



HAL
open science

Réinterprétation des Muqarnas : développement historique, modélisation paramétrique, fabrication

Seyed Mohammad Bagher Mansouri

► **To cite this version:**

Seyed Mohammad Bagher Mansouri. Réinterprétation des Muqarnas : développement historique, modélisation paramétrique, fabrication. Art et histoire de l'art. Université Paris-Est, 2020. Français. NNT : 2020PESC1021 . tel-03447037

HAL Id: tel-03447037

<https://theses.hal.science/tel-03447037>

Submitted on 24 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire GSA, École Nationale Supérieure d'Architecture Paris-Malaquais

THESE DE DOCTORAT

Pour l'obtention du diplôme de Docteur en Architecture (Ph.D)
Université Paris-Est, École Doctorale Ville, Transports et Territoires

Présenté par

Seyed Mohammad Bagher Mansouri

REINTERPRETATION DES MUQARNAS : DEVELOPPEMENT HISTORIQUE, MODELISATION PARAMETRIQUE, FABRICATION

Sous la direction de
Matteo Porrino

Jury

Cristiana MAZZONI, Examinatrice, Présidente du jury | *Professeure, HDR, ENSA Paris-Belleville,
(Directrice de l'UMR AUSser)*

Bernard CACHE, Rapporteur | *Professeur associé, EPFL, (Directeur du laboratoire CNPA)*

Antonella TUFANO, Rapporteur | *Maîtresse de conférences, HDR, ENSA Paris-La-Villette*

Jean-François COULAIS, Examineur | *Professeur, ENSA Paris-Malaquais*

Vincenza GAROFALO, Examinatrice | *Maîtresse de conférences, Università degli Studi di Palermo*

Pierre LECLERCQ, Examineur | *Professeur, Université de Liège, (Directeur du LUCID Lab)*

Matteo PORRINO, Directeur de thèse | *Maître de conférence, HDR, ENSA Paris-Malaquais*

Résumé

Le dialogue avec la tradition est toujours un enjeu majeur dans la société iranienne d'aujourd'hui. Différents mouvements architecturaux mêlant l'architecture traditionnelle et l'architecture contemporaine se sont succédé ces dernières décennies en Iran.

Par ailleurs, nous assistons au développement de plus en plus rapide du « digital » dans tous les aspects de la discipline architecturale, ce qui a comme conséquence le rapprochement de la conception et de la fabrication. L'émergence des outils numériques en architecture, notamment les outils paramétriques et algorithmiques, facilite et encourage le recours à la géométrie (complexe).

L'un des fondements de l'architecture traditionnelle iranienne est la géométrie, dont la présence est fort visible au sein des éléments structurels et décoratifs. C'est donc la réémergence de la géométrie grâce au numérique qui nous a amenés à nous pencher sur la réinterprétation du Muqarnas pour réfléchir à sa transposition dans le contexte contemporain iranien. Le Muqarnas est un élément à caractère spatial et géométriquement complexe de l'architecture iranienne en période islamique, à la fois structure et ornement. Dans cette démarche de génération de nouveaux Muqarnas, nous ferons appel aux outils paramétriques et algorithmiques qui ouvrent de nouvelles perspectives.

C'est l'objet premier de ce travail de recherche que de savoir comment et avec quelle approche réinterpréter le Muqarnas à l'aide des outils numériques. En prenant connaissance des études antérieures sur les Muqarnas, nous avons acquis la conviction qu'une étude historique de l'évolution des Muqarnas nous permettrait de structurer notre démarche de réinterprétation avec des outils numériques.

Il s'agit ainsi, dans un premier temps, de réinvestir l'histoire des Muqarnas en étudiant leur évolution, en particulier dans sa dimension géométrique. Cette étude nous permettra de déduire des « principes géométriques », essentiels pour la réinterprétation numérique des Muqarnas.

Les principes géométriques issus de l'étude historique sont, dans un deuxième temps, intégrés dans plusieurs approches génératives numériques. Chaque approche présente une logique algorithmique et paramétrique de génération des Muqarnas dont on évalue les avantages et les limites.

Enfin, une troisième partie est consacrée à la mise en œuvre des modèles numériques issus des différentes approches génératives et à la réalisation de prototypes à différentes échelles.

Mots-clés : Muqarnas, Géométrie, Architecture iranienne, Architecture numérique, Architecture paramétrique.

Abstract

Dialogue with tradition is still a major issue in Iranian society today. Different architectural movements fusing traditional architecture and contemporary architecture have succeeded in recent decades in Iran.

Besides, we are observing the increasingly rapid development of "digital" in all aspects of the architectural discipline which result is the association of design and manufacturing. The emergence of the digital in architecture, in particular parametric and algorithmic tools, facilitates and encourages the use of (complex) geometry.

One of the foundations of traditional Iranian architecture geometry, whose presence is very visible within the structural and decorative elements. This is the re-emergence of geometry through digital technology that has led us to look at the reinterpretation of Muqarnas to reflect its implementation in Iranian contemporary context. The Muqarnas is a spatial and geometrically complex element of Iranian architecture in the Islamic period, both structure and ornament. In this process of generating new Muqarnas, we will use parametric and algorithmic tools that open up new perspectives.

It is the primary object of this research work to understand how and with what approach to reinterpreting the Muqarnas using digital tools. By taking knowledge of previous studies on Muqarnas, we acquired the conviction that the historical evolution of Muqarnas enables us to structure our reinterpretation approach with digital tools.

It is thus, firstly, to reinvest the history of the Muqarnas by studying its evolution, in particular in its geometric dimension. This study will allow us to deduce "geometric principles", essential for the digital reinterpretation of the Muqarnas.

The geometric principles from the historical study are then integrated into several digital generative approaches. Each approach presents an algorithmic and parametric logic of generation of Muqarnas whose advantages and limits are evaluated.

Finally, a third part is dedicated to the implementation of digital models from different generative approaches and the production of prototypes at different scales.

Keywords: Muqarnas, Geometry, Iranian Architecture, Digital Architecture, Parametric Architecture.

Remerciements

Je tiens avant tout à rendre hommage à Joël Sakarovitch pour la confiance qu'il m'a accordée dès notre première rencontre en septembre 2013 et pour avoir accepté de diriger ma thèse en m'accueillant au laboratoire GSA.

Je remercie mon directeur de thèse, Matteo Porrino qui a accepté la charge de direction après le décès de Joël Sakarovitch. Il a été disponible tout au long de cette recherche et a apporté ses judicieux conseils pour que cette recherche se concrétise.

Je tiens à remercier spécialement Robert March pour avoir gentiment accepté de relire ma thèse et pour ses précieux commentaires qui ont permis de raffiner le manuscrit.

Cette thèse s'est sans doute enrichie grâce à l'environnement du Laboratoire GSA de l'ENSA Paris-Malaquais. Je tiens donc à remercier son directeur, Maurizio Brocato pour son aide et ses conseils tout au long de la recherche. Mes différentes expérimentations et travaux de fabrication ont été possibles avec le matériel et les machines mises à disposition par le laboratoire.

C'est aussi grâce aux échanges avec les membres du laboratoire à l'occasion des enseignements que nous avons organisés que j'ai pu acquérir de nouvelle compétence et approfondir mes connaissances dans les domaines liés à ma recherche. Je tiens à remercier particulièrement mes amis Roberta et Ahmed.

Je dois un double remerciement à ma conjointe, Nafiseh Mousavian, d'un côté pour avoir apporté son aide précieuse et ses réflexions du début de la recherche jusqu'aux dernières lignes du Manuscrit, et de l'autre côté, pour sa patience et sa générosité pour me permettre de me concentrer et de finaliser ce travail.

Je remercie notre fille Nava, qui avec son arrivée a apporté de la joie et de la motivation. Je la remercie pour sa compréhension et pour avoir accepté les longues journées de travail de ces derniers mois.

Enfin, je remercie mes parents, pour leurs conseils, leur soutien et leurs encouragements constants.

Sommaire

INTRODUCTION	9
0.1 Contexte de la recherche	10
0.1.1 Architecture contemporaine iranienne	10
0.1.2 Le numérique en architecture	13
0.2 État de l'art	13
0.3 Problématique	14
0.4 Délimitation de la recherche	16
0.5 Méthode et structure du travail	17
PARTIE I [DEVELOPPEMENT HISTORIQUE]	19
1. Description du Muqarnas	20
1.1 Qu'est-ce qu'un Muqarnas	20
1.1.1 Étymologie	23
1.1.2 Style	25
1.2 Géométrie du Muqarnas	26
1.2.1 Les Muqarnas selon Al-Kāshi	28
1.2.2 Éléments	30
1.2.3 Le Muqarnas selon les architectes traditionnels	35
2. Origine des Muqarnas	44
2.1 Théorie de la fragmentation de la trompe	45
2.1.1 Les Trompes sassanides	46
2.1.2 Tambour octogonal	48
2.1.3 La trompe tripartite	52
2.1.4 Le dôme de la grande mosquée d'Isfahan	54
2.1.5 Trompe en Muqarnas	57
2.1.6 Gonbad-e-Ali d'Abarqu, un cas unique	59
2.2 Les dômes en Muqarnas	61
2.2.1 Les dômes Ourchin	63
2.2.2 Les Miniatures de Matrakci	69
2.3 Conclusion des théories	81
3. Les Muqarnas : Histoire d'une évolution géométrique	83
3.1 Conditions d'analyse	84
3.2 Géométrie du plan	85
3.3 Logique de pavage	86
3.4 Logique radiale	93
3.5 Géométrie hybride	101
3.6 Autres logiques	103
3.7 Éléments	105
3.8 Courbes de niveau	122
3.9 Morphologie des éléments (profils)	129
3.10 Muqarnas structurel ou décoratif ?	131
3.10.1 Patkāneh et Muqarnas	131
3.11 Time-Line	141
3.12 Conclusion	146

PARTIE II [MODÉLISATIONS PARAMÉTRIQUES] 148

4. Principes génératifs 151	
4.1 Définition des blocs 151	
4.2 Approche projective : courbes de niveau 155	
4.2.1 Les courbes de niveau 155	
4.2.2 Génération du plan 156	
4.3 Approche surfacique 158	
4.3.1 Discrétisation de la surface 158	
4.3.2 Construction des éléments sur la base des tuiles 159	
4.3.3 Adaptation des cellules aux caractéristiques locales de la surface 160	
5. Approche surfacique : Développement 162	
5.1 Connexion 162	
5.1.1 Lecture des Muqarnas traditionnelles 162	
5.1.2 Analyse de l'agencement des éléments : méthode des graphes 164	
5.1.3 Connexion dans l'approche surfacique 167	
5.2 Réseaux de courbes 170	
5.2.1 Caractéristiques du réseau de courbes pour la génération des Muqarnas 170	
5.2.2 Réseau isoparamétrique : conditions et limites d'application 176	
5.2.3 Réseau C.N et L.P.G.P 182	
5.3 Pavages et composants 189	
6. Complexification 202	
6.1 Fusionnement 203	
6.2 Étoiles 206	
6.3 Approche itérative 209	
6.3.1 Approche itérative vs approche directe 209	
6.3.2 Définition de la première rangée 210	
6.3.3 Définition de la boucle 217	
6.3.4 Intégration des éléments plats 220	
6.3.5 Paramètres et Variations 225	

PARTIE III [FABRICATION] 228

7. Prototype GAIA 229	
7.1 Structure et matériaux 231	
7.1.1 Surfaces développables 231	
7.1.2 Nervures : surfaces planes 232	
7.2 Assemblage 233	
7.2.1 Assemblage nervure-nervure 233	
7.2.2 Assemblage nervure-surface 234	
7.3 Limites et problèmes rencontrés 239	
8. Pavillon Mahallat 240	
8.1.1 Contexte du projet 240	
8.1.2 Idée 241	
8.1.3 Une surface funiculaire pour un Muqarnas en compression 242	
8.1.4 Conception de la surface globale 243	
8.1.5 Épaisseur et création des claveaux 255	
8.1.6 Impression 3D 257	
8.1.7 Assemblage et support 259	
9. Pavillon Sa'adat Ābād 265	
9.1 Conception 265	

9.1.1	Une quasi-symétrie	266
9.1.2	Pentagones et hexagones : génération des polycellules.....	268
9.2	Structure et matériaux	271
9.2.1	Des nervures courbes et développables	271
9.2.2	Remplissage en Béton.....	272
9.3	Assemblage.....	274
Conclusions et perspectives		279
Bibliographie		287

INTRODUCTION

Le dialogue avec la tradition est toujours un enjeu majeur dans la société iranienne d'aujourd'hui. Ce débat entre le « traditionnel » et le « moderne » ou le « contemporain » existe dans tout pays héritant d'une grande histoire, n'intégrant pas la culture occidentale et son évolution. En Iran, nous pouvons remarquer cette interaction avec la tradition dans les disciplines artistiques et littéraires. En musique, nous avons à la fois les mouvements de musiques « hybrides », mais aussi un mouvement réinterprétant la musique traditionnelle¹. Dans les arts visuels, nous constatons aussi la présence de diverses approches, réinterprétant les éléments traditionnels dans de nouvelles créations.

Il en est de même pour ce qui est de l'architecture. Depuis plus d'un siècle, différents mouvements se sont succédé, générant des styles architecturaux divers, se situant au croisement de l'architecture contemporaine et de l'architecture traditionnelle. Les réalisations cherchant à réinterpréter l'architecture iranienne du passé se sont multipliées. Au-delà de la variété des approches, elles manifestent cette forte volonté d'ancrer l'architecture d'aujourd'hui dans son contexte historique. Pour autant, les récentes réalisations relevant d'une telle approche n'ont pas trouvé de réception positive de la part de la société².

Il faut, par ailleurs, prendre en compte le développement de plus en plus rapide du numérique et les progrès qui en ont résulté dans la conception architecturale. Incontestablement, l'une des conséquences du progrès du numérique en architecture est d'avoir mis au premier plan ses fondements géométriques. En effet, les outils numériques nous permettent aujourd'hui de générer, de contrôler et de modifier avec une grande liberté des géométries complexes. Aujourd'hui, la conception et la fabrication numérique font partie intégrante du domaine architectural.

Dans le contexte iranien, l'émergence du numérique en architecture nous amène à réexaminer l'architecture traditionnelle iranienne où la géométrie, à différentes échelles, est omniprésente. C'est manifeste autant dans la structure d'ensemble et les proportions des édifices, que dans les multiples éléments architecturaux, qu'ils soient structurels ou ornementaux.

Le sujet de cette recherche est ainsi né d'une réflexion autour de la géométrie, qui structure l'architecture traditionnelle iranienne, et qui est aussi aujourd'hui revalorisée par le développement du numérique. Nous avons décidé de nous focaliser sur le Muqarnas, un élément représentatif de l'architecture traditionnelle, pour réfléchir à sa transposition dans le

¹ La musique « *Talfighi* » (hybride) correspond à toute musique mêlant musique traditionnelle iranienne et un genre de musique contemporaine. D'autre part, des musiciens comme Hossein Alizadeh travaillent dans la continuité de la musique traditionnelle et se proposent une sorte d'évolution de la musique traditionnelle iranienne.

² Ce constat s'explique en comparant des grandes réalisations comme la tour Milad de Téhéran ou le Mosalla d'Imam Khomeini qui avaient comme ambition de devenir des icônes de la ville en proposant une réinterprétation de l'architecture iranienne (irano-islamique). Aujourd'hui, la tour Azadi, réalisé en 1971 garde son statut de symbole de la ville de Téhéran reflétant une « identité moderne iranienne ».

contexte contemporain. Le Muqarnas est un élément présent dans l'architecture iranienne de la période islamique, à forte détermination géométrique, à la fois structure et ornement.

0.1 Contexte de la recherche

0.1.1 Architecture contemporaine iranienne

La période Qadjar (1795-1925) est reconnue pour être la période dans laquelle s'observe une rupture dans le fil de l'évolution de l'architecture traditionnelle. C'est durant le règne de Naser al-Din Shah (1848-1896) qu'apparaît le début d'une « hybridation » entre l'architecture traditionnelle et l'architecture occidentale de l'époque. Cette transformation de l'architecture se fait naturellement par la multiplication des échanges entre la Perse et la civilisation occidentale (Europe). Ce nouveau style apparaît dans un premier temps dans des architectures de prestige comme les palais et les édifices royaux. C'est sans doute le « Shams al-Emare », à Téhéran, qui reflète le mieux cette fusion entre l'architecture traditionnelle iranienne et l'architecture occidentale. Il s'agit d'un édifice de quatre étages, ce qui représente en soi une innovation, avec deux ailes symétriques. On y remarque également une ornementation traditionnelle sur l'ensemble de l'édifice, mêlée à certains éléments de l'architecture occidentale.

Si l'on considère l'histoire de l'architecture, la dynastie Pahlavi, qui succède aux Qadjar, se divise en deux périodes. La première période Pahlavi correspondant au règne de Reza shah (1925-1941), et la deuxième période Pahlavi au règne de Mohammad-Reza Shah (1941-1979).

Reza shah était nostalgique de la splendeur de la Perse préislamique, et songeait à redonner une grandeur à l'Iran en s'inspirant des sociétés occidentales. C'est ainsi qu'il faut donc comprendre la genèse d'un style néo-classique iranien dans cette période. Ce style architectural consistait à introduire des éléments remarquables de l'architecture préislamique iranienne³ dans un corps moderne. Nous trouvons aussi dans ce type d'architecture, des influences du style néoclassique du XIX^e siècle européen.

En parallèle, une architecture moderne iranienne émerge. Vartan Hovanessian est l'un des architectes les plus célèbres de cette époque à qui l'on doit de nombreux édifices de style moderne en Iran. Même si la pensée de Hovanessian était en accord avec celle de Reza Shah, dans leur volonté de moderniser « brutalement » l'architecture iranienne, il existe chez Hovanessian un effort « d'adaptation » du style moderne au contexte iranien. Plusieurs architectures résidentielles à Téhéran ainsi que la banque Sepah d'Ispahan témoignent de cette approche.

Avec l'arrivée de la deuxième période Pahlavi (1941-1979), de nouveaux styles architecturaux apparaissent. Apparaissent ainsi des œuvres sous l'influence du style moderne

³ Il s'agit de l'architecture de la période achéménide, considérée comme l'Age d'or de l'empire perse et qui est pris comme principale source d'inspiration.

international tels que le parlement iranien et le ministère du Pétrole. Abdolaziz Farmanfarmanian et Mohsen Foroughi sont les architectes reconnus de ce style.

Dans la même période apparaît un nouveau mouvement architectural, visant à une fusion entre la culture architecturale traditionnelle et les nouvelles technologies. Le pionnier de ce mouvement est Houshang Seyhoun. Il est l'auteur de plusieurs architectures monumentales comme le tombeau d'Avicenne à Hamadân et le tombeau de Khayyâm à Nichapour. L'une des particularités de l'architecture de Seyhoun est de remettre à l'ordre du jour la géométrie qui caractérisait l'architecture traditionnelle iranienne. Le tombeau de Khayyâm est un parfait exemple confirmant cette approche géométrique innovante, qui s'inscrit dans les racines de l'architecture traditionnelle. On peut citer encore la tour Azadi, un monument qui a marqué l'architecture contemporaine iranienne, conçue par Hossein Amanat et réalisée en 1971. À l'époque, ce monument symbolisait parfaitement « l'Iran Modern », et aujourd'hui, elle est considérée comme le principal symbole de la ville de Téhéran. Pour Amanat ce monument est le point culminant de tout ce qu'il a appris dans sa formation d'architecte et lors de ses voyages en Iran. L'arche principale de la tour combine l'arc parabolique des ruines préislamiques de Ctésiphon avec les arcs brisés de la période islamique, encapsulant des millénaires de l'histoire de l'Iran. Pour réconcilier les deux formes d'arc, Amanat s'est inspiré d'un élément géométrique de l'architecture de la période islamique, le Kârbandi.⁴

La dernière période est la période post-révolution (1979), avec une multiplication des approches et des styles architecturaux. C'est ainsi qu'apparaît un courant « traditionaliste », qui s'inscrit exclusivement dans la tradition, en « imitant » l'architecture de la période islamique, déconnecté, de ce fait, de sa période et de son contexte. La mosquée de l'université Sharif et le mausolée de l'Imam Khomeiny reflètent parfaitement ce style. Au cours des années qui ont suivi la révolution, d'autres architectes iraniens se sont tournés vers la revitalisation et la fusion, œuvrant pour la création d'une identité culturelle. La tendance actuelle qui émerge chez des architectes tels que Reza Daneshmir, Shahabeddin Arfaei, Hooman Balazadeh, Abbas Riahi Fard, Mohammad Majidi et Mahmoud Darvish est le fruit d'analyses, d'informations et de critiques précises. En reconnaissant et en incorporant les innovations technologiques actuelles et en s'inspirant de l'expression abstraite universelle de l'architecture iranienne, les architectes iraniens tentent de présenter, par le pluralisme et l'innovation, des voies émergentes pour définir une nouvelle orientation. (Diba 2012)

⁴ Selon Hossein Amanat 2011. <http://www.amanatarchitect.com/video/video.html>.



Figure 1. Tour Azadi à Téhéran. Architecte : Hossein Amanat.



Figure 2. Tombeau de Khayyam à Neyshabour. Architecte : Houshang Seyhoun.

0.1.2 Le numérique en architecture

Aujourd'hui, la question n'est plus de savoir si le numérique est une bonne ou une mauvaise chose, mais de comprendre comment il détermine et oriente l'architecture. La profondeur des changements qu'apporte le numérique en architecture pourrait être aussi radicale et durable que la transformation de la discipline architecturale au début de la Renaissance. À cette époque, l'adoption de nouveaux outils et de nouvelles procédures comme les projections coordonnées en plan, la coupe, l'élévation et la représentation perspective, était inséparable de phénomènes comme l'émergence des figures de l'architecte et de l'ingénieur et la place nouvelle prise par la conception. (Picon 2010)

Ce développement mondial se manifeste de plus en plus fortement dans le domaine architectural en Iran. Les outils de conception et de fabrication paramétrique et algorithmique comme Rhinoceros et Grasshopper ont depuis quelques années, modifié les habitudes d'hier. Dans un pays marqué par un héritage architectural à caractère géométrique, l'intégration des outils numériques n'a pas tardé. On assiste depuis quelques années à la multiplication de workshops, de formations et d'événements autour de ces thématiques. On voit se développer un véritable engouement pour ces outils qui permettent de rapprocher la conception et la fabrication. Des réalisations intégrant des façades complexes conçues à l'aide d'outils paramétriques sont de plus en plus nombreuses. Face à cette intégration du numérique, nous constatons un décalage entre la pratique traditionnelle de l'architecture, défendue par un courant traditionaliste, et les nouvelles pratiques influencées par le numérique. Aujourd'hui, il semble que le numérique représente une composante essentielle du contexte contemporain, confrontée à la tradition architecturale iranienne avec laquelle elle est amenée à dialoguer.

0.2 État de l'art

Les études portant sur les Muqarnas se classent en deux catégories : celles centrées sur l'histoire et la géométrie du Muqarnas, et celles focalisées sur la modélisation numérique de cet élément. Parmi les recherches historiques, il faut citer celles de Josef Rosintal, qui à travers trois ouvrages a théorisé la filiation entre les trompes et les Muqarnas (Rosintal 1928 ; 1937; 1938). Dans un article, Yasser Tabbaa a introduit une autre théorie concernant l'origine, celle des dômes en Muqarnas (Tabbaa 1985). Une autre recherche remarquable relevant de l'histoire des Muqarnas est sans doute celle de Gülru Necipoglu qui, suite à la découverte du rouleau de Topkapi, a publié un ouvrage traitant de la géométrie et de l'ornementation islamique. Le sujet des Muqarnas y est traité d'un point de vue historique, accompagné de nombreuses descriptions de plans (Necipoglu 1996).

A notre connaissance, la source la plus ancienne qui définit géométriquement les Muqarnas se trouve dans un passage du livre « clé d'arithmétique » [Miftāḥ al-hisāb] d'Al-Kāshī datant de 1427. C'est dans cet ouvrage que nous trouvons pour la première fois une définition des éléments du Muqarnas ainsi qu'une classification typologique. Al-Kāshī est l'un des plus grands

mathématiciens du XV^e siècle et c'est dans le but de calculer la surface de ses éléments qu'il s'intéresse aux Muqarnas. Yvonne Dold-Samplonius a d'ailleurs traduit et analysé ce texte (Dold-Samplonius 1992). Dans un article plus récent Gholam Hossein Memarian et Hadi Safaeipour (Dadkhah, Safaeipour, et Memarian 2012) questionnent l'origine des Muqarnas et la distinction entre les Muqarnas structurels et décoratifs. Une autre étude portant sur la géométrie des Muqarnas a été menée par Vincenza Garofalo, avec comme objet les Muqarnas de Palerme en Italie (Garofalo 2010).

D'autre part, les œuvres de Hossein Lorzadeh et Ali-Asghar Sha'rbaf, deux « architectes traditionnels »⁵ iraniens, nous permettent de comprendre le processus géométrique de conception et de fabrication des Muqarnas iraniens selon la méthode traditionnelle (Sha'rbaf 2006) (Raeeszade et Mofid 2011).

Au nombre des recherches sur la modélisation numérique des Muqarnas, il y a celles qui portent sur les Muqarnas existants. L'un des exemples de ce type de recherche est celui de Mohammad Al-Assad, qui présente une reconstruction tridimensionnelle d'un Muqarnas du rouleau de Topkapi, à partir de son plan et à l'aide du logiciel Autocad (Necipoglu 1996). Une autre approche est proposée par Sylvia Harmsen, qui dans sa thèse de doctorat intitulée « *Algorithmic Computer reconstructions of Stalactite Vaults - Muqarnas - in Islamic Architecture* », met en place un algorithme permettant de reconstruire en 3D les Muqarnas de l'époque Ilkhanide (Harmsen 2006).

D'autres recherches vont au-delà de la reconstruction des Muqarnas existants, en essayant de proposer de « nouveaux » types de Muqarnas. Une partie des travaux de Mohammad Ali Yaghan portant sur les Muqarnas se concentre sur cet aspect. Yaghan propose donc des méthodes de génération de nouvelles « typologies » de Muqarnas, en décodant les Muqarnas existants (M. A. T. Yaghan 2000).

Enfin, la modélisation paramétrique des Muqarnas a fait l'objet de plusieurs Workshops et séminaires de recherche. C'est dans ce cadre que Tugrul Yazar a mis en place un algorithme générant des Muqarnas par des opérations booléennes. Le résultat est en effet un Muqarnas, mais qui présente une morphologie relativement homogène et simple⁶.

0.3 Problématique

En exposant le contexte de notre recherche, nous nous sommes efforcés de montrer comment, parmi les différentes approches architecturales conciliant le traditionnel et le

⁵ Il s'agit d'architectes qui pratiquent essentiellement l'architecture traditionnelle. Dans la majorité des cas, ces architectes héritent d'un savoir-faire familial. Aujourd'hui, ils pratiquent soit la rénovation des éléments de l'architecture traditionnelle iranienne, soit la conception et la mise en œuvre de nouvelles constructions dans un style purement traditionnel.

⁶ <http://www.designcoding.net/parametric-muqarnas/>

moderne, la reconsidération de la géométrie est historiquement une approche donnant lieu à des réalisations remarquables⁷. Nous avons également souligné le développement du numérique, qui grâce aux outils paramétriques et algorithmiques, facilite et encourage le recours à la géométrie (complexe) en architecture. C'est ce qui nous a poussé à réfléchir à la réinterprétation du Muqarnas, un élément architectural et spatial à caractère géométrique. Enfin, la majorité des études ayant comme objet les Muqarnas s'intéressent soit à l'aspect historique, soit à la reconstruction des Muqarnas existant par une démarche numérique.

Ces trois considérations sont le fondement de la problématique de cette recherche. Il s'agit dans un premier temps d'une réinterprétation de l'architecture traditionnelle iranienne qui revalorise et remobilise la géométrie. Le Muqarnas est, par sa complexité géométrique et son caractère spatial, l'élément architectural que nous avons choisi d'étudier et de réinterpréter. Il s'agit ensuite de faire appel aux outils paramétrique et algorithmiques pour la génération de nouveaux types de Muqarnas. Dans ce cadre, nous pouvons énoncer ainsi, la problématique de recherche :

- *Comment réinterpréter un élément architectural traditionnel ?*
- *Quels outils mettre en place dans cette démarche de réinterprétation ?*
- *Quelle approche adopter pour la réinterprétation de la dimension géométrique, dans le cadre d'une génération paramétrique de nouveaux Muqarnas ?*

Plusieurs recherches ont eu comme objectif la génération de nouveaux Muqarnas, comme celle de M. A. Yaghan, qui se concentre sur la « déformation » et la « dé-régularisation » des Muqarnas existants, dans le but de générer de nouvelles typologies (M. A. Yaghan s. d.). Le champ de possibilités de réinterprétation est très vaste. Il était donc impératif de définir une approche permettant d'orienter la réinterprétation. Compte tenu de ces éléments, nous avons formulé l'hypothèse suivante :

Une étude historique de l'évolution du Muqarnas permettrait de structurer la réinterprétation numérique.

Ce choix passe par un réinvestissement en profondeur, par une lecture géométrique, de l'histoire de l'évolution du Muqarnas.

L'état actuel des réalisations architecturales entreprenant une démarche de réinterprétation du traditionnel se réduit souvent à des interprétations « simplistes » des éléments de l'architecture du passé. Nous pensons qu'il s'agit d'une forme de rupture avec le passé et d'une connaissance partielle de l'évolution de ces éléments architecturaux, de leurs fonctions et de leur rôle dans l'histoire de l'architecture. Ce problème est d'ailleurs souligné par Antoine Picon, là où il évoque le projet de l'aéroport international de Djeddah (2003), proposé par OMA, pour

⁷ Nous visons particulièrement la tours Azadi et le tombeau de Khayyâm.

ensuite discuter de la réémergence du symbole grâce à l'ornement dans ce type de projet. Il ajoute que ce nouveau rapport au symbole risque de mener à un « easy symbolism » ou une réinterprétation « simpliste » du symbole. Picon propose donc de rompre avec le « présentisme » et de renouer avec un sens de l'histoire, occulté par le développement rapide du numérique (Picon 2013).

En effet, les outils numériques que nous avons à disposition aujourd'hui, et en particulier les outils paramétriques et algorithmiques en architecture⁸, posent un problème majeur tout en offrant des capacités génératives gigantesques. Les approches « simplistes »⁹ réutilisant des éléments géométriques de l'architecture traditionnelle sont souvent liées au développement de ces outils numériques. Leur diffusion dans le monde architectural a rendu accessibles et relativement simples la conception, la manipulation et la gestion des géométries complexes. Les codes, les algorithmes génératifs et les modèles paramétriques se partagent facilement sur internet¹⁰, et peuvent être repris et appliqués dans différents contextes avec de simples adaptations.

Nous pensons que c'est cette facilité d'accès et d'appropriation des outils numériques qui souvent accélère brusquement le processus de conception, négligeant au passage les dimensions théorique et historique. De plus, les possibilités de génération et de manipulation sont tellement vastes qu'il devient essentiel d'en limiter le champ. En effet, le domaine de pertinence d'un modèle paramétrique dépend de ces paramètres variables. C'est donc le choix de ces paramètres qui devient fondamental.

0.4 Délimitation de la recherche

Il s'agit d'abord de réfléchir à la réinterprétation d'un élément dans le contexte iranien. Le Muqarnas est devenu à partir du XII^e siècle un élément caractéristique de l'architecture dans l'ensemble du monde musulman. Cette extension s'est accompagnée d'une diversification du style et des matériaux. On distingue des Muqarnas sensiblement différents entre le style développé au Maghreb et en Andalousie et ceux du Moyen-Orient. Même au sein du Moyen-Orient, les Muqarnas se différencient par leur matériau et leur géométrie. Notre étude se limitera aux Muqarnas présents dans les limites de l'Iran d'aujourd'hui¹¹ dans la mesure où notre objectif est de générer de « nouveaux » types de Muqarnas destinés au contexte iranien contemporain.

⁸ Nous faisons référence principalement à Grasshopper et Rhinoceros, les outils de conception paramétriques les plus courants en architecture aujourd'hui et que nous avons utilisés pour cette recherche.

⁹ Nous entendons par simpliste « easy symbolism » que Picon évoque.

¹⁰ Par exemple la plateforme www.grasshopper3D.com devenue une base extrêmement riche de discussion et de partage autour de l'architecture paramétrique.

¹¹ Les frontières de l'Iran ont fluctué tout au long de l'histoire. Des régions de l'Afghanistan, de l'Asie centrale et de l'Irak ont souvent fait partie de cet ensemble.

Nous nous focaliserons dans cette recherche sur la géométrie des Muqarnas. Cette précision est importante, car une étude exhaustive de cet élément devrait intégrer les dimensions géométriques, ornementales et structurelles. Précisons que par dimension ornementale nous ne visons pas le Muqarnas en tant qu'objet (souvent) décoratif, mais bien le traitement ornemental des éléments du Muqarnas. En Iran, il s'agit d'une ornementation en brique, en céramique ou en stuc qui couvre la surface du Muqarnas. Cette dimension ornementale implique une étude de l'ornementation persane et de son évolution durant l'histoire. Au vu des objectifs que nous nous sommes fixés, nous limiterons notre étude à la dimension géométrique.

Quant à l'aspect structurel, la question est plus complexe. D'abord, dans l'architecture iranienne, pour certains types d'éléments, il est difficile de définir radicalement si un élément est structurel ou ornemental. C'est particulièrement le cas de tous les éléments tridimensionnels comme le Kārbandi, le Yazdibandi et surtout le Muqarnas. Nous abordons la question de la fonction (structurelle ou décorative) du Muqarnas à plusieurs reprises dans cette étude. L'examen de son origine ainsi que de son évolution historique permettra d'apporter des éléments pour en clarifier la fonction et de distinguer les Muqarnas purement décoratifs des Muqarnas autoporteurs. Mais il est clair qu'une étude rigoureuse de l'aspect structurel nécessiterait des analyses et des simulations numériques poussées afin de comprendre le comportement des Muqarnas supposés structurels. La cadre de cette recherche ne nous permet pas de procéder à ces analyses, car notre priorité est ici est la forme architecturale du Muqarnas et sa dimension géométrique.

0.5 Méthode et structure du travail

Notre étude débute par la définition du Muqarnas. Nous aborderons donc les définitions existantes du terme Muqarnas et son étymologie. Nous étudierons la diversité des Muqarnas du point de vue de leur style, leurs matériaux et leurs mises en œuvre dans les édifices. Nous analyserons ensuite la géométrie du Muqarnas, en nous référant à une définition géométrique datant du XV^e siècle. D'autres définitions d'architectes traditionnelles iraniennes nous permettront de clarifier les différents aspects géométriques du Muqarnas : les éléments et leur définition, les logiques de tracé et les principes d'assemblages et d'agencement des différents éléments. Cette étape est fondamentale pour clarifier les termes que nous allons mobiliser tout au long du travail.

Il s'agit, nous l'avons précisé, de procéder à une étude historique afin de comprendre l'évolution géométrique du Muqarnas. Une première partie intitulée « origine » permet de clarifier l'origine des Muqarnas. D'un point de vue chronologique, elle s'étend de la période préislamique, principalement à l'époque sassanide (III^e siècle), où l'on voit les premières trompes, jusqu'au XII^e siècle, date à laquelle le Muqarnas est devenu un élément caractéristique dans l'ensemble du monde musulman. Nous évoquerons les deux principales théories portant sur les Muqarnas. La théorie de la fragmentation de la trompe (qui remonte à l'époque

sassanide) et la théorie des dômes en Muqarnas. Nous essayerons d'apporter des éléments de clarification à chacune de ces théories afin de mieux comprendre la question de l'origine qui reste relativement controversée.

Une deuxième partie porte sur l'évolution des Muqarnas. Elle s'inscrit dans la continuité de l'étude de leur origine en étudiant la géométrie des Muqarnas à partir du XII^e siècle. L'objectif est d'analyser leur évolution selon différents critères géométriques. Plusieurs cas d'études ont été choisis pour représenter les différentes périodes historiques. Cela nous conduira à proposer un Time-Line synthétisant cette évolution. L'ensemble de ces documents graphiques issus de chaque analyse formera un tableau représentant l'évolution du Muqarnas selon différents critères géométriques et morphologiques. Ainsi, ce Time-Line « multicritère » nous permet de déduire des « principes » géométriques, formant un cadre pour la réinterprétation numérique des Muqarnas.

Enfin, dans une troisième partie, nous procédons à une réinterprétation à l'aide des outils numériques. Toutes les modélisations et les algorithmes se font à l'aide des logiciels Grasshopper et Rhinoceros. Cette partie est composée de plusieurs sections. Chaque section présente une approche paramétrique et algorithmique de génération de Muqarnas. Il s'agit d'abord d'une approche surfacique qui vise à sortir de la démarche traditionnelle portant sur la relation entre le plan et l'objet tridimensionnel, en discrétisant une surface propre à générer des Muqarnas. La deuxième approche réinvestit la démarche traditionnelle en se basant sur des courbes de niveau quelconques. Une approche surfacique plus générale est ensuite abordée, qui tente de généraliser la méthode surfacique en introduisant une nouvelle méthode de discrétisation des surfaces. La dernière approche est une approche itérative. Elle se base sur la méthode traditionnelle consistant à concevoir les Muqarnas « élément par élément » et « rangée par rangée ».

Une dernière partie est consacrée à la mise en œuvre par le prototypage. Des prototypes à petites et grandes échelles sont présentés, issus des différentes approches génératives. Les questions relatives à la structure, à l'assemblage et aux matériaux sont également abordées. L'idée est de proposer différentes possibilités de fabrication de Muqarnas, en fonction du matériau, de l'échelle et de la complexité des modèles.

PARTIE I

[DEVELOPPEMENT HISTORIQUE]

1. Description du Muqarnas

1.1 Qu'est-ce qu'un Muqarnas

Le Muqarnas est un composant tridimensionnel de l'architecture islamique. Il s'agit d'un agencement d'éléments modulaires concaves, formant des rangées horizontales. Les rangées composées d'éléments se succèdent en forme d'escalier et, de ce fait, donnent naissance à une surface courbe. Dans l'encyclopédie de l'Islam le Muqarnas est décrit ainsi : « *La décoration de Muqarnas se compose d'une série de niches intégrées dans un cadre architectural, associées géométriquement et conduisant à une composition à trois dimensions autour d'un petit nombre d'axes de symétrie de base. On l'a souvent comparée pour la forme à un rayon de miel* » (Behrens-Abouseif 1993, 500). Le Muqarnas est utilisé comme élément de transition pour atténuer la brutalité qu'engendre l'intersection de deux surfaces dans un édifice : entre un mur vertical et une voûte, entre une coupole et sa base formée par quatre murs (zone de transition), ou encore entre deux sections de rayon différentes d'un minaret. Cela dit, dans le contexte iranien, ce sont les Muqarnas des iwans¹² qui sont largement majoritaires et forment ainsi nos principaux objets d'étude. L'iwan est un espace voûté avec un plan rectangulaire, fermé sur trois côtés et s'ouvrant sur le quatrième par un arc brisé.

¹² L'iwan puise ses racines dans l'architecture préislamique. Le palais sassanide d'Ardeshir à Firuzābād (III^e siècle) est l'un des premiers exemples dans l'histoire. À partir du XII^e siècle environ, l'iwan a transformé l'architecture iranienne en introduisant le plan à quatre iwans dans les édifices (mosquées, madrasas, caravansérails). Il s'agit de l'un des principaux traits stylistiques de l'architecture iranienne.



Figure 3. De haut en bas et de gauche à droite : Muqarnas couvrant une coupole, mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz. Muqarnas sur Minaret, mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz. Muqarnas en corniche, Zendan-eEskandar, Yazd. Muqarnas d'iwan, mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz.

Selon les régions géographiques et les différentes périodes, divers matériaux ont été utilisés pour la construction des Muqarnas. Dans le territoire iranien¹³ et en Irak, nous retrouvons uniquement des Muqarnas en stuc et en brique. En Syrie, en Égypte ainsi qu'en Turquie, les Muqarnas sont principalement construits en pierre. En Afrique du Nord (Maroc, Tunisie, Algérie) et en Espagne (Andalousie), le bois et le stuc sont les matériaux utilisés pour la construction des Muqarnas.

¹³ Les limites du territoire iranien ont beaucoup évolué durant la période islamique. Les territoires du grand Khorasan (une partie de l'actuel Afghanistan), ainsi qu'une partie de l'Asie centrale (régions englobant les villes de Samarkand et Boukhara) sont souvent intégrés au style iranien.

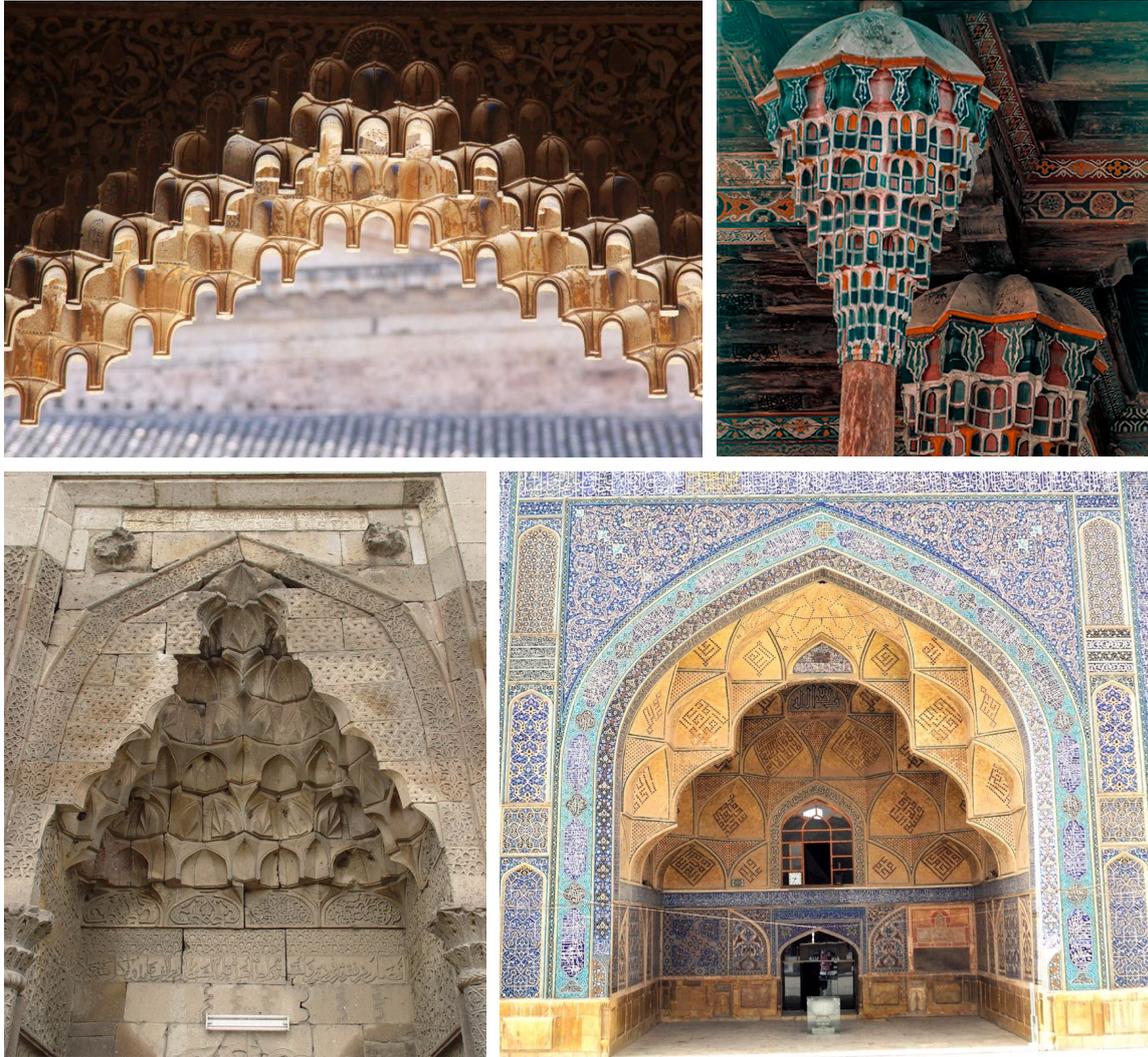


Figure 4. De haut en bas et de gauche à droite : Muqarnas en stuc, Grenade, Espagne. b. Muqarnas en bois, Ouzbékistan. c. Muqarnas en pierre, Kayseri, Turquie. d. Muqarnas en brique, Ispahan, Iran.

Échelle

L'échelle est aussi un facteur important dans l'étude des différents Muqarnas du monde de l'Islam. Par échelle, nous entendons aussi bien la dimension globale ou la surface sur laquelle le Muqarnas est appliqué, que la taille des éléments ou des modules qui composent le Muqarnas.

Concernant la taille globale, les plus grands Muqarnas se trouvent dans les iwans en Iran ; ce sont des Muqarnas d'iwans, comme par exemple ceux de la grande mosquée de Yazd ou de la grande mosquée d'Ispahan. Nous pouvons aussi citer le Muqarnas sous la coupole de la salle des deux sœurs de l'Alhambra de Grenade, en Espagne, qui est de taille conséquente. À l'inverse, il existe de petites surfaces ornées de Muqarnas comme dans le cas des chapiteaux ou encore les Muqarnas qui ornent les minarets.

S'agissant de la dimension des éléments, la grande majorité des Muqarnas est construite avec des cellules allant de dix à trente centimètres de hauteur. Cela dit, à Ispahan, en Iran, des

Muqarnas sont composés de cellules dépassant un mètre de hauteur. Dans la grande mosquée d'Ispahan, on peut voir dans le même édifice des Muqarnas de différentes échelles : le Muqarnas de l'iwan Sud, appartenant à l'époque seldjoukides (XII^e siècle), est composé de cellules de tailles imposantes (près de deux mètres de hauteur) ; celui de l'iwan Est, reconstruit sous le règne des Safavide (XVII^e siècle), est largement plus dense avec des éléments ne dépassant pas cinquante centimètres. Hors d'Iran, on trouve des Muqarnas extrêmement denses en Afrique du Nord et en Andalousie, caractérisés par des éléments de très petites tailles, jusqu'à se confondre parfois avec des textures.

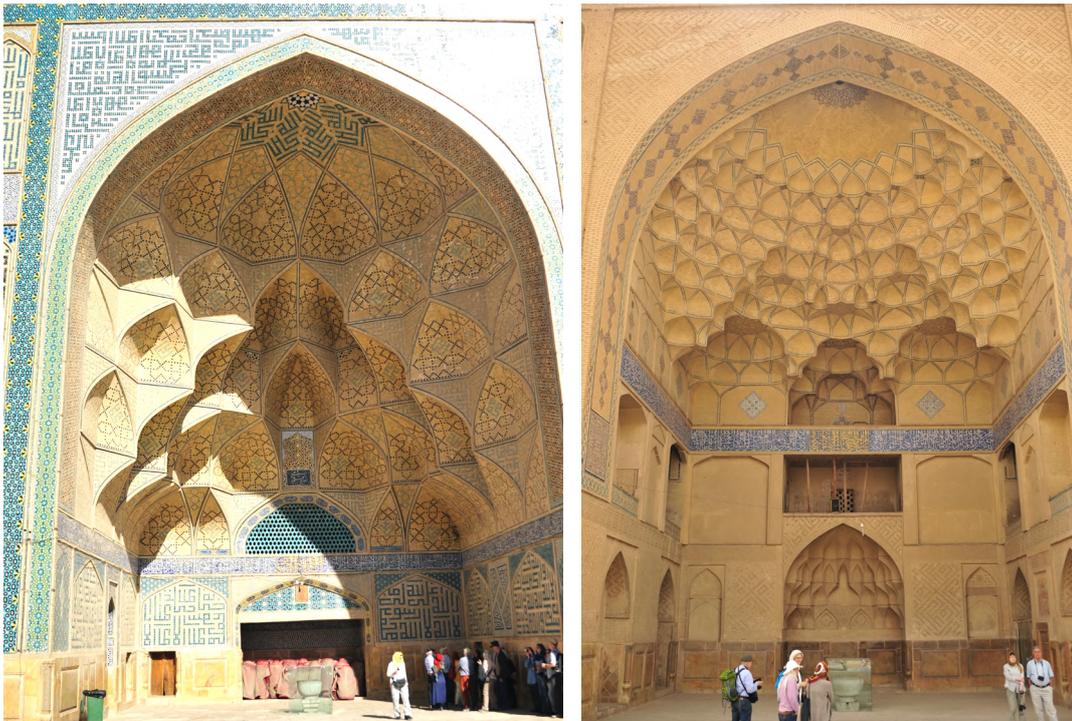


Figure 5. Différence d'échelle entre les éléments des Muqarnas de la Grande Mosquée d'Ispahan. Iwan Ouest à gauche et iwan Est à droite.

1.1.2 Étymologie

L'étymologie du mot Muqarnas n'est toujours pas clairement établie. Comme le Muqarnas est devenu à partir du XII^e siècle un élément architectural caractéristique dans l'ensemble du monde musulman, le terme est utilisé aussi bien en arabe qu'en persan. La première chose à souligner est que le mot Muqarnas s'écrit de deux manières¹⁴ : avec un *sin* [مقرنس] et avec un *sād* [مقرنص]. Selon Behrens-Abouseif, la définition du terme Muqarnas dans les dictionnaires

¹⁴ Le persan et l'arabe empruntent le même alphabet bien qu'ils soient deux langues fondamentalement distinctes. L'alphabet persan comporte quatre lettres de plus que l'alphabet arabe.

arabes ne fait pas référence à sa fonction dans l'architecture islamique. C'est donc un terme populaire, ou plutôt un terme technique de maçon (Behrens-Abouseif 1993).

En persan, le Muqarnas existe uniquement avec le *sīn*. À la différence de la langue arabe, le mot Muqarnas [مقرنس] est relativement bien documenté dans les dictionnaires persans. Ainsi, le dictionnaire Dehkhodā évoque, dans la section Muqarnas, plusieurs définitions issues de différentes sources. Selon l'encyclopédie *Zafān-e-Gouyā* (XV^e siècle) et l'encyclopédie *Moayed-al-Fozalā* (1519), il s'agit d'une construction circulaire en forme d'escalier et de « pied de gazelle »¹⁵ présentant des bosses et des creux. Dans l'encyclopédie *Ānandarāj* (1888), le Muqarnas est un édifice construit par des « *Qurnās* ». *Qurnās* veut dire pic de montagne (nez de montagne). Le dictionnaire *Nāzem-al-Ateba'* (1924) décrit le Muqarnas ainsi : « une décoration des salles et d'*iwans* avec diverses formes en stucs ». Dehkhodā donne à son tour sa propre définition : « Des éléments en stucs, formant des reliefs, suspendus comme des pieds de gazelle qui ornent le porche de la maison ». Dans l'encyclopédie *Mo'in* (*Frahang-e Mo'in*), le Muqarnas est simplement défini comme un édifice relativement haut, avec un plafond décoré de peintures et de motifs.

Nous réalisons donc que le sens du mot Muqarnas en persan est assez vaste, et ne se réduit visiblement pas au Muqarnas comme élément architectural. Il semble qu'historiquement, les coupes et les voûtes ornées de peintures et de motifs ont aussi été considérées comme Muqarnas. Dans la littérature et surtout la poésie persane, ce terme apparaît dans un sens beaucoup plus large. L'encyclopédie Dehkhodā mentionne sa présence dans des poèmes de différents auteurs persans. Il en distingue deux utilisations différentes : d'un côté le Muqarnas en tant qu'élément suspendu (comme pied de gazelle) et, de l'autre, le Muqarnas comme une métaphore du ciel.

Même s'il est plus largement documenté en persan, il est néanmoins impossible de montrer clairement à partir de quand ce terme a été employé pour désigner un élément architectural. À ce jour, ces ambiguïtés n'ont pas pu être levées. En se basant sur la variation *sin-sād*, Wolfhart Heinrich évoque même une possible origine grecque.¹⁶ Il est particulièrement intéressant de relever qu'un poème du XII^e siècle du poète *Am'āq* emploie le mot Muqarnas¹⁷ en se référant à l'élément architectural, ce qui montre que cet élément était déjà bien connu à cette époque. Le XII^e siècle correspond en effet au début de la diffusion de cet élément dans le monde musulman. Cette période est le début de l'Âge d'or de la ville d'Ispahan sous le règne des Seldjoukides. Nous reviendrons sur la question de l'origine du Muqarnas, sans prétendre pour autant apporter une contribution significative à ce sujet. La question liée à l'étymologie nécessiterait d'être étudiée de façon approfondie, dans le but notamment d'apporter plus d'éléments concernant l'histoire des premiers siècles de l'Islam durant lesquels le Muqarnas est apparu et s'est progressivement développé.

¹⁵ Le terme *Ahou-Pāy* [آهو پای] qui signifie « pied de gazelle », est souvent employé dans le langage technique des artisans pour faire référence aux Muqarnas. Il s'agit sans doute d'une comparaison morphologique entre les cellules superposées des Muqarnas et la forme du pied de gazelle.

¹⁶ Voir (Dold-Samplonius 1992, 197)

¹⁷ *Divān-e-Am'āq*, page 151

1.1.3 Style

à partir du XII^e siècle, le Muqarnas se retrouve dans la presque totalité du monde musulman. Il s'adapte aux styles architecturaux et aux modes de constructions locaux des divers pays. Compte tenu de l'étendue du territoire de l'Islam et de la diversité des cultures, ainsi que les différentes périodes de l'histoire et des dynasties, il est possible de classer les Muqarnas selon plusieurs critères.

D'un point de vue stylistique, les Muqarnas se divisent en deux grands ensembles : les Muqarnas orientaux et les Muqarnas occidentaux. Les Muqarnas orientaux sont ceux du Moyen-Orient (Iran, Irak, Syrie, Turquie et Égypte) ainsi que d'une partie de l'Asie centrale (Ouzbékistan). Les Muqarnas occidentaux, quant à eux, correspondent aux territoires de l'Afrique du Nord (Maroc, Tunisie, Algérie) et de l'Espagne (région d'Andalousie). Cette distinction est sans doute trop tranchée, car elle se base uniquement sur la morphologie des éléments qui composent le Muqarnas. Pour autant, des disparités apparaissent clairement entre les Muqarnas du Maghreb et de l'Espagne et ceux des territoires orientaux du monde musulman. La différence réside dans le profil de l'élément. Les Muqarnas occidentaux sont dessinés et exécutés de façon à avoir des « pieds » suspendus qui dépassent le niveau auquel l'élément est rattaché. Cette manière particulière de concevoir les Muqarnas en change fortement la perception globale, au point que certains auteurs emploient le mot « stalactite » pour désigner cet élément. Cette appellation « stalactite » vient en effet de cette différence morphologique, même si ce mot désigne parfois l'ensemble du Muqarnas¹⁸. L'encyclopédie de l'Islam l'évoque en ces termes : « *Son assimilation aux stalactites, terme généralement employé dans les langues européennes pour désigner le Muqarnas, n'est pas totalement adéquate, car la comparaison avec les formations minérales géologiques tombantes n'est valable que pour un certain type plus tardif de Muqarnas à tiges.* » (Behrens-Abouseif 1993).



Figure 6. À gauche : Muqarnas du palais des Lions, Alhambra (1370) ©Michael A. Tôler. À droite : Muqarnas du Mausolée Sheikh-Abd-al-Samad de Natanz en Iran (1305). La différence de style entre les deux Muqarnas est

¹⁸ Rosintal parle principalement de « stalactite » dans ses trois ouvrages qui ont pour objet d'étude les Muqarnas iraniens (Rosintal 1928 ; 1937 ; 1938).

manifeste. Nous voyons clairement des Muqarnas « à tiges » dans le Muqarnas d'Alhambra, ce qui est une caractéristique de Muqarnas du monde musulman occidental.

Le Muqarnas possède donc un large champ de variation selon les styles, les matériaux, les périodes et les régions géographiques. Nous avons donc choisi de nous focaliser uniquement sur les Muqarnas du contexte iranien. Il serait par ailleurs particulièrement complexe de traiter toutes les particularités et les singularités de l'ensemble des types de Muqarnas. Car même au Moyen-Orient et en Asie centrale, nous trouvons des variations de style, de matériau, et de mise en œuvre qui font que le processus de conception et de fabrication des Muqarnas diffère d'une région à l'autre. Ainsi, la mise en œuvre des Muqarnas en pierre en Syrie, en Égypte et en Turquie est radicalement différente de celle de l'Iran où l'on travaille avec des matériaux plus légers comme la brique et le stuc. La pierre nécessite d'être taillée préalablement tandis que les Muqarnas en brique sont moulés avant d'être posés sur place.

La question de la décoration des surfaces des éléments du Muqarnas est évidemment un critère qui contribue à les distinguer. Le style décoratif appliqué sur les Muqarnas en Iran varie selon la période de mise en œuvre. Ainsi, les Muqarnas iraniens couverts de céramique de l'époque Safavides se démarquent radicalement des Muqarnas ottomans en pierre de la même période.

1.2 Géométrie du Muqarnas

Le Muqarnas est un élément à caractère essentiellement géométrique de l'architecture traditionnelle iranienne. Pour comprendre et définir les principes géométriques de cet élément, il convient d'abord de se référer à la fois à sa définition au XV^e siècle et aux publications des architectes traditionalistes contemporains.

D'un point de vue général, nous pouvons diviser les éléments de l'architecture traditionnelle iranienne en deux groupes : les éléments bidimensionnels et les éléments tridimensionnels. Le Muqarnas étant spatial, il serait important de le situer parmi les autres éléments tridimensionnels notamment le Kārbandi et le Yazdibandi¹⁹.

Bien que d'un point de vue morphologique nous constatons des similitudes entre ces éléments, néanmoins, il existe une différence fondamentale entre le Muqarnas et le Kārbandi d'un point de vue géométrique. C'est en se référant aux méthodes traditionnelles de traçage de ces éléments que nous comprenons mieux cette différence. La logique géométrique du tracé du Kārbandi est particulièrement simple et claire : elle est formée par une multitude de tangentes à un cercle (sommets de la voûte) central inscrites dans un rectangle. La complexité

¹⁹ Le yazdi bandi est d'une certaine manière une variante du Kārbandi. C'est le traitement des cellules issue du coisement entre les arcs qui est traité différemment par rapport au Kārbandi.

du Kārbandi dépend donc uniquement de la division du cercle centrale qui génère les tangentes. Ces tangentes sont les projections horizontales d'une série d'arcs qui se croisent dans l'espace pour former au final une voûte. Alors que la logique du tracé du Muqarnas est fondamentalement différente. Il s'agit d'agencer des éléments concaves sur des rangées horizontales en escalier.

Comme pour le Kārbandi, le Muqarnas est construit à partir de la projection horizontale. Mais contrairement à ce dernier, les règles de tracé du Muqarnas ne sont pas précises et simples. Autrement dit, bien qu'il existe des principes géométriques pour assurer les agencements entre les éléments, mais la façon de les réaliser ne suit pas des règles strictes et laisse la place à l'imagination du concepteur. Ce point est d'ailleurs souligné par Lorzadeh quand il évoque les étapes du tracé du Muqarnas (Raezade et Mofid 2011). C'est en ce sens que nous pouvons parler d'une relative « liberté » qui réside dans la géométrie du Muqarnas. Contrairement aux autres éléments de l'architecture traditionnelle où le cadre géométrique est défini, le système flexible de traçage du Muqarnas permet de l'adapter aux fonctions, aux échelles et aux agencements variés.



Figure 7. À gauche : Kārbandi, jardin de Dolat-Abad de Yazd. À droite : Yazdibandi, Maison Boroujerdiha à Kachan.

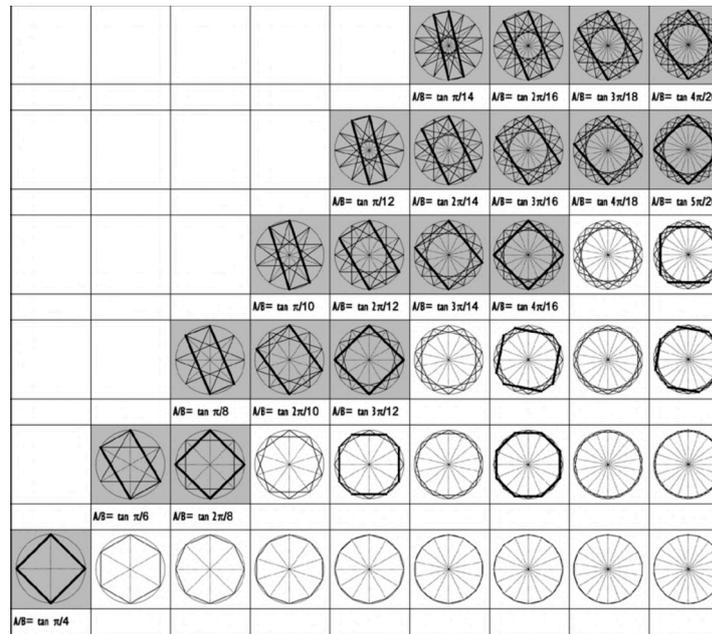
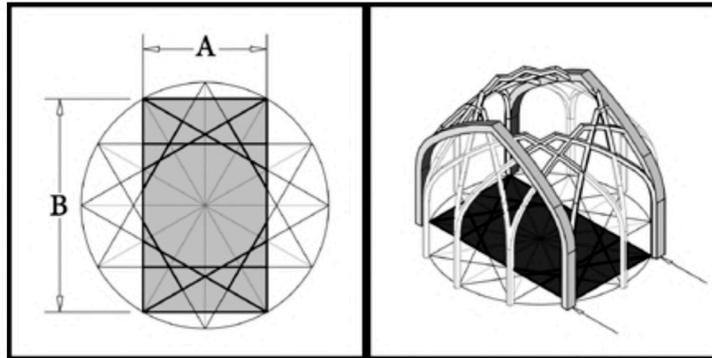


Figure 8. En haut : Tracé du plan et modélisation 3D du Kārbandi. En bas : Différents tracés géométriques de Kārbandi : les tracés contiennent entre 4 et 20 tangentes (projection des arcs spatiaux) (Mohamadianmansoor, Faramarzi, et hatamimajd 2012). Nous constatons que les règles de tracé sont relativement simples et sans ambiguïté.

1.2.1 Les Muqarnas selon Al-Kāshi

La plus ancienne définition connue du Muqarnas est celle du célèbre mathématicien persan, Ghiyāth al-Din Jamshīd Mas‘ūd al- Kāshānī (al- Kāshi). Al-Kāshi (1380-1429) est considéré comme le mathématicien et astronome le plus éminent de la première moitié du XV^e siècle (Kennedy et al. 1960). Al-Kāshi est l’auteur de plusieurs ouvrages sur les mathématiques et sur l’astronomie. Sa plus grande contribution mathématique est « *le traité sur la circonférence* » [*Risala al-Muhitiya*] écrit à Samarkand en 1424. C’est un texte majeur de la technique de calcul permettant de déterminer jusqu’à seize décimales (Dold-Samplonius 1992).

C’est quasiment la seule source ancienne qui traite du sujet des Muqarnas et de leurs propriétés géométriques. C’est dans son ouvrage, datant donc du XV^e siècle, *Clés*

d'Arithmétique²⁰ [Miftāh al-Hisāb], qu'on retrouve une section traitant brièvement du sujet des Muqarnas. Comme le titre du livre l'indique, il s'agit d'un ouvrage de mathématiques. C'est dans la dernière section du chapitre 9 intitulé « Mesurer les structures et les bâtiments » qu'il évoque le cas des Muqarnas. Ce chapitre a été rédigé pour des raisons pratiques : il s'agissait de quantifier les matériaux pour la construction. C'est ce que précise Al-Kāshi quand il explique pourquoi il aborde ce sujet : « Les spécialistes se sont contentés d'en parler (c'est-à-dire de mesurer) pour l'arc [tāq] et la voûte [āzaj] et qu'en plus, cela n'était pas jugé nécessaire. Mais je le présente parmi les nécessités avec le reste, car il est plus souvent nécessaire pour mesurer des bâtiments que pour le reste. »

Al-Kāshi définit donc ainsi le Muqarnas dans cette section de son livre :

« Le Muqarnas est une toiture [musaqqaf] (voûte) comme un escalier [madraj] avec des facettes [dil'] et un toit plat [sath]. Chaque facette croise la face adjacente soit à angle droit, soit à demi-angle droit, ou leur somme, ou une autre combinaison de ces deux. Les deux facettes peuvent être considérées comme se tenant sur un plan parallèle à l'horizon. Au-dessus d'eux est construit soit une surface plane non parallèle à l'horizon, soit deux surfaces, plates ou courbes, qui constituent leur toit. Les deux facettes avec leur toit sont appelées une maison [bayt]. Les maisons adjacentes, qui ont leurs bases sur la même surface parallèle à l'horizon, sont appelées un niveau [tabaqa]. La mesure de la base de la plus grande facette est appelée le module [miqāys] des Muqarnas. »²¹ (Al-Kāshānī 1427)

Donc selon Al-Kāshi, le Muqarnas est un agencement par étage de plusieurs « maisons » [bayt]. Nous allons employer à partir d'ici le terme « cellule », comme traduit par Yvonne Dold-Samplonius, pour désigner une maison (Dold-Samplonius 1992, 202).

Il s'agit maintenant d'expliquer et de préciser les termes et les définitions des différentes parties du Muqarnas distinguées par Al-Kāshi.

²⁰ « Key of Arithmetic » selon Yvonne Dold-Samplonius.

²¹ Traduit en français par nous à partir de la traduction persane de Alireza Jazbi (2013 جذبی).



Figure 9. Illustration des éléments du Muqarnas dans l'ouvrage clé d'arithmétiques [Miftāh-al-hisab] du mathématicien Al-Kāshi.

1.2.2 Éléments

D'une manière générale, les éléments constituant un Muqarnas peuvent être subdivisés en deux catégories : les « cellules » et les « éléments intermédiaires ». Nous adoptons le mot « cellule » de (Dold-Samplonius 1992, 226) pour désigner les « maisons » [bayt] qui sont les éléments principaux du Muqarnas et nous utiliserons le terme « élément intermédiaire » de (Harb 1978, 34) pour les éléments qui remplissent l'espace entre deux cellules.

Tous les éléments qui composent le Muqarnas, que ce soit des cellules ou des éléments intermédiaires, sont construits sur la base de polygones. Ces polygones, qui correspondent à la projection horizontale des éléments sur un plan horizontal, sont soigneusement définis dans la tradition constructive iranienne. En effet, la plupart²² des Muqarnas présents dans le contexte iranien sont composés d'éléments appartenant à une famille de huit polygones utilisés pour en dessiner le plan. Nous pouvons classer ces polygones en deux types : ceux dérivés du carré et ceux dérivés du losange.

Al-Kāshi définit précisément ces huit types de polygones en les dénommant. S'agissant des éléments issus du carré, il mentionne le carré [morabba'], le demi-carré (triangle) [nesf al-morabba'], l'amande [lozah] et le bipède (cerf-volant) [Zo al-rejlāyn]. Quant aux éléments dérivés du losange, il décrit le losange [mo'ayyan], le demi-losange (triangle) [nesf al-mo'ayyan] et le grain d'orge [jaudanah]. Dold-Samplonius a analysé ces définitions rigoureusement (Dold-Samplonius 1992, 226). Ainsi, selon Al-Kāshi, la projection horizontale de tout élément du Muqarnas appartient à cette famille de huit polygones.

²² L'étude analytique sur cet aspect est évoquée plus tard dans ce document en traitant de l'évolution des éléments du Muqarnas dans l'histoire.

Définition : Nous désignerons dorénavant ces huit éléments définis par Al-Kāshi sous le nom d'éléments « standard ».

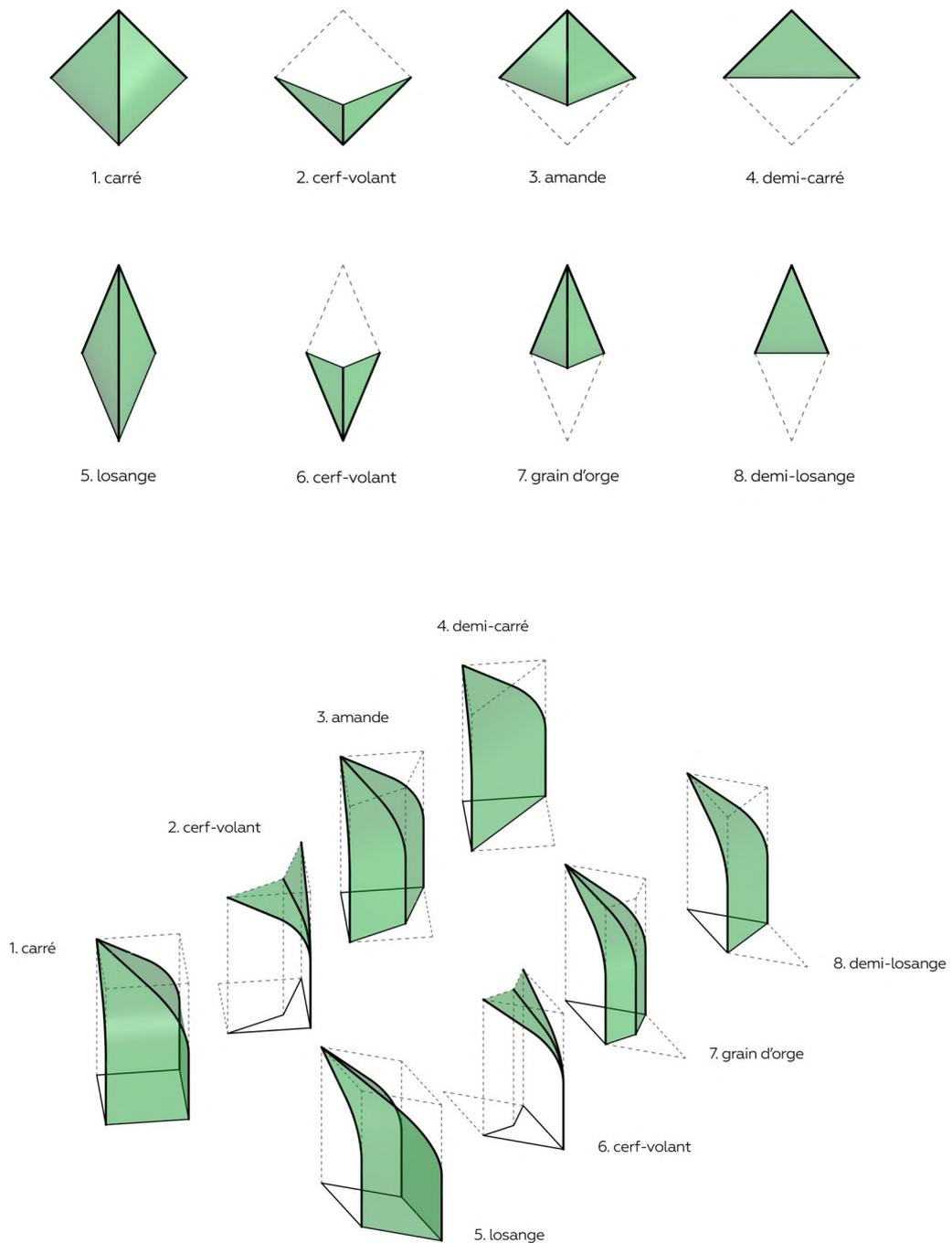


Figure 10. En haut : Projection horizontale des éléments standard définis par Al-Kāshi. En bas : axonométrie des éléments.

Module [meghyās]

Après avoir défini les éléments standard, Al-Kāshi précise que les éléments du Muqarnas sont mesurés au moyen d'une unité qu'il appelle module [meghyās]. En projection horizontale, un module correspond à la longueur du côté du carré ou du losange. Pour les autres éléments, le module est alors le plus grand côté du polygone qui correspond au côté du polygone de base. Si on attribue au module la valeur 1, on a par exemple, dans le cas de l'amande, deux petits côtés de valeur 0,41. Nous pouvons ainsi déterminer les dimensions des différents polygones.

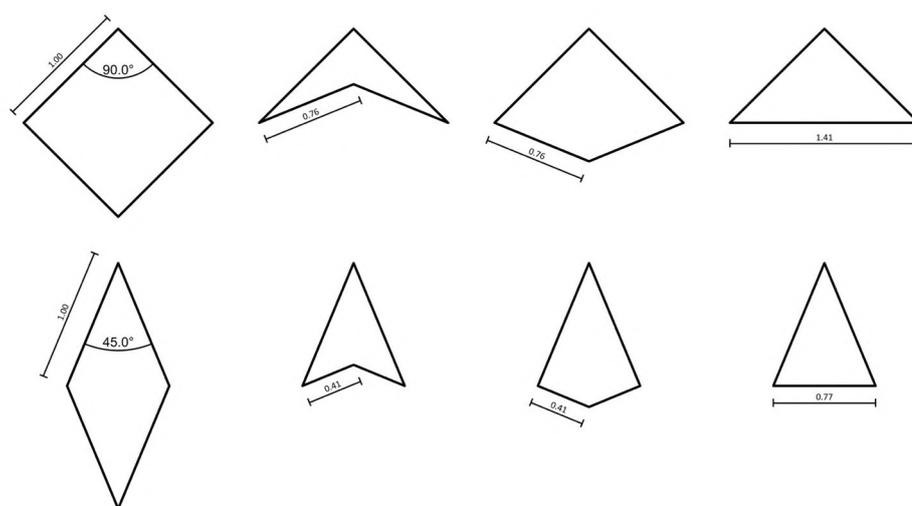


Figure 11. Dimensions et mesures des différents éléments. Le grand côté de chaque polygone représente le meghyās ou le module.

Nous pouvons à présent évoquer la définition d'une cellule par Al-Kāshi :

Cellule

Une cellule est un élément composé de deux parties, la facette et le toit. Les facettes sont des surfaces verticales rectangulaires définies par deux côtés adjacents du quadrilatère. Le toit est une surface plane ou courbe qui n'est pas parallèle au plan horizontal et qui est adjacente à la facette. Soulignons que la cellule est composée de deux facettes et deux toits symétriques.

Cette précision qu'apporte Al-Kāshi au sujet du toit de la cellule (plan ou courbe) est due aux différents types de Muqarnas qu'il décrit dans le paragraphe qui suit la définition. Dans le cas des Muqarnas courbes où le toit est une surface non plane, la jonction entre le toit et la facette

n'est pas visible, car il n'y a pas d'arête. Rappelons que c'est dans l'intention de calculer les dimensions des surfaces du Muqarnas qu'Al-Kāshi procède à ce découpage en cellules, quel que soit la typologie, afin de simplifier les calculs.²³

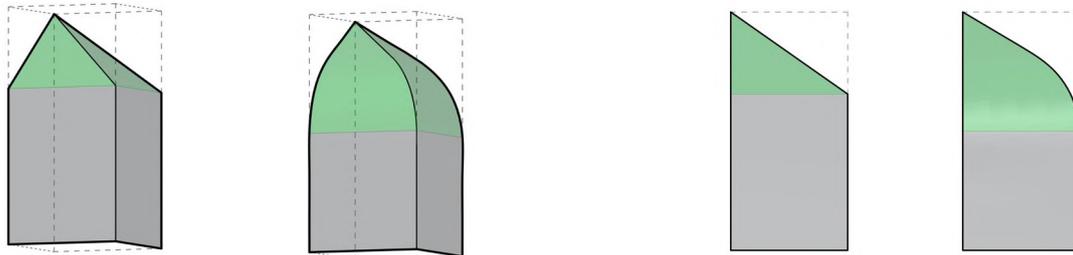


Figure 12. Composition d'une cellule selon al-Kāshi. Le toit est en vert et la face verticale en gris. (Axonométries et élévations)

Élément intermédiaire

Deux cellules adjacentes d'une rangée sont souvent connectées par des éléments intermédiaires. Al-Kashi ne leur accorde pas un statut particulier comme il le fait pour les cellules, mais il fait référence aux triangles courbes et aux cerfs-volants courbes qui remplissent l'espace entre deux cellules. En effet, les cerfs-volants (en plan) ne peuvent être que des éléments intermédiaires. Par contre, en ce qui concerne les triangles, ils peuvent être soit des cellules, soit des éléments intermédiaires. Il est même possible dans des cas particuliers d'avoir un élément standard – autre que le cerf-volant et le triangle – comme élément intermédiaire. Il se peut également qu'il n'y ait pas d'élément intermédiaire entre deux cellules quand ces dernières ont un profil commun (l'élément intermédiaire est en réalité une face verticale).

²³ Pour plus de précision sur la méthode de calcul voir (Dold-Samplonius 1992).

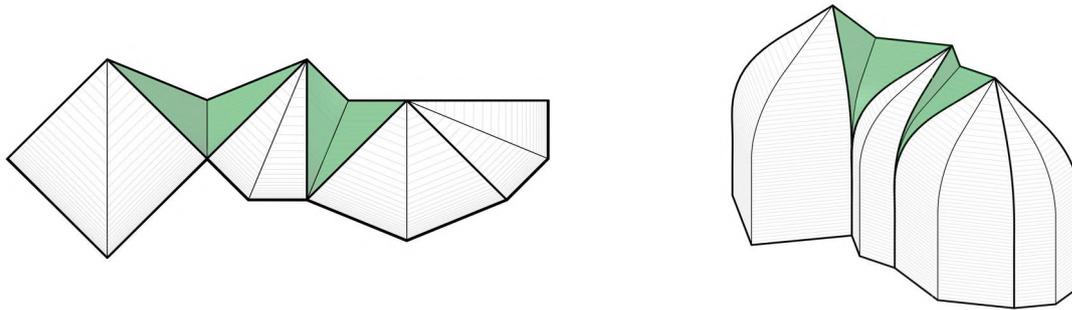


Figure 13. Plan et axométrie montrant différentes possibilités de remplissage de l'espace entre deux cellules adjacentes. Il est possible que deux cellules se connectent sans éléments intermédiaires (les deux cellules à droite).

D'un point de vue morphologique, ce qui différencie fondamentalement la cellule de l'élément intermédiaire est le « sens » de « l'arête courbe ». Dans les polygones à trois ou quatre côtés, chaque segment représente soit la projection de l'arête courbe, soit la base du polygone (projection d'un segment horizontal). À partir de ce principe, nous pouvons représenter les arêtes courbes (ou le profil de l'élément) par un vecteur défini par les deux extrémités de l'arête courbe, et dirigé vers le haut. C'est alors le sens des vecteurs qui définit si l'élément est une cellule ou un élément intermédiaire. Nous observons que pour chaque polygone, si les deux vecteurs représentant les deux arêtes courbes ont même extrémité, il s'agit d'une cellule. Dans le cas contraire le polygone représente un élément intermédiaire.

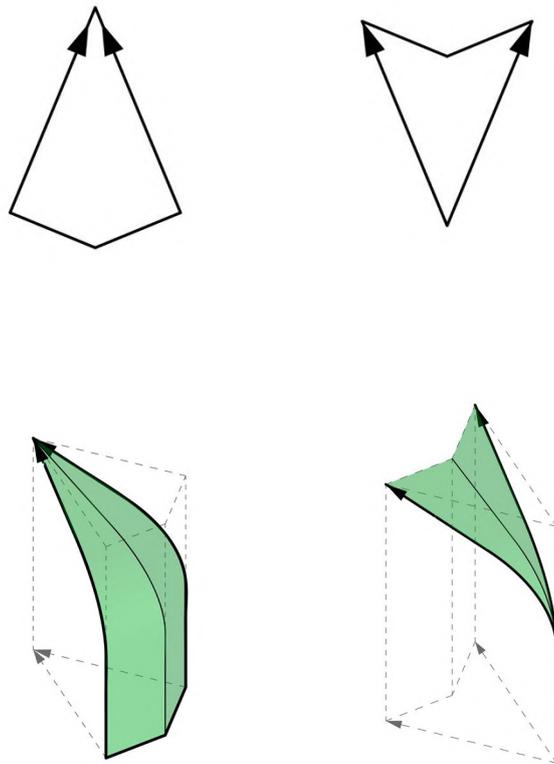


Figure 14. En plan, les vecteurs représentant les arêtes courbes orientées déterminent la nature de l'élément. À gauche une cellule et à droite un élément intermédiaire.

1.2.3 Le Muqarnas selon les architectes traditionnels

Il est également intéressant de voir comment les architectes traditionnels définissent les Muqarnas. En effet, en Iran, même s'ils ne sont plus très nombreux, il existe toujours des architectes spécialisés dans la conception et la réalisation de différents éléments de l'architecture traditionnelle iranienne. *Hossein Lorzadeh* et *Asghar Sha'rbaf* sont sans doute les deux architectes traditionnels contemporains les plus importants. Ils se distinguent par leurs livres consacrés aux principes de l'architecture traditionnelle en Iran.²⁴

Dans ces ouvrages, ils traitent tous deux la conception et la réalisation du Muqarnas. On y retrouve globalement les mêmes types d'éléments que ceux définis par Al-Kāshi. La seule différence est que Lorzadeh et Sha'rbaf introduisent en outre des éléments « plats » [Takht]. Ces éléments apparaissent en effet, mais seulement à partir de la fin du XIV^e siècle environ, on observe la genèse d'une nouvelle typologie. Ils sont de plus en plus présents dans les Muqarnas iraniens à partir du 14^e siècle, avec la complexification croissante des Muqarnas. Les éléments plats sont des polygones, souvent en forme d'étoile, avec un nombre de branches variant selon les situations. Nous étudierons plus loin en détail l'évolution de cet élément.

²⁴ (Sha'rbaf 2006; Raeeszade et Mofid 2011)

Dans sa classification, Lorzadeh singularise certains éléments en fonction de la place qu'ils occupent dans le Muqarnas. Ainsi, il distingue deux types de cerfs-volants : le cerf-volant [*Shāparak*] (petit ou grand) qui couvre l'espace entre deux cellules quelconques. Et le « pied de souris » [*Moushpā*], également un cerf-volant, morphologiquement identique au *Shāparak*, mais dont le rôle est de relier le Muqarnas au mur. Il apparaît donc dans la rangée la plus basse. Un autre élément caractérisé par Lorzadeh est le « soleil » [*Shamseh*]²⁵, un polygone en forme d'étoile tridimensionnelle, qui est toujours l'élément le plus haut du Muqarnas. Il représente, par sa forme, une source par laquelle le Muqarnas est généré. Lorzadeh définit également le « Toranj », un élément intermédiaire dont la projection horizontale est soit une amande soit un grain d'orge. Ils se situent souvent sous le *Shamseh* et font partie de la rangée la plus haute. Un autre élément particulièrement important défini par Lorzadeh est le « Tās » que nous appellerons cellule. L'élément « Tās », correspond à la cellule ou [*bayt*] dans la définition d'Al-Kashi, avec la différence que, dans la définition de Lorzadeh, un Tās est constitué soit d'un élément (en projection un carré, un losange ou d'autres quadrilatères) soit d'un agencement de plusieurs éléments.

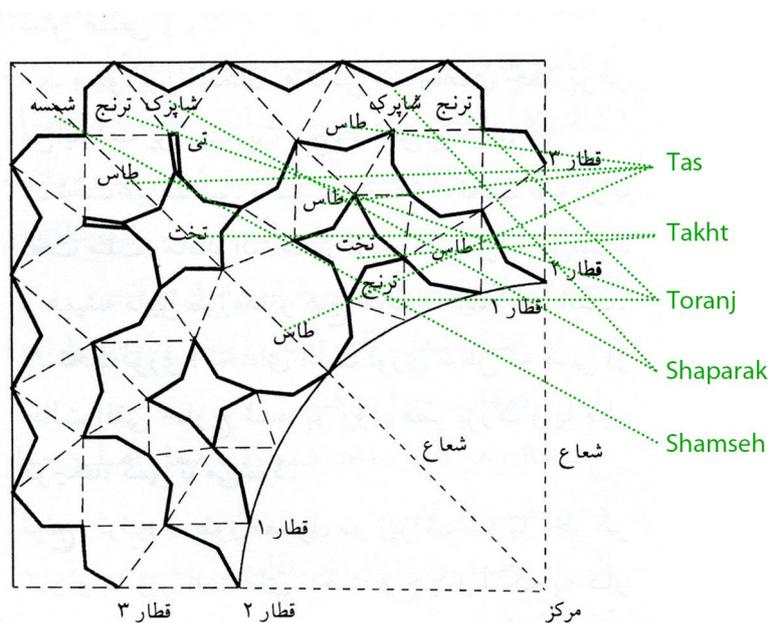


Figure 15. Éléments de Muqarnas selon Hossei Lorzadeh (Raeeszade et Mofid 2011).

Si on suit les définitions de Lorzadeh et de Sha'rbaf, les cellules en tant qu'éléments principaux des Muqarnas sont les Tās. Or,, comme nous l'avons indiqué, un Tās possède une définition plus large que la cellule d'Al-Kāshi. Pour préciser cette nuance, nous pouvons

²⁵Shamseh [شمسه] en Persan signifie « comme le soleil ». Nous appelons cet élément simplement « soleil ».

considérer que toutes les cellules sont en réalité formées par des « triangles courbes ». Dans le cas des éléments standard d'Al-Kashi, les cellules sont des quadrilatères et peuvent donc être décomposées en deux triangles courbes. Or dans les plans des Muqarnas, il apparaît parfois des cellules qui ont comme projections des polygones de plus de quatre côtés : des pentagones et des hexagones, réguliers ou irréguliers. Nous verrons dans la partie analytique que ces typologies d'éléments apparaissent assez tardivement dans les plans des Muqarnas, ce qui explique en partie leur absence dans les définitions d'Al-Kāshi. Pour résumer, les Tās ou les cellules, autrement dit les « concavités », que l'on voit sur un Muqarnas sont composées par des surfaces triangulaires courbes. Dans les Muqarnas iraniens, le nombre de triangles courbes constituant un Tās ou une cellule varie entre un et huit. Il s'agit aussi bien de petites concavités formées par un seul triangle que de cellules plus grandes, formées par l'agencement de sept ou huit surfaces triangulaires. Cela dit, la grande majorité des cellules en projection plane sont des quadrilatères (composés de deux triangles courbes), comme l'indique Al-Kāshi.

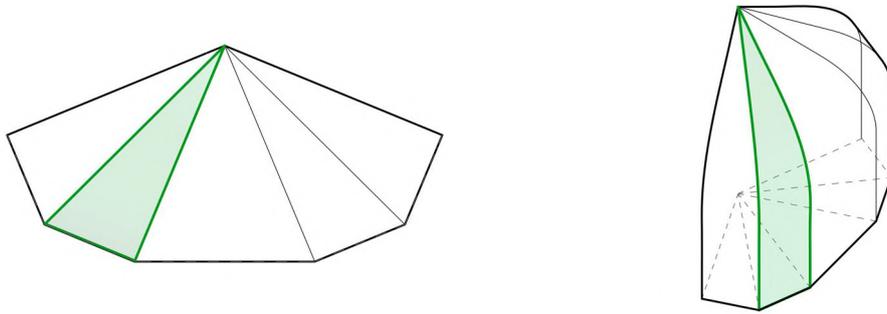


Figure 16. Un Tās (cellule) est fondamentalement composé de triangles courbes.

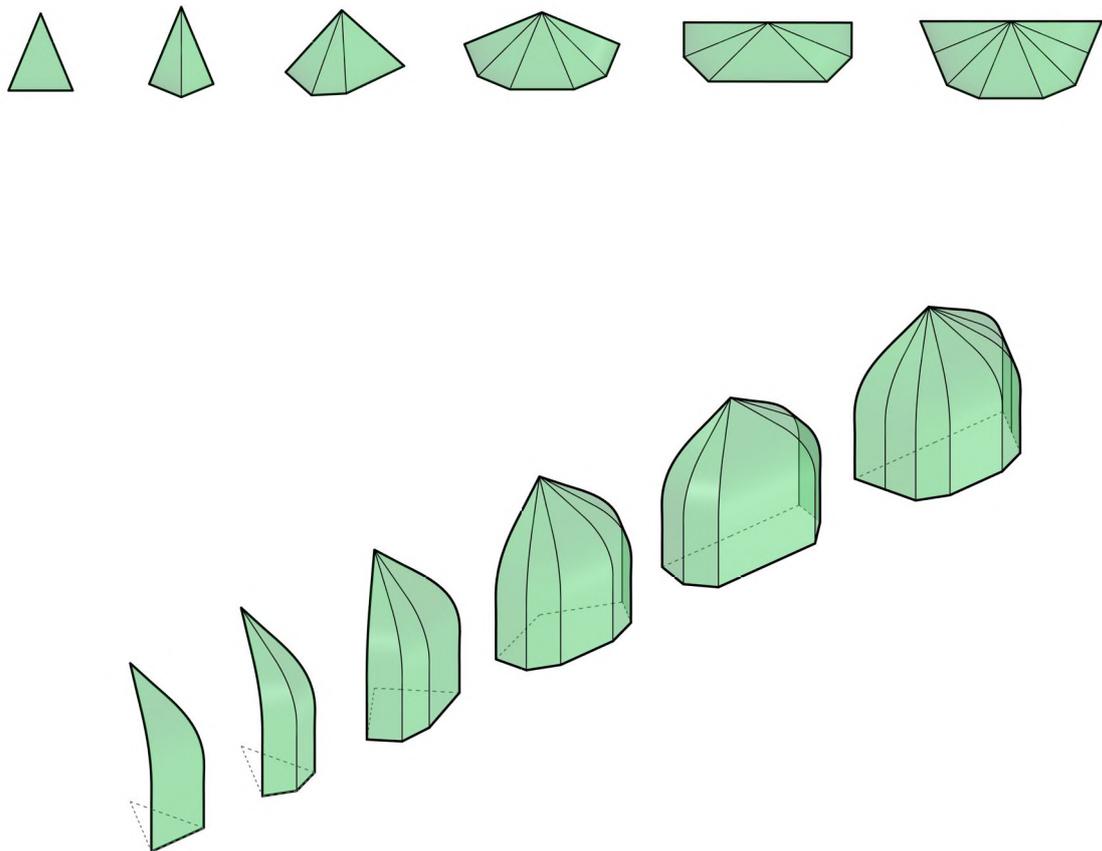


Figure 17. Un Tās (cellule) peut être composé d'un à huit triangles courbes. Les triangles peuvent être différents dans une même cellule.

Rangées

Les cellules et les éléments intermédiaires du Muqarnas se connectent entre eux de façon à créer des rangées ou étages (*Tabaqa* selon Al-Kāshi) horizontaux. Chaque étage du Muqarnas est un arrangement de cellules et d'éléments intermédiaires sur un même niveau horizontal. La connexion entre deux éléments adjacents se fait par les arêtes courbes des éléments (cellule ou élément intermédiaire). En élévation, les différents étages du Muqarnas sont organisés en forme d'escalier ; chaque étage est décalé par rapport à l'étage inférieur qui lui sert de support. Les Muqarnas ont toujours été dessinés et réalisés à partir d'un plan (projection horizontale). C'est ce plan qui est constitué de polygones, chaque polygone étant soit une cellule, soit un élément intermédiaire, voire à la fois une cellule et un élément intermédiaire. Cette ambiguïté concernant l'interprétation tridimensionnelle des polygones complique la lecture du plan. Il est parfois délicat de savoir si un polygone du plan est une cellule ou un élément intermédiaire. C'est pourquoi les plans anciens utilisent un code graphique pour en faciliter la lecture.

Necipoglu explique d'ailleurs ce problème dans le cas des plans de Muqarnas du rouleau de Topkapi (Necipoglu 1996).

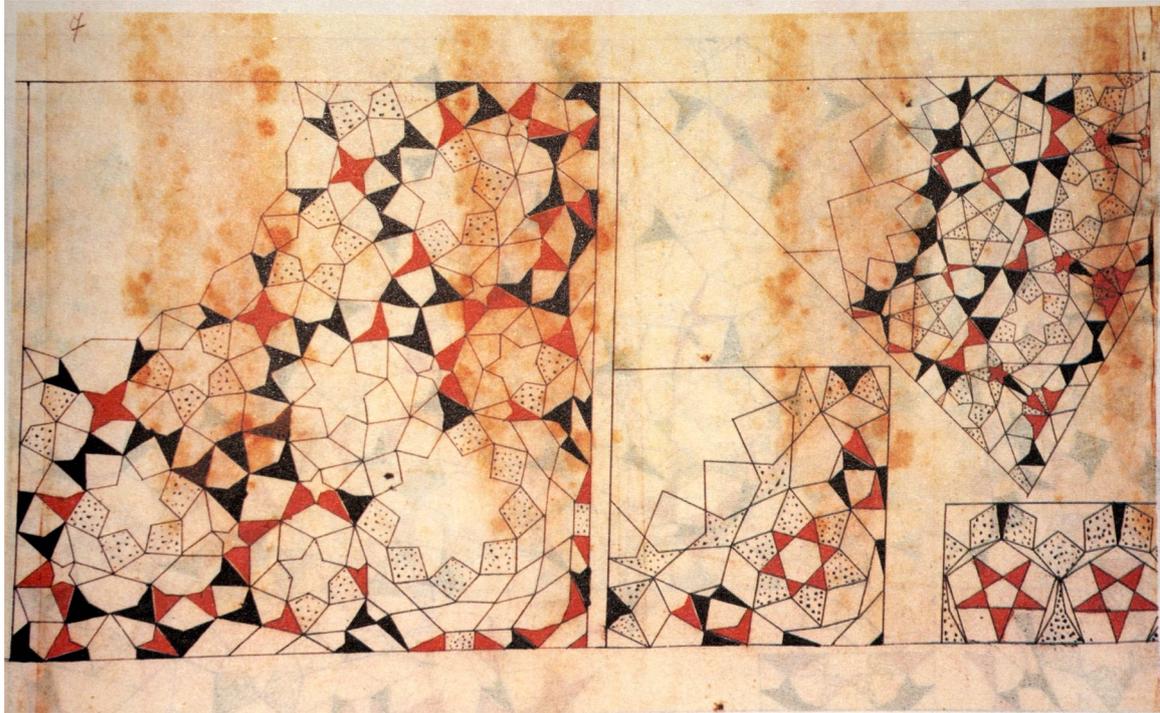


Figure 18. Plan de Muqarnas figurant dans le rouleau de Topkapi. Il s'agit de deux quarts de plan de deux Muqarnas différents. On observe un code graphique (couleurs et hachures) aidant à clarifier la position des éléments dans les rangées, ainsi que la nature de certains éléments (cellule ou élément intermédiaire).

