



**HAL**  
open science

# Caractérisations vibroacoustiques et modèles dynamiques équivalents de structures complexes en large bande fréquentielle

Kerem Ege

► **To cite this version:**

Kerem Ege. Caractérisations vibroacoustiques et modèles dynamiques équivalents de structures complexes en large bande fréquentielle. Acoustique [physics.class-ph]. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et Université Claude Bernard Lyon I, 2021. tel-03494296v1

**HAL Id: tel-03494296**

**<https://theses.hal.science/tel-03494296v1>**

Submitted on 19 Dec 2021 (v1), last revised 5 Jan 2022 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon  
et l'Université Claude Bernard Lyon I

## Caractérisations vibroacoustiques et modèles dynamiques équivalents de structures complexes en large bande fréquentielle

SPECIALITÉ : Acoustique

par

Kerem EGE

Soutenue le 22 novembre 2021 devant la Commission d'examen

### Composition du jury

<i>Président :</i>	Éric JACQUELIN	Professeur, Université Claude Bernard Lyon 1
<i>Rapporteurs :</i>	Alain BERRY François GAUTIER Morvan OUISSE	Professeur, Université de Sherbooke Professeur, Le Mans Université Professeur, ENSMM
<i>Examineurs :</i>	Jérôme ANTONI Émeline SADOULET-REBOUL	Professeur, INSA Lyon Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
<i>Invité :</i>	Fabien CHEVILLOTTE	Ingénieur de Recherche, MATELYS Research Lab

Mis en page avec la classe thesul.

*À Noemi et Lydia*



## Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Alain BERRY, François GAUTIER et Morvan OUISSE pour avoir accepté de consacrer du temps à la relecture de ce mémoire d'HDR, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux, leurs commentaires et leurs avis éclairés sur mes projets scientifiques à court et moyen terme en particulier, ainsi que Jérôme ANTONI, Fabien CHEVILLOTTE, Éric JACQUELIN et Émeline SADOULET-REBOUL pour leur participation au jury et pour les nombreuses questions et discussions forts intéressantes que nous avons eues pendant la soutenance.

Je tiens ensuite à exprimer mes sincères remerciements à mes doctorants, postdoctorants, étudiants en master, avec qui j'ai eu la chance de travailler, d'échanger et d'avancer depuis mes débuts au LVA. HaDong HWANG, Benjamin TRÉVISAN, Fabien MARCHETTI, Pierre MARGERIT, Youssef GERGES, Thierry VERDOT, Corentin CHESNAIS, Armand BRUN, Cécile GUIANVARC'H, Pierre JAILIN, Valentin HENRY, Maxime GALLO et maintenant Nicolas AUQUIER et Nicolas MADINIER : merci pour ce que vous m'apportez tant scientifiquement qu'humainement. Une grande partie des résultats présentés dans ce mémoire n'aurait pu voir le jour sans vous. Je suis en particulier extrêmement heureux de voir que nos collaborations continuent avec Fabien, Pierre et Youssef, désormais collègues (*et amis!*) ; il est certain que nous travaillerons encore longtemps ensemble, il reste tant à faire...

La rédaction d'un mémoire d'HDR est une belle occasion pour prendre un peu de recul et mesurer le chemin parcouru depuis mes études doctorales jusqu'à aujourd'hui. Sans aucun doute, la personne qui m'a permis de me projeter et de construire ma carrière scientifique est Xavier BOUTILLON. Je tiens ici, Xavier, à te remercier une nouvelle fois pour ta confiance lors de mon travail de doctorat, tes conseils et ta motivation à la sortie de la thèse lorsque la suite pouvait parfois sembler compliquée, nos discussions nombreuses et continues depuis, et bien sûr, pour ton amitié. Je remercie également Antoine CHAIGNE qui m'a mis le pied à l'étrier lors de mon stage de master, et qui m'a transmis le goût pour l'approche scientifique, méthodique et objective en acoustique musicale, ainsi que Cyril TOUZÉ pour m'avoir donné l'opportunité d'apprendre à ses côtés au cours de mon postdoctorat.

Un grand MERCI à l'ensemble des membres du LVA, étudiants, techniciens, secrétaires, permanents, anciens et nouveaux ; l'environnement dans lequel j'ai évolué, l'ambiance de travail et la liberté de recherche que j'y ai trouvé grâce à chacun d'entre vous est unique. Je remercie en particulier Jean-Louis GUYADER pour m'avoir ouvert les portes du laboratoire il y a un peu plus de dix ans en m'accueillant très chaleureusement dans cette belle équipe et pour nos discussions scientifiques toujours très intéressantes, et Quentin LECLÈRE avec qui il est si facile, naturel et passionnant de faire de la science et d'encadrer des étudiants. Merci donc aux collègues du LVA avec qui j'ai eu l'occasion de travailler et d'échanger (*difficile de n'oublier personne!*) : Céline SANDIER, Bernard LAULAGNET, Emmanuel REDON, Nicolas TOTARO, Jérôme ANTONI, Laurent MAXIT, Thomas MONNIER, Goran PAVIC, Nacer HAMZAOUI, Étienne PARIZET, François GIRARDIN, Philippe GUY, Valérie KAFTANDJIAN, Philippe DUVAUCHELLE, Mohamed TAHR AOUI, Patrick BLACHIER, Julien CHATARD et... *bien sûr...* Nathalie LORIOT pour tout ce qu'elle fait pour le labo!

Je tiens à témoigner ma gratitude à l'ensemble des collègues extérieurs au LVA avec qui j'ai collaboré et publié : *first of all*, Bert ROOZEN *of course!* *What a chance for me to have met you (in 2015 already!), it's a pleasure to work with you* ; Marc RÉBILLAT qui est toujours tellement stimulant pour tout un tas de choses et tellement efficace ; Renaud RINALDI, Marta GALLO et Laurent CHAZEAU avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler (*et à apprendre sur la science des matériaux @MATEIS!*) au cours des projets BQR VIVARIUM et CARNOT MHYRIAM ; les collègues du projet MAESSTRO – Jean-François CARON, Arthur LEBÉE, Benjamin COTTÉ,

Paolo VANNUCCI – et les irremplaçables Stephen PAULELLO et Claire PICHET aux pianos d’exceptions (*avec tables d’harmonie bientôt en composites c’est sûr!*) ; Emmanuel GOURDON, Uthaya-suriyan ARASAN, Bertrand DAVID, Christophe VERGEZ, Sergio BELLIZZI, Mathias KERSEMANS, Joost SEGERS, Jean-François MERCIER, Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA.

J’adresse évidemment également toute ma reconnaissance aux collègues industriels avec qui j’ai noué des relations professionnelles riches et fructueuses au travers de plusieurs projets collaboratifs et contrats tous très stimulants : Fabien ACHER, Patrick WETTA, Pascal VOUAGNER, Jacques CHARVIN, Benoit TEIL, Fabien CHEVILLOTTE François-Xavier BÉCOT, Luc JAOUEN, Romain VIALA, Arnaud WALTHER, Bertrand DOAT.

Je saisis l’occasion pour adresser de chaleureux remerciements ici également aux collègues du GVB de la SFA et du GST14 de l’AFM (*pour entre autres ces superbes jeudi soirs/nuits JJCABiennes!*) : Adrien PELAT, Charles PÉZERAT, Morvan OUISSE, Valentin MEYER, Lucie ROULEAU, Emmanuel FOLTÊTE, Nicolas DAUCHEZ, Arnaud DUVAL, Jean-Daniel CHAZOT, Gaël CHEVALLIER, Olivier THOMAS, Jean-Luc DION, ainsi que les collègues du GSAM – Thomas HÉLIE, Frédéric ABLITZER et Jean-Loïc LE CARROU – pour les moments très sympathiques d’organisation de journées SFA et de sessions spécialisées de congrès GVB/GSAM.

Je n’oublie pas mes collègues de GM qui contribuent à rendre quotidiennement ce métier si agréable, en particulier Julien COLMARS, Simon CHESNE, Thibaut CHAISE, Thomas ELGUEDJ, Christophe LE BOURLLOT, Cyril MAUGER, Emmanuel MIGNOT, Romain BERNIA, ainsi qu’Emmanuelle VIDAL-SALLÉ, directrice du département, et l’ensemble du personnel administratif et technique pour la qualité de leur travail et leur dévouement.

Je terminerai ces remerciements avec quelques mots pour ma famille. Je ne saurais trop dire merci à ma mère (*pour la super relecture en particulier!*), mon père, ma soeur et mon grand-père pour leur soutien continu. Je remercie enfin profondément Roberta, Noemi et Lydia pour leur amour<sup>3</sup>, et pour le bonheur<sup>3</sup> et la joie<sup>3</sup> au quotidien que toutes trois apportent dans ma vie.

# Sommaire

<b>Introduction générale et présentation du manuscrit</b>	<b>1</b>
---	----------

---

---

<b>Partie I Dossier Personnel</b>	<b>3</b>
-----------------------------------	----------

---

---

<b>Chapitre I</b>	
<b>Curriculum vitae</b>	<b>5</b>

I.1	Formation - Expérience . . . . .	5
I.2	Activités d'enseignement . . . . .	7
I.3	Responsabilités collectives . . . . .	7
I.3.1	Enseignement . . . . .	7
I.3.2	Recherche . . . . .	8
I.3.3	Commissions de recrutement . . . . .	8

<b>Chapitre II</b>	
<b>Synthèse des activités d'encadrement et de recherche</b>	<b>9</b>

II.1	Activités d'encadrement . . . . .	9
II.1.1	Thèses de doctorat . . . . .	10
II.1.2	Postdoctorats . . . . .	14
II.1.3	Masters recherche M2 (MEGA) . . . . .	14
II.1.4	Projets de fin d'études INSA . . . . .	14
II.2	Rayonnement scientifique . . . . .	15
II.2.1	Collaborations et programmes internationaux . . . . .	15
II.2.2	Collaborations et programmes nationaux . . . . .	15



II.2.3	Prix et distinctions . . . . .	16
II.2.4	Expertise scientifique pour des instances internationales et nationales, relecture d'articles pour revues internationales à comité de lecture . .	17
II.2.5	Participation à des jurys de thèses . . . . .	17
II.2.6	Organisation de conférences, workshops et chairman de sessions de congrès . . . . .	17
II.2.7	Contrats industriels et valorisation de la recherche . . . . .	18
II.3	Publications, communications et mémoires . . . . .	18

---



---

**Partie II Dossier Recherche** **29**

---



---

<b>Préambule</b>	<b>31</b>
------------------	-----------

<b>Chapitre I</b>	
<b>Méthodes d'identification en large bande fréquentielle</b>	<b>33</b>

I.1	Introduction . . . . .	33
I.2	Méthode d'analyse modale haute résolution (HRMA) pour la vibroacoustique	36
I.2.1	Algorithme ESPRIT et critère ESTER . . . . .	37
I.2.2	Validation de la méthode d'identification modale sur des plaques iso- tropes à fort recouvrement modal . . . . .	39
I.2.3	Identification vibratoire large bande d'une table d'harmonie de piano par la méthode HRMA . . . . .	42
I.3	Techniques d'identification des nombres d'onde . . . . .	47
I.3.1	Contexte bibliographique et positionnement . . . . .	47
I.3.2	Corrélation par fonctions de Hankel en isotrope - Méthode des sources images . . . . .	48
I.3.3	Corrélation par fonction de Hankel en orthotropie elliptique - Appli- cation aux sandwichs nid d'abeille . . . . .	52
I.3.4	Méthode RIC appliquée aux composites anisotropes . . . . .	58
I.3.5	2D-ESPRIT - HRWA . . . . .	68
I.4	Couplage de méthodologies expérimentales pour la caractérisation de tricouches	74

I.4.1	Sandwich tricouche . . . . .	75
I.4.2	Méthodes modales . . . . .	76
I.4.3	Approche énergétique : méthode de la décroissance temporelle - 0-8 kHz . . . . .	78
I.4.4	Approches ondulatoires - Méthode RIC et corrélation par fonction de Hankel - 1-20 kHz . . . . .	78
I.4.5	Comparaisons mesures/modèles et identification des paramètres matériaux de l'âme en polymère . . . . .	79
I.4.6	Excitation très hautes fréquences - Pump Laser "Nd :YAG" . . . . .	81
I.5	Conclusion . . . . .	83

<b>Chapitre II</b>	
<b>Modèles dynamiques équivalents de structures complexes</b>	<b>85</b>

II.1	Introduction . . . . .	85
II.2	Modélisations équivalentes de structures orthotropes raidies . . . . .	86
II.2.1	Description synthétique (à petit nombre de paramètre) de la table d'harmonie du piano . . . . .	86
II.2.2	Modèle équivalent par fomulation variationnelle . . . . .	91
II.2.3	Modèle complet du piano - Synthèse sonore - Remplacement de la table d'harmonie par une structure composite - Projet ANR MAESSTRO . . . . .	99
II.3	Modélisation de structures multicouches anisotropes . . . . .	104
II.3.1	Extension de l'équivalence plaque mince à l'anisotropie . . . . .	104
II.3.2	Modélisation de l'amortissement et unification des définitions . . . . .	109
II.3.3	Architecturation . . . . .	112
II.4	Prise en compte des matériaux dissipatifs dans SmEdA . . . . .	113
II.4.1	Contexte . . . . .	113
II.4.2	Méthodologie et validation sur un cas semi-complexe plaque/cavité . . . . .	114
II.4.3	Application industrielle . . . . .	119
II.4.4	Prise en compte des modes non résonants dans SmEdA . . . . .	122
II.5	Prise en compte des effets thermovisqueux dans la modélisation d'un microphone MEMS . . . . .	123
II.6	Conclusion . . . . .	124

<b>Chapitre III</b>	
<b>Projet et perspectives</b>	<b>127</b>

III.1	Structures complexes, interfaces, amortissement, et identifications large bande	127
III.1.1	Interfaces . . . . .	127

III.1.2	Modélisation de l'amortissement . . . . .	128
III.1.3	Architecturation des matériaux et fonctionnalisation structurelle . . . . .	129
III.1.4	Identification des structures en large bande, modes propagatifs, et applications possibles en contrôle des structures . . . . .	131
III.1.5	Vers de nouvelles techniques d'identification large bande? . . . . .	133
III.2	Composites et instruments de musique . . . . .	134
III.3	Approches équivalentes en moyennes fréquences . . . . .	136
III.4	Non-linéarités en dynamique . . . . .	137
III.4.1	Identification des nonlinearités . . . . .	137
III.4.2	Réduction de modèles non linéaires . . . . .	139

<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>
----------------------	------------

# Introduction générale et présentation du manuscrit

L'objectif de ce mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches est de synthétiser mes travaux de recherche et les problématiques scientifiques que j'ai développées au cours de mon parcours académique, depuis celles émergées lors de mon stage de master recherche à l'ENSTA (IMSIA ex-"UME") avec Antoine CHAIGNE, puis au cours de ma thèse de doctorat au LMS (X) avec Xavier BOUTILLON jusqu'à mes récents projets académiques et industriels au Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA-Lyon que j'ai intégré en 2010.

Ce manuscrit se divise en deux grandes parties. Dans la première, je présenterai mon CV détaillé, mes activités d'enseignements ainsi que mes responsabilités collectives et administratives, puis sous un format synthétique mes activités d'encadrement doctoral et scientifique, et le rayonnement scientifique de mes travaux. La liste de l'ensemble de mes publications (articles dans des revues à comité de lecture, congrès, conférences et séminaires invités) est donnée à la fin de cette section. Dans la seconde partie du manuscrit, qui constitue mon dossier recherche, je détaillerai mes problématiques scientifiques en expérimentation et modélisation. Le mémoire se clôturera avec les perspectives de mon travail et la présentation de mon projet de recherche à court et moyen terme.



**Première partie**

**Dossier Personnel**



# Chapitre I

## Curriculum vitae

Kerem EGE, né le 21 novembre 1983 à Strasbourg (67).

AFFECTATION ET CARRIÈRE :

<b>Établissement</b> : INSA-Lyon	<b>Grade</b> : Maître de Conférences
<b>Affectation depuis le</b> : 1 <sup>er</sup> sept. 2010	<b>Section CNU</b> : 60 <sup>ème</sup> section
<b>Département</b> : 100% Génie Mécanique (GM)	<b>Laboratoire</b> : Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA)

ADRESSE PROFESSIONNELLE :

✉ : INSA-Lyon  
Laboratoire Vibrations Acoustique  
Batiment Saint Exupéry (303) - Rez-de-chaussée  
25 bis avenue Jean Capelle  
69621 Villeurbanne Cedex

☎ : +33 (0)4 72 43 80 82

@ : [kerem.ege@insa-lyon.fr](mailto:kerem.ege@insa-lyon.fr)

🌐 : <https://cv.archives-ouvertes.fr/keremege>

### I.1 Formation - Expérience

- **2010 : Postdoctorat**  
Réalisé à l'ENSTA - Unité de Mécanique (LIMSIA)  
Titre : *Réduction de modèles vibratoires fortement non-linéaires*  
Encadré par Cyril TOUZÉ (Professeur, ENSTA), Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA (DR CNRS, UMA) et Jean-François MERCIER (DR CNRS, UMA)  
Travaux financés par une bourse de postdoctorat DGA
- **2006–2009 : Thèse de Doctorat** en Mécanique  
Réalisée au Laboratoire de Mécanique des Solides, LMS (CNRS UMR 7649) à l'École Polytechnique (X)  
Titre : *La table d'harmonie du piano - Études modales en basses et moyennes fréquences*, M[2]  
Encadrée par Xavier BOUTILLON (DR CNRS, LMS)  
Mention très honorable



Travaux financés par une bourse ministérielle avec monitorat (Ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de l'Innovation)  
École doctorale de l'École Polytechnique (Spécialité Mécanique)

- **2006–2009 : Moniteur de l'École Polytechnique**

Enseignements à l'École Polytechnique et à l'ENSTA, niveau troisième et quatrième année d'école d'ingénieur  
Modules expérimentaux et travaux pratiques en : Vibration, Acoustique et Contrôle actif  
- Structures en Matériaux Composites - Dynamique des Fluides

- **2006 : Stage de M2 Recherche**

Réalisé à l'ENSTA UME (LIMSIA)  
Titre : *Étude des conditions aux limites des cordes du piano*, M[1]  
Encadré par Antoine CHAIGNE (Professeur, ENSTA)  
Bourse de stage M2, UME

- **2005–2006 : Master Recherche M2 spécialité Acoustique**

Université d'Aix-Marseille  
Réalisé au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA)  
Mention bien  
Bourse au mérite, M2

- **2005-2006 : Projet de Recherche, Niveau M2**

Réalisé au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Université d'Aix-Marseille  
Titre : *Réduction d'un modèle physique de cuivre pour la synthèse sonore*  
Encadré par Sergio BELLIZZI (DR CNRS, LMA) et Christophe VERGEZ (DR CNRS, LMA)

- **2004 : Stage d'École d'Ingénieur, Niveau Licence**

*Système "Silent" : Reproduction numérique du son du piano* PLEYEL  
Manufacture française de piano PLEYEL  
Alès

- **2003–2006 : Diplôme d'Ingénieur**

Spécialisation : Acoustique  
École Centrale Marseille

- **2001–2003 : Classes Préparatoires aux Grandes Écoles scientifiques**

Filière PCSI – PSI\*  
Lycée Kléber, Strasbourg

- **2001 : Baccalauréat Scientifique, spécialité Mathématique**

Mention bien  
Lycée Marie Curie, Strasbourg

## I.2 Activités d'enseignement

J'ai été recruté à l'INSA Lyon en tant que Maître de Conférences au 1er septembre 2010 et affecté à 100% au département Génie Mécanique Conception GMC, maintenant "GM"(Génie Mécanique) suite à la fusion en 2016 des deux départements de mécanique de l'INSA Lyon. L'ensemble de mes activités pédagogiques est détaillé ci dessous par type d'enseignement, niveau et nombre d'heures par étudiant<sup>1</sup>.

Charge d'enseignement typique sur la période 2010-2021 au département Génie Mécanique (GM) de l'INSA Lyon, en cursus 3-4-5 GM (Bac + 3 / Bac + 4 / Bac +5) ainsi qu'en filières d'apprentissage GMCIP (conception) et GMPPA (plasturgie). 192h équivalent TD plus une cinquantaine d'heures supplémentaires d'enseignements et une centaine d'heures d'HRS dont PEDR (détails présentés ci-dessous).

- Cours et TD de *Vibrations des systèmes discrets* - 3GM, 3GMPPA et 4GMCIP - 8h CM, 14h TD par cursus
- Cours et TD d'*Acoustique pour l'ingénieur et traitement du signal* - 3GM et 4GMCIP - 6h CM, 8h TD par cursus
- TD de *Vibrations des milieux continus, Analyse des vibrations de structures* - 4GM - 28h
- TPs de *Vibrations* - 24h
- TPs d'*Acoustique pour l'ingénieur* - 12h
- TP de *Modélisation numérique et expérimentale en vibrations/dynamique* - 24h
- Cours et TDs de *Statistiques* - 4GMCIP - 6h CM, 6hTD
- *Projets Scientifiques et Techniques* - 3GM - 36h
- Encadrement de *projet de fin d'études* - 5GM - 12h
- *Tutorats d'apprentis* - 3GMCIP et 4GMCIP - 20h

Mes heures supplémentaires d'enseignement correspondent à environ 50 heures par an, principalement des TP. Mes HRS (*heures référentiel service*) correspondent à la Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche, des heures de responsabilité de la mobilité internationale des étudiants entrants et de responsabilité d'équipe pédagogique (Projets Scientifiques et Techniques en 3GM).

## I.3 Responsabilités collectives

### I.3.1 Enseignement

- Responsable au département GM de la mobilité internationale des étudiants étrangers "entrants" (étudiants "IN") depuis 2020 : ERASMUS, accords de mobilité, échanges internationaux...
- Responsable au département Génie Mécanique des projets Scientifique et Technique « PST » (3GM) depuis 2016
- Responsable d'une unité d'enseignement 3GM « Modélisation scientifique et technique » (6 ECTS) depuis 2016
- Tuteur pédagogique de plusieurs apprentis INSA Lyon en alternance, en filières Génie Mécanique Conception Innovation Produit (GMCIP) et Génie Mécanique Procédés Polymères Avancés (GMPPA) depuis mon recrutement (un apprenti en moyenne par année scolaire).
- Participation à l'encadrement de la formation continue pour ingénieur « Acoustique pour l'ingénieur » avec Nacer HAMZAOUI (Prof – LVA) et Quentin LECLÈRE (MCF – LVA) – 2017-2020 (4h TD, 6h TP)

1. Le nombre exact d'heures peut fluctuer légèrement d'une année à l'autre.

- Participation à l'enseignement du master recherche M2 « Master of Science in Acoustics » (University of Lyon) <http://master-acoustics.ec-lyon.fr/index.fr.php> au sein du « module d'Acoustique musicale » (4h TD)
- Encadrement réguliers de projets scientifiques d'étudiants en master 1 du « Master of Science in Acoustics » (University of Lyon)

### I.3.2 Recherche

- Responsable scientifique du Groupe Vibro Acoustique et Contrôle du Bruit (GVB) de la Société Française d'Acoustique (SFA), sur la période 2015-2018 <https://sfa.asso.fr/fr/manifestations-groupes/le-groupe-vibro-acoustique-et-controle-du-bruit-gvb>. Plusieurs manifestations gérées par le groupe sur la période correspondant à ma mandature 2015-2018, dont les principales sont :
  - les Journées Jeunes Chercheurs en vibrations, Acoustique et Bruit (JJCAB). Manifestation annuelle, sur deux jours. Edition 2015 à Besançon <http://events.femto-st.fr/jjcab2015/fr>, 2016 à Marseille <https://jjcab2016.sciencesconf.org/>, 2017 à Paris <https://intranet.sfa.asso.fr/archives/J97-JJCAB2017/> et 2018 au Mans <https://jjcab18.sciencesconf.org/>
  - la co-organisation de la journée scientifique « Technique de Contrôle en Vibrations, Acoustique et Musique » (TCVAM 2015) avec le GSAM <https://intranet.sfa.asso.fr/archives/J92-TCVAM2015/>
  - la co-organisation des journées annuelles JAAN avec le GAPSUS et le GAHA en 2015 <https://intranet.sfa.asso.fr/archives/J91-JAAN2015/> puis en 2017 <https://jaan2017.sciencesconf.org/resource/page/id/1>
  - l'organisation de sessions « vibrations / dynamique des structures » aux Congrès CFA 2016, CFA 2018 ainsi qu'au CFM 2019 (en collaboration avec le GST14 de l'AFM)
- Membre du Conseil d'Administration de la Société Française d'Acoustique (SFA) sur la période 2015-2018.
  - Membre du Conseil d'Administration de l'association ADYVA depuis Décembre 2014, (voir <https://sites.google.com/site/adyvaorg/home/bureau>) regroupant les membres élus du GVB de la SFA et les membres du GST14 de l'AFM.
  - Responsable des « séminaires du laboratoire » du LVA (2011-2020) où régulièrement des enseignants-chercheurs, doctorants, postdoctorants du LVA, de CeLyA (Centre Lyonnais d'Acoustique), ainsi que des personnes extérieures au laboratoire présentent leurs travaux. Voir le descriptif et la liste des séminaires tenus au LVA sur cette période ici <http://lva.insa-lyon.fr/fr/content/evenements-seminaires>.

### I.3.3 Commissions de recrutement

- Président de cinq commissions de recrutement ATER INSA Lyon (2018) –ATER n° 146 GM/LAMCOS - ATER n° 364 GCU-GEOMAS, ATER n° 571 GM/LAMCOS, ATER n° 584 PC-LMFA, ATER n° 585 PC/LAMCOS,

## Chapitre II

# Synthèse des activités d'encadrement et de recherche

### II.1 Activités d'encadrement

- Co-directeur de 4 Thèses de Doctorat de l'École Doctorale MEGA : 3 soutenues, une en cours (première année).
- Encadrant de 5 Post-doctorats
- Encadrant de 5 Stages de Master Recherche M2 (MEGA)
- Encadrant de 9 Projets « Recherche et Ingénierie », niveau équivalent M2 (Génie Mécanique - INSA Lyon)

### II.1.1 Thèses de doctorat

• HaDong HWANG, *Développement d'une méthode de prévision vibro-acoustique aux moyennes fréquences incluant l'influence du « trim »*, **thèse soutenue le 5 Juin 2015**. Co-direction avec Laurent MAXIT (MCF HDR – LVA). Financement FUI/FEDER Projet CLIC, École Doctorale MEGA.

Publications : 1 article JSV **A**[9] et 3 communications **C**[18, 23, 26].

[\[Lien TEL du manuscrit de thèse\]](#)

#### Résumé :

Le projet CLIC (City Lightweight Innovative Cab) dans lequel s'inscrit cette thèse de doctorat vise à développer une cabine de camion allégée sans dégrader les performances vibratoires et acoustiques. Pour cela il est nécessaire d'établir dans un premier temps un modèle de prédiction vibroacoustique du système couplé structure/espace intérieur incluant l'influence des matériaux dissipatifs (amortissement ou absorption) dans le domaine des moyennes fréquences. Les méthodes basées sur les éléments finis et les approches statistiques les plus couramment utilisées étant peu adaptées pour ce domaine de fréquence (coût de calcul important, méthodes peu flexibles), nous utiliserons le formalisme de la méthode SmEdA (Statistical modal Energy distribution Analysis). L'objectif principal de cette thèse de doctorat est dès lors, d'étendre cette méthode à la prise en compte de l'effet d'amortissement induit par des matériaux dissipatifs. La méthodologie se divise en trois étapes : 1. Les modèles équivalents des matériaux dissipatifs sont établis : (1) un modèle de plaque équivalent pour décrire la plaque amortie par un ou plusieurs patch(s) viscoélastique(s) et (2) un modèle de fluide équivalent pour décrire un matériau poreux agissant dans la cavité. 2. Chaque sous-système amorti est modélisé par éléments finis. Les méthodes MSE (Modal Strain Energy) et MSKE (Modal Strain Kinetic Energy) sont ensuite utilisées pour estimer les facteurs de perte modaux de chaque sous-système. 3. Le calcul SmEdA est effectué sur le système couplé en prenant en compte les facteurs de pertes modaux de chaque sous-système estimés dans la deuxième étape. Le point d'excitation est appliquée à la plaque, en supposant la force stationnaire et large bande. Afin de valider la méthodologie proposée un cas semi-complexe composé d'une plaque rectangulaire couplée à une cavité parallélépipédique est considéré. Ce système peut être utilisé pour étudier l'interaction vibroacoustique entre la structure de la cabine et l'intérieur de l'habitacle. Deux cas d'amortissement sont étudiés pour le système semi-complexe plaque-cavité : (1) un cas où la plaque est amortie avec un (ou plusieurs) patch(s) viscoélastique(s) et (2) un cas où un matériau poreux est placé dans la cavité. Le problème vibroacoustique est pour chaque cas modélisé suivant les trois étapes proposées et analyses dans le formalisme de la méthode SmEdA. Les résultats sont ensuite comparés au cas de référence (sans matériau dissipatif). La dernière partie de la thèse porte sur la validation expérimentale pour chaque cas test de la méthodologie numérique proposée. La mobilité d'entrée, la puissance injectée et les énergies des sous-systèmes sont comparées aux prédictions numériques. Enfin les facteurs de pertes modaux des sous-systèmes estimés par les méthodes MSE et MSKE sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus par la méthode d'analyse modale à haute résolution (méthode ESPRIT).

Mots clés : Vibro-Acoustique en moyennes fréquence, Amortissement, Puissance injectée, Validation expérimentale, Couplage fluide-structure, SEA, Éléments finis

Partenariat / Contexte : Projet CLIC - City Lightweight & Innovative Cab financé par Oséo-Bpifrance (FUI) et le FEDER Rhone-Alpes, labellisé par le pôle de compétitivité CARA (anciennement LUTB, Lyon Urban Trucks & Bus). Collaboration RenaultTrucks-ACOEM Group-ArcelorMittal-A2Mac1-Altran-LVA-FEMTO ST.

• Benjamin TRÉVISAN. *Développement d'une méthode analytique pour la prédiction des mécanismes vibro-acoustique des plaques raidies orthotropes de formes quelconques. Application à la table d'harmonie du piano*. Thèse soutenue le 7 Décembre 2016. Co-direction avec Bernard Laulagnet (MCF HDR – LVA). Bourse ministérielle INSA, École Doctorale MEGA.

Publications : 2 articles JASA **A**[7, 10], 5 communications **C**[25, 27, 30, 39, 40] et 1 conférence invitée **I**[7].

[\[Lien TEL du manuscrit de thèse\]](#)

#### Résumé :

L'étude des structures raidies est un sujet de recherche récurrent. En effet, celles-ci sont présentes dans de nombreuses applications industrielles. Leur utilisation offre de multiples avantages notamment du point de vue de l'allègement, critère qui est particulièrement important dans l'industrie automobile par exemple. Le milieu musical est également adepte de ce type de structures complexes et les instruments de musique font appel à des aspects très variés aussi bien structurels que perceptifs et subjectifs. Dans ce domaine, l'une des principales difficultés est de mettre en place une passerelle entre les lexiques musicaux et scientifiques et surtout de créer des équivalences entre les phénomènes entendus / décrits par les musiciens et les indicateurs habituellement utilisés dans les contextes industriels. La table d'harmonie de piano constitue un exemple typique de ces structures raidies et les problèmes relevés aussi bien par les facteurs que par les musiciens sont nombreux. De nos jours, les ressources numériques permettent de prendre en compte de nombreux phénomènes dans les modèles développés avec, pour conséquence, une difficulté d'interprétation entre les données d'entrée et de sortie. En considérant moins de paramètres à la fois, les modèles simplifiés présentent alors l'avantage de pouvoir en séparer l'influence et la participation dans le rendu global. En prenant comme point de départ une plaque simplement supportée rectangulaire orthotrope dite « spéciale » dans laquelle la table est inscrite, la forme de la table d'harmonie est recréée par ajout d'une densité de ressorts ponctuels dans le domaine complémentaire. Par couplage avec des superstructures collées sur chaque face, il est possible de déterminer le comportement vibratoire de l'instrument ainsi que le rayonnement acoustique à partir des impédances de rayonnement d'une plaque simplement supportée bafflée. Ce modèle analytique simplifié est représentatif des phénomènes constatés dans la littérature tout en étant particulièrement bien adapté aux études paramétriques (continuité du chevalet et des raidisseurs dans l'extrême aigu). Ainsi, il met en lumière les phénomènes de localisations spatiales de vibrations inhérents à la conception de l'instrument, et permet aussi d'étudier l'influence des différents paramètres structurels et mécaniques sur la mobilité le long des chevalets ou encore la puissance rayonnée. Afin de pouvoir qualifier pour un coût calcul réduit l'influence des paramètres structurels sur le son rayonné par l'instrument, ce modèle analytique de structure raidie est couplé à une corde et résolu dans le domaine temporel. Un tel calcul présente alors l'avantage de pouvoir évaluer perceptivement l'impact de ces paramètres, comme l'amortissement des matériaux ou encore les longueurs mortes des cordes, et de mettre en évidence les conséquences du couplage sur le contenu spectral des notes jouées. L'originalité de cette approche typique des problèmes de contacts ou de frottements tient dans le fait que les forces d'interactions qui assurent la continuité entre les sous-systèmes deviennent des inconnues du problème. Enfin, la prise en compte des petites non-linéarités géométriques de la corde est faite en les considérant comme des seconds membres des équations du mouvement, ce qui permet de conserver la notion de modes linéaires.

Mots-clés : Analyse temporelle, Table d'harmonie de piano., Modélisation semi-analytique, Vibration-Rayonnement des structures raidies

Partenariat / Contexte : Projet ANR MAESSTRO « Modélisations Acoustiques, Expérimentations et Synthèse Sonore pour Tables d'haRmonie de pianO » (défit : Stimuler le renouveau industriel) porté par Xavier Boutillon (LMS, Ecole Polytechnique). Collaborations X-INSA-ENSTA-ENPC-SPCP Piano Technologies.

• Fabien MARCHETTI. *Modélisation et caractérisation large bande de plaques multicouches anisotropes*. Thèse soutenue le 5 Décembre 2019. Co-direction avec Quentin LECLÈRE (MCF HDR – LVA). Bourse ministérielle INSA, École Doctorale MEGA.

Publications : 3 articles JSV **A**[15–17] et 5 communications **C**[42, 45, 46, 49, 51].  
[Lien TEL du manuscrit de thèse]

**Résumé :**

Le présent travail de thèse traite de la modélisation vibratoire et de la caractérisation dynamique de matériaux multicouches anisotropes. Dans le premier chapitre, une classification de quelques modèles analytiques de multicouche et techniques de caractérisation expérimentales de structures planes est établie sous la forme d'une synthèse bibliographique. Elle regroupe les récents résultats publiés autour du sujet. Le second chapitre propose une extension d'un modèle équivalent de multicouche au cas des structures anisotropes. Ce modèle décrit les premières courbes de dispersion de la structure et tient compte des phénomènes de cisaillement pouvant agir sur le mode de flexion en hautes fréquences. Le principal avantage du modèle réside dans sa simplicité et sa rapidité grâce à son nombre de variables cinématiques indépendant du nombre de couches. Les caractéristiques du multicouche sont définies par les 5 rigidités de flexion d'une plaque équivalente mince qui est comparée à ce dernier. L'extension de modèle est validée à l'aide d'une étude expérimentale réalisée sur des plaques composites en fibres de carbone. Un intérêt tout particulier est porté sur la modélisation de l'amortissement structural. Une définition énergétique du facteur de perte, décrite par une formulation spatiale et temporelle de l'atténuation, est comparée à une définition équivalente. Une nouvelle définition de la formulation spatiale est proposée dans le cas de structures très amorties et est comparée aux résultats de la littérature. Dans le troisième chapitre, la technique de caractérisation RIC est étendue au cas des structures anisotropes. Cette méthode inverse s'appuie sur l'analyse du champ de déplacement de la structure et possède, grâce à son aspect local, des atouts non négligeables pour des applications industrielles. La méthodologie est tout d'abord présentée pour l'identification de sources (objectif initial de la méthode) et est ensuite adaptée à la caractérisation. Plusieurs applications numériques et expérimentales sont présentées afin de valider cette extension. Enfin, le quatrième chapitre porte sur la caractérisation expérimentale d'un sandwich en nid d'abeille sur une large bande fréquentielle (1 à 300 kHz). Le comportement dynamique complexe de cette structure épaisse est décrit au travers des résultats prometteurs fournis par les simulations de notre modèle et les estimations de RIC. Ces résultats sont également comparés à ceux d'un modèle de référence et d'autres méthodes de caractérisation.

Mots-clés : sandwichs épais, multicouches anisotropes, amortissement structural, caractérisation dynamique, méthodes inverses, modèle équivalent, rigidités de flexion

Partenariat / Contexte : Thèse de doctorat qui s'inscrit dans une collaboration avec Prof. Bert ROOZEN du KUL. Fabien MARCHETTI a effectué un séjour de quatre mois à Louvain en 2018 (séjour au KUL financé par CeLyA) et a contribué à la mise en place d'une collaboration LVA / Katholieke Universiteit Leuven KUL (Bert ROOZEN) / Ghent University UGENT (Mathias KERSEMANS et Joost SEGERS) avec publications communes (**A**[17] et **C**[51]).

• Nicolas AUQUIER. *Modèle équivalent de structures multi-couches à interfaces complexes*. Soutenance prévue 09/2023. Co-direction avec Emmanuel GOURDON (Chercheur - HDR – ENTPE (LTDS)). Financement CeLyA (LVA/LTDS), École Doctorale MEGA.

**Résumé :**

Dans le contexte automobile, aéronautique, ou du bâtiment, la conception de structures légères et raides aux performances optimisées en termes d'amortissement vibratoire et d'isolation acoustique est un challenge industriel d'intérêt notoire et un sujet de recherche d'actualité pour la communauté scientifique en vibroacoustique. Ces structures raides et légères (composites ou non) exploitent différentes solutions technologiques : matériaux multicouches (type sandwich, orthotropes ou non), matériaux architecturés (hétérogènes ou non) mêlant matériaux poro-élastique et couches solides...

Si des modèles équivalents de structures multicouches aux conditions « idéales » de continuité aux interfaces (conditions de continuité des contraintes ou des déplacements « canoniques ») existent et sont couramment utilisés par la communauté, des verrous scientifiques subsistent lorsqu'il s'agit de modéliser aisément des structures où plusieurs couches homogénéisées sont couplées entre elles de manière « non conventionnelles ». Par exemple des conditions de glissement partiel entre les couches (qui tend à augmenter la dissipation pour une sollicitation en flexion) ou la présence de décollement et d'hétérogénéités locale (qui peuvent créer un phénomène supplémentaire nécessitant une description multi-échelle des phénomènes vibratoires) ou encore des couplages non-linéaires, ne sont actuellement pas modélisables. Le travail de doctorat proposé en collaboration LTDS/LVA aura pour but d'apporter le formalisme théorique nécessaire à la description de ces phénomènes locaux, et de répondre ainsi aux problématiques rencontrées couramment avec ce type de structures, dans l'industrie notamment. La programmation du comportement vibro-acoustique de ces structures multi-couches pourra alors être optimisée au vu des dynamiques locales. La fonctionnalisation structurelle qui en découle permettra le traitement des problèmes acoustiques et vibratoires de manière plus robuste.

En fonction de l'avancée du travail de doctorat et afin de valider la méthodologie théorique proposée, un cas d'étude représentatif des problématiques rencontrées dans l'industrie (structures sandwichs aux conditions d'interfaces complexes) sera testé expérimentalement et comparé au modèle équivalent développé.

Mots-Clés : structures multicouches, interfaces, matériaux poro-élastique, anisotropie, homogénéisation, caractérisation vibro-acoustique

Partenariat / Contexte : Collaboration entre d'une part le LVA (INSA) et le LTDS (site de l'ENTPE) sur ces thématiques et d'autres part entre la PME MATELYS Research Lab (Fabien CHEVILLOTTE, Fabien MARCHETTI et François-Xavier BÉCOT) et ces deux laboratoires.



### II.1.2 Postdoctorats

- Thierry VERDOT, 2012-2013 : *Modélisation numérique en acoustique des petites cavités*. Co-encadrement avec Emmanuel REDON (MCF – LVA) Financement ANR Projet MADNEMS. Publications : 1 article AAA **A**[8], 1 communication **C**[16].
- Cécile GUIANVARC'H, 2012-2013 : *Étude analytique et expérimentale de l'acoustique des petites cavités*. Co-encadrement avec Emmanuel REDON (MCF – LVA) Financement ANR Projet MADNEMS. Publication : 1 communication **C**[19].
- Youssef GERGES, 2013-2015 : *Développement d'une méthode de prévision vibro-acoustique aux moyennes fréquences et application à un modèle numérique de cabine de camion*. Co-encadrement avec Laurent MAXIT (MCF HDR). Financement FUI/FEDER Projet CLIC. Publications : 3 communications **C**[22, 32, 33].
- Benjamin TRÉVISAN, 2017 : *Étude de l'influence d'une variation des paramètres mécaniques de la table d'harmonie du piano sur son comportement vibro-acoustique*, Co-encadrement avec Bernard LAULAGNET (MCF HDR – LVA). Financement ANR Projet MAESSTRO. Publication : 1 communication **C**[44].
- Corentin CHESNAIS, 2017 : *Analyse du comportement mécanique d'un matériau multicouches aux propriétés de raideur et d'amortissement contrôlées localement par irradiation UV*, Co-encadrement avec Nicolas TOTARO (MCF HDR – LVA) Financement Projet Carnot MHY-RIAM. Publication : 1 conférence invitée **I**[11].

### II.1.3 Masters recherche M2 (MEGA)

- Florent CANOLLE, 2012 : *Modélisation numérique d'assemblages soudés par points en vue d'une analyse vibro-acoustique*, Co-encadrement avec Pascal VOUAGNER (Ingénieur – ACOEM).
- Benjamin TRÉVISAN, 2013 : *Modélisation vibro-acoustique d'une plaque orthotrope pseudo-périodiquement raidie*, Co-encadrement avec Bernard LAULAGNET (MCF HDR - LVA).
- Maxime GALLO, 2014 : *Estimation de non-linéarités en vibrations des structures - Comparaison de méthodes et validations expérimentales.*, Co-encadrement avec Jérôme ANTONI (PR - LVA) et Marc RÉBILLAT (MCF - PIMM ENSAM). 1 article JMES **A**[6], 1 communications **C**[28] et 1 conférence invitée **I**[8].
- Pierre MARGERIT, 2015 : *Caractérisation vibro-acoustique expérimentale d'une table d'harmonie de piano droit (Pleyel-P131)*. Co-encadrement avec Bernard LAULAGNET (MCF HDR - LVA). 1 communication **C**[35].
- Pierre JAILIN, 2018 : *Benchmark de méthodes expérimentales d'identification de l'amortissement vibratoire en large bande fréquentielle*

### II.1.4 Projets de fin d'études INSA

- Thibault BONCOMPAGNE, 2012 : *Réponse vibro-acoustique d'une tôle en aluminium amortie par surmoulage d'un matériau polymère*.
- Valentin HENRY, 2015 : *Étude des propriétés vibro-acoustiques d'un matériau multicouches*.
- Nhu NGUYEN, 2016 : *Caractérisation vibroacoustique large bande de tôles sandwichs multicouches par méthode CFAT*.
- Nabil HOSSAINI et Arnaud CRÉPON, 2018 : *Étude du comportement vibratoire de panneaux multicouches à âme silicone architecturée*.
- Julie GUICHART, 2018 : *Analyse vibroacoustique d'une table d'harmonie de violon*.
- Armand BRUN, 2019 : *Conception et caractérisation d'une table d'harmonie de piano quart de queue en composites*.

- Romain BOULAY, 2020 : *Détermination des caractéristiques d'un matériau multicouche anisotrope.*
- Antoine KAIROUZ, 2020 : *Caractérisation de matériaux composites fibreux à partir d'une méthode inverse vibratoire.*

## II.2 Rayonnement scientifique

### II.2.1 Collaborations et programmes internationaux

- Depuis septembre 2015 et le séjour de Prof. Bert ROOZEN (KU Leuven, Laboratory of Acoustics, Division Soft Matter and Biophysics, Department of Physics and Astronomy) de quatre mois au LVA (septembre-décembre 2015) en tant que professeur invité, sur financement du Centre Lyonnais d'Acoustique (CeLyA), une collaboration internationale forte s'est installée sur la thématique de la modélisation et de l'identification large bande fréquentielles des caractéristiques mécaniques de structures planes multicouches (composites) avec Bert ROOZEN (KUL), Quentin LECLÈRE (MCF HDR, LVA), et plus récemment Mathias KERSEMANS et Joost SEGERS (Ghent University). Ainsi au cours de la thèse de mon doctorant Fabien MARCHETTI, celui-ci a passé un séjour de quatre mois à Louvain en 2018 chez Bert ROOZEN. La collaboration, fructueuse, se poursuit : 5 articles JSV ont d'ores et déjà été publiés **A**[11–13, 15, 17], ainsi que 4 communications **C**[37, 47, 49, 51].

- Partenaire LVA du Projet COST (Commission Européenne) Wood MusICK (Wooden Musical Instrument Conservation and Knowledge) «FPS COST Action FP1302» (2013-2017) porté par Sandie LECONTE (Ingénieur de Recherche - Laboratoire du Musée de la musique - Cité de la musique) réunissant des spécialistes du bois, issus notamment de musées et de communautés scientifiques afin de favoriser une recherche interdisciplinaire et collaborative autour du bois et de l'instrument de musique. [[Lien URL du descriptif du projet](#)]

- Suite à la création du LIA (Laboratoire Internationale Associé) maintenant IRP CAC (International Research Project, Centre Acoustique Jacques Cartier) entre le GAUS (Université de Sherbrooke), CeLyA et le LAUM, une collaboration scientifique est en cours avec Alain BERRY (GAUS) et Quentin LECLÈRE sur les méthodes vibratoires inverses et mesures plein champ pour l'identification des propriétés matériaux de panneaux complexes. Un recrutement de doctorant en cotutelle est en cours de finalisation pour un début en septembre 2021.

### II.2.2 Collaborations et programmes nationaux

- Responsable scientifique et administratif LVA du projet CLIC “City Lightweight & Innovative Cab”. Financement Oséo-Bpifrance (FUI) et FEDER Rhone-Alpes. Labellisé par le pôle de compétitivité LUTB (Lyon Urban Trucks & Bus). Novembre 2011 - Novembre 2015. [[Lien URL du descriptif du projet](#)]. Recrutement et co-encadrement d'un doctorant (HaDong HWANG sur 3 ans), d'un post-doctorant (Youssef GERGES sur 2 ans) et financement d'une ingénieur de recherche (Céline SANDIER) sur 3 ans. Coût global 5.2 M€, Financement public 1.7 M€ dont part INSA-LVA 410 k€. Collaboration RenaultTrucks-ACOEM Group-ArcelorMittal-A2Mac1-Altran-LVA-FEMTO ST. Publications et production scientifique associées : 2 articles JSV **A**[5, 9], 10 communications **C**[17, 18, 20, 22, 23, 26, 32–34, 38] et 3 conférences invitées **I**[6, 12, 13].

- Co-responsable scientifique LVA avec Emmanuel REDON (MCF – LVA) du projet ANR MADNEMS « Microphone A Détection par jauge NEMS », programme ANR Nanotechnologies et Nanosystèmes (P2N) 2011. Projet porté par le CEA Leti. Collaboration CEA-INSA-IM2NP-Neurelec. Novembre 2011 – Novembre 2014. [[Lien URL du descriptif du projet](#)]. Coût global

2.8 M€, Aide ANR 1.1 M€ dont part INSA-LVA 170 k€. Recrutement et co-encadrement de deux post-doctorants (Thierry VERDOT sur 19 mois et Cécile GUIANVARC'H sur 15 mois). Publications et production scientifique associées : 1 article AAA **A**[8], 5 communications **C**[16, 19, 21, 24, 29]

- Collaboration avec Marc RÉBILLAT (MCF - PIMM – Arts et Métiers ParisTech) et Jérôme ANTONI (Prof. - LVA) sur la thématique de l'identification des non-linéarités des structures vibrantes, suite au co-encadrement d'un stage de master recherche M2 (Maxime GALLO, 2014). Publication et production scientifique associées : 1 article JMES **A**[6], 1 communication **C**[28] et 1 conférence invitée **I**[8].

- Porteur, et co-responsable scientifique et administratif avec Renaud RINALDI (MCF – MATEIS) du projet VIVARIUM "Vieillesse Vibro-Acoustique de matériaux Multicouches". Projet « "Bonus Qualité Recherche" (BQR) financé par la Direction de la Recherche de l'INSA Lyon. Collaboration entre les laboratoires LVA et MATEIS en lien avec l'entreprise ArcelorMittal. 2014-2015. Budget de 38 k€ dont part LVA 28.5 k€. Publications et production scientifique associées : 3 articles JSV **A**[11–13], 3 communications **C**[31, 37, 47] et 1 conférence invitée **I**[15].

- Co-responsable scientifique et administratif LVA avec Nicolas TOTARO (Prof. - LVA) du projet CARNOT I@L MHYRIAM (Architecturation de la couche polymère des Matériaux Hybrides Rigides et Amortissants). Projet porté par Renaud Rinaldi (MCF-MATEIS). Collaboration forte entre les laboratoires LVA, MATEIS et IMP. 2016-2017. [\[Lien URL du descriptif du projet\]](#). Budget global 200 k€, part LVA 60 k€. Recrutement et co-encadrement d'un postdoctorant (Corentin CHESNAIS). Publications et production scientifique associées : 2 communications **C**[43, 47] et 3 conférences invitées **I**[11, 14, 15].

- Responsable scientifique et administratif LVA du projet ANR MAESSTRO « Modélisations Acoustiques, Expérimentations et Synthèse Sonore pour Tables d'harmonie de piano » (définitif : Stimuler le renouveau industriel). Projet porté par Xavier BOUTILLON (LMS, Ecole Polytechnique). Collaborations X-INSA-ENSTA-ENPC-SPCP Piano Technologies. Décembre 2014- Octobre 2019. [\[Lien URL du descriptif du projet\]](#). Coût global 1.8 M€, Aide ANR 470 k€ dont part INSA-LVA 82 k€. Recrutement et encadrement d'un doctorant puis postdoctorant (Benjamin TRÉVISAN). Collaborations fortes avec Stephen PAULELLO ainsi qu'avec le laboratoire Navier de l'École des Ponts ParisTech : Pierre MARGERIT, Jean-François CARON, Arthur LEBÉE. Publications et production scientifique associées : 3 articles (2 JASA, 1 JSV) **A**[7, 10, 14], 6 communications **C**[30, 35, 39–41, 48], et 3 conférences invitées **I**[7, 9, 10].

- Collaborations depuis 2020 avec Fabien CHEVILLOTTE - Fabien MARCHETTI - François-Xavier BÉCOT (MATELYS Research Lab) et Emmanuel GOURDON (LTDS - ENTPE) sur les problématiques de condensation de modèles multicouches :

- Comparaison de modèles équivalents (Thèse d'Uthayasuriyan ARASAN, une communication **C**[50])
- Modélisation de sandwichs épais avec respiration (mode symétrique) dans l'épaisseur : 1 article JSV **A**[18]
- Prise en compte des interfaces complexes (Thèse de doctorat de Nicolas AUQUIER en cours, une communication **C**[52]).

### II.2.3 Prix et distinctions

- Lauréat du Best Student Paper Award in Structural Acoustics and Vibration - Second Prize, décerné par le Comité Technique d'Acoustique et Vibration des Structures (SAVTC) de la Société Américaine d'Acoustique (ASA), lors du congrès Acoustics'08, Paris, Juillet 2008, **C**[4].

- Bourse de l'International Commission for Acoustics (ICA Young Scientist Grants), pour la participation au 20th International Congress on Acoustics, Sydney, 23rd-27th August 2010, **C**[7]

- Bourse de la Société Française d'Acoustique (SFA), groupe GSAM (Groupe Spécialisé d'Acoustique Musicale), pour la participation au International Symposium on Music Acoustics, ISMA 2010, Sydney and Katoomba, 26-31 August, 2010, C[6].
- Prix VISHNO Challenge 2014 - (Vibrations SHocks and NOise, Aix-en Provence; 17-19 Juin 2014) : <https://sites.google.com/site/vishno2014/vishno-challenge-1>
- Titulaire de la Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche (PEDR) depuis 2015. Note globale CNU : A (Septembre 2019).

#### II.2.4 Expertise scientifique pour des instances internationales et nationales, relecture d'articles pour revues internationales à comité de lecture

- Expertise scientifique pour l'IRSSST-Canada (Institut de recherche Robert-Sauvé en santé et en sécurité du travail) d'un protocole de recherche (2020).
- Expertise scientifique pour l'ANRT (Association Nationale de la Recherche et de la Technologie) d'un dossier CIFRE pour une bourse de doctorat (2017).
- Expertises régulières d'articles pour les revues Journal of Sound and Vibration, Journal of the Acoustical Society of America, MSSP, Applied Acoustics, Journal of Vibration and Acoustics, Acta Acustica. Liste non exhaustive disponible sur *publons.com* : <https://publons.com/researcher/1473312/kerem-ege/peer-review/>.

