



HAL
open science

Etude de la fragmentation dynamique d'enveloppes métalliques accélérées

Joris Jean-Marie Vermunt

► **To cite this version:**

Joris Jean-Marie Vermunt. Etude de la fragmentation dynamique d'enveloppes métalliques accélérées. Autre. Université de Lyon, 2017. Français. NNT : 2017LYSEM044 . tel-03445912

HAL Id: tel-03445912

<https://theses.hal.science/tel-03445912v1>

Submitted on 24 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : 2017LYSEM044

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
l'Ecole des Mines de Saint-Etienne

Ecole Doctorale N° 488
Sciences, Ingénierie, Santé

Spécialité de doctorat : Sciences et Génie des Matériaux

Soutenue publiquement le 19/12/2017 par :
Joris Vermunt

**Étude de la fragmentation dynamique
d'enveloppes métalliques accélérées**

Devant le jury composé de :

Professeur,	PERRIN Gilles	AREVA	Rapporteur
Professeur,	MOLINARI Jean-François	EPFL	Rapporteur
Professeur,	NEEDLEMAN Alan	Texas A&M University	Examineur
Professeur,	MARIGO Jean-Jacques	École Polytechnique	Examineur
Maître de conférences,	NÊME Alain	ENSTA Bretagne	Examineur
Responsable du domaine scientifique,	LAFONTAINE Éric	DGA/MRIS	Examineur
Directeur de recherches,	KLÖCKER Helmut	ENSMSE	Directeur de thèse
Directeur de recherches,	DAMAMME Gilles	CEA/DAM	Directeur de thèse

Spécialités doctorales
 SCIENCES ET GENIE DES MATERIAUX
 MECANIQUE ET INGENIERIE
 GENIE DES PROCEDES
 SCIENCES DE LA TERRE
 SCIENCES ET GENIE DE L'ENVIRONNEMENT

Responsables :
 K. Wolski Directeur de recherche
 S. Drapier, professeur
 F. Gruy, Maître de recherche
 B. Guy, Directeur de recherche
 D. Graillot, Directeur de recherche

Spécialités doctorales
 MATHEMATIQUES APPLIQUEES
 INFORMATIQUE
 SCIENCES DES IMAGES ET DES FORMES
 GENIE INDUSTRIEL
 MICROELECTRONIQUE

Responsables
 O. Roustant, Maître-assistant
 O. Boissier, Professeur
 JC. Pinoli, Professeur
 X. Delorme, Maître assistant
 Ph. Lalevée, Professeur

EMSE : Enseignants-chercheurs et chercheurs autorisés à diriger des thèses de doctorat (titulaires d'un doctorat d'Etat ou d'une HDR)

ABSI	Nabil	CR	Génie industriel	CMP
AUGUSTO	Vincent	CR	Image, Vision, Signal	CIS
AVRIL	Stéphane	PR2	Mécanique et ingénierie	CIS
BADEL	Pierre	MA(MDC)	Mécanique et ingénierie	CIS
BALBO	Flavien	PR2	Informatique	FAYOL
BASSEREAU	Jean-François	PR	Sciences et génie des matériaux	SMS
BATTON-HUBERT	Mireille	PR2	Sciences et génie de l'environnement	FAYOL
BEIGBEDER	Michel	MA(MDC)	Informatique	FAYOL
BLAYAC	Sylvain	MA(MDC)	Microélectronique	CMP
BOISSIER	Olivier	PR1	Informatique	FAYOL
BONNEFOY	Olivier	MA(MDC)	Génie des Procédés	SPIN
BORBELY	Andras	MR(DR2)	Sciences et génie des matériaux	SMS
BOUCHER	Xavier	PR2	Génie Industriel	FAYOL
BRODHAG	Christian	DR	Sciences et génie de l'environnement	FAYOL
BRUCHON	Julien	MA(MDC)	Mécanique et ingénierie	SMS
CAMEIRAO	Ana	MA(MDC)	Génie des Procédés	SPIN
CHRISTIEN	Frédéric	PR	Science et génie des matériaux	SMS
DAUZERE-PERES	Stéphane	PR1	Génie Industriel	CMP
DEBAYLE	Johan	CR	Sciences des Images et des Formes	SPIN
DEGEORGE	Jean-Michel	MA(MDC)	Génie industriel	Fayol
DELAFOSSÉ	David	PR0	Sciences et génie des matériaux	SMS
DELORME	Xavier	MA(MDC)	Génie industriel	FAYOL
DESRAYAUD	Christophe	PR1	Mécanique et ingénierie	SMS
DJENIZIAN	Thierry	PR	Science et génie des matériaux	CMP
DOUCE	Sandrine	PR2	Sciences de gestion	FAYOL
DRAPIER	Sylvain	PR1	Mécanique et ingénierie	SMS
FAUCHEU	Jenny	MA(MDC)	Sciences et génie des matériaux	SMS
FAVERGEON	Loïc	CR	Génie des Procédés	SPIN
FEILLET	Dominique	PR1	Génie Industriel	CMP
FOREST	Valérie	MA(MDC)	Génie des Procédés	CIS
FRACZKIEWICZ	Anna	DR	Sciences et génie des matériaux	SMS
GARCIA	Daniel	MR(DR2)	Sciences de la Terre	SPIN
GAVET	Yann	MA(MDC)	Sciences des Images et des Formes	SPIN
GERINGER	Jean	MA(MDC)	Sciences et génie des matériaux	CIS
GOEURLOT	Dominique	DR	Sciences et génie des matériaux	SMS
GONDRAN	Natacha	MA(MDC)	Sciences et génie de l'environnement	FAYOL
GONZALEZ FELIU	Jesus	MA(MDC)	Sciences économiques	FAYOL
GRAILLOT	Didier	DR	Sciences et génie de l'environnement	SPIN
GROSSEAU	Philippe	DR	Génie des Procédés	SPIN
GRUY	Frédéric	PR1	Génie des Procédés	SPIN
GUY	Bernard	DR	Sciences de la Terre	SPIN
HAN	Woo-Suck	MR	Mécanique et ingénierie	SMS
HERRI	Jean Michel	PR1	Génie des Procédés	SPIN
KERMOUCHE	Guillaume	PR2	Mécanique et Ingénierie	SMS
KLOCKER	Helmut	DR	Sciences et génie des matériaux	SMS
LAFOREST	Valérie	MR(DR2)	Sciences et génie de l'environnement	FAYOL
LERICHE	Rodolphe	CR	Mécanique et ingénierie	FAYOL
MALLIARAS	Georges	PR1	Microélectronique	CMP
MOLIMARD	Jérôme	PR2	Mécanique et ingénierie	CIS
MOUTTE	Jacques	CR	Génie des Procédés	SPIN
NEUBERT	Gilles			FAYOL
NIKOLOVSKI	Jean-Pierre	Ingénieur de recherche	Mécanique et ingénierie	CMP
NORTIER	Patrice	PR1	Génie des Procédés	SPIN
O CONNOR	Rodney Philip	MA(MDC)	Microélectronique	CMP
OWENS	Rosin	MA(MDC)	Microélectronique	CMP
PERES	Véronique	MR	Génie des Procédés	SPIN
PICARD	Gauthier	MA(MDC)	Informatique	FAYOL
PIJOLAT	Christophe	PR0	Génie des Procédés	SPIN
PINOLI	Jean Charles	PR0	Sciences des Images et des Formes	SPIN
POURCHEZ	Jérémy	MR	Génie des Procédés	CIS
ROUSSY	Agnès	MA(MDC)	Microélectronique	CMP
ROUSTANT	Olivier	MA(MDC)	Mathématiques appliquées	FAYOL
SANAUR	Sébastien	MA(MDC)	Microélectronique	CMP
STOLARZ	Jacques	CR	Sciences et génie des matériaux	SMS
TRIA	Assia	Ingénieur de recherche	Microélectronique	CMP
VALDIVIESO	François	PR2	Sciences et génie des matériaux	SMS
VIRICELLE	Jean Paul	DR	Génie des Procédés	SPIN
WOLSKI	Krzysztof	DR	Sciences et génie des matériaux	SMS
XIE	Xiaolan	PR1	Génie industriel	CIS
YUGMA	Gallian	CR	Génie industriel	CMP

Remerciements

Dans un premier temps, je souhaite remercier globalement le CEA (Commissariat à l’Energie Atomique et aux énergies alternatives), l’Ecole des Mines de Saint-Etienne et la DGA (Direction Générale de l’Armement) pour leurs supports tout au long de mes travaux de thèse. Merci à tous ceux qui ont su porter ce projet ambitieux et qui nous ont permis d’obtenir des résultats à la hauteur de nos espérances. En particulier, je tiens à remercier Jean-Jacques Cauret, Michel Debruyne et Rémi Galli, du CEA/Gramat, ainsi que Christophe Desrayaud, Guillaume Kermouche et Krzysztof Wolski, de l’Ecole des Mines de Saint-Etienne, et Eric Lafontaine de la DGA.

Je remercie vivement mon directeur de thèse Helmut Klöcker pour sa pédagogie, ses conseils et surtout sa passion des sciences qu’il transmet. Merci pour votre support infailible à la fois scientifique et moral.

Je remercie Gilles Damamme d’avoir codirigé cette thèse et pour son expertise.

Merci énormément à mon encadrant CEA, Don-Pierre Zappa, pour sa disponibilité, son investissement et également son support. Tu m’as montré ce qu’est la curiosité scientifique et le plaisir d’innover.

J’ai été très honoré par la présence de chaque membre de mon jury. Je n’aurais pas pu rêver d’avoir l’expertise de si grandes sommités scientifiques et je remercie vivement chaque membre du jury.

Je remercie Jean-Jacques Marigo, qui a accepté de bien vouloir présider mon jury de thèse. Je suis particulièrement reconnaissant que vous ayez accepté de suivre nos travaux et de finir cette grande expérience sous votre présidence. Merci pour tous vos conseils et expertises.

Merci à Jean-François Molinari et Gilles Perrin pour vos investissements en tant que rapporteurs. Chacune de vos remarques a été très importante pour moi.

Je remercie particulièrement Alan Needleman pour sa présence et ses conseils pour l’évolution des études. Ce fut un très grand plaisir et un grand honneur que de vous présenter nos travaux. Chaque discussion avec vous est toujours très enrichissante.

Merci beaucoup à Alain Nême également pour votre investissement, vos remarques pertinentes et vos corrections sur la thèse.

Je tiens également à remercier vivement Eric Lafontaine, pour votre soutien en tant que correspondant de la DGA tout au long de ma thèse, mais également pour votre intérêt pour nos études, votre vision de nos projets et vos remarques essentielles.

Merci énormément à tous ceux qui ont contribué à cette thèse et qui m'ont beaucoup apporté tant scientifiquement qu'humainement. Merci à Sergio Sao Joao, Marilyne Mondon et Gilles Blanc pour vos formations et votre aide sur la microscopie et la préparation des échantillons. Merci à Claire Roume, Pauline Lambert et Joël Monnate pour essais mécaniques. C'est toujours un grand plaisir de travailler avec vous. Merci à Delphine Juhem et Huguette Bruyas pour votre aide en caractérisations métallurgiques. Un grand merci également à Olivier Breuil et Thierry Louvancourt pour la partie informatique et notamment l'utilisation des calculateurs à l'école des Mines et à Pascal Boustie pour celui du CEA/Gramat. Je tiens à remercier de manière générale mon laboratoire LLA au CEA et mon département PMM à l'Ecole des Mines. Plus particulièrement, merci beaucoup à Aurélien Hottelet et Romain Huet pour vos travaux expérimentaux. Ce fût un réel plaisir de travailler sur des projets aussi innovants que complexes dans une aussi bonne ambiance de travail. Je remercie également beaucoup Skander El Mai pour sa disponibilité et son aide. J'aurais aimé travailler d'avantage avec toi qui a soutenu la première thèse sur la fragmentation d'enveloppes métalliques au CEA/Gramat.

Outre les apports scientifiques de la thèse, j'ai fait de magnifiques rencontres. Je ne remercierai jamais assez tous ceux qui m'ont accompagné et soutenu tout au long de ces années. Merci à Cyril, mon premier co-bureau au CEA, rapidement rejoint par Marc et Pauline. Avec vous, Anne-Claire, Jean-Luc, Thibaut, Charles, Quentin et Stéphane les souvenirs que vous m'avez offerts sont extrêmement précieux et inoubliables.

Merci tout particulièrement à Antoine et Anne-Laure. C'est véritablement une épreuve de s'éloigner de vous, on a l'impression de laisser une partie de soi-même derrière nous, mais ce n'est rien face à la joie de vous retrouver. Merci pour votre soutien, votre écoute, vos conseils et merci d'être simplement là.

Je remercie également beaucoup tous ceux qui ont supporté mes coups de gueule et mes débats à la cantine pendant environ 2 ans au CEA. Merci en particulier à Camille, Stéphane et Guillaume. D'autres les ont supportés également au bureau, comme Thibaut, Sébastien et Guillaume. Merci pour votre soutien.

J'ai eu la chance de découvrir des personnes exceptionnelles également à l'Ecole des Mines. Dans un couloir isolé d'un bâtiment de l'école vit une espèce tout à fait surprenante : le thésard. Seul, il est peu impressionnant et triste, mais regroupez toute une tribu et les conséquences risquent d'être magnifiques. Le stress de la thèse, les défis qui paraissent insurmontables, les remises en question perpétuelles sont peu de choses face à l'énergie bienveillante qu'un groupe de thésards peut vous apporter.

Merci énormément à tous les doctorants de l'Ecole des Mines. En particulier, merci à Matthieu Régnière pour ta motivation et ton envie de partager... même quand on ne souhaite pas particulièrement tout partager...

Merci à Clément d'être Clément. Quand on est énervé tu es toujours là pour un câlin et ça fait plaisir. Je ne te remercie pas de m'avoir fait perdre mon cheval à D&D.

Merci à Quentin pour ton écoute, ta patience quand je ne comprends rien au règles d'un jeu et merci beaucoup d'avoir ressuscité mon cheval de D&D en dragon.

Merci à mon co-bureau Aladji pour ton soutien, ton écoute et tes conseils. Il est très important de savoir prendre du recul sur nos travaux et toutes nos discussions m'ont beaucoup aidé.

Merci à Mathieu Dutto pour ta générosité, à Lisa pour les gâteaux, à Michal pour ta douce voix polonaise, à Antonis pour ta compréhension, ton soutien et le café, à Julia pour ton aide précieuse aussi bien en anglais qu'en métallurgie, à Elia pour les débats, à Jihene, Zineb et Ayoub pour votre aide quand je préparais ma soutenance.

Merci également énormément à Jean-Gabriel, David, Szilvia, Jérémy, Cindy, Diego, Esther, Jessica, Sébastien... Merci à tous ceux qui ont fait vivre le K4 auparavant et ceux qui continueront.

Pour réussir ses études, il est évidemment primordial d'être accompagné par sa famille. Ma thèse lui est entièrement dédiée. Descendant en partie d'une famille de mineurs en Lorraine, j'ai été particulièrement sensible au fait de finir mes études à l'École des Mines. Même si je n'ai pas connu mon grand-père maternel, il a toujours été là pour me motiver dans mes études et c'est en partie pour lui que je désirais aller le plus loin possible.

Je ne remercierai jamais assez mes parents qui se sont toujours sacrifiés pour leurs enfants. Je sais leur fierté. Vous avez toujours tout fait pour que nous grandissions et étudions dans les conditions idéales.

Ma thèse est également dédiée à mon frère et à ma sœur. Vous m'avez toujours aidé, vous avez toujours été là pour moi et c'est grâce à vous que j'ai toujours grandi. Merci énormément à Steve, ma sœur et même Elena qui m'ont beaucoup aidé pendant la rédaction.

Une personne était particulièrement proche de moi tout au long de ma thèse. Tu m'as toujours soutenu. Tu m'as supporté et encouragé dans les bons et mauvais moments. Tu m'as également appris à devenir meilleur. C'est grâce à ma compagne Elodie que j'ai pu y arriver.

Je tiens également à remercier énormément les parents de ma compagne qui m'ont aidé et supporté pendant la partie qui est peut-être la plus difficile de la thèse, c'est-à-dire la rédaction et la préparation de la soutenance. Grâce à vous j'ai pu continuer à travailler dans les meilleures conditions et je vous suis extrêmement reconnaissant.

Sommaire

Introduction générale	1
1. Contexte et objectifs	1
2. Quelques ordres de grandeurs	3
Chapitre 1 : Modèle étendu de l'onde de Mott	7
1. Introduction.....	8
2. Revue non exhaustive de la rupture	8
2.1. Rupture fragile	9
2.2. Rupture ductile	12
2.3. Estimation de l'énergie de rupture à partir du modèle de Griffith	13
3. Onde mécanique de relâchement de contraintes sans endommagement.....	15
3.1. Cinématique d'une barre en extension dynamique uniaxiale	15
3.2. Modèle original de Mott	17
3.3. Potentiel de dissipation plastique et modèle généralisé de l'onde de Mott.....	20
3.4. Modèle original retrouvé par l'hypothèse des petites déformations	21
4. Modèle étendu avec endommagement basé sur l'approche de Grady.....	21
4.1. Potentiel de dissipation général	21
4.2. Solution particulière pour une ouverture de type puissance proposée par Grady.....	25
4.3. Après rupture : décalage entre le modèle de Mott original et le modèle avec endommagement.....	30
4.4. Influence du modèle étendu de Grady pour différents matériaux	32
5. Loi de propagation de l'onde de Mott X_r et d'endommagement $\sigma(y)$ établie à partir d'un modèle énergétique $\gamma(\tau)$	39
5.1. Les équations du mouvement rétablies	39
5.2. La parabole de Mott retrouvée après rupture	41
5.3. Retard par rapport à une avancée non ralentie de l'onde de Mott	41
5.4. Encadrement des trajectoires et domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée.	43
5.5. Loi force-ouverture $\sigma(y)$ associée à la loi $\gamma(\tau)$ ou $X(\tau)$	45
5.6. Amélioration de l'encadrement des trajectoires et du domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée	46
5.7. Analyse de différents modèles d'endommagement/propagation	48
5.8. Comparaison des modèles d'endommagement basés sur le bilan d'énergie.....	51
5.9. Influence du modèle d'ouverture.....	52
6. Conclusions et perspectives	54

Chapitre 2 : Caractérisation mécanique et métallurgique de l'acier 35NCD16	57
1. Introduction.....	58
2. Matériau	58
2.1. Composition chimique	58
2.2. Microstructure.....	59
2.3. Grains et éléments de secondes phases	61
2.4. Texture	63
3. Homogénéité macroscopique et prélèvement des échantillons	66
3.1. Macroducté.....	66
3.2. Prélèvement	67
4. Loi de comportement.....	67
4.1. Traction uniaxiale	67
4.2. Isotropie	68
4.3. Grandes déformations	69
4.4. Température.....	75
4.5. Vitesse de déformation	76
5. Endommagement.....	79
5.1. Quasi-statique	79
5.2. Dynamique	86
6. Quantification des hétérogénéités	96
7. Conclusions et perspectives	99
Chapitre 3 : Loi de germination macroscopique.....	101
1. Introduction.....	102
2. Bibliographie.....	102
2.1. Simulations numériques de la fragmentation.....	102
2.2. Loi de germination introduite par Mott.....	103
2.3. Localisation de la déformation.....	104
3. Définition du modèle.....	109
3.1. Géométrie	109
3.2. Chargement.....	110
3.3. Hétérogénéités	111
3.4. Éléments	114
4. Localisations	116
4.1. Identification.....	116
4.2. Seuil de déformation plastique	118
4.3. Estimation de la loi de germination	119
4.4. Analyse de Fourier.....	122
5. Analyse paramétrique	123
5.1. Influences de la géométrie.....	123
5.2. Influences de la taille des hétérogénéités	125
5.3. Influences de la loi de comportement.....	126
6. Synthèse.....	132
7. Conclusions.....	135

Chapitre 4 : Analyse paramétrique de la fragmentation de tores.....	139
1. Introduction.....	140
2. Modèle de fragmentation.....	141
2.1. Géométrie et chargement.....	141
2.2. Synthèse des ondes de relâchement de contraintes.....	142
2.3. Modèle d'ouverture appliqué.....	144
2.4. Interactions des ondes de relâchement de contraintes.....	145
2.5. Algorithme.....	149
2.6. Paramètres numériques.....	150
3. Influence de la loi de germination.....	154
3.1. Dispersion massique des éclats.....	154
3.2. Distribution du nombre moyen d'éclats.....	162
4. Influence de la loi d'ouverture.....	165
5. Influence de l'énergie de rupture.....	172
6. Conclusions et perspectives.....	176
 Conclusions générales et perspectives.....	 177
 Références.....	 183

Introduction générale

1. Contexte et objectifs

Cette thèse s'inscrit dans les programmes d'études de la fragmentation d'enveloppes métalliques. Les domaines de l'aérospatial et du nucléaire peuvent, entre autres, être particulièrement intéressés par ces travaux. Dans notre cas, il s'agit de recherches stratégiquement importantes dans le domaine militaire. Nos travaux ont pour objectif une avancée supplémentaire dans la compréhension des phénomènes de fragmentation des métaux en dynamique rapide.

Dans le domaine de la défense, le but est de pouvoir garantir des zones de sécurité autour des corps de bombes. On cherche à caractériser les éclats générés par une enveloppe mise en expansion par des produits de détonation (figure (1)). Quelques paramètres majeurs d'un éclat sont : sa masse, sa forme et sa vitesse. De nombreux travaux de balistiques permettent ensuite d'évaluer la trajectoire de l'éclat en connaissant ces paramètres.



figure (1) : Échantillon de fragments générés par une enveloppe métallique

A titre d'exemple, une zone de sécurité pourrait se définir comme la probabilité d'avoir un certain nombre de fragments avec une certaine énergie cinétique. Ainsi, beaucoup de fragments avec une grande énergie cinétique définissent une zone dangereuse. Au contraire, peu de fragments avec une énergie cinétique faible correspondent à une zone sans danger (figure (2)).

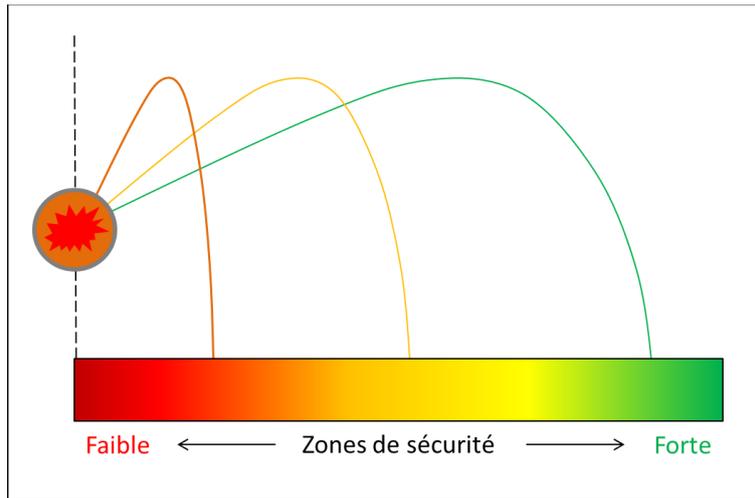


figure (2) : Zones de sécurité autour d'un corps de bombe

Les premiers modèles de balistiques ont été développés dès les XVI^{ème} et XVII^{ème} siècles par Tartaglia (1537), Galilée (1638) ou encore Newton (1686). On peut ensuite citer, de manière non-exhaustive tant la bibliographie de ce domaine est dense : d'Alembert (1744), Euler (1755), Didion (1860), Saint-Robert (1872), Helie (1884), Charbonnie (1921, 1927), Hadamard (1922), d'Adhémar (1934), Barkla et Auchterloniet (1971)... etc.

Dans le cadre des travaux menés par la DGA (Direction Générale de l'Armement) et le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives) pour garantir les zones de sécurité, cette thèse ne peut constituer qu'une modeste contribution à l'édifice. Ainsi, la balistique des éclats ne sera pas abordée. Or la trajectoire des éclats est fortement influencée par la forme des fragments. Nous portons tous nos efforts sur une meilleure compréhension de la fragmentation.

Lors de la fragmentation, les gaz de détonation accélèrent le matériau de l'enveloppe jusqu'à la formation de multiples éclats. Cette interaction est très complexe. A l'heure actuelle, les modèles de fragmentation utilisés sont alimentés par des résultats d'essais en arène. Les éclats générés par une enveloppe métallique particulière, et pour une charge spécifique, permettent des prédictions fiables des zones de sécurité. Or, cette approche est très onéreuse. Le CEA et la DGA fournissent des efforts significatifs pour limiter, par une meilleure compréhension de la physique et de la mécanique de la fragmentation, la nécessité de recourir à des expériences coûteuses.

Cette thèse est une contribution à l'approche mécanique de la fragmentation. Un modèle innovant de fragmentation sera présenté pour un cas unidimensionnel d'une barre et d'un tore en expansion. Seule la fragmentation dite « naturelle » est abordée ici. Par « naturelle » on définit une fragmentation qui n'a pas été contrôlée, par exemple, en usinant l'enveloppe ou l'explosif (figure (3)).

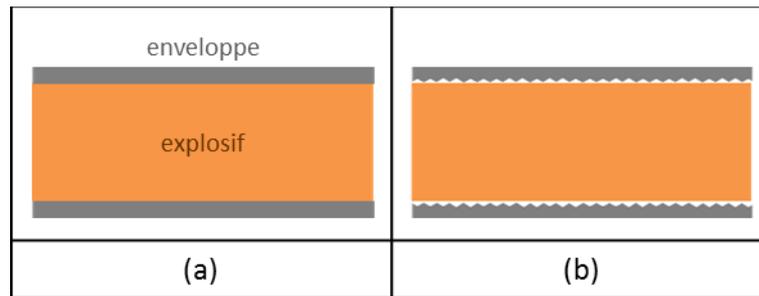


figure (3) : (a) Enveloppe cylindrique et produits de détonation (b) Exemple d'enveloppe pré-fragmentée

L'étude de la fragmentation a principalement débuté dans les années 1930. Les premiers modèles empiriques ont été obtenus, pour la fragmentation du charbon, par Rosin et Rammler (1933). Des modèles purement statistiques ont ensuite été obtenus, notamment par Lienau (1936) et Bennett (1936). Ces recherches ont été reprises durant la Seconde Guerre mondiale (Schuhmann (1941), Mott et Linfoot (1943)), mais des modèles physiques ont rapidement été nécessaires pour étudier la fragmentation d'enveloppes métalliques. C'est à partir de 1943 que Sir Nevill Mott publia son modèle mécanique et probabiliste (1943, 1944, 1947). L'objectif est de diminuer l'empirisme des modèles existant en identifiant les paramètres matériau qui contrôlent la fragmentation.

2. Quelques ordres de grandeurs

La forme, la taille, la masse et le chargement des corps de bombes sont très variables. Nous allons cependant donner quelques ordres de grandeurs qui permettent de mieux comprendre les phénomènes de fragmentations étudiés.

Considérons un cylindre creux en acier typique des études de fragmentation. L'énergie chimique disponible peut être estimée par le modèle de Gurney. La durée de fragmentation varie de quelques microsecondes à quelques dizaines de microsecondes. Les vitesses mesurées de l'enveloppe conduisent à des vitesses de déformation de l'ordre de 10^4 s^{-1} . La déformation macroscopique à rupture peut être estimée par observation directe pendant la fragmentation et détection de fuite de gaz. Ainsi, les travaux de déformations élastiques et plastiques peuvent être évalués (tableau (1)). En supposant que tout le travail plastique se transforme en chaleur, la hausse de température serait d'environ 50°C . Cette hausse conduit à un adoucissement très faible de l'acier.

La dispersion massique des fragments est très importante. Avec une énergie surfacique de rupture de 50 kJ/m^2 , la taille moyenne des éclats permet de donner une première estimation de l'énergie de rupture. En réalité, le fait d'avoir des petits fragments augmenterait sûrement énormément cette valeur.

Les proportions globales de ces énergies par rapport à l'énergie chimique totale sont représentées dans le tableau (1). Environ 40% de l'énergie initiale est transformée en énergie cinétique. Les travaux de déformations élastiques et plastiques sont négligeables. L'énergie de rupture est grandement sous-estimée, mais elle est très faible par rapport à

l'énergie totale. Le reste de l'énergie totale est transformé en chaleur et en énergie cinétique des fragments. La taille des fragments n'aura pas une influence majeure sur le bilan d'énergie globale. Connaître la taille et la forme des fragments est cependant primordial pour prédire, par des analyses balistiques, les zones de dangers et de sécurité. Il faut donc analyser la fragmentation par une physique plus fine.

Énergie totale	100 %
Énergie cinétique	40 %
Travail de déf. plastiques	1 %
Travail de déf. Élastiques	0,01 %
Énergie de rupture	0,1 %

tableau (1) : Ordres de grandeurs de la proportions de différentes énergies

Cette thèse est une première étape de l'analyse de la fragmentation. Elle est dédiée à l'étude d'une barre et d'un cylindre métalliques en expansion inertielle très rapide. L'objectif est de prévoir les dispersions massique et spatiale des éclats générés.

Mott a publié la première approche physiquement fondée en 1943. Il a postulé une germination aléatoire de fissures et introduit la notion d'onde de relaxation de contraintes autour de celles-ci. La technologie des années 1940 a obligé Mott à faire, de plus, les hypothèses simplificatrices suivantes : Fissurations droites et instantanées, sans énergie de rupture, pour un matériau parfaitement plastique. Grady a largement étendu les travaux de Mott. Grady a notamment introduit une énergie de rupture non nulle conduisant à la rupture non instantanée. Cependant, après ces travaux clés les questions suivantes restent ouvertes :

- Comment justifier la germination de l'endommagement et quantifier le nombre de sites ?
- Quelle est la synergie entre l'endommagement et la propagation des ondes de relaxation ?

Le premier chapitre est dédié au couplage des ondes de Mott et de l'endommagement. Nous exposerons en détail le travail original de Mott et la modification majeure apportée par Grady. Grady introduit une variable interne pour caractériser l'endommagement progressif et postule l'existence d'une contrainte non nulle à l'interface en rupture. Après cette revue détaillée des modèles existants, nous présenterons une approche originale basée sur le seul postulat d'une dissipation positive due à la fissuration. Cette démarche introduit naturellement, sans hypothèse supplémentaire l'existence d'une contrainte d'interface non nulle et de la variable d'endommagement associée. Basée sur cette approche, nous corrigeons les prédictions de l'avancement du front des ondes de relâchement de contraintes fournies par Mott et par Grady.

La prédiction de la vitesse des ondes de relâchement de contrainte est fondamentale pour les analyses de la fragmentation. En effet, après déchargement, le matériau ne s'endommagera plus. Or pour connaître les zones sans contraintes, ou sous contraintes très faibles, il faut prendre en compte l'interaction de plusieurs ondes de déchargement. Cette interaction est contrôlée par la vitesse de propagation des ondes de déchargement et par le nombre de sites de germination des défauts. Nous avons décidé de modéliser la germination par un modèle mécanique basé sur la connaissance du comportement du matériau et de sa microstructure. Dans le deuxième chapitre, nous caractériserons expérimentalement l'endommagement et le comportement d'un matériau particulier (acier 35NCD16). Le chapitre 2 conduira à des résultats très intéressants par la comparaison entre essais en régime statique et en régime dynamique. Les analyses métallurgiques ont mis en évidence les hétérogénéités microscopiques.

Dans le chapitre 3, nous modéliserons la germination de l'endommagement. Un cylindre hétérogène en expansion sera simulé par éléments finis. Les hétérogénéités mesurées dans le chapitre 2 conduiront à des localisations de déformation. Celles-ci permettront de justifier et quantifier la germination de l'endommagement. Nous analyserons la relation entre les hétérogénéités du matériau et la longueur d'onde des localisations de la déformation. Nous proposerons une loi de germination tout à fait originale. Cette loi donnera des résultats proches des observations expérimentales de Mott, et corrige la loi théorique qu'il avait proposée.

Les paramètres physiques régissant la fragmentation sont par nature difficilement mesurables. Le chapitre 4 sera dédié à une analyse paramétrique de la fragmentation de tores. Un nouveau code de fragmentation sera proposé. Ce nouveau code tiendra compte du retard des ondes de Mott dû à l'endommagement et la germination justifiée par les résultats expérimentaux et les simulations numériques.

Les modèles présentés dans cette thèse sont limités à la fragmentation de barres ou de tores. Or nous mettrons en évidence des corrections numériques significatives sur la vitesse de propagation des ondes de déchargement et sur la loi de germination. De notre point de vue la contribution la plus importante de ce travail est la meilleure compréhension physique des phénomènes abordés. En effet, le modèle de propagation du premier chapitre introduit naturellement la contrainte d'interface. Le chapitre 2 montrera que l'endommagement du matériau reste ductile sur 8 ordres de grandeurs de vitesse de déformation. Le chapitre 3 justifiera par un modèle mécanique la germination et donne un lien entre les longueurs caractéristiques. Finalement, le dernier chapitre montrera que malgré sa complexité le processus de fragmentation reste modélisable.

Chapitre 1

Modèle étendu de l'onde de Mott

1. Introduction.....	8
2. Revue non exhaustive de la rupture.....	8
2.1. Rupture fragile.....	9
2.1.1. Modèle de Griffith.....	9
2.1.2 Facteur d'intensité de contrainte en mode I.....	10
2.1.3 Effet de la vitesse.....	11
2.2. Rupture ductile.....	12
2.3. Estimation de l'énergie de rupture à partir du modèle de Griffith.....	13
3. Onde mécanique de relâchement de contraintes sans endommagement.....	15
3.1. Cinématique d'une barre en extension dynamique uniaxiale.....	15
3.2. Modèle original de Mott.....	17
3.3. Potentiel de dissipation plastique et modèle généralisé de l'onde de Mott.....	20
3.4. Modèle original retrouvé par l'hypothèse des petites déformations.....	21
4. Modèle étendu avec endommagement basé sur l'approche de Grady.....	21
4.1. Potentiel de dissipation général.....	21
4.2. Solution particulière pour une ouverture de type puissance proposée par Grady.....	25
4.3. Après rupture : décalage entre le modèle de Mott original et le modèle avec endommagement.....	30
4.4. Influence du modèle étendu de Grady pour différents matériaux.....	32
4.4.1. Estimation des grandeurs caractéristiques.....	32
4.4.2. Comparaison avec le modèle initial de Mott.....	34
4.4.3. Influence de l'exposant n du potentiel de dissipation.....	36
4.4.4. Influence de la vitesse de déformation.....	37
5. Loi de propagation de l'onde de Mott $X(\tau)$ et d'endommagement $\sigma(y)$ établie à partir d'un modèle énergétique $\gamma(\tau)$	39
5.1. Les équations du mouvement rétablies.....	39
5.2. La parabole de Mott retrouvée après rupture.....	41
5.3. Retard par rapport à une avancée non ralentie de l'onde de Mott.....	41
5.4. Encadrement des trajectoires et domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée.....	43
5.5. Loi force-ouverture $\sigma(y)$ associée à la loi $\gamma(\tau)$ ou $X(\tau)$	45
5.6. Amélioration de l'encadrement des trajectoires et du domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée.....	46
5.7. Analyse de différents modèles d'endommagement/propagation.....	48
5.7.1. Loi de propagation du 2 ^{ème} degré.....	48
5.7.2. Loi de propagation du 4 ^{ème} degré.....	50
5.8. Comparaison des modèles d'endommagement basés sur le bilan d'énergie.....	51
5.9. Influence du modèle d'ouverture.....	52
6. Conclusions et perspectives.....	54

1. Introduction

La propagation des ondes de relâchement de contraintes, également appelées « ondes de Mott », est un phénomène important dans le processus de fragmentation dynamique des métaux. En se propageant autour d'un site d'endommagement, ces ondes vont totalement inhiber l'apparition de nouvelles fissures. Il s'agit d'un modèle présenté pour la première fois par Mott en 1943 (Mott 1943). Cependant, dans les années 1940, lorsqu'il a développé son modèle, les moyens numériques n'étaient pas ceux d'aujourd'hui. Aucun ordinateur et aucun code numérique ne permettaient de simuler un grand nombre de fragmentations d'enveloppes métalliques avec beaucoup de paramètres matériaux. Mott a alors fait des hypothèses simplificatrices : une énergie de rupture nulle et un matériau parfaitement plastique.

Le modèle de Mott est resté inchangé durant des dizaines d'années et a été utilisé pour diverses applications, de la fragmentation de corps de bombes à celle des roches. Ce n'est que dans les années 1980 que Kipp et Grady ajoutèrent une énergie de rupture (Kipp et Grady 1985). Cependant, ils n'ont utilisé leurs travaux que pour déterminer une taille minimale de fragments. Or la dispersion massique des éclats est importante pour les études de zones d'impact. Pour obtenir cette dispersion, le modèle de Mott peut être étendu avec une énergie de rupture de manière plus générale, et c'est ce qui est présenté ici.

Dans un premier temps, différents modèles de rupture seront présentés, que ce soit pour des matériaux fragiles ou ductiles. Il sera expliqué pourquoi, malgré les grandes avancées réalisées dans le domaine de la rupture dynamique, les modèles existants ne permettent pas encore de traiter rigoureusement ce problème particulier. Le modèle original des ondes de Mott sera ensuite présenté, puis étendu en introduisant une loi d'ouverture. Pour finir, différents matériaux seront comparés pour évaluer l'impact de leurs caractéristiques sur la différence entre le modèle de Mott et le modèle étendu.

2. Revue non exhaustive de la rupture

Les recherches dans le domaine de la rupture sont très anciennes. Pendant la renaissance, au 15^{ème} siècle, Léonard De Vinci avait déjà observé la théorie de Weibull, publiée en 1939, du maillon le plus faible (Weibull 1939 ; De Vinci XVème siècle). Il avait en effet réalisé plusieurs expériences avec un fil portant un poids. Lorsque la longueur du fil augmente, le poids maximal que peut supporter celui-ci diminue. En effet, un volume plus grand contient un plus grand nombre de défauts et exhibe donc une plus grande probabilité d'avoir un maillon très faible. Cette théorie est aujourd'hui très utilisée et explique certains phénomènes d'échelles. Cependant, il s'agissait au 16^{ème} siècle d'une relation qualitative entre les imperfections d'un matériau et la contrainte appliquée. Une étude quantitative de la rupture a été développée pour la première fois par Griffith en 1921 (Griffith 1921).

2.1. Rupture fragile

2.1.1. Modèle de Griffith

En se basant sur les travaux d'Inglis (Inglis 1913) sur le champ de contrainte dans une plaque ayant un trou elliptique, Griffith a pu établir un modèle de propagation de fissure à partir d'un bilan d'énergie. Lorsqu'une fissure, dont l'aire initiale est A , se propage d'un incrément dA , l'énergie libérée par le système est égale à GdA (figure 1-1).

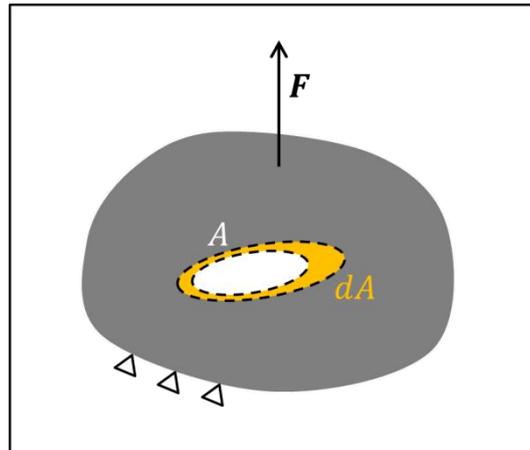


figure 1-1 : Modèle de Griffith

La loi de conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$\begin{cases} d\Pi = -dW_{ext} + dU_{déf} \\ dE = d\Pi + dU_{surf} + dW_c \end{cases} \quad (1-1)$$

Π est l'énergie potentielle du système, W_{ext} le travail des forces extérieures, $U_{déf}$ l'énergie de déformation élastique stockée, E l'énergie totale, U_{surf} l'énergie surfacique ou également l'énergie nécessaire à la rupture et W_c l'énergie cinétique. Griffith a considéré un matériau élastique, sans plasticité, et a négligé l'énergie cinétique. Il a défini l'énergie G , libérée par la propagation de la fissure, comme la dérivée de l'énergie potentielle Π du système en fonction de l'incrément d'aire dA ($G = -d\Pi/dA$). Il a ainsi obtenu :

$$d\Pi + d(S + 2A)\gamma_s + dW_c = 0 \quad (1-2)$$

Le terme S désigne l'aire de la surface externe et γ_s une énergie de surface en $[J/m^2]$. Si la surface externe n'évolue pas, il est possible d'obtenir :

$$\frac{d\Pi}{dA} + 2\gamma_s + \frac{dW_c}{dA} = 0 \quad (1-3)$$

L'expression de G est alors définie par :

$$G = 2\gamma_s + \frac{dW_c}{dA} \quad (1-4)$$

Le terme dû à l'énergie cinétique dW_c/dA est négligeable pour un problème statique et le critère d'ouverture de fissure de Griffith est donné par $G \geq 2\gamma_s = G_c$. Cela signifie que, si l'énergie libérée par la fissure est supérieure à l'énergie critique G_c , la fissure va se propager. Sans plasticité, l'énergie de surface γ_s peut être de l'ordre de grandeur de 1 ou 10 J/m² pour du verre par exemple. Cependant, même pour des aciers qualifiés de « fragiles », l'énergie de surface γ_s est beaucoup plus élevée (~1000 J/m²). Ceci est dû en partie à la plasticité en pointe de fissure. Ce modèle permet d'estimer l'ordre de grandeur de l'énergie de rupture en quasi-statique.

2.1.2 Facteur d'intensité de contrainte en mode I

Les directions principales de l'état de déformation dans un cylindre incompressible en expansion ont la même signature qu'en déformations planes :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

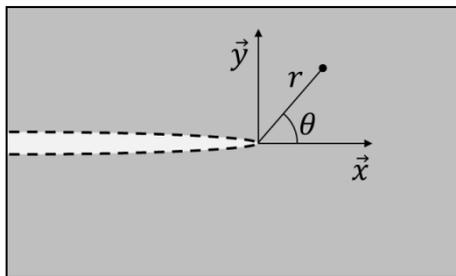


figure 1-2 : Système de coordonnées en pointe de fissure

Dans ce chapitre, on ne s'intéressera qu'au mode d'ouverture I dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) (figure 1-2). En considérant une fissure dans une matrice élastique, son champ de déplacements u_1 et u_2 (respectivement suivant \vec{x} et \vec{y}) en déformations planes est donnée en fonction du facteur d'intensité de contrainte K_I par :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 - 4\nu + 2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right] + O(r) \\ u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(4 - 4\nu - 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) \right] + O(r) \end{cases} \quad (1-6)$$

L'état de contrainte en pointe de fissure est :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + O(r) \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + O(r) \\ \sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + O(r) \\ \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \end{cases} \quad (1-7)$$

Lorsque la fissure s'ouvre de $2u_2(r, \pi)$, l'énergie nécessaire est égale à :

$$W = G \Delta a = \int_0^{\Delta a} u_2 \sigma_{22} dx \quad (1-8)$$

Les équations (1-6) à (1-8) permettent d'obtenir l'expression de l'énergie libérée par l'ouverture de la fissure en déformations planes :

$$G = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (1-9)$$

La fissure se propage lorsque le facteur d'intensité de contrainte K_I est égal à une valeur critique intrinsèque au matériau, la ténacité K_{IC} .

2.1.3 Effet de la vitesse

L'effet de la vitesse sur la propagation de fissures est une question importante dans de nombreux domaines (aérospatial, géologie, militaire...). Une contribution importante a été réalisée par Freund (1976), puis par Freund et Hutchinson (1985). La vitesse de Rayleigh c_r est donnée en fonction de la vitesse des ondes de cisaillement c_s par :

$$c_r \approx \frac{0,862 + 1,14 \nu}{1 + \nu} c_s \quad (1-10)$$

Les vitesses des ondes longitudinales c_l et de cisaillement c_s , ainsi que les différentes valeurs ($\alpha_l, \theta_l, w_l, \alpha_s, \theta_s, w_s$) sont fournis par Freund (1976) :

$$\begin{cases} c_l = \sqrt{\frac{2\mu(1-\nu)}{(1-2\nu)\rho}} \\ \alpha_l = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{c_l}\right)^2} \\ \tan(\theta_l) = \alpha_l \tan(\theta) \\ w_l = \left[1 - \left(\frac{\nu \sin \theta}{c_l}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad \begin{cases} c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \\ \alpha_s = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{c_s}\right)^2} \\ \tan(\theta_s) = \alpha_s \tan(\theta) \\ w_s = \left[1 - \left(\frac{\nu \sin \theta}{c_s}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad (1-11)$$

Les contraintes en pointe de fissures sont alors définies en dynamique en mode I par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \frac{K_I}{H \sqrt{2\pi r}} \left[\frac{(1 + \alpha_s^2)(1 + 2\alpha_l^2 - \alpha_s^2) \cos\left(\frac{\theta_l}{2}\right)}{w_l} - \frac{4\alpha_l\alpha_s \cos\left(\frac{\theta_s}{2}\right)}{w_s} \right] \\ \sigma_{22} = \frac{K_I}{H \sqrt{2\pi r}} \left[-\frac{(1 + \alpha_s^2)^2 \cos\left(\frac{\theta_l}{2}\right)}{w_l} + \frac{4\alpha_s\alpha_l \cos\left(\frac{\theta_s}{2}\right)}{w_s} \right] \\ \sigma_{12} = \frac{2 K_I \alpha_l(1 + \alpha_s^2)}{H \sqrt{2\pi r}} \left[\frac{\sin\left(\frac{\theta_l}{2}\right)}{w_l} - \frac{\sin\left(\frac{\theta_s}{2}\right)}{w_s} \right] \\ \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \\ H = 4\alpha_s\alpha_l - (1 + \alpha_s^2)^2 \end{array} \right. \quad (1-12)$$

En introduisant m , le rapport entre la vitesse de propagation de la fissure v et la vitesse de Rayleigh c_r , le système obtenu en quasi-statique (1-7) est retrouvé lorsque le ratio de vitesse m tend vers zéro. L'énergie libérée pendant l'ouverture de la fissure devient en dynamique :

$$\left\{ \begin{array}{l} G = f(m) \frac{K_I^2}{E} (1 - v^2) \\ f(m) = \frac{\alpha_l \left(\frac{v}{c_s}\right)^2}{(1 - v)H} \\ m = \frac{v}{c_r} \end{array} \right. \quad (1-13)$$

Freund (1976) a également défini le facteur d'intensité de contrainte dynamique K comme le produit du facteur statique et d'une fonction $k(m)$. L'énergie libérée G en dynamique dépend alors de son expression en statique et des fonctions $f(m)$ et $k(m)$:

$$G = f(m)k^2(m)G_S \quad (1-14)$$

G_S est l'énergie en statique définie par l'expression (1-9). Freund et Hutchinson ont ensuite tracé la fonction $f(m)k^2(m)$ et montré qu'elle peut être correctement approximée par la fonction $1 - m$.

$$\left\{ \begin{array}{l} G \approx \frac{(1 - m)(1 - v^2) K_{IC}^2}{E} \\ m = \frac{v}{c_r} \end{array} \right. \quad (1-15)$$

2.2. Rupture ductile

L'endommagement ductile a été observé pour la première fois par Tipper (1949), mais ce n'est que dans les années 1960 que les différents phénomènes (germination,

croissance, coalescence) furent bien établis. Dans les années 1970, Gurson a développé son modèle d'endommagement (1975 ; 1977) en se basant, entre autres, sur les études d'expansions de cavités de McClintock (1968) et Rice et Tracey (1969). Son modèle a été repris et amélioré par Chu et Needleman (1980), Tvergaard (1981 ; 1982), puis par Tvergaard et Needleman (1984). Depuis les années 1980, de nombreuses études ont été réalisées pour développer les modèles d'endommagements ductiles (effets de la forme des cavités par Gologanu et al. (1993) et Tvergaard (2009), de l'anisotropie par Benzerga et Besson (2001), de la triaxialité par Barsoum et Faleskog (2007a ; 2007b) et Benzerga et Leblond (2010) ou encore de la vitesse de déformation par Ortiz et Molinari (1992)).

Grady et Benson (1983) ainsi que Zhang et Ravi-Chandar (2006 ; 2008) ont effectué d'importantes études expérimentales sur des matériaux ductiles. Ils ont mis en évidence les effets dynamiques et l'existence de sites d'endommagement dont l'ouverture a été arrêtée par les ondes de relâchement de contrainte (ondes de Mott). Ils ont observé que plusieurs métaux comme l'aluminium et le cuivre gardent un comportement ductile à grandes vitesses de déformation ($\sim 10^4 \text{ s}^{-1}$). Goto et al (2008) ont également observé des fissurations arrêtées pour un acier « fragile » pendant la fragmentation de cylindres. En mesurant les déformations d'apparitions de strictions pendant des essais de fragmentations d'anneaux, Zhang et Ravi-Chandar (2006 ; 2008) ont montré que la ductilité de l'aluminium et du cuivre semble insensible à la vitesse de déformation. Dans le chapitre 2, nous observerons également une faible dépendance à la vitesse de déformation pour l'endommagement d'un acier ductile.

Dans le présent travail de thèse nous nous intéressons à la fragmentation à très grande vitesse de déformation. La fragmentation est contrôlée surtout par l'apparition de localisations macroscopiques de déformations, la propagation de celles-ci dans la section portante, la propagation d'une onde de relâchement de contrainte (onde de Mott) et finalement l'interaction de ces ondes. Nous ne considérerons donc pas la germination de défauts à l'échelle des microcavités. Les hétérogénéités matérielles conduisant à la localisation de la déformation seront analysées dans le chapitre 2. La germination des défauts sous forme de zones de localisation de déformation sera abordée au chapitre 3 et l'interaction des ondes de Mott sera modélisée au chapitre 4. La suite du présent chapitre sera dédiée à l'analyse de la propagation des ondes de relâchement de contrainte.

2.3. Estimation de l'énergie de rupture à partir du modèle de Griffith

Afin d'estimer les corrections apportées au modèle de Mott, nous aurons besoin de connaître l'énergie de rupture. Ultérieurement quatre types de matériaux seront comparés : un acier « fragile », un acier ductile, un alliage de cuivre et un alliage d'aluminium. Les propriétés de ces matériaux ont été obtenues à partir des diagrammes d'Ashby (1989) et sont représentées partiellement sur la figure (1 3).

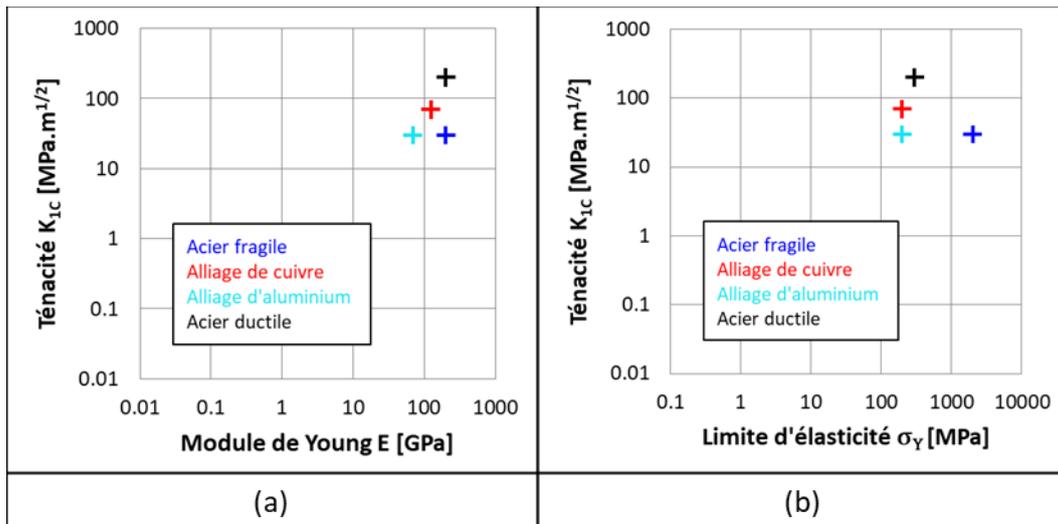


figure (1-3) : Positions des matériaux sélectionnés sur les diagrammes d'Ashby

Dans un premier temps, il est nécessaire d'obtenir un ordre de grandeur de l'énergie à rupture Γ . Les valeurs exactes de ces paramètres sont analytiquement et expérimentalement très compliquées à obtenir. De plus, les principales difficultés qui ne permettent pas d'utiliser les modèles d'endommagement actuels sont : la vitesse de déformation très élevée (de l'ordre de 10^4 s^{-1} lors de la fragmentation d'enveloppes métalliques par des produits de détonation) et un milieu totalement plastifié avant l'endommagement. Une estimation de l'ordre de grandeur de l'énergie de rupture est cependant faite grâce au modèle de Griffith (1921). Il est supposé, uniquement comme première estimation, que l'énergie de rupture Γ est égale à $K_{1c}^2 (1 - \nu^2)/E$. Les termes K_{1c} , E et ν sont respectivement le facteur d'intensité de contrainte en mode 1, qui représente des déformations planes, le module de Young et le coefficient de Poisson. Les valeurs de l'énergie de rupture estimées à partir de la ténacité ne sont qu'indicatives. Effectivement, la notion de K_{1c} suppose que le matériau n'est pas complètement plastifié. Or nous utilisons les valeurs de l'énergie obtenue à partir de cette grandeur pour classer les matériaux entre eux. Les ordres de grandeurs de l'énergie de rupture Γ sont entre 10^3 et 10^5 J/m^2 , ce qui est en adéquation avec les valeurs données dans les cours de Needleman (2016) et Ravi-Chandar (2016).

Matériaux	Ténacité K_{1c} (MPa \sqrt{m})	Énergie de rupture Γ (J/m ²)
Acier ductile	200	89 100
Acier fragile	30	2 000
Alliage de cuivre	70	17 600
Alliage d'aluminium	30	5 800

Tableau (1-1) : Ténacité et énergie de rupture correspondante pour deux aciers, un alliage de cuivre et un alliage d'aluminium

3. Onde mécanique de relâchement de contraintes sans endommagement

3.1. Cinématique d'une barre en extension dynamique uniaxiale

Dans ses travaux, Mott a étudié le cas d'une barre unidimensionnelle en extension, qu'il a ensuite étendu à un tore en négligeant les effets de courbure. Par la suite, il a calculé, la fragmentation de plusieurs tores et obtenu une distribution massique des éclats.

Le modèle original d'une barre en extension est repris ici. Il est supposé, comme pour Mott, que l'énergie cinétique initiale est suffisante pour fragmenter la barre. Dans le cas d'un cylindre, ce sont les produits de détonation qui provoquent l'expansion. Pour une barre de longueur L , on appliquera une vitesse de déformation homogène $\dot{\epsilon}$, égale à $\partial V/\partial x$. Le référentiel et le profil de vitesse sont représentés sur la figure (1-4).

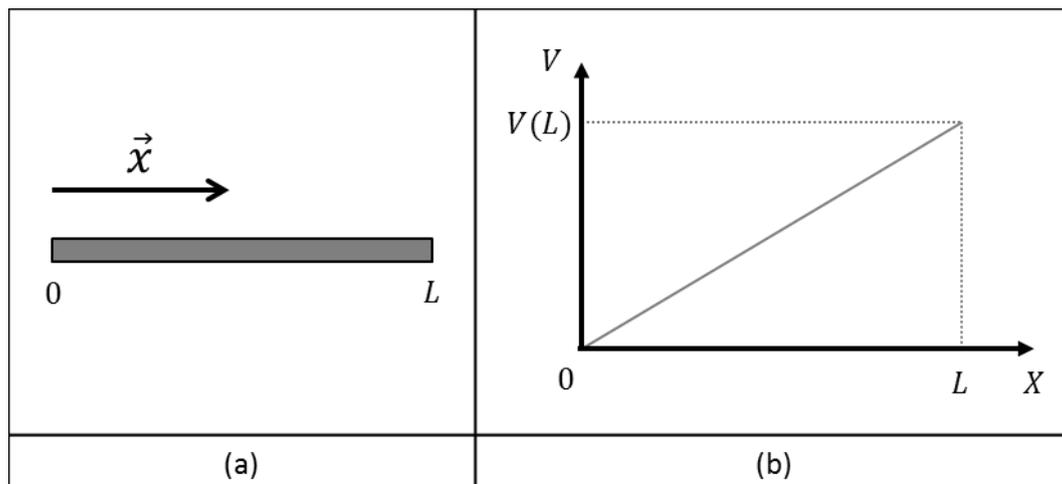


figure (1-4) (a) Barre unidimensionnelle, (b) Profil de vitesse le long de la barre

Le temps est noté t . Une différence importante entre le modèle de Mott initial et le modèle étendu est l'instant d'apparition du site d'endommagement. Dans le modèle

original, Mott se positionne initialement à l'instant de rupture. Dans ce modèle un site d'endommagement apparaît à un instant t_i .

La vitesse V est uniaxiale suivant la coordonnée x , la vitesse de déformation s'écrit :

$$\forall x \in [0, L] : \quad \dot{\varepsilon}(x, t) = \frac{\partial V}{\partial x} = \dot{\varepsilon}(t) \quad (1-16)$$

Où le terme $\dot{\varepsilon}(t)$ est spatialement constant, mais dépend du temps t . La vitesse de déformation initiale et le temps initial sont respectivement notés $\dot{\varepsilon}_0$ et t_0 . Le taux de déformation est égal au gradient eulérien symétrisé du champ de vitesse. Pendant un temps $(t - t_0)$ un point matériel sur la barre se déplace de X à x . Les variables X et x sont respectivement lagrangienne et eulérienne. La vitesse d'un point matériel sur la barre est indépendante du temps et définie par :

$$V(x) = \dot{\varepsilon}_0 X \quad (1-17)$$

Cette vitesse est une variable lagrangienne. L'extension de la barre est représentée sur la figure (1-5). En prenant en compte ce champ de vitesse, il est possible d'observer que le temps $t = 0$ s n'est pas physique, car la longueur de la barre serait nulle. Le temps initial t_0 est différent de zéro et égal à $1/\dot{\varepsilon}_0$.

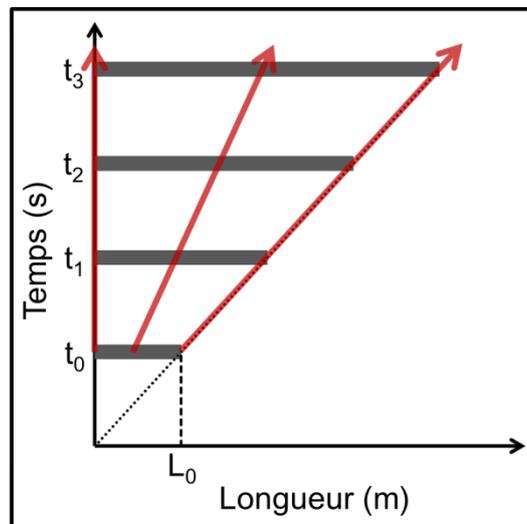


figure (1-5) : Barre en extension uniforme

La vitesse $V(x)$ d'un point sur la barre étant égale à $(x - X)/(t - t_0)$, l'équation (1-17) permet d'obtenir l'expression suivante :

$$V(x) = \frac{x}{t} = \frac{X}{t_0} \quad (1-18)$$

En reprenant les équations précédentes, il est alors possible d'établir le système :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{t} \\ V(x) = \dot{\varepsilon}(t) x = \dot{\varepsilon}_0 X \end{cases} \quad (1-19)$$

Dans ce modèle étendu, l'élasticité du matériau est négligée. Toute la déformation ε_{total} est supposée être plastique (notée ε_p) :

$$\varepsilon_{total}(x,t) = \varepsilon_p(t) = \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \quad (1-20)$$

3.2. Modèle original de Mott

Dans un premier temps, Mott a étudié la fragmentation d'une barre en expansion uniforme, dont la cinétique a été présentée dans la partie précédente. L'énergie élastique étant supposée négligeable par rapport à l'énergie plastique (voir Introduction générale), Mott a considéré un matériau rigide plastique. Nous ferons également cette hypothèse à l'instant d'apparition du site d'endommagement. Cependant, afin d'observer quand l'hypothèse d'un matériau parfaitement plastique est nécessaire, nous développerons le cas d'un matériau écrouissable. La contrainte $\sigma_Y(\varepsilon_p)$ est homogène dans la barre. L'énergie de rupture a été négligée et Mott a considéré des fissures droites et instantanées (figure (1-6)). Lorsque la contrainte devient instantanément nulle à la section A, Mott fait l'hypothèse que l'écoulement plastique s'arrête au voisinage de A. La zone devient alors rigide et progressivement une onde mécanique se propage dans le matériau. Des simulations numériques réalisées par Zhang et Ravi-Chandar (2006) ont permis d'observer ces ondes.

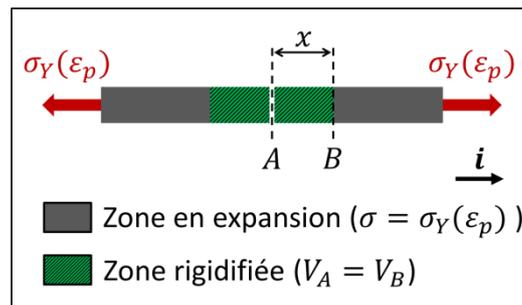


figure (1-6) : Modèle de Mott original

La masse comprise entre les sections A et B est notée m . L'application du principe fondamental de la dynamique donne :

$$m \frac{dV}{dt} = S \sigma_Y(\varepsilon_p) \quad (1-21)$$

S est la section de la barre (à l'emplacement B sur la figure précédente). La position du front d'onde est x . La masse m peut être écrite en coordonnées eulériennes ou lagrangiennes par :

$$m = \int \rho S dx = \rho S x = \rho S_0 X \quad (1-22)$$

ρ et S_0 désignent la masse volumique et la section de la barre à l'instant de rupture. Avec les équations (1-19), (1-21) et (1-22), Mott a pu écrire l'équation qui régit la propagation de l'onde :

$$Vt \frac{dV}{dt} = \frac{\sigma_Y(\varepsilon_p)}{\rho} \quad (1-23)$$

Cette dernière équation peut être simplifiée par :

$$\frac{d(V^2)}{d \ln(t)} = \frac{d(V^2)}{d\varepsilon_p} = \frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_p)}{\rho} \quad (1-24)$$

L'équation ((1-24) sera intégrée dans les sections suivantes en introduisant le potentiel de dissipation plastique, ce qui permettra de détailler les hypothèses faites par Mott et d'introduire le modèle étendu de propagation d'onde de relâchement de contrainte.

La contrainte à la section A est nulle et celle à la section B est égale à $\sigma_Y(\varepsilon_p)$. On considère un point C dans la zone de relâchement de contraintes entre A et B. L'emplacement de ce point peut être exprimé comme une fraction de la position X du front d'onde. Cette fraction est notée fX , où f a une valeur comprise entre 0 et 1. Soit σ_C la contrainte en ce point C, elle est égale à :

$$\sigma_C = \rho f X \frac{dV}{dt} \quad (1-25)$$

Le bloc entre A et B étant supposé rigidifié, la vitesse du point matériel C est égale à celles de A et B, ce qui permet d'obtenir :

$$\sigma_C = f \sigma_Y(\varepsilon_p) \quad (1-26)$$

On trouve que la contrainte le long de la zone rigidifiée est linéaire, ce qui est cohérent avec les travaux de Grady (2006) et ceux de Zhang et Ravi-Chandar (2006). Le profil des contraintes le long de la barre est représenté sur la figure (1-7) à deux instants différents ($t_2 > t_1$). La contrainte diminue dans le bloc rigidifié au cours du temps, ce qui va annihiler totalement l'apparition de nouveaux sites d'endommagement dans cette zone. Cependant, dans le modèle que nous allons développer, la distribution de la contrainte à l'intérieur du défaut n'est pas importante. Le but même du modèle est de pouvoir s'affranchir d'hypothèses sur le comportement local.

Si l'écroûissage du matériau est important ou la vitesse du front d'onde faible, la contrainte ne diminue pas et l'hypothèse d'une zone rigide de Mott est mise en défaut. L'incrément de la position du front d'onde dX/X doit être supérieur à l'incrément de la contrainte $d\sigma/\sigma$.

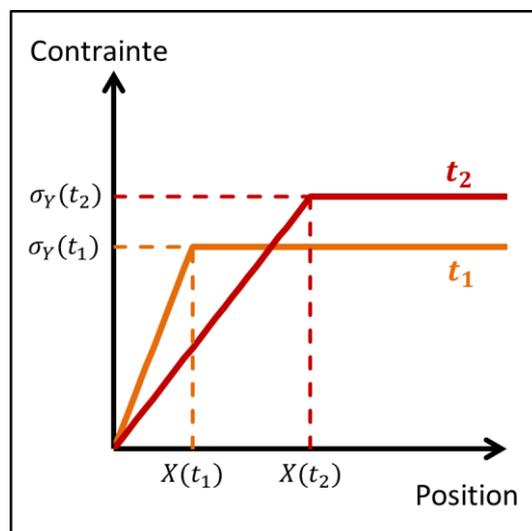


figure (1-7) : Etat de contrainte le long de la barre

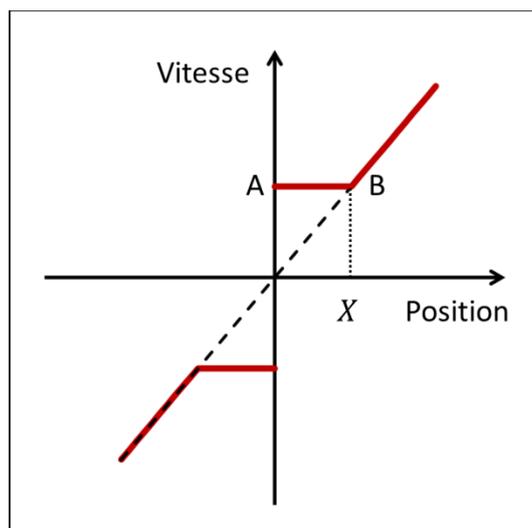


figure (1-8) : Profil de vitesse le long de la barre

Le profil de vitesse est schématisé sur la figure (1-8). La vitesse de la zone rigidifiée est constante, tandis que le reste de la barre demeure toujours en expansion uniforme. Tant

qu'il n'est pas traversé par une onde de Mott, un point de la barre n'est pas affecté par l'endommagement d'une autre zone.

3.3. Potentiel de dissipation plastique et modèle généralisé de l'onde de Mott

L'introduction du potentiel de dissipation plastique permet d'obtenir une équation générale de la propagation des ondes de relâchement de contraintes. Ce potentiel est défini par :

$$\psi(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_Y(\varepsilon_p) d\varepsilon_p \quad (1-27)$$

L'équation (1-24) doit être intégrée de l'instant d'initiation du site d'endommagement, pour ε_i (correspondant également à la rupture dans le modèle de Mott original), jusqu'à l'état actuel de la barre. Cet état correspond à une déformation ε_p . La variable v est définie comme la vitesse du front d'onde, à la section B, par rapport à la vitesse de la section A ($v = V_B - V_A$) :

$$v^2 = \frac{2 [\psi(\varepsilon_p) - \psi(\varepsilon_i)]}{\rho} \quad (1-28)$$

Au cours de la fragmentation, l'augmentation de la contrainte $\sigma_Y(\varepsilon_p)$ dans la barre, due à l'écroutissage, peut être significative. La déformation peut atteindre plusieurs dizaines de pourcents (Taylor 1963 ; Hoggatt et Recht 1969). Cependant, il sera supposé que l'incrément de la contrainte homogène dans la barre au cours d'une seule rupture est faible. Un développement au premier ordre est effectué. Le matériau est considéré localement rigide parfaitement plastique au cours de l'endommagement. Il est alors possible d'obtenir une expression pour le cas particulier d'un matériau parfaitement plastique où $\sigma_Y(\varepsilon_p) = \sigma_Y(\varepsilon_i)$. Le terme σ_Y désigne donc une constante égale à la contrainte de la barre en début de rupture. Le potentiel de dissipation plastique $\psi(\varepsilon_p)$ est alors égale à $\sigma_Y(\varepsilon_i)\varepsilon_p$. La vitesse du front d'onde est donnée par :

$$v^2 = \frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_i) (\varepsilon_p - \varepsilon_i)}{\rho} \quad (1-29)$$

La relation précédente peut être exprimée en fonction du temps grâce à la relation (1-20) :

$$v^2 = \frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_i)}{\rho} \ln \left(1 + \frac{t - t_i}{t_i} \right) \quad (1-30)$$

Le temps t_i correspond à l'initiation d'endommagement. Pour la suite des développements, il est plus souhaitable d'introduire le temps τ , égal à $t - t_i$. Ce temps τ est nul en début

d'endommagement. L'expression (1-30) se réécrit alors pour la vitesse v et la position X du front d'onde :

$$\begin{cases} v = \sqrt{\frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_i)}{\rho} \ln\left(1 + \frac{\tau}{t_i}\right)} \\ X = \sqrt{\frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_i)}{\rho \dot{\varepsilon}_0^2} \ln\left(1 + \frac{\tau}{t_i}\right)} \end{cases} \quad (1-31)$$

3.4. Modèle original retrouvé par l'hypothèse des petites déformations

Dans l'hypothèse des petites perturbations, la fonction $\ln(1 + \tau/t_i)$ est supposée presque égale à τ/t_i . Le temps t_i , suivant l'expression (1-19), est égal à l'inverse de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_i$. La position du front d'onde dépend alors du temps à la puissance 1/2.

$$X = \sqrt{\frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_i) \dot{\varepsilon}_i \tau}{\rho \dot{\varepsilon}_0^2}} \quad (1-32)$$

Dans les travaux de Mott en 1944, la vitesse de déformation est supposée homogène au cours de la propagation des ondes de relâchement de contraintes. Les vitesses de déformation initiale et en début de rupture sont donc identiques ($\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_i$). L'expression donnée par Mott s'écrit alors :

$$X_M = \sqrt{\frac{2 \sigma_Y \tau}{\rho \dot{\varepsilon}_0}} \quad (1-33)$$

Mott a implicitement effectué un développement au premier ordre pour obtenir l'expression de propagation d'onde en considérant : un matériau parfaitement plastique, une rupture instantanée sans énergie de rupture et une vitesse de déformation constante en temps. Mott avait déjà identifié des paramètres matériaux importants dans le processus de fragmentation : La limite d'écoulement σ_Y , la masse volumique ρ et la vitesse de déformation initiale $\dot{\varepsilon}_0$. Dans les parties suivantes, d'autres paramètres matériaux se révéleront importants.