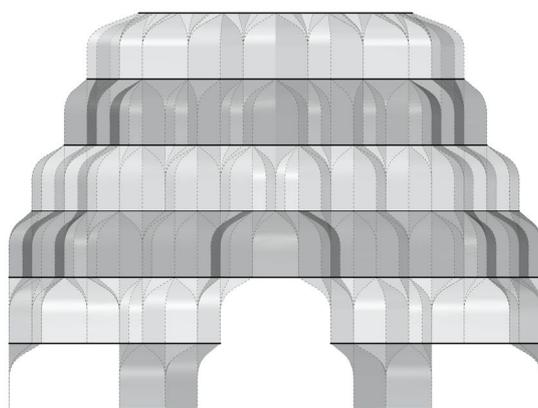
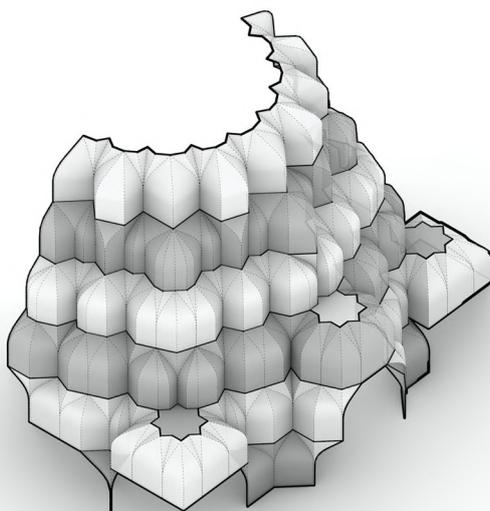
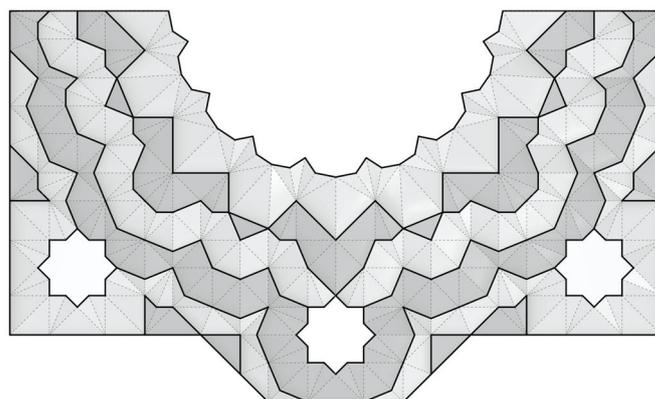


Figure 19. Organisation des rangées d'éléments qui constituent un Muqarnas. De haut en bas : plan, axonométrie, élévation.

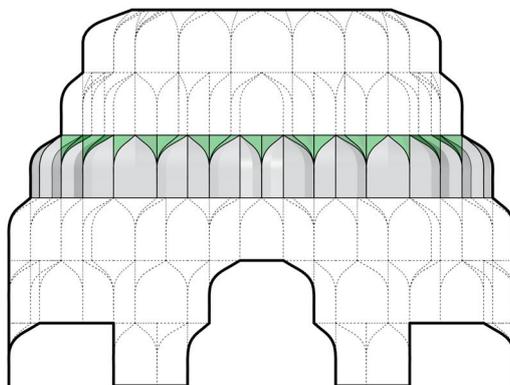
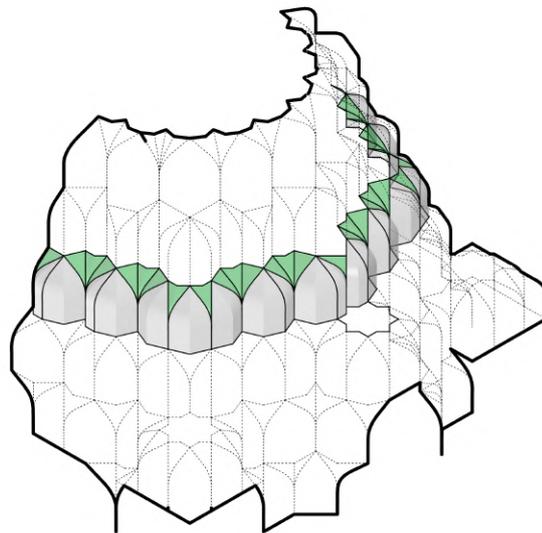
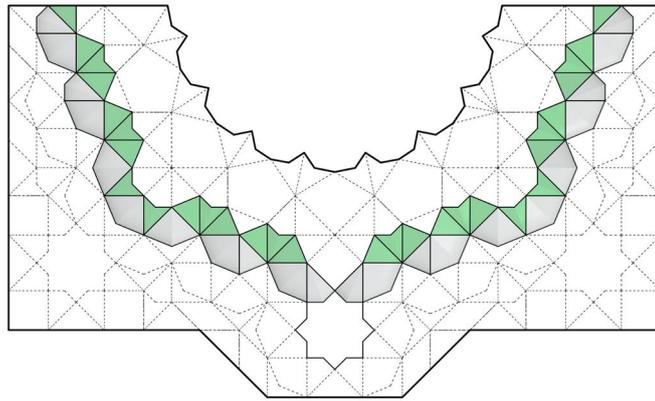


Figure 20. Agencement des cellules (en gris) et éléments intermédiaires (en vert) qui composent une rangée.

Profil de la cellule

En passant de la projection bidimensionnelle à la construction tridimensionnelle d'un élément, deux côtés de chaque polygone plan se transforment en deux « courbes ». C'est la géométrie de ces courbes qui, au final, caractérise la morphologie du Muqarnas à l'échelle d'un élément et, finalement, le Muqarnas dans son ensemble. Al-Kāshi consacre un paragraphe à la description détaillée cette courbe, qu'on pourrait aussi qualifier de « courbe de profil ». Il précise ainsi les étapes du traçage de cette courbe (Al-Kāshānī 1427) :

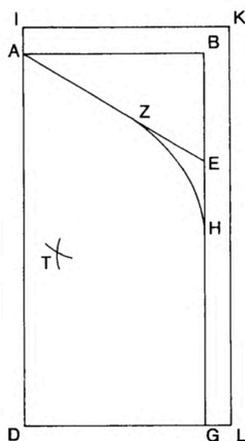


Figure 21. Profil des éléments selon al-Kāshi.

- (1) Tracer une ligne horizontale AB.
- (2) Construire BG perpendiculaire à AB d'une longueur double de la longueur de AB.
- (3) Placer le point E sur BG tel que $\angle EAB = 30^\circ$
- (4) Diviser la ligne AE en cinq parties égales.
- (5) Placer le point Z sur AE tel que $|AZ| = \frac{3}{5} |AE|$
- (6) Dessiner le cercle C_1 avec E comme centre et EZ comme rayon, coupant BG au point H.
- (7) Dessiner deux cercles avec ZH comme rayon : C_2 de centre Z et C_3 de centre H.
- (8) Placer T à l'intersection de C_2 et C_3 en dessous de la ligne AE.
- (9) Tracer l'arc du côté incurvé, une partie du cercle de centre T et passant par les points H et Z.

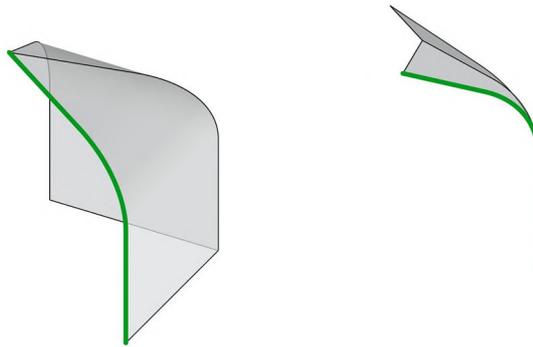


Figure 22. Courbe de profil (vert) sur une cellule et un élément intermédiaire.

La courbe qui caractérise le profil du Muqarnas est donc constituée de deux segments reliés par un arc de cercle. La plupart des Muqarnas du contexte iranien sont construits avec des éléments « courbes » conformes à la description d'Al-Kāshi. Néanmoins, il existe des Muqarnas avec un profil « non-courbe » ou « angulaire » composé exclusivement de « segments ». Dans ce cas, le profil du Muqarnas respecte les mêmes proportions que la courbe d'Al-Kāshi, à l'exception du fait qu'il n'y a pas d'arc de cercle, et que les deux segments forment un angle. Pour distinguer ces deux types de profil on peut se référer à deux exemples de Muqarnas celui du portail de la grande mosquée de Natanz (1305), où on observe le profil courbe des éléments, et celui du portail de la grande mosquée de Kerman (1349), où les éléments sont angulaires.

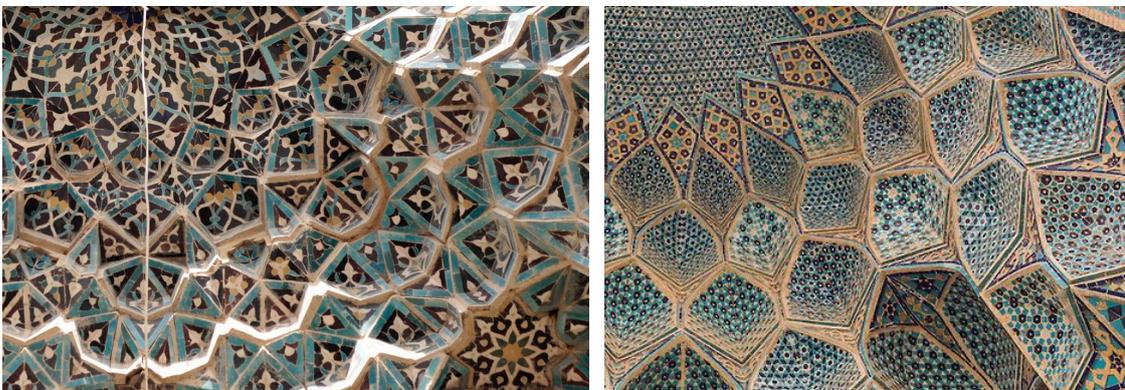


Figure 23. À gauche, Muqarnas avec des éléments angulaires (grande mosquée de Kerman). À droite, Muqarnas avec des éléments courbes (grande mosquée de Natanz).

2. Origine des Muqarnas

L'origine des Muqarnas est un sujet qui a fait l'objet de plusieurs recherches sans être très élucidé pour autant. Il convient donc d'examiner les différentes théories concernant l'origine des Muqarnas, en s'efforçant d'apporter quelques précisions sur chacune de ces théories qui permettront de contribuer à cette élucidation. La réponse à la question concernant la fonction du Muqarnas (structurelle ou décorative) en dépend incontestablement.

Il paraît logique de commencer par étudier les premiers Muqarnas découverts jusqu'ici. Mais la difficulté est précisément qu'il n'y a pas, à ce stade, de consensus sur la datation du premier Muqarnas découvert. Selon Oleg Grabar, les quelques fragments de niches concaves découvertes lors des fouilles d'un ancien palais effectuées par le Metropolitan Museum de New York en 1940 à Nishāpur sont datés du IX^e ou du X^e siècle, et seraient donc les plus anciens Muqarnas connus. Il s'agit de petites niches en stuc couvertes de peinture qui faisaient probablement partie de la décoration d'un dôme (Grabar 1987, 201).

Quand bien même ces fragments représenteraient le plus ancien Muqarnas, la question de l'origine géographique des Muqarnas n'est pas tranchée. D'autres chercheurs mettent en question la localisation de leur origine au nord-est de l'Iran, comme le prétend Grabar. C'est le cas de Yasser Tabbaa qui rejette cette théorie sur plusieurs plans et évoque Bagdad comme la ville où les Muqarnas sont apparus. Il s'agit là des deux principales théories sur l'origine des Muqarnas. Il y a d'une part la théorie de la fragmentation de la trompe sassanide, qui est d'une certaine manière celle avancée par Grabar ; et de l'autre, la théorie des dômes en Muqarnas d'Irak comme possible origine des Muqarnas.



Figure 24. Ces deux objets en stuc découverts en 1938 à Nichapour en Iran datent du X^e siècle et seraient probablement des éléments (cellules) de Muqarnas. <https://www.metmuseum.org/art/collection/search/449461>.

2.1 Théorie de la fragmentation de la trompe

Cette théorie se fonde sur l'idée que le Muqarnas est né progressivement de la « fragmentation de la trompe ». Pour comprendre cette genèse, il est nécessaire d'élargir la période d'étude à l'époque préislamique, notamment la période sassanide où l'on peut observer en Iran la formation de la « zone de transition » pour les édifices couverts par des dômes. La zone de transition est un système constructif permettant de raccorder un dôme à une base carrée, formée de quatre murs porteurs. Le problème de la zone de transition a été abordé partout dans le monde dans le cadre de la construction des premiers dômes. Il existe différents systèmes de transition entre une base carrée et un dôme, comme le « triangle turc » utilisé en Anatolie sous la dynastie des Seldjoukides d'Occident. La « trompe » et le « pendentif » se distinguent clairement des autres techniques. Nous nous focalisons ici sur la technique de la trompe pour son rôle dans l'organisation des Muqarnas. En Iran, les techniques constructives de la zone de transition d'une coupole sont appelées « Gousheh-sāzi », ce qui signifie « traitement des coins ». Les différentes techniques de Gousheh-sāzi, comme les trompes ou les Kārbandi, sont relativement bien documentées par les historiens de l'architecture iraniens, notamment Mohammad Karim Pirnia.²⁶

²⁶ Voir (Pirnia 1991)

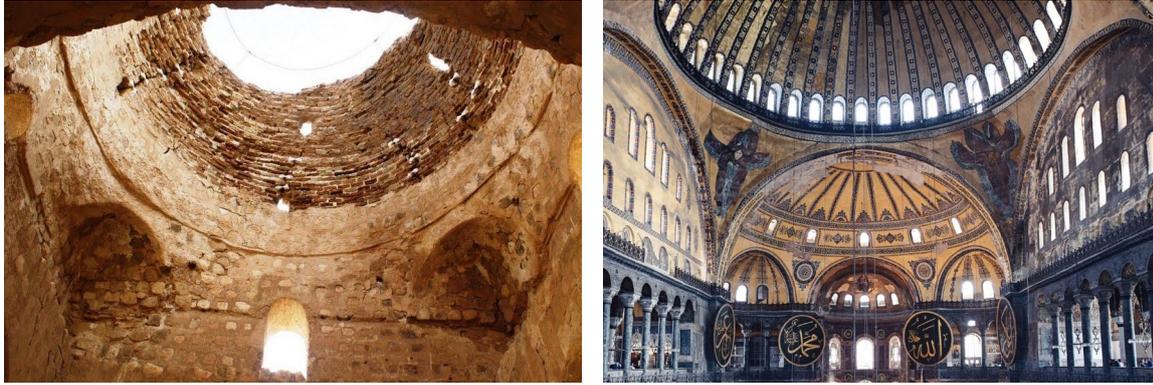


Figure 25. À gauche : trompe sassanide, temple du feu (Chahar-tāghi) de Niāsar, Iran. À droite : pendentif byzantin, Ayasofya (Sainte-Sophie), Istanbul.

2.1.1 Les Trompes sassanides

À travers trois ouvrages²⁷, Rosintal a introduit la thèse de la relation entre la « zone de transition » et les « stalactites » (Muqarnas). Nous allons ici retracer cette évolution qui va des trompes préislamiques sassanides jusqu'à la formation des premiers Muqarnas.

La trompe la plus ancienne que l'on connaisse se trouve dans la zone de transition de la coupole du palais d'Ardeshir à Firuzābād, dans l'actuelle province de Fars en Iran. Ce palais est un édifice sassanide édifié au III^e siècle. La fonction de la trompe est de fournir quatre appuis supplémentaires afin de mieux soutenir la coupole. En plan, la problématique est d'inscrire un cercle (base de la coupole) dans un carré. Pour ce faire, les Sassanides ont donc ajouté au carré et au cercle une section intermédiaire octogonale, inscrite dans le carré. La transition entre le carré et le cercle devient ainsi moins brutale et cela a l'avantage de fournir une plus grande longueur d'appui à la coupole. En plan, le passage à l'octogone engendre quatre espaces triangulaires sur les quatre coins du carré. La technique sassanide consiste à construire des sortes de « demi-cônes » sur la base de chaque triangle. Ces surfaces en forme de demi-cônes sont les premières trompes de l'histoire. Elles sont définies par des demi-cercles parallèles verticaux, qui se succèdent en diminuant progressivement de taille, de l'hypoténuse du triangle (l'arc le plus grand) jusqu'au sommet du carré. En théorie, la base circulaire de la coupole repose alors sur les huit sommets de l'octogone : les sommets des trompes et les quatre milieux des côtés du carré.

²⁷ - Pendentifs, trompes et stalactites dans l'architecture orientale, Paris : P. Geuthner, 1928.

- Le Réseau, forme intermédiaire perse inconnue jusqu'à présent, Paris : P. Geuthner, 1937.

- L'Origine des stalactites de l'architecture orientale, Paris, P. Geuthner, 1938.

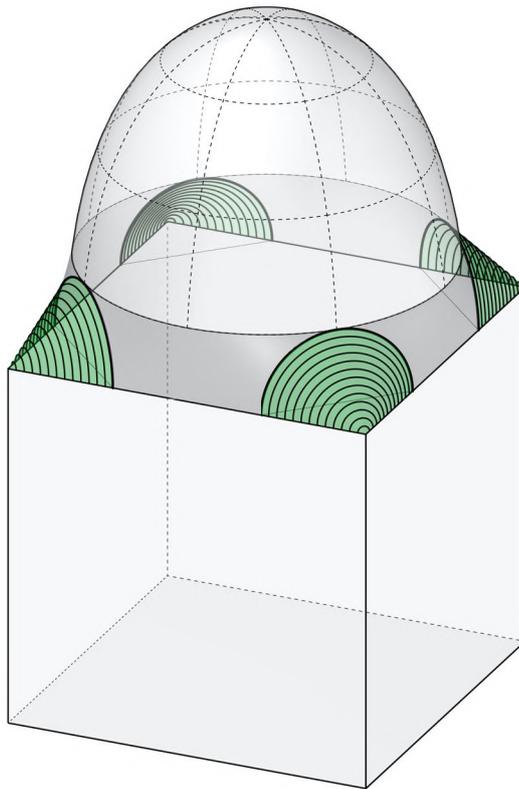


Figure 26. Organisation de la zone de transition dans l'architecture sassanide. La coupole repose sur quatre trompes coniques (en vert). Des surfaces « gauches » (en gris) remplissent les espaces entre les trompes.

Or l'analyse de la zone de transition du palais sassanide de Firuzābād ne met pas clairement en évidence cet octogone. En effet, au niveau de la zone de transition, les surfaces entre les trompes ont été simplement remplies par de la maçonnerie de façon à cacher ces surfaces gauches et géométriquement non définies. À cela s'ajoutent des vides sur les milieux des côtés du carré permettant d'aménager des ouvertures. Il y a eu d'un côté l'apparition de la trompe permettant de faciliter la construction de la coupole et de la stabiliser et, de l'autre, des surfaces engendrées dans cette zone de transition qui ne sont pas précisément définies d'un point de vue géométrique. Les espaces entre les trompes sont simplement « remplis ». Nous verrons plus loin que cette problématique est à l'origine de certaines innovations dans la zone de transition. Ce type de trompe est aussi employé dans d'autres édifices sassanides, notamment le palais de

Sarvestān dans la province de Fars, et dans plusieurs Chartāghi²⁸ comme celui de Niāsar près de Kāchān.



Figure 27. Trompe sassanide du palais d'Ardeshir de Firuzābād, dans la province du Fars, en Iran, construit en 224.

2.1.2 Tambour octogonal

Pour voir une première évolution de la zone de transition, il faut attendre jusqu'au X^e siècle, ce qui correspond à la période islamique en Iran. Le tombeau d'Ismaïl Samanide à Boukhara est

²⁸ Le Chahar-Tāghi qui veut dire quatre voûtes, est un édifice à base carrée dans lequel un dôme est posé sur quatre voûtes. Ce type d'édifice est souvent un temple de feux chez les sassanides. Mais son importance dans l'architecture iranienne vient du fait qu'il est à l'origine des chambres de dôme dans les mosquées iraniennes de la période islamique.

le plus ancien édifice de la période islamique que nous connaissons aujourd'hui où l'on voit une modification de la zone de transition par rapport au système de trompe sassanide. Il s'agit d'une construction de la période samanide, édifiée entre 892 et 942. Les Samanides furent parmi les premiers à remettre au premier plan la culture iranienne après la conquête arabe. Dans cet édifice apparaissent deux modifications majeures par rapport aux zones de transitions sassanides. La première est l'apparition d'un « tambour octogonal ». C'est-à-dire qu'ici les surfaces gauches géométriquement indéfinies entre les trompes (comme dans les exemples sassanides) font maintenant partie du tambour octogonal et dissimulent les surfaces de remplissage « gauches ».

La deuxième évolution concerne la structure de la trompe. Géométriquement, l'arc de la trompe n'est plus un arc plein cintre et a cédé la place à un arc brisé. Cet arc en brique a été considérablement renforcé et présente une épaisseur significativement supérieure. Les architectes de l'époque ont sans doute pris en compte que les charges transitaient majoritairement par cet arc et ont donc décidé de l'épaissir. Par ailleurs, le système constructif de la trompe est très différent de celle de Firuzābād, avec une série d'arcs parallèles formant un demi-cône. On voit apparaître un arc perpendiculaire à l'arc de la trompe, reposant sur l'angle du carré et aboutissant au sommet de l'arc de la trompe. Cet arc de renfort divise l'intérieur de la trompe en deux petites trompes (triangles courbés). Cet exemple témoigne d'une volonté de « rationalisation » des surfaces, qui étaient simplement remplies jusqu'alors (à l'époque sassanide). Ces surfaces constituent l'intérieur des trompes mais aussi la jonction entre deux trompes. La formalisation du tambour octogonal et la définition de la structure intérieure de la trompe permettent d'obtenir un résultat géométriquement plus abouti et un système de construction plus performant.

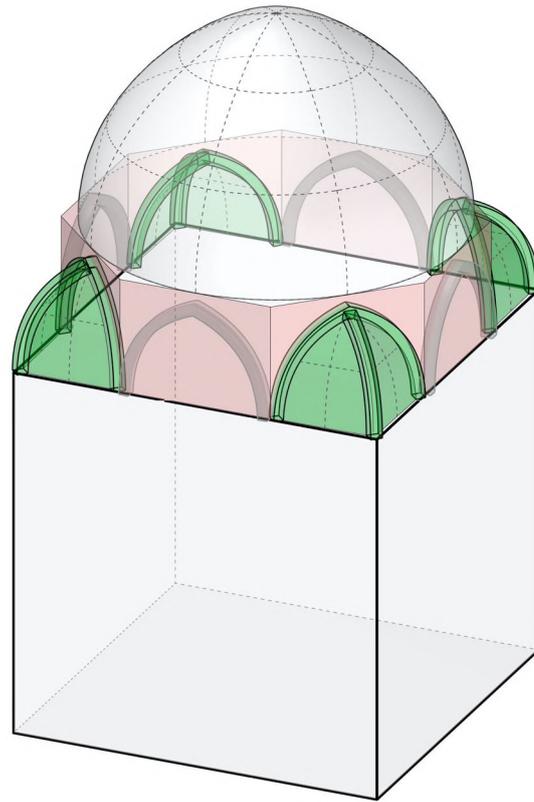


Figure 28. Schémas de la zone de transition du mausolée Samanide de Boukhara. On voit l'arc de la trompe (en vert) renforcé par un arc perpendiculaire, ainsi que le tambour octogonal (en rouge).

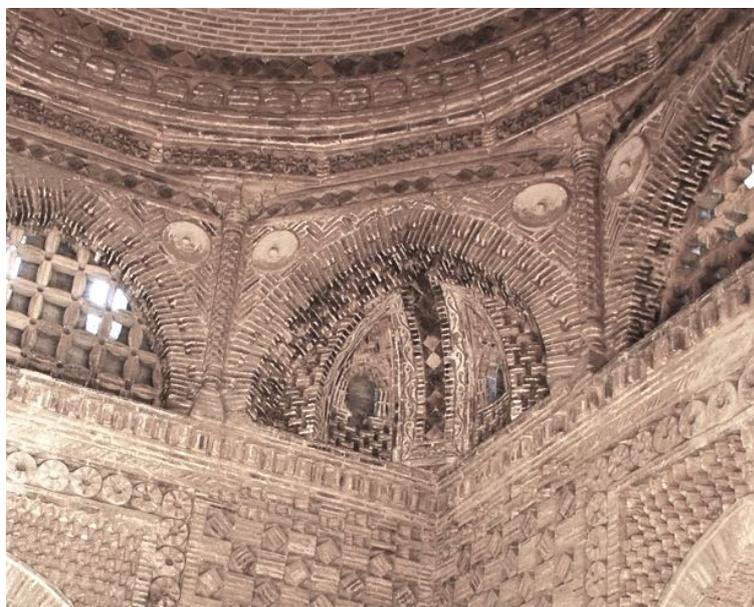


Figure 29. Zone de transition du mausolée samanide de Boukhara (942).

Dans son ouvrage, Rosintal ne fait pas référence à cet édifice qui est pourtant l'exemple le plus ancien d'une zone de transition dans la période islamique²⁹. D'après Rosintal, le premier édifice qui fait évoluer la zone de transition sassanide est le mausolée d'Arslan Jazeb, a Sangbast, à quelque kilomètre de la ville de Machhad en Iran. Cet édifice a été construit sous les Ghaznévides, qui ont gouverné la région formée par l'Est du plateau iranien vers la fin du X^e siècle. Il s'agit du mausolée d'Arslan Jazeb, un gouverneur ghaznévide, construit entre 997 et 1028. Nous retrouvons dans ce bâtiment quasiment la même typologie de zone de transition que celle du tombeau d'Ismail Samanide, à ceci près que la hauteur du tambour octogonal, qui est géométriquement un prisme, est plus importante et qu'il est parfaitement visible de l'extérieur. Nous retrouvons aussi, comme dans le tombeau Samanide, des trompes structurées par un arc renforcé en brique. Ce qui différencie cet édifice de l'exemple Samanide à Boukhara est le remplissage de l'intérieur de la trompe. Une simple surface triangulaire courbée vient couvrir la trompe derrière l'arc d'angle. Cette surface est décorée par des motifs géométriques en briques.



Figure 30. Photos de l'extérieur et de l'intérieur du tombeau d'Arslan Jazeb (997), Sangbast, Iran © Sheila Blair AMD Jonathan Bloom. Nous remarquons l'arc d'angle renforcé qui structure la trompe.

²⁹ Le tombeau d'Ismail Samanide a été découvert dans les années 1930. Cela pourrait expliquer la raison pour laquelle Rosintal ne le mentionne pas.

2.1.3 La trompe tripartite

Quelques années après la construction du mausolée d'Ismaïl Samanide achevée en 977, est édifié, dans la même région, près de Samarkand, le tombeau d'Arab-Ata. Cet édifice présente une nouvelle évolution de la trompe. L'arc de la trompe trouve un profil trilobé, ce qui est la conséquence d'une réorganisation générale de l'intérieur de la trompe. Trois types d'éléments sont arrangés sur deux niveaux : deux petites trompes sur les côtés du premier niveau et deux niches au milieu du premier et du deuxième niveau. Rosintal décrit cette typologie de trompe en abordant un cas d'étude similaire, celui de la grande mosquée d'Ispahan. Il précise que dans ce cas les voussures ou les « arcs à deux rangs » forment une sorte d'arc trilobé (Rosintal 1938, 7).

De son côté, Yasser Tabbaa dénomme ce type de trompe « les trompes tripartites », en raison des trois types d'éléments qui la composent. Pour Tabbaa, les fragments d'éléments de Muqarnas en forme de niche (petites trompes) découverts à Nichapour pourraient provenir d'une trompe tripartite, ce qui en ferait le plus ancien exemple de trompe de ce type (Tabbaa 2003). Cependant, l'édifice le plus ancien encore visible présentant une trompe tripartite se trouve à l'intérieur du mausolée d'Arab-Ata, à Tim, dans l'actuel Ouzbékistan (977). Un autre exemple comportant une typologie de trompe similaire est le Gonbad-e Qabus en Iran (1006-7). C'est une impressionnante tour en brique construite sous la dynastie Ziyarides. Dans cette tour, on retrouve la trompe tripartite sur le portail de la tour.

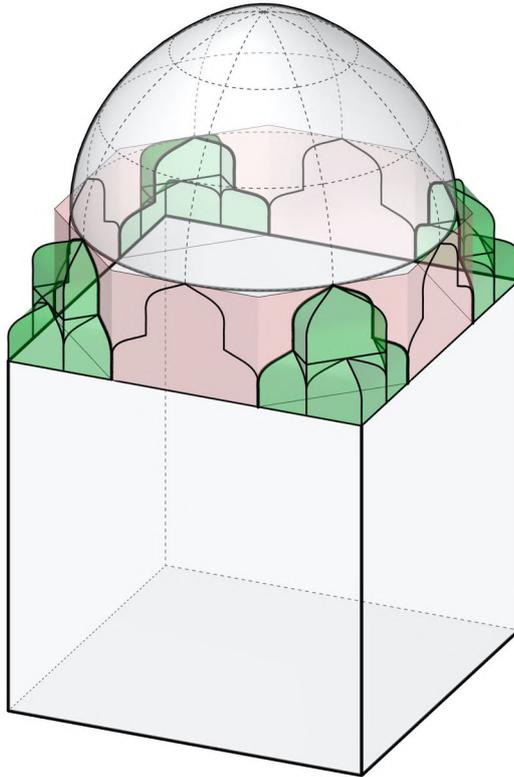


Figure 31. Schémas de la trompe tripartite. Cette trompe est composée de trois types d'éléments et organisée sur deux niveaux.



Figure 32. Trompe tripartite du Mausoloé Arab Atta à Tim (Ouzbékistan).
https://www.tripadvisor.fr/Attraction_Review-g8146493-d8124521-Reviews-Arab_Atta_Mausoleum-Tim



Figure 33. Mausolée Davazdah-Emam à Yazd (1036). La trompe est de style tripartite.

Bâti en 1037, le dôme de Davazdah-Imam de Yazd représente une trompe dans le même style que celle de Tim, mais avec une conception et une réalisation nettement plus élaborée. Selon Grabar et Ettinghausen, il s'agit du plus ancien exemple de Muqarnas encore existant (Ettinghausen et Grabar 2003, 158).

2.1.4 Le dôme de la grande mosquée d'Ispahan

La grande mosquée d'Ispahan est un des édifices les plus importants du point de vue de l'évolution de la zone de transition. Ce monument est considéré comme le plus représentatif de l'histoire de l'architecture iranienne. Pirnia parle de « musée de l'architecture de l'Iran » en référence aux traces des nombreuses époques présentes dans cet édifice. En effet, cette mosquée matérialise dans son architecture plusieurs innovations ainsi que des singularités structurelles et ornementales. C'est dans les deux chambres de dômes de cette mosquée (au nord et au sud de la cour), qu'on peut observer certaines évolutions de la zone de transition.

La petite chambre du dôme (au nord), édifié en 1088, témoigne de l'aboutissement de la typologie des trompes tripartites. Cette trompe est clairement une amélioration de l'intégration des trois parties formant la trompe. La partie supérieure est une petite voûte en berceau brisé, alors que les éléments de la rangée inférieure sont tous composés de petites trompes (triangles courbes). Se manifeste ici une volonté d'utiliser davantage cette forme de « triangle courbe », en réalité une « demi-trompe ». Le plus intéressant dans cette zone de transition est l'apparition d'un « tambour » de seize côtés, posé sur le tambour principal, permettant une transition encore plus progressive vers la base circulaire du dôme. Ce nouveau tambour de seize côtés

n'est pas, contrairement au tambour octogonal, en forme de prisme. Nous remarquons ici la présence d'un arc sur chaque face du tambour. Sur les huit faces (qui ne sont pas coplanaires avec le tambour octogonal) une petite trompe remplit l'espace entre les deux tambours. à la base de chaque trompe viennent s'accrocher deux arcs convergents, formant un « triangle brisé ». Constitué de deux surfaces planes triangulaires, celui-ci joue le rôle d'élément intermédiaire, se situant entre l'arc du tambour octogonal d'un côté, et les petites trompes du tambour supérieur de l'autre. Cette organisation est cruciale car elle possède toutes les caractéristiques morphologiques des éléments du Muqarnas vues plus haut. Effectivement, nous trouvons ici deux éléments typiques d'un Muqarnas, composé d'une cellule (la trompe) et d'un élément intermédiaire (le triangle brisé) connecté à la partie inférieure de la cellule. Leur géométrie ainsi que leur agencement sont tout à fait en accord avec les spécificités des Muqarnas construits dans les siècles suivants.



Figure 34. Z Zone de transition du dôme de la grande mosquée d'Ispahan (1072). Le tambour de seize côtés s'ajoute au tambour octogonal. La géométrie de l'intérieur de la trompe se précise par rapport aux trompes tripartites.

Les mosquées des deux petites villes d'Ardestan et de Zavareh, proches d'Ispahan, construites respectivement en 1133 et en 1136, possèdent des zones de transition quasiment identiques à celle de la grande mosquée d'Ispahan. Cela témoigne que cette technique pour résoudre la zone de transition s'est maintenue pendant des années dans cette région.

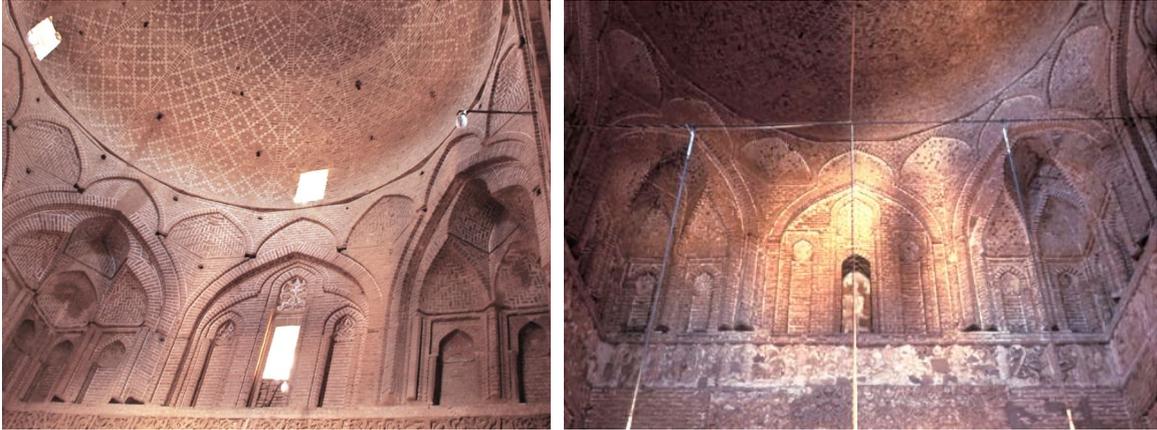


Figure 35. À gauche : zone de transition de la grande mosquée d'Ardestan (1158). À droite : zone de transition de la grande mosquée de Zavareh (1136) © Sheila Blair AMD Jonathan Bloom.

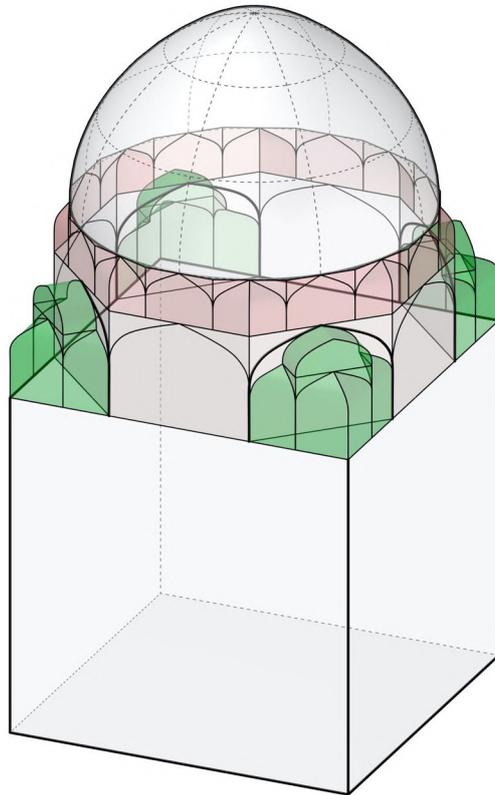


Figure 36. Schéma de la zone de transition de la grande mosquée d'Isfahan. Un tambour de seize côtés est superposé au tambour octogonal. La trompe est quant à elle proche d'une trompe tripartite.

2.1.5 Trompe en Muqarnas

Quelques années après l'achèvement du dôme de la grande mosquée d'Ispahan, c'est dans la chambre du dôme de la grande mosquée de Golpāyegān (1104), à proximité d'Ispahan, qu'apparaît une typologie singulière de la zone de transition. Ici, l'arc principal de la trompe est quadrilobé, contrairement aux exemples trilobés précédents. Dans cet édifice seldjoukide, la principale différence par rapport à la trompe de la grande mosquée d'Ispahan réside dans le traitement de l'intérieur de la trompe. Concrètement, cet arc quadrilobé est généré par un arrangement de petites trompes sur quatre niveaux. Nous pouvons donc affirmer qu'il s'agit bel et bien d'une « trompe en Muqarnas ». En effet, dans les exemples de trompes des grandes mosquées d'Ispahan, d'Ardestan ou de Zavareh, l'emploi des petites formes de trompe (qu'on pourrait grossièrement qualifier de cellule de Muqarnas) était ponctuel et isolé, ce qui était loin d'une réelle organisation de Muqarnas. A Golpāyegān en revanche, nous avons pour la première fois une trompe structurée sous la forme d'un Muqarnas. Dans cet exemple, nous pouvons aisément identifier la composition d'un Muqarnas avec ses cellules et ses éléments intermédiaires, agencés sur des rangées horizontales. Concernant la structure de la zone de transition, elle est réalisée avec les mêmes principes que celle de la grande mosquée d'Ispahan.

Rosintal est persuadé que c'est à Golpāyegān que nous avons à faire aux plus anciennes « stalactites »³⁰ existantes. Pour lui, l'évolution des petites trompes structurant la trompe principale de la zone de transition démontrerait clairement la genèse du Muqarnas, dont l'exemple de Golpāyegān constitue l'étape finale (Rosintal 1938, 10).

³⁰ Rosintal emploie le mot stalactite pour désigner les Muqarnas. Aujourd'hui, le terme stalactite est parfois employé pour les Muqarnas présents en Afrique du Nord et en Espagne où l'on voit des Muqarnas à tiges qui font penser aux stalactites.

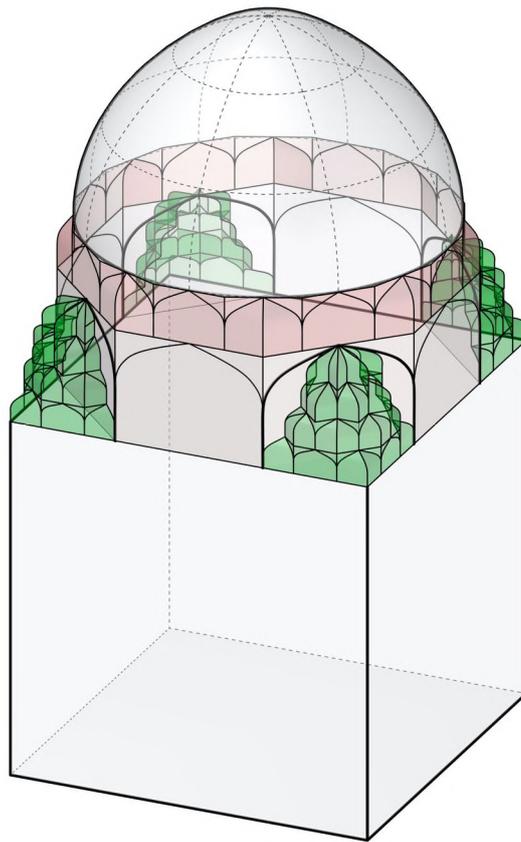


Figure 37. Schéma de la trompe en Muqarnas de la grande mosquée de Golpāyegān. Elle présente clairement des éléments d'un Muqarnas arrangés sur plusieurs niveaux.

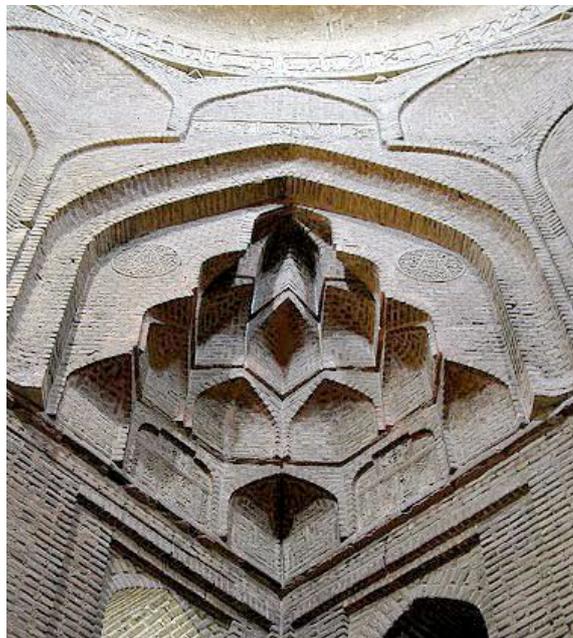


Figure 38. Trompe en Muqarnas de la grande mosquée de Golpayegan (1105).

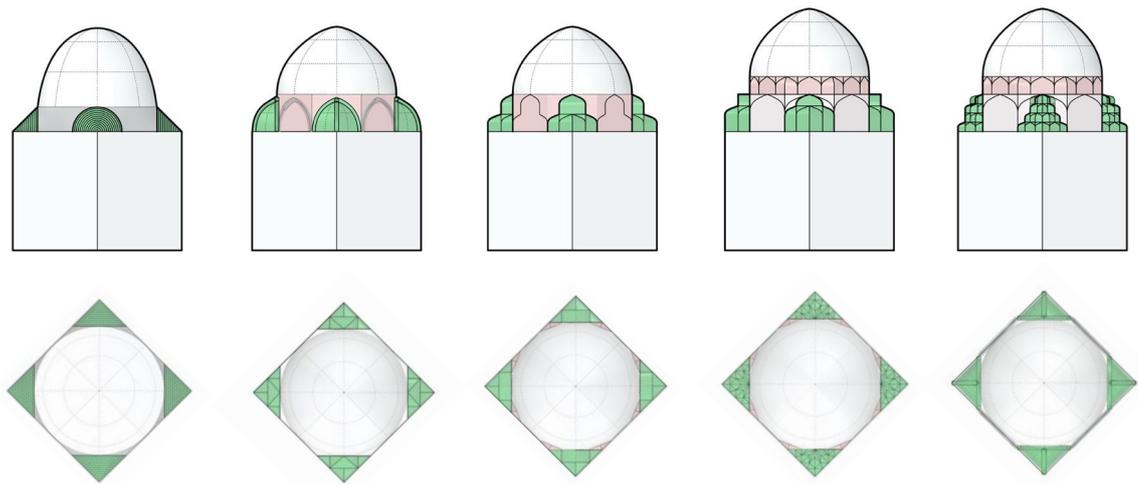


Figure 39. Schémas montrant l'évolution de la zone de transition, de la trompe sassanide à la trompe en Muqarnas.

2.1.6 Gonbad-e-Ali d'Abarqu, un cas unique

Si l'étude de l'évolution de la zone de transition de la période préislamique (Sassanides) jusqu'au début du XII^e siècle avec la trompe en Muqarnas de Golpāyegān est riche d'enseignements, l'analyse du « Gonbad-e Ali » à Abarqu, près de Yazd en Iran, permet d'éclairer autrement la question de l'origine des Muqarnas. Il s'agit d'un tombeau appartenant à la période seldjoukide, construit en 1056. La date même de construction de ce monument le rend particulièrement significatif. En effet, cet édifice comporte des Muqarnas en corniche à l'extérieur du tombeau entre deux sections octogonales (la géométrie de base du tombeau étant un octogone). Dans cette corniche apparaît clairement un Muqarnas aménagé sur trois niveaux, reflétant les caractéristiques morphologiques des Muqarnas les plus tardifs³¹. Ce qui est surprenant est que cet édifice, daté de 1056, précède largement les trompes de la grande mosquée d'Ispahan ou de celle de Golpāyegān. Cela indique que le savoir-faire relatif aux Muqarnas était déjà relativement bien développé au début du XI^e siècle. Il s'agit dans ce cas d'un monument relativement isolé, et n'appartenant pas à un centre urbain de premier plan de l'époque. Un autre aspect à souligner est celui du matériau : contrairement aux autres constructions de cette région, les Muqarnas de cet édifice ne sont pas en briques mais en pierre locale mise en œuvre avec du « Sarouj »³².

³¹ Par tardifs nous visons ici les Muqarnas développés à partir du XII^e siècle qui se sont propagés dans l'ensemble du monde islamique.

³² Sarouj est un mortier traditionnel résistant à l'eau utilisé dans l'architecture iranienne. Il est composé d'argile et de calcaire mélangés dans un rapport de six à quatre pour former un mélange ferme et malaxé pendant

L'autre aspect qui attire notre attention est la relative « complexité » qu'on retrouve dans la géométrie de ce Muqarnas apparemment « primitif ». Pour un Muqarnas de cette époque (sans doute le plus ancien dont on ait connaissance), nous observons une volonté de variation et de complexification, obtenues par un jeu d'agencement et de diversification d'éléments. L'observation de l'organisation des cellules de la rangée supérieure relève une alternance entre une grande et une petite cellule sur toute la longueur du Muqarnas. Ce jeu d'alternance, enrichi par l'utilisation de plusieurs types d'éléments, complexifie la morphologie du Muqarnas. C'est donc dans cet édifice que se manifeste pour la première fois un jeu explicite basé sur la variation des dimensions des cellules et de leurs agencements.

Ce jeu de variation en vue de complexifier et d'enrichir la morphologie du Muqarnas sera de plus en plus exploité dans les siècles qui suivent. En comparant la géométrie de ce Muqarnas avec les autres exemples contemporains³³, on est à nouveau frappé par la singularité et l'importance de ce monument. Rosintal ne s'arrête cependant pas sur ce Muqarnas – ce qui est pour nous surprenant – et le cite simplement en tant qu'application alternative des Muqarnas (Rosintal 1938, 13). Tabbaa de son côté évoque aussi le Muqarnas de Gonbad-e-Ali comme exemple d'une application en corniche dans la continuité de la tradition de cette époque où des corniches séparaient les différentes parties des édifices (Tabbaa 2003). D'après Hoag, Gonbad-e-Ali représente le Muqarnas en corniche le plus ancien que nous connaissons (Hoag 1991).

deux jours. Une partie des laitiers de four provenant des bains est combinée avec des fibres de quenouilles (Typha), de l'œuf et de la paille, puis fixée puis battue pour avoir un mélange homogène. Les blancs d'œufs peuvent être utilisés comme réducteurs d'eau si nécessaire.

³³ Cette période correspond à l'époque de la technique des trompes tripartites pour la zone de transition des dômes dans plusieurs édifices en Iran.



Figure 40. Muqarnas du Gonbad-e-Ali d'Abarqu (1055). Le Muqarnas est appliqué à l'extérieur du mausolée.
www.iranshahrpedia.com.

Il s'agit incontestablement du Muqarnas le plus « complexe » et le plus élaboré parmi les Muqarnas existants. Cette particularité n'est pas banale, et c'est cette « complexification » qui constituera la principale voie d'évolution des Muqarnas à partir du XII^e siècle. La corniche du Gonbad-e-Ali, à Abar, peut donc bien être considérée comme la première recherche de « variation » de la morphologie du Muqarnas.

2.2 Les dômes en Muqarnas

La deuxième théorie sur l'origine des Muqarnas est celle avancée par Yasser Tabbaa. Dans son article *The Muqarnas dome : its origin and meaning*, il argumente que les dômes en Muqarnas sont les premiers exemples de Muqarnas construits. Pour Tabbaa, la théorie de la fragmentation de la trompe qui débute par des trompes simples en passant par les trompes tripartites jusqu'aux trompes seldjoukides n'est pas convaincante pour expliquer les Muqarnas « complexes » de l'époque Timourides. Il évoque un décalage entre les trompes fragmentées seldjoukides et les Muqarnas « raffinés » des XIII^e et XIV^e siècles. Il reconnaît cependant la filiation entre les trompes sassanides et les Muqarnas primitifs (trompes seldjoukides fragmentées), tout en estimant que le développement du Muqarnas a suivi un autre chemin pour arriver aux Muqarnas « complexes » de l'époque Timourides.

Tabbaa évoque alors l'Irak comme lieu possible de genèse du Muqarnas. Il fait référence aux dômes en Muqarnas, une typologie architecturale spécifique aux régions d'Irak, de Syrie et du Sud-Ouest iranien (province de Khuzestân). En effet le tombeau d'Imam al-Dur (1075-1090) en Irak, dans un village situé à vingt kilomètres de la ville de Samarra, est constitué d'un dôme allongé composé de cellules Muqarnas. La particularité de ce dôme est que, contrairement aux autres Muqarnas visibles ailleurs, l'extrados des cellules est apparent. Le dôme est composé d'éléments de Muqarnas, ordonnés en quatre niveaux. La coupole en Muqarnas du tombeau est posée sur une base carrée, et la transition est réalisée à travers quatre trompes, avec une organisation similaire à celle des trompes tripartites iraniennes. Mais ce sont surtout les voussures et les arcs de cet édifice, avec leur profil polylobé, qui lui donnent une apparence sensiblement différente de l'architecture seldjoukides de la même époque en Iran. Grâce à cette zone de transition, la coupole est bâtie sur quatre rangées constituées d'éléments relativement grands. La construction de ce tombeau comportant ce type de « Muqarnas exposé » à partir de 1075 est effectivement à prendre en considération dans les recherches autour de l'origine des Muqarnas. Pour Tabbaa, ce tombeau, situé dans un village relativement isolé, ne serait sans doute pas le premier exemple de ce type de coupole en Muqarnas. Il rappelle que c'est probablement à Bagdad, ville de premier plan dans le monde de l'Islam de l'époque, qu'il faut situer l'origine de ces dômes en Muqarnas. Il fait allusion à des édifices qui n'existent plus aujourd'hui, mais qui auraient marqué à l'époque le paysage de la ville de Bagdad.

Pour justifier cette théorie, Tabbaa s'appuie sur deux miniatures anciennes représentant des vues d'ensemble de Bagdad où figurent effectivement plusieurs dômes en Muqarnas comme celui de Samarra. La première miniature provient d'un manuscrit du XV^e siècle représentant « l'inondation de Bagdad ». Dans cette miniature figurent, sur une partie de la rive du Tigre, quatre dômes de type « allongé ». Tabbaa considère ces quatre éléments comme des dômes en Muqarnas. La deuxième miniature citée par Tabbaa est une vue d'ensemble de Bagdad dessinée par Matrakci au XVI^e siècle. Plus d'une dizaine de dômes allongés et composés de cellules y sont représentés, qui semblent effectivement être des dômes en Muqarnas.

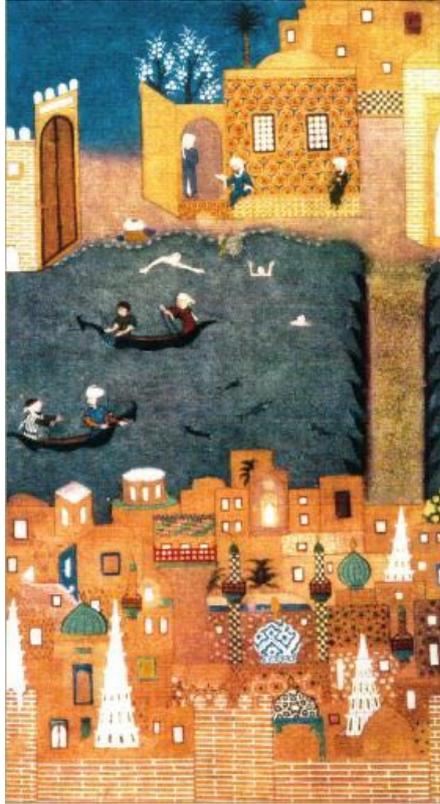


Figure 41 Le Tigre à Bagdad. Une miniature illustrant un texte de Nasir Boukhara 'i, d'une anthologie du XV^e siècle. Image extraite d'une anthologie de poèmes de divers auteurs écrits et illustrés, publiée à Chirvan (Samakha) au nord de l'Iran, en 1468. British Library Add. 16561, f.60

2.2.1 Les dômes Ourchin

Dans l'architecture traditionnelle iranienne, les dômes peuvent être classés en deux grands groupes selon un critère morphologique : les dômes sphériques et les dômes coniques. Pirnia appelle les dômes sphériques les dômes « *Nār* »³⁴ et les dômes coniques ou pyramidaux les dômes « *Rok* » (Pirnia 1991). On peut aussi parler des dômes à simple courbure (*Rok*) et des dômes à double courbure (*Nār*). Le dôme « Ourchin », dre type « alvéolaire » est une typologie spécifique appartenant à la famille des dômes coniques. Il s'agit d'un dôme conique ou pyramidal, à forte pente, avec un aspect extérieur (et parfois intérieur) en forme d'escalier. Plusieurs rangées horizontales se succèdent sur la hauteur du dôme. Ce type de dômes est quasiment toujours employé dans les tombeaux et les mausolées. Sur le plan géographique, on en trouve aujourd'hui exclusivement dans une zone précise : au sud-ouest de l'Iran, en Irak et en Syrie. Parmi les exemples iraniens les plus connus se trouvent le tombeau de Daniel à Suse

³⁴ *Nār* [نار] signifie grenade en persan. Les profils des dômes iraniens de la période islamique ne sont jamais des arcs de cercles. Cela signifie qu'il n'y a pas de dôme exactement demi-sphérique en Iran. Précisons qu'au sein de la catégorie *Nār* existent plusieurs typologies de dômes qui se différencient par la morphologie et le mode de construction.

et celui de l'Emānzādeh³⁵ Abdullah à Shushtar. En Irak, le tombeau de Zumurrud Khatun et le mausolée d'Imam al-Dur sont deux exemples remarquables. En Syrie, le mausolée de Nur al-Din à Damas présente une coupole de ce type.



Figure 42. Tombeau de Zumurrud Khatun en Irak (1193) © Yasser Tabbaa.

Il est intéressant de relever que certains exemples existants des dômes Ourchin sont structurés en Muqarnas. Aibnsi, comme le précise Tabbaa, le tombeau de Zumurrud Khatun en Irak, le mausolée d'Imam al-Dur et le mausolée de Nur al-Din à Damas sont tous des dômes en Muqarnas. Tabbaa s'appuie sur ces exemples pour justifier sa théorie selon laquelle Bagdad serait le lieu d'origine des Muqarnas.

Il semble judicieux d'élargir la notion de dôme Ourchin en intégrant les dômes en Muqarnas dans cette définition. L'analyse de la structure des dômes Ourchin met en évidence une grande variété. Une minorité de ces dômes possède une structure en Muqarnas, c'est-à-dire construite par empilement de cellules en Muqarnas. Certains en Iran classent ces dômes en deux

³⁵ Emānzādeh ou Imamzadeh signifiant *née d'un Imam* est un mot persan désignant un descendant d'un imam chiite. Il s'agit d'un mausolée où un descendant du prophète (imam) est enterré.

familles³⁶ : le dôme « étoilé » [Kowkabi] qui est construit à partir de polygones concaves ou d'étoiles, et le dôme « polygonal » [Kasir-al-azla'] sur la base de polygones réguliers (Saeidian et al. 2013). D'autres les classent avec plus de précision : dômes à base de polygones réguliers, de polygones réguliers courbes (composés d'arcs au lieu de segments), de polygones concaves (étoiles) et dômes en Muqarnas (Mashayekhi et Tehrani 2013).

Nous distinguerons les dômes Ourchin construits à partir de polygones, que nous appellerons « simples » et les dômes Ourchin en « Muqarnas ».

Dôme Ourchin simple

Ce dôme est organisé sur la base d'un empilement de plusieurs « prismes » polygonaux, dont les dimensions diminuent progressivement au fur et à mesure que l'on s'élève. Chaque niveau³⁷ (prisme) du dôme est généré par l'extrusion du polygone convexe ou concave (polygone régulier ou étoile) de la base du niveau. Ensuite, toute rangée subit une rotation par rapport à la rangée inférieure. Par conséquent, les arêtes des rangées adjacentes, n'étant pas alignées, ne sont pas jointives.

Il est possible, comme nous l'avons vu, de classer ce type de dômes selon la géométrie des niveaux, ainsi que le système d'empilement.

Pour ce qui est du dôme Ourchin « étoilé », la base de chaque niveau est un polygone en forme d'étoile (souvent de plus de seize côtés). S'agissant de la logique d'organisation des niveaux, chaque prisme étoilé subit une rotation et voit sa dimension diminuer par rapport au prisme inférieur, sans pour autant être inscrit dans celui-ci.

Le dôme Ourchin « polygonal », comme son nom l'indique, est formé par une succession de prismes à base de polygones réguliers. Ici, à la différence du dôme étoilé, chaque niveau est inscrit dans la rangée inférieure, tout en subissant une légère rotation par rapport à celle-ci.

Il existe de nombreux exemples de dômes Ourchin dans la région du Khūzestān dans le sud-est de l'Iran, notamment celui du tombeau de Daniel à Suse.

³⁶ Voir (Saeidian et al. 2013).

³⁷ En Persan chaque niveau du dôme Ourchin est appelé un « Zineh ».



Figure 43. Dômes Ourchin de type simple. À gauche : Mausolée de Danial-e-Nabi à Suse XI^e siècle © Daniel C. Waugh. À droite : Tombeau de Yaghub Leis Saffari près de Dezful en Iran.
https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Tomb_of_Ya%27qub_ibn_al-Layth.

Dômes Ourchin en Muqarnas

On peut expliquer la structure de ce dôme en se référant à un dôme Ourchin simple, dans lequel on a transformé chaque face du prisme en une cellule Muqarnas (ou en une trompe). Cette définition est surtout valide pour les exemples primitifs, par exemple le mausolée d'Imam al dur (1075-90) en Irak. Dans ce monument on observe, sur l'extrados du dôme, des cellules Muqarnas appliquées à chaque facette du prisme de chaque rangée. À l'intérieur du dôme, nous observons un parfait agencement des cellules qui s'assemblent le long de leurs arêtes courbes. Sur l'extrados du dôme, en revanche, la liaison entre deux cellules adjacentes n'est pas parfaite, car il y a une rencontre entre les cellules en Muqarnas et le prisme du niveau correspondant. Sur l'extrados de ce dôme, se manifeste clairement la géométrie du dôme Ourchin simple.

Cela confirme l'existence d'une relation entre les dômes Ourchin simples et les dômes en Muqarnas et, par là-même, l'existence d'une option consistant à complexifier la structure par l'ajout d'une cellule Muqarnas sur chaque face verticale des prismes d'un dôme Ourchin simple. Certains auteurs ont d'ailleurs évoqué les dômes Ourchin simples comme ancêtres des dômes en Muqarnas. Mashayekhi et Tehrani expliquent cette relation en considérant la typologie des dômes Ourchin étoilés comme une transition entre le dôme Ourchin polygonal et le dôme en

Muqarnas. Ils se réfèrent à l'Emānzādeh Abdullah de Shushtar qui reflète parfaitement cette transition entre le dôme Ourchin étoilé et le dôme en Muqarnas (Mashayekhi et Tehrani 2013). Nous remarquons ici dans les rangées inférieures la présence des cellules Muqarnas.

Plus tard, vers le XII^e siècle, apparaissent des dômes en Muqarnas plus élaborés et plus complexes, comme le tombeau de Zumurrud Khatun. La différence entre ce dernier et le dôme de l'Emānzādeh Abdullah de Shushtar est que s'y révèle une réelle structure en Muqarnas. L'intrados est parfaitement agencé avec les éléments et l'extrados montre également une organisation en Muqarnas – ce qui rend, par la présence des prismes en escalier, beaucoup moins lisible la base du dôme Ourchin –.



Figure 44. Dôme Ourchin de l'Emānzādeh Abdullah de Shushtar en Iran. La structure présente une transition entre les dômes Ourchin simples et les dômes en Muqarnas. Les cellules en Muqarnas des rangées inférieures s'amenuisent progressivement quand on s'élève. © Daniel C. Waugh.

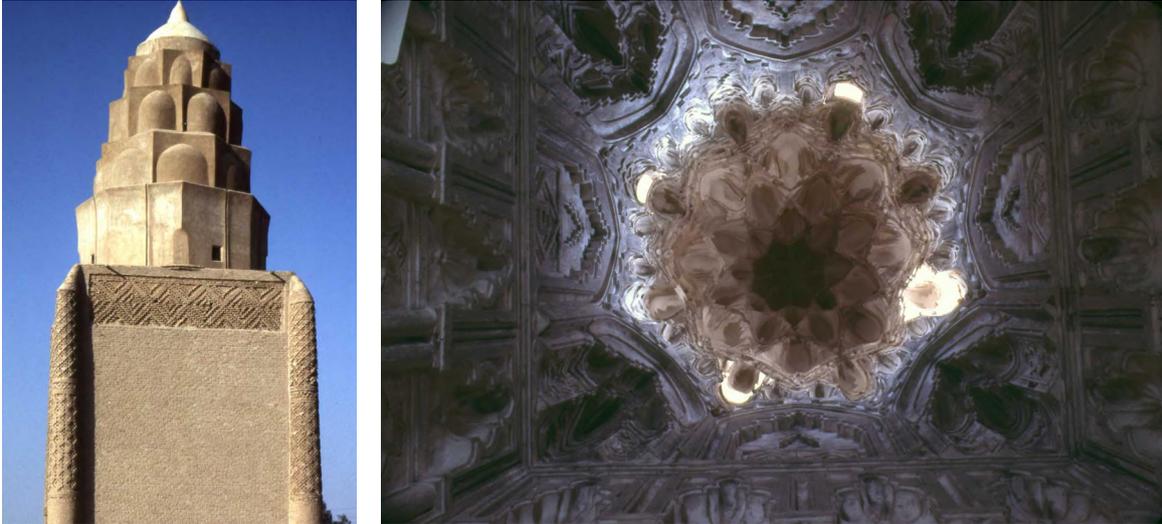


Figure 45. Extérieur et intérieur du mausolée Imam dur (1085) en Irak. Les cellules en Muqarnas du dôme sont clairement visibles © Yasser Tabba.

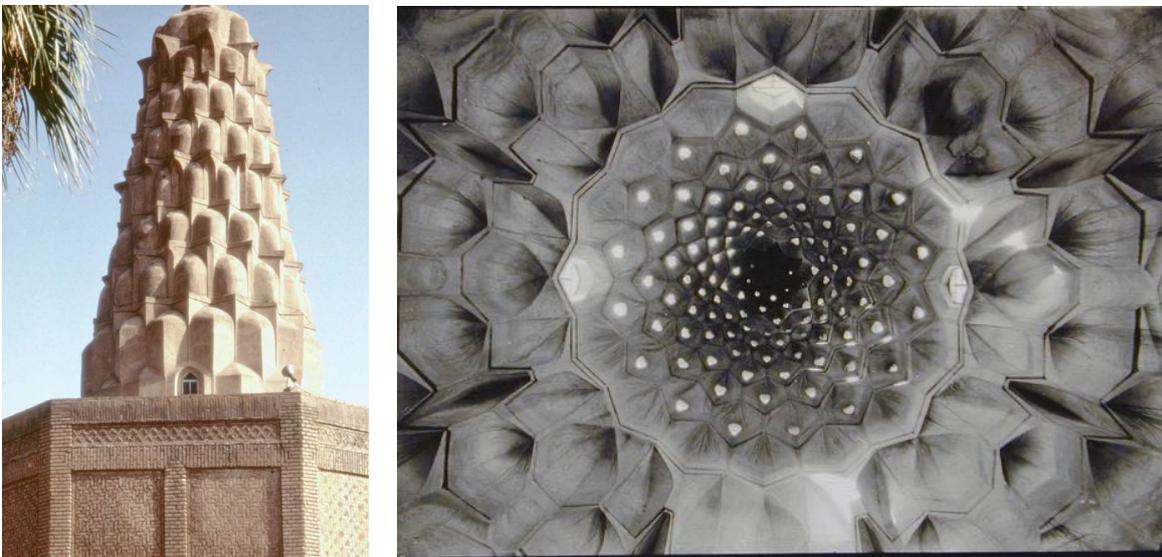


Figure 46. À gauche : dôme en Muqarnas du tombeau de Zumurrud Khatun en Irak © Yasser Tabba. À droite : intérieur du dôme avec les ouvertures qui laissent pénétrer la lumière © Keppel Archibald Cameron Creswell.

Il n'y a pas de théorie convaincante au sujet des dômes Ourchin. Néanmoins, quelques chercheurs ont avancé des hypothèses. Le territoire dans lequel ce type de dômes est concentré aujourd'hui correspond à la Mésopotamie et à la région de Suse (Khuzestân). Des éléments architecturaux caractéristiques de cette région ont donc pu avoir laissé des traces pour ainsi influencer les constructions de la période islamique. La ziggourat – une morphologie pyramidale en escalier – est un des éléments architecturaux les plus significatifs de cette région. En effet, la composition en rangées de la ziggourat est extrêmement proche de ce que l'on voit dans ces dômes. Il serait donc logique de penser que les dômes Ourchin s'inscriraient dans

l'architecture de la Mésopotamie et du Khuzestân, et que celle-ci serait donc à l'origine des dômes en Muqarnas³⁸. La ziggourat de Tchogha-Zanbil dans l'actuelle province de Khuzestân en Iran est sans doute l'édifice le mieux conservé montrant cette similitude morphologique avec les dômes Ourchin.

2.2.2 Les Miniatures de Matrakci

La miniature de Bagdad est un des arguments avancés par Tabbaa pour fonder sa théorie sur l'origine des Muqarnas. Cette miniature, issue de l'ouvrage *Beyan-i-menazil*³⁹, fait partie d'une série de dessins (miniatures) montrant les villes et villages dans lesquels Matrakci retrace et raconte la campagne lancée par l'armée ottomane pour conquérir la Perse en 1537.

Nasuh Ben Karagöz Ben Abdullah ail-Visokavi al-Bosnavî, ou Nasuh al-Matrankçi ibn Karađoz, connu sous le nom de « Matrakci », est un célèbre historien, mathématicien, calligraphe et peintre du XVI^e siècle (1480-1564) d'origine bosniaque, ayant rejoint la cour des Ottomans durant le règne de Süleyman le Magnifique (1520-1556).

« Matrakçi Nasuh fit ses études à l'école du palais sous le règne de Bayezid II (1481-1512) et étudia avec Sai Çelebi, l'un des enseignants du sultan Bayezid II. Il a servi le sultan Selim I (1512-1520) et Süleyman le Magnifique (1520-1556) en tant que mathématicien, historien, géographe, cartographe et miniaturiste. Matrakci Nasuh, l'un des meilleurs produits du système « Enderun », était un homme aux « multiples talents » ou « l'Uomo Universale », l'homme universel ou un « Hazerfen », qui devint plus tard un de ses titres officiels » (Corlu et al. 2010)

Les miniatures de *Beyan i-menazil* sont particulièrement précieuses, car elles font partie des très rares illustrations représentant le paysage des villes de cette région (territoires correspondant à l'Ouest de l'Iran ainsi qu'à l'Irak). Le titre du livre, *Beyan-i-menazil i Sefer i Irâkeyn*, signifie « récits des étapes du voyage aux deux Irak » (c'est-à-dire l'Ouest de l'Iran actuel et l'Irak). Nous trouvons donc dans ce livre des miniatures illustrant le paysage de trois grandes régions : l'Anatolie (d'Istanbul jusqu'à la frontière iranienne), l'Ouest de l'Iran et l'Irak.

³⁸ Voir (Saeidian et al. 2013)

³⁹ (Matrakçi Nasuh Efendi 1976)



Figure 47. Carte de l'itinéraire de la campagne de conquête des Ottomans à travers la Turquie, l'Iran et l'Irak.

Bien qu'il existe une très grande quantité de miniatures et de peintures datant de ces siècles dans le monde iranien, rares sont celles qui représentent l'aspect extérieur des monuments architecturaux d'une ville ou donnent une image réaliste d'un centre urbain. Comme le mentionne Yurdaydin, dans les miniatures persanes, les édifices sont un arrière-plan pour les figures humaines, qui constituent le sujet principal. Les édifices sont extrêmement ornementés et servent souvent de décors de scènes romantiques. Cet aspect situe ces illustrations à l'opposé de la peinture turque, qui est une expression de la vie réelle (Nasuh et Yurdaydin 2014).

Ainsi, les miniatures de Matrakci dans lesquelles il représente le paysage d'ensemble des villes sont du point de vue de l'histoire de l'architecture des sources documentaires singulières. En comparant les paysages des différentes villes dessinées, nous remarquons que les caractéristiques de l'architecture de chaque région sont bien identifiables.

Les travaux de F. Taeschner⁴⁰ et Walter B. Denny⁴¹, portant sur la représentation des miniatures de Matrakci du point de vue architectural et urbain, contribuent à leur donner une grande crédibilité documentaire. Ces travaux montrent que le degré de précision et la qualité de représentation de la réalité varient fortement d'une miniature à l'autre. Par exemple, les villes les plus importantes comme Istanbul, Tabriz et Bagdad, sont dessinées avec plus d'attention et de finesse. C'est le même constat pour les édifices figurant dans une même miniature : les édifices les plus importants, comme la grande mosquée de la ville ou les palais, sont dessinés avec plus de détails et sont plus proches du réel. À l'opposé, d'autres éléments architecturaux

⁴⁰ Taeschner, Franz. "The Itinerary of the First Persian Campaign of Sultan Süleyman, 1534–36, According to Nasūh Al-Matrāki*." *Imago Mundi*, July 29, 2008. <https://doi.org/10.1080/03085695608592126>.

⁴¹ Denny, Walter B. "A Sixteenth-Century Architectural Plan of Istanbul." *Ars Orientalis* 8 (1970) : 49–63.

qui aux yeux de Matrakci étaient moins importants, sont moins détaillés et même parfois schématisés et simplifiés. Pour donner un exemple, quasiment tous les ponts et toutes les murailles sont dessinés de la même manière. Autre exemple, les maisons et les habitations ordinaires sont schématisées et représentées par des icônes. Il faut néanmoins souligner que cette schématisation elle-même a été faite avec beaucoup de soins : les couleurs employées pour les maisons, par exemple, indiquent leurs matériaux, ce qui permet de distinguer le type de construction d'une ville à une autre.

Les miniatures d'Istanbul (Anatolie), de Tabriz (Iran) et de Bagdad (Irak), les trois grandes villes de l'itinéraire de la conquête, reflètent ses différentes propriétés.



Figure 48. De gauche à droite : miniatures d'Istanbul, de Tabriz et de Bagdad. Les spécificités relatives à la topographie, à l'architecture et aux styles sont identifiables.

Dans l'introduction de *Beyan i-menazil*, Yurdaydin rappelle que le fait qu'y soient représentés les principaux monuments des villes, comme les mosquées, les mausolées et les palais, augmente la valeur documentaire de ces miniatures. Il souligne en outre que les forteresses, les ponts, les rochers, les plantes et les animaux dessinés montrent une certaine homogénéité. Il souligne enfin que ces représentations sont très proches de la réalité et ne montrent guère de signes d'exagération (Nasühü's-Silahi (Matrakci) et Yurdaydin 2014, 129).

Les dômes en Muqarnas dans les miniatures

Malgré les éléments avancés relatifs à la fidélité des miniatures, nous devons rester prudents dans leur interprétation. Il est bon d'examiner plus en détail la représentation des « dômes en Muqarnas » dans différentes miniatures de *Beyan i-menazil*. En évoquant uniquement la miniature de Bagdad, où l'on trouve des dômes en Muqarnas, Tabbaa laisse entendre que ce serait une spécificité de cette ville ou plus largement des villes de la région d'Irak. Or, en regardant avec plus d'attention les miniatures des autres villes du livre, on se convainc que ce propos mérite d'être nuancé.

Irak

Les miniatures des territoires appartenant à l'Irak contiennent en effet le plus grand nombre de constructions ressemblant aux dômes en Muqarnas. Nous retrouvons en effet ce type de monument dans les miniatures des villes de Bagdad, Karbala, Kal'â i Berrani, Kal'a-l Enhare et Hillah. Dans la miniature de Bagdad, nous comptons au total seize dômes en Muqarnas sur les deux rives du Tigre. Certains de ces dômes sont clairement représentés par des modules superposés qui évoquent des Muqarnas. D'autre part, on distingue deux dômes qui sont morphologiquement différents des autres. Dans ces deux cas spécifiques, il s'agit plutôt de « prismes » superposés que de « cellules », comme c'est le cas des dômes en Muqarnas. Ces deux exemples particuliers se rapprochent beaucoup des dômes Ourchin. Par ailleurs ces dômes ne sont pas tous dessinés de la même manière ni à la même échelle. Il existe donc des dômes de différentes tailles et relevant de morphologies distinctes. Sont également représentés deux autres dômes de type pyramidal sur la gauche de la miniature (dômes de type Rok). Ainsi, même ceux qui paraissent être des dômes en Muqarnas sont en réalité représentés de diverses façons, selon leurs spécificités relatives à la morphologie et aux matériaux.

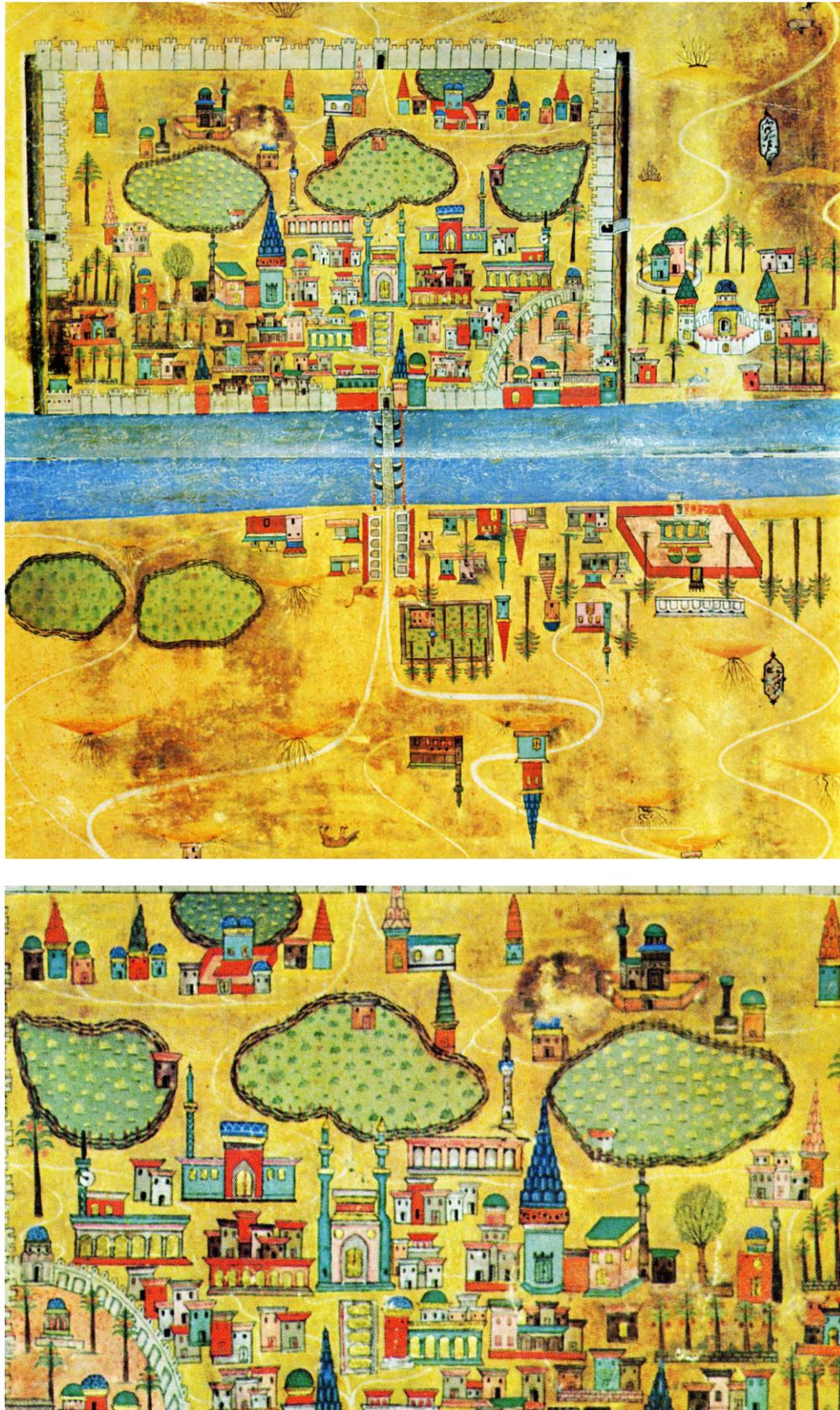


Figure 49. Miniature de Bagdad. En haut : vue d'ensemble de la ville. En bas : zoom sur une partie de la miniature où nous voyons les dômes en Muqarnas. Les dômes, représentés à différentes échelles, présentent des différences morphologiques.

D'autres miniatures relatives à la région d'Irak représentant des dômes en Muqarnas montrent des détails de ces éléments architecturaux, comme les deux dômes symétriques représentés dans la miniature 59 B (un mausolée). Dans cette miniature, des petits « points » sont dessinés sur les parties supérieures des cellules du dôme. En comparant ce détail avec le tombeau de Zumurrud Khatun, encore accessible aujourd'hui, nous pouvons supposer que les points dessinés sur la miniature correspondent en réalité aux trous de lumière du dôme de Zumurrud Khatun. La présence de ce détail et sa correspondance avec un édifice existant renforcent la validité et la véracité des dessins de Matrakci.



Figure 50. Miniature (59 b) du livre Beyan i-menazil. Il s'agit d'un mausolée où l'on voit deux dômes en Muqarnas. Les points en blanc visibles sur les cellules représentent probablement des ouvertures, comme dans le tombeau Zumurrud Khatun en Irak.

Iran

Les miniatures de Matrakci, où sont représentés des dômes en Muqarnas, représentés dans les miniatures, donnent à penser qu'ils ont existé en dehors du territoire syro-irakien où l'on trouve les exemples encore visibles.

De façon surprenante, parmi les villes et les villages représentés, nous retrouvons des dômes en Muqarnas apparaissent également dans les miniatures des villes iraniennes de Tabriz, Soltaniyeh et Dar-Gazin. La miniature de Tabriz est l'une des plus importantes, au point que deux pages du livre lui sont consacrés. Tabriz était l'une des plus grandes villes traversées lors de l'expédition, mais aussi l'une des plus grandes villes d'Iran à cette époque, c'est-à-dire la période Safavide. Elle a été en 1501 la première capitale de l'empire Safavide fondée par Chah

Ismail 1^{er}. En raison de sa proximité avec l'Empire ottoman, la capitale fut déplacée en 1548 à Qazvin par le fils de Chah Ismail, Tahmasb 1^{er}. Cette ville, en effet, a été le théâtre de plusieurs guerres avec les Ottomans. Le livre *Beyan i Menazil* est le récit de l'une de ces tentatives de conquête de la Perse par les Ottomans.

Dans la miniature de Tabriz, figurent un total de onze dômes en Muqarnas. La plupart de ces dômes sont (comme c'est le cas presque partout ailleurs) des tombeaux et des mausolées. Nous retrouvons en Iran un grand nombre d'exemples de ce type de tombeau⁴² avec une base en forme de prisme et une porte d'entrée. Ici, comme dans la miniature de Bagdad que nous avons décrite, les onze dômes sont dessinés de façon à respecter les spécificités relatives à l'échelle et à la morphologie. On peut distinguer d'un côté les dômes avec une très forte densité de cellules qui sont clairement des Muqarnas et de l'autre des dômes avec moins de rangées et moins de cellules et dessinés à une plus grande échelle.

⁴² Les « tours-tombeaux » (*Borj-Aramgah* en Persan) sont un type d'édifice que l'on retrouve dans quasiment toutes les régions de l'Iran, construits en brique. Le style architectural et les décorations varient selon les époques et les régions.



Figure 51. Miniature de Tabriz. En haut : vue d'ensemble de la ville. En bas : zoom sur une partie de la miniature où apparaissent les dômes en Muqarnas. Les dômes sont représentés à différentes échelles et présentent des variations morphologiques.

La ville de Soltaniyeh, autre ville importante de l'époque, est également représentée sur deux pages. Le dôme de Soltaniyeh (mausolée d'Oldjaïtou)⁴³ avec ses huit minarets est clairement présent au centre de la miniature, ainsi que quatre tombeaux avec des dômes en Muqarnas, représentés à l'extérieur des remparts de la ville. S'agissant de la morphologie, de la couleur ou de l'échelle, ces quatre dômes en Muqarnas sont relativement similaires.



Figure 52. Miniature de la ville de Soltaniyeh en Iran. On compte quatre dômes en Muqarnas à l'extérieur de la muraille de la ville.

Une autre miniature contenant des dômes en Muqarnas dans la partie iranienne est celle relative au village de Dar-Gazin. Le cas de ce village est très intéressant car les troupes de Sultan Suleyman y sont passées deux fois, à l'aller et au retour de leur campagne militaire. C'est pour cette raison que nous retrouvons deux miniatures illustrant Dar-Gazin à deux endroits du livre. La première miniature, dessinée lors du trajet aller (d'Istanbul vers l'Iran), est limitée à une page, mais on y voit aussi les noms de deux villages voisins. Dans cette représentation sont visibles quatre dômes de type conique. L'un de ces quatre tombeaux est situé au milieu du village et

⁴³ D'un point de vue architectural et constructif, le dôme de Soltaniyeh, construit en 1312, est un monument singulier et remarquable datant de la période Ilkhanide. Le dôme de ce mausolée atteignant une hauteur de 49 m a introduit pour la première fois le système constructif à double coques qui deviendra par la suite un système fréquent dans les dômes iraniens.

les trois autres, côte à côte, semblent appartenir à un même ensemble architectural. Le dôme n'est pas composé de cellules et apparaît comme un dôme conique ou pyramidal de type Rok, que l'on retrouve par exemple avec le dôme du mausolée de Sheykh Abd-al-Samad visible aujourd'hui à Natanz en Iran. Le dessin montre un revêtement en céramique pour ces quatre dômes.

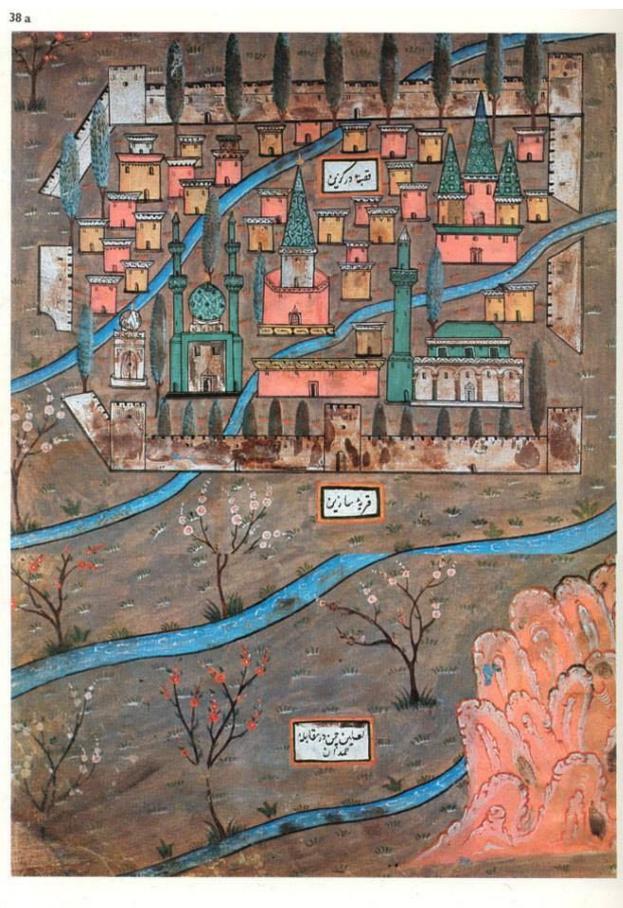


Figure 53. Miniature de la ville de Dar-Gazin. Il s'agit de la première miniature dessinée à l'occasion du premier passage de l'expédition. On voit quatre dômes de type conique dans la ville.

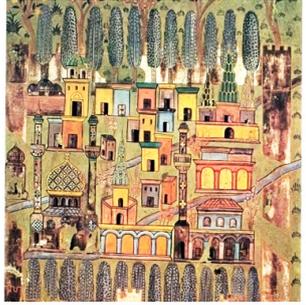
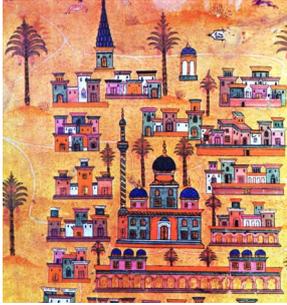
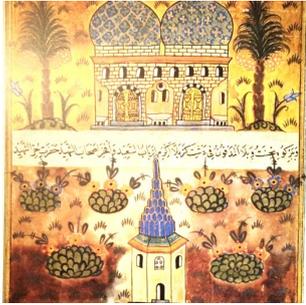
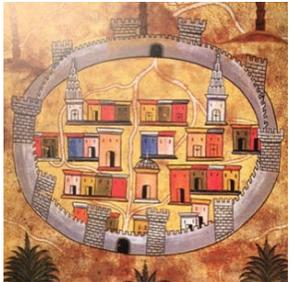
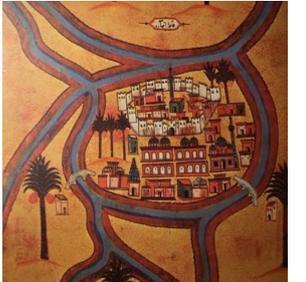
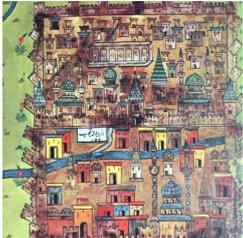
Après avoir traversé l'Irak, les troupes de Sultan Suleyman ont traversé pour une deuxième fois le village de Dar-Gazin. Matrakci a donné beaucoup plus d'importance à cette deuxième miniature en y consacrant deux pages entières. Elle ne représente plus que le village de Dar-Gazin et on ne voit pas les alentours. Les édifices et les autres éléments architecturaux sont plus grands et contiennent davantage de détails. Nous retrouvons plus ou moins une structure identique à celle de la première miniature mais avec plus d'éléments représentés et plus de précisions dans le dessin. Les quatre tombeaux semblent ici être couverts par des dômes en Muqarnas. À la différence de la plupart des autres miniatures du livre, en raison de l'échelle du dessin, les tombeaux représentés sont très grands sur cette page et les détails du tracé sont

parfaitement visibles. Ces dômes sont morphologiquement identiques et seules leurs couleurs diffèrent, ce qui pourrait traduire une différence dans le revêtement.



Figure 54. Deuxième miniature de la ville de Dar-Gazin dans le livre de Beyan-i-Menazil. Plus de détails y sont figurés notamment au sujet de la représentation des quatre dômes « alvéolaires » qui semblent ici être des dômes en Muqarnas.

Miniatures représentant des dômes en Muqarnas

Iran			
	Slotanieh (31 b-32 a)	Tabriz (27 b-28 a)	Dar Gazin (89 b)
	Irak		
Bagdad (47 b- 48 a)		Karbala (63 a)	(57 a)
			
Tombeau d'Hor (58 a)		59 b	Mausolée d'Imam Hussein (62 b)
			
Hillah (67 b - 68 a)		Kal'a-i Berrani (69 a)	Kal'a-I Enhare (67 a)
Turquie			
	Erzurum (23 b)		

Même si la différence de représentation des tombeaux entre les deux miniatures de Dar-Gazin semble fragiliser la valeur documentaire des dessins de Matrakci, la deuxième miniature, représentée sur deux pages, paraît être plus travaillée et précise que la première et qu'elle reflète davantage la réalité, notamment en ce qui concerne la forme en Muqarnas des dômes.

Un argument qui pourrait expliquer l'exactitude du dessin des dômes en Muqarnas est la présence d'autres typologies de tombeau. Plus précisément, si l'on considère que la représentation des mausolées et des tombeaux est symbolique, pour quelle raison ne sont-ils pas tous semblables, comme c'est le cas pour les habitations ou les ponts ? Dans l'ensemble du livre, nous retrouvons différents types de tombeaux avec des formes de couvertures clairement distinctes. Ainsi, nous ne trouvons pratiquement pas de dôme en Muqarnas dans les miniatures des villes de la région d'Anatolie⁴⁴, où les tombeaux sont soigneusement dessinés avec les caractéristiques de l'architecture ottomane. De plus, comme nous l'avons vu, il apparaît, au sein d'une même ville, différentes morphologies de couverture parmi les tombeaux dessinés. C'est le cas, notamment, dans la miniature de la ville de Tabriz.

En fin de compte, nous pouvons dire que la pluralité des représentations des tombeaux d'une part et la conformité de certains dessins (notamment ceux relatifs à Bagdad) avec les édifices existants d'autre part, renforcent la véracité des dessins de Matrakci. Certaines ambiguïtés et contradictions comme les différences dans les deux miniatures de Dar-Gazin peuvent s'expliquer par le fait qu'ils ont été finalisés après l'expédition à partir de croquis et de notes. Il faut donc rester prudents dans l'interprétation des miniatures, comme l'ont d'ailleurs souligné tous les chercheurs travaillant sur le sujet⁴⁵. Compte tenu des conditions dans lesquelles ces miniatures ont été dessinées, il est impossible de considérer ces dessins comme des preuves incontestables de la réalité. Néanmoins, comme ils sont de fait les seuls documents illustrés représentant les édifices de ces villes, ils demeurent extrêmement précieux et devront être analysés au cas par cas. Dans le cas des dômes en Muqarnas, ces dessins montrent une possible présence de ces dômes dans les villes où ils figurent. Certes, les détails relatifs à l'échelle, à la géométrie et aux matériaux sont discutables, ils laissent à penser que ces dômes ont bien été observés et dessinés par Matrakci dans d'autres territoires que l'Irak.

2.3 Conclusion des théories

Considérant les différents éléments développés dans chacune des théories, il est difficile de prendre position en faveur de l'une d'entre elles de façon radicale. Néanmoins, nous pensons que la théorie des trompes en Muqarnas est d'avantage fondée au vu de son profond ancrage historique remontant à l'époque des Sassanides et les premières trompes en Muqarnas. Certains chercheurs, comme Ernst Herzfeld, avancent une position intermédiaire entre les deux

⁴⁴ Seule la miniature de la ville d'Erzerum contient des dômes ressemblant aux dômes en Muqarnas.

⁴⁵ Voir l'introduction de Beyan-i-Menazil.

théories. Herzfeld évoque les dômes en Muqarnas et analyse plusieurs cas comme l'Imam-al-Dur en Irak et le mausolée de Sheikh Abd-al-Samad de Natanz en Iran. Il explique que ce type de dôme (les dômes en Muqarnas) est le fruit du génie iranien, mais son lieu d'origine est probablement Bagdad en Irak, car c'est là que l'on trouve l'exemple le plus ancien, le mausolée d'Imam al-Dur (Herzfeld 1942, 40). Il valide en quelque sorte cette filiation entre les trompes sassanides et les Muqarnas en passant par les différents types de zones de transition des dômes. Par contre il pense que c'est en Irak, capitale à cette époque du Califat, que les dômes en Muqarnas sont nés. Alicia Carillio partage plus ou moins la même position (Carillio 2016).

Concernant la théorie des dômes en Muqarnas, la situation du Muqarnas de Gonbad-e-Ali (1055) à Abarqu vient légèrement bousculer le parfait enchaînement que propose cette théorie. En effet, à Abarqu, il s'agit d'un Muqarnas relativement « élaboré » qui, sur le plan chronologique, se place entre les trompes tripartites (mausolée Arab-Atta ou Gonbad-e-Kavoos) et les dernières versions des trompes fragmentées, comme dans la grande mosquée d'Ispahan et d'Ardestān. Cela signifie que des Muqarnas ont été construits en dehors des zones de transition à la même époque. Cet exemple ne remet cependant pas en question fondamentalement la relation entre l'évolution de la trompe et les dômes en Muqarnas. Par contre, il semble ici que des Muqarnas géométriquement évolués, comme ceux d'Abarqu, auraient été construits en même temps que les dernières évolutions des zones de transitions, comme dans la grande mosquée d'Ispahan.

Quant à la théorie des dômes en Muqarnas, leur présence dans les miniatures des villes comme Tabriz et Soltaniyeh met en doute l'idée selon laquelle la région précise allant de la Syrie jusqu'au Khuzestān iranien, passant par l'Irak, serait le territoire exclusif de cette typologie de dôme. Il est probable que ce type de dômes aujourd'hui disparus ait été présent dans d'autres territoires. En outre que les dômes Ourchin n'ont pas été considérés dans le cadre de cette théorie. La clarification de l'origine des dômes Ourchin et leur possible relation avec les dômes en Muqarnas sont fondamentales pour avancer dans l'étude des origines des dômes en Muqarnas. Cette question mérite donc d'être approfondie ultérieurement. Certaines miniatures représentent des dômes en Muqarnas avec des formes différentes, parmi lesquels certains exemples se rapprochent sensiblement de la morphologie des dômes Ourchin. Le possible lien des Muqarnas et des dômes Ourchin pousse à se demander dans quelle mesure les édifices anciens étagés de cette région, comme les ziggourats, ont influencé la morphologie des dômes du début de l'époque islamique dans cette région. Cet éventuel lien entre le caractère étagé de l'architecture de l'ancienne Mésopotamie et l'architecture du Khuzestān, d'une part, et le nivellement des dômes Ourchin et les dômes en Muqarnas, d'autre part, constituent sans doute une autre voie pour des recherches ultérieures.

3. Les Muqarnas : Histoire d'une évolution géométrique

Au-delà de l'étude de l'origine du Muqarnas, il est indispensable de s'intéresser à leur géométrie telle qu'elle apparaît dans leur développement historique selon différents critères. L'objectif est de déduire des principes morphologiques et géométriques pouvant constituer le cadre de recherche de formes pour leur réinterprétation numérique. Comme il s'agit pour chaque critère d'analyser et de comparer différents Muqarnas dans leur développement historique, le format graphique est déterminant. Nous allons donc construire un gabarit avec une logique de chronologie sur lequel nous analyserons à chaque occurrence une des dimensions des Muqarnas. Ce choix vise à l'extraction des traits caractéristiques (principes géométriques) des Muqarnas pour effectuer leur transposition dans le cadre des modélisations numériques.

