

Institut d'études politiques de Paris
ECOLE DOCTORALE DE SCIENCES PO
Programme doctoral en Sciences économiques

Doctorat en économie

Résumé

Famille, marché du mariage et inégalités :
l'approche par les modèles d'appariement

Simon WEBER

Thèse dirigée par Pr. Alfred GALICHON

Soutenue à Paris le 14 Septembre 2017

Jury:

Pierre-André CHIAPPORI, Professor of Economics, Columbia University

Gabrielle DEMANGE, Directeur d'études, EHESS

Arnaud DUPUY, Professeur (Full Professor), Université du Luxembourg

Alfred GALICHON, Professor of Economics, New York University (NYU) and TSE

Jean-Marc ROBIN, Professeur des Universités, Sciences Po Paris

Frederic VERMEULEN, Professeur (Full Professor), KU Leuven.

Introduction

Cette thèse traite de la formation des couples sur le marché du mariage. Elle met en avant la question des inégalités qui résultent de ce processus d'appariement, d'abord entre ménages, puis au sein des couples. Elle repose sur l'idée que le marché du mariage a une influence déterminante sur ces inégalités, et qu'il est donc important de modéliser le marché du mariage de manière adéquate. La famille est un sujet central en recherche économique depuis les travaux fondateurs de Gary Becker (Becker, 1991). En effet, ce dernier introduit l'idée que des décisions aussi variées que celles de se marier, avoir des enfants ou de se séparer peuvent être modélisées en utilisant les outils de la théorie microéconomique. Au-delà de ces avancées conceptuelles, les travaux de Gary Becker ont également eu le mérite de replacer la famille (quelle que soit sa structure) au cœur de nombreux sujets économiques importants. Ce sont les membres d'une famille qui décident de leur participation au marché du travail, du nombre d'enfants qu'ils auront et du temps investi avec eux. La famille est le lieu de transmission du capital humain entre générations. In fine, les décisions prises au sein de la famille structurent le paysage démographique et économique d'un pays, et influencent aussi bien le court terme que le long terme.

Le thème de la famille a largement alimenté des recherches de nature empirique. Sur le plan théorique, l'économie s'est structurée autour de deux champs majeurs. Tout d'abord, les modèles d'appariement ont pour sujet principal le marché du mariage. Traditionnellement, les modèles d'appariement se divisent en deux grandes classes : les modèles à utilité non transférables, dans lesquels les transferts entre partenaires sont strictement prohibés (Gale et Shapley, 1962) ; d'autre part les modèles à utilité parfaitement transférable (Koopmans et Beckmann, 1957 ; Shapley et Shubik, 1971 ; Becker, 1973). Toutes deux ont été appliquées avec succès à la modélisation du marché du mariage, et on comprendra aisément pourquoi : en effet, le marché du

mariage constitue un cas d'école d'un marché d'appariement, puisque deux populations distinctes (hommes et femmes), avec des préférences hétérogènes envers leurs partenaires potentiels, se rencontrent pour éventuellement former des paires (en tout cas dans la plupart des sociétés où la monogamie est la norme).

Le second champ théorique est celui qui modélise le processus de décision qui prend place au sein des ménages ou des couples. Le modèle traditionnel, ou modèle unitaire, suppose que ces décisions découlent de la maximisation d'une fonction d'utilité qui prends en compte les préférences des membres du ménage mais en leur assignant un "poids" fixe. Ces poids ne dépendent donc pas des prix, du revenu ou de tout autre facteur tel que la différence de niveau d'éducation entre les membres, le rapport des sexes sur le marché du mariage, etc. Le modèle unitaire est donc peu satisfaisant, puisqu'il ignore les thématiques de négociation ou de conflit au sein des ménages, et surtout, ses implications ont souvent été invalidées par la recherche empirique. A l'inverse, les modèles collectifs (Chiappori, 1988) supposent que les ménages prennent des décisions efficaces au sens de Pareto, et le processus peut donc être représenté comme la maximisation d'une somme pondérée des utilités individuelles, où les poids de Pareto répondent aux variations de prix, de revenu ou de tout facteur de distribution. Les modèles collectifs présentent deux intérêts majeurs. Tout d'abord, c'est dans la nature même de ces modèles de permettre les transferts d'utilité entre partenaires. Ces transferts ne prennent pas nécessairement la forme d'argent ou d'un bien numéraire, mais d'ajustements dans la structure de la consommation de biens privés et publics. Ainsi, les modèles collectifs introduisent la notion de partage de ressources au sein des ménages, et ajoutent un nouveau canal par lequel le processus de décision au sein des ménages accentue ou atténue les inégalités entre individus à l'échelle d'une société. Ainsi, et c'est le second point, les modèles collectifs sont intrinsèquement liés à la notion de pouvoir de négociation : un changement dans la distribution du pouvoir de négociation affecte non seulement le partage des ressources, mais également les décisions des ménages, dont certaines sont fondamentales

(participation sur le marché du travail, fertilité, investissement dans le capital humain des enfants, etc.). Dès lors, il est crucial de comprendre ce qui détermine la distribution du pouvoir de négociation, et c'est sur ce point que la littérature sur les modèles collectifs et d'appariement se rejoignent. En effet, le partage du pouvoir est endogène à la détermination de l'équilibre sur le marché du mariage. La structure du marché du mariage, l'attractivité et les options de réserve des partenaires potentiels déterminent ce partage. L'idée que le partage de l'utilité au sein des couples et le marché du mariage sont liés est loin d'être nouvelle et on la trouve déjà dans les travaux de Gary Becker. En revanche, fusionner ces deux littératures dans un cadre suffisamment général (i.e., non restreint au cas où l'utilité est parfaitement transférable comme dans les travaux de Becker) est un défi de taille. L'ambition de cette thèse est de proposer une avancée dans cette direction.

Cette thèse articule trois chapitres sur le thème de la formation des couples, le partage des ressources au sein des ménages et les inégalités. Le chapitre 1 traite de la contribution des préférences maritales aux inégalités de revenus entre ménages. J'utilise un modèle d'appariement avec utilité parfaitement transférable pour estimer ces préférences et construire les expériences contrefactuelles appropriées. Il s'agit d'un travail commun avec Edoardo Ciscato. Nous utilisons une variante continue et multidimensionnelle du modèle de Choo et Siow (2006) que nous appliquons à des données américaines entre 1962 et 2015. L'usage d'un modèle structurel nous permet de répondre à plusieurs types de question : l'assortativité sur le marché du mariage s'est-elle accrue entre 1962 et 2015 ? Par ailleurs, quel serait le niveau d'inégalité aujourd'hui si ces préférences étaient restées inchangées ? Nous montrons notamment que le coefficient de Gini serait inférieur de 6% en 2015 si les préférences maritales étaient restées celles de 1971. Le chapitre 2 est un préliminaire à l'intégration des modèles collectifs et d'appariement dans un cadre unifié. Il est tout à fait possible de considérer un modèle collectif dans lequel l'utilité est parfaitement transférable, auquel cas la théorie sur les modèles d'appariement est bien connue. En revanche,

il s'agit d'une hypothèse assez restrictive, et surtout ses implications sont contraires à un bon nombre de résultats empiriques. Aussi est-il préférable de construire un modèle d'appariement à utilité imparfaitement transférable, ce qui permet d'être cohérent avec n'importe quel modèle collectif. Alfred Galichon, Scott Kominers et moi-même proposons un modèle d'appariement à utilité imparfaitement transférable couvrant les cas limites TU et NTU ainsi que les modèles collectifs. Nous introduisons de l'hétérogénéité inobservée dans les préférences des partenaires, et montrons que l'équilibre existe et est unique. En outre, nous proposons deux algorithmes pour calculer l'appariement d'équilibre et illustrons les résultats de notre modèle avec un exemple empirique. Le chapitre 3 offre un regard plus précis sur l'intégration des modèles collectifs dans le cadre ITU. En particulier, je caractérise les classes de modèles collectifs pour lesquels cette intégration est possible. Puisque ce chapitre est résolument orienté vers les possibilités d'application, je propose différentes méthodes de calcul pour résoudre le modèle dans des cas complexes. Ces méthodes illustrent en outre la connexion entre le cadre ITU et les modèles collectifs. Enfin, je propose une illustration démontrant les mérites de cette approche, ainsi que l'étendue des champs d'application possibles.

Chapitre 1 : Préférences maritales et inégalités

Dans ce chapitre, j'étudie l'appariement qui s'opère sur le marché du mariage, en particulier l'association systématique de certains traits ou caractéristiques des époux (ce que j'appellerai "schémas d'appariement"). Il faut remonter aux travaux de Gary Becker pour voir ce sujet introduit en économie. Becker propose en effet d'étudier les gains au mariage, et suggère que la structure de ces gains explique en retour l'appariement. Ainsi, si deux traits (par exemple, l'éducation de l'homme et de la femme) sont complémentaires dans la production des gains, alors l'appariement optimal est assortatif pour cette dimension. Le contraire se produit lorsque deux traits sont substitués. L'étude de l'assortativité sur le marché du mariage a connu un regain d'intérêt dans la recherche économique, la raison étant qu'il existe une relation directe entre l'appariement d'équilibre et le niveau d'inégalités entre ménages. Ce chapitre s'inscrit dans cette littérature. Nous proposons d'utiliser un modèle structurel du marché du mariage, dans lequel l'utilité est parfaitement transférable, pour estimer les préférences maritales aux Etats Unis entre 1962 et 2015. En particulier, nous montrons que l'assortativité en âge a décliné au fil du temps, alors que l'assortativité en éducation s'est accrue. Par ailleurs, nous montrons que la composante idiosyncratique des préférences est plus importante aujourd'hui qu'elle ne l'était il y a 50 ans, c'est-à-dire que l'association entre les caractéristiques des époux est moins systématique aujourd'hui. Sur la base de ces estimations, nous construisons les expériences contrefactuelles appropriées pour mesurer la contribution de l'évolution des préférences maritales à la hausse des inégalités. Nous montrons que si les préférences n'avaient pas changé entre 1971 et 2015, les inégalités de revenus (mesurées par l'indice de Gini) seraient inférieures de 6%.

Littérature. C'est d'abord la sociologie qui s'est employée à faire une étude systématique des schémas d'appariement. Certaines études ont mis l'accent sur les modes de rencontre des partenaires potentiels ainsi que des associations régulières

entre certaines de leurs caractéristiques (en France, voire les travaux précurseurs de Girard (1964)). D'un point de vue quantitatif, les travaux en sociologie du couple ont essentiellement fait usage des modèles log-linéaires, qui tentent de mesurer la force de l'assortativité pour une dimension donnée (en général, l'éducation) tout en contrôlant par la structure du marché. Aux Etats Unis, plusieurs articles ont étudié l'assortativité en éducation et son évolution au cours du dernier demi-siècle (voir Mare (1991) et Schwartz et Mare (2005)). Les travaux en économie sont plus récents, et ont mis davantage l'accent sur la contribution des schémas d'appariement aux inégalités de revenus entre ménages. Les travaux de Fernandez et al. (2005) par exemple suggèrent que l'assortativité et les inégalités de salaire se renforcent mutuellement. D'un point de vue empirique, la plupart de ces recherches estiment la distribution jointe entre deux caractéristiques des époux (souvent l'éducation ou le niveau de revenu) et la compare à une distribution contrefactuelle (par exemple, la distribution jointe dans le cas où l'appariement est aléatoire) pour mesurer la contribution de l'appariement aux inégalités (voire Eika, Mogstad et Zafar (2014)). Cette approche est très similaire aux tableaux de contingence utilisés notamment dans Greenwood et al. (2014). La littérature évoquée ci-dessus a abouti à deux conclusions : d'une part l'assortativité en éducation ou en revenu est importante et s'est accrue au cours des dernières décennies. D'autre part, cette évolution a contribué à accroître les inégalités de revenus entre ménages. Avec ce chapitre, nous nous inscrivons dans la lignée de ces recherches, mais apportons un certain nombre de contributions originales. D'abord, nous faisons usage d'un modèle structurel. Ainsi, nos résultats ne sont pas biaisés par les bouleversements qui ont affecté la structure du marché du mariage depuis plusieurs décennies (par exemple, la croissance rapide du nombre de femme dotées d'un diplôme supérieur). Par ailleurs, nos estimations s'interprètent en termes de préférences maritales, à l'inverse de mesures statistiques qui sont purement descriptives. De plus, notre modèle est multidimensionnel, puisque nous considérons l'appariement en âge, éducation, heures de travail, salaires et ethnicité. C'est une

différence notable avec le reste de la littérature qui met essentiellement l'accent sur un trait, l'éducation. Enfin, l'utilisation d'un modèle structurel facilite la formulation d'expériences contrefactuelles permettant de mesurer la contribution des schémas d'appariement aux inégalités.