4. Modèle étendu avec endommagement basé sur l'approche de Grady

4.1. Potentiel de dissipation général

La rupture dynamique d'une barre, d'un anneau ou d'un tube n'est pas instantanée. L'endommagement est progressif et une certaine quantité d'énergie est nécessaire pour rompre. Les ordres de grandeurs sont entre 10^3 et 10^5 J/m² pour des aciers respectivement

« fragiles » et ductiles. Bien que le modèle original de Mott semble bien adapté pour des matériaux fragiles, il ne permet pas de représenter complètement la complexité de la fragmentation d'un matériau ayant une énergie de rupture importante. Dans ce dernier cas, des fissures commencent à s'ouvrir mais sont arrêtées par les ondes de relâchement de contrainte. Il s'agit d'un phénomène bien connu (Zhang et Ravi-Chandar 2006 ; Goto et al. 2007) et qui sera approfondi dans les chapitres suivants. Dans le modèle étendu ici, la loi originale de Mott d'apparition de fissures devient une loi de germination de sites d'endommagement. Un modèle d'endommagement localisé est introduit sur la figure (1-9). Grady ne suppose plus une ouverture instantanée, mais considère un endommagement progressif décrit par une variable interne y avec une valeur critique y_c . Le modèle ne postule pas ce qu'il se passe entre y et y_c à part que y ne décroît pas.

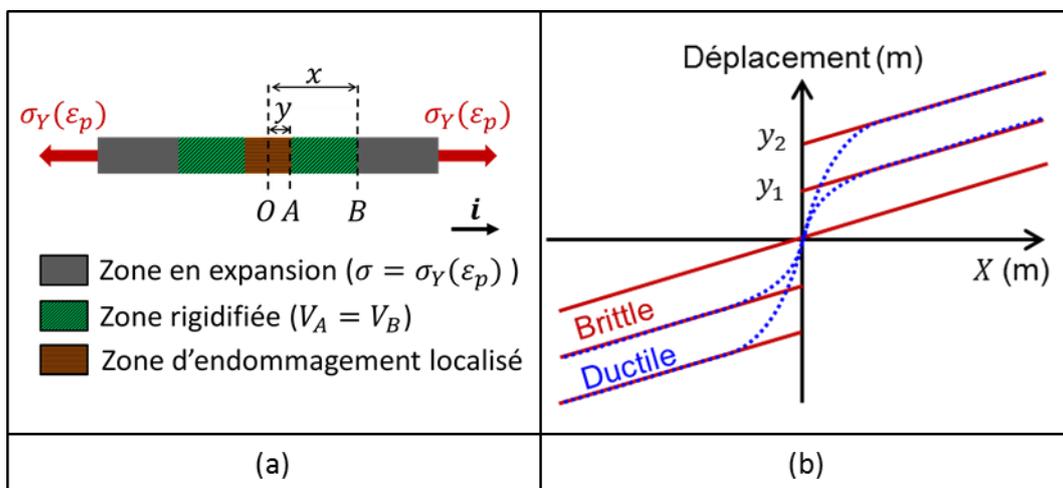


figure (1-9) : Modèle étendu avec une zone d'endommagement localisé

Lorsqu'un site possible de rupture apparaît à la section O sur la figure précédente, la contrainte ne chute pas instantanément à zéro. L'onde de Mott va commencer à parcourir la barre, mais une force la retient (figure (1-10)). La puissance même du modèle réside dans le fait qu'il n'est pas vraiment local. Le modèle décrit l'endommagement du volume entre O et A. La perte de la capacité de porter une charge est décrite pour le volume et non pas pour une section bien particulière. Nous n'avons pas besoin de supposer un chemin de rupture ou une loi d'endommagement microscopique particulière.

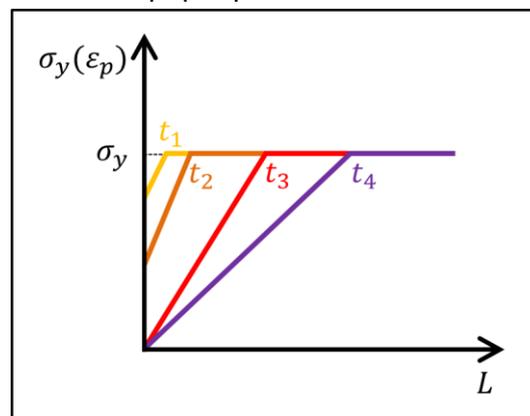


figure (1-10) : Etat de contrainte le long de la barre avec une ouverture progressive

Nous introduisons une contrainte à la section A dépendant d'une variable qui caractérise globalement l'endommagement entre O et A, notée y , et définie par :

$$\sigma_A = \sigma_Y(\varepsilon_p) \varphi\left(\frac{y}{y_c}\right) \quad (1-34)$$

L'existence d'une telle contrainte sera justifiée ultérieurement par le bilan énergétique dans ce chapitre. La fonction φ sera appelée loi d'ouverture. Elle est définie comme une fonction du rapport d'ouverture y/y_c où le terme y_c est le déplacement critique à rupture. La loi d'ouverture φ est le ratio des forces aux sections A et B et doit respecter les trois critères suivants :

$$\begin{cases} \varphi\left(\frac{y}{y_c} = 0\right) = 1 \\ \varphi\left(\frac{y}{y_c} = 1\right) = 0 \\ \varphi\left(\frac{y}{y_c}\right) \text{ décroissante} \end{cases} \quad (1-35)$$

Une telle loi d'ouverture a déjà été introduite par Grady (Grady 2006), mais son utilisation va différer ultérieurement. Là où Grady utilisait cette valeur pour définir une taille minimale de fragment dans son modèle énergétique, ici l'impact de cette variable globale d'endommagement sera évalué dans des simulations de fragmentations de tores d'après le modèle mécanique et probabiliste de Mott (Chapitre 4).

Ce modèle est également proche des modèles cohésifs, proposés par Dugdale (Dugdale 1960) et Barenblatt (Barenblatt 1962). Des correspondances peuvent d'ailleurs être faites entre le modèle de Mott et les modèles cohésifs (Levy 2010). Il y a cependant une différence majeure entre les modèles cohésifs et celui que nous proposons. Ici, l'ouverture y décrit macroscopiquement l'évolution de l'endommagement. Nous n'avons pas besoin de postuler un chemin de fissuration.

Le rapport d'ouverture y/y_c , sans dimension, est noté u . L'énergie nécessaire pour obtenir une rupture entre les sections O et A est notée Γ . Celle-ci est homogène à des [J/m²] et égale à :

$$\Gamma = \int_0^{y_c} \sigma_Y \varphi\left(\frac{y}{y_c}\right) dy = \sigma_Y y_c \int_0^1 \varphi(u) du \quad (1-36)$$

L'application d'une contrainte à la section A modifie l'expression de la seconde loi de Newton (donnée par (1-21) pour le modèle initial) et l'équation qui régit dorénavant la propagation de l'onde est :

$$\frac{dv^2}{d \ln(t)} = \frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_p)}{\rho} [1 - \varphi(u)] \quad (1-37)$$

La forme de la loi d'ouverture et l'énergie de rupture peuvent maintenant contrôler la propagation des ondes de relâchement de contraintes avant l'instant de rupture. Sachant que $v = \dot{\epsilon}_0 X$, la position X du front d'onde s'écrit :

$$\frac{dX^2}{d \ln(t)} = \frac{2 \sigma_Y(\epsilon_p)}{\rho \dot{\epsilon}_0^2} [1 - \varphi(u)] \quad (1-38)$$

En utilisant les mêmes hypothèses que dans le modèle initial de Mott, la zone parcourue par l'onde de relâchement de contrainte (entre A et B) possède un mouvement de corps rigide. L'hypothèse d'un comportement rigide entre A et B impose une condition sur la variable interne d'endommagement y :

$$v = \frac{dy}{dt} \quad (1-39)$$

Le matériau est considéré rigide parfaitement plastique au cours de l'endommagement :

$$\begin{cases} \frac{dX^2}{d \ln(t)} = \frac{2 \sigma_Y}{\rho \dot{\epsilon}_0^2} [1 - \varphi(u)] = D [1 - \varphi(u)] \\ \frac{dy}{dt} = \dot{\epsilon}_0 X \end{cases} \quad (1-40)$$

Le facteur D caractérise le matériau et est égal à $2\sigma_Y/\rho\dot{\epsilon}_0^2$. On retrouve dans le facteur D les paramètres matériaux et de chargement donnés par Mott. Sous l'hypothèse de petites déformations, il est possible d'obtenir :

$$\begin{cases} \frac{dX^2}{dt} = \frac{2 \sigma_Y \dot{\epsilon}(t)}{\rho \dot{\epsilon}_0^2} [1 - \varphi(u)] \\ \frac{du}{dt} = \frac{\dot{\epsilon}_0 X}{y_c} \end{cases} \quad (1-41)$$

Introduisons le potentiel de dissipation complémentaire $\psi_c(u)$, défini par :

$$\psi_c(u) = \int_0^u [1 - \varphi(u)] du \quad (1-42)$$

En supposant, comme Mott, une faible variation de la vitesse de déformation entre les temps t_i et t , le système permet d'obtenir les expressions de la position du front d'onde X et du temps τ en fonction du rapport d'ouverture $u = y/y_c$:

$$\begin{cases} X^3 = \frac{3 \sigma_Y \dot{\epsilon}_i y_c}{\rho \dot{\epsilon}_0^3} \psi_c(u) \\ \tau = \frac{y_c}{\dot{\epsilon}_0} \int_0^1 \frac{1}{X} du = \dot{\epsilon}_0^2 \left(\frac{\rho y_c}{3 \sigma_Y \dot{\epsilon}_i} \right)^{\frac{1}{3}} \int_0^1 [\psi_c(u)]^{-\frac{1}{3}} du \end{cases} \quad (1-43)$$

Ce système est valable quel que soit $\varphi(u)$ respectant les conditions (1-35). L'introduction du potentiel d'endommagement conduit à un couplage fort entre l'endommagement et la propagation des ondes de relâchement de contraintes.

4.2. Solution particulière pour une ouverture de type puissance proposée par Grady

Afin de développer les calculs précédents et d'obtenir la forme de la propagation des ondes de relâchement de contrainte, Grady (2006) a considéré une fonction puissance comme potentiel d'endommagement $\varphi(u)$:

$$\varphi(u) = \begin{cases} 1 - u^n & \text{pour } 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{pour } u \geq 1 \end{cases} \quad (1-44)$$

Cette forme particulière dépend d'un paramètre constant n supposé positif. Des bornes précises de n seront établies par la suite. Le potentiel de dissipation complémentaire $\psi_c(u)$ et l'énergie de rupture Γ s'écrivent :

$$\begin{cases} \psi_c(u) = \frac{u^{n+1}}{n+1} \\ \Gamma = \sigma_Y y_c \frac{n}{n+1} \end{cases} \quad (1-45)$$

Les cas particuliers, $n = 0$ à y_c fixé ou $y_c = 0$ à n fixé, correspondent tous les deux à une énergie de rupture Γ nulle. En prenant à la fois n et y_c égaux à zéro, le modèle de Mott original sera retrouvé.

Les équations (1-43), (1-44) et (1-45) permettent d'obtenir la position du front d'onde X en fonction de la variable interne u , ainsi qu'en fonction du temps τ :

$$\begin{cases} X = X_r u^{\frac{n+1}{3}} \\ \tau = \tau_r u^{\frac{2-n}{3}} \\ X = X_r \left(\frac{t}{\tau_r} \right)^{\frac{n+1}{2-n}} \\ y = y_c \left(\frac{t}{\tau_r} \right)^{\frac{3}{2-n}} \end{cases} \quad \text{pour } n < 2 \quad (1-46)$$

Respectivement notés X_r et τ_r , la position du front d'onde et le temps à rupture, c'est-à-dire lorsque $u = 1$, sont définis par :

$$\begin{cases} X_r = \left[\frac{3 \sigma_Y \dot{\epsilon}_i y_c}{(n+1) \rho \dot{\epsilon}_0^3} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{3 \dot{\epsilon}_i \Gamma}{n \rho \dot{\epsilon}_0^3} \right]^{\frac{1}{3}} \\ \tau_r = \frac{3 y_c}{(2-n) \dot{\epsilon}_0 X_r} = \frac{3 (n+1) \Gamma}{n (2-n) \dot{\epsilon}_0 \sigma_Y X_r} \end{cases} \quad (1-47)$$

La vitesse de déformation initiale $\dot{\epsilon}_0$ intervient à la puissance 3 et semble ainsi prédominante par rapport à la vitesse de début d'endommagement $\dot{\epsilon}_i$. Les ordres de grandeurs de ces valeurs pour différents matériaux sont discutés dans la section 5 de ce chapitre. La position de l'onde X dépend du temps à la puissance $(n+1)/(2-n)$ alors que la variable interne y est à la puissance $3/(2-n)$ en fonction du temps. Le rapport des exposants des fonctions $X(t)$ et $y(t)$ est égal à $(n+1)/3$. Cela signifie que si le paramètre n de la loi d'endommagement est strictement supérieur à deux, l'ouverture est plus rapide que le front d'onde X pour un temps très petit. La vitesse matérielle en B serait plus grande que la vitesse d'onde. Cependant, pour écrire l'expression (1-37), avec la seconde loi de Newton, il a été supposé que toute la masse est comprise entre les sections A et B. Une onde moins rapide que l'ouverture n'aurait alors aucun sens physique. Cette constatation impose de borner la paramètre n de la loi d'ouverture par $[0; 2[$. Le cas $n = 0$ correspondant au modèle original de Mott et le cas $n = 2$ correspondant à un temps de rupture infini (Relation (1-47)). L'énergie de rupture Γ ne se libérerait pas suffisamment rapidement pour pouvoir rompre.

Le cas particulier $n = 1/2$ est également intéressant. Il correspond, avant rupture, à une relation linéaire entre le front d'onde et le temps (figure (1-11)).

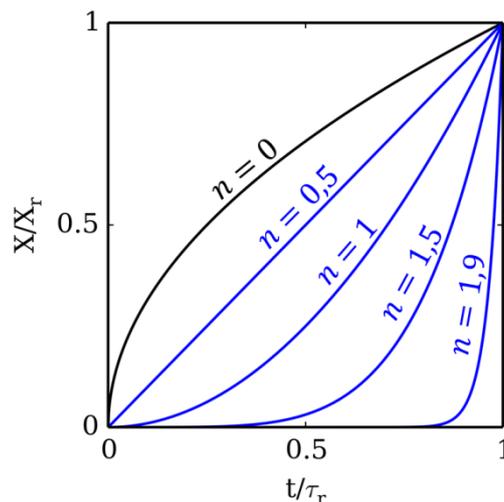


figure (1-11) : Formes d'ouvertures pour différents paramètres n

Le système (1-47) s'écrit en fonction de l'ouverture critique y_c ou de l'énergie à rupture Γ . La relation entre ces deux valeurs dépend du coefficient n (relation ((1-45)) et elles sont particulièrement importantes pour modéliser l'endommagement. Cependant,

comme aucune des deux valeurs Γ ou y_c ne semble expérimentalement plus facile à évaluer que l'autre, on distinguera les deux cas différents : énergie de rupture Γ fixée ou endommagement critique y_c fixée. On peut remarquer que Grady (2006) n'a étudié que le premier cas. Pour ces deux cas, l'influence du paramètre n diffère. Les constantes suivantes permettent d'adimensionnaliser le système (1-47) et ne dépendent pas de l'exposant de la loi d'endommagement n . On distingue les cas :

- À seuil y_c donnée :

$$\begin{cases} X_r = (n+1)^{-\frac{1}{3}} X_{y_c} & \text{avec} & X_{y_c} = \left(\frac{3 \sigma_Y \dot{\epsilon}_i y_c}{\rho \dot{\epsilon}_0^3} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \tau_r = \frac{(n+1)^{\frac{1}{3}}}{2-n} \tau_{y_c} & \text{avec} & \tau_{y_c} = \frac{3 y_c}{\dot{\epsilon}_0 X_{y_c}} \end{cases} \quad (1-48)$$

- À énergie de rupture Γ donnée :

$$\begin{cases} X_r = n^{-\frac{1}{3}} X_\Gamma & \text{avec} & X_\Gamma = \left(\frac{3 \dot{\epsilon}_i \Gamma}{\rho \dot{\epsilon}_0^3} \right)^{\frac{1}{3}} \\ \tau_r = \frac{(n+1) n^{-\frac{2}{3}}}{2-n} \tau_\Gamma & \text{avec} & \tau_\Gamma = \frac{3 \Gamma}{\dot{\epsilon}_0 \sigma_Y X_\Gamma} \end{cases} \quad (1-49)$$

Les dépendances en n de la position du front d'onde X_r et du temps τ_r à rupture sont représentée sur la figure (1-12). Les rapports X_r/X_{y_c} et X_r/X_Γ sont respectivement égaux à $(n+1)^{-1/3}$ et $n^{-1/3}$. Le cas $n=0$ est particulier. Le potentiel d'endommagement, $\varphi(u) = 1 - u^n$, est nul et le modèle étendu n'est évidemment plus valide. Il y a une singularité à énergie de rupture Γ fixée pour $n=0$. L'équation (1-45), à énergie de rupture fixée, donne $y_c = \Gamma(n+1)/(\sigma_Y n)$. Lorsque le coefficient n tend vers zéro, le seuil critique y_c tend vers l'infini. Cela signifie qu'il n'y aura pas de rupture. Ce n'est évidemment pas un résultat que l'on retrouve à seuil y_c fixée. Dans ce cas, l'énergie à rupture est donnée par $\Gamma = \sigma_Y y_c n / (n+1)$. Le cas $n=0$ à endommagement critique y_c fixé impose que Γ soit nul. Le cas à seuil y_c fixée semble alors moins sensible au paramètre n que le cas à énergie de rupture Γ fixée. Il s'agit d'un cas singulier, mais les développements précédents sont valables pour tout $n \in]0; 2[$.

Le cas $n=2$ correspond, que ce soit à la valeur critique y_c ou énergie de rupture Γ donnée, à un temps d'endommagement infini. Ce résultat est cohérent avec les observations précédentes dans cette partie.

Le cas $n=0.5$ est également particulier. Pour une énergie de rupture donnée, il correspond à un minimum du temps d'endommagement (figure (1-12d)). Or, on pourrait supposer qu'au cours des mécanismes de rupture, la physique de la fragmentation tend vers le phénomène le plus rapide si l'énergie disponible pour rompre est suffisante.

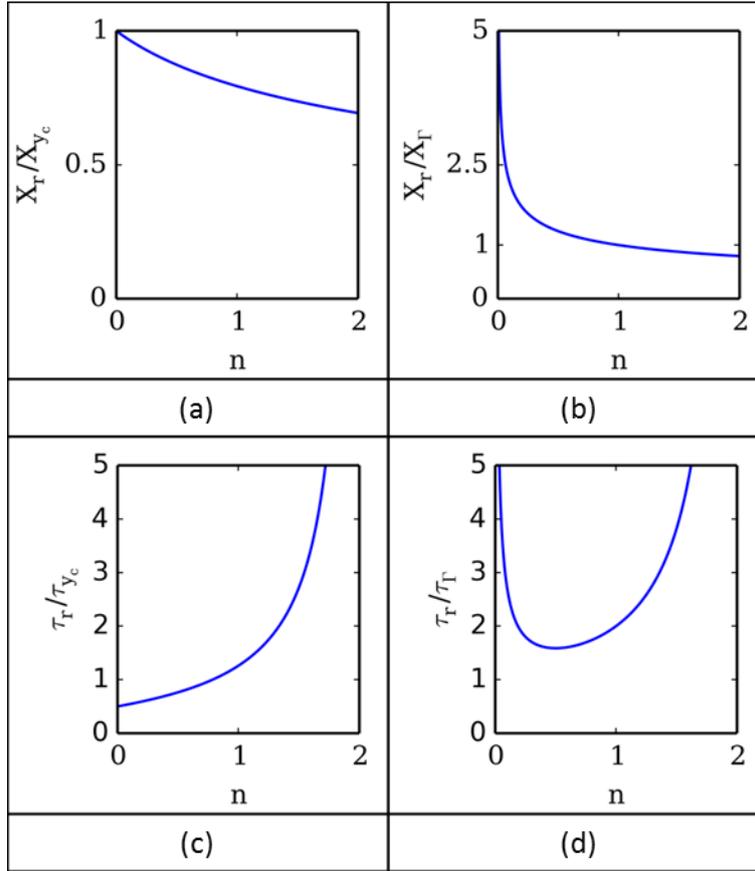


figure (1-12)

- (a) Position de l'onde à rupture en fonction de n à y_c donnée
- (b) Position de l'onde à rupture en fonction de n à Γ donnée
- (c) Temps à rupture en fonction de n à y_c donnée
- (d) Temps à rupture en fonction de n à Γ donnée

Les relations (1-46), (1-48) et (1-49) permettent d'obtenir les expressions de la position du front d'onde en fonction du temps adimensionnés par X_{y_c} , X_Γ , τ_{y_c} et τ_Γ :

$$\begin{cases} \frac{X}{X_{y_c}} = (n+1)^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{2-n}{(n+1)^{\frac{1}{3}}} \right]^{\frac{n+1}{2-n}} \left(\frac{\tau}{\tau_{y_c}} \right)^{\frac{n+1}{2-n}} \\ \frac{X}{X_\Gamma} = n^{-\frac{1}{3}} \left[\frac{2-n}{(n+1)n^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{n+1}{2-n}} \left(\frac{\tau}{\tau_\Gamma} \right)^{\frac{n+1}{2-n}} \end{cases} \quad (1-50)$$

Ainsi que les expressions en fonction de la variable interne u :

$$\begin{cases} \frac{X}{X_{y_c}} = (n+1)^{-\frac{1}{3}} u^{\frac{n+1}{3}} \\ \frac{X}{X_{\Gamma}} = n^{\frac{1}{3}} u^{\frac{n+1}{3}} \\ \frac{\tau}{\tau_{y_c}} = \frac{(n+1)^{\frac{1}{3}}}{2-n} u^{\frac{2-n}{3}} \\ \frac{\tau}{\tau_{\Gamma}} = \frac{(n+1) n^{\frac{2}{3}}}{2-n} u^{\frac{2-n}{3}} \end{cases} \quad (1-51)$$

La position du front d'onde est tracée en fonction du temps en valeurs adimensionnées sur la figure (1-13) à partir des systèmes (1-50) et (1-51). Il s'agit du comportement de l'onde de relâchement de contrainte avant l'instant de rupture. On observe un changement d'inflexion pour des valeurs du coefficient n inférieures ou supérieures à $1/2$ et un comportement linéaire dans les deux cas traités pour $n = 1/2$. À seuil critique et énergie de rupture donnés, les cas respectifs $n = 0$ et $n = 1/2$ minimisent le temps de rupture par rapport à toutes les trajectoires (X, τ) possibles avec une loi d'endommagement en puissance.

Les courbes $X(t)$ adimensionnées sont également tracées pour des valeurs constantes du rapport d'ouverture u (en pointillés rouges). On observe encore ici que l'endommagement contrôle la propagation de l'onde.

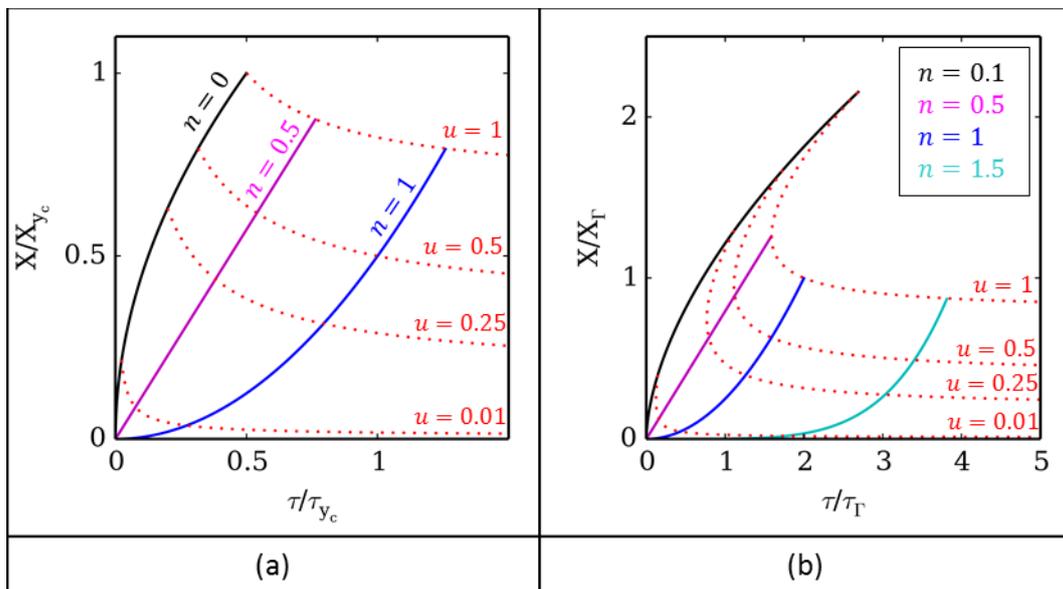


figure (1-13)

(a) Comparaison entre le modèle initial de Mott et le modèle étendu à y_c donné

(b) Comparaison entre le modèle initial de Mott et le modèle étendu à Γ donné

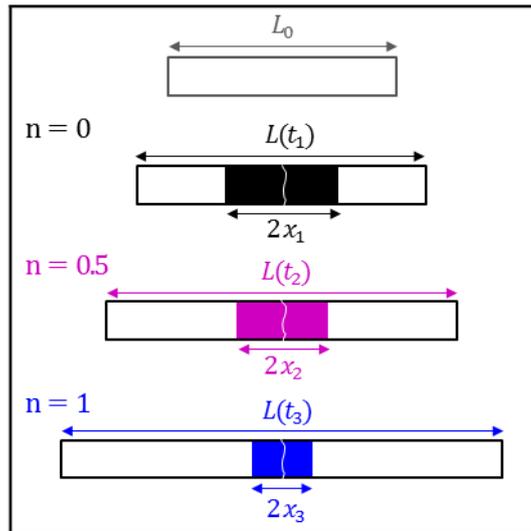


figure (1-14) : Illustration de la zone parcourue par les ondes de relâchement à l'instant de rupture en fonction de n pour y_c donnée

La figure (1-14) représente une barre en extension à l'instant de rupture pour différents paramètres n et pour un endommagement critique y_c fixe. Ces différents instants correspondent aux cas $u = 1$ sur la figure (1-13a). Les temps t_1 , t_2 et t_3 sont respectivement les temps à rupture pour des coefficients n égaux à 0, 0.5 et 1. $L(t)$ représente la longueur de la barre à rupture. Deux phénomènes peuvent être facilement observés lorsque n augmente : La position des ondes à rupture diminue et le temps à rupture augmente. Ce résultat signifie que la partie de la barre qui n'a pas été affectée par les ondes de relâchement de contrainte est plus grande. Ainsi, un plus grand nombre de sites d'endommagement peut apparaître. Dans le processus de fragmentation du modèle de Mott, les fragments sont définitivement formés lorsque deux ondes de relâchement se croisent. Le croisement des ondes de relâchement est plus complexe dans le modèle étendu. En effet, les ondes peuvent se croiser au cours de l'endommagement. Il sera expliqué dans le chapitre 4 comment l'ouverture de ces sites peut être interrompue par les ondes de Mott, ce qui permettra de pouvoir représenter les phénomènes réels observés pendant la fragmentation : des débuts d'endommagement qui ne conduisent pas à des ruptures traversantes.

4.3. Après rupture : décalage entre le modèle de Mott original et le modèle avec endommagement.

Grady n'a pas analysé la solution de l'équation de l'onde de relâchement de contrainte après rupture. Son amélioration majeure du modèle de Mott a cependant un comportement particulier à l'instant de rupture, lorsque la variable interne u est égale à 1 ($y = y_c$). Le potentiel de dissipation $\varphi(u)$ devient nul. L'expression (1-41) gouverne toujours la propagation de l'onde de relâchement de contrainte et devient :

$$\frac{dX^2}{dt} = \frac{2 \sigma_Y \dot{\epsilon}_i}{\rho \dot{\epsilon}_0^2} = D \quad (1-52)$$

Il s'agit exactement de la même équation qui contrôle la position de l'onde dans le modèle sans énergie de rupture. La différence ici sera un décalage en temps dû à l'endommagement. L'intégration de cette relation doit se faire à partir de la position X_r et du temps τ_r à rupture :

$$X^2 = D (\tau - \tau_r) + X_r^2 \quad (1-53)$$

La parabole originale de Mott a tout simplement été translatée selon l'axe des temps. En considérant le modèle sans énergie de rupture et un décalage τ_r^* de celui-ci en temps, les deux fonctions doivent être égales au point (X_r, τ_r) :

$$X^2 = D(\tau - \tau_r^*) \quad (1-54)$$

Le retard τ_r^* est ainsi obtenu avec les expressions ((1-53) et ((1-54) :

$$\begin{aligned} \tau_r^* = \tau_r - \frac{X_r^2}{D} &= \frac{3^{\frac{5}{3}} \times n}{2(2-n)} \left(\frac{\rho y_c^2}{\dot{\epsilon}_i (n+1)^2 \sigma_Y} \right)^{\frac{1}{3}} \\ &= \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2(2-n)} \left(\frac{n \rho \Gamma^2}{\dot{\epsilon}_i \sigma_Y^3} \right)^{\frac{1}{3}} \end{aligned} \quad (1-55)$$

Le retard par rapport au modèle de Mott initial dépend directement de l'énergie de rupture et du seuil de la variable interne à la puissance 2/3. Plus l'énergie nécessaire pour rompre est grande plus le décalage τ_r^* sera élevé. Ce dernier augmente également lorsque l'exposant n tend vers 2. Le cas $n = 2$ correspond à un retard infini puisqu'il ne conduit pas à une rupture. Les expressions (1-48) à (1-52) et (1-55) permettent de tracer la figure (1-15). La position du front d'onde est obtenue en fonction du temps avant et après rupture. La courbe noire représente le cas $n = 0$ et suit le modèle initial de Mott. On observe un décalage progressif de ce modèle lorsque le coefficient n augmente (en bleu). La courbe et les points verts correspondent à l'instant de rupture ($u = 1$). Avant rupture, les courbes sont identiques à celles obtenues sur la figure (1-13). Les solutions de l'équation (1-54), qui représentent le décalage par rapport au modèle de Mott initial sans énergie de rupture (relation (1-55)) sont tracées en rouge. Après rupture, plus aucune force ne retient la propagation des ondes de relâchement et le modèle de Mott original est évidemment retrouvé. On peut remarquer que dans le cas où l'énergie de rupture Γ est connue et où $n = 1/2$, le décalage τ_r^* est égal à la moitié du temps à rupture τ_r .

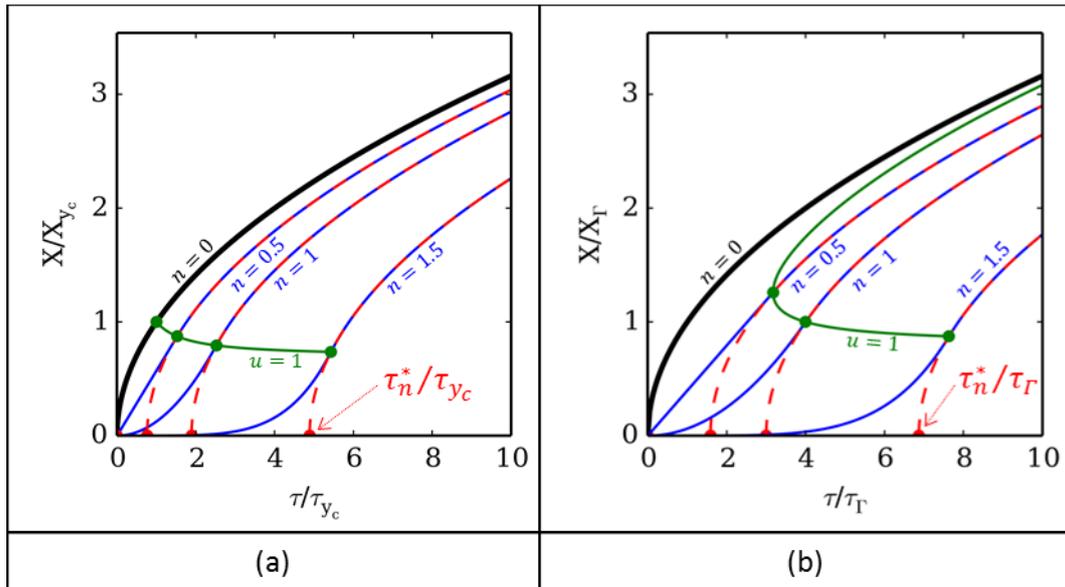


figure (1-15) :

(a) Comportement de l'onde pour une ouverture critique y_c donnée

(b) Comportement de l'onde pour une énergie de rupture Γ donnée

4.4. Influence du modèle étendu de Grady pour différents matériaux

4.4.1. Estimation des grandeurs caractéristiques

Dans cette partie nous discutons des différences entre le modèle original et le modèle étendu par Grady pour les quatre matériaux introduits au paragraphe 2.3. Ces matériaux sont largement utilisés dans des expériences d'expansions d'anneaux. L'énergie à rupture Γ et la valeur du K_{1c} de ces matériaux ont été obtenues à partir des diagrammes d'Ashby (1989). L'endommagement critique y_c est calculé à partir de la relation $\Gamma = \sigma_Y y_c n / (n + 1)$.

Afin de pouvoir comparer le modèle étendu avec celui de Mott, la vitesse de déformation en début d'endommagement $\dot{\epsilon}_i$ est supposée identique à la vitesse de déformation initiale $\dot{\epsilon}_0$. Cette vitesse est égale à 10^4 s^{-1} , ce qui est l'ordre de grandeur obtenu sur des corps de bombes ou des essais d'expansions d'anneaux. Le matériau est supposé parfaitement plastique et le paramètre n de la loi d'ouverture $\varphi(u) = 1 - u^n$ est fixé à $1/2$. Il correspond à un temps de rupture minimal pour cette loi d'endommagement à énergie de rupture donnée. Pour les quatre nuances de métaux, les grandeurs caractéristiques de la propagation des ondes de relâchement de contrainte sont représentées dans le tableau suivant :

Matériaux	Ténacité $K_{1c} (MPa\sqrt{m})$	Énergie de rupture $\Gamma (J/m^2)$	Ouverture critique $y_c (\mu m)$	Position à rupture $X_n (mm)$	Temps à rupture $\tau_n (\mu s)$	Décalage $\tau_n^* (\mu s)$
Acier ductile	200	89 100	167,1	8,8	3,8	1.7
Acier fragile	30	2 000	3,0	2.5	0.2	0.1
Alliage de cuivre	70	17 600	264,1	4,9	10,8	4,7
Alliage d'aluminium	30	5 800	87,2	5.1	3.5	1.5

tableau (1-2) : Grandeurs caractéristiques pour différents matériaux

L'endommagement critique y_c varie entre $3,0 \mu m$ et $167,1 \mu m$ pour des aciers respectivement « fragile » et ductile. La position du front d'onde à rupture change ainsi entre 2,5 et 8,8 mm. La position du front d'onde à rupture X_n peut être utilisée pour obtenir une taille minimale de fragment. Pour rompre totalement la barre, les ondes de relâchement parcourent la longueur X_n de part et d'autre du site d'endommagement. La valeur $2X_n$ est alors la taille minimale des fragments. C'est d'ailleurs le raisonnement de Grady (1982), qui a pu estimer cette taille minimale à partir de son modèle énergétique. La valeur de X_n du modèle étendu présenté ici est $[3\Gamma/(n\rho\dot{\epsilon}_i^2)]^{1/3}$. En supposant que la formation des éclats s'effectue au même instant on retrouve la taille minimale d'éclat donnée par Grady (2006). Cependant, l'onde de relâchement continue de parcourir la barre après la rupture. Cette onde ne peut s'arrêter que dans le cas où elle rencontre une autre onde de relâchement. La différence entre les tailles minimales et réelles des éclats peut alors être conséquente. La vitesse maximale du front d'onde au cours de l'ouverture est atteinte à l'instant de rupture. La zone parcourue par l'onde ayant un mouvement de corps rigide, il s'agit également de la vitesse d'endommagement maximale ($v = \dot{\epsilon}_0 X = dy/dt$). Pour les matériaux présentés, la vitesse d'endommagement maximale est alors obtenue pour l'acier ductile : $v = 10^4 \times 8,8 \times 10^{-3} = 88 \text{ m/s}$. Les vitesses du son dans les aciers et l'alliage d'aluminium sont d'environ 5000 m/s et 3700 m/s pour l'alliage de cuivre. Les vitesses de Rayleigh, approximées par Freund et Hutchinson (1985) par la relation (1-56) sont comprises entre 3000 et 4000 m/s.

$$\begin{cases} c_r = \frac{0.862 + 1.14 \nu}{1 + \nu} c_s \\ c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \end{cases} \quad (1-56)$$

c_r , c_s , ν et G sont respectivement la vitesse de Rayleigh, la vitesse d'ondes de cisaillement, le coefficient de Poisson et le module élastique de cisaillement. Une étude des effets dynamiques sur la rupture faite par Freund et Hutchinson (1985) a été présentée dans la

section 2 de ce chapitre. En notant m le rapport entre la vitesse de propagation de la fissure et la vitesse de Rayleigh et Γ_S l'énergie de rupture statique, ils ont montré que $\Gamma = (1 - m)\Gamma_S$ constitue une bonne approximation de l'énergie de rupture en régime dynamique. En considérant une épaisseur $e = 1 \text{ cm}$ à parcourir par une fissure se propageant à la vitesse v_f pour rompre et connaissant les différents temps de rupture, une approximation de la vitesse v_f est e/τ_r . Cette vitesse de propagation de fissure serait inférieure à 500 m/s pour un acier ductile, inférieure à 1000 m/s pour un alliage de cuivre et inférieure à 3000 m/s pour un alliage d'aluminium. Pour un acier ductile, on peut observer que cette vitesse est dix fois inférieure à la vitesse de Rayleigh et environ quatre fois pour un alliage de cuivre. L'hypothèse $\Gamma \approx \Gamma_S$ semble alors correcte pour estimer un ordre de grandeur. Pour un acier « fragile » ou un alliage d'aluminium, l'estimation de l'ordre de grandeur de l'énergie de rupture ne semble pas convenable. On rappelle cependant qu'il s'agit d'une estimation et qu'aucun modèle d'endommagement actuel ne permet d'obtenir précisément l'énergie de rupture pour un matériau initialement plastifié à grande vitesse de déformation en mode 1.

4.4.2. Comparaison avec le modèle initial de Mott

Les solutions de la propagation de l'onde de relâchement pour les différents matériaux sont représentées sur la figure (1-16a) pour le modèle original de Mott et sur la figure (1-16b) pour le modèle avec énergie de rupture. Les différences principales sont évidemment observées pour les matériaux ayant une énergie de rupture élevée. Le retard des ondes de relâchement est plus prononcé pour l'acier ductile et l'alliage de cuivre, dont les énergies à rupture estimées sont respectivement de 100 et 20 kJ/m².

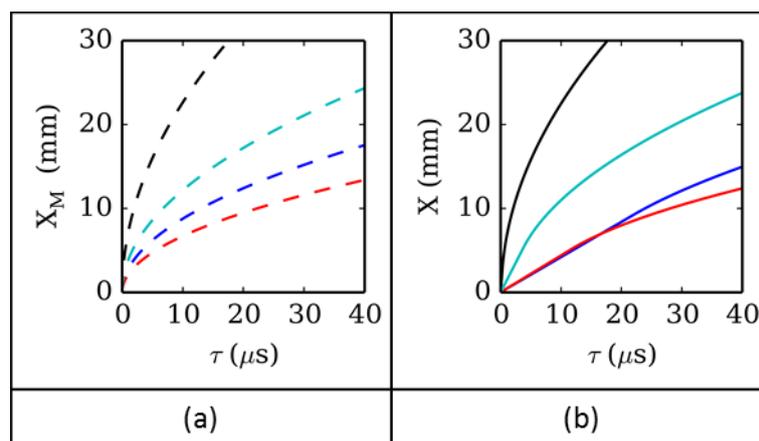


figure (1-16) :

- (a) Propagation de l'onde de relâchement pour 4 matériaux différents avec le modèle initial de Mott
- (b) Propagation de l'onde de relâchement pour 4 matériaux différents avec le modèle étendu de Mott
Acier fragile (noir), acier ductile (bleu), Alliage de cuivre (rouge), Alliage d'aluminium (cyan)

La figure (1-17) permet d'observer les différences entre les modèles pour chaque matériau. Le modèle étendu est représenté en trait continu. La solution du modèle sans énergie de rupture est en trait discontinu. Les traits pointillés représentent la solution sans

énergie de rupture mais décalée dans le temps par τ_r^* . Les temps à rupture pour l'acier ductile, l'acier fragile, l'alliage de cuivre et l'alliage d'aluminium sont respectivement de 3.8 μs , 0.2 μs , 10.8 μs et 3.5 μs . Pour un exposant $n = 1/2$, le décalage τ_r^* est égal à la moitié du temps à rupture. Or, l'ordre de grandeurs du temps de fragmentation total mesuré pendant des essais d'expansions d'enveloppes métalliques ou d'anneaux est entre la dizaine et la centaine de microsecondes. Hormis pour un acier très fragile, dont le modèle initial de Mott représentera correctement la propagation des ondes de relâchement de contrainte, les ordres de grandeurs des temps de rupture des autres matériaux sont proches des temps de fragmentations observés. Le décalage du modèle de Mott peut alors avoir un effet important sur la distribution massique des éclats. Cette influence sera discutée plus en détails dans le chapitre 4.

L'écart entre les solutions des deux modèles est montré sur la figure (1-18). Cette différence est évidemment plus marquée en début de propagation des ondes. Pour le cas d'un matériau fragile, bien que la différence observée sur la figure (1-17) semble très faible, il y a un écart maximal d'un peu plus d'un millimètre entre la propagation des deux ondes. La taille des hétérogénéités métallurgiques dans un acier (grains, carbures, sulfures...) peut être de l'ordre du micromètre. Ces hétérogénéités représentent autant de sites d'endommagement possibles. Un décalage de seulement un millimètre peut alors correspondre à plusieurs centaines de sites d'endommagement supplémentaires. Le décalage en position s'atténue avec le temps, mais reste important surtout pour les trois autres matériaux.

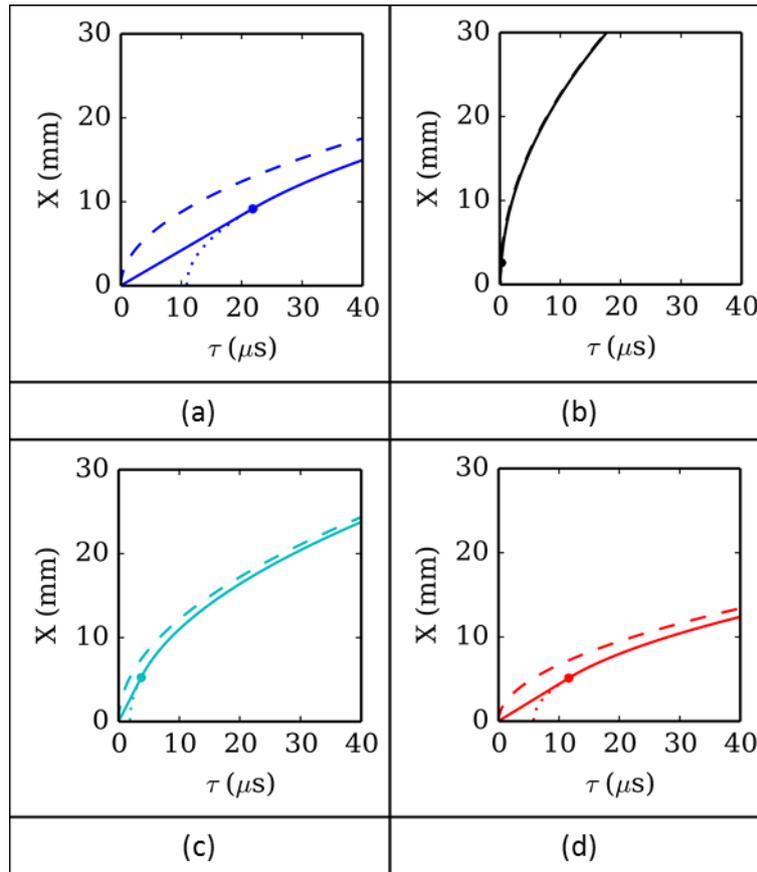


figure (1-17) : Propagation des ondes de relâchement de contrainte pour différents matériaux
 Modèle étendu (trait continu), Modèle initial de Mott (trait discontinu), Modèle initial décalé (trait pointillé)
 (a) acier ductile en bleu, (b) acier fragile en noir,
 (c) alliage d'aluminium en cyan, (d) alliage de cuivre en rouge

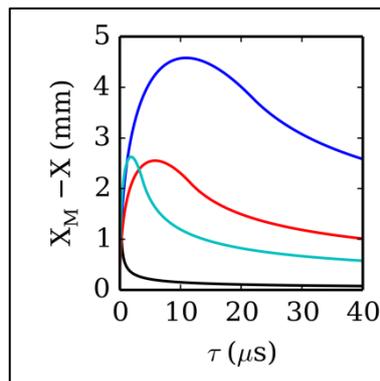


figure (1-18) : Différence entre le modèle avec et sans énergie de rupture
 acier fragile (noir), acier ductile (bleu), alliage de cuivre (rouge), alliage d'aluminium (cyan)

4.4.3. Influence de l'exposant n du potentiel de dissipation

L'influence du coefficient n , du potentiel de dissipation $\varphi(u) = 1 - u^n$, a déjà été analysée dans les sections précédentes. La figure (1-19) présente quantitativement la différence entre les quatre matériaux. L'énergie à rupture est supposée connue. Entre $n = 0.5$ et 1.5 , la position du front d'onde pour un acier ductile diminue de 8,8 à 6,1 mm. Pour un acier fragile, il a une diminution entre 2,5 et 1,7 mm. Dans les deux cas, cette

réduction correspond à environ 30%. L'influence du paramètre n sur la position de l'onde à rupture est très importante. La position à rupture tend vers l'infini lorsque n tend vers zéro. L'influence diminue ensuite lorsque n augmente (diminution de X_r de 63% entre 0.1 et 2, de 37% entre 0.5 et 2, de 20% entre 1 et 2, de 9% entre 1.5 et 2).

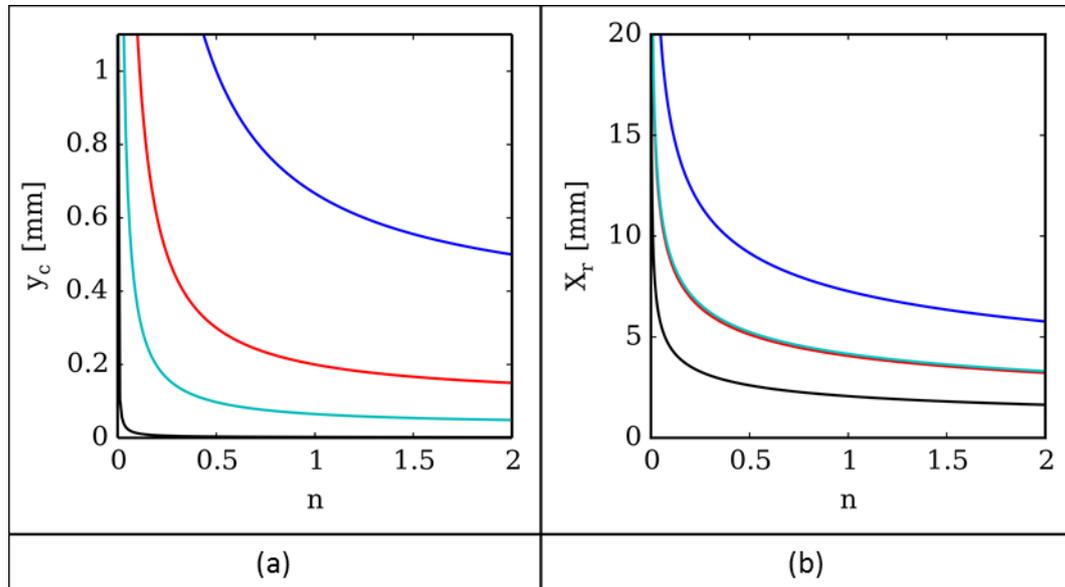


figure (1-19) (a) endommagement critique en fonction de n
 (b) position du front d'onde à rupture en fonction de n
 acier fragile (noir), acier ductile (bleu), alliage de cuivre (rouge), alliage d'aluminium (cyan)

4.4.4. Influence de la vitesse de déformation

Afin de comparer nos résultats avec le modèle original de Mott, il a été supposé que les vitesses de déformation initiale et en début d'endommagement sont égales ($\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}_i$). La position à rupture X_r dépend alors de la vitesse de déformation initiale $\dot{\epsilon}_0$ à la puissance $2/3$, ce qui est représenté sur la figure (1-20). L'influence ne dépend pas du matériau. Pour une vitesse de déformation égale à 10^4 s^{-1} , une incertitude de 10% sur celle-ci ($9\,000 \text{ s}^{-1} < \dot{\epsilon}_0 < 11\,000 \text{ s}^{-1}$) correspond à un écart d'environ 12% sur la position à rupture X_r . Bien que la dépendance à la vitesse soit importante, elle est supposée connue et correctement mesurée lors des expérimentations.

Une autre vitesse de déformation a été introduite dans le modèle étendu. Il s'agit de $\dot{\epsilon}_i$, qui correspond à la vitesse de la barre à l'instant d'initiation de l'endommagement. Il a été supposé dans les développements précédents que cette vitesse varie peu au cours de germination de la fissure. Cette variation peut maintenant être quantifiée. La déformation de la barre à l'instant t_i , notée ϵ_i , est égale à $\ln(t_i/t_0)$ et à $\ln(\dot{\epsilon}_0/\dot{\epsilon}_i)$. La vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_i$ est alors égale à $\dot{\epsilon}_0/\exp(\epsilon_i)$ ou encore à $1/t_i$. En considérant une durée de fragmentation totale d'environ $100 \mu\text{s}$, la déformation globale de la barre serait de 70%. Il s'agit également des ordres de grandeurs obtenus par Taylor (1963). Pour un temps d'ouverture de fissure de $20 \mu\text{s}$ (temps de rupture maximal pour un acier ductile), la vitesse de déformation varie de $5\,555 \text{ s}^{-1}$ à $5\,000 \text{ s}^{-1}$, soit d'environ 10%. Il s'agit d'un cas

extrême pour le temps d'ouverture le plus grand parmi les matériaux comparés. Au cours des 100 μs , la vitesse de déformation va diminuer de $10\,000\text{ s}^{-1}$ à $5\,000\text{ s}^{-1}$, soit 50%. Ainsi, si la diminution de vitesse n'est pas négligeable au cours de la fragmentation complète, elle reste faible au cours de l'endommagement d'un site. La figure (1-21) représente la position à rupture X_r en fonction du temps $t_i - t_0$ et illustre ce comportement.

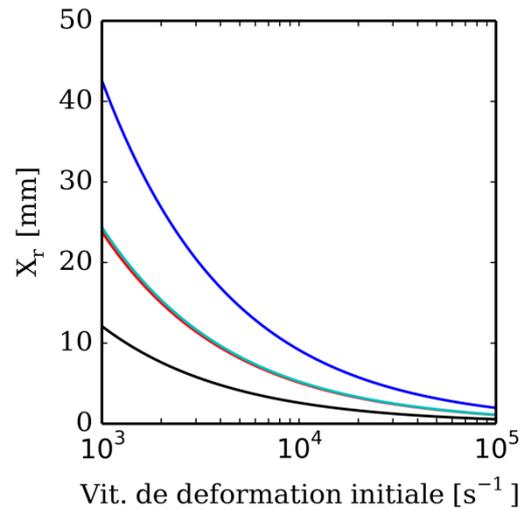


figure (1-20) : Position de l'onde à rupture en fonction de la vitesse déformation initiale de la barre
Acier fragile (noir), acier ductile (bleu), Alliage de cuivre (rouge), Alliage d'aluminium (cyan)

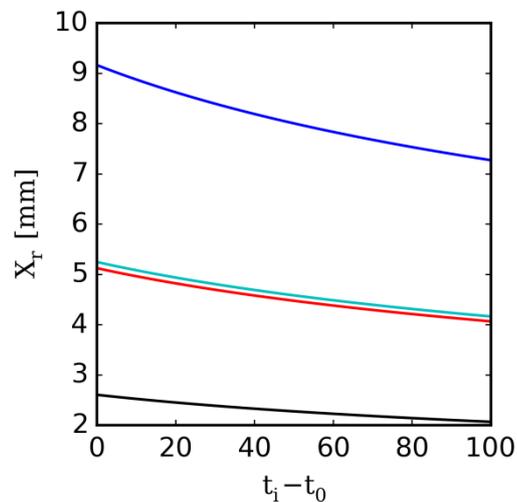


figure (1-21) : Position de l'onde à rupture en fonction du temps en début d'endommagement
acier fragile (noir), acier ductile (bleu), alliage de cuivre (rouge), alliage d'aluminium (cyan)

5. Loi de propagation de l'onde de Mott $X(\tau)$ et d'endommagement $\sigma(y)$ établie à partir d'un modèle énergétique $\gamma(\tau)$

Les modèles présentés jusqu'ici sont tous basés sur le bilan de la quantité de mouvement. La prise en compte de l'endommagement est faite par l'introduction ad hoc d'une contrainte représentant la force de rappel de la matière pendant les premiers stades de la propagation. Ces modèles ont apporté des renseignements précieux sur l'endommagement en dynamique. L'interaction de l'endommagement et de la vitesse de propagation a clairement été mise en évidence. En revanche, les modèles précédents présentent deux inconvénients majeurs. Du point de vue purement intellectuel, il n'est pas satisfaisant de devoir postuler l'existence d'une force de rappel a priori. Du point de vue pratique, les calculs sont limités à un potentiel de dissipation en puissance. L'optimisation du chemin (X, τ) est fortement contrainte par ce choix limité de fonctions de dissipation. Le premier point, i.e. l'introduction a priori d'une force de rappel sera éliminé dans le paragraphe suivant par une approche basée sur le bilan d'énergie. Cette approche ouvrira un grand champ de possibilités pour les trajectoires (X, τ) et ainsi une optimisation plus poussée et une meilleure description du retard des ondes de relaxation des contraintes dû à l'endommagement progressif.

De façon générale les équations (1-43) sont malheureusement peu commodes d'utilisation puisqu'il est en général impossible de mener à bien l'intégration de façon analytique et Grady fut contraint de ne considérer que des fonctions puissance, ce qui est très restrictif, pour en analyser les conséquences.

Notre approche lève ce blocage et contourne cette difficulté. Nous avons abordé autrement le problème en le considérant sous un autre angle, à savoir celui d'une approche énergétique.

5.1. Les équations du mouvement rétablies

Supposons que pour un barreau en expansion uniforme à la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$, une certaine énergie $\gamma(\tau)$ soit nécessaire à l'ouverture de la fissure. Cette dissipation d'énergie va ralentir la propagation de l'onde de relaxation des contraintes de Mott $X(\tau)$. La zone en amont de l'onde de Mott, en expansion uniforme, est le siège d'une dissipation plastique $\sigma_Y \dot{\epsilon}$ par unité de volume et de temps.

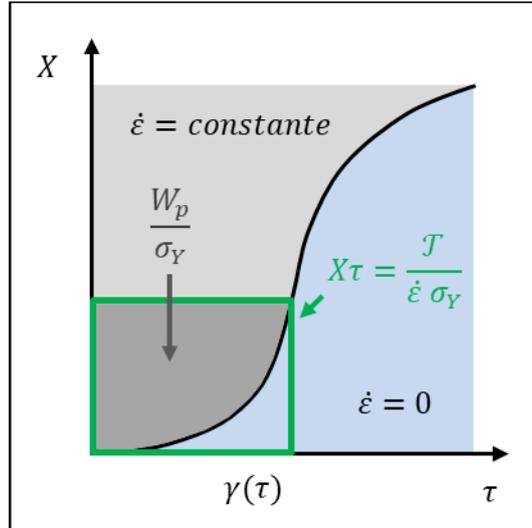


figure (1-22) : Bilan d'énergie au cours de l'endommagement et de la propagation d'une onde de relâchement de contrainte

Le bilan d'énergie alors appliqué au temps τ et au domaine $[0, X(\tau)]$ parcourue par l'onde de Mott, permet de relier les fonctions $X(\tau)$ et $\gamma(\tau)$ aux caractéristiques du matériau et à $\dot{\epsilon}$. Le travail fourni \mathcal{J} et l'énergie dissipée par plasticité W_p sont représentés sur la figure (1-22). La somme de l'énergie cinétique initiale et du travail fourni est égal à la somme de l'énergie cinétique finale, l'énergie nécessaire à l'endommagement et l'énergie plastique dissipée. La conservation de l'énergie totale du système fournit la relation suivante :

$$E_{c0} + \mathcal{J} = E_{cf} + \gamma(\tau) + W_p \quad (1-57)$$

Où E_{c0} est l'énergie cinétique initiale et E_{cf} l'énergie cinétique finale. Afin de simplifier les prochaines explications, on effectue un changement de variable en temps pour se situer initialement à l'instant d'apparition du site d'endommagement. Les vitesses de déformation initiale et en début d'endommagement seront égales uniquement dans cette partie ($\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}_i$). Cela revient à considérer un barreau en expansion uniforme uniquement au cours de la propagation de l'onde de relâchement de contrainte, ce qui est moins contraignant que les hypothèses utilisées précédemment.

Précédemment, le terme Γ désignait l'énergie dissipée par l'endommagement à l'instant de rupture. Ici $\gamma(\tau)$ désigne l'évolution de cette énergie en fonction du temps.

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \rho \dot{\epsilon}^2 \frac{X^3}{3} + \sigma_Y \dot{\epsilon} X \tau = \frac{1}{2} \rho \dot{\epsilon}^2 X^3 + \gamma(\tau) + \sigma_Y \dot{\epsilon} \int_0^\tau \tau dX \\ \Gamma = \gamma(\tau_r) \end{cases} \quad (1-58)$$

On rappelle que ρ est la masse volumique, $\dot{\epsilon}$ la vitesse de déformation, σ_Y la contrainte en début d'endommagement, $X(t)$ la position du front d'onde de relâchement, t le temps depuis l'apparition du site d'endommagement et $\gamma(t)$ l'énergie dissipée au cours de l'endommagement. Le travail fourni \mathcal{J} et l'énergie dissipée par plasticité W_p sont représentés sur la figure (1-22).

La relation (1-58) peut se simplifier :

$$\sigma_Y \dot{\epsilon} \int_0^{\tau} X(\tau) d\tau = \gamma(\tau) + \frac{1}{3} \rho \dot{\epsilon}^2 X(\tau)^3 \quad (1-59)$$

Ou encore, en utilisant la primitive de $X(\tau)$ que l'on note $F(\tau)$:

$$\sigma_Y \dot{\epsilon} F(\tau) = \gamma(\tau) + \frac{1}{3} \rho \dot{\epsilon}^2 \left(\frac{dF}{d\tau} \right)^3 \quad (1-60)$$

5.2. La parabole de Mott retrouvée après rupture

On peut noter que l'énergie nécessaire à l'endommagement $\gamma(\tau)$ est initialement nulle et que sa dérivée en temps devient nulle à partir de l'instant de rupture. Il est alors possible de retrouver directement l'expression de l'onde de relâchement de contrainte à partir de l'instant de rupture :

$$\sigma_Y = \rho \dot{\epsilon} X \left(\frac{dX}{d\tau} \right) \quad \text{pour } \tau \geq \tau_r \quad (1-61)$$

Pour un temps τ supérieur au temps de rupture τ_r , la solution de cette équation est :

$$\begin{cases} X^2 = D(\tau - \tau_r^*) \\ D = \frac{2 \sigma_Y}{\rho \dot{\epsilon}} \end{cases} \quad \text{pour } \tau \geq \tau_r \quad (1-62)$$

Cette relation est évidemment identique à celle trouvée précédemment (équation (1-54)). La loi d'endommagement a pour effet de retarder la parabole initiale de Mott d'un temps τ_r^* .

5.3. Retard par rapport à une avancée non ralentie de l'onde de Mott

Ce qui nous intéresse dorénavant est la relation entre l'énergie de rupture $\gamma(\tau)$ et la position du front d'onde $X(\tau)$, qui peut être obtenue avec la relation (1-60) :

$$\gamma(\tau) = \sigma_Y \dot{\epsilon} \left[F(\tau) - \frac{2}{3D} \left(\frac{dF}{d\tau} \right)^3 \right] \quad (1-63)$$

Ou encore, en dérivant cette expression par rapport à l'ouverture $X(\tau)$:

$$d\gamma = \sigma_Y \dot{\epsilon} \left(\frac{dF}{d\tau} d\tau - \frac{2X^2}{D} dX \right) = \sigma_Y \dot{\epsilon} \left(X d\tau - \frac{2X^2}{D} dX \right) \quad (1-64)$$

L'équation précédente permet de définir le retard $t_d(\tau)$ de la propagation de l'onde par rapport à l'onde de Mott.

$$\begin{cases} d\gamma = \sigma_Y \dot{\epsilon} X dt_d \\ dt_d = d\tau - \frac{2X}{D} dX \end{cases} \quad (1-65)$$

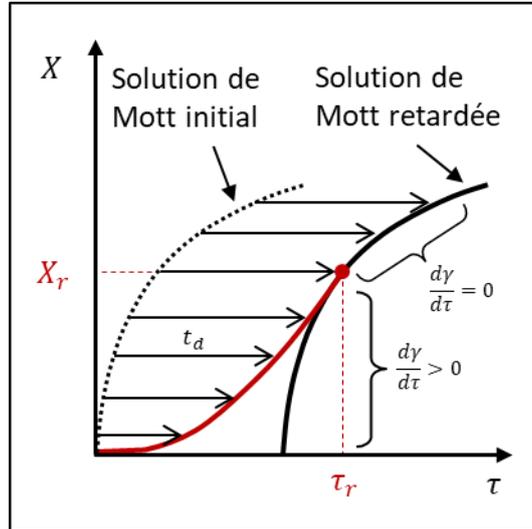


figure (1-23) : Evolution de la puissance d'endommagement en fonction de l'ouverture

La figure (1-23) représente la solution initiale de Mott pour la propagation du front d'onde $X(\tau)$, la solution retardée par l'endommagement et une loi $X(\tau)$ quelconque (en rouge). Avec la relation (1-65), le temps de retard t_d par rapport au modèle initial de Mott peut s'écrire :

$$\begin{cases} \tau = \frac{X(\tau)^2}{D} + t_d(\tau) \\ \frac{d\gamma}{dt_d(\tau)} = \sigma_Y \dot{\epsilon} X(t) \end{cases} \quad (1-66)$$

L'équation (1-64) permet d'analyser le raccord tangent entre la parabole de Mott retardée et le front d'onde. En effet, on peut écrire :

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \sigma_Y \dot{\epsilon} \left(X - \frac{2X^2}{D} \frac{dX}{d\tau} \right) \quad (1-67)$$

Le dernier terme est nul dans le modèle original de Mott. Donc, le raccord tangent entre le front $X(\tau)$ et la parabole de Mott décalée en temps correspond à une puissance $d\gamma/d\tau$ nulle à l'instant de rupture (figure (1-23(1-16))). La continuité de l'énergie dissipée au cours de l'endommagement $\gamma(\tau)$ est équivalente à la continuité de la trajectoire $X(\tau)$. Cela implique, de manière plus générale, qu'en se donnant une loi de propagation $X(\tau)$ quelconque avant rupture, il y aura toujours un raccord tangent possible avec la parabole de Mott retardée.

Dans le modèle initial de Grady, avec une loi puissance présentée précédemment, pour des paramètres donnés (Energie Γ , contrainte σ_Y et vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$), une position X_r et un temps τ_r à rupture donnés, il n'y a qu'une seule solution possible pour la propagation $X(\tau)$ (figure (1-16a)). Les paramètres fixés déterminent l'exposant n de la loi puissance.

Les équations établies dans cette partie sont générales et aucune hypothèse n'a été faite sur la propagation $X(\tau)$ de l'onde avant rupture. Il y a alors une infinité de solutions possibles pour une énergie Γ , une contrainte σ_Y , une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$, une position X_r et un temps τ_r donnés (figure (1-16b)). Cela permet d'avoir des vitesses d'endommagement initiales plus variées et, par la suite, de pouvoir analyser au mieux les effets de l'ouverture sur le processus de fragmentation.

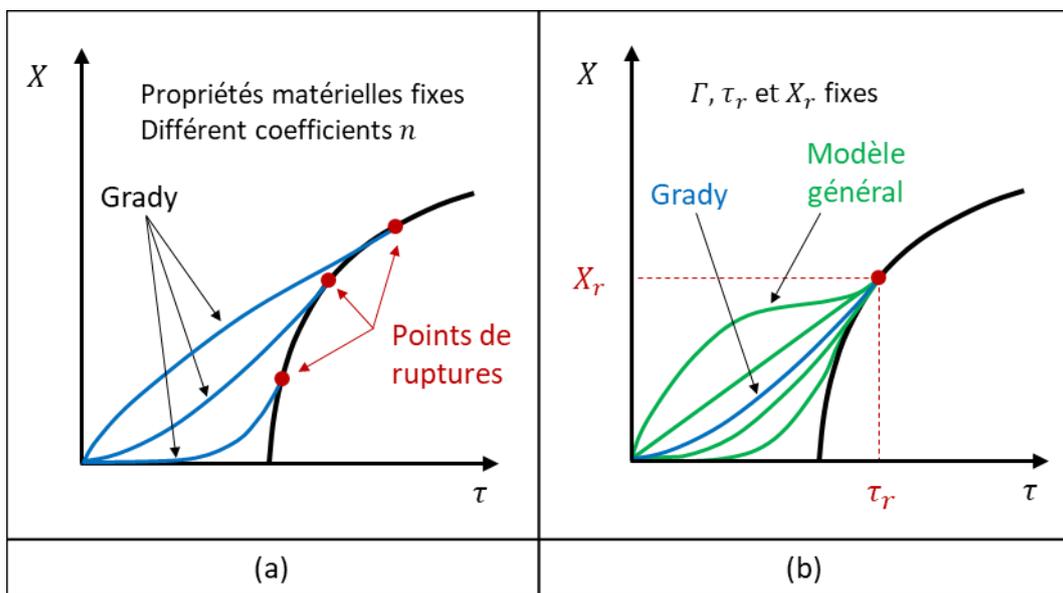


figure (1-24) : Comparaison entre le modèle d'ouverture de Grady et un modèle général

5.4. Encadrement des trajectoires et domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée.

L'énergie dissipée permet de définir une variable intensive (la contrainte) et une variable extensive associée (le déplacement d'ouverture). Le bilan d'énergie introduit donc naturellement l'existence d'une force de rappel (équations (1-19), (1-36), (1-39), (1-60) et (1-66)) :

$$\begin{cases} \sigma(y) = \sigma_Y \varphi(y) = \frac{d\gamma}{dy} \\ \sigma(y) = \sigma_Y \varphi(y) = \frac{1}{\dot{\epsilon} X(\tau)} \frac{d\gamma}{d\tau} = \sigma_Y \frac{dt_d}{d\tau} \\ y(\tau) = \dot{\epsilon} F(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\sigma_Y} + \frac{2\dot{\epsilon}}{3D} X(\tau)^3 \end{cases} \quad (1-68)$$

Nous supposons $dy \geq 0$ impliquant l'irréversibilité de l'endommagement et $d\gamma \geq 0$. L'énergie dissipée ne peut pas décroître. La contrainte de rappel $\sigma(y)$ est donc positive ou nulle. Dans le mécanisme de propagation des ondes de relâchement de contrainte, l'incrément dX est lui aussi positif. Ainsi, l'expression (1-64) de dy/dX est toujours strictement supérieure à zéro, ce qui se traduit par :

$$\frac{d\tau}{dX} \geq \frac{2X}{D} \quad (1-69)$$

Ainsi, la loi de propagation du front d'onde $X(\tau)$ est toujours supérieure ou égale à la solution de Mott retardée d'un temps τ_r^* . Cette propagation est également toujours inférieure à la solution initiale de Mott sans énergie de rupture, puisque, comme nous l'avons vu précédemment, l'endommagement a pour effet de retarder la propagation des ondes. Le cas de rupture instantanée sans endommagement est donc une limite supérieure à la propagation $X(\tau)$. Ces deux limites sont représentées sur la figure (1-25).