Cette recherche se limite aux Muqarnas de style iranien et nous n'analyserons pas l'ensemble des Muqarnas que l'on trouve dans d'autres régions ou à d'autres époques. Nous avons donc décidé de limiter notre étude à l'évolution des Muqarnas en Iran pour lesquels existent des études rigoureuses sur certaines périodes de l'histoire ou sur certains styles⁴⁶, et que nous aborderons du point de vue géométrique comme morphologique. La principale difficulté à laquelle nous faisons face est celle de récupérer les plans des Muqarnas existants. La base de données de Shiro Takahashi, centrée sur le relevé des plans des Muqarnas dans l'ensemble des territoires où ils ont été construits⁴⁷, fournit un répertoire extraordinaire de documents graphiques. Nous devons souligner ici le rôle indispensable de cette base de données sans laquelle l'étude de la géométrie des Muqarnas aurait été extrêmement compliquée et laborieuse. Nous avons eu donc accès dans cette recherche aux nombreux relevés de plans de Muqarnas classé par région géographique. Ce travail est d'autant plus intéressant qu'il n'existe pas d'ouvrage regroupant les tracés des Muqarnas encore existant en Iran. Nous pouvons trouver dans certains ouvrages d'architecte traditionnelle comme Ali-Asghar Sha'rbaf et Hossein Lorzadeh quelques plans de Muqarnas, mais nous sommes loin d'avoir un catalogue complet des tracés de plans de Muqarnas iranien.

⁴⁶ Les travaux significatifs dans ce domaine ont été cités dans l'état de l'art.

⁴⁷ <http://www.shiro1000.jp/muqarnas>

3.1 Conditions d'analyse

Période

Nous devons clarifier dans un premier temps la période considérée pour effectuer l'analyse des Muqarnas iraniens. Le début de la période correspond aux premiers exemples de Muqarnas avec une géométrie définie, où l'on voit clairement plusieurs rangées de cellules concaves superposées. Ainsi, les premières zones de transition et les trompes qui ont contribué à la genèse des Muqarnas ne sont pas prises en compte. Nous prenons comme point de départ la corniche en Muqarnas de Gonbad-e-Ali d'Abarqu construite en 1055. La trompe en Muqarnas de la zone de transition de la grande mosquée de Golpāyegān (1105) est aussi considérée comme un des premiers exemples de Muqarnas, car elle reflète toutes les caractéristiques des Muqarnas « classiques »⁴⁸. Nous allons étendre notre analyse jusqu'aux Muqarnas de la période Qajar, c'est-à-dire le XIX^e siècle.

Méthode

Il s'agit de procéder à une étude de l'évolution des Muqarnas du XI^e au XIX^e siècle. Ainsi, les multiples dimensions analysées s'installent sur une trame chronologique. Il s'agit donc d'une chronologie « multicritère » dont l'objectif est d'établir l'évolution géométrique et morphologique des Muqarnas iraniens et d'en faciliter la lecture.

Choix des cas d'études

Dans la mesure où les Muqarnas présents aujourd'hui en Iran et appartenant à notre période d'étude (XI^e-XIX^e) se comptent en centaines⁴⁹, le choix des cas d'études n'est pas immédiat ni simple. Par ailleurs les Muqarnas sont appliqués à différentes parties des édifices : aux dômes, aux iwans, aux mihrabs, aux corniches, aux trompes et pendentifs et aux minarets. Il est donc important de prendre en considération ces différences de fonction. Dans le contexte iranien, les Muqarnas en forme de demi-dôme appliqué aux iwans sont de loin les plus nombreux. En effet, l'iwan est incontestablement un élément caractéristique de l'architecture traditionnelle iranienne. D'autre part, dans la période islamique, l'édifice le plus important et de ce fait le plus investi d'une ville est toujours la grande mosquée ou la mosquée du vendredi. C'est souvent la grande mosquée de la ville qui est à l'origine des évolutions architecturales et qui représente au mieux le savoir-faire architectural et artistique d'une ville à une époque précise. Il est donc logique de retenir la majorité des cas d'étude dans l'ensemble des Muqarnas des grandes mosquées. Cela n'empêche pas d'avoir des exemples remarquables et singuliers de Muqarnas

⁴⁸ Par Muqarnas classiques nous entendons les Muqarnas qui se sont développés à partir du milieu du XII^e siècle dans l'ensemble du monde musulman.

⁴⁹ Les Muqarnas iraniens répertoriés par Takahashi sont au nombre d'environ 800. Sachant que nous connaissons des édifices qui ne sont pas catalogués, on peut évaluer le nombre total de Muqarnas à plus de 1 000.

dans d'autres édifices que la grande mosquée de la ville, par exemple dans certains tombeaux ou mausolées.

D'autres facteurs qui ont permis de filtrer les cas d'études sont la période et le style. Pour montrer l'évolution du Muqarnas, il faut que les principales périodes où l'on trouve un style remarquable soient représentées. D'un côté, nous avons donc veillé à avoir des cas d'étude représentatifs de chaque période majeure⁵⁰ ; de l'autre, nous avons essayé d'avoir des cas d'études uniformément espacés dans l'intervalle de temps considéré. Il est clair que ce choix d'homogénéiser les intervalles peut fausser certaines dimensions de l'évolution du Muqarnas. Certaines périodes contiennent un nombre d'œuvres bien plus grand que d'autres, pour diverses raisons historiques, et ce choix de sélection cache l'aspect lié à la « densité » des œuvres dans une période précise. Comme l'objectif principal de cette chronologie est de montrer l'évolution géométrique du Muqarnas au cours de l'histoire d'un point de vue global, certains aspects comme celui qu'on vient d'évoquer, ne sont pas substantiels dans cette analyse.

Nous devons aussi préciser ici que cette étude analytique ne traite pas l'aspect ornemental des Muqarnas qui est sans doute un autre élément important. L'aspect ornemental se réfère au traitement décoratif réservé aux surfaces extérieures des éléments du Muqarnas. Dans le cas des Muqarnas iraniens, il s'agit, selon les époques, d'une technique de décoration en briques, en stuc ou en mosaïques, comme c'est le cas dans tous les autres éléments de l'architecture traditionnelle iranienne. Par ailleurs, la question de l'ornementation dans l'architecture iranienne à l'époque islamique est un sujet complexe et vaste. Nous avons donc choisi de ne pas aborder cette question qui n'a pas d'impact direct sur la génération de nouveaux Muqarnas via une approche numérique, et de ne retenir que l'étude géométrique.

3.2 Géométrie du plan

Nous allons commencer l'étude de l'évolution des Muqarnas par l'analyse de la géométrie de leur plan. Par géométrie du plan, nous entendons les principes et les logiques géométriques qui permettent de tracer le plan d'un Muqarnas. La conception d'un Muqarnas consiste à dessiner sur un plan la projection horizontale des divers éléments. Le plan du Muqarnas est donc l'élément central qui définit le Muqarnas et sa géométrie. Cela apparaît clairement dans les dessins du rouleau de Topkapi, nous l'avons vu, et c'est cette projection horizontale qui servait d'élément de transmission à l'époque.

En ce qui concerne le plan des Muqarnas iraniens, nous pouvons distinguer deux logiques s'agissant de leur géométrie :

- la logique de pavage
- la logique radiale

⁵⁰ Nous faisons référence aux périodes Seldjoukides, Ilkhanides, Timourides et Safavides qui sont les quatre périodes où apparaissent des innovations sur le plan architectural.

Cependant, bien que la plupart des plans de Muqarnas entrent dans une de ces deux catégories, il est nécessaire d'introduire deux autres catégories afin de comprendre tous les Muqarnas : la logique hybride et les autres logiques.

Dans cette catégorisation, nous reprenons la classification adoptée dans la base de données de Shiro Takahashi⁵¹. Takahashi répartit les Muqarnas en trois grandes catégories par rapport à leurs « styles ». Le style se rapporte à la logique géométrique du plan. Il cite le style carré (*square style*), le style polaire (*pole-table style*) et les autres styles (*other styles*). Chaque style de Muqarnas est à son tour divisé en plusieurs sous-catégories ; par exemple, les Muqarnas polaires sont divisés selon le nombre de segments (4, 5, 6, 7...), qui correspondent au nombre d'éléments de la rangée supérieure ou « source »⁵² du Muqarnas. Soulignons aussi que cette classification de Takahashi s'applique à l'ensemble de la base de données, c'est-à-dire à tous les Muqarnas qu'il a pu relever indépendamment de leur localisation. Cette précision est importante, car on remarque que les styles de plans sont en grande partie liés aux zones géographiques. Par exemple, nous ne trouvons pas beaucoup de Muqarnas appartenant à la catégorie « autres styles » parmi les Muqarnas iraniens.

Nous allons donc procéder à une classification des plans de Muqarnas iraniens, et en étudier l'évolution pour définir un Time-Line chronologique à partir des cas d'études.

3.3 Logique de pavage

La logique de pavage concerne les Muqarnas dont la base du plan est générée par un pavage composé de carrés et de losanges. Les losanges présentent des angles de 45 ° et 135 ° et leurs côtés ont la même longueur que ceux des carrés, ce qui permet de paver un plan par de multiples combinaisons.

Le fait que le plan du Muqarnas soit pavé par des carrés et des losanges ne signifie pas que les éléments du plan de ce type de Muqarnas comportent uniquement des carrés ou des losanges. Comme nous l'avons vu, il existe une définition historique des éléments du Muqarnas venant d'Al-Kāshi. Cette définition, rappelons-le, fait référence aux huit types d'éléments dérivés du carré et du losange que nous avons appelés éléments « standard ». Autrement dit, le carré et le losange forment la base du pavage du plan et les éléments finaux du Muqarnas (éléments standard) apparaissent ensuite en subdivisant ce pavage de base. En effet, la plupart des plans de Muqarnas de ce type sont composés d'une combinaison des huit éléments standard, comme par exemple les fléchettes et les cerfs-volants.

⁵¹ <http://www.shiro1000.jp/muqarnas/>

⁵² En persan, le mot source [Cheshmeh] est employé pour désigner le polygone (convexe ou concave) qui est à l'origine de la génération d'un motif géométrique comme le Muqarnas, le Kārbāndi ou le Yazdibāndi. Il est toujours l'élément central d'une organisation concentrique.

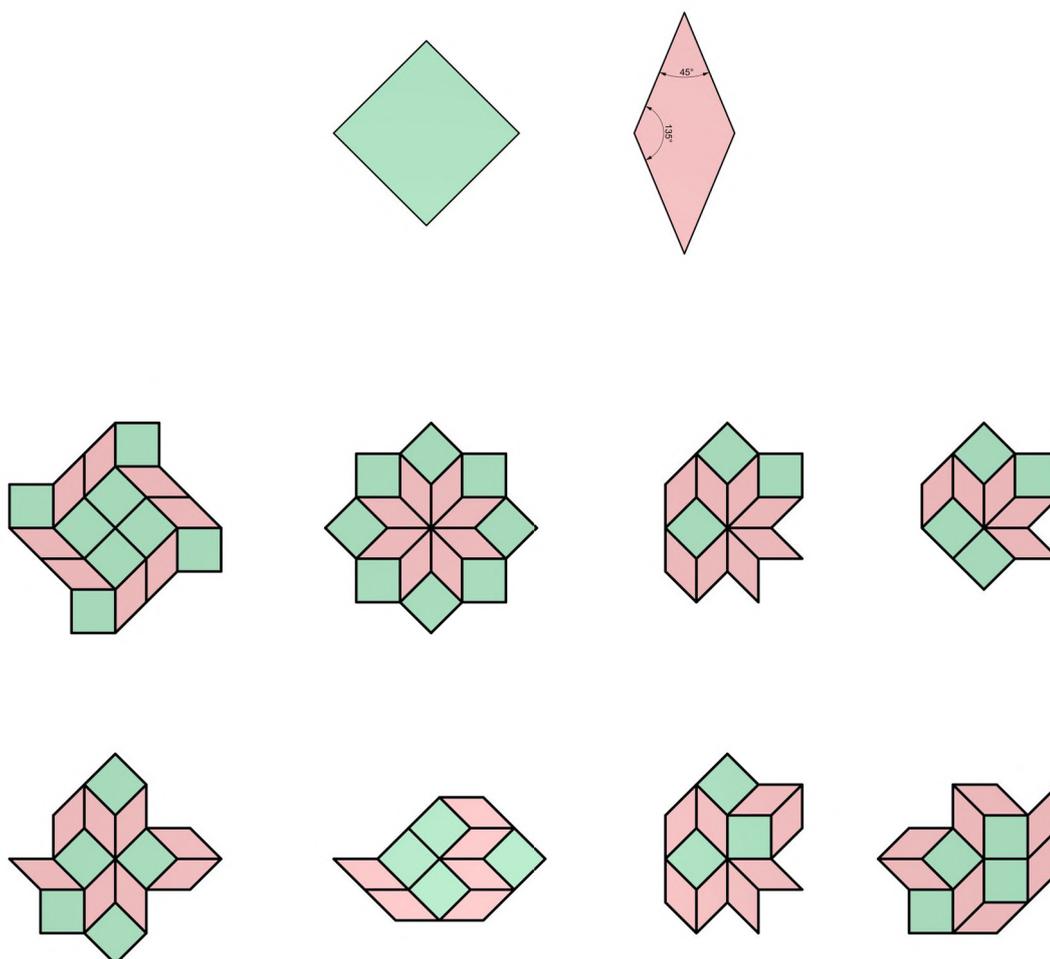


Figure 55. Le carré et le losange d'angles de 45 ° et 135°. Les différentes possibilités d'agencements des carrés et des losanges forment des pavages non uniformes.

Le pavage, une logique ascendante

D'autres types de Muqarnas ont un plan basé sur une logique géométrique différente, la logique radiale. Pour ce qui est des pavages réalisés avec des carrés et des losanges, on peut qualifier leur logique d'« ascendante », car elle demande le pavage du plan par assemblages successifs, élément par élément. Cette caractéristique nous semble essentielle, car elle est en contraste avec la logique radiale que nous aborderons par la suite.

Une fois tracé le pavage complet du plan, obtenu en respectant les règles d'agencements, le réseau carré-losange est divisé partiellement afin de créer les éléments définitifs du Muqarnas. C'est par cette subdivision des carrés et des losanges de base que les fléchettes, les cerfs-volants et les triangles peuvent apparaître au choix du concepteur. Ce pavage est donc en réalité le réseau de base sur lequel les éléments du Muqarnas vont se greffer.

On peut illustrer ce procédé en étudiant le Muqarnas du portail du mausolée de Bāyazīd Bastāmi à Bastām en Iran. Ce Muqarnas construit en 1313 relève pleinement des caractéristiques de la logique de pavage. Il est composé de plusieurs types d'éléments standard. On y trouve notamment, outre le carré et le losange, les deux types de cerfs-volants et de fléchettes, ainsi que l'amande et le grain d'orge.

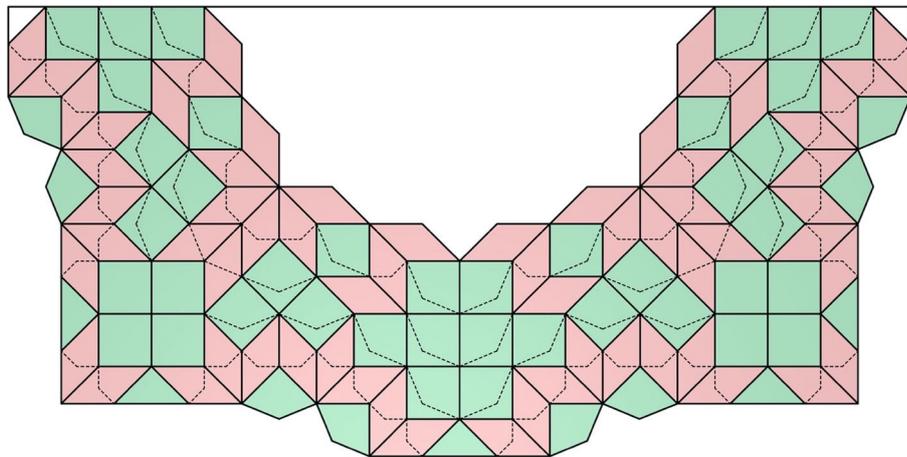
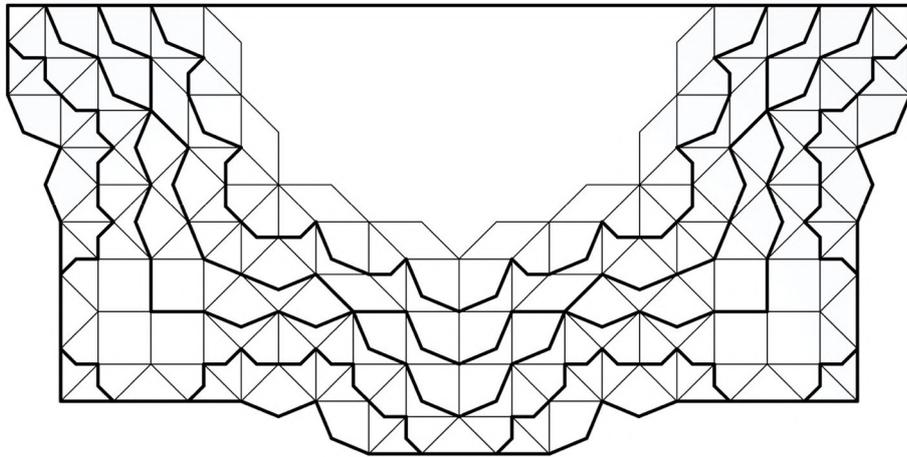
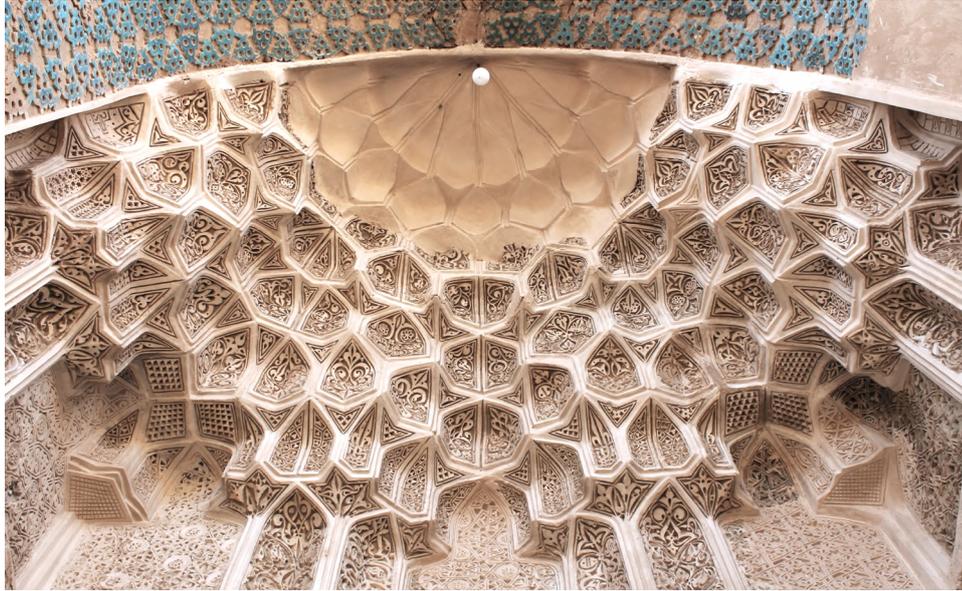


Figure 56. En haut : photo du Muqarnas du portail du mausolée Bayazid Bastāmi en Iran © Peyman Pourkooshki. Au centre : plan du Muqarnas précisant les limites des rangées. En bas : schémas montrant le pavage carré-losange (non-uniforme) qui structure le plan du Muqarnas. Les pointillées indiquent le découpage du pavage conduisant aux éléments du Muqarnas.

Même si sur la rangée supérieure nous avons l'impression d'avoir des polygones de cinq et six côtés, il s'agit bien en réalité d'un agencement de carrés et de losanges. La trame de base est bien formée par le pavage carré-losange « non-uniforme »⁵³. Cette non-uniformité est essentielle, car elle montre l'importance du choix d'agencement qui permet au concepteur de varier les combinaisons et ainsi d'apporter une complexité au Muqarnas. Elle se caractérise par les différentes combinaisons d'agencement de carrés et de losanges sur ce demi-dôme en Muqarnas. Nous avons par exemple un agencement de quatre carrés autour d'un sommet commun, ainsi que plusieurs combinaisons différentes de carrés et de losanges. Ce qui est aussi intéressant à noter ici, c'est les différentes méthodes de découpage d'un même motif pour créer les éléments du Muqarnas. Par exemple, dans le cas des quatre carrés formant un carré plus grand, nous trouvons deux découpages différents qui donnent des aspects tridimensionnels radicalement différents. La possibilité de découper de différentes manières un même motif du pavage est un autre outil qui permet d'introduire la flexibilité et la complexité dans la morphologie du Muqarnas.

Il faut relever que pratiquement aucun plan de Muqarnas de ce type n'est parfaitement pavé de carrés et de losanges. Les éléments qui sont sur le bord du plan sont parfois des portions de ces deux polygones et, dans certains cas, il s'agit d'un polygone de remplissage. Le pavage carré-losange ne peut pas s'adapter parfaitement aux bords parfois irréguliers du plan.

⁵³ On appelle pavage uniforme un pavage semi-régulier, dont les sommets sont toujours entourés des mêmes polygones, dans le même ordre.

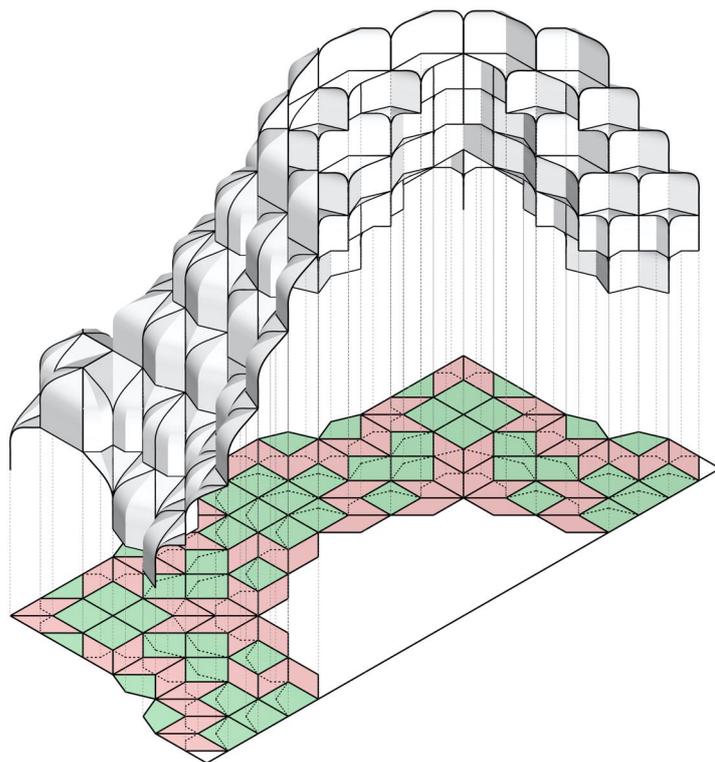


Figure 57. Construction tridimensionnelle sur la base de la projection horizontale du Muqarnas du Muqarnas de mausolée Bayazid Bastami.

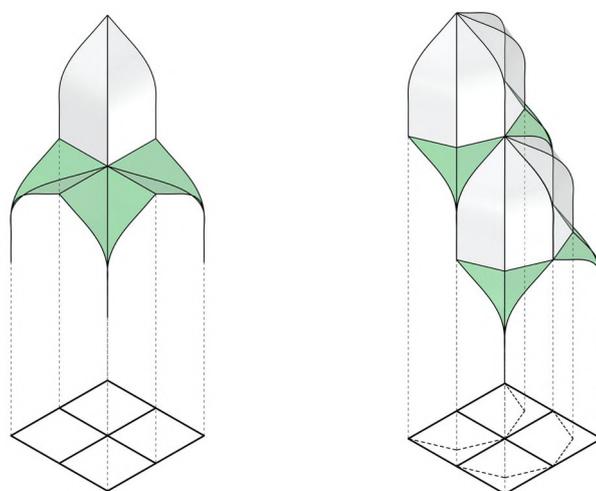


Figure 58. Deux possibilités de découpage et d'agencement des éléments sur la base d'une même projection horizontale (quatre carrés). Nous voyons que les morphologies tridimensionnelles sont fondamentalement différentes.

Chronologie

Du point de vue chronologique, cette logique de pavage se retrouve parmi les Muqarnas iraniens du début du XII^e siècle jusqu'à la fin du XIV^e siècle. Nous pouvons dire qu'il s'agit du style « classique » de Muqarnas comportant les huit éléments standard définis par Al-Kāshi. Il apparaît comme le premier style de Muqarnas élaboré et géométriquement structuré. En effet les Muqarnas primitifs (antérieurs au XII^e siècle) montrent des caractéristiques divergentes et il est donc difficile de leur attribuer un style précis, ce qui conduit à les classer dans une catégorie distincte.

La période historique où nous trouvons majoritairement la logique de pavage correspond aux époques Seldjoukides, Khwarazmshahide, Ilkhanide et Mozaffaride. La plupart de ces Muqarnas appartiennent aux deux périodes Seldjoukides et Ilkhanides, deux époques majeures de l'histoire de l'Iran du point de vue de l'art et de l'architecture. Sous la dynastie Seldjoukides, l'un des premiers édifices où l'on peut trouver la logique de pavage est la grande mosquée de Golpāyegān (1105). Les trompes en Muqarnas apparaissent ici pour la première fois organisée en quatre niveaux, avec toutes les caractéristiques des Muqarnas standard. Il s'agit d'un pavage carré-losange dans un style très pur et sans fléchettes. Construit peu après, le Muqarnas de l'iwan sud de la grande mosquée d'Ispahan, avec ses dimensions gigantesques, est un exemple singulier, toutes périodes confondues. Mis à part l'échelle des éléments qui est démesurée (cellules de près de deux mètres de hauteur), le plan est relativement simple. À quelques exceptions près, notamment au voisinage des bords et des sommets, on retrouve une trame géométrique fondée par un pavage carré-losanges. Un siècle plus tard, le Muqarnas de l'iwan de la mosquée de Zuzan⁵⁴ (1219) présente un parfait agencement des éléments standard sur la base du pavage carré-losange.

La logique du pavage structure de nombreux Muqarnas de l'époque Ilkhanide. L'un des Muqarnas les plus impressionnants de cette époque est sans doute le Muqarnas couvrant la coupole du mausolée de Sheikh Abd-al-Samad de Natanz (1305), un Muqarnas en forme de dôme dont les éléments sont parfaitement organisés suivant le pavage carré-losange. Parmi Les Muqarnas Ilkhanides, nous pouvons aussi citer les Muqarnas suivants : une niche du dôme de Soltaniyeh (1309), le portail du mausolée de Bāyazid Bastāmi (1313) et l'iwan de la grande mosquée de Varāmin (1326). Enfin, nous pouvons évoquer le Muqarnas du portail de mosquée Pāmenār de Kerman (1390), un édifice Mozaffaride. Dans la période Mozaffaride, il est plus compliqué d'apercevoir la logique du pavage dans le plan des Muqarnas. Il s'agit en effet d'une période charnière où le style a commencé à évoluer.

⁵⁴ La mosquée de Zuzan est aujourd'hui dans un état de quasi-ruine. Cela s'explique par l'absence de travaux de restauration, mais il semblerait aussi que cet édifice a été abandonné à l'époque, avant que sa construction soit achevée.

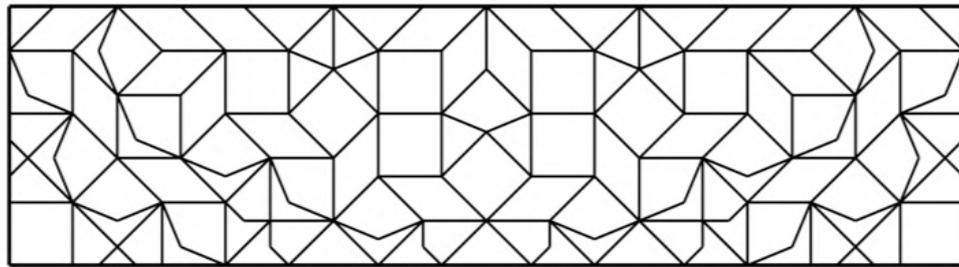


Figure 59. Photo et Plan du Muqarnas de la Grande Mosquée de Varâmin. Le plan est parfaitement conçu à partir d'un pavage carré-losange.

3.4 Logique radiale

Une deuxième logique se distingue dans les plans des Muqarnas iraniens. À la différence du pavage, qui est une logique ascendante, la logique radiale est une logique « descendante ». C'est-à-dire que le plan est d'une certaine manière imposée par une trame ou un réseau radial. Dans cette logique, les éléments du plan sont focalisés autour du sommet ou du centre, le point le plus haut du Muqarnas. Dans le cas des Muqarnas couvrant un dôme, le centre est le milieu du plan qui peut avoir différentes formes polygonales : carrée, octogonale ou autre. Concernant les Muqarnas en forme de demi-dômes, c'est-à-dire ceux appliqués aux iwans, aux Mihrabs, et aux portails (qui représentent la quasi-majorité des cas d'étude), le centre est situé sur la partie supérieure de la voûte à laquelle le Muqarnas est appliqué.

Dans la logique radiale, la trame est constituée d'une part de rayons partant du centre et formant des angles égaux, et d'autre part d'arcs ou de cercles (selon le type de Muqarnas, dôme ou demi-dôme) concentriques et, de ce fait, perpendiculaires aux rayons. Les arcs ou les cercles concentriques ne sont pas forcément équidistants. Ce réseau est une base sur laquelle sera dessiné le plan représentant la projection horizontale des différents types d'éléments du Muqarnas. Du point de vue géométrique, il s'agit d'une organisation radiale, et du point de vue de la méthode de tracé, d'une approche descendante. Cette construction descendante qui part d'une approche globale s'oppose à l'approche ascendante de la logique de pavage qui est basée sur une organisation élément par élément.

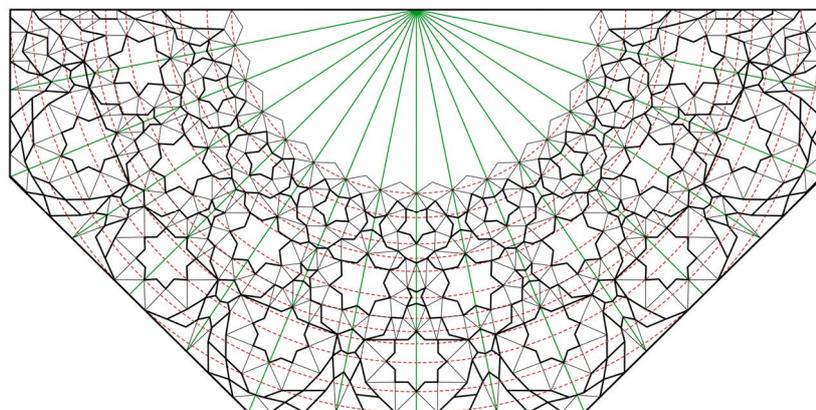
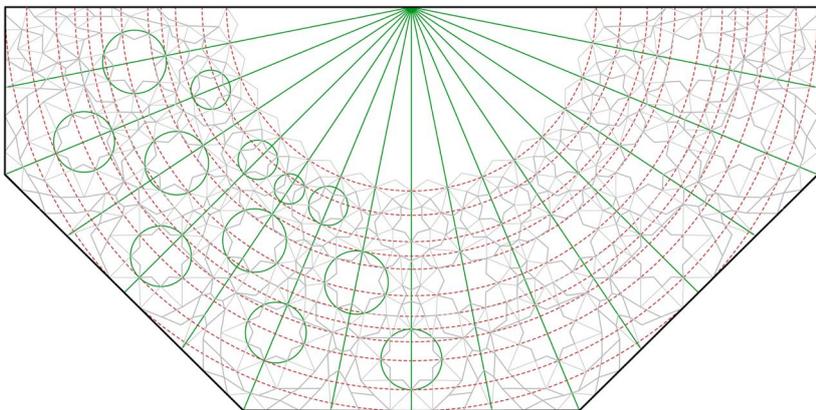
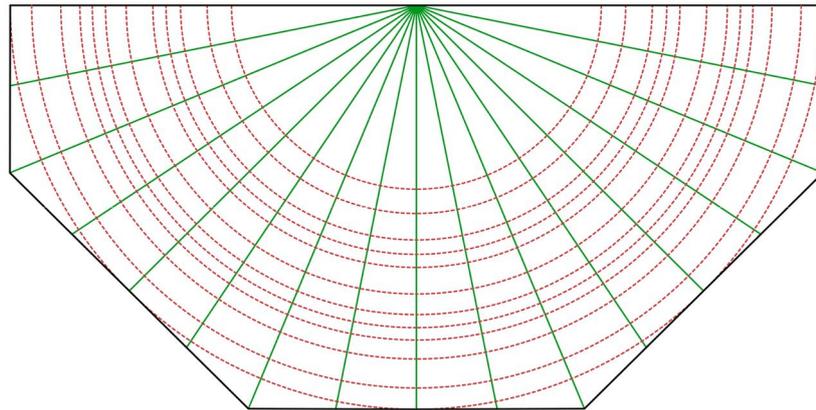


Figure 60. Schémas montrant les étapes du tracé d'un plan avec une logique radiale. Les rayons (en vert) et les arcs concentriques forment la trame radiale sur laquelle les éléments se positionnent.

Les Muqarnas du rouleau de Topkapi

L'exemple des plans de Muqarnas du rouleau de Topkapi en est une parfaite illustration. En grande partie, les tracés du rouleau sont des guides pour la définition des Muqarnas. D'après Necipoglu, ce rouleau a été conçu probablement à la fin du XV^e ou au début du XVI^e siècle, à l'Ouest de l'Iran, peut-être à Tabriz, centre culturel de premier plan de l'époque. Les dessins géométriques et les plans de Muqarnas de ce rouleau, par leurs propriétés stylistiques et géométriques montrent (au regard de leurs correspondances avec des exemples existants en Iran) qu'ils sont probablement tracés par des architectes iraniens (Necipoglu 1996, 52).

Nous pouvons trouver toutes sortes de plans dans ce rouleau, du plus simple au plus complexe, pratiquement tous dessinés selon la logique radiale, ce qui prouve bien que ces dessins datent la fin de l'époque Timouride et du début de l'époque Safavide. Un élément qui le confirme est la manière dont ces plans sont représentés. Dans la plupart des cas, les plans (souvent des quarts de dôme⁵⁵) sont accompagnés de lignes de construction qui servent de guides pour leur tracé. Ces lignes montrent clairement une géométrie radiale, avec des rayons et des arcs concentriques. Cette logique est la même qu'il s'agisse des Muqarnas « simples », c'est-à-dire sans éléments plats, ou des Muqarnas plus complexes avec plusieurs types d'étoiles et un grand nombre d'éléments.

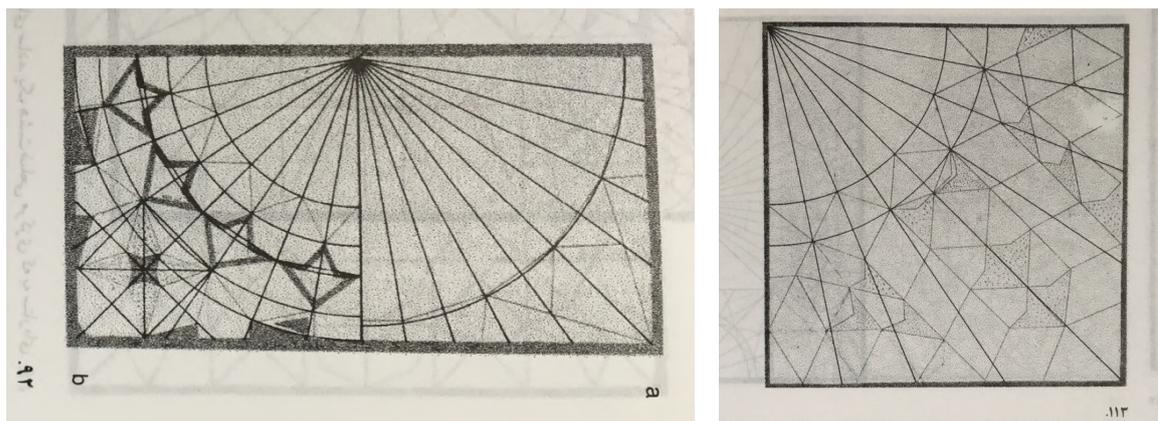


Figure 61. Plans du rouleau de Topkapi montrant le processus de tracé d'un plan avec une géométrie radiale que mettent en évidence les lignes de construction.

Bien que le rouleau de Topkapi contienne aussi quelques exemples de Muqarnas sans étoile et géométriquement simples, la plupart des plans du rouleau sont chargés et complexes, avec de nombreuses étoiles. Dans le cas de ces Muqarnas « complexes », outre les lignes de

⁵⁵ Sachant que les plans des Muqarnas sont tous symétriques, leur représentation se limite à un quart de dôme.

construction du réseau radial (les rayons et les arcs concentriques), nous retrouvons aussi des cercles « secondaires » centrés à différents endroits sur la trame radiale. Ces cercles, contenant parfois plusieurs autres cercles concentriques, servent à placer les éléments plats (les étoiles). Les étoiles fonctionnent au sein du Muqarnas comme des « centres secondaires » vers lesquels convergent les éléments proches. Les cercles secondaires dans lesquels les étoiles sont inscrites sont tous placés selon la trame radiale, c'est-à-dire aux intersections des rayons et des arcs concentriques.

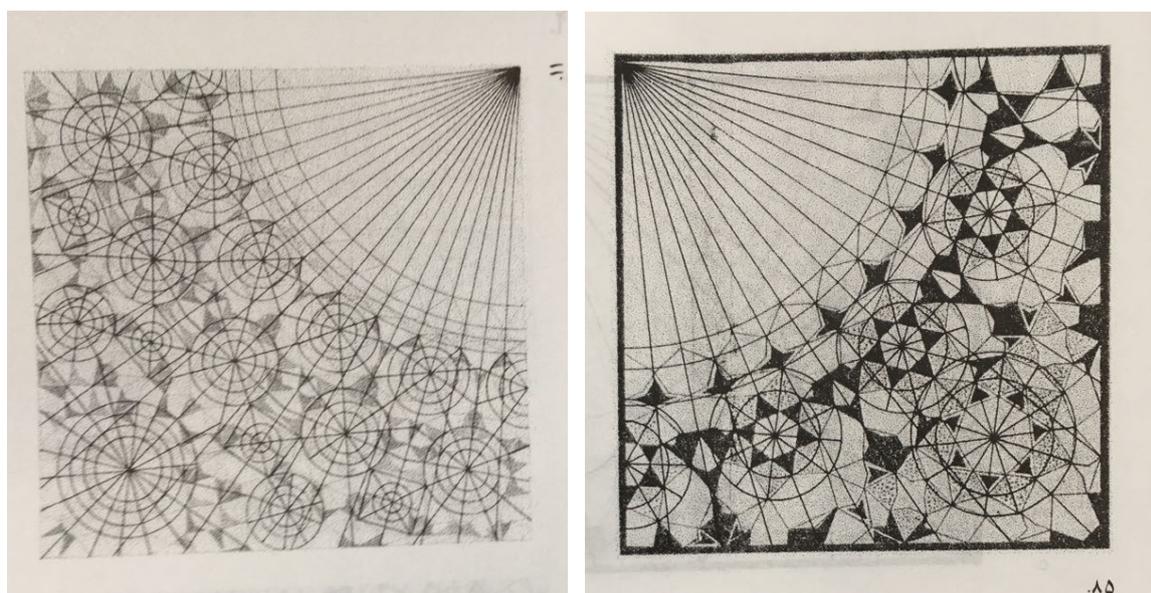


Figure 62. Plans du rouleau de Topkapi montrant le processus de tracé d'un plan avec une géométrie radiale. Nous remarquons les cercles secondaires qui servent à placer les étoiles. Ces cercles sont placés sur la base de la trame radiale.

Les dessins des architectes traditionnelles contemporains

Nous trouvons également cette logique radiale dans les ouvrages publiés par des architectes traditionnels iraniens, notamment Hossein Lorzadeh⁵⁶ et Ali-Asghar Sha'rbaf⁵⁷. Dans ces ouvrages, le processus de traçage de plusieurs Muqarnas est présenté en fonction du nombre de leurs rangées, en général quatre, cinq ou six. Pour chaque plan, le processus de traçage est présenté rangée par rangée. Nous retrouvons ici les rayons partant du centre qui structurent la trame globale du plan. Même si les arcs concentriques ne sont pas toujours représentés, l'organisation des éléments niveau par niveau montre que leur agencement se fait suivant le réseau radial. C'est quasiment la même logique de dessin que celle du rouleau de Topkapi. Dans ces deux livres les dessins ne sont pas accompagnés de textes explicatifs et

⁵⁶ Voir (Raeeszade et Mofid 2011)

⁵⁷ Voir (Sha'rbaf 2006)

beaucoup de détails restent ainsi ambigus, notamment les principes d'agencement des éléments sur la base de la trame. Quoi qu'il en soit, les Muqarnas contemporains de Lorzadeh et Sha'rbaf ont gardé la même logique géométrique que les Muqarnas du XV^e siècle du rouleau de Topkapi.

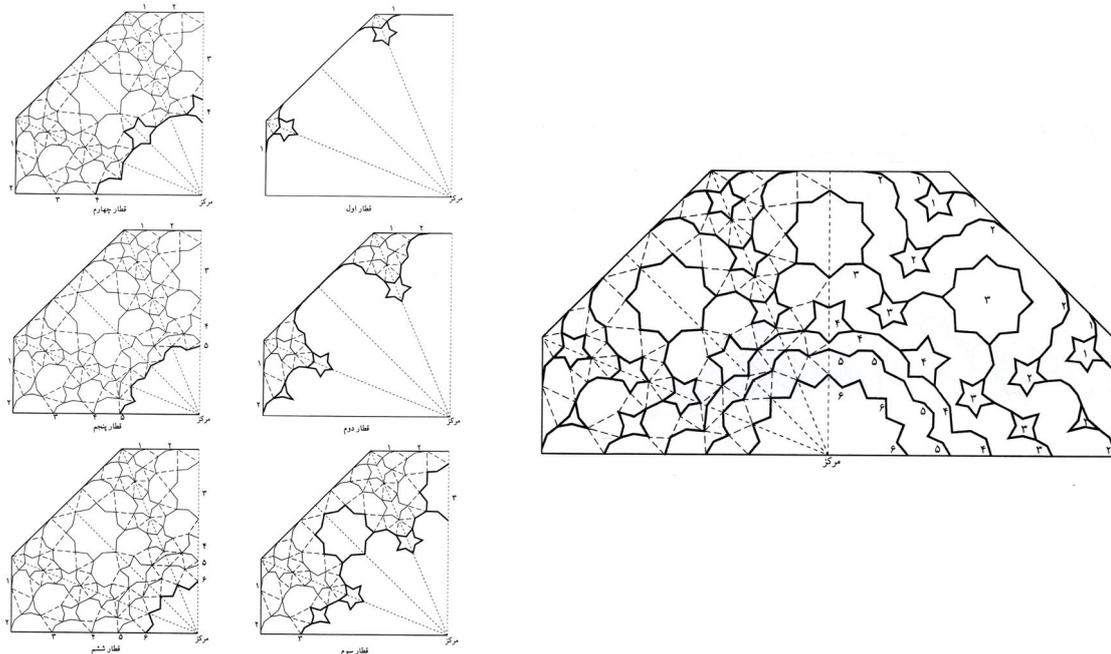


Figure 63. Processus de traçage du plan d'un Muqarnas selon Hossein Lorzadeh. Nous voyons les lignes de constructions (rayons radiaux) qui servent de base pour compléter le plan, niveau par niveau.

Muqarnas Shirazi

La logique radiale intervient dans la classification des Muqarnas selon Al-Kāshi. Rappelons que selon Al-Kāshi, il existe quatre types de Muqarnas : le Muqarnas simple, le Muqarnas allongé, le Muqarnas courbé et le Muqarnas Shirazi⁵⁸. Bien que dans son ouvrage, *Clé d'arithmétique [Miftah al-Hisab]*, Al-Kāshi ne développe que brièvement les caractéristiques des Muqarnas Shirazi, il semblerait que ces Muqarnas soient des Muqarnas de style radial. Donald Wilber et Lisa Golombek ont notamment évoqué ce lien entre le Muqarnas Shirazi et les Muqarnas radiaux Timourides (Necipoglu 1996, 45). Selon les courtes descriptions des trois Muqarnas autres que le Shirazi, il semblerait que leurs plans soient issus de la logique de pavage. Le problème de cette interprétation est que dans la description du Muqarnas Shirazi, Al-Kāshi indique que celui-ci est comparable aux Muqarnas courbes, avec en outre le fait que la base des cellules est courbe. Deux côtés adjacents d'un losange peuvent ainsi être courbes. Le

⁵⁸ Shirazi veut dire appartenant à la ville de Shiraz en persan.

Muqarnas du Palais Safavide de Tchehel-Sotoun à Ispahan en est un exemple représentatif. Par ailleurs, le début du XV^e siècle, c'est-à-dire la période dans laquelle Al-Kāshi a rédigé le livre, correspond à l'apogée de l'art Timourides et aux réalisations de deux frères, des grands architectes, Ghiath-al-Din et Ghavvam-al-Din Shirazi⁵⁹. C'est donc précisément à cette époque que nous assistons au développement des Muqarnas à réseau radial et à leurs complexifications. Il est donc logique de penser que les Muqarnas Shirazi évoqués par Al-Kāshi sont en réalité des Muqarnas de type radial vu que ce type de Muqarnas existait déjà à cette époque (l'époque d'Al-Kāshi) et était d'ailleurs le principal style de Muqarnas mis en place par les Timourides.

Chronologie

Du point de vue chronologique, la logique radiale apparaît dans les Muqarnas à partir de la période Mozaffaride. Bien que nous puissions constater un début d'évolution de leurs plans à la fin de l'époque Ilkhanide, il faut attendre la période Mozaffaride pour voir la concrétisation de cette nouvelle logique géométrique du plan. Le Muqarnas du portail de la grande mosquée de Yazd (1365), construit à l'époque Mozaffaride, est l'un des premiers exemples remarquables du type radial. Il s'agit d'un Muqarnas assez complexe et très dense, avec la présence de plusieurs étoiles (éléments plats), fonctionnant comme des centres secondaires, perturbant localement le réseau radial. Bien qu'il existe des exemples de ce type de Muqarnas dans l'époque Mozaffaride, c'est durant la période Timouride que s'affirme le style radial, qui est l'une des principales caractéristiques des Muqarnas Timouride. Il faut noter qu'outre la transformation de la géométrie du plan, nous observons également que la densité des éléments a fortement augmenté dans la période Timouride. Ces Muqarnas ont des éléments beaucoup plus nombreux, ce qui réduit leur taille. Le Muqarnas de la mosquée de Gowharshad à Machhad (1418) ainsi que ceux de la Madreseh de Khargerd (1473) sont deux exemples de Muqarnas Timouride où nous voyons clairement ces caractéristiques. S'il reste aujourd'hui très peu d'édifices Timourides à l'intérieur des frontières de l'actuel Iran, il existe cependant de très nombreux exemples d'édifices et de Muqarnas Timouride en Asie centrale (surtout en Ouzbékistan), ainsi qu'en Afghanistan.

⁵⁹ Ghiāth-al-din et Ghavvām-al-din Shirazi sont deux des grands architectes iraniens de l'époque Timourides. La mosquée Gowhashad de Machhad et le Madreseh Ghiāthieh ou Khargerd en Iran font partie de leurs œuvres.

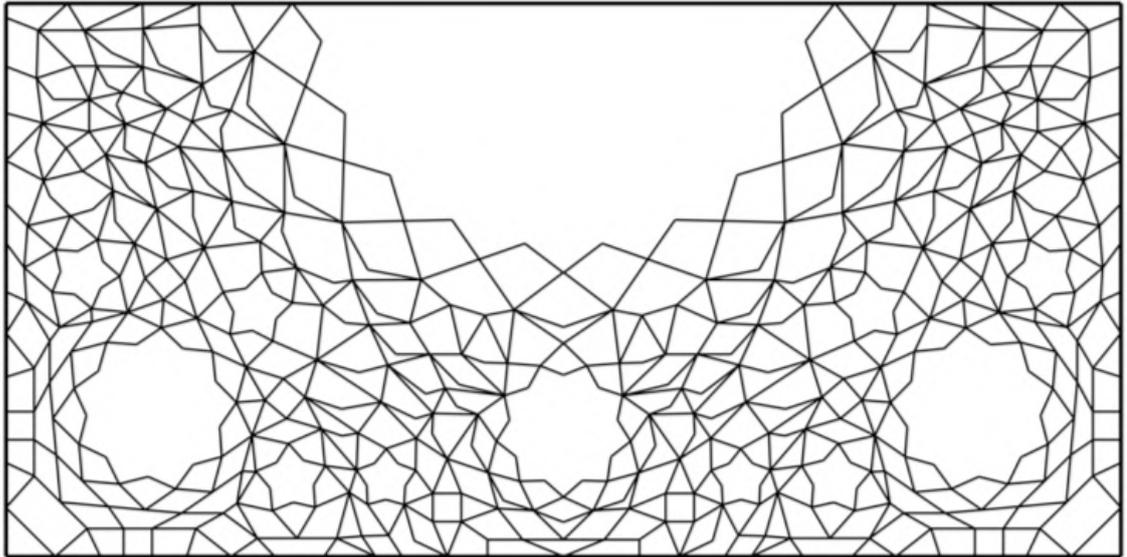


Figure 64. Muqarnas de la grande mosquée de Yazd. Le plan est basé sur une géométrie radiale.

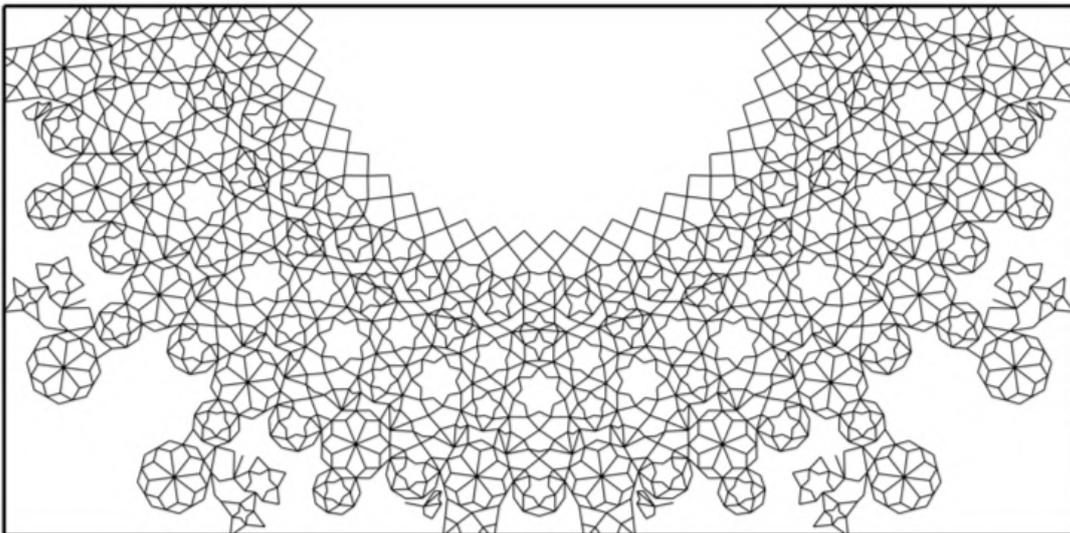


Figure 65. Photo et plan du Muqarnas de la mosquée Gowharshad de Machhad. Nous voyons clairement la géométrie radiale et périodique qui la structure le plan.

Depuis cette époque jusqu'à nos jours, tous les Muqarnas construits ont gardé la même logique radiale au niveau du plani. Les très nombreux Muqarnas de l'époque Safavide répartis sur tout le territoire iranien en sont la preuve. On peut mentionner entre autres la mosquée Imam d'Ispahan (1638) et l'iwan de la grande mosquée d'Ispahan (1693), qui reflètent le style Safavide. Concernant la logique du plan, rien n'a changé par rapport aux Muqarnas Timourides.

C'est au niveau de la densité des éléments, de leur échelle et de l'aspect ornemental que se manifestent des différences par rapport au style Timouride. L'époque Qadjar qui suit l'époque Safavide n'a pas apporté de changement et nous retrouvons toujours la géométrie radiale. Même si certains Muqarnas comme celui de la mosquée Nasir-al-Molk de Chiraz (1876) se sont considérablement complexifiés et densifiés, l'organisation du plan est toujours la même. Les ouvrages de Lorzadeh et de Sha'rbaf, nous l'avons vu, montrent que c'est la méthode de référence, toujours d'actualité, pour les architectes traditionnels iraniens.

3.5 Géométrie hybride

Le problème qui se pose est que certains Muqarnas n'appartiennent pas pleinement à l'une ou l'autre des deux catégories que nous venons d'étudier. C'est pourquoi nous avons choisi d'introduire une catégorie de logique « hybride », comprenant les Muqarnas dans lesquels il existe une combinaison des deux logiques. Dans ce nouveau type de plan, nous avons en général, d'un côté, les rangées supérieures qui sont agencées selon la logique radiale et, de l'autre, les rangées inférieures organisées suivant le pavage carré-losange. Sur le plan historique, l'un des premiers Muqarnas où nous trouvons cette logique hybride est le Muqarnas du portail du mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz (1305). Dans le plan de ce Muqarnas Ilkhanide, les quatre niveaux supérieurs sont organisés sur la base de la logique radiale, alors que les rangées inférieures sont issues de la logique du pavage.

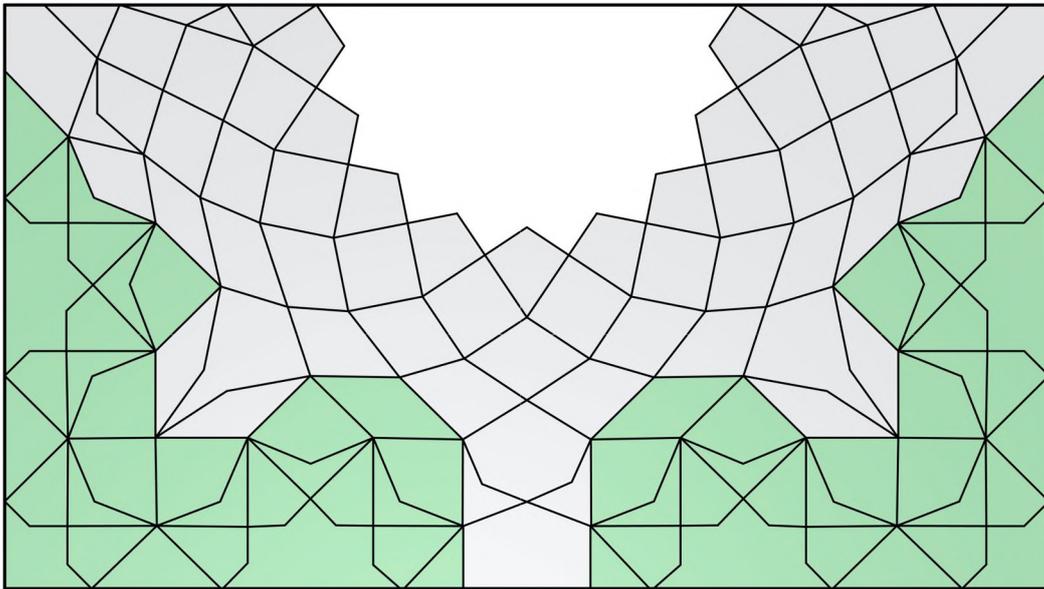


Figure 66. Logique hybride sur le plan du Muqarnas du portail du mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz en Iran (1305). En vert la logique de pavage et en gris la logique radiale.

Un autre exemple de ce type de plan est le portail de la grande Mosquée de Kerman (1349). Dans ce Muqarnas Mozaffaride, le plan est sensiblement divisé en deux parties : la partie supérieure organisé sur la base d'un réseau radial et la partie inférieure présentant une logique de pavage. Dans la même période, nous pouvons aussi nous référer au Muqarnas du portail de la mosquée Pāmenar de Kerman (1390), qui est relativement différent des exemples cités ci-

dessus. Ici, c'est seulement la première rangée (rangée supérieure) qui échappe à la règle du pavage et qui est organisée suivant une trame radiale. Nous avons décidé de la classer parmi les Muqarnas de type hybride.

Les Muqarnas hybrides, dans leur majorité, datent du XIV^e siècle qui correspond à la fin de la période Timouride et à la période Mozaffaride en Iran. Nous pouvons donc estimer qu'il s'agit d'une période de transition dans l'évolution du style du plan. À vrai dire, quasiment tous les Muqarnas du XII^e et du XIII^e siècle présentent une logique de pavage carré-losange. Par la suite, à partir du XV^e siècle et à l'époque Timouride, la logique radiale s'affirme et restera la norme sous le règne des Safavides et des Qâdjârs. C'est donc bien au XIV^e siècle et sous les Mozaffarides et la fin des Ilkhanides que s'opèrent les tentatives de transformation du plan. Dans cette période, nous trouvons des Muqarnas purement pavés, comme dans le cas du portail du mausolée Bayazid Bastami (1313), du dôme de Sheikh Abd-al-Samad de Natanz (1305), du portail de la mosquée de Varamin (1326) ou du dôme de Soltaniyeh (1309). Mais il y a aussi le Muqarnas de la grande mosquée de Yazd (1365), un Muqarnas de type radial et appartenant à l'époque Mozaffaride. Il s'agit bien d'une période de transition durant laquelle nous observons les trois styles de Muqarnas.

3.6 Autres logiques

Tous les Muqarnas des premiers siècles, cependant, ne relèvent pas de la logique du pavage, la première à avoir été élaborée. C'est au XI^e et au XII^e siècle que sont apparus les Muqarnas primitifs. Ils permettent de mieux comprendre la genèse du Muqarnas, dont la forme aboutie parvient à son équilibre au milieu du XII^e siècle. Dans ces exemples primitifs où la logique du pavage avec une définition géométrique précise n'est pas encore rigoureuse. Cela nous conduit à classer dans une catégorie séparée les Muqarnas qui ne rentrent pas dans le cadre des trois logiques principales. Ils forment un ensemble hétérogène, avec différents styles et logiques au niveau du plan. Takahashi a lui aussi défini une catégorie intitulée « autres logiques » pour désigner ces styles singuliers ne correspondant pas aux styles majeurs. L'un des plus importants est sans doute le Muqarnas de l'iwan ouest de la grande mosquée d'Ispahan. Bien qu'il soit morphologiquement proche de celui de l'iwan sud, avec ses modules à grandes échelles caractéristiques de l'époque Seldjoukides, son plan est fondamentalement différent. Ici, nous observons un pavage irrégulier, formé par des triangles et de différents quadrilatères (plusieurs types de losanges et de parallélogrammes), qui ne sont pas toujours symétriques, complétés par des triangles agencés de façon inhabituelle.

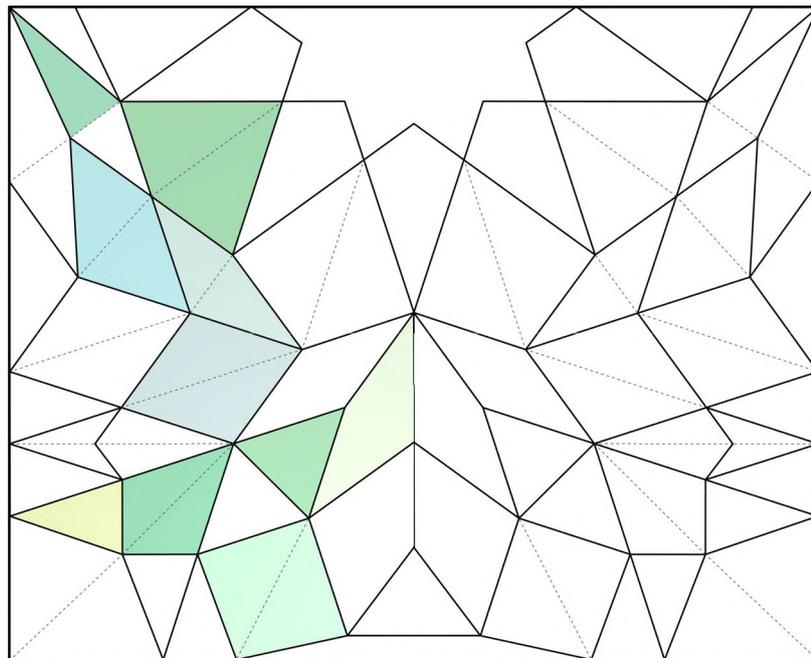
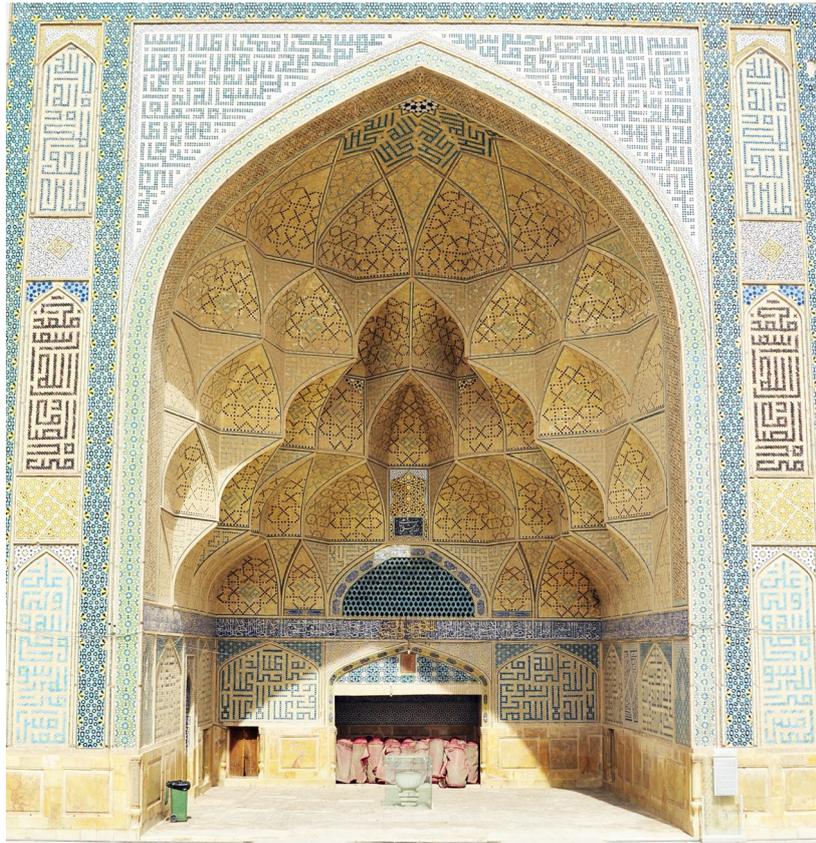


Figure 67. Photos et plan du Muqarnas de l'iwan Ouest de la grande mosquée d'Ispahan. Les différentes couleurs indiquées sur le plan montrent l'irrégularité et la diversité des éléments.

La raison de la différence entre l'iwan ouest et l'iwan sud s'explique par la rénovation de l'iwan ouest. En effet, comme l'explique Eugenio Galdieri, bien que cet iwan possède clairement les caractéristiques géométriques et structurelles des Muqarnas Seldjoukides (comme l'iwan sud), il s'agit en réalité d'une restauration faite à l'époque Safavide (Galdieri 1972). Cette rénovation datant d'une époque ultérieure pourrait donc justifier ce changement de logique au niveau du plan. Le Muqarnas du Gonbad-e-Ali (1055) situé près de la ville d'Abarqu est un autre exemple ancien qui présente une singularité concernant la géométrie du plan. Le plan de ce Muqarnas est constitué de plusieurs types de triangles de différentes dimensions. Les proportions de ces triangles ne sont pas en accord avec les éléments standard du Muqarnas, qui apparaissent un siècle plus tard.

3.7 Éléments

Il s'agit maintenant d'étudier l'évolution des éléments du Muqarnas en analysant leur typologie dans chaque cas, afin de pouvoir repérer les évolutions et les innovations. Là encore, l'étude repose exclusivement sur la projection horizontale des éléments composant les Muqarnas : les cellules, les éléments intermédiaires et les éléments plats. Nous étudierons plus tard la morphologie des éléments du point de vue de leurs profils.

Cellule

La cellule est l'élément principal du Muqarnas. En persan, le terme [Tās] est employé pour désigner ce type d'élément. Fondamentalement, la cellule est formée par un ou plusieurs triangles courbes et concaves. Dans la grande majorité des cas, et comme la définition d'Al-Kāshi l'indique, la cellule est composée de deux triangles, dont la projection horizontale est un quadrilatère : losange, amande, grains d'orge, carré⁶⁰. Nous pouvons trouver également des cellules formées par des triangles courbes dont le nombre varie d'un à huit. D'autre part, nous trouvons aussi des cellules composées de trois à huit triangles dont la projection horizontale donne des polygones irréguliers de cinq, six et sept côtés. Selon la définition de Lorzadeh et Sha'rbaf, tous ces éléments, quel que soit le nombre de triangles courbes qui les composent, sont considérés en tant que [Tās]. Nous allons globalement garder cette définition en distinguant les cellules « classiques », composées de deux triangles courbes, des autres types de cellules. Ainsi, nous appelons « demi-cellule » toute cellule formée par un seul triangle courbe, et « polycellules » une cellule composée de plus de deux triangles courbes.

⁶⁰ Voir la partie B.

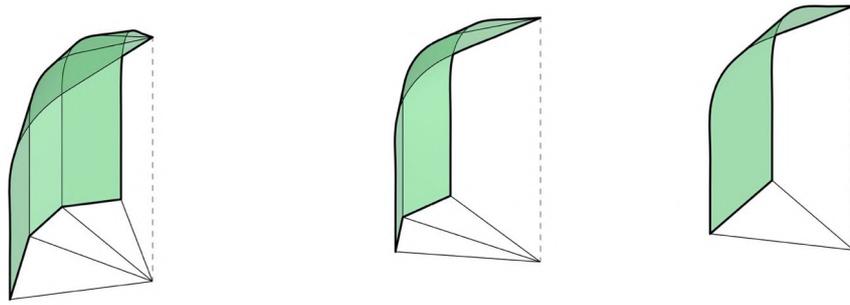


Figure 68. De gauche à droite : polycellule, cellule et demi-cellule.

Élément intermédiaire

Les éléments intermédiaires ont comme fonction de remplir le vide créé par l'agencement de deux cellules. Comme pour la cellule, ces éléments sont constitués fondamentalement de triangles. La différence avec une cellule est que dans l'élément intermédiaire les courbes des profils convergent en un point qui coïncide avec la base ou la partie inférieure de l'élément. Ce qui est l'inverse de la cellule, où les courbes se rejoignent sur le sommet ou la partie supérieure de l'élément. L'élément intermédiaire est soit une fléchette soit un triangle. La fléchette est elle aussi composée de deux triangles. En outre les éléments intermédiaires ne sont pas toujours des surfaces triangulaires courbes, comme c'est le cas des cellules. En effet, il se peut que l'espace créé entre deux cellules soit rempli par un élément intermédiaire plan. Comme ce type d'élément intermédiaire est une surface verticale, la projection horizontale est un segment et ne se repère donc pas facilement sur le plan.

Élément plat

Dans certains Muqarnas, outre la cellule et l'élément intermédiaire, nous trouvons l'élément plat, souvent en forme d'étoile. À l'opposé de la cellule et de l'élément intermédiaire qui sont les éléments essentiels du Muqarnas, les éléments plats ne sont pas indispensables pour la formation du plan. D'un point de vue géométrique, l'élément plat est, comme son nom l'indique, une surface horizontale plane en forme de polygone, convexe ou concave. Cet élément fonctionne comme un centre secondaire au sein du Muqarnas. Les éléments du Muqarnas, nous l'avons vu, sont organisés autour d'un centre qui est souvent le sommet de la voûte. Les étoiles viennent influencer localement les éléments jusqu'à un rayon défini. C'est en réalité l'agencement radial de plusieurs éléments convergeant vers ce centre secondaire qui génère cet espace vide horizontal, en forme d'étoile le plus souvent. Il est primordial de comprendre l'organisation des éléments autour de l'étoile. En effet, pour avoir une continuité dans les différents niveaux du Muqarnas, les éléments autour de l'étoile ne peuvent pas appartenir tous au même niveau. Bien que les éléments bordant l'étoile soient tous identiques

et forment une étoile régulière de trois, quatre, cinq branches, voire plus, ils dépendent de deux rangées différentes. Donc les niveaux auxquels les éléments appartiennent ne sont pas évidents à lire, ce qui explique l'emploi de couleurs et de texture dans les plans du rouleau de Topkapi, afin de supprimer toute ambiguïté dans la représentation.

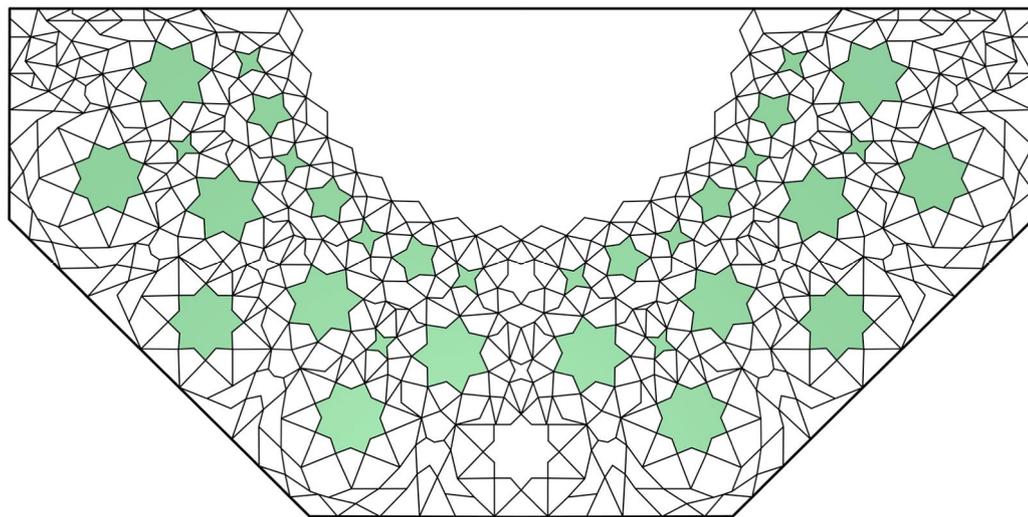
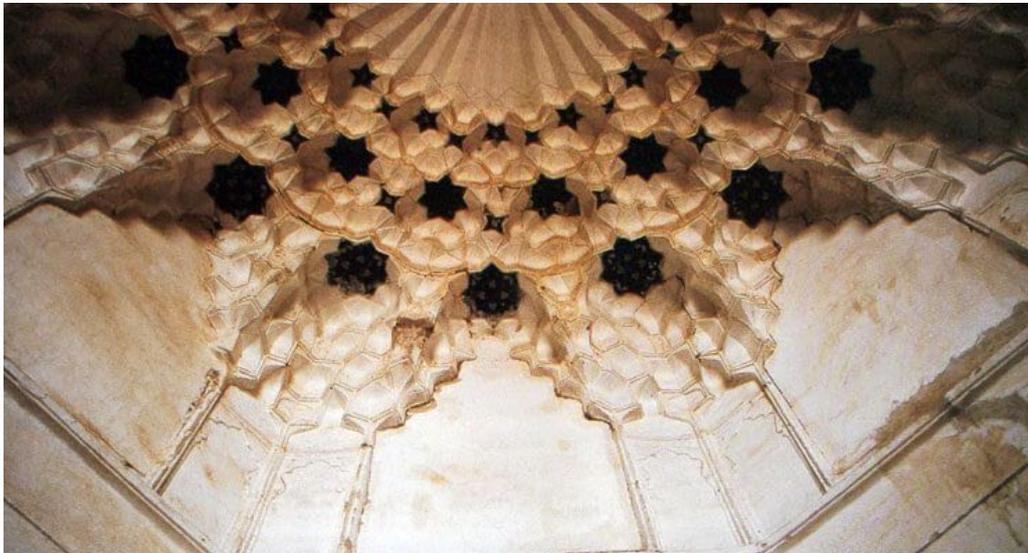


Figure 69. Photo et plan du Muqarnas du mausolée Taghi-al-Din Dada à Bondarabad. Nous remarquons la présence de plusieurs étoiles (éléments plats) avec des géométries variées.

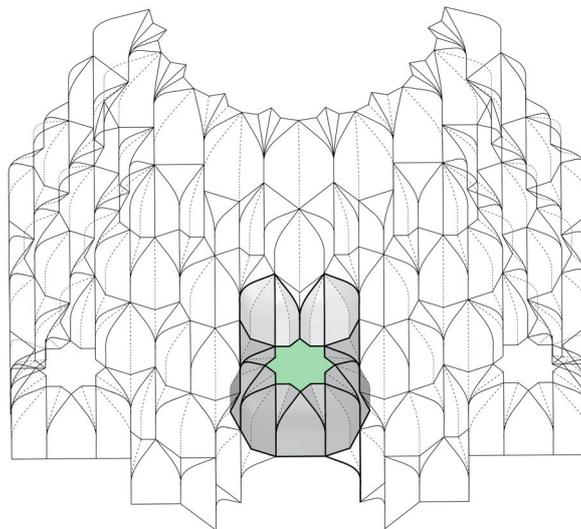
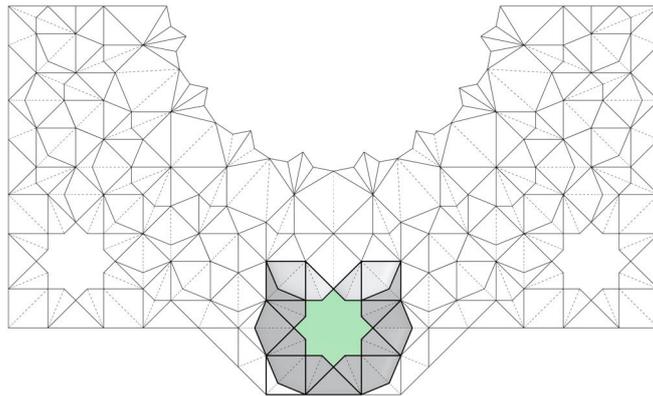
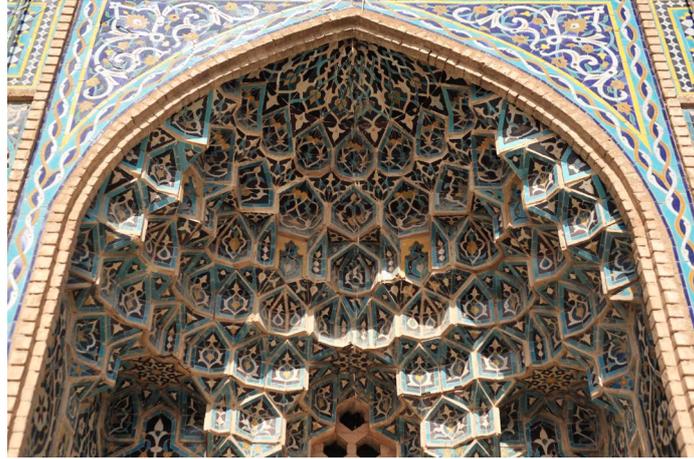


Figure 70. Organisation des éléments autour d'une étoile (élément plat). Nous voyons que ces éléments appartiennent à deux niveaux différents. Photo, plan et axonométrie du Muqarnas de la mosquée Pāmenār de Kerman.

Chronologie

Jusqu'au milieu du XII^e siècle, nous pouvons parler de Muqarnas primitifs que nous avons donc classés dans la catégorie « autres logiques » vu qu'on y trouvait des principes inclassables par rapport aux trois catégories principales que nous avons retenues. Dans ces Muqarnas, les triangles, les fléchettes et les quadrilatères ne se situent pas toujours dans le cadre géométrique des éléments standard. Par exemple le Gonbad-e-Ali d'Abarqu (1055) présente des agencements de cinq types de triangles différents formant ensemble des cellules plus grandes. D'autre part, dans les trompes en Muqarnas de la grande mosquée de Golpāyegān (1105), nous retrouvons des éléments presque classiques : carrés, losanges (angles de 45° et 135°) et triangles. L'iwan ouest de la grande mosquée d'Ispahan représente un cas singulier avec des triangles et des quadrilatères irréguliers. Nous y trouvons notamment plusieurs types de losanges non symétriques, agencés avec des triangles dont les proportions ne sont pas celles des éléments classiques.

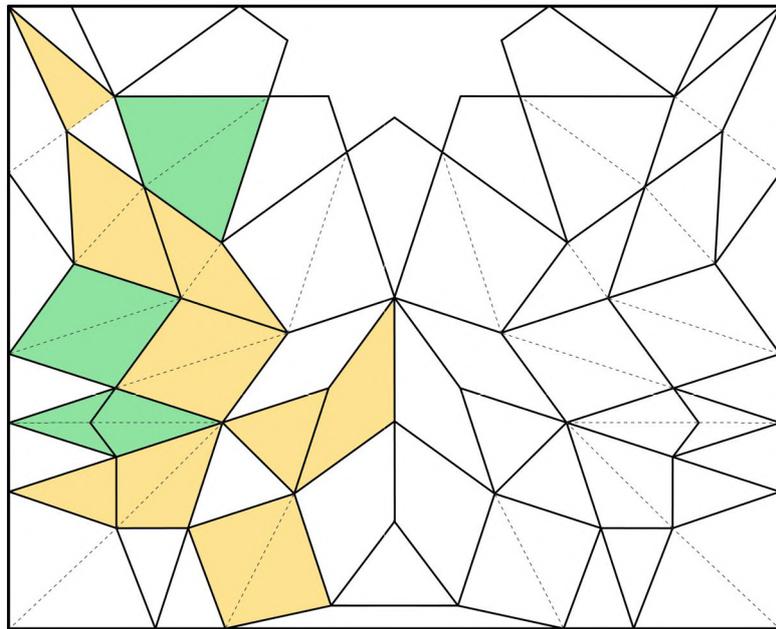
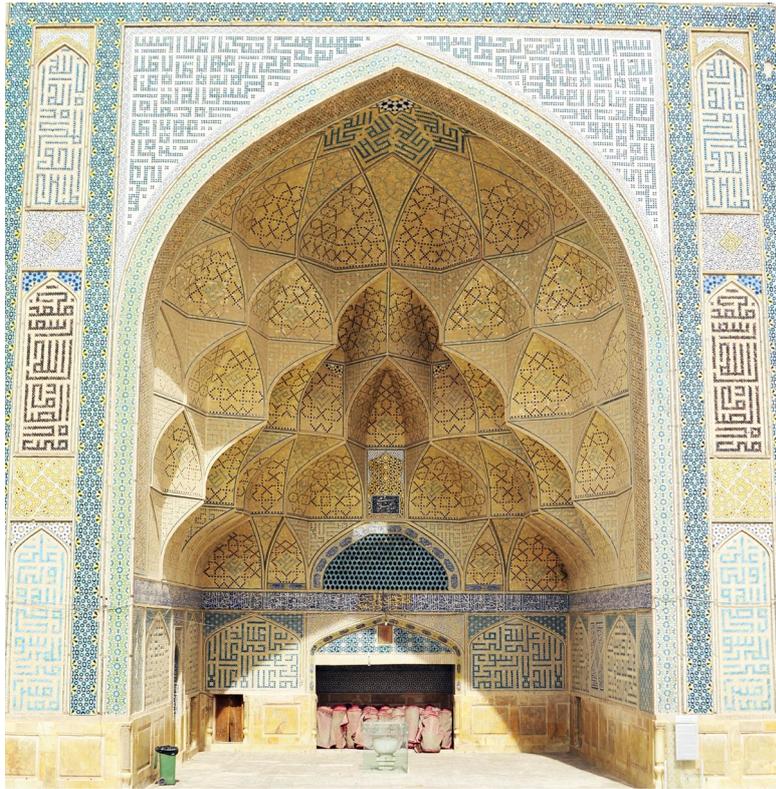


Figure 71. Photo et analyse du plan du Muqarnas de l'iwan ouest de la grande mosquée d'Ispahan. Le plan est formé par des éléments non standard et irréguliers.

Après la période des Muqarnas primitifs, nous avons vu que la logique du pavage s'est imposée comme la principale logique durant les époques Seldjoukides, Ilkhanides, et

Mozaffaride et jusqu'au XV^e siècle environ. Ce type de pavage impose un réseau composé de carrés et de losanges, autrement dit des éléments standard. Les Muqarnas de cette période sont donc constitués exclusivement des huit éléments standard définis par al-Kāshi. Le Muqarnas Ilkhanide de la coupole du mausolée Sheikh Abd-al Samad de Natanz (1305) en est un exemple clair. Il présente des agencements relativement complexes couvrant la coupole, constitués uniquement d'éléments standard. L'échelle des éléments ne change pas et toutes les variations qu'on trouve dans le Muqarnas sont le fruit de différentes combinaisons des huit éléments. De même, tous les Muqarnas que nous avons cités jusqu'ici présentant une logique de pavage sont constitués par des éléments standard. Les Muqarnas du portail du mausolée Bayazid Bastami ou de la grande mosquée de Varāmin sont deux exemples remarquables.

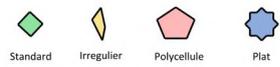
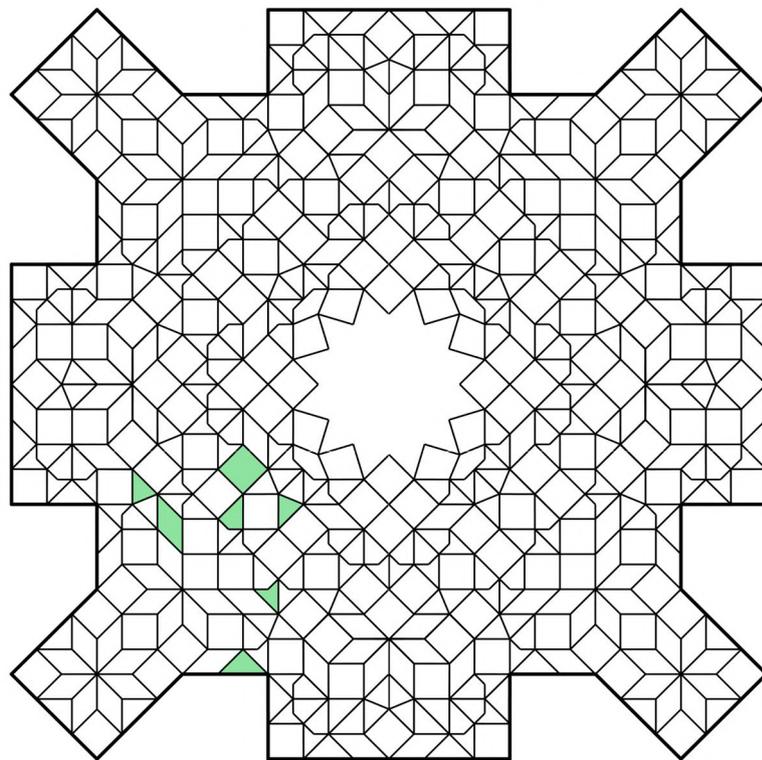
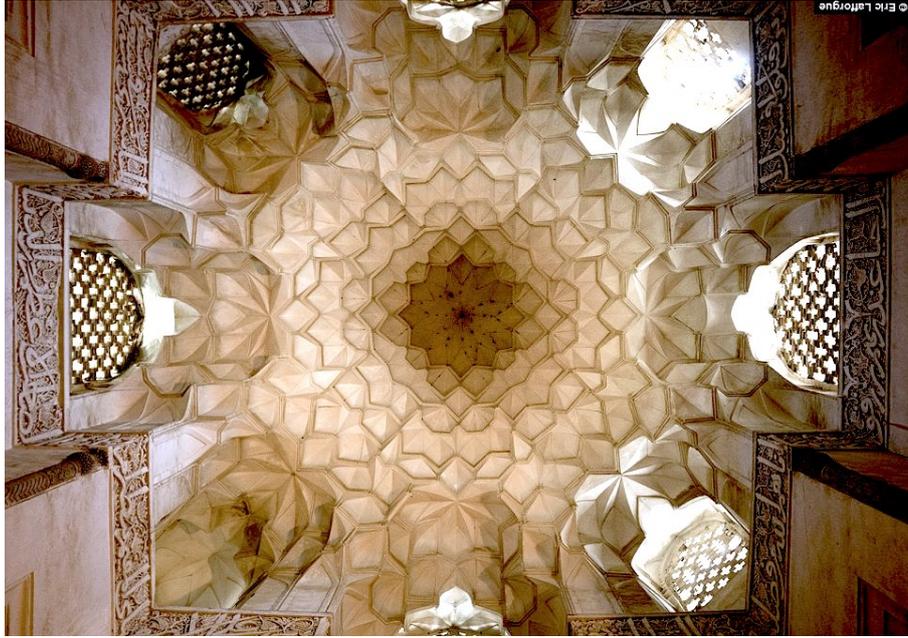


Figure 72. Photos et analyse des éléments du Muqarnas de la coupole du mausolée Sheikh Abd-al-Samad de Natanz. Ce Muqarnas est composé exclusivement d'éléments standard.

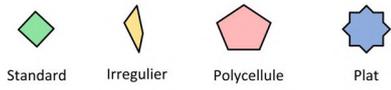
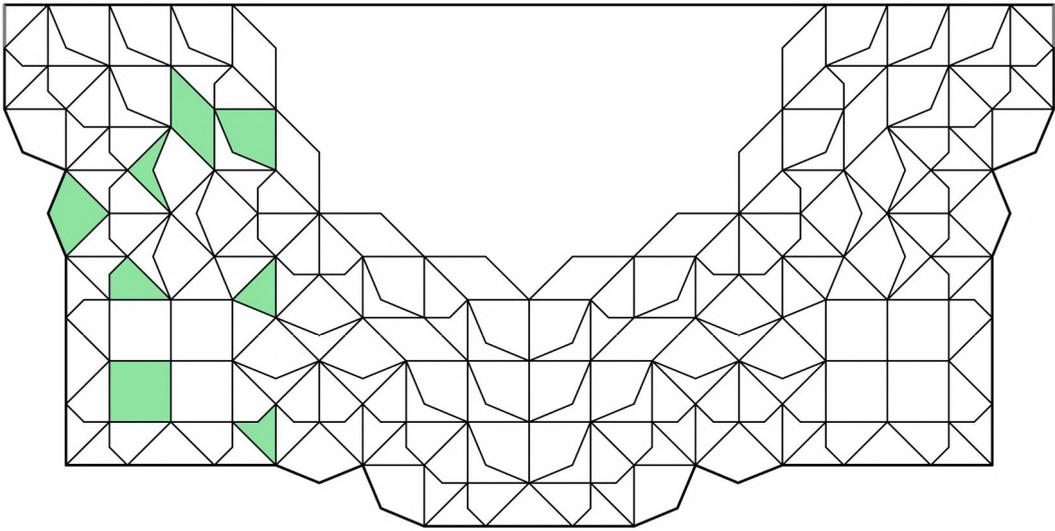
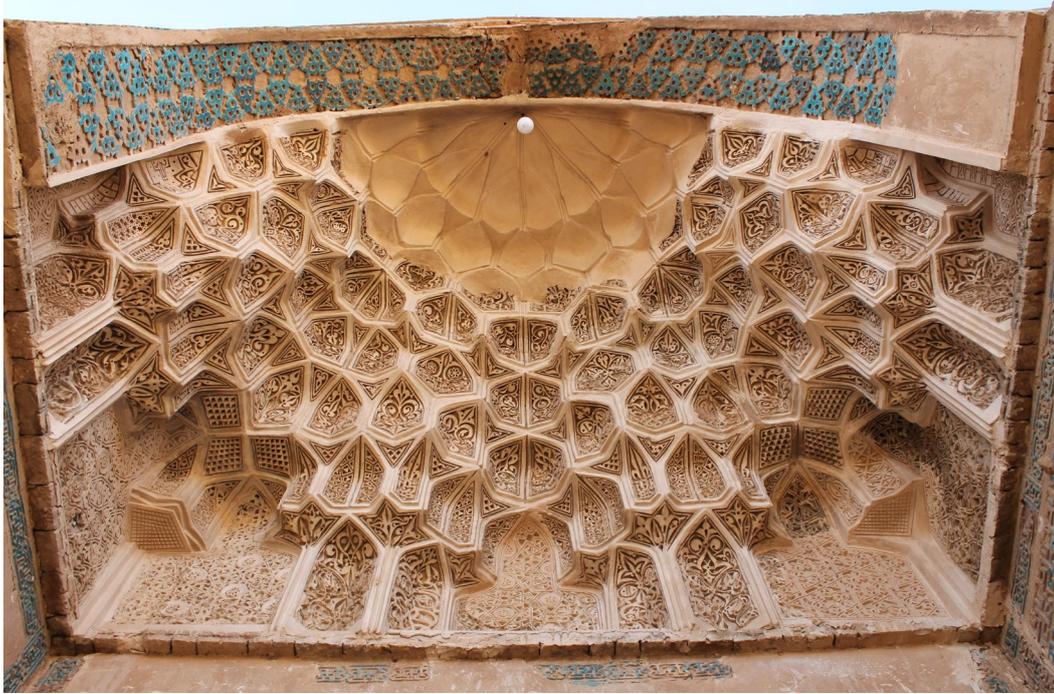


Figure 73. Photo et analyse du plan du Muqarnas du mausolée Bayazid Bastâmi. Ce Muqarnas est composé exclusivement d'éléments standard.

Éléments plats

L'apparition des éléments plats coïncide à peu près avec la période des plans de logique hybride. C'est avec les Muqarnas de la fin de l'époque Timourides ainsi que de l'époque Mozaffaride, qu'apparaissent les premières étoiles dans le plan. Dans le portail de la grande mosquée de Kerman (1349) dont le plan présente une logique hybride, deux éléments plats en forme d'étoile sont représentés dans les deux angles du plan. Soulignons que tous les éléments de ce Muqarnas sont standard et que c'est leur agencement qui conduit à la formation de l'étoile sur le plan. Il est intéressant de noter que l'on en trouve des éléments plats dans des Muqarnas respectant les trois logiques, de pavage, hybride et radiale. Même si ces éléments n'apparaissent pleinement qu'au XIV^e siècle, on trouve quelques exemples avec la logique de pavage, comme dans la grande mosquée de Kerman (1349) ou dans la mosquée Pāmenār (1390).

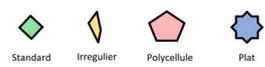
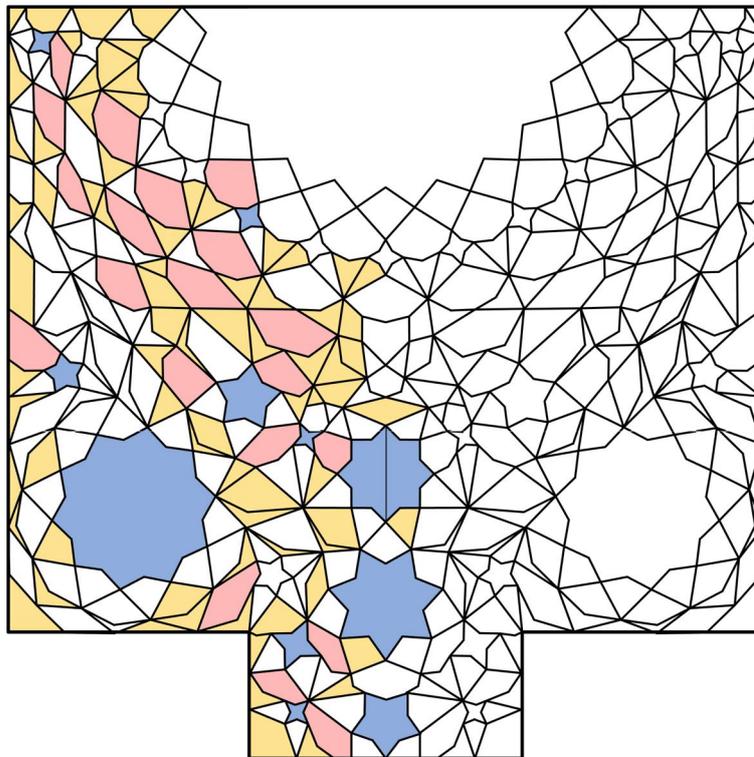
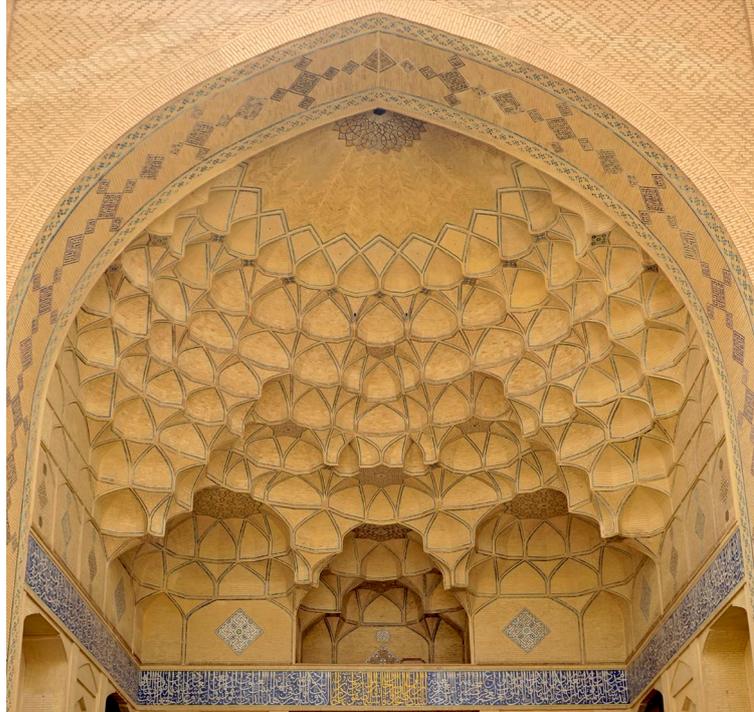


Figure 74. Photo et analyse du plan du Muqarnas de l'iwan est de la grande mosquée d'Ispahan. Les éléments plats ou étoiles sont marqués en bleu.

Nous pouvons trouver également des étoiles dans les Muqarnas hybrides comme celui de Natanz (1305). C'est à partir du XV^e siècle, correspondant à l'époque timouride, que nous pouvons noter une importante évolution concernant le nombre d'éléments plats présents dans le plan. Le Muqarnas de la mosquée Gowharshad de Machhad montre clairement cette évolution. Nous y trouvons plusieurs éléments plats dans quasiment tous les niveaux du Muqarnas. La diversité des étoiles est également une évolution de cette période et montre la complexification du plan permettant d'obtenir des étoiles de divers types, comme dans la mosquée de Gowharshad où apparaissent des étoiles à quatre, cinq et sept branches. À partir de cette période, les étoiles sont presque toujours présentes dans les plans de Muqarnas. La période Safavide qui suit la période Timouride témoigne du même intérêt pour ces éléments. Le Muqarnas de la mosquée Emâm d'Ispahan présente une forte densité et une importante diversité d'éléments plats en forme d'étoile. Dans le même esprit, Lorzadeh distingue deux types de Muqarnas : les Muqarnas « simples », ceux qui n'ont pas d'étoiles, et les « Muqarnas des maîtres » [ostadband] (Raeeszade et Mofid 2011). Les Muqarnas sans éléments plats sont considérés comme trop simples et rustiques.

