



HAL
open science

Fluides quantiques de lumière avec des vapeurs atomiques chaudes

Pierre Azam

► **To cite this version:**

Pierre Azam. Fluides quantiques de lumière avec des vapeurs atomiques chaudes. Physique Quantique [quant-ph]. Université Côte d'Azur, 2021. Français. NNT : 2021COAZ4059 . tel-03426248

HAL Id: tel-03426248

<https://theses.hal.science/tel-03426248v1>

Submitted on 12 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

FLUIDES QUANTIQUES DE LUMIÈRE AVEC DES VAPEURS ATOMIQUES CHAUDES

Pierre AZAM

Institut de Physique de Nice

Présentée en vue de l'obtention
du grade de docteur en Physique
de l'Université Côte d'Azur

Dirigée par : Robin Kaiser

Soutenue le : 29 Septembre 2021

Devant le jury, composé de :

Alberto Amo, Chargé de Recherche,
PhLAM

Jérémie Bec, Directeur de Recherche,
CEMEF

Jacqueline Bloch, Directrice de
Recherche, C2N

Isabelle Bouchoule, Directrice de
Recherche, laboratoire Charles-Fabry

Robin Kaiser, Directeur de
Recherche, INPHYNI

Claire Michel, Professeure
Assistante, INPHYNI

Nicolas Pavloff, Professeur, LPTMS

FLUIDES QUANTIQUES DE LUMIÈRE AVEC DES VAPEURS ATOMIQUES CHAUDES

Jury :

Président

Jérémie Bec, Directeur de Recherche, CEMEF

Rapporteurs

Isabelle Bouchoule, Directrice de Recherche, Laboratoire Charles-Fabry

Nicolas Pavloff, Professeur, LPTMS

Examineurs

Alberto Amo, Chargé de Recherche, PhLAM

Jacqueline Bloch, Directrice de Recherche, C2N

Claire Michel, Professeure Assistante, INPHYNI

Directeur de Thèse

Robin Kaiser, Directeur de Recherche, INPHYNI

Résumé

Fluides Quantiques de Lumière avec des vapeurs atomiques chaudes

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la propagation d'un faisceau laser au travers d'une vapeur chaude de rubidium. En raison de la non-linéarité du milieu de type Kerr la lumière va, au cours de son évolution dans la vapeur, présenter un comportement qui peut être décrit par l'équation non-linéaire de Schrödinger (ou l'équation de Gross-Pitaevskii) dont une équivalence avec des équations hydrodynamiques dans le plan transverse de propagation est possible. Nous pouvons ainsi observer divers comportements de la lumière identiques à ce que l'on voit dans le cas des ondes de matière tels que pour des liquides ou des gaz : on parle alors de fluide quantique de lumière.

Pour étudier de tels phénomènes, une calibration de la non-linéarité de notre milieu est nécessaire. Les propriétés non-linéaires des vapeurs atomiques chaudes étant dépendantes de divers paramètres accessibles expérimentalement tels que la densité atomique, l'intensité laser ou le désaccord, elles permettent une vraie flexibilité.

À la suite de ces calibrations, l'étude d'ondes de choc dispersives 2D est entamée. Appuyé par une étude numérique, nous mettons en évidence la présence de phénomènes supplémentaires tels que la non-localité, l'absorption ou encore la saturation de la non-linéarité, effets initialement absents du modèle théorique. Une étude quantitative est alors menée sur ces différents phénomènes montrant des valeurs étonnamment importantes de non-localité (jusqu'à $100\mu\text{m}$) ainsi qu'un impact contre-intuitivement positif de la dissipation sur notre système.

Enfin, dans un second projet, l'étude du comportement de vortex est menée depuis leur création via la décomposition d'un soliton sombre jusqu'à leurs interactions et annihilations. Grâce à un système d'imagerie adapté, nous sommes capable d'observer in situ et en temps réel le front d'onde (intensité et phase du faisceau) en fin de propagation nous donnant accès à des informations telles que la densité et la vitesse de notre fluide de lumière. Un travail est aussi effectué sur les conditions initiales nous permettant d'accélérer le processus de création des vortex via l'ajout d'une vitesse initiale au fluide et même d'engendrer des collisions en orientant spécifiquement ces vitesses. Une autre méthode mise au point (scan de la phase relative) nous offre quant à elle la possibilité de travailler dans de bien meilleures conditions de stabilité, nous permettant de considérer nos photons dans un régime hydrodynamique avec une meilleure approximation.

Mots-clés : Vapeur atomique chaude, Ondes de choc dispersives (DSW), Interactions de vortex, Fluide quantique de lumière, Non-linéarité

Abstract

Quantum Fluids of Light with hot atomic vapours

In this thesis, we are interested in the propagation of a laser beam through a rubidium hot atomic vapour. Due to the Kerr-like non-linearity of the medium, the light will present, during its evolution in the vapour, a behaviour that can be described by the non-linear Schrödinger equation (or Gross-Pitaevskii equation) which is equivalent to hydrodynamical equations in the transverse plane of propagation. We can then observe various light behaviours identical to the ones we see in the case of matter waves such as for liquids or gas : we talk about quantum fluid of light.

To study such phenomena, calibration of our medium non-linearity is necessary. Non-linear properties of hot atomic vapours being on various parameters experimentally accessible such as atomic density, laser intensity or detuning, it allows us true flexibility.

Following these calibrations, the study of 2D dispersive shockwaves starts. Helped by a numerical study, we show the existence of additional phenomena such as non-locality, absorption or saturation of the non-linearity, missing effects in the initial theoretical model. A quantitative study is then carried out on these different phenomena showing surprisingly high values of non-locality (until $100\mu\text{m}$) and, counter-intuitively, the positive impact of the dissipation on our system.

Finally, in a second project, the study of vortex behavior is done from their creation via dark soliton decay to their interactions and annihilations. An adapted imaging system allows us to make an in situ and real-time observation of the wavefront (intensity and phase) at the end of the propagation, giving us access to information such as the density and velocity of our fluid of light. Work is also done on initial conditions allowing us to accelerate the decay process for vortex creation by adding initial velocity to the fluid and even cause collisions by choosing specific orientations of these velocities. Another method we developed (relative phase scan) offers us the possibility to work in much better stability conditions, allowing us to consider our photons in a hydrodynamic regime with a better approximation.

Keywords : Hot atomic vapours, Dispersives shockwaves (DSW), Vortex interactions, Quantum fluids of light, Non-linearity

Remerciements

Il est maintenant temps pour moi de remercier toutes les personnes ayant participé de près ou de loin au travail que j'ai pu effectuer durant ces années de thèse.

Je souhaite dans un premier temps remercier les différents membres de mon jury de thèse et plus particulièrement Isabelle Bouchoule et Nicolas Pavloff qui ont eu l'importante tâche d'effectuer le rapport de ce manuscrit. Je remercie également les examinateurs : Jacqueline Bloch, Alberto Amo, Claire Michel et le président du jury Jeremy Bec à qui j'ai pu présenter mon travail et dont le regard extérieur m'a permis d'appréhender mon sujet d'étude sous de nouveaux aspects.

Il me paraît essentiel de remercier mon encadrant de thèse Robin Kaiser sans qui je n'aurais pas pu en arriver là. Il a su me donner goût à ce domaine d'étude que j'ai vraiment découvert lors de mon arrivée dans ce laboratoire et qui m'as passionné chaque jours un peu plus. Il m'as fait découvrir au cours de ces trois années le processus expérimental dans son intégralité : de la genèse d'un projet jusqu'à son aboutissement. J'ai réalisé à ses côtés qu'il est de nos jours indispensable pour la recherche d'être partagée via des collaborations avec une multitude de chercheurs afin de permettre aux innovations et découvertes de toujours être possibles.

C'est avec cette idée que Robin m'as donné l'opportunité de participer de manière active au sein de la communauté scientifique. J'ai ainsi pu collaborer avec de nombreux chercheurs m'ayant tous permis d'avancer dans mon projet et d'élargir mon horizon scientifique. Je tiens donc à remercier Antonio Picozzi, Adrien Fusaro, Sergey Nazarenko, Adam Griffin, Quentin Glorieux, Tom Bienaimé, Nicolas Cherroret, Ruggero Giampaoli, Michal Hemmerling, Tommaso Macrì, Stéphane Barland, Gian-Luca Lippi, Rob Nyman, Arturo Lezama, Eugenia Benec et tout les autres avec qui j'ai eu la chance d'échanger quelques discussions, idées, projets.

Dans cette même volonté de partage de la connaissance scientifique, j'ai eu l'opportunité de pouvoir faire partie du projet Européen PhoQuS : projet ayant d'une part financé ma thèse et d'autre part m'ayant permis de rencontrer et échanger à plusieurs reprises avec les différents acteurs européens de mon domaine d'étude.

L'opportunité rare m'as aussi été offerte de partir au Brésil travailler dans l'équipe de Vanderlei Bagnato qui m'a chaleureusement accueilli. Ceci m'as fait découvrir une autre approche du monde scientifique.

Il m'est indispensable de remercier tous les membres de l'équipe atomes froids dans laquelle j'ai travaillé et notamment William, Mathilde et Guillaume qui ont toujours été disponibles et de très bons conseils lors de mes multiples interrogations expérimentales et théoriques.

Je me dois bien évidemment de remercier toute l'équipe administrative sans qui rien ne serait possible : Nathalie, François-Régis, Sanãe et Isabelle. Toujours présents et disponibles malgré des périodes parfois très chargées.

Je tiens à remercier tout les doctorants que j'ai pu rencontrer durant ma thèse et plus particulièrement mes collègues et amis Jesus, Alexis et Adrian (ordre variable) avec qui

j'ai commencé et fini ma thèse simultanément. Nous nous sommes tout au long de nos thèses entraïdés, soutenus et je n'aurai certainement pas pu finir ces 3 années dans de si bonnes conditions sans eux. Il me faut aussi remercier les doctorants présents à mon arrivée : Patrice qui nous a guidé dans notre découverte de l'univers doctoral mais aussi Aurélien, Ana, Marius, Antonin et Vittorio. Et ceux qui continueront après moi : Pierre, Loïc, Paolo, Hector, Alvaro, Gianni, Martial, Stephan et Alexei avec qui je suis ravi de pouvoir continuer à partager mes journées au cours de l'année à venir.

Il me tient à cœur pour finir de dire merci à tous mes proches.

À mes parents, qui m'ont toujours soutenu et furent présents dans les moments difficiles. Ils m'ont encouragé dans cette voie difficile qu'est la thèse depuis le début et m'ont permis de prendre confiance en moi.

À mon frère et ma sœur, dont le soutien et estime resteront des choses essentielles pour moi.

À mes amis : la BAB, Vincent, Julien, Marianne, les Matthieu et les autres que je n'ai pas pu voir aussi souvent que je l'aurai souhaité ces dernières années. Ils m'ont tous, chacun à leur façon, aidé et encouragé à en arriver là.

Enfin, je fini bien évidemment par la personne la plus importante,

À toi Ananda, mon amour, cela fait maintenant 5 ans que nous sommes ensemble et tu as toujours été là (même lorsque éloignés), me répétant à chaque doutes, incertitudes, être fière de moi. Cette thèse est aussi la tienne puisque je n'aurai pas été capable d'en arriver au bout sans toi à mes côtés.

Pour toutes ces raisons, je tiens une dernière fois à dire à toi mon amour, à mes amis, famille et collègue, du fond du cœur, Merci.

Table des matières

Introduction	1
1 Vapeur atomique non-linéaire	5
1.1 Interaction lumière-matière	5
1.1.1 Atome à 2 niveaux	6
1.1.2 Susceptibilité atomique	8
1.2 Mise en place expérimentale	13
1.2.1 Préparation du champ incident	13
1.2.2 Milieu non-linéaire	14
1.2.3 Méthode d'imagerie	20
1.3 Calibration non-linéarité	21
1.3.1 Auto-modulation de phase	21
1.3.2 Évolution de la non-linéarité	24
1.4 Fluide de lumière	28
1.4.1 Propagation dans un milieu non-linéaire	28
1.4.2 Grandeurs caractéristiques	31
1.4.3 Formulation hydrodynamique	33
1.5 Simulations	34
2 Ondes de choc dispersives	39
2.1 Théorie	40
2.1.1 Equation de Korteweg-de Vries	40
2.1.2 Ondes de choc dispersives appliquées à l'optique	42
2.2 Evolution des DSW dans une vapeur atomique	43
2.2.1 Évolution 2 dimensions des ondes de choc	43
2.2.2 Ondes de choc à 1 dimension	51
2.3 Ajout d'un fond	53
2.3.1 Observations	53
2.4 Étude du contraste des oscillations	57
2.4.1 Contraste avec fond	57
2.4.2 Contraste sans fond	58
2.5 Non-localité	59
2.5.1 Méthode des caractéristiques	61
2.5.2 Instant du choc	63
2.5.3 Rôle de la température de la vapeur atomique	67
2.6 Renforcement du collapse via dissipation	70

2.7	Impact de la saturation de la non-linéarité	75
2.8	Estimation de la non-localité expérimentale	77
3	Création et annihilation de vortex	79
3.1	Soliton et Snake instability	80
3.2	Accélération du processus de nucléation	85
3.2.1	Ajout d'un angle d'incidence	85
3.2.2	Courbure du front d'onde incident	91
3.3	Scan de la phase relative	97
3.4	Étude numérique des paramètres supplémentaires	102
3.4.1	Rôle de l'absorption	102
3.4.2	Impact de la saturation de la non-linéarité	103
3.4.3	Non-localité lors de la création de vortex	104
	Conclusion	107
	Annexe A : Thermalisation de photons dans un VCSEL	111
	Annexe B : Contrôle de la phase relative via PI	117
	Annexe C : Mesure du front d'onde	123
	Bibliographie	127

Introduction

Nous faisons tous l'expérience quotidienne de phénomènes issus de la mécanique des fluides : que ce soit des oscillations à la surface de l'eau ou simplement le vent qui souffle. Plus concrètement, ce domaine de la physique a pour objectif l'étude du comportement de matériaux fortement déformables tels que les liquides, gaz et plasmas. La mécanique des fluides s'appuie sur des modèles de particules finies interagissant les unes avec les autres et en assez grand nombre pour pouvoir être décrites par des fonctions continues.

Historiquement, l'idée que la matière puisse être composée de particules finies remonte à la Grèce antique avec Leucippe considéré comme le fondateur de l'atomisme. Plus de deux millénaires après, dans les années 1920, le comportement ondulatoire de la matière fut alors décrit théoriquement par de Broglie [1] puis observé expérimentalement par Davidson et Germer [2].

C'est pourquoi la mécanique des fluides, étudiée pour la première fois par Archimède, fut dans un premier temps considérée dans le cas d'atomes interagissant ensemble. Ces études ont ensuite été étendues à l'ensemble des particules matérielles que nous connaissons : de l'hélium liquide [3, 4], aux électrons dans un solide [5], en passant par les nuages d'atomes froids [6, 7] ou encore avec les plasmas quark-gluon dans les collisionneurs [8] et enfin au niveau nucléaire [9]. Depuis quelques décennies, un nombre grandissant de chercheurs s'interrogent sur les conditions les plus favorables permettant à la lumière de se comporter comme un fluide constitué d'un grand nombre de particules interagissant entre elles.

La nature de la lumière fut au cœur des débats avec d'une part la description corpusculaire de Newton et d'autre part ondulatoire de Huygens. Ces deux interprétations ont permis par la suite de décrire les différents mécanismes qui ont pu être observés : dans un premier temps d'un point de vue ondulatoire via la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell puis ensuite via son comportement corpusculaire qui fut développé suite à l'interprétation de l'effet photo-électrique par Einstein. La lumière pouvant être ainsi décrite comme une onde électromagnétique ou un corpuscule nommé "photon" conceptualisé comme étant une quantité minimale discrète de lumière : un quantum de lumière. C'est donc avec cette approche corpusculaire que la lumière est étudiée en tant que fluide : considérant la possibilité qu'un grand nombre de photons puissent interagir et conduisant à un comportement assimilable à celui d'un fluide.

L'interaction photon-photon fut d'abord décrite théoriquement dans le cas d'excitations de paires electron-positron dans le vide par Heisenberg et Euler [10]. Les conditions nécessaires pour qu'un tel processus ait lieu étant cependant si extrêmes qu'il n'est pas imaginable de l'observer expérimentalement. Il a donc été nécessaire

de développer des supports expérimentaux permettant de simuler des interactions photon-photon suffisamment importantes.

Depuis plus de 50 ans, des milieux caractérisés par des comportements non-linéaires de la polarisation ont été un sujet d'étude très développé suite à l'apparition du laser. Les milieux non-linéaires de type Kerr sont alors apparus comme étant d'excellents candidats pour l'étude de l'interaction photon-photon et ce du fait de la dépendance de leur indice de réfraction à l'intensité lumineuse.

La première observation d'un fluide de lumière fut réalisée par Brambilla [11] qui étudia un champ électromagnétique cohérent dans une cavité laser dont il reformula l'évolution temporelle en termes d'équations hydrodynamiques analogues à l'équation de Gross-Pitaevskii (GPE). Depuis, diverses plateformes ont permis l'étude d'un tel phénomène, ayant chacune des caractéristiques différentes.

Nous pouvons scinder ces plateformes en deux grandes catégories [12, 13]. La première catégorie, étant basée sur GPE (utilisée entre autres pour décrire le comportement des condensats de Bose-Einstein), permet de décrire l'évolution temporelle de polaritons (dans ces cas, il s'agit généralement de quasi-particules issues du couplage fort photon-exciton). L'interaction photon-photon est alors possible par l'intermédiaire de l'interaction exciton-polariton, la masse des photons étant, quant à elle, donnée par le confinement spatial de ces derniers dans la cavité. Différentes plateformes permettent ce type d'étude tels que les micro-cavités [14–18], les VCSELs [19, 20] ou encore les circuits QED [21, 22].

La seconde catégorie de plateforme, conceptuellement différente de la précédente, considère des systèmes où l'onde lumineuse se propage librement (sans cavité) dans un milieu dit "épais" (en comparaison à la longueur d'onde). La masse effective du photon est alors issue du terme de diffraction, l'interaction photon-photon se fait quant à elle toujours par l'intermédiaire des propriétés non-linéaires du milieu [23–25]. Une des principales différences est que, dans ce cas, le temps est représenté par la distance de propagation dans le milieu. Dans l'approximation paraxiale, nous considérons alors l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLSE) équivalente à GPE en substituant le temps par la distance de propagation ($t \rightarrow z$). À la différence des systèmes avec cavité, en principe, il n'y a pas de pertes radiatives, ce qui rend ces systèmes intrinsèquement conservatifs. Cette catégorie regroupe des plateformes telles que les cristaux photo-réfractifs [26, 27], les fibres non-linéaires [28, 29], les solutions diluées thermiques [30–33] ou encore les vapeurs atomiques chaudes [34–36]. Chacune de ces plateformes ayant des propriétés bien spécifiques : les cristaux photo-réfractifs permettant d'étudier des systèmes anisotropes ; les fibres non-linéaires se basant sur le principe de guidage optique permettent de propager la lumière sur de plus grandes distances ; les solutions diluées ayant des propriétés thermiques très importantes permettent par exemple d'étudier des effets tels que la non-localité ; les vapeurs atomiques chaudes qui possèdent une large gamme de paramètres permettant d'avoir accès à un grand nombre de phénomènes. Nous choisissons donc de travailler avec cette dernière plateforme pour sa versatilité.

L'objectif de cette thèse sera, dans un premier temps, de comprendre les propriétés non-linéaires spécifiques à ce système et d'en calibrer les différents paramètres

afin de pouvoir contrôler cette non-linéarité. Il sera par la suite temps d'étudier le comportement hydrodynamique de la lumière via différents projets tout en s'appuyant sur des études numériques nous permettant d'affiner notre modèle et d'aller dans des régimes expérimentalement inaccessibles.

Le premier projet mené au cours de cette thèse, ayant pour objectif principal l'étude d'ondes de choc dispersives à 2 dimensions, sera l'occasion de mettre en évidence la présence de phénomènes supplémentaires dans notre système mais absents de NLSE. Ces effets que sont la non-localité, l'absorption et la saturation de la non-linéarité seront donc étudiés et des estimations quantitatives seront faites à l'aide d'études numériques comparatives. Nous verrons par exemple que les valeurs de non-localité dans notre système peuvent être très importantes ou encore que la dissipation peut avoir, de manière contre-intuitive, des effets bénéfiques sur le comportement de nos ondes de choc dispersives.

Enfin, le second projet présenté dans ce manuscrit traitera de l'étude menée sur la création de vortex via la propagation d'un soliton sombre dans notre système. Via un contrôle très précis sur les conditions initiales de notre faisceau, nous présenterons des méthodes d'accélération des processus de création de vortex afin de travailler à non-linéarité plus basse que lors des études faites jusqu'à présent dans des expériences utilisant la même plateforme. Au-delà de cette optimisation, nous développerons de nouvelles techniques nous offrant la possibilité d'étudier les interactions fortes de vortex aboutissant à des annihilations. Pour finir, nous ferons la comparaison entre l'évolution temporelle usuelle de ce système (le long de l'axe de propagation du faisceau) et une variation sensible des vitesses initiales du fluide via scan de la phase relative.

Chapitre 1

Vapeur atomique non-linéaire

L'optique non-linéaire est un domaine de la physique faisant l'étude des modifications des propriétés d'un milieu en présence de lumière intense. L'apparition du laser en 1960 ayant permis de révolutionner l'optique moderne, c'est à partir de là que l'étude des propriétés non-linéaire de la matière s'est développée. Depuis, de nombreux matériaux sont connus pour avoir des propriétés non-linéaires qui sont exploitées pour de multiples applications que se soit dans le cadre de la recherche fondamentale ou industrielle [37, 38].

Notre système expérimental utilise les propriétés non-linéaires d'une vapeur atomique chaude de rubidium afin d'étudier les différents phénomènes qui seront développés dans ce manuscrit.

Au cours de cette partie nous présenterons dans un premier temps les différents concepts physiques permettant de comprendre les processus mis en jeu dans notre système d'étude : en commençant par les équations de Bloch optiques pour ensuite développer la relation entre susceptibilité atomique et indice de réfraction non-linéaire, ce dernier concept étant directement relié au caractère non-linéaire de notre milieu.

Nous verrons ensuite le système expérimental mis en place pour notre étude que nous pouvons diviser en trois parties : le champ incident, le milieu non-linéaire puis le système d'imagerie. La présentation du milieu expérimental sera l'occasion d'introduire les trois principaux paramètres expérimentaux avec lesquels nous travaillerons : densité atomique, le désaccord en fréquence et l'intensité laser.

Par la suite, la calibration de notre milieu non-linéaire sera effectuée via la mesure de l'auto-modulation de phase. Le concept de fluide de lumière sera aussi détaillé puis enfin une rapide discussion sur les méthodes numériques utilisées au cours de nos études sera faite.

1.1 Interaction lumière-matière

Les propriétés non-linéaires d'un matériau pouvant être interprétées comme une dépendance non-linéaire de la réponse du matériau à l'intensité d'un champ électromagnétique qui lui est appliqué, l'interaction lumière-matière est par conséquent le fondement de l'optique non-linéaire.

Pour comprendre cette interaction et la raison pour laquelle on parle de phénomène

non-linéaire, nous allons développer dans cette section les concepts théoriques sur lesquels notre étude se base. Nous commencerons par l'atome à 2 niveaux via les équations de Bloch optiques pour ensuite détailler l'importance de la susceptibilité atomique.

1.1.1 Atome à 2 niveaux

Considérons un champ électrique monochromatique en interaction avec un système d'atomes à 2 niveaux notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$ pour l'état fondamental et excité ayant une fréquence de transition ω_{ge} . L'Hamiltonien du système peut être écrit tel que :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t) \quad (1.1)$$

Celui-ci est composé d'une partie non perturbative \hat{H}_0 où les énergies des états sont $E_g = \hbar\omega_g$ et $E_e = \hbar\omega_e$. Le second terme est quant à lui l'énergie d'interaction $\hat{V}(t)$. En considérant l'approximation dipolaire, cette dernière prend la forme $\hat{V} = -\mathbf{d}\cdot\mathbf{E}(t) = -|\mu_{eg}||E|$.

Le moment dipolaire de la transition s'écrivant $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{ge}|g\rangle\langle e| + \mathbf{d}_{eg}|e\rangle\langle g|$ et le champ $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t)$ où ω_L est la fréquence du laser. Cela implique que $V_{ee} = V_{gg} = 0$ et que $V_{eg} = V_{ge}^* = -\mathbf{d}_{ge}\mathbf{E}(t)$.

Le système est décrit via la matrice densité qui s'écrit sous la forme :

$$\hat{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

où $\rho_{ge} = \rho_{eg}^*$. L'évolution temporelle de la matrice densité est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{ab} &= -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] = -\frac{i}{\hbar} \left[(\hat{H}\hat{\rho})_{ab} - (\hat{\rho}\hat{H})_{ab} \right] \\ &= -\frac{i}{\hbar} \sum_c (H_{ac}\rho_{cb} - \rho_{ac}H_{cb}) \end{aligned} \quad (1.3)$$

En introduisant l'hamiltonien donné en Eq.1.1 dans cette équation, nous obtenons :

$$\dot{\rho}_{ab} = -\frac{i}{\hbar} \sum_c (V_{ac}\rho_{cb} - \rho_{ac}V_{cb}) - \omega_{ab}\rho_{ab} \quad (1.4)$$

où la fréquence de transition $\omega_{ab} = (E_a - E_b)/\hbar$.

Si l'on considère les indices a, b et c dans le cas de l'atome à deux niveaux, l'équation 1.4 peut être explicitement écrite :

$$\dot{\rho}_{gg} = \frac{i}{\hbar} (V_{ge}\rho_{eg} - \rho_{ge}V_{eg}) \quad (1.5)$$

$$\dot{\rho}_{ee} = \frac{i}{\hbar} (V_{eg}\rho_{ge} - \rho_{eg}V_{ge}) \quad (1.6)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = \frac{i}{\hbar} V_{eg}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - i\omega_{eg}\rho_{eg} \quad (1.7)$$

L'équation pour ρ_{ge} n'est pas nécessaire étant donné la relation $\rho_{eg} = \rho_{ge}^*$. Notons que $\dot{\rho}_{gg} + \dot{\rho}_{ee} = 0$ et que par conséquent la population totale est conservée. Les éléments diagonaux de la matrice donnant la probabilité d'occupation, nous avons $\rho_{gg} + \rho_{ee} = 1$. Les équations présentées jusqu'à présent correspondent à l'atome à deux niveaux en l'absence de processus de relaxation.

Considérons le système fermé de telle sorte que l'état excité e décroît toujours dans l'état fondamental g avec un taux de décroissance Γ , le temps de vie dans l'état excité est donc $T_1 = 1/\Gamma$. La décroissance est généralement due à l'émission spontanée. Les équations 1.5, 1.6 et 1.7 peuvent être exprimées en tenant compte du terme de décroissance :

$$\dot{\rho}_{gg} = \frac{i}{\hbar}(V_{eg}\rho_{ge} - \rho_{eg}V_{ge}) + \Gamma\rho_{ee} \quad (1.8)$$

$$\dot{\rho}_{ee} = -\frac{i}{\hbar}(V_{eg}\rho_{ge} - \rho_{eg}V_{ge}) - \Gamma\rho_{ee} \quad (1.9)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = \frac{i}{\hbar}V_{eg}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - (i\omega_{eg} + \frac{\Gamma}{2})\rho_{eg} \quad (1.10)$$

Remarquons que l'affirmation $\dot{\rho}_{ee} + \dot{\rho}_{gg} = 0$ est toujours valable. L'équation 1.10 dépendant des populations ρ_{gg} et ρ_{ee} uniquement par leur différence, il est intéressant de soustraire l'équation 1.8 à l'équation 1.9. Nous obtenons alors :

$$\dot{\rho}_{ee} - \dot{\rho}_{gg} = -\frac{2i}{\hbar}(V_{eg}\rho_{ge} - \rho_{eg}V_{ge}) - (\rho_{ee} - \rho_{gg} + 1)\Gamma \quad (1.11)$$

Ainsi, les équations du mouvement de la matrice densité dans le cas d'un système à deux niveaux fermé se réduit aux équations 1.10 et 1.11. Par la suite nous allons étudier la solution de ces équations en présence d'un champ électromagnétique monochromatique stationnaire.

Le terme d'interaction dans l'Hamiltonien pour une onde monochromatique est donné par $V_{eg} = -\mu_{eg}(Ee^{-i\omega t} + E^*e^{i\omega t})$. En faisant l'approximation de l'onde tournante, il est possible d'exprimer le terme d'interaction tel que $V_{eg} = -\mu_{eg}Ee^{-i\omega t}$. Ainsi nous pouvons exprimer les équations 1.10 et 1.11 dans l'approximation :

$$\dot{\rho}_{eg} = -\frac{i}{\hbar}|\mu_{eg}|Ee^{-i\omega t}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) - (i\omega_{eg} + \frac{\Gamma}{2})\rho_{eg} \quad (1.12)$$

$$\dot{\rho}_{ee} - \dot{\rho}_{gg} = \frac{2i}{\hbar}(|\mu_{eg}|Ee^{-i\omega t}\rho_{ge} - |\mu_{ge}|E^*e^{i\omega t}\rho_{eg}) - (\rho_{ee} - \rho_{gg} + 1)\Gamma \quad (1.13)$$

Pour résoudre ces équations, nous approximations des variations d'amplitude lente de la matrice densité telle que $\rho_{eg}(t) = \sigma_{eg}(t)e^{-i\omega t}$. Les équations 1.12 et 1.13 deviennent alors :

$$\dot{\sigma}_{eg} = -\frac{i}{\hbar}|\mu_{eg}|E(\rho_{ee} - \rho_{gg}) + (i(\omega - \omega_{eg}) - \frac{\Gamma}{2})\sigma_{eg} \quad (1.14)$$

$$\dot{\rho}_{ee} - \dot{\rho}_{gg} = \frac{2i}{\hbar}(|\mu_{eg}|E\sigma_{ge} - |\mu_{ge}|E^*\sigma_{eg}) - (\rho_{ee} - \rho_{gg} + 1)\Gamma \quad (1.15)$$

En raison des variations d'amplitude lentes, nous pouvons considérer $\dot{\rho}_{gg} = \dot{\rho}_{ee} = \dot{\sigma}_{ge} = 0$. Ainsi, nous obtenons une solution stationnaire que nous pouvons résoudre algébriquement, ce qui mène à :

$$\rho_{eg} = \sigma_{eg} e^{-i\omega t} = \frac{|\mu_{eg}| E e^{-i\omega t} (\rho_{ee} - \rho_{gg})}{(\Delta + i\Gamma/2)} \quad (1.16)$$

$$\rho_{ee} - \rho_{gg} = \frac{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + 2\Omega^2/\Gamma^2} \quad (1.17)$$

où $\Delta = \omega - \omega_{ge}$ est le désaccord entre la fréquence du laser et la fréquence de la transition atomique et $\Omega = 2|\mu_{eg}| |E|/\hbar$ est la fréquence de Rabi.

1.1.2 Susceptibilité atomique

La réponse du milieu à une interaction lumineuse est décrite par la polarisation atomique P qui est reliée au champ électrique par un coefficient de proportionnalité tel que :

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (1.18)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide et χ la susceptibilité atomique.

La polarisation peut être écrite en développement de série de Taylor du champ électrique :

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} |E|^2 E + \epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^4 E + \epsilon_0 \chi^{(4)} |E|^6 E + \dots \quad (1.19)$$

Dans ce développement, $\chi^{(1)}$ correspond à la partie linéaire de la susceptibilité. De plus, notre milieu étant centro-symétrique, les termes impairs disparaissent et nous pouvons écrire :

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(3)} |E|^2 E + \epsilon_0 \chi^{(5)} |E|^4 E + \dots \quad (1.20)$$

La polarisation peut aussi être écrite en fonction de la matrice densité :

$$\tilde{P}(t) = P e^{-i\omega t} + c.c. = N (|\mu_{ge}| \rho_{eg} + |\mu_{eg}| \rho_{ge}) \quad (1.21)$$

où N est la densité d'atomes.

Nous pouvons ainsi écrire :

$$P = N |\mu_{eg}|^* \sigma_{eg} = \epsilon_0 \chi E \quad (1.22)$$

En substituant σ_{eg} par l'équation 1.16 nous pouvons trouver l'expression de la susceptibilité atomique :

$$\chi = \frac{N |\mu_{eg}|^2 (\rho_{ee} - \rho_{gg})}{\hbar \epsilon_0 (\Delta + i\Gamma/2)} \quad (1.23)$$

où $(\rho_{ee} - \rho_{gg})$ est donné par l'équation 1.17. Ceci permet d'écrire l'équation 1.23 telle que :

$$\chi = \frac{4N |\mu_{eg}|^2}{\hbar \epsilon_0 \Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + 2\Omega^2/\Gamma^2} \quad (1.24)$$

À noter que le signe de la partie imaginaire peut changer en fonction de la convention utilisée $E = |E|e^{\pm i\omega t}$. Il sera tout de même nécessaire de vérifier que l'absorption (proportionnelle à la partie imaginaire) soit positive : nous devons avoir une diminution de la puissance totale au cours de la propagation. Il est possible de prendre en compte dans l'équation 1.24 l'intensité de saturation si l'on considère :

$$\frac{I}{I_{sat}} = 2 \left(\frac{\Omega}{\Gamma} \right)^2 \quad \text{où } I = n_0 \epsilon_0 c |E|^2 / 2 \quad (1.25)$$

Notons que l'intensité de saturation I_{sat} est généralement définie à résonance mais il est possible de considérer l'impact du désaccord sur la saturation. Nous pouvons exprimer l'intensité de saturation hors résonance [39] telle que :

$$\tilde{I}_{sat} = I_{sat} \left(1 + 4 \frac{\Delta^2}{\Gamma^2} \right) \quad (1.26)$$

De cette manière nous pouvons exprimer la polarisation en fonction de l'intensité de saturation :

$$\chi = \frac{4N |\mu_{eg}|^2}{\hbar \epsilon_0 \Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \quad (1.27)$$

La susceptibilité est un outil important qui permet d'accéder non seulement à l'indice de réfraction du milieu via sa partie réelle mais aussi à l'absorption grâce à sa partie imaginaire.

Sont représentées sur la Figure 1.1 les parties réelles et imaginaires de la susceptibilité, respectivement χ' et χ'' .

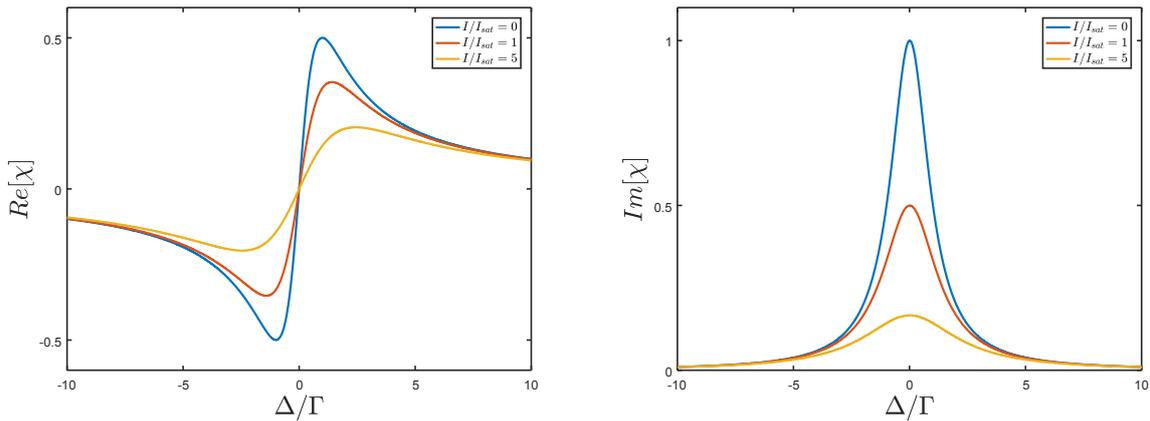


FIGURE 1.1 – Partie réelle et partie imaginaire de la susceptibilité en fonction du désaccord pour différentes valeurs de la saturation.

La partie réelle de la susceptibilité est de la forme de la fonction de Dawson, l'amplitude de ses extrema et le gradient à résonance diminuant lorsque le facteur de saturation augmente, nous verrons aussi que la dépendance du signe de χ' au signe du désaccord est important pour notre étude. Notons que χ'' (à savoir le terme

d'absorption) a une forme de Lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur (FWHM) est donnée par :

$$\Delta\omega_{FWHM} = \Gamma\sqrt{1 + I/I_{sat}} \quad (1.28)$$

Nous remarquons aussi que la valeur à résonance (par conséquent le coefficient d'absorption) diminue d'un facteur $(1 + I/I_{sat})^{-1}$ par rapport au cas où le champ est à faible intensité.

L'indice de réfraction n peut être décomposé d'après la définition standard [39] comme $n = n_0 + n_2I + n_3I^2 + \dots = n_0 + \Delta n(I)$ où n_2 et n_3 sont les premiers indices de réfraction non-linéaires et $\Delta n(I)$ correspond à l'ensemble des termes non-linéaires de l'indice de réfraction dépendant de I . Grâce à l'équation reliant la susceptibilité et l'indice de réfraction :

$$n^2 = 1 + \chi \quad (1.29)$$

Il est possible de connaître l'expression de l'indice de réfraction non-linéaire Δn . L'indice de réfraction possède une partie réelle et imaginaire ; dans la suite nous nous intéresserons plus particulièrement à la partie réelle correspondant à la dispersion non-linéaire, nous ne tiendrons donc pas compte de la partie imaginaire lors des développements. Si l'on exprime χ' telle que :

$$\chi' = \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \left(1 - \frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \right) \quad (1.30)$$

Ainsi, si l'on considère l'équation 1.29 et la décomposition de n faites plus tôt, nous obtenons :

$$\begin{aligned} n^2 &= 1 + \chi' = n_0^2 + \Delta n(I) \\ &= 1 + \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \left(1 - \frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \right) \end{aligned} \quad (1.31)$$

Si nous considérons la limite où I tend vers l'infini, χ' devient nulle. Ceci entraîne que $|\Delta n| = n_0^2 - 1 = (n_0 - 1)(n_0 + 1)$ et dans le cas où $(n_0 - 1)$ est très petit devant 1, nous pouvons approximer que $|\Delta n|$ sature à une valeur égale à $2(n_0 - 1)$. Des mesures expérimentales nous permettent de déterminer une valeur de Δn saturant à environ 3×10^{-4} (pour une densité atomique d'environ $N \approx 5 \times 10^{19}$ at/m³ et un désaccord d'environ $\Delta \approx 1$ GHz).

Ceci permet d'exprimer la partie linéaire et non-linéaire de l'indice de réfraction telles que :

$$n_0 = \sqrt{1 + \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2}} \quad (1.32)$$

$$\Delta n = -\frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \cdot \frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2 + I/I_{sat}} \quad (1.33)$$

Notons que la variation de l'indice de réfraction Δn est de signe opposé au désaccord Δ . Ceci nous permet, en changeant le signe du désaccord, de changer le signe

de la variation d'indice ce qui, nous verrons dans la suite, est très important. Il est aussi pertinent de calculer les différents termes composant l'indice de réfraction non-linéaire (nous considérerons seulement n_2 et n_3 , les autres termes étant négligeables si nous ne saturons pas le milieu). Pour cela, nous devons commencer par effectuer un développement en série de puissance du paramètre de saturation I/I_{sat} dans l'équation 1.27 :

$$\chi = \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \left[1 - \frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} + \left(\frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \right)^2 \right] \quad (1.34)$$

En introduisant le développement en série de puissance usuel¹ $\chi = \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E|^2 + 10\chi^{(5)}|E|^4 + \dots$ nous pouvons exprimer chaque terme de la susceptibilité tels que :

$$\chi^{(1)} = \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \quad (1.35)$$

$$3\chi^{(3)}|E|^2 = -\frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \cdot \frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \quad (1.36)$$

$$10\chi^{(5)}|E|^4 = \frac{4N|\mu_{eg}|^2}{\hbar\epsilon_0\Gamma^2} \cdot \frac{\Delta + i\Gamma/2}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \cdot \left(\frac{I/I_{sat}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2} \right)^2 \quad (1.37)$$

En réécrivant l'équation 1.29 et en considérant les décompositions effectuées plus haut :

$$n_0^2 + 2n_0n_2I + (2n_0n_3 + n_2^2)I^2 = 1 + \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E|^2 + 10\chi^{(5)}|E|^4 \quad (1.38)$$

Il est facile de faire le lien entre les termes de l'indice de réfraction et ceux de la susceptibilité en se rappelant que $I = n_0\epsilon_0c|E|^2/2$. Nous retrouvons ainsi l'expression de n_0 déterminée en 1.32 ainsi que les expressions pour n_2 et n_3 :

$$n_0 = \sqrt{1 + Re[\chi^{(1)}]} \quad (1.39)$$

$$n_2 = \frac{3Re[\chi^{(3)}]}{n_0^2\epsilon_0c} \quad (1.40)$$

$$n_3 = \frac{20Re[\chi^{(5)}]}{n_0^3\epsilon^2c^2} - \frac{n_2^2}{2n_0} \quad (1.41)$$

Les études réalisées à l'occasion des différents projets développés dans les chapitres suivants sont effectuées loin de résonance. S'éloigner de l'ensemble des différents niveaux d'excitation nous permet de considérer une contribution effective

1. Les coefficients 1,3 et 10 s'expliquent par le fait que nous ne considérons que les effets conservant la fréquence initiale. Pour $\chi^{(3)}$, il s'agit des triplets comme $(+\omega, +\omega, -\omega)$, $(+\omega, -\omega, +\omega)$ ou $(-\omega, +\omega, +\omega)$

de l'état excité, ce qui rend meilleure l'approximation de l'atome à deux niveaux. Ceci est le cas lorsque le désaccord Δ est grand devant le splitting hyperfin qui est d'environ 500MHz pour le rubidium.

Il faut cependant noter l'écart plus important entre les différents niveaux fondamentaux (quelques GHz) : l'approximation de l'atome à deux niveaux est par conséquent moins vraie pour les états fondamentaux.

Dans le régime loin de résonance où $\Delta \gg \Gamma$, les équations 1.35 et 1.36 peuvent se simplifier et donner pour l'indice de réfraction (terme dispersif) :

$$Re(\chi^{(1)}) \propto \frac{N}{\Delta}; \quad Re(\chi^{(3)}) \propto \frac{N}{\Delta^3} \quad (1.42)$$

Le terme linéaire est négligé car il n'entraîne qu'un décalage global de la phase qui est le même sur tout le profil transverse du laser. Le terme le plus important est celui en $\chi^{(3)}$ comme nous allons le voir par la suite.

Pour l'absorption, cette simplification donne :

$$Im(\chi^{(1)}) \propto \frac{N}{\Delta^2}; \quad Im(\chi^{(3)}) \propto \frac{N}{\Delta^4} \quad (1.43)$$

Dans le cas de la partie imaginaire de la susceptibilité, la partie non-linéaire proportionnelle à $1/\Delta^4$ peut-être négligée. L'absorption linéaire sera la seule à avoir un impact non négligeable dans nos différents projets.

Des travaux dans ce type de système [35, 36, 40] ont généralement été effectués dans un régime où le phénomène d'absorption pouvait être négligé afin d'éviter de potentiels effets indésirables que celui-ci aurait pu entraîner. Ceci limite expérimentalement l'accès à des indices de réfraction non-linéaire élevés. Pour conserver une transmission importante (au-dessus de 70%), il faut pouvoir négliger kLn'' où L est la longueur du milieu, k le vecteur d'onde et n'' la partie imaginaire de l'indice.

Étant donné que $Re(\chi^{(3)})/Im(\chi^{(1)}) \propto 1/\Delta$, il est plus intéressant de diminuer le désaccord afin d'augmenter l'impact de l'indice de réfraction non-linéaire tout en conservant une transmission importante. La transmission peut-être fixée en compensant la diminution de Δ via la densité d'atomes N (réduire la température du milieu). Ceci est limité dans la mesure où l'approximation $\Delta \gg \Gamma$ n'est vite plus vraie et où l'élargissement Doppler (discuté dans la partie 1.2.2) n'est plus négligeable.

Nous décidons de ne pas nous limiter au cas où l'absorption est négligée. Même si nous devons prendre en compte cet effet dans nos différents projets, cela nous permet aussi d'accéder à des régimes où la non-linéarité est plus importante et par conséquent d'observer des effets plus importants/développés.

Même si nous ne nous limitons pas à la question de l'absorption et que nous allons au-delà de n_2 en augmentant l'intensité du faisceau incident, la variation de l'indice de réfraction totale Δn possède une valeur maximum en raison de la saturation en intensité du milieu, point dont nous avons discuté précédemment.

1.2 Mise en place expérimentale

Le système expérimental utilisé durant les études qui suivront est un montage simple à première vue mais qui s'avère adapté pour les démarches souhaitées : de part sa stabilité, ses paramètres de contrôle et les différents effets pouvant être mis en jeu. Un schéma du montage est présenté en figure 1.2. Le montage peut être découpé en 3 parties principales : la première étant l'émission laser et la mise en forme du faisceau (intensité et phase), la seconde correspondant au milieu non-linéaire et à son contrôle, enfin la dernière partie étant l'imagerie en champ proche et champ lointain.

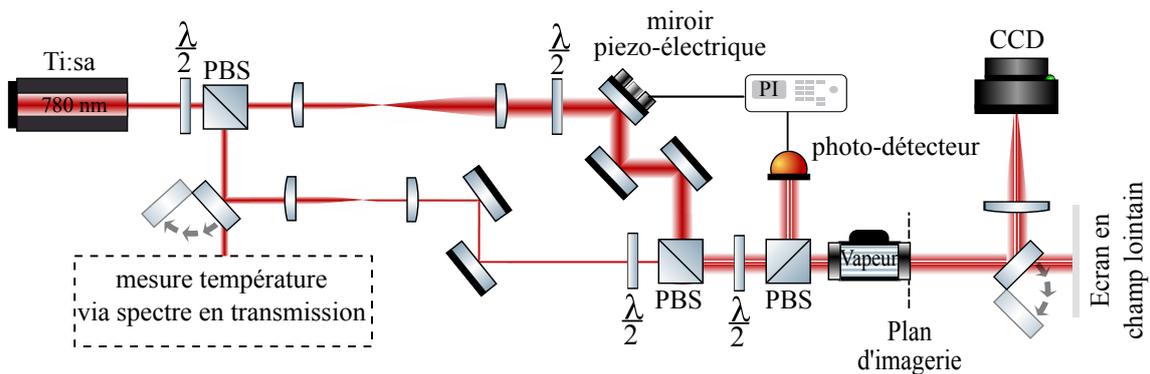


FIGURE 1.2 – Schéma du montage expérimental global.

Le terme $\lambda/2$ se réfère à des lames demi-onde et PBS (pour "Polarized Beam Splitter") correspond aux cubes de polarisation. La partie "mesure température via spectre en transmission" sera détaillée plus loin.

1.2.1 Préparation du champ incident

Différents lasers sont utilisés au cours des multiples projets : un EYLSA 780 (Quantel), un laser Titane :saphir (Msquared) et enfin une diode laser avec un amplificateur laser BoosTA pro (Toptica). Tous ces lasers sont utilisés à des longueurs d'onde proche de la raie $D2$ du rubidium (780nm) avec une puissance maximum d'environ 2W. Notons que des mesures menées sur la raie $D1$ du rubidium (795nm) donnent les mêmes résultats.

Le faisceau laser collimaté en sortie de fibre ayant un mode TEM00 est envoyé en polarisation linéaire dans un interféromètre de Mach-Zehnder. La distribution spatiale de l'intensité est alors modifiée indépendamment dans chaque bras de l'interféromètre. Généralement un faisceau sera agrandi et aura à terme le rôle de "fond" tandis que l'autre bras subira une plus grande gamme de modifications. La distribution en intensité de ce second faisceau modifiera de manière assez significative les phénomènes ayant lieu dans le milieu non-linéaire et est considéré de ce fait comme le faisceau principal.

Le premier projet qui sera discuté par la suite (chapitre 2) nécessite un simple faisceau gaussien (avec un waist plus petit que le "fond").

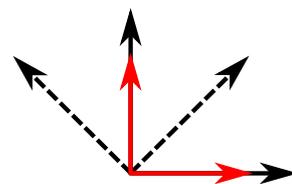
Pour le projet suivant (chapitre 3), il est nécessaire de travailler avec un faisceau elliptique. Dans ce cas, le télescope réduisant la taille du faisceau doit être remplacé

par un télescope cylindrique, celui-ci permettant de réduire la taille du faisceau selon un seul axe.

Lors de l'étude sur la précondensation [36] effectuée en amont de cette thèse, le télescope fut remplacé par un diffuseur. Cela permettant d'obtenir une distribution aléatoire du champ (intensité/phase), cette distribution est communément appelée "speckle".

Dans le cas général, les faisceaux seront collimatés en entrée de cellule et les faisceaux n'auront pas de waist inférieur à $150\mu\text{m}$ afin de conserver une longueur de Rayleigh plus longue que la cellule (7cm).

Ces deux faisceaux sont ensuite superposés en sortie de l'interféromètre. Chaque bras de l'interféromètre étant une projection de la polarisation (verticale et horizontale), les faisceaux n'interagissent pas. Il est nécessaire d'utiliser une nouvelle lame demi-onde pour tourner la polarisation des faisceaux de 45° puis de projeter sur un PBS afin de faire interférer les deux faisceaux. Un angle de 45° permet d'obtenir 50% de puissance de chaque faisceau en réflexion et transmission du PBS. Changer l'angle permet de modifier le ratio de puissance transmis/réfléchis pour chaque bras de l'interféromètre.



La puissance transmise est alors envoyée à travers la cellule de rubidium tandis que la partie réfléchie est envoyée sur un photo-détecteur. Le signal d'interférence mesuré sur le détecteur est utilisé pour asservir la phase relative des deux faisceaux. Une détection synchrone détermine le signal d'erreur (variation des interférences) puis un PI (Proportionnel, Intégrale) asservit le signal par l'intermédiaire d'un miroir piezo-électrique installé sur le trajet du faisceau "fond" dans l'interféromètre. Ceci nous permet de stabiliser les fluctuations de phase relative des deux faisceaux interférant causées par les vibrations mécaniques (le principe du PI est développé en annexe B). Ce contrôle de la phase sera notamment très utile pour le projet de création de vortex.

1.2.2 Milieu non-linéaire

Le champ incident désormais préparé est envoyé à travers une cellule de borosilicate remplie d'un mélange naturel de rubidium (^{85}Rb à 72.2% et ^{87}Rb à 27.8%). La vapeur de rubidium est le milieu non-linéaire dans lequel se propage le faisceau laser. La non-linéarité de ce milieu peut être contrôlée expérimentalement via trois différents paramètres que nous allons détailler.

Le premier paramètre est la température de la vapeur atomique. La cellule cylindrique de diamètre 2.5cm et longue de 7cm est chauffée à des températures comprises entre 100°C et 150°C . La cellule est imbriquée dans deux cylindres de cuivre qui sont chauffés via des fils (en cuivre) dans lesquels un courant circule. La température des fils dépend de la valeur du courant ainsi que de la résistance de ces fils (celle-ci augmente à mesure que l'épaisseur du fil diminue ou que sa longueur augmente) : nous utilisons des fil de 10m de long et de diamètre 0.4mm correspondant à une résistance de 3.4Ω . Pour atteindre des températures de l'ordre de 150°C , le courant traversant les fils est d'environ 1.7A (en considérant notre résistance). Les fils sont

enroulés autour des cylindres dans les deux sens de circulation afin éviter tout champ magnétique potentiel généré par la circulation du courant dans les fils de chauffage pouvant entraîner des fluctuations de polarisation.

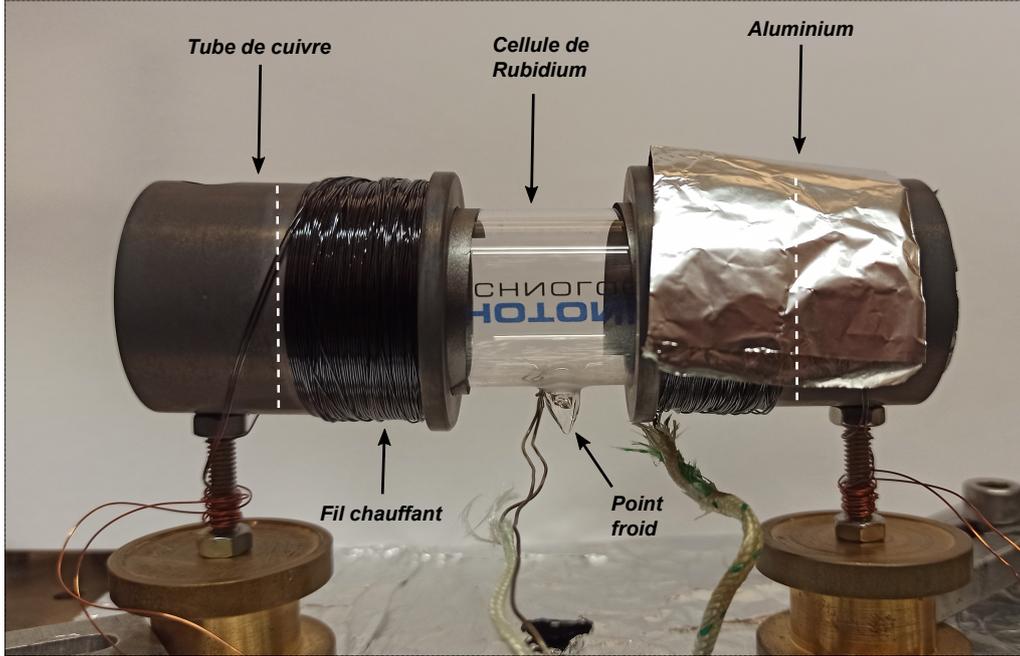


FIGURE 1.3 – Photo du montage expérimental permettant de chauffer la cellule de rubidium. Les lignes tiretées blanche donne la position des fenêtres de la cellule.

Pour éviter que le rubidium ne se condense sur les fenêtres de la cellule, un espace entre les deux pièces de cuivre est laissé afin que le point froid (zone de condensation) soit situé au niveau du réservoir de rubidium. De plus, les fenêtres de la cellule (repérées par les lignes blanches) sont proche des fils et au milieu du tube pour conserver un écart en température suffisant avec le point froid.

Le système est ensuite monté de manière à réduire les pertes thermiques : nous utilisons notamment des feuilles d'aluminium autour des fils et sur toutes les parois de la boîte contenant le four.

La pression dans cette vapeur peut s'écrire selon la formule [41] :

$$\log_{10}(P) = 9.318 - \frac{4040}{T} \quad (1.44)$$

où la pression P est exprimée en Pascal et la température T en Kelvin. Les valeurs dans la formule correspondent à la phase liquide, une correction mineure est à faire lorsqu'il s'agit de la phase solide.

La densité atomique ρ_{at} s'exprime quant à elle de la façon suivante :

$$\rho_{at} = \frac{P}{k_B T} \quad (1.45)$$

où k_B est la constante de Boltzmann.

Nous pouvons ainsi représenter l'évolution de la densité atomique en fonction de la température de la vapeur en figure 1.4. La densité atomique que l'on retrouve dans

l'équation 1.27 va donc modifier la force de la non-linéarité. Entre 50°C et 150°C , la densité atomique augmente de 3 ordres de grandeur ce qui nous permet un contrôle

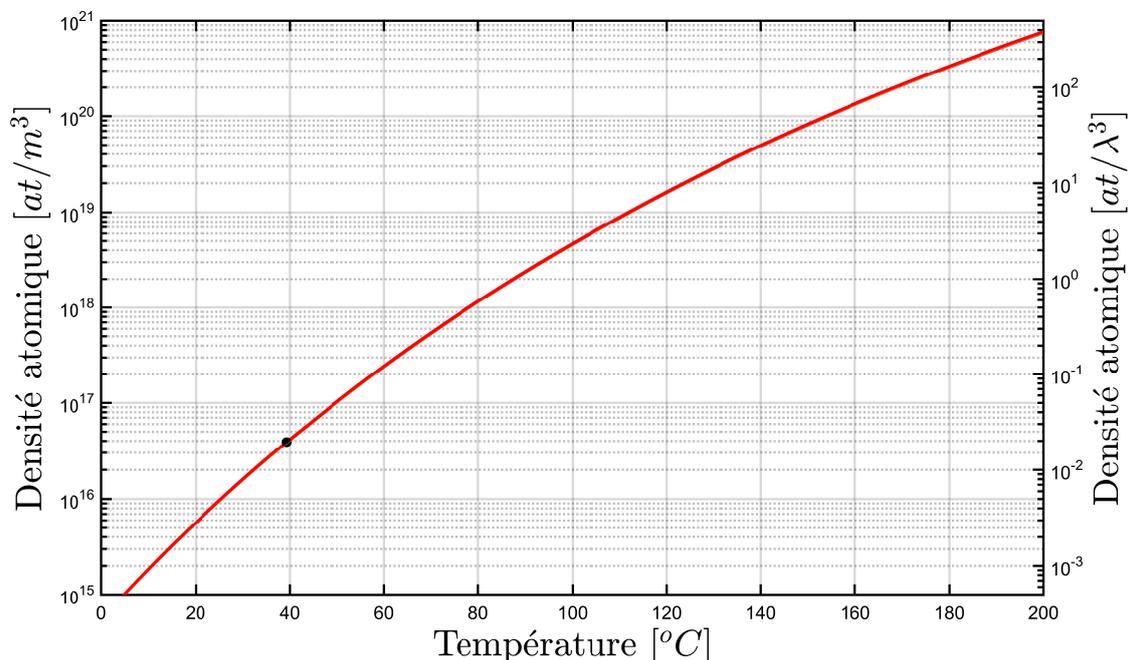


FIGURE 1.4 – Évolution de la densité atomique en fonction de la température en Celsius. Le point noir indique la température à laquelle le rubidium change de phase (fusion). L'échelle de droite est donné en unité de λ^3 où $\lambda = 780\text{nm}$.

de régime non-linéaire assez large. Durant nos expériences, la vapeur aura une température toujours supérieure à 100°C (jusqu'à 150°C en fonction des projets). Il est important de savoir que les métaux alcalins subissent un processus de "durcissement" au contact du borosilicate. Une étude faite sur le sujet [42] estime qu'à environ 100°C le processus de "durcissement" entraîne l'absorption par le verre de $3 \times 10^{19} [\text{at}/\text{m}^2]$ sur une période s'étalant de plusieurs jours à quelques semaines. La pression et donc la densité atomique restent constantes tant que le réservoir de rubidium au point froid est suffisant. Lorsque l'équivalent du réservoir a été absorbé par les parois en verre, la densité diminue progressivement. Étant à $T > 100^{\circ}\text{C}$ lors des mesures expérimentales, ce phénomène se produit dans notre cellule. La densité atomique a drastiquement chuté après une longue période d'utilisation (environ 1 an installé sur l'expérience à raison de 20-30h de chauffe par semaine). Cette longue période en comparaison à [42] s'explique par le fait que l'intégralité de la réserve de rubidium a dû disparaître avant de voir la densité diminuer.