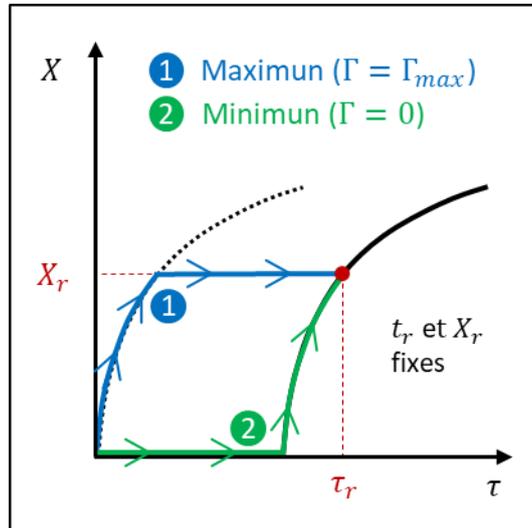


figure (1-25) : Comportements autorisés dans le diagramme (X, τ)

Avec la relation (1-66) cet encadrement conduit à :

$$\tau(X) = \frac{X(\tau)^2}{D} + \tau_d^* H(X \text{ ou } X - X_r) \quad (1-70)$$

Soit,

$$t_d(\tau) = \tau_d^* H(X \text{ ou } X - X_r) \quad (1-71)$$

$H(x)$ est la fonction de Heaviside, ou fonction échelon :

$$H(x) = 0 \quad \text{si } x < 0 \quad , \quad H(x) = 1 \quad \text{si } x \geq 0 \quad (1-72)$$

Les équations précédentes peuvent être écrites sous forme d'inégalités :

$$\frac{X(\tau)^2}{D} + t_d(\tau) H(X) \leq \tau(X) \leq \frac{X(\tau)^2}{D} + t_d(\tau) H(X - X_r) \quad (1-73)$$

Les relations (1-63) et (1-73) permettent d'obtenir l'encadrement de l'énergie $\gamma(\tau)$:

$$\begin{cases} 0 \leq \gamma(\tau) \leq \sigma_Y \dot{\varepsilon} \tau_r^* X_r \\ 0 \leq \gamma(\tau) \leq \sigma_Y \dot{\varepsilon} \left(X_r \tau_r - \frac{X_r^3}{D} \right) \end{cases} \quad (1-74)$$

Réciproquement, l'énergie de rupture $\Gamma = \gamma(\tau_r)$ étant donnée, les points du plan (X_r, τ_r) pouvant correspondre à un mécanisme possible de rupture Γ devront nécessairement vérifier :

$$\tau_r > \frac{X_r^2}{D} + \frac{\Gamma}{X_r \sigma_Y \dot{\varepsilon}} \quad (1-75)$$

D'où la frontière du domaine permis pour le couple (X_r, τ_r) . Le premier terme correspond à l'avance non retardée de l'onde de Mott; le temps de rupture τ_r lui devra nécessairement être supérieur. Le second terme peut être interprété comme un « temps minimal » pour fournir l'énergie Γ .

5.5. Loi force-ouverture $\sigma(y)$ associée à la loi $\gamma(\tau)$ ou $X(\tau)$

La loi d'ouverture de la fissure $y(\tau)$ associée au précédent mécanisme est, le brin ayant acquis un mouvement de corps rigide :

$$y(\tau) = \int_0^{\tau} \dot{\varepsilon} X(\tau) d\tau = \dot{\varepsilon} F(\tau) \quad (1-76)$$

Cette expression est encore égale à :

$$y(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\sigma_Y} + \frac{2\dot{\varepsilon}}{3D} X(\tau)^3 \quad (1-77)$$

La force (la contrainte) nécessaire correspondante $\sigma(y)$, freinant l'ouverture résulte d'un bilan énergétique :

$$y(\tau) = \int_0^y \sigma(y) dy = \int_0^{\tau} \sigma(y) \dot{\varepsilon} X(\tau) d\tau \quad (1-78)$$

Elle est donnée par :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{\dot{\epsilon} X(\tau)} \frac{d\gamma}{d\tau} = \sigma_Y \left(1 - \frac{dX^2}{D d\tau} \right) = \sigma_Y \frac{dt_d}{d\tau} \quad (1-79)$$

L'élimination du temps (ou de l'avance $X(\tau)$ de l'onde de Mott) entre les deux équations (1-76) et (1-79) fournit la loi d'ouverture $\sigma(y)$ cherchée associée au mécanisme d'ouverture considéré, loi qui est donc ainsi donnée sous forme paramétrique en τ .

5.6. Amélioration de l'encadrement des trajectoires et du domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) à énergie de rupture Γ donnée

Il est possible d'améliorer le domaine permis dans le plan (X_r, τ_r) en considérant l'inégalité suivante :

$$t_d \geq \frac{\tau_r^*}{\tau_r} \tau \quad (1-80)$$

Pour $\tau = 0$ le décalage t_d est nul, alors que pour $\tau = \tau_r$ ce décalage t_d est égal à τ_r^* . Les équations (1-66) et (1-80) permettent d'obtenir :

$$\tau - \frac{X^2}{D} \geq \frac{\tau_r^*}{\tau_r} \tau \quad (1-81)$$

Ou encore :

$$X^2 \leq \frac{X_r^2}{\tau_r} \tau \quad (1-82)$$

Et :

$$t_d \geq \frac{\tau_r^*}{X_r^2} X^2 \quad (1-83)$$

Cette nouvelle limite supérieure de la propagation de l'onde $X(\tau)$ est une fonction racine du temps avec un coefficient X_r^2/τ_r . Elle est présentée sur figure (1-26). On peut noter que cette limite ne respecte pas la condition de raccord tangent à l'instant de rupture.

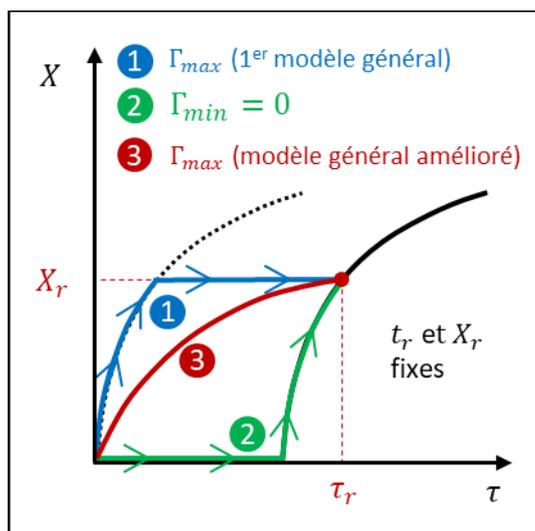


figure (1-26) : Encadrement limite amélioré de la position du front d'onde

Les équations (1-64) et (1-83) permettent de délimiter le domaine admissible pour la position du front d'onde X_r et le temps τ_r à rupture à énergie de rupture Γ fixe :

$$\begin{cases} 0 < \Gamma < \frac{2}{3} \sigma_Y \dot{\epsilon} \left(X_r \tau_r - \frac{X_r^3}{D} \right) \\ \tau_r > \frac{X_r^2}{D} + \frac{3 \Gamma}{2 X_r \sigma_Y \dot{\epsilon}} \end{cases} \quad (1-84)$$

Ces bornes doivent être satisfaites par toute loi de propagation $X(\tau)$. Il s'agit d'un nouveau modèle qui nous permet d'avoir une limite importante dans nos études. Cependant, les inconvénients de ce modèle sont le raccord non tangent à l'instant de rupture et la forme $X(\tau)$ en fonction racine du temps, qui ne permet pas d'évaluer l'importance de la pente initiale dans les premiers instants de l'endommagement.

Une possibilité pour ne pas se limiter aux cas limites est de fixer une forme de loi pour la position du front d'onde. La relation (1-64) faisant intervenir la dérivée $d\tau/dX$, on fixera directement une loi $\tau(X)$ au lieu de $X(\tau)$, plus courante, mais équivalente. On présentera deux cas différents :

- Loi $\tau(X)$ du 2^{ème} ordre : $\tau(X) = aX + bX^2$. La pente est initialement linéaire pour X petit puis en X^2 . Le raccord est tangent à l'instant de rupture avec la solution du modèle de Mott retardé. Ce modèle permet une grande flexibilité en début d'endommagement.
- Loi $\tau(X)$ du 4^{ème} ordre : $\tau(X) = aX^2 + bX^4$. La pente est initialement en X^2 pour X petit, puis en X^4 . Le raccord est tangent à l'instant de rupture avec la solution du modèle de Mott retardé. Ce modèle permet d'être proche du modèle général amélioré, mais avec un raccord tangent.

5.7. Analyse de différents modèles d'endommagement/propagation

5.7.1. Loi de propagation du 2^{ème} degré

On impose une loi de propagation du front d'onde $\tau(X)$ du 2^{ème} ordre avec deux paramètres a et b :

$$\begin{cases} \tau(X) = aX + bX^2 \\ \frac{d\tau}{dX} = a + 2bX \end{cases} \quad \text{pour } X \leq X_r \quad (1-85)$$

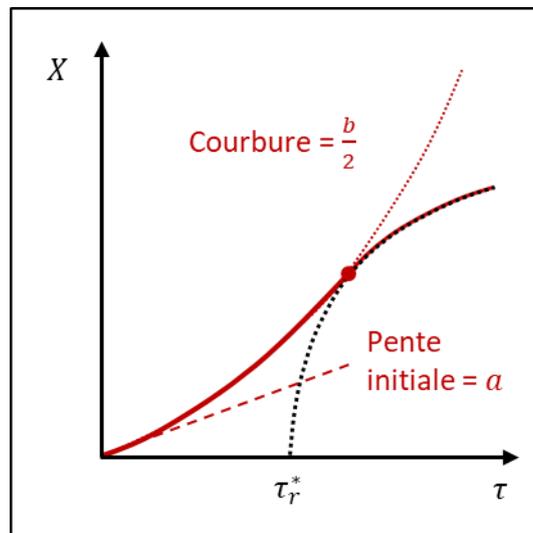


figure (1-27) : Loi de propagation $\tau(X)$ du 2^{ème} ordre

Cette loi est illustrée sur la figure (1-27). On va appliquer dans un premier temps la condition de raccord tangent à rupture. La solution du modèle de Mott retardé est :

$$\begin{cases} X^2 = D(\tau - \tau_r^*) \\ \frac{d\tau}{dX} = \frac{2X}{D} \end{cases} \quad \text{pour } X \geq X_r \quad (1-86)$$

Le raccord tangent à rupture nous donne alors une première équation pour déterminer les constantes a et b :

$$a = 2X_r \left(\frac{1}{D} - b \right) \quad (1-87)$$

On utilise maintenant l'équation (1-64) pour calculer l'énergie de rupture associée à cette loi de propagation :

$$\Gamma = \sigma_Y \dot{\epsilon} \int_0^{X_r} \left[X(a + 2bX) - \frac{2X^2}{D} \right] dX \quad (1-88)$$

Ce qui nous permet de relier l'énergie de rupture Γ à la position du front d'onde à rupture et au paramètre a :

$$\Gamma = \frac{\sigma_Y \dot{\epsilon} a X_{rupture}^2}{6} \quad (1-89)$$

En se donnant une énergie de rupture Γ et un paramètre a , la position du front d'onde à rupture est fixe. Les relations (1-85) et (1-86) déterminent les temps de rupture et de décalage. Le paramètre b est exprimé en fonction de a grâce à l'hypothèse de raccord tangent à rupture. Nous avons alors une loi de propagation $\tau(X)$ totalement définie en fonction des paramètres Γ et a . Le paramètre a peut être exprimé en fonction du temps de retard τ_r^* à rupture :

$$\begin{cases} \tau_r = aX_r + bX_r^2 = \tau_r^* + \frac{X_r^2}{D} \\ \tau_r^* = aX_r + \left(b - \frac{1}{D}\right)X_r^2 \end{cases} \quad (1-90)$$

Les relations (1-87) et (1-90) donnent alors :

$$\tau_r^* = \frac{a X_r}{2} \quad (1-91)$$

Le paramètre a est exprimé en fonction du temps de décalage τ_r^* et de la position du front d'onde à rupture X_r . Avec la relation (1-86) ce décalage peut être exprimé en fonction de X_r et τ_r . Il est alors possible substituer le paramètre a dans la relation (1-89) afin d'avoir une relation entre Γ , X_r et τ_r :

$$\tau_r = \frac{X_r^2}{D} + \frac{3\Gamma}{\sigma_Y \dot{\epsilon} X_r} \quad (1-92)$$

Comme pour le modèle d'endommagement de type puissance, on peut suggérer qu'à énergie de rupture donnée, ce phénomène physique d'endommagement va tendre vers le temps de rupture le plus faible. Cette hypothèse se traduit par :

$$\begin{cases} \left[\frac{d\tau_r}{dX_r} \right]_{\tau_r \min} = 0 \\ X_r^3(\tau_r \min) = \frac{3 \Gamma D}{2 \sigma_Y \dot{\epsilon}} = \frac{3 \Gamma}{\rho \dot{\epsilon}^2} \end{cases} \quad (1-93)$$

Cette relation permet alors de fixer le paramètre a . La loi de propagation est alors définie uniquement en fonction des paramètres matériaux, dont l'énergie de rupture Γ , et de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. Une loi de propagation avec deux paramètres a et b a été choisie car deux hypothèses sont disponibles ici pour les définir : le raccord tangent à rupture et le temps de rupture minimal.

5.7.2. Loi de propagation du 4^{ème} degré

La loi de propagation précédente du deuxième ordre est très différente du modèle général présenté sur la figure (1-26). Ce modèle général représente un cas limite et la propagation $X(\tau)$ est une fonction racine du temps. Afin de s'approcher de ce comportement en début d'endommagement, on impose maintenant une loi de propagation du front d'onde $\tau(X)$ du 4^{ème} ordre avec deux paramètres a et b :

$$\begin{cases} \tau(X) = aX^2 + bX^4 \\ \frac{d\tau}{dX} = 2X(a + 2bX^2) \end{cases} \quad \text{pour } X \leq X_r \quad (1-94)$$

Evidemment les paramètres a et b sont différents de ceux du modèle du 2^{ème} ordre. De manière similaire au modèle précédent, le raccord tangent implique :

$$a = \frac{1}{D} - bX_r^2 \quad (1-95)$$

La relation (1-64) de l'énergie de rupture Γ avec l'équation (1-94) donnent :

$$\begin{cases} \Gamma = \sigma_Y \dot{\epsilon} \left[\frac{4}{15} X_r^3 \left(a - \frac{1}{D} \right) \right] \\ b = \frac{1}{2X_r^2} \left(\frac{1}{D} - a \right) \end{cases} \quad (1-96)$$

La position du front d'onde X_r , le temps τ_r et l'énergie Γ à rupture sont reliés par :

$$\tau_r = \frac{X_r^2}{D} + \frac{15\Gamma}{8 \sigma_Y \dot{\epsilon} X_r} \quad (1-97)$$

Pour l'instant, seule l'hypothèse de raccord tangent a été utilisée. A énergie de rupture fixe et temps de rupture minimal, la position X_r s'exprime :

$$X_r^3(\tau_r \text{ min}) = \frac{15 \Gamma D}{16 \sigma_Y \dot{\epsilon}} = \frac{15 \Gamma}{8 \rho \dot{\epsilon}^2} \quad (1-98)$$

5.8. Comparaison des modèles d'endommagement basés sur le bilan d'énergie

Les différents modèles d'endommagement présentés varient par la forme de la loi de propagation du front d'onde de relâchement de contrainte, mais également par le domaine limite du couple (X_r, τ_r) que l'on peut obtenir à énergie de rupture fixée. Afin de comparer ces domaines, on utilise les variables suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} X_0^3 = \frac{3\Gamma}{\rho \dot{\epsilon}^2} \\ \tau_0 = \frac{3\Gamma}{\dot{\epsilon} \sigma_Y X_0} \\ X_a = \frac{X_r}{X_0} \\ \tau_a = \frac{\tau_r}{\tau_0} \end{array} \right. \quad (1-99)$$

Les domaines limites des différents modèles sont répertoriés dans le tableau (1-3) et tracés sur la figure (1-28). On observe que le modèle général, qui est le moins contraint, permet d'obtenir le temps de rupture le plus faible. A chaque fois que l'on contraint ce modèle avec de nouvelles hypothèses, on décale la courbe limite vers la droite, ce qui a pour effet d'augmenter le temps de rupture minimal. On remarque d'ailleurs que l'amélioration de celui-ci a un effet non négligeable sur le domaine limite.

Le modèle avec propagation de l'onde $\tau(X)$ du 4^{ème} ordre a été choisi pour correspondre au modèle général amélioré en début d'endommagement. On observe ici des domaines très similaires, qui laissent supposer que le modèle du 4^{ème} ordre doit être proche du modèle limite général pour toutes les lois d'endommagement. On peut supposer que la différence est due à l'hypothèse de raccord tangent. En utilisant une loi $\tau(X) = aX^2 + bX^C$ avec un exposant C plus grand que 4, le raccord tangent se ferait plus rapidement. On tendrait alors certainement de plus en plus vers le modèle général amélioré. Les calculs analytiques deviennent cependant plus complexes.

On peut également remarquer que le modèle avec une loi d'endommagement de type puissance est celui dont le temps de rupture est maximal. Ce modèle peut alors surévaluer le retard dû à l'énergie de rupture. Bien que les temps de ruptures soient similaires entre ce modèle et celui avec une loi de propagation $\tau(X)$ du 2^{ème} ordre, on observe une différence importante sur la position du front d'onde X_r à rupture.

Modèle	Domaine limite
Général	$\tau_a = \frac{X_a^2}{2} + \frac{1}{3X_a}$
Général amélioré	$\tau_a = \frac{X_a^2}{2} + \frac{1}{2X_a}$
Loi puissance	$\tau_a = \frac{(X_a^{-3} + 1) X_a^2}{2 - X_a^{-3}}$
$\tau(X) = aX + bX^2$	$\tau_a = \frac{X_a^2}{2} + \frac{1}{X_a}$
$\tau(X) = aX^2 + bX^4$	$\tau_a = \frac{X_a^2}{2} + \frac{8}{5X_a}$

tableau (1-3) : Domaines limites des différents modèles

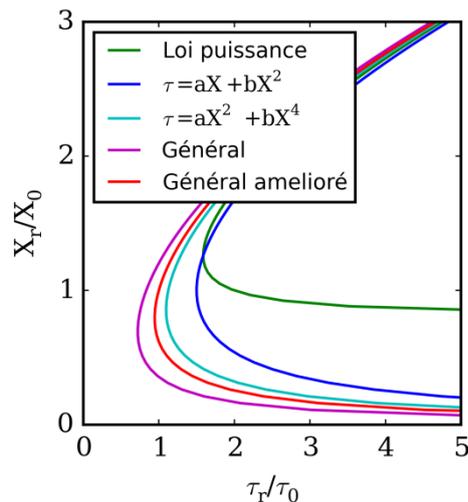


figure (1-28) : Domaines limites des différents modèles

5.9. Influence du modèle d'ouverture

On compare ici les modèles d'ouvertures les plus « physiques », dont la dérivée de la loi de propagation des ondes $X(\tau)$ est continue (Lorsque le raccord est tangent avec la solution après rupture). On compare ainsi le modèle avec une loi d'endommagement de type puissance et les modèles avec $\tau(X)$ du 2^{ème} et 4^{ème} ordre. On se fixe ici un acier ductile avec les paramètres suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = 7830 \text{ kg/m}^3 \\ \Gamma = 50 \text{ kJ/m}^2 \\ \sigma_Y = 1600 \text{ MPa} \\ \dot{\epsilon} = 10\,000 \text{ s}^{-1} \end{array} \right. \quad (1-100)$$

Les différents modèles sont représentés sur la figure (1-29) dans l'hypothèse où le temps de rupture est minimal. Les instants de ruptures sont représentés par les points ronds. Les positions de l'onde à rupture, le temps de rupture, le décalage par rapport au modèle de Mott original et la forme de la propagation de l'onde au cours de l'endommagement sont différents. Les temps de décalage τ_r^* par rapport au modèle initial de Mott sont de l'ordre de la microseconde. Les simulations que l'on présentera dans le chapitre 4 montreront si cet écart est significatif, mais cet ordre de grandeur peut être similaire aux temps observés pendant des fragmentations d'anneaux et de cylindres.

Le modèle d'ouverture $\tau(X)$ du 4^{ème} ordre est bien en $\sqrt{\tau}$ initialement et correspond au temps de rupture minimal. On observe surtout des pentes très différentes en début d'endommagement pour chaque modèle.

Les modèles basés sur le bilan d'énergie montrent que le modèle de Grady surestime la position du front d'onde à rupture d'environ 30%. Ce résultat est fondamental pour comprendre la dimension des fragments.

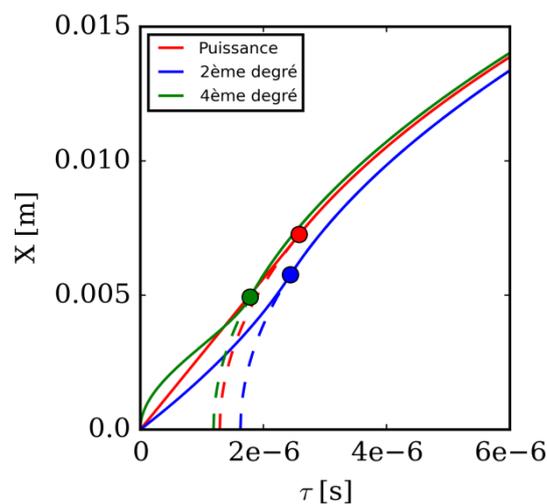


figure (1-29) : Comparaison des différents modèles d'ouverture à temps de rupture minimaux

	Grady (G)	Bilan d'énergie (E)		$(E - G)/G$	
		2 ^{ème} degré	4 ^{ème} degré	2 ^{ème} degré	4 ^{ème} degré
X_r [mm]	7,26	5,77	4,93	- 20 %	- 32 %
τ_r [μ s]	2,58	2,44	1,78	- 5 %	-26 %

tableau 1-4 : comparaison des positions du front d'onde et du temps à rupture pour les différents modèles

6. Conclusions et perspectives

La loi de propagation des ondes de relâchement de contrainte est un élément majeur du modèle de fragmentation de Mott. Dans ce chapitre, nous avons repris le modèle initial auquel nous avons ajouté une loi d'endommagement. Nous avons révélé un couplage fort entre l'endommagement et la cinétique de l'onde de relâchement. Ce couplage fort a pour principal effet de retarder la propagation des ondes de Mott. La loi d'endommagement est définie ici par une énergie de rupture (ou une variable interne critique). Nous avons repris et étendu également les travaux de Grady en prenant un potentiel de dissipation en forme de loi de puissance.

L'apport principal de ce chapitre est l'approche basée sur le bilan d'énergie. Cette approche permet d'améliorer nettement les prédictions des positions du front d'onde à rupture. Le mérite essentiel de ce modèle est cependant l'interprétation physique plus robuste de la propagation. En effet, l'hypothèse d'une dépense d'énergie permanente pendant le processus de fragmentation induit naturellement l'existence d'une force de rappel (contrainte) et de sa variable associée : l'endommagement.

Le nouveau modèle permet d'introduire des lois d'endommagement très variées et nous pourrions ainsi identifier au mieux les paramètres importants de la fragmentation. Le modèle étendu avec une énergie de rupture implique un décalage en temps du modèle initial, qui a été évalué pour plusieurs matériaux (un acier « ductile », un acier « fragile », un alliage de cuivre et un alliage d'aluminium). Lorsque l'énergie de rupture du matériau est faible, le décalage en temps est négligeable et le modèle étendu est équivalent au modèle initial de Mott. En revanche, plus l'énergie de rupture augmente et plus le décalage est grand. Ce dernier peut alors être de l'ordre de grandeur du temps de fragmentation total d'enveloppes métalliques en expansion. On peut déjà supposer que ce décalage peut avoir un impact non négligeable sur le processus global de fragmentation.

Le nombre de nouveaux sites générés par incrément de déformation dépend de la proportion de la barre encore sous contrainte. Un retard sur la propagation des ondes de relâchement conduit alors à un plus grand nombre de sites d'endommagement. Contrairement au modèle initial de Mott, ces sites n'ont pas tous le temps de rompre et certains sont arrêtés par les ondes de relâchement de contraintes voisines.

La loi d'apparition de sites introduite par Mott est capitale, mais inconnue. Celle-ci dépend des hétérogénéités présentes dans la géométrie, de la structure métallurgique du matériau et du chargement. Dans le chapitre 2, un acier 35NCD16, couramment utilisé dans la fabrication des corps de bombes et l'industrie aérospatiale, sera étudié. L'objectif est d'identifier le comportement du matériau en statique et dynamique, et les hétérogénéités pouvant conduire à des localisations de déformations importantes. Ces résultats seront utilisés dans le chapitre 3, afin d'alimenter des simulations numériques d'expansions de tubes et d'obtenir une première approximation de la loi d'apparition de sites d'endommagement. Une analyse paramétrique de la fragmentation de tores sera finalement présentée dans le chapitre 4 qui reprendra le modèle étendu de propagation des ondes de

chapitre 1, le comportement du matériau du chapitre 2 et la loi de germination macroscopique du chapitre 3.

La complexité du processus de fragmentation nous a emmenés, comme pour Mott, à faire des hypothèses simplificatrices. Un modèle rigide parfaitement plastique a été présenté ici, mais l'écroissage et les effets de vitesse de déformation peuvent être importants. Il serait alors très intéressant de développer un modèle élasto-viscoplastique d'onde de relâchement.

Un ordre de grandeur a été estimé pour l'énergie de rupture. Celle-ci est analytiquement et expérimentalement très difficile à évaluer précisément. Un modèle d'endommagement en dynamique dans un matériau initialement plastifié est nécessaire.

Pour la suite des études sur la fragmentation d'enveloppes métalliques, il semble également important d'étendre ce modèle d'onde de relâchement de contraintes à un anneau, un tube ou une géométrie d'enveloppes plus réaliste. On utilisera un modèle linéarisé de tore pour la suite des travaux présenté dans cette thèse, mais l'évaluation des effets de courbures et du chargement complexe dans une géométrie à trois dimensions est importante pour la suite des études. Mott avait d'ailleurs précisé dans ses publications que la définition des ondes en plusieurs dimensions serait très complexe.

Chapitre 2

Caractérisation mécanique et métallurgique de l'acier 35NCD16

1. Introduction.....	58
2. Matériau.....	58
2.1. Composition chimique.....	58
2.2. Microstructure.....	59
2.3. Grains et éléments de secondes phases.....	61
2.4. Texture.....	64
3. Homogénéité macroscopique et prélèvement des échantillons.....	66
3.1. Macroducté.....	66
3.2. Prélèvement.....	67
4. Loi de comportement.....	68
4.1. Traction uniaxiale.....	68
4.2. Isotropie.....	69
4.3. Grandes déformations.....	69
4.3.1. Compression.....	69
4.3.2. Torsion.....	71
4.3.3. Comparaison.....	75
4.4. Température.....	75
4.4.1. Traction uniaxiale.....	75
4.4.2. Résilience.....	76
4.5. Vitesse de déformation.....	77
5. Endommagement.....	80
5.1. Quasi-statique.....	80
5.1.1. Localisations macroscopiques de l'endommagement.....	80
5.1.2. Facès de rupture.....	84
5.1.3. Estimation de l'ordre de grandeur de l'énergie de rupture.....	86
5.2. Dynamique.....	87
5.2.1. Localisations macroscopiques de l'endommagement.....	87
5.2.1.1 Expansion d'anneau.....	87
5.2.1.2 Expansion de cylindre.....	90
5.2.2. Facès de rupture.....	95
5.2.2.1 Expansion d'anneau.....	95
5.2.2.2 Expansion de cylindre.....	95
6. Quantification des hétérogénéités.....	97
7. Conclusions et perspectives.....	100

1. Introduction

Dans le chapitre 1, nous avons identifié les principales grandeurs qui contrôlent la propagation des ondes de relâchement de contraintes. La contrainte σ_Y et la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ en début d'endommagement, la masse volumique ρ , l'énergie de rupture Γ et les paramètres du potentiel de dissipation (a , b ou n) sont essentiels. Le modèle de fragmentation de Mott s'appuie en plus sur une loi d'apparition de sites d'endommagement. Ces grandeurs dépendent du matériau. Ce chapitre est dédié à la caractérisation d'un acier particulier représentatif des matériaux utilisés pour les corps de bombes. L'acier 35NCD16 est couramment employé dans plusieurs domaines : aérospatial, militaire, machines d'usinage... et notamment pour la fabrication des corps de bombe. Parmi les paramètres influençant la fragmentation, la vitesse de déformation est supposée connue et de l'ordre de 10^4 s^{-1} . La masse volumique d'un acier est évidemment bien connue également. On s'intéressera alors principalement à la loi de comportement, la caractérisation de l'endommagement et les hétérogénéités du matériau qui peuvent conduire à des localisations macroscopiques de déformations. Dans un premier temps, nous ferons une caractérisation métallurgique de l'acier. Celle-ci permettra de prédire le type d'endommagement et les hétérogénéités principales. Dans un second temps, on étudiera la loi de comportement de l'acier et les effets de la triaxialité des contraintes, de la vitesse de déformation et de la température. En effet, suivant son emploi opérationnel, le corps de bombe peut avoir une température initiale très différente (à température ambiante au sol ou à environ -40°C à haute altitude). On observera ensuite des faciès de rupture obtenus à partir d'essais quasi-statiques et dynamiques. Ces derniers mettront en évidence le comportement particulier de l'acier 35NCD16 à grande vitesse de déformation et permettront de justifier l'introduction d'une énergie de rupture dans le modèle de fragmentation de Mott.

2. Matériau

2.1. Composition chimique

La composition du matériau a été déterminée expérimentalement. Elle est présentée dans le tableau (2-1). L'objectif est d'identifier les sites d'endommagement possibles. Il est donc important de quantifier les hétérogénéités du matériau. Les principales hétérogénéités métallurgiques responsables de l'endommagement sont : les impuretés (Phosphore, Soufre), les inclusions (sulfures, oxydes, silicates...), les précipités et les joints de grains. Les précipités et les inclusions sont issus de la composition chimique et du traitement thermique. La différence entre précipités et inclusions est dans leur rôle durcissant. Les précipités (nanométriques) bloquent les dislocations et ont un effet durcissant proportionnel à $\mu\sqrt{f_p}$ (μ est le module élastique de cisaillement et f_p la fraction volumique de précipité). Les

inclusions ont un effet durcissant beaucoup moins important (en première approximation proportionnel à $\sigma_{inc}f_{inc}$ (σ_{inc} est la contrainte de plastification de l'inclusion et f_{inc} la fraction volumique d'inclusions). Pour identifier leurs présences, il faut comprendre comment le matériau a été élaboré.

Élément	C	Si	Ni	Cr	Mo	Mn	Al	P	S
% massique	0,40	0,19	4,00	1,90	0,44	0,55	0,03	< 0,030	< 0,020

tableau (2-1) : Composition chimique de l'acier 35NCD16

Comme nous le verrons par la suite, l'acier 35NCD16 est martensitique et un revenu a été effectué. Hantcherli (2010) a étudié les effets des éléments d'addition pour ce type d'aciers. Le matériau est calmé par l'oxydation d'aluminium et de silicium, afin de réduire le taux d'oxygène. Le soufre et le phosphore sont des impuretés, présentes initialement dans le minerai de fer, qui peuvent fragiliser l'acier. Le phosphore, et essentiellement le manganèse, sont utilisés pour désulfurer l'acier et le désoxyder. Les éléments nickel, chrome et molybdène permettent d'améliorer les propriétés mécaniques, thermiques et la résistance à la corrosion. Le silicium et le manganèse sont utilisés pour ralentir la formation de la cémentite (carbures Fe_3C) dans l'acier au cours du revenu.

2.2. Microstructure

L'acier 35NCD16 est laminé, trempé à l'air lorsqu'il atteint une température de 875°C, puis revenu à environ 600°C. La trempe permet de transformer l'austénite (structure cubique faces centrées) en martensite de type α' (structure tétragonale centrée). Ce processus permet d'obtenir une contrainte limite d'élasticité élevée (supérieure à 1000 MPa). La figure (2-1) représente les différentes structures cristallines au cours de la transformation. Bain (1924) a expliqué cette transformation, qui s'effectue sans diffusion, par le cisaillement des mailles austénitiques (figure (2-2)). La maille représentée en vert sur la figure (2-2) est tétragonale centrée. Lors de la transformation martensitique, l'austénite s'appauvrit en carbone et de la cémentite (structure orthorhombique) se forme aux joints de grains.

On procède ensuite à un revenu, en évitant une austénisation, ce qui permet de libérer les contraintes internes. La structure cristalline devient ainsi cubique centrée. Cette transformation diminue la limite élastique de l'acier, mais augmente l'allongement à la rupture et la résilience. L'acier est ainsi moins fragile tout en conservant une limite d'élasticité élevée.

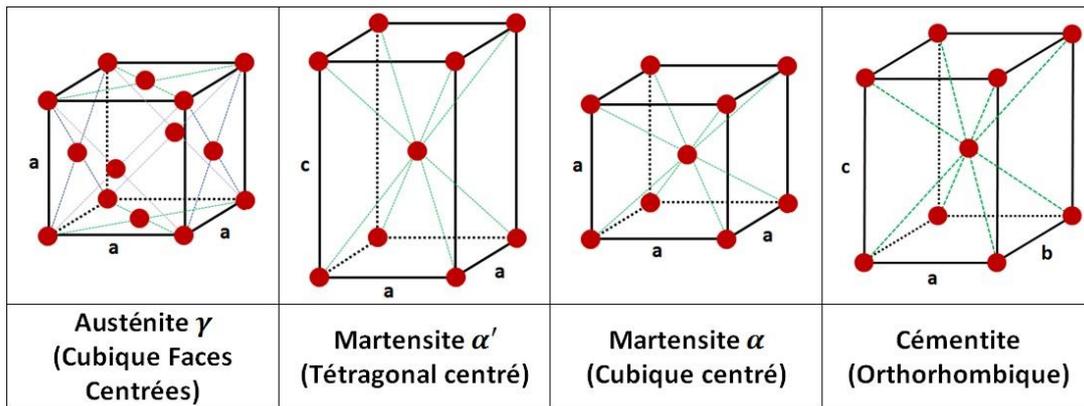


figure (2-1) : Structures cristallines durant la transformation martensitique

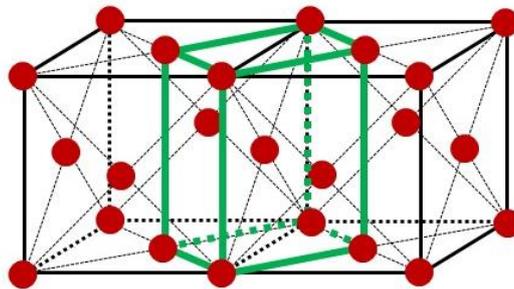


figure (2-2) : Schéma de Bain

Afin d'identifier l'influence des éléments d'additions sur les phases présentes dans l'acier, on utilise le diagramme de Schaeffler (1949) (figure (2-3)). Pour déterminer la position de l'acier 35NCD16 sur ce diagramme, on calcule les équivalents chrome et nickel, qui sont respectivement alphasgènes et gammagènes. Les éléments gammagènes favorisent la formation de l'austénite, qui se transformera ensuite en martensite au cours de la trempe. Les éléments alphasgènes, au contraire, diminuent l'austénite en faveur de la ferrite. L'acier étudié étant laminé, puis revenu, on utilise le modèle de Pryce et Andrews (1960) pour calculer les équivalents. Les termes (%X) représentent les pourcentages massiques des composants.

$$\begin{cases} (\%Cr)_{eq} = (\%Cr) + (\%Mo) + 3 (\%Si) \\ (\%Ni)_{eq} = (\%Ni) + 0,5 (\%Mn) + 21 (\%C) \end{cases} \quad (2-1)$$

L'acier 35NCD16 a des équivalents chrome et nickel respectivement de 2,91 %_{massique} et 12,68 %_{massique}.

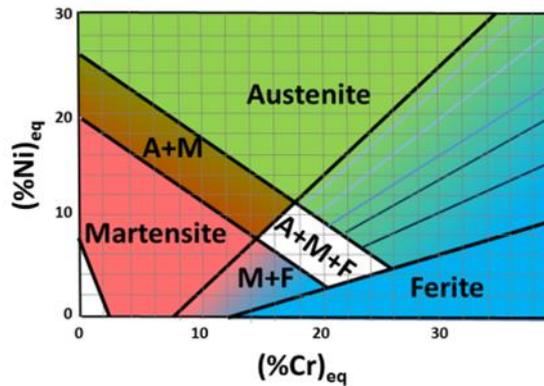


figure (2-3) : Diagramme de Schaeffler

Suivant le diagramme de Schaeffler (figure (2-3)), cela correspond à un acier totalement martensitique après la première trempe. Cependant, l'acier martensitique est revenu et des phases résiduelles peuvent être présentes. Afin de quantifier ces dernières, une analyse aux rayons X a été faite. On peut observer que la martensite α est grandement majoritaire, mais l'analyse a révélé également les proportions massiques des deux autres phases répertoriées dans le tableau (2-2).

Phase	Pourcentage massique [%]	Erreur relative [%]	Paramètres de maille [Å]		
			a	b	c
Martensite α (Cubique centré)	97,45	0,70	2,87	2,87	2,87
Cémentite (Orthorhombique)	2,20	0,28	5,08	6,73	4,52
Austénite γ (Cubique Faces Centrées)	0,35	0,06	3,59	3,59	3,59

tableau (2-2) : Proportions des phases présentes dans l'acier 35NCD16

Le matériau contient toujours de l'austénite résiduelle, car elle ne s'est pas totalement transformée en martensite au cours de la trempe. Les différences entre les paramètres de maille, et les structures cristallines hétérogènes, permettent de conclure que la cémentite et l'austénite ne sont pas cohérentes avec la matrice α . Ils n'y a pas de continuité des plans cristallins et ces phases sont des inclusions.

2.3. Grains et éléments de secondes phases

Les observations d'échantillons polis ont mis en évidence un matériau ayant une structure cristallographique complexe (figure (2-4)). Les images suivantes révèlent une microstructure typique de la martensite revenue. Le contraste de gris révèle ici les différents grains et non pas des phases différentes. On observe une structure lamellaire très fine et des orientations de lamelles qui semblent homogènes à l'échelle de l'observation.

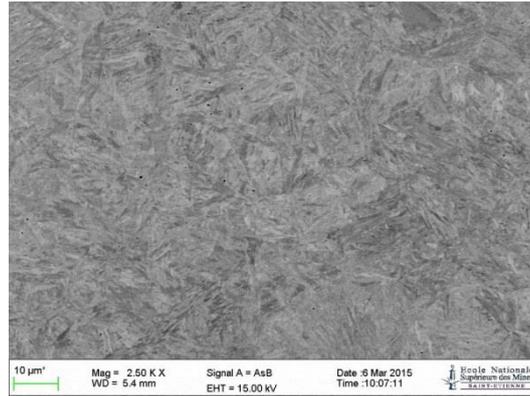


figure (2-4) : Acier 35NCD16 à un agrandissement de 2500

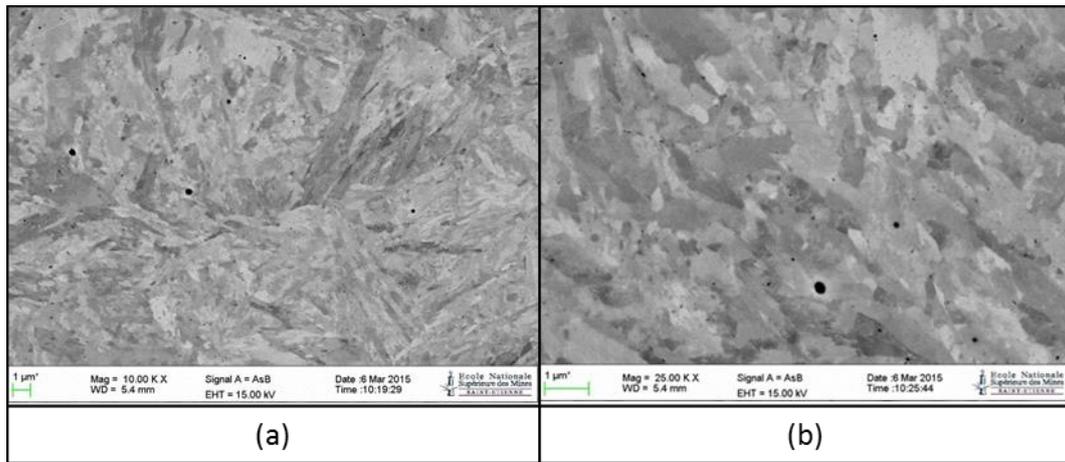


figure (2-5) : (a) Agrandissement de 10 000, (b) Agrandissement de 25 000

Les images ont été obtenues grâce à un microscope électronique à balayage par analyse des électrons secondaires. La figure (2-5) met en évidence la structure complexe des grains. La différence de contraste représente les différentes orientations cristallographiques. Celles-ci seront mises en valeur dans l'analyse de la texture. Une observation par électrons rétrodiffusés a également été faite. Lors de cette dernière, nous avons pu confirmer que les points noirs observés sur les images étaient des cavités ou des précipités. L'acier 35NCD16 n'est pas inoxydable et pique rapidement à l'air libre. On peut estimer la taille minimale que devraient avoir les précipités afin de former des microcavités. Cela revient à rechercher quelle énergie est nécessaire afin d'obtenir une décohésion entre la matrice et une inclusion. On considère une matrice infinie, contenant une inclusion fragile et sphérique. L'expression générale de la densité d'énergie de déformation est définie par :

$$W_{vol}^{def} = \int_0^{\epsilon} \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon}) : d\boldsymbol{\epsilon} \quad (2-2)$$

$\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\epsilon}$ sont respectivement les tenseurs de contrainte et de déformation. Pour un matériau élastique linéaire, l'expression de la densité d'énergie de déformation devient :

$$W_{vol}^{def} = \frac{1}{2} (\mathbf{s} : \mathbf{e} + 3\sigma_m \varepsilon_m) \quad (2-3)$$

\mathbf{s} et \mathbf{e} sont les parties déviatoriques des tenseurs de contrainte et de déformation. La loi de Hooke permet d'obtenir la relation entre ces deux déviateurs. Pour un matériau isotrope $\mathbf{s} = 2G\mathbf{e}$, avec G le module élastique de cisaillement. σ_m et ε_m sont les valeurs moyennes des deux tenseurs, reliées par $\sigma_m = 3\kappa\varepsilon_m$, avec κ égal à $E/3(1-2\nu)$ (McClintock 1968). L'expression précédente peut alors s'écrire :

$$W_{vol}^{def} = \frac{1}{2} (2G \mathbf{e} : \mathbf{e} + 9\kappa\varepsilon_m^2) = \frac{3}{2} G\varepsilon_{eq}^2 + \frac{9}{2} \kappa\varepsilon_m^2 \quad (2-4)$$

ε_{eq} est la déformation équivalente de von Mises. Cette dernière expression peut également s'écrire :

$$W_{vol}^{def} = \frac{\sigma_{eq}^2}{6G} + \frac{\sigma_m^2}{2\kappa} = \frac{(\kappa - 3G\eta^2)\sigma_{eq}^2}{6G\kappa} \quad (2-5)$$

η est la triaxialité des contraintes. On note V et S respectivement le volume et la surface de l'inclusion sphérique. L'énergie de déformation fournie $V \times W_{vol}^{def}$ doit être supérieure à l'énergie de surface $S \times \gamma$ pour obtenir une décohésion (γ est l'énergie de rupture surfacique en [J/m²]). Lorsque l'énergie de déformation $V \times W_{vol}^{def}$ est égale à l'énergie de surface $S \times \gamma$, le rayon de l'inclusion est :

$$R_i = \pm \frac{18G\kappa\gamma}{(\kappa - 3G\eta^2)\sigma_{eq}^2} \quad (2-6)$$

La cémentite est l'élément de seconde phase principalement présent dans l'acier 35NCD16. Son module de Young est d'environ 180 GPa et le coefficient de Poisson est égal à 0,3 (Ledbetter 2010). Ce carbure étant très fragile, on considère une énergie de rupture de 1 J/m² et une déformation critique de 1%. En considérant des chargements en cisaillement pur ($\eta = 0$), en traction uniaxiale ($\eta = 1/3$), en compression uniaxiale ($\eta = -1/3$) ou encore en pression hydrostatique ($\eta \rightarrow \infty$), le rayon minimal de l'inclusion est inférieur à 1 micron. Il ne s'agit que d'une estimation qui ne prend pas en compte la coalescence des cavités. On peut cependant remarquer que tous les points noirs observés sur les micrographies, et qui correspondent pour les plus grandes à de la piquration, sont tous inférieurs à cette limite. Il n'y a pas assez d'énergie disponible pour provoquer une décohésion.

Les carbures de cémentite sont sous la forme de petits nodules entre les fines lamelles de martensite. On n'observe pas d'inclusions ou d'éléments de seconde phase pouvant contrôler les localisations macroscopiques de déformation.

2.4. Texture

Une analyse EBSD (Electron BackScatter Diffraction) a été faite pour observer la texture de l'acier. La texture définit les orientations cristallines privilégiées. Une anisotropie devrait être prise en compte. Les échantillons sont prélevés dans des barreaux cylindriques ayant une épaisseur de dix centimètres. Une différence de comportement entre la surface et le cœur des barreaux fausserait également les résultats expérimentaux obtenus dans la partie suivante. Une homogénéité de la taille de grains ne signifie pas qu'il n'y ait pas de texture. Dans un premier temps, il est nécessaire de définir le repère d'observation et la maille cristallographique. Les échantillons ont été prélevés sur des barreaux laminés, près de la surface extérieure. Ils ont été polis et observés sur le plan transverse (\vec{x}, \vec{y}) présenté sur la figure (2-6a), c'est-à-dire normal à la direction de laminage. La dimension du faisceau d'électrons, et donc de chaque pixel obtenu sur la micrographie, était de 0,2 micron. Seule la phase martensitique a été identifiée pendant cette analyse, ce qui signifie que les nodules de cémentite sont plus petits que 0,2 micron. L'acier étant composé à 97,45%_{massique} de martensite α cubique centré, on ne présentera les résultats que pour cette phase (figure (2-6b)).

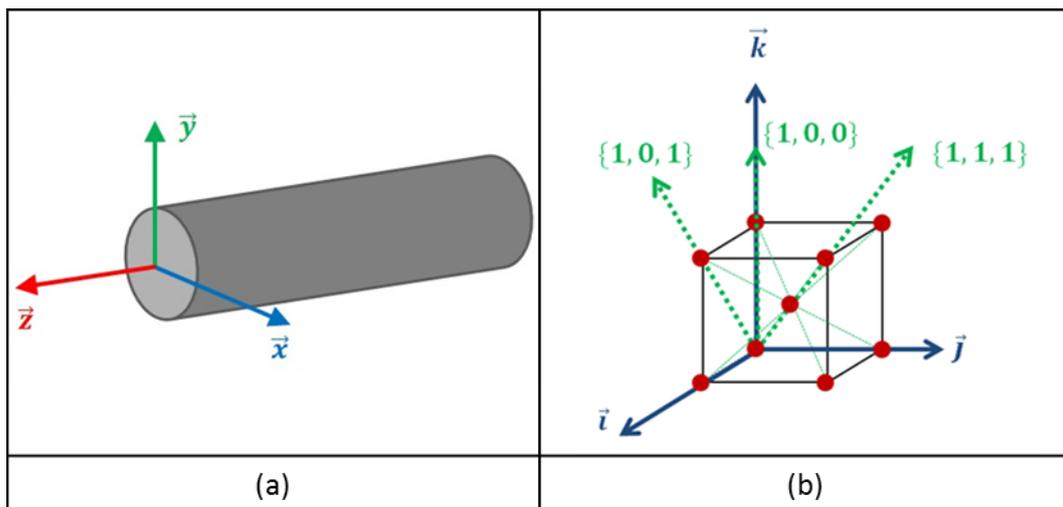


figure (2-6) : (a) Définition du repère sur les barreaux, (b) Définition du repère des mailles cubiques centrées

A l'aide d'un microscope électronique à balayage, on mesure l'orientation des grains point par point sur la surface. La figure (2-7) représente les grains de l'acier, dont les couleurs correspondent aux orientations cristallographiques d'après le repère indiqué sur la figure (2-6b).

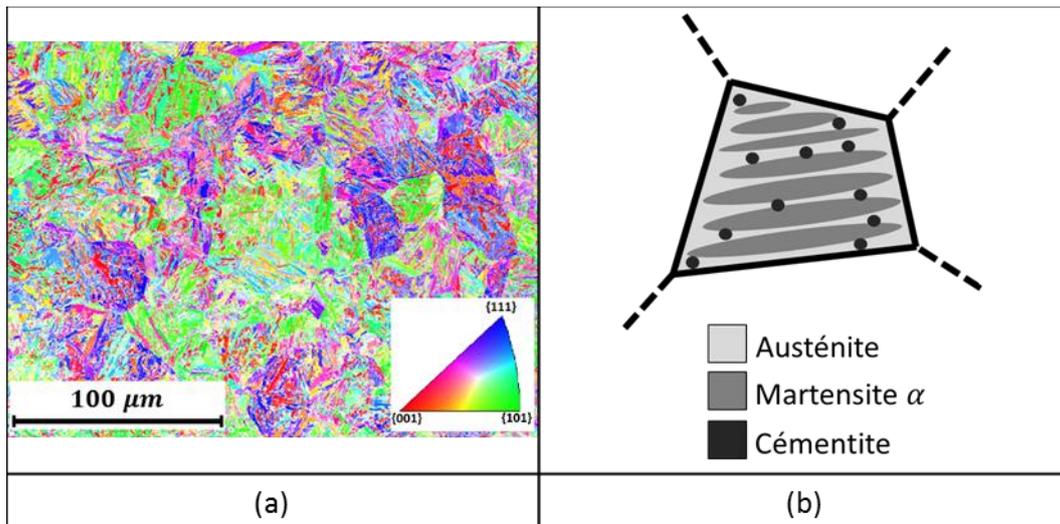


figure (2-7) : (a) Analyse EBSD de l'acier 35NCD16, (b) Schéma des différentes phases dans un ancien grain d'austénite

Aucune orientation n'est dominante. On peut cependant retrouver les anciens grains d'austénite sur la figure (2-7a), dans lesquels les lamelles de martensite sont globalement unidirectionnelles. Il s'agit d'un phénomène déjà bien connu pour les aciers martensitiques et qui s'explique par les différents traitements thermiques présentés précédemment. Au cours du refroidissement de l'acier, les grains d'austénite se forment avec une orientation cristalline homogène dans chaque grain. La martensite est ensuite formée, mais les orientations vont rester homogènes dans les anciens grains austénitiques (Bain (1924) ; Kurdjumov et Sachs (1930) ; Nishiyama (1934) ; Wassermann (1935) ; Greninger et Troiano (1949) ; Pitsch (1967)). Au cours de cette transformation, la martensite étant moins riche en carbone que l'austénite, des nodules vont se former entre les lamelles de martensite. Un schéma des différentes phases présentes dans un ancien grain austénitique est donné sur la figure (2-7b).

On va maintenant chercher à quantifier les désorientations cristallines. Afin de représenter l'orientation d'un cube dans un repère tridimensionnel, il est possible de déterminer les angles de rotations autour des trois axes ou d'effectuer une projection stéréographique des pôles du cube sur un plan donné (figure (2-8)). Le plan de référence est ici le plan (\vec{x}, \vec{y}) de la figure (2-6a).

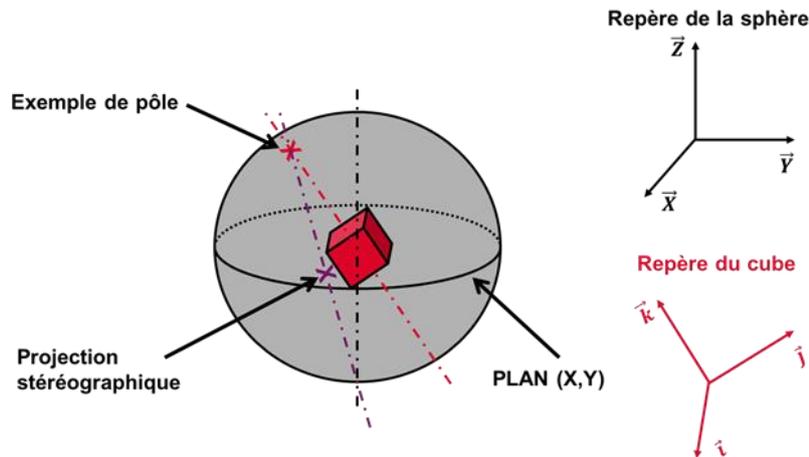


figure (2-8) : Projection stéréographique

On représente ensuite la répartition des projections stéréographiques pour tous les points mesurés sur des figures de pôles (figure (2-9)). Les couleurs représentent les densités obtenues pour chaque orientation. Aucune direction ne se distingue. Malgré les taches observées, les écarts d'intensité ne sont pas significatifs. Le matériau peut être considéré comme non texturé sur la surface observée. Cependant, ces conclusions ne sont valables que pour la zone étudiée. Les mêmes observations ont été effectuées sur le plan (\vec{y}, \vec{z}) et les résultats sont identiques.

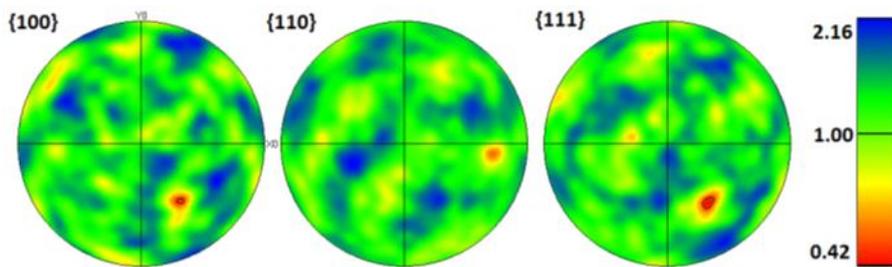


figure (2-9) : Figures de pôles pour l'acier 35NCD16

3. Homogénéité macroscopique et prélèvement des échantillons

3.1. Macroducté

Bien que les barreaux soient laminés, on n'observe pas de texture marquée. Ceci est dû au fait que l'acier est laminé à chaud et que le revenu (en dessous de la température d'austénitisation) permet de libérer les contraintes internes (sans diffusion). De plus, l'acier 35NCD16 est autotrempeant. Les propriétés à la surface et au cœur du barreau devraient être identiques. Des essais de duretés, effectués le long de la direction transverse ont confirmé ces résultats (figure (2-10)).

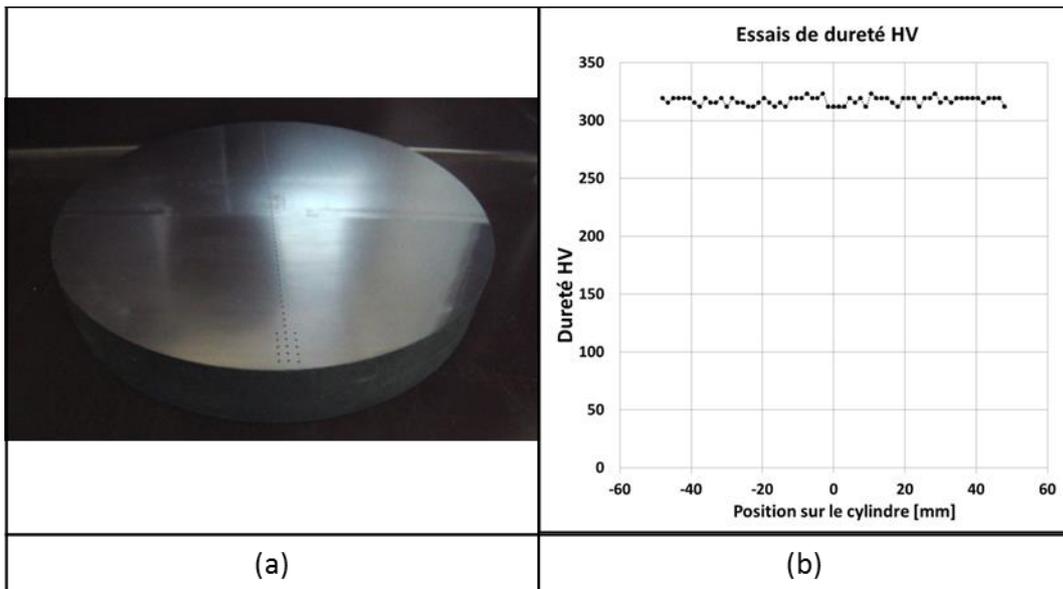


figure (2-10) (a) Rondelle d'acier après les essais de dureté, (b) Essais de dureté HV

Les essais de duretés Vickers, réalisés suivant la norme «NF A 03-154», ont été effectués le long d'une rondelle découpée dans les barreaux d'acier et polie sur une face. Au total, soixante-cinq empreintes ont été faites le long du diamètre. La figure précédente montre les résultats des essais. Nous avons obtenu une dureté HV moyenne de 317,0 avec un écart-type de 3,4. L'incertitude de mesure moyenne est de 1,9 HV. On n'observe, en moyenne, aucune différence notable entre le centre de la rondelle et sa périphérie. Ces analyses, en complément des observations de textures, permettent de conclure que les directions selon lesquelles les échantillons seront prélevés et leurs emplacements n'auront pas d'influence notable sur les résultats des essais mécaniques.

3.2. Prélèvement

Les éprouvettes cylindriques sont prélevées dans le sens longitudinal des barreaux d'acier suivant la figure (2-11). Neuf échantillons (en rouge) sont ainsi prélevés dans la section. Des éprouvettes (en vert) ont également été faites dans la direction radiale afin de confirmer l'isotropie de l'acier. Les échantillons sont représentatifs de l'ensemble du barreau et les résultats expérimentaux qui seront présentés sont reproductibles.

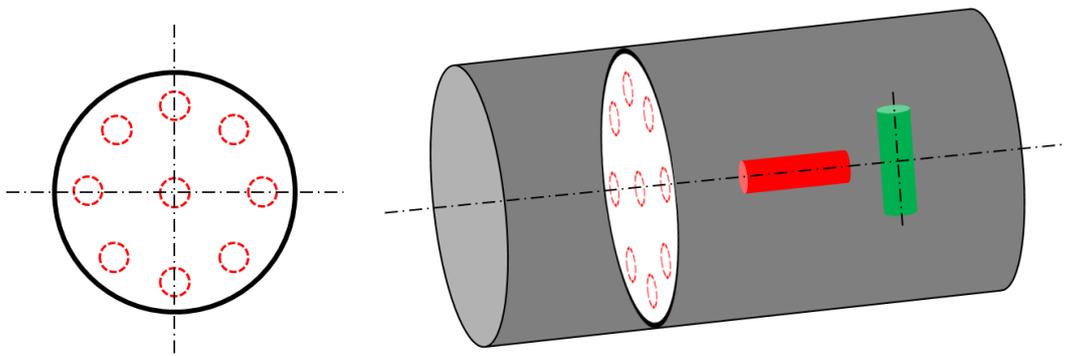


figure (2-11) : Prélèvement des échantillons

4. Loi de comportement

Nous avons pu constater que la vitesse de déformation en début d'endommagement est importante et peut varier significativement au cours de la fragmentation. En revanche, on fait l'hypothèse que cette vitesse est constante au cours de la propagation d'une onde de Mott. Les différents essais mécaniques (traction, compression et torsion) seront alors effectués à vitesses de déformation constantes.

4.1. Traction uniaxiale

Des essais de traction uniaxiale à vitesses de déformation constantes ont été réalisés afin d'identifier la loi de comportement de l'acier 35NCD16 et d'évaluer les effets de divers paramètres sur cette loi (température, vitesse de déformation et direction des éprouvettes prélevées dans le barreau). Les essais de tractions ont été réalisés suivant la norme «EN 10002-1 :2001». La figure (2-12) représente les résultats de trois essais de traction à une vitesse de déformation de $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, à température ambiante et pour des éprouvettes prélevées dans la direction de laminage du barreau. L'écart maximal entre ces trois courbes est inférieur à 20 MPa. La limite d'élasticité moyenne à 0,2% de déformation plastique est de 890 MPa. Un écart de ± 10 MPa correspond à 1,1% de la limite d'élasticité. On observe une bonne reproductibilité et peu de différences entre les courbes obtenues. Ici, les résultats sont valables jusqu'à la limite d'apparition de striction déterminée par le critère de Considère. Il s'agit d'une limite inférieure à partir de laquelle la striction est déjà apparue. Dans le cas présent, les courbes ne sont valides que jusqu'à 6,5% de déformation. La courbe obtenue après la striction est fortement perturbée et une analyse plus importante est nécessaire pour corriger son effet (par code d'éléments finis ou par le modèle de Bridgman (1952)). On verra plus en détails l'effet de la striction et de l'endommagement dans la section 5, mais ce comportement révèle déjà la ductilité de l'acier 35NCD16 pour ce traitement thermique précis. Pour les prochaines configurations, on ne présentera qu'une seule courbe, bien que plusieurs essais aient été réalisés.

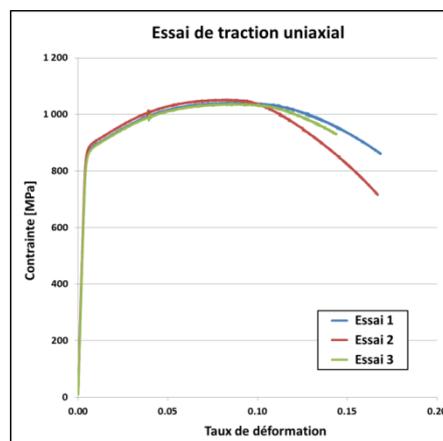


figure (2-12) : Essai de traction uniaxiale

Pour une loi de comportement de Ludwig, les paramètres sont identifiés dans le tableau (2-3) :

Loi de Ludwig : $\sigma_Y(\varepsilon_p) = A + B\varepsilon_p^n$		
A (en MPa)	B (en MPa)	n
890	370	0,24

tableau (2-3) : Paramètres de la loi de comportement

4.2. Isotropie

L'effet de la direction de prélèvement des échantillons sur le barreau initial est présenté sur la figure (2-13). Les deux courbes obtenues sont très similaires, ce qui montre, comme cela était prévu à partir des analyses métallurgiques, que le matériau peut être considéré isotrope.

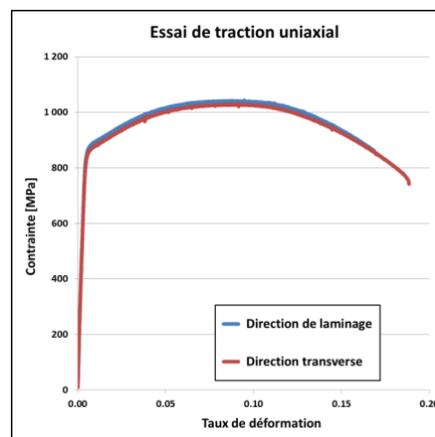


figure (2-13) : Effet de la direction de prélèvement des échantillons

On peut noter que, bien que les courbes soient similaires, nous n'avons pas déterminé si l'écroutissage était également isotrope.

4.3. Grandes déformations

4.3.1. Compression

L'objectif des essais de compression est d'obtenir la loi de comportement de l'acier en grande déformation. Les échantillons sont sollicités uniaxialement avec une triaxialité $\eta = \sigma_m / \sigma_{eq}$ de $-1/3$ (σ_m est la contrainte moyenne et σ_{eq} est la contrainte équivalente de von Mises). Les essais sont réalisés à vitesse de déformation constante. Les essais de compression ont été réalisés suivant la norme «ASTM E9 - 09». Des effets de frottement perturbent les essais et provoquent un effet dit de «barillet» et du cisaillement. Pour éviter les effets dus aux frottements, on réalise plusieurs passes. On comprime ainsi l'échantillon petit à petit en assurant la lubrification tout au long de l'essai.

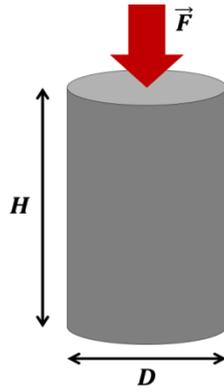


figure (2-14) : Essai de compression

D , H et F désignent respectivement le diamètre, la hauteur de l'échantillon et la force appliquée. Trois grandeurs sont obtenues après l'essai de compression, correspondant à la force, au déplacement total de la machine et au temps. Le déplacement obtenu expérimentalement est la somme de la déformation de l'échantillon et celle de la machine de compression. On peut calculer la déformation de la machine en connaissant sa rigidité, déterminée préalablement par un essai de compression à vide (sans échantillon). On utilise l'expression de la déformation réelle :

$$\varepsilon_{eq} = \ln\left(\frac{H_0}{H_0 + U_{éch}}\right) \quad (2-7)$$

H_0 est la hauteur initiale de l'échantillon et $U_{éch}$ le déplacement appliqué sur la face supérieure. Les mesures de la section après chaque passe de compression ont montré une bonne concordance des sections réelles et théoriques. L'objectif est d'obtenir la loi de comportement en compression de l'acier 35NCD16, en grandes déformations (environ 60%), et l'influence de la vitesse de déformation. Plusieurs passes sont effectuées sur les échantillons pour éviter les frottements et atténuer les efforts de cisaillement. Les différentes passes effectuées sont représentées sur la figure (2-15), qui montre les résultats expérimentaux obtenus avant et après traitement.

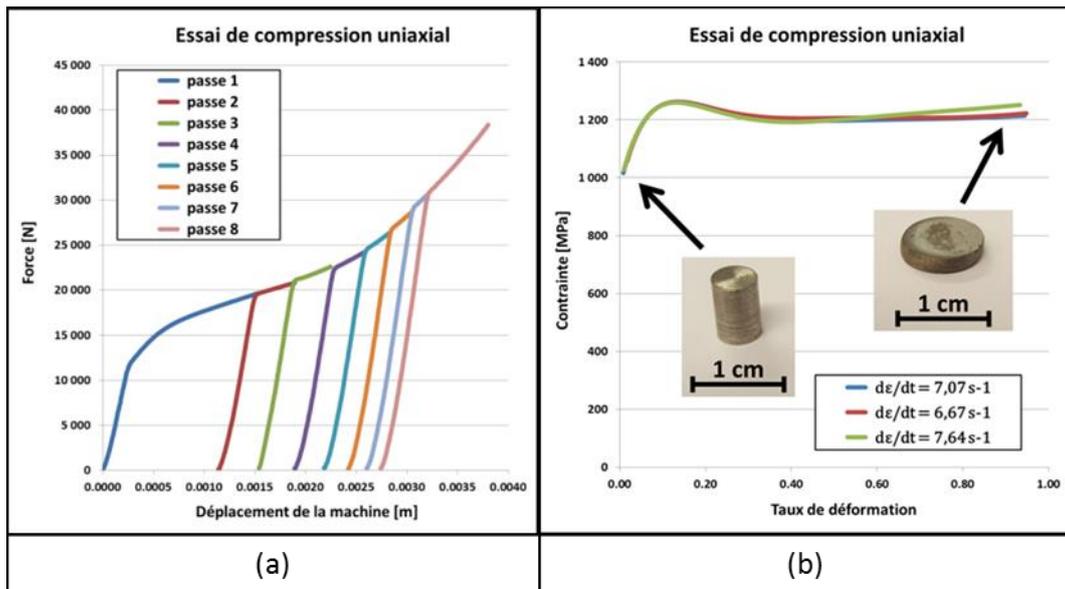


figure (2-15) : Comportement de l'acier 35NCD16 en compression

La figure (2-15) montre la légère dispersion des résultats obtenus pour une vitesse de déformation de 7 s^{-1} . Trois essais sont représentés avec huit passes chacun. Comme pour les essais de traction, on observe à nouveau une bonne reproductibilité.

