduit alors à l'amorçage de fissure de manière très précoce ; jusqu'à 3% de la durée de vie. L'amorçage se produit généralement à 45° de l'axe de sollicitation macroscopique, puis bifurque pour se propager perpendiculairement à la contrainte principale.

b) Fatigue à grand et très grand nombre de cycles (HCF/VHCF)

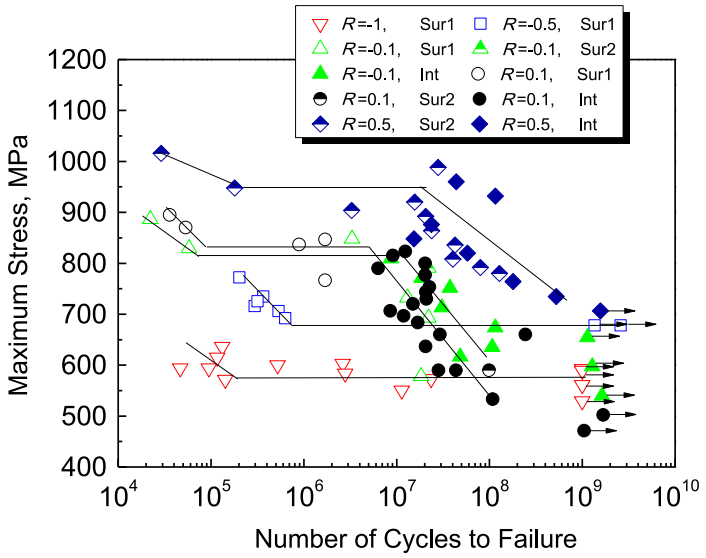
Dans ces domaines pour les alliages de titane, les essais à grand nombre de cycles sont majoritairement pilotés par la phase d'amorçage ; la propagation ne représentant qu'une très faible partie de la durée de vie de l'éprouvette. Il est très difficile de comparer des résultats de la littérature ; les microstructures, l'état de surface ou encore la géométrie des éprouvettes (effets de volumes et d'hétérogénéité de contrainte) peuvent être très différents. La grande majorité des études publiées présentent des résultats à température ambiante. Dans la suite, quelques résultats en HCF/VHCF sont présentés avec des éprouvettes de TA6V forgé.

- **Mécanismes d'amorçage des fissures :**

De nombreux alliages de titane présentent une grande sensibilité à l'effet de surface. Ainsi, le mécanisme d'amorçage observé en HCF est généralement en surface pour des durées de vie inférieures à 10^7 cycles. Un changement de mécanisme est parfois observé selon le niveau de contrainte appliquée pour passer à une rupture provenant d'un amorçage en interne. Cela a été constaté pour plusieurs alliages de titanes, quelles que soient les conditions de température et d'environnement [Mailly, 1999]. Pour les grands rapports de charge, la rupture du TA6V devient largement ductile, avec potentiellement plusieurs mécanismes en compétition et sans site de propagation de fissure apparent [Morrissey *et al.*, 1999]. Cela est par exemple illustré par les travaux de Liu *et al.* [Liu *et al.*, 2015] qui présentent des essais de fatigue sur un TA6V à microstructure bimodale dans les domaines HCF et VHCF, pour plusieurs rapports de charge, et réalisés à 20kHz sur une machine de fatigue ultrasonore [1] (Figure III.11).



(a) *Représentation en amplitude de contrainte*

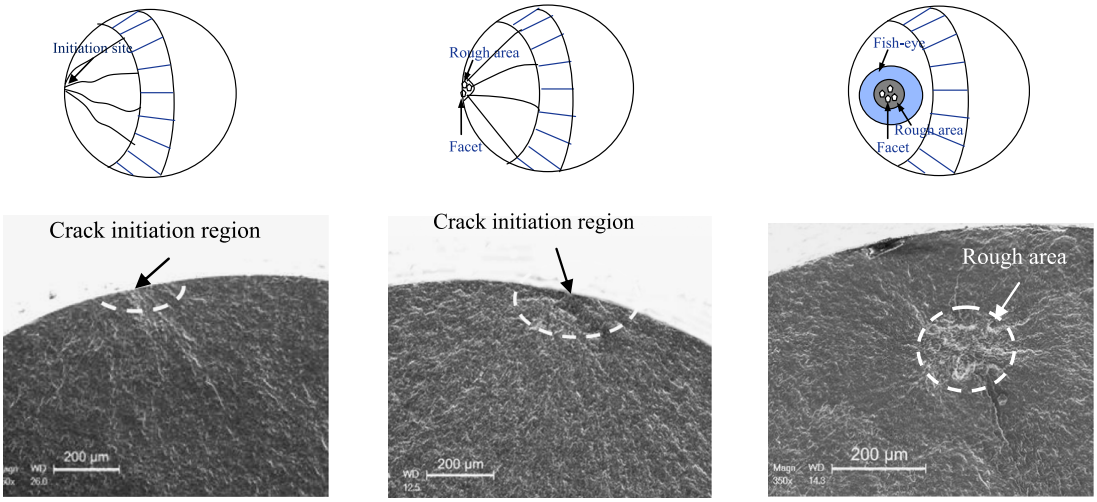


(b) *Représentation en contrainte maximale*

Figure III.11 – *Influence du rapport de charge sur des essais de fatigue réalisés sur un TA6V bimodal à température ambiante et à 20kHz [Liu* et al.*, 2015]*

1. L'auteur constate un auto-échauffement très important des éprouvettes au cours de ces essais ultrasonores ; les éprouvettes sont donc refroidies pour compenser cet auto-échauffement, sans plus de précision.

Les différents types d'amorçages présentés sur ces courbes de fatigue sont classés par les auteurs dans trois catégories : *Sur1* présentant un amorçage à la surface, *Sur2* à la surface caractérisée par des facettes de pseudo-clivage et enfin *Int* correspondant à un amorçage en interne avec facettes de pseudo-clivage (Figure III.11). Le changement de mécanisme peut donc intervenir pour des durées de vie très élevées, même après 10^7 cycles. L'extrapolation de la durée de vie est donc parfois risquée.



(a) *Initiation en surface (Sur1) sans facette de pseudo-clivage*

(b) *Initiation en surface (Sur2) avec facettes de pseudo-clivage*

(c) *Initiation en interne (Int) avec facettes de pseudo-clivage*

Figure III.12 – *Classification (selon [Liu* et al.*, 2015]) des différentes morphologies de fractographies obtenues (Figure III.11) et donc des mécanismes d'amorçage dans les domaines HCF et VHCF*

Cependant, il est en général constaté une "vraie" limite d'endurance, dans le sens où une rupture du comportement à $10^6 - 10^7$ cycles est observé avec un comportement quasi-asymptotique, pour des rapports de charge faibles. Concernant des essais avec une contrainte moyenne plus élevée, plusieurs mécanismes de ruptures apparaissent et des courbes de fatigue dites "duplex" sont obtenues. De nombreuses études ont été réalisées sur ces sujets, spécifiquement pour des alliages de titane, avec des approches probabilistes de compétition de défauts, avec parfois de la simulation numérique (tirages aléatoires) [Chandran et Jha, 2005, Chandran *et al.*, 2009, Liu *et al.*, 2015].

Une étude complémentaire à la simulation d'essais d'auto-échauffement (cf. Chapitre II) est présentée en Annexe C, qui permet d'obtenir et de modéliser simplement ce type de comportement à plusieurs mécanismes de rupture.

- **Influence du rapport de charge :**

L'impact du chargement moyen a largement été étudié dans le cas du TA6V, dans les domaines HCF et VHCF [Morrissey *et al.*, 1999, Bellows *et al.*, 1999, Boyce et Ritchie, 2001, Nicholas, 2002, Furuya et Takeuchi, 2014, Liu *et al.*, 2015]. Comme annoncé précédemment dans le cas des alliages de titane, le rapport de charge peut impacter le mécanisme de rupture. Un exemple de diagramme de Haigh, obtenue par la méthode des paliers à 10^7 cycles (cf. Chapitre I), illustre alors l'influence de la contrainte moyenne (Figure III.13).

Pour obtenir ce diagramme, les éprouvettes ont été rechargées jusqu'à rupture et aucune considération de cumul de dommage ou de compétition de mode de rupture n'a été considérée. Pour des rapports de charge très élevés, supérieurs à $R = 0,8$, des fractographies d'éprouvettes de TA6V (sollicitées à température ambiante) montrent même une absence totale de clivage ou de strie : les ruptures sont ductiles et ressemblent en tout point, même après 10^7 cycles, à des ruptures issues d'essais de traction [Nicholas, 2002].

Certains auteurs qualifient alors "d'anomalie" la sensibilité à la contrainte moyenne du TA6V, du fait que le diagramme de Haigh ne peut pas être simplement décrit par de simples modèles comme Goodman, Soderberg ou Gerber, mais surtout du fait de son évolution importante en fonction du nombre de cycles considéré (différents mécanismes de rupture pour des rapports de charge élevés) [Oberwinkler, 2016, Bandyopadhyay *et al.*, 2019].

De plus en plus d'études tendent vers la détermination des propriétés en fatigue pour des rapports de charge élevés ; avec donc des contraintes maximales très grandes, où la prise en compte de la plasticité est nécessaire et l'interaction avec le fluage lors d'essais longs est parfois constatée.

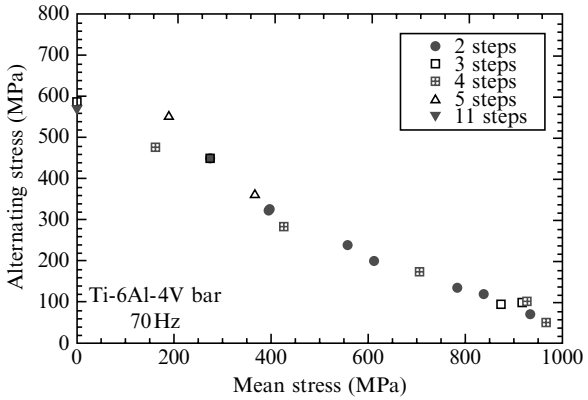


Figure III.13 – *Diagramme de Haigh du TA6V obtenu par la méthode des paliers à 10^7 cycles à température ambiante (paliers réalisés successivement à rapport de charge constant) [Nicholas, 2002]*

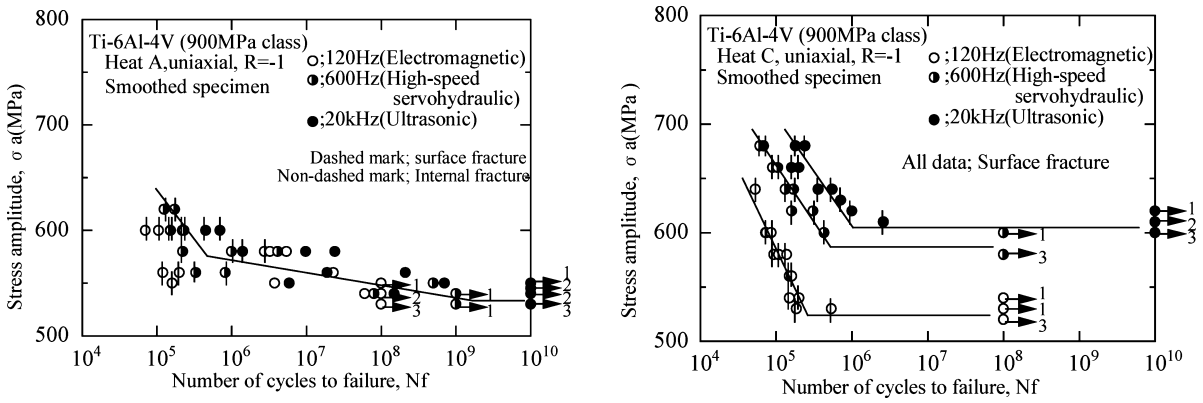
- **Effet de la fréquence de sollicitation :**

Cet effet peut rassembler plusieurs phénomènes différents :

- liés à la vitesse de sollicitation et donc à des effets de viscosité ;
- liés aux échanges physico-chimiques (surtout dans la considération d'amorçage en surface ou de propagation de fissure) avec le milieu ambiant ;
- liés au temps de maintiens à fortes contraintes, et donc à l'interaction avec le fluage.

Plusieurs études ont été menées sur le TA6V et présentent des résultats d'essais pour différentes fréquences de sollicitation [Morrissey *et al.*, 1999, Ritchie *et al.*, 1999, Morrissey et Nicholas, 2006, Takeuchi *et al.*, 2008].

Les travaux de Takeuchi *et al.* [Takeuchi *et al.*, 2008] montrent une très légère influence de la fréquence de sollicitation dans le cas d'amorçage en interne, sur une plage de fréquence de 120Hz à 20kHz (Figure III.14a). Lors d'amorçage en surface, un plus grand effet de fréquence est parfois constaté (Figure III.14b).



(a) *Microstructure A (en interne)* **(b)** *Microstructure C (à la surface)*

Figure III.14 – *Effet de la fréquence sur le mécanisme d'amorçage et la durée de vie de deux microstructures différentes [Takeuchi* et al.*, 2008]*

- **Influence de l'environnement :**

Les alliages de titane sont réputés pour avoir de bonnes propriétés mécaniques à haute-température et une bonne résistance aux environnements corrosives [Mailly, 1999]. En ce qui concerne des résultats de fatigue à différentes températures dans le domaine HCF, il existe très peu de résultats (publiés) sur l'influence de la température sur les durées de vie d'éprouvettes en TA6V.

Il y a par exemple quelques résultats d'essais dans la publication de Tokaji *et al.* [Tokaji, 2006], cependant la majorité des essais ne se situent pas vraiment dans le domaine HCF, et les températures considérées sont très élevées pour le TA6V (Figure III.15).

Il est généralement admis que pour le TA6V, l'évolution de la limite d'endurance du matériau diminue avec l'augmentation de la température d'essais, tout comme la résistance maximale du matériau et sa limite d'élasticité, bien qu'il n'y ait pas de liens direct (Figure III.6b).

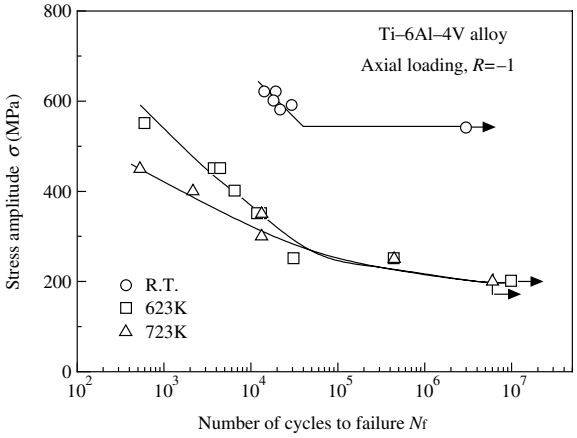


Figure III.15 – *Effet de la température sur la courbe de fatigue du TA6V pour différentes températures [Tokaji, 2006]* - $623K = 349℃$ *et* $723K = 449℃$

- **Influence de la surface :**

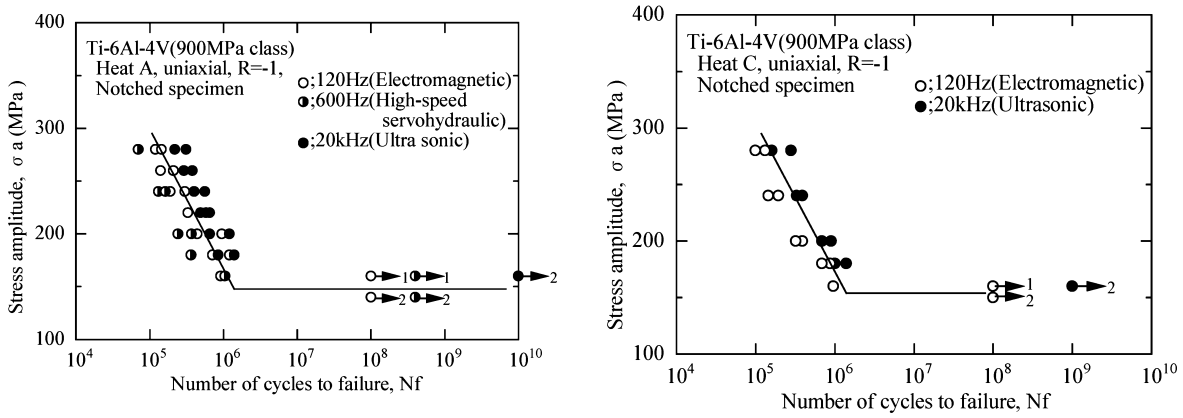
L'état de la surface est un élément important à prendre en compte en fatigue, d'autant plus avec la sensibilité à l'amorçage en surface des éprouvettes de titane. Il peut regrouper plusieurs phénomènes, comme la rugosité de surface, les contraintes résiduelles ou encore les modifications locales de microstructures. Il existe quelques études dans la littérature pour évaluer les influences de l'usinage, de différents traitements comme le grenaillage, ou encore des effets de nitruration ou d'oxydation (relié aux effets d'environnement).

- **Effet d'entaille et effet de volume et d'hétérogénéité de contrainte :**

De même, il y a de nombreux résultats d'essais sur des éprouvettes entaillées dans la littérature [Haritos *et al.*, 1999, Takeuchi *et al.*, 2008]. Plusieurs phénomènes influencent ces essais :

- effet d'une concentration de contrainte (K_t) ;
- effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte (liés à la probabilité de trouver un défaut critique) ;
- effet de gradient de contrainte (qui tend à ralentir la propagation de fissure) ;
- effet de plasticité localisé à l'entaille (relaxation...) ;
- et bien sûr les effets de surface, déjà évoqués, qui sont plus fortement sollicités (et en général plus marqués lors de l'usinage de petites entailles, que ça soit en rugosité de la surface, ou en contraintes résiduelles).

Il est très difficile d'analyser ces essais de la littérature du fait du grand nombre de paramètres et d'effets mis en jeu. Par exemple, Takeuchi *et al.* [Takeuchi *et al.*, 2008] présentent des résultats d'essais de fatigue sur des éprouvettes entaillées (Figure III.16), pour les deux mêmes microstructures précédentes (Figure III.14).



(a) *Microstructure A* **(b)** *Microstructure C*

Figure III.16 – *Résultats d'essais sur deux microstructures (Figure III.14) avec des éprouvettes entaillées (ruptures en surface) [Takeuchi* et al.*, 2008]*

Les géométries d'éprouvettes entaillées ne sont pas précisées, ni même les valeurs de concentration de contrainte. Les amorçages sont systématiquement à la surface, mais un effet de fréquence plus limité est constaté sur les durées de vie (notamment sur la Microstructure C). Les auteurs expliquent ces résultats par un amorçage rapide de la fissure du fait de la concentration de contrainte, puis par une propagation plus longue et réduite à une zone plastique. Ainsi d'après les auteurs, seule la phase d'amorçage dépendrait de la fréquence de sollicitation, mais pas la phase de propagation.

Certains de ces aspects sont discutés en Annexe A, concernant le dépouillement d'une campagne d'essais de fatigue sur différentes géométries d'éprouvettes entaillées de TA6V. Les résultats de la campagne sont évalués et comparés à des modèles volumiques probabilistes simples prenant en compte les effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte. Pour le TA6V, des études ont été réalisées sur ces effets dans le cas du développement d'une approche probabiliste volumique en fatigue multiaxiale pour l'analyse de différents types de sollicitations (traction, torsion, flexion rotative...) [Delahay, 2004], ou encore pour l'analyse de l'influence de micro-entailles par des approches volumiques, surfaciques et sub-surfacique [Simon, 2016].

c) Conclusion et objectifs des essais d'AE sur TA6V

Les propriétés en fatigue dépendent de très nombreux paramètres et sont parfois difficiles à évaluer (caractère aléatoire des essais de fatigue et dispersion, nombre d'éprouvettes, temps et coût de caractérisation...). De plus, le TA6V possède une microstructure complexe et de grandes différences peuvent donc être constatées en comparant les différentes valeurs de la littérature. Cependant, il est possible de généraliser quelques constatations sur les propriétés en fatigue du TA6V (à température ambiante) :

- Le TA6V est sensible à l'état de la surface. Certaines courbes (notamment pour les rapports de charges plus élevés) peuvent représenter plusieurs mécanismes de rupture, avec une compétition entre les amorçages en surface et en interne. La transition entre les mécanismes pouvant se faire autour de 10^7 cycles.
- Il y a *a priori* peu d'effet de la fréquence de sollicitation (sauf pour quelques cas de microstructure avec des amorçages de fissure en surface sur éprouvettes lisse).
- Des questions se posent sur l'influence des grands rapports de charges, avec le changement de mécanisme constaté et les effets des contraintes maximales élevées.

En ce qui concerne les essais d'auto-échauffement, l'objectif principal du chapitre est la mise en place d'un protocole pour la réalisation d'essais à haute-température. Pour cela, des éprouvettes de fatigue de TA6V ont directement été fournies par Safran Aircraft Engines. Les éprouvettes ont été obtenues par usinage dans des barres forgées de diamètres 45mm. Pour cette étude, deux lots d'éprouvettes ont été utilisés. Aucune différence en auto-échauffement et en termes de durées de vie en fatigue n'a été constatée entre ces deux lots. Les résultats seront présentés sans distinction. Pour des raisons de confidentialité, les contraintes sont normées.

La première étape est donc le développement du protocole expérimental pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante. Ainsi par la suite, plusieurs températures et rapports de charges sont testés pour évaluer leurs influences sur la courbe d'auto-échauffement. L'objectif du chapitre est alors d'évaluer l'apport de ces mesures d'auto-échauffement pour l'étude des mécanismes d'endommagement et sur la pertinence des résultats obtenus vis-à-vis des essais de fatigue classiques.

2 Application de la méthode d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante

Les essais d'auto-échauffement consiste à appliquer une succession de paliers de chargement cyclique à une éprouvette, et d'étudier l'évolution de sa température au cours de ces phases de sollicitation. Afin de déterminer une faible élévation de température dans un environnement à haute température, il est nécessaire de bien contrôler tous les aspects de l'environnement thermique au cours de l'essai. Il s'agit alors d'optimiser l'acquisition de température, pour atteindre les meilleures résolutions possible, ainsi que les conditions aux limites thermiques (régulation du four, stabilisation de l'environnement, confinement du four...).

Dans cette partie, le protocole pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement sous chargement de traction-compression est présenté. Un essai réalisé sur du TA6V à $250°C$ avec un rapport de charge de $R = -1$ permet d'illustrer le déroulement et l'analyse d'une courbe d'auto-échauffement.

L'ensemble des résultats de ce chapitre utilise des contraintes qui sont normées par une valeur représentant environ la limite d'élasticité du TA6V à $250°C$.

2.1 Présentation des moyens d'essais

L'ensemble des essais sur TA6V ont été réalisés sur une machine hydraulique INSTRON d'une capacité maximale de $100kN$ et équipée de mors haute-température (Figure III.17). Un système de refroidissement par eau permet de protéger le vérin hydraulique et la cellule d'effort.

Figure III.17 – *Dispositif expérimental - Machine hydraulique de traction-compression équipée de mors haute-température et d'un four à résistance (contrôle en trois zones)*

Le système de chauffage retenu pour la réalisation d'essais à haute-température s'est porté sur un four à résistance CERHEC, en trois zones de contrôle. L'objectif est d'avoir une enceinte fermée avec une grande inertie afin d'obtenir un environnement thermique le plus stable possible. Ainsi, le four est confiné avec de la fibre de céramique pour éviter au maximum les pertes thermiques et les perturbations extérieures.

2.2 Acquisition de température

Les éprouvettes testées au cours de cette étude sont toutes identiques. La géométrie des éprouvettes est cylindrique, avec donc une zone utile pour laquelle la section est constante. Une approche 0D, avec une vision moyenne dans le volume de l'éprouvette, est adoptée. Une mesure ponctuelle par thermocouple suffit donc à rendre compte de l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique de l'éprouvette.

Des thermocouples de type K sont utilisés pour évaluer les variations de température au cours de l'essai. Ainsi, un thermocouple est fixé dans la partie utile de l'éprouvette, et deux autres thermocouples sont utilisés pour évaluer les variations de température de l'environnement immédiat de l'éprouvette. Ils sont placés au niveau des mors, suffisamment proches de l'éprouvette tout en n'étant pas affectés par l'auto-échauffement au cours de sa sollicitation cyclique (Figure III.18).

Les thermocouples sont ligaturés et un ciment céramique est ajouté pour bien maintenir la soudure du thermocouple au contact de l'éprouvette. Cela permet également d'isoler la mesure de l'air ambiant du four, ce qui réduit le bruit de mesure.

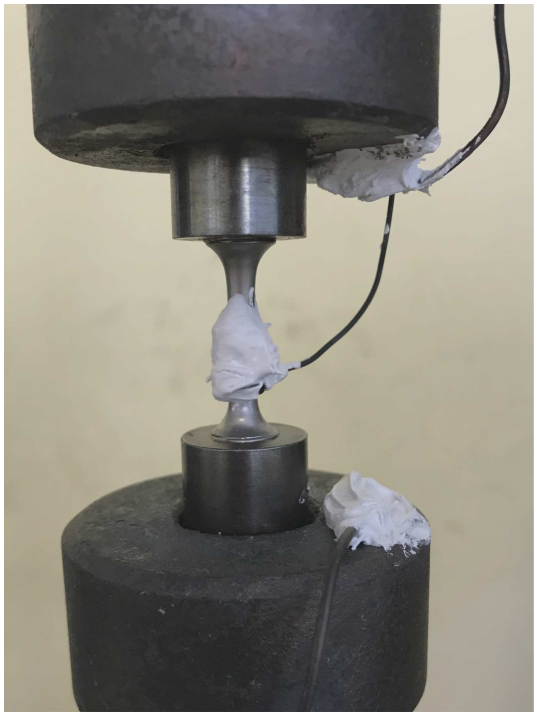


Figure III.18 – *Fixation des thermocouples : sur la zone utile de l'éprouvette et dans l'environnement immédiat de l'éprouvette*

Du fait du bon confinement du four et du refroidissement des mors, les principales pertes thermiques sont dues à la conduction au sein des mors. Un gradient thermique est donc présent au niveau de la ligne de la machine d'essai. Il est nécessaire d'attendre une bonne stabilisation du four avant la réalisation de l'essai. L'état stabilisé correspond alors à un gradient de température, qui est minimisé dans l'environnement proche de l'éprouvette par la taille importante des mors et du four par rapport à la zone utile de l'éprouvette.

Lors de la sollicitation, l'auto-échauffement de l'éprouvette s'ajoute à ce gradient thermique. Il est alors possible d'isoler l'élévation de température de l'éprouvette, par rapport à l'état stabilisé, par la relation

$$\theta = T_{EP} - \frac{T_{MH} + T_{MB}}{2}, \tag{III.1}$$

avec T_{EP} la température de l'éprouvette, T_{MH} celle du mors haut et T_{MB} celle du mors bas.

Les essais cycliques sont réalisés avec une fréquence de sollicitation de $f = 30Hz$. Le temps de réponse associé à un thermocouple est de l'ordre de la seconde ; la fréquence d'acquisition thermique est alors fixée à $1Hz$. Ainsi, lors de la sollicitation, la variation du signal mesuré sur une seconde correspond à l'élévation de la température de l'éprouvette moyennée sur 30 cycles de sollicitation, moyennée dans le volume (approche 0D). La résolution des thermocouples (dépendant du type et de leurs dimensions, ainsi que du moyen d'acquisition) est de l'ordre du centième de degrés K. Le bruit de mesure dans un état stabilisé est d'environ $0,05K$ (pour θ), ce qui sera alors considéré comme étant l'incertitude de la mesure.

2.3 Réalisation d'un essai d'auto-échauffement

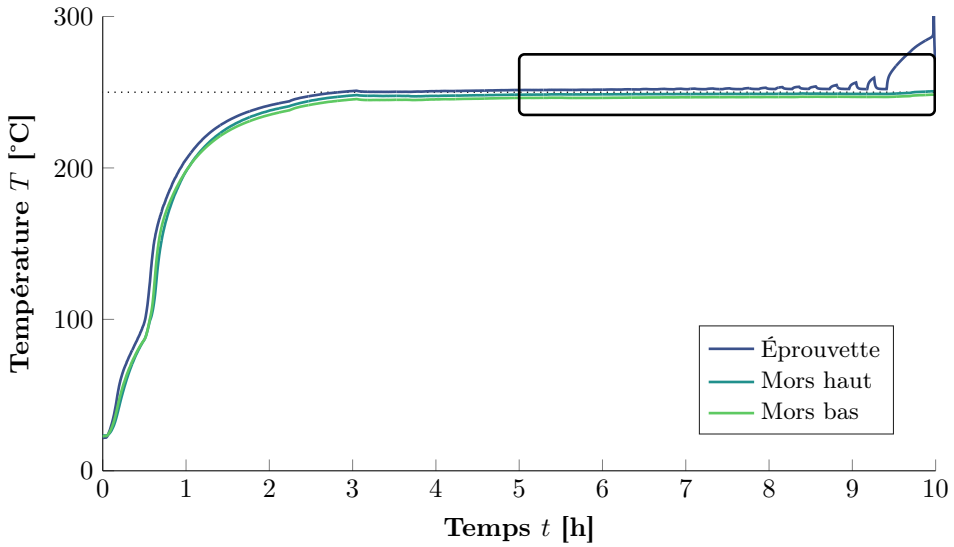
La réalisation d'un essai d'auto-échauffement consiste en une succession de blocs de chargements cycliques avec une amplitude de chargement croissante. Chaque bloc est effectué à la même fréquence de sollicitation de $30Hz$. L'ensemble de la courbe est réalisée à un même rapport de charge R et à la même température T.

Le nombre total de paliers et les valeurs des amplitudes pour une courbe d'auto-échauffement se déterminent par expérience et sont un compromis entre la capacité de la machine (pas minimum entre deux amplitudes), une bonne description de la courbe d'auto-échauffement (avec suffisamment de points autour de la limite d'endurance) et le temps d'essai. Ainsi, pour un essai d'auto-échauffement constitués d'une vingtaine de paliers, il faut environ quatre heures d'essais (Figure III.19), soit une dizaine d'heures en tout avec un four pour cette gamme de température avec la mise en place, la montée et la stabilisation de la température.

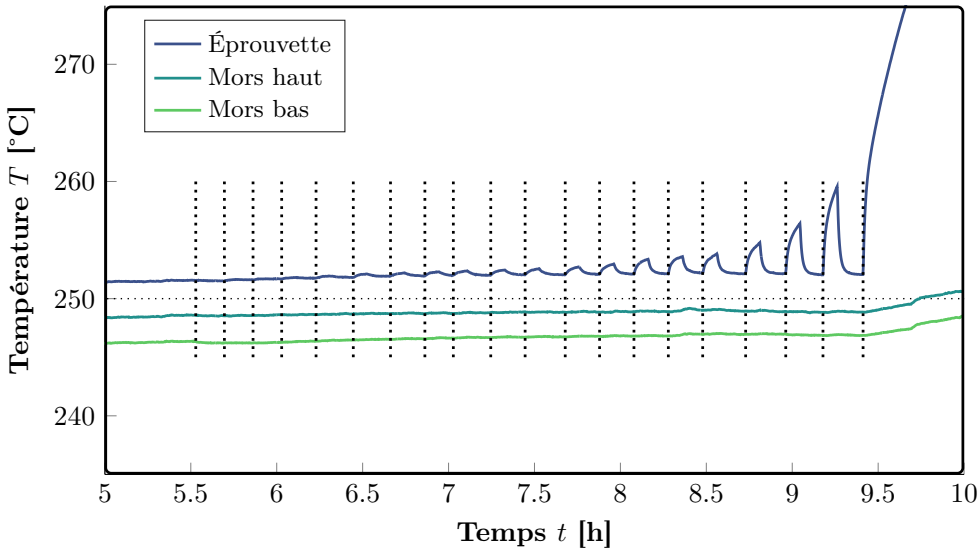
Le nombre de cycles par palier est choisi par rapport au temps nécessaire à la stabilisation de température, et donc par rapport au temps de mise en place de l'équilibre thermique τ_{eq}. Avec les éprouvettes de TA6V et ce montage d'essai (Figure III.17), une sollicitation cyclique $t_0 = 300s$ suffit pour atteindre l'équilibre thermique ; ce qui correspond à des paliers de 9000 cycles à la fréquence de $30Hz$. En effet, le temps caractéristique évalué lors du retour à l'équilibre après sollicitation est d'environ $\tau_{eq} = 60s$. Il est difficile de l'évaluer précisément. Aucune variation de ce temps caractéristique n'a été constatée lors des essais à différentes températures (même ordre de grandeur pour tous les essais réalisés sur éprouvettes de TA6V).

Les paliers sont définis par un chargement cyclique en effort imposé de 9000 cycles à $30Hz$. Pour des paliers de quelques milliers de cycles réalisés à amplitude croissante, le pas d'amplitude entre deux blocs n'a, *a priori*, pas d'impact sur la courbe d'auto-échauffement ; il ne s'agit que de quelques milliers de cycles, pour des amplitudes de chargement dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles, ainsi, le cumul de dommage est en général négligeable [Munier, 2012, Louge, 2019].

Le dernier palier est mené jusqu'à rupture. Un nombre de cycles à la limite du domaine de la fatigue à grand nombre de cycles est recherché (autour de 10^5 cycles), soit une sollicitation d'environ une heure à $30Hz$. En général pour ces derniers paliers à amplitude de contrainte importante, la température ne se stabilise plus ; le terme source n'est plus constant.



(a) *Suivi de température des trois thermocouples (Figure III.18)*



(b) *Suivi de température lors de l'essai d'auto-échauffement (zoom)*

Figure III.19 – *Suivi de température au cours d'un essai d'auto-échauffement sur une éprouvette de TA6V avec $T = 250℃$ et $R = -1$ - Les temps initiaux des paliers sont mis en évidence*

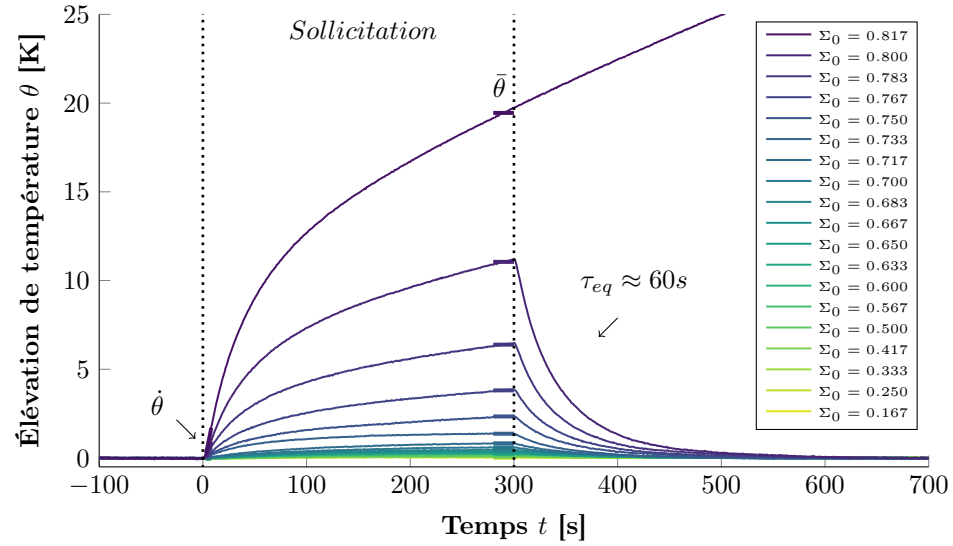
Au cours de l'essai d'auto-échauffement, la régulation du four n'est pas reliée directement à la température de l'éprouvette, au cas contraire l'auto-échauffement impacterait l'environnement thermique. De plus, les sollicitations sont très courtes (lors des paliers d'auto-échauffement) et avec des variations de température de l'éprouvette relativement faibles. Comme l'inertie du four est très importante, l'environnement thermique n'est pas impacté par l'auto-échauffement de l'éprouvette.

L'intérêt de la mesure différentielle en θ, et donc avec trois thermocouples [1], est de pouvoir compenser les variations de l'environnement thermique (et indépendamment de la phase de sollicitation ou non). En effet, ces variations sont liés à la régulation du four et sont très faibles, avec de plus une inertie importante (et peuvent même correspondre à la fin de la stabilisation de l'environnement thermique dans le four). Sur les 4-5h que dure un essai d'auto-échauffement, il se peut en effet que la température de l'environnement thermique évolue de quelques dixièmes de degrés, indépendamment du fait de l'auto-échauffement de l'éprouvette.

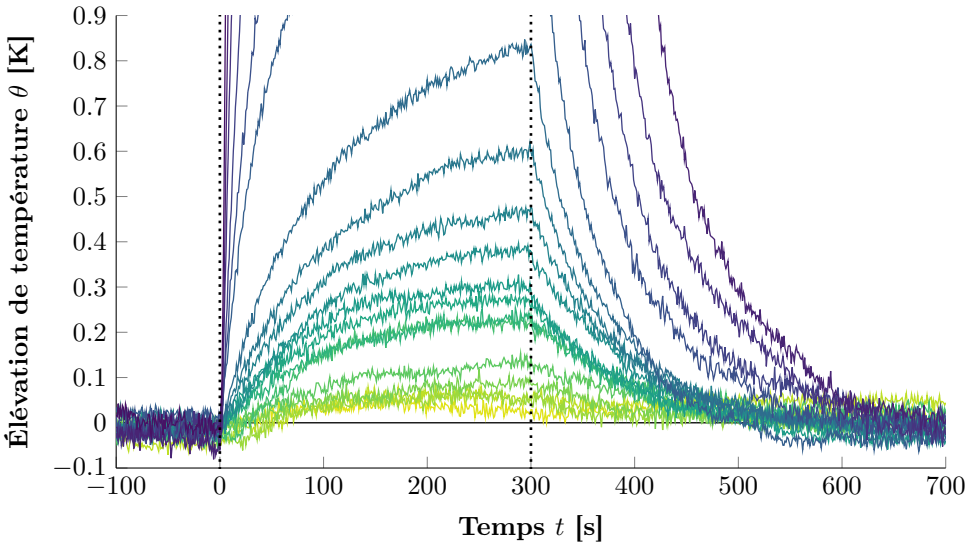
1. En théorie, deux thermocouples suffisent. Un troisième thermocouple est utilisé à température ambiante pour quantifier l'évolution de la température du vérin hydraulique lors des phases de sollicitation [Doudard, 2004, Munier, 2012]. Avec le four, et les mors refroidis, l'évolution de la température du vérin n'impacte logiquement pas la mesure. Cependant, trois thermocouples sont tout de même utilisés sur la ligne pour avoir une idée du gradient thermique.

- **Traitement des paliers d'auto-échauffement :**

Les paliers d'auto-échauffement sont analysés séparément (Figure III.20). L'objectif est d'évaluer précisément l'augmentation de température uniquement due à cette phase de sollicitation et bien observer un retour à l'équilibre thermique, soit $\theta = 0K$ (avec un offset légérement différents pour chaque palier).



(a) *Analyse des paliers d'auto-échauffement*



(b) *Zoom sur les paliers à faible amplitude de chargement*

Figure III.20 – *Évolution de la température moyenne pour chacun des paliers de chargement lors d'un essai sur le TA6V ($T = 250°C$ et $R = -1$)*

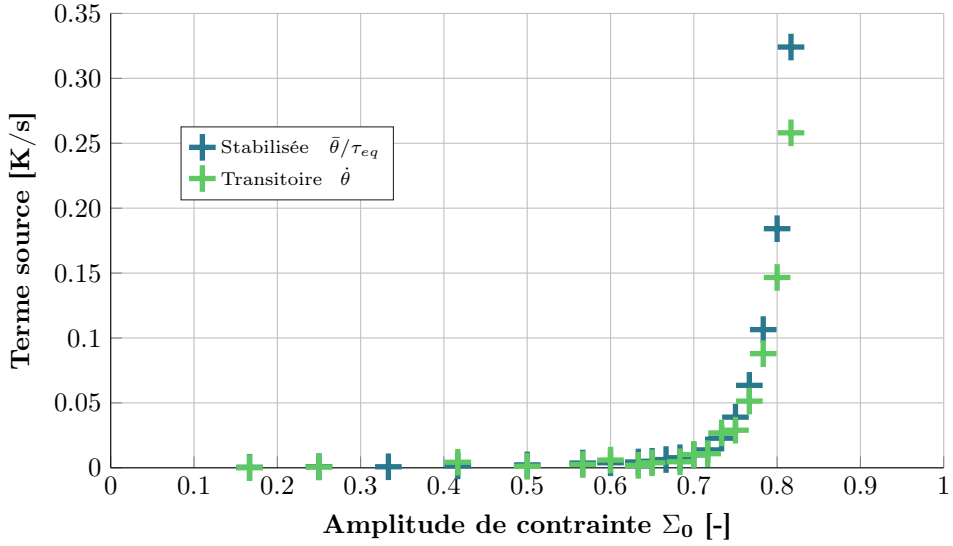
Le protocole mis en place permet bien de détecter de très faibles élévations de température (inférieures à $0,1K$) autour d'une température de $250°C$ et pour des niveaux de contraintes très faibles, bien au-dessous de la limite d'élasticité macroscopique du TA6V à $250°C$ (valeur ayant servie à normer les contraintes).

Des élévations de température sont bien constatées pour des faibles contraintes (et à haute-température). Cela traduit donc l'activation de phénomènes dissipatifs, pour des niveaux de contraintes bien en dessous de la limite d'élasticité macroscopique.

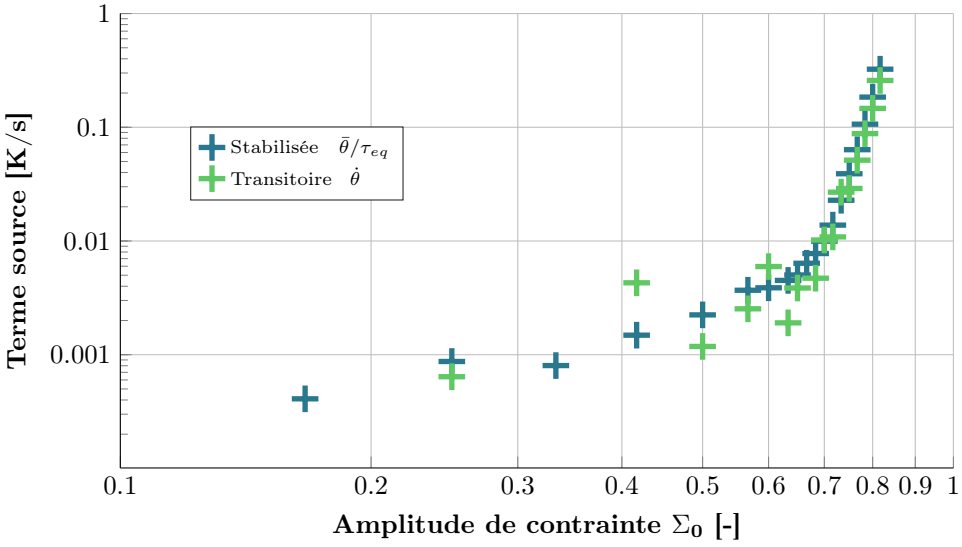
- **Obtention de la courbe d'auto-échauffement :**

Afin de valider le dépouillement, et comme les résolutions de température sont suffisantes pour le TA6V, les deux méthodes d'analyse vont être comparées pour évaluer la dissipation de l'éprouvette à partir de la mesure thermique : l'analyse en régime stabilisé ($\bar{\theta}$) et l'analyse en régime transitoire ($\dot{\theta}_{t\to 0}$) (cf. Chapitre II). Les termes sources ainsi calculés sont représentés en fonction de l'amplitude du chargement appliquée (Figure III.21), avec $\tau_{eq} = 60s$, afin d'obtenir les courbes d'auto-échauffement.

Les deux méthodes d'analyse de la dissipation donnent des résultats semblables. L'évaluation de la vitesse d'élévation de température initiale ($\dot{\theta}_{t\to 0}$) est délicate lorsque l'élévation de température est très faible. De plus, l'analyse se faisant sur les 10 premières secondes, les valeurs tendent à être sous-estimées du fait des échanges thermiques. Au contraire, les valeurs de dissipation déterminées avec la méthode stabilisée tendent à être surestimées, étant donné que les derniers paliers ne semblent pas se stabiliser (terme source non constant).



(a) *Échelle linéaire*



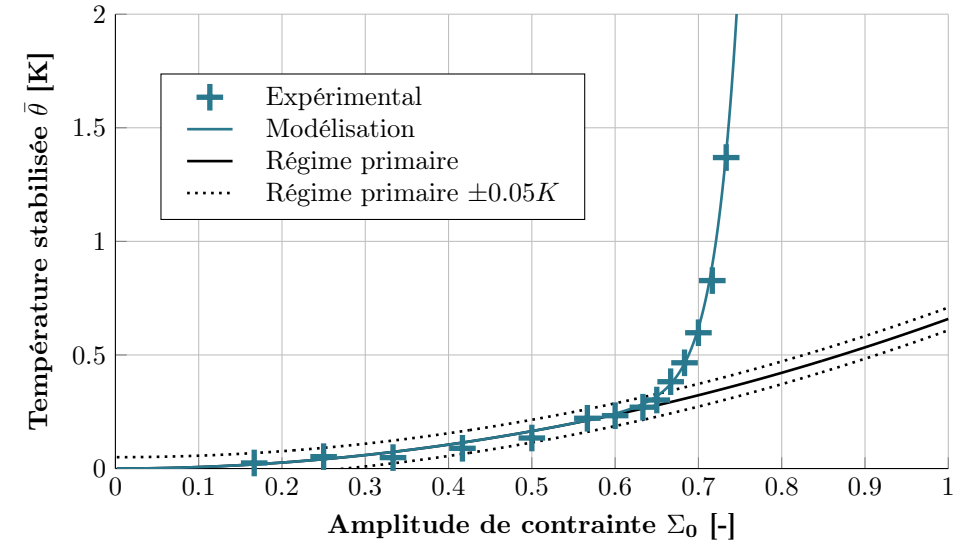
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.21 – *Obtention d'une courbe d'auto-échauffement - TA6V avec $T = 250℃$ et $R = -1$*

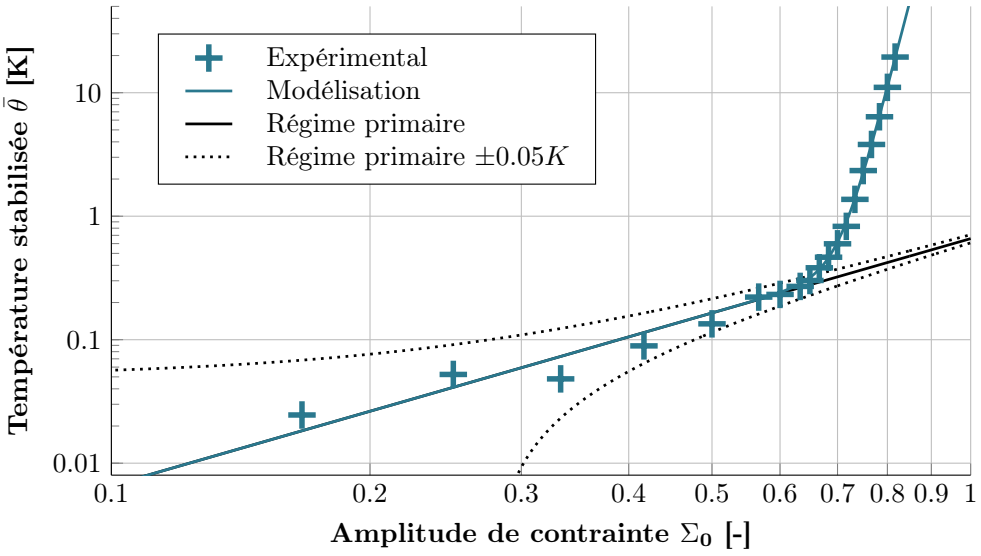
Cependant, comme les deux méthodes d'analyse donnent des résultats proches, les valeurs de $\bar{\theta}$ pour des paliers ne se stabilisant pas sont tout de même conservées. L'important est de toujours garder un même temps d'analyse, et de dépouiller tous les essais de la même manière. En effet, l'intérêt de la méthode est d'évaluer l'évolution de la dissipation en fonction de l'amplitude de contrainte, donc de manière qualitative. Les valeurs de dissipation ne sont pas utilisées de manière quantitative pour le moment. La résolution est meilleure lors de l'analyse en régime stabilisée et c'est donc cette méthode qui sera utilisée par la suite. Les prochaines courbes d'auto-échauffement seront représentées en $\bar{\theta}$, bien que ça ne soit pas une donnée intrinsèque du matériau.

- **Présence de deux régimes d'auto-échauffement :**

Deux régimes sont visibles sur la courbe d'auto-échauffement (Figure III.21b). La pente du régime primaire identifiée est $n = 1,9$. Ce qui est en accord avec les observations réalisées sur les aciers à température ambiante. Elle est donc fixée à 2 pour la suite. La modélisation probabiliste à deux échelles, développée et validée sur une large gamme d'aciers [Munier, 2012] (cf. Chapitre II), est utilisée pour l'analyse des courbes d'auto-échauffement sur TA6V. Ce modèle est alors identifié sur la courbe d'auto-échauffement obtenue avec la méthode d'analyse stabilisée (Figure III.22).



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.22 – *Identification du modèle probabiliste à deux échelles sur une courbe d'auto-échauffement de TA6V ($T = 250℃$ et $R = -1$)*

L'évolution de la température stabilisée $\bar{\theta}$ en fonction de l'amplitude de contrainte Σ_0 est définie par

$$\bar{\theta} = \alpha \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^2 + \beta \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^{m+2}, \tag{III.2}$$

où α représente l'intensité du régime primaire, β l'intensité du régime secondaire, et $m+2$ est la pente du régime secondaire (en échelle logarithmique).

Le modèle fait intervenir deux phénomènes dissipatifs : un mécanisme de microplasticité diffuse, décrit par une matrice élastoplastique, et un mécanisme de microplasticité localisée, décrit par une population de sites élastoplastiques s'activant avec l'amplitude de contrainte. Les propriétés en fatigue sont évaluées à partir d'une hypothèse de maillon faible (cf. Chapitre II).

Pour rappel, les valeurs d'amplitudes sont normées par la limite d'élasticité du TA6V à $250°C$. La dissipation intervient alors largement dans le domaine d'élasticité macroscopique de l'éprouvette. Dans ce modèle, l'analyse du régime secondaire permet de déterminer les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. La limite d'endurance médiane Σ_∞^{50} est associée au début du régime secondaire, soit en analysant la courbe d'auto-échauffement pour le palier $\Sigma_0 = 0,633$ (Figure III.22). La dispersion en fatigue est déterminée avec la pente du régime secondaire, qui fait intervenir le module de Weibull. L'identification donne $m = 24,9$, soit un coefficient de variation de $C_v = 0,05$.

Cette courbe d'auto-échauffement, obtenue en une dizaine d'heures, permet d'évaluer la limite d'endurance médiane et la dispersion associée avec une seule éprouvette. Cette analyse est réalisée avec le modèle probabiliste à deux échelles permettant de décrire l'auto-échauffement. Ce modèle est utilisé pour le TA6V uniquement du fait de la présence de deux régimes d'auto-échauffement.

2.4 Répétabilité et lien avec les propriétés en fatigue

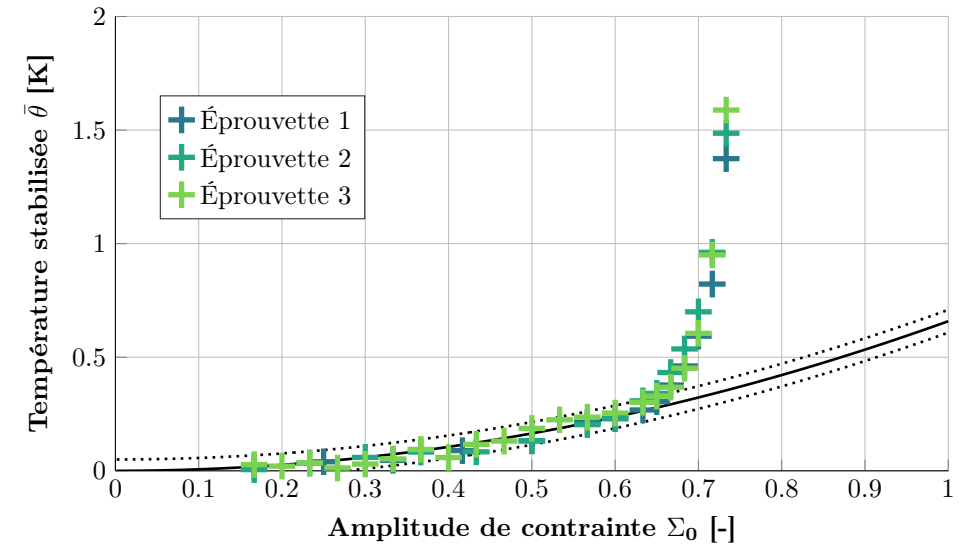
Plusieurs essais ont été réalisés dans les mêmes conditions de température de $250°C$ et de rapport de charge $R = -1$. Les courbes d'auto-échauffement sont superposées pour être comparées (Figure III.23).

Pour illustrer la variabilité expérimentale, les modules de Weibull sont identifiés à partir des régimes secondaires. L'identification se fait dans la gamme d'amplitude $[0,73 - 0,80]$ et donne des valeurs de dispersion pour les trois éprouvettes :

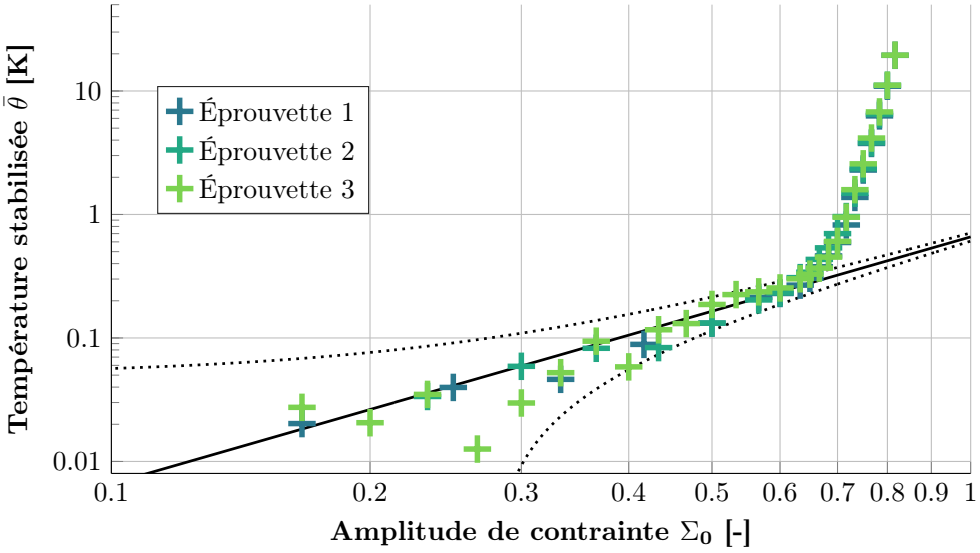
- $m = 24,9$ soit $C_v = 0,050$ pour l'éprouvette 1 ;
- $m = 26,2$ soit $C_v = 0,048$ pour l'éprouvette 2 ;
- $m = 24,3$ soit $C_v = 0,051$ pour l'éprouvette 3.

Dans la suite, le module de Weibull considéré sera $m = 25$, soit $C_v = 0,05$. La variabilité expérimentale est donc très faible, et il semble pertinent d'estimer que ces trois éprouvettes proviennent d'une même population, et donc qu'elles soient chacune représentatives de cette population. Cela justifie donc le fait d'évaluer la dispersion des propriétés en fatigue avec une seule éprouvette.

Pour tenter d'évaluer le niveau de répétabilité et conforter ce dernier résultat, ces valeurs sont comparées aux simulations d'essais d'auto-échauffement réalisées à partir du modèle probabiliste à deux échelles et présentées au chapitre précédent (cf. Chapitre II). La simulation d'essais d'auto-échauffement avait permis de mieux comprendre le lien entre la dissipation des sites du modèle et les propriétés en fatigue (activation du premier site, alors critique). Des simulations d'essais d'auto-échauffement ont été réalisées pour une population d'éprouvettes. Une courbe enveloppe a été déterminée pour différentes conditions de simulation pour représenter la variabilité d'auto-échauffement dans la population d'éprouvettes considérée, avec le lien avec les propriétés en fatigue.



(a) *Échelle linéaire*



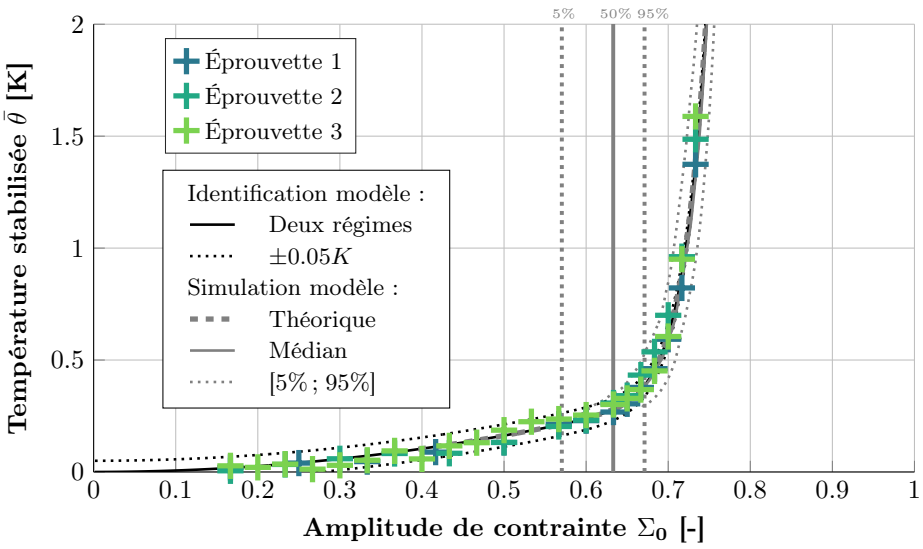
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.23 – *Répétabilité de la courbe d'auto-échauffement du TA6V ($T = 250°C$ et $R = -1$)*

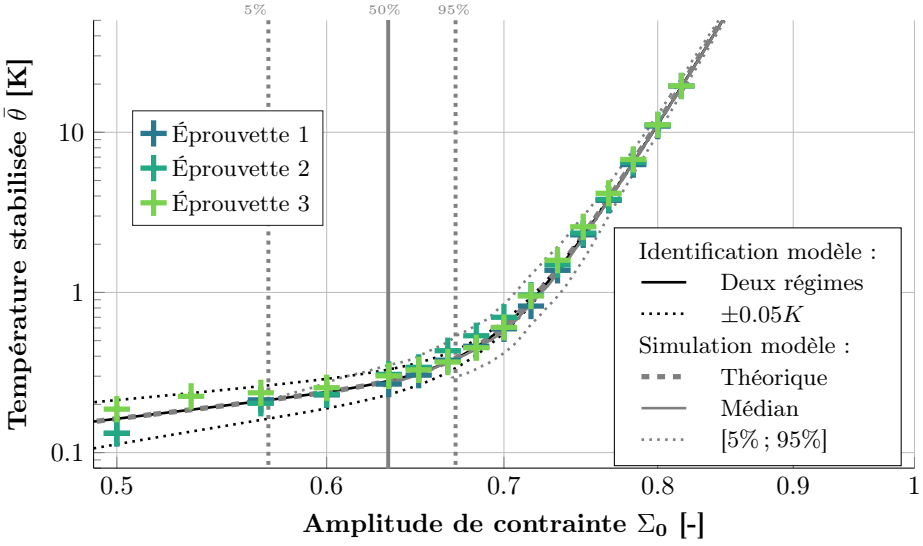
Les essais sont alors comparés à la courbe enveloppe représentant la variabilité du modèle et issue de la simulation. Cette courbe est obtenue pour une simulation avec un module de Weibull $m = 25$ et est recalée à la limite d'endurance $\Sigma_\infty^{50} = 0,633$. Elle est représentée avec un régime primaire identifié expérimentalement et considéré identique pour les trois éprouvettes (Figure III.24). La représentation avec uniquement le régime secondaire est également présentée (Figure III.25).

Concernant l'identification du module de Weibull, la variabilité numérique a été évaluée par la simulation des 100 éprouvettes. Les modules de Weibull ont été identifiés sur une gamme d'amplitude normée par la limite d'endurance médiane de $[1,15-1,3]$, soit dans ce cas-ci qui correspondrait à une gamme d'amplitude de $[0,73-0,83]$. Avec la simulation réalisée avec $m = 25$, la variabilité de l'identification du module de Weibull est caractérisée par (cf. Chapitre II) :

- une médiane de $m = 25,2$, soit $C_v = 0,050$;
- une incertitude, évaluée avec les 5^e et 95^e centiles de la population, de $[22,3-28,7]$ pour le module de Weibull, et donc de $[0,044-0,056]$ pour le coefficient de variation.



(a) *Échelle linéaire*



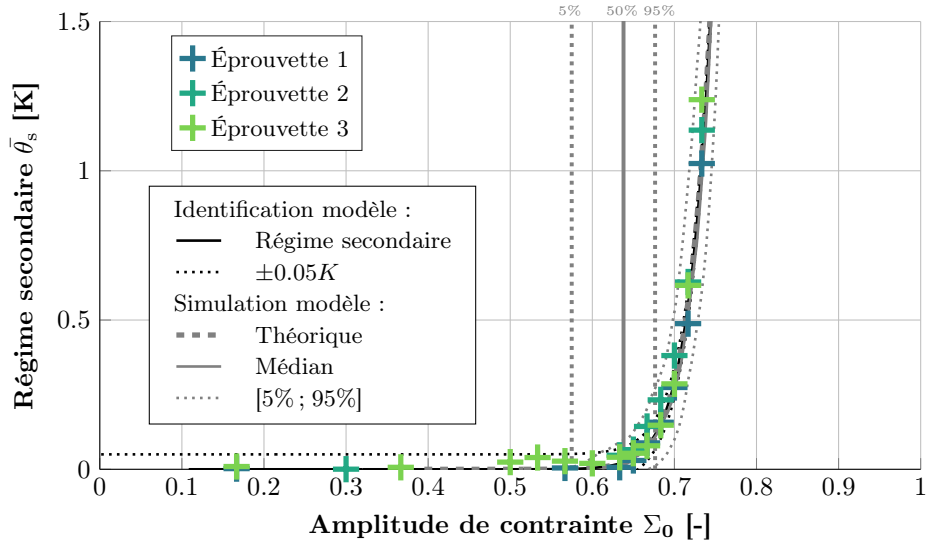
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.24 – *Comparaison de la répétabilité obtenue expérimentalement à la variabilité déterminée par simulation des essais d'auto-échauffement avec* $\Sigma_\infty^{50} = 0,633$ *et* $m = 25$ *- Représentation des deux régimes d'auto-échauffement*

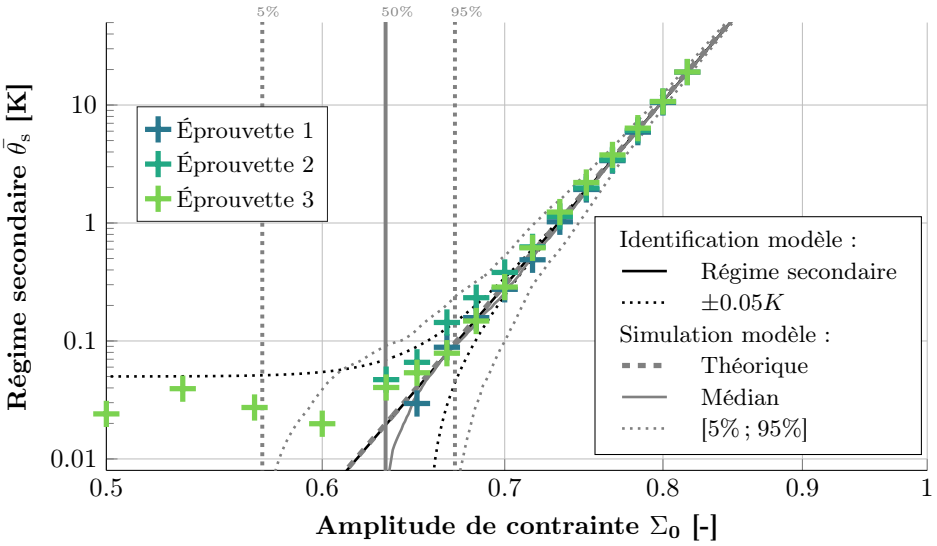
Bien que la variabilité d'auto-échauffement d'une population d'éprouvettes soit idéalisée, car issue de simulations sans aucun bruit, les résultats d'essais expérimentaux sont bien dans cette courbe enveloppe de la simulation. De plus, les résultats des trois éprouvettes sont alors largement dans la gamme de variabilité du modèle pour l'identification du module de Weibull. Cela confirme alors une très bonne répétabilité des essais d'auto-échauffement et le fait que les éprouvettes puissent être considérées comme VER au sens du modèle, au moins en termes de dissipation.

Cette répétabilité des essais d'auto-échauffement permet de valider le protocole d'essais. En effet, il y existe beaucoup de facteurs qui peuvent affecter la répétabilité d'un essai, comme des variabilités sur les éprouvettes d'un "même lot" (usinage, section, distribution de défaut, microstructure complexe du TA6V, hétérogénéité du lot matière...) ou lors de la réalisation des essais (bruit sur la cellule d'effort, bruit du fait des thermocouples et de l'environnement thermique...).

Les éprouvettes sont représentatives de la population totale, au moins en termes de dissipation. Ainsi, l'analyse d'une seule courbe d'auto-échauffement permet de déterminer les propriétés en fatigue à partir de la modélisation probabiliste à deux échelles.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.25 – *Comparaison de la répétabilité obtenue expérimentalement à la variabilité déterminée par simulation des essais d'auto-échauffement avec* $\Sigma_\infty^{50} = 0,633$ *et* $m = 25$ *- Représentation du régime secondaire*

3 Détermination rapide des propriétés en fatigue du TA6V par la méthode d'auto-échauffement

Plusieurs résultats significatifs ont déjà été évoqués sur le comportement en auto-échauffement du TA6V. Premièrement, deux régimes ont été constatés sur la courbe d'auto-échauffement du TA6V. Ainsi, la modélisation probabiliste à deux échelles est utilisée en première approche. Les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles sont déterminées à partir du second régime d'auto-échauffement :

- la transition entre les deux régimes indique un seuil d'activation des sites de microplasticité, alors associée à une limite d'endurance médiane Σ_∞^{50} ;
- la pente du régime représente la population de sites pouvant s'activer et permet de déterminer la dispersion avec le module de Weibull m.