Pour correctement décrire l'absorption du système, nous devons considérer toutes les raies hyperfines du rubidium aux fréquences qui nous intéressent. Le spectre d'absorption d'un atome à 2 niveaux est une lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur équivaut à l'inverse du temps de vie de l'état excité, soit $\Gamma = 2\pi \cdot 6.066\text{MHz}$. Pour prendre en compte toutes les raies hyperfines il faut donc calculer la somme de toutes ces lorentziennes dont l'amplitude est déterminée par : la densité de l'isotope, la population dans le niveau fondamental ainsi que la force de la transition.

La section efficace des atomes lorsque ceux-ci sont immobiles peut donc s'écrire telle que :

$$\sigma_{0K}(\omega) = \sum_i R_i \pi_i \frac{\sigma_0}{1 + 4(\omega - \omega_{0,i})^2 / \Gamma^2 + I/I_{sat}} \quad (1.46)$$

où R_i est la force de transition de chaque raie hyperfine (nous ne considérons que la raie $D2$), $\Delta_i = \omega - \omega_{0,i}$ est le désaccord en fréquence par rapport à la résonance ω_0 pour chaque raie et π_i est la population dans l'état fondamental i (égale au produit de la proportion naturelle des deux isotopes et du ratio de population entre chaque niveau fondamental dû aux valeurs des nombres hyperfins des niveaux. Nous définissons aussi $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ la section efficace à résonance).

La section efficace à température nulle est représentée en figure 1.5. Nous remarquons sur ce spectre que chaque niveau fondamental est couplé à trois niveaux hyperfins excités $\Delta F = -1, 0, +1$.

Lorsque nous considérons le section effi-

cace à température ambiante le mouvement des atomes entraîne un élargissement Doppler kv sur les raies hyperfines. Chacune des trois raies est convoluée et il en résulte une unique raie dont la largeur dépend de la température. Il est par conséquent impossible d'isoler les raies hyperfines avec précision à température ambiante. Ces larges raies sont représentées en figure 1.5. Notons que le zéro en fréquence est défini arbitrairement comme étant ^{87}Rb , $F' = 3$. Tous les désaccords mesurés expérimentalement seront donnés par rapport à ce zéro. Si nous considérons que la vitesse des atomes suit la loi de Maxwell-Boltzmann, la largeur de ces raies Doppler peut être définie telle que :

$$\Gamma_D = \sqrt{\frac{k_B T}{m \lambda^2}} \quad (1.47)$$

où $m = 1.4 \times 10^{-25}$ kg est la masse atomique. Pour une température $T = 100^\circ\text{C}$, la largeur Doppler vaut $\Gamma_D = 246\text{MHz}$. Le section efficace pour une température non nulle peut s'écrire comme la convolution du spectre à $0K$ avec la distribution gaussienne de l'élargissement Doppler. Cette distribution en vitesse s'écrit :

$$P(v)dv = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv \quad (1.48)$$

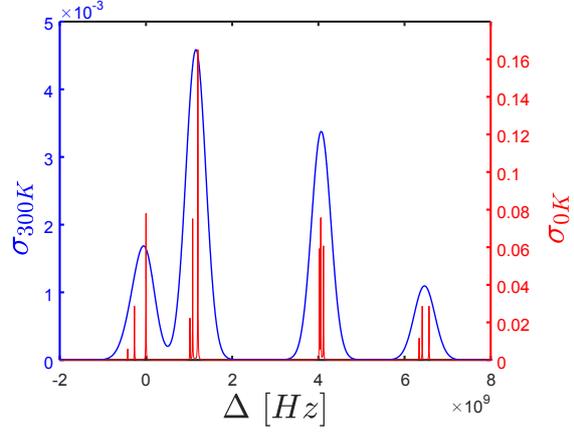


FIGURE 1.5 – Section efficace autour de la raie $D2$ du rubidium à température nulle ($0K$) et ambiante ($300K$). La saturation est négligée dans ces calculs. Les valeurs sont normalisée par σ_0 .

Sachant que la vitesse équivalant à un déplacement Doppler de ω_0 à ω vaut $v = c(\omega/\omega_0 - 1)$, la distribution Doppler peut s'écrire en fréquence :

$$P(\omega)d\omega = \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi kT\omega_0^2}} \exp\left[-\frac{mc^2}{2kT}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1\right)^2\right] d\omega \quad (1.49)$$

La section efficace à température non nulle s'écrit donc :

$$\sigma(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \sigma_{0K}(\omega') P(\omega' - \omega) \quad (1.50)$$

Maintenant que nous connaissons la section efficace des atomes, nous pouvons exprimer le coefficient d'absorption linéaire comme étant :

$$\eta = \rho_{at}\sigma \quad (1.51)$$

Même si l'élargissement Doppler dû à la température est limité de par sa dépendance en \sqrt{T} , la forte dépendance de la densité atomique à la température va entraîner une importante augmentation de l'absorption sur le spectre à mesure que la température augmente. La figure 1.7 met en évidence cet effet.

Nous pouvons écrire la relation entre l'intensité initiale et celle transmise telle que :

$$\mathcal{T} = \frac{I_t}{I_0} = \exp(-\eta L) \quad (1.52)$$

où I_t est l'intensité transmise, I_0 l'intensité initiale, \mathcal{T} le taux de transmission et L la longueur du milieu. Le produit ηL représente l'épaisseur optique du milieu. Le spectre en transmission nous permet donc de remonter jusqu'à la température de la vapeur par l'intermédiaire de l'absorption (1.51) puis de la densité atomique (1.45).

La figure 1.6 représente le schéma du montage expérimental dédié à la mesure de la température.

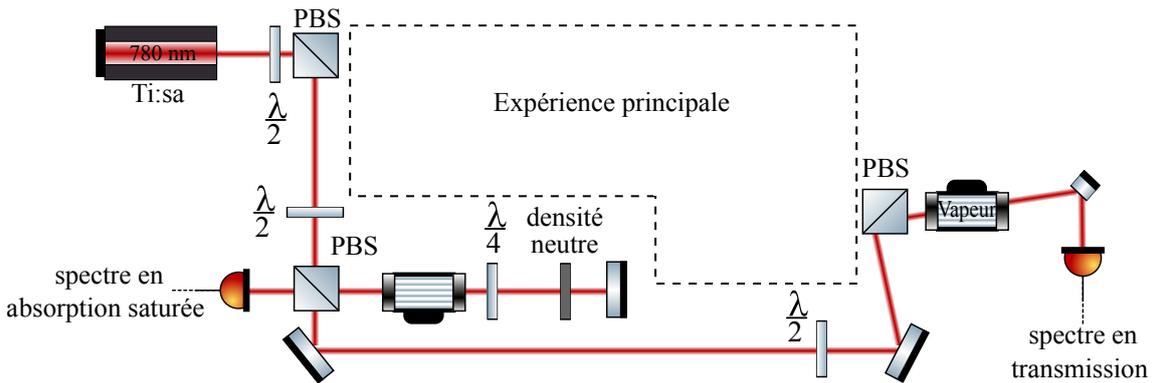


FIGURE 1.6 – Montage expérimental utilisé pour la mesure en température de la vapeur atomique. La seconde cellule à gauche est utilisée pour effectuer un spectre en absorption saturée à température ambiante.

Le laser est scanné en fréquence sur une plage d'environ 25GHz autour de la raie D_2 du rubidium. La première cellule (à gauche) permet d'obtenir le spectre d'absorption saturée [43] afin de calibrer avec précision le pas en fréquence. Une faible

proportion du faisceau initial (pour éviter la saturation) est quant à elle envoyée à travers la cellule d'étude pour enregistrer le spectre en transmission. La figure 1.7 montre d'une part le spectre d'absorption saturée permettant la renormalisation en fréquence et d'autre part des spectres en transmission pour différentes températures. Le spectre en absorption saturée est effectué à 25°C et nous permet d'observer les raies hyperfines contrairement au spectre en transmission classique dans lequel l'élargissement Doppler est la limite de résolution.

Nous observons que lorsque la température et par conséquent la densité atomique augmentent la transmission diminue autour des raies d'absorption, le spectre en transmission s'aplatit et les ailes deviennent de plus en plus larges. Un ajustement des données est ensuite effectué pour déterminer la température correspondant à chaque courbe.

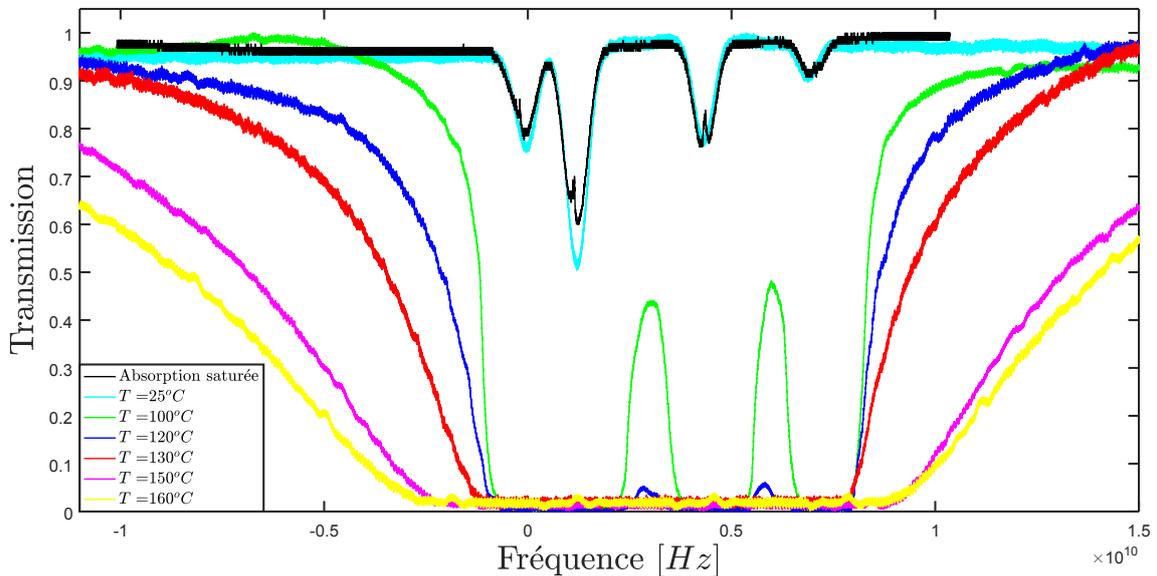


FIGURE 1.7 – Spectre en absorption saturée (noir) et spectres en transmission pour différentes températures de la vapeur. La fenêtre en fréquence d'environ 25GHz est limitée par le laser que nous utilisons pour scanner.

Le second paramètre important est le désaccord en fréquence. La dépendance en $1/\Delta^3$ de l'indice de réfraction non-linéaire (équation 1.33) en fait un paramètre important d'autant plus qu'il est rapide et précis. En effet, cette dépendance permet de changer le signe de l'indice non-linéaire. Lorsque $\Delta n > 0$ le milieu se comporte comme une lentille divergente sur le faisceau, il est alors dit auto-défocalisant.

Si $\Delta n < 0$, le milieu aurait alors un effet focalisant sur le faisceau et serait appelé auto-focalisant [44, 45]. Une multitude d'autres phénomènes apparaissent dans cet autre régime ; il est notamment possible de réaliser des guides d'onde [46, 47], d'observer des structures [48] ou encore d'étudier des effets plus complexes tel que la non-localité [49].

Nous considérerons toujours dans les différents projets détaillés dans ce manuscrit le cas où $\Delta n > 0$. Pour rester dans le régime où $|\Delta|$ est plus grand que l'élargissement Doppler, nous conserverons au minimum un désaccord de $\Delta = -1\text{GHz}$.

La non-linéarité devenant plus importante à mesure que l'on se rapproche de résonance, nous remarquons sur la figure 1.7 qu'à haute température l'absorption n'est plus négligeable. Ce sera donc un effet supplémentaire qu'il faudra prendre en compte lors de nos études.

Enfin, le troisième paramètre est l'intensité laser se propageant dans le milieu. Lorsque nous sommes suffisamment loin de résonance pour pouvoir négliger l'effet de la saturation ($\Delta^2/\Gamma^2 \gg I/I_{sat}$), l'indice de réfraction non-linéaire de l'équation 1.33 devient proportionnel à l'intensité du faisceau incident. Lorsque la saturation ne pourra plus être négligée (en raison d'un faible désaccord ou d'une forte intensité), cette dépendance n'est plus vraie : les atomes ne peuvent pas interagir avec plus de photons, augmenter l'intensité n'aura donc plus d'effet sur la non-linéarité.

1.2.3 Méthode d'imagerie

La méthode d'imagerie est un élément primordial dans notre expérience puisque qu'elle nous permet non seulement d'observer le champ proche du faisceau après propagation à travers la cellule de rubidium mais aussi de calibrer la non-linéarité du milieu via le champ lointain comme nous le verrons par la suite.

Concernant le champ proche, une lentille est utilisée pour imager le plan exact de la fin de la cellule. Différentes lentilles permettent d'obtenir d'autres grandissements ($\times 1$; $\times 3$; $\times 6$). Le champ proche est alors imagé sur une caméra CCD ayant une résolution (1600×1200) avec des pixels de $4.4\mu\text{m}$. Combinée avec une lentille de grandissement ceci nous permet une résolution suffisante en comparaison de la longueur caractéristique des phénomènes observés (cette longueur est appelé "healing length", nous détaillerons ce point ultérieurement) qui est d'environ $\approx 10\mu\text{m}$.

Une seconde caméra est aussi utilisée, une Phasics SID4 qui nous permet d'enregistrer directement l'intensité et la phase du champ. Ceci nous donne donc accès à l'équivalent de la fonction d'onde in situ en sorti du milieu non-linéaire. Nous développerons au cours du chapitre 3 les différents avantages que cela offre.

Basé sur le principe du masque d'Hartmann modifié, un réseau de diffraction est situé devant les pixels de la caméra. Ce réseau crée plusieurs répliques de l'onde incidente (le nombre de répliques dépend de la géométrie du réseau) décalées dans le plan et interférant les unes avec les autres : on parle d'interféromètre par cisaillement latéral.

Grâce à cet interférogramme, nous avons accès simultanément à l'intensité du champ et aux dérivées de la phase suivant différentes directions (au moins 2 directions orthogonales). Pour cela la transformée de Fourier de l'interférogramme est calculée ; sélectionner des harmoniques précises et en calculer la transformée de Fourier inverse donne accès aux informations du champs. L'harmonique d'ordre zéro permet d'obtenir le profil d'intensité tandis que les harmoniques de premier ordre permettent de remonter jusqu'aux gradients de la phase, intégrer ces gradients permet de retrouver la phase (une description plus détaillée de cette caméra et de son principe de fonctionnement se trouve en annexe C) [50–55].

La principale limitation de cette caméra est sa résolution, seulement 160×120 pixels

de $29.6\mu\text{m}$, un grandissement important est par conséquent nécessaire pour pouvoir correctement étudier les détails les plus petits. Un second point à prendre en compte qui sera notamment important dans le projet sur les vortex (chapitre 3) est la façon dont est intégré le gradient de la phase. Le gradient de phase d'un vortex présente une singularité en son centre qui ne peut pas être intégrée numériquement. Cette singularité ne sera donc pas prise en compte lors de l'analyse numérique effectuée par la caméra. Ceci a pour conséquence que la phase tournante caractéristique des vortex n'est pas directement détectable sur le logiciel de la caméra. Il est nécessaire de travailler avec les données "brutes" de la caméra, le gradient de la phase nous suffira pour mettre en évidence la rotation de la phase autour des vortex. Des méthodes existent pour reconstruire le front d'onde lorsque des vortex sont présents [56, 57]. Il est aussi nécessaire de considérer les modifications de phase qu'entraîne le système d'imagerie. Le système d'imagerie n'étant pas afocal (ce choix a été fait pour avoir une plus grande flexibilité sur les différents grandissements), la lentille imprime une phase additionnelle importante sur le front d'onde au niveau de la caméra. Pour corriger ce problème il est important de prendre une référence en imageant un faisceau plan afin de systématiquement retirer la phase ajoutée par la lentille. Il est aussi utile de s'intéresser au champ lointain du faisceau après propagation dans la vapeur non-linéaire. Comme il est détaillé dans la section suivante, ceci nous permet une calibration assez précise et facile d'accès de la non-linéarité.

1.3 Calibration non-linéarité

Une étape importante afin de correctement étudier les différents projets qui suivront est de calibrer la non-linéarité de notre milieu. En effet, il est nécessaire de connaître les différents régimes non-linéaires en fonction des paramètres accessibles expérimentalement : à savoir densité atomique, intensité laser et désaccord en fréquence. Dans cette section, nous développerons la méthode utilisée pour mesurer la non-linéarité de notre milieu ainsi l'évolution de cette non-linéarité en fonction des principaux paramètres. Nous verrons ensuite comment comparer des milieux non-linéaires à priori différents et finirons par voir l'impact de la saturation sur la non-linéarité.

1.3.1 Auto-modulation de phase

Il a été démontré via l'équation 1.33 que l'indice de réfraction non-linéaire du milieu dépend de l'intensité du faisceau laser le traversant. Par conséquent, une variation de l'intensité incidente va entraîner une variation de l'indice non-linéaire $\Delta n(I)$ et ce changement d'indice va agir à son tour sur la phase du faisceau laser. L'intensité du champ contrôle indirectement sa phase par l'intermédiaire du milieu, ce phénomène est généralement appelé auto-modulation de phase.

Il existe différentes méthodes pour mesurer ce décalage de phase, il est notamment possible d'effectuer un z-scan [58–60] (dans le cas où le milieu est fin), de travailler avec un mélange à quatre ondes [61–63] ou encore via la technique de modulation de phase croisée (XPM) dans le cas d'une propagation temporelle d'un faisceau dans une fibre non-linéaire [64, 65]. Dans le cas qui nous intéresse, le milieu non-linéaire

étant épais, il est préférable d'opter pour une autre technique utilisé dans [37,66–68]. Considérons le faisceau incident avec un profil d'intensité gaussien TEM₀₀ : celui-ci se propage le long de l'axe z dans un milieu non-linéaire d'épaisseur L . L'amplitude complexe du champ dans le plan d'incidence peut s'écrire :

$$E(r, z_0) = E(0, z_0) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{ik_0 n_0 r^2}{2R}\right) \quad (1.53)$$

où z_0 est la position du plan d'incidence, r les coordonnées radiales, w le waist du faisceau à z_0 , n_0 l'indice de réfraction, $k_0 = 2\pi/\lambda$ le nombre d'onde et $R(z)$ le rayon de courbure du front d'onde. Pour les raisons présentées plus tôt, une variation de l'indice de réfraction $\Delta n(r, z)$ apparaît dans la zone où le faisceau se propage dans le milieu. Le déphasage qui s'est donc accumulé en sortie du milieu peut donc s'écrire :

$$\Delta\phi(r) = k_0 \int_{z_0}^{z_0+L} \Delta n(r, z) dz = k_0 L \Delta n(r) \quad (1.54)$$

où L est la longueur du milieu non-linéaire. Si l'on considère l'absorption linéaire dans notre système, l'amplitude complexe du champ en sortie du milieu devient :

$$E(r, z_0 + L) = E(0, z_0) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{\eta L}{2}\right) \exp(-i\phi(r)) \quad (1.55)$$

Nous rappelons que η est le coefficient d'absorption linéaire du milieu et $\phi(r)$ le terme de phase tel que :

$$\phi(r) = k_0 \frac{n_0 r^2}{2R} + \Delta\phi(r) \quad (1.56)$$

Le premier terme étant la phase induite par la courbure du front R et le second terme étant celui créé lors de la propagation du faisceau à travers le milieu. Lorsque le faisceau est sorti du milieu non-linéaire et qu'il se propage librement dans l'air, il est possible de déterminer la distribution en intensité du champ lointain à l'aide de l'approximation de Fraunhofer de la formule de la diffraction de Fresnel-Kirchoff. Ceci donne une distribution en intensité telle que :

$$I = \left| \frac{1}{i\lambda D} \right|^2 \left| \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E(0, z_0) \exp\left(-\frac{\eta L}{2}\right) \exp(-ik_0 r \theta \cos \varphi) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} - i\phi(r)\right) r dr d\varphi \right|^2 \quad (1.57)$$

où θ est l'angle de diffraction du champ lointain, φ est l'angle dans le plan de sortie du milieu en coordonnées polaires, D est la distance entre le plan d'observation et le plan de sortie du milieu. Ceci correspond à avoir dans le champ lointain les coordonnées radiales telles que $\rho = D\theta$. En utilisant la fonction de Bessel à l'ordre zéro $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ix \cos \varphi) d\varphi$ nous pouvons réécrire l'équation 1.57 sous la forme :

$$I = I_0 \left| \int_0^\infty J_0(k_0 r \theta) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} - i\phi(r)\right) r dr \right|^2 \quad (1.58)$$

avec $I_0 = 4\pi^2 |E(0, z_0) \exp(-\eta L/2)/(i\lambda D)|^2$.

Lors de la propagation dans le milieu d'un faisceau ayant un profil gaussien, la déformation de la phase aura une distribution en forme de cloche ayant pour centre le centre du faisceau ($r = 0$). Lorsque la déformation devient importante, le déphasage maximum devient grand devant 2π , nous voyons alors apparaître une série d'anneaux concentriques dans le champ lointain du faisceau transmis à travers le milieu. L'intensité au centre du faisceau passe d'un maximum à un minimum lorsqu'un déphasage de π est ajouté puis retourne à un maximum si le déphasage atteint 2π . Nous pouvons ainsi estimer la valeur du déphasage non-linéaire tel que :

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= 2m\pi && \text{pour } I(r=0) = \text{max} \\ &= (2m-1)\pi && \text{pour } I(r=0) = \text{min} \end{aligned} \quad (1.59)$$

où m est le nombre d'anneaux.

Les mécanismes entraînant le changement de l'indice de réfraction par l'intermédiaire du faisceau se propageant dans le milieu sont variés. L'équation 1.58 permet de rendre compte du déphasage causé par ce changement d'indice de réfraction via le profil d'intensité en champ lointain.

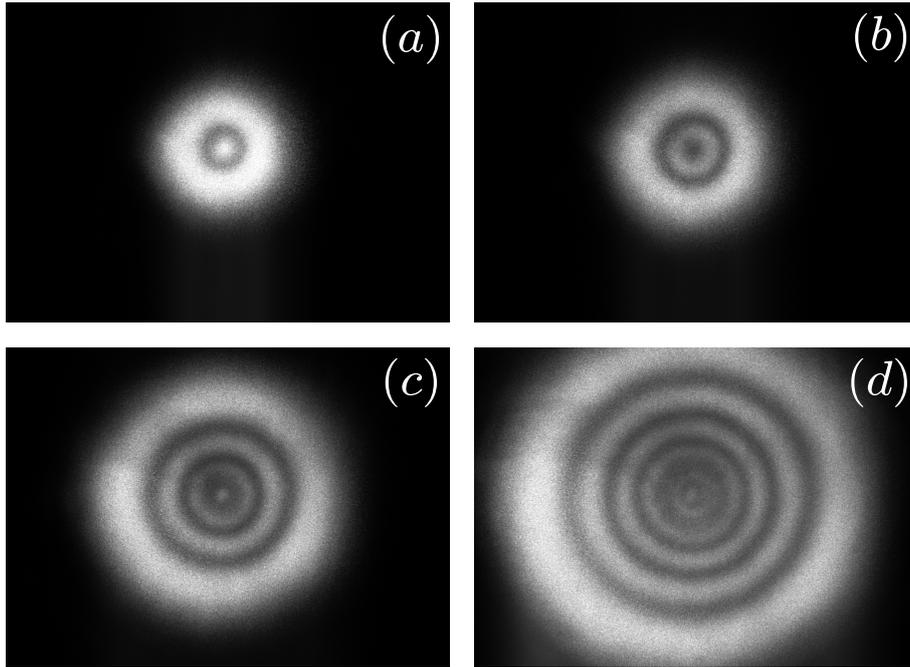


FIGURE 1.8 – Mesure du profil d'intensité en champ lointain d'un faisceau gaussien traversant le milieu non-linéaire à différentes non-linéarités. Les non-linéarités sont pour (a), (b), (c) et (d) respectivement $\Delta\phi = 2\pi, 3\pi, 6\pi$ et 10π .

Cette méthode n'est pas dépendante du mécanisme mis en jeu et peut par conséquent être utilisée pour différents systèmes [69–71] dès l'instant où une variation de l'indice de réfraction a lieu. La figure 1.8 représente des profils d'intensité en champ lointain typiques lorsqu'un faisceau gaussien se propage dans notre milieu. Progressivement augmenter Δn entraîne l'augmentation du déphasage non-linéaire

$\Delta\phi$ ce qui fait apparaître une multitude d’anneaux. En se servant de la formule 1.59, nous pouvons estimer les valeurs du déphasage non-linéaire qui sont données dans le détail de la figure.

1.3.2 Évolution de la non-linéarité

Pour rappel, l’équation 1.33 nous montre que Δn et par conséquent le déphasage non-linéaire (du fait de l’équation 1.54) peuvent être modifiés par l’intermédiaire de plusieurs paramètres expérimentaux : le désaccord en fréquence, l’intensité du faisceau laser ainsi que le nombre d’atomes interagissant avec la lumière. Ce dernier se contrôle via la densité atomique du gaz dans lequel se propage le faisceau, la densité atomique étant proportionnelle à la température du gaz (voir figure 1.4).

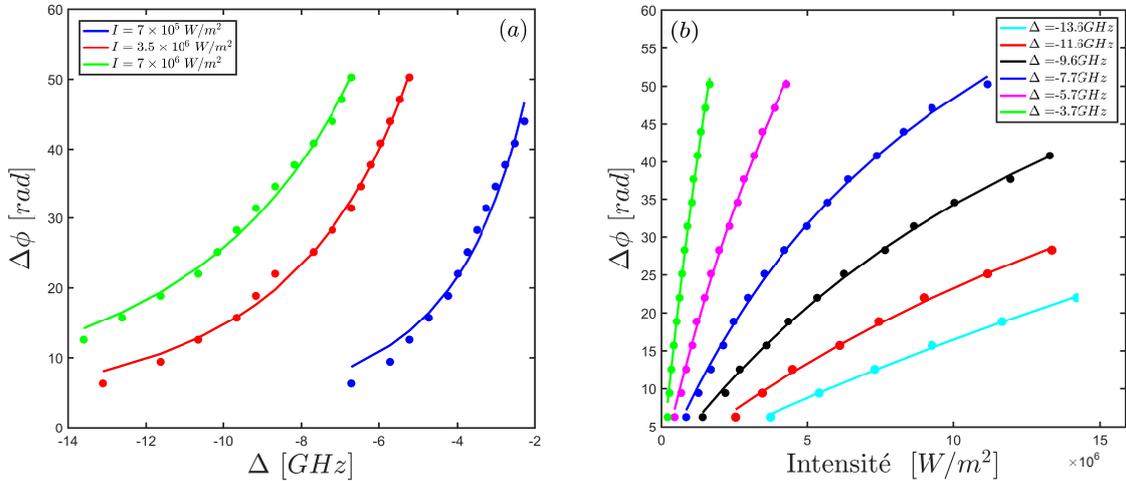


FIGURE 1.9 – Évolution du déphasage non-linéaire (a) en fonction du désaccord pour différentes intensités et (b) en fonction de l’intensité pour différents désaccords. Les désaccords sont donnés par rapport à la transition $D2\ 5S_{1/2}(F = 2) - 5P_{3/2}(F = 1, 2, 3)$ du ^{87}Rb . Les points sont les mesures expérimentales et les lignes sont des ajustements effectués avec l’équation 1.33. Les mesures sont faites à température fixée $T \approx 150^\circ\text{C}$ et avec un faisceau de waist 0.3mm.

La figure 1.9 montre l’évolution du déphasage non-linéaire en fonction des paramètres les plus souvent utilisés pour contrôler la non-linéarité à savoir l’intensité et le désaccord du faisceau. La température est un paramètre lent à faire varier et dont la mesure est moins précise et plus complexe (voir partie sur le chauffage de la cellule 1.2.2), une étude systématique est donc moins pertinente.

Nous observons sur la figure 1.9(a) qu’à intensité fixée le déphasage augmente en $1/\Delta^3$, cette approximation est correcte dans le régime à grand désaccord où l’on peut négliger la saturation ($4\Delta^2/\Gamma^2 \gg I/I_{sat}$). Nous retrouvons cette dépendance dans la formule de Δn (équation 1.33).

La figure 1.9(b) nous présente quant à elle l’évolution du déphasage non-linéaire en fonction de l’intensité du faisceau pour différents désaccords. Les mesures de $\Delta\phi$ effectuées dans ce cas précis ne vont pas au-delà de $16\pi \approx 50$ (soit 8 anneaux) car, la

saturation devenant importante, une partie du faisceau ne voit plus les atomes et est transmise sans qu'elle ne subisse de déphasage. Ceci entraîne un mauvais contraste au centre du faisceau en champ lointain rendant le comptage d'anneaux supplémentaires imprécis. Des observations similaires ont été faites dans le cas d'un cristal photo-réfractif [71]. Nos observations montrent aussi qu'augmenter la température et par conséquent la densité atomiques réduit aussi le contraste sur les anneaux centraux. À noter que même si les mesures s'arrêtent à cette valeur du fait du manque de contraste au centre, le développement d'anneaux supplémentaires reste visible loin du centre. Pour connaître la valeur de la non-linéarité au-delà de cette limite expérimentale, nous extrapolons les courbes à l'aide de la formule 1.33.

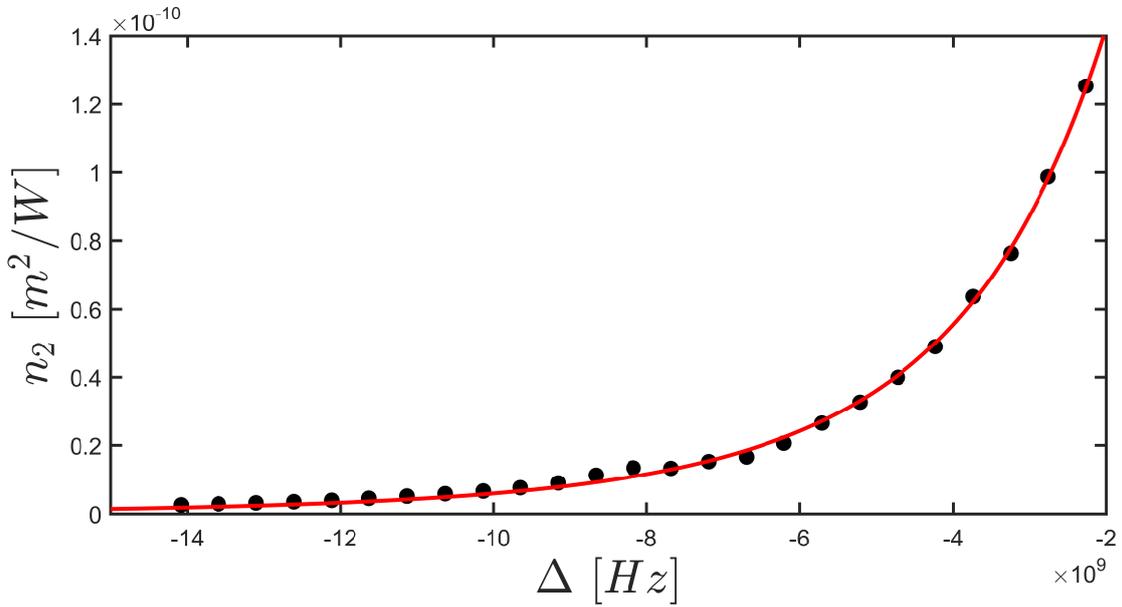


FIGURE 1.10 – Évolution de l'indice de réfraction non-linéaire n_2 en fonction du désaccord Δ . Les points correspondent aux valeurs extraites des ajustements des mesures expérimentales et la courbe rouge est un ajustement effectué à l'aide de la formule 1.40.

Dans le régime où la saturation est négligeable, nous pouvons approximer la variation de l'indice de réfraction comme étant égale à $\Delta n \approx n_2(\Delta)I$. Nous rappelons que $n_2(\Delta)$ est le premier ordre de l'indice de réfraction non-linéaire et dépend de Δ mais pas de l'intensité.

Cette approximation nous permet de réécrire l'équation 1.54 telle que :

$$\Delta\phi \approx k_0 L n_2(\Delta) I \quad (1.60)$$

Ainsi, à désaccord fixé (la densité atomique reste fixée dans chaque étude) et lorsque la saturation est négligeable, le déphasage évolue linéairement en fonction de l'intensité avec une pente $k_0 L n_2$ où k_0 et L sont des constantes connues. En effectuant un ajustement sur la partie linéaire de chaque courbe, nous pouvons donc déterminer la valeur de n_2 pour le désaccord correspondant. Si nous effectuons les

mesures présentées en figure 1.9 (b) pour un plus grand nombre de désaccords, nous pouvons déterminer la pente pour chaque courbe et ainsi obtenir la figure 1.10.

Type	Matériau	$n_2 [m^2/W]$
Cristaux	GaAs	3.3×10^{-9}
	Si	2.7×10^{-10}
	ZnSe	3.0×10^{-10}
	Al ₂ O ₃	2.9×10^{-12}
	LiF	9.0×10^{-13}
Verres	Silice fondue	3.2×10^{-12}
	BK-7	3.4×10^{-12}
	As ₂ S ₃	2.0×10^{-9}
Nano-particules	Au	2.6×10^{-6}
	CdSSe	1.8×10^{-10}
2D	Graphene	10^{-1}
	BiH ₃	10^{-2}
	TaSe ₂	10^{-3}
	Ti ₃ C ₂ T _X	1
Vapeur	Rb à $T = 150^\circ C$ et $\Delta = -3GHz$	10^{-10}

TABLE 1.1 – Tableau listant certains matériaux non-linéaires avec la valeur de leur indice de réfraction non-linéaire du premier ordre n_2 mesuré via l’auto-modulation de phase [37,38]. Les matériaux (à l’exception des types 2D) sont des matériaux dits épais dans lesquels la propagation se fait sur une distance plus grande que λ .

Cette calibration permet de facilement connaître la valeur du déphasage et donc la non-linéarité via la formule 1.60 quel que soit le désaccord et l’intensité (à température donnée) dans l’approximation où la saturation est négligeable ($4\Delta^2/\Gamma^2 \gg I/I_{sat}$).

Le déphasage non-linéaire étant une méthode qui peut être appliquée à une multitude de systèmes non-linéaires même si leur mécanisme est différent, les informations qui en sont extraites permettent de comparer les propriétés non-linéaires de chaque système. Le tableau 1.1 liste certains matériaux de différents types ainsi que la valeur de n_2 correspondante. Les mesures sont toutes effectuées en utilisant l’auto-modulation de phase.

D’autres types de matériaux possèdent des propriétés non-linéaires tels que des semi-conducteurs, des molécules ayant une polarisabilité anisotropique (cristaux liquides par exemple), l’électrostriction, la non-linéarité thermique ou encore des systèmes quantiques (QD et MQW) [72]. Il est aussi possible de mesurer cet indice de réfraction non-linéaire dans des fibres où la propagation évolue temporellement [64, 73]. Bien évidemment, chaque matériau possède des propriétés et des avantages bien spécifiques. Dans tous les matériaux 2D par exemple, le terme de diffraction est négligé

lors de la propagation dans le milieu, ce n'est pas le cas dans les matériaux "épais". Il est important de rappeler que l'estimation du n_2 ne permet de rendre compte de la non-linéarité du milieu que dans l'approximation de l'atome à deux niveaux

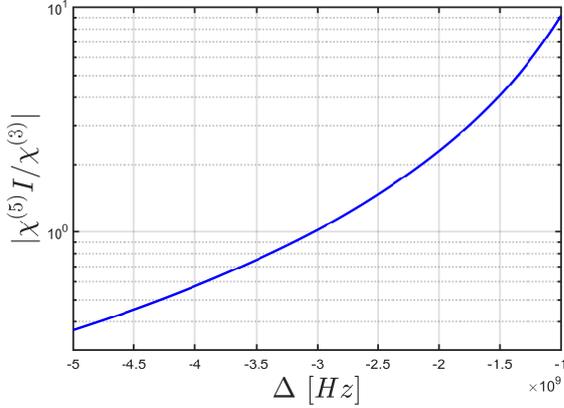


FIGURE 1.11 – Évolution du rapport $|\chi^5 I / \chi^3|$ en fonction du désaccord pour un intensité fixé à $I = 1 \times 10^6$ [W/m²].

(loin de résonance) et sans saturation. Lorsque nous nous rapprochons de résonance le terme d'ordre supérieur $\chi^{(5)}I^2$ dans l'équation 1.38 n'est plus négligeable et, étant de signe opposé à $\chi^{(3)}I$, la pente de la non-linéarité deviendra inférieure à la valeur de n_2 prédite dans l'approximation où $\chi^{(3)}$ est le seul terme pris en compte. La figure 1.11 représente ce changement de régime.

Si l'on reprend l'équation 1.27 dans le cas où le terme de saturation I/I_{sat} n'est plus négligeable devant $4\Delta^2/\Gamma^2$ il n'est plus possible d'effectuer le développement en série de puissance 1.34 et nous n'avons plus de proportionnalité entre Δn et I . Ceci peut avoir lieu en raison

d'une diminution du désaccord ou d'une augmentation de l'intensité du faisceau. Dans ce cas, nous avons seulement accès à la variation d'indice totale Δn définie par la formule 1.33.

La technique d'auto-modulation de phase étant définie par rapport à Δn totale, l'impact de la saturation et les termes d'ordres supérieurs de la susceptibilité ne changent en rien les mesures que l'on peut effectuer. La seule différence que nous observerons est que nous n'aurons pas une simple dépendance linéaire en n_2 lorsque l'intensité augmente. En effet, comme nous pouvons l'apercevoir dans les mesures à haute non-linéarité en figure 1.9 (b), lorsque nous atteignons un régime où la saturation ne peut plus être négligée, la pente de $\Delta\phi$ va progressivement diminuer jusqu'à qu'un plateau soit atteint. Dans ce cas là, la saturation sera telle qu'augmenter l'intensité du faisceau ne permettra plus d'augmenter la valeur de Δn .

La figure 1.12 (a) met en évidence ce phénomène. Même si le régime où les mesures expérimentales du déphasage sont effectuées correspond au régime sans saturation (évolution linéaire de pente n_2), extrapoler la courbe d'ajustement dans un régime où la saturation n'est pas négligeable fait apparaître le plateau dû à la saturation. Ne pouvant pas mesurer un nombre d'anneaux aussi important comme indiqué précédemment, cette extrapolation nous permet d'estimer la valeur du déphasage non-linéaire même si la saturation est importante.

La figure 1.12 (b) représente le rapport $\frac{4\Delta^2/\Gamma^2}{I/I_{sat}}$ pour différentes valeurs du désaccord et de l'intensité. Au vu des courbes expérimentales en figure 1.9 (b), nous estimons que le système commence à devenir saturé (la dépendance de $\Delta\phi$ en I n'est plus linéaire en n_2) lorsque le rapport est d'environ 50. Plus ce rapport diminue plus la non-linéarité sature. Lorsque $\Delta^2/\Gamma^2 \approx I/I_{sat}$ le système est totalement saturé et le plateau est atteint.

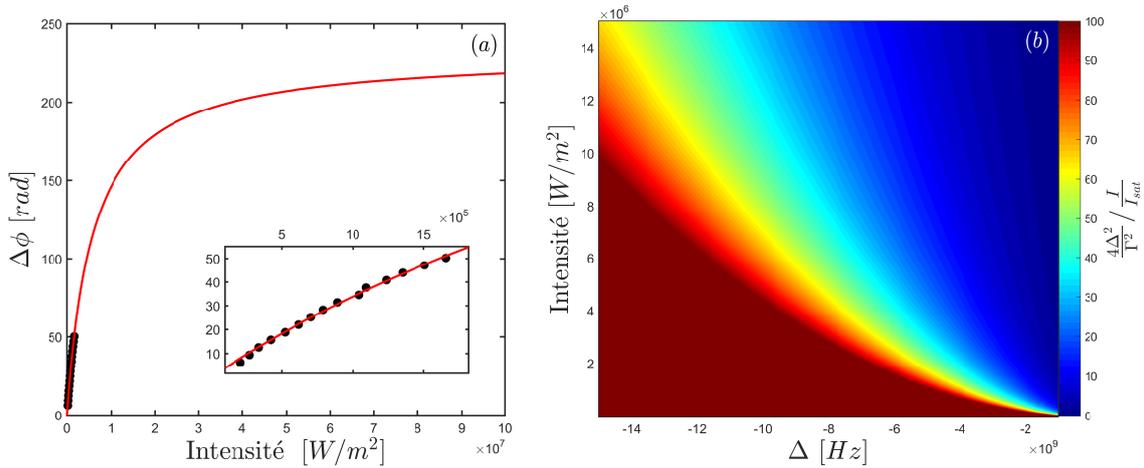


FIGURE 1.12 – La courbe à gauche représente l'évolution de $\Delta\phi$ en fonction de l'intensité pour un désaccord de $\Delta = -3.7 [GHz]$ (courbe verte dans 1.9 (b)). Les points noirs sont les mesures expérimentales ; la courbe rouge représente l'extrapolation d'un ajustement effectué avec la formule 1.33. L'inset est un zoom du régime où les mesures expérimentales ont été effectuées. La figure de droite correspond au rapport désaccord/saturation de l'intensité en fonction du désaccord et de l'intensité.

1.4 Fluide de lumière

Depuis plus d'un siècle, on sait que la lumière se propageant dans le vide est constituée de photons n'ayant pas de masse et n'interagissant pas les uns aux autres. En physique classique, les fluides à l'inverse, peuvent être décrits comme un ensemble de particules ayant une masse et interagissantes. Il a été montré que, dans certaines circonstances précises, les photons pouvaient se comporter comme des particules ayant une masse et qu'il était possible de simuler une interaction photon-photon. De cette manière, il est possible de créer et d'observer des fluides de lumière. Nous allons dans cette section développer les caractéristiques des fluides de lumière et les équations les décrivant. Nous verrons dans les projets présentés dans ce manuscrit que la lumière peut avoir un comportement tout à fait semblable à celui des fluides.

1.4.1 Propagation dans un milieu non-linéaire

Considérons un milieu non magnétique où l'induction électrique s'écrit $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ et le champ magnétique vaut $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.

Grâce aux équations de Maxwell nous savons que :

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.61)$$

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.62)$$

Ceci nous permet ainsi d'écrire l'équation de propagation du champ électrique dans un milieu non-linéaire telle que :

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{\text{NL}}}{\partial t^2} \quad (1.63)$$

où la perméabilité du vide $\mu_0 = 1/\epsilon_0 c^2$ et \mathbf{P}_{NL} est le terme non-linéaire de la polarisation.

Pour un milieu non-linéaire de type $\chi^{(3)}$, nous aurons $\mathbf{P}_{\text{NL}} = \epsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E}^3$. Nous assumons que le champ monochromatique se propage selon z . Nous pouvons écrire le champ tel que :

$$E(\mathbf{r}_\perp, z, t) = E_0(\mathbf{r}_\perp, z) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \quad (1.64)$$

où $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$ est le plan transverse à la propagation et E_0 est l'enveloppe de l'onde.

En remplaçant l'expression du champ dans l'équation 1.63 et en négligeant la génération d'harmonique du troisième ordre ($\propto e^{-i3\omega t}$), nous obtenons :

$$\nabla_\perp^2 E_0 + \frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} + 2ik_0 \frac{\partial E_0}{\partial z} - \left(k_0^2 - \frac{n^2 \omega_0^2}{c^2} \right) E_0 = \chi^{(3)} |E_0|^2 \frac{\omega_0^2}{c^2} E_0 \quad (1.65)$$

où ∇_\perp^2 est le Laplacien dans le plan transverse. En approximant que le champ varie lentement dans la direction z (approximation paraxiale), nous pouvons fixer la dérivée seconde de E_0 en z comme étant nulle. L'indice de réfraction linéaire peut quant à lui être écrit sous la forme $n = n_0 + \delta n$ où n_0 est l'indice moyen et δn une variation locale supposée faible. Nous savons aussi que le nombre d'onde s'écrit $k_0 = n_0 \omega_0 / c$. Tout ceci nous permet de réécrire l'équation 1.65 telle que :

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, z)}{\partial z} = \left(-\frac{1}{2k_0} \nabla_\perp^2 + \frac{\delta n k_0}{n_0} + \frac{\chi^{(3)} k_0}{2n_0^2} |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.66)$$

où $\psi(\mathbf{r}, z) = E_0$ représente la fonction d'onde de notre système. Nous faisons ainsi le lien avec l'équation de Gross-Pitaevskii (GPE) pour une fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ décrivant un condensat de Bose-Einstein [74] :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g |\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (1.67)$$

où $V(\mathbf{r})$ est le potentiel externe, m la masse des particules du condensat et g est le coefficient d'interaction non-linéaire.

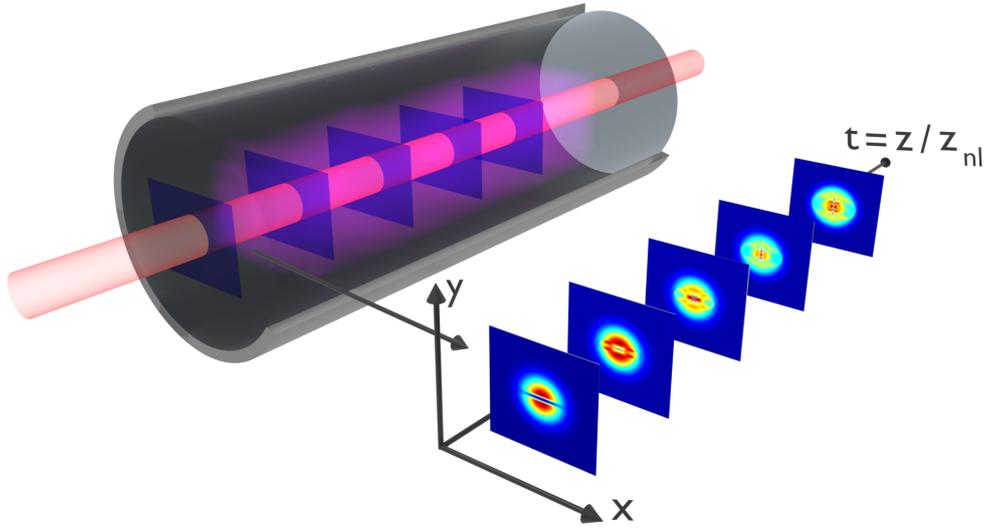


FIGURE 1.13 – Schéma de l'évolution à travers le milieu non-linéaire avec la condition initiale (première image) puis après propagation suivant le temps effectif du système $t \propto z/z_{NL}$. L'évolution représentée sur ce schéma correspond à des simulations en rapport à l'étude des vortex qui seront présentée durant le chapitre 3.

La première chose que l'on remarque est la dérivée temporelle dans le terme de gauche de GPE (1.67) qui trouve son équivalence dans la dérivée spatiale suivant l'axe de propagation z du faisceau. Il en résulte que la dynamique observée avec l'équation 1.66 sera en 2 dimensions dans le plan \mathbf{r}_\perp transverse à la propagation tandis que l'axe de propagation jouera le rôle d'un temps effectif. Les conditions initiales seront définies par le champ en $z = 0$ puis chaque plan à $z \neq 0$ correspondra à une mesure pour un temps effectif donné comme présenté en figure 1.13. Il suffira ensuite d'imager ces différents plans pour reconstruire la dynamique temporelle du système.

En considérant le terme du Laplacien dans les équations 1.66 et 1.67, il est possible de déterminer une masse effective pour les photons de notre système. Soit $z = tc$ où t le temps de propagation du faisceau et c la vitesse de la lumière dans le vide, nous avons :

$$\frac{\hbar}{2m} = \frac{c}{2k_0} \Rightarrow m = \frac{\hbar k_0}{c} \quad (1.68)$$

Rappelons que $k_0 = 2\pi/\lambda$ où $\lambda = 780\text{nm}$ dans notre système. Ceci donne une masse effective des photons $m_{eff} = 2.8 \times 10^{-36}\text{kg} = 3.1 \times 10^{-6}m_e$ où m_e est la masse de l'électron.

Nous considérons ici l'absence de potentiel externe $V(\mathbf{r})$ (i.e variation de l'indice linéaire δn). L'équation 1.66 peut donc se réécrire telle que :

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, z)}{\partial z} = \left(-\frac{1}{2k_0} \nabla_\perp^2 + \frac{\chi^{(3)} k_0}{2n_0^2} |\psi(\mathbf{r}, z)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.69)$$

Cette formulation peut être quant à elle comparée à une équation plus générale de GPE à savoir l'équation de Schrödinger non-linéaire (NLSE) :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2} \nabla^2 + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (1.70)$$

En utilisant les équations 1.25 et 1.40 et en définissant le paramètre de dispersion α égal à $1/k_0$, nous pouvons reformuler l'équation 1.69 telle que :

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, z)}{\partial z} = \left(-\frac{\alpha}{2} \nabla_{\perp}^2 + k_0 n_2 I \right) \psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.71)$$

Le terme $n_2 I$ étant seulement le terme rattaché à la non-linéarité d'ordre 1, il est possible d'utiliser l'indice de réfraction non-linéaire $\Delta n \approx n_2 I$ prenant en compte tous les ordres supérieurs. L'équation devient :

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, z)}{\partial z} = \left(-\frac{\alpha}{2} \nabla_{\perp}^2 + k_0 \Delta n \right) \psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.72)$$

Nous pouvons ainsi décrire la propagation du faisceau laser dans le milieu non-linéaire même lorsque le milieu sature.

Il est aussi nécessaire de prendre en compte l'effet de l'absorption lorsque nous sommes dans un régime proche de résonance (Δ de seulement quelques GHz). Pour ce faire, il faut ajouter un terme de perte à NLSE (1.72) :

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, z)}{\partial z} = \left(-\frac{\alpha}{2} \nabla_{\perp}^2 + k_0 \Delta n - \frac{i\eta}{2} \right) \psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.73)$$

Cette équation sera l'équation de base décrivant notre système. Pour rappel, η est le coefficient d'absorption linéaire et peut être expérimentalement déterminé en utilisant la formule 1.52. Il est possible de prendre en compte d'autres effets en ajoutant des termes supplémentaires à l'équation 1.73. Ce sera notamment le cas de la non-localité lors du projet sur les ondes de choc dispersives (chapitre 2).

1.4.2 Grandeurs caractéristiques

Le système décrit par ces équations possède plusieurs grandeurs caractéristiques qu'il est important de définir pour en comprendre le fonctionnement.

En étudiant l'équation 1.66, nous avons montré que le système évolue en 2 dimensions (plan orthogonal à la propagation) tandis que l'axe de propagation est assimilable à un temps effectif. La grandeur caractéristique de ce temps effectif est la longueur non-linéaire et peut s'écrire :

$$z_{NL} = \frac{1}{k_0 \Delta n} = \frac{1}{\gamma I} \quad (1.74)$$

où $\gamma = k_0 n_2$ est la force de la non-linéarité utilisée dans l'approximation d'une non-linéarité de type $\chi^{(3)}$.

La longueur non-linéaire est une échelle de temps typique pour le système, ce dernier subira des modifications due à la non-linéarité pour chaque distance propagée égale à z_{NL} . Cette longueur diminue lorsque la non-linéarité du système augmente : la

distance de propagation nécessaire pour voir le système évoluer devient plus courte. En se rappelant l'équation 1.54, nous remarquons que nous pouvons réécrire le déphasage non-linéaire telle que $\Delta\phi = z/z_{NL}$ où z est n'importe quelle distance sur l'axe de propagation. Dans l'expérience, la longueur du milieu étant fixée à L , nous devrons modifier z_{NL} pour changer le temps effectif d'évolution du système.

La seconde grandeur importante est quant à elle reliée à l'évolution spatiale du système dans le plan transverse. La longueur de récupération ("healing length" en anglais) est l'échelle pour laquelle les effets linéaires et non-linéaires sont du même ordre de grandeur. Elle s'écrit :

$$\Lambda = \sqrt{\frac{z_{NL}}{2k_0}} \quad (1.75)$$

Cette longueur représente la distance nécessaire au système pour revenir dans un état d'équilibre après qu'une perturbation lui ait été appliquée. Il s'agit de la plus petite échelle à laquelle nous pourrions observer des phénomènes issus du comportement hydrodynamique de la lumière dans le plan transverse. À la différence de z_{NL} qui diminue en $1/\Delta\phi$, la "healing length" diminue en $1/\sqrt{\Delta\phi}$. Ces deux quantités sont tracées en fonction de la non-linéarité en figure 1.14. Plus nous augmenterons la non-linéarité plus nous pourrions observer des phénomènes spatialement petits. Cependant, la valeur de la "healing length" est dépendante de l'intensité de par sa dépendance en Δn . Il est donc important de remarquer qu'en fin de propagation la distribution d'intensité est modifiée et peut même être diminuée en raison de l'absorption. Ceci aura pour conséquence que la "healing length" variera localement : elle augmente quand l'intensité diminue.

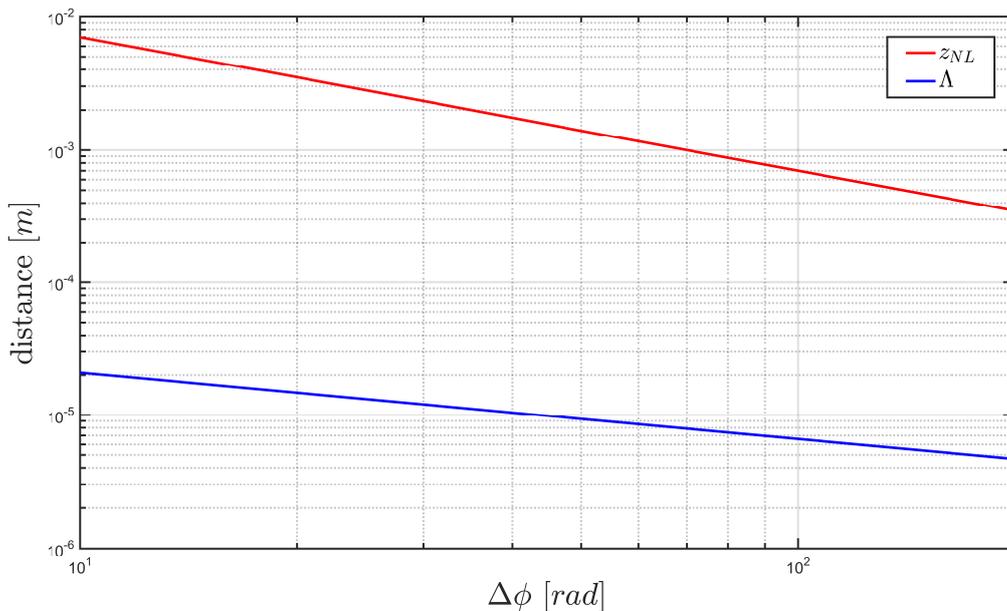


FIGURE 1.14 – Évolution de la longueur non-linéaire z_{NL} et de la "healing length" en fonction du déphasage non-linéaire dans le cas d'une propagation de 7cm.

Une autre grandeur importante est la vitesse du son dans le fluide [35] qui s'écrit :

$$c_s = c\sqrt{\Delta n} \quad (1.76)$$

Dans tout fluide, il est possible de définir la vitesse du son se propageant dans ce milieu. Ceci nous informe sur les propriétés du fluide étudié et nous permet de connaître le régime hydrodynamique dans lequel nous nous situons et nous permet de comparer notre fluide de lumière à des fluide dans le sens classique du terme. Nous pouvons par exemple calculer le nombre de Mach :

$$M = \frac{u}{c_s} \quad (1.77)$$

où u est la vitesse du fluide. Ce paramètre sera discuté lors de l'étude de vortex (chapitre 3).

1.4.3 Formulation hydrodynamique

Maintenant que notre système est décrit par NLSE 1.73 dans laquelle on retrouve une masse effective pour les photons via le terme de diffraction ainsi qu'une interaction par l'intermédiaire de la non-linéarité, il est intéressant de décrire notre système via des équations hydrodynamiques et plus précisément les équations d'Euler. Pour cela nous utilisons la transformation de Madelung [75] avec la fonction d'onde telle que $\psi(\mathbf{r}, z) = \sqrt{\rho(\mathbf{r}, z)} \exp(i\phi(\mathbf{r}, z))$ [40, 76]. Nous pouvons remonter aux équations hydrodynamiques en calculant :

$$\partial_z |\psi|^2 = i \frac{\alpha}{2} \nabla \cdot (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \eta |\psi|^2 \quad (1.78)$$

$$i \left(\frac{\partial_z \psi}{\psi} - \frac{\partial_z \psi^*}{\psi^*} \right) = -\frac{\alpha}{2} \left(\frac{\nabla^2 \psi}{\psi} + \frac{\nabla^2 \psi^*}{\psi^*} \right) + 2k_0 \Delta n \quad (1.79)$$

où ψ^* le complexe conjugué de ψ et ∂_z la dérivée partielle selon z . Développer ces équations mène à :

$$\partial_z \rho + \alpha \nabla \cdot (\rho \nabla \phi) = -\eta \rho \quad (1.80)$$

$$\partial_z \phi + \frac{\alpha}{2} (\nabla \phi)^2 + k_0 \Delta n = \frac{\alpha}{2\sqrt{\rho}} \nabla^2 \sqrt{\rho} \quad (1.81)$$

où ρ est la densité du fluide. En introduisant la vitesse du fluide telle que $\mathbf{u} = \nabla \phi$, nous obtenons :

$$\partial_z \rho + \alpha \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = -\eta \rho \quad (1.82)$$

$$\partial_z \mathbf{u} + \alpha (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \nabla p \quad (1.83)$$

où p est la pression du fluide telle que :

$$p(\rho) = -k_0 \Delta n(\rho) + \frac{\alpha}{2} \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (1.84)$$

Le second terme est généralement appelé "pression quantique". Il est intéressant de remarquer que le terme de perte disparaît de l'équation 1.79. Ceci a pour conséquence que les pertes ne sont pas présentes dans l'équation bilan de la quantité de mouvement 1.83, la vitesse du fluide u ne dépend donc pas des pertes du système. Les pertes apparaissent cependant dans l'équation 1.82 qui décrit la variation de la densité. Ceci est tout à fait attendu puisqu'elle correspond à l'intensité du faisceau laser.