Les éléments plats ne sont pas toujours en forme d'étoile. Les divers Muqarnas de la mosquée Nasir al-Molk de Chiraz (1876) contiennent beaucoup d'éléments plats en forme de polygones convexes. Le Muqarnas particulièrement dense et complexe de cette mosquée intègre une grande diversité d'éléments plats avec différents types d'étoiles, mais surtout des polygones réguliers de cinq, six et sept côtés.

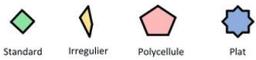
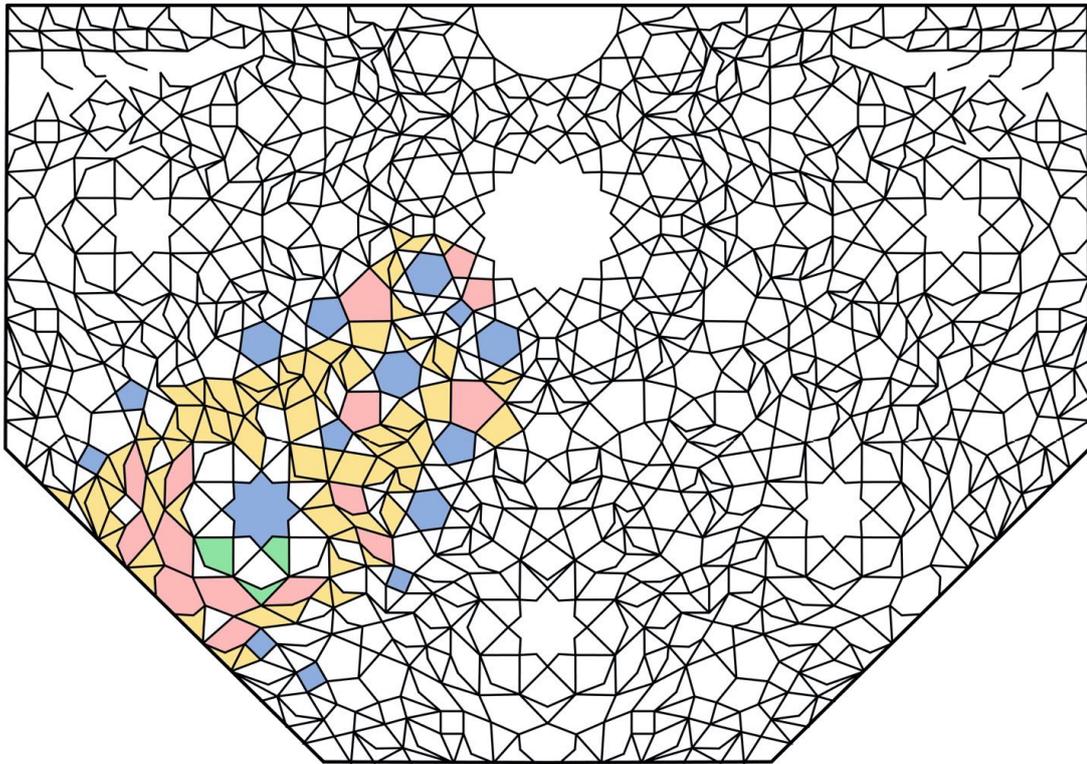
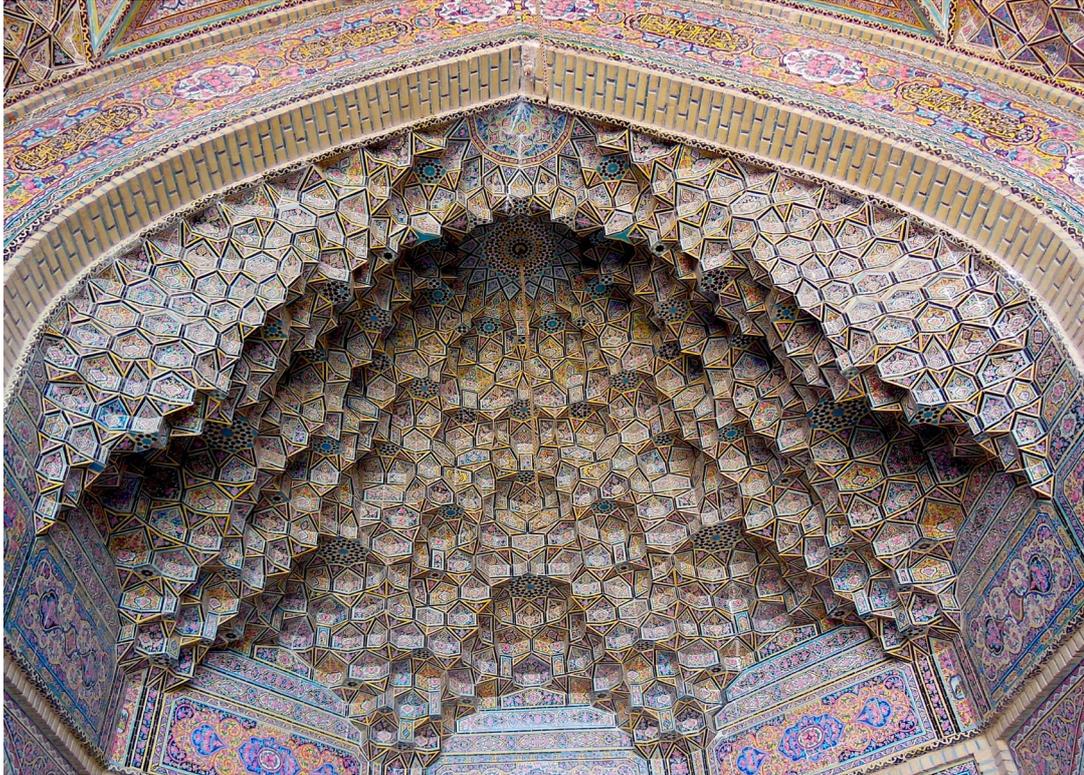


Figure 75. Photo et analyse des éléments du Muqarnas de la mosquée Nasir-al-Molk de Chiraz. Nous voyons dans ce Muqarnas des éléments plats en forme de polygones convexes ou concaves.

Irrégularité

L'évolution majeure concernant les éléments des Muqarnas se situe dans le passage de la logique de pavage à la logique radiale. Dans le portail de la grande mosquée de Yazd (1365), par exemple, nous remarquons la présence d'éléments « irréguliers ». Même si du point de vue global on retrouve quasiment les mêmes typologies que pour les éléments standard, on remarque que ces éléments ne sont pas toujours symétriques. Dans le Muqarnas de Yazd, des losanges non symétriques et des fléchettes « déformées » sont présents sur le plan. Même le module, une caractéristique fondamentale des Muqarnas présente dans la logique du pavage, n'est pas entièrement respecté ici. Nous pouvons donc voir dans le plan des losanges et des amandes de dimensions variées selon le niveau.

Une forme d'irrégularité apparaît donc dans la géométrie du plan et des éléments. Cette irrégularité est en lien direct avec la logique du plan. Autrement dit, cette irrégularité que l'on retrouve dans les éléments des Muqarnas est le résultat de la logique radiale imposée au plan. C'est cette contrainte de base qui empêche de paver ou remplir le plan avec les éléments standard. Certains éléments se déforment pour assurer la connexion avec les éléments voisins. Il faut aussi ajouter que l'introduction d'un grand nombre de centres secondaires (les éléments plats) complexifie encore davantage l'agencement des éléments avec des éléments standard.

Les Muqarnas construits sur la base d'une logique radiale, à partir du XV^e siècle, intègrent souvent des éléments « non-standard » ou irréguliers. Dans la plupart des cas, ils résultent de la déformation des éléments standard qui conduit à des losanges, des amandes et des fléchettes déformées. Dans les périodes Timourides, Safavides et Qâdjârs ce type d'éléments apparaît fréquemment. Les Muqarnas de la mosquée Gowharshad de Machhad (1418), de la mosquée Emâm d'Ispahan (1638) et de la mosquée Nasir-al-Molk de Chiraz (1876) en témoignent.

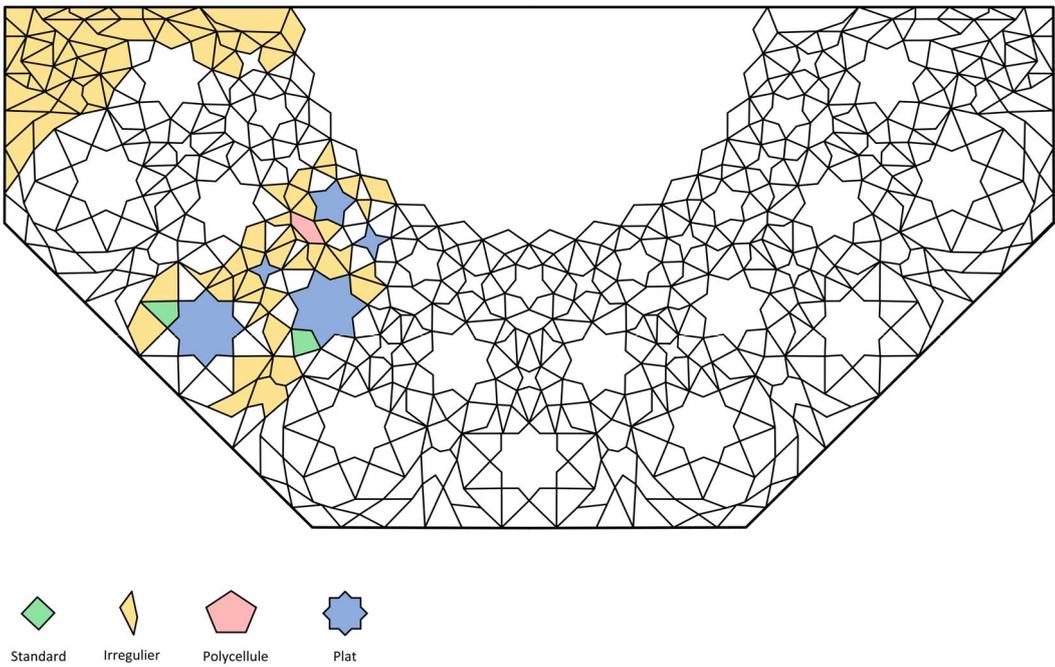
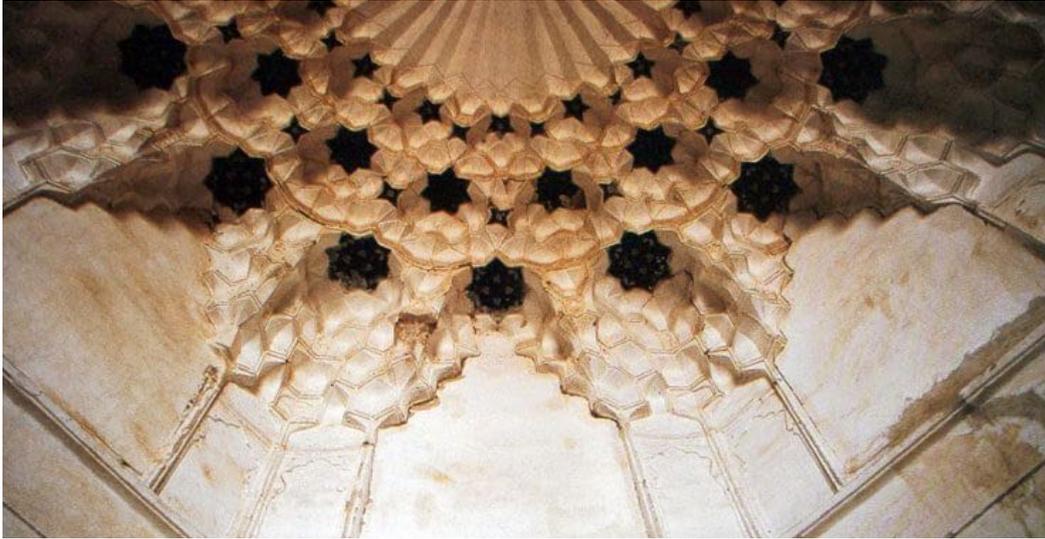


Figure 76. Photo et analyse des éléments du Muqarnas du tombeau de Taghi-al-Din Dada à Bondarabad. Des polygones irréguliers (non standard) constituent la majorité des éléments.

Polycellules

Nous avons classé les cellules en trois catégories : demi-cellule (un triangle), cellule (deux triangles) et polycellule (plus de deux triangles). Nous allons analyser maintenant l'évolution chronologique des polycellules.

Une polycellule est par définition un élément formé par au moins trois triangles courbes. Il est donc logique que les angles intérieurs de ce type de polygone ne correspondent pas aux angles des éléments standard. C'est pour cette raison que nous ne trouvons pas de polycellules parmi les plans des Muqarnas relevant de la logique de pavage. Il est cependant possible de trouver des polygones de plus de quatre côtés dans les plans à logique de pavage. C'est le cas du Muqarnas du mausolée de Bayazid Bastami, où apparaissent sur la deuxième rangée des polygones de six et sept côtés. En réalité, ces polygones sont le résultat de l'agencement de deux ou trois éléments standard. Ce qui fait qu'en projection horizontale ils forment une grande cellule. Ainsi, un polygone irrégulier de six côtés est en réalité composé de deux amandes, qui sont des éléments standard.

L'étude chronologique confirme que le passage de la logique de pavage à la logique radiale s'avère être à l'origine de l'apparition des polycellules. Cela s'explique assez facilement par le fait que la trame radiale demande plus de « flexibilité » aux éléments de pavage. C'est pour répondre à cette exigence de flexibilité que les polycellules, des polygones de plus de quatre côtés, ont été mises en place. Outre leur fonction de remplissage, ils permettent d'apporter plus de variété à la morphologie du Muqarnas. Le fait de combiner plusieurs triangles courbes (ou demi-cellules), permet la création d'une cellule plus grande qui, en trois dimensions, génère un creux plus profond qu'une cellule classique. Ceci permet donc d'accentuer davantage le relief du Muqarnas. Les Muqarnas Timourides et Safavide sont donc souvent composés de ce type de cellules comme par exemple l'iwan est de la grande mosquée d'Ispahan (1666) ou la mosquée Emam d'Ispahan (1638).

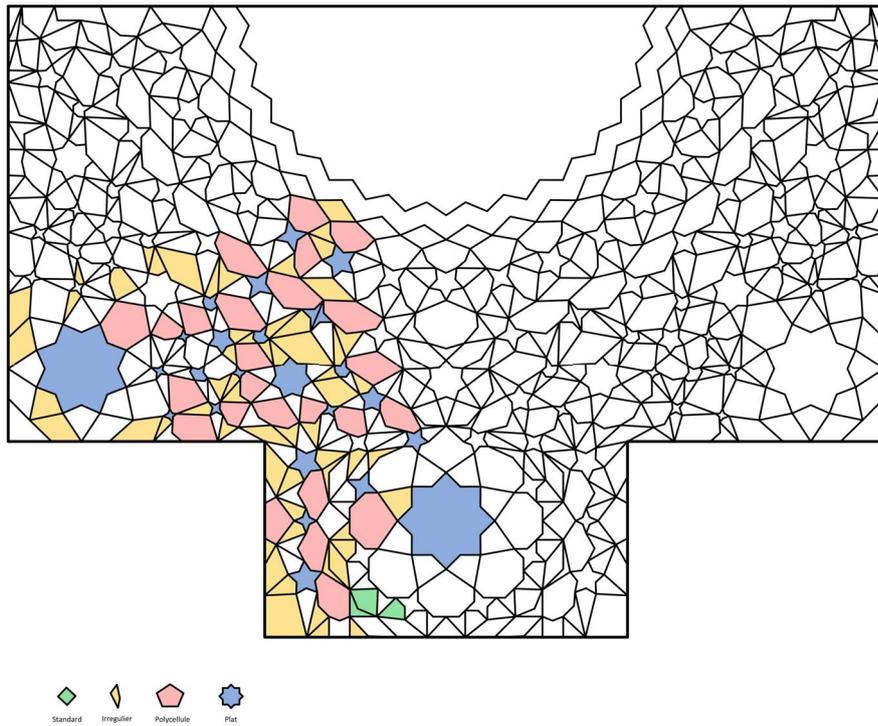
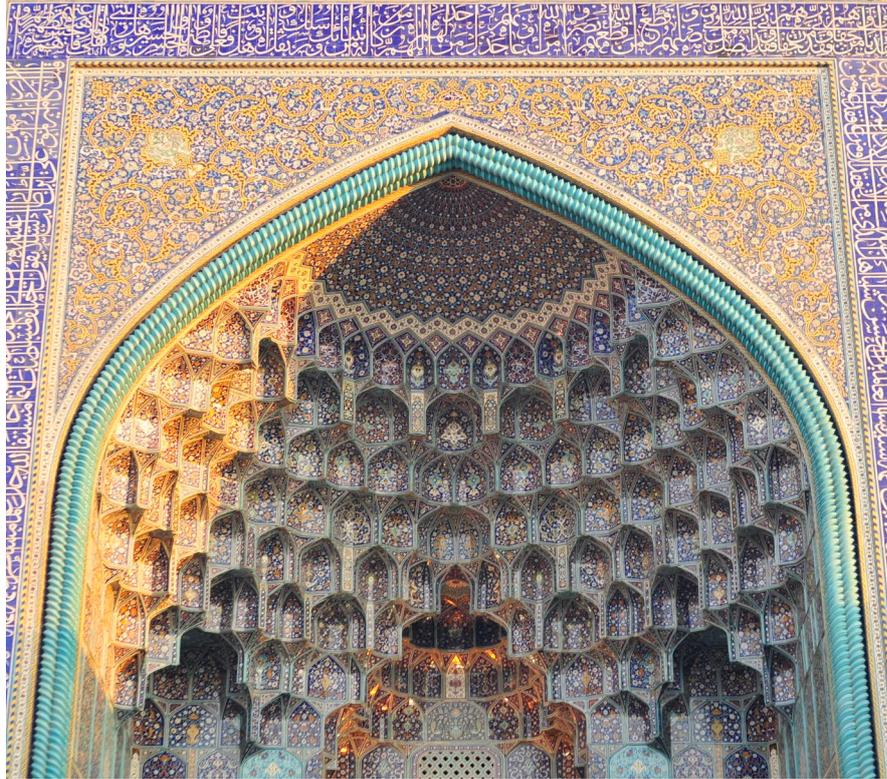


Figure 77. Photo et analyse du plan du Muqarnas de la mosquée Emâm d'Ispahan. Nous remarquons en rouge un grand nombre de polycellules qui génèrent des cellules avec une concavité prononcée.

3.8 Courbes de niveau

Un autre critère qui nous permet de mieux comprendre l'évolution géométrique et morphologique des Muqarnas au cours de l'histoire est celui de la « courbe de niveau ». Nous savons que l'une des principales caractéristiques du Muqarnas est l'organisation par niveaux. C'est d'ailleurs pour cela que, en persan, le Muqarnas est parfois appelé « Ghatarbandi », ce qui signifie réaliser « des enchaînements ou des rangées ». Ces niveaux sont donc organisés en forme d'escalier. Deux niveaux ont en commun une courbe plane, la séparatrice. Il s'agit maintenant d'analyser la géométrie de cette courbe. Les séparatrices sont des courbes de niveau de la surface. Leur observation est très intéressante, car elle permet de mieux interpréter la morphologie du Muqarnas à partir du plan. La complexité (ou la variation géométrique) de ces courbes traduit la complexité morphologique du Muqarnas. Plus il y a de courbes, de niveau géométriquement complexe, plus les agencements sont variés et plus le Muqarnas présente une morphologie riche avec des reliefs accentués. Le changement abrupt de la courbe de niveau se traduit par des concavités ou des convexités en trois dimensions. Elles donnent donc une idée pertinente de la morphologie d'un Muqarnas.

Pour en étudier la morphologie nous considérerons qu'en projection horizontale, pour former la courbe de niveau de chaque rangée, il faut relier les deux sommets de chaque cellule placée sur le même niveau de la même rangée.

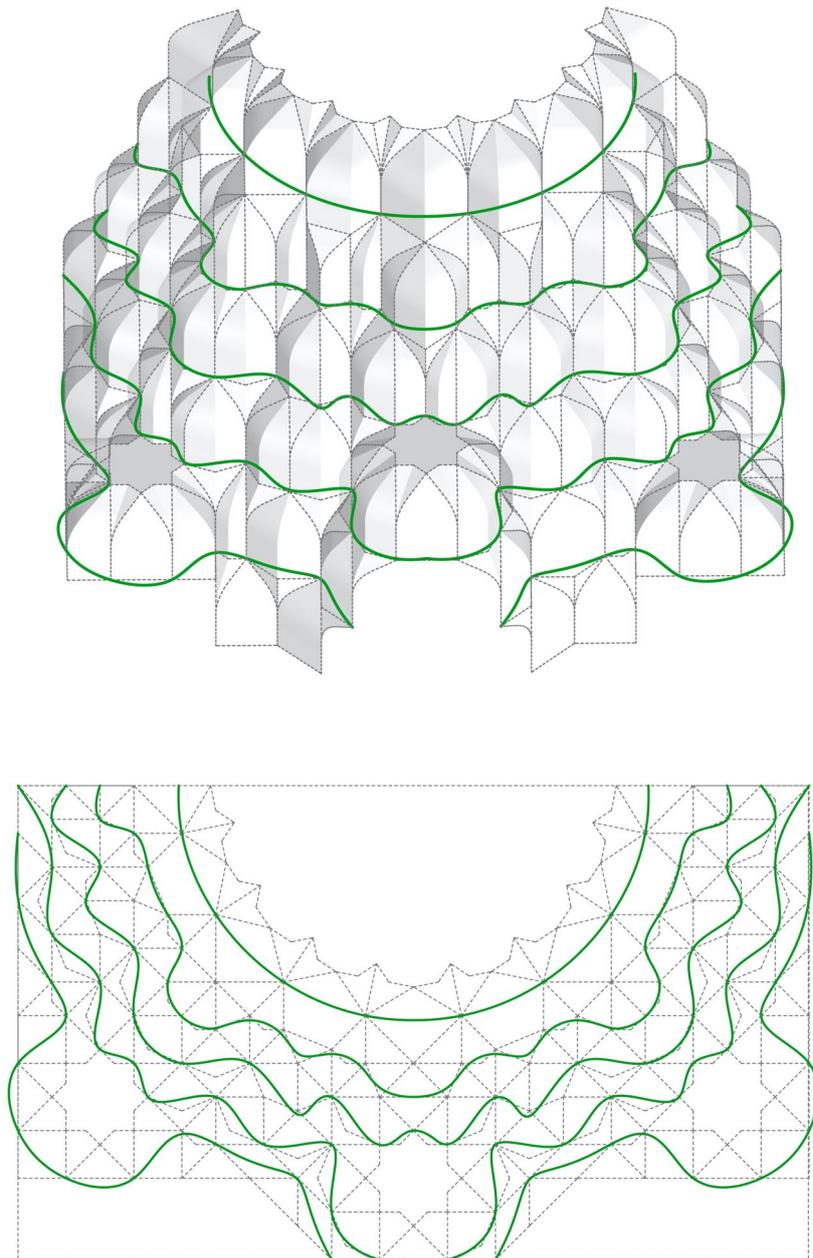


Figure 78. Axonométrie et plan de Muqarnas montrant les courbes de niveau en vert. Les courbes de niveau passent par les points de même niveau des cellules d'une rangée.

L'analyse des courbes de niveau nous donne des informations sur deux aspects : la densité d'éléments dans un Muqarnas (par le nombre de courbes et de variation) et la complexité morphologique du Muqarnas.

Sur le plan chronologique, les Muqarnas primitifs du XI^e et du début du XII^e siècle sont caractérisés par un faible nombre de rangées et une morphologie relativement simple.

L'évolution des trompes et leurs fragmentations jusqu'au Muqarnas se traduisent par un faible nombre de cellules agencées de façon relativement sommaire. Les trompes en Muqarnas de la grande mosquée de Golpāyegān témoignent de cette simplicité. Les courbes de niveau sont grossièrement des arcs concentriques, avec pour centre le sommet de la trompe.

Avec le développement de la logique du pavage à partir du XII^e siècle, les Muqarnas deviennent de plus en plus denses et complexes. La géométrie du pavage basé sur des carrés et des losanges à 45 ° impose des agencements relativement brutaux. Le fait d'utiliser des éléments standard pour paver le plan provoque, par endroit, des changements d'orientation dans les agencements. C'est pourquoi nous retrouvons avec les Muqarnas à logique de pavage des courbes de niveau relativement complexes présentant beaucoup de variations locales. Le Muqarnas le plus représentatif de cette morphologie est le dôme du mausolée de Sheikh Abd-al-Samad de Natanz (1305) où l'on voit des courbes de niveaux reflétant sa complexité ainsi que la richesse des agencements entre éléments. Même si globalement les courbes de niveau sont concentriques, chacune présente une géométrie distincte issue de différentes combinaisons d'agencements d'éléments sur une trame carré-losange.

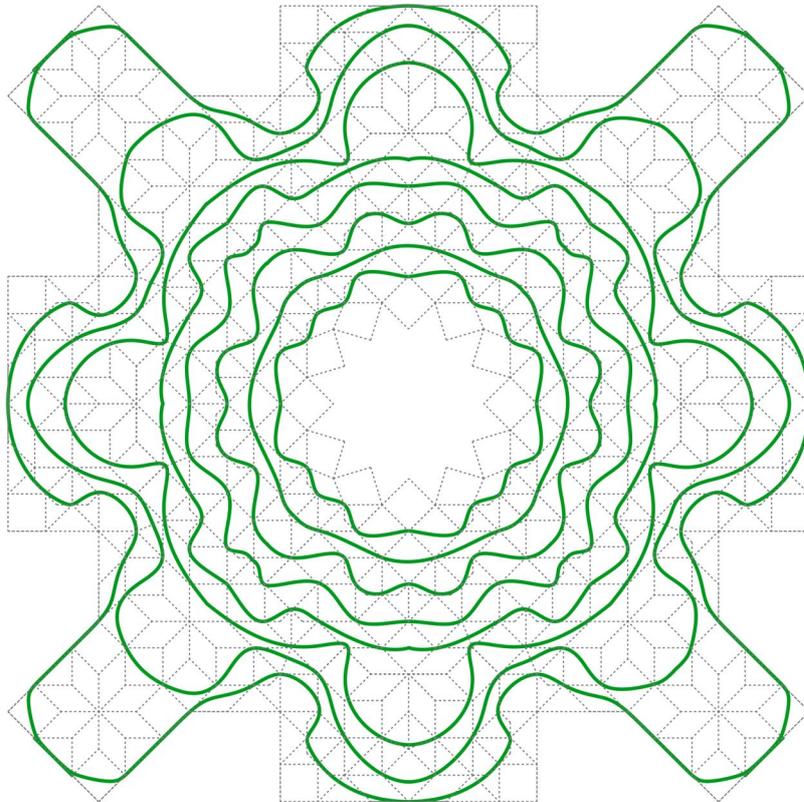


Figure 79. Analyse des courbes de niveau du Muqarnas de Sheikh-Abd-al Samad de Natanz.

L'introduction de la logique radiale va transformer les courbes de niveau de manière significative. Premièrement, le réseau radial renforce, par sa nature géométrique, les courbes de niveau concentriques. C'est-à-dire que l'organisation concentrique des courbes de niveaux des Muqarnas radiaux est plus évidente que celle des Muqarnas pavés. Les Muqarnas radiaux devraient présenter des courbes de niveau plus régulières, avec des agencements, au niveau des angles, plus « modérés » que dans la logique de pavage. Ce qui fait que nous avons des Muqarnas de plus en plus complexes et variés au sein de la logique radiale tient surtout à la nature propre des éléments, avec l'apparition des étoiles (éléments plats). Une étoile, on l'a vu, fonctionne comme un centre secondaire autour duquel les éléments de deux rangées s'organisent. C'est donc principalement l'introduction des étoiles qui vient d'une certaine manière « perturber » les courbes de niveau concentriques des Muqarnas radiaux. Les étoiles deviennent alors des éléments essentiels de la conception des Muqarnas de type radial, structurant la géométrie du plan et déterminant sa complexité. Les dessins du rouleau de Topkapi, entre autres, montrent bien l'organisation des étoiles sur la trame radiale, formant une base sur laquelle les éléments viennent se placer.

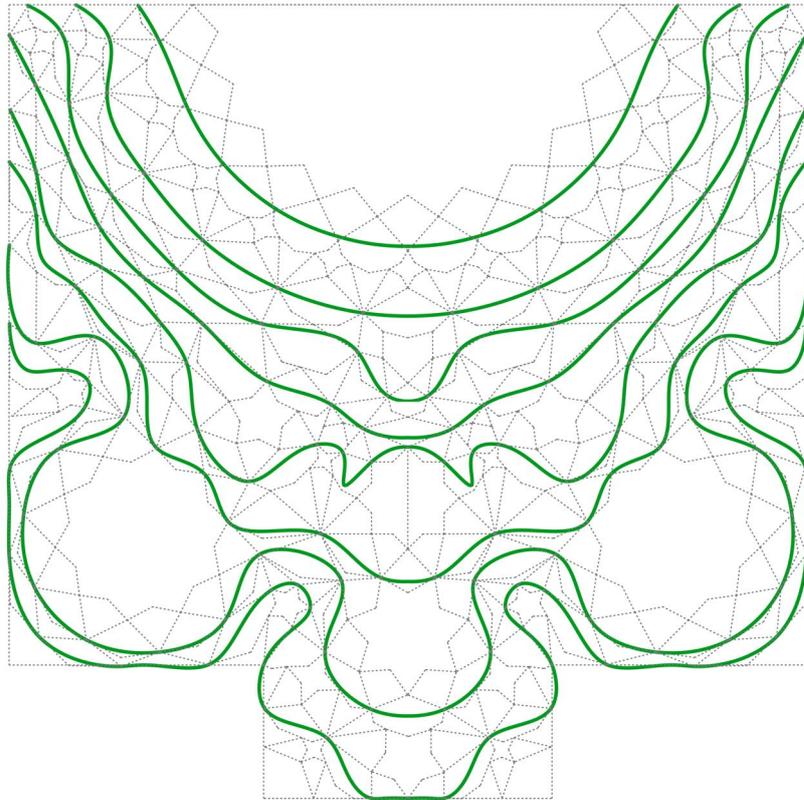
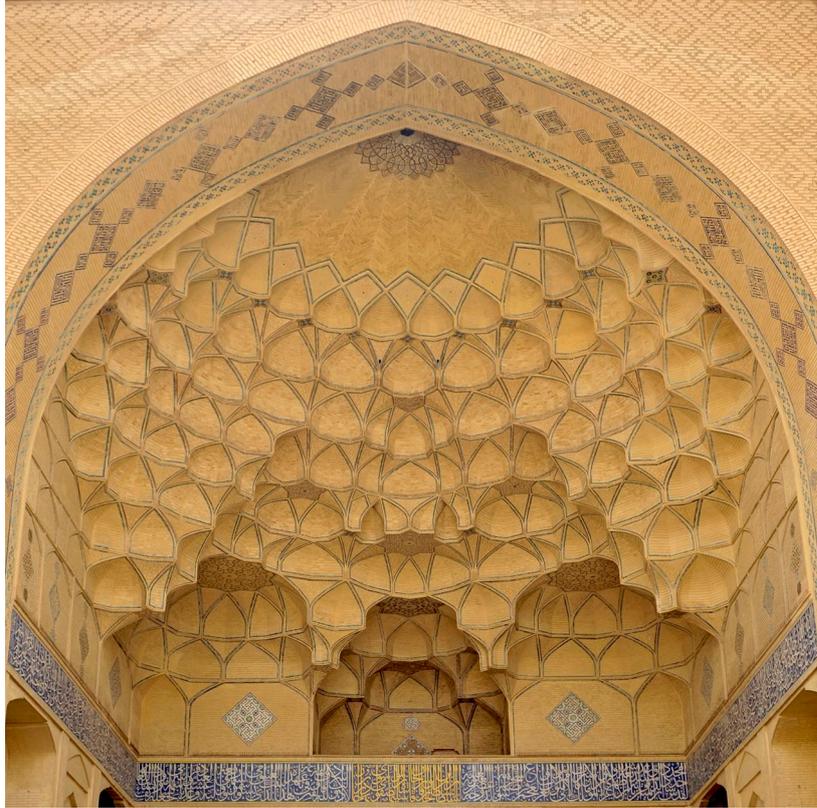


Figure 80. Analyse des courbes de niveau du Muqarnas de l'iwan est de la grande mosquée d'Ispahan. Nous observons comment les courbes de niveau sont déformées par les étoiles. La concavité générée sur le Muqarnas est en lien direct avec l'espace entre deux courbes de niveau.

Le Muqarnas de la grande mosquée de Yazd est un exemple de Muqarnas radial où l'on voit comment les courbes de niveau se disposent autour des étoiles et, de ce fait, engendrent des concavités de grande taille au sein du Muqarnas. D'une certaine manière, le rôle de l'étoile est d'écartier les deux niveaux concernés et donc de créer un creux dans le Muqarnas qui rompt l'homogénéité de la relation en escalier entre deux niveaux adjacents. Dans le Muqarnas de Yazd sont représentées trois grandes étoiles qui reflètent les trois espaces concaves parfaitement identifiables sur l'élévation du Muqarnas. Nous avons aussi entre ces trois grandes étoiles d'autres éléments plats de plus petites tailles qui apportent des variations locales dans différentes parties du Muqarnas.

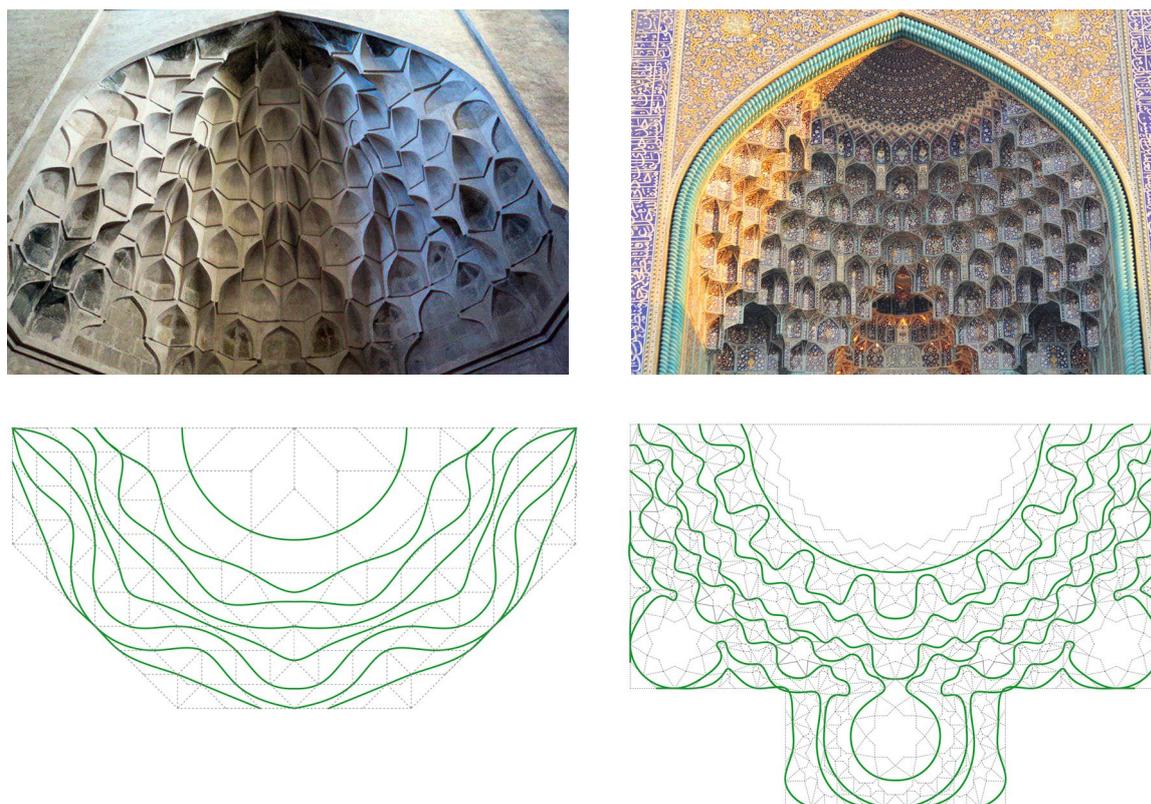


Figure 81. Comparaison entre les courbes de niveau du Muqarnas de Soltaniyeh (à gauche) et de celui de la mosquée Emâm d'Ispahan (à droite). La présence des étoiles dans le Muqarnas d'Ispahan est à l'origine de la complexification des courbes de niveau et de leur irrégularité. Cette propriété se reflète avec davantage de variation sur la surface globale du Muqarnas.

L'époque Timouride est, nous l'avons vu, la période où l'on voit les Muqarnas les plus denses et les plus complexes. Cela se reflète parfaitement dans les courbes de niveau avec un nombre élevé de rangées, et donc de courbes, et une complexité due à un emploi massif d'étoiles dans le plan. Le Muqarnas de la mosquée de Gowharshad de Machhad, avec ses très nombreuses concavités, est un parfait exemple de ce type de Muqarnas particulièrement dense et complexe.

En période Safavide, les courbes de niveau gardent le même niveau de complexité que dans les Muqarnas Timourides. Nous pouvons néanmoins remarquer que l'emploi des étoiles et la densité des éléments sont plus modérés qu'à l'époque Timouride.

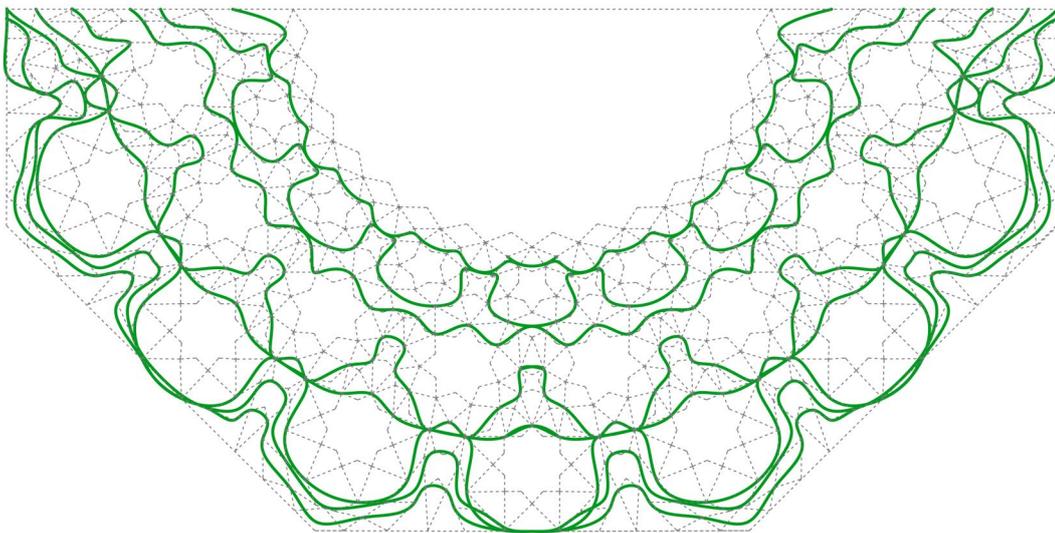
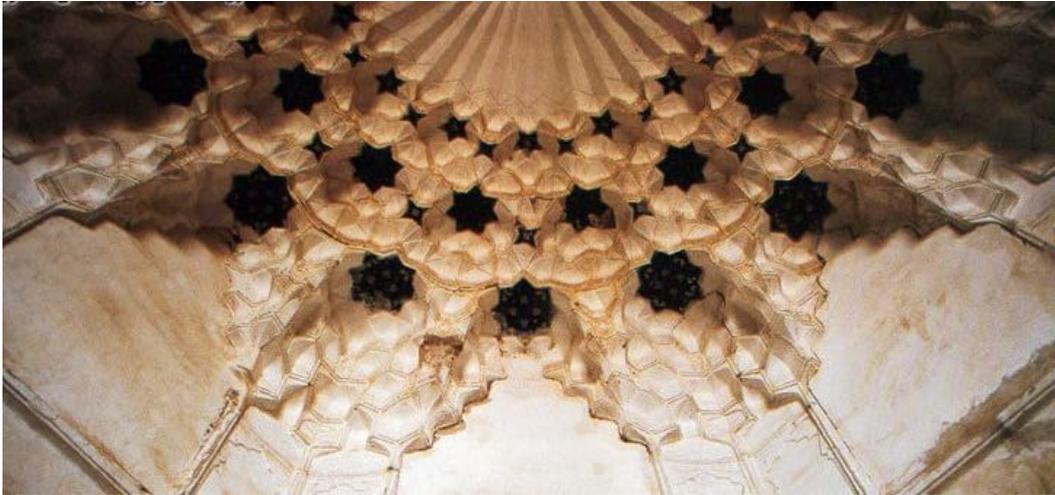


Figure 82. Courbes de niveau d'un Muqarnas complexe comprenant plusieurs étoiles. Nous remarquons la déformation et la perturbation des courbes de niveau autour des étoiles, engendrant les concavités du Muqarnas.

3.9 Morphologie des éléments (profils)

La conception et la réalisation d'un Muqarnas se divisent en deux étapes :

1. Génération de la projection horizontale (le plan)
2. Réalisation et assemblage des éléments sur la base du plan

Il s'agit maintenant de passer à une analyse tridimensionnelle de la morphologie des éléments construits sur la base de la projection horizontale. C'est Al-Kāshi qui a défini le premier le passage du plan à l'objet en trois dimensions en s'intéressant à la géométrie de la courbe de profil des Muqarnas. Nous avons vu qu'un élément, que ce soit une cellule ou un élément intermédiaire, est défini par des surfaces reliant ces profils courbes. C'est l'étude de l'évolution de la courbe de profil des éléments qui permet une analyse morphologique aussi bien à l'échelle des éléments qu'à l'échelle globale du Muqarnas.

Les cellules et les éléments intermédiaires sont fondamentalement constitués d'un ou plusieurs triangles courbes. La courbure de ces surfaces triangulaires est imposée par la courbe du profil général du Muqarnas. C'est donc cette courbe qui est à l'origine de la concavité des éléments du Muqarnas et elle représente de ce fait un élément caractéristique du Muqarnas.

L'analyse du profil des éléments est assez simple. En effet, nous remarquons une constance dans le profil du Muqarnas tout au long de son évolution. Depuis les trompes Sassanides, en passant par les époques Seldjoukides, Ilkhanides, et Timourides, pour terminer avec les Safavides et les Qâdjârs, la géométrie du profil reste globalement constante et proche de la définition d'Al-Kāshi. Nous pouvons cependant nuancer ce constat. Premièrement, toutes les courbes des profils ne respectent pas les proportions et les règles de la courbe d'Al-Kāshi. Les profils des éléments du Muqarnas de la grande mosquée d'Ispahan, par exemple, sont plus arrondis que ceux des éléments du mausolée de Bayazid Bastami. Lorzadeh évoque aussi cette « liberté » dans la définition du profil.

La deuxième nuance au sujet du profil concerne la courbure. Le profil de certains Muqarnas est « angulaire » ou « brisé ». Autrement dit, la courbe garde globalement les proportions de la courbe classique, mais l'arc de cercle est remplacé par un arc brisé (forme en ogive). Il s'agit du changement le plus important que nous pouvons observer dans les profils des Muqarnas au long de leur histoire. Ce type de profil n'appartient pas exclusivement à une époque précise. Néanmoins, nous trouvons plusieurs exemples de Muqarnas avec un profil en arc brisé parmi les Muqarnas de la période Mozaffaride, comme la grande mosquée de Kerman, la mosquée Pamenar ou la grande mosquée de Yazd.

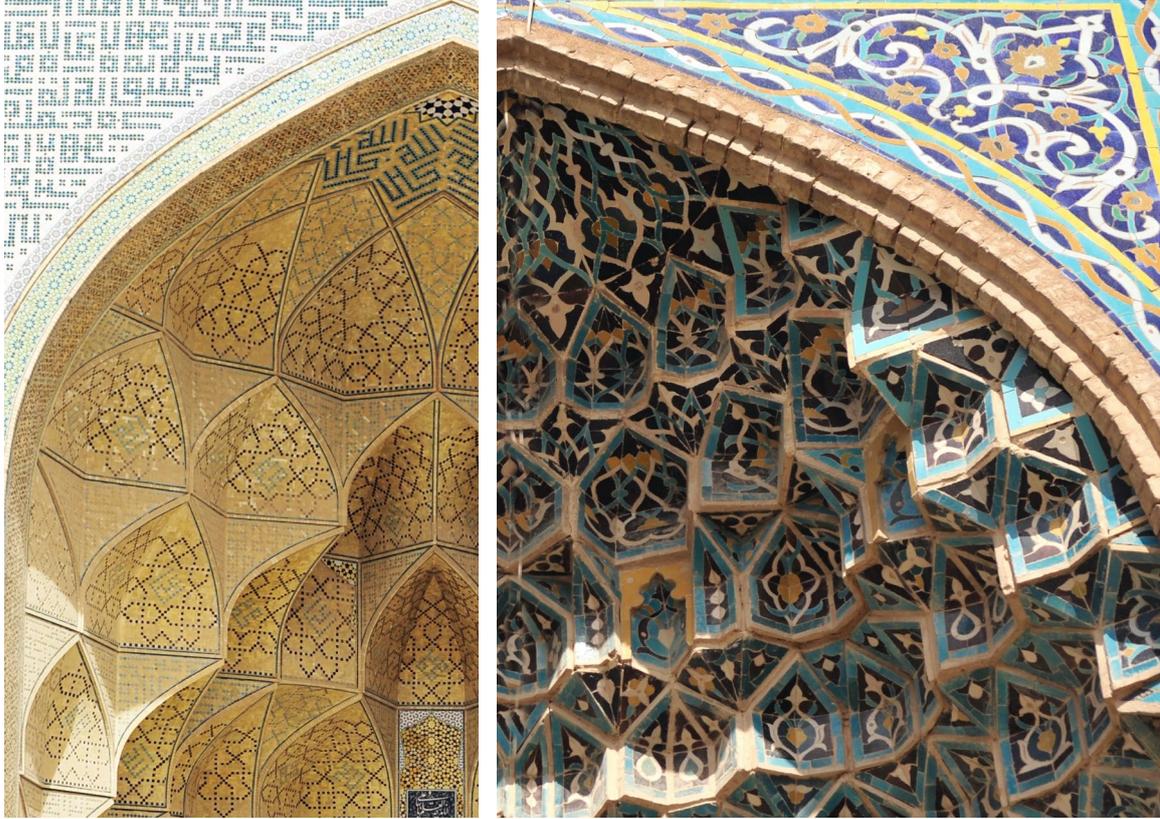


Figure 83. Profil en arc de cercle, grande mosquée d'Ispahan. Profil en arc brisé, mosquée Pāmenār de Kerman.

En définitive, le profil des Muqarnas, malgré quelques variations, représente une constante clairement identifiable. Il constitue un aspect fondamental du Muqarnas. Rappelons toutefois que notre analyse se limite au contexte iranien. En effet, les Muqarnas des autres régions, comme l'Andalousie ou l'Afrique du Nord par exemple, présentent des profils qui sont significativement différents de celui du style iranien.

3.10 Muqarnas structurel ou décoratif ?

Un aspect fondamental du Muqarnas que nous n'avons pas encore abordé est sa dimension structurelle. Même si aujourd'hui il semble évident de considérer le Muqarnas comme un ornement, l'étude de l'évolution historique, ainsi que certaines recherches spécifiques, montrent que la question de sa fonction mérite d'être davantage approfondie.

3.10.1 Patkāneh et Muqarnas

Concernant la fonction, il existe une théorie parmi les chercheurs iraniens qui conduit à diviser les Muqarnas en deux catégories.

C'est Pirnia⁶¹ qui pour la première fois préconise cette distinction. Il met notamment en avant le terme « Patkāneh » pour désigner certains types de Muqarnas « autoporteurs ».

Selon Pirnia, le Patkāneh se distingue des autres Muqarnas par son mode de construction. Pour lui le Muqarnas est un élément suspendu accroché à une voûte. C'est d'ailleurs pour cela qu'on l'appelle aussi [Chafd-Aviz]⁶² qui signifie en persan « suspendu de la voûte ». Le Muqarnas est donc par sa nature suspendu, réalisé du haut vers le bas, c'est-à-dire qu'on commence par la rangée supérieure pour finir sur la rangée la plus basse. À l'opposé du Muqarnas, le Patkāneh est un élément « autoporteur » qui est logiquement réalisé du bas vers le haut. Le Patkāneh est donc une succession de rangées empilées les unes sur les autres. (پیرنیا 1992, 38)

Ainsi, selon Pirnia, c'est la méthode de construction qui différencie le Patkāneh du Muqarnas. Pour autant, même si le Muqarnas, suspendu à la voûte, est toujours ornemental, cela n'implique pas que le Patkāneh ait toujours un caractère structurel. Ce qui est important dans la classification de Pirnia est le fait que le Patkāneh, tout en étant toujours autoporteur, n'est pas nécessairement structurel. La question de savoir si les Patkāneh ont tous un rôle structurel reste ambiguë et Pirnia n'évoque pas précisément les conditions de ce rôle structurel. Même si dans le cas d'une trompe fragmentée que Pirnia cite comme un des premiers exemples de Patkāneh on peut envisager un rôle structurel, il est difficile de déterminer si ces successions de rangées de trompes participent à la descente des charges du dôme. L'intérieur de la trompe de la zone de transition du dôme de la grande mosquée de Golpāyegān est, selon Pirnia, un Patkāneh. Il semblerait que dans cette zone de transition, le principal élément structurel soit l'arc renforcé de la trompe, qui reprend la charge du dôme. L'intérieur du dôme a davantage un rôle de remplissage que celui de supporter des charges.

Critique

Cette distinction entre les Patkāneh et les Muqarnas établie par Pirnia et reprise par d'autres auteurs⁶³, est discutable sur deux points.

Premièrement, le mot Patkāneh pour désigner certains types de Muqarnas est évoqué uniquement par Pirnia. Même si d'autres chercheurs utilisent ce mot, il est plutôt employé pour désigner une méthode de [Goosheh-sazi], qui signifie le traitement de la zone de transition des dômes (Safaeipoor, Memarian, et Bemanian s. d.). C'est donc Pirnia seul qui élargit la définition de ce terme à tout Muqarnas autoporteur. Nous ne trouvons pas d'autres sources qui séparent les Muqarnas selon leurs méthodes de construction. Al-Kāshi, par exemple, ne distingue pas les Muqarnas selon leurs modes constructifs et les classe en quatre types : les simples, les allongés, les courbés et les Shirazi. Dans cette classification, Al-Kāshi fait référence aux anciens Muqarnas d'Ispahan comme exemple de Muqarnas simples. Sachant qu'Al-Kāshi vivait sous les Timourides, les anciens édifices d'Ispahan font probablement référence à l'époque

⁶¹ Mohammad karim Pirnia est un architecte iranien dont les ouvrages sur l'histoire de l'architecture traditionnelle iranienne sont considérés comme des références en Iran.

⁶² چفد آویز

⁶³ Voir (Memarian, Safaeipoor, et Dadkhah s. d. ; Safaeipoor, Memarian, et Bemanian s. d.)

Seldjoukides. Donc il s'agit bien des premiers exemples de Muqarnas Seldjoukides comme l'iwan sud de la grande mosquée d'Ispahan. Ce type de Muqarnas est géométriquement simple. Mais du point de vue constructif, tous les Muqarnas de cette période sont réalisés par encorbellement et sont autoporteurs. Autrement dit, Al-Kāshi fait bien référence à ce type de Muqarnas autoporteurs, et les considère comme des Muqarnas sans utiliser à aucun moment le mot Patkāneh.

Deuxièmement, si l'on retient la définition de Pirnia pour se référer aux éléments empilés comme à des Patkāneh et aux éléments suspendus comme à des Muqarnas, nous parvenons à un paradoxe certain. Car même si dans les premiers exemples de Muqarnas, notamment dans les zones de transition, cette distinction semble valable, Pirnia cite des exemples où la distinction entre Patkāneh et Muqarnas devient très ambiguë. Par exemple, il présente le Muqarnas de la grande mosquée de Varāmin comme un exemple de Patkāneh. Effectivement, il est clair que ce Muqarnas n'est pas suspendu et nous apercevons les briques de construction formant les différentes rangées par empilement. Ce Muqarnas présente une géométrie parfaitement comparable à d'autres types de Muqarnas (suspendus) contemporains ou plus récents. La géométrie du plan, le type d'éléments et même le fait d'être appliqué à la voûte de l'iwan, sont des propriétés que nous retrouvons dans des centaines d'exemples de Muqarnas iraniens.

Un exemple qui montre davantage encore cette ambiguïté est le Muqarnas du tombeau de Taghi-al-Din Dada à Bondarabad. Selon Pirnia, il s'agit également d'un Patkāneh. Mais nous distinguons clairement dans ce Muqarnas de l'époque Timouride la présence d'un grand nombre d'étoiles (éléments plats). Morphologiquement et géométriquement donc, toutes les caractéristiques du Muqarnas Timouride y sont présentes. Il est vraiment difficile de séparer cet édifice des autres Muqarnas Timouride, comme nous pouvons le faire pour celui de la Mosquée Gowharshad de Machhad.



Figure 84. À gauche : Muqarnas du tombeau de Taghi al-Din dada à Bondarabad. À droite : Muqarnas de la mosquée Gowharshad de Machhad.

Le Muqarnas est avant tout une géométrie. Comme le définit très bien Al-Kashi, la géométrie est son essence. Cette géométrie est constituée d'un agencement de plusieurs types d'éléments formant des rangées horizontales. Dans un premier temps, la projection horizontale est tracée et les éléments sont réalisés un par un sur cette base pour finalement être positionnés dans les rangées correspondantes. C'est toute construction suivant ce processus qui est appelée Muqarnas. Certes, la méthode de construction et le fait que le Muqarnas soit suspendu ou autoporteur demeurent des notions importantes, mais cela ne change rien à l'essence du Muqarnas, qui est sa géométrie.

Cette caractérisation s'applique bien aux Muqarnas présents dans d'autres territoires et réalisés en pierre, comme les Muqarnas de Turquie, d'Égypte ou de Syrie. La construction des Muqarnas en pierre est radicalement différente de celle des Muqarnas légers iraniens en brique ou en stuc. Certains de ces Muqarnas sont taillés en pierre et d'autres sont construits par éléments préfabriqués. Cela montre donc qu'il existe bien différentes méthodes de mise en œuvre des Muqarnas, selon les régions et selon les périodes. Mais la logique géométrique (même si on retrouve des variations stylistiques) reste la même dans tous ces territoires et surtout les époques.

Chronologie

En étudiant l'évolution de la fonction du Muqarnas sur le plan historique, on peut mieux comprendre dans quelle mesure les Muqarnas sont autoporteurs ou suspendus. La dimension structurelle des Muqarnas se résume au fait d'être autoporteur ou non. Celui de la Mosquée de Varāmin est un Muqarnas décoratif, mais non suspendu. Nous allons donc distinguer les Muqarnas d'un point de vue chronologique suivant leur mise en œuvre : qu'ils sont suspendus ou autoporteurs.

Les Muqarnas antérieurs au XII^e siècle sont tous des Muqarnas autoporteurs. Le processus de fragmentation de la trompe sassanide jusqu'aux trompes en Muqarnas de la mosquée de Golpāyegān est, du point de vue de la mise en œuvre, très similaire. Les trompes qui se subdivisent de plus en plus entre le V^e siècle et le XII^e siècle sont toutes structurellement autoporteuses. La question de savoir précisément dans chaque cas si les successions de trompes participent directement à la descente des charges ou constituent uniquement un remplissage, et donc ne sont qu'ornementale, est assez complexe à traiter. Cela mériterait une recherche traitant uniquement de ce sujet, ce qui permettrait d'analyser tous les cas en recourant au calcul numérique. En effet il est envisageable que dans le cas du mausolée Samanide de Boukhara, où l'on voit une trompe divisée en deux, celle-ci participe à la descente des charges du dôme vers le mur de la base de l'édifice. Mais dans le cas de la mosquée de Golpāyegān, il est clair que la multiplication des trompes est davantage due à une intention ornementale qu'à une optimisation structurelle.

D'un point de vue général, la dimension structurelle s'atténue en avançant dans le temps. La trompe sassanide qui est une réponse au problème que pose le raccordement du dôme à une base carré est clairement un élément structurel. À l'opposé, pour la trompe en Muqarnas de

Golpāyegān, la fonction structurelle des Muqarnas qui remplissent la trompe est beaucoup moins évidente. Apparemment, la fonction structurelle de la trompe est résolue en renforçant l'arc d'angle, ce qui permet de décharger l'intérieur de la trompe qui peut donc être traité comme une ornementation. L'évolution de la trompe iranienne du V^e au XII^e siècle semble confirmer cette hypothèse. Nous voyons qu'au X^e siècle l'arc de la trompe se renforce, car elle est identifiée comme la partie qui assure la descente des charges. C'est à partir de cette date que l'intérieur de la trompe subit un traitement de plus en plus complexe, avec les trompes tripartites comme pour la grande mosquée d'Ispahan. Finalement, la trompe de Golpāyegān montre la formation d'un Muqarnas classique à l'intérieur de la trompe. C'est un dispositif qui sera repris tout au long des siècles suivants.

Pour analyser la fonction des Muqarnas à partir du XII^e siècle nous ne pouvons pas nous baser sur les logiques du plan comme nous l'avons fait jusqu'ici. Le XII^e siècle correspond à l'époque Seldjoukides qui est l'une des périodes de l'histoire iranienne où l'on trouve le plus d'innovation en architecture. Tous les Muqarnas de l'époque Seldjoukides sont mis en œuvre par empilement et sont donc autoporteurs. Les Muqarnas de cette période, en effet, sont construits principalement en brique, et le poids des briques impose le fait d'être autoporteur.

Que ce soit les petites cellules de la trompe de la grande mosquée de Golpāyegān ou les cellules gigantesques de l'iwan sud de la grande mosquée d'Ispahan, la construction est faite en briques. L'une des singularités de certains Muqarnas de l'époque Seldjoukides, qu'on ne retrouve à aucun autre période, est leur « échelle ». L'iwan sud de la grande mosquée d'Ispahan ainsi que l'iwan ouest⁶⁴ montrent les dimensions excessives des éléments. La hauteur des cellules atteint environ deux mètres. Ces dimensions hors-normes pour un tel élément manifestent clairement la volonté des Seldjoukides de réaliser des « voûtes en Muqarnas structurelles ».

Même si tous les Muqarnas de l'époque Seldjoukides sont autoporteurs, les Muqarnas de petite taille⁶⁵ sont pratiquement toujours appliqués à une voûte. La mosquée de Zuzan (1219) (édifice de l'époque Kharazmshahid) présente clairement des Muqarnas en briques, appliqués sur la voûte de l'iwan. Même si les éléments sont mis en œuvre par empilement, ce type de Muqarnas s'accroche à la voûte sur laquelle il est appliqué. Nous pouvons même aller jusqu'à dire qu'il s'agit plutôt d'un élément purement ornemental. Mais dans le cas des grands Muqarnas de la grande mosquée d'Ispahan, c'est le Muqarnas lui-même qui constitue la voûte. Malgré de multiples restaurations effectuées depuis plusieurs décennies, et comme le souligne avec précision Galdieri (Galdieri 1972), nous constatons, en analysant l'extrados de l'iwan, cette volonté de réaliser un Muqarnas structurel. C'est dans certaines parties de l'iwan sud que nous pouvons voir l'extrados des grandes cellules qui composent le Muqarnas. Le cas de ces deux

⁶⁴ L'iwan ouest est probablement entièrement restauré à l'époque Safavide selon Galdieri (Galdieri 1972), mais le style dans lequel la restauration a été faite est le même que pour les Muqarnas seldjoukides comme celui de l'iwan sud.

⁶⁵ Par petite taille nous désignons l'échelle habituelle des Muqarnas, qui dépasse rarement les trente centimètres pour une cellule.

Muqarnas géants d'Ispahan (iwan sud et iwan ouest) se distinguent, par leur aspect structurel, des autres Muqarnas (supposés autoporteurs) à plus petites échelles, qui sont en réalité accrochés ou supportés par une voûte.



Figure 85. À gauche : extrados de l'iwan ouest de la grande mosquée d'Ispahan. À droite : intrados de l'iwan sud. Des « nervures » apparaissent sur l'extrados qui semblent refléter grossièrement la forme des Muqarnas de l'intrados. Nous voyons ici clairement une tentative de donner aux Muqarnas une fonction structurelle.



Figure 86. Mosquée de Zusan en Iran. L'état dégradé de l'édifice laisse voir la construction du Muqarnas ; il s'agit ici d'un Muqarnas autoporteur intégré à la voûte de l'iwan. Il n'y a pas d'élément de support pour le lier à la voûte © Alain Chassignoux.

La méthode de mise en œuvre par empilement des rangées du bas vers le haut, est présente dans pratiquement tous les Muqarnas de l'époque Seldjoukides et couvre même les Muqarnas Ilkhanides. Un Muqarnas Ilkhanide comme celui de Varāmin (1326) qui est partiellement dégradé montre clairement la mise en œuvre en brique intégrée à la voûte de l'iwan. Il ne s'agit pas d'un Muqarnas suspendu à la voûte. D'autres exemples de Muqarnas Ilkhanide présentent des mises en œuvre similaires à celle de Varāmin, notamment les Muqarnas de Bastam (1313), de Soltaniyeh (1309) et de Sheikh Abd al-Samad de Natanz (1305).



Figure 87. Photo du Muqarnas de la grande mosquée de Varāmin. La construction en brique montre clairement une construction par empilement et non suspendue © Ali Cheraghi.

À partir de l'époque Mozaffaride, où sont introduits des éléments plats et où apparaît le début de la complexification des Muqarnas, on peut observer également un changement dans la mise en œuvre.

Le Muqarnas de la grande mosquée de Yazd (1365) est un exemple où l'on voit très bien qu'il s'agit d'un Muqarnas décoratif attaché à la voûte du portail. Une ancienne photo de ce portail montre quelques rangées du Muqarnas ruiné par un tremblement de terre. Nous pouvons clairement voir qu'il s'agit de cellules de Muqarnas réalisées en stuc, formant des rangées renforcées et supportées par des morceaux de bois sortant de la voûte. Ces morceaux de bois servent également à attacher les rangées de Muqarnas à l'aide de cordes ou de chaînettes pour les maintenir. Cette nouvelle mise en œuvre s'explique logiquement par la complexification de ce type de Muqarnas. En effet, l'arrivée des éléments plats (étoiles) engendre des porte-à-faux considérables. Cette nouvelle morphologie devient donc incompatible avec une construction par empilement et oblige à un renforcement de la structure.

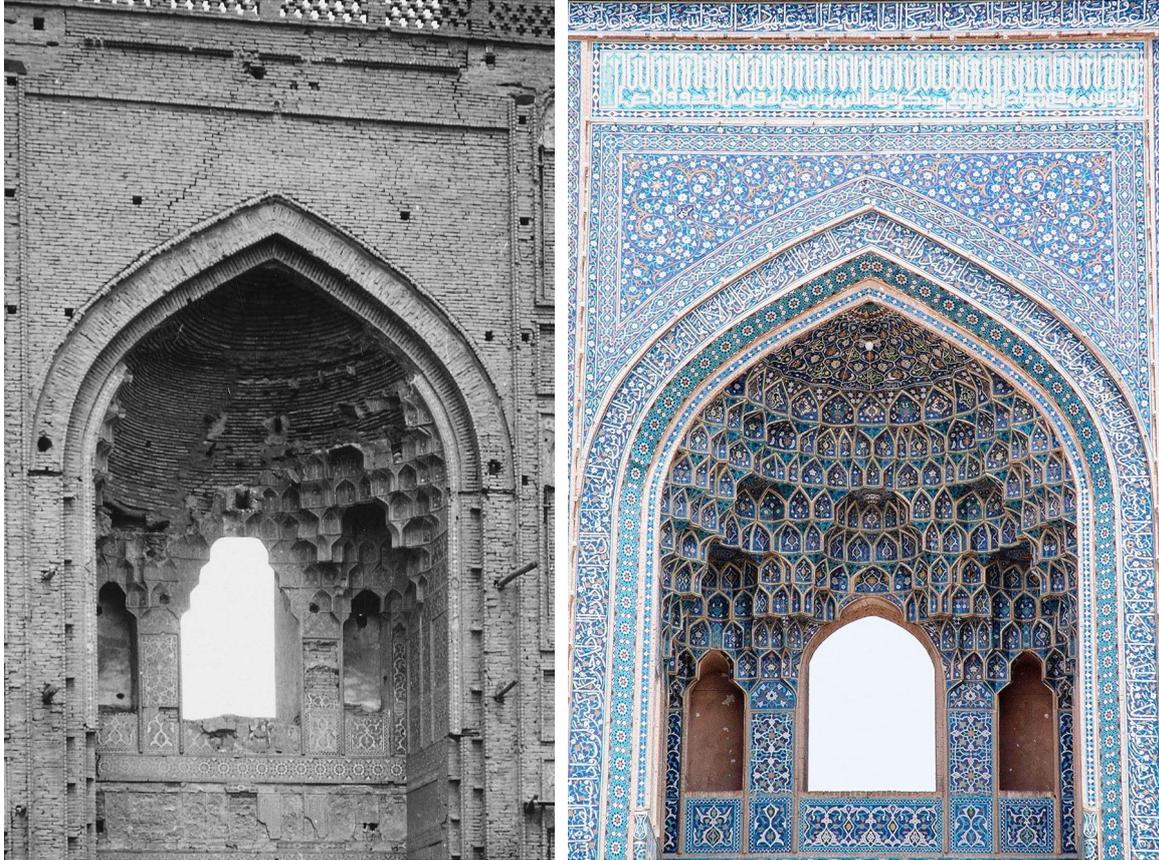


Figure 88. Muqarnas du portail de la grande mosquée de Yazd : À gauche, avant restauration © Robert Byron. À droite, photos de l'après-restauration. L'ancienne photo montre la nature constructive de ce Muqarnas, attaché à la voûte du portail. Les morceaux de bois intégrés à la voûte servent de supports pour les rangées.

Ainsi, la complexification morphologique des Muqarnas modifie leur construction. Cette évolution s'étend de la période Mozaffaride aux périodes Timourides, Safavide et Qadjar. Le Muqarnas prend alors pleinement un aspect ornemental. La densification des Muqarnas et l'utilisation excessive des éléments plats font que le Muqarnas peut n'être qu'ornemental et se transformer en une sorte de couverture attachée à une voûte. Pratiquement partout dans ces périodes on relève la construction de Muqarnas ornementaux, légers, réalisés en stuc et attachés par un système de chaînettes ou de cordes à une voûte. C'est mis en évidence dans le cas des photos de la restauration de l'iwan est de la grande mosquée d'Ispahan. Les analyses de Galdieri montrent qu'il s'agit d'un Muqarnas Safavide, remplaçant un ancien Muqarnas Seldjoukide dégradé (Galdieri 1972). Ces photos permettent donc de comparer les deux systèmes constructifs, autoporteur Seldjoukides et ornemental Safavide. L'extrados du Muqarnas Safavide apparaît clairement et on voit le système de chaînettes recouvert en stuc qui a le rôle de maintenir les éléments. Ce Muqarnas Safavide réalisé en briques doit couvrir une très grande surface et sa géométrie complexe intègre de très grands porte-à-faux qui empêchent d'avoir une structure autoporteuse et affaiblissent le comportement structurel. Nous voyons ainsi sur la photo que c'est précisément sur la limite des étoiles que le Muqarnas s'est effondré.

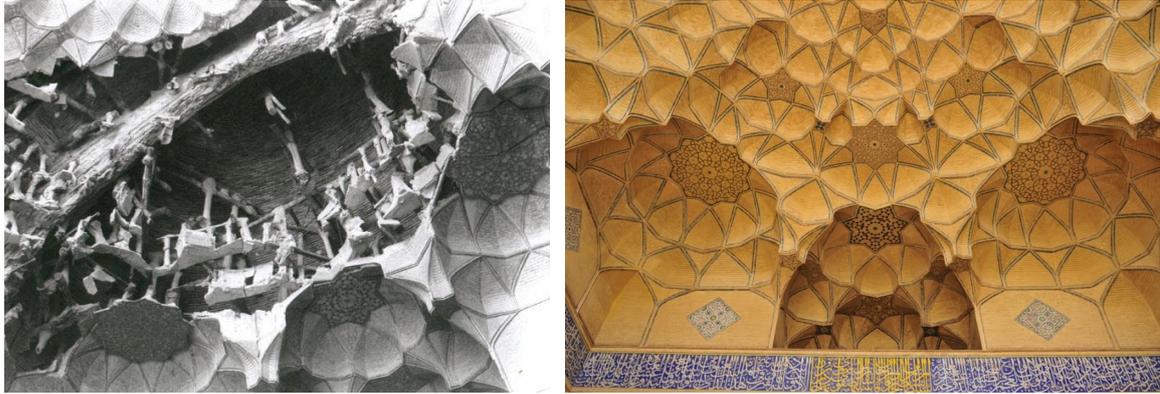


Figure 89. Muqarnas de l'iwan est de la grande mosquée d'Isfahan © Robert Byron. À droite, la photo montre qu'il s'agit d'une construction suspendue et attachée à la voûte de l'iwan. À gauche, la photo prise après les travaux de restaurations.

Les recherches de Galdieri ont mis en évidence la présence de quelques éléments du Muqarnas initial de l'époque Seldjoukides (Galdieri 1972). Derrière l'actuel Muqarnas on peut trouver la trace de plusieurs cellules de grande taille construites dans le même style que celui des éléments de l'iwan sud. On retrouve une construction Seldjoukide en brique, formant de grandes cellules empilées les unes sur les autres. Galdieri a dessiné une coupe de l'iwan est qui montre de façon juxtaposée les Muqarnas des deux époques. Ce qui est très intéressant à souligner dans ce dessin, c'est la relation des Muqarnas avec la voûte de l'iwan. Nous observons que le Muqarnas Seldjoukides est parfaitement intégré à la voûte, et nous pouvons même dire que l'extrados de ce Muqarnas est en réalité l'extrados de la voûte. Il en est de même pour l'iwan sud où nous voyons clairement que c'est précisément les Muqarnas qui forment la voûte et l'extrados des Muqarnas apparaît derrière l'iwan. Ce qui signifie qu'il s'agit d'une « structure en Muqarnas » ou la voûte de l'iwan est en réalité constituée par une succession d'élément en Muqarnas. À l'inverse, dans la coupe dessinée par Galdieri, on retrouve une polyligne en pointillé qui représente la limite du nouveau Muqarnas Safavide. Il se détache complètement de la voûte de l'iwan et forme d'une certaine manière une « double coque ». Cet espace vide entre le nouveau Muqarnas et la voûte est réservé aux chaînettes qui permettent de maintenir les éléments (purement décoratifs) de ce « faux-plafond ».

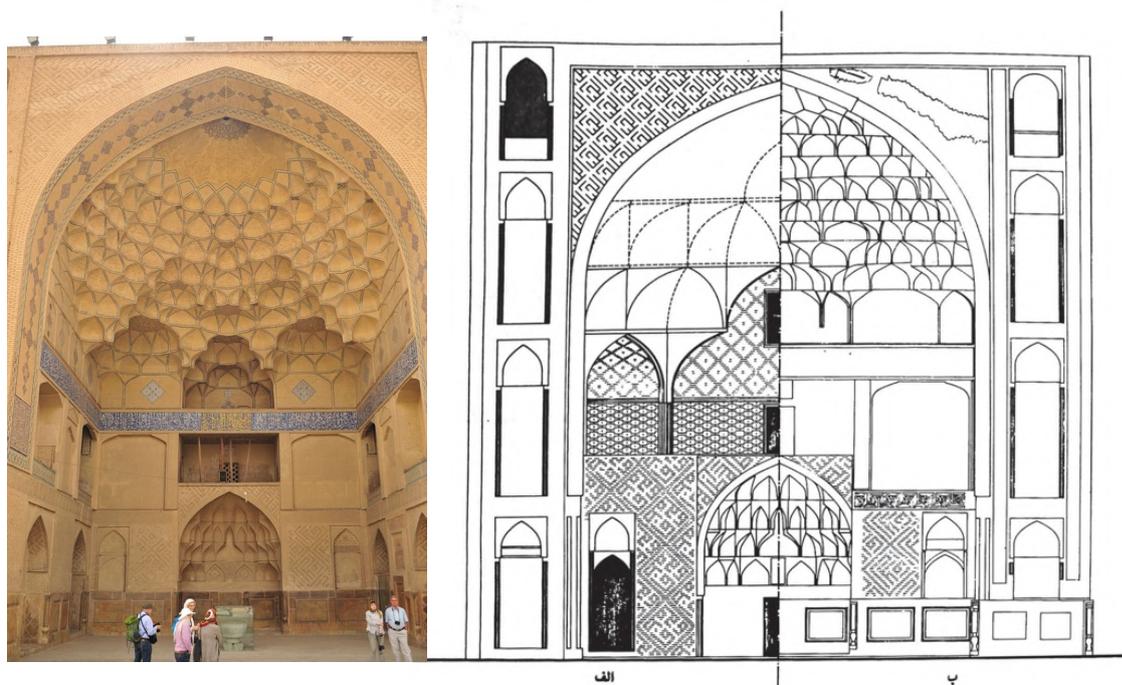
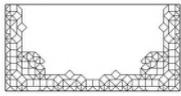
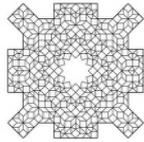
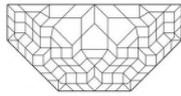
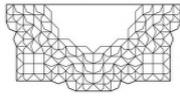
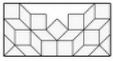
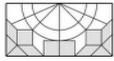
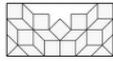
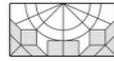
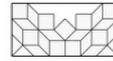
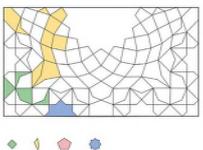
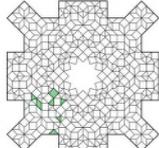
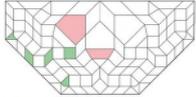
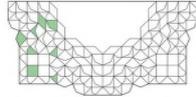


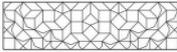
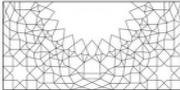
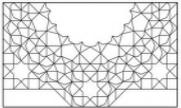
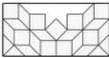
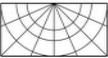
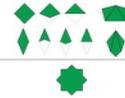
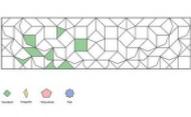
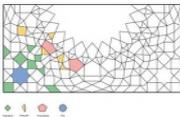
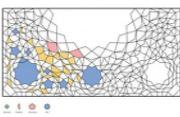
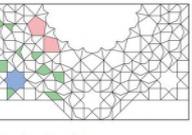
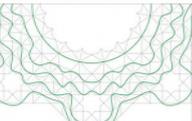
Figure 90. En haut à gauche : photo du Muqarnas de l'iwan est de la grande mosquée d'Ispahan. En haut à droite : élévation montrant l'iwan de l'époque Seldjoukides avec ses grandes cellules et l'état actuel après la rénovation de l'époque Safavide. En bas : coupe de l'iwan, où les deux rangées de Muqarnas représentées sont les Muqarnas initiaux de l'époque Seldjoukides. La silhouette du Muqarnas de l'époque Safavide est montrée en pointillé. L'espace vide entre le nouveau Muqarnas et la voûte de l'iwan est le résultat du changement de construction, avec le passage d'une structure autoporteuse à une structure décorative et suspendue à la voûte qu'on peut considérer comme un faux-plafond. La coupe et l'élévation ont été dessinées par Galdieri (Galdieri 1972).

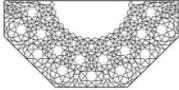
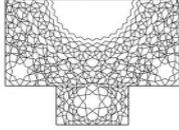
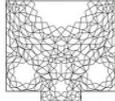
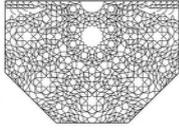
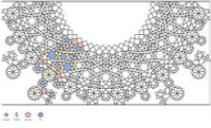
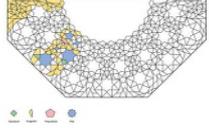
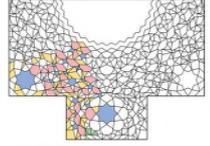
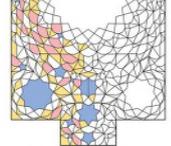
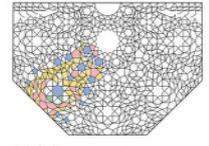
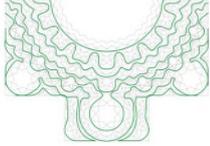
Cette étude du système constructif et de la mise en œuvre des Muqarnas de l'époque Timouride jusqu'aux Muqarnas Qâdjârs montre que, bien que la taille, la complexité ou même le matériau soient différents, les Muqarnas de ces époques assument leurs caractères purement décoratifs. On peut donc bien parler de « faux-plafond » souvent suspendus aux voûtes qui les supportent, une sorte de double peau au rôle purement décoratif.

3.11 Time-Line

Date	1055	1105	1134	1121-1157	1121-1157
Lieu	Gonbad-e-Ali à Abarqu	Grande Mosquée de Golpayegan / Trompe	Grande Mosquée de Barsian / Mehrab	Grande Mosquée d'Ispahan / Iwan sud	Grande Mosquée d'Ispahan / Iwan Ouest
Période	Seldjoukide	Seldjoukide	Seldjoukide	Seldjoukide	Seldjoukide
Photo					
plan					
Géométrie du plan					
éléments					
nature des éléments					
Courbes de niveau					
Profil					

1219	1305	1305	1309	1313
Mosquée de Zuzan / Iwan est	Grande mosquée de Natanz / Portail	Grande mosquée de Natanz / Dôme	Dôme Soltanieh / intérieur	Mausolée Bayazid Bastami / Portail
Kharazmshahide	Ilkhanide	Ilkhanide	Ilkhanide	Ilkhanide
				
				
				
				
				
				
				

1326	1340	1349	1365* (Takahashi : 1442?)	1390
Grande Mosquée de Varamin / Iwan	Mausolée Baba Ghasem / Portail	Grande Mosquée de Kerman / Portail nord	Grande mosquée de Yazd / Portail	Mosquée Pamenar de Kerman / Portail
Ilkhanide	Ilkhanide	Mozaffaride	Mozaffaride	Mozaffaride
				
				
				
				
				
				
				

1418	1473	1638	1666-1693	1876
Mosquée Goharshad de Mashhad / Iwan ?	Complexe Taghi-al-din Dada à Bonder Abad	Mosquée Imam d'Ispahan / Portail	Grande Mosquée d'Ispahan / Iwan Est	Mosquée Nasir-al-Molk de Shiraz / Iwan sud
Timouride	Timouride	Safavide	Safavide	Qajar
				
				
				
				
				
				
				

3.12 Conclusion

Nous avons analysé la géométrie du Muqarnas et son évolution du XII^e au XIX^e siècle en nous appuyant sur une vingtaine de cas remarquables. L'étude de la géométrie du plan a permis de distinguer deux logiques géométriques majeures : la logique de pavage et la logique radiale. Mais cette classification des Muqarnas selon leurs logiques de plan doit être complétée et nuancée quand on prend en compte d'autres critères d'analyse. En effet, nous avons vu que c'est en réalité la transformation de la logique de plan qui est à l'origine de l'apparition des éléments irréguliers dans les Muqarnas à partir du XIV^e siècle. Nous avons également mis en évidence que l'apparition des éléments plats intervient chronologiquement au même moment que l'arrivée de la logique radiale. L'analyse des plans de Muqarnas sur la base des courbes de niveau nous a aussi permis d'avoir une lecture plus claire de la complexification des Muqarnas. En effet, les courbes de niveaux nous informent sur les variations morphologiques des Muqarnas, en révélant les types d'agencements des éléments. Dans les Muqarnas tardifs safavides, nous avons montré clairement la complexification des courbes de niveaux du fait de l'intégration d'un grand nombre d'éléments plats (étoiles).

Enfin, nous avons abordé la question structurelle des Muqarnas. Nous avons vu qu'il est plus juste de qualifier certains Muqarnas « d'autoporteurs » plutôt que de « structurels » quand ils ne participent pas pleinement à la structure des édifices. Nous avons donc opposé les Muqarnas autoporteurs aux Muqarnas suspendus et purement décoratifs. Les premiers Muqarnas, notamment ceux de la période seldjoukide, étaient pratiquement tous autoporteurs. C'est au fil du temps que les Muqarnas autoporteurs ont donné place aux Muqarnas purement décoratifs. Nous avons également souligné le lien entre la complexification morphologique des Muqarnas et leurs fonctions décoratives.

Nous pouvons donc résumer l'évolution géométrique de Muqarnas de la façon suivante :

Critères	Observation
Géométrie du plan	Vers plus de complexification en passant de la logique pavage à la logique radiale.
Éléments	<ul style="list-style-type: none"> - Les éléments sont standard dans la logique de pavage. La logique radiale combinée à l'introduction des éléments plats fait émerger des éléments irréguliers dans les Muqarnas à partir du XV^e siècle. - Les Muqarnas sont de plus en plus denses.
Courbes de niveaux	Les courbes sont de plus en plus complexes. L'impact des éléments plats est considérable dans la « perturbation » des courbes de niveaux.
Profil (Morphologie des éléments)	Constant
Structure	Du Muqarnas autoporteur (avant le XIII ^e siècle) jusqu'au Muqarnas purement décoratif (suspendu).

PARTIE II

[MODÉLISATIONS PARAMÉTRIQUES]

Dans cette partie, nous cherchons à générer de nouveau Muqarnas à l'aide d'algorithmes génératifs. Pour cela, nous allons utiliser les logiciels Rhinoceros et Grasshopper⁶⁶, avec lesquelles nous allons créer des modèles paramétriques de Muqarnas. Dans le cadre de cette recherche, nous voulons créer des modèles paramétriques en lien avec l'étude du développement des Muqarnas opérée dans la partie précédente. Rappelons que selon notre hypothèse, la lecture de l'évolution historique nous permet de structurer le cadre de recherche pour la réinterprétation numérique.

Prenant en compte les conclusions de la partie précédente, nous pouvons donc tracer les grandes lignes de cette recherche numérique de nouveaux Muqarnas.

Il s'agit de définir des modèles paramétriques, permettant de varier les paramètres modifiables en vue d'offrir un large domaine de possibilité morphologique aux nouveaux modèles. En rapport avec le développement historique, nous avons besoin de clarifier les principes géométriques et morphologiques qui influenceront et orienteront la définition des algorithmes de cette partie.

En pratique, il s'agit de délimiter notre champ de recherche en déterminant les paramètres « variables » et « invariables » avec lesquels nous allons concevoir les modèles paramétriques. Nous définissons ainsi ces paramètres :

Invariables

- **Profil des éléments**
- **Cellules et éléments intermédiaires**

Comme nous l'avons montré dans le développement historique, c'est en réalité la forme de la cellule fondamentale du Muqarnas qui est constante, car la courbe de profil détermine la morphologie de l'élément. Nous considérons donc cet aspect comme un aspect fondamental du Muqarnas qui le caractérise et qui sera repris dans toutes nos approches génératives. Ainsi, les deux types d'éléments (la cellule et l'élément intermédiaire) qui composent le Muqarnas traditionnel seront conservés.

Variables

- **Forme globale du Muqarnas**
- **Densité des éléments**
- **Agencement des éléments**

⁶⁶ Nous avons utilisé dans cette recherche d'autres plugin s'intégrant au à la plateforme Grasshopper tels que *Kangaroo Physics*, *Karamba 3D*, *Hoopsnake*, *Lunchbox*, *Human* et *Bullant*. Ces plugins sont installés via le site www.foodforrhino.com

La chronologie de l'évolution nous a montré que les Muqarnas se sont progressivement complexifiés. Cette complexification constitue donc un aspect important pour l'orientation de nos recherches. Concrètement, c'est avec des variations apportées au niveau de la géométrie globale du plan, de l'agencement des éléments, du type d'éléments et de la densité des éléments que les Muqarnas se sont enrichis et complexifiés d'un point de vue géométrique. Nous allons donc garder ce principe de complexification pour trouver des algorithmes génératifs permettant de créer de nouveaux Muqarnas. Dans ce cadre, nous pourrions reconsidérer et réinterpréter avec une grande liberté la forme globale du Muqarnas, la densité des éléments ainsi que le type d'agencements entre les éléments.

Nous allons donc dans cette partie exposer plusieurs approches génératives pour la création de nouveaux Muqarnas. Nous présenterons les potentialités de chaque modèle paramétrique en faisant varier les paramètres et nous montrerons les limites de ces définitions algorithmiques.

4. Principes génératifs

Nous allons dans cette section déterminer le principe génératif que nous allons mobiliser et développer dans toutes les modèles paramétriques dans la suite de la recherche. Dans ce cadre, nous allons faire une lecture originale des Muqarnas par « blocs », ce qui nous permet de mettre en place un algorithme génératif pour créer de nouveau Muqarnas. Cette définition est donc fondamentale dans cette réinterprétation numérique, car nous l'utiliserons dans chaque définition pour engendrer les Muqarnas. Nous allons aussi montrer deux approches différentes (surfactive et projective) pour générer des Muqarnas par blocs.

4.1 Définition des blocs

Comme nous avons eu l'occasion de le voir, l'une des difficultés d'interprétation du plan des Muqarnas traditionnels est de repérer et lire les « niveaux » sur le plan et à définir le niveau auquel chaque élément appartient. Cette étude analytique a été facilitée en utilisant le corpus de Shiro Takahashi⁶⁷ qui a construit une base de données des Muqarnas dans le monde. Nous retrouvons dans cette base un grand nombre de plan de Muqarnas avec une légende ou l'on peut distinguer les différents niveaux du Muqarnas. Cette base de données a été fondamentale dans différentes parties de cette recherche.

⁶⁷ <http://www.shiro1000.jp/Muqarnas/default.htm>

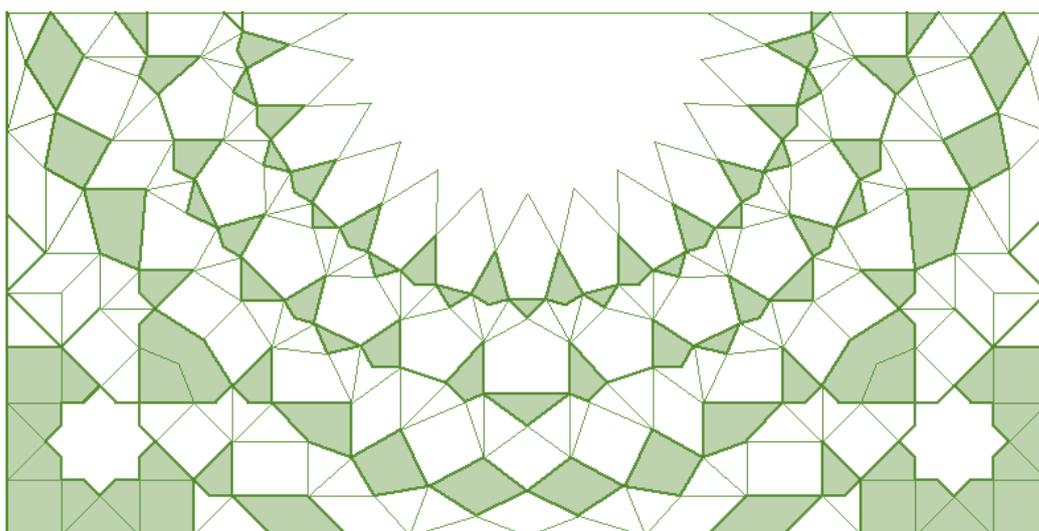
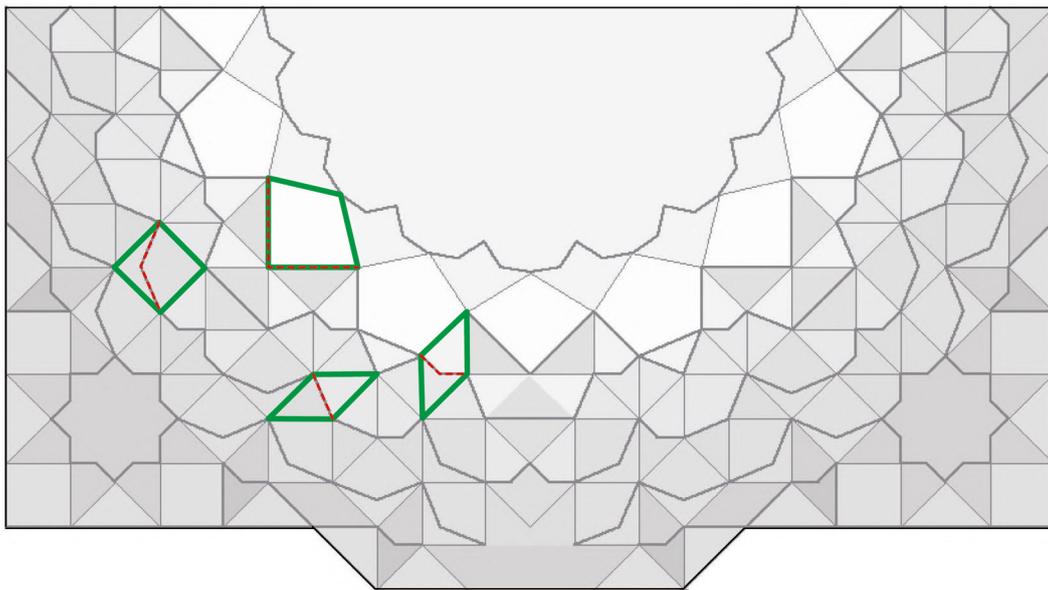
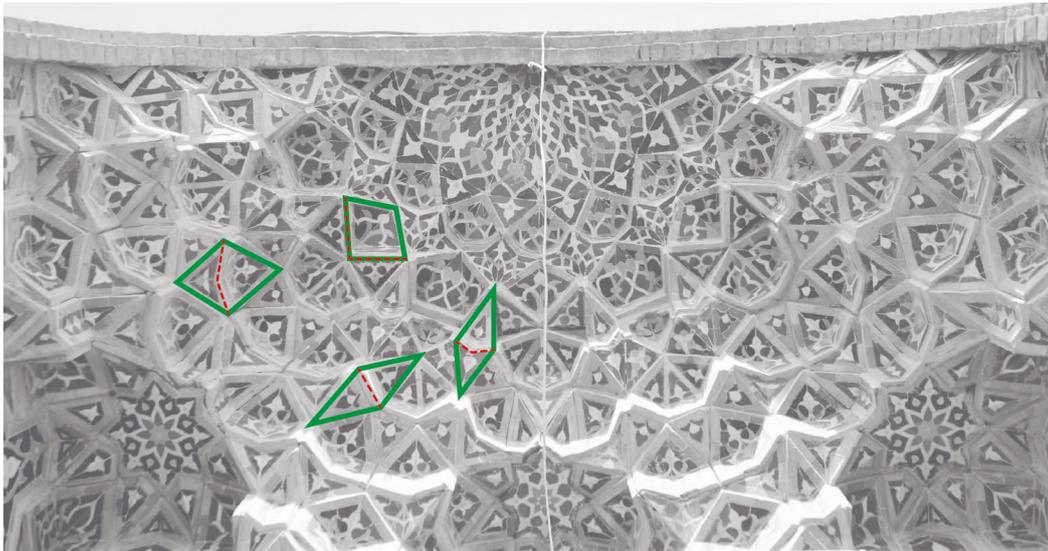


Figure 91. À gauche : Muqarnas de la grande mosquée de Kerman, Iran. À droite : analyse du plan montrant les niveaux.

En étudiant et en comparant plusieurs plans de Muqarnas, nous pouvons déduire que chaque niveau du Muqarnas est composé d'un enchaînement de plusieurs blocs. Ces blocs sont en réalité composés d'une cellule et d'un élément intermédiaire. Chaque bloc est positionné sur deux niveaux du Muqarnas. Ainsi, la cellule occupe le niveau supérieur et l'élément intermédiaire qui lui est rattaché est situé sur le niveau inférieur.



- Bloc
- Séparatrice de la cellules et de l'élément intermédiaire

Figure 92. Lecture des Muqarnas par « bloc »

Selon les analyses effectuées sur les Muqarnas persans, ces blocs varient en fonction de la forme de l'élément intermédiaire. C'est-à-dire que la projection horizontale de ces blocs est toujours un quadrilatère (losange ou carré) et ce qui permet de distinguer les différentes familles de blocs c'est la projection sur le plan de l'élément intermédiaire. La projection de l'élément intermédiaire peut donc être soit une fléchette, soit un triangle, soit un losange ou bien être représentée par deux segments (confondus avec les deux côtés du quadrilatère global). Cette nouvelle interprétation des éléments est fondamentale, car elle permet de définir

de façon paramétrique un bloc de Muqarnas, ce qui donne la possibilité de générer des éléments très variés et d'en contrôler la génération. Pour définir un bloc paramétrique, nous devons dans un premier temps tracer la diagonale du quadrilatère. Soulignons que cette diagonale relie le sommet du bloc à sa base, autrement dit qu'elle est la projection d'une ligne reliant le point le plus haut du bloc au point le plus bas. Ensuite, nous devons positionner un point sur cette diagonale. En reliant les deux autres sommets du quadrilatère à ce point, nous définissons en réalité la séparatrice entre la cellule et l'élément intermédiaire.

Ainsi, nous voyons que la variation de la position de ce point (M) permet d'obtenir différentes configurations de bloc. La position du point M est définie par un paramètre t variant entre 0 et 1. Par exemple, quand $t = 0,3$, nous obtenons un cerf-volant comme cellule et une fléchette comme élément intermédiaire. Autre exemple, quand $t = 0$, la projection de la cellule est identique au quadrilatère du bloc, et dans ce cas, l'élément intermédiaire se réduit à une surface verticale découpée.