#### II.2.5 Participation à des jurys de thèses

Outre les trois jurys de thèses de mes doctorants HaDong HWANG (thèse soutenue le 05/06/2015), Benjamin TRÉVISAN (thèse soutenue le 07/12/2016) et Fabien MARCHETTI (thèse soutenue le 16/12/2019), j'ai participé à deux jurys de thèse extérieurs à l'INSA en tant qu'**examineur** :

- Capucine CARLIER, *An approach of spruce and maple "Resonance wood" : selection criteria and variability of material in Violin making from the points of view of craftsmanship, mechanics, acoustics and sensory perception*, thèse soutenue le 2 décembre 2016 à l'Université de Montpellier (Directeurs de thèse : Iris BRÉMAUD et Joseph GRIL).
- Jin Jack TAN, *Piano acoustics : string's double polarisation and piano source identification*, thèse soutenue le 30 novembre 2017 à l'Université Paris Saclay (ENSTA ParisTech) (Directeurs de thèse : Cyril TOUZÉ et Benjamin COTTÉ)

J'ai également participé à un jury de thèse extérieur à l'INSA en tant qu'**invité** :

- Romain VIALA, *Towards a model-based decision support tool for stringed musical instrument making*, thèse soutenue le 11 septembre 2018 à l'Université de Bourgogne Franche-Comté (FEMTO-ST) (Directeurs de thèse : Scott COGAN et Vincent PLACÉ)

#### II.2.6 Organisation de conférences, workshops et chairman de sessions de congrès

- Co-organisateur et membre du comité scientifique de l'école d'été Up2HF organisée par le LVA et le LTDS et financée par le laboratoire d'excellence CeLyA (1-2-3 Juillet 2015), avec Alain LE BOT, Nicolas TOTARO et Laurent MAXIT, <http://up2hf.sciencesconf.org/>
- Co-organisateur avec Thomas HÉLIE (DR, IRCAM-CNRS-UPMC) des premières journées *Technique de Contrôle en Vibrations, Acoustique et Musique (TCVAM)*, (Journée scientifique GVB/GSAM de la SFA), Novembre 2015 à l'IRCAM <https://intranet.sfa.asso.fr/archives/J92-TCVAM2015/>
- Chairman de plusieurs sessions au Congrès Français d'Acoustique 2016 et 2018 et au e-Forum Acusticum 2020 :

- Session *Vibroacoustique des instruments de musique* avec Jean-Loïc LE CARROU (MCF – UPMC) et session *Technique de Contrôle en Vibrations, Acoustique et Musique (TCVAM)* avec Thomas HÉLIE au CFA 2016, Le Mans.
- Session *Vibroacoustique des instruments de musique* avec Frédéric ABLITZER (MCF – LAUM) au CFA 2018, Le Havre.
- Session *Vibro-acoustics of composite and lightweight structures* au e-Forum Acusticum 2020, Lyon, avec Bert ROOZEN, Elcke DECKERS et Adrien PELAT.

## II.2.7 Contrats industriels et valorisation de la recherche

- Co-responsable scientifique et administratif avec Quentin LECLÈRE d'un contrat industriel confidentiel portant sur la caractérisation de structures multicouches par vibrométrie laser, 2021.

- Co-responsable scientifique et administratif avec Céline SANDIER (Ingénieur de Transfert – LVA) d'un contrat industriel liant un horloger suisse (confidentiel) et le LVA, portant sur une étude vibro-acoustique visant à maximiser le son rayonné par un modèle de montre à grande complication de type répétition minute (modélisation analytique, dimensionnement, calculs éléments finis, mesures vibro-acoustiques). Contrat INSAVALOR (Filiale de valorisation de la recherche de l'INSA) 2012-2016.

- Co-responsable scientifique et administratif avec Céline SANDIER d'un contrat industriel INSAVALOR avec Al-Lighting <https://www.al-lighting.com/> pour la mesure des facteurs de pertes viscoélastiques de matériaux type polymère pour feux arrière d'automobile, 2016.

- Le violon dont la table d'harmonie a été remplacé par une structure en composites (sandwich balsa/fibre de lin) conçue au cours de ma thèse de doctorat avec Jean-François CARON (DR CNRS – UMR Navier – École des Ponts) et deux étudiants de l'École Polytechnique (voir [https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/558490/filename/AMAC\\_Ege\\_Caron.pdf](https://hal.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/558490/filename/AMAC_Ege_Caron.pdf)) a figuré au catalogue de l'exposition itinérante internationale Futurotextile, Lille 3000 voir <http://www.futurotextiles.com/>, 2011-2017.

## II.3 Publications, communications et mémoires

18 articles publiés dans des revues internationales de rang A (13 JSV - 2 JASA - 1 MSSP - 1 JMES - 1 AAA), 52 communications en conférences, 17 conférences et séminaires invités<sup>2</sup>.

### Article dans des revues à comité de lecture

- [A1] Kerem Ege, Xavier Boutillon, and Bertrand David. High-resolution modal analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 325(4-5) :852–869, 2009. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00413250>, doi:10.1016/j.jsv.2009.04.019.
- [A2] Xavier Boutillon and Kerem Ege. Vibroacoustics of the piano soundboard : Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime. *Journal of Sound and Vibration*, 332(18) :4261–4279, 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00817271>, doi:10.1016/j.jsv.2013.03.015.
- [A3] François Blanc, Cyril Touzé, Jean-François Mercier, Kerem Ege, and Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia. On the numerical computation of nonlinear normal modes for reduced-order

---

2. La liste de mes articles et conférences (mise à jour de manière régulière) est disponible ici : <https://cv.archives-ouvertes.fr/keremege>.

- modelling of conservative vibratory systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 36(2) :520–539, 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00772317>, doi : [10.1016/j.ymssp.2012.10.016](https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.10.016).
- [A4] Kerem Ege, Xavier Boutillon, and Marc Rébillat. Vibroacoustics of the piano soundboard : (Non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency ranges. *Journal of Sound and Vibration*, 332(5) :1288–1305, 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00743291>, doi : [10.1016/j.jsv.2012.10.012](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.10.012).
- [A5] Laurent Maxit, Kerem Ege, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. Non resonant transmission modelling with Statistical modal Energy distribution Analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 333(2) :499–519, 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00872485>, doi : [10.1016/j.jsv.2013.09.007](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.09.007).
- [A6] Marc Rébillat, Kerem Ege, Maxime Gallo, and Jérôme Antoni. Repeated exponential sine sweeps for the autonomous estimation of nonlinearities and bootstrap assessment of uncertainties. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 230(6) :1007–1018, 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01253861>, doi : [10.1177/0954406215620685](https://doi.org/10.1177/0954406215620685).
- [A7] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Vibroacoustics of orthotropic plates ribbed in both directions : Application to stiffened rectangular wood panels. *Journal of the Acoustical Society of America*, 139(1) :227–246, 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01260373>, doi : [10.1121/1.4939706](https://doi.org/10.1121/1.4939706).
- [A8] Thierry Verdot, Emmanuel Redon, Kerem Ege, Jaroslaw Czarny, Cécile Guianvarc’h, and Jean-Louis Guyader. Microphone with planar nano-gauge detection : fluid-structure coupling including thermoviscous effects. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(3) :517–529, 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01310567>, doi : [10.3813/AAA.918969](https://doi.org/10.3813/AAA.918969).
- [A9] Ha Dong Hwang, Laurent Maxit, Kerem Ege, Youssef Gerges, and Jean-Louis Guyader. SmEdA vibro-acoustic modelling in the mid-frequency range including the effect of dissipative treatments. *Journal of Sound and Vibration*, 393 :187–215, 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01444453>, doi : [10.1016/j.jsv.2017.01.024](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.01.024).
- [A10] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. A modal approach to piano soundboard vibroacoustic behavior. *Journal of the Acoustical Society of America*, 141(2) :690–709, 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01456083>, doi : [10.1121/1.4974860](https://doi.org/10.1121/1.4974860).
- [A11] Bert Roozen, Quentin Leclère, Kerem Ege, and Youssef Gerges. Estimation of plate material properties by means of a complex wavenumber fit using Hankel’s functions and the image source method. *Journal of Sound and Vibration*, 390 :257–271, 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01409628>, doi : [10.1016/j.jsv.2016.11.037](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.11.037).
- [A12] Bert Roozen, Ludovic Labelle, Quentin Leclère, Kerem Ege, and Salvador Alvarado. Non-contact experimental assessment of apparent dynamic stiffness of constrained-layer damping sandwich plates in a broad frequency range using a Nd :YAG pump laser and a laser Doppler vibrometer. *Journal of Sound and Vibration*, 395 :90–101, 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01467513>, doi : [10.1016/j.jsv.2017.02.012](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.02.012).

- [A13] Kerem Ege, N. B. Roozen, Quentin Leclère, and Renaud G. Rinaldi. Assessment of the apparent bending stiffness and damping of multilayer plates ; modelling and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 426 :129–149, 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01778160>, doi:10.1016/j.jsv.2018.04.013.
- [A14] Pierre Margerit, Arthur Lebée, Jean-François Caron, Kerem Ege, and Xavier Boutillon. The High-Resolution Wavevector Analysis for the characterization of the dynamic response of composite plates. *Journal of Sound and Vibration*, 458 :177–196, 2019. URL : <https://hal-enpc.archives-ouvertes.fr/hal-02162864>, doi:10.1016/j.jsv.2019.06.026.
- [A15] Fabien Marchetti, Kerem Ege, Quentin Leclère, and N.B. Roozen. On the structural dynamics of laminated composite plates and sandwich structures ; a new perspective on damping identification. *Journal of Sound and Vibration*, 474 :115256, 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02486739>, doi:10.1016/j.jsv.2020.115256.
- [A16] Fabien Marchetti, Kerem Ege, and Quentin Leclère. Development of the Corrected Force Analysis Technique for laminated composite panels. *Journal of Sound and Vibration*, 490 :115692, 2021. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02939456>, doi:10.1016/j.jsv.2020.115692.
- [A17] Fabien Marchetti, N. B. Roozen, Joost Segers, Kerem Ege, Mathias Kersemans, and Quentin Leclère. Experimental methodology to assess the dynamic equivalent stiffness properties of elliptical orthotropic plates. *Journal of Sound and Vibration*, 495 :115897, 2021. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03040106>, doi:10.1016/j.jsv.2020.115897.
- [A18] Fabien Marchetti, Uthayasuriyan Arasan, Fabien Chevillotte, and Kerem Ege. On the condensation of thick symmetric multilayer panels including dilatational motion. *Journal of Sound and Vibration*, 502 :116078, June 2021. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03164592>, doi:10.1016/j.jsv.2021.116078.

### Congrès internationaux et nationaux avec et sans actes

- [C1] Sergio Bellizzi, Kerem Ege, and Christophe Vergez. Réduction d'un modèle physique de cuivre pour la synthèse sonore : approche par modes propres orthogonaux (Proper Orthogonal Decomposition). In *8ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2006*, pages 869–872, Tours, France, Avril 2006. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00093621>.
- [C2] Kerem Ege and Antoine Chaigne. End conditions of piano strings. In *International Symposium on Musical Acoustics, ISMA 2007*, pages 2–P2–2, Barcelona, Spain, Septembre 2007. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558487>.
- [C3] Kerem Ege, Xavier Boutillon, Bertrand David, and José Lozada. Estimation modale haute résolution. In *18ème Congrès Français de Mécanique*, Grenoble, France, 2007.
- [C4] Kerem Ege, Xavier Boutillon, and Bertrand David. High resolution modal analysis. In *Acoustics '08*, volume 123, page 3062, Paris, France, Juin 2008. URL : <https://hal-polytechnique.archives-ouvertes.fr/hal-00477701>, doi:10.1121/1.2932803.
- [C5] Kerem Ege, Xavier Boutillon, and Bertrand David. Analyse modale haute résolution. In *9e colloque national en calcul des structures*, page 6 p., Giens, France, Mai 2009. URL : <https://hal-polytechnique.archives-ouvertes.fr/hal-00477698>.

- [C6] Kerem Ege and Xavier Boutillon. Synthetic description of the piano soundboard mechanical mobility. In *20th International Symposium on Music Acoustics, ISMA 2010*, page 5, Sydney and Katoomba, Australia, Août 2010. <http://isma2010.phys.unsw.edu.au/proceedings/>. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558193>.
- [C7] Kerem Ege and Xavier Boutillon. Vibrational and acoustical characteristics of the piano soundboard. In *20th International Congress on Acoustics, ICA 2010*, page 427, Sydney, Australia, Août 2010. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558187>.
- [C8] Kerem Ege, Jean-François Caron, Stéphane Marcadet, and Hugo Martin. Remplacement de la table d'harmonie du violon par un sandwich balsa/fibre de lin. In *Journées Scientifiques et Techniques AMAC - Matériaux composites renforcés par des fibres végétales*, Lorient, France, Juin 2010. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558490>.
- [C9] François Blanc, Kerem Ege, Cyril Touzé, Jean-François Mercier, and Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia. Sur le calcul numérique des modes non linéaires. In *CFM 20111 - 20ième Congrès Français de Mécanique*, pages 1–6, Besançon, France, Août 2011. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00627519>.
- [C10] Rémy Dejaeger, Guillaume Jourdan, Kerem Ege, Q. Leclere, Stéphane Fanget, Jean-Louis Guyader, and Philippe Robert. Le haut-parleur digital, modélisation et réalisation expérimentale. In *20ème Congrès Français de Mécanique (CFM 2011)*, page Article no 273 / session no 12, Besançon, France, Août 2011. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00626969>.
- [C11] Kerem Ege, Marc Rébillat, and Xavier Boutillon. Estimations of non-linearities in structural vibrations of string musical instruments. In *Acoustics 2012*, pages [No 470], 1211–1216, Nantes, France, Avril 2012. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00741129>.
- [C12] Xavier Boutillon, Kerem Ege, and Stephen Paulello. Comparison of the vibroacoustical characteristics of different pianos. In Société Française d'Acoustique, editor, *Acoustics 2012*, pages [No 522], 2743–2748, Nantes, France, Avril 2012. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00741170>.
- [C13] Kerem Ege, Thibault Boncompagne, Bernard Laulagnet, and Jean-Louis Guyader. Experimental estimations of viscoelastic properties of multilayer damped plates in broad-band frequency range. In *InterNoise 2012*, page 905, New York, United States, Août 2012. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00740677>.
- [C14] Rémy Dejaeger, Fabrice Casset, B. Desloges, Gwenael Le Rhun, Philippe Robert, Stéphane Fanget, Q. Leclere, Kerem Ege, and Jean-Louis Guyader. Development and Characterization of a Piezoelectrically Actuated MEMS Digital Loudspeaker. In *26th European Conference on Solid-State Transducers, EUROSENSOR 2012*, volume 47 of *Procedia Engineering*, pages 184–187, Krakow, Poland, Septembre 2012. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00903735>, [doi:10.1016/j.proeng.2012.09.114](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.114).
- [C15] Julie Drouet, Quentin Leclère, Kerem Ege, and Etienne Parizet. Noise source separation in diesel engines : application to acoustic listening tests. In *ISMA2012-USD2012*, volume Proceedings of ISMA2012 of *Proceedings of ISMA2012*, pages 3109–3120, Leuven, Belgium, Septembre 2012. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00864109>.



- [C16] Thierry Verdot, Cécile Guianvarc'h, Jaroslaw Czarny, Emmanuel Redon, Kerem Ege, and Jean-Louis Guyader. Modélisation d'une architecture innovante de microphone MEMS à détection par nano jauges. In *XXIe Congrès Français de Mécanique (CFM 2013)*, page 6, Bordeaux, France, Août 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823986>.
- [C17] Jean-Louis Guyader, Ha Dong Hwang, and Kerem Ege. Sandwich patch with thermo-viscous fluid core, for increasing damping of panels. In *20th International Congress on Sound and Vibration, ICSV20*, page #17, Bangkok, Thailand, Juillet 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823973>.
- [C18] Ha Dong Hwang, Kerem Ege, Laurent Maxit, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. A methodology for including the effect of a damping treatment in the mid-frequency domain using SmEdA method. In *20th International Congress on Sound and Vibration, ICSV20*, page #52, Bangkok, Thailand, Juillet 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823971>.
- [C19] Cécile Guianvarc'h, Thierry Verdot, Jaroslaw Czarny, Emmanuel Redon, Kerem Ege, Jean-Louis Guyader, Arnaud Walther, and Philippe Robert. New planar nano-gauge detection microphone : Analytical and numerical acoustic modeling. In *21st International Congress on Acoustics (ICA 2013)*, volume 19 of *Proceedings of Meetings on Acoustics*, page 2pEAa2., Montréal, Canada, Juin 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823979>, doi:10.1121/1.4800608.
- [C20] Laurent Maxit, Kerem Ege, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. Extension of SmEdA (Statistical model Energy distribution Analysis) to non-resonant transmission. In *21st International Congress on Acoustics (ICA 2013)*, volume 19 of *Proceedings of Meetings on Acoustics*, page 065076, Montréal, Canada, Juin 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823977>, doi:10.1121/1.4799564.
- [C21] Jaroslaw Czarny, Arnaud Walther, B. Desloges, Philippe Robert, Emmanuel Redon, Thierry Verdot, Kerem Ege, Cécile Guianvarc'H, and Jean-Louis Guyader. New architecture of MEMS microphone for enhanced performances. In *2013 International Semiconductor Conference Dresden-Grenoble, ISCDG 2013*, pages 1–4, Dresden, Germany, Septembre 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00903737>, doi:10.1109/ISCDG.2013.6656312.
- [C22] Youssef Gerges, Kerem Ege, Laurent Maxit, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. Mid Frequency Vibroacoustic Modeling of an Innovative Lightweight Cab - Floor/Cavity Interaction. In *XIX-th symposium Vibrations, SHocks & NOise (VISHNO)*, Aix-en-Provence, France, Juin 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00994175>.
- [C23] Ha Dong Hwang, Kerem Ege, Laurent Maxit, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. Equivalent Damping Modeling In the Framework of SmEdA. In *XIX-th symposium Vibrations, SHocks & NOise (VISHNO)*, Aix-en-Provence, France, Juin 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00994171>.
- [C24] Jaroslaw Czarny, Thierry Verdot, Emmanuel Redon, Arnaud Walther, Hélène Lhermet, B. Desloges, Kerem Ege, Philippe Robert, and Jean-Louis Guyader. Novel architecture of MEMS microphone that employs deflecting micro beams and piezoresistive nano gauges.

- In *12ème Congrès Français d'Acoustique, CFA2014*, pages 189–195, Poitiers, France, Avril 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00993961>.
- [C25] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Développement d'une méthode analytique pour la prédiction des mécanismes vibro-acoustiques des plaques orthotropes raidies de forme quelconques : application à la table d'harmonie de piano. In *12ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2014*, pages 1093–1099, Poitiers, France, Avril 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00993873>.
- [C26] Ha Dong Hwang, Kerem Ege, Laurent Maxit, Nicolas Totaro, and Jean-Louis Guyader. A methodology for including the effect of dissipative treatments in the mid-frequency domain using SmEdA method - Comparison with experiments. In *12ème Congrès Français d'Acoustique, CFA2014*, pages 1425–1431, Poitiers, France, Avril 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00993944>.
- [C27] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Prediction of orthotropic ribbed plates' vibro-acoustics mechanisms : application to the piano soundboard. In *International Symposium on Musical Acoustics, ISMA 2014*, page ISMA2014/40, Le Mans, France, Juillet 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00994257>.
- [C28] Maxime Gallo, Kerem Ege, Marc Rébillat, and Jérôme Antoni. A multi-sine sweep method for the characterization of weak non-linearities ; plant noise and variability estimation. In *NOVEM 2015 - Noise and Vibration - Emerging Technologies*, number 48798, pages 1–8, Dubrovnik, Croatia, Avril 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01219128>.
- [C29] Jaroslaw Czarny, Emmanuel Redon, Thierry Verdot, Kerem Ege, and Jean-Louis Guyader. Novel architecture of MEMS microphone with piezoresistive nano gauges detection. In *Noise and vibration : Emerging methods - NOVEM 2015*, page 49226, Dubrovnik, Croatia, Avril 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217634>.
- [C30] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Piano soundboard vibro-acoustic modeling through decomposition on the basis of orthotropic simply supported unribbed plate modes. In *Noise and vibration : Emerging methods - NOVEM 2015*, page 48404, Dubrovnik, Croatia, Avril 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217074>.
- [C31] Kerem Ege, Valentin Henry, Q. Leclere, R.G. Rinaldi, and Céline Sandier. Vibrational behavior of multi-layer plates in broad-band frequency range : comparisons between experimental and theoretical estimations. In *InterNoise 2015*, page 218, San Francisco, United States, Août 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01215310>.
- [C32] Youssef Gerges, Ha Dong Hwang, Kerem Ege, Laurent Maxit, and Céline Sandier. Vibroacoustic modeling of a trimmed truck cab in the mid frequency range. In *InterNoise 2015*, page 60, San Francisco, United States, Août 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217633>.
- [C33] Youssef Gerges, Ha Dong Hwang, Kerem Ege, Laurent Maxit, and Céline Sandier. Modélisation du Comportement Vibroacoustique d'une Cabine de Camion en Moyenne Fréquence avec Prise en Compte des Habillages. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2015*, Lyon, France, Août 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217635>.

- [C34] Arnaud Bastiat, Céline Sandier, Youssef Gerges, Fabien Acher, Pascal Vouagner, Cécile Deslot, and Kerem Ege. Comportement vibro-acoustique d'une cabine de camion : comparaison numérique/expérimentale en basses fréquences. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2015*, Lyon, France, Août 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217640>.
- [C35] Pierre Margerit, Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Caractérisation Vibro-Acoustique d'une table d'harmonie de Piano droit – Comparaison Mesures / Modèle Analytique. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2015*, Lyon, France, Août 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217078>.
- [C36] Marc Rébillat, Kerem Ege, Nazih Mechbal, and Jérôme Antoni. Repeated exponential sine sweeps for the autonomous estimation of nonlinearities and bootstrap assessment of uncertainties. In *Workshop on Nonlinear System Identification Benchmarks*, Brussels, Belgium, Avril 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01314069>.
- [C37] Bert Roozen, Ludovic Labelle, Christ Glorieux, Quentin Leclere, and Kerem Ege. Experimental assessment of structure-borne wave speed and damping from displacement field measurements. In *DAGA Conference - 42. Deutsche Jahrestagung für Akustik*, Aachen, Germany, Mars 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01597900>.
- [C38] Fabien Acher, Céline Sandier, Youssef Gerges, and Kerem Ege. Simulation of the vibro-acoustic response of a truck cabin in low frequency range including the effect of the acoustic treatments; comparison with experiments. In *SIA Automotive NVH Comfort International Conference*, Le Mans, France, Octobre 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01597899>.
- [C39] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Description des mécanismes vibro-acoustiques d'une table d'harmonie de piano par une approche analytique. In *13ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2016 - VISHNO*, pages 13–19, Le Mans, France, Avril 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01316312>.
- [C40] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Étude de sensibilité des paramètres de table d'harmonie de piano sur la synthèse acoustique : résolution temporelle des equations couplées corde-table. In *13ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2016 - VISHNO*, pages 21–27, Le Mans, France, Avril 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01316317>.
- [C41] Pierre Margerit, Arthur Lebé, Jean-François Caron, Kerem Ege, and Xavier Boutillon. Identification haute résolution de nombres d'ondes pour la caractérisation des stratifiés anisotropes. In *Journées Nationales sur les Composites 2017*, page 151985, 77455 Champs-sur-Marne, France, Juin 2017. École des Ponts ParisTech (ENPC). URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01621542>.
- [C42] Fabien Marchetti, Kerem Ege, and Quentin Leclère. Modèle monocouche équivalent de plaque multicouche orthotrope. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2017*, Lille, France, Août 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01581435>.
- [C43] Marta Gallo, R.G. Rinaldi, Laurent Chazeau, J.-M. Chenal, Francois Ganachaud, Quentin Leclère, Kerem Ege, and Nicolas Totaro. Versatile hybrid sandwich composite combining

- large stiffness and high damping : spatial patterning of the viscoelastic core layer. In *Acoustics'2017 Boston, 173rd Meeting of the Acoustical Society of America and the 8th Forum Acusticum*, Boston, United States, Juin 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01585494>, doi:10.1121/1.4987867.
- [C44] Benjamin Trévisan, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Vibroacoustic Modelling of Piano Soundboards through Analytical Approaches in Frequency and Time Domains. In Springer, editor, *35th IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics 2017*, volume 3 of *Model Validation and Uncertainty Quantification, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, Garden Grove, United States, Janvier 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01598986>, doi:10.1007/978-3-319-54858-6\\_8.
- [C45] Fabien Marchetti, Kerem Ege, and Quentin Leclère. Localisation and identification of sources on laminated structures : extension of CFAT method. In *Noise and vibration : Emerging methods - NOVEM 2018*, page 171981, Ibiza, Spain, Mai 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01790339>.
- [C46] Fabien Marchetti, Kerem Ege, and Quentin Leclère. Extension de la méthode CFAT aux structures stratifiées. In *14ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2018*, Le Havre, France, Avril 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01790341>.
- [C47] Kerem Ege, Marta Gallo, Quentin. Leclère, R.G. Rinaldi, N. B. Roozen, and Nicolas Totaro. Modeling, designing and measuring hybrid sandwich composite panels with optimized damping properties. In *Acoustic Black Holes and Structured Plates for Vibration Control, ABH2018*, Le Mans, France, Mai 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01787704>.
- [C48] Benjamin Elie, Xavier Boutillon, Juliette Chabassier, Kerem Ege, Bernard Laulagnet, Benjamin Trévisan, Benjamin Cotté, and Nicolas Chauvat. MAESSTRO : A sound synthesis framework for Computer-Aided Design of piano soundboards. In *ISMA 2019*, Detmold, Germany, Septembre 2019. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02281818>.
- [C49] Fabien Marchetti, Kerem Ege, Quentin Leclère, and N.B. Roozen. Structural damping definitions of multilayered plates. In *ISMA2020-USD2020*, Leuven, Belgium, Septembre 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03131420>.
- [C50] Uthayasuriyan Arasan, Fabien Marchetti, Fabien Chevillotte, Bécot François-Xavier, Kerem Ege, Dimitrios Chronopoulos, and Emmanuel Gourdon. Comparison of equivalent plate models using wavenumber approach. In *Forum Acusticum*, pages 3327–3330, Lyon, France, Décembre 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03235489>, doi:10.48465/fa.2020.0932.
- [C51] Fabien Marchetti, Bert Roozen, Kerem Ege, Quentin Leclere, Mathias Kersemans, and Joost Segers. Dynamic characterisation of a honeycomb sandwich structure in a wide frequency range. In *Forum Acusticum*, pages 3313–3317, Lyon, France, Décembre 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03235431>, doi:10.48465/fa.2020.0197.
- [C52] Nicolas Auquier, Kerem Ege, and Emmanuel Gourdon. Equivalent dynamic model of multilayered structures with imperfect interfaces : application to a three-layer plate with

sliding interfaces. In *SAPEM 2021*, West Lafayette, IN, United States, Mars 2021. Purdue University and Matelys. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03274699>.

### Conférences et séminaires invités

- [I1] Kerem Ege. Identification modale en moyennes fréquences - Journée GSAM SFA. In *Journée "Méthodes haute-résolution appliquées aux signaux audiofréquences et vibro-acoustiques" organisée par le GSAM de la SFA*, Paris, France, Décembre 2011. Workshop organisé par Bertrand David et Roland Badeau le 13 Décembre 2011 à Télécom ParisTech. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00742109>.
- [I2] Kerem Ege. Comportement vibratoire d'une table d'harmonie de piano en basses et moyennes fréquences - Journée GSAM SFA. In *Journée "Méthodes haute-résolution appliquées aux signaux audiofréquences et vibro-acoustiques" organisée par le GSAM de la SFA*, Paris, France, Décembre 2011. Workshop organisé par Bertrand David et Roland Badeau le 13 Décembre 2011 à Télécom ParisTech. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00742110>.
- [I3] Kerem Ege and Xavier Boutillon. Global and local synthetic descriptions of the piano soundboard. In *Forum Acusticum 2011*, number 000138, pages 473–478, Aalborg, Denmark, Juin 2011. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00626852>.
- [I4] Xavier Boutillon and Kerem Ege. Vibration model of piano soundboards. In *Waves 2013*, Tunis, Tunisia, Juin 2013. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00817740>.
- [I5] Kerem Ege and Stephen Paulello. Vibro-acoustique de la table d'harmonie du piano. In *Conférences de l'Université Ouverte Lyon 1 et du Conservatoire National Supérieur Musique et Danse CNSMD de Lyon - Cycle de conférences : Le son et ses applications*, Lyon, France, Février 2014. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00994586>.
- [I6] Kerem Ege. Mesures et modélisation vibroacoustique en moyennes-fréquences d'une cabine de camion - Prise en compte de l'habillage (Projet CLIC). In *Colloque COROM "Dynamique des structures : recherche et applications"*, Besançon, France, Mars 2015. Institut FEMTO-ST / Département Mécanique appliquée. Workshop organisé par Morvan Ouisse et Emmanuel Foltête les 23 et 24 Mars 2015 à l'Institut FEMTO-ST / Département Mécanique appliquée. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217642>.
- [I7] Benjamin Trévisan, Pierre Margerit, Kerem Ege, and Bernard Laulagnet. Comparisons between measured and predicted vibroacoustics characteristics of an upright piano soundboard. In *Vienna Talk 2015*, page 44, Vienna, Austria, Septembre 2015. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217077>.
- [I8] Marc Rébillat, Kerem Ege, Maxime Gallo, and Jérôme Antoni. Repeated exponential sine sweeps for the autonomous estimation of nonlinearities and bootstrap assessment of uncertainties. In *Journées du GDR DYNOLIN*, volume 230, pages 1007–1018, Lyon, France, Octobre 2015. GDR DYNOLIN. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01219154>.
- [I9] Kerem Ege. Vibro-acoustique de la table d'harmonie du piano - EuroPiano France. In *Journées professionnelles 2016 EuroPiano France, "Les rencontres techniques"*, Tours, France, Mai 2016. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01317476>.

- [I10] Kerem Ege and Stephen Paulello. Vibro-acoustique de la table d’harmonie du piano - L’opus 102 de Stephen Paulello. In *Stephen Paulello présente l’opus 102 ” Le piano de demain”*, *Rencontres, Conférences, Concert, au Conservatoire de Lyon*, Lyon, France, Mars 2017. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01918170>.
- [I11] Corentin Chesnais, Marta Gallo, R.G. Rinaldi, Kerem Ege, Nicolas Totaro, and Quentin Leclere. Analyse du comportement mécanique d’un matériau multicouches aux propriétés de raideur et d’amortissement contrôlées localement par irradiation UV. In *14ème Congrès Français d’Acoustique, CFA 2018*, Le Havre, France, Avril 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01790340>.
- [I12] Fabien Acher, Kerem Ege, Céline Sandier, and Youssef Gerges. Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cabin in Low Frequency Range to Tackle the Challenge of Weight Reduction. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1549, Graz, Austria, Juin 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01829410>, doi:10.4271/2018-01-1549.
- [I13] Laurent Maxit, Jean-Louis Guyader, Kerem Ege, Youssef Gerges, Ha Dong Hwang, and Céline Sandier. SmEdA Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cab in the Mid-Frequency Range. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1506, Graz, Austria, Juin 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01829435>, doi:10.4271/2018-01-1506.
- [I14] Marta Gallo, Corentin Chesnais, Kerem Ege, Quentin Leclere, Nicolas Totaro, and R.G. Rinaldi. Spatial Patterning of the Viscoelastic Core Layer of a Hybrid Sandwich Composite Material to Trigger Its Vibro-Acoustic Performances. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1500, Graz, Austria, Juin 2018. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01828985>, doi:10.4271/2018-01-1500.
- [I15] Kerem Ege. Modèles dynamiques équivalents et caractérisations vibroacoustiques de structures multicouches anisotropes en large bande fréquentielle. In *Séminaire du Laboratoire de Mécanique et d’Acoustique, LMA*, Marseille, France, Janvier 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217642>.
- [I16] Kerem Ege and Julien Colmars. Musical acoustics as learning support for engineers : examples of student achievements at mechanical engineering department - INSA Lyon. In *Forum Acusticum*, pages 1881–1885, Lyon, France, Décembre 2020. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03234062>, doi:10.48465/fa.2020.0958.
- [I17] Kerem Ege and Pierre Margerit. Mécanique, acoustique et facture instrumentale du piano : vers le développement de tables d’harmonies en matériaux composites. In *Festival Pop’Sciences 2021 à Jazz à Vienne*, Vienne, France, Juillet 2021. Université de Lyon. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03290166>.

## Mémoires de Master 2 Recherche et de Doctorat

- [M1] Kerem Ege. *Étude des conditions aux limites des cordes du piano*. Rapport de Master Recherche M2, École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA) - Unité de

Mécanique (UME), Août 2006. Directeur de stage : Antoine Chaigne. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03274547>.

- [M2] Kerem Ege. *La table d'harmonie du piano - Études modales en basses et moyennes fréquences*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique X, Décembre 2009. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00460783>.

**Deuxième partie**

**Dossier Recherche**





# Préambule

Dans cette seconde partie de mon mémoire d’habilitation à diriger des recherches je présente une synthèse de mes travaux de recherche effectués au cours de ma thèse et après mon recrutement au LVA en 2010, autour des problématiques de modélisation et de caractérisation dynamique de structures complexes sur une large bande fréquentielle avec un intérêt particulier pour l’identification précise de l’amortissement.

Mon dossier recherche se divise en trois chapitres. Le premier, volet expérimental de mon mémoire et qui s’intitule *Méthodes d’identification en large bande fréquentielle*, est consacré à ma thématique de recherche principale qui découle naturellement du développement de méthodes haute résolution pour le domaine des moyennes fréquences que j’avais initié au cours de mes travaux doctoraux. L’idée a été de poursuivre dans ce sens pour la caractérisation de structures complexes, anisotropes dans les différents domaines fréquentiels d’intérêt pour les problématiques vibroacoustiques industrielles en couplant différentes méthodologies expérimentales complémentaires : *modales* (identification des paramètres modaux de la structure) et *propagatives* (identification des nombres d’ondes complexes de la structure). Le deuxième chapitre, volet *modélisation* de mon mémoire et qui s’intitule *Modèles dynamiques équivalents de structures complexes* synthétise les différentes approches *équivalentes*, analytiques et numériques, que j’ai proposées au cours de mon parcours scientifique pour la modélisation dynamique de systèmes complexes : modélisation des structures planes orthotropes raidies, modélisation des structures multicouches anisotropes, prise en compte des matériaux dissipatifs dans les méthodes énergétiques et prise en compte des effets thermovisqueux en vibroacoustique (échelle MEMS). Le manuscrit se conclut en présentant mon projet de recherche à court et moyen terme, les collaborations et thèses récemment démarrées, les perspectives de développement de mes thématiques de recherches exposées dans ce mémoire et les nouveaux questionnements scientifiques envisagés.

Je tiens à préciser ici que la grande majorité des résultats est, logiquement, tirée des articles publiés dans des revues à comité de lecture conséquents aux travaux de thèse de mes doctorants HaDong HWANG, Benjamin TRÉVISAN et Fabien MARCHETTI, de mes postdoctorants dont Youssef GERGES et Thierry VERDOT, de mes étudiants en master recherche dont Pierre MARGERIT et Maxime GALLO, ainsi que des collaborations mises en place ces 10 dernières années avec Xavier BOUTILLON, Marc RÉBILLAT, Quentin LECLÈRE et Bert ROOZEN ou encore les entreprises ArcelorMittal, ACOEM Group, Volvo Group et MATELYS Research Lab en particulier. La liste complète de mes encadrements, collaborations, et publications est donnée dans la première partie du manuscrit en section II.3. L’origine de chaque résultat et figure extraits sera précisée (articles de journaux, thèses...) tout au long du manuscrit, néanmoins je ne détaillerai pas à chaque fois l’ensemble des communications associées à chaque travail présenté et je renverrai le lecteur à la première partie du dossier où je liste les publications associées à chaque master / thèse / postdoctorat / collaboration nationale / internationale...



# Chapitre I

## Méthodes d'identification en large bande fréquentielle

### I.1 Introduction

La caractérisation expérimentale des structures est un enjeu majeur en vibroacoustique. Essentielle pour la compréhension du comportement dynamique d'un système à différentes échelles (système industriel, structure mécanique, matériau...) elle permet entre autres de valider des modèles analytiques et numériques à des fins de prédiction (par comparaison mesures/calculs après notamment recalage de paramètre, et choix de stratégie de modélisation). L'expérience permet par ailleurs dans le cas de structures complexes (hétérogènes, architecturées en sont des exemples parlants et actuels) d'appréhender des comportements particuliers, non conventionnels, voire *exotique* encore non parfaitement prévisibles par les modèles multi-échelles existants (en particulier pour ce qui est de la modélisation fine de l'amortissement dynamique) malgré les efforts continus de la communauté sur ce point précis. Du fait des diverses applications rencontrées les fréquences d'intérêt pour l'identification de structure couvrent un spectre très large : des premières résonances d'un système vibrant pouvant impacter le comportement de grandes structures (dizaine/centaines de Hz), au spectre audible dans sa globalité pour des problématiques de confort acoustique par exemple (réduction de bruit dans le bâtiment ou dans un habitacle automobile) de l'ordre des centaines / milliers de Hz, jusqu'aux dizaines et centaines de kHz pour certaines applications industrielles en contrôle non destructif notamment ou à des fins de validation de modèles large bande.

La méthode expérimentale *unificatrice* large bande n'existe pas et les techniques développées par la communauté sont - quoi que l'on veuille - cantonnées à un domaine fréquentiel et un mode opératoire particulier. Dès lors la caractérisation de structure efficace large bande passe nécessairement par le développement et le couplage de techniques appropriées pour chaque domaine fréquentiel et complémentaires l'une de l'autre (où l'on identifie tantôt des paramètres modaux, tantôt des paramètres propagatifs) et dont les performances de chacune dépendent de conditions diverses et limitantes (résolution spatiale, durée de la mesure, type d'excitation, dimensions de la pièce à caractériser...).

La figure I.1 schématise la réponse dynamique large bande typique d'un système mécanique. L'indicateur  $\mu$  appelé *facteur de recouvrement modal*, introduit par LYON [74], permet de quantifier les limites entre les trois domaines spectraux usuellement considérés, représentées sur la figure : *basses*, *moyennes*, et *hautes* fréquences. Il est défini comme le rapport entre la largeur

de bande à  $-3$  dB (ou bande passante modale) et l'espacement intermodal (voir la figure I.2) :

$$\mu(f) = \frac{\Delta f_{-3 \text{ dB}}}{\Delta f_{\text{mode}}} = \frac{\eta(f) f}{\Delta f_{\text{mode}}} = n(f) \eta(f) f \quad (\text{I.1})$$

où  $n(f) = \frac{1}{\Delta f_{\text{mode}}}$  est la densité modale et  $\eta$  est le facteur de perte.

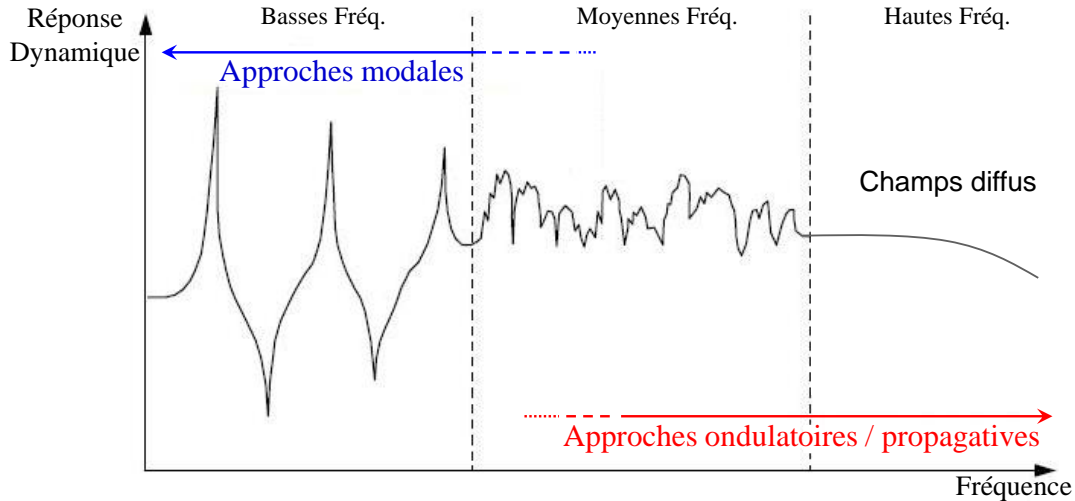


FIGURE I.1 – Réponse dynamique et domaines fréquentiels. Schéma inspiré de Berthaut [13].

**Transition basses–moyennes fréquences**– En théorie, pour un système linéaire faiblement amorti, la représentation modale est valide pour tout le spectre dans la mesure où aucune hypothèse sur la fréquence n'est faite. En pratique, encore une fois, les limitations sont dues aux méthodes utilisées comme précisé plus haut. En basses fréquences le comportement vibratoire possède un fort caractère modal. La réponse dynamique présente des résonances très prononcées. Avec la fréquence, les modes se "mélangent", se "brouillent" et les techniques traditionnelles d'identification modale basées sur la transformée de Fourier (TF) deviennent inefficaces. La résolution liée au fenêtrage temporel du signal rend la TF mal adaptée pour estimer des modes dont l'écart fréquentiel est proche de l'élargissement spectral dû à l'amortissement. Dans les faits il apparaît que ces méthodes atteignent leur limites lorsque l'espacement intermodal devient inférieur à trois fois la largeur de bande à  $-3$  dB (LYON [74], BERTHAUT [14]), c'est à dire pour  $\mu \approx 30\%$ . Nous retiendrons cette valeur de recouvrement modal comme limite basse du domaine des moyennes fréquences.

**Transition moyennes–hautes fréquences** – Avec la fréquence, le recouvrement modal continue d'augmenter et in fine la réponse de la structure tend vers un comportement *continu* qui peut être décrit comme un *champ diffus* (spectre lisse associé à une répartition uniforme, statistiquement, de l'énergie vibratoire). Il est généralement admis que l'on appelle hautes fréquences le domaine spectral où cette hypothèse est valide. La situation limite inférieure de champ diffus est atteinte lorsque la bande passante modale dépasse l'espacement intermodal, d'après SKUDRZYK [115, 116] ou LESUEUR [73]. En d'autres termes, on entre dans le domaine des hautes fréquences lorsque le recouvrement modal  $\mu$  devient supérieur à 100%. La figure I.2 schématise cette situation. La fréquence limite inférieure du champ diffus donnée par SKUDRZYK [116] s'écrit alors simplement  $f_{\text{lim}} = [n(f_{\text{lim}}) \eta(f_{\text{lim}})]^{-1}$ .

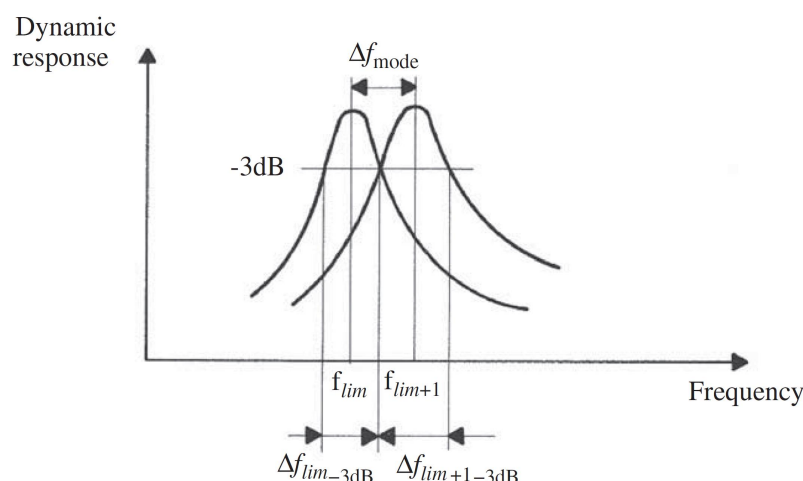


FIGURE I.2 – Illustration d’un recouvrement modal égal à 100% (fréquence limite inférieure du champ diffus). Schéma d’après Lesueur [73]

Si ces définitions basées sur la notion de recouvrement modal peuvent paraître quelque peu théoriques voire arbitraires (en s’appuyant sur des hypothèses fortes sur la distribution spatiale de l’énergie vibratoire), il n’en reste pas moins que dans la pratique elles discriminent assez proprement les domaines d’applicabilité des techniques d’identification des structures. Les méthodes d’identification modales restent limitées aux basses fréquences, et à l’inverse les approches qui identifient des paramètres ondulatoires (nombre d’onde typiquement) supposent intrinsèquement que le champ de déplacement soit de nature *propagative* donc (et non pas *stationnaire*), hypothèse valide plus haut dans le spectre où les longueurs d’onde sont petites par rapport aux dimensions de la structure. Le domaine des moyennes fréquences (ou des fréquences *intermédiaires*) se voit donc être défini, dans les faits, comme le domaine où ni les méthodes d’identification modale, ni les techniques basées sur des approches propagatives (et de ce fait les modélisations prédictives qui en découlent, comme la méthode statistique de l’énergie *SEA* pour ne citer qu’elle) ne fonctionnent convenablement.

L’idée centrale de mon travail expérimental depuis ma thèse de doctorat jusqu’à aujourd’hui a consisté conjointement à étendre vers les hautes fréquences les approches *modales* (le choix s’est porté au cours de ma thèse vers les méthodes haute résolution en temps et la méthode ESPRIT en particulier) et à étendre vers les basses fréquences les approches propagatives (identification des nombres d’onde) en les adaptant aux systèmes complexes (éventuellement anisotropes) d’intérêt. L’identification précise de l’amortissement large bande est le point le plus critique et requiert une adaptabilité et un effort constant en couplant nécessairement les différentes approches modales et propagatives sur des domaines fréquentiels différents se recouvrant partiellement.

Dans ce chapitre je commencerai par rappeler le formalisme de la méthode ESPRIT sur laquelle est basée la méthode d’analyse modale haute résolution que j’ai développée au cours de ma thèse [37] et appliquée à des systèmes dynamiques dans des domaines fréquentiels au recouvrement modal élevé (plaques métalliques, table d’harmonie du piano) que j’ai ensuite reprise après mon recrutement au LVA au cours de travaux de recherche notamment sur des structures complexes multicouches composites (collaboration avec Bert ROOZEN et Quentin LECLÈRE). Je présenterai ensuite les avancées majeures obtenues sur les techniques d’identification des nombres d’onde et des propriétés matériaux : méthode de corrélation par fonction de Hankel pour des structures isotropes [101] et orthotropes *elliptiques* [80], méthode RIC anisotrope pour l’identi-

fication de force et la caractérisation (thèse de Fabien MARCHETTI [75, 79]), et méthode HRWA (2D-ESPRIT) pour l'identification des nombres d'onde (thèse de Pierre MARGERIT [85]). On clôturera enfin ce chapitre par l'étude expérimentale de structures sandwichs stratifiées [45] qui feront office de cas d'école pour l'application des différentes techniques exposées et je porterai une attention particulière à vérifier la comparaison et la superposition des méthodologies malgré les différentes formulations théoriques sous-jacentes.

## I.2 Méthode d'analyse modale haute résolution (HRMA) pour la vibroacoustique (algorithme ESPRIT)

Le principe des méthodes dites *haute résolution* (HR) repose sur un modèle *paramétrique* du signal. Elles supposent que le signal à analyser  $s(t)$  est composé d'une somme  $x(t)$  de sinusôides dont l'amplitude varie exponentiellement – appelée signal déterministe – et d'un bruit blanc gaussien  $\beta(t)$  :

$$s(t) = x(t) + \beta(t) = \sum_{k=1}^K a_k e^{-\alpha_k t} e^{j(2\pi f_k t + \varphi_k)} + \beta(t) = \sum_{k=1}^K b_k z_k^t + \beta(t) \quad (\text{I.2})$$

où les  $z_k = e^{-\alpha_k + 2\pi j f_k}$  sont les *pôles complexes* (formés des fréquences  $f_k$  et des facteurs d'amortissements<sup>3</sup>  $\alpha_k$  modaux), les  $b_k = a_k e^{j\varphi_k}$  sont les *amplitudes complexes* (formées des amplitudes  $a_k$  et phases  $\varphi_k$  modales), et l'entier  $K$  est le nombre d'exponentielles complexes. On voit ainsi que ce *modèle de signal* appelé Exponential Sinusoidal Model (ESM) est adapté à la description modale d'un système dynamique et à l'identification de l'amortissement naturel des systèmes vibratoires linéaires libres. Le principal intérêt des méthodes paramétriques réside dans le fait qu'en l'absence de bruit, elles n'ont pas de limite théorique en termes de résolution spectrale : le signal est supposé continu en dehors de la fenêtre d'observation et ces méthodes ne sont donc pas sensibles aux problèmes qui apparaissent avec la transformée de Fourier liés au fenêtrage (principe d'incertitude), d'où le qualificatif *haute résolution*. Pour BADEAU [8] : *en l'absence de bruit, leur précision et leur résolution fréquentielles sont virtuellement infinies*. En contrepartie *le prix à payer est une complexité de calcul plus importante* selon DAVID [34]. Ainsi en pratique la résolution est finie puisque le temps de calcul est fini. Mise à part leur forte complexité algorithmique, la principale limitation des méthodes HR vient de leur sensibilité aux erreurs de modélisation : elles sont bien évidemment inadaptées à l'analyse de signaux qui ne seraient pas proche du modèle ESM.

L'origine des méthodes HR est (très légèrement) antérieure à la transformée de Fourier et remonte aux travaux de PRONY [96] à la fin du XVIII<sup>ème</sup> siècle, qui tirent profit d'une relation de récurrence existant entre les différentes mesures d'un signal formé de sommes d'exponentielles prises à des instants successifs, c'est à dire la possibilité d'exprimer par simple multiplication le signal à un instant successif en fonction de ses valeurs aux instants précédents. À titre d'illustration pour un signal composé d'une seule exponentielle  $z_1$  et sans bruit de mesure, on a la relation simple après discrétisation (avec  $T_e$  la période d'échantillonnage) :

$$s_n = e^{-\alpha_1 t_n + 2\pi j f_1 t_n} = e^{(-\alpha_1 + 2\pi j f_1) T_e} e^{-\alpha_1 t_{n-1} + 2\pi j f_1 t_{n-1}} = z_1 s_{n-1} \quad (\text{I.3})$$

qui est alors une équation de prédiction linéaire de l'échantillon  $s_n$  à partir de l'échantillon antérieur. En généralisant à une somme de  $K$  composantes exponentielles, l'approche de PRONY

3. On rappelle la relation entre le facteur de perte  $\eta$  et le facteur d'amortissement  $\alpha$  (appelé également amortissement temporel) en  $[s^{-1}]$  :  $\alpha = \frac{\eta\omega}{2}$

consiste à calculer les racines du polynôme caractéristique de degré  $K$  formé par la relation de récurrence généralisée, qui seront donc les pôles  $z_k$  du signal (les exponentielles cherchées sont les zéros du polynôme dont les coefficients sont identifiés à l'aide du problème linéaire).

Les techniques plus modernes, appelées *haute résolution* parmi lesquelles les méthodes de Pisarenko [95], puis les algorithmes MUSIC<sup>4</sup> [112], Matrix Pencil [61] et ESPRIT<sup>5</sup> [104, 105] s'appuient sur la décomposition de l'espace des données en deux sous-espaces propres de la matrice de covariance : le *sous-espace signal* engendré par les composantes sinusoïdales et le *sous-espace bruit* qui est son complémentaire orthogonal. D'après BADEAU [8], ces méthodes de type sous-espaces sont connues pour être plus robustes que les techniques de prédiction linéaire. En particulier l'étude statistique des diverses techniques d'estimation a montré que la méthode ESPRIT est la plus performante [8] et la moins sensible au bruit que les autres méthodes HR. Celle-ci transpose la propriété d'invariance rotationnelle au sous-espace signal de la matrice de covariance, qui consiste donc en une reformulation matricielle (sur la base des matrices de Vandermonde) de la relation de récurrence de PRONY (équation I.3) écrite sur des échantillons.

Les différentes étapes de l'algorithme ESPRIT, cœur de notre méthode d'analyse modale aux moyennes fréquences HRMA, sont rappelées succinctement ci-dessous. Nous renverrons le lecteur à l'article *High-resolution modal analysis, JSV, 325, 2009* [41] dans lequel la méthodologie de traitement de signal est présentée en détail.

### I.2.1 Algorithme ESPRIT et critère ESTER

La première étape de l'algorithme ESPRIT consiste à calculer la matrice de covariance (ou d'autocorrélation)  $R_{ss}$

$$R_{ss} = \frac{1}{l} S S^H \quad (\text{I.4})$$

où  $S$  est la matrice de données du signal mesuré  $s$ , construite selon une structure de Hankel formée des  $N$  valeurs successives du signal (l'*horizon* d'observation de  $s$ ) :

$$S = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_l \\ \vdots & & & \vdots \\ s_n & s_{n+1} & \dots & s_N \end{pmatrix} \quad (\text{I.5})$$

avec  $n$  la somme des dimensions de l'espace signal et de l'espace bruit<sup>6</sup> et  $l = N - n + 1$ . Une base de l'espace signal, notée  $W$ , est alors déterminée en sélectionnant les  $K$  principaux vecteurs propres (associés au  $K$  plus grandes valeurs propres) de la matrice de covariance  $R_{ss}$ . On précise que dans l'équation I.4, la notation  $(.)^H$  représente le conjugué hermitien.