De plus, il y a une très bonne répétabilité de l'essai d'auto-échauffement, ce qui justifie le fait que l'analyse d'une seule courbe d'auto-échauffement suffise pour déterminer les propriétés en fatigue du matériau. Cela constitue alors un gain considérable en termes de coût et de temps de caractérisation par rapport à des méthodes classiques de détermination des propriétés en fatigue.

L'objectif de cette partie est d'évaluer l'impact du rapport de charge et de la température sur les courbes d'auto-échauffement. Ainsi, le même protocole d'essai et de dépouillement est appliqué pour différentes conditions d'essais. Ensuite, ces courbes d'auto-échauffement sont analysées à l'aide du modèle probabiliste à deux échelles pour déterminer les propriétés en fatigue. Ces résultats sont alors comparés à une base de données d'essais de Safran Aircraft Engines.

3.1 Résultats d'essais d'auto-échauffement

Plusieurs conditions d'essais sont évaluées dans cette partie. Des courbes d'auto-échauffement sont réalisées pour trois températures d'essais différentes ($T = 150°C$, $T = 250°C$ et $T = 350°C$), et pour trois rapports de charge différents ($R = -1$, $R = 0$ et $R = 0,5$). L'ensemble des amplitudes de contrainte sont toujours normées par la même valeur, la limite d'élasticité du TA6V à $250°C$.

3.1.1 Influence du rapport de charge

L'influence du rapport de charge sur la courbe d'auto-échauffement est présenté pour la condition de température de $T = 250°C$. Les paliers d'auto-échauffements obtenus lors d'essais avec une contrainte moyenne non nulle (donc pour $R = 0$ et $R = 0,5$) sont présentés pour la condition $T = 250°C$ (Figure III.26 et Figure III.27). À l'inverse de ce qui a été observé pour la condition $R = -1$ (Figure III.20), la température semble bien se stabiliser en fin de palier. Il est à noter que pour la condition $R = 0$, le couplage thermoélastique et bien visible et correspond à la mise en contrainte moyenne (préparation du palier suivant). Il y a bien un retour à l'équilibre thermique sans sollicitation cyclique à la fin des paliers.

Les derniers paliers ont un comportement particulier, en passant par un maximum de température, puis en redescendant. Il semblerait que ce pic de température soit lié à de la plasticité généralisée dès le premier quart de cycle du fait de la contrainte maximale appliquée très proche de la limite d'élasticité macroscopique. La température diminue ensuite pour atteindre l'état stabilisé correspondant uniquement à la dissipation de la sollicitation cyclique. L'impact des chargements à contrainte maximale élevée sera discuté dans la suite du chapitre, notamment concernant l'application de la méthode pour des rapports de charges élevés.

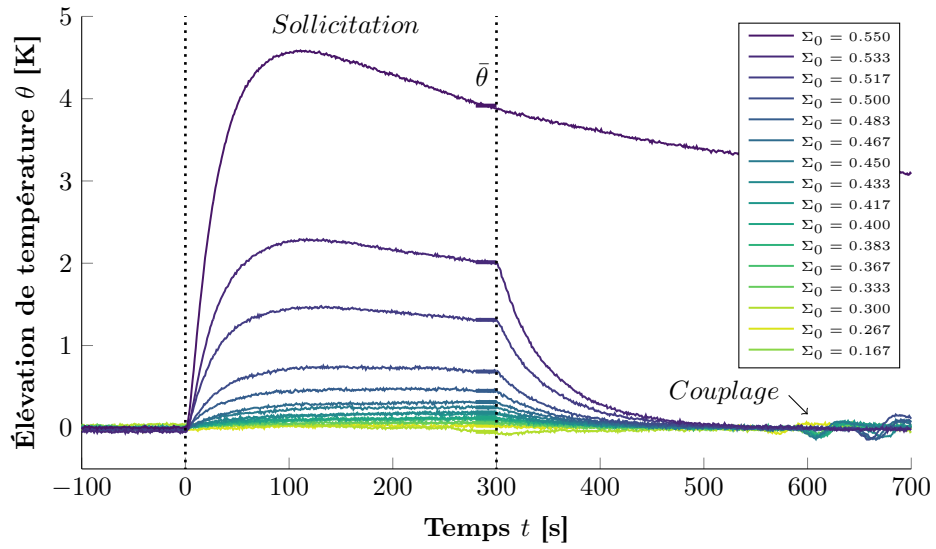


Figure III.26 – *Représentation des paliers d'auto-échauffement lors d'un essai sur le TA6V ($T = 250°C$ et $R = 0$)*

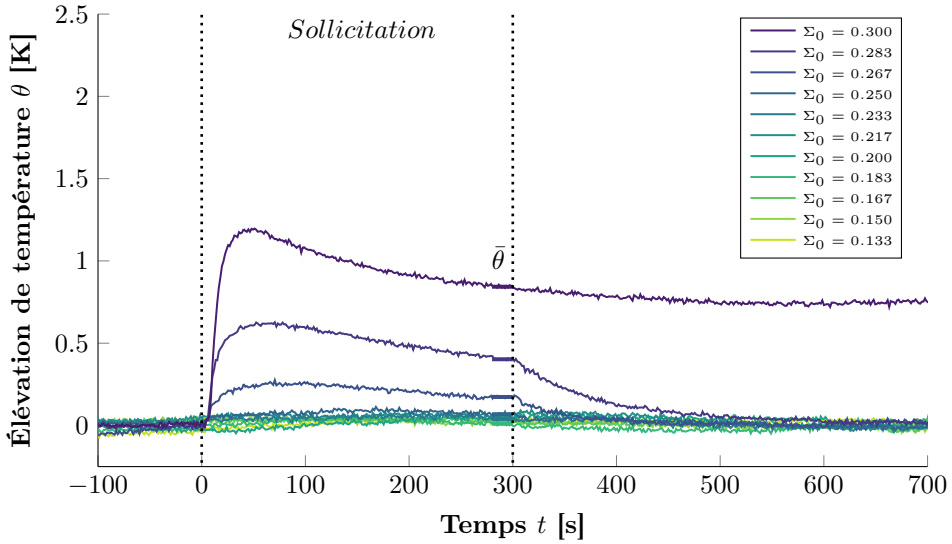
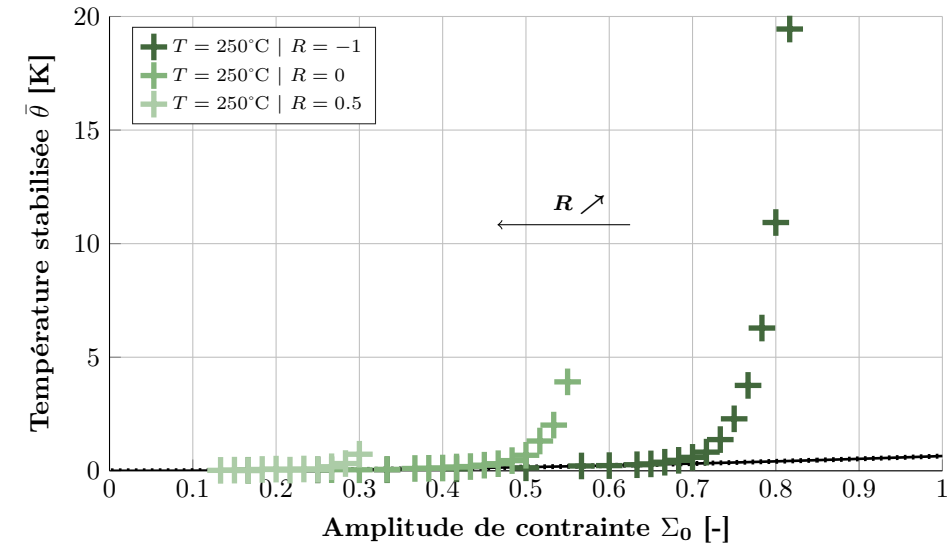


Figure III.27 – *Représentation des paliers d'auto-échauffement lors d'un essai sur le TA6V ($T = 250°C$ et $R = 0,5$)*

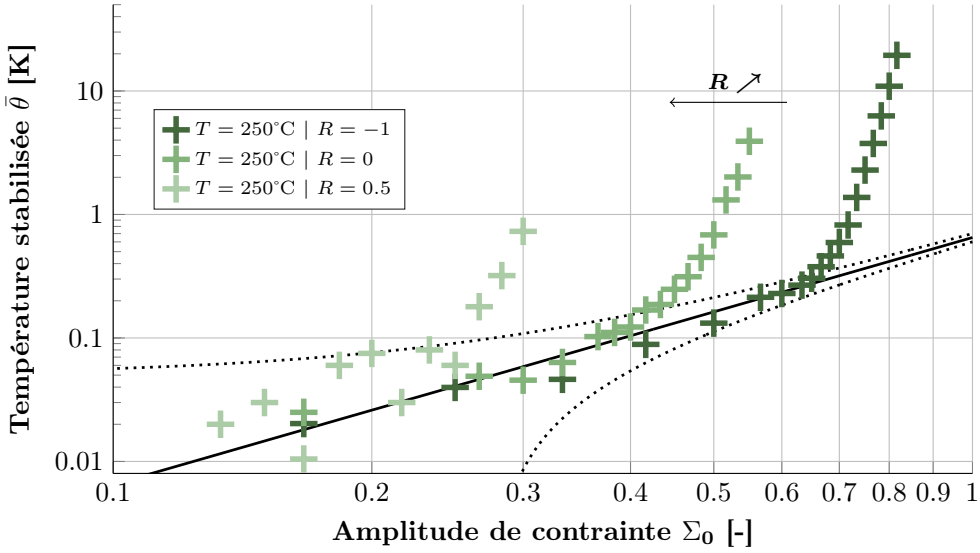
Les paliers sont tous analysés de la même manière et les élévations de température sont alors tracées en fonction de l'amplitude de contrainte du chargement appliqué pour obtenir les courbes d'auto-échauffement du TA6V à $250°C$ (Figure III.28). Seul le régime secondaire semble être affecté par la présence d'une contrainte moyenne. Le régime primaire est identique pour tous les rapports de charge. La transition entre les deux régimes, soit le seuil d'activation des premiers sites et donc la limite d'endurance médiane, est alors affectée par le rapport de charge. Lorsque celui-ci augmente, la valeur de contrainte correspondant à la transition entre les deux régimes diminue.

Ainsi, les courbes d'auto-échauffement rendent bien compte de la présence d'une contrainte moyenne, ce qui est en accord avec les études précédentes sur les aciers (cf. Chapitre II). Il convient tout de même de noter que les rapports de charge élevés sont rarement étudiés. De plus, les différences d'élévations de température entre les différents rapports de charge sont plus importantes que ce qui est en général constaté (Figure III.28a).

Les essais d'auto-échauffement rendent bien compte de la présence d'une contrainte moyenne. Seul le régime secondaire, lié aux propriétés en fatigue, est affecté par le rapport de charge. Lorsque le rapport de charge augmente, la transition entre les deux régimes diminue.



(a) *Échelle linéaire*



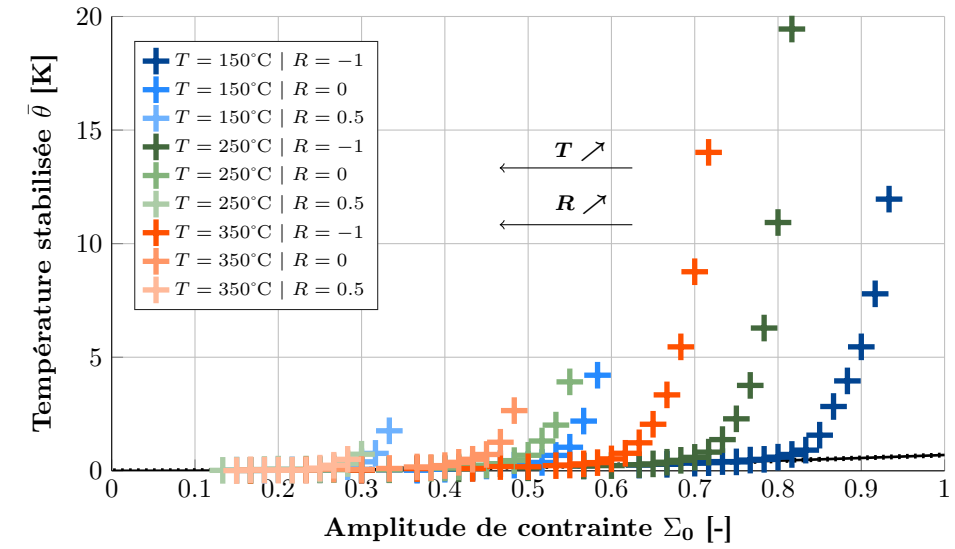
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.28 – *Influence du rapport de charge sur la courbe d'auto-échauffement du TA6V à $T = 250°C$*

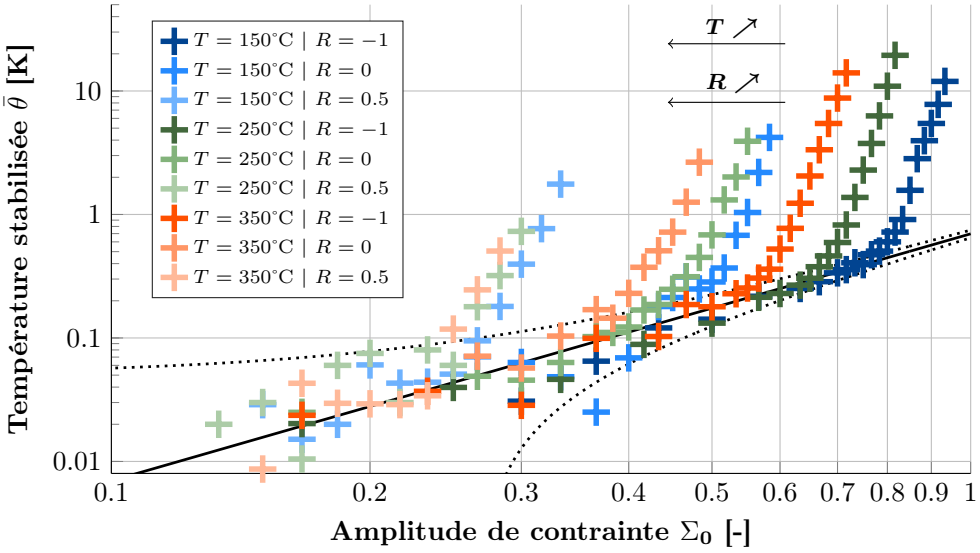
3.1.2 Influence de la température

Des courbes d'auto-échauffement avec les trois rapports de charge ont été réalisées pour trois températures jusqu'à $T = 350°C$. Pour les différentes températures d'essais, les échanges thermiques sont modifiés au sein du four. Cependant au niveau de l'éprouvette, et du positionnement des trois thermocouples, les gradients restent similaires et l'environnement est très stable pour toutes les conditions. Le temps caractéristique de mise en place de l'équilibre thermique τ_{eq} ne semble pas trop impacté sur cette gamme de température d'essais. De même, le bruit de mesure de température est similaire. Ainsi, les courbes sont analysées de la même manière que précédemment, avec une analyse en température stabilisée et avec le même protocole d'essais et de dépouillement. Neuf conditions d'essai sont alors étudiées (Figure III.29).

Lorsque la température augmente, seul le régime secondaire semble être impacté ; la valeur de contrainte de transition entre les deux régimes diminue pour un même rapport de charge. Ainsi, la limite d'endurance médiane diminue avec l'augmentation de la température, ce qui est en accord avec ce qui est en général observé.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.29 – *Courbes d'auto-échauffement du TA6V pour différentes conditions de températures et de rapports de charge*

Pour les conditions à $R = 0,5$, il faut noter que des courbes ont été réalisées avec un auto-échauffement maximal de $0,5K$ dans un environnement thermique allant jusqu'à $350°C$.

Les essais d'auto-échauffement rendent également compte de la température d'essai. Lorsque la température augmente, la transition entre les deux régimes est impactée.

3.1.3 Conclusion

Les différentes conditions testées ont montré l'influence du rapport de charge et de la température sur la courbe d'auto-échauffement. Pour toutes les conditions d'essais, deux régimes d'auto-échauffement sont observés. Seuls les régimes secondaires sont impactés.

Dans le modèle probabiliste à deux échelles, ce régime secondaire représente l'activation de sites de microplasticité. L'analyse de ce régime permet de déterminer les propriétés en fatigue du matériau, et notamment la limite d'endurance médiane qui est associée au début du régime

secondaire. Lorsque la température ou le rapport de charge augmente, alors le début du régime secondaire est impacté et diminue. Cela traduit alors une diminution de la limite d'endurance médiane avec l'augmentation de la température et/ou du rapport de charge.

Dans la suite, le modèle probabiliste à deux échelles est utilisé pour analyser plus finement les courbes d'auto-échauffement et ainsi déterminer les amplitudes de transition entre les régimes.

En effet, il est délicat de déterminer avec précision le début du régime secondaire pour les essais avec des grands rapports de charges (Figure III.30) pour lesquels l'auto-échauffement est très faible et où il y a peu de paliers [1].

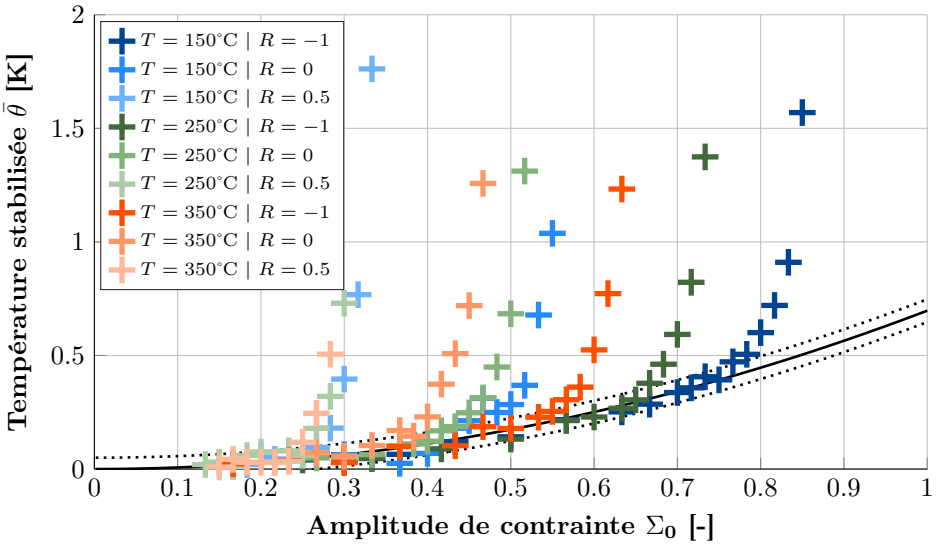


Figure III.30 – *Transitions entre les deux régimes d'auto-échauffement du TA6V pour les différentes conditions d'essai*

3.2 Proposition de dépouillement à partir de la modélisation probabiliste à deux échelles

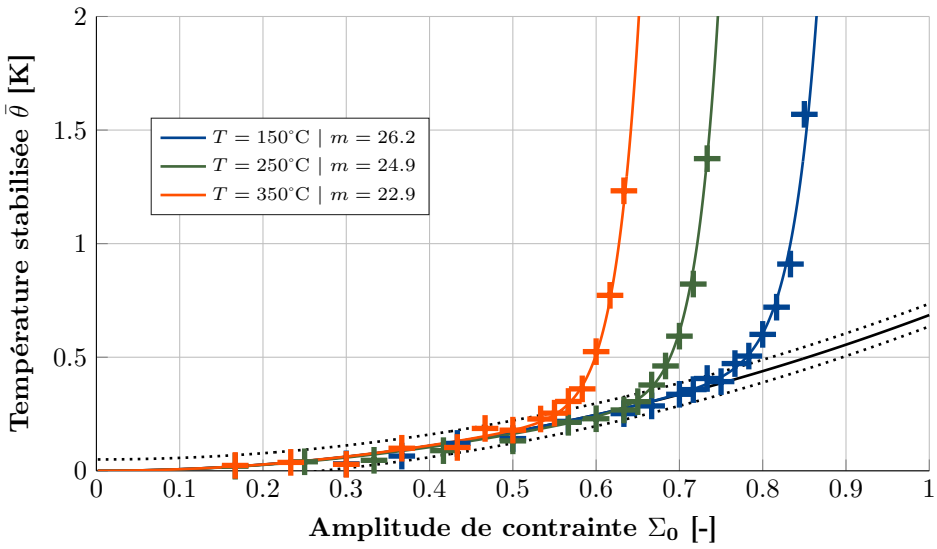
Le modèle probabiliste à deux échelles permet de décrire une courbe d'auto-échauffement avec uniquement trois paramètres (Équation IV.1), tous identifiables sur une seule courbe d'auto-échauffement :

- α, l'intensité du régime primaire ;
- β, l'intensité du régime secondaire ;
- $m + 2$, la pente du régime secondaire.

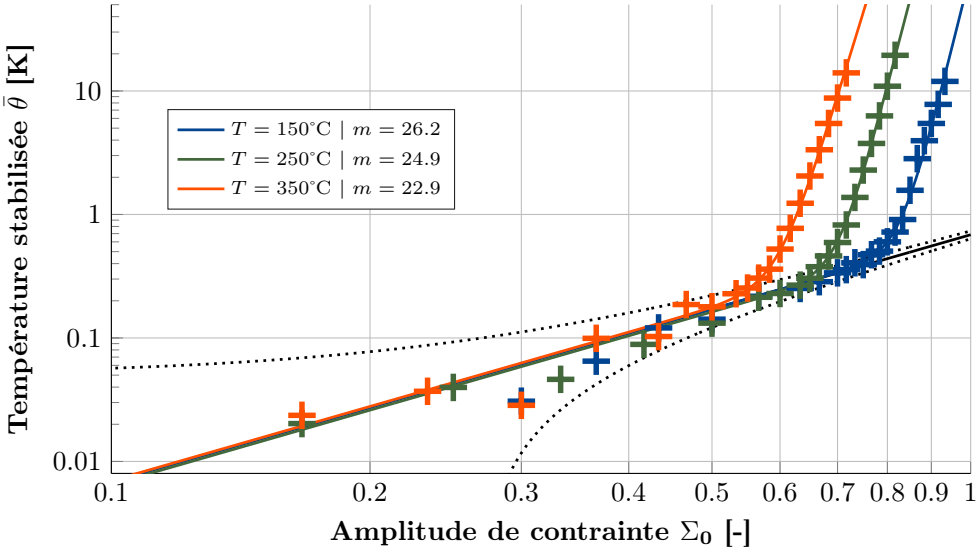
3.2.1 Identification du module de Weibull

L'identification du module de Weibull se fait pour les conditions $R = -1$. En effet, il s'agit des courbes avec les élévations de température les plus importantes, donc moins impactées par le bruit. De plus, elles sont réalisées sans contrainte moyenne, qui pourrait modifier le régime primaire, et plus globalement le signal thermique (en atteignant des contraintes maximales élevées). Les paramètres du modèle sont alors identifiés sur les trois températures, indépendamment (Figure III.31).

1. Pour augmenter l'auto-échauffement, il faudrait augmenter la fréquence de sollicitation. De même, il aurait fallu diminuer le pas pour augmenter le nombre de paliers. Cependant cela n'était pas possible avec la machine utilisée pour cette campagne.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.31 – *Identification du modèle pour les conditions $R = -1$ pour les trois températures*

Bien que le régime primaire ne semble pas impacté par l'augmentation de la température, le paramètre α est considéré comme dépendant de la température. Cela n'affecte que très faiblement le dépouillement proposé et il n'y a pas de raison physique pour que le régime primaire soit indépendant de la température.

Concernant le régime secondaire, les valeurs de module de Weibull identifiées sont :

- $m = 26,2$ soit $C_v = 0,048$ pour $T = 150°C$;
- $m = 24,9$ soit $C_v = 0,050$ pour $T = 250°C$;
- $m = 22,9$ soit $C_v = 0,054$ pour $T = 350°C$.

Dans la suite, un module de Weibull de $m = 25$ sera considéré pour l'analyse des courbes d'auto-échauffement. En effet, toutes les éprouvettes sont identiques et possèdent donc toutes des sites issus d'une même population. La température affecte alors la contrainte d'activation des sites (moins d'énergie mécanique à fournir lorsqu'une énergie thermique est déjà fournie par l'environnement), mais pas la distribution de ces sites potentiellement activables au sein des éprouvettes.

Ainsi, pour une température donnée, il ne reste que les intensités des régimes secondaires, les paramètres β, à identifier en fonction du rapport de charge. Ce paramètre peut être relié au seuil d'activation, et donc à la limite d'endurance.

3.2.2 Identification des limites d'endurance médianes

D'après le modèle probabiliste à deux échelles, l'intensité du régime secondaire est

$$\beta = \frac{f\tau_{eq}}{\rho c}\frac{4}{h^{\mu}}\frac{f_v}{V_0 S_0^m}\frac{V}{(m+1)(m+2)}\,{\Sigma_{ref}}^{m+2}, \tag{III.3}$$

où les différents paramètres sont explicités au Chapitre II. Il est juste intéressant de constater qu'il dépend du paramètre d'échelle $V_0 S_0^m$. Or ce paramètre intervient également dans la description des propriétés en fatigue par le modèle de Weibull. Pour deux éprouvettes "identiques" sollicitées dans les mêmes conditions d'essais, alors le rapport des intensités fait intervenir le rapport des paramètres d'échelles, soit

$$\frac{\beta}{\beta_{ref}} = \left(\frac{S_{0ref}}{S_0}\right)^m. \tag{III.4}$$

Dans le modèle de Weibull, la limite d'endurance médiane est donnée par

$$\Sigma_{\infty}^{50} = S_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{m}} (\ln 2)^{\frac{1}{m}}. \tag{III.5}$$

Il est possible de déterminer la limite d'endurance dans une condition d'essai, à partir de l'intensité du régime secondaire [1] de la courbe d'auto-échauffement avec

$$\Sigma_{\infty}^{50} = \Sigma_{\infty ref}^{50} \left(\frac{\beta_{ref}}{\beta}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{III.6}$$

où $(\Sigma_{\infty ref}^{50}\ ;\ \beta_{ref})$ correspond alors à un couple de valeurs de référence. L'identification de ce couple se fait toujours sur la condition $R = -1$, pour les mêmes raisons qu'évoquées précédemment (Figure III.32 et Tableau III.2).

Table III.2 – *Limites d'endurance médiane déterminées par l'intensité du régime secondaire - couples de références pour les conditions $R = -1$ et module de Weibull fixé à $m = 25$*

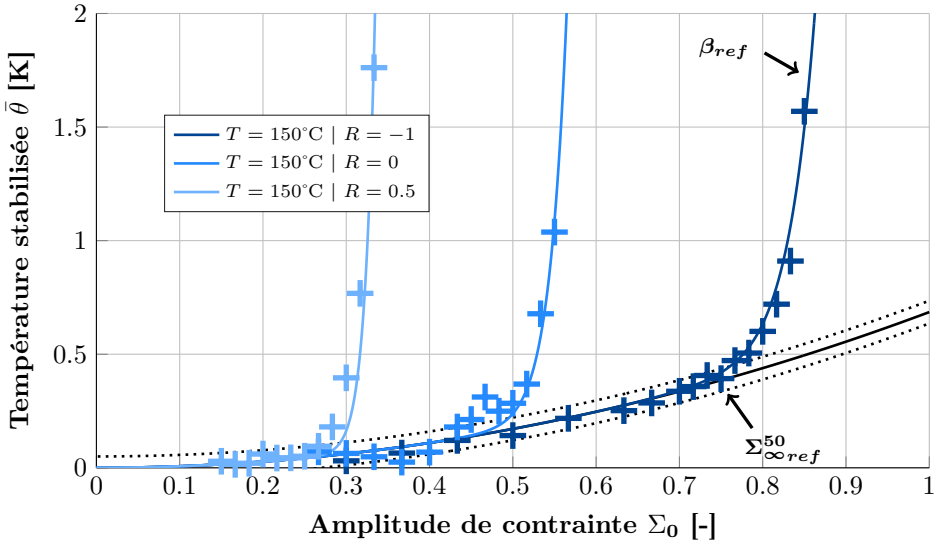
Température	**Limites d'endurance médianes**		
	$\boldsymbol{R = -1}$	$R = 0$	$R = 0,5$
150°C	**0,750**	0,471	0,267
250°C	**0,633**	0,432	0,250
350°C	**0,550**	0,384	0,233

Le modèle probabiliste à deux échelles permet alors d'interpréter les courbes d'auto-échauffement et de déterminer de manière plus précise les limites d'endurance associées aux rapports de charge plus élevés, bien que la description de ces courbes ne soit pas toujours parfaite.

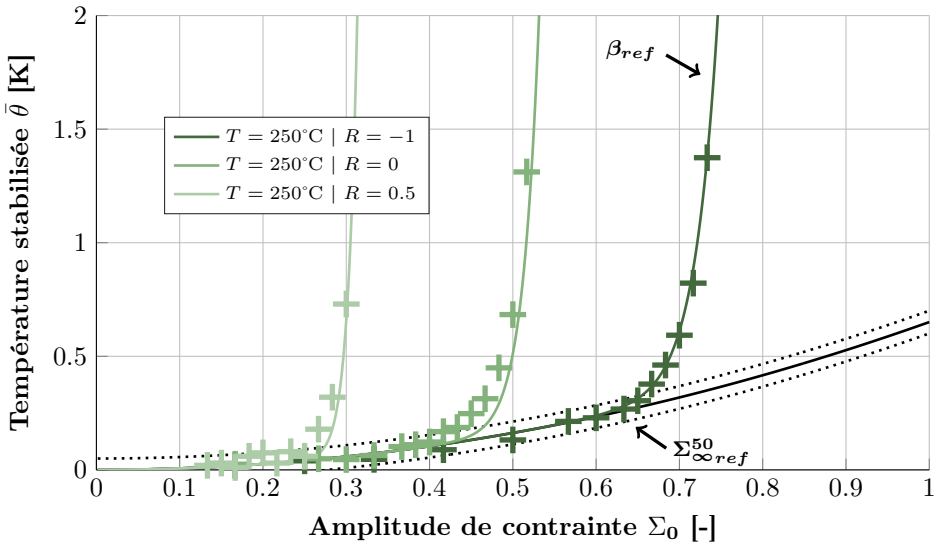
3.3 Obtention rapide de diagramme de Haigh

Les valeurs de limites d'endurance obtenues par le dépouillement des courbes d'auto-échauffement peuvent être rassemblées dans un diagramme de Haigh (Figure III.33). Les limites d'endurance présentées ici sont celles issues du dépouillement par le modèle probabiliste à deux échelles pour la description des courbes d'auto-échauffement (Figure III.34).

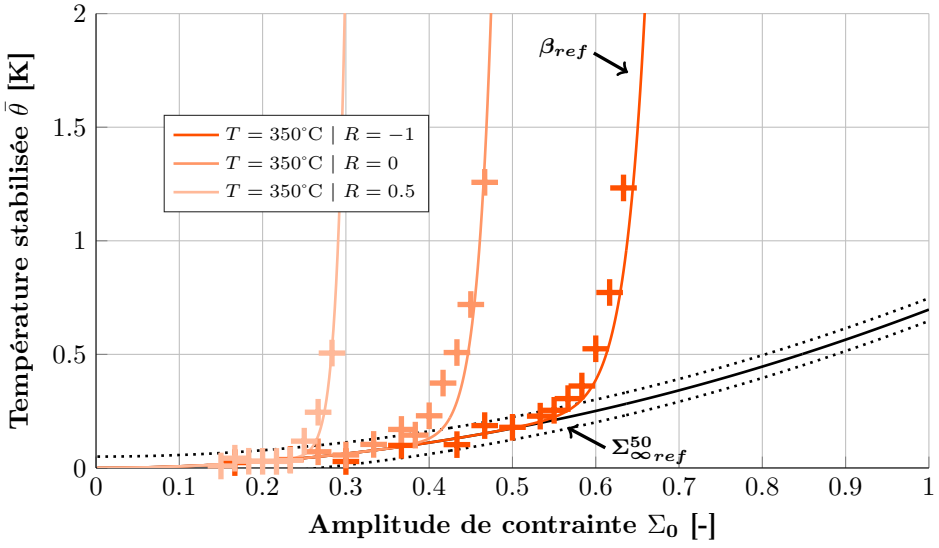
1. Cela revient à faire dépendre le paramètre d'échelle S_0 au rapport de charge R. La relation est alors identifiée avec les intensités des régimes secondaires.



(a) $T = 150°\ C$ | *Échelle linéaire*



(b) $T = 250°\ C$ | *Échelle linéaire*



(c) $T = 350°\ C$ | *Échelle linéaire*

Figure III.32 – *Identification du modèle pour toutes les conditions présentées - régimes primaires identifiés par température (α) et module de Weibull fixé à $m = 25$*

Ainsi, elles ne sont pas liées à un nombre de cycles particulier, mais représentent le seuil de transition entre les deux régimes d'auto-échauffement ; soit l'activation des premiers sites menant à terme à la rupture en fatigue de l'éprouvette. Ces valeurs pourraient donc correspondre à une "vraie" limite d'endurance, pour une durée de vie "illimitée" [1].

De plus, l'aspect probabiliste du modèle permet de représenter les diagrammes de Haigh pour n'importe quelle probabilité de rupture. Ces valeurs sont déterminées par le modèle de Weibull avec

$$\frac{\ln(1-P_F)}{\ln(1-0,5)} = \left(\frac{\Sigma_\infty^{P_F}}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m, \tag{III.7}$$

où $\Sigma_\infty^{P_F}$ est la limite d'endurance associée à une probabilité de rupture de P_F et m le module de Weibull déterminé par auto-échauffement. Dans le diagramme de Haigh (Figure III.33), les limites d'endurance médianes et les limites d'endurance à $P_F = 1\%$ sont représentées.

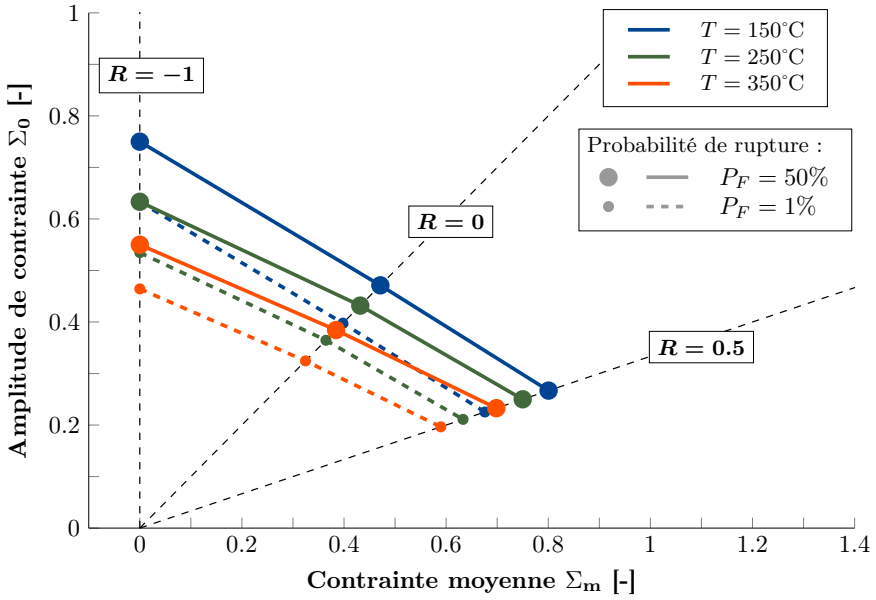


Figure III.33 – *Diagramme de Haigh représentant les limites d'endurance (transition entre les régimes d'auto-échauffement) pour une probabilité de 50% et une probabilité de 1%*

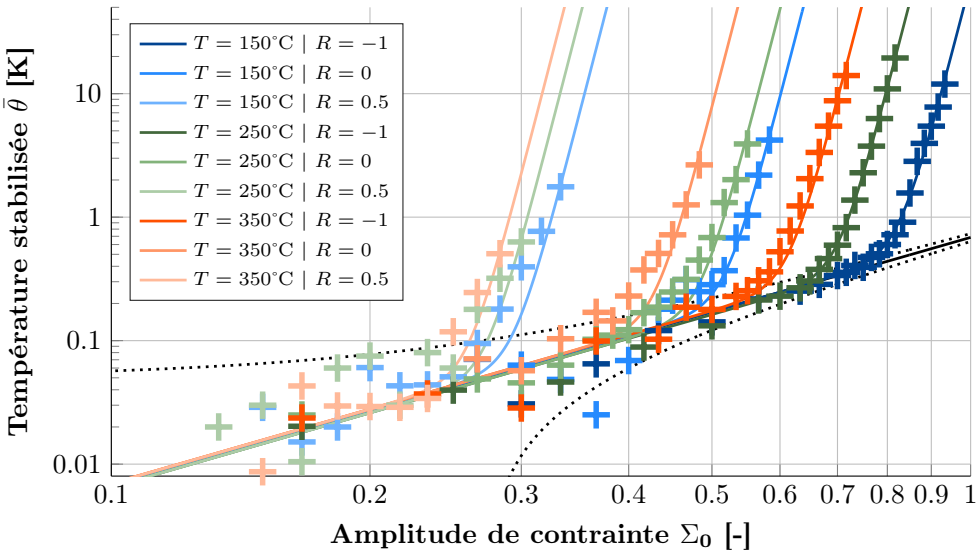


Figure III.34 – *Modélisation des courbes d'auto-échauffement pour les neuf conditions d'essais considérées - Identification réalisée par température*

1. Du point de vue du mécanisme détecté par auto-échauffement...

Pour chaque condition de température et de rapport de charge, une seule éprouvette suffit donc pour déterminer la limite d'endurance. Ainsi, le diagramme présenté peut être obtenu avec seulement neuf éprouvettes, en neuf jours d'essais. Ce qui représente un gain d'éprouvettes et donc de coût et de temps de caractérisation considérable.

La dispersion des données de fatigue, représentée par le module de Weibull m, peut être déterminée à partir d'un seul essai d'auto-échauffement, de préférence pour une condition $R = -1$. Cette détermination est très robuste malgré le fait qu'elle ne nécessite qu'une seule éprouvette.

Dans la suite, ces limites d'endurance médianes ne seront donc pas associées à un nombre de cycles à rupture et seront alors représentées par des droites horizontales dans les diagrammes S-N. La dispersion déterminée par auto-échauffement sera représentée par deux autres droites, correspondantes aux probabilités de rupture $P_F = 10\%$ et $P_F = 90\%$.

3.4 Confrontation/validation avec des essais de fatigue classiques

Les prévisions réalisées à partir des essais d'auto-échauffement sont comparées à des essais issus d'une base de données de Safran Aircraft Engines. Les essais retenus sont des essais réalisés à $T = 150°C$ et $T = 250°C$ sur des éprouvettes de même géométrie. Cependant, plusieurs lots matière de TA6V sont représentés. De plus, les éprouvettes sont issues d'usineurs différents et testés par des laboratoires d'essais différents.

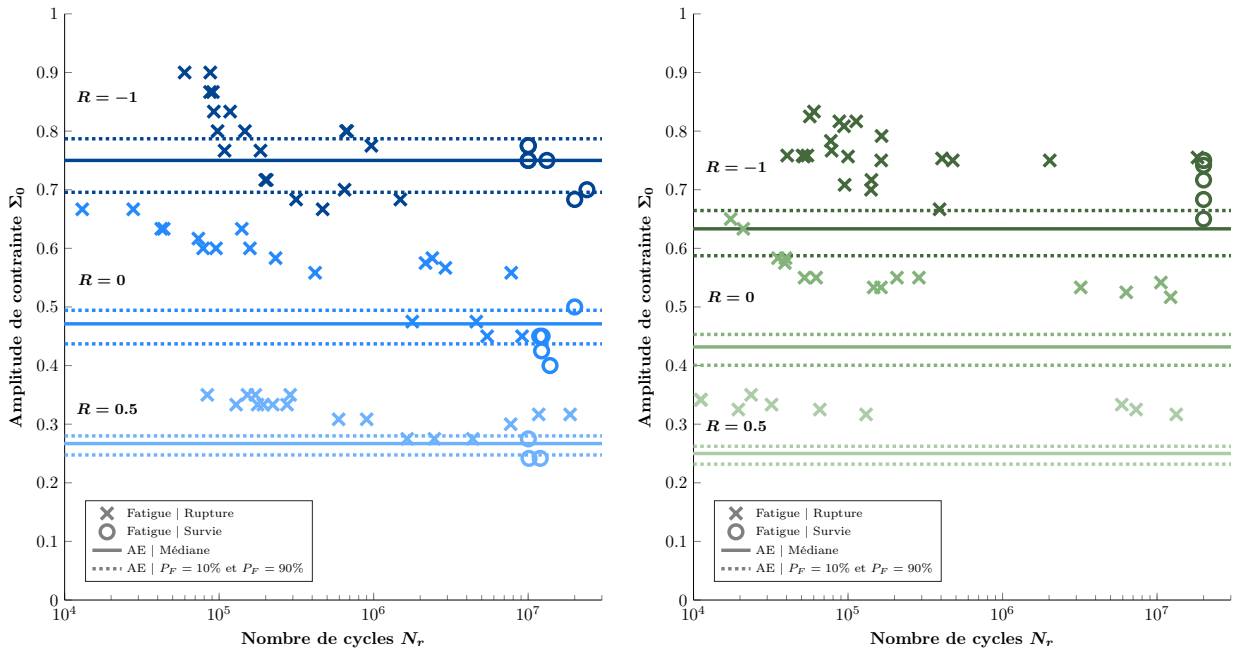
Dans un premier temps, les résultats d'essais d'auto-échauffement sont comparés à la base de données d'essais retenus (six conditions en tout). Les essais ont été réalisés entre $70Hz$ et $100Hz$ selon les campagnes d'essais et les laboratoires. Cependant, dans cette base, aucun des lots d'éprouvettes ne provient du même procédé d'obtention que ceux testés par auto-échauffement (barre forgée initiale de diamètre $45mm$ avant usinage des éprouvettes). Ainsi, deux campagnes d'essais de fatigue supplémentaires sont réalisées avec des éprouvettes issues des mêmes lots que celles testées par auto-échauffement. Afin d'optimiser les essais et le nombre d'éprouvettes, les paramètres des campagnes sont basés sur les constatations réalisées par la campagne d'essais d'auto-échauffement et avec des considérations issues de l'analyse des essais de fatigue (cf. Chapitre I).

3.4.1 Comparaison avec la base de données

La base d'essais retenue est comparée avec les prévisions faites par auto-échauffement (Figure III.35). Les résultats d'auto-échauffement ne sont pas associés à un nombre de cycles particulier et sont donc représentés par des droites horizontales dans les diagrammes de fatigue. La dispersion évaluée par auto-échauffement est représentée par les probabilités de rupture $P_F = 10\%$ et $P_F = 90\%$.

Pour la température $T = 150°C$, les essais disponibles sont plus nombreux, mais surtout issus de plus de lots matière différents. D'un point de vue quantitatif, les conditions $R = 0$ et $R = 0,5$ sont en accord avec les valeurs obtenues par l'analyse des courbes d'auto-échauffement, avec des éprouvettes non rompues en dessous des asymptotes représentant les limites d'endurance obtenues par auto-échauffement et des éprouvettes rompues aux alentour de 10^7 cycles au-dessus des asymptotes.

La condition $R = -1$ est moins satisfaisante, avec des éprouvettes rompues en dessous du seuil déterminé par auto-échauffement. Les résultats semblent assez dispersés, car il y a de nombreux lots d'éprouvettes différents. Quelques éprouvettes de la campagne d'essais supplémentaires seront donc dédiées pour évaluer cette limite à $150°C$ (avec des éprouvettes issues du même lot que celles testées par auto-échauffement).



(a) $T = 150°\ C$ **(b)** $T = 250°\ C$

Figure III.35 – *Base de données de fatigue retenue pour la comparaison avec les résultats d'auto-échauffement*

La condition $T = 250°C$ rassemble moins de lots différents et moins d'éprouvettes. D'une manière générale, les prévisions réalisées par auto-échauffement semblent plus éloignées des essais de fatigue de la base de données. Ces conditions seront donc complétées par des essais supplémentaires. De plus, il n'y a pas d'éprouvettes non rompues à $R = 0$ et à $R = 0,5$. Un des objectifs de la campagne d'essais de fatigue supplémentaire est alors d'obtenir des niveaux de chargement avec des survies, pour les confronter aux seuils déterminés par auto-échauffement. Pour cela, une stratégie d'essais avec rechargement sera mis en place pour "favoriser" la non-rupture d'une éprouvette, et ainsi obtenir un encadrement de sa limite d'endurance (cf. Chapitre I).

Il est à noter que pour les conditions $R = -1$ et $R = 0,5$, les résultats d'essais issus de la base de données semblent évaluer une résistance à la fatigue plus élevée à $T = 250°C$ qu'à $T = 150°C$. Ce résultat semble étrange et peut s'expliquer par des laboratoires d'essais, des campagnes d'essais et/ou des lots matière différents. En auto-échauffement, les limites d'endurance ont été déterminées dans les mêmes conditions d'essais (à l'exception évidemment des températures) et avec un même lot d'éprouvettes.

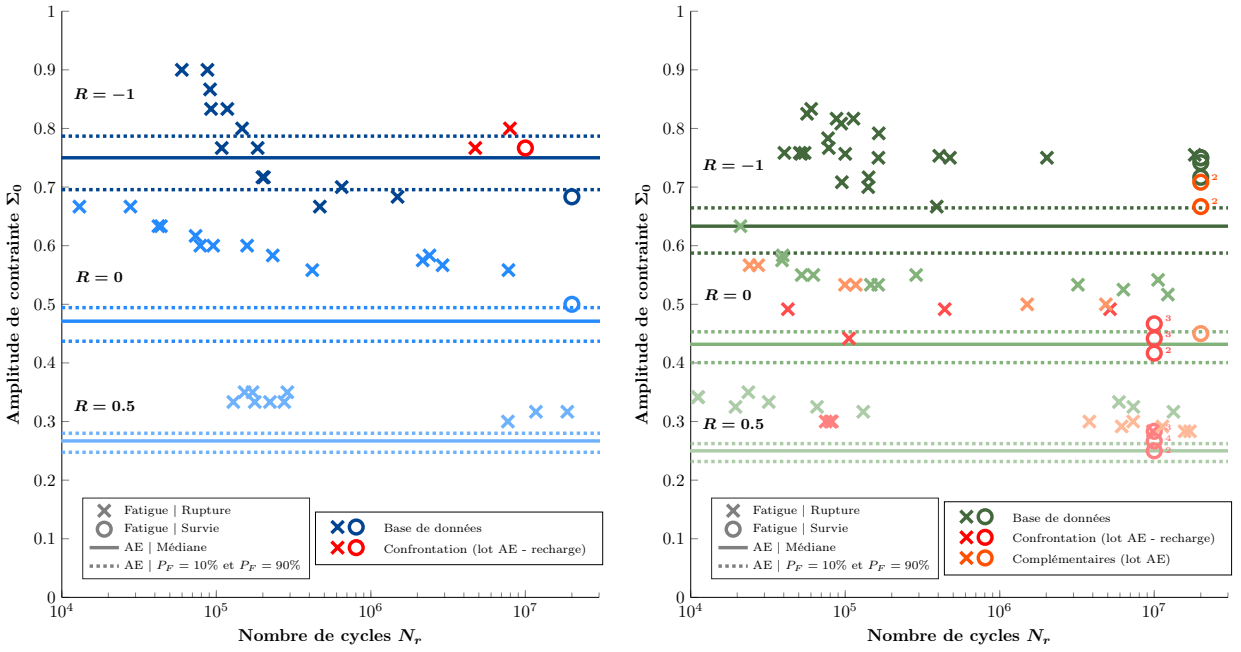
Les dispersions issues des essais de fatigue semblent bien plus grandes que celles estimées par auto-échauffement. Cela s'explique par le fait que les mesures d'auto-échauffement permettent dévaluer, par le modèle, la dispersion associée à un seul lot, alors que la base de données représente également la variabilité entre les lots. Dans la suite, seuls les deux lots comportant le plus d'éprouvettes, apparaissant dans ces six conditions d'essais et ayant approximativement les mêmes résultats en fatigue, seront comparés aux essais supplémentaires sur le lot ayant servi pour les essais d'auto-échauffement. Les résultats sur la dispersion des essais de fatigue pourront alors être discutés et comparés à la dispersion obtenue par l'analyse des courbes d'auto-échauffement.

Les résultats d'auto-échauffement représentent de très bonnes tendances, bien que les valeurs semblent légèrement sous-estimées par rapport aux essais de fatigue (pour la température d'essai $T = 250\,℃$).

3.4.2 Essais complémentaires

Les essais supplémentaires ont pour objectif d'évaluer la pertinence des prévisions réalisées par auto-échauffement, vis-à-vis des essais de fatigue classique. Pour faciliter la comparaison avec les niveaux de dispersion, la base de données est triée pour rassembler uniquement deux lots apparaissant dans les six conditions.

Les deux lots retenus de la base de données semblent globalement posséder une bonne résistance à la fatigue par rapport aux autres lots de la base (Figure III.35a et Figure III.36a). Un des objectifs de la campagne d'essais de fatigue est alors de positionner le lot d'éprouvettes ayant servi aux essais d'auto-échauffement par rapport à ces deux lots "forts".



(a) $T = 150°\ C$ **(b)** $T = 250°\ C$

Figure III.36 – *Base de données triée et essais de fatigue supplémentaires sur les mêmes lots matière testés par auto-échauffement*

Ainsi, une première campagne d'essais de fatigue, dits complémentaires, d'une vingtaine d'éprouvettes a pour objectif de compléter la base de données à $T = 250°C$, pour les trois conditions de rapports de charge avec le lot matière testé par auto-échauffement. Le critère d'arrêt étant 2.10^7 cycles. Il s'agit d'une campagne classique d'essais de fatigue.

La deuxième campagne d'essais, de confrontation et comportant dix éprouvettes, tend à favoriser par des essais rechargés la présence de non-rupture pour les conditions $R = 0$ et $R = 0,5$ à $250°C$. De plus, un autre objectif est d'évaluer les essais de la base en testant la condition $R = -1$ à $T = 150°C$, qui semble particulière. Les paramètres de cette campagne d'essais avec rechargement sont fixés par les résultats d'auto-échauffement, où le premier niveau correspond à la limite d'endurance évaluée par auto-échauffement, et le pas de recharge, à l'écart-type évalué par le modèle probabiliste à deux échelles. Les éprouvettes sont rechargées si une survie est constatée au bout de 10^7 cycles. Elles sont alors testées jusqu'à rupture.

Il y a alors trois constatations importantes qui confortent les résultats d'essais d'auto-échauffement :

- les essais à $T = 150°C$ et $R = -1$ permettent de mettre en doute les résultats de la base de données pour cette condition, pourtant issus de deux lots "forts". Ils permettent alors de recaler les résultats et de valider l'ensemble du dépouillement pour cette température ;
- les essais supplémentaires à $T = 250°C$ montrent alors que le lot testé en auto-échauffement semble avoir une résistance à la fatigue plus faible que ceux de la base de données, et qui

donc se rapprochent des estimations réalisées par auto-échauffement. Cependant, les valeurs déterminées par auto-échauffement semblent toujours sous-estimer la limite d'endurance à 10^7 cycles (ce qui va dans le sens de la sécurité) ;
- les niveaux de dispersions déterminés par auto-échauffement sont du même ordre de grandeur que ceux observés pour les essais de fatigue (de manière qualitative par lot). En effet, il est très difficile de déterminer la dispersion des essais avec un tel nombre d'essais de fatigue.

Les deux campagnes d'essais supplémentaires permettent de conforter les résultats obtenus par auto-échauffement avec des essais de fatigue sur le même lot matière ; même si la comparaison n'est toujours pas "parfaite" (les estimations par auto-échauffement semblent sous-estimer légèrement les limites d'endurance à 10^7 cycles).

3.4.3 Analyse et discussion des résultats

Les résultats de cette première campagne d'essais concernant l'influence du rapport de charge et la température sur les courbes d'auto-échauffement sont résumés dans cette partie. Des perspectives sont rapidement évoquées et seront approfondies à la fin du chapitre. Enfin, les objectifs de la seconde campagne d'essais d'auto-échauffement sont présentés.

- **Estimation de la limite d'endurance :**

Le dépouillement proposé permet d'obtenir de très bonnes tendances, et avec très peu d'éprouvettes. Cependant les résultats obtenus semblent toujours sous-estimer la limite d'endurance à 10^7 cycles. Il semblerait que ça ne soit qu'un problème de recalage, et donc liés aux choix des couples de références.

En effet, les "écarts" de limites d'endurance entre les rapports de charge sont pertinents. Pour rappel, la limite d'endurance médiane est identifiée au tout début du régime secondaire. Cette identification a été évaluée par la simulation d'essais d'auto-échauffement (cf. Chapitre II).

Ainsi, ce dépouillement est peut-être trop restrictif. Bien qu'il ne soit pas justifié par le modèle, un dépouillement empirique, déterministe, pourrait être mis en place pour "augmenter" les valeurs de la limite d'endurance (Figures III.32). Concernant la sous-évaluation des limites d'endurance par le dépouillement proposé, il y a deux pistes intéressantes à évaluer :

- premièrement concernant l'apport des essais en fatigue ultrasonore. En effet, le seuil détecté par auto-échauffement pourrait correspondre à une "vraie" limite d'endurance, et ainsi serait logiquement inférieure à la limite d'endurance conventionnelle à 10^7 cycles. Il serait donc intéressant de comparer les estimations réalisées par auto-échauffement à des essais de fatigue pour des durées de vie plus élevées.
- De plus, des questions se posent sur la criticité des sites vis-à-vis de la fatigue, et donc le la pertinence d'un seul site, maillon le plus faible. Ces questions avaient motivé la simulation d'essais d'auto-échauffement (cf. Chapitre II) et sont approfondies dans l'Annexe C, avec notamment la mise en place de critères énergétiques.

- **Estimation de la dispersion (module de Weibull) :**

Le module de Weibull est estimé avec la pente du régime secondaire, ce qui est justifié par le modèle probabiliste à deux échelles. La très bonne répétabilité des courbes d'auto-échauffement pour le TA6V dans ces conditions permet donc d'estimer le module de Weibull avec une grande robustesse. Ce module de Weibull semble alors pertinent du point de vue de la dispersion des données en fatigue. En effet les coefficients de variation semblent correctement estimés. Un seul essai d'auto-échauffement suffit donc à évaluer le module de Weibull.

- **Pertinence de l'utilisation des mesures d'auto-échauffement :**

Ainsi, les propriétés en fatigue déterminées par auto-échauffement sont en accord avec ce qui a été observé à partir de campagne d'essais de fatigue classique.

Un diagramme de Haigh (Figure III.33) a pu être obtenu rapidement avec trois rapports de charge et trois températures (neuf conditions en tout), avec une seule éprouvette et donc un seul jour d'essai par condition. Cela constitue alors un gain en termes de temps et de coût de caractérisation considérable.

En effet, les diagrammes de Haigh sont classiquement obtenus par des protocoles d'essais Staircase. Ainsi, même en comptant 10 éprouvettes par Staircase, et donc par conditions, il aurait donc fallu tester 90 éprouvettes en tout. La détermination de la limite d'endurance médiane est robuste à partir de méthode Staircase, cependant ces essais ne permettent pas d'obtenir les niveaux de dispersions associés (cf. Chapitre I). Une campagne d'essais constituée de 90 éprouvettes est alors très longue et coûteuse (d'autant plus pour des essais à haute température). Par exemple, pour atteindre 10^7 cycles à une fréquence de sollicitation de $70Hz$, il faut $40h$ de sollicitation. Ainsi, un Staircase de 10 éprouvettes est obtenu, dans le meilleur des cas, en 3-4 semaines pour chaque condition d'essais.

De plus, il est rare d'avoir un lot matière de 90 éprouvettes "identiques" et testées par le même laboratoire d'essais. Il existe alors une certaine variabilité entre les campagnes d'essais. L'intérêt des essais d'auto-échauffement dans ce cas est d'évaluer l'influence de la température et du rapport de charge, dans les mêmes conditions d'essais, sur un même lot d'éprouvettes, et rapidement.

Le modèle probabiliste à deux échelles semble donc pertinent pour l'analyse des courbes d'auto-échauffement de TA6V. Une perspective majeure de cette étude est alors d'évaluer les mécanismes de dissipation pour cet alliage. Pour cela, il serait intéressant de tester par auto-échauffement plusieurs microstructures et configurations différentes (effet de fréquence, paliers longs...). Des essais sur d'autres alliages de titane peuvent également être envisagés.

Le dépouillement proposé est perfectible, notamment en s'appuyant sur les mécanismes de rupture en fatigue (internes ou surfaciques) ou sur des essais VHCF. En effet, il faudrait éventuellement déterminer un nombre de cycles pertinents, ou même mettre en place un critère énergétique.

- **Objectif de la deuxième campagne d'essais :**

Le protocole mis en place permet d'obtenir des courbes d'auto-échauffement avec un four. Dans le chapitre suivant, des essais à plus haute température sont présentés (autour de $1000°C$) sur un superalliage base nickel. Ainsi, l'application de la méthode d'auto-échauffement est étendue au domaine des hautes températures.

L'objectif du chapitre était d'obtenir rapidement des diagrammes de Haigh pour plusieurs températures. Il est alors intéressant d'évaluer des rapports de charge plus élevés pour les compléter. Ainsi, la deuxième campagne d'essais d'auto-échauffement a pour objectif d'évaluer les difficultés liées à la réalisation d'essais d'auto-échauffement à forte contrainte moyenne.

4 Vers les plus grands rapports de charge

Lorsque le rapport de charge augmente, la gamme d'amplitude de contrainte pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement diminue fortement pour le TA6V. Les amplitudes de contrainte étant plus faibles, les dissipations cycliques le sont également et les niveaux de dissipation sont alors très faibles pour les rapports de charge élevés (Figure III.29). Ainsi, il est très probable que la réalisation d'essais à rapports de charge encore plus élevés diminue davantage la dissipation cyclique. Les limites du montage actuel sont alors atteintes. Il faudrait en effet pouvoir augmenter la fréquence de sollicitation ou diminuer le pas de chargement, ce qui n'était pas possible avec la machine d'essais utilisée. Adapter le protocole sur une autre machine n'était pas envisageable dans le temps imparti pour les travaux de thèse.

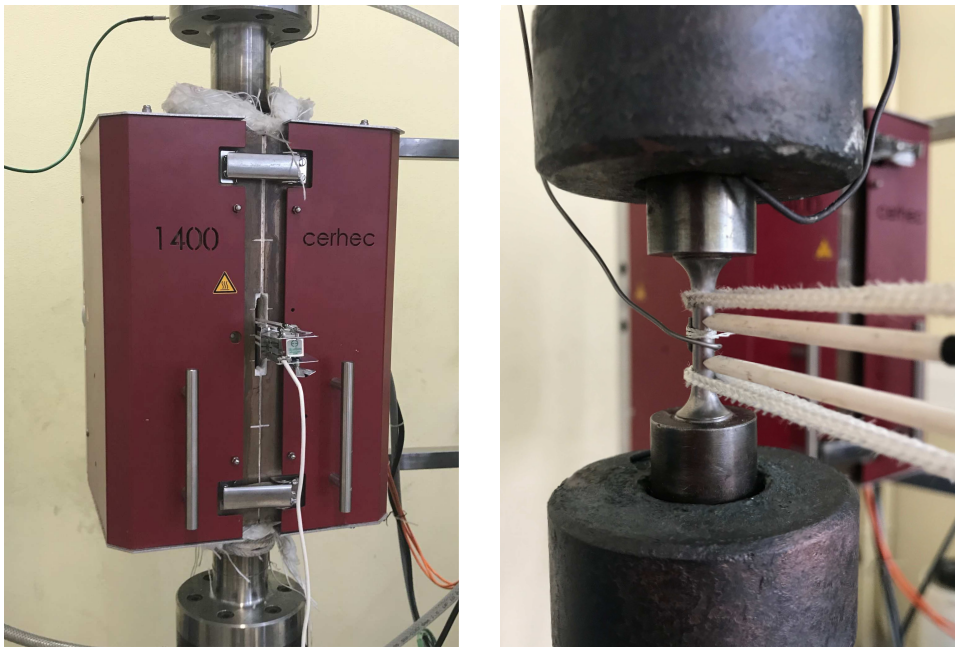
L'objectif principal de cette partie est donc d'évaluer l'impact d'une pré-déformation plastique sur la courbe d'auto-échauffement. En effet, pour les derniers paliers de la courbe d'auto-échauffement, les contraintes maximales sont parfois très élevées et probablement très proches de la limite d'élasticité macroscopique du matériau. Dans un premier temps, des essais de traction seront réalisés pour évaluer ces différents paramètres. Ensuite, l'impact d'une pré-déformation plastique sur le comportement en auto-échauffement est présenté pour le TA6V à $250°C$. Enfin, ces résultats sont analysés dans l'optique d'évaluer les limites d'endurance à plus forte contrainte moyenne par la méthode d'auto-échauffement.

4.1 Difficultés avec les essais d'auto-échauffement

Afin d'évaluer l'impact des contraintes maximales élevées, un essai de traction est réalisé pour estimer la limite d'élasticité et la résistance des éprouvettes de TA6V à $T = 250°C$. Ces valeurs sont alors comparées aux résultats d'auto-échauffement et à la base de données d'essais de fatigue.

4.1.1 Courbe de traction à $250°C$

Pour réaliser les essais de traction, un extensomètre haute température est utilisé (Figure III.37).



(a) **(b)**

Figure III.37 – *Dispositif expérimental pour la réalisation d'essais de traction à haute température - Mise en place de l'extensomètre avec le four*

La courbe de traction est obtenue en déplacement imposé pour une vitesse de la traverse d'environ $0,001mm/s$ jusqu'à une déformation nominale de $0,5\%$, puis pour une vitesse de $0,005mm/s$ jusqu'à rupture de l'éprouvette (environ 25% en déformation logarithmique). Quelques décharges sont effectuées pour évaluer l'évolution du module de Young en fonction de la déformation pour pouvoir réaliser les pré-déformations plastiques de manière plus précise (Figure III.38). La valeur de la limite d'élasticité est évaluée pour une déformation, plastique de $0,2\%$.

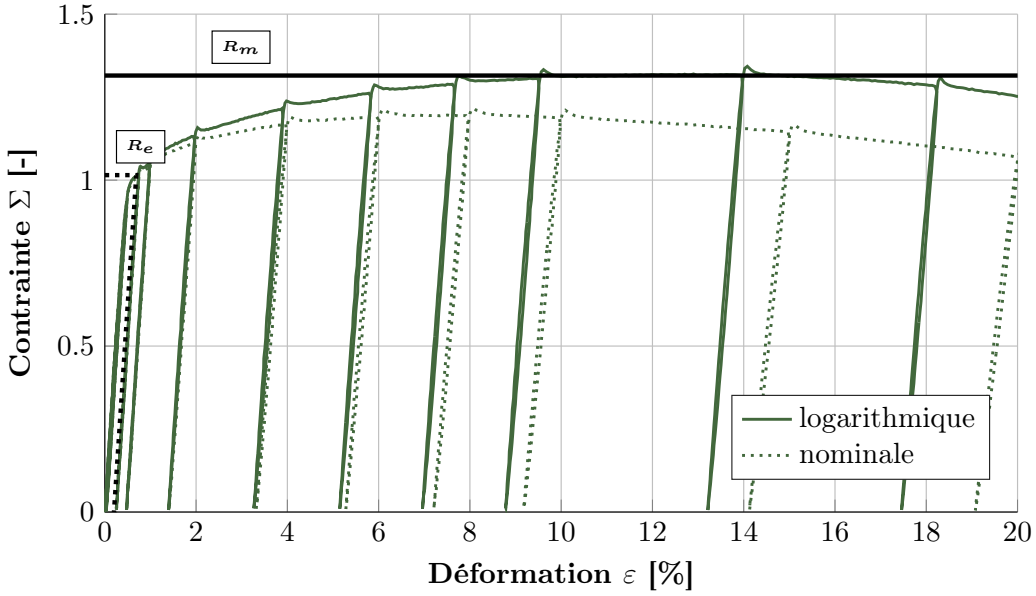


Figure III.38 – *Courbe de traction du TA6V à $T = 250℃$*

Les valeurs de R_e et de R_m sont alors évaluées à titre d'illustration (dépendance à la vitesse de sollicitation [Surand, 2013]). L'objectif de cette courbe de traction est avant tout d'évaluer la rigidité de la ligne afin de réaliser les pré-déformations plastiques sans extensomètre, juste avant la réalisation d'un essai d'auto-échauffement (Section 4.2).

Le suivi de température au cours de l'essai montre une importante élévation de la température de l'éprouvette, même pour les vitesses d'essais relativement faibles.

Il est donc fortement envisagé que ça soit bien de la dissipation liée à la déformation plastique de l'éprouvette au cours des tous premiers cycles qui était à l'origine des pics de température constatés au cours des paliers d'auto-échauffement à amplitude de contrainte élevée pour $R = 0$ et $R = 0,5$ (Figure III.26 et Figure III.27), mais pas pour $R = -1$ (Figure III.20).

4.1.2 Analyse des résultats d'auto-échauffement et de fatigue

Les amplitudes de contrainte considérées lors de la réalisation des essais d'auto-échauffement et dans la base de données de fatigue sont exprimées en contrainte nominale (les déformations n'excèdent en général pas 1% et donc sont très proches des valeurs logarithmiques). Lorsque les courbes d'auto-échauffement sont tracées en contrainte maximale, il est possible de constater que les valeurs maximales de contrainte des derniers paliers se situent au-dessus de la limite d'élasticité du matériau pour les courbes à $R = 0$ et $R = 0,5$ (le "R_m" en contrainte nominale correspond environ à $1,21$). Des questions se posent donc sur l'impact de ces chargements à contrainte maximale élevée sur la courbe d'auto-échauffement (Figure III.39).