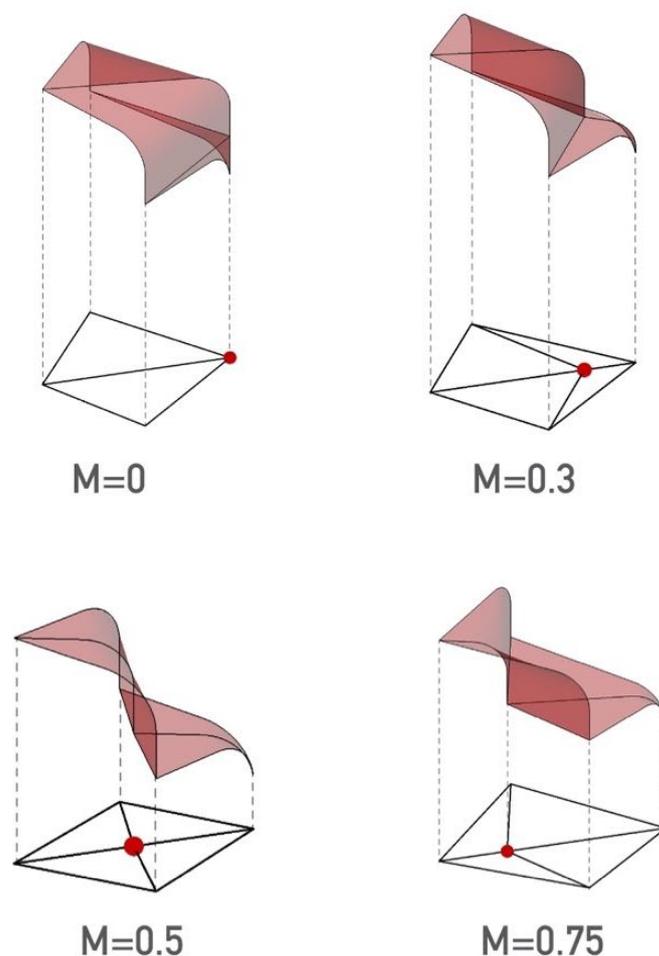


Figure 93. Les différentes familles de blocs, générées en fonction de la position du point M (sur la diagonale).

4.2 Approche projective : courbes de niveau

Dans cette première recherche d'algorithme génératif pour créer des modèles paramétriques de Muqarnas, nous allons nous inspirer de la méthode traditionnelle, où le tracé du plan est l'étape fondamentale. Comme nous l'avons montré, à partir du XIV^e siècle, les architectes ont constamment cherché à complexifier et à varier la géométrie des Muqarnas. C'est la maîtrise et l'enrichissement de la géométrie du plan qui a permis cette diversification morphologique des Muqarnas. Ainsi, dans le but de créer de nouvelles typologies de Muqarnas, la problématique principale a été la complexification de la géométrie et la variation de l'agencement des éléments. Cela a abouti au développement d'une approche générative qui, sur la base de la méthode traditionnelle – c'est-à-dire le traçage du plan –, permet de générer des Muqarnas morphologiquement plus variés et plus complexes.

4.2.1 Les courbes de niveau

Quand on fait une lecture du Muqarnas par blocs, la projection horizontale des lignes séparatrices des niveaux apparaît comme fondamentale. Ainsi, une fois appréhendée la logique de génération des blocs, il faut parvenir à organiser un agencement de ces blocs de façon à ce qu'ils forment un Muqarnas, c'est-à-dire de les placer au bon niveau.

Ce problème peut être surmonté en générant le nouveau Muqarnas à partir des courbes de niveau. Ces courbes ne sont pas les polygones séparant les niveaux sur le plan, mais sont les courbes qui relient les centres des blocs de chaque niveau. Ces courbes de niveau constituent le paramètre de base pour la génération du Muqarnas. Le nombre de ces courbes détermine le nombre de niveaux.

Nous pouvons remarquer que sur les Muqarnas traditionnels l'orientation des blocs sur la courbe de niveau est variée. Nous examinerons plus tard cette variation en abordant la complexification.

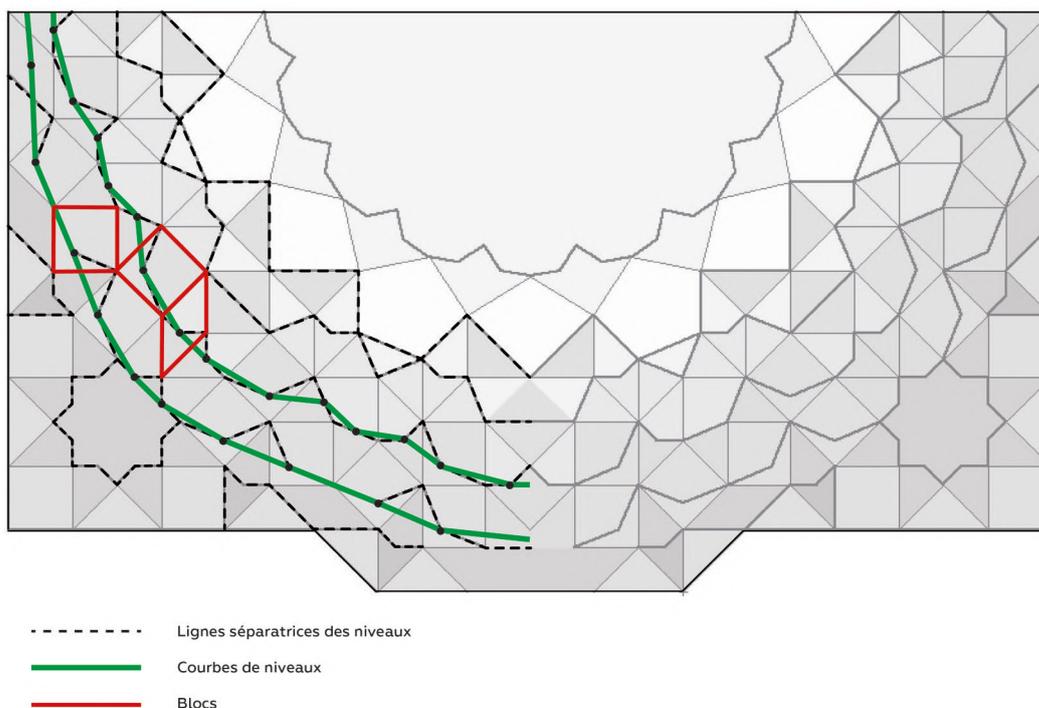


Figure 94. Analyse des courbes de niveau.

4.2.2 Génération du plan

Après avoir créé les courbes de niveau, il s'agit de générer les blocs (quadrilatères) sur la base de ces courbes. Il existe sans doute plusieurs solutions pour générer ces blocs, mais la méthode choisie dans le cadre de cette recherche est celle qui prévoit de diviser la première courbe (à l'extrémité du plan) en plusieurs segments. Les autres courbes de niveau vont être divisées à partir de la première courbe, en identifiant sur chaque courbe le point le plus proche de chaque point de la première courbe.

L'étape suivante consiste à tracer les quadrilatères entre deux courbes de niveau. Il faut rappeler que la forme de ces quadrilatères dépend de la forme des courbes et qu'ils peuvent être tous différents, à la différence des Muqarnas traditionnels où il n'existe historiquement que huit types d'éléments. Ensuite, une fois le plan couvert par ces blocs, il faut distinguer la cellule de l'élément intermédiaire dans chaque bloc. Cette phase est la plus importante, car elle rend possible la diversification des éléments et évite le fait d'avoir une forme régulière composée de blocs identiques. Il s'agit donc de créer les quatre familles de blocs sur la base des quadrilatères. Cela est possible en modifiant la position du point M situé sur la diagonale des quadrilatères. On a retenu pour le paramètre t les valeurs 0, 0,30, 0,50 et 0,75.⁶⁸

⁶⁸ Les valeurs 0, 0,30, 0,50 et 0,75 ont été choisies pour se rapprocher des quatre typologies de blocs de Muqarnas traditionnels. Il est évident que toute valeur entre 0 et 1 pourrait être prise comme position du point M pour former le bloc.

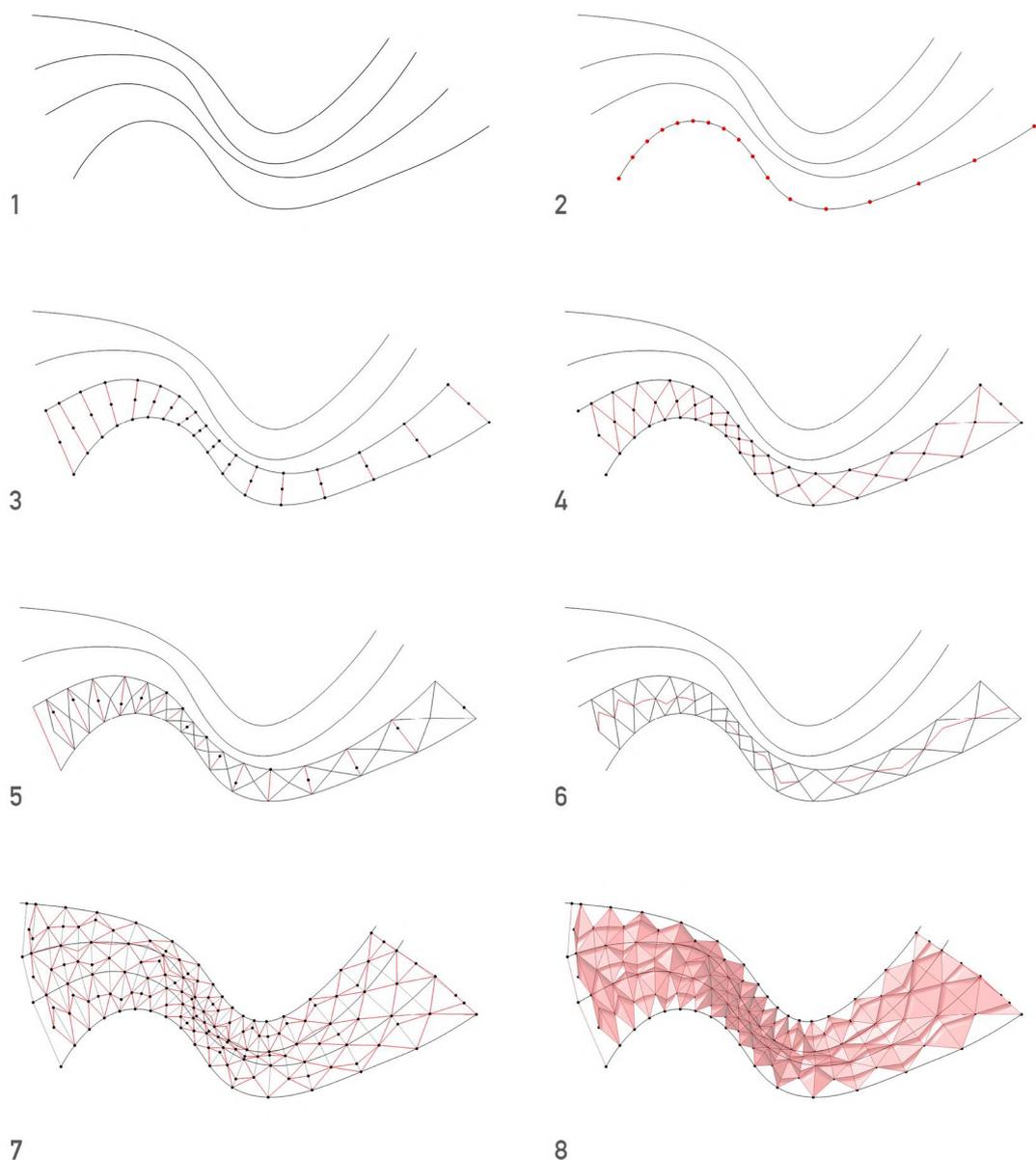


Figure 95. Les différentes étapes de la génération du plan

Une fois les éléments générés sur la base des blocs, il ne reste qu'à les déplacer verticalement pour les placer au niveau correspondant.

Cette simple variation du point M sur la diagonale permet de différencier la morphologie des blocs, ce qui les rend très proches de la variété des éléments observés dans un Muqarnas traditionnel. En plus de cette variété, le fait de pouvoir générer le tracé bidimensionnel du Muqarnas à partir des courbes paramétriques permet aussi de gérer la morphologie globale de la forme, et de déterminer la dimension des blocs. Grâce à cette approche, il est donc possible

de générer de nouveaux types de Muqarnas avec une grande liberté sur la forme globale, qui n'est plus nécessairement concentrique, comme c'est le cas pour les Muqarnas traditionnels. En outre, cette approche permet de paramétrer le nombre de blocs de chaque niveau.

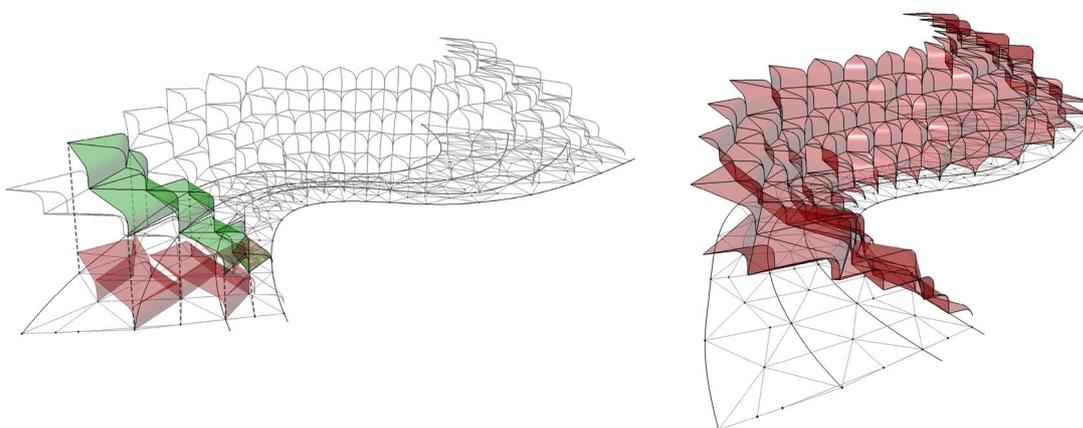


Figure 96. À gauche : déplacement des blocs vers les niveaux correspondants. À droite : modélisation finale du Muqarnas

4.3 Approche surfacique

Nous allons maintenant présenter une autre approche de génération de Muqarnas. L'objectif dans cette démarche est de sortir du cadre des méthodes traditionnelles de la construction du Muqarnas qui consistent à dessiner dans un premier temps la projection horizontale (le plan) et à construire ensuite le volume de chaque élément à partir de ce dessin plan. Nous cherchons donc une méthode alternative de génération de Muqarnas qui soit indépendante du traçage du plan.

Cette réflexion a abouti à une approche de génération à partir d'une surface non plane. Le but de cette approche est de générer des éléments de Muqarnas directement sur la surface qui représente la forme globale de la voûte ou de la toiture.

4.3.1 Discrétisation de la surface

Étant donné que cette approche se développe à partir d'une surface, la première étape consiste à générer une surface quelconque. Comme les cellules des Muqarnas sont basées en général sur des quadrilatères (dérivés du carré et du losange), la logique est de diviser cette surface en sous-surfaces en forme de losanges (quadrilatères) pour finalement pouvoir les

transformer en éléments de Muqarnas. Autrement dit, nous procédons à une discrétisation de la surface en découpant la surface par un pavage composé de losanges. Ainsi, nous définissons un pavage ou un maillage sur la surface, composé de « tuiles » ou de « pavés » en forme de losange⁶⁹.

Pour construire ce maillage en losanges sur la surface, il faut définir un ensemble de points sur cette surface générée par l'intersection de deux réseaux de courbes isoparamétriques (U et V) de la surface. Ensuite un point sur deux des courbes du réseau U a été supprimé afin de transformer cette « grille rectangulaire » en maillage construit à partir de quatre points définissant un losange.

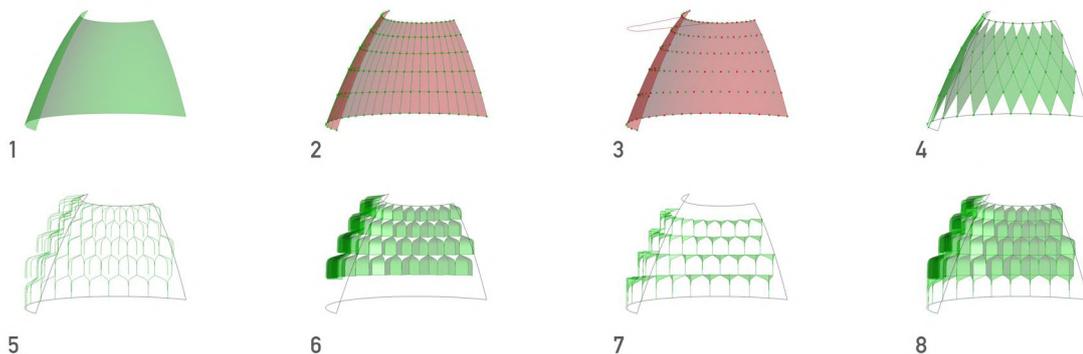


Figure 97. Processus de génération de Muqarnas à partir d'une surface

4.3.2 Construction des éléments sur la base des tuiles

Une fois que la surface a été découpée en tuiles en forme de losanges, nous avons opéré afin de les transformer en éléments de Muqarnas. Comme il a été expliqué au début, une cellule de Muqarnas est formée par une surface générée à partir de trois courbes. Il en est de même concernant les éléments intermédiaires. Ainsi, afin de créer un bloc simple de Muqarnas (une cellule et un élément intermédiaire) sur la base d'une tuile en forme de losange (ou un quadrilatère) il faut construire ces trois courbes sur deux des côtés et sur la grande diagonale des quadrilatères. Concernant la grande courbe, elle sera construite dans le plan vertical qui est défini par les points A, C et la projection horizontale de A. Le point de départ de cette courbe est le point E créé par la translation du point C du vecteur Z1 (composant Z du vecteur CO).

⁶⁹ Les tuiles en forme de losange ne sont pas toujours rigoureusement des losanges au sens géométrique. Nous pouvons donc dire qu'il s'agit de « quadrilatères » en forme de losange. C'est la morphologie de la surface qui détermine si les losanges sont « réguliers » ou « irréguliers ».

Ainsi, il est possible de construire la courbe entre les deux points E et A selon la méthode traditionnelle expliquée par Al-Kashi. Les deux autres courbes, quant à elles, sont construites sur la base des côtés AB et AD. La cellule peut être générée à partir de ces trois courbes. Ensuite, pour compléter le bloc de Muqarnas il faut créer deux autres courbes sur la base de BC, DA et le segment de droite EC, ces deux courbes et ce segment permettent la construction de l'élément intermédiaire du bloc. Ainsi, l'application de ce processus sur l'ensemble des tuiles de la surface permet de créer un ensemble de Muqarnas composé de ce type de blocs.

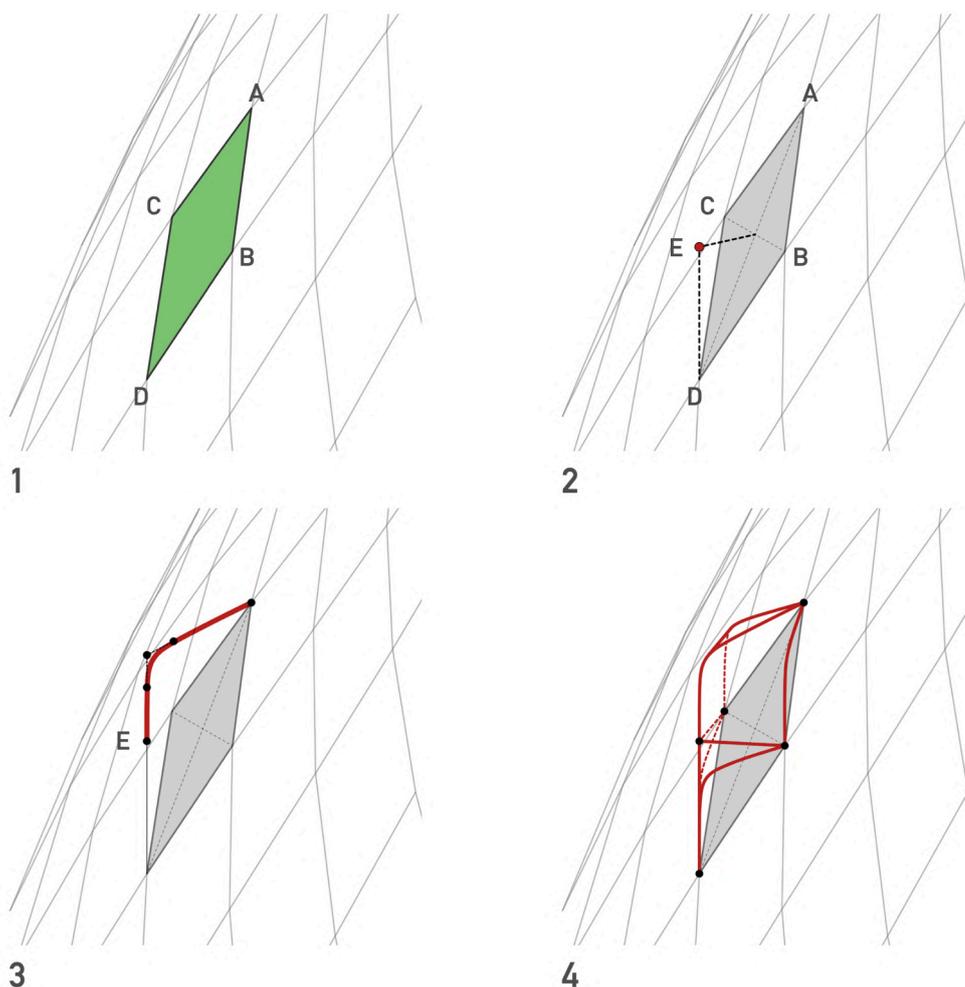


Figure 98. Construction d'un bloc de Muqarnas sur la base d'une tuile en forme de losange

4.3.3 Adaptation des cellules aux caractéristiques locales de la surface

Cet algorithme nous permet donc de générer des Muqarnas sur une surface. Ainsi, nous pouvons explorer la création de Muqarnas sur des surfaces morphologiquement plus complexes. En observant des surfaces où l'on remarque un changement de courbure, il est

intéressant de noter que les éléments s'adaptent à ces changements. Par exemple, dans une surface avec un changement de courbure horizontale (avec une inflexion), nous remarquons que le sens des cellules s'inverse progressivement par rapport à la zone d'inflexion. Nous pouvons voir cette propriété partout où nous avons des changements de courbures, qu'elles soient horizontales ou verticales.

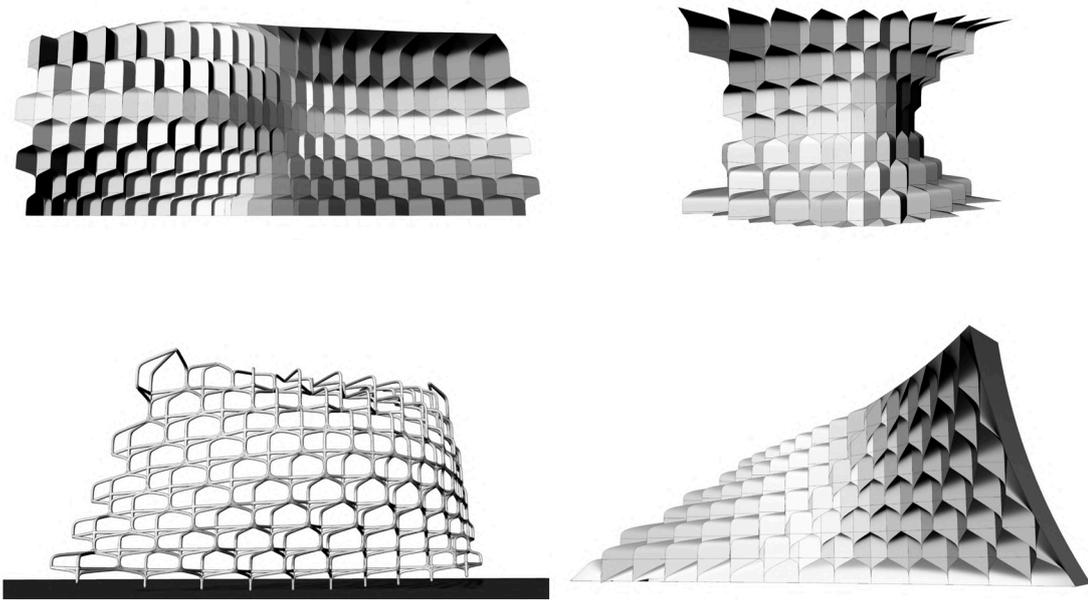


Figure 99. Différents Muqarnas générés par l'algorithme mis en place. Les éléments s'adaptent au changement de courbure des surfaces.

5. Approche surfacique : Développement

5.1 Connexion

Quelle que soit l'approche générative adoptée, pour passer à la modélisation des Muqarnas, ou plus précisément la construction des Muqarnas sur la base de blocs, la question de la vérification de la connexion se pose. Comme expliqué précédemment, les Muqarnas sont des cellules « orientées ». En effet, le bloc est toujours constitué d'un sommet (le point haut de la cellule) et d'une base (la pointe de l'élément intermédiaire). Cette propriété offre au Muqarnas une richesse géométrique et morphologique qui le différencie d'autres types d'ornementations, mais, dans le cadre de notre démarche, cela complexifie le travail d'analyse et de génération. Dans ce chapitre, nous allons donc examiner les différentes situations de connexion entre les éléments afin de comprendre les contraintes qu'imposent ces conditions géométriques d'agencement aux approches génératives élaborées.

5.1.1 Lecture des Muqarnas traditionnelles

Nous pouvons remarquer cette complexité liée à l'orientation des éléments en observant les plans anciens de Muqarnas traditionnels.

En étudiant les plans de Muqarnas du rouleau de Topkapi⁷⁰, nous apercevons dans un premier temps l'emploi de couleurs et de textures pour distinguer certains éléments. En observant de plus près les éléments colorés, nous en déduisons que ce marquage a été fait probablement dans le but de clarifier deux choses : la nature de l'élément et le niveau correspondant.

En effet, sans cette distinction graphique, il serait difficile dans certains cas de déterminer la nature de l'élément (cellule ou élément intermédiaire) et aussi de définir à quel niveau cet élément appartient. Avec le développement des Muqarnas à partir du XIV^e siècle, la géométrie a été de plus en plus complexifiée notamment avec l'apparition des éléments en forme d'étoile (éléments plats), formant des centres secondaires dans la géométrie globale du Muqarnas. La variation apportée à l'agencement des éléments adjacents a aussi contribué à cet enrichissement géométrique. Ainsi, avec ces apports, la question de l'agencement et de la

⁷⁰ Le rouleau Topkapi est un rouleau de 33 cm de largeur et de 29,5 m de longueur totale. Ce rouleau a vraisemblablement été réalisé en Iran pendant la dynastie Safavide à la fin du XV^e siècle ou au début du XVI^e siècle. Le rouleau comprend 114 motifs géométriques dessinés à l'encre et au colorant. Il présente des ornements décoratifs trouvés sur les murs et les dômes de structures construites entre le X^e et le XVI^e siècle sous la dynastie des Timourides. C'était un guide pour la conception des formes ou des éléments tels que les Muqarnas complexes, le Gereh, les panneaux de mosaïque ou les tuiles colorées. Le parchemin ne mentionne pas comment ces motifs étaient construits et n'a pas de date ni de signature (Necipoğlu 1992).

connexion des éléments a exigé dans le temps davantage d'attention de la part des maîtres maçons.

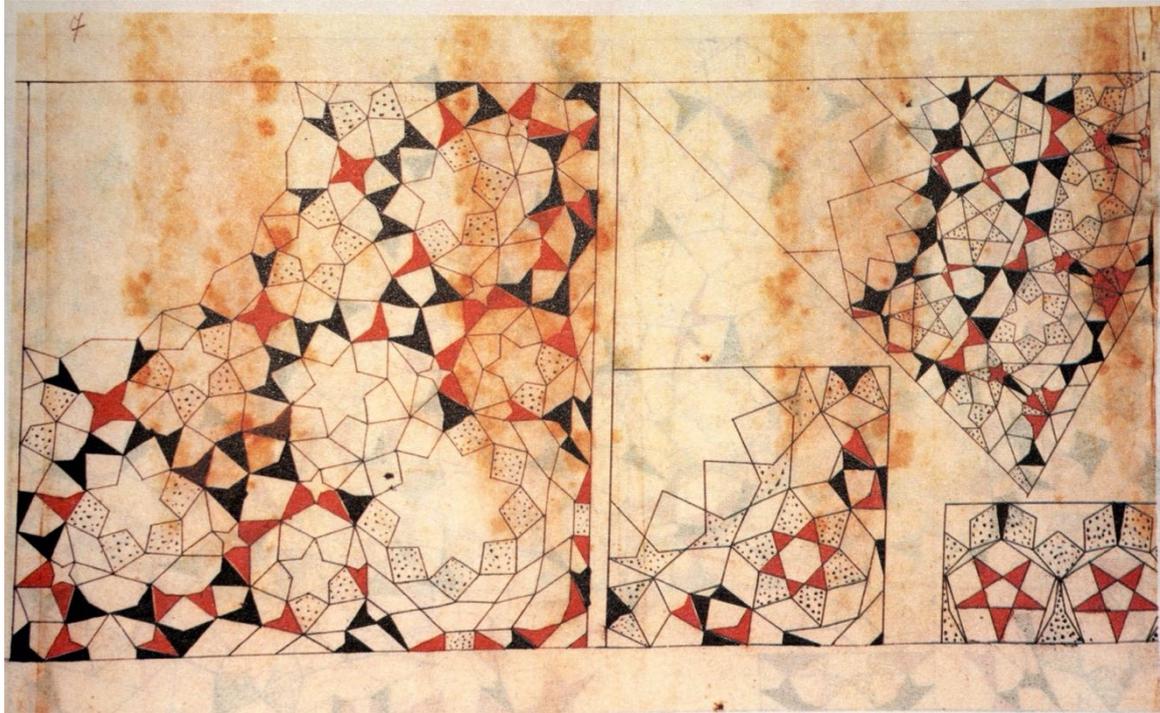


Figure 100. Différents plans de portions de voûtes de Muqarnas appartenant au rouleau de Topkapi. On note la présence de couleurs et de texture pour une lecture tridimensionnelle.

Nous constatons donc à travers l'étude des documents anciens l'importance de cette problématique de « lecture » des éléments. Cette identification des éléments du Muqarnas peut aussi s'expliquer par la différence fondamentale qui existe entre les Muqarnas et les autres éléments à caractère géométrique de l'architecture traditionnelle.

Cette différence est clairement établie par Hossein Lorzadeh dans son ouvrage *Réhabilitation des arts oubliés, principes fondamentaux de l'architecture traditionnelle en Iran* où il évoque la méthode de traçage des Muqarnas. Il souligne que dans la plupart des cas, le plan du Muqarnas, contrairement à d'autres éléments géométriquement proches comme le Kārbandi et le Yazdibandi, n'est pas tracé suivant des règles géométriques de traçage strict et défini une fois pour toutes. Il ajoute que le tracé du plan d'un Muqarnas est souvent influencé par l'imagination et le goût du concepteur (maçon). Cependant, il est évident qu'il existe quelques principes géométriques à respecter pour assurer la juste connexion entre les éléments. Ainsi, comme le tracé du Muqarnas ne suit pas des règles géométriques fixes, il n'est pas toujours simple d'en déchiffrer le plan. Ceci montre encore une fois la raison de l'emploi des couleurs dans les plans du rouleau de Topkapi.

Après avoir défini brièvement les Muqarnas, Lorzadeh illustre en plusieurs pages, différents exemples de Muqarnas pour divers usages en montrant pour chaque cas de figure le tracé niveau par niveau. Pourtant, le problème qui se pose dans cette représentation est l'absence d'une partie du processus de traçage montrant la méthode par laquelle les éléments sont agencés dans chaque niveau, ce qui représente la question fondamentale dans la conception d'un Muqarnas. Lorzadeh ne répond finalement pas au problème à la fois essentiel et complexe de la connexion et de l'agencement des éléments. Il montre effectivement divers types de Muqarnas plus ou moins élaborés pour différents usages en montrant pour chaque cas le tracé niveau par niveau (rangée par rangée). Mais ce qui est absent de ce processus démonstratif est le cadre géométrique permettant la construction d'une rangée avec différents types d'éléments, en s'assurant de leur juste connexion. Autrement dit, la question fondamentale de l'agencement des éléments n'est pas clairement abordée et reste floue.

5.1.2 Analyse de l'agencement des éléments : méthode des graphes

Dans le but de mettre en place une méthode d'analyse et de vérification de la connexion des éléments d'un Muqarnas, nous avons décidé de nous appuyer sur des « graphes ». En effet, comme le Muqarnas est – globalement, mais aussi localement – un objet orienté, il est logique de travailler avec des graphes orientés pour analyser la connexion entre les éléments. Par conséquent, nous devons dans un premier temps définir la conversion en graphe du Muqarnas. Dans le cadre de sa thèse intitulée *Algorithmic Computer Reconstruction of Stalactite Vaults*, Sylvia Harmsen a adopté la méthode des graphes pour définir un algorithme de modélisation de Muqarnas à partir du plan.

Elle caractérise donc ainsi le *Muqarnas graph* :

« In the left part of the figure, a cell and an intermediate element are drawn with red arrows pointing to the apex of the curved side. In the plan $P(N, E)$, the edges which are projections of curved sides appear as red arrows and define a directed subgraph $G(M, C)$ of $P(N, E)$. The blue arrows in the cell indicate the required direction of curved sides of elements in the previous tier on which the cell can be arranged. » (Harmsen 2006, 32).



Figure 101. A gauche : cellule et éléments intermédiaires avec des flèches sur la courbe dirigée vers le haut. A droite : projections horizontales correspondantes (Harmsen 2006, 32).

Ainsi, les graphes représentent les arêtes (courbes et droites) des surfaces des éléments de Muqarnas. Dans le cas des arêtes courbes (en rouge), la hauteur détermine l'orientation (du bas vers le haut). Mais Harmsen a aussi défini en graphes (en bleu) les arêtes planes des cellules, c'est-à-dire les parties basses des éléments. En effet, dans le développement de son algorithme, elle a aussi besoin de cette information pour déterminer l'orientation exacte des éléments.

Dans le cas de notre travail, la principale différence avec la recherche de Harmsen concernant les graphes réside dans la définition des éléments. Compte tenu de la nouvelle interprétation des éléments du Muqarnas que nous proposons, nous avons abandonné l'étude des Muqarnas par éléments pour faire une lecture par blocs. Dès lors, dans la conversion du Muqarnas en graphe, nous prenons en compte le bloc de Muqarnas (composé d'une cellule et d'un élément intermédiaire) à la place d'un élément.

Graphe de bloc

Un graphe représente une arête courbée avec une orientation du bas vers le haut. Un bloc de Muqarnas étant un quadrilatère, chaque côté est en réalité la projection (sur le plan horizontal ou sur une surface) d'une arête courbe d'un élément (cellule ou élément intermédiaire).

Ainsi, un bloc peut être traduit en quatre graphes orientés. Il est important de rappeler que le bloc, en comptant les deux arêtes courbes qui forment la diagonale du bloc, est composé de six courbes. Nous devons aussi rappeler que le bloc regroupe toujours une cellule et un élément intermédiaire. Comme ici nous voulons uniquement vérifier la connexion entre les blocs, les deux graphes représentant les deux arêtes courbes intérieures ne sont pas pris en considération.

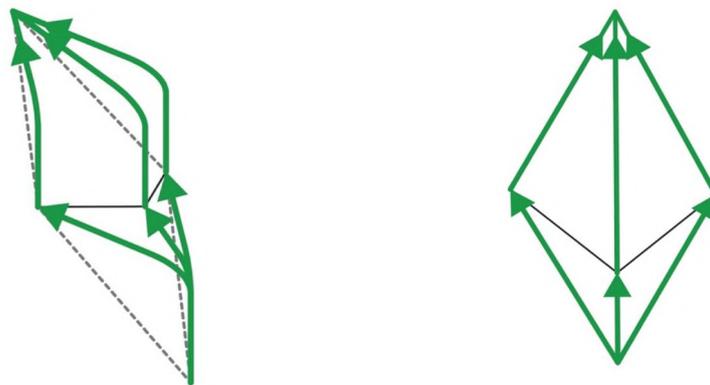


Figure 102. À gauche : Diagramme de graphe d'un bloc en axonométrie. À droite : diagramme de graphe d'un bloc projeté (sur le plan horizontal ou sur la surface).

Nous pouvons également apercevoir que dans le cas d'un bloc, les graphes sont logiquement orientés dans la direction de l'une des diagonales. Nous pouvons donc appeler cette diagonale d'orientation « diagonale principale » du bloc. La diagonale principale relie le point le plus bas (base) au point le plus haut (sommet) du bloc. Ainsi, à partir de la direction de cette diagonale principale, nous pouvons déduire l'orientation des quatre graphes du bloc. Nous pouvons donc constater que la direction des graphes des blocs est définie d'après la hauteur des points.

Nous allons à présent examiner la connexion des éléments dans les différentes approches génératives que nous avons élaborées à partir de la méthode des graphes.

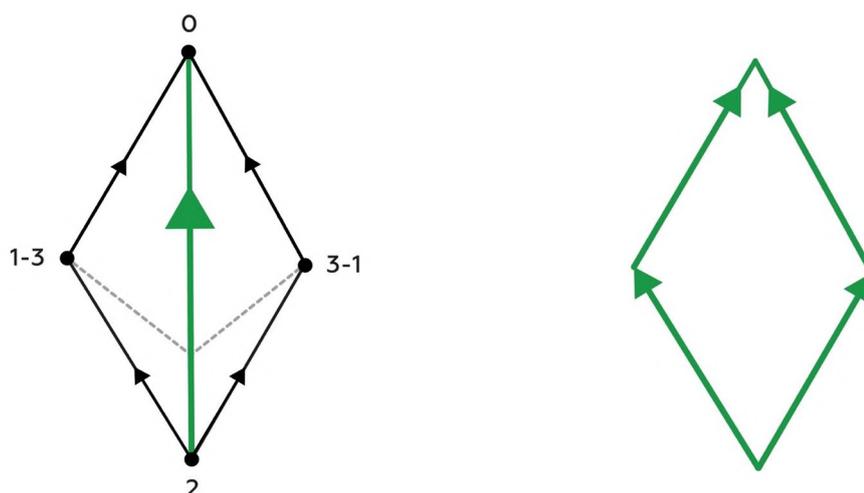


Figure 103. À gauche : diagonale principale (en vert) déterminant l'orientation des quatre graphes (en noir). À droite : diagramme final de graphe d'un bloc.

Connexion dans l'approche projective

Dans cette approche, le processus génératif se base sur les courbes de niveau. En effet, nous avons vu précédemment qu'il s'agit d'arranger des quadrilatères (blocs) le long des courbes de niveau sur le plan horizontal. Par la suite, il est possible de les transformer en élément Muqarnas et finalement, grâce à une translation verticale, de les positionner sur les niveaux correspondants. Ainsi, comme tous les éléments sont agencés par rapport aux courbes de niveau, la connexion des éléments dans une même rangée (connexion horizontale) et celle entre deux rangées (connexion verticale) sont toujours assurées. Cela signifie qu'en respectant les règles géométriques de cette méthode, il est possible de générer n'importe quel Muqarnas en garantissant la correcte connexion des éléments.

5.1.3 Connexion dans l'approche surfacique

La raison pour laquelle nous nous sommes intéressés à la vérification de la connexion des éléments est sans doute le développement de l'approche surfacique. En effet les quadrilatères (bases des blocs), dans cette approche, contrairement à l'approche projective, sont issus de la discrétisation de la surface. Mais rien dans le processus de discrétisation ne nous assure de la bonne connexion des éléments. Nous avons aussi eu l'occasion de voir qu'il existe diverses méthodes de discrétisations des surfaces par le choix de réseaux de courbes différents. Il serait à présent intéressant d'analyser plusieurs cas de surfaces et de réseaux de courbes, afin de comprendre quels sont les limites et les dysfonctionnements éventuels dans l'approche surfacique. Il sera par la suite intéressant de réfléchir au développement de différentes stratégies pour résoudre les problèmes de connexion rencontrés dans cette approche générative.

En définissant la méthode des graphes, nous avons vu que le facteur déterminant dans l'orientation des graphes est la hauteur des points du bloc. D'autre part, dans le développement de l'approche surfacique nous avons constaté que l'ordre des points était fondamental, mais s'il devait impérativement débiter par le sommet, il pouvait néanmoins avoir un sens quelconque. Étant donné que dans l'approche surfacique les blocs sont issus de la discrétisation de la surface par un réseau, ils possèdent un caractère spatial et donc l'ordre des points qui dépend de la hauteur est déjà fixé. Cette spatialité des blocs détermine donc dès le départ l'orientation des blocs, contrairement à l'approche traditionnelle où il fallait prévoir l'orientation des éléments après avoir tracé le plan.

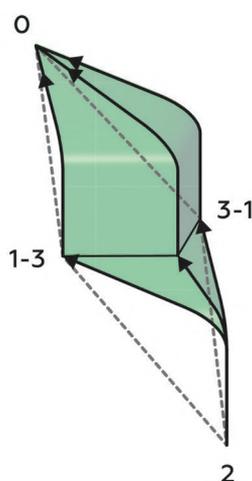


Figure 104. Diagramme d'un bloc « spatial » de Muqarnas dans l'approche surfacique. La hauteur des points (sur la surface globale) détermine l'ordre des points et en conséquence la direction des graphes.

Ainsi, pour chaque réseau de bloc de Muqarnas généré par l'approche surfacique, il est possible de construire un « diagramme de graphes » permettant d'analyser la connexion entre les blocs. Dans le processus génératif, ce diagramme intervient entre l'étape de discrétisation en polygones losanges et le processus de modélisation des cellules de Muqarnas. Cette analyse permet de vérifier s'il existe des problèmes de connexion entre certains blocs avant de procéder à la modélisation.

La logique de vérification est simple : il faut uniquement s'assurer que les graphes superposés (les bords communs des tuiles en losanges) présentent la même orientation. En effet, en discrétisant la surface, les losanges représentant les blocs sont connectés par leurs côtés. Afin de garantir une parfaite connexion des éléments, il est évident que les deux graphes qui réalisent la connexion de deux blocs doivent avoir la même orientation pour que les courbes construites sur les côtés correspondants soient identiques. Il est important de rappeler que chaque graphe est la représentation d'une arête courbe d'un élément de Muqarnas et donc son orientation définit le sens de la courbe.

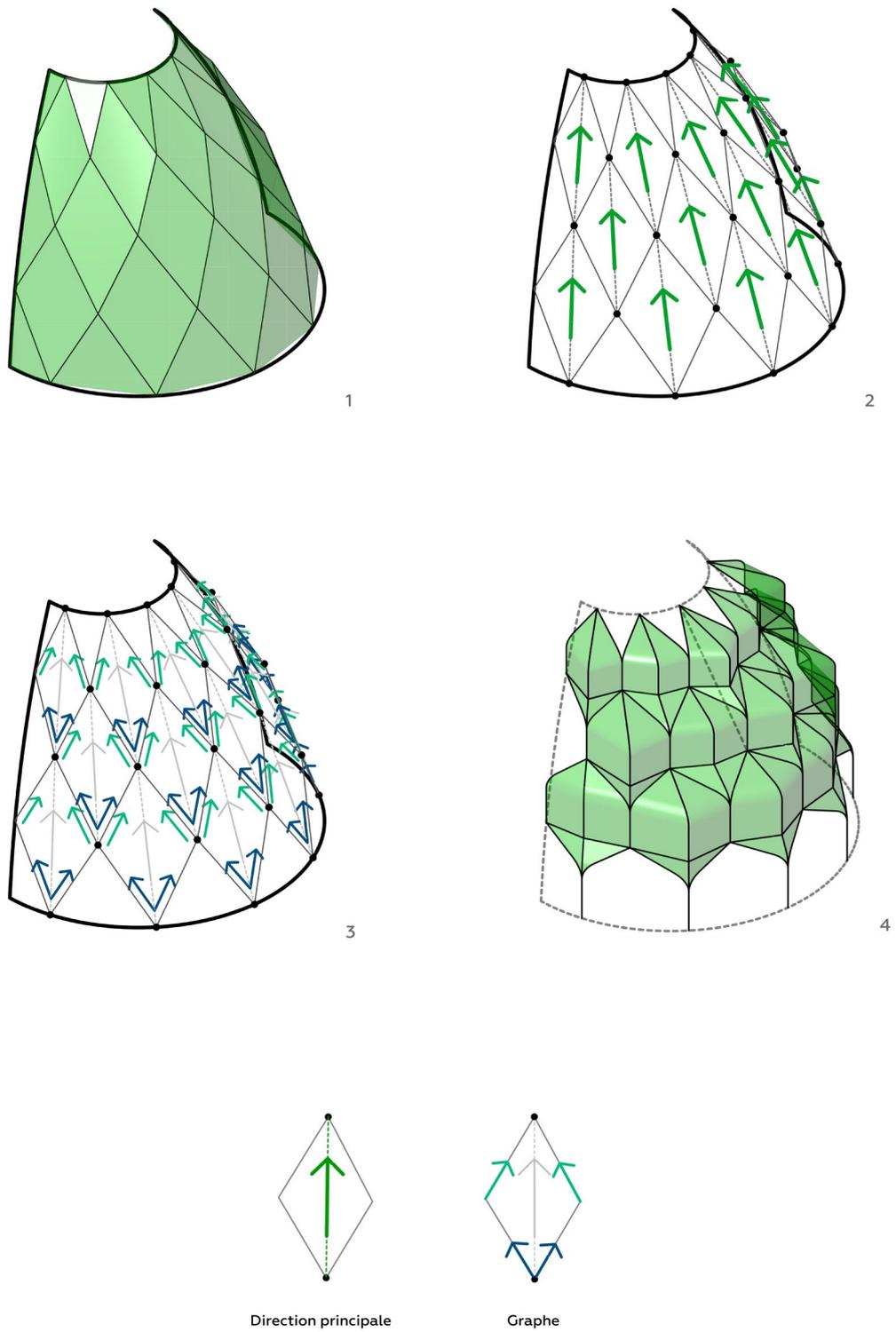


Figure 105. Processus de modélisation d'un Muqarnas suivant l'approche surfacique. Les étapes 2 et 3 montrent la vérification des connexions par le système de graphe.

5.2 Réseaux de courbes

Le principal avantage de l'approche surfacique est de pouvoir travailler avec des surfaces, ce qui est important d'un point de vue de la conception architecturale, car elle permet de travailler avec la forme finale que va prendre le Muqarnas. Nous avons aussi vu que l'introduction des blocs paramétriques permet d'enrichir le Muqarnas en apportant des variations. Dans cette section, il sera question de développer la définition de l'approche surfacique pour pouvoir l'appliquer à des surfaces plus complexes.

Comme nous le savons, il est possible de construire différents réseaux de courbes sur une surface quelconque. Certains réseaux sont composés de courbes ou lignes remarquables comme le réseau formé par les lignes des courbures principales⁷¹. Dans le cadre de la conception des Muqarnas, nous avons vu qu'il est nécessaire de discrétiser la surface par un pavage en losanges.

En définissant l'approche surfacique, nous avons expliqué que la définition du maillage losange sur la surface se fait à partir du réseau de courbes isoparamétriques. Nous allons donc dans un premier temps traiter les surfaces où le réseau des courbes isoparamétriques est adapté à la modélisation des Muqarnas, et dans un deuxième temps, nous allons explorer d'autres cas de surfaces où les courbes isoparamétriques ne peuvent plus être considérées comme réseau de base. Nous cherchons donc ici à mettre en place des approches génératives pour pouvoir construire les réseaux de courbes les mieux adaptés pour les surfaces. Nous pourrions alors construire le maillage en losanges.

5.2.1 Caractéristiques du réseau de courbes pour la génération des Muqarnas

Nous allons à présent déterminer les propriétés géométriques d'un réseau de courbes d'une surface permettant la génération des blocs de Muqarnas.

Géométrie du maillage

Comme nous l'avons vu précédemment, la définition géométrique qui permet de modéliser les blocs de Muqarnas adopte comme paramètre de base un maillage en forme de losanges (diamants). Ce maillage peut être régulier ou irrégulier, c'est-à-dire composé de losanges identiques ou différents.

⁷¹ En un point M de la surface, on considère un plan variable, perpendiculaire en M au plan tangent à la surface. Localement, l'intersection de ce plan avec la surface est une courbe. À chacune des courbes construites ainsi, est associée sa courbure en M. Les valeurs minimum et maximum de la courbure portent le nom de courbures principales. En général, elles sont différentes et, dans ce cas, les plans correspondant aux deux courbures principales sont perpendiculaires entre eux. Leur intersection avec le plan tangent définit les directions principales.

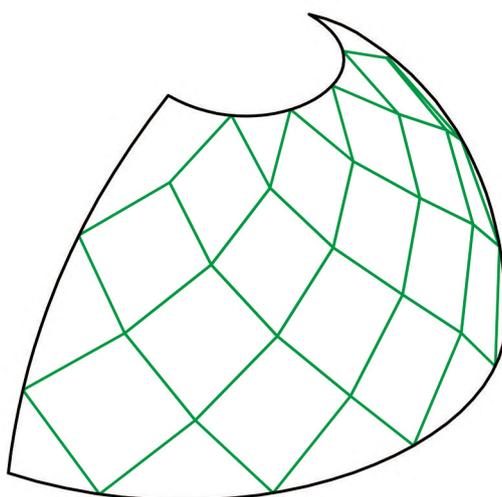


Figure 106. La géométrie du maillage doit être en forme de losanges.

Ordre des points des tuiles

Chaque bloc de Muqarnas est modélisé sur la base d'un losange (tuile) du maillage. Pour assurer la continuité et l'assemblage entre les blocs, il est fondamental que l'ordre des points de tous les losanges soit le même.

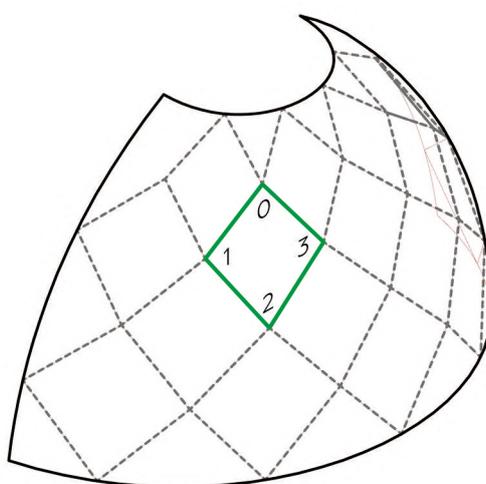


Figure 107. Ordre des points d'une tuile.

Positions relatives des points du maillage

Nous avons vu que les Muqarnas sont organisés suivant des rangées. Chaque rangée est composée de cellules et d'éléments intermédiaires. Cette composition fait que les cellules d'une rangée auront leurs bases et leurs sommets sur les mêmes niveaux horizontaux. Nous constatons alors que les losanges du réseau sur lesquels les cellules sont construites sont par conséquent agencés selon des courbes horizontales. Soulignons ici que chaque losange du réseau représente deux rangées de Muqarnas, car le bloc construit sur ce losange est constitué d'une cellule et d'un élément intermédiaire.



Figure 108. Organisation des cellules suivant des courbes de niveau.

Ainsi, afin de permettre la construction des cellules selon des rangées, il faut que les points du maillage sur lesquels les losanges sont construits soient positionnés sur des courbes horizontales appartenant à la surface.

Supposons que chaque losange du maillage soit construit à partir des quatre points 0, 1, 2 et 3, où 0 est le point le plus haut (le sommet) du losange et les autres points sont positionnés dans le sens horaire. Ainsi, l'organisation des points doit suivre les deux règles suivantes :

1. Pour chaque losange, les points 1 et 3 ont la même hauteur ou, autrement dit, appartiennent à la même courbe horizontale de la surface.

2. Les points 0 (les sommets) et les points 2 (les bases) des losanges voisins⁷² appartiennent à des courbes horizontales de la surface.

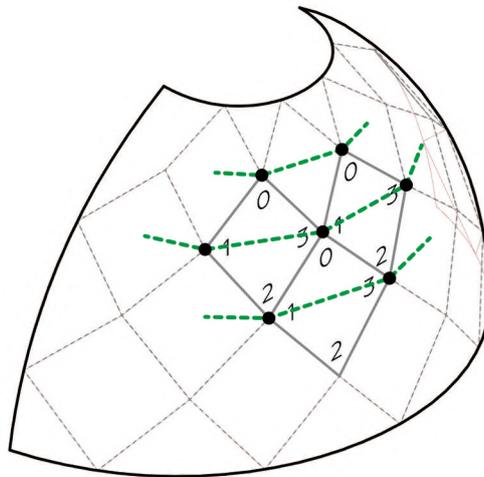


Figure 5-109. Position relative des tuiles.

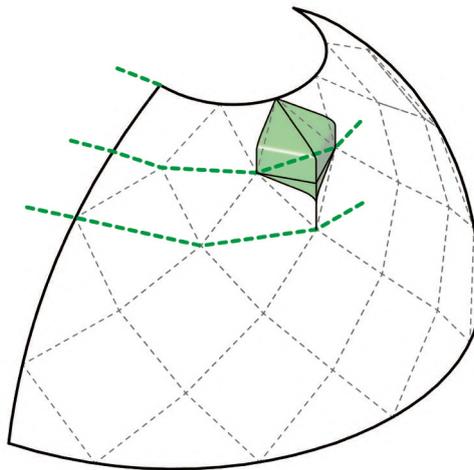


Figure 110. Positionnement d'un bloc sur un losange du maillage.

⁷² Les cellules voisines sont les cellules qui ont en commun les points 1 et 3.

Classification des surfaces en fonction des courbes horizontales

Nous venons d'examiner les propriétés géométriques du maillage en losanges permettant de construire les blocs de Muqarnas. Nous allons dans cette section montrer qu'il est nécessaire de classer les surfaces par rapport aux réseaux de courbes. Car nous verrons qu'il n'est pas possible de généraliser à tout type de surface la méthode de discrétisation que nous avons considérée. Pour parvenir à classer les surfaces de Muqarnas⁷³ suivant la méthode de discrétisation, nous pouvons utiliser les courbes de niveau horizontales des surfaces. Nous nous orientons vers cette méthode, car elle permet de clarifier quel type de réseau de courbes il est opportun de générer sur la surface en vue de la discrétisation de la surface et de la construction des Muqarnas. Concrètement, nous cherchons à vérifier s'il est possible d'utiliser les courbes isoparamétriques comme base pour la discrétisation et la génération des Muqarnas, et dans le cas contraire à mettre en place une définition générale qui soit applicable à tout type de surface.

Définition des courbes de niveau (horizontales) d'une surface : ce sont les sections de cette surface par des plans horizontaux.

Morphologie de surfaces des Muqarnas traditionnels

Nous allons commencer par une analyse de la surface « globale » des différents types de Muqarnas traditionnels. Par surface globale nous entendons la surface sur laquelle le Muqarnas a été installé (couverte par les Muqarnas). Nous avons vu dans la partie précédente qu'il existe différents types de Muqarnas. Pour pouvoir comprendre les différences morphologiques de ces surfaces, nous allons nous appuyer sur leurs courbes de niveau.

1. Muqarnas des Iwans et coupoles

La typologie de Muqarnas la plus présente dans le contexte iranien est sans doute celle des Muqarnas des Iwans et des dômes. Nous pouvons dire que la surface de ces Muqarnas correspond d'un point de vue topologique à une portion de sphère : demi-sphère pour les dômes et quart de sphère pour les Iwans.

2. Muqarnas autour des minarets

Dans le cas des Minarets, la surface du Muqarnas correspond à la surface reliant verticalement deux sections circulaires ou polygonales de diamètres différentes. Donc la surface déterminée par ces deux sections est une portion de cône ou de pyramide ou de tore.

⁷³ Il s'agit de la surface globale sur laquelle le Muqarnas traditionnel est construit. Une voûte, une coupole ou un minaret dans la plupart des cas.



Figure 111. De gauche à droite : Muqarnas installé sur une coupole, une demi-coupole et un minaret.

1. Dans toutes ces typologies (cas 1 et 2), nous constatons que les courbes de niveau possèdent deux propriétés :
- 2.
3. Elles correspondent à un réseau de courbes isoparamétriques de la surface (U ou V).
4. Il n'y a pas d'intersection entre les projections de ces courbes de niveau sur le plan horizontal.

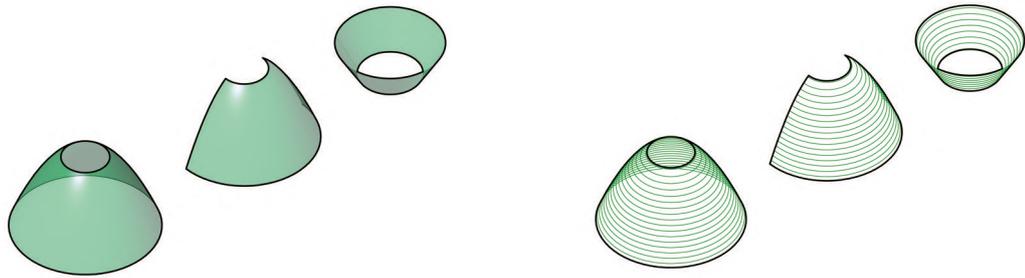


Figure 112. À gauche : surface globale des Muqarnas. À droite : courbes de niveau.

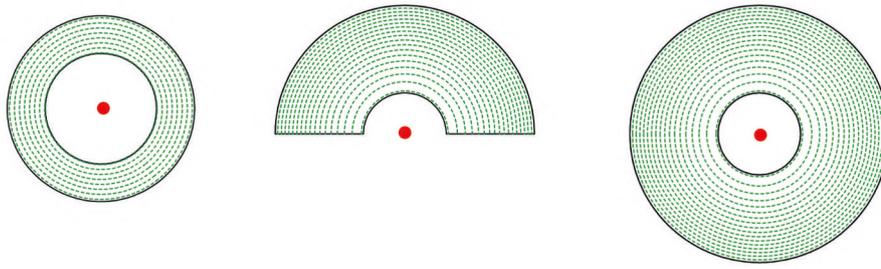


Figure 113. Les projections horizontales des courbes de niveau n'ont pas d'intersection.

Horizontalité des rangées

Une des principales caractéristiques des Muqarnas traditionnels – indépendamment du style et de la période – est l'organisation des éléments par rangées horizontales. C'est d'ailleurs même une des définitions du Muqarnas. En effet, en Iran, dans le langage technique le Muqarnas est aussi désigné par le terme *Ghatār-bandi*⁷⁴, ce qui en persan signifie « mettre en train » ou « enchaînement ». On parle alors de « premier train », ou « deuxième train » pour faire référence à la première ou à la deuxième rangée du Muqarnas. Ceci montre l'importance de cette notion de rangée dans la conception et la réalisation d'un Muqarnas. En ce qui concerne les Muqarnas traditionnels, la rangée reste toujours horizontale malgré son éventuelle complexité géométrique. Connaissant ce principe, il est fondamental de prendre position par rapport à l'horizontalité des rangées dans le cadre de notre réinterprétation des Muqarnas. Dans la recherche de modalités génératives de nouveaux Muqarnas issus d'un réseau isoparamétrique, il faut dans un premier temps étudier la possibilité de s'affranchir des rangées horizontales et d'obtenir des niveaux échappant à cette contrainte. Si cela est possible, il faudra par la suite clarifier les limites de cette nouvelle organisation.

5.2.2 Réseau isoparamétrique : conditions et limites d'application

Nous avons vu que dans le cas des Muqarnas traditionnels, les courbes de niveau sur lesquelles les Muqarnas sont construits correspondent aux courbes isoparamétriques de la surface. Cette propriété est intéressante du fait que la construction d'un maillage en losanges est relativement simple – d'un point de vue numérique – sur la base d'un réseau de courbes isoparamétriques. Nous allons donc déterminer les surfaces sur lesquelles les courbes isoparamétriques peuvent être utilisées pour la génération des Muqarnas.

⁷⁴ قطار بندی

Surface paramétrique : une surface paramétrique S peut être représentée par $P(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$, où les paramètres u et v acceptent toutes les valeurs dans une région bidimensionnelle R .

Courbes isoparamétriques : les courbes isoparamétriques sont des courbes, dont un des paramètres (u ou v) est constant : courbe isoparamétrique U quand on fixe le paramètre v en v_0 et courbe isoparamétrique V quand on fixe le paramètre u en u_0 .

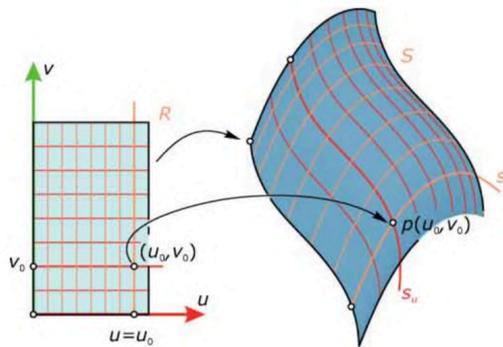


Figure 114. Surface paramétrique et courbes isoparamétriques u et v (Pottmann 2007, 237).

Les conditions exigées pour l'utilisation du réseau formé par les courbes isoparamétriques pour la construction d'un maillage de Muqarnas sont les suivantes :

1. L'ensemble des courbes isoparamétriques dans une direction (u ou v) doivent être horizontales.
2. La surface ne doit pas posséder de point col.

Ces deux conditions requises pour l'utilisation des courbes isoparamétriques s'expliquent d'une part par le fait que les rangées de Muqarnas doivent être agencées sur une base horizontale, ce qui nécessite des courbes U ou V horizontales. D'autre part, afin de pouvoir assurer l'organisation correcte des cellules et des rangées, il ne faudrait pas que la surface dispose de plus d'un point extremum (maximum ou minimum local). Dans ce cas, elle n'aura pas de point col. Nous nous limitons donc à vérifier la présence de ce point critique, ce qui est plus simple d'un point de vue pratique. En effet, pour déterminer si la surface possède ou non

un point col il suffit de la couper par des plans horizontaux afin d'obtenir les courbes de niveau. En un point col les courbes de niveau s'intersectent.

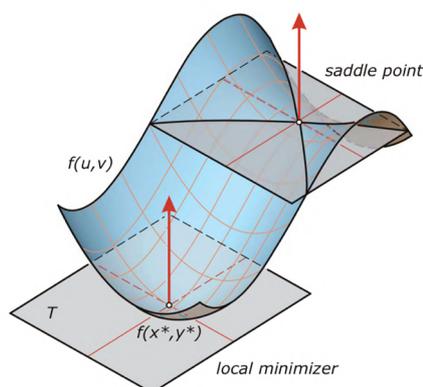


Figure 115. Point col et point extremum sur une surface (Pottmann 2007, 644).

Surfaces conformes pour la génération des Muqarnas

Ayant décrit les conditions nécessaires pour l'utilisation des courbes isoparamétriques comme maillage de base pour la construction des Muqarnas, nous pouvons à présent explorer les différentes approches de modélisation de ce type de surfaces.

Il existe sans doute différentes approches et méthodes pour la modélisation de surfaces ayant les propriétés évoquées ci-dessus. Une approche consiste à générer une surface paramétrique à travers des équations mathématiques et dans ce cas il est important de s'assurer que les génératrices⁷⁵ de la surface dans une direction donnée soient parallèles entre elles.

Nous pouvons à présent aborder les catégories traditionnelles de surfaces selon leur mode de génération et déterminer pour chaque cas les conditions nécessaires pour avoir un maillage approprié.

▪ Surfaces de translation

Une surface de translation est le résultat de la translation d'une courbe (1^{ère} génératrice) le long d'une autre courbe (2^e génératrice).

Condition : Une des génératrices doit être plane.

⁷⁵ Les génératrices de la surface sont les courbes isoparamétriques.

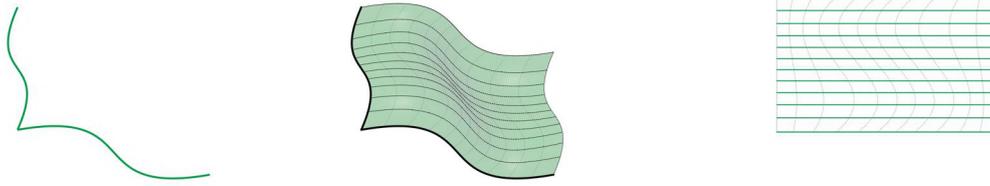


Figure 116. Surface de translation. Une des génératrices est horizontale. Les courbes isoparamétriques dans un sens sont horizontales.

▪ Surfaces de rotation

Une surface de rotation est le résultat de la rotation d'une courbe (plane ou spatiale) autour d'un axe de rotation (droite).

Condition : toutes les surfaces de rotation auront une série de courbes isoparamétriques (U ou V) parallèles.

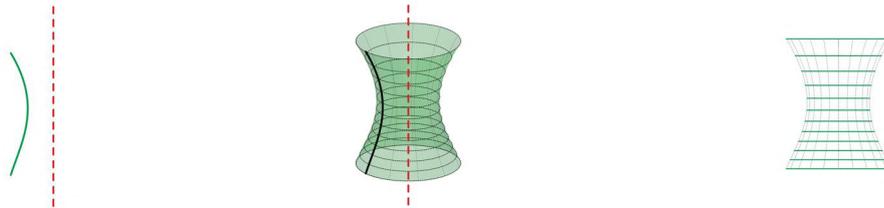


Figure 117. Génération d'une surface de rotation. L'axe de rotation est vertical. Les courbes isoparamétriques dans un sens sont horizontales.

Surfaces réglées

Une surface réglée est une surface formée par le déplacement d'une ligne (droite) dans l'espace sous certaines contraintes. La surface réglée contient une succession de lignes appelées génératrices. Les surfaces réglées peuvent être générées de différentes façons.

1. La surface qui relie par une droite les points correspondants de deux courbes directrices (planes ou gauches).
2. La translation d'une ligne droite (génératrice) le long d'une courbe directrice. La génératrice peut aussi changer d'orientation le long de la directrice.

Condition :

Cas 1 : les deux courbes directrices sont parallèles et horizontales.

Si les directrices ne sont pas horizontales, à partir du moment où les points correspondant des deux courbes ont la même cote, les courbes directrices peuvent être quelconques.

Cas 2 : la directrice peut être une courbe gauche quelconque, mais les génératrices doivent être horizontales.

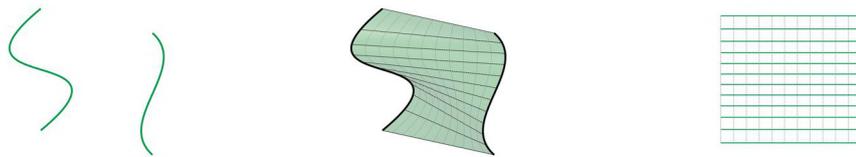


Figure 118. Génération d'une surface réglée par deux courbes. Les extrémités des directrices sont au même niveau.

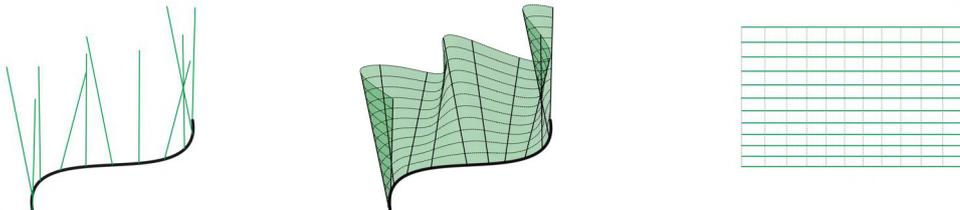


Figure 119. Génération d'une surface réglée par des droites et une directrice horizontale. Les extrémités des génératrices sont au même niveau.

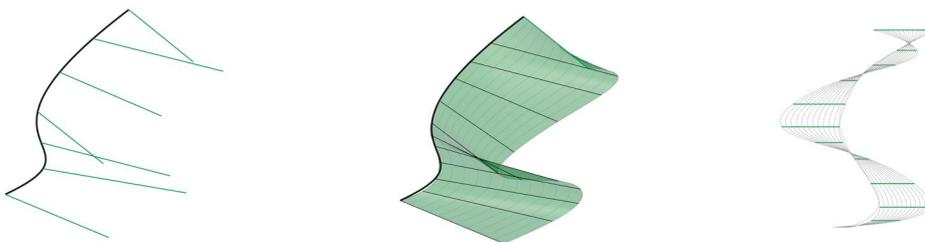


Figure 120. Génération d'une surface réglée par des droites et une directrice gauche. Les génératrices sont horizontales.

Nous pouvons aussi prendre en considération d'autres méthodes de générations de surfaces, tel que l'on voit souvent dans les logiciels de modélisation 3D.

- **Surface par sections**

Une surface par sections est une surface qui enveloppe plusieurs courbes (sections). Les courbes peuvent être planes ou gauches, fermées ou ouvertes.

Condition :

Les courbes de section doivent être horizontales. Le nombre de courbes de section n'est pas limité.

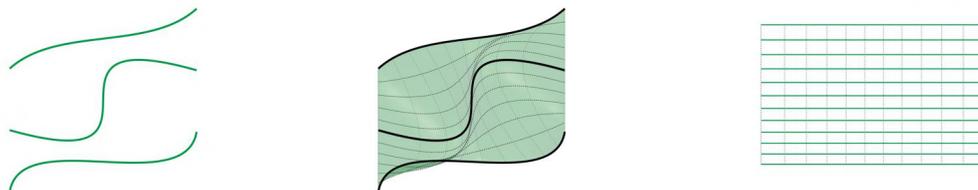


Figure 121. Génération d'une surface par sections. Les courbes de section sont horizontales.

Limites du réseau isoparamétrique : courbes non horizontales

En sortant du cadre des surfaces décrites ci-dessus, nous remarquons que les courbes isoparamétriques (U ou V) peuvent sortir du plan horizontal et avoir des positions quelconques. Il est évident qu'il existe une infinité de méthodes pour générer des surfaces ; nous allons donc essayer à travers plusieurs exemples de montrer les possibilités et les limites de l'emploi du réseau isoparamétrique pour la génération de nouveaux types de Muqarnas. Plusieurs méthodes peuvent être employées pour la génération de ce type de surface. Il peut s'agir d'un dôme simple en forme de demi-sphère ; dans ce cas précis, le réseau de courbes isoparamétriques est simple, c'est-à-dire que nous avons des courbes horizontales et parallèles (U ou V).

En revanche, si nous considérons une nappe rectangulaire plane, en la déformant pour avoir une bosse au centre, nous aurons en fin de compte une surface avec un point maximum et en conséquence un réseau isoparamétrique non horizontal (ni en U, ni en V). Étant donné que la surface finale a subi une transformation, la grille isoparamétrique initiale a été modifiée et ne dispose plus de courbes horizontales. La question est donc de voir si cette nouvelle géométrie du réseau peut permettre un agencement correct de blocs pour composer un Muqarnas. Pour

cela, nous pouvons utiliser la définition d'analyse par graphes que nous avons mise en place. Ce qui est intéressant à noter avant de procéder à la vérification est que la transformation du réseau isoparamétrique de base a engendré un maillage déformé et donc non homogène. Nous pouvons donc voir que dans une partie de la surface (sur la bosse), où l'on observe la plus forte pente, les rectangles de départ (issus de la discrétisation), après la déformation ressemblent davantage à des losanges. Cet aspect est pour nous significatif, car il serait intéressant d'essayer de modéliser les cellules de Muqarnas directement sur ces éléments, sans passer par la transformation en losanges.

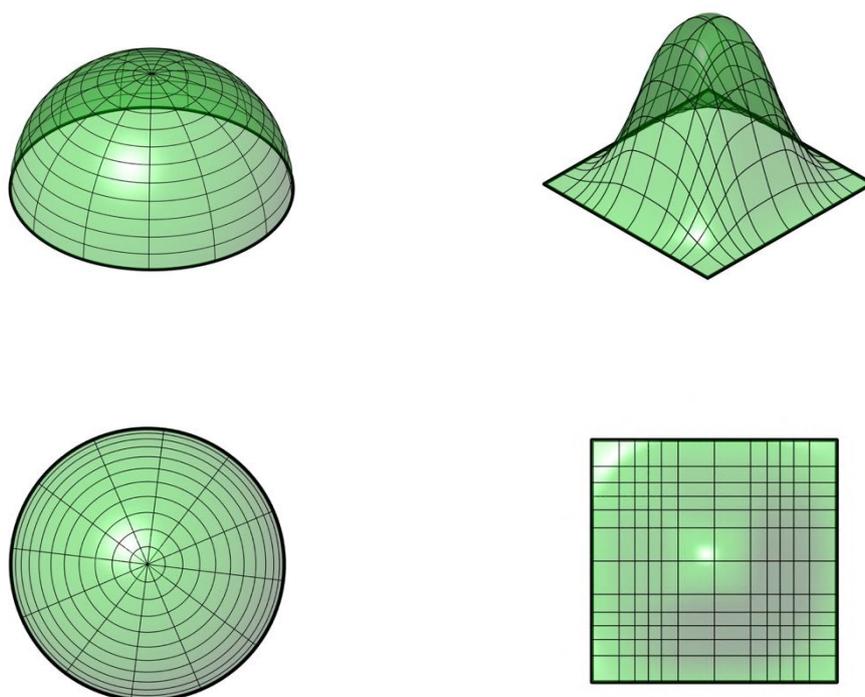


Figure 122. À gauche : modélisation d'une demi-sphère. Les courbes isoparamétriques (U ou V) sont horizontales. À droite : nappe surfacique déformée ; l'horizontalité n'existe plus dans le réseau isoparamétrique.

5.2.3 Réseau C.N et L.P.G.P

Dans la section précédente, nous avons remarqué qu'à partir de plus d'un point extremum (maximum ou minimum local) sur la surface, la connexion entre les éléments d'un Muqarnas n'était plus assurée. Dans cette partie, nous allons donc développer une méthode générale pour la construction du maillage ou réseau d'une surface. Nous avons indiqué à plusieurs reprises que le Muqarnas est construit selon une logique de niveaux ou d'étages. Par

conséquent, nous devons chercher une solution qui, parallèlement à la discrétisation de la surface, génère également des rangées de tuiles.

Étant donné que nous recherchons une logique de discrétisation permettant de déterminer des rangées, le plus simple serait d'utiliser les courbes de niveau découpées sur la surface par des plans horizontaux. En effet, faisant abstraction de la morphologie de la surface, simple ou complexe, le fait d'opérer une intersection entre la surface et des plans horizontaux nous restitue des courbes de niveau sur la surface qui peuvent être continues ou discontinues selon la morphologie. Nous pouvons par exemple observer ceci avec une demi-sphère et une surface plus complexe présentant plusieurs points extremum. Nous constatons aussi que les courbes de niveau nous aident à clarifier la géométrie et la topologie des surfaces et à lire plus facilement leurs singularités, notamment les points critiques.

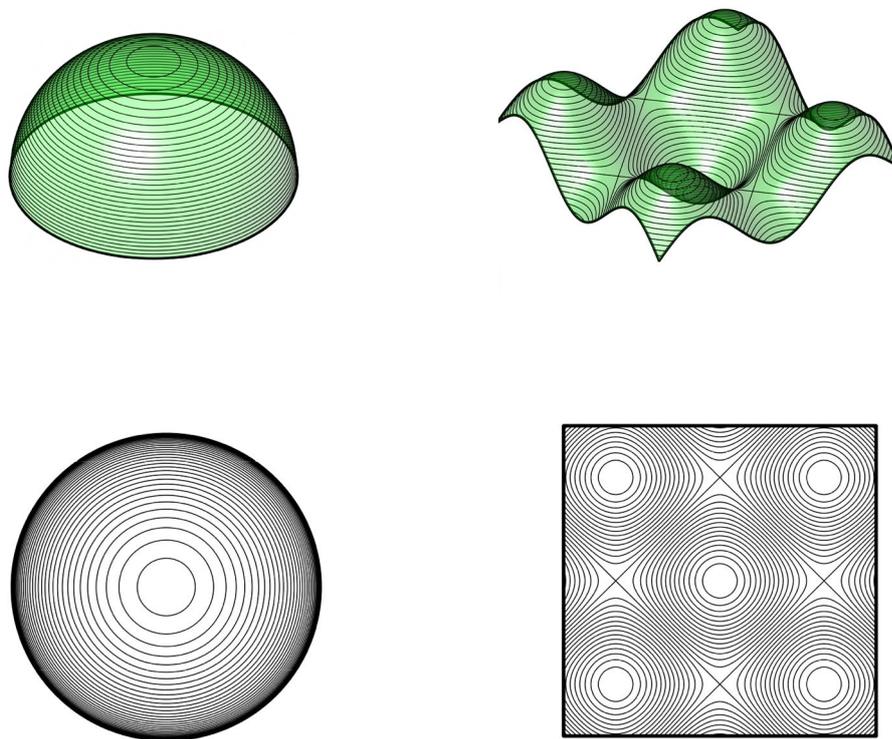


Figure 123. À gauche : courbes de niveau d'une demi-sphère. À droite : courbes de niveau d'une surface de type « boîte à œufs » (surface engendrée par la translation d'une courbe sinusoidale le long d'une autre). On note la présence de plusieurs points critiques.

Par la suite, pour créer un réseau de courbes sur la surface, nous avons besoin de deux séries de lignes ou de courbes dans deux directions. Il nous faut donc définir l'autre direction des

lignes de la surface. Pour former un réseau orthogonal, il est logique d'utiliser les lignes de plus grande pente, qui sont par définition les lignes perpendiculaires aux horizontales (courbes de niveau) de la surface. En effet, les lignes de plus grande pente sont des lignes qui suivent la pente maximale de la surface et en même temps forment avec les courbes de niveau un maillage orthogonal sur la surface. Ce réseau, formé par ces deux familles de lignes, nous permet d'obtenir pour n'importe quelle surface un réseau adapté à la construction des Muqarnas.

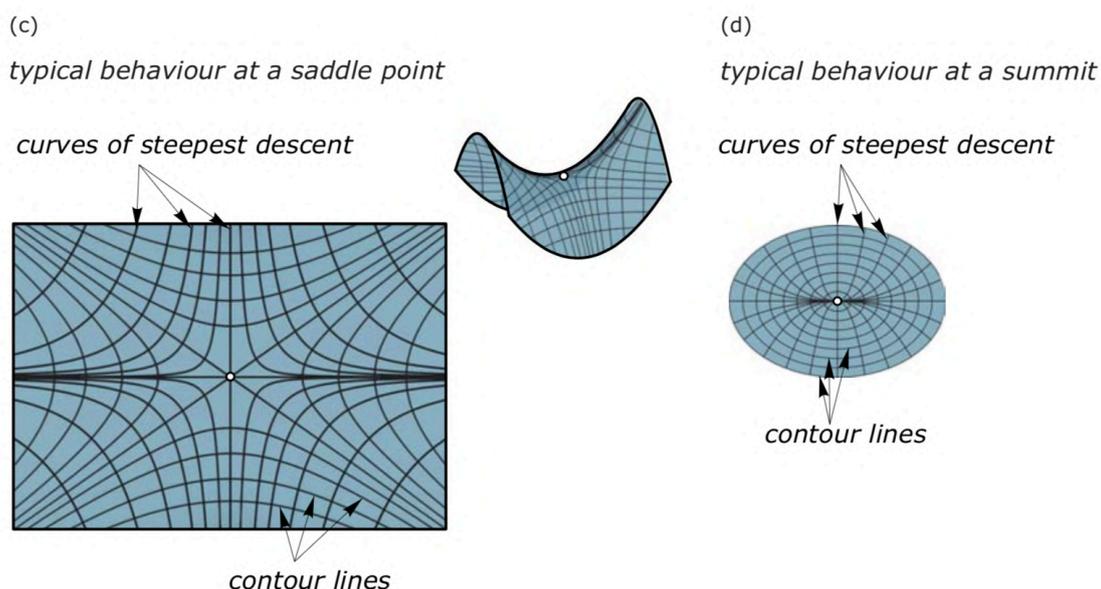


Figure 124. Courbes de niveau et lignes de plus grandes pentes au voisinage d'un point col (*saddle point*)

Afin de prouver cette propriété, nous pouvons faire une analyse de graphe de la connexion des cellules issues du réseau formé par les C.N.⁷⁶ et les L.P.G.P.⁷⁷ sur des surfaces morphologiquement variées. Pour cela, nous devons aussi, comme toujours, transformer le réseau orthogonal défini par ces deux familles de courbes pour arriver à un réseau en forme de losanges, et finalement procéder à la vérification des connexions grâce à l'algorithme d'analyse par graphe.

Nous constatons qu'avec ce réseau nous obtenons des polygones agencés par rapport aux courbes de niveau. Cette organisation est conforme avec ce qui est nécessaire pour assurer la

⁷⁶ Courbes de niveau.

⁷⁷ Lignes de plus grande pente.

connexion entre les éléments. Les lignes de plus grande pente, quant à elles, viennent diviser chaque niveau de Muqarnas pour déterminer les tuiles. Finalement, ce qui caractérise la morphologie du Muqarnas est le nombre et la densité des courbes de niveau (qui peuvent être ou non équidistantes), et aussi le nombre et la position des lignes de plus grande pente.

Du réseau C.N./L.P.G.P. au Muqarnas

Une fois ce réseau construit sur la surface, il nous reste à déterminer la géométrie des blocs de Muqarnas sur cette base. Cette étape est similaire à celle que nous avons vue pour les autres approches de modélisation. À partir du moment où nous avons un réseau constitué de quadrilatères, il est possible de le raccorder à l'algorithme de génération des cellules de Muqarnas. Il faut rappeler que ce processus de modélisation des cellules se réalise après la transformation du réseau orthogonal en réseau de losanges. Cette transformation nous permet d'avoir une meilleure orientation des polygones des blocs.

Définition algorithmique

Théoriquement, avec le réseau de C.N./L.P.G.P. il est possible de générer une structure de Muqarnas sur une surface quelconque. Mais dans la pratique, ce processus devient compliqué dans la construction des lignes du réseau.

Pour définir un algorithme de modélisation du réseau de la surface, nous devons procéder par étapes :

1. Génération des courbes de niveau
2. Génération des lignes de plus grande pente
3. Détermination des polygones issus de l'intersection de ces courbes.

La première étape est la plus simple car, indépendamment de la morphologie de la surface, l'opération de génération des courbes de niveau se fait par l'intersection de la surface avec des plans horizontaux. Cela peut être défini par une paramétrisation de la distance entre les plans horizontaux qui déterminera la densité des courbes de niveau.

La génération des lignes de plus grande pente n'est pas aussi simple. En effet, par définition, une ligne de plus grande pente est une succession de lignes (polyligne) perpendiculaires aux courbes de niveau (horizontales de la surface). D'un point de vue numérique, cette définition se traduit à travers une logique itérative. Il s'agit donc, dans un premier temps, de définir le sens du parcours de la ligne de plus grande pente par rapport à la surface (elle peut procéder du haut vers le bas ou en sens inverse). Ainsi, pour générer les lignes de plus grande pente sur la surface, il est nécessaire d'identifier des points sur la surface par lesquels ces lignes vont être tracées. La définition de ces points dépend de la morphologie de la surface, mais dans la plupart des cas il est plus intéressant de procéder du haut vers le bas de la surface, en définissant des points sur une (des) courbe(s) horizontale(s) proche(s) du (des) sommet(s) de la surface.

La troisième étape consiste à déterminer les polygones en tant que cellules à partir du réseau mis en place avec les deux familles de courbes car, jusqu'ici, nous n'avons obtenu que deux familles de courbes indépendantes sur la surface. Pour cela, nous devons effectuer l'intersection de ces courbes entre elles afin de retrouver les polygones de ce maillage. Cette opération peut entraîner certains problèmes, notamment sur les bords de la surface où il n'est pas acquis que l'on puisse obtenir partout des quadrilatères. Ce point, ainsi que d'autres difficultés liées à cette démarche, sera traité ultérieurement.

Le processus de génération du maillage évoqué ci-dessus est une méthode générale applicable virtuellement sur tout type de surface. Dans la pratique, nous allons voir que choisir des surfaces morphologiquement plus complexes, complique de façon significative le processus de mise en place de cet algorithme. Pour aborder quelques-unes de ces problématiques, et afin de généraliser davantage cette définition algorithmique, nous allons nous pencher sur un certain nombre de cas spécifiques et fournir pour chacun d'entre eux la solution la plus appropriée.

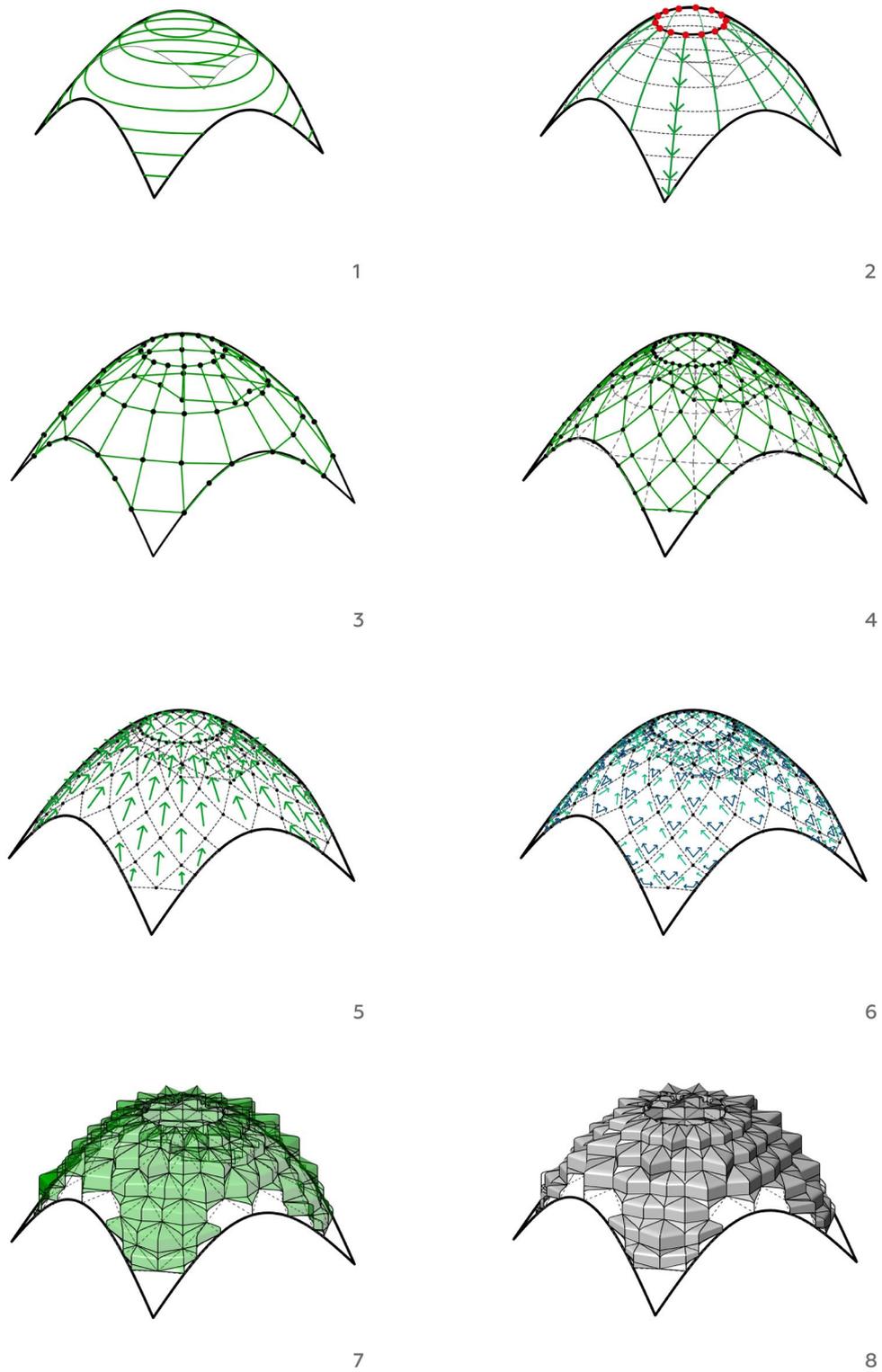


Figure 125. Processus de génération et de vérification de Muqarnas à partir d'un réseau C.N./L.P.G.P. sur une surface quelconque (axonométries).

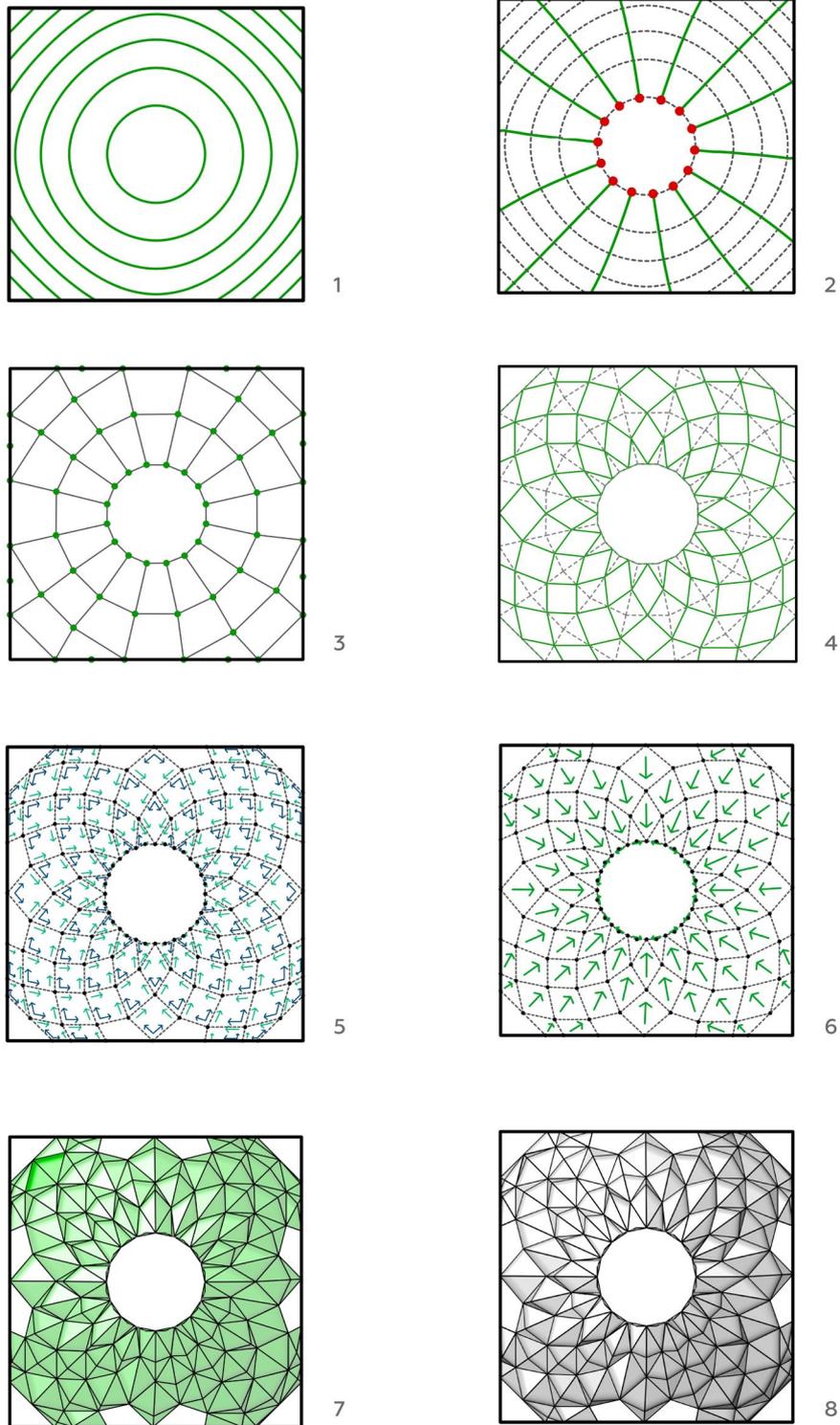


Figure 126. Processus de génération et de vérification de Muqarnas à partir d'un réseau C.N./L.P.G.P. sur une surface quelconque (plan).

Exemple : projet Mahallat

Un cas d'étude spécifique nous permet maintenant de montrer l'utilisation de ces algorithmes et de ces codes dans le cadre de la pratique architecturale.

Le projet du pavillon du *jardin de Sarcheshmeh*⁷⁸ à Mahallat⁷⁹ nous a fourni en effet l'occasion de donner une dimension pratique aux principes génératifs élaborés dans cette recherche. La conception de ce pavillon a été fondamentale du point de vue de l'avancement de la recherche pour plusieurs raisons : premièrement, elle a permis de pousser la méthode de construction du réseau C.N./L.P.G.P. jusqu'à ses limites du fait de la complexité géométrique de la surface étudiée. Deuxièmement, étant donné que ce projet était l'occasion de s'affranchir de l'échelle d'une maquette pour concevoir un pavillon à échelle 1, la question structurelle s'est imposée. Enfin, ce cas d'étude nous a permis de traiter de façon approfondie la question de la fabrication, en simulant à petite échelle le processus de fabrication et d'assemblage avec l'aide de l'impression 3D. Nous présenterons en détail ce projet plus loin, quand tout le processus génératif sera évoqué.

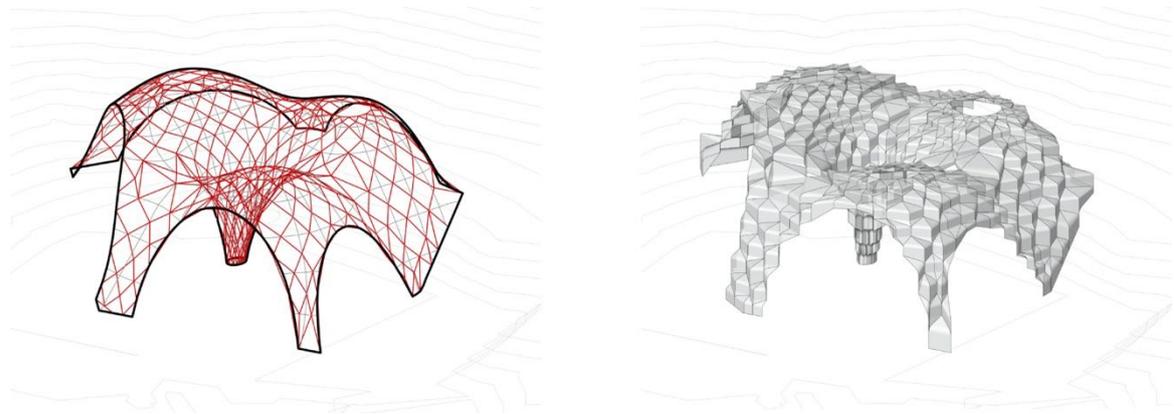


Figure 127. Génération des Muqarnas sur une surface complexe avec l'aide du réseau C.N./L.P.G.P.