Comme évoqué au paragraphe précédent, la méthode ESPRIT tire profit de la propriété d'invariance rotationnelle de la matrice de Vandermonde (ou propriété d'invariance par décalage de ligne) définie à partir des pôles du signal  $z_k$  ce qui s'écrit :

$$V_{\uparrow}^n = V_{\downarrow}^n D \quad (\text{I.6})$$

---

4. MUltiple SIgnal Classification

5. Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques

6. Pour garantir une estimation optimale le paramètre  $n$  sera choisi systématiquement égal à la moitié de l'horizon ( $N/2$ ), voir par exemple [8]



avec

$$V^n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_K \\ z_1^2 & z_2^2 & \dots & z_K^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{n-1} & z_2^{n-1} & \dots & z_K^{n-1} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} z_1 & & (0) \\ & \ddots & \\ (0) & & z_K \end{pmatrix}$$

et où les matrices  $V_{\uparrow}^n$  (respectivement  $V_{\downarrow}^n$ ) sont obtenues en supprimant la première (respectivement la dernière) ligne de  $V^n$ . Cette relation d'invariance rotationnelle, transposée à la base  $W$  du sous-espace signal, permet d'identifier les pôles  $z_k$  du signal comme valeurs propres de la matrice spectrale  $\Phi = W_{\downarrow}^{\dagger} W_{\uparrow}$  formée des matrices  $W_{\uparrow}$  et  $W_{\downarrow}$  (où le symbole  $\dagger$  désigne le pseudo-inverse).

En résumé, les cinq étapes de l'algorithme ESPRIT sont :

- Calculer et diagonaliser la matrice de covariance des données  $R_{ss}$
- En déduire une base  $W$  de l'espace signal en juxtaposant les  $K$  principaux vecteurs propres de  $R_{ss}$
- Extraire de  $W$  les matrices  $W_{\uparrow}$  et  $W_{\downarrow}$  pour estimer la matrice spectrale  $\Phi = W_{\downarrow}^{\dagger} W_{\uparrow}$  par la méthode des moindres carrés
- Diagonaliser  $\Phi$  et en déduire les pôles  $z_k$  estimés (qui donneront les fréquences  $f_k$  et amortissements  $\alpha_k$  modaux)
- Estimer par recherche en moindres carrés sur  $s$  les amplitudes complexes  $b_k$  (qui donneront les amplitudes  $a_k$  et phases  $\varphi_k$  modales).

**Ordre de modélisation** - La vraie difficulté de la méthode ESPRIT (et plus généralement des méthodes HR) réside dans l'évaluation précise du nombre  $K$  de composantes exponentielles complexes présentes dans le signal, voir l'équation I.2. Une méthode fréquemment employée dans la littérature associée consiste à surestimer ce nombre (un ordre de grandeur de la densité modale pouvant être obtenu grossièrement par une analyse spectrale de Fourier ou analytiquement par modèle équivalent) et d'éliminer dans un second temps les résultats aberrants : composantes de très faible amplitude ou de trop fort amortissement. L'erreur de reconstruction – entre le signal mesuré et celui resynthétisé avec les paramètres modaux estimés – est également un indicateur souvent utilisé. Toutefois ces critères restent très fortement empiriques et trop subjectifs. Or pour BADEAU [8] *la détermination de l'ordre de modélisation est une étape essentielle du processus d'estimation car elle conditionne toute la suite de l'analyse haute résolution du signal*. C'est pourquoi il a proposé [8, 9] un critère rigoureux de sélection de  $K$  – appelé ESTER (ESTimation ERror) – qui consiste à minimiser l'erreur sur la propriété d'invariance rotationnelle de la base  $W$  du sous-espace signal en fonction de l'ordre du modèle. BADEAU a montré la pertinence de ce critère en comparant ses performances à celles d'autres *critères de théorie de l'information* classiques. Le critère ESTER est exposé ici succinctement : il consiste à minimiser l'erreur sur la propriété d'invariance rotationnelle de  $W(p)$  en fonction du nombre de vecteurs propres  $p$  (sélectionnés lors de la création de cette base à la seconde étape d'ESPRIT). Ainsi cette erreur

$$E(p) = W_{\uparrow}(p) - W_{\downarrow}(p)\Phi(p) \quad (\text{I.7})$$

est estimée pour un nombre  $p$  croissant. Le nombre de vecteur propres minimisant  $E(p)$  (et validant donc la propriété d'invariance rotationnelle de  $W(p)$ ) est sélectionné comme ordre  $K$  du signal. En pratique, on définit l'ordre  $K$  comme la plus grande valeur de  $p$  pour laquelle la fonction d'erreur inverse  $J(p) = 1/\|E(p)\|_2^2$  est supérieure à un seuil choisi au dessus du bruit de mesure. Un exemple d'application sera donné ci-dessous à la figure I.4.

**Pré-traitement** - La complexité en temps de l'algorithme ESPRIT est en  $O(N^3)$  [8]. Dans la pratique, les signaux du type *réponses impulsionnelles* de systèmes dynamiques amortis étant souvent "longs" (de l'ordre de quelques dixièmes de secondes à plusieurs secondes) avec un nombre de composantes à extraire importants, il est nécessaire de passer par une étape de pré-traitement de signaux afin de réduire le temps de calcul et d'améliorer la précision des résultats. La technique adoptée par la communauté (proposée initialement par LAROCHE [69]) permet de diminuer le nombre de composantes et l'horizon des signaux à analyser par ESPRIT via une technique de *démodulation* qui consiste en un filtrage passe-bande autour de la bande fréquentielle d'intérêt, un décalage fréquentiel vers zéro, et une décimation. Ce pré-traitement

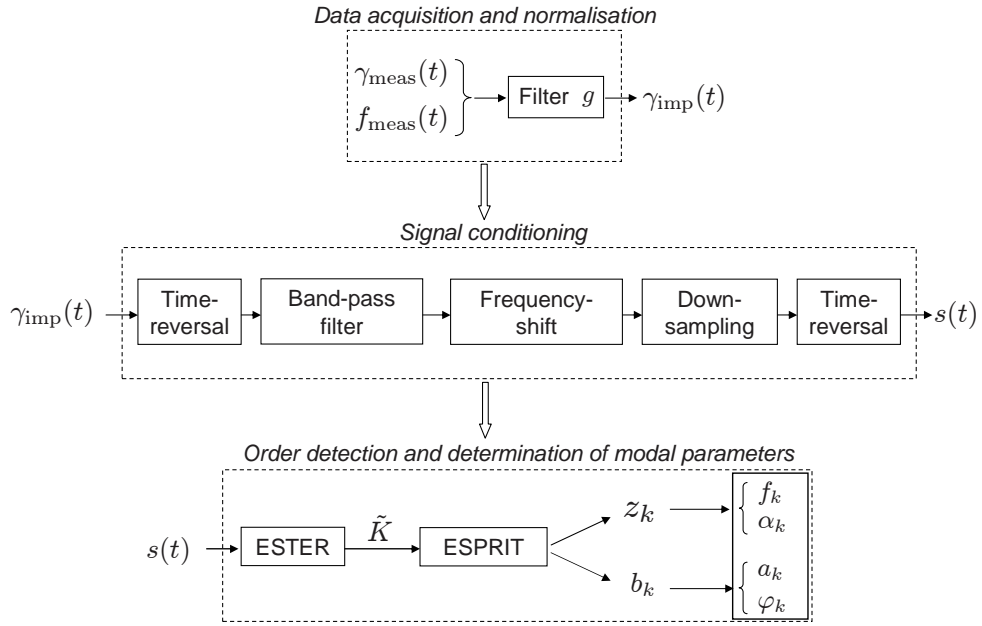


FIGURE I.3 – Schéma bloc de la méthode HRMA. Figure extraite de [41].

permet par ailleurs d'améliorer la résolution spectrale et le rapport signal sur bruit (RSB) dans chaque sous-bande. En pratique les bancs de filtres sont définis de telle sorte que l'on puisse se limiter à une dizaine de composantes réelles maximales ( $K$  composantes complexe égal à 20) à rechercher pour chaque sous-bande. La procédure est résumée dans le schéma bloc à la figure I.3, et détaillée dans [41]. Une étape supplémentaire de blanchiment du bruit peut éventuellement être ajoutée (le modèle de signal ESM équation I.2 suppose que le bruit additif  $\beta(t)$  soit blanc gaussien); cette étape s'avère peu nécessaire lors des analyses en bandes étroites que j'ai été amené à effectuer sur des signaux vibratoires de structures complexes et industrielles.

### I.2.2 Validation de la méthode d'identification modale sur des plaques isotropes à fort recouvrement modal [41]

À des fins de validation de la HRMA, j'ai mené dans [41] des analyses modales partielles de plaques dans le domaine des moyennes fréquences (recouvrements modaux  $\mu$  atteignant 70%). Un exemple de résultats est donné ci-dessous pour une plaque en aluminium ( $1000 \times 1619 \times 5 \text{ mm}^3$ ) suspendue (conditions aux limites supposées *libres*), pour deux bandes fréquentielles [1685-1697] Hz et [2065-2110] Hz sur un maillage expérimental de 100 points ( $10 \times 10 \text{ cm}^2$  excité par marteau d'impact et mesuré avec un accéléromètre). Après sélection du nombre de

composantes grâce au critère ESTER (figure I.4), trois puis cinq modes proches ont pu être séparés et identifiés par la HRMA (fréquence / amortissement / déformées) sur les deux bandes fréquentielles respectives d'une dizaine et d'une quarantaine de Hz avec fort recouvrement modal. Les déformées expérimentales identifiées présentées aux figures I.5 et I.6 concordent très bien

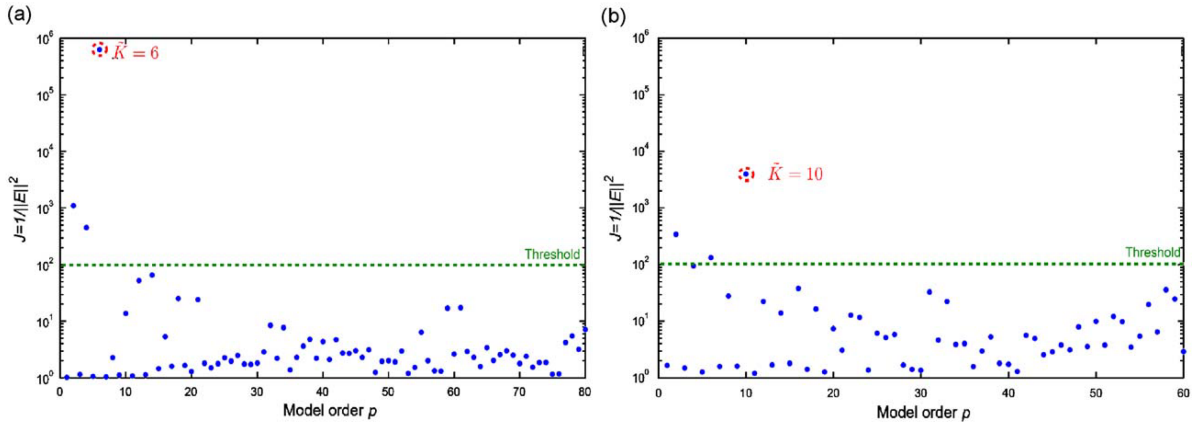


FIGURE I.4 – Application du critère ESTER sur deux bandes fréquentielles à fort recouvrements modaux d'une plaque en aluminium. (a) Bande fréquentielle [1685–1697] Hz : l'ordre de modélisation  $K = 6$  (trois modes réels) est détecté. (b) Bande fréquentielle [2065–2110] Hz : l'ordre  $K = 10$  (soit cinq modes réels) est détecté. Figure extraite de [41].

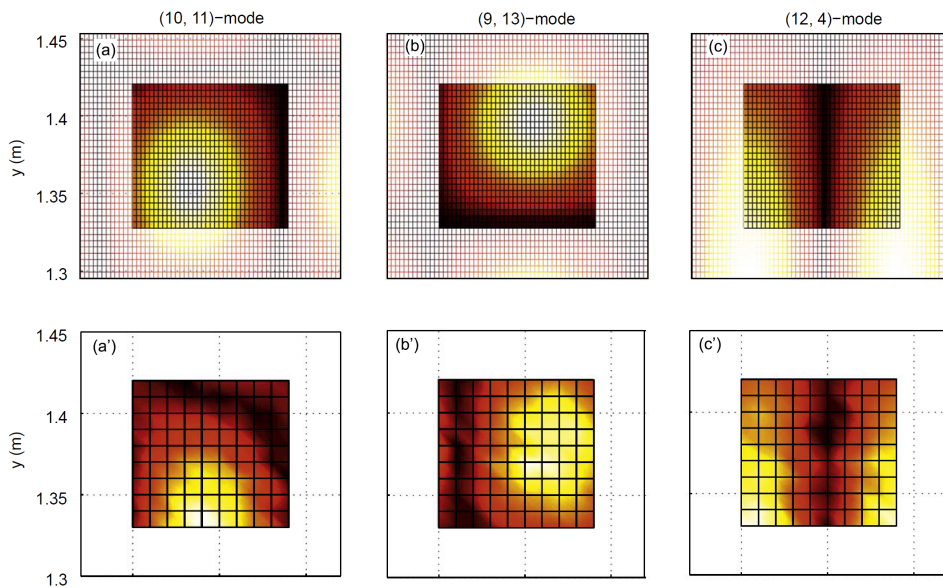


FIGURE I.5 – Analyse modale partielle d'une plaque en aluminium aux conditions aux limites libres.  $f \in [1685-1697]$  Hz,  $\mu \approx 50\%$ . (a),(b),(c) Déformées modales calculées (Méthode de Rayleigh approchée). (a'),(b'),(c') Déformées modales mesurées. Figure extraite de [41].

avec les calculs théoriques analytiques obtenus par une méthode de Rayleigh approchée (KIM et DICKINSON [66]).

Pour conclure cette section de validation de la HRMA, la figure I.7 compare les résultats de l'identification d'un même mode sur 100 différentes réponses impulsionnelles et pour deux

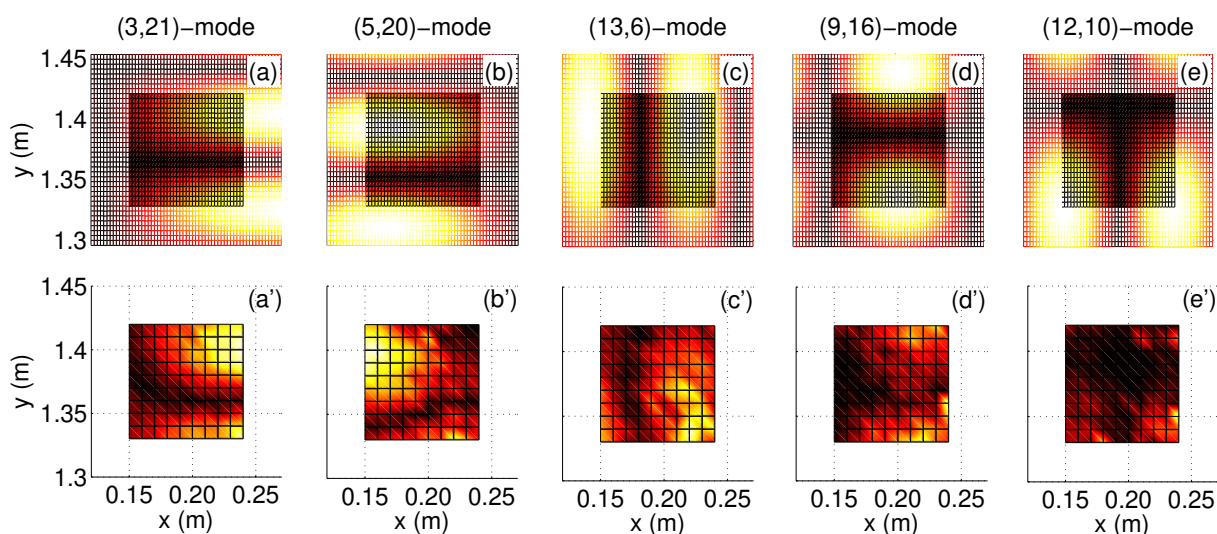
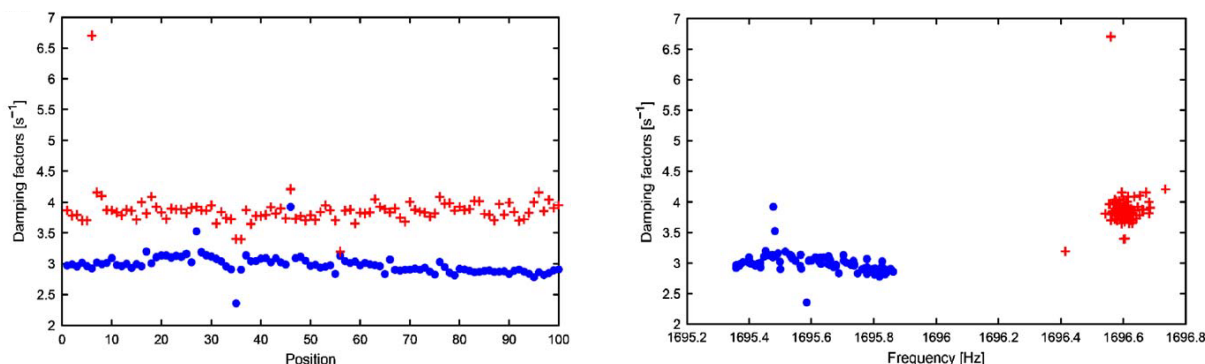


FIGURE I.6 – Analyse modale partielle d'une plaque en aluminium aux conditions aux limites libres.  $f \in [2065-2110]$  Hz,  $\mu \approx 70\%$ . (a),(b),(c),(d),(e) Déformées modales calculées (Méthode de Rayleigh approchée). (a'),(b'),(c'),(d'),(e') Déformées modales mesurées. Figure extraite de [41].

configurations expérimentales : plaque suspendue par des fils en nylon (croix rouges), ou par des élastiques (points bleus). Les très bonnes performances de l'analyse, en termes de reproducti-



(a) Facteurs d'amortissements  $\alpha$  en  $[s^{-1}]$  en fonction de la position

(b) Facteurs d'amortissements  $\alpha$  en  $[s^{-1}]$  fonction de la fréquence

FIGURE I.7 – Comparaison des résultats de la HRMA pour l'identification du mode (12, 4) pour deux systèmes de suspension d'une plaque en aluminium.  $\bullet$  : plaque suspendue par des élastiques.  $+$  : plaque suspendue par des fils en nylon. Figure extraite de [41].

lité des résultats, de précision et d'incertitudes des estimations des paramètres modaux y sont illustrées. Figure I.7a on peut noter sur les résultats de la plaque suspendue par des élastiques la lente décroissance du facteur d'amortissement identifié au cours de la mesure, chronologiquement (en fonction de la position), due à un léger décollement progressif des élastiques au cours de la mesure, diminuant ainsi lentement l'amortissement ajouté. Cela explique également la largeur du nuage de points bleu à la figure I.7b (plus étalé que pour le nuage rouge pour les mesures avec fils en nylon). Ces derniers résultats mettent en lumière les performances de la HRMA et

en particulier la sensibilité de la technique pour suivre les évolutions du système dynamique mesuré.

### I.2.3 Identification vibratoire large bande d'une table d'harmonie de piano par la méthode HRMA – Identification des descripteurs globaux : facteur de perte et densité modale [44]

La table d'harmonie du piano (figure I.8) est en première approximation une plaque (orthotrope) en épicea, raidie par plusieurs barres rectilignes régulièrement espacées sur toute sa surface sur l'une des deux faces et par deux barres courbes supplémentaires de plus forte raideur (chevalets) sur l'autre face, lieu de couplage des cordes et de transmission de leur mouvement. La fonction de la table est donc double : dynamiquement elle doit rayonner efficacement dans

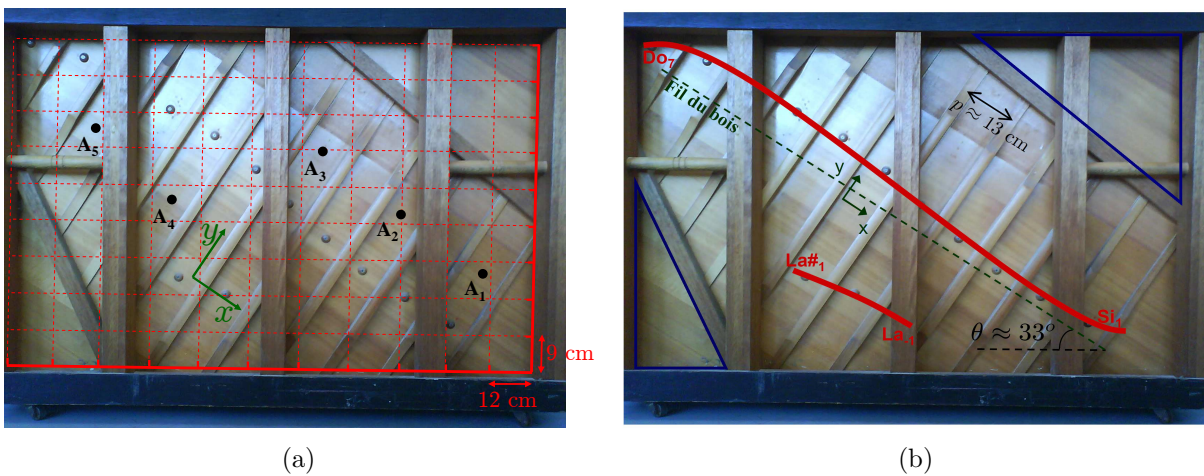


FIGURE I.8 – Table d'harmonie de piano droit étudiée dans [37] et [44]. (a) maillage expérimental en rouge (points d'excitations par marteau d'impact) et positions des cinq accéléromètres en noir. (b) superposition des deux chevalets (collés de l'autre côté de la table) et indication de l'orientation du fil du bois. Figure extraite de [44].

le fluide ambiant et statiquement elle doit résister à une importante charge verticale (pour un piano à queue) répartie le long des chevalets. À travers le choix du matériau en particulier, elle joue un rôle essentiel dans le *timbre* et la *couleur* du son du piano. Dès lors, l'étude vibratoire et vibroacoustique du comportement dynamique de cette structure apparaît comme fondamentale. Les objectifs de mon travail étaient multiples : avancer dans la compréhension, la mesure, et la modélisation de cette structure complexe pour tenter d'aider les facteurs de piano à mieux connaître leur instrument et à améliorer ou faire évoluer la conception des tables d'harmonie. Du point de vue expérimental rares étaient les analyses modales de tables d'harmonie de piano publiées dépassant les 200 Hz ; pour des fréquences plus élevées on ne disposait globalement que de quelques mesures de mobilité au chevalet menées sur un petit nombre d'instruments. Du point de vue scientifique, il est souhaitable de caractériser la structure plus globalement par la mesure de paramètres vibratoires comme l'amortissement ou la densité modale à des fréquences plus élevées (ici supérieures à 500 Hz).

J'ai donc appliquée la HRMA à une table d'harmonie de piano droit au cours de ma thèse et les résultats de ce volet expérimental portant sur la table sont publiés dans l'article *Vibroacoustics of the piano soundboard : (Non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency*

ranges, *JSV*, 332(5), 2013 [44]. La méthode a permis d'identifier les paramètres modaux (fréquences et amortissements) de la structure jusqu'à environ 3 kHz, soit pour un domaine fréquentiel avec plus de 100% de recouvrement modal. Deux protocoles expérimentaux d'excitation de la structure ont été utilisés. Pour le premier, similairement à la section précédente la structure a été excitée par marteau d'impact sur un maillage rectangulaire de 120 points mesuré par 5 accéléromètres (voir la figure I.8). Les paramètres modaux (fréquences/amortissements) identifiés

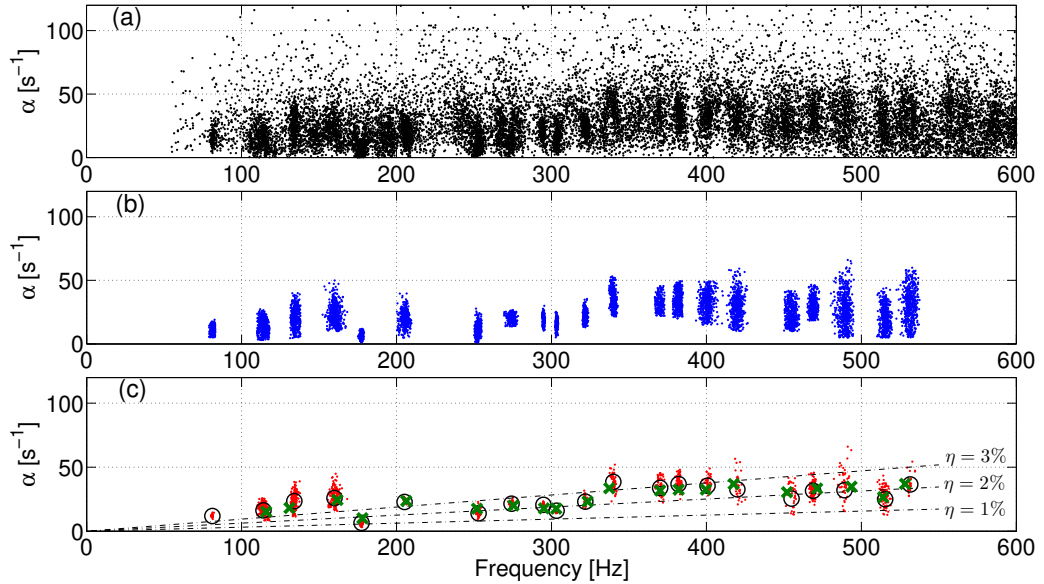
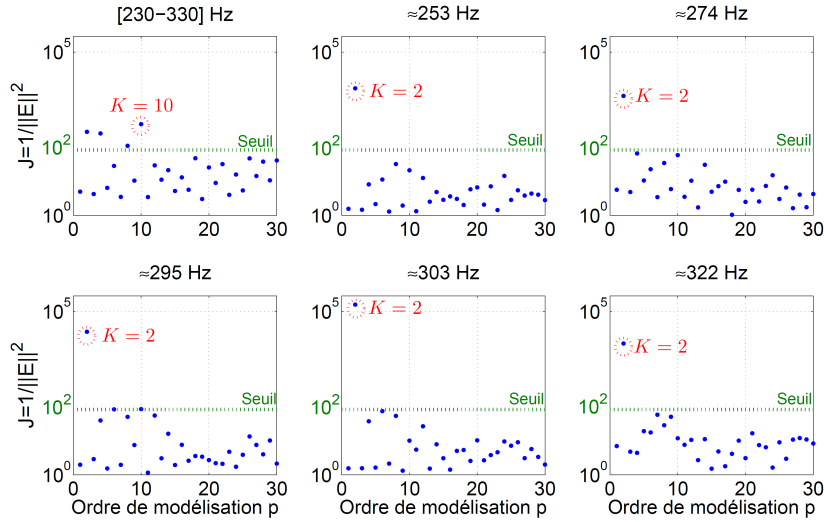


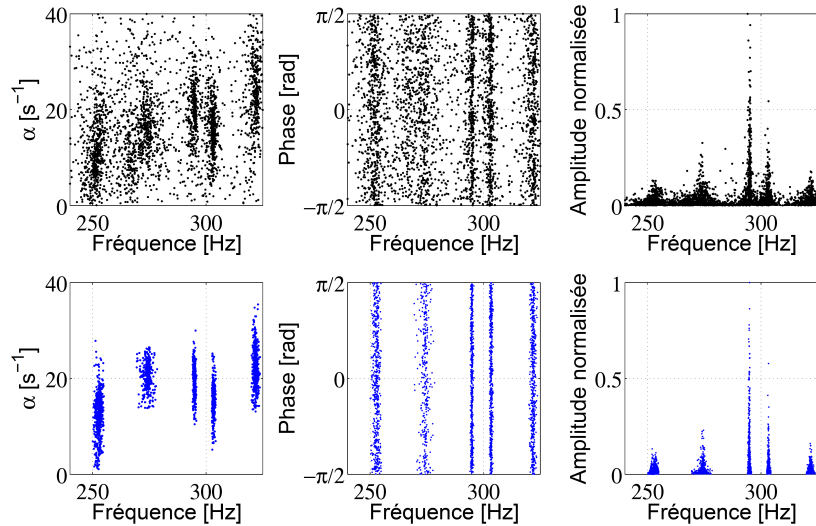
FIGURE I.9 – Résultats de la HRMA d'une table d'harmonie excitée par marteau d'impact (600 réponses impulsionnelles) sur la bande de fréquence [0-600] Hz. Plan fréquence–amortissement. (a) première analyse *grossière* (simple filtrage large bande). (b) résultats de la série d'analyses par bandes étroites, centrées autour de chaque nuage de points. (c) idem que précédemment après suppression des estimations moins précises des régions nodales.  $\circ$  : paramètres modaux retenus.  $-\cdot-$  : facteur de perte constant ( $\eta$  de 1 à 3 %). Pour comparaison, en  $\times$  : paramètres modaux estimés pour une excitation par haut-parleur de la table. Figure extraite de [44].

jusqu'à environ 600 Hz sont données à la figure I.9 illustrant les performances du prétraitement sur les résultats avant et après filtrage par bandes étroites centrées par composantes. Un exemple de critère ESTER sur une sous-bande de 5 modes réels, puis par bandes étroites est également détaillé à la figure I.10a suivi des paramètres modaux correspondants identifiés par la HRMA à la figure I.10b.

L'identification des paramètres modaux par excitation impulsionnelle par marteau d'impact n'est ici plus possible pour des fréquences supérieures à environ 550 Hz. Le recouvrement modal élevé et les temps de décroissance modaux courts font que le signal utile est très vite noyé dans le bruit de mesure. Une solution envisagée pour augmenter le rapport signal sur bruit en moyennes et hautes fréquences a consisté à remplacer l'excitation impulsionnelle par marteau d'impact par une excitation de type continue (par haut-parleur ici) dont le signal d'excitation est un sinus glissant logarithmique. La réponse impulsionnelle peut alors se reconstruire par un processus de déconvolution. La méthode est inspirée des travaux de FARINA [48] reprise par ARCAS [5], puis développée par RÉBILLAT dans [108] où les fondements mathématiques de la méthode sont donnés. Nous reviendrons à la fin de ce manuscrit (section III.4.1) sur cette méthode qui - appliquée aux structures vibrantes faiblement non-linéaire - permet de séparer



(a) Critère ESTER sur toute la bande fréquentielle (10 composantes complexes identifiées) puis centré par nuage de points (un mode réel à chaque fois).



(b) Résultats HRMA avant (ligne du dessus) et après filtrage par bande étroite (ligne du dessous)

FIGURE I.10 – Illustration des performances de la HRMA pour les cinq modes de la bande fréquentielle [230-330] Hz, avant et après prétraitement (filtrage par bandes étroites). Figures extraites de [41].

la contribution de la réponse linéaire des contributions de chacun des harmoniques issu de la distorsion non-linéaire. Pour notre application ici, l'excitation électrique du haut-parleur est un sinus glissant logarithmique entre 50 Hz et 4 kHz à une fréquence d'échantillonnage de 40 kHz et d'une durée de 26 s. Le haut-parleur est placé à une vingtaine de centimètres du centre de la table et l'accélération de celle-ci est mesurée aux points A1, A2, A3 et A5 (voir les positions à la figure I.8a). Les composantes linéaires des quatre réponses impulsionnelles reconstruites sont analysées par bancs de filtres, comme précédemment. La figure I.11 est un exemple d'analyse

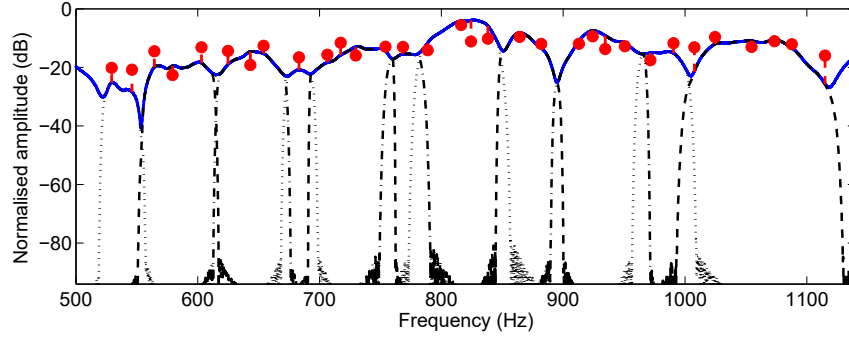


FIGURE I.11 – Exemple d'analyse par bancs de filtres d'une réponse impulsionnelle entre 550 et 1150 Hz. (—) : spectre (FFT) de la réponse impulsionnelle, mesurée au point A2. (●) : composantes estimées par ESPRIT (fréquences et amplitudes modales). (· · ·) : réponses en amplitude des filtres passebande. Figure extraite de [44].

par bancs de filtres d'une réponse impulsionnelle de la table obtenue par excitation acoustique. La méthode HRMA permet maintenant d'extraire avec précision les paramètres modaux jusqu'à environ 3 kHz, voir la figure I.12. L'identification de l'amortissement propre à la table en épicea jusqu'à ces hautes fréquences constitue un résultat nouveau pour la communauté .

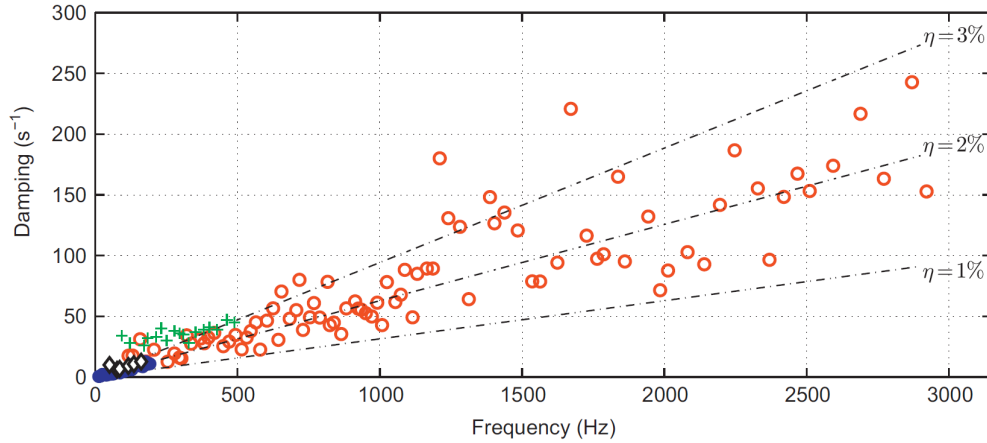


FIGURE I.12 – Fréquences propres et facteurs d'amortissement de la table d'harmonie. (○) : Facteurs d'amortissement  $\alpha$  en  $[s^{-1}]$  estimés jusqu'à 3 kHz grâce à la HRMA (excitation acoustique par haut-parleur). Comparaison avec les résultats précédemment publiés de : SUZUKI 1986 (◊) [118], DÉROGIS 1997 (+) [36] et BERTHAUT 2003 (●) [14]. --- : facteur de perte constant ( $\eta$  de 1 et 3 %). Figure extraite de [44].

Le descripteur qu'est la densité modale  $n$  permet de nous renseigner sur le comportement vibratoire de la structure dans les moyennes et hautes fréquences. Ici, nous l'estimons par moyenne glissante sur six espacements successifs. Elle est présentée à la figure I.13 en fonction de la fréquence, pour chacun des quatre points de mesure et comparée à la densité modale *globale* estimée numériquement par éléments finis (ligne grise). Les quatre courbes expérimentales sont quasiment identiques jusqu'à environ 1 kHz : la densité modale estimée augmente puis tend vers un plateau. Cette observation est centrale pour une structure complexe raidie comme celle-ci : une densité modale constante est typique des structures bidimensionnelles de type plaque mince. Ce



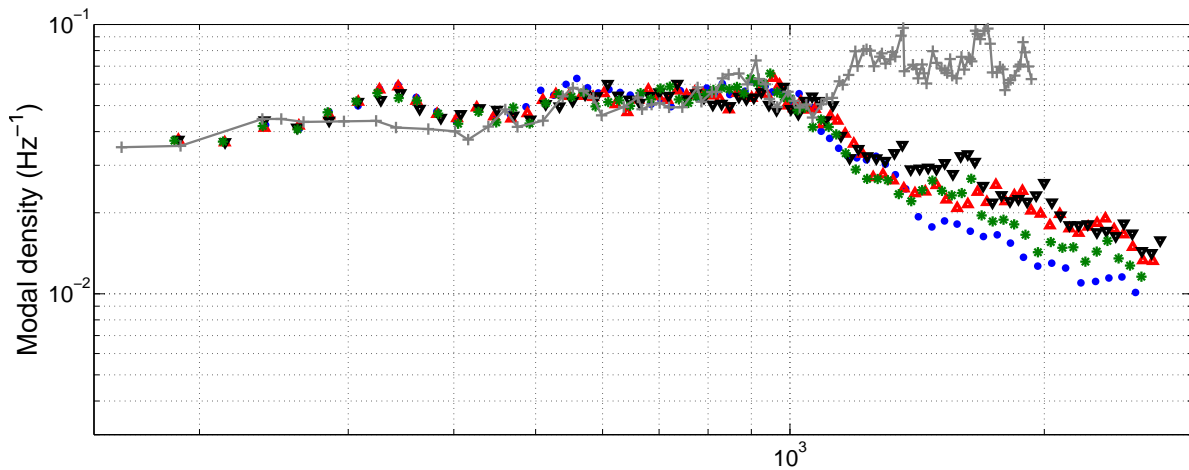


FIGURE I.13 – Estimations expérimentales des densités modales *apparentes* en différents points de la table : A1 ( $\bullet$ ), A2 ( $\triangle$ ), A3 ( $\nabla$ ), A5 ( $*$ ).  $+\text{---}+$  : Densité modale *globale* obtenue par éléments finis. Figure extraite de [44].

comportement (indépendant de la zone de la table où la mesure est effectuée) suggère donc que la structure raidie se comporte dans ce domaine fréquentiel comme une plaque homogène équivalente. À partir de 1-1.1 kHz environ, on observe pour les 4 points de mesures une diminution très nette de la densité modale. On peut directement lier cette chute de densité modale à la localisation des ondes entre les raidisseurs. Pour ces fréquences, la demi-longueur d'onde des ondes se propageant perpendiculairement aux raidisseurs devient égale à l'espacement inter-raisseurs. Ainsi, passée 1.1 kHz, tout se passe comme si les ondes se trouvaient *guidées* entre les raidisseurs. La densité modale *apparente* estimée – c'est à dire *vue* par les accéléromètres placés entre les raidisseurs – chute alors sensiblement puisque la dimensionnalité de l'espace considéré est 1 au lieu de 2 (contrairement à la densité modale *globale* calculée par éléments finis sur toute la table qui continue à être élevée). Pour une discussion complète sur la modélisation équivalente de la table d'harmonie de piano - ce qui n'est pas l'objet de ce chapitre - nous renvoyons le lecteur à la section II.2.1.

En aucun cas limitée à des considérations d'acoustique musicale, cette étude sur une structure complexe raidie illustre les grandes performances de la méthodologie expérimentale HRMA pour l'identification de structure aux moyennes fréquences (là où d'autres méthodes d'analyse modale ne sont plus efficaces) permettant d'avancer dans la compréhension de la physique de systèmes dynamiques complexes, par le biais de descripteurs globaux, que sont ici l'amortissement et la densité modale. Suite à ces travaux j'ai ainsi fait plusieurs fois appel à la HRMA au cours de mes projets et collaborations industrielles conséquentes à ma thèse (j'y reviendrai dans la suite du manuscrit), notamment pour l'identification expérimentale et la caractérisation de l'amortissement de structures complexes comme les composites multicouches (section I.4.2), ou pour alimenter des méthodes prévisionnelles énergétiques de système plaque-cavité avec matériaux dissipatifs (voir section II.4 sur l'extension de la méthode SmEdA).

## I.3 Approches propagatives et méthodes de caractérisation par analyse de champ pour l'identification des nombres d'onde

### I.3.1 Contexte bibliographique et positionnement

La HRMA a permis de tirer vers le haut du spectre des moyennes fréquences les techniques d'extraction de paramètres modaux jusqu'alors cantonnées aux basses fréquences. Néanmoins à la lumière des résultats de la précédente section, les limites de cette approche apparaissent pour des recouvrements modaux supérieurs à 100% : en hautes fréquences les approches modales laissent nécessairement place aux approches ondulatoires. Du point de vue de la modélisation, les méthodes *prédictives* (ou *prévisionnelles*) nécessitent la connaissance de paramètres de propagation particuliers comme l'équation de dispersion et l'amortissement. Les méthodes expérimentales utilisées (et permettant d'alimenter les modèles prédictifs) cherchent alors à identifier les paramètres propagatifs (identification du nombre d'onde complexe et direction de propagation associée). Ces techniques d'identification parfois appelées méthodes du *plan d'onde* (ou *k-espace*) décomposent le champ vibratoire dans l'espace des nombres d'onde ; cela revient à décrire le contenu vibratoire en termes de contenu spectral.

Les premières méthodes du plan d'onde qui nous viennent à l'esprit, et logiquement les plus connues et utilisées par la communauté, sont celles basées sur la transformée de Fourier 2D spatiale (voir notamment FERGUSON [49]) qui permettent d'explorer facilement le *k-espace* (de la même manière qu'il est possible d'explorer fréquemment un signal temporel via la transformée de Fourier 1D). La transformée de Fourier Continue (CFT) 2D d'un champ vibratoire bi-dimensionnel  $w(x_i, y_j)$  mesuré sur une grille de dimensions  $(N_x, N_y)$  s'écrit :

$$\hat{w}(k_x, k_y) = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} w(x_i, y_j) e^{-j(k_x x_i + k_y y_j)}. \quad (\text{I.8})$$

La principale limitation de ces méthodes réside dans la résolution de la transformée de Fourier intrinsèquement limitée et l'impossibilité d'estimer la partie imaginaire et donc l'amortissement. Seul la partie réelle de  $k$  est estimée, or l'amortissement est très souvent le paramètre clé dans ce domaine des moyennes fréquences.

L'objet ici, dans ce manuscrit d'HDR, n'est pas d'établir une liste exhaustive des méthodologies d'identification des nombres d'onde développées par la communauté, mais de synthétiser mes contributions et les avancées menées sur cette problématique expérimentale au cours de mes projets collaboratifs au LVA et des travaux des étudiants que j'ai pu encadrer. Aussi pour un état de l'art bibliographique complet et plus de détails sur les méthodes de la littérature nous pouvons renvoyer le lecteur au chapitre introductif bibliographique de la thèse de Fabien MARCHETTI [75], ainsi qu'à l'étude systématique effectuée par Pierre MARGERIT [84] en unidimensionnel (poutres composites) où les performances de certaines de ces méthodologies ont été comparées.

Nous ne citerons ici que le travail remarquable de Julien BERTHAUT (thèse [13] soutenue en 2004 à l'ECL, et articles de référence [14, 15] abondamment cités), puis repris et étendus par la suite par CHERIF [27] et très récemment par TUFANO [123]. Ainsi la méthode IWC développée par BERTHAUT repose sur une idée simple qui consiste à corrélérer le champ de mesure avec un champ virtuel, ici une *onde inhomogène* complexe permettant de faire un pas en avant vers l'identification de l'amortissement. Le champ virtuel consiste alors simplement en une onde plane propagative définie par un nombre d'onde complexe. Un indice de corrélation, (similaire au MAC) est calculé pour chaque fréquence et direction  $\theta$  en fonction de la partie réelle du

nombre d'onde  $k$  et de l'amortissement  $\gamma$  de l'onde plane. Pour un maillage régulier, cet indice s'écrit :

$$\text{IWC}(k, \gamma) = \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \mathcal{C}(x_i, y_j) w(x_i, y_j) \sigma_{k, \gamma}^*(x_i, y_j) \right|}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \mathcal{C}(x_i, y_j) |w(x_i, y_j)|^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \mathcal{C}(x_i, y_j) |\sigma_{k, \gamma}(x_i, y_j)|^2}}, \quad (\text{I.9})$$

où  $\mathcal{C}$  correspond à la cohérence de la mesure et  $\sigma$  à l'onde inhomogène (onde plane) :

$$\sigma_{k, \gamma}(x, y) = e^{-j\Re(k)(1+j\gamma)(x \cos(\theta) + y \sin(\theta))}. \quad (\text{I.10})$$

L'objectif de la méthode IWC est de trouver pour chaque fréquence et direction  $\theta$  donnée le couple  $\{\Re(k), \gamma\}$  maximisant l'indice de corrélation. Néanmoins on entrevoit l'erreur de modélisation induit par cette méthodologie étant donné que  $\gamma = \Im(k)/\Re(k)$  représente ici l'amortissement spatial d'une onde plane. L'amortissement identifié diffère alors de l'amortissement spatial d'une onde se propageant dans une plaque : le front d'onde bidimensionnel (circulaire dans le cas isotrope ; beaucoup plus complexe en anisotrope) engendrant une décroissance spatiale géométrique. Cette erreur de modélisation dans la méthode IWC - rendant impossible la séparation de la contribution géométrique de la contribution *intrinsèque* dans l'amortissement spatial identifié - ne permet pas d'estimer précisément les facteurs de pertes (*visqueux*) de la plaque.

Comme indiqué dans l'introduction de ce chapitre, l'objet des méthodes sur lesquelles nous avons travaillé a consisté, logiquement, à contribuer à l'identification de l'amortissement dans les approches propagatives - c'est le point le plus critique en moyennes fréquences et là où le challenge réside - tout en cherchant à augmenter la qualité des estimations des nombres d'onde malgré les problèmes inhérents à ces techniques expérimentales dans ce domaine fréquentiel (mauvais rapports signal sur bruit, influence des conditions aux limites sur la pertinence des hypothèses champ diffus, taille de la structure trop petite comparée aux grandes longueurs d'onde...)

Je présenterai dans les sections qui suivent nos quatre avancées majeures pour ces techniques d'identification des nombres d'onde dans ce domaine spectral :

- la corrélation par fonctions de Hankel en isotrope [101]
- la technique Hankel en orthotropie elliptique [80]
- la techniques RIC en anisotrope<sup>7</sup> (monoclinique) [75, 79]
- la méthode 2D-ESPRIT HRWA [85]

### I.3.2 Corrélation par fonctions de Hankel en isotrope - Méthode des sources images [101]

La transformée de Fourier 2D ne permet pas l'estimation des parties imaginaires de  $k$ . Par ailleurs la corrélation d'ondes planes dans IWC n'est d'une part pas réaliste proche des sources et d'autre part engendre une erreur de modélisation et d'estimation de l'amortissement. Une solution est d'effectuer cette corrélation proprement, c'est à dire avec la solution analytique décrivant le champ vibratoire de la plaque (et non une approximation du champ par onde plane) ; cela est possible pour une plaque isotrope grâce au noyau de Green (prenant en compte les ondes propagatives et évanescentes) associé à la technique des sources images pour modéliser les conditions aux limites souhaitée d'une plaque finie. C'est ce que nous avons proposé dans l'article *Estimation of plate material properties by means of a complex wavenumber fit using*

7. On utilisera tout au long du manuscrit la dénomination *anisotrope* pour qualifier les structures présentant un seul plan de symétrie, en l'occurrence les stratifiés à empilement *symétrique*, où il n'y a pas de couplage membrane-torsion ou membrane-flexion, mais où le couplage flexion-torsion existe. Ces matériaux ne présentant qu'un seul plan de symétrie sont appelés plus précisément des matériaux *monocliniques*.

*Hankel's functions and the image source method*, JSV, 390, 2017 [101] (fruit de la collaboration avec Bert ROOZEN initiée lors de son séjour au laboratoire en tant que professeur invité en 2015), où la méthodologie est premièrement validée pour des conditions aux limites de type *simplement appuyée* puis *libre* par comparaison aux éléments finis, et dans un second temps appliquée à des champs expérimentaux pour identifier les nombres d'onde complexes et en dériver les caractéristiques mécaniques équivalentes (rigidités complexes).

Dans le cas d'une plaque mince isotrope infinie sous les hypothèses de Love-Kirchhoff, la réponse du milieu à une excitation ponctuelle élémentaire placée en  $(x_0, y_0)$  appelée "noyau de Green" s'écrit :

$$G_\infty(x - x_0, y - y_0) = \frac{j}{8k^2 D} \left( H_0^{(1)}(kr) - H_0^{(1)}(jkr) \right), \quad (\text{I.11})$$

avec  $H_0^{(1)}$  la fonction de Hankel de première espèce d'ordre 0,  $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$  la distance à la source et  $D$  la rigidité de flexion complexe. À partir des travaux conséquents à la thèse de doctorat de Jacques CUENCA [30–32], on couple ce champ à la technique des sources images afin de tenir compte des conditions aux limites de la plaque (voir la Figure I.14). Le

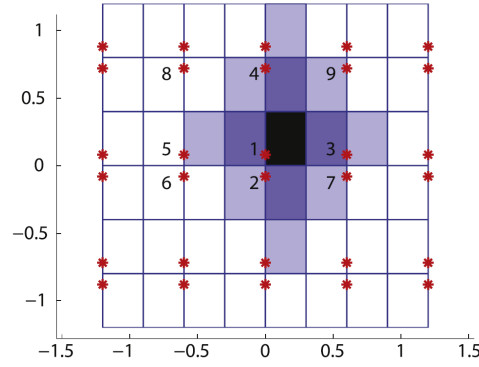


FIGURE I.14 – Illustration de méthodes des sources images pour une plaque libre (en noire) excitée au point 1. Les points rouges indiquent les positions des sources images. Les couleurs bleues foncées et bleus claires correspondent respectivement aux deuxièmes et troisièmes réflexions. Figure extraite de [101].

champ virtuel de corrélation se compose alors de la somme pondérée des champs de Green issus de la source principale et des sources images (ou *miroirs*)<sup>8</sup> :

$$\tilde{w}(x, y) = \sum_n \alpha_n G_\infty(x - x_0(n), y - y_0(n)), \quad (\text{I.12})$$

où  $\alpha_n$  est le coefficient de pondération (amplitude) de la source image  $n$ . Ces amplitudes  $\alpha_n$  sont calculées par méthode moindres carrés couplée à une régularisation de Tikhonov, en assimilant le champ mesuré  $w$  au champ virtuel  $\tilde{w}$ . En pratique le nombre d'onde complexe  $k$  est identifié en minimisant l'erreur de corrélation  $e(k)$  donnée par :

$$e(k) = \frac{\|w - \tilde{w}\|^2}{\|w\|^2} \quad (\text{I.13})$$

Un exemple de l'influence du nombre de sources images sur le champ virtuel et sur l'erreur de

8. Si la méthode des sources images proposée découle des travaux de CUENCA [30], on peut noter que notre approche est basée sur une corrélation de champ de déplacement 2D mesuré (par vibrométrie laser typiquement) avec le champ analytique reconstruit, et se différencie ainsi de la méthodologie proposée par CUENCA qui s'appuie sur les admittances ponctuelles mesurée pour estimer les paramètres matériaux de la plaque isotrope finie.