L'équation 1.82 étant l'équation de continuité, nous sommes dans le cas d'un fluide compressible (pour le cas incompressible, l'équation est réduite à $\nabla \mathbf{u} = 0$ lorsqu'il n'y a pas de pertes) avec le facteur de compressibilité qui peut s'écrire $\kappa_s = 1/(\rho c_s^2)$. Cette formulation peut aussi être faite dans le cas d'une évolution temporelle d'un champ électromagnétique dans une cavité remplie d'un matériau non-linéaire [6, 77].

1.5 Simulations

Afin de mieux comprendre les différents phénomènes ayant lieu lors des expériences, des simulations numériques sont effectuées. Le code initial simulant le système et une partie des simulations effectuées dans le cadre des ondes de choc dispersives nous sont fournis par Antonio Picozzi² et Adrien Fusaro.

Ceci nous permet de simuler le champ proche (intensité et phase) après propagation et le champ lointain via la transformée de Fourier. Comme nous le verrons au cours des différents projets, ces simulations nous permettent de tester si les approximations faites dans l'expérience sont correctes : nous obtenons ainsi des résultats concluants même si des effets tels que les détails hyperfins ou l'élargissement Doppler (qui sont complexes à prendre en compte) sont négligés. D'autre part ces simulations nous permettent de faire des estimations quantitatives de chaque phénomène.

Ces simulations ont aussi l'avantage de pouvoir étudier tout ces processus physiques dans des régimes que nous ne pouvons pas reproduire dans notre expérience. Il est par exemple très simple de changer la longueur du milieu non-linéaire, chose moins facile à mettre en œuvre dans l'expérience. Cela permet une compréhension plus étendue des différents mécanismes se produisant.

Les conditions initiales du faisceau ainsi que des paramètres du milieu tels que la force de la non-linéarité, son signe, l'absorption, la saturation et la non-localité pouvant être modifiés, nous pouvons simuler une grande gamme de phénomènes physiques.

La méthode utilisée pour ces simulations est la méthode "split-step Fourier" [78–80]. Qualifiée de méthode numérique pseudo-spectrale, elle est utilisée pour résoudre des équations différentielles partielles non-linéaires. Le terme "split-step" se rapporte au fait que la solution se calcule par étapes traitant partie linéaire et non-linéaire séparément. Une transformée de Fourier puis son inverse sont utilisées lors du calcul du terme linéaire : celui-ci étant dans le domaine fréquentiel (impulsion). Le terme

2. Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne, CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté, Dijon, France

non-linéaire est quant à lui dans le domaine temporel (position).

Si nous considérons l'équation 1.72, elle peut être écrite telle que :

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = [\hat{D} + \hat{N}]\psi \quad (1.85)$$

où $\hat{D} = -\frac{\alpha}{2}\nabla_{\perp}^2$ est le terme linéaire et $\hat{N} = k_0\Delta n$ le terme non-linéaire.

Chacun des termes possède des solutions analytiques cependant, l'équation de Schrödinger non-linéaire contenant les deux termes elle n'a pas de solution analytique générale. On peut l'écrire sous la forme :

$$\psi(\mathbf{r}, z) = e^{-iz(\hat{D}+\hat{N})}\psi(\mathbf{r}, 0) \quad (1.86)$$

Les opérateurs \hat{D} et \hat{N} ne commutent pas. Cependant, en appliquant la formule de Baker–Campbell–Hausdorff, nous pouvons montrer que l'erreur engendré par le fait de les considérer commutant est de l'ordre de dz^2 lorsque nous prenons des petits pas dz . Ceci nous permet d'approximer :

$$\psi(\mathbf{r}, z + dz) = e^{-idz\hat{D}}e^{-idz\hat{N}}\psi(\mathbf{r}, z) \quad (1.87)$$

Le terme contenant \hat{N} peut se calculer directement. Pour le terme linéaire quant à lui, nous utilisons la transformation de Fourier afin de convertir la dérivée partielle suivant \mathbf{r} en ik où k est le vecteur d'onde. Ainsi, l'expression finale de l'équation 1.87 s'écrit :

$$\psi(\mathbf{r}, z + dz) = TF^{-1} \left[e^{idzk^2} TF \left[e^{-idz\hat{N}}\psi(\mathbf{r}) \right] \right] \quad (1.88)$$

où TF est la transformée de Fourier.

Pour prendre en compte les autres effets tels que l'absorption, la saturation ou encore la non-localité, il suffit d'ajouter les termes adéquats dans 1.88. Comme il sera détaillé dans la section 2.6, l'absorption peut être prise en compte via le terme $e^{-\eta z}$. Nous pouvons aussi tenir compte de la saturation de la non-linéarité : développée lors de la partie 2.7, la saturation est implémentée dans NLSE en divisant le terme non-linéaire par $1 + \beta|\psi|^2$. Le facteur β correspond à l'inverse de l'intensité de saturation $I_{sat}(\Delta)$. Ainsi, l'équation 1.88 devient :

$$\psi(\mathbf{r}, z + dz) = TF^{-1} \left[e^{idzk^2} TF \left[e^{-idz\hat{N}/(1+\beta|\psi|^2)} e^{-\eta dz}\psi(\mathbf{r}) \right] \right] \quad (1.89)$$

L'effet de non-localité est quant à lui issu d'une convolution entre le terme non-linéaire et la fonction non-locale. Pour le simuler il faut donc passer par la transformée de Fourier étant donné que la TF d'un produit de convolution de deux fonctions est égal au produit des TF de chaque fonction ($TF[f * g] = TF[f] \cdot TF[g]$). Dans ce cas, l'équation 1.88 se réécrit :

$$\psi(\mathbf{r}, z + dz) = TF^{-1} \left[e^{idzk^2} TF \left[\exp(-idz TF^{-1}[TF[U] \cdot TF[\hat{N}]])\psi(\mathbf{r}) \right] \right] \quad (1.90)$$

Noter que les trois phénomènes peuvent être pris en compte simultanément. Le facteur de saturation peut être inclus ou non dans la convolution : nos études montre des résultats équivalents dans les deux cas.

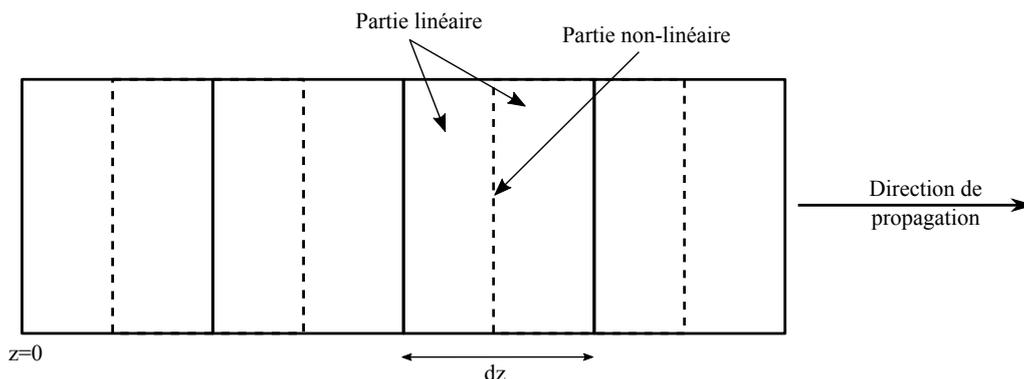


FIGURE 1.15 – Principe de la méthode "split-step Fourier"

La simulation nous permet de simuler l'évolution du faisceau à travers un milieu dont la longueur non-linéarité z_{NL} est fixée. La non-linéarité $\Delta\phi = z/z_{NL}$ augmente donc avec la distance de propagation du faisceau z , le pas de la simulation étant $dz = z_{NL}$. Même si ceci nous permet d'obtenir une évolution du système en fonction de la non-linéarité, cette méthode ne simule pas avec exactitude l'expérience. Dans notre cas la distance z est fixée à L la longueur du milieu et la non-linéarité est modifiée par l'intermédiaire de z_{NL} . Ceci entraîne que le terme de diffraction agit de la même manière quelle que soit la non-linéarité. Dans le premier cas, la distance de propagation n'étant pas le même la diffraction est différente à chaque pas de la simulation.

Avec ces deux méthodes nous obtenons l'évolution du système en fonction de $\Delta\phi = z/z_{NL}$ à la seule différence que le terme de diffraction n'est pas pris en compte de la même manière dans chacune.

Pour pouvoir correctement simuler l'expérience il faut donc, pour chaque valeur de z_{NL} , propager le système sur une distance L . La simulation ayant un pas de z_{NL} , plus la non-linéarité sera grande plus le nombre d'itération pour atteindre L sera important. La différence entre ces deux méthodes de simulation sera présentée plus en détail lors du chapitre 2.

En conclusion de ce chapitre, un montage expérimental (construit autour d'une cellule de rubidium) a été mis en place et les différents paramètres présentés ont été calibrés. Contrôler simultanément la densité atomique de la vapeur, le désaccord en fréquence et l'intensité du laser nous donne accès à un grand nombre de régimes expérimentaux définis par leur non-linéarité mais aussi par d'autres effets tels que l'absorption, la saturation de la non-linéarité ou encore la non-localité comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

De plus un contrôle précis du faisceau incident (comme c'est le cas lors du chapitre 3) augmente grandement le nombre de phénomènes observables dans notre système. Notre système d'imagerie nous permet quant à lui d'avoir accès non seulement à la distribution en intensité en sortie de milieu non-linéaire mais aussi à la distribution en phase ce qui nous donnera accès à des informations très précieuses concernant notre fluide de lumière (densité et vitesse).

L'étude expérimentale de l'auto-modulation de phase en champ lointain nous a en outre permis de calibrer la non-linéarité de notre vapeur dans différentes conditions.

Le fait que la non-linéarité sature, aura des répercussions non-négligeable sur notre calibration de la non-linéarité : dans des régimes fortement non-linéaires, le terme n_2 de l'indice de réfraction déterminé via auto-modulation de phase ne peut plus être le seul pris en compte lors du calcul de la non-linéarité et il devient nécessaire de considérer l'ensemble des termes non-linéaires de l'indice de réfraction Δn pour tenir compte de la saturation.

Nous avons par la suite détaillé l'équation non-linéaire de Schrödinger décrivant le système puis le concept de fluide de lumière via la transformation de Madelung nous permettant de définir la fonction d'onde du champ avec une formulation hydrodynamique. Les différentes grandeurs caractéristiques de notre fluide sont aussi définies : la longueur non-linéaire z_{NL} décrivant la longueur caractéristique pour l'évolution de notre système (grandeur du temps effectif), la "healing length" Λ représente quant à elle la distance (dans le plan transverse) nécessaire au système pour revenir à l'équilibre à la suite d'une perturbation puis la vitesse du son dans le fluide c_s qui nous permettra notamment de connaître le régime hydrodynamique dans lequel les phénomènes observés se trouvent.

Enfin, le principe de fonctionnement de la méthode numérique "split-step Fourier" qui sera utilisé au cours des différents projets est présentée.

Chapitre 2

Ondes de choc dispersives

Une des premières observations d'onde de choc dispersive effectuée dans le cadre de vague à la surface de l'eau date de 1865 [81]. Depuis, de nombreuses études ont été menées. Les ondes de choc dispersives furent observées en laboratoire pour la première fois en 1970 via l'interaction de deux plasmas [82]. La première observation de déferlement d'onde dans un système optique via une fibre non-linéaire remonte quant à elle à 1989 [83].

Ce phénomène est depuis quelques années de nouveau étudié, les récentes avancées technologiques permettant d'explorer de nouveaux régimes et phénomènes liés aux ondes de choc. Des ondes de choc dispersives ont notamment été observées dans des condensats de Bose-Einstein [84, 85], dans des cristaux photo-réfractifs [76, 86] ou encore dans des milieux non-linéaires thermiques [87]. Des effets tels que la non-localité [88, 89], la dissipation et la saturation jusqu'alors négligés sont maintenant étudiés plus précisément.

Nous allons durant ce projet faire l'étude des ondes de choc dispersives via la propagation d'un faisceau gaussien (avec et sans fond) afin d'en comprendre les différentes propriétés. L'ajout d'un fond nous permettra par exemple d'augmenter grandement le contraste des oscillations régularisant le choc. Nous montrerons par la suite à l'aide d'études numériques que les singularités (pic d'intensité au niveau du front) observées expérimentalement sont une conséquence de la non-localité du milieu. Une étude qualitative sera faite dans un premier temps pour comprendre quels paramètres influent sur ce "pic" non-local. Nous remarquerons que notamment la température de la vapeur (i.e. densité atomique) a un impact sur cette non-localité. D'autres effets seront aussi observés tel que la dissipation qui, nous le montrerons à travers une étude expérimentale et numérique, augmente l'amplitude de notre pic non-local. La saturation de la non-linéarité sera aussi prise en compte dans notre modèle.

Enfin une étude comparative entre expérience et notre modèle numérique (prenant en compte les trois effets mentionnés ci-dessus) nous permettra d'estimer des valeurs inattendues de non-localité.

2.1 Théorie

L'équation de Korteweg-de Vries (KdV) [90, 91] fut la première utilisée pour décrire un tel phénomène. Une description plus générale fut ensuite formulée par Gurevich et Pitaevskii [92, 93], formulation qui fut rapidement étendue à l'équation de Schrödinger non-linéaire.

2.1.1 Equation de Korteweg-de Vries

Pour comprendre les phénomènes ayant lieu dans notre système, il est important de décrire dans un premier temps les ondes de choc classiques via l'équation de Hopf qui peut s'écrire :

$$\partial_t a + a \partial_x a = 0 \quad (2.1)$$

où a correspond à la densité du champ. Lors d'une évolution linéaire, l'onde initiale va se déplacer sans déformation au cours de l'évolution. Dans le cas non-linéaire, la vitesse du fluide étant proportionnelle à la densité du fluide, une déformation de l'onde initiale va apparaître.

Les densités initiales $a_0 = a(t = 0)$ seront transportées le long des lignes caractéristiques $x(t) = x_0 + u(a_0)t$ avec $u(a) = a$ la vitesse du fluide qui dépend de la densité initiale. Ceci a pour effet, dans le cas d'une distribution gaussienne, qu'au niveau de la pente négative, la partie supérieure de l'onde va se propager plus vite que la partie inférieure et donc la rattraper au cours de la propagation. Un gradient infini (aussi appelé catastrophe du gradient) est alors atteint à un instant t_b qui correspond au moment du choc. D'un point de vue des lignes caractéristiques, cet instant se visualise par l'intersection de ces lignes.

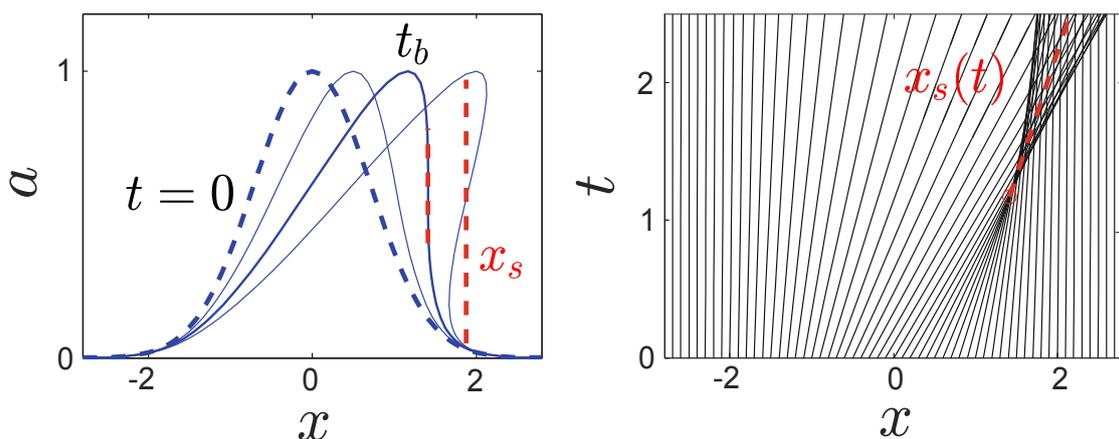


FIGURE 2.1 – La figure de gauche correspond à l'évolution non-linéaire 1D d'un faisceau gaussien. La figure de droite représente l'évolution des lignes caractéristiques durant l'évolution temporelle. La courbe rouge tiretée représente la position du choc x_s , elle commence à l'apparition du choc et suit son évolution. Cette figure est adaptée de [94].

Au-delà de t_b l'onde est dite déferlante et possède plusieurs valeurs possibles en x . Nous pouvons observer dans la nature la régularisation d'un tel choc mais ceci nécessite de considérer des phénomènes qui ne sont pas pris en compte par l'équation (2.1). Nous pouvons définir ces effets comme étant dissipatifs ou dispersifs. Ces effets peuvent être décrits en ajoutant à l'équation (2.1) l'ordre 2 ou 3 de la dérivée spatiale respectivement.

Il est donc possible de décrire ce système avec dissipation grâce à l'équation de Burgers :

$$\partial_t a + a \partial_x a = \nu \partial_x^2 a \quad (2.2)$$

où ν est le coefficient de viscosité cinématique et joue le rôle de la dissipation. Celle-ci a pour effet de lisser le choc. Dans le cas d'un fluide non visqueux $\nu = 0$, nous revenons sur l'équation de Hopf (2.1).

Pour prendre en compte la dispersion, il est nécessaire d'ajouter à l'équation (2.1) la dérivation du troisième ordre, nous obtenons ainsi l'équation KdV :

$$\partial_t a + a \partial_x a + \epsilon^2 \partial_x^3 a = 0 \quad (2.3)$$

où $\epsilon \ll 1$ pour considérer le régime de faible dispersion. La figure 2.2 permet avec un exemple simple de visualiser l'impact de la dispersion sur le choc. Considérons une onde classique à $t = 0$ avec une pente négative continue : dans le cas de l'équation de Hopf vue plus haut, une fois que le choc à eu lieu ($t_b = 2$)

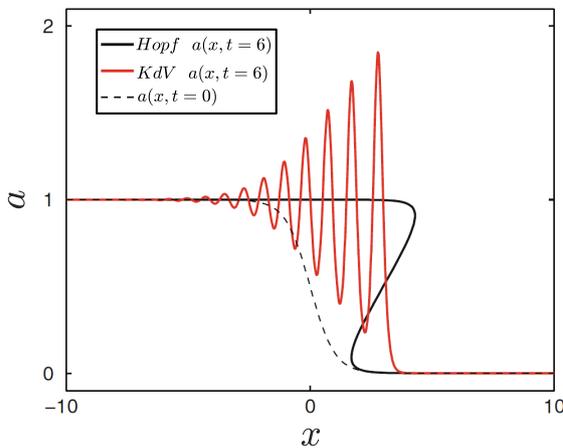


FIGURE 2.2 – Simulations comparant l'équation de Hopf et celle de KdV à faible dispersion ($\epsilon = 0.1$) après que le choc ait eu lieu (choc à $t = 2$) dans le cas d'une pente négative pour condition initiale. Cette figure est adaptée de [94].

l'onde possède plusieurs valeurs possibles. Afin d'éviter que l'onde ne possède plusieurs valeurs pour une même position, l'équation de KdV va spontanément développer des oscillations en réponse au fort gradient produit par la non-linéarité.

Ces oscillations apparaissent au niveau du front d'onde juste avant que la catastrophe du gradient ait lieu et vont régulariser le choc. Les oscillations vont ensuite continuer de se développer avec une amplitude plus importante près du front. La période de ces oscillations diminue lorsque la valeur du pré-facteur ϵ devient plus petite. Il faut cependant noter que dans la limite où $\epsilon^2 \rightarrow 0$ nous ne retrouvons pas le cas du choc classique correspondant à l'équation (2.1).

Nous remarquerons aussi que loin du choc les deux équations donnent la même solution. Ceci définit ce qu'est une onde de choc dispersive (DSW pour *Dispersive Shock Waves*). Dans le cas où la pente

serait positive, la régularisation donne lieu à une onde de raréfaction (nous ne développerons pas ce cas).

2.1.2 Ondes de choc dispersives appliquées à l'optique

Comme il est dit en introduction de ce chapitre, il est possible d'observer la régularisation d'un choc via des ondes dispersives dans différents systèmes optiques. Il peut s'agir de systèmes se propageant dans des milieux 1D tels que des fibres optiques (dans ce cas les DSW seront temporelles) mais aussi dans des systèmes 2D lors de la propagation d'un faisceau laser dans des milieux tels que des cristaux photo-réfractifs, des solutions diluées de particules en suspension (non-linéarité thermique) ou encore des vapeurs atomiques.

Pour décrire notre système nous considérons dans un premier temps le cas sans pertes ($\eta = 0$) et nous nous situons dans l'approximation d'un milieu $\chi^{(3)}$ pur (saturation négligée). Ce dernier point nous permet d'approximer l'indice de réfraction non-linéaire $\Delta n \approx n_2 I$. Nous reprenons donc NLSE 1.71 que nous pouvons reformuler via la forme hydrodynamique.

Dans l'approximation d'une symétrie radiale du système, nous travaillons en coordonnées cylindriques. La vitesse $\mathbf{u} = u(r, z)\mathbf{r}/r$ et la densité $\rho = \rho(r, z)$ sont alors indépendantes de l'angle polaire θ . Les équations hydrodynamiques 1.82 et 1.83 peuvent alors s'écrire dans le système 1D radial :

$$\partial_z \hat{\rho} + \alpha \partial_r (\hat{\rho} u) = 0 \quad (2.4)$$

$$\partial_z u + \alpha u \partial_r u + \gamma \partial_r \frac{\hat{\rho}}{r} = \frac{\alpha}{2} \partial_r \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{\rho} r}} \partial_r r \partial_r \sqrt{\frac{\hat{\rho}}{r}} \right) \quad (2.5)$$

où $\hat{\rho}(r, z) = r\rho(r, z)$.

Si le milieu à travers lequel le faisceau laser se propage possède une non-linéarité défocalisante, il est possible d'observer des DSW spatiales dans le plan transverse de propagation du faisceau. Rappelons que l'axe de propagation du faisceau est assimilé à l'évolution temporelle du système.

Dans la première partie de la propagation, nous considérons le cas fortement non-linéaire correspondant à un waist du faisceau très grand devant la healing length ($w \gg \Lambda$) afin de pouvoir négliger l'effet de la diffraction. Le terme de droite dans l'équation 2.5 est par conséquent négligé.

En ayant comme condition initiale $u(r, z = 0) = 0$, la vitesse u est dans un premier temps dominée par le terme $\gamma \partial_r \frac{\hat{\rho}}{r}$ dans l'équation 2.5. La dynamique est ensuite donnée par le terme $\alpha u \partial_r u$ (Hopf ou Burgers sans viscosité) qui aboutit à la catastrophe du gradient de la vitesse. Lorsque cet effet est combiné à l'équation 2.4, le système développe un choc à symétrie radiale au bord du faisceau. Ce choc est caractérisé par la divergence de $\partial_r \rho$ et $\partial_r u$ tandis qu'au même moment ρ garde une valeur finie.

Parce que le terme de dispersion devient important et ne peut plus être négligé proche de l'instant du choc z_c , nous ne pouvons pas strictement parler de singularité à une position précise puisque celle-ci est régularisée par la dispersion (le choc ne

se développe pas dans le sens de Rankine-Hugoniot [95]). Notons que la position du choc que nous considérons correspond à l'instant d'apparition de la structure oscillante dispersive à l'avant du profil de densité.

D'un point de vue plus expérimental, en raison de l'effet d'auto-modulation de phase discuté en 1.3.1, la vitesse du fluide étant proportionnelle au gradient de la phase, la vitesse dépendra indirectement de l'intensité $|\psi|^2$. La vitesse d'expansion du fluide sera donc plus importante au centre du faisceau gaussien que sur les bords. Ceci entraînera la diminution de l'intensité au centre du faisceau et le raidissement de son front au cours de la propagation.

Légèrement avant que la divergence du gradient et donc avant que le choc ait lieu, des oscillations se forment de manière spontanée près du front : ces oscillations sont les ondes de choc dispersives. Nous verrons que l'échelle spatiale de ces oscillations correspond à la "healing length".

Nous allons dans un premier temps discuter du cas usuel mais notons qu'en fonction des propriétés du milieu non-linéaire la prise en compte d'autres effets va s'avérer nécessaire. Nous verrons notamment l'impact non négligeable de la non-localité sur le comportement des DSWs. Il sera aussi étudié le rôle de la dissipation dans ce système, ce qui mettra en évidence un impact positif des pertes. Enfin, nous remarquerons des modifications dues à la saturation de la non-linéarité. La prise en compte de ces différents effets dans notre modèle nous permettra d'estimer des valeurs de non-localité plus importantes qu'attendues. Le travail présenté dans ce chapitre a abouti à une publication [96].

2.2 Evolution des DSW dans une vapeur atomique

2.2.1 Évolution 2 dimensions des ondes de choc

Dans notre expérience, les ondes de choc sont observées via la propagation, à travers la vapeur atomique, d'un faisceau laser mono-mode TEM00.

Grâce aux propriétés que nous offrent les vapeurs atomiques, nous pouvons étudier le processus de création et l'évolution de ces ondes de choc au cours de leur propagation dans le milieu non-linéaire ainsi que l'impact des différents paramètres sur ce processus.

Dans un premier temps, nous propageons à travers le milieu un faisceau gaussien de waist $w = 0.7\text{mm}$ avec une puissance de 500mW (voir figure 2.3). Pour une température de la vapeur fixée à environ 150°C , il suffit de faire varier le désaccord en fréquence afin de modifier la non-linéarité du milieu.

En changeant le désaccord entre -1GHz et -15GHz (par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F'$ du ^{87}Rb), nous pouvons suivre tout le processus de création de l'onde de choc puis de sa régularisation. Dans un second temps nous fixerons le désaccord et changerons la non-linéarité via l'intensité du faisceau.

La figure 2.4 montre différents moments de l'évolution du système. Toutes les images qui suivront sont enregistrées à l'aide d'une CCD qui image le plan correspondant à la sortie de la cellule grâce à une lentille convergente. Ceci permet d'observer le champ proche du faisceau à la fin de la propagation à travers le milieu non-linéaire.

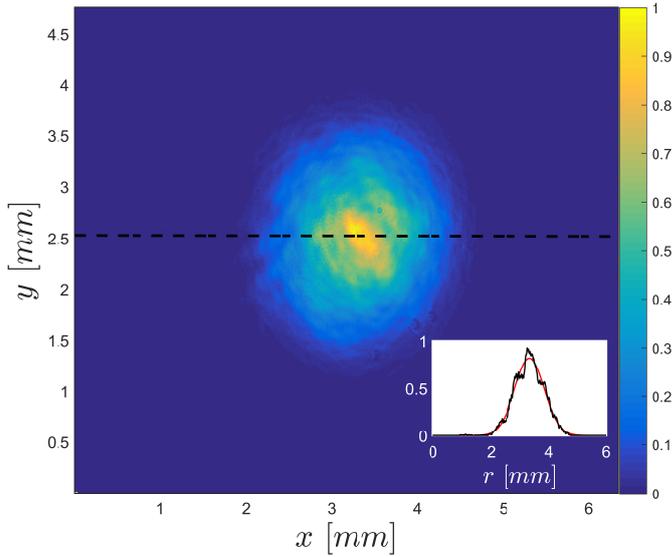


FIGURE 2.3 – Faisceau incident mesuré en entrée de cellule. L’insert représente la coupe en pointillé ainsi qu’un ajustement gaussien (rouge) correspondant. L’ajustement donne une valeur de waist $w = 0.7\text{mm}$.

Différentes lentilles seront cependant utilisées dans le cas où un grandissement sera nécessaire. Notons que des franges sont visibles sur la totalité du faisceau quelle que soit la non-linéarité. Elles sont issues d’interférences créées par des réflexions contra-propageantes du faisceau sur les faces intérieures de la cellule de quartz. Une cellule avec un traitement anti-reflets sera utilisée par la suite pour enlever ces franges parasites. Nous observons sur l’image (a) que le faisceau initialement gaussien commence à s’étaler et que son intensité devient homogène dans son ensemble. Il est aussi visible que le bord du faisceau devient beaucoup plus abrupt en comparai-

son du faisceau gaussien. Ceci s’explique directement par l’impact de la non-linéarité sur le faisceau. L’intensité au centre étant plus importante, la non-linéarité qui en dépend va donc également être plus importante à cet endroit. Étant dans le cas où la non-linéarité est défocalisante, le faisceau va diverger plus rapidement au centre qu’au bord. Comme dans le cas 1D expliqué dans la partie théorique, après une certaine propagation le sommet finit par rattraper le bord du faisceau et un front abrupt finit par apparaître. À noter que puisque notre système correspond à une étude 2D, nous observons ce front tout autour du faisceau.

Lorsque la non-linéarité est encore augmentée, nous atteignons un cas correspondant à la figure 2.4 (b). Le front du faisceau est maintenant composé d’une sur-intensité notable puis d’un anneau dont l’intensité est encore faible. L’explication de la sur-intensité que nous observons dans la majorité de nos mesures sera exposée dans la partie concernant la non-localité (2.5). L’anneau faiblement intense entourant le faisceau est quant à lui la première oscillation créée à la suite du choc. Si la non-linéarité continue d’être augmentée, de nouvelles oscillations apparaissent progressivement. L’image 2.4 (c) montre un exemple typique où plusieurs oscillations peuvent se développer à la suite du choc.

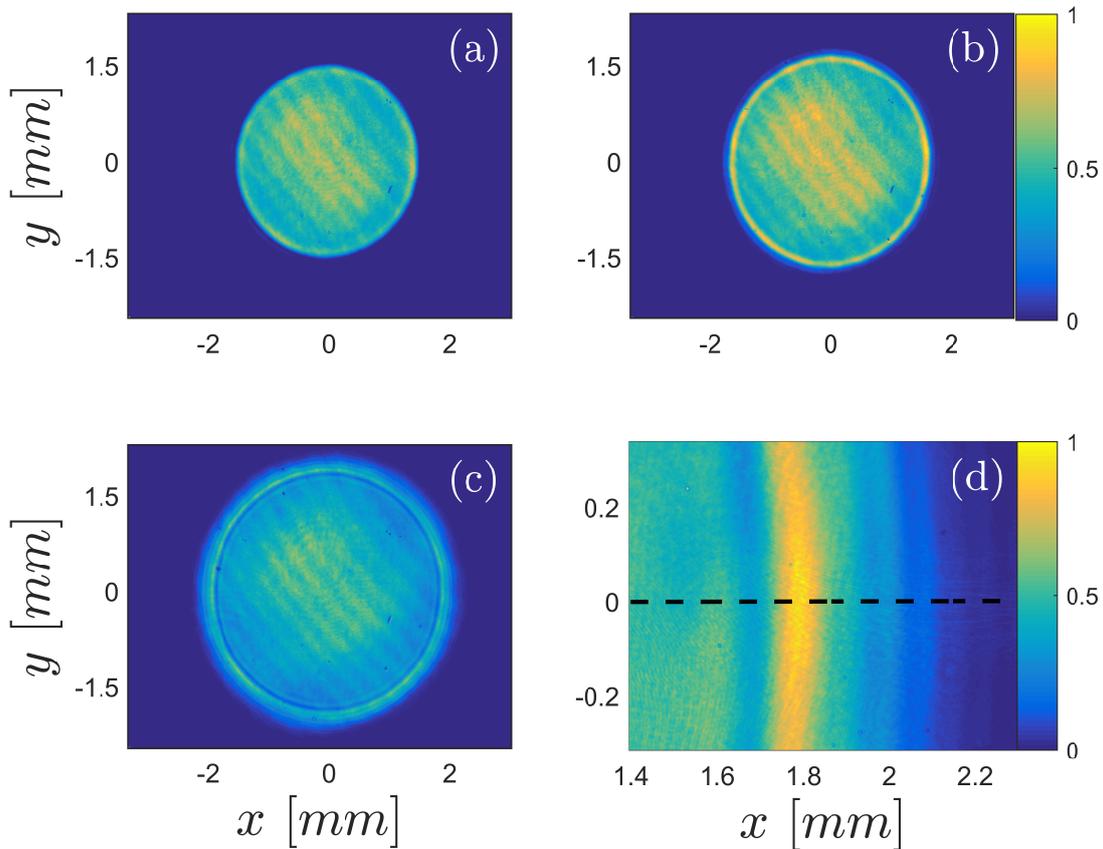


FIGURE 2.4 – Champ proche en sortie de cellule. Les images (a), (b) et (c) correspondent respectivement à une propagation après une non-linéarité de $\Delta\phi = 75, 95$ et 130 . L'image d) est un grandissement 6 de (c) centré sur le front du faisceau pour observer les oscillations. La ligne en pointillés représente la coupe effectuée permettant d'analyser le profil du faisceau au front.

La période de ces oscillations étant de l'ordre de la dizaine de microns, ceci nécessite une résolution suffisante sur la caméra utilisée pour étudier correctement le phénomène. La caméra possède 1600×1200 pixels de $4.4\mu\text{m}$ de côté, l'utilisation d'un grandissement de 6 permet alors d'avoir des pixels avec une taille effective de $0.73\mu\text{m}$. Il est ainsi possible d'obtenir un zoom suffisant pour étudier ces oscillations comme le montre la figure 2.4 d) qui met bien en évidence la présence de ces oscillations.

Effectuer la coupe représentée en figure 2.4 d) nous permet de se débarrasser de l'effet de la courbure du faisceau. L'épaisseur de la ligne en pointillée correspond à une dizaine de lignes horizontales qui sont alors moyennées, réduisant le bruit afin de mieux observer les oscillations. Une moyenne angulaire envisagée mais ayant tendance à réduire l'amplitude générale des oscillations n'a pas été retenue. Cette réduction étant dû au fait que le faisceau n'est pas parfaitement circulaire : aberrations sur le système d'imagerie et/ou in-homogénéités sur l'intensité initiale conduisant à une propagation sensiblement différente en fonction de la direction.

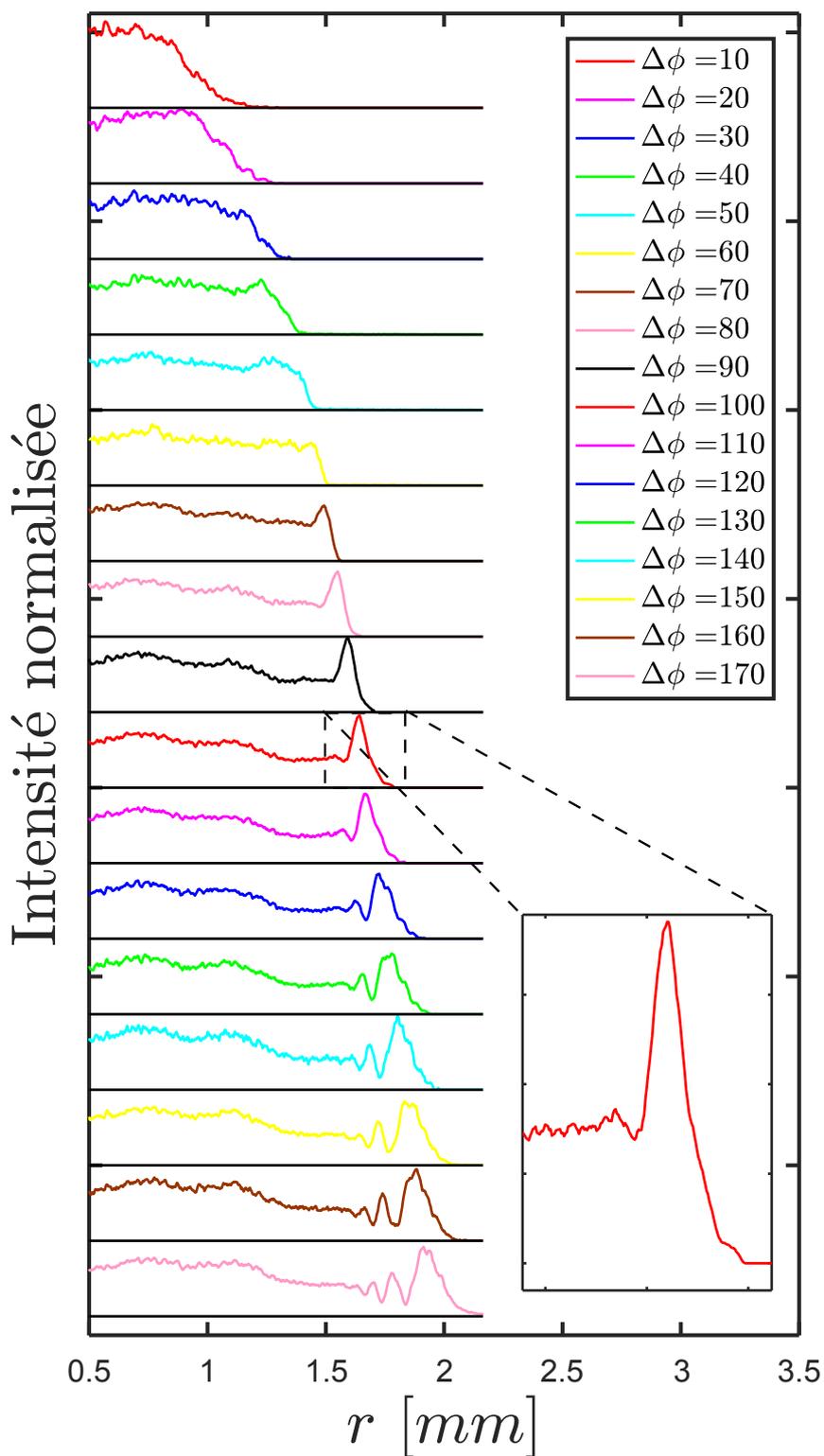


FIGURE 2.5 – Coupe suivant le rayon du faisceau gaussien se propageant à travers le milieu pour différentes non-linéarités. L'insert correspond au front du choc pour $\Delta\phi = 100$, celui-ci met en évidence l'apparition d'une première oscillation au pied du front.

De cette manière nous pouvons connaître le profil d'intensité pour différentes non-linéarités. La figure 2.5 permet de clairement voir l'apparition ainsi que l'évolution du front. Les intensités sont renormalisées afin de mettre en évidence le comportement au front du faisceau pour toutes les non-linéarités. L'intensité absolue du faisceau diminue progressivement lors de l'augmentation de $\Delta\phi$. À basse non-linéarité, le faisceau gaussien s'aplatit au centre dans un premier temps (aux environs de $\Delta\phi = 30$) et le front devient progressivement abrupt. L'apparition de la sur-intensité est rapidement visible tout autour du faisceau comme sur la figure 2.4 (b). Une fois le choc atteint, une première oscillation apparaît au pied du front vers $\Delta\phi = 100$.

En augmentant la non-linéarité, des oscillations supplémentaires apparaissent les unes après les autres. Chaque nouvelle oscillation se développe au pied du front tandis que les premières oscillations remontent le front, le rendant ainsi moins abrupt qu'au moment du choc. À haute non-linéarité ($\Delta\phi > 120$), des oscillations ayant une période beaucoup plus large que celles partant du bas du front apparaissent aussi du côté intérieur du front.

Notons que ces oscillations apparaissant à l'intérieur du front, même si présentes dans un modèle purement local, sont fortement modifiées par des contributions non locales de la non linéarité. Cet aspect sera développé dans la section 2.5. Remarquons aussi que la nécessité d'agrandir l'image pour avoir une résolution suffisante nous empêche d'observer l'ensemble du faisceau.

C'est pourquoi les coupes représentées en figure 2.5 ne commencent qu'à partir de $r = 0.5\text{mm}$. La position par rapport au centre du faisceau est déterminée via l'estimation de la courbure de l'arc délimité par le front du choc.

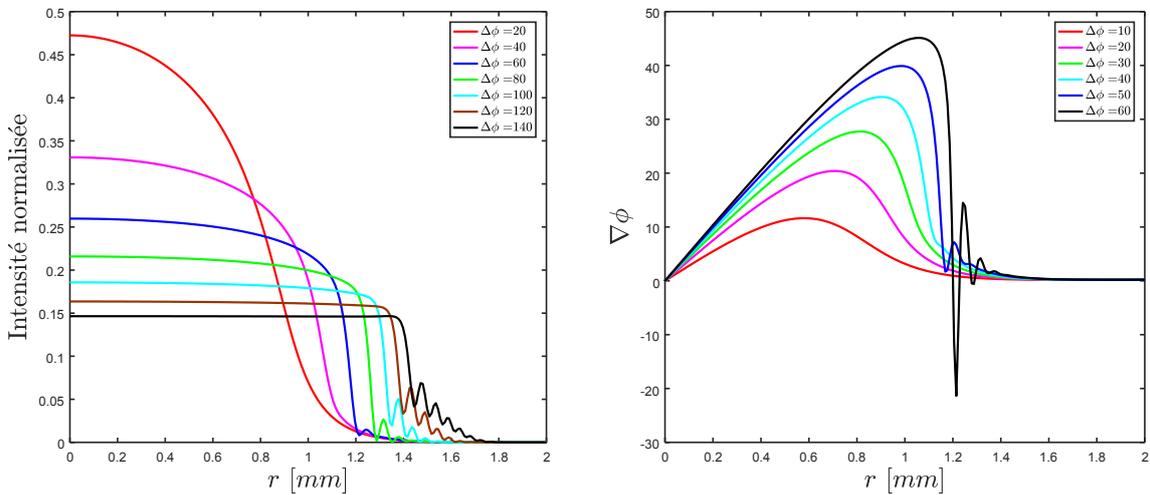


FIGURE 2.6 – Simulation d'un faisceau gaussien ($w = 0.7\text{mm}$ et $P = 500\text{mW}$) se propageant à travers un milieu non-linéaire. Les courbes de gauche représentent des coupes du faisceau après des propagations à travers différentes non-linéarités durant l'ensemble de l'évolution. Les courbes de droite sont des coupes du gradient de la phase pour des non-linéarités aux environs du choc. plus loin en termes de non-linéarité d'autres oscillations apparaissent et leur amplitude croît.

Nous effectuons par la suite des simulations pour comparer les mesures expérimentales et les résultats obtenus avec NLSE usuelle. La figure 2.6 représente le résultat obtenu pour les mêmes conditions initiales que l'expérience : faisceau gaussien de waist $w = 0.7\text{mm}$ et de puissance $P = 500\text{mW}$ à travers un milieu non-linéaire de 7cm.

Comme pour l'expérience, nous voyons sur la figure de gauche que le faisceau s'aplatit au centre dans un premier temps (ceci s'accompagne d'une forte baisse de l'intensité) et le front devient progressivement plus abrupt. Le front devient ensuite suffisamment abrupt pour qu'un choc ait lieu. Enfin des oscillations se développent à partir de $\Delta\phi = 60$ au pied du front pour régulariser le choc. En étudiant l'évolution du gradient de la phase sur la figure de droite, il est possible d'observer la catastrophe du gradient ayant lieu vers $\Delta\phi = 50$ dans cette simulation. C'est à la suite de cette catastrophe que des oscillations apparaissent pour régulariser le choc. Les oscillations dans le profil d'intensité apparaissant toujours rapidement après que le choc ait eu lieu dans la phase, nous définissons l'instant du choc par l'observation de la première oscillation de l'intensité.

Même si le comportement global du faisceau est bien décrit par la simulation, on note certaines différences entre expérience et simulation : la plus importante d'entre elles étant la présence d'une sur-intensité importante à l'aplomb du front qui commence

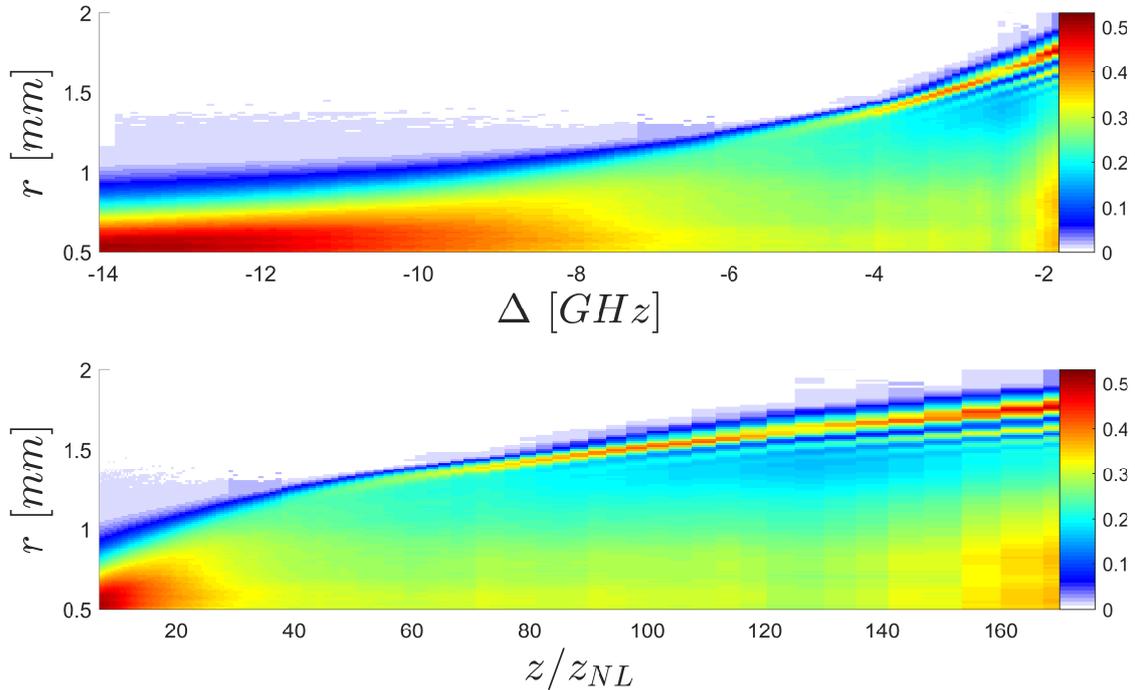


FIGURE 2.7 – Évolution expérimentale du faisceau : coupes du rayon (ordonnées) où l'intensité est représentée par l'échelle de couleur. Évolution en fonction du désaccord en fréquence (a) et de la non-linéarité (b).

à se développer avant même le choc. Notons aussi que les oscillations se développant derrière le front ne sont pas non plus observées sur la simulation. Ces deux points sont notamment expliqués par la non-localité et nous reviendrons dessus en section

2.5.

Une étude expérimentale est ensuite effectuée de manière plus systématique afin d'observer l'ensemble du processus d'évolution du faisceau. Cette étude est présentée sur la figure 2.7.

La première image représente les coupes du faisceau en fonction du désaccord en fréquence. Une mesure du faisceau en sortie de cellule est effectuée par intervalles de 100MHz entre -14.1GHz et -1.8GHz . En utilisant la calibration de la non-linéarité en fonction du désaccord discuté en figure 1.9 (b), il est possible de représenter les coupes en fonction de la non-linéarité (figure (b)). Du fait de l'accélération de la non-linéarité à faible désaccord, chaque pas en fréquence correspond à des pas en non-linéarité de plus en plus grands. Sur la figure 2.7(b), nous remarquons que la vitesse d'expansion du faisceau diminue progressivement à mesure que celui-ci se propage à travers une longueur non-linéaire z/z_{NL} plus importante.

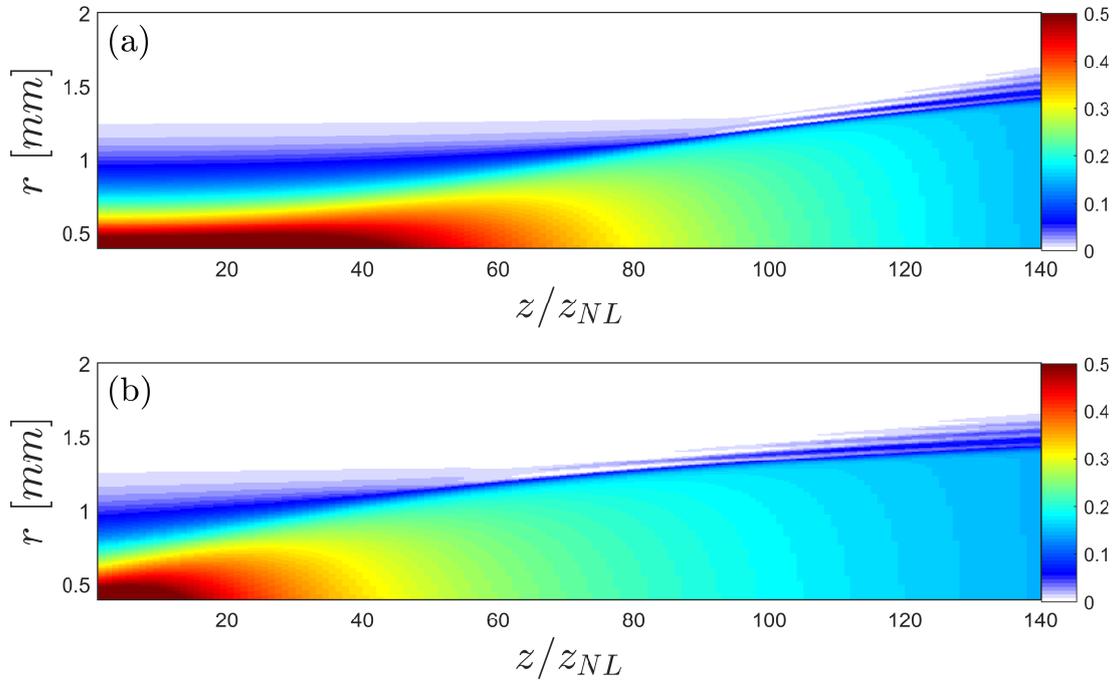


FIGURE 2.8 – Simulation de l'évolution du faisceau : rayon (axe y) et intensité (colormap) en fonction de la non-linéarité. (a) représente l'évolution du système à z_{NL} fixé alors que (b) fixe la longueur de propagation z et change z_{NL} .

Ceci s'explique par le fait que la non-linéarité causant cet étalement dépend de l'intensité du faisceau. La variation de l'indice non-linéaire dépend de l'intensité et provoque l'apparition du gradient de phase. La vitesse d'expansion étant proportionnelle à ce gradient de la phase, le faisceau s'étalera plus vite lorsque l'intensité est plus importante. Plus le faisceau (initialement intense) va s'étaler, plus l'intensité sera basse et par conséquent le faisceau réduira sa vitesse d'expansion.

La simulation numérique correspondant à des données expérimentales de la figure 2.7 (b) est donnée dans la figure 2.8 et permet une meilleure compréhension du problème et de la méthode à utiliser pour simuler correctement notre expérience. Sur la figure 2.8 (a), la longueur non-linéaire z_{NL} est fixée et chaque coupe est effectuée

pour différentes distances de propagation z à travers le milieu. Dans l'expérience, la longueur de propagation à travers la vapeur chaude est fixe et vaut $L = 7\text{cm}$; la mesure du faisceau est donc effectuée après une distance de propagation fixe. La variation de z pour l'étude du système n'étant pas possible, la seule alternative est donc de faire varier z_{NL} . C'est pour cette raison que la simulation faite en (a) ne rend pas compte correctement de l'expérience. Ceci met en évidence que z/z_{NL} n'est pas le seul paramètre et ne suffit pas à correctement décrire l'évolution du système. La figure 2.8 (b), quant à elle, est effectuée en propageant le faisceau sur une distance de $z = 7\text{cm}$ et la valeur de la longueur non-linéaire z_{NL} est modifiée à chaque étape. Cette méthode est celle qui permet de simuler correctement l'évolution du faisceau dans notre expérience. Ceci se remarque au vu de la forme globale du faisceau durant l'évolution en comparaison à l'expérience.

Nous pouvons remarquer que le comportement du faisceau dans la première moitié de la non-linéarité est très différent dans les deux simulations. Pour la simulation (a), la taille du faisceau reste approximativement la même jusqu'à $z/z_{NL} = 40$ puis l'étalement s'accélère tandis que dans la simulation (b) le faisceau commence à s'agrandir dès $z/z_{NL} = 10$. Cette différence est directement liée à la distance parcourue par le faisceau. Celui-ci étant collimaté sur toute la longueur de propagation en absence de non-linéarité, seule cette dernière justifie que le faisceau puisse diverger durant la propagation. Dans le cas (a), lorsque le faisceau se propage sur de courtes distances la non-linéarité n'a pas d'effet sur le faisceau et ne modifie que très peu sa forme. À plus grande distance, la non-linéarité finit par impacter la propagation du faisceau qui diverge. Dans la simulation (b), similaire à l'expérience, pour chaque z/z_{NL} le faisceau se propage sur toute la longueur du milieu ($z = 7\text{cm}$) laissant ainsi la distance nécessaire au faisceau pour être modifié par la non-linéarité qu'elle soit forte ou faible. Le seul instant égal dans les deux simulations est la dernière non-linéarité calculée puisqu'elle est dans les deux cas effectuée pour une propagation après 7cm . L'instant d'apparition des oscillations régularisant le choc est aussi différent en fonction de la simulation utilisée. Lorsque l'évolution se fait en fonction de la distance de propagation dans le milieu et pour une longueur non-linéaire de $z_{NL} = 5 \times 10^{-4}\text{m}$ (a), la première oscillation est visible aux environs de $z/z_{NL} = 100$. Si maintenant la longueur non-linéaire évolue sur une distance de 7cm (b), nous voyons cette même oscillation apparaître à $z/z_{NL} = 70$.

En simulant l'évolution du faisceau lorsque z varie pour différentes valeurs de z_{NL} (fixe à chaque simulation), nous pouvons extraire la distance de propagation et donc la non-linéarité nécessaire à l'apparition du choc en fonction de la longueur non-linéaire z_{NL} . Cette analyse est représentée en figure 2.9.

Ces données sont déterminées en repérant la non-linéarité à laquelle la première oscillation commence à apparaître pour chaque z/z_{NL} . Comme attendu, plus la longueur non-linéaire devient grande (force de la non-linéarité diminue) plus la distance de propagation pour observer le choc devient importante. Cependant nous remarquons que même si z doit être plus important, la non-linéarité z/z_{NL} nécessaire au choc diminue.

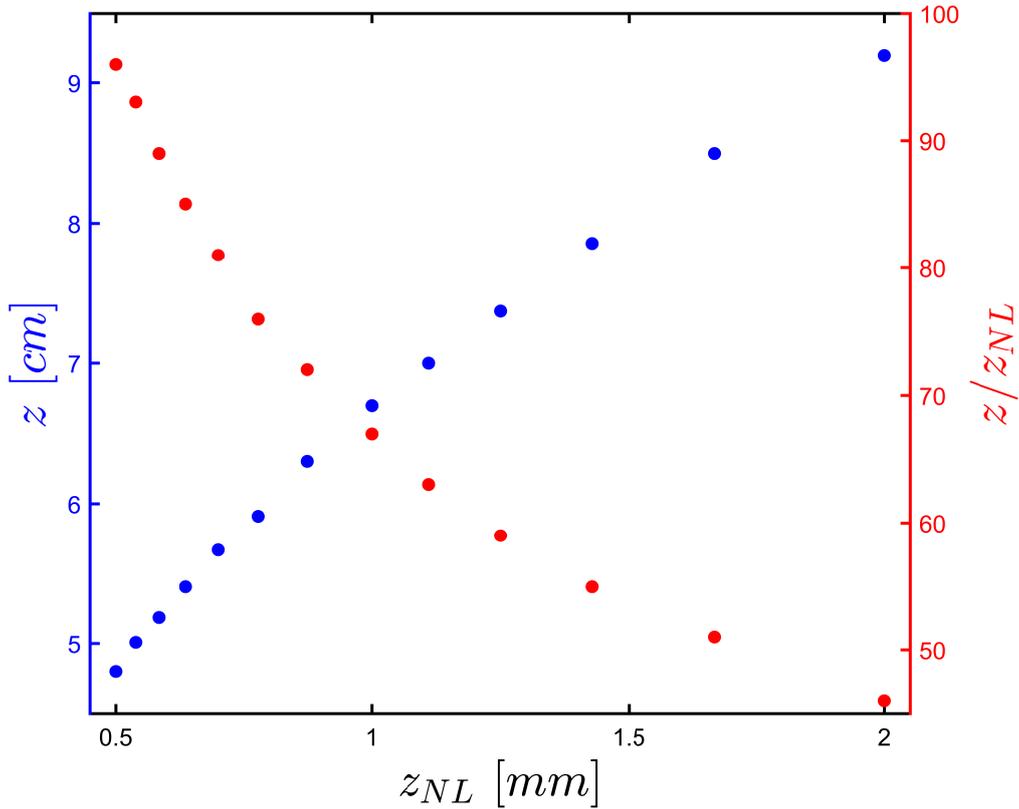


FIGURE 2.9 – Instant du choc en fonction de z_{NL} . Les points bleus indiquent la distance de propagation z du faisceau et les rouges la non-linéarité z/z_{NL} nécessaire au développement du choc.

Ceci signifie que, outre la valeur de la non-linéarité, la distance de propagation du faisceau dans le milieu est importante pour voir le choc se développer. Il est expérimentalement préférable d'augmenter la longueur du milieu afin de réduire la non-linéarité nécessaire à la création du choc. Notons aussi que, malgré la différence de non-linéarité ou de distance de propagation pour voir apparaître la première oscillation, celle-ci a lieu à la même position $r = 1.27\text{mm}$ dans toutes les simulations effectuées.

2.2.2 Ondes de choc à 1 dimension

Afin d'étudier une géométrie à 1 dimension, nous ajoutons un fil sur le chemin optique du faisceau gaussien incident que nous imageons sur la face d'entrée de la cellule. De ce fait, le faisceau entrant dans le milieu non-linéaire possède une bande d'intensité nulle coupant le faisceau en son centre. Le changement entre cette zone sombre et le reste du faisceau se faisant de façon abrupte, nous nous trouvons dans la situation où nous avons une catastrophe du gradient d'intensité en début de propagation [97]. Ces variations violentes dans la direction transverse au fil ont pour conséquence de créer un choc ayant lieu seulement dans cette direction qui se régularise par la suite.