Modèle. Nous nous appuyons sur le modèle d'appariement développé par Dupuy et Galichon (2014). Il s'agit d'une version continue et multidimensionnelle du modèle de Choo et Siow (2006), et est donc particulièrement adaptée pour répondre à notre question empirique. Le marché du mariage est composé d'une population d'hommes dont les caractéristiques observables sont introduites par le vecteur x , et une population de femmes dont les caractéristiques observables sont notées y . Dupuy et Galichon (2014) montrent que dans ce cadre, il est possible d'obtenir une solution analogue au modèle de Choo et Siow (2006), dans lequel les préférences des individus pour leurs partenaires potentiels dépendent des caractéristiques observables, mais également d'une composante idiosyncratique. Pour une distribution bien choisie (dans le cas de Choo et Siow (2006), Gumbel), on peut montrer qu'il existe une relation simple entre l'appariement optimal et le surplus dégagé par chaque mariage. Dans ce chapitre, nous supposons que le surplus $\Phi(x, y)$ pour une paire x, y donnée a la forme suivante :

$$\Phi(x, y) = x' Ay + f(x) + g(y)$$

Il n'est pas possible d'identifier les fonctions f et g en observant uniquement l'appariement. En revanche, il est possible d'identifier A . Par ailleurs, le modèle permet d'estimer le paramètre d'échelle associé aux composantes idiosyncratiques des préférences individuelles. Ce paramètre (noté sigma) mesure si l'appariement est aléatoire ou au contraire très systématique. Concernant le surplus, notre hypothèse ici est que la composante qui dépend conjointement des caractéristiques des époux est une fonction quadratique de ces caractéristiques. La matrix A est appelée matrice d'affinité, et chaque entrée de la matrice mesure la substituabilité ou complémentarité

des caractéristiques correspondantes. Pour chaque valeur de A , il est possible de calculer l'appariement optimal, noté π . Il reste à déterminer comment choisir A . Une solution est de choisir A tel que la matrice de covariance entre les caractéristiques des partenaires prédite par le modèle coïncide avec la matrice de covariance observée. Dupuy et Galichon (2014) montre alors que ce problème se formule comme un problème de minimisation convexe. Pour un marché t donné, nous construisons les matrices des caractéristiques des hommes et des femmes, respectivement X_t et Y_t . Avec des variables continues, les matrices sont d'abord centrées, puis réduites à partir d'un marché de référence donné. Ainsi, les unités de mesure sont comparables entre marchés. Nous étendons le modèle afin de le rendre compatible à l'inclusion de variables catégorielles, telles que les groupes ethniques. Nous construisons nos expériences contrefactuelles comme suit. Pour un marché t donné (X_t, Y_t) , il est possible de calculer la matrice d'affinité associée A_t ainsi que σ_t et l'appariement optimal π_t . Si nous connaissons le revenu de chaque individu sur ce marché, alors nous pouvons construire une mesure des inégalités entre ménages à partir de π_t . En outre, pour un marché t' pour lequel nous observons X'_t et Y'_t , il est aisé de calculer l'appariement optimal contrefactuel à partir de A_t et σ_t , et donc le niveau d'inégalité dans ce contrefactuel.

Données. Le modèle est estimé sur des données américaines entre 1962 et 2015. Nous choisissons la base de données CPS qui comprends de nombreuses variables sociodémographiques (telle que l'éducation, l'âge, le salaire, l'ethnicité, etc.) pour un échantillon représentatif de ménages américains. Pour chaque année t , nous supposons que les données nous fournissent une photographie du marché du mariage. Nous construisons les matrices X_t et Y_t à partir des couples observés dans la base de donnée. Dans la plupart de nos spécifications, nous considérons 5 variables :

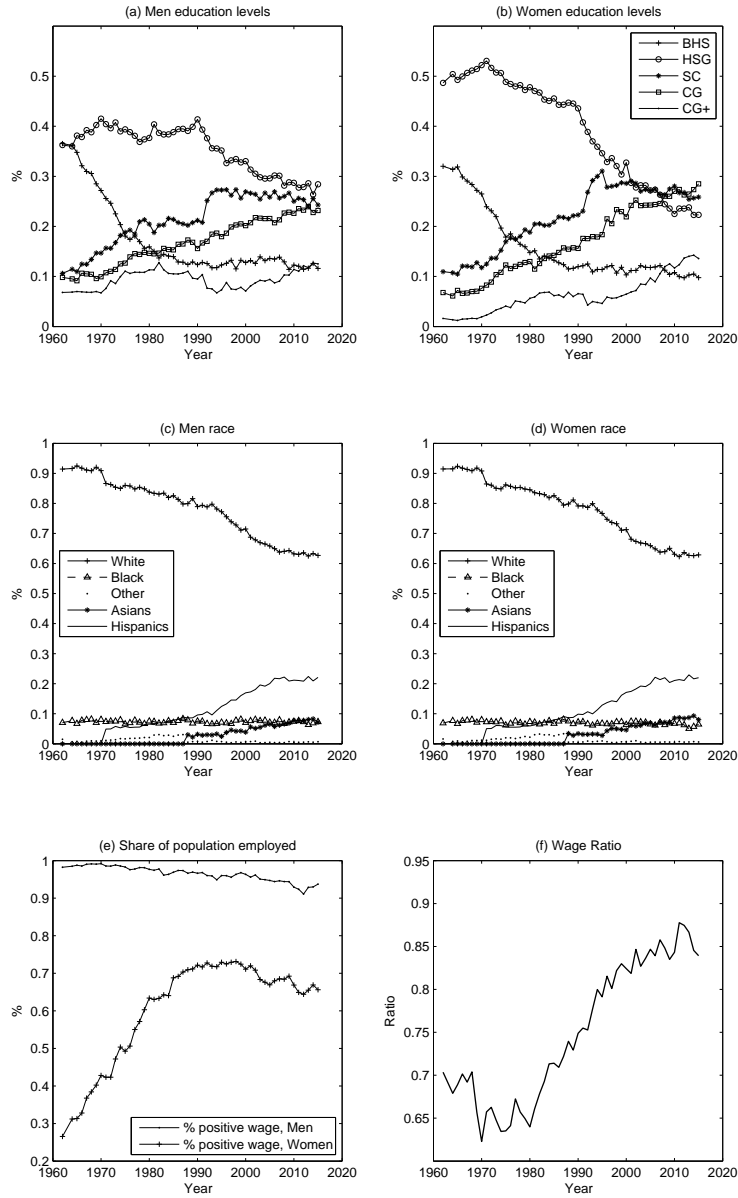
- L'âge. Nous sélectionnons uniquement les couples pour lesquels l'un des partenaires au moins est âgé de 23 à 35 ans. Par ailleurs, nous ne retenons pas les couples où l'un des partenaires n'a pas terminé sa scolarité.

- L'éducation. La variable d'éducation n'est pas cohérente au fil des années. C'est pourquoi nous utilisons une variable recodée, avec 5 niveaux d'éducation. Nous testons la robustesse des résultats à d'autres définitions.
- Le salaire et le salaire prédit. Nous calculons le salaire horaire à partir des revenus du travail observés et du nombre d'heure de travail par semaine. Si le salaire n'est pas observé, il est codé comme 0. Les salaires anormalement faibles ou élevés sont imputés. Dans certaines spécifications, nous remplaçons les salaires manquants par les valeurs imputées.
- Les heures de travail. Ce sont les heures habituellement travaillées chaque semaine.
- Le groupe ethnique. Là encore, les données manquent de cohérence. Si l'on utilise les données depuis 1962, nous ne pouvons distinguer que les groupes "Blancs", "Noirs" et "Autres". En revanche, à partir de 1971, nous pouvons distinguer "Blancs", "Noirs", "Hispaniques" et "Autres" (dans ce cas, le groupe "Autres" est très majoritairement composé des "Asiatiques").

Avant de nous tourner vers les résultats, nous rassemblons quelques statistiques descriptives sur les marchés du mariage observés dans la figure 1.

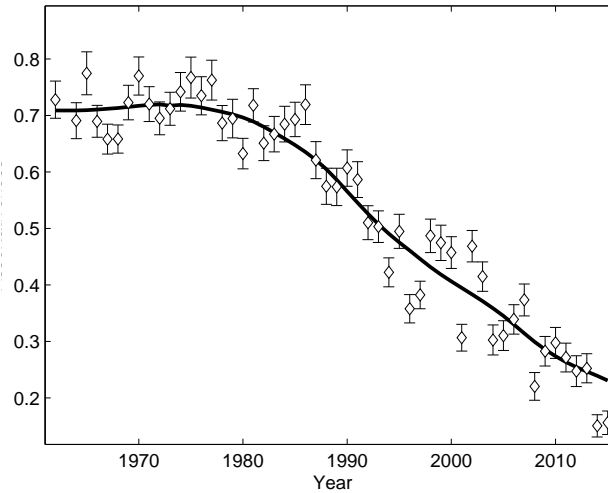
Résultats. Nous commençons par estimer les matrices d'affinité correspondantes à chaque marché du mariage entre 1962 et 2015. Nous nous focalisons sur les coefficients appartenant à la diagonale de cette matrice, puisqu'il mesure les préférences pour un mariage assortatif en âge, éducation, salaire, heure de travail et l'homogamie ethnique. Nos résultats suscitent plusieurs remarques : tout d'abord, comme l'illustrent les figures 2 et 3, l'assortativité en âge a largement décru entre 1962 et 2015, tandis que l'inverse est observé pour l'éducation. Le premier résultat n'est pas étonnant, car si l'on regarde les données brutes, on remarque que la variance dans la différence absolue d'âge entre partenaires mariés s'est accrue sur cette période. Concernant l'éducation, notre constat est en accord avec le reste de la littérature sur

FIGURE 1. Summary Statistics



Married couples from CPS data 1962-2015. For a couple to be in our sample, at least one partner must be aged between 23-35. Couples where one partner is still at school are also excluded. Discontinuity around 1992 for schooling trends is due to a change in the variable specification made by the US Census Bureau. Discontinuities in the race trends are also due to the addition of new categories in the set of possible answers.

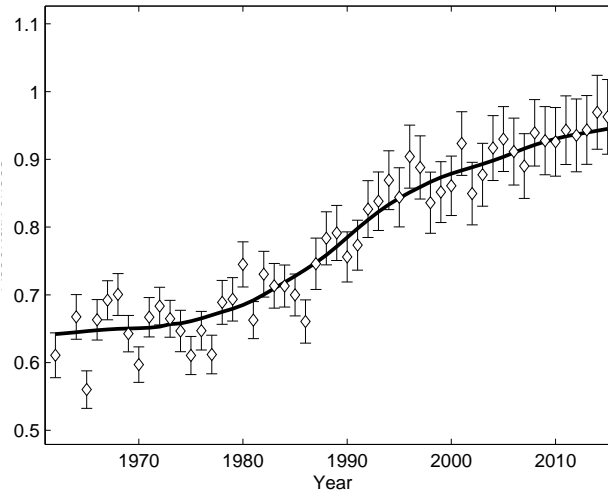
FIGURE 2. Assortativeness in age



Sample used: baseline A. The figure displays the estimated trend of the diagonal element of the marital preference parameter matrix A capturing the interaction between husband's and wife's age. We observe a decrease in age complementarity.

le sujet. Les résultats pour le salaire suggèrent un certain degré de substituabilité en début de période (mais cela ne semble pas significatif), mais qui cède la place à une complémentarité de plus en plus marquée avec le temps. Ceci est confirmé par nos différents tests de robustesse. Cela corrobore en partie la prédiction de Becker, selon laquelle la spécialisation qui s'opère au sein des ménages devrait se traduire par une corrélation négative entre les niveaux de salaires. En revanche, nous observons des traces de ce phénomène uniquement en début de période. Nous observons le même schéma pour les heures de travail. Les résultats portant sur l'homogamie ethnique sont plus délicats à interpréter : ils dépendent fondamentalement du nombre de groupes inclus dans notre échantillon. Avec seulement deux groupes ("Blancs" et "Noirs") nous observons un rapide déclin de l'assortativité ; en revanche avec davantage de groupes, la tendance est plutôt stable ou légèrement croissante. Enfin, la figure 4 montre nos estimations de σ au fil du temps : il confirme que l'appariement aujourd'hui est moins systématique qu'il ne l'était il y a 50 ans (du moins, pour ces

FIGURE 3. Assortativeness in education

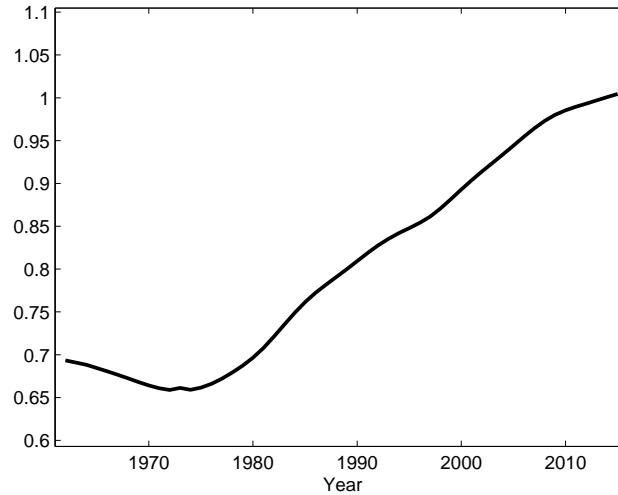


Sample used: baseline A. The figure displays the estimated trend of the diagonal element of the marital preference parameter matrix A capturing the interaction between husband's and wife's schooling level. We observe an increase in education complementarity.

variables observées). Nous nous tournons à présent vers nos expériences contrefactuelles. A titre d'illustration, nous construisons une variable d'éducation à trois niveaux (lycée, enseignement supérieur jusqu'à la licence, ou master et supérieur). La figure 5 représente la distribution jointe des niveaux d'éducation observée en 2015, et la distribution contrefactuelle calculée à partir des préférences maritales de 1971 (i.e. la matrice d'affinité de 1971).