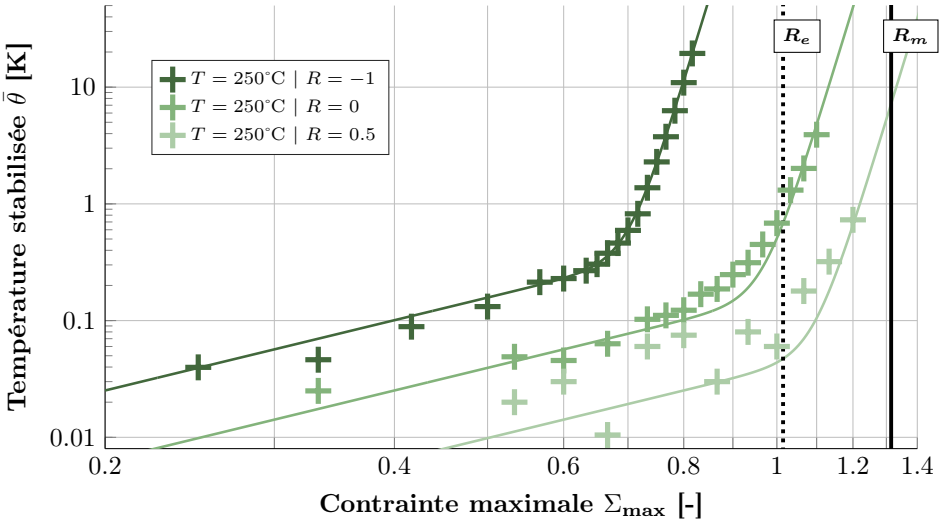
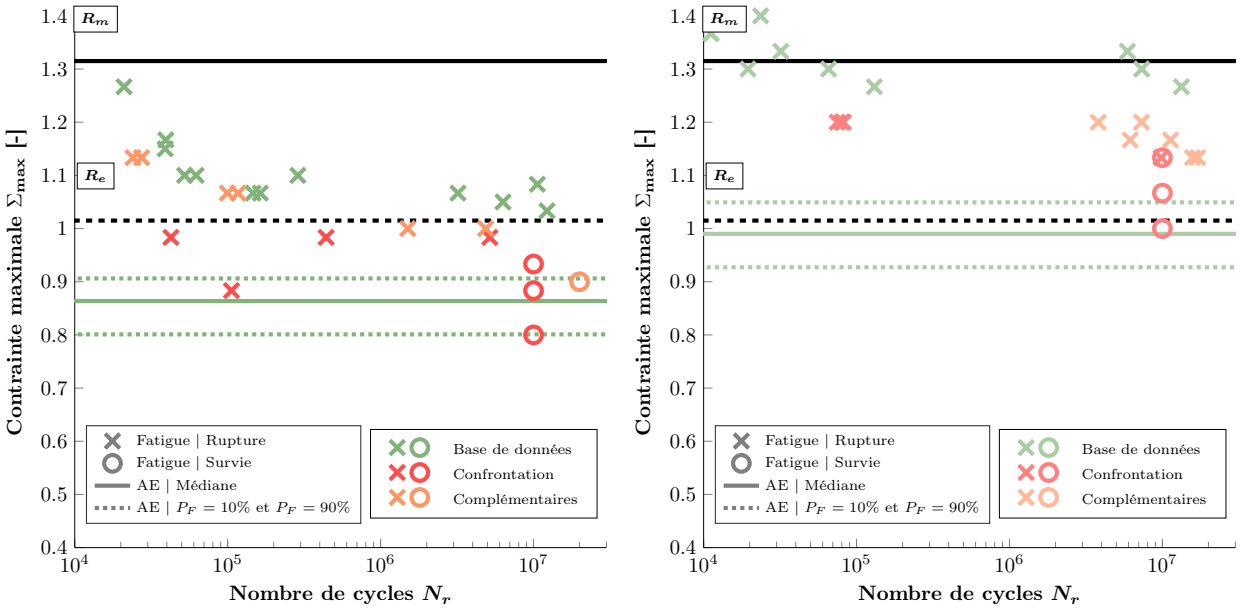


Figure III.39 – *Représentation des courbes d'auto-échauffement en fonction de la contrainte (nominale) maximale appliquée du TA6V à $T = 250°C$*

De la même manière, les résultats de fatigue sont représentés en contrainte maximale (Figure III.40). Il y a donc des éprouvettes, sollicitées à contrainte imposée, pour des valeurs au-dessus de la limite d'élasticité avec des durées de vie autour de 10^7 cycles (et même pour des contraintes maximales très proches de R_m [1]). Ces éprouvettes ont certainement subi des déformations plastiques au cours des premiers cycles.



(a) *Rapport de charge : $R = 0$*

(b) *Rapport de charge : $R = 0,5$*

Figure III.40 – *Représentation des résultats d'essais de fatigue en contrainte (nominale) maximale du TA6V à $T = 250°C$ ($R = 0$ et $R = 0,5$)*

Il semble donc pertinent d'évaluer l'influence d'une pré-déformation plastique sur les courbes d'auto-échauffement et donc également sur les propriétés en fatigue. D'autant plus que pour les aciers à température ambiante, une pré-déformation plastique impacte l'intensité du régime primaire [Munier, 2012, Louge, 2019].

1. Les essais de la base de données viennent de lots différents qui possèdent probablement une meilleure résistance.

4.2 Influence d'une pré-déformation plastique sur la courbe d'AE

Afin d'optimiser le temps d'essai, les pré-déformations sont réalisées en déplacement traverse. En effet, la rigidité de la ligne a été évaluée par des essais de tractions, et une très bonne répétabilité (en effort maximal atteint notamment) a été constatée lors de leurs réalisations. L'avantage est qu'il n'est pas nécessaire d'ouvrir le four après la réalisation de la pré-déformation pour enlever l'extensomètre, puis attendre une deuxième stabilisation de la température. La pré-déformation est ainsi réalisée juste avant l'application du premier palier, dans la configuration d'un essai d'auto-échauffement.

Dans la suite, les contraintes et déformations logarithmiques sont utilisées (et uniquement calculées à partir des valeurs de pré-déformations plastiques appliquées). Quatre valeurs de pré-déformation ont été étudiées ; $0,1\%$, $0,2\%$, $1,0\%$ et $6,0\%$. Les contraintes maximales atteintes lors de quelques pré-déformations sont illustrées (Figure III.41), avec notamment $\Sigma_{0,2\%} = R_e$ et $\Sigma_{0\%}$ estimée dès la perte de linéarité (déformation plastique inférieure à $0,01\%$).

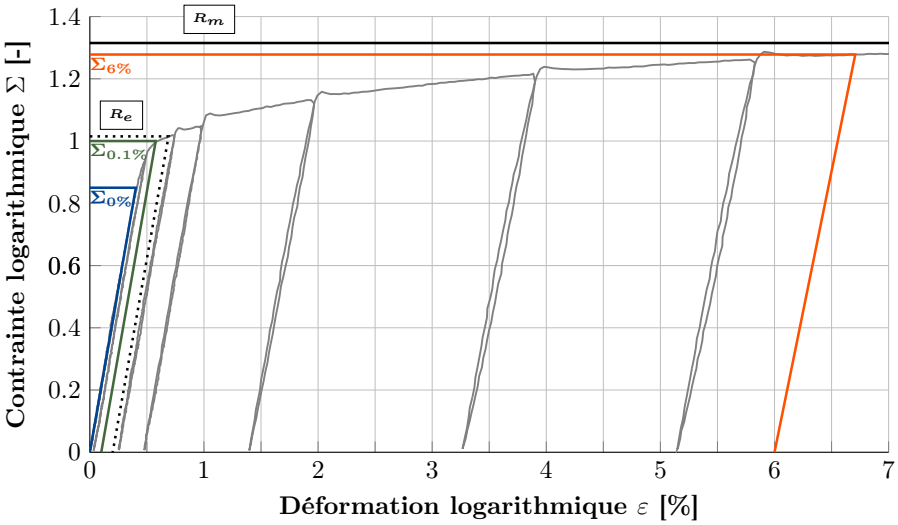


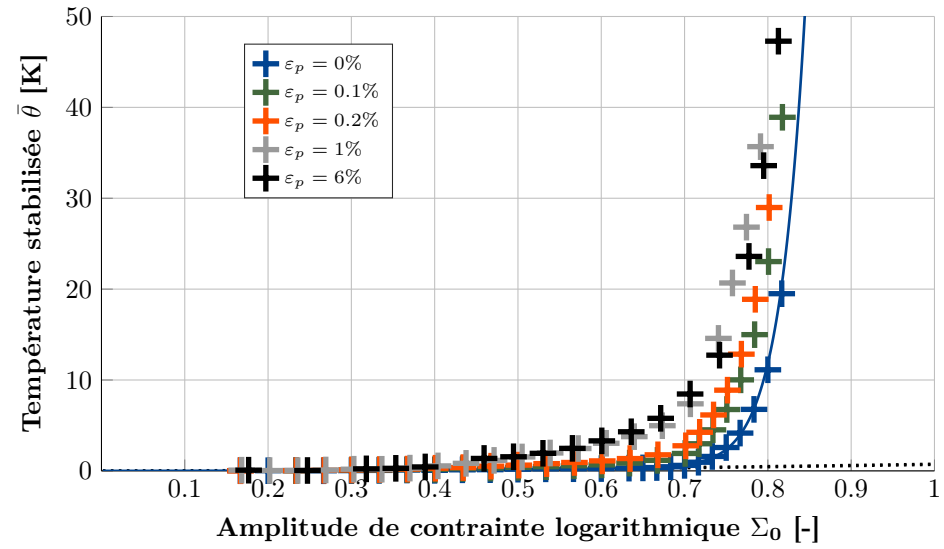
Figure III.41 – *Réalisation des pré-déformations sur TA6V à $T = 250°C$*

4.2.1 Résultats d'essais pour $R = -1$

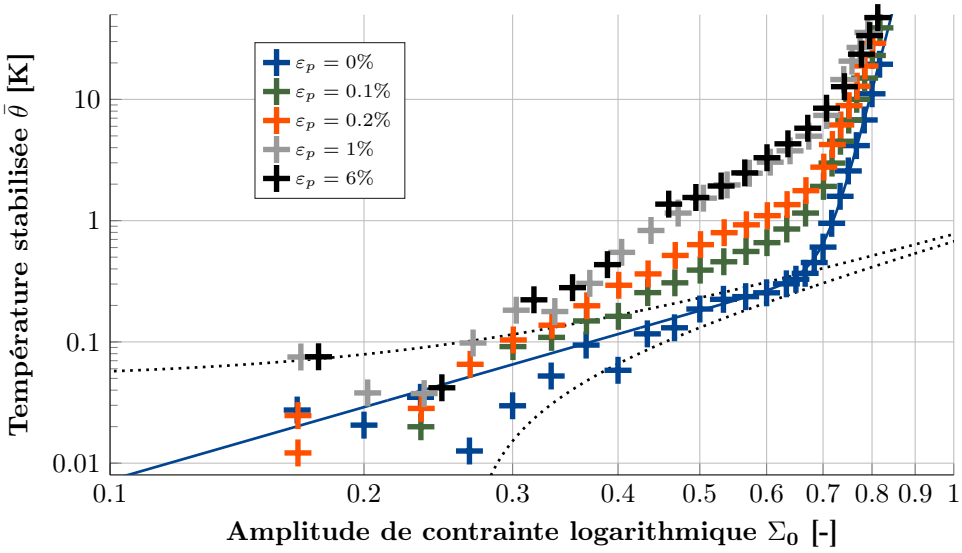
Des courbes d'auto-échauffement sans contrainte moyenne ont été réalisées pour différentes valeurs de pré-déformations plastiques (Figure III.42). Les résultats sont présentés en contrainte et déformation logarithmiques. L'objectif est alors d'évaluer l'influence d'une pré-déformation seule sur la courbe d'auto-échauffement. Le modèle identifié sur la condition vierge de référence est également représenté.

Tout comme pour les aciers à température ambiante, une pré-déformation plastique initiale modifie de manière significative le régime primaire d'auto-échauffement. Cette évolution serait expliquée par une population de dislocation apparaissant lors de la déformation plastique, et impactant alors le niveau de dissipation [Munier, 2012]. *A priori*, le régime secondaire ne semble pas trop impacté par la pré-déformation plastique. Le modèle probabiliste à deux échelles est alors utilisé pour faciliter l'analyse du régime secondaire. Pour certains paliers à forte amplitude, des élévations de température de plus de $40°C$ sont parfois constatés (et ne stabilisant pas). Ainsi, des questions se posent sur la représentativité de ces derniers paliers pour l'analyse.

Le régime primaire est donc très impacté, dès $0,1\%$ de déformation plastique et semble saturer rapidement à environ 1%. La pente du régime est également modifiée et ne semble plus être de 2 pour certaines valeurs de pré-déformation plastique. Ainsi, deux analyses sont mises en place ; la première dans le cadre d'un régime primaire avec une pente fixe de 2 et la seconde, avec une pente variable.



(a) *Échelle linéaire*



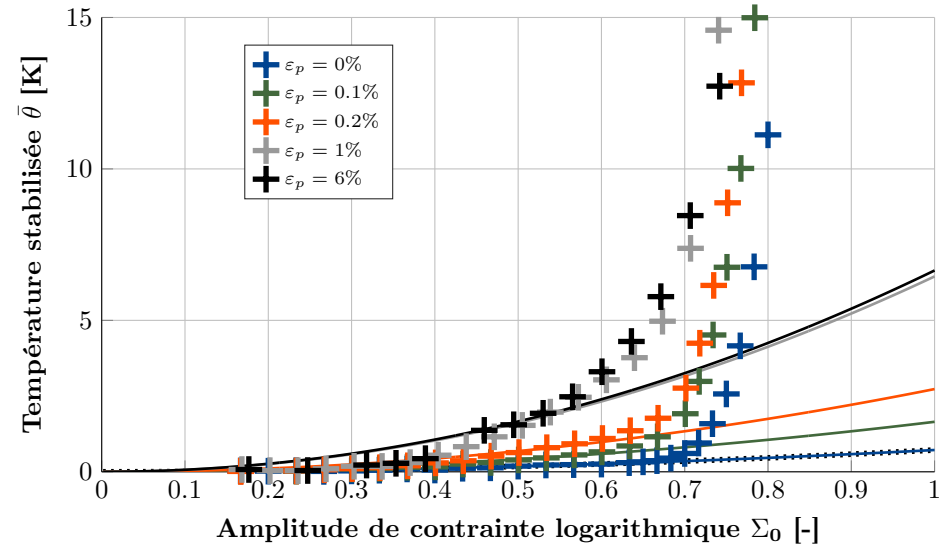
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.42 – *Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur la courbe d'auto-échauffement du TA6V à $T = 250℃$ et $R = -1$*

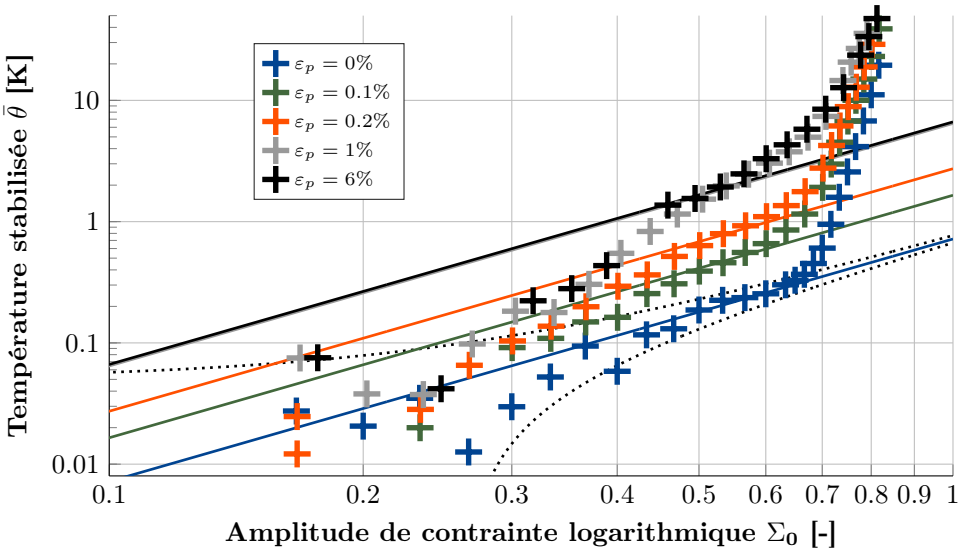
a) Pente du régime primaire à 2

Avec une pente du régime primaire fixée à 2, l'intensité du régime dépend fortement des paliers considérés pour l'identification. Ainsi, les régimes primaires sont identifiés pour des amplitudes de contrainte vraie entre $\Sigma_0 = 0,450$ et $\Sigma_0 = 0,550$ (Figure III.43). La description des régimes primaires n'est alors pas satisfaisante (surtout pour des faibles valeurs d'amplitude). Un dépouillement similaire à celui mis en place pour l'influence du rapport de charge est tout de même utilisé.

Les régimes secondaires sont alors identifiés et représentés (Figure III.44). Pour évaluer l'impact de la limite d'endurance, il est nécessaire de considérer un module de Weibull identique. Ainsi, le dépouillement est réalisé avec un $m = 25$, mais des m sont tout de même identifiés pour évaluer l'impact de la pré-déformation plastique (dans le sens de la pente du second régime). Les valeurs issues de l'analyse sont rassemblées (Table III.3).



(a) *Échelle linéaire*

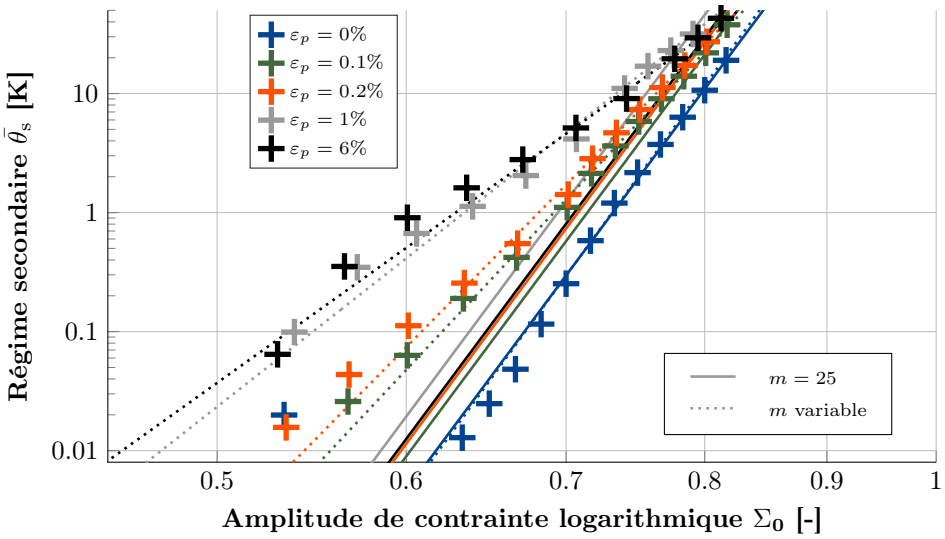


(b) *Échelle logarithmique*

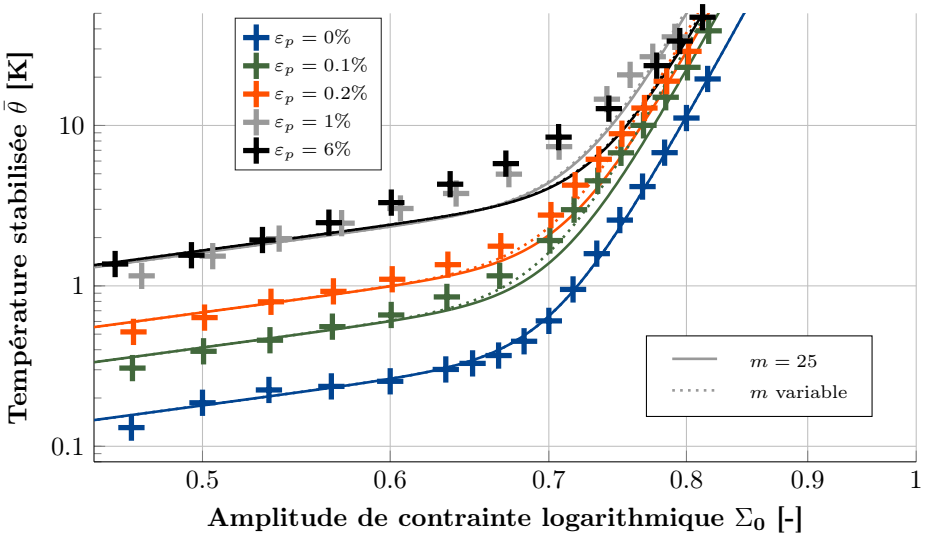
Figure III.43 – *Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur l'intensité du régime primaire du TA6V à $T = 250°C$ et $R = -1$ (pentes fixées à 2)*

Table III.3 – *Analyse des courbes d'auto-échauffement avec la pente du régime primaire fixée à 2*

Pré-déformation ε_p	m **variable**	$m = 25$ Σ_∞^{50}	[%]
0%	**24,9**	**0,633**	**-**
0,1%	19,4	0,608	-3,9%
0,2%	18,4	0,604	-4,7%
1%	16,1	0,600	-5,3%
6%	15,6	0,608	-4,0%



(a) *Régime secondaire*



(b) *Régime primaire et régime secondaire*

Figure III.44 – *Identification du régime secondaire et représentation des modèles identifiés avec la pente du régime primaire fixée à 2*

Avec cette analyse par une pente fixée à 2, le m, dans le sens de la pente du régime secondaire, est fortement impacté. Pour évaluer la limite d'endurance, le dépouillement est réalisé avec un $m = 25$, et l'intensité du régime secondaire est alors identifié sur les derniers paliers de chaque condition. De cette manière, la pré-déformation plastique semble impacter la limite d'endurance, en la diminuant d'à peu près 5% par rapport à l'état vierge. Cependant, des questions se posent sur cette analyse étant donné que les courbes d'auto-échauffement ne sont pas très bien décrites.

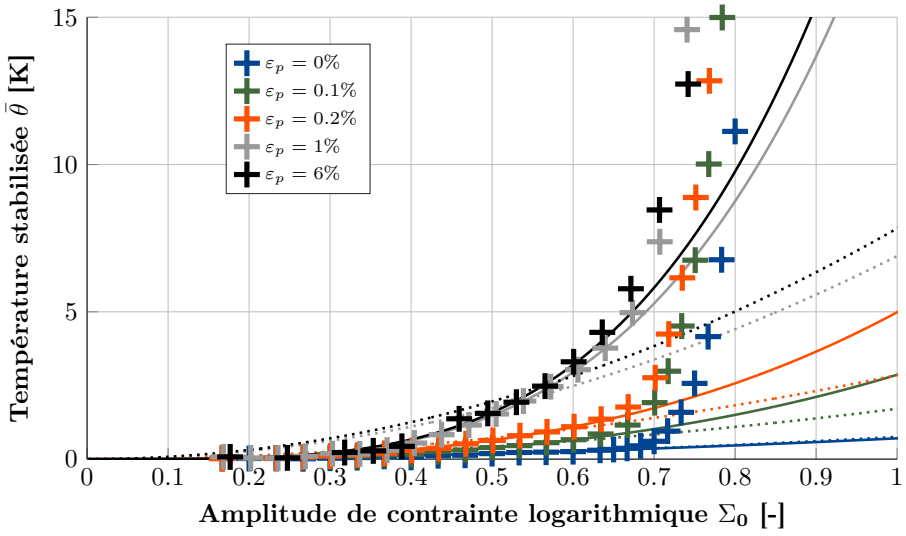
b) Pente du régime primaire variable

Une deuxième solution consiste à considérer une pente variable pour le régime primaire, et donc de décrire la courbe d'auto-échauffement avec

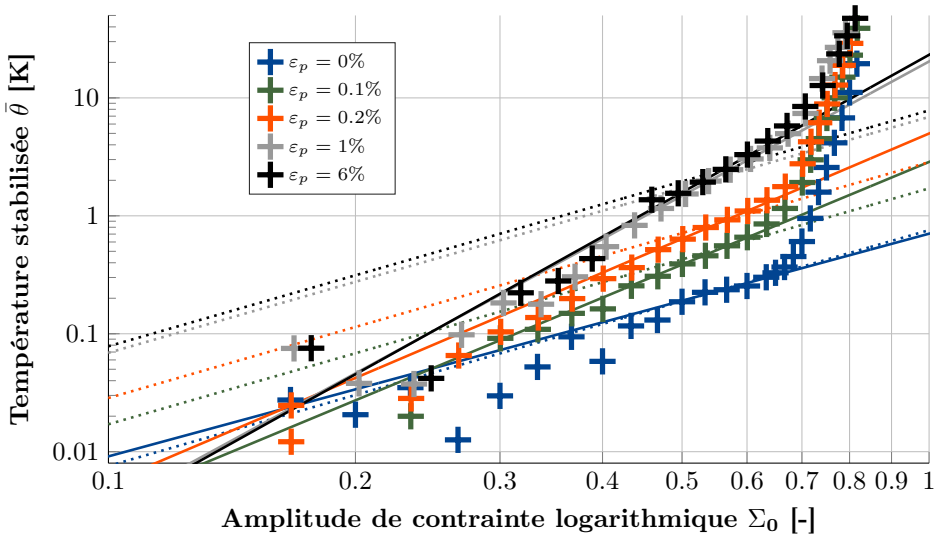
$$\bar{\theta} = \alpha \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^n + \beta \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_{ref}}\right)^{m+2}, \tag{III.8}$$

où n représente alors cette pente, dépendante de la pré-déformation appliquée. Le régime primaire ainsi décrit est alors identifié pour tous les états initiaux, de la même manière que précédemment,

pour une gamme d'amplitude de contrainte allant de $\Sigma_0 = 0,450$ à $\Sigma_0 = 0,550$ (Figure III.45). Les régimes primaires identifiés avec une pente fixe de 2 sont également illustrés à titre de comparaison.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

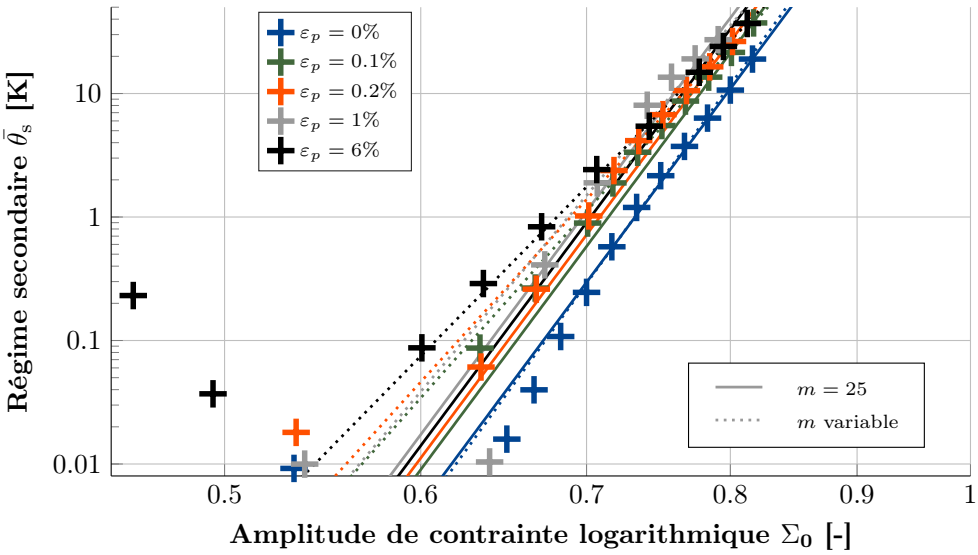
Figure III.45 – *Influence d'une pré-déformation plastique initiale sur le régime primaire du TA6V à $T = 250°C$ et $R = -1$ (pentes variables)*

Les régimes primaires sont donc mieux décrits, mais la pente varie jusqu'à environ 4 (Table III.4). Au vu des résolutions thermiques, il n'y a pas de doute sur l'identification de cette pente. L'analyse est alors réalisée de la même manière que précédemment, les régimes secondaires sont identifiés, avec un m variable, et avec $m = 25$ pour déterminer l'impact sur la limite d'endurance médiane (Figure III.46 et Table III.4).

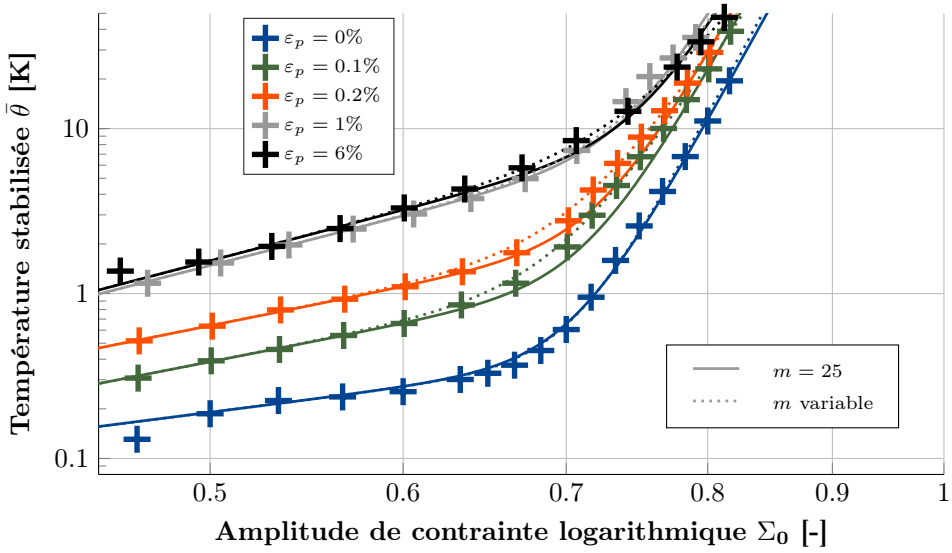
Avec cette analyse, les courbes d'auto-échauffement sont mieux décrites et le m du régime secondaire, au sens de la pente, est moins impacté par l'identification du régime primaire. Concernant l'évolution de la limite d'endurance, les résultats sont similaires pour les deux analyses. En effet, l'identification se fait sur les derniers paliers, pour lesquels l'auto-échauffement est très important et la part du régime primaire, minimisée.

Table III.4 – *Analyse des courbes d'auto-échauffement avec une pente du régime primaire variable*

Pré-déformation ε_p	n	m variable	$m = 25$ Σ_∞^{50}	[%]
0%	**1,9**	**25,7**	**0,633**	**-**
0,1%	2,9	20,6	0,617	-2,6%
0,2%	3,0	20,1	0,611	-3,5%
1%	3,8	21,7	0,601	-5,1%
6%	3,9	18,5	0,606	-4,4%



(a) *Régime secondaire*



(b) *Régime primaire et régime secondaire*

Figure III.46 – *Identification du régime secondaire et représentation des modèles identifiés avec la pente du régime primaire variable*

4.2.2 Influence du rapport de charge

Quelques essais à $R = 0$ ont été réalisés sur des états pré-déformés, notamment pour $\varepsilon_p = 0,1\%$ et $\varepsilon_p = 6,0\%$, qui sont comparés aux résultats d'essais sur éprouvette vierge (Figure III.47).

Pour faciliter l'interprétation, ces courbes d'auto-échauffement sont également représentées en contrainte maximale (Figure III.48), avec la mise en évidence des contraintes maximales approximatives atteintes lors des pré-déformations (Figure III.41).

Les valeurs atteintes lors des pré-déformations ainsi que les valeurs de R_e et R_m sont estimées de manière approximative, mais permettent tout de même d'analyser plus facilement les résultats de cette campagne. Il y a alors trois constatations intéressantes sur l'analyse de ces dernières courbes :

- pour une même pré-déformation plastique initiale les essais à $R = 0$ ont un régime primaire identique aux essais correspondants à $R = -1$;
- lorsque la valeur approximative de contrainte appliquée lors de la pré-déformation est dépassée, alors les courbes d'auto-échauffement semblent se rassembler (comportement similaire des essais à $R = 0$ pour l'état vierge et l'état $\varepsilon_p = 0,1\%$ après la valeur $\Sigma_{0,1\%}$) ;
- le régime secondaire de l'essai à $R = 0$ pour $\varepsilon_p = 6,0\%$ n'est pas visible.

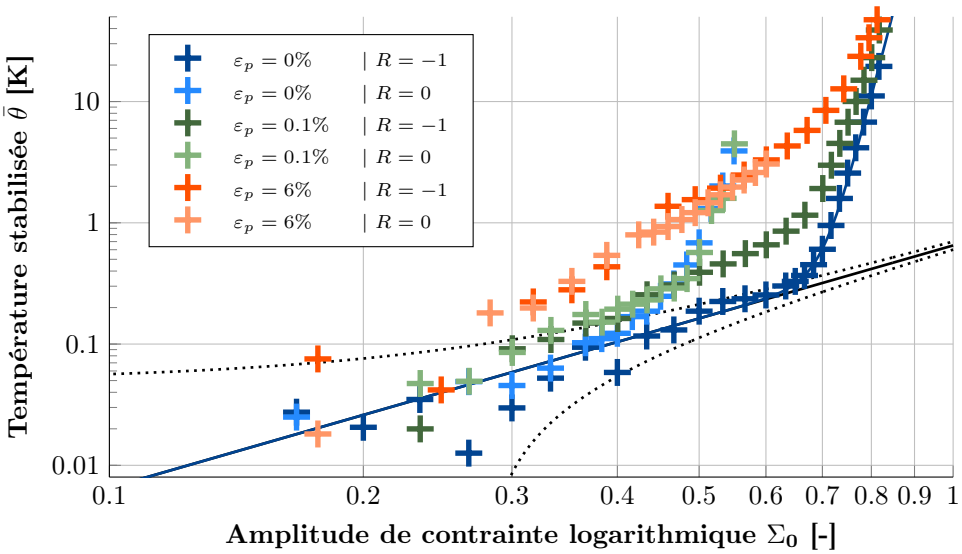
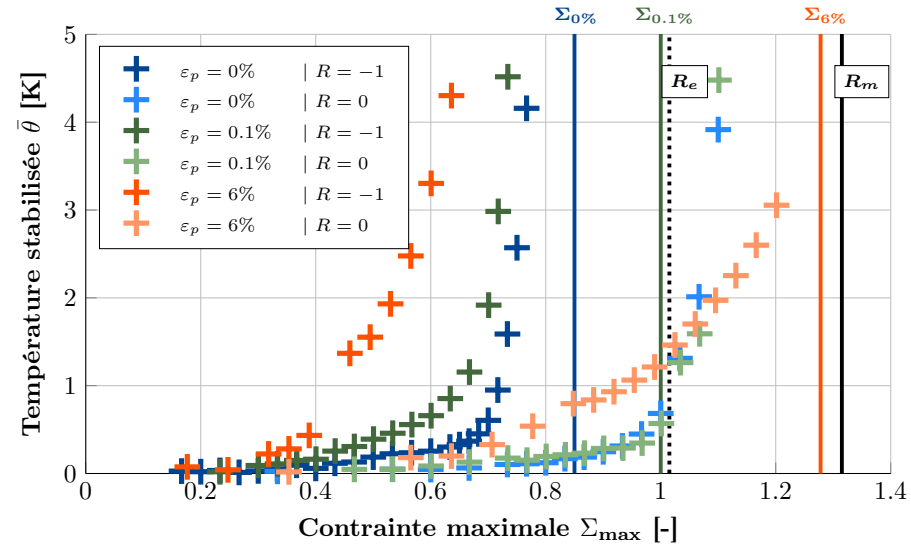


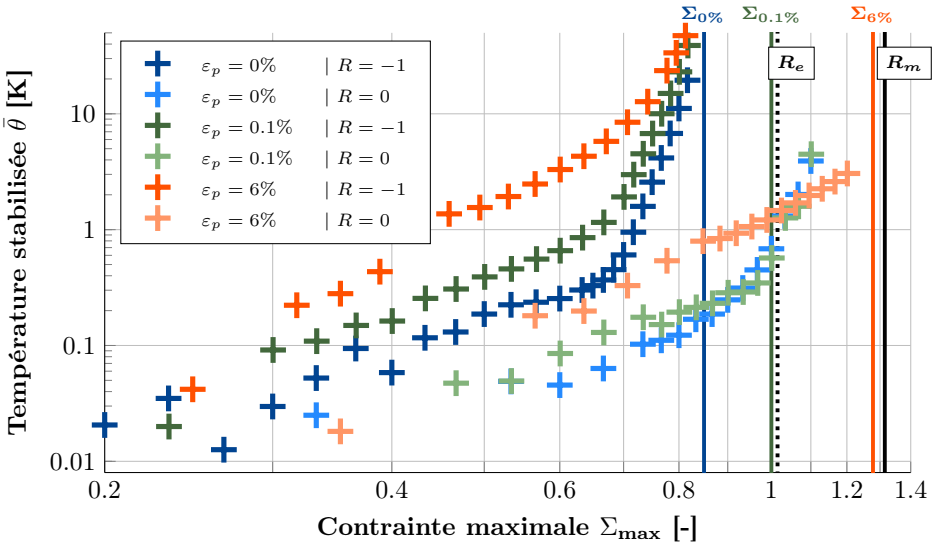
Figure III.47 – *Influence du rapport de charge sur états pré-déformés - TA6V à $T = 250°C$*

Ainsi, il n'est pas pertinent de mettre en place une analyse similaire à celle réalisée pour la condition $R = -1$. Les derniers paliers, utilisés pour l'identification du régime secondaire, sont à des niveaux de contraintes supérieures à la valeur appliquée lors de la pré-déformation. Le dernier point pour la condition $\varepsilon_p = 6,0\%$ à $R = 0$ illustre une autre difficulté lié aux essais d'auto-échauffement, celle des matériaux à haute limite d'élasticité (pour lesquels il arrive que le régime secondaire soit difficilement atteignable, car probablement masqué par le régime primaire ; et il n'y a pas de possibilité d'augmenter l'amplitude de contrainte pour observer plus de dissipation cyclique, car la contrainte maximale est déjà proche du R_m).

Ces essais n'ont pas été doublés. Il serait donc intéressant de les valider ou non. Dans tous les cas, des questions se posent sur les auto-échauffement détectés pour les essais sur TA6V à $R = 0,5$, même à l'état vierge (Figure III.39). S'agit-il seulement de la modification du régime primaire en fonction de la valeur de déformation plastique (et donc de la détection du début de plasticité macroscopique) ? Ou s'agit-il d'un "véritable" régime secondaire ?



(a) *Échelle linéaire*



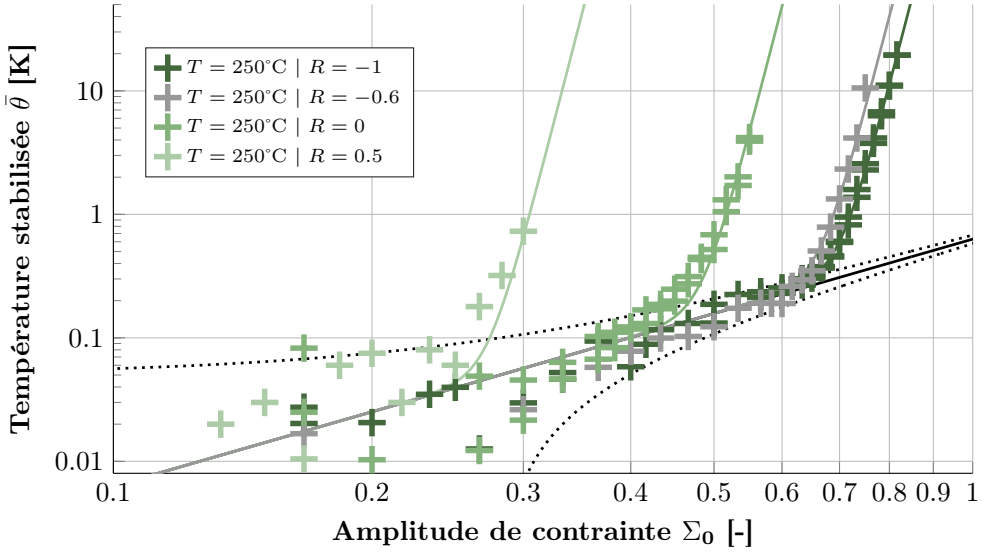
(b) *Échelle logarithmique*

Figure III.48 – *Représentation en contrainte maximale (vraie) de l'influence du rapport de charge sur état pré-déformés - TA6V à $T = 250°C$*

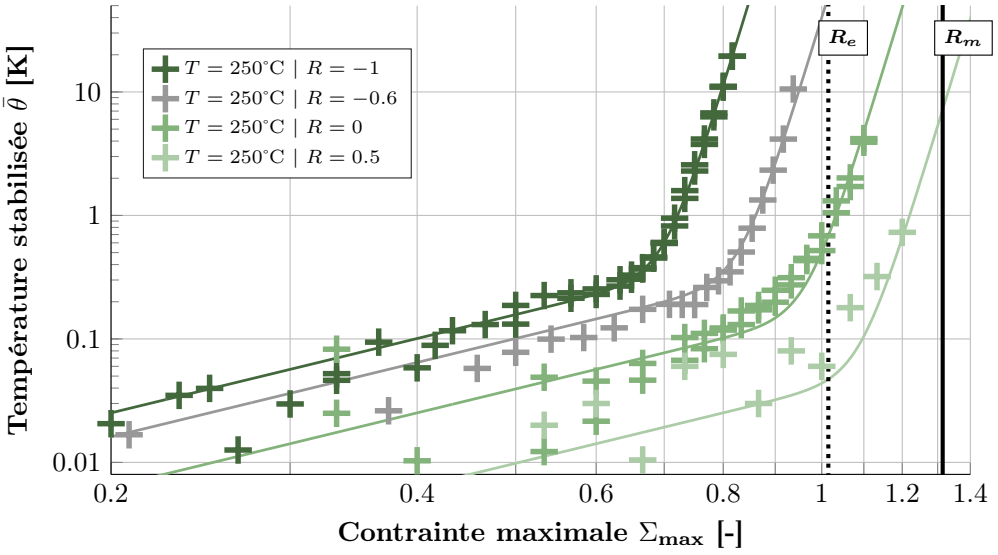
4.2.3 Discussion

Pour illustrer la capacité des essais d'auto-échauffement à rendre compte de l'influence du rapport de charge, et donc la présence d'une contrainte moyenne, un essai d'auto-échauffement est réalisé sur une éprouvette vierge à $T = 250°C$ pour un rapport de charge de $R = -0,6$ (Figure III.49). Le rapport de charge $R = -0,6$ a été choisi pour que l'ensemble des paliers analysés soit dans le domaine d'élasticité macroscopique et que l'essai puisse être directement comparé à la condition $R = -1$. L'analyse se fait de la même manière que précédemment, avec le modèle probabiliste à deux échelles (et une pente du régime primaire fixée à 2, soit le cadre classique). Les valeurs de limite d'endurance médiane sont alors rassemblées dans un diagramme de Haigh (Figure III.50). L'influence de la contrainte moyenne est alors détectable par auto-échauffement.

Les essais à $R = 0$ et $R = 0,5$ sont plus délicats à interpréter, car ils se rapprochent, en contrainte maximale, de la limite d'élasticité macroscopique. Cela est également le cas pour les essais de fatigue classique. Cependant, lors de mesures d'auto-échauffement il est nécessaire d'atteindre des niveaux de contraintes encore plus élevées (pour détecter de la dissipation cyclique au-dessus des seuils d'activation des sites), ce qui est alors délicat à rapports de charge élevés.



(a) *Représentation en Σ_0 - Échelle logarithmique*



(b) *Représentation en Σ_{max} - Échelle logarithmique*

Figure III.49 – *Essais d'auto-échauffement du TA6V à $T = 250°C$ sur état vierge - $m = 25$*

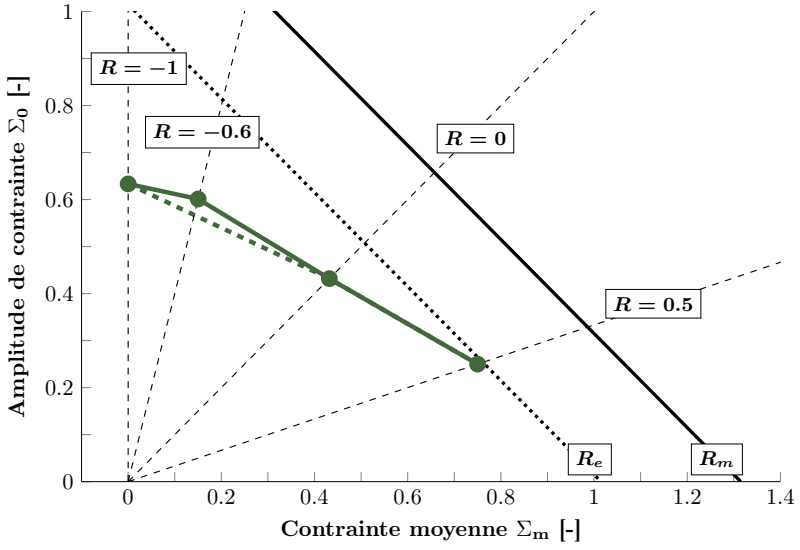


Figure III.50 – *Diagramme de Haigh du TA6V à $T = 250°C$ obtenu avec le dépouillement proposé*

L'évolution du régime primaire avec la déformation plastique peut alors fausser la détection du début du régime secondaire et entraîner une sous-estimation des limites d'endurance (ce qui semble être le cas pour les conditions $R = 0$ et $R = 0,5$). L'analyse de l'auto-échauffement dans ce cas doit être plus poussée, en modélisant par exemple l'impact de la déformation plastique sur le régime primaire [Louge, 2019] (effets d'histoire liés à la succession de paliers). Il s'agit de perspectives intéressantes, cependant les tendances observées avec la comparaison à des essais de fatigue classique sont déjà très satisfaisantes (Figure III.36).

La perspective majeure sur le TA6V concerne d'abord la compréhension des mécanismes de dissipation pour les deux régimes d'auto-échauffement et de ruine en fatigue, afin d'éventuellement adapter la modélisation actuelle. Pour cela, il y a plusieurs perspectives intéressantes :

- réalisation d'essais d'auto-échauffement avec des éprouvettes de TA6V ayant des microstructures différentes ;
- influence de la fréquence de sollicitation sur la courbe d'auto-échauffement ;
- réalisation de paliers d'auto-échauffement longs afin d'évaluer l'évolution de la dissipation cyclique (ou essais interrompus) ;
- réalisation d'essais d'auto-échauffement dans d'autres configurations (notamment à contrainte maximale constante ou à contrainte moyenne constante).

Comme évoqué précédemment, l'étude des plus grands rapports de charge (et plus généralement des essais à forte contrainte moyenne) doit être effectuée à des fréquences plus élevées pour augmenter le signal thermique, et avec un nombre de paliers plus important (et donc un pas plus faible entre les niveaux d'amplitude). L'interprétation de ses essais doit alors se faire avec la connaissance de l'impact des pré-déformations plastiques sur la courbe d'auto-échauffement, et notamment du régime primaire.

5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, deux campagnes d'essais sur un alliage de titane sont présentées. L'objectif principal de l'étude était de mettre en place un protocole d'essai d'auto-échauffement à haute température. La première campagne a permis de développer le protocole et d'évaluer l'impact de la température et du rapport de charge sur la courbe d'auto-échauffement, afin d'obtenir rapidement des diagrammes de Haigh.

Du fait des très bonnes résolutions thermiques obtenues par l'optimisation du protocole d'essais et par les caractéristiques très intéressantes du TA6V, une seconde campagne d'essais a permis d'évaluer l'influence d'une pré-déformation plastique initiale sur la courbe d'auto-échauffement. L'objectif était d'améliorer la compréhension des mécanismes dissipatifs afin de faciliter l'analyse des courbes d'auto-échauffement à contrainte maximale élevée, proche, voire au-dessus, de la limite d'élasticité macroscopique.

Les résultats importants de ce chapitre sont regroupés en deux parties ; la première concernant les essais d'auto-échauffement à haute température, et la seconde sur les résultats obtenus sur l'alliage de titane, et notamment à partir du modèle probabiliste à deux échelles.

- **Protocole d'essais à haute température :**

Le protocole mis en place pour ces deux premières campagnes d'essais a permis de détecter de très faibles élévations de température, à savoir l'auto-échauffement de l'éprouvette sous sollicitations cycliques, dans un environnement à haute température [1]. L'environnement étant très stable et optimisé, les résolutions de mesure sont très bonnes. Ainsi, des essais ont pu être réalisés dans de nombreuses conditions de température et de rapports de charge. Le protocole ainsi défini est opérationnel pour l'étude de différents alliages métalliques.

Il est important de noter que ces résultats d'essais constituent une première mondiale, avec la réalisation de courbes d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante.

Dans le chapitre suivant, le protocole sera encore adapté pour l'étude d'un superalliage base nickel à des températures encore plus élevées. L'objectif est de réaliser des courbes d'auto-échauffement pour un environnement thermique avoisinant les $1000°C$. Cette première étude sur le TA6V à des températures intermédiaires était alors une étape nécessaire pour développer le protocole d'essai d'auto-échauffement à haute température.

Le domaine d'application de la méthode d'auto-échauffement est ainsi étendu aux hautes températures et permet alors d'évaluer la dissipation cyclique, et donc l'activité microplastique liée à la sollicitation cyclique. Il s'agit d'une information précieuse et relativement simple d'accès (simple mesure par thermocouples). L'interprétation est alors plus délicate et il est nécessaire de mettre en place un modèle décrivant les phénomènes observés pour pouvoir faire le lien avec les propriétés en fatigue.

L'obtention rapide des propriétés en fatigue (en quelques heures) à haute température ouvre également des perspectives intéressantes sur l'étude de l'influence du fluage lors de la réalisation d'essais de fatigue. En effet, les mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques permettent d'évaluer "uniquement" l'endommagement cyclique, donc théoriquement sans l'influence du fluage. Pour cela, il faut être en mesure d'effectuer des essais d'auto-échauffement pour des rapports de charges élevés, ce qui reste délicat et qui passera probablement par une augmentation de la fréquence de sollicitation (pour augmenter le signal thermique).

1. Ce protocole n'a pas été obtenu du premier coup. De nombreuses itérations ont été réalisées afin de le déterminer, et notamment le système d'acquisition de température. Les courbes présentées dans ce chapitre ont été obtenues avec le protocole final, qui a brièvement était présenté dans ce chapitre.

- **Essais d'auto-échauffement sur le TA6V :**

Les principaux résultats des deux campagnes d'essais sont :

- présence de deux régimes d'auto-échauffement pour cet alliage ;
- répétabilité de la courbe d'auto-échauffement ;
- influence de la température sur le régime secondaire ;
- influence du rapport de charge sur le régime secondaire ;
- influence d'une pré-déformation plastique sur le régime primaire.

Ainsi, un protocole de dépouillement basé sur la modélisation probabiliste à deux échelles a été proposé. L'utilisation de ce modèle repose uniquement sur la présence constatée des deux régimes d'auto-échauffement, dont le second est associé à l'apparition de sites de microplasticité, décrivant l'endommagement en fatigue.

Concernant l'estimation des limites d'endurance médianes pour différentes températures et rapports de charge, de très bonnes tendances sont observées lorsque les résultats sont comparés à des bases de données de fatigue. La répétabilité de la courbe d'auto-échauffement permet de valider le fait que l'éprouvette soit représentative de la population totale, et justifie donc que la dispersion des propriétés en fatigue puisse être identifiée à partir d'un seul essai. De la même manière que pour l'estimation des limites d'endurance, les résultats sont pertinents vis-à-vis des résultats d'essais de fatigue classique.

L'interprétation des essais d'auto-échauffement se fait donc à l'aide d'un modèle. Les résultats sont très prometteurs et permettent d'évaluer rapidement l'influence du rapport de charge et de la température sur les propriétés en fatigue. De plus, l'identification du module de Weibull est robuste, car les essais d'auto-échauffement sont très répétables.

Les perspectives majeures de l'étude sur le TA6V concernent la compréhension des mécanismes dissipatifs. Des études supplémentaires doivent être menées pour les décrire et identifier ceux à l'origine des deux régimes. Cela peut passer par plusieurs études, avec par exemple l'influence de la microstructure du TA6V ou du procédé d'obtention sur la courbe d'auto-échauffement. Il serait également intéressant d'étendre à d'autres alliages de titane pour évaluer la présence systématique ou non de deux régimes d'auto-échauffement.

Une étape importante serait également la quantification de la dissipation en la reliant aux mécanismes d'endommagement en fatigue. Cela passe par une bonne compréhension des mécanismes de dissipation et de ruine en fatigue du TA6V, et à la réalisation d'études supplémentaires comme l'effet de la fréquence de sollicitation (fatigue ultrasonore), suivie de palier long... dans le but de proposer un critère énergétique et de mieux comprendre le lien entre auto-échauffement et propriétés en fatigue.

Pour conclure sur le TA6V, la présence de deux régimes d'auto-échauffement permet de mettre en œuvre la modélisation probabiliste à deux échelles existantes, et donc d'analyser rapidement l'influence de la température et du rapport de charge sur les propriétés en fatigue. Il est alors possible d'obtenir rapidement le module de Weibull, et des diagrammes de Haigh pour différentes températures. Cela constitue alors un gain considérable en termes de coût et de temps de caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles.

Chapitre

IV

Vers les plus hautes températures : auto-échauffement sous sollicitation cyclique d'un superalliage monocristallin base nickel

Sommaire

1 Présentation du superalliage de nickel étudié **203**
1.1 Développement des superalliages base nickel 205
1.2 Caractérisation microstructurale et mécanique de l'AM1 206
1.2.1 Généralités 206
1.2.2 Mécanismes de déformation et comportement général du superalliage . . 209
1.2.3 Évolution de la microstructure 212
1.2.4 Présence de pores dans les superalliages monocristallins 213
1.3 Propriétés en fatigue de l'AM1 (et autres superalliages) 215
1.3.1 Fatigue oligocyclique (LCF) 215
1.3.2 Fatigue à grand et très grand nombre de cycles (HCF/VHCF) 215
1.3.3 Conclusion et objectifs des essais d'AE sur AM1 : 219
2 Essais d'auto-échauffement à haute température sur AM1 . . . . . **220**
2.1 Protocole d'essai à 950°C 220
2.2 Variabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1 224
3 Études complémentaires sur AM1 . . . . . **229**
3.1 Auto-échauffement à température ambiante 229
3.2 Estimation de la dissipation EF autour d'un pore 236
3.2.1 Principe et modèle utilisé 236
3.2.2 Loi élastoplastique parfaite (EPP) 237
3.2.3 Loi de l'AM1 (EVP en plasticité cristalline) 240
4 Conclusion et perspectives **246**

Des premiers essais d'auto-échauffement à des températures supérieures à la température ambiante ont été présentés au chapitre précédent, sur un alliage de titane. Ces essais ont permis de mettre en évidence de faibles élévations de la température de l'éprouvette sous sollicitation cyclique, dans un environnement à haute température. La modélisation probabiliste à deux échelles des essais d'auto-échauffement est alors pertinente pour l'interprétation des essais sur l'alliage de titane étudié, et donc la détermination rapide des propriétés en fatigue.

Le but de ce quatrième chapitre est de mettre en place un protocole d'auto-échauffement pour des températures encore plus élevées, afin de couvrir la partie chaude du turboréacteur. Pour cela, le matériau d'étude est un superalliage monocristallin base nickel, l'AM1, qui est utilisé pour certaines pièces pouvant fonctionner à des températures autour de $1000°C$. Ainsi, ce dernier chapitre possède plusieurs objectifs :

- la mise en place d'un protocole d'essais d'auto-échauffement sous sollicitation cyclique sur l'AM1 à haute température, en l'occurrence pour cette étude à $950°C$;
- la réalisation d'une première campagne d'essais avec des éprouvettes d'AM1 pour la condition $R = 0$ et $T = 950°C$;
- d'analyser les mesures d'auto-échauffement de l'AM1 pour cette condition d'essai ;
- le transfert et la mise en place du protocole au centre d'essais de Safran Aircraft Engines.

Il est à noter que pour ces températures le protocole d'essais présenté au chapitre précédent a largement été adapté, car les solutions proposées ne sont plus tout à fait opérantes. La mise en place du protocole à $950°C$ a alors demandé de très nombreuses itérations sur le montage des éprouvettes, sur le confinement du four et surtout sur l'acquisition des mesures thermiques (choix et mise en place des thermocouples). Le principal résultat de ce chapitre est alors les courbes d'auto-échauffement de l'AM1 à $950°C$ et à un rapport de charge de $R = 0$. Les courbes présentées dans ce chapitre sont issues du protocole final et les différentes itérations ne sont pas présentées. En effet, par manque de temps, il n'a pas été possible de tester d'autres températures et d'autres rapports de charge avec le protocole expérimental établi *in fine*.

L'analyse qualitative des premiers résultats montre alors que le protocole d'essais permet de mesurer la signature thermique de l'AM1 sous sollicitation cyclique à très haute température. Le protocole d'essais et l'acquisition de température sont optimisés pour obtenir la meilleure résolution possible, en réduisant notamment les pertes thermiques. La résolution thermique obtenue est alors très intéressante et permet de mettre en évidence une certaine dispersion, ou variabilité, de la courbe d'auto-échauffement pour cette condition d'essais. De plus, un résultat important du chapitre concernant l'auto-échauffement de l'AM1 est que ce matériau ne semble posséder qu'un seul régime d'auto-échauffement (dans la gamme des amplitudes de contrainte testées, mais qui couvre les domaines HCF/VHCF). Ceci est contraire à ce qui avait été observé au chapitre précédent sur l'alliage de titane et à ce qui est généralement observé sur les aciers à température ambiante, soit la présence de deux régimes d'auto-échauffement.

Ainsi, ce chapitre est composé de quatre parties. Dans un premier temps, le superalliage de nickel utilisé pour les essais à très haute température est présenté, avec notamment les particularités microstructurales et des propriétés en fatigue issues de la littérature. Dans un second temps, les essais d'auto-échauffement à haute-température sont présentés, soit à la condition $T = 950°C$ et $R = 0$ et ces résultats sont analysés qualitativement. Dans une troisième partie les investigations complémentaires sont présentées pour améliorer la compréhension des premiers résultats, soit les essais d'auto-échauffement à température ambiante et l'étude réalisée par calculs éléments finis (notamment sur l'influence de la désorientation du monocristal sur la dissipation induite autour d'un pore sous chargement cyclique). Enfin, la dernière partie est consacrée à la conclusion et aux perspectives du chapitre, concernant surtout l'apport des mesures d'auto-échauffement pour l'étude de la fatigue des superalliages monocristallins base nickel qui s'avère très prometteur.

1 Présentation du superalliage de nickel étudié

Le matériau étudié dans ce chapitre est l'AM1, un superalliage monocristallin base nickel de première génération. Son développement est issu de la collaboration de l'ONERA, de l'École des Mines de Paris, d'Imphy SA et de Safran Aircraft Engines ayant alors abouti à une brevet déposé en 1983.

Cet alliage a notamment été développé pour son utilisation comme matériau d'aubes de turbines haute pression, donc pour des applications haute température, avec une bonne résistance au fluage. Sa composition chimique et sa microstructure permettent d'avoir de très bonnes propriétés mécaniques à haute température. La première utilisation de l'AM1 concerne les aubes de turbines haute pression des moteurs M88, équipant les avions Rafale (Figure IV.1). En vol, la température moyenne sur des zones critiques des aubes est d'environ $950°C$. Le dimensionnement des aubes de turbines haute pression s'est fait par l'analyse en fatigue oligocyclique anisotherme de vols typiques/missions de référence. L'utilisation de l'AM1 a ensuite été étendue à des moteurs d'avions militaires de transport, comme dans le TP400, ou d'autres moteurs d'avions d'affaire, comme le SaM146 ou le Silvercrest. Pour ces autres utilisations, les pièces subissent généralement des températures moins élevées, mais avec des missions plus longues que celles des avions de chasse. Ainsi dans ces configurations, le fluage à haute température devient un phénomène d'endommagement prédominant.

Figure IV.1 – *Aube de turbine haute pression du moteur M88 - Safran Aircraft Engines*

Les aubes de turbines haute pression conditionnent grandement le rendement du turboréacteur. En effet son amélioration passe par l'augmentation de la température de fonctionnement, et donc des températures pouvant être atteintes sur des pièces fortement sollicitées. Les aubes de turbines sont donc critiques de ce point de vue, car elles se situent à la sortie de la chambre de combustion, dans la partie la plus chaude du turboréacteur, et convertissent l'énergie cinétique des gaz brûlés en énergie mécanique. Ainsi, les aubes mobiles des turbines subissent des sollicitations fortes et pouvant être endommageantes, de plusieurs ordres :

- contact avec les gaz brûlés, ayant des températures très élevées ;
- fort gradients thermiques, notamment lors du décollage (différences de coefficient de dilatation, pièces fines/massiques, etc.) ;
- force centrifuge en cours de fonctionnement, et donc fluage des aubes ;
- corrosion à chaud ;
- contraintes locales élevées du fait des géométries complexes ;
- fatigue vibratoire, si l'aube entre en résonance avec l'excitation d'un de ses modes propres.

Plusieurs axes de recherches au cours des dernières décennies ont pu permettre d'améliorer leurs durées de vie, tout en augmentant la température d'entrée de la turbine : tout d'abord le choix et l'amélioration des matériaux, ayant donc mené au développement des superalliages monocristallin à base nickel, mais également le perfectionnement des techniques de refroidissement des aubes. Ces dernières sont à l'heure actuelle dotées d'un revêtement protecteur, de barrières thermiques. Elles sont également refroidies par une couche d'air froid sous pression, directement prélevé au niveau du compresseur. Les aubes sont généralement creuses et constituées de multiples perforations permettant la distribution de cet air froid (Figure IV.1). Ces évolutions technologiques ont permis d'augmenter considérablement les températures de fonctionnement des turboréacteurs. Actuellement, la température d'entrée du flux d'air dans la turbine peut être largement supérieure à la température de fusion de l'alliage constituant l'aube (*e.g.* pour le M88-2, la température d'entrée du flux d'air est d'environ $1575°C$, pour une température de fusion de l'AM1 d'environ $1362°C$).

De nombreuses études et thèses ont donc été réalisées depuis les années 1980 sur ces problématiques. Tout d'abord, l'AM1 a été caractérisé à haute température avec de nombreux essais mécaniques pour déterminer son comportement monotone et cyclique à différentes températures [Poubanne, 1989, Fleury, 1991, Hanriot, 1993]. Des lois de comportement ont été identifiées permettant de prendre en compte les différentes observations et les particularités des monocristaux, comme l'anisotropie cubique du matériau, la viscoplasticité apparaissant à haute température, ou encore les sollicitations complexes et la multiaxialité. Ces modèles de comportement ont été développés à partir de la compréhension des mécanismes de déformation plastique à différentes températures [Nouailhas, 1990, Méric *et al.*, 1991, Nouailhas et Cailletaud, 1992].

D'autres études plus récentes ont permis d'approfondir les connaissances sur ces superalliages, notamment sur la modélisation des évolutions microstructurales et de comportement à haute température de l'AM1, notamment avec la mise en radeaux des précipités [Gaubert, 2009] ou des effets de surchauffe [Le Graverend, 2013], et avec l'apport de nouvelle technique expérimentale [Dirand, 2011, Trehorel, 2018]. Les problématiques d'amorçage et de propagation de fissures à haute température de superalliages monocristallins à base nickel ont également été étudiées au cours de ces dernières années, en fatigue-fluage notamment avec des essais anisothermes [Marchal, 2006] ou à partir de défauts [Geuffrard, 2010]. En ce qui concerne la compréhension des mécanismes d'endommagement en fatigue, des études ont été réalisées notamment en zone de concentration de contrainte [Kaminsky, 2007] ou à partir de défauts de fonderie, comme la présence d'un joint de grains non voulu dans une aube [Leroy, 2013]. La fatigue vibratoire a également été étudiée et des études récentes ont permis de déterminer le comportement en fatigue à grand nombre et très grand nombre de cycles de superalliages base nickel monogranulaires, notamment avec des moyens d'essais de fatigue ultrasonore permettant de solliciter des éprouvettes à des fréquences de l'ordre du kHz, à haute température [Cervellon, 2018]. Différents superalliages ont été testés afin d'étudier les mécanismes d'endommagement en HCF et VHCF.

Un des objectifs du chapitre, en dehors du challenge expérimental qu'il représente, est de déterminer l'apport éventuel des mesures d'auto-échauffement vis-à-vis de l'étude de la fatigue à grand nombre de cycles des superalliages à base nickel. Pour cela, des éprouvettes d'AM1 ont été fournies par Safran Aircraft Engines afin de réaliser des essais. Dans cette première partie, une brève étude bibliographique sur les superalliages monogranulaires base nickel (et plus spécifiquement sur l'AM1) est donc réalisée afin de présenter les spécificités de ces alliages d'un point de vue microstructurale, mais également d'un point de vue du comportement mécanique à haute température.

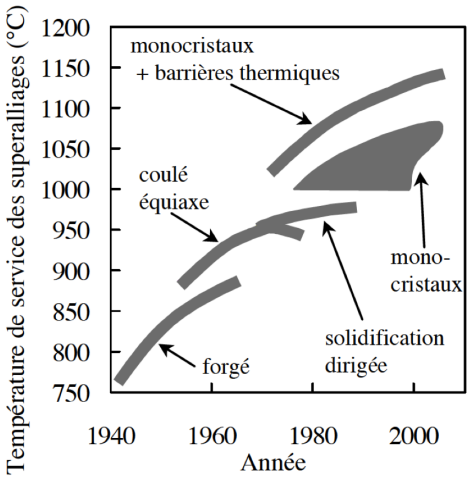
Ainsi dans un premier temps, l'histoire du développement des superalliages base nickel est présentée. La deuxième partie est consacrée à des résultats de la littérature sur la caractérisation microstructurale et mécanique de l'AM1. L'objectif étant de présenter succinctement les propriétés générales de ce superalliage, mais également de présenter les mécanismes de déformation et d'endommagement de l'AM1. Enfin, une troisième partie présente des résultats de la littérature concernant des essais de fatigue et notamment ceux à grand nombre de cycles (et même à très grand nombre de cycles).

1.1 Développement des superalliages base nickel

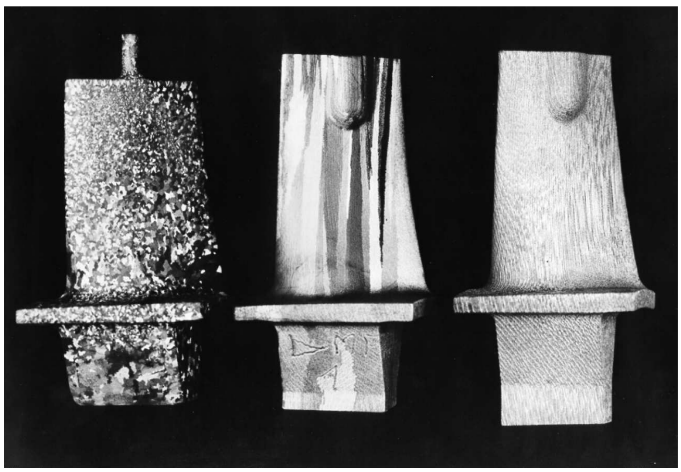
Le développement des superalliages base nickel est étroitement lié à celui des turbines à gaz, dont les moteurs d'avions (turboréacteurs) qui ont alors été limités en puissance par la tenue mécanique des alliages métalliques à des températures élevées dans leurs parties chaudes. Les premières aubes de turbine étaient pleines et réalisées à partir de matériaux forgés, comme des aciers austénitiques. Le développement des superalliages a été très intense après la Seconde Guerre mondiale, passant tout d'abord par une amélioration de leur composition chimique afin d'augmenter les performances en fluage. De plus, de par les géométries complexes et notamment l'apparition d'aubes creuses, la fonderie s'impose dans la fabrication des aubes de turbines, et donc dans le développement des superalliages.