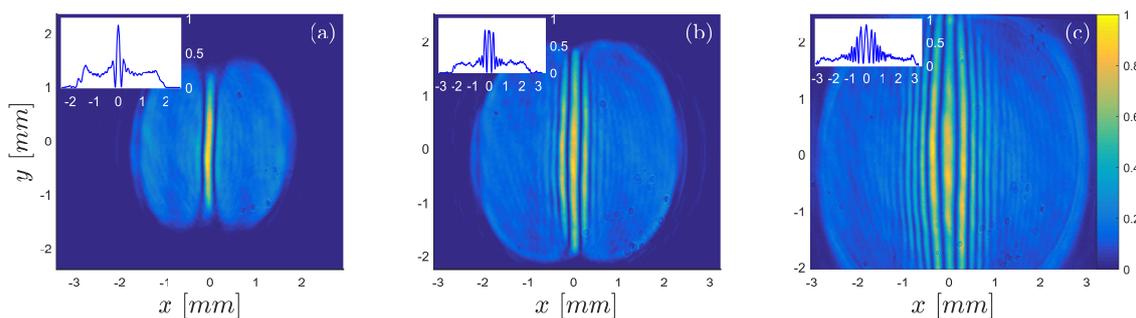


FIGURE 2.10 – Évolution des ondes de choc dans le cas 1D. Chaque image correspond à une non-linéarité différente, respectivement $\Delta\phi = 80, 110$ et 150 pour (a), (b) et (c). Les inserts sont des coupes suivant les pointillés de l'image correspondante.

Pour une non-linéarité relativement basse comme représentée par la figure 2.10 (a), une première sur-intensité apparaît au centre de la zone sombre initialement créée par le fil. Celle-ci reste distincte du faisceau par deux bandes d'intensité nulle de chaque côté. Comme pour le cas 2D discuté précédemment, nous remarquerons que le faisceau gaussien s'aplatit et devient abrupt sur les bords. Lorsque la non-linéarité est augmentée nous arrivons au cas de la figure 2.10 (b) : la sur-intensité initialement seule est maintenant encadrée par deux autres d'intensités équivalentes. À la suite de ces deux nouveaux pics d'intensité, des oscillations supplémentaires sont présentes dont les amplitudes sont bien inférieures aux principales ; notons que les minima d'intensité de ces petites oscillations n'atteignent plus le zéro. Le faisceau quant à lui continue de s'étaler. Dans le dernier cas représenté en figure 2.10 (c), la non-linéarité étant importante, les oscillations dues au choc 1D ont eu le temps de se développer correctement. Les trois oscillations principales conservent des intensités équivalentes tandis que les oscillations suivantes voient leur amplitude progressivement diminuer au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'onde centrale. La période d'oscillation diminue elle aussi loin du centre : 0.16mm pour les dernières oscillations (de chaque côté) contre 0.32mm au centre. Notons que tout au long de l'évolution ces oscillations restent parallèles les unes aux autres.

Nous pouvons remarquer, dans ce dernier cas, que la non-linéarité est suffisamment importante pour voir les ondes de choc 2D se développer tout autour du faisceau comme dans le cas du faisceau gaussien incident précédemment étudié. Cependant, une différence significative apparaît entre les oscillations 1D créées par l'obstacle filiforme et celles développées lors du choc 2D tout autour du faisceau initialement gaussien : leur contraste est extrêmement différent. En effet dans le cas 1D le contraste est presque de 1 alors que pour les oscillations du choc 2D il est difficile de les discerner : le contraste pouvant être beaucoup plus faible.

Cette différence peut paraître inattendue à première vue étant donné que les DSW 1D et 2D sont toutes les deux décrites par NLSE de la même façon et devraient par conséquent se comporter de manière identique. Il y a cependant un point important qui explique cette différence : les conditions dans lesquelles se développent ces oscillations ne sont pas identiques, les DSW 1D se propagent sur un fond (le faisceau gaussien lui-même) alors que les DSW 2D n'ont pas de fond sur lequel se développer. Ce point est primordial pour l'étude de ces oscillations, à tel point que

dans la littérature ne sont appelées ondes de choc dispersives que les oscillations se développant sur un fond. Certains phénomènes ne sont même visibles qu'en 2D comme c'est le cas des ondes de souffle (blast waves) [40]. C'est pourquoi la partie qui va suivre traitera de l'impact du fond sur les ondes de choc dispersives 2D.

2.3 Ajout d'un fond

Qu'elles soient temporelles ou spatiales, les ondes de choc dispersives sont majoritairement décrites lorsque la régularisation s'effectue sur un fond peu profond. Nous allons détailler dans cette partie l'impact d'un fond sur le comportement des DSW que ce soit par sa forme ou son amplitude.

Pour cette étude expérimentale, nous superposons au faisceau déjà existant un second faisceau gaussien issu de la même source laser. Ce faisceau que nous appellerons "fond" possède un waist $w_{BG} = 2.5\text{mm}$ et a une puissance $P_{BG} = 500\text{mW}$. Ayant la même puissance que le faisceau principal, le rapport d'intensité entre les deux faisceaux vaut $I/I_{BG} = w^2/w_{BG}^2 \approx 8\%$. Nous superposons dans un premier temps le fond au faisceau principal de différentes manières : après propagation du faisceau principal à travers le milieu non-linéaire ou avant la cellule (le fond évolue donc lui aussi dans la vapeur) avec des polarisations parallèles ou perpendiculaires (les deux faisceaux interfèrent ou non).

La première question à se poser est de savoir si le fond participe activement à l'évolution des ondes de choc ou si il n'est qu'un outil permettant de faire une étude de la phase en sortie de cellule. La figure 2.11 permet d'avoir une idée claire sur la question. De manière attendue, nous remarquons que l'ajout du fond interférant avec le faisceau principal après sa propagation non-linéaire nous permet d'observer les anneaux d'interférence correspondant au déphasage non-linéaire généralement observés en champ lointain.

2.3.1 Observations

Dans le cas où le fond se propage à travers le milieu non-linéaire avec le faisceau principal nous observons une augmentation du contraste des oscillations régularisant le choc. La polarisation des deux faisceaux (parallèle ou perpendiculaire) ne modifie pas l'impact du fond sur les oscillations. Dans la suite de cette partie, nous effectuons toutes les mesures expérimentales et simulations numériques en faisant interférer le faisceau principal et le fond à l'entrée de la cellule (polarisation parallèle) à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder (voir schéma 1.2), un PID permet de contrôler la phase relative entre les deux faisceaux. Ceci permettra de conserver les deux faisceaux en interférences constructives.

Une étude équivalente à celle pour d'un faisceau gaussien seul peut maintenant être mise en place. Les mesures présentées en figure 2.4 sont donc de nouveau effectuées dans le cas où le fond est présent (voir figure 2.12). De la même manière que pour la figure 2.4, à basse non-linéarité le faisceau s'aplatit et le front devient raide. Lorsque $\Delta\phi$ augmente le choc a lieu et une oscillation apparaît au pied du front.

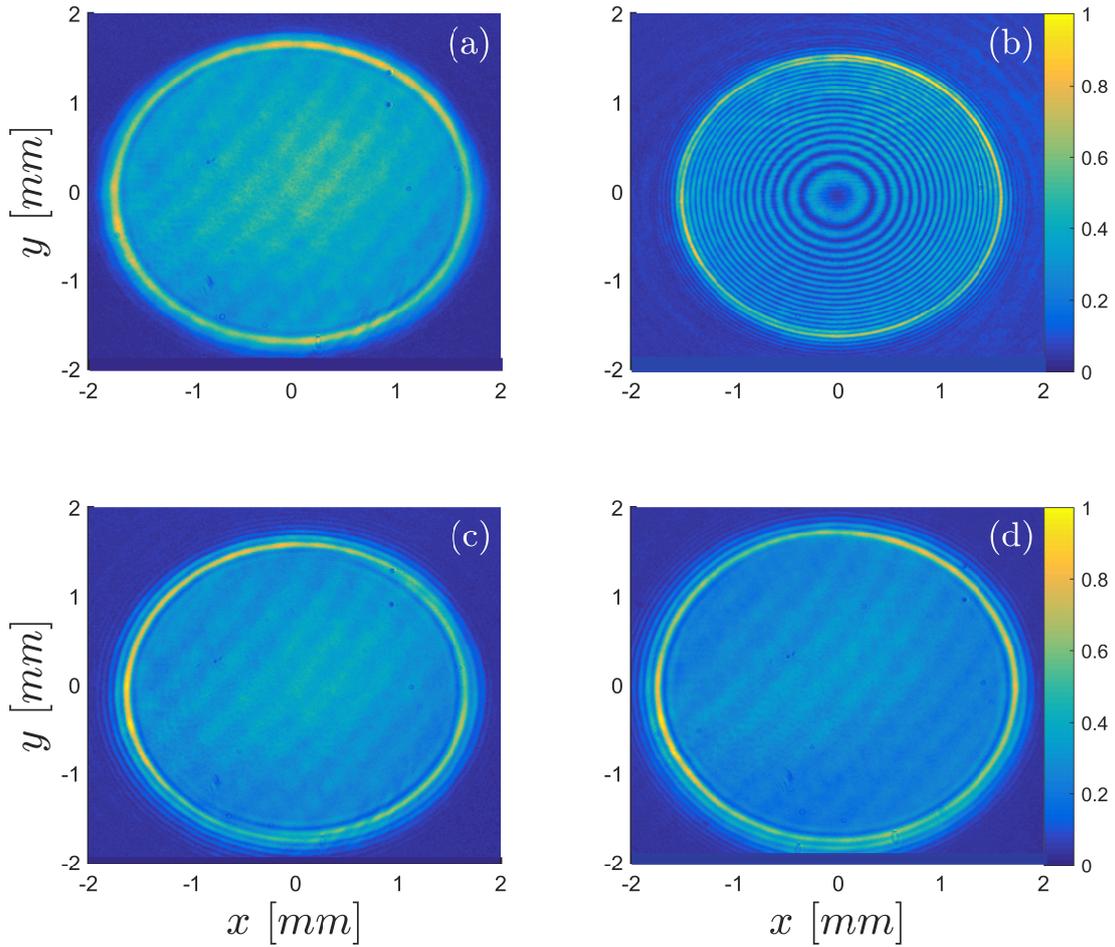


FIGURE 2.11 – Sortie de cellule après propagation à travers une non-linéarité $\Delta\phi = 130$ du faisceau principal seul (a), du faisceau principal superposé en interférence avec le fond après le milieu non-linéaire (b), du faisceau principal superposé au fond avec des polarisations parallèles avant le milieu non-linéaire (c) et du faisceau principal superposé au fond avec des polarisations perpendiculaires avant le milieu non-linéaire (d). Le faisceau principal est strictement le même dans les quatre cas.

La sur-intensité au sommet du front est toujours présente. Les oscillations se développent ensuite progressivement à plus haute non-linéarité. Le comportement général du faisceau reste donc le même en présence d'un fond. La principale différence étant l'augmentation du contraste des oscillations.

Notons que sur tous les résultats qui vont suivre (expérimental et numérique) le fond est soustrait lors de l'analyse pour mieux mettre en évidence le comportement du front.

Nous remarquons d'ailleurs que certaines des oscillations régularisant le choc atteignent de valeurs négatives, indiquant que ces dernières descendent sous le niveau du fond [40]. La figure 2.13 est l'équivalente de la figure 2.5 dans le cas où le fond gaussien a été ajouté. À l'exception du fond, tous les autres paramètres sont identiques dans ces deux études.

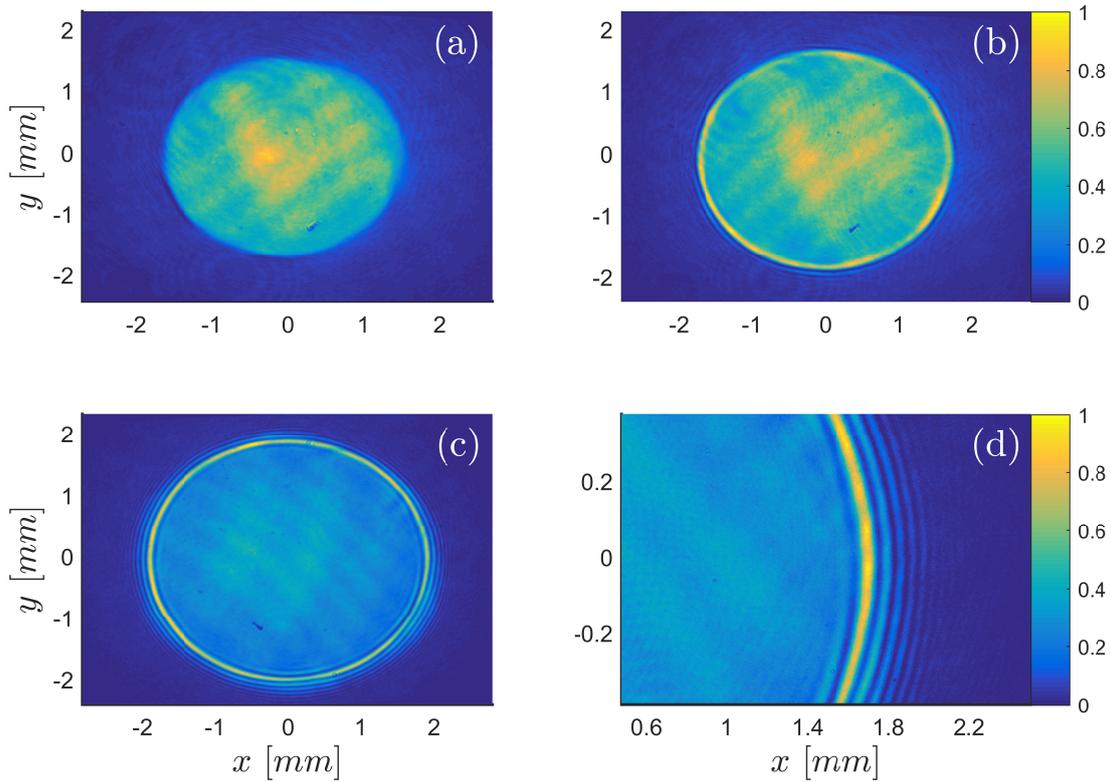


FIGURE 2.12 – Champ proche en sortie de cellule. L'image (a), (b) et (c) correspondent respectivement à une propagation après une non-linéarité de $\Delta\phi = 75, 90$ et 130 du faisceau gaussien superposé en interférence constructive avec un fond. L'image d) est un grandissement 4 de (c) centré sur le front du faisceau pour observer les oscillations. La ligne en pointillés représente la coupe effectuée permettant d'analyser le profil du faisceau au front.

Nous observons qu'à basse non-linéarité, exactement comme pour le faisceau seul, le faisceau principal s'aplatit dans un premier temps et le front devient raide (vers $\Delta\phi = 40$). La sur-intensité au sommet du front est beaucoup plus importante qu'en l'absence de fond. La première oscillation apparaît au pied du faisceau principal à $\Delta\phi = 60$. De la même manière que pour le faisceau sans fond, lorsque la non-linéarité est augmentée nous observons l'apparition progressive et le développement de nouvelles oscillations. À très haute non-linéarité, les oscillations intérieures sont aussi créées.

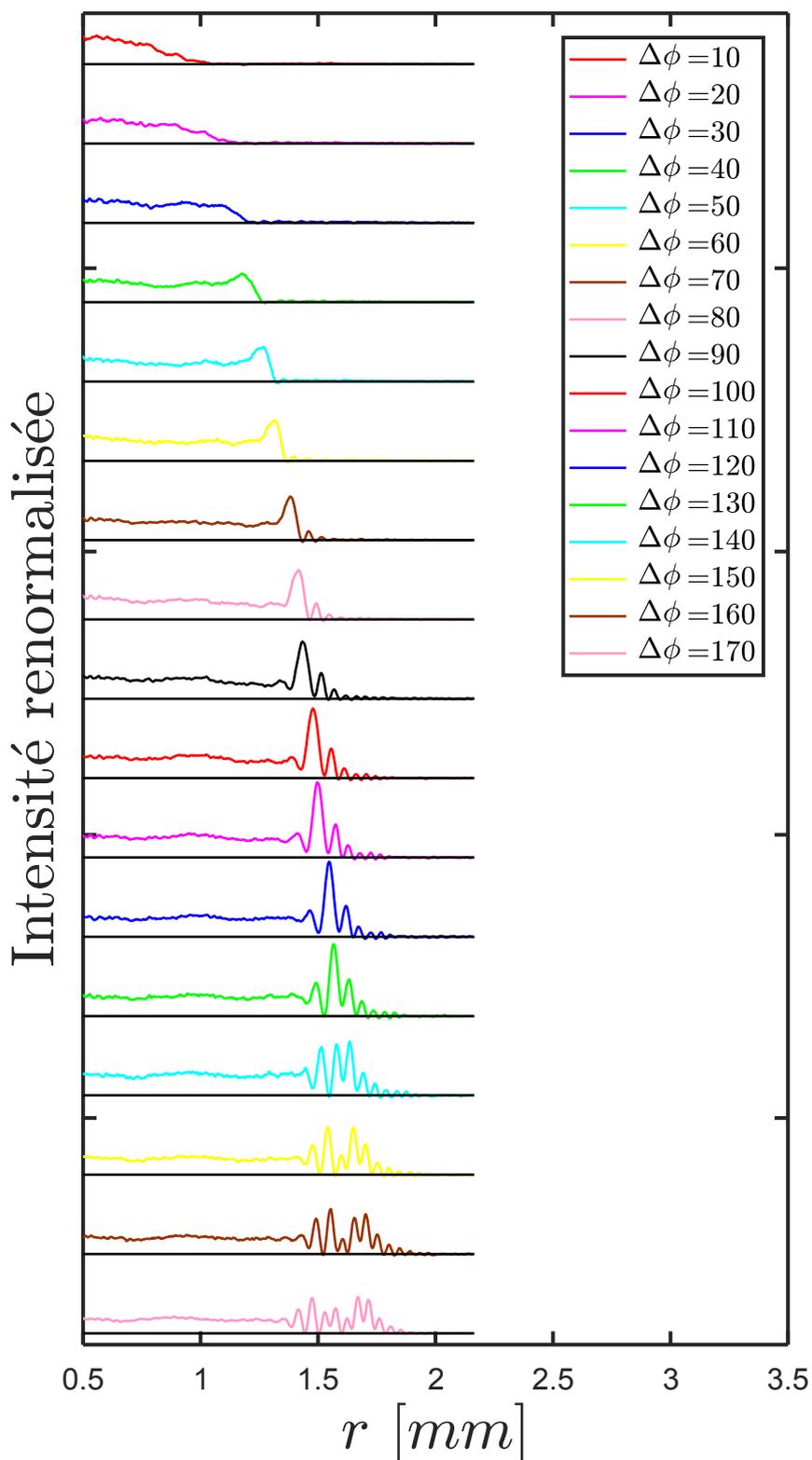


FIGURE 2.13 – Coupe suivant le rayon du faisceau gaussien se propageant à travers le milieu pour différentes non-linéarités dans le cas où un fond gaussien est présent.

2.4 Étude du contraste des oscillations

Nous développons dans ce qui suit le comportement du contraste de ces oscillations : dans un premier temps en fonction des propriétés du fond (intensité et forme) puis nous expliquerons dans un second temps pourquoi, contrairement à une précédente étude [98], notre contraste dans le cas sans fond n'est pas nul.

2.4.1 Contraste avec fond

Il est donc intéressant d'étudier l'évolution du contraste de ces oscillations avec l'amplitude du fond. Nous mesurons ce contraste $C = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min})$ lorsque le rapport d'intensité entre le fond et le faisceau principal $I_r = I_{BG}/I$ est modifié. Cette étude met en évidence l'importance du fond sur le contraste des ondes de choc. Les oscillations, déjà présentes en raison du choc, ont un support pour se développer de manière plus importante grâce au fond. Pour éviter un potentiel impact de la sur-intensité créée par la non-localité sur le contraste de la première oscillation, nous choisissons arbitrairement la deuxième oscillation pour effectuer ce calcul.

Une étude plus poussée a été effectuée [98] lors de la propagation d'impulsions temporelles à travers des fibres optiques. De la même manière, ils montrent que l'augmentation d'amplitude du fond améliore le contraste des oscillations. Lorsque l'intensité du fond est encore augmentée bien que le contraste maximum soit atteint (100%), on s'attend à ce qu'il diminue lentement. En effet, les oscillations ayant une amplitude limite, lorsque l'intensité du fond dépasse cette amplitude maximale le contraste est de fait moins important et diminue progressivement avec l'intensité du fond.

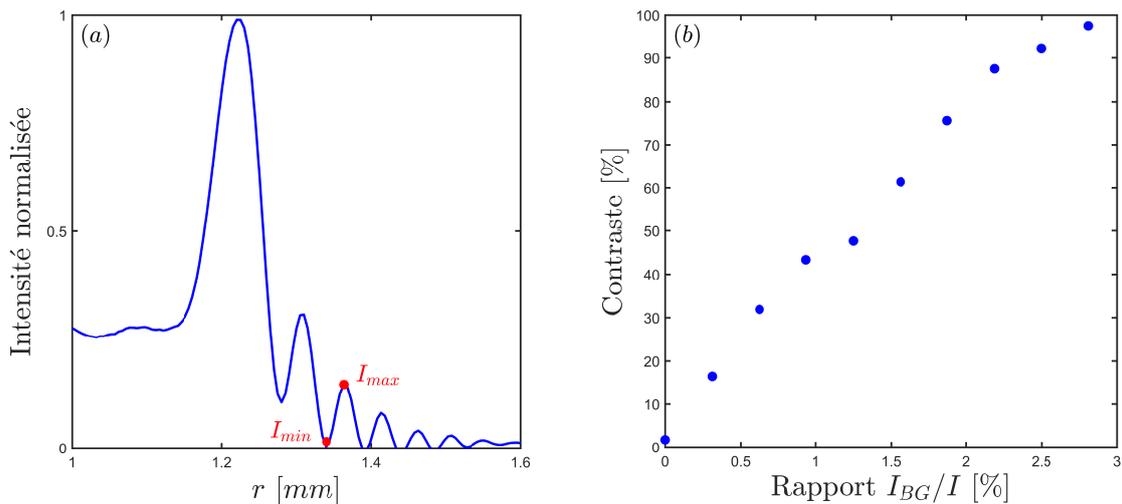


FIGURE 2.14 – La figure (a) représente les oscillations dans le cas où le fond est présent ($I_r = 2.8\%$), les points rouges correspondent aux I_{max} et I_{min} considérés pour calculer le contraste. La figure (b) est la valeur du contraste en fonction du rapport d'intensité I_r .

Des simulations sont faites avec un fond constant pour étudier l'impact de la forme du fond sur les oscillations. Ceci montre que, pour un fond plat ou un fond gaussien suffisamment large (waist 3 fois supérieur à celui du faisceau principal), les oscillations se développent de la même manière.

2.4.2 Contraste sans fond

Si nous étudions plus précisément le cas sans fond, nous remarquons dans nos expériences et simulations que le contraste n'est pas nul comme c'est le cas dans [98]. Nous effectuons alors des simulations pour différentes valeurs de waist (cas sans fond) avec une valeur de $\Lambda = 5.5\mu\text{m}$ qui est la longueur caractéristique dans le plan du fluide.

Lorsque le waist du faisceau est de $w = 0.2\text{mm}$ ($w/\Lambda \approx 30$), le contraste sur les oscillations est quasi nul $C = 3\%$, ce cas est similaire à celui observé dans [98]. Avec les paramètres de notre expérience ($w = 0.7\text{mm}$), le rapport est de $w/\Lambda \approx 150$ et nous pouvons observer des oscillations dans le cas sans fond avec un contraste de $C = 40\%$. Comme mentionné précédemment, la non-localité réduit le contraste des oscillations et la simulation ne prenant pas encore en compte ce paramètre il est normal de voir une différence de contraste avec l'expérience. Lorsque nous simulons avec un rapport encore plus grand $w/\Lambda \approx 270$ ($w = 1.5\text{mm}$), nous observons que le contraste continue d'augmenter $C = 80\%$. Si le rapport w/Λ augmente encore nous nous attendons à atteindre un contraste de 100% sans qu'aucun fond ne soit utilisé.

La période des oscillations est équivalente à Λ local (calculé avec l'intensité au niveau des oscillations); par conséquent si, cette période est suffisamment petite par rapport à la taille du faisceau, il est possible de voir les oscillations apparaître sur l'aile de la gaussienne même dans le cas où il n'y a pas de fond. Les positions r sur la figure 2.15 étant renormalisées par la valeur du waist, les oscillations de chaque cas peuvent paraître avoir des périodes différentes mais elles sont en réalité toutes approximativement égales à la valeur locale de $\Lambda \approx 30\mu\text{m}$.

Lorsque le faisceau continue de se propager à travers la non-linéarité, nous observons que le contraste des oscillations diminue progressivement avec $\Delta\phi$. Pour le faisceau le plus petit, les oscillations disparaissent rapidement et complètement et seule une pente lisse se développe.

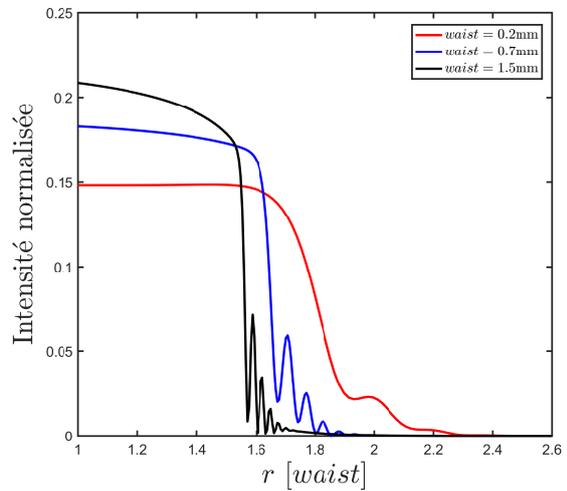


FIGURE 2.15 – Simulations d'un faisceau gaussien sans fond développant des ondes dispersives pour différentes valeurs de waist. Les non-linéarités nécessaires pour observer les ondes de choc pour les waist $w = 0.2, 0.7$ et 1.5mm sont respectivement $\Delta\phi = 40, 120$ et 230 .

Il est aussi intéressant de remarquer que lorsque le faisceau est plus petit, le choc et sa régularisation ont lieu plus tôt. En effet, pour une même intensité maximum au centre, plus le faisceau sera petit plus le gradient sera important et par conséquent la différence de vitesse d'expansion aussi. Ainsi le front se raidira plus vite, entraînant un choc plus rapidement.

C'est en raison de cette différence de waist entre notre expérience et [98] que les valeurs du contraste sont différentes même quand le rapport I_r est non nul : les oscillations n'atteindront donc pas leur contraste maximum pour le même rapport I_r . Même si travailler à petit waist permette de créer le choc plus rapidement en termes de non-linéarité, ceci diminue le contraste (jusqu'à atteindre 0) des oscillations régularisant le choc qui ne peuvent être retrouvées qu'avec l'utilisation d'un fond. Pour la suite du projet, l'utilisation d'un fond pour observer les ondes de choc dispersives n'étant pas souhaité afin de simplifier notre étude, nous choisissons donc de travailler sans fond avec un waist suffisamment grand pour observer les oscillations sans l'aide d'un fond.

2.5 Non-localité

La réponse non-locale d'un milieu non-linéaire est un effet visible dans différents systèmes tels que les condensats de Bose-Einstein dipolaires [99], les cristaux liquides [100], les verres [101], les liquides [102] ou encore les plasmas [103]. De fait, son impact sur la dynamique d'ondes non-linéaires a déjà été étudié via NLSE non-locale 2.6. Dans notre système, la non-localité est généralement expliquée par le mouvement des atomes dans la vapeur [49]. Il est ainsi possible d'estimer, en considérant le temps de vie de l'atome excité et sa vitesse, la distance parcourue par l'atome avant de ré-émettre un photon absorbé : cette distance correspondant à la non-localité. Cet effet peut être interprété comme étant une interaction photon-photon se produisant à une distance non nulle. Cette distance est estimée dans la section 2.5.3.

Pour prendre en compte cette réponse non-locale dans le terme d'interaction de NLSE, nous introduisons une fonction de réponse de type gaussienne

$U(\mathbf{r}) = (2\pi\sigma^2)^{-1} \exp(-|\mathbf{r}|^2/(2\sigma^2))$ avec σ la longueur non-locale (une fonction réponse super-gaussienne donne des résultats quasi-identiques).

Des résultats similaires sont obtenus dans le cas où la réponse est une décroissance exponentielle $U(\mathbf{r}) = (2\pi\sigma^2)^{-1} \exp(-|\mathbf{r}|/\sigma)$. La simulation est aussi effectuée avec une fonction réponse lorentzienne mais les résultats ne sont pas concluants, la portée non-locale dans ce cas n'est pas bonne (voir figure 2.16).

Nous pouvons écrire l'équation 1.71 en tenant compte de la non-localité telle que :

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}\nabla_{\mathbf{r}}^2\psi + \gamma\psi \int d\mathbf{r}'U(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)|\psi|^2(\mathbf{r}',z) \quad (2.6)$$

Nous pouvons ensuite réécrire les équations 2.4 et 2.5 telles que :

$$\partial_z \hat{\rho} + \alpha \partial_r (\hat{\rho} u) = 0 \quad (2.7)$$

$$\partial_z u + \alpha u \partial_r u + \partial_r V = \frac{\alpha}{2} \partial_r \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{\rho} r}} \partial_r r \partial_r \sqrt{\frac{\hat{\rho}}{r}} \right) \quad (2.8)$$

Le potentiel non-linéaire effectif étant donné par :

$$V(r, z) = \gamma \int \tilde{U}(r, r') \rho(r', z) r' dr' \quad (2.9)$$

où $\tilde{U}(r, r') = \int_0^{2\pi} U(\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta}) d\theta$.

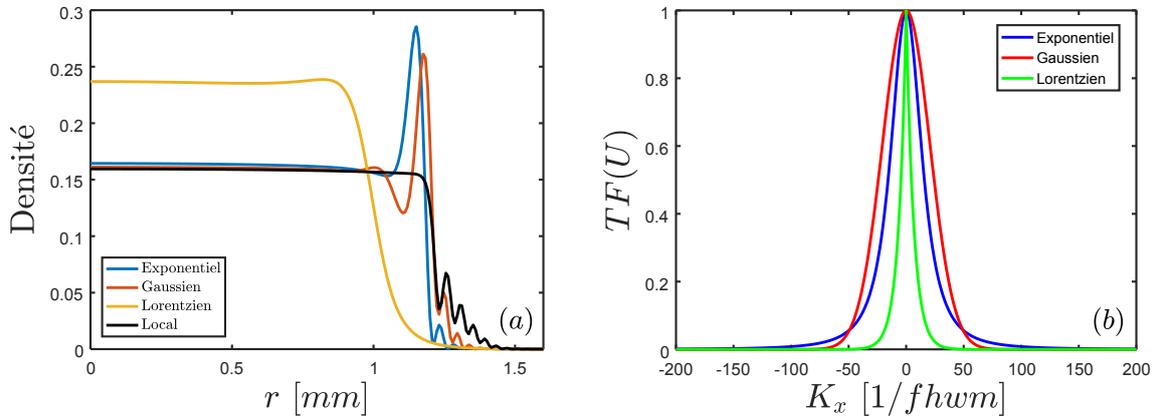


FIGURE 2.16 – Simulation comparant l'évolution du système pour différentes formes de la fonction de réponse non-locale. La figure (a) représente le profil de densité pour une non-localité $\sigma = 60 \mu\text{m}$ et le cas local en noir ($\sigma = 0 \mu\text{m}$) pour une non-linéarité $z/z_{NL} = 130$. La figure (b) trace la transformée de fourrier de chaque fonction réponse utilisée pour effectuer la convolution.

Dans l'approximation non-dispersive (avant que le choc se produise à z_c), nous considérons à nouveau le terme de droite de l'équation 2.8 comme nul. Rappelons maintenant le cas local (équation 2.5) : en commençant à $u(r, z = 0) = 0$, la vitesse $u(r, z)$ est dans un premier temps contrôlée par le troisième terme de 2.5. À la suite de cela, la dynamique est dominée par le second terme (équation de Hopf 2.1), ce qui entraîne la catastrophe du gradient de la vitesse. Une fois cette équation combinée à l'équation 2.4, nous voyons se développer un choc (à symétrie radiale) caractérisé par la divergence de $\partial_r u$ et $\partial_r \rho$, cependant la valeur de ρ n'explose pas [95].

Il est important de préciser que, rigoureusement, le système ne développe pas de singularité puisque le terme de dispersion jusque-là négligé devient important à l'approche du choc : la dispersion régularise alors cette singularité.

Si nous revenons dans le cas non-local maintenant, nous remarquons qu'à la différence du cas local où $\partial_r \rho$ diverge, le terme $\partial_r V$ se régularise aux environs du choc en z_c ce qui a un effet critique sur le comportement de ρ . Le terme $\gamma \partial_r \rho$ dans le cas où $\sigma = 0$ jusqu'à présent empêchait une croissance de l'amplitude de ρ . Dès lors que ce terme n'apparaît plus dans l'équation, l'amplitude de ρ va croître comme va le montrer l'étude qui suit.

2.5.1 Méthode des caractéristiques

L'évolution des équations hydrodynamiques 2.7 et 2.8 peut être décrite théoriquement en appliquant la méthode des caractéristiques [104]. Pour cela, on définit les quantités suivantes : $w(z) = u(R(z), z)$, $\tau(z) = \partial_z u(R(z), z)$, $\xi(z) = \partial_r u(R(z), z)$, $\check{\rho}(z) = \hat{\rho}(R(z), z)$ selon la caractéristique $R(z)$ où $R(0) = r_0$.

Ces équations satisfont le système d'équations différentielles ordinaires ci-dessous :

$$\frac{dR}{dz} = \alpha w(z), \quad (2.10)$$

$$\frac{dw}{dz} = \tau(z) + \alpha w(z)\xi(z), \quad (2.11)$$

$$\frac{d\tau}{dz} = -\partial_{zr}^2(V(R(z), z)) - \alpha\xi(z)\tau(z), \quad (2.12)$$

$$\frac{d\xi}{dz} = -\partial_r^2(V(R(z), z)) - \alpha\xi^2(z), \quad (2.13)$$

$$\frac{d\check{\rho}}{dz} = -\alpha\xi(z)\check{\rho}(z). \quad (2.14)$$

Il est possible de faire le lien entre ce système d'équations et ceux utilisés dans le cadre du formalisme de Vlasov à grande distance pour un régime fortement turbulent [105, 106] ou encore pour décrire l'émergence d'une cohérence de phase de la part d'un speckle [107].

Le système possède donc une double singularité de choc et de collapse : le choc se rapportant à la catastrophe du gradient de la vitesse et entraînant une régularisation via des ondes de choc dispersives (visible même sans non-localité) ainsi que l'instabilité de collapse faisant référence à la croissance de la densité au niveau du front (présent uniquement avec la non-localité). Ces deux effets sont alors visibles simultanément lorsque la non-localité est non négligeable. Notons que si la non-localité devenait trop grande en comparaison de la "healing length", les ondes de choc dispersives ne se développeraient plus.

Le développement de cette double singularité est piloté par le gradient de la vitesse dans l'équation 2.13. Dans le premier terme de droite, l'amplitude de $\partial_r^2 V$ est bornée par la valeur maximale de $\hat{\rho}/\sigma^2$. Le second terme quant à lui, décrit la divergence avec une forme telle que $|\xi| \sim 1/(z_c - z)$ proche du moment du choc z_c . Par conséquent, il y aura une distance de propagation au-delà de laquelle $-\alpha\xi^2$ dominera $\partial_r^2 V$ et nous verrons $\xi(z)$ augmenter de manière brutale à un temps effectif fini z .

Remarquons maintenant l'équation 2.14 qui mène à $\check{\rho}(z) = \hat{\rho}(r_0, z_0) \exp(-\alpha \int_{z_0}^z \xi(s) ds)$.

Ceci montre que le comportement singulier de $\xi(z)$ juste avant l'instant du choc $z = z_c$ sera aussi visible sur $\check{\rho}(z)$. Nous pouvons réécrire le gradient de la vitesse ainsi que l'amplitude proche de l'instant du choc tels que :

$$\partial_r u(R(z), z) = \xi(z) \simeq -1/[\alpha(z_c - z)], \quad (2.15)$$

$$\hat{\rho}(R(z), z) = \check{\rho}(z) \simeq \hat{\rho}(r_0, z_0)(z_c - z_0)/(z_c - z). \quad (2.16)$$

En d'autres termes, dans le cas où la valeur de la non-localité σ n'est pas négligeable, le terme $\partial_r^2 V$ deviendra plus petit que le terme de divergence $\alpha\xi^2$ proche de l'instant du choc z_c . Ceci a pour conséquence une "explosion" du gradient de vitesse

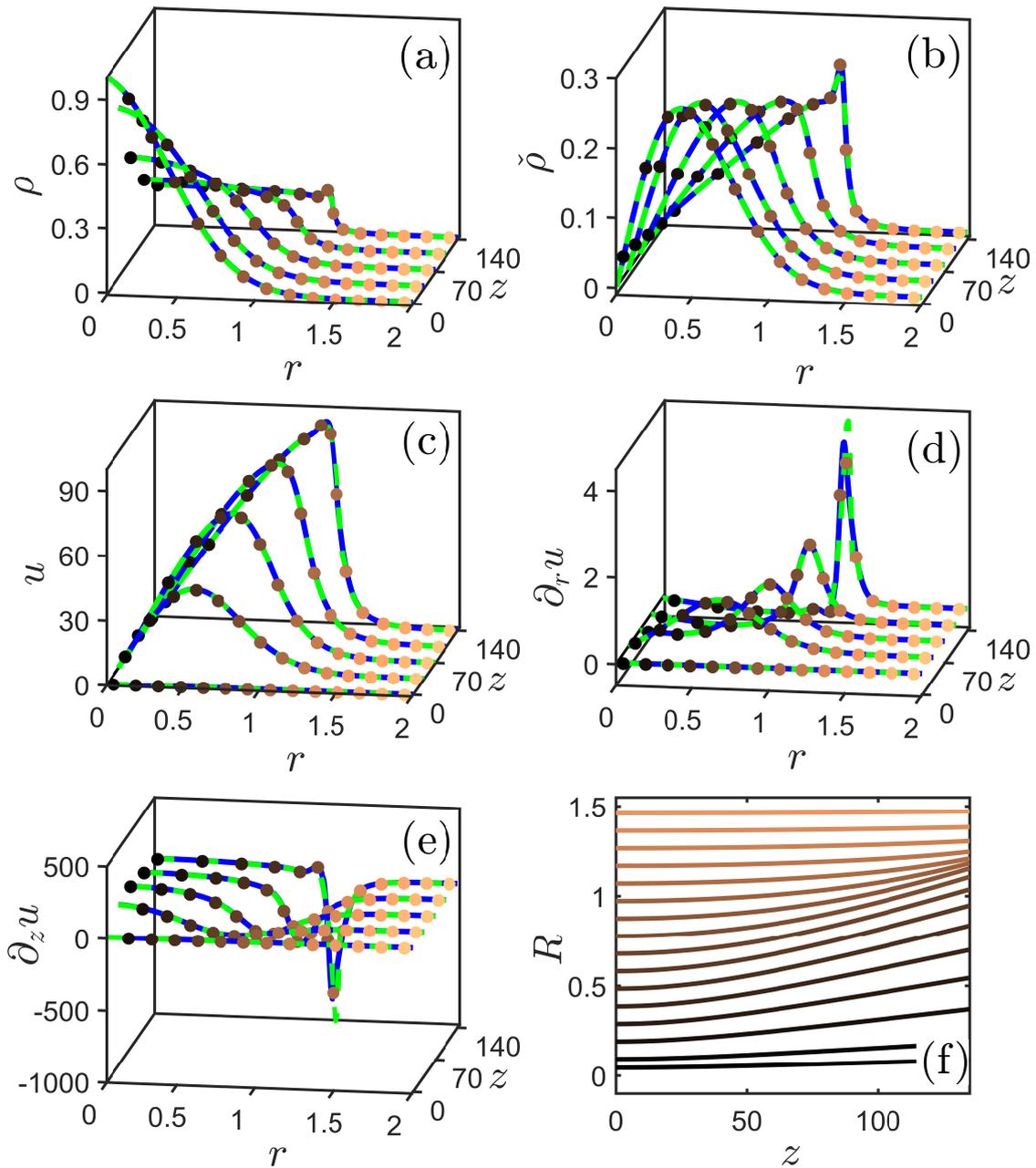


FIGURE 2.17 – Les figures (a-e) représentent les simulations de NLSE (tiretés verts), de la formulation hydrodynamique (bleu) ainsi que de la méthode des caractéristiques (points) pour des temps effectifs de propagation de $z = 0, 30, 65, 100, 135z_{NL}$. Les figures (a-e) représentent respectivement la densité $\rho(r, z)$, la densité radiale $\hat{\rho}(r, z)$ (ou $\check{\rho}(z)$), la vitesse $u(r, z)$ (ou $w(z)$), le gradient de la vitesse $\partial_r u(r, z)$ (ou $\xi(z)$) et la dérivée "temporelle" selon z de la vitesse $\partial_z u(r, z)$ (ou $\tau(z)$) : tout ceci pour différentes caractéristiques $R(z)$ représentées en (f). Les couleurs des caractéristiques en (f) correspondent aux couleurs des points en (a-e). Les paramètres utilisés dans cette simulation sont une non-localité $\sigma = 50\mu\text{m}$ ainsi qu'une transmission de 60% (nous détaillerons l'impact des pertes par la suite).

qui se répercute sur la densité (via l'équation 2.14) augmentant elle aussi au niveau du choc. Plus la non-localité est importante, plus le terme de divergence domine rapidement, entraînant une augmentation plus importante du pic de densité. Dans le cas local ou si la non-localité est trop faible, le terme de divergence ne devient plus dominant au cours de l'évolution et la singularité de collapse n'apparaît pas. Nous effectuons des simulations en utilisant l'équation non-linéaire de Schrödinger (NLSE), la formulation hydrodynamique ainsi que la méthode des caractéristiques. Ces simulations sont reportées sur la figure 2.17 (a-e).

Nous observons un très bon accord entre chacune des méthodes sans qu'aucun paramètre d'ajustement soit nécessaire. Ici, la fonction réponse de la non-localité considérée est une fonction gaussienne. Nous remarquons que, de la même manière que pour la figure 2.1, les lignes de caractéristiques en (f) se rapprochent à l'endroit du choc. Il n'y a cependant pas d'intersection de ces lignes par la suite, du fait de la régularisation du choc. Au même instant, la vitesse $u(r, z)$ se raidit précédant la singularité du choc (à savoir la catastrophe du gradient de $u(r, z)$) qui lui même cause la singularité de collapse de la densité. Il est important de préciser que pour les valeurs de non-localité qui sont et seront discutées au cours de cette étude, nous n'observons que les débuts de la singularité de collapse ; une non-localité plus importante est nécessaire pour considérer un vrai régime de collapse qui serait caractérisé par le comportement $\rho \sim 1/(z_c - z)$ prédit par la théorie.

2.5.2 Instant du choc

Maintenant que l'étude théorique a permis d'expliquer le rôle de la non-localité dans notre système, nous effectuons des simulations pour avoir une idée qualitative du processus.

Dans un premier temps, nous faisons une simulation à non-linéarité fixée correspondant à un temps supérieur à celui du choc (dans le cas sans non-localité), ceci afin d'observer le comportement du système pour différentes valeurs de non-localité. Cette simulation est présentée en figure 2.18(a).

Comme l'a démontré l'étude théorique plus haut, nous observons que la sur-intensité augmente avec la non-localité. Notons que lorsque la non-localité est nulle nous retrouvons le résultat obtenu en début de chapitre lorsque le modèle était purement local (2.6). Outre l'apparition de cette singularité, d'autres aspects sont modifiés en fonction de la non-localité.

Nous remarquons par exemple un changement dans le comportement des oscillations régularisant le choc. En augmentant la non-localité, les oscillations ont besoin de plus de temps pour se développer (à non-linéarité fixée) ce qui signifie que le choc nécessitera lui aussi plus de temps pour avoir lieu à mesure que la non-localité augmente.

Nous pouvons aussi observer que le contraste des oscillations est moins important à haute non-localité. Ceci confirme la différence de contraste observée entre l'expérience et les simulations précédemment faites lorsque la non-localité n'était pas prise en compte.

Nous remarquons enfin le développement d'un minimum local juste avant la singularité de collapse (pic de densité). Ce minimum devient de plus en plus important à

mesure que la non-localité augmente. La simulation présentée ici indique que ce minimum perd en amplitude pour les non-localités les plus hautes. Ceci s'explique par le fait que l'instant du choc est plus tardif et par conséquent le minimum n'a pas eu autant de temps pour se développer en comparaison aux cas ayant une non-localité intermédiaire.

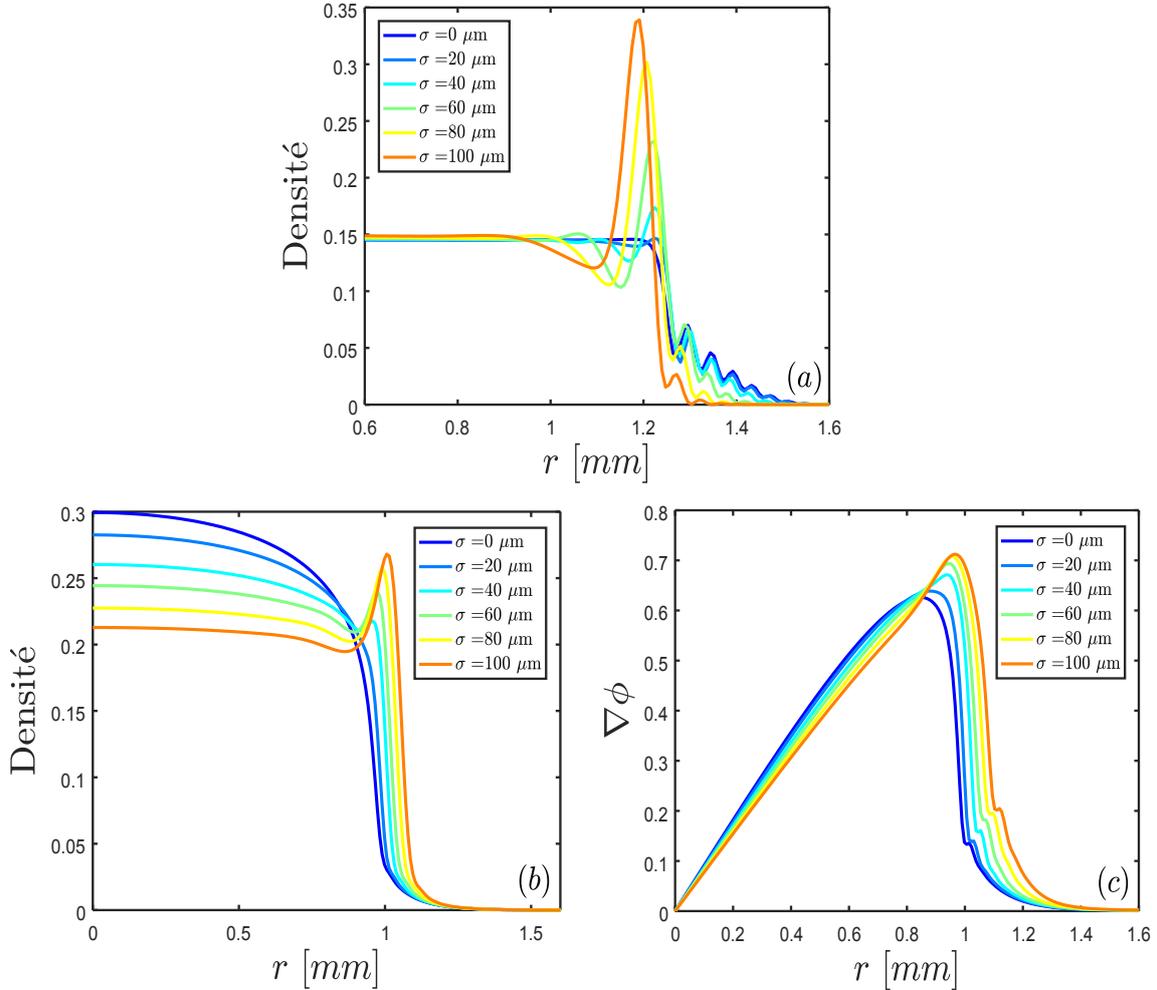


FIGURE 2.18 – Simulations (NLSE non-local) d'un faisceau gaussien pour différentes valeurs de non-localité. Évolution de la densité (a) lorsque la non-linéarité est fixée à $z/z_{NL} = 140$ et évolution de la densité (b) et du gradient de phase (c) lorsque la non-linéarité change pour rester à z_c . Dans ce second cas, la non-linéarité pour $\sigma = 0, 20, 40, 60, 80, 100 \mu\text{m}$ est respectivement $z/z_{NL} = 79, 83, 89, 94, 100, 106$. La normalisation en densité est faite par rapport au maximum du faisceau incident.

Cette étude met en évidence l'importance de définir un instant précis au cours de la propagation et pas seulement une valeur fixée de non-linéarité si l'on veut comprendre correctement l'évolution du système en présence de non-localité (ou autre paramètre influant sur l'évolution du choc) et en faire une étude plus quantitative. Il est aussi important de préciser que, comme le montre les études [98, 108–110], il est possible d'observer une augmentation de l'intensité au niveau du front (similaire

à la notre) au cours de la propagation même dans le cas où le système est local. Un point cependant important nous permet de différencier les deux cas : si nous définissons rigoureusement cette sur-intensité comme étant un changement de signe du gradient d'intensité, ce dernier n'as lieu qu'après le choc dans le cas local tandis que nous observons ce changement de signe bien avant le choc dans le cas non-local. C'est donc principalement pour cette raison que nous étudions plus précisément l'instant du choc z_c , la sur-intensité visible à ce moment ne pouvant être due qu'au comportement non-local. Nous pouvons par la même occasion étudier la double singularité à une même étape de l'évolution et avant que le terme de dispersion ne vienne régulariser le choc.

Les figures 2.18 (b) et (c) correspondent à la densité et au gradient de phase pour différentes non-localités à l'instant du choc. Nous observons une croissance de la vitesse avant le front (aux environs de $r = 1\text{mm}$ dans la simulation), conséquence de $\partial_r V$. Celle-ci se traduit ensuite par l'apparition du pic dans le profil de densité. L'étude à z_c met bien en évidence l'augmentation de ce pic avec la non-localité. Il est aussi visible que le centre du faisceau s'aplatit plus vite à mesure que la non-localité augmente, cela s'explique en raison de la nécessité de propager le système plus longtemps à forte non-localité pour atteindre l'instant du choc.

Nous pouvons reprendre les équations hydrodynamiques 2.7 et 2.8 pour développer le rôle du fond dans la formation de la singularité. Rappelons l'évolution de la vitesse : u étant dans un premier temps faible, le terme $u\partial_r u$ est négligeable et $\partial_r V$ forme rapidement un pic dans le profil de vitesse.

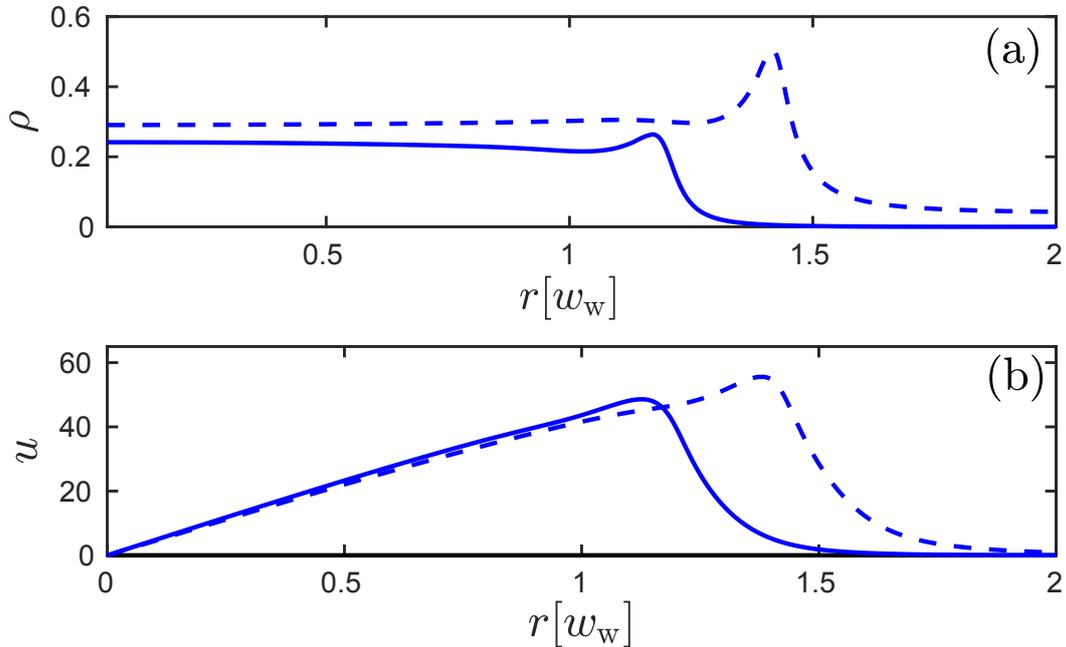


FIGURE 2.19 – Comparaison de la densité ρ et de la vitesse u juste avant que le choc ait lieu dans le cas où il n'y a pas de fond (trait plein, $z/z_{NL} = 65$) et le cas où un fond homogène est présent (trait tireté, $z/z_{NL} = 70$). Nous effectuons les simulations avec NLSE non-local.

Plus tard au cours de la propagation, parce que la non-localité sature $\partial_r V$, le terme $u\partial_r u$ prend le dessus et contrôle la formation du choc. Comme nous l'avons montré plus haut dans l'équation 2.14, la densité croît durant le choc. Nous voyons ensuite apparaître la régularisation lorsque le terme de dispersion n'est plus négligeable.

Dans le cas où il n'y a pas de fond, le profil gaussien de l'intensité décroît rapidement et le pic de vitesse (généré par $\partial_r V$) s'arrête brusquement au bord du profil d'intensité car le pic de vitesse avance rapidement tandis que le bord du profil d'intensité ne bouge pas. Par conséquent, la densité n'as pas assez de temps pour croître de manière importante avant que la dispersion entre en compte.

Lorsqu'un fond est ajouté, le profil d'intensité décroît plus lentement. Par conséquent, le pic de vitesse peut s'étendre d'avantage, entraînant une augmentation du temps nécessaire à la formation du choc via $u\partial_r u$ laissant ainsi plus de temps à la densité pour croître. Ceci est visible dans les simulations présentées en figure 2.19. Grâce à cette étude nous pouvons mettre en évidence qu'en plus d'agir

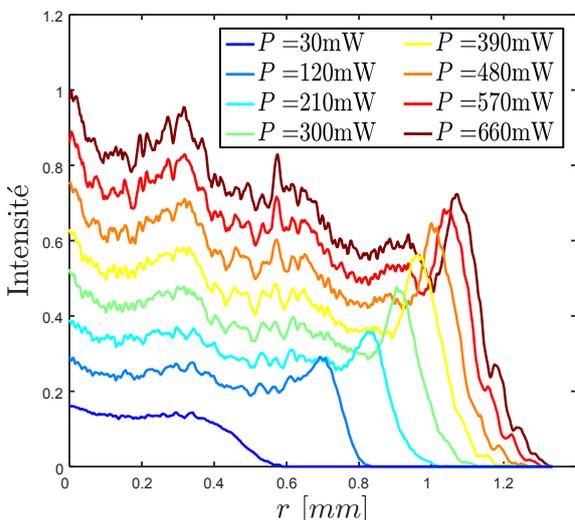


FIGURE 2.20 – Profil d'intensité expérimental d'un faisceau gaussien ($w = 0.32\text{mm}$) se propageant à travers le milieu non-linéaire à une température de $T = 150^\circ\text{C}$ avec un désaccord en fréquence $\Delta = -5.5\text{GHz}$ pour différentes puissances. L'instant du choc est identifié comme étant pour $P_c = 300\text{mW}$.

sur les ondes de régularisation, le fond joue aussi un rôle dans la formation et le développement de la double singularité. Ceci est d'autant plus inattendu que la dynamique du système est contrôlée par la vitesse et non la densité du fluide, la dynamique de la densité ne faisant que suivre celle de la vitesse.

De la même manière que lors de l'étude du contraste en fonction du fond (section 2.4) où nous avons observé que la décroissance du profil gaussien étant moindre à mesure que le waist du faisceau augmente, le contraste des oscillations augmente. Nous nous attendons donc à ce que la croissance de la densité au niveau du front soit plus importante à mesure que la taille du faisceau augmente. Par la suite nous ne considérerons plus que le cas sans fond, le cas avec fond ne rajoutant que plus de difficulté à la compréhension générale de la non-localité.

Nous rappelons que l'instant du choc étant défini dans la théorie comme l'instant de la catastrophe du gradient de la vitesse, il est facile de repérer sur les courbes du gradient de la phase en figure 2.18 (c) cet instant : la légère oscillation en bas du front indique que le choc vient tout juste de se produire. Cette oscillation fait ensuite son apparition après un court délai dans le profil de densité. N'ayant pas la caméra Phasics à disposition lors de ce projet, nous n'avons pas accès la vitesse (i.e. gradient de la phase) du fluide. Par conséquent, l'étude expérimentale de l'instant

du choc ne peut qu'être faite via le profil d'intensité. Nous approximons donc l'instant du choc à celui situé juste avant que le terme dispersif n'entre en jeu et que la structure oscillante de la régularisation du choc ne commence à apparaître dans le profil d'intensité. La figure 2.20 représente l'évolution expérimentale du profil d'intensité du faisceau pour différentes puissances (i.e. non-linéarités). En observant ces différents profils d'intensité, nous identifions l'instant du choc comme étant lorsque la puissance vaut $P_c = 300\text{mW}$. Au delà de cette valeur, il est possible d'apercevoir au pied du front la première oscillation régularisant le choc se développer : le choc a alors déjà eu lieu.