5.3 Pavages et composants

En explorant différentes approches génératives, nous avons remarqué que la problématique du réseau est en relation avec la complexité de la surface globale du Muqarnas. Autrement dit, les problèmes se posent souvent quand on a affaire à une surface contenant plusieurs points critiques, ce qui complique l'organisation du réseau. Comme nous avons eu l'occasion de le

⁷⁸ Sarcheshmeh signifie en persan « source » d'eau.

⁷⁹ Mahallat est une ville iranienne située dans la province de Markazi au centre du pays, à 262km de Téhéran.

remarquer, la présence de plusieurs points critiques (maximum ou minimum local), veut dire que la surface est de type « multidômes ». Nous avons également vu que chaque dôme est en réalité un Muqarnas concentrique. Cependant, les Muqarnas traditionnels ont toujours un unique centre autour duquel les cellules de Muqarnas sont agencées. Même si dans les Muqarnas tardifs de type *Shirazi*⁸⁰ il existe des éléments plats (étoiles), donnant l'impression de centres secondaires. Mais même dans le cas de ce type de Muqarnas complexe, la géométrie globale reste « concentrique » avec un unique centre. Cette propriété s'explique par le fait que les surfaces couvertes par les Muqarnas traditionnels sont toutes de type simple : des demi-sphères et des quarts de sphères dans une grande majorité de cas.

Cependant, dans cette recherche, nous souhaitons explorer la génération des Muqarnas sur des surfaces plus variées, et ainsi, chercher des méthodes et des techniques pour généraliser le processus de génération de Muqarnas sur des surfaces géométriquement plus complexes.

Surfaces vs polysurface

Dans l'optique de rechercher des méthodes alternatives de conception de Muqarnas complexes, nous allons développer une autre approche pour la génération de surfaces « multidômes ». Par multidômes nous entendons des surfaces avec plusieurs points critiques qui nécessitent un traitement particulier pour la mise en place d'un réseau. Nous avons déjà eu l'occasion, dans le cas du projet de du pavillon de Mahallat, de générer ce type de surface avec une surface funiculaire. Maintenant, nous allons essayer de générer des Muqarnas complexes sur la base de polysurface, c'est-à-dire d'un agencement de plusieurs surfaces. Cette approche nous permet d'une certaine manière de nous débarrasser des problématiques de traitement du réseau d'une surface complexe, car on raisonne par des modules (des surfaces) qui sont relativement simples d'un point de vue géométrique. La problématique est donc de travailler avec des modules pour assurer la continuité entre les différents éléments qui composent la polysurface globale. Nous allons ici explorer différents cas de génération de Muqarnas suivant cette approche.

Propriétés et conditions du module

Le principe géométrique de cette approche consiste à agencer plusieurs modules réguliers ou irréguliers afin de construire une polysurface globale sur laquelle le Muqarnas sera installé. Le but est de pouvoir récupérer en fin de compte un réseau continu pouvant être utilisé comme base de modélisation des Muqarnas. Du fait que le réseau global de la polysurface est issu du regroupement des réseaux de courbes de tous les modules (qui sont des surfaces simples), il est préférable d'utiliser le maillage isoparamétrique de chaque module comme réseau. Ainsi, comme il s'agit d'assembler plusieurs modules, il est impératif d'avoir une parfaite connexion entre les surfaces et surtout entre chaque maillage isoparamétrique de deux modules adjacents.

⁸⁰ Cette typologie vient de la classification d'Al-Kashi, dans son ouvrage *Key of Arithmetic (Miftah al Hisab)*.

Définition du module

Dans le cadre de cette approche générative, un module ou un composant, est une polysurface qui d'un point de vue topologique est équivalente à une pyramide tronquée. C'est-à-dire que ce module est une surface ou une polysurface composée de deux bords qui sont des courbes fermées. Le bord le plus petit délimite le trou de cette surface. Pour que cette pyramide tronquée se forme, le bord extérieur et le bord du trou ne doivent pas être coplanaires.

Pour que plusieurs modules puissent s'agencer et former un ensemble (une surface complexe plus grande), il faut que le bord extérieur des modules soit un polygone (régulier ou irrégulier). C'est-à-dire que les contraintes d'agencement ne permettent pas d'avoir des bases (bords extérieurs) courbes pour ces modules. En revanche la position du bord intérieur (trou) peut-être quelconque à l'intérieur du bord extérieur.

Ce module est donc généré par une surface qui relie la courbe extérieure à la courbe intérieure.⁸¹

L'agencement des modules et leur extension horizontale permettront de construire une surface globale plus complexe. Mais pour cela il est important de noter que les modules ne doivent pas être agencés arbitrairement. C'est-à-dire que dans cet ensemble de modules, certains modules seront considérés comme des dômes, donc dirigés vers le haut, tandis que tous les modules adjacents (avec un bord commun) à ce dôme seront des modules inversés, c'est-à-dire dirigés vers le bas.

⁸¹ Cette opération se fait avec la commande *loft* ou *ruled surface* du logiciel Grasshopper

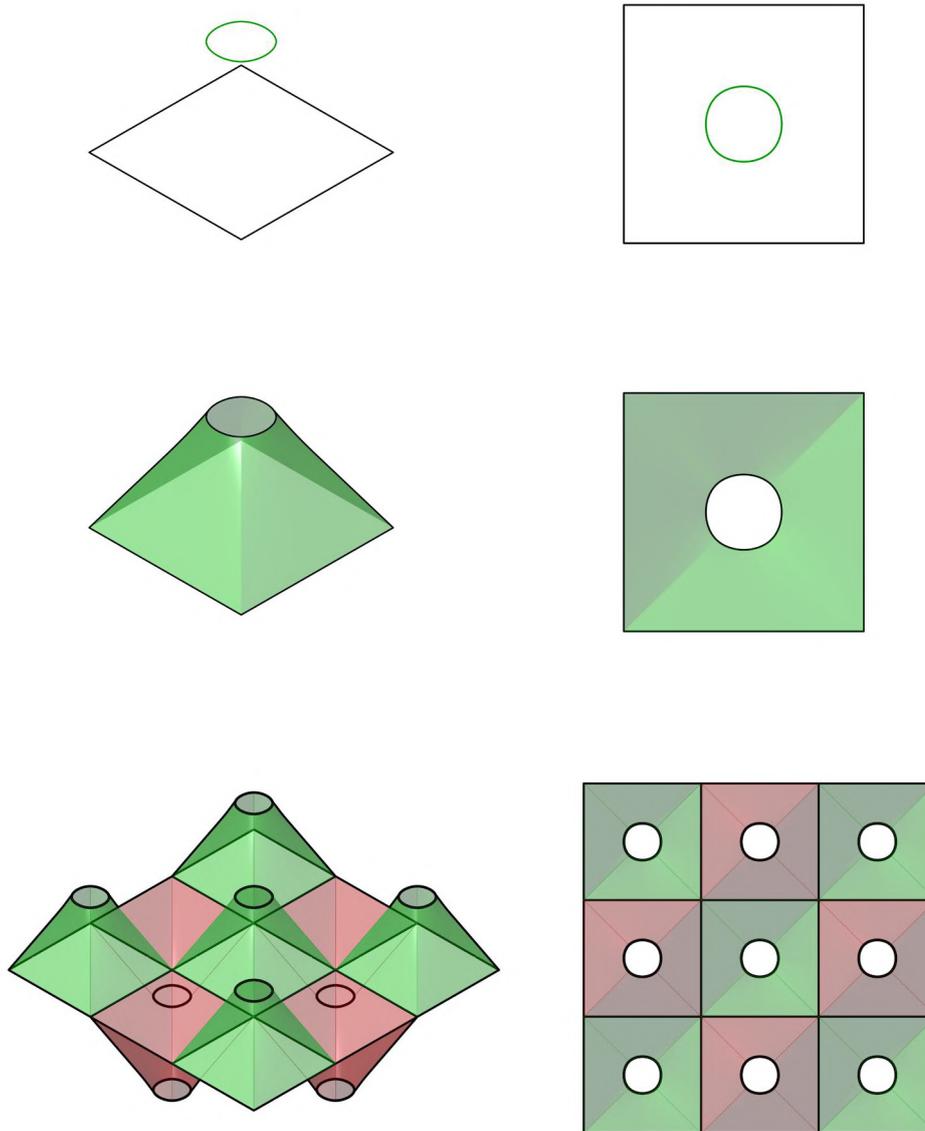


Figure 128. Géométrie du module et son extension.

Réseau

Nous voyons donc que nous avons à faire à une structure complexe, composée de modules de type concentrique avec un jeu d'orientation qui permet une structuration de l'ensemble. À présent, il est important de vérifier le réseau avec lequel nous pourrions travailler pour l'installation des Muqarnas. Nous avons déjà évoqué que, dans cette approche, il est logique de prendre en compte le réseau isoparamétrique. La méthode par laquelle les modules sont

générés impose une certaine régularité au niveau du réseau isoparamétrique. C'est-à-dire que les deux bords du module seront considérés comme la direction U du maillage et les lignes génératrices reliant les deux bords formeront les courbes de direction V de la surface. Cette logique restera identique, quelle que soit la géométrie du module.

Donc, en agençant les modules par leurs bords et en ayant le même nombre de courbes isoparamétriques dans la direction V, la connexion entre les réseaux des modules adjacents sera assurée.

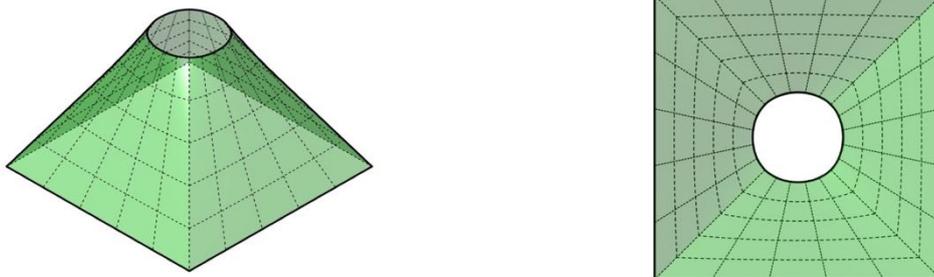


Figure 129. Géométrie du réseau isoparamétrique d'un module.

Pavages

Ayant décrit les principes de génération d'une surface complexe, nous pouvons nous intéresser à la géométrie des modules. Nous avons vu que cette approche peut être appliquée à partir de polygones quelconques. C'est-à-dire que la logique impose de construire des cellules concentriques de type pyramidal sur la base de polygones pavant le plan. Il est possible donc d'appliquer cette approche générative sur la base d'un pavage composé de polygones.

Nous allons donc analyser l'application sur des pavages de types différents.

Pavages classiques : régulier et semi-régulier

Les pavages classiques du plan sont les pavages réguliers et semi-réguliers. Les pavages réguliers sont composés de polygones réguliers, il s'agit de triangles, de carrés et d'hexagones réguliers.

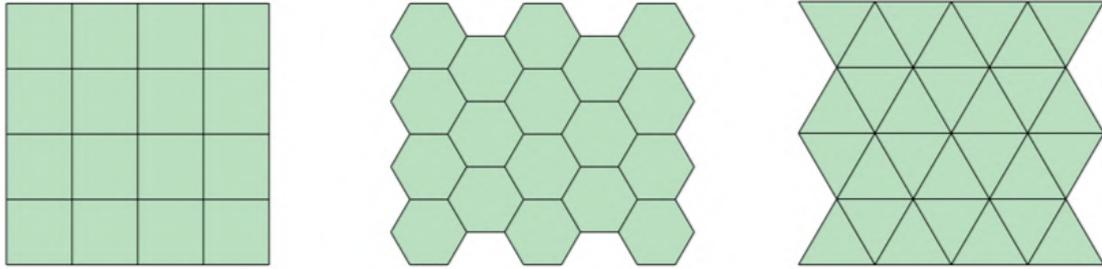


Figure 130. Pavages réguliers.

Il existe aussi une grande variété de pavage par d'autres types de polygones. Par exemple nous pouvons construire des pavages avec n'importe quel type de quadrilatère. Il existe quatorze types de pavages à base de pentagones irréguliers et convexes ou encore trois types de pavages à base d'hexagones irréguliers (Pottmann 2007, 152).

En outre, il existe des pavages semi-réguliers du plan, qui permettent de couvrir le plan avec plusieurs types d'éléments. Le pavage semi-régulier est composé de plusieurs types de polygones réguliers. La règle de ce type de pavage est qu'il y a exactement la même configuration en chaque sommet du pavage. C'est-à-dire que sur chaque sommet, il y a le même nombre de polygones réguliers avec le même ordre d'agencement. Nous pouvons noter par exemple les pavages composés d'hexagones et de carrés ou d'hexagones et de triangles.

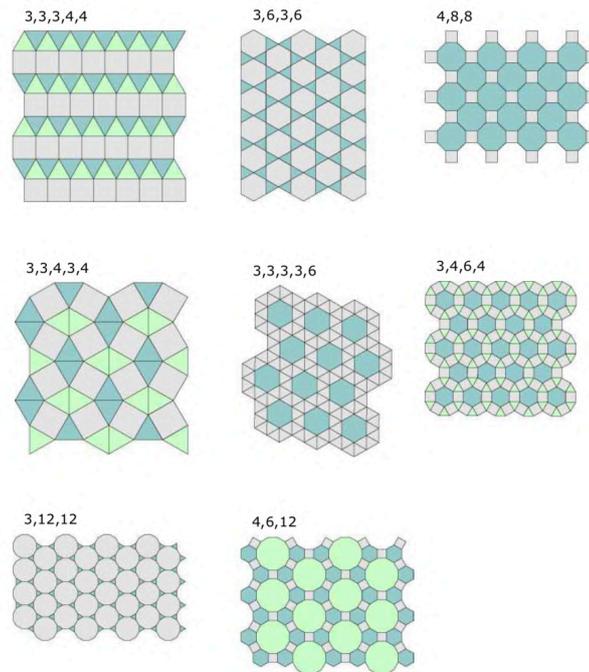


Figure 131. Pavages semi-réguliers (Pottmann 2007, 154).

Ainsi, nous constatons qu'il existe une infinité de possibilités pour générer des Muqarnas de type multidômes avec cette approche modulaire et grâce aux propriétés des pavages du plan. Nous allons donc à travers quelques exemples montrer les possibilités de génération de Muqarnas suivant cette approche, et en même temps chercher les limites et les dysfonctionnements, notamment en ce qui concerne la connexion des éléments. Il serait intéressant de commencer par le pavage le plus simple qui est le pavage régulier composé de carrés. Dans ce cas précis, comme nous l'avons d'ailleurs déjà vu, les modules s'agencent parfaitement et la règle d'orientation est assurée. La vérification de l'agencement se fait comme précédemment par l'analyse de graphes, après avoir généré le réseau de blocs. Il est donc possible de développer cette structure de Muqarnas avec un nombre de modules quelconque.

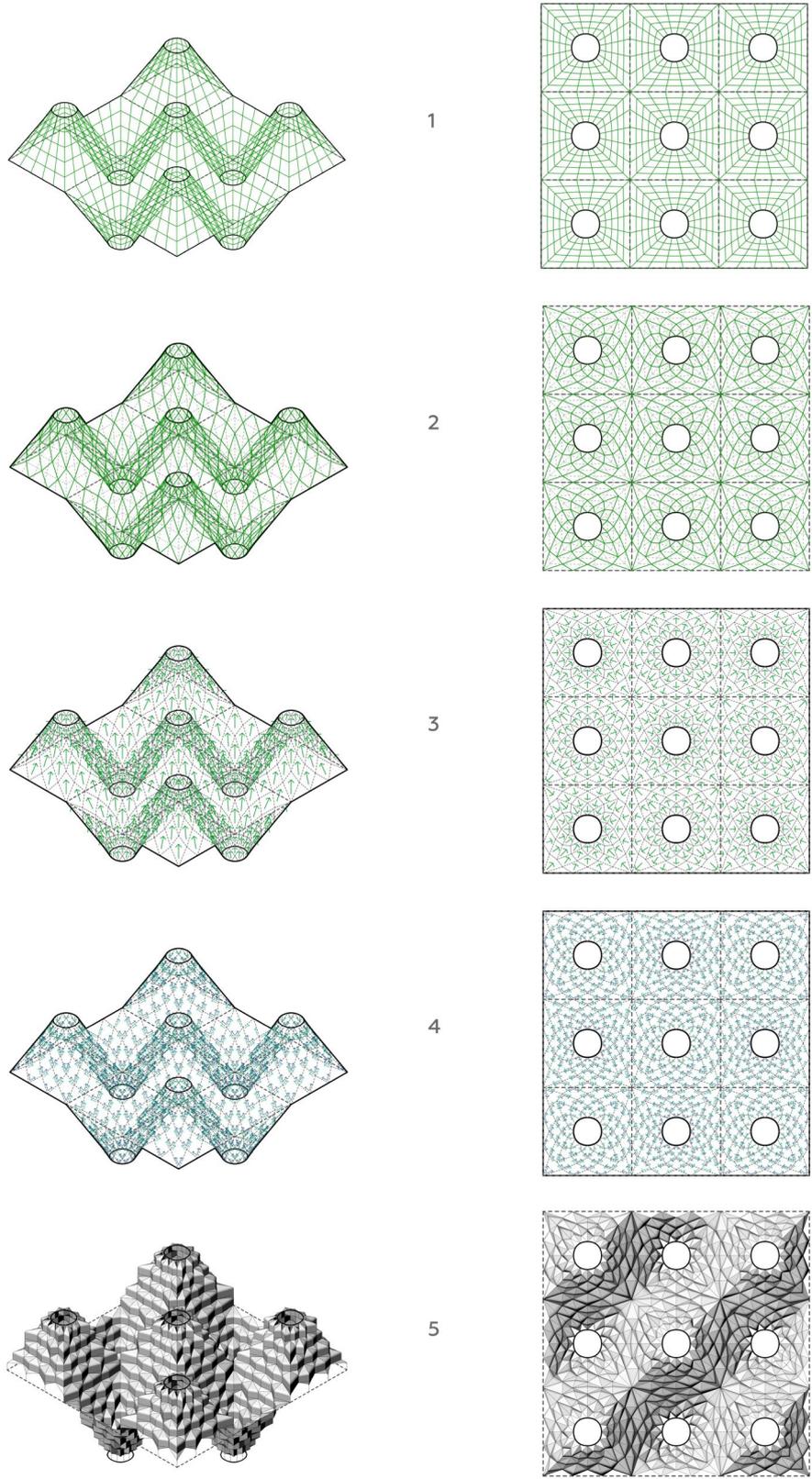


Figure 132. Polysurface composé de 9 modules réguliers. Construction du réseau, vérification par graphe et génération des éléments Muqarnas.

Ensuite, pour aller plus loin, nous pouvons proposer sur la même base un pavage de type irrégulier composé d'hexagones. Il ne s'agit pas de pavage semi-régulier, car nous nous basons sur les lignes isoparamétriques de la surface de base pour construire un réseau d'hexagones. Le nombre et la taille des hexagones dépendent du nombre de divisions des isoparamétriques de la surface. Ainsi il est possible de paver de façon paramétrique une surface plane par des hexagones⁸². Nous remarquons que sur les bords et sur les sommets de la surface de base qui est rectangulaire, nous retrouvons des hexagones tronqués. En passant d'un pavage quadrilatéral à un pavage hexagonal, nous nous rendons compte que le principe d'orientation que nous avons évoqué ne peut plus être appliqué. En effet, pour avoir les cellules adjacentes avec un sens opposé, il est nécessaire que les sommets du pavage soient de degré 4, autrement dit que le pavage soit quadrilatéral. Nous savons donc déjà que ce système de sens inversé (comme une boîte à œufs) n'est pas valable pour ce cas précis. Nous allons quand même procéder à la génération des Muqarnas sur ce pavage hexagonal, afin de voir exactement les points de dysfonctionnements. Le processus reste le même que pour le pavage précédent, et même si le principe de sens n'est pas respecté, la continuité du réseau isoparamétrique est assurée.

⁸² Cet algorithme de discrétisation en hexagones a été réalisé à l'aide du plugin *Lunchbox* sur Grasshopper.

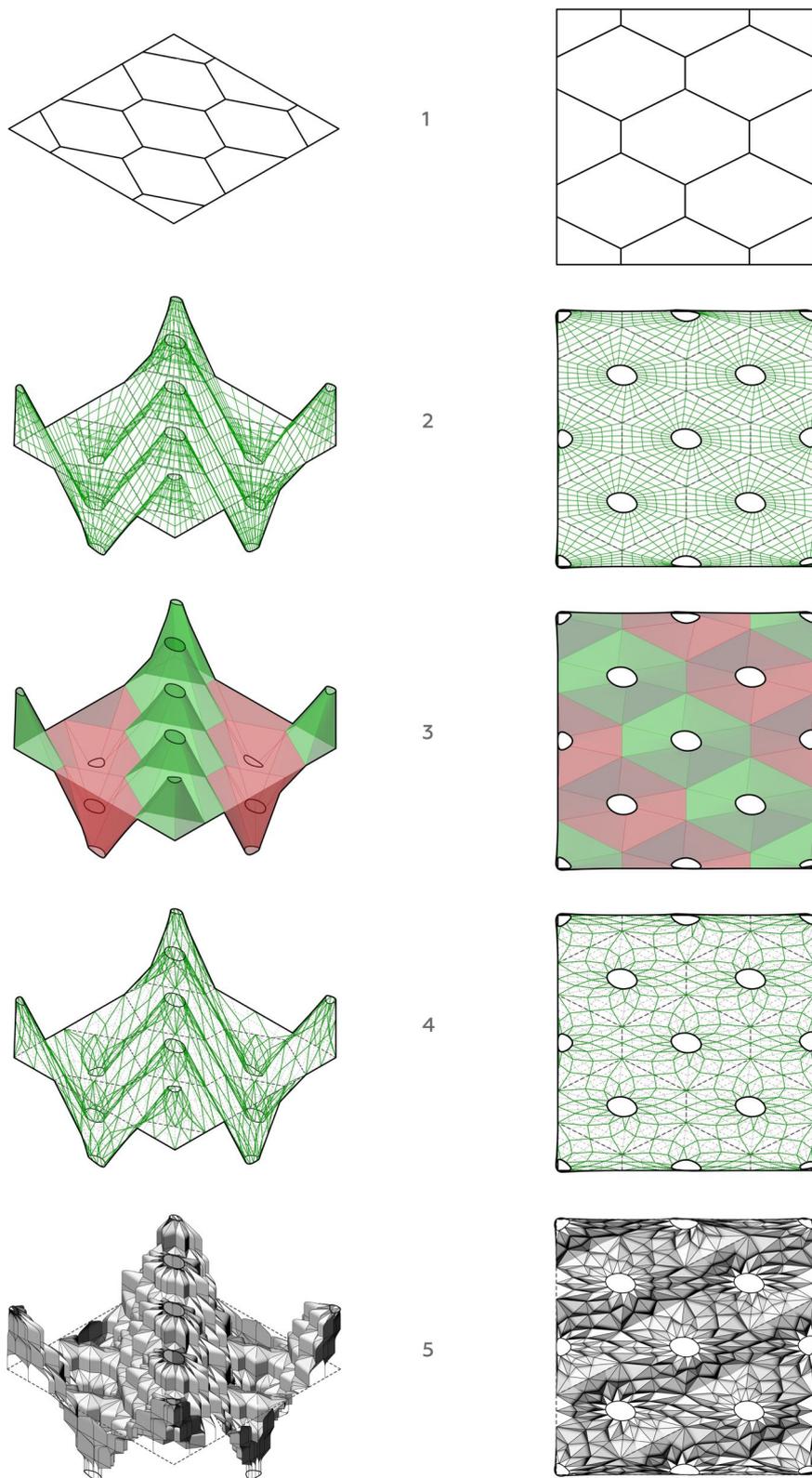


Figure 133. Polysurface composée de modules hexagonaux. Construction du réseau, orientation des modules, génération des Muqarnas.

C'est en passant à l'analyse des graphes du réseau que nous remarquons les problèmes de connexions dans certaines zones. Les connexions invalides se trouvent en effet sur les bords des modules adjacents. On constate donc que là où le principe d'orientation (sens opposé pour deux modules voisins) n'est pas respecté, il y a des connexions invalides par rapport aux blocs. Cela s'explique par le fait que sur les bords de deux modules, nous retrouvons des blocs (losanges) avec deux points hauts au même niveau. Cette organisation provoque donc un problème d'orientation du bloc, et par conséquent il ne sera pas agencé adéquatement avec les blocs voisins.

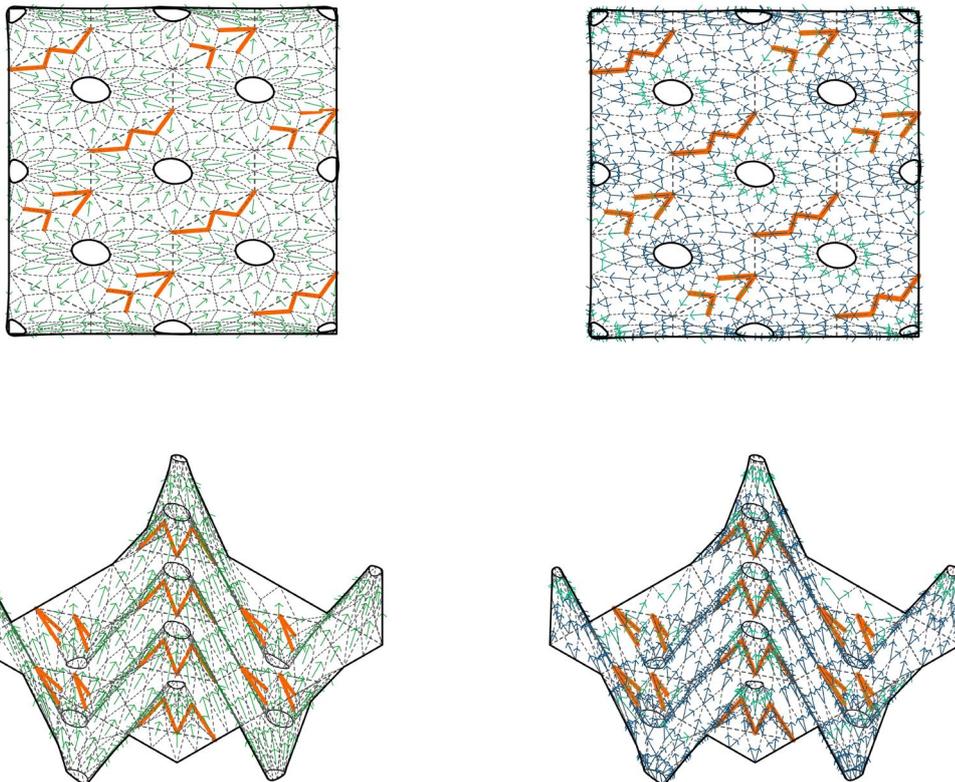


Figure 134. Analyse de graphes. Les lignes orange montrent une connexion invalide entre les blocs du réseau.
Nous constatons que cela se produit sur les bords des modules.

Pavage irrégulier : Voronoï

Outre les pavages classiques cités ci-dessus, il existe d'autres types de pavage du plan par des polygones irréguliers. Un cas intéressant dans ce cadre est l'algorithme de Voronoï qui permet de générer des cellules de type polygonal, centrées sur un nuage de points quelconque.

Il est donc possible de générer un pavage de Voronoï entièrement aléatoire et irrégulier à partir d'un nuage de points aléatoire. Le processus d'application des Muqarnas sur la polysurface engendrée par ce type de pavage est très similaire au pavage hexagonal expliqué précédemment. Vu que l'on a des cellules aléatoires et en conséquence des sommets de degrés différents, les problèmes de connexions rencontrés pour le pavage hexagonal seront présents aussi dans ce cas. Il faut noter que le fait d'ajuster la densité de la grille isoparamétrique peut réduire la quantité de connexions invalides.

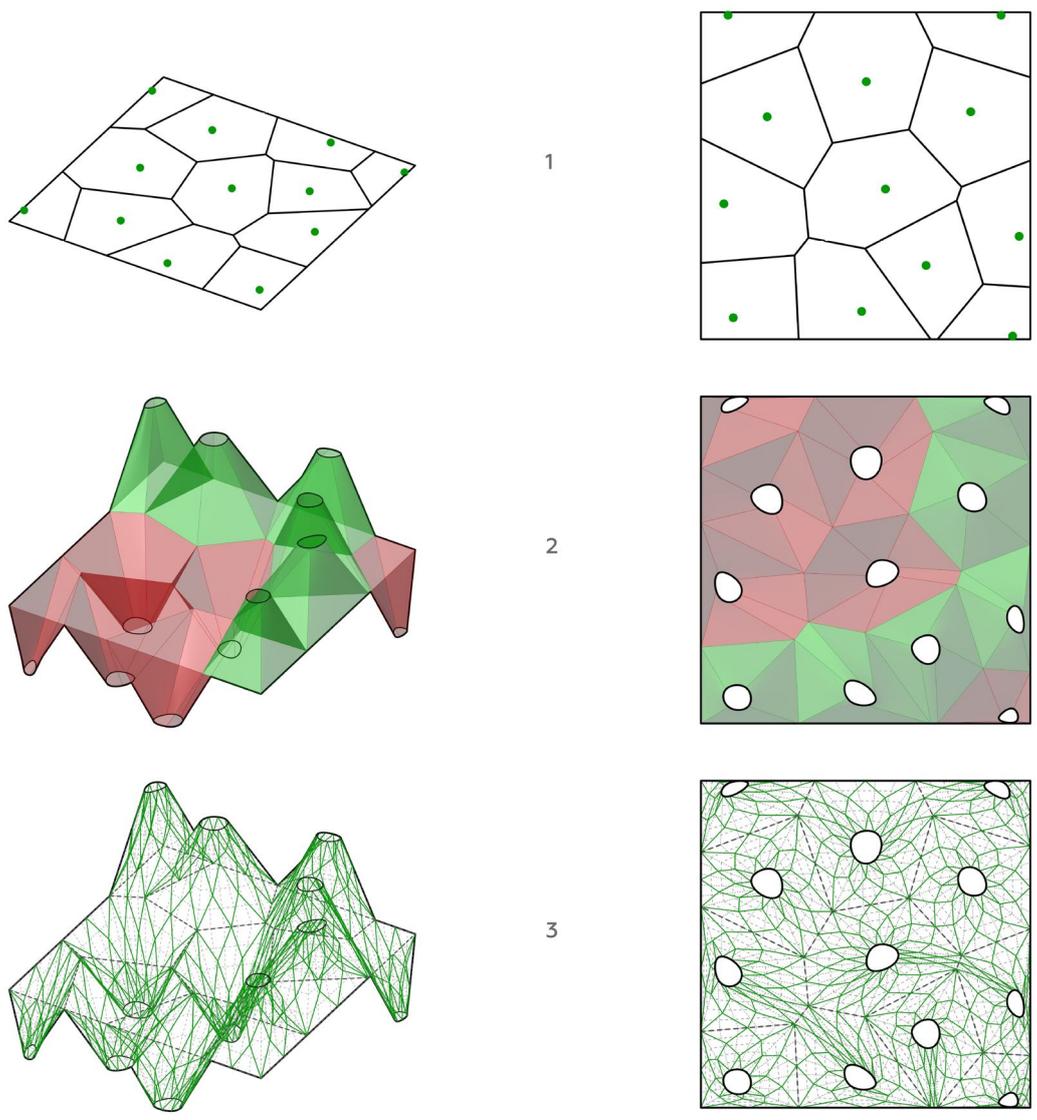


Figure 135. Polysurface construite sur la base d'un pavage de Voronoï. Orientation des modules et construction du réseau.

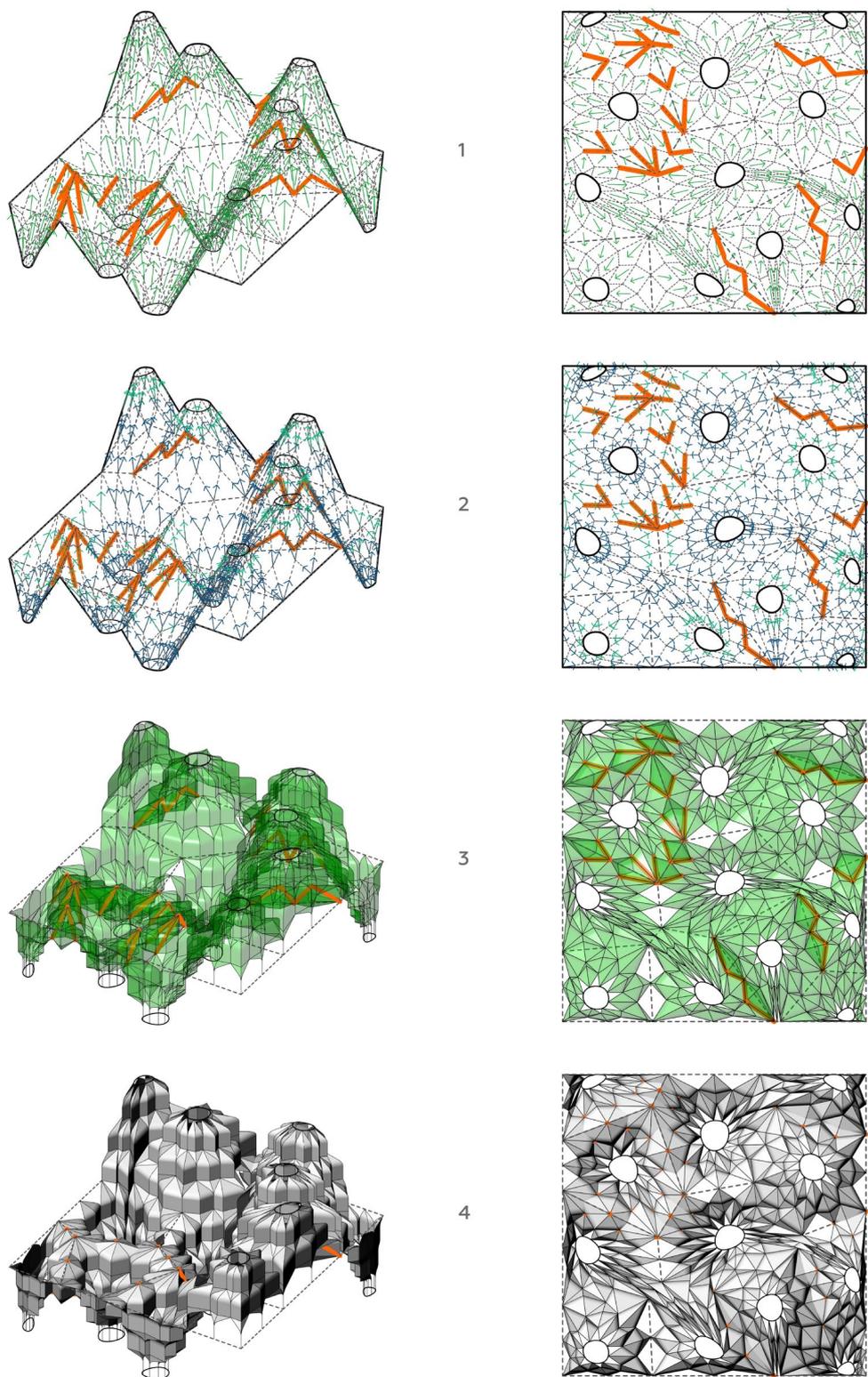


Figure 136. Vérification par graphes et génération des Muqarnas. Les éléments de Muqarnas générés sur les lignes orange (mauvaise connexion) ne sont pas reliés de façon correcte avec les éléments voisins.

6. Complexification

Après avoir exposé plusieurs approches génératives de Muqarnas, nous constatons qu'en ce qui concerne la variation morphologique et la complexification, un développement est nécessaire.

En effet, nous avons montré qu'à partir du XIV^e siècle, les Muqarnas iraniens ont suivi la voie de la complexification géométrique. Un des outils de cette complexification est, comme nous l'avons vu, la variation du type d'agencement entre les éléments. Bien que l'on trouve une symétrie dans l'aspect global de la structure, la géométrie, l'organisation et l'orientation des éléments soulignent cette volonté de complexifier sans cesse la morphologie des Muqarnas. Cette complexification qui est accentuée avec un savant jeu d'ornementation des cellules a pris une telle ampleur dans certains cas qu'il serait même possible de parler d'une certaine forme d'irrégularité.

Évidemment, aucun Muqarnas n'est irrégulier (comme c'est le cas de tous les autres éléments de l'architecture traditionnelle) dans le sens où nous constatons une périodicité et une symétrie dans leurs géométries. Mais en voyant cette aptitude croissante de complexification géométrique, il nous semble juste de qualifier les Muqarnas tardifs (à partir du XV^e siècle environ) de quasi-réguliers. Cet aspect de complexification est donc fondamental dans ce que nous avons déduit de l'étude de l'évolution géométrique des Muqarnas.

Les modèles numériques obtenus par les approches génératives mises en place jusqu'ici, conduisent dans la majorité des cas à des modèles dans lesquels nous retrouvons une certaine forme d'homogénéité. D'un point de vue morphologique, les modèles numériques de Muqarnas issus de ces algorithmes manqueraient de variations et peut-être d'irrégularités en comparaison avec les Muqarnas complexes traditionnels. Ces approches ont certainement apporté de la flexibilité à la conception des Muqarnas et ont rendu possible la création de Muqarnas sur la base de surfaces morphologiquement complexes. Globalement, nous avons la possibilité de générer des Muqarnas paramétriques sur la base de surfaces complexes, ce qui est déjà un avantage par rapport à la méthode traditionnelle.

L'observation de la variation géométrique et le degré de complexité des Muqarnas traditionnels nous poussent à questionner la complexification des nouveaux Muqarnas générés par nos approches génératives. Pour aborder ce problème, nous avons commencé par analyser les différentes méthodes de complexifications qui existent dans les Muqarnas traditionnels, pour ensuite essayer de les intégrer à la définition algorithmique pour la génération des Muqarnas. Le « fusionnement » et les éléments plats sont deux logiques que nous allons donc chercher à simuler dans nos définitions algorithmiques.

6.1 Fusionnement

En observant de plus près les Muqarnas complexes tardifs, nous nous apercevons que la complexification est due en partie à la variation du mode de connexion entre les blocs. Pour clarifier ce propos, nous pouvons comparer les Muqarnas du portail de la grande mosquée d'Ispahan (XII^e siècle) et le Muqarnas du portail de la mosquée Pāmenār de Kerman (XV^e siècle). Ces deux Muqarnas correspondent respectivement aux époques Seldjoukides et Mozaffaride. Dans le cas de la grande mosquée d'Ispahan, on reconnaît le style Seldjoukides qui est caractérisé par l'agencement simple des blocs de Muqarnas sur quasiment toutes les rangées. En analysant le plan, nous voyons que les blocs de chaque niveau se connectent par un seul point (le point 1 ou 3 du bloc) au bloc adjacent. Cette forme de connexion est le cas le plus simple de connexion entre deux blocs voisins. Les premiers Muqarnas Seldjoukides adoptent souvent ce type de connexion entre les éléments de leurs plans.

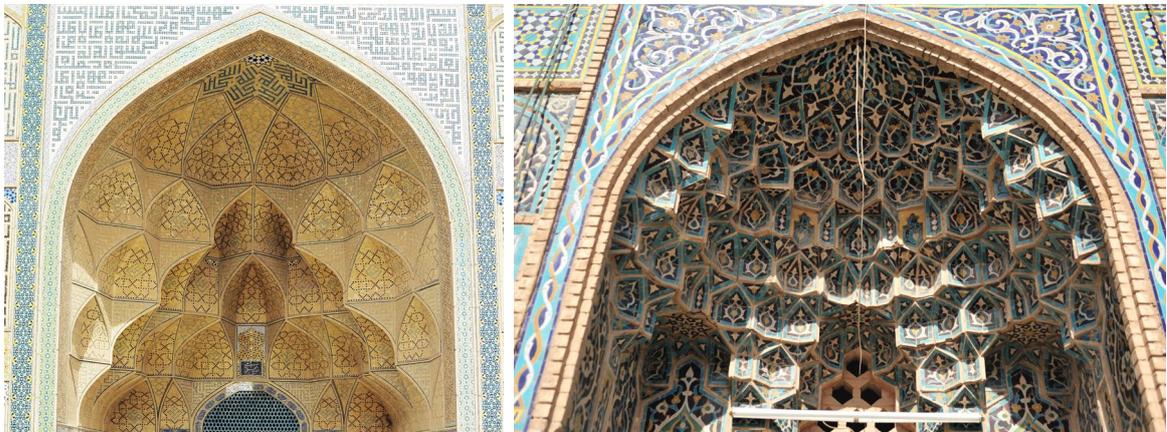


Figure 6-1. À gauche : Muqarnas de l'Iwan ouest de la grande mosquée d'Ispahan. À droite : Muqarnas du portail de la mosquée Pāmenār de Kerman.

Quant au Muqarnas de la mosquée Pāmenār de Kerman, nous remarquons tout de suite une plus grande variété d'agencements des éléments. Si nous mettons de côté les rangées les plus basses qui contiennent des éléments plats (étoiles), nous pouvons valider que les modifications apportées à l'agencement des blocs par rapport au cas simple (évoqué ci-dessus) suivent toutes la même logique. En réalité il s'agit d'une sorte d'union entre deux ou plusieurs blocs. C'est-à-dire que contrairement au cas simple d'agencement où les blocs adjacents sont connectés par un point, dans cette configuration, deux ou plusieurs blocs adjacents sont connectés par leurs côtés (connexion par deux points). Cette opération de connexion par deux points (un côté) de deux blocs voisins pourrait être qualifiée de fusionnement. Le fusionnement entre deux ou plusieurs blocs peut se faire de deux manières :

1. Deux blocs se connectent par les côtés supérieurs (les blocs sont connectés par les cellules)
2. Deux blocs se connectent par les côtés inférieurs (les blocs sont connectés par les éléments intermédiaires)

Autrement dit, c'est l'angle formé entre deux blocs adjacents (connectés par les points intermédiaires 1 ou 3) qui définit le type de connexion. En conséquence, si l'angle formé entre les côtés supérieurs des blocs est minimum ou maximum c'est-à-dire quand les deux côtés inférieurs se connectent, il s'agit d'un fusionnement. L'angle minimum est un fusionnement par cellules et l'angle maximum est un fusionnement par éléments intermédiaires. Tout agencement entre ces deux angles maximum et minimum traduit un agencement simple.

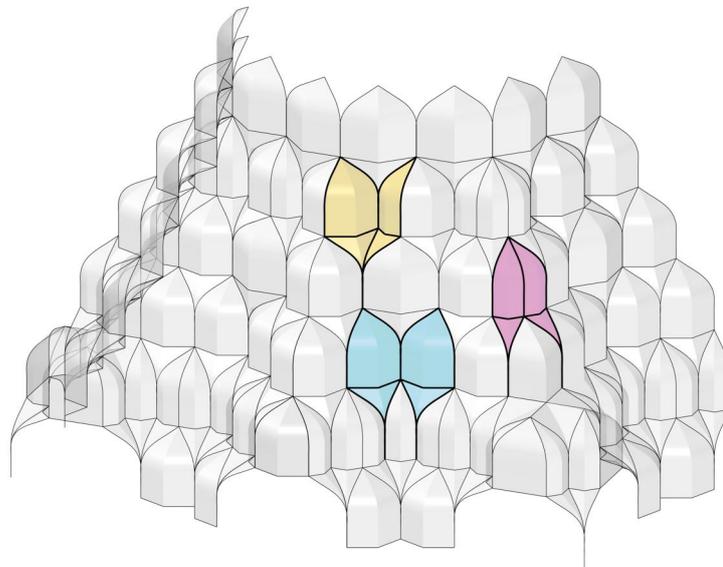
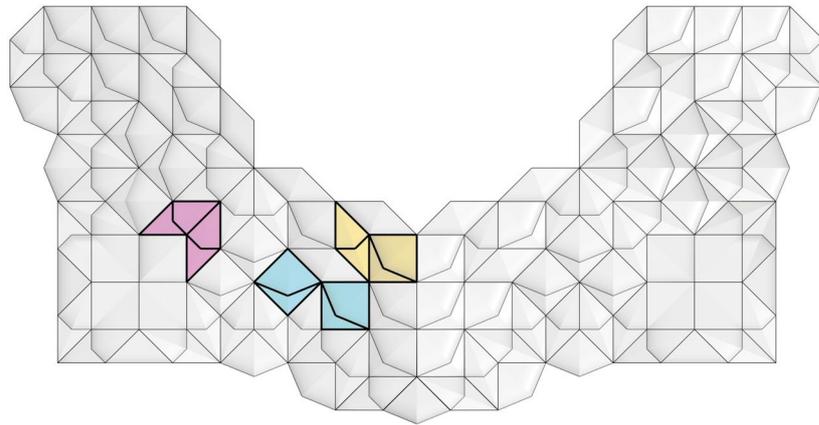
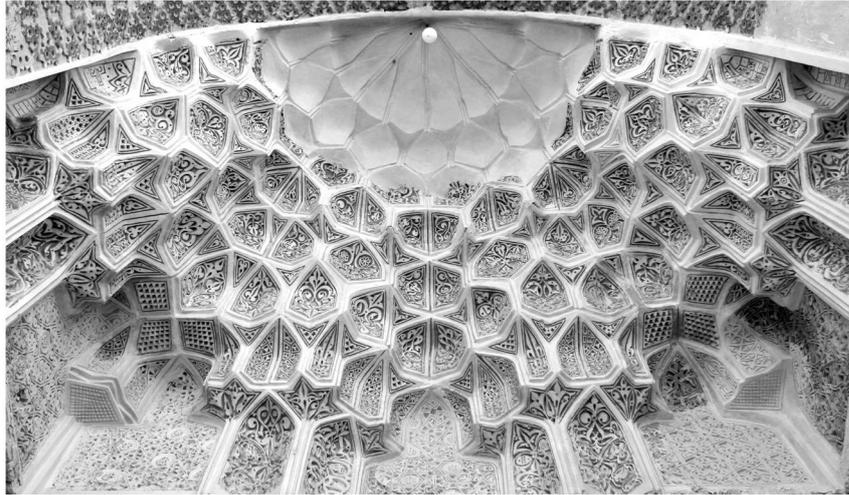


Figure 2. Muqarnas du mausolée Bayazid Bastâmi. Les schémas montrent en plan et en axonométrie les trois types de connexions des blocs. En rose : fusionnement par cellules. En jaune : fusionnement par éléments intermédiaires. En bleu : Agencement simple.

Si nous prenons en compte l'ensemble des Muqarnas du XIII^e siècle au XIX^e siècle, nous nous apercevons que cette technique a été utilisée de différentes façons afin de rompre avec l'homogénéité des Muqarnas primaires et d'apporter plus de variation à la géométrie globale.

6.2 Étoiles

Après le fusionnement, nous pouvons aussi remarquer une autre technique de complexification. Celle-ci est plus explicite, car elle représente un élément indépendant. Il s'agit des éléments plats qui sont souvent réalisés en forme d'étoiles. Ces éléments plats, comme nous l'avons montré, jouent en quelque sorte le rôle de centres secondaires dans un Muqarnas. En effet, le Muqarnas classique dans le style iranien a souvent⁸³ un seul centre autour duquel les éléments sont disposés. Mais la présence des centres intermédiaires fait que les éléments proches de ces centres secondaires sont attirés par celui-ci et donc se tournent vers ce nouveau centre au lieu du centre principale. Cette description est légitimée par les schémas et les plans présents dans le rouleau de Topkapi montrant les étapes de traçage de plans de Muqarnas. On y voit clairement la présence des lignes de niveau, du centre principal et des cercles intermédiaires placés sur des rangées qui vont se transformer en éléments plats. Nous constatons donc que les concepteurs de ce type de Muqarnas à l'époque procédaient de cette façon, c'est-à-dire par la création de nouveau champs attracteurs en introduisant les centres et cercles secondaires. Cette logique de base reste simple, mais la complexité se situe au niveau de l'agencement et de l'orientation des éléments bordant l'étoile.

⁸³ Dans le cas des Muqarnas d'Iwan, de coupôles, de minarets. Les Muqarnas construits sur des surfaces verticales ne sont pas orientés vers un centre.

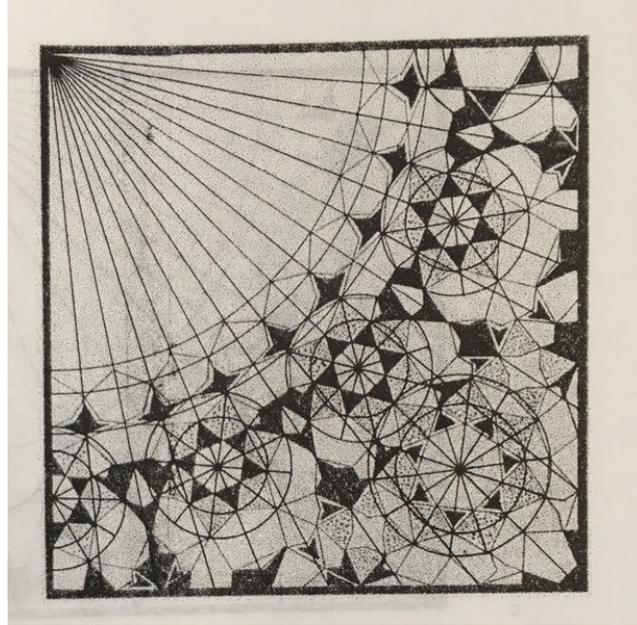


Figure 3. Plans du rouleau de Topkapi montrant le processus de tracé d'un plan avec une géométrie radiale. Nous remarquons les cercles secondaires qui servent à placer les éléments plats ou les étoiles. Ces cercles sont placés sur la base de la trame radiale.

Il faut donc définir à quel niveau appartient chaque élément autour de l'étoile. En effet, sur les plans qui sont en général coloriés et hachurés, nous apercevons plusieurs types de remplissage. Des colorations « solides » en rouge et noir pour distinguer la nature de certains éléments, mais surtout – ce qui attire notre attention – des remplissages « par points » sur les éléments autour des étoiles. En effet nous observons que dans la plupart des cas où il y a une étoile sur le plan, certains éléments qui l'entourent sont hachurés. Cette distinction est faite pour montrer l'appartenance aux rangées correspondantes. Car les éléments autour de l'étoile appartiennent à deux rangées successives, et la limite de ces deux niveaux n'est pas facile à identifier.

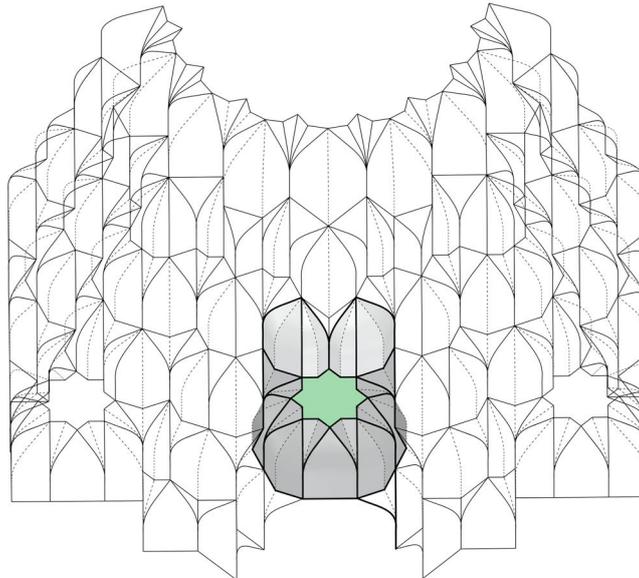
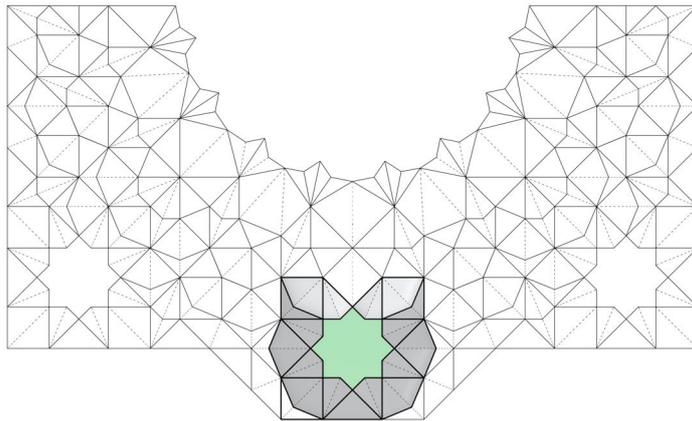
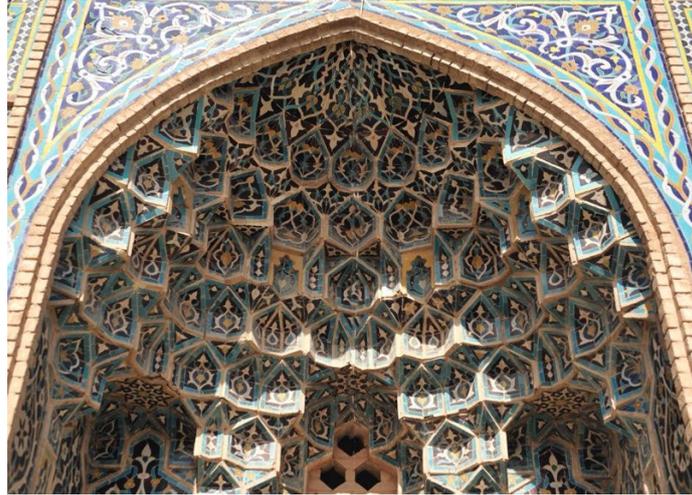


Figure 4. Organisation des éléments autour d'une étoile (élément plat). Nous voyons que ces éléments appartiennent à deux niveaux différents. Photo, plan et axonométrie du Muqarnas de la mosquée Pāmenār de Kerman.

6.3 Approche itérative

Suite aux deux logiques de complexification que nous avons évoquée, le fusionnement et l'élément plat, nous allons dans cette partie exposer une nouvelle approche générative permettant d'intégrer ces deux logiques de complexifications. Nous allons dans un premier temps montrer comment intégrer le fusionnement dans les agencements des éléments et ensuite nous expliquerons de quelle manière le plan enrichi par des fusionnements peut faciliter l'accueil des éléments plats.

Cette nouvelle contrainte liée au fusionnement parmi les agencements du plan nous amène à repenser fondamentalement la stratégie de génération numérique. Pour cela, nous nous sommes rapprochés de la méthode traditionnelle de conception du plan du Muqarnas. En effet, comme nous l'avons montré précédemment dans l'analyse des plans de Muqarnas, le processus de traçage du plan s'opère rangée par rangée. Même si nous avons remarqué l'importance de la trame ou du réseau radial dans les plans des Muqarnas tardifs (à partir du XV^e siècle), mais comme le montre explicitement Lorzadeh dans son livre (Raeeszade et Mofid 2011), le processus du tracé du plan se fait de façon successive sur la base d'une trame radiale. C'est en réalité cette méthode de tracé successif des niveaux qui permet au concepteur d'orienter l'organisation des éléments selon son goût. Lorzadeh souligne d'ailleurs cette relative liberté dans la conception du Muqarnas en indiquant que le dessin des rangées ne suit pas une méthode prescrite. Cette flexibilité est sans doute une caractéristique singulière du Muqarnas comparé aux autres éléments décoratifs de l'architecture traditionnelle iranienne où les éléments sont parfaitement définis d'un point de vue géométrique⁸⁴.

6.3.1 Approche itérative vs approche directe

Nous estimons que la méthode traditionnelle du tracé « rangée par rangée » du Muqarnas pourrait nous permettre de mettre en place une nouvelle définition générative produisant des agencements plus variés, notamment des fusionnements. Ainsi, cette nouvelle définition se démarque de toutes les autres approches génératives que nous avons exposées jusqu'ici, dans la mesure où celle-ci s'opère de façon itérative. En effet, dans les différentes approches surfaciques ainsi que dans l'approche projective, l'obtention du plan du Muqarnas ou le réseau de blocs est généré en une seule fois. Par exemple dans le cas des logiques surfaciques, quelle que soit la complexité de la surface, il s'agit de générer un maillage adapté au bloc de Muqarnas qui est défini en un seul temps. Nous pouvons donc dire que les approches génératives exposées jusqu'ici sont toutes des approches directes. Car le processus d'obtention du réseau

⁸⁴ Nous faisons allusions au Kārbandi ou au Yazdibandi pour lesquels Lorzadeh explique précisément la méthode de construction géométrique parfaitement définie.

de blocs se fait de façon directe c'est-à-dire en une seule fois. Mais dans le but de simuler le processus de conception traditionnelle, c'est-à-dire rangée par rangée, il est nécessaire d'adopter une approche itérative. Car dans ce cas, après avoir généré la première rangée, les rangées suivantes se forment en fonction de la rangée précédente et de manière successive. Chaque rangée est donc une itération de l'algorithme génératif. Nous devons donc mettre en place une définition qui génère les rangées grâce à une boucle, ce qui nous permet de construire les rangées les unes après les autres. Nous allons présenter cette nouvelle approche itérative en définissant les différentes étapes de l'algorithme.

6.3.2 Définition de la première rangée

La première étape consiste à générer la première rangée. Cette étape est la plus importante, car c'est en fonction de cette rangée que les rangées suivantes vont être générées. Dans cette approche itérative nous allons, comme pour les approches surfaciques, utiliser une surface comme élément de base. Ensuite, nous devons créer des courbes de niveau de cette surface afin de déterminer les rangées de Muqarnas. Les distances entre les courbes de niveau, autrement dit les hauteurs des rangées, peuvent être quelconques et pas forcément constantes. Nous avons donc décidé d'intégrer un composant *graph mapper*⁸⁵ sur Grasshopper afin de pouvoir contrôler librement la répartition des courbes de niveau sur la surface. Bien entendu, le nombre de courbes de niveau est un autre paramètre modifiable grâce à un curseur⁸⁶. Ensuite, nous allons dans cette partie nous concentrer sur les deux premières courbes de niveau (les deux courbes supérieures) de la surface. Car c'est entre ces deux courbes que la première rangée de blocs va être générée.

Nous devons maintenant diviser la courbe de niveau supérieur qui correspond au bord de la surface et définir plusieurs points sur la courbe supérieure pour pouvoir placer les blocs de la première rangée. Encore une fois cette division se fait par le composant *graph mapper* pour permettre de faire varier le nombre et la répartition des points. Cette flexibilité au niveau de la répartition des points (qui est un paramètre fondamental) nous permet d'élargir le domaine de variation.

⁸⁵ Graph mapper est un composant qui permet de « mapper » des valeurs d'un intervalle en fonction d'une courbe.

⁸⁶ Il s'agit du,n composant qui permet de déterminer interactivement un nombre dans un domaine défini.

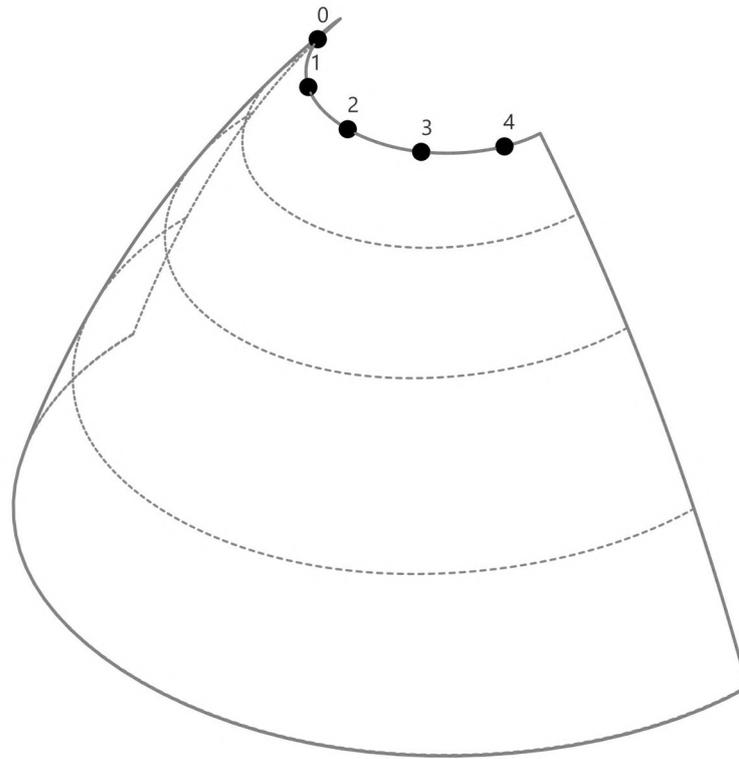


Figure 5. Définition des courbes de niveau sur la surface et division de la première courbe de niveau en plusieurs points sur lesquels les blocs vont se connecter.

Les points que nous venons de créer sur la courbe supérieure sont en réalité des sources par lesquelles des blocs vont émerger. Il s'agit donc d'une étape fondamentale, car c'est précisément ici que nous allons définir le type d'agencement des blocs, et par la suite produire des agencements de type fusionnement entre les blocs. En pratique, comme ces points sont ceux où les blocs se connectent par leur sommet, c'est le nombre de blocs connectés à chaque point qui définira le type d'agencement. Pour parvenir à un agencement correct, nous devons dans un premier temps définir une zone pour chaque point de la courbe supérieure. La surface de la rangée (la surface entre les deux courbes de niveau) est donc divisée par des lignes perpendiculaires à la courbe inférieure en autant de zones que de points. Ces lignes qui délimitent les zones servent aussi à diviser la courbe de niveau inférieure. Ainsi, chaque point situé sur la courbe supérieure correspond à une portion de la courbe inférieure et ils appartiennent à la même zone.

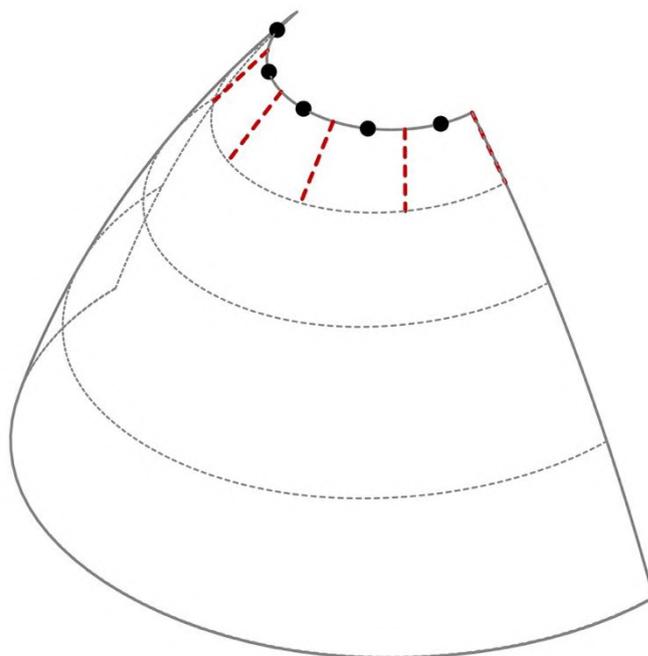


Figure 6. Définition des zones correspondant à chaque point par des lignes perpendiculaires à la courbe inférieure.

Le but est de mettre en place un système de graphe qui va lier les sommets de la courbe supérieure à des points que nous allons trouver sur les portions de courbes inférieures.

Pour cela nous devons trouver plusieurs points sur chaque portion de courbe (sur le niveau inférieur). Le nombre et la position des points que nous allons trouver sur la courbe du bas dans chaque zone vont déterminer le nombre et le type d'agencement de bloc. Ce choix de liste de points représente un autre paramètre essentiel de cet algorithme. Dans l'exemple que nous présentons ici, nous avons fait le choix de définir entre 1 et 4 points sur les courbes inférieures des zones. Nous avons dans un premier temps divisé en quatre l'intervalle $[0,1]$, ce qui nous donne les valeurs $(0, 0,25, 0,50, 0,75, 1)$. Ensuite, nous choisissons pour chaque zone de façon aléatoire, entre 1 et 4 éléments de cette liste de valeurs. Au final, pour chaque portion de courbe (correspondant à chaque zone), nous déterminons des points grâce aux valeurs trouvées : les valeurs 0 et 1 correspondent aux deux extrémités de la courbe et les autres valeurs définissent les points intermédiaires. Par conséquent, dans chaque zone, nous arrivons à définir de façon irrégulière des points sur la courbe de niveau du bas.

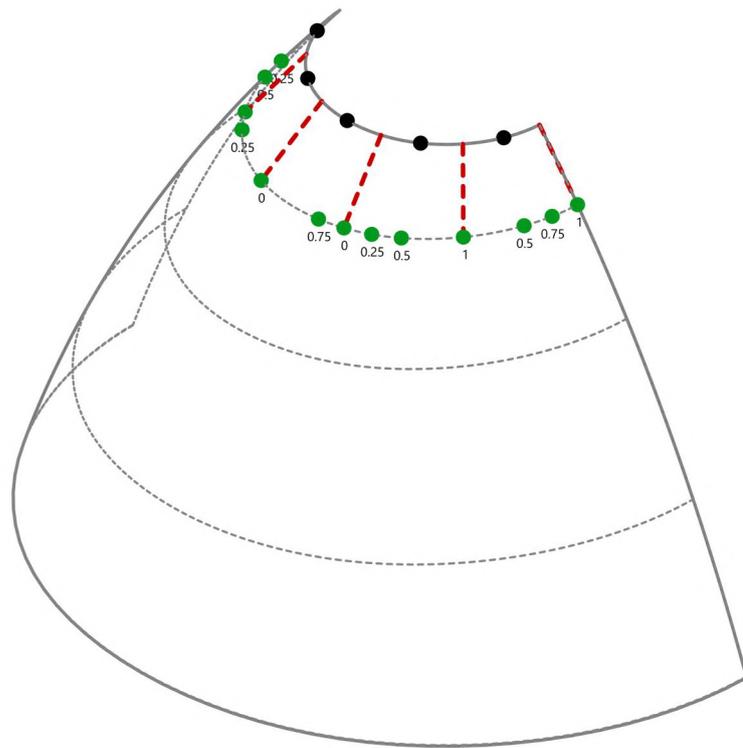


Figure 7. Définition des points (en vert) dans chaque zone sur les portions de courbes inférieures. Dans l'exemple que nous présentons ici, entre 1 et 4 points sont définis sur la courbe de niveau du bas.

La prochaine étape consiste à relier les points supérieurs et inférieurs de chaque zone. Autrement dit, il s'agit d'un graphe, défini entre les sommets des courbes de niveau supérieur et inférieur. Ce graphe, reliant les sommets des deux courbes de niveau, forme la base des blocs du Muqarnas. Dans chaque zone, plus il y a de lignes, plus il y aura de blocs. Ce graphe nous informe donc sur l'organisation des blocs et aussi sur leurs agencements. Ainsi, dans une zone où se trouvent trois lignes partant d'un même sommet pour arriver au niveau inférieur, nous aurons trois blocs, agencés par fusionnement.

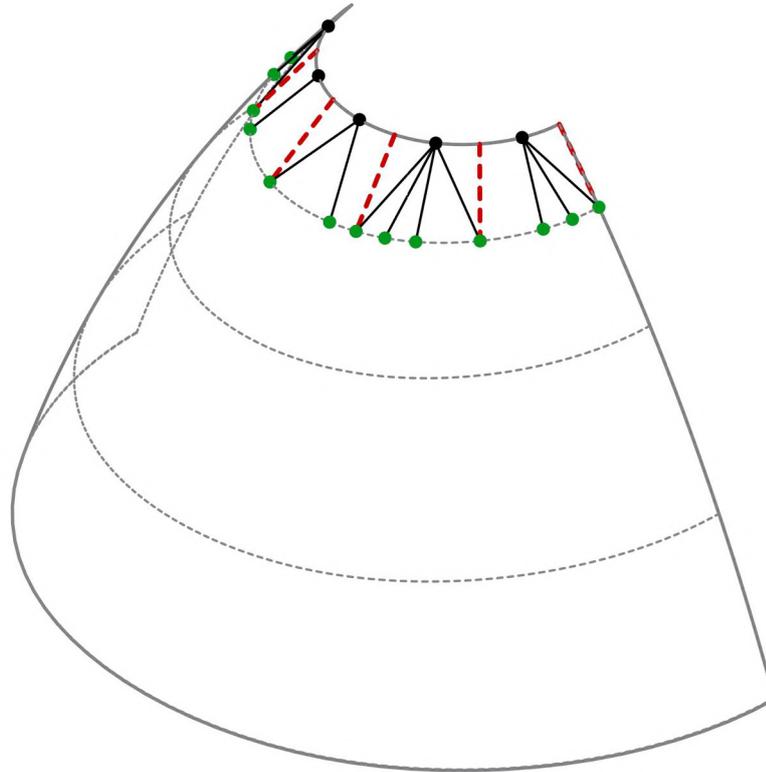


Figure 8. Définition d'un graphe entre les points supérieurs et inférieurs de chaque zone. Le nombre de lignes partant de chaque sommet (en noir) représente le nombre de blocs. Le type d'agencement : des lignes convergentes représente un fusionnement.

Pour mieux comprendre cette transformation de graphe en blocs, nous devons compléter notre définition par la construction des quadrilatères. En effet, sur la base de chaque ligne, un bloc va se former et comme nous l'avons vu dans les approches précédentes, un bloc est toujours un quadrilatère (en forme de losange). Ainsi, les blocs doivent se former dans cette rangée de façon à ce que les lignes soient les diagonales des quadrilatères. Pour assurer un agencement parfait entre les quadrilatères de la rangée, il nous faut aussi définir les deux autres points des quadrilatères pour que deux quadrilatères adjacents s'agencent par leurs points. Une fois assurée la parfaite connexion entre les quadrilatères, nous aurons un enchaînement de quadrilatères qui forme la base des blocs du Muqarnas (première rangée). Ce que nous voulons souligner ici, c'est qu'avec cette méthode, nous obtenons une grande variété d'agencements entre les différents blocs de cette rangée. Nous trouvons effectivement des fusionnements entre 2, 3 ou 4 blocs, mais nous avons aussi des agencements simples entre deux quadrilatères. Cette variation de connexion entre les quadrilatères est exactement la propriété que nous avons recherchée en introduisant cette nouvelle approche itérative. Nous pouvons à présent voir que c'est la définition de ce graphe entre deux courbes qui est à l'origine de l'organisation des blocs. Comme nous l'avons indiqué, tous les paramètres qui règlent la densité,

l'organisation et les connexions de ce graphe permettent de modifier et de faire varier cette rangée de blocs avec un domaine de possibilités considérable.

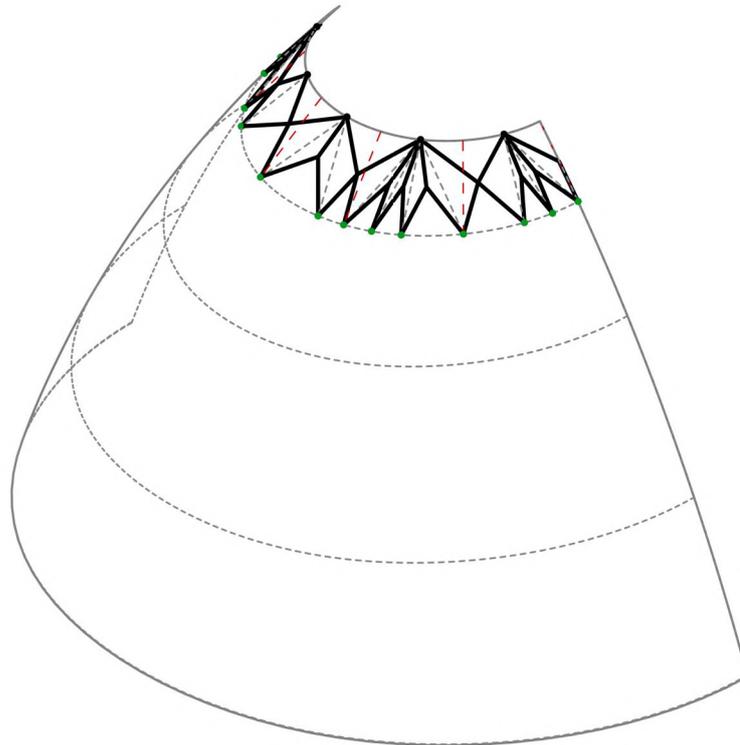


Figure 9. Formation des quadrilatères (blocs) sur la base de chaque ligne. Nous observons une variation d'agencement entre les quadrilatères : fusionnement de 2, 3 ou 4 quadrilatères et agencement simple.

La dernière étape consiste à construire les blocs de Muqarnas sur la base des quadrilatères. À partir d'ici, le processus est le même que celui que nous avons vu pour les autres approches surfaciques consistant à créer le bloc de Muqarnas sur la base d'un quadrilatère spatial (sur la surface).

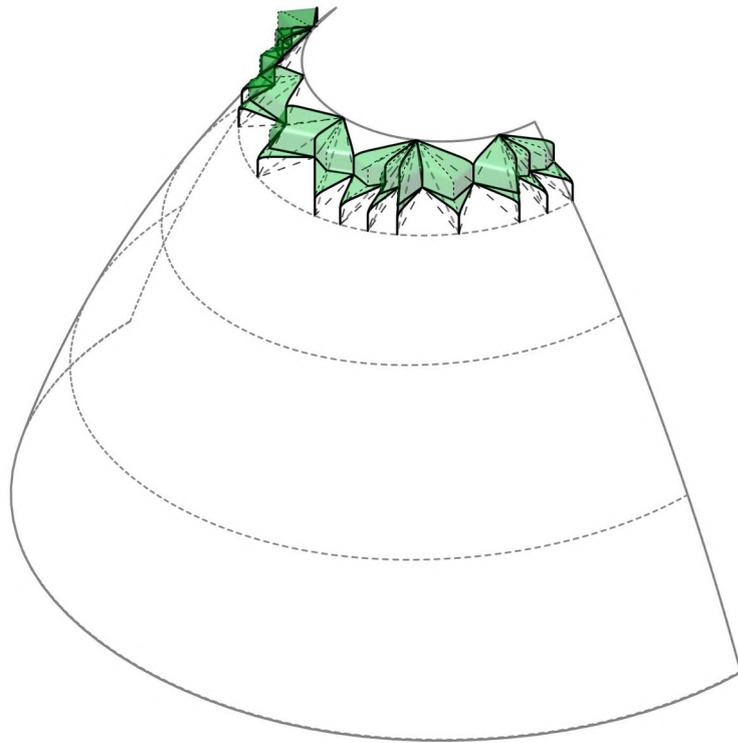


Figure 10. Construction des blocs d'éléments sur la base des quadrilatères formant la première rangée du Muqarnas. Nous voyons clairement les différents types d'agencement entre les blocs sur ce niveau.

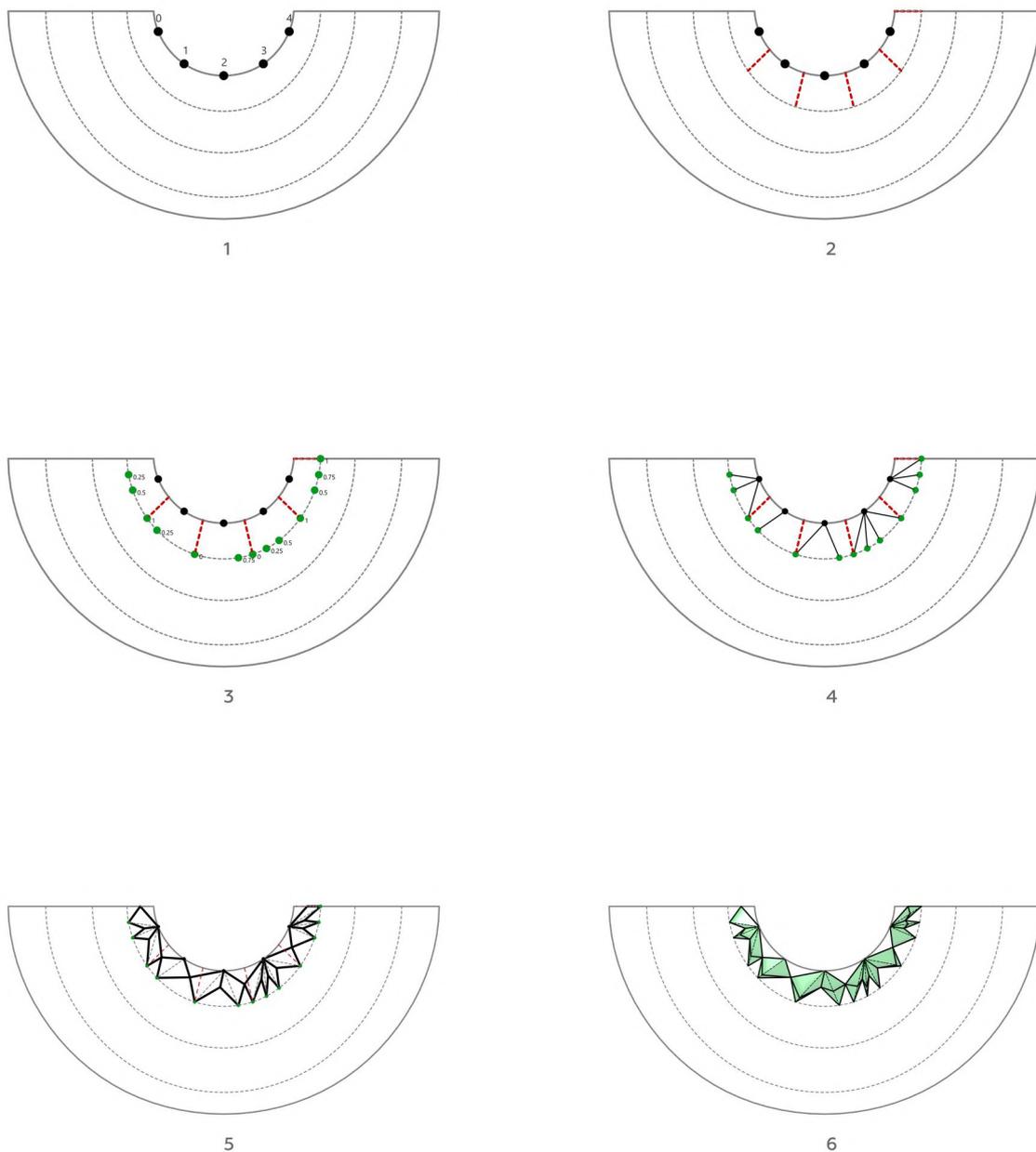


Figure 11. Processus de génération de la première rangée en plan.

6.3.3 Définition de la boucle

Après avoir généré la première rangée, nous devons définir le processus itératif qui permet de créer la même logique de façon successive pour les rangées suivantes. C'est-à-dire que le processus de la première rangée que nous venons de décrire constitue la logique de base d'une rangée, et nous devons faire en sorte de la réitérer pour générer l'ensemble des rangées de la surface définie par les courbes de niveau. D'un point de vue technique, Grasshopper ne permet

pas de construire une boucle pour avoir un algorithme itératif. C'est-à-dire que les composants de base de Grasshopper ne sont pas adaptés pour créer une boucle. Nous pouvons cependant créer un nouveau composant en utilisant un des langages de code accessible dans Grasshopper comme *Visual basic* ou *Python*. Cependant, nous avons utilisé le plugin *Hoopsnake*⁸⁷ qui grâce à un composant, permet de créer des boucles dans Grasshopper. Ainsi, avec ce composant, il est possible de construire une boucle à la suite de la création de la première rangée pour générer la suite du Muqarnas.

Pour construire une boucle permettant de réitérer le processus pour chaque rangée, nous devons définir trois éléments : l'entrée, le processus génératif (génération de la rangée de Muqarnas) et la sortie qui doit correspondre à l'entrée. En effet, ce que nous devons définir comme entrée et comme sortie (*feed-back* dans *Hoopsnake*), correspond aux points de la rangée supérieure. Comme nous l'avons vu, c'est à partir de ces points situés sur la courbe de niveau supérieur d'une rangée que nous avons basé tout le processus génératif. Nous devons donc récupérer à chaque étape ou à chaque itération les points supérieurs de la rangée. En pratique, à partir de la deuxième rangée, les points supérieurs de chaque rangée correspondent aux points inférieurs de la rangée précédente. Nous pouvons ainsi définir comme première entrée (itération 1) les points inférieurs de la première rangée que nous avons trouvés jusqu'ici. À partir de ces points qui représentent les points supérieurs de la rangée 2, nous allons réitérer le processus que nous avons mis en place pour la première rangée. De ce fait, nous arrivons à générer la deuxième rangée de Muqarnas. Ce qui reste à faire est de déterminer les points inférieurs de la deuxième rangée comme sortie ou *feed-back* de la boucle pour qu'ils puissent constituer les éléments de départ de la prochaine itération. Nous devons aussi faire en sorte d'identifier précisément pour chaque itération les deux courbes de niveau correspondantes pour que le processus s'opère de façon correcte. Cette méthode nous permet donc, grâce à une boucle, de compléter toutes les rangées de la surface avec des blocs en Muqarnas en assurant les agencements entre les blocs.

⁸⁷ <https://www.food4rhino.com/app/hoopsnake>

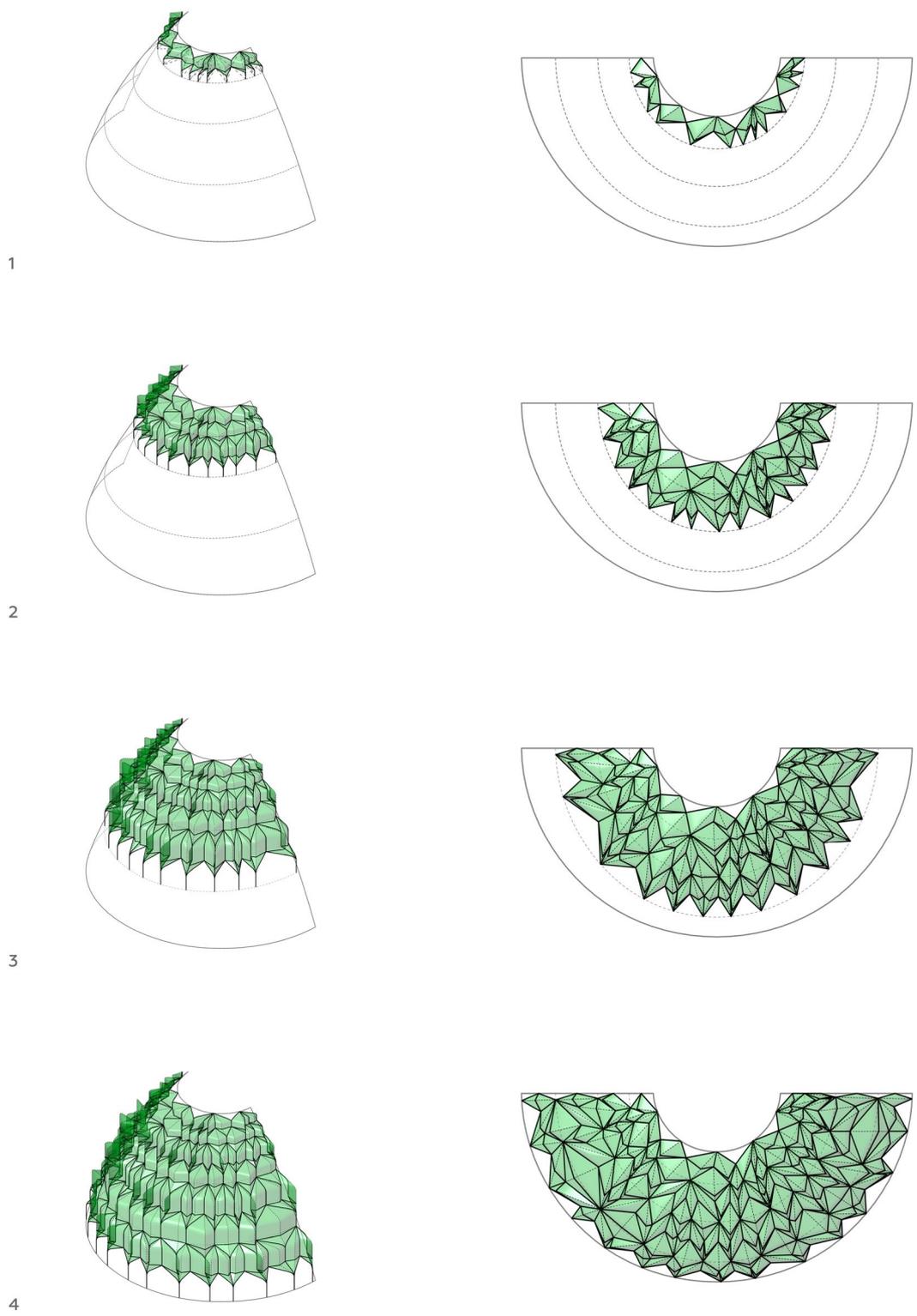


Figure 12. Processus de génération du Muqarnas avec l'approche itérative. La définition d'une boucle nous permet d'appliquer le processus de génération de la première rangée pour l'ensemble des niveaux du Muqarnas de façon successive. Chaque rangée est déterminée par les blocs de la rangée précédente.

De plus, comme nous l'avons souhaité, nous obtenons des agencements beaucoup plus variés que les approches génératives précédentes. Le processus itératif permet de créer des agencements différents dans chaque rangée, car le nombre de points de base dans chaque étape est différent (et modifiable) entre les deux courbes de niveau supérieur et inférieur. Nous pouvons donc voir des variations à la fois au niveau de la taille, des agencements et de la densité des éléments.

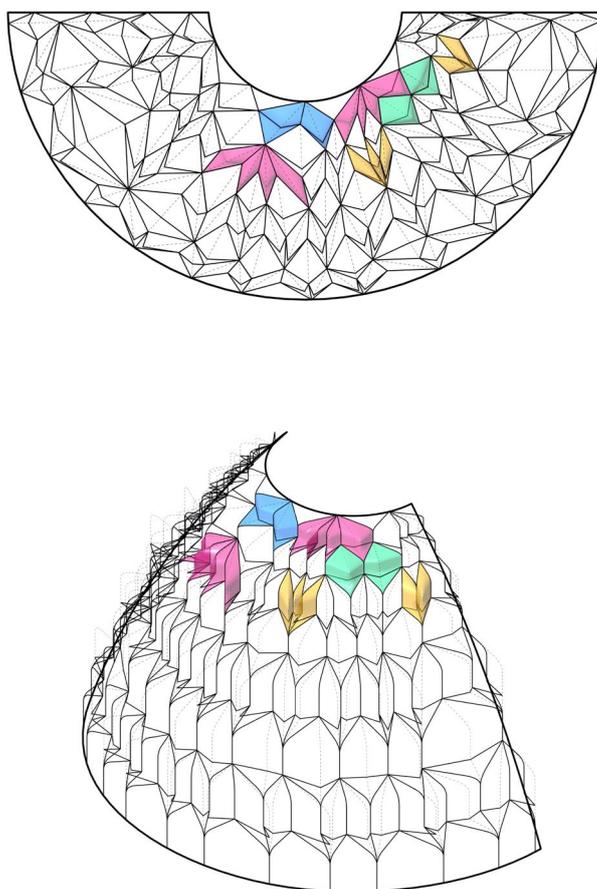


Figure 13. Schémas montrant la diversité des agencements produits par l'approche itérative. En rose : fusionnement par cellules. En jaune : fusionnement par éléments intermédiaires. En vert : agencement simple.

6.3.4 Intégration des éléments plats

Jusqu'ici nous avons montré que l'approche itérative de génération permet de varier la géométrie du Muqarnas en créant des fusionnements entre les blocs. Nous allons maintenant expliquer le processus de génération des éléments plats qui s'appuie sur la méthode itérative.

Dans la partie consacrée au développement historique, nous avons analysé la géométrie d'une étoile (élément plat) et l'organisation des éléments qui l'entourent. Nous avons vu que les éléments plats sont des polygones convexes ou concaves autour desquels des éléments appartenant à deux niveaux différents prennent place.

Notre méthode pour la création des éléments plats consiste à modifier ou à déformer localement le réseau de quadrilatères (losanges), afin d'y introduire des éléments plats et par la suite, adapter les blocs voisins pour assurer des connexions correctes. La première étape est donc de choisir des sommets sur le réseau de quadrilatères où les éléments plats vont s'organiser. Dans le but de simplifier ce processus et d'éviter des situations complexes, nous avons décidé de choisir les centres des éléments plats en fonction du degré⁸⁸ des sommets du réseau de quadrilatères. En effet, en choisissant des degrés plus élevés, nous obtenons moins de sommets qui sont en général éloignés les uns des autres, ce qui permet d'éviter une situation de voisinage (chevauchement de deux étoiles) entre deux éléments plats. De toute façon, nous avons toujours la possibilité de changer ces points ou de les sélectionner suivant une autre logique.

Après avoir défini les sommets où vont se former les éléments plats, nous devons sélectionner les éléments qui les entourent. Car ce sont précisément ces éléments qui doivent être transformés en vue de la création d'un élément plat. Comme nous l'avons remarqué dans les étoiles des Muqarnas existants, les éléments autour de l'étoile sont orientés vers le centre qui fonctionne comme un centre secondaire du Muqarnas. Maintenant, nous allons définir un point sur chaque diagonale autour du sommet. Les positions de ces points sur les diagonales qui convergent vers le sommet déterminent la forme de l'élément plat. Nous avons décidé de positionner les points en fixant la valeur d'un paramètre entre 0 et 1 (par exemple 0,50 pour le milieu) pour toutes les diagonales. En reliant ces points placés sur les diagonales, nous obtenons un polygone « spatial » (c'est-à-dire non plan)⁸⁹. En effet, ce polygone est non-plan, car il est formé sur la base de quadrilatères qui appartiennent à trois niveaux différents. Comme nous cherchons un élément plat, nous devons donc projeter ce polygone spatial sur un plan horizontal au niveau du sommet (centre de l'élément plat). Ainsi, nous obtenons l'élément plat, placé au bon niveau.

La prochaine étape est d'adapter les quadrilatères autour du sommet à la nouvelle organisation du réseau qui intègre à présent l'élément plat. Chaque quadrilatère autour de l'élément plat va subir une transformation, de façon à ce que le point situé sur le sommet (centre de l'élément plat) se déplace vers le point placé sur la diagonale. Par conséquent, les diagonales des quadrilatères vont se connecter au sommet du polygone plat. Nous observons que cette nouvelle configuration engendre des triangles reliant deux quadrilatères adjacents. En réalité, ce sont ces triangles qui bordent l'étoile et vont créer des cellules et des éléments intermédiaires placés sur deux niveaux différents. Si nous regardons cette nouvelle

⁸⁸ Le degré (ou la valence) d'un sommet est le nombre de polygones ayant ce point pour sommet.

⁸⁹ Soulignons le fait que dans Grasshopper, nous devons utiliser le composant *Convex hull* qui permet de créer un polygone convexe à partir de points non-ordonnés, car les points créés sur les diagonales ne sont pas du tout dans un ordre adapté à la création du polygone.

configuration sur le plan, il n'est pas simple de déterminer la nature des triangles (cellule ou élément intermédiaire) ainsi que les niveaux auxquels ils appartiennent⁹⁰. Mais comme nous l'avons vu sur les autres approches génératives, l'avantage de la génération du réseau de quadrilatères sur une surface est que l'orientation de l'élément et le niveau auquel il appartient sont automatiquement définis. C'est pour cela que nous pouvons facilement transformer ces triangles qui bordent l'élément plat en cellules et élément intermédiaire pour compléter le Muqarnas. Comme nous venons de modifier certains quadrilatères du réseau de départ (autour de l'élément plat), nous devons les remplacer et ainsi générer de nouveau blocs en Muqarnas.

Nous voyons donc que, grâce à cette méthode, nous arrivons à intégrer des éléments plats pratiquement partout sur le Muqarnas. Néanmoins, il faut éviter que deux sommets (centre des éléments plats) soient entourés d'éléments qui se superposent.

⁹⁰ Comme nous l'avons déjà évoqué c'est cette ambiguïté de lecture de la nature et du niveau des éléments qui est à l'origine des couleurs et des hachures que nous voyons sur les plans du rouleau de Topkapi.

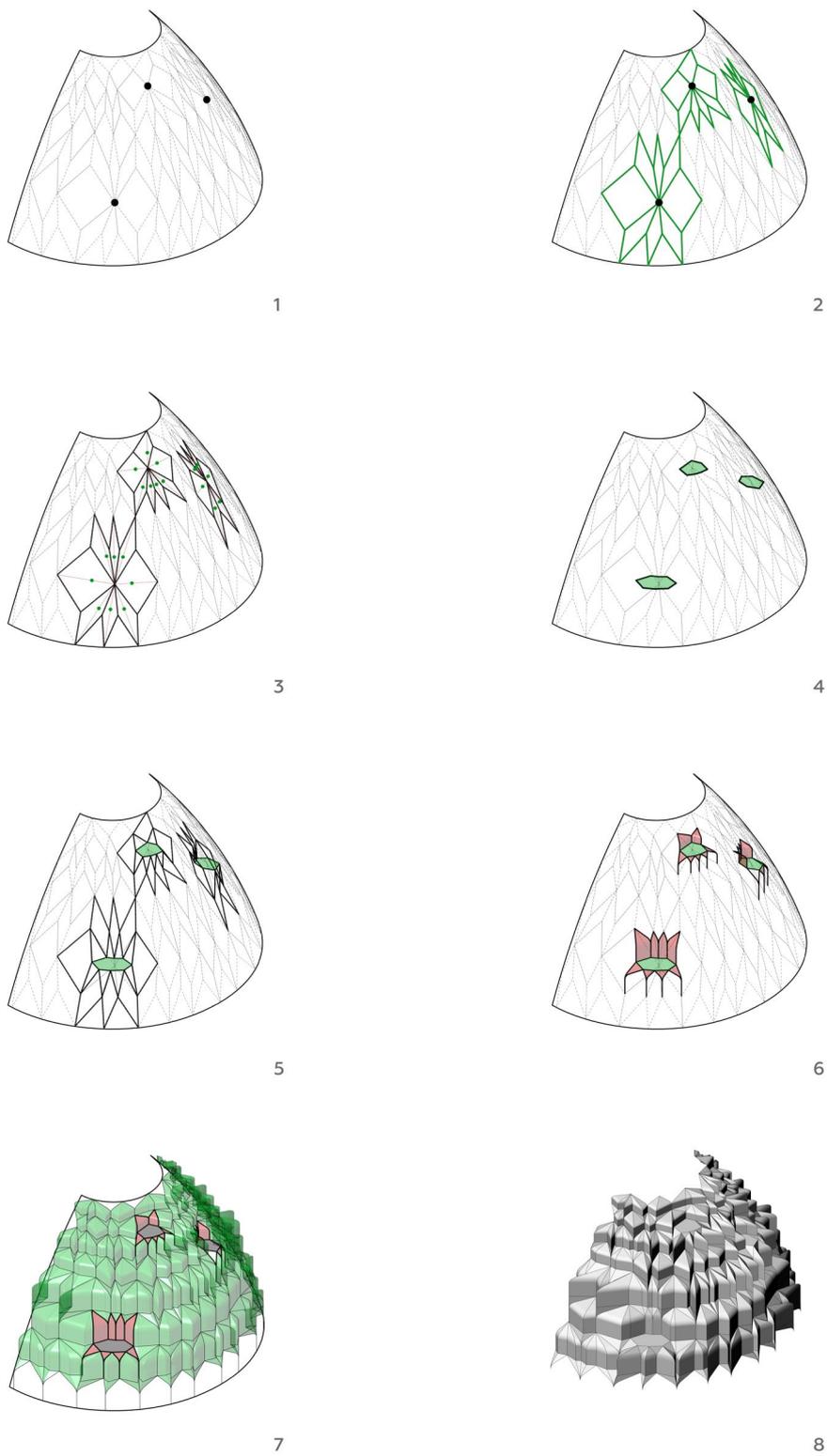


Figure 14. Schémas en axonométrie montrant le processus de création des éléments plats sur un Muqarnas généré par la méthode itérative. Nous remarquons que les blocs autour de l'élément plat se transforment pour s'adapter. Nous voyons aussi apparaître des cellules et des éléments intermédiaires (en rouge) entourant l'élément plat.