Enfin, nous nous tournons vers la question des inégalités en utilisant une méthode similaire. Pour chaque année t , nous calculons l'appariement optimal et en déduisons la distribution des revenus et le coefficient de Gini correspondant. Par ailleurs, nous calculons l'appariement optimal si les préférences étaient celles de 1971 (i.e. nous utilisons la matrice d'affinité de 1971, et non celle de l'année t), et la distribution de revenu correspondante. Ces résultats sont rassemblés dans la figure 6. La courbe à traits pleins illustre la hausse des inégalités telles que mesurées par le coefficient de Gini. La courbe pointillée montre le coefficient de Gini contrefactuel. Ainsi, on voit

FIGURE 4. Sigma

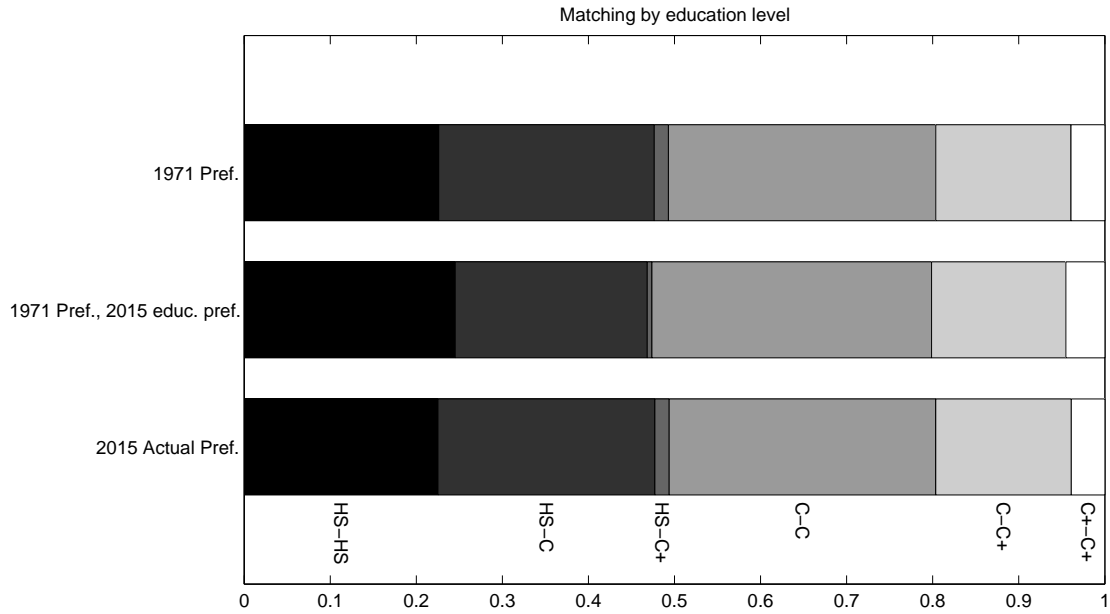


Sample used: baseline A. The figure displays the estimated trend of the parameter σ capturing the relevance of idiosyncratic preference shocks in our matching model. We observe an increase of the relevance of unobservables in matching.

qu'en 2015, le coefficient de Gini serait de 6% inférieur si les préférences maritales étaient restées inchangées depuis 1971. Enfin, comme le montre la figure 7, nous pouvons décomposer la variation du coefficient de Gini.

Conclusion. Ce chapitre contribue à la littérature sur le mariage et les inégalités de trois façons. D'abord, nous documentons l'évolution des schémas de mariage aux Etats Unis sur une longue période en utilisant à la fois des méthodes descriptives et structurelles. Ensuite, notre modèle structurel nous permet de considérer plusieurs variables simultanément (dont l'âge, le salaire et l'éducation) ainsi que certains paramètres absents des autres études (sigma). Enfin, nous établissons la contribution des préférences maritales à la hausse observée des inégalités entre ménages depuis 1971. Nous travaillons actuellement sur plusieurs extensions à ce projet. Par exemple, nous proposons d'inclure le célibat, ce qui nous permettrait de capturer des effets

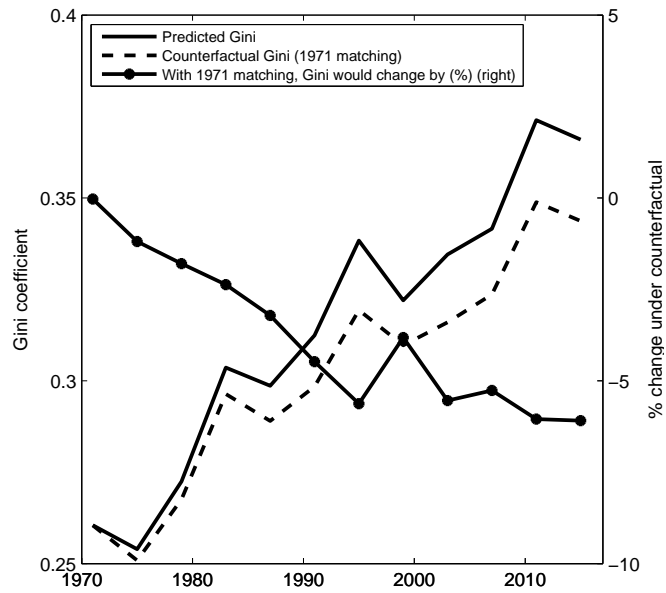
FIGURE 5. Assortativeness in education, counterfactual distribution



Sample used: baseline B. The marginal distributions of characteristics (X^{2015}, Y^{2015}) are taken from 2015 data for the three figures. In the first line, we show the counterfactual joint distribution of partners' educational levels obtained using 1971 marital preferences. In the second line, we show the counterfactual distribution obtained using 1971 marital preferences but allowing the schooling complementarity parameter to rise to its 2015 value as in Figure 3. In the third line, we show the actual distribution obtained with 2015 marital preferences.

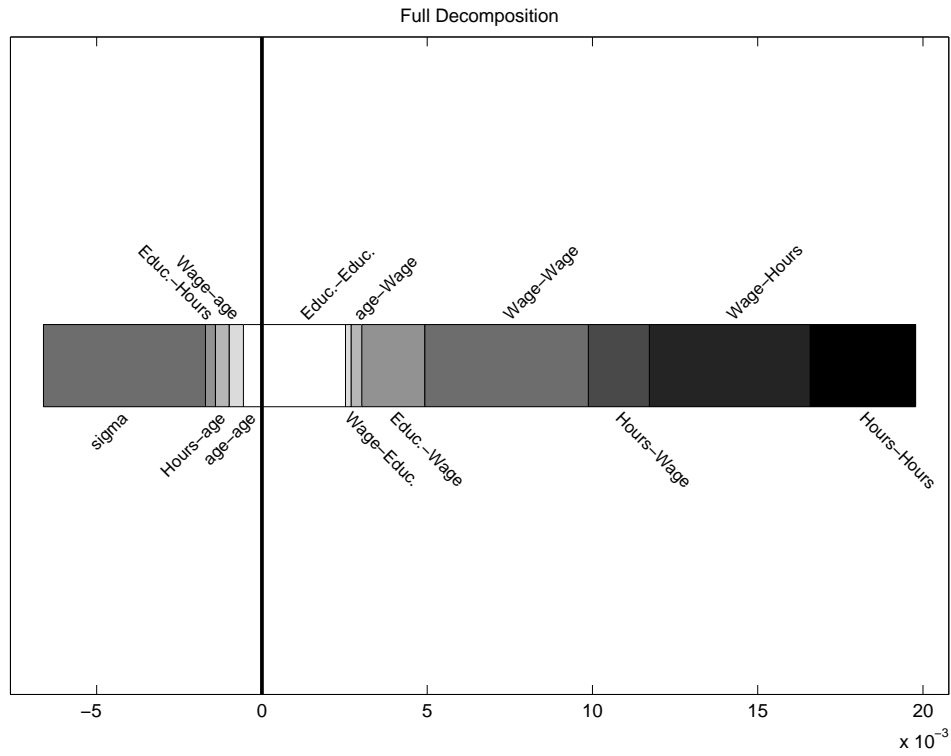
de structure des ménages sur le niveau d'inégalité. Il est tout à fait possible de modifier le modèle pour ajouter le célibat comme un choix possible pour les candidats au mariage. Enfin, notre modèle considère l'offre de travail comme une donnée exogène. Endogénéiser l'offre de travail requiert un modèle bien plus complexe, mais cela est possible comme le démontrera le chapitre 2.

FIGURE 6. Counterfactual analysis, Gini coefficients since 1971



Sample used: baseline B. The figure shows the estimated actual trend of the between-household Gini coefficient and a counterfactual trend obtained by fixing marital preferences to their 1971 values.

FIGURE 7. Decomposition of Gini coefficient shift 1971-2015 due to marital preferences



Sample used: baseline B. In the labels, the first trait is the husband's and the second is the wife's, e.g. Wage-Educ refers to the interaction between the husband's wage rate and the wife's education. On the right of the vertical axis, there can be found the parameters that contributed to raise inequality; on the left of the vertical axis, those that pushed in the opposite direction, leading to a decrease.

Chapitre 2 : Un modèle d'appariement à utilité imparfaitement transférable

Nous l'avons dit, la recherche en économie de la famille s'articule autour de deux grands modèles. D'une part les modèles de d'appariement, ou "matching", étudient l'appariement qui s'opère sur le marché du mariage. D'autre part, les modèles collectifs s'attachent à décrire le processus de décision qui prend place au sein des ménages. Malgré l'importance de ces modèles, on compte encore peu de tentatives pour les rapprocher dans un cadre unifié. C'est ce que propose de faire ce chapitre. Nous introduisons un modèle d'appariement où l'utilité est imparfaitement transférable et de l'hétérogénéité inobservée dans les préférences individuelles. Ainsi, nous pouvons connecter la littérature sur les modèles collectifs et celle sur les modèles de matching.