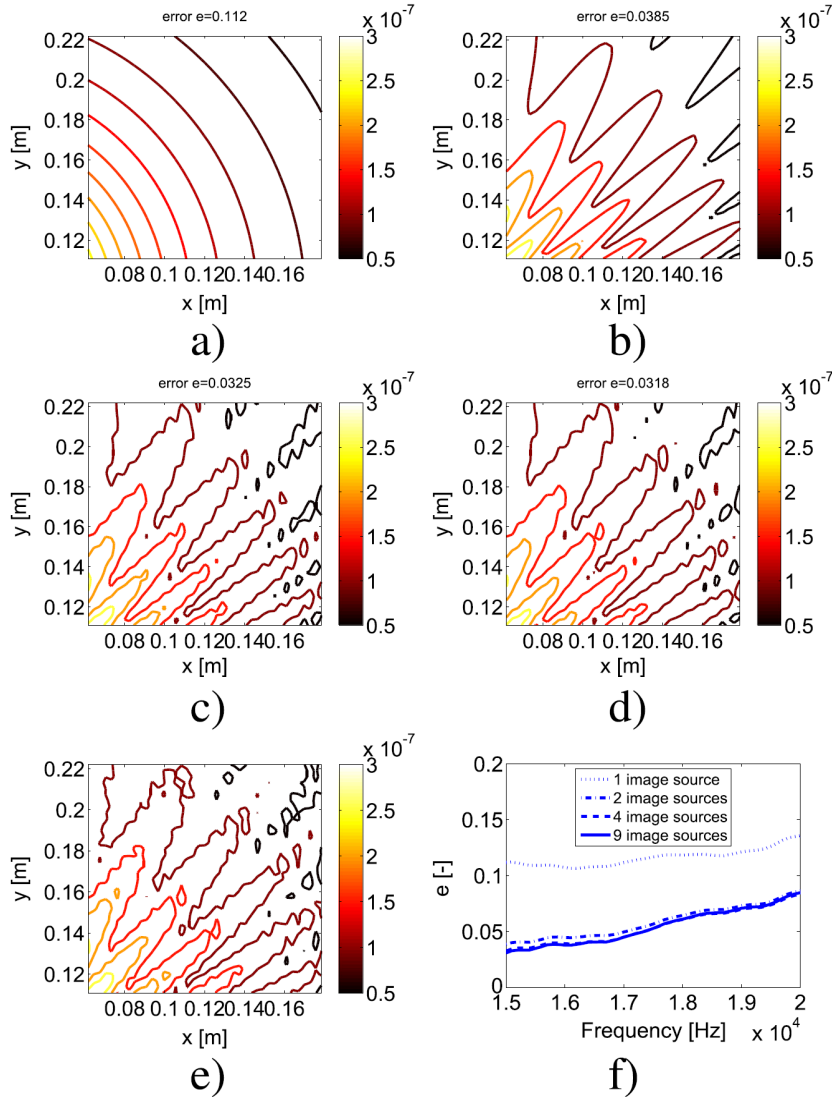


FIGURE I.15 – Illustration de l'influence du nombre de sources images dans la méthode de reconstruction. Champ virtuel reconstruit avec a) 1 source, b) 2 sources, c) 4 sources, d) 9 sources. e) Champ virtuel calculé numériquement par éléments finis. f) Erreur de reconstruction pour un nombre croissant de sources images. Figures extraites de [101].

reconstruction est donné à la Figure I.15. L'erreur décroît relativement vite avec quelques sources images seulement (f), et le champ virtuel avec 9 sources (d) concorde parfaitement avec des simulations en éléments finis (e), confirmant la méthodologie. Nous l'avons alors appliquée avec succès à des champs vibratoires expérimentaux de plaque libre pour l'estimation de la rigidité et des facteurs de pertes équivalents ; voir la Figure I.16) pour le cas d'une structure tricouche où 9 sources images ont été utilisées. Une fois le nombre d'onde *optimal* estimé, on identifie la rigidité de flexion complexe équivalente  $D = \rho h \omega^2 / k^4$  et le facteur de perte équivalent  $\eta = \Im(k^4) / \Re(k^4)$ . Les résultats sont très bons sur une large bande fréquentielle et prometteurs dans l'estimation de l'amortissement équivalent en moyennes fréquences, jusqu'alors estimée de manière erronée par les techniques de corrélation d'onde basée sur les ondes planes. On peut noter que l'erreur

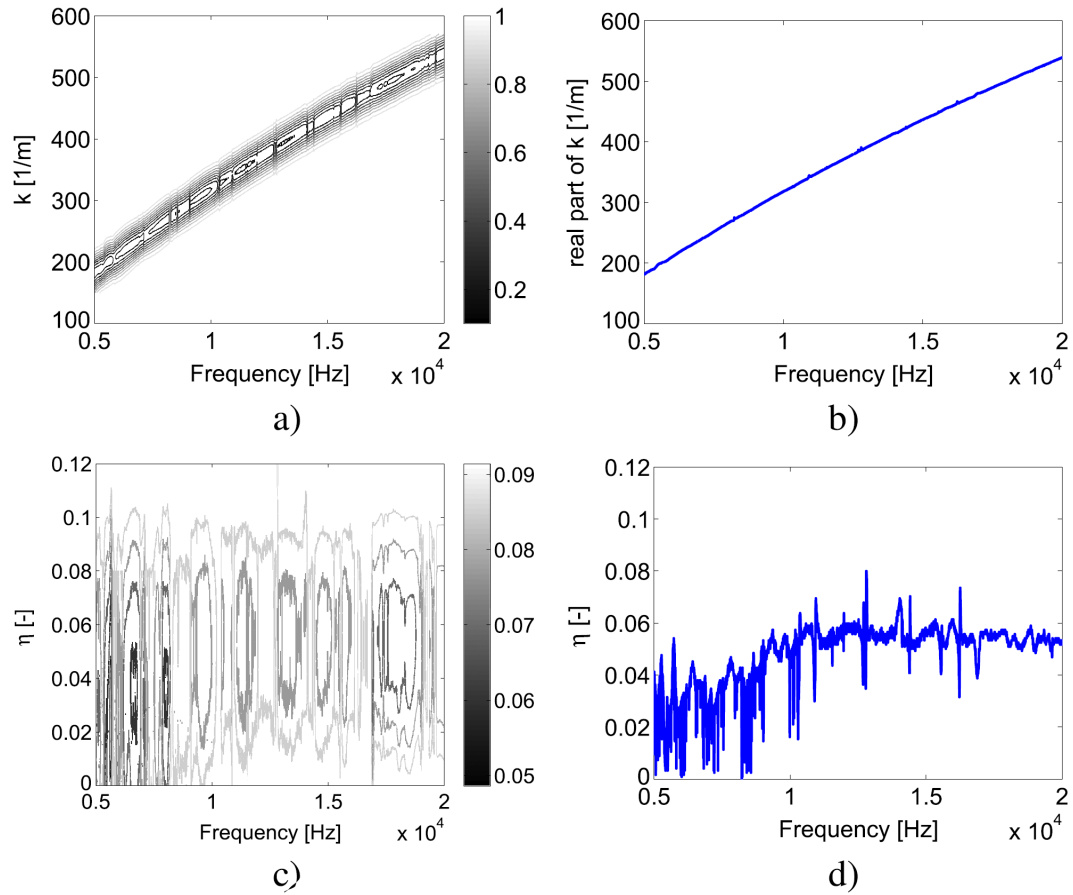


FIGURE I.16 – Erreur de corrélation en fonction de la fréquence et de la partie réelle du nombre d'onde  $k$  (a), et en fonction de la fréquence et du facteur de perte  $\eta$  (c). Valeur optimale de la partie réelle de  $k$  identifiée (b) et valeur optimale de  $\eta$  identifiée (d). Figures extraites de [101].

relative sur le facteur de perte estimé est beaucoup plus importante que sur la partie réelle de  $k$  du fait que sa partie imaginaire est bien sûr beaucoup plus petite que la réelle. Il est notable sur la Figure I.16d) que plus la fréquence augmente plus l'estimation de la dissipation par technique de corrélation de Hankel est propre (dans le bas du spectre des moyennes fréquences, aux grandes longueurs d'onde, et si l'amortissement n'est pas suffisamment important il est difficile d'approcher le champ vibratoire par un nombre limité de sources images). Cette technique de corrélation par fonction de Hankel sera comparée à d'autres méthodes expérimentales sur ces sandwichs tricouches à la section I.4.

Un souci non négligeable de ces méthodologies de corrélation par fonction de Hankel réside dans la nécessité de connaître avec précision la position de la source. Mais la principale limitation, qui occupe la communauté est que le noyau de Green n'est connu analytiquement que pour les plaques isotropes et orthotropes "elliptiques", et non "anisotropes". C'est l'objet de la section suivante où la technique de corrélation par fonction de Hankel est étendue aux structures orthotropes elliptiques grâce aux travaux de thèse de doctorat de Fabien MARCHETTI au LVA.

### I.3.3 Corrélation par fonction de Hankel en orthotropie elliptique - Application aux sandwichs nid d'abeille [80]

La technique de corrélation par fonction de Hankel repose sur la connaissance analytique du noyau de Green. Dans le cas isotrope ([101], section précédente), la dérivation mathématique est directe, mais n'existe pas analytiquement, à ma connaissance, pour des structures anisotropes. Le cas orthotrope (matériau possédant trois plans de symétrie, perpendiculaires deux à deux) quant à lui est résolu seulement pour l'orthotropie spécifique dite "elliptique" comme mentionné par BERTHAUT (annexe B de sa thèse de doctorat [13]) citant les travaux de HAMET [60]. Ce cas d'orthotropie particulier tire parti d'une relation entre les rigidités  $D'_{11}$ ,  $D'_{22}$  et  $D'_{12}$ , revenant à faire une hypothèse matériau sur la valeur du module de cisaillement et simplifiant alors la relation de dispersion du milieu. Pour une plaque mince orthotrope, l'équation de dispersion s'écrit en coordonnées cartésiennes dans les axes d'orthotropie ( $x', y'$ ) (axes définis figure I.17a) :

$$D'_{11} k_{x'}^4 + D'_{22} k_{y'}^4 + D'_{12} k_{x'}^2 k_{y'}^2 = \rho h \omega^2 \quad (\text{I.14})$$

et en coordonnées polaires :

$$k^4(\theta) (D'_{11} \cos^4(\theta') + D'_{22} \sin^4(\theta') + D'_{12} \cos^2(\theta') \sin^2(\theta')) = \rho h \omega^2 \quad (\text{I.15})$$

Elle se simplifie donc sous l'hypothèse d'*orthotropie elliptique* pour un module de cisaillement qui s'écrit  $G_{x'y'} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{E_{x'} E_{y'} - \nu_{y'x'} E_{x'}}}{1 - \nu_{x'y'} \nu_{y'x'}}$  [13, 37]. Les constantes de rigidité sont alors liées entre elles par la relation  $D'_{12} = 2 \sqrt{D'_{11} D'_{22}}$  et l'équation I.14 se factorise en :

$$\left( k_{x'}^2 \sqrt{D'_{11}} + k_{y'}^2 \sqrt{D'_{22}} \right)^2 = \rho h \omega^2 \quad (\text{I.16})$$

La dénomination ("elliptique") est retenue pour ce type d'orthotropie car le profil des nombres d'onde représenté dans le  $k$ -espace solution de l'équation I.16 est alors ellipsoïdal (voir la figure I.17a). Lorsque la relation particulière  $D'_{12} = 2 \sqrt{D'_{11} D'_{22}}$  n'est pas vérifiée, on qualifie l'orthotropie de *quelconque* ou *non elliptique*.

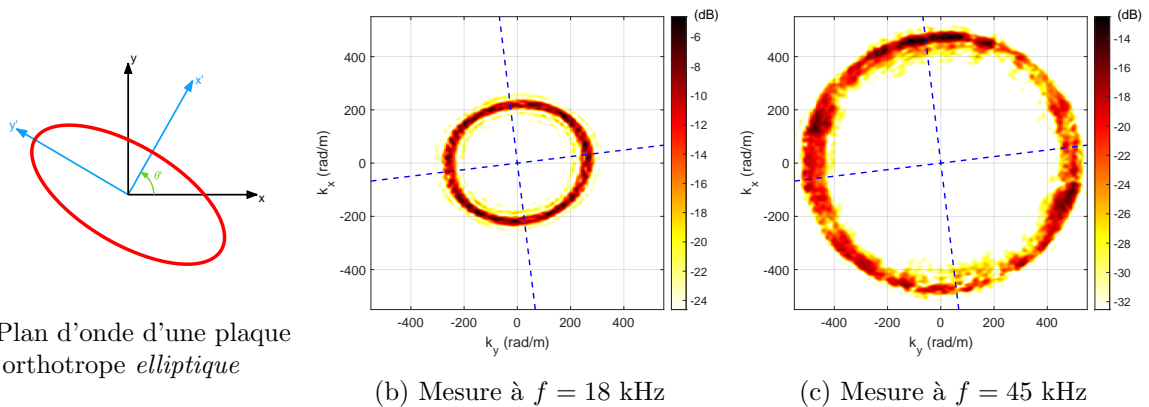


FIGURE I.17 – Illustration des profils des nombres d'onde de flexion dans le  $k$ -espace. (a) : plaque orthotrope elliptique (avec angle d'orthotropie  $\theta'$ ), calcul théorique. (b) et (c) : Transformée de Fourier spatiale 2D du champ vibratoire du sandwich nid d'abeille mesuré à 18 kHz et 45 kHz respectivement. Figures extraites de [80].

L'équation de mouvement d'une plaque mince orthotrope elliptique sous les hypothèses de Love-Kirchhoff excitée par une force ponctuelle s'écrit alors dans le système de coordonnées  $(x', y')$  sous une forme factorisée en fonction des seules rigidités  $D'_{11}$  et  $D'_{22}$  :

$$\left( \left( \sqrt{D'_{11}} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \sqrt{D'_{22}} \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right)^2 - \rho h \omega^2 \right) w(x', y') = \delta(x' - x'_0, y' - y'_0), \quad (\text{I.17})$$

et le noyau de Green, solution de l'équation I.17, s'obtient analytiquement après introduction d'un pseudo-nombre d'onde  $\kappa$  tel que proposé par Berthaut [13] :

$$G_\infty(x', y', \omega) = \frac{j \sqrt{D'_{11} D'_{22}}}{8 \sqrt{\rho h \omega^2}} \left( H_0^{(1)}(\kappa r) - H_0^{(1)}(j \kappa r) \right), \quad (\text{I.18})$$

où  $H_0^{(1)}$  est comme précédemment la fonction de Hankel de première espèce d'ordre 0,  $r$  la distance à la source et où le produit du pseudo nombre d'onde  $\kappa$  et de  $r$  s'écrit :

$$\kappa r = \sqrt[4]{\rho h \omega^2} \sqrt{\frac{(x' - x'_0)^2}{\sqrt{D'_{11}}} + \frac{(y' - y'_0)^2}{\sqrt{D'_{22}}}}. \quad (\text{I.19})$$

On obtient *in fine* la fonction de Green dans le repère de mesure  $(x, y)$  (repère des côtés géométriques de la plaque) après remplacement de  $x'$  et  $y'$  dans l'équation I.18 via la matrice de changement de base (matrice de passage) :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta') & \sin(\theta') \\ -\sin(\theta') & \cos(\theta') \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \quad (\text{I.20})$$

Grâce à cette formulation analytique du noyau de Green donné à l'équation I.18 nous avons donc étendu la méthodologie de corrélation d'ondes par fonction de Hankel présentée à la section précédente aux cas des plaques orthotropes elliptiques, avec angle d'orthotropie quelconque. Cette nouvelle technique d'identification des nombres d'onde a été publiée dans l'article *Experimental methodology to assess the dynamic equivalent stiffness properties of elliptical orthotropic plates*, JSV, 495, 2021 [80] fruit de la collaboration avec Bert ROOZEN et le UGent (Joost SEGERS et Mathias KERSEMANS) mise en place lors de la thèse de Fabien MARCHETTI. Dans cet article la méthodologie, originale, a été appliquée à un sandwich nid d'abeille de dimensions  $0.73 \times 0.52 \text{ m}^2$  composé de deux peaux en aluminium de 0.6 mm d'épaisseur chacune et d'une âme en nid d'abeille Nomex (papier aramidique à cellule hexagonale) de 9 mm d'épaisseur. Le  $k$ -espace pour deux fréquences (18 kHz et 45 kHz) est présenté aux figures I.17b, I.17c révélant un comportement orthotrope s'éloignant du cercle isotrope suivant une forme ellipsoïdale avec un léger angle d'orthotropie  $\theta'$ . Nous nous sommes dès lors proposés d'appliquer cette technique de corrélation en la comparant à la méthode IWC (que nous qualifierons ici de "référence") ainsi qu'au modèle analytique de multicouches stratifiés anisotropes développé par Fabien MARCHETTI et qui fera l'objet du chapitre suivant à la section II.3.

La méthode des sources images dans le cas orthotrope avec angle d'orthotropie non nul soulève des questions analytiques de fond sur la propagation d'ondes et la réflexion aux bords (une onde se propageant suivant une direction angulaire donnée, dans un milieu orthotrope avec angle d'orthotropie quelconque, est réfléchiée par le bord suivant une autre direction et avec une autre longueur d'onde). Dès lors nous avons donc fait le choix ici de ne pas utiliser la technique des sources images et de négliger la réflexion d'ondes dans le champ projeté, les résultats obtenus avec une seule source étant déjà tout à fait satisfaisants (cette thématique de



recherche concernant les *conversions d'ondes* aux bords des structures finies pourra faire partie d'une perspective intéressante de mon projet présenté à la fin du manuscrit). Le principe de la méthodologie de corrélation reste somme toute semblable à [101] si ce n'est qu'une seule fonction de Green sera considérée lors de la reconstruction du champ. Le champ mesuré  $W(x_p, y_q, \omega)$  sur le maillage discret  $(x_p, y_q)$  de la plaque est donc approximé par le champ projeté  $G_\infty(x_p, y_q, \omega)$

$$\tilde{W}(x_p, y_q, \omega) = \alpha(\omega)G_\infty(x_p, y_q, \omega), \quad (\text{I.21})$$

où  $\alpha$  est l'amplitude de la fonction de Green. Le terme  $\alpha$  est calculé par approche inverse sous hypothèse d'égalité de  $W$  à  $\tilde{W}$  :

$$\alpha(\omega) = \left(\mathcal{G}^T \mathcal{G}\right)^{-1} \mathcal{G}^T \mathcal{W}, \quad (\text{I.22})$$

où le membre de droite de l'équation (I.22) est calculé pour chaque pulsation  $\omega$  considérée, et où  $\mathcal{W}$  et  $\mathcal{G}$  sont des vecteurs contenant  $W(x_p, y_q, \omega)$  et  $G_\infty(x_p, y_q, \omega)$  respectivement. L'erreur de reconstruction s'écrit alors :

$$e(\omega) = \frac{\|\mathcal{W} - \tilde{\mathcal{W}}\|^2}{\|\mathcal{W}\|^2} \quad (\text{I.23})$$

où  $\|\dots\|$  est la norme (matricielle) euclidienne. La technique de corrélation consiste pour chaque pulsation  $\omega$ , à calculer l'erreur pour différents champs de Green en faisant varier les trois paramètres que sont les deux rigidités  $D_{11}$ ,  $D_{22}$  et l'angle d'orthotropie  $\theta'$  (on fait l'hypothèse que la masse surfacique équivalente  $\rho h$  du sandwich est connue).

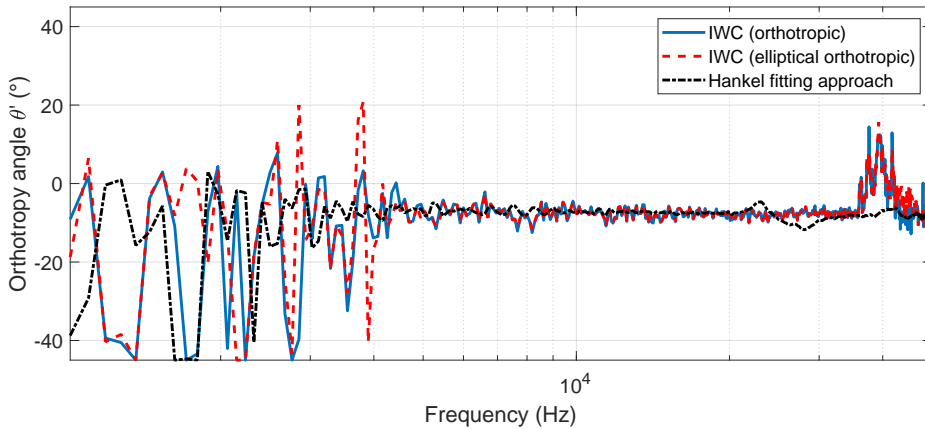


FIGURE I.18 – Angle d'orthotropie  $\theta'$  identifié par méthode IWC, IWC en orthotropie elliptique, et corrélation par fonction de Hankel. Figure extraite de [80].

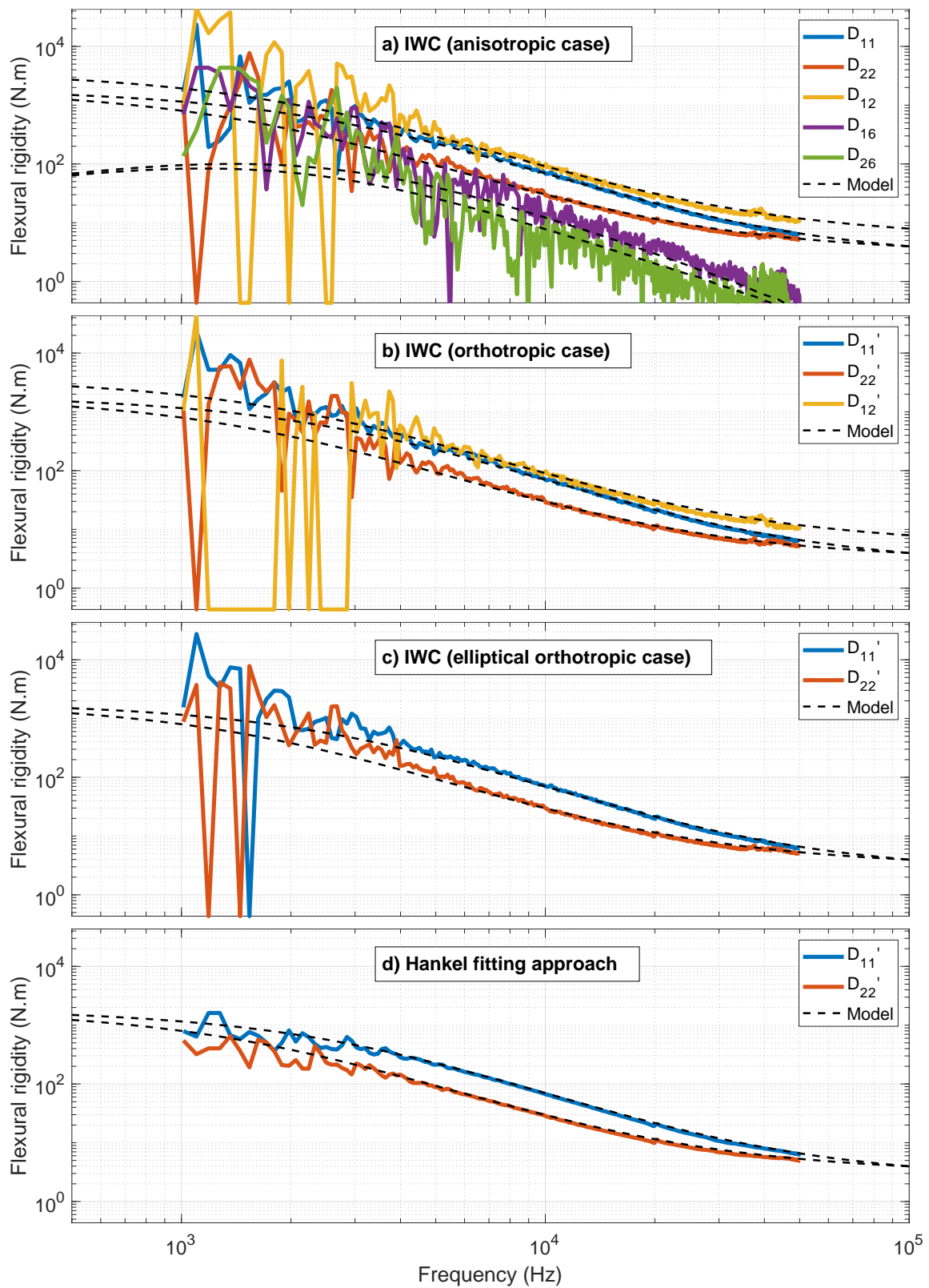


FIGURE I.19 – Rigidités de flexion équivalentes identifiées par méthode IWC anisotrope (a), IWC orthotrope (b), IWC orthotrope elliptique (c) et corrélation par fonction de Hankel (d). Figures extraites de [80].

Les valeurs minimisant cette erreur, pour chaque pulsation, seront les paramètres matériaux estimés de la plaque orthotrope elliptique équivalente. On peut rappeler ici que la méthode permet d'identifier des rigidités complexes et de remonter à chacun des termes de dissipations associés ; néanmoins dans cette application pour la caractérisation d'un sandwich nid d'abeille nous nous sommes focalisés sur les quantités réelles.

L'angle d'orthotropie et les rigidités fréquemment dépendants identifiés sont présentés aux figures I.18 et I.19. L'approche par corrélation de Hankel elliptique (figure I.19d) est comparée à trois autres estimations pour différentes plaques équivalentes sous des hypothèses matériaux de plus en plus fortes :

- Plaque anisotrope équivalente (matériau monoclinique) où 5 rigidités ( $D_{11}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{16}$ ,  $D_{26}$ ) sont identifiées dans le système de coordonnées  $(x, y)$
- Plaque orthotrope équivalente où 3 rigidités ( $D'_{11}$ ,  $D'_{22}$ ,  $D'_{12}$ ) et l'angle d'orthotropie  $\theta'$  sont identifiés dans le système de coordonnées  $(x', y')$
- Plaque orthotrope elliptiques équivalentes où 2 rigidités ( $D'_{11}$ ,  $D'_{22}$ ) et l'angle d'orthotropie  $\theta'$  sont identifiés dans le système de coordonnées  $(x', y')$

Pour chaque pulsation  $\omega$  et angle de propagation  $\theta$  un nombre d'onde de flexion  $k_f(\theta, \omega)$  est identifié par la méthode IWC et notre modèle analytique : on obtient ainsi, par minimisation, le jeu de paramètres optimal pour chacun des trois cas listés ci-dessus sous hypothèses de plaque mince de Love-Kirchhoff équivalente anisotrope I.19a) / orthotrope I.19b) / orthotrope elliptique I.19c). Je n'entrerai pas plus dans le détail de ce problème de minimisation donnant les caractéristiques équivalentes (pour IWC et le modèle analytique) et je renverrai le lecteur à l'article [80].

Les résultats présentés à la figure I.19d) illustrent les performances de la technique de corrélation par fonction de Hankel proposée dans cette section, donnant des rigidités de flexion  $D'_{11}$ ,  $D'_{22}$  remarquablement proches des rigidités prédites par le modèle analytique équivalent sur une large bande fréquentielle [1kHz - 50 kHz]. On voit également sur cette figure de comparaison des rigidités que, logiquement, moins on fait d'hypothèses matériaux pour la plaque équivalente et plus les estimations sont bruitées (comparer les cas monoclinique I.19a) et orthotrope I.19b) aux résultats dans le cas elliptique). Ces difficultés d'estimations sont particulièrement visibles dans le bas du spectre (en dessous de 4 kHz) en raison du comportement modal et de l'aspect stationnaire du champ vibratoire. La chute des rigidités de flexion équivalentes avec la fréquence, sous hypothèse "plaque mince" équivalente fréquemment dépendante, vient directement de l'augmentation du cisaillement de l'âme du sandwich plus la fréquence augmente. Nous reviendrons sur ce comportement caractéristiques des tricouches un peu plus loin dans ce chapitre en section I.4 pour les aspects expérimentaux et au chapitre suivant section II.3 pour les problématiques de modélisation.

Deux résultats tout à fait parlants et qui ouvrent des perspectives d'actualité dans la communauté des matériaux architecturés et des métamatériaux concernent l'effet des cellules nid d'abeille sur la dynamique globale du matériau multicouche. Plus précisément, nous avons pu montrer que la technique de mesure de champ par vibrométrie laser peut rendre compte expérimentalement de ces effets de périodicité des cellules nid d'abeille et également de phénomènes de dissipation et d'amortissement induits par la présence de ces cavités. Ainsi on voit à la figure I.20 l'influence du premier mode *acoustique* des cellules (demie longueur d'onde dans l'épaisseur de l'âme nid d'abeille d'environ  $h_c \approx 9 \text{ mm}$ ) créant une atténuation supplémentaire de l'onde bien supérieure à l'atténuation géométrique en  $1/\sqrt{r}$ . À cette fréquence bien singulière de 20 kHz ( $f \approx c_a/(2h)$  où  $c_a$  est la vitesse du son dans l'air) les cellules jouent le rôle d'amortisseurs dynamique accordés "acoustiques" ("*acoustic tuned mass damper*" en anglais) créant cet amortissement supplémentaire distribué. Le second phénomène observé en hautes fréquences est

directement relié à la structure périodique de l'âme du sandwich (cellules hexagonales). Cette structure cellulaire crée une modulation spatiale de l'amplitude du champ vibratoire pour des nombres d'onde et des angles de propagation reliés à la géométrie des cellules. Ainsi on voit apparaître dans le  $k$ -espace (voir la figure I.21) des *réplications* ou *périodisation* de l'ellipse du nombre d'onde de flexion naturel, centrés sur des points spécifique du  $k$ -espace qui dépendent directement de la périodicité spatiale et de l'orientation des cellules nid d'abeille hexagonales.

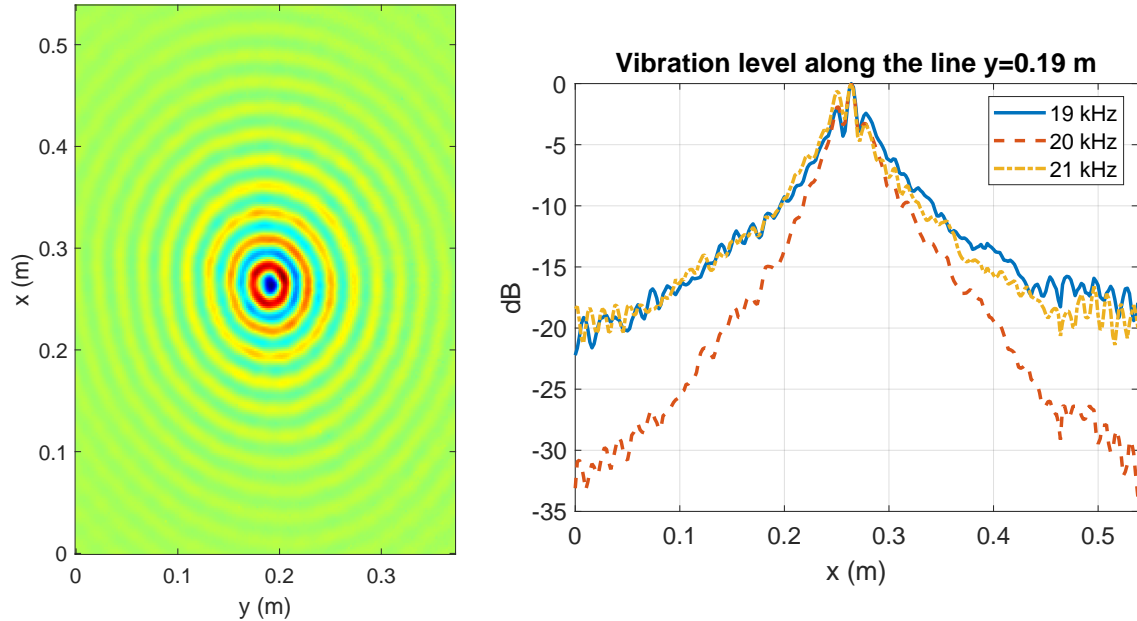


FIGURE I.20 – Déformée opérationnelle mesurée à 20 kHz (gauche) et niveau de vibration le long de la ligne  $y = 0.19$  m (droite) à 20 kHz en rouge, beaucoup plus faible qu'à 19 kHz et 21 kHz. Figures extraites de [80].

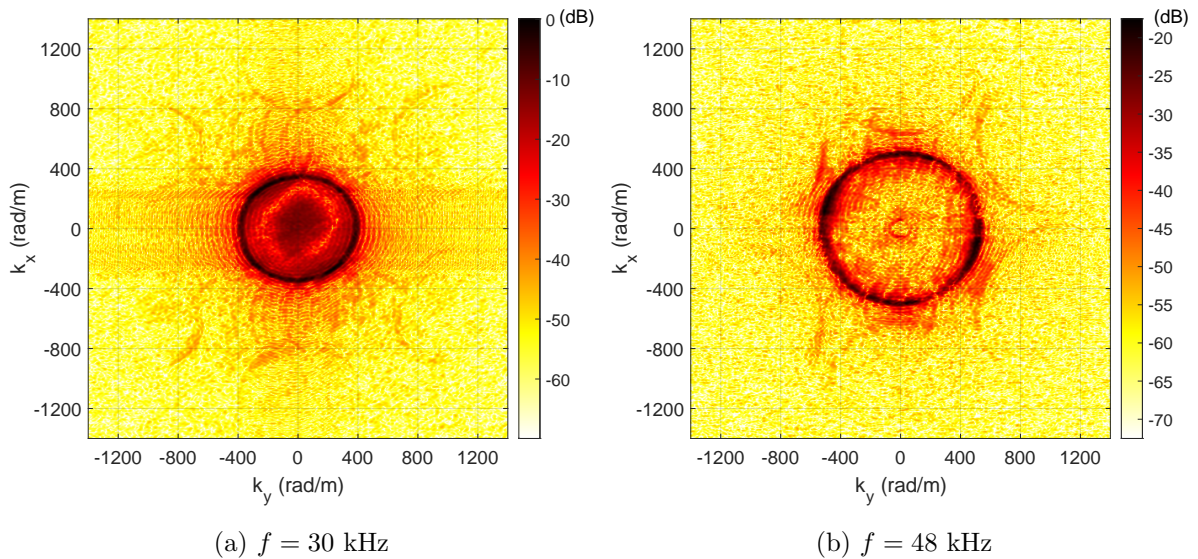


FIGURE I.21 – Transformée de Fourier 2D appliquée au champ de déplacement transverse du sandwich nid d'abeille mesuré à 30 kHz (a) et 48 kHz (b). Figures extraites de [80].

Ces deux phénomènes - apparition soudaine d'un amortissement distribué supplémentaire à 20 kHz et périodisation du spectre en hautes fréquences - sont bien illustrés sur une [vidéo disponible ici](#) présentant l'évolution du champ vibratoire mesuré et du  $k$ -espace en fonction de la fréquence.

### I.3.4 Méthode RIC appliquée aux composites anisotropes [79]

Mis à part le fait de ne pouvoir écrire analytiquement le noyau de Green que pour des cas relativement simples (isotropie ou orthotropie elliptique), la nécessité de connaître précisément la position de la source pour l'écriture du champ ondulatoire projeté est une vraie difficulté déjà évoquée plus haut dans la technique de corrélation par fonction de Hankel. La figure I.22 présente par exemple l'influence d'une erreur de positionnement de la source sur la reconstruction du champ par fonction de Hankel dans le cas d'application au sandwich nid d'abeille étudié ci-dessus. Quelques millimètres d'incertitude sur la position entraînent une augmentation rapide de l'erreur de reconstruction (on montre que pour obtenir des résultats acceptables cette précision doit être de l'ordre du cinquième de la longueur d'onde).

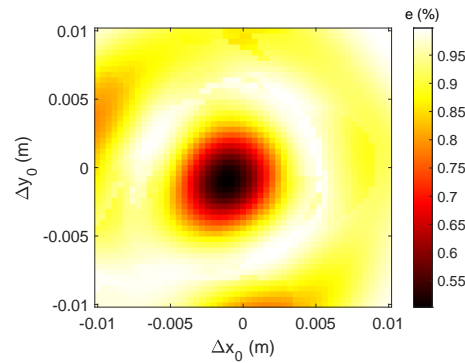


FIGURE I.22 – Erreur de reconstruction du champ par corrélation par fonction de Hankel en fonction de l'incertitude de positionnement de la source, à 30 kHz. Figure extraite de [80].

Il apparaît donc nécessaire d'avoir recours pour certaines applications à des techniques d'identification de structure ne nécessitant pas cette connaissance précise du positionnement de la source. C'est ce que permet entre autres la méthode RIFF [97, 98] pour (*Résolution Inverse Filtrée Fenêtrée*, ou *Force Analysis Technique FAT* en anglais) dans sa version adaptée pour la caractérisation de structure [1, 2]. À mon arrivée au LVA je me suis tourné vers cette technique de mesure historique du laboratoire développée par Charles PÉZERAT lors de ses travaux doctoraux et dont le schéma aux différences finies a été *corrigé* par Quentin LECLÈRE dans la méthode qu'il a appelé RIC [70] (*Résolution Inverse Corrigée*, ou CFAT pour *Corrected FAT* en anglais). La méthode RIC permet après correction de l'erreur de biais induite par l'approche classique RIFF, d'élargir le domaine de validité en fréquence de la technique d'identification tout en affinant la qualité des estimations. Initialement développée pour la localisation et la quantification d'efforts, elle a été adaptée pour l'identification fine de la raideur et de l'amortissement sans nécessité de connaissances a priori sur la position de la source [72]. La technique consiste à supposer connues les propriétés de dispersion du champ ondulatoire de flexion, en d'autres termes à faire une hypothèse forte de modélisation en amont sur l'équation de dispersion du milieu. La technique de caractérisation identifie alors les dérivées spatiales de l'équation de mouvement par schéma aux différences finies sur le déplacement transverse mesuré et ouvre la voie à l'identification *locale* des

caractéristiques dynamiques. Ainsi après avoir appliqué la technique RIC à des structures multicouches isotropes au cours du projet BQR VIVARIUM en particulier (nous y reviendrons à la section I.4), j'ai co-encadré avec Quentin LECLÈRE le travail de doctorat de Fabien MARCHETTI au cours duquel la méthodologie RIC a été étendue aux structures anisotropes aussi bien pour l'identification de sources que pour la caractérisations large bande fréquentielle en raideur équivalente et en amortissement équivalents. L'objet de cette section est de présenter les principaux résultats sur ce volet RIC *anisotrope* publié dans l'article *Development of the Corrected Force Analysis Technique for laminated composite panels, JSV, 490, 2021* [79] pour l'identification de sources et dans le manuscrit de thèse de Fabien MARCHETTI [75] pour l'identification des paramètres dynamiques équivalents.

#### I.3.4.1 Extension de RIC aux stratifiés composites anisotropes et application à l'identification de force

La méthode RIFF utilise une formulation locale du comportement dynamique de la structure. Dans le cas des structures planes que nous considérons ici, elle s'appuie sur un modèle de plaque mince en flexion dans le cadre des hypothèse de Love-Kirchhoff. Pour l'identification de force, le champ d'excitation  $p(x, y)$  constitue l'inconnu du problème et l'on suppose connue les caractéristiques matériaux (5 rigidités de flexion  $D_{ij}$  et masse volumique  $\rho$ , dans le cas d'une structure monoclinique) éventuellement fréquentiellement dépendantes. L'équation du mouvement du stratifié (voir la section II.3.1.2) s'écrit :

$$p(x, y) = D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + D_{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} - \rho h \omega^2 w(x, y), \quad (\text{I.24})$$

avec  $w(x, y)$  le déplacement transverse de la plaque et  $h$  l'épaisseur. L'objectif de la méthode RIFF est d'identifier le champ de pression  $p$  en estimant les dérivées partielles du déplacement transverse  $w$  à partir de la mesure de ce dernier (très souvent obtenue sans contact, par vibrométrie laser à balayage, typiquement, afin d'augmenter facilement le nombre de points, la finesse de maillage et pour plus de praticité). Concrètement on approxime ces différentes dérivées d'ordre 4 de l'équation I.24 en utilisant un schéma aux différences finies approprié, à 25 points dans notre cas pour des stratifiés anisotropes (voir la figure I.23) ; l'expression des dérivées partielles est donnée ci-dessous :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \approx \delta^{4x} = \frac{1}{\Delta_x^4} (w_{+4,0} - 4w_{+2,0} + 6w_{0,0} - 4w_{-2,0} + w_{-4,0}), \quad (\text{I.25})$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \approx \delta^{4y} = \frac{1}{\Delta_y^4} (w_{0,+4} - 4w_{0,+2} + 6w_{0,0} - 4w_{0,-2} + w_{0,-4}), \quad (\text{I.26})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \approx \delta^{2x2y} &= \frac{1}{\Delta_x^2 \Delta_y^2} (w_{+2,+2} + w_{+2,-2} + w_{-2,+2} + w_{-2,-2} \\ &\quad - 2(w_{+2,0} + w_{-2,0} + w_{0,+2} + w_{0,-2}) + 4w_{0,0}), \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} \approx \delta^{3xy} &= \frac{1}{\Delta_x^3 \Delta_y} (w_{+3,+1} - w_{+3,-1} - w_{-3,+1} + w_{-3,-1} \\ &\quad - 3(w_{+1,+1} - w_{+1,-1} - w_{-1,+1} + w_{-1,-1})), \end{aligned} \quad (\text{I.28})$$

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} \approx \delta^{x3y} = \frac{1}{\Delta_x \Delta_y^3} (w_{+1,+3} - w_{-1,+3} - w_{+1,-3} + w_{-1,-3} - 3(w_{+1,+1} - w_{+1,-1} - w_{-1,+1} + w_{-1,-1})), \quad (\text{I.29})$$

où  $w_{\alpha,\beta} = w\left(x + \frac{\alpha\Delta_x}{2}, y + \frac{\beta\Delta_y}{2}\right)$  et où  $\Delta_x$  et  $\Delta_y$  représentent la distance entre deux points consécutifs du schéma dans les directions  $x$  et  $y$  respectivement. *In fine* l'estimation RIFF du champ de pression reconstruit s'écrit dans l'espace des nombres d'onde :

$$\widehat{p}^{\text{RIFF}}(k_x, k_y) = \left(D_{11}\widehat{\delta}^{4x} + D_{22}\widehat{\delta}^{4y} + D_{12}\widehat{\delta}^{2x2y} + D_{16}\widehat{\delta}^{3xy} + D_{26}\widehat{\delta}^{x3y} - \rho h \omega^2\right) \widehat{w}(k_x, k_y), \quad (\text{I.30})$$

où  $\widehat{w}$  et  $\widehat{p}^{\text{RIFF}}$  sont respectivement la transformée de Fourier 2D du champ de déplacement et du champ de pression  $p^{\text{RIFF}}$  et où les coefficients  $\widehat{\delta}^{ij}$  correspondent aux transformées de Fourier 2D du schéma aux différences finies soit :

$$\widehat{\delta}^{4x} = \frac{16 \sin^4\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right)}{\Delta_x^4}, \quad (\text{I.31})$$

$$\widehat{\delta}^{4y} = \frac{16 \sin^4\left(\frac{k_y \Delta_y}{2}\right)}{\Delta_y^4}, \quad (\text{I.32})$$

$$\widehat{\delta}^{2x2y} = \frac{16 \sin^2\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \sin^2\left(\frac{k_y \Delta_y}{2}\right)}{\Delta_x^2 \Delta_y^2}, \quad (\text{I.33})$$

$$\widehat{\delta}^{3xy} = \frac{16 \sin^3\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \sin\left(\frac{k_y \Delta_y}{2}\right)}{\Delta_x^3 \Delta_y}, \quad (\text{I.34})$$

$$\widehat{\delta}^{x3y} = \frac{16 \sin\left(\frac{k_x \Delta_x}{2}\right) \sin^3\left(\frac{k_y \Delta_y}{2}\right)}{\Delta_x \Delta_y^3}. \quad (\text{I.35})$$

écrits dans le repère polaire  $(k, \theta)$  avec  $k_x = k \cos(\theta)$  et  $k_y = k \sin(\theta)$ .

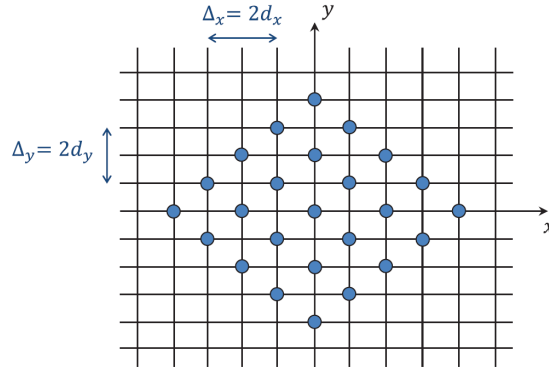


FIGURE I.23 – Schéma aux différences finies RIFF et RIC pour une plaque anisotrope. Figure extraite de [79]

On peut alors définir une erreur de reconstruction  $E_{\text{RIFF}}$  entre les transformées de Fourier du champ de pression réel  $\widehat{p}$  et l'estimation RIFF  $\widehat{p}^{\text{RIFF}}$  :

$$E_{\text{RIFF}}(\omega, \Delta_x, \Delta_y, k, \theta) = \frac{\widehat{p}^{\text{RIFF}}(k, \theta)}{\widehat{p}(k, \theta)} = \frac{\mathcal{K}_{\text{RIFF}}^4 - k_f^4}{k^4 - k_f^4}, \quad (\text{I.36})$$

où

$$\mathcal{K}_{\text{RIF}}^4 = \frac{D_{11}\widehat{\delta}^{4x} + D_{22}\widehat{\delta}^{4y} + D_{12}\widehat{\delta}^{2x2y} + D_{16}\widehat{\delta}^{3xy} + D_{26}\widehat{\delta}^{x3y}}{D_{11}c^4 + D_{22}s^4 + D_{12}c^2s^2 + D_{16}c^3s + D_{26}cs^3}$$

avec  $c = \cos(\theta)$  et  $s = \sin(\theta)$  et où  $k_f^4(\omega, \theta) = \frac{\rho h \omega^2}{D_{11}c^4 + D_{22}s^4 + D_{12}c^2s^2 + D_{16}c^3s + D_{26}cs^3}$  est le nombre d'onde *naturel* de flexion de la plaque.

La réponse de RIFF dans l'espace des nombres d'onde, donnée à l'équation I.36, est celle d'un filtre passe-bas et possède une forte singularité pour  $k = k_f$  due à la racine du dénominateur conduisant à une surestimation forte du champ de pression autour de ce nombre d'onde. Cette erreur de biais de l'approche classique à été corrigée dans le cas des poutres et de plaques isotropes par LECLÈRE [70] avec la méthode RIC et nous l'avons étendue aux plaques anisotrope monoclinique. On se limitera ici à détailler cette extension corrigée RIC de la méthode en anisotrope, telle que développée par Fabien MARCHETTI dans sa thèse et l'article qui a suivi [75, 79].

Chacun des cinq coefficients  $\delta^{ij}$  du schéma est multiplié par un facteur correctif  $\mu_{ij}(\omega)$  à déterminer, dépendant uniquement de la fréquence, et on obtient tout comme RIFF, la réponse en nombre d'onde de RIC qui s'écrit :

$$E_{\text{RIC}}(\omega, \Delta_x, \Delta_y, k, \theta) = \frac{\widehat{p}^{\text{RIC}}(k, \theta)}{\widehat{p}(k, \theta)} = \frac{\mathcal{K}_{\text{RIC}}^4 - k_f^4}{k^4 - k_f^4}, \quad (\text{I.37})$$

avec :

$$\mathcal{K}_{\text{RIC}}^4(k, \theta) = \frac{D_{11}\mu_{11}\widehat{\delta}^{4x} + D_{22}\mu_{22}\widehat{\delta}^{4y} + D_{12}\mu_{12}\widehat{\delta}^{2x2y} + D_{16}\mu_{16}\widehat{\delta}^{3xy} + D_{26}\mu_{26}\widehat{\delta}^{x3y}}{D_{11}c^4 + D_{22}s^4 + D_{12}c^2s^2 + D_{16}c^3s + D_{26}cs^3}.$$

La méthodologie RIC consiste alors - dans le but d'atténuer la singularité au nombre d'onde de flexion - à choisir les valeurs des coefficients correcteurs  $\mu_{ij}$  permettant d'égaliser le plus possible le numérateur et le dénominateur de  $E_{\text{RIC}}$  lorsque  $k = k_f$ . Ceci s'écrit pour une direction  $\theta$  donnée :

$$\mathcal{K}_{\text{RIC}}^4(k_f(\theta), \theta) = k_f^4 \quad (\text{I.38})$$

Deux approches permettent d'estimer ces facteurs correctifs : la première analytique suppose de sélectionner cinq directions  $\theta$  arbitraires dans l'équation I.38 où la singularité sera totalement supprimée [76] et une seconde numérique par méthodes des moindres carrés qui permet d'obtenir une répartition plus uniforme de l'atténuation de la singularité dans toutes les directions. C'est cette seconde approche que nous retenons dans la pratique pour calculer ces coefficients correcteurs en considérant un nombre de valeurs  $\theta$  bien plus grand que le nombre de coefficient à déterminer, permettant d'obtenir alors le système matriciel lineaire suivant :

$$[\mathcal{B}]\{\mu_{ij}\} = \{\mathcal{C}\} \quad (\text{I.39})$$

où les  $\mu_{ij}$  sont les facteurs correctifs à déterminer et où :

$$[\mathcal{B}] = \begin{bmatrix} D_{11}X_1^4 & D_{22}Y_1^4 & D_{12}X_1^2Y_1^2 & D_{16}X_1^3Y_1 & D_{26}X_1Y_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{11}X_n^4 & D_{22}Y_n^4 & D_{12}X_n^2Y_n^2 & D_{16}X_n^3Y_n & D_{26}X_nY_n^3 \end{bmatrix}, \{\mathcal{C}\} = \rho h \omega^2 \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.40})$$

avec

$$X_i = \frac{2 \sin(k_f(\theta_i)\cos(\theta_i)\Delta_x/2)}{\Delta_x} \quad ; \quad Y_i = \frac{2 \sin(k_f(\theta_i)\sin(\theta_i)\Delta_y/2)}{\Delta_y}.$$



Ce système est résolu par méthode moindres carrés :

$$\{\mu_{ij}\} = ([\mathcal{B}]^H[\mathcal{B}])^{-1} [\mathcal{B}]^H\{\mathcal{C}\} \quad (\text{I.41})$$

et MARCHETTI montre que la discrétisation retenue (100 valeurs de  $\theta$  dans l'intervalle  $[0; \pi]$ ) est un très bon compromis entre temps de calcul et convergence [75, 79].

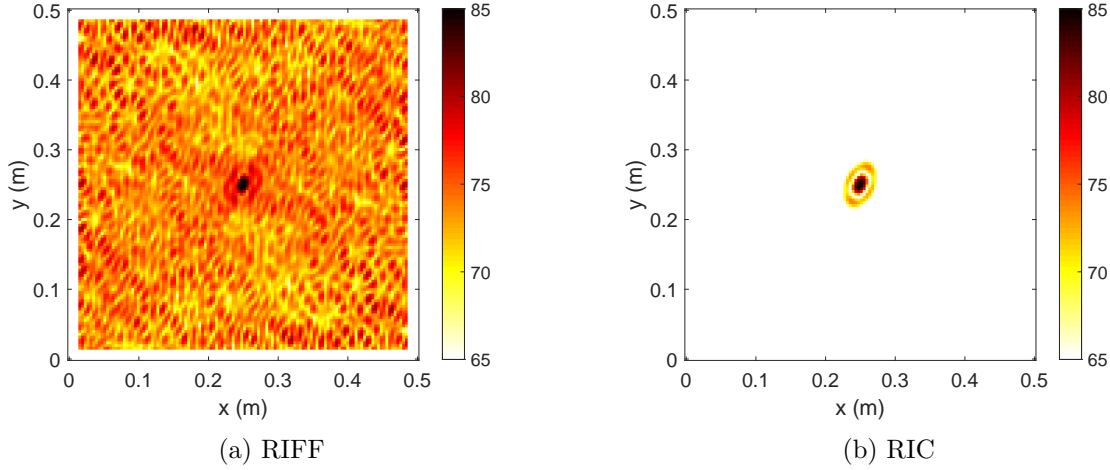


FIGURE I.24 – Champ de pression reconstruit par RIFF (a) et RIC (b) pour un stratifié anisotrope simulé par éléments finis. Résultats intégrés de 1 à 10 kHz. Figure extraite de [79]

La figure I.24 compare les résultats de l'identification des champs de pression par la méthode RIFF (FAT) figure (a) et RIC (CFAT) figure (b) d'une plaque anisotrope soumise à une excitation ponctuelle bruit blanc simulée par éléments finis. La structure est un stratifié composé de 4 couches de fibres de carbone (de direction  $+60^\circ$  pour les couches externes et  $-60^\circ$  pour les couches internes) dont les données matériaux et géométrique sont précisées dans [77, 79]. Les résultats sont intégrés sur toute la bande de fréquence étudiée ([1-10kHz]). Le pas de maillage a été choisi afin de respecter le critère de Shannon (au moins deux points par longueur d'onde) à 10 kHz. On voit que la position de la source est correctement identifiée par les deux méthodes mais comme on pouvait le prévoir RIFF reconstruit des efforts résiduels relativement élevés en dehors de la zone de chargement. Cette erreur de reconstruction est due à la singularité de RIFF qui amplifie artificiellement l'énergie et les erreurs d'identification dans cette zone où l'énergie vibratoire est gouvernée par l'onde de flexion, de nombre d'onde  $k = k_f$ . RIC corrige cette erreur de biais parfaitement.