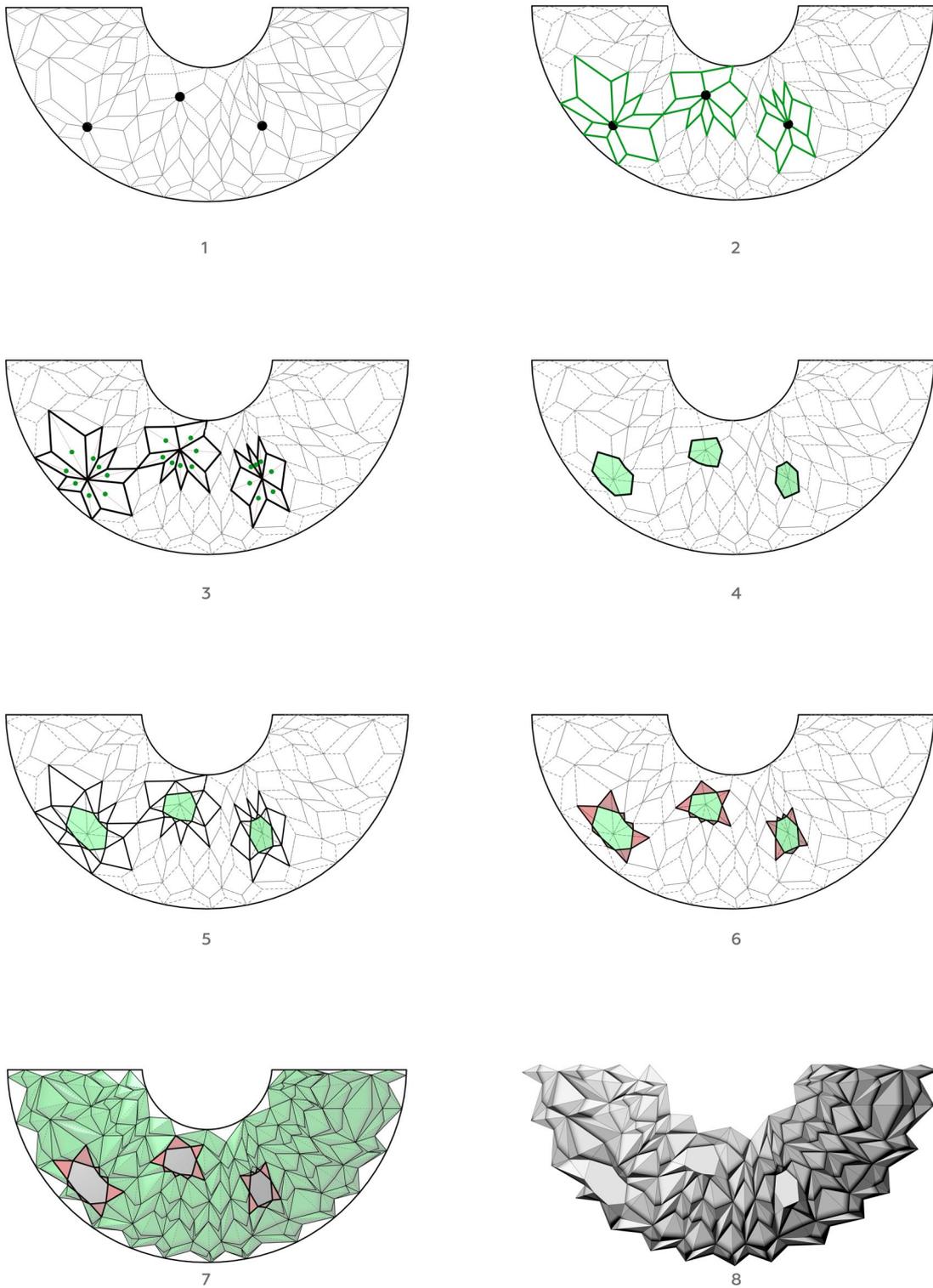


Figure 15. Schémas en plan montrant le processus de création des éléments plats sur un Muqarnas généré par la méthode itérative. Nous remarquons que les blocs autour de l'élément plat se transforment pour s'adapter. Nous voyons aussi apparaître des cellules et des éléments intermédiaires (en rouge) entourant l'élément plat.

6.3.5 Paramètres et Variations

Après avoir présenté l'approche itérative suivie de la création des éléments plats et des fusionnements, nous pouvons maintenant voir les possibilités de variations. L'intérêt de cette approche est de créer un modèle paramétrique capable de générer des formes variées.

Nous avons démontré que les principaux paramètres qui orientent l'organisation d'une rangée de Muqarnas sont la géométrie des courbes de niveau, le nombre de points et la répartition des points sur les deux courbes de niveau délimitant une rangée. En plus, comme il s'agit d'un processus itératif, il est possible lors de chaque itération, c'est-à-dire pour chaque rangée, de modifier ces paramètres. D'une part, nous pouvons modifier le nombre de points sur la courbe de niveau supérieur. Ce paramètre va modifier le nombre de blocs de départ. D'autre part, nous pouvons intervenir sur la division de l'intervalle $[0 ; 1]$ pour jouer sur le nombre de points déterminé sur la courbe de niveau inférieur. Ce paramètre est en relation directe avec le nombre d'éléments dans un fusionnement : plus nous aurons de points sur la rangée inférieure, plus les fusionnements seront denses.

Ce qui est intéressant dans cette méthode itérative, c'est que nous pouvons modifier tous ces paramètres entre deux itérations. Nous avons cette possibilité grâce au composant *Hoopsnake* et la manière dont nous avons construit notre algorithme. C'est ainsi que nous pouvons modifier radicalement la densité et la taille des éléments sur le même Muqarnas. Ajoutons que la répartition des courbes de niveau est aussi contrôlable dans cette méthode.

Une autre approche pour montrer les possibilités de cette méthode est de modifier la surface de base. Comme les autres approches surfaciques, l'intérêt de ce modèle paramétrique est de permettre une adaptation à des surfaces plus complexes et variées. Ainsi, il est possible d'apporter plus de complexification en changeant la morphologie de la surface de base, en intégrant par exemple des changements de courbures. Comme l'algorithme est basé sur des courbes de niveau, il faut simplement s'assurer que les courbes de niveau sont continues. Pour des surfaces plus complexes (les courbes de niveau sont discontinues), il serait nécessaire de développer davantage la définition pour l'adapter.

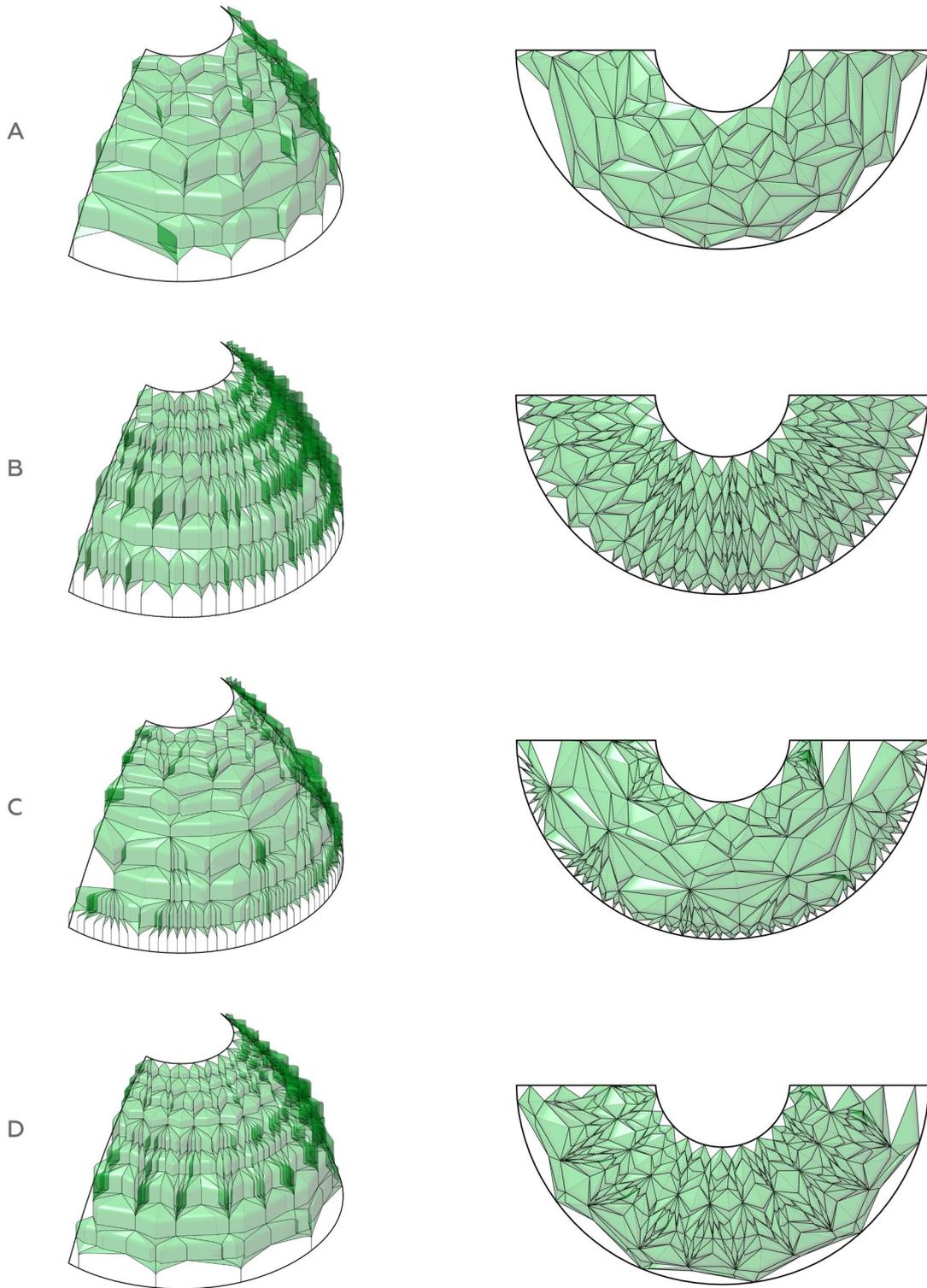


Figure 16. À, B, C et D montrent quatre modèles différents issus de la même surface en axonométrie et en plan. Nous observons qu'il est possible d'obtenir différents degrés de densité et de variation en intervenant sur les paramètres de l'algorithme.

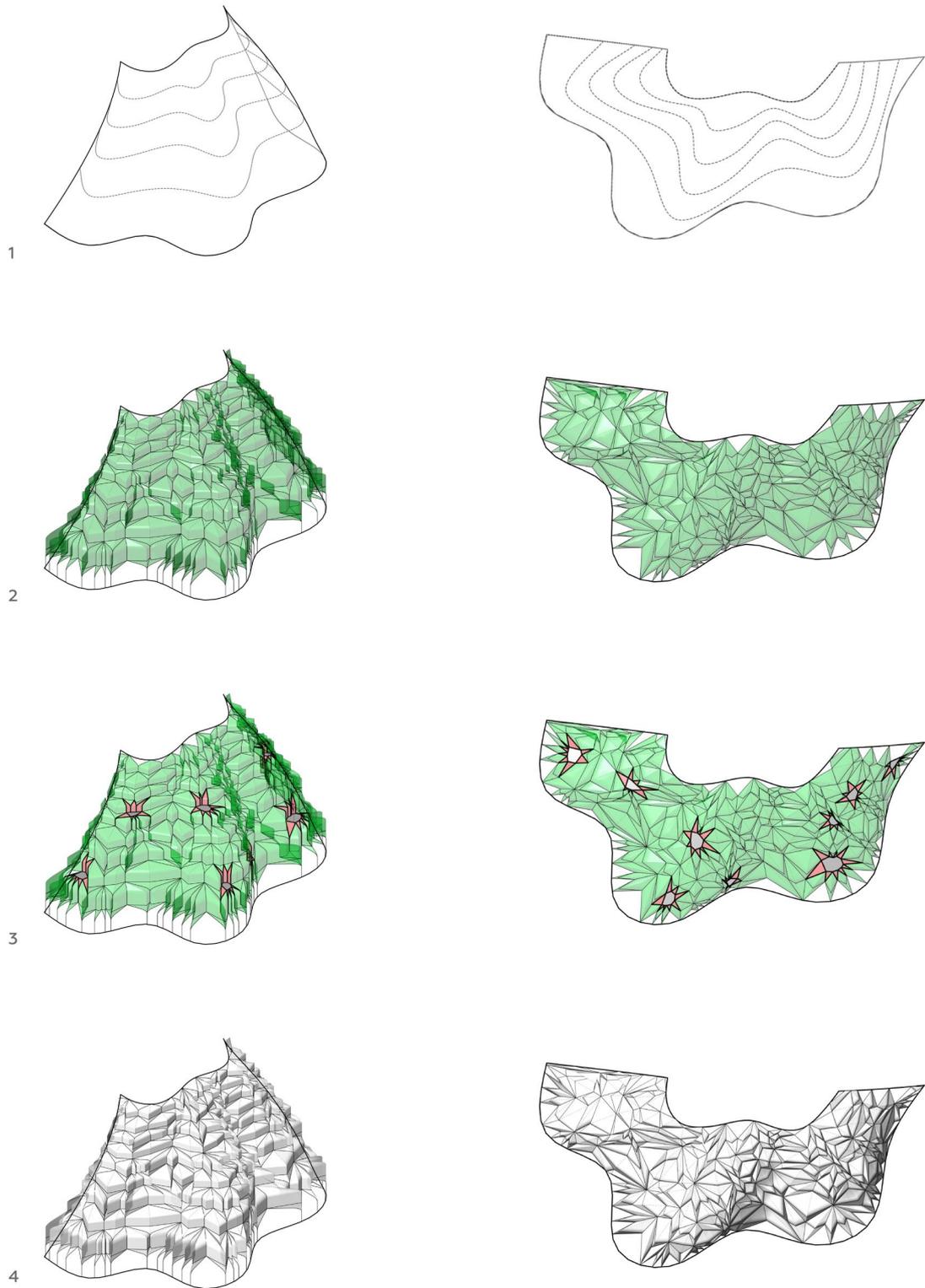


Figure 17. Processus de génération du Muqarnas avec l'approche itérative en intégrant des éléments plats. Cette fois, la surface de base est une surface plus complexe avec des changements de courbures. Nous observons que les rangées de Muqarnas ainsi que les éléments plats s'adaptent à cette nouvelle morphologie sans problèmes.

PARTIE III

[FABRICATION]

(Ré)-Contextualisation

Les différentes approches génératives que nous avons mises en place dans la partie précédente aboutissent toutes à des modèles de Muqarnas « décontextualisés ». Nous sommes face à des « modèles géométriques » dont les aspects relatifs au site géographique, à l'échelle, à la fonction architecturale et aux matériaux sont inexistantes. Nous devons donc ici, après cette étape générative, procéder à une « récontextualisation » de ces modèles géométriques afin de concrétiser notre démarche de réinterprétation et de créer des éléments architecturaux.

Dans cette partie intitulée « Fabrication », nous allons aborder la question de la construction et la mise en œuvre des Muqarnas à travers 3 projets. Nous allons donc adapter nos modèles paramétriques en fonction des différents types de contraintes de chaque projet et nous développerons des stratégies géométriques afin d'aborder la question de la Fabrication de ces nouveaux Muqarnas. Ainsi, chacun de ces projets, compte tenu de son contexte, de son programme et de ses contraintes, abordera sa propre démarche vis-à-vis de la structure, de la morphologie et de la matérialité dans son processus de conception :

- **Prototype GAIA** : Ce projet est la première tentative de fabrication de Muqarnas à échelle 1 dans la recherche où nous avons introduit une morphologie constructive des Muqarnas à partir d'un modèle généré par l'approche surfacique. Une nouvelle expérience de la matérialité du Muqarnas a été un objectif de ce prototype.
- **Pavillon Mahallat** : Le contexte et le cadre du projet du Pavillon Mahallat nous ont poussé à intégrer la dimension structurelle du Muqarnas. Cette contrainte structurelle nous a amenés à approfondir et à développer l'approche surfacique de génération.
- **Pavillon Sa'adat Abad**: Les contraintes concernant le budget et les moyens de mises en œuvre de ce projet nous ont poussés à modifier notre démarche constructive. Nous avons décidé d'optimiser le modèle paramétrique développé pour le Pavillon Mahallat pour la génération de la forme. Les contraintes de mise en œuvre ont eu comme conséquences de penser et concevoir la structure du pavillon différente de celle des autres pavillons.

7. Prototype GAIA

Dans le cadre d'un cours de développement de l'ENSA Paris-Malaquais, nous avons eu l'occasion d'expérimenter la fabrication à grande échelle d'un prototype issu de la modélisation numérique. Cet enseignement a eu lieu pendant une semaine aux grands ateliers de L'Isle-d'Abeau (GAIA)⁹¹ en avril 2016. Nous avons proposé la fabrication numérique d'un modèle de Muqarnas généré par l'approche surfacique comme sujet de cet enseignement intensif. Des étudiants de 3^e année de licence ont participé à cet enseignement.

Le modèle que nous avons choisi pour la fabrication à grande échelle est généré par l'approche surfacique. Comme nous l'avons montré, la méthode surfacique permet de générer des Muqarnas adaptés à une surface complexe en adaptant les éléments à la morphologie de la surface. La surface que nous avons choisie pour la construction de ce prototype à grande échelle est générée par deux courbes. Ces deux courbes horizontales sont deux courbes sinusoidales définies par deux équations mathématiques différentes. La courbe de base est en forme de « S » ce qui produit deux concavités inversées sur la surface. Comme nous l'avons présenté dans les exemples de modèles générés par l'approche surfacique, une inflexion de la courbure (horizontale ou verticale) a pour effet d'inverser le sens des éléments du Muqarnas. Nous avons choisi que ce prototype montre cette propriété d'inversion progressive de l'orientation des éléments.

⁹¹ <http://www.lesgrandsateliers.org>

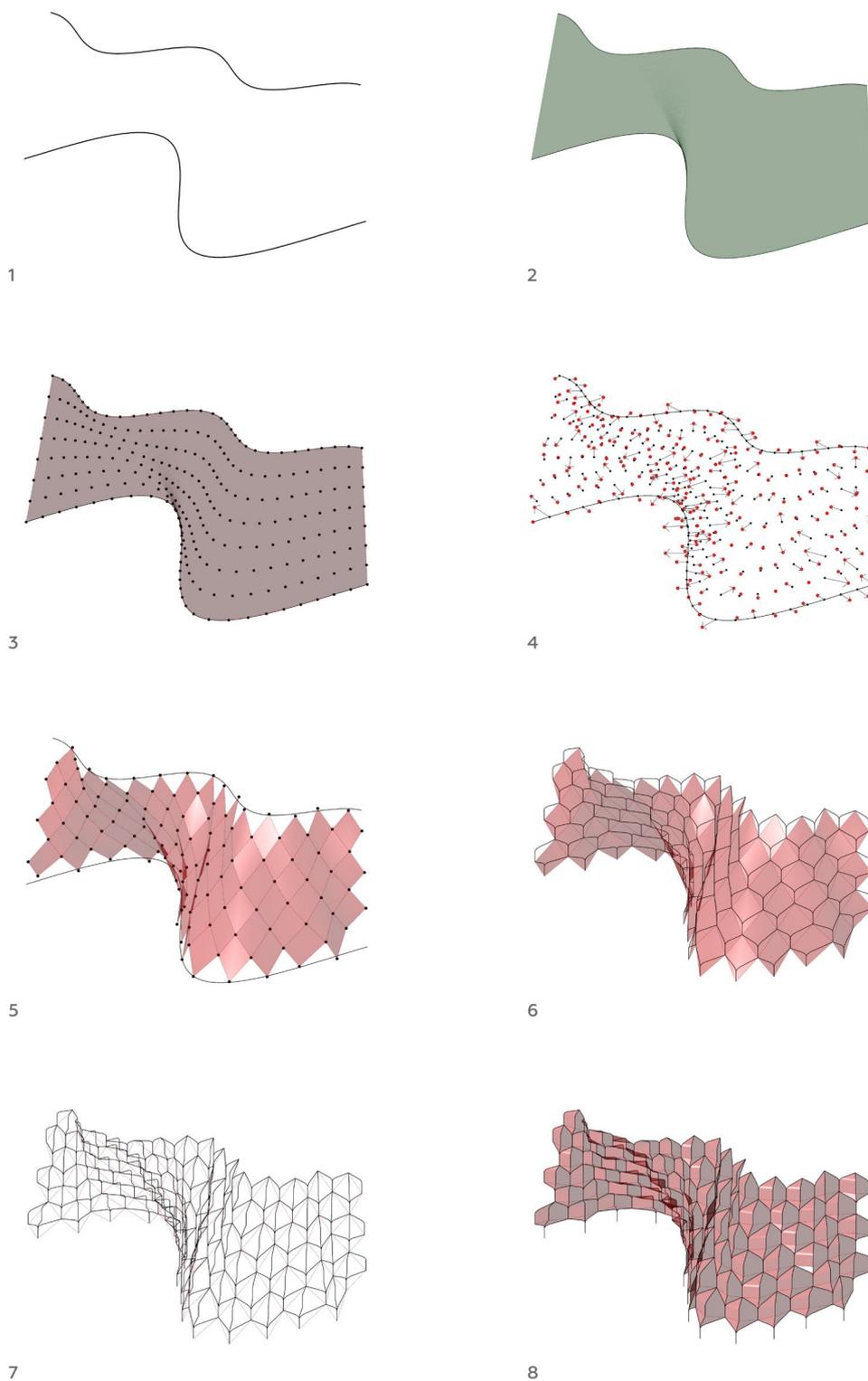


Figure 18. Processus de génération du Muqarnas. La surface est créée par deux courbes sinusoïdales. La génération des éléments se fait suivant l'algorithme surfacique que nous avons développé.

7.1 Structure et matériaux

Comme nous voulons que ce prototype soit autoporteur et qu'il fonctionne en double sens (exposer l'intrados et l'extrados), il est impératif de penser à la structure de ce Muqarnas. Concernant les matériaux, en prenant en compte les propriétés géométriques du prototype ainsi que les outils à disposition aux grands ateliers, nous avons choisi de travailler avec des plaques en polypropylène et des plaques en contreplaqué. Nous allons par la suite expliquer ce choix de matériaux en développant la géométrie du prototype. Comme nous l'avons vu dans la première partie, traditionnellement, les Muqarnas iraniens sont construits en stuc ou en brique. Dans cette première expérience de fabrication, nous avons voulu montrer d'autres types de matériaux et d'assemblages pour la fabrication des Muqarnas.

7.1.1 Surfaces développables

Pour chaque élément de Muqarnas, que ce soit une cellule ou un élément intermédiaire, nous avons affaire à deux surfaces triangulaires courbes. Nous avons aussi montré clairement la logique de construction des blocs de Muqarnas (comprenant une cellule et un élément intermédiaire) sur la base des tuiles de la surface discrétisée en losanges. Comme la surface de ce prototype est générée par deux courbes horizontales, nous pouvons utiliser le réseau isoparamétrique pour former le réseau de quadrilatères qui va générer les blocs de Muqarnas. Les rangées de ce prototype sont donc parfaitement horizontales. Ainsi, grâce à cette propriété, chaque élément de surface du Muqarnas (triangle courbe) est défini par deux courbes de profil, qui ont leur extrémité aux mêmes niveaux. La surface qui relie ces deux courbes est une surface réglée, avec des génératrices horizontales et parallèles. Autrement dit, cette surface est à simple courbure⁹² et donc développable. Du point de vue de la fabrication, cette propriété est fondamentale, car elle nous permet de réaliser toutes les surfaces du Muqarnas en découpant des plaques. C'est donc pour cette raison que nous avons fait le choix de travailler avec des plaques de polypropylènes. En effet, après avoir testé plusieurs types de plastics, nous avons choisi les plaques de polypropylène de 2 mm d'épaisseur qui résistent à des courbures assez faibles. Nous avons aussi testé la découpe de cette plaque de plastic au laser pour finaliser notre choix.

⁹² La courbure gaussienne est égale à zéro.

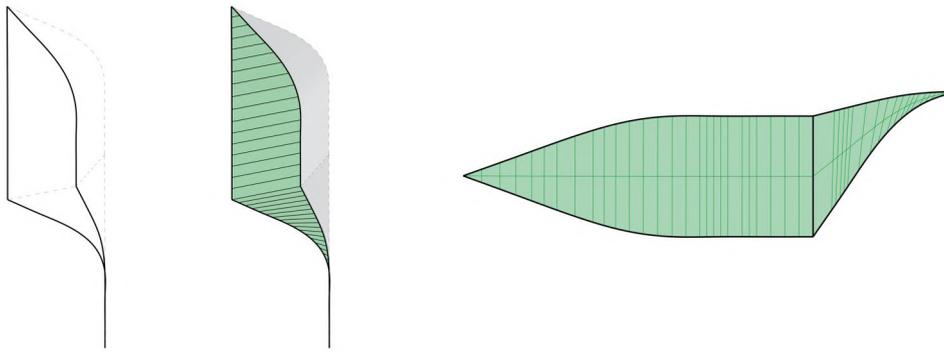


Figure 19. À gauche : génération de surfaces réglées à partir de deux courbes de profil. Chaque bloc est ainsi composé de quatre surfaces réglées triangulaires : deux surfaces pour la cellule et deux surfaces pour l'élément intermédiaire. À droite : développé de la moitié du bloc. Il s'agit d'une demi-cellule et d'un demi élément intermédiaire joints par un bord. Le bord où les deux surfaces se connectent représente une arête qui sera pliée.

7.1.2 Nervures : surfaces planes

Les plaques de polypropylène sont souples et n'offrent pas suffisamment de rigidité pour que la forme globale soit stable et résistante. Ainsi, comme nous l'avons indiqué, nous avons proposé une structure pour ce Muqarnas. En effet, comme ce Muqarnas n'est pas intégré à un mur comme dans les exemples traditionnels, et que nous voulons rendre visibles les deux faces (intrados et extrados) du Muqarnas, nous avons décidé de transformer les arêtes des éléments en une structure, permettant de stabiliser et de structurer cet ensemble. D'un point de vue morphologique, cette structure va accentuer la géométrie du Muqarnas en donnant une épaisseur aux arêtes, ce qui fait qu'elle ne sera pas perçue comme un rajout altérant la pureté géométrique de l'ensemble.

La question de la géométrie de l'épaisseur des arêtes des éléments n'est pas simple et soulève plusieurs problèmes géométriques. En effet, nous avons plusieurs choix pour construire une nervure sur la base de ces courbes. Comme nous avons choisi de construire ces nervures avec des plaques de contreplaqués, il nous faut donc être assurés que les surfaces sont développables. La solution que nous avons choisie est de construire les nervures dans le plan de chaque courbe. Effectivement, comme toutes les arêtes des éléments sont des courbes planes, nous pouvons donc décaler chaque courbe dans son plan afin de construire la nervure par extrusion. La distance de décalage représente donc la largeur de la nervure. Cette méthode nous permet d'avoir des nervures « planes », chacune d'entre elles faisant partie du plan vertical défini par l'arête sur laquelle elle est construite.

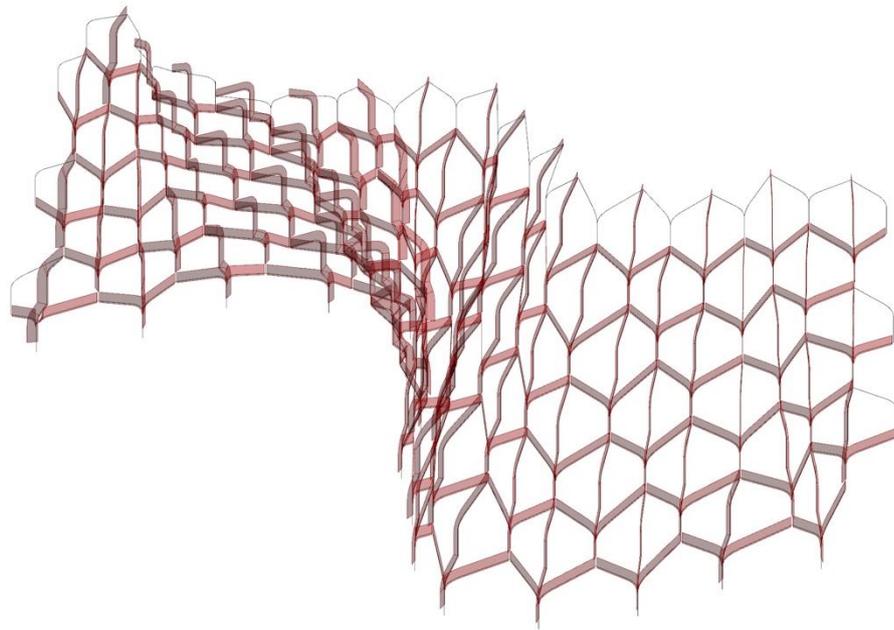


Figure 20. Création d'une structure pour le Muqarnas. Des nervures planes sont générées sur la base de chaque arête par extrusion dans le plan (vertical) de chaque courbe.

7.2 Assemblage

7.2.1 Assemblage nervure-nervure

Après avoir défini la structure et les matériaux, il reste à préciser les assemblages. Le principal problème qui se pose à ce stade est la jonction entre les différentes nervures.

Les nervures qui structurent le Muqarnas sont construites par rapport à chaque bloc. C'est-à-dire que chaque bloc de Muqarnas est composé de trois nervures : une grande nervure centrale correspondant à la diagonale du bloc et les deux nervures supérieures (sur la base des arêtes des cellules). Comme les deux nervures inférieures (sur la base des arêtes des éléments intermédiaires) sont également celles de la cellule voisine, elles ne sont pas considérées. Cette configuration des nervures fait que nous avons deux types de connexion sur les sommets du réseau de blocs.

Le type de connexion A qui correspond aux sommets 0 ou 2 des blocs (le sommet le plus haut et le plus bas) et le type de connexion B qui correspond aux points 1 et 3 (sommets intermédiaires) des blocs. Sur la connexion A, nous avons chaque fois quatre nervures qui se rejoignent. Trois d'entre elles sont des nervures qui partent vers la rangée du bas et la quatrième est la nervure centrale du bloc supérieur. Comme les blocs que nous avons générés dans ce prototype sont issus de la discrétisation d'une surface complexe, tous les blocs sont différents dans la mesure où les quadrilatères de base de ces blocs ont des dimensions et des angles

variés. En conséquence, les angles d'incidence des nervures sont tous différents. Il est donc impératif de trouver une solution pour bloquer les angles lors du montage de la surface. Nous avons donc conçu un élément horizontal centré sur le sommet A, qui en ayant des intersections avec les trois nervures va permettre d'assembler ces trois éléments de façon précise. En effet, ces joints horizontaux se retrouvent avec des encoches sur les traces d'intersections avec les trois nervures. Il en est de même sur les nervures où nous aurons ces encoches afin d'avoir un assemblage simple et parfait.

Soulignons que comme toutes les connexions et de ce fait tous les joints sont différents, il est fondamental de numéroter toutes les nervures et les joints et de graver ces numéros au laser dans le but de pouvoir les assembler. Quant à la quatrième nervure qui arrive sur la connexion A, comme l'angle de cette nervure est différent pour chaque sommet, il est très compliqué de définir une jonction propre avec les trois autres nervures. Nous avons donc finalement décidé de raccourcir cette nervure de façon qu'elle ne touche pas les trois autres nervures.



Figure 21. Assemblage des nervures. Un joint horizontal permet de fixer les trois nervures d'un bloc et de bloquer leurs angles. Pour cela un système d'encoche est réalisé sur les nervures et les joints.

7.2.2 Assemblage nervure-surface

Après l'assemblage des nervures entre elles, nous devons penser la jonction entre les surfaces des éléments en plaques de polypropylène et les nervures en contreplaqués. Il faut

noter que les courbures des surfaces sont différentes et donc nous devons mettre en place un principe pour nous assurer de la bonne courbure des éléments après les avoir découpés au laser. Pour cela, la meilleure façon est d'utiliser pour chaque surface, les nervures qui la bordent pour trouver sa juste courbure. Nous avons donc pensé à un système de languettes et d'encoches entre les surfaces et les nervures. C'est-à-dire que pour raccorder chaque surface triangulaire à ses deux nervures, nous allons créer des languettes sur les bords de la surface et des encoches sur les nervures. Ce système a été relativement complexe à mettre en place avec Grasshopper⁹³, car nous devons prendre en compte les deux surfaces qui se rencontrent sur la nervure commune. Il faut donc éviter les intersections entre les languettes. Ainsi, après avoir découpé les surfaces et les nervures au laser, nous pouvons à l'aide de la numérotation gravée sur tous les éléments procéder à l'assemblage, bloc par bloc.

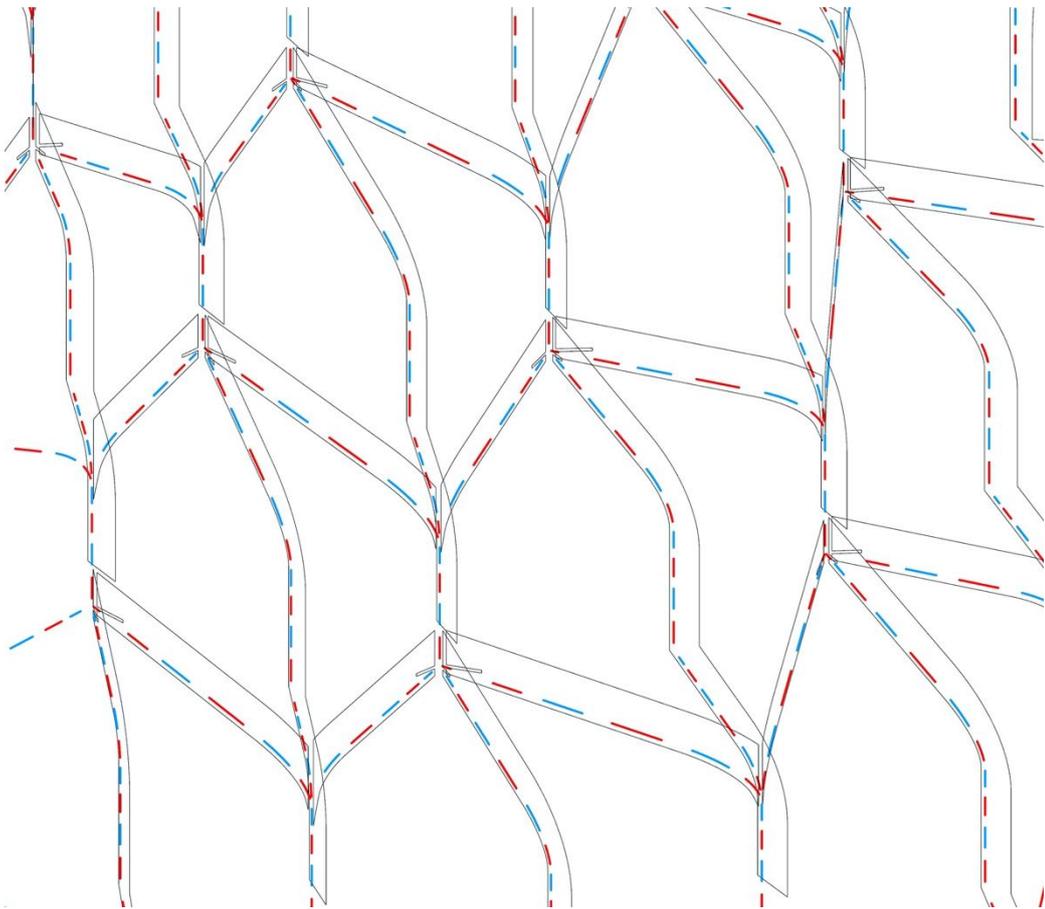


Figure 22. Organisation des encoches sur les nervures pour accueillir les languettes des surfaces en polypropylènes. Sur chaque nervure, deux surfaces se connectent, c'est pourquoi nous distinguons les languettes de chacune des surfaces (en bleu et en rouge).

⁹³ Tous les algorithmes développés sur Grasshopper sont présentés de façon globale dans les annexes.



Figure 23. Photo des différentes étapes de la fabrication et de l'assemblage.



Figure 24. Détails de la structure.



Figure 25. Photo du prototype dans son état final.

7.3 Limites et problèmes rencontrés

Chronologiquement, ce prototype est la première tentative de fabrication à grande échelle. C'est pourquoi certains aspects de la conception et de la fabrication méritent d'être repensés.

Le point positif de cette expérimentation a été sans doute l'utilisation du polypropylène. Nous avons trouvé ce matériau particulièrement intéressant d'un point de vue esthétique, mais aussi constructif. La découpe au laser s'est faite sans problème et la résistance et la flexibilité du matériau étaient en adéquation avec la morphologie des surfaces.

Concernant les difficultés rencontrées, comme nous le voyons sur les photos, la structure globale manque de rigidité et de stabilité. Cette relative fragilité est due à deux choses.

Premièrement, le fait de laisser libre l'assemblage des grandes nervures a participé à la fragilisation de la structure globale. Il aurait été préférable de trouver une solution pour joindre les quatre nervures sur l'assemblage A.

Deuxièmement, nous pensons qu'il aurait été plus juste de construire chaque demi-bloc de Muqarnas avec trois nervures de façon à avoir un module fermé et rigide. C'est-à-dire qu'au lieu d'avoir des nervures partagées entre les blocs, nous aurions pu construire des modules fermés par trois nervures et ensuite assembler ces demi-blocs entre eux en doublant les nervures communes. Cette stratégie aurait sans doute facilité la fabrication et l'assemblage tout en offrant plus de rigidité à la structure.

8. Pavillon Mahallat

Le projet du Pavillon du jardin de Sarcheshmeh a été élaboré en collaboration avec l'agence d'architecture NAZAR, basée à Téhéran. L'agence NAZAR avait été chargée du réaménagement du jardin de Sarcheshmeh. Historiquement, le jardin s'est construit autour de la source d'eau (Sarcheshmeh) qui vient irriguer le site. La mairie de la ville de Mahallat a décidé de promouvoir le réaménagement complet de ce site, qui subissait depuis quelques années des dégradations physiques accompagnées de problèmes relatifs à son usage, liés à l'occupation du jardin par les voyageurs et les touristes. En effet, ce magnifique site s'était transformé en une sorte d'aire de repos et de camping.

Dès le départ, le projet de l'agence souhaitait revaloriser la source d'eau – qui se situe tout au nord du parc proche des montagnes – à travers un nouvel élément architectural. Nous avons donc proposé de concevoir un pavillon, pour marquer et souligner la source d'eau, tout en la protégeant.

Par la suite, nous avons pris la décision de faire une proposition d'un pavillon sur la base d'une structure en Muqarnas. Cette proposition a été acceptée par la mairie à l'issue d'une réunion avec les élus de la ville, où l'on a pu montrer une première esquisse du projet du pavillon.

8.1.1 Contexte du projet

Le site du projet se trouve au nord de la ville de Mahallat. Cette source d'eau a été historiquement un élément important de la ville. Le site est entouré de montagnes et de collines sur trois côtés, et le jardin, dans sa forme actuelle, s'étend sur un axe nord-sud le long du cours d'eau qui irrigue la vallée.

La problématique de la conception de ce pavillon était de pouvoir marquer la présence de source d'eau et en même temps de réaliser une architecture pouvant constituer une connexion entre le contexte naturel montagneux et le jardin. En effet, le lieu d'implantation du pavillon est très singulier, car il se trouve au contact direct des rochers des montagnes, en présence d'une forte pente qui entoure le jardin, comme une ceinture. L'idée du projet a été donc fortement influencée par le contexte naturel très singulier.



Figure 8-1. À gauche : image satellite de la ville de Mahallat. À droite : image satellite du jardin de Sarcheshmeh.

8.1.2 Idée

Notre stratégie pour la conception du pavillon s'articule par un dialogue entre la dualité montagne/jardin ou nature/projet. Le pavillon intervient comme une transition entre le contexte naturel (la montagne) et le jardin. Il faudrait aussi rappeler que les jardins persans ont souvent eu dans leur évolution historique, un pavillon (*Koushk*)⁹⁴ situé sur l'axe principal du jardin qui est marqué par le cours d'eau principal. En effet, ce pavillon fait partie des éléments du jardin persan comme on peut le vérifier dans différents exemples emblématiques de ce type de jardin : le jardin *Shahzadeh* à Mahan dans la province de Kerman ou le jardin *Dolatabad* de Yazd qui montrent clairement la présence et l'importance du pavillon dans la structure du jardin persan traditionnel. Nous nous sommes donc inspirés de ce concept pour situer le pavillon et donner ainsi une fonction de repère en le plaçant sur l'axe principal. À ces deux fonctions s'ajoute la volonté de marquer le lieu de la source d'eau.

⁹⁴ *Koushk* en persan signifie « pavillon », « palais », « salle haute », « galerie » ou « salon ». Il est en général employé pour un pavillon situé dans un espace extérieur, notamment dans le jardin persan.



Figure 2. Plan masse du site montrant le rapport jardin-montagne. À gauche : les lignes topographiques en rouge montrent la présence de la montagne à l'extrémité du parc

La question structurelle a été une autre dimension fondamentale du processus de conception. Il est important de préciser que l'activité principale économique de la ville de Mahallat est l'extraction et la taille de pierre. En effet, tout autour de la ville sont implantées des carrières de pierre où une grande partie de la population trouve son activité. C'est principalement pour cette raison que la mairie de la ville nous a demandé de penser la pierre comme principal matériau de construction. Le choix de la pierre nous a obligés à réfléchir davantage sur le comportement structurel d'une structure en Muqarnas.

8.1.3 Une surface funiculaire pour un Muqarnas en compression

La problématique structurelle est sans doute la préoccupation principale du processus de conception compte tenu du choix de la pierre comme matériau. Sachant qu'à ce stade de la recherche l'analyse structurelle n'avait pas été traitée, nous avons décidé de proposer une hypothèse de structure en Muqarnas suivant l'approche surfacique.

Étant donné que le Muqarnas est une succession de niveaux agencés en forme d'escalier, cette organisation peut être interprétée comme une sorte d'encorbellement. Car le Muqarnas est une structure composée de cellules, formant des rangées horizontales et s'appuyant les unes sur les autres, ce qui favorise un comportement en compression. D'ailleurs il serait intéressant de faire référence aux quelques exemples de dôme en Muqarnas qu'on peut voir en Irak et Syrie⁹⁵. Ces rares exemples, comme le tombeau de Nur-alدين à Damas en Syrie ou celui de Zumurrud Khatun à Bagdad en Irak, sont des coupoles édifiées entièrement par des cellules de Muqarnas. Ces édifices montrent un caractère structurel et autoporteur du Muqarnas, contrairement à la grande majorité des Muqarnas qui sont des éléments suspendus et purement décoratifs.

⁹⁵ Nous reviendrons plus tard en détail sur l'histoire et la géométrie de ces structures singulières

En observant ces deux exemples de dômes en Muqarnas, nous constatons que dans les deux cas, les proportions des coupoles sont plutôt allongées. La verticalité de la forme peut être expliquée par la problématique structurelle que pose la construction d'une coupole en encorbellement par des cellules Muqarnas. La forme globale est relativement allongée pour atténuer les poussées du dôme.

Compte tenu des éléments évoqués ci-dessus, nous avons décidé de concevoir un Muqarnas structurel avec un comportement en compression, sortant du cadre des formes simples en proposant une géométrie plus complexe.

Comme nous cherchons un comportement en compression et que nous avons besoin d'une surface globale pour pouvoir travailler avec l'approche surfacique, nous avons choisi les surfaces funiculaires comme typologie de surface. En effet, une surface funiculaire est par définition une surface avec un comportement purement comprimé. Fondamentalement, un funiculaire a la forme d'une chaînette suspendue et correspond à un état d'équilibre d'une arche plane pour les mêmes charges (Adriaenssens et al. 2014, 86).

D'un point de vue numérique, nous avons choisi de travailler avec le plug-in *Kangaroo*⁹⁶ qui complète le logiciel Grasshopper et permet de générer des surfaces funiculaires paramétriques avec une très grande liberté morphologique⁹⁷. D'autres outils numériques comme le plugin *Rhinovault* permettent de créer des structures funiculaires avec une approche différente, reposant sur la statique graphique (Rippmann, Lachauer, et Block 2012).

8.1.4 Conception de la surface globale

Pour générer une surface funiculaire avec le plugin *Kangaroo*, il est nécessaire de définir un maillage représentant un réseau de ressorts, et les points d'appui. Ayant défini ces deux paramètres, nous pouvons appliquer une force uniforme sur l'ensemble des nœuds du maillage pour avoir finalement la surface funiculaire en équilibre. D'autres paramètres comme la géométrie et la densité du maillage, ainsi que la rigidité des ressorts, influencent la forme finale de la surface funiculaire. Ainsi, en mettant en place cet algorithme génératif nous obtenons une surface funiculaire paramétrique.

La première étape de conception de la surface du pavillon consiste à définir la projection horizontale du pavillon sur le sol. Pour cela nous avons défini une surface qui s'adapte au contexte du site. Il s'agit d'un polygone non planaire à cinq côtés, adapté aux lignes topographiques du site. C'est-à-dire que les sommets de la partie nord de la surface reposent sur les rochers, ce qui engendre une surface avec des sommets de hauteurs différentes ; seuls les deux sommets situés au sud qui sont sur la partie plane du site restent sur le niveau de base.

⁹⁶ <https://www.food4rhino.com/app/kangaroo-physics>

⁹⁷ Le plugin *Kangaroo* est un moteur *Physics* pour la simulation interactive, la recherche de forme, l'optimisation et la résolution de contraintes.

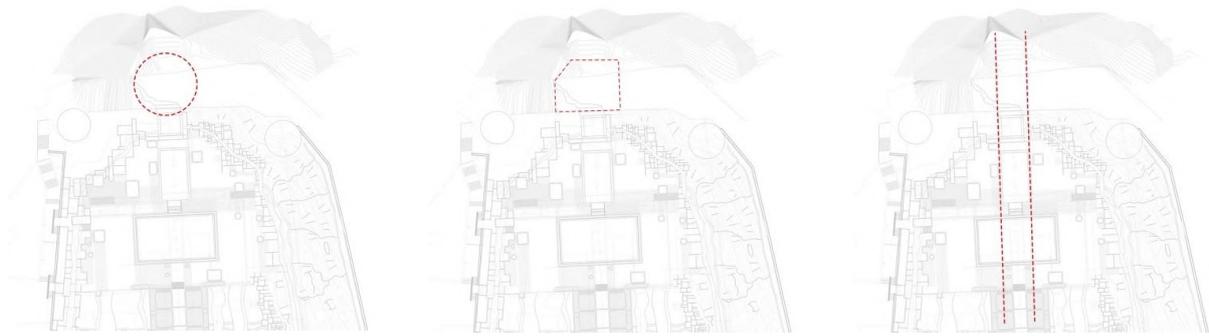


Figure 8-3. Détermination de la base du pavillon par rapport au contexte.

Après avoir construit la surface de base, il reste à définir les points d'appui de la surface. Les points d'appui sont ancrés au sol et, par conséquent, entre deux points d'appuis adjacents se forme une arche. Si nous définissons les points d'appui uniquement sur les sommets et les côtés de la surface, nous retrouverons une surface funiculaire en forme de dôme avec plusieurs arches sur les côtés (cela dépend du nombre de points d'appui définis).

Mais dans ce projet, nous avons comme but d'expérimenter des surfaces complexes. En plus, avoir uniquement des appuis aux extrémités de la surface est structurellement impossible compte tenu des dimensions de la surface. Nous avons donc décidé d'ajouter un appui intermédiaire pour des raisons esthétiques et structurelles. En effet, ajouter un appui à l'intérieur de la surface transforme radicalement la morphologie globale. Nous retrouvons une surface funiculaire constituée de plusieurs dômes et un appui au centre.

Ensuite, l'enjeu est de positionner les points d'appui de façon précise. L'élément déterminant dans ce cas est la valorisation de l'axe principal du parc par une arche, comme c'est le cas dans les pavillons des jardins traditionnels. Ainsi, sur le côté sud de la surface de base, nous avons déterminé les deux appuis les plus éloignés pour avoir l'arche principale (sur la surface funiculaire) centrée sur l'axe du nouveau jardin. Les autres appuis ont été placés sur les sommets et les bords de la surface en prenant en compte les contraintes topographiques du site.

Après avoir déterminé l'ensemble des appuis, comme nous avons mis en place un modèle paramétrique à l'aide du plugin *Kangaroo*, nous avons la possibilité de faire des ajustements sur l'ensemble des paramètres : la géométrie de la surface, la position des points d'appui et l'intensité de la force appliquée au maillage.

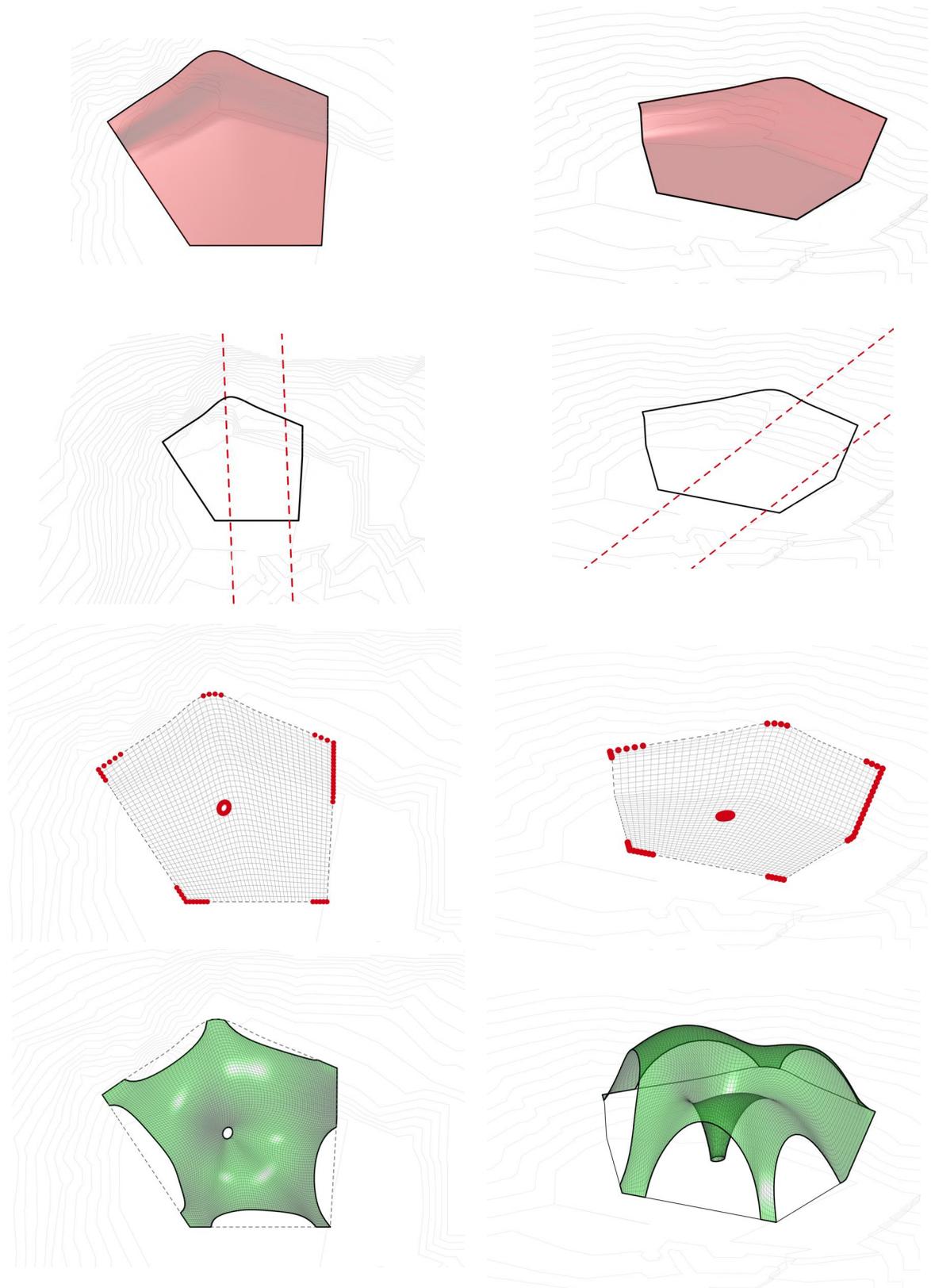


Figure 8-4. Détermination du polygone de base, définition des appuis et génération de la surface funiculaire. Construction du réseau sur la surface. À gauche : schémas en plan. À droite : schémas en axonométrie.

La surface étant générée, il est nécessaire de définir le réseau de quadrilatères pour finalement pouvoir construire les Muqarnas sur cette base. La méthode par laquelle nous avons modélisé la surface funiculaire conduit les courbes isoparamétriques à être en contact avec les bords de la surface. Car nous avons au départ considéré deux directions opposées de bords pour pouvoir construire la surface avec la logique *network surface*⁹⁸. Vu que nous avons une surface avec un nombre de côtés supérieur à quatre, pour pouvoir construire un maillage adapté aux bords de la surface nous sommes obligés de joindre certains bords adjacents, et ainsi, récupérer quatre bords dans deux directions opposées. Ces deux directions formeront finalement les directions U et V de la surface.

Cependant, nous ne pouvons pas utiliser le réseau isoparamétrique pour une surface si complexe. En effet, dans la description du réseau isoparamétrique nous avons vu qu'il n'est pas possible de l'utiliser quand nous avons un point col sur la surface. En effet, notre surface est constituée de plusieurs dômes qui correspondent à des extremums de la surface. Nous pouvons observer de façon plus claire la présence des points critiques de la surface en faisant apparaître les courbes de niveau.

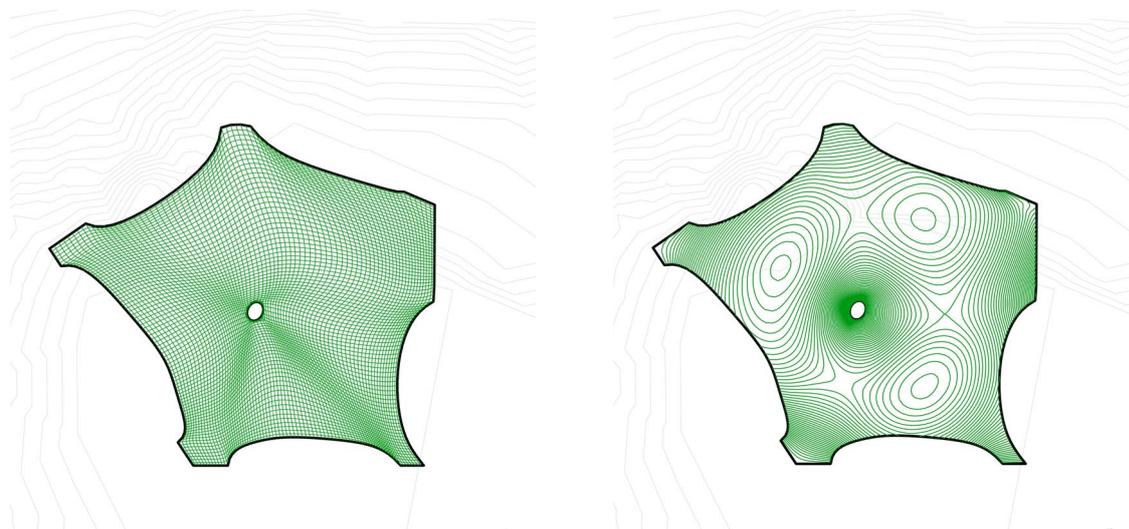


Figure 8-5. À gauche : réseau isoparamétrique de la surface. Le réseau est adapté aux bords extérieurs de la surface. À droite : les courbes de niveau de la surface montrant les zones critiques.

Pour ce projet, nous devons donc utiliser la méthode générale, c'est-à-dire le réseau C.N./L.P.G.P. Nous avons montré que dans le but de générer les lignes de plus grande pente sur Grasshopper, il est nécessaire de définir des points sur la surface comme sources. À partir de ces points-sources, les lignes de plus grandes pentes vont débiter et descendre niveau par niveau jusqu'aux bords. Nous réalisons que la géométrie de la surface ne permet pas de déterminer les

⁹⁸ *Network surface* est une commande du logiciel Rhinoceros (et de Grasshopper) pour la création de surfaces par deux familles de courbes dans deux directions.

points-sources a priori. C'est-à-dire que pour couvrir toutes les zones de la surface par des lignes de plus grande pente, il est indispensable que ces lignes débutent par le sommet de chaque dôme (maximum local) de la surface. Car si nous ne définissons pas tous les sommets de cette surface comme points-sources, il y aurait des zones non couvertes par les lignes de plus grande pente.

La solution générale que nous avons trouvée pour définir les points-sources sur une surface quelconque est d'identifier les zones critiques de la surface par une analyse de l'angle du plan tangent à la surface. Par définition, un point extremum est un point où le plan tangent à la surface est horizontal, donc en évaluant l'ensemble des points de la surface (sur la base de la grille UV) nous pouvons identifier les points où l'angle formé par le plan tangent et le plan horizontal est inférieur à un angle de référence.

Cet angle de référence déterminera le nombre de points identifiés. De ce fait, nous récupérons plusieurs points sur chaque zone critique de la surface (maximums et cols). Par la suite, il faut tracer le contour extérieur de chaque groupe de points pour avoir finalement une courbe fermée qui marquera la zone critique. La taille de cette zone dépend de l'angle de référence que nous définissons pour l'analyse des plans tangents. Donc pour agrandir ou rétrécir ces zones il suffit d'ajuster cet angle de référence.⁹⁹ La courbe fermée qui trace le contour extérieur des groupes de points est générée à l'aide de l'algorithme *Convex Hull*. Ces courbes indiquant les zones critiques de la surface vont servir de base pour introduire les points-sources des lignes de plus grande pente.

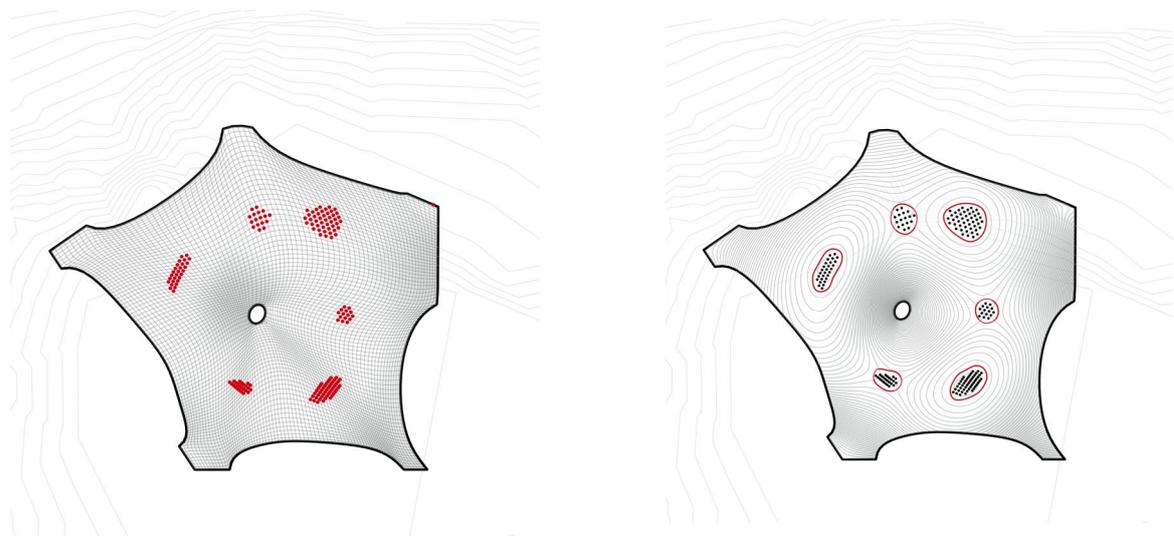


Figure 8-6. À gauche : identification des points par rapport à l'angle du plan tangent. Les zones critiques apparaissent. À droite : traçage de la courbe extérieure de chaque groupe de points.

⁹⁹ Il faudrait noter ici qu'à part la valeur de cet angle de référence la densité de la grille UV qui détermine le nombre de points sur la surface est très importante pour la précision des zones.

Il suffit donc à présent de diviser ces courbes pour trouver les points-sources. Avec ces points il est maintenant possible de lancer l'algorithme itératif de génération des lignes de plus grande pente. En faisant plusieurs essais avec un nombre de points-sources différents, nous constatons que pour assurer la présence de lignes de plus grande pente sur l'ensemble de la surface, il faut considérablement augmenter le nombre de points-sources. Au final, nous récupérons une grande quantité de L.P.G.P. avec une distribution hétérogène sur la surface. En effet, il est logique d'avoir une forte densité de L.P.G.P. aux alentours des points cols.

Cependant, du point de vue de la construction du réseau, nous cherchons une répartition plus homogène de ces lignes. Ainsi, nous devons trier cette grande quantité de lignes. Du fait que nous cherchons un maillage relativement homogène, le plus intéressant serait de se baser sur le bord extérieur en le divisant en segments de longueurs égales. Les points de divisions sur le bord de la surface vont nous servir de référence pour trier les lignes de plus grande pente en fonction de leur proximité avec ces points. Après avoir trié les lignes de plus grande pente, nous pouvons construire le maillage composé par ces lignes ainsi que les courbes de niveau.

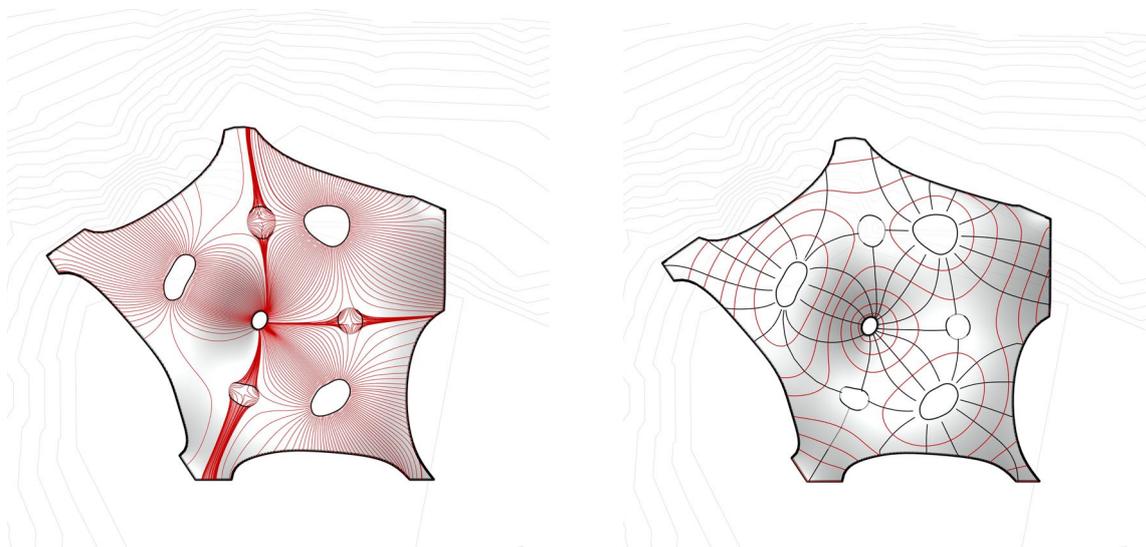


Figure 8-7. Triage des lignes de plus grande pente.

L'étape suivante consiste à délimiter les polygones formés par l'intersection des deux familles de courbes. Autrement dit, nous cherchons à discrétiser la surface globale par ce réseau de courbes pour obtenir des tuiles sur la surface. Ensuite, comme vu précédemment, il est nécessaire de transformer ce maillage rectangulaire en un maillage en losanges. En ayant un réseau de losanges, nous pouvons donc appliquer l'algorithme génératif des Muqarnas qui se base sur des quadrilatères. En effet, nous rappelons que chaque losange ou quadrilatère représente un bloc de Muqarnas, et l'algorithme génératif modélise les éléments de Muqarnas sur la base de chaque tuile. Le type de bloc est un paramètre modifiable dans cet algorithme : il permet de jouer avec la complexité et la variation des cellules Muqarnas. C'est-à-dire qu'il est

possible de définir le pourcentage de chacun des cinq types de blocs ainsi que leur répartition sur le réseau.

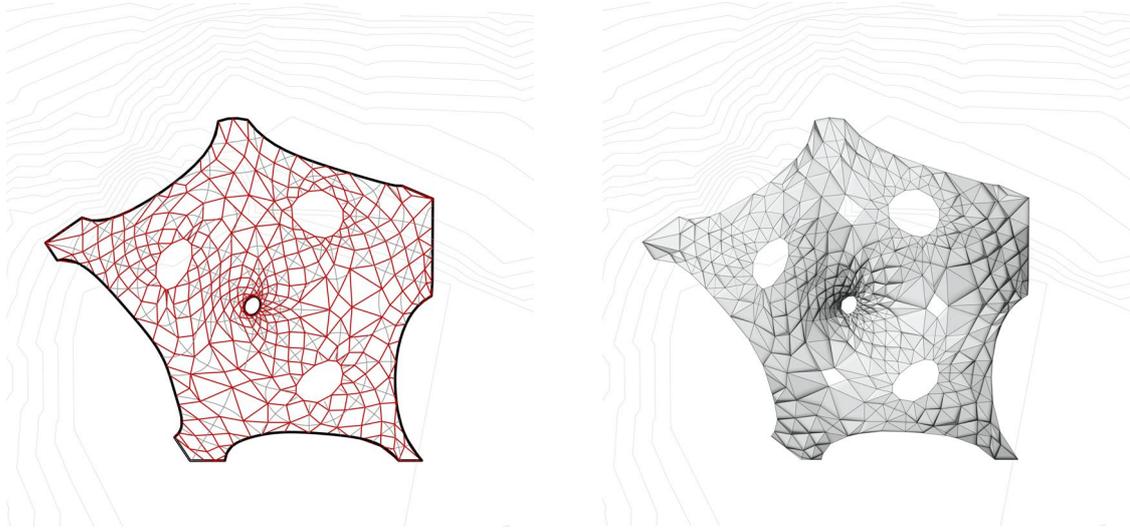


Figure 8-8. Transformation du réseau en tuiles losanges et modélisation des éléments Muqarnas sur la base des tuiles.

Finalement, nous voyons donc qu'avec cette méthode générale de construction du réseau, il est possible de générer des Muqarnas sur des surfaces morphologiquement complexes. D'une certaine manière, nous pouvons donc dire que cette méthode de génération du réseau peut être adaptée à n'importe quel type de surface.

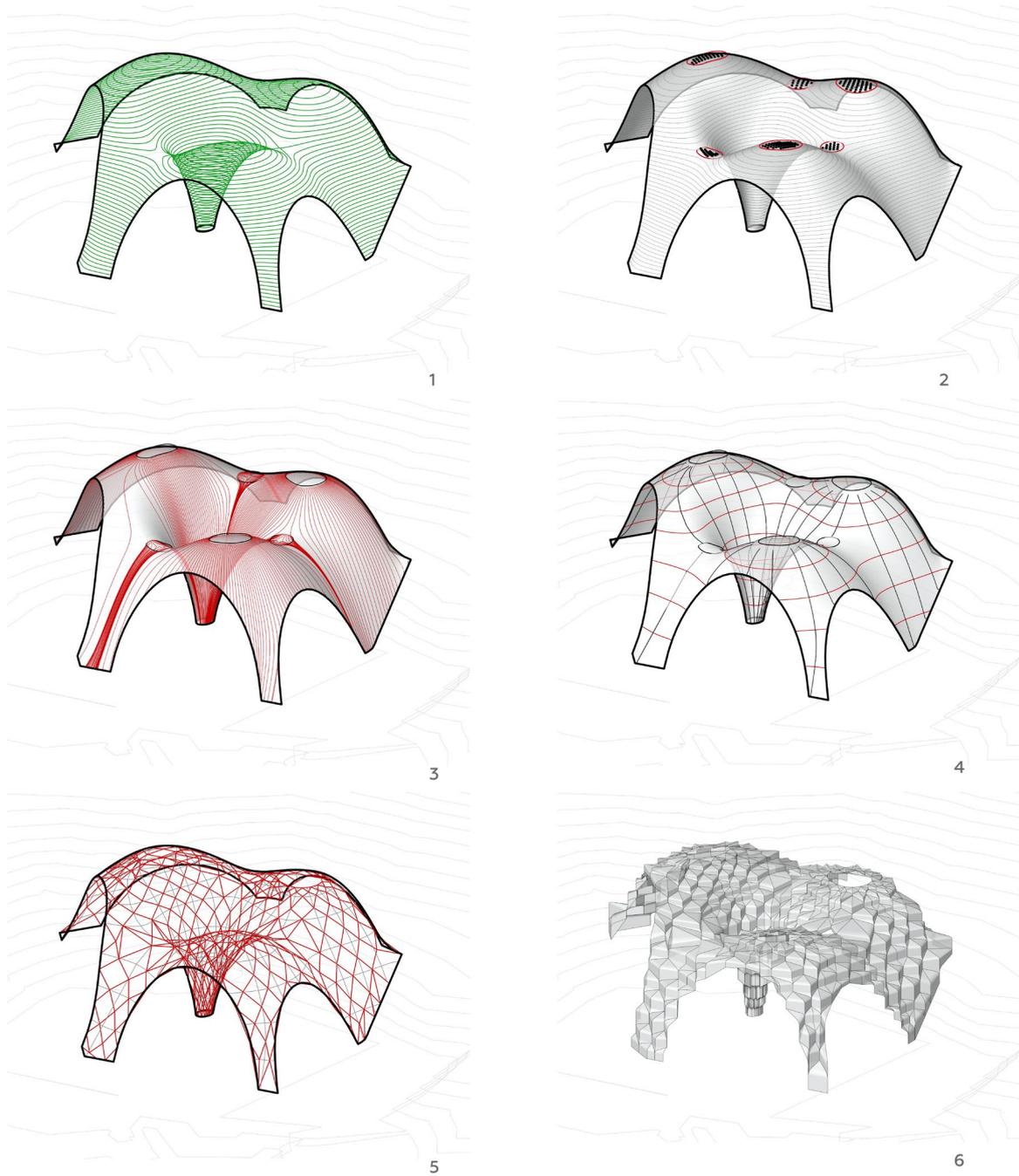


Figure 8-9. Processus de génération du réseau en axométrie.

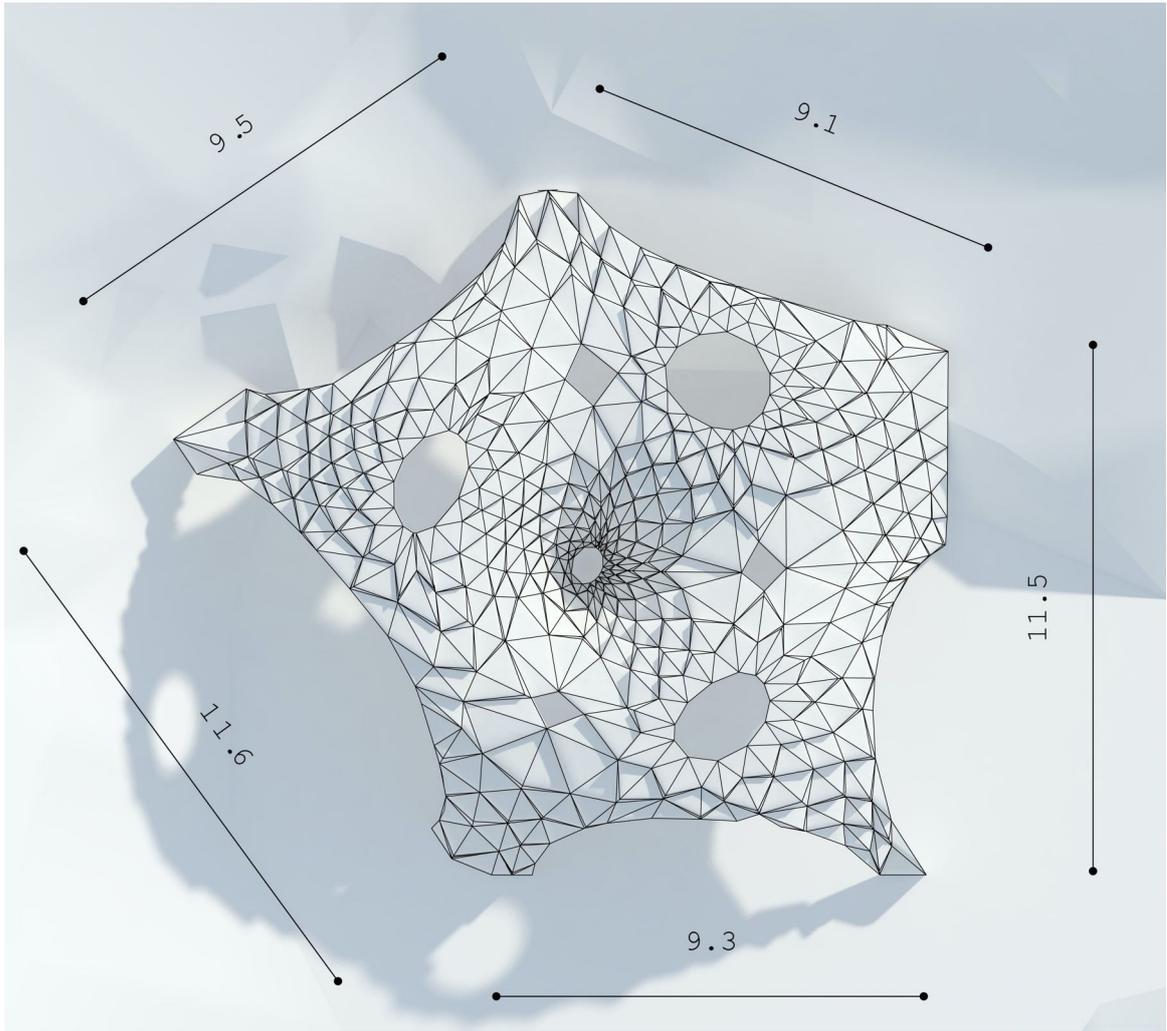


Figure 10. Plan du pavillon



Figure 11. Élévations.



Figure 8-12. Vu depuis l'axe principal du jardin.



Figure 8-13. Vue intérieure du pavillon.



Figure 8-14. Vue depuis les rochers de la partie nord du site.

Limites

L'application de cette méthode à une surface aussi complexe nous a révélé les contraintes et les limites de cette approche. La principale limite que nous avons rencontrée avec cette surface est l'étape de discrétisation où nous avons discrétisé la surface par le réseau C.N./L.P.G.P. en vue de récupérer les tuiles en forme de losanges. La difficulté vient de la géométrie de la surface, car comme les bords de cette surface ne sont pas sur le même niveau, les tuiles qui touchent les bords ne sont pas forcément des quadrilatères. Cependant, nous avons montré que pour transformer ce réseau en maillage en losanges il est impératif d'avoir des quadrilatères. Donc si nous ne modifions pas les tuiles du bord de la surface, l'algorithme génératif des Muqarnas ne pourra pas traiter ces éléments. En conséquence, soit nous devons modifier ces éléments de façon manuelle, soit il faudrait mettre en place un algorithme d'optimisation pour traiter les polygones des bords pour être sûr d'avoir uniquement des quadrilatères

Processus de fabrication

Après la génération des éléments, il nous faut maintenant préparer ce modèle pour une fabrication en pierre. Comme nous l'avons évoqué, la principale activité de la ville de Mahallat est l'extraction et la taille de pierre. Nous avons eu l'occasion de visiter une des plus grandes entreprises¹⁰⁰ de la ville spécialisée dans l'extraction, la préparation et la taille de ce matériau local. Cette entreprise était équipée d'une grande gamme de machines de type CNC (découpe à trois axes) ainsi que des bras robotisés à six axes pour des découpes encore plus complexes. Nous avons donc vu que compte tenu de ces équipements et du savoir-faire local, il est possible d'envisager des découpes robotisées de pierre pour notre pavillon. C'est donc avec ces outils que nous avons abordé la partie fabrication.

Notre but dans cette étape est de simuler le processus de découpe et d'assemblage des modules à petite échelle. C'est-à-dire que dans l'idée de préparer les éléments pour une découpe finale en pierre, nous devons concevoir de façon précise la géométrie des claveaux (les éléments du Muqarnas) afin de pouvoir fournir les fichiers de découpe pour les machines.

8.1.5 Épaisseur et création des claveaux

La première étape consiste à donner une épaisseur aux éléments du Muqarnas. Compte tenu de la géométrie complexe de la surface globale en double courbure et la présence de plusieurs points critiques, il n'est pas possible de déterminer l'épaisseur par une simple extrusion des arêtes des éléments. De plus, nous ne pouvons pas non plus utiliser la méthode des nervures planes que nous avons mises en place dans le prototype des grands ateliers de l'Isle d'Abeau (GAIA). Car comme nous l'avons vu, cette méthode engendre des intersections entre les épaisseurs des éléments voisins en raison de la différence d'orientation des plans (verticaux) des arêtes voisines. Nous nous sommes donc orientés vers une autre méthode qui consiste à créer l'épaisseur des éléments par une extrusion perpendiculaire à la surface de base. Pour simplifier ce processus, nous pouvons donc travailler avec le réseau de la surface, c'est-à-dire l'étape qui précède la génération des éléments de Muqarnas. La logique est de créer un autre réseau, perpendiculaire à la surface, qui va générer l'extrados des éléments. Autrement dit, si nous décalons chaque sommet de cette surface suivant un vecteur normal, nous obtenons un deuxième réseau. La longueur de ce vecteur détermine donc l'épaisseur des éléments.

Nous pouvons maintenant générer les éléments de Muqarnas sur le deuxième réseau et ainsi créer l'extrados des éléments. Après avoir créé l'intrados (sur la base du réseau initial) et l'extrados (sur la base du réseau décalé) des éléments, il nous reste à créer « l'épaisseur » des éléments, autrement dit les surfaces de contacts entre les éléments du Muqarnas. Car en réalité, chaque claveau doit être une polysurface fermée, qui comprend l'intrados, l'extrados et les deux surfaces qui les relient. En effet, dans le but de simplifier la découpe des éléments, nous devons considérer un claveau comme un demi-bloc. Pour cela, il faut diviser chaque bloc de

¹⁰⁰ <http://sangestanco.com/en/>

Muqarnas en deux morceaux sur la grande diagonale de façon à avoir pour chaque claveau une demi-cellule (un triangle courbe) connectée à la moitié d'un élément intermédiaire. Il se peut aussi que certains claveaux, notamment sur les bords et au voisinage des points cols, soient de simples triangles courbes.

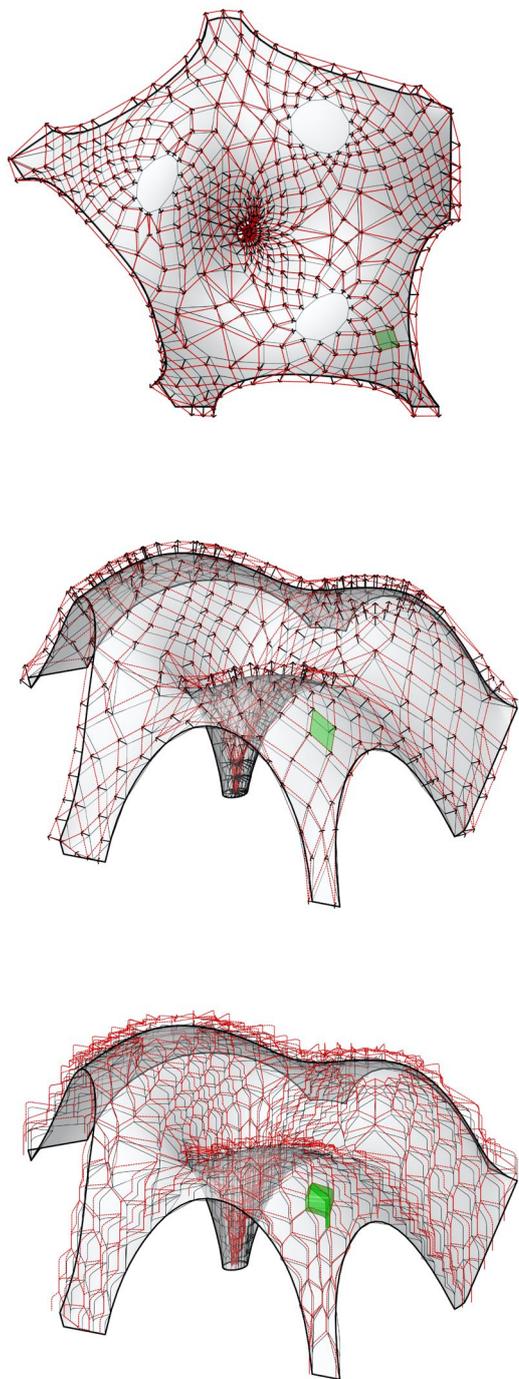


Figure 15. Définition de l'épaisseur des éléments. Chaque sommet du réseau de base subit une translation dans la direction normale à la surface. Ainsi, nous pouvons créer un nouveau réseau, perpendiculaire à la surface sur lequel nous allons générer l'extrados des Muqarnas.

8.1.6 Impression 3D

Après avoir transformé les éléments surfaciques du pavillon en claveaux, c'est-à-dire en donnant une épaisseur aux surfaces, nous pouvons préparer l'impression des modules. Comme nous l'avons déjà évoqué, l'idée est de fabriquer grâce à l'impression 3D tous les claveaux ou les modules qui composent ce pavillon et de les assembler. Nous avons décidé de construire cette maquette à l'échelle 1/25^e afin de produire des claveaux suffisamment grands pour permettre de manipuler et de tester l'assemblage entre les claveaux. Étant donné que l'épaisseur réelle des claveaux est fde 10 cm, l'épaisseur de chaque claveau est de 4 mm dans la maquette.

Nous devons maintenant procéder à l'impression 3D des éléments. Pour cela nous avons utilisé deux imprimantes 3D du laboratoire GSA de l'ENSA Paris Malaquais. Il s'agit de deux machines¹⁰¹ relativement similaires dont chacune dispose d'une surface d'impression de 20 cm * 20 cm. L'objectif est donc de préparer l'impression des 738 claveaux qui composent ce pavillon Muqarnas. En effet, comme nous avons divisé les blocs en deux, les claveaux sont des demi-blocs, ce qui double le nombre d'éléments. Cette division des blocs en deux a été fondamentale pour optimiser l'impression en 3D des éléments. En effet, comme nous le savons, la principale contrainte de la fabrication additive est l'angle de la surface et les porte-à-faux. Les logiciels d'imprimantes 3D ont développé des solutions pour permettre de franchir des vides en imprimant des supports, mais cela rallonge le temps d'impressions et les résultats ne sont pas toujours satisfaisants. Donc le mieux serait d'optimiser au maximum les éléments et leurs orientations pour l'impression afin de réduire les zones en porte-à -aux et de ce fait optimiser le temps et le matériau.

C'est donc dans cette logique que nous avons décidé de diviser les blocs de Muqarnas en deux. Rappelons aussi que ce pavillon est composé de trois types d'éléments : les blocs classiques tels que nous les avons décrits, les demi-cellules ou des triangles courbes (essentiellement sur les bords) et les éléments intermédiaires en forme de triangle autour des ouvertures de la surface. Il s'agit donc de préparer des fichiers d'impression contenant le maximum de claveaux possible. Dans ce processus, comme il est très complexe d'intégrer la numérotation des éléments directement sur l'impression 3D, après chaque impression nous avons numéroté les claveaux à la main grâce au modèle numérique.

Ajoutons que pour certains modules avec des angles prononcés, des supports ont été automatiquement générés par l'imprimante et donc cela a nécessité un travail de nettoyage et de préparation après l'impression. Il a fallu environ quarante impressions afin de pouvoir fabriquer l'ensemble des éléments de cette maquette.

¹⁰¹ Une Imprimante Ultimaker 2 et une imprimante Umtimaker 3.
<https://ultimaker.com>.



Figure 16. Impression 3D et numérotation des éléments. Chaque élément imprimé correspond à une demi-cellule. Nous avons imprimé au total 738 claveaux.

8.1.7 Assemblage et support

Après l'impression, nous avons commencé à assembler les éléments grâce au modèle numérique numéroté. Compte tenu du nombre d'éléments et de la taille de la maquette, nous avons choisi de coller les éléments. Afin de permettre un assemblage cohérent, nous avons divisé la structure en huit grandes parties.

Comme l'objectif de cette maquette à moyenne échelle est de simuler le processus de fabrication, il faut aborder aussi la question de la mise en œuvre. Dans la réalité, pour mettre en place une structure aussi complexe avec autant d'éléments, il faut impérativement approcher de façon précise la surface du pavillon. Nous pouvons par exemple citer le projet *Armadillo Vault* conçu par le *Block rResearch Group* et construit à l'occasion de la 15^e Biennale de Venise en 2016¹⁰². C'est pourquoi nous avons conçu une structure de support de la surface par un système *waffle*. Il s'agit de créer des supports approchant la forme de la surface par une trame orthogonale de surfaces verticales. Nous avons mis en place un algorithme sur Grasshopper pour la génération de ce support en automatisant les intersections entre les deux séries de surface pour retrouver les encoches. Nous avons donc découpé au laser ces surfaces numérotées avec les encoches sur du carton de 3 mm d'épaisseur. Cette structure de support nous a permis de poser au fur et à mesure les portions de surfaces assemblées. La présence de cette structure a été fondamentale surtout à la fin pour assurer une connexion précise entre les différentes parties assemblées. Car vu le nombre important de claveaux, il est fort possible de trouver des imprécisions en assemblant les différentes parties. Ce support nous a permis donc de vérifier tout au long du processus d'assemblage, l'alignement des modules sur la surface et de corriger éventuellement les erreurs.

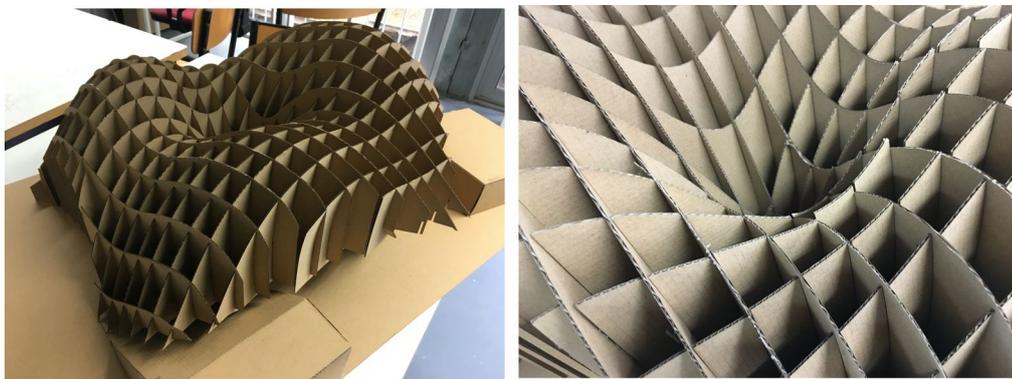


Figure 17. Support de la surface réalisé avec une trame orthogonale de plans verticaux pour approcher la surface.

¹⁰² <https://www.block.arch.ethz.ch/brg/project/armadillo-vault-venice-italy>

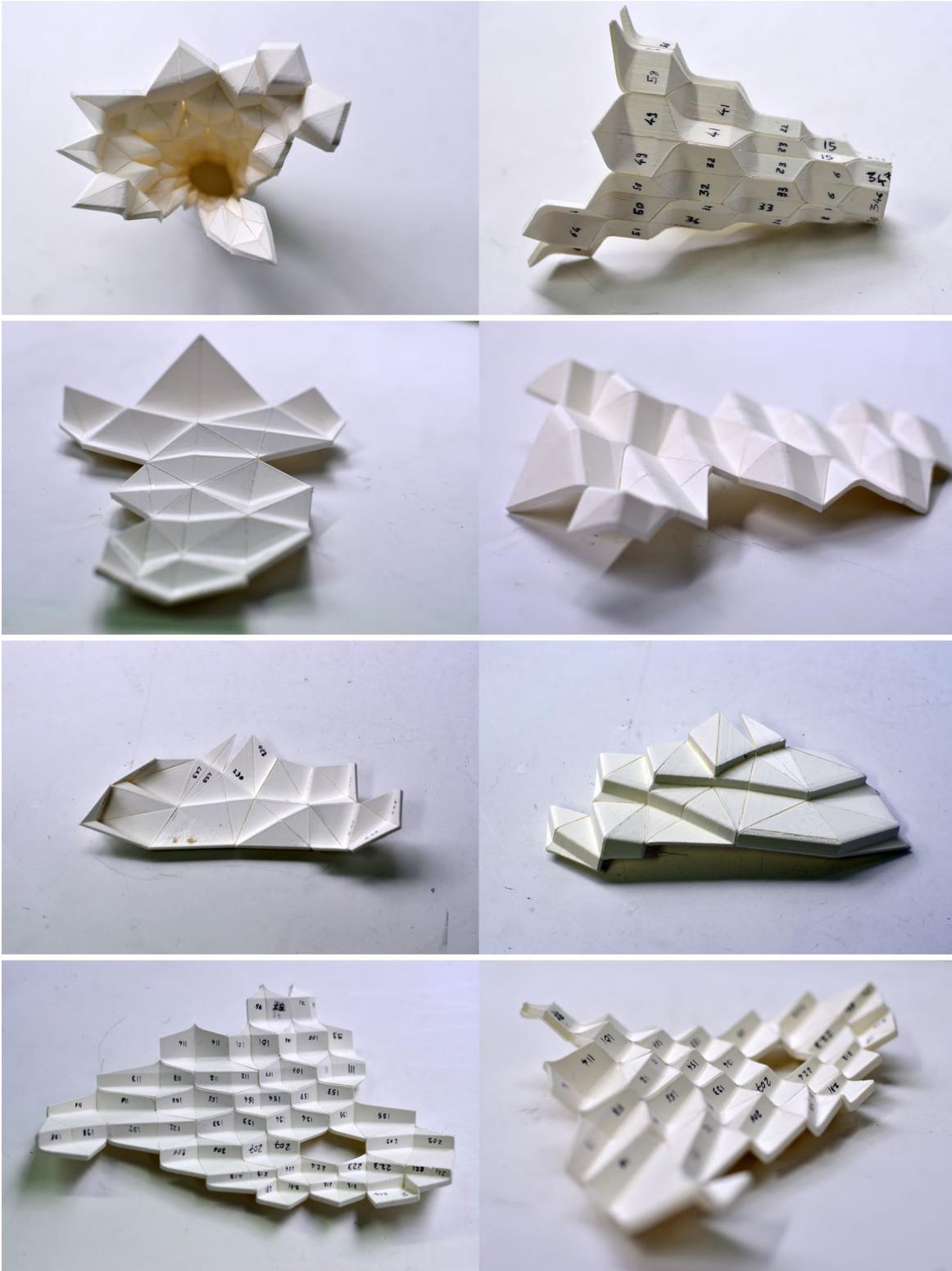


Figure 18. Différentes portions du Muqarnas réalisées par l'assemblage des modules.

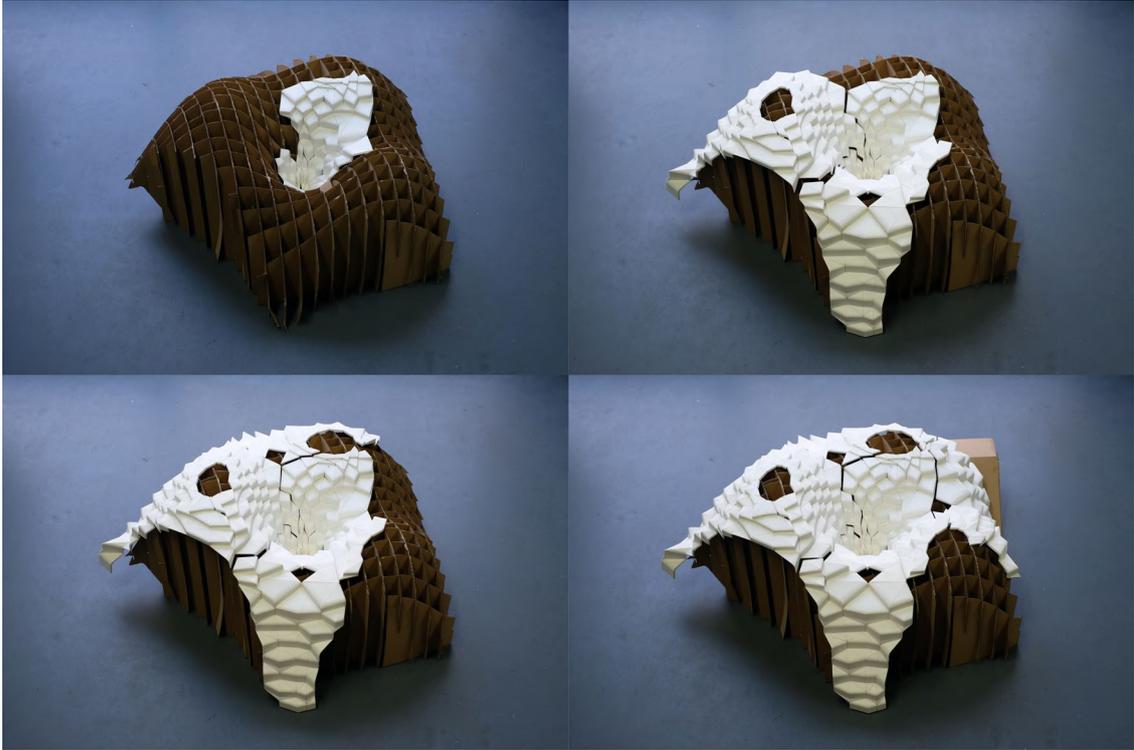


Figure 19. Assemblage des différentes parties à l'aide du support pour finaliser la réalisation.