Un premier bond technologique a été réalisé dans les années 1960 avec l'apparition de superalliages à solidification dirigée (méthode de Bridgman). En effet, des études ont montré que la suppression des grains perpendiculaires à l'axe de sollicitation mène à une meilleure tenue en fluage, avec une réduction de l'apparition d'endommagement de fluage aux joints de grain [Vesnyder et Guard, 1960]. Ainsi, les aubes de turbines fabriquées par voie de fonderie passent de structures à grains équiaxes à des structures possédant des grains colonnaires (Figure IV.2).

Ensuite, dès la fin des années 1970, de premières pièces monogranulaires sont développées [Vesnyder et Shank, 1970]. L'élimination de l'ensemble des joints de grain permet de gagner encore en résistance en fluage par rapport aux structures à grains colonnaires. Ainsi, au début des années 1980, des superalliages monocristallins apparaissent avec des compositions chimiques spécifiquement étudiées pour leur forme monocristalline. Il s'agit alors de la première génération d'alliage monocritallin, dont fait partie l'AM1.



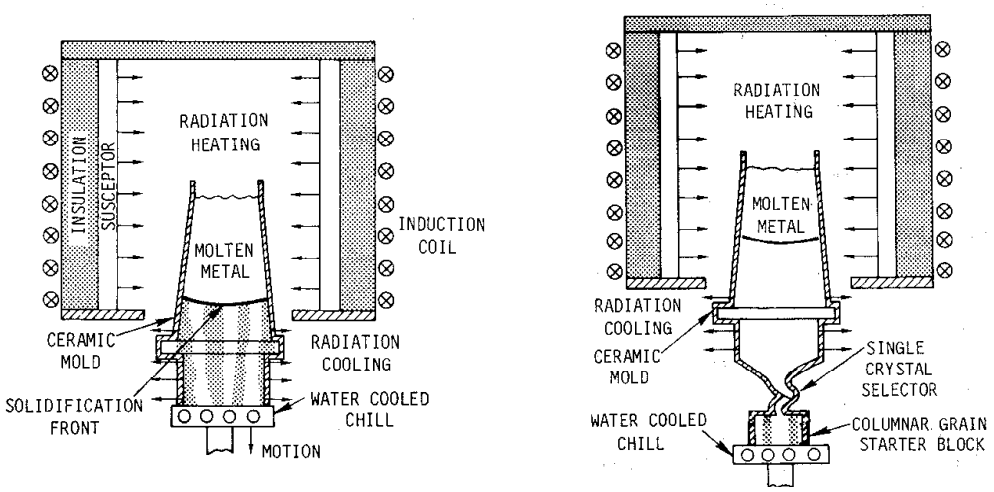
(a) *Évolution de la température de service des superalliages [Haudin et Gourgues-Lorenzon, 2010]*



(b) *Aubes en superalliages à base nickel : équiaxe, colonnaire et monocristalline*

Figure IV.2 – *Évolution de la microstructure des aubes de turbines et des températures des fonctionnements des superalliages*

Les aubes de turbines sont fabriquées suivant le procédé de fonderie à la cire perdue, permettant d'obtenir des aubages avec des cavités internes à géométrie complexe, notamment pour les circuits de refroidissement. L'obtention des structures monocristallines se fait à partir d'un procédé de solidification dirigée, reposant sur deux conditions importantes : premièrement le flux de chaleur dans le moule doit être unidirectionnel afin que le front de solidification soit contrôlé et donc que l'interface liquide solide ne se déplace que dans la direction privilégiée. De plus, il est nécessaire d'éviter que des nucléations se forment dans la partie liquide afin d'éviter des recristallisations indésirables. Le premier procédé ayant permis d'obtenir des pièces à structure colonnaire ou monogranulaire est le procédé Bridgman (Figure IV.3). Il s'agit également du procédé le plus utilisé actuellement pour la fabrication de ce type de pièce.



(a) *Pour pièce à grains colonnaires*

(b) *Pour pièce monogranulaire avec un sélecteur de grain*

Figure IV.3 – *Représentation du procédé de solidification Bridgman [Gell* et al.*, 1980]*

Afin de contrôler la direction de solidification lors de la nucléation des grains, le moule rempli de métal liquide est maintenu à une température élevée dans un four (généralement supérieure à 1500°C). La base du moule est refroidie afin de permettre la nucléation de grains (le moule étant maintenu dans le four à haute température afin d'éviter de la nucléation autre qu'au niveau du socle). Cela permet alors de créer un gradient thermique unidirectionnel. Le moule est ensuite enlevé progressivement du four afin de contrôler le front de solidification, permettant ainsi de diriger la croissance des grains suivant la direction du gradient thermique. Afin d'obtenir un seul cristal dans la pièce, un sélecteur de grain est utilisé entre le socle refroidi du moule et la pièce monocristalline désirée (FigureIV.3b). Il s'agit d'un simple sélecteur géométrique, pouvant prendre des formes plus ou moins complexes. L'objectif est alors de n'avoir qu'un seul grain à la sortie du sélecteur.

Ce procédé de fabrication est alors très complexe et mène à des taux de rebut des pièces assez importants. De plus, plusieurs aspects inhérents au procédé de fonderie sont présents, comme la présence de défauts. Dans le cas de la solidification dirigée, il existe une certaine variabilité de l'orientation des grains et il est difficile de contrôler l'axe secondaire du grain.

Les éprouvettes utilisées dans cette étude ont été usinées à partir de barreaux d'AM1 obtenus par une solidification dirigée. Ce procédé particulier de fonderie et la nature même de la structure monocristalline impliquent donc des propriétés microstructurales particulières, qui impactent alors le comportement mécanique du matériau.

1.2 Caractérisation microstructurale et mécanique de l'AM1

L'AM1 est donc un superalliage à base nickel monogranulaire, obtenu par voie de fonderie. Dans cette partie, la microstructure du matériau est présentée, ainsi que quelques résultats de la littérature concernant son comportement mécanique.

1.2.1 Généralités

De par son élaboration et ses propriétés microstructurales, l'AM1 (et plus généralement les superalliages monogranulaires base nickel) possède trois échelles caractéristiques :

- à l'échelle cristallographique, leurs structures sont de type cubique à face centrée (CFC) ;
- à plus grande échelle, les microstructures des superalliages sont généralement biphasées, composées d'une matrice austénitique γ et de précipités de phase intermétallique γ' ;
- enfin de par leur procédé d'élaboration, l'échelle des dendrites est également à considérer.

Ces différentes échelles sont décrites plus en détail dans la suite.

L'AM1 est un superalliage de première génération. Les différentes générations d'alliages base nickel monogranulaires se distinguent par l'ajout ou la suppression d'éléments chimique. La composition chimique pondérale de l'AM1 est donnée par le tableau IV.1. Les générations suivantes sont notamment caractérisées par l'ajout d'éléments tels que le rhénium (Re), permettant d'améliorer les propriétés en fluage, ou le ruthénium (Ru), évitant la formation de précipités intermétalliques fragiles. Ces ajouts permettent notamment de stabiliser la phase γ' pour augmenter la température d'utilisation. Cependant, cela entraîne un coût de production plus important et augmente également la densité des superalliages.

Table IV.1 – *Composition massique nominale de l'AM1*

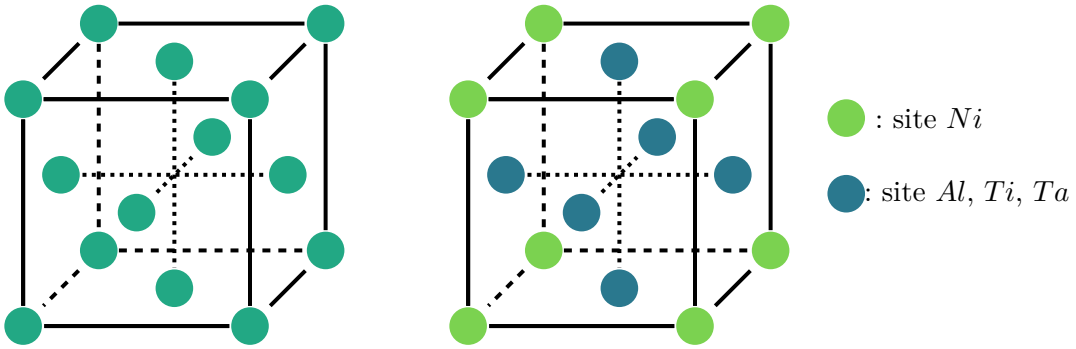
Éléments		**Ni**	Co	Cr	Mo	W	Ta	Al	Ti	C	Fe
Fraction massique (%)	min	**base**	6	7	1,8	5	7,5	5,1	1	-	-
	max	**base**	7	8	2,2	6	8,5	5,5	1,4	0,01	0,2

Le cobalt (Co), le chrome (Cr), le molybdène (Mo) et le tungstène (W) sont préférentiellement dans la matrice γ. Ils participent au durcissement de la matrice, par substitution de Ni pour le cobalt et par solution solide pour les autres. Le chrome a de plus un effet de protection à la corrosion en favorisant la formation d'une couche de Cr_2O_3 en surface.

Les éléments tantale (Ta), aluminium (Al) et titane (Ti) se situent préférentiellement au niveau des précipités, dans la phase γ'. L'aluminium participe à la formation de cette phase, et le titane et le tantale stabilisent la phase γ' par substitution de Al. De plus, l'aluminium a également un rôle de protection à l'oxydation en favorisant la formation d'une couche en surface de Al_2O_3. De plus, le tantale améliore la coulabilité et augmente notamment la résistance au cisaillement des précipités.

- **Échelle cristallographique** :

La structure cristallographique de l'AM1 est de type cubique à face centrée (CFC). La structure générale de l'AM1 est biphasée. Elle comporte donc avec une matrice austénitique γ de structure désordonnée (Figure IV.4a) et des précipités intermétalliques durcissants γ' qui ont une structure ordonnée $L1_2$, et une composition nominale $Ni_3(Al, Ti, Ta)$ (Figure IV.4b).



(a) *Strusture CFC désordonnée (Phase γ)*

(b) *Structure intermétallique ordonnée $L1_2$ (Phase γ')*

Figure IV.4 – *Structure cristallographique cubique face centrée (CFC) de l'AM1*

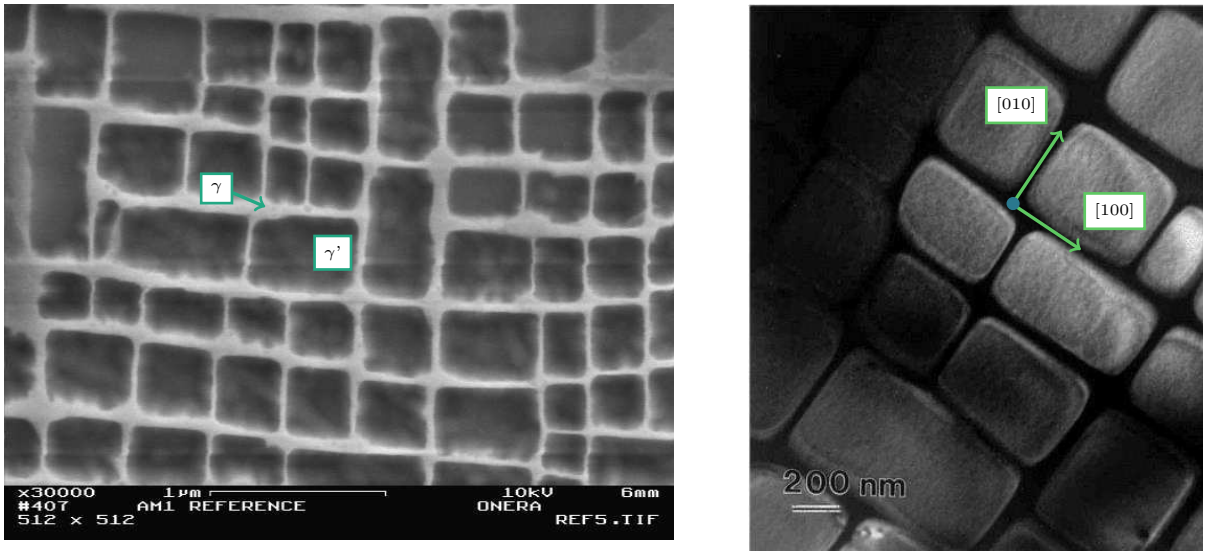
Il existe une faible différence de paramètres de maille entre les deux phases, ce qui permet tout de même une précipitation cohérente de la phase γ' dans la matrice γ. Cette cohérence est définie à partir du désaccord paramétrique de maille δ représentant la différence relative des paramètres cristallins des deux phases et calculé par

$$\delta = 2\frac{a_{\gamma'} - a_{\gamma}}{a_{\gamma'} + a_{\gamma}}, \tag{IV.1}$$

où a_γ est le paramètre de maille de la phase γ, et $a_{\gamma'}$ celui de la phase γ'. Pour l'AM1, le désaccord paramétrique est faiblement négatif. Cela signifie que les précipités ont un paramètre de maille plus petit que celui de la matrice, et que donc cela entraîne une distorsion du réseau cristallin à l'interface γ/γ'. De plus, le désaccord paramétrique décroît avec la température, le coefficient de dilatation de la phase γ étant plus élevé que celui de la phase γ'.

- **Échelle des précipités** :

La microstructure de l'AM1 est constituée de précipités de phase intermétallique γ' répartis quasi périodiquement dans la matrice austénitique γ (Figure IV.5). Des traitements thermiques permettent d'obtenir une microstructure relativement homogène.



(a) *Observation de la microstructure (issue de [Bonnand, 2006])* **(b)** *Cliché MET (issue de [Brien et Décamps, 2001])*

Figure IV.5 – *Microstructure de l'AM1*

Les précipités γ' ont une forme cubique, avec pour l'AM1 une taille moyenne de l'ordre de $0,45\mu m$. Les couloirs de matrice γ sont d'environ $0,1\mu m$. Ainsi, la fraction volumique de précipités dans le superalliage est de l'ordre de 68% (Figure IV.5a). Les précipités sont alignés suivant la direction de solidification de l'alliage, et donc avec les directions cristallographiques (Figure IV.5b).

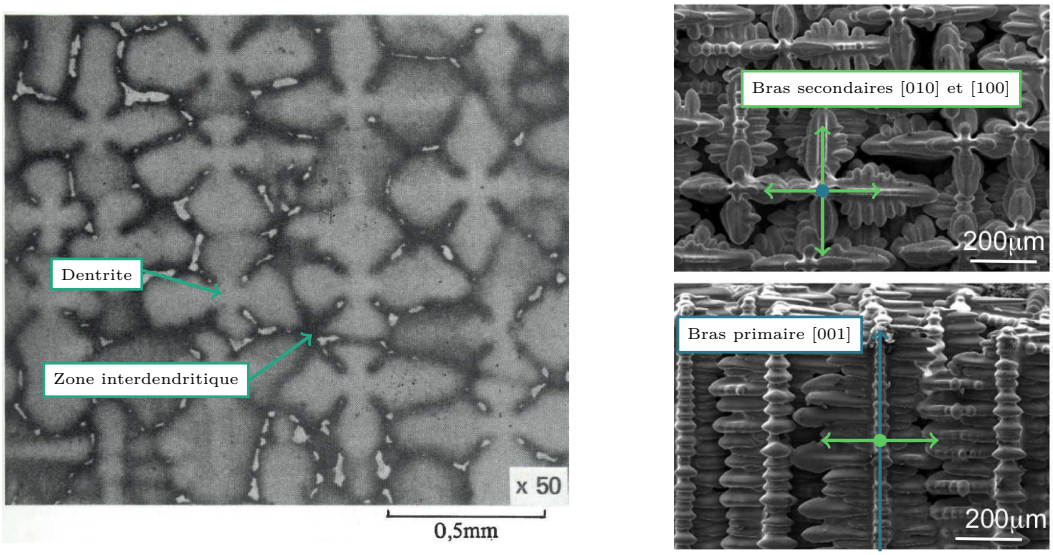
- **Échelle dendritiques** :

La structure du grain est formée de dendrites (Figure IV.6). La taille caractéristique des dendrites est de l'ordre de la centaine de micromètres (Figure IV.6a). La nucléation et la croissance de ces dendrites se sont faites suivant la direction de croissance du grain, donc du front de solidification, suivant l'orientation cristallographique $< 001 >$ (Figure IV.6b).

Il existe alors une répartition non homogène des éléments chimiques au sein de l'alliage, avec des disparités suivant les dendrites et les zones interdendritiques. Les dendrites sont généralement plus riches en éléments lourds, alors que les zones interdendritiques contiennent généralement plus d'éléments γ'-gènes, comme le titane ou l'aluminium, ce qui peut mener à des précipités plus grossiers dans ces zones. De plus, des particules massives d'eutectiques γ/γ' sont formées en fin de solidification et se situent dans ces zones interdendritiques.

Des traitements thermiques sont effectués après la coulée afin d'homogénéiser au mieux la composition chimique et éviter ces ségrégations chimiques dendritiques, mais également dans le but d'éliminer les eutectiques. Ce traitement thermique consiste à une mise en solution à une température supérieure à celle de solvus des précipités γ' afin de les dissoudre complètement. La température doit cependant être inférieure à la température de brûlure de l'alliage afin d'éviter des zones de fusion. Pour l'AM1, cette mise en solution est d'environ 3h à $1300°C$ et permet d'homogénéiser de manière relativement efficace la composition chimique et la microstructure entre les régions dendritiques et interdendritiques [Caron et Khan, 1999].

Ensuite, des traitements thermiques permettent de contrôler la forme cubique des précipités, mais également leurs tailles. Pour l'AM1, deux traitements thermiques de revenu sont appliqués et permettent d'obtenir une répartition très homogène des précipités au sein de la matrice, ainsi qu'une forme et taille relativement homogène.



(a) *AM1 brut de coulée (issue de [Poubanne, 1989])*

(b) *Clichés MET (issus de [Kearsey* et al.*, 2004])*

Figure IV.6 – *Visualisation des dendrites dans l'AM1*

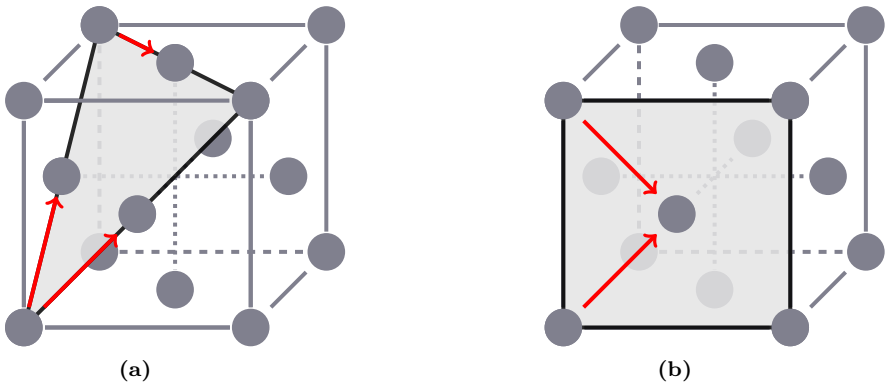
1.2.2 Mécanismes de déformation et comportement général du superalliage

Les bonnes propriétés générales de l'AM1 sont dues à sa microstructure et notamment aux mécanismes de déformations qu'elle induit. Cette microstructure particulière est également à l'origine du comportement anisotrope du matériau. L'AM1 possède également de très bonnes propriétés vis-à-vis du fluage, et un comportement viscoplastique à haute température.

- **Systèmes de glissement** :

L'AM1 possède 12 systèmes de glissement octaédriques : constitué de 4 plans denses de type (111) avec chacun trois directions de glissement possible de type $< 110 >$ (Figure IV.7a). D'autres systèmes sont également envisageables, mais sont moins favorables : il s'agit des 6 systèmes de glissement cubiques. Ils sont caractérisés par 3 plans de type (001), avec chacun deux directions de glissement $< 110 >$ (Figure IV.7b) [Poubanne, 1989].

Macroscopiquement, un chargement suivant une direction $< 111 >$ induit du glissement cubique. Cependant il semble plutôt s'agir de glissement octaédrique en zig-zag au sein de la matrice [Bettge et Osterle, 1999, Vattré, 2009].

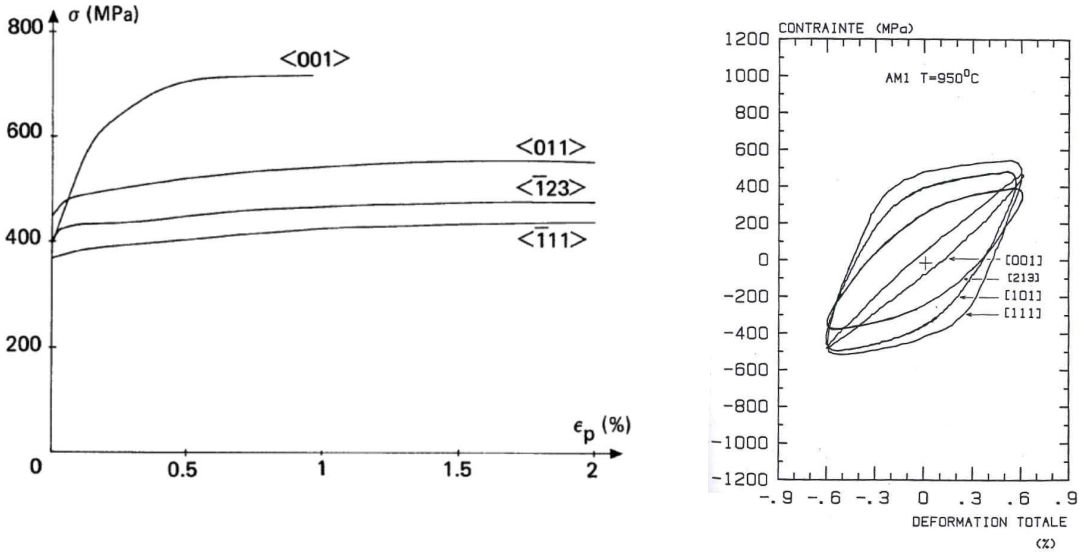


(a) **(b)**

Figure IV.7 – *Systèmes de glissement dans la structure cubique à faces centrées (d'après [Poubanne, 1989])*
(a) Un des quatre plans de glissement octaédriques (et ses trois vecteurs de Burgers associés)
(b) Un des trois plans de glissement cubiques (et ses deux vecteurs de Burgers associés)

- **Anisotropie cristalline de l'AM1** :

Une des caractéristiques principales des superalliages monocristallins est leur comportement anisotrope. En effet, les éprouvettes utilisées pour la caractérisation du matériau sont, comme le nom l'indique, constituées d'un seul cristal. Leurs comportements dépendent alors de l'orientation cristallographique (Figure IV.8).



(a) *En traction à $T = 950°C$ [Poubanne, 1989]*

(b) *Boucles contrainte-déformation à $T = 950°C$ [Fleury, 1991]*

Figure IV.8 – *Illustration du comportement anisotrope de l'AM1*

La direction $< 001 >$ possède alors une meilleure résistance dans le domaine plastique (direction principale des dendrites). Les comportements monotone et cyclique de l'AM1 se caractérisent alors par une anisotropie de comportement, donc de déformation plastique et de viscosité. Différents modèles de comportement ont été construits et utilisés pour l'AM1 pour rendre compte de ce comportement viscoplastique anisotrope pour différentes températures [Méric *et al.*, 1991, Hanriot, 1993, Fedelich, 1999, Fedelich, 2002, Gaubert, 2009].

• **Déformation des phases γ et γ' :**

La déformation plastique est principalement liée au déplacement progressif de défauts linéaires, lignes de dislocations, selon les systèmes octaédriques. Elle a principalement lieu dans la matrice γ et les précipités γ', plus durs, sont alors des freins à la plasticité. La présence des précipités oblige les dislocations soit à les contourner, soit à les cisailler. Le premier mécanisme est aussi appelé contournement d'Orowan et nécessite la courbure des dislocations, qui est rendue difficile par la nature étroite des couloirs de la matrice. Le second mécanisme de cisaillement est lui rendu difficile de par le caractère ordonné de la structure CFC des précipités.

À haute température, les dislocations se répartissent essentiellement dans la phase γ et aux interfaces γ/γ', mais pénètrent rarement dans les précipités γ', plus durs. Les mouvements des dislocations sont alors contraints par l'espace réduit des couloirs de la matrice. Les précipités jouent alors un rôle d'ancrage des dislocations, ce qui permet d'obtenir un alliage avec un fort taux d'écrouissabilité et une déformation homogène [Poubanne, 1989].

• **Effet de la température** :

Le comportement mécanique de l'AM1, et d'autres superalliages monocristallins, en fonction de la température est généralement décrit par deux mécanismes de plasticités différents, sur deux plages de températures distinctes : les basses températures jusqu'à $650°C$ et les hautes températures au-delà de $950°C$. Les deux mécanismes sont alors présents entre $650°C$ et $950°C$.

À basse température, le comportement mécanique du matériau reste relativement stable et est peu sensible à la vitesse de déformation. Cela s'explique en partie par le fait que la phase γ' voit sa résistance augmenter avec la température [Leverant *et al.*, 1971]. Ainsi, la limite d'élasticité, surtout dans la direction $< 001 >$, suit un palier jusqu'à environ $650°C$, et tend même à augmenter pour des températures légèrement supérieures (Figure IV.9). Macroscopiquement, des macrobandes de glissement ont été observées [Hanriot, 1993]. À l'échelle de la microstructure, il s'agit alors de cisaillement des précipités sur de longues distances.

À plus haute température, le comportement mécanique est très sensible à la vitesse de chargement (Figure IV.9). De plus, la limite d'élasticité décroît alors rapidement et cette décroissance est expliquée par la dissolution des précipités γ' [Sengupta *et al.*, 2014]. À l'échelle microscopique, la déformation se localise au niveau de la phase γ et un contournement des précipités est généralement observé.

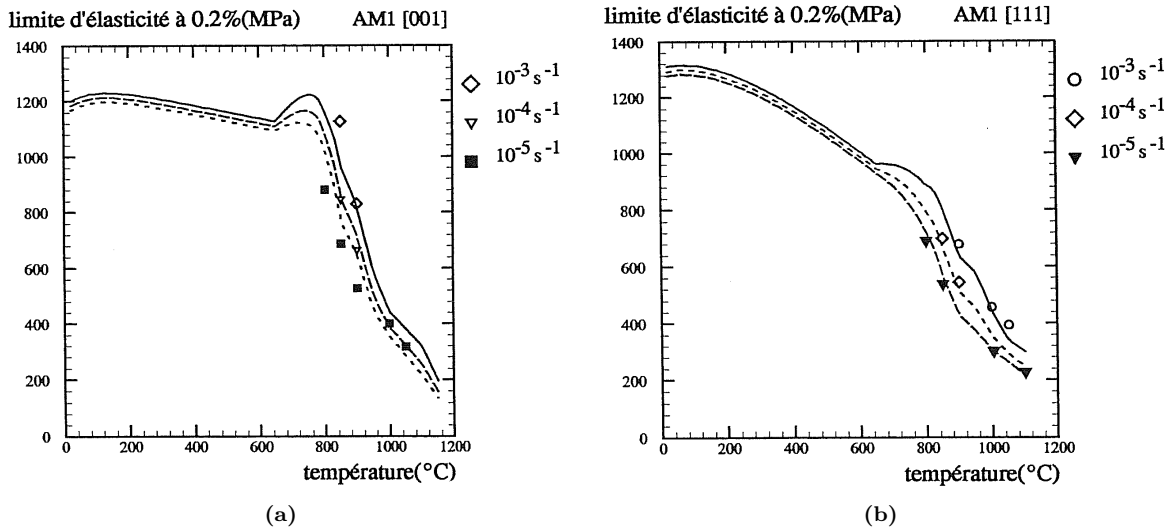


Figure IV.9 – *Évolution de la limite d'élasticité à 0,2% de déformation inélastique (par simulation et comparaison avec des essais) en fonction de la température pour deux orientations [Hanriot, 1993]*

1.2.3 Évolution de la microstructure

La forme et taille de ses précipités impactent alors les mécanismes de déformation de l'alliage, et donc ses propriétés mécaniques. À partir de traitements thermiques à l'issue de la coulée, il est possible de dissoudre entièrement les précipités (mise en solution) et ensuite par refroidissement et avec des revenus, de contrôler leur forme cubique et leur taille. Cependant, lors du fonctionnement du turboréacteur, donc lors de maintiens à haute température et sous contrainte, la microstructure peut évoluer au cours du temps.

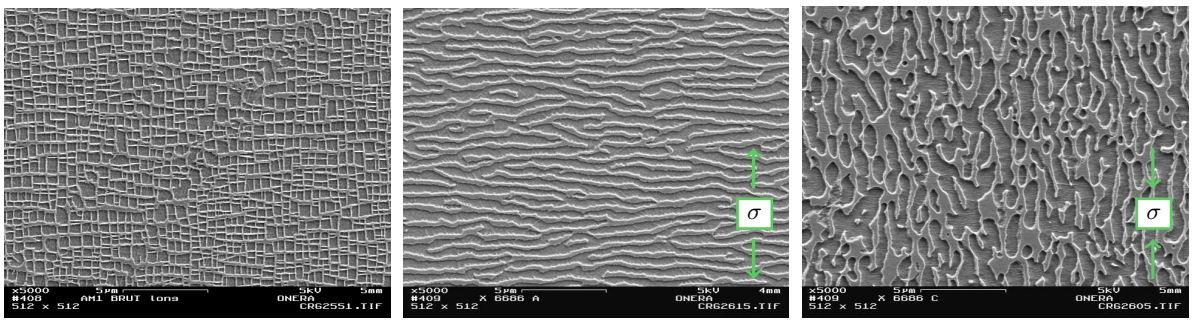
- **Coalescence des précipités** :

Lors d'une exposition longue à haute température, il y a un phénomène de coalescence des précipités : ils grossissent et deviennent irréguliers. Les couloirs de matrice s'épaississent également. Cette coalescence a pour origine la tendance à diminuer l'énergie globale des interfaces γ/γ', et donc leur surface. La perte de cohérence entre les précipités et la matrice impacte alors fortement les propriétés mécaniques du superalliage. Ce vieillissement entraîne par exemple une diminution de la limite d'élasticité et de la résistance à la traction, ainsi qu'une diminution des propriétés en fluage [Jiang *et al.*, 2014, Despres *et al.*, 2018].

- **Mise en radeaux** :

La mise en radeaux est un cas de coalescence des précipités se produisant sous chargement mécanique, à haute température. Il s'agit alors d'une coalescence orientée. La modification de la microstructure est expliquée par l'évolution des contraintes internes élastiques au niveau de l'interface γ/γ' (lié au désaccord paramétrique). En effet à haute température, les précipités vont avoir tendance à grossir. Or, avec l'application d'un chargement extérieur, les contraintes locales sont impactées, favorisant ainsi le grossissement et la coalescence des précipités selon une direction privilégiée.

Dans le cas d'un chargement de fluage, les précipités forment des plaquettes perpendiculaires à l'axe de sollicitation (Figure IV.10b). Pour un chargement en compression, la mise en radeaux est parallèle à la direction de chargement (Figure IV.10c). Des microstructures semblables peuvent être obtenues sous chargement cyclique. La modification de la microstructure impacte alors les propriétés mécaniques du matériau. De nombreuses études mécaniques ont été réalisées dans la littérature sur ces trois types de microstructures, avec donc des échantillons ayant subi des pré-chargements en fluage traction ou en fluage compression [MacKay et Ebert, 1985, Ayrault, 1989, Espié, 1996, Ott et Mughrabi, 1999]. La coalescence orientée, et donc la morphologie des précipités, impacte alors les mécanismes de déformation et donc le comportement mécanique et la durée de vie du superalliage. De manière générale, l'évolution microstructurale s'accompagne d'un adoucissement du matériau.



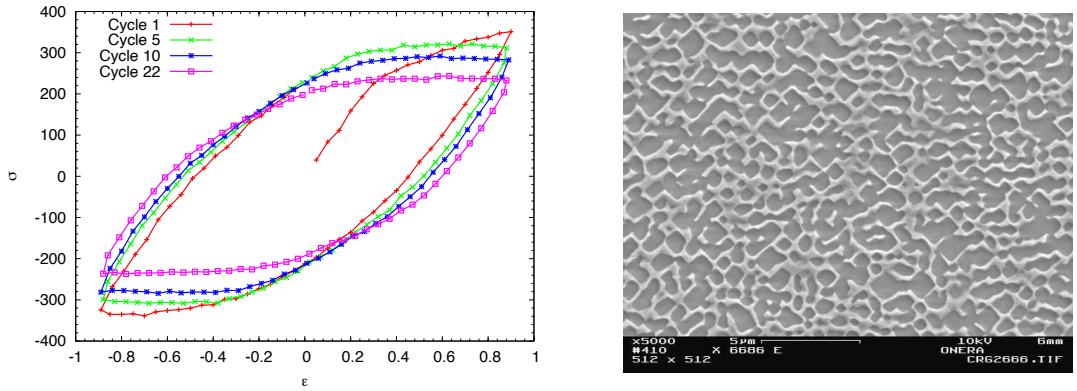
(a) *État de référence* **(b)** *Après fluage en traction de 70h (150MPa à 1050°C)* **(c)** *Après maintien en compression de 70h (150MPa à 1050°C)*

Figure IV.10 – *Illustration de la mise en radeau sur l'AM1 [Gaubert, 2009]*

De nombreux paramètres impactent la mise en radeaux et sa cinétique : la température et le temps d'exposition, l'orientation et la valeur de la contrainte appliquée, le signe et la valeur du désaccord paramétrique entre les deux phases [Fredholm, 1987, Kamaraj, 2003].

Par exemple dans certains cas de sollicitation cyclique avec une vitesse de déformation lente, il peut y avoir une coalescence des précipités avec une direction privilégiée à 45° (FigureIV.11). Ce changement de microstructure s'accompagne d'un adoucissement du matériau (FigureIV.11a). D'autres conditions peuvent mener à la coalescence orientée, comme l'application d'une déformation plastique relativement importante, avant une exposition à haute température. Cette coalescence est alors expliquée par la présence des dislocations, et donc d'une relaxation inhomogène des contraintes internes lors de la montée en température. La mise en radeaux des précipités peut également être constaté sur des aubes de turbine en service. Pour des chargements complexes (anisothermes, multiaxiaux, etc.), les modifications de microstructure peuvent être bien plus complexes.

L'évolution de la microstructure et ses effets sur le comportement mécanique des superalliages monocristallin base nickel ont été largement étudiés dans la littérature (et ont été modélisés dans le cadre de l'AM1 [Gaubert, 2009]. Ces évolutions impactent alors les mécanismes de déformation et d'endommagement, et donc les durées de vie en fatigue et en fluage du matériau.



(a) *Boucles contrainte/déformation* **(b)** *Micrographie de l'AM1*

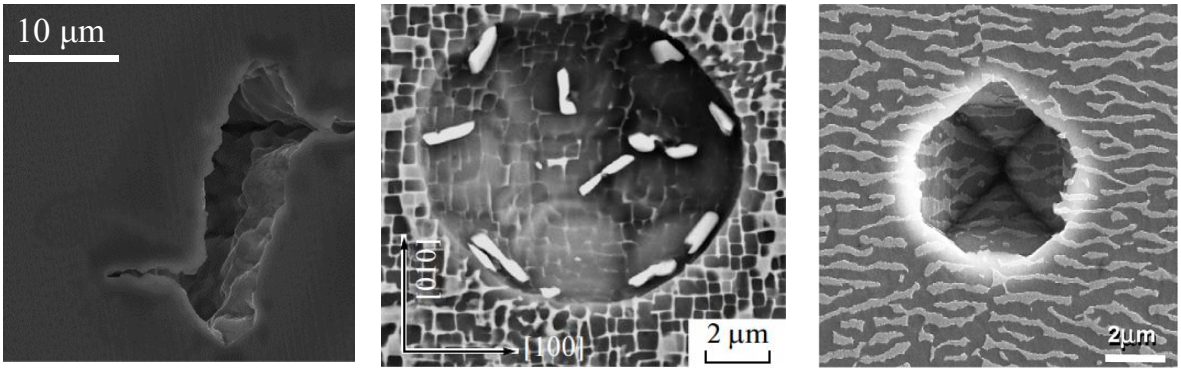
Figure IV.11 – *Microstructure après vieillissement cyclique à* $\dot{\varepsilon} = 10^{-5}s^{-1}$ *suivant l'orientation* $< 001 >$ *et à* $1050°C$ *pendant* $24h$ *[Gaubert, 2009]*

1.2.4 Présence de pores dans les superalliages monocristallins

La présence de pores est inhérente au procédé de fonderie. Ces pores de fonderie (ou retassures) se forment lors de la solidification, dans les espaces interdendritiques par manque de matière. Il existe d'autres types de pores dans les superalliages monocristallins, comme les pores d'homogénéisation se formant lors de la mise en solution à haute température ou les pores de déformation (ou de fluage) se formant notamment lors de la mise en radeaux des précipités et augmentant avec la durée du fluage.

- **Pore de fonderie** :

Lors de la solidification du cristal, les dendrites se forment en premières et disposent de toute la matière nécessaire. En revanche, des pores peuvent apparaître dans les zones interdendritiques du fait d'un manque de matière. En effet, l'écart de densité entre la phase liquide et la phase solide peut créer des vides lors de la solidification [Anton et Giamei, 1985]. Ces pores, ou retassures, possèdent des morphologies complexes qui suivent alors les formes des zones interdendritiques. Ce sont les plus gros pores présents dans le matériau, avec un diamètre équivalent de l'ordre de $30\mu m$ ou plus [Link *et al.*, 2006]. De ce fait, il s'agit généralement des pores les plus critiques vis-à-vis de l'initiation de fissure (Figure IV.12a).



(a) *Pore de fonderie dans du MC2 (avec fissures en fin de fluage) [Le Graverend* et al.*, 2017]*

(b) *Pore d'homogénéisation de forme sphérique dans un CMSC-10 [Epishin et Svetlov, 2016]*

(c) *Pore de déformation dans du CMSX-4 (apparaissant lors du fluage) [Link* et al.*, 2006]*

Figure IV.12 – *Visualisation des différents types de pores présents dans les superalliages monocristallins base nickel*

- **Pore d'homogénéisation** :

Ces pores apparaissent lors de la mise en solution, et sont dus à la diffusion plus rapide de certains éléments chimiques, formant alors des lacunes [Anton et Giamei, 1985]. Ces lacunes se condensent et forment des pores sphériques (Figure IV.12b) préférentiellement au niveau des zones interdendritiques. Étant donné qu'il s'agit d'un phénomène diffusif, la fraction volumique des pores d'homogénéisation dépend de la température et de la durée de mise en solution. Le diamètre des pores sphériques dépend essentiellement de la composition chimique du superalliage, mais est de l'ordre de $10\mu m$ [Epishin *et al.*, 2013, Link *et al.*, 2006].

- **Pore de déformation** :

Les pores de déformation (ou de fluage) apparaissent lors de sollicitation à haute température, avec la mise en radeaux des précipités. Ils sont généralement de petite taille, avec un diamètre équivalent n'excédant pas $5\mu m$, et ont des formes de polyèdre (Figure IV.12c). Leur formation s'explique par le fait que le mouvement des dislocations est plus aisé dans les couloirs de matrice, du fait de la coalescence des précipités. Ainsi, les lacunes sont moins absorbées par ces dislocations, et forment à terme des pores. Ils se forment alors de manière homogène dans l'ensemble du volume (zone dendritique et zone interdendritique) et leurs tailles augmentent avec la durée du fluage [Link *et al.*, 2006].

Généralement, les pores les plus critiques vis-à-vis de la fatigue sont les pores de fonderie, qui ont des tailles moyennes plus importantes. Ils ont tendance à concentrer la contrainte et à être le lieu d'amorçage de fissures. Ainsi, il est nécessaire de bien contrôler le procédé de fonderie. En effet, la forme, la taille, et la distribution de ces pores dépendent fortement des paramètres de solidification.

Des améliorations du procédé existent pour notamment limiter leur nombre et leur criticité. Par exemple, le LMC (Liquid Metal Cooling) consiste à utiliser un refroidissement par convection, en transférant les moules dans un bain de métal liquide, afin de mieux contrôler le gradient thermique et de l'augmenter considérablement [Giamei et Tschinkel, 1976, Elliott *et al.*, 2004]. Cela a pour conséquence de mieux contrôler le front de solidification et de diminuer l'espacement entre deux bras secondaires de la dendrite, diminuant ainsi les risques de retassures. Ce procédé permet alors de diviser jusqu'à 3 la taille moyenne des pores [Brundidge *et al.*, 2012].

Un traitement thermo-mécanique est également possible pour supprimer les pores de fonderie. Il s'agit de la Compaction Isostatique à Chaud (CIC), qui consiste à maintenir le matériau à haute température, entre $1250°C$ et $1350°C$, sous gaz inerte à pression constante. Le CIC permet alors de refermer les pores, et donc augmente significativement les durées de vie en fatigue (les amorçages

ne se produisant plus sur les pores, mais sur d'autres types de défaut) [Morrissey et Golden, 2007, Cervellon, 2018]. Ce traitement thermique ne permet cependant pas d'améliorer significativement les durées de vie en fluage à très haute température. En effet des pores de déformations apparaissent tout de même et les pores de fonderie ne sont alors plus les sources d'endommagement principal.

L'AM1 est donc un matériau possédant une microstructure complexe, constitué d'un seul grain, lui conférant alors un comportement anisotrope. D'un point de vue de la fatigue, les porosités issues du procédé de fonderie semblent jouer un rôle prédominant dans l'amorçage de fissure, et donc dans la durée de vie du matériau.

1.3 Propriétés en fatigue de l'AM1 (et autres superalliages)

Les superalliages monocristallins sont destinés à fonctionner à haute température. À ces températures extrêmes, d'autres modes d'endommagement sont présents, comme les effets de l'oxydation ou du fluage par exemple. Cela induit alors une notion de durée d'essais.

En effet, concernant l'oxydation, plusieurs études ont montré son influence néfaste sur la durée de vie, par comparaison entre des essais sous vide et sous air [Fleury, 1991, Geuffrard, 2010, Rémy *et al.*, 2013]. De ce fait, plus la fréquence de sollicitation est faible et plus l'effet de l'oxydation sera important sur la durée de vie (calculée en nombre de cycles). Pour l'endommagement par fluage, son effet sera discuté en présentant notamment les essais de fatigue de la littérature à fort rapport de charge.

1.3.1 Fatigue oligocyclique (LCF)

Pour les superalliages base nickel, ce domaine de la fatigue est bien étudié dans la littérature. En effet, au cours des cycles moteur, la fatigue oligocyclique est un des modes d'endommagement principaux des aubes de turbine refroidies au niveau de leurs pieds de sapin, zones avec une géométrie complexe et des entailles (Figure IV.1).

En général, dans ce domaine de la fatigue les essais sont pilotés en déformation imposée, et les contraintes résultantes sont alors très proches de la limite d'élasticité. La déformation plastique joue un rôle important dans le comportement et l'endommagement du superalliage. La durée de vie totale est dominée par la phase de propagation. Dès le début des années 1990, de nombreuses études ont alors montré l'influence sur les propriétés LCF de l'orientation cristalline, de la température, de la fréquence de sollicitation, de la contrainte moyenne, de l'oxydation avec des essais sous vide et même de comparaisons entre sollicitations isotherme et anisotherme [Desfresne, 1989, Fleury, 1991, Hanriot, 1993, Gallerneau, 1995, Rémy *et al.*, 2013].

1.3.2 Fatigue à grand et très grand nombre de cycles (HCF/VHCF)

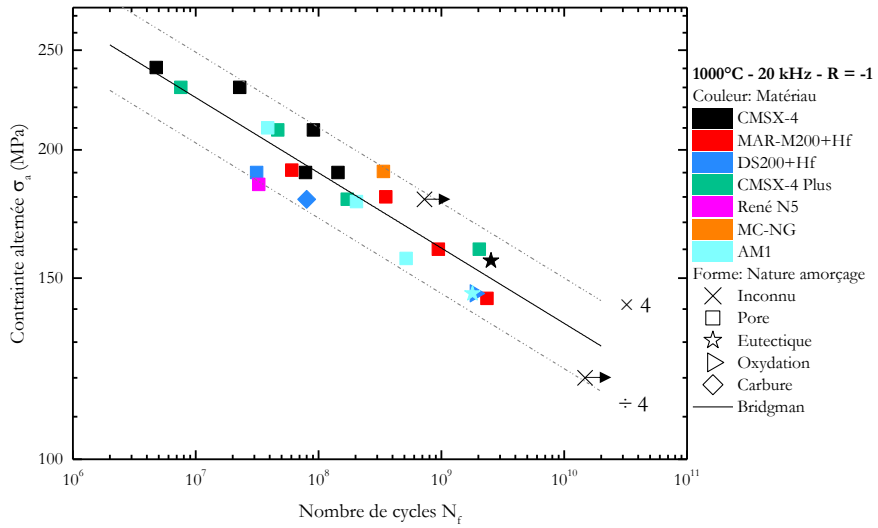
Dans ces domaines de la fatigue, la durée de vie de l'éprouvette est dominée par la phase d'amorçage. Les essais sont pilotés en contrainte pour des chargements largement en dessous de la limite d'élasticité macroscopique du matériau. Les contraintes sont alors faibles dans le matériau et l'amorçage de fissure se produit au niveau de défaut, de concentrateurs de contrainte.

Quelques études de la littérature se sont alors concentrées sur l'étude de la fatigue à grand nombre de cycles pour différents superalliages monogranulaires, et notamment sur l'impact des défauts sur la durée de vie des éprouvettes, pour différentes conditions de température et de rapport de charge [Wright *et al.*, 2004, Lamm et Singer, 2007, Shi *et al.*, 2011].

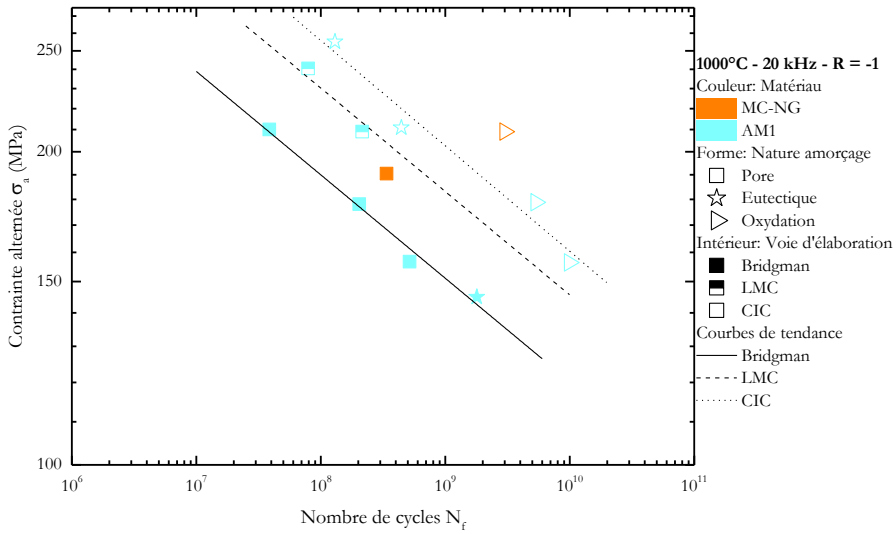
Dans la suite, les différents phénomènes caractérisant la fatigue à grand et très grand nombre de cycles seront illustrés par les résultats de la thèse de Cervellon [Cervellon, 2018].

- **Influence de l'alliage et du procédé de fabrication** :

En ce qui concerne les propriétés en fatigue alternée ($R = -1$) à grand et très grand nombre de cycles des superalliages monocristallins, la microstructure et la composition chimique de l'alliage ont des impacts bien plus faibles que les défauts présents dans le matériau sur les durées de vie. En effet les résultats de fatigue de plusieurs superalliages obtenus par voie Bridgman montrent une même tendance et l'amorçage est presque exclusivement dû aux pores (Figure IV.13a).



(a) *Influence du matériau*



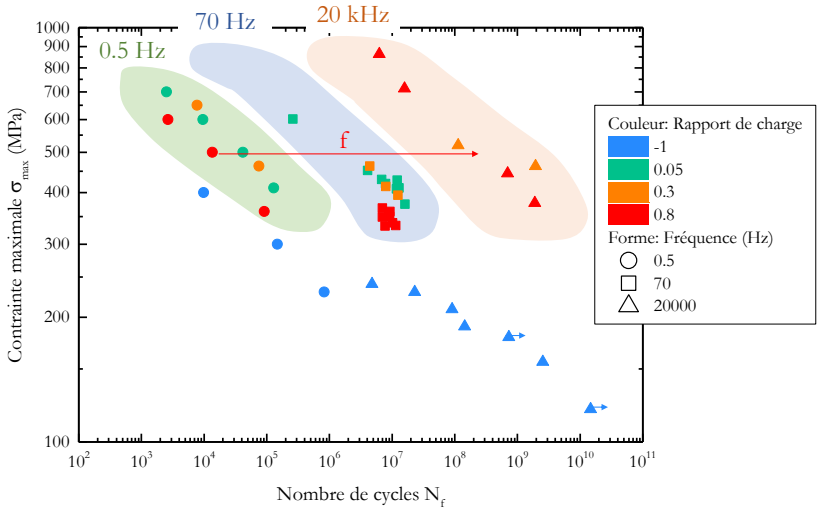
(b) *Influence de la voie d'élaboration*

Figure IV.13 – *Courbes de fatigue de plusieurs superalliages monocristallins à $T = 1000°C$, $f = 20kHz$ et $R = -1$ - Influence du superalliage et de la voie d'élaboration sur la nature de l'amorçage et le nombre de cycles à rupture [Cervellon, 2018]*

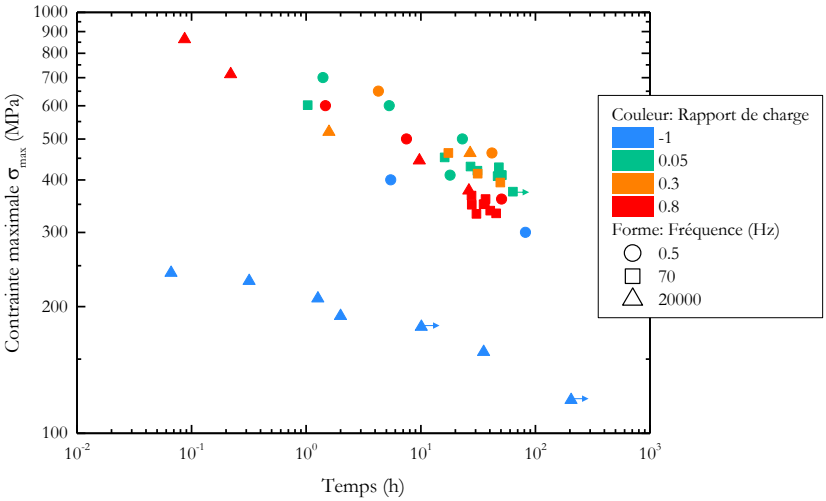
De plus, la comparaison des résultats d'un même superalliage obtenue par différentes voies d'élaboration confirme ces observations (Figure IV.13b). Lorsque le superalliage est obtenu par voie Bridgman, il comporte de nombreux pores de fonderie très néfastes. Avec le procédé LMC, les pores de fonderie sont moins nombreux et surtout moins grands. La durée de vie est alors augmentée d'environ un facteur 10 par rapport à la voie Bridgman. Avec un traitement CIC, les pores sont refermés et l'amorçage de fissure se fait alors à partir d'un autre défaut : soit un eutectique, soit dû à l'oxydation.

- **Effet de la fréquence de sollicitation et du rapport de charge** :

Des résultats d'essais pour différentes fréquences de sollicitation et pour différents rapports de charge sont présentés pour le superalliage CMSX-4 (Figure IV.14). Les courbes de fatigue sont présentées en contrainte maximale.



(a) *Courbe de fatigue du CMSX-4 (en contrainte maximale)*



(b) *Temps à rupture des éprouvettes lors des essais*

Figure IV.14 – *Résultats d'essais de fatigue pour différentes fréquences de sollicitation et de rapports de charge sur des éprouvettes CMSX-4 à 1000°C [Cervellon, 2018]*

À haute température, l'oxydation et le fluage ont plus d'impact sur les propriétés en fatigue. Ces deux modes d'endommagement font alors intervenir une notion de temps d'essai, et donc de fréquence de sollicitation lors de la réalisation d'essais de fatigue. En effet, l'oxydation favorise l'amorçage de fissure, ce qui est alors très néfaste sur la durée de vie qui est principalement contrôlée par cette phase. Plus la fréquence de sollicitation est élevée, plus le temps nécessaire pour atteindre un certain nombre de cycles est faible et donc l'oxydation moins élevée.

De plus, pour des rapports de charge élevés, il se peut également que les durées de vie en termes de nombre de cycles augmentent avec la fréquence de sollicitations (Figure IV.14a). Cela est principalement dû à de l'endommagement en fluage. En effet pour des rapports de charge élevés, les mécanismes de déformation s'homogénéisent et ne sont plus limités aux concentrateurs de contrainte. Les faciès de rupture ressemblent alors à ceux d'essais de fluage. Les durées de vie sont alors proches en termes de durée d'essais, donc de temps à rupture (Figure IV.14a). En effet, la composante cyclique est alors négligeable par rapport à l'endommagement en fluage.

Pour résumer les différents constations réalisés sur les superalliages [Cervellon, 2018] :

- pour des faibles rapports de charge, lorsque l'environnement n'a pas d'influence prépondérante, alors la taille des pores de fonderie contrôle la durée de vie, indépendamment de la fréquence de sollicitation ;
- pour des faibles rapports de charge, lorsque l'environnement a une influence prépondérante, alors les essais longue durée sont impactés par la couche oxydée qui se forme et qui peut conduire à l'amorçage de fissure ;
- pour des rapports de charge plus élevés, le fluage devient le mécanisme d'endommagement principal et contrôle alors la durée de vie.

• **Essais de fatigue ultrasonore et auto-échauffement** :

Lors de ses essais de fatigue à $f = 20kHz$, Cervellon a constaté une augmentation importante de la température de l'éprouvette [Cervellon, 2018], par exemple pour un essai de fatigue sur une éprouvette de CMSX-4 sans pilotage de la température (Figure IV.15). Avec une fréquence de sollicitation aussi élevée, l'élévation de la température sous chargement cyclique de l'éprouvette peut facilement atteindre les $100°C$.

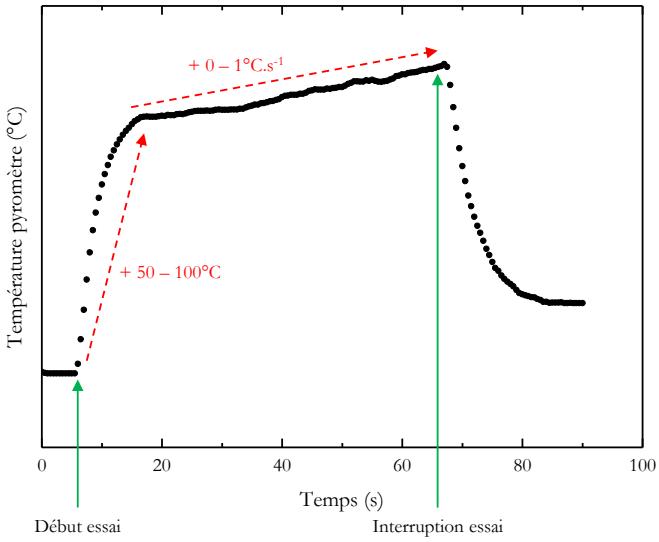


Figure IV.15 – *Suivi de température d'une éprouvette en CMSX-4 sous sollicitation cyclique à* $20kHz$ *et à* $1000°C$*, sans pilotage de la température [Cervellon, 2018]*

Cependant avec le dispositif expérimental utilisé pour ses essais de fatigue ultrasonore, les essais sont régulés en température : la température est mesurée par un pyromètre qui commande alors le système de chauffage par induction. Ainsi, Cervellon a pu construire des "courbes d'auto-échauffement" en associant la baisse d'intensité de l'inducteur ΔI (alors directement reliée à l'élévation de température de l'éprouvette) sous sollicitation cyclique à l'amplitude de contrainte des essais de fatigue (Figure IV.16).

Ainsi il convient de noter qu'il n'y a qu'un point par éprouvette. Malgré une certaine dispersion induite par la méthode de détermination de l'auto-échauffement de l'éprouvette, quelques tendances se dégagent et il y a bien une augmentation de la variation d'intensité de l'inducteur, donc de l'auto-échauffement, en fonction de la contrainte appliquée sur l'éprouvette.

Il y a alors des variations assez importantes d'auto-échauffement entre les différents alliages, bien qu'ils aient sensiblement le même comportement en fatigue (Figure IV.13a). L'auteur explique cela par des différences dans les quantités de défauts présents naturellement dans les alliages. Par exemple, le MAR-M200+Hf possède une fraction volumique de carbure plus importante, et donc un auto-échauffement plus conséquent [Cervellon, 2018].

La comparaison qualitative d'auto-échauffement entre les éprouvettes d'AM1 possédant des voies d'élaboration différentes montre également que l'auto-échauffement est plus conséquent pour des éprouvettes possédant plus de défauts (voie Bridgman).

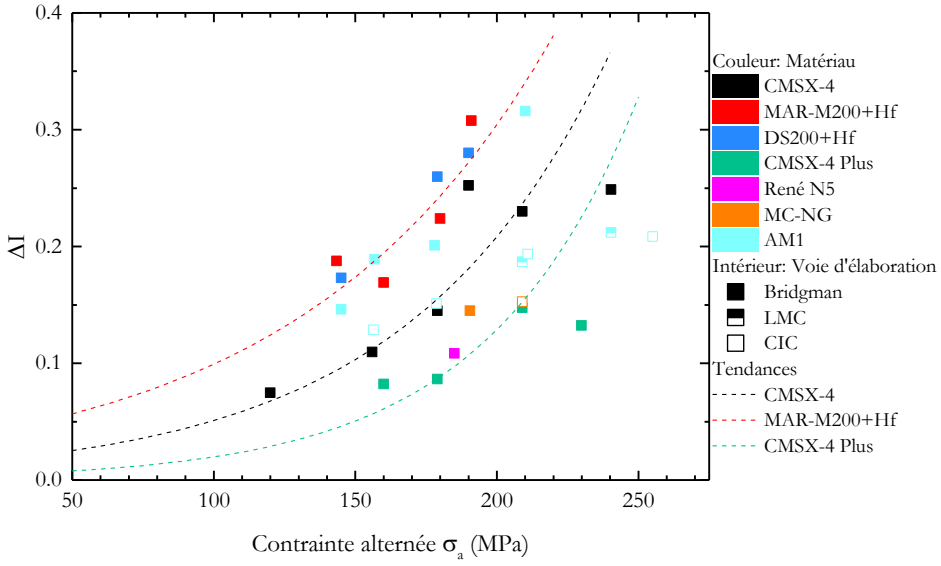


Figure IV.16 – *"Courbe d'auto-échauffement" de superalliages monogranulaires mesuré à partir de la baisse de puissance de l'inducteur, en fonction de l'amplitude de contrainte à $T = 1000℃$, $R = -1$ et $f = 20kHz$ [Cervellon, 2018]*

1.3.3 Conclusion et objectifs des essais d'AE sur AM1 :

L'AM1 est un matériau très différent de ceux déjà testés par la méthode d'auto-échauffement, et en l'occurrence du TA6V étudié dans le chapitre précédent. Il s'agit d'un matériau anisotrope possédant un comportement et des propriétés en fatigue logiquement très différents.

L'objectif de ce chapitre est tout d'abord d'évaluer et d'adapter le protocole pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement au voisinage de $1000°C$. En effet, entre les températures maximales testées pour le TA6V aux alentours de $350°C$ et l'objectif de température de ce chapitre, il subsiste un écart de température très important : ceci constitue un challenge expérimental de taille.

Le second objectif est bien sûr d'analyser les courbes d'auto-échauffement obtenues à partir d'éprouvettes d'AM1 fournies par Safran Aircraft Engines et prélevées dans des barreaux obtenus par voie Bridgman. Ces résultats seront alors rapidement comparés aux résultats de fatigue de la littérature, le but étant toujours la détermination rapide des propriétés en fatigue à partir des mesures thermiques.

L'AM1 est un matériau obtenu par voie de fonderie et ayant alors de nombreux défauts, dont les pores qui sont à l'origine de la rupture en fatigue. Les éprouvettes testées en auto-échauffement sont donc constituées d'un seul cristal. Il s'agit alors d'un cas très différent des éprouvettes de TA6V forgé étudié au chapitre précédent.

2 Essais d'auto-échauffement à haute température sur AM1

L'objectif des essais d'auto-échauffement est de déterminer la signature thermique du matériau sous sollicitation cyclique, en fonction de l'amplitude de chargement.

Un protocole d'essais d'auto-échauffement à haute température a été présenté dans le chapitre précédent. Il a permis d'obtenir les premières courbes d'auto-échauffement à une température supérieure à la température ambiante, sur un alliage de titane. Les différents éléments du dispositif sont optimisés pour permettre de détecter une faible élévation de température de l'éprouvette, l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique, à une température élevée (jusqu'à $350°C$ dans le cas du TA6V). Un des objectifs majeurs de ce chapitre a été d'adapter ce protocole pour des plus hautes températures. Détecter de faible évolution de température, dans un environnement maîtrisé à haute température, constitue donc un challenge expérimental.

Ainsi dans cette partie, des courbes d'auto-échauffement de l'AM1 à très hautes températures sont présentées pour la condition $T = 950°C$ et $R = 0$. Dans la suite du chapitre, les amplitudes de contrainte sont normalisées par la valeur représentant environ la limite d'élasticité de l'AM1 à 950° dans la direction $< 001 >$.

Une première partie est consacrée à la présentation du protocole d'essais, qui est alors illustré avec un essai sur une éprouvette. Dans un deuxième temps, une analyse des différents résultats d'essais d'auto-échauffement de l'AM1 à $950°C$ est réalisée et met notamment en évidence une certaine variabilité de la courbe d'auto-échauffement, ainsi qu'un comportement particulier, avec la présence d'un seul régime.

2.1 Protocole d'essai à 950°C

Les essais ont été réalisés avec un dispositif expérimental similaire à celui utilisé pour les essais sur TA6V, avec tout de même quelques adaptations inhérentes aux très hautes températures. Ces essais ont été réalisés sur une machine hydraulique INSTRON, d'une capacité maximale de $100kN$ équipée de mors haute-température avec un système de refroidissement par eau. Le système de chauffage utilisé est un four à résistance CERHEC, en trois zones de contrôle, d'une température de fonctionnement maximale annoncée à $1400°C$. Le four est confiné avec de la fibre céramique afin d'éviter au maximum les pertes thermiques et les perturbations extérieures (Figure IV.17).

Les éprouvettes en AM1 fournies par Safran Aircraft Engines possèdent une géométrie cylindrique, avec une zone utile pour laquelle la section est constante et donc possédant un champ de contrainte homogène sous sollicitation de traction. De ce fait, une approche thermique $0D$ est adoptée, avec une vision moyenne dans le volume de l'éprouvette. Ainsi, une mesure ponctuelle par thermocouple suffit pour rendre compte de l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique de l'éprouvette. Trois thermocouples sont donc utilisés : un positionné dans la partie utile de l'éprouvette et les deux autres sur les mors, suffisamment proches de l'éprouvette pour rendre compte des évolutions thermiques de l'environnement immédiat. Un protocole de fixation des thermocouples similaire à celui présenté pour les essais sur TA6V est réalisé (cf. Chapitre III). L'acquisition de température se fait avec une fréquence de $1Hz$.

- **Réalisation d'un essai à haute température :**

Du fait des plus hautes températures visées, le temps de stabilisation de la température dans le four est bien plus long que pour les essais sur TA6V. Pour les essais sur AM1 à $950°C$, il faut compter environ une dizaine d'heures de montée et de stabilisation de la température pour obtenir un environnement thermique convenable pour la réalisation d'un essai (Figure IV.18a).

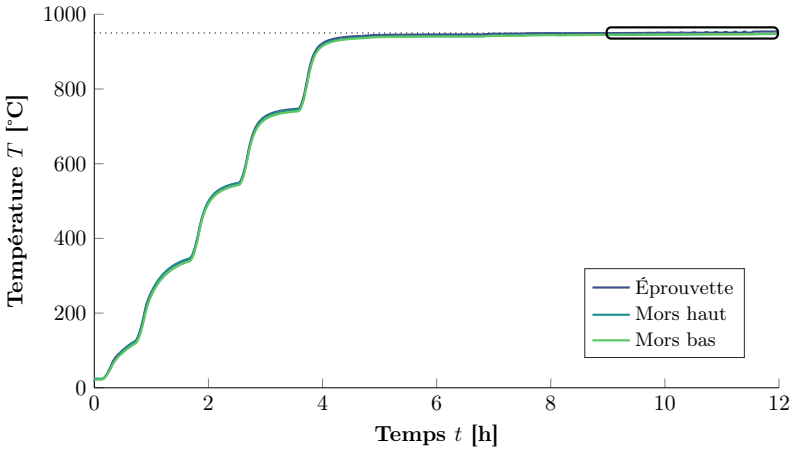
Figure IV.17 – *Dispositif expérimental à l'issue d'un essai à 950℃ (ouverture du four après rupture de l'éprouvette) : machine hydraulique de traction-compression équipée de mors haute température et d'un four à résistance*

Pour ce matériau dans cette configuration (géométrie d'éprouvette, dispositif expérimental, etc.), le temps caractéristique de retour à l'équilibre thermique est d'environ $\tau_{eq} = 40s$. Ainsi, une sollicitation cyclique de $t_0 = 200s$ suffit pour atteindre l'équilibre thermique et évaluer la température stabilisée d'auto-échauffement. Les phases de sollicitations cycliques sont donc constituées de 6000 cycles en effort imposé à la fréquence de $30Hz$. Pour cette condition d'essai, une dizaine de paliers sont réalisés, soit environ deux heures d'essais (Figure IV.18b).