**Régularisation du bruit** - En présence du bruit de mesure, le schéma aux différences finies RIFF peut amplifier considérablement ce bruit, ce qui est le cas en basses fréquences lorsque la taille du schéma est petite devant la longueur d'onde (nombre de points par longueur d'onde  $n$  grand). Par ailleurs en hautes fréquences  $n$  ne doit pas être trop petit afin que l'erreur de biais ne soit pas trop importante. En pratique pour RIFF on montre qu'il y a amplification du bruit pour  $n > 4$  [71]. Afin de pouvoir appliquer la méthode d'identification à des signaux réels mesurés, nous avons proposé d'adapter au cas anisotrope la technique de régularisation du bruit de la méthode RIC initialement développée pour le cas isotrope, consistant à adapter la taille du schéma en fonction de la fréquence afin de respecter sur tout le spectre d'intérêt le critère sur le nombre de points par longueur d'onde :  $4 > n > 2$  ( $n$  assez petit pour que le bruit de mesure ne soit pas pénalisant et assez grand pour corriger l'erreur de biais jusqu'à la limite haute

fréquence de Shannon de 2 points par longueur d'onde). Le maillage de mesure étant cartésien, la condition sur le nombre de points par longueur d'onde est appliquée dans les direction x et y séparément ( $4 > n_x > 2$  et  $4 > n_y > 2$ ). La taille du nouveau schéma RIC *adapté* s'écrivant maintenant

$$\Delta'_x(f) = p_x(f)\Delta_x; \quad \Delta'_y(f) = p_y(f)\Delta_y, \quad (\text{I.42})$$

où les entiers naturels  $(p_x, p_y)$  correspondent aux paramètres d'*agrandissement* du schéma dans les directions x et y respectivement garantissant un schéma de grande taille en basses fréquences ( $n_x$  et  $n_y$  proches de 4) et de plus en plus petit avec la fréquence ( $n_x$  et  $n_y$  proches de 2). Un exemple du schéma adapté pour  $(p_x, p_y) = (2, 1)$  est donné à la figure I.25a et la figure I.25b présente l'évolution du nombre de point  $(n_x, n_y)$  et des coefficients  $(p_x, p_y)$  dans le cas du stratifié anisotrope étudié (afin d'obtenir à une fréquence donné le couple  $(n_x, n_y)$  le plus proche de la valeur optimale  $n_{\text{opt}}$  comprise entre 4 et 2).

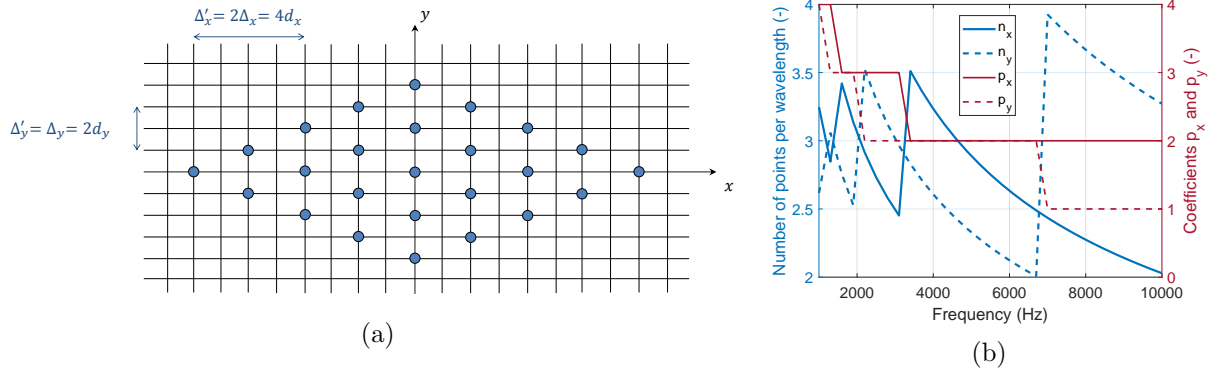


FIGURE I.25 – Adaptation du schéma RIC (a) et évolution du nombre de points par longueur d'onde  $(n_x, n_y)$  et des coefficients  $(p_x, p_y)$  pour le stratifié anisotrope (b). Figures extraites de [79]

**Validation expérimentale** - La technique a été validée expérimentalement sur une plaque stratifiée anisotrope en fibre de carbone correspondant au cas simulé numériquement plus haut. Les cinq rigidités dynamiques équivalentes ont été obtenues par le modèle analytique de stratifiés anisotrope présenté au chapitre suivant section II.3. La structure suspendue est excitée par un pot vibrant en bruit blanc sur l'intervalle fréquentielle [1-10] kHz (voir la figure I.26). De la mousse a été rajoutée sur les bords de la plaque afin de diminuer le temps de réverbération et donc la durée de mesure. Le pas de maillage expérimental  $d_x = d_y = 5.3$  mm permet de respecter Shannon à 10 kHz.

La figure I.27a donne le champ de pression reconstruit par la technique RIC, intégré sur tout le spectre fréquentiel, validant ainsi le pouvoir de *localisation* de la méthode, avec des forces résiduelles insignifiantes en dehors de la zone de chargement. La technique permet par ailleurs de quantifier avec précision la force injectée sans autres capteurs que le vibromètre laser (c'est un des objectifs principaux de la méthode, sur des structures composites si légères où l'effort injecté ne peut être mesuré autrement que sans contact). Ainsi la force injectée identifiée sur la figure I.27b suit particulièrement bien la force *recalculée* confirmant la validité de la quantification. Cette force recalculée est obtenue en utilisant la vitesse mesurée au point d'excitation  $\dot{w}(x_0, y_0)$  et l'admittance théorique d'une plaque infinie au point d'excitation :

$$F(x_0, y_0) = \frac{\dot{w}(x_0, y_0)}{Y_C} \quad (\text{I.43})$$

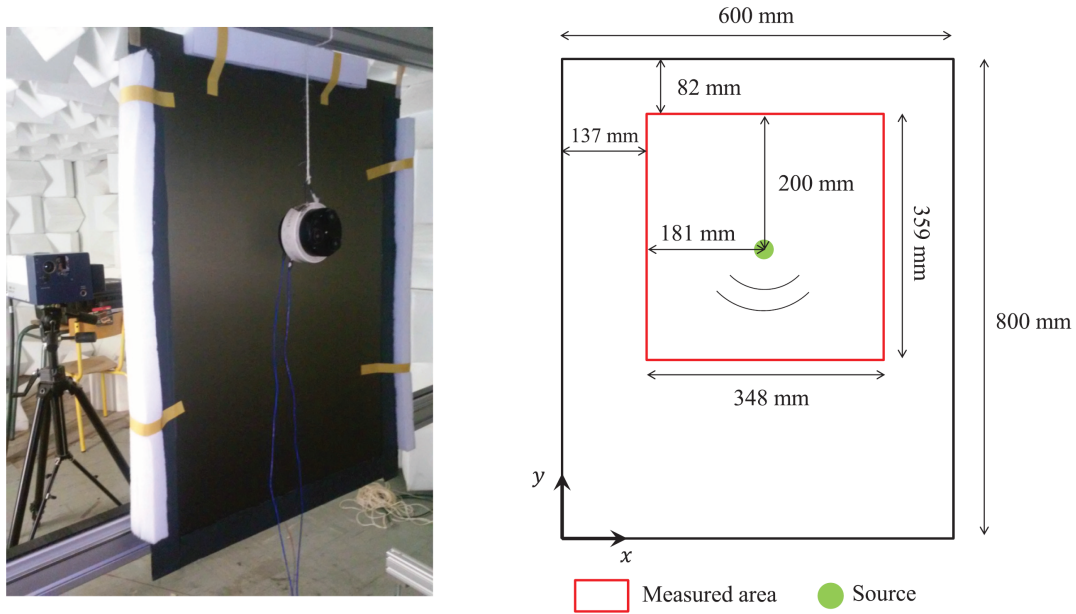


FIGURE I.26 – Montage expérimental (a) et schéma de la zone mesurée avec position de la source (b). Figure extraite de [79]

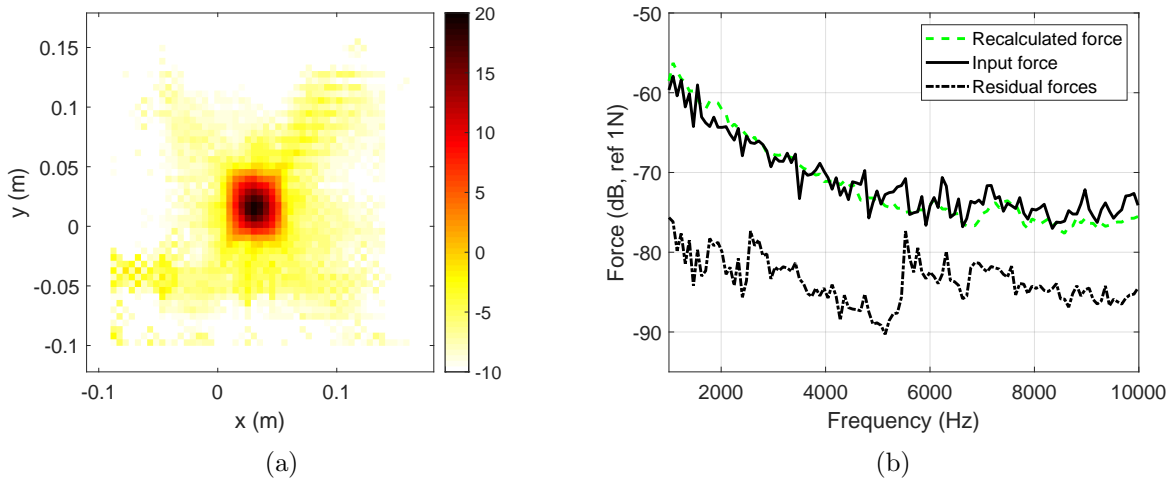


FIGURE I.27 – Distribution spatiale de l'effort identifié sur le multicouche stratifié (a) et spectre de l'effort identifié par méthode CFAT comparé à la force recalculée et à la force résiduelle (b). Figures extraites de [79].

Cette admittance appelée également admittance *caractéristique* notée  $Y_C$  est donnée par la *méthode de la valeur moyenne* de Skudrzyk [116] (ou *mean-value method* en anglais), appliquée aux structures complexes au cours de ma thèse [37]. Elle s'écrit :

$$Y_C = \frac{\mathcal{F}}{4\pi\sqrt{\rho h\sqrt{D_{11}D_{22}}}} \quad (\text{I.44})$$

où  $\mathcal{F} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( 1 - 0.5 \left( 1 - \frac{D_{12}}{2\sqrt{D_{11}D_{22}}} \right) \sin^2(\theta) \right)^{-0.5} d\theta$  est l'intégrale elliptique complète de première espèce.

Ces derniers résultats expérimentaux de quantification de force par mesure sans contact sur des structures composites et sur une si large bande fréquentielle sont suffisamment rares dans la littérature pour être soulignés.

### I.3.4.2 Application de RIC à la caractérisation de composites anisotropes

La technique RIC a été adaptée pour l'identification des paramètres dynamiques équivalents des stratifiés au cours du travail de Fabien MARCHETTI. Les résultats présentés dans son manuscrit de thèse [75] et évoqués ici succinctement sont en cours de publication. Reprenant la méthodologie proposée par LECLÈRE [72] sur des plaques isotropes, l'idée est d'appliquer la technique d'identification loin des sources ou des conditions aux limites, afin de supposer nul le champ de pression dans la zone de mesure ce qui permet d'écrire pour un stratifié anisotrope :

$$D_{11}\mu_{11}\delta^{4x} + D_{22}\mu_{22}\delta^{4y} + D_{12}\mu_{12}\delta^{2x2y} + D_{16}\mu_{16}\delta^{3xy} + D_{26}\mu_{26}\delta^{x3y} = \rho h \omega^2 W(x, y) \quad (\text{I.45})$$

expression dans laquelle ce sont maintenant les rigidités de flexion  $D_{ij}$  qui sont les quantités à identifier. Les facteurs correctifs  $\mu_{ij}$  de RIC dépendant eux aussi de ces rigidités, on voit que l'équation I.45 est implicite. Il est alors proposé comme dans [72], d'identifier les rigidités  $D_{ij}$  corrigées par RIC à partir des rigidités  $\tilde{D}_{ij} = D_{ij}\mu_{ij}$  estimées par la méthode RIFF ; celles-ci étant obtenues par approche moindres carrés sur l'équation I.45 en supposant les  $\tilde{D}_{ij}$  constantes sur la zone de mesure<sup>9</sup>. Les rigidités  $D_{ij}$  sont estimées dans un second temps par une approche itérative (initialisée par les  $\tilde{D}_{ij}$  de RIFF) qui calcule pour l'itération  $n$  donnée les coefficients correcteurs  $\mu_{ij}^n$  à partir des  $D_{ij}^{(n-1)}$  via l'équation I.45. Finalement, les nouvelles rigidités corrigées de RIC sont obtenues par :  $D_{ij}^{(n)} = \tilde{D}_{ij} / \mu_{ij}^{(n)}$ .

La technique est donc utilisée pour caractériser le stratifié anisotrope en fibre de carbone étudié précédemment lors de la validation de la mesure de l'effort par RIC, mais cette fois ce sont les rigidités dynamiques qui sont les inconnues à identifier. Aucune hypothèse sur la source n'est nécessaire et la mesure s'effectue sur une zone loin des bords et des points d'excitation.

Le protocole expérimental est comparable à celui de la section précédente (plaque suspendue, analyse sur la bande de fréquence [1-10] kHz) mais cette fois pour minimiser les étapes de montage et démontage six cellules piézoélectriques (actionnées une par une) sont utilisées plutôt qu'un pot vibrant (voir la figure I.28). Les rigidités sont calculées sur la moyenne des résultats pour les six champs mesurés en faisant varier le point d'excitation (la position de la source n'ayant pas d'influence sur la qualité des résultats). La régularisation du bruit par adaptation du schéma RIC s'est avérée peu efficace pour l'identification des rigidités dans certaines directions  $\theta$  du stratifié anisotrope (la régularisation n'étant pas uniforme pour tout  $\theta$ ) et c'est pourquoi il est proposé dans la thèse [75] un couplage de méthodologies consistant à adopter en amont la technique

9. On peut noter qu'une autre possibilité consisterait à supposer les rigidités constantes en fréquences et à appliquer l'approche moindres carrés sur tous les points de l'échelle fréquentielle permettant alors d'identifier les rigidités localement en fonction de la position (sans les supposer constantes spatialement sur toute la zone de mesure). Une troisième solution est d'utiliser N mesures différentes (N étant supérieur au nombre de rigidités à identifier), avec à chaque fois le même protocole expérimental où seule la position de l'excitation change. L'approche moindres carrés est alors appliquée sur ces N mesures sans aucune hypothèse spatiale ou fréquentielle supplémentaires, permettant donc de conserver à la fois l'aspect localement et fréquentiellement dépendant des rigidités identifiées.

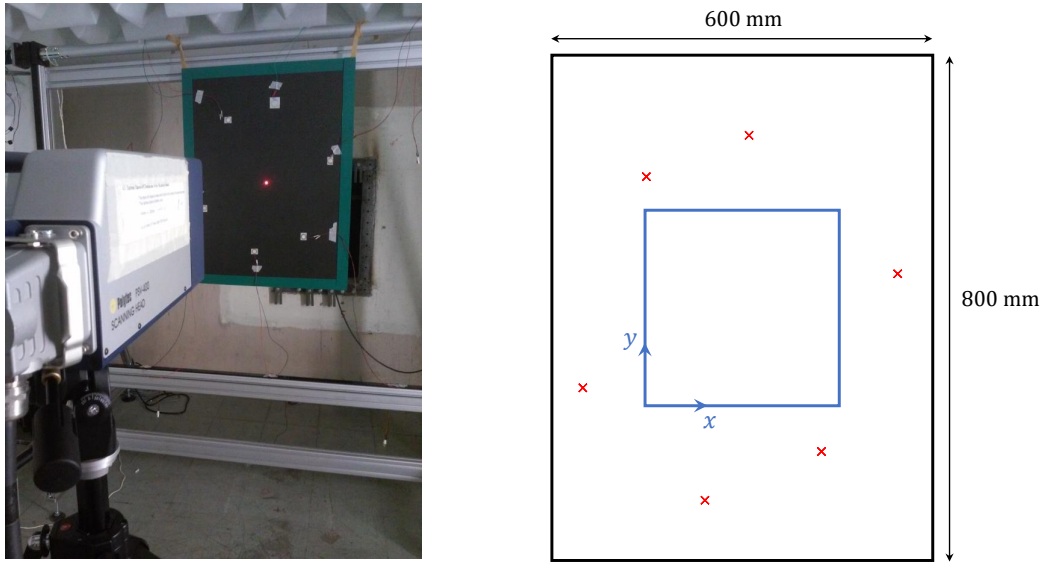


FIGURE I.28 – Protocole expérimental sur plaques composites pour l'identification des rigidités dynamiques avec RIC. Position des sources ( $\times$ ). Zone mesurée ( $-$ ). Figures extraites de [75].

classique de régularisation de RIFF par fenêtrage et filtrage (voir le travail de Frédéric ABLITZER notamment [1, 2]), puis le schéma RIC pour la correction de l'erreur de biais.

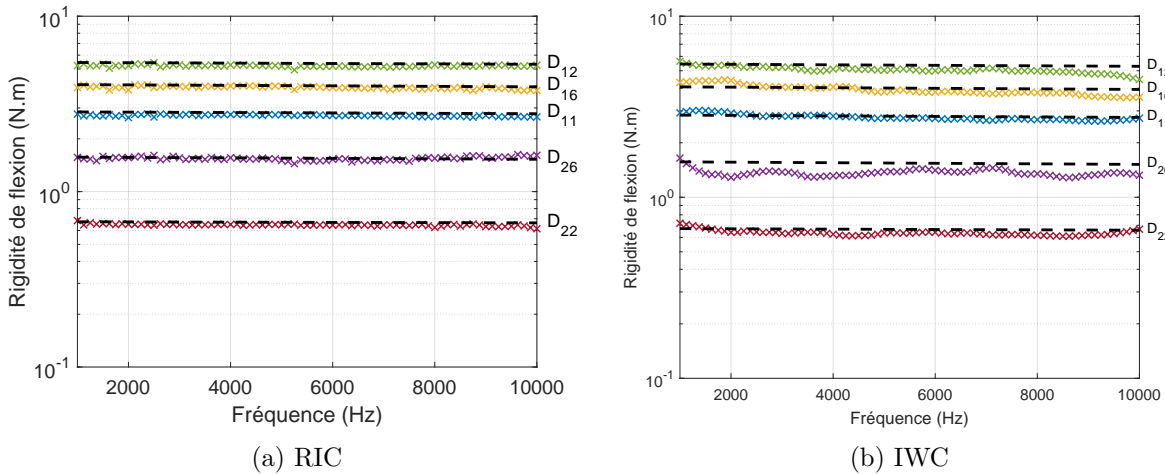


FIGURE I.29 – Rigidités de flexion équivalentes de la plaque composite stratifiée identifiées expérimentalement avec la méthode RIC (a) et IWC (b).  $D_{11}$  ( $\times$ ),  $D_{22}$  ( $\times$ ),  $D_{12}$  ( $\times$ ),  $D_{16}$  ( $\times$ ),  $D_{26}$  ( $\times$ ). Valeurs théoriques du modèle multicouche ( $--$ ). Figures extraites de [75]

La figure I.29 présente ainsi les cinq rigidités de flexion identifiées sur toute la bande fréquentielle d'étude en associant la régularisation RIFF et la correction de RIC après 30 itérations de calculs des coefficients correcteurs  $\mu_{ij}$ . Les résultats RIC sont très propres et se superposent sur tout le spectre aux rigidités prédites analytiquement par le modèle multicouche (voir la section II.3), contrairement aux rigidités identifiées par la méthodologie IWC (où aucune technique de régularisation du bruit n'existe) qui présentent des oscillations en fréquences en particulier

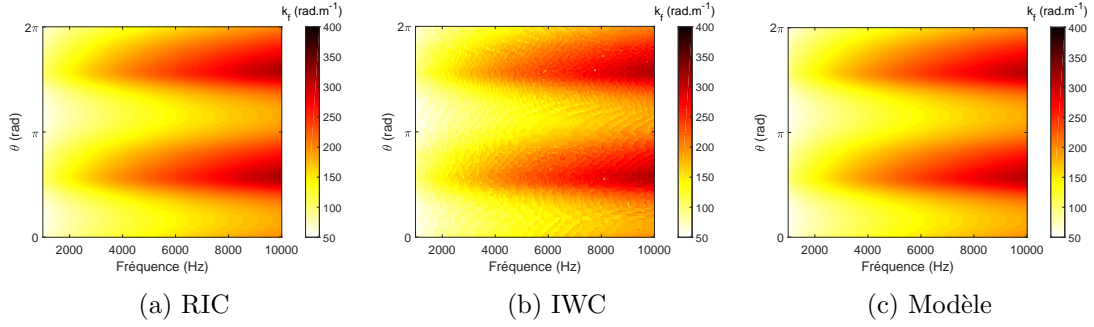


FIGURE I.30 – Nombre d'onde naturel de flexion  $k_f$  de la plaque composite stratifiée identifié expérimentalement avec la méthode RIC (a), IWC (b) et calculé analytiquement avec le modèle multicouche (c) en fonction de la fréquence et de l'angle de propagation  $\theta$ . Figure extraite de [75]

pour  $D_{26}$ . Les nombres d'onde reconstruits à partir des rigidités RIC estimées sont donnés à la figure I.30a pour chaque fréquence sous la forme d'une cartographie sur  $\theta$ . Ici encore les nombres d'onde reconstruits avec la méthode RIC et les prédictions théoriques I.30c sont quasiment identiques et bien moins bruitées que par IWC I.30b . Ces résultats démontrent clairement la force d'une telle méthodologie dans la caractérisation dynamique des structures anisotropes.

A titre d'illustration sur une structure avec âme complexe, RIC a été également utilisé pour caractériser le sandwich nid d'abeille étudié à la section I.3.3. Les cinq rigidités mesurées présen-

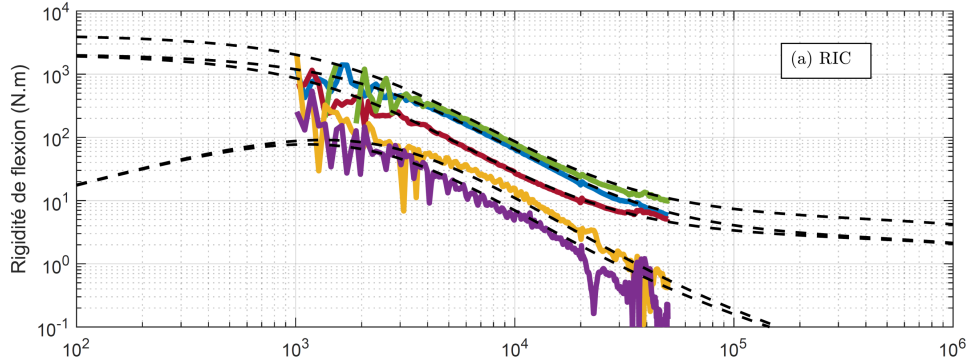


FIGURE I.31 – Rigidités du sandwich nid d'abeille identifiées par RIC.  $D_{11}$  (—),  $D_{22}$  (—),  $D_{12}$  (—),  $D_{16}$  (—),  $D_{26}$  (—). Figures extraites de [75]

tées à la figure I.31 suivent remarquablement bien la prédiction. Insistons encore une fois ici sur la force de RIC qui ne nécessite aucune hypothèse supplémentaire sur la position ou la connaissance de la source pour reconstruire proprement ces paramètres dynamiques ; contrairement à la méthode de corrélation par fonction de Hankel donnant des estimations très comparables pour le même sandwich nid d'abeille (voir plus haut à la figure I.19d)) mais qui nécessite la connaissance exacte et précise de la position de la source.

Enfin pour conclure cette section il nous faut mentionner bien sûr la possibilité qu'a RIC d'obtenir la partie imaginaire des rigidités et des nombres d'onde (toutes les identifications pouvant être faites en complexe), et donc l'amortissement équivalent en fonction de la direction  $\theta$  et de la fréquence, et ceci de manière *propre*, c'est à dire sans erreurs de modélisation sur l'amortissement via l'utilisation d'ondes planes par exemple (comme pour la méthode IWC, voir plus haut). La figure I.32 compare l'amortissement estimé par RIC sur un signal synthétique

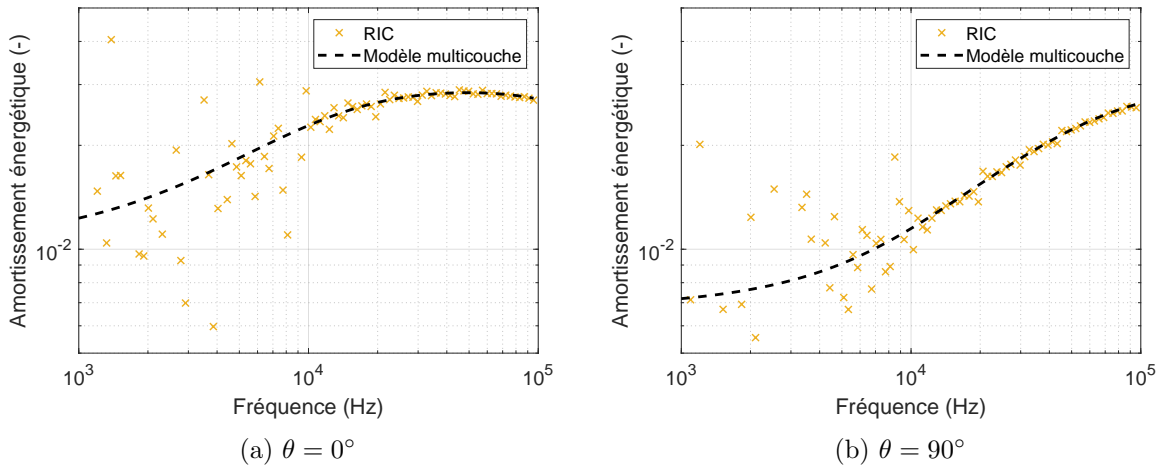


FIGURE I.32 – Amortissement énergétique (formulation spatiale, équation II.26) d'un exemple de sandwich orthotrope épica-carbone pour deux directions de propagation  $\theta$ . Signal synthétique bruité (RSB=30 dB). Estimations de RIC avec la régularisation de RIFF ( $\times$ ) et prédictions de notre modèle multicouche (---). Figures extraites de [75]

bruité (rapport signal sur bruit de 30 dB) d'un exemple de sandwich multicouche composé de fines peaux en composite carbone et d'une épaisse âme en bois de 7 mm (les paramètres matériaux quelque peu arbitraires pour ce cas d'école sont données dans [75]). L'estimation du facteur de perte équivalent est très proche de la théorie dans le haut du spectre suivant, avec des amortissements différents pour une direction  $\theta$  de  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ , mais plus problématique en dessous de 10 kHz lorsque la longueur d'onde est bien plus grande que la zone mesurée. C'est, comme nous l'avons vu plus haut, une des principales limitations de ces méthodologies basées sur des approches *ondulatoires*.

### I.3.5 2D-ESPRIT - HRWA - Thèse de Pierre Margerit [85]

Après son stage de master recherche [81] au LVA en 2015 encadré par Bernard LAULAGNET et moi-même, Pierre MARGERIT a poursuivi en thèse de doctorat [82] à l'École des Ponts ParisTech (Laboratoire Navier) sous la direction de Jean-François CARON et Arthur LEBÉE dans le cadre du projet ANR MAESSTRO (voir la section II.2.2 de la première partie du manuscrit pour un descriptif de MAESSTRO). Au cours de cette thèse particulièrement riche (aussi bien en mécanique des matériaux composites qu'en dynamique et traitement du signal...), Pierre MARGERIT a entre autres proposé une méthode ESPRIT qualifiée d'*unifiée*. La technique peut identifier cette fois soit les modes propres, soit les nombres d'onde complexes (appelés dans ce travail *vecteurs d'onde* ou *wavevectors* en anglais lorsqu'appliquée aux plaques) et apparaît comme très prometteuse pour la caractérisation large bande des structures complexes par reconstruction des courbes (ou plutôt *surfaces*) de dispersion. La méthodologie reprend les bases de l'algorithme ESPRIT présenté plus haut (section I.2.1) et permet son application aux mesures *plein-champ* (de réponses harmoniques de structures type poutres et plaques) grâce à plusieurs développements originaux publiés dans deux articles [84, 85], notamment la possibilité de traiter des signaux multidimensionnels, de prendre en compte la totalité des données expérimentales simultanément, de quantifier l'incertitude des paramètres identifiés... Dans cette section je me contenterai de synthétiser mes apports directs à ce travail dans le cadre de la collaboration menée entre Navier et le

LVA pour la caractérisation de plaques complexes en large bande fréquentielle, lors de campagnes d'essais par vibrométrie laser au laboratoire sur des plaques multicouches anisotropes conçues par Pierre MARGERIT et qui s'est concrétisée par la publication de l'article *The High-Resolution Wavevector Analysis for the characterization of the dynamic response of composite plates*, *JSV*, 458, 2019 [85]. Les principaux résultats de l'analyse en vecteurs d'onde publiés dans [85] sont donnés ici mais les dérivations mathématiques et de traitement de signal à la base de la méthode 2D-ESPRIT ne seront pas présentées en détail ; le lecteur est invité à se reporter à l'article [85] ainsi qu'à la thèse [82] pour de plus amples précisions techniques.

L'idée principale de la méthode 2D-ESPRIT repose dans l'approximation du champ par une somme d'ondes planes : le signal est décomposé sur une base de fonctions exponentiellement amorties dont le nombre, l'amplitude et le nombre d'onde complexe associé peuvent varier avec la fréquence. La méthode se différencie donc de la technique de corrélation par onde plane IWC dans le sens qu'à une fréquence donnée aucun a priori n'est fait (ni sur l'angle de propagation ni sur le nombre de composantes). Ainsi la méthodologie proposée par Pierre MARGERIT extrait du signal à chaque fréquence,  $R$  fonctions exponentielles permettant d'identifier (et de séparer) différents types d'ondes se propageant dans la plaque à la même fréquence (flexion / membrane / cisaillement), quelle que soit la direction, contrairement à l'IWC où l'on recherche les paramètres d'une seule onde plane suivant un angle de propagation donné. C'est là toute la force de cette technique haute résolution, qui permet à une fréquence donnée d'estimer grâce au critère 2D-ESTER (critère ESTER étendu en dimension deux) ce nombre de composantes à extraire. Néanmoins (et nous l'avons vu plus haut) on se doit de garder à l'esprit que l'erreur de modélisation induite par l'approximation par ondes planes ne permettra pas ici non plus d'identifier précisément l'amortissement des ondes se propageant dans des structures bidimensionnelles (rejoignant les limitations de la technique IWC).

### I.3.5.1 Algorithme 2D-ESPRIT et critère 2D-ESTER

Le modèle de signal sur lequel reposait la méthode HRMA présentée à la section I.2.1 consistait à supposer que le signal *temporel* était composé d'une somme d'exponentielles décroissantes (les modes de la structure) soit :  $s(t_i) = \sum_{k=1}^K b_k e^{(-\alpha_k + 2\pi j f_k) t_i} + \beta(t)$ . Dans la méthode HRWA (High-Resolution Wavenumber Analysis), le modèle de signal s'écrit maintenant *spatialement* en dimension 2 sur la base d'ondes planes amorties. Après discrétisation sur une grille de points bidimensionnelle régulière  $\{x_{nm}\}$  de pas  $\{\Delta_1, \Delta_2\}$ , le signal se met sous la forme :

$$s_{nm} = s(x_{nm}) = \sum_{r=1}^R a_r e^{j k_r x_{nm}} + \beta(x_{nm}) = \sum_{r=1}^R a_r z_{1,r}^n z_{2,r}^m + \beta(x_{nm}) \quad (\text{I.46})$$

où les  $z_{d,r} = e^{j k_{d,r} \Delta_d}$  sont les pôles complexes du signal, avec  $d = 1, 2$ . On reprecise que les amplitude  $a_r$ , nombre d'onde complexe  $k_r$  et le nombre de pôles identifiés  $R$  dans le modèle de signal I.46 dépendent de  $\omega$  (en d'autres termes l'identification 2D-ESPRIT est effectuée pour chaque pulsation). Dans ce formalisme les pôles  $z_{d,r}$  sont extraits du signal par utilisation de la propriété d'invariance rotationnelle tirant profit cette fois non plus d'une relation de récurrence temporelle (instants successifs fonction des précédents, équation I.3) mais d'une récurrence spatiale de type  $e^{jk(x+\Delta_x)} = e^{jkx} e^{jk\Delta_x}$  : les mesures en une position successive sur le maillage sont obtenues en fonction de leur valeurs aux positions précédentes. La relation de récurrence s'écrit alors de manière multidimensionnelle (en l'occurrence en dimension 2 pour nos applications sur plaques) via deux relations d'invariance rotationnelle sur la matrice de Vandermonde liée au signal complet, exprimées pour chacune des deux dimensions  $x$  et  $y$  du champ mesuré.



Conceptualisée par Pierre MARGERIT en reprenant des éléments proposés par les communautés *traitement du signal* et *télécommunications* (voir notamment les travaux de ROUQUETTE [103]), cette idée consistant à utiliser l'invariance rotationnelle de la matrice de Vandermonde écrite spatialement en bidimensionnel n'avait jusque là pas été exploitée dans les communautés *dynamique* et *vibroacoustique*. Ces deux dernières se limitant jusqu'alors à utiliser ESPRIT sur des signaux temporel : identification de la structure par recherche des fréquences propres (et non des nombres d'onde sur un champ mesuré).

L'implémentation de l'algorithme 2D-ESPRIT et les détails mathématiques sont très précisément donnés dans l'annexe A de l'article [85] et dans [82]. La démarche générale est résumée succinctement ici. Similaire à la méthodologie ESPRIT usuelle dans la chronologie des différentes étapes, elle est sensiblement plus complexe car transposée en deux dimensions :

- La matrice de covariance est construite via une matrice appelée *Hankel par blocs*, composée de matrices de Hankel formées par les lignes du signal, et permettant de traiter l'ensemble des points du maillage bidimensionnel expérimental
- Les  $R$  vecteurs propres dominants de la matrice de covariance sont extraits pour former la matrice  $W$ , base du sous-espace signal
- Deux matrices spectrales  $\Phi_d = (W_{\downarrow d})^\dagger W_{\uparrow d}$  sont obtenues par la méthode des moindres carrés, où les indices  $\downarrow d$  et  $\uparrow d$  désignent respectivement la troncature du premier et du dernier indice dans le signal, dans la direction  $d$
- Les pôles  $z_{d,r}$  - qui donneront les coordonnées complexes des vecteurs d'onde suivant chacune des dimensions du signal  $k_{1,r}$  (suivant  $x$ ) et  $k_{2,r}$  (suivant  $y$ ) - sont enfin extraits par diagonalisation des matrices spectrales  $\Phi_d$  respectives.

Enfin de manière analogue à la HRMA (équation I.7), l'ordre de modélisation  $R$  est estimé ici grâce au critère 2D-ESTER qui consiste à chercher le nombre de composantes minimisant la moyenne géométrique des deux erreurs  $E_d(r) = W_{\uparrow d}(r) - W_{\downarrow d}(r) \Phi_d(r)$  sur les propriétés d'invariance rotationnelle (ou erreurs de *troncature*) des deux matrices spectrales  $\Phi_d$  pour chacune des deux directions  $d$ . En pratique on définit ici l'ordre  $R$  comme la valeur de  $r$  maximisant l'erreur inverse  $J(r) = 1/\sqrt{\Sigma_1(r)\Sigma_2(r)}$  avec  $\Sigma_d = \|E_d(r)\|_2$ . Un exemple de l'application du critère 2D-ESTER est donné à la figure I.33 sur la réponse harmonique plein-champ mesurée d'une plaque sandwich (présentée à la section suivante).

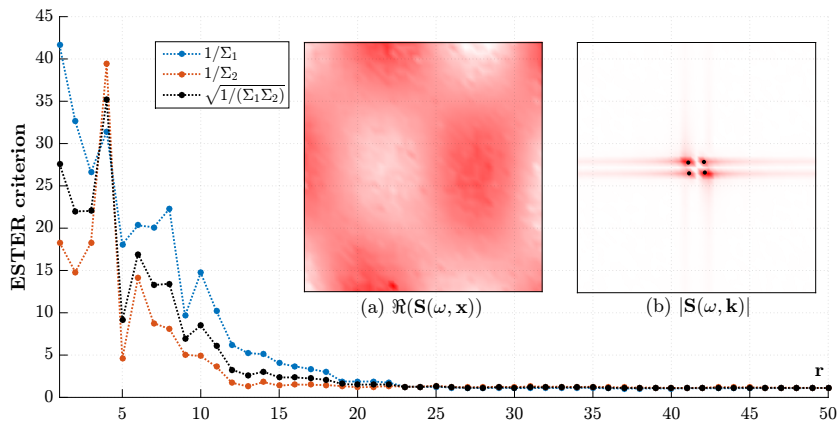


FIGURE I.33 – Estimation de l'ordre de modélisation du signal sur le sandwich orthotrope avec âme en mousse étudié à la section I.3.5.2 . L'ordre  $R = 4$  est identifié par le critère 2D-ESTER sur le champs vibratoire (a) à  $f = 250$  Hz. Les 4 nombres d'onde extraits par la HRWA sont représentés en (b). Figure extraite de [85].

La mise en œuvre et les performances de la HRWA sont illustrées dans [85] à travers la caractérisation de trois plaques composites : une structure sandwich avec âme en mousse, une seconde avec âme nid d'abeilles, et une plaque stratifiée spatialement hétérogène composée de 36 patches distribués dont les directions des fibres varient spatialement. Quelques résultats majeurs sur les deux premières plaques mesurées au LVA sont reportés ci-dessous.

### I.3.5.2 HRWA appliquée à une plaque sandwich orthotrope avec âme en mousse

La première structure considérée est une plaque tricouche carrée (60 cm de côtés, épaisseur totale de 5.5 mm) composée de peaux en fibre de carbone et d'une âme en mousse PVC haute densité. Pour garantir une bonne cohérence de mesure sur une large gamme fréquentielle (100 Hz - 40 kHz) la plaque suspendue est excitée par un pot vibrant et un excitateur piézoélectrique positionnés dans deux coins de la plaque. Un maillage régulier de 175 x 175 points est scanné, et la mesure est répétée et moyennée 10 fois par points. Les résultats sont synthétisés figure I.34. À titre d'illustration la transformée de Fourier 2D du champ de vitesse mesuré à 28 kHz est

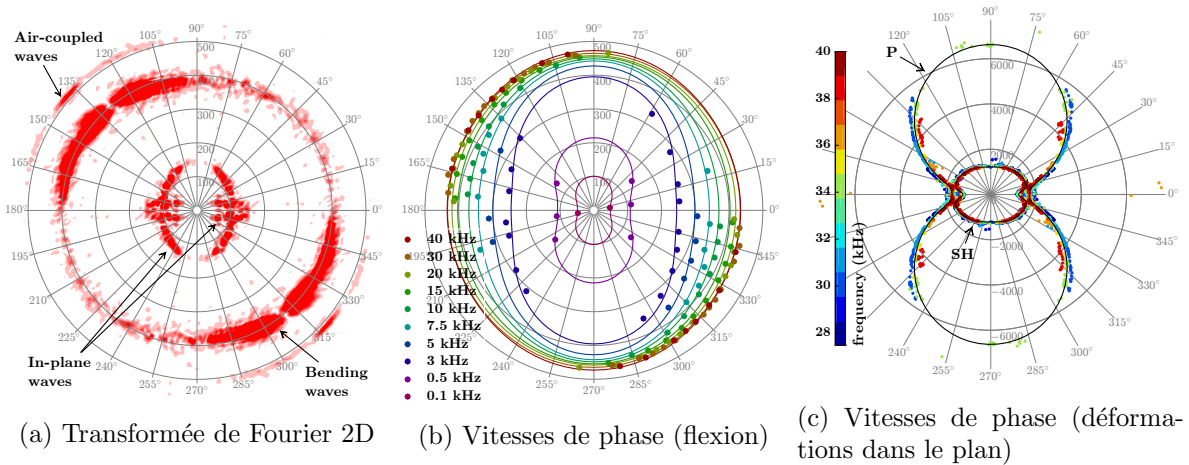


FIGURE I.34 – Résultats de la HRWA sur un sandwich orthotrope avec âme en mousse. Transformée de Fourier 2D spatiale à  $f = 28$  kHz (a). Estimations HRWA (points colorés) des vitesses de phase des déformations de flexion (b) et des déformations dans le plan (c) en compression longitudinale P et cisaillement plan SH, pour différentes fréquences. Prédictions numériques (SFEM) en traits continus. Figures extraites de [85]

présentée (figure I.34a). On distingue clairement différents types d'ondes - flexion, membrane (compression et cisaillement dans le plan) - ainsi que le couplage avec l'air. La HRWA a permis d'extraire et de séparer avec précision les nombres d'onde associés au mécanisme de déformation de flexion (figure I.34b) des nombres d'onde associés au déformations dans le plan (figure I.34c). Les résultats sont représentés sur ces deux figures en termes de vitesse de phase  $c = \omega/\Re(k)$  (points colorés pour les estimations HRWA) et coïncident de manière spectaculaire sur toute la gamme de fréquence avec les prédictions numériques de référence (traits continus sur les deux graphiques) calculées par éléments finis (Spectral Finite-Element Method, SFEM [10, 114]). On peut noter sur la figure I.34b qu'en basses fréquences le profil formé par la vitesse de phase des ondes de flexion est beaucoup plus anisotrope (flexion guidée par les peaux en fibres de carbone orientées dans la direction  $90^\circ$  du repère de mesure) qu'en hautes fréquences pour lesquelles le cisaillement transverse de l'âme devenant de plus en plus important, les nombres d'onde tendent à être indépendants de l'angle de propagation (l'âme en mousse étant isotrope). Après filtrage

passé-bas sur le signal de mesure pour écarter la contribution des ondes de flexion (hauts nombres d'onde), l'algorithme 2D-ESPRIT a pu extraire les nombres d'onde liés aux deux mouvements dans le plan :

- onde de compression (longitudinale) ou *membranaire*, appelée *P-wave* sur la figure
- ondes de cisaillement plan (ou parfois *membranaire transverse*) appelée *SH-wave* sur la figure.

Les vitesses de phases de ces déformations dans le plan estimées par la HRWA sont présentées à la figure I.34c. Il est intéressant de noter que sur cette gamme de fréquence ces ondes sont non dispersives<sup>10</sup> et les vitesses identifiées sont bien indépendantes de la fréquence : les résultats à différentes fréquences se superposent et ne dépendent que de la direction de propagation.

### I.3.5.3 HRWA appliquée à un sandwich nid d'abeille

La seconde plaque caractérisée par HRWA est un sandwich avec âme en nid d'abeille et peaux en fibre de carbone, carré de 60 cm de côté et de 5.3 mm d'épaisseur. Comme précédemment la plaque est suspendue et le champ de vitesse est mesuré par vibrométrie laser sur un maillage fin garantissant Shannon jusqu'à 25 kHz. Une cellule piézoélectrique est collée près du centre de la plaque et on applique la technique HRWA sur 100 fenêtres rectangulaires (placées tout autour de la source et à une certaine distance) au sein desquelles on suppose validée l'hypothèse d'approximation du champ par onde plane pour minimiser ainsi les erreurs sur l'identification de l'amortissement. La surface de dispersion (nombre d'onde extrait par l'algorithme 2D-ESTER en fonction de la fréquence et de la direction de propagation) est identifiée et présentée en partie réelle et imaginaire de  $k$  à la figure I.35. Une vue en coupe de la surface de dispersion est

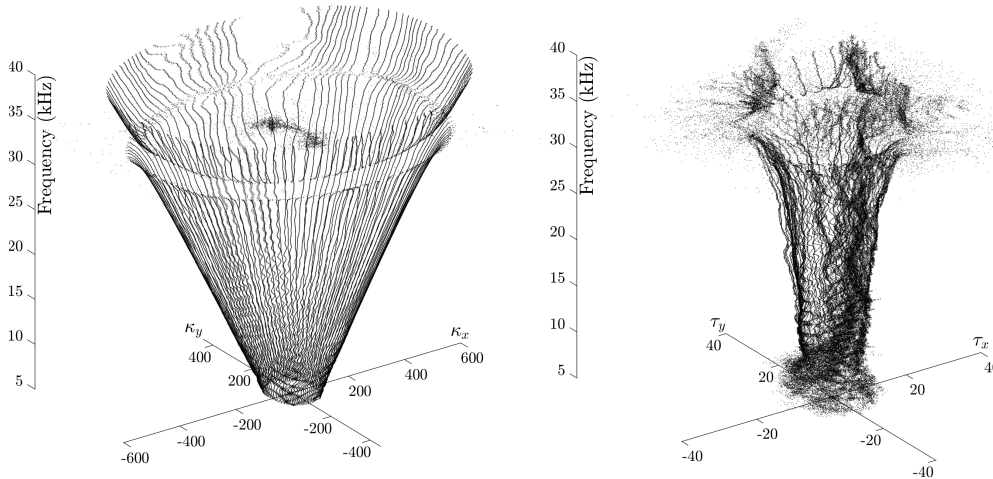


FIGURE I.35 – Surface de dispersion identifiée par la HRWA sur le sandwich nid d'abeille. Partie réelle des vecteurs d'onde à gauche et partie imaginaire à droite, en fonction de la direction de propagation et de la fréquence. Figures extraites de [85]

donnée à la figure I.36, pour chaque direction de propagation  $\phi$  sur  $[0; \pi/2]$  en partie réelle et en amortissement spatial  $\gamma = \Im(k)/\Re(k)$ . La HRWA permet d'identifier très proprement les

<sup>10</sup>. En toute rigueur il faudrait dire que ces ondes sont *faiblement* dispersives, l'*effet Poisson* transverse créant une très légère variation fréquentielle des vitesses de phases, visible sur la figure I.34c [85].

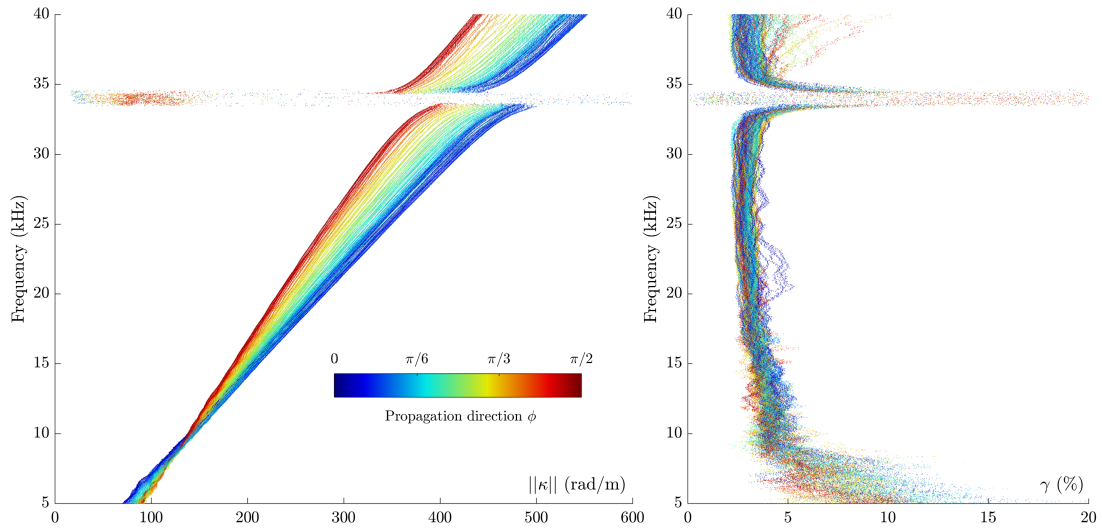


FIGURE I.36 – Vue en coupe de la figure I.35 en fonction de la direction de propagation (en couleur). Partie réelle du nombre d'onde à gauche, et amortissement spatial  $\gamma = \Im(k)/\Re(k)$  à droite. Figures extraites de [85].

paramètres propagatifs de la structure composite sur toute la plage fréquentielle, et la qualité de l'estimation de l'amortissement spatial est exceptionnelle au regard des études similaires disponibles dans la littérature. La présence d'une singularité à 34 kHz est clairement visible tant en raideur qu'en amortissement. Ce fort amortissement est à mettre en parallèle des conclusions émises autour de la figure I.20 pour un sandwich nid d'abeille analogue qui présentait une singularité à 20 kHz (pour une épaisseur d'âme plus grande). Dans les deux cas, à  $f = c/(2h)$  correspondant au premier mode acoustique à l'intérieur des cellules, on observe un amortissement ajouté soudain (*amortisseur dynamique accordé acoustique*) qui est particulièrement bien identifié dans ce second cas expérimental par HRWA, à la figure I.36 droite. Sur une largeur fréquentielle relativement fine (de l'ordre du kHz)  $\gamma$  atteint des valeurs très importantes (plus de 10-15%) alors qu'avant et après cette singularité l'amortissement spatial du sandwich (lié aux pertes internes de la structure) est sensiblement constant et de l'ordre de 3-4%.

Pour conclure cette section traitant de l'algorithme 2D-ESPRIT et de la HRWA, la méthodologie d'identification de structures développée par Pierre MARGERIT semble être une des plus abouties en termes de résolution, de robustesse au bruit et de traitement de données simultanées pour l'identification des courbes de dispersion (ses performances ont été comparées à d'autres techniques usuelles telles que la méthode Mc Daniel [91] ou la méthode IWC [15] au cours d'une étude systématique sur des poutres [84]). Une difficulté identifiée lors des mesures sur plaques au LVA réside néanmoins autour de l'hypothèse onde plane supposant intrinsèquement une forme de front d'onde inadaptée aux structures bidimensionnelles pour l'identification exacte de la partie imaginaire de  $k$ . Cette technique n'en reste pas moins réellement prometteuse et les perspectives peuvent être multiples pour la caractérisation de matériaux et structures complexes, architecturées, périodiques... Il est important de rappeler que nombre de modèles équivalents poussés - numériques le plus souvent - prédisent des comportements particuliers (singularités fréquentielles, phénomènes de band-gap, amortissement localisés, couplages fluide-structures au sein des inclusions) sur des matériaux appelés communément *métamatériaux* mais très peu de techniques expérimentales sont suffisamment fines et bien posées pour les identifier sur des structures réelles en large bande. Dans ce chapitre nous avons pu montrer comment les méthodes d'identification

des nombres d'onde (corrélation par fonction de Hankel, méthode RIC, HRWA) étaient susceptibles de pallier ces lacunes expérimentales. Ce point fera l'objet de perspectives présentées dans le dernier chapitre du manuscrit.

## I.4 Couplage de méthodes expérimentales pour l'identification large bande - Exemple des matériaux multicouches composites - Identification de l'amortissement - [45]

Les structures complexes composites hybrides, multicouches, possèdent intrinsèquement un comportement en raideur et en amortissement fréquentiellement dépendant. Le fort contraste existant ainsi dans les structures sandwichs (typiquement des tricouches aux peaux métalliques raides et aux âmes légères, souples et amortissantes<sup>11</sup>) leur confère un comportement large bande singulier. On observe dans ce cas précis une zone fréquentielle de cisaillement fort de l'âme où l'amortissement équivalent du composite augmente fortement (jusqu'à une nouvelle diminution plus haut en fréquence après "découplage" des peaux) tout en présentant une diminution de la raideur équivalente<sup>12</sup>. Un défi pour la communauté est de caractériser efficacement ces structures, et beaucoup d'énergie est dépensée pour l'identification précise de l'amortissement équivalent du multicouches avec des résultats, il faut le noter, encore peu concluants et trop souvent approximatifs.

À mon arrivée au LVA en 2010, j'ai souhaité poursuivre ce thème de recherche historique du laboratoire en l'étendant d'une part à la modélisation des structures stratifiées anisotropes (ce sera l'objet de la section II.3) et d'autre part à la caractérisation expérimentale fine large bande. Initiés au cours de sa thèse de doctorat, les travaux de Jean-Louis GUYADER ont abouti une trentaine d'années après ses premiers articles sur le sujet [57, 58] à une implémentation concrète en 2008 des modèles équivalents isotropes développés en les intégrant efficacement dans le logiciel d'éléments finis ACTRAN de la société FFT (code implémenté sous les noms de "MOVISAND" puis "FEXLAYER") par Jean-Louis GUYADER et Christian CACCIOLATI [55, 56] en collaboration avec ArcelorMittal. Si à l'époque les aspects *analytiques* (et en l'occurrence *validations par élément fini*) étaient au cœur des considérations scientifiques du LVA portant sur les matériaux stratifiés pour la vibroacoustique, ces travaux souffraient malheureusement d'un manque d'études expérimentales fines et de caractérisation de leur amortissement équivalents pour des applications industrielles. Débutés grâce à un projet de recherche financé par l'INSA (BQR VIVARIUM) que j'ai obtenu en 2014 pour une durée de deux ans, plusieurs collaborations nationales et internationales se sont succédées avec à chaque fois comme questionnement central la mesure du comportement équivalent dynamique large bande :

- collaboration avec Renaud RINALDI (MCF, Laboratoire MATEIS) et ArcelorMittal au cours du BQR VIVARIUM puis du projet CARNOT I@L MHYRIAM avec Nicolas TOTARO entres autres
- collaboration internationale avec Bert ROOZEN, (Prof. au KU Leuven, Laboratory of Acoustics, Division Soft Matter and Biophysics, Department of Physics and Astronomy)
- recrutement de mon doctorant Fabien MARCHETTI sur bourse ministérielle avec Quentin LECLÈRE

---

11. On rencontre très souvent la terminologie anglaise *Constrained Layer Damping* (CLD) pour qualifier ces tricouches à âmes viscoélastiques amortissantes.

12. La modélisation équivalente (condensation de modèle) des structures stratifiées que j'ai entreprise au LVA fera l'objet de la section II.3

- nombreux travaux de master et projets de fin d'études en collaboration avec *Volvo Group* notamment
- collaboration actuelle avec MATELYS Research Lab.