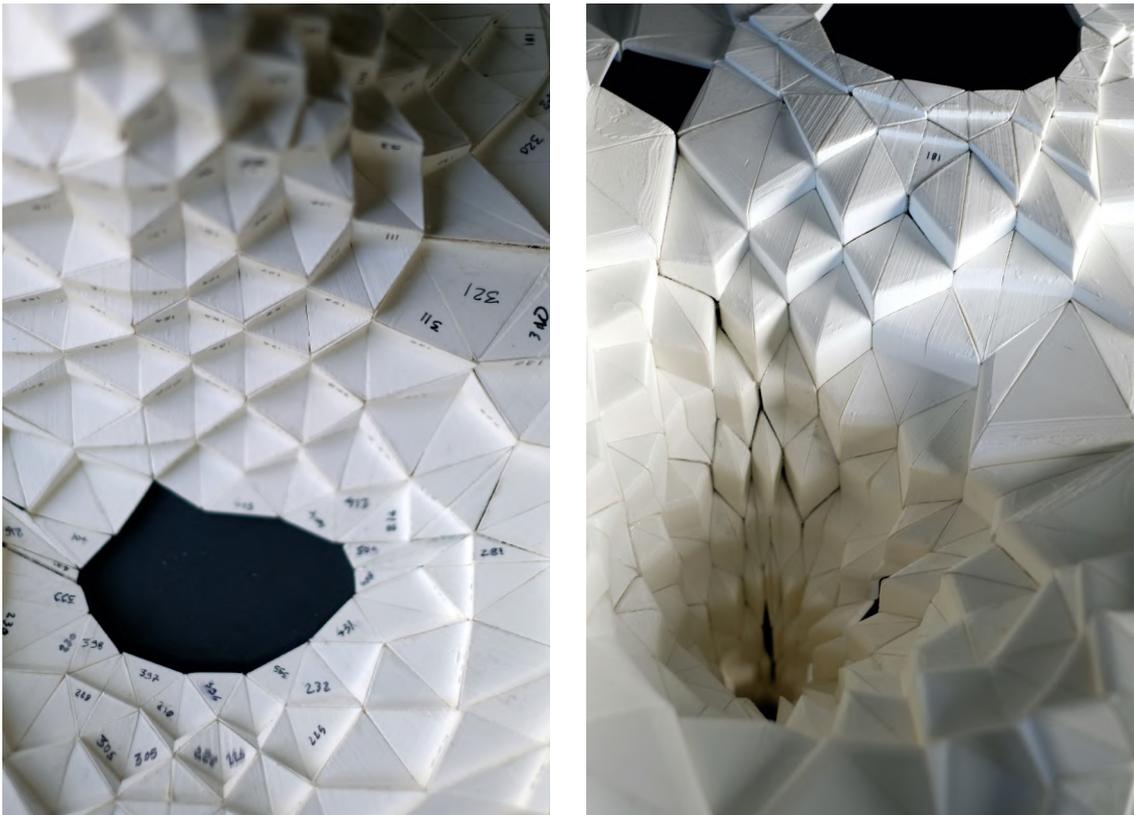


Figure 20. A gauche : intrados de la maquette. A droite : extrados.





Figure 21. Photo de la maquette finale.

9. Pavillon Sa'adat Ābād

Ce pavillon est la dernière recherche de conception et de fabrication.

Il s'agit d'une commande de l'agence d'architecture Nazar pour la construction d'un petit pavillon intégré dans un projet de conception d'un parc. L'agence a reçu une commande de la mairie de Téhéran pour la conception d'un parc dans le quartier de sa'Ada Abad au nord-ouest de Téhéran. La superficie du parc fait environ 1 hectare et le projet s'inspire du modèle du jardin traditionnel persan. Le projet du parc comprend un axe principal nord-sud, marqué par un cours d'eau. La trame du parc est complétée par des axes secondaires organiques. C'est sur l'intersection d'un de ces axes secondaires avec l'axe principal que l'emplacement du pavillon est prévu. Ce croisement forme une plate-forme sur laquelle une base carrée de 9 m de côté était destinée à être couverte par le pavillon. Concernant la conception, la demande a été de respecter la géométrie symétrique traditionnelle des *Chahār-tāghi*, qui est une forme classique de l'architecture iranienne des pavillons dans les jardins persans.

9.1 Conception

Pour ce projet, nous avons décidé de réinvestir l'approche de génération de Muqarnas sur une surface funiculaire. La surface funiculaire permet de nous rapprocher des morphologies des formes en compression comme les dômes que nous retrouvons dans l'architecture traditionnelle iranienne. Cette fois, contrairement au projet du pavillon de Mahallat, l'idée est de travailler sur une surface beaucoup plus simple, sur la base d'un octogone symétrique, mais irrégulier. En effet, des fondations en forme de ce polygone de huit côtés avaient déjà été réalisées afin d'accueillir un pavillon traditionnel avant que l'agence décide de réaliser une autre structure et nous demande la conception de ce pavillon en Muqarnas. Nous devons donc considérer cette contrainte et réaliser notre structure sur cette base.

Comme nous l'avons expliqué, l'axe secondaire du parc n'est pas perpendiculaire à l'axe principal. Partant de ce principe, nous avons donc décidé de prendre en compte cette non-symétrie dans la géométrie du pavillon. En effet, l'idée est de marquer l'axe secondaire par des arches positionnées sur la trace de cet axe oblique par rapport à l'axe principal. Pour arriver à ce résultat, nous avons positionné les points de support (point fixe de la surface funiculaire) sur un polygone irrégulier de huit côtés. Ainsi, nous obtenons deux types d'appuis de taille différentes sur les deux diagonales, générant des arches ou des ouvertures de tailles différentes et non symétriques. Cette organisation nous permet à la fois de respecter la géométrie du parc et en même temps d'apporter une variation au pavillon en la déformant légèrement. Cette déformation de la surface de base nous permet donc de pouvoir faire varier les différents côtés du pavillon.

9.1.1 Une quasi-symétrie

Nous obtenons donc une surface funiculaire dont nous avons fixé la hauteur à environ six mètres¹⁰³.

Le processus de génération des éléments de Muqarnas sur la base de la surface funiculaire est identique à ce que nous avons démontré pour le pavillon Mahallat. Ce qui est différent ici, c'est la morphologie de la surface qui est plus simple et donc l'obtention du réseau composé par les courbes de niveau et les courbes de plus grande pente est techniquement moins complexe. Morphologiquement, ce que nous avons cherché dans ce pavillon est de réduire le nombre d'éléments et surtout de différencier sensiblement la hauteur des rangées. C'est-à-dire que nous avons voulu montrer les éléments du Muqarnas à une échelle beaucoup plus grande comparée aux modèles précédents. Pour cela nous n'avons gardé qu'une seule courbe de niveau intermédiaire entre les deux extrémités de la surface, proche du sommet de la surface funiculaire. En conséquence, les éléments inférieurs du Muqarnas sont de très grandes dimensions et arrangés sur deux niveaux différents, tandis que les éléments de la partie supérieure sont de petite taille et ressemblent aux éléments d'un Muqarnas classique.

Cette transition brutale entre les éléments de petite taille (sur la partie supérieure) aux grandes cellules (sur la base) se justifie aussi d'un point de vue structurel. En effet, en fragmentant de moins en moins les éléments sur la partie inférieure où se trouvent les appuis, nous pouvons assurer une meilleure stabilité à la forme globale. De plus, nous remarquons que les éléments « géants » de la partie inférieure¹⁰⁴ sont assez variés et ne se répètent pas sur les différentes parties du pavillon.

À ce sujet, le fait d'avoir créé une surface funiculaire sur la base d'un polygone non régulier et surtout la répartition non symétrique des lignes de plus grande pente a permis d'avoir des éléments très variés avec une organisation non symétrique. Même si la surface globale est symétrique sur ces diagonales, les éléments de Muqarnas ne respectent pas cette symétrie et montrent des morphologies très variées. Ainsi, les quatre arches ou les quatre entrées du pavillon présentent des organisations et des profils différents. C'est en réalité les éléments qui bordent les arches d'entrées qui définissent la forme de cette ouverture où l'on peut distinguer quatre types de voûtures différentes. Cette variation au niveau des éléments qui caractérisent chaque côté du pavillon est en parfait accord avec notre idée de départ de pouvoir créer des irrégularités et des variations au sein d'un ensemble symétrique. Nous pouvons donc dire que la forme est quasi-symétrique.

¹⁰³ Avec les composants du plugin *Kangaroo*, il est possible de modifier la rigidité du réseau de ressort (le matériau) ou bien l'intensité des forces appliquées aux nœuds du réseau dans le but de modifier la simulation de la surface funiculaire. Nous pouvons donc à partir de la même base (le même réseau) obtenir différentes surfaces funiculaires avec différentes hauteurs.

¹⁰⁴ Les dimension et l'aspect « spatial » de ces grands modules de la base du pavillon nous rappellent les éléments des Muqarnas seldjoukides des Iwans de la grande mosquée d'Ispahan.

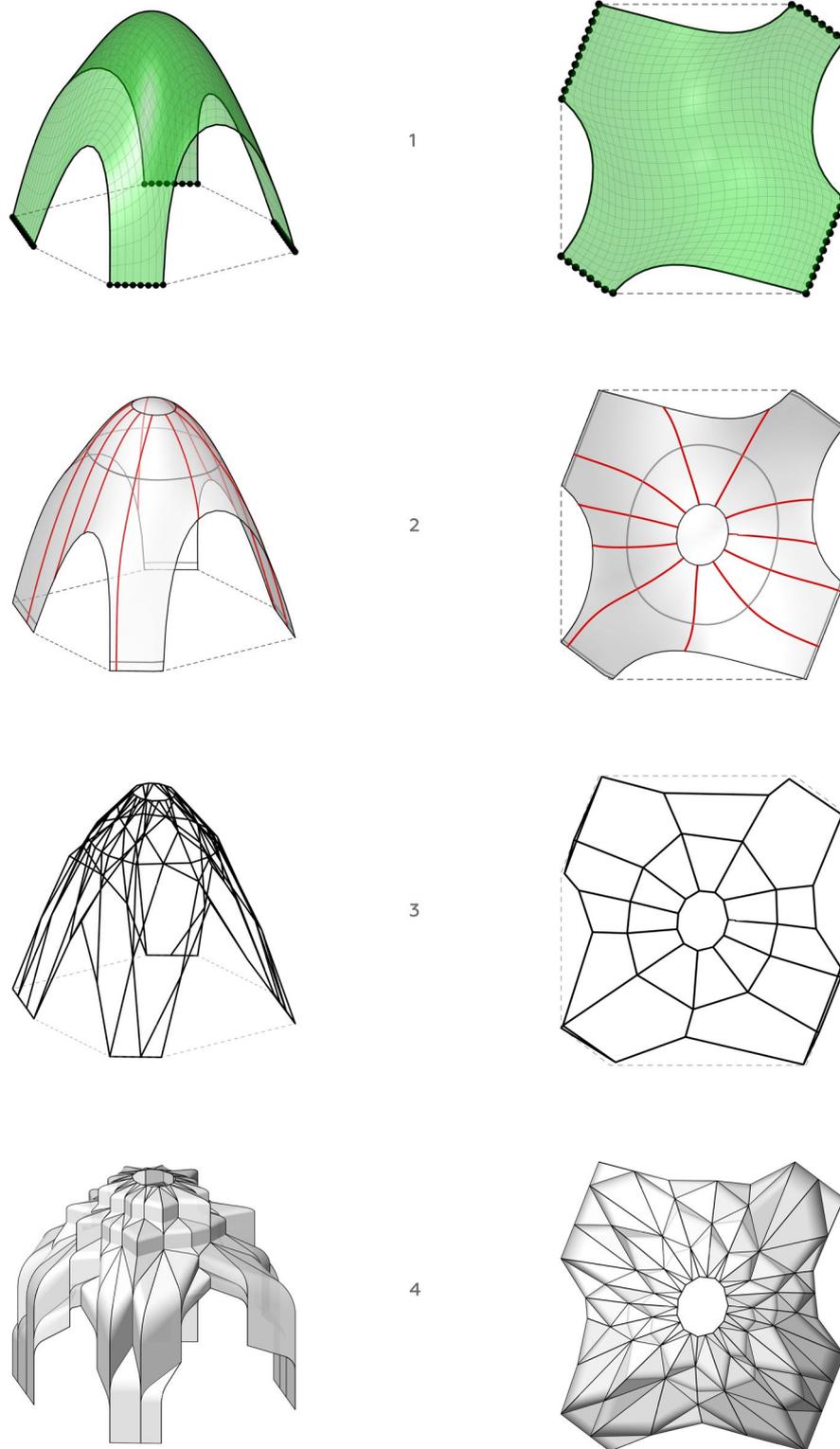


Figure 23. Processus de génération du pavillon. Génération de la surface funiculaire (1), discrétisation de la surface (2 et 3), génération des éléments de Muqarnas (4).

9.1.2 Pentagones et hexagones : génération des polycellules

Pour expliquer les raisons de cette variation des éléments dont nous venons de parler, nous allons expliquer les modifications que nous avons apportées à l'algorithme génératif par rapport au pavillon de Mahallat. En transformant le réseau C.N./L.P.G.P. en réseau de polygones, nous retrouvons sur les parties inférieures des polygones de plus de quatre côtés. Car la logique est de faire un dual du réseau C.N./L.P.G.P. en joignant les milieux des côtés de chaque polygone. Cette transformation du réseau engendre des polygones à cinq et six côtés sur la partie inférieure du pavillon au contact des bords de la surface globale. Nous devons donc trouver une solution pour traiter ces polygones de plus de quatre cotés. Car jusqu'ici, nos algorithmes fonctionnent principalement sur des quadrilatères sur la base desquels sont générés des blocs de Muqarnas. Il est aussi possible de créer des Muqarnas à partir de triangles, c'est-à-dire des demi-cellules ou des demi-éléments intermédiaires.

En analysant les différents éléments de Muqarnas dans la partie historique, dans certains Muqarnas (surtout à partir du XIV^e siècle) nous trouvons des polycellules qui sont en réalité des cellules composées de plus de deux triangles courbes. Comme nous l'avons constaté, la projection horizontale de ces polycellules produit des polygones de cinq, six, sept ou huit côtés. Donc en réalité, les polygones de cinq et six côtés que nous avons ici dans notre pavillon doivent être considérés comme des polycellules. Pour transformer ces polygones en polycellules, il est impératif de les découper en plusieurs triangles. Comme nous savons générer des éléments sur la base de triangles, une polycellule qui est constituée de plusieurs triangles sera modélisée en pratique par l'union de plusieurs éléments.

Pour mettre en place ce principe, nous devons trouver une logique pour un découpage rigoureux des polygones. Car par exemple, il est possible de découper un polygone de six côtés de différentes manières en créant diverses combinaisons de triangles. Mais il n'y a qu'un cas où la connexion avec les éléments voisins sera conforme. Ce qui nous aide ici, c'est que les polygones ne sont pas horizontaux et donc nous savons que dans une polycellule le sommet le plus haut est le lieu où tous les triangles courbes convergent. Donc nous pouvons procéder au découpage des polygones de cinq et six côtés en fonction du sommet le plus haut. Pour cela nous devons créer des lignes ou des diagonales du polygone en commençant par le sommet le plus haut pour découper le polygone en triangles. Cette méthode nous permet donc de transformer ces polygones de cinq ou six côtés en plusieurs triangles sur la base desquels des demi-cellules vont être créées.

Nous voyons donc que sur l'ensemble de Muqarnas nous pouvons retrouver quatre types d'éléments : les quadrilatères qui vont être transformés en cellules, les polygones de plus de quatre côtes qui vont former des polycellules, les demi-cellules et les demi-éléments intermédiaires (qui bordent l'ouverture supérieure du pavillon).

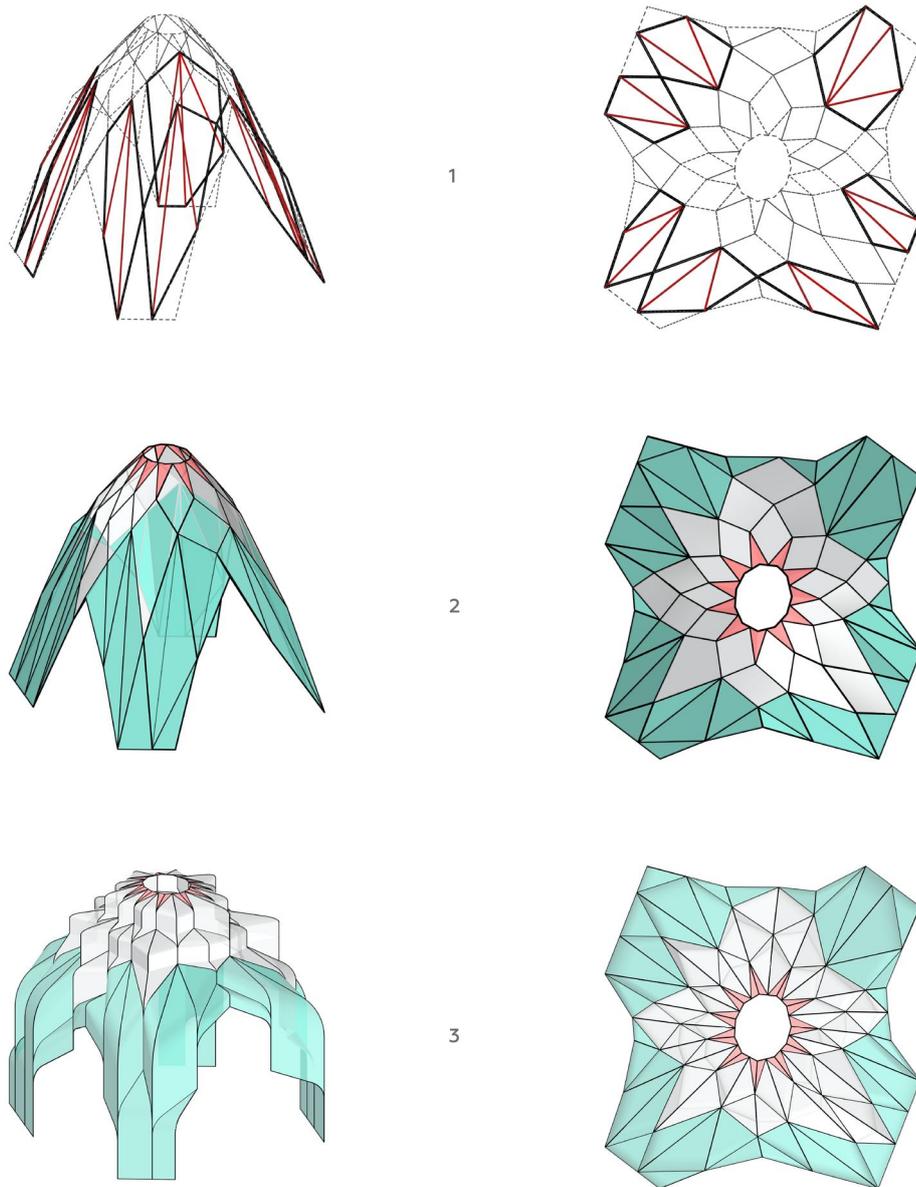


Figure 24. Schémas montrant le traitement réservé aux polycellules. Les polygones de cinq et six côtés sont découpés en triangles (1). Cette configuration permet d'avoir uniquement des triangles sur la base desquels nous pouvons construire des éléments de Muqarnas. Les étapes 2 et 3 montrent les trois différents types d'éléments : les demi-cellules et les polycellules en bleu, les cellules en gris et les demi-éléments intermédiaires en rouge.

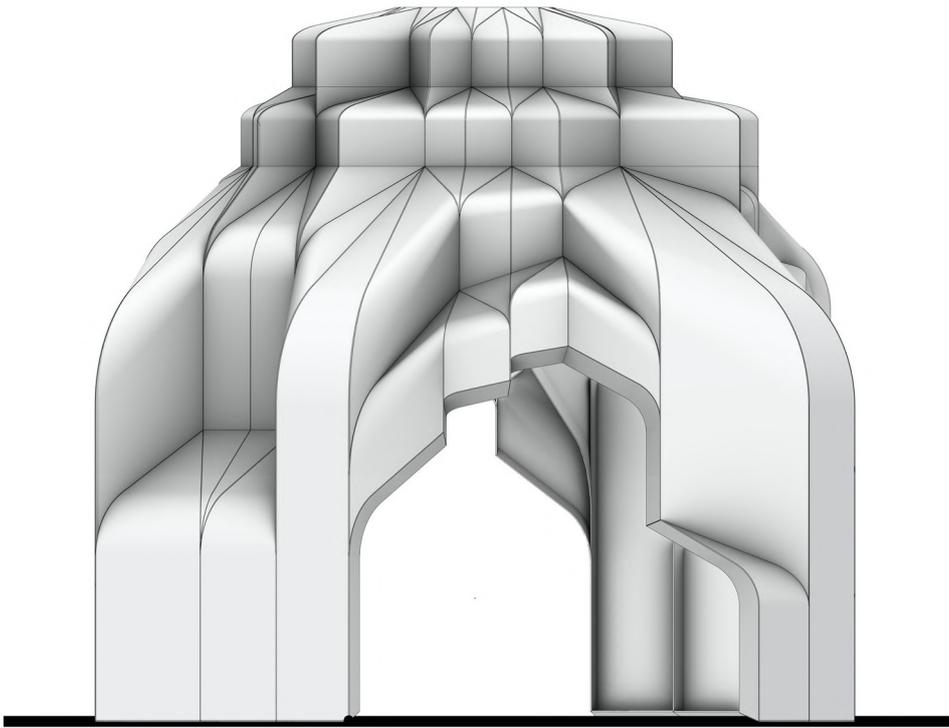


Figure 25. Élévation Est.

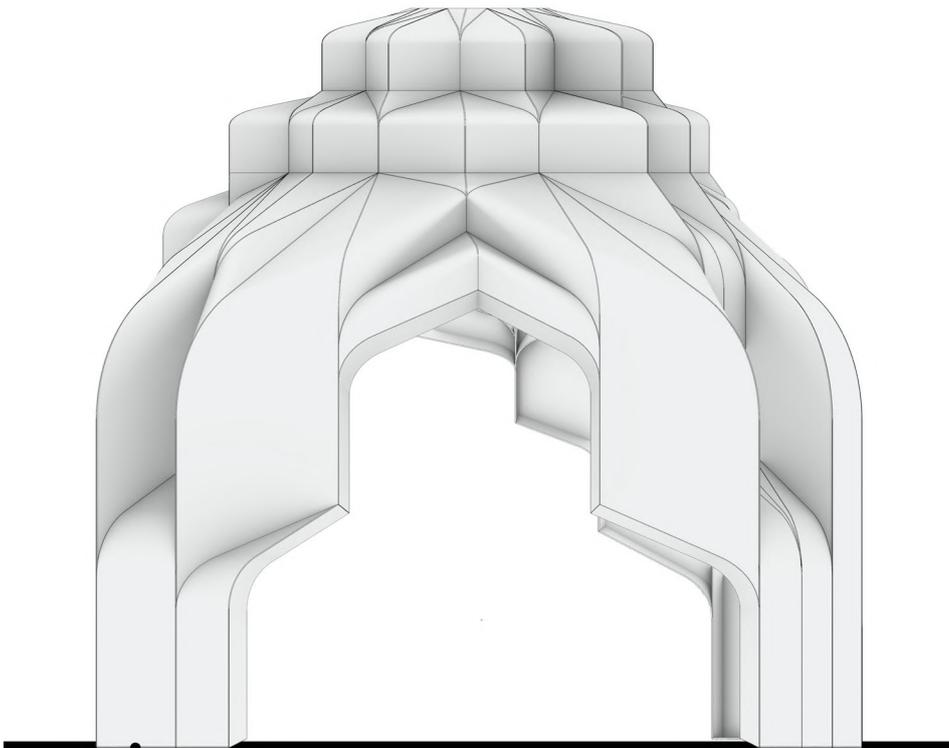


Figure 26. Élévation sud.

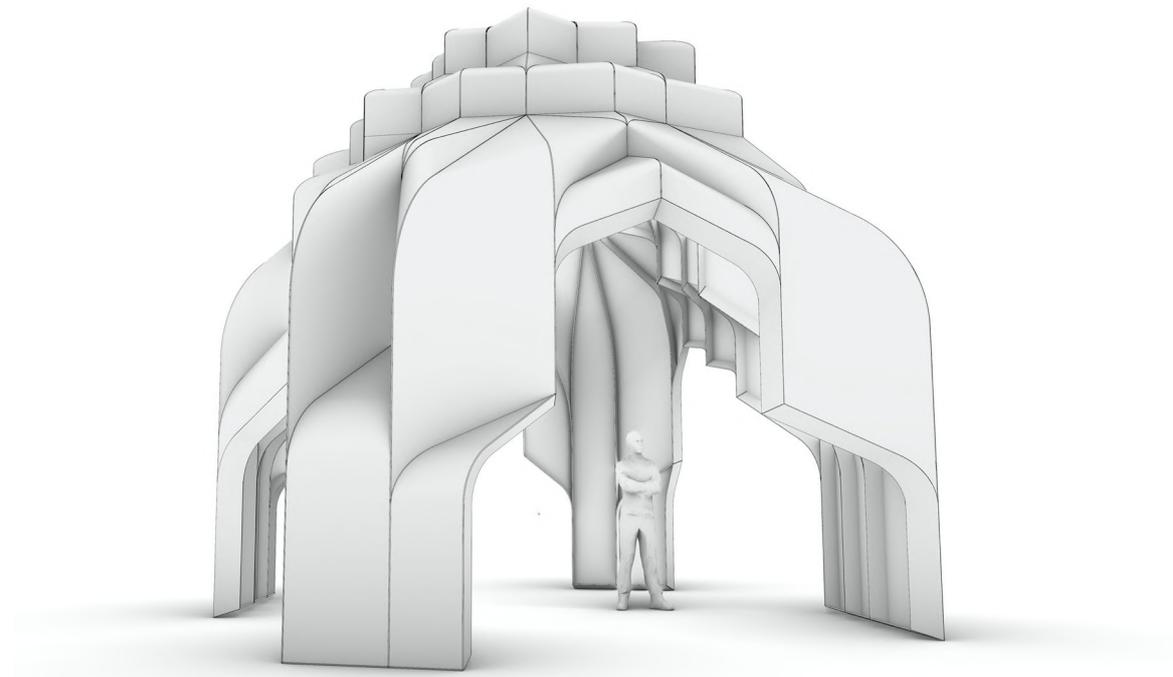


Figure 27. Vue perspective du pavillon.

9.2 Structure et matériaux

Concernant la réalisation de ce pavillon, nous avons dû prendre en considération les contraintes liées au temps et au budget. Car à cette période, la date d'inauguration du parc était proche et la mairie demandait de prévoir le temps de la réalisation le plus court possible.

Nous avons donc décidé d'avoir une partie fabrication numérique en découpant les éléments de la structure par des machines accompagnées d'un assemblage et d'une mise en œuvre par des méthodes classiques. Compte tenu de ces éléments, nous avons choisi de construire une structure de Muqarnas en acier, et de faire sur place un remplissage en béton des éléments.

9.2.1 Des nervures courbes et développables

La conception de la structure nous ramène au problème de l'épaisseur des éléments. Dans ce projet, le but est de réaliser une structure sur la base des arêtes des éléments comme ce que nous avons construit pour le prototype GAIA. Par contre, nous avons vu que la géométrie des nervures dans le prototype GAIA montre des imperfections au niveau des assemblages. Ainsi, dans le but d'améliorer l'assemblage entre les éléments de la structure tout en gardant des

surfaces développables (pour pouvoir les découper avec une machine CNC), nous avons changé la géométrie de l'épaisseur. Comme ce pavillon est morphologiquement simple et ne possède pas plusieurs points critiques comme c'est le cas pour le pavillon Mahallat, il serait possible d'extruder les arêtes des éléments vers un point pour créer l'épaisseur des arêtes (les nervures). Effectivement, si nous considérons un point à l'intérieur de la surface globale, et que nous extrudons toutes les arêtes des éléments vers ce point, nous pouvons créer des nervures « développables ». Pour cela, nous pouvons décaler le réseau de losanges par rapport au réseau initial en faisant la translation de chaque sommet du réseau initial vers un même point situé à l'intérieur de la surface. Ainsi, nous pouvons créer pour chaque élément, les courbes définissant l'élément du Muqarnas sur le polygone initial et sur le polygone décalé. Comme nous le constatons, la surface qui relie les deux arêtes correspondantes entre les deux polygones (la nervure) est une surface courbe. Cette surface est à simple courbure et donc développable, car elle est générée par l'extrusion d'une courbe vers un point. C'est-à-dire que les parties courbes de ces nervures représentent des surfaces coniques qui sont à simple courbure et donc développables.

L'intérêt de cette méthode est de créer une structure avec des surfaces développables, qui sont parfaitement bien connectées entre elles. Le fait de créer toutes les nervures par l'extrusion vers un seul point permet de régler le problème d'assemblage que nous avons rencontré dans le prototype GAIA. Ici, toutes les nervures se connectent par leurs bords sans problèmes. Il faut cependant souligner que la position du point vers lequel nous extrudons les nervures est importante afin d'optimiser la géométrie des nervures. C'est pourquoi nous avons trouvé que la position du point sur la partie inférieure de la surface permettait une meilleure connexion entre les différents éléments de la structure.

9.2.2 Remplissage en Béton

Après la création de la structure métallique, nous devons penser le remplissage des éléments. Comme nous l'avons dit, pour faciliter cette étape et pouvoir travailler dans le cadre du chantier du parc, nous avons décidé de faire un remplissage en béton des éléments de façon classique. Car le plus important dans la mise en œuvre de ce pavillon est de pouvoir assurer la réalisation des éléments uniques et complexes. Comme la construction des nervures permet d'avoir la forme précise des éléments, il est possible de considérer chaque élément comme une surface à couvrir (remplir) dont la géométrie est définie. Donc l'idée est de mettre en place toute la structure du pavillon, et ensuite de procéder à un remplissage en béton de chaque élément à l'aide de grilles métalliques pour permettre une adhésion du mortier.

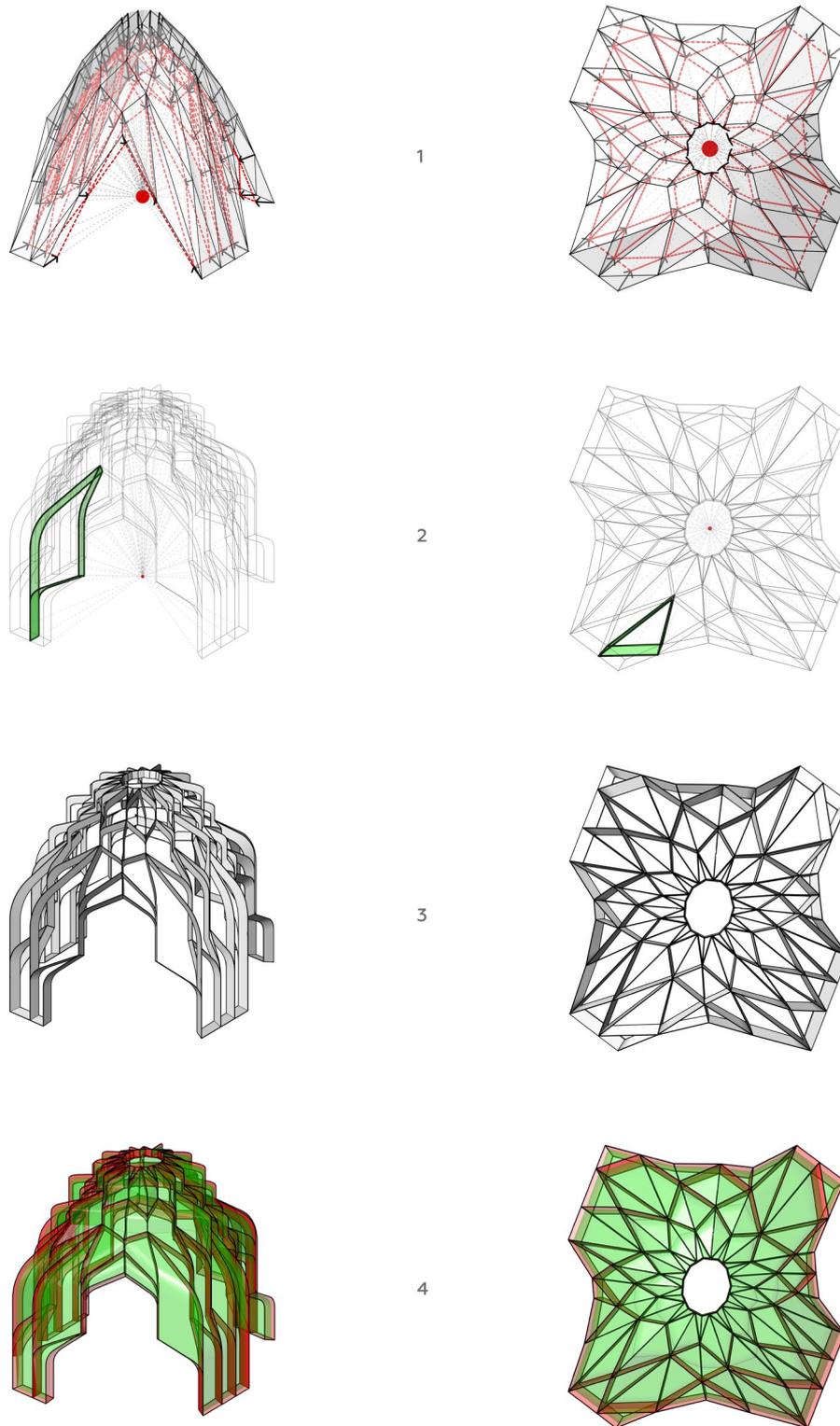


Figure 28. Processus de conception de la structure du pavillon. Les nervures sont générées par l'extrusion des arêtes vers un même point à l'intérieur de la surface. Chaque module structurel correspond à un demi-bloc, formé par trois nervures courbes. Ces nervures sont développables et vont être découpées par une fraiseuse numérique. La dernière étape montre le remplissage en béton des modules.

9.3 Assemblage

Nous avons donc deux étapes pour la mise en œuvre de ce pavillon, la structure métallique et le remplissage en béton. Comme nous avons montré que les nervures sont toutes des surfaces développables, le but est de découper chaque nervure sur une plaque en acier de 5 mm d'épaisseur par laser ou avec une fraiseuse numérique. Nous avons donc ajouté à notre algorithme une partie pour préparer la découpe des nervures métalliques. Pour cela nous pouvons créer le « développé » de chaque nervure afin de pouvoir le découper sur une plaque plane par une machine numérique.

Pour l'assemblage des nervures entre elles, nous avons décidé d'utiliser des boulons et des écrous. Comme nous avons la possibilité de préparer au mieux cet assemblage sur notre modèle Grasshopper, les percements sur les nervures ont été intégrés aux nervures pour être découpés directement par la machine. Ainsi, nous pouvons récupérer les nervures métalliques numérotées et percées, prêtes à être assemblées.

Précisons aussi que chaque élément de Muqarnas, c'est-à-dire chaque triangle courbe, est structuré par trois nervures sur la base de trois arêtes. Ce qui veut dire que nous avons des modules triangulaires qui vont s'assembler. Ainsi, entre deux éléments adjacents, une des nervures sera doublée. Ceci permettra de renforcer la structure et surtout de créer des modules triangulaires indépendants pour faciliter le montage. C'est en prenant en considération la superposition des nervures que nous avons choisi l'épaisseur de 5 mm pour la plaque en acier.

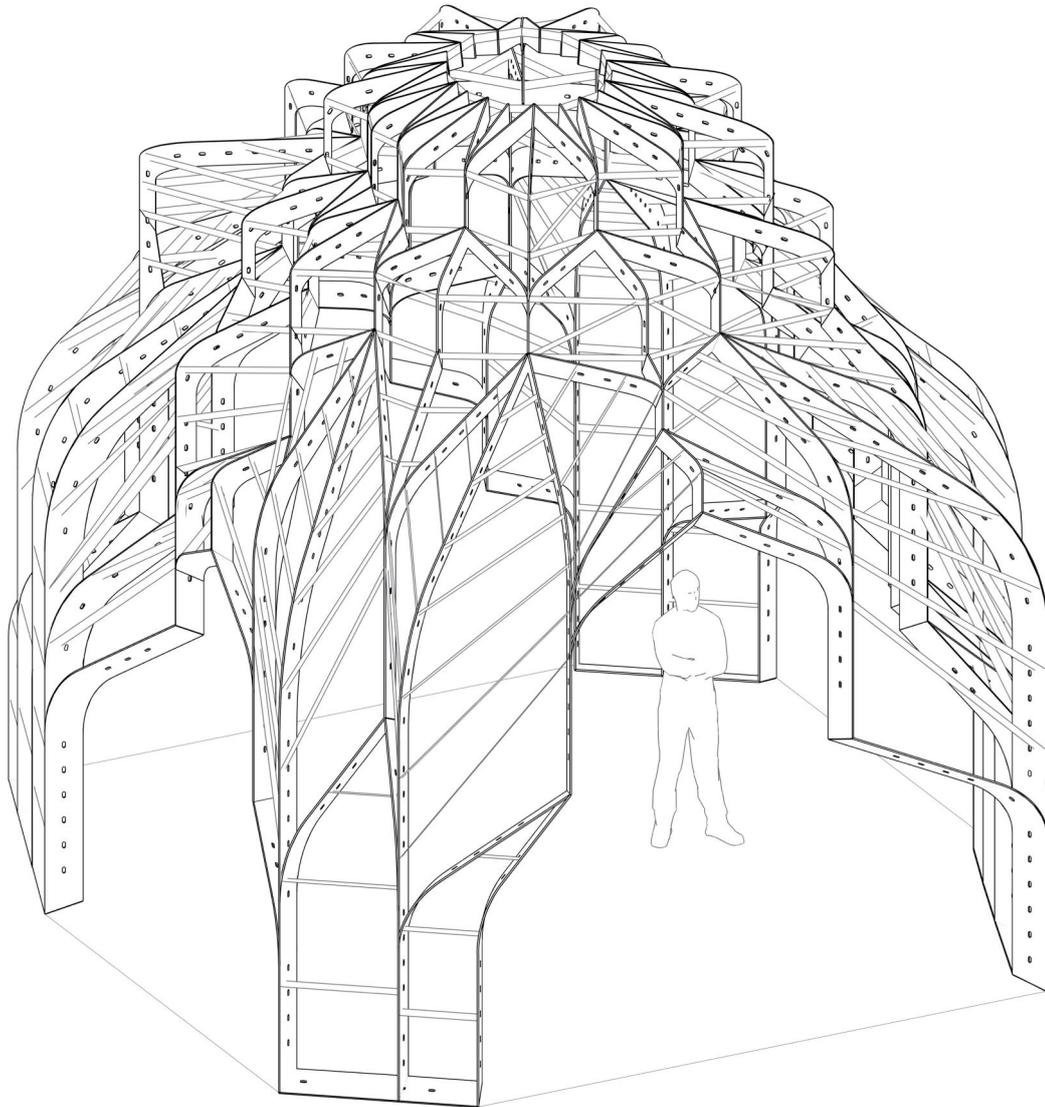


Figure 29. Axonométrie de la structure finale. Les percements pratiqués sur les nervures sont destinés à l'assemblage par boulons. Une structure de remplissage en acier à l'intérieur de chaque module est aussi conçue afin de renforcer la structure et de faciliter le remplissage en béton.

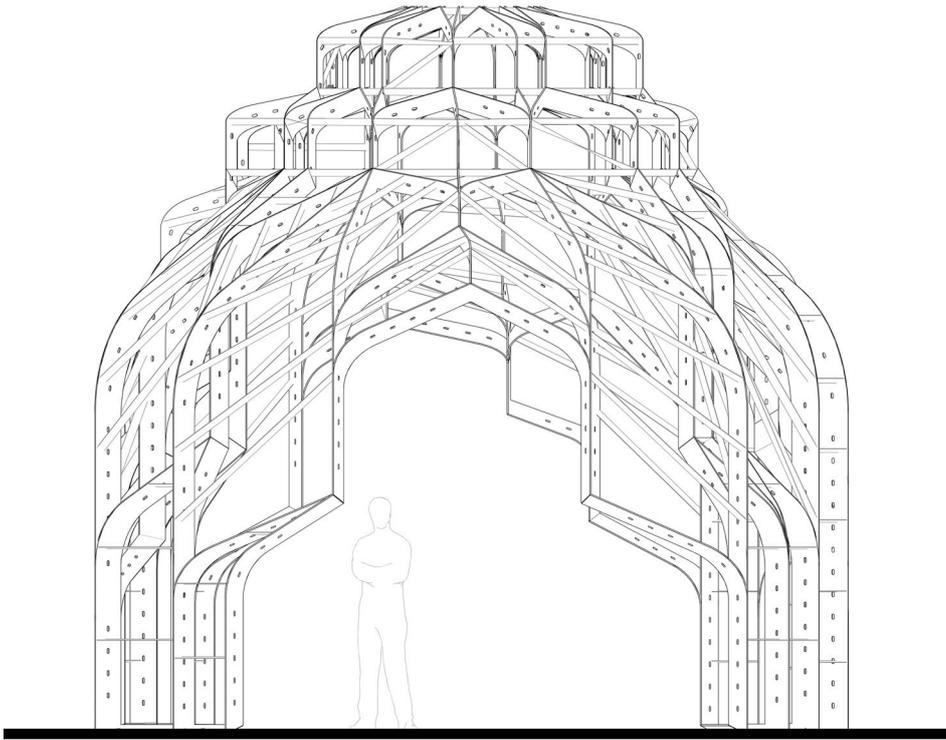


Figure 30. Élévation de la structure finale en acier.

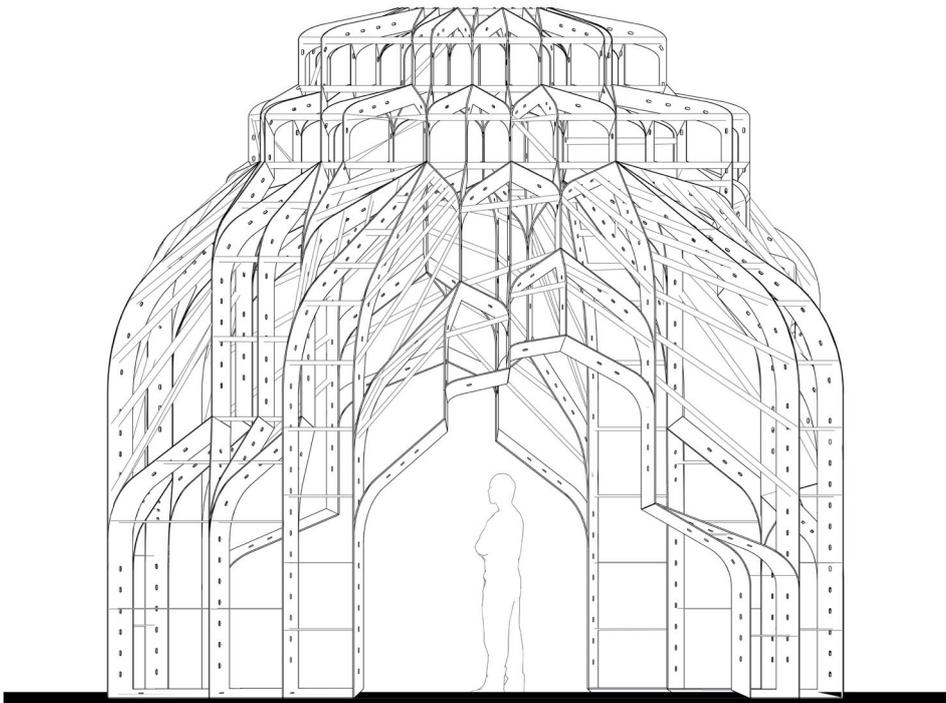


Figure 31. Élévation de la structure finale en acier.

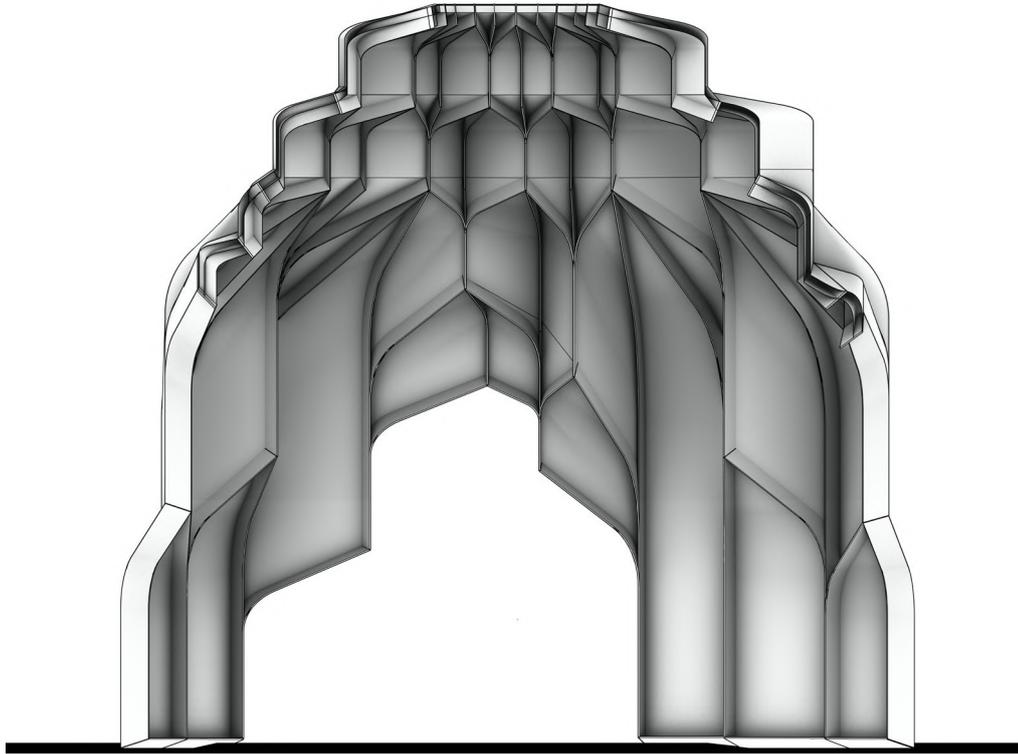


Figure 32. Coupe du pavillon. Nous pouvons distinguer la structure en acier du remplissage en béton.

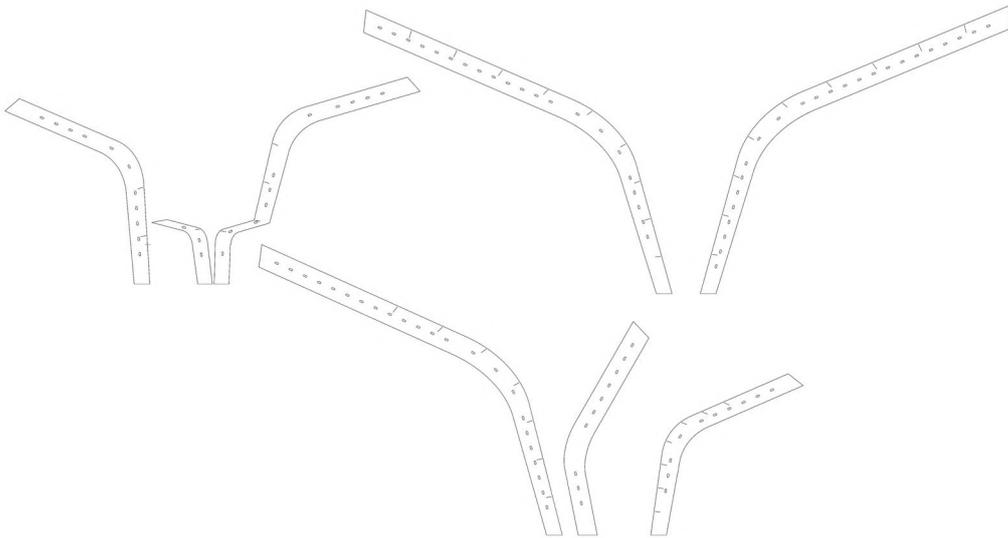
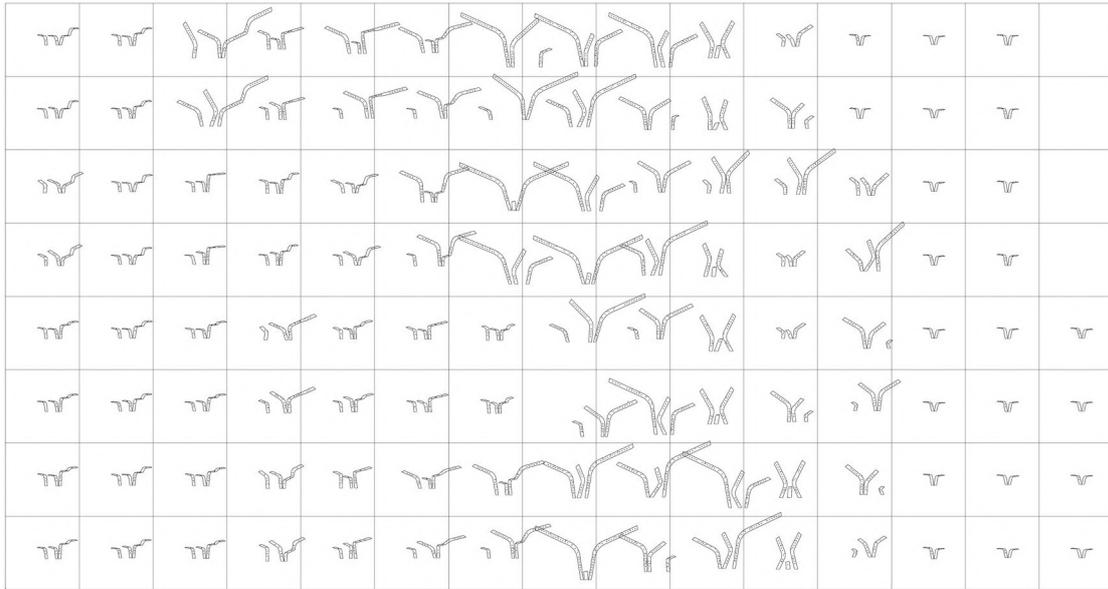


Figure 33. Développées des nervures pour la découpe numérique. Les percements pour l'assemblage par boulons et écrous sont intégrés aux nervures. Nous remarquons que chaque élément est unique.

Conclusions et perspectives

Dans le cadre d'une réflexion autour de la question de la situation de l'architecture iranienne d'aujourd'hui et son dialogue avec l'architecture traditionnelle, nous avons décidé de mener ce travail de recherche sur la réinterprétation du Muqarnas.

Les questions de recherche étant :

- *Comment réinterpréter un élément architectural traditionnel ?*
- *Quels outils mettre en place dans cette démarche de réinterprétation ?*
- *Quelle approche pouvons-nous utiliser pour la réinterprétation de la géométrie, dans le cadre d'une génération paramétrique de nouveaux Muqarnas ?*

Pour répondre à ces questions, nous avons émis l'hypothèse suivante :

Une étude historique de l'évolution du Muqarnas permettrait de structurer la réinterprétation numérique.

C'est donc à travers une approche historique que nous avons cherché des éléments permettant d'orienter la mise en place des modèles paramétriques. Ainsi, nous avons structuré la recherche en trois parties : le développement historique des Muqarnas, la modélisation paramétrique et la fabrication. Nous allons donc revenir sur chacune de ces parties en évoquant les conclusions et les pistes de développements futures que nous avons identifiées.

1 • Nous avons commencé par la définition du Muqarnas ainsi que sa géométrie. Nous avons montré que la principale source historique dont nous disposons est l'ouvrage d'Al-Kāshi qui nous donne une définition géométrique des éléments du Muqarnas. Concernant l'étymologie du terme Muqarnas, nous avons examiné les différents sens de ce terme notamment avec des exemples dans la littérature persane.

Dans la première partie, le but a été de montrer et d'analyser l'évolution du Muqarnas. Nous avons donc décidé de procéder à l'étude de l'évolution des Muqarnas en deux temps : dans un premier temps une étude historique allant jusqu'au XII^e siècle environ pour chercher l'origine des Muqarnas et dans un deuxième temps, une analyse de l'évolution des Muqarnas à partir du XII^e siècle. Dans ce développement historique, la question de l'origine est fondamentale dans l'analyse de l'évolution du Muqarnas.

Dans le cadre de l'étude de l'origine, nous avons évoqué deux des principales théories avancées sur le sujet. Premièrement, nous avons exposé la théorie de la fragmentation de la trompe où nous avons retracé et analysé une évolution en partant des trompes sassanides pour en arriver arriver aux trompes en Muqarnas comme la grande mosquée de Golpāyegān. D'autre part, nous avons aussi évoqué cette autre théorie selon laquelle l'origine des Muqarnas venait

des dômes en Muqarnas. Dans ce cadre, nous avons essayé d'approfondir la question en analysant les miniatures de Matrakci dans lesquelles nous retrouvons des dômes en Muqarnas. Nous avons pu montrer des dômes en Muqarnas dans les miniatures de villes comme Tabriz ou Soltaniyeh alors que nous ne trouvons pas de trace de tels édifices aujourd'hui dans ces villes. De plus, nous avons aussi évoqué les dômes Ourchin dans cette analyse des dômes en Muqarnas. En effet, nous pensons que cette typologie de dôme est absente dans les études menées sur l'origine, surtout dans la théorie des dômes en Muqarnas.

- Il nous paraît important d'intégrer ce type de dômes dans l'étude de l'origine, d'autant plus que nous avons montré que certaines variétés de ce type de dômes comportent des cellules en Muqarnas. Ainsi, une des pistes qui nous semble pertinente à étudier prochainement dans le but d'approfondir l'origine des Muqarnas, serait d'intégrer l'analyse des dômes Ourchin et leurs relations avec les dômes en Muqarnas.

Nous avons ensuite consacré un chapitre à l'analyse géométrique des Muqarnas. Sur la trame chronologique, nous avons analysé une vingtaine de Muqarnas, représentant les différentes périodes de l'évolution des Muqarnas iraniens. Sur cette base, nous avons procédé à l'analyse de la géométrie du plan, de la typologie des éléments, des courbes de niveau et du profil des Muqarnas. Pour chacun de ces critères, nous avons analysé tous les cas d'étude en vue de compléter le Time-Line. Cette approche chronologique de l'analyse nous a permis d'identifier des styles et des principes géométriques selon les périodes. Dans le cas de la géométrie du plan, nous avons pu distinguer deux logiques différentes : la logique de pavage et la logique radiale. L'analyse des autres critères comme les éléments et les courbes de niveau nous a montré que cette classification des Muqarnas en fonction de la géométrie du plan (pavage ou radial) se reflète dans les autres analyses.

- La constitution de cette chronologie nous a permis de confirmer la pertinence de notre hypothèse. En effet, ce document graphique nous permet d'avoir une lecture de l'évolution géométrique des Muqarnas iraniens. Ce que nous avons recherché en faisant ce Time-Line est de déduire les traits caractéristiques des Muqarnas iraniens, mais aussi les aspects qui ont subi des transformations au cours de l'histoire. Autrement dit, cette chronologie qui illustre le résultat de cette analyse historique peut distinguer, parmi les principes géométriques des Muqarnas, les aspects variables et les aspects invariables. La raison pour laquelle nous insistons sur cette distinction entre les variables et les invariables parmi les critères que nous avons analysés, s'explique par l'utilisation que nous en avons faite dans la partie suivante qui est la réinterprétation numérique. La complexification est incontestablement un critère que nous pouvons observer sur le Time-Line. Même si, comme nous avons eu l'occasion de le préciser cette complexification n'est pas linéaire sur l'ensemble du Time-Line, néanmoins, elle marque incontestablement l'évolution des Muqarnas. Géométriquement, cette complexification se traduit par des variations apportées à trois aspects : aux modes d'agencement des éléments, à la typologie des éléments et à la géométrie du plan.

- ▶ Par ailleurs, nous remarquons que ce qui est constant dans l'évolution des Muqarnas, et qu'on pourrait qualifier d'invariable, est le profil des éléments. C'est-à-dire que du XII^e siècle jusqu'au XIX^e siècle, si nous nous concentrons sur le module de base du Muqarnas, nous voyons qu'il présente toujours la même morphologie. Comme nous l'avons expliqué, c'est en réalité la courbe de profil de l'élément qui est à l'origine de cette morphologie.
- ▶ Partant de ces constats, nous avons donc créé un cadre pour la recherche numérique de la deuxième section.

2 • En effet, la deuxième section cherche à réinterpréter le Muqarnas à travers la définition de plusieurs algorithmes génératifs. Nous avons donc, dans une première partie, exposé plusieurs approches génératives créant des modèles paramétriques de Muqarnas. Ce sont les principes déduits de l'étude historique qui nous ont permis d'orienter nos approches et surtout de faire des choix de paramètres variables dans ces modèles. De façon générale, nous avons décidé de garder la cellule fondamentale du Muqarnas avec sa morphologie, telle qu'elle a survécu au cours des siècles. Cette morphologie constitue donc une constante ou une donnée invariable dans la définition de nos algorithmes. Comme nous l'avons expliqué, notre recherche se focalise sur des logiques de variation et de complexification pour proposer ainsi de nouvelles possibilités morphologiques. Car c'est la complexification, la densification et le jeu d'agencement des modules qui ont été durant l'histoire les principales pistes d'évolution et de transformation des Muqarnas.

Ainsi, à l'aide de plusieurs approches, nous avons voulu montrer qu'il est possible de générer de nouveaux Muqarnas, avec un domaine morphologique très étendu, en jouant sur l'agencement, la densité et les connexions des éléments. Notre méthode dans cette partie a été de définir dans un premier temps une approche générative et dans un deuxième temps d'évaluer son domaine d'application et d'identifier ses limites. Cette méthode nous a donc amenés à définir plusieurs approches génératives afin d'offrir plus de possibilité et de pouvoirs variés.

Nous avons commencé par une approche surfacique, ayant comme but de discrétiser une surface en un réseau de polygone sur laquelle les Muqarnas vont être appliqués. Comme nous l'avons montré, cette approche se base sur le réseau isoparamétrique des courbes de la surface et donc nous avons pu montrer ses limites d'application.

Ensuite, nous sommes revenus sur la logique traditionnelle de conception des Muqarnas en générant des Muqarnas à partir de courbes de niveau qui correspondent aux rangées de Muqarnas. L'intérêt de cette approche était de pouvoir travailler avec des courbes quelconques en même temps de pouvoir jouer avec la densité et la répartition des éléments de Muqarnas.

Nous avons commencé par une approche surfacique, ayant comme but de discrétiser une surface en un réseau de polygones sur laquelle les Muqarnas vont être appliqués. Comme nous l'avons montré, cette approche se base sur un réseau de courbes isoparamétriques de la surface et donc nous avons pu montrer ses limites d'application.

Ensuite, nous sommes revenus sur la logique traditionnelle de conception des Muqarnas en générant des Muqarnas à partir de courbes de niveau qui correspondent aux rangées de

Muqarnas. L'intérêt de cette approche était de pouvoir travailler avec des courbes quelconques tout en jouant avec la densité et la répartition des éléments de Muqarnas.

Nous sommes ensuite revenus sur l'approche surfacique, qui nous semble plus intéressante dans le sens où elle permet de travailler sur la surface globale des Muqarnas. Nous avons donc cherché à améliorer l'algorithme surfacique pour permettre de l'appliquer à des surfaces plus complexes. Dans le but de généraliser cet algorithme à des surfaces quelconques, il est nécessaire de discrétiser la surface par un autre réseau de courbes que le réseau isoparamétrique, c'est-à-dire le réseau formé par les courbes de niveau et les lignes de plus grande pente. En effet, nous avons pu montrer que ce réseau de courbes est beaucoup plus adapté à la création des Muqarnas et que cela nous permet surtout de générer un réseau de polygones (bases des éléments de Muqarnas) sur des surfaces morphologiquement très complexes avec plusieurs points critiques.

Ensuite, nous avons aussi essayé de chercher les limites d'application du réseau d'isoparamétriques en créant un algorithme de vérification des connexions des éléments en utilisant des graphes. Nous avons montré les conditions dans lesquelles ce réseau pouvait être utilisé. Nous avons également montré qu'avec une approche de pavage et à base de composants, il était possible de rester sur le réseau de courbes isoparamétriques pour avoir des surfaces plus complexes. Les limites de cette approche ont aussi été démontrées où, par exemple un agencement de composants à base hexagonale ne permet pas d'assurer une connexion rigoureuse entre les éléments.

Nous avons complété ces différentes approches génératives en revenant à deux principes géométriques que nous avons observés dans les Muqarnas traditionnels et que nous n'avons pas encore abordés. Nous faisons référence à l'agencement de type « fusionnement » et aux éléments plats ou étoiles. Ces deux principes participent grandement comme nous l'avons montré dans les analyses, à la complexification et à la variation des Muqarnas. C'est pourquoi nous avons décidé de mettre en place une nouvelle approche géométrique afin d'intégrer ces deux principes. Notre solution a été de travailler avec une méthode itérative. La différence fondamentale de cette méthode itérative avec toutes les autres approches génératives abordées jusqu'ici réside dans la logique ascendante ou *bottom-up* de ce dernier contrairement aux autres logiques qui sont toutes descendantes ou *top-bottom*. En effet, la logique itérative permet de créer des Muqarnas rangée par rangée (comme avec la méthode de traçage traditionnelle) grâce à une boucle dans l'algorithme qui réitère la génération pour chaque rangée. Nous avons donc, grâce à cette méthode, réussi à intégrer les agencements en fusionnement et les éléments plats de façon paramétrique. Nous avons par la suite montré les grandes possibilités de variations à l'aide des nombreux paramètres variables.

3 • La dernière partie de cette recherche a été la fabrication. Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à la fabrication et à la mise en œuvre en proposant plusieurs prototypes d'échelles différentes. Nous avons eu l'occasion de réfléchir aux différents matériaux qui pouvaient être utilisés pour la fabrication des Muqarnas en lien avec les propriétés géométriques et morphologiques. Nous avons vu que la question de la structure du Muqarnas

qui concerne directement l'épaisseur des éléments est fondamentale dans la fabrication. Ainsi, à travers différents projets, nous avons pu montrer trois stratégies différentes pour structurer les Muqarnas en définissant à chaque fois une méthode pour la conception de l'épaisseur des éléments. Nous avons donc pu voir que ce sont les contraintes liées aux matériaux et aux techniques de fabrication ainsi que la complexité morphologique des surfaces qui orientent la géométrie de l'épaisseur. Par ailleurs, nous avons aussi expliqué avec quelle approche nous avons généré la forme du Muqarnas de chaque projet.

- ▶ Nous pouvons donc dire que nous avons réussi à mettre en place des outils permettant de générer des Muqarnas avec un large choix morphologique. Pour chaque outil ou chaque approche générative, nous avons voulu montrer les potentialités morphologiques ainsi que leurs limites.
- ▶ La partie fabrication nous a permis de montrer à travers trois prototypes le processus de mise en forme de ces modèles. Nous avons voulu montrer que le fait d'avoir plusieurs approches génératives permet d'adapter notre modèle aux différents contextes et aux différentes contraintes liées aux matériaux et aux possibilités de mise en œuvre.

Le Muqarnas, un système adaptable

L'étude de la géométrie et de l'évolution historique des Muqarnas traditionnels iraniens nous oriente à considérer les Muqarnas comme un « système » adaptable. Nous pouvons observer cette notion d'adaptabilité sur trois aspects des Muqarnas :

Fonction : Les Muqarnas occupent différentes fonctions et apparaissent dans divers rôles dans l'architecture. Nous les trouvons parfois dans un rôle purement ornemental notamment sur les minarets, sur les corniches ou sur les chapiteaux. D'autre part, nous avons montré la présence des Muqarnas dans la zone de transitions des coupes. Ici la fonction purement ornementale est moins évidente du fait de la participation de ce type de Muqarnas à la descente des charges du dôme. Par ailleurs, une grande partie des Muqarnas iraniens sont intégrés aux voûtes des iwans ainsi qu'aux coupes. Et finalement, nous observons les Muqarnas doublement exposés (l'intrados et l'extrados des éléments sont visibles) dans le cas des dômes en Muqarnas¹⁰⁵. Ces derniers ne sont plus dans un rôle secondaire d'élément ornemental ou semi-ornemental, mais comme un élément d'architecture à part entière du fait de leurs indépendances structurelles et leur spatialité.

Échelle : L'échelle constitue aussi une composante adaptable des Muqarnas. D'un côté, nous avons des Muqarnas construits par de minuscules éléments faisant allusion à des nids-d'abeilles comme ceux des minarets ou des corniches. À l'opposé, nous trouvons des Muqarnas radicalement différents du point de vue de l'échelle, comme les cellules géantes du Muqarnas de la grande mosquée d'Ispahan. Parmi les exemples à grande échelle, nous trouvons aussi les

¹⁰⁵ Voir partie 2.2.

dômes en Muqarnas comme celle de Zumurrud Khatun. Entre ces deux extrêmes se trouvent des Muqarnas de dimensions variées.

Morphologie : Comme nous l'avons analysé dans la partie de développement historique, le Muqarnas est un élément singulier de l'architecture traditionnelle par son caractère « non-standard » comparé aux autres éléments traditionnels. Le Muqarnas offre en effet beaucoup de jeu et de possibilité de variation à son concepteur. Par rapport à d'autres éléments architecturaux de nature tridimensionnelle comme le Kārbandi, les contraintes géométriques du Muqarnas sont minimales, ce qui lui permet d'être relativement flexible et de pouvoir ainsi créer des morphologies variées.

C'est à partir de ces constats que nous pouvons introduire l'idée que le Muqarnas est un « système » dont ses principes géométriques lui offrent un fort potentiel d'adaptabilité.

La réinterprétation paramétrique, une continuité historique

L'adaptabilité du Muqarnas en tant que système est donc un caractère essentiel de cet élément déduit de notre étude de l'évolution historique. Cette analyse nous a orientés à entreprendre une démarche de réinterprétation qui soit dans la « continuité » de l'évolution des Muqarnas. En effet la lecture de Muqarnas en tant que système vivant capable de s'adapter, se transformer et de se réinventer au fil du temps, nous rend impossible à envisager un point final (au 19^e siècle) à cette évolution historique. La réinterprétation s'inscrit donc inévitablement sous la forme de la continuité.

Le fait de montrer qu'historiquement le Muqarnas est un système qui « s'ajuste » et qui « s'adapte » et dispose de flexibilité morphologique à partir d'un cadre géométrique, trouve un écho dans l'architecture paramétrique qui s'est développé durant ces dernières années. A vrai dire, cette approche de réinterprétation se voit entièrement en phase avec les revendications et les propriétés de l'architecture paramétrique et de la conception numérique. L'architecture paramétrique théorisée depuis maintenant une dizaine d'années propose non pas un état fixe d'un objet, mais une famille composée de plusieurs instances reliées par les mêmes principes géométriques. Penser le Muqarnas comme un système géométrique « adaptable » durant son histoire nous a donc conforté dans ce choix de positionnement dans la continuité de l'évolution du Muqarnas.

Ouvertures et Perspectives

Pour chacune des trois grandes parties de la thèse, nous pouvons considérer ces perspectives et des approfondissements :

Développement historique : Concernant l'origine des Muqarnas, en étudiant les différentes théories, l'origine des Muqarnas reste obscure. Le fait d'intégrer l'étude des dômes Ourchin nous semble être une piste intéressante pour éclairer l'origine des Muqarnas. En effet,

la relation et les influences mutuelles entre le Muqarnas et le dôme Ourchin mériteraient de faire l'objet d'une future recherche.

La question de la fonction structurelle du Muqarnas est également un sujet qui nécessiterait un approfondissement. Notre recherche étant focalisée sur la géométrie des Muqarnas, nous n'avons pas pu analyser profondément le comportement structurel de certains Muqarnas, notamment ceux de l'époque Seldjoukides à grande échelle.

Modélisation paramétrique : Parmi les différentes approches paramétriques que nous avons mises en place dans la partie numérique, l'approche itérative est celle qui montre davantage de potentiel. La possibilité de génération rangée par rangée permet plus de liberté et de variation au Muqarnas. Nous pensons donc qu'il est possible dans la suite de cette approche d'introduire des méthodes « *d'Agent based-modelling* » pour générer des Muqarnas en définissant les règles d'interaction entre les différents modules (agents) pour permettre plus de variation et de jouer davantage sur les agencements.

Les approches surfaciques et projectives pourraient être aussi optimisées et retravaillées. Il s'agit principalement de trouver des solutions pour les mauvaises connexions entre les blocs.

Fabrication : L'aboutissement de cette partie serait la réalisation à grande échelle d'un Muqarnas. D'autres techniques de fabrication comme l'impression 3D à grande échelle (par un bras robotisé) correspondent parfaitement à la nature non standard des éléments de nos Muqarnas. Ayant eu l'occasion de travailler dans un projet de recherche sur la Fabrication additive à grande échelle dans le projet Matrice¹⁰⁶ entre 2016 et 2018, il est certain que cette technique permettrait la fabrication des modules ou même des « portions » de Muqarnas¹⁰⁷.

Concernant la méthode de recherche que nous avons mise en place dans cette thèse, nous pouvons envisager de donner une suite à ce travail :

Nous introduisons une méthode de réinterprétation d'un élément de l'architecture traditionnelle iranienne. La géométrie est l'élément central de cette relation entre tradition et modernité. La problématique générale dans laquelle cette démarche s'inscrit étant l'identité de l'architecture iranienne d'aujourd'hui, nous pouvons donc envisager d'appliquer et d'étendre cette démarche à d'autres éléments de l'architecture traditionnelle. Nous pensons en effet que d'autres éléments tridimensionnels comme le Kārbandi et le Yazdibandi -étant aussi des éléments à caractère géométriques- pourraient être l'objet de future recherche expérimentale dans le cadre de démarches de réinterprétation.

¹⁰⁶ <http://www.matrice-impression3d.fr>

¹⁰⁷ Les dimensions de la pièce imprimée dépendent de la taille du bras robotisé.

Bibliographie

- Adriaenssens, Sigrid, Philippe Block, Diederik Veenendaal, et Chris Williams. *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. London ; New York: Routledge, 2014.
- Aga Khan award for architecture. *Iran, Architecture for Changing Societies: An International Seminar, 11-17 October 2002, Yazd and Teheran*. Édité par Philip Jodidio. 1 vol. Torino: U. Allemandi, 2004.
- Alaçam, Sema, et Orkan Güzelci. « COMPUTATIONAL INTERPRETATIONS OF 2D MUQARNAS PROJECTIONS IN 3D FORM FINDING », 2016.
- Alaçam, Sema, Orkan Güzelci, Ethem Gürer, et Zeynep Bacinoglu. « Reconnoitring computational potentials of the vault-like forms: Thinking aloud on muqarnas tectonics ». *International Journal of Architectural Computing* 15 (1 décembre 2017): 285-303. <https://doi.org/10.1177/1478077117735019>.
- Alrawi, Oday. « Regenerating Architectural Elements Using AI: The Case of Muqarnas ». *Embodying Virtual Architecture: The Third International Conference of the Arab Society for Computer Aided Architectural Design (ASCAAD 2007), 28-30 November 2007, Alexandria, Egypt, pp. 273-274*, 28 novembre 2019.
- Ardalan, Nader, et Laleh Bakhtiar. *The Sense of unity: the Sufi tradition in Persian architecture*. Publications of the Center for Middle Eastern studies 9. Chicago London: University of Chicago press, 1973.
- Art, Detroit Institute of Arts;University of Michigan Research Seminary in Islamic. « *Ars Islamica* v. 1 (1934) ». Digital Book, 1934. <https://library.si.edu/digital-library/book/arsislamica11934detr>.
- Bammate, Nadjm oud-Dine. *Cités d'Islam*. Paris: Arthaud, 1987.
- Bâtir pour l'islam*. Ampersand, 2012.
- Behrens-Abouseif, Doris. « Encyclopédie de l'Islam, Tome VII: MIF-NAZ ». Encyclopédie de l'Islam. Leiden [Leyde] New York Paris: E. J. Brill G.-P. Maisonneuve & Larose, 1993.
- Besenal, Roland. *Technologie de la Voûte dans l'Orient Ancien 1*. Vol. 2. 2 vol. Paris: Éditions Recherche sur les Civilisations, 1984.
- . *Technologie de la Voûte dans l'Orient Ancien 2*. Vol. 1. 2 vol. Paris: Éditions Recherche sur les Civilisations, 1984.
- Bideault, Maryse. « Stalactites et muqarnas ». In *Collections électroniques de l'INHA. Actes de colloques et livres en ligne de l'Institut national d'histoire de l'art*, 28-29. INHA, 2012. <http://inha.revues.org/4596>.
- Blair, Sheila, et Jonathan Max Bloom. *The Art and Architecture of Islam 1250-1800*. Pelican History of Art. New Haven (Conn.): Yale university press, 1994.

- Bloom, Jonathan Max, éd. *Early Islamic Art and Architecture. The Formation of the Classical Islamic World* 23. Aldershot: Ashgate, 2002.
- Burry, Jane, et Marck Burry. *Mathématiques et architecture*. Arles : Actes Sud, 2010.
- Büyükdıgan, İlter. « Muqarnas Domes in Edirne ». *Architectural Science Review* 44, n° 2 (1 juin 2001): 161-71. <https://doi.org/10.1080/00038628.2001.9697467>.
- « Carrillo - 2016 - The Sasanian Tradition in 'Abbāsīd Art squinch fr.pdf », s. d.
- Carrillo, Alicia. « Architectural exchanges between North Africa and the Iberian Peninsula: Muqarnas in al-Andalus ». *The Journal of North African Studies* 19, n° 1 (1 janvier 2014): 68-82. <https://doi.org/10.1080/13629387.2013.858473>.
- . « The Sasanian Tradition in 'Abbāsīd Art: squinch fragmentation as The structural origin of the muqarnas ». *Mirabilia: electronic journal of antiquity and middle ages* 0, n° 22 (2016): 201-26.
- Castera, Jean Marc. « Flying Patterns », 2011.
- . « From the Angle of Quasicrystals », 2010.
- . « La coupole à muqarnas de la salle des deux soeurs à l'Alhambra de Grenade », 2005.
- . « Play with Infinite », 2003.
- Castera, Jean-Marc. *Géométrie douce*. Paris : Atelier 6 1/2, 1991.
- Chassagnoux, Alain. « Evolution des voutes dans l'architecture iranienne ». Paris: Picard, 2008.
- . « L'architecture vouée iranienne modelisation et simulation par elements finis ». Nantes, 1996. <http://www.theses.fr/1996NANT2075>.
- Corlu, M., Lynn Burlbaw, Robert Capraro, Mehmet Corlu, et Sun Han. « The Ottoman Palace School Enderun and the Man with Multiple Talents, Matrakçı Nasuh ». *Research in Mathematical Education* 14 (2010).
- Dadkhah, Negin, Hadi Safaeipour, et Gholamhossein Memarian. « Traditional Complex Modularity in Islamic and Persian Architecture: Interpretations in Muqarnas and Patkâné Crafts, Focusing on their Prefabricated Essence ». In *Proceedings of 2012 ACSA FALL CONFERENCE—Offsite: Theory And Practice Of Architectural Production (Temple University, Philadelphia, PA, 27–29 September 2012)*, 2012.
- Denny, Walter B. « A Sixteenth-Century Architectural Plan of Istanbul ». *Ars Orientalis* 8 (1970): 49-63.
- « Description des Muqarnas des 4 iwan de la mosquée du Vendredi à Ispahan », s. d.
- « Designcoding | Parametric Muqarnas ». Consulté le 24 octobre 2019. <http://www.designcoding.net/parametric-muqarnas/>.
- Detroit Institute of Arts, et University of Michigan. Research Seminary in Islamic Art. *Ars Islamica*. Vol. 6. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1939. <http://archive.org/details/arsislamica61939detr>.
- . *Ars Islamica*. Vol. 9. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1942. <http://archive.org/details/arsislamica91942detr>.

- Diba, Darab. « Contemporary Architecture of Iran ». *Architectural Design* 82, n° 3 (2012): 70-79. <https://doi.org/10.1002/ad.1406>.
- Dold-Samplonius, Yvonne. « Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by Al-Kāshī ». *Centaurus* 35, n° 3 (1 octobre 1992): 193-242. <https://doi.org/10.1111/j.1600-0498.1992.tb00699.x>.
- Dold-Samplonius, Yvonne, Silvia Harmsen, Susanne Krömker, et Michael Winckler. « Magic of Muqarnas », 1 mars 2005.
- Ecochard, Michel. *Filiation de monuments grecs, byzantins et islamiques: une question de géométrie*. Bibliothèque d'études islamiques 11. Paris: P. Geuthner, 1977.
- Ettinghausen, Richard, et Oleg Grabar. *Islamic Art and Architecture 650-1250: 2nd Edition*. Yale University Press, 2003.
- Fathy, Hassan. *Natural Energy and Vernacular Architecture: Principles and Examples with Reference to Hot Arid Climates*. Édité par Walter Shearer et Abd-el-rahman Ahmed Sultan. Chicago: University Of Chicago Press, 1986.
- Fok, Wendy W., et Antoine Picon. *Digital Property: Open-Source Architecture*. John Wiley & Sons, 2016.
- Galdieri, Eugenio. *Işfahān: Masġid-i Ğum'a ...* Roma: IsMEO, 1972.
- Garofalo, Vincenza. « A Methodology For Studying Muqarnas: The Extant Examples In Palermo ». In *Muqarnas, Volume 27*, édité par Karen Leal et Gülru Necipoğlu, 357-406. Brill Academic Publishers, 2010. <http://booksandjournals.brillonline.com/content/books/10.1163/ej.9789004185111.i-448.95>.
- Golombek, Lisa, et Donald Newton Wilber. *The Timurid Architecture of Iran and Turan*. 2 vol. Princeton Monographs in Art and Archaeology 46. Princeton, N.J: Princeton university press, 1988.
- Grabar, Oleg. *The Formation of Islamic Art*. Yale University Press, 1987.
- . *The Great Mosque of Isfahan*. London: I.B. Tauris, 1990.
- Güzelci, Orkan, et Sema Alaçam. « A STUDY ON MEASURING COMPLEXITY IN MUQARNAS PATTERNS ». *TURKISH ONLINE JOURNAL OF DESIGN ART AND COMMUNICATION* 9 (1 avril 2019): 191-201. <https://doi.org/10.7456/10902100/011>.
- Hamekasi, N., F. F. Samavati, et A. Nasri. « Interactive Modeling of Muqarnas ». In *Proceedings of the International Symposium on Computational Aesthetics in Graphics, Visualization, and Imaging*, 129–136. CAe '11. New York, NY, USA: ACM, 2011. <https://doi.org/10.1145/2030441.2030469>.
- Hamekasi, N., Faramarz Samavati, et Ahmad Nasri. « Interactive Modeling of Muqarnas », 129-36, 2011. <https://doi.org/10.1145/2030441.2030469>.
- Harb, Ulrich. *Ilkhanidische Stalaktitengewölbe: Beiträge zu Entwurf und Bautechnik*. Archaeologische Mitteilungen aus Iran 4. Berlin: D. Reimer, 1978.
- Harmsen, Silvia. « Algorithmic Computer Reconstructions of Stalactite Vaults - Muqarnas - in Islamic Architecture », 2006. <https://doi.org/DOI:10.11588/heidok.00007047>.

- Hejazi, Mehrdad M. *Historical Buildings of Iran: Their Architecture and Structure*. 1 vol. Advances in Architecture Series 2. Southampton Boston (Mass.): Computational mechanics publications, 1997.
- Hensel, Michael, et Mehran Gharleghi. *Iran: Past, Present and Future*. Vol. 82, 2012. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/ad.1401/abstract>.
- Herdeg, Klaus. *Formal Structure in Islamic Architecture of Iran and Turkestan*. New York: Rizzoli, 1989.
- Herzfeld, Ernst. « Damascus: Studies in Architecture: I ». *Ars Islamica* 9 (1942): 1-53.
- Hillenbrand, Robert, éd. *Image and Meaning in Islamic Art*. 1 vol. London: Altajir Trust, 2005.
- . *Islamic Architecture: Form, Function and Meaning*. Edinburgh: Edinburgh univ. press, 1994.
- . *Islamic Art and Architecture*. Thames and Hudson, 1999.
- . *The Art of the Saljuks in Iran and Anatolia : Proceedings 1982*. Islamic Art and Architecture Series 4. S. I. ? Mazda press, 1994.
- Hoag, John D. *Architecture islamique*. Histoire mondiale de l'architecture, [10. Paris: Berger-Levrault, 1982.
- Hoag, John Douglas. *L'architecture islamique*. Traduit par Henri Delgove. Les grandes époques de l'architecture universelle 5. Paris: Éditions des Deux-mondes, 1966.
- Husain, Syed Mohammad, et Syed Aftab Iqbal, éd. *Encyclopaedia of Islamic Art and Architecture*. 5 vol. New Delhi: Discovery publishing house, 2011.
- Kāshānī, Ghiyāth al-Dīn Jamshīd Mas'ūd al-. *Miftāḥ al-ḥisāb*, 1427. <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b10030739h>.
- Keenan, Brigid, et Tim Beddow. *Damas*. Paris: Place des Victoires, 2001.
- Kennedy, E. S, Jamshīd ibn Mas'ūd Kāshī, Princeton University, et Library. *The Planetary Equatorium of Jamshīd Ghiyāth Al-Dīn al-Kāshī (d. 1429): An Edition of the Anonymous Persian Manuscript 75 <44b> in the Garrett Collection at Princeton University; Being a Description of Two Computing Instruments, the Plate of Heavens and the Plate of Conjunctions*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1960.
- Khaghani, Saeid. *Islamic Architecture in Iran: Poststructural Theory and the Architectural History of Iranian Mosques*. 1 vol. International Library of Iranian Studies 34. London New York New York: I.B. Tauris, 2012.
- Khalili, Nasser D. *Art et culture de l'Islam*. Traduit par Mathilde Bellaigue. 1 vol. Paris: Solar, 2006.
- Lu, Peter J., et Paul J. Steinhardt. « Decagonal and Quasi-Crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture », n° 315 (2007).
- Lynn, sous la direction de Greg. *Archéologie du numérique*. MontréalBerlin : Centre canadien d'architecture : Sternberg Press, 2013.
- Mashayekhi, Mohammad, et Farhad Tehrani. « Iterative Ratios in the Fractal Geometry of Urchīn Domes ». *History of Science* 11, n° 2 (23 septembre 2013): 291-310.

- McClary, Richard. « Brick Muqarnas on Rûm Saljuq buildings - The introduction of an Iranian decorative technique into the architecture of Anatolia », 1 octobre 2014.
- Monnier, Gérard, et Henri Stierlin. *Le Projet Photographique - Henri Stierlin, Historien, Photographie et Éditeur. Entretien de Gérard Monnier Avec Henri Stierlin*, s. d.
- Moussavi, Farshid, et Michael Kubo. *The Function of Ornament*. Barcelona: Actar, 2008.
- Nasühü's-Silahi (Matrakci), et Hüseyin Gazi Yurdaydin. *Beyan-ı menazil-i sefer-i Irakeyn-i Sultan Süleyman Han*. Ankara: Türk Tarih Kurumu, 2014.
- Necipoglu, Gülru. « Geometric Design in Timurid/Turkmen Architectural Practice: Thoughts on a Recently Discovered Scroll and Its Late Gothic Parallels ». *Archnet*, 1992. <http://archnet.org/publications/3061>.
- , éd. *The Arts of Ornamental Geometry: A Persian Compendium on Similar and Complementary Interlocking Figures Fī Tadākhul al-Ashkāl al-Mutashābiha Aw al-Mutāwafiqā (Bibliothèque Nationale de France, Ms. Persan 169, Fols. 180r-199r) a Volume Commemorating Alpay Özdural*. Studies and Sources in Islamic Art and Architecture, volume XIII, 2017.
- Necipoglu, Gülru. *The Topkapi Scroll -- Geometry and Ornament in Islamic Architecture*. 1 edition. Santa Monica, CA: Oxford University Press, 1996.
- Notkin, I. I. « DECODING SIXTEENTH-CENTURY MUQARNAS DRAWINGS ». *Muqarnas Online* 12, n° 1 (1 janvier 1994): 148-71. <https://doi.org/10.1163/22118993-90000351>.
- O'Kane, Bernard. *Studies in Persian Art and Architecture*. Cairo: the American university in Cairo press, 1995.
- Otto, Frei, et Bodo Rasch. *Frei Otto, Bodo Rasch: Finding Form : Towards an Architecture of the Minimal*. Stuttgart? Edition Axel Menges, 1996.
- Oxman, Rivka, et Robert Oxman, éd. *Theories of the Digital in Architecture*. 1 edition. London: Routledge, 2014.
- Papadopoulo, Alexandre. *Problématique d'une étude scientifique sur les influences possibles et de l'architecture islamique sur les arts d'Occident*. S. l. ?, 1978.
- Petersen, Andrew. *Dictionary of Islamic Architecture*. London: Routledge, 1996.
- Petruccioli, Attilio. *Dar al-Islam: architecture du territoire dans les pays islamiques*. Traduit par Marie-Christine Fox. Architecture + recherches 31. Bruxelles: P. Mardaga, 1990.
- Petruccioli, Attilio, et Khalil K. Pirani, éd. *Understanding Islamic Architecture*. London New York, N.Y: RoutledgeCurzon, 2002.
- « Picon - 2013 - Architecture, Innovation and Tradition.pdf », s. d.
- Picon, Antoine. « Architecture, Innovation and Tradition ». *Architectural Design* 83, n° 1 (janvier 2013): 128-33. <https://doi.org/10.1002/ad.1535>.
- . « Construction History: Between Technological and Cultural History ». *Construction History* 21 (2005): 5-19.
- . *Culture numérique et architecture*. Basel : Birkhäuser, 2010.
- . *Ornament: the politics of architecture and subjectivity*. : WileyChichester, 2013.

- Piran McClary, Richard. « Brick muqarnas on Rûm Saljuq buildings - The introduction of an Iranian decorative technique into the architecture of Anatolia ». Consulté le 13 décembre 2014.
https://www.academia.edu/8702000/Brick_muqarnas_on_R%C5%ABm_Saljuq_buildings_-_The_introduction_of_an_Iranian_decorative_technique_into_the_architecture_of_Anatolia.
- Pirnia, Mohammad Karim. « Dome in Persian architecture ». *Asar Journal*, n° 20 (1991): 1370.
- Pope, Arthur Upham, éd. *A Survey of Persian Art: From Prehistoric Times to the Present, Volume I-Volume VI: Text*. 03 éd. 7 vol. New Studies. Tehran Ashiya (Japan): Soroush press SoPA, 1977.
- Pottmann, Helmut. *Architectural Geometry*. Exton, Pa: Bentley Institute Press, 2007.
- R. Cromwell, Peter. « The Search for Quasi-Periodicity in Islamic 5-fold Ornament ». *The Mathematical Intelligencer* 31 (1 décembre 2009): 36-56.
<https://doi.org/10.1007/s00283-008-9018-6>.
- Raeeszade, M., et H. Mofid. *Ehyā-ye Honar Hā-ye Az Yād Rafteh: Mabāni-ye Me'māri-ye Sonnati Dar Iran Be Revāyat-e Ostād Hossein-e Lorzādeh (Revival Of Forgotten Arts: Basics Of Traditional Architecture In Iran As Narrated By Master Hossein-E Lorzadeh)*. Tehran: Enteshārāt-e Moulā (Moula Publications).(in Farsi), 2011.
- Ravereau, André, et Emmanuelle ROCHE. *Le Caire: esthétique et tradition*. Hommes et société. Arles: Actes Sud, 1997.
- Reinhardt, Dagmar, Rob Saunders, et Jane Burry, éd. *Robotic Fabrication in Architecture, Art and Design 2016*. Springer, 2016.
- Rippmann, Matthias, Lorenz Lachauer, et Philippe Block. « Interactive Vault Design ». *International Journal of Space Structures* 27, n° 4 (1 décembre 2012): 219-30.
<https://doi.org/10.1260/0266-3511.27.4.219>.
- Roland Besenval. *Technologie de la voûte dans l'orient ancien*. Vol. 2. 2 vol. Recherche sur les civilisations, 1984.
- Rosintal, Josef. *J. Rosintal. L'Origine des stalactites de l'architecture orientale*. Luçon, impr. S. Pacteau Paris, P. Geuthner, 1938.
- . *J. Rosintal. Pendentifs, trompes et stalactites dans l'architecture orientale...* Paris: P. Geuthner, 1928.
- . *Le Réseau, forme intermédiaire perse inconnue jusqu'à présent, par J. Rosintal*. Paris: P. Geuthner, 1937.
- Saeidian, Amin, Mojtaba Gholi, Ehsan Zamani, et Mohamad Reza Bemanian. « Evolution of Ourchin Dome on the Basis of the Effective Factors Shaping an Architectural Symbol ». *Armanshahr Architecture & Urban Development* 5, n° 9 (1 mars 2013): 111-27.
- Safaeipoor, Hadi, Gholam Hossein Memarian, et Mohammadreza Bemanian. « فهم چيستی پوشش »، s. d. Consulté le 13 décembre 2014.
 پتکانه از طریق تحلیل نمونه های نخستین در معماری ایران

- Said, Issam El-. *Islamic Art and Architecture: The System of Geometric Design*. Édité par Tarek El-Bouri et Keith Critchlow. 1 vol. Reading: Garnet publ, 1993.
- Sakkal, Mamoun. « An Introduction to Muqarnas Domes Geometry », 1988.
- . « Geometry of muqarnas in Islamic architecture / », 1982.
- Scott Marble (ed.). *Digital workflows in architecture*. Basel : Birkhäuser, 2012.
- Sha'rbaf, Ali Asghar. *Gereh va Karbandi (Gereh and Karbandi)*. Tehran: Sazmane Mirase Farhangi-ye Keshvar (Iranian Cultural Heritage Organization). Farsi, 2006.
- Sheila S. Blair. « The Madrasa at Zuzan Islamic Architecture In Eastern Iran On The Eve Of The Mongol Invasions ». Consulté le 8 octobre 2015. <http://archive.org/details/TheMadrasaAtZuzanIslamicArchitectureInEasternIranOnTheEveOfThe>.
- Sinclair, Susan, C. Heather Bleaney, et Pablo García Suárez, éd. *Bibliography of Art and Architecture in the Islamic World*. Supplements to the Index Islamicus, v. 2. Leiden Boston: Brill, 2012.
- « Snapshot ». Consulté le 21 avril 2018. <http://www.raco.cat/index.php/Mirabilia/article/view/310347>.
- Sourdel-Thomine, Janine, et Donald N. Wilber. *Monuments Seljoukides de Qazwin En Iran*. Paris: Librairie orientaliste Paul Geuthner, 1973.
- Stierlin, Henri. *Architecture de l'islam: de l'Atlantique au Gange*. Paris: Société Française du Livre, 1979.
- . *Architecture universelle*. Fribourg: Office du livre, 1964.
- . *Comprendre l'architecture universelle. Tome 1*. Fribourg: Office du Livre, 1977.
- . *Comprendre l'architecture universelle. Tome 2*. Fribourg: Office du Livre, 1977.
- . *Encyclopaedia of World Architecture*. 2e éd. London: Macmillan press, 1979.
- . *Iran des bâtisseurs: 2500 ans d'architecture*. Geneva: Editions Sigma, 1971.
- . *Islam*. Köln: B. Taschen, 1996.
- . *Ispahan: image du paradis*. Paris - Lausanne: Bibliothèque des Arts, 1978.
- . *L'architecture islamique*. Que sais-je ? 2745. Paris: PUF, 1993.
- Tabbaa, Yasser. « Muqarnas ». In *Grove Art Online*. Oxford University Press, 2003. <http://www.oxfordartonline.com/view/10.1093/gao/9781884446054.001.0001/oao-9781884446054-e-7000060413>.
- . « The Muqarnas Dome: Its Origin and Meaning ». *Muqarnas* 3 (1985): 61. <https://doi.org/10.2307/1523084>.
- TADGELL, Christopher. *Islam: From Medina to the Magreb and from the Indies to Istanbul*. Architecture in Context 3. Abingdon (Oxon) New York: Routledge, 2008.
- Taeschner, Franz. « The Itinerary of the First Persian Campaign of Sultan Süleyman, 1534–36, According to Nasūh Al-Matrāki* ». *Imago Mundi*, 29 juillet 2008. <https://doi.org/10.1080/03085695608592126>.

- Takahashi, Shiro. « muqarnas ». Consulté le 5 novembre 2019. <http://www.shiro1000.jp/muqarnas/default.htm>.
- The Grove Encyclopedia of Islamic Art and Architecture*. Oxford University Press, 2009. <https://www.oxfordreference.com/view/10.1093/acref/9780195309911.001.0001/acref-9780195309911>.
- « Usage structurel des Muqarnas à l'époque seldjoukide(époque d'origine des muqarnas), le cas de l'iwan occidental de la », s. d.
- Vanden Berghe, Louis. *La découverte d'un château-fort du début de l'époque islamique à Pūskān, Iran: survivance d'éléments architecturaux sassanides*. Iranica antiqua 4. Gent: s.n., 1990.
- Vogt-Göknil, Ulya. *Grands courants de l'architecture islamique: mosquées*. Les hauts lieux de l'architecture. Paris: Chêne, 1975.
- Webster, Phil, et Jason St. « Fractal Islamic Geometric Patterns Based on Arrangements of $\{n/2\}$ Stars », s. d., 8.
- Wilber, Donald Newton. *Contemporary Iran*. Donald N. Wilber. London: Thames and Hudson, 1962.
- . *Iran, past and present*. Donald Newton Wilber. 6th edition. Princeton, N.J., Princeton university press, 1967.
- . *The Architecture of Islamic Iran, the Il Khānid Period*. Princeton Monographs in Art and Archaeology 29. Princeton, N. J: Princeton University press, 1955.
- Yaghan, Mohammad. « Self-Supporting "Genuine" Muqarnas Units ». *Architectural Science Review* 48 (1 septembre 2005): 245-55. <https://doi.org/10.3763/asre.2005.4831>.
- . « The evolution of architectural forms through computer visualisation: muqarnas example », 113-20, 2010. <https://doi.org/10.14236/ewic/EVA2010.19>.
- Yaghan, Mohammad Ali Talal. « Decoding the Two-Dimensional Pattern Found at Takht-I Sulayman into Three-Dimensional Muqarnas Forms ». *Iran* 38 (2000): 77-95.