4.3.2. Torsion

Les essais de torsion ont l'avantage de permettre d'atteindre de grands taux de déformation à rupture avec un endommagement uniforme le long de l'échantillon. Les essais de torsion ont été réalisés suivant la norme «ISO 18338:2015». Les résultats ne sont pas influencés par une modification de la géométrie de l'éprouvette, comme la striction en traction ou l'effet «barillet» en compression. Un schéma de cet essai est représenté sur la figure suivante :

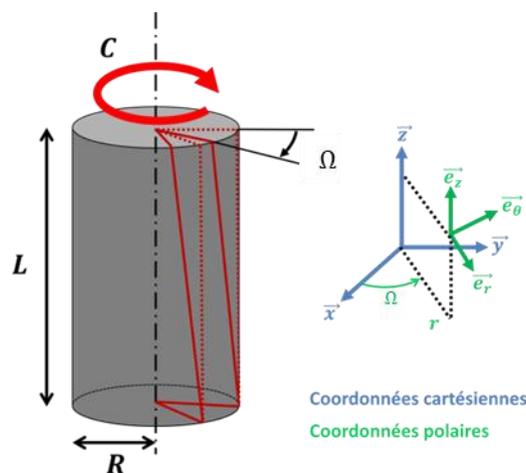


figure (2-16) : Essai de torsion

C , R , L et Ω représentent respectivement le couple appliqué, le rayon, la longueur et l'angle de rotation de l'échantillon. La déformation n'est pas uniforme le long du rayon de

l'éprouvette. Elle est maximale sur le bord et nulle au centre de l'échantillon. Pour simplifier la démonstration, on se place en coordonnées cylindriques. À une distance r de l'axe de rotation, les tenseurs des contraintes et des déformations sont :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_{\theta z} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{\theta z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\Omega r}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Omega r}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

La géométrie de l'essai nous donne l'expression du taux de déformation en fonction des paramètres observables :

$$\varepsilon_{\theta z} = \frac{\Omega r}{L} \quad \text{et} \quad \dot{\varepsilon}_{\theta z} = \frac{\dot{\Omega} r}{L} \quad (2-9)$$

Au cours des essais de torsion réalisés, les données obtenues sont : le couple C [N.m] et l'angle de rotation Ω [rad] à chaque pas de temps. On cherche l'expression de la contrainte de cisaillement $\sigma_{\theta z}$ en fonction du taux de déformation en cisaillement simple $\varepsilon_{\theta z}$. L'expression du couple est la suivante :

$$C(\Omega) = \iint_S \sigma_{\theta z} r dS \quad (2-10)$$

On procède à différents essais de torsion à différentes vitesses de déformation imposées $\dot{\Omega}$. On déterminera ainsi une fonction $C(\Omega, \dot{\Omega})$. Développons cette expression en nous plaçant en coordonnées polaires :

$$C(\Omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^R \sigma_{\theta z} r^2 dr d\theta = 2\pi \int_0^R \sigma_{\theta z} r^2 dr \quad (2-11)$$

Une intégration par partie permet d'obtenir :

$$C(\Omega) = 2\pi \left\{ \left[\frac{r^3 \sigma_{\theta z}}{3} \right]_0^R - \int_0^R \frac{r^3}{3} \frac{d\sigma_{\theta z}}{dr} dr \right\} \quad (2-12)$$

Or, en supposant une loi de comportement viscoplastique de la forme $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$:

$$\frac{d\sigma_{\theta z}}{dr} = \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \varepsilon_{\theta z}} \right) \frac{d\varepsilon_{\theta z}}{dr} + \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \dot{\varepsilon}_{\theta z}} \right) \frac{d\dot{\varepsilon}_{\theta z}}{dr} \quad (2-13)$$

Connaissant les expressions du taux de déformation et de sa dérivée par rapport au temps, on peut écrire :

$$\frac{d\varepsilon_{\theta z}}{dr} = \frac{\Omega}{L} \quad \text{et} \quad \frac{d\dot{\varepsilon}_{\theta z}}{dr} = \frac{\dot{\Omega}}{L} \quad (2-14)$$

On peut donc en déduire que :

$$\frac{d\sigma_{\theta z}}{dr} = \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \Omega} \right) \frac{\Omega}{r} + \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \dot{\Omega}} \right) \frac{\dot{\Omega}}{r} \quad (2-15)$$

On insère maintenant cette expression dans l'équation obtenue par l'intégration par parties :

$$C(\theta, \dot{\theta}) = 2\pi \left[\frac{R^3 \sigma_{\theta z}}{3} - \int_0^R \frac{\Omega r^2}{3} \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \Omega} \right) dr - \int_0^R \frac{\dot{\Omega} r^2}{3} \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \dot{\Omega}} \right) dr \right] \quad (2-16)$$

Or, en dérivant l'expression initiale du couple $C(\theta, \dot{\theta})$, on peut respectivement identifier :

$$2\pi \int_0^R \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \Omega} \right) r^2 dr = \frac{\partial C}{\partial \Omega} \quad (2-17)$$

Et :

$$2\pi \int_0^R \left(\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \dot{\Omega}} \right) r^2 dr = \frac{\partial C}{\partial \dot{\Omega}} \quad (2-18)$$

On connaît expérimentalement les termes $(\partial C / \partial \Omega)$ et $(\partial C / \partial \dot{\Omega})$ et on peut maintenant les insérer dans l'équation du couple :

$$C(\Omega, \dot{\Omega}) = 2\pi \left[\frac{R^3 \sigma_{\theta z}}{3} - \frac{\Omega}{6\pi} \left(\frac{\partial C}{\partial \Omega} \right) - \frac{\dot{\Omega}}{6\pi} \left(\frac{\partial C}{\partial \dot{\Omega}} \right) \right] \quad (2-19)$$

L'expression de la contrainte est alors obtenue :

$$\sigma_{\theta z} = \frac{1}{2\pi R^3} \left[3 C + \Omega \left(\frac{\partial C}{\partial \Omega} \right) + \dot{\Omega} \left(\frac{\partial C}{\partial \dot{\Omega}} \right) \right] \quad (2-20)$$

Ou encore :

$$\sigma_{\theta z} = \frac{C}{2\pi R^3} \left[3 + \left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln \Omega} \right) + \left(\frac{\partial \ln C}{\partial \ln \dot{\Omega}} \right) \right] \quad (2-21)$$

La contrainte de cisaillement est exprimée en fonction des paramètres géométriques initiaux et des résultats obtenus au cours d'essais de torsion. La courbe obtenue est tracée sur la figure (2-17). La loi de Ludwig, avec les données du tableau (2-3), approxime

convenablement les données expérimentales. Afin de comparer les essais de torsion à ceux de traction et de compression, il sera nécessaire de faire une hypothèse supplémentaire et d'utiliser la contrainte et déformation équivalente de von Mises :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3} \sigma_{\theta z} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_{\theta z}}{\sqrt{3}} \quad (2-22)$$

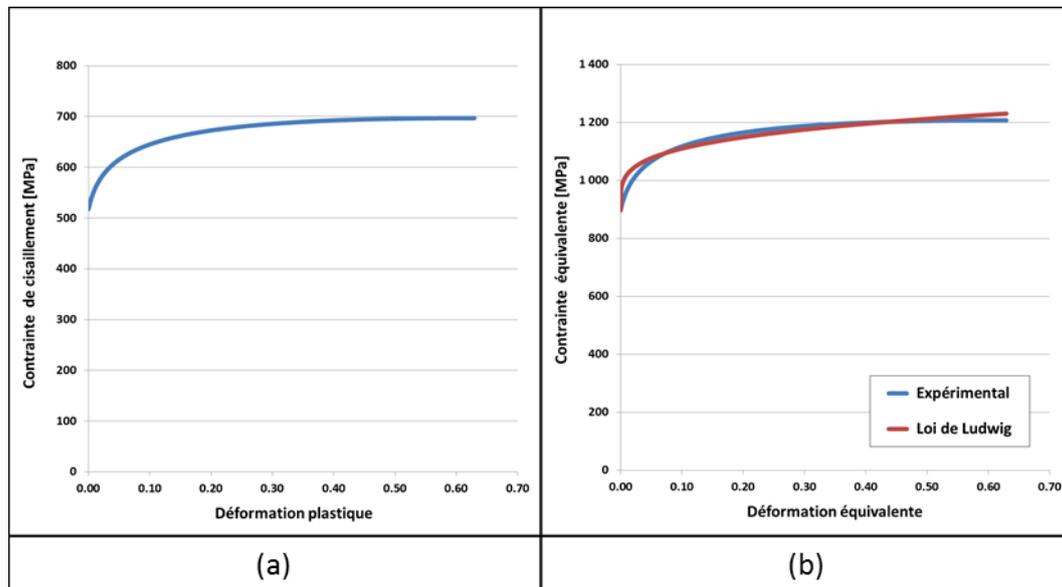


figure (2-17) : Comportement de l'acier 35NCD16 en torsion (a) Donnée expérimentales, (b) Comparaison avec une loi de Ludvig

La figure (2-18) montre l'effet du coefficient d'érouissage n , égal à $d \ln(\sigma) / d \ln(\varepsilon)$ à une vitesse de déformation fixe. Le coefficient d'érouissage décroît en fonction de la déformation. Cette décroissance est la plus forte entre 0 et 10% de déformation plastique. La décroissance est ensuite linéaire jusqu'à 60% de déformation plastique.

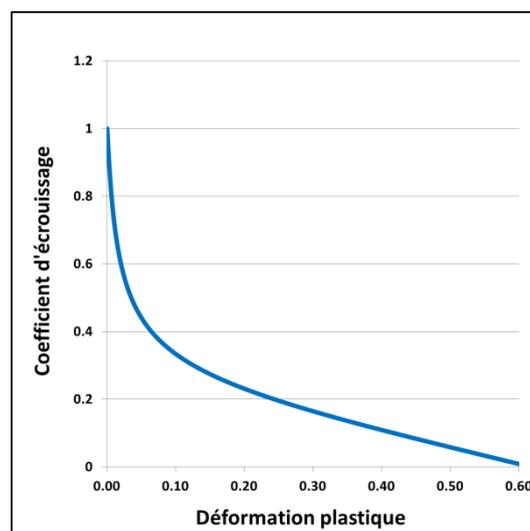


figure (2-18) : Evolution du paramètre d'érouissage en fonction de la déformation plastique

4.3.3. Comparaison

La figure (2-19) présente les contraintes équivalentes de von Mises en fonction de la déformation équivalente. Les résultats obtenus en traction, torsion et compression sont très proches. On peut en déduire un effet négligeable de la triaxialité (entre -1/3 et 1/3) sur la loi de comportement de l'acier en petites déformations.

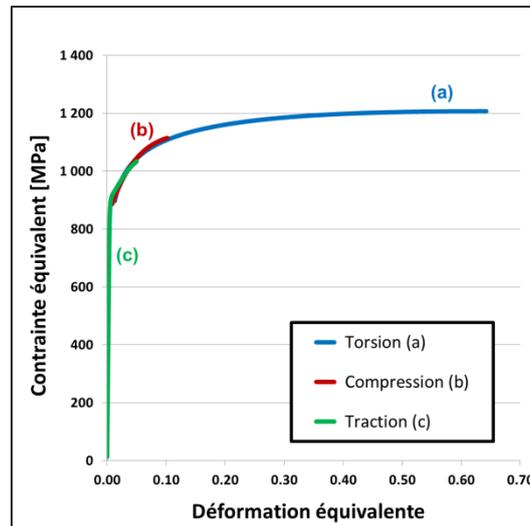


figure (2-19) : Influence de la triaxialité sur le comportement de l'acier 35NCD16 pour une vitesse de déformation d'environ $5 \times 10^{-4} s^{-1}$ et à température ambiante

4.4. Température

4.4.1. Traction uniaxiale

Il est intéressant d'observer également l'effet de la température initiale sur la loi de comportement. La figure (2-20) montre l'influence de la température. La diminution de température réduit la déformation à rupture et augmente la limite d'élasticité. Jusqu'à la limite d'apparition de la striction donnée par le principe de Considère (environ 6,5%), l'écrouissage ne semble pas être influencé par cet écart de température.

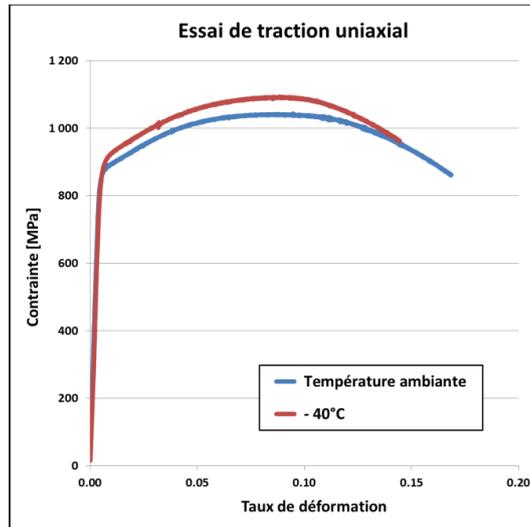


figure (2-20) : Effet de la température sur un essai de traction pour une vitesse de déformation de $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

4.4.2. Résilience

On a observé un effet sur la loi de comportement en diminuant la température. Il est important de vérifier maintenant si l'endommagement va également être influencé. Les essais de résilience ont été réalisés suivant la norme «NF A 03-156». L'essai de résilience de type Charpy n'est que comparatif et l'énergie dissipée est :

$$E = m g (h - h') \quad (2-23)$$

Le terme m est la masse du pendule, g la constante de gravitation, h et h' les hauteurs initiale et après l'impact du marteau. Les échantillons sont des parallélépipèdes rectangles, de dimensions 55mm x 5mm x 5mm, avec une entaille en « V » profonde de 1mm et un angle de 45°. Les schémas techniques des éprouvettes sont donnés en annexe. L'objectif est d'obtenir une estimation de l'énergie de rupture et de son évolution en fonction de la température. Les échantillons étant refroidis avec de l'azote liquide, la température minimale obtenue est égale à -196°C. Les résultats de ces essais sont représentés sur les courbes suivantes. La figure (2-21a) montre la dispersion des résultats. Trois tests ont été réalisés pour chaque température et leurs moyennes sont représentées sur la figure (2-21b) avec des barres d'incertitudes à 5%, calculées avec la méthode présentée en annexe.

On n'observe pas de transition nette en fonction de la température pour les résultats obtenus. Ce phénomène est dû à la grande pureté du matériau, déjà observée dans les analyses métallurgiques.

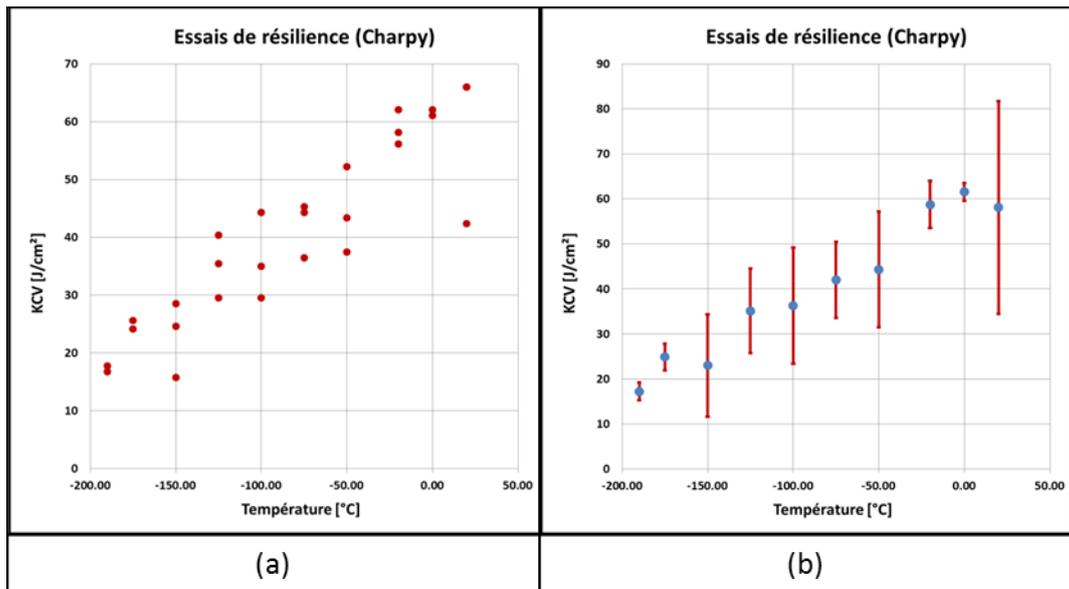


figure (2-21) : Essais de résilience de type Charpy sur un acier 35NCD16

4.5. Vitesse de déformation

L'influence de la vitesse de déformation a été identifiée pour les trois essais présentés précédemment : Traction (figure (2-22)), compression (figure (2-23a)) et torsion (figure (2-23b)). L'augmentation de la vitesse de déformation ne perturbe pas la forme de l'érouissage. Il s'agit d'un comportement déjà remarqué et utilisé par Klepaczko (1969) et Rhayour (1999). Une hausse de la vitesse a pour conséquence une augmentation de la limite d'élasticité, mais peu d'effet sur l'érouissage.

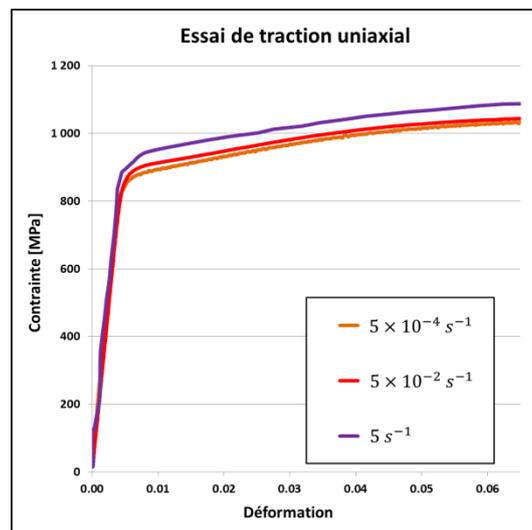


figure (2-22) : Influence de la vitesse de déformation en traction

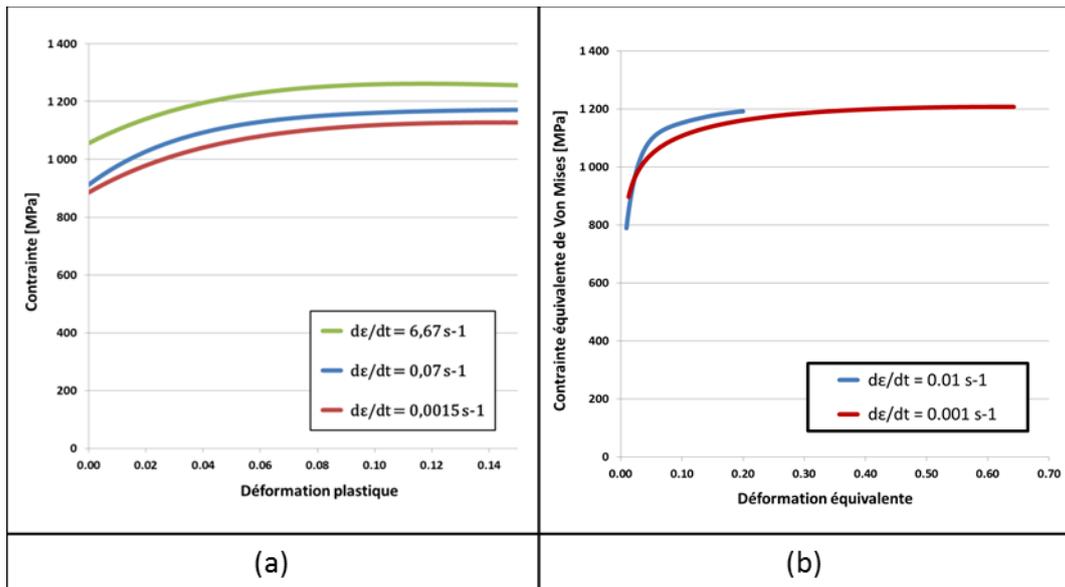


figure (2-23) : Influence de la vitesse de déformation (a) Compression, (b) Torsion

La vitesse de déformation a un effet remarquable dans les essais de torsion. On observe sur la figure (2-23b) que, lorsque la vitesse augmente, la limite d'élasticité diminue. Il s'agit d'un comportement déjà observé par Work et Dolan (1953) pour l'acier AISI 4340, qui est très proche du 35NCD16. La nature de ce phénomène n'est cependant pas expliquée. En traçant la limite d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation, Work et Dolan (1953) observaient un minimum entre 10^{-3} et 1 s^{-1} . Cependant, on observe ici tout de même un comportement similaire à la traction et la compression : un écoulement indépendant de la vitesse de déformation. La courbe à $\dot{\epsilon} = 0,01 \text{ s}^{-1}$ est tracée jusqu'à 20% de déformation. Il ne s'agit pas de la déformation à rupture. Au-delà de cette déformation les résultats n'étaient pas exploitables.

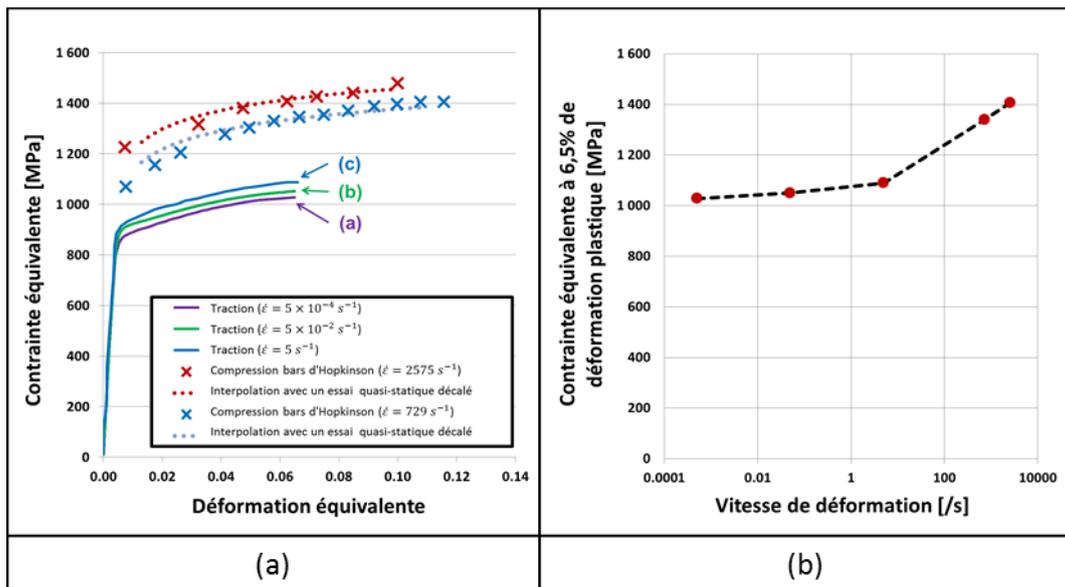


figure (2-24) : Influence de la vitesse de déformation

La figure (2-24) reprend les essais de traction quasi-statique et des essais de compression effectués sur des barres d'Hopkinson par Flouriot, Martinuzzi et Fougrouse (2016) au CEA/Valduc pour le même acier. Les vitesses de déformation obtenues grâce aux barres d'Hopkinson sont beaucoup plus élevées (729 et 2575 s⁻¹), mais restent encore d'un ordre de grandeur inférieur à celle existant lors de la fragmentation d'un corps de bombe. Ces essais importants ont cependant permis de caractériser le comportement dynamique de l'acier. L'écroutissement est similaire à celui obtenu en quasi-statique. La figure (2-25) montre l'effet particulier de la vitesse de déformation. Les deux axes sont en coordonnées logarithmiques. On observe une relation linéaire entre le paramètre $d\sigma/d\dot{\varepsilon}$ à déformation fixe et la vitesse de déformation en coordonnées logarithmiques. Cela signifie une relation de type puissance entre le paramètre $d\sigma/d\dot{\varepsilon}$ et $\dot{\varepsilon}$. Pour ce matériau, on peut approximer la loi de comportement par :

$$\sigma_Y(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A + B\varepsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m - 1 \right] \quad (2-24)$$

Avec pour paramètres :

$A = 890 \text{ MPa}$	$n = 0,24$
$B = 370 \text{ MPa}$	$m = 0,21$
$C = 15 \text{ MPa}$	$\dot{\varepsilon}_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

tableau 2-4 : Paramètres de la loi d'écroutissement

Cette loi de comportement est une bonne approximation uniquement dans les domaines des déformations et des vitesses observées, c'est-à-dire entre 0 et 10% de déformation plastique et entre 5×10^{-4} et 2500 s^{-1} . Au-delà de ces bornes, à 60% de déformation plastique à 10^4 s^{-1} par exemple, il s'agira de résultats extrapolés, mais qui devraient être proches de la réalité.

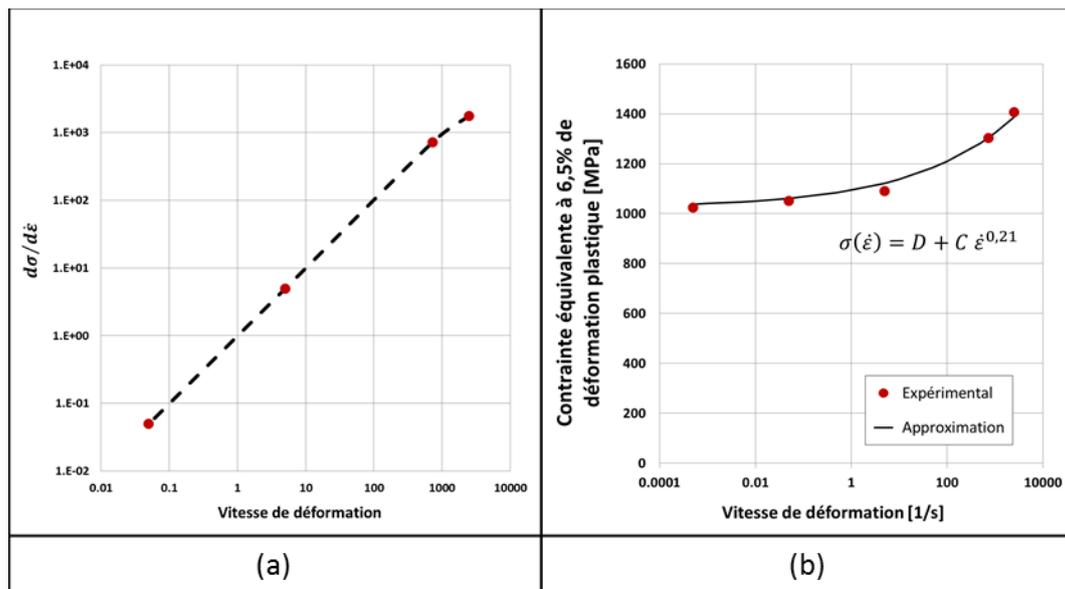


figure (2-25) : (a) Influence de l'érouissage à 6,5% de déformation plastique (b) Approximation de l'effet de la vitesse de déformation par une loi puissance

A partir de toutes ces observations, on peut en conclure que si la loi de comportement de l'acier est obtenue à grand taux de déformation en quasi-statique, il sera possible de corriger celle-ci avec des essais à grandes vitesses de déformation (de type barres d'Hopkinson par exemple) pour obtenir la limite d'élasticité à grande vitesse. Il suffira ensuite de décaler la courbe expérimentale quasi-statique.

On aurait également pu essayer de diminuer la température au cours de l'essai, afin de fragiliser le matériau et d'essayer de reproduire les effets d'une augmentation de la vitesse (dans le cas d'une équivalence température/vitesse de déformation). Cependant, les essais réalisés ont montré que les variations de la vitesse et de la température n'ont pas les mêmes conséquences sur la loi de comportement.

5. Endommagement

5.1. Quasi-statique

5.1.1. Localisations macroscopiques de l'endommagement

On cherche à caractériser la déformation macroscopique à laquelle la localisation qui apparaît sous forme de striction lors des essais quasi-statiques de traction. L'objectif est de comparer ces résultats avec les expériences dynamiques et notamment les travaux de Zhang et Ravi-Chandar (2006, 2008). Ils ont montré, pour le cuivre et l'aluminium, que la déformation à partir de laquelle apparaissent les striction ne dépend pas de la vitesse de déformation. Le principe de Considère permet d'estimer jusqu'à quel taux de déformation les résultats ne seront pas faussés par la présence de la striction. Pour un matériau écouissable, suite à une diminution de sa section S , si la force F dans la barre n'augmente

plus, alors un phénomène d'instabilité apparaît. En utilisant le tenseur des contraintes de Cauchy, on peut écrire le principe de Considère sous la forme :

$$\frac{dF}{F} = \frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dS}{S} = 0 \quad (2-25)$$

Ce qui revient à avoir :

$$\frac{d\sigma}{\sigma} - d\varepsilon = 0 \quad (2-26)$$

Sur le graphique suivant, qui reprend les résultats expérimentaux de traction présentés sur la figure (2-12), on observe que cette expression s'annule autour de 6,5% de déformation plastique. Cette valeur n'est qu'indicative. La striction apparaît avant cette valeur, mais elle est proche de la réalité. C'est donc avant cette déformation que l'on comparera les résultats obtenus.

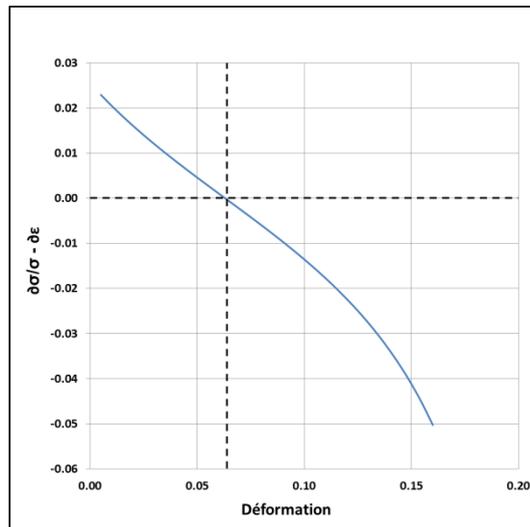


figure (2-26) : Identification de la limite d'apparition de striction d'après Considère

Des essais de tractions filmés ont été réalisés afin de mesurer la forme réelle des échantillons au cours de la déformation. Des images extraites des vidéos obtenues sont données sur la figure (2-28). L'essai a été effectué à vitesse de déformation constante avant striction ($5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$) et à température ambiante. Le diamètre initial de l'éprouvette est de 4,00 mm. La section théorique au cours de la déformation est :

$$S = \frac{S_0}{\exp(\varepsilon)} \quad (2-27)$$

S_0 est la section initiale et ε la déformation. La figure (2-27a) montre la différence entre la section théorique et la section réelle observée. Jusqu'à environ 5% de déformation ces courbes se superposent, puis diffèrent. Le critère de Considère étant calculé à partir de la section théorique, le taux de déformation calculé au moment de la striction était de 6,5%.

On peut observer qu'en réalité la striction apparaît avant, aux alentours de 5%. L'écart entre les courbes reste cependant faible jusqu'à la limite donnée par le critère.

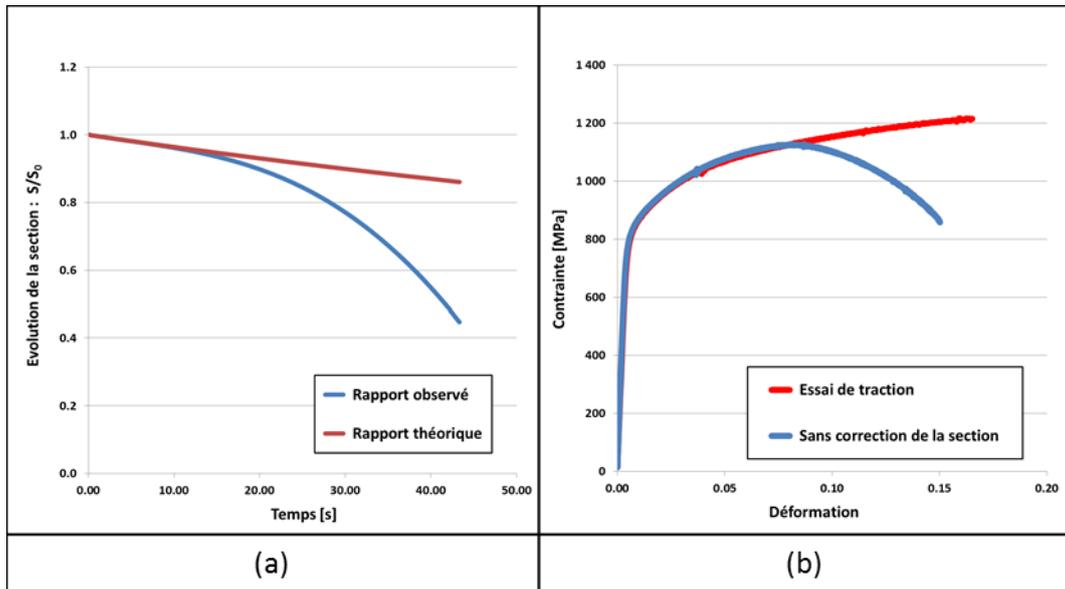


figure (2-27) : (a) Différence entre la section réelle avec striction et théorique, (b) Loi de comportement en traction en prenant en compte la section réelle

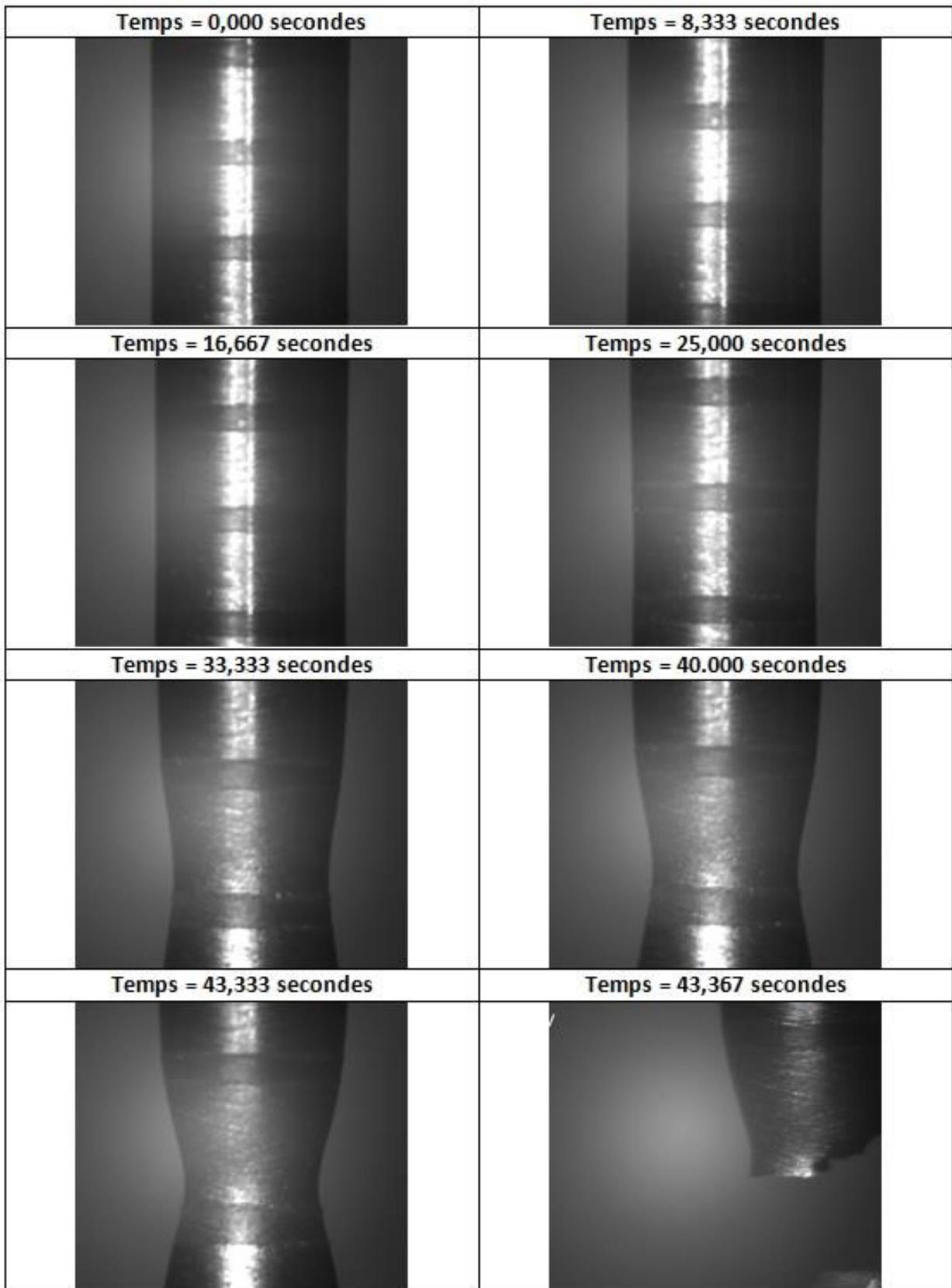


figure (2-28) : Evolution de la striction au cours d'un essai quasi-statique de traction

5.1.2. Faciès de rupture

Des faciès de rupture d'essais de traction ont été observés (figure (2-29) et figure (2-30)). La forte présence de cupules met en évidence un comportement ductile. On observe deux zones distinctes, ayant chacune un endommagement ductile, mais à des proportions différentes. Initialement, la déformation était homogène dans l'éprouvette de traction. Au cours de l'essai, pendant la striction, le taux de triaxialité est plus important au centre de l'éprouvette qu'à l'extérieur. Les cupules observées ont alors commencé à se former majoritairement au centre. La germination et la coalescence des cupules ont ensuite accéléré l'endommagement qui s'est rapidement propagé jusqu'à l'extérieur de l'éprouvette en cisillant l'échantillon et causant sa rupture. Ce phénomène a été expliqué par Tvergaard et Needleman (1984).

Il est intéressant d'observer que les cavités primaires sont de l'ordre de quelques dizaines de microns et les cavités secondaires sont de l'ordre du micron. En comparant avec la structure non endommagée initiale, on peut remarquer que les cavités à la germination sont de l'ordre de grandeur de la largeur des lamelles martensitiques. On n'observe pas d'éléments de secondes phases à l'intérieur des cupules.

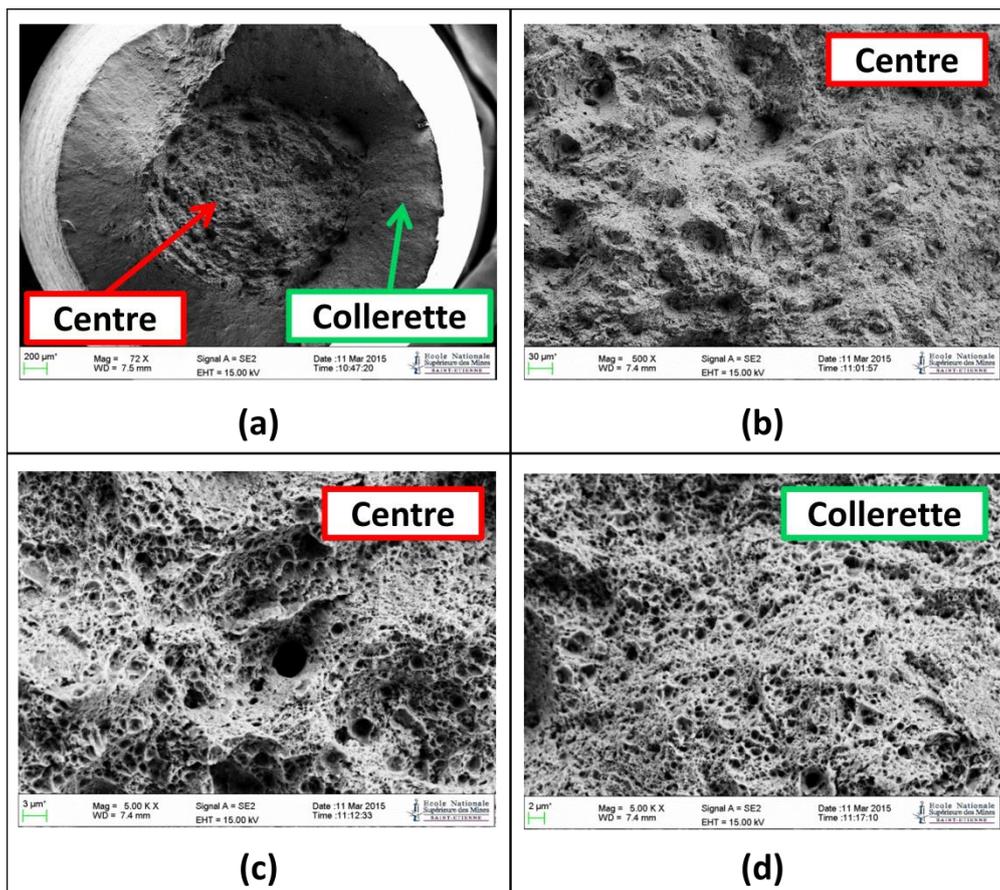


figure (2-29) : Faciès de rupture d'un essai de traction à $5 \times 10^{-4} s^{-1}$ (a) x72, (b) x500, (c) x5000, (d) x5000

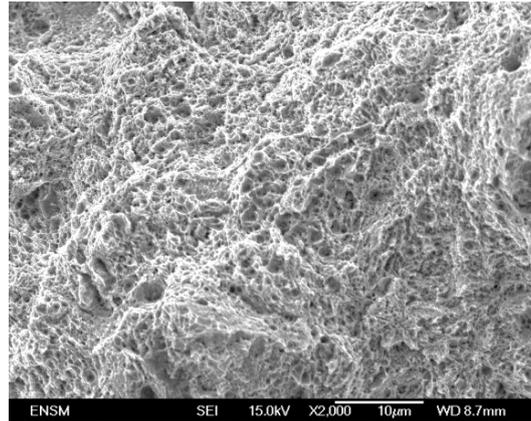


figure (2-30) : Faciès de rupture d'un essai de traction à $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ avec un agrandissement x2000

Une comparaison de faciès de rupture obtenus à température ambiante et à -40°C est faite sur la figure (2-31). On a observé une ductilité plus faible, avec une limite à rupture pendant les essais qui diminue lorsque la température baisse. Sur les faciès de rupture, cela conduit à une collerette plus fine et moins de cupules primaires.

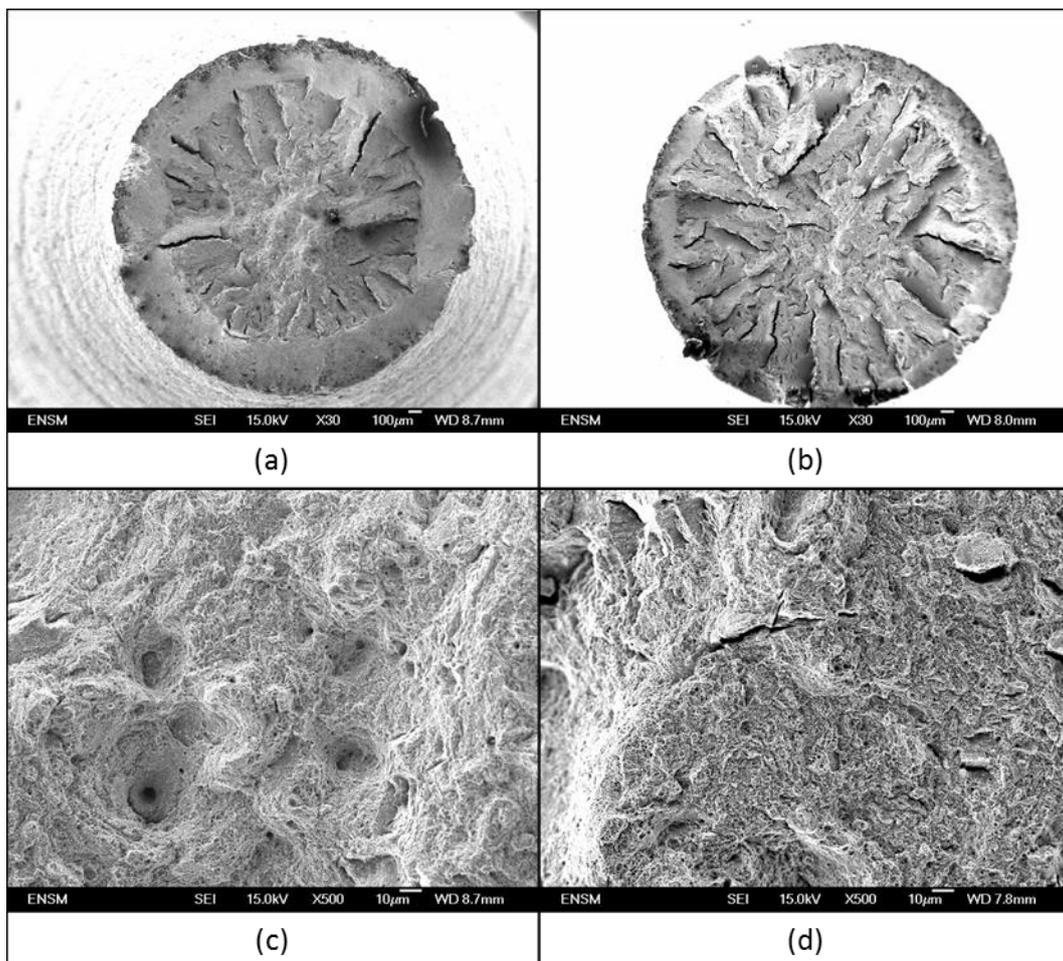


figure (2-31) : Faciès de rupture (a) x30 à température ambiante, (b) x30 à -40°C , (c) x500 à température ambiante, (d) x500 à -40°C

5.1.3. Estimation de l'ordre de grandeur de l'énergie de rupture

L'énergie de rupture Γ est une grandeur que l'on supposera intrinsèque au matériau. Il s'agit d'un paramètre important, bien que malheureusement complexe à obtenir précisément. L'analyse de cette section sert à estimer un ordre de grandeur de cette énergie en se basant sur les essais de traction réalisés et présentés précédemment. La figure (2-28) montrait l'évolution de la striction au cours du temps. La vitesse de déformation était de $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

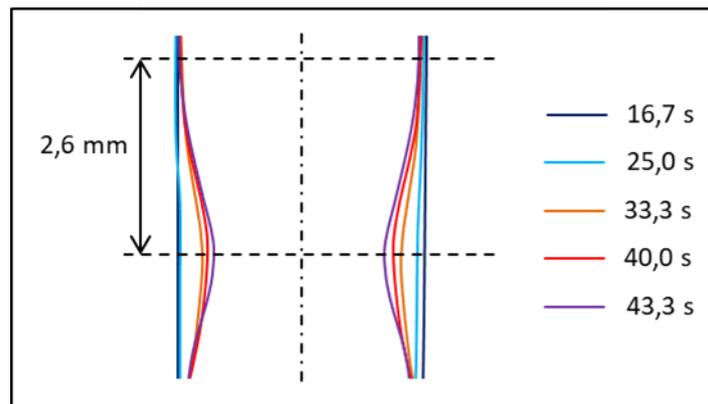


figure (2-32) : Evolution de la striction au cours du temps

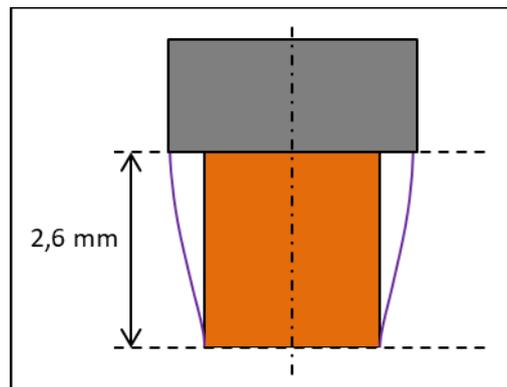


figure (2-33) : Simplification de la striction

La figure (2-32) représente exactement les mêmes profils que la figure (2-28), mais superposés. On peut observer qu'au cours du temps, la longueur de la zone endommagée ne semble plus évoluer. Ici, cette longueur est d'environ 5,2 mm. En prenant un modèle très simplifié, on représente la zone endommagée par un cylindre qui concentre tout le travail dû à l'endommagement (figure (2-33)). Ce travail peut être estimé à partir des essais de traction (figure (2-34)). Ainsi, on peut estimer :

$$\Gamma \approx \int_0^{\infty} \frac{F(u)}{S_0} du \quad (2-28)$$

S_0 est la section initiale. Cela peut également s'écrire :

$$\begin{cases} \Gamma \approx l_0 \int_0^{\varepsilon_r} \sigma(\varepsilon) du \\ \frac{du}{l_0} = d\varepsilon \end{cases} \quad (2-29)$$

l_0 est la longueur de la zone endommagée, soit environ 5,2 mm. ε_r est la déformation à rupture égale à 15%. On peut alors évaluer l'énergie de rupture Γ à environ 60 kJ/m². Il ne s'agit que d'un ordre de grandeur, mais qui est conforme avec les analyses du chapitre 1. L'énergie de rupture d'un acier très ductile peut être de l'ordre de 100 kJ/m². Cette nuance d'acier 35NCD16 s'est révélée être ductile. Il est alors logique de trouver une valeur plus proche des 100 kJ/m² que de 1 kJ/m².

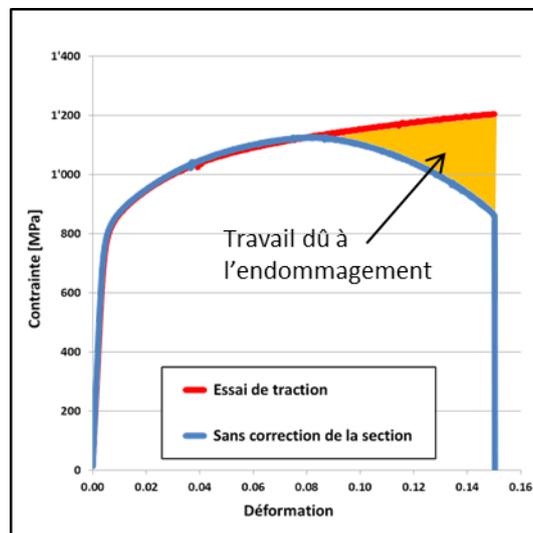


figure (2-34) : Travail d'endommagement

5.2. Dynamique

5.2.1. Localisations macroscopiques de l'endommagement

5.2.1.1 Expansion d'anneau

Les deux photographies suivantes montrent un même éclat d'anneau. La figure (2-36) est plus agrandie que la figure (2-35). Le matériau est exactement la même nuance d'acier 35NCD16 que celle étudiée dans ce chapitre. La mise en expansion se fait en déchargeant un courant dans une bobine placée à l'intérieur de l'anneau. Il s'agit du même procédé expérimental utilisé par Zhang et Ravi-Chandar (2007). La vitesse de déformation orthoradiale maximale qui peut être atteinte grâce à ce dispositif est de l'ordre de 10^4 s^{-1} .

Ces expériences ont été réalisées au CEA/Gramat par Skander El Mai. Il a d'ailleurs présenté ces expérimentations pour un autre matériau (El Mai 2014). Il a observé l'apparition de différentes zones endommagées localement. Certaines de ces localisations ont conduit à des ruptures, alors que d'autres se sont arrêtées. Cet endommagement s'est

interrompu lorsque les ondes de relâchement de contraintes générées se sont arrêtées et que l'énergie cinétique restante n'était pas suffisamment importante pour rompre.

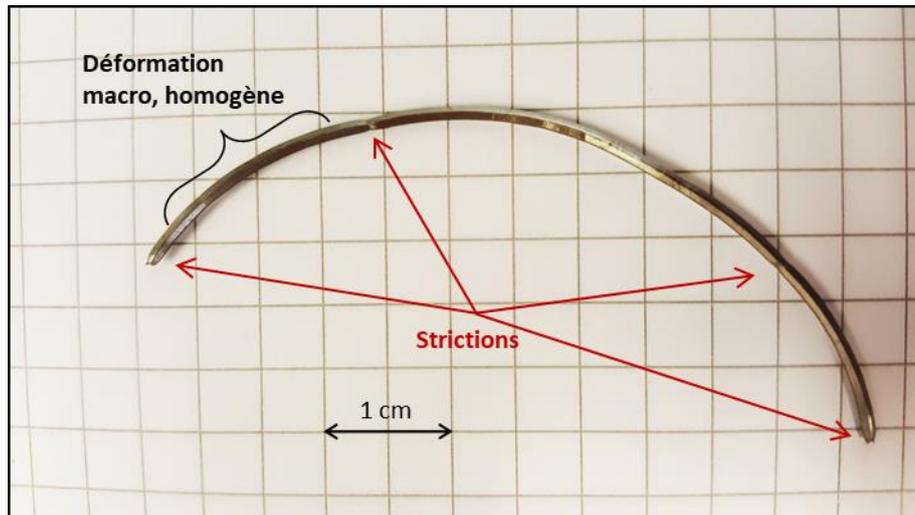


figure (2-35) : Fragment d'anneau (acier 35NCD16) révélant des strictions



figure (2-36) : Zoom sur le fragment d'anneau (acier 35NCD16) révélant des strictions

Le tableau (2-5) montre les déformations mesurées dans les zones de déformations homogènes non endommagées. La section des anneaux étant carré, la déformation a été mesurée en calculant la moyenne des deux côtés. L'anneau présenté ici a généré trois éclats. L'épaisseur initiale est de 1,00 mm. L'épaisseur moyenne après fragmentation dans les zones non endommagées est de 0,90 mm, ce qui représente une déformation moyenne de 10,9%. La déformation maximale mesurée dans les zones non endommagées est de 13,4%.

Le tableau (2-6) donne les valeurs des déformations mesurées dans les zones endommagées, mais non rompues. La déformation minimale de ces zones endommagées est de 18,6%. Il est intéressant d'observer que la déformation maximale est d'environ 34,2%, ce qui est environ deux fois inférieur à la déformation à rupture moyenne de ces essais. Des

essais supplémentaires seraient nécessaires pour avoir une bonne représentation statistique de la fragmentation d'anneaux.

Dans le chapitre suivant, on fera l'hypothèse de l'existence d'une déformation seuil à partir de laquelle l'endommagement macroscopique débute. On fera l'hypothèse que ce seuil se situe entre le maximum de déformation observé dans les zones non endommagées (13,4%) et le minimum de déformation dans les zones endommagées (8,9%), soit environ 11,15%. Cela sera détaillé et utilisé dans le chapitre 3.

	Moyenne de l'épaisseur de l'anneau dans les zones non endommagées [mm] (Epaisseur initiale = 1 mm)	Déformation dans les zones non endommagées [%]
Éclat 1	0,905	10,0
	0,910	9,4
	0,900	10,5
	0,885	12,2
	0,880	12,8
	0,900	10,5
Éclat 2	0,915	8,9
	0,900	10,5
	0,905	10,0
	0,885	12,2
Éclat 3	0,890	11,7
	0,910	9,4
	0,875	13,4
	0,905	10,0
	0,890	11,7
Déf. maximum	0,875	13,4
Déf. minimum	0,915	8,9
Moyenne	0,897	10,9

tableau (2-5) : Déformations mesurées après fragmentation dans les zones non endommagées d'éclats d'anneaux

	Moyenne de l'épaisseur de l'anneau dans les zones endommagées sans ruptures [mm] (Epaisseur initiale = 1 mm)	Déformation dans les zones endommagées sans ruptures [%]
Striction 1	0,83	18,6
Striction 2	0,82	19,8
Striction 3	0,78	24,8
Striction 4	0,76	27,4
Striction 5	0,71	34,2
Déf. maximum	0,71	34,2
Déf. minimum	0,83	18,6
Moyenne	0,78	24,9

tableau (2-6) : Déformations mesurées après fragmentation dans les zones endommagées sans ruptures d'éclats d'anneaux

5.2.1.2 Expansion de cylindre

Un cylindre est ici mis en vitesse par des produits de détonation. Pour des soucis de confidentialité, les détails des produits de détonations ne seront pas évoqués. Le matériau est encore une fois parfaitement identique à la nuance d'acier 35NCD16 présentée dans ce chapitre. Les produits de détonation sont amorcés à une extrémité. On observe ensuite un relèvement de l'enveloppe métallique présenté sur la figure (2-37). Plusieurs mesures de déplacements sont faites suivant l'axe perpendiculaire au relèvement et moyennées.

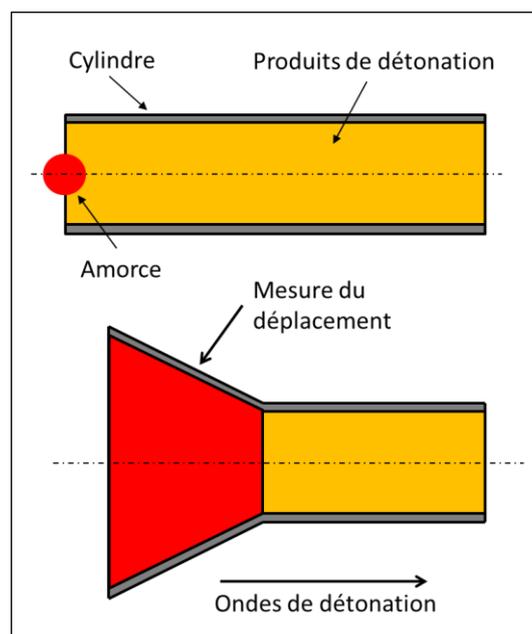


figure (2-37) : Mise en expansion de cylindres par produits de détonation

Le profil de vitesse obtenu est tracé sur la figure (2-38). Les résultats expérimentaux des deux produits de détonations sont représentés en traits continus rouge et bleu. On observe une dépendance très forte de la vitesse en fonction des explosifs utilisés. Ici la mesure s'est faite jusqu'à environ $8 \mu s$. Les courbes discontinues en cyan et orange représentent les résultats de simulations numériques réalisées par Don-Pierre Zappa au CEA/Gramat. Ces dernières ont été réalisées avec le logiciel LS-DYNA sans modèle d'endommagement. On observe de très bonnes correspondances entre les simulations et les expérimentations. Les mesures d'expérimentation semblent s'arrêter à un point d'inflexion caractéristique de la courbe de vitesse. On peut faire l'hypothèse que si les mesures ont été perturbées et arrêtées à ce point caractéristique, c'est à cause de la fragmentation qui a laissé s'échapper les gaz de détonation. La fragmentation s'effectuerait alors autour de $8 \mu s$. On rappelle que c'est en observant l'apparition des gaz de détonation que Taylor (1963) avait déterminé expérimentalement la déformation de début de fragmentation. On peut remarquer sur la figure (2-38) que ce temps correspond environ au maximum de la vitesse de déformation. Or, tant que la fragmentation n'a pas lieu, l'enveloppe est accélérée par les gaz de détonation en expansion à l'intérieur. Après la fragmentation, ces gaz s'échappent et l'accélération pourrait diminuer. On supposera que la fragmentation s'effectue alors autour de 20% de déformation (figure (2-39b)). Cette moyenne est bien supérieure à la déformation seuil que l'on utilisera comme début d'endommagement macroscopique de 16% déterminées avec les essais d'expansions d'anneaux.

Malgré la vitesse deux fois plus grande, il est intéressant d'observer des temps et déformations à fragmentations relativement proches. Deux expériences ne sont pas suffisantes pour conclure sur l'effet de la vitesse. Cependant, comme l'ont déjà montré Zhang et Ravi-Chandar (2007, 2008), la vitesse de déformation ne semble pas avoir d'effet important sur la déformation de début d'endommagement macroscopique.

On a montré dans le chapitre 1 que le temps de rupture d'un site de localisation de déformation peut être de l'ordre de la microseconde. Nous avons calculé un temps de rupture d'environ 3 microsecondes pour un matériau ductile ($\Gamma = 60 \text{ kJ/m}^2$). Avec ces temps de fragmentation observés, de l'ordre de la dizaine de microsecondes, un retard de l'ordre de la microseconde semble important à prendre en compte.

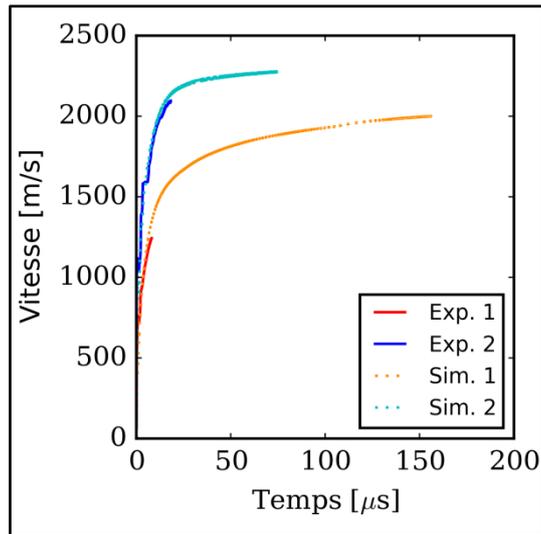


figure (2-38) : Vitesses de relèvements de cylindres pour deux produits de détonation différents

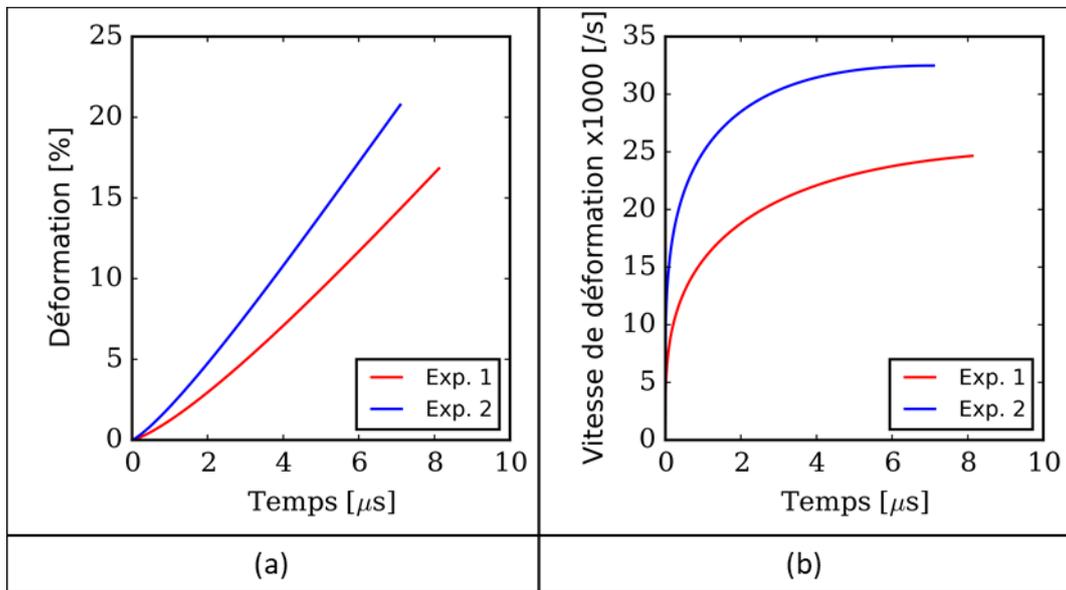


figure (2-39) : Déformations et vitesses de déformations en fonction du temps

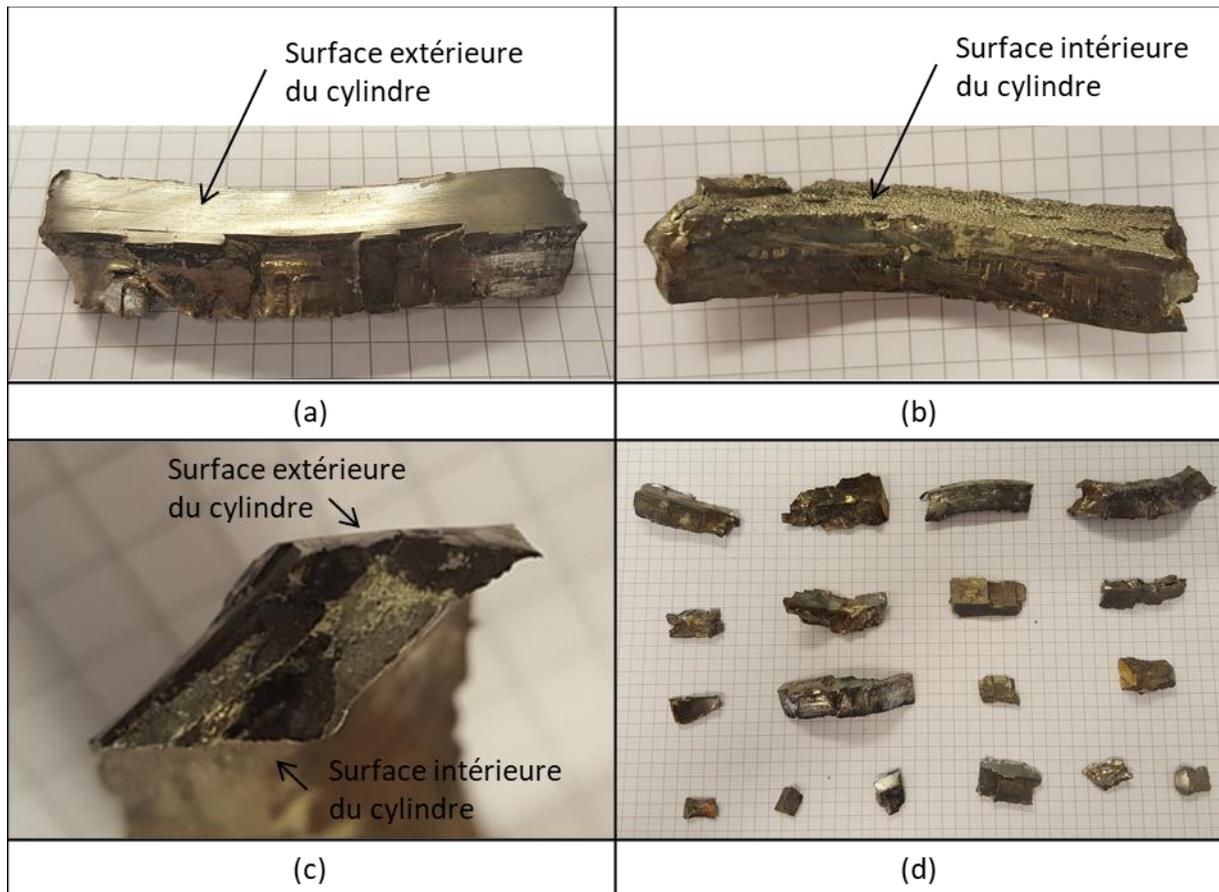


figure (2-40) : Fragments de cylindre

Des photographies d'éclats sont présentées sur la figure (2-40). La photographie (d) est un ensemble non exhaustif des différentes tailles et formes d'éclats que l'on peut obtenir. Le quadrillage en arrière-plan mesure 5mm x 5mm. Les photographies (a), (b) et (c) montrent le même éclat. La section de celui-ci, sur l'image (c), est représentative de tous les fragments analysés. On observe des surfaces inclinées d'environ 45° par rapport à la direction radiale. La section forme, environ, un parallélogramme. On constate un comportement complexe de fragmentation mêlant fissures orthoradiales et propagation longitudinales arrêtées ou non par des ondes de relâchements de contraintes. On peut observer des fissures qui n'ont pas traversées totalement la longueur du cylindre (figure (2-41)). Sur cette figure, la surface interne est présentée à titre d'exemple, mais des fissures arrêtées peuvent être observées également sur les surfaces extérieures.



figure (2-41) : Fissures arrêtées sur un éclat de cylindre (Exemple de la surface intérieure)



figure (2-42) : Mesure de l'épaisseur

Epaisseur initiale	Epaisseur moyenne après fragmentation	Ecart-type de l'épaisseur après fragmentation	Déformation moyenne
5,0 mm	4,3 mm	0,2 mm	15,8 %

tableau (2-7) : Mesure de la déformation après fragmentation d'éclats de cylindres

Nous avons ensuite mesuré l'épaisseur moyenne de douze fragments de cylindre. Ils correspondent à l'expérience « 2 » des figures précédentes. La mesure et les résultats sont présentés sur la figure (2-42) et le tableau (2-7). Cette mesure nous permet d'évaluer la déformation moyenne et globale de l'enveloppe métallique pendant la fragmentation. Taylor (1963) avait observé des déformations à rupture plus importantes pour les aciers doux, d'environ 60%. La déformation déterminée ici est plus de trois fois inférieure. On remarque ici que cette déformation après fragmentation de 15,8% est conforme avec les observations précédentes sur la vitesse et la déformation du cylindre. Nous avons évalué, à partir de la figure (2-39a), une déformation à rupture maximale d'environ 20%. Il est particulièrement intéressant d'observer que cette déformation correspond également à celle évaluée pour le début d'endommagement des expansions d'anneaux (16%). Pour les

essais d'expansions d'anneaux et de cylindres, un plus grand nombre d'expériences seraient nécessaires. Cependant, les observations faites semblent tout à fait cohérentes.

5.2.2. Faciès de rupture

5.2.2.1 Expansion d'anneau

Zhang et Ravi-Chandar (2006, 2008) ont déjà mis en évidence la ductilité de l'aluminium et du cuivre en dynamique rapide. Grady a également montré la ductilité d'un alliage d'uranium. Ils ont effectué leurs observations sur des fragments d'anneaux. Ces derniers étaient mis en vitesse par des champs électromagnétiques. El Mai (2014) a réalisé des essais similaires au CEA/Gramat et notamment sur des aciers. Nous avons pu observer les fragments qui ont été générés par ces essais. La vitesse de déformation maximale était de l'ordre de 10^4 s^{-1} . La figure (2-43) est typique d'un endommagement ductile. La figure (2-30), correspondant à l'essai quasi-statique, a un agrandissement identique à celui de la figure (2-43) en dynamique. Les micrographies ont été obtenues au centre des faciès de rupture pour les deux essais. On observe des faciès et des endommagements extrêmement similaires, malgré une différence de huit ordres de grandeurs de vitesses de déformation.

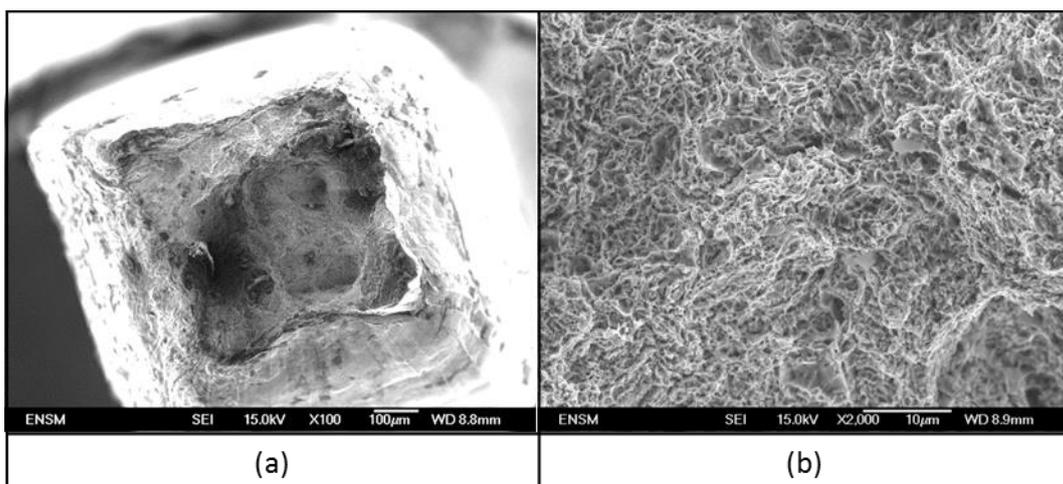


figure (2-43) : Faciès de rupture de fragments d'anneaux d'acier 35NCD16 (a) x100, (b) x2000

5.2.2.2 Expansion de cylindre

Des essais d'expansion de tube ont été réalisés au CEA/Gramat. Les tubes ont été usinés directement dans les barreaux d'acier 35NCD16. Ce sont les mêmes barreaux d'acier qui ont été utilisés pour les caractérisations métallurgiques et mécaniques de ce chapitre. Les tubes ont un diamètre extérieur de 86,2 mm et une épaisseur de 5 mm. Des produits de détonation mettent le cylindre en expansion rapide, de l'ordre de 10^4 s^{-1} .