Au cours du projet BQR VIVARIUM nous avons étudié le comportement d'un tricouche hybride acier-polymère-acier (appelé SPS pour *steel-polymer-steel*) fourni par ArcelorMittal et utilisé dans l'industrie automobile, en couplant différentes techniques expérimentales complémentaires présentées plus haut pour sa caractérisation large bande. Cette structure sandwich fera donc office de cas d'école pour la comparaison des méthodes modales et propagatives dans cette section. Le travail synthétisé ici a été publié dans l'article *Assessment of the apparent bending stiffness and damping of multilayer plates; modelling and experiment, JSV, 426, 2018* [45] auquel nous renverrons le lecteur pour plus de détails.

### I.4.1 Sandwich tricouche

Le sandwich hybride composite que nous avons étudié est présenté à la figure I.37 (les dimensions sont reportées dans la figure). Une réponse fréquentielle typique (accélération sur force) par excitation au marteau d'impact est présentée à la figure I.38 sur la bande fréquentielle [0-3 kHz]. Ici le domaine des basses fréquences est caractérisé par des résonances bien marquées jusqu'à environ 700-800 Hz, puis le recouvrement modal augmente de manière continue pour atteindre une réponse globalement homogène sur le haut du spectre, passé 2.5 kHz (champ vibratoire diffus pratiquement indépendant du point d'observation). A la lumière des considérations exposées au

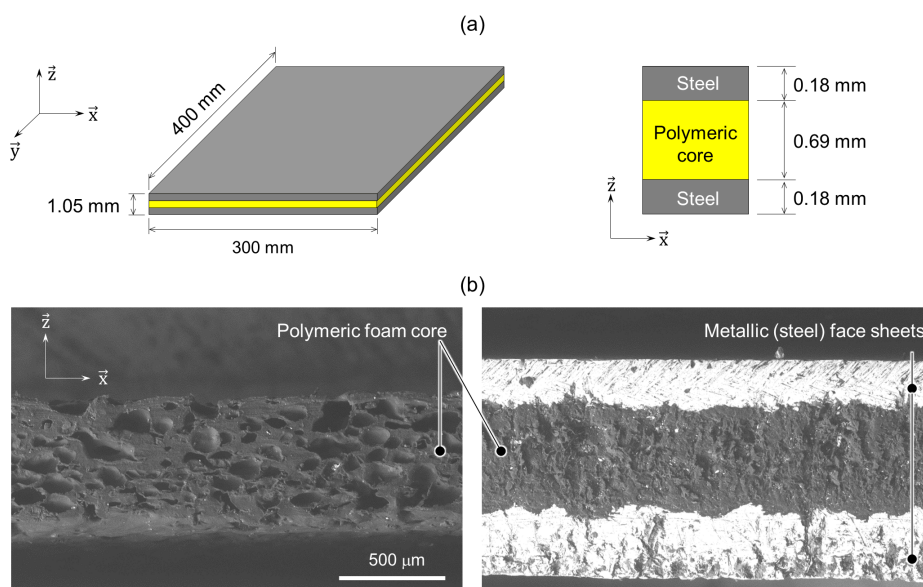


FIGURE I.37 – Schémas et observations microscopiques du sandwich hybride tricouche acier-polymère-acier (SPS). (a) Illustrations schématique de la plaque, avec dimensions caractéristiques. (b) Vues en coupe de la couche de polymère à gauche et du tricouche à droite obtenues par microscopie optique. Figures extraites de [45].

début du chapitre nous avons dès lors couplé cinq méthodes expérimentales complémentaires en faisant appel tantôt aux approches modales qu'ondulatoires, tantôt globales que locales, pour l'identification en raideur et en amortissement équivalents de la structure sur toute la bande fréquentielle d'intérêt, des premières résonances de la structure jusqu'à 20 kHz :

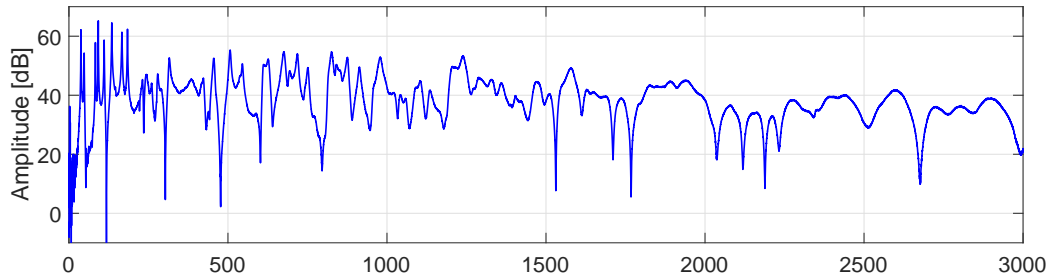


FIGURE I.38 – Transformée de Fourier de la réponse fréquentielle (accélération sur force) du multicouche obtenue par essai au marteau de choc. Figure extraite de [45].

- analyse modale basse fréquence usuelle sur la bande de fréquence [0-800] Hz
- analyse modale haute résolution (HRMA) sur [0-2.5] kHz
- estimation du taux de décroissance temporelle (decay rate method) sur [0-8] kHz
- méthode RIC sur [1-20] kHz
- corrélation par fonction de Hankel (en isotrope) sur [5-20] kHz

## I.4.2 Méthodes modales

### I.4.2.1 Analyse modale 0-800 Hz

Une analyse modale usuelle est menée en basses fréquences, par excitation au marteau d'impact, sur un maillage rectangulaire de 99 points. La plaque est suspendue et l'accélération est mesurée avec un accéléromètre fixé dans un des coins. Les fréquences modales, facteurs de pertes modaux et déformées modales sont obtenus par lissage de fonctions de transferts dans l'espace de Fourier (*Multiple-Degree-of-Freedom (MDOF) curve fitting method*). En parallèle à l'analyse modale expérimentale, une base modale numérique est obtenue via un modèle éléments finis (logiciel MSC NASTRAN) d'une plaque mince homogène équivalente. Pour chaque mode propre identifié, le module de Young du modèle numérique a été ajusté pour minimiser l'écart entre la fréquence propre prédite par éléments finis et la fréquence propre mesurée tout autre paramètre restant constant (les dimensions, l'épaisseur et la densité de la plaque homogène équivalente numérique sont mesurées sur la structure réelle, le coefficient de Poisson est fixé arbitrairement à 0.34). Des exemples de déformées modales sont données à la figure I.39 avec les valeurs des modules de Young identifiés par comparaison prédiction/mesure, et des indices MAC (Modal Assurance Criterion<sup>13</sup>) associés. Finalement, les modules de Young équivalents (fréquentiellement dépendant) ont pu être identifiés par analyse modale jusqu'à environ 800 Hz. Il sont représentés à la figure I.43. Les facteurs de pertes modaux associés sont donnés sur la figure I.44 (cercles rouges).

13. L'indice MAC juge de la ressemblance entre deux déformées modales. Il consiste ici en un calcul de corrélation spatiale entre deux déformées (une expérimentale  $\phi_{(m,n)}^{\text{exp}}$  et une numérique  $\phi_{(p,q)}^{\text{num}}$ ) suivant l'expression :

$$\text{MAC}(\phi_{(m,n)}^{\text{exp}}, \phi_{(p,q)}^{\text{num}}) = \frac{|\phi_{(m,n)}^{\text{exp}\text{T}} \phi_{(p,q)}^{\text{num}}|^2}{(\phi_{(m,n)}^{\text{exp}\text{T}} \phi_{(m,n)}^{\text{exp}})(\phi_{(p,q)}^{\text{num}\text{T}} \phi_{(p,q)}^{\text{num}})}. \text{ Un MAC proche de 1 indique que les déformées ont une très forte ressemblance; un MAC proche de 0 signifie qu'elles sont très distinctes.}$$

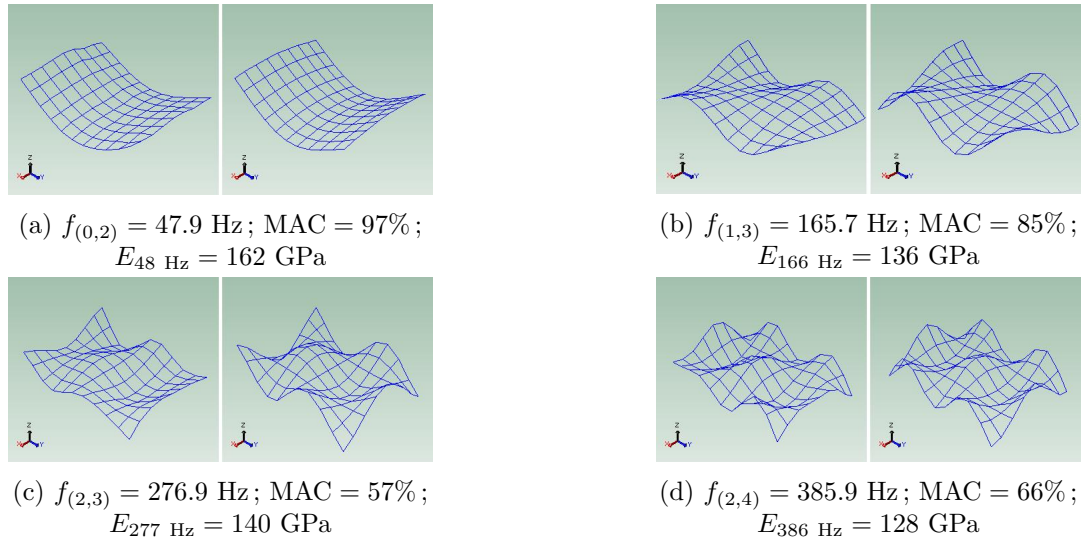


FIGURE I.39 – Comparaisons mesures (figures de gauche) et calculs numériques (figures de droite) de quatre déformées modales basses fréquences de la plaque multicouche SPS. Pour chaque mode, l'indice MAC ainsi que la valeur du module de Young de la plaque équivalente identifié par corrélation prédiction/mesure sur les fréquences propres sont donnés en légende. Figures extraites de [45].

#### I.4.2.2 HRMA 0-2.6 kHz

Passé ce domaine modal bien prononcé, nous avons caractérisé la structure à l'aide de la méthode d'analyse modale haute résolution HRMA sur des signaux temporels de réponse impulsionnelles de la plaque suivant la démarche exposée à la section I.2. Un exemple de prétraitement

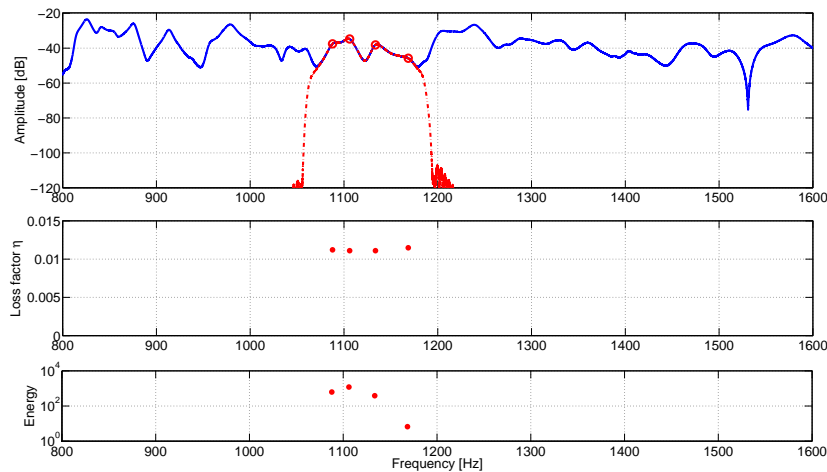


FIGURE I.40 – Exemple de résultats de la HRMA sur le multicouche SPS après prétraitement, où 4 modes propres sont identifiés. Filtrage par bande (figure du dessus), identification des facteurs de pertes (au milieu) et des énergies (en bas). Figure extraite de [45].

par filtrage par bande étroite est donnée à la figure I.40 permettant d'identifier proprement les facteurs de pertes modaux de quatre composantes réelles entre 1060 Hz et 1180 Hz. L'ensemble



des facteurs de pertes identifiés de la sorte est donné sur la figure I.44 (points bleus).

### I.4.3 Approche énergétique : méthode de la décroissance temporelle - 0-8 kHz

Aux approches modales et ondulatoires utilisées dans cette étude, se rajoute une technique de mesure de l'amortissement que l'on peut qualifier d'*énergétique*, qui revient à mesurer le taux de décroissance temporelle de la réponse impulsionnelle de la structure filtrée par bande fréquentielle (typiquement par tiers d'octave). En pratique on estime par régression linéaire le taux de décroissance de l'enveloppe au carré (*l'énergie*) du signal filtré par bande, en décibel par seconde. Le facteur de perte  $\eta$  est alors très simplement relié au taux de décroissance (*decay rate* en anglais, noté DR, en dB/s) par la formule<sup>14</sup> :

$$\eta = \frac{\text{DR}}{27.3 f_c} \quad (\text{I.47})$$

où  $f_c$  est la fréquence centrale de la bande tiers d'octave. Très souvent utilisée en acoustique des salles pour la mesure de temps de réverbération, la méthode de la décroissance temporelle (appelée parfois *Impulse Response Decay Method - IRDM* en anglais [18]) a été par exemple appliquée à des structures composites complexes par CHERIF [27]. Cette approche permet d'identifier l'amortissement de notre tricouche jusqu'à 8 kHz, par bandes tiers d'octaves. Les estimations ne seront pas présentées dans cette section mais à la figure II.21 (carrés verts) du chapitre suivant où l'on unifiera les définitions de l'amortissement en corrigeant l'écriture du facteur de perte équivalent.

### I.4.4 Approches ondulatoires - Méthode RIC et corrélation par fonction de Hankel - 1-20 kHz

Avec la fréquence la nature propagative du champ vibratoire prend le dessus sur sa nature stationnaire, les longueurs d'onde sont de plus en plus petites (voir la figure I.42) et l'identification des nombres d'onde et des caractéristiques mécaniques des matériaux se fait par des approches ondulatoires. Là encore deux techniques d'identification sont comparées (RIC et corrélation par fonction de Hankel). La mesure *plein-champ* est réalisée par vibrométrie laser I.41, sur la plaque suspendue, excitée par un pot vibrant fixée sur le bord de la structure. Un maillage rectangulaire de 1560 points de mesure est scanné sur une zone de  $11 \times 11.6 \text{ cm}^2$  (soit un pas de mesure de 2.9 mm garantissant plus de 3 points par longueur d'onde à 20 kHz).

En adaptant le schéma de RIC de manière similaire à ce qui avait été présenté à la figure I.25 mais en isotrope ici comme proposé dans [71], la méthode a permis d'extraire le module de Young complexe équivalent sur toute la bande [1-20] kHz. Les résultats sont reportés sur les deux figures I.43 et I.44.

Enfin la dernière méthode d'extraction des nombres d'onde est la technique de corrélation par fonction de Hankel en isotrope I.3.2 associé à la technique des sources images. Le protocole expérimental et le champ de mesure utilisé sont identiques à ceux de RIC. Les nombres d'onde complexes sont identifiés en minimisant l'erreur entre le champ mesuré et le champ virtuel (somme pondérée de fonction de Green, équation I.12) formé ici de huit sources images. Ces nombres d'onde complexes extraits sont rajoutés sur les figures I.43 et I.44 sur la bande [5-20] kHz.

---

14. L'énergie (enveloppe carrée) d'un signal décroît en  $e^{-2\pi f \eta t}$ . À deux temps successifs  $t_1$  et  $t_2$ , la décroissance énergétique du signal s'écrit alors en dB [74] :  $10 \log_{10}(e^{-2\pi f \eta t_1} / e^{-2\pi f \eta t_2}) = \frac{20\pi}{\ln(10)} f \eta (t_2 - t_1) = 27.3 f \eta (t_2 - t_1)$ .

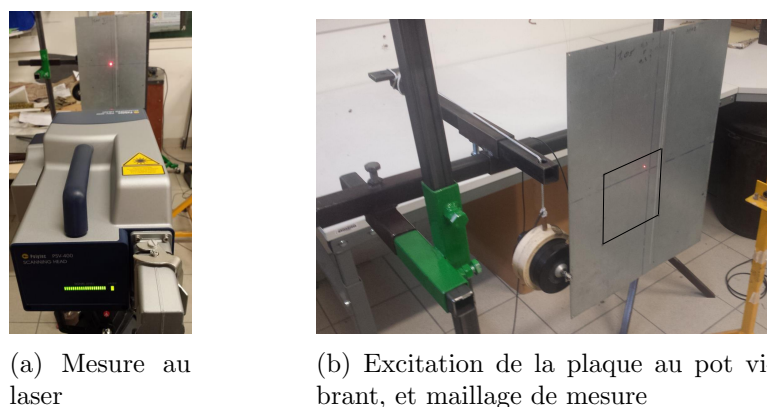


FIGURE I.41 – Protocole expérimental pour la mesure plein-champ par vibrométrie laser de la plaque tricouche SPS. Figures extraites de [45].

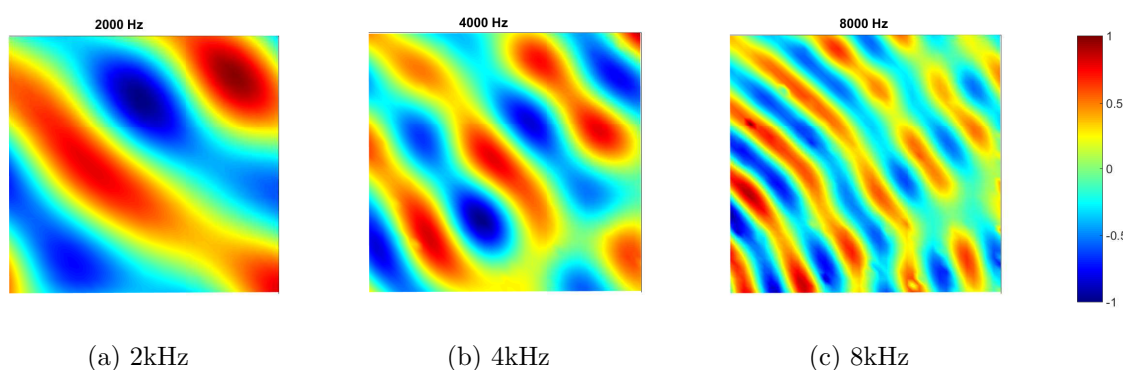


FIGURE I.42 – Champs de vitesse normalisés mesurés par vibrométrie laser. Figure extraite de [45].

#### I.4.5 Comparaisons mesures/modèles et identification des paramètres matériaux de l'âme en polymère

Les figures I.43 et I.44 présentent les résultats expérimentaux combinés des différentes méthodologies exposées ci-dessus. Les modules et amortissements théoriques y sont rajoutés (lignes noires pour différents paramètres matériaux de l'âme) à titre de comparaison ; ces prédictions sont obtenus analytiquement via un modèle équivalent plaque mince de structures planes multicouches orthotropes proposée par Guyader [55, 57] et étendu à des angles de plis quelconques au cours de la thèse de Fabien MARCHETTI (extension aux structures anisotropes présentée à la section II.3). Ce qui est frappant est la complémentarité et la très bonne superposition des méthodes expérimentales pour l'identification de la rigidité de flexion équivalente et de l'amortissement équivalent, fréquemment dépendants. Le comportement en raideur de flexion équivalente du sandwich caractéristique des tricouches à âme souple (figure I.43) est bien identifié et suit très précisément les prédictions du modèle<sup>15</sup> :

- raideur élevée en basses fréquences guidée par la raideur des peaux (deux plaques métal-

15. On peut renvoyer le lecteur à l'annexe de notre article [45] où nous donnons les expressions analytiques des asymptotes basses et hautes fréquences de la raideur équivalente et des facteurs de pertes équivalents des tricouches, et où nous rappelons le formalisme analytique simplifié RKU (ROSS [102]/KERWIN [65]/UNGAR [124]) pour ces sandwiches.

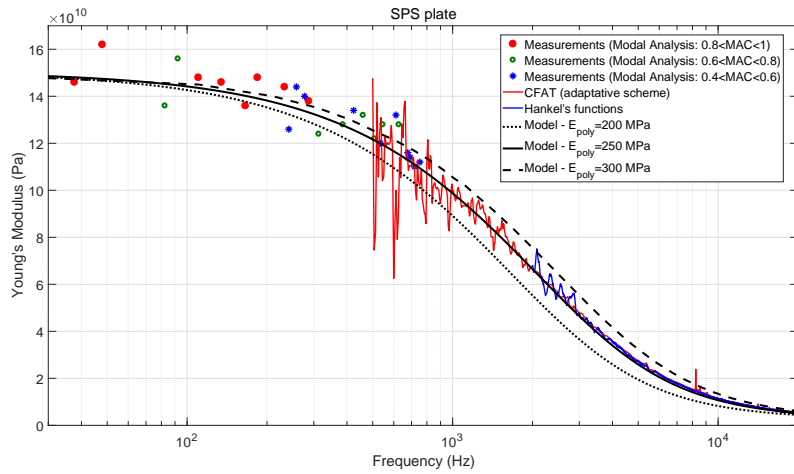


FIGURE I.43 – Estimation du module de Young équivalent de la plaque multicouche SPS suivant plusieurs méthodologies expérimentales (points et courbes colorées). Prédictions théoriques pour différentes propriétés matériaux de la couche polymère (courbes noires). Figure extraite de [45].

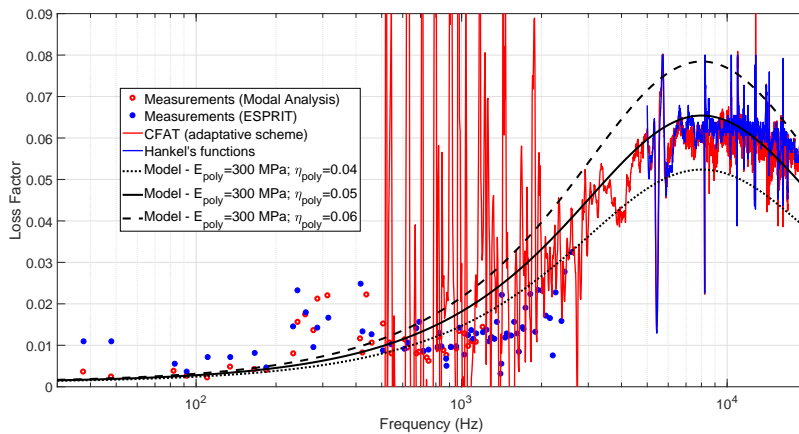


FIGURE I.44 – Même légende que pour la figure I.43, pour l'estimation du facteur de perte équivalent ici. Figure extraite de [45].

liques espacées de l'épaisseur de l'âme et rigidement inter-connectées)

- décroissance continue avec la fréquence de la raideur équivalente guidée par l'augmentation du cisaillement de l'âme en polymère, dans cette zone *de transition*
- rigidité faible en haute fréquence, tendant asymptotiquement vers la somme des rigidités des peaux découplées.

De même pour le facteur de perte équivalent (figure I.44), les amortissements identifiés se superposent et suivent les prédictions théoriques :

- faible facteur de perte en basses et hautes fréquences (amortissement des peaux, métalliques)
- très fort amortissement dans la zone de cisaillement optimal du polymère.

On peut souligner que des résultats expérimentaux si large bande et si proche de la théorie, sont très rares dans la littérature, en particulier lorsque cela touche à l'identification de l'amortisse-

ment.

Cette comparaison mesure/modèle rend alors possible l'identification en fonction de la fréquence du module de Young complexe de l'âme en polymère via résolution inverse. En minimisant l'écart entre prédictions et mesure, on trouve pour la couche de polymère un module de Young  $E_{\text{poly}}$  variant entre 250 MPa et 300 MPa avec un facteur de perte  $\eta_{\text{poly}}$  de l'ordre de 5% (voir sur les figures I.43 et I.44 les différentes courbes noires continues/pointillées/tirets prédites par le modèle pour différentes propriétés matériaux de la couche polymère). Ces valeurs identifiées par méthode vibratoire inverse ont été confirmées par des mesures DMA (Dynamic Mechanical Analysis) effectuées sur la couche de polymère seule et par extrapolation vers les hautes fréquences après construction d'une courbe maîtresse par principe de superposition (ou d'équivalence) temps-température [16]. La figure I.45a synthétise ces mesures DMA menées à 0.2,

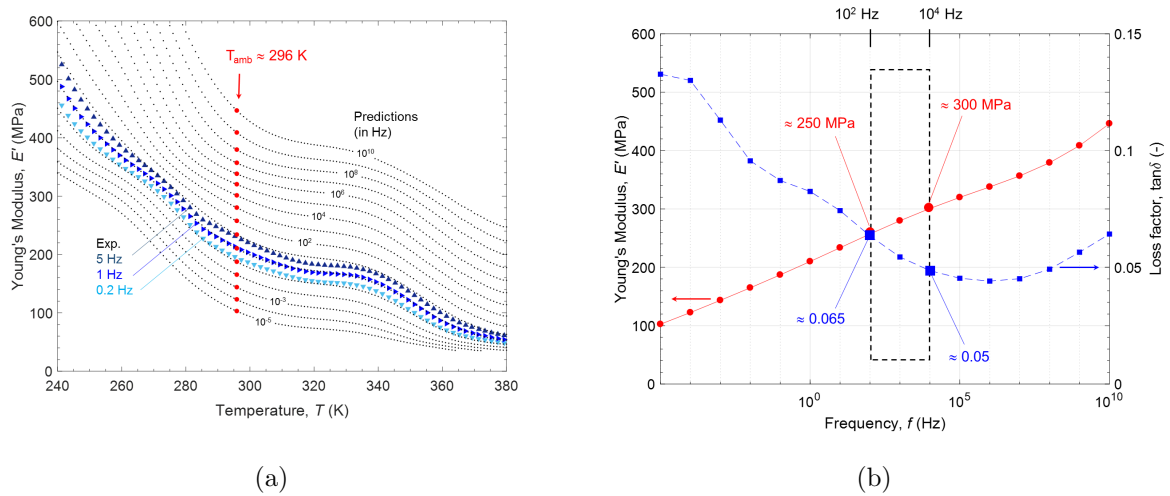


FIGURE I.45 – Mesures DMA (Dynamic Mechanical Analysis) sur la couche de polymère seule du tricouche SPS et extrapolations. (a) Module de Young du polymère en fonction de la température mesuré à 0.2, 1 et 5 Hz, et prédit par extrapolations (par principe d'équivalence temps-température). (b) Prédiction large bande fréquentielle à la température ambiante (296 K) du module de Young (en rouge) et du facteur de perte (en bleu) de la couche polymère. Figures extraites de [45].

1 et 5 Hz, pour des températures entre 240 et 380 K, ainsi que les prédictions par extrapolations (résultats présentés sur cette figure pour la partie réelle seulement). Les modules et facteurs de pertes identifiés à la température ambiante (296 K) sont alors extraits en large bande fréquentielle et présentés à la figure I.45b. Les valeurs coïncident particulièrement bien avec les valeurs prédites par l'approche vibratoire présentée ci-dessus, avec un module de Young du polymère tendant vers 300 MPa à 10 kHz et un facteur de perte de 5% à 10 kHz. Cette concordance des résultats démontre la pertinence et la validité des techniques de caractérisation large bande et de la méthodologie inverse vibratoire proposées ici.

Nous compléterons cette comparaison des méthodologies d'identification de l'amortissement et des formulations théoriques dans la section II.3.2 du chapitre suivant.

#### I.4.6 Excitation très hautes fréquences - Pump Laser "Nd :YAG" - [100]

Pour conclure ce chapitre, j'évoque une dernière application expérimentale très hautes fréquences sur ces structures multicouches menée lors d'une collaboration avec Bert ROOZEN et

Ludovic LABELLE du *Laboratory of Acoustics, Soft Matter and Biophysics* du KUL et publié dans l'article *Non-contact experimental assessment of apparent dynamic stiffness of constrained-layer damping sandwich plates in a broad frequency range using a Nd :YAG pump laser and a laser Doppler vibrometer*, *JSV*, 395, 2017 [100]. Grâce au laser Nd :YAG (grenat d'yttrium-aluminium dopé au néodyme) du KUL nous avons pu étendre la caractérisation de ces mêmes structures tricouches bien plus haut en fréquence. Avec des pulsations de l'ordre de 1 ns (excitation par impulsion photo-acoustique), le laser Nd :YAG permettrait en pleine puissance d'atteindre des excitations fréquentielles de l'ordre du GHz ; ici en pratique l'identification du module de Young équivalent d'une plaque acier-polymère-aluminium (notée SPA pour *steel-polymer-aluminum*) a été mené jusqu'à 50 kHz. Le protocole expérimental est présenté à la figure I.46 : l'excitation se fait le long d'une ligne de 38 cm en 255 points régulièrement espacés (pas de 1.5 mm). Le déplacement de l'excitation est piloté à l'aide de miroirs et un vibromètre laser monopoint mesure la vitesse en un point fixe au centre de la plaque (fréquence d'échantillonnage de 500 kHz). Pour

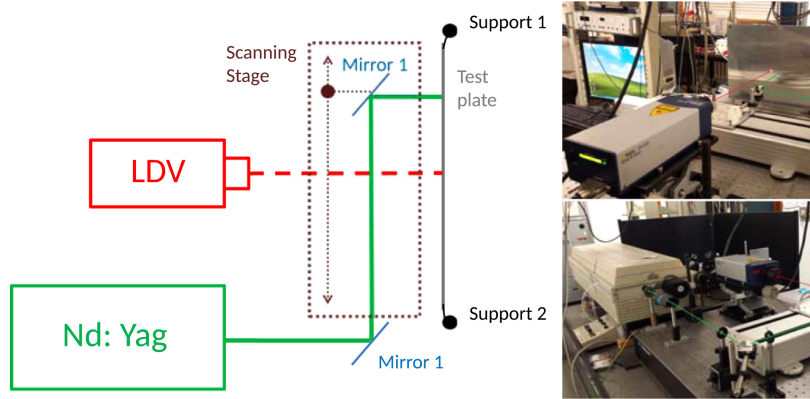


FIGURE I.46 – Protocole expérimental pour la mesure très hautes fréquences du tricouche SPS par excitation au laser Nd :YAG (en vert) et mesure au vibromètre laser monopoint LDV (en rouge). Figures extraites de [100].

chaque point d'excitation, une moyenne de 500 réalisations est effectuée.

La figure I.47 synthétise les résultats expérimentaux obtenus, en nombre d'onde de flexion équivalent I.47a, et en module de Young équivalent I.47b sur lequel la prédiction de notre modèle analytique est rajouté. Trois estimations expérimentales du module sont superposées : transformée de Fourier spatiale, méthode de PRONY (à un pôle), corrélation d'onde par onde plane avec terme d'atténuation géométrique (nous renvoyons le lecteur à [101] pour plus de détails techniques). Pour cette application très hautes fréquences seule la partie réelle des nombres d'onde est considérée. L'extraction du nombre d'onde donnant *in fine* le module équivalent est très propre pour les trois méthodologies jusqu'à 50 kHz, avec des résultats particulièrement proches de la théorie pour la méthode de PRONY et la technique de corrélation d'onde.

Cette application expérimentale ouvre des perspectives pour la caractérisation en très hautes fréquences dans le domaine des ultrasons et sera développée dans le projet présenté à la fin du manuscrit.

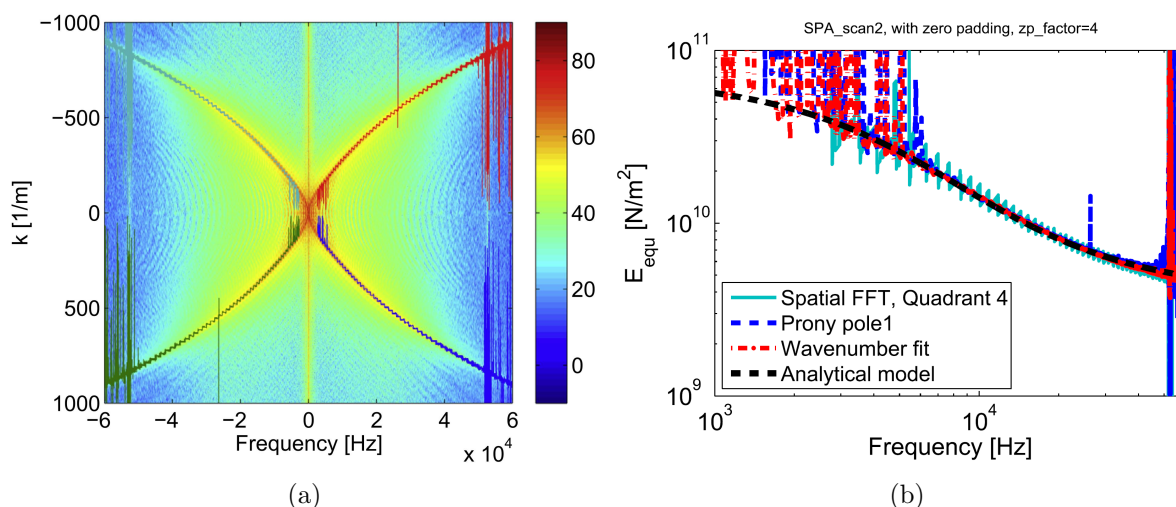


FIGURE I.47 – Exemple de résultats obtenus par excitation Nd :YAG sur la plaque SPS. (a) Courbe de dispersion expérimentale, par transformée de Fourier spatiale. (b) Module de Young identifié par trois méthodes expérimentales et une prédiction théorique. Figures extraites de [100]

## I.5 Conclusion

Ce chapitre, volet expérimental de mon dossier recherche, a retracé les multiples études expérimentales menées depuis ma thèse et mon intégration au LVA, avec mes étudiants et doctorants, au cours des projets collaboratifs et industriels dont j'ai pu être responsable ou auxquels j'ai pu participer. À travers les différentes applications et structures complexes étudiées (structures planes, plaque orthotropes raidies, structures stratifiées, sandwich nid d'abeille, sandwich épais avec âme en mousse, tricouche à âme polymère...), j'ai pu montrer comment la caractérisation fine large bande doit passer nécessairement par le couplage de méthodologies expérimentales complémentaires - modales, ondulatoires, énergétiques, temporelles, fréquentielles - en particulier pour l'identification de l'amortissement. La cohérence des approches présentées, donnant des estimations identiques dans les domaines de recouvrement fréquentiel - et ceci malgré les différents formalismes sous-jacents - est en soi un résultat tout à fait notable.

L'étude expérimentale complète et large bande qui clôt ce chapitre, faite sur des structures tricouches hybrides, constitue enfin l'exemple concret d'une collaboration fructueuse entre la communauté *vibroacousticienne* (dont je suis issu) et la communauté *matériaux* (MATEIS ici en l'occurrence, où les mesures DMA ont été effectuées). Lorsque je présenterai en perspectives de ce manuscrit les projets scientifiques que je souhaiterais développer à court et moyen terme, je reviendrai sur ce point précis de la multidisciplinarité car c'est bien suivant ce modèle de collaborations multilaboratoires, multifacettes où se confrontent formalismes, approches, littératures associées, que je conçois le travail de recherche académique, théorique et appliqué qui est le nôtre.



## Chapitre II

# Modèles dynamiques équivalents de structures complexes

### II.1 Introduction

La recherche d'un formalisme théorique simplifié à petit nombre de paramètres, parfois appelé modèle *réduit* ou modèle *minimal*, modélisant le comportement dynamique *équivalent* de structures complexes de manière rapide, fiable et robuste est une problématique scientifique majeure, au coeur de nombreux projets de recherche actuels. L'intérêt porté par la communauté pour le développement de ces modèles dynamiques *condensés* est très fort alors même que les puissances de calculs et les moyens informatiques n'ont jamais été aussi importants dans nos laboratoires et centres de recherches et que les logiciels éléments finis par exemple - de plus en plus sophistiqués, très souvent multiphysiques - permettent de gérer un nombre de degré de liberté et de complexité toujours plus grand. Concrètement il est parfois bien plus pertinent de fonctionner ainsi : un modèle équivalent simple à nombre réduit de paramètres pouvant être plus proche de la réalité mesurée, décrivant mieux un jeu de données expérimental, et donc plus utile pour la compréhension physique du système qu'un modèle compliqué à plus de paramètres. À ce titre, on peut citer les travaux de Michal RUZEK [107] conséquent à sa thèse de doctorat [106] qui utilise des critères d'informations pour sélectionner l'équation de dispersion théorique la plus pertinente pour un jeu de mesure vibratoire et une gamme de fréquence donnés, parmi un ensemble de modèles dynamiques considérés en amont, sans aucun a priori. Certains résultats pouvant paraître étonnants et sembler contradictoires illustrent très bien notre propos ici. RUZEK donne ainsi l'exemple d'un tricouche composite épais avec âme en mousse pour lequel le critère d'information AIC (Akaike Information Criteria<sup>16</sup> [4]) conclut que le modèle simple qu'il qualifie de *membrane* (équation de dispersion  $k^2 \propto \omega^2$ ) est plus pertinent pour prédire les déformations transverses de la structure sur la gamme de fréquence d'intérêt que des modèles plus complexes à plus de paramètres (mais a priori plus proche de la réalité du système considéré) comme les modèles de plaques (minces ou épaisses) ou les modèles multicouche [107] .

Outre ces aspects de sélection de modèle et de parcimonie, le développement de modélisations équivalentes simples, très souvent analytiques et théoriques, facilite les études prédictives et paramétriques, primordiales dans nos applications. Par exemple dans le travail de design et de conception de nouveaux matériaux, d'empilement ou de structures à performances vibroacous-

---

16. Le critère AIC effectue sa sélection en fonction d'un compromis qualité de *l'ajustement* avec les données (ou *fit* en anglais) et complexité du modèle. Il pénalise donc les modèles complexes à grand nombre de paramètres pour satisfaire le principe de parcimonie : *un petit nombre de paramètres suffit à décrire les données*.



tiques souhaitées prédites en amont, les modèles équivalents analytiques sont indispensables. En pratique ils se démarquent par exemple des modèles éléments finis dont les modifications paramétriques sont beaucoup plus fastidieuses, surtout dans le domaine des moyennes et hautes fréquences où le raffinement de maillage peut rendre rédhitoire toute approche numérique discrétisée. Certes l'approche analytique peut paraître chronophage dans ses dérivations et son implémentations, néanmoins son utilité ne fait aucun doute en permettant *in fine* de mieux appréhender les phénomènes physiques.

Dans ce chapitre, volet *modélisation* de mon mémoire d'HDR, je synthétise mes différents apports et mes contributions au développement de modèles équivalents en vibroacoustique large bande fréquentielle. Dans une première section on s'intéressera aux structures planes orthotropes raidies avec application à la vibroacoustique de la table d'harmonie du piano. Deux modèles seront détaillés : une description synthétique fondée sur un petit nombre de descripteurs globaux et un modèle analytique simplifié équivalent de structures raidies de formes quelconques. Puis je présenterai l'axe majeur de ma recherche théorique actuelle qui traite de la modélisation équivalente de structures multicouches (composite, anisotropes) en large bande fréquentielle. La troisième section synthétisera mes travaux en approches énergétiques au cours desquels la méthode SmEdA a été étendue à la prise en compte des matériaux dissipatifs. Enfin je clôturerai ce chapitre avec une sous-thématique de recherche plus annexe par rapport aux précédentes : la prise en compte des effets thermovisqueux dans la modélisation analytique et numérique d'un microphone MEMS.

## II.2 Modélisations équivalentes de structures orthotropes raidies - Application à la table d'harmonie du piano

Naturellement cet axe de recherche tire son origine de mes travaux doctoraux sur la vibroacoustique de la table d'harmonie du piano [37]. Comme évoqué plus haut, section 1.2.3, cette structure orthotrope raidie possède un comportement dynamique singulier, fréquentiellement fortement dépendant, ce qui motive le développement de modèles synthétiques permettant avec peu de paramètres de rendre compte de la dynamique globale de cette pièce qui rayonne quasiment sur tout le spectre audible. Deux approches sont détaillées :

- une description synthétique à peu de paramètres développée au cours de ma thèse et publiée dans des articles de journaux les années qui ont suivi en collaboration avec Xavier BOUTILLON
- un modèle analytique de plaques orthotropes raidies de formes quelconques mis en place au cours de la thèse de Benjamin TRÉVISAN (2013-2016) que j'ai co-encadrée avec Bernard LAULAGNET.

Enfin cette section s'achèvera avec la présentation du projet ANR MAESSTRO (Modélisations Acoustiques, Expérimentations et Synthèse Sonore pour Tables d'harmonie de piano), porté par Xavier BOUTILLON (LMS-X), et dont j'ai été le responsable au LVA pendant 4 ans.

### II.2.1 Description synthétique (à petit nombre de paramètre) de la table d'harmonie du piano [19, 44]

#### II.2.1.1 Mean-value method

Un des objectifs de mon travail de doctorat était de donner une description synthétique de la table d'harmonie fondée sur un petit nombre de *descripteurs globaux*. Cela a été rendu possible grâce à la méthode de la valeur moyenne développée par SKUDRZYK [115, 116] qui prédit

l'enveloppe, la valeur moyenne et la valeur asymptotique de l'admittance au point d'excitation (ou *mobilité*) d'une structure vibrante faiblement amortie avec trois paramètres seulement : la densité modale  $n(f)$ , le facteur de perte  $\eta$  et la masse totale de la structure  $M_{\text{tot}}$ . Contrairement aux méthodes statistiques type SEA, restreintes au domaine des hautes fréquences, celle-ci donne des indications sur le comportement *moyen* de la structure de la première résonance jusqu'aux fréquences plus élevées. L'idée consiste à remplacer l'expression exacte de l'admittance (somme modale), équation II.1, par une intégrale dans le domaine fréquentiel ou la réponse en fréquences tend vers un comportement continu (le *champ diffus*). SKUDRZYK la calcule par une méthode des résidus et montre que la partie réelle de l'admittance en hautes fréquences peut alors s'écrire en fonction du rapport de la densité modale  $n$  et de la masse totale de la structure  $M_{\text{tot}}$  seulement.

La méthodologie globale est rappelée ici. L'admittance  $Y_A$  au point d'excitation A d'un système dynamique s'écrit comme la somme des admittances d'oscillateurs amortis à un degré de liberté [37] :

$$Y_A(\omega) = i\omega \sum_{\nu=1}^{+\infty} \frac{\Phi_\nu^2(x_A, y_A)}{m_\nu (\omega_\nu^2 + 2i\xi_\nu \omega_\nu \omega - \omega^2)} \quad (\text{II.1})$$

Sous l'hypothèse d'amortissement faible, l'approximation au dénominateur introduite par SKUDRZYK  $\omega_\nu^2 + 2i\xi_\nu \omega_\nu \omega - \omega^2 \approx \bar{\omega}_\nu^2 - \omega^2$  avec  $\bar{\omega}_\nu^2 = \omega_\nu^2(1 + i\eta_\nu)$  permet en hautes fréquences de transformer l'équation II.1 en :

$$Y_A(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow +\infty} Y_C = \int_0^{+\infty} \frac{i\omega \Phi_\nu^2(x_A, y_A) d\omega_\nu}{m_\nu \epsilon_\nu (\omega_\nu^2 + 2i\xi_\nu \omega_\nu \omega - \omega^2)} = \int_0^{+\infty} \frac{i\omega \Phi_\nu^2(x_A, y_A) d\omega_\nu}{m_\nu \epsilon_\nu (\bar{\omega}_\nu^2 - \omega^2)} \quad (\text{II.2})$$

où  $\epsilon_\nu = \frac{d\omega_\nu}{d\nu} = 2\pi \Delta f_\nu = \frac{2\pi}{n(f_\nu)}$  est l'espacement intermodal moyen écrit ici pour les pulsations et correspondant à l'inverse de la densité modale  $n(\omega_\nu)$ . Sous cette forme, SKUDRZYK montre dans sa *mean-value theory* [116] que la partie réelle de l'admittance caractéristique  $G_C = \Re(Y_C)$  peut se calculer par une méthode des résidus, donnant finalement la relation très simple :

$$\Re(Y_A(\omega)) \xrightarrow{+\infty} G_C = \frac{\pi}{2 \epsilon_\nu M_{\text{Tot}}} = \frac{n(f)}{4M_{\text{Tot}}} \quad (\text{II.3})$$

où  $n(f)$  est la densité modale et  $M_{\text{tot}}$  la masse totale de la structure. Pour une plaque mince (exemple usuel très parlant ici) la densité modale asymptotique tend vers une constante proportionnelle à  $S$  soit  $n(f) = \frac{S}{2} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}$  (écrite ici en isotrope). On obtient alors la relation suivante :

$$Y_A(\omega) \xrightarrow{+\infty} G_C = \frac{1}{8\sqrt{\rho h D}} = \frac{1}{4h^2} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{E\rho}}, \quad (\text{II.4})$$

la partie imaginaire de l'admittance caractéristique  $Y_C$  s'annulant en hautes fréquences pour une plaque. La valeur asymptotique de l'admittance ne dépend alors ni du point de l'excitation ni de la surface (et ni de la fréquence) mais uniquement de l'épaisseur et des constantes élastiques de la plaque : la structure peut être considérée comme *infinie*, dans ce domaine fréquentiel [73]. Cette valeur asymptotique est l'*admittance caractéristique* de la structure. Par extrapolation vers les basses fréquences la théorie de SKUDRZYK permet de prévoir la valeur moyenne de l'admittance. Enfin, connaissant par ailleurs le facteur de perte  $\eta$  de la structure LANGLEY montre dans [67] comment obtenir l'enveloppe de l'admittance (résonances et antirésonances) en

fonction de l'indicateur recouvrement modal  $\mu(f) = n(f) \eta f$  et de considérations statistiques (loi de Poisson) tenant compte de dégénérescences, fréquences répétées et irrégularité de l'espacement intermodal dépendant de la dimensionnalité de la structure considérée (le formalisme est rappelé dans [37–39]). À titre d'illustration on donne ici l'exemple de la figure II.1, où l'on superpose à une admittance de plaque simplement supportée calculée analytiquement (par sommation modale), les prédictions du modèle minimal : admittance caractéristique (avec ou sans prise en compte des conditions aux limites en basses fréquences) et enveloppes des résonances et antirésonances (avec ou sans prise en compte de l'irrégularité de l'espacement intermodal).

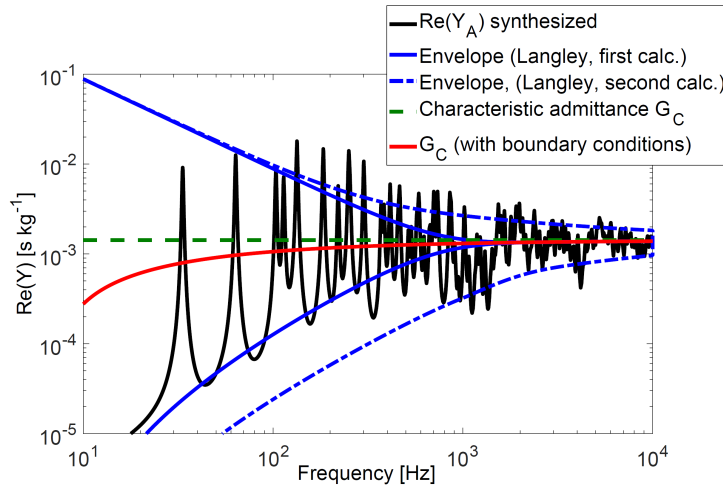


FIGURE II.1 – Exemple de synthèse de mobilité d'une plaque simplement supportée avec notre modèle minimal à trois paramètres. Admittance caractéristique (valeur moyenne)  $G_C$  avec et sans prise en compte des conditions aux limites : trait rouge continu et trait vert pointillé, respectivement. Enveloppe de la mobilité avec et sans prise en compte de l'irrégularité de l'espacement intermodal : trait bleu continu et trait bleu pointillé, respectivement. Mobilité de plaque calculée analytiquement (par sommation modale) en noir. Figure extraite de [38].

La relation II.3 proposée par SKUDRZYK est la pierre angulaire du modèle minimal que j'ai développé. La force de cette approche est qu'elle peut s'appliquer à n'importe quel système dynamique complexe et simplifie grandement le problème vibratoire. Appliquée à notre structure plane orthotrope raidie par de multiples barres qu'est la table d'harmonie du piano (figure I.8), nous avons montré comment cette description synthétique permettait par exemple d'évaluer avec très peu de paramètres les variations de la mobilité au chevalet, et du rayonnement dans l'aigu, entraînée par une modification de structure (matériau, géométrie, espacement inter-raidisateurs...). L'article qui synthétise la démarche dans son ensemble est *Vibroacoustics of the piano soundboard : Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime*, *JSV*, 332(18), 2013 [19]. Les conférences ISMA 2010 [38], FORUM Acusticum 2011 [39] traitent de la synthèse d'admittance et de comparaisons expérimentales avec des mesures de références de la littérature ; la conférence Acoustics'2012 [20] de modification de matériau et de comparaisons de différents pianos. Quelques figures et résultats majeurs sont donnés ci-dessous.

### II.2.1.2 Densité modale de la table d'harmonie du piano

Dans notre modèle minimal, le paramètre clé est la densité modale locale, que l'on peut qualifier d'*apparente*. Sur une structure complexe, raidie, qui présente des localisations d'ondes entre

les raidisseurs en hautes fréquences (voir à la figure II.2 un exemple de déformées modales numériques avant et après la localisation des ondes entre les raidisseurs), la densité modale apparente est fréquemment fortement dépendante. Cette dernière a pu être prédite et comparée aux mesures présentées au chapitre précédent sur une table de piano droit, à la figure I.13. On reproduit cette figure ici II.3, sur laquelle nous avons rajouté les densités modales théoriques prédites par notre modèle vues en différents points. Pour des fréquences inférieures à 1.1 kHz la structure raidie se comporte comme une plaque homogène équivalente. Les lignes grises prédites correspondent à la densité modale de la structure raidie homogénéisée (en se basant sur la démarche d'homogénéisation proposée par BERTHAUT [14]) pour différentes qualités d'épicéa. Au dessus de 1.1 kHz les ondes sont localisées entre les raidisseurs et la table se comporte dynamiquement comme une juxtaposition de guides d'ondes. Les densités modales prédites (lignes pointillés co-

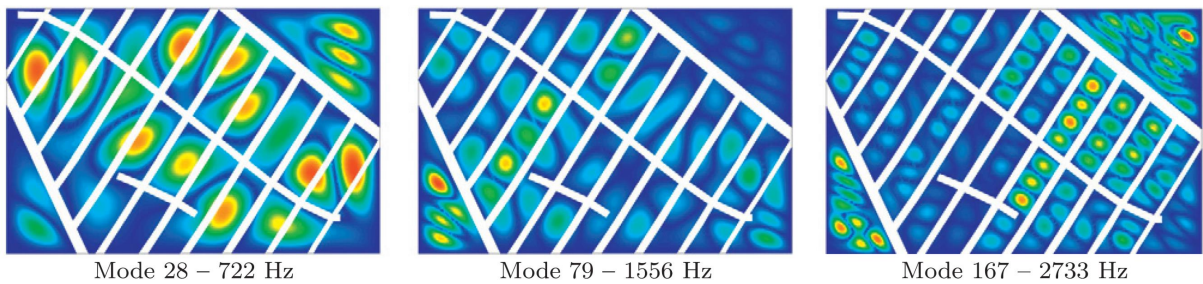


FIGURE II.2 – Exemple de trois déformées modales numériques (éléments finis) de notre table d'harmonie de piano droit illustrant le comportement de plaque homogène en basses fréquences (à gauche) et la localisation des ondes entre les raidisseurs au dessus de 1.1 kHz (au milieu et à droite) dû aux irrégularités de l'espacement inter-raideurs. Figures extraites de [44].

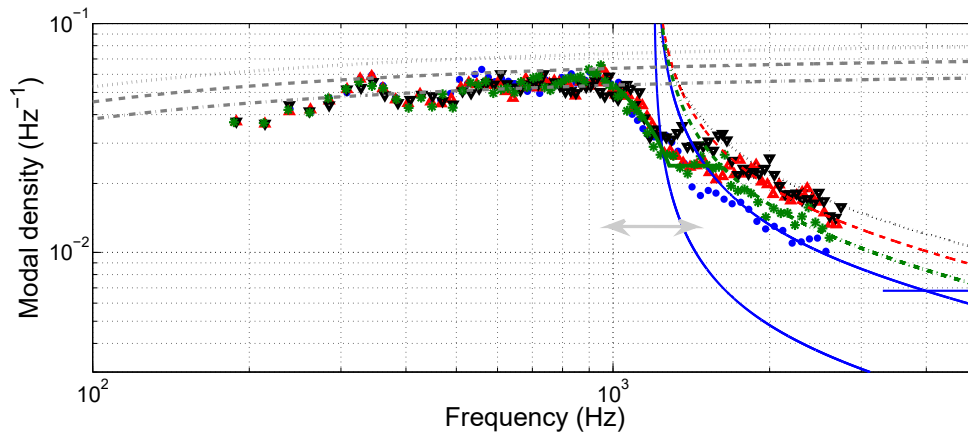


FIGURE II.3 – Densités modales mesurées en différents points de la table (A1 ( $\bullet$ ), A2 ( $\Delta$ ), A3 ( $\nabla$ ), A5 ( $*$ ), voir la figure I.8a pour la position des points) et prédites par le modèle de guides d'ondes juxtaposés de la zone inter-raideurs correspondante (lignes avec la couleur correspondante, en hautes fréquences). Densité modale de la plaque équivalente homogénéisée en basses fréquences pour différentes qualités d'épicéa (lignes grises). Figure extraite de [19], où le détail de chacune des courbes est précisé.

lorées) suivent particulièrement bien les estimations expérimentales et dépendent alors du point

de mesure<sup>17</sup>. Ces résultats très satisfaisants sur le descripteur global clé qu'est la densité modale permettent maintenant d'alimenter le modèle minimal pour la synthèse d'admittance (voir la section suivante).