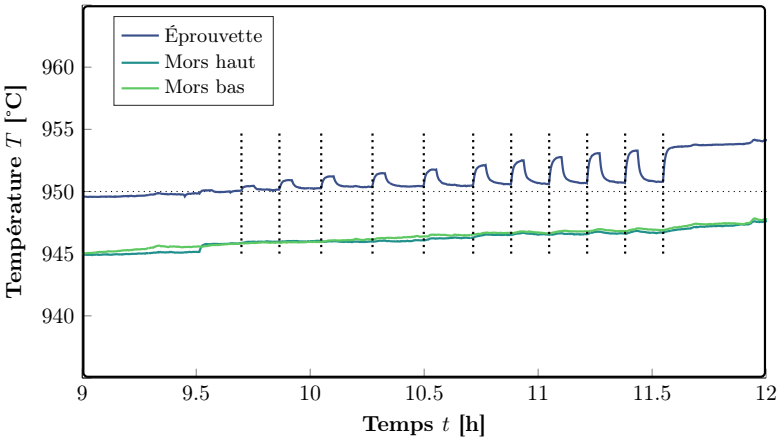
Le dernier palier est mené jusqu'à rupture, en visant un nombre de cycles à la limite du domaine de la fatigue à grand nombre de cycles, autour de 10^5 cycles (sollicitation d'environ une heure à $30Hz$). Les débuts des paliers sont mis en évidence.

- **Traitement des paliers et obtention de la courbe d'auto-échauffement :**

Les paliers d'auto-échauffement sont analysés séparément afin de déterminer la température stabilisée pour chaque phase de sollicitation (Figure IV.19). Le bruit de mesure dans un état stabilisé est du même ordre que celui obtenu pour les essais à plus basse température sur le TA6V (environ $0,05K$). Cependant, l'environnement thermique est légèrement moins stable du fait des températures beaucoup plus élevées du four. Ainsi, une incertitude de mesure de $0,10K$ est considéré pour la suite lors de la représentation des courbes d'auto-échauffement.



(a) *Suivi de température des trois thermocouples*



(b) *Suivi de température lors de l'essai d'auto-échauffement (zoom)*

Figure IV.18 – *Suivi de température au cours d'un essai d'auto-échauffement sur une éprouvette d'AM1 avec $T = 950°C$ et $R = 0$ - Les temps initiaux des paliers sont mis en évidence*

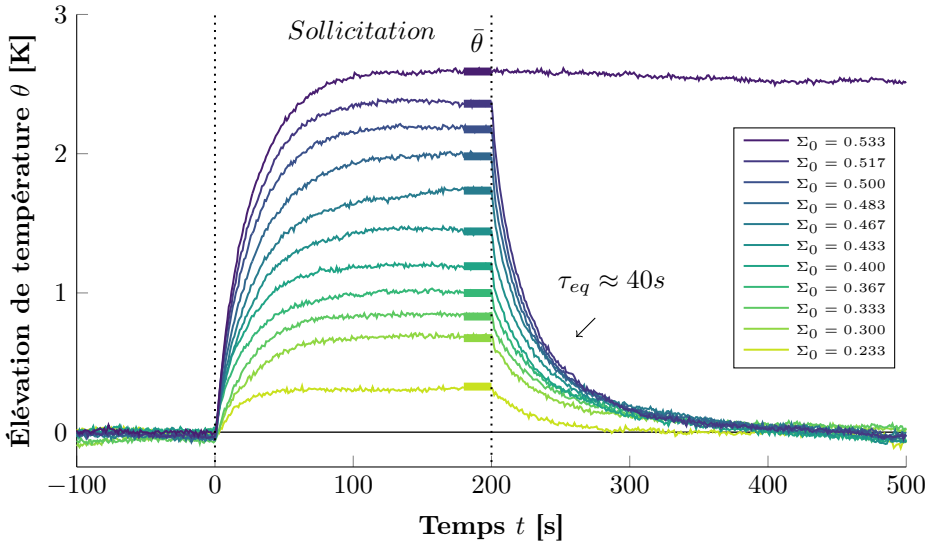
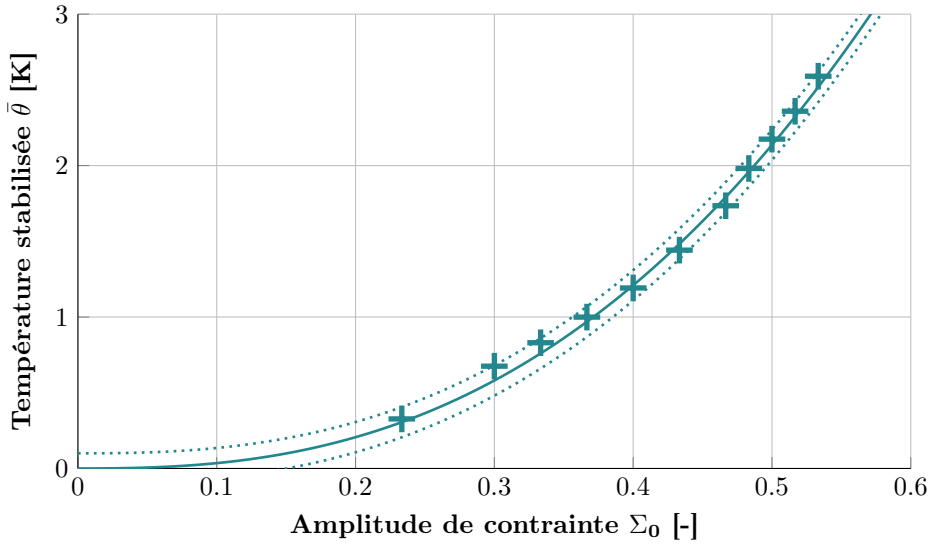


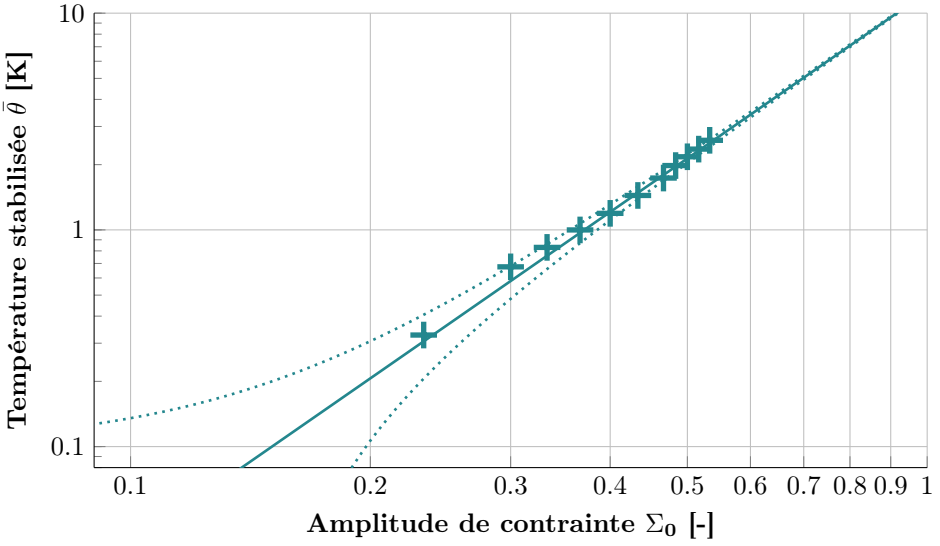
Figure IV.19 – *Évolution de la température de l'éprouvette pour chacun des paliers de chargement lors d'un essai sur l'AM1 ($T = 950°C$ et $R = 0$)*

Ce protocole d'essai permet bien de détecter de très faibles élévations de température de l'éprouvette sous sollicitation cyclique, dans un environnement à haute température. Cela est rendu possible par la bonne stabilité de l'environnement thermique au cours de la durée de sollicitation et de "refroidissement" de l'éprouvette entre chaque palier.

La courbe d'auto-échauffement de cette éprouvette d'AM1 est alors obtenue en associant la température stabilisée $\bar{\theta}$ à l'amplitude de chargement Σ_0 (Figure IV.20).



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure IV.20 – *Courbe d'auto-échauffement à haute température - AM1 avec $T = 950℃$ et $R = 0$*

Cette courbe présente un unique régime d'auto-échauffement, pouvant être représenté sous la forme d'une fonction puissance telle que

$$\bar{\theta} = a \ (\Sigma_0)^b \,, \tag{IV.2}$$

où a est l'intensité de ce régime et b sa pente (en échelle logarithmique). Contrairement à la représentation adoptée dans le chapitre précédent pour les résultats sur l'alliage de titane, celle-ci ne repose pas sur une modélisation, mais est considérée, car elle décrit très bien les résultats expérimentaux. De plus, cela permet de représenter l'incertitude de mesure de $\pm 0,10K$, relative au

bruit thermique et aux variations de température observées lors de la durée d'un palier d'auto-échauffement. Ce comportement de l'AM1 en un seul régime d'auto-échauffement est discuté par la suite.

La pente du régime d'auto-échauffement de l'éprouvette d'AM1 est de l'ordre de $2,5$ (Figure IV.20b). Ce qui ne rentre alors pas dans le cadre de la modélisation probabiliste à deux échelles présentée au Chapitre II et adoptée au Chapitre III pour l'analyse des essais sur TA6V. En effet, avec cette modélisation, la pente du régime d'auto-échauffement est alors de $m + 2$, avec m le module de Weibull associé à la modélisation des propriétés en fatigue.

Cependant, une élévation de température sous sollicitation cyclique est bien constatée pour des amplitudes des contraintes dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles, signe de la présence d'au moins un mécanisme dissipatif.

Le protocole d'essai mis en place dans cette étude est opérationnel pour la réalisation de courbes d'auto-échauffement à haute-température, en permettant de détecter de très faible élévation de température de l'éprouvette sous sollicitation cyclique (en dessous de $0,1K$*) dans un environnement thermique autour de* $950\,℃$*. Par choix, seuls les essais obtenus à partir du protocole final sont présentés. Pour des raisons de confidentialités, le protocole n'est pas détaillé précisément, et donc les nombreuses itérations ne sont pas exposées.*

Le domaine d'application des mesures d'auto-échauffement est alors étendu aux hautes températures, et permet l'étude de différents matériaux pour des applications de partie chaude de turboréacteur.

2.2 Variabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1

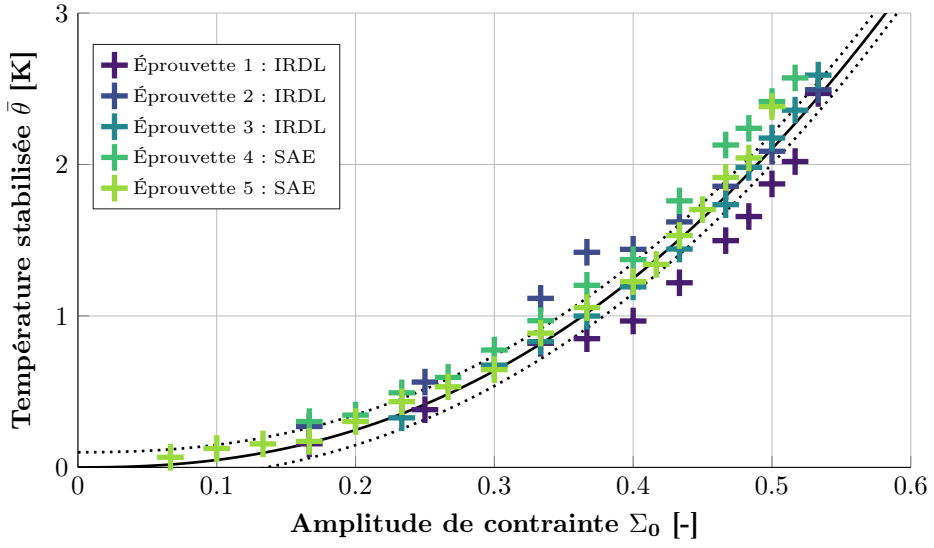
Afin de valider ce résultat sur AM1, plusieurs éprouvettes ont été testées dans les mêmes conditions de température et de rapport de charge. Trois essais ont été réalisés à l'IRDL. Étant donné l'absence de répétabilité de la courbe d'auto-échauffement (ou du moins de manière aussi satisfaisante que celle observée pour le TA6V), des essais complémentaires ont été réalisés au centre d'essais mécanique de Safran Aircraft Engines à Villaroche. Un dispositif expérimental similaire a alors été utilisé. Il est constitué d'une machine hydraulique et d'un four à résistance [1]. Les courbes d'auto-échauffement obtenues à partir de ces cinq éprouvettes sont comparées (Figure IV.21).

Ces courbes ne présentent pas une très bonne répétabilité. Pour illustrer cela, la loi puissance identifiée sur l'éprouvette 3 ($b = 2,57$) et l'encadrement avec les niveaux d'incertitudes de température choisis sont représentés et montrent bien cette variabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1 (Figure IV.21). La répétabilité de la courbe d'auto-échauffement n'est alors pas aussi probante que pour le TA6V, mais les résultats ont tout de même une tendance similaire, avec une courbe en un seul régime d'auto-échauffement et des ordres de grandeur de dissipation semblables. Les courbes se rassemblent dans un même faisceau.

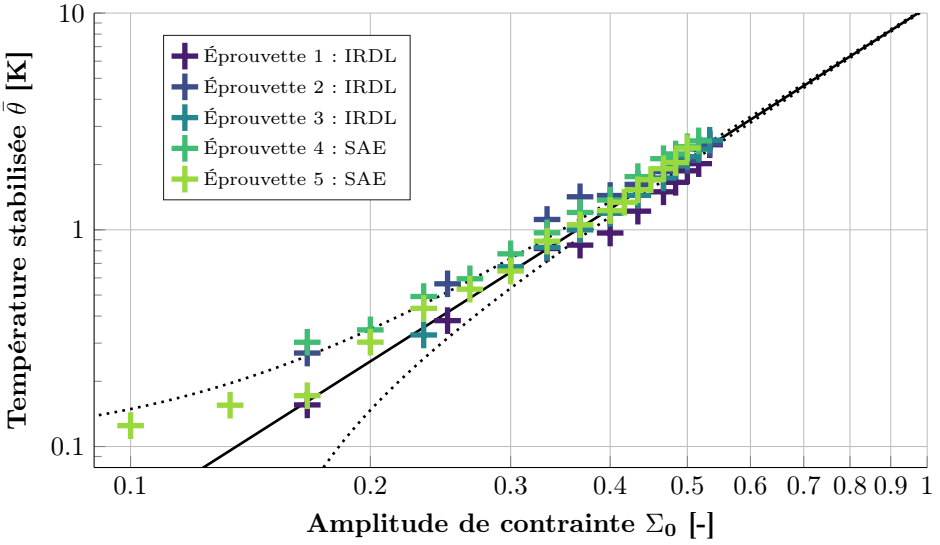
Cependant, toutes les éprouvettes suivent une loi puissance. Ces comportements sont alors identifiés (Figure IV.22) et les valeurs des pentes associées à ce régime en représentation logarithmique sont présentées au Tableau IV.2.

Ces résultats ont été obtenus de manière itérative, avec de nombreux imprévus et ratés. Ainsi, les courbes d'auto-échauffement de ces cinq éprouvettes proviennent d'un protocole largement éprouvé. Il semble donc difficilement envisageable que l'absence de répétabilité vienne du protocole final mis en place pour l'obtention de courbe d'auto-échauffement à haute température.

1. Il est à noter que des essais sur TA6V ont été réalisés préalablement sur ce dispositif expérimental pour le valider. Une très bonne répétabilité de la courbe d'auto-échauffement du TA6V avait alors été constatée par rapport à des essais réalisés à l'IRDL. L'objectif était également de transmettre la méthode à Safran Aircraft Engines.



(a) *Échelle linéaire*

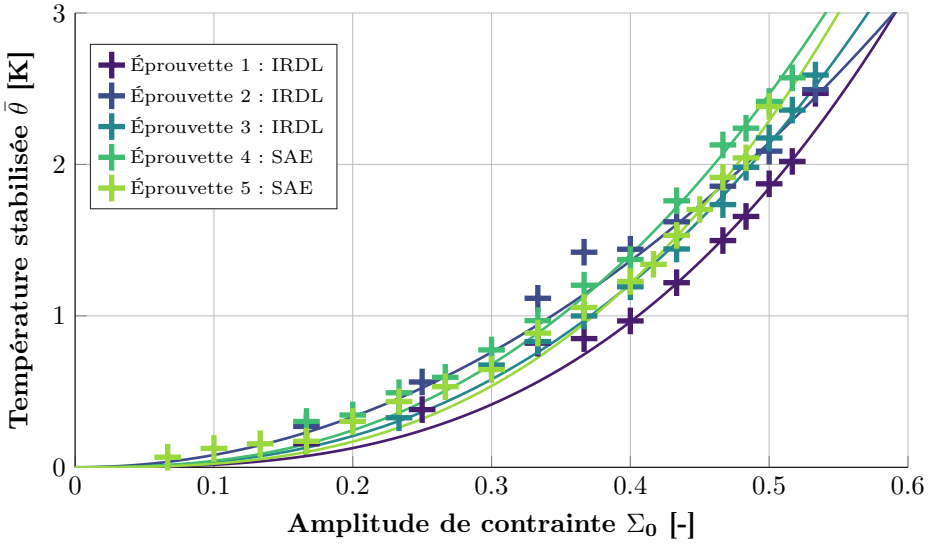


(b) *Échelle logarithmique*

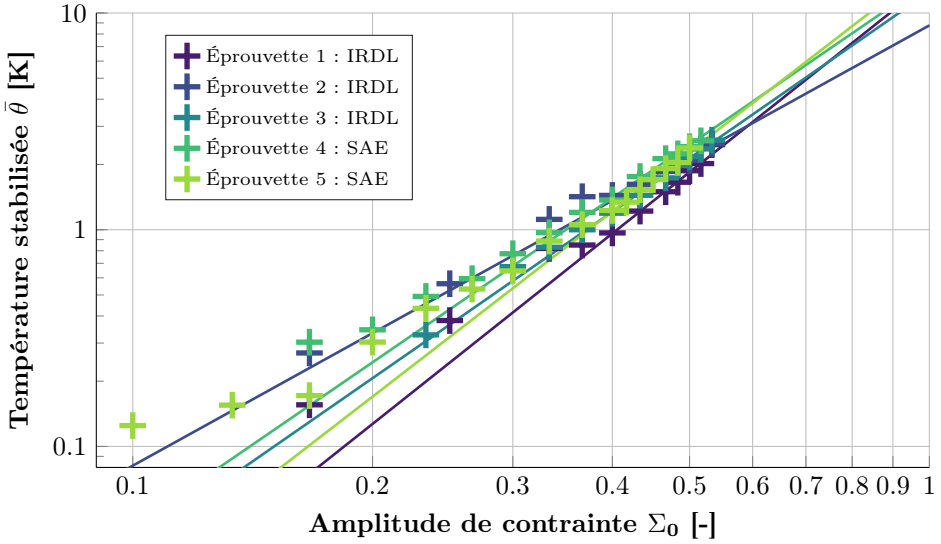
Figure IV.21 – *Résultats d'auto-échauffement pour des éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 950°C$ et $R = 0$*

Dans le cadre de ces essais, et en particulier dans un cadre où le modèle probabiliste à deux échelles peut être appliqué, la répétabilité de la courbe d'auto-échauffement doit être vérifiée, car elle valide le fait qu'il soit possible d'évaluer le comportement en fatigue de la population d'éprouvettes à partir d'un seul essai, et donc d'une seule éprouvette. Autrement dit, la répétabilité de la courbe d'auto-échauffement montre que les éprouvettes utilisées sont au moins représentatives de la population d'éprouvettes vis-à-vis des phénomènes dissipatifs, et par extension si un lien est établi, du comportement en fatigue.

Pour l'AM1, l'absence de répétabilité (ou plutôt la variabilité) de la courbe d'auto-échauffement semble donc plutôt provenir d'un phénomène lié aux éprouvettes utilisées. Cela traduit donc une absence de représentativité vis-à-vis des phénomènes dissipatifs (*e.g.* volume sollicité trop faible) ou la présence d'une variabilité entre éprouvettes ayant alors un impact sur la dissipation (*e.g.* variation de microstructure).



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure IV.22 – *Identification des lois puissance pour les essais d'auto-échauffement pour les éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 950°C$ et $R = 0$*

Table IV.2 – *Analyse des courbes d'auto-échauffement sur éprouvettes d'AM1 à $T = 950°C$ et $R = 0$ - Identification des lois puissance*

Éprouvette	**Pente (loi puissance) : b**
Éprouvette 1	2,91
Éprouvette 2	2,05
Éprouvette 3	2,57
Éprouvette 4	2,53
Éprouvette 5	2,84

Pour les essais sur AM1 présentés dans cette étude, les courbes d'auto-échauffement sont très semblables et se rassemblent dans un même faisceau (Figure IV.21). Il est alors possible d'analyser ces essais et notamment vis-à-vis de résultats de fatigue de la littérature. En effet, pour ces éprouvettes, les durées de vie des derniers paliers d'auto-échauffement menés à rupture sont de l'ordre de $N_r \approx 50\,000$ cycles pour une amplitude de contrainte de $\Sigma_0 = 0,533$. Le protocole mis en place permet bien de détecter de la dissipation cyclique dans le domaine de la fatigue à durée de vie limitée, et plus particulièrement de la HCF. De plus, l'observation des faciès des éprouvettes (alors rompues à "haut" niveau de contrainte par rapport à la limite d'endurance recherchée) fait état de rupture à partir de pores (Figure IV.23).

Il y a donc de la dissipation cyclique pour des niveaux de contrainte dans le domaine de la HCF. Une des premières questions concerne alors la nature et l'origine de cet unique régime d'auto-échauffement. Au vu des pentes constatées (Tableau IV.2), il pourrait faire penser à un régime primaire, dans le sens de la modélisation probabiliste à deux échelles présentée au Chapitre II. Cependant, aucun régime secondaire n'est observé et même pour des niveaux de contrainte élevés. De plus, le régime d'auto-échauffement constaté pour les éprouvettes d'AM1 se situe bien dans le domaine de la durée de vie limitée.

Concernant la nature de la dissipation, Cervellon postule dans sa thèse que les pores et défauts sont alors des sources d'auto-échauffement, agissant comme des concentrateurs de contrainte et en sollicitant de manière plus importante la matière à leur proximité [Cervellon, 2018]. Ces constatations se basent sur des différences d'auto-échauffement lors des sollicitations de monocristaux lors de sollicitations ultrasonores présentant des procédés d'élaborations différents et donc des taux de porosité différents. Étant donné que les pores semblent également à l'origine de la ruine en fatigue, il est alors possible que la population de défauts/pores puisse être caractérisée à partir d'essais d'auto-échauffement, et donc de remonter vers un lien entre la dissipation et les propriétés en fatigue [Ezanno, 2011].

Pour cela, des études complémentaires sont nécessaires, avec notamment d'autres résultats d'essais sur des matériaux présentant des types et quantités de défauts différents. De plus, afin d'évaluer correctement la source de dissipation, il est nécessaire d'effectuer ces mesures pour d'autres types de conditions, avec notamment l'influence de la fréquence de sollicitation (pour les liens éventuels avec la viscosité), l'influence d'une contrainte moyenne, ou encore de la température.

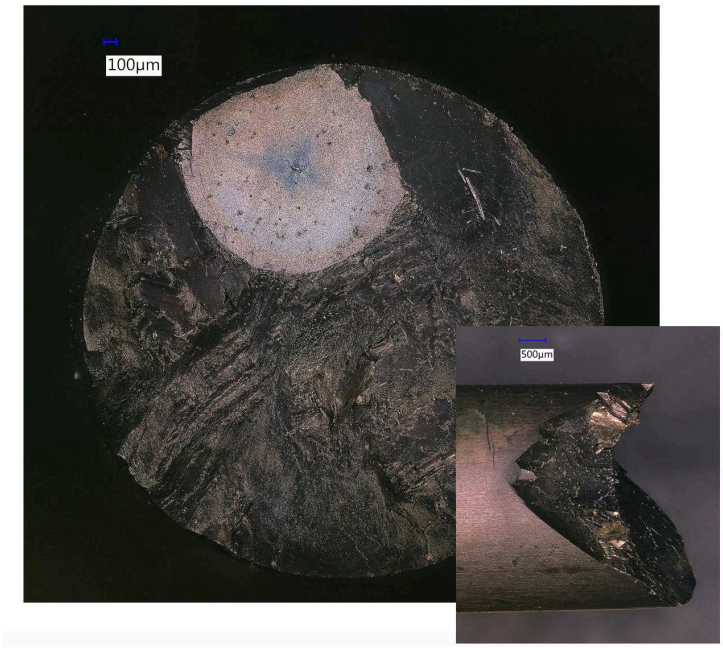


Figure IV.23 – *Observation du faciès d'une éprouvette d'AM1 après un essai d'auto-échauffement ($\Sigma_0 = 0,533$, $R = 0$ et $T = 950°C$) - Éprouvette 3*

Par conséquent, il s'agit d'un cadre différent de celui utilisé au Chapitre III pour l'analyse des essais de TA6V. La présence de cet unique régime d'auto-échauffement peut éventuellement être reliée à l'absence de "vraie" limite d'endurance pour ce matériau à cette condition d'essais (Figure IV.13), dans le sens de l'absence d'un comportement quasi-asymptotique aux alentours de 10^7 cycles. En effet, pour de nombreux matériaux, dont le TA6V, il semble y avoir une rupture du comportement en fatigue aux alentours de $10^6 - 10^7$ cycles, avec un comportement quasi-asymptotique de la courbe de fatigue, pouvant alors être assimilée à une "limite d'endurance" faisant la transition entre le domaine de la durée de vie limitée et le domaine de la durée de vie illimitée. Pour ces matériaux, le domaine de la VHCF mériterait d'être investigué plus en détail, mais ne fait actuellement pas partie du domaine d'étude.

Pour l'AM1, il ne semble pas y avoir d'asymptote nette sur la courbe de fatigue, et donc de "limite d'endurance" dans le sens d'un seuil à partir duquel une durée de "vie illimitée" est observée. Les domaines HCF et VHCF semblent alors semblables, avec une certaine continuité. Le fait qu'il n'y ait qu'un seul régime d'auto-échauffement, et donc pas de détection de seuil par l'analyse des mesures d'auto-échauffement (dans la gamme d'amplitude testée) semble alors corroborer cette continuité entre ces deux domaines de la fatigue.

Actuellement, il n'existe pas encore de modèle permettant de décrire de manière satisfaisante les phénomènes dissipatifs observés sur les éprouvettes d'AM1. De plus, le lien avec les propriétés en fatigue n'a pour le moment pas été établi, et encore moins avec une dimension probabiliste. Ce travail de modélisation constitue déjà une perspective majeure de cette première étude.

Pour réaliser un lien avec des propriétés en fatigue, il aurait également été possible d'effectuer des dépouillements empiriques de la courbe d'auto-échauffement ou d'utiliser des critères en énergie dissipée critique, comme cela se fait déjà pour d'autres types de matériaux (comme les élastomères ou les composites). Cependant, cela ne constituait pas l'objectif premier du chapitre et s'inscrit donc également en perspective de cette première étude.

- *Le protocole mis en place permet de détecter de la dissipation cyclique pour des niveaux de contrainte se situant dans le domaine de la HCF. Ce protocole a été transféré à Safran Aircraft Engines. Ces résultats ne s'inscrivent pas dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles présenté au Chapitre II.*
- *La courbe d'auto-échauffement de l'AM1 dans cette configuration ne présente qu'un seul régime d'auto-échauffement, et donc pas de seuil évident de mise en place de mécanisme dissipatif. De plus, les résultats de la littérature en HCF/VHCF sur ce type de matériaux ne présentent pas de "vraie" limite d'endurance (dans le sens d'une asymptote marquée).*
- *Il existe une certaine variabilité de la courbe d'auto-échauffement, bien plus importante que celle constatée pour les essais sur TA6V par exemple. Cette variabilité sera investiguée dans la suite du chapitre et pourrait provenir d'une variabilité entre éprouvettes "d'un même lot".*

3 Études complémentaires sur AM1

Afin d'améliorer la compréhension des résultats d'auto-échauffement sur l'AM1, deux études supplémentaires sont présentées.

Dans un premier temps, des essais à température ambiante ont été réalisés sur ce matériau, avec deux objectifs : le premier étant de tester la répétabilité avec un protocole maîtrisé [1] et le second étant d'investiguer plus en détail la présence de l'unique régime d'auto-échauffement pour différents rapports de charge.

Dans un second temps, une étude par éléments finis a été réalisée afin de déterminer de manière quantitative la dissipation à proximité d'un pore, avec différentes lois de comportement. Le but étant de proposer un modèle permettant la compréhension de l'apparition et le développement de la dissipation sous chargement cyclique autour d'un pore. De plus, l'objectif est d'évaluer l'influence de la désorientation du cristal par rapport à l'axe de l'éprouvette sur ces valeurs de dissipation avec la loi anisotrope de l'AM1 fournie par Safran Aircraft Engines. Le but est d'évaluer si cette variabilité entre éprouvettes permet ou non d'expliquer la variabilité observée en auto-échauffement une même condition d'essai.

Dans ces deux études, l'objectif principal reste de fournir des éléments pour la détermination et la compréhension des sources de dissipation pour ce matériau.

3.1 Auto-échauffement à température ambiante

Une campagne d'essais a été réalisée à température ambiante sur quelques éprouvettes afin d'investiguer davantage la présence de l'unique régime d'auto-échauffement, ainsi que de l'influence du rapport de charge sur la courbe d'auto-échauffement. Bien que les mécanismes à température ambiante et à $950°C$ peuvent être potentiellement très différents, cette étude permet tout de même d'apporter des éléments de compréhension.

Afin d'optimiser le signal thermique, et comme une très faible élévation de température avait été constatée à $f = 30Hz$ sur la machine servo-hydraulique utilisée pour les campagnes précédentes, cette campagne a été réalisée sur un vibrophore Zwick Roell (Figure IV.24). Le principe de l'essai d'auto-échauffement est le même. Une succession de paliers de chargement sinusoïdal est appliquée sur l'éprouvette avec une amplitude de sollicitation croissante. De la même manière que précédemment, trois thermocouples sont utilisés pour déterminer les variations de température de l'éprouvette sous sollicitation cyclique.

Le principe du vibrophore est de mettre en résonance la ligne afin d'appliquer une certaine sollicitation à l'éprouvette. La contrainte moyenne est appliquée par le déplacement de la traverse, et la contrainte alternée par l'électro-aimant. Les essais sont réalisés en effort imposé. Lors des essais à $20°C$, les masses appliquées sur le vibrophore ont permis d'obtenir une fréquence de sollicitation d'environ $103Hz$. Le nombre de cycles par palier est choisi en conséquence afin d'obtenir une durée de sollicitation de $200s$ (temps caractéristique de mise en place de l'équilibre thermique toujours proche de $40s$).

1. Cette campagne d'essai sur le vibrophore a été réalisée avant que le protocole d'essai à très haute température soit établi (protocole final).

Figure IV.24 – *Dispositif expérimental à température ambiante - Vibrophore Zwick Roell*

- **Étude de la répétabilité à $R = 0$:**

Les paliers d'auto-échauffement sont analysés séparément pour déterminer la valeur de la température stabilisée pour chaque phase de sollicitation (Figure IV.25). La particularité de l'utilisation d'un vibrophore est que pour atteindre une certaine amplitude de chargement, un pré-chargement est réalisé pour la mise en résonance, et seulement après, l'amplitude de chargement est augmentée pour atteindre la valeur de la consigne. Ainsi sur la figure, le moment $t = 0s$ ne correspond pas au début de sollicitation, mais au moment à partir duquel le niveau de chargement de la consigne du palier en cours est atteint. La sollicitation commence avant et un auto-échauffement est constaté lors de cette phase de pré-chargement. L'analyse se faisant par la méthode stabilisée, la courbe d'auto-échauffement n'est pas impactée.

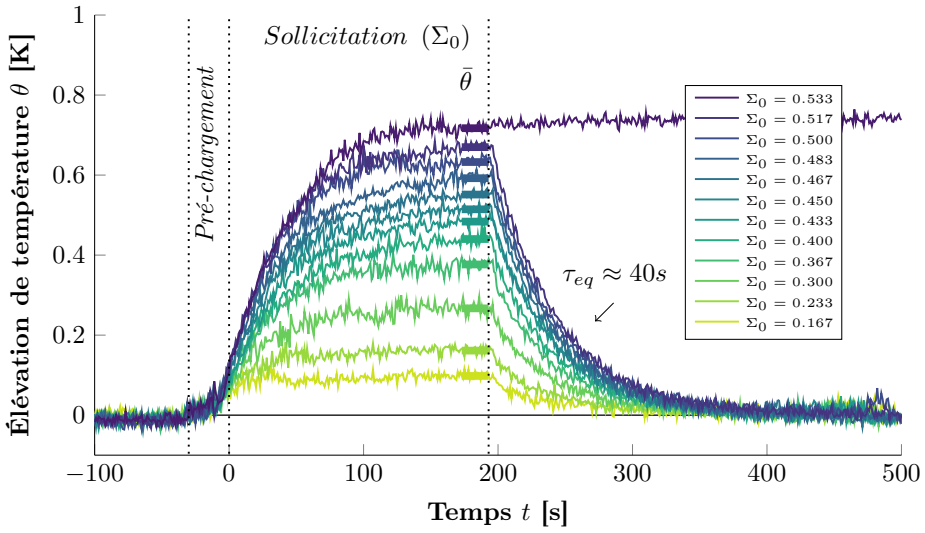


Figure IV.25 – *Évolution de la température de l'éprouvette pour chacun des paliers de chargement lors d'un essai sur l'AM1 ($T = 20℃$ et $R = 0$)*

Deux essais ont été réalisés dans les mêmes conditions de température et de rapport de charge. Les courbes d'auto-échauffement sont là aussi légèrement différentes (pas de répétabilité) et possèdent un seul régime d'auto-échauffement (Figure IV.26). Un auto-échauffement relativement faible est constaté. Les courbes d'auto-échauffement suivent des lois puissance. Un niveau d'incertitude de $\pm 0,05K$ sur la température est appliqué.

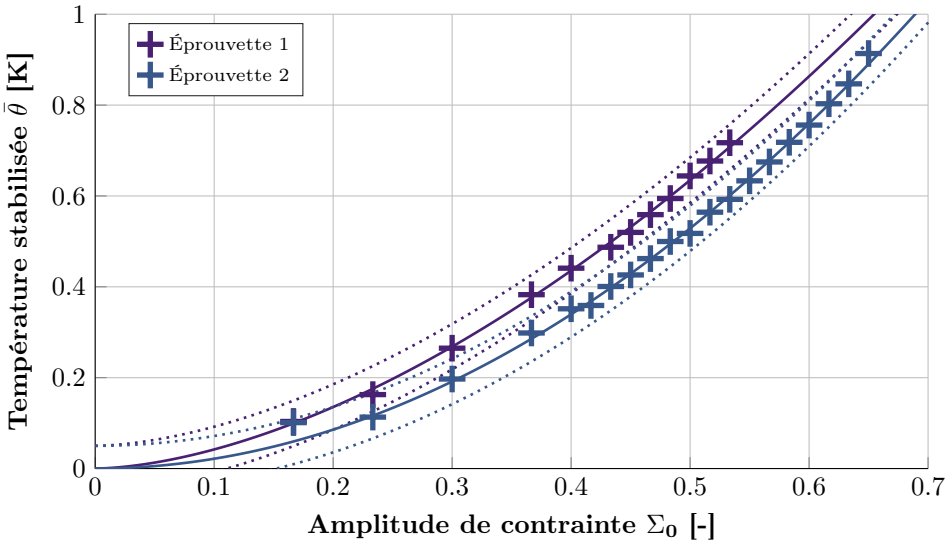


Figure IV.26 – *Résultats d'auto-échauffement pour des éprouvettes d'AM1 à la condition d'essais $T = 20℃$ et $R = 0$*

- **Influence du rapport de charge et analyse** :

Deux autres éprouvettes ont été testées à des rapports de charge de $R = 0,5$ et $R = 0,7$. L'objectif est d'explorer rapidement l'influence d'une contrainte moyenne sur la courbe d'auto-échauffement. Cependant, les essais n'étant pas répétables, il est difficile de conclure de manière précise.

Les paliers d'auto-échauffement appliqués à ces deux éprouvettes sont analysés afin d'obtenir les courbes d'auto-échauffement pour ces deux rapports de charge à température ambiante (Figure IV.27 et Figure IV.28).

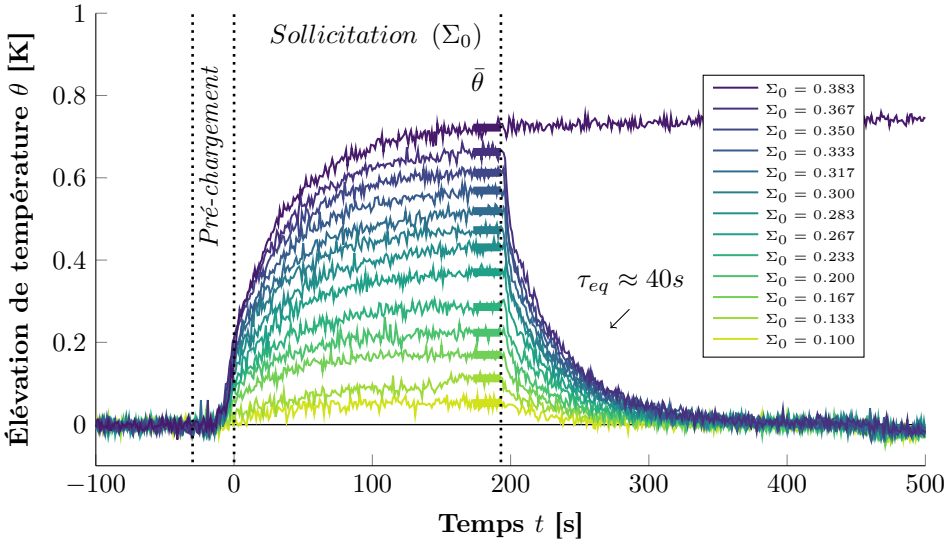


Figure IV.27 – *Paliers d'auto-échauffement pour une éprouvette d'AM1 ($T = 20℃$ et $R = 0,5$)*

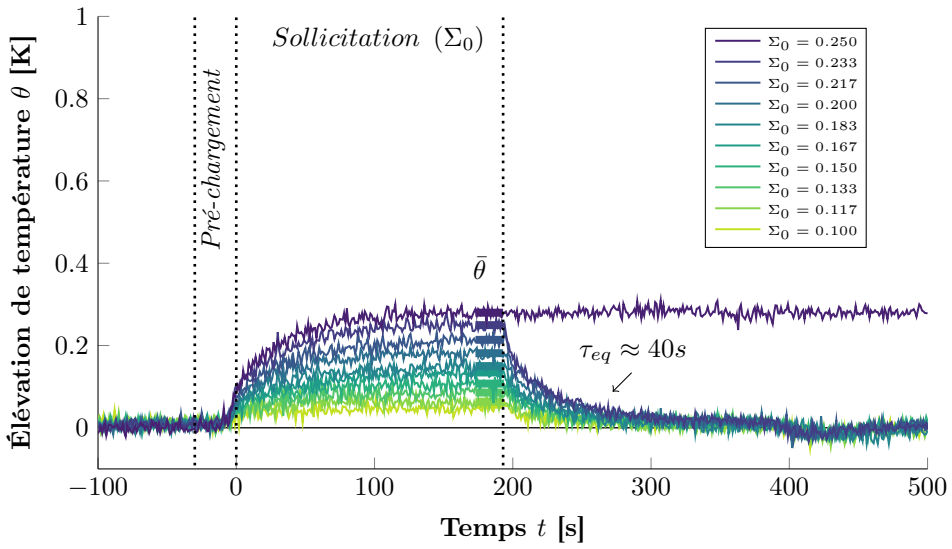


Figure IV.28 – *Paliers d'auto-échauffement pour une éprouvette d'AM1 ($T = 20℃$ et $R = 0,7$)*

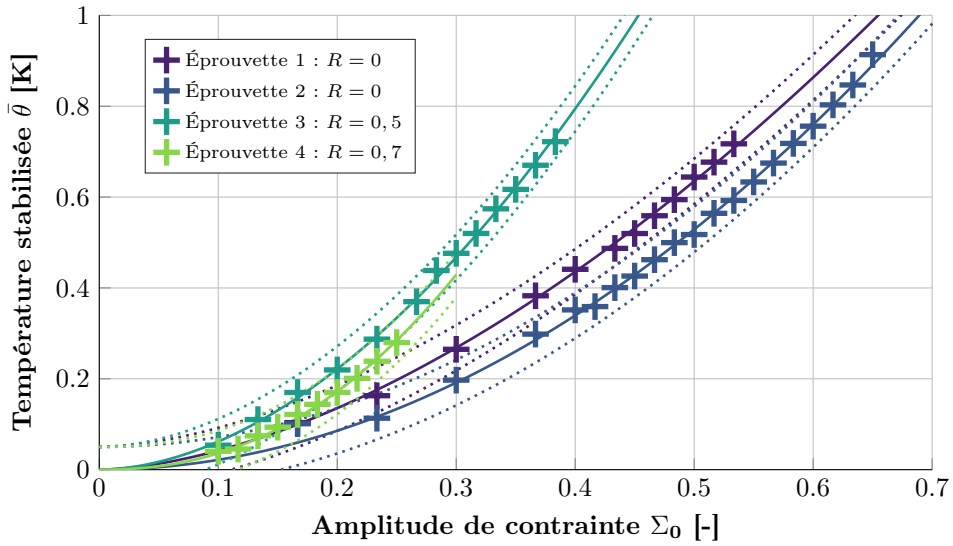
Les courbes d'auto-échauffement de cette campagne sont alors rassemblées afin d'étudier l'influence de la contrainte moyenne sur la dissipation de l'AM1 à température ambiante (Figure IV.29 et Figure IV.30). Les pentes issues de l'analyse des courbes d'auto-échauffement sont présentées à titre indicatif (Table IV.3).

Table IV.3 – *Analyse des courbes d'auto-échauffement sur éprouvettes d'AM1 à température ambiante - Identification des lois puissance*

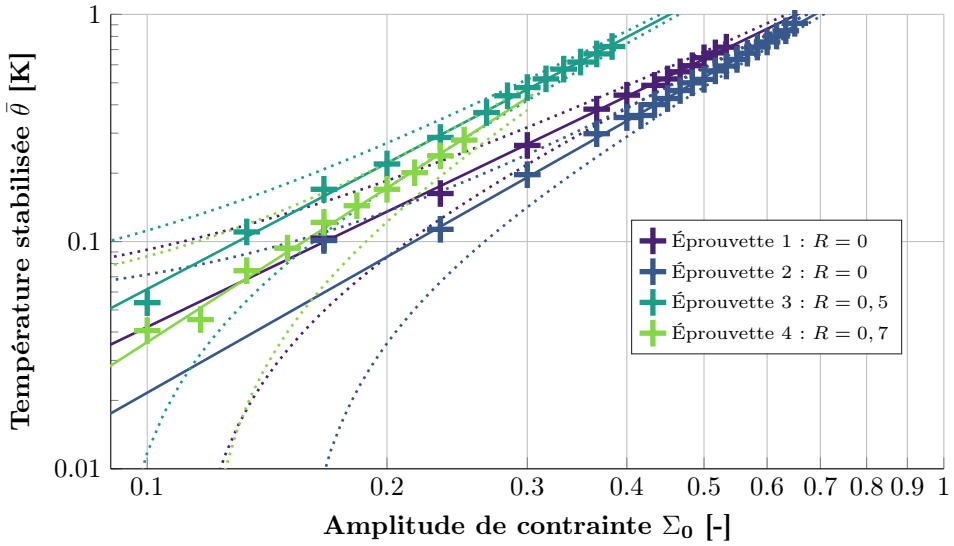
Éprouvette	**Rapport de charge**	**Pente (loi puissance) : b**
Éprouvette 1	0	1,93
Éprouvette 2	0	1,63
Éprouvette 3	0,5	1,84
Éprouvette 4	0,7	2,25

L'influence de la contrainte moyenne est relativement différente de celle constatée sur les éprouvettes de TA6V. En effet, les constations réalisées au Chapitre III (et en accord avec la littérature sur les aciers à température ambiante) montrent que dans ce cadre, seul le régime secondaire est impacté. En effet, il s'active pour des amplitudes de contraintes plus faibles en présence d'une contrainte moyenne, montrant ainsi l'activation de mécanismes dissipatifs et d'une limite d'endurance plus faible.

Dans le cadre des essais sur AM1 à température ambiante, l'application d'une contrainte moyenne plus importante tend également à activer de manière plus précoce les mécanismes dissipatifs. En effet, pour une même amplitude de contrainte, la dissipation cyclique d'une éprouvette sollicitée à $R = 0,5$ ou $R = 0,7$ est plus importante que pour une éprouvette sollicitée à $R = 0$ (Figure IV.29), ce qui est en accord avec ce qui était attendu. Cependant, en ce qui concerne les différences de dissipation entre les deux éprouvettes sollicitées à $R = 0,5$ et à $R = 0,7$, il est difficile de conclure étant donné la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure IV.29 – *Influence de la contrainte moyenne sur la courbe d'auto-échauffement d'éprouvettes d'AM1 à température ambiante*

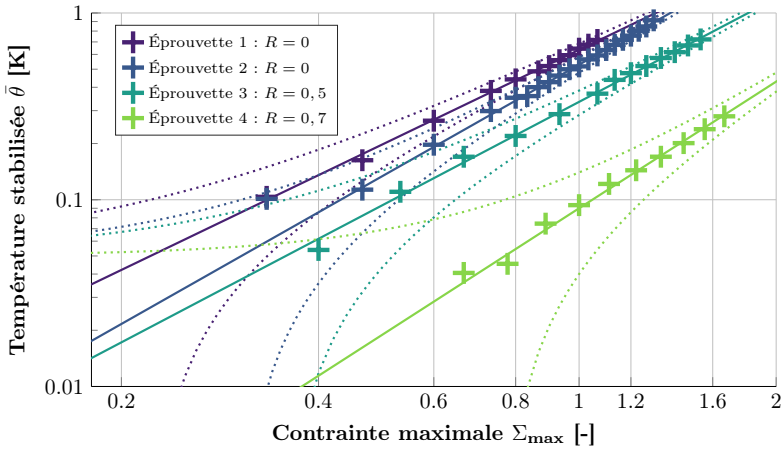


Figure IV.30 – *Influence de la contrainte moyenne sur la courbe d'auto-échauffement d'éprouvettes d'AM1 à température ambiante en fonction de la contrainte maximale*

- **Conclusion de la campagne d'essai** :

L'objectif de cette campagne d'essais était d'étudier davantage la présence de cet unique régime d'auto-échauffement. Cette campagne a tout d'abord confirmé la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1. De plus, les essais à différents rapports de charge ont montré que cet unique régime est bien impacté par la présence d'une contrainte moyenne (et qu'il ne s'agit donc pas d'un régime primaire dans le sens de la modélisation probabiliste à deux échelles).

Comme attendu, les mécanismes d'auto-échauffement et de ruine en fatigue sont différents à température ambiante et à $950°C$. En effet, les niveaux de dissipation atteints en fin de palier ne sont pas du même ordre de grandeur pour la condition $R = 0$: environ $1K$ à une sollicitation de $f = 103Hz$ à température ambiante, contre $3K$ à $30Hz$ à $T = 950°C$ (Figure IV.31). De plus, les pentes semblent légèrement plus faibles à température ambiante (Tableau IV.2 et Tableau IV.3) et les faciès de rupture sont également différents (Figure IV.23 et Figure IV.32).

Le domaine d'application de l'AM1 se situant dans les hautes températures, cette campagne d'essais n'a pas été plus approfondie. Elle a tout de même permis de réaliser quelques constatations intéressantes pour une configuration d'essai simple (à température ambiante) qui pourraient également être observées à haute température. Il n'a cependant pas été possible de réaliser d'autres essais à haute température par manque de temps.

Une des perspectives est donc d'étudier l'influence d'une contrainte moyenne pour des essais à haute température afin d'étudier davantage les mécanismes dissipatifs et d'éventuellement les relier à l'endommagement en fatigue. En effet, un des intérêts de la méthode d'auto-échauffement serait de quantifier rapidement l'endommagement cyclique à fort rapport de charge, et donc potentiellement de découpler l'endommagement en fatigue et en fluage.

• La non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement est également constatée à température ambiante (protocole d'essai maîtrisé).
• À température ambiante, l'unique régime d'auto-échauffement est impacté par la présence d'une contrainte moyenne.
• Les mécanismes de ruines en fatigue et de dissipations semblent très différents à température ambiante et à $T = 950\,℃$. Les courbes d'auto-échauffement ne sont donc pas comparables en l'état. Il serait intéressant d'étudier l'influence de la température sur la courbe d'auto-échauffement pour des températures d'utilisation plus usuelles de l'AM1 (entre $800\,℃$ et $1100\,℃$ par exemple).

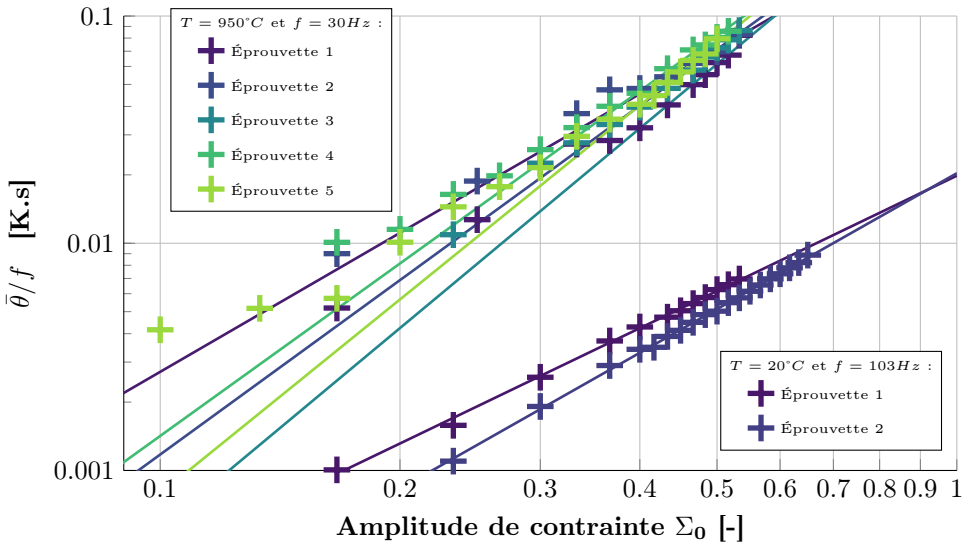


Figure IV.31 – *Comparaison des courbes d'auto-échauffement à $T = 20℃$ et à $T = 950°C$ pour les éprouvettes d'AM1 à la condition $R = 0$*

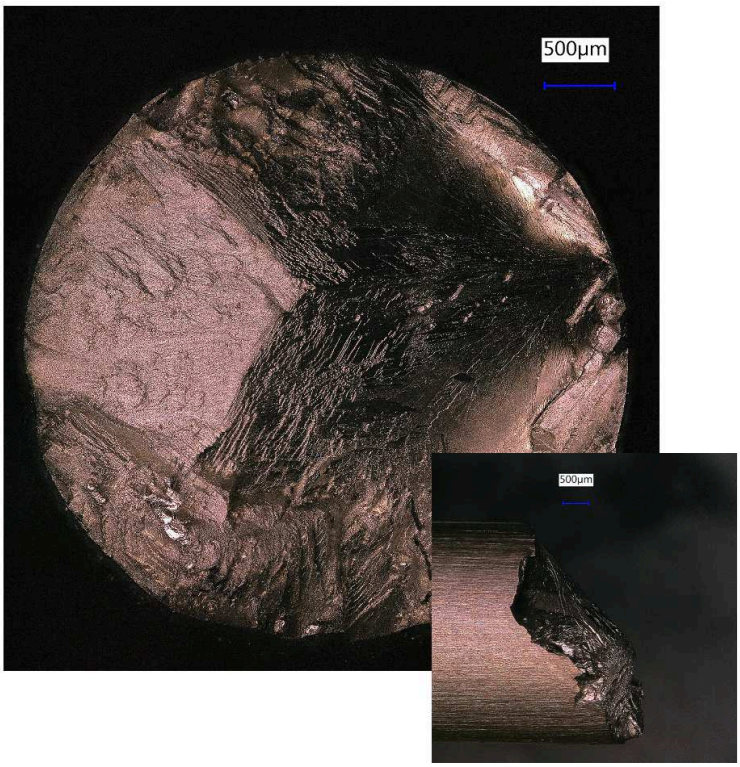


Figure IV.32 – *Observation du faciès d'une éprouvette d'AM1 après un essai d'auto-échauffement* ($\Sigma_0 = 0,533$, $R = 0$ *et* $T = 20℃$) - *Éprouvette 3*

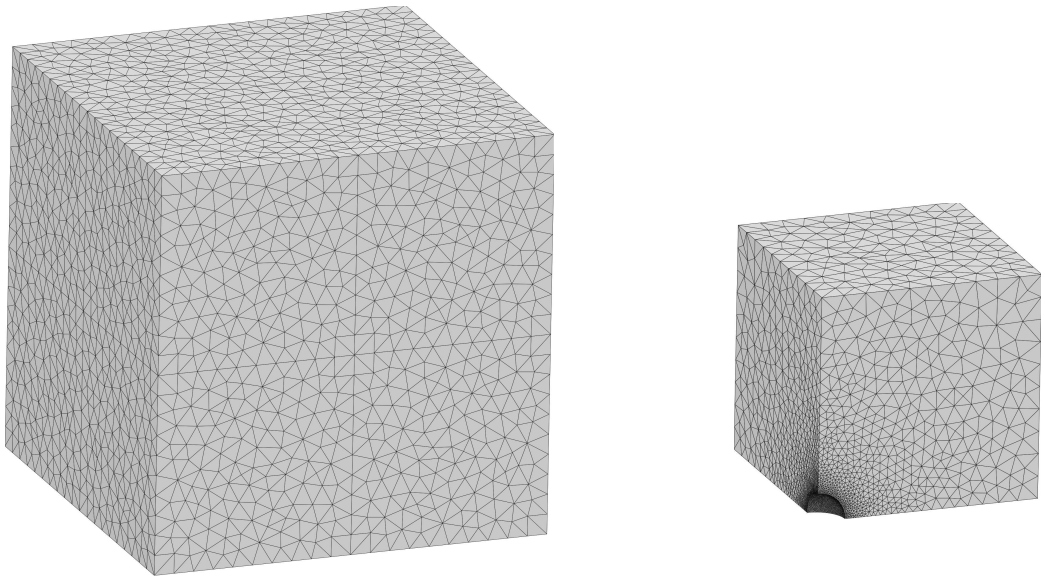
3.2 Estimation de la dissipation EF autour d'un pore

Afin d'évaluer le rôle des pores dans la dissipation cyclique, un modèle Éléments Finis simple a été mis en place. L'objectif principal est alors de déterminer qualitativement l'évolution de la dissipation cyclique en fonction de l'amplitude de chargement appliquée d'un Volume Élémentaire Représentative comportant un pore. Dans un premier temps, une loi élastoplastique parfaite est utilisée pour la mise en place du modèle et aider à la compréhension. Ensuite, des calculs identiques sont réalisés avec la loi anisotrope cristallographique de l'AM1 fournie par Safran Aircraft Engines.

Un second objectif est d'évaluer l'influence de la désorientation entre l'axe de la sollicitation cyclique et l'orientation de la loi de comportement sur la dissipation. En effet, lors de la réalisation des barreaux d'AM1 par le procédé de solidification dirigée, une petite variation peut être constatée entre la direction de croissance de la dendrite, et donc l'orientation du matériau, et l'axe du barreau. Ainsi, les éprouvettes fournies par Safran Aircraft Engines, et usinées à partir de barreaux distincts, possèdent des orientations légèrement différentes, qui sont représentées par un angle entre l'axe principal de l'éprouvette et l'orientation du matériau. L'objectif est alors d'évaluer l'influence de cet angle sur la dissipation cyclique, autrement dit, si cette légère variation entre les éprouvettes suffit ou non à expliquer la variabilité de la courbe d'auto-échauffement pour l'AM1.

3.2.1 Principe et modèle utilisé

Une petite modélisation avec le code de calcul ZéBuLoN a été mise en œuvre. Le VER utilisé est alors un cube avec en son centre un pore sphérique (Figure IV.33). La taille du pore est telle que le taux de porosité du matériau ait une fraction volumique de $f_v = 0,1\%$. Un modèle complet 3D (*i.e.* sans symétrie) est utilisé pour pouvoir faire varier l'angle entre l'axe de sollicitation et la direction du cristal. Des conditions périodiques aux limites sont appliquées sur les faces externes du cube. Le chargement est appliqué sur la face supérieure. La sollicitation se fait selon un axe possédant un angle θ avec la normale de la face [1]. Dans la première partie de l'étude, la sollicitation se fait suivant la normale à cette face ($\theta = 0°$).



(a) *Modèle complet*

(b) *Visualisation du pore (huitième)*

Figure IV.33 – *VER utilisé pour estimer la dissipation autour d'un pore par éléments finis avec le code de calcul ZéBuLoN*

1. Dans les simulations, un deuxième angle est utilisé pour faire varier l'axe de la sollicitation dans l'espace. Par souci de simplicité, seule la variation d'un angle, et donc de l'axe de sollicitation dans un plan, est présentée dans cette étude.

Un calcul est réalisé pour chaque niveau d'amplitude considéré afin d'obtenir une valeur de dissipation associée à cette amplitude. Lors du calcul, trois cycles de chargement sont appliqués sur le VER. Les données de sorties sont alors la déformation plastique cumulée dans tous les éléments du modèle et le volume associé à chacun des éléments. En effet dans le cadre des modèles considérés, la dissipation cyclique associée à ce volume est proportionnelle à la variation de plasticité cumulée,

$$D_{cy} \quad \propto \quad \dot{p}. \tag{IV.3}$$

Étant donné que seule l'évolution de la dissipation est étudiée en fonction de l'amplitude de chargement, il suffit alors de calculer une "déformation plastique cumulée" en moyenne volumique sur le VER, pour chaque cycle d'amplitude Σ_0. Soit pour un certain chargement, une relation de proportionnalité associant la dissipation volumique D_t au temps "instantané" t_i, et les données de sortie du calcul est

$$\int_0^{t_i} D_t(t)\,\mathrm{d}t \quad \propto \quad \frac{\sum_e p_e(t_i)V_e}{\sum_e V_e}, \tag{IV.4}$$

où p_e est la déformation plastique équivalente cumulée associée à l'élément e et V_e son volume. Ainsi, la dissipation d'un cycle du VER peut être évaluée par la relation

$$D_{cy} \quad \propto \quad \frac{1}{t_f - t_d}\left[\frac{\sum_e p_e(t_f)V_e}{\sum_e V_e} - \frac{\sum_e p_e(t_d)V_e}{\sum_e V_e}\right], \tag{IV.5}$$

où t_d est le temps associé au début du cycle considéré et t_f le temps associé à la fin du cycle. Trois cycles sont appliqués pour chaque palier afin de vérifier que cette quantité, alors proportionnelle à la dissipation volumique par cycle, se stabilise et devient bien constante au cours des cycles du palier.

3.2.2 Loi élastoplastique parfaite (EPP)

Dans un premier temps, une loi élastoplastique parfaite est utilisée. Elle est définie par une limite du domaine d'élasticité de $\Sigma_y = 1$. Cette première loi de comportement a permis de mettre en place le modèle 3D complet par des calculs relativement rapides [1] et de réaliser notamment une convergence au maillage sur les valeurs d'intérêts (dissipation volumique cyclique).

Pour chaque amplitude de chargement, un calcul constitué de trois cycles à un rapport de charge $R = 0$ est réalisé. Ainsi, la dissipation associée au premier cycle (lorsqu'il y en a) est toujours plus importante que celle observée pour les deux cycles suivants (plasticité premier quart de cycle). L'intérêt de faire trois cycles est de vérifier que les dissipations cycliques des deuxièmes et troisièmes cycles sont identiques. Les contraintes de von Mises sont présentées pour différents paliers (Figure IV.34). Les éléments possédant une déformation plastique sont également mis en évidence (Figure IV.35).

1. Pour cette loi, des modèles plus simples avec des symétries peuvent être utilisés. Des comparaisons entre les différents modèles ont été réalisées. L'objectif était d'obtenir un modèle 3D complet avec des réponses convenables. L'intérêt est d'obtenir une réponse qualitative de l'évolution de la dissipation cyclique en fonction de l'amplitude, et non de les quantifier précisément.

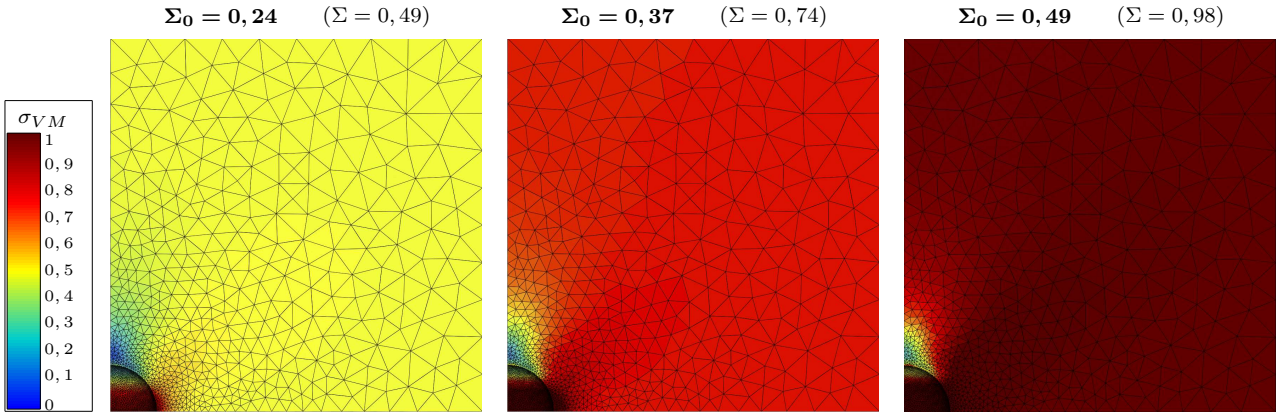


Figure IV.34 – *Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi élastoplastique parfaite pour différentes amplitudes de chargement (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

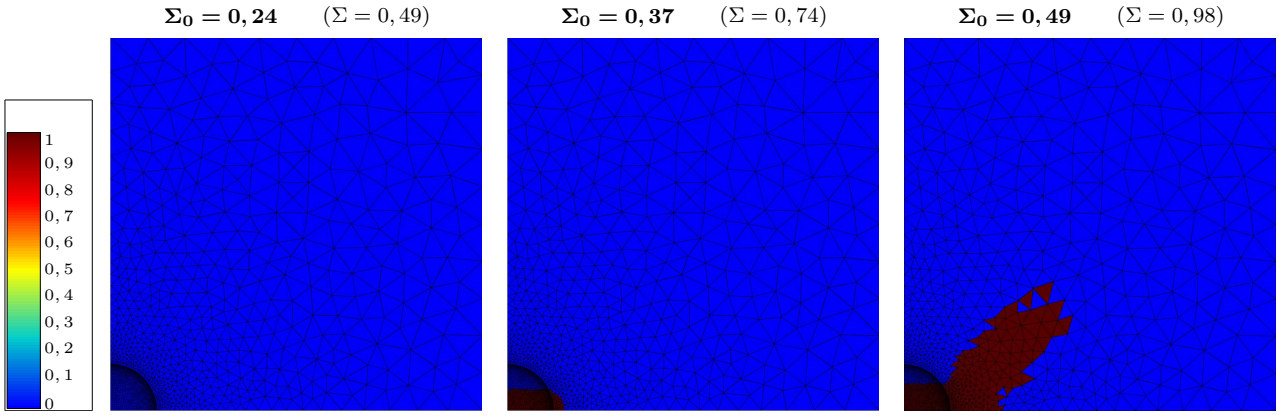


Figure IV.35 – *Visualisation des éléments plastifiés autour d'un pore avec la loi élastoplastique parfaite pour différentes amplitudes de chargement (à contrainte maximale du troisième cycle)*

À partir des différents calculs, une courbe de "dissipation" peut être obtenue (Figure IV.36). Elle représente la déformation plastique volumique sur le troisième cycle du calcul (quantité présentée à l'équation IV.5) en fonction de l'amplitude de chargement Σ_0.

Cette courbe présente trois zones différentes : une première avec un effet seuil dû à la concentration de contrainte générée par le pore, une zone centrale pour laquelle la dissipation semble évoluer en loi puissance, et enfin une troisième pour laquelle la dissipation augmente de manière très importante.

Pour le pore sphérique considéré, la concentration de contrainte K_t peut être évaluée par

$$K_t = \frac{27 - 15\nu}{14 - 10\nu}, \tag{IV.6}$$

où $\nu = 0,3$ est le coefficient de Poisson utilisé pour le calcul éléments finis. Ainsi de la plasticité apparaît au niveau de la concentration de contrainte générée par le pore à partir d'une amplitude appliquée sur le VER de $\Sigma_s = 0,244$.

L'augmentation très importante de la dissipation pour les amplitudes de contrainte plus élevées s'explique par le fait que la plasticité se généralise à l'ensemble du volume du VER considéré (Figure IV.35). La dissipation tend théoriquement vers l'infinie avec la loi EPP lorsque l'amplitude de chargement tend vers $\Sigma_0 = 0,5$.