Maintenant que nous savons identifier l'instant du choc expérimentalement, nous allons pouvoir étudier le système à un instant de l'évolution commun à tous les cas de figure et ainsi faire une étude plus poussée de la non-localité présente dans l'expérience.

C'est dans cette idée qu'une étude systématique en fonction de la température est effectuée et développée dans la partie qui suit.

2.5.3 Rôle de la température de la vapeur atomique

La non-localité pouvant s'expliquer par une distance d'interaction entre photons non nulle, la température de la vapeur est un paramètre intéressant pour étudier ce phénomène. En effet, la température de la vapeur atomique est directement lié à la vitesse (dans des directions aléatoires) des atomes via la loi de distribution des vitesses de Maxwell :

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (2.17)$$

où $\langle v \rangle$ est la vitesse moyenne, T la température du gaz et m la masse de l'atome. Pour une température $T = 150^\circ\text{C}$, la vitesse moyenne est d'environ 350m/s . En considérant le temps de vie de l'atome excité comme étant $1/\Gamma$ où $\Gamma = 2\pi \cdot 6.066\text{MHz}$ est le taux de décroissance, nous estimons que la non-localité (distance parcourue avant désexcitation) à cette température est d'environ $10\mu\text{m}$. L'évolution d'un même faisceau gaussien (waist $w = 320\mu\text{m}$) à travers le milieu non-linéaire est donc mesurée pour différentes températures de la vapeur atomique (voir figure 2.21). Pour chaque température, l'évolution du système est étudiée en scannant la non-linéarité via la puissance (équivalent à l'intensité puisque le waist est fixé).

Pour ne pas tenir compte de l'effet d'absorption dont nous discuterons dans la section suivante, nous choisissons de travailler avec une transmission identique pour chaque température et dont la valeur est $\mathcal{T} = 55\%$. Avoir une transmission plus grande nécessiterait d'aller plus loin de résonance ; malheureusement cela entraîne une diminution de la non-linéarité ne nous permettant plus d'observer les ondes de choc dispersives. Ceci pourrait être compensé par une augmentation de l'intensité en réduisant la taille du faisceau. Nous avons cependant expliqué précédemment qu'avec de trop petits faisceaux, le contraste des ondes de choc est nul et il nous deviendrait donc impossible de repérer l'instant du choc.

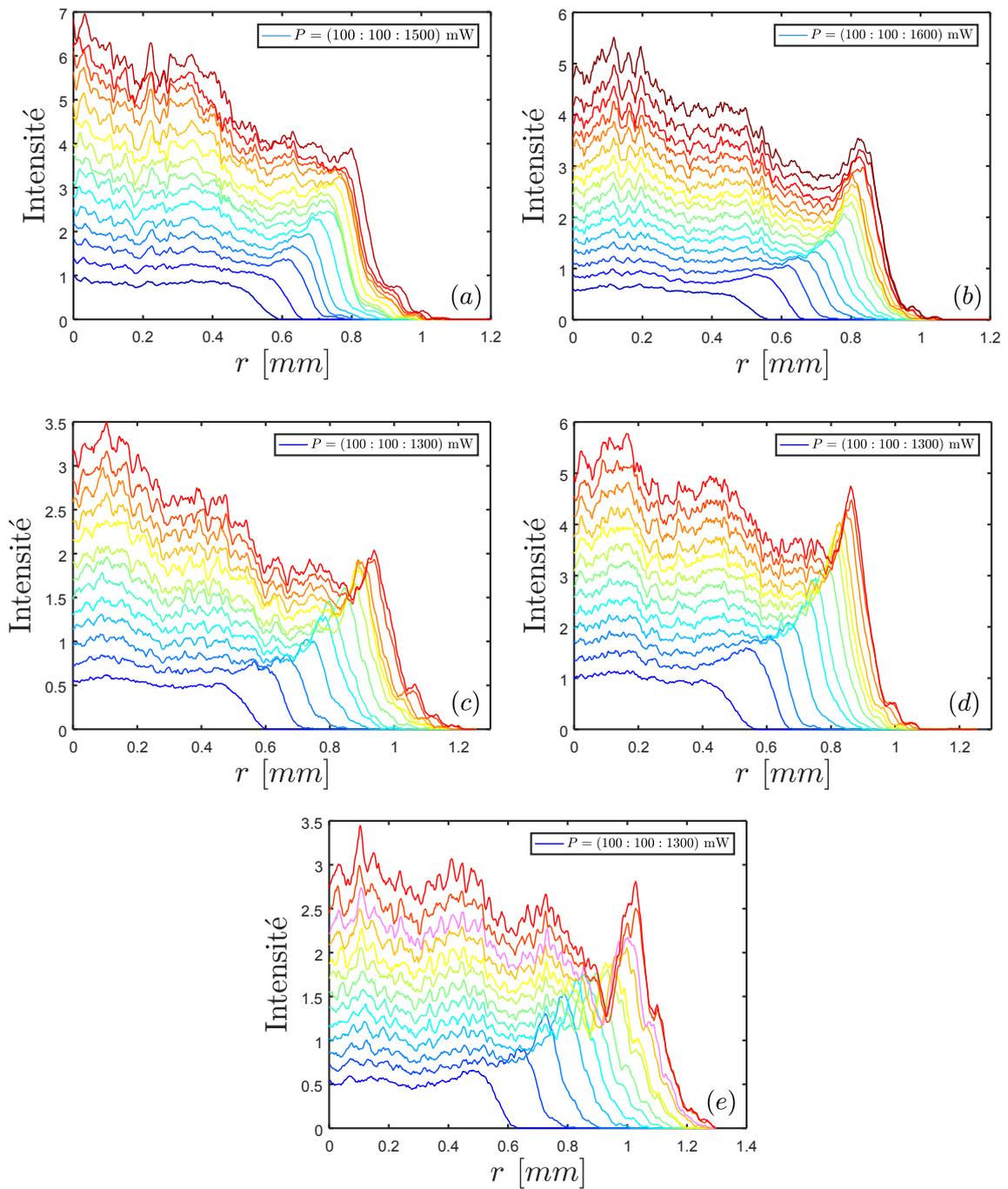


FIGURE 2.21 – Évolution du profil d'intensité en fonction de la puissance du faisceau incident (de 100mW à plus de 1W par pas de 100 mW) pour un faisceau gaussien de waist $w = 0.32$ mm et pour une transmission de $\mathcal{T} = 55\%$. La température de la vapeur atomique pour les figures (a-e) est respectivement d'environ $T = 110, 130, 140, 150, 160^\circ\text{C}$.

Pour maintenir un taux d'absorption égal pour différentes températures, il est nécessaire de changer le désaccord du laser. En effet, si nous regardons les spectres en transmission (figure 1.7) nous remarquons que le fait d'augmenter la température (i.e. la densité atomique) a pour effet de réduire le pourcentage de transmission. Pour conserver une transmission fixe, nous n'avons donc pas d'autre choix que d'augmenter le désaccord à mesure que la température augmente.

Grâce à la méthode décrite dans la section 1.2.2 pour mesurer la température, nous estimons les températures des différentes études comme étant environ $T = 110, 130, 140, 150, 160^\circ\text{C}$. Les désaccords permettant d'obtenir une transmission de $\mathcal{T} = 55\%$ dans chaque cas sont respectivement $\Delta = -1.8, -3.3, -4.7, -8.4, -10.6$ GHz.

Nous remarquons (au vue des différentes évolutions) que la singularité de collapse due à la non-localité est modifiée lors des changements température (pour une même transmission) : lorsque celle-ci augmente, le développement de la sur-intensité au niveau du front est plus important. De la même manière que lors des simulations, nous choisissons de faire une comparaison plus quantitative en se concentrant sur le moment du choc.

Pour chaque température, nous estimons l'instant du choc via la puissance du faisceau P_c comme décrit pour la figure 2.20. Pour les températures $T = 110, 130, 140, 150, 160^\circ\text{C}$, le choc a lieu respectivement pour $P_c = 800, 1000, 600, 800, 400$ mW.

Il est très difficile d'estimer une tendance sur l'évolution de P_c puisque lorsque nous augmentons la température, nous devons aussi augmenter le désaccord afin de conserver le même taux d'absorption. Nous avons alors la température qui, lorsqu'elle augmente, tend à réduire la puissance nécessaire et à l'opposé le désaccord qui nécessite d'augmenter la puissance du faisceau pour de plus grands désaccords. De plus il est parfois difficile de déterminer précisément l'instant du choc, la première oscillation étant très faible lorsqu'elle apparait. Nous pouvons donc considérer une marge d'erreur sur P_c de 100mW.

Le profil d'intensité à l'instant du choc est alors extrait pour chaque température et nous comparons chacun d'eux après une renormalisation adéquate (voir figure 2.22). Ceci confirme l'impact de la température sur la croissance de la singularité de collapse elle-même reliée à la valeur de la non-localité : nous déduisons par conséquent que le fait d'augmenter la température et de fait la vitesse des atomes (la température est aussi proportionnelle à la densité atomique) augmente la non-localité du milieu. Nous verrons dans la dernière section de ce chapitre (lorsque les différents phénomènes seront pris en compte dans notre modèle) que seule la vitesse des atomes dans la vapeur ne peut pas expliquer les non-localités que nous observons expérimentalement.

Une fois l'étude de la dissipation et de la saturation de la non-linéarité faite dans les sections suivantes, notre modèle nous permettra d'estimer les valeurs de non-localité dans notre expérience.

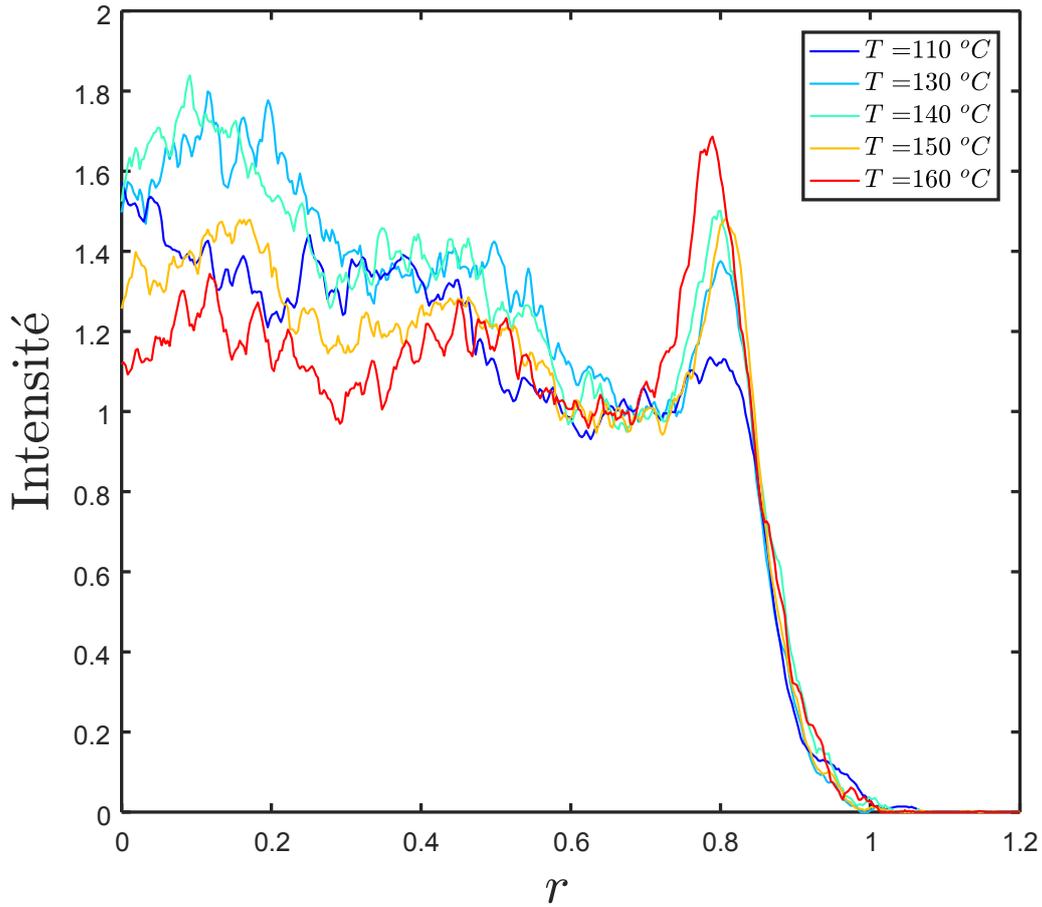


FIGURE 2.22 – Comparaison des profils d'intensité à l'instant du choc pour différentes températures de la vapeur atomique et à transmission fixée ($\mathcal{T} = 55\%$). La position r est renormalisée au niveau du pied du front et l'intensité est quant à elle renormalisée par rapport au minimum local précédent la sur-intensité du collapse.

2.6 Renforcement du collapse via dissipation

La dissipation est un phénomène récurrent en physique, que se soit en physique quantique [111, 112], en thermodynamique [113], en physique statistique [114] ou encore en hydrodynamique [115, 116]. La dissipation est généralement indésirable : souvent assimilé à la perte d'énergie [117], nous cherchons, dans la majorité des cas, à réduire son impact ou à en comprendre son rôle [118].

Il est cependant possible d'observer dans certaines conditions des effets inattendus où les pertes améliorent les phénomènes étudiés. Ce concept, appelé "gain par les pertes", a été développé en optique non-linéaire où des pertes appliquées à certaines fréquences entraîne un gain du spectre [119, 120].

Cette section va décrire les modifications de la double singularité observée en présence d'absorption linéaire. Pour une mise en évidence correcte de l'impact de l'absorption sur le système, nous effectuons le changement de variable $\Psi(\mathbf{r}, z) = \psi(\mathbf{r}, z) \exp(\eta z/2)$ (nous rappelons que η est le coefficient d'absorption linéaire).

Ceci nous permet d'écrire l'équation non-linéaire de Schrödinger non-locale 2.6 en prenant en compte les pertes linéaires :

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}\nabla_{\mathbf{r}}^2\Psi + \gamma e^{-\eta z}\Psi \int d\mathbf{r}'U(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)|\Psi|^2(\mathbf{r}',z) \quad (2.18)$$

Nous pouvons ainsi ré-effectuer le développement conduisant aux équations hydrodynamiques fait dans le cadre de la non-localité 2.7 et 2.8, ce qui conduit à :

$$\partial_z\hat{\rho} + \alpha\partial_r(\hat{\rho}u) = 0 \quad (2.19)$$

$$\partial_z u + \alpha u\partial_r u + e^{-\eta z}\partial_r V = \frac{\alpha}{2}\partial_r \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{\rho}r}}\partial_r r\partial_r \sqrt{\frac{\hat{\rho}}{r}} \right) \quad (2.20)$$

où nous rappelons que $V(r,z) = \gamma \int \tilde{U}(r,r')\rho(r',z)r'dr'$ est le terme non-linéaire non-local.

Si nous tenons compte de ces pertes dans les équations des caractéristiques, les équations 2.12 et 2.13 se réécrivent alors :

$$\frac{d\tau}{dz} = -\partial_{zr}^2(e^{-\eta z}V(R(z),z)) - \alpha\xi(z)\tau(z), \quad (2.21)$$

$$\frac{d\xi}{dz} = -\partial_r^2(e^{-\eta z}V(R(z),z)) - \alpha\xi^2(z), \quad (2.22)$$

Les équations 2.10, 2.11 et 2.14 s'écrivent, quant à elles, de la même manière.

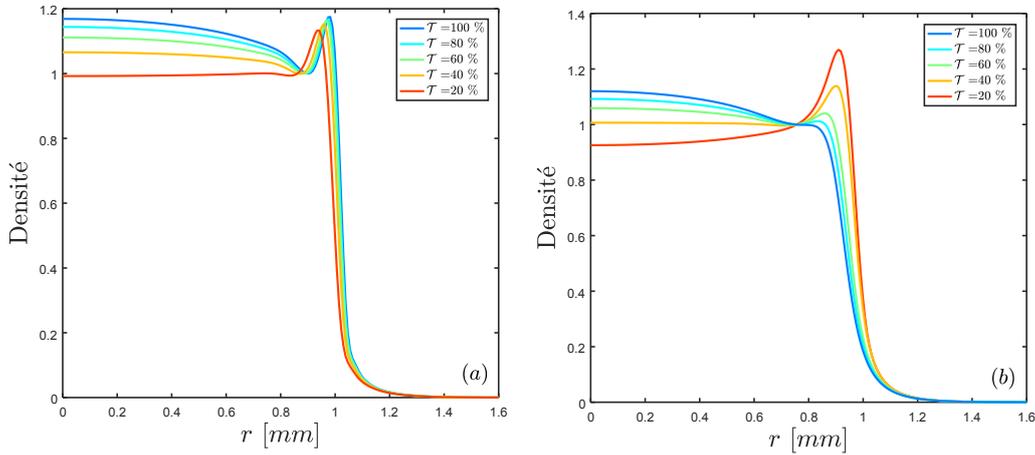


FIGURE 2.23 – Simulations pour différentes transmissions ($\mathcal{T} = 100, 80, 60, 40, 20\%$) à z_c avec une non-localité de $\sigma = 70\mu\text{m}$ dans le cas (a) et à $z_{eff} = 120z_{NL}$ pour une non-localité de $\sigma = 100\mu\text{m}$ dans le cas (b). Dans les deux cas, les densités sont renormalisées au niveau du creux précédent le pic de la singularité de collapse afin de simplifier la comparaison.

Dans l'équation 2.22, la dissipation favorise la croissance de ξ qui, à son tour, fait croître $\hat{\rho}(z)$ avant la double singularité. Nous effectuons des simulations pour

étudier ce phénomène qui sont présentées en figure 2.23. Si nous observons la figure 2.23 (a) représentant le profil de densité à l'instant du choc, nous ne remarquons pas d'effet notable sur l'amplitude du pic due à la non-localité (l'évolution peut même paraître opposée à celle décrite précédemment). Ceci peut se comprendre par le fait que l'absorption joue un rôle non négligeable sur la non-linéarité qui modifie

\mathcal{T}	η	z [cm]	z/z_{NL}
0.2	23	5.4	210
0.4	13	3.95	154
0.6	7.3	3.5	136
0.8	3.2	3.25	127
1	0	3.1	120

TABLE 2.1 – Ces valeurs correspondent à celles utilisées pour effectuer la simulation de la figure 2.23 (b). Le coefficient d'absorption est calculé pour chaque taux de transmissions après une propagation de $z = 7\text{cm}$.

la dynamique du système. Nous avons montré dans le chapitre précédent que la non-linéarité dépend entre autre de l'intensité du faisceau. Lorsque le système est conservatif et qu'il n'y a donc aucune perte, l'intensité est conservée et la dynamique du système ne change pas. Dans le cas où la dissipation n'est plus négligeable, l'intensité diminuant progressivement au cours de la propagation, la non-linéarité totale vue par le faisceau sera moindre. Nous pouvons comprendre ce problème via la longueur non-linéaire $z_{NL} = 1/(\gamma I)$. L'intensité diminuant en raison de l'absorption va faire croître z_{NL} et donc le déphasage non-linéaire $\Delta\Phi = z/z_{NL}$ représentant la non-linéarité vue par le faisceau sur la distance z va diminuer. Par conséquent les simu-

lations faites jusqu'à présent ne rendent pas bien compte de l'impact de l'absorption. Il sera donc nécessaire de propager le faisceau sur une distance plus grande pour considérer la même non-linéarité, cette distance augmentera au fur et à mesure avec l'absorption. Nous définissons [79] donc une distance effective z_{eff} telle que z_{eff}/z_{NL} sera le même quelle que soit l'absorption et s'écrivant :

$$z_{eff} = \frac{(1 - e^{-\eta z})}{\eta} \quad (2.23)$$

Lorsque l'absorption vaut $\eta = 0$ nous avons $z_{eff} = z$. Le terme d'absorption linéaire η peut être déterminé à l'aide de la transmission \mathcal{T} (équation 1.52) tel que $\eta = -\log(\mathcal{T})/z$.

Si nous nous arrêtons sur le tableau 2.1, nous pouvons voir les différentes quantités correspondantes à chaque cas d'absorption de la simulation 2.23 (b). Ce tableau nous indique que pour une longueur non-linéaire fixée à $z_{NL} = 0.25\text{mm}$, il est nécessaire de propager le faisceau sur la distance z (propre à chaque cas de transmission) pour observer une non-linéarité de $z_{eff}/z_{NL} = 120$. Les valeurs z/z_{NL} correspondent aux non-linéarités obtenues pour une transmission de 100%. Ceci met en évidence le fait que l'absorption nécessite de propager le système plus longtemps pour observer les mêmes non-linéarités.

Dès lors que nous connaissons les longueurs effectives permettant de considérer des effets non-linéaires équivalents indépendamment des pertes, il est possible de faire des simulations tenant compte de l'absorption dans l'évolution du système pour observer son impact sur le pic de non-localité pour une même non-linéarité. De cette manière, nous observons sur les simulations 2.23 (b) qu'à non-linéarité équivalente lorsque l'absorption augmente, l'amplitude de la singularité de collapse croît elle

aussi.

Une étude expérimentale est alors menée pour mettre en évidence cet effet. Il a été montré lors de l'étude du spectre en transmission (voir figure 1.7) qu'à haute température l'absorption augmente à mesure que l'on s'approche de résonance. Il est par conséquent possible de contrôler le coefficient d'absorption via le désaccord en fréquence. La température est fixée à environ $T = 160^\circ\text{C}$ et différents désaccords sont déterminés afin d'étudier l'évolution du système en fonction de la puissance du faisceau. Les désaccords étudiés sont $\Delta = -10.6, -8.2, -6.7, -5.4\text{GHz}$, ces valeurs correspondent respectivement à des valeurs de transmission de $\mathcal{T} = 55, 40, 30, 20\%$. À noter que ces transmissions seront à des désaccords différents si la température du milieu change.

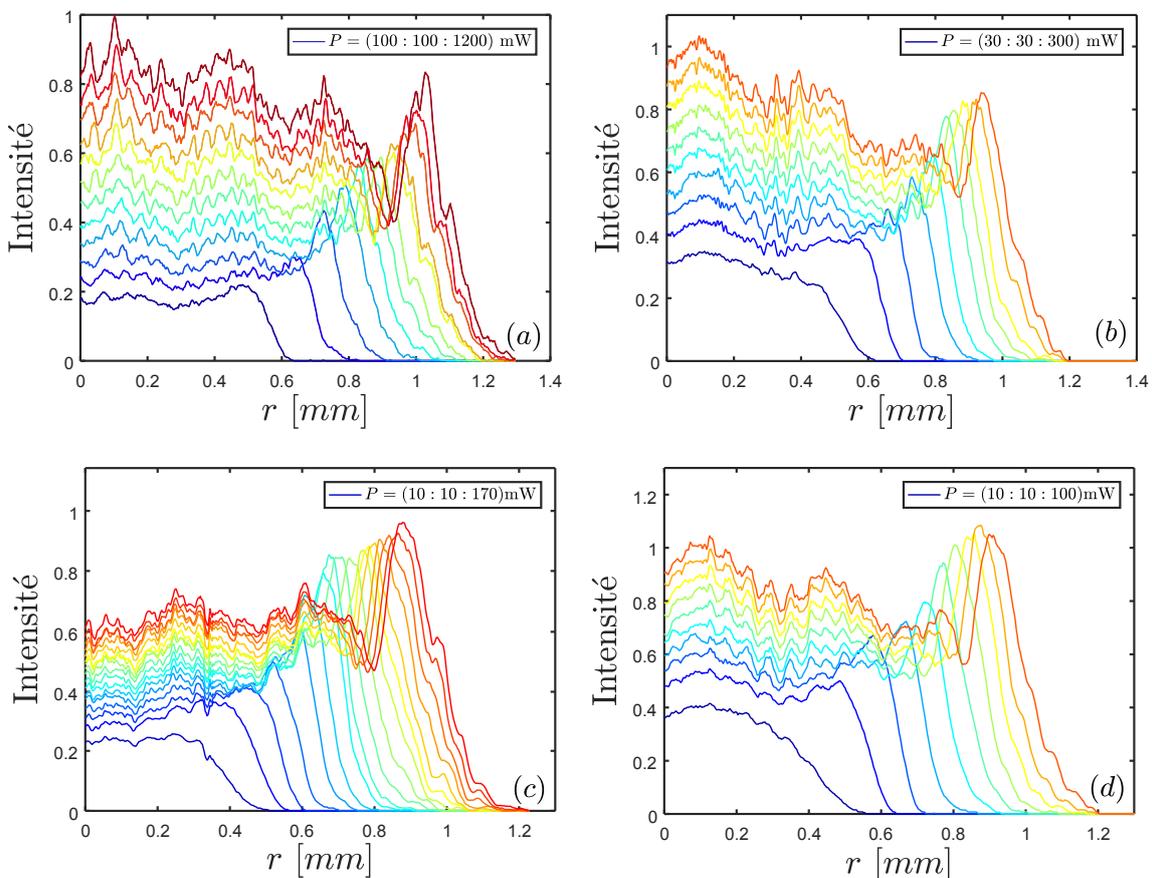


FIGURE 2.24 – Évolution du profil d'intensité en fonction de la puissance du faisceau incident pour un faisceau gaussien de waist $w = 0.32\text{mm}$ et à une température de $T \approx 160^\circ\text{C}$. La transmission pour les figures (a-d) est respectivement $\mathcal{T} = 55, 40, 30, 20\%$. Les profils d'intensité sont renormalisés.

Nous choisissons ces valeurs de transmissions pour des raisons expérimentales : pour des transmissions plus importantes, la non-linéarité est moindre du fait du grand désaccord et la puissance du laser devient une limitation pour obtenir des non-linéarités suffisantes. D'autre part, le fait de trop diminuer la transmission peut potentiellement avoir des effets indésirables sur le système.

Cette étude est donc présentée en figure 2.24. Nous pouvons remarquer qu'à basse

transmission (proche de résonance), la non-linéarité est telle que de faibles intensités (puissance à waist fixé) permettent d'obtenir des non-linéarités suffisantes pour étudier le développement de la double singularité et l'apparition des ondes de choc dispersives.

Lors de l'étude expérimentale, les pertes influent directement la non-linéarité du système en diminuant progressivement l'intensité et par conséquent $\Delta n(I)$.

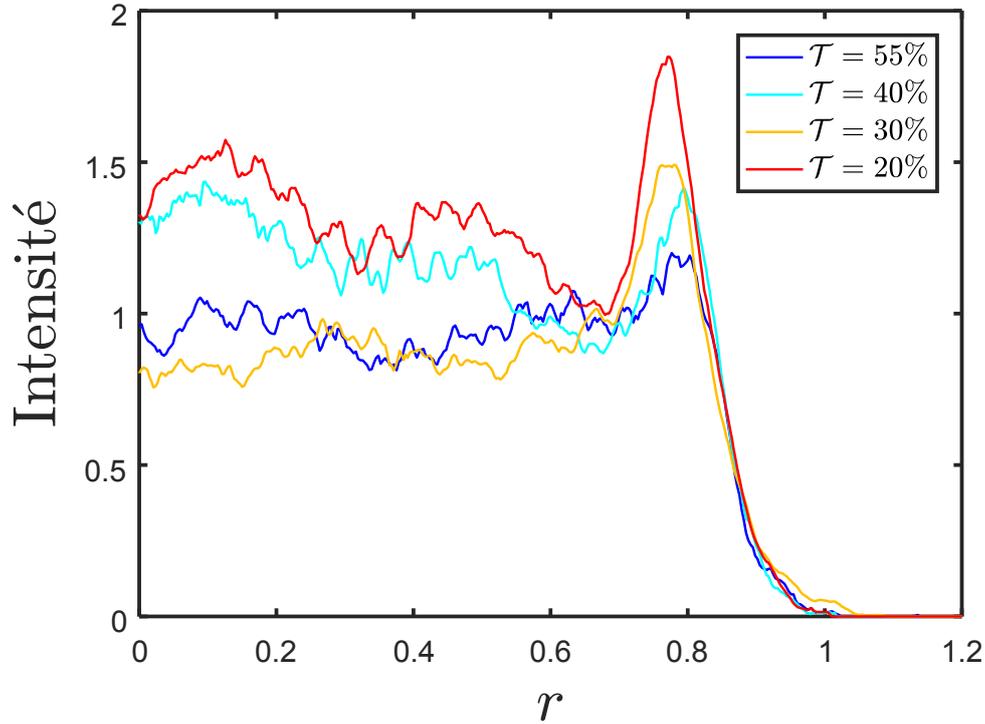


FIGURE 2.25 – Comparaison des profils d'intensité proche de l'instant du choc pour différentes transmissions à température fixée ($T \approx 160^\circ\text{C}$). La position r est renormalisée au niveau du pied du front et l'intensité est quant à elle renormalisée par rapport au minimum local précédent la sur-intensité du collapse.

Cela signifie que la longueur non-linéaire z_{NL} augmentera à mesure que le faisceau se propagera dans le milieu non-linéaire : le faisceau devra donc se propager sur une distance plus grande en fin de cellule qu'en début pour subir la même non-linéarité. Cette non-linéarité réduite par la diminution de Δn en raison de l'absorption correspond donc à la non-linéarité effective décrite précédemment et utilisée pour considérer correctement l'absorption dans nos simulations. Nous pouvons donc toujours considérer l'instant du choc dans notre expérience comme lors de l'étude de la non-localité, cette fois-ci pour étudier l'absorption.

Sont représentés sur la figure 2.25 les profils d'intensité aux environs du choc pour chaque transmission. Nous observons qu'effectivement augmenter l'absorption a pour effet d'améliorer la croissance de la singularité de collapse. L'analyse théorique menée par A.Picozzi tend à montrer que, dans le cas d'une interaction purement locale, la formation du choc est associée à un collapse seulement si la dissipation est non nulle. La dissipation serait dans ce cas, au delà d'un simple paramètre augmentant le collapse déjà existant, un paramètre suffisant à son apparition.

2.7 Impact de la saturation de la non-linéarité

Le dernier phénomène observé lors de ce projet est celui de la saturation de la non-linéarité déjà discutée lors du premier chapitre. Rappelons que la non-linéarité du système sature progressivement à mesure que le rapport $(4\Delta^2/\Gamma^2)/(I/I_{sat})$ diminue jusqu'à saturer totalement lorsque ce rapport dépasse 1. La saturation sera donc plus importante à mesure que nous nous rapprochons de résonance pour une intensité fixée. Lorsque le système est localement saturé, l'indice de réfraction ne varie plus en fonction de l'intensité. Par conséquent, le surplus d'intensité du faisceau par rapport à l'intensité de saturation n'apporte au système aucun déphasage non-linéaire supplémentaire. Comme nous allons le voir, ceci a un impact sur le profil d'intensité en sortie du milieu.

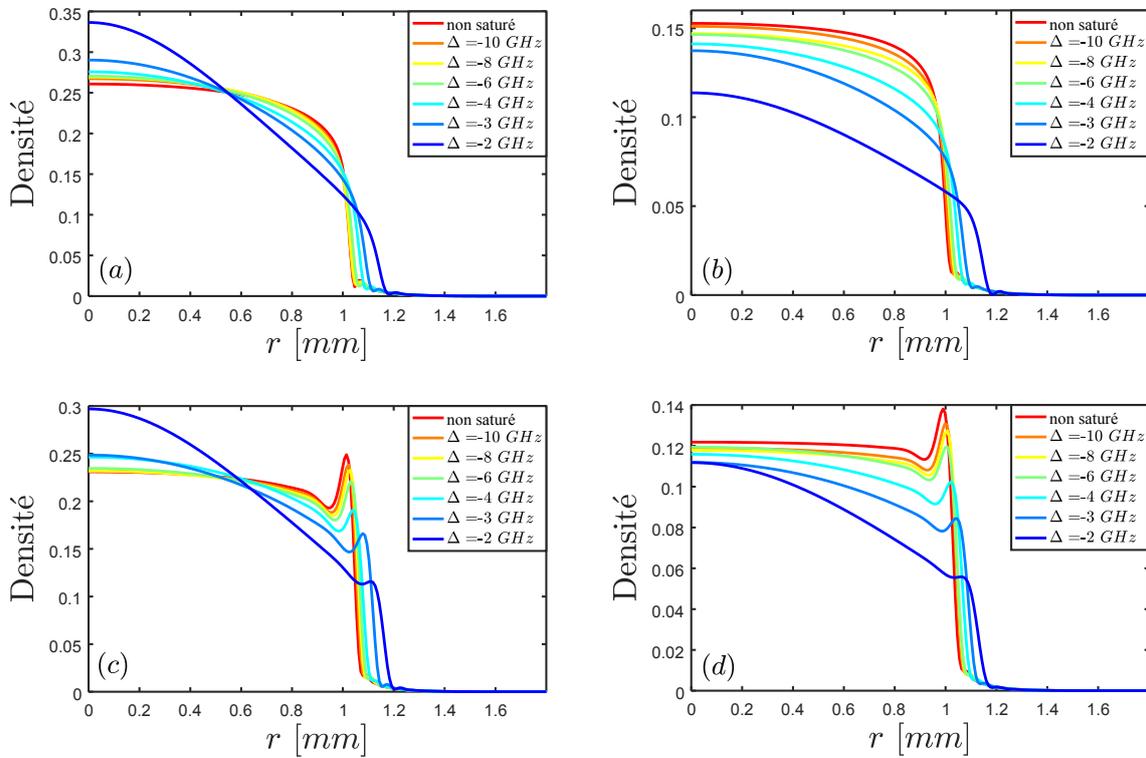


FIGURE 2.26 – Étude de l'impact de la saturation en fonction des différents cas vus jusqu'à présent : NLSE initial (a), avec dissipation ($\mathcal{T} = 40\%$) (b), avec non-localité ($\sigma = 50\mu\text{m}$) (c), avec dissipation et non-localité (mêmes valeurs) (d). Pour chaque figure, la courbe rouge correspond au cas où la saturation n'est pas prise en compte. La saturation augmente à mesure que le désaccord s'approche de 0. L'intensité du faisceau incident est fixée ($P = 0.5\text{W}$ et $w = 0.7\text{mm}$). La comparaison est faite à l'instant du choc z_c .

À la différence des mesures expérimentales, les simulations effectuées jusqu'à présent avaient une distribution d'intensité s'aplatissant totalement au centre du faisceau. La saturation de la non-linéarité (pas encore prise en compte dans les simulations) explique relativement facilement cette différence.

En effet, la propension qu'a le faisceau à s'aplatir en son centre s'explique par la

plus forte non-linéarité (i.e. intensité) à cet endroit. Comme expliqué en début de chapitre : dans le cas défocalisant, le faisceau va diverger plus rapidement au centre qu'aux extrémités en raison de la différence de non-linéarité (i.e. intensité). De fait, le faisceau, ayant une expansion plus importante au centre, finira par s'aplatir au cours de la propagation. La non-linéarité étant saturée au centre, nous retrouvons alors la distribution gaussienne dans cette zone qui sera par conséquent moins plate. Un milieu est totalement saturé lorsque tous les atomes sont excités par le faisceau incident et donc que les photons se propageant dans le milieu ne peuvent plus être absorbés par les atomes. Les photons se comportent alors comme si ils ne voyaient pas les atomes et le faisceau se propage donc comme dans le vide puisqu'il n'y a plus d'indice. Dans le régime auquel nous travaillons expérimentalement, le milieu n'est jamais totalement saturé. Cela signifie que la majorité du faisceau subira les effets non-linéaires tandis qu'une petite proportion traversera le milieu sans avoir été absorbée par les atomes.

Pour que la saturation de la non-linéarité soit prise en compte, le terme non-linéaire γ présent dans les différentes versions de NLSE doit être divisé par le facteur $1 + \beta I$ où $\beta = 1/I_{sat}(\Delta)$ est l'inverse de l'intensité de saturation en fonction du désaccord (voir équation 1.26). L'équation décrivant le système est donc :

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \nabla_{\mathbf{r}}^2 \Psi + e^{-\eta z} \Psi \int d\mathbf{r}' \frac{\gamma}{1 + \beta e^{-\eta z} |\Psi|^2} U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) |\Psi|^2(\mathbf{r}', z) \quad (2.24)$$

Cette équation prend donc en compte non-localité, dissipation et saturation de la non-linéarité. Il est cependant possible de ne tenir compte que de la saturation, indépendamment des autres effets. La figure 2.26 représente l'impact de la saturation de la non-linéarité dans les différents cas : tenant compte ou non de la non-localité et de la dissipation. La saturation est modifiée dans ces simulations via le désaccord en fréquence tandis que l'intensité du faisceau reste fixe.

Les désaccords utilisés dans ces simulations sont donnés dans l'approximation de l'atome à deux niveaux tandis que dans l'expérience, le système n'étant pas constitué d'atomes à deux niveaux, le zéro pour la mesure du désaccord est défini par rapport à la résonance la plus proche. Ces deux désaccords sont donc difficilement comparables, ces simulations servent avant tout à comprendre l'impact de la saturation. Nous rappelons que nous avons choisi comme zéro en fréquence expérimental ^{87}Rb , $F' = 3$ sur la raie D2. Si l'on considère le poids effectif de chaque état fondamental des deux isotopes, nous pouvons estimer que le zéro en fréquence de l'atome à deux niveaux se trouve aux environs de la raie ^{85}Rb , $F = 3$. La différence entre notre zéro expérimental et celui des simulations est donc d'environ 1 à 2GHz.

Si l'on s'attarde sur les courbes de la figure 2.26, nous voyons que dans toutes les situations, la saturation a pour effet d'augmenter la différence de densité entre le centre du faisceau et le bord, alors qu'elle était jusqu'à présent quasi constante. Lorsque la dissipation est prise en compte (b,d), les pertes étant fixées dans chaque cas, il n'est pas nécessaire de considérer le z_{eff} comme c'était le cas précédemment. La saturation nécessitant elle aussi de propager le système plus longtemps à mesure qu'elle augmente pour arriver à z_c , l'impact de l'absorption sera de fait plus marqué et donc la densité totale diminuera progressivement. D'autre part, nous remarquons aussi que la hauteur du collapse due à la non-localité (c,d) diminue à mesure que la

saturation devient importante.

Il est expérimentalement difficile d'effectuer une étude similaire car changer la saturation, que ce soit via l'intensité ou le désaccord, aura aussi un impact sur la non-linéarité du milieu et il faudrait par conséquent compenser cela sans pour autant changer la dissipation. Il n'est pas certain que des combinaisons différentes densité atomique/désaccord/intensité puissent donner des systèmes ayant même non-linéarité et dissipation mais une saturation différente.

2.8 Estimation de la non-localité expérimentale

Maintenant que les différents phénomènes ayant un impact sur la singularité de collapse ont été définis et étudiés, nous pouvons faire une étude plus quantitative pour estimer la valeur de la non-localité dans notre système. Étant intéressés par les cas où la non-localité est la plus importante, nous faisons une étude comparative pour les cas expérimentaux ayant la plus haute température (i.e. densité atomique). Les simulations présentées en figure 2.27 prenant en compte les différents phénomènes discutés nous permettent d'estimer des valeurs de non-localités allant jusqu'à $100\mu\text{m}$ pour les températures les plus hautes ($T \approx 160^\circ\text{C}$ et $T \approx 150^\circ\text{C}$)

Ces comparaisons tendent à montrer que la température, même si elle influe sur la valeur de la non-localité, ne suffit pas à expliquer de telles valeurs. La non-localité engendrée par la température de la vapeur est de l'ordre de $10\mu\text{m}$ comme nous l'avions calculé dans la partie 2.5.3. Nous avons donc un facteur 10 entre les premières estimations et la valeur extraite de la comparaison expérience/simulation.

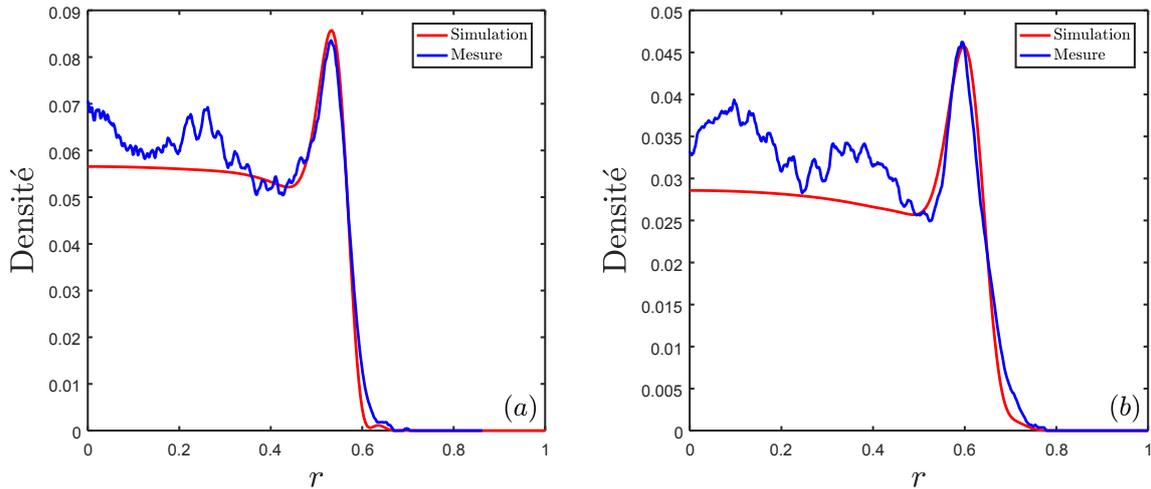


FIGURE 2.27 – Comparaison quantitative du pic de non-localité pour des températures de la vapeur d'environ $T \approx 150^\circ\text{C}$ (a) et $T \approx 160^\circ\text{C}$ (b). Dans les deux cas la transmission est de $\mathcal{T} = 20\%$ et la comparaison se fait à z_c . La saturation utilisée dans les deux cas correspond à un désaccord $\Delta = -3\text{GHz}$ (expérimentalement le désaccord est changé entre les deux cas pour rester à z_c) pour un faisceau de puissance $P = 60\text{mW}$ et de waist $w = 0.32\text{mm}$. La non-localité utilisée dans la simulation de (a) et (b) est respectivement $\sigma = 70\mu\text{m}$ et $\sigma = 100\mu\text{m}$.

Ces valeurs assez surprenantes ont déjà été aperçues au cours d'un précédent projet sur un système identique et discutées dans les annexes de [36]. Si nous considérons d'autres systèmes non-linéaires comme par exemple les solutions (méthanol/graphène) [105, 121, 122], des non-localités équivalentes voir plus importantes sont possibles mais avec des ingrédients physiques très différents. Généralement, des effets thermiques expliquent ces valeurs non-locales importantes.

Pour conclure ce chapitre, nous avons pu étudier durant ce projet le comportement des ondes de choc dispersives au cours de leur propagation dans une vapeur atomique chaude, que ce soit dans le cas 1D ou 2D. Cette étude nous aura notamment permis de mettre en évidence l'importance des différents paramètres sur l'évolution du système : en particulier la figure 2.9 qui montre que le paramètre z/z_{NL} n'est pas absolu et qu'à la fois z et z_{NL} jouent des rôles indépendants sur la propagation des ondes de choc.

L'étude du contraste des oscillations régularisant le choc nous a aussi permis de remarquer un point intéressant. Premièrement, comme l'a montré [98], l'amplitude du fond sur lequel se propagent les oscillations influe sur leur contraste. Mais au-delà de ce fait déjà connu, nous avons observé qu'il est possible d'obtenir un contraste non nul même dans le cas où le fond est absent (comme c'est le cas dans notre expérience). Une étude numérique présentée en figure 2.15 met en évidence l'importance de la taille du faisceau gaussien sur le contraste de ces oscillations. Plus le waist sera grand, plus le contraste deviendra important : les ailes de la gaussienne devenant un support suffisant aux oscillations et se substituant au fond.

Ce projet nous aura surtout permis de mettre en évidence la non-localité de notre système dont les valeurs estimées sont étonnamment importantes et que des effets thermiques seuls ne peuvent pas expliquer. Un travail en collaboration avec T. Macri¹ a été lancé afin de développer des modèles plus complets expliquant nos observations expérimentales. Des modèles à trois niveaux (de type V et Λ) ou encore à quatre niveaux (2 états fondamentaux et 2 excités) sont explorés pour mieux comprendre la non-localité dans notre système. En parallèle, nous entamons une étude sur le pompage optique à l'aide d'une vapeur composée de rubidium et d'un gaz dit "tampon" [123, 124]. La valeur de non-localité étant directement lié à la durée d'excitation des atomes, le pompage optique peut avoir un impact non négligeable. En effet, le pompage optique [125, 126] permet d'exciter l'ensemble des atomes étant dans l'état fondamental vers un état excité qui lui, via émission spontanée, se dé-excitera vers un troisième niveau qui relaxera vers l'état fondamental. Ce processus prenant plus de temps peut expliquer des distances non-locales plus importantes.

Les ondes de choc dispersives jouant un rôle non négligeable dans de nombreux domaines, l'étude effectuée peut, à terme, être utilisée dans différents contextes comme lors de la propagation d'onde de choc dispersives dans des matériaux désordonnés [127], dans des cavités optiques [128, 129], à la suite d'un obstacle dans un BEC [130] ou encore dans un champ incohérent [32, 131]. Enfin, il est aussi possible de trouver des applications à l'optique [132, 133].

1. Departamento de Física Teórica e Experimental, Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Chapitre 3

Création et annihilation de vortex

Depuis le travail effectué par Helmholtz en 1858 [134] (traduit par P. Tait en 1867) concernant le transport de la vorticité pour l'écoulement d'un fluide incompressible barotrope, l'étude des vortex et de leur comportement a et continue de susciter un engouement important dans différents domaines scientifiques tels que la physique mais aussi les mathématiques et l'ingénierie. En 1868, Lord Kelvin contribua au développement de ce concept via le théorème de la circulation [135]. De grandes avancées ont été faites au début du 20  me siècle avec la naissance de l'aérodynamique. L'étude de structures cohérentes dans des régimes turbulents a aussi largement contribué à la compréhension des vortex dans le but de développer des modèles permettant de mieux comprendre l'un des problèmes les plus importants de la physique encore à ce jour, à savoir la turbulence [136, 137].

La majorité des avancées effectuées sur ce sujet fut rendue possible grâce à des progrès technologiques que se soit d'un point de vue expérimental ou numérique. Avec le large développement des lasers, les vortex ont aussi pu être observés dans le domaine de l'optique [138, 139].

En hydrodynamique, on parle généralement de vorticité pour décrire des boucles dans le champ de vitesse d'un fluide. On définit la vorticité comme étant solénoïdale : sa divergence est nulle.

La définition d'un vortex en optique est, quant à elle, légèrement différente. Un vortex de ce type est définit par la rotation quantifiée (module de 2π) de la phase du champ avec en son centre une singularité de phase : on parle de défaut de phase topologique localisé. Pour que le champ électromagnétique puisse être définit en tout point, l'intensité à l'endroit de la singularité est nulle.

Dans le cadre des fluides de lumière, l'étude de vortex optiques peut se faire via des équations hydrodynamiques et par conséquent établir le lien avec les vortex au sens fluide du terme.   tudier ce type de phénomène participe donc au développement de modèles turbulents dans de tels systèmes. Dans ce contexte de turbulence optique, des études théoriques [140, 141] et numériques [142–144] ont déjà été effectuées. La circulation des vortex optiques étant quantifiée, nous pouvons faire le lien entre la turbulence optique et la turbulence que nous trouvons dans les superfluides ou les condensats de Bose-Einstein.

La turbulence optique a déjà été observée dans des systèmes 1D de cristaux liquides [145, 146] ou de fibres optiques [147] mais jamais dans des système 2D. La principale raison est la difficulté expérimentale, d'une part, à réduire le rapport entre dissipation et non-linéarité et, d'autre part, à trouver des conditions permettant de créer un grand nombre de vortex tout en maintenant le système stable sur une durée suffisante pour que le mouvement hydrodynamique des vortex puisse conduire à une statistique universelle de la turbulence. Le projet développé dans ce chapitre a pour objectif d'étudier la génération multiple de vortex optiques et leurs interactions dans un système fortement non-linéaire.

3.1 Soliton et Snake instability

Tout comme pour le projet précédemment exposé dans le chapitre 2, l'étude expérimentale aura pour objectif de déterminer quels sont les paramètres optimum nous permettant d'étudier le phénomène souhaité. À la différence des ondes de choc dispersives, nous allons ici nous concentrer sur la distribution spatiale du faisceau incident (intensité et phase) et moins sur les autres paramètres que sont la non-linéarité, la non-localité, l'absorption ou encore la saturation de la non-linéarité. Pour étudier de telles singularités de phase dans notre système, plusieurs techniques sont possibles ; nous choisissons comme condition initiale un soliton quasi 1D en interférence destructive avec un fond : on parle alors de soliton gris/noir (avec un minimum/zéro d'intensité en son centre).

Un soliton est une onde solitaire localisée provenant de l'équilibre entre la non-linéarité du milieu et la dispersion. Un soliton a pour particularité de conserver sa forme lorsqu'il se déplace à vitesse constante et ressort inchangé (à l'exception d'un déphasage) lors d'une collision avec un autre soliton [148]. Le soliton est généralement [149] défini en une dimension tel que :

$$\phi(x, t) = \frac{u}{2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\sqrt{u}}{2} (x - ut) \right) \quad (3.1)$$

où u est la vitesse du soliton et sech est la fonction sécante hyperbolique ; $\phi(x, t)$ est solution de l'équation de KdV 2.3.

Pour observer un soliton dans le cas d'un système ayant une non-linéarité focalisante, le soliton doit avoir une intensité positive afin que la dispersion puisse compenser l'effet focalisant de la non-linéarité, on parle de soliton brillant. Dans le cas d'un milieu défocalisant, il est nécessaire, pour avoir cet équilibre entre terme non-linéaire et dispersion, que le soliton soit une déplétion sur un fond ; on parle alors de soliton gris ou noir. De tels solitons ont été étudiés théoriquement dans le cas de systèmes optiques ayant une non-linéarité défocalisante [150, 151]. À noter que l'on parle de soliton noir lorsque la densité en son centre vaut exactement zéro, la phase en ce point ne peut donc pas être définie : sa vitesse en ce point est alors nulle. La phase du soliton effectue alors un saut de phase π au niveau de cette singularité lorsque nous nous déplaçons dans la longueur du soliton. Notons que si le soliton est gris (pas de zéro d'intensité), le champ est défini partout et il n'y a donc pas de saut de phase, il y a cependant bien une différence de phase entre $x = +\infty$ et $x = -\infty$.

Nous savons depuis plusieurs décénies qu'il est possible de créer des solitons 2D et vortex [152, 153] par l'intermédiaire d'un mécanisme appelé instabilité serpentine ("snake instability") se produisant sur les solitons 1D. Ce phénomène fut découvert lors de l'étude de fluides compressibles dispersifs se produisant dans des plasmas [154]. Ce processus fut ensuite étudié plus en détail [155] puis généralisé au cas des milieux non-linéaires défocalisants [156]. Depuis, l'étude de la nucléation de vortex

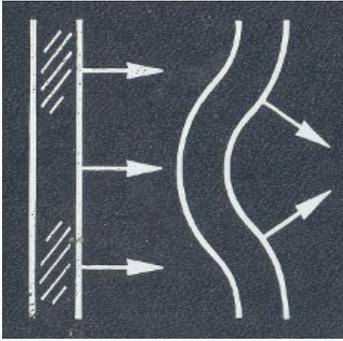


FIGURE 3.1 – Schéma de principe de la "snake instability". Tiré de [157]

via la "snake instability" et leur dynamique a été approfondie dans le cas de polaritons [158, 159] et numériquement dans le cas de condensats 2D [144, 160].

De manière qualitative, la "snake instability" peut être comprise à l'aide du schéma 3.1. Lorsqu'un soliton se propage dans un milieu défocalisant (ou focalisant) et s'il varie en amplitude, sa vitesse ne sera pas identique en tout point. Nous rappelons que l'intensité du faisceau influe sur la non-linéarité du milieu qui elle-même modifie (via l'indice de réfraction) la phase du faisceau, c'est pourquoi une variation d'intensité (densité du fluide) entraîne une variation du gradient de la phase (vitesse du fluide). Dans le cas d'un soliton gaussien, les extrémités du soliton (zone hachurée sur le schéma) se déplaceront plus vite que la partie centrale. Notre soliton étant noir,

les extrémités du soliton auront une intensité (et par conséquent une non-linéarité dans le cas défocalisant) plus importante qu'au centre, entraînant donc une différence de vitesse du fluide : le soliton commence à se déformer comme présenté sur le schéma 3.1. Dans l'approximation où le système est conservatif (pas de pertes), la masse totale du système étant conservée, l'amplitude du soliton va s'accumuler dans les zones de forte amplitude ce qui aura pour effet d'augmenter progressivement la différence de vitesse et donc d'accentuer la déformation. Lorsque la déformation du soliton devient trop importante, celui-ci se brise en une paire de vortex.

Rappelons que le champ de vitesse du fluide s'écrit $\mathbf{u} \propto \nabla\phi$, la circulation de la vitesse Ξ autour d'un contour fermé s'écrit alors :

$$\Xi = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C \nabla\phi \cdot d\mathbf{l} = \Delta\phi = \pm 2\pi n \quad (3.2)$$

où $n \in \mathbb{N}$ et le signe étant dépendant du sens de rotation.

Autour de chaque vortex la phase du champ tourne d'un multiple de 2π (ceci assure que le champ complexe n'ait toujours qu'une seule valeur en tout point). Comme précisé précédemment : le centre du vortex ayant une intensité nulle, sa phase est indéfinie. En raison de cette singularité de phase, la circulation ne peut prendre que des valeurs discrètes : cette singularité est alors appelée vortex quantique. À noter que les vortex avec $n \geq 2$ ne sont généralement pas stables et se cassent en une multitude de vortex élémentaires ($n = 1$) [161, 162].

L'objectif expérimental est donc de créer et d'observer de tels vortex dans notre système avec pour condition initiale un soliton. Étant, expérimentalement, dans le cas d'un milieu non-linéaire défocalisant, il est nécessaire de mettre en place un

système permettant d'avoir pour condition initiale un soliton noir. Le soliton est créé via la superposition en interférence de deux faisceaux : un faisceau gaussien large qui joue le rôle du fond et un faisceau gaussien elliptique qui correspondra à notre

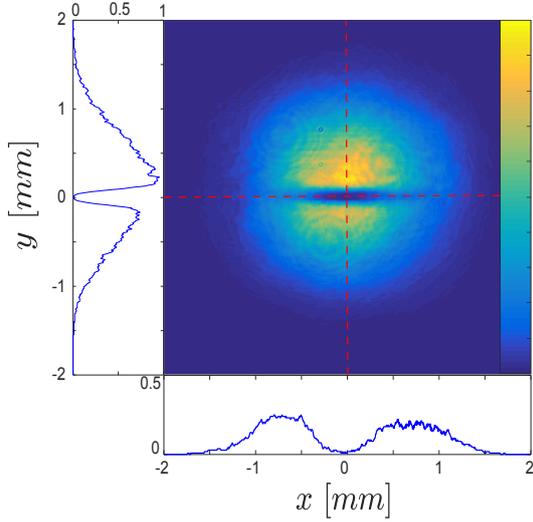


FIGURE 3.2 – Intensité du champ incident en entrée de cellule. Les profils d'intensité correspondent aux coupes en pointillés rouges.

travers la vapeur atomique. Le champ incident est composé des deux faisceaux : le fond a un waist $w_G = 1.1\text{mm}$ pour une puissance $P_G = 800\text{mW}$ et le faisceau elliptique a des waists $w_x = 550\mu\text{m}$ et $w_y = 80\mu\text{m}$ avec une puissance $P_e = 30\text{mW}$ permettant d'avoir pour les deux faisceaux une intensité $I = 4 \times 10^5\text{W/m}^2$ et donc d'obtenir un soliton avec une intensité quasi nulle en son centre. Le champ incident peut s'écrire :

$$\psi = \sqrt{I} \left(\exp \left[-2 \frac{(x^2 + y^2)}{w_G^2} \right] + \exp \left[-2 \left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \right) + i\varphi \right] \right) \quad (3.3)$$

où φ est la phase relative entre les deux faisceaux, fixée dans un premier temps à $\varphi = \pi$.

Du fait du processus d'interférence, la taille du faisceau elliptique et du soliton ne sont pas les mêmes sur le profil d'intensité : le soliton a des waists $w_x = 740\mu\text{m}$ et $w_y = 140\mu\text{m}$ ce qui correspond à un facteur d'environ $\sqrt{2}$ comparé au faisceau elliptique. Notons, pour la suite, que les deux faisceaux entrent dans le milieu non-linéaire avec un front d'onde plan.