### II.2.1.3 Mobilité du piano - Comparaison mesures-modèle minimal.

La mobilité au chevalet est une quantité essentielle dans la physique des instruments de musique à cordes. Elle caractérise le transfert d'énergie vibratoire entre la corde (*la source*, incapable de rayonner efficacement du fait de sa petite section), et la table d'harmonie (*diffuseur acoustique* efficace). Dans le cas du piano et contrairement aux instruments à cordes frottées où l'énergie est entretenue par le mouvement de l'archet, le pianiste n'a pas de contrôle en continu sur l'excitation de la corde (et donc sur le son) une fois le marteau échappé. L'énergie cinétique acquise par celui-ci ne peut plus être modifiée et c'est libre qu'il vient frapper la corde et la mettre en vibration. La conception du piano est donc fonction du compromis choisi entre l'amplitude du son et sa durée<sup>18</sup> : doit-on dissiper beaucoup d'énergie tout d'un coup, ou moins mais plus longtemps ?

À des fins de simulations sonores réalistes et d'aide à la facture instrumentale, les modèles physiques d'instruments à cordes doivent logiquement être en mesure de prédire précisément cette quantité, et ceci - on le précise encore une fois - sur tout le spectre audible. Le modèle équivalent doit par ailleurs pouvoir rendre compte facilement des variations induites sur la mobilité (et donc *in fine* sur le son) de telle ou telle modification d'architecture d'une table d'harmonie (modification de matériaux, de géométries, ou de paramètres de conceptions de table). Nous avons alors validé notre modèle minimal dans [19] en montrant qu'il permettait de prédire les valeurs moyennes d'impédances (réciproque de l'admittance) mesurées au chevalet et loin du chevalet d'un piano droit, publiées par GIORDANO [53] (lignes pointillées rouge sur les figures II.4b et II.4c). Malgré les fortes approximations du modèle minimal et le fait que nous n'ayons pas mesuré directement ce piano, la qualité de la comparaison mesure-modèle est frappante. La figure II.4a illustre par ailleurs la possibilité de synthétiser l'allure complète de l'impédance. La sommation modale est quelque peu différente de celle de la figure II.1 : ici nous adoptons une approche statistique pour les valeurs des fréquences propres en utilisant la densité modale prédite par le modèle équivalent et une variation aléatoire autour de cette valeur suivant une distribution de Rayleigh comme proposé par WEAVER [129]. Cette approche avait été notamment utilisée sur la guitare par WOODHOUSE [131] pour la synthèse numérique de ce qu'il appelle dans son article sa *statistical guitar*. Pour ce qui est des amortissements, notre approche statistique reprend la moyenne des facteurs de pertes identifiés expérimentalement sur notre table de piano droit (voir la figure I.12) qui est de 2.3%, sur laquelle une distribution aléatoire suivant une loi du  $\chi^2$  est appliquée (d'après les travaux de BURKHARDT et WEAVER [22]). L'allure de l'impédance au chevalet ainsi synthétisée est tout à fait conforme aux mesures de références publiée dans la littérature. On peut noter que sur la figure II.4a le modèle minimal prédit l'impédance caractéristique de la barre de chevalet principal seule, de la table seule, puis de la somme des deux quantités.

---

17. Les dérivations analytiques donnant les densités modales de la zone homogène (basses-fréquences), de la zone de transition (double flèche grisée) et de la zone de localisation entre raidisseurs (hautes fréquences) sont présentées en détail dans [19]. On y montre notamment comment prendre en compte l'influence des conditions aux limites de la structure en basses fréquences pour le calcul de la densité modale d'une structure éventuellement orthotrope quelconque, en appliquant l'approche de correction publiée par XIE [132] aux méthodes de COURANT [28] et WILKINSON [130].

18. La question du compromis intensité/tenue et de la dissipation de l'énergie se pose d'ailleurs en ces termes pour tous les instruments à cordes pincées (clavecin, guitare, etc.).

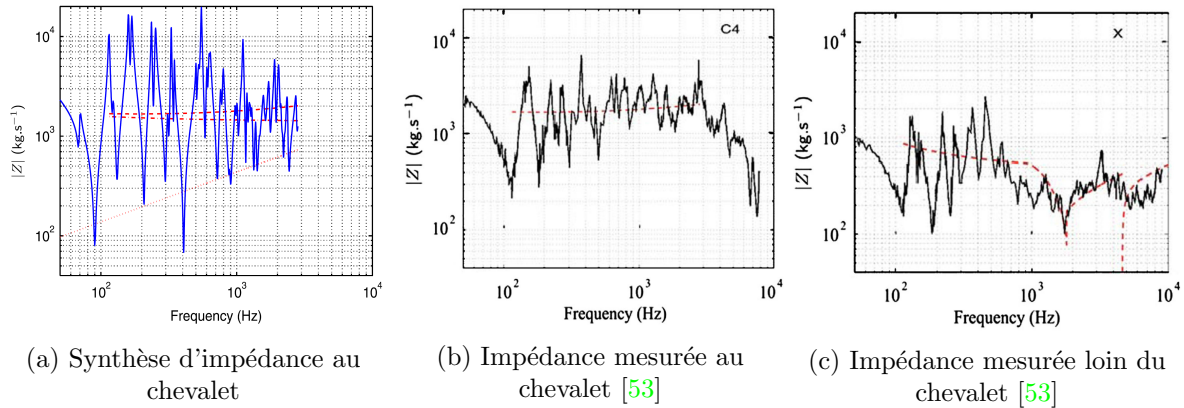


FIGURE II.4 – Synthèse de l'impédance d'un piano droit et comparaisons modèle/mesure. (a) : Impédance au chevalet synthétisée par sommation modale (approche statistique, —) et par notre modèle minimal (chevalet principal seul (· · ·), table seule (— · —) et somme de ces deux quantités (— —)). (b) et (c) : Impédances au chevalet et loin du chevalet, respectivement, mesurées par GIORDANO(—) [53] et prédictions de notre modèle minimal (— —). Figures extraites de [19].

Plusieurs perspectives très intéressantes se sont offertes à ce travail. On a ainsi montré comment le modèle équivalent à peu de paramètres pouvait prédire les variations des admittances au chevalet pour différents pianos droits et à queue de différentes manufactures de piano (et dont les paramètres de conception de table varient), mais aussi pour différentes qualités de bois [20]. Enfin un second résultat important pour la facture de l'instrument porte sur le rayonnement de l'instrument dans l'aigu. Dans [37] et [19] on conclut que la présence de raidisseurs, à l'origine de la localisation au dessus de 1.1 kHz des ondes (due à l'espacement légèrement irrégulier des barres) au sein de guides d'ondes structuraux juxtaposés, peut modifier le phénomène de coïncidence acoustique dans l'aigu par rapport à une plaque homogène non raidie. Le paramètre clé est alors le ratio entre l'espacement inter-raisseur et l'épaisseur de la table, et on montre comment un mauvais dimensionnement par le facteur de piano de la structure raidie peut engendrer une alternance subsonie/supersonie des ondes acoustiques rayonnées par la table et créer une inhomogénéité du rayonnement pour la gamme de fréquence correspondante (entre la cinquième et la sixième octave de l'instrument). Cette dernière considération pourrait expliquer pourquoi la durée du son (*sustain*) est si compliquée à ajuster par les facteurs dans l'aigu plus particulièrement autour du  $\text{Do}_5$  de fréquence fondamentale 1050 Hz ; difficulté dont se plaignent les fabricants de pianos en surnommant d'ailleurs cette zone du clavier la *killer-octave* du piano [47].

## II.2.2 Modèle analytique équivalent par formulation variationnelle - Structures raidies - [121, 122]

Le modèle *minimal* présenté ci-dessus est basé sur des paramètres globaux, spatialement homogénéisés (surfaces et densités modales globales, éventuellement par zones ; masse totale...) obtenus après approximations et homogénéisation des raidisseurs de la plaque en basses fréquences, laissant de côté la vision locale. Si la pertinence a été clairement démontrée, le modèle équivalent rend néanmoins compliqué la prise en compte des modifications géométriques du contour de la table par exemple et surtout des modifications locales que peuvent être amenés à effectuer les facteurs de piano le long de la table (variations de la largeur et de la hauteur

de superstructures, enlèvement de raidisseur dans telle ou telle zone de la table...). L'influence que ces modifications locales peuvent avoir notamment sur la mobilité ou la puissance rayonnée dans la zone aiguë de l'instrument reste alors difficile à prédire. Sans nécessairement tomber dans le modèle éléments finis du piano complet à plusieurs millions de degrés de libertés, une autre approche équivalente permettant de mieux gérer plus finement les variations de paramètres géométriques de la table et des superstructures (raidisseurs et chevalets) s'avère alors nécessaire pour certaines études paramétriques. La thèse de Benjamin TRÉVISAN [120] que j'ai co-encadrée avec Bernard LAULAGNET s'inscrit dans cette problématique. Un modèle analytique équivalent basé sur une formulation variationnelle permet à partir d'une plaque plane rectangulaire simplement supportée d'orthotropie dite *spéciale* (dont les axes d'orthotropie sont ceux du contour rectangulaire), de recréer une plaque orthotrope encastrée de contours quelconques, raidie sur chaque face par de nombreuses superstructures s'apparentant à des poutres. Le modèle simplifié appliqué à une table d'harmonie de piano droit et de piano à queue est représentatif des phénomènes constatés dans la littérature tout en étant particulièrement bien adapté aux études paramétriques. Il met en lumière les phénomènes de localisations spatiales de vibrations inhérents à la conception de l'instrument, et permet aussi d'étudier l'influence des différents paramètres structuraux et mécaniques sur la mobilité le long des chevalets ou encore la puissance rayonnée. La démarche globale est rappelée ici. Les détails techniques sont disponibles dans les deux articles publiés sur le sujet : *Vibroacoustics of orthotropic plates ribbed in both directions : Application to stiffened rectangular wood panels*, *JASA*, 139(1), 2016 [121] pour le cas d'une plaque rectangulaire raidie sans angle d'orthotropie, et *A modal approach to piano soundboard vibroacoustic behavior*, *JASA*, 141(2), 2017 [122] pour le cas généralisé aux plaques raidies de forme et d'angle d'orthotropie quelconque.

### II.2.2.1 Fonctionnelle de Hamilton du système complet

Le point de départ de l'approche variationnelle proposée par Benjamin TRÉVISAN consiste à écrire la fonctionnelle de Hamilton de la plaque orthotrope rectangulaire (dite *étendue*) sans angle d'orthotropie dans laquelle la table est inscrite, et de recréer la forme de la table d'harmonie par ajout d'une densité de ressorts ponctuels dans le domaine complémentaire. Le déplacement transversal est alors limité par les efforts normaux appliqués par les ressorts dans cette zone, et pour une raideur suffisamment importante, le déplacement transversal devient bloqué (modélisant ainsi la table d'harmonie encastrée dans sa ceinture). Il est possible de cette façon de décrire n'importe quel contour ainsi que n'importe quel angle d'orthotropie. La figure II.5 donne des exemples de géométries possibles (piano droit et piano à queue).

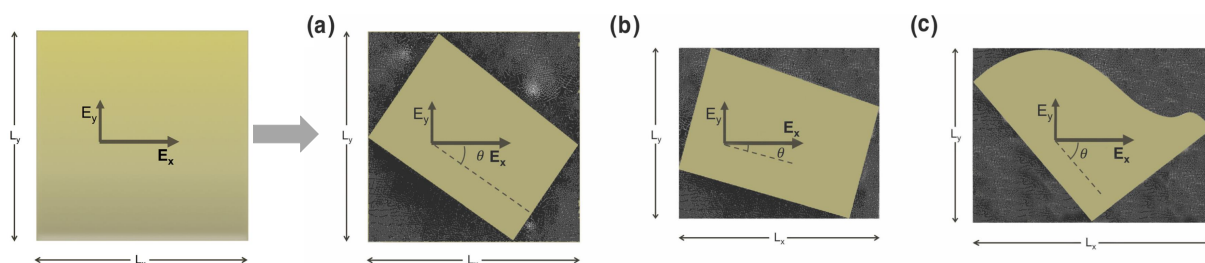


FIGURE II.5 – Exemples de géométries reconstruites par ajout de densité de ressorts ponctuels. Figure de gauche : plaque orthotrope *étendue*. (a) et (b) : contours de pianos droits reconstruits pour deux différents angles d'orthotropie. (c) : contour de piano à queue reconstruit. Figures extraites de [122].

Pour modéliser la table d'harmonie raidie, la fonctionnelle de Hamilton du système complet *table* (voir figure II.6) composé de la plaque étendue, des ressorts ponctuels, et des *superstructures* couplées à la plaque - raidisseurs, chevalets, barres de mouchoirs (*cut-off corners bars*) - est écrite, toujours analytiquement, à partir des différents champs de déplacements. Cette fonctionnelle (qui s'exprime comme l'intégrale de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie de déformation sur un intervalle de temps arbitraire) est donnée par [122] :

$$H_{\text{table}} = H_{\text{plaque}} + \sum_{i=1}^{N_r} H_{\text{ressort}}^{(i)} + \sum_{i=1}^{N_x} H_{\text{barre } x}^{(i)} + \sum_{i=1}^{N_y} H_{\text{barre } y}^{(i)} \quad (\text{II.5})$$

où  $H_{\text{plaque}}$  est l'hamiltonien de la plaque étendue orthotrope sous hypothèse de plaque mince de Love-Kirchhoff,  $H_{\text{ressort}}$  celui d'un ressort ponctuel, et  $H_{\text{barre } x}$  (respectivement  $H_{\text{barre } y}$ ) l'hamiltonien d'une superstructure (raidisseur/chevalet/barre de mouchoir) de type *poutre* d'Euler-Bernoulli dans la direction  $x$  (respectivement  $y$ ) couplée à la plaque en flexion et torsion (par continuité de déplacement et de rotation à l'interface). Les détails de chaque terme de la fonctionnelle de Hamilton équation II.5 sont données dans [120].

La figure II.6 illustre les simplifications géométriques faites par ce modèle analytique équivalent. Les superstructures peuvent être placées n'importe où (il n'y a pas de contrainte de périodicité) et elles peuvent être composées de plusieurs parties dont les hauteurs et largeurs peuvent être différentes. La principale contrainte repose sur le fait que ces poutres doivent être parallèles aux axes d'orthotropie de la plaque (et donc rectilignes). On voit donc que si cette hypothèse est clairement justifiée pour la majorité des pianos de facture traditionnelle (raidisseurs parallèle entre eux et orthogonaux au fil du bois, axe principaux des chevalets dans le sens du fil du bois), l'approche équivalente ne permet pas de modéliser des chevalets courbes ou des raidisseurs posés aléatoirement. Des simplifications et approximations géométriques sont donc parfois nécessaires.

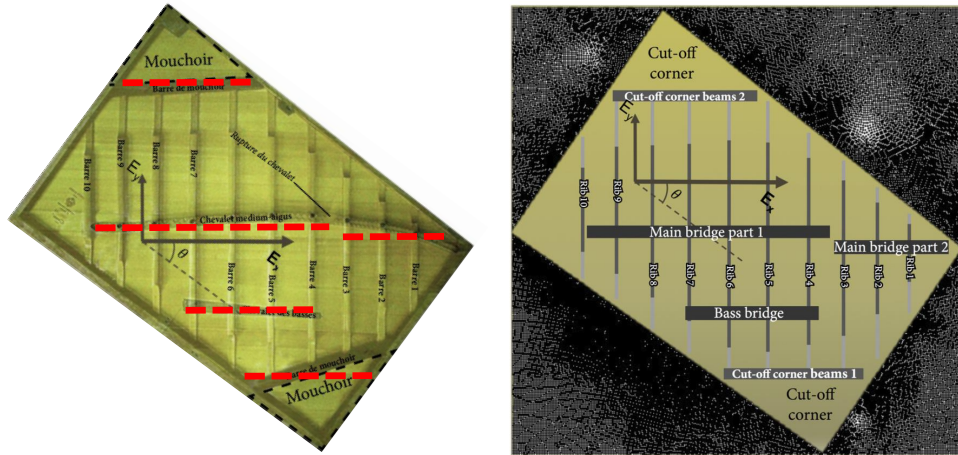


FIGURE II.6 – Approximations géométriques faites par l'approche analytique équivalente (droite) modélisant la table d'harmonie de piano droit Pleyel P131 (gauche). Figures extraites de [120] et [122].

Par ailleurs la figure II.7 illustre l'étape de calibration de la raideur des ressorts ponctuels en comparant notre modèle simplifié (pour deux cas de raideurs considérés) avec des simulations éléments finis (NASTRAN). La première déformée basse fréquence (ligne du haut) est bien décrite pour les deux cas, en revanche des modes *externes* apparaissent à plus hautes fréquences



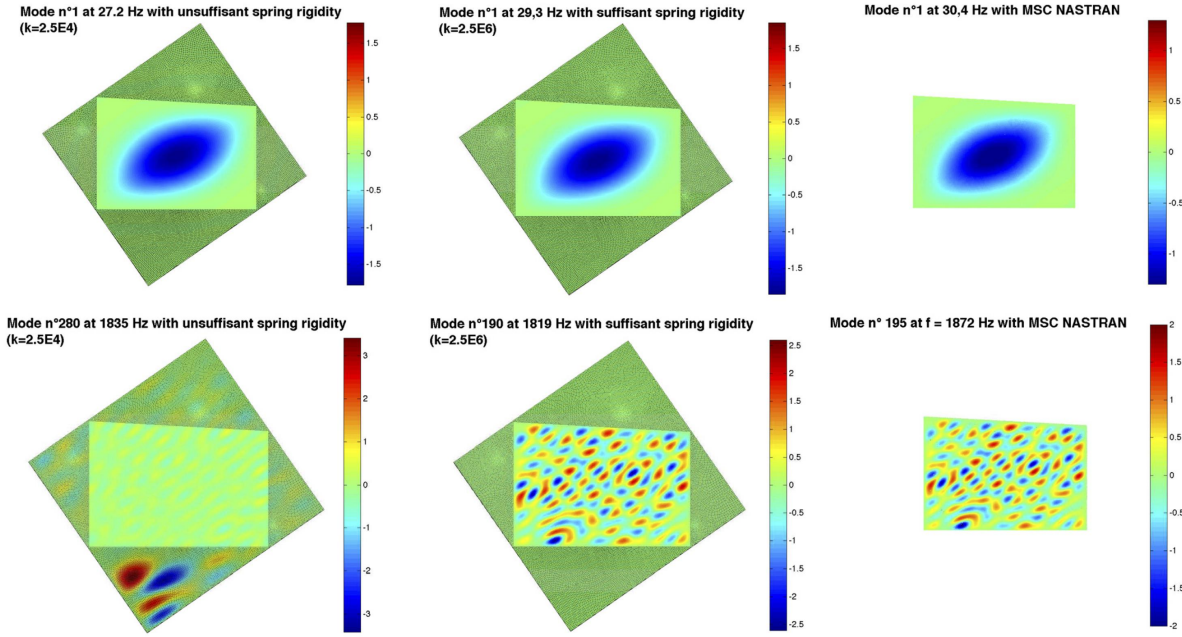


FIGURE II.7 – Illustration de l'étape de calibration de la raideur des ressorts ponctuels de notre modèle simplifié. Déformées modales prédites par notre approche analytique pour une raideur de ressorts insuffisante à gauche et suffisante au centre. Simulations éléments finis (référence), à droite. Mode n°1 (ligne du dessus) et mode n°2 (ligne du dessous). Figures extraites de [122].

dans la partie (supposée) *bloquée* (zones grisées) pour une raideur de ressorts insuffisante (figure en bas à gauche). Lorsque la raideur est suffisamment importante les modes hautes fréquences sont correctement décrits et coïncident proprement avec les résultats éléments finis.

### II.2.2.2 Décomposition modale sur la base des modes propres d'une plaque simplement supportée

L'idée centrale de la méthodologie consiste alors à décrire le déplacement transversal de la table d'harmonie comme une combinaison linéaire des modes de plaque (étendue) non raidie  $\phi_{mn}$  pondérés par les amplitudes modales  $a_{mn}(t)$  :

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad \forall x \in [0; L_x] \text{ et } y \in [0; L_y] \quad (\text{II.6})$$

où  $\phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right)$ . En injectant cette solution dans l'expression II.5, on peut calculer analytiquement les intégrales de surface au sein de cette fonctionnelle. Il en résulte que la fonctionnelle dépend alors du couple de variable  $(a_{mn}(t), \dot{a}_{mn}(t))$  et non plus du déplacement transversal  $w(x, y, t)$  et de ses dérivées spatiales et temporelles. On pose alors :

$$H_{\text{table}} = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}(a_{mn}(t), \dot{a}_{mn}(t)) dt \quad (\text{II.7})$$

où  $\mathcal{L}(a_{mn}(t), \dot{a}_{mn}(t))$  est le Lagrangien du système. Le principe moindre action de Hamilton  $\delta H_{\text{totale}} = 0$  revient en pratique à résoudre la forme différentielle des équations d'Euler-Lagrange

qui peut alors s'écrire par projection sur chaque mode de plaque non raidie :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a_{mn}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{a}_{mn}} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Cette minimisation aboutit à un problème homogène linéaire dont la taille est conditionnée par le nombre ( $M \times N$ ) de modes de plaque non raidie pris en compte pour assurer la convergence de la solution. Sous forme matricielle on a finalement :

$$[M] \{\ddot{a}\} + [K] \{a\} = \{0\} \quad (\text{II.9})$$

où  $\{a\}$  est le vecteur des amplitudes modales et où  $[M]$  et  $[K]$  sont respectivement les matrices de masse et de raideur du système complet *table de piano raidie*. Ces dernières sont formées des matrices de masses et de raideurs de l'ensemble des éléments formant le système (explicités plus haut dans l'hamiltonien : table orthotrope étendue, ressorts ponctuels, barres, chevalets...). On peut noter que contrairement aux matrices relatives à la plaque étendue qui sont diagonales, celles liées aux ressorts ponctuels, barres et chevalets sont pleines et symétriques (les superstructures introduisant un couplage fort des modes de plaque non raidie). L'obtention analytique de l'ensemble des termes matriciels de  $[M]$  et  $[K]$  est explicitée dans les annexe C et D de la thèse de Benjamin TRÉVISAN [122].

La résolution du problème aux valeurs propres  $[[M]^{-1}[K] - \omega^2[I]] \{a\} = \{0\}$  (équation II.9 sous forme harmonique, où  $[I]$  est la matrice identité) conduit à une matrice diagonale des pulsations propres au carré et à une matrice des vecteurs propres normés notée  $[P]$  dont les termes sont les amplitudes modales  $a_{mn}$  pondérant les modes de plaque étendue non raidie pour recréer les modes de table raidie (équation II.6). Le cœur de la méthodologie équivalente réside donc ici : on utilise la base des modes de la plaque *étendue* non raidie pour décrire les modes de table raidie en ayant identifié le jeu d'amplitudes modales  $a_{mn}$  par résolution du problème aux valeurs propres du système complet. Les modes de table raidie s'écrivent alors :

$$\Phi^{(i)}(x, y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N a_{mn}^{(i)} \phi_{mn}(x, y) \quad \forall x \in [0; L_x] \text{ et } y \in [0; L_y] \quad (\text{II.10})$$

Pour assurer la convergence des résultats on surestime grandement l'ordre de troncature ; ainsi dans cet exemple afin de recréer environ 200 modes  $\Phi$  de tables raidies (jusqu'à 3 kHz), 4800 modes propres  $\phi$  de plaque étendue sont utilisés<sup>19</sup>, soit une base de taille  $(M, N) \approx (80, 60)$ . Des exemples de déformées modales de table  $\Phi$  sont données ci-dessous. La figure II.8 compare côte à côte des modes obtenus analytiquement (à gauche), numériquement par éléments finis (deux colonnes centrales) et expérimentalement (dernière colonne) pour la table d'harmonie Pleyel P131 dont nous disposons au LVA. La campagne expérimentale par vibrométrie laser<sup>20</sup> a été menée par Pierre MARGERIT lors de son stage de master 2 recherche au LVA en 2015 [81] (résultats présentés au CFM2015 [83]). Les comparaisons sont très satisfaisantes et (il me semble) uniques dans la bibliographie associée pour un modèle équivalent analytique de structure complexe raidie. On notera le décalage des fréquences propres prédites par le modèle par rapport aux mesures qui peut être expliqué par la non prise en compte des effets de membranes dans le modèle équivalent analytique développé qui apparaît alors comme légèrement trop raide (d'où la

19. Des animations vidéos présentant la reconstitution de trois déformées modales  $\Phi$  de modes de table raidie (de complexité croissante : modes 1, 44 et 182) par combinaison linéaire des modes  $\phi$  de plaque étendue non raidie est disponible [ici].

20. Une animation vidéo présentant les déformées opérationnelles mesurées par Pierre MARGERIT jusqu'à 5 kHz sur le Pleyel P131 est disponible [ici].

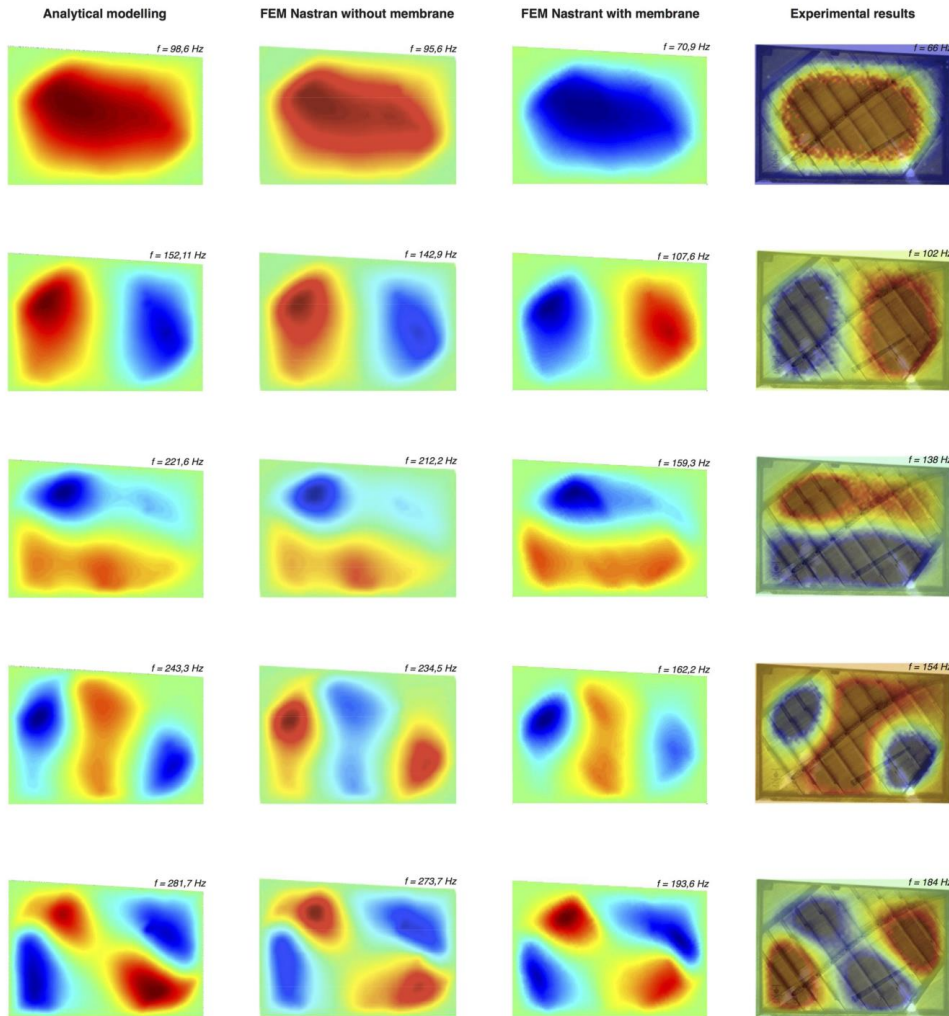


FIGURE II.8 – Comparaison des premières déformées modales de la table d’harmonie Pleyel P131. De gauche à droite : modèle analytique présenté ici, modèle éléments finis avec membrane, modèle éléments finis sans membrane, déformées expérimentales [81]. Figures extraites de [122].

bien meilleure concordance fréquentielle observée par comparaison avec les résultats numérique NASTRAN sans effets de membrane). Plus haut en fréquence, figure II.9, le modèle prédit bien la localisation des ondes entre les raidisseurs mesurée expérimentalement (et déjà étudié plus haut à la section II.2.1). Il est intéressant de voir l’apparition successive avec la fréquence de un puis de deux ventres dans la largeur d’un guide d’onde.

### II.2.2.3 Réponse forcée, mobilité et puissance acoustique rayonnée

La matrice de passage  $[P]$  formée des colonnes  $a_{mn}^{(i)}$  permet de relier la base initiale (i.e la base de la plaque étendue) à la base du système complet *table raidie* par l’expression suivante  $\{a\} = [P]\{b\}$  où  $\{a\}$  et  $\{b\}$  sont les vecteurs d’amplitudes modales respectivement dans la base initiale et dans la base du système complet. Sous excitation harmonique ponctuelle, la formulation matricielle du problème forcé avec second membre s’écrit donc dans la nouvelle base

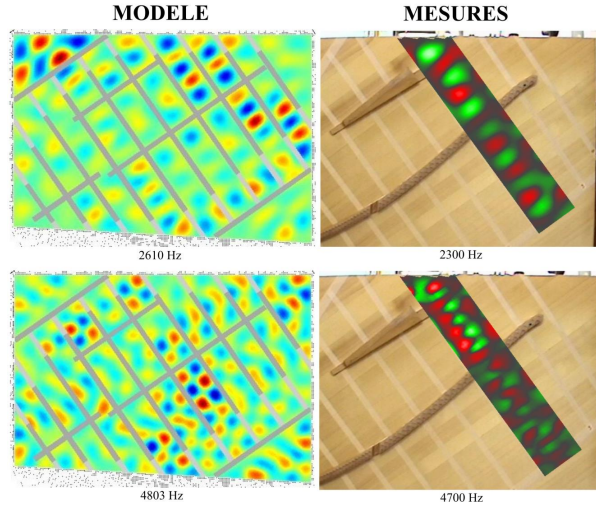


FIGURE II.9 – Prédiction de la localisation des ondes entre les raidisseurs en hautes fréquences par notre modèle analytique, avec apparition successive de un puis de deux ventres dans la largeur d'un guide d'onde (colonne de gauche). Déformées opérationnelles expérimentales correspondantes (colonne de droite). Figures extraites de [83].

des modes de table [122] :

$$-\omega^2[M_s]\{b\} + j\omega[C]\{b\} + [K_s]\{b\} = [T]^t\{F_e\} \quad (\text{II.11})$$

où  $\{F_e\}$  est le vecteur des forces généralisées,  $[M_s] = [P]^T[M][P]$  et  $[K_s] = [P]^T[K][P]$  sont les matrices de masses et de raideurs généralisées dans la base du système complet table, et où on a introduit la matrice d'amortissement modale  $[C]$  diagonale sous hypothèses d'amortissements faibles (dont les termes diagonaux sont  $\eta_i\omega_i m_i$  avec  $\eta_i$ ,  $\omega_i$  et  $m_i$  le facteur de pertes, la pulsation propre et la masse généralisée du  $i^{\text{ème}}$  mode de table). La résolution de l'équation II.11 donne finalement le vecteur des amplitudes modales  $\{b\}$  permettant d'écrire *in fine* la réponse forcée (déplacement transversal) dans la base du système<sup>21</sup> :

$$w(x, y, t) = \sum_i b_i(t)\Phi^{(i)}(x, y) \quad (\text{II.12})$$

Deux indicateurs sont considérés dans [122] pour rendre compte du comportement de la table le long du clavier et prédire les variations du timbre de l'instrument suite à des modifications de paramètres de conception de la table. Pour chaque note du clavier, on calcule la valeur moyenne  $L_{textM}$  des mobilités ( $\dot{w}/F$ ) et la valeur moyenne  $L_W$  des puissances acoustiques rayonnées en dB correspondantes aux  $N$  partiels de cordes excitées (pulsations propres multiples  $n 2\pi f_{fond}$  de la fondamentales, jusqu'à 3 kHz), soit :

$$L_M(\text{note}) = 20 \log \left( \frac{1}{N_{partiels}} \sum_{n=1}^{N_{partiels}} \frac{|\dot{w}(x_{note}, y_{note}, n 2\pi f_{fond})|}{F} \right) \quad (\text{II.13})$$

$$L_W(\text{note}) = 10 \log \left( \frac{1}{N_{partiels}} \sum_{n=1}^{N_{partiels}} \frac{|W(x_{note}, y_{note}, n 2\pi f_{fond})|}{W_{ref}} \right) \quad (\text{II.14})$$

21. Deux animations vidéos présentant l'évolution des niveaux de vitesses et d'accélération vibratoires calculés par notre modèle en fonction de la fréquence et de la position d'excitation au chevalet sont données [ici].

où  $W_{\text{ref}} = 10^{-12}$  W et où la puissance acoustique  $W(\omega) = \frac{\omega^2}{2} \{b\}^* T [P]^T [R] [P] \{b\}$  rayonnée par la table pour une excitation ponctuelle s'écrit en fonction de  $[R]$ , la partie réelle de la matrice d'impédance intermodale de rayonnement acoustique de la plaque étendue [121, 122]. Nous avons alors étudié l'influence de deux modifications structurelles de facture : le remplacement du chevalet médium-aigu par un chevalet continu sans rupture d'épaisseur (discontinuité nécessaire habituellement pour le passage du cadre en fonte à cet endroit) et la suppression de deux raidisseurs dans l'aigu. Je rappelle ici succinctement les résultats de la seconde modification structurelle seulement. La figure II.10 compare les indicateurs (mobilité et puissance moyennées, équations II.13 et II.14) pour chaque note le long du chevalet médium-aigu pour un piano de référence avec tous ses raidisseurs (courbes pointillées noires) et après suppression des deux dernières barres dans l'aigu (courbes continues rouges). Il est tout d'abord flagrant que ces

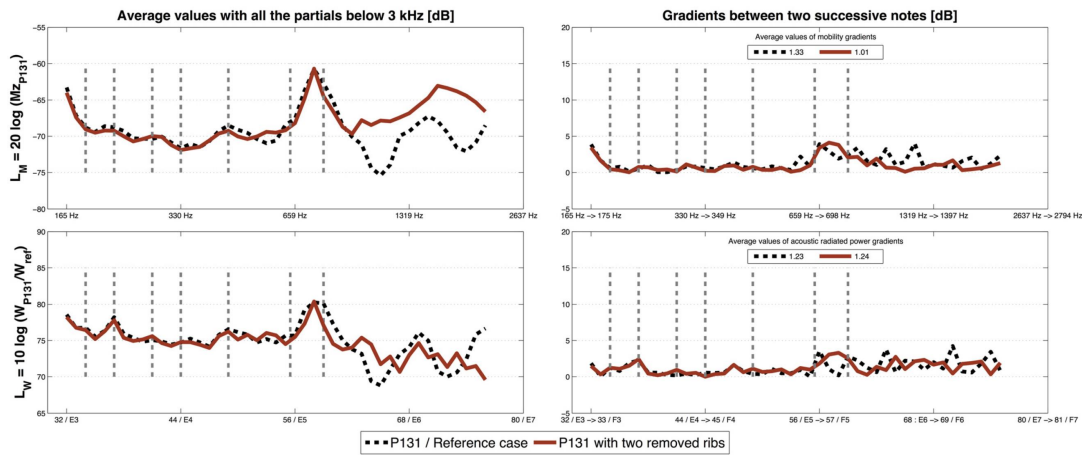


FIGURE II.10 – Comparaison des indicateurs mobilité  $L_M$  et puissance rayonnée  $L_W$  en fonction de la note jouée, pour la table d'harmonie du Pleyel P131 avec tous ses raidisseurs (---), et après suppression des deux dernières barres dans l'aigu (—). Valeurs moyennes (colonne de gauche) et gradients note à note (colonne de droite). Figures extraites de [122].

indicateurs fluctuent beaucoup plus dans l'aigu (à partir de la *killer octave* passé 1 kHz, voir la discussion à ce propos à la fin de la section II.2.1.3) que dans le bas médium. Les gradients des indicateurs, entre deux notes successives, présentées sur la droite de la figure II.10 illustrent cette apparition assez soudaine de fluctuations et d'inhomogénéités à l'origine des difficultés d'ajustement du timbre par le facteur de piano dans cette zone du clavier. Enfin le résultat tout à fait remarquable ici concerne la suppression des raidisseurs dans l'aigu : les variations globales de mobilité et de puissance (courbes rouge) sont réduites par rapport à la table de référence et ceci est particulièrement bien visible sur les gradients de la mobilité. D'un point de vue musical il en résulterait certainement un jeu plus homogène avec des variations note à note moins importantes dans les aiguës. Ces résultats analytiques ouvrent des perspectives quand à l'aide à la facture instrumentale et ont pu être mis à profit lors du projet ANR MAESSTRO qui a suivi la thèse de Benjamin TRÉVISAN. Nous y reviendrons à la section suivante.

### II.2.3 Modèle complet du piano - Synthèse sonore - Remplacement de la table d'harmonie par une structure composite - Projet ANR MAESSTRO [46], [21]

#### II.2.3.1 Logiciel de synthèse sonore pour la CAO de tables de piano

Dans le projet ANR MAESSTRO (collaboration LMS-X, LVA-INSA, NAVIER-ENPC, IMSIA-ENSTA, Stephen Paulello Pianos Technologies, voir la section II.2.2) porté par Xavier BOUTILLON (LMS-X) nous avons élaboré un logiciel de synthèse sonore pour la CAO (Conception Assistée par Ordinateur) de tables de piano, tirant parti des avancées réalisées en amont par les laboratoires formant ce consortium : le modèle synthétique à petit nombre de paramètres de la table que j'ai développé avec Xavier BOUTILLON (présenté ci-dessus en section II.2.1), notre approche analytique de la vibration de structures orthotropes barrées développée lors de la thèse de Benjamin TRÉVISAN (voir le paragraphe précédent), un modèle numérique à grand nombre de paramètres et une simulation numérique sophistiquée de la vibration des cordes (développé lors de la thèse de doctorat de Juliette CHABASSIER à l'ENSTA avant ce projet [26]), la mise en évidence de la localisation de la vibration dans les tables irrégulièrement barrées lors de ma thèse notamment [44] et une nouvelle méthode de prédiction de la localisation dans des systèmes hétérogènes ou irréguliers (publication de Marcel FILOCHE [50], laboratoire PMC de l'École Polytechnique).

Le logiciel développé s'adresse aux facteurs et aux scientifiques dans l'objectif de refléter le mieux possible les changements apportés au son rayonné par des modifications structurelles. L'objectif n'est donc pas de synthétiser le son du piano le plus réaliste possible<sup>22</sup> mais de fournir aux facteurs de piano et à la communauté scientifique un outil permettant d'évaluer et de prédire les variations sonores entraînées par une modification des paramètres structuraux et de conception de table. L'influence du nombre et de la position des raidisseurs, de l'épaisseur locale, de la géométrie, des matériaux utilisés peut ainsi être étudiée. Le logiciel articule entre eux plusieurs modèles permettant de simuler le comportement physique complet du piano, de l'activation du marteau jusqu'au rayonnement acoustique. L'ensemble a été développé lors du travail postdoctoral de Benjamin ÉLIE à l'ENSTA (IMSIA) avec Benjamin COTTÉ et en collaboration avec la société Logilab<sup>23</sup>. Des échanges réguliers avec le facteur Stephen PAULELLO ont permis de faire évoluer les outils afin de les rendre les plus accessibles possibles. L'architecture logicielle est synthétisée sur la figure II.11. Une interface graphique GUI (présentée à la figure II.12) permet d'aider l'utilisateur à entrer les caractéristiques géométriques et mécaniques de la table. La base modale de la table est calculée grâce à nos modèles réduits présentés plus haut, puis une synthèse sonore est effectuée après traduction d'un fichier MIDI (suite de notes à simuler) fourni par l'utilisateur et pour un plan de cordes donné (longueurs, matériaux...). L'ensemble des modules de calcul simulant les phénomènes vibroacoustiques sont rassemblés dans une librairie Python. Des modules de posttraitements permettent *in fine* à l'utilisateur d'entendre le son de la note synthétisée et de visualiser les résultats des calculs (indicateurs et courbes représentatives telles que les déformées modales de table, la mobilité au chevalet, la décroissance énergétique de la pression acoustique rayonnée, les spectrogrammes...). La comparaison entre les résultats des calculs portant sur des tables légèrement différentes permet alors d'apprécier l'impact de ces modifications structurelles. On peut préciser à ce niveau que les résultats de l'importante

22. D'autres logiciels dédiés font ceci déjà extrêmement précisément, par exemple Pianoteq de l'entreprise MODARTT <https://www.modartt.com/pianoteq>.

23. L'outil de CAO est utilisable en ligne ici <https://maestro.demo.logilab.fr/>. Le lancement des calculs s'effectue à partir de la plateforme de simulation numérique collaborative *Simulagora* développé par Logilab. Une présentation plus complète des possibilités du logiciel est donnée ici <https://www.maestro.cnrs.fr/cao-sonore/> avec des exemples de sons synthétisés et un *guide utilisateur avancé*.

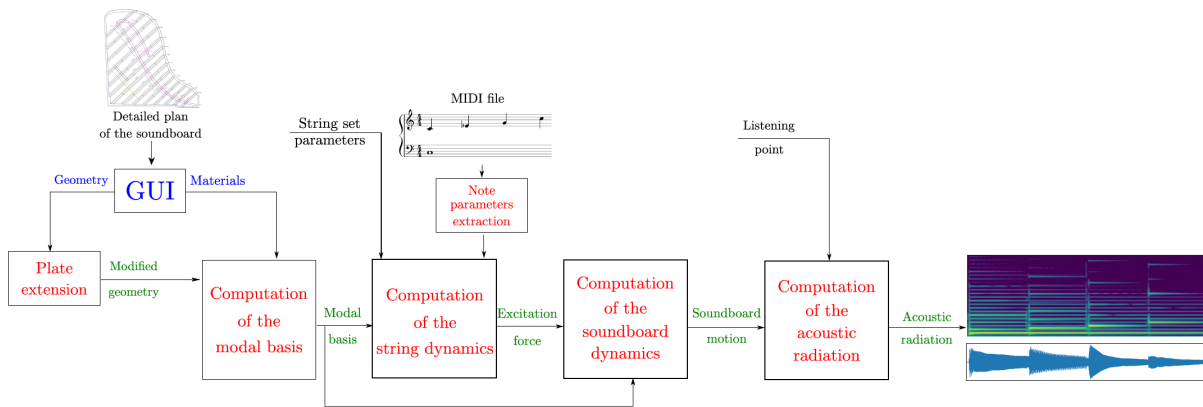
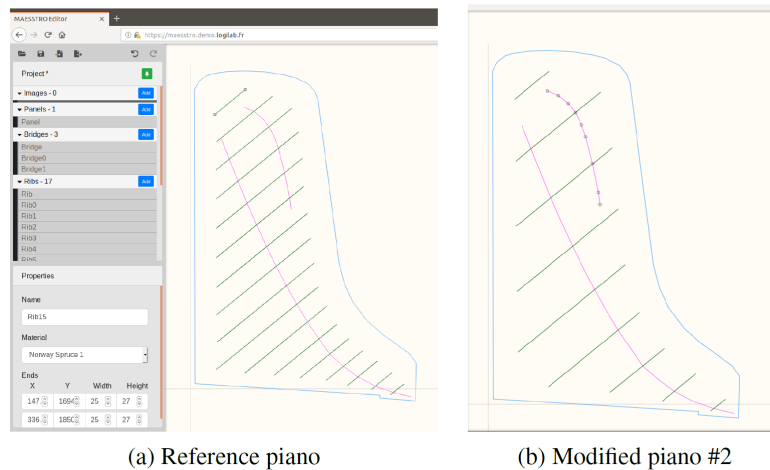


FIGURE II.11 – Architecture logicielle de l’outil de CAO sonore développé par le consortium MAESSTRO. Les données fournies par l’utilisateur sont représentées en noir et bleu, les sorties logicielles en vert. Figure extraite de [46].



(a) Reference piano

(b) Modified piano #2

FIGURE II.12 – Capture d’écran de l’interface graphique permettant à l’utilisateur de créer la table d’harmonie souhaitée. À gauche la table de référence (RP) du Steinway Model D. À droite la table MP2 avec deux fois moins de raidisseurs que RP. Figure extraite de [46].

campagne de mesure vibroacoustique que nous avons menée au LVA sur une table d’harmonie Pleyel P131 au cours du stage de master recherche de Pierre MARGERIT [81] ont servi de référence pour les différents codes de simulation vibratoire de la table dans une étape préliminaire de validation du logiciel par comparaison aux mesures.

Ce travail a fait l’objet de la communication *MAESSTRO : A sound synthesis framework for Computer-Aided Design of piano soundboards* [46] au congrès international ISMA (International Symposium on Music Acoustics) 2019 où l’architecture logicielle, les modules de calcul qui la constituent, et des résultats comparatifs de sons synthétisés de pianos avec différentes tables d’harmonies sont donnés et analysés. Je ne présenterai à la figure II.13 qu’un exemple de résultats obtenus grâce à l’outil de CAO. Elle illustre quelques possibilités du logiciel au moyen de la comparaison d’une table de référence - issue du Steinway Model D, noté RP pour *reference piano* - et de trois tables *modifiées* : la table notée MP1 est deux fois plus épaisse que RP, MP2 a une distance inter-raisseur deux fois plus grande que sur RP, MP3 n’a aucun raidisseur. La

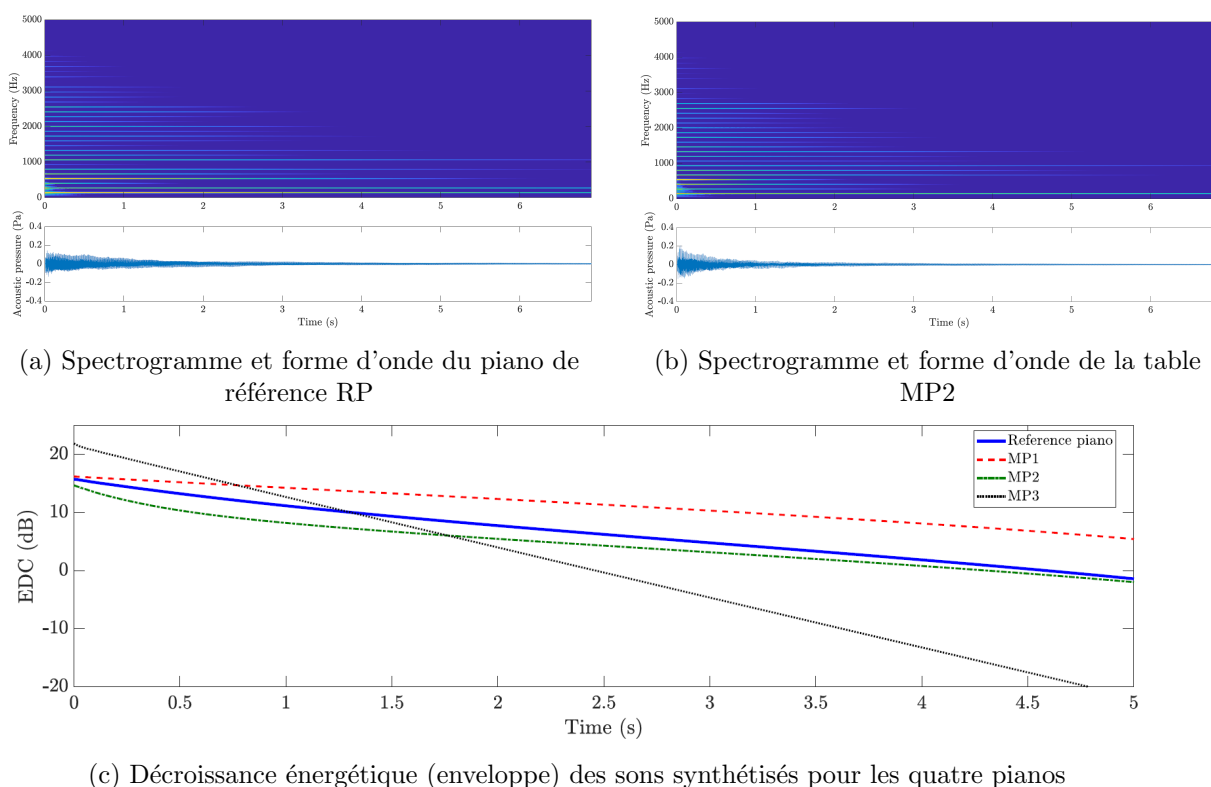


FIGURE II.13 – (a) et (b) : Formes d'onde des sons synthétisés (note  $Do_2$ ) et spectrogrammes correspondants. (c) : Comparaison des décroissances énergétiques de la pression acoustique rayonnée pour les quatre tables d'harmonies (voir descriptif dans le texte). Figure extraite de [46].

note synthétisée ici est un  $Do_2$  (mediums-basses) de fréquence fondamentale 131 Hz. On voit, logiquement, que l'outil numérique prédit bien un temps de décroissance beaucoup plus rapide pour les deux tables avec mobilités les plus élevées (MP2 et MP3). Cet outil prédictif permet ainsi d'apprécier toute la problématique du compromis intensité/teneur qui se pose au facteur de piano : on voit en effet sur la figure II.13c que le piano avec table sans raidisseurs MP3 (table la moins *raide*) est celui qui présente un niveau de puissance le plus élevé de tous les pianos testés sur quasiment toute la première seconde du son (plus de 6 dB de différence lors de l'attaque par rapport au piano Steinway D, de référence), tout en présentant la décroissance énergétique la plus rapide et donc la longueur du son la plus courte. On entrevoit alors les possibilités offertes au facteur de piano par cet outil pour la recherche de ce compromis puissance/durée. Nous renvoyons le lecteur à l'article [46] pour plus de détails sur ces résultats.

### II.2.3.2 Réalisation d'une table d'harmonie de piano à queue en composite

Le second enjeu du projet MAESSTRO était de progresser dans le substitution du *bois de résonance* utilisé dans les instruments de musique par un matériau composite (éventuellement multicouche). Plusieurs motivations existent :

- Le bois est très sensible aux variations d'humidité ambiante et de température (on dit que le bois *travaille*). La bonne stabilité hygroscopique des matériaux composites permet ainsi d'éviter les modifications des propriétés vibratoires au fil du temps.



- Les propriétés mécaniques du bois varient beaucoup d'un échantillon à l'autre, même au sein d'une même essence ; à l'inverse, celles des composites sont homogènes et parfaitement identifiées. Une modélisation prédictive est donc envisageable, autorisant une répétabilité dans la fabrication et permettant ainsi de simplifier (et d'accélérer) considérablement le travail *empirique* du luthier.
- Certains bois destinés à la facture instrumentale de haute qualité sont rares, et sont considérés comme des ressources naturelles non renouvelables. Cet argument *écologique* est fondamental et sera sûrement prépondérant dans les années à venir, si ce n'est déjà le cas.
- Le coût de revient d'une table en matériaux composites peut être beaucoup plus faible qu'une table de très bonne qualité en bois de résonance (cet argument va de pair avec les deux précédents).