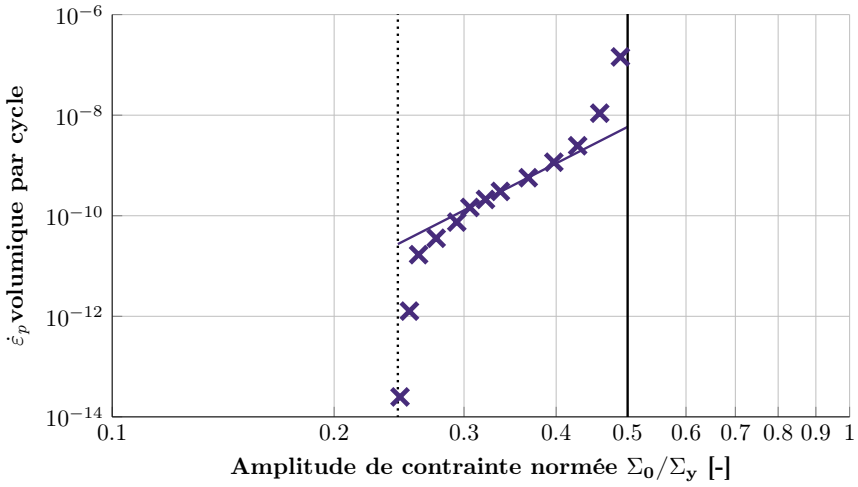
Dans la zone centrale de la courbe (*i.e* entre $\Sigma_0 = 0,3$, après le seuil, et $\Sigma_0 = 0,4$, avant que la plasticité ne se généralise au volume), la dissipation semble suivre une loi puissance telle que

$$D_{cy} = a \ (\Sigma_0)^b \,, \tag{IV.7}$$

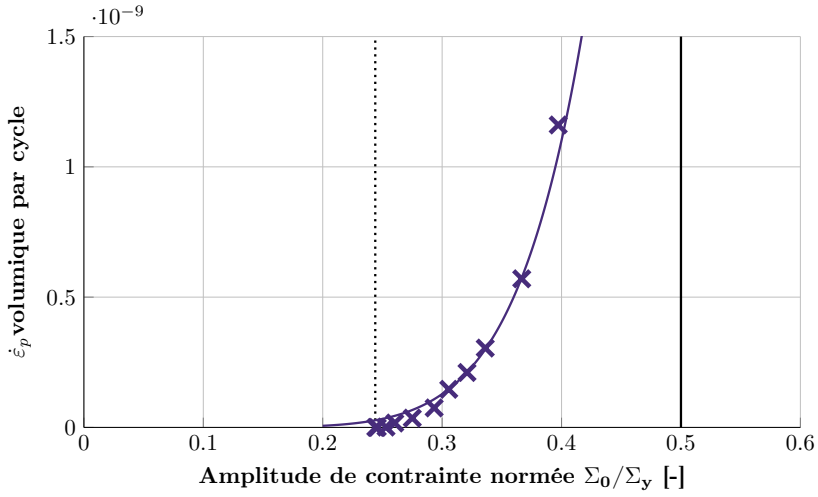
avec dans le cas du calcul avec la loi EPP, une pente de $b \approx 7,5$. La dissipation du VER est alors directement liée à un volume, qui va alors s'étendre avec l'augmentation de l'amplitude de contrainte.

Il s'agit d'un modèle simple pour lequel il subsiste de nombreuses questions, notamment sur la pertinence d'utiliser une loi de comportement si simple et/ou même identifiée à l'échelle d'une éprouvette pour estimer la dissipation de la matrice liée à une petite zone autour du pore. À cette échelle, cette loi de comportement n'est certainement pas représentative. De plus, la forme et la distribution des pores sont idéalisées pour le modèle présenté.

Cependant cette étude est intéressante, car elle montre qu'il est possible d'obtenir des dissipations en loi puissance, avec seuil, avec une pente de l'ordre de $6-9$. La dissipation est cette fois-ci liée à la matrice et au volume plastifié du fait de la porosité. La forme de la dissipation est alors différente de celle d'un site de microplasticité dans une matrice élastique présentée au Chapitre II. Pour rappel, la dissipation est dans ce cas linéaire, avec un seuil d'activation, en fonction de l'amplitude de chargement.



(a) *Échelle logarithmique*



(b) *Échelle linéaire (zoom sur la partie centrale)*

Figure IV.36 – *Évolution de la vitesse de déformation plastique sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement - Courbe de "dissipation" à $R = 0$ du VER avec une loi élastoplastique parfaite*

Ce premier calcul avec une loi EPP a permis de mettre en place la modélisation 3D complète, tout en apportant les premières bases de compréhension, par la simplicité de la loi, sur le rôle qu'un pore peut avoir sur la dissipation.

3.2.3 Loi de l'AM1 (EVP en plasticité cristalline)

Le même modèle que précédemment est utilisé avec des conditions périodiques aux limites et un maillage identique [1]. La loi utilisée est une loi anisotrope cristallographique de l'AM1 en sinus hyperbolique avec restauration. Les calculs sont effectués avec une température fixée à 950°C. Les contraintes sont normées par la même valeur que celle ayant servi à la présentation des résultats d'auto-échauffement (Figure IV.21). La loi est construite sur les systèmes de glissement de la structure CFC de l'AM1 (Figure IV.7) et les variables d'intérêt issues des calculs avec le code de calcul ZéBuLoN sont alors :

- *evgeq* : la déformation plastique cumulée sur les systèmes octaédriques ;
- *cugeq* : la déformation plastique cumulée sur les systèmes cubiques.

Dans un premier temps, la courbe de dissipation est obtenue pour le cas d'une sollicitation selon la direction <001> du cristal, soit une sollicitation avec un angle $\theta = 0°$ avec la normale de la face supérieure du VER. Ensuite dans un second temps, l'influence de cet angle sur la courbe de dissipation est étudiée.

- **Sollicitation dans la direction <001> :**

De la même manière que précédemment, pour chaque amplitude de contrainte un calcul constitué de trois cycles de chargement à rapport de charge $R = 0$ est réalisé. Pour trois amplitudes de chargement, les contraintes de von Mises (Figure IV.37), les déformations plastiques cumulées sur les systèmes octaédriques (Figure IV.38) et sur les systèmes cubiques (Figure IV.39) sont présentées au chargement maximal du troisième cycle.

Dans le cas d'une sollicitation en traction selon la direction <001>, les systèmes de glissement octaédriques s'activent préférentiellement. Autour du pore, avec la loi de comportement de l'AM1, les déformations plastiques cumulées sur les systèmes cubiques *cugeq* sont bien plus faibles que celles sur les systèmes octaédriques.

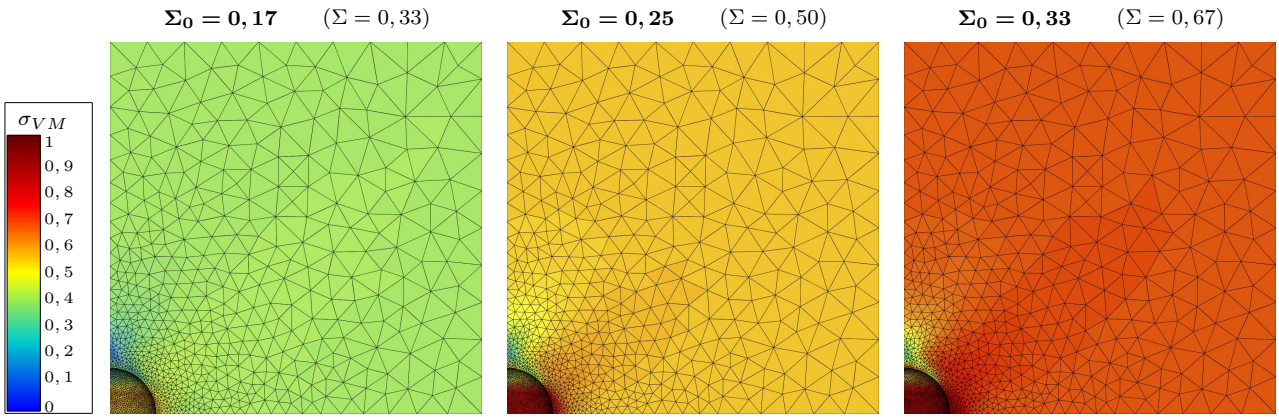


Figure IV.37 – *Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi EVP cubique et pour différentes amplitudes de chargement (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

1. La convergence au maillage a été réalisée avec la loi EPP. Une étude sur la taille de maille a été tout de même réalisée avec la loi EVP cubique, mais les temps de calcul sont très longs. Le modèle retenu reste le meilleur compromis pour étudier les évolutions quantitatives de la dissipation (volumique, donc nécessairement très dépendante du maillage au voisinage de la concentration de contrainte) et le temps de calcul.

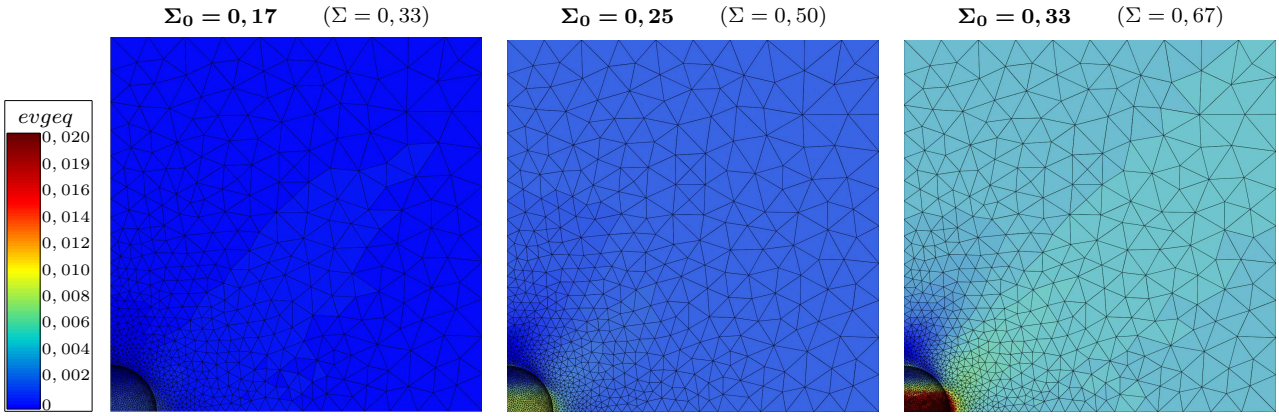


Figure IV.38 – *Déformation plastique cumulée sur les systèmes octaédriques autour d'un pore avec la loi EVP cubique et pour différentes amplitudes de chargement (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

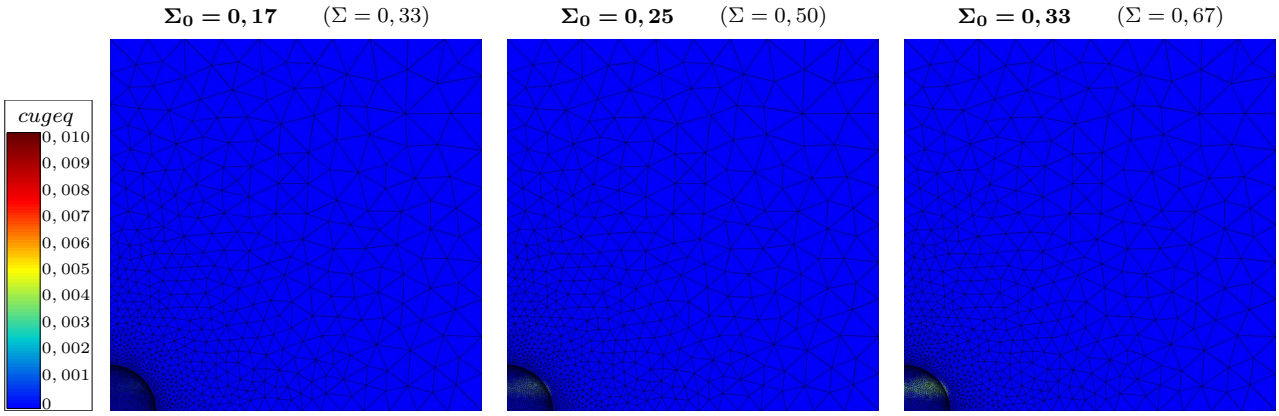
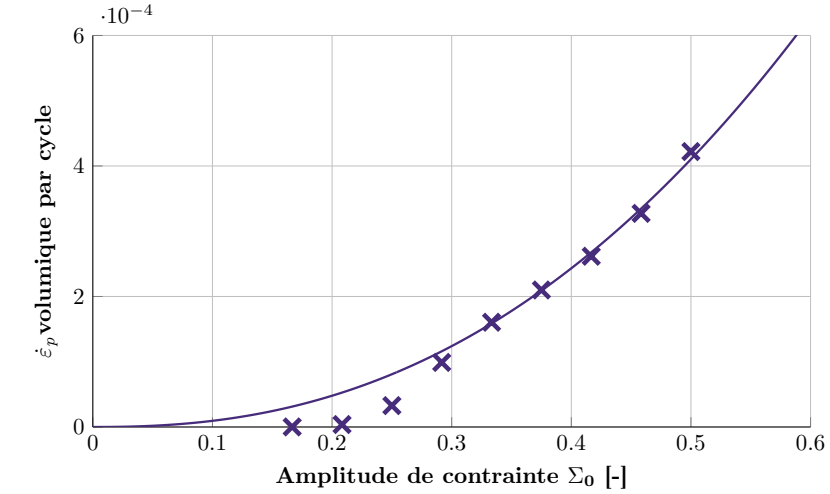


Figure IV.39 – *Déformation plastique cumulée sur les systèmes cubiques autour d'un pore avec la loi EVP cubique et pour différentes amplitudes de chargement (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

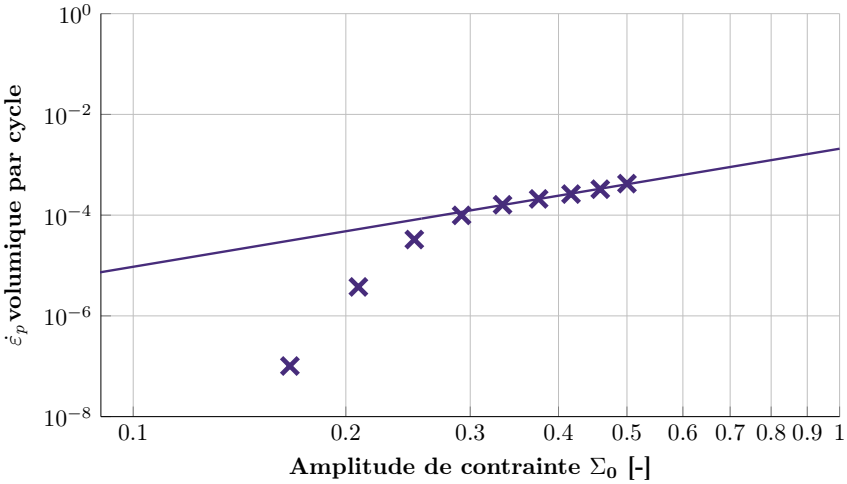
Dans la suite, seules les dernières déformations sur les systèmes octaédriques (*evgeq*)seront considérées pour évaluer qualitativement l'évolution de la dissipation avec l'amplitude de chargement (Équation IV.5). Il est à noter que les dissipations entre les deuxièmes et troisièmes cycles sont très proches.

La courbe de "dissipation" obtenue à partir de l'ensemble des calculs est présentée (Figure IV.40). Cette courbe de "dissipation" présente également un effet seuil, marquant le début de la plasticité au niveau de la concentration de contrainte générée par la porosité du matériau. La courbe de dissipation suit une loi puissance en fonction de l'amplitude de chargement appliquée sur le VER (Équation IV.7). Ainsi dans le cas d'une sollicitation dans la direction <001> du cristal, avec un rapport de charge $R = 0$ et une température de $T = 950°C$, la pente de la courbe en échelle logarithmique est de $b = 2,34$. Ce résultat est très intéressant, car il est du même ordre que la dissipation évaluée expérimentalement à partir des courbes d'auto-échauffement réalisées à cette condition (Figure IV.22) et pour lesquelles les pentes sont autour de $2 - 3$ (Tableau IV.2). Pour rappel, les contraintes sont normées par la même valeur (et n'ont rien à voir avec celles présentées dans la partie avec la loi EPP).

Ce résultat ne montre en rien que la dissipation observée expérimentalement grâce aux courbes d'auto-échauffement provienne bien des pores. Elle montre juste qu'il est possible d'obtenir, à partir de la loi de comportement de l'AM1 et d'un défaut, une dissipation en loi puissance avec une pente de l'ordre de 2-3. De la même manière que pour les calculs avec la loi EPP, il subsiste de nombreuses questions. En effet le modèle reste très simple et de nombreux paramètres sont idéalisés, comme la forme et la distribution des défauts.



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure IV.40 – *Évolution de la vitesse de déformation plastique sur les systèmes octaédriques sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement - Courbe de "dissipation" à $R = 0$ et à $T = 950°C$ du VER avec la loi EVP cubique*

- **Influence de l'angle de sollicitation :**

Les mêmes calculs ont été réalisés en faisant varier l'angle de la direction de sollicitation avec la normale à la face supérieure du VER (Figure IV.33) et donc de la direction <001> du cristal. L'angle varie entre $\theta = 0°$ et $\theta = 12°$. Pour l'angle maximal utilisé, les contraintes de von Mises (Figure IV.41), les déformations plastiques cumulées sur les systèmes octaédriques (Figure IV.42) et sur les systèmes cubiques (Figure IV.43) sont présentées au chargement maximal du troisième cycle pour l'amplitude de chargement $\Sigma_0 = 0,33$.

À partir des différents calculs, des courbes de "dissipation" sont obtenues en fonction de l'amplitude de contrainte appliquée sur le VER et de l'angle de la désorientation de la direction de sollicitation par rapport à l'orientation <001> du cristal (Figure IV.44). Les courbes de "dissipation" sont proches, la désorientation étant relativement limitée. Elles présentent toutes un effet seuil, puis une évolution en loi puissance.

Afin d'évaluer plus facilement l'impact de la désorientation sur la dissipation, ces courbes sont présentées en échelle linéaire et en échelle logarithmique (Figure IV.45) sur une étendue plus faible et donc comparable à celle qu'il est possible d'observer expérimentalement lors de la réalisation de courbes d'auto-échauffement (*i.e.* sur environ une étendue de 10^2, soit entre environ $0,1K$ et $1K$).

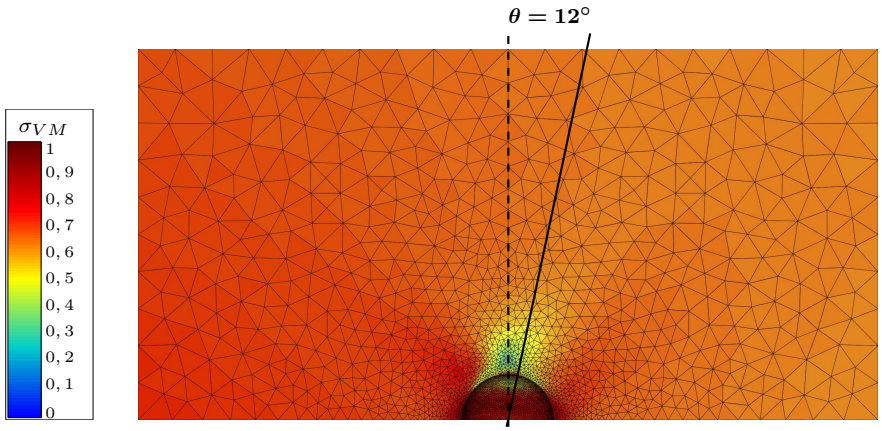


Figure IV.41 – *Contrainte de von Mises autour d'un pore avec la loi EVP cubique pour un angle de $\theta = 12°$ et à une amplitude de contrainte de $\Sigma_0 = 0,33$ (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

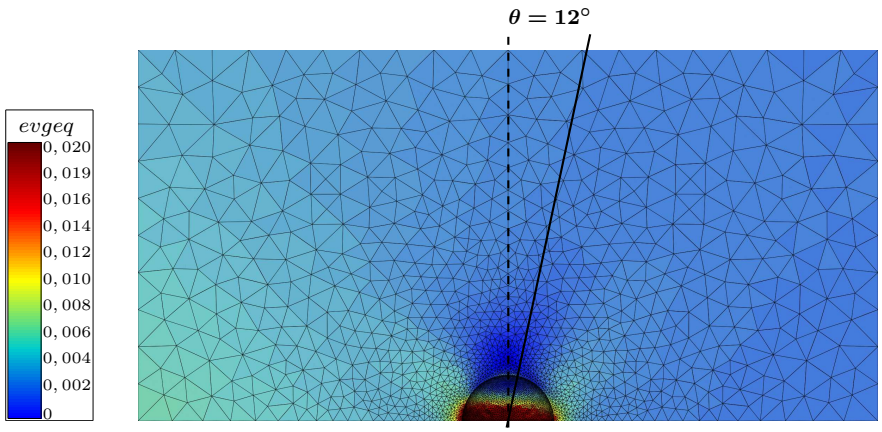


Figure IV.42 – *Déformation plastique cumulée sur les systèmes octaédriques autour d'un pore avec la loi EVP cubique pour un angle de $\theta = 12°$ et à une amplitude de contrainte de $\Sigma_0 = 0,33$ (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

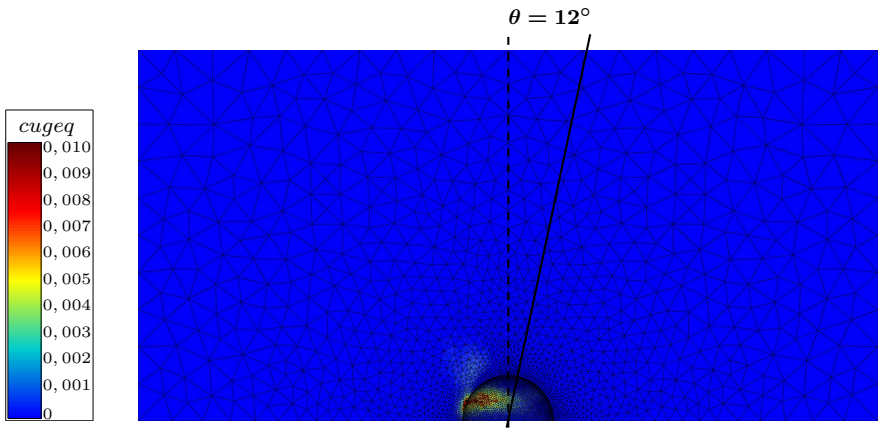


Figure IV.43 – *Déformation plastique cumulée sur les systèmes cubiques autour d'un pore avec la loi EVP cubique pour un angle de $\theta = 12°$ et à une amplitude de contrainte de $\Sigma_0 = 0,33$ (visualisation à contrainte maximale du troisième cycle)*

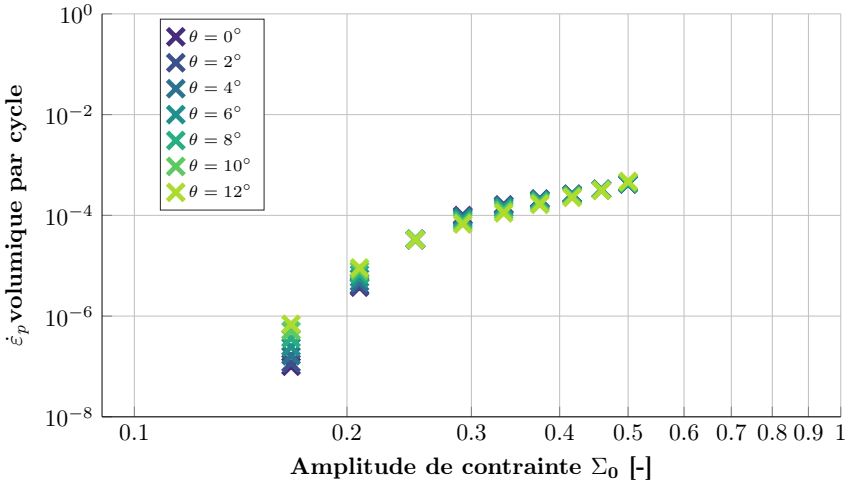
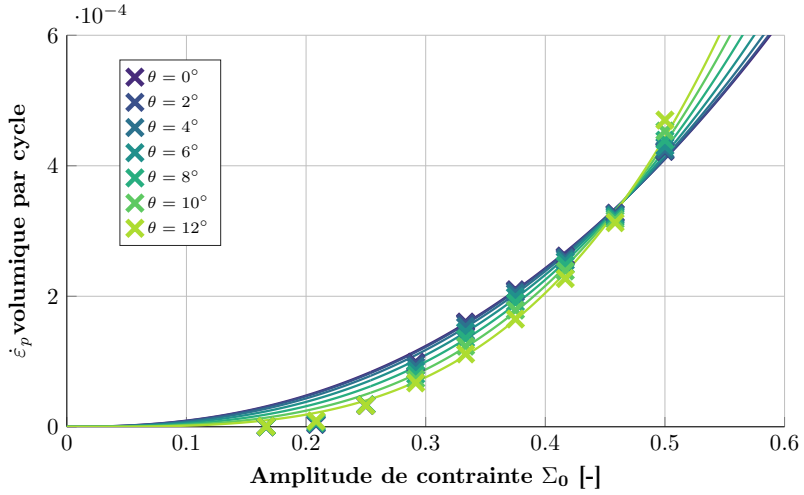
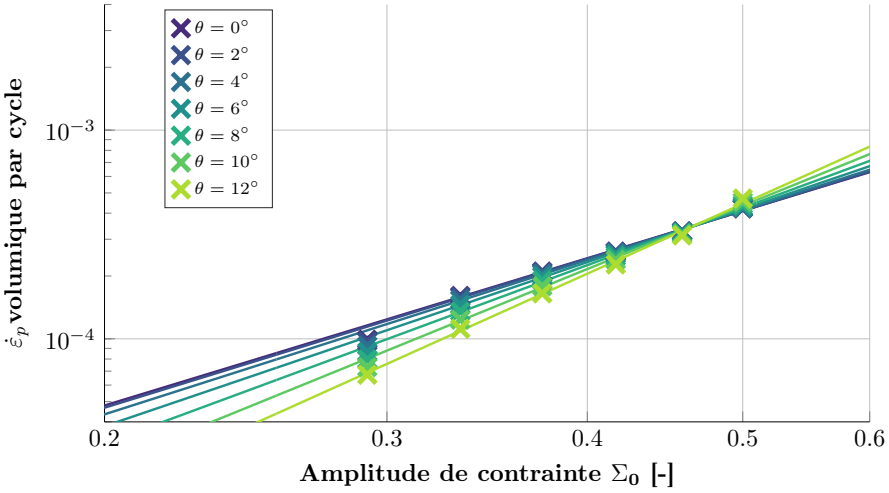


Figure IV.44 – *Évolution de la vitesse de déformation plastique sur les systèmes octaédriques sur un cycle en fonction de l'amplitude de chargement et de l'angle θ - Courbe de "dissipation" à $R = 0$ et à $T = 950°C$ du VER avec la loi EVP cubique*



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure IV.45 – *Influence de l'angle de sollicitation sur la courbe de "dissipation" du VER à $R = 0$ et à $T = 950°C$ avec la loi EVP cubique de l'AM1*

Les lois puissances sont identifiées à partir d'une amplitude de chargement de $\Sigma_0 = 0,3$, et les valeurs des pentes associées à ce régime en représentation logarithmique sont présentés en fonction de l'angle de la désorientation (Tableau IV.4). Il est intéressant de constater que la désorientation étudiée dans cette étude apporte tout de même une variabilité assez significative sur la courbe de dissipation, et donc sur la pente du régime de dissipation.

Table IV.4 – *Analyse des courbes de "dissipation" autour d'un pore obtenues par calculs éléments finis avec la loi EVP cubique de l'AM1 à $T = 950℃$ - Influence de l'angle θ sur la pente de la courbe*

Angle	**Pente (loi puissance) : b**
$\theta = 0°$	2,34
$\theta = 2°$	2,37
$\theta = 4°$	2,46
$\theta = 6°$	2,61
$\theta = 8°$	2,84
$\theta = 10°$	3,13
$\theta = 12°$	3,46

Nécessairement dans le cas d'un matériau anisotrope comme l'AM1, une légère variation de l'angle entraîne une variation du comportement et donc des mécanismes d'endommagement, des durées de vie, et également de la dissipation. Ainsi, une légère variabilité de quelques degrés entre éprouvettes semble être suffisante pour entraîner une variabilité de la courbe d'auto-échauffement.

Ces différentes constatations auraient certainement pu être obtenues d'une autre manière, par exemple en étudiant sur un unique point de Gauss l'effet de la désorientation sur la boucle contrainte-déformation et donc sur les effets sur la dissipation. Cependant cette étude ne cherchait pas à quantifier ces différents effets, mais montre juste que cette variabilité entre éprouvettes semble significative, et serait une des raisons possibles de la non-répétabilité des courbes d'auto-échauffement (ou plutôt de sa variabilité).

En effet, il pourrait en exister d'autres. Si la dissipation provient bien de la porosité et de différents types de défauts présents dans le matériau à l'issue du procédé de fonderie, alors il existe certainement une sensibilité de la dissipation à la nature, forme et distribution des défauts dans le matériau. Ainsi, une variabilité entre éprouvettes (même issues d'un lot identique) dans la distribution et quantité de défauts entraînerait une non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement.

Une des perspectives de ce chapitre est donc de tester de nombreuses autres configurations, comme des monocristallins différents (avec donc des défauts et distributions différentes), comme l'effet de la fréquence de sollicitation pour évaluer les phénomènes de viscosité ou encore sur l'effet du rapport de charge et de la température. L'ensemble de ces essais permettraient d'améliorer la compréhension des mécanismes dissipatifs et d'éventuellement fournir un lien entre la dissipation cyclique et la durée de vie en fatigue.

En effet, les mécanismes en jeu sont très différents de ceux observés pour le TA6V. Il est alors nécessaire d'apporter plus d'ingrédients pour pouvoir proposer une modélisation pour décrire la courbe d'auto-échauffement et éventuellement un lien avec les propriétés en fatigue.

L'angle entre l'axe de l'éprouvette et l'orientation <001> du cristal semble donc être une source significative de variabilité de la dissipation, ce qui peut expliquer en partie la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement de l'AM1.

4 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, des courbes d'auto-échauffement à haute température ont été obtenues à partir d'éprouvettes d'AM1. Il s'agissait d'un challenge expérimental qui a pu être relevé en permettant de détecter des très faibles élévations de température de l'éprouvette sous chargement cyclique (de l'ordre de $0,1K$) dans un environnement à haute température, autour de $1000°C$. Les courbes d'auto-échauffement à $950°C$ ont été obtenues après de nombreuses itérations sur le dispositif expérimental (choix des thermocouples et du système d'acquisition par exemple). Seuls les résultats issus du protocole final, et donc largement éprouvé ont été montrés dans ce chapitre.

Afin d'améliorer la compréhension des mécanismes et de tenter d'analyser les courbes d'auto-échauffement, une campagne d'essais à température ambiante a été réalisée à une plus grande fréquence de sollicitation. En effet, l'objectif était de confronter les résultats obtenus à haute température, dans un environnement pour lequel il est plus facile de réaliser des essais d'auto-échauffement. Cette campagne a alors permis de consolider les observations réalisées sur AM1, *i.e.* la présence d'un seul régime d'auto-échauffement et la non-répétabilité de la courbe, du moins d'une manière aussi satisfaisante que les essais présentés dans le chapitre précédent sur l'alliage de titane.

Enfin, une dernière étude plus exploratoire a été présentée. Elle avait pour but d'évaluer la dissipation sous chargement cyclique avec un modèle éléments finis, constitué d'un VER contenant un pore. Les résultats obtenus avec la loi anisotrope de l'AM1 montrent alors un comportement en loi puissance, proche des observations expérimentales. De plus, l'effet d'une faible désorientation du cristal représente une source possible de la variabilité de la dissipation, et donc une source éventuelle de la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement.

Les résultats importants de ce chapitre, ainsi que les perspectives qui en découlent, sont regroupés en deux parties : la première concerne le protocole d'essais d'auto-échauffement à haute température, et la seconde, l'étude des propriétés en fatigue de l'AM1, et d'autres superalliages base nickel.

- **Protocole d'essais à haute température :**

L'objectif principal de la thèse est atteint. Le protocole expérimental pour réaliser des essais d'auto-échauffement à haute température est opérationnel et a été transféré à Safran Aircraft Engines.

Cela ouvre alors la voie à l'étude de la fatigue des alliages métalliques à haute température par la méthode d'auto-échauffement. Un des intérêts potentiels de la méthode est son apport pour étudier les interactions entre les différents modes d'endommagement. Cela n'a pas pu être étudié et évalué dans le cadre de la thèse par manque de temps. Il est en effet envisageable que par la détermination rapide des propriétés en fatigue par la méthode d'auto-échauffement, alors les interactions avec le fluage et l'oxydation soient minimisées. Avec l'analyse de la dissipation cyclique, la méthode d'auto-échauffement permettrait alors de déterminer l'endommagement de la fatigue "pure", sans l'influence du fluage.

- **Essais d'auto-échauffement sur l'AM1 :**

Les deux résultats importants de la campagne d'essais à haute température sont la présence d'un seul régime d'auto-échauffement et la variabilité (ou non-répétabilité) de la courbe d'auto-échauffement à $T = 950°C$ et $R = 0$.

Les mécanismes sont différents de ceux constatés pour le TA6V et le lien avec les propriétés en fatigue n'a pas encore été établi pour l'AM1. Cependant, il est intéressant de constater que la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement peut provenir en partie de la variabilité entre éprouvettes et notamment de la désorientation entre la direction du cristal et l'axe de l'éprouvette.

De plus, le fait qu'il n'y ait qu'un seul régime, et donc pas de détection nette d'un seuil à partir duquel des mécanismes s'activent, peut être relié au fait qu'il n'existe probablement pas de rupture de comportement autour de $10^6 - 10^7$ cycles sur la courbe de fatigue de l'AM1, avec un comportement quasi-asymptotique vers une "limite d'endurance", comme cela semble être le cas pour le TA6V (cf. Chapitre III).

Le protocole a permis d'obtenir des courbes d'auto-échauffement exploitables. Cependant il s'agit d'un cadre différent du modèle probabiliste à deux échelles. Il est alors nécessaire de passer par une étape de compréhension des mécanismes d'auto-échauffement et de modélisation pour proposer un éventuel lien avec les propriétés en fatigue. Ce lien aurait pu être déterminé avec un critère en énergie dissipée critique, comme cela se fait déjà pour de nombreux matériaux comme les composites, mais il s'agit alors d'un recalage empirique ne reposant pas sur la modélisation des mécanismes dissipatifs.

Il y a bien une signature thermique de l'AM1 sous sollicitation cyclique dans le domaine de contrainte de la fatigue à grand et très grand nombre de cycles, signe d'une probable activité de microplasticité. Il y a donc de nombreuses perspectives à ce travail pour éventuellement proposer un lien entre auto-échauffement et propriétés en fatigue.

La perspective principale est la réalisation d'autres conditions d'essais d'auto-échauffement pour améliorer la compréhension des mécanismes. Il serait alors intéressant d'étudier les effets de fréquence à haute température (en adaptant le protocole expérimental au vibrophore), ce qui n'a pas pu être mené au cours de cette étude. En effet, cela permettrait d'évaluer les effets de viscosité avec notamment l'impact du fluage. De plus, il serait intéressant de réaliser des essais d'auto-échauffement à différentes températures et rapport de charge.

Une deuxième perspective est bien sûr l'étude de nombreux autres superalliages avec différentes voies d'élaboration. En effet, ces différents résultats d'auto-échauffement pourraient alors être reliés aux populations de défauts (qui pourraient également être caractérisées par microtomographie) par une modélisation adaptée de l'auto-échauffement.

Pour investiguer la présence d'un seul régime d'auto-échauffement et la non-répétabilité de la courbe d'auto-échauffement, il serait également intéressant d'étudier des alliages polycristallins base nickel. En effet, en se basant sur une étude complémentaire réalisée sur des éprouvettes d'Inconel 718, il semblerait qu'il n'y ait également qu'un seul régime d'auto-échauffement, et avec dans le cas présent, une très bonne répétabilité de la courbe d'auto-échauffement.

Conclusion

Cette thèse a porté sur la mise en place d'une méthode de caractérisation rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles, pour l'étude de matériaux métalliques à haute température. Ainsi, un protocole expérimental a permis d'obtenir des courbes d'auto-échauffement pour deux matériaux très différents, le TA6V et l'AM1 et à différentes températures.

Le modèle probabiliste à deux échelles, pour l'interprétation des courbes d'auto-échauffement, a également été évalué par simulation numérique. La robustesse de l'identification du paramètre de dispersion a ensuite été comparée à des procédures d'essais de fatigue plus classiques, comme les Staircase. L'ensemble de ces résultats montre un gain de temps considérable pour la caractérisation des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir des méthodes d'auto-échauffement sous sollicitation cyclique.

Les principaux résultats de ce travail de thèse sont regroupés en quatre axes :

■ **Mise en place d'un protocole d'essais d'auto-échauffement à haute température :** Le développement du protocole expérimental s'est fait à partir de nombreuses itérations afin d'optimiser l'environnement thermique de l'éprouvette et le système d'acquisition. La réalisation des essais à des températures intermédiaires sur l'alliage de titane a été nécessaire pour pouvoir ensuite atteindre des températures plus élevées, avoisinants les $1000°C$. Le protocole ainsi défini permet de détecter de très faibles élévations de température de l'éprouvette, à savoir son auto-échauffement sous sollicitation cyclique, dans un environnement à haute température.

Le domaine d'application de la méthode d'auto-échauffement est ainsi étendu à l'étude de la fatigue des alliages métalliques à haute température, et donc pour les matériaux constituant les turboréacteurs aéronautiques.

■ **Essais d'auto-échauffement à haute température sur des éprouvettes de TA6V :** Avec ce protocole d'essais, des courbes d'auto-échauffement pour un alliage de titane ont été obtenues pour différents rapports de charge, et surtout à différentes températures.

La courbe d'auto-échauffement du TA6V présente deux régimes d'auto-échauffement. Seul le régime secondaire est impacté par la présence d'une contrainte moyenne et par la température d'essai. La limite d'endurance du matériau est associée au seuil de transition entre les deux régimes, soit à l'activation du régime secondaire d'auto-échauffement. Des diagrammes de Haigh à différentes températures sont rapidement obtenus et avec un nombre limité d'éprouvettes.

De plus, l'analyse proposée des courbes d'auto-échauffement à partir du modèle probabiliste à deux échelles permet de déterminer un module de Weibull, qui représente la dispersion des propriétés en fatigue, à partir d'une seule éprouvette et en quelques heures. Ainsi, les diagrammes de Haigh peuvent être construits pour n'importe quelle probabilité de rupture (avec une hypothèse de distribution en loi de Weibull).

Ces résultats ont été comparés à une base de données d'essais de fatigue. Les limites d'endurance déterminées par auto-échauffement présentent de très bonnes tendances, pour l'ensemble des rapports de charge et des températures confrontés. De plus, la valeur du paramètre de dispersion évaluée par le modèle probabiliste à deux échelles est très pertinente vis-à-vis des résultats en fatigue du matériau (dispersion associée à un seul lot).

Cette méthode présente un gain très important en termes de nombre d'éprouvettes et de temps de caractérisation, ce qui permet de réduire considérablement les coûts de caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles. De plus, cela permet d'étudier l'influence de différents paramètres (en l'occurrence dans cette thèse, de la température et du rapport de charge) avec un même lot d'éprouvette.

Une discussion a ensuite été entreprise pour la réalisation d'essais d'auto-échauffement avec des rapports de charge élevés (et donc à termes des contraintes maximales élevées). La difficulté réside dans l'interprétation des résultats d'auto-échauffement. En effet pour le TA6V, le régime primaire est fortement impacté par des effets de pré-déformation de l'éprouvette.

Les résultats obtenus en auto-échauffement sur les éprouvettes de TA6V s'ajoutent aux nombreux résultats de la littérature pour conforter le fait qu'il existe une alternative rationnelle aux essais de fatigue classiques pour la détermination des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. De plus, ces méthodes basées sur les mesures d'auto-échauffement représentent un gain de temps de caractérisation important.

■ **Évaluation du modèle probabiliste à deux échelles :**
Les méthodes d'auto-échauffement sont longtemps restées empiriques, en permettant "seulement" de détecter un seuil à partir duquel l'auto-échauffement de l'éprouvette augmente considérablement. Depuis quelques années, un modèle probabiliste à deux échelles a été développé. Il permet de décrire la courbe d'auto-échauffement et d'évaluer le module de Weibull, représentant la dispersion des propriétés en fatigue, à partir d'une seule éprouvette. Ainsi, un des objectifs de cette thèse a été d'évaluer la pertinence et la robustesse de l'identification de ce paramètre par cette méthode. De plus, des comparaisons ont été effectuées avec des procédures d'essais plus classiques pour la détermination des propriétés en fatigue.

Dans un premier temps, la procédure de Staircase classique a été évaluée par simulation numérique. La philosophie de la méthode est d'utiliser plusieurs éprouvettes pour osciller autour de la limite d'endurance médiane et ainsi la caractériser. Cette méthode s'avère robuste pour cela, mais la caractérisation du paramètre de dispersion est très délicate. En effet, ce n'est pas le but premier de la procédure et les incertitudes sur le paramètre de dispersion restent très importantes, même avec un grand nombre d'éprouvettes par échantillon.

La recharge des éprouvettes a également été évaluée statistiquement, avec notamment l'apport de la censure par intervalle. La philosophie de la procédure change : le maximum d'information est extrait de chaque éprouvette, en les menant toutes à rupture. Un nombre plus important d'hypothèses est nécessaire, et notamment sur le cumul d'endommagement. Ces méthodes permettent de déterminer plus souvent une valeur de dispersion, et un nombre moins important d'éprouvettes est nécessaire pour atteindre le même niveau d'incertitudes sur le paramètre de dispersion.

Un cas idéal a également été étudié, et représente le cas où le maximum d'information est extrait de l'échantillon d'éprouvettes (sans censure et avec un recalage parfait). Les incertitudes sur la détermination du paramètre de dispersion restent élevées. Cette étude montre que les incertitudes sur la détermination du paramètre de dispersion restent très élevées, même dans un cas idéalisé par simulation numérique. Cela est intrinsèque à cette méthode de caractérisation, où seul le seuil d'apparition du défaut critique, menant à l'amorçage, est détecté. Cette détection est de plus partielle, du fait des censures réalisées dans le cadre de dépouillements d'essais réels.

À l'inverse, la méthode d'auto-échauffement permet de caractériser en profondeur le volume de l'éprouvette sollicitée. Dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles, la densité moyenne de sites actifs peut être évaluée à partir de la signature thermique lors de l'essai. Cette modélisation repose sur des hypothèses fortes (*e.g.* forme de la fonction densité, hypothèse du maillon faible, répartition aléatoire et uniforme des sites, etc.) et s'avère très robuste pour l'identification de la dispersion (car l'ensemble des sites est caractérisé en même temps).

Expérimentalement, la répétabilité des courbes d'auto-échauffement montre au moins que l'éprouvette est représentative pour pouvoir caractériser la dispersion en fatigue du lot, à partir d'une seule courbe d'auto-échauffement (ce qui a été constaté pour le TA6V).

■ **Essais d'auto-échauffement à haute température sur des éprouvettes d'AM1 :**
Au cours de ces travaux de thèse, un protocole expérimental a été mis en place pour l'obtention de courbe d'auto-échauffement à très haute température. Ainsi, des courbes d'auto-échauffement ont été obtenues à la condition $T = 950°C$ et $R = 0$ avec des éprouvettes en AM1.

La courbe d'auto-échauffement de l'AM1 ne semble présenter qu'un seul régime d'auto-échauffement, et une variabilité plus importante que pour le TA6V est constatée. D'autres conditions d'essais n'ont pas pu être testées au cours de cette thèse. Cependant quelques éléments ont été apportés et qui pourraient expliquer en partie ces constatations.

D'une part, l'AM1 est un superalliage monocristallin avec un comportement anisotrope. Une étude par éléments finis a montré que même une faible désorientation de l'axe principal du cristal par rapport à l'axe de l'éprouvette suffisait à avoir une variabilité des courbes de dissipation.

D'autre part, le comportement en auto-échauffement de l'AM1 est en dehors du cadre de la modélisation probabiliste à deux échelles. En effet, les pentes d'auto-échauffement sont très faibles (de l'ordre de 2 à 3) et la campagne d'essai à température ambiante a montré que ce régime semble impacté par la présence d'une contrainte moyenne. Ainsi, il est difficilement envisageable qu'il s'agisse d'un régime primaire, dans le sens de la modélisation probabiliste à deux échelles avec les deux mécanismes dissipations.

Cependant, le protocole d'auto-échauffement permet bien de détecter les faibles évolutions de température sous sollicitation cyclique. Ceci met donc en évidence la présence d'un mécanisme de dissipation cyclique, se situant dans le domaine élastique macroscopique, et plus précisément sur une plage d'amplitude de contrainte dans les domaines de la fatigue à grand et très grand nombre de cycles. À partir du seul régime d'auto-échauffement, il est délicat de détecter un seuil d'activation d'un certain mécanisme. Une analyse empirique aurait pu être mise en œuvre, mais ce n'était pas l'objectif du Chapitre IV.

L'étude de ces matériaux par auto-échauffement s'inscrit déjà en perspective, avec notamment la réalisation d'essais pour d'autres conditions de températures et de rapports de charge et sur des superalliages différents.

Pour faire suite à ces travaux de thèse, différentes perspectives sont envisageables et sont regroupées en quatre thématiques :

□ **Compréhension/modélisation pour les superalliages monocristallins :**
La continuité de l'étude sur les superalliages monocristallins a déjà été évoquée : la mise en place de la méthode de caractérisation rapide pour des applications à haute température a en effet ouvert la voie à l'étude de ces matériaux par auto-échauffement. Il s'agit de matériaux bien différents de ceux habituellement étudiés par auto-échauffement. Cette première étude sur l'AM1 a montré un comportement particulier en auto-échauffement, qui n'est pas classiquement observé. Une dissipation est bien constatée dans le domaine d'intérêt de la fatigue à grand nombre de cycles.

Ainsi pour analyser les courbes d'auto-échauffement il est nécessaire de passer par une étape de compréhension des mécanismes dissipatifs et de pouvoir les modéliser. Certaines pistes ont été évoquées dans le Chapitre IV, comme le lien avec les populations de défauts (*e.g.* pores de fonderie).

Existe-t-il un lien entre ces défauts et l'intensité de l'auto-échauffement ? Autrement dit, est-il possible de caractériser cette population à partir de mesures thermiques (nombre, criticité, etc.) ? Y a-t-il un lien avec les mécanismes à l'origine de la ruine en fatigue [1] ?

Ainsi il faudrait continuer les investigations, en réalisant notamment d'autres courbes d'auto-échauffement pour différentes conditions d'essais, afin d'améliorer la compréhension des mécanismes. L'objectif serait de modéliser la dissipation constatée, et éventuellement, de la relier aux propriétés en fatigue. À terme, l'idéal serait d'avoir une dimension probabiliste afin de rendre compte (si possible) de l'aspect dispersif de la fatigue.

□ **Évolution du modèle probabiliste à deux échelles :**
La robustesse du modèle probabiliste à deux échelles a été démontrée à partir de simulations et est confortée avec les résultats obtenus avec les éprouvettes de TA6V dans ces travaux de thèse.

La mise en place de la simulation d'essais d'auto-échauffement ouvre la voie à d'autres études pour éventuellement adapter la modélisation et surtout améliorer la compréhension. Il serait en effet envisageable d'entreprendre des simulations d'essais d'auto-échauffement dans d'autres cadres, comme par exemple avec une dissipation par site différente ou une description différente de la densité moyenne de sites actifs. De plus, ces méthodes numériques permettent alors de générer des volumes en modifiant notamment le processus aléatoire de répartition des sites. Des simulations avec des répartitions non uniformes (*e.g.* avec des gradients dans le volume, ou des différences dans les différentes zones de l'éprouvettes) pourraient être envisagées. L'apport de ces simulations serait alors d'améliorer le passage (en termes de compréhension et modélisation) entre les mesures d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles.

□ **Essais d'auto-échauffement à haute température :**
Dans la continuité des essais d'auto-échauffement à haute température réalisés dans ces travaux de thèse, il serait également intéressant d'évaluer les effets de fréquence, et plus globalement les effets de viscosité. En effet, il est habituellement constaté (pour les matériaux testés à température ambiante) que l'élévation moyenne de température stabilisée évolue de manière linéaire avec la fréquence de sollicitation (sur la gamme de fréquence testée). Cependant à haute température, des phénomènes visqueux sont plus susceptibles d'être activés. Certains de ces aspects ont déjà été évoqués en introduction, notamment concernant l'implication de l'endommagement par fluage lors d'essais de fatigue classiques à haute température. Ainsi, il serait intéressant d'évaluer l'apport des mesures d'auto-échauffement pour éventuellement découpler les différents endommagements.

De plus, pour faire suite aux essais d'auto-échauffement sur TA6V à haute température, il serait intéressant d'améliorer le protocole expérimental (adaptation sur une autre machine d'essai) pour améliorer la description des courbes d'auto-échauffement à forts rapports de charge (notamment pour fermer les diagrammes de Haigh). Ainsi, il est nécessaire d'augmenter la fréquence de sollicitation (pour augmenter le signal thermique) et de diminuer le pas de chargement entre les paliers (avec une machine plus adaptée pour les niveaux de sollicitations voulus). Cela semble largement atteignable expérimentalement. L'analyse des courbes sera cependant plus délicate.

Enfin, une comparaison entre les résultats d'auto-échauffement et les résultats d'essais de fatigue ultrasonores (à des fréquences de sollicitation de l'ordre du kHz) serait envisageable pour tendre vers l'étude de la fatigue à très grand nombre de cycles.

1. Dans le sens d'un endommagement purement cyclique (*e.g.* sans influence du fluage) et pas nécessairement caractérisé par une limite d'endurance conventionnelle à une certaine durée de vie.

□ **Généralisation, industrialisation et normalisation de la méthode :**
Dans le principe, la réalisation de mesures d'auto-échauffement reste relativement simple, en effet il s'agit "seulement" d'une mesure de température. Le verrou principal à la généralisation de l'utilisation de la méthode est l'interprétation de ces courbes d'auto-échauffement.

En effet, la courbe d'auto-échauffement doit être associée à un ou plusieurs mécanismes de dissipation et doit être analysée pour l'obtention des propriétés en fatigue. Il est donc nécessaire de caractériser au préalable les comportements en auto-échauffement de différente gammes de matériaux (alliage de titane, de nickel, superalliage base nickel, alliage d'aluminium, etc.) en vue de généraliser son utilisation.

Ainsi, à la manière de la caractérisation de la gamme d'aciers ArcelorMittal par le modèle probabiliste à deux échelles [Munier, 2012], il serait intéressant d'étudier d'autres nuances d'alliages de titane, et plus généralement d'autres alliages métalliques, afin de générer de nombreuses autres courbes d'auto-échauffement. En effet, pour ces différents alliages, existe-t-il systématiquement deux régimes d'auto-échauffement ? Quels autres paramètres impactent les courbes d'auto-échauffement (*e.g.* microstructure, taille de grain, zone de prélèvement de l'éprouvette dans la pièce, effets de surfaces, du procédé de fabrication, etc.) ?

En parallèle, il faudrait continuer à industrialiser la méthode et proposer des procédures expérimentales pour les différentes gammes de matériaux métalliques. En effet, bien qu'il s'agisse d'une "simple" mesure de température, de nombreuses précautions expérimentales sont nécessaires. De plus, les niveaux d'auto-échauffement (en termes d'élévation de température) peuvent être très différents d'un matériau à l'autre (*e.g.* sur les aciers ArcelorMittal [Munier, 2012]), et les courbes d'auto-échauffement ne peuvent pas être comparées directement.

À plus long terme, la dernière perspective envisagée serait une certaine normalisation/standardisation de la méthode (d'essais et d'analyse) afin de limiter le recours aux essais de fatigue classiques et ainsi accélérer la caractérisation. Ces courbes seront nécessairement associées à la méthode d'analyse pour l'interprétation des phénomènes observés qui dépendra nécessairement de la gamme de matériau testé.

Annexe

A Étude des effets de volume et d'hétérogénéité des contraintes : analyse d'une campagne d'essais sur éprouvettes entaillées

Les approches weibulliennes reposent sur la théorie du maillon le plus faible, et prennent naturellement en compte les effets de volumes. Plus une éprouvette sollicitée sera grande, plus la probabilité de trouver un défaut critique sera élevée, et donc plus sa limite d'endurance médiane sera faible.

Sous sollicitation hétérogène, une notion de volume effectif a été introduite afin de prendre en compte l'hétérogénéité des contraintes [Hild *et al.*, 1992]. En effet, plus l'hétérogénéité sera élevée, plus la probabilité de trouver un défaut critique dans la zone la plus fortement contrainte sera faible, et donc plus la limite d'endurance sera élevée. Cela est alors pris en compte par une diminution du volume effectif.

Initialement, cette approche volumique probabiliste a été proposée par Weibull [Weibull, 1949] pour décrire la dispersion de la résistance à la traction des matériaux fragiles. Elle a été étendue à la fatigue par Freudenthal [Freudenthal, 1968] et a été utilisée dans de nombreux cadres différents : sous sollicitation hétérogène, associée à des populations de défauts (probabilités de rupture liées à la taille du défaut) ou pour l'analyse des hétérogénéités microstructurales (*e.g.* fibrage de la matière) [Hild, 1992, Chantier, 2000, Pessard, 2010]...

Ces approches probabilistes ont été utilisées dans la littérature avec différents critères multiaxiaux et même en approche énergétique [Banvillet, 2001, Delahay, 2004, Bomas et Schleicher, 2005, Burkart *et al.*, 2011]. Ces approches ont également été adaptées pour des considérations surfaciques (éventuellement combinée au volumique) ou avec la mise en place de seuil, et donc d'un modèle de Weibull à trois paramètres [Bomas *et al.*, 2011, Karlén et Olsson, 2014, Sadek et Olsson, 2016].

Ainsi, de très nombreuses études existent dans la littérature sur ces approches probabilistes volumiques (et/ou surfaciques). L'objectif de cette annexe est d'évaluer la pertinence d'une telle approche pour l'identification du module de Weibull (et donc du paramètre de dispersion en fatigue) par l'analyse des résultats en fatigue de différents lots d'éprouvettes entaillées de TA6V. Il s'agit du même lot matière que les éprouvettes testées en auto-échauffement à haute température (cf. Chapitre III). Il est à noter que ce type d'approche a déjà été mis en œuvre sur le TA6V dans la thèse de Delahay [Delahay, 2004] pour l'analyse probabiliste de différents cas de sollicitation (traction, torsion, flexion rotative, flexion place et cas de sollicitations combinés).

Dans un premier temps, une campagne d'essais de fatigue sur éprouvettes entaillées de TA6V est analysée pour évaluer les limites d'endurance des différents lots. Une approche probabiliste simple est ensuite mise en œuvre pour des considérations volumiques et surfaciques (avec différentes contraintes équivalentes). Enfin, une discussion est réalisée sur la pertinence de l'identification du module de Weibull avec ce type d'approche.

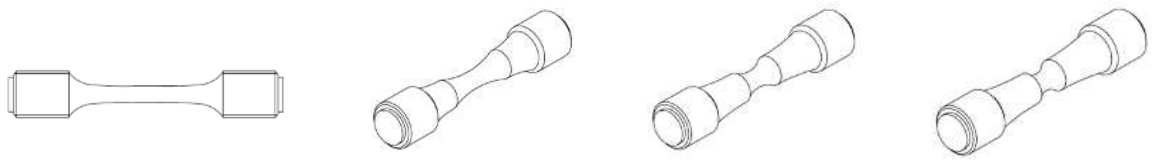
1 - Dépouillement de la campagne d'essais sur éprouvettes entaillées

Dans cette partie, un dépouillement de la campagne d'essais est réalisé afin de déterminer les propriétés en fatigue des quatre géométries considérées.

1.1 Protocole et déroulement des essais de fatigue

Des essais de fatigue ont été réalisés sur quatre géométries d'éprouvette de TA6V : 8 essais sur la géométrie cylindrique de référence, et une vingtaine d'essais pour les trois types d'éprouvettes entaillées (Figure A.1). Les essais ont été réalisés à une fréquence de sollicitation de $70Hz$, un rapport de charge $R = 0$ et à température ambiante. Le nombre de cycles visé par niveaux de chargement pour les éprouvettes est de 10^7 cycles. Ainsi, les propriétés en fatigue, et donc les limites d'endurance conventionnelles (à 10^7 cycles) vont être déterminées.

Les essais ont été réalisés à partir d'une procédure avec rechargement des éprouvettes non rompues. Pour un gain de temps, les essais ne suivent pas forcément des procédures Staircase, mais sont réalisés en parallèle (plusieurs machines d'essais chez le sous-traitant) sur plusieurs niveaux de chargement. À l'issue de la procédure, toutes les éprouvettes sont rompues, et la moitié environ a été rechargée au moins une fois. L'étude de la recharge des éprouvettes (présentée au Chapitre I) a en partie été motivée pour proposer des méthodes de dépouillement pour cette campagne d'essais.



(a) *Ép. cylindrique - CYL* **(b)** *Ép. entaillée - R30* **(c)** *Ép. entaillée - R10* **(d)** *Ép. entaillée - R06*

Figure A.1 – *Représentation des géométries des éprouvettes axisymétriques utilisées pour cette étude - Éprouvette cylindrique et éprouvettes entaillées avec différents rayons d'entaille ($r = 30mm$, $r = 10mm$ et $r = 6mm$).*

Les essais sur l'éprouvette CYL ont pour but de réaliser un recalage du lot matière (d'évaluer où il se situe par rapport à la base de données d'essais pour cette condition). Les quatre géométries d'éprouvettes possèdent une section minimale identique. Les différentes amplitudes de contraintes présentées par la suite (sauf indication contraire) sont en contrainte nominale, par rapport à cette même section. Les contraintes sont normées par une limite d'endurance médiane du matériau Σ_N, déterminée à partir de base de données, pour cette condition d'essai.

1.2 Outils d'analyse

L'analyse de la campagne d'essais se fait à partir de l'estimateur du Maximum de Vraisemblance (cf. Chapitre I). Les différentes hypothèses réalisées pour l'obtention des limites d'endurance médiane et des intervalles de confiance sont présentées dans cette section.

- **Choix de la distribution :**

Des distributions de Weibull à deux paramètres sont choisies pour représenter les propriétés en fatigue à 10^7 cycles des différents lots d'éprouvettes. L'analyse complète est réalisée. Ainsi, une limite d'endurance médiane Σ_∞^{50} est déterminée par lot, ainsi que la dispersion représentée par le module de Weibull m ou le coefficient de variation C_v (de manière équivalente).

Pour chaque lot, la probabilité de rupture à une amplitude de contrainte Σ_0 est définie à partir du couple $(\Sigma_\infty^{50}\,;\, m)$ par

$$P_F\,(\Sigma_0,\ \Sigma_\infty^{50},\ m) = 1 - \exp\left(-\ln 2\left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}}\right)^m\right). \tag{A.1}$$

Pour rappel, le coefficient de variation ne dépend que du module de Weibull avec

$$\mathrm{C}_v\,(m) = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{m}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{m}\right)}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)}, \tag{A.2}$$

où Γ est la fonction introduite par Euler. L'objectif du dépouillement est alors de caractériser les paramètres $(\Sigma_\infty^{50}\,;\,m)$ pour chaque géométrie, et également les intervalles de confiance associés.

- **Indicateur et estimateur statistique :**

Le dépouillement se fait à partir des contraintes admissibles des éprouvettes à 10^7 cycles. En effet, toutes les éprouvettes sont rompues et donc il est possible de déterminer une contrainte admissible pour chacune d'entre elles. Une hypothèse de cumul de dommage sur les deux derniers niveaux est réalisée (cf. Chapitre I). Les calculs sont alors effectués à partir d'une pente de Basquin évaluée dans la base de données. La pente est alors très faible (quasiment l'asymptote au voisinage de 10^7 cycles) et donc le cumul de dommage est de ce fait très limité.

Les paramètres des distributions de Weibull sont obtenus avec l'estimateur du Maximum de Vraisemblance, donc dans le cas sans censure (Tableau A.1). Les probabilités de rupture obtenues avec la méthode du Maximum de Vraisemblance sont également représentées pour les quatre lots (Figure A.2 et Figure A.3). Elles sont comparées aux probabilités de rupture empiriques obtenues par la méthode de la fréquence cumulée (afin de faciliter l'interprétation des intervalles de confiances).

- **Détermination des intervalles de confiances :**

Un intervalle de confiance évalue la précision avec laquelle la variable aléatoire a été déterminée. Il représente alors une marge d'erreur entre les résultats d'un dépouillement sur un échantillon de données et "la valeur réelle". Il est associé à un niveau sous forme de pourcentage, qui représente alors la probabilité que la valeur réelle se situe bien dans cet intervalle. Plus le nombre d'éprouvettes est important dans l'échantillon, plus le paramètre est estimé avec précision, et donc plus l'intervalle de confiance sera petit (à un même niveau de confiance).

Par exemple, dans le cas d'une variable aléatoire x représentée par une loi normale, et évaluée à partir d'un échantillon de taille n, l'intervalle de confiance sur la moyenne $\bar{x}$ peut être défini par

$$I_c = \left[\bar{x} - t_\alpha \frac{\bar{\bar{x}}}{\sqrt{n}}\,;\,\bar{x} + t_\alpha \frac{\bar{\bar{x}}}{\sqrt{n}}\right], \tag{A.3}$$

où $\bar{\bar{x}}$ représente l'écart-type observé et t_α un coefficient déterminé à partir de la table de distribution de la loi de Student pour un niveau de confiance α. Les résultats présentés dans la suite (à partir des quatre échantillons comportant des nombres d'éprouvettes différents) seront déterminés avec des intervalles de confiance à 90%.

Pour la loi de distribution de Weibull, une méthode numérique est utilisée. Il s'agit d'une méthode de Bootstrap [Compère, 1997] qui a été introduite en 1979 par B. Efron. De plus, cela permet d'obtenir des intervalles de confiance sur les deux paramètres considérés de la distribution de Weibull, soit la valeur médiane Σ_∞^{50} et un paramètre de dispersion (de manière équivalente, le coefficient de variation C_v ou le module de Weibull m). Le Bootstrap se base sur le ré-échantillonnage de la population initiale (soit dans le cas d'un dépouillement d'essais de fatigue, des éprouvettes avec leurs indicateurs statistiques). Ces différents "ré-échantillons" sont appelés des réplications, de même taille que la population initiale, et sont obtenus par tirage aléatoire dans cette population.

Ainsi, dans une réplication, plusieurs valeurs identiques peuvent être représentées, et d'autres exclues. L'objectif est de générer un grand nombre de réplications et chaque réplication est soumise à la même démarche d'identification des paramètres de la loi de Weibull. Pour la méthode Bootstrap, il est généralement conseillé d'avoir une population initiale d'au moins une quinzaine

de valeurs (ce qui n'est pas le cas du lot CYL où seules 8 éprouvettes ont été testées). La méthode est appliquée avec 1000 réplications par lot d'éprouvettes.

Les paramètres Σ_∞^{50} et m (ou C_v) de la loi de Weibull sont alors évalués avec la méthode décrite précédemment, pour chacune des 1000 réplications de n éprouvettes. Les intervalles de confiance à 90% sont évalués en considérant les fractiles à 5% et à 95% des 1000 valeurs déterminées pour chaque paramètre (Tableau A.1).

De la même manière, il est possible d'obtenir un intervalle de confiance sur les probabilités de rupture. En effet, à partir des 1000 couples (Σ_∞^{50} ; m) déterminés par les réplications, 1000 valeurs de probabilités de rupture peuvent être calculées pour chaque Σ_0. Les fractiles à 5% et à 95% des probabilités de rupture déterminent alors l'intervalle de confiance sur la probabilité de rupture pour chaque Σ_0 (Figure A.2 et Figure A.3).