Lorsque le champ incident pénètre dans le milieu non-linéaire (voir figure 3.3 (a)), le soliton se scinde en deux bandes sombres parallèles : il s'agit là aussi de solitons noirs. Ceci s'explique par l'entrée soudaine du soliton initial dans un milieu non-linéaire : la constante d'interaction entre photons devient brusquement importante suivant l'axe de propagation. Ceci entraîne la création spontanée de deux ondes parallèles ayant des vitesses de groupe opposées (contra-propageantes) [35].

soliton. Le rapport des axes long et court du faisceau elliptique est maximisé afin de considérer un soliton quasi 1D tandis que la taille du faisceau "fond" est maximisée (tout en conservant des intensités suffisantes pour obtenir la non-linéarité adéquate) afin de minimiser la courbure du fond. Dans le cas où l'intensité des deux faisceaux est identique et que ceux-ci interfèrent de manière destructive (déphase de π), nous observerons une diminution de l'intensité correspondant au faisceau elliptique : il s'agit de notre soliton noir. À noter que nous n'avons pas dans ce cas de saut de phase de π au niveau du zéro d'intensité ; cela n'est cependant pas critique puisque les déformations du soliton que nous étudions dans ce chapitre se comportent de la même manière. La figure 3.2 représente la condition initiale qui est envoyée à

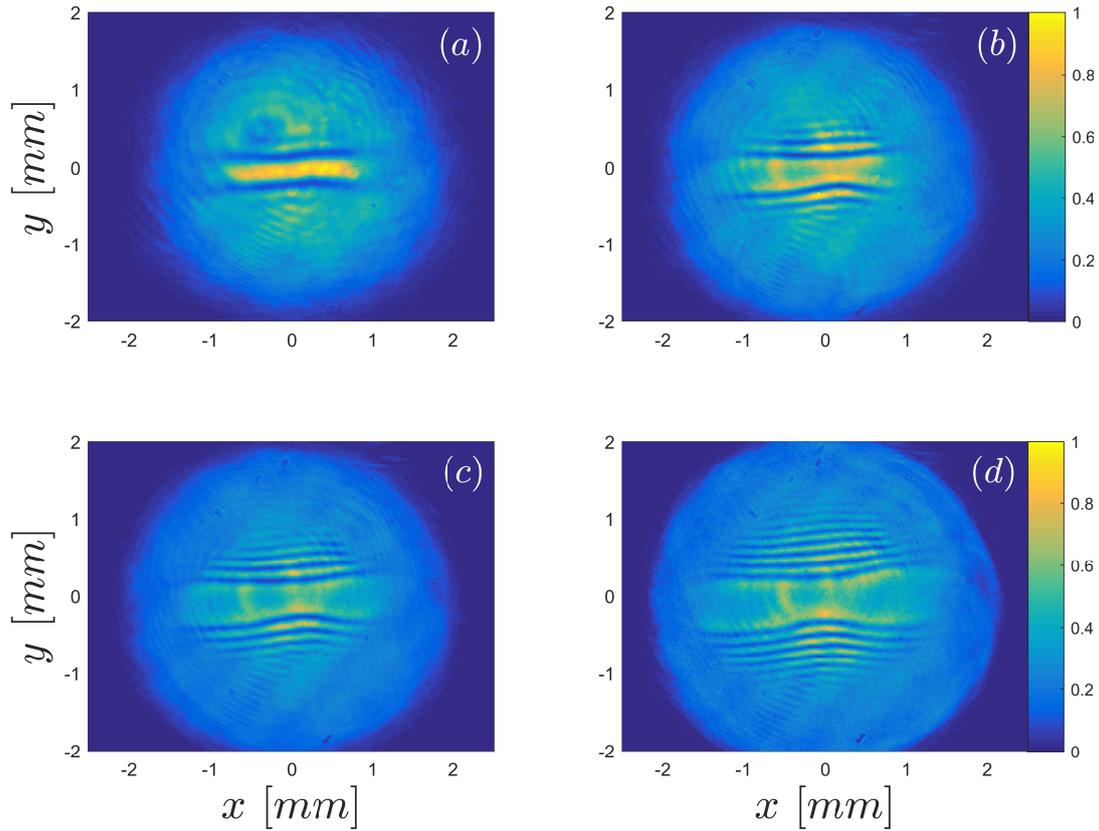


FIGURE 3.3 – Évolution du soliton à travers la vapeur atomique pour différentes valeurs de la non-linéarité : pour (a-d) respectivement $\Delta\phi = 6, 12, 25, 43$.

Le fond se comporte exactement de la même manière que les faisceaux gaussiens décrits lors du chapitre sur les ondes de choc dispersives (chap. 2) : il s'étale à mesure que la non-linéarité augmente et voit son intensité s'aplatir au centre. Si l'intensité du fond était suffisante, nous observerions l'apparition du collapse tout autour du faisceau et le développement d'ondes de choc dispersives. Les deux solitons parallèles créent quant à eux des ondes de choc dirigées vers l'extérieur du faisceau ; le nombre d'oscillations de ces ondes augmente avec la non-linéarité. Ce phénomène rappelle aussi fortement les ondes chocs présentées dans le chapitre précédent lors de l'étude 1D (voir partie 2.2.2). Si nous nous intéressons plus en détail au cas le plus non-linéaire, nous observons des déformations des deux solitons, visible sur la figure 3.4.

Nous pouvons observer deux types de déformations, l'une est déjà visible sur les mesures (b-d) de la figure 3.3 : il s'agit d'une large courbure des solitons dirigée vers la partie centrale du faisceau. Ce phénomène s'explique par la distribution en intensité du fond qui n'est pas totalement plat. Les différences d'intensité entraînent des différences de vitesse d'étalement du faisceau qui conduisent à cette large déformation. Cette dernière étant due à la diffraction du système et l'étalement du fond, elle n'est pas dans l'approximation hydrodynamique. En effet, pour pouvoir considérer notre fluide de lumière (mouvements hydrodynamiques), nous devons éviter autant que possible les mouvements liés à la diffraction et ne considérer que ceux provenant de l'interaction photon-photon.

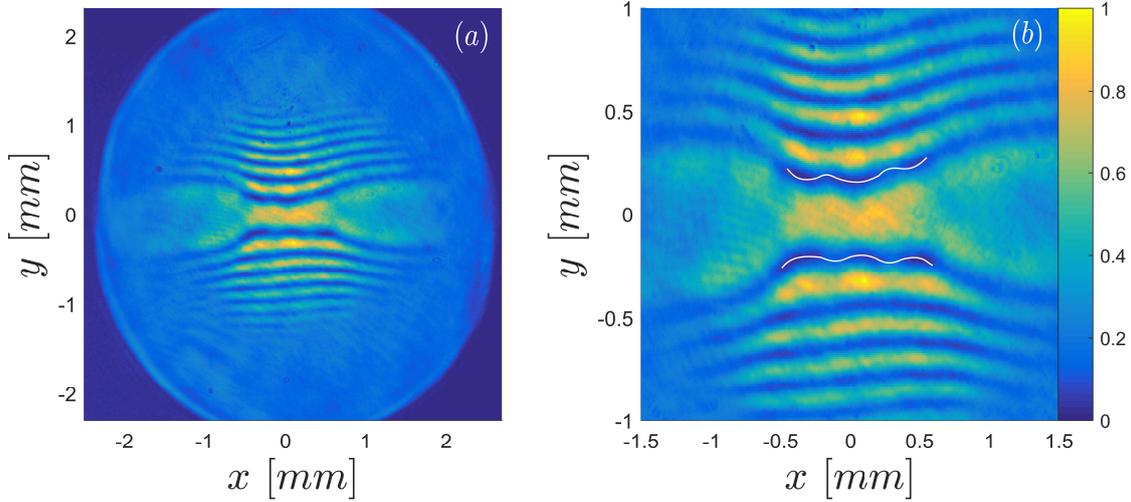


FIGURE 3.4 – Déformation des solitons après une propagation d'environ $\Delta\phi \approx 50$. (b) correspond à un zoom où est tracé en blanc la forme de la déformation du soliton créée par la "snake instability".

La seconde déformation que l'on observe sur la figure 3.4 correspond aux oscillations dans le plan des deux solitons (marquées en blanc sur le zoom). Ces oscillations résultent de la "snake instability". Le gradient de phase (i.e. la vitesse du fluide) étant plus important au centre du faisceau en raison de la plus forte intensité et donc non-linéarité, l'instabilité n'apparaît qu'au centre du soliton. Dans l'hypothèse où le fond aurait été infini et constant, l'instabilité aurait déformé le soliton sur toute sa longueur.

Comme développé ultérieurement, l'instabilité n'est qu'une étape intermédiaire à la création de vortex ; il est donc nécessaire de propager le milieu à travers des non-linéarités plus importantes pour espérer voir ces instabilités engendrer des vortex. Cela a notamment été fait en 1996 par S.Kivshar [34]. Dans cette expérience, un faisceau gaussien, sur lequel un saut de phase π a été imprimé en amont via un masque de phase, passe à travers une vapeur de rubidium similaire à la nôtre. Après une propagation à travers le milieu non-linéaire sur 20cm pour un déphasage non-linéaire d'environ $\Delta\phi \approx 150$, le soliton se brise en une paire de vortex.

Dans une volonté de développer des méthodes expérimentales permettant d'aller vers des systèmes turbulents, nous choisissons d'optimiser les conditions initiales tout en restant à des valeurs de non-linéarité raisonnables (en comparaison à celles utilisées par Kivshar ou lors de l'étude du chapitre 2 atteignant aussi $\Delta\phi = 150$). Nous allons donc, par la suite, présenter différentes méthodes permettant l'accélération du processus de nucléation des vortex par l'intermédiaire de la "snake instability". D'autres part, les masques de phase ne permettant pas de flexibilité par rapport aux propriétés spatiales du soliton, nous profiterons de notre technique d'interférence de deux faisceaux pour déterminer des configurations initiales propices à la création de vortex et leurs interactions.

3.2 Accélération du processus de nucléation

Afin de pouvoir accélérer la croissance de l'instabilité et par conséquent atteindre la nucléation des vortex plus rapidement, l'objectif est, dans un premier temps, d'accroître les vitesses transverses du soliton de manière à créer des perturbations plus importantes. La vitesse de notre fluide étant proportionnelle au gradient de la phase, influencer sur la phase du champ incident aura donc un impact sur la vitesse du soliton et pourra entraîner une décomposition du soliton en vortex plus rapidement au cours de l'évolution. Cette section présente deux techniques expérimentales permettant d'observer ce phénomène. Noter que par la suite, l'étude expérimentale sera effectuée à non-linéarité constante $\Delta\phi \approx 50$; ceci correspond à une variation de l'indice de réfraction $\Delta n = \Delta\phi/(k_0L) = 8.8 \times 10^{-5}$ ($L = 7$ cm étant la longueur de notre milieu non-linéaire).

3.2.1 Ajout d'un angle d'incidence

Au cours des mesures précédentes, les deux faisceaux interférant étaient parfaitement alignés; la première méthode consiste à donner un angle entre le faisceau elliptique et le fond. Un angle θ est donc créé entre les deux faisceaux (voir schéma 3.5). Rappelons que le temps effectif de notre système peut s'écrire $t = z/c$, la vitesse transverse selon \mathbf{r} dans notre fluide s'écrit donc $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t = \mathbf{r}c/z$. Avec l'approximation des petits angles, nous pouvons approximer notre angle tel que $\theta \approx \sin\theta = r/z$ et donc approximer la vitesse transverse de notre soliton dans le fluide comme étant $u \approx \theta c$. Ajouter un angle entre les deux faisceaux incidents revient donc à donner une vitesse transverse initiale à notre soliton dans le fluide.

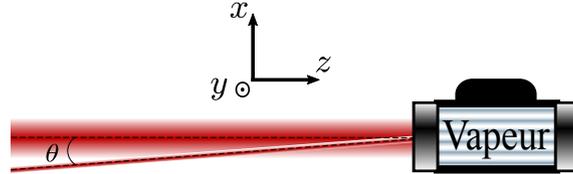


FIGURE 3.5 – Schéma de principe de l'angle θ entre les deux faisceaux incidents dans le plan $x0z$; l'axe x étant l'axe long du soliton. L'étude est aussi effectuée dans le plan $y0z$.

Plus cette vitesse sera importante, plus la croissance de l'instabilité sera rapide et donc les vortex visibles pour un temps effectif (i.e. non-linéarité) faible. Dans le cas où l'angle est pris dans le plan $x0z$, la formule du champ 3.3 devient :

$$\psi = \sqrt{I} \left(\exp \left[-2 \frac{(x^2 + y^2)}{w_G^2} \right] + \exp \left[-2 \left(\frac{(x \cos \theta + z \sin \theta)^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \right) - ik(z \cos \theta - x \sin \theta) + i\varphi \right] \right) \quad (3.4)$$

Reprenons les 1.80 et 1.81; pour comparer correctement le gradient de phase expérimental à la vitesse du fluide et conserver les bonnes unités nous renormalisons

le vitesse telle que $\mathbf{u} = (c/k_0)\nabla\phi$. Ainsi, les équations hydrodynamiques 1.82 et 1.83 se réécrivent :

$$c\partial_z\rho + \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}) = -c\eta\rho \quad (3.5)$$

$$c\partial_z\mathbf{u} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} = c^2\nabla p \quad (3.6)$$

où la pression quantique du fluide est désormais :

$$p(\rho) = -\Delta n(\rho) + \frac{\alpha^2}{2} \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (3.7)$$

Nous pouvons maintenant interpréter l'augmentation de la vitesse via le gradient de phase. La figure 3.6 représente une mesure du champ incident lorsque θ est non nul ; mesure faite à l'aide de notre caméra permettant d'observer intensité et phase simultanément.

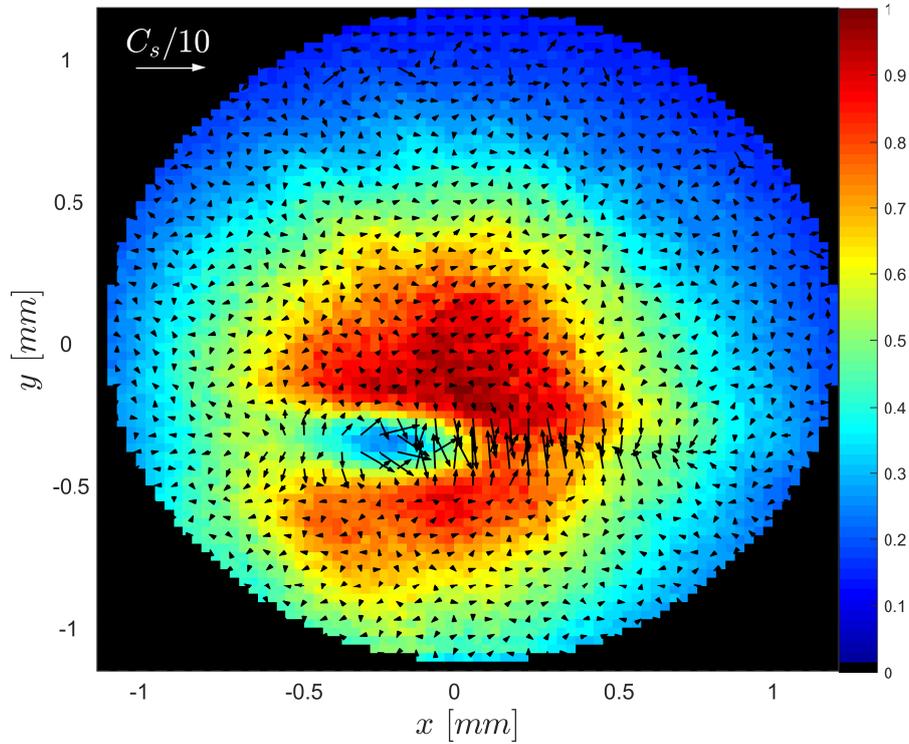


FIGURE 3.6 – Mesure du champ incident dans le cas d'un angle entre les deux faisceaux de $\theta = 0.87$ mrad dans le plan $x0z$. L'échelle de couleur étant la densité du fluide (i.e. intensité du faisceau) tandis que les vecteurs correspondent à sa vitesse (i.e. le gradient de la phase). La densité est normalisée, la vitesse est calculée telle que $\mathbf{u} = (c/k_0)\nabla\phi$ et c_s est la vitesse du son dans le fluide.

Nous observons sur cette mesure une augmentation notable ainsi qu'une orientation particulière de la vitesse du fluide aux environs du soliton. C'est cette vitesse transverse du fluide qui va déclencher prématurément la "snake instability" aboutissant à la nucléation de vortex plus rapidement au cours de l'évolution. Sur la

moitié gauche du soliton les vitesses sont orientées vers l'extérieur tandis qu'à droite le fluide se dirige vers l'axe central du soliton : nous verrons lors des observations du système après la non-linéarité (figure 3.7) que l'instabilité se crée du côté droit du soliton tandis que le soliton et les ondes de choc déjà observées dans le cas aligné ne se développent plus du côté gauche.

Une telle condition initiale est maintenant envoyée à travers le milieu non-linéaire et nous pouvons observer le résultat pour différents angles d'incidence en figure 3.7.

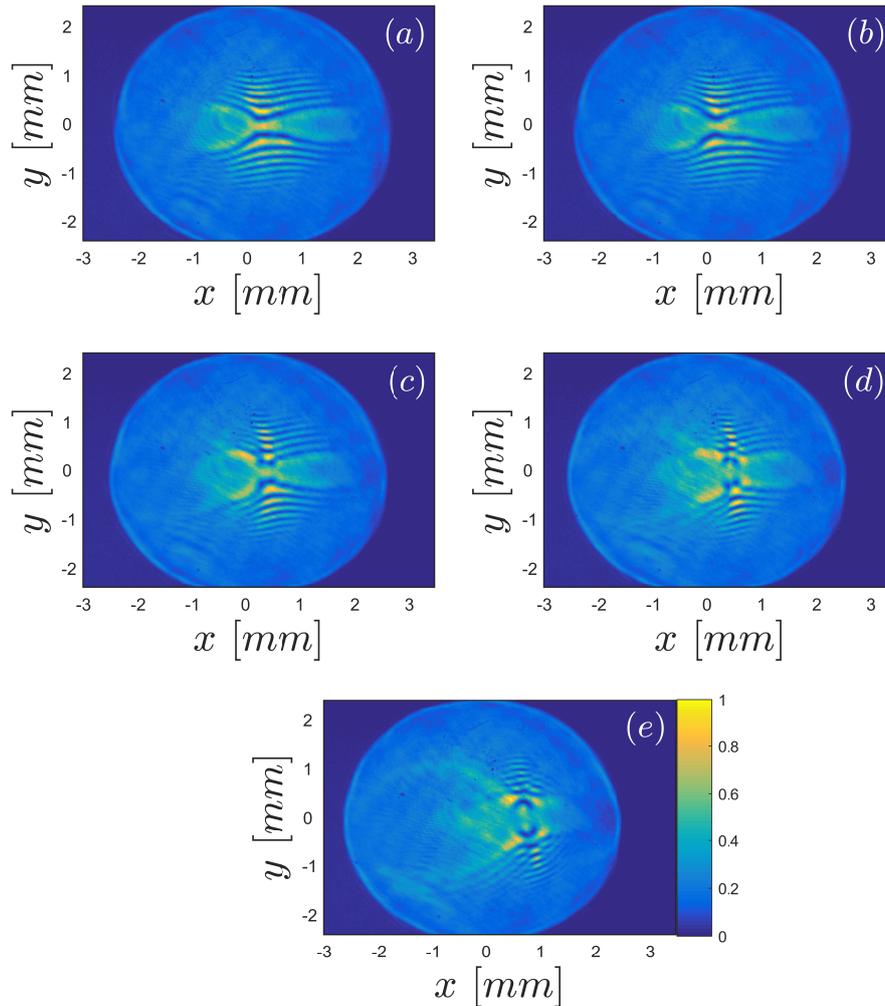


FIGURE 3.7 – Étude de l'impact de l'angle d'incidence sur la "snake instability" et la création de vortex. Toutes les mesures sont faites à non-linéarité fixée ($\Delta\phi = 50$), seul l'angle est modifié et vaut $\theta = 0.17, 0.35, 0.44, 0.52, 0.87$ mrad pour les mesures (a-e) respectivement. L'échelle de couleur est la même pour toutes les figures.

Nous observons sur les deux premières mesures de cette figure que, en comparaison avec le cas aligné présenté plus tôt, l'instabilité croît et le soliton se courbe lorsque que l'angle θ est augmenté. À partir d'un angle minimum $\theta = 0.44$ mrad en figure 3.7(c), l'instabilité a suffisamment crû pour entraîner la brisure des deux solitons en paires de vortex. Si l'angle est encore augmenté (d), les vortex se détachent du soliton et évoluent par paires. Lorsque l'angle devient important (e),

nous observons chaque paire de vortex former un V. Une possible explication serait que la grande vitesse transverse suffise à mettre en mouvement les vortex dans le fluide résultant en une déformation de ces derniers. Notons qu'un test est effectué en créant un angle cette fois-ci dans le plan $y0z$: les vitesses n'étant dans ce cas pas transverses au soliton, nous ne parvenons pas à observer la création de vortex.

Il a été introduit dans la section 1.4.2 des grandeurs propres à l'aspect hydrodynamique de notre système : la vitesse du son dans le milieu $c_s = c\sqrt{\Delta n}$ ainsi que le nombre de Mach $M = u/c_s$. Ces deux grandeurs permettent de mieux comprendre les caractéristiques de notre fluide ainsi que le régime hydrodynamique dans lequel nous nous trouvons.

Si nous considérons la non-linéarité actuelle de notre milieu, nous avons une vitesse du son qui vaut $c_s = \sqrt{8.8 \times 10^{-5}}c = 9.4 \times 10^{-3}c$. La vitesse de notre fluide étant donnée par l'angle telle que $u \approx \theta c$ dans le cas de la figure 3.6, nous obtenons un

$$\text{nombre de Mach } M = \frac{\theta c}{c\sqrt{\Delta n}} = \frac{8.7 \times 10^{-4}}{9.4 \times 10^{-3}} \approx 0.1.$$

Notons que ce rapport de vitesse correspond très bien à celui que l'on observe via la mesure du gradient de phase au niveau du soliton. Dans le cas où l'écoulement est quasi-stationnaire (l'évolution au cours du temps du fond est négligeable en comparaison à celle des vortex), les effets de compressibilité du fluide sont suffisamment faibles pour être négligés, ce qui permet alors d'approximer le fluide comme étant incompressible.

Cependant, dans notre expérience, l'évolution du faisceau fond (jouant le rôle du fluide sur lequel repose notre soliton) au cours de la propagation ne nous permet pas, à priori, de considérer un écoulement quasi-stationnaire. En effet, la diffraction et la non-linéarité défocalisante ayant tendance à faire diverger le faisceau lorsque celui-ci possède un gradient d'intensité sont des phénomènes empêchant une étude quasi-stationnaire.

Nous pouvons cependant faire l'approximation de ce régime. La diffraction peut facilement être négligée en considérant un faisceau gaussien dont la longueur de Rayleigh est grande devant l'épaisseur du milieu : c'est notre cas puisqu'avec un faisceau de waist $w_G = 1.1\text{mm}$, la longueur de Rayleigh vaut $z_R \approx 5\text{m}$ contre seulement 7cm de propagation non-linéaire. Il est cependant moins facile d'empêcher la divergence du faisceau due à la non-linéarité. Rappelons que cette divergence est causée par une variation de l'indice de réfraction, elle même engendrée par une variation de l'intensité du faisceau. Nous comprenons alors que seule une distribution d'intensité constante permette de négliger la divergence du faisceau et par conséquent de pouvoir considérer avec une bonne approximation un régime où le fluide de lumière est quasi-stationnaire.

Comme nous avons pu le voir à plusieurs reprises durant le chapitre sur les ondes de choc dispersives (voir chapitre 2), un faisceau gaussien se propageant à travers notre milieu non-linéaire a tendance à s'aplatir en son centre au cours de la propagation. Ce phénomène est toujours visible même dans le cas où un soliton est ajouté au système : nous pourrions donc approximer, qu'après une certaine propagation non-linéaire et quand la "snake instability" engendrera des vortex, le faisceau aura une intensité localement constante autour des vortex.

Ce développement nous permet par conséquent de considérer notre fluide comme étant quasi-stationnaire aux environs des vortex qui vont être créés. Si l'on ajoute à cela le fait que nous restons dans un régime où le nombre de Mach reste inférieur à 0.1, nous pouvons finalement conclure que le fluide autour de nos vortex peut être approximé comme étant quasi-incompressible.

En observant plus précisément une paire de vortex à l'aide de notre caméra Phasics, nous pouvons observer la figure 3.8.

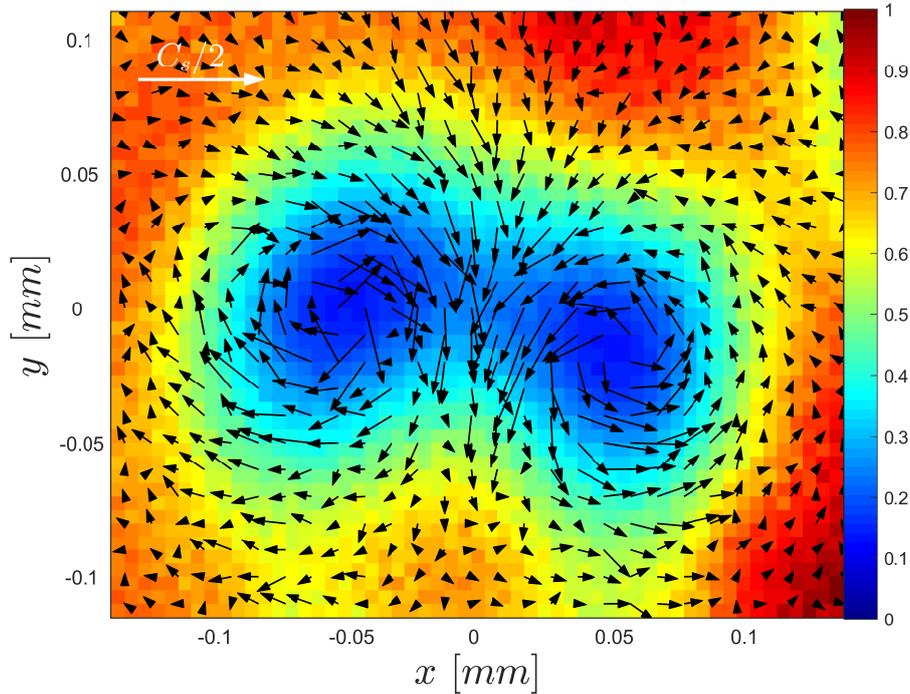


FIGURE 3.8 – Mesure du front d'onde en sortie de milieu non-linéaire avec $\Delta\phi \approx 50$ lorsque que l'angle incident vaut $\theta = 0.55$ mrad. L'échelle de couleur est la densité du fluide et les vecteurs sont sa vitesse.

Cette observation nous permet de mettre en évidence plusieurs points. Le premier et le plus important est la confirmation que les minima de densité sont effectivement des vortex : la rotation du fluide autour de ces minima est une caractéristique que seuls les vortex possèdent.

Le second est un sens de circulation différent pour chaque vortex. Comme nous l'avons développé précédemment dans ce chapitre, la circulation des vortex peut être quantifiée en fonction du sens et de la vitesse de rotation du fluide : nos vortex étant élémentaires, ils ont une circulation qui vaut $\Xi = \pm 2\pi$ en fonction du sens. Cette circulation quantifiée s'appelle aussi la charge topologique d'un vortex. Lorsqu'aucun vortex n'as encore pu être créé, la charge topologique du système est nulle. D'après le théorème de Lord Kelvin sur la circulation : dans un fluide idéal, la circulation Ξ autour d'un contour fermé est conservée ($\partial\Xi = 0$). Cela vaut pour notre soliton et à l'instant où celui-ci se décompose en une paire de vortex, afin que le système puisse conserver sa charge topologique nulle, les deux vortex créés possèdent une charge de même amplitude mais de signe opposé. Ce phénomène est généralement rattaché au soliton dit de Jones-Roberts [152]. C'est pour cette raison

que nous observons sur la figure 3.8 deux vortex ayant des sens de circulation opposés.

La troisième information que l'on peut tirer de cette mesure est la distribution de vitesse aux environs des vortex : la vitesse augmente à mesure que l'on se rapproche du centre des vortex. Nous remarquons aussi que cette vitesse est accrue dans la zone située entre les deux vortex ($M \approx 0.5$). De plus, comme dans le cas des condensats de Bose-Einstein, la vitesse du son dans notre fluide est égale à la vitesse critique de superfluidité v_c . D'après le critère de Landau, le système est superfluide lorsque la vitesse du fluide est inférieure à cette vitesse critique (ceci étant notre cas) et la création de vortex ne devrait alors pas être possible. En pratique, l'interface superfluide ne se situe pas à rapport de vitesses de 1 et peut diminuer de manière importante en fonction de la taille des objets dans le fluide et des pertes du système [163].

Enfin, la dernière information concerne les dimensions des vortex. Si nous considérons la "healing length" (voir 1.75) locale aux environs des vortex en prenant compte des pertes d'intensité, nous obtenons $\Lambda \approx 50 \mu\text{m}$. Rappelons que cette longueur est définie comme étant la longueur minimale nécessaire au système pour revenir à un état d'équilibre après qu'il ait subi une perturbation. Nous nous attendons donc en toute logique à ce que cette longueur soit reliée à la dimension des vortex, ces derniers étant une perturbation d'intensité typique. La figure 3.8 nous confirme que c'est en effet le cas : le rayon des vortex, soit la distance entre le zéro d'intensité et le niveau constant du fluide (amplitude d'environ 0.8 sur la figure), vaut environ la "healing length". De plus, nous remarquons que la distance entre ces deux vortex est d'environ 2Λ .

Le terme de pression quantique qui apparaît dans l'équation 3.6 a des conséquences importantes sur le comportement des vortex. En effet, si la distance entre les vortex devient inférieure à Λ , la déviation de l'équation du fluide quantique 3.6 et du cas idéal du fluide barotrope devient importante. Ceci a pour conséquence de rendre le théorème de la circulation invalide : les vortex subissent donc une "reconnection". Ce phénomène a été étudié numériquement pour la première fois par Koplik et Levine [164]. C'est pour cette raison que dans le cas 2D, les paires de vortex (de charge topologique opposée) peuvent s'annihiler. Précisons cependant que dans les fluides classiques, l'annihilation de vortex n'est possible qu'en présence de viscosité et est donc, par définition, dissipative. Nazarenko et West [165] ont cependant démontré que, puisque l'impact de la non-linéarité diminue à mesure que les centres des vortex se rapprochent (du fait que ces vortex soient des "trous" de densité et que le champ ϕ disparaisse en leur centre), le terme linéaire de NLSE redevient donc dominant et nous pouvons observer ce phénomène d'annihilation.

Maintenant que nous avons observé la nucléation de vortex via la "snake instability", nous souhaitons observer des interactions de vortex menant à leur annihilation. La propension qu'a le fluide à s'étendre pousse lentement les vortex vers l'extérieur empêchant donc de les voir interagir. Nous devons donc déterminer des conditions initiales viables pour la création de vortex et leur annihilation.

3.2.2 Courbure du front d'onde incident

Pour contrebalancer l'effet de la diffraction dans notre fluide et observer des vortex interagir, nous devons définir d'autres conditions initiales permettant de donner une vitesse aux vortex dirigée vers le centre de notre fluide. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, nous pouvons ajouter une vitesse additionnelle à notre fluide dans le but de développer des instabilités plus importantes et donc créer des vortex. Nous rappelons que cette vitesse additionnelle est proportionnelle au gradient de la phase de notre faisceau. La seule façon d'observer des interactions est donc d'avoir un gradient de phase négatif lorsqu'on s'éloigne du centre du faisceau. Dans ce but, nous décidons de déplacer le point focal du faisceau elliptique suivant l'axe de propagation z pour qu'il soit situé avant ou après l'entrée du milieu non-linéaire, le faisceau entre donc dans le milieu de manière divergente ou convergente respectivement ; notons que le faisceau fond reste plan en entrée de cellule et que l'angle θ entre les deux faisceaux est quant à lui remis à 0. Ceci équivaut à donner au faisceau elliptique une courbure du front d'onde par rapport au faisceau "fond" : selon que le faisceau est convergent (rayon de courbure R négatif) ou divergent (rayon de courbure positif) la phase aura un gradient dirigé vers le centre ou l'extérieur, respectivement.

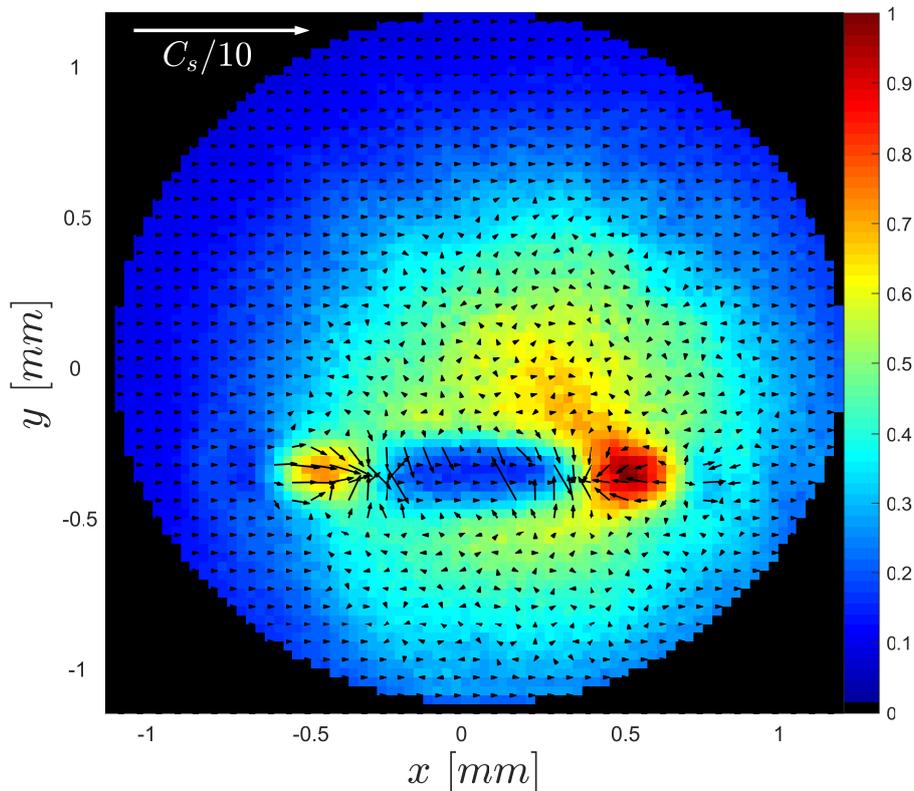


FIGURE 3.9 – Mesure du champ incident dans le cas d'un rayon de courbure d'environ $R = -0.5\text{m}$ du faisceau elliptique. L'échelle de couleur indiquant la densité du fluide tandis que les vecteurs correspondent à sa vitesse. La densité est normalisée, la vitesse est calculée telle que $\mathbf{u} = (c/k_0)\nabla\phi$ où c_s est la vitesse du son dans le fluide.

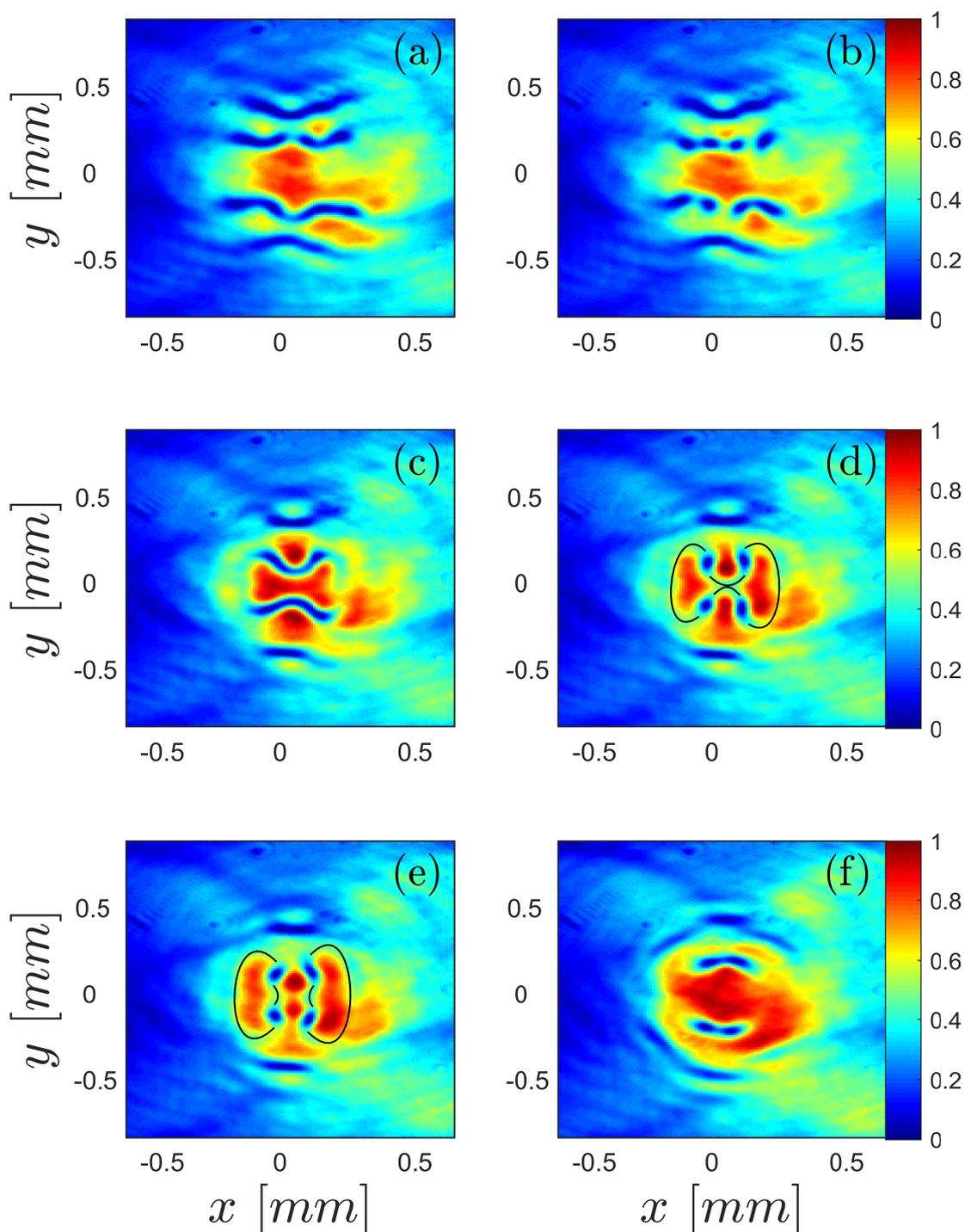


FIGURE 3.10 – Étude de l'évolution d'un faisceau elliptique convergent en entrée de milieu non-linéaire (zoom sur la zone des vortex). Le rayon de courbure du faisceau est d'environ $R \approx -0.5\text{m}$ et la non-linéarité équivaut toujours $\Delta\phi \approx 50$. Le système évolue de (a) vers (f) en scannant la phase relative : technique qui sera développée dans la section 3.3. Les traits noirs sur les images (d-e) indiquent les ondes sonores dissipant l'énergie perdue lors de l'annihilation.

La formule du champ incident s'écrit maintenant :

$$\psi = \sqrt{I} \left(\exp \left[-2 \frac{(x^2 + y^2)}{w_G^2} \right] + \exp \left[-2 \left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \right) - ik \left(z + \frac{x^2 + y^2}{2R} \right) + i\varphi \right] \right) \quad (3.8)$$

Ainsi nous estimons qu'avancer le point focal du faisceau sur l'axe de propagation de manière à rentrer dans le milieu de façon convergente (le fond rentre dans le milieu avec une onde plane) nous permettra d'obtenir une distribution initiale de vitesse adéquate pour observer l'interaction de vortex. La figure 3.9 représente le champ incident dans ce cas. Notons que lorsque l'intensité est inférieure à $\sim 0.2I_{max}$, la caméra n'ayant pas suffisamment de lumière pour traiter correctement l'information de la phase, les vitesses dans ces zones ne sont pas fiables et sont mises à zéro. À la différence de la distribution en intensité du cas aligné (figure 3.2), nous remarquons dans ce cas des maxima d'intensité aux extrémités du soliton. La distribution du champ de vitesse y est bien spécifique : les vitesses augmentent et sont dirigées vers le centre du soliton comme nous l'espérons. Comme dans le cas où un angle existe, les vitesses maximales du fluides restent inférieures à $c_s/10$, nous permettant de rester dans l'approximation d'un fluide quasi-incompressible.

Maintenant que la condition initiale est générée, elle est envoyée à travers le milieu non-linéaire. La figure 3.10 représente l'évolution du soliton, la création des vortex ainsi que leurs interactions.

Nous observons sur la figure 3.10 (a) la formation de quatre solitons au centre du faisceau en raison de la configuration "convergente" utilisée. Chaque soliton se brise rapidement en une paire de vortex (b), nous avons à cet instant deux lignes composées de quatre vortex chacune. À mesure que le système évolue (c), les deux vortex au

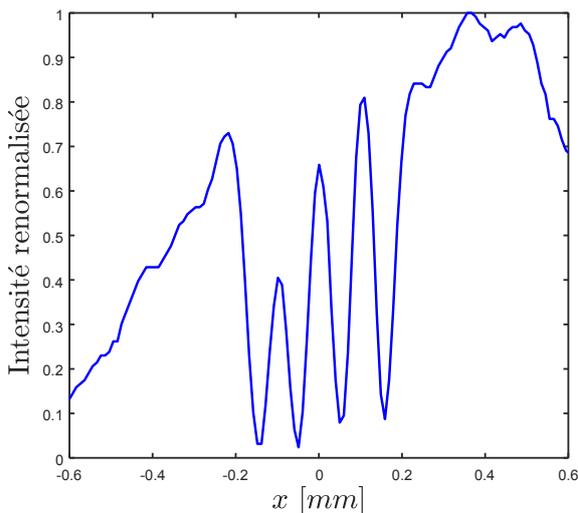


FIGURE 3.11 – Profil d'intensité de 4 vortex alignés. Intensité renormalisé au maximum de celle du faisceau.

centre de chaque ligne se rapprochent jusqu'à interagir : chaque ligne de vortex forme maintenant un U continu. En figure (d), les quatre vortex centraux se sont annihilés, laissant seulement les vortex des extrémités. Nous remarquons (traits noirs en d-e) des ondes sonores ayant une amplitude d'environ $0.5I_{max}$. Ces ondes constituent les pertes par radiation dues à l'annihilation des vortex. Enfin, en (f), les vortex restants reforment des paires qui s'éloignent progressivement du centre. Si nous effectuons une coupe d'une ligne de vortex visible en figure (b), nous pouvons observer le profil d'intensité de la figure 3.11. Nous pouvons observer ici le profil d'intensité des quatre vortex alignés dans la partie supérieur de l'image

3.10(b). Outre le fait que les vortex soient des trous d'intensité proches de zéro comme attendu, nous observons ici aussi que les vortex ont un diamètre d'environ $2\Lambda = 100 \mu\text{m}$ (en approximant le niveau de notre fluide comme étant entre $0.7 \sim 0.8I_{max}$). Les centres des vortex sont également écartés d'environ $100 \mu\text{m}$.

Nous analysons alors les différents vortex et leurs interactions à l'aide de la caméra Phasics (annexe C) pour en étudier la distribution de vitesse : étude présentée en figure 3.12. On observe en (a) l'instant où les quatre paires de vortex sont visibles. Au vu des sens de circulation, nous confirmons l'observation faite dans l'étude d'un angle non nul : les solitons se brisent à chaque fois en une paire de vortex ayant une charge topologique opposée. Ainsi, quel que soit le nombre de solitons créant des vortex, la charge topologique totale est conservée.

Il est encore plus intéressant de voir comment se comportent une rangée de quatre vortex (deux paires côte-à-côte) : les vortex sont disposés de manière à ce qu'aucun d'entre eux ne se retrouve à proximité immédiate d'un vortex ayant la même charge topologique. Par conséquent, si des vortex entrent en collision, cela aboutira toujours

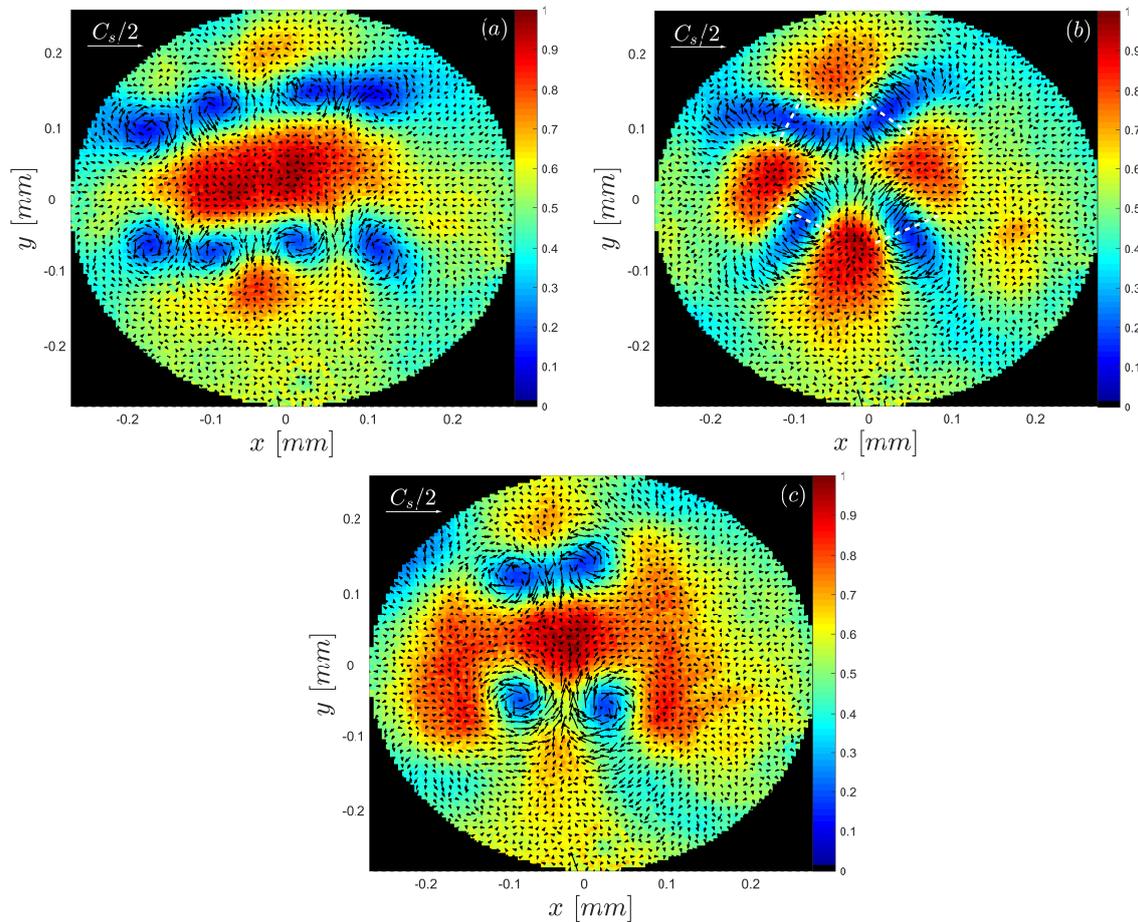


FIGURE 3.12 – Soliton convergent après la non-linéarité évoluant de (a) vers (c). L'échelle de couleur représente la densité du fluide tandis que les vecteurs correspondent à sa vitesse. La densité est normalisée, la vitesse est calculée telle que $\mathbf{u} = (c/k_0)\nabla\phi$ et c_s est la vitesse du son dans le fluide. Les pointillés blancs en (b) délimitent les changements brutaux de direction des vitesses.

à leur annihilation. Nous remarquons aussi en figure 3.12 (a) que la vitesse du fluide passant entre les quatre paires (aux environs de $x = -0.05\text{mm}$ et $y = -0.1, 0.1\text{mm}$) est orientée vers le centre du faisceau tandis que les deux ouvertures entre chaque paire (aux environs de $x = -0.15, 0.05\text{mm}$ et $y = -0.1, 0.1\text{mm}$) ont des vitesses pointant vers l'extérieur.

L'image 3.12 (b) est très intéressante puisqu'elle nous montre l'interaction des vortex à deux instants légèrement décalés et ce en raison d'un léger déséquilibre de la propagation entre les vortex de la partie supérieure et ceux de la zone inférieure (étant la propagation la plus avancée). D'abord, les quatre vortex supérieurs (aux environs de $y = 0.1\text{mm}$) reforment un soliton ayant une distribution de vitesse bien particulière. En effet, nous voyons que la vitesse au centre du soliton est orientée vers le centre du fond et qu'un changement assez brutal dans la direction survient lorsqu'on se déplace vers les extrémités, toutes deux ayant une vitesse dirigée vers l'extérieur (ce changement brutal est marqué par les lignes en pointillés blanches). Cette distribution a pour effet que, lorsque la propagation continue, la partie centrale avance vers le centre du fluide tandis que les extrémités sont ramenées en arrière : ce qui entraîne la cassure de ce soliton intermédiaire en une paire de vortex (ceci est visible sur la partie inférieure de (b), aux environs de $y = -0.1\text{mm}$). Même s'ils sont encore déformés, nous pouvons discerner la circulation autour de ces deux vortex. Remarquons qu'ils ont conservé le sens de circulation des deux vortex situés préalablement aux extrémités, indiquant que les deux vortex ayant été annihilés sont les vortex centraux.

Enfin, nous voyons en figure (c) que les vortex retrouvent une forme circulaire avec une circulation des vitesses bien définie. Chaque vortex ayant alors reformé une paire avec celui situé à l'autre bout de la chaîne, ces paires s'éloignent lentement l'une de l'autre du fait de la divergence du faisceau fond.

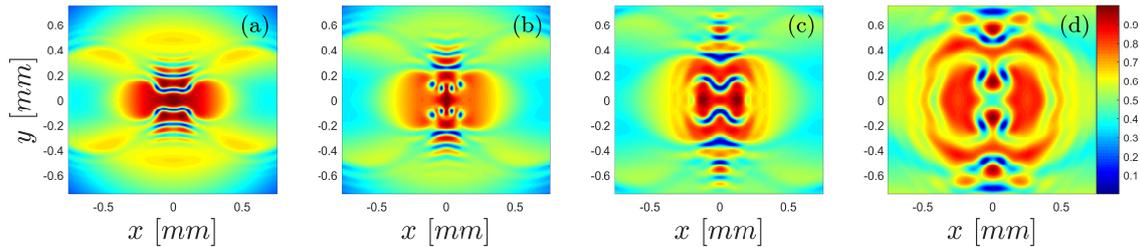


FIGURE 3.13 – Étude numérique dans le cas d'un faisceau convergent ($R = -0.5\text{m}$) déphasé de $\varphi = \pi$ avec un fond gaussien. L'absorption linéaire de l'expérience est prise en compte : soit $\mathcal{T} = 16\%$. Le système évolue de (a) vers (d) avec des non-linéarités de $\Delta\phi = 28, 38, 53, 80$ respectivement. Intensité renormalisée.

Nous effectuons alors des simulations dans des conditions similaires à l'expérience pour mieux comprendre le phénomène mis en jeu. La figure 3.13 représente les simulations correspondant à l'étude expérimentale menée et détaillée précédemment. Nous observons sur cette figure une évolution très similaire aux mesures expérimentales présentées dans la figure 3.10 (a-c,e). La seule vraie différence concernant directement les vortex est l'augmentation de leur taille dans la simulation quand

celle-ci ne change pas dans l'expérience, nous reviendrons sur ce point dans la section 3.3.

Nous allons maintenant nous intéresser au cas opposé avec un faisceau divergent, la figure 3.14 montre cette étude. Nous voyons de manière assez inattendue que, à quelques différences mineures près, le système évolue dans le même sens qu'il soit en configuration convergente ou divergente. Les deux panels (a) sont d'ailleurs très similaires, les différences entre les deux cas apparaissent à mesure que le système évolue et que la diffraction joue un rôle plus important. Ceci contredit la prédiction effectuée en amont quant à la direction de propagation des vortex en fonction du signe du rayon de courbure. Une explication potentielle à ces résultats numérique est que la courbure du faisceau incident détermine seulement l'axe de vitesses orthogonal au soliton entraînant la "snake instability" et aboutissant aux vortex. La direction dans laquelle le soliton se courbe sous l'instabilité serait, quant à elle, due à la distribution de la non-linéarité (i.e. intensité) plus importante au centre. Remarquons à cette occasion, que toutes les instabilités que nous avons pu observer jusqu'à présent (expérimentalement et numériquement) sont orientées vers le centre du faisceau.

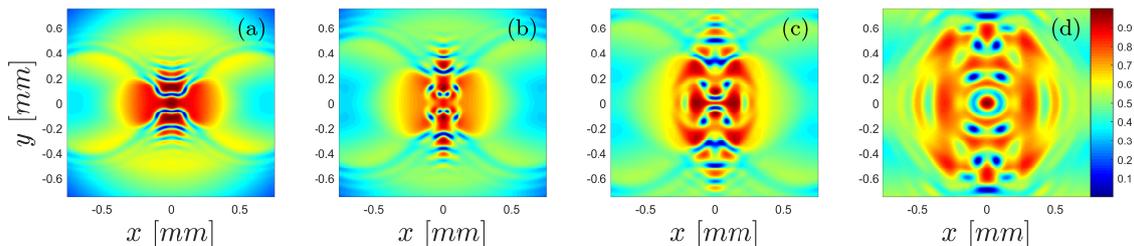


FIGURE 3.14 – Étude numérique dans le cas d'un faisceau divergent ($R = +0.5m$). Tous les autres paramètres sont les mêmes que ceux de la figure précédente.

Si nous reprenons le schéma de la "snake instability" en figure 3.1, nous pouvons comprendre pourquoi la déformation est toujours orientée vers le centre. Rappelons que les extrémités du soliton se déplacent plus vite que la partie centrale, du fait de la différence d'intensité. En raison des propriétés défocalisantes de notre milieu non-linéaire, le soliton se déplace progressivement vers l'extérieur. Il est donc logique que les ailes du soliton, se déplaçant plus vite, se retrouvent vers l'extérieur du faisceau, ce qui a pour conséquence que la "snake instability" soit toujours orientée vers la partie centrale (i.e. de plus forte intensité) du faisceau.

Nous effectuons des simulations pour différentes courbures du front d'onde ($R = \pm 0.7, \pm 0.5, \pm 0.3m$) qui mettent en évidence que cette courbure impacte aussi la vitesse de croissance des instabilités : plus le rayon de courbure est proche de zéro, plus le gradient de phase est important et donc plus le soliton va se briser en vortex rapidement.

Nous avons donc mis en évidence que la modification du gradient de phase dans nos conditions initiales avait un effet évident sur le comportement de notre soliton et des vortex qui en découlent : nous permettant d'accélérer le processus de création des vortex et en modifier la trajectoire. Le signe du gradient de vitesse ne change

cependant pas le processus de création des vortex et leur trajectoire, seule la position du waist par rapport à l'entrée de la cellule (i.e. l'amplitude du gradient) a un impact sur le processus de nucléation des vortex. Des distributions de gradients plus complexes pourront conduire à des systèmes composés d'une plus grande quantité de vortex permettant d'étudier des interactions fortes ainsi que des annihilations de vortex.

Enfin, contrôler l'amplitude de ces gradients est un paramètre expérimental relativement facile d'accès, nous permettant de contrôler assez précisément la dynamique du système : plus ces gradients sont importants, plus la croissance et la création des vortex aura lieu rapidement au cours de l'évolution. C'est sur cette idée que se base le phénomène que nous développons par la suite.

3.3 Scan de la phase relative

Dans cette section, nous allons étudier un phénomène inattendu découvert lors des études précédentes. Comme il est précisé dans la figure 3.10 : les mesures qui y sont présentées, même si elles sont en tous points semblables à une évolution temporelle (au sens non-linéaire), sont effectuées à déphasage non-linéarité constant. Lors de tous les développements présentés dans ce manuscrit, le temps effectif était considéré proportionnel au déphasage non-linéaire vu par le faisceau ($t \propto \Delta\phi = z/z_{NL}$). Dans cette étude, nous arrivons donc à observer l'évolution du système alors même que notre temps effectif est fixe.

Jusqu'à présent, l'étude des vortex a été effectuée en conservant une phase relative $\varphi = \pi$ entre les deux faisceaux du champ incident, ceci de manière à maximiser les interférences destructives entre ces derniers et obtenir un soliton ayant un minimum d'intensité le plus proche du zéro (les deux faisceaux ayant des maxima d'intensités égaux).

Si maintenant, nous fixons la non-linéarité ($\Delta\phi$) et que la valeur de cette phase relative est sensiblement modifiée ($0.9\pi < \varphi < 1.1\pi$ pour rester dans le régime du soliton gris), nous arrivons à observer les mesures de la figure 3.15. Cette phase relative étant très sensible, une précision de l'ordre de $\lambda/100$ est nécessaire pour correctement observer toutes les étapes de l'évolution. Il est donc préférable d'utiliser un miroir piezo-électrique géré à l'aide d'un PI (voir montage expérimental 1.2 et annexe B) afin de pouvoir contrôler correctement cette phase relative.

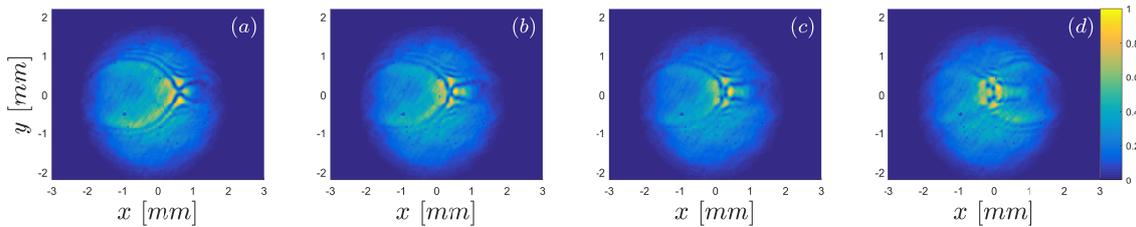


FIGURE 3.15 – Mesures expérimentales dans le cas d'un angle $\theta = 5.2\text{mrad}$ à non-linéarité fixée $\Delta\phi = 50$. Le système évolue en changeant la phase relative, cette dernière vaut $\varphi = 0.90\pi, 0.96\pi, \pi, 1.08\pi$ pour (a-d) respectivement.