Traditionnellement, les modèles de matching s'articulent autour de deux grandes classes. Les modèles où l'utilité est parfaitement transférable ont été introduits par Koopmans et Beckmann (1957), Shapley et Shubik (1971), et enfin appliqués par Becker (1973) à l'étude du marché du mariage. L'hypothèse principale dans ce cas est que les partenaires ont à leur disposition un moyen de transférer de l'utilité à un taux d'échange constant. A l'inverse, dans les modèles à utilité non transférable, ces transferts sont tout simplement prohibés (c'est le cas par exemple lorsqu'on modélise les choix scolaires). Cette approche a été introduite par Gale et Shapley (1962), et bien qu'elle soit applicable au mariage, l'hypothèse de non transférabilité est problématique. En effet, dans les modèles collectifs introduits par Chiappori (1988), les transferts sont possibles par nature, bien que l'utilité ne soit pas nécessairement parfaitement transférable. Notre approche consiste donc à construire un cadre qui soit à la fois compatible avec l'hypothèse d'utilité imparfaitement transférable, et empirique. Sur le premier point, nous nous inscrivons dans la lignée des modèles ITU introduit par Crawford et Knoer (1981), Kelso et Crawford (1982), ainsi que Hatfield

et Milgrom (2005). À noter également la contribution de Chiappori (2012) qui introduit des exemples montrant comment intégrer les modèles collectifs au cadre ITU. D'un point de vue empirique, la littérature sur l'estimation structurelle de modèles de matching s'est cantonnée au cas TU (s'appuyant notamment sur les travaux fondateurs de Choo et Siow (2006) et NTU (Dagsvik, 2000 ; Menzel, 2015). Les tentatives pour réconcilier modèles collectifs et d'appariement sont plus rares, mais l'on peut noter les contributions de Choo et Seitz (2013) et Chiappori, Costa Dias et Meghir (2015), bien qu'il s'agisse de modèles TU. Une exception notable est Cherchye et al. (2014).

Dans ce chapitre, nous introduirons le modèle ITU avec préférences hétérogènes et prouverons l'existence et l'unicité d'un équilibre. Nous mentionnerons également deux algorithmes permettant de calculer l'équilibre et décrirons en détail le modèle ITU-logit, dans lequel l'hétérogénéité est supposée être de type logit. Enfin nous mentionnerons une illustration de nos résultats.

Intuitions sur l'équilibre individuel. Nous considérons un marché du mariage assez général. Il est composé d'une population d'hommes $i \in \mathcal{I}$, et de femmes $j \in \mathcal{J}$. Par la suite, il sera utile de supposer que les caractéristiques observables des hommes et des femmes sont, respectivement, $x_i \in \mathcal{X}$ and $y_j \in \mathcal{Y}$, et nous appellerons x_i et y_j le type de l'homme i et de la femme j , respectivement. Nous construisons le modèle ITU par analogie au modèle TU. D'abord, introduisons la variable indicatrice d'appariement $\mu_{ij} \in \{0, 1\}$ égale à 1 si l'homme i et la femme j forment une paire, et 0 sinon. Notons que μ_{ij} doit satisfaire

$$\begin{aligned} \sum_j \mu_{ij} &\leq 1 \\ \sum_i \mu_{ij} &\leq 1. \end{aligned}$$

Nous supposons que lorsque l'homme i et la femme j se rencontrent, ils négocient une allocation d'utilité que l'on note $(u_i, v_j) \in \mathcal{F}_{ij}$. Les utilités associées au célibat

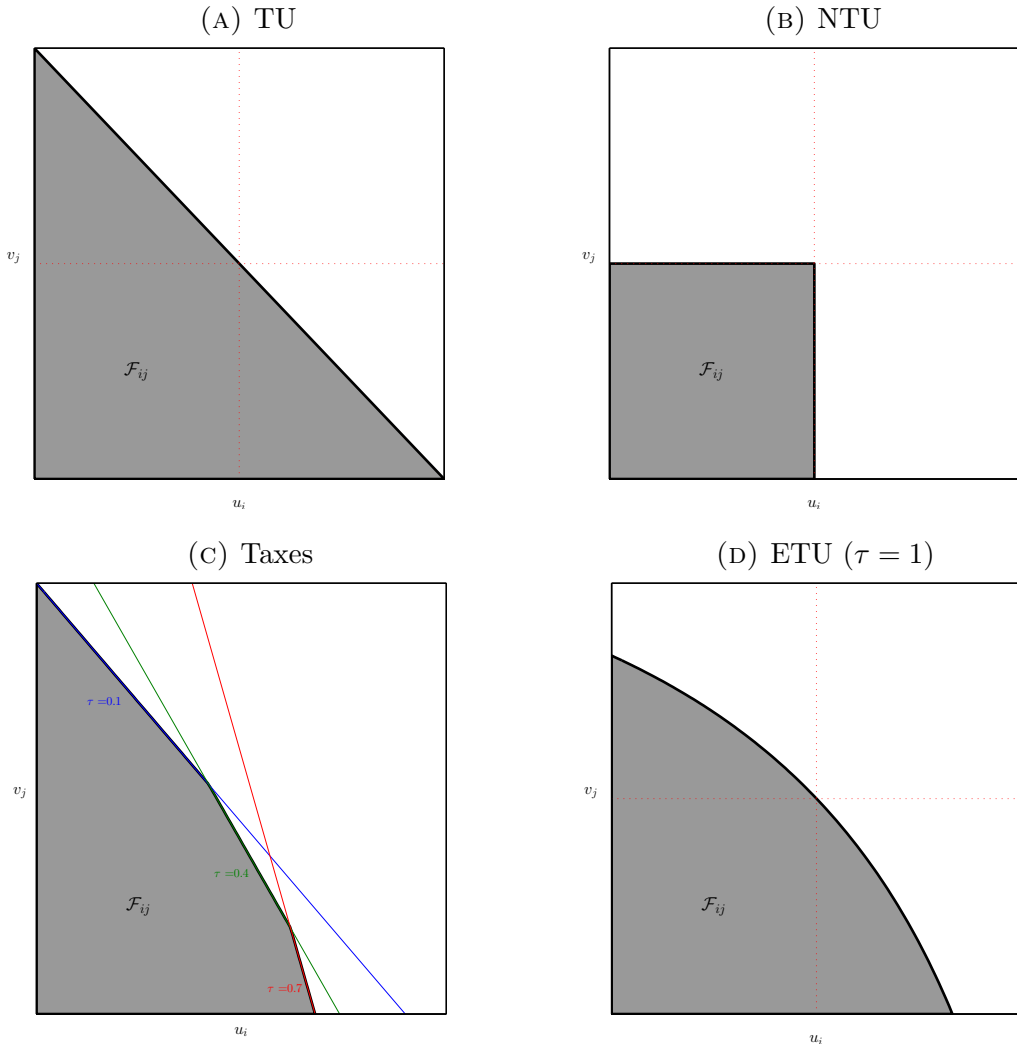


FIGURE 8. Examples of bargaining sets.

sont normalisées à u_{i0} et u_{0j} . La géométrie de l'ensemble \mathcal{F}_{ij} détermine si il s'agit d'un cas TU, NTU, ou plus généralement, ITU. Dans la figure 8, nous représentons graphiquement les cas TU, NTU, avec taxes et le cas ETU.

A l'équilibre, on suppose que les hommes et les femmes reçoivent une utilité u_i et v_j , respectivement. Ainsi, (μ, u, v) est un équilibre dans le cas TU si

- (i) L'appariement satisfait:

$$\begin{cases} \mu_{ij} \in \{0, 1\} \\ \sum_j \mu_{ij} \leq 1, \text{ and } \sum_i \mu_{ij} \leq 1. \end{cases}$$

- (ii) La condition de stabilité est satisfaite:

$$(S) \begin{cases} u_i + v_j \geq \alpha_{ij} + \gamma_{ij} \\ u_i \geq \mathcal{U}_{i0} \\ v_j \geq \mathcal{V}_{0j}. \end{cases}$$

- (iii) Et enfin si (condition de complémentarité):

$$(CS) \begin{cases} \mu_{ij} > 0 \implies u_i + v_j = \alpha_{ij} + \gamma_{ij} \\ \sum \mu_{ij} < 1 \implies u_i = \mathcal{U}_{i0} \\ \sum \mu_{ij} < 1 \implies v_j = \mathcal{V}_{0j} \end{cases} .$$

Dans le cas TU, la condition de stabilité s'écrit très simplement puisque les transferts qui équilibrent le marché disparaissent des équations. Il n'en est pas de même dans le cas ITU, et nous chercheront donc à écrire la condition de stabilité différemment. Dans ce cas, la stabilité nécessite que si l'homme i et la femme j reçoivent à l'équilibre (u_i, v_j) , alors il ne leur est pas possible, s'ils se mettent ensemble, d'atteindre une meilleure allocation par la négociation. Pour exprimer cette condition, nous introduisons la fonction D , ou *fonction de distance à la frontière*. Cette fonction décrit selon si une allocation (u, v) peut être atteinte ou non, et décrit implicitement la frontière de l'ensemble \mathcal{F}_{ij} . En effet, la condition $(u_i, v_j) \in \mathcal{F}_{ij}$ s'écrit

$$D_{ij}(u_i, v_j) \leq 0$$

où $D_{ij}(u, v)$ est la distance entre (u, v) et la frontière de l'ensemble. On définit la fonction D comme suit

$$D_{ij}(u, v) = \min \{z \in \mathbb{R} : (u - z, v - z) \in \mathcal{F}_{ij}\} .$$

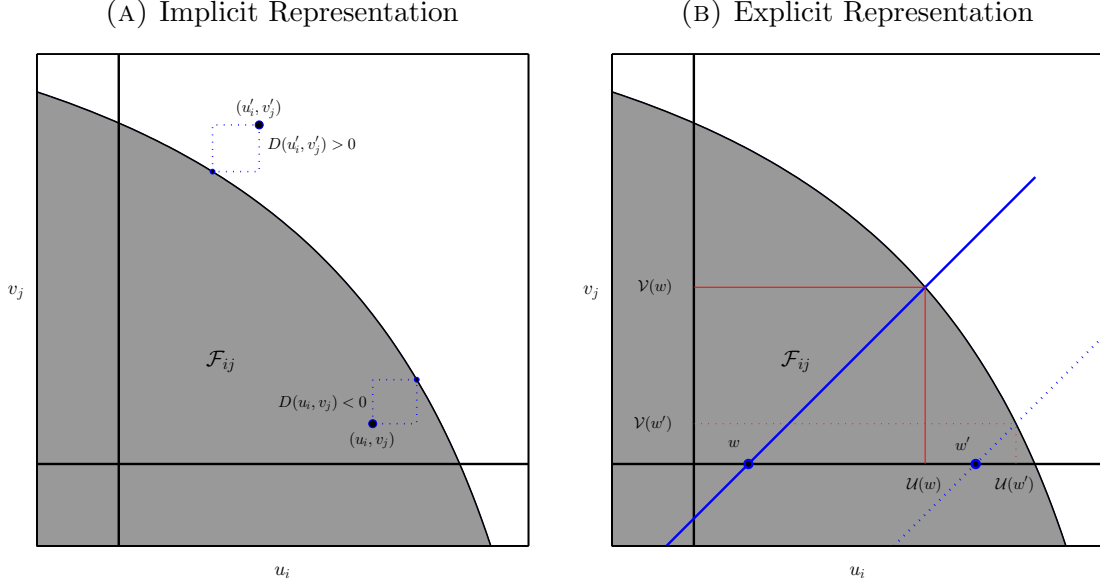


FIGURE 9. Implicit and explicit representations of the bargaining set \mathcal{F}_{ij} .