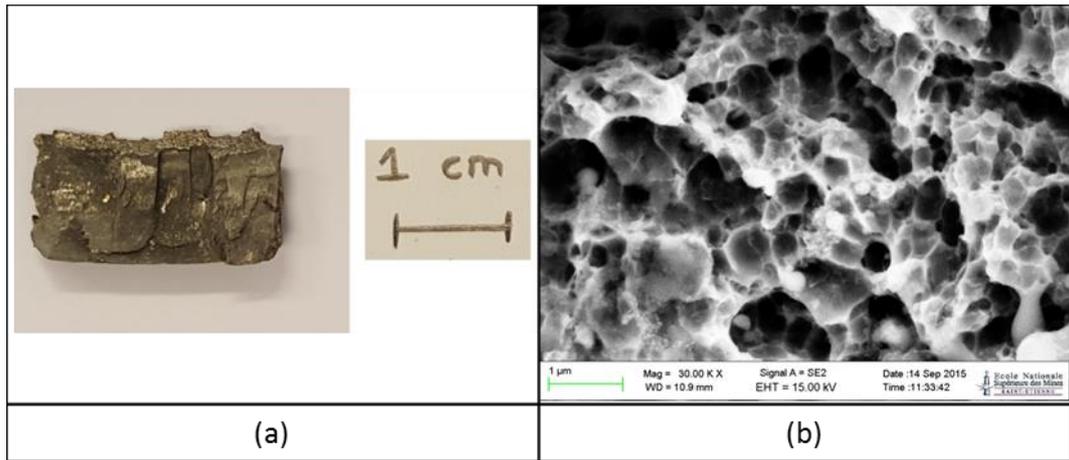


figure (2-44) : (a) Fragment de cylindre (b) Faciès de rupture du fragment de cylindre en acier 35NCD16

Les fragments sont arrêtés par des panneaux en carton. La collision endommage les éclats, mais certaines faces de quelques fragments restent intactes. L'éclat présenté sur la figure (2-44a) a été nettoyé par ultrasons, dans un bain d'éthanol, puis observé au microscope électronique à balayage. Une grande partie de la surface a été endommagée et oxydée, mais certaines zones ont révélé la présence de cupules (figure (2-44b)).

Des fragments ont également été découpés, polis et observés au microscope optique. Plusieurs images sont présentées sur la figure (2-45). Les images (a), (c) et (e) sont des agrandissements du même éclat. Les images (b), (d) et (f) correspondent à un autre éclat. Les faces supérieures des fragments sont indiquées sur les images (a) et (b). On observe des débuts d'endommagements qui ont été arrêtés pendant la fragmentation. On peut remarquer des cavités sur les images (c) et (e) en bout de fissure. La forme particulière de cette fissure laisse deviner une propagation par germinations et coalescences de cavités. La même observation peut être faite sur la figure (2-45d). On voit une cavité importante à l'intérieur du fragment et un début de fissure au bord celle-ci. Il est possible d'observer une bande de déformation entre ces deux zones endommagées. Les localisations de déformations peuvent apparaître aux bords ou à l'intérieur des éclats. Goto et al. (2008) avaient déjà observé des fissures arrêtées et des résultats similaires pour certaines nuances d'aciers.

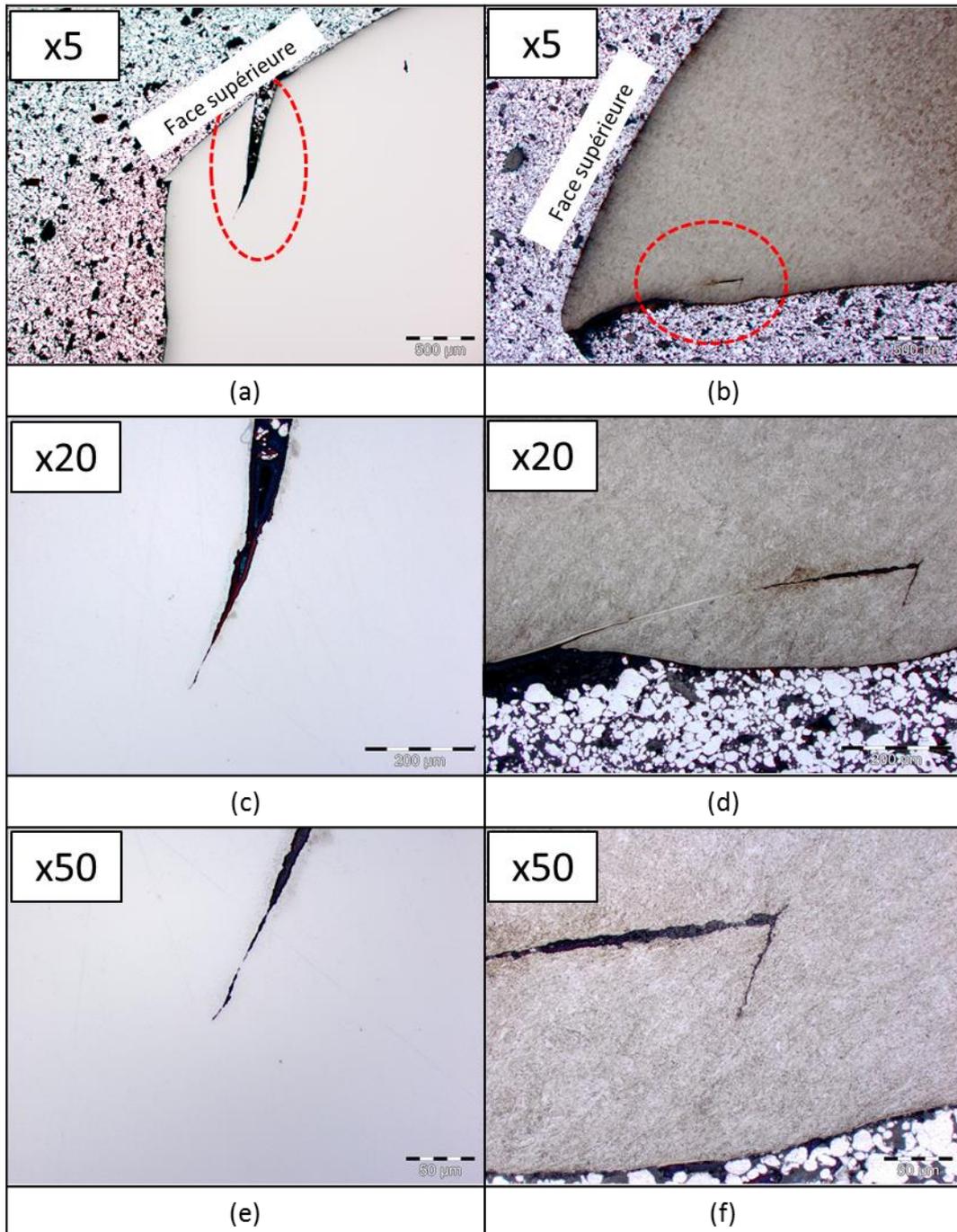


figure (2-45) : Fissures arrêtées sur des éclats de cylindre polis

6. Quantification des hétérogénéités

Les hétérogénéités dans l'acier 35NCD16 sont nombreuses et correspondent à autant de sites d'endommagement microscopiques possibles. Nous n'étudions pas ici les mécanismes d'endommagements à l'échelle du grain ou du cristal, comme la création ou le mouvement des dislocations par exemple. On cherche à identifier les hétérogénéités qui sont susceptibles de conduire à des localisations macroscopiques de la déformation. Dans le chapitre 1, nous avons montré que l'endommagement retarde la propagation des ondes de

relâchement de contraintes. Il faut maintenant déterminer où et quand le matériau commence à s'endommager. Pour un acier 35NCD16 revenu, nous avons observé des ruptures ductiles similaires en quasi-statique et en dynamique. L'endommagement s'effectue par germinations et coalescences de cupules. Ces derniers vont germer autour des grains martensitiques. La taille des cupules est de l'ordre de grandeurs des lamelles de martensite. Cependant, le matériau n'est pas texturé et la répartition des grains martensitiques semble homogène en taille (figure (2-46) rappel de la figure (2-7)). De plus, la seconde phase la plus présente dans l'acier est la cémentite à 2,20%_{massique}. Cette dernière est sous forme de nodules, de taille inférieure à 0,2 microns, entre les lamelles de martensite. On peut supposer que ces nodules sont uniformément répartis. Les anciens grains austénitiques ont quant à eux un diamètre d'environ 30 microns. Nous avons alors supposé que ces anciens grains austénitiques contrôlent la germination de défauts macroscopiques par localisations des déformations. Les désorientations cristallines dans ces anciens grains d'austénite peuvent être caractérisées par une variation de la microdureté. La localisation de la déformation est alors contrôlée par des variations de dureté à l'échelle des anciens grains d'austénite.

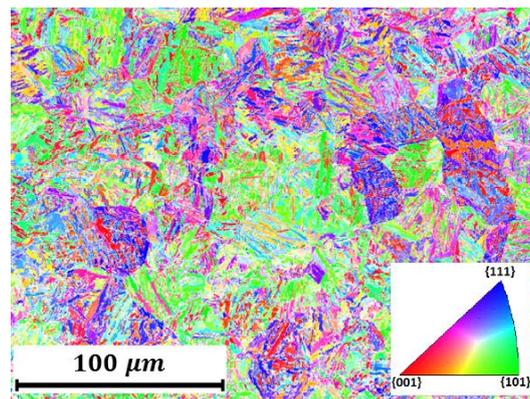


figure (2-46) : Texture de l'acier 35NCD16

Nous avons cherché à quantifier cette hétérogénéité. Le diamètre moyen des anciens grains austénitiques a été évalué à environ 30 microns. Ce résultat est du même ordre de grandeur que ceux de Boudiaf et al. (2011), qui ont, entre autres, mesuré la taille moyenne des grains d'austénite en fonction de la température. Il s'agit également d'un résultat cohérent avec les travaux de Barrows (2014) sur l'acier AISI 4340, qui est très proche du 35NCD16. Cette taille moyenne dépend de la composition de l'acier, de la température de début d'austénitisation et de la vitesse de refroidissement.

Des études ont montré un lien entre la dureté et la limite d'élasticité d'un matériau. Les travaux de Brinell (1900), qui ont été repris par Wahlberg (1901), ont montré qu'une relation constante entre la dureté et la limite d'élasticité peut être une bonne approximation. Plus tard, Bishop et al. (1945) ont étudié le champ de déformation pendant un essai de dureté. Cahoon et al (1971) ont ensuite proposé une autre forme dépendant du paramètre d'écrouissage du matériau. Cependant, la relation entre la limite d'élasticité et la dureté reste empirique pour de nombreuses classes de matériaux. Yerby (1996), dont les

études ont été reprises par Pavlina et van Tyne (2008), a identifié cette relation pour des aciers martensitiques, ce qui est le cas du 35NCD16. Il a obtenu la relation empirique suivante :

$$\sigma_Y = 110,9 + 2,507 \times H_V \quad (2-30)$$

σ_Y est la limite d'élasticité du matériau et H_V la dureté Vickers. On rappelle qu'une dureté Vickers moyenne de 317,00 MPa avait été obtenue dans les essais macroscopiques présentés dans la section 3.1 de ce chapitre. Cela correspondrait à une limite d'élasticité σ_Y de 906 MPa. La limite d'élasticité réelle que nous avons déterminée est 890 MPa. L'écart entre ces deux valeurs est inférieur à 2%. Le modèle empirique de Yerby semble bien convenir à l'acier 35NCD16.

Afin de quantifier l'hétérogénéité d'orientation des anciens grains austénitiques, nous avons réalisé des essais de microdureté H_V . Un total de 162 indentations ont été réalisées en pointant à chaque essai au centre d'un ancien grain austénitique. Chaque mesure de la taille des 162 empreintes a été faite trois fois et moyennée. L'empreinte réalisée dans l'acier avait une diagonale moyenne de 7,6 microns. La densité de probabilité obtenue est présentée sur la figure (2-47). Elle a été approximée par une loi normale tracée en bleu. L'écart-type mesuré est de 22,36. Ce dernier est biaisé et la correction de Laplace ($s_{réel} = N s_{biais} / (N - 1)$) donne un écart-type réel de 22,50. $s_{réel}$ est l'écart-type réel, s_{biais} l'écart-type biaisé et N le nombre d'essais. La moyenne obtenue par les essais de microdureté est de 320 H_V , ce qui est très proche de la moyenne de 317 H_V déterminée en macrodureté (moins de 1% d'écart).

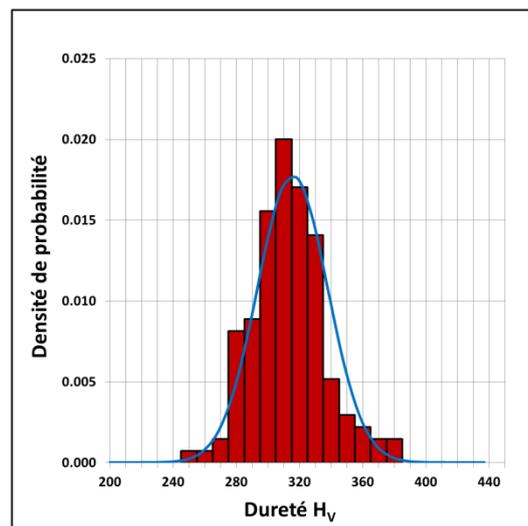


figure (2-47) : Densité de probabilité de la dureté H_V des anciens grains austénitiques

On reprend maintenant la relation de Yerby (2-30). En considérant une dureté H_V moyenne de 320Hv, un écart-type de 22,50 MPa sur la dureté correspond alors à un écart-type de 56,4 MPa sur la limite d'élasticité. Cela signifie que, si à l'échelle macroscopique l'érouissage semble uniforme, à l'échelle microscopique des concentrations de déformation ont lieu. L'ensemble de ces concentrations microscopiques peuvent alors conduire à des

localisations macroscopiques de la déformation et ainsi devenir des sites d'endommagement macroscopiques. A grandes vitesses de déformations, cet endommagement engendre la propagation d'ondes de Mott.

7. Conclusions et perspectives

L'observation des éclats de corps de bombe montre l'existence de fissures arrêtées et de zones de localisation. Les fissures arrêtées confirment l'interaction des ondes de déchargement de contraintes. Les défauts macroscopiques conduisant à la rupture finale sont initiés par la localisation de la déformation.

L'analyse métallographique a montré que le barreau est homogène, isotrope et ne contient que des secondes phases submicroniques ne conduisant pas à l'endommagement. Des essais mécaniques ont été réalisés en régimes quasi-statiques et dynamiques. La limite d'élasticité dépend de la vitesse de déformation, mais l'écroutissage est indépendant de cette grandeur.

Les observations des faciès de rupture sur des éprouvettes de traction, d'expansion d'anneau et sur les éclats de corps de bombe révèlent tous un comportement ductile. La taille des cavités primaires correspond aux lamelles de martensite.

Le mécanisme d'endommagement proposé correspond à une localisation de la déformation contrôlée par les anciens grains d'austénite et une germination de cavités autour de lamelles de martensite.

La distribution de microdureté induite par la taille des anciens grains d'austénite a été déterminée et sera une donnée primordiale pour le modèle de germination de macro-défauts abordé dans le chapitre suivant.

Les déformations correspondant au début de la localisation ont pu être déterminées par des essais d'expansion d'anneaux à 10^4 s^{-1} . Nous observons une moyenne 16%. Des essais d'expansion de cylindre indiquent l'apparition des premières fissures à 20% de déformation globale.

Dans le chapitre suivant, nous analyserons la formation de défauts par localisation de la déformation, en nous basant sur la densité de distribution de microdureté déterminée précédemment. La dimension spatiale contrôlant la localisation de la déformation sera la taille des anciens grains d'austénite. Les déformations correspondant au début de la localisation dans l'expansion d'anneau (16%) et au début de la fragmentation dans l'expansion de cylindre seront prises comme seuil indiquant la germination de macro-défauts.

Chapitre 3

Loi de germination macroscopique

1. Introduction.....	102
2. Bibliographie.....	102
2.1. Simulations numériques de la fragmentation.....	102
2.2. Loi de germination introduite par Mott.....	103
2.3. Localisation de la déformation.....	104
3. Définition du modèle.....	110
3.1. Géométrie.....	110
3.2. Chargement.....	111
3.3. Hétérogénéités.....	112
3.4. Éléments.....	114
4. Localisations.....	116
4.1. Identification.....	116
4.2. Seuil de déformation plastique.....	119
4.3. Estimation de la loi de germination.....	120
4.4. Analyse de Fourier.....	123
5. Analyse paramétrique.....	124
5.1. Influences de la géométrie.....	124
5.2. Influences de la taille des hétérogénéités.....	126
5.3. Influences de la loi de comportement.....	127
5.3.1 Comparaison des modèles hétérogènes et homogènes.....	127
5.3.2 Limite d'élasticité.....	129
5.3.3 Paramètres d'écroissage.....	130
5.3.4 Paramètres cinétiques et chargement initial.....	131
6. Synthèse.....	133
7. Conclusions.....	136

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement à la loi de germination de défauts macroscopiques. Nous cherchons à définir où et pour quelles déformations les sites d'endommagement macroscopiques apparaissent. A partir de cet instant, la fissuration débute et les ondes de Mott se propagent, mais ceci a déjà été décrit dans le chapitre 1. Nous ne considérerons pas la germination microscopique, comme dans un modèle GTN (Gurson, Tvergaard et Needleman). Dans le chapitre 2, les caractérisations mécaniques et métallurgiques ont permis d'identifier et de quantifier les principales hétérogénéités d'un acier particulier. Ici, nous introduisons ces hétérogénéités dans des simulations numériques par éléments finis, afin d'observer et quantifier les localisations qui apparaissent. Nous commencerons par détailler le modèle choisi, la méthode de dépouillement et nous verrons par la suite l'influence des différents paramètres (hétérogénéités, chargement, loi de comportement et géométrie) sur la germination. Nous modéliserons un anneau en deux dimensions. Cela permet de simuler l'expansion de plusieurs configurations intéressant notre étude. On aura ainsi un tube infini dans l'hypothèse de déformations planes. Il s'agit d'un cas représentatif d'un corps de bombe si l'on néglige le relèvement de l'enveloppe. On simulera un anneau en contraintes planes, ou encore un tore si l'épaisseur est faible. Ce dernier cas peut être assimilé à une barre en expansion et sera utilisé dans le chapitre 4.

2. Bibliographie

2.1. Simulations numériques de la fragmentation

De nombreux auteurs ont analysé numériquement la fragmentation d'une barre, d'un anneau ou d'un cylindre. Ils se sont heurtés principalement à deux difficultés : la germination de défauts macroscopiques et le modèle d'endommagement. A notre connaissance, aucun modèle d'endommagement actuel n'est suffisamment robuste en dynamique rapide pour un matériau initialement plastifié. Cependant, Pandolfi et al. (1999), Zhou et al. (2005) ont tout de même utilisé des éléments cohésifs. Guduru et Freund (2002) ainsi que Becker (2002) ont utilisé un modèle d'endommagement ductile de type Gurson. Rusinek et Zaera (2007) ont utilisé une déformation critique à rupture. Les paramètres d'endommagement négligent généralement soit la plasticité, soit l'influence de la vitesse de déformation.

Les phénomènes de germination (apparitions de sites d'endommagement) sont malheureusement méconnus. Les auteurs utilisent alors des méthodes variées pour introduire des hétérogénéités dans leurs modèles numériques : plusieurs éléments ayant une limite d'élasticité plus faible que la moyenne (Zhang et Ravi-Chandar (2008)), des variations aléatoires de la loi de comportement (El Mai (2014) et Liu et al. (2016)), des hétérogénéités géométriques comme une épaisseur variable (Sorensen et Freund (2000)), une porosité initiale (Becker (2002) et Meulbroek et al. (2008)) ou encore une distribution de

Weibull pour le critère de rupture (Hopson et al. (2011)). Ces hétérogénéités ne sont généralement pas justifiées à partir d'études sur le matériau. L'influence des critères de localisation est pourtant importante sur la germination et donc sur la fragmentation (Han et Tvergaard (1995)).

De plus, des précautions particulières doivent être prises pour le maillage en éléments finis. Nous avons estimé, dans la section 5 du chapitre 1, des ouvertures critiques à rupture de l'ordre de quelques microns pour un matériau faiblement ductile, pouvant aller jusqu'à plusieurs centaines de microns pour un matériau très ductile. Afin de pouvoir simuler correctement l'endommagement, il est alors nécessaire d'avoir une taille de maille inférieure à l'ouverture critique. Sans cela, l'endommagement et la propagation des ondes de relâchement ne peuvent pas être modélisés. De plus, la dépendance de la loi de germination au maillage est une question importante qui n'est pas abordée systématiquement. En introduisant des hétérogénéités matérielles ou géométriques, il n'est pas évident que le modèle converge lorsque l'espace entre ces hétérogénéités diminue. La dépendance du modèle de cette longueur interne sera évaluée dans ce chapitre.

2.2. Loi de germination introduite par Mott

Dans les travaux de Mott (1943), la loi de germination de sites d'endommagement correspondait à une loi d'apparition de fissures par unité de longueur notée $h(\varepsilon)$:

$$\frac{dN}{d\varepsilon} = h(\varepsilon) \quad (3-1)$$

N désigne le nombre de sites de germination par unité de longueur. La fonction de germination $h(\varepsilon)$ représente le nombre de nouveaux sites d'endommagement par incrément de déformation et unité de longueur. Le nombre réel de nouveaux sites est alors égal à $L \times f \times h(\varepsilon) \times d\varepsilon$, où L est la longueur de la barre. Le coefficient f , compris entre 0 et 1, est la fraction de la barre dont les contraintes ne sont pas relâchées par les ondes de Mott. Une hypothèse forte de Mott est de considérer que cette loi est une fonction de la déformation. Il a expliqué cependant que celle-ci pouvait également dépendre de la section et de la vitesse de déformation (Mott 1943 ; 1944). Il avait proposé plusieurs formes :

$$\begin{cases} A & \text{si } \varepsilon \geq \varepsilon_{critique} \\ A \exp(B\varepsilon) & \\ A (\varepsilon - \varepsilon_{critique})^B & \text{si } \varepsilon \geq \varepsilon_{critique} \end{cases} \quad (3-2)$$

A notre connaissance, la forme de cette loi n'a jamais été démontrée ou observée expérimentalement. La forme exponentielle est cependant la plus couramment utilisée, notamment par Mott. Il a donné la probabilité qu'aucun site n'apparaisse par incrément de déformation et unité de longueur :

$$\begin{cases} \frac{dp}{d\varepsilon} = (1-p) A \exp(B\varepsilon) & \text{avec } p = 0 \text{ quand } \varepsilon = 0 \\ p = 1 - \exp\left\{-\frac{A}{B} [\exp(B\varepsilon) - 1]\right\} \end{cases} \quad (3-3)$$

Mott a ainsi pu obtenir la déformation moyenne d'apparition de sites :

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \int_0^{\infty} \varepsilon dp \approx \frac{1}{B} \left[\ln\left(\frac{B}{A}\right) + \int_0^{\infty} \exp(-x) \ln(x) dx \right] \\ &= \frac{1}{B} \left[\ln\left(\frac{B}{A}\right) - 0,5772 \right] \end{aligned} \quad (3-4)$$

L'expression de la deuxième intégrale dans la formule précédente est la valeur d'Euler-Mascheroni environ égale à -0,5772. Mott a également exprimé l'écart-type par rapport à cette moyenne :

$$\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\int_0^{\infty} (\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2 dp} = \frac{\pi}{B \sqrt{6}} \quad (3-5)$$

En considérant alors que la loi de germination $h(\varepsilon)$ est une loi d'apparition de fissures, Mott a identifié les paramètres A et B grâce à des résultats expérimentaux fournissant la déformation moyenne et son écart-type à l'instant de rupture. Dans un premier temps, il a utilisé des essais de traction quasi-statique, puis de nombreux essais de fragmentations de corps de bombes en mesurant les réductions de sections des éclats. Mott a estimé la valeur du paramètre B variant d'environ 20 à 230 pour des aciers ayant des teneurs en carbone respectives de 0,1%_{massique} à 0,7%_{massique}. Pour l'acier 35NCD16 étudié ici, la valeur de B donnée par Mott varie entre 60 et 100 suivant les publications. La teneur en carbone n'est pas suffisante pour caractériser la germination. En réalité, les éléments d'addition et les traitements thermiques, par exemple, devraient avoir un rôle significatif. On pourra cependant comparer les ordres de grandeurs.

2.3. Localisation de la déformation

On décrit une localisation comme le passage d'un état de déformation homogène à un état hétérogène. Il s'agit d'une zone de concentration de la déformation. Les premiers travaux dédiés à la localisation des déformations sont attribués à Considère (1885). Son principe a d'ailleurs déjà été évoqué dans le chapitre 2. Il a étudié le cas unidimensionnel et établi qu'à l'instant où le taux de consolidation $d\sigma/d\varepsilon$ devient nul, la localisation est déjà apparue. Des avancées importantes ont ensuite été réalisées par Swift (1952), Hill (1952) et surtout par Marciniak et Kuczynski (1967) et Rice (1976). Ces travaux sont postérieurs à ceux de Mott dans les années 1940, mais la pertinence de son choix d'un critère de localisation

sur l'état de déformation est tout à fait en accord avec les travaux de Marciniak et Kuczynski (1967). Rice (1976) a étudié les bifurcations et discontinuités du gradient de vitesse pour établir son critère.

Marciniak et Kuczynski (1967) ont étudié le cas d'une plaque en contraintes planes traversée par une bande de localisation (représentée en rouge sur la figure (3-1)).

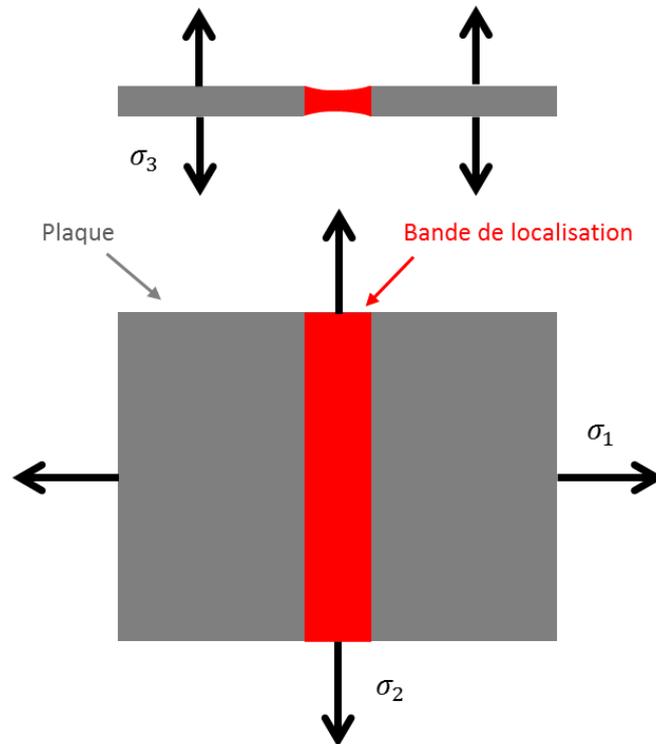


figure (3-1) : Localisation sur une plaque

L'objectif est d'exprimer la déformation dans la zone localisée en fonction de la contrainte principale appliquée. σ_1 , σ_2 et σ_3 sont les contraintes principales. L'équilibre des forces permet d'écrire suivant l'axe de la contrainte principale σ_1 :

$$\sigma_p t_p = \sigma_{loc} t_{loc} \quad (3-6)$$

Les termes σ et t sont les contraintes et épaisseurs. Les indices p et loc correspondent respectivement à la plaque et la zone localisation. Ils ont ensuite introduit un rapport d'anisotropie R et le terme u définis par :

$$\begin{cases} R = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} \\ u = \frac{[3(2R + 1)]^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{2(R + 1)}} \frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{eq,loc}} \end{cases} \quad (3-7)$$

$\sigma_{eq,loc}$ désigne la contrainte équivalente de von Mises dans la bande de localisation. ε est la déformation. Dans le cas d'un matériau isotrope ($R = 1$), la relation précédente conduit à des expressions particulièrement simples :

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = \varepsilon_3 \\ u = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma_{loc}}{\sigma_{eq,loc}} \end{cases} \quad (3-8)$$

Le terme u caractérise l'état de contrainte dans la bande de localisation. En dérivant la relation (3-6) ils ont pu obtenir :

$$\frac{du}{u} = \frac{d\sigma_{eq,p}}{\sigma_{eq,p}} - \frac{d\sigma_{eq,loc}}{\sigma_{eq,loc}} + d\varepsilon_{3,p} - d\varepsilon_{3,loc} \quad (3-9)$$

$\sigma_{eq,p}$ est la contrainte équivalente de von Mises dans la plaque. Les incréments de déformations $d\varepsilon_{3,p}$ et $d\varepsilon_{3,loc}$ sont respectivement définis par dt_p/t_p et dt_{loc}/t_{loc} . Marciniak et Kuczynski ont utilisé une loi de comportement définie par :

$$\sigma_{p,i} = c (\varepsilon_0 + \varepsilon_i)^n \quad (3-10)$$

i représente la plaque par p ou la localisation par loc . Les termes c et n sont des constantes. Ils ont montré que dans le cas anisotrope ($R \neq 1$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{u} = \left[\frac{1}{A + B\varepsilon_2} + \left(uC - \frac{1}{D + B \int \frac{d\varepsilon_2}{\sqrt{1-u^2}}} \right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} - E \right] d\varepsilon_2 \\ A = \frac{\varepsilon_0 [3(2R+1)]^{\frac{1}{4}}}{2n \sqrt{\frac{1}{2}(R+1)\alpha^2 + \alpha + 1}} \\ B = \frac{1}{n} \\ C = \frac{\sqrt{2R+1}}{R+1} \\ D = \frac{\varepsilon_0}{n \sqrt{\frac{2}{R+1} \left[\frac{2R+1}{3} \right]^{\frac{1}{4}}}} \\ E = \left| \alpha + \frac{1}{R+1} \right| \\ \alpha = \frac{\varepsilon_{3,p}}{\varepsilon_{2,p}} \end{array} \right. \quad (3-11)$$

Les termes A , B , C , D et E sont des constantes dépendant du matériau et de l'état de chargement. Observons de nouveau que ces équations se simplifient fortement dans le cas isotrope :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du}{u} = \left[\frac{n}{\frac{\varepsilon_0}{2} + \varepsilon_2} + \left(u \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{n}{1 + \int \frac{d\varepsilon_2}{\sqrt{1-u^2}}} \right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} - E \right] d\varepsilon_2 \\ A = \frac{\varepsilon_0}{2n} \\ B = \frac{1}{n} \\ C = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ D = \frac{\varepsilon_0}{n} \\ E = \left| \alpha + \frac{1}{2} \right| \\ \alpha = \frac{\varepsilon_{3,p}}{\varepsilon_{2,p}} \end{array} \right. \quad (3-12)$$

Il est important de noter ici que Marciniak et Kuczynski ont pu exprimer l'état de contrainte dans la bande de localisation, décrit par u , en fonction de la déformation principale ε_2 .

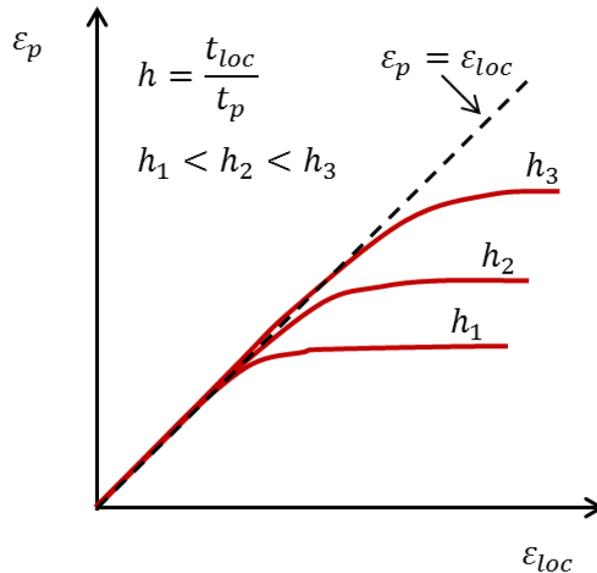


figure (3-2) : Déformation de plaque en fonction de la déformation de la localisation

Par la suite, ils ont tracé $\varepsilon_p(\varepsilon_{loc})$. La figure (3-2) donne un schéma de leur résultat. Elle représente la déformation homogène de la plaque ε_p en fonction de la déformation dans l'hétérogénéité ε_{loc} . Il existe une déformation critique à partir de laquelle on passe d'un état homogène ($\varepsilon_p = \varepsilon_{loc}$) à un état hétérogène (ε_p ne varie plus). Dans leurs travaux, il s'agissait d'une hétérogénéité géométrique définie par le rapport entre l'épaisseur initiale de la plaque et de la bande de localisation. Les hétérogénéités étudiées dans notre étude sont celles de la microstructure. Needleman et Rice (1978), Tvergaard et Needleman (1993), ainsi que Kuroda et Tvergaard (2007) ont étudié le développement des bandes de

cisaillement dans un matériau texturé en déformations planes. Wu et Al. (2004), Kuroda et Ikawa (2004) et Kuroda (2005) ont analysé le cas de contraintes planes. Ils se sont basés sur les travaux de Rice.

Rudnicki et Rice (1975), puis Rice (1976), ont proposé un autre critère de localisation qui ne prend pas en compte une hétérogénéité géométrique initiale. Ils ont défini l'apparition de la localisation comme une discontinuité du gradient de vitesse. La figure (3-3) représente une localisation dans un solide infini. Le vecteur \mathbf{n} est normal à la bande, alors que le vecteur \mathbf{d} représente la direction du saut de gradient de vitesses. La désorientation de ces deux vecteurs représente le mode de localisation. S'ils sont colinéaires par exemple, il s'agit d'un mode d'ouverture. S'ils sont orthogonaux, il s'agira de cisaillement. Les termes \mathbf{V} et $\boldsymbol{\sigma}$ sont respectivement les vitesses et contraintes nominales. Les indices s et loc définissent le solide homogène et la bande de localisation. S' et S'' sont les surfaces extérieures de la bande et l sa largeur.

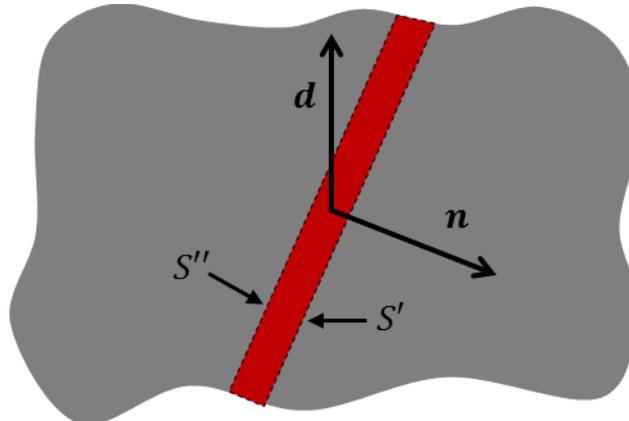


figure (3-3) : Localisation dans un solide infini

L'objectif est de définir sous quelle condition une bifurcation de la vitesse apparaît, c'est-à-dire lorsque le gradient de vitesses est discontinu. On note une discontinuité par l'opérateur $[[\mathbf{X}]]$. La continuité du taux de contrainte nominale s'écrit :

$$[[\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}]] = \mathbf{n} \cdot [[\dot{\boldsymbol{\sigma}}]] = \mathbf{0} \quad (3-13)$$

Ou encore :

$$\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}_p = \mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\sigma}}_{loc} \quad (3-14)$$

D'après la condition de compatibilité de Hadamard (1903), au niveau d'une surface S' ou S'' le saut du champ de vitesse peut s'écrire :

$$[[\mathbf{V}]] = \mathbf{V}_p - \mathbf{V}_{loc} = \mathbf{d} \otimes \mathbf{n} \quad (3-15)$$

Tant que $\mathbf{d} = \mathbf{0}$, le saut est nul et il n'y a pas de discontinuité et de bifurcation. Rice a alors utilisé un module tangent analytique \mathbf{C} , défini dans un repère fixe, tel que :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \mathbf{V} \quad (3-16)$$

Les relations (3-13) et (3-16) donnent :

$$\begin{cases} \llbracket \mathbf{n} : (\mathbf{C} : \mathbf{V}) \rrbracket = \mathbf{n} : \mathbf{C} : \llbracket \mathbf{V} \rrbracket = \mathbf{0} \\ \llbracket \mathbf{C} \rrbracket = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3-17)$$

En utilisant la relation (3-15), qui peut être définie comme une condition de compatibilité cinématique, Rice a alors obtenu :

$$\mathbf{n} : \mathbf{C} : (\mathbf{d} \otimes \mathbf{n}) = \mathbf{0} \quad (3-18)$$

Cette dernière expression peut être réécrite :

$$(\mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}) \cdot \mathbf{d} = \mathbf{0} \quad (3-19)$$

Lorsqu'une bifurcation apparaît, le système homogène (3-19) admet une solution non triviale pour \mathbf{d} . Ceci implique que la matrice $(\mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n})$ soit singulière. La condition nécessaire pour l'existence d'un saut de vitesse est donc :

$$\det(\mathbf{n} : \mathbf{C} : \mathbf{n}) = 0 \quad (3-20)$$

Hill (1962) et Rice (1976) ont démontré que cette condition nécessaire correspond à une perte d'ellipticité des équations d'équilibre en vitesse. Il s'agit d'un critère uniquement valable pour un milieu initialement homogène dans un solide infini. La localisation ne peut apparaître qu'à un point de bifurcation, c'est-à-dire lorsqu'un point matériel a le choix entre plusieurs chemins de déformation. Kuroda et Tvergaard (2007) ont montré que pour un matériau parfaitement homogène, les bifurcations sont entièrement gouvernées par l'élasticité et que ces imperfections vont s'amplifier au cours de l'écroutissage. Afin de prédire la localisation à des « contraintes réalistes », Kuroda et Tvergaard (2007) ont introduit le terme $\dot{\mathbf{P}}$ qui représente la texture du matériau dans un modèle de plasticité cristalline :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \mathbf{V} - \dot{\mathbf{P}} \\ \dot{\mathbf{P}} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}_{\alpha} (\mathbf{C} : \mathbf{p}_{\alpha} + \mathbf{w}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{w}_{\alpha}) \\ \mathbf{p}_{\alpha} = \frac{1}{2} (\mathbf{s}_{\alpha} \otimes \mathbf{m}_{\alpha} + \mathbf{m}_{\alpha} \otimes \mathbf{s}_{\alpha}) \\ \mathbf{w}_{\alpha} = \frac{1}{2} (\mathbf{s}_{\alpha} \otimes \mathbf{m}_{\alpha} - \mathbf{m}_{\alpha} \otimes \mathbf{s}_{\alpha}) \end{cases} \quad (3-21)$$

$\dot{\gamma}_{\alpha}$, \mathbf{s}_{α} et \mathbf{m}_{α} sont respectivement le taux de glissement, le direction de glissement et la normale au plan de glissement pour le système α . $\dot{\mathbf{P}}$ est alors une moyenne macroscopique.

3. Définition du modèle

3.1. Géométrie

Nous avons décidé de rechercher la loi d'apparitions de sites d'endommagement pour une configuration qui représente la finalité de l'étude : un cylindre en expansion (figure (3-4)). Cependant, on ne s'intéressera pas ici à étudier le relèvement réel d'une enveloppe avec une géométrie complexe. On considère uniquement le cas en deux dimensions qui est modélisé en contraintes ou déformations planes. L'avantage est que l'on pourra analyser l'influence de plusieurs paramètres géométriques qui auront des effets importants sur les localisations : déformation planes (cylindre infini) ou contraintes planes avec une épaisseur mince (barre ou anneau) ou grande (plaque).

La géométrie utilisée pour les simulations numériques est basée sur des charges standardisées étudiées au CEA. C'est sur ces mêmes charges que les mesures de vitesses d'expansions et les observations d'éclats, présentées dans le chapitre 2, ont été obtenues. L'épaisseur est de 5 mm et le rayon intérieur est égal à 38,1 mm. Cela correspond à un rapport rayon/épaisseur d'environ 8. Le matériau est l'acier 35NCD16 précédemment analysé. On cherche à obtenir la loi de germination macroscopique à partir des études métallurgiques des hétérogénéités présentes dans le matériau. Les tubes sont directement usinés dans la masse, donc la structure cristallographique est exactement celle observée dans le chapitre 2. On néglige l'effet de l'usinage qui a pu légèrement écrouir les surfaces du tube. L'état de surface aurait été important si les fissures s'amorçaient à l'intérieur ou l'extérieur, mais on a observé des débuts de fissurations indifféremment localisés dans toute l'épaisseur.

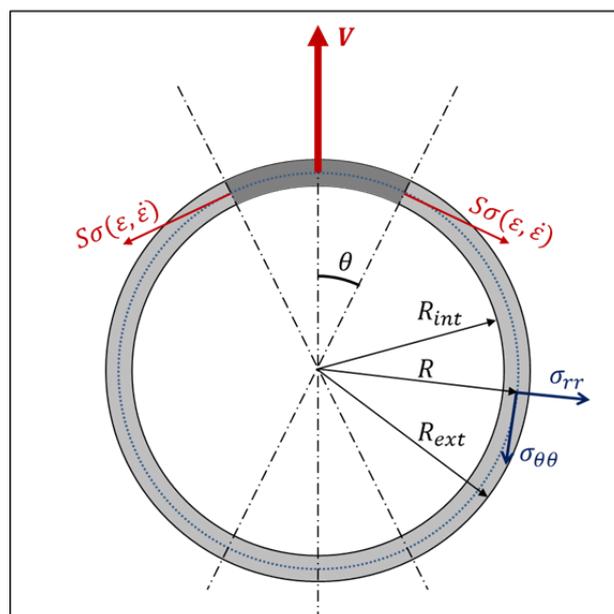


figure (3-4) : Cylindre en expansion

3.2. Chargement

On considère une enveloppe métallique soumise à une vitesse de déformation orthoradiale initiale $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$. L'objectif est d'observer comment les hétérogénéités initiales du matériau vont interagir et former des localisations macroscopiques. Pour cela, on laisse le cylindre en vol libre après avoir donné l'impulsion initiale. Afin d'obtenir une vitesse de déformation orthoradiale homogène dans le cylindre, on applique initialement une vitesse radiale à chaque point. La déformation équivalente de von Mises est donnée en fonction de la partie déviatorique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ du tenseur de la vitesse de déformation :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{2} (\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + \dot{\varepsilon}_{zz}^2) + \frac{3}{4} (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2)} \\ \varepsilon_{eq} = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{eq} dt \end{cases} \quad (3-22)$$

Avec :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{xx} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{yy} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{zz} \\ \dot{\varepsilon}_{yy} = -\frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{xx} + \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{yy} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{zz} \\ \dot{\varepsilon}_{zz} = -\frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{xx} - \frac{1}{3} \dot{\varepsilon}_{yy} + \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{zz} \\ \dot{\gamma}_{ij} = 2 \dot{\varepsilon}_{ij} \end{cases} \quad (3-23)$$

Les déformations équivalentes sont alors :

$$\begin{cases} \varepsilon_{eq} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_{rr} & \text{en déformations planes} \\ \varepsilon_{eq} = \varepsilon_{rr} & \text{en contraintes planes} \end{cases} \quad (3-24)$$

Les tenseurs des vitesses de déformations $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ sont :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{en déformations planes} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}{2} \end{bmatrix} & \text{en contraintes planes} \end{cases} \quad (3-25)$$

Dans le cas des déformations planes, la divergence nulle de la vitesse permet d'obtenir les vitesses de déformations orthoradiale $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$ et radiale $\dot{\varepsilon}_{rr}$:

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = -\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{V_r}{R} \quad (3-26)$$

Ainsi la vitesse radiale initiale V_r appliquée à chaque nœud dépend du rayon. Elle varie respectivement entre 381 m/s et 431 m/s pour les rayons intérieur et extérieur à une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}$ de $10\,000\text{ s}^{-1}$. Cette mise en vitesse n'est pas rigoureusement exacte pour le cas en contraintes planes, puisque la divergence de la vitesse s'exprime également en fonction de la vitesse longitudinale. Cependant, on verra que les contraintes longitudinales sont très faibles et négligeables.

Les contraintes radiales et orthoradiales (ou circonférentielles) sont identiques en déformations planes et contraintes planes. Seule la composante longitudinale varie. La contrainte radiale σ_{rr} est nulle sur le rayon extérieur. La contrainte orthoradiale $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale sur le rayon intérieur. On a un état de compression radiale et de traction orthoradiale, ce qui peut s'apparenter à du cisaillement (figure (3-5)).

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr}(R) \leq 0 \\ \varepsilon_{\theta\theta}(R) \geq 0 \end{cases} \quad (3-27)$$

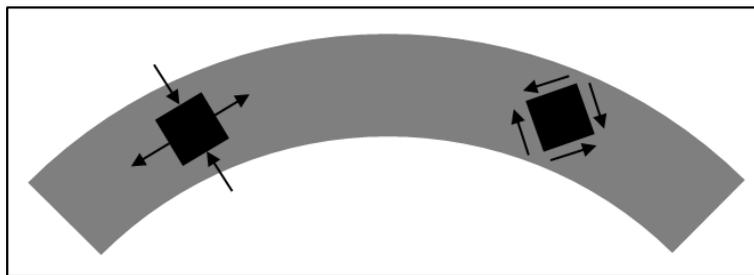


figure (3-5) : Etat de déformation du tube en expansion

3.3. Hétérogénéités

Nous avons introduit des hétérogénéités qui représentent le matériau. Comme décrit dans le chapitre 2, les hétérogénéités principales de l'acier 35NCD16 sont les anciens grains austénitiques. Nous avons quantifié la variation de microdureté, qui est liée à la limite d'élasticité. On introduit alors dans le modèle numérique des motifs ayant la forme des anciens grains austénitiques avec une variation sur la limite d'élasticité. Cette approche a déjà été utilisée pour modéliser les phénomènes d'endommagement. Mattei et al. (2013) ont montré que les hétérogénéités microscopiques contrôlent les localisations de la déformation. Ces localisations conduisent ensuite à un endommagement macroscopique.

Pour des raisons énergétiques, un grain austénitique a une forme qui est toujours un polygone (minimisation de l'énergie surfacique). Le motif permettant de mailler l'espace 2D, et qui soit le plus proche possible de la forme des grains est un hexagone. Il est primordial de ne pas introduire des hétérogénéités qui seraient purement numériques. En utilisant des motifs carrés ou triangulaires, on privilégierait certaines directions de déformations. On

aurait également pu utiliser un maillage désordonné, mais une part des localisations auraient pu dépendre de ce désordre aléatoire.

Des motifs hexagonaux représentent très bien les grains d'austénite. Ils sont ensuite maillés avec cinq éléments quadrangulaires (figure (3-6)). Un matériau différent est appliqué à chaque motif.

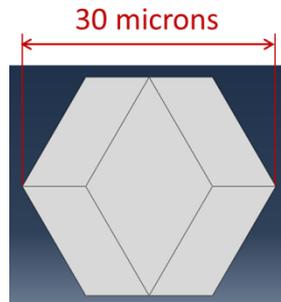


figure (3-6) : 5 éléments formant un motif hexagonal

Conformément au chapitre 2, en quasi-statique, la variation de la limite d'élasticité est une gaussienne centrée sur 890 MPa avec un écart-type de 64 MPa (7% de la limite d'élasticité moyenne). L'érouissage ne varie pas pendant les simulations. La loi de comportement quasi-statique moyenne est représentée en trait continu sur la figure (3-7). Les courbes discontinues représentent la moyenne plus ou moins l'écart-type (68% des limites d'élasticité sont situées dans l'intervalle [890 - 64 MPa ; 890 + 64 MPa] et 95% dans l'intervalle [890 - 128 MPa ; 890 + 128 MPa]). Évidemment, la limite d'élasticité dépendra de la vitesse de déformation suivant la loi de comportement choisie.

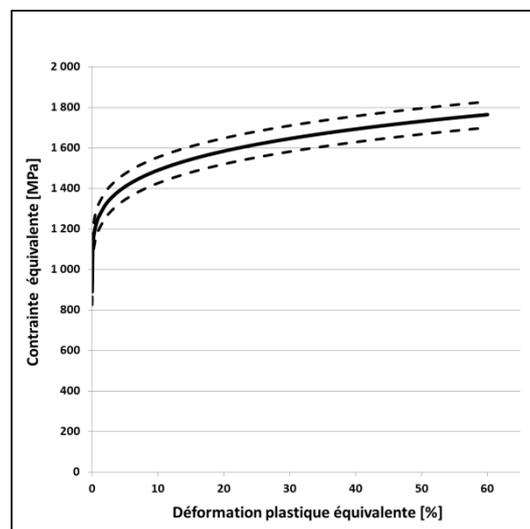


figure (3-7) : Variation de la limite d'élasticité

Afin d'éviter tout biais dû aux fonctions aléatoires du code permettant de générer le maillage, un premier tirage aléatoire est réalisé pour choisir un motif et un second pour définir la limite d'élasticité.

On rappelle qu'il s'agit d'une modélisation en deux dimensions. La taille des éléments est imposée par les motifs hexagonaux et donc les études métallurgiques. Un côté du

losange central du motif (figure (3-6)) mesure 15 microns. Les côtés des quatre autres éléments mesurent 7,5 et 15 microns. Il y a 192 motifs dans l'épaisseur de 5 mm. Pour mailler le cylindre entièrement, il faudrait environ 2,2 millions de motifs hexagonaux et 11 millions d'éléments. Les ressources informatiques nécessaires (mémoire, nombre de processeurs pour le calcul, temps de mise en donnée et de calculs...) seraient très importantes. Afin d'alléger les simulations et la mise en données, nous n'avons modélisé qu'un quart du cylindre. Des conditions de symétries sont alors appliquées aux bords. Les ressources informatiques restent importantes (545 738 motifs, 2 721 864 d'éléments et 5 455 066 nœuds). Le fichier d'entrée est généré par un code numérique, que nous avons réalisé.

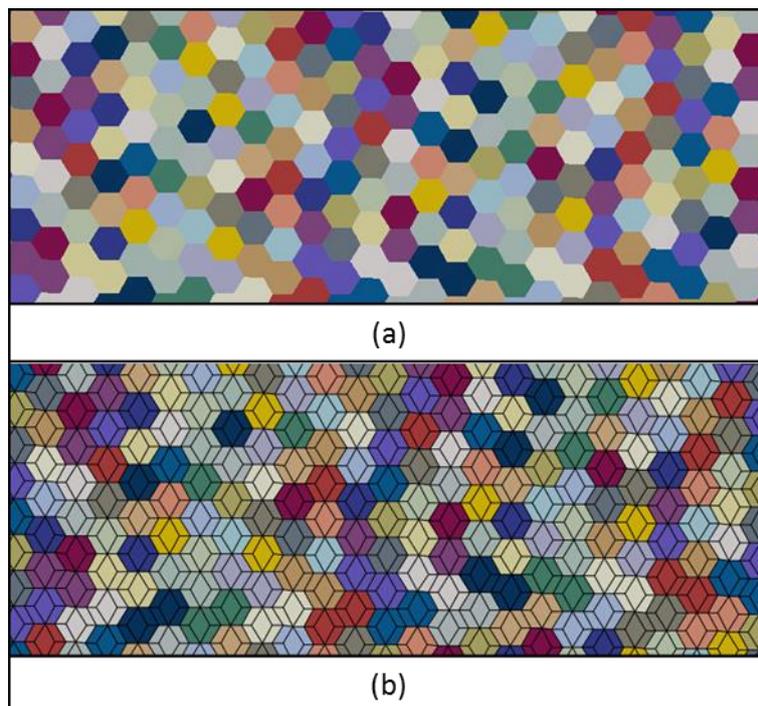


figure (3-8) : Maillage avec les motifs hexagonaux (a) sans les éléments (b) avec les éléments

3.4. Éléments

Le choix du type d'éléments doit permettre de modéliser correctement les états de déformations et de contraintes appliqués. L'objectif est de ne pas favoriser ou bloquer certaines translations ou rotations des nœuds. La figure (3-9) montre les champs de déformations calculés aux points d'intégrations (en rouge), pour un élément quadratique soumis à un moment, en fonction du type d'élément :

- Élément du premier ordre et intégration réduite : la déformation calculée au point de Gauss est nulle. Cela conduit à des déformations qui s'effectuent sans énergie, appelées « hourglass ». Il est alors nécessaire de vérifier dans le modèle que l'énergie dite « artificielle » est négligeable par rapport à l'énergie interne. Cette proportion d'énergie artificielle par rapport à l'énergie interne diminue lorsque la taille des éléments décroît.

- Élément du premier ordre et intégration complète : une contrainte de cisaillement purement numérique est introduite. Ce phénomène est appelé « shear locking ».
- Élément du deuxième ordre et intégration réduite : pour un cas modélisé en déformations planes et un élément soumis à un moment, il s'agit du meilleur type d'élément. Aucune déformation n'est introduite ou bloquée numériquement. Cependant, les équations du deuxième ordre dans un calcul à formulation explicite sont plus complexes à résoudre. Peu de codes numériques proposent cet élément qui rend difficile la convergence du calcul.

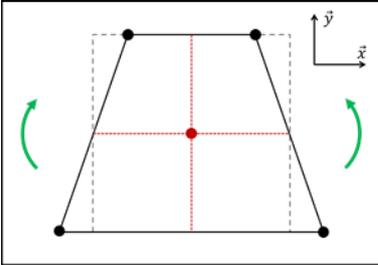
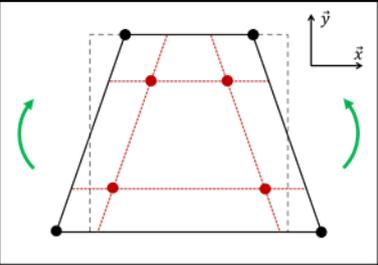
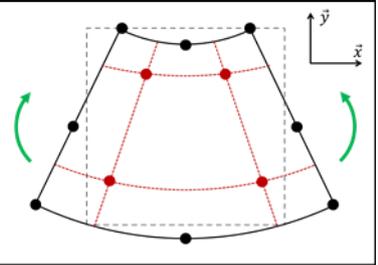
1 ^{er} ordre Intégration réduite	1 ^{er} ordre Intégration complète	2 ^{ème} ordre Intégration réduite
		
$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = 0 \\ \varepsilon_{yy} = 0 \\ \varepsilon_{xy} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{xx} \neq 0 \\ \varepsilon_{yy} \neq 0 \\ \varepsilon_{xy} \neq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{xx} \neq 0 \\ \varepsilon_{yy} = 0 \\ \varepsilon_{xy} = 0 \end{cases}$

figure (3-9) : Éléments quadratiques soumis à un moment

Nous avons alors choisi d'utiliser la formulation d'éléments du 1^{er} ordre avec intégration réduite. La taille des éléments étant très faible, il ne devrait y avoir aucun problème d'hourglass. Le logiciel de calcul utilisé est abaqus[®]/explicit, qui ne propose pas d'éléments du 2^{ème} ordre avec intégration réduite.

La figure (3-10) présente le rapport entre les énergies interne et artificielle d'une simulation en déformations planes à 10^4 s^{-1} pour un matériau hétérogène. Ici, l'énergie interne est composée des énergies de déformation élastique, plastique et artificielle. Cette dernière est utilisée pour contrôler l'hourglass. Il est important qu'elle ne soit pas prédominante sur les autres énergies de déformation. On observe qu'elle est toujours au moins 3000 fois inférieure à la somme des énergies de déformation élastique et plastique. Les énergies artificielles et même élastiques sont négligeables devant la déformation plastique.

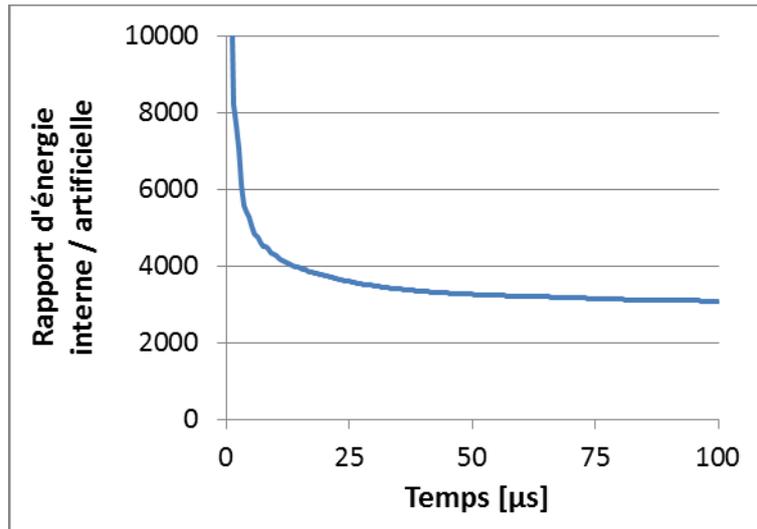


figure (3-10) : Rapport entre l'énergie interne et l'énergie artificielle pour une simulation en déformations planes pour un matériau hétérogène

4. Localisations

4.1. Identification

L'objectif étant de déterminer la loi de germination, la première étape consiste à dépouiller les résultats pour identifier les localisations. La figure (3-11) présente la déformation plastique cumulée à différents instants pour un tube en déformations planes (tube infini). On ne s'intéressera qu'à ce cas dans cette section, mais on présentera les résultats de plusieurs configurations par la suite. Quelle que soit la configuration, le taux de déformation globale est calculé en prenant la moyenne du déplacement radial de tous les nœuds du modèle.

$$\varepsilon_{globale} = \ln\left(\frac{\bar{R}}{\bar{R}_0}\right) \quad (3-28)$$

\bar{R} est la position radiale moyenne de tous les nœuds du modèle et \bar{R}_0 est le rayon moyen initial. Afin de mieux identifier les localisations, il faut définir un critère sur le champ de déformation basé sur l'intensité et l'étendue spatiale des pics. Plusieurs critères ont été essayés. Finalement, la stratégie suivante a été retenue : Dans une première étape, le champ de déformation est transformé en un champ binaire basé sur un seuil local. Tous les éléments dont la déformation plastique est supérieure à ce seuil (affichés en rouge) sont attribués à une zone de localisation alors que tous les autres (bleus) ne sont pas pris en compte. Dans une deuxième étape, l'étendue et l'arrangement spatiaux des zones de localisation sont analysés. Dans la suite, le seuil sera fixé précisément en fonction des résultats obtenus précédemment. On observe quelques localisations qui apparaissent à partir d'une déformation globale de 4,7%. Les localisations apparaissent sous forme de bandes de cisaillement. La contrainte orthoradiale $\sigma_{\theta\theta}$ étant plus importante à l'intérieur

qu'à l'extérieur, la déformation plastique observée semble débiter de l'intérieur, mais elle se propage très rapidement sur toute l'épaisseur. Les bandes de cisaillement sont très rapidement traversantes. On observe de plus en plus de bandes, qui sont indifféremment orientées à environ $\pm 45^\circ$. Du fait de l'état de déformation (3-27), la signature du tenseur des déformations est identique en déformations planes et en cisaillement pur. Cela explique l'apparition de bandes de cisaillement.

Un agrandissement de la figure (3-11) à 14,6% de déformation est présenté sur la figure (3-12). On peut comparer la taille des bandes de cisaillement à la taille des motifs et donc des hétérogénéités introduites. On observe clairement des bandes « principales », dont l'épaisseur est de quelques motifs hexagonaux, et des bandes « secondaires » qui sont discontinues et en cours de formation. Rappelons que le modèle ne prend pas compte un adoucissement dû à l'endommagement local. Le but de cette modélisation est la détermination du nombre de zones exhibant des fortes localisations de déformation sans la nécessité de formuler des hypothèses sur l'endommagement local. L'identification entre les zones en grandes déformation (au-dessus du seuil) avec des bandes de cisaillement nécessite donc la définition d'un critère prenant en compte l'étendue spatiale et la déformation locale dans les bandes. Ce point est discuté ci-après.

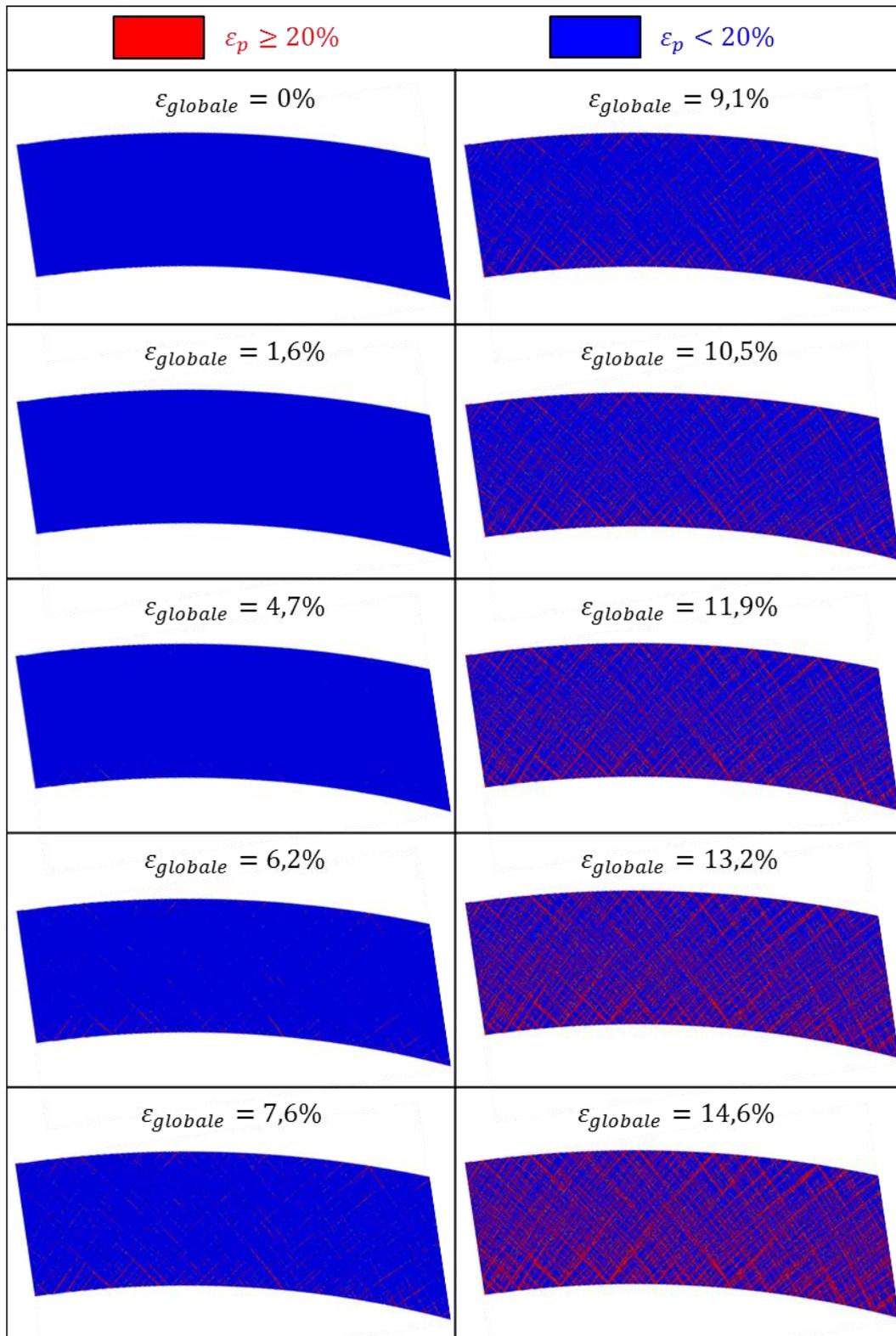


figure (3-11) : Déformation plastique cumulée pour un matériau hétérogène, une loi de comportement élasto-viscoplastique, et un état de déformations planes

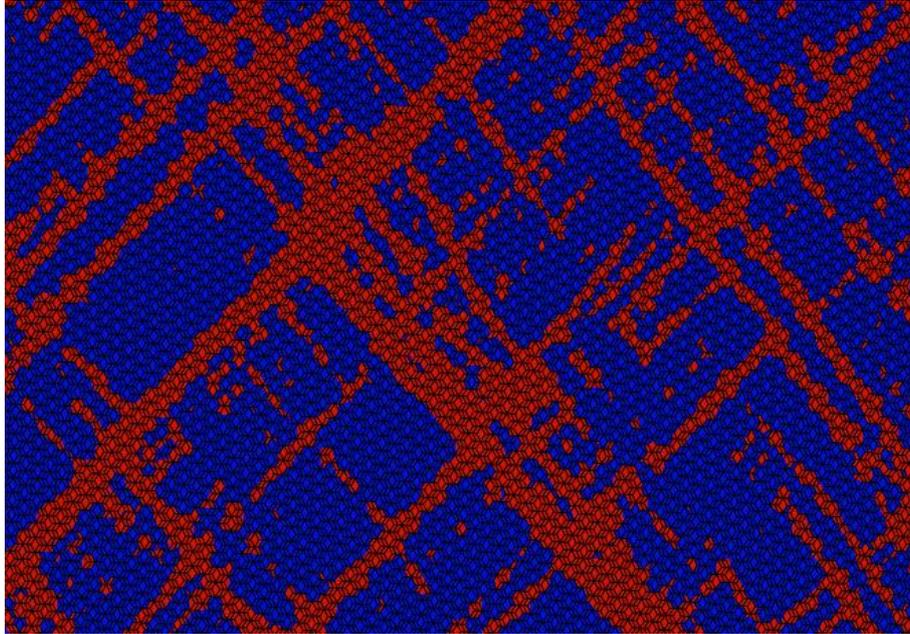


figure (3-12) : Agrandissement pour un matériau hétérogène, une loi de comportement élasto-viscoplastique, et un état de déformations planes

4.2. Seuil de déformation plastique

On suppose l'existence d'un seuil à partir duquel un élément est suffisamment déformé pour conduire à une localisation. Il ne s'agit pas d'une déformation microscopique, comme pour le chapitre 2 par exemple, où l'on calcule l'énergie nécessaire pour qu'il y ait une décohésion entre un carbure et la matrice. Ici, à un instant donné, l'accumulation d'une multitude d'endommagements microscopiques a un effet macroscopique.

Pour un essai de traction uniaxial quasi-statique, ce critère de déformation serait par exemple l'apparition de la striction. Il était d'environ 5% dans les essais de traction filmés. Il correspond à une transition entre un état global de déformation homogène, malgré évidemment des endommagements microscopiques localisés négligeables, et un état de déformation hétérogène avec une localisation macroscopique de l'endommagement.

On peut également évaluer cette déformation critique pour les essais d'expansion d'anneaux en dynamique qui ont été réalisés par S. El Mai. En mesurant la section des éclats d'anneaux, on a pu obtenir une déformation plastique maximale de 13,4% dans les zones encore homogènes. Cela signifie que la déformation globale de début d'endommagement est supérieure à 13,4%. De plus, en mesurant des sections des éclats dans les zones strictionnées, on a obtenu une déformation minimale de 18,6%. Il s'agit cette fois d'une limite supérieure à la déformation critique, qui est ainsi comprise entre 13.4 et 18.6%. En prenant la moyenne, la déformation critique de début d'endommagement est d'environ 16% pour des anneaux en expansion rapide. Il y a un effet non négligeable de la vitesse sur cette déformation entre 10^{-4} et 10^4 s^{-1} .

Pour les essais d'expansions de cylindres, les observations sont plus complexes puisque l'on n'observe pas de strictions, mais des bandes de cisaillement. Nous avons estimé que le cylindre a déjà fragmenté à des déformations de 17% et 21% pour des vitesses

respectives d'environ 2×10^4 et $3 \times 10^4 s^{-1}$. La déformation critique de début d'endommagement semble donc toujours dépendante de la vitesse de déformation. Pour une vitesse de $10^4 s^{-1}$, afin d'être cohérent avec la déformation moyenne mesurée sur les éclats, la limite critique est inférieure à 17%.

N'ayant pas d'informations supplémentaires sur les localisations, on fait l'hypothèse que la déformation critique de début d'endommagement est d'environ 16%. Celle-ci correspond à la moyenne observée sur les éclats d'anneaux en expansion rapide à $10^4 s^{-1}$. Cette limite est cohérente avec les mesures sur les éclats de cylindres.

La déformation critique est peut-être plus faible, mais on sait qu'à partir de cette limite, la déformation a été suffisante pour localiser l'endommagement macroscopique.

4.3. Estimation de la loi de germination

La fraction surfacique des éléments ayant dépassé la déformation critique de localisation est égale à la fraction linéique. Afin d'identifier les bandes de cisaillement, on traite les données obtenues pour sept lignes ayant chacune un rayon constant (figure (3-13)). Les sept lignes sont parallèles et équidistantes pour représenter au mieux toute l'épaisseur du tube. On exporte ensuite la déformation plastique cumulée de chaque élément coupé par une ligne. On considère qu'il y a localisation quand au moins deux éléments côte à côté ont dépassé le seuil de déformation critique de 16%. Le terme ε_{ligne} correspond à la déformation globale de la ligne. A un instant donné, elle n'est pas identique pour chaque ligne, puisque la déformation est plus importante sur la surface interne. On parcourt chaque ligne, à chaque instant, pour compter le nombre de localisations. La figure (3-14a) est obtenue. Elle représente le nombre de localisations en fonction de la déformation pour les sept lignes par unité de longueur. Ainsi, 1 000 localisations correspondent à une distance moyenne entre les sites de 1 mm. Cette longueur est grande comparée aux hétérogénéités introduites de 30 microns.