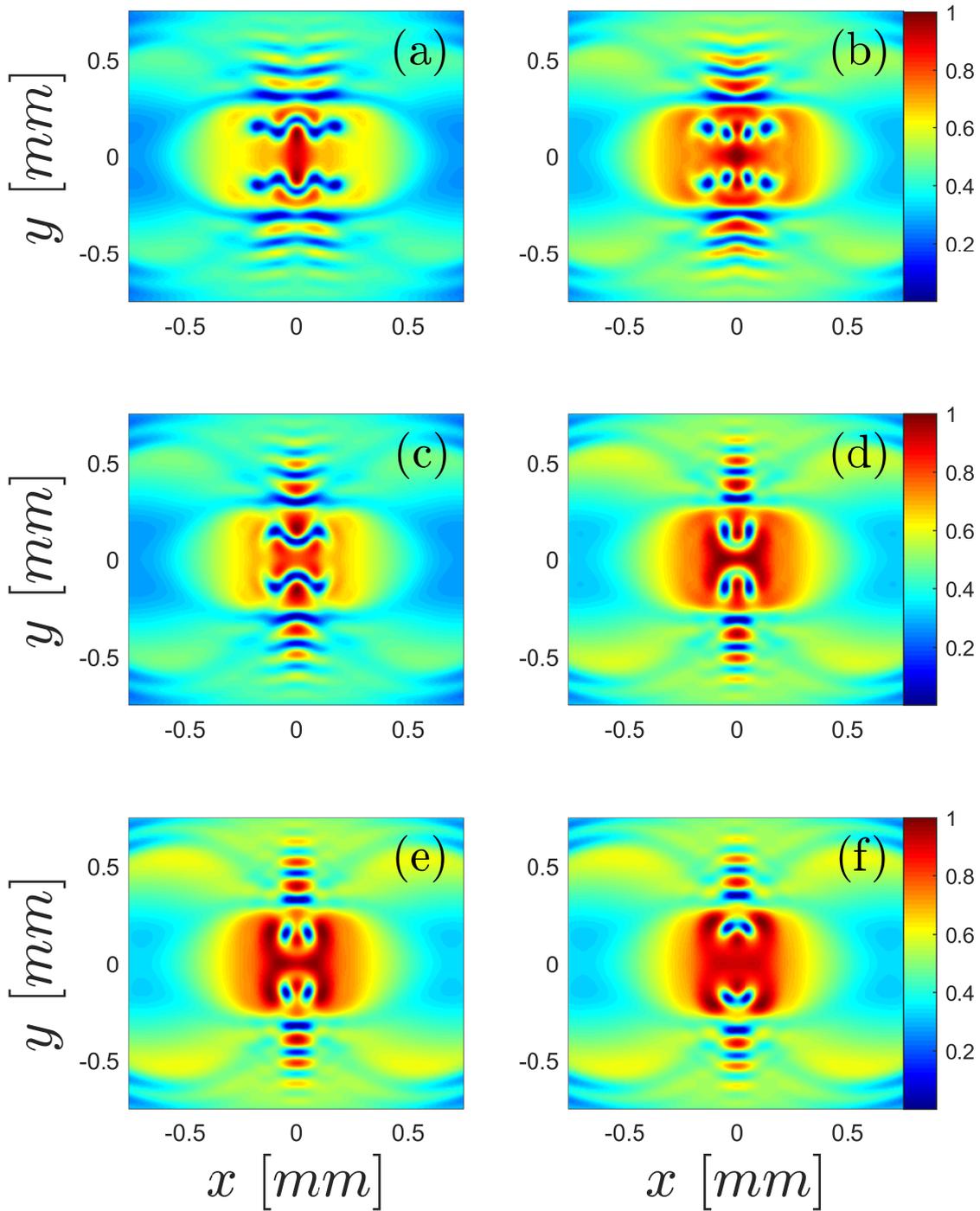


FIGURE 3.16 – Simulations dans le cas où $R = -0.5\text{m}$ pour un déphasage non-linéaire $\Delta\phi = 50$ et une transmission $\mathcal{T} = 16\%$. Le système évolue de (a) vers (f) avec des phases relatives $\varphi = 0.92\pi, 0.96\pi, \pi, 1.05\pi, 1.07\pi, 1.10\pi$ respectivement. L'intensité est normalisée.

Nous interprétons ce phénomène en terme de gradient de phase (i.e. vitesse du fluide) : changer la phase relative revient à modifier sensiblement l'amplitude de la vitesse du fluide sans pour autant en changer sa direction. Cette dynamique pseudo-temporelle peut être appréhendée en considérant la translation du soliton 1D de la forme $f(x - u_s t)$. Dans ce cas, le mouvement du soliton peut être étudié à temps fixe en modifiant la vitesse u_s du soliton. Les instabilités ne pouvant pas se développer dans le cas 1D, nous n'observerions seulement qu'un soliton se déplacer.

Dans notre cas, les instabilités vont croître à mesure que les vitesses transverses augmentent. Augmenter progressivement les vitesses transverses par l'intermédiaire de la phase relative conduit à l'accélération de la croissance de l'instabilité et à la création de vortex ce qui correspond donc à observer une dynamique pseudo-temporelle. Si nous revenons sur l'étude du cas convergent, les valeurs de la phase relative correspondant aux mesures de la figure 3.10(a-f) sont $\varphi = 0.93\pi, 0.97\pi, 0.99\pi, 1.04\pi, 1.06\pi, 1.09\pi$ respectivement.

Nous effectuons alors les simulations à non-linéarité constante pour différentes phases relatives φ . La figure 3.16 présente ces résultats qui sont tout à fait en accord avec les mesures expérimentales (figure 3.10). De plus, comme nous l'avons développé précédemment, ces résultats (expérimentaux et numériques) via le scan de la phase relative correspondent aussi très bien aux résultats numériques présentés en figure 3.13 dans le cas où le temps effectif est vraiment modifié.

De la même manière, nous effectuons l'étude du scan de la phase relative dans le cas où le faisceau est divergent. La figure 3.17 présente les résultats de cette étude.

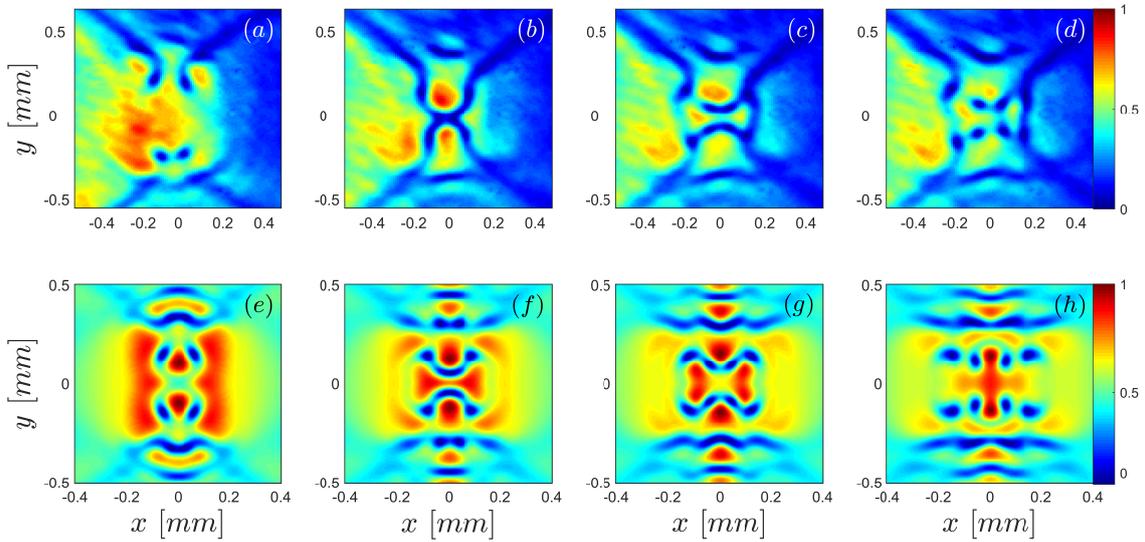


FIGURE 3.17 – Étude expérimentale (a-d) et numérique (e-h) dans le cas où le faisceau elliptique incident diverge $R \approx +0.5m$. La non-linéarité est fixée à $\Delta\phi = 50$, la transmission à $\mathcal{T} = 16\%$. La phase relative vaut $\varphi = 0.95\pi, \pi, 1.04\pi, 1.08\pi$ pour les images (a,e), (b,f), (c,g) et (d,h) respectivement.

Notons dans un premier temps le bon accord entre expérience et simulation à une légère asymétrie près dans l'expérience, les vortex n'étant pas au centre du faisceau. Ce qui surprend cependant est le sens d'évolution du système : lorsque la phase relative est scannée de $\varphi < \pi$ vers $\varphi > \pi$ (même sens que pour l'étude

du cas convergent) nous observons d'abord seulement deux paires de vortex (a,e) qui interagissent (b-c,f-g) pour ensuite en faire apparaître quatre (d,h). L'évolution via le scan de phase s'effectue dans le sens opposé à celui du cas convergent. Ceci peut se comprendre en considérant la distribution initiale de la phase et de son gradient. La phase est de signe opposé selon que le faisceau elliptique est convergent ou divergent, ce qui entraîne une évolution différente lorsque la phase relative est modifiée. La figure 3.18 représentant des résultats analytiques de la phase initiale issus de l'équation 3.8 dans les deux cas (convergent/divergent) en fonction de la phase relative φ en est une illustration.

Sur cette figure, nous remarquons que les gradients de phase sont, non seulement, de signe opposé en $\varphi = \pi$ mais aussi que leur évolution selon φ est opposée. Ceci explique pourquoi, pour pouvoir observer la même évolution en scannant la phase relative, il faut que cette dernière soit modifiée dans des directions opposées. De plus, si nous nous attardons sur les inserts correspondants à la distribution de phase pour $\varphi = 1.05\pi, \pi, 0.95\pi$, nous observons un comportement de la phase du soliton intéressant. Pour la même raison que les gradients ont des valeurs opposées, la phase dans le cas divergent est majoritairement positive, tandis qu'elle est majoritairement négative dans le cas convergent. Lorsque $\varphi = \pi$ les deux solitons ont une singularité de phase en leur centre correspondant à un zéro d'intensité. Quand φ est modifié de telle sorte que la phase ne change pas de signe ((a)III et (b)I), nous avons un soliton unique ayant un gradient dont l'amplitude est différente du cas $\varphi = \pi$ et dont le minimum d'intensité est non nul. Cette configuration aboutira à deux paires de vortex.

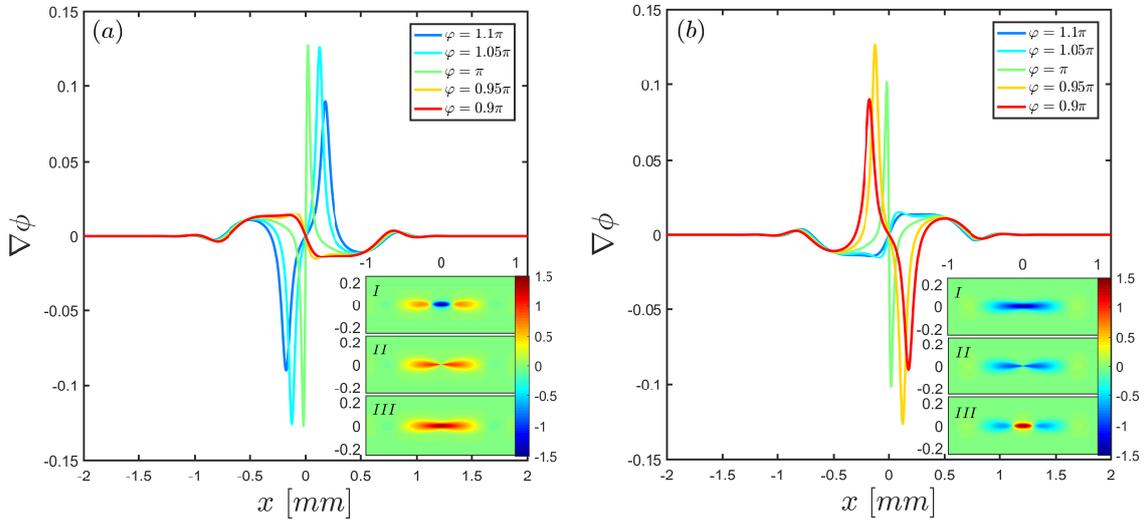


FIGURE 3.18 – Calcul analytique des conditions initiales pour différentes phases relatives. Les courbes en (a) et (b) sont les gradients de phase en $y = 0$ pour $R = 0.5m$ et $R = -0.5m$ respectivement. Les inserts (I, II, III) sont dans les deux cas les distributions de phase lorsque la phase relative vaut $\varphi = 1.05\pi, \pi, 0.95\pi$ respectivement. Les axes des inserts sont x et y en mm.

À l'inverse, lorsque la phase change de signe ((a)*I* et (b)*III*), nous ne pouvons plus rigoureusement considérer un seul soliton, nous avons en réalité deux solitons correspondants aux lobes des extrémités. Par conséquent nous aurons, après propagation à travers le milieu, quatre paires de vortex (deux par soliton).

C'est pour cette raison que modifier progressivement la phase relative résulte à simuler une évolution temporelle dans laquelle quatre paires de vortex sont créées puis interagissent pour n'en laisser que deux et ce, pour différents sens d'évolution de la phase relative selon le signe du rayon de courbure du faisceau elliptique. Ainsi, que le fluide soit accéléré via la méthode de l'angle d'incidence ou de la courbure du front d'onde, modifier la phase relative entre chaque faisceau revient à changer de manière précise l'amplitude des vitesses menant à une évolution pseudo-temporelle.

Cette technique d'évolution possède de nombreux avantages en comparaison à l'étude d'évolution temporelle usuelle se basant sur la distance normalisée z/z_{NL} . Premièrement, la non-linéarité nécessaire pour observer l'intégralité du processus est plus importante lors de l'évolution classique du système. En effet, si nous reprenons l'étude du cas convergent avec les deux méthodes d'évolution, nous voyons que l'évolution temporelle (figure 3.13) nécessite de propager jusqu'à environ $\Delta\phi \approx 80$ pour observer les deux paires de vortex restantes après l'interaction des quatre paires. Si l'évolution est effectuée via le scan de phase relative (figure 3.16), nous observons l'ensemble du processus à $\Delta\phi = 50$ ce qui correspond à une réduction de la non-linéarité non négligeable permettant d'observer le processus malgré de potentielles limitations expérimentales comme des intensités laser ou des densités atomiques trop faibles.

Le second point, très important, est le fait de pouvoir observer tout le processus à non-linéarité constante. En effet, cela nous permet de considérer le régime quasi-stationnaire avec une meilleure approximation, chose impossible lorsque la non-linéarité est modifiée. Changer la non-linéarité a des effets inévitables sur les propriétés du fluide de lumière que nous pouvons donc contourner via le scan en phase relative. Dans le cas où la longueur non-linéaire z_{NL} est constante mais que la distance de propagation augmente, le terme de diffraction impacte de plus en plus le faisceau : ajoutant ainsi une vitesse à l'ensemble du fluide orientée vers l'extérieur qui augmente à mesure que le fluide évolue. Nous voyons par exemple en figure 3.13 que le fond s'étale au cours du temps, ce qui aura obligatoirement un effet sur le mouvement des vortex.

Lorsque la distance de propagation reste fixe mais que z_{NL} diminue progressivement, nous voyons les propriétés du fluide modifiées tout au long de l'évolution. Notamment la "healing length", déterminant la taille des vortex comme nous l'avons montré, change continuellement. Si l'absorption du système est négligeable, Λ diminuera progressivement. Dans la majorité des cas, lorsque l'absorption doit être prise en compte, cette dernière diminuant l'intensité du faisceau au cours de sa propagation, la "healing length" locale augmentera par conséquent durant l'évolution, ce qui conduira à l'augmentation de la taille des vortex étudiés. Ceci est clairement visible sur la figure 3.13 (b,d).

Travailler à non-linéarité constante nous permet donc de fixer le terme de diffraction ainsi que les caractéristiques du fluide telle que la "healing length". Nous voyons sur

l'étude expérimentale 3.10 et numérique 3.16 que, tout au long du processus, les vortex conservent leur taille, signe que la "healing length" ne change pas. Nous remarquons aussi que la taille du fond reste la même durant l'évolution. Ainsi, si nous propageons le système sur des distances suffisamment courtes, la diffraction peut être totalement négligée.

Par conséquent, cette méthode simulant l'évolution du système tout en conservant des paramètres non-linéaire constants, nous permet d'étudier la création de vortex et leurs interactions non seulement dans des régimes non-linéaire plus bas et donc plus accessibles expérimentalement mais surtout dans des conditions nous permettant une bonne approximation d'un écoulement quasi-stationnaire et donc d'un fluide incompressible.

3.4 Étude numérique des paramètres supplémentaires

De la même manière que pour le projet précédent sur les ondes de choc dispersives, nous effectuons des simulations pour étudier l'impact des différents paramètres sur la création de vortex via la "snake instability".

Nous rappelons l'équation de Schrödinger non-linéaire prenant en compte les différents paramètres supplémentaires :

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} \nabla_{\mathbf{r}}^2 \Psi + e^{-\eta z} \Psi \int d\mathbf{r}' \frac{\gamma}{1 + \beta e^{-\eta z} |\Psi|^2} U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) |\Psi|^2(\mathbf{r}', z) \quad (3.9)$$

où η est le taux d'absorption, β est l'inverse de l'intensité de saturation et $U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ la fonction de non-localité. Ces trois phénomènes différents sont donc pris en compte indépendamment dans les simulations qui vont suivre afin de comprendre leur importance dans nos mesures.

Toutes les simulations présentées dans cette section considèreront le cas d'un faisceau elliptique convergent ($R = -0.5\text{m}$) pour une non-linéarité $\Delta\phi = 50$ et pour une phase relative $\varphi = 0.96\pi$ afin d'être dans des conditions nous permettant d'observer (dans l'expérience) les quatre paires de vortex avant que celles-ci n'interagissent.

3.4.1 Rôle de l'absorption

La première étude concerne donc l'absorption dans notre système. Toutes les études (expérimentales et numériques) présentées dans ce chapitre considèrent l'absorption car, cette dernière étant importante, elle ne peut pas être négligée. Cette étude est présentée en figure 3.19.

Nous remarquons sur ces simulations que l'impact de l'absorption sur nos vortex est non négligeable. En effet, l'absorption réduit progressivement le nombre de vortex se développant dans le système. Comme il a été développé précédemment, lorsque l'absorption est non négligeable, elle a aussi pour effet de réduire l'intensité locale du faisceau et donc d'augmenter la "healing length" : conduisant à une augmentation du diamètre des vortex créés. Les mesures expérimentales ont été faites dans des

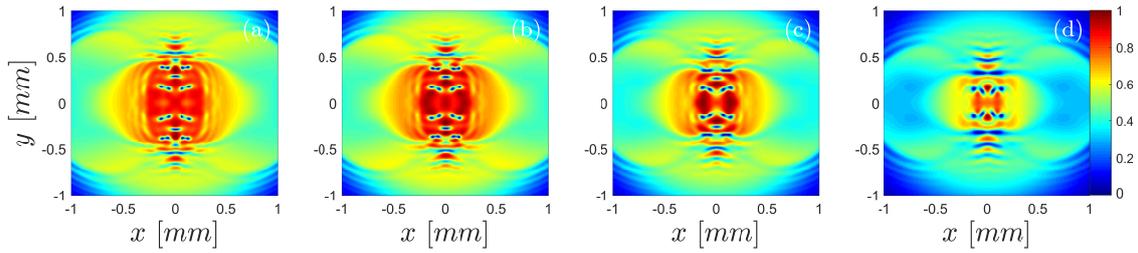


FIGURE 3.19 – Simulations pour différentes absorptions : le taux de transmission est $\mathcal{T} = 100, 75, 50, 25\%$ pour (a-d) respectivement. Tous les cas sont calculés pour $\Delta\phi = 50$ et $\varphi = 0.96\pi$ pour un faisceau elliptique convergent ($R = -0.5\text{m}$).

conditions d'absorption importantes ($\mathcal{T} = 16\%$) mais, outre l'augmentation de la taille des vortex, des vortex sont toujours visibles. Ceci nous conforte sur la possibilité d'observer un plus grand nombre de vortex si les mesures expérimentales sont effectuées à plus hautes transmissions (pour des non-linéarités équivalentes).

3.4.2 Impact de la saturation de la non-linéarité

Dans un second temps, la réponse du système à la saturation de la non-linéarité est étudiée. Comme pour les simulations de la saturation dans le cadre des ondes de choc dispersives, les valeurs de la saturation sont calculées via la formule 1.26 où l'intensité de saturation est fixée à $I_{sat}(\Delta = 0) = 40\text{W/m}^2$. Dans nos mesures expérimentales et numériques l'intensité du faisceau incident est $I = 4 \times 10^5\text{W/m}^2$. Ces simulations sont visibles en figure 3.20.

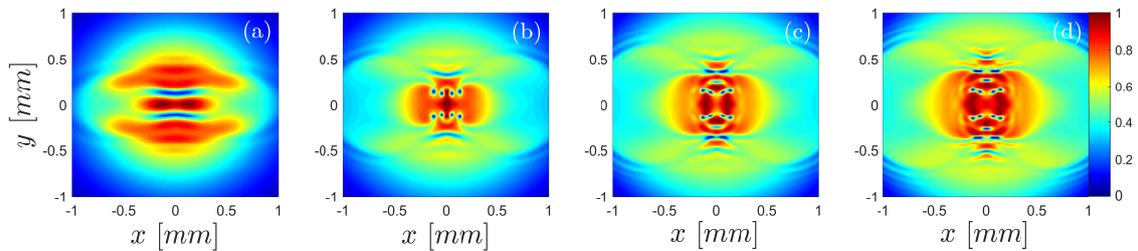


FIGURE 3.20 – Étude numérique de l'impact de la saturation de la non-linéarité sur le système. Les désaccords utilisés pour tenir compte de la saturation sont $\Delta = -1, -2, -3, -4\text{GHz}$ pour les images (a-d) respectivement. Tous les cas sont calculés pour $\Delta\phi = 50$ et $\varphi = 0.96\pi$ pour un faisceau elliptique convergent ($R = -0.5\text{m}$).

Sur ces simulations, nous pouvons observer que la saturation de la non-linéarité peut avoir un fort impact sur l'apparition de vortex dans ce système (a). Heureusement, cet impact est relativement restreint dans un régime très proche de résonance : les quatre paires de vortex sont déjà visibles lorsque le désaccord est de $\Delta = -2\text{GHz}$. Au-delà (c-d), la saturation devient vite négligeable. Au vu des simulations et des résultats expérimentaux obtenus, nous estimons que la saturation de la non-linéarité dans notre système expérimental est similaire aux simulations (b-c). Nous considé-

rons par conséquent que nous nous situons expérimentalement dans un régime où la saturation de la non-linéarité est négligeable.

3.4.3 Non-localité lors de la création de vortex

Enfin, les dernières simulations que nous effectuons concernant ce projet traitent de la non-localité du milieu. Nous avons vu, via l'étude du collapse apparaissant avec les ondes de choc dispersives que, pour des raisons encore incertaines, cette non-localité peut atteindre des valeurs importantes lorsque la température (i.e. la densité atomique) du système augmente. L'étude de ce paramètre est présentée en figure 3.21. De la même manière que pour la saturation, la non-localité empêche la création de vortex. Dès que celle-ci atteint $\sigma = 20\mu\text{m}$, les vortex ne sont plus correctement définis et seuls des solitons apparaissent au-delà de cette valeur : ceux-ci ont une courbure diminuant à mesure que la non-localité augmente.

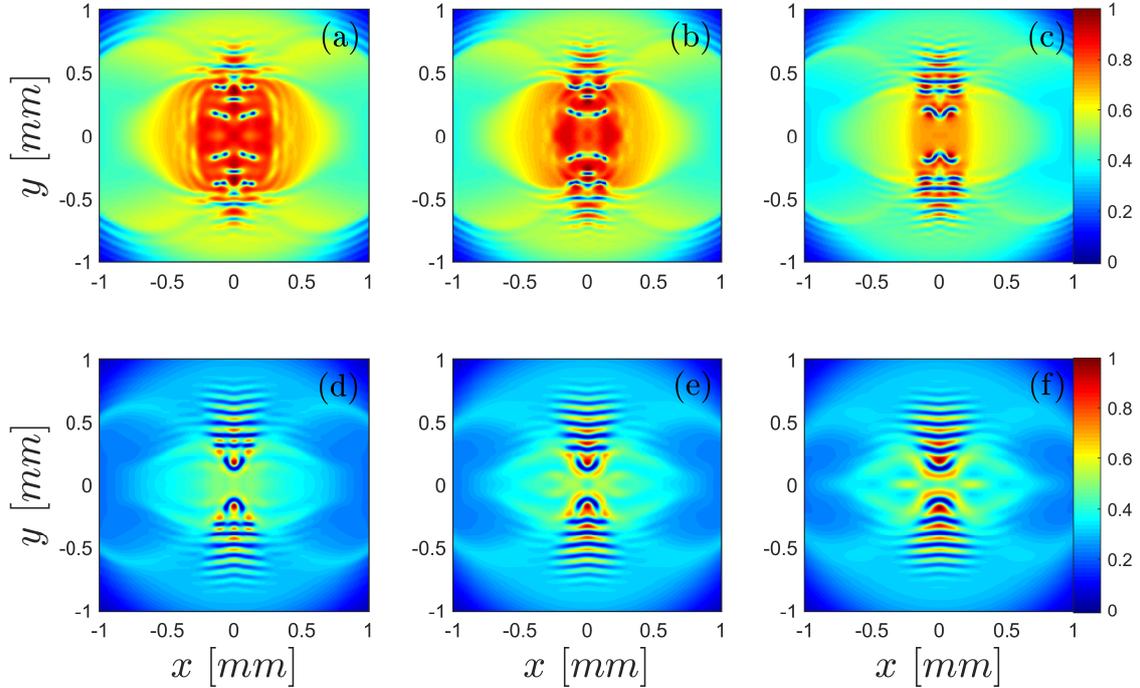


FIGURE 3.21 – Simulations prenant en compte différentes valeurs de non-localité : $\sigma = 0, 10, 20, 30, 40, 50 \mu\text{m}$ pour (a-f) respectivement. Tous les cas sont calculés pour $\Delta\phi = 50$ et $\varphi = 0.96\pi$ pour un faisceau elliptique convergent ($R = -0.5\text{m}$).

Travaillant expérimentalement à des températures relativement basses comparées au projet précédent ($T \approx 110^\circ\text{C}$), on s'attend à ce que la valeur de la non-localité soit inférieure à celles prédites lors du chapitre 2. Ces simulations indiquent que la non-localité présente dans notre expérience est basse, de l'ordre de $\sigma = 10\mu\text{m}$. Cette valeur de non-localité n'ayant pas un impact important sur la création de vortex, nous décidons de négliger le phénomène.

En conclusion, notre régime expérimental nous permet donc de négliger relativement simplement les effets de la saturation de la non-linéarité ainsi que la non-localité. L'absorption est cependant un paramètre à prendre en compte dans notre modèle pour bien rendre compte du système observé expérimentalement. L'étude numérique tend à montrer que réduire l'absorption permettrait d'observer un plus grand nombre de vortex ; cependant, pour maintenir une non-linéarité suffisante, cela nécessiterait d'augmenter la densité atomique du milieu (et donc la non-localité) ou l'intensité du faisceau (et donc la saturation de la non-linéarité).

Notre étude nous aura donc permis, via le développement de nouvelles méthodes expérimentales, de créer des vortex à l'aide de la décroissance d'un soliton via la "snake instability" et d'observer leurs fortes interactions aboutissant à leur annihilation. Ceci a été expérimentalement possible grâce à l'utilisation de conditions initiales adéquates accélérant les instabilités conduisant aux vortex. Durant ce projet, nous avons utilisé un système d'imagerie du front d'onde ([Annexe C](#)) nous donnant un accès rapide et précis à la distribution en densité et en vitesse de notre fluide, permettant une étude approfondie de notre système. Enfin, nous avons mis en place une méthode basée sur le scan de la phase relative entre le fluide et le soliton pour simuler une évolution du temps effectif tout en conservant les paramètres du fluide constants.

Il sera nécessaire pour la suite d'effectuer des tests permettant de déterminer les paramètres du milieu non-linéaire les plus adaptés pour la création d'un plus grand nombre de vortex : moins d'absorption tout en conservant la saturation et la non-localité à des valeurs suffisamment basses. Les techniques développées ici pourront être, à terme, étendues à des systèmes de créations de vortex plus complexes afin d'étudier les interactions chaotiques de type hydrodynamique. C'est pour ces raisons que ce travail peut être interprété comme une étape supplémentaire vers la création d'un système turbulent 2D dans le contexte de fluides optiques.

Conclusion

Comme nous avons pu le voir au cours de ces différents projets, les vapeurs atomiques chaudes constituent un milieu dont les propriétés non-linéaires en font un support versatile permettant l'étude de différents aspects de l'interaction lumière-matière. En effet, ces vapeurs nous offrent un très large panel de phénomènes physiques à étudier comprenant notamment les fluides quantiques de lumière : sujet vaste mais d'intérêt grandissant au fil des années, permettant de faire le lien entre physique atomique et hydrodynamique, deux domaines généralement distincts.

Les photons, dans la grande majorité des cas, étant considérés comme des particules sans masse n'interagissant pas entre elles, ne possèdent pas de dynamique pouvant être décrite par les lois de l'hydrodynamique. L'utilisation d'une vapeur atomique permet cependant, par l'intermédiaire de l'interaction photon-atome, de simuler une interaction photon-photon, nous donnant par conséquent la possibilité de créer et d'étudier des propriétés hydrodynamiques de la lumière.

Même si d'autres supports sont possibles pour l'étude de fluides quantiques de lumière, les vapeurs atomiques chaudes se sont avérées être un milieu adapté pour nos études : que ce soit de par leur facilité de mise en place, versatilité ou les nombreux paramètres de contrôle expérimentaux.

La première partie de cette thèse aura permis, via le développement des équations de Bloch optiques jusqu'à l'expression de l'indice de réfraction non-linéaire par l'intermédiaire de la susceptibilité atomique, de mettre en évidence les différents paramètres physiques importants dans notre système nous permettant de contrôler avec précision l'interaction lumière-matière : son amplitude comme son signe.

Un montage expérimental a donc été mis en place ; ayant pour principaux objectifs un contrôle rapide de l'interaction non-linéaire sur une large fenêtre de paramètres, une maniabilité des conditions initiales permettant l'étude d'une multitude de phénomènes et enfin avec un système d'imagerie nous donnant accès au champ électromagnétique (intensité et phase) après propagation à travers le milieu.

La principal intérêt de cette partie aura été de calibrer expérimentalement les différents paramètres non-linéaires afin d'accéder plus aisément aux régimes pertinents pour chaque projet.

En parallèle, une simulation, initialement développée par A.Fusaro et A.Picozzi, nous a été fournie et nous aura permis, au cours des différents projets, de mieux comprendre les phénomènes observés, de développer des modèles plus complets et d'aller au-delà des limites expérimentales.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, nous avons pu mettre en œuvre les différentes calibrations et autres caractérisations faites en amont pour étudier la création d'ondes de choc dispersives de lumière. Phénomène déjà bien connu en hydrodynamique classique, il aura dans un premier temps été l'occasion de mettre en évidence le comportement hydrodynamique de la lumière dans notre milieu que nous avons alors étudié dans différents régimes que ce soit expérimentalement ou via des simulations numériques.

Des phénomènes additionnels ont alors été observés expérimentalement (développement d'une double singularité de collapse) mettant en évidence des effets (confirmés a posteriori numériquement) tels que la non-localité, l'absorption ou encore la saturation de la non-linéarité. L'étude numérique effectuée par la suite a alors permis de quantifier ces effets et de mieux comprendre leur rôle dans l'évolution du système. C'est ainsi que des valeurs de non-localité anormalement élevées ont été estimées : jusqu'à $100\mu\text{m}$, les valeurs attendues étant de l'ordre de $10\mu\text{m}$. Nous avons aussi mis en évidence que, de manière contre-intuitive, les pertes par dissipation avaient un impact positif sur la croissance de cette singularité.

L'impact de ces deux phénomènes sur les ondes de choc dispersives a pu correctement être décrit par la méthode des caractéristiques ; cependant, de telles valeurs de non-localité allant au-delà de l'approximation de l'atome à deux niveaux, une étude plus approfondie a été entamée d'un point de vue théorique avec T.Macri tandis qu'une étude expérimentale est aussi envisagée.

Enfin, le dernier projet mené durant cette thèse nous aura permis d'approfondir d'avantage l'aspect hydrodynamique de la lumière ; celui-ci ayant pour objectif de développer des méthodes expérimentales pouvant être appliquées, à terme, à l'étude de turbulences 2D dans des fluides de lumière.

Plus précisément, nous avons étudié la création et l'annihilation de vortex. Par l'intermédiaire de la décroissance, via le processus de "snake instability", d'un soliton sombre (condition initiale).

Ce projet aura nécessité un contrôle des conditions initiales bien plus précis que lors du projet précédent, que ce soit pour la distribution en intensité ou en phase. En effet, le soliton étant le résultat de deux ondes interférant de façon destructive, la phase relative entre ces deux faisceaux a dû être stabilisée à l'aide d'un asservissement.

Des conditions initiales spécifiques telles que l'ajout d'un angle entre les deux faisceaux nous auront permis d'ajouter des vitesses initiales à notre fluide, augmentant de fait le processus d'instabilité et par conséquent accélérant la création de vortex. En considérant des vitesses additionnelles orientées, comme nous avons pu le faire en courbant le front d'onde du faisceau jouant le rôle du soliton, nous avons pu observer non seulement la création de vortex mais aussi leurs interactions et annihilation.

De plus, outre une meilleure stabilité du système interférentiel, l'asservissement en phase relative nous en a offert un contrôle très précis que nous avons réussi à utiliser pour simuler une évolution temporelle de notre système alors même que le temps effectif était fixé. Des paramètres non-linéaires restant fixes au cours de l'évolution nous ont alors permis de mieux approximer notre fluide comme étant incompressible.

Toutes ces optimisations et nouvelles méthodes nous ont donc fourni un meilleur contrôle sur la création de vortex, à des non-linéarités plus basses que les études précédentes et avec de meilleures approximations du régime hydrodynamique. L'étape suivante ayant pour objectif leur implémentation dans le cadre de turbulences 2D de fluide de lumière.

Différents projets sont maintenant envisagés quant à la suite de ces travaux. Il est notamment prévu une étude expérimentale plus approfondie sur la non-localité de notre vapeur atomique, l'étude théorique ayant déjà commencé. Nous prévoyons en particulier d'étudier le phénomène dans des vapeurs atomiques contenant un gaz tampon, cela augmentant potentiellement la valeur de la non-localité. La vapeur avec gaz tampon pourrait aussi nous permettre d'atteindre des non-linéarités similaires aux nôtres mais dans des régimes beaucoup plus accessibles, que ce soit en terme de puissance laser ou de température de la vapeur atomique.

D'autre part, le développement des nouvelles méthodes pour la création et l'étude de vortex présentées dans le chapitre 3 n'est quant à lui qu'une étape intermédiaire. Ceci ayant pour finalité l'implémentation de systèmes plus complexes aboutissant à la création d'un grand nombre de vortex interagissant et permettant alors l'étude de régimes turbulents dans le cas de fluides de lumière à deux dimensions.

Enfin, dans la continuité du projet de pré-condensation [36] et dans une volonté de poursuivre l'effort commun poussant à l'observation de condensats de Bose-Einstein sur les différentes plateformes basées sur GPE et NLSE, une étude sur la pré-thermalisation de photons est en cours ayant pour objectif l'étude de la cohérence spatiale du champ électromagnétique via la mesure de g_1 d'une distribution aléatoire (speckle) après propagation à travers un milieu non-linéaire avec pour objectif de mettre en évidence une augmentation de la cohérence spatiale du faisceau au cours de sa propagation, indice d'une thermalisation des photons.

Notre système expérimental étant très versatile, il pourra dans l'avenir être appliqué à une multitudes de projets se rapportant non seulement au domaine de l'hydrodynamique comme cela a été le cas dans cette thèse mais pourra aussi permettre l'étude de phénomènes quantiques, en faisant une possible alternative aux expériences d'atomes froids.

Annexe A

Thermalisation de photon dans un VCSEL

Un projet annexe en collaboration avec S.Barland, G.L.Lippi et R.Nyman est aussi mené. Ce projet consiste à étudier la thermalisation et la condensation de photon dans un micro-résonateur semi-conducteur (VCSEL) dans un régime de couplage faible. Durant cette étude, nous mesurons la relation de dispersion de la lumière et la masse du photon dans le résonateur. Nous observons aussi un spectre en accord avec une distribution d'équilibre thermodynamique à température ambiante.

Dans les micro-résonateurs semi-conducteurs, l'interaction lumière-matière se produisant plus rapidement que les processus de dissipation, la condensation de polaritons est possible. En l'absence d'excitons, l'interaction lumière-matière s'effectue principalement via absorption-émission par l'intermédiaire, dans les semi-conducteurs, de porteurs de charge entraînant une thermalisation des photons à temps suffisamment long. Les photons ayant une énergie importante sont donc absorbés puis ré-émis avec une énergie moindre. Cette condensation de photon a déjà été observée dans d'autres systèmes tels que des micro-résonateurs optiques couplés avec des solutions fluorescentes [166] ou encore dans des réseaux plasmoniques [167]. Les VCSELs ("Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers") sont basés sur une technologie de semi-conducteurs bien connue et utilisée pour différentes applications comme la télécommunication, la détection ou encore l'éclairage [168, 169]. Différents points tendent à montrer que les VCSELs sont de bons candidats pour observer la thermalisation et condensation de photons : la ré-absorption dans ce type de structure est fort, le semi-conducteur suit une relation thermique entre gain et émission et enfin la structure spécifique des VCSELs montrent un seuil dans la densité d'état de la lumière à basse énergie.

Le dispositif expérimental (voir figure A.1) consiste en une fine couche de matériaux actifs où l'interaction lumière-matière a lieu (QW pour "Quantum Well"). Celle-ci étant enfermée dans un micro-résonateur constitué de miroirs diélectriques haute-réflexivité confinant la lumière sur une distance équivalente à une longueur d'onde λ . Ayant une symétrie circulaire, le VCSEL mesure $150\mu\text{m}$ de diamètre et est pompé électriquement avec une résonance aux environs de 975nm .

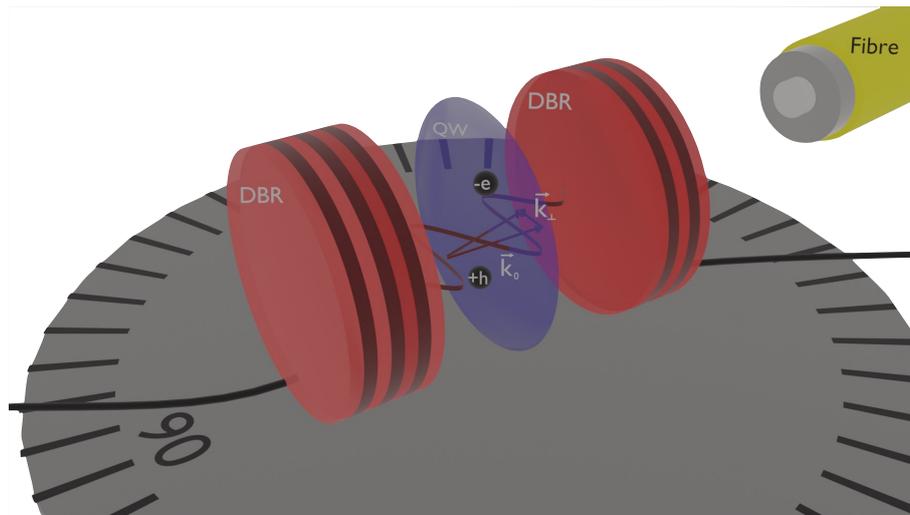


FIGURE A.1 – Schéma du montage expérimental. Après une propagation en espace libre de 7cm, la lumière est collectée via une fibre multimode. Le dispositif est positionné sur un goniomètre afin de mesurer le signal pour différents angles d'émission.

Le spectre optique peut alors être mesuré en fonction de l'angle d'émission lorsque le micro-résonateur est tourné sur un total de 107.8° par pas de 0.2° à l'aide du goniomètre. Le micro-résonateur est centré sur le goniomètre de manière à conserver la même distance entre la position d'émission et la fibre quelque soit l'angle. Notons que le pas de rotation, l'ouverture de la fibre et la distance de propagation sont choisis de telle sorte qu'aucun photon ne soit comptabilisé pour deux angles différents ni qu'aucun ne soit omis.

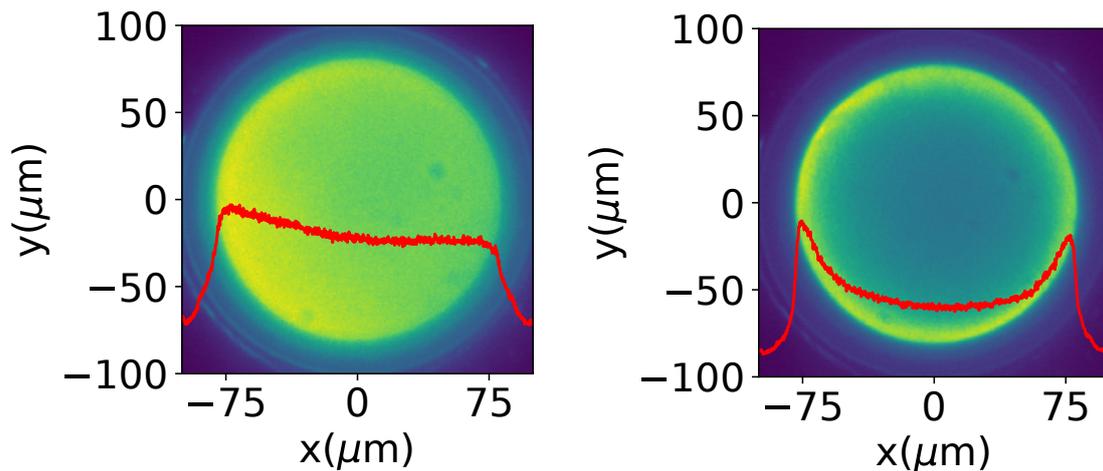


FIGURE A.2 – Distribution d'intensité dans le plan du miroir de sortie lorsque le courant de pompage vaut 50mA (gauche) et 200mA (droite). La courbe rouge étant une coupe horizontale du diamètre.

Les miroirs plans ont pour but de permettre une distribution uniforme du champ électrique, cependant la diffusion du courant entraîne une plus grande émission de photons sur les bord comme le montre la figure A.2. En effet, nous voyons sur cette figure une asymétrie déjà présente à faible courant dû au pompage qui n'est pas effectué tout autour du substrat mais seulement du côté gauche, expliquant cette légère sur-intensité.

Lorsque le courant est augmenté, nous observons une accumulation des photons sur tout le bord du substrat. De plus, la température n'est probablement pas homogène dans tout le substrat en raison de chauffage par effet Joule. Dans la suite, nous verrons comment ces inhomogénéités impactent nos résultats.

La température du substrat est maintenue à 293°K, la figure A.3 (a) met en évidence l'évolution du spectre lorsque la température du substrat est modifiée. Les différences de température du substrat accessibles sur notre dispositif n'étant pas suffisamment grandes pour une étude approfondie, nous nous concentrons sur d'autres paramètres tels que le courant de pompage dont une évolution est présentée en figure A.3 (b).

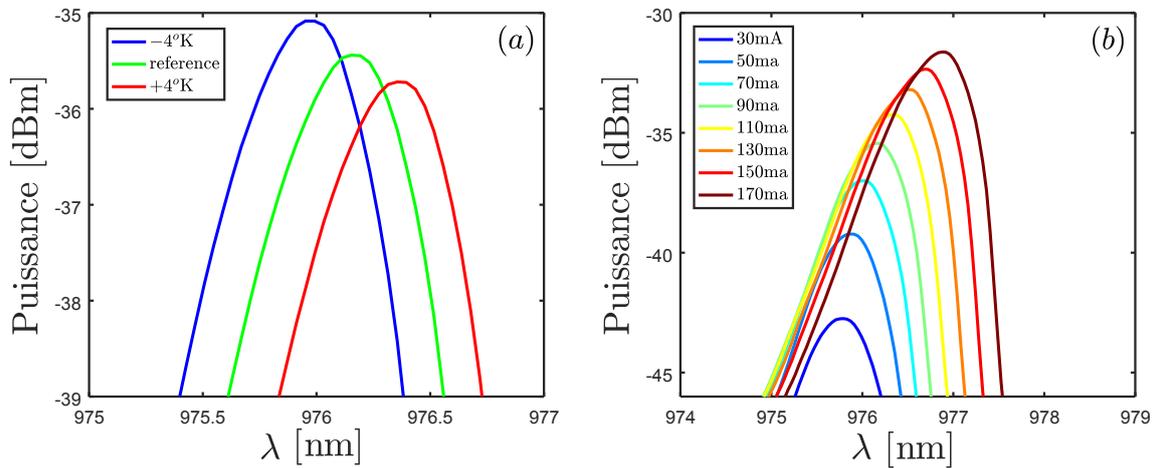


FIGURE A.3 – Évolution du pic du spectre d'émission à angle d'émission fixé pour : différentes températures du substrat (a) et différents courants de pompage (b).

Le spectre est donc mesuré, pour chaque angle, sur un intervalle $940.0\text{nm} \leq \lambda \leq 980.7\text{nm}$. Les spectres mesurés sont présentés en figure A.4 gauche. Nous observons une distribution parabolique du spectre caractéristique de la relation dispersion de la lumière (composante transverse) dans une cavité Fabry-Pérot par exemple. Ceci est mesuré sur un angle d'émission d'environ 86° , l'asymétrie entre les grands angles droits et gauches s'explique par la distribution de courant inhomogène sur le micro-résonateur.

En ajustant la mesure présentée en figure de droite avec la relation $E(p_\perp) = m_p c^2 + p_\perp^2 / (2m_p)$ (où p_\perp est l'impulsion des photons dans le plan) nous pouvons extraire une masse effective de nos photons $m_p = (2.2881 \pm 0.0008) \times 10^{-35}\text{kg}$. Cette mesure est réitérée pour 43 valeurs de courant de pompage différentes entre 20 et 200 mA : la masse effective reste quant à elle stable ($2.28 \leq m_p \leq 2.31$) $\times 10^{-35}\text{kg}$. De plus, le seuil de l'énergie (correspondant à l'offset) nous donne une autre méthode pour

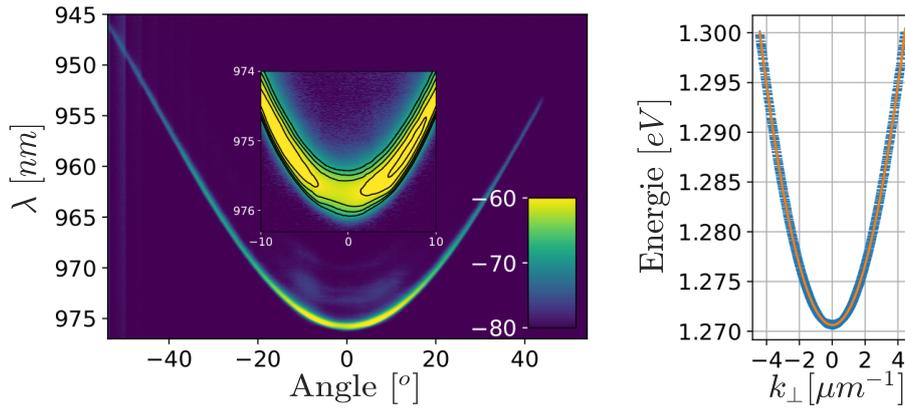


FIGURE A.4 – Mesure de la relation de dispersion. Gauche : spectre d'émission en dBm (échelle de couleur) avec en insert un zoom sur les plus petits angles. Droite : relation de dispersion expérimentale (bleu) et ajustement parabolique (ligne orange)

estimer la masse effective des photons : nous obtenons la même valeur dans le cas où l'indice de réfraction vaut 3.2, ce qui est consistant avec les propriétés des matériaux constituant notre dispositif ($n = 3.5, 3.0, 3.0$ pour le $GaAs, Al_{0.9}Ga_{0.1}As$ et $AlGaAs$ respectivement). S'il existait une interaction photon-exciton forte, la masse effective serait différente selon la méthode utilisée : ceci confirme donc que les interactions dans notre dispositif sont avec des photons et non des polaritons.

En utilisant la relation de dispersion mesurée, nous permettant de connaître l'énergie pour chaque valeur de k_{\perp} , nous pouvons maintenant étudier la densité spectrale en fonction de l'énergie des photons pour différentes valeurs du courant de pompage.

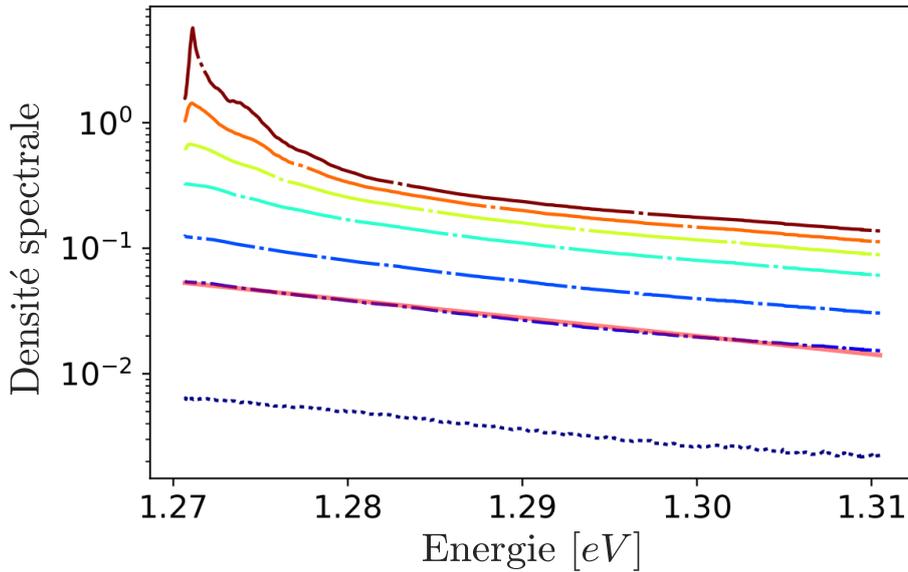


FIGURE A.5 – Densité spectrale en fonction de l'énergie des photons pour différents courants de pompage. Les mesures sont effectuées, de la courbe inférieure vers la supérieure, pour des valeurs du courant de 4.05, 24.33, 44.60, 85.15, 125.70, 166.25, 206.79 mA respectivement. La courbe rose correspond à la distribution de Boltzmann pour une température de 256°K.

Cette étude est présentée en figure A.5. Nous remarquons sur cette figure, qu'à faible courant, nous retrouvons des distributions exponentielles en très bon accord avec une distribution de Boltzmann à température ambiante (courbe rose).

À plus haut courant de pompage, la densité spectrale dévie de la distribution exponentielle proche du seuil de basse énergie tandis que la distribution reste exponentielle à plus hautes énergies. En particulier pour les deux courants les plus importants, la densité maximale ne se situe plus à l'énergie la plus basse. Nous attribuons cette déviation par rapport à $k_{\perp} = 0$ aux inhomogénéités du dispositif discutées précédemment.

Si nous mesurons maintenant la puissance émise par unité de k_{\perp} en fonction du courant de pompage, nous obtenons la figure A.6 sur laquelle une transition de phase est visible. À faible courant, la puissance émise pour chaque k_{\perp} évolue linéairement avec le courant de pompage. Au delà d'un courant d'environ 60mA, les courbes de plus hautes énergies présentent une saturation tandis que les courbes de basses énergies mettent en évidence un excès de population (super-linéaires). À la fois la saturation aux hautes énergies et l'excès de population dans les basses énergies tendent à prouver la présence d'une transition du second ordre dans laquelle le spectre de radiation partage le même réservoir.

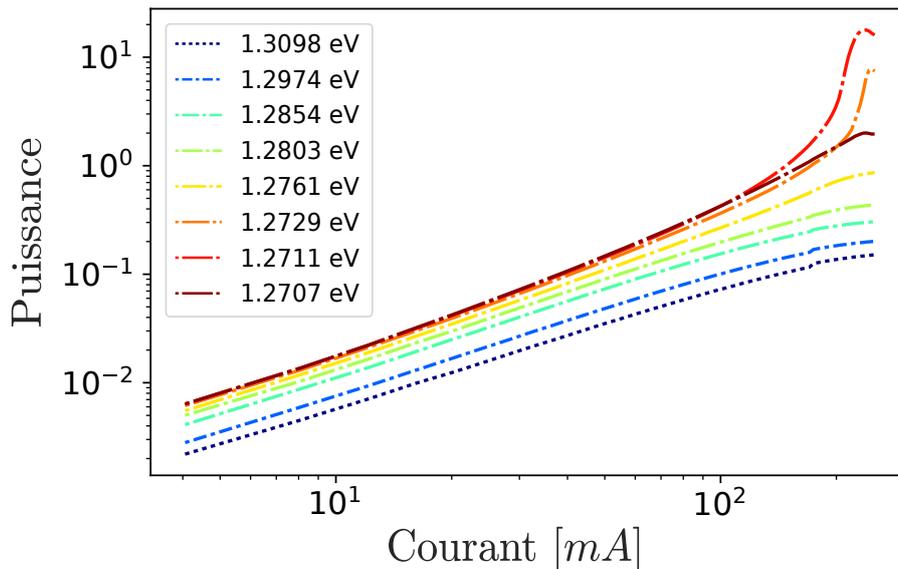


FIGURE A.6 – Puissance émise (en unité arbitraire) en fonction du courant de pompage pour différentes énergies de photons correspondant à différents angles d'émission : 53.2, 41.2, 29.2, 23.2, 17.2, 11.2, 5.2, 0.2° de la courbe la plus basse à la plus haute.

Ceci confirme que les photons thermalisent via des interactions avec le semi-conducteur durant cette transition de phase qui est correctement décrite par une statistique de Bose-Einstein. De plus, durant cette transition, la densité dans l'espace des phases est calculée pour être de l'ordre de 1 ce qui est en accord avec l'interprétation d'un condensat de photons. Ce travail a abouti à une publication [20].

Annexe B

Contrôle de la phase relative via PI

Lors des différents projets expérimentaux, une superposition de deux faisceaux en interférence est envoyée à travers la cellule de rubidium. Pour chaque projet, la distribution spatiale d'intensité des faisceaux est différente mais les détails techniques développés par la suite restent identiques.

Afin de faire interférer les deux faisceaux incidents, ceux-ci doivent être issus d'une même source laser cohérente et superposés avec une même polarisation. Pour ce faire, un interféromètre de Mach-Zender est utilisé, permettant de contrôler puissance et fréquence des deux faisceaux simultanément (voir schéma en figure 1.2).

Maintenant que les deux faisceaux interfèrent, ils sont envoyés dans le milieu non-linéaire pour étude. La différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre étant directement liée à la phase des faisceaux interférant, une fluctuation de la longueur du chemin optique de l'ordre de λ entraîne une variation des interférences. Ce système d'interférence est par conséquent extrêmement sensible aux vibrations mécaniques : il est alors difficile de conserver un système interférentiel constructif/destructif. Pour effectuer des mesures stables et d'une précision suffisante, il est donc nécessaire d'asservir le système à l'aide d'un PID [170].

Le PID est une boucle de régulation permettant de contrôler le système par asservissement. L'objectif d'un tel procédé est d'atteindre une consigne et de la maintenir. Cette boucle peut être décomposée en trois étapes : la mesure du signal $y(t)$ est effectuée, le régulateur détermine un signal de commande réduisant l'erreur $e(t)$ du signal par rapport à la consigne $u(t)$ qui lui a été fixée et enfin le signal de commande $c(t)$ est envoyé à un dispositif permettant d'effectuer la correction.

Pour connaître l'erreur par rapport à la consigne, le régulateur soustrait la mesure à la consigne tel que :

$$e(t) = u(t) - y(t) \tag{B.1}$$

Il utilise ensuite cette erreur pour déterminer la correction nécessaire à appliquer sur la variable d'entrée de manière à minimiser l'erreur : ainsi nous avons un signal en permanence maintenu à une valeur consigne avec une erreur minimale.

Dans le schéma qui suit, $H(t)$ est la fonction de transfert du procédé (dispositif appliquant le signal de commande sur notre système) et $T(t)$ est la fonction de transfert du capteur transmettant le signal mesuré au régulateur pour le calcul de l'erreur.

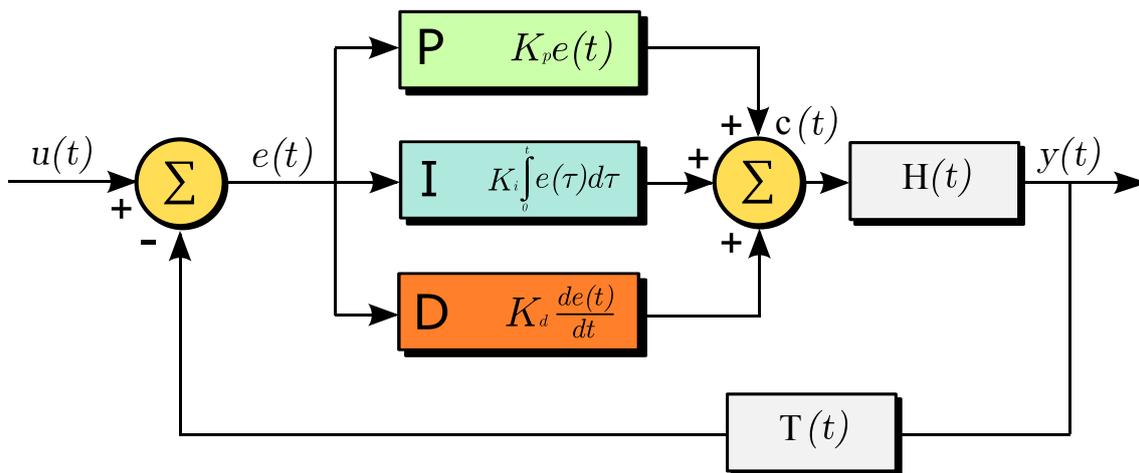


FIGURE B.1 – Principe fonctionnement PID

Dans un tel système, la correction à partir de l'erreur est calculée suivant différentes étapes (visibles sur le schéma B.1) :

- Action Proportionnelle, l'erreur courante est simplement soustraite.
- Action Intégrale, l'erreur est intégrée sur un laps de temps.
- Action Dérivée, l'erreur est dérivée sur un laps de temps.

Dans notre cas, nous utiliserons seulement un PI (Proportionnelle/Intégrale) pour réguler notre phase relative ; l'action Dérivée n'étant pas obligatoire pour atteindre (et conserver) une consigne. Le fonctionnement de l'action proportionnelle et celui de l'intégrale sont détaillés dans la suite.

Proportionnel

La première étape consiste donc à amplifier l'erreur d'un gain K_p constant que l'on détermine en fonction du système :

$$c(t) = K_p \cdot e(t) \quad (\text{B.2})$$

Le signal de commande est alors négatif de telle sorte que, lorsqu'il est ajouté au signal régulé l'erreur soit soustraite. Augmenter K_p et donc le signal d'erreur permet au système de réagir plus rapidement aux variations de consigne. Augmenter la sensibilité du système entraîne cependant des problèmes de stabilité qu'il est préférable d'éviter. Des oscillations apparaissent généralement autour de la consigne du fait que, le signal d'erreur étant quasi nul (proche de la consigne) et le signal de commande étant proportionnel à cette erreur, il n'y a plus de correction proche de la consigne. Il est aussi possible qu'un gain trop important puisse entraîner une divergence de la correction.