La frontière de \mathcal{F}_{ij} est l'ensemble des points (u, v) tels que $D_{ij}(u, v) = 0$. La figure 9 illustre la fonction de distance. Nous ne rentrerons pas dans les détails de la définition de l'ensemble \mathcal{F}_{ij} , mais nous en dérivons des propriétés sur la fonction D . En particulier,

$$D_{ij}(u + t, v + t) = D_{ij}(u, v) + t.$$

Si la fonction de distance nous permet de décrire implicitement la frontière, cette dernière propriété nous permet d'introduire une représentation explicite qui sera utile par la suite. En effet, on peut définir les fonctions $\mathcal{U}_{\mathcal{F}_{ij}}(w)$ et $\mathcal{V}_{\mathcal{F}_{ij}}(w)$ comme les valeurs de u et de v telles que $D_{\mathcal{F}_{ij}}(u, v) = 0$ et $w = u - v$. En nous basant sur les propriétés de D , on peut montrer que $\mathcal{U}_{\mathcal{F}_{ij}}(w) = D_{\mathcal{F}_{ij}}(0, -w)$ et $\mathcal{V}_{\mathcal{F}_{ij}}(w) = -D_{\mathcal{F}_{ij}}(w, 0)$. Nous pouvons à présent définir un équilibre dans le cas général ITU. Le n-uplet (μ, u, v) est un équilibre si

- (i) L'appariement satisfait:

$$\begin{cases} \mu_{ij} \in \{0, 1\} \\ \sum_j \mu_{ij} \leq 1, \text{ and } \sum_i \mu_{ij} \leq 1. \end{cases}$$

- (ii) La condition de stabilité est vérifiée:

$$\begin{cases} D_{ij}(u_i, v_j) \geq 0, \\ u_i \geq \mathcal{U}_{i0}, \text{ and} \\ v_j \geq \mathcal{V}_{0j}. \end{cases}$$

- (iii) Les conditions de complémentarité (non linéaires):

$$\begin{cases} \mu_{ij} = 1 \text{ implies } D_{ij}(u_i, v_j) = 0, \\ \sum_j \mu_{ij} < 1 \text{ implies } u_i = \mathcal{U}_{i0}, \text{ and} \\ \sum_i \mu_{ij} < 1 \text{ implies } v_j = \mathcal{V}_{0j}. \end{cases}$$

On retiendra la flexibilité de cette approche qui repose essentiellement sur le calcul de la fonction de distance. Pour illustrer cela, on considère un modèle collectif simple. Considérons le cas où il n'y a pas de loisir ni de biens publics, si bien que les partenaires i et j obtiennent une utilité $u_{ij}(c_i) = \alpha_{ij} + \tau_{ij} \log c_i$ and $v_{ij}(c_j) = \gamma_{ij} + \tau_{ij} \log c_j$, respectivement, où c_i et c_j représentent leur consommation privée et α et γ sont des fonctions de leurs caractéristiques. Dans ce cas, en utilisant la contrainte de budget $c_i + c_j \leq B_{ij}$, où B_{ij} est le revenu total à disposition de i et j , on peut calculer la fonction de distance

$$D_{ij}(u, v) = \tau_{ij} \log\left(\frac{\exp\left(\frac{u - \alpha_{ij}}{\tau_{ij}}\right) + \exp\left(\frac{v - \gamma_{ij}}{\tau_{ij}}\right)}{B_{ij}}\right),$$

Il est intéressant de noter que si $B_{ij} = 2$, alors on retrouve le cas NTU lorsque $\tau_{ij} \rightarrow 0$ et le cas TU lorsque $\tau_{ij} \rightarrow +\infty$. Ce modèle, que nous appelons modèle ETU (exponentially transferable utility), permet une interpolation entre les cas où l'utilité est non-transférable et parfaitement transférable. L'ensemble \mathcal{F}_{ij} est représenté dans la figure 8d pour $\tau = 1$.

Equilibre agrégé et cadre empirique. Jusqu'à présent, nous n'avons pas introduit d'hétérogénéité inobservée dans les préférences des individus. Désormais, on supposera que les individus ayant des caractéristiques observables similaires peuvent être rassemblés en groupes, ou *types* (voire plus haut). On suppose qu'il y a n_x hommes de type x , et m_y femmes de type y . On introduit $\mu_{xy} \geq 0$ le nombre de mariages entre les hommes de type x et les femmes de type y . Les contraintes suivantes doivent être satisfaites :

$$\sum_y \mu_{xy} \leq n_x$$

$$\sum_x \mu_{xy} \leq m_y$$

De la même façon, on notera μ_{x0} et μ_{0y} le nombre d'hommes célibataires de type x et de femmes célibataires de type y . Notre hypothèse principale est que si un homme i et une femme j sont mariés, alors il existe une quantité endogène w_{ij} telles que $u_i \leq \mathcal{U}_{x_i y_j}(w_{ij}) + \epsilon_{i y_j}$ and $v_j \leq \mathcal{V}_{x_i y_j}(w_{ij}) + \eta_{x_i j}$ (hypothèse 1). Si ils restent célibataires, on suppose qu'ils reçoivent $u_i = \epsilon_{i0}$ et $v_j = \eta_{0j}$. Les epsilons et êtas sont les parts idiosyncratiques de leur utilité, et sont des variables indépendantes et identiquement distribuées (les distributions sont notées P_x et Q_y , respectivement). On déduit de notre hypothèse que si l'homme i et la femme j sont mariés, alors il existe $(U, V) \in \mathcal{F}_{x_i y_j}$ tels que

$$u_i = U_i + \epsilon_{i y}$$

$$v_j = V_j + \eta_{j x}$$

Enfin, on suppose que les distributions P_x et Q_y ont des densités dont le support est $R^{\mathcal{Y}_0}$ et $R^{\mathcal{X}_0}$ (hypothèse 3). L'intérêt de cette formulation est de connecter le problème d'appariement à la littérature sur les choix discrets. En effet, nous montrons dans ce chapitre que l'on peut se concentrer sur les équilibres individuels (μ_{ij}, u_i, v_j) tels que $u_i = U_{x_i y_j} + \epsilon_{i y_j}$ et $v_j = V_{x_i y_j} + \eta_{x_i j}$ (théorème 6). Ce n'est pas une restriction comme

le montre notre théorème 6, puisqu'il existe toujours un équilibre individuel de cette forme. Dans ce cas, nous pouvons réduire le problème d'appariement à une série de problèmes de choix discrets, dans lesquels chaque individu choisit le type observable de son partenaire, c'est-à-dire résout :

$$\max_{y \in \mathcal{Y}} \{U_{xy} + \varepsilon_{iy}, \varepsilon_{i0}\} \text{ et } \max_{x \in \mathcal{X}} \{V_{xy} + \eta_{xj}, \eta_{j0}\}$$

Cela nous permet d'utiliser l'apparatus des choix discrets et notamment de relier U_{xy} et V_{xy} à μ_{xy} . En effet, introduisons le bien être des hommes et des femmes :

$$G(U) = \sum_{x \in \mathcal{X}} n_x \mathbb{E} \max_y \{U_{xy} + \varepsilon_{iy}, \varepsilon_{i0}\}$$

$$H(V) = \sum_{y \in \mathcal{Y}} m_y \mathbb{E} \max_x \{V_{xy} + \eta_{jx}, \eta_{j0}\}$$

Par le théorème de Daly-Zachary-Williams la demande pour un mariage xy par les hommes et les femmes est, respectivement

$$\mu_{xy} = \partial G(U) / \partial U_{xy} \text{ and } \mu_{xy} = \partial H(V) / \partial V_{xy}$$

On dira alors que $(\mu_{xy}, U_{xy}, V_{xy})_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}}$ forme un équilibre agrégé si les conditions suivantes sont satisfaites : (i) μ est un matching intérieur, i.e. $\mu \in \mathcal{M}^0$; (ii) (U, V) sont faisables, i.e.

$$(2.1) \quad D_{xy}(U_{xy}, V_{xy}) = 0, \quad \forall x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y};$$

(iii) $\mu, U,$ et V sont liés par l'équilibre sur le marché du mariage

$$(2.2) \quad \mu = \nabla G(U) = \nabla H(V).$$

Le vecteur $(\mu_{xy})_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}}$ est un matching d'équilibre agrégé si et seulement si il existe une paire de vecteurs $(U_{xy}, V_{xy})_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}}$ tels que (μ, U, V) forme un équilibre agrégé. Il est possible de réécrire les conditions d'équilibre de la manière suivante : on cherche en effet un vecteur (W_{xy}) tel que

$$Z(W) = 0,$$

où

$$Z_{xy}(W) = \partial H(\mathcal{V}(W)) / \partial V_{xy} - \partial G(\mathcal{U}(W)) / \partial U_{xy}.$$

Ici, W joue le rôle d'un prix, et Z le rôle d'une fonction d'excès de demande qui satisfait

$$\partial Z_{xy} / \partial W_{xy} \leq 0$$

$$\partial Z_{xy} / \partial W_{xy'} \geq 0 \text{ and } \partial Z_{xy} / \partial W_{x'y} \geq 0, x' \neq x, y' \neq y$$

$$\partial Z_{xy} / \partial W_{x'y'} = 0, x' \neq x, y' \neq y.$$

En particulier donc, Z satisfait la propriété de “gross substitutes”. La proposition 2 montre que l'équilibre dans le modèle ITU avec hétérogénéité est équivalent au problème de trouver les prix walrassiens W tels que

$$Z(W) = 0.$$

La propriété “gross substitutes” est fondamentale car elle assure la convergence de l'algorithme de descente permettant de trouver le prix d'équilibre. Ainsi, nous prouvons l'existence d'un équilibre. L'unicité, elle, suit par application des résultats de Berry, Gandhi et Haile (2013) (théorème 1).

Cas avec hétérogénéité logit. Nous avons établi un parallèle entre notre modèle ITU et les modèles de choix discret. On peut montrer que pour une distribution bien choisie de l'hétérogénéité inobservée, il est très facile de caractériser l'équilibre. Dans le cas où les chocs idiosyncratiques sont logit (hypothèse 3'), on obtient

$$\ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{x0}} = U_{xy}$$

$$\ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{0y}} = V_{xy}$$

Par ailleurs, nous savons qu'à l'équilibre, $D_{xy}(U_{xy}, V_{xy}) = 0$, et donc

$$D_{xy} \left(\ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{x0}}, \ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{0y}} \right) = 0.$$

Le théorème 3 précise alors que l'équilibre dans le cas ITU avec hétérogénéité logit est complètement caractérisé par des équations non linéaires en μ_{xy} , μ_{x0} et μ_{0y} :

$$\begin{aligned} D_{xy} \left(\ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{x0}}, \ln \frac{\mu_{xy}}{\mu_{0y}} \right) &= 0 \\ \sum_y \mu_{xy} + \mu_{x0} &= n_x \\ \sum_x \mu_{xy} + \mu_{0y} &= m_y \end{aligned}$$

La première équation définit implicitement une fonction d'appariement agrégée :

$$\mu_{xy} = M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) := \exp(-D_{xy}(-\ln \mu_{x0}, \ln \mu_{0y}))$$

Ainsi, l'équilibre est pleinement caractérisé par

$$\begin{aligned} \sum_y M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) + \mu_{x0} &= n_x \\ \sum_x M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) + \mu_{0y} &= m_y. \end{aligned}$$

On notera que trouver l'équilibre dans ce cas se résume à résoudre

$$\begin{aligned} \sum_y M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) + \mu_{x0} &= n_x \\ \sum_x M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) + \mu_{0y} &= m_y. \end{aligned}$$

où $M_{xy}(\mu_{x0}, \mu_{0y}) = \exp(-D_{xy}(-\log \mu_{x0}, -\log \mu_{0y}))$. Il est aisé de résoudre ce système grâce à l'algorithme IPFP (Iterative Projective Fitting Procedure). La convergence est garantie, et en pratique, très rapide. Enfin, notons que nous avons introduit les fonctions d'appariement agrégées, que l'on peut facilement utiliser pour construire un estimateur de type maximum de vraisemblance.

Illustration. Nous illustrons nos résultats en estimant le simple modèle collectif introduit plus haut, avec des données britanniques (“Living Costs and Food Survey 2013”). Nous utilisons ces données pour construire un marché du mariage représentatif, et obtenir des estimations de la consommation privée des hommes et des femmes mariés. Ainsi, la part systématique des utilités dépend uniquement de la consommation privée et de variables démographiques et est introduit comme suit :

$$U_{xy} = \alpha_{xy} - \alpha_{x0} + \tau \log((c_{xy}^m)/(I_x)) \text{ et } V_{xy} = \gamma_{xy} - \gamma_{0y} + \tau \log((c_{xy}^w)/(I_y)).$$

On peut alors dériver la fonction de distance pour ce modèle, comme nous l’avons montré plus haut. Les paramètres à estimer ici sont α , γ et τ , ce dernier mesurant la courbure de la frontière de l’ensemble \mathcal{F}_{xy} . En pratique, nous ferons dépendre α et γ de la différence d’âge et d’éducation entre les partenaires. Les paramètres d’intérêts sont estimés par maximum de vraisemblance. Nos résultats sont rassemblés dans le tableau 1 En vue d’illustrer nos résultats le plus simplement possible, nous avons

TABLE 1. Estimates

Parameters	α_1	α_2	γ_1	γ_2	s_ϵ	τ
Estimates	-1.26	-1.90	-1.80	-2.04	301.75	3.26
CI	[-1.84, -0.76] [-2.42, -1.39] [-2.35, -1.23] [-2.78, -1.50] [256.22, 353.61] [1.79, 7.57]					

Note: These estimates are obtained using the TraME package (Galichon, O’hara and Weber (2017)) and the NLOPT optimization routine. Parameters α_1 and γ_1 measure education assortativeness, α_2 and γ_2 measure age assortativeness, and τ captures the curvature of the bargaining frontier. The standard deviation of our measurement error is estimated as s_ϵ . Confidence intervals at the 5% level are computed using 200 bootstrap estimates.

opté pour un modèle simplifié que nous estimons sur un petit échantillon. Cela étant, nos résultats suggèrent un certain degré d’assortativité en âge et en éducation sur le marché du mariage. En outre, la valeur obtenue pour τ montre que ce ne sont ni le

cas NTU ($\tau \rightarrow 0$) ni le cas TU ($\tau \rightarrow 0$) qui décrivent le plus précisément les données, mais bien un cas intermédiaire.