1.3 Valeurs retenues et discussion

Table A.1 – *Résultat du dépouillement des essais de fatigue sur les quatre géométries d'éprouvettes Cylindrique (Figure A.2) et entaillées (Figure A.3)*

Lot :		**CYL**	**R30**	**R10**	**R06**
Nombre d'éprouvettes :		7	20	21	23
$\boldsymbol{\Sigma_\infty^{50}}$		0,995	1,062	1,026	0,963
	IC :	[0,974 ; 1,014]	[1,052 ; 1,073]	[1,014 ; 1,038]	[0,951 ; 0,975]
$\boldsymbol{m}$		27,5	33,7	29,1	26,1
	IC :	[17,5 ; 63,5]	[27,0 ; 44,6]	[19,6 ; 42,2]	[19,5 ; 35,2]
$\boldsymbol{C_v}$		0,046	0,037	0,043	0,048
	IC :	[0,020 ; 0,071]	[0,028 ; 0,046]	[0,030 ; 0,063]	[0,036 ; 0,063]

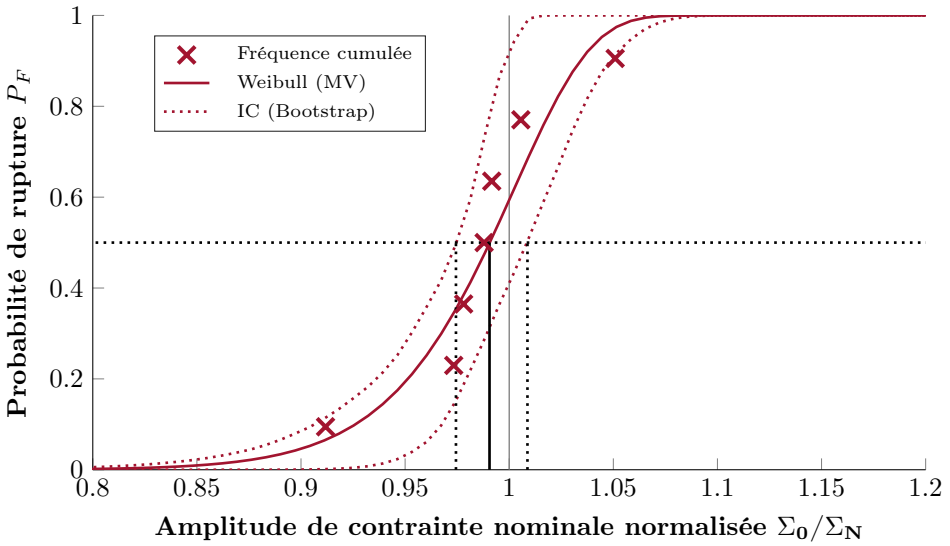
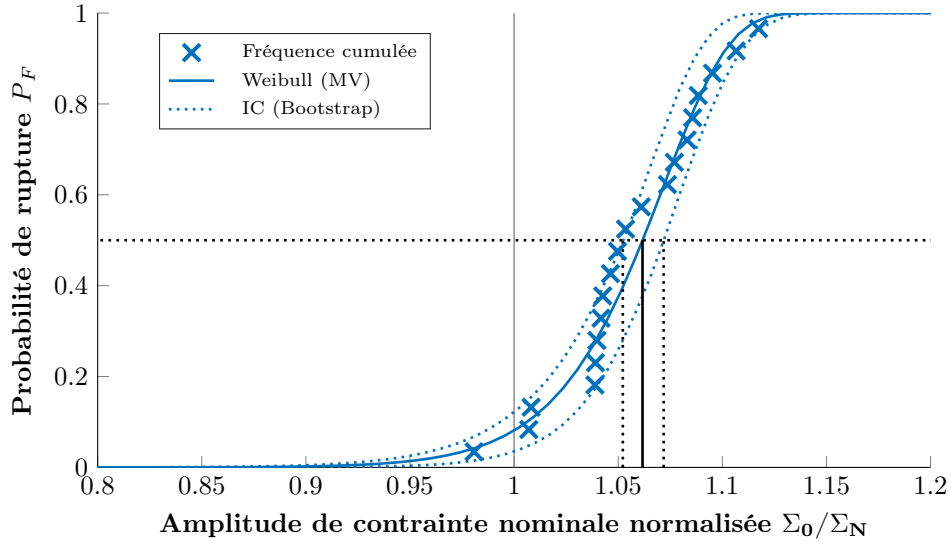
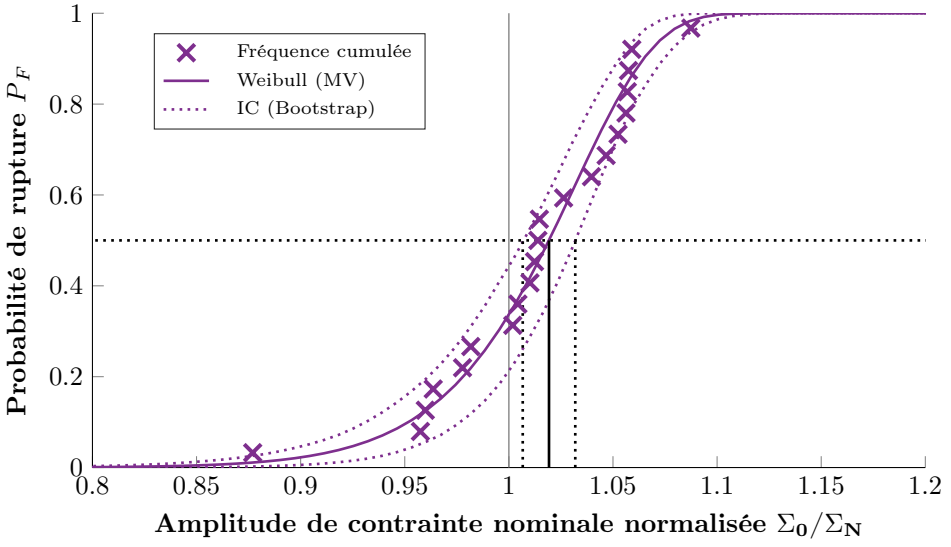


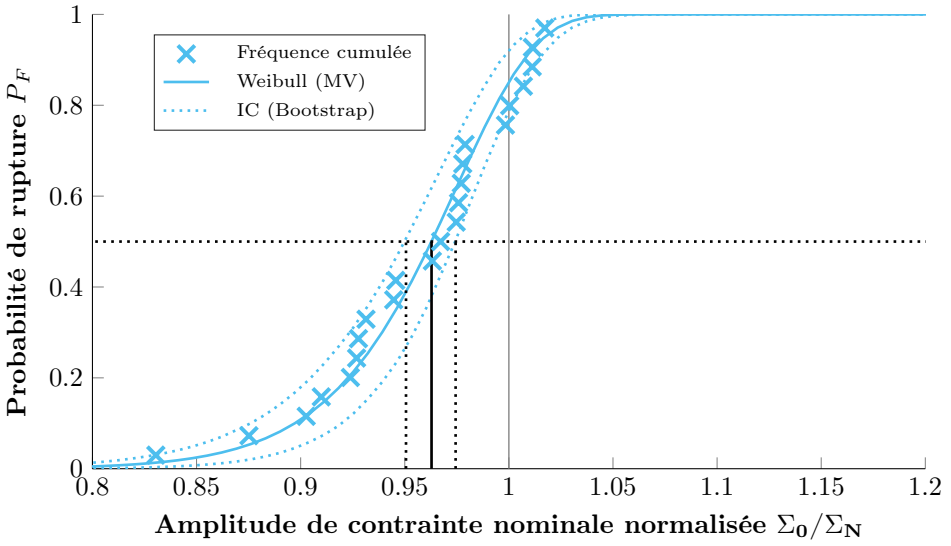
Figure A.2 – *Représentation des résultats du dépouillement et des intervalles de confiance associées pour le lot d'éprouvettes cylindriques*



(a) *R30*



(b) *R10*



(c) *R06*

Figure A.3 – *Représentation des résultats du dépouillement et des intervalles de confiance associées pour les lots d'éprouvettes entaillées*

Nécessairement les intervalles de confiance sont plus étendus pour la géométrie CYL étant donné qu'il y a moins d'éprouvettes dans ce lot.

Concernant les limites de fatigue médianes à 10^7 cycles, des différences sont bien constatées entre les différentes géométries d'éprouvettes, et surtout par rapport à l'éprouvette CYL de référence. Qualitativement, pour les éprouvettes R30 et R10 un gain (en contrainte nominale) est constaté du fait des effets de volume et d'hétérogénéité de contrainte. Pour la géométrie R06, la concentration de contrainte est plus importante et prend alors le pas sur le gain observé à partir de l'hétérogénéité des contraintes [1]. Ces différentes valeurs vont être exploitées pour tenter d'identifier un module de Weibull à partir de ces approches, qui sont présentées dans la suite de cette Annexe.

Concernant les valeurs de dispersion, plusieurs constatations importantes sont possibles :
- l'ordre de grandeur est similaire pour les quatre lots ;
- les intervalles de confiance sont très grands (cela rejoint les constations réalisées au Chapitre I sur la difficulté de déterminer le paramètre de dispersion à partir d'essais de fatigue classiques) ;
- ces éprouvettes sont issues du lot de TA6V testé en auto-échauffement à haute température au Chapitre III, et pour lequel un module de Weibull de $m = 25$, soit $C_v = 0,05$, avait été déterminé.

Ces valeurs ne seront pas exploitées dans la suite de l'annexe, car justement le but est d'identifier le module de Weibull. Cependant il est intéressant de constater que les valeurs obtenues en auto-échauffement sont très pertinentes pour représenter la dispersion des essais de fatigue.

2 - Utilisation d'un modèle volumique probabiliste

Pour appliquer ce type d'approche, il est nécessaire de connaître les champs de contraintes associées aux résultats d'essai de fatigue. Pour cela, des calculs par éléments finis sont réalisés.

2.1 Calcul EF

Des calculs élastiques axisymétriques ont été réalisés avec le logiciel Abaqus pour évaluer le champs de contraintes dans les différentes d'éprouvettes. Ils sont représentés avec la contrainte équivalente de von Mises (normé par Σ_N) pour les quatre géométries (Figure A.4).

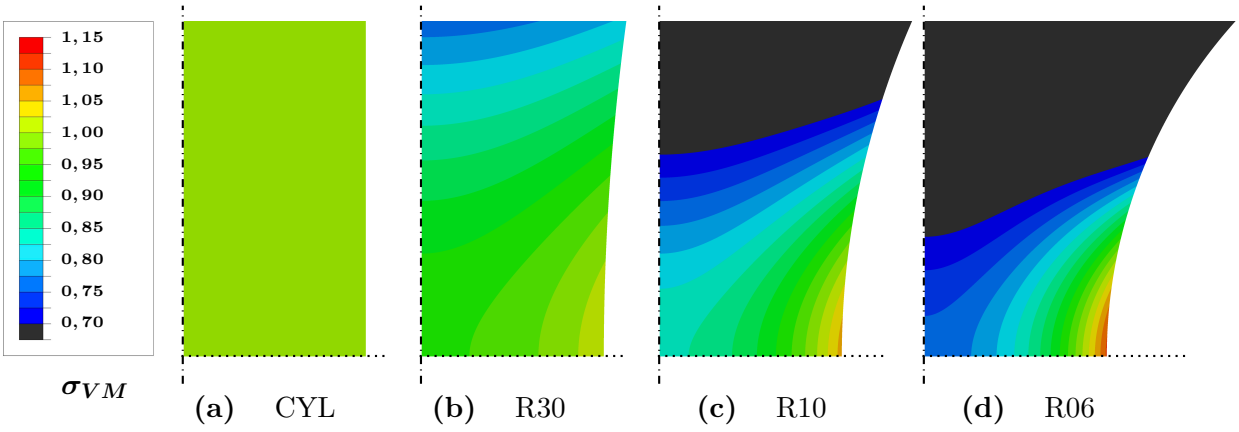


Figure A.4 – *Contraintes de von Mises pour les différentes géométries*

1. Localement, les géométries R30 et R10 ont également une contrainte plus importante du fait de l'entaille. Cependant, un gain global est tout de même observé du fait de l'aspect probabiliste volumique

Pour la géométrie CYL, l'ensemble de la zone utile n'est pas représentée. La sollicitation est bien homogène dans cette zone.

Une convergence au maillage a été réalisée sur les volumes effectifs (explicités dans la suite) des éprouvettes. Il est à noter qu'il est nécessaire d'avoir des éléments très petits pour correctement rendre compte de l'hétérogénéité du champ de contrainte. En effet, la convergence au maillage en volume effectif a nécessité des éléments environ 20 fois plus petits dans les fonds d'entailles que lors d'une simple convergence en contrainte.

L'entaille a alors plusieurs effets :
- plus l'entaille est importante, plus la concentration de contrainte K_t est élevée (et donc la contrainte plus importante en fond d'entaille) ;
- plus l'entaille est importante, plus le gradient de contrainte est marqué (Figure A.4) ;
- l'entaille modifie également la nature de la sollicitation, ce qui est alors montré par la modification du taux de triaxialité (Figure A.5).

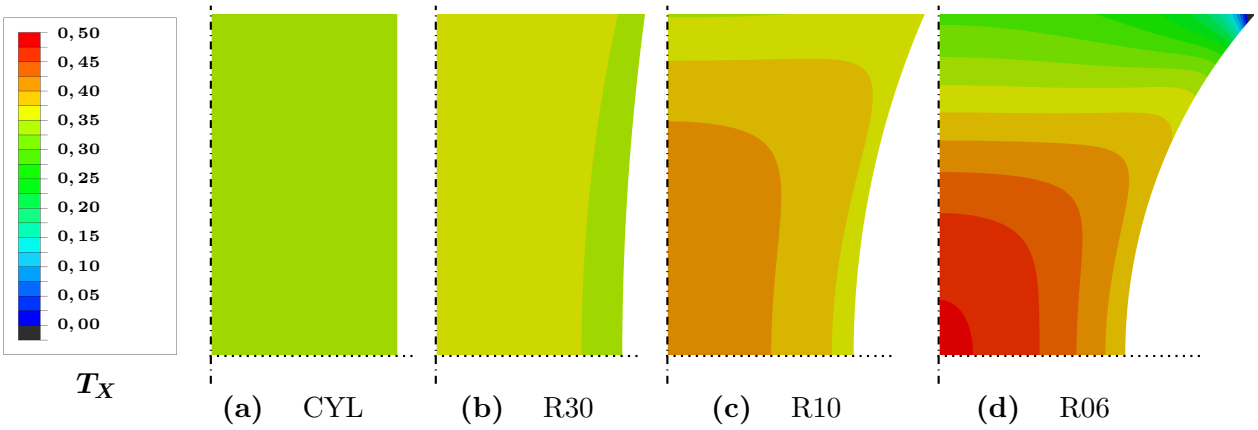


Figure A.5 – *Taux de triaxialité dans les zones centrales des différentes géométries*

2.2 Approche en volume effectif

Le volume effectif [Hild, 1992] d'une structure Ω est défini par

$$V_{eff} = \int_{M\in\Omega} \left(\frac{\sigma_{eq}(M)}{\sigma_F}\right)^m dV \tag{A.4}$$

avec $\sigma_F = \max_{M\in\Omega}(\sigma_{eq}(M))$. Ainsi, à partir des résultats des calculs EF, il peut être obtenu par

$$V_{eff} = \sum_e \left(\frac{\sigma_{eq_e}}{\sigma_F}\right)^m .V_e \tag{A.5}$$

où σ_{eq_e} est la contrainte équivalente moyenne au sein de l'élément e, de volume V_e.

Pour les éprouvettes entaillées, et pour pouvoir conserver l'analyse en contrainte nominale, un volume effectif équivalent est défini par

$$V^*_{eff} = \int_{M\in\Omega} \left(\frac{\sigma_{eq}(M)}{\sigma_{nom}}\right)^m dV = (K_t)^m .V_{eff}. \tag{A.6}$$

L'effet sur la limite d'endurance médiane Σ_∞^{50} (en contrainte nominale) d'une éprouvette de volume effectif équivalent V_{eff}^* est alors évalué par rapport à une éprouvette de volume effectif équivalent $V_{eff_{ref}}^*$ et de limite d'endurance $\Sigma_{\infty ref}^{50}$ par la relation

$$\Sigma_\infty^{50} = \Sigma_{\infty ref}^{50} \left(\frac{V_{eff_{ref}}^*(m)}{V_{eff}^*(m)} \right)^{\frac{1}{m}}. \tag{A.7}$$

- **Résultats $\boldsymbol{\sigma_{VM}}$:**

Cette approche est appliquée à partir des champs de contrainte de von Mises déterminés par calculs EF (Figure A.6). Les volumes effectifs équivalents des quatre géométries d'éprouvettes sont alors calculés pour différents m (Figure A.6a), et les effets sur les limites d'endurance sont déterminés en fonction du module de Weibull avec comme référence l'éprouvette cylindrique (Figure A.6b) et avec comme référence l'éprouvette R30 (Figure A.6c). Ces résultats sont alors comparés aux valeurs déterminées expérimentalement.

Plus m augmente, plus les volumes effectifs diminuent (et plus l'approche devient déterministe, et donc local). Dans le cas des éprouvettes entaillées, la part de la concentration de contrainte prend alors le dessus à partir d'un certain m et augmente alors les volumes effectifs équivalents. Le volume effectif équivalent de l'éprouvette CYL n'est pas constant, car la géométrie entière de l'éprouvette est considérée (avec les têtes et surtout les rayons de raccordement).

L'identification d'un module de Weibull à partir des effets sur la limite d'endurance médiane est alors délicate (Figure A.6b et Figure A.6c) : les différents effets sont bien qualitativement retrouvés, mais pas quantitativement.

- **Résultats $\boldsymbol{\sigma_{XX}}$:**

Pour rendre compte de l'effet du choix de la contrainte équivalente, les mêmes calculs sont réalisés avec le champ de contrainte σ_{XX} (direction de sollicitation) et présentés de la même manière que précédemment (Figure A.7).

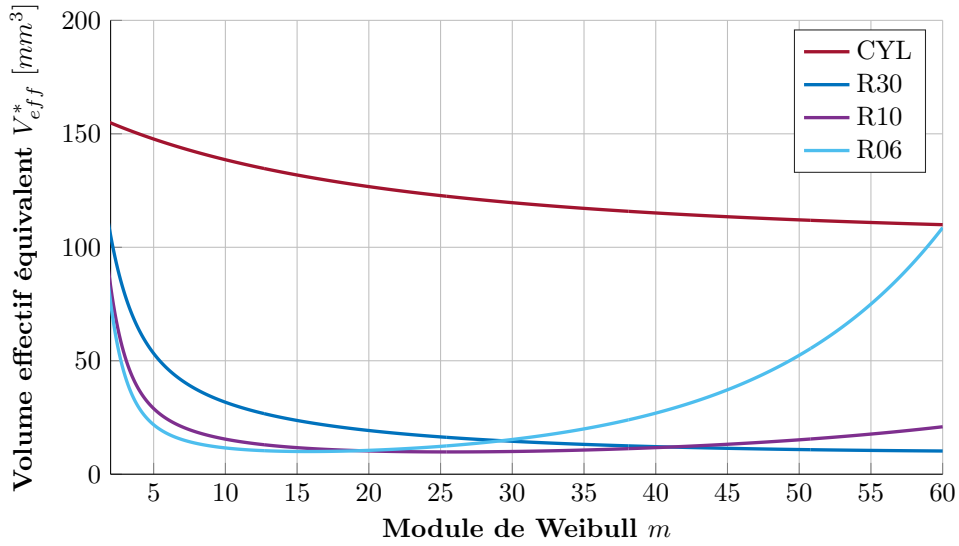
Les mêmes conclusions peuvent être tirées : les effets sont reproduits de manière qualitative, mais il est difficile d'identifier un module de Weibull à partir d'une telle approche. Nécessairement, le champ d'hétérogénéité dépend de la contrainte équivalente choisie, et donc impacte différemment les limites d'endurance médiane. C'est pourquoi de nombreux critères de fatigue différents, multiaxiaux, ont été utilisés dans la littérature pour rendre compte de ces différents aspects.

2.3 Approche en surface effective

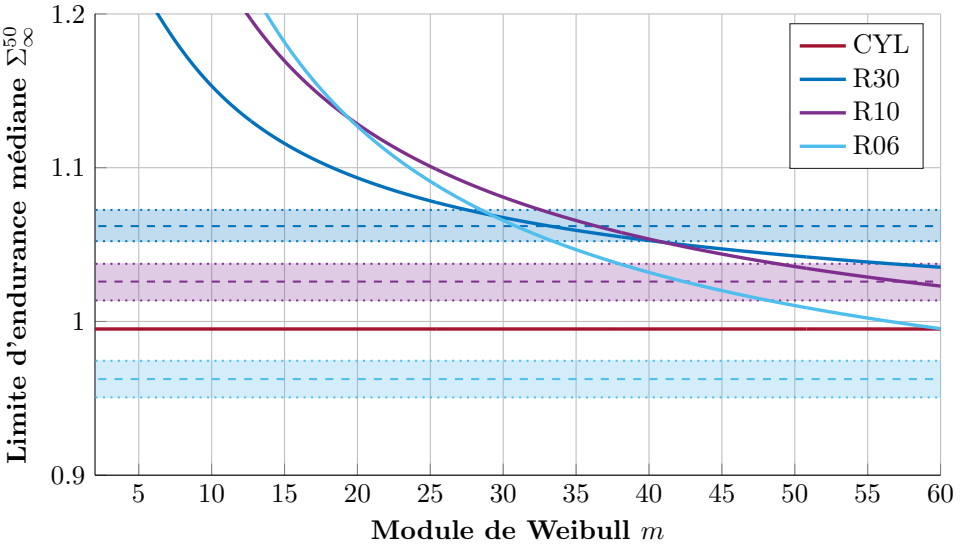
Une approche en surface effective est également présentée dans cette annexe. Une surface effective équivalente S_{eff}^* est ainsi définie à partir de la contrainte équivalente de von Mises et est calculée à partir des résultats EF (Figure A.8a). L'effet sur la limite d'endurance est similaire (Equation A.7) et est présenté de la même manière (Figure A.8b et Figure A.8c).

Ce troisième exemple arrive également à reproduire les effets de volume et d'hétérogénéité des contraintes de manière qualitative. Cependant, il est toujours impossible de déterminer un module de Weibull de manière robuste.

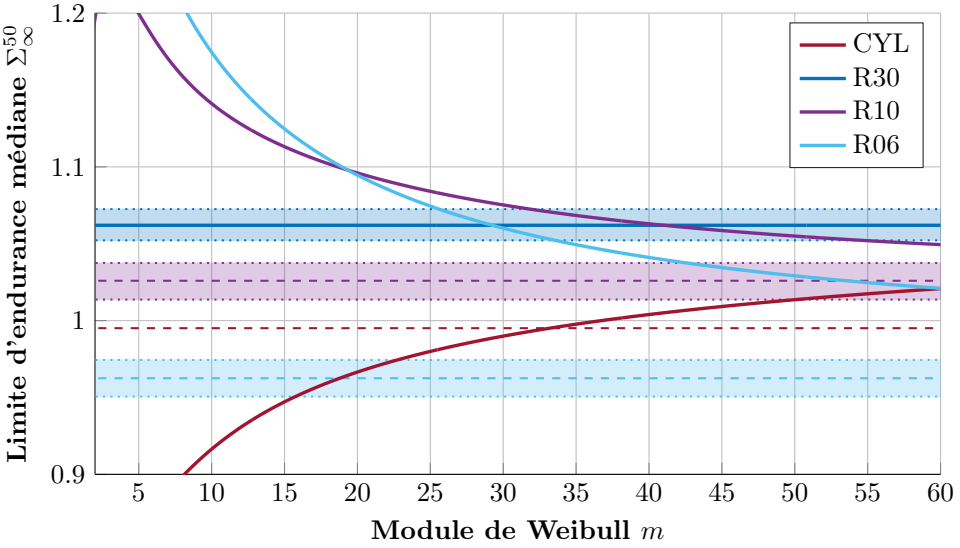
De plus, en comparant les effets sur la limite d'endurance médiane avec ces trois approches, la sensibilité au module de Weibull est très différente suivant les configurations testées (et donc les choix des modélisateurs). Il aurait sûrement été possible d'obtenir de meilleurs résultats à partir d'autres critères, ou d'autres approches (sub-surfacique notamment), de la littérature. Cependant, ce n'est pas le but de cette annexe. Ces résultats montrent déjà que l'identification d'un module de Weibull reste délicate du fait des différentes hypothèses nécessaires pour mettre en place ces approches.



(a) *Volumes effectifs équivalents*

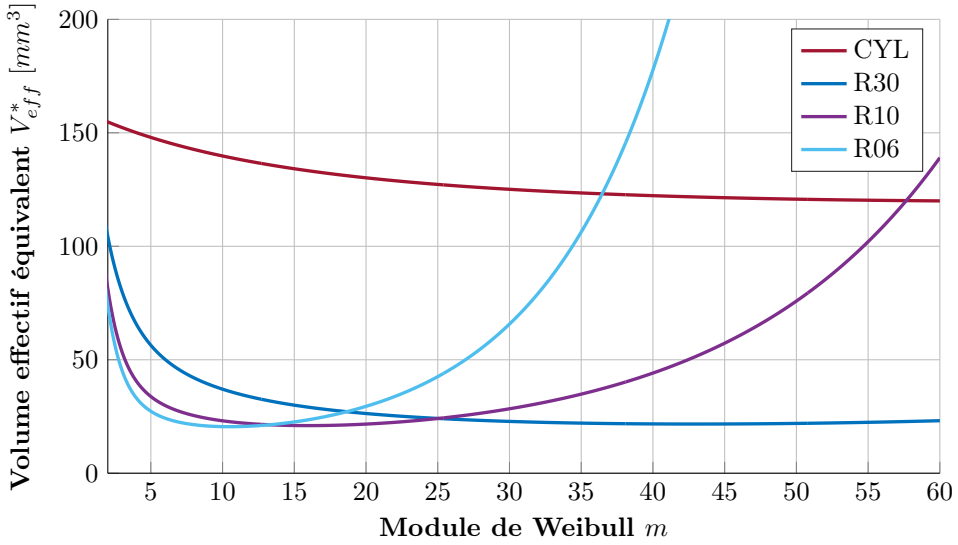


(b) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec CYL en référence*

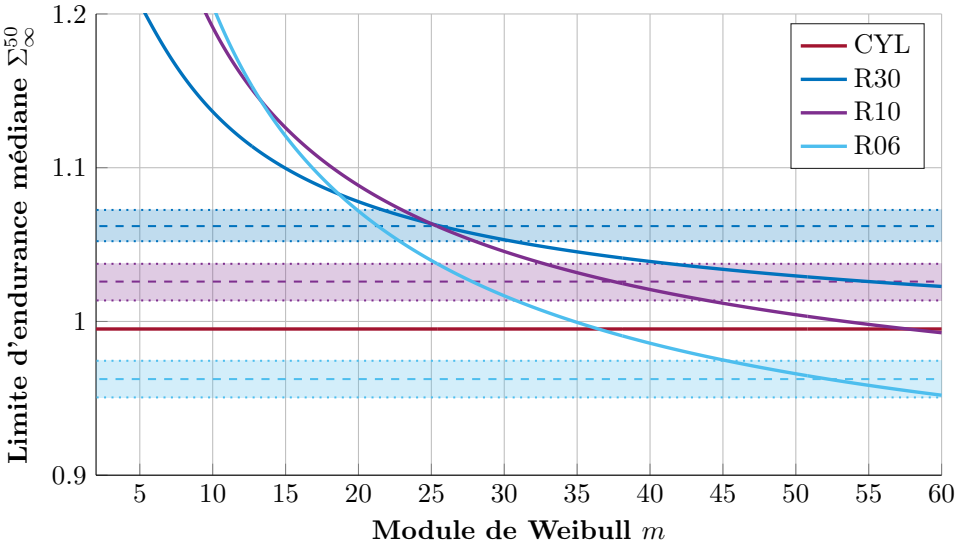


(c) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec R30 en référence*

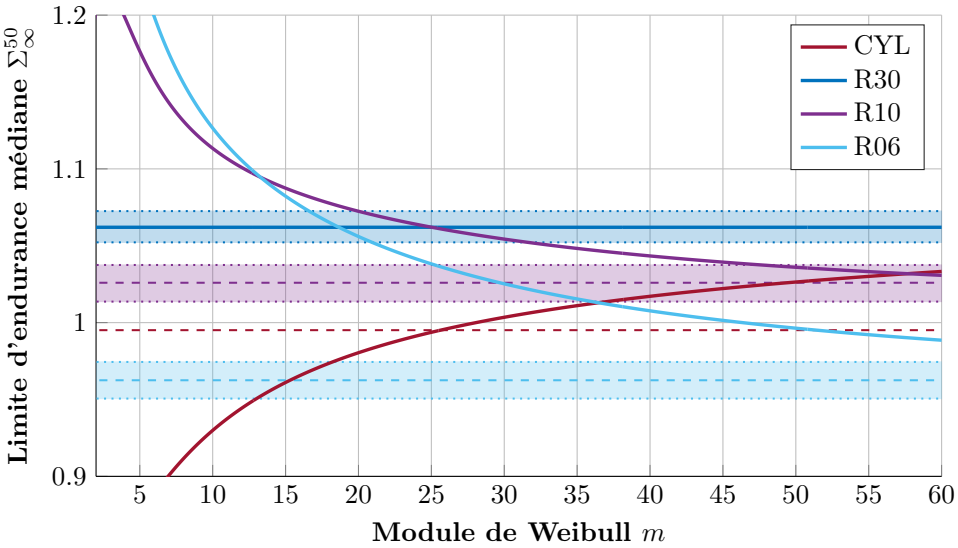
Figure A.6 – *Analyse avec l'approche en volume effectif équivalent (σ_{VM})*



(a) *Volumes effectifs équivalents*

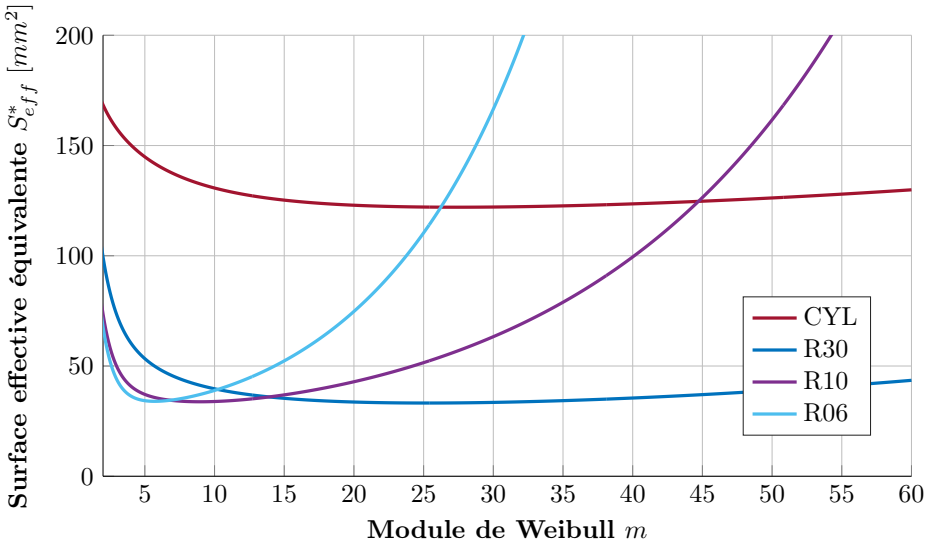


(b) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec CYL en référence*

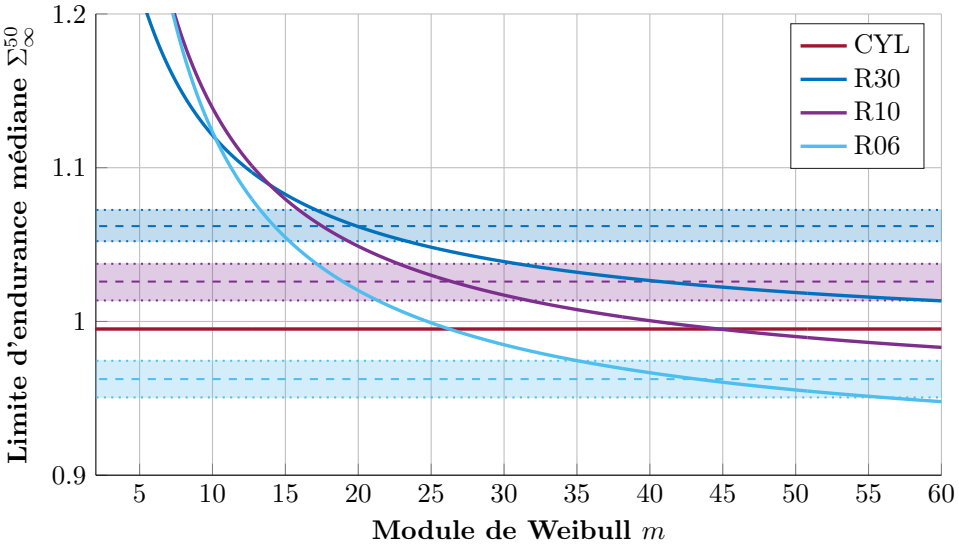


(c) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec R30 en référence*

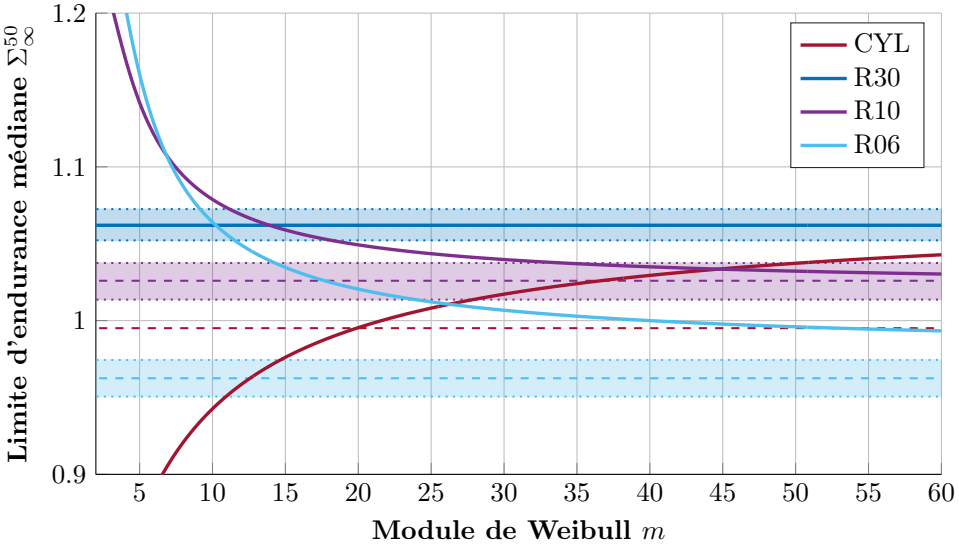
Figure A.7 – *Analyse avec l'approche en volume effectif équivalent (σ_{XX})*



(a) *Surfaces effectives équivalentes*



(b) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec CYL en référence*



(c) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec R30 en référence*

Figure A.8 – *Analyse avec l'approche en surface effective équivalente (σ_{VM})*

2.4 Discussion

Pour compléter la discussion, une approche en contrainte locale est utilisée. À partir de la contrainte équivalente de von Mises, les concentrations de contrainte K_t sont déterminées et les résultats du dépouillement sont présentés (Figure A.9).

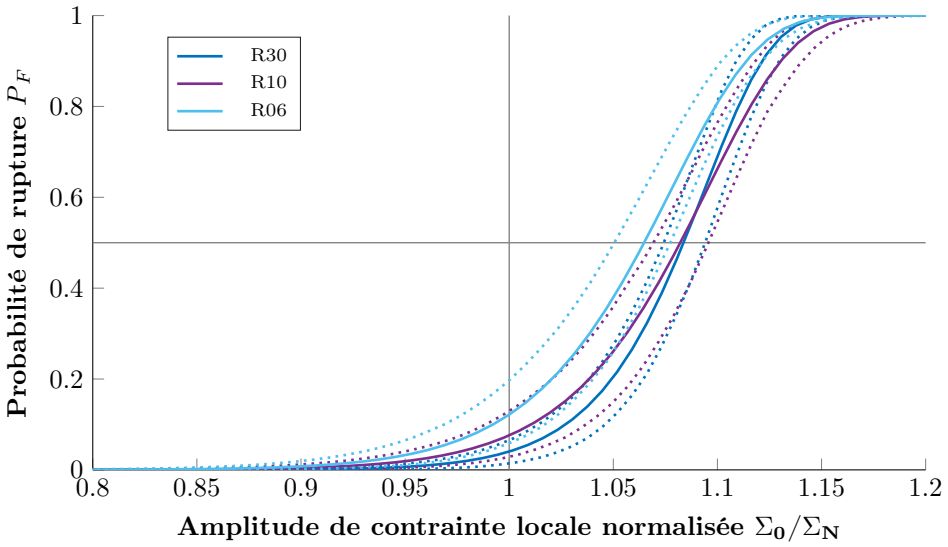


Figure A.9 – *Représentation des résultats du dépouillement au niveau de la contrainte maximale locale*

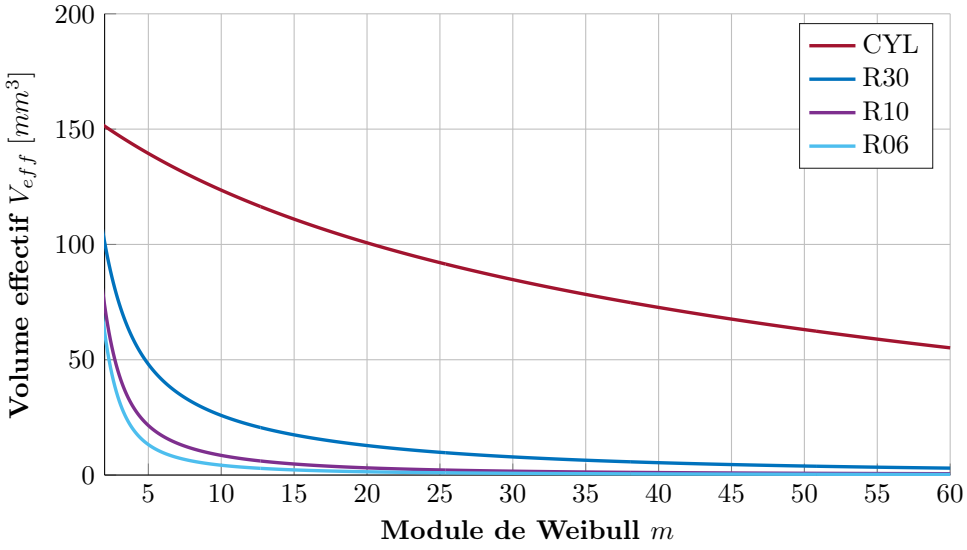
Avec cette représentation, les différences entres les éprouvettes ne sont plus autant marquées. Le gain des éprouvettes entaillées avec l'éprouvette cylindrique ($\Sigma^{50}_{\infty CYL} = 0,995$) est toujours constaté, mais est comme saturé.

Une analyse en "vrai" volume effectif (avec la contrainte de von Mises) est alors présentée (Figure A.10). Les volumes effectifs sont calculés pour les quatre géométries d'éprouvette (Figure A.10a) et les effets sur la limite d'endurance sont présentés de la même manière que précédemment (Figure A.10b et Figure A.10c). Il s'agit exactement de la même analyse que la première approche en volume effectif équivalent (Figure A.6b et Figure A.6c), mais représentée de manière différente.

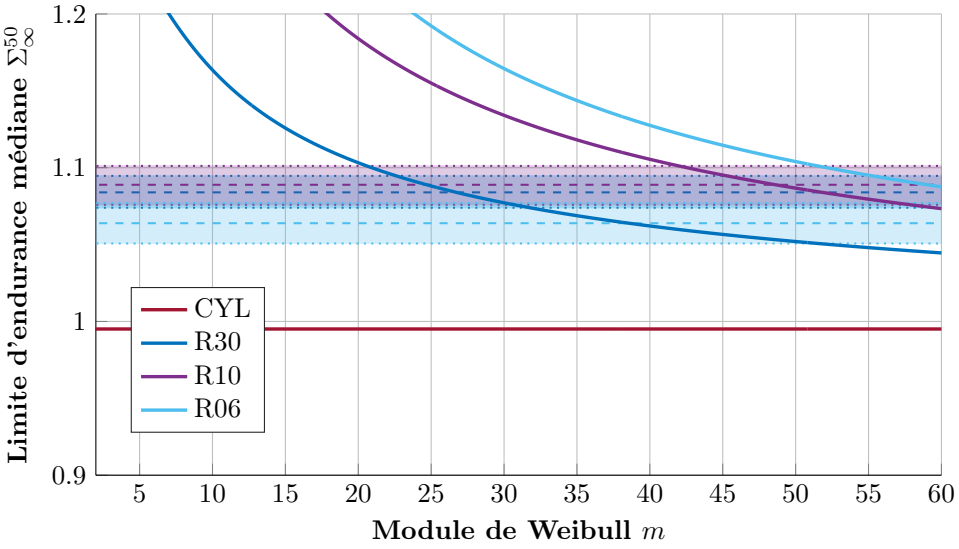
Cependant, l'interprétation est peut-être plus aisée, sans l'influence directe du K_t. Pour la géométrie R06, le gradient de contrainte est plus important, et ainsi le volume effectif est toujours plus petit. De ce fait, cette géométrie est censée obtenir une limite d'endurance médiane plus élevée, pour n'importe quel module de Weibull m. Or, ce n'est pas ce qui est obtenu expérimentalement.

En effet, en analysant plus en détail les résultats en fatigue et notamment les faciès de rupture pour la géométrie R06, les ruptures sont localisées en sub-surface. Une analyse des contraintes résiduelles montre également que cette géométrie en possède beaucoup plus que les autres (du fait de l'usinage de l'entaille). De plus, le contrôle de l'état de surface de l'entaille est plus délicat avec un petit rayon.

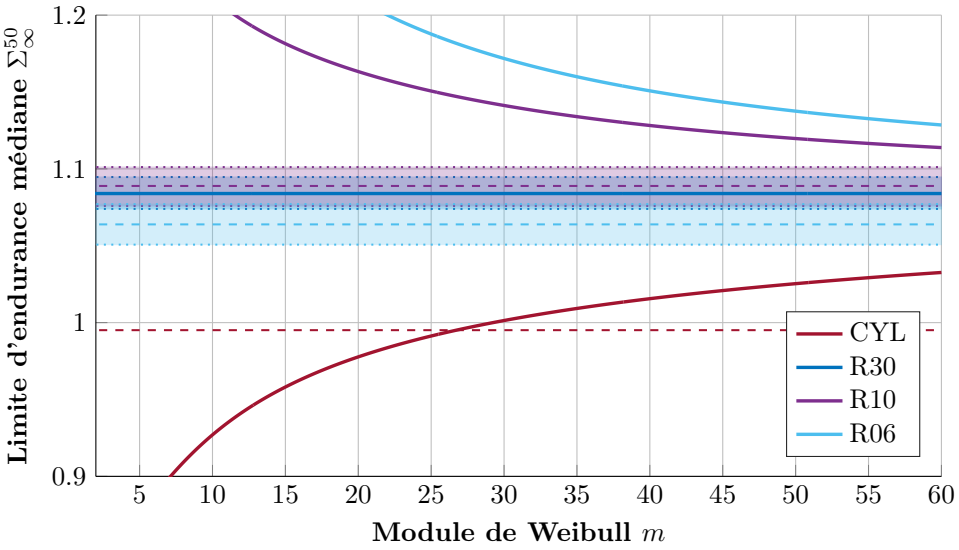
Ainsi, il y a d'autres effets qui ne sont pas pris en compte dans les approches volumiques/surfaciques probabilistes présentées dans cette annexe. Le très grand nombre d'effets et de paramètres de modélisation (Volume/Surface, contrainte équivalente, etc.) rend alors l'identification d'un module de Weibull par cette approche très délicate (et pas très robuste). En effet, ces approches restent très complexes et restent très difficilement prédictives.



(a) *Volumes effectifs*



(b) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec CYL en référence*



(c) *Effets sur la limite d'endurance médiane avec R30 en référence*

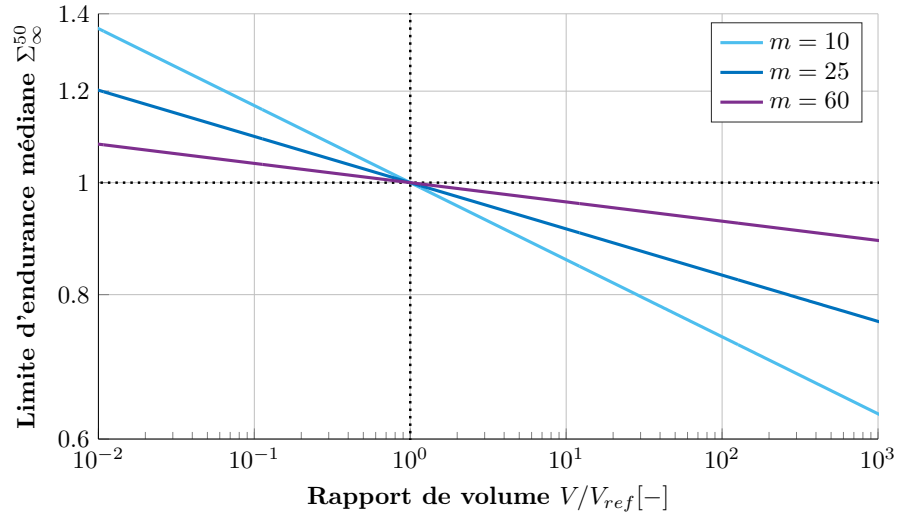
Figure A.10 – *Approche classique en volume effectif au niveau local*

3 - Conclusion sur l'analyse des effets de volume et d'hétérogénéités des contraintes

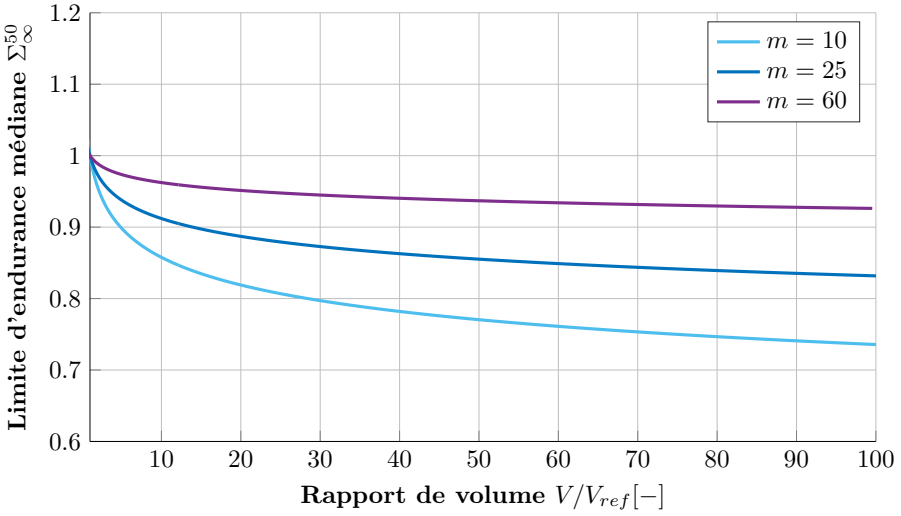
Les effets de volume et d'hétérogénéité des contraintes peuvent être pris en compte par des approches weibullienne, basées sur la théorie du maillon le plus faible. Les différents effets sont alors reproduits qualitativement, mais il est toujours difficile de rendre compte de ces aspects de manière quantitative. De ce fait, l'identification robuste d'un module de Weibull est impossible.

Une des limites de ces approches repose également sur l'aspect expérimental. En effet, il est très difficile d'obtenir et de tester des éprouvettes avec des grands écarts de volume et qui restent comparables (d'un point de vue mécanisme de rupture, multiaxialité, contraintes résiduelles, etc.). Il est donc compliqué d'obtenir des écarts marqués sur les limites d'endurance médianes à partir d'effets de volume et d'hétérogénéité des contraintes (d'autant plus pour des modules de Weibull élevés, comme c'est le cas pour le TA6V avec $m = 25$).

Pour illustrer cela, l'influence sur la limite d'endurance médiane est présentée en fonction d'un rapport de volume, pour différents modules de Weibull (Figure A.11). Un effet de "saturation" peut être observé (Figure A.11b), du fait de l'évolution en loi puissance par rapport à V/V_{ref}, et pour la gamme relativement limitée de rapport de volume atteignable expérimentalement.



(a) *Échelle logarithmique*



(b) *Échelle linéaire*

Figure A.11 – *Effet de volume sur la limite d'endurance médiane avec différents modules de Weibull*

Annexe

B Équation de la chaleur - Analyse du terme de rayonnement

Cette annexe vise à évaluer le terme de rayonnement pour valider l'hypothèse réalisée pour simplifier l'équation de la chaleur (Chapitre II Section 1.3.2). En effet, des questions se posent sur ce terme lors d'essais à haute température. L'objectif est de quantifier la contribution du rayonnement.

1 - Équation de la chaleur avec le terme de rayonnement

La loi de Stefan-Boltzmann relie le rayonnement thermique r d'un corps noir et sa température T par la relation

$$r = \sigma\, T^4 \tag{B.1}$$

avec $\sigma \approx 5,67.10^{-8}\, W.m^{-2}.K^{-4}$ la constante de Stefan-Boltzmann.

En reprenant les hypothèses simplificatrices présentées au Chapitre II, et en raisonnant par différence de température par rapport à une référence notée T_0, l'équation de la chaleur en approche $0D$ simplifiée est

$$\rho c \dot{\theta} + 2\left[\frac{h_d}{L} + \frac{2h_v}{d}\right]\theta + \sigma\,(T^4 - T_0^4) = \Delta + C_e. \tag{B.2}$$

avec l'évaluation des pertes thermiques à partir d'une éprouvette cylindrique. Pour rappel, les différents éléments de cette équation sont :

- T la température moyenne du volume, T_0 la température de référence et $\theta = \frac{1}{V}\iint_V (T - T_0) dV$ l'évolution moyenne de la température dans le volume ;
- les paramètres matériaux ρ, la masse volumique, et c, la chaleur spécifique, considérée comme indépendante de la température (sur la gamme de variation de température de l'essai d'auto-échauffement) ;
- L la longueur et d le diamètre du volume cylindrique considéré,
- les coefficients d'échange thermique, h_d par conduction avec les mors et h_v par convection avec l'air ambiant ;
- Δ, la dissipation intrinsèque, et C_e, le couplage thermoélastique.

Pour les essais à haute température, la contribution du rayonnement peut prendre une plus grande part du fait de son évolution en $T^4 - T_0^4$. Par conséquent, l'objectif est d'évaluer cette contribution lors de la réalisation d'essais à haute température. Un développement limité au 1^{er} ordre au voisinage de T_0 est effectué pour l'évaluer et donc

$$\sigma\,(T^4 - T_0^4) \;\approx\; 4\sigma\,\theta\,T_0^3. \tag{B.3}$$

L'équation de la chaleur $0D$ simplifiée, et moyennée sur un cycle de chargement, s'écrit

$$\dot{\theta}(t) + \frac{2}{\rho c}\left[\frac{h_d}{L} + \frac{2h_v}{d} + 2\sigma\, T_0^3\right]\theta(t) = f\,\frac{\bar{\Delta}(t)}{\rho c} \tag{B.4}$$

et donc le temps caractéristique de mise en place de l'équilibre thermique est évalué par

$$\frac{1}{\tau_{eq}} = \frac{2}{\rho c}\left[\frac{h_d}{L} + \frac{2h_v}{d} + 2\sigma\, T_0^3\right]. \tag{B.5}$$

2 - Quantification de la contribution du rayonnement

Pour analyser le terme de rayonnement, les temps caractéristiques obtenus expérimentalement vont être comparés à la contribution du rayonnement, qui sera volontairement maximisée, car de nombreux paramètres sont difficilement quantifiables.

La contribution du rayonnement est évaluée par

$$\frac{4}{\rho c}\,\sigma\, T_0^3. \tag{B.6}$$

Les paramètres matériaux suivants sont utilisés :

- pour la masse volumique, $\rho \approx 7500 - 8000\ kg.m^{-3}$ pour les aciers à 20°, $\rho \approx 4300\ kg.m^{-3}$ pour le TA6V à $20°C$ et $\rho \approx 8600\ kg.m^{-3}$ pour l'AM1 à $20°C$;
- la chaleur spécifique est difficilement quantifiable, $c \approx 400 - 500\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ pour les aciers à $20°C$, $c \approx 580\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ pour le titane pur à $20°C$, $c \approx 440\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ pour le nickel pur à $20°C$. Ainsi, pour les calculs une valeur de $c = 200\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ est considérée pour maximiser la contribution du rayonnement.

Les temps caractéristiques évalués expérimentalement sont d'environs $\tau_{eq} \approx 40s$ pour les éprouvettes en aciers à température ambiante [Doudard, 2004, Munier, 2012], $\tau_{eq} \approx 60s$ pour les éprouvettes de TA6V à $250°C$ présentées au Chapitre III et $\tau_{eq} \approx 40s$ pour celles d'AM1 à $950°C$ présentées au Chapitre IV. Les valeurs de $1/\tau_{eq}$ obtenues expérimentalement sont comparées aux contributions du rayonnement (Tableau B.1).

Table B.1 – *Analyse du terme de rayonnement pour évaluer l'hypothèse réalisée pour la simplification de l'équation de la chaleur - Comparaison entre la valeur expérimentale $1/\tau_{eq}$ et la contribution, volontairement maximisée, du rayonnement (Équation B.5)*

	Expérimentalement		**Contribution du rayonnement**
	τ_{eq} $[s]$	$1/\tau_{eq}$ $[s^{-1}]$	(Équation B.6) $[s^{-1}]$
Aciers à $T_0 = 20°C$	40	$\mathbf{2,5.10^{-2}}$	$\mathbf{3,8.10^{-6}}$
TA6V à $T_0 = 250°C$	60	$\mathbf{1,7.10^{-2}}$	$\mathbf{3,8.10^{-5}}$
AM1 à $T_0 = 950°C$	40	$\mathbf{2,5.10^{-2}}$	$\mathbf{2,4.10^{-4}}$

Avec l'augmentation de la température d'essai, la contribution du rayonnement augmente considérablement. Cependant, même à $950°C$, elle reste négligeable par rapport à la valeur de $1/\tau_{eq}$ observée expérimentalement. Ainsi l'hypothèse réalisée sur le terme de rayonnement reste valable même à haute température, soit que l'élévation de température θ est considérée comme indépendante du terme source de rayonnement r.

Annexe

C

Simulation d'un matériau modèle avec plusieurs mécanismes de rupture : dichotomie cœur/surface

D'autres simulations de courbes d'auto-échauffement ont été menées pour approfondir les constatations réalisées à la Section 3 du Chapitre II entre la dissipation de la population totale de sites s'activant avec l'amplitude de contrainte appliquée, et les propriétés en fatigue qui sont décrites par l'activation du tout premier site, constituant par conséquent le défaut critique menant à la rupture.

Dans cette annexe une des simulations réalisées est présentée. L'objectif est de dissocier deux parties dans l'éprouvette : une représentant la surface de l'éprouvette, et l'autre son cœur (ou "volume"). Cette simulation repose sur deux idées préliminaires simplistes :

- tout les sites participent de manière identique à la dissipation de l'éprouvette ;
- les sites en surface sont considérés comme étant plus critiques pour la rupture de l'éprouvette.

1 - Principe et cadre de la simulation

De la même manière que dans le Chapitre II, l'aspect important de la simulation des éprouvettes de volume V_i est qu'un recalage à la limite d'endurance médiane de la population d'éprouvettes est adopté. Ce recalage se fait sur la population de site en surface.

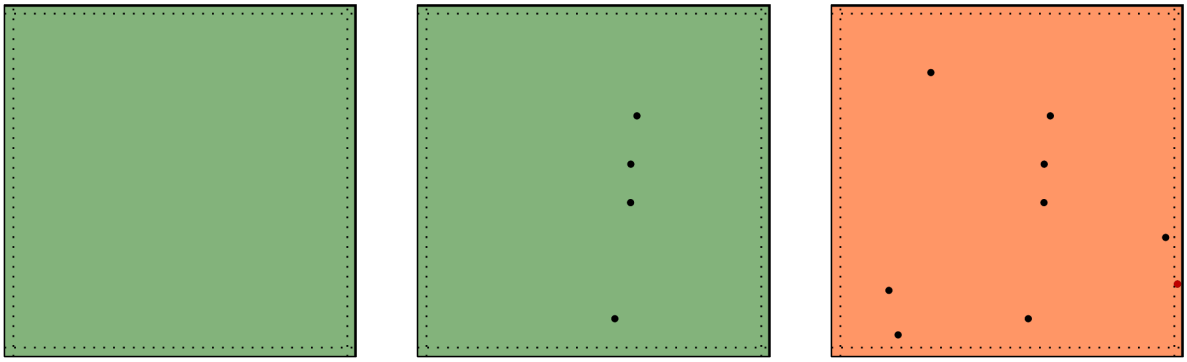
Il est donc nécessaire d'introduire un paramètre représentant la dichotomie cœur/surface. Le principe de la simulation est toujours le même, *i.e.* de générer et de distribuer des sites dans un volume. Ainsi, la "surface" de l'éprouvette est définie par une fraction du volume totale de l'éprouvette représenté par un paramètre α. Lorsqu'un site est aléatoirement distribué dans la zone représentant la surface, alors il y aura rupture de l'éprouvette (Figure C.1). À l'inverse, si un site est distribué dans la zone représentant le cœur, cela n'affecte pas sa durée de vie (pour le moment). Tous les sites participent à la dissipation de manière identique (à leur seuil d'activation σ_{D_i} près).

L'objectif est donc de simuler plusieurs éprouvettes de volume V_i, mais ayant un volume "critique" de $\alpha\, V_i$. Une éprouvette est définie par une population de sites qui sont distribués de manière aléatoire et uniforme, mais tous ne sont pas critiques (Figure C.1). Il est nécessaire de simuler une quantité plus importante de sites actifs pour effectuer le recalage à la limite d'endurance médiane des éprouvettes (sur la population de sites en surface). La densité moyenne de sites actifs dans le volume total est

$$\lambda(\Sigma_0) = \frac{\ln 2}{\alpha\, V_i} \left(\frac{\Sigma_0}{\Sigma_\infty^{50}} \right)^m . \tag{C.1}$$

2 - Génération d'un volume avec dichotomie cœur/surface

Pour illustrer le lien entre dissipation et propriétés en fatigue, un volume de 100 éprouvettes est généré. La simulation est réalisée avec un module de Weibull $m = 25$ et un recalage à la limite d'endurance médiane $\Sigma_\infty^{50} = 1$. La génération du volume se fait avec $\alpha = 10\%$.



(a) $\Sigma_0 = 0.90$ **(b)** $\Sigma_0 = 0.97$ **(c)** $\Sigma_0 = 1.00$

Figure C.1 – *Cadre de la simulation avec $\alpha = 10\%$ - La rupture de l'éprouvette n'intervient que lorsqu'il y a au moins un site actif à la surface (ici représenté par un volume).*

2.1 Hypothèse du maillon faible

Les sites générés sont distribués dans le volume simulé. Le nombre de sites augmente avec l'amplitude de contrainte Σ_0 appliquée sur l'éprouvette. L'hypothèse du maillon faible dans la zone critique implique que la rupture de l'éprouvette intervient lorsqu'il y a au moins un site activé dans cette zone. La rupture d'une éprouvette est représentée schématiquement par un changement de couleur (Figure C.2). Les sites critiques sont représentés en rouge et les autres en noir.

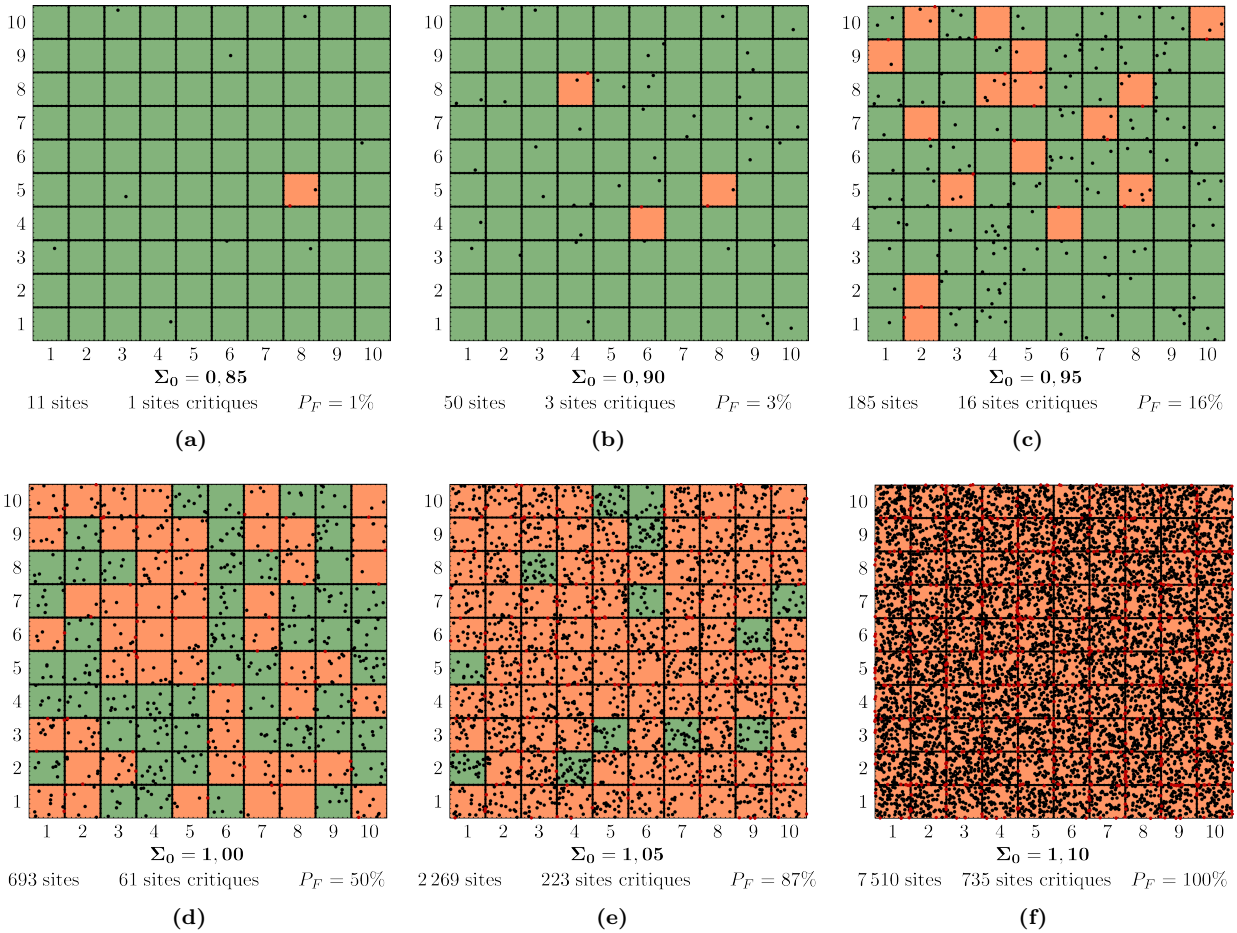


Figure C.2 – *Génération de 100 éprouvettes : représentation schématique d'un volume $V = 100V_i$ dans lequel des sites s'activent aléatoirement et avec une zone critique en surface ($\alpha = 10\%$, $\Sigma_\infty^{50} = 1$ et $m = 25$)*

Il est intéressant de comparer cette simulation a celle réalisée au Chapitre II (Figure II.33), pour laquelle l'ensemble des sites étaient potentiellement critiques. Pour illustrer cela, le premier site apparaissant dans l'éprouvette (en surface ou en volume) est également représenté dans la suite.

De la même manière que pour la précédente simulation, le premier site critique apparaît autour de $\Sigma_0 = 0,85$, bien que d'autres sites se sont activés au sein de la population d'éprouvettes auparavant (Figure C.2a). Étant donné qu'il y a deux zones, une définie comme critique et l'autre non, l'apparition du premier site critique dans la population d'éprouvette dépend davantage de la simulation réalisée.

Il se pourrait en effet que le tout premier site activé dans le volume totale soit aléatoirement distribué à la surface d'une éprouvette (distribution aléatoire et uniforme dans le volume total). Cependant, à $\Sigma_0 = 0,85$ lorsqu'il y a au moins 10 sites activés dans le volume total, et que la zone critique en surface représente $\alpha = 10\%$ du volume total, le premier site critique dans la population d'éprouvette apparaît en moyenne. Les simulations sont suffisamment représentatives, *i.e* sans grande variabilité entres-elles, pour qu'une seule simulation soit présentée dans cette annexe.

Pour une sollicitation à $\Sigma_0 = 1$, soit à la limite d'endurance médiane de la population d'éprouvettes (pour une rupture en surface), il y a bien la moitié des éprouvettes qui vont être rompues (Figure C.2d), bien qu'il y ait 693 sites activés au total (avec environ 10% d'entre-eux qui sont potentiellement critiques). Certaines éprouvettes ont déjà deux sites en surface ; seul celui ayant le seuil d'activation le plus faible est considéré comme le site critique.

Pour illustrer cela, la probabilité de rupture, soit d'avoir au moins un site critique actif, est représenté en fonction de l'amplitude de chargement (Figure C.3). La probabilité de retrouver au moins un site actif dans le volume (et correspondant alors à la situation présentée au Chapitre II) est également illustrée. Les probabilités de rupture analytiques sont facilement retrouvées car il s'agit d'un simple effet de volume entre le volume de l'éprouvette et celui représentant la surface de l'éprouvette (cf. Annexe A et Figure A.11b).

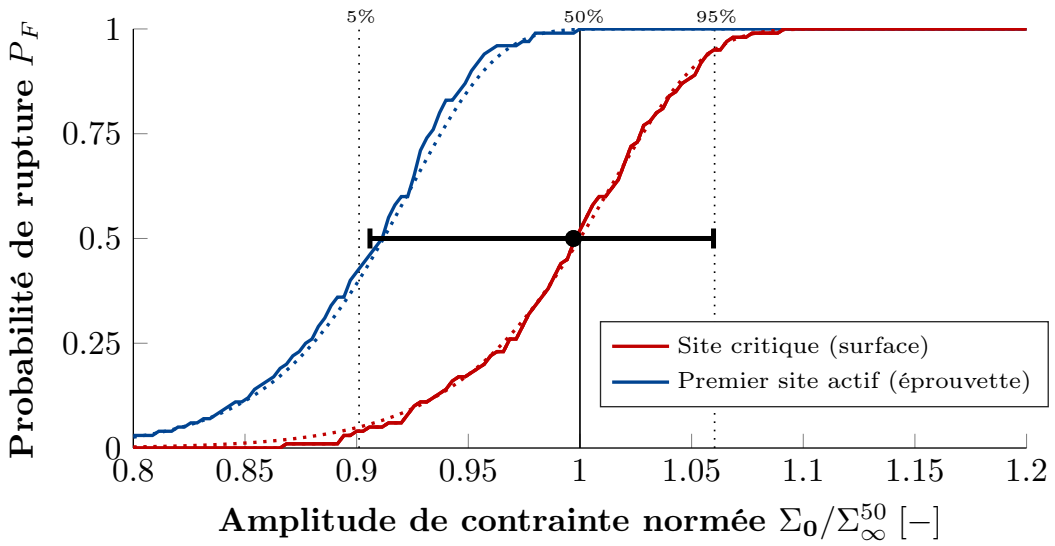
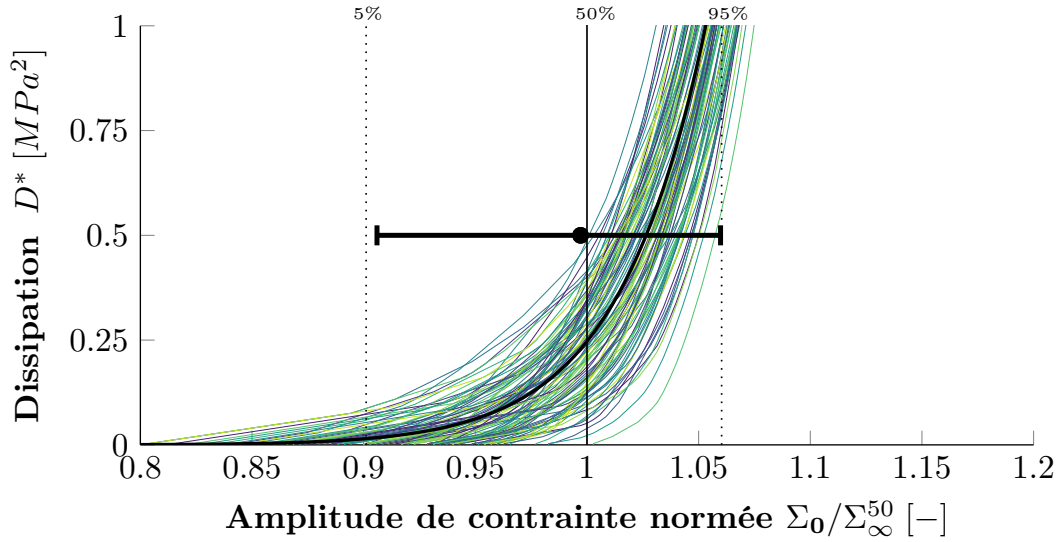


Figure C.3 – *Probabilité de rupture associée à la population d'éprouvettes, soit l'activation du premier site dans la zone critique de l'éprouvette* ($\Sigma_\infty^{50} = 1$, $m = 25$ *et* $\alpha = 10\%$)

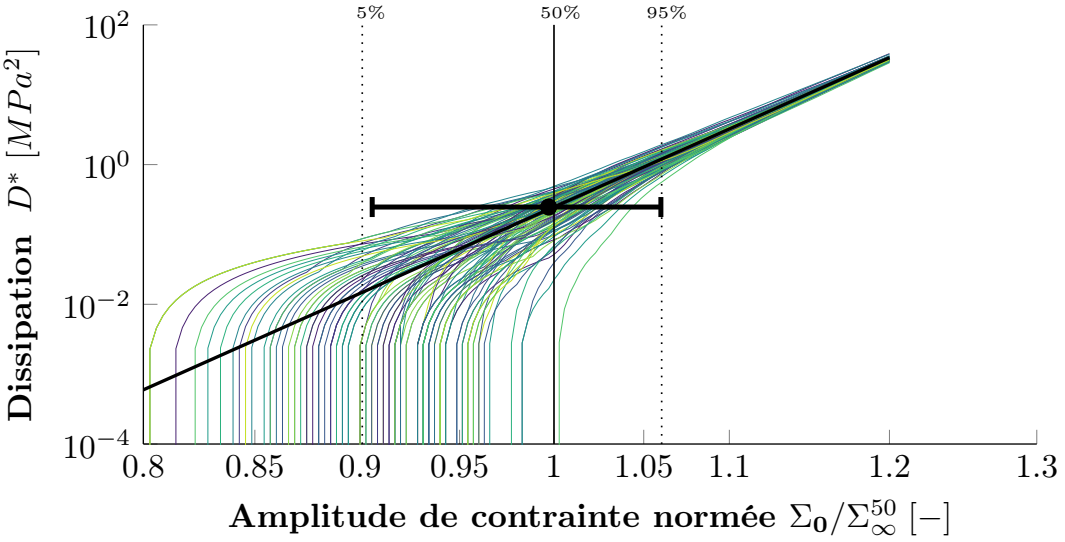
Les propriétés en fatigue sont représentées de la même manière que précédemment, par un intervalle constitué des valeurs à $P_F = 5\%$ et à $P_F = 95\%$ et par la mise en évidence de la valeur médiane. Du fait du recalage réalisé, cet intervalle est proche des valeurs théoriques. Il est intéressant de constater que dans ce cas particulier (avec notamment $m = 25$ et $\alpha = 10\%$) à $\Sigma_0 = 1$, toutes les éprouvettes ont au moins un site activé dans leur volume, mais seulement 50% des éprouvettes en possèdent au moins un dans la zone critique.