Sur la figure (3-14), le nombre de sites de concentration augmente fortement pour les déformations moyennes inférieures à 18%, puis diminue. Cette diminution est due au regroupement de zones endommagées. Il est nécessaire de ne compter que le nombre de nouveaux sites. On ne prend alors en compte que la partie croissante, qui correspond à la germination, et on l'approxime par une loi puissance (figure (3-14b)).

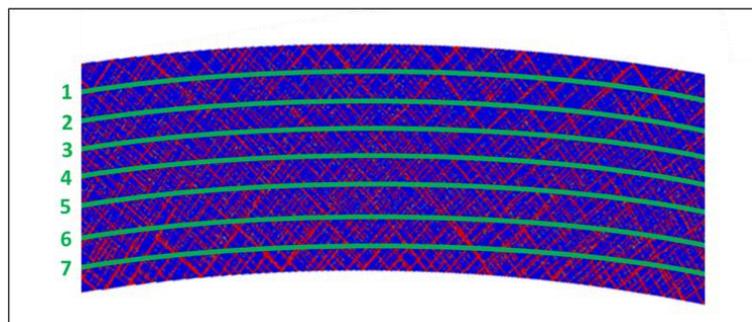


figure (3-13) : Positions des sept lignes (vertes) pour le dépouillement

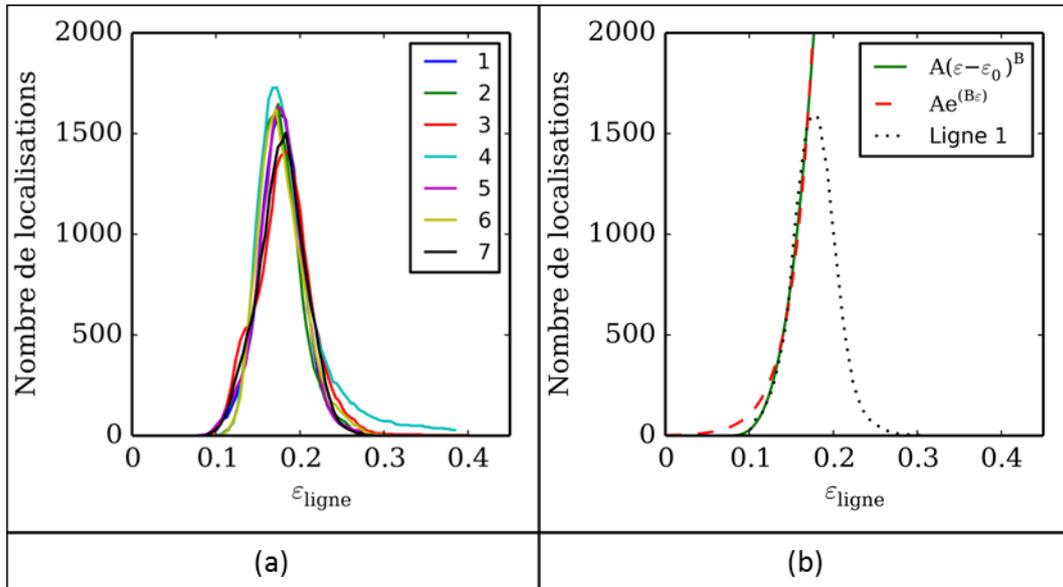


figure (3-14) : (a) Dispersion du nombres de localisations en fonction de la déformation pour les différentes lignes (b) Approximation par des lois puissance et exponentielle

La figure (3-14b) montre plusieurs lissages pour l'évolution des sites sur la ligne 1. On peut observer sur cette figure, qu'une loi puissance $A(\varepsilon - \varepsilon_0)^B$ semble être une approximation correcte de la partie croissante des courbes obtenues par éléments finis. A , B et ε_0 sont des coefficients constants. L'écart entre les lois puissance et exponentielle est important dans les premiers instants de la germination, or cette partie est primordiale dans le processus de fragmentation. La loi de germination, telle qu'elle avait été proposée par Mott, correspond à la fonction $h(\varepsilon) = dN/d\varepsilon$ par unité de longueur. On rappelle que N est ici le nombre de nouveaux sites d'endommagement. Après avoir approximé les résultats de chaque ligne par une loi puissance, on moyenne les sept courbes obtenues. On peut ensuite obtenir la loi de germination $h(\varepsilon) = dN/d\varepsilon$, par unité de longueur, présentée sur la figure (3-15a). La figure (3-15b) montre la forte sensibilité de la loi de germination au critère de localisation. Cette déformation limite de localisation est fixée à 16% d'après les observations d'éclats. La loi puissance est une des formes proposées par Mott en 1944. Il n'avait évidemment pas les outils numériques nécessaires pour affirmer son hypothèse, mais cette dernière semble très bien décrire la germination. Les lois constantes et exponentielles donnent de moins bonnes approximations.

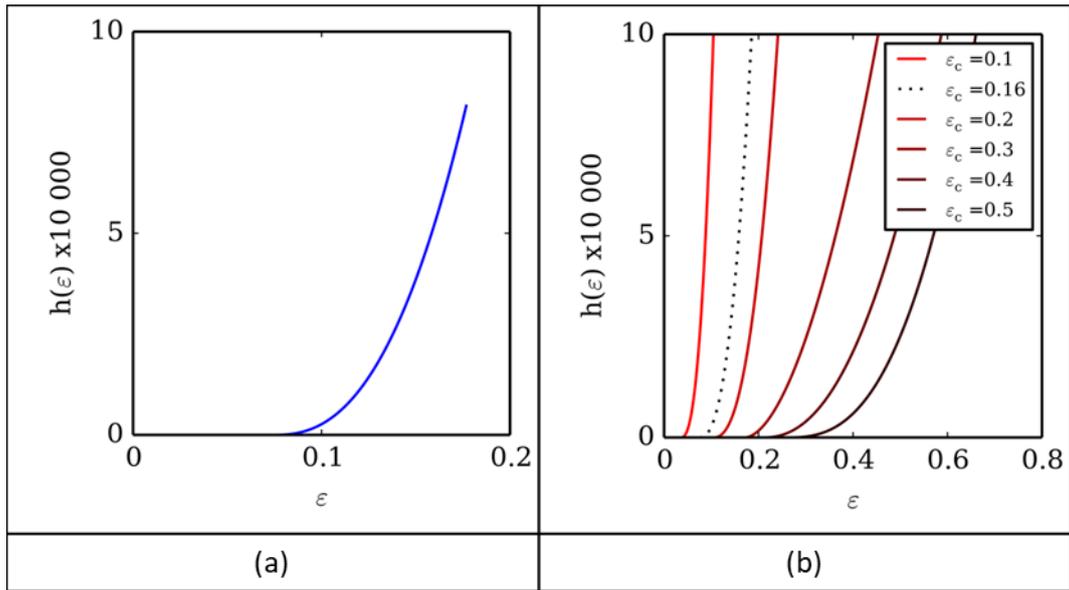


figure (3-15) : (a) Loi de germination pour un seuil de déformation critique de 0,16 (b) Influence du seuil de déformation critique sur la loi de germination

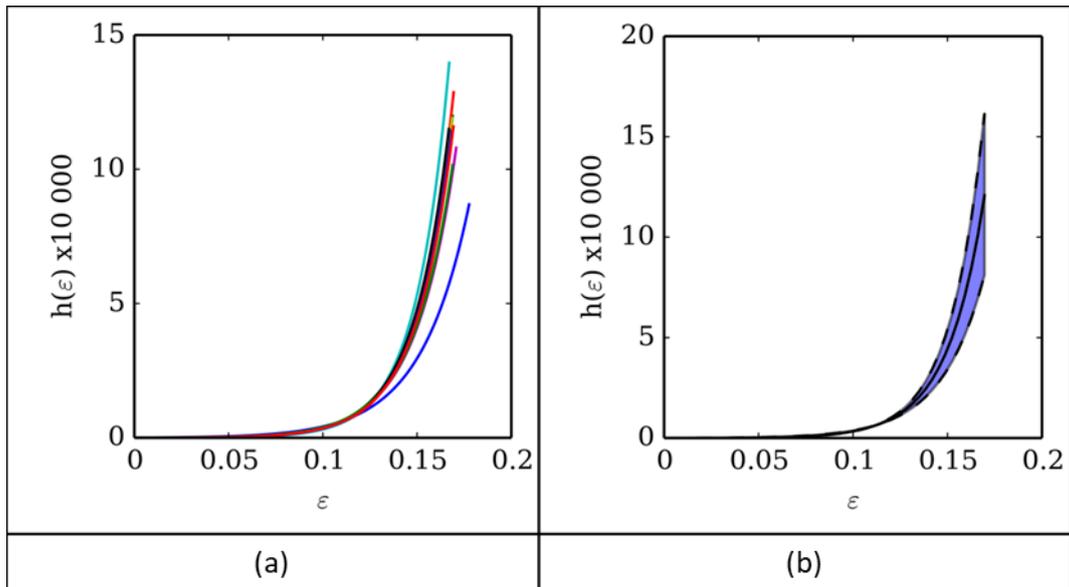


figure (3-16) : (a) Lois de germination pour dix distributions aléatoires différentes (b) Loi de germination moyenne avec écart-type pour dix distributions aléatoires différentes

Afin d'observer l'influence de la répartition spatiale des hétérogénéités, dix simulations à géométrie, densité de probabilité de la dureté et chargement identiques sont réalisées. Il n'y a que les tirages aléatoires pour appliquer la limite d'élasticité à chaque élément qui changent. Les résultats de dix simulations sont présentés sur la figure (3-16) pour un tube infini en déformations planes, une loi de comportement élasto-viscoplastique, une vitesse de déformation initiale de $10\ 000\ \text{s}^{-1}$ et un matériau hétérogène. On observe une dispersion de la loi de germination relativement importante. Pour une déformation de 15%, l'écart peut être de l'ordre de quelques dizaines de milliers de nouveaux sites d'endommagement par incrément de déformation. Cette dispersion augmente le caractère déjà très aléatoire de la fragmentation, puisque pour un acier donné la loi de germination

moyenne n'est peut-être pas suffisamment représentative. L'écart-type peut avoir un effet non négligeable. On s'intéressera cependant par la suite à obtenir la distribution massique moyenne des éclats. La dispersion observée sur les simulations en 2D correspond à des distributions spatiales de dureté différentes à densité de probabilité fixe. Sur le corps de bombe (3D) la dispersion peut aussi être due à des répartitions spatiales de dureté différentes entre « rangées » de grains. Ceci conduit à des longueurs d'éclats plus petits que la dimension du cylindre. La prise en compte de la répartition spatiale en 3D n'est pas envisageable. Nous nous intéressons ici à la relation entre la dimension de l'hétérogénéité microstructurale et la taille des éclats. Pour cela, on n'analysera que la moyenne correspondant à 10 simulations avec des répartitions spatiales différentes.

4.4. Analyse de Fourier

Les analyses et dépouillements précédents permettent d'obtenir un nombre de localisations en fonction de la déformation globale. On peut maintenant se demander s'il existe des distances caractéristiques entre les différents sites d'endommagement générés. Pour les identifier on procède à une transformation de Fourier discrète. Cette analyse permet d'obtenir une représentation spectrale des distances entre localisations. Elle est présentée sur la figure (3-17) à différentes déformations. Le spectre a été moyenné sur les dix simulations. La période maximale de 64 mm correspond à la circonférence moyenne du tube. On observe un pic très net pour une période de 1,5 mm et un autre plus diffus autour de 32 mm. Ce dernier est exactement égal à la moitié de la circonférence. Il est exclusivement dû aux effets de bords. Le quart de tube simulé a tendance à se couper naturellement en deux. Ce n'est pas un phénomène facilement visible lors du dépouillement des simulations. Les effets de bord ne semblent pas significatifs. Le pic à une longueur d'onde de 1,5 mm est très intéressant, car on peut observer qu'il apparaît dès les premiers instants. Cette longueur d'onde semble caractéristique des hétérogénéités introduites. En effet, en modifiant la vitesse de déformation, le rayon ou encore la masse volumique, un spectre similaire à celui de la figure (3-17) est obtenu. Cependant, en supprimant les hétérogénéités (Même matériau pour chaque motif hexagonal) on n'obtient pas cette longueur caractéristique. On obtient cependant toujours le pic diffus à 32 mm, montrant bien qu'il doit s'agir des conditions de bord. L'influence des hétérogénéités sera discutée par la suite, mais on observe déjà des résultats intéressants et cohérents avec les analyses qui seront présentées.

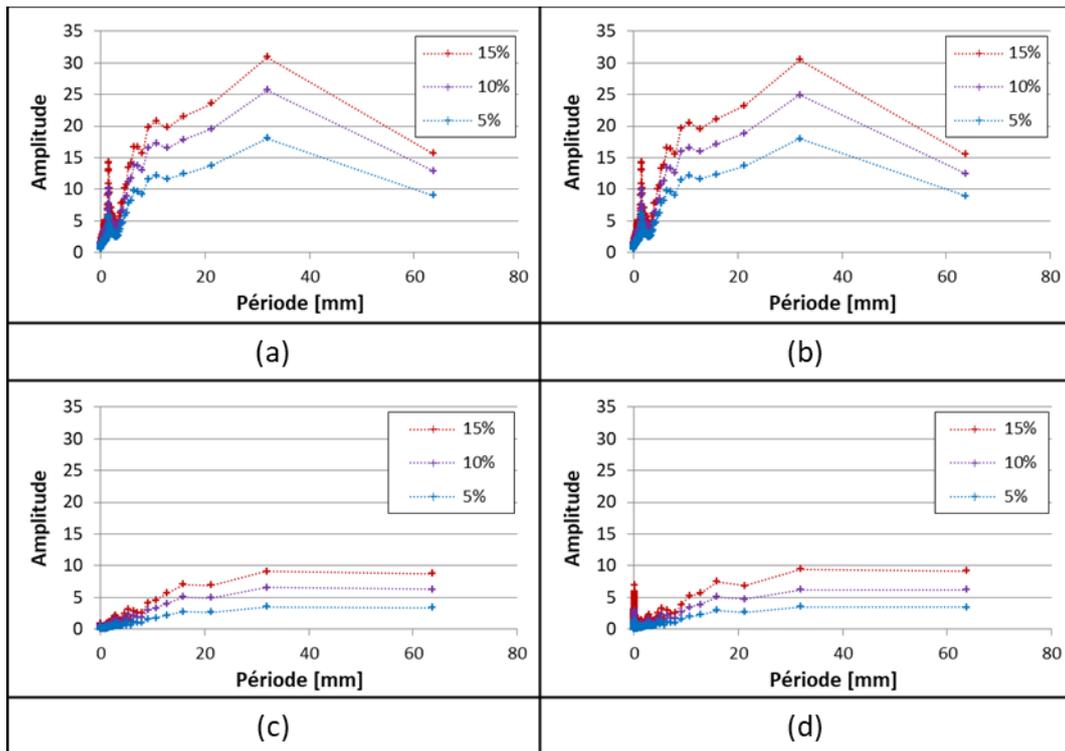


figure (3-17) : Analyse de Fourier à différents états de déformations
 (a) Matériau hétérogène et comportement viscoplastique à 10 000 s-1
 (b) Matériau hétérogène et comportement viscoplastique à 20 000 s-1
 (c) Matériau homogène et comportement viscoplastique à 10 000 s-1
 (d) Matériau homogène et comportement parfaitement plastique à 10 000 s-1

5. Analyse paramétrique

5.1. Influences de la géométrie

Le choix de la modélisation d'un cylindre permet d'analyser plusieurs configurations intéressantes. Un cas en déformations planes correspond à un tube infini et serait une première approximation pour l'étude d'un corps de bombe. L'hypothèse de contraintes planes avec une épaisseur fine pourrait quant à lui s'apparenter à un tore, ou encore à une barre en négligeant la courbure. Les effets de l'état de contrainte et de l'épaisseur du cylindre sont illustrés sur la figure (3-18). Le cylindre en contraintes planes est surtout analysé ici en tant que limite supérieure de nombre de sites. Le choix des échelles pour les axes est évidemment important pour analyser la partie « utile » de la loi de germination. Considérant une loi linéaire, la germination de 1000 sites d'endommagement (1 site tous les 1 mm en moyenne) pendant un incrément de déformation plastique de 5% correspondrait à une valeur $h(\varepsilon)$ égale à 20 000. C'est cette limite que l'on utilisera pour borner la loi de germination $h(\varepsilon)$. On peut noter que jusqu'à une valeur $h(\varepsilon)$ de 20 000, l'écart-type de la loi de germination présenté sur la figure (3-16) était relativement faible et que la moyenne seule permet de décrire le phénomène physique.

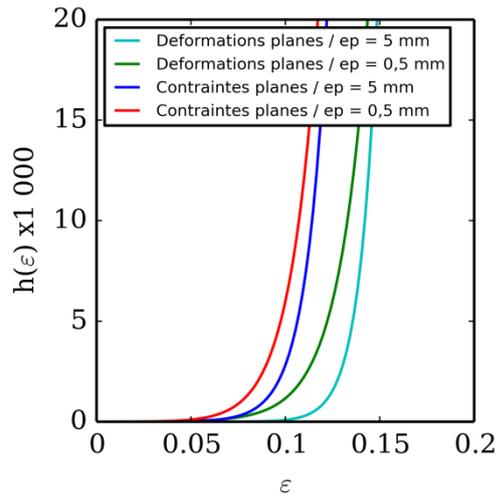


figure (3-18) : Effets de l'hypothèse contraintes ou déformations planes et de l'épaisseur

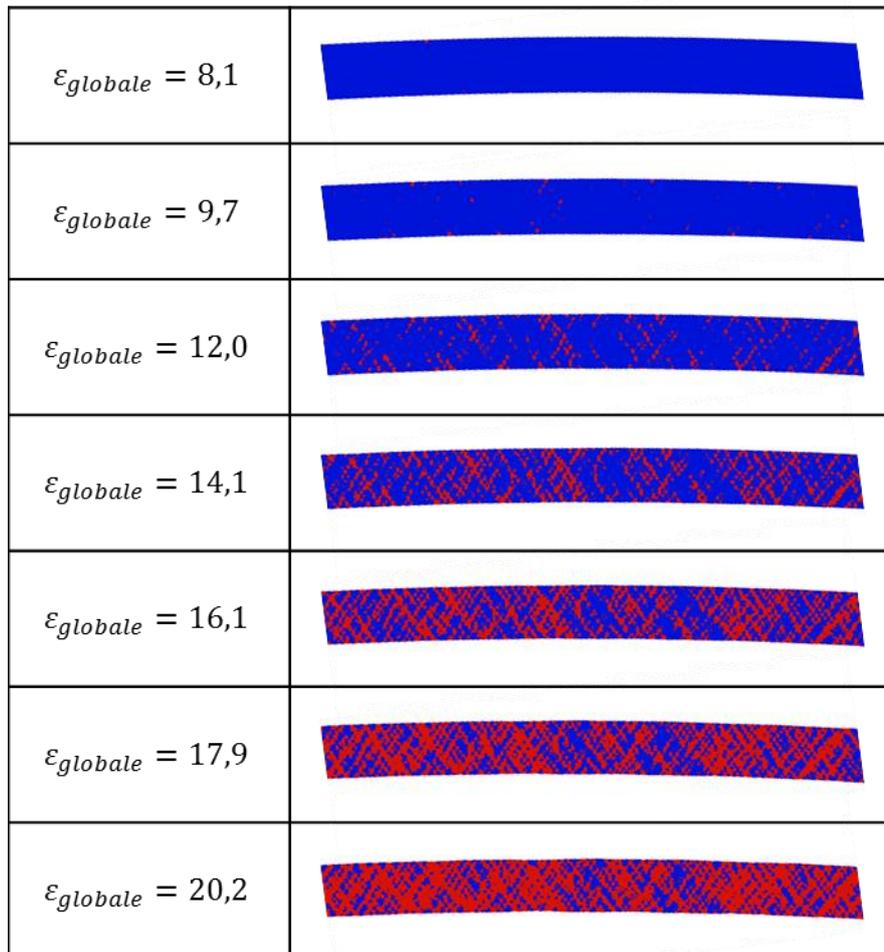


figure (3-19) : Localisations sur un anneau en expansion (bleu = inférieur à 16%, rouge = supérieur à 16%)

La figure (3-18) montre la distribution de la déformation pour un matériau élasto-viscoplastique pour différentes épaisseurs en déformations et contraintes planes. La loi de comportement est celle déterminée dans le chapitre 2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_Y(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A + B\varepsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m - 1 \right] \\ A = 890 \text{ MPa} \\ B = 370 \text{ MPa} \\ C = 15 \text{ MPa} \\ n = 0,24 \\ m = 0,21 \\ \dot{\varepsilon}_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \end{array} \right. \quad (3-29)$$

On peut observer un comportement logique de la loi de germination. Le cas le plus « stable », c'est-à-dire qui localise le moins, est la configuration en déformations planes avec une épaisseur de 5 mm. Cette configuration ne permet pas l'apparition d'instabilités suivant l'axe longitudinal, ce qui a évidemment tendance à éviter la germination. Dans la configuration en contraintes planes, les déplacements sont permis suivant l'axe longitudinal. La germination est alors plus rapide. Il est intéressant d'observer que les courbes obtenues en contraintes et déformations planes semblent simplement décalées en déformation globale, mais conservent les mêmes paramètres de formes. Les déplacements longitudinaux permettent des localisations plus rapides en contraintes planes, mais qui apparaîtraient tout de même, pour des déformations plus grandes, en déformations planes. En contrainte plane, une dureté faible agit comme un défaut de Marciniak et Kuczynski. En effet, une limite d'élasticité inférieure à celle du voisinage conduit immédiatement à une réduction de section importante et donc une épaisseur plus faible. La correspondance entre l'hypothèse de déformation plane et contraintes semble pouvoir se faire en décalant la loi de germination dans le temps et en conservant les paramètres de formes.

L'effet de l'épaisseur n'est pas négligeable. Mott avait déjà souligné que la loi de germination pouvait dépendre de la section. La germination est plus forte lorsque l'épaisseur diminue. La présence d'un élément « faible » conduit plus difficilement à une localisation lorsque l'épaisseur est grande, puisque les autres éléments au voisinage de celui-ci peuvent empêcher la localisation. Pour une épaisseur grande, il faut localement un grand nombre de points faibles pour développer un site d'endommagement macroscopique.

Par la suite, on ne détaillera pas les résultats pour les quatre configurations de la figure (3-18). On pourra cependant comparer les résultats pour les deux cas extrêmes : faible épaisseur en contraintes planes et grande épaisseur en déformations planes.

5.2. Influences de la taille des hétérogénéités

Une partie importante des observations métallurgiques a concerné la caractérisation des hétérogénéités du matériau pouvant conduire à des localisations. Après avoir identifié ces hétérogénéités, nous les avons introduites dans le modèle numérique sous formes de motifs hexagonaux. Le diamètre de 30 μm de ces derniers a été justifié expérimentalement. Il est important maintenant de voir l'effet de cette taille caractéristique sur la loi de germination. La figure (3-20) montre les courbes de germination obtenues pour trois tailles

de « grains » différentes. Tous les autres paramètres sont identiques. Cette figure souligne l'influence significative de la taille des hétérogénéités sur la vitesse de germination des défauts. Il s'agit uniquement du cas en déformation planes avec une épaisseur de 5 mm. L'effet est complexe, puisqu'il ne correspond pas à un simple décalage en temps. Les paramètres de formes varient avec la taille des motifs. Ce résultat montre l'importance d'une étude approfondie des hétérogénéités initiales sur la loi de germination. Il est intéressant d'observer que l'on ne converge pas vers une limite finie lorsque la taille des motifs décroît.

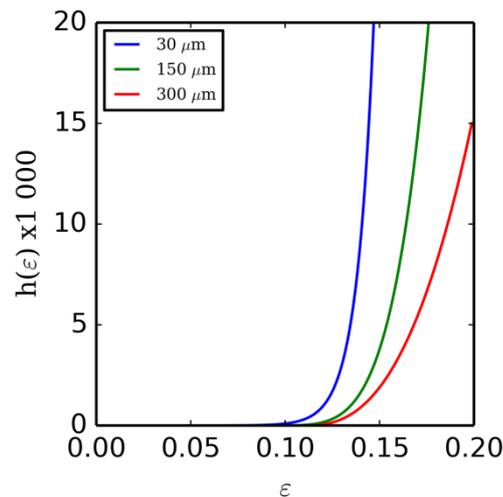


figure (3-20) : Influence de la taille des hétérogénéités en déformations planes

5.3. Influences de la loi de comportement

5.3.1 Comparaison des modèles hétérogènes et homogènes

La figure précédente montre déjà l'influence non négligeable de la taille des hétérogénéités introduites. Cependant, on peut s'assurer qu'il s'agit bien des différents comportements des matériaux qui permettent la localisation, et non la finesse du maillage qui introduit des instabilités purement numériques. La faible énergie d'hourglass présentée sur la figure (3-10) montre que les instabilités numériques semblent négligeables.

Hypothèse	Loi	A moyen [MPa]	B [MPa]	C [MPa]	n	m	$\dot{\epsilon}_0$ [s^{-1}]
Parfaitement plastique	$\sigma_Y(\epsilon, \dot{\epsilon}) = A$	890	-	-	-	-	-
Plastique	$\sigma_Y(\epsilon, \dot{\epsilon}) = A + B\epsilon^n$	890	370	-	0,24	-	-
Viscoplastique	$\sigma_Y(\epsilon, \dot{\epsilon}) = A + B\epsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^m - 1 \right]$	890	370	15	0,24	0,21	5×10^{-4}

Tableau (3-1) : Lois de comportement

Les lois de comportement testées sont répertoriées dans le tableau ci-dessus. La figure (3-21) traduit l'importance de ces lois pour différents cas en déformations (a) et

contraintes (b) planes. La géométrie est fixée par les observations de la section 5.1 et seuls les cas extrêmes « Déformations planes / Epaisseur de 5 mm » et « Contraintes planes / Epaisseur de 0,5 mm » sont présentés ici. L'épaisseur des tubes n'est donc pas identique. Cependant, l'augmentation de l'épaisseur suivant les axes radial et longitudinal ont globalement le même effet et ont tendance à empêcher les localisations. La variation simultanée de l'état de contrainte et de l'épaisseur permet d'observer des cas extrêmes.

La première observation importante concerne les différences entre les cas homogènes (avec la même loi de comportement pour chaque motif hexagonal) et hétérogènes (avec des limites d'élasticité aléatoires). Que ce soit en déformations ou contraintes planes, aucune localisation n'est obtenue pour les cas homogènes plastiques et viscoplastiques. L'écroutissage stabilise le processus de germination et empêche des défauts purement numériques de se développer.

Dans les matériaux parfaitement plastiques, une hétérogénéité est libre de se développer. Pour les matériaux hétérogènes parfaitement plastiques, la germination apparaît alors dès le début des simulations. Rien n'empêche toutes les hétérogénéités introduites initialement de se développer. Pour le solide homogène en déformations planes, les instabilités numériques n'apparaissent qu'à environ 11% de déformation plastique. Il est alors intéressant d'observer qu'en contraintes planes, les instabilités numériques apparaissent dès le début de la simulation. Le blocage des déplacements suivant l'axe longitudinal du cylindre empêche l'apparition de perturbations numériques et stabilise le calcul. Cet effet de stabilisation en déformations planes avait déjà été observé sur la figure (3-18). De plus, l'épaisseur plus grande dans le cas en déformations planes explique également une stabilisation plus forte.

Pour les cas hétérogènes plastique et viscoplastique, la première observation importante est que l'on obtient bien des germinations macroscopiques. L'écroutissage n'est pas suffisamment élevé pour annihiler totalement l'apparition de localisations. La deuxième observation est que la prise en compte de la vitesse de déformation a pour effet de retarder l'apparition des localisations. Dans les cas présentés ici, on rappelle que la vitesse influence uniquement la limite d'élasticité, mais pas l'écroutissage. Il est alors intéressant d'observer qu'en déformations planes, c'est surtout le coefficient d'écroutissage $d\sigma/d\varepsilon$ qui semble contrôler la germination. Pour ces cas, les lois de germination obtenues sont très proches. En contraintes planes cependant, on observe une différence beaucoup plus importante entre les cas plastique et viscoplastique. On pourrait expliquer cette différence par le fait qu'en contraintes planes le modèle est très instable et que l'augmentation de la limite d'élasticité stabilise la germination. Pour le cas en déformation planes, le modèle est déjà très stable et cette augmentation de la limite d'élasticité peut être négligeable. Il faut cependant observer que la sensibilité à la vitesse de déformation est strictement croissante. L'effet stabilisant est certes plus important quand la vitesse de déformation augmente. Nous ne pouvons cependant pas affirmer que la loi de comportement (terme en $\dot{\varepsilon}^m$) est valable à des très grandes vitesses de déformation locales.

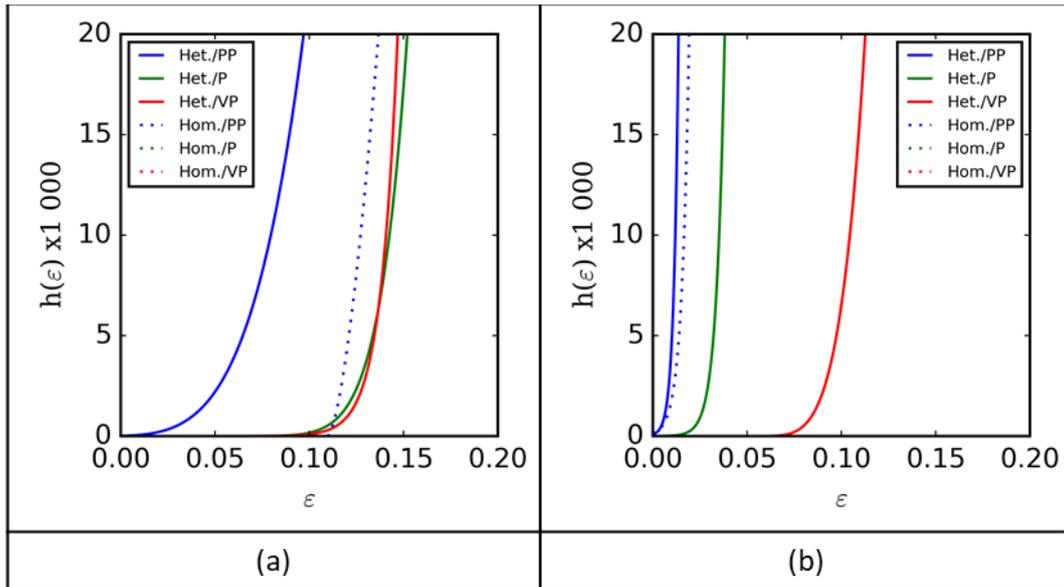


figure (3-21) : Influence de la loi de comportement pour les cas homogènes et hétérogènes
(a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

5.3.2 Limite d'élasticité

Dans les cas hétérogènes, la distribution statistique de la limite d'élasticité est une loi normale caractérisée par sa moyenne et son écart-type. On a vu précédemment que la vitesse de déformation fait varier la limite d'élasticité dans les cas viscoplastiques. Cependant, la modification de la moyenne n'est pas rigoureusement similaire à l'augmentation de la vitesse de déformation, puisque cette dernière diminue au cours des simulations. On fait varier ici le paramètre A de la loi de comportement. Il varie ici de 890 MPa, à 1500 MPa. A une vitesse de déformation de 10^4 s^{-1} , un paramètre A de 890 MPa ou 1500 MPa correspond respectivement à une limite d'élasticité de 1390 MPa ou 2000 MPa. La figure (3-22) montre l'influence de la limite d'élasticité sur la germination. En déformations et contraintes planes, l'augmentation du paramètre A conduit à retarder l'apparition de la germination. Le phénomène est plus sensible en contraintes planes.

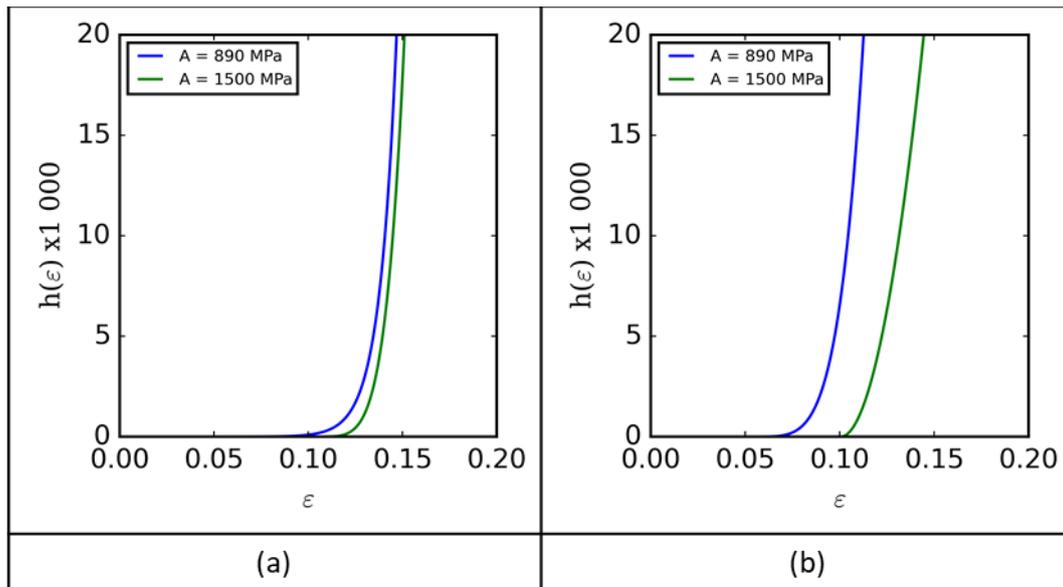


figure (3-22) : Influence de la limite d'élasticité moyenne (a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

La distribution de la limite d'élasticité est également caractérisée par son écart-type. L'influence de ce dernier sur la loi de germination est présentée sur la figure (3-23). On observe de fortes sensibilités, en déformations et contraintes planes, qui montrent une fois de plus l'importance des hétérogénéités introduites initialement et les caractérisations métallurgiques.

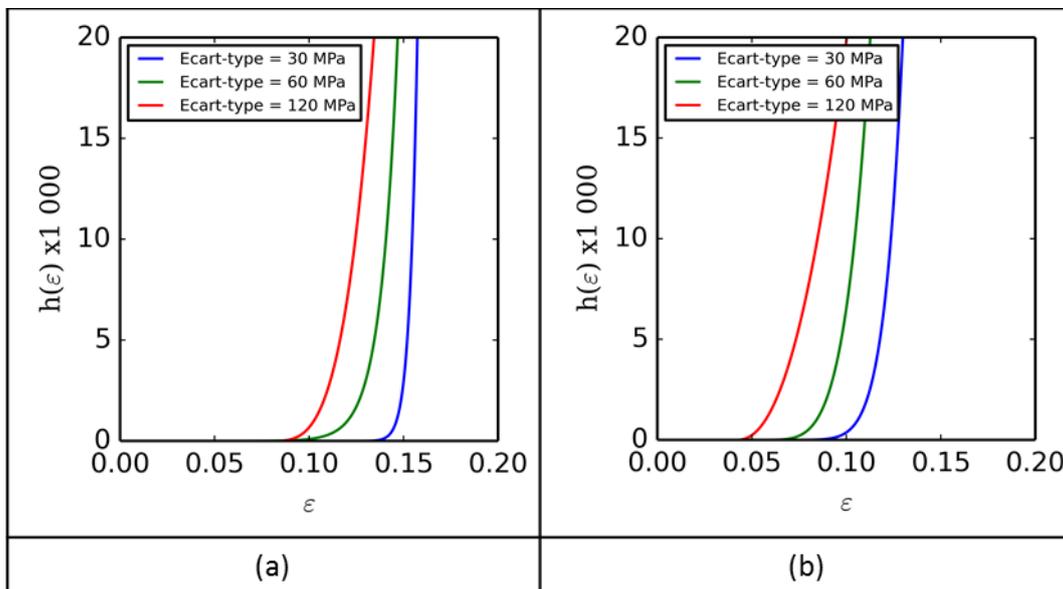


figure (3-23) : Influence de l'écart-type de la distribution d'élasticité (a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

5.3.3 Paramètres d'érouissage

Le paramètre d'érouissage est un critère important et fréquemment utilisé pour l'étude de la localisation. La figure (3-24) montre l'influence du paramètre d'érouissage n de la loi de comportement sur la loi de germination. Un comportement similaire est observé

en déformations et contraintes planes. Lorsque le paramètre d'écroûssage n varie entre 0,12 et 0,24 la loi de germination semble très peu affectée. On rappelle que pour une valeur de n égale à zéro, le matériau est considéré comme parfaitement plastique et les localisations apparaissent dès le début de la déformation. Cela signifie que l'écroûssage n'est pas négligeable mais que la sensibilité de la loi germination est faible dans le domaine considéré pour n . Un léger écroûssage est suffisant pour éviter des localisations immédiates. Il est important de noter que ces résultats sont tout à fait en adéquation avec les précédentes observations et les travaux de Kuroda et Tvergaard (2007). En effet, l'analyse de Fourier avait montré que les localisations apparaissaient dès le début des simulations. L'introduction d'une limite de déformation plastique permet cependant d'obtenir des déformations à rupture réalistes, puisque celles des fragments de corps de bombe analysés étaient d'environ 20%. De plus Kuroda et Tvergaard (2007) ont justifié que les imperfections ne pourraient apparaître que dans la zone de déformations élastiques, puis s'amplifieraient au cours du temps. Si la sensibilité de la loi de germination au paramètre d'écroûssage est faible, cela pourrait bien confirmer expérimentalement leurs travaux.

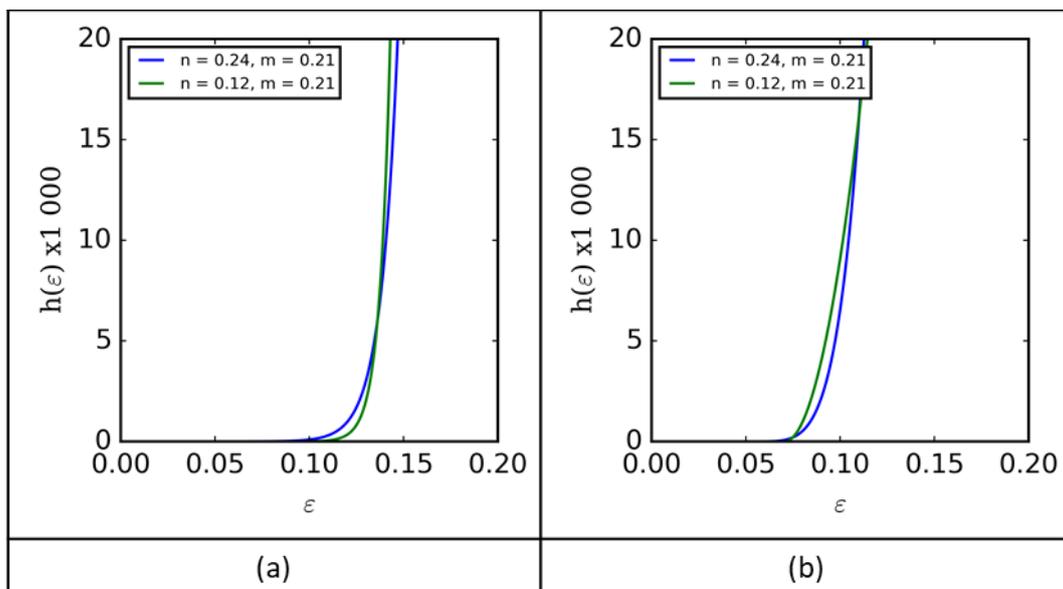


figure (3-24) : Influence du paramètre d'écroûssage n de la loi de comportement
(a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

5.3.4 Paramètres cinétiques et chargement initial

La figure (3-25) montre l'influence du paramètre cinématique m de la loi de comportement viscoplastique utilisée (Tableau (3-1)). Ce paramètre varie ici entre 0 et 0,42. Plus il est élevé, plus la limite d'élasticité est grande, donc plus la stabilisation sera forte. Il est alors naturel d'observer une augmentation de la déformation de début de germination en fonction de ce paramètre. Pour des valeurs de m entre 0 et 0,30 cette déformation varie d'environ 2% à 12% dans l'hypothèse de contraintes planes. On observe une forte sensibilité au paramètre cinématique. On peut observer un comportement similaire en augmentant les paramètres A ou m de la loi de comportement. Ces deux derniers influent sur la limite

d'élasticité. Ce résultat important peut indiquer que la bonne connaissance de la limite d'élasticité est primordiale pour étudier les localisations.

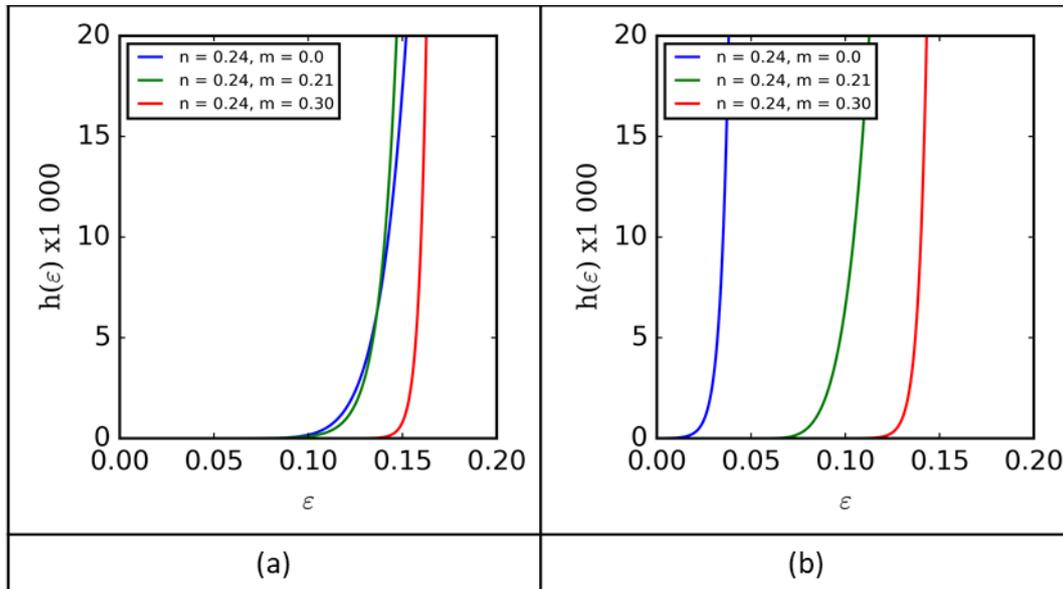


figure (3-25) : Influence du paramètre cinématique m de la loi de comportement
(a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

Le chargement initial est une vitesse radiale appliquée à chaque nœud en considérant une vitesse de déformation homogène. Le cylindre est ensuite en vol libre. Il est alors intéressant de quantifier l'influence de cette vitesse de déformation initiale, qui dépend essentiellement des produits de détonation dans le cadre de la fragmentation du tube. La figure (3-26) montre le comportement très particulier de la loi de germination en fonction de la vitesse initiale. Que ce soit en déformations ou contraintes planes, on observe une convergence de la loi de germination lorsque la vitesse augmente. Cette convergence s'observe ici à partir de 10^4 s^{-1} en déformations planes et à partir de $2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ en contraintes planes. Les effets dus au comportement visqueux du matériau deviennent prédominants et limitent les localisations. La figure (3-27) montre d'ailleurs la sensibilité de la loi de germination lorsque la masse volumique augmente. Soulignons l'hypothèse forte d'une sensibilité à la vitesse unique pour les vitesses de déformations dépassant 10^4 s^{-1} .

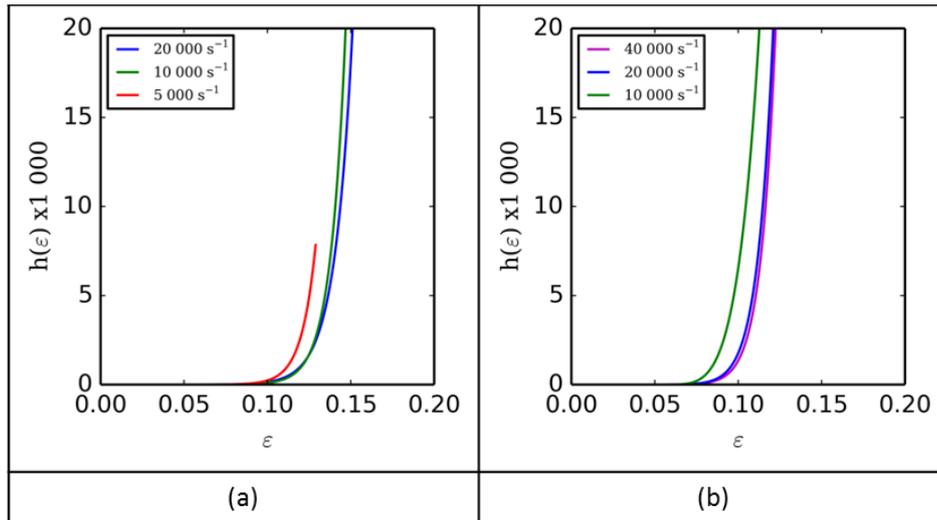


figure (3-26) : Influence de la vitesse de déformation (a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

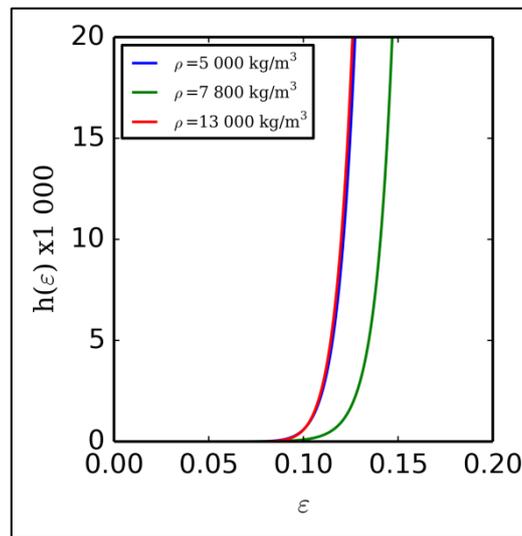


figure (3-27) : Influence de la masse volumique en déformations planes

6. Synthèse

Dans cette synthèse, nous présentons toutes les analyses paramétriques qui ont été faites. Le tableau (3-2) reprend tous les cas analysés. Il y a ici 32 cas, avec chacun 10 simulations. Le temps de calcul de chaque simulation des cas en déformations planes dépassait la dizaine d'heures chacun. En contraintes planes, le temps de calcul était de quelques heures. Au total, ce sont plus de 3000 heures effectives de calculs qui ont été nécessaires (soit 125 jours). Dans le tableau (3-2), les cases bleus représentent les paramètres modifiés par rapport aux paramètres de l'acier 35NCD16 dans la configuration de base. Les paramètres A , B , C , n , m et $\dot{\epsilon}_0$ sont ceux de la loi de comportement. Les termes a , b et ϵ_c sont les paramètres de la loi de germination :

$$h(\epsilon) = a(\epsilon - \epsilon_c)^b \quad (3-30)$$

La moyenne, le maximum et le minimum de ces paramètres, en bas du tableau, ont été calculés à partir de toutes les simulations représentant des variations d'état de déformation, de vitesse, de géométrie, de masse volumique et de la loi de comportement. Ces derniers sont en vert. Les variations de la taille des motifs et de la distribution des limites d'élasticité n'interviennent pas dans ce calcul. On observe que le coefficient a varie entre $3,0 \times 10^6$ et $2,5 \times 10^{10}$ avec une moyenne de $2,1 \times 10^9$. Il s'agit de variations importantes de plusieurs ordres de grandeurs. L'exposant de la loi de germination est beaucoup plus stable entre 1,6 et 3,3. La moyenne de celui-ci est de 2,9. La déformation seuil ε_c , qui représente le début de germination, varie entre 0,1 et 14,2 %. L'ensemble des lois de germination est présenté sur la figure (3-28) uniquement afin d'observer la dispersion que peut exhiber cette loi pour tous les paramètres analysés ici.

Nous utiliserons les paramètres déterminés dans ce chapitre pour alimenter le modèle de fragmentation qui sera présenté dans le prochain et dernier chapitre.

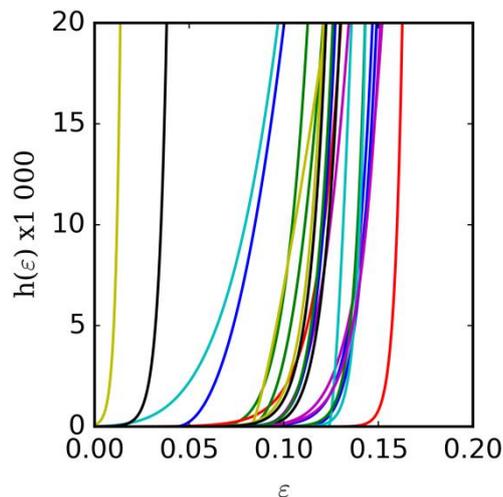


figure (3-28) : Dispersion de la loi de germination pour tous les paramètres analysés

Etat déf.	Matériau	Ecart-type de la limite d'élasticité [Mpa]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]	Ep. [mm]	Taille motif [μm]	ρ [kg/m^3]	A [Mpa]	B [Mpa]	C [Mpa]	n	m	$\dot{\epsilon}_0$	a	ϵ_c	b
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	3.7544E+08	0.1005	3.278
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	3.7678E+07	0.0717	2.409
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	6.1522E+07	0.0633	3.273
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.1309E+08	0.0637	3.270
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	150	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.4444E+07	0.1169	2.382
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	300	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.7671E+06	0.1227	1.875
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	0	0	0.00	0.00	0.0005	5.4623E+06	0.0138	2.316
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	0	0.24	0.00	0.0005	4.6162E+07	0.0957	2.756
Déf. Planes	Hom.	60	10 000	5.0	30	7830	890	0	0	0.00	0.00	0.0005	4.6162E+07	0.0957	2.756
Déf. Planes	Hom.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	0	0.24	0.00	0.0005	4.6162E+07	0.0957	2.756
Déf. Planes	Hom.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	4.6162E+07	0.0957	2.756
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	0	0	0.00	0.00	0.0005	2.4956E+10	0.0006	3.284
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	0	0.24	0.00	0.0005	4.0353E+09	0.0158	3.271
Cont. Planes	Hom.	60	10 000	0.5	30	7830	890	0	0	0.00	0.00	0.0005	2.2673E+09	0.0000	3.008
Cont. Planes	Hom.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	0	0.24	0.00	0.0005	2.2673E+09	0.0000	3.008
Cont. Planes	Hom.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	2.2673E+09	0.0000	3.008
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	1500	370	15	0.24	0.21	0.0005	8.1330E+07	0.1371	2.461
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	1500	370	15	0.24	0.21	0.0005	9.8234E+06	0.1139	1.912
Déf. Planes	Hét.	30	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	9.8234E+06	0.1139	1.912
Déf. Planes	Hét.	120	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.5560E+07	0.0911	2.162
Cont. Planes	Hét.	30	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.3361E+08	0.0931	2.722
Cont. Planes	Hét.	120	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	2.8186E+06	0.0476	1.713
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.12	0.21	0.0005	1.7595E+09	0.1135	3.293
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.12	0.21	0.0005	2.9974E+06	0.0737	1.592
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.30	0.0005	5.9032E+09	0.1419	3.307
Cont. Planes	Hét.	60	10 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.30	0.0005	4.5527E+09	0.1205	3.311
Déf. Planes	Hét.	60	5 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	4.3949E+08	0.0933	3.259
Déf. Planes	Hét.	60	20 000	5.0	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	2.1445E+08	0.0961	3.276
Cont. Planes	Hét.	60	20 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	2.4537E+08	0.0787	3.040
Cont. Planes	Hét.	60	40 000	0.5	30	7830	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	3.1075E+08	0.0809	3.098
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	5000	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.8610E+08	0.0895	2.846
Déf. Planes	Hét.	60	10 000	5.0	30	13000	890	370	15	0.24	0.21	0.0005	1.4525E+08	0.0909	2.708
Moyenne													2.0710E+09	0.0842	2.851
Minimum													2.9974E+06	0.0006	1.592
Maximum													2.4956E+10	0.1419	3.311

tableau (3-2) : Ensemble des simulations réalisées

7. Conclusions

Les études sur la localisation de la déformation sont primordiales pour prédire la fragmentation d'un corps de bombe. Mott avait supposé l'existence d'une loi de germination macroscopique dépendant de la déformation plastique globale d'une barre. Les études postérieures ont bien révélé l'existence d'une déformation critique à partir de laquelle on passe d'un régime homogène à l'apparition d'une hétérogénéité. Les hypothèses de Mott semblent alors tout à fait pertinentes.

Dans ce chapitre, nous avons utilisé les analyses métallurgiques, présentées dans le chapitre 2, qui ont permis d'identifier les hétérogénéités principales de l'acier. Nous avons ensuite simulé un tube en expansion dans les hypothèses de déformations et de contraintes planes que nous avons considérées comme des extremums. On a appliqué initialement une vitesse de déformation homogène. Nous avons ensuite pu identifier les localisations sous formes de bandes de cisaillement. Ces localisations semblent apparaître dès les tout premiers instants de la déformation, dans la zone élastique, puis croissent. Un critère de déformation se basant sur les observations expérimentales a été appliqué pour définir les localisations macroscopiques et le début de l'endommagement réel. Nous avons ainsi pu observer que les différents paramètres des hétérogénéités initialement introduites influencent fortement la loi de germination. Ces résultats ont confirmé l'importance des caractérisations mécaniques et métallurgiques du chapitre précédent. Des simulations à partir d'un modèle homogène ne permettent pas de représenter les phénomènes physiques réels.

Nous avons ensuite pu étudier l'influence de divers paramètres sur la loi de germination. Les hypothèses de déformations et de contraintes planes influencent grandement les localisations. Le premier cas est plus stable que le second, car il bloque les déplacements suivant une direction. Nous avons considéré deux cas extrêmes : déformations planes avec une forte épaisseur et contraintes planes avec une faible épaisseur. Nous avons observé que la loi de germination est faiblement influencée par le coefficient d'érouissage si celui-ci est supérieur à 0,1. Nous avons également mis en évidence une convergence de la loi de germination vers une limite finie lorsque la vitesse de déformation augmente. Cependant, cette loi est fortement sensible au coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

Ces résultats, bien qu'importants et prometteurs, ne sont valables que dans la configuration géométrique utilisée. La loi de germination dans un modèle tridimensionnel est plus complexe. En 3D probablement, l'empilement le long de l'axe du cylindre contribue à stabiliser la courbe de germination par le fait que l'on a déjà plusieurs répartitions spatiales circonférentielles empilées dans la direction de l'axe du cylindre.

Le rôle de la taille de grain est primordial. Bien que l'étude présente soit biaisée par le fait que nous avons fait varier la taille de grains sans varier la loi de comportement (limite d'élasticité) en même temps. C'est-à-dire, nous n'avons intentionnellement pas pris en

compte la loi de Hall-Petch, la taille des hétérogénéités joue un rôle fondamental dans le contrôle de la localisation.

L'influence de la vitesse de déformation qui va en s'amenuisant est à souligner. Ceci implique que cette étude peut être appliquée à de très grandes vitesses de déformation.

Chapitre 4

Analyse paramétrique de la fragmentation de tores

1. Introduction.....	140
2. Modèle de fragmentation	141
2.1. Géométrie et chargement	141
2.2. Synthèse des ondes de relâchement de contraintes	142
2.3. Modèle d'ouverture appliqué	144
2.4. Interactions des ondes de relâchement de contraintes	145
2.5. Algorithme	148
2.6. Paramètres numériques	150
3. Influence de la loi de germination.....	154
3.1. Dispersion massique des éclats.....	154
3.2. Distribution du nombre moyen d'éclats	162
4. Influence de la loi d'ouverture	165
5. Influence de l'énergie de rupture	172
6. Conclusions et perspectives	174

1. Introduction

Les chapitres précédents ont permis d'identifier et surtout de quantifier les lois gouvernant la fragmentation. La propagation des ondes de relâchement de contraintes a été déterminée pour une barre unidimensionnelle en extension (Chapitre 1). Pour analyser la germination de l'endommagement, la localisation de la déformation dans un cylindre infini hétérogène a été modélisée (chapitre 3). La loi de germination de défauts macroscopiques présentée dans le chapitre précédent et la loi de propagation des ondes de relâchement et de l'accumulation de l'endommagement présentées au chapitre 1, permettent d'analyser la fragmentation d'un tore.

Afin de modéliser la fragmentation d'un tore, une approche purement analytique peut être complexe. Dans la section 2.2 du chapitre 3, nous avons rappelé brièvement une étude statistique de Mott. Il a analysé la dispersion de la déformation critique d'apparitions de sites de rupture. Cela lui a permis par la suite de quantifier la loi de germination à partir de mesures expérimentales. Cependant, afin de modéliser la fragmentation d'un tore, il a calculé lui-même la germination et la propagation des ondes de Mott sur plusieurs dizaines de tores en expansion. En regroupant ensuite ses résultats, il a obtenu une distribution massique discrète d'éclats.

En se basant sur les travaux de Mott, Grady (2006) a pu continuer l'analyse statistique de la fragmentation. Il a supposé une loi de germination de la forme :

$$h(\varepsilon) = \frac{m}{\lambda} \left(\frac{\varepsilon}{\lambda} \right)^{m-1} \quad (4-1)$$

Le terme ε désigne la déformation globale du tore. Grady a ensuite utilisé la propagation des ondes de relâchement de contraintes sans énergie de rupture, c'est-à-dire le modèle original de Mott. Son analyse l'a conduit à la distribution de la taille l des fragments :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(l) = \frac{\beta^2}{4 l_0} \left(\frac{l}{l_0} \right)^3 \exp \left[-\frac{1}{4} \left(\frac{l}{l_0} \right)^3 \right] \int_0^1 (1-y^2) \exp \left[-\frac{3}{4} \left(\frac{l}{l_0} \right)^3 y^2 \right] dy \\ \beta = \frac{3}{\text{Gamma} \left(\frac{2}{3} \right)} \\ l_0 = \left[\frac{3 \lambda}{4} \left(\frac{c}{\dot{\varepsilon}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \end{array} \right. \quad (4-2)$$

$\text{Gamma}(x)$ est la fonction gamma. Le terme c correspond ici à la célérité des ondes dites « plastiques » dans le matériau et est égal à $\sqrt{2\sigma_0/\rho}$. Cette expression n'est valable que pour $m = 1$. Pour des petites tailles de fragments, cette relation signifie que la distribution est de type puissance. Pour des grandes longueurs d'éclats, la dépendance serait de forme exponentielle. Cela signifie qu'une loi de Weibull pourrait approximer correctement la distribution des éclats. Grady n'a pas analysé le cas de rupture progressive.

Reprendre les travaux statistiques de Mott et Grady pour un modèle avec énergie de rupture semble très complexe. La loi de propagation des ondes est différente pour chaque site d'endommagement et les interactions entre les ondes ne sont complexes. Nous avons alors décidé d'opter pour la méthode utilisée par Mott avec son modèle mécanique et repris par Wesenberg et Sagartz (1977), c'est-à-dire de simuler plusieurs fragmentations de tores et de répertorier les éclats. Dans un premier temps, nous détaillerons le modèle numérique et les hypothèses spécifiques. Dans une deuxième partie, nous analyserons l'effet du modèle d'ouverture et de la loi de germination. On définira entre autres la forme de la distribution massique des éclats.

2. Modèle de fragmentation

2.1. Géométrie et chargement

Considérons un tore en expansion avec une vitesse de déformation initiale est homogène. Il s'agit d'un chargement similaire à celui des tubes en expansion du chapitre précédent. Le tore est ensuite en « vol libre ». Le modèle est ici considéré unidimensionnel et peut-être assimilé à une barre en extension. La vitesse radiale du tore est notée V_r . La vitesse de déformation orthoradiale $\dot{\epsilon}$ est supposée initialement homogène. Ainsi, la vitesse de déformation orthoradiale $\dot{\epsilon} = \partial V / \partial X$, initialement homogène, vaut :

$$\dot{\epsilon} = \frac{V_r}{R} = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad (4-3)$$

La figure (4-1) illustre une petite partie du tore en expansion. En notant s l'abscisse curviligne, $R\theta$, on peut écrire :

$$V = \dot{\epsilon} s \quad (4-4)$$

V est la vitesse orthoradiale. On observe alors une mise en vitesse similaire à une barre en extension uniforme. Les résultats du chapitre 1 sur la propagation des ondes de relâchement sont alors également pertinents pour le cas d'un tore en expansion.

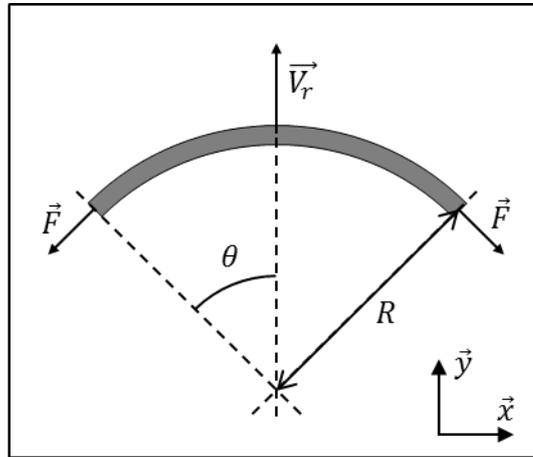


figure (4-1) : Mise en vitesse initiale du tore

Les forces exercées sur une partie du tore en vol libre sont représentées sur la figure (4-1). L'équation du mouvement projetée sur l'axe \vec{y} pour cette zone donne :

$$2 \rho S R \theta \frac{dV_r}{dt} = -2 \sigma_Y(\varepsilon_p) S \theta \quad (4-5)$$

L'angle θ est supposé être suffisamment petit pour permettre l'approximation $\theta = \sin(\theta)$. Cette équation se simplifie en :

$$R \frac{dV_r}{dt} = R \frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{\sigma_Y(\varepsilon_p)}{\rho} \quad (4-6)$$

La vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ n'est évidemment pas constante au cours de la déformation. Le rayon du tore en expansion augmente, alors que la vitesse radiale diminue progressivement. Le rayon initial utilisé pour les simulations de fragmentations de ce chapitre est égal au rayon moyen des simulations de tubes du chapitre précédent, soit 3,81 cm. Ce rayon est aussi égal à celui des charges d'études utilisées au CEA sur lesquelles des observations d'éclats avaient été faites dans le chapitre 2.

2.2. Synthèse des ondes de relâchement de contraintes

Dans le chapitre 1, nous avons présenté quatre modèles d'ouverture différents pour un site d'endommagement :

- Mott original avec rupture instantanée.
- Mott étendu avec loi d'ouverture $\varphi(u)$ de type puissance (Grady).
- Mott étendu avec propagation de l'onde $t(X)$ de degré 2 avant rupture.
- Mott étendu avec propagation de l'onde $t(X)$ de degré 4 avant rupture.

X désigne la position de l'onde et t le temps à partir de l'instant d'apparition d'un site d'endommagement. Les équations gouvernant la propagation de l'onde de relâchement de contraintes sont synthétisées dans le tableau suivant :

Modèle	Loi de propagation de l'onde avant rupture	Loi de propagation de l'onde après rupture	Ouverture critique y_c à temps de rupture τ_r minimal
Mott original	Rupture instantanée	$t = \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X^2$	$y_c = 0$
Mott étendu avec loi d'ouverture : $\varphi(u) = 1 - u^n$ (Grady)	$\begin{cases} t(X) = \tau_r \left(\frac{X}{X_r} \right)^{\frac{2-n}{n+1}} \\ \tau_r = \frac{3(n+1)\Gamma}{n(2-n)\dot{\epsilon}\sigma_Y X_r} \\ X_r = \left[\frac{3\Gamma}{n\rho\dot{\epsilon}^2} \right]^{\frac{1}{3}} \\ n = \frac{\Gamma}{\sigma_Y y_c - \Gamma} \end{cases}$	$\begin{cases} t = \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X^2 + \tau_r^* \\ \tau_r^* = \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2(2-n)} \left(\frac{n\rho\Gamma^2}{\dot{\epsilon}\sigma_Y^3} \right)^{\frac{1}{3}} \end{cases}$	$\begin{cases} n = \frac{1}{2} \\ y_c = \frac{3\Gamma}{\sigma_Y} \end{cases}$
Mott étendu avec propagation de l'onde $t(x)$ de degré 2 avant rupture	$\begin{cases} t(X) = aX + bX^2 \\ a = \frac{6\Gamma}{\sigma_Y \dot{\epsilon}} \left[\frac{3D}{2\dot{\epsilon}} \left(y_c - \frac{\Gamma}{\sigma_Y} \right) \right]^{-\frac{2}{3}} \\ b = \frac{1}{D} - \frac{a}{2X_r} \\ D = \frac{2\sigma_Y}{\rho \dot{\epsilon}} \\ X_r = \left[\frac{3D}{2\dot{\epsilon}} \left(y_c - \frac{\Gamma}{\sigma_Y} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \\ \tau_r = aX_r + bX_r^2 \end{cases}$	$\begin{cases} t = \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X^2 + \tau_r^* \\ \tau_r^* = \tau_r - \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X_r^2 \end{cases}$	$\begin{cases} a = \frac{6\Gamma}{\sigma_Y \dot{\epsilon} X_r^2} \\ y_c = \frac{\Gamma}{\sigma_Y} + \frac{2\dot{\epsilon}}{3D} X_r^3 \\ X_r = \left(\frac{3\Gamma}{\rho \dot{\epsilon}^2} \right)^{\frac{1}{3}} \end{cases}$
Mott étendu avec propagation de l'onde $t(x)$ de degré 4 avant rupture	$\begin{cases} t(X) = aX^2 + bX^4 \\ a = \frac{30\Gamma}{12\sigma_Y D \left(y_c - \frac{\Gamma}{\sigma_Y} \right)} \\ b = \frac{1}{D} - \frac{a}{2X_r^2} \\ D = \frac{2\sigma_Y}{\rho \dot{\epsilon}} \\ X_r = \left[\frac{3D}{2\dot{\epsilon}} \left(y_c - \frac{\Gamma}{\sigma_Y} \right) \right]^{\frac{2}{3}} \\ \tau_r = aX_r^2 + bX_r^4 \end{cases}$	$\begin{cases} t = \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X^2 + \tau_r^* \\ \tau_r^* = \tau_r - \frac{\rho \dot{\epsilon}}{2 \sigma_Y} X_r^2 \end{cases}$	$\begin{cases} a = \frac{15\Gamma}{4\sigma_Y \dot{\epsilon} X_r^3} + \frac{1}{D} \\ y_c = \frac{\Gamma}{\sigma_Y} + \frac{2\dot{\epsilon}}{3D} X_r^3 \\ X_r = \left(\frac{15\Gamma D}{16\sigma_Y \dot{\epsilon}} \right)^{\frac{1}{3}} \end{cases}$

tableau (4-1): Modèles de propagation des ondes de relâchement de contraintes

Il s'agit de la propagation d'une seule onde de relâchement de contraintes émanant d'un seul site d'endommagement. Les termes $\dot{\epsilon}$ et σ_Y sont la vitesse de déformation et la contrainte à l'instant d'apparition du site d'endommagement. D , a , b et n sont des constantes qui peuvent être différentes pour chaque site. X_r et τ_r désignent la position du front d'onde et le temps à rupture. τ_r^* est le temps de retard du front d'onde après rupture

par rapport au modèle initial de Mott. Γ et y_c représentent l'énergie de rupture et l'ouverture critique à rupture.

On rappelle que les modèles étendus avec énergie de rupture font appel à des paramètres supplémentaires par rapport au modèle initial de Mott. L'énergie de rupture Γ est supposée être intrinsèque au matériau. Les paramètres a , b et n caractérisent la forme de la loi d'ouverture. Ces derniers, ainsi que l'ouverture critique y_c , sont fixés si on suppose un temps minimal de rupture τ_r pour une énergie de rupture Γ donnée. Si le temps de rupture τ_r n'est pas supposé minimal, alors tous les paramètres sont fixés pour une énergie de rupture Γ et une ouverture critique y_c données. On pourra alors uniquement s'intéresser à faire varier ces deux derniers paramètres ainsi que le modèle choisi.

2.3. Modèle d'ouverture appliqué

La propagation d'une onde de relâchement de contrainte à partir d'un site d'endommagement a été établie. Pour l'instant, nous n'avons considéré qu'une seule onde. Cependant, au cours de la fragmentation d'un tore, deux ondes de relâchement se propagent de part et d'autre du site. Nous avons alors réutilisé une hypothèse initialement introduite par Grady (2006) pour représenter l'endommagement. On distingue les ouvertures à droite et à gauche du site respectivement par y_d et y_g . Ainsi, l'ouverture totale est égale à la somme de ces dernières :

$$y = y_g + y_d \quad (4-7)$$

Un site d'endommagement est alors caractérisé par une contrainte $\sigma(y)$ unique. Il y a une rupture lorsque l'ouverture y devient égale à l'ouverture critique y_c . La propagation des ondes est calculée des deux côtés. La figure (4-2) représente le modèle utilisé avec le profil de contrainte. La contrainte de la barre est $\sigma_Y(\varepsilon_p)$ et celle de la zone endommagée est $\sigma(y)$.