Conclusion. Dans ce chapitre, nous avons tenté de démontrer la flexibilité d'un modèle d'appariement avec utilité imparfaitement transférable. En effet, celui-ci permet à la fois de couvrir les cas TU et NTU, mais aussi toute une série de modèles intermédiaires, y compris les modèles collectifs. Outre des résultats théoriques d'existence et d'unicité, ce chapitre a montré que, d'un point de vue empirique, il était possible d'utiliser et d'estimer un modèle ITU. A partir de ces résultats, on peut donc unifier la littérature sur les modèles collectifs et les modèles d'appariement. Il reste cependant un certain nombre de défis à relever. D'abord, nos résultats reposent sur une définition précise de l'ensemble des allocations faisables, et il est donc nécessaire de caractériser les modèles collectifs qui peuvent être intégrés à un modèle ITU. Par ailleurs, lorsque nous avons considéré des modèles collectifs, nous avons choisi des modèles très parcimonieux. Mais dès lors que des biens publics, le loisir ou la production domestique sont introduits, il n'est en général plus possible d'obtenir une expression analytique pour la fonction de distance. Il faut donc avoir recours à des méthodes numériques. Par ailleurs, nous n'avons pas encore exploité l'ensemble des possibilités offertes par notre modèle (et notamment, la possibilité de construire des expériences contrefactuelles). Toutes ces questions seront au cœur du chapitre suivant.

Chapitre 3 : Un cadre unifié pour les modèles collectifs et d'appariement

Le présent chapitre fait largement écho aux thèmes introduits précédemment. En particulier, j'y étudie de manière plus approfondie la connexion qui existe entre les modèles collectifs et les modèles d'appariement. Alors que le deuxième chapitre prenait comme point de départ les modèles d'appariement à utilité imparfaitement transférable (ITU), il sera ici question de caractériser les modèles collectifs pouvant être incorporés dans un modèle ITU. Nous l'avons dit, les modèles collectifs (Chiapori, 1988) sont un outil majeur en économie de la famille. A l'inverse des modèles unitaires, ils admettent que les individus composants un ménage puissent avoir des préférences différentes, et donc que les décisions des ménages sont le fruit d'un processus de négociation. Des lors, les modèles collectifs introduisent la notion de pouvoir de négociation et de partage des ressources au sein des ménages. Cette littérature reconnaît implicitement que le partage du pouvoir de négociation dépend de l'état du marché du mariage. Intuitivement, si les femmes sont plus rares sur ce marché, alors elles peuvent attendre un pouvoir de négociation plus important. On retrouve cette idée dans les travaux de Becker (1973), dans lesquels le partage du surplus marital est déterminé par la structure du marché du mariage. Ainsi, on peut supposer qu'il serait fécond de considérer modèles collectifs et modèles d'appariement du marché du mariage dans un cadre unifié. C'est ce que propose de faire ce chapitre. Le but de ce travail est d'explorer la connexion entre modèles collectifs et d'appariement. Pour cela, je propose d'intégrer les modèles collectifs au modèle ITU développé dans le précédent chapitre. Cette approche a plusieurs mérites. Tout d'abord, les poids de Pareto (la mesure du pouvoir de négociation) sont endogènes à la détermination de l'équilibre sur le marché du mariage. Ainsi, ils peuvent être estimés lorsqu'on résout le modèle. Par ailleurs, le cadre que je propose est compatible avec une classe très générale de modèles collectifs. En particulier, l'utilité n'est pas nécessairement

parfaitement transférable (modèles TU, ou *transferable utility models*). Bien que faciles à manipuler, les modèles TU ont plusieurs limites, la principale étant que la consommation de biens publics du ménage est indépendante du partage du pouvoir de négociation. Cette conclusion n'est pas validée par la littérature empirique. Enfin, je propose des méthodes d'estimation structurelle de ces modèles. Ainsi, il est possible de conduire des expériences contrefactuelles permettant, par exemple, d'évaluer l'impact de la variation du rapport des sexes sur la consommation de bien public ou le partage du pouvoir de négociation. Ce chapitre s'articule autour de trois parties. Premièrement, je propose de caractériser les modèles collectifs compatibles avec le cadre ITU. Ensuite, je propose une méthode pour résoudre ces modèles de la manière la plus générale possible. Enfin, j'illustre le modèle avec des données américaines, extraites du PSID (*Panel Study of Income Dynamics*).

Caractérisation. Dans le modèle ITU, on suppose que lorsqu'un homme i rencontre une femme j , ils négocient et choisissent une allocation (u_i, v_j) d'utilité appartenant à l'ensemble \mathcal{F}_{ij} . Dans le précédent chapitre, nous supposons que l'ensemble \mathcal{F}_{ij} satisfait un certain nombre de propriétés (*proper bargaining set*). Dans ce chapitre, j'adopte une perspective différente : je considère un modèle collectif général dans lequel les partenaires consomment des biens privés et publics. L'ensemble des allocations d'utilité possibles est défini de manière classique, et je détermine sous quelles conditions cet ensemble satisfait les mêmes propriétés que l'ensemble \mathcal{F}_{ij} . Ainsi, on suppose que l'homme i et la femme j dérivent de l'utilité de la consommation de biens privés (les vecteurs q_i et q_j , respectivement) et de biens publics (le vecteur Q). Lorsqu'ils se rencontrent, ils choisissent une allocation $\omega = (q_i, q_j, Q) \in R_+^L$ où l'ensemble des allocations de biens possibles est noté Ω_{ij} . Pour une allocation $(q_i, q_j, Q) \in \Omega_{ij}$ donnée, l'homme i et la femme j reçoivent une utilité de $U_i(q_i, Q)$ et $V_j(q_j, Q)$, respectivement. On peut alors introduire l'ensemble des allocations d'utilité possibles de deux manières différentes :

DEFINITION. L'ensemble \mathcal{G}_{ij} est

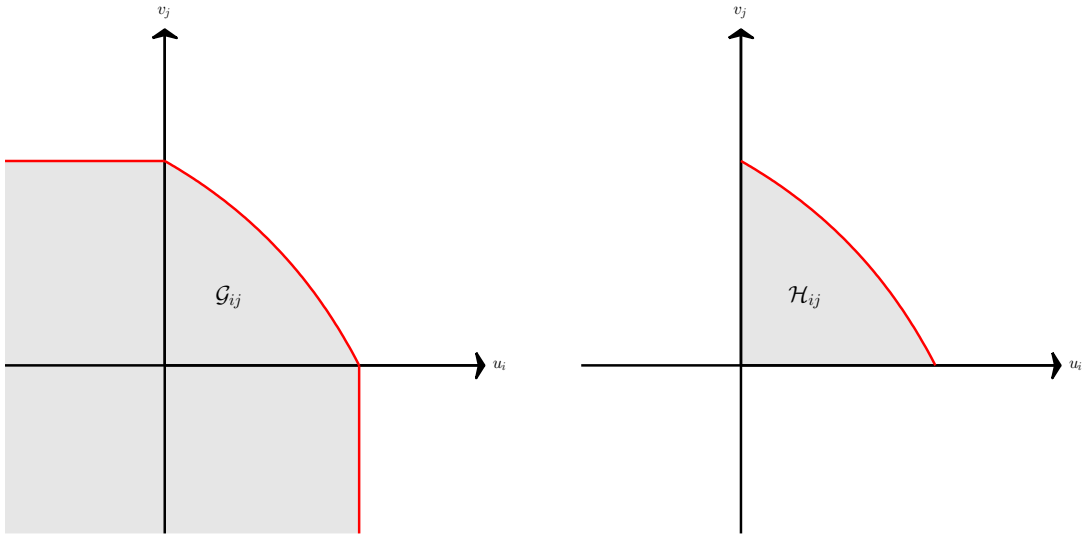
$$\mathcal{G}_{ij} = \{(u_i, v_j) : \exists(q_i, q_j, Q) \in \Omega_{ij} : u_i \leq U(q_i, Q), v_j \leq V(q_j, Q)\}$$

Et l'ensemble \mathcal{H}_{ij} est

$$\mathcal{H}_{ij} = \{(u_i, v_j) : \exists(q_i, q_j, Q) \in \Omega_{ij} : u_i = U(q_i, Q), v_j = V(q_j, Q)\}$$

Dans chaque cas, on dira que les ensembles \mathcal{G}_{ij} et \mathcal{H}_{ij} sont les ensembles des allocations d'utilité possibles associés à (Ω_{ij}, U_i, V_j) . Un exemple est montré dans la figure 10. A présent, la question est de savoir sous quelles conditions ces ensembles

FIGURE 10. Bargaining Sets



(A) The set \mathcal{G}_{ij}

(B) The set \mathcal{H}_{ij}

satisfont les propriétés requises pour être utilisés en tant qu'ensemble \mathcal{F}_{ij} dans le cadre ITU. Le premier résultat est que sous des hypothèses standards sur les fonctions d'utilité, l'ensemble Ω et sous condition que les deux partenaires aient un moyen de transférer de l'utilité, alors l'ensemble \mathcal{G}_{ij} peut être utilisé comme ensemble \mathcal{F}_{ij} (proposition 1). On peut aussi montrer qu'un point appartenant à la frontière de

\mathcal{G}_{ij} est faiblement efficace au sens de Pareto. Or, pour que la connexion entre les modèles collectifs et le modèle ITU soit complète, nous cherchons les cas où les points appartenant à la frontière (c'est-à-dire, les points qui seront sélectionnés à l'équilibre dans le modèle ITU) sont strictement efficaces au sens de Pareto. Pour cela, je propose d'utiliser l'ensemble \mathcal{H}_{ij} : sous certaines hypothèses supplémentaires, on peut montrer que non seulement il satisfait toutes les propriétés requises, mais aussi que les points sur la frontière de l'ensemble sont strictement Pareto-efficaces (proposition 5).

Méthode de calcul. La partie précédente montre que sous certaines conditions, de nombreux modèles collectifs peuvent être estimés dans le cadre ITU. Cependant, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 2, l'estimation de ces modèles reposent sur le calcul des fonctions de distance, c'est-à-dire, le calcul de la distance entre tout point (u, v) appartenant à l'ensemble \mathcal{F}_{ij} et la frontière. Dans certains cas particuliers, on peut calculer la fonction de distance et obtenir une expression analytique. En revanche, en général (dès lors que des biens publics ou le temps sont introduits dans le modèle collectif), on devra calculer la fonction de distance numériquement. Je propose une méthode générale pour résoudre ce problème, dans les cas où l'ensemble en question est soit \mathcal{G}_{ij} , soit \mathcal{H}_{ij} . Avant de présenter le résultat, j'introduis une nouvelle hypothèse : l'ensemble Ω_{ij} est caractérisé par R contraintes

$$(3.1) \quad h_r(q_i, q_i, Q) \leq 0, \quad r \in \{1, \dots, R\}$$

où $\{h_r\}_{r \in \{1, \dots, R\}}$ sont des fonctions convexes. Dans ce cas, nous avons :

PROBLEM 1. (i) Supposons que \mathcal{G}_{ij} est notre ensemble d'allocations d'utilité possibles associé à $(U_i^\theta, V_j^\theta, \Omega_{ij})$. Alors on peut résoudre :

$$(3.2) \quad \min_{z, q_i, q_j, Q} z$$

$$s.t \ u - z \leq \mathcal{U}_i^\theta(q_i, Q)$$

$$(3.3) \quad v - z \leq \mathcal{V}_j^\theta(q_j, Q)$$

$$h_r(q_i, q_i, Q) \leq 0, \ r \in \{1, \dots, R\}$$

où $D_{ij}^\theta(u, v) = z^*$, solution du problème.

(ii) De même, si notre ensemble d'allocations d'utilité possibles est \mathcal{H}_{ij} associé à $(U_i^\theta, V_j^\theta, \Omega_{ij})$, alors on résout :

$$(3.4) \quad \min_{z, q_i, q_j, Q} z$$

$$s.t \ u - z = \mathcal{U}_i^\theta(q_i, Q)$$

$$(3.5) \quad v - z = \mathcal{V}_j^\theta(q_j, Q)$$

$$h_r(q_i, q_i, Q) \leq 0, \ r \in \{1, \dots, R\}$$

où $D_{ij}^\theta(u, v) = z^*$, solution du problème.