2.2 Calcul de la dissipation

Une des idées préliminaires de cette simulation est que l'ensemble des sites contribuent de manière identique à la dissipation de l'éprouvette, soit qu'il n'y ait pas de différence dans la forme de la dissipation entre un site situé en surface et un site situé dans le volume de l'éprouvette. Le calcul de la dissipation se fait de la même manière que dans le Chapitre II : les éprouvettes sont représentées par un ensemble de sites possédant des seuils d'activation différents. La dissipation de l'éprouvette correspond à la somme des dissipations des sites de l'éprouvette. La dissipation de chaque éprouvette est comparée à la dissipation théorique (moyenne) ainsi qu'aux propriétés en fatigues issues de la même simulation (Figure C.4).



(a) *Échelle linéaire*



(b) *Échelle logarithmique*

Figure C.4 – *Dissipation par éprouvette simulée en fonction de l'amplitude de contrainte appliquée* ($\Sigma_\infty^{50} = 1$, $m = 25$ *et* $\alpha = 10\%$)

En comparant avec les résultats précédents sans dichotomie cœur/surface (Figure II.36a et Figure II.36c), il y a donc un simple décalage entre l'apparition de la dissipation (tout premier site de l'éprouvette qui commence à dissiper) et les propriétés en fatigue (site critique en surface). La dissipation de l'éprouvette correspond à la dissipation de l'ensemble de ces sites, alors qu'il n'y a environ que 10% d'entre-eux qui sont en surface et de ce fait potentiellement critique.

Cela montre également le fait qu'il n'y ait pas de seuil directement identifiable pour identifier la limite d'endurance médiane, et rejoint les discussions commencées à la Section 3 du Chapitre II.

Cependant, l'identification du paramètre de dispersion, représenté par le module de Weibull m (pente de la dissipation), est plus robuste. En effet, il s'agit d'un simple "décalage" des courbes de dissipation (dû à un recalage différents à la limite d'endurance médiane), et donc l'identification du module de Weibull se fait pour des niveaux de contrainte pour lesquels les éprouvettes possèdent plus de sites activés dans leur volume et donc pour lesquels la "répétabilité" de la courbe est plus importante.

Cette constatation est uniquement valable si les sites potentiellement critiques font au moins partie de la population de sites participant à la dissipation de l'éprouvette. La dissipation de l'éprouvette permet de caractériser la population de sites actifs, et par extension, la population de sites critiques (et donc les propriétés en fatigue de la population d'éprouvettes). Si ces deux populations sont pour une raison quelconque distinctes, sans lien entre elles, et si la dissipation de la population de sites potentiellement critiques est masquée par une autre source de dissipation dans le volume, alors les méthodes d'auto-échauffement ne permettront pas de caractériser les propriétés en fatigue.

Dans le cadre de cette simulation, la population de sites potentiellement critiques peut être caractérisée (car faisant partie de la population totale de sites). Cependant, la dissipation des éprouvettes est surtout obtenues par les sites ne se situant pas à la surface (car envion 9 fois plus nombreux, et de plus, s'activant généralement pour des amplitudes de chargement plus faible).

3 - Application de critères en énergie dissipée critique

Les constations sur le lien entre la dissipation et l'identification des propriétés en fatigue sont proches de celles réalisées au Chapitre II. Cependant, l'idée de dissocier deux populations de sites [1] permet d'aller plus loin dans la modélisation. Dans cette partie, l'ensemble des sites sont considérés comme critiques et des critères énergétiques sont appliqués pour les sites "en surface" et pour les sites situé dans "le volume" afin d'obtenir des courbes de fatigue simulées. Avec des criticités différentes entre les sites des deux populations, il est possible de modéliser et d'obtenir simplement une courbe de fatigue dites "duplex", avec plusieurs mécanismes de rupture.

Dans la simulation présentée, chaque éprouvette dispose généralement de "deux sites critiques", avec de ce fait deux seuils d'activation distincts : $\sigma_{\mathrm{s}}^{\mu}$ pour le site critique en surface et $\sigma_{\mathrm{c}}^{\mu}$ pour celui à cœur. En effet, le volume représentant le cœur de l'éprouvette est bien plus grand, la probabilité d'obtenir un premier site s'activant dans le cœur est plus importante, et de manière générale $\sigma_{\mathrm{c}}^{\mu} < \sigma_{\mathrm{s}}^{\mu}$. Dans la suite, les sites en surfaces sont considérés comme plus critique vis-à-vis de la rupture en fatigue (énergie critique dissipée plus faible). Ainsi, si dans une simulation le tout premier site activé est en surface, il s'agit du seul site critique de l'éprouvette.

Pour estimer les durées de vie des éprouvettes, des critères en énergie dissipée critique sont utilisés. Ils sont de la forme

$$E_{c_{\mathrm{s}}} = N_r \, D_{\mathrm{s}}, \tag{C.2}$$

où $E_{c_{\mathrm{s}}}$ est l'énergie critique en surface (resp. $E_{c_{\mathrm{c}}}$ à cœur), N_r le nombre de cycle à rupture et D_{s} la dissipation cyclique du site critique en surface (resp. D_{c} du site à cœur).

La dissipation cyclique D_{s} du site critique en surface (resp. D_{c} à cœur) ayant un seuil d'activation $\sigma_{\mathrm{s}}^{\mu}$ (resp. $\sigma_{\mathrm{c}}^{\mu}$) s'écrit en fonction de l'amplitude de chargement appliqué Σ_0 par

$$D_{\mathrm{s}} = \frac{4V_0}{h^{\mu}} \, \sigma_{\mathrm{s}}^{\mu} \, \langle \Sigma_0 - \sigma_{\mathrm{s}}^{\mu} \rangle \, , \tag{C.3}$$

1. issues d'une même population, mais simplement différenciée par leur répartition aléatoire et uniforme

avec V_0 est le volume associé à l'inclusion dans la modélisation de la dissipation et h^μ regroupe les différents paramètres liés à la loi de localisation et aux écrouissages de l'inclusion élasto-plastique (cf. Chapitre II).

Ainsi, en utilisant le critère énergétique, il est possible de déterminer le nombre de cycles associé au site critique en surface par

$$N_r = \frac{A}{\sigma_{\mathrm{s}}^{\mu} \left\langle \Sigma_0 - \sigma_{\mathrm{s}}^{\mu} \right\rangle}, \tag{C.4}$$

avec le paramètre A, identifié à partir d'essais de fatigue, et qui s'écrit

$$A = \frac{h^{\mu}}{4V_0} \, E_{c_{\mathrm{s}}}. \tag{C.5}$$

Pour illustrer la dichotomie cœur/surface, un paramètre k est introduit pour représenter la différence de criticité entre les sites situés en surface et ceux plus à cœur de l'éprouvette tel que

$$E_{c_{\mathrm{c}}} = k \, E_{c_{\mathrm{s}}}. \tag{C.6}$$

Le nombre de cycles à rupture associé au site critique se situant à cœur de l'éprouvette est

$$N_r = \frac{k \, A}{\sigma_{\mathrm{c}}^{\mu} \left\langle \Sigma_0 - \sigma_{\mathrm{c}}^{\mu} \right\rangle}. \tag{C.7}$$

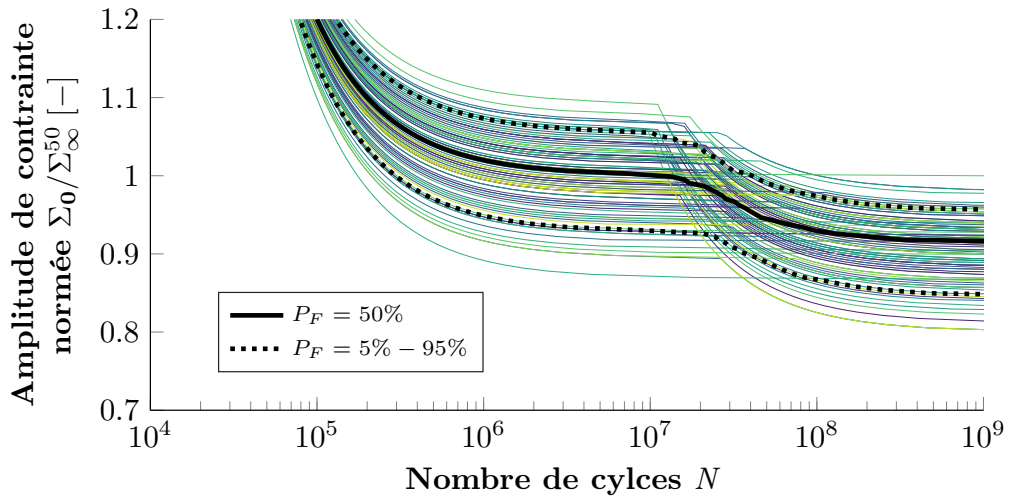
Ainsi à partir de la simulation précédente (Figure C.2), une courbe de fatigue est obtenue à partir des sites critiques de chaque éprouvette. Pour chaque amplitude de chargement, le nombre de cycles à rupture pour le site critique en surface est calculé (Équation C.4) et est comparé à celui calculé pour le site critique situé à cœur de l'éprouvette (Équation C.7). Le nombre de cycles à rupture de l'éprouvette pour cette amplitude de chargement est simplement la plus petite durée de vie obtenue, qui définit alors le site critique pour ce niveau de chargement.

Pour construire les courbes de fatigue, le paramètre A est évalué en considérant arbitrairement une durée de vie médiane de $N_r = 10^5$ pour une amplitude de chargement de $\Sigma_0 = 1,2$ pour la population de site en surface. Pour la simulation, le paramètre de criticité est arbitrairement choisi à $k = 100$. Ce qui signifie que pour un site situé à cœur, la durée de vie médiane à $\Sigma_0 = 1,2$ serait de $N_r = 10^7$ (si les sites à cœur étaient critiques pour ce niveau de chargement).

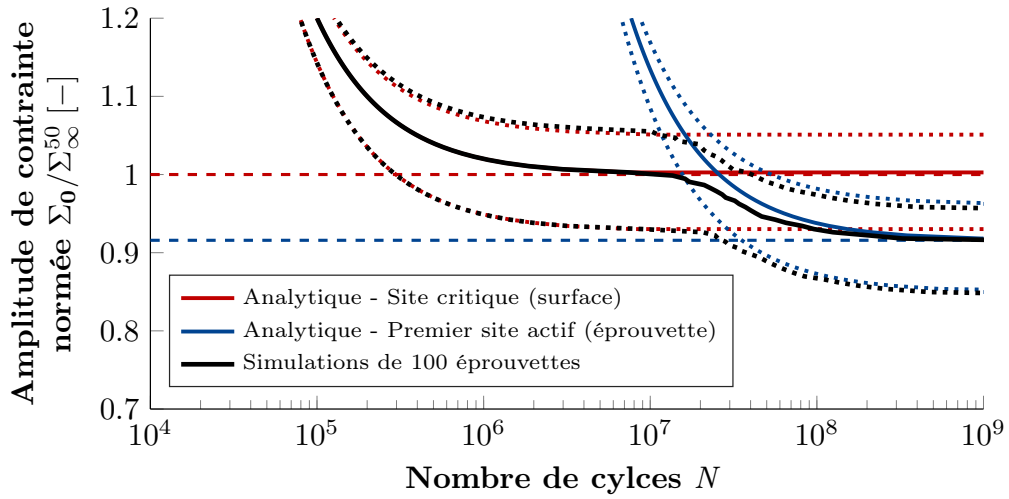
Avec ces paramètres, des courbes de fatigue sont obtenues à partir de la simulation des 100 éprouvettes présentées précédemment (Figure C.5). Chaque éprouvette permet de générer une courbe S-N entière par simulation. À partir des 100 courbes de fatigue, une courbe enveloppe est déterminée, représentant les probabilités de rupture à $P_F = 5\%$ et $P_F = 95\%$. La courbe de fatigue médiane de la population d'éprouvette est également évaluée à partir de la simulation (Figure C.5a).

Les résultats de la simulations peuvent être comparées aux courbes de fatigue obtenues de manière analytique (cf. Chapitre II), à partir de la population de sites considérés comme plus critique en surface, et à partir de la population entière et donc du premier site activé (et qui est alors considéré avec le critère énergétique des sites situés à cœur) [1].

1. Pour cette dernière population, il ne s'agit pas exactement des résultats de la simulation. En effet, il se peut que pour certaines éprouvettes le tout premier site s'active à la surface, et possède alors une criticité plus importante. Cependant, avec ces considérations, les résultats de la simulations sont retrouvées de manière satisfaisante.



(a) *Résultats de la simulation de 100 éprouvettes*



(b) *Comparaison entre la simulation et les expressions analytiques*

Figure C.5 – *Simulation de courbes de fatigue à partir des éprouvettes simulées (chaque éprouvette permet d'obtenir une courbe de fatigue) - $m = 25$, $\alpha = 10\%$ et $k = 100$*

L'interêt de la simulation est de correctement gérer la transition entre les deux mécanismes de rupture des éprouvettes, même s'il est probablement possible de bien le représenter avec des lois de mélanges ou des compétitions de mode de rupture [Bomas *et al.*, 1999, Chandran et Jha, 2005, Chandran *et al.*, 2009, Fouchereau, 2014].

L'originalité de cette étude, très exploratoire, est qu'il est possible d'obtenir des courbes de fatigue dites "duplex" très simplement, à partir d'une même population de sites, mais possédant des criticités différentes suivant leurs lieux d'activation (processus aléatoire et uniformément répartis au sein du volume). Il n'y a alors que deux paramètres supplémentaires pour la représentation des courbes de fatigue à deux mécanismes de rupture :

- k représentant une différence de criticité des sites, et donc des énergies critiques différentes entre les deux zones de l'éprouvette [1] ;
- α permettant de définir la surface de l'éprouvette, alors représenté par une fraction du volume totale.

L'influence des différents paramètres utilisés pour obtenir la courbe de fatigue duplex est représentée à partir des formules analytiques (Figure C.6).

1. Ce paramètre peut également représenter une différence de dissipation entre les sites potentiellement critique en surface et ceux à cœur, pouvant provenir de plusieurs effets tels que des concentrations de contrainte en surface, une loi de localisation différente, ou des effets d'environnement.

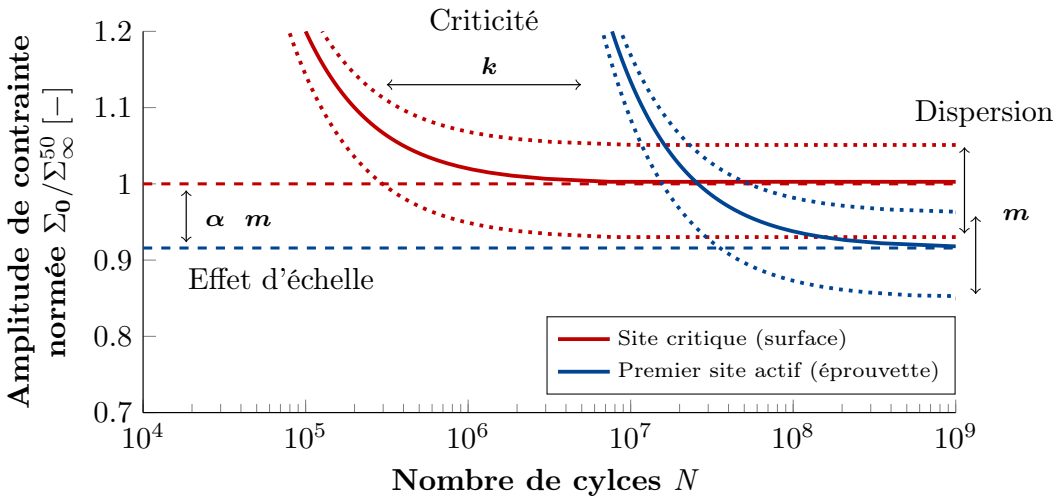


Figure C.6 – *Influence des paramètres de la simulation sur les courbes S-N-P duplex*

Ainsi, il y a trois effets constatés sur ces courbes S-N-P, caractérisés par les trois paramètres de la simulation :

- la dispersion des courbes S-N-P qui dépend du module de Weibull (m) ;
- un effet de volume, ou effet d'échelle, qui dépend alors de la différence de volume (α) et du module de Weibull (m) et qui détermine la différence entre les deux seuils (*i.e.* entre les deux "limites d'endurance", ou plutôt les deux asymptotes, des deux mécanismes de rupture, qui pourraient éventuellement être reliés à des domaines différents de la fatigue, typiquement HCF et VHCF) ;
- la différence de criticité des deux mécanismes de rupture (k), pouvant rassembler plusieurs effets.

Le module de Weibull m peut être identifié à partir d'essais d'auto-échauffement. Le paramètre α pourrait être représentée par une certaine longueur caractéristique à la surface (et par extension, une fraction de volume total) qui pourrait par exemple être identifié à partir d'observation de faciès, ou de taille caractéristique des phénomènes de microplasticité. Concernant le paramètre k, il pourrait être identifié par des essais de fatigue en dissociant les mécanisme de rupture, soit par observation des faciès, soit en modifiant certains aspects des éprouvettes et des conditions d'essais. Cela pourrait par exemple être du grenaillage pour doper la surface, des essais sous vide pour annihiler les effets d'environnement et donc les rupture en surface ou encore des effets de fréquence.

Cette Annexe est purement exploratoire, et permet surtout de montrer les possibilités données par la simulation numérique. Il existe d'autres perspectives, comme l'utilisation de critères énergétiques différents (comme paramétré en fonction de la distance à la surface ou évolutif avec des effets d'histoire), sur d'autres populations, d'autres formes de dissipation et surtout d'autres processus aléatoire non uniforme dans le volume. L'apport de la simulation permet, de la même manière que pour les simulations de protocoles d'essais de fatigue et de dépouillement associé, de donner des outils pour la compréhension des phénomènes observés.

Bibliographie

[Allevi *et al.*, 2018] Allevi, G., Cibeca, M., Fioretti, R., Marsili, R. et Montanini, R. (2018). Qualification of additively manufactured aerospace brackets : A comparison between thermoelastic stress analysis and theoretical results. *Measurement*, 126:252–258.

[Anton et Giamei, 1985] Anton, D. et Giamei, A. (1985). Porosity distribution and growth during homogenization in single crystals of a nickel-base superalloy. *Materials Science and Engineering*, 76:173–180.

[Armstrong et Frederick, 1966] Armstrong, P. et Frederick, C. O. (1966). A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. Rapport technique, Central Electricity Generating Board.

[Arnould *et al.*, 2005] Arnould, O., Brémond, P. et Hild, F. (2005). Thermal evaluation of the mean fatigue limit of a complex structure. *In* Peacock, G. R., Burleigh, D. D. et Miles, J. J., éditeurs : *Thermosense XXVII*, volume 5782, pages 255 – 263. International Society for Optics and Photonics, SPIE.

[Attanasio *et al.*, 2013] Attanasio, A., Gelfi, M., Pola, A., Ceretti, E. et Giardini, C. (2013). Influence of material microstructures in micromilling of Ti-6Al-4V alloy. *Materials 2013*, 6:4268–4283.

[Ayrault, 1989] Ayrault, D. (1989). *Fluage à haute température de superalliages base nickel minicristallins*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Bandyopadhyay *et al.*, 2019] Bandyopadhyay, R., Mello, A. W., Kapoor, K., Reinhold, M. P., Broderick, T. F. et Sangid, M. D. (2019). On the crack initiation and heterogeneous deformation of Ti-6Al-4V during high cycle fatigue at high R ratios. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 129:61–82.

[Banvillet, 2001] Banvillet, A. (2001). *Prévision de la durée de vie en fatigue multiaxiale sous spectre de chargement réel : vers des essais accélérés*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Bordeaux.

[Basquin, 1910] Basquin, O. H. (1910). The exponential law of endurance tests. *American Society for Testing and Materials Proceedings*, 10:625–630.

[Bastenaire, 1960] Bastenaire, F. (1960). *Étude statistique et physique de la dispersion des résistances et des endurances à la fatigue*. Thèse de doctorat, Faculté des Sciences de l'université de Paris.

[Bastenaire, 1971] Bastenaire, F. (1971). Estimation et prévision statistique de la résistance et de la durée de vie des matériaux en fatigue. *In Conférence faite au stage Fiabilité, Centre de fiabilité du CENT,Paris*.

[Bastenaire et Regnier, 1983] Bastenaire, F. et Regnier, L. (1983). Étude des propriétés statistiques des estimations des paramètres d'une courbe de réponse obtenues par la méthode de l'escalier. *Revue de statistique appliquée*.

[Bathias, 1999] Bathias, C. (1999). There is no infinite fatigue life in metallic materials. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, pages 559–565.

[Bathias *et al.*, 2001] Bathias, C., Drouillac, L. et Le François, P. (2001). How and why the fatigue S–N curve does not approach a horizontal asymptote. *International Journal of Fatigue*, 23:143–151.

[Beaumont, 2013] Beaumont, P. (2013). *Optimisation des plans d'essais accélérés Application à la tenue en fatigue de pièces*. Thèse de doctorat, Université d'Angers.

[Bellows *et al.*, 1999] Bellows, R. S., Muju, S. et Nicholas, T. (1999). Validation of the step test method for generating Haigh diagrams for Ti – 6Al – 4V. *International Journal of Fatigue*, 21:687–697.

[Benson *et al.*, 1972] Benson, D., Grosskreuz, J. et Shaw, G. (1972). Mechanisms of fatigue in mill-annealed Ti-6Al-4V at room temperature and 600°F . *Metallurgical Transactions*, 3.

[Bérard *et al.*, 1998] Bérard, J.-Y., Rathery, S. et Béranger, A.-S. (1998). Détermination de la limite d'endurance des matériaux par thermographie infrarouge. *Matériaux et Techniques*, 86(1-2):55–57.

[Berthel, 2007] Berthel, B. (2007). *Mesures thermographiques de champs de dissipation accompagnant la fatigue à grand nombre de cycles des aciers*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.

[Berveiller et Zaoui, 1978] Berveiller, M. et Zaoui, A. (1978). An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycristals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26(5): 325–344.

[Bettge et Osterle, 1999] Bettge, D. et Osterle, W. (1999). Cube slip in near-[111] oriented specimens of a singlecrystal nickel-base superalloy. *Scripta Materialia*, 40(4):389–395.

[Bodelot, 2008] Bodelot, L. (2008). *Étude couplée des champs cinématiques et thermiques à l'échelle de la microstructure des matériaux métalliques*. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille I.

[Bomas *et al.*, 2011] Bomas, H., Burkart, K. et Zoch, H.-w. (2011). Evaluation of S – N curves with more than one failure mode. *International Journal of Fatigue*, 33(1):19–22.

[Bomas *et al.*, 1999] Bomas, H., Linkewitz, T. et Mayr, P. (1999). Application of a weakest-link concept to the fatigue limit of the bearing steel SAE 52100 in a bainitic condition. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, pages 733–741.

[Bomas et Schleicher, 2005] Bomas, H. et Schleicher, M. (2005). Application of the weakest-link concept to the endurance limit of notched and multiaxially loaded specimens of carburized steel 16MnCrS5. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 28(11):983–995.

[Bonnand, 2006] Bonnand, V. (2006). *Modélisation de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Bornert *et al.*, 2001] Bornert, M., Bretheau, T. et Gilormini, P. (2001). *Homogénéisation en mécanique des matériaux 1 : matériaux aléatoires élastiques et milieux périodique*. Hermès, Paris (France).

[Boulanger, 2004] Boulanger, T. (2004). *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.

[Boulanger *et al.*, 2004] Boulanger, T., Chrysochoos, A., Mabru, C. et Galtier, A. (2004). Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels. *International Journal of Fatigue*, 26:221–229.

[Bourgeois, 1997] Bourgeois, M. (1997). *Étude du comportement viscoplastique à 773K d'alliages de titane biphasés Ti-6246*. Thèse de doctorat, UTC.

[Boyce et Ritchie, 2001] Boyce, B. L. et Ritchie, R. O. (2001). Effect of load ratio and maximum stress intensity on the fatigue threshold in Ti-6Al-4V. *Engineering Fracture Mechanics*, 68:129–147.

[Bridier, 2006] Bridier, F. (2006). *Analyse expérimentale des modes de déformation et d'endommagement par fatigue à 20°C d'alliages de titane. Aspects cristallographiques à différentes échelles.* Thèse de doctorat, ENSMA Poitiers.

[Brien et Décamps, 2001] Brien, V. et Décamps, B. (2001). Low cycle fatigue of a nickel-based superalloy at high temperature : deformation microstructures. *Materials Science and Engineering*, A316:18–31.

[Brownlee *et al.*, 1953] Brownlee, K., Hodges, J. L. et Rosenblatt, M. (1953). The Up-and-Down Method with Small Samples. *Journal of the American Statistical Association*, 48:30–47.

[Brundidge *et al.*, 2012] Brundidge, C., van Drasek, D., Wang, B. et Pollock, T. (2012). Structure eefinement by a liquid metal cooling solidification process for single-crystal nickel-base superalloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 43(3):965–976.

[Burkart *et al.*, 2011] Burkart, K., Bomas, H. et Zoch, H. W. (2011). Fatigue of notched case-hardened specimens of steel SAE 5120 in the VHCF regime and application of the weakest-link concept. *International Journal of Fatigue*, 33(1):59–68.

[Caron et Khan, 1999] Caron, P. et Khan, T. (1999). Evolution of Ni-based superalloys for single crystal gas turbine blade applications. *Aerospace Science and Technology*, 3:513–523.

[Castany, 2007] Castany, P. (2007). *Etude des micromécanismes de deformation d'un alliage de Ti-6Al-4V par déformation MET in situ Influence d'un traitement de surface*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse.

[Cazaud, 1948] Cazaud, R. (1948). *La fatigue des métaux*. Dunod, Paris (France).

[Cervellon, 2018] Cervellon, A. (2018). *Propriétés en fatigue à grand et très grand nombre de cycles et à haute température des superalliages base nickel monogranulaires*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique.

[Chandran *et al.*, 2009] Chandran, K. S. R., Chang, P. et Cashman, G. T. (2009). Competing failure modes and complex S–N curves in fatigue of structural materials. *International Journal of Fatigue*, 32(3):482–491.

[Chandran et Jha, 2005] Chandran, K. S. R. et Jha, S. K. (2005). Duality of the S–N fatigue curve caused by competing failure modes in a titanium alloy and the role of Poisson defect statistics. *Acta Materialia*, 53:1867–1881.

[Chantier, 2000] Chantier, I. (2000). *Tolérance aux défauts initiaux et effets de surface : dimensionnement à la fatigue de pièces de fonderie*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.

[Charkaluk *et al.*, 2002] Charkaluk, E., Bigonnet, A., Constantinescu, A. et Dang Van, K. (2002). Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 12(25):1199–1206.

[Charkaluk et Constantinescu, 2006] Charkaluk, E. et Constantinescu, A. (2006). Estimation of the mesoscopic thermoplastic dissipation in High Cycle Fatigue. *C.R. Mécanique*, 334:373–379.

[Charkaluk et Constantinescu, 2009] Charkaluk, E. et Constantinescu, A. (2009). Dissipative aspects in high cycle fatigue. *Mechanic of Materials*, 41:483–494.

[Chrysochoos et Louche, 2000] Chrysochoos, A. et Louche, H. (2000). An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38:1759–1788.

[CIMAC, 2009] CIMAC (2009). Guidance for evaluation of fatigue tests. Rapport technique.

[Combres, 2013] Combres, Y. (2013). Traitements thermiques des alliages de titane. *Techniques de l'ingénieur*, (0).

[Compère, 1997] Compère, P. (1997). Détermination des intervalles de confiance d'une loi de survie par la méthode du bootstrap. *Revue de Statistique Appliquée*, 45(2):21–37.

[Cugy et Galtier, 2002] Cugy, P. et Galtier, A. (2002). Microplasticity and temperature increase in low carbon steels. pages 549–556, Stockholm (Sweden). 8th International Fatigue Conference.

[Delahay, 2004] Delahay, T. (2004). *Développement d'une méthode probabiliste de calcul en fatigue multiaxiale prenant en compte la répartition volumique des contraintes*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I.

[Dengel et Harig, 1980] Dengel, D. et Harig, H. (1980). Estimation of the fatigue limit by progressively-increasing load tests. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, (3):113–128.

[Denoual, 1998] Denoual, C. (1998). *Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : application aux blindages moyens*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.

[Desfresne, 1989] Desfresne, A. (1989). *Endommagement en fatigue oligocyclique à 650°C de superalliages monocristallins à base de nickel : influence de l'orientation cristallographique et d'une concentration de contrainte*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Desmorat *et al.*, 2007] Desmorat, R., Kane, A., Seyedi, M. et Sermage, J. P. (2007). Two scale damage model and related numerical issues for thermo-mechanical High Cycle Fatigue. *European Journal of Mechanics and Solids*, 26:909–935.

[Despres *et al.*, 2018] Despres, L., Cormier, J., Costil, S. et Cariou, R. (2018). Tensile properties at intermediate temperature of ni-based single crystal superalloys after microstructure degradation. Oxford.

[Dietmann, 1973] Dietmann, H. (1973). Festigkeitsberechnung bei mehrachsiger Schwingbeanspruchung. *Konstruktion im Maschinen-, Apparate- und Gerätebau*, 25(5):181–189.

[Dirand, 2011] Dirand, L. (2011). *Fluage à haute température d'un superalliage monocristallin : expérimentation in situ en rayonnement synchrotron*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine.

[Dixon et Mood, 1948] Dixon, W. et Mood, A. M. (1948). A method for obtaining and analyzing sensitivity data. *Journal of the American Statistical Association*, 43(241):109–126.

[Doudard, 2004] Doudard, C. (2004). *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d'essais d'auto-échauffement*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.

[Doudard et Calloch, 2009] Doudard, C. et Calloch, S. (2009). Influence of hardening type on self-heating of metallic materials under cyclic loadings at low amplitude. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2(28):233–240.

[Doudard *et al.*, 2005] Doudard, C., Calloch, S., Cugy, P., Galtier, A. et Hild, F. (2005). A probabilistic two-scale model for high cycle fatigue life predictions. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 28:279–288.

[Doudard *et al.*, 2009] Doudard, C., Calloch, S., Hild, F. et Roux, S. (2009). Identification of heat source fields from infra-red thermography : Determination of 'self-heating' in a dual-phase steel by using a dog bone sample. *Mechanics of Materials*, 42:55–62.

[Doudard *et al.*, 2007] Doudard, C., Poncelet, M., Calloch, S., Boue, C., Hild, F. et Galtier, A. (2007). Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading. *International Journal of Fatigue*, 29(4):748–757.

[Elliott *et al.*, 2004] Elliott, A., Pollock, T., Tin, S., King, W., Huang, S.-C. et Gigliotti, M. (2004). Directional solidification of large superalloy castings with radiation and liquid-metal cooling : A comparative assessment. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 35(10):3221–3231.

[Epishin *et al.*, 2013] Epishin, A., Link, T., Svetlov, I., Nolze, G., Neumann, R. et Lucas, H. (2013). Mechanism of porosity growth during homogenisation in single crystal nickel-based superalloys. *International Journal of Materials Research*, 104(8):776–782.

[Epishin et Svetlov, 2016] Epishin, A. et Svetlov, I. (2016). Evolution of pore morphology in single-crystals of nickel-base superalloys. *Inorganic Materials : Applied Research*, 7(1):45–52.

[Eshelby, 1957] Eshelby, J. (1957). The Determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related Problems. *Proceedings of the Royal Society A*, 241(1226):376–396.

[Espié, 1996] Espié, L. (1996). *Étude expérimentale et modélisation numérique du comportement de monocristaux de superalliages*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Ezanno, 2011] Ezanno, A. (2011). *Caractérisation rapide des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycles des matériaux de fonderie à partir d'essais d'auto-échauffement : application aux alliages d'hélices marines*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Fargione *et al.*, 2002] Fargione, G., Geraci, A., Rosa, G. L., Risitano, A. et Doria, V. A. (2002). Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method. *International Journal of Fatigue*, 24:11–19.

[Fedelich, 1999] Fedelich, B. (1999). A microstructure based constitutive model for the mechanical behavior at high temperatures of nickel-base single crystal superalloys. *Computational Materials Science*, 16:248–258.

[Fedelich, 2002] Fedelich, B. (2002). A microstructural model for the monotonic and the cyclic mechanical behavior of single crystals of superalloys at high temperatures. *International Journal of Plasticity*, 18:1–49.

[Fisher et Renken, 1981] Fisher, E. et Renken, C. (1981). Single-crystal elastic moduli and the hcp –> bcc transformation in Ti, Zr, and Hf. *Physical Review*, 135:482–494.

[Fleury, 1991] Fleury, E. (1991). *Endommagement du superalliage monocristallin AM1 en fatigue isotherme et anisotherme*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Florin, 2015] Florin, P. (2015). *Caractérisation rapide des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycle des assemblages métalliques soudés de type automobile : vers une nouvelle approche basée sur des mesures thermométriques.* Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Flygare *et al.*, 1985] Flygare, M. E., Buckwalter, R. M. et Austin, J. A. (1985). Maximum Likelihood Estimation for the 2-Parameter Weibull Distribution based on Interval-Data. *IEEE Transactions on Reliability*, R-34(1):57–59.

[Fouchereau, 2014] Fouchereau, R. (2014). *Modélisation probabiliste des courbes S-N*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud - Paris XI.

[Fredholm, 1987] Fredholm, A. (1987). *Monocristaux d'alliages base nickel : relation entre composition, microstructure et comportement en fluage à haute température*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Freudenthal, 1968] Freudenthal, A. (1968). Statistical approach to brittle materials. *Fracture*, 2:2591–619.

[Furuya et Takeuchi, 2014] Furuya, Y. et Takeuchi, E. (2014). Gigacycle fatigue properties of Ti-6Al-4V alloy under tensile mean stress. *Materials Science and Engineering A*, 598:135–140.

[Gallerneau, 1995] Gallerneau, F. (1995). *Étude de la modélisation de l'endommagement d'un superalliage monocristallin revêtu pour aube de turbine*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Galtier, 1993] Galtier, A. (1993). *Contribution à l'étude de l'endommagement des aciers sous sollicitations uni ou multi-axiales*. Thèse de doctorat, ESAM.

[Galtier *et al.*, 2002] Galtier, A., Bouaziz, O. et Lambert, A. (2002). Influence de la microstructure des aciers sur leur propriétés mécaniques. *Mécanique et Industries*, (3):457–462.

[Galtier *et al.*, 2019] Galtier, A., Munier, R., Philippot, A. et Weber, B. (2019). Essais de fatigue - Domaine des grands nombres de cycles. *Techniques de l'ingénieur - Essais mécaniques sur les métaux et alliages*, 52(ref. article : m4170):13–28.

[Gaubert, 2009] Gaubert, A. (2009). *Modélisation des effets de l'évolution microstructurale sur le comportement mécanique du superalliage monocristallin AM1.* Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Gell *et al.*, 1980] Gell, M., Duhl, D. et Giamei, A. (1980). The development of single crystal superalloy turbine blades. *Warrendale : TMS*, 41:205–214.

[Gerber, 1874] Gerber, H. (1874). Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisenkonstructionen. *Zeischrift des Bayerischen Architeckten und Ingenieur-Vereins*, 6:101–110.

[Geuffrard, 2010] Geuffrard, M. (2010). *Amorçage et micro-propagation de fissure en fatigue à haute température à partir de défauts dans un superalliage monocristallin*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Giamei et Tschinkel, 1976] Giamei, A. et Tschinkel, J. (1976). Liquid metal cooling : A new solidification technique. *Metallurgical Transactions A*, 7(9):1427–1434.

[Glanowski, 2019] Glanowski, T. (2019). *Compréhension et modélisation des mécanismes élémentaires d'endommagement en fatigue d'élastomères renforcés au noir de carbone*. Thèse de doctorat, ENSTA Bretagne.

[Glanowski *et al.*, 2017] Glanowski, T., Le Saux, V., Doudard, C., Marco, Y., Champy, C. et Charrier, P. (2017). Proposition of an uncoupled approach for the identification of cyclic heat sources from temperature fields in the presence of large strains. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 29(5):1163–1179.

[Gómez *et al.*, 2004] Gómez, G., Calle, M. L. et Oller, R. (2004). Frequentist and Bayesian approaches for interval-censored data. *Statistical Papers*, 45(2):139–173.

[Goodman, 1899] Goodman, J. (1899). Mechanics applied to engineering.

[Gough, 1805] Gough, J. (1805). A description of a property of caoutchouc or indian rubber. *Memories of the Literacy and Phylosophical Society of Manchester*, pages 288–295.

[Graux, 2017] Graux, N. (2017). *Caractérisation et modélisation des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycles des aciers cémentés à partir d'essais d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Gray *et al.*, 1990] Gray, G. T., Lütjering, G. et Williams, J. C. (1990). The influence of oxygen on the structure, fracture, and fatigue crack propagation behavior of Ti-8.6 Wt Pct Al. *Metallurgical Transactions A*, 21:95–105.

[Grove et Campean, 2008] Grove, D. et Campean, F. (2008). A Comparison of Two Methods of Analysing Staircase Fatigue Test Data. *Quality and reliability Engineering International*, 24:485–497.

[Guédé, 2005] Guédé, Z. (2005). *Approche probabiliste de la durée de vie des structures sollicités en fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II.

[Gulino et Phoenix, 1991] Gulino, R. et Phoenix, S. (1991). Weibull strength statistics for graphite fibres measured from the break progression in a model graphite/glass/epoxy microcomposite. *Journal of Materials Science*, 11(26):3107–3118.

[Guure *et al.*, 2013] Guure, C. B., Ibrahim, N. A. et Adam, M. B. (2013). Bayesian inference of the weibull model based on interval-censored survival data. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2013.

[Haigh, 1922] Haigh, B. (1922). Elastic and faigue limits in metals. *Bgham metall. Soc. J.*, 8(9):412–422.

[Hanriot, 1993] Hanriot, F. (1993). *Comportement du superalliage monocristallin AM1 sous sollicitations cycliques*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Haritos *et al.*, 1999] Haritos, G., Nicholas, T. et Lanning, D. (1999). Notch size effects in HCF behavior of Ti-6Al-4V. *International Journal of Fatigue*, 21:643–652.

[Harry *et al.*, 1981] Harry, R., Joubert, F. et Gomaa, A. (1981). Measuring the actual endurance limit of one specimen using a nondestructive method. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 103(1):71–76.

[Haudin et Gourgues-Lorenzon, 2010] Haudin, J. et Gourgues-Lorenzon, A. (2010).

[Hild, 1992] Hild, F. (1992). *De la rupture des materiaux à comportement fragile*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6.

[Hild *et al.*, 1992] Hild, F., Billardon, R. et Marquis, D. (1992). Hétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles. *C.R. Académie des Sciences*, (315):1293–1298.

[Jegou *et al.*, 2013] Jegou, L., Marco, Y., Le Saux, V. et Calloch, S. (2013). Fast prediction of the Wöhler curve from heat build-up measurements on short fiber reinforced plastic. *International Journal of Fatigue*, (47):259–267.

[Jeulin, 1991] Jeulin, D. (1991). *Modèles morphologiques de structures aléatoires et changement d'échelle*. Thèse de doctorat, Université de Caen.

[Jiang *et al.*, 2014] Jiang, X., Wang, D., Xie, G., Li, H., Lou, L. et Zhang, J. (2014). The effect of long-term thermal exposure on the microstructure and stress rupture property of a directionally solidified ni-based superalloy. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 45:6016–60126.

[Johnson, 1964] Johnson, L. (1964). The statistical treatment of fatigue experiment.

[Jones et Hutchinson, 1981] Jones, I. et Hutchinson, W. (1981). Stress-state dependence of slip in Titanium-6Al-4V and other H.C.P. metals . *Acta Metallurgica*, 29:951.

[Joule, 1859] Joule, J. P. (1859). On some thermo-dynamic properties of solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (149):91–131.

[Jousset, 2008] Jousset, H. (2008). *Viscoplasticité et microstructures d'un alliage de titane : effets de la température et de la vitesse de sollicitation*. Thèse de doctorat, Mines de ParisTech.

[Kahveci et Welsh, 1986] Kahveci, A. et Welsh, G. (1986). Effect of oxygen on the hardness and alpha/beta phase ratio of Ti-6Al-4V alloy . *Scripta Metallurgica*, 20:1287.

[Kamaraj, 2003] Kamaraj, M. (2003). Rafting in single crystal nickel-base superalloys - An overview. *Sadhana*, 28(1-2):115–128.

[Kaminsky, 2007] Kaminsky, M. (2007). *Modélisation de l'endommagement en fatigue des superalliages monocristallins pour aube de turbines en zone de concentration de contrainte*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Karlén et Olsson, 2014] Karlén, K. et Olsson, M. (2014). An investigation of a fatigue model with two competing failure mechanisms. *International Journal of Fatigue*, 64:131–139.

[Kearsey *et al.*, 2004] Kearsey, R., Beddoes, J., Jones, P. et Au, P. (2004). Compositional design considerations for microsegregation in single crystal superalloy systels. *Intermetallics*, 12:903–910.

[Krapez et Pacou, 2002] Krapez, J.-C. et Pacou, D. (2002). Thermography detection of early thermal effects during fatigue tests of steel and aluminum samples. volume 615, pages 1545–1552. AIP Conference Proceesings.

[Krapez *et al.*, 1999] Krapez, J.-C., Pacou, D. et Bertin, C. (1999). Application of lock-in thermography to a rapid evaluation of the fatigue limit in metals. pages 379–385, Venice (Italy). Workshop on Advanced Infrared Techn. and Appl.

[Kröner, 1984] Kröner, E. (1984). On the plastic deformation of polycristals. *Acta Materialia*, (9):155–161.

[Lamm et Singer, 2007] Lamm, M. et Singer, R. (2007). The effect of casting conditions on the high-cycle fatigue properties of the single-crystal nickel-base superalloy pwa 1483. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 38(6):1177–1183.

[Le Biavant-Guerrier, 2000] Le Biavant-Guerrier, K. (2000). *Etude de l'amorçage de fissures de fatigue dans le Ti-6Al-4V*. Thèse de doctorat, Central Paris.

[Le Cam, 1990] Le Cam, L. (1990). Maximum Likelihood : An Introduction. *International Statistical Review*, 58(2):153–171.

[Le Graverend, 2013] Le Graverend, J.-B. (2013). *Étude et modélisation des effets d'incursion à très haute température sur le comportement mécanique d'un superalliage monocristallin pour aubres de turbine*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique.

[Le Graverend *et al.*, 2017] Le Graverend, J.-B., Adrien, J. et Cormier, J. (2017). Ex-situ x-ray tomography characterization of porosity during high-temperature creep in a ni-based single-crystal superalloy : toward understanding what is damage. *Material Science and Engineering A*, 695:367–378.

[Le Saux *et al.*, 2013] Le Saux, V., Marco, Y., Calloch, S., Charrier, P. et Taveau, D. (2013). Heat build-up of rubber under cyclic loadings : validation of an efficient demarch to predict the temperature fields. *Rubber chemistry and technology*, 86(1):38–56.

[Lee et Welsh, 1990] Lee, Y. et Welsh, G. (1990). Young's modulus and damping of Ti-6Al-4V alloy as a function of heat treatment and oxygen concentration. *Materials Science and Engineering A*, 128:77.

[Legendre, 1993] Legendre, L. (1993). *Étude de l'influence de la microstructure sur l'endommagement en fatigue oligocyclique d'alliages de titane TA6V.* Thèse de doctorat, Universités de Poitiers.

[Lehr, 1926] Lehr, E. (1926). Die dauerfestigkeit, ihre bedeutung für die praxis und ihre kurzfristige ermittlung mittels neuartiger prüfmaschinen. *Glasers Annalen*, (1184):109–114.

[Lemaître et Chaboche, 1990] Lemaître, J. et Chaboche, J. L. (1990). *Mechanics of Solid Materials.* Cambridge University Press, Cambridge (UK).

[Leroy, 2013] Leroy, M. (2013). *Étude de la nocivité d'un défaut de fonderie sur la durée de vie en fatigue à haute température d'une aube monocristalline, cas du joint de grains.* Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Leverant *et al.*, 1971] Leverant, G., Gell, M. et Hopkins, S. (1971). The effect of strain rate on the flow stress and dislocation behavior of a precipitation-hardened nickel-base alloy. *Materials Science and Engineering*, 3(8):125–133.

[Leveuf, 2017] Leveuf, L. (2017). *Caractérisation et modélisation du comportement mécanique et de la tenue en fatigue d'un composite thermoplastique à fibres de carbone courtes pour applications aéronautiques.* Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Link *et al.*, 2006] Link, T., Zabler, S., Epishin, A., Haibel, A., Bansal, M. et Thibault, X. (2006). Synchrotron tomography of porosity in single-crystal nickel-base superalloys. *Materials Science and Engineering A*, 425(1):47–54.

[Little, 1974] Little, R. E. (1974). The Up-and-Down Method for Small Samples with Extreme Value Response Distributions. *Journal of the American Statistical Association*, 69(347):803–806.

[Liu *et al.*, 2015] Liu, X., Sun, C. et Hong, Y. (2015). Effects of stress ratio on high-cycle and very-high-cycle fatigue behavior of a Ti–6Al–4V alloy. *Materials Science and Engineering A*, 622:228–235.

[Liu et Welsh, 1988] Liu, Z. et Welsh, G. (1988). Effects of oxygen and heat treatment on the mechanical properties of alpha and beta titanium alloys. *Metallurgical Transactions A*, 19:527.

[Locati, 1955] Locati, L. (1955). Le prove di fatica come ausilio alla progettazione ed alla produzione. *Metallurgia Italiana*, 47(9):301–308.

[Louge, 2019] Louge, J. (2019). *Apports des mesures d'auto-échauffement pour l'étude de la fatigue des aciers : effets d'histoire et cisaillement pur.* Thèse de doctorat, ENSTA Bretagne.

[Luong, 1992] Luong, M. (1992). Infrared thermography of fatigue un metals. Proc. SPIE A682.

[Luong, 1998] Luong, M. (1998). Fatigue limit evaluation of metals using an infrared thermographic technique. *Mechanics of Materials*, 28:155–163.

[Lütjering et Williams, 2007] Lütjering, G. et Williams, J. C. (2007). *Titanium.* Engineering Materials and Processes.

[Mabru et Chrysochoos, 2001] Mabru, C. et Chrysochoos, A. (2001). Dissipation et couplages accompagnant la fatigue des matériaux métalliques. pages 375–382. GAMAC.

[MacKay et Ebert, 1985] MacKay, R. et Ebert, L. (1985). The development of γ/γ' lamellar structures in a nickel-base superalloy during elevated temperature mechanical testing. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 16(11):1963–1982.

[Mailly, 1999] Mailly, S. (1999). *Effets de la température et de l'environnement sur la résistance à la fatigue d'alliages de titane*. Thèse de doctorat, Universités de Poitiers.

[Marchal, 2006] Marchal, N. (2006). *Propagation de fissure en fatigue-fluage à haute température de superalliages monocristallins à base de nickel*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Marco *et al.*, 2017] Marco, Y., Masquelier, I., Le Saux, V. et Charrier, P. (2017). Fast prediction of the Wöhler curve from thermal measurements for a wide range of NR and SBR compounds. *Rubber Chemistry and Technology*, 3(90):487–507.

[Mareau, 2007] Mareau, C. (2007). *Modélisation micromécanique de l'échauffement et de la microplasticité des aciers sous sollicitations cycliques*. Thèse de doctorat, ESAM.

[Mareau *et al.*, 2009] Mareau, C., Favier, V. et Berveiller, M. (2009). Micromechanical modeling coupling time-independent and time-dependent behaviors for heterogeneous materials. *International Journal of Solids and Structures*, 46(2):223–237.

[Mareau *et al.*, 2012] Mareau, C., Favier, V., Weber, B., Galtier, A. et Berveiller, M. (2012). Micromechanical modeling of the interactions between the microstructure and the dissipative deformation mechanisms in steels under cyclic loading. *International Journal of Plasticity*, 32-33:106–120.

[Masquelier *et al.*, 2015] Masquelier, I., Marco, Y., Saux, V. L., Calloch, S. et Charrier, P. (2015). Determination of dissipated energy fields from temperature mappings on a rubber-like structural sample : Experiments and comparison to numerical simulations. *Mechanics of Materials*, 80:113–123.

[Maxwell et Nicholas, 1999] Maxwell, D. et Nicholas, T. (1999). A rapid method for generation of a Haigh Diagram for High Cycle Fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 29:622–641.

[Méric *et al.*, 1991] Méric, L., Poubanne, P. et Cailletaud, G. (1991). Single crystal modeling for structural calculations. part i - model presentation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 133(1):162–170.

[Mignot, 2003] Mignot, F. (2003). *Contributions de l'hydrogène interne et du fluage à froid à l'anomalie de fissuration sous chargement cyclique du Ti6246 à fort Kmax*. Thèse de doctorat, Mines de ParisTech.

[Miner, 1945] Miner, M. A. (1945). Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12:159–164.

[Moore et Kommers, 1921] Moore, H. et Kommers, J. (1921). Fatigue of metals under repeated stress. *Chemical and Metallurgical Engineering*, (25):1141–1144.

[Morrissey et Golden, 2007] Morrissey, R. et Golden, P. (2007). Fatigue strength of a single crystal in the gigacycle regime. *International Journal of Fatigue*, 9(29):2079–2084.

[Morrissey et Nicholas, 2006] Morrissey, R. et Nicholas, T. (2006). Staircase testing of a titanium alloy in the gigacycle regime. *International Journal of Fatigue*, 28(11):1577–1582.

[Morrissey *et al.*, 1999] Morrissey, R. J., McDowell, D. L. et Nicholas, T. (1999). Frequency and stress ratio effects in high cycle fatigue of Ti-6Al-4V. *International Journal of Fatigue*, 21(7):679–685.

[Müller *et al.*, 2017] Müller, C., Wächter, M., Masendorf, R. et Esderts, A. (2017). Accuracy of fatigue limits estimated by the staircase method using different evaluation techniques. *International Journal of Fatigue*, 100:296–307.

[Munier, 2012] Munier, R. (2012). *Etude de la fatigue des aciers laminés à partir de l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique : essais, observations, modélisation et influence d'une pré-déformation plastique*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Munier *et al.*, 2014] Munier, R., Doudard, C., Calloch, S. et Weber, B. (2014). Determination of high cycle fatigue properties of a wide range of steel sheet grades from self-heating measurements. *International Journal of Fatigue*, 63:46–61.

[Munier *et al.*, 2011] Munier, R., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B. et Facchinetti, M. L. (2011). Contribution of Kinematical and Thermal Full-field Measurements for Mechanical Properties Identification : Application to High Cycle Fatigue of Steels. *Experimental Mechanics*, pages 743–756.

[Nicholas, 2002] Nicholas, T. (2002). Step loading for very high cycle fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, (June):861–869.

[Nouailhas, 1990] Nouailhas, D. (1990). Un modèle de viscoplasticité cyclique pour matériaux anisotropes à symétrie cubique. *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences - série II*, 310:887–890.

[Nouailhas et Cailletaud, 1992] Nouailhas, D. et Cailletaud, G. (1992). Comparaison de divers critères anisotropes pour monocristaux cubiques à face centrées (CFC). *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences - série II*, 315:1573–1579.

[Oberwinkler, 2016] Oberwinkler, B. (2016). On the anomalous mean stress sensitivity of Ti-6Al-4V and its consideration in high cycle fatigue lifetime analysis. *International Journal of Fatigue*, 92:368–381.

[Ott et Mughrabi, 1999] Ott, M. et Mughrabi, H. (1999). Dependence of the high-temperature low-cycle fatigue behaviour of the monocrystalline nickel-base superalloys CMSX-4 and CMSX-6 on the γ/γ'-morphology. *Materials Science and Engineering*, 272(1):24–30.

[Palmgren, 1924] Palmgren, A. (1924). Die Lebensdauer von Kugellagern. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 68:339–341.

[Pascual et Meeker, 1997] Pascual, F. G. et Meeker, W. Q. (1997). Analysis of fatigue data with runouts based on a Model with nonconstant standard deviation and a fatigue limit parameter. *Journal of Testing and Evaluation*, 25(3):292–301.

[Pascual et Meeker, 1999] Pascual, F. G. et Meeker, W. Q. (1999). Estimating fatigue curves with the random fatigue-limit model. *Technometrics*, 41(4):277–289.

[Perrin, 2008] Perrin, F. (2008). *Prise en compte des données expérimentales dans les modèles probabilistes pour la prévision de la durée de vie des structures*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II.

[Pessard, 2010] Pessard, E. (2010). *Comportement anisotrope en fatigue des composants mécaniques forgés*. Thèse de doctorat, Université d'Angers.

[Pollak *et al.*, 2006] Pollak, R., Palazotto, A. et Nicholas, T. (2006). A simulation-based investigation of the staircase method for fatigue strength testing. *Mechanics of Materials*, 38(12): 1170–1181.

[Pollak et Palazotto, 2009] Pollak, R. D. et Palazotto, A. N. (2009). A comparison of maximum likelihood models for fatigue strength characterization in materials exhibiting a fatigue limit. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24(2):236–241.

[Poncelet, 2007] Poncelet, M. (2007). *Multiaxialité, hétérogénéités intrinsèques et structurales des essais d'auto-échauffement et de fatigue à grand nombre de cycles*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.

[Poncelet *et al.*, 2010] Poncelet, M., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B. et Hild, F. (2010). Probabilistic multiscale models and measurements of self-heating under multiaxial high cycle fatigue. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 4(58):578–593.

[Poubanne, 1989] Poubanne, P. (1989). *Étude et modélisation du comportement mécanique d'un superalliage monocristallin pour aube de turbine*. Thèse de doctorat, École Centrale de Paris.

[Prot, 1937] Prot, M. (1937). Un nouveau type de machine d'essai des métaux à la fatigue par flexion rotative. *La Revue de Métallurgie*, 34(7):440–442.

[Puget, 2013] Puget, M. (2013). *Influence du procédé sur la tenue à la fatigue des pièces forgées : application à une tige fémorale*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.

[Rabb, 2003] Rabb, R. (2003). Staircase testing - confidence and reliability. *Transactions on Engineering Sciences*, 40:447–464.

[Rémy *et al.*, 2013] Rémy, L., Geuffrard, M., Alam, A., Köster, A. et Fleury, E. (2013). Effects of microstructure in high temperature fatigue : lifetime to crack initiation of a single crystal superalloy in high temperature low cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 57:37–49.

[Ritchie *et al.*, 1999] Ritchie, R. O., Davidson, D. L., Boyce, B. L., Campbell, J. P. et Roder, O. (1999). High-cycle fatigue of Ti-6Al-4V. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 22(7):621–631.

[Rosa et Risitano, 2000] Rosa, G. L. et Risitano, A. (2000). Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Plasticity*, 22:65–73.

[Rosen et Rottem, 1976] Rosen, A. et Rottem, A. (1976). The effect of high temperature exposure on the creep resistance of Ti-6Al-4V alloy. *Materials Science and Engineering*, 22:23.

[Roué *et al.*, 2020] Roué, V., Doudard, C., Calloch, S., Pujol d'Andrebo, Q., Corpace, F. et Guévenoux, C. (2020). Simulation-based investigation of the reuse of unbroken specimens in a staircase procedure : Accuracy of the determination of fatigue properties. *International Journal of Fatigue*, 131.

[Sadek et Olsson, 2016] Sadek, S. et Olsson, M. (2016). The probability of HCF - Surface and sub-surface models. *International Journal of Fatigue*, 92:147–158.

[Savage *et al.*, 2004] Savage, M., Tatalovich, J. et Mills, M. (2004). Anisotropy in the room-temperature deformation of alpha-beta colonies in titanium alloys : role of the alpha-beta interface. *Philosophical Magazine*, 84:1127–1154.

[Sengupta *et al.*, 2014] Sengupta, A., Putatunda, S., Bartosiewicz, L., Hangas, J., Nailos, P., Peputapeck, M. et Alberts, F. (2014). Tensile behavior of a new single-crystal nickel-based superalloy (cmsx-4) at room and elevated temperatures. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 3(1):73–81.

[Shi *et al.*, 2011] Shi, Z., Li, J., Liu, S. et Han, M. (2011). High cycle fatigue behavior of the second generation single crystal superalloy dd6. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 21(5):998–1003.

[Simon, 2016] Simon, J. (2016). *Influence de micro-entailles sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un alliage de TA6V ; comparaison avec le fretting-fatigue*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique.

[Soderberg, 1930] Soderberg, C. (1930). Factor of safety and working stress. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 52:13–28.

[Stromeyer, 1914] Stromeyer, C. (1914). The Determination of Fatigue Limits under Alternating Stress Conditions. *Proceedings of the Royal Society of London*, A90:411–425.

[Sudret, 2009] Sudret, B. (2009). Approche probabiliste du dimensionnement à la fatigue des structures. *In* Bathias, C. et Pineau, A., éditeurs : *Fatigue des matériaux et des stuctures 3*, chapitre 5, pages 257–297.

[Surand, 2013] Surand, M. (2013). *Etude du comportement viscoplastique en traction et en fluage de l'alliage TA6V de 20 à 600 degres celsius*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse.

[Svensson et de Maré, 1999] Svensson, T. et de Maré, J. (1999). Random features of the fatigue limit. *Extremes*, 2(1999):165–176.

[Takeuchi *et al.*, 2008] Takeuchi, E., Furuya, Y., Nagashima, N. et Matsuoka, S. (2008). The effect of frequency on the giga-cycle fatigue properties of a Ti–6Al–4V alloy. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 31:599–605.

[Thomson, 1878] Thomson, W. K. (1878). On the thermo-elastic, thermo-magnetic and pyro-electric properties of matters. *Philosophical Magazine*, 5:4–27.

[Thomson, 1853] Thomson, W. L. K. (1853). On the dynamical theory of heat. *Transactions of the Royal Society of Edinburg*, 20:261–283.

[Tokaji, 2006] Tokaji, K. (2006). High cycle fatigue behaviour of Ti–6Al–4V alloy at elevated temperatures. *Scripta Materialia*, 54:2143–2148.

[Trehorel, 2018] Trehorel, R. (2018). *Comportement mécanique haute température du superalliage monocristallin AM1 : étude in situ par une nouvelle technique de diffraction en rayonnement synchrotron*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine.

[Vattré, 2009] Vattré, A. (2009). *Durcissement des superalliages monocristallins : des mécanismes physiques à la modélisation continue*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Vaucheret et Galtier, 2002] Vaucheret, P. et Galtier, A. (2002). Étude de la microplasticité dans l'acier inoxydable 304L. *Mécanique et Industries*, 99(1):63–70.

[Vesnyder et Guard, 1960] Vesnyder, F. et Guard, R. (1960). Directional grain structure for high temperature strength. *Transaction of the American Society for Metals*, pages 52–485.

[Vesnyder et Shank, 1970] Vesnyder, F. et Shank, M. (1970). The development of columnar grain and single crystal high temperature materials through directional solidification. *Materials Scieence and Engineering*, 6:213–247.

[Wallin, 2011] Wallin, K. R. (2011). Statistical uncertainty in the fatigue threshold staircase test method. *International Journal of Fatigue*, 33(3):354–362.

[Weibull, 1949] Weibull, W. (1949). A statistical representation of fatigue failures in solids.

[Weibull, 1951] Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of applied mechanics*, 103:293–297.

[Welter, 1937] Welter, G. (1937). Essais d'endurance par traction et compression. *Wiadomoveci Instytutu Metalurgii i Metaloznawstwa*, (4):30–39.

[Wöhler, 1870] Wöhler, A. (1870). Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl. *Zeitschrift für Bauwesen*, 20:73–106.

[Wright *et al.*, 2004] Wright, P., Jain, M. et Cameron, D. (2004). High cycle fatigue in a single crystal superalloy : time dependence at elevated temperature. *Superalloys 2004*, pages 657–666.

Titre : Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques : application aux alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques

Mots clés : Fatigue à grand nombre de cycles (HCF), Mesures d'auto-échauffement, Essais à haute température, Dispersion des essais de fatigue, Alliage de titane TA6V, Superalliage monocristallin base nickel AM1

Résumé : Dans le contexte aéronautique, les méthodes de dimensionnement doivent être toujours plus efficaces. Il est alors nécessaire de disposer des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles pour de nombreux matériaux et à différentes températures. De plus, l'aspect dispersif de la fatigue peut rendre la caractérisation en fatigue délicate. Par des méthodes classiques, il est nécessaire de réaliser de très nombreux essais de fatigue, ce qui s'avère long et coûteux (d'autant plus pour des essais à haute température). L'objectif de l'étude est de mettre en place une méthode de détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement. Il s'agit alors d'un challenge expérimental de taille. En effet, le dispositif doit être capable de détecter les faibles variations de température de l'éprouvette, son auto-échauffement sous sollicitations cycliques, dans un environnement à haute température. Dans le cadre de ces travaux de thèse, des courbes d'auto-échauffement à différentes températures sont obtenus pour deux matériaux très différents : un alliage de titane TA6V pour des applications basse température des turboréacteurs (jusqu'à 350°C) et un superalliage monocristallin base nickel l'AM1, pour des applications d'aubes de turbine (à 950°C).

L'analyse des courbes d'auto-échauffement du TA6V est réalisée à l'aide d'un modèle probabiliste à deux échelles. Il permet de faire le lien entre l'auto-échauffement du matériau et les propriétés en fatigue en décrivant l'activation de mécanismes dissipatifs. Avec le modèle et les hypothèses associées, il est alors possible de déterminer la limite d'endurance et la dispersion en fatigue à partir d'un seul essai d'auto-échauffement pour chaque condition de température et de rapport de charge. Cela constitue alors un gain considérable en termes de temps et de coût de caractérisation. Des études par simulations numériques ont été réalisées pour quantifier la robustesse de l'identification des propriétés en fatigue à partir de méthodes classiques (de type Staircase), et en comparaison avec le cadre du modèle probabiliste à deux échelles d'auto-échauffement.

Le comportement en auto-échauffement du superalliage monocristallin est différent de ce qui est classiquement observé. Il ne rentre alors pas dans le cadre du modèle probabiliste à deux échelles d'auto-échauffement utilisé précédemment. Des études complémentaires sont présentées dans ce manuscrit afin de mieux comprendre ces aspects, notamment à partir des particularités de ce type de matériaux. Un auto-échauffement sous sollicitation cyclique est bien constaté à haute température, traduisant donc l'activation de mécanismes dissipatifs. Ce qui constitue des perspectives intéressantes pour l'étude de la fatigue de cette classe de matériau.

Title: Rapid determination of the High Cycle Fatigue properties of aeronautical alloys using self-heating measurements under cyclic loadings

Keywords: High Cycle Fatigue (HCF), Self-heating measurements, High temperature testing, Determination of the fatigue scatter, Ti-6Al-4V (TA6V) titanium alloy, AM1 single crystal nickel-based superalloy

Abstract: In the context of fatigue design of aircraft engine parts, the fatigue properties of materials must be correctly determined at different conditions of temperature and loading ratio. However, the fatigue characterisation could be difficult using standard methods, particularly because of the fatigue scatter, and requires a lot of specimens. In order to reduce the time and cost of fatigue characterization (especially for high temperature testing), the purpose of this study is to adapt the self-heating method for high temperature tests. This method has been developed on a wide range of steels at room temperature and used on several materials. The challenge of this study is to be able to measure a low rise of the specimen temperature, the self-heating under cyclic loadings, in a high temperature environment. In this study, the self-heating method is applied at different temperatures on two aeronautical alloys for engines applications: up to 350°C on a titanium alloy, Ti-6Al-AV (TA6V), widely used in aircraft industry, and up to 950°C on a nickel-based single crystal, AM1, used for turbine blade applications.

The fatigue properties of the Ti-6Al-4V are determined from the self-heating curves using a two-scale probabilistic model. It describes the activation of dissipative phenomena under cyclic loadings, which allow the fatigue properties determination. Indeed, the fatigue limit and the fatigue scatter are directly identified on the self-heating curve, so using only one specimen per condition. These results are really promising in order to reduce the time and cost of fatigue characterization at high temperature. Moreover, simulated based investigations are performed in this study in order to evaluate the fatigue scatter identification. Classical fatigue tests (Staircase procedures) are simulated and analysed to quantify the identification uncertainties. The results are compared to the two-scale probabilistic model.

The self-heating behaviour of the single crystal superalloy is different from other tested materials. Thus, the two-scale probabilistic model is not suitable to analyse the experimental observations. Thus, additional studies are presented in order to provide elements of understandings, knowing the particularities of this class of material. However, the self-heating is well detected at high temperature (up to 950°C), which means dissipative phenomena are well activated. Thus, interesting perspectives exist in order to study the fatigue properties of single crystal superalloy using self-heating measurements.