La figure B.2 représente la régulation proportionnelle pour différentes valeurs de la constante K_p .

Nous observons qu'une constante trop faible réduit la réactivité du système (temps de montée) et ne permet pas d'atteindre un état stationnaire au niveau de la

consigne : on parle d'erreur statistique. En effet, si l'erreur devient petite et que la constante K_p n'est pas suffisamment importante, le signal de correction deviendra négligeable : nous ne convergions pas à la consigne.

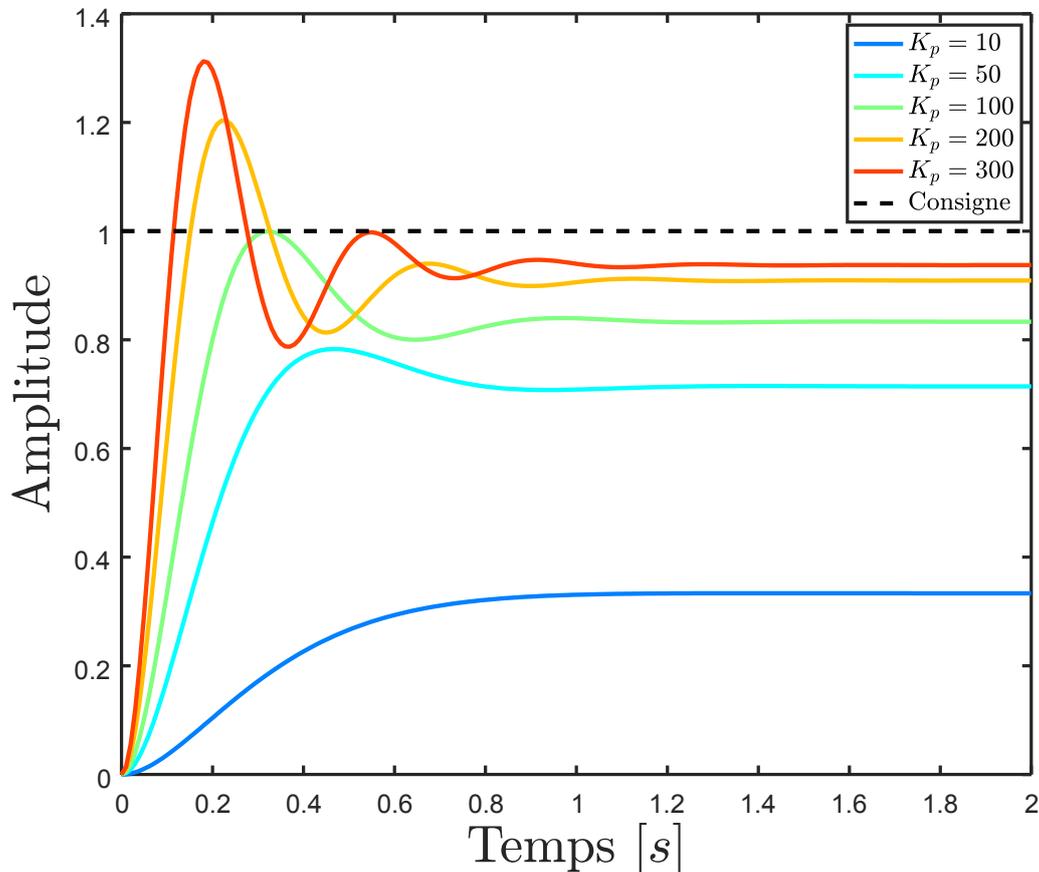


FIGURE B.2 – Modélisation de la réponse dans un asservissement pour différents gains proportionnels K_p

À mesure que la constante augmente, l'erreur statistique diminue ; cependant, en raison de l'augmentation de la réactivité du système, des oscillations apparaissent avant que le régime stationnaire ne se mette en place. Pour rester dans un régime où les oscillations sont minimales avec une faible erreur statistique, il faut alors utiliser l'action intégrale.

Intégral

Il est possible d'ajouter au contrôle proportionnel l'intégration de l'erreur : nous parlons dans ce cas d'un régulateur PI. L'intégration de l'erreur est en complément de l'action proportionnelle puisqu'elle permet de compenser l'erreur statique. L'erreur est, dans ce cas, intégrée au cours du temps puis multipliée par une nouvelle constante K_i à déterminer :

$$r(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (\text{B.3})$$

De cette manière, lorsque l'on s'approche de la consigne et que par conséquent l'erreur devient faible, même si le terme proportionnel devient négligeable, le terme intégré reste stable. L'intégrale a pour effet de diminuer l'impact des perturbations sur le système telles que des vibrations ou chocs.

Il est cependant important de définir correctement le gain K_i de l'intégration. En effet, un terme d'intégral trop important peut aussi entraîner un dépassement de consigne mais aussi une stabilisation plus lente ou des oscillations divergentes.

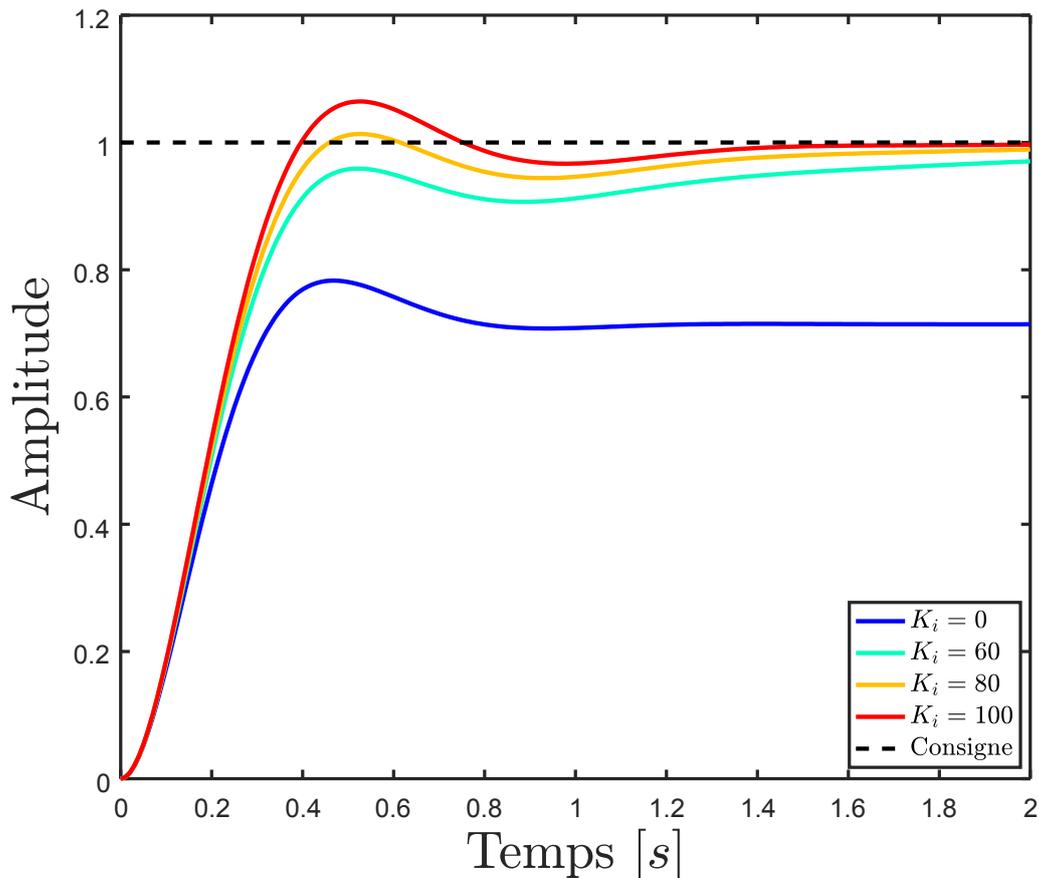


FIGURE B.3 – Modélisation de la réponse dans un asservissement pour différents gains d'intégral K_i et avec $K_p = 50$

La figure B.3 représente la régulation proportionnelle/intégrale pour différentes constantes K_i . Nous voyons ainsi qu'avec des valeurs de constantes correctes, nous pouvons obtenir un asservissement efficace qui converge sur la consigne sans qu'il n'y ait trop d'oscillations du système. Ajouter l'action dérivée améliore l'efficacité de l'asservissement mais n'est pas obligatoire pour que celui-ci fonctionne.

L'objectif expérimentalement est donc d'optimiser ces coefficients K_p et K_i afin d'obtenir un système le plus robuste, précis et rapide possible.

Mise en place expérimentale

Expérimentalement, pour mettre en place un système d'asservissement de la phase relative entre nos deux faisceaux, nous mesurons, grâce à un photo-détecteur, les interférences du faisceau réfléchi par le dernier cube polarisant (le faisceau transmis étant envoyé dans la cellule de rubidium) et contrôlons la différence de chemin optique aboutissant à une variation de la phase relative à l'aide d'un miroir installé sur une monture piezo-électrique sur l'un des bras de notre interféromètre.

Pour que le PI fonctionne correctement et éviter toute divergence de la correction, il est préférable de choisir comme consigne un extremum de notre signal (dérivée temporelle du signal nulle). Un maximum correspondant à des interférences constructives et un minimum à des interférences destructives.

Il est important de remarquer que, de la même manière que pour un interféromètre de Mach-Zehnder classique [171], il existe une différence de déphasage entre les deux faisceaux de π entre les deux sorties de l'interféromètre. Ainsi, quand le faisceau en transmission (dirigé vers la cellule) sera en interférence constructive, celui en réflexion (dirigé vers le photo-détecteur) utilisé pour le PI sera en interférence destructive. Il est donc nécessaire de choisir comme consigne l'interférence inverse à celle souhaitée en transmission.

Au cours de nos projets, nous utilisons les deux configurations : constructif pour observer des ondes de choc dispersives avec un fond et destructif pour mettre en place un soliton sombre sur un fond gaussien permettant la création de vortex.

Annexe C

Mesure du front d'onde

L'étude de la fonction d'onde électromagnétique (intensité et phase du faisceau) à la sortie de la cellule est possible grâce à l'utilisation d'une caméra Phasics SID4 (basée sur le principe de l'interférence par cisaillement latéral) capable de mesurer simultanément et en temps réel l'intensité I et la phase Φ du faisceau. Nous pouvons alors facilement remonter au champ électromagnétique grâce à la formule $\vec{E} = \sqrt{I} \exp(-i\Phi)$

Le principe d'interférence par cisaillement latéral (ICL) regroupe différentes méthodes : le ICL à trois ondes (généralement utilisé pour de l'optique à très courtes longueurs d'onde : ultra-violet et au-delà), le masque de Hartmann modifié (utilisé dans le cas de faisceaux intenses par exemple) ou encore le détecteur de front d'onde de Shack-Hartmann (très souvent utilisé en optique adaptative et ophtalmologie). Notons, qu'à la différence des deux premières méthodes, le détecteur de Shark-Hartmann n'utilise pas un masque en damier mais un réseau 2D de micro-lentilles. Cependant, étant donné que ce système aboutit à réseau de phase 2D, nous pouvons le considérer comme faisant partie des méthodes utilisant l'ICL. Arrêtons nous sur la méthode du masque d'Hartmann modifié qui est le principe de base de la caméra que nous utilisons. Comme précisé plus haut, cette méthode utilise un réseau de diffraction 2D : lorsqu'une onde passe à travers ce dernier, elle est diffractée en répliques de l'onde incidente. Le nombre de répliques dépend de la géométrie du masque. Considérons par exemple une géométrie cartésienne aboutissant à quatre répliques (C.1). Une telle géométrie nous permet alors d'avoir accès aux variations du front d'onde dans les deux directions orthogonales (x, y) simultanément via l'étude de l'interférence des deux couples de répliques suivant x et y .

Lors de l'observation d'une onde plane au travers d'une grille de diffraction comme c'est le cas dans la technique du masque d'Hartmann, un phénomène appelé effet Talbot apparaît. Les répliques du faisceau incident ayant un léger angle $\theta = \lambda/a$ (où a est la taille d'un élément du damier), un déphasage va apparaître entre chaque réplique au cours de la propagation. La distance Talbot correspond alors à la dis-

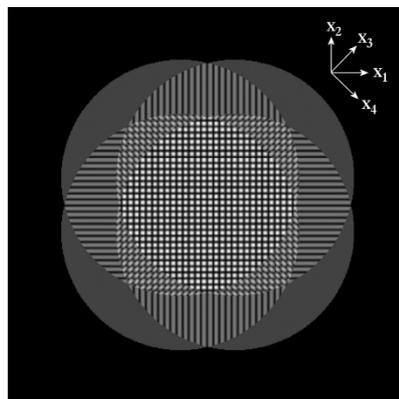


FIGURE C.1 – Schéma d'interférences de quatre répliques dans une géométrie cartésienne. Figure tirée de [50]

tance pour laquelle ce déphasage vaut 2π . Ceci a pour conséquence l'apparition périodique de l'image de la grille de diffraction le long de l'axe de propagation. Pour une onde plane, la distance Talbot s'écrit $z_T = 2T^2/\lambda$ où T est la période spatiale du masque d'Hartmann. Si le front d'onde n'est pas plan, la distance Talbot

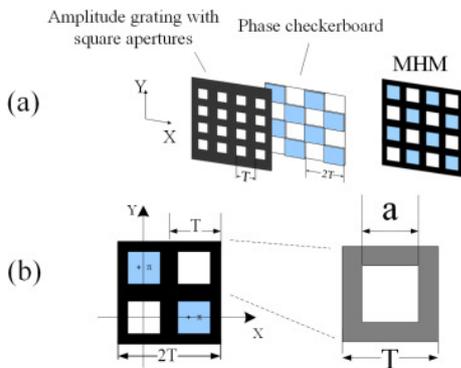


FIGURE C.2 – Principe du masque de Hartmann modifié, figure tirée de [55]

est modifiée : un faisceau convergent aura une distance Talbot plus petite ou plus grande si le faisceau diverge. À toute autre position, le contraste n'est pas suffisamment satisfaisant et il n'est donc pas possible de connaître avec précision le gradient du front d'onde.

La technique du masque d'Hartmann modifié (C.2) consiste à introduire un déphasage de π sur la grille de diffraction en respectant un motif en damier. Grâce à cette modification il est possible d'éviter cette évolution périodique du contraste et de le garder constant tout au long de la propagation. Ceci permettant alors de mesurer avec précision le front d'onde d'un faisceau qu'il soit convergent, divergent ou qu'il présente des aberrations. C'est donc sur cette technique

que la caméra Phasics que nous utilisons est basée.

L'interférogramme étant maintenant mesuré avec un contraste correct, nous pouvons en extraire les informations du front d'onde. Les déformations observées sur l'interférogramme sont directement reliées au gradient du front d'onde dans les deux directions du plan transverse à la propagation du faisceau (le cas sans déformations correspondant au cas d'une onde plane sans aberrations). Le calcul de la transformée de Fourier de l'interférogramme mesuré nous donne ensuite accès au profil d'intensité et gradient de phase du front d'onde par l'intermédiaire des harmoniques d'ordre zéro et de premier ordre. Le principe du traitement de l'information est décrit en figure C.3. Comme nous le voyons sur la figure C.3 (a), effectuer la transformée de Fourier inverse de l'harmonique d'ordre zéro nous donne directement accès au profil d'intensité de notre faisceau. Il est ensuite possible de connaître la phase en calculant la transformée de Fourier inverse de certaines harmoniques du premier ordre (dépend de la géométrie du réseau utilisé), ce qui nous donne les dérivées du champ suivant des axes précis. Intégrer numériquement chacune de ces dérivées (en les considérant telles que des gradients du champ) nous permet alors de retrouver la phase de notre front d'onde.

Il est important de noter que l'intégration numérique effectuée par le logiciel de la caméra peut avoir des effets indésirables non négligeables sur la mesure du front d'onde : c'est notamment le cas lors de notre étude des vortex (chapitre 3). Nous considérons dans un premier temps qu'aucune information concernant la phase n'est perdue entre la mesure (interférogramme) et les dérivées du champ obtenues par transformées de Fourier et transformées inverses. Nous remarquons cependant une perte d'information entre les dérivées et la phase intégrée numériquement.

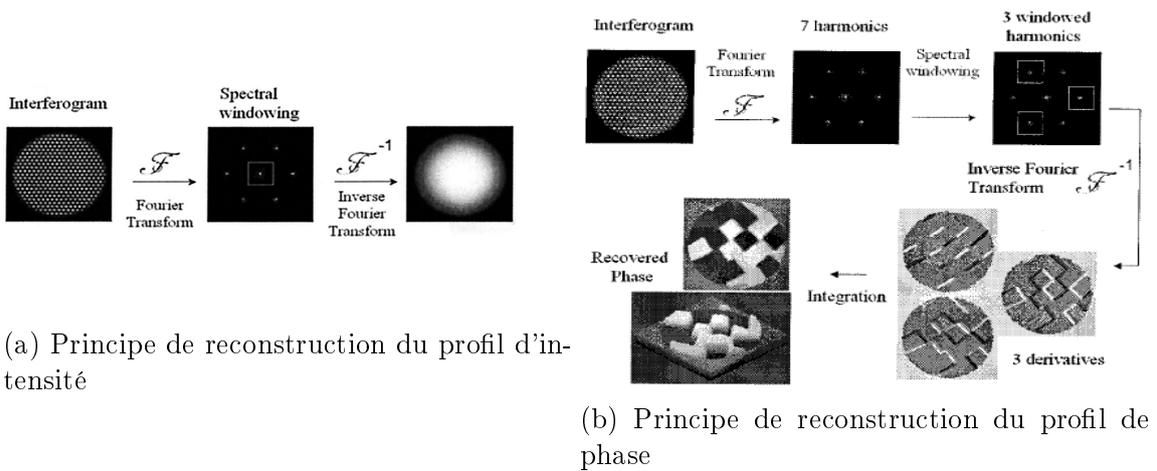


FIGURE C.3 – Principe de reconstruction du front d'onde via la mesure de l'interférogramme dans le cas d'un masque de Hartmann modifié avec une géométrie créant 3 répliques. Le même principe s'applique aux autres géométries. Figures tirées de [52].

En effet, en présence de vortex, une singularité (par vortex) est présente dans la dérivée du champ (rendant l'équivalence entre dérivée et gradient fautive). Ceci a pour conséquence que l'algorithme intégrant numériquement les dérivées du champ supprime toutes les singularités qui y sont présentes, effaçant toutes traces des vortex sur la phase numériquement reconstruite. La figure C.4 met en évidence ce phénomène lors de mesures effectuées au cours du projet (chapitre 3).

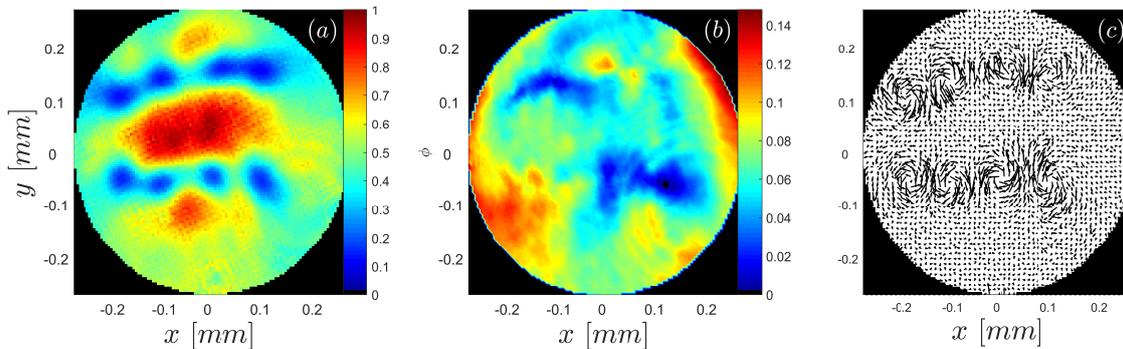


FIGURE C.4 – Front d'onde mesuré avec notre Phasics au cours du projet sur les vortex. Sont représentés le profil d'intensité (a), le profil de phase (b), la distribution de vecteurs correspondant au gradient de phase (c). L'intensité est renormalisée et la phase est en unité de λ .

Nous observons sur le profil d'intensité (a) huit vortex. La rotation de la phase autour de ces vortex est très claire si nous considérons le gradient de la phase (c) alors qu'il n'y a absolument aucune information concernant cette rotation sur le profil de phase (b) qui est l'intégration numérique du gradient (c). C'est pour cette raison que nous discutons durant le chapitre 3 du gradient de la phase (de plus,

correspondant à la vitesse de notre fluide) et non de la phase elle-même.

Enfin, une difficulté supplémentaire dans notre montage expérimental est d'obtenir une mesure correcte de la phase du faisceau en sortie de cellule : ce plan étant inaccessible pour notre caméra, du fait du four chauffant la cellule à 150°C , nous devons l'imager. Une lentille convergente est utilisée pour imager le plan de la cellule sur la caméra et en ajuster le grandissement. La lentille permet d'observer correctement l'intensité du faisceau mais son rayon de courbure est modifié lors du passage au travers de la lentille. La phase observée par la caméra s'en trouve complètement modifiée et il est alors impossible, dans ces conditions, d'extraire la phase du faisceau avant la lentille. L'utilisation d'un télescope afocal peut être envisagé mais, puisque nous travaillons avec plusieurs grandissements, cette solution n'est pas la plus simple.

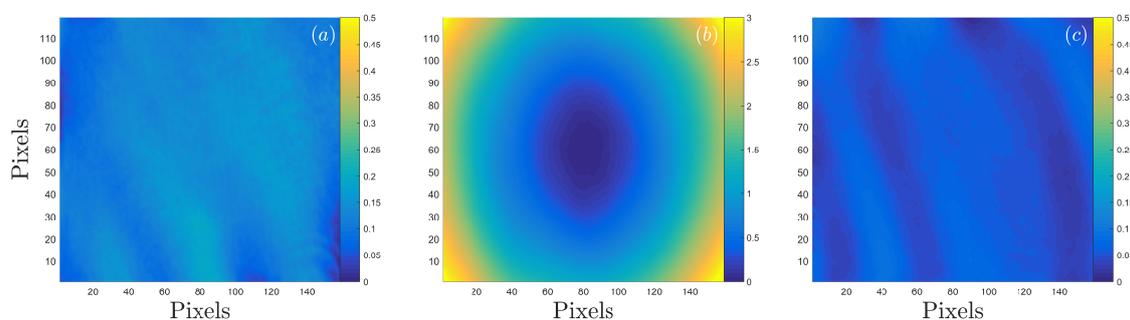


FIGURE C.5 – Mesure de la phase du front d'onde sans lentille (a), avec une lentille (b) et avec une lentille lorsqu'une référence est prise puis soustraite (c). La phase est exprimée en unité de λ .

Il faut donc calibrer le système d'imagerie pour ne pas tenir compte de cette phase additionnelle. En observant (sans lentille) un simple faisceau collimaté (ayant un front d'onde plan et donc un gradient de phase nul) que nous pouvons voir sur la figure C.5 (a), la seule phase mesurée avec la lentille correspondra à la phase qu'imprime la lentille sur le faisceau que l'on observe sur l'image (b). Notons, qu'au vu du signe de la courbure visible en (b), nous pouvons déduire que le faisceau converge lorsqu'il est dans le plan de la caméra (nous aurions un maximum au centre si le faisceau divergeait). Il est ainsi possible de mesurer une phase résiduelle de référence qu'il suffira de soustraire à la phase du faisceau étudié : nous permettant d'obtenir l'image (c). À chaque changement de grandissement, nous réitérons la calibration.

Bibliographie

- [1] L. De Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta*. PhD thesis, Migration-université en cours d'affectation, 1924.
- [2] C. Davisson and L. H. Germer, "Diffraction of electrons by a crystal of nickel," *Physical review*, vol. 30, no. 6, p. 705, 1927.
- [3] P. Nozières and D. Pines, *The Theory of Quantum Liquids : Superfluid Bose Liquids (1st ed.)*. CRC Press, 1990.
- [4] A. J. Leggett, "Nobel lecture : Superfluid ^3He : the early days as seen by a theorist," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 76, pp. 999–1011, Dec 2004.
- [5] G. D. Mahan, *Many-Particle Physics*. Springer, 1990.
- [6] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, "Theory of bose-einstein condensation in trapped gases," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 71, pp. 463–512, Apr 1999.
- [7] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, "Many-body physics with ultracold gases," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 80, pp. 885–964, Jul 2008.
- [8] T. H. Yagi, K. and Y. Miake, *Quark-Gluon plasma : from big bang to little bang*. Cambridge University Press, 2005.
- [9] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-body Problem*. Springer-Verlag, 2004.
- [10] W. Heisenberg and H. Euler, "Folgerungen aus der diracschen theorie des positrons," *Zeitschrift für Physik*, vol. 98, no. 11-12, pp. 714–732, 1936.
- [11] M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss, "Transverse laser patterns. i. phase singularity crystals," *Phys. Rev. A*, vol. 43, pp. 5090–5113, May 1991.
- [12] I. Carusotto, "Superfluid light in bulk nonlinear media," *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 470, p. 20140320, Sept. 2014.
- [13] J. Bloch, I. Carusotto, and M. Wouters, "Spontaneous coherence in spatially extended photonic systems : Non-equilibrium bose-einstein condensation," *arXiv preprint arXiv :2106.11137*, 2021.
- [14] A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto, V. Sala, R. Hivet, I. Carusotto, F. Pisanello, G. Leménager, R. Houdré, E. Giacobino, *et al.*, "Polariton superfluids reveal quantum hydrodynamic solitons," *Science*, vol. 332, no. 6034, pp. 1167–1170, 2011.

- [15] L. Dominici, R. Carretero-González, A. Gianfrate, J. Cuevas-Maraver, A. S. Rodrigues, D. J. Frantzeskakis, G. Lerario, D. Ballarini, M. De Giorgi, G. Gigli, *et al.*, “Interactions and scattering of quantum vortices in a polariton fluid,” *Nature communications*, vol. 9, no. 1, pp. 1–10, 2018.
- [16] P. Stepanov, I. Amelio, J.-G. Rousset, J. Bloch, A. Lemaître, A. Amo, A. Minguzzi, I. Carusotto, and M. Richard, “Dispersion relation of the collective excitations in a resonantly driven polariton fluid,” *Nature communications*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2019.
- [17] K. G. Lagoudakis, M. Wouters, M. Richard, A. Baas, I. Carusotto, R. André, L. S. Dang, and B. Deveaud-Plédran, “Quantized vortices in an exciton–polariton condensate,” *Nature physics*, vol. 4, no. 9, pp. 706–710, 2008.
- [18] J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. Marchetti, M. Szymańska, R. André, J. Staehli, *et al.*, “Bose–einstein condensation of exciton polaritons,” *Nature*, vol. 443, no. 7110, pp. 409–414, 2006.
- [19] K. Iga, “Vertical-cavity surface-emitting laser : Its conception and evolution,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 47, pp. 1–10, jan 2008.
- [20] S. Barland, P. Azam, G. L. Lippi, R. A. Nyman, and R. Kaiser, “Photon thermalization and a condensation phase transition in an electrically pumped semiconductor microresonator,” *Optics Express*, vol. 29, p. 8368, Mar. 2021.
- [21] J. You and F. Nori, “Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits,” *Nature*, vol. 474, no. 7353, pp. 589–597, 2011.
- [22] R. Schoelkopf and S. Girvin, “Wiring up quantum systems,” *Nature*, vol. 451, no. 7179, pp. 664–669, 2008.
- [23] R. Y. Chiao and J. Boyce, “Bogoliubov dispersion relation and the possibility of superfluidity for weakly interacting photons in a two-dimensional photon fluid,” *Physical Review A*, vol. 60, pp. 4114–4121, Nov. 1999.
- [24] R. Fedele and H. Schamel, “Solitary waves in the Madelung’s fluid : Connection between the nonlinear Schrödinger equation and the Korteweg-de Vries equation,” *The European Physical Journal B - Condensed Matter*, vol. 27, no. 3, pp. 313–320, 2002.
- [25] P.-E. Larré and I. Carusotto, “Propagation of a quantum fluid of light in a cavityless nonlinear optical medium : General theory and response to quantum quenches,” *Physical Review A*, vol. 92, Oct. 2015.
- [26] W. Wan, S. Jia, and J. W. Fleischer, “Dispersive superfluid-like shock waves in nonlinear optics,” *Nature Physics*, vol. 3, pp. 46–51, Dec. 2006.
- [27] C. Michel, O. Boughdad, M. Albert, P.-l. Larré, and M. Bellec, “Superfluid motion and drag-force cancellation in a fluid of light,” *Nature Communications*, vol. 9, Dec. 2018.
- [28] G. Xu, M. Conforti, A. Kudlinski, A. Mussot, and S. Trillo, “Dispersive dam-break flow of a photon fluid,” *Physical Review Letters*, vol. 118, p. 254101, June 2017. arXiv : 1703.09019.

- [29] K. Baudin, A. Fusaro, K. Krupa, J. Garnier, C. Michel, S. Rica, G. Milot, and A. Picozzi, “Light condensation in multimode fibers,” in *CLEO : QELS_Fundamental Science*, pp. FM2P–1, Optical Society of America, 2020.
- [30] G. A. Swartzlander and C. T. Law, “Optical vortex solitons observed in Kerr nonlinear media,” *Physical Review Letters*, vol. 69, pp. 2503–2506, Oct. 1992.
- [31] D. Vocke, K. Wilson, F. Marino, I. Carusotto, E. M. Wright, T. Roger, B. P. Anderson, P. Öhberg, and D. Faccio, “Role of geometry in the superfluid flow of nonlocal photon fluids,” *Physical Review A*, vol. 94, July 2016.
- [32] G. Xu, D. Vocke, D. Faccio, J. Garnier, T. Roger, S. Trillo, and A. Picozzi, “From coherent shocklets to giant collective incoherent shock waves in nonlocal turbulent flows,” *Nature communications*, vol. 6, no. 1, pp. 1–10, 2015.
- [33] S. Gentilini, M. C. Braidotti, G. Marcucci, E. DelRe, and C. Conti, “Physical realization of the glauber quantum oscillator,” *Scientific reports*, vol. 5, no. 1, pp. 1–6, 2015.
- [34] V. Tikhonenko, J. Christou, B. Luther-Davies, and Y. S. Kivshar, “Observation of vortex solitons created by the instability of dark soliton stripes,” *Optics Letters*, vol. 21, p. 1129, Aug. 1996.
- [35] Q. Fontaine, T. Bienaimé, S. Pigeon, E. Giacobino, A. Bramati, and Q. Glorieux, “Observation of the Bogoliubov Dispersion in a Fluid of Light,” *Physical Review Letters*, vol. 121, Oct. 2018.
- [36] N. Šantić, A. Fusaro, S. Salem, J. Garnier, A. Picozzi, and R. Kaiser, “Nonequilibrium Precondensation of Classical Waves in Two Dimensions Propagating through Atomic Vapors,” *Physical Review Letters*, vol. 120, Feb. 2018.
- [37] L. Wu, X. Yuan, D. Ma, Y. Zhang, W. Huang, Y. Ge, Y. Song, Y. Xiang, J. Li, and H. Zhang, “Recent Advances of Spatial Self-Phase Modulation in 2D Materials and Passive Photonic Device Applications,” *Small*, vol. 16, p. 2002252, Sept. 2020.
- [38] J. Zhang, X. Yu, W. Han, B. Lv, X. Li, S. Xiao, Y. Gao, and J. He, “Broadband spatial self-phase modulation of black phosphorous,” *Opt. Lett.*, vol. 41, pp. 1704–1707, Apr 2016.
- [39] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics, Third Edition*. USA : Academic Press, Inc., 3rd ed., 2008.
- [40] M. Abuzarli, T. Bienaimé, E. Giacobino, A. Bramati, and Q. Glorieux, “Blast waves in a paraxial fluid of light,” *arXiv :2101.09040*, Jan. 2021.
- [41] D. Steck, “Rubidium 85 d line data,” 2008.
- [42] J. Ma, A. Kishinevski, Y.-Y. Jau, C. Reuter, and W. Happer, “Modification of glass cell walls by rubidium vapor,” *Physical Review A*, vol. 79, Apr. 2009.
- [43] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, and C. Cohen-Tannoudji, *Introduction to Quantum Optics : From the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010.
- [44] D. Grischkowsky, “Self-focusing of light by potassium vapor,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 866–869, Apr 1970.

- [45] V. Sautenkov, M. Shneider, S. Saakyan, E. Vilshanskaya, D. Murashkin, I. Arshinova, B. Zelener, and B. Zelener, "Self-focusing of cw laser beam with variable radius in rubidium atomic vapor," *Optics Communications*, vol. 431, pp. 131–135, 2019.
- [46] A. G. Truscott, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, "Optically written waveguide in an atomic vapor," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 1438–1441, Feb 1999.
- [47] P. Vudyasetu, D. Starling, and J. Howell, "All optical waveguiding in a coherent atomic rubidium vapor," *Physical review letters*, vol. 102, p. 123602, 04 2009.
- [48] R. S. Bennink, V. Wong, A. M. Marino, D. L. Aronstein, R. W. Boyd, C. R. Stroud, S. Lukishova, and D. J. Gauthier, "Honeycomb pattern formation by laser-beam filamentation in atomic sodium vapor," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 88, p. 113901, Feb 2002.
- [49] S. Skupin, M. Saffman, and W. Królikowski, "Nonlocal stabilization of nonlinear beams in a self-focusing atomic vapor," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, p. 263902, Jun 2007.
- [50] S. Velghe, J. Primot, N. Guérineau, M. Cohen, and B. Wattellier, "Wave-front reconstruction from multidirectional phase derivatives generated by multilateral shearing interferometers," *Optics Letters*, vol. 30, p. 245, Feb. 2005.
- [51] S. Velghe, J. Primot, N. Guérineau, R. Haidar, M. Cohen, and B. Wattellier, "Accurate and highly resolving quadri-wave lateral shearing interferometer, from visible to IR," (Merida, Mexico), p. 134, Feb. 2005.
- [52] J.-C. Chanteloup, "Multiple-wave lateral shearing interferometry for wave-front sensing," *Applied Optics*, vol. 44, p. 1559, Mar. 2005.
- [53] S. Velghe, J. Primot, N. Guérineau, R. Haïdar, S. Demoustier, M. Cohen, and B. Wattellier, "Advanced wave-front sensing by quadri-wave lateral shearing interferometry," (San Diego, California, USA), p. 62920E, Aug. 2006.
- [54] J. Primot and L. Sogno, "Achromatic three-wave (or more) lateral shearing interferometer," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 12, p. 2679, Dec. 1995.
- [55] C. Peng, F. Tang, X. Wang, and J. Li, "Circular-aperture modified hartmann mask for quadriwave lateral shearing interferometry," *Optics Communications*, vol. 451, pp. 86–96, 2019.
- [56] K. Murphy, D. Burke, N. Devaney, and C. Dainty, "Experimental detection of optical vortices with a Shack-Hartmann wavefront sensor," *Optics Express*, vol. 18, p. 15448, July 2010.
- [57] F. A. Starikov, G. G. Kochemasov, S. M. Kulikov, A. N. Manachinsky, N. V. Maslov, A. V. Ogorodnikov, S. A. Sukharev, V. P. Aksenov, I. V. Izmailov, F. Y. Kanev, V. V. Atuchin, and I. S. Soldatenkov, "Wavefront reconstruction of an optical vortex by a Hartmann-Shack sensor," *Optics Letters*, vol. 32, p. 2291, Aug. 2007.
- [58] W. Zhao and P. Palffy-Muhoray, "Z -scan technique using top-hat beams," *Applied Physics Letters*, vol. 63, pp. 1613–1615, Sept. 1993.

- [59] C. M. Nascimento, M. A. R. C. Alencar, S. Chávez-Cerda, M. G. A. d. Silva, M. R. Meneghetti, and J. M. Hickmann, “Experimental demonstration of novel effects on the far-field diffraction patterns of a Gaussian beam in a Kerr medium,” *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, vol. 8, pp. 947–951, Nov. 2006.
- [60] Z. Li, N. Dong, Y. Zhang, J. Wang, H. Yu, and F. Chen, “Invited article : Mode-locked waveguide lasers modulated by rhenium diselenide as a new saturable absorber,” *APL Photonics*, vol. 3, no. 8, p. 080802, 2018.
- [61] E. Hendry, P. J. Hale, J. Moger, A. K. Savchenko, and S. A. Mikhailov, “Coherent nonlinear optical response of graphene,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, p. 097401, Aug 2010.
- [62] S. Turitsyn, A. Bednyakova, M. Fedoruk, S. Papernyi, and W. Clements, “Inverse four-wave mixing and self-parametric amplification in optical fibre,” *Nature Photonics*, vol. 9, p. 608–614, Aug. 2015.
- [63] S. A. March, D. B. Riley, C. Clegg, D. Webber, X. Liu, M. Dobrowolska, J. K. Furdyna, I. G. Hill, and K. C. Hall, “Four-wave mixing in perovskite photovoltaic materials reveals long dephasing times and weaker many-body interactions than gaas,” *ACS Photonics*, vol. 4, no. 6, pp. 1515–1521, 2017.
- [64] T. Kato, Y. Suetsugu, M. Takagi, E. Sasaoka, and M. Nishimura, “Measurement of the nonlinear refractive index in optical fiber by the cross-phase-modulation method with depolarized pump light,” *Opt. Lett.*, vol. 20, pp. 988–990, May 1995.
- [65] H. K. Lee, K. H. Kim, and E.-H. Lee, “Measurement of the nonlinear refractive index of fibers with a rotating nonlinear sagnac interferometer,” *Appl. Opt.*, vol. 36, pp. 5893–5897, Aug 1997.
- [66] S. D. Durbin, S. M. Arakelian, and Y. R. Shen, “Laser-induced diffraction rings from a nematic-liquid-crystal film,” *Optics Letters*, vol. 6, p. 411, Sept. 1981.
- [67] L. G. Deng, K. He, T. Zhou, and C. Li, “Formation and evolution of far-field diffraction patterns of divergent and convergent Gaussian beams passing through self-focusing and self-defocusing media,” *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, vol. 7, pp. 409–415, Aug. 2005.
- [68] Y. Zhang, X. Cheng, X. Yin, J. Bai, P. Zhao, and Z. Ren, “Research of far-field diffraction intensity pattern in hot atomic Rb sample,” *Optics Express*, vol. 23, p. 5468, Mar. 2015.
- [69] F. Bloisi, L. Vicari, F. Simoni, G. Cipparrone, and C. Umeton, “Self-phase modulation in nematic liquid-crystal films : detailed measurements and theoretical calculations,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 5, pp. 2462–2466, Dec 1988.
- [70] H. Ono, Y. Harato, and J. Kikuhara, “Effects of cell parameters on photothermal refractive index change in guest host liquid crystals,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 39, pp. 6376–6382, nov 2000.
- [71] O. Boughdad, A. Eloy, F. Mortessagne, M. Bellec, and C. Michel, “Anisotropic nonlinear refractive index measurement of a photorefractive crystal via spatial self-phase modulation,” *Optics Express*, vol. 27, p. 30360, Oct. 2019.

- [72] D. N. Christodoulides, I. C. Khoo, G. J. Salamo, G. I. Stegeman, and E. W. Van Stryland, "Nonlinear refraction and absorption : mechanisms and magnitudes," *Advances in Optics and Photonics*, vol. 2, p. 60, Mar. 2010.
- [73] X. Feng, A. K. Mairaj, D. W. Hewak, and T. M. Monro, "Nonsilica glasses for holey fibers," *J. Lightwave Technol.*, vol. 23, p. 2046, Jun 2005.
- [74] J. Rogel-Salazar, "The Gross-Pitaevskii Equation and Bose-Einstein condensates," *European Journal of Physics*, vol. 34, pp. 247–257, Mar. 2013. arXiv : 1301.2073.
- [75] E. Madelung, "Quantentheorie in hydrodynamischer Form," *Zeitschrift fur Physik*, vol. 40, pp. 322–326, Mar. 1927.
- [76] S. Jia, W. Wan, and J. W. Fleischer, "Dispersive Shock Waves in Nonlinear Arrays," *Physical Review Letters*, vol. 99, Nov. 2007.
- [77] R. Fedele and H. Schamel, "Solitary waves in the Madelung's fluid : Connection between the nonlinear Schrödinger equation and the Korteweg-de Vries equation," *European Physical Journal B*, vol. 27, pp. 313–320, June 2002.
- [78] P. Suarez, "An introduction to the split step fourier method using matlab," 09 2015.
- [79] G. P. Agrawal, *Nonlinear fiber optics*. Amsterdam : Elsevier/Acad. Press, 5. ed ed., 2013. OCLC : 934870438.
- [80] J. Yang, "Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems," *Nonlinear Waves*, p. 458.
- [81] P. Bazin, "'rapport aux remous et a la propagation des ondes'," *Académie des sciences, Paris*, 1865.
- [82] R. J. Taylor, D. R. Baker, and H. Ikezi, "Observation of collisionless electrostatic shocks," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 206–209, Feb 1970.
- [83] J. E. Rothenberg and D. Grischkowsky, "Observation of the formation of an optical intensity shock and wave breaking in the nonlinear propagation of pulses in optical fibers," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 62, pp. 531–534, Jan 1989.
- [84] Z. Dutton, M. Budde, C. Slowe, and L. Hau, "Observation of quantum shock waves created with ultra- compressed slow light pulses in a bose-einstein condensate," *Science (New York, N.Y.)*, vol. 293, p. 663–668, July 2001.
- [85] M. A. Hofer, M. J. Ablowitz, I. Coddington, E. A. Cornell, P. Engels, and V. Schweikhard, "Dispersive and classical shock waves in bose-einstein condensates and gas dynamics," *Phys. Rev. A*, vol. 74, p. 023623, Aug 2006.
- [86] W. Wan, S. Jia, and J. W. Fleischer, "Dispersive superfluid-like shock waves in nonlinear optics," *Nature Physics*, vol. 3, pp. 46–51, Jan. 2007.
- [87] N. Ghofraniha, L. S. Amato, V. Folli, S. Trillo, E. DelRe, and C. Conti, "Measurement of scaling laws for shock waves in thermal nonlocal media," *Optics Letters*, vol. 37, p. 2325, June 2012.
- [88] N. Ghofraniha, C. Conti, G. Ruocco, and S. Trillo, "Shocks in Nonlocal Media," *Physical Review Letters*, vol. 99, July 2007.
- [89] C. Barsi, W. Wan, C. Sun, and J. W. Fleischer, "Dispersive shock waves with nonlocal nonlinearity," *Opt. Lett.*, vol. 32, pp. 2930–2932, Oct 2007.

- [90] D. D. J. Korteweg and D. G. de Vries, "Xli. on the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 39, no. 240, pp. 422–443, 1895.
- [91] E. M. D. Jager, "On the origin of the korteweg-de vries equation," *arXiv : History and Overview*, 2011.
- [92] A. V. Gurevich and L. P. Pitayevsky, "Nonstationary structure of a collisionless shock wave," *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol. 38, pp. 291–297, Feb. 1974.
- [93] V. Gurevich, "Dissipationless shock waves in media with positive dispersion," p. 10, 1987.
- [94] M. Onorato, S. Resitori, and F. Baronio, *Rogue and shock waves in nonlinear dispersive media*, vol. 926. Springer, 2016.
- [95] G. B. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves*. Wiley, 1974.
- [96] P. Azam, A. Fusaro, Q. Fontaine, J. Garnier, A. Bramati, A. Picozzi, R. Kaiser, Q. Glorieux, and T. Bienaimé, "Dissipation-Enhanced Collapse Singularity of a Nonlocal Fluid of Light in a Hot Atomic Vapor," *arXiv :2103.06637*, Mar. 2021.
- [97] G. Biondini, "Riemann problems and dispersive shocks in self-focusing media," *Phys. Rev. E*, vol. 98, p. 052220, Nov 2018.
- [98] G. Xu, A. Mussot, A. Kudlinski, S. Trillo, F. Copie, and M. Conforti, "Shock wave generation triggered by a weak background in optical fibers," *Optics Letters*, vol. 41, p. 2656, June 2016.
- [99] M. Baranov, "Theoretical progress in many-body physics with ultracold dipolar gases," *Physics Reports*, vol. 464, no. 3, pp. 71–111, 2008.
- [100] M. Peccianti and G. Assanto, "Nematicons," *Physics Reports*, vol. 516, no. 4, pp. 147–208, 2012.
- [101] C. Rotschild, B. Alfassi, O. Cohen, and M. Segev, "Long-range interactions between optical solitons," *Nature Physics*, vol. 2, p. 769, 2006.
- [102] G. Marcucci, X. Hu, P. Cala, W. Man, D. Pierangeli, C. Conti, and Z. Chen, "Anisotropic optical shock waves in isotropic media with giant nonlocal nonlinearity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 125, p. 243902, Dec 2020.
- [103] V. Zakharov, S. Musher, and A. Rubenchik, "Hamiltonian approach to the description of non-linear plasma phenomena," *Physics Reports*, vol. 129, no. 5, pp. 285–366, 1985.
- [104] L. C. Evans, *Partial Differential Equations ; 2nd ed.* Providence : AMS, 2002.
- [105] G. Xu, D. Vocke, D. Faccio, J. Garnier, T. Roger, S. Trillo, and A. Picozzi, "From coherent shocklets to giant collective incoherent shock waves in nonlocal turbulent flows," *Nature Communications*, vol. 6, Nov. 2015.
- [106] G. Xu, J. Garnier, D. Faccio, S. Trillo, and A. Picozzi, "Incoherent shock waves in long-range optical turbulence," *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 333, pp. 310–322, Oct. 2016.

- [107] A. Fusaro, J. Garnier, G. Xu, C. Conti, D. Faccio, S. Trillo, and A. Picozzi, “Emergence of long-range phase coherence in nonlocal fluids of light,” *Phys. Rev. A*, vol. 95, p. 063818, Jun 2017.
- [108] S. A. Simmons, J. Bayocboc, J. C. Pillay, D. Colas, I. P. McCulloch, and K. V. Kheruntsyan, “What is a quantum shock wave?,” *arXiv :2006.15326*, June 2020.
- [109] T. Bienaimé, M. Isoard, Q. Fontaine, A. Bramati, A. M. Kamchatnov, Q. Glo-rioux, and N. Pavloff, “Controlled Shock Wave Dynamics in a Fluid of Light,” *arXiv :2101.00720*, Jan. 2021.
- [110] M. Isoard, A. M. Kamchatnov, and N. Pavloff, “Short-distance propagation of nonlinear optical pulses,” *arXiv preprint arXiv :1903.00344*, 2019.
- [111] E. Celeghini, M. Rasetti, and G. Vitiello, “Quantum dissipation,” *Annals of Physics*, vol. 215, no. 1, pp. 156–170, 1992.
- [112] T. Dittrich, P. Hänggi, G.-L. Ingold, B. Kramer, G. Schön, and W. Zwerger, *Quantum transport and dissipation*, vol. 3. Wiley-Vch Weinheim, 1998.
- [113] R. L. Stratonovich, *Nonlinear nonequilibrium thermodynamics I : linear and nonlinear fluctuation-dissipation theorems*, vol. 57. Springer Science & Business Media, 2012.
- [114] U. Marconi, A. Puglisi, L. Rondoni, and A. Vulpiani, “Fluctuation–dissipation : Response theory in statistical physics,” *Physics Reports*, vol. 461, p. 111–195, Jun 2008.
- [115] B. Pearson, P.-Å. Krogstad, and W. Van De Water, “Measurements of the turbulent energy dissipation rate,” *Physics of fluids*, vol. 14, no. 3, pp. 1288–1290, 2002.
- [116] B. Gebhart, “Effects of viscous dissipation in natural convection,” *Journal of fluid Mechanics*, vol. 14, no. 2, pp. 225–232, 1962.
- [117] P. Zinoviev and Y. Ermakov, *Energy Dissipation in Composite Materials*. CRC Press, 2018.
- [118] V. Braginsky, V. Mitrofanov, V. Panov, and K. Thorne, *Systems with Small Dissipation*. University of Chicago Press, 1985.
- [119] T. Tanemura, Y. Ozeki, and K. Kikuchi, “Modulational instability and parametric amplification induced by loss dispersion in optical fibers,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 163902, Oct 2004.
- [120] A. Perego, S. Turitsyn, and K. Staliūnas, “Gain through losses in nonlinear optics,” *Light, Science & Applications*, vol. 7, 2018.
- [121] D. Vocke, K. Wilson, F. Marino, I. Carusotto, E. M. Wright, T. Roger, B. P. Anderson, P. Öhberg, and D. Faccio, “The role of geometry in the superfluid flow of nonlocal photon fluids,” *Physical Review A*, vol. 94, p. 013849, July 2016. arXiv : 1511.06634.
- [122] D. Vocke, T. Roger, F. Marino, E. M. Wright, I. Carusotto, M. Clerici, and D. Faccio, “Experimental characterization of nonlocal photon fluids,” *Optica*, vol. 2, p. 484, May 2015.

- [123] J. M. Doyle, B. Friedrich, J. Kim, and D. Patterson, "Buffer-gas loading of atoms and molecules into a magnetic trap," *Phys. Rev. A*, vol. 52, pp. R2515–R2518, Oct 1995.
- [124] D. Patterson, J. Rasmussen, and J. M. Doyle, "Intense atomic and molecular beams via neon buffer-gas cooling," *New Journal of Physics*, vol. 11, p. 055018, may 2009.
- [125] C. Cohen-Tannoudji and A. Kastler, *I Optical Pumping*, vol. 5 of *Progress in Optics*. Elsevier, 1966.
- [126] W. Happer, "Optical pumping," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 44, pp. 169–249, Apr 1972.
- [127] N. Ghofraniha, S. Gentilini, V. Folli, E. DelRe, and C. Conti, "Shock Waves in Disordered Media," *Physical Review Letters*, vol. 109, Dec. 2012.
- [128] M. Conforti and S. Trillo, "Radiative effects driven by shock waves in cavity-less four-wave mixing combs," *Opt. Lett.*, vol. 39, pp. 5760–5763, Oct 2014.
- [129] S. Malaguti, G. Bellanca, and S. Trillo, "Dispersive wave-breaking in coherently driven passive cavities," *Opt. Lett.*, vol. 39, pp. 2475–2478, Apr 2014.
- [130] I. Carusotto, S. X. Hu, L. A. Collins, and A. Smerzi, "Bogoliubov-Čerenkov radiation in a bose-einstein condensate flowing against an obstacle," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 260403, Dec 2006.
- [131] J. Garnier, G. Xu, S. Trillo, and A. Picozzi, "Incoherent dispersive shocks in the spectral evolution of random waves," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 111, p. 113902, Sep 2013.
- [132] B. Varlot, S. Wabnitz, J. Fatome, G. Millot, and C. Finot, "Experimental generation of optical flaticon pulses," *Opt. Lett.*, vol. 38, pp. 3899–3902, Oct 2013.
- [133] N. Picqué and T. W. Hänsch, "Frequency comb spectroscopy," *Nature Photonics*, vol. 13, p. 146–157, Feb 2019.
- [134] H. Helmholtz, "Über integrale der hydrodynamischen gleichungen, welche den wirbelbewegungen entsprechen.," vol. 1858, no. 55, pp. 25–55, 1858.
- [135] W. Thomson, "On vortex motion," *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, vol. 25, no. 1, p. 217–260, 1868.
- [136] M.-D. Z. Jie-Zhi Wu, Hui-yang Ma, *Vorticity and Vortex Dynamics*. Springer Science, 2006.
- [137] P. G. Saffman, *Vortex Dynamics*. Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press, 1993.
- [138] A. White, C. Smith, N. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, R. McDuff, C. Weiss, and C. Tamm, "Interferometric measurements of phase singularities in the output of a visible laser," *Journal of Modern Optics*, vol. 38, no. 12, pp. 2531–2541, 1991.
- [139] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes," *Phys. Rev. A*, vol. 45, pp. 8185–8189, Jun 1992.

- [140] S. Dyachenko, A. Newell, A. Pushkarev, and V. Zakharov, "Optical turbulence : weak turbulence, condensates and collapsing filaments in the nonlinear schrödinger equation," *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 57, no. 1, pp. 96–160, 1992.
- [141] S. Nazarenko, *Wave Turbulence*, vol. 825 of *Lecture Notes in Physics*. Berlin Springer Verlag, 2011.
- [142] S. Nazarenko and M. Onorato, "Freely decaying turbulence and bose–einstein condensation in gross–pitaevski model," *J Low Temp Phys*, vol. 146, p. 31–46, 2007.
- [143] S. Nazarenko, M. Onorato, and D. Proment, "Bose-einstein condensation and berezinskii-kosterlitz-thouless transition in the two-dimensional nonlinear schrödinger model," *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 013624, Jul 2014.
- [144] A. Griffin, S. Nazarenko, and D. Proment, "Breaking of josephson junction oscillations and onset of quantum turbulence in bose–einstein condensates," *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical*, vol. 53, p. 175701, Apr 2020.
- [145] U. Bortolozzo, J. Laurie, S. Nazarenko, and S. Residori, "Optical wave turbulence and the condensation of light," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 26, pp. 2280–2284, Dec 2009.
- [146] J. Laurie, U. Bortolozzo, S. Nazarenko, and S. Residori, "One-dimensional optical wave turbulence : Experiment and theory," *Physics Reports*, vol. 514, no. 4, pp. 121–175, 2012. One-Dimensional Optical Wave Turbulence : Experiment and Theory.
- [147] E. Turitsyna, S. Smirnov, S. Sugavanam, and al., "The laminar–turbulent transition in a fibre laser," *Nature Photonics*, vol. 7, p. 783–786, Jan. 2013.
- [148] A. Scoot, *Encyclopedia of Nonlinear Science*. Routledge-Taylor & Francis, 2004.
- [149] P. G. Drazin and R. S. Johnson, *Solitons : an introduction*, vol. 2. Cambridge university press, 1989.
- [150] W. Krolikowski and B. Luther-Davies, "Dark optical solitons in saturable nonlinear media," *Optics Letters*, vol. 18, p. 188, Feb. 1993.
- [151] W. Królikowski, X. Yang, B. Luther-Davies, and J. Breslin, "Dark soliton steering in a saturable nonlinear medium," *Optics Communications*, vol. 105, pp. 219–225, Feb. 1994.
- [152] C. A. Jones and P. H. Roberts, "Motions in a Bose condensate. IV. Axisymmetric solitary waves," *Journal of Physics A : Mathematical and General*, vol. 15, pp. 2599–2619, Aug. 1982.
- [153] C. T. Law and G. A. Swartzlander, "Optical vortex solitons and the stability of dark soliton stripes," *Optics Letters*, vol. 18, p. 586, Apr. 1993.
- [154] B. B. Kadomtsev and V. I. Petviashvili, "On the stability of solitary waves in weakly dispersing media," vol. 15, no. 6, pp. 539–541, 1970.
- [155] E. A. Kuznetsov and S. K. Turitsyn, "Instability and collapse of solitons in media with a defocusing nonlinearity," *JETP*, vol. 67, no. 8, p. 1583, 1988.

- [156] E. A. Kuznetsov and J. J. Rasmussen, “Instability of two-dimensional solitons and vortices in defocusing media,” *Physical Review E*, vol. 51, pp. 4479–4484, May 1995.
- [157] B. Kadomtsev, “Collective phenomena in plasma. 2,” 1988.
- [158] T. Boulier, H. Terças, D. Solnyshkov, Q. Glorieux, E. Giacobino, G. Malpuech, and A. Bramati, “Vortex chain in a resonantly pumped polariton superfluid,” *Scientific reports*, vol. 5, p. 9230, March 2015.
- [159] A. Maitre, F. Claude, G. Lerario, S. Koniakhin, S. Pigeon, D. Solnyshkov, G. Malpuech, Q. Glorieux, E. Giacobino, and A. Bramati, “Spontaneous generation, enhanced propagation and optical imprinting of quantized vortices and dark solitons in a polariton superfluid : towards the control of quantum turbulence,” 2021.
- [160] G. Verma, U. D. Rapol, and R. Nath, “Dark solitons generation and their instability dynamics in two dimensional condensates,” *Physical Review A*, vol. 95, p. 043618, Apr. 2017. arXiv : 1611.06195.
- [161] J. C. Neu, “Vortex dynamics of the nonlinear wave equation,” *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 43, no. 2, pp. 407–420, 1990.
- [162] R. J. Creswick and H. L. Morrison, “On the dynamics of quantum vortices,” *Physics Letters A*, vol. 76, no. 3, pp. 267–268, 1980.
- [163] A. Eloy, O. Boughdad, M. Albert, P.-l. Larré, F. Mortessagne, M. Bellec, and C. Michel, “Experimental observation of turbulent coherent structures in a superfluid of light,” *arXiv :2012.13280*, Dec. 2020.
- [164] J. Koplik and H. Levine, “Vortex reconnection in superfluid helium,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, pp. 1375–1378, Aug 1993.
- [165] S. Nazarenko and R. West, “Analytical Solution for Nonlinear Schrödinger Vortex Reconnection,” *Journal of Low Temperature Physics*, vol. 132, pp. 1–10, July 2003.
- [166] J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz, “Bose-einstein condensation of photons in an optical microcavity,” *Nature*, vol. 468, no. 7323, pp. 545–548, 2010.
- [167] T. K. Hakala, A. J. Moilanen, A. I. Väkeväinen, R. Guo, J.-P. Martikainen, K. S. Daskalakis, H. T. Rekola, A. Julku, and P. Törmä, “Bose–einstein condensation in a plasmonic lattice,” *Nature Physics*, vol. 14, pp. 739–744, 2018.
- [168] R. Michalzik, *VCSELs : fundamentals, technology and applications of vertical-cavity surface-emitting lasers*, vol. 166. Springer, 2012.
- [169] H. Moench, R. Conrads, C. Deppe, G. Derra, S. Gronenborn, X. Gu, G. Heusler, J. Kolb, M. Miller, P. Pekarski, *et al.*, “High-power vcsel systems and applications,” in *High-Power Diode Laser Technology and Applications XIII*, vol. 9348, p. 93480W, International Society for Optics and Photonics, 2015.
- [170] C. Le Lann, “Le pid utilisé en régulation de position et/ou de vitesse de moteurs électriques,” *Projet de fin d’étude*, 2007.
- [171] K. P. Zetie, S. F. Adams, and R. M. Tocknell, “How does a mach-zehnder interferometer work ?,” *Physics Education*, vol. 35, pp. 46–48, jan 2000.