Ce résultat a plusieurs implications importantes. La première est qu'il est possible de calculer la dérivée de la fonction de distance par rapport à n'importe quel paramètre du modèle sans coût de calcul supplémentaire (théorème 1). En effet, on peut appliquer le théorème de l'enveloppe et montrer que lorsqu'on résout le problème ci-dessus, alors on peut simultanément calculer la valeur de la fonction de distance et sa dérivée. Enfin, le problème ci-dessus introduit une connexion intéressante avec les modèles collectifs. Le théorème 2 montre en effet que les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes d'utilité peuvent en fait être interprétés comme des poids de Pareto.

Illustration. Dans cette partie, je propose d'estimer un modèle collectif avec consommation privée, loisir et travail domestique. L'estimation suit les étapes introduites dans le chapitre précédent. Je suppose qu'un homme célibataire de type x (les types sont des catégories d'hommes ou de femmes partageant des traits observables similaires, par exemple, le même niveau d'éducation) résout le programme suivant

$$\begin{aligned} \max_{c_x^s, \ell_x^s} & a_{e(x)} \log c_x^s + \alpha_{e(x)} \log \ell_x^s \\ \text{s.t.} & c_x^s + \ell_x^s w_x \leq T w_x \\ & \ell_x^s \leq T \end{aligned}$$

Ici, je suppose que l'utilité dépend de la consommation privée (c_x , dont le prix est normalisé à 1) et du loisir (ℓ_x). Le temps total disponible est T et le salaire est w_x . Les paramètres de préférences peuvent varier avec certaines caractéristiques observables. Ici, je supposerai que les préférences varient selon trois niveaux d'éducation. Pour les femmes, on obtient un programme similaire :

$$\begin{aligned} \max_{c_y^s, \ell_y^s} & b_{e(y)} \log c_y^s + \beta_{e(y)} \log \ell_y^s \\ \text{s.t.} & c_y^s + \ell_y^s w_y \leq T w_y \\ & \ell_y^s \leq T \end{aligned}$$

Les individus mariés ont les mêmes préférences, mais ont accès à un bien public Q produit à partir de temps de travail domestique. Ils obtiennent :

$$(3.6) \quad \mathcal{U}_{xy}(c_x, \ell_x, Q) = a_{e(x)} \log c_x + \alpha_{e(x)} \log \ell_x + A_{e(x)} \log Q$$

$$(3.7) \quad \mathcal{V}_{xy}(c_y, \ell_y, Q) = b_{e(y)} \log c_y + \beta_{e(y)} \log \ell_y + B_{e(y)} \log Q$$

où

$$Q = [\eta h_x^\sigma + (1 - \eta) h_y^\sigma]^{1/\sigma}$$

Ils choisissent une allocation de biens et de temps sous les contraintes

$$(3.8) \quad c_x + c_y + (\ell_x + h_x)w_x + (\ell_y + h_y)w_y \leq T(w_x + w_y)$$

$$(3.9) \quad \ell_x + h_x \leq T$$

$$(3.10) \quad \ell_y + h_y \leq T$$

Pour estimer ce modèle, j'utilise des données extraites du panel PSID américain pour l'année 1989. Je considère une population d'hommes mariés ou célibataires âgés de 30 à 60 ans, et de femmes mariées ou célibataires âgées de 28 à 58 ans. Pour chaque individu, j'obtiens son niveau d'éducation (trois niveaux : HS ou lycée, C ou enseignement supérieur jusqu'à la licence, ou C+ pour master ou supérieur). Je calcule le salaire (si le salaire n'est pas observé, il est prédit par un modèle de sélection à la Heckman) et observe le temps passé sur le marché du travail ainsi que le temps de travail domestique. Les paramètres de préférence estimés sont reportés dans le tableau 2. On notera que les femmes semblent avoir une préférence plus forte pour le bien public. La paramètre estimé η est proche de $1/3$, ce qui n'est pas surprenant. En effet, dans un modèle collectif dans lequel un bien est produit par le ménage et ne peut pas être vendu sur le marché, alors le choix des inputs est dicté par un calcul de minimisation des coûts. Dans ce cas, le ratio $\eta/(1 - \eta)$ est égal au ratio des salaires (w_x/w_y) multiplié par le ratio du temps domestique (h_x/h_y). A partir des données brutes, on voit que le ratio des salaires est approximativement égal à $3/2$ alors que le ratio du travail domestique est $1/3$, à partir de quoi nous pouvons déduire η .

Pour montrer dans quelle mesure le modèle est fidèle aux données, j'agrège ses prédictions selon 15 types de ménages possibles (9 types de couples possibles selon les trois niveaux d'éducation possibles de l'homme et de la femme, 3 types d'homme célibataire selon le niveau d'éducation, et 3 types de femme célibataire selon le niveau d'éducation). Ces "moments" sont également calculés à partir des données, et je compare les moments prédits et observés dans la figure 12. Le modèle est capable de reproduire les décisions observées. A partir de cette estimation, il est tout d'abord

FIGURE 12. Model Fit

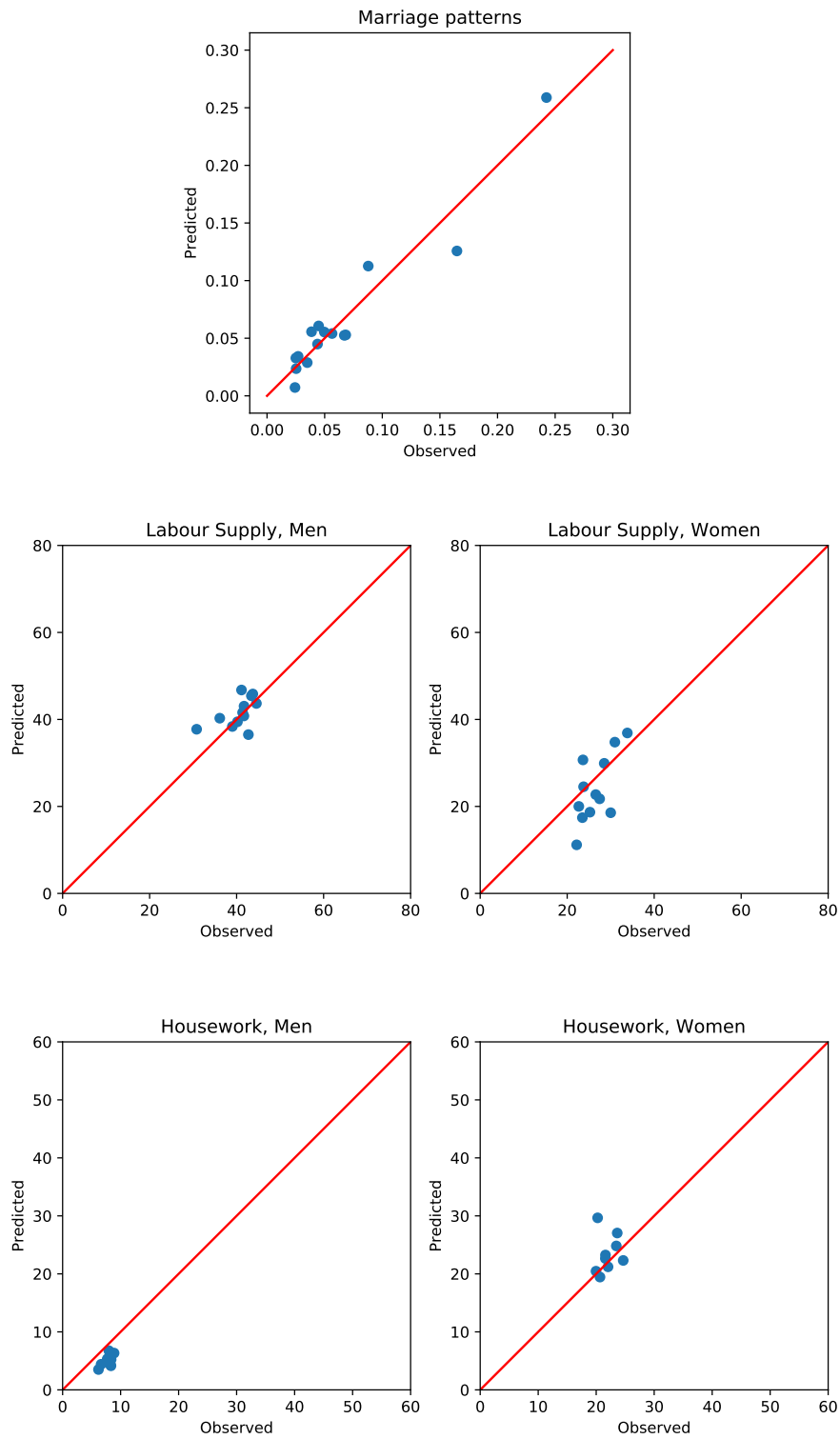


TABLE 2. Parameter Estimates

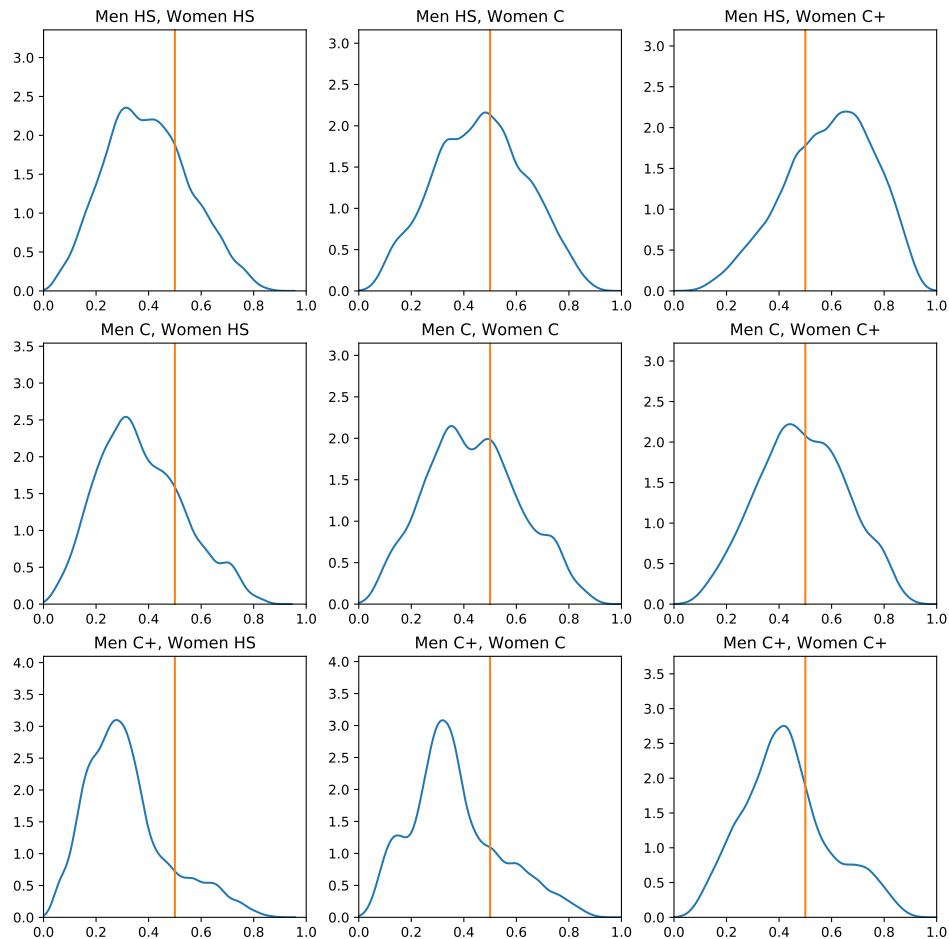
	Men			Women			
	Private C.	Leisure	Public C.	Private C.	Leisure	Public C.	Technology
	a	α	A	b	β	B	η
HS	0.33	0.64	0.03	0.23	0.60	0.18	0.20
C	0.34	0.61	0.04	0.26	0.57	0.17	0.20
C+	0.37	0.58	0.05	0.27	0.56	0.17	0.20

Note: types are displayed in rows (HS = high school or below, C = some college, C+ = college degree and above). In the estimation, I do not impose the preference parameters for consumption, leisure and public good to sum to 1. In the table above, the reported values have been divided by the sum of the parameters.

possible de calculer le partage des ressources au sein des couples. Je calcule la part (“sharing rule”) des dépenses privées de la femme (somme de la consommation privée et du loisir dont le prix est le salaire) dans les dépenses privées totales. Je reporte la distribution des “sharing rule” pour chaque type de ménage dans la figure 13. Comme on peut le voir, le partage des ressources est en général plus favorable aux hommes, mais il devient plus favorable aux femmes à mesure que leur niveau d’éducation augmente (dans ce cas, leur salaire est plus élevé, et leur option de réserve, le célibat, est plus attractif).