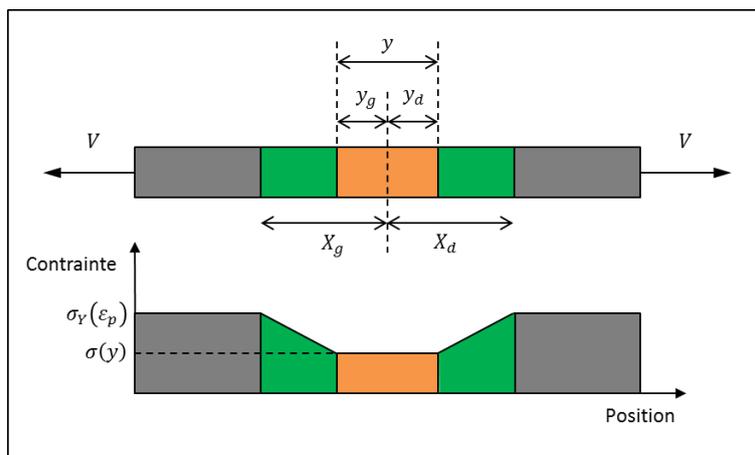


figure (4-2) : Modèle d'ouverture et profil des contraintes

Dans le chapitre 1, nous avons fait l'hypothèse, comme Mott, que la variation de la contrainte globale du tore est faible au cours de la propagation des ondes de relâchement

de contraintes. Nous avons d'ailleurs montré que cette hypothèse est acceptable pour une barre en expansion uniforme à vitesse de déformation constante. Les profils de contraintes réelle et approximée sont illustrés sur la figure (4-3). On rappelle la formule générale de propagation de l'onde pour une loi d'ouverture $\varphi(y)$ sans interaction entre différents sites :

$$\frac{dX_d^2}{dt} = -\frac{dX_g^2}{dt} = \frac{2 \sigma_Y(\varepsilon_p)}{\rho \dot{\varepsilon}} [1 - \varphi(y_d - y_g)] \quad (4-8)$$

En considérant une loi d'endommagement $\sigma(y)$ intrinsèque au matériau et ne dépendant pas de la vitesse de déformation, la prise en compte de la contrainte réelle $\sigma_Y(\varepsilon_p)$ au lieu de la contrainte initiale $\sigma_Y(\varepsilon_i)$ conduirait à une position absolue du front d'onde plus grande. Dans les simulations de fragmentation réalisées dans ce chapitre, un saut de contrainte est présent au niveau du front d'onde de relâchement. En raison des observations faites dans le chapitre 1, ce saut est négligé, mais il représente une perspective d'évolution du modèle numérique et analytique.

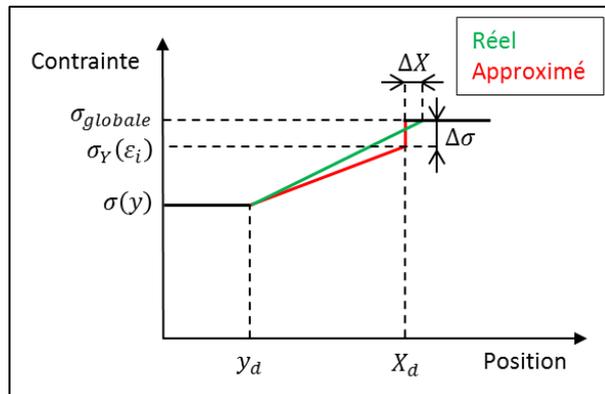


figure (4-3) : Approximation faite par l'hypothèse de contrainte constante au cours de l'endommagement

2.4. Interactions des ondes de relâchement de contraintes

Les positions des ondes de Mott et le profil de contrainte sont illustrés sur la figure (4-4) à deux instants différents pour deux sites côte à côte. La figure (a) représente le modèle initial de Mott. La rupture est instantanée, donc la contrainte est immédiatement nulle lorsque les ondes commencent à se propager. Les ondes continuent ensuite à se propager et les contraintes se relâchent. Lorsque les deux fronts d'ondes se croisent, les contraintes entre ces deux sites continuent simplement de diminuer. Plus aucun site de rupture ne peut apparaître si les contraintes diminuent. Dans le modèle initial de Mott, lorsque deux fronts ondes se rencontrent, l'éclat est donc considéré comme formé.

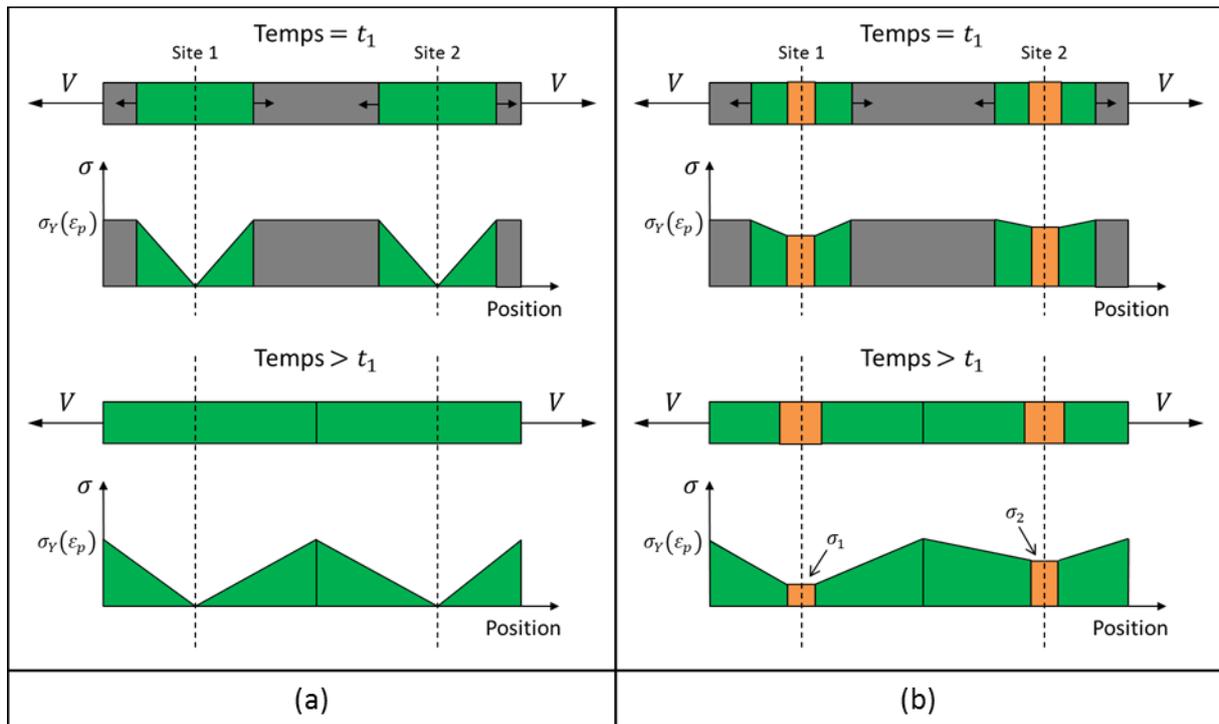


figure (4-4) : Interactions des ondes (a) Sans énergie de rupture (b) Avec énergie de rupture. Les zones parcourue par les ondes de Mott sont représentées en vertes. Les zones endommagées sont représentées en orange

La figure (4-4b) illustre la position des ondes et les profils de contraintes pour deux sites côte à côte pour un modèle avec énergie de rupture. La contrainte au niveau de chaque site décroît au cours du temps. Il peut évidemment arriver que les sites n'aient pas conduit à des ruptures lorsque les ondes de relâchement se croisent. A partir de cet instant, de manière analogue au modèle initial de Mott, plus aucun site d'endommagement ne peut apparaître quand les contraintes sont relâchées.

On a supposé dans le chapitre 1 que les zones dont les contraintes sont relâchées (en vert sur les figures, ont un mouvement de corps rigide. Lorsque deux ondes sont en contact, tout le bloc entre les deux sites devient rigide avec une certaine vitesse. Le profil de vitesse au cours du temps est représenté sur la figure (4-5). Les points rouges sont des sites d'endommagement. Les zones parcourues par les ondes de relâchement ont des mouvements de corps rigides et leurs vitesses sont égales à celles des fronts d'ondes. On observe bien ici la vitesse du bloc entre les sites lorsque les ondes se rejoignent.

Ces observations mettent en défaut l'hypothèse de Grady selon laquelle la taille minimale des fragments est égale à la distance parcourue par les ondes de relâchement à rupture. Si les sites peuvent continuer à s'endommager alors que les ondes de relâchement ont été arrêtées avant rupture, cela signifie que les fragments peuvent être plus petits que la limite de Grady. On trouve bien expérimentalement beaucoup de fragments d'une taille inférieure à cette limite.

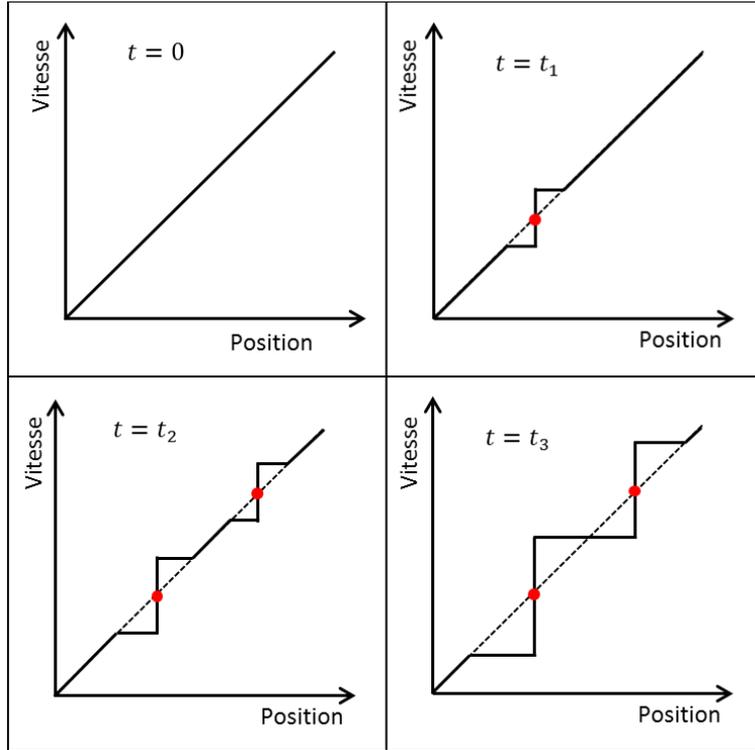


figure (4-5) : Profil de vitesse le long d'une barre en extension ou relatif à un point fixe d'un tore

Le mouvement du bloc entre deux sites est alors décrit par :

$$M_{bloc} \frac{dV_{bloc}}{dt} = S_2 \sigma_2 - S_1 \sigma_1 \quad (4-9)$$

M_{bloc} et V_{bloc} désignent la masse et la vitesse du bloc entre les deux sites d'endommagement. S_i et σ_i sont respectivement la section et la contrainte au site i . En supposant que les sections sont égales, cette relation devient :

$$\frac{dV_{bloc}}{dt} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\rho (X_2 - X_1)} \quad (4-10)$$

X_i est la position du site i . Grâce à l'expression, on peut maintenant calculer les ouvertures des sites :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\rho (X_2 - X_1)} = \frac{d^2 y_{1,d}}{dt^2} = - \frac{d^2 y_{2,g}}{dt^2} \quad (4-11)$$

$y_{i,j}$ est l'ouverture au site i du côté j (gauche pour g , droite pour d). Ainsi, même lorsque les ondes se rejoignent, l'endommagement des sites peut continuer. Rappelons que $y_{1,2}$ représentent des variables internes d'endommagement. Effectivement, l'équation (4-11) est une hypothèse forte. Pour chaque site, si la somme de l'énergie cinétique dans les blocs à gauche et à droite de celui-ci est plus grande que l'énergie de rupture nécessaire, alors il y aura bien une rupture. En revanche, si l'énergie cinétique est faible par rapport à l'énergie de rupture, l'endommagement finira par s'arrêter. Ce nouveau modèle permet donc

d'obtenir des sites d'endommagement qui n'ont pas conduit à des ruptures. Ce résultat a été observé expérimentalement depuis longtemps. Nous avons déjà identifié ce phénomène dans le chapitre 2.

2.5. Algorithme

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction de ce chapitre, il serait très complexe d'obtenir analytiquement la dispersion massique des éclats. Grady (2006) a pu proposer un modèle analytique pour le cas où les ruptures sont instantanées. Cependant, le retard dû à l'ouverture des sites d'endommagement et l'interaction des ondes compliquent grandement le problème. Comme Mott (1944) et Wesenberg et Sagartz (1977), nous avons décidé de simuler la fragmentation de plusieurs tores. Plusieurs simulations sont nécessaires en raison du caractère aléatoire de la germination. Lorsque la déformation globale est suffisante pour amorcer un site d'endommagement, on place celui-ci aléatoirement sur le tore dans une zone où les contraintes ne sont pas encore relâchées. Mott (1944) n'avait pas les outils informatiques nécessaires et n'a calculé qu'une dizaine de fragmentations. Wesenberg et Sagartz (1977) ont repris son modèle pour simuler numériquement jusqu'à mille fragmentations. Ils ont montré que ce grand nombre d'expériences est nécessaire pour approximer correctement la dispersion massique des éclats. On retrouvera par la suite un nombre d'expériences similaire pour correctement approximer la taille moyenne des éclats générés.

Le modèle numérique utilisé est schématisé sur la figure (4-6). Nous avons repris un schéma explicite avec un pas de temps constant tout au long des simulations. On impose initialement une vitesse de déformation homogène. Ensuite, pour chaque pas de temps, on calcule la vitesse et le rayon par les relations (4-3) à (4-6). Cela permet d'obtenir la déformation et la contrainte globales du tore. On rappelle la loi de comportement pour la nuance d'acier 35NCD16 utilisée :

$$\sigma_Y(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A + B\varepsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m - 1 \right] \quad (4-12)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = 890 \text{ MPa} \\ B = 370 \text{ MPa} \\ C = 15 \text{ MPa} \\ n = 0,24 \\ m = 0,21 \\ \dot{\varepsilon}_0 = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \end{cases} \quad (4-13)$$

On calcule ensuite le nombre de sites d'endommagement N_{sites} donné par :

$$\frac{dN_{sites}}{d\varepsilon} = L_0 \times f \times h(\varepsilon) \quad (4-14)$$

L_0 est le périmètre initial du tore. f désigne la fraction linéique du tore, variant de 1 à 0, où la contrainte augmente. $h(\varepsilon)$ est la loi de germination. Si un site d'endommagement doit être généré, on le positionne aléatoirement dans une partie sous contrainte.

Afin de simuler ensuite la propagation des ondes, on calcule analytiquement la toute première variation de la contrainte locale $\sigma(y)$ et l'ouverture y des sites. On fait ensuite appel à un calcul incrémental avec pour unique paramètre la loi d'ouverture $\varphi(u)$, qui a été présentée dans le chapitre 1 et qui est supposée être intrinsèque au matériau. C'est en faisant varier cette loi d'ouverture $\varphi(u)$ que l'on impose le modèle de propagation des ondes. La contrainte locale des sites d'endommagement et leurs ouvertures prennent également en compte l'interaction des ondes précédemment présentée dans ce chapitre.

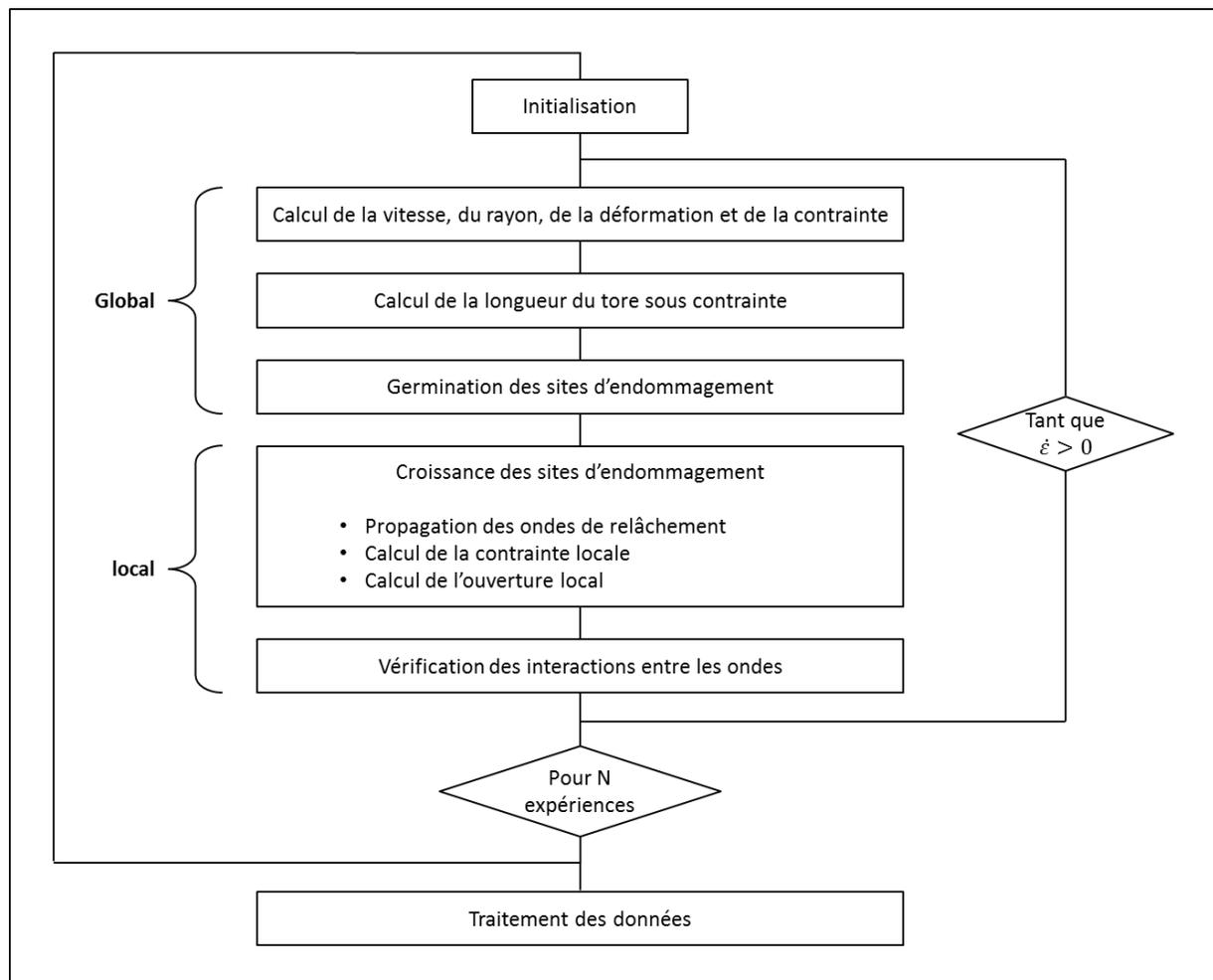


figure (4-6) : Algorithme global du modèle numérique

Pour le modèle initial de Mott, on pouvait arrêter l'expérience lorsque toutes les contraintes du tore étaient relâchées. Ici, on poursuit le calcul jusqu'à ce que la vitesse de déformation s'annule. On effectue ensuite plusieurs expériences de fragmentation de tore. Les paramètres initiaux des simulations sont présentés sur la figure (4-7). Les paramètres de simulations (pas de temps et nombre d'expériences) et le rayon initial seront fixes pour chaque cas.

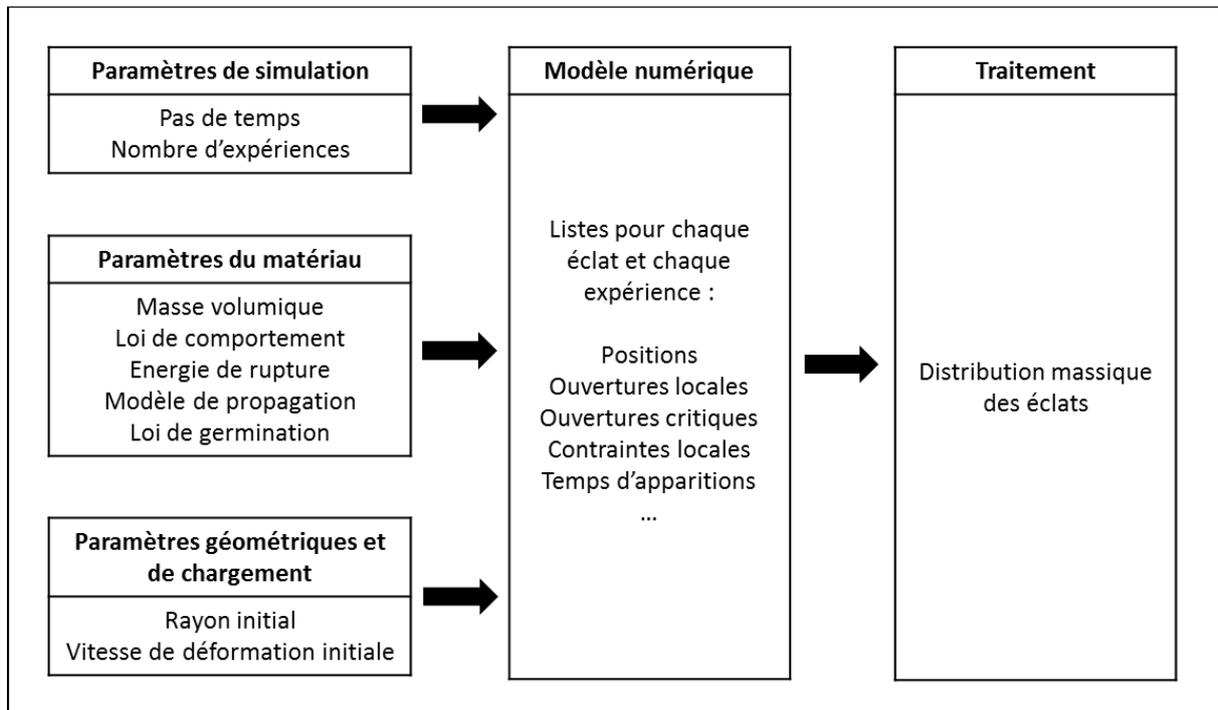


figure (4-7) : Paramètres initiaux du modèle de fragmentation

2.6. Paramètres numériques

Le pas de temps et le nombre d'expériences sont des paramètres uniquement numériques. Lorsque le pas de temps diminue ou que le nombre de tirages augmente, la moyenne et l'écart-type du nombre de fragments doivent converger vers une limite finie. Pour un pas de temps trop petit cependant, on peut s'attendre à avoir des erreurs de calculs. Cette analyse de convergence a été faite pour plusieurs cas extrêmes et intermédiaires. On fait varier les paramètres répertoriés dans le tableau (4-1).

Le pas de temps varie entre une microseconde et une nanoseconde. On fait l'hypothèse que 10 000 expériences de fragmentation de tore sont suffisantes pour obtenir une bonne approximation de la distribution massique des fragments. C'est dix fois supérieur au nombre de simulations réalisés par Wesenberg et Sagartz (1977) et ils obtenaient une bonne approximation pour des ruptures instantanées. On simule les trois modèles d'ouverture synthétisés dans le tableau (4-1) avec énergie de rupture. Pour chaque modèle, on fixe les paramètres afin d'obtenir le temps de rupture minimal. On peut considérer qu'il s'agit du cas extrême où le pas de temps à besoin d'être le plus faible. On considère également une vitesse maximale de $20\,000\text{ s}^{-1}$, i.e. le double de la vitesse de déformation utilisée par la suite. On utilise enfin la loi de germination en déformations planes qui convient à cette géométrie et ce chargement. Cela revient à 48 cas différents avec 10 000 expériences pour chaque cas, soit 480 000 expériences de fragmentation de tore au total.

Paramètres	Valeurs				Nombre de cas
Pas de temps [s]	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹	4
Nombre d'expériences	10 000				1
Masse volumique (kg/m ³)	7830				1
Loi de comportement	$\sigma_Y(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A + B\varepsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m - 1 \right]$				1
Energie de rupture Γ (J/m ²)	1	10 000	50 000	100 000	4
Modèle de propagation avant rupture	$t = \tau_r \left(\frac{X}{X_r} \right)^{\frac{2-n}{n+1}}$	$t = aX + bX^2$	$t = aX^2 + bX^4$		3
Loi de germination	Loi puissance obtenue dans le chapitre 3 en déformation planes				1
Rayon initial (cm)	3,81				1
Vitesse de déformation initiale (s ⁻¹)	20 000				1
Nombre total de cas différents					48
Nombre total de tores fragmentés					480 000

tableau (4-2) : Paramètres utilisés pour analyser la convergence des résultats

Afin d'observer la convergence des résultats, on calcule le rapport entre la moyenne du nombre de fragments obtenus pour N expériences et la moyenne du nombre de fragments obtenus pour les 10 000 expériences. Cette dernière est supposée être la moyenne réelle. On procède de manière équivalente pour l'écart-type. Les résultats des 480 000 expériences de fragmentation sont présentés sur les deux figures suivantes. La figure (4-8) illustre l'évolution de la moyenne du nombre de fragments en fonction du nombre d'expériences pour chaque pas de temps. La figure (4-9) montre l'écart-type du nombre de fragments. On observe bien une convergence de la moyenne et de l'écart-type du nombre d'éclats lorsque le nombre d'expériences augmente. Cette convergence est très rapide entre 1 et 2000 expériences, puis diminue lentement. On peut considérer qu'à partir de 2000 expériences, le nombre d'éclats et son écart-type sont correctement évalués. Ce nombre de simulations fut déjà proposé par Wesenberg et Sagartz (1977).

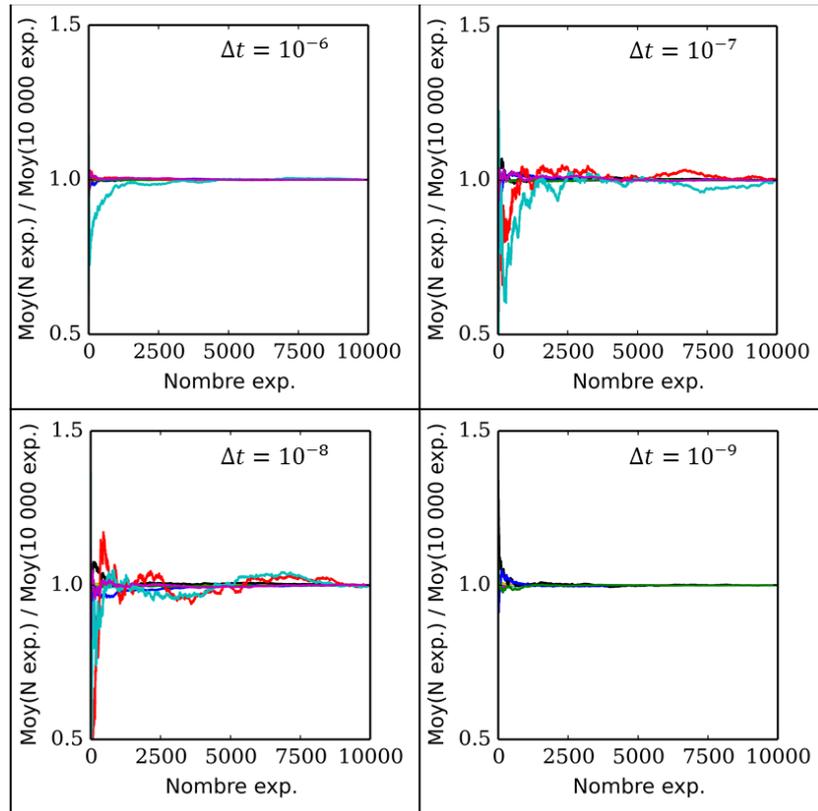


figure (4-8) : Rapport entre la moyenne pour N expériences et la moyenne pour 10 000 expériences pour différents pas de temps

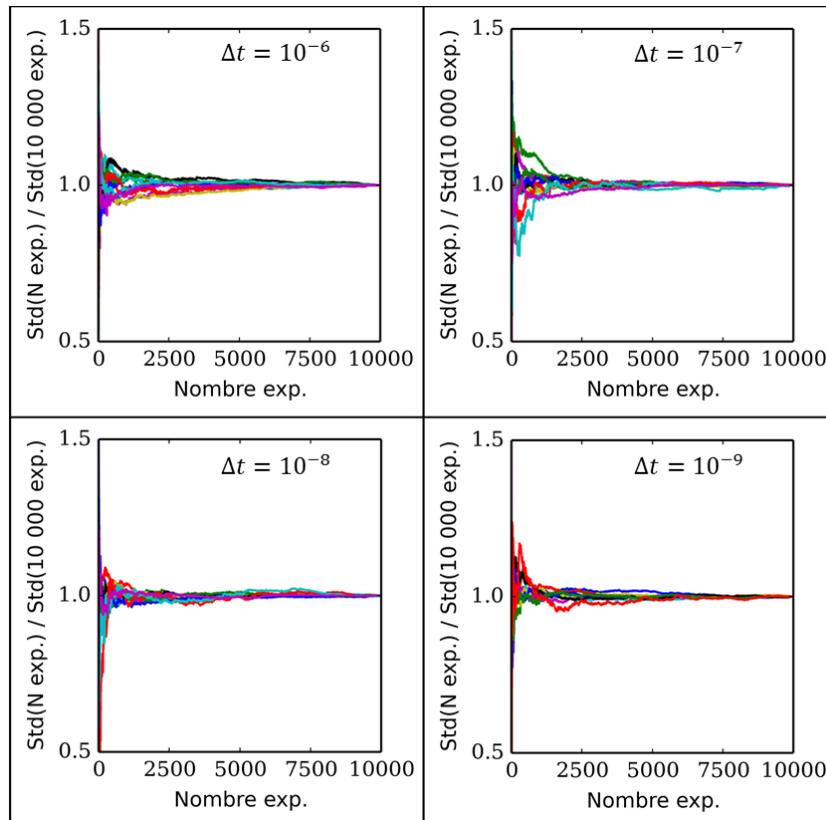


figure (4-9) : Rapport entre l'écart-type pour N expériences et l'écart-type pour 10 000 expériences pour différents pas de temps

La figure (4-10) est une superposition des figures précédentes avec les courbes des 48 cas. Chaque couleur correspond à un pas de temps différent. On observe également bien qu'à partir d'environ 2000 expériences la moyenne et l'écart-type sont corrects.

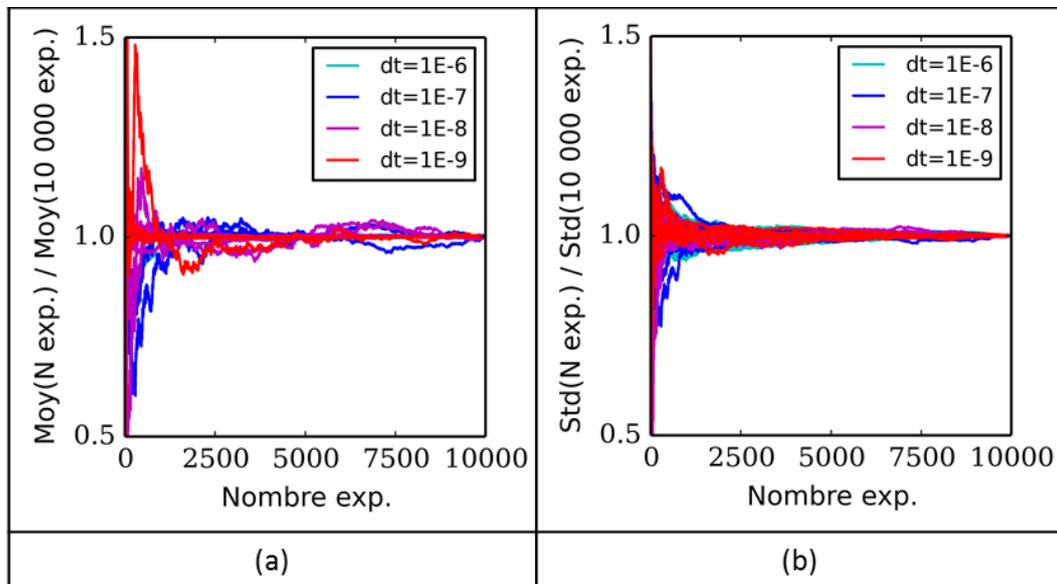


figure (4-10) : (a) Rapport entre la moyenne pour N expériences et la moyenne pour 10 000 expériences
(b) Rapport entre l'écart-type pour N expériences et l'écart-type pour 10 000 expériences

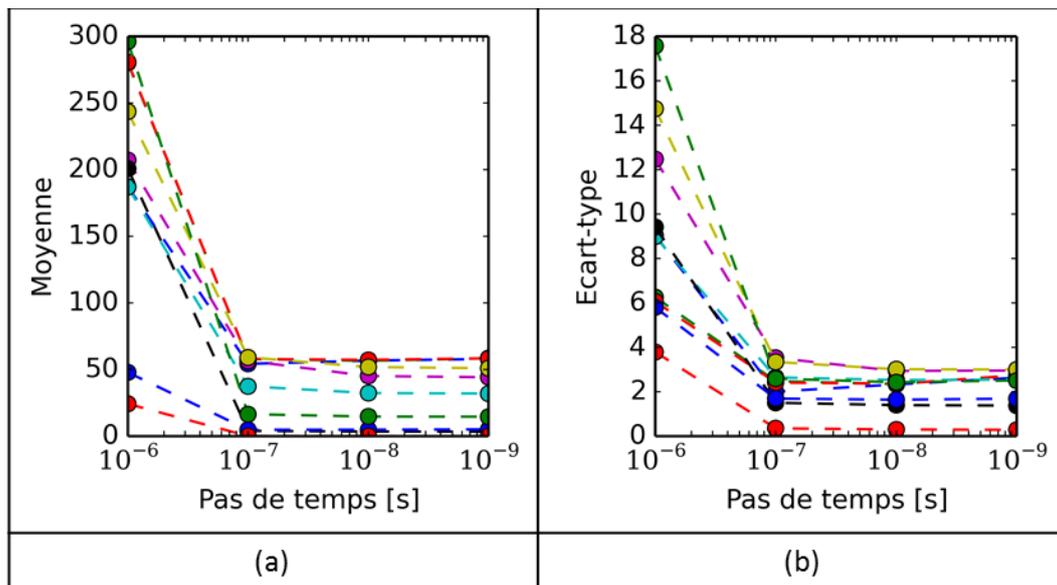


figure (4-11) : Influence du pas de temps, pour 2000 expériences de chaque configuration, sur
(a) la moyenne du nombre d'éclats
(b) l'écart-type du nombre d'éclats

A nombre de tirages suffisant, un mauvais choix du pas de temps peut conduire à une convergence vers une moyenne et un écart-type erronés. Il faut donc analyser la convergence des résultats en fonction du pas de temps. L'influence de celui-ci est présentée sur figure (4-11). Que ce soit pour la moyenne (figure (4-11a)) ou l'écart-type (figure (4-11b)), on observe une bonne approximation à partir d'un pas de temps de 10^{-7} secondes. On rappelle que les différentes courbes illustrées correspondent à chaque configuration. Ici

on fait varier l'énergie de rupture entre 1 et 100 000 J/m^2 pour trois modèles d'ouverture. Dans la suite, on fixe le nombre d'expériences de fragmentations de tores à 2000 et le pas de temps à 10^{-7} secondes.

3. Influence de la loi de germination

3.1. Dispersion massique des éclats

Après avoir fixés le nombre de tirages et le pas de temps, nous pouvons étudier l'influence des différents paramètres physiques qui interviennent dans le processus de fragmentation. En premier, nous analyserons l'influence de la loi de germination $h(\varepsilon)$. Nous considérerons quatre lois de germination différentes (tableau (4-3)) pour chaque modèle d'ouverture et pour deux énergies de rupture opposées (tableau (4-4)).

Modèle	Forme	Paramètres		
		A	B	ε_c
Mott « théorique »	<u>Exponentielle :</u>	$2,583 \times 10^{-1}$	34,1	0,16
Mott « expérimental »	$\left\{ \begin{array}{l} h(\varepsilon) = A \exp(B\varepsilon) \\ \varepsilon_c = \frac{1}{B} \left[\ln\left(\frac{B}{A}\right) - 0,5772 \right] \end{array} \right.$	$4,451 \times 10^{-6}$	110	0,16
Déformations planes	<u>Puissance :</u>	$6,165 \times 10^{10}$	5,55	0,08
Contraintes planes	$h(\varepsilon) = A (\varepsilon - \varepsilon_c)^B$	$4,528 \times 10^8$	3,35	0,06

tableau (4-3) : Différentes lois de germination

Paramètres	Valeurs			Nombre de cas	
Pas de temps [s]	10 ⁻⁷			1	
Nombre d'expériences	2 000			1	
Masse volumique (kg/m ³)	7830			1	
Loi de comportement	$\sigma_Y(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = A + B\varepsilon^n + C \left[\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m - 1 \right]$			1	
Energie de rupture Γ (J/m ²)	1	60 000		2	
Modèle de propagation avant rupture	$t = \tau_r \left(\frac{X}{X_r} \right)^{\frac{2-n}{n+1}}$			1	
Loi de germination	Mott théorique	Mott expérimental	Déformations planes	Contraintes planes	4
Rayon initial (cm)	3,81			1	
Vitesse de déformation initiale (s ⁻¹)	10 000			1	
Nombre total de cas différents				8	
Nombre total de tores fragmentés				16 000	

tableau (4-4) : Paramètres utilisés pour étudier l'influence de la loi de germination

Pour décrire la germination Mott (1943) considère une distribution de N_s hétérogénéités par unité de volume. Mott fait l'hypothèse que les hétérogénéités se comportent comme des défauts de Griffith. La déformation à rupture ε_r est donnée par :

$$\varepsilon_r = \frac{K}{c^{1/2}} \quad (4-15)$$

c désigne la taille du défaut. K est une constante. Mott a estimé le nombre de points singuliers N_s à environ 10¹⁵. Il a ainsi approximé le paramètre B de la loi de germination par :

$$B = \frac{160 P_2}{(1 - \varepsilon_r) \sigma_Y(\varepsilon_r)} \quad (4-16)$$

$\sigma_Y(\varepsilon_r)$ est la contrainte à rupture. Mott considère un écrouissage linéaire (limite d'élasticité P_1 et pente P_2). Pour une loi de germination de la forme $h(\varepsilon) = A \exp(B\varepsilon)$, Mott a déterminé la déformation moyenne d'apparition des sites $\bar{\varepsilon}_r$:

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{1}{B} \left[\ln \left(\frac{B}{A} \right) - 0,5772 \right] \quad (4-17)$$

Si l'on connaît la loi de comportement jusqu'à rupture, les expressions (4-16) et (4-17) déterminent la loi de germination de défauts :

$$h(\varepsilon) = \frac{160 P_2}{(1 - \varepsilon_r) \sigma_Y(\varepsilon_r)} \exp \left[\frac{160 P_2 (\varepsilon - \varepsilon_r)}{(1 - \varepsilon_r) \sigma_Y(\varepsilon_r)} - 0,5772 \right] \quad (4-18)$$

Les coefficients P_1 et P_2 ont été approximé à partir de la loi de comportement réelle obtenue pour l'acier 35NCD16 à une vitesse de déformation de $10\,000\text{ s}^{-1}$. Ces coefficients valent alors respectivement 1560 et 400 MPa. La déformation à rupture avait été évaluée à environ 16% dans les chapitres précédents. Pour ce modèle de Mott que nous appellerons « théorique », les paramètres de la loi de germination A et B sont respectivement égaux à $2,583 \times 10^{-1}$ et 34,1.

Mott avait également déterminé les paramètres de germination à partir des résultats expérimentaux de fragmentations de corps de bombes. Les paramètres A et B du modèle Mott calés sur des résultats expérimentaux valent respectivement $4,451 \times 10^{-6}$ et 110. D'après Mott, ces valeurs décrivent de manière générale la germination dans un acier avec une teneur en carbone de $0,4\%_{\text{massique}}$. Cette teneur en carbone correspond bien à celle de l'acier 35NCD16. Le paramètre B serait égal à 230 d'après les observations de Mott pour un acier avec une teneur en carbone de $0,7\%_{\text{massique}}$.

On comparera ces résultats à ceux obtenus dans le chapitre précédent en déformations et contraintes planes. Les paramètres des différents modèles sont présentés dans le tableau (4-3) et les courbes sont illustrées sur la figure (4-12). Il est intéressant d'observer que la forme de la loi de germination pour Mott « expérimental » semble très similaire aux lois obtenues à partir des simulations en déformations et contraintes planes. Ces trois courbes sont uniquement décalées sur l'axe des déformations. Notre modèle de germination basé sur l'analyse des localisations des déformations est proche des résultats expérimentaux de Mott.

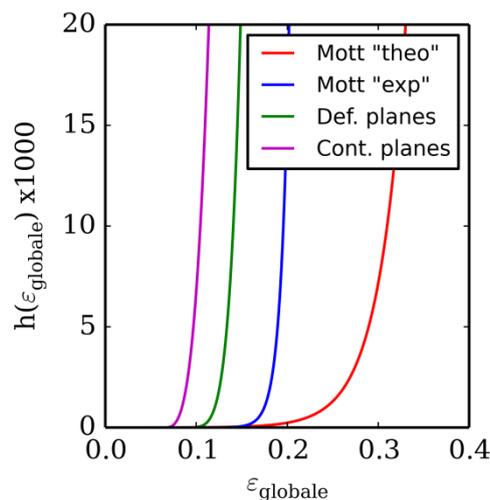


figure (4-12) : Différentes lois de germination

Les paramètres retenus pour les simulations sont présentés dans le tableau (4-4). On teste huit configurations différentes correspond à 16 000 simulations de fragmentations de tores. Pour l'instant, on utilise le modèle d'ouverture de type puissance avec le paramètre

de forme n égal à 0,5. Cela correspond au modèle énergétique de Grady avec une loi d'ouverture linéaire et un temps minimal d'ouverture. On verra par la suite l'influence du choix du modèle.

Numéro de la loi	Forme
1	<p><u>Loi de Weibull :</u></p> $p(x) = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^a\right]$
2	<p><u>Loi de Weibull modifiée :</u></p> $p(x) = a x^b \exp\left[-\left(\frac{x}{d}\right)^c\right]$
3	<p><u>Loi puissance :</u></p> $p(x) = a x^b (1 - x)^c$

tableau (4-5) : Lois utilisées pour l'approximation de la densité massique des éclats

La figure (4-13) présente l'influence de la loi de germination sur les distributions massiques des éclats pour le modèle sans énergie de rupture ($\Gamma = 1 J/m^2$). Les résultats correspondant au modèle avec énergie de rupture ($\Gamma = 60 kJ/m^2$) sont présentés sur la figure (4-14). La distribution simulée est présentée sous la forme discrète. Les approximations basées sur les trois lois statistiques du tableau (4-5) sont représentées en continu. Pour obtenir les histogrammes présentés, on définit plusieurs classes de masses. Chaque classe représente un centième de la masse totale du tore. On place chaque fragment obtenu dans les 2000 simulations dans sa classe de masse. On trace la probabilité discrète $p(M/M_{tot})$ en fonction de la masse de l'éclat M adimensionnalisé par la masse totale du tore M_{tot} . L'intégrale de cette loi discrète est égale à 1. On approxime ensuite chaque loi statistique du tableau précédent par la méthode des moindres carrés.

Avant d'étudier l'influence des paramètres, on remarque que la loi « 2 » est la meilleure approximation obtenue pour chaque histogramme. Il s'agit d'une loi de Weibull modifiée dont les exposants des parties puissance, pour x petit, et exponentielle, pour x grand, sont indépendants. En effet, on observe une distribution d'éclat déjà bien connue, mais souvent approximée par une loi de Weibull. La distribution pour les masses les plus grandes ne semblent cependant pas correctement approximée par la loi de Weibull. La figure (4-15) montre plus précisément la queue de distribution. Cette partie de la distribution est essentielle dans la définition des zones de sécurité autour des corps de bombes et correspond aux probabilités les plus faibles. Cette partie alors très difficile à évaluer empiriquement.

On aurait pu s'attendre plutôt à une loi de Poisson couramment utilisée pour les phénomènes de ruptures aléatoires. C'est d'ailleurs la forme qu'obtenait Lienau (1936) qui se basait sur un modèle purement statistique. D'après Lienau (1939) la distribution massique

des éclats d'une barre infinie qui se fragmente indéfiniment sera une loi de Poisson. Le modèle physique montre cependant une distribution bien différente.

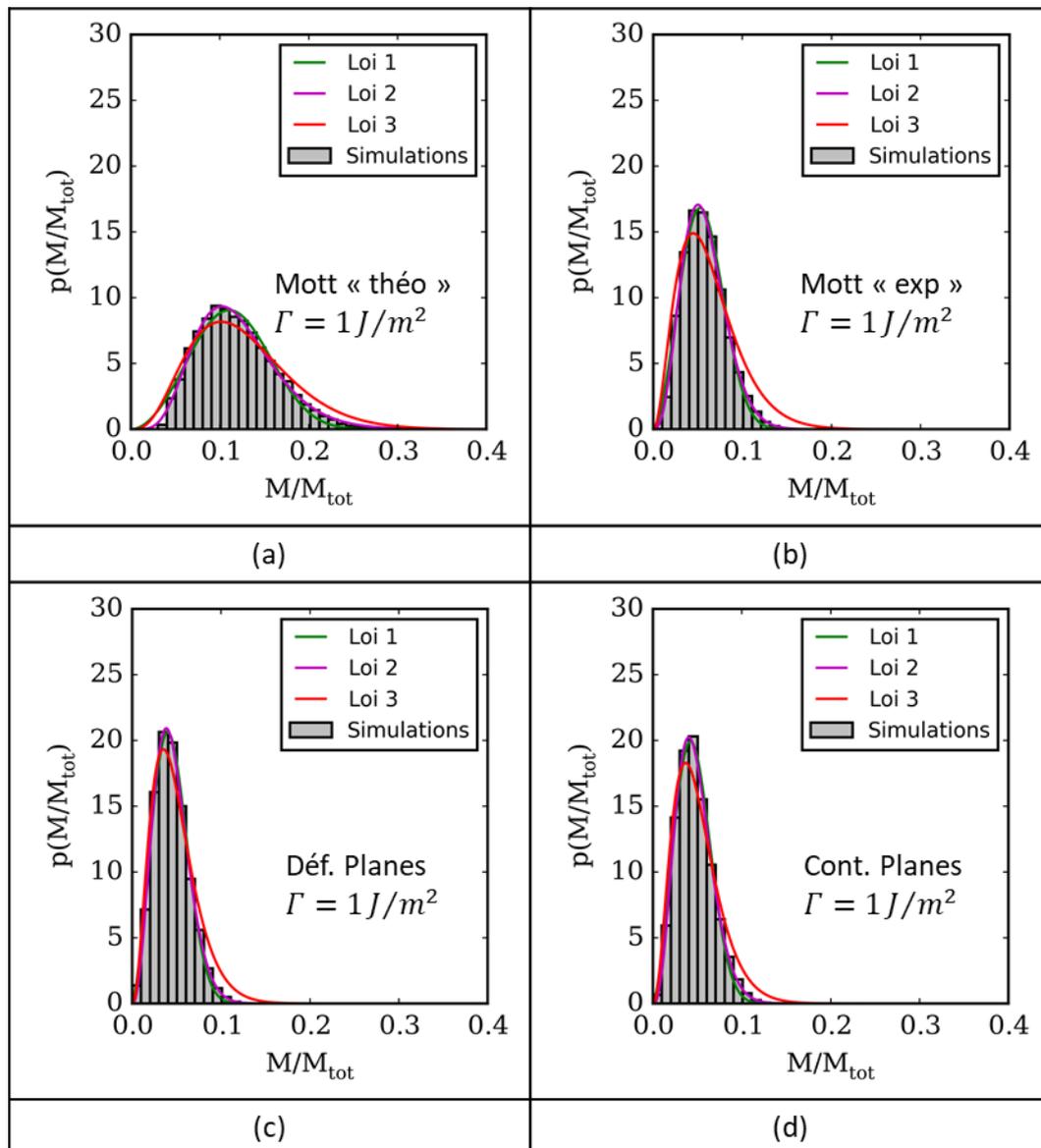


figure (4-13) : Distributions massiques des éclats pour différentes lois de germination sans énergie de rupture
 (a) Mott « théorique », (b) Mott « expérimental »,
 (c) Nouvelle loi en déformations planes, (d) Nouvelle loi en contraintes planes

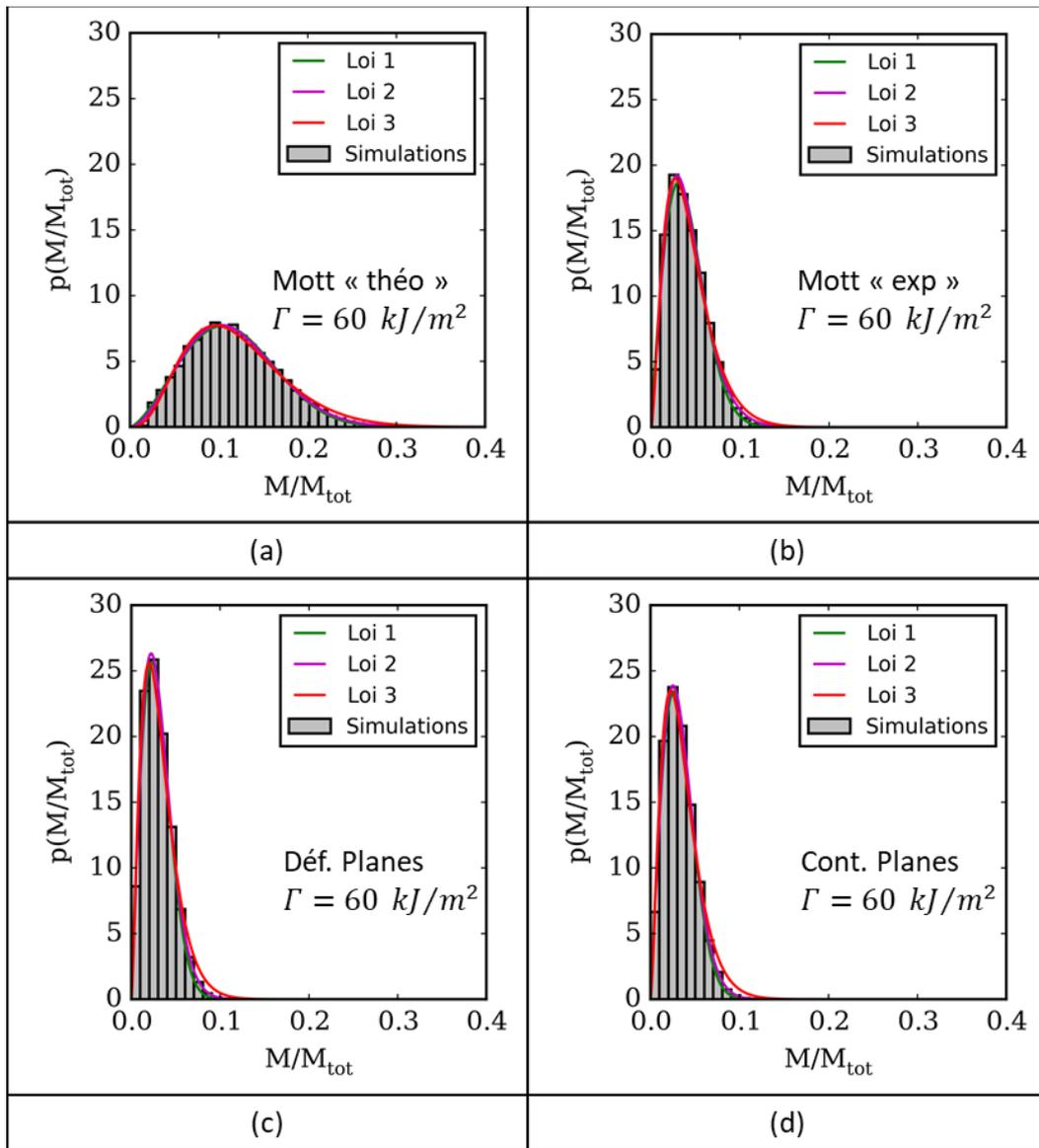


figure (4-14) : Distributions massiques des éclats pour différentes lois de germination avec énergie de rupture
 (a) Mott « théorique », (b) Mott « expérimental »,
 (c) Nouvelle loi en déformations planes, (d) Nouvelle loi en contraintes planes

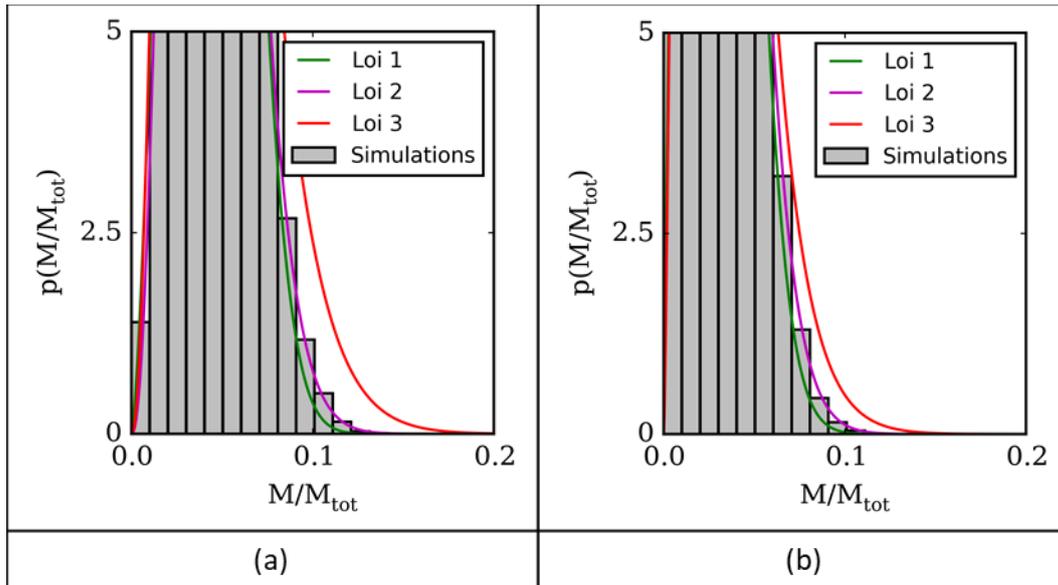


figure (4-15) : Zoom sur l'approximation de la distribution massique des éclats par différentes lois
 (a) Loi de germination en déformations planes sans énergie de rupture,
 (b) Loi de germination en déformations planes avec énergie de rupture

Par la suite, on ne représentera pas l'histogramme exact obtenu à partir des simulations numériques, mais uniquement la loi de Weibull modifiée qui l'approxime. La figure (4-16) synthétise les courbes précédentes et montre l'influence de la loi de germination. Il est intéressant d'observer que les distributions massiques des éclats correspondant aux nouvelles lois de germination sont quasiment similaires sans et avec énergie de rupture. Ces lois de germination se caractérisent par des formes identiques, mais décalées en déformation. Ainsi la déformation globale d'apparition de sites d'endommagement n'influence pas la distribution des éclats dans le domaine observé si l'écroutissage du matériau reste identique.

En revanche, pour les modèles de Mott, on observe des distributions un peu plus différentes. Certes Les sites d'endommagement apparaissent plus tôt en contraintes planes et en déformations planes, mais cette explication n'est pas suffisante. Ici les simulations sont réalisées à énergie de rupture constante et à temps de rupture minimal. Lorsque la contrainte à l'initiation de rupture diminue, l'endommagement critique γ_c augmente. La germination croît très vite en fonction de la déformation et la plupart des sites d'endommagement sont générés en fin de fragmentation. Ces sites ont plus de facilité à rompre si la valeur critique γ_c est faible. Cela explique pourquoi on observe des fragments se formant plus tôt, plus grands et moins nombreux pour le modèle de Mott « théorique ».

Il est intéressant d'observer que la courbe obtenue par le modèle de Mott « expérimental », dont la loi de germination a été approximée à partir d'expériences réelles, est beaucoup plus proche de notre modèle physique que le cas de Mott « théorique ».

Excepté pour le modèle de Mott « théorique », les modes des distributions semblent environ divisés par deux lorsque l'énergie de rupture varie de 1 J/m^2 à 60 kJ/m^2 . Cela pourrait s'expliquer de la même manière que précédemment. Il s'agit de la loi de germination dont la déformation d'initiation est la plus grande. Puisque l'endommagement

critique y_c diminue lorsque la contrainte d'initiation est grande, pour une déformation d'initiation suffisamment grande, l'endommagement critique peut devenir négligeable.

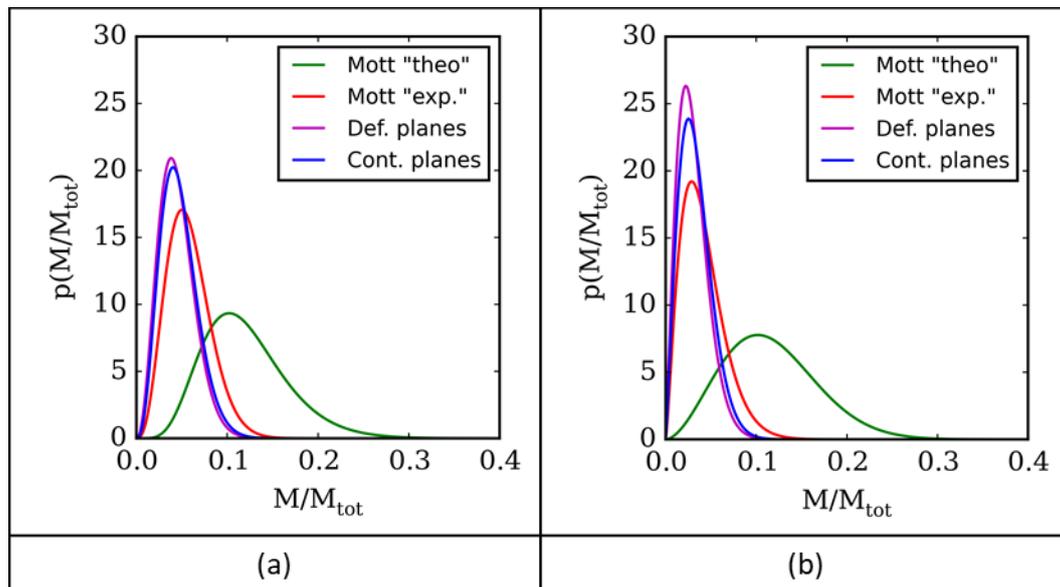


figure (4-16) : Distribution massique des éclats pour une loi d'ouverture de type puissance ($n=0,5$),
 (a) Energie de rupture égale à 1 J/m^2 , (b) Energie de rupture égale à 60 kJ/m^2

La figure (4-17) présente plus clairement l'influence de l'énergie de rupture pour chaque loi de germination. L'augmentation de l'énergie de rupture correspond toujours à une diminution de la masse moyenne des éclats. Cependant, le phénomène est complexe et doit être détaillé pour chaque cas. Il faut prendre en compte la forme de la loi de germination, l'instant d'apparition des sites, la loi de propagation des ondes de relâchement, l'endommagement critique, etc. Ce sont des paramètres qui seront analysés par la suite. Dans un premier temps on peut déjà faire une observation très importante : La distribution massique des éclats est très fortement influencée par l'énergie de rupture et la loi de germination. La détermination de ces paramètres est donc primordiale dans les études de fragmentation.

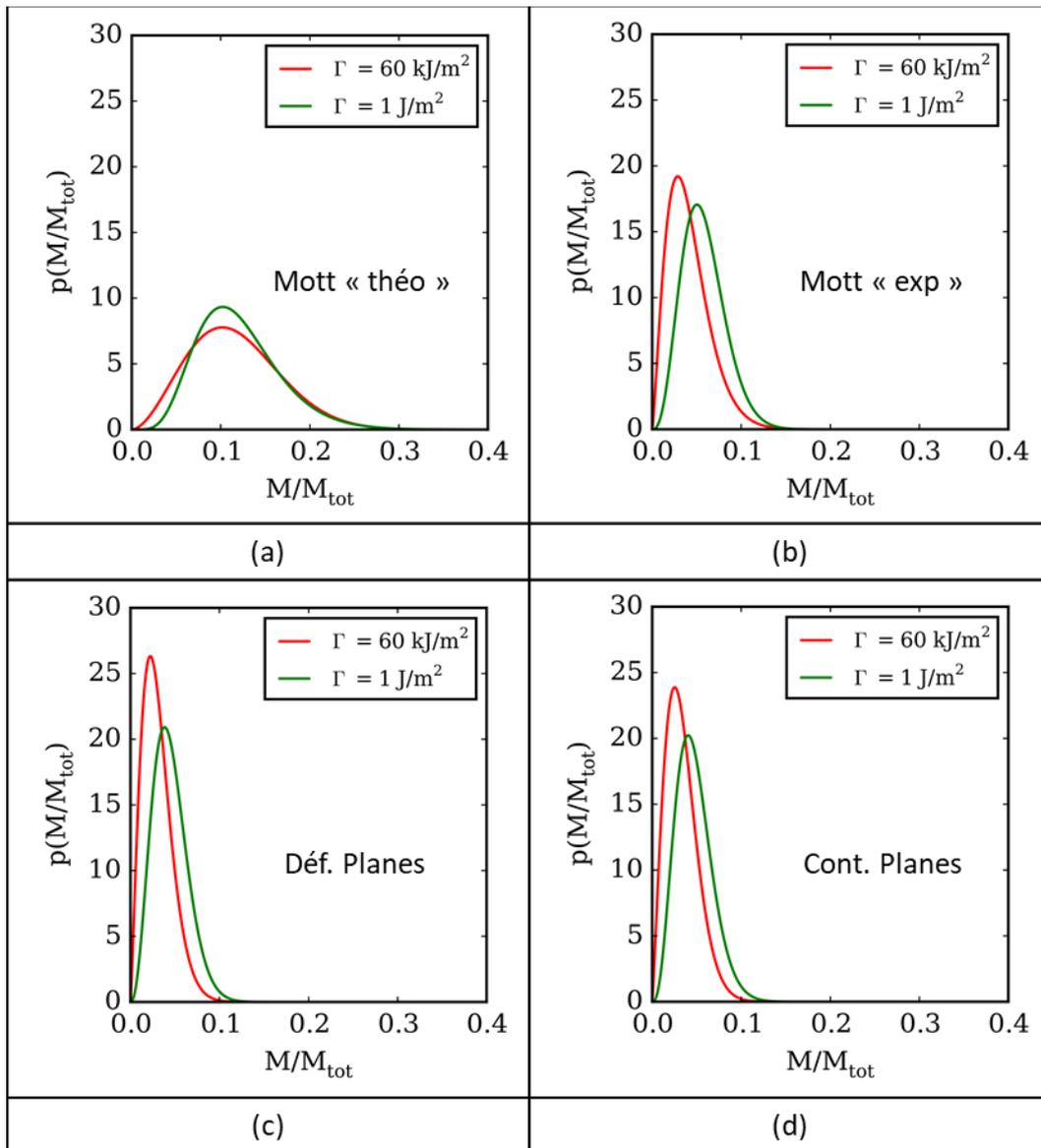


figure (4-17) : Influence de l'énergie de rupture pour chaque modèle de germination avec une loi d'ouverture de type puissance ($n=0,5$),
 (a) Mott théorique, (b) Mott expérimental,
 (c) Loi obtenue en déformations planes, (d) Loi obtenue en contraintes planes

3.2. Distribution du nombre moyen d'éclats

Les distributions du nombre de fragments sont présentées sur la figure (4-18) pour les cas sans énergie de rupture et sur la figure (4-19) pour une énergie de rupture de 60 kJ/m^2 . Les distributions du nombre de fragments sont très bien représentées par une gaussienne. On observe des écart-types relativement faibles par rapport aux moyennes (autour de 10% de la moyenne) lorsque l'énergie de rupture est faible. Il s'agit d'un résultat particulièrement important car il signifie que seulement quelques essais sont finalement nécessaires pour obtenir une bonne approximation du nombre d'éclats moyen. En revanche, l'écart-type augmente lorsque l'énergie de rupture augmente. Un plus grand nombre d'essais est alors nécessaire pour approximer correctement la distribution massique.

La figure (4-20) montre la distribution du nombre d'éclats en fonction de la loi de germination et l'énergie de rupture. Le nombre moyen d'éclats est dépendant de la dispersion massique. Evidemment plus la masse moyenne des éclats est grande, plus le nombre moyen de fragments est faible.

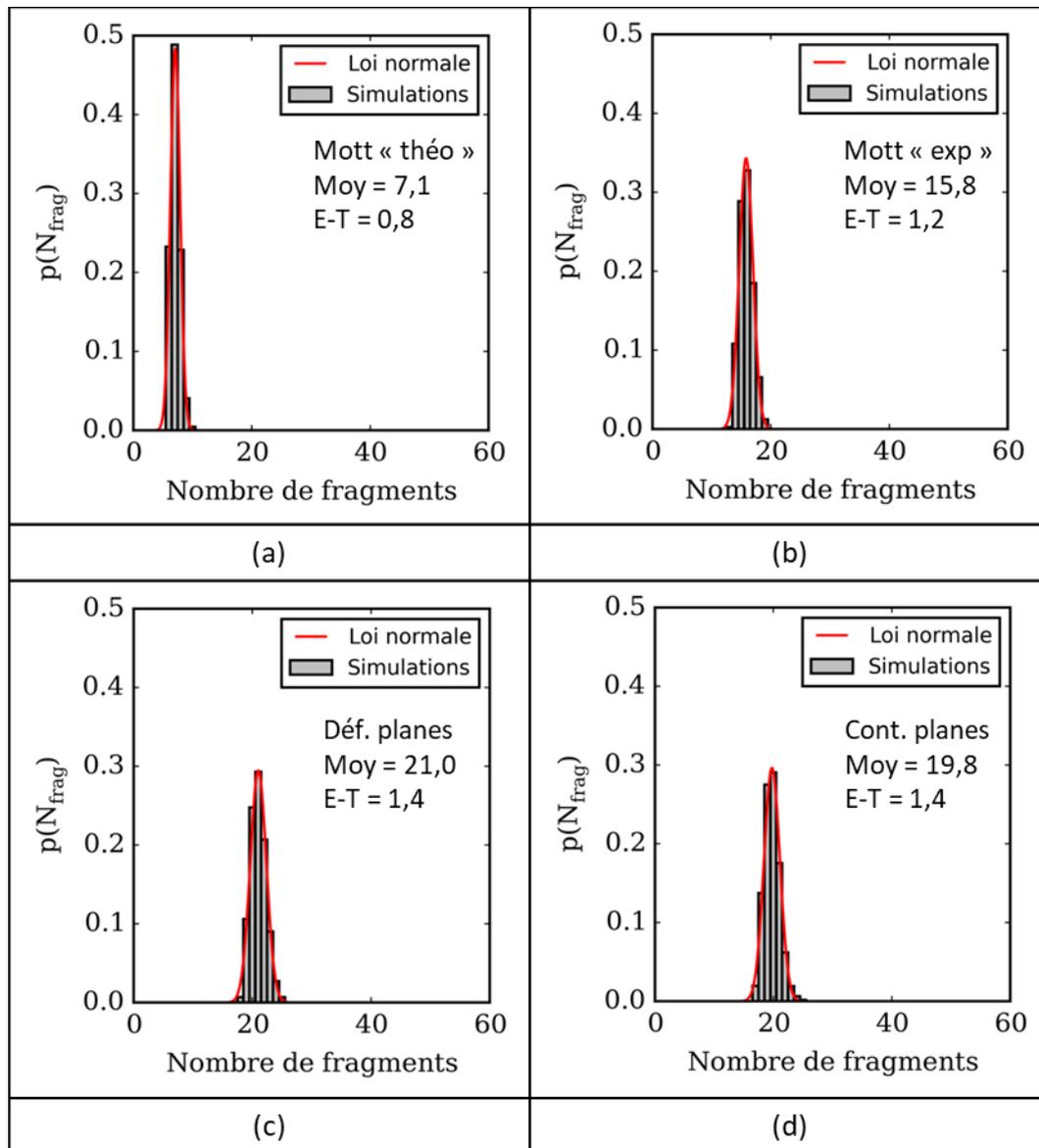


figure (4-18) : Dispersion du nombre de fragments pour différentes lois de germination avec une loi d'ouverture de type puissance ($n=0,5$) et une énergie de rupture égale à 1 J/m^2
 (a) Mott théorique, (b) Mott expérimental,
 (c) Loi obtenue en déformations planes, (d) Loi obtenue en contraintes planes

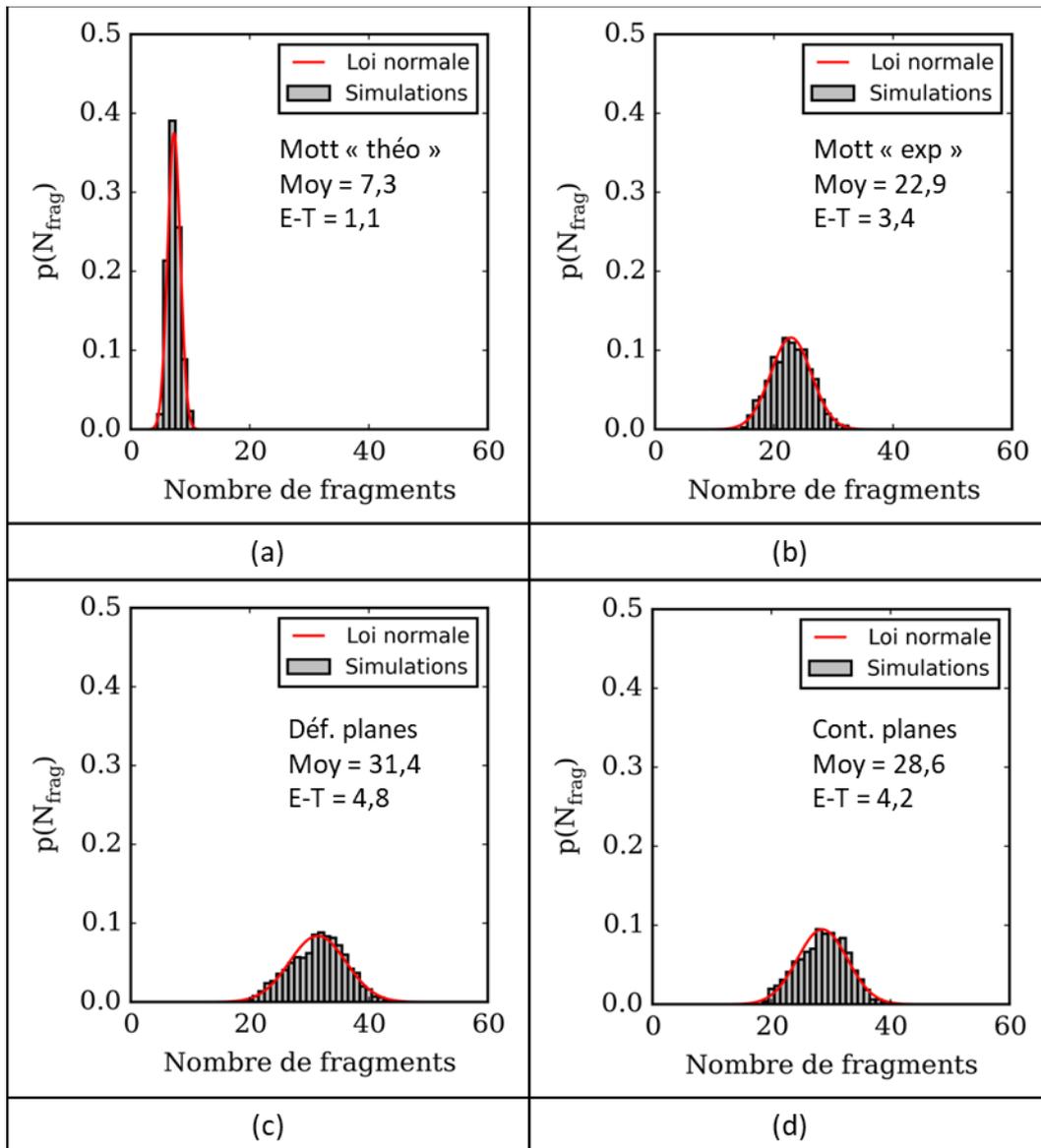


figure (4-19) : Dispersion du nombre de fragments pour différentes lois de germination avec une loi d'ouverture de type puissance ($n=0,5$) et une énergie de rupture égale à 60 kJ/m^2
 (a) Mott théorique, (b) Mott expérimental,
 (c) Loi obtenue en déformations planes, (d) Loi obtenue en contraintes planes

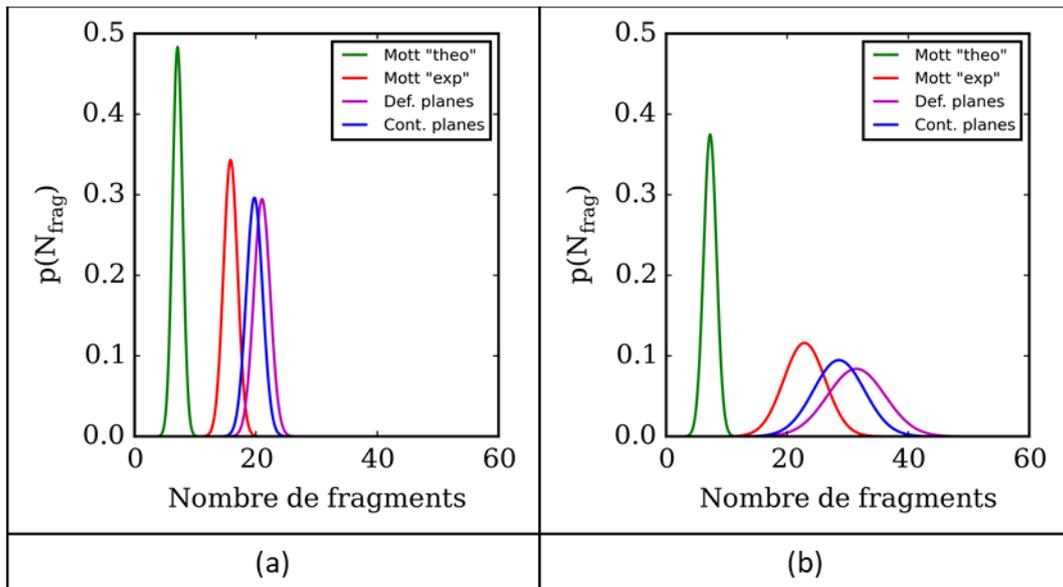


figure (4-20) : Influence de la loi degermination sur la distribution du nombre d'éclats pour une loi d'ouverture de type puissance ($n=0,5$),

(a) Energie de rupture égale à 1 J/m^2 , (b) Energie de rupture égale à 60 kJ/m^2

4. Influence de la loi d'ouverture

Nous avons présenté quatre modèles d'ouvertures différents : instantanée (Mott), loi puissance (Grady), loi $t(X)$ du 2^{ème} degré et loi $t(X)$ du 4^{ème} degré. La figure (4-21) présente l'influence de la loi d'endommagement pour une énergie de rupture de 60 kJ/m^2 pour un temps de rupture minimal. On peut immédiatement observer des différences marquées suivant la loi d'endommagement choisi et l'état de contrainte. L'état de contrainte influence essentiellement la loi d'ouverture de type puissance. Les nouvelles lois que nous avons introduites ne semblent pas fortement influencées pour les cas présentés. Ce phénomène peut être également observé sur les densités de probabilité cumulées de la figure (4-22). On remarque sur cette même figure que 95% de fragments ont des masses inférieures à 6% de la masse totale pour la loi puissance, 4% pour la loi $t(X)$ du 2^{ème} degré et 7% pour la loi $t(X)$ du 4^{ème} degré. Ce résultat semble logique, puisque lorsque la durée de rupture par site diminue, de plus en plus de sites d'endommagement ont le temps de rompre. Comme la loi de germination croît fortement, cela conduit à la formation de fragments de plus en plus petits.

D'un côté, la propagation des ondes de relâchement de contraintes est plus rapide dans le modèle du 4^{ème} degré, que pour les autres lois d'endommagement. Cela conduit à une proportion de la barre sous contrainte plus faible pour le modèle du 4^{ème} degré. Pour une loi de germination identique, un plus grand nombre de sites apparaîtront alors dans les autres modèles. En contrepartie, les sites générés pour le modèle du 4^{ème} degré ont plus de facilité à atteindre la limite critique d'endommagement. On remarque ici que, dans le domaine observé, le temps de rupture minimal influence fortement la distribution massique des éclats. Bien qu'un plus grand nombre de sites d'endommagement apparaissent quand la

propagation des ondes de relâchement ralentie, le temps minimal de rupture semble contrôler la fragmentation.

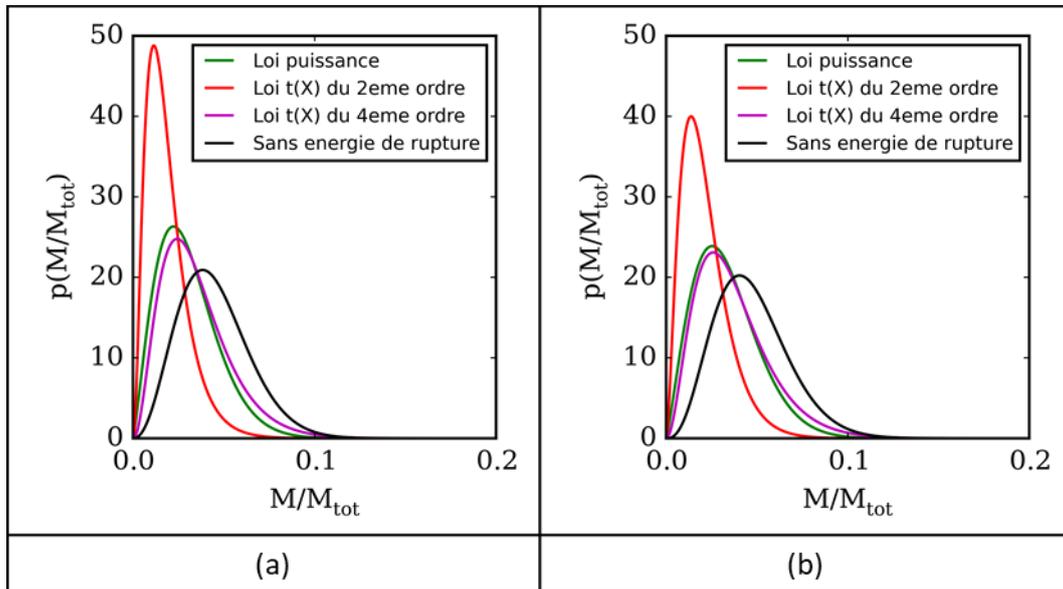


figure (4-21) : Influence du modèle d'endommagement pour un temps d'ouverture minimal
(a) Déformations planes, (b) Contraintes planes

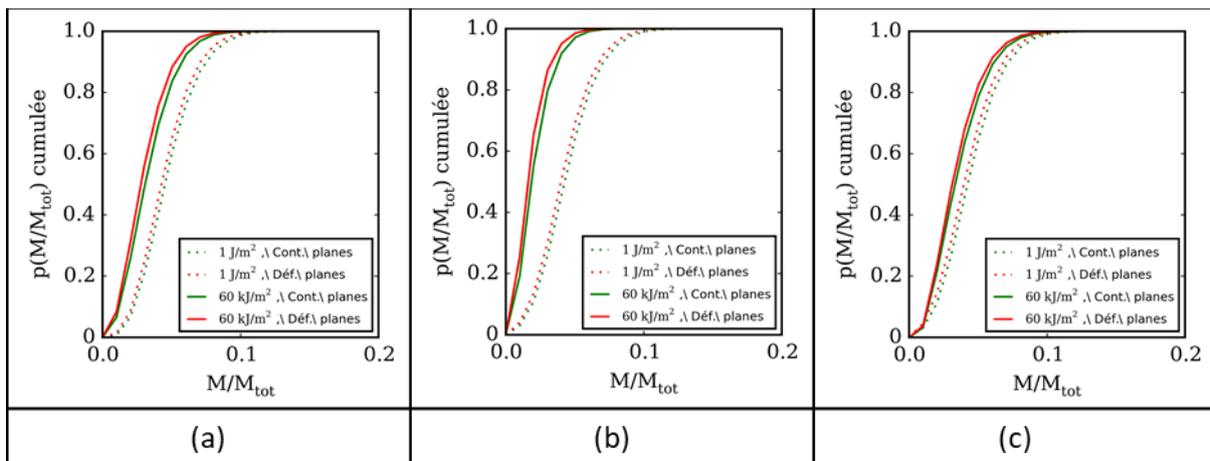


figure (4-22) : Distribution massique cumulée des éclats
(a) Loi puissance, (b) Loi t(X) du 2^{ème} degré, (c) Loi t(X) du 4^{ème} degré

On observe d'ailleurs sur la figure (4-23) et le tableau (4-6) que si l'endommagement critique γ_c est identique pour chaque loi d'endommagement, le modèle du 4^{ème} ordre génère le moins de fragments. Alors qu'à temps de rupture minimal, il génère le plus de fragments. Il a alors un comportement complexe en fonction du temps de rupture et de la forme de la propagation des ondes de relâchement.

Sur la figure (4-23), l'endommagement critique γ_c varie entre 120 et 420 μm . Pour une loi d'ouverture de type puissance (Grady), cela correspond à un exposant n variant respectivement de 0,5 à 0,1 pour une contrainte σ_y de 1600 MPa et une énergie de rupture Γ de 60 kJ/m^2 . La contrainte a été choisie en se basant sur la contrainte moyenne à rupture en déformation planes. L'énergie de rupture est constante. Cela signifie que la vitesse de

propagation initiale des ondes diminue lorsque l'endommagement critique y_c augmente. Il est important de préciser qu'un endommagement critique de $120 \mu m$ ne correspond pas au temps minimal pour chaque cas.

La figure (4-23) montre les nombres moyens des sites d'endommagements et de rupture. On observe que dans ce domaine d'ouvertures, les nombres de sites sont toujours inférieurs en contraintes planes qu'en déformation planes. Les cas en contraintes planes semblent alors définir une limite inférieure du nombre moyen de fragments. A seuils critiques y_c identiques, plus la déformation d'initiation de l'endommagement est faible, plus les sites apparaîtront tôt et seront espacés. Plus le seuil critique y_c sera grand et plus la différence de déformation d'initiation sera faible. C'est exactement le comportement observé pour les sites d'endommagement sur les figures (a) et (b). On observe que nombre moyen et l'écart-type des sites d'endommagement diminue de moins en moins quand y_c augmente. Il semble d'ailleurs constant pour le modèle d'ouverture $t(X)$ du 4^{ème} degré. Le ratio entre les nombres d'endommagements et de ruptures diminue pour chaque loi d'endommagement lorsque y_c augmente.

L'effet sur les sites de ruptures est plus complexe, mais on peut remarquer que le nombre moyen d'éclats diminue quand l'endommagement critique y_c augmente. La figure (4-24) présente les distributions massiques entre les sites d'endommagements. La figure (4-25) montre les distributions pour les sites de ruptures. Les modèles sans endommagements sont également représentés. Ceux-ci constituent parfois une limite supérieure ou inférieure en fonction de l'état de contrainte pour les distributions des sites d'endommagements. Cependant, l'influence est plus complexe pour les sites de rupture. On peut remarquer cependant que le modèle sans endommagement semble être une limite bien définie pour une loi d'ouverture $t(X)$ du 4^{ème} degré. Cette loi se rapproche le plus du modèle de Mott original en début d'endommagement.

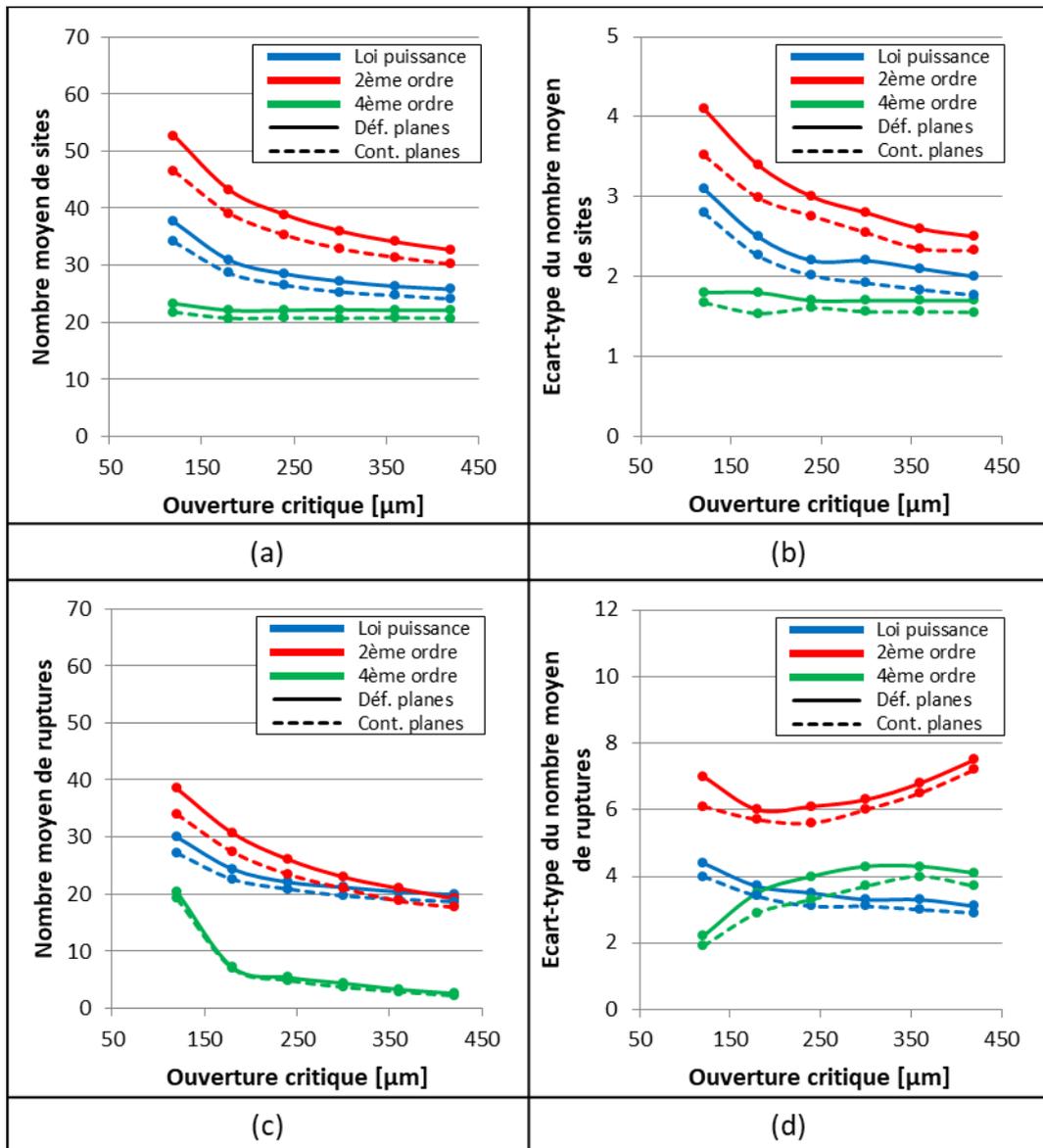


figure (4-23) : Influence de l'endommagement critique sur les sites d'endommagements et de ruptures générés

Etat de contraintes de la loi de germination	Loi d'ouverture	Ouverture critique [μm]	Moyenne du nombre de ruptures	Ecart-type du nombre de ruptures	Moyenne du nombre de sites	Ecart-type du nombre de sites	Ratio entre sites de ruptures et endommagement	
Déformations planes	Rupture instantanée	0	21,0	1,4	21,0	1,4	100,0	
	Loi puissance	120	30,0	4,4	37,6	3,1	79,8	
		180	24,4	3,7	30,9	2,5	78,9	
		240	22,1	3,5	28,5	2,2	77,5	
		300	21,2	3,3	27,2	2,2	77,9	
		360	20,4	3,3	26,3	2,1	77,5	
		420	19,9	3,1	25,8	2,0	77,2	
	Loi $t(X)$ du 2 ^{ème} ordre	120	38,5	7,0	52,7	4,1	73,1	
		180	30,7	6,0	43,2	3,4	71,1	
		240	26,1	6,1	38,9	3,0	67,1	
		300	23,0	6,3	36,0	2,8	63,9	
		360	21,0	6,8	34,1	2,6	61,7	
		420	19,2	7,5	32,7	2,5	58,9	
	Loi $t(X)$ du 4 ^{ème} ordre	120	20,4	2,2	23,3	1,8	87,5	
		180	7,2	3,5	22,1	1,8	32,6	
		240	5,4	4,0	22,1	1,7	24,3	
		300	4,4	4,3	22,2	1,7	19,7	
		360	3,3	4,3	22,1	1,7	14,9	
		420	2,6	4,1	22,1	1,7	11,7	
	Contraintes planes	Rupture instantanée	0	19,8	1,4	19,8	1,4	100,0
		Loi puissance	120	27,2	4,0	34,1	2,8	79,8
180			22,6	3,4	28,6	2,3	79,0	
240			20,9	3,1	26,5	2,0	78,8	
300			19,7	3,1	25,3	1,9	78,0	
360			19,1	3,0	24,7	1,8	77,6	
420			18,7	2,9	24,1	1,8	77,6	
Loi $t(X)$ du 2 ^{ème} ordre		120	34,0	6,1	46,5	3,5	73,1	
		180	27,4	5,7	39,1	3,0	70,1	
		240	23,5	5,6	35,3	2,8	66,7	
		300	21,0	6,0	32,9	2,5	63,7	
		360	18,8	6,5	31,4	2,3	59,7	
		420	17,7	7,2	30,2	2,3	58,7	
Loi $t(X)$ du 4 ^{ème} ordre		120	19,2	1,9	21,8	1,7	88,3	
		180	7,0	2,9	20,7	1,5	33,9	
		240	4,9	3,3	20,8	1,6	23,8	
		300	3,7	3,7	20,7	1,6	18,0	
		360	2,9	4,0	20,8	1,6	14,2	
		420	2,2	3,7	20,7	1,6	10,5	

tableau (4-6) : Influence de l'endommagement critique sur les sites d'endommagements et de ruptures générés

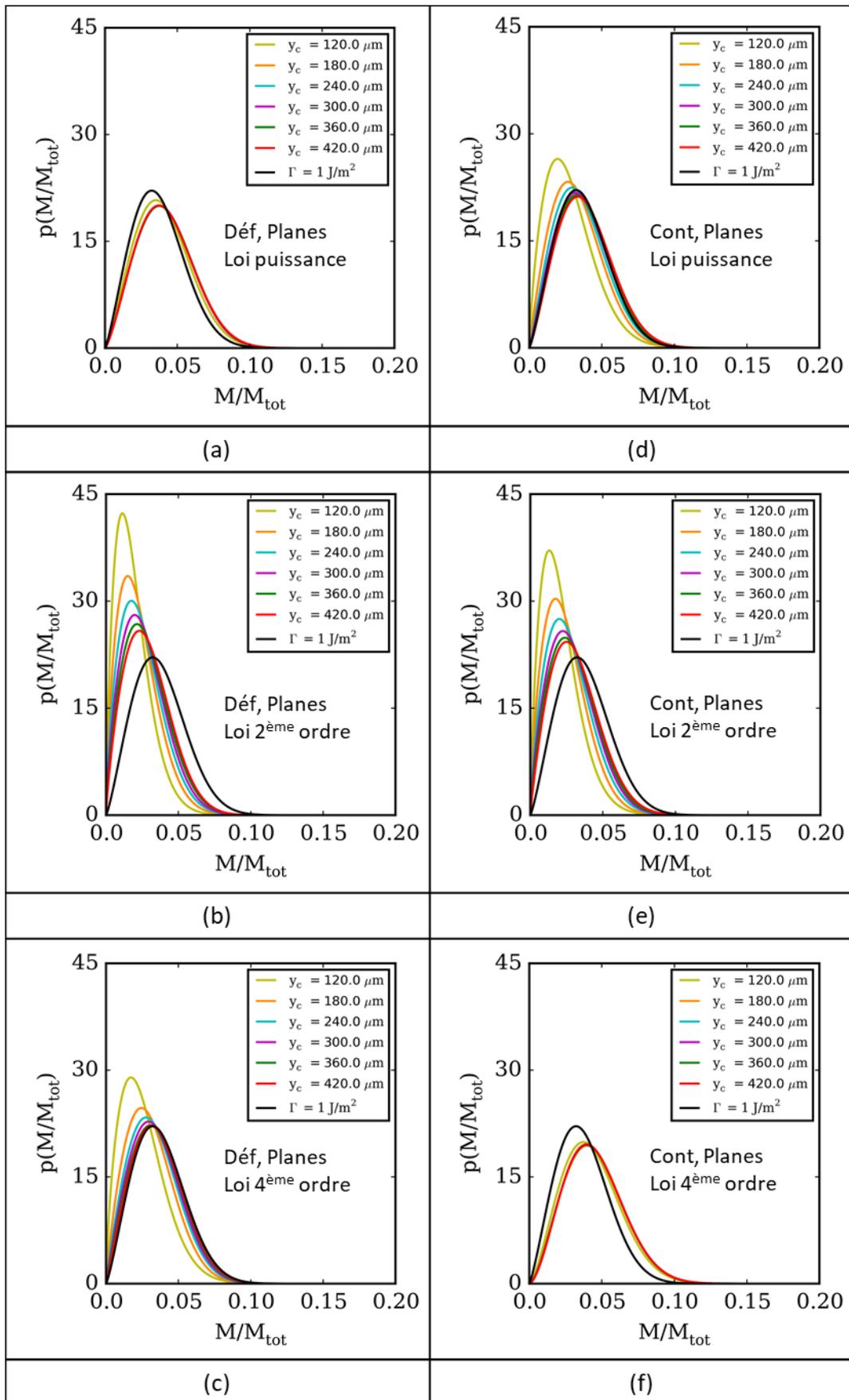


figure (4-24) : Influence de l'ouverture critique sur la distribution des sites d'endommagement

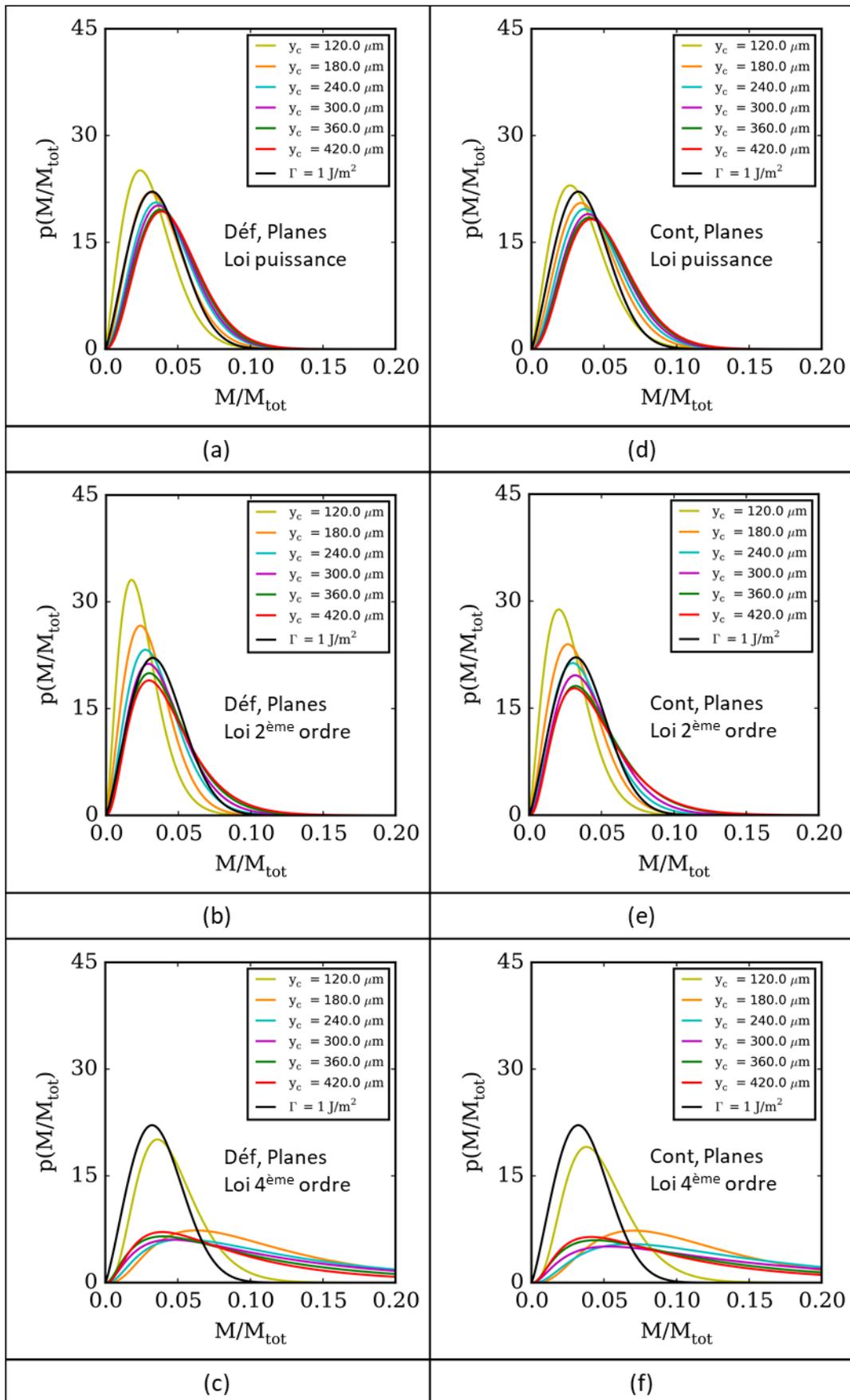


figure (4-25) : Influence de l'ouverture critique sur la distribution des sites de rupture

5. Influence de l'énergie de rupture

On évalue maintenant plus précisément l'influence de l'énergie de rupture Γ . Celle-ci peut être supposée intrinsèque au matériau. Nous l'avons évaluée à environ 60 kJ/m^2 pour la nuance d'acier 35NCD16 analysée. La figure (4-26) présente le nombre moyen de fragments en fonction de cette énergie de rupture entre 1 J/m^2 et 100 kJ/m^2 . On peut observer deux régimes différents : constant jusqu'à environ 1 kJ/m^2 , puis croissant. Pour le modèle d'ouverture du 4^{ème} degré, la courbe semble même avoir un maximum autour de 30 kJ/m^2 , puis décroître. La figure (4-26b) montre plus précisément la partie après 1 kJ/m^2 dans un repère logarithmique sur les deux axes. On peut ainsi observer des courbes quasiment linéaires. Ce qui signifie que la dépendance à l'énergie de rupture pourrait être approximée par une loi puissance. Nous avons approximé les paramètres d'une loi puissance (tableau (4-7)). On trouve alors un exposant allant de 0,2 à 1 suivant les modèles d'endommagements.

Le modèle avec une loi $t(X)$ du 4^{ème} degré est le moins influencé par l'énergie de rupture. Cependant, quelques écarts avec le modèle sans endommagement sont présentés dans le tableau (4-8). On observe une augmentation minimale de 14% du nombre de fragments, quel que soit le modèle d'endommagement, pour une énergie de rupture de 10 kJ/m^2 , ce qui ne correspond pas à un matériau très ductile. Pour une énergie de rupture de 100 kJ/m^2 , cette augmentation minimale est de 20%.

Lorsque Grady a supposé que la taille minimale des fragments était égale à la distance parcourue par les ondes de relâchement de contrainte à rupture, il a alors supposé que cette taille minimale dépendait de l'énergie de rupture à la puissance $1/3$. Cela signifie que le nombre de fragments diminue lorsque l'énergie de rupture augmente. Dans un bilan énergétique global, c'est un résultat tout à fait pertinent. Cependant, nous avons montré que les sites peuvent continuer à s'endommager après l'interaction des ondes de relâchement de contrainte. Cela signifie que l'on peut avoir plus de fragments que prédit par Grady. De plus, la loi d'endommagement influence l'apparition des sites d'endommagement. On observe alors un comportement opposé à celui prédit par Grady dans le domaine d'énergie de rupture observé. Pour les modèles de type puissance et du 2^{ème} degré, le ralentissement des ondes de Mott engendre beaucoup plus de sites d'endommagement. Nous avons vu qu'une grande partie de ces sites ont le temps de rompre, ce qui explique que le nombre de fragments augmente. Pour le modèle du 4^{ème} degré en revanche, le ralentissement des ondes de Mott est moins important, mais conduit quand même à une augmentation du nombre de fragments d'environ +20% au maximum. Cependant, lorsque le temps de rupture devient trop important avec l'augmentation de l'énergie de rupture, le nombre de fragments diminue progressivement. Cela expliquerait la faible décroissance observée à partir de 30 kJ/m^2 . Les deux phénomènes « augmentation du nombre de sites par le ralentissement des ondes » et « diminution du nombre de ruptures lorsque le temps de rupture augmente » s'opposent. Suivant les paramètres matériaux, l'un peut être prédominant sur l'autre.

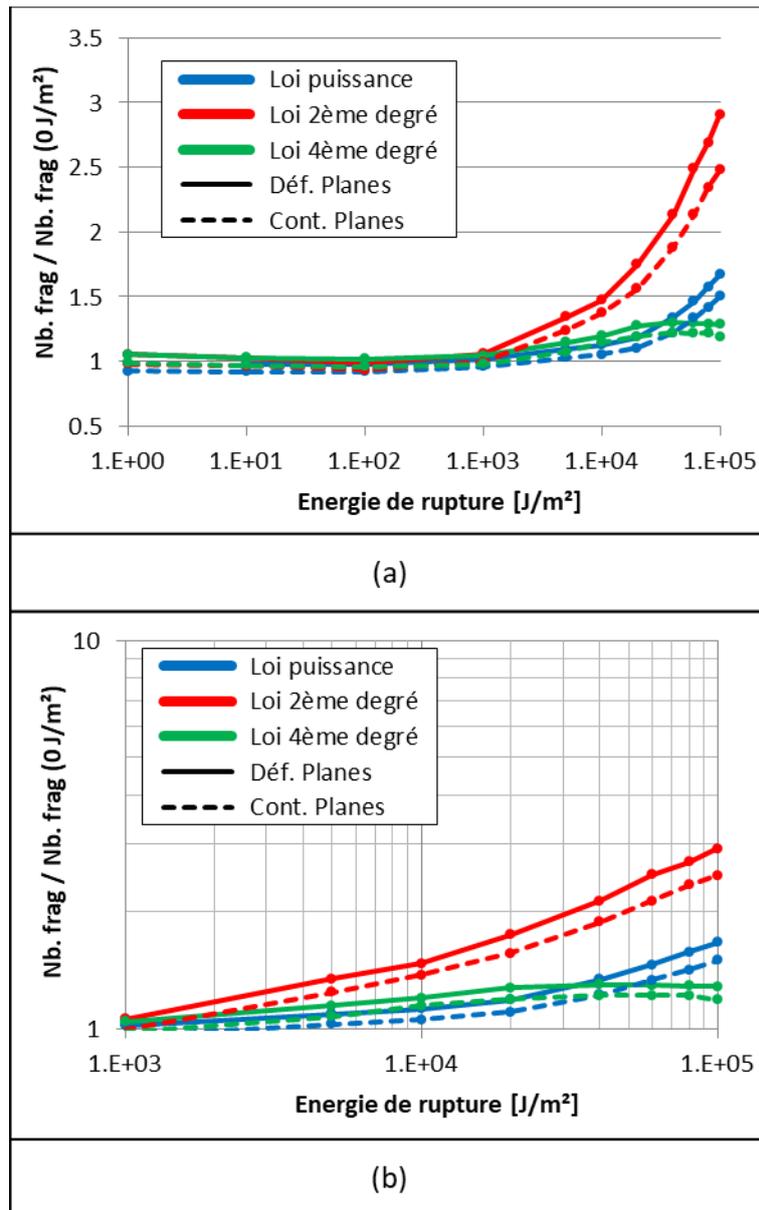


figure (4-26) : Influence de l'énergie de rupture sur le nombre moyen de fragments

Etat de contrainte	Loi d'endommagement	Approximation : $N_{frag} = A \Gamma^n + N_0$	
		Coeff. A	Exposant n
Déformations planes	Puissance	3×10^{-4}	0,67
	2 ^{ème} degré	$2,7 \times 10^{-3}$	0,57
	4 ^{ème} degré	$2,17 \times 10^{-2}$	0,23
Contraintes planes	Puissance	8×10^{-6}	0,97
	2 ^{ème} degré	$1,4 \times 10^{-3}$	0,60
	4 ^{ème} degré	$5,2 \times 10^{-3}$	0,31

tableau (4-7) : Approximation des paramètres d'une loi puissance pour l'influence de l'énergie de rupture sur le nombre moyen de fragments

Etat de contrainte	Loi d'endommagement	Nombre moyen de fragments		
		1 J/m ²	10 kJ/m ²	100 kJ/m ²
Déformations planes	Puissance	22,0	+ 16%	+ 71%
	2 ^{ème} degré		+ 40%	+ 176%
	4 ^{ème} degré		+ 14%	+ 22%
Contraintes planes	Puissance	20,7	+ 14%	+ 63%
	2 ^{ème} degré		+ 40%	+ 153%
	4 ^{ème} degré		+ 16%	+ 20%

tableau (4-8) : Influence de l'énergie de rupture sur le nombre moyen de fragments

6. Conclusions et perspectives

Nous avons observé que les paramètres identifiés dans les chapitres précédents contrôlent la fragmentation d'un tore unidimensionnel. Dans un premier temps nous avons montré que les interactions entre les ondes de relâchements de contraintes sont plus complexes dans un modèle avec énergie de rupture. Nous avons montré que les sites d'endommagement peuvent continuer à s'endommager même après que les contraintes du tore soient partiellement relâchées si l'énergie cinétique est suffisante. Cette remarque montre que la taille minimale des fragments donnée par Grady ne semble pas exacte.

Nous avons montré l'importance de la loi de germination. La détermination de cette loi était un point essentiel de nos travaux. L'influence de la germination sur la distribution massique des éclats n'est pas négligeable. Cette influence doit être corrélée avec la loi d'endommagement. Dans les domaines observés, les cas en contraintes planes permettent d'obtenir le nombre d'éclats minimal.

La loi d'endommagement influence également fortement la distribution massique des éclats. Le ralentissement des ondes de relâchement de contrainte influence directement le nombre de sites d'endommagement. Le nombre de fragments diminue lorsque le seuil critique d'endommagement augmente.

L'énergie de rupture semble avoir joué un rôle plus complexe que prédit par Grady sur le nombre de fragments moyen. Son influence dépend de la loi d'endommagement. On a observé une augmentation du nombre de fragments avec l'énergie de rupture, puis une diminution. Ce phénomène est dû à l'interaction des ondes.

Il sera particulièrement important par la suite de pouvoir étendre ces simulations à un modèle 2D, voire 3D. La plupart des perspectives évoquées dans les chapitres précédents pourront être évaluées grâce à un modèle numérique de fragmentation. Il semble très complexe d'obtenir un modèle purement analytique pour prédire la fragmentation. Nous soulignons l'apport fondamental de la justification physique de la loi de germination des défauts. En effet, étendre les modèles à des géométries 2D plus réalistes suppose que les bases physiques de la fragmentation soient mieux maîtrisées pour formuler les hypothèses

simplificatrices inhérentes à ces approches. Nous soulignons aussi le caractère stabilisant de loi de germination. Seules les approches basées sur le bilan d'énergie instantanée avec une loi de propagation du 4^{ème} degré permettent de traduire la « concurrence » entre un retard dans la propagation des ondes et un temps de rupture plus long. Nous nous sommes efforcés de construire des modèles sur un ensemble d'hypothèses réduites (dissipation positive pendant la fissuration et germination contrôlée par la localisation de la déformation). Ce type d'approche peut être étendu en 2D.

Des travaux supplémentaires sur l'aspect statistique de la distribution des éclats sont également importants pour la suite des études.

Conclusions générales et perspectives

Les travaux présentés ont essentiellement permis d'améliorer notre compréhension des différents phénomènes physiques qui interviennent au cours de la fragmentation. Nous avons pu identifier et surtout quantifier les lois qui contrôlent le processus de fragmentation d'une barre ou d'un tore unidimensionnel. Les phénomènes primordiaux caractérisés sont : la germination de sites d'endommagement macroscopiques, la propagation des ondes de relâchement de contrainte (ondes de Mott), et l'interaction des ondes successivement générées. Nos travaux ont modestement répondu à deux questions essentielles pour le cas unidimensionnel :

- Comment justifier la loi de germination de sites de d'endommagement et la quantifier ?
- Comment justifier la synergie entre les ondes de relâchement de contrainte et l'endommagement ?

Grady avait déjà montré que la propagation des ondes de Mott est retardée par un endommagement local. Le problème majeur est l'absence d'un modèle d'endommagement à la fois pour des vitesses de déformations élevées ($> 10^4 \text{ s}^{-1}$) et pour un milieu initialement plastifié. En se basant sur un bilan énergétique, la force de rappel agissant sur la propagation des ondes a été clairement identifiée. La zone endommagée est représentée par une seule variable d'endommagement globale. Comparé aux modèles d'endommagement classiques, cela permet de s'affranchir d'hypothèses sur le chemin de fissuration. L'énergie de rupture induit une force de rappel qui ralentit la propagation des ondes de Mott et qui révèle un couplage fort entre l'endommagement et la propagation de l'onde. Nous avons proposé une nouvelle loi de propagation qui correspond à un temps de rupture minimal amélioré. Comparé aux résultats de Grady, le temps de rupture minimal est 26% plus petit dans notre modèle à énergie de rupture donnée pour un acier couramment utilisé. La position à rupture du front d'onde est 32% plus petite. Cela implique un comportement totalement différent au cours de l'endommagement. Les paramètres qui contrôlent la propagation des ondes de relâchement de contrainte sont : la loi d'endommagement (à travers l'énergie de rupture, le modèle d'endommagement et le seuil critique d'endommagement à rupture), la loi de comportement du matériau et le chargement appliqué.

Nous avons identifié le comportement et les grandeurs caractéristiques d'un matériau particulier dans le chapitre 2. La nuance d'acier 35NCD16 choisie pour ces caractérisations est couramment utilisée pour la fabrication des corps de bombes. L'analyse

de la composition chimique et de la microstructure a permis d'identifier les hétérogénéités du matériau. Les éléments de secondes phases sont principalement des nodules de cémentite dont le diamètre est inférieur à 0,2 microns. Ils sont trop petits pour conduire à des localisations de déformation. Les hétérogénéités principales identifiées sont les anciens grains austénitiques dont le diamètre moyen est d'environ 30 microns. Ces hétérogénéités sont quantifiées par des essais de microdureté. La dureté est par la suite reliée à la limite d'élasticité.

Nous avons identifié la loi de comportement de la nuance d'acier 35NCD16 en quasi-statique (entre $10^{-4} s^{-1}$ et $5 s^{-1}$). De grandes déformations à rupture sont obtenues grâce aux essais de torsion. La vitesse de déformation a un effet remarquable sur la loi de comportement. L'augmentation de la vitesse de déformation entraîne une hausse de la limite d'élasticité sans influencer l'érouissage. La variation de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation a été quantifiée à partir de nos essais quasi-statiques et d'essais dynamiques réalisés au CEA/Valduc.

Les faciès de rupture d'échantillons de traction quasi-statique et d'expansion dynamique (anneaux et cylindres) ont été analysés. Le matériau analysé révèle un endommagement ductile identique entre 10^{-4} et $10^4 s^{-1}$. Les mécanismes d'endommagement sont identiques et l'énergie de rupture est supposée intrinsèque au matériau. La vitesse de déformation semble négligeable sur l'énergie de rupture, qui a été évaluée à environ $60 kJ/m^2$.

L'observation des éclats d'anneaux et de cylindres révèle des zones d'endommagement localisées. Ces éclats ont été obtenus par El Mai et Hottelot (CEA/Gramat). Ces zones n'ont pas systématiquement conduit à des ruptures. On observe des striction sans rupture sur les éclats d'anneaux et des débuts de fissurations sur les éclats de cylindres. Ces fissures se localisent indifféremment dans toute l'épaisseur du cylindre. Les localisations de déformations apparaissent sous formes de bandes de cisaillement. Marciniak et Kuczynski ont montré l'existence d'une déformation seuil de début d'endommagement macroscopique. Cette déformation est évaluée entre 13,4 et 18,6% pour les anneaux, soit autour de 16,0%. La déformation moyenne des éclats de cylindres dans les zones de déformations homogènes est de 15,8%. Les déformations en début d'endommagement semblent extrêmement similaires pour les essais d'anneaux et de cylindres. La déformation critique de localisation est alors estimée à 16%.

Dans le chapitre 3, nous avons justifié la loi de germination des sites d'endommagement à partir d'un modèle mécanique. A notre connaissance, la loi de germination n'avait jamais été déterminée à partir des hétérogénéités réelles du matériau. Mott avait approximé cette loi en se basant directement sur des résultats expérimentaux. Les hétérogénéités représentatives des anciens grains d'austénite sont introduites sous forme d'hexagones. La distribution de la limite d'élasticité mesurée par les essais de microdureté est appliquée à chaque motif.

On modélise un cylindre en expansion. Le cas en déformations planes correspond au cylindre infini. Le cas en contraintes planes correspond au cas limite le moins stable, dans lequel les localisations de déformations apparaissent le plus rapidement. L'introduction des hétérogénéités induit des concentrations locales de la déformation. Ces dernières évoluent pour former des localisations macroscopiques. Ce sont alors bien les hétérogénéités initiales du matériau qui conduisent aux localisations. Celles-ci apparaissent sous forme de bandes de cisaillement. On a alors appliqué le critère de déformation seuil de début d'endommagement, identifié dans le chapitre 2, pour compter les localisations. L'apparition de ces localisations au cours de l'expansion du cylindre justifie la loi de germination formulée par Mott. Il avait proposé arbitrairement plusieurs formes. Nous avons montré à partir d'un modèle physique qu'une loi de germination de type puissance est la meilleure approximation pour ce matériau.

Les analyses réalisées ont montré que les localisations apparaissent dans les tout premiers instants, certainement pendant les déformations élastiques, puis s'amplifient au cours du temps. Les caractéristiques des hétérogénéités (taille et distribution de la limite d'élasticité) influencent grandement la loi de germination. Les caractérisations mécaniques et métallurgiques du chapitre 2 sont donc essentielles. On a ensuite pu observer l'influence de divers paramètres. Le modèle de la loi de comportement est primordial. Une loi élasto-viscoplastique est nécessaire. La limite d'élasticité et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation influencent fortement la germination. Au contraire, le coefficient d'érouissage semble agir faiblement au-delà d'une valeur de 0,1. Pour un matériau parfaitement plastique, la moindre localisation numérique ou physique s'amplifie au cours du temps, ce qui surévalue le nombre de localisations. La loi de germination semble converger vers une limite finie à partir de 10^4 s^{-1} en déformations planes et $2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ en contraintes planes.

Connaissant la loi de germination et la loi de propagation des ondes de relâchement de contrainte, un modèle numérique de fragmentation a pu être réalisé. Un modèle purement analytique serait très complexe à obtenir. L'interaction des ondes est un élément important de la fragmentation. Lorsque deux ondes émanant de deux sites se rencontrent, plus aucun nouveau défaut ne peut germer entre ces sites. Cependant, si l'énergie cinétique du brin formé est suffisante, l'endommagement peut continuer et mener à des ruptures. Environ 2000 simulations de fragmentations de tores sont nécessaires pour approximer correctement la distribution massique des fragments. La densité de probabilité de la masse des fragments s'approche par une loi de Weibull modifiée (à deux exposants indépendants). La densité de probabilité du nombre d'éclats s'approche très bien par une loi normale. On a observé des différences relativement faibles entre déformations et contraintes planes. Le second cas minimise à chaque fois le nombre moyen d'éclats. Il est particulièrement intéressant d'observer que la distribution massique des éclats donnée par Mott, pour un acier avec 0,4%_{massique} de carbone, est du même ordre de grandeur que celle

prédite par notre modèle. La différence est que notre loi de germination est plus précise pour l'acier considérée et que nous l'avons justifiée à partir d'un modèle physique.

Le modèle d'endommagement, le seuil critique à rupture et l'énergie de rupture influencent fortement la distribution des éclats. Le nombre de sites d'endommagement semble tendre vers une limite finie lorsque le seuil d'endommagement critique augmente à énergie de rupture constante. Le nombre de ruptures diminue lorsque l'endommagement critique augmente en déformations planes dans le domaine observé. En contraintes planes, le comportement est plus complexe.

L'énergie de rupture influence également le processus de fragmentation. On observe plusieurs régimes. Le nombre moyen des éclats reste constant jusqu'à environ 1 kJ/m^2 . Il croît ensuite plus ou moins en fonction du modèle d'ouverture retenu. Pour de grandes énergies de rupture, ce nombre doit diminuer. Cette décroissance s'effectue autour de 30 kJ/m^2 pour notre nouvelle loi d'endommagement basée le temps de rupture minimal. La décroissance n'a pas été observée dans le domaine analysé pour les autres lois d'endommagement. Deux phénomènes physiques s'opposent. D'un côté la loi d'endommagement ralentit la propagation des ondes de Mott, ce qui augmente le nombre de sites générés. D'un autre côté, le ralentissement des ondes est moins fort, mais le temps de rupture est plus faible, ce qui facilite la rupture des sites.

Le modèle présenté est une modeste contribution aux études extrêmement variées sur la fragmentation et l'endommagement des matériaux. Il constitue un modèle de base à partir duquel de nombreuses perspectives et voies d'améliorations sont ouvertes.

Le principal défi dans les prochaines études sera l'estimation et la quantification des phénomènes physiques observés en deux et trois dimensions. Au cours de la fragmentation d'un corps de bombe, on observe un relèvement complexe de l'enveloppe métallique et des propagations de fissures particulières. Mott avait affirmé lui-même que la propagation des ondes de relâchement de contrainte en deux dimensions serait difficile à obtenir. Notre modèle se base sur un matériau isotrope, mais les enveloppes métalliques peuvent être martelées, ce qui entraîne une forte anisotropie. Cela complique encore les futurs modèles. De plus, des hétérogénéités surfaciques (traces d'usinages, corrosion, rayures...) peuvent s'ajouter à celles du matériau initial.

Nous avons utilisé un modèle rigide plastique des ondes de Mott. Un modèle élastique a déjà été établi par Lee (1967), mais un comportement élasto-viscoplastique pourrait être important.

Comme nous l'avons vu, le modèle de fragmentation établi a besoin de paramètres matériaux particuliers. La bonne connaissance de la microstructure et du comportement du matériau est absolument essentielle. La détermination des hétérogénéités doit être réalisée pour chaque matériau. L'introduction de celles-ci dans un modèle numérique permettra ensuite d'obtenir la loi de germination, ainsi que les caractéristiques des différents sites de germination (déformations critiques).

Il serait également nécessaire de développer des moyens expérimentaux afin de déterminer plus précisément certaines grandeurs caractéristiques. La loi de comportement a pu être extrapolée car l'acier utilisé a une sensibilité particulière à la vitesse de déformation. Pour un matériau avec une sensibilité plus complexe à la vitesse, il serait difficile d'avoir la loi de comportement à des déformations suffisantes et à grandes vitesses. Des essais sur barres d'Hopkinson en torsion ou des chargements dynamiques locaux par nano-indenteur pourraient être la solution.

La prise en compte de la température pourrait améliorer notre modèle. L'adoucissement engendré pourrait surtout avoir un effet non négligeable sur la germination de sites d'endommagement.

L'état de contrainte doit avoir une influence sur la déformation critique à rupture. Pour évaluer cette influence, il serait possible d'effectuer des essais de torsion sous pression. Ces essais seraient réalisables en quasi-statique, mais certainement compliqués en dynamique rapide.

L'énergie de rupture doit également être mieux approximée avec, encore une fois, sa sensibilité à la vitesse. Il serait extrêmement intéressant de développer un essai particulier pour déterminer ce paramètre clé. Des essais de tractions en régime dynamique sur éprouvettes microscopiques découpées au FIB (Focus Ion Beam) peuvent constituer une piste. Cependant, cette démarche nécessite un grand nombre d'essais.

Enfin, des études statistiques beaucoup plus avancées peuvent être réalisées. Les caractères aléatoires de la distribution des hétérogénéités et du processus de fragmentation induit des incertitudes sur la distribution massique des éclats. Ces incertitudes se propageront au calcul des zones de sécurité autour des corps de bombes et semblent avoir des effets extrêmement importants.

Références

- Ashby MF (1989) On the engineering properties of materials. *Acta metall.* Vol. 37, No. 5, pp. 1273-1293, 1989, OOOI-6160/89 \$3.00 + 0.00. Printed in Great Britain.
- Bain EC, Dunkirk N (1924) The Nature of Martensite. *trans AIME* 70:25.
- Barenblatt GI (1962) The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture. In: Dryden HL, von Kármán T, Kuerti G, et al. (eds) *Advances in Applied Mechanics*. Elsevier, pp 55–129
- Barrows R (2014) Revealing Prior Austenite Grain Boundaries of 4340 Steel.
- Barsoum I, Faleskog J (2007a) Rupture mechanisms in combined tension and shear— Experiments. *International Journal of Solids and Structures* 44:1768–1786.
- Barsoum I, Faleskog J (2007b) Rupture mechanisms in combined tension and shear— Micromechanics. *International Journal of Solids and Structures* 44:5481–5498.
- Becker R (2002) Ring fragmentation predictions using the Gurson model with material stability conditions as failure criteria. *Int J Solids Struct* 2002;39:3555–80.
- Benzerga A, Leblond J-B (2010) Ductile Fracture by Void Growth to Coalescence. *Advances in Applied Mechanics - ADVAN APPL MECH* 44:169–305. doi: 10.1016/S0065-2156(10)44003-X
- Benzerga AA, Besson J (2001) Plastic potentials for anisotropic porous solids. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 20:397–434. doi: 10.1016/S0997-7538(01)01147-0
- Bishop RF, Hill R, Mott NF (1945) The theory of indentation and hardness tests. *Proc Phys Soc* 57:147. doi: 10.1088/0959-5309/57/3/301
- Boudiaf A, Taleb L, Belouchrani MA (2011) Experimental analysis of the correlation between martensitic transformation plasticity and the austenitic grain size in steels. *European Journal of Mechanics - A/Solids* 30:326–335. doi: 10.1016/j.euromechsol.2010.12.004
- Bridgman PW (1952) *Studies in large plastic flow and fracture with special emphasis on the effects of hydrostatic pressure*. McGraw

- Brinell JA (1900) Mémoire sur les épreuves à bille en acier. Communication à l'exposition universelle de Paris 1900.
- Cahoon JR, Broughton WH, Kutzak AR (1971) The determination of yield strength from hardness measurements. *MT* 2:1979–1983. doi: 10.1007/BF02913433
- Chu C, Needleman A (1980) Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets. *Journal of Engineering Materials and Technology* 102:249. doi: 10.1115/1.3224807
- Considère A (1885) *Annales des Ponts et Chaussées*, 9, 579.
- De Vinci L (XVe) *The notebooks of Leonardo da Vinci* (1945), Edward McCurdy, London (p. 546) et *Les manuscrits de Léonard de Vinci*, traduit en français par C. Ravaisson-Mollien, Institut de France (1881-91), Vol. 3.
- Dugdale DS (1960) Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8:100–104. doi: 10.1016/0022-5096(60)90013-2
- El Maï S (2014) Thèse : Étude du développement des instabilités dans un anneau en expansion dynamique. Université de Lorraine.
- Flouriot S (2016) Rapport : Caractérisations mécaniques quasi-statique et dynamique d'un acier 35NiCrMo16. CEA/Valduc.
- Freund LB (1976) In *Mechanics Today*, Vol. 3, ed. Nemat-Nasser, pp. 55-91, Pergamon Press, Oxford.
- Freund LB, Hutchinson JW (1985) High strain-rate crack growth in rate-dependent plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids* Vol. 33, No. 2, pp. 169-191.
- Gologanu M, Leblond J-B, Devaux J (1993) Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids-Case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 41:1723–1754. doi: 10.1016/0022-5096(93)90029-F
- Goto DM, Becker R, Orzechowski TJ, et al (2008) Investigation of the fracture and fragmentation of explosively driven rings and cylinders. *International Journal of Impact Engineering* 35:1547–1556. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.081
- Grady D (2006) *Fragmentation of rings and shells: the legacy of N. F. Mott*. Springer, Berlin
- Grady DE (1982) Local inertial effects in dynamic fragmentation. *Journal of Applied Physics* 53:322–325. doi: 10.1063/1.329934
- Grady DE, Benson DA (1983) Fragmentation of metal rings by electromagnetic loading. *Experimental Mechanics* 23, 393–400.
- Greninger AB, Troiano AR (1949) A. R., *Metals Transactions*, 1949, 185, 590.

- Griffith AA (1921) The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, Vol. 221 (1921), 163-198.
- Guduru PR, Freund LB (2002) The dynamics of multiple neck formation and fragmentation in high rate extension of ductile materials. *International Journal of Solids and Structures* 39:5615–5632. doi: 10.1016/S0020-7683(02)00367-0
- Gurson A (1975) Plastic Flow and Fracture Behaviour of Ductile Materials Incorporating Void Nucleation, Growth, and Interaction. Ph.D. Thesis, Brown University, Rhode Island, USA.
- Gurson A (1977) Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth: Part I - Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media. *ASME J. Engng. Mater. Technol.*, 99, 2-15.
- Hadamard J (1903) *Leçons sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique*. Paris, Librairie Scientifique A. Hermann. Cours du Collège de France.
- Han J, Tvergaard V (1995) Effect of inertia on the necking behaviour of ring specimens under rapid expansion. *Eur J Mech A/Solids* 1995; 14: 287-307.
- Hantcherli M (2010) Influence d'éléments d'addition sur les transformations de la martensite revenue dans les aciers faiblement alliés. Phdthesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne
- Hill (1962) Acceleration waves in solids. *J Mech Phys Solids* 10:1–16.
- Hill R (1952) On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets. *J. Mech. Phys. Solids* 1, 19–30.
- Hoggatt CR, Recht RF (1969) Stress-strain data obtained at high rates using an expanding ring. *Experimental Mechanics* 9:441–448. doi: 10.1007/BF02410405
- Hopson MV, Scott CM, Patel R (2011) Computational comparisons of homogeneous and statistical descriptions of AerMet100 steel subjected to high strain rate loading. *International Journal of Impact Engineering* 38:451–455. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2010.10.016
- Inglis CE (1913) Stresses in Plates Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners, *Transactions of the Institute of Naval Architects*, Vol. 55, pp. 219-241, 1913.
- Kipp ME, Grady DE (1985) Dynamic Fracture Growth and Interaction in One Dimension, *J. Mech. Phys. Solids* 33 (4), 399–415.
- Klepaczko J (1969) The strain rate behavior of iron in pure shear. *International Journal of Solids and Structures - INT J SOLIDS STRUCT* 5:533–548. doi: 10.1016/0020-7683(69)90041-9

- Kurdjumov G, Sachs G (1930) Over the mechanisms of steel hardening. *Z. Phys.* Vol. 48, pp. 325–43.
- Kuroda M (2005) Effects of texture on mechanical properties of aluminum alloy sheets and texture optimization strategy. In: Smith, L.M., Pourboghrat, F., Yoon J.-W., Stoughton, T.B. (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, Numisheet 2005 (Detroit)*, American Institute of Physics, New York, pp. 445–450.
- Kuroda M, Ikawa S (2004) Texture optimization of rolled aluminum alloy sheets using a genetic algorithm. *Materials Science and Engineering A385*, 235–244.
- Kuroda M, Tvergaard V (2007) Effects of texture on shear band formation in plane strain tension/compression and bending. *International Journal of Plasticity* 23:244–272. doi: 10.1016/j.ijplas.2006.03.014
- Ledbetter H (2010) Polycrystalline elastic constants of in situ cementite (Fe₃C). *Materials Science and Engineering: A* 527:2657–2661. doi: 10.1016/j.msea.2009.12.034
- Levy S (2010) Exploring the physics behind dynamic fragmentation through parallel simulations.
- Lienau CC (1936) Random Fracture of a Brittle Solid, *J. Franklin Inst.*, 221, 485–494, 674–686, 769–787.
- Liu M, Guo Z, Fan C, et al (2016) Modeling spontaneous shear bands evolution in thick-walled cylinders subjected to external High-strain-rate loading. *International Journal of Solids and Structures* 97–98:336–354. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2016.07.014
- Marciniak Z, Kuczynski K (1967) Limit Strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *Int. J. Mech. Science*, Volume 9, p 609-620, 1967.
- Mattei L (2011) Pliabilité des tôles en alliages d'aluminium pour la carrosserie automobile. Analyse des mécanismes d'endommagement. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne. NNT : 2011 EMSE 0602.
- McClintock F (1968) A Criterion for Ductile Fracture by the Growth of Holes. *Journal of Applied Mechanics*. doi: 10.1115/1.3601204
- Meulbroek JP, Ramesh KT, Swaminathan PK, Lennon AM (2008) CTH simulations of an expanding ring to study fragmentation. *International Journal of Impact Engineering* 35:1661–1665. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.066
- Mott NF (1943) A Theory of the Fragmentation of Shells and Bombs. (May 1943), Ministry of Supply, A.C.4035.

- Mott NF (1944) A Theory of Fragmentation: Application to Wire Wound Bombs such as the American 20 lb, F. (May, 1944), Ministry of Supply, A.C.6338.
- Needleman A (2016) Lectures “Ductile crack growth”. Mechanics and Physics of Fracture : Multi-scale modeling of the failure behaviour of solids. International Centre for Mechanical Sciences (CISM), Udine, Italy, September 26-30, 2016.
- Needleman A, Rice J (1978) Limits to Ductility Set by Plastic Flow Localization. doi: 10.1007/978-1-4613-2880-3_10
- Nishiyama Z (1934) X-ray investigation of the mechanism of the transformation from face-centred cubic lattice to body centered cubic. Sci. Rep. Tohoku Imperial University, 23, pp. 637-664.
- Ortiz M, Molinari A (1992) Effect of Strain-Hardening and Rate Sensitivity on the Dynamic Growth of a Void in a Plastic Material. J APPL MECH-T ASME 59 (1): 48-53 MAR 1992.
- Pandolfi A, Krysl P, Ortiz M (1999) Finite element simulation of ring expansion and fragmentation: The capturing of length and time scales through cohesive models of fracture. International Journal of Fracture 95:279–297. doi: 10.1023/A:1018672922734
- Pavlina EJ, van Tyne CJ (2008) Correlation of Yield Strength and Tensile Strength with Hardness for Steels. Journal of Materials Engineering and Performance 17:888–893. doi: 10.1007/s11665-008-9225-5
- Pitsch W (1967) Zur kristallographischen Analyse der Phasentransformationen in Metallen. Archiv für das Eisenhüttenwesen 38:853–864. doi: 10.1002/srin.196704261
- Pryce L, Andrews KW (1960) J. Iron Steel Inst., vol. 195, 145.
- Ravi-Chandar K (2016) Lectures “Introduction to fracture mechanics”. Mechanics and Physics of Fracture : Multi-scale modeling of the failure behaviour of solids. International Centre for Mechanical Sciences (CISM), Udine, Italy, September 26-30, 2016.
- Rhayour M (1999) Modélisation de l’influence de la vitesse de déformation sur l’écoulement plastique d’un acier industriel ; application pour l’étude de la traction dynamique des tôles. Thèse à l’Université de Metz.
- Rice JR (1976) The localization of plastic deformation.
- Rice JR, Tracey DM (1969) On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. J. Mech. Phys. Solids, 17, 201.
- Rudnicki JW, Rice JR (1975) Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. J Mech Phys Solids 23:371–394. doi: 10.1016/0022-5096(75)90001-0

- Rusinek A, Zaera R (2007) Finite element simulation of steel ring fragmentation under radial expansion. *International Journal of Impact Engineering* 34:799–822. doi: 10.1016/j.ijimpeng.2006.01.003
- Schaeffler AL (1949) Constitution diagram for stainless steel weld metal. *Metal Progress* 56(11):680 - 680B.
- Sorensen NJ, Freund LB (2000) Unstable neck formation in a ductile ring subjected to impulsive radial loading. *International Journal of Solids and Structures* 37 (2000) 2265±2283.
- Swift W (1952) Plastic instability under plane stress. *J. Mech. Phys. Solids* 1, 1–18.
- Taylor SGI (1963) *Scientific Papers: Aerodynamics and the mechanics of projectiles and explosions*. University Press
- Tipper CF (1949) The Fracture of Metals. *Metallurgia*, Vol. 39, pp. 133-137, 1949.
- Tvergaard V (1981) Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. *Int J Fract* 17:389–407. doi: 10.1007/BF00036191
- Tvergaard V (1982) Ductile fracture by cavity nucleation between larger voids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 30:265–286. doi: 10.1016/0022-5096(82)90033-3
- Tvergaard V (2009) *Int. J. Fracture* (2009).
- Tvergaard V, Needleman A (1984) Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metallurgica* 32:157–169. doi: 10.1016/0001-6160(84)90213-X
- Tvergaard V, Needleman A (1993) Shear band development in polycrystals. *Proceedings of the Royal Society of London A* 443, 547–562.
- Wahlberg A (1901) Brinell's method of determining hardness and other properties of iron and steel. *J. Iron. Steel Inst.* 59, 243 (1901).
- Wassermann G (1935) Ueber den Mechanismus der alpha-gamma-Umwandlung des Eisens. *Mitt. K. W. I. Eisenforsch.* 17, 149-155.
- Weibull W (1939) *A Statistical Theory Of The Strength Of Materials*. Ingeniörsvetenskapsakademiens Handlingar Nr 151, 1939, Generalstabens Litografiska Anstalts Förlag, Stockholm.
- Wesenberg DL, Sagartz MJ (1977) Dynamic Fracture of 6061-T6 Aluminum Cylinders. *J Appl Mech* 44:643–646. doi: 10.1115/1.3424150
- Work CE, Dolan TJ (1953) The influence of temperature and rate of strain on the properties of metals in torsion. ILLINOIS UNIV AT URBANA ENGINEERING EXPERIMENT STATION

- Wu PD, MacEwen SR, Lloyd DJ, Neale KW (2004) Effect of cube texture on sheet metal formability, *Materials Science and Engineering*, A364, p 182-187, 2004.
- Yerby GC (1996) The Effects of Direct Quenching after Forging on the Mechanical Properties of Medium-Carbon Steel," MS Thesis T-4901, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.
- Zhang H, Ravi-Chandar K (2007) On the dynamics of necking and fragmentation – I. Real-time and post-mortem observations in Al 6061-O. *International Journal of Fracture* 142:183–217. doi: 10.1007/s10704-006-9024-7
- Zhang H, Ravi-Chandar K (2008) On the dynamics of necking and fragmentation—II. Effect of material properties, geometrical constraints and absolute size. *International Journal of Fracture* 150:3–36. doi: 10.1007/s10704-008-9233-3
- Zhang H, Ravi-Chandar K (2009) Dynamic fragmentation of ductile materials. *Journal of Physics D: Applied Physics* 42:214010. doi: 10.1088/0022-3727/42/21/214010
- Zhou F, Molinari J-F, Ramesh KT (2005) A cohesive model based fragmentation analysis: effects of strain rate and initial defects distribution. *International Journal of Solids and Structures* 42:5181–5207. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.02.009

NNT : 2017LYSEM044

Joris VERMUNT

STUDY OF THE DYNAMIC FRAGMENTATION OF ACCELERATED METALLIC SHELLS

Speciality : Science and materials engineering

Keywords : fragmentation, dynamic rupture, Mott waves, 35NCD16, strain localization, damage nucleation

Abstract :

Analyzing dynamic fragmentation of metallic shells is imperative for aerospace, nuclear and defense applications. The defense administration has to guarantee safety zones around warheads from ballistic studies and experiments. The fragment size distribution, one major input to the ballistic models, is modelled in present PhD. The main physical phenomena controlling bomb fragmentations are analyzed.

The study focuses on modeling a high explosive warhead fragmentation. The fragments mass and spatial distributions are required. Our approach is based on the dynamic and probabilistic studies of Mott. High dynamic unidimensional bar and torus fragmentations are analyzed.

Three interdependent physical phenomena control fragmentation: nucleation of macroscopic defects, damage growth leading to local failures while a unloading Mott wave propagates and finally the interaction of Mott's wave.

Mott considered a statistical law describing macroscopic defect nucleation as a function of the strain. Modelling strain localization at the scale of the real material heterogeneities, justifies theoretically Mott's assumption and enhances its predictions.

Once a defect nucleates, Mott simplified this situation to be instantaneous through thickness failure, stress dropping locally to zero followed by an unloading wave starting at the crack. No further damage nucleation occurs in the unloaded parts. To improve Mott's initial model, Grady introduced a non-zero stress at the damaged section, highlighting the relation between local damage development and the Mott wave speed. But, Grady's extension only deals with analytical developments for power-law damage potentials. Our framework, based on positive energy dissipation associated with damage, leads naturally to non-zero stress, and its associated kinematic variable, at the damaged section. The wave front delay, due to damage development, predicted by Grady, has been revised and ameliorated.

Finally, Mott's stress release waves' interactions are analyzed to obtain the fragments mass distribution. Several thousand ring fragmentations are simulated numerically and the corresponding fragment size distributions analyzed. Reliable fragment size distributions are predicted.

École Nationale Supérieure des Mines
de Saint-Étienne

NNT : 2017LYSEM044

Joris VERMUNT

ETUDE DE LA FRAGMENTATION DYNAMIQUE D'ENVELOPPES
METALLIQUES ACCELERÉES

Spécialité: Sciences et Génie des Matériaux

Mots clefs : fragmentation, rupture dynamique, ondes de Mott, 35NCD16, localisation de la déformation, germination de l'endommagement

Résumé :

Les études de la fragmentation dynamique d'enveloppes métalliques sont importantes dans le domaine militaire, aérospatial, automobile ou encore nucléaire. Pour la Défense, ces études permettent d'estimer des zones de sécurité autour des corps de bombes. On ne s'intéresse pas dans ces travaux aux études balistiques ou à la définition statistique des zones de sécurité. On cherche à analyser les phénomènes physiques influençant la fragmentation.

L'objectif est de prévoir les dispersions massiques et spatiales des éclats générés par la fragmentation d'une enveloppe métallique en expansion inertielle très rapide. Les travaux sont basés sur l'approche dynamique et probabiliste de Mott. Dans cette thèse, on étudie les cas d'une barre et d'un tore. On distingue trois phénomènes physiques primordiaux :

- Le premier phénomène consiste à étudier une loi statistique de localisations de déformation. Mott a proposé plusieurs modèles, mais aucun ne tient compte des hétérogénéités initiales du matériau. Nous avons identifié cette loi pour une nuance d'acier 35NCD16 et réalisé une étude paramétrique dont les résultats permettent de mieux comprendre la formation de ces localisations.

- On modélise ensuite l'endommagement des sites de localisations de déformation. Nous avons introduit dans nos modèles une loi d'endommagement innovante qui ne tient pas compte du chemin de propagation des fissures. Cette dernière nous permet de modéliser une zone de relâchement de contraintes.

- Le dernier phénomène étudié est l'interaction entre les ondes successivement générées. Nous avons ainsi pu obtenir la dispersion massique des éclats à partir d'un modèle physique pour un tore unidimensionnel en expansion.