Enfin, l’intérêt principal de ce modèle est que l’on peut conduire des expériences contrefactuelles. Par exemple, que se passe-t-il si l’on change le rapport des sexes sur le marché du mariage. Supposons que le rapport des sexes (nombre d’hommes par femme) s’accroisse d’un point de pourcentage. Quel est effet sur le partage des ressources ? Quels transferts cela induit-il ? Je réponds à cette question dans le tableau 3 : la modification du rapport des sexes induit des transferts des hommes vers les femmes à hauteur de \$350 à \$700 par an. Dans la littérature des modèles collectifs, Chiappori, Fortin et Lacroix (2002) trouve un chiffre proche de \$2000. Plus intéressant est l’impact d’un changement dans le rapport des sexes sur la consommation de bien

FIGURE 13. Conditional Sharing Rules



public. Je simule l'impact d'un accroissement de 10 point de pourcentage du rapport des sexes, et les résultats sont reportés dans la figure 14. La raréfaction des femmes relativement aux hommes modifie le partage du pouvoir de négociation en leur faveur. Comme elles ont une préférence plus marquée pour le bien public, la consommation de ce bien augmente, comme indiqué ci-dessous.

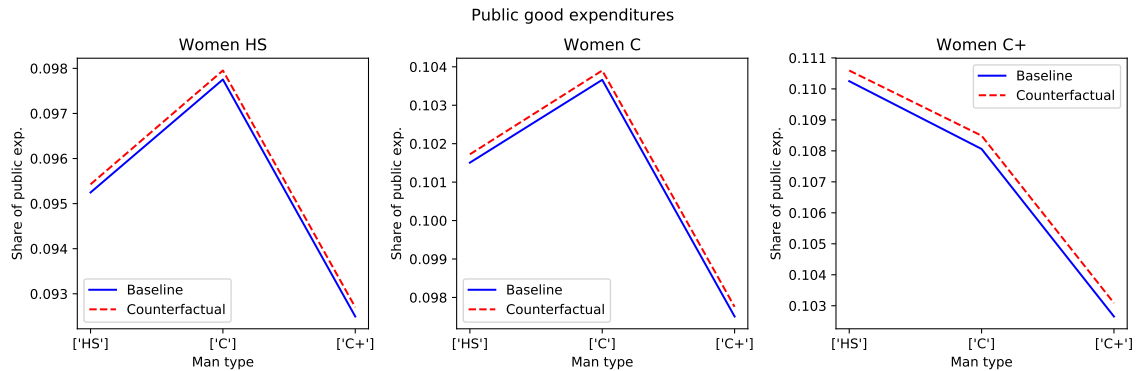
Conclusion. La contribution de ce chapitre est d'étudier de manière plus approfondie la connexion entre modèles collectifs et modèles d'appariement. En particulier,

TABLE 3. Estimating transfers from husbands to wives

	HS	C	C+
HS	128.18	243.40	551.51
C	132.13	256.05	597.19
C+	144.58	275.94	683.64

Note: the table displays the transfers in private expenditures (private good plus leisure) from husbands to wives following a 1 percentage point increase in the sex ratio (share of men in total population). Men are displayed in rows and women in columns.

FIGURE 14. Public Good expenditures



je prends comme point de départ un modèle collectif général et étudie sous quelles conditions celui-ci peut être intégré au modèle ITU et estimé selon les techniques introduites dans le deuxième chapitre. Dans ce cadre général, les modèles collectifs sont parfois complexes et rien ne garantit que le calcul de la fonction de distance soit possible sans avoir recours à des méthodes numériques. Je montre cependant que le calcul de la fonction de distance est possible et a des propriétés intéressantes pour le travail appliqué. J'illustre mes résultats avec une application qui inclut bien privé, loisir et bien public produit à partir de travail domestique. Ce chapitre suggère plusieurs pistes de recherches. Par exemple, si le partage du pouvoir de négociation influence sur la consommation de bien public, cette question est particulièrement intéressante

si on considère que le bien public est le bien-être des enfants. Il est tout à fait possible d'estimer un modèle semblable à celui proposé ici, mais dans lequel les parents investissent du temps et des ressources dans la formation du capital humain de leurs enfants. Un autre exemple est de regarder comment le partage du pouvoir de négociation varient dans le temps et l'espace. Enfin, il est possible de coupler l'approche développée ici avec celle du chapitre 1 afin de mesurer l'impact de l'évolution des préférences maritales et des préférences pour différents types de biens (loisir, etc.) sur les inégalités entre ménages, mais également entre individus.

Conclusion

Le marché du mariage joue un rôle prépondérant dans la formation des couples et l'allocation des ressources entre partenaires. Cette intuition est le point de départ de mes recherches. Elle conduit à s'interroger sur la relation entre le marché du mariage et les inégalités, à la fois entre ménages et entre individus. Par exemple, j'ai tenté de répondre aux questions suivantes : (i) dans quelle mesure les préférences maritales contribuent-elles aux inégalités de revenu entre ménages ? Ou (ii) comment les ressources sont-elles partagées au sein des couples, et comment ce partage réagit-il à des variations exogènes tels que des changements de structure du marché du mariage ? In fine, ces recherches m'ont conduit à adopter et à développer des méthodes provenant de la littérature sur les modèles d'appariement afin de modéliser le marché du mariage de manière appropriée. Ce faisant, j'ai pu obtenir de nouvelles réponses à ces questions empiriques importantes. Dans le chapitre 1, je me suis d'abord penché sur les inégalités entre ménages. Contrairement aux travaux précédents, j'ai utilisé des méthodes structurelles et estimé un modèle d'appariement continu et multidimensionnel avec utilité parfaitement transférable. Cela m'a permis de dissocier préférences maritales et effets de structure du marché du mariage. En utilisant des données américaines, Edoardo Ciscato et moi-même avons montré que l'assortativité en éducation s'est accrue, et que l'hétérogénéité inobservée joue un rôle plus important aujourd'hui. Je montre également que si les préférences maritales étaient restées inchangées depuis 1971, le coefficient de Gini mesurant les inégalités de revenu entre ménages aujourd'hui serait inférieur de 6%. Dans les chapitres 2 et 3, j'étudie l'allocation des ressources au sein des couples. L'idée que le partage du pouvoir de négociation répond au changement de structure du marché du mariage, puisqu'il est endogène à la détermination de l'équilibre sur ce même marché. Avec Alfred Galichon et Scott Kominers, j'ai développé un modèle d'appariement dans lequel l'utilité est imparfaitement transférable (ITU). Ce modèle fait le lien avec la

littérature sur les modèles collectifs, lien que j'étudie de manière plus approfondie dans le troisième chapitre. En particulier, je caractérise les modèles collectifs pouvant être intégrés au cadre ITU et propose une application. L'ambition de ce travail est de montrer que les modèles développés ici peuvent être utiles pour répondre à d'autres questions fondamentales. Je conclurai par exemple emprunté à Heckman et Cunha (2007). Les traits cognitifs et non cognitifs des enfants sont notamment le produit d'investissements parentaux. Ces traits sont formés dès le plus jeune âge, et continue d'avoir des effets très importants dans la vie adulte. C'est pourquoi il est crucial de comprendre comment ces traits sont formés et comment ces décisions d'investissement répondent à des changements de structure du marché du mariage (e.g. l'accès des femmes à des niveaux de diplômes plus élevés) ou à certaines politiques publiques (e.g. des transferts monétaires des hommes vers les femmes). Je crois que les modèles développés dans cette thèse peuvent être utilisés à cette fin. Ce sera l'objet de mes recherches futures.

Bibliographie

- [1] Gary S Becker. “A Theory of Marriage: Part I”. In : *Journal of Political Economy* 81.4 (1973), p. 813–846. ISSN : 0226740854.
- [2] Gary S. Becker. *A Treatise On The Family*. Harvard University Press, 1991, p. 304–304.
- [3] Steven T. Berry, Amit Gandhi et Philip Haile. “Connected Substitutes and Invertibility of Demand”. In : *Econometrica* 81.5 (2013), p. 2087–2111. ISSN : 0012-9682.
- [4] Laurens Cherchye et al. “Household Consumption When the Marriage Is Stable”. In : *IZA Discussion Paper* 8070 (2014), p. 0–25.
- [5] P.A. Chiappori. “Modèles d’appariement en économie”. In : *Revue Economique* 63.3 (2012), p. 437–437. ISSN : 9782724632538.
- [6] Pierre-André Chiappori, Bernard Fortin et Guy Lacroix. “Marriage Market, Divorce Legislation, and Household Labor Supply”. In : *Journal of Political Economy* 110.1 (2002), p. 37–72. ISSN : 00223808.
- [7] Pierre-André Chiappori. “Rational household labor supply”. In : *Econometrica: Journal of the Econometric Society* (1988), p. 63–90.
- [8] Pierre-André Chiappori, Monica Costa Dias et Costas Meghir. “The Marriage Market, Labor Supply and Education Choice”. In : *NBER Working Paper* (avr. 2015), p. –.
- [9] Eugene Choo et Shannon Seitz. “The Collective Marriage Matching Model: Identification, Estimation, and Testing”. In : *Advances in Econometrics*. T. 31. Emerald Group Publishing Limited, déc. 2013, p. 291–336–.

- [10] Eugene Choo et Aloysius Siow. “Estimating a marriage matching model with spillover effects”. In : *Demography* 43.3 (2006), p. 463–490.
- [11] Vincent P Crawford et Elsie Marie Knoer. “Job Matching with Heterogeneous Firms and Workers”. In : *Econometrica* 49.2 (1981), p. 437–450.
- [12] John K Dagsvik. “Aggregation in Matching Markets”. In : *International Economic Review* 41.1 (2000), p. 27–57.
- [13] Arnaud Dupuy et Alfred Galichon. “Personality Traits and the Marriage Market”. In : *Journal of Political Economy* 122.6 (2014), p. 1271–1319.
- [14] Lasse Eika, Magne Mogstad et Basit Zafar. “Educational Assortative Mating and Household Income Inequality”. In : *NBER Working Paper* (juil. 2014), p. –.
- [15] R. Fernandez et al. “Love and Money: A Theoretical and Empirical Analysis of Household Sorting and Inequality”. In : *Quarterly Journal of Economics* 120.1 (fév. 2005), p. 273–344.
- [16] D Gale et L S Shapley. “College Admissions and the Stability of Marriage”. In : *The American Mathematical Monthly* 69.1 (jan. 1962), p. 9–15.
- [17] Alain Girard. “Le choix du conjoint: une enquête psycho-sociologique en France”. In : *Population (french edition)* (1964), p. 727–732.
- [18] Jeremy Greenwood et al. “Marry Your Like: Assortative Mating and Income Inequality”. In : *American Economic Review* 104.5 (2014), p. 348–353.
- [19] John William Hatfield et Paul R. Milgrom. “Matching with Contracts”. In : *American Economic Review* 95.4 (2005), p. 913–935. ISSN : 00028282.
- [20] James Heckman et Flavio Cunha. “The Technology of Skill Formation”. In : *American Economic Review* 97.2 (2007), p. 31–47.
- [21] Jr Kelso Alexander S et Vincent P Crawford. “Job Matching, Coalition Formation, and Gross Substitutes”. In : *Econometrica* 50.6 (1982), p. 1483–1504.
- [22] T.C. Koopmans et M.J. Beckmann. “Assignment Problems and the Location of Economic Activities”. In : *Econometrica* 25.1 (1957), p. 53–76.

- [23] Robert D Mare. “Five Decades of Educational Assortative Mating”. In : *American Sociological Review* 56.1 (1991), p. 15–32.
- [24] Konrad Menzel. “Large Matching Markets as Two-Sided Demand Systems”. In : *Econometrica* 83.3 (2015), p. 897–941.
- [25] Christine R Schwartz et Robert D Mare. “Trends in Educational Assortative Marriage from 1940 to 2003”. In : *Demography* 42.4 (nov. 2005), p. 621–646.
- [26] Lloyd S Shapley et Martin Shubik. “The Assignment Game I: The Core”. In : *International Journal of Game Theory* 1.1 (1971), p. 111–130.