Un travail tout à fait unique a été mené par Armand BRUN (étudiant Génie Mécanique, INSA Lyon) au cours de son projet de fin d'étude au laboratoire [21] que j'ai encadré en collaboration directe avec Pierre MARGERIT et Stephen PAULELLO. Dans un premier temps deux plaques en épicéa de résonance (de qualité qualifiée de *standard* par Stephen PAULELLO) de dimensions  $400 \times 500 \times 3 \text{ mm}^3$  et  $400 \times 500 \times 7 \text{ mm}^3$  ont été caractérisées au LVA. Les résultats ont été portés dans le modèle vibratoire de multicouche développé par Pierre MARGERIT au cours de sa thèse, puis deux plaques rectangulaires sandwich de rigidités et d'amortissements structurels prédéterminés ont été dimensionnées grâce à ce modèle de manière à viser celles d'un bois de résonance de haute qualité utilisé pour la facture instrumentale. Après fabrications, tests et validation, la même démarche a alors été utilisée pour concevoir dans un second temps une table d'harmonie complète en matériaux composites reproduisant le comportement dynamique d'une table d'harmonie *modèle*. Cette dernière, en épicéa est celle du piano demie-queue *Stephen Paulello* de 190 cm à cordes parallèles (noté SP190) présentée à la figure II.14a. La structure,

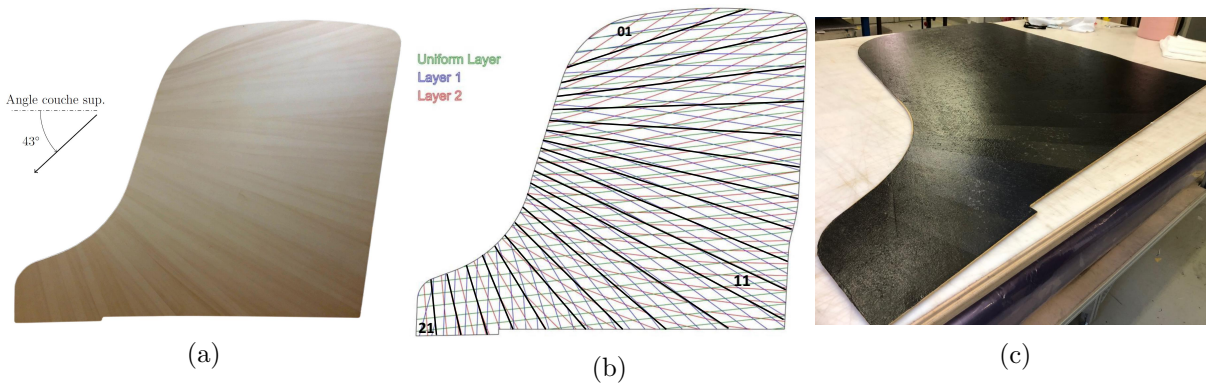


FIGURE II.14 – Remplacement de la table d'harmonie du SP190 par une structure composite. Vues du dessous. (a) Table SP190 *modèle* : bicouche *soleil* en épicéa. (b) Schéma de l'empilement optimisé sur les 21 zones pour drapage par fibre de carbone (3 couches pour chacune des peaux). (c) Table composite épicéa-carbone finalisée. Figures extraites de [21].

appelée *table soleil*, constitue en elle-même une rupture par rapport à la facture traditionnelle<sup>24</sup> :

24. Une innovation récente de Stephen Paulello portant sur les agrafes d'accroche des cordes sur la table élimine la nécessité que la corde appuie sur la table <https://www.stephenpaulello.com/pianos>. La disparition de l'importante contrainte normale correspondante (*charge statique*) permet de reconcevoir en profondeur la structure : Stephen Paulello a ainsi supprimé l'ensemble des raidisseurs (qui ne sont statiquement *plus nécessaire*) dans cette solution SP190, tout en cherchant à modifier localement le long du chevalet la raideur de la table grâce à cette

elle est formée d'un bi-couche épiciéa, dont la couche du dessous (visible sur la figure II.14a) est constituée d'un assemblage de 21 planches d'épiciéa dont la direction des fibres de chaque planche évolue en *soleil* avec des angles allant de  $-80^\circ$  à  $30^\circ$ . La première couche d'épiciéa, située sur la face supérieure, est homogène et orientée d'un angle de  $43^\circ$ . Au cours de sa thèse, Pierre MARGERIT a caractérisé le comportement dynamique de cette table localement [82]. Les rigidités équivalentes complexes identifiées grâce à ses mesures et validées par son modèle ont permis de définir lors du projet de fin d'étude d'Armand BRUN l'empilement optimal de chacune des 21 zones de la table composite permettant de reproduire le comportement équivalent local de la table bicouche épiciéa soleil d'origine. L'empilement consiste en une structure multicouche sandwich dont l'âme est en épiciéa (de qualité *standard*) de 5.5 mm d'épaisseur (amincie sur le pourtour à 3 mm) et dont les peaux sont formées chacune d'un empilement de trois couches de fibre de carbone pré-imprégnées (résine époxy) dont les angles d'orientations des fibres ont été déterminés par le calcul d'optimisation pour chacune des 21 zones (voir l'orientation des fibres à la figure II.14b). À titre d'illustration, nous donnons à la figure II.15 un exemple de comparaison mesure/modèle du

nombre d'onde normalisé de la table composite  $\frac{k(\theta)}{\sqrt{\omega}} = \left( \frac{\rho h}{\mathcal{D}(\theta)} \right)^{1/4}$  en fonction de  $\theta$  et où  $\mathcal{D}(\theta)$  est la rigidité de flexion équivalente de la plaque équivalente. Les parties réelles et imaginaires sont données pour trois zones de la table 01, 11 et 21 précisées sur la figure II.14b (la zone 01 de la table étant située du côté où seront couplées les cordes basses de l'instrument et la zone 21 dans l'extrême aigu). Malgré le très bon accord sur les rigidités prédites (parties réelles), les

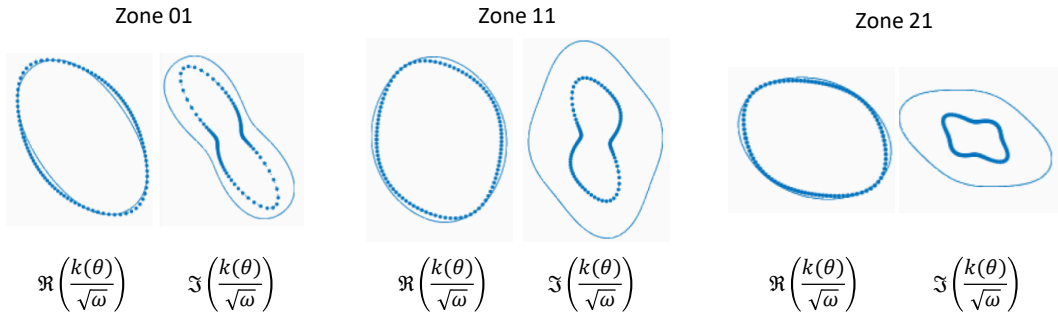


FIGURE II.15 – Visualisation en fonction de l'angle  $\theta$  du nombre d'onde *normalisé*  $\frac{k(\theta)}{\sqrt{\omega}}$  en partie réelle et partie imaginaire pour trois zones de la table composite (Zones 01, 11 et 21 listées sur la figure II.14b). Traits continus : prédictions pour le bicouche épiciéa (table *modèle*). Pointillés : prédictions pour l'empilement multicouche épiciéa-carbone. Figures extraites de [21].

parties imaginaires de l'empilement multicouche sont plus faibles que celles de la table *modèle*. On peut néanmoins relativiser l'impact de ces faibles valeurs d'amortissement prédits par le modèle Classical Laminate Plate Theory (CLPT) pour stratifiés [82], étant donné que l'on peut s'attendre à ce que l'amortissement de la structure une fois conçue augmente de manière non négligeable avec la fréquence, en même temps que le cisaillement de l'âme en épiciéa.

La table composite sandwich épiciéa-carbone a été finalement fabriquée par drapage différencié d'autant de zones suivant le *patron* (nombre de couches, orientation des fibres dans les couches) prédéterminé [40]. Une photo est donnée à la figure II.14c. Elle est maintenant en cours de caractérisation vibratoire à l'ENPC par Pierre MARGERIT (extraction des nombres d'onde complexes par méthode HRWA 2D-ESPRIT, voir la section I.3.5) et sera insérée dans un piano

solution du bicouche soleil.

demi-queue SP190 dans les prochains mois afin de mener une campagne de mesures vibroacoustique en situation de jeu. Le son de l'instrument avec table composite pourra ainsi être comparé *in fine* avec celui d'un second SP190 identique au précédent mais avec table (originelle) *modèle* en bi-couche épiciéa.

## II.3 Modélisation de structures multicouches anisotropes

À mon arrivée au LVA en 2010 le laboratoire disposait d'une modélisation équivalente de structures multicouches basée sur les travaux de recherche de Jean-Louis GUYADER [55–58], déjà évoqués au chapitre précédent. Bien que les équations d'équilibres du multicouche étaient écrites originellement pour les structures stratifiées orthotropes (chaque couche est orientée à  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 90^\circ$ , [57]), seule l'équivalence plaque mince dans le cas isotrope n'avait été proposée jusque là [55]. Deux verrous scientifiques existaient alors : étendre à l'anisotropie ( $\theta$  quelconque par couches) l'approche équivalente plaque mince proposée par Jean-Louis GUYADER, et unifier les définitions de l'amortissement dynamique de la littérature en corrigeant celle implicite au modèle équivalent plaque mince.

Comme indiqué plus haut, j'ai initié ces questionnements scientifiques lors du projet BQR VIVARIUM et de la collaboration avec Bert ROOZEN, mais c'est réellement au cours du travail de doctorat de Fabien MARCHETTI que ces deux verrous ont été levés. Cette section présente le volet théorique de notre travail sur les matériaux multicouches, qui a été publié dans l'article *On the structural dynamics of laminated composite plates and sandwich structures ; a new perspective on damping identification, JSV, 474, 2020* [77]. La section se clôturera avec la présentation succincte du projet Carnot MHYRIAM qui a permis de mettre à profit la modélisation équivalente pour des questionnements d'architecture de matériaux tricouches avec âme en silicone.

### II.3.1 Extension de l'équivalence plaque mince à l'anisotropie

#### II.3.1.1 Champs de déplacement et courbes de dispersion

Considérons un multicouche dont chaque couche  $n$  viscoélastique orthotrope a ses axes d'orthotropie orientés d'un angle  $\theta_n$  par rapport au repère de référence (voir la figure II.16a). Nous présentons dans ce paragraphe l'extension de l'approche équivalente de GUYADER aux multicouches anisotropes proposée par Fabien MARCHETTI.

Le modèle de GUYADER fait partie des modèles réduits de multicouches communément appelés *Zig-Zag*. Chaque couche est interprétée comme une plaque possédant sa propre cinématique dont les variables (déplacements) sont reliées les unes entre elles, couches par couches, via des conditions de continuité aux interfaces. À l'inverse des modèles *layer-wise* qui supposent un nombre de variables dépendant du nombre de couches<sup>25</sup>, le modèle de GUYADER permet ainsi de réduire le nombre de variables cinématiques total aux seuls degrés de liberté de la première couche. Dans cette approche chaque couche est décrite suivant une cinématique de type plaque épaisse (Mindlin [92]) permettant de prendre en compte les trois phénomènes de déformations : flexion  $W$ , membrane  $\psi$  et cisaillement hors plan  $\phi$  (schématisés à la figure II.17). La dénomination *Zig-Zag* vient de la modélisation du champs de déplacement (figure II.16b), qui décrit le distribution du cisaillement par couche par une fonction continue par morceau. C'est cette fonction qui permet de caractériser des structures complexes multicouches épaisses (comme les

---

25. Pour plus de détails théoriques sur les modélisations de structures multicouches existant dans la littérature on pourra renvoyer le lecteur à la classification et la comparaison faites par CARRERA [25].

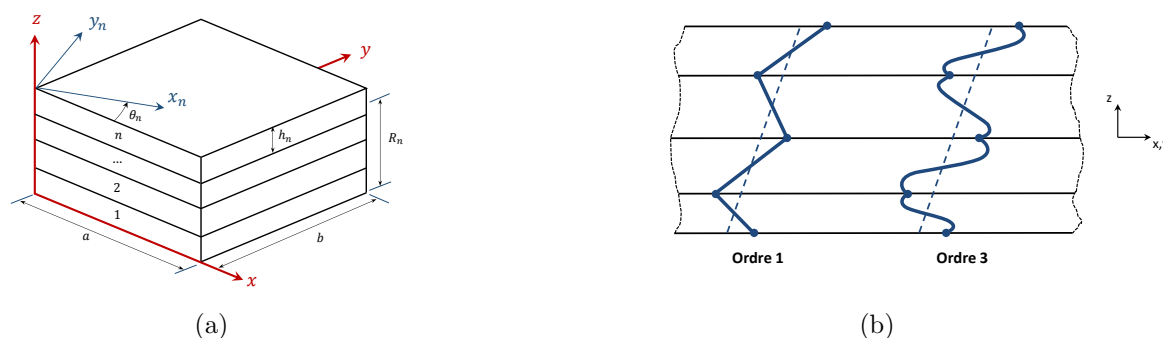


FIGURE II.16 – Schéma du multicouche anisotrope (a) considéré dans la modélisation équivalente, et exemples de champs de déplacement postulés par le modèle zig-zag (b) avec une description linéaire (ordre 1) et cubique (ordre 3) du cisaillement dans le multicouche. Figures extraites de [75].

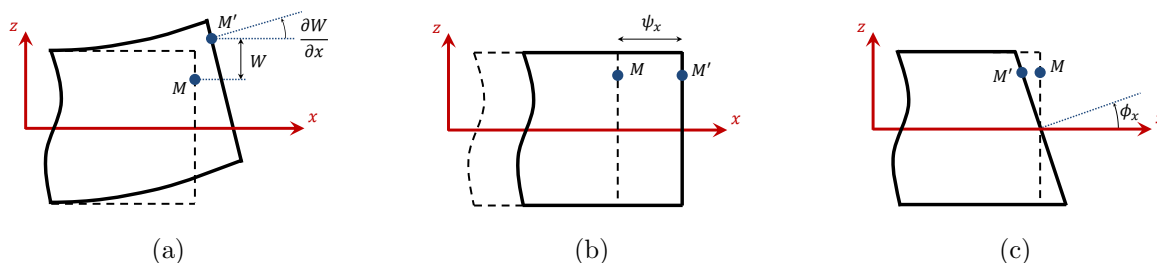


FIGURE II.17 – Schéma des déformations de flexion, membrane et cisaillement prises en compte par notre modèle pour chacune des couches. Figures extraites de [75].

sandwichs à âme très souple et amortissante) pour lesquels l'onde de flexion ( $k \propto \sqrt{\omega}$ ) se transforme très vite avec la fréquence en onde de cisaillement<sup>26</sup> ( $k \propto \omega$ ). Dans le cas où le cisaillement est décrit linéairement dans l'épaisseur (ordre 1 sur la figure II.16b, correspondant au modèle de Mindlin par couches) la pente est donc différente par couche créant cette distribution en forme de Zig-Zag. Sur cette même figure est également illustré un champ de déplacement où le cisaillement est décrit par couche par une fonction cubique (ordre 3), ce qui permet d'annuler aux surfaces inférieures et supérieures de la plaque les contraintes de cisaillements (contrairement à l'ordre 1 où les champs de déformation et de contraintes associés aux cisaillements hors-plan sont constants dans l'épaisseur). Fabien MARCHETTI a montré dans l'annexe B de sa thèse que les modifications apportées par la formulation cubique (certes plus physique et réaliste) sont minimales pour la gamme de fréquence et le type de structure considérés dans nos applications ; nous avons alors conservé la formulation linéaire (proposée par GUYADER) dans notre modélisation équivalente par souci de simplicité d'écriture. Le modèle réduit est basé sur cette hypothèse, et une seconde simplification intrinsèque au modèle de plaque est considérée : le déplacement transverse est supposé constant dans l'épaisseur de la couche (on néglige toute déformation selon cet axe) ce qui ne permettra pas de modéliser les modes *symétriques* du multicouche (appelés parfois modes *de respiration*, voir plus loin la figure II.18). On entrevoit alors les limites hautes fréquences de notre modèle équivalent à peu de paramètres.

26. On peut renvoyer le lecteur aux discussions sur ce point dans l'annexe A de ma thèse par exemple [37].

Pour chaque couche  $n$ , le champs de déplacement  $(u_x, u_y, u_z)$  suivant est considéré :

$$\begin{cases} u_x^n(x, y, z, t) = \psi_x^n(x, y, t) + (R_n - z) \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \phi_x^n(x, y, t) \right), \\ u_y^n(x, y, z, t) = \psi_y^n(x, y, t) + (R_n - z) \left( \frac{\partial W}{\partial y} + \phi_y^n(x, y, t) \right), \\ u_z^n(x, y, z, t) = W(x, y, t) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

où la variable  $R_n$  est la coordonnée en  $z$  de la fibre neutre de chaque couche  $n$  (voir figure II.16a). Les relations de couplages entre les variables cinématiques de chaque couches formulées par le modèles Zig-Zag consistent à définir la continuité *parfaite* (parfois qualifiée de *canonique*) des déplacements et des contraintes de cisaillement aux interfaces, soit :

$$\begin{pmatrix} u_x^n \\ u_y^n \\ u_z^n \end{pmatrix} \left( x, y, z = R_n - \frac{h_n}{2} \right) = \begin{pmatrix} u_x^{n-1} \\ u_y^{n-1} \\ u_z^{n-1} \end{pmatrix} \left( x, y, z = R_n - \frac{h_n}{2} \right), \quad (\text{II.16})$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xz}^n \\ \sigma_{yz}^n \end{pmatrix} \left( x, y, z = R_n - \frac{h_n}{2} \right) = \begin{pmatrix} \sigma_{xz}^{n-1} \\ \sigma_{yz}^{n-1} \end{pmatrix} \left( x, y, z = R_n - \frac{h_n}{2} \right). \quad (\text{II.17})$$

Ces relations permettent alors de réécrire le champ de déplacement de n'importe quelle couche  $n$  en fonction des 5 variables cinématiques  $(W, \phi_x^1, \psi_x^1, \phi_y^1, \psi_y^1)$  de la première couche (par relation matricielle successive d'une couche vers la précédente) :

$$\begin{cases} u_x^n = \psi_x^1 + F_w \frac{\partial W}{\partial x} + F_{xx}^n \phi_x^1 + F_{xy}^n \phi_y^1, \\ u_y^n = \psi_y^1 + F_w \frac{\partial W}{\partial y} + F_{yx}^n \phi_x^1 + F_{yy}^n \phi_y^1, \\ u_z^n = W, \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

où :

$$F_{ij}^n = \alpha_{ij}^n (R_n - z) + \gamma_{ij}^n, \quad i, j = x, y, \quad \text{et} \quad F_w = R_1 - z. \quad (\text{II.19})$$

et dont les termes  $\alpha_{ij}$  et  $\gamma_{ij}$  sont calculés analytiquement et sont donnés dans l'annexe A de [75] en considérant pour chaque couche la loi de comportement d'un matériau orthotrope avec orientations  $\theta_n$  différentes par couche.

Les différentes étapes du modèle réduit se résument alors comme ceci :

- Écriture des énergies cinétiques et de déformations du multicouche en utilisant la nouvelle définition du champs de déplacement II.18
- Application du principe de moindre action (minimisation du Lagrangien) puis résolution par introduction d'une solution particulière de type onde plane (se propageant dans une direction  $\theta$  donnée) dans les équations du mouvement, donnant le système

$$([\mathcal{K}] - \omega^2[\mathcal{M}])\{\mathcal{W}_0\} = \{0\}, \quad (\text{II.20})$$

où  $\mathcal{W}_0$  est l'amplitude complexe de l'onde plane et où les coefficients matriciels des matrices de raideur  $[\mathcal{K}]$  et de masse  $[\mathcal{M}]$  peuvent être écrits analytiquement (fonction de 69 coefficients  $\lambda_i$  pour la matrice de raideur et 18 coefficients  $\delta_i$  pour la matrice de masse, tous dépendant des paramètres matériaux de chaque couche [75]).

- Résolution du déterminant  $\det([\mathcal{K}] - \omega^2[\mathcal{M}]) = 0$  donnant finalement les 5 courbes de dispersion<sup>27</sup> du sandwich anisotrope correspondantes aux ondes propagatives de flexion notée (a), de membrane et cisaillement dans la direction de propagation notées respectivement (b) et (c), et de membrane et cisaillement dans la direction transverse de propagation notées respectivement (d) et (e), voir la figure II.18

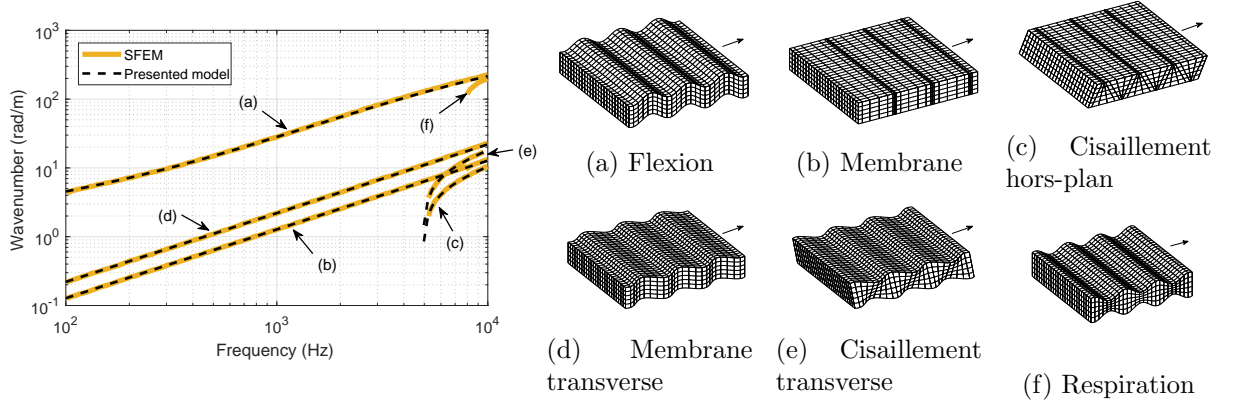


FIGURE II.18 – Validation de la méthodologie par comparaison entre les 5 courbes de dispersion d'un sandwich prédites analytiquement par notre approche équivalente et les résultats numériques SFEM de référence [114] (figure de gauche). Les cinq ondes propagatives (a) à (e) présentées sur la droite sont correctement identifiées. L'onde propagative symétrique de *respiration* (f) qui apparaît en hautes fréquences n'est, logiquement, pas prédite par notre modèle. Figures extraites de [75, 77].

La figure II.18 permet de valider notre méthodologie en comparant les courbes de dispersion prédites analytiquement par notre modèle dynamique équivalent avec celles obtenues numériquement via le *modèle éléments finis spectral* (SFEM) de SHORTER [114] pour une plaque sandwich usuelle à âme souple et épaisse. La correspondance est parfaite sur toute la gamme de fréquence, exceptée l'impossibilité intrinsèque à notre modèle réduit d'identifier le mode symétrique du tri-couche (mode de respiration, courbe (f)) en hautes fréquences due à l'hypothèse de déplacement transverse constant dans l'épaisseur (voir plus haut).

### II.3.1.2 Équivalence plaque mince

L'idée centrale du modèle condensé de GUYADER est alors de s'intéresser au seul mode de flexion du multicouche (la courbe de dispersion (a) à plus haut nombre d'onde) et d'assimiler la structure à une plaque mince homogène équivalente (sous hypothèses de Love-Kirchhoff) décrivant cette déformation de flexion, pour chaque fréquence. À des fins d'études en vibroacoustique, et d'applications industrielles (isolation dans les transports, transparence acoustique dans le bâtiment par exemple...), ce sont bien ces déformations de flexion qui sont à l'origine du rayonnement dans le fluide environnant et un modèle équivalent efficace pour ces problématique se doit de prédire avec précision ce phénomène. Proposée dans le cas isotrope dans [55], nous avons étendu cette équivalence dans l'article [77] aux empilements anisotropes ; c'est là

27. Le déterminant est résolu analytiquement (polynôme d'ordre 6 en  $k^2$ ) et les racines s'écrivent de manière symbolique. C'est une des avancées importantes de l'article [77] qui permet de calculer analytiquement les cinq courbes de dispersion propagatives (la sixième racine positive étant évanescence). Le script Matlab (prêt à l'emploi) qui détaille l'écriture analytique de ces 5 racines est disponible en annexe D de l'article [77] sous la forme d'un *supplementary material*.

le principal apport de notre modélisation analytique par rapport aux travaux bibliographiques précédents. À chaque fréquence, notre modèle identifie la plaque mince homogène anisotrope équivalente au multicouche considéré (en termes de déformation de flexion) et dont les paramètres matériaux - rigidités, facteurs de pertes - varient alors en fonction de la fréquence selon l'influence du cisaillement du multicouche.

L'équation de mouvement d'une plaque mince anisotrope s'écrit :

$$D_{11} \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + D_{22} \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + D_{12} \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^4 W}{\partial x^3 \partial y} + D_{26} \frac{\partial^4 W}{\partial x \partial y^3} = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (\text{II.21})$$

où les 5 coefficients  $D_{ij}$  sont les rigidités de flexion *complexes* de la plaque<sup>28</sup>,  $h$  est l'épaisseur totale du multicouche et  $\rho = \frac{\sum_n h_n \rho_n}{\sum_n h_n}$  sa masse volumique équivalente. La relation de dispersion des ondes de flexion s'écrit alors :

$$k_f^4 (D_{11}c^4 + D_{22}s^4 + D_{12}c^2s^2 + D_{16}c^3s + D_{26}cs^3) = \rho h \omega^2, \quad (\text{II.22})$$

avec  $c = \cos(\theta)$  et  $s = \sin(\theta)$  et où  $k_f$  est le nombre d'onde de flexion complexe prédit analytiquement par le modèle réduit solution du déterminant II.20 et qui a été injecté dans l'équation de mouvement de la plaque homogène. On réécrit alors à chaque fréquence  $f$  l'équation (II.22) sous forme matricielle pour  $i$  directions  $\theta_i$  différentes :

$$[\Delta] \{ \mathcal{D} \} = \rho h \omega^2 \{ \kappa \}, \quad (\text{II.23})$$

avec

$$[\Delta] = \begin{bmatrix} c_1^4 & s_1^4 & c_1^2 s_1^2 & c_1^3 s_1 & c_1 s_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_i^4 & s_i^4 & c_i^2 s_i^2 & c_i^3 s_i & c_i s_i^3 \end{bmatrix}; \quad \begin{matrix} c_1 = \cos(\theta_1); \\ s_1 = \sin(\theta_1); \\ c_i = \cos(\theta_i); \\ s_i = \sin(\theta_i); \end{matrix}$$

$$\{ \kappa \} = \begin{pmatrix} 1 \\ \overline{k_f^4(f, \theta_1)} \\ \vdots \\ 1 \\ \overline{k_f^4(f, \theta_i)} \end{pmatrix}; \quad \{ \mathcal{D} \} = \begin{pmatrix} D_{11}(f) \\ D_{22}(f) \\ D_{12}(f) \\ D_{16}(f) \\ D_{26}(f) \end{pmatrix}.$$

L'approche équivalente consiste finalement pour chaque fréquence  $f$  à identifier les cinq rigidités de flexion complexes  $\{ \mathcal{D} \}$  solutions de l'équation II.23 par méthodes moindres carrés en choisissant un grand nombre de directions de propagation  $\theta_i$  décrivant tout le plan d'onde [77].

Comme on a pu le voir tout au long de ce manuscrit, nous avons fait appel à l'équivalence plaque mince de notre modèle multicouche à plusieurs reprises pour prédire les rigidités de tris couches isotropes (figures I.43 et I.47), de composites stratifiés anisotropes en fibre de carbone (figure I.29), et d'un sandwich nid d'abeille (figures I.19 et I.31). Les comparaisons expérimentales/modèles sont à chaque fois très pertinentes pour ce qui est de la partie réelle des rigidités de

28. On peut rappeler la relation entre les rigidités et les paramètres matériaux lorsque les axes d'orthotropie sont alignés avec les axes de la plaque :

$$D_{11} = \frac{E_x(1 + j\eta_x) h^3}{12(1 - \nu_{xy}^n \nu_{yx}^n)}, \quad D_{22} = \frac{E_y(1 + j\eta_y) h^3}{12(1 - \nu_{xy}^n \nu_{yx}^n)}, \quad \text{et } D_{12} = \frac{\nu_{yx} E_x(1 + j\eta_x) h^3}{6(1 - \nu_{xy} \nu_{yx})} + \frac{G_{xy}(1 + j\eta_{xy}) h^3}{3}$$

avec  $E_x(1 + j\eta_x)$  et  $E_y(1 + j\eta_y)$  les modules de Young complexes,  $G_{xy}(1 + j\eta_{xy})$  le module de cisaillement complexe dans le plan  $(x, y)$  et  $(\nu_{xy}, \nu_{yx})$  les coefficients de Poisson. Le passage du repère d'orthotropie de chaque couche vers le repère de référence de la plaque et l'apparition des rigidités  $D_{16}$  et  $D_{26}$  traduisant le couplage entre les déformations de flexion et de torsion du stratifié sont détaillées dans [75].

flexion et ceci sur une très large bande fréquentielle incluant les effets de cisaillement hors-plan faisant varier grandement les paramètres matériaux équivalents de la plaque homogène (importante chute de la rigidité de flexion équivalente). Le paragraphe suivant synthétise notre apport pour la modélisation de l'amortissement des multicouches obtenue via la partie imaginaire des rigidités de flexion.

### II.3.2 Modélisation de l'amortissement et unification des définitions

Le second verrou scientifique a consisté à valider la prédiction de l'amortissement par notre approche équivalente et comparer les différentes formulations théoriques permettant de dériver cette dissipation dynamique pour les structures multicouches.

Le facteur de perte structural  $\eta$  relie la puissance dissipée par le système  $\Pi_{\text{diss}}$  à son énergie mécanique  $\mathcal{E}$  par la formule [74]  $\eta = \frac{\Pi_{\text{diss}}}{2\pi f \mathcal{E}}$ . Cette formulation *énergétique* est cohérente d'une part avec la définition usuelle du facteur de perte *modal* d'un système dynamique linéaire libre (donnée en fréquentiel par le rapport de la largeur de bande à  $-3$  dB et de la fréquence centrale) et d'autre part avec la formulation *temporelle* où l'on suppose une dissipation temporelle de l'énergie (et sur laquelle est basée par exemple l'équation I.47 où l'on relie  $\eta$  au taux de décroissance temporelle). L'amortissement spatial  $\gamma = \Im(k)/\Re(k)$  quant à lui suppose une dissipation *spatiale* de l'énergie et se calcule via le nombre d'onde complexe  $k$  de l'onde propagative d'intérêt. Fabien MARCHETTI a montré dans son travail de thèse comment relier proprement ces deux définitions et comment appliquer la formulation spatiale à notre modèle condensé où un facteur de perte équivalent  $\eta_{\text{eq}} = \frac{\Im(D)}{\Re(D)}$  est calculé une fois les rigidités complexes  $D$  de la plaque mince équivalente identifiées. La correction de l'amortissement équivalent est présentée en détail dans l'article [77]; nous synthétisons la démarche ici.

Les facteurs de pertes *équivalents* identifiés par approches ondulatoires sur des plaques (voir par exemple ceux présentés sur la figure I.44 par méthodes RIC et Hankel) sont calculés (avec la convention  $e^{j\omega t}$ ) via la formulation équivalente

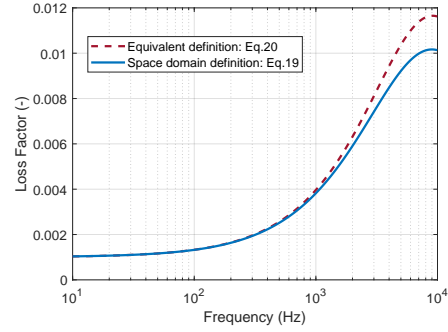
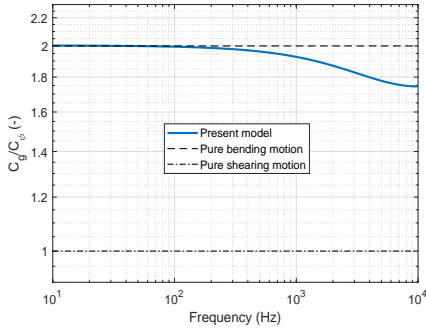
$$\eta_{\text{eq}} = \frac{\Im(D)}{\Re(D)} = -\frac{\Im(k^4)}{\Re(k^4)}. \quad (\text{II.24})$$

Cette relation, tirée de l'équation de dispersion d'une plaque mince de Love-Kirchhoff en flexion (équation II.22), revient à relier le facteur de perte équivalent à l'amortissement spatial  $\gamma = \frac{\Im(k)}{\Re(k)}$  par

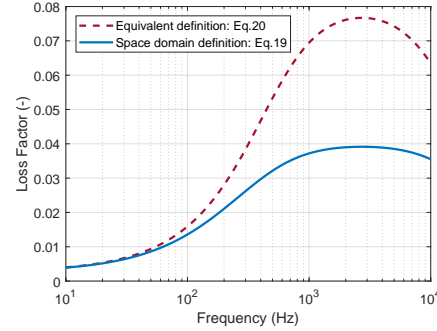
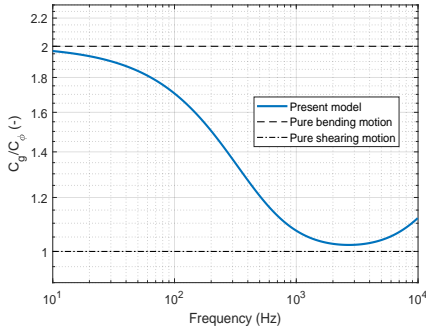
$$\eta_{\text{eq}} = -4\gamma. \quad (\text{II.25})$$

Or cette définition *équivalente* usuellement utilisée dans la communauté [13, 27, 99] donne des amortissement structuraux faux lorsque l'on adopte l'approche de notre modèle équivalent présenté ci-dessus, qui consiste à rechercher une plaque mince monocouche homogène *équivalente* à la structure multicouche considérée. Ces facteurs de pertes *équivalents* sont en toute rigueur non comparables avec les amortissements usuels estimés par les formulations énergétique et temporelle (taux de décroissance, analyse modale...). En effet l'écriture équivalente suppose intrinsèquement qu'à une fréquence donnée le multicouche se comporte comme une plaque mince sous hypothèses de Love-Kirchhoff, ce qui relie la vitesse de groupe  $c_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$  à la vitesse de phase  $c_\phi = \frac{\omega}{k}$  par un simple facteur 2, soit :  $c_g = 2c_\phi$ . Nous avons dès lors proposé dans [77] de revenir à la formulation originelle proposée par LYON et DEJONG [74] (que l'on appellera formulation *spatiale* du facteur de perte) reliant  $\eta$  à  $\gamma$  dans le cas général, en fonction des vitesses de groupe





(a) Tricouche avec âme de 0.1 mm.



(b) Tricouche avec âme de 100 mm

FIGURE II.19 – Ratios des vitesse de groupe et de phase  $\frac{c_g}{c_\phi}$  obtenus par notre modèle équivalent en fonction de la fréquence pour deux exemples de tricouches (colonne de gauche). Corrections du facteur de perte pour chacun des deux cas correspondants (colonne de droite); formulation équivalente (---) d'après l'équation II.24 et formulation *spatiale* corrigée (—) d'après l'équation II.26. Figures extraites de [77].

et de phase du milieu considéré par

$$\eta = -2\gamma \frac{c_g}{c_\phi} \quad (\text{II.26})$$

ce qui peut encore s'écrire en reprenant l'équation II.25 :  $\eta = \eta_{\text{eq}} \frac{c_g}{2c_\phi}$ . Pour illustrer notre propos la figure II.19 présente ainsi pour deux tricouches étudiés dans [77] le ratio de vitesse  $\frac{c_g}{c_\phi}$  en fonction de la fréquence. Plus le cisaillement augmente plus ce ratio s'éloigne de 2 (plaque mince) et tend vers 1 (cisaillement pur) et ceci de manière plus marquée pour des âmes épaisses où le cisaillement est plus fort ; la correction sur le facteur de perte apportée par la formulation spatiale donnée à l'équation II.26 est alors bien plus importante (voir la figure II.19b à droite).

Nous avons alors pu valider cette nouvelle formulation spatiale corrigée du facteur de perte structural en comparant nos prédictions avec des modèles de référence de la littérature. Nos prédictions analytiques se superposent ainsi aux prédictions numériques de SHORTER [114] et de GHINET [52] sur la figure II.20 pour différents sandwichs anisotropes pour lesquels les facteurs de pertes sont calculés par ces auteurs par méthode énergétique MSE (*modal strain energy*). Les dimensions et paramètres matériaux des plaques sont données dans [75, 77].

Nous concluons alors ce paragraphe en corrigeant les amortissements expérimentaux du tricouche (SPS steel-polymer-steel) étudié au chapitre précédent à la figure I.44 ainsi que pour un autre tricouche similaire également fourni par Arcelor-Mittal, mais en acier-polymère-aluminium

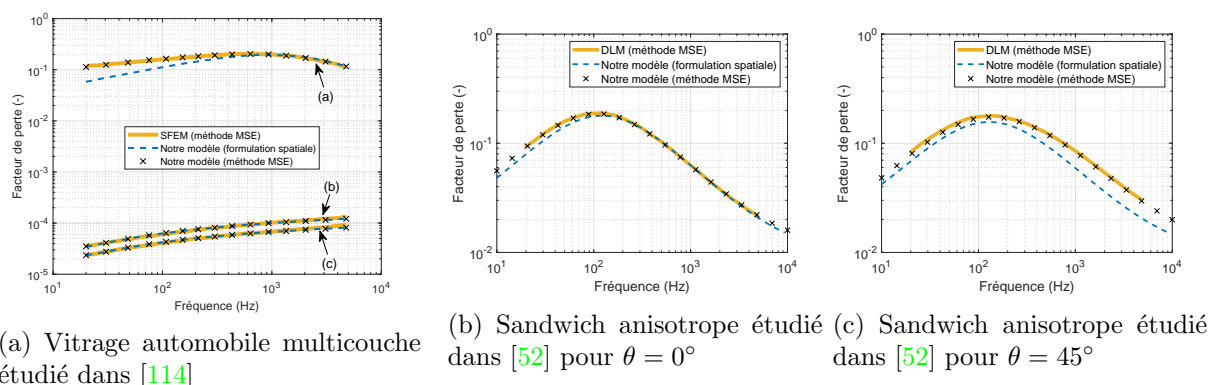


FIGURE II.20 – Validation de la formulation spatiale corrigée des facteurs de pertes structuraux, équation II.26. (a) Comparaison des facteurs de pertes identifiés par notre méthodologie analytique avec les résultats SFEM de SHORTER [114] pour un vitrage automobile pour lequel les trois ondes de flexion (flèche a), membrane (flèche b) et cisaillement (flèche c) sont étudiées. (b) et (c) Comparaisons avec les résultats prédits pour un sandwich anisotrope avec le modèle numérique discrétisé DLM de GHINET [52] pour deux angles de propagation. Figures extraites de [77], où les caractéristiques de chaque multicouche sont précisées.

cette fois (SPA steel-polymer-aluminum), à titre de seconde illustration [77]. Les résultats sont concaténés sur les figures II.21 et II.22. Les prédictions de notre modèle ainsi que les résultats

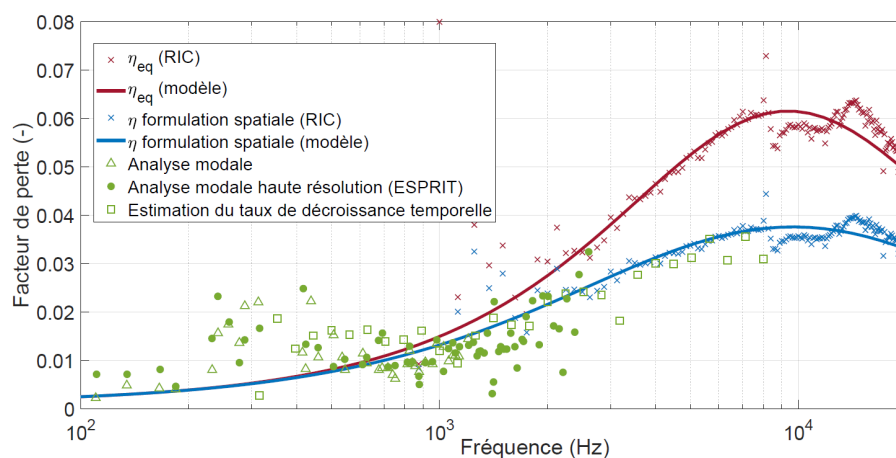


FIGURE II.21 – Correction des facteurs de pertes du tricouche SPS identifiés par la méthode RIC et notre modèle en formulation équivalente, équation II.24 (croix et lignes rouges). Les résultats corrigés par la formulation spatiale, équation II.26 (croix et lignes bleues), se superposent parfaitement avec les résultats basses et moyennes fréquences obtenus par analyse modale, méthode HRMA et taux de décroissance temporelle. Figure extraite de [77].

expérimentaux RIC en *équivalent* (non corrigé) et *spatial* (corrigé) sont donnés et illustrent l'influence de la correction  $\frac{c_g}{c_\phi}$  apportée par l'équation II.26 dans la zone de transition où l'âme du sandwich cisaille fortement. Sur les résultats de la plaque SPS les facteurs de pertes identifiés par la méthode de la décroissance temporelle sont rajoutées jusqu'à 8kHz. Sur cette figure en particulier la superposition de la prédiction du modèle et des résultats expérimentaux RIC (for-

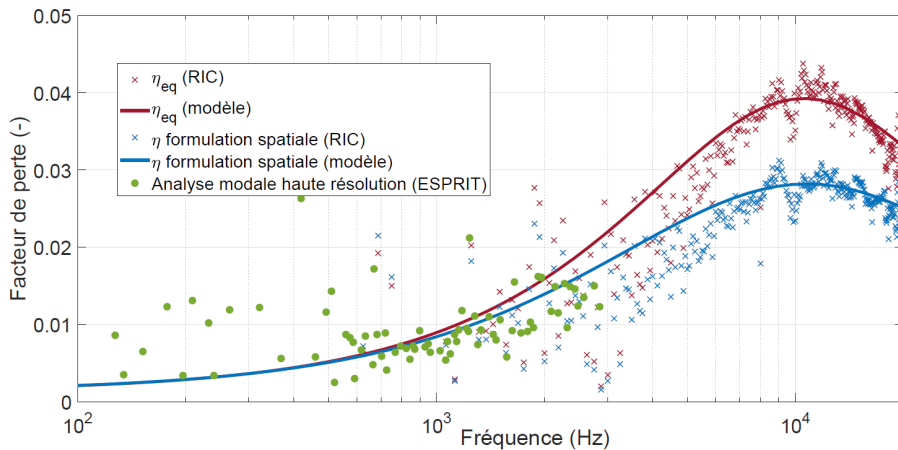


FIGURE II.22 – Même légende que pour la figure II.21, pour le tricouche SPA (acier-polymère-aluminium) ici. Figure extraite de [77].

mulation spatiale équation II.26, croix bleues), analyse modale (triangles verts), HRMA (points verts), et taux de décroissance temporelle (carrés verts) est maintenant excellente validant les approches expérimentales et les formulations théoriques sous-jacentes visant à unifier les définitions de l'amortissement sur ces structures complexes.

Pour clore cette section traitant de la prédiction de l'amortissement de structures anisotropes multicouches, je souligne que la comparaison des formulations telles que proposées ouvre de nombreuses perspectives pour la modélisation, l'identification et le design de l'amortissement, sujet complexe et d'actualité pour la communauté vibroacousticienne et l'industrie. J'évoquerai sur ce point quelques perspectives à court et moyen terme dans le dernier chapitre.

### II.3.3 Architecturation

Toujours dans cet axe de recherche, en parallèle du développement de techniques de modélisation équivalente de stratifiés composite, j'ai participé au projet Carnot MHYRIAM I@L (collaboration avec Nicolas TOTARO (LVA), et Renaud RINALDI (MATEIS), voir la section II.2.2) qui a porté sur le design de matériaux et l'architecturation de structures multicouches. Cette étude a traité du contrôle et de l'architecturation spatiale des propriétés viscoélastiques locales de membranes silicones (âme) pour des sandwichs hybrides. Nous avons exploité une méthode d'architecturation de membranes silicones brevetée par les laboratoires MATEIS et IMP et initialement développée pour contrôler les propriétés hyperélastiques de membranes silicone [117]. Plus précisément, le degré de réticulation et de fait, les propriétés mécaniques de la couche polymère (rigidités et amortissement), sont modulés spatialement via une irradiation UV dont les durées et températures sont contrôlées. Basés sur les travaux postdoctoraux de Marta GALLO à MATEIS et Correntin CHESNAIS au LVA, les résultats ont été publiés dans l'article *Spatial Patterning of the Viscoelastic Core Layer of a Hybrid Sandwich Composite Material to Trigger Its Vibro-Acoustic Performances*, SAE Technical Paper, 2018 [51] faisant suite à la conférence ISNVH 2018 à Graz. La figure II.23(a) tirée de cet article schématise la phase de réalisation des matériaux sandwichs. Des poutres tricouches aluminium-silicone-aluminium « architecturées » (moitié irradiée, moitié non irradiée) sont conçues et caractérisées expérimentalement. Là encore le très bon accord entre les rigidités locales équivalentes mesurées et prédites par notre modèle réduit (voir la figure II.23(b)) a confirmé la validité de l'approche et la pertinence de la dé-

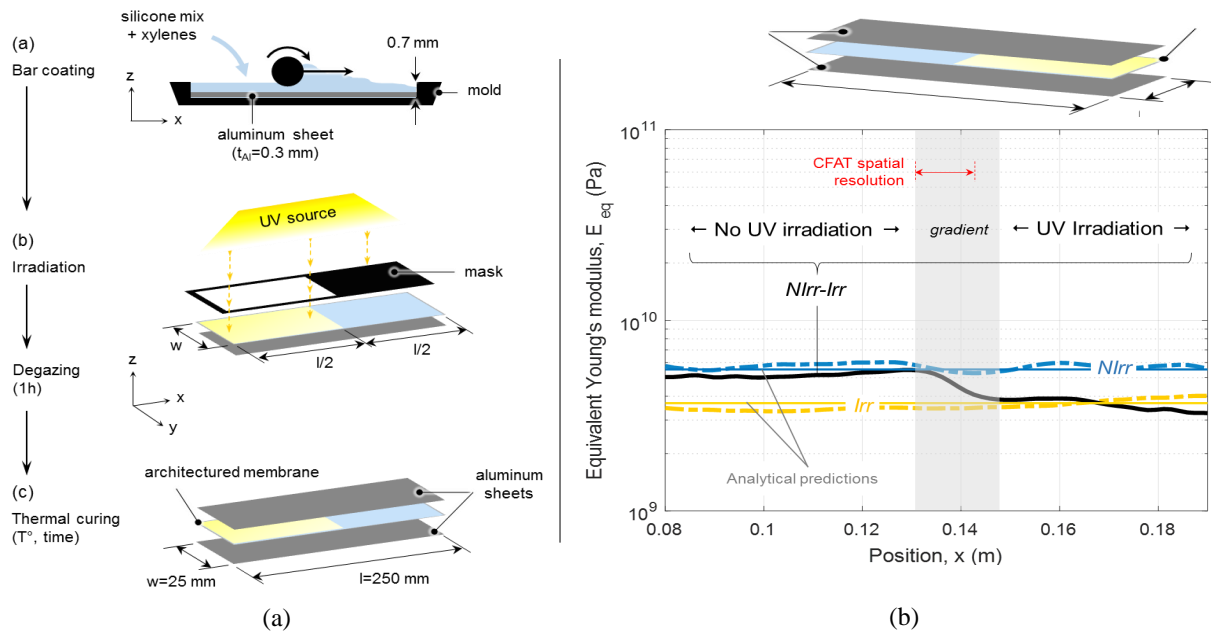


FIGURE II.23 – Conception et caractérisation des poutres tricouches architecturées. Figures de gauche (a) : Réalisation du sandwich par *bar coating* du mélange silicone non réticulé (étape a), irradiation UV sélective (étape b), recuit/adhésion du composite sandwich (étape c). Figures de droite (b) : comparaisons du module de Young équivalent *local* estimé spatialement le long de la poutre par RIC (lignes épaisses) et prédit par notre modèle équivalent (lignes fines) pour deux tricouches homogènes (non-irradié *N Irr* en bleu ; irradié *Irr* en jaune), et pour une poutre architecturée (*N Irr/Irr* en noir). Les modules de Young sont moyennés sur la bande fréquentielle [20 – 1000] Hz. Figures extraites de [51].

marche de design de matériaux proposée. Le pilotage de la modulation spatiale des propriétés mécaniques (et des *gradients* de ces quantités) à l'aide de masques intercalés entre la source UV et le matériau silicone (étape b de la figure II.23(a)), offrent alors des perspectives intéressantes pour l'architecture de matériaux pour le contrôle (passif) des vibrations sur lesquelles nous reviendrons dans le dernier chapitre de ce manuscrit.

## II.4 Extension de la méthode moyenne fréquences "SmEdA" à la prise en compte de l'effet d'amortissement induit par des matériaux dissipatifs.

### II.4.1 Contexte

Une thématique de recherche historique du LVA vise à développer des méthodes équivalentes *énergétiques* numériques efficaces pour prédire le comportement vibroacoustique des structures en moyennes fréquences et facilement transférable et implémentable par l'industrie (transports, bâtiment...). J'ai contribué à cette thématique dès mon arrivée au laboratoire en prenant la responsabilité LVA du projet FUI/FEDER CLIC (City Lightweight Innovative Cab, 2011-2015, voir la section II.2.2) au cours duquel nous avons développé un modèle équivalent vibroacoustique moyennes fréquences incluant l'influence des matériaux dissipatifs dans le contexte automobile (habillage/garnissage automobile, appelé « trim »). La méthode de prévision dynamique est

basée sur une méthodologie originale de prédiction MF/HF appelée SmEdA (Statistical modal Energy distribution Analysis) développée au LVA par Laurent MAXIT (MCF) au cours de sa thèse de doctorat (2000) [87, 88], faisant le lien entre modèle éléments finis local et modèle énergétique global (reformulation de la SEA). SmEdA permet de déterminer les facteurs de pertes par couplage entre sous-système et lève une des hypothèses de la SEA qu'est l'équirépartition des énergies modales. Les échanges entre les différents sous-systèmes sont décrits aux travers des facteurs de couplage intermodaux qui sont déterminés à partir des modes propres des sous-systèmes découplés. On peut donc la qualifier d'approche énergétique *modale* pour les moyennes fréquences et c'est ce qui fait sa spécificité et sa force : la vision modale permet de modéliser correctement les transferts d'énergie entre sous-systèmes, en particulier dans le bas du spectre des moyennes fréquences et ainsi de résoudre des cas où les hypothèses de la SEA ne sont pas nécessairement validées (lorsque le recouvrement modal est faible).

#### II.4.2 Méthodologie et validation sur un cas semi-complexe plaque/cavité [63]

La méthode SEA introduite par LYON [74] est une méthode énergétique qui établit des bilans d'énergie entre sous-systèmes couplés, et permet de relier la puissance échangée à l'énergie des sous-systèmes. Considérons les deux sous-systèmes couplés présentés à la figure II.24a. Si l'on

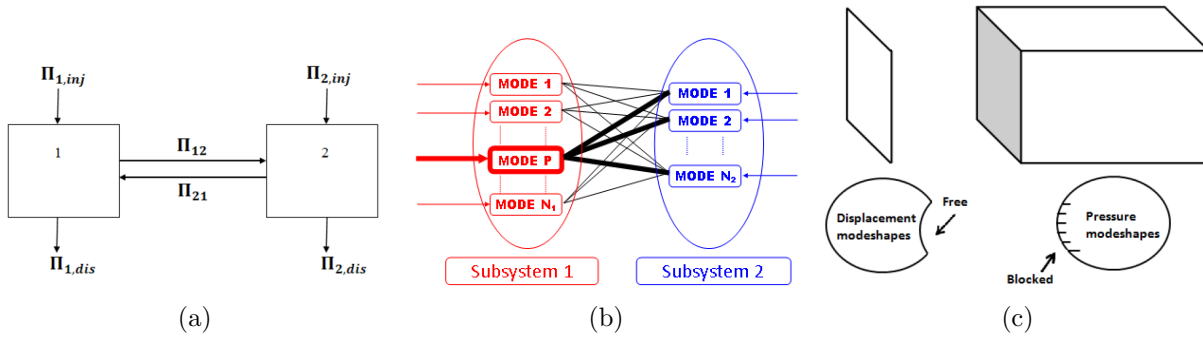


FIGURE II.24 – Illustration des modélisations SEA et SmEdA. (a) Échanges d'énergies de deux sous-systèmes modélisés par SEA. (b) Illustration du schéma de couplage modal de SmEdA. (c) Représentation des sous-systèmes *plaque* et *cavité*, et description des conditions aux limites de couplage (faible) dans SmEdA. Figures extraites de [74], [87] et [62].

s'intéresse au premier sous-système par exemple, on a le bilan de puissance suivant

$$\Pi_{1,inj} = \Pi_{1,dis} + \Pi_{12}, \quad (\text{II.27})$$

où la puissance injectée au premier sous-système  $\Pi_{1,inj}$  s'écrit en fonction de la puissance dissipée de ce sous-système  $\Pi_{1,dis}$  et la puissance échangée  $\Pi_{12}$  avec le second sous-système. La méthode SEA établit alors une relation très simple entre puissance échangée et énergies  $E_1$  et  $E_2$  des sous-systèmes :

$$\Pi_{12} = \omega \eta_{12} N_1 \left( \frac{E_1}{N_1} - \frac{E_2}{N_2} \right) \quad (\text{II.28})$$

où  $\eta_{12}$  le facteur de perte par couplage [74], et  $N_1$  respectivement  $N_2$  sont les nombre de modes de chacun des sous-systèmes. Dans l'équation II.28, la SEA suppose intrinsèquement que l'énergie des sous-systèmes est également répartie pour chacun des modes considérés. C'est cette hypothèse d'équirépartition des énergies modales qui est levée dans SmEdA. La méthode ne considère alors plus des échanges d'énergie entre sous-systèmes mais des *couplages modaux* entre

des modes d'indices  $p$  du premier sous-système et des modes d'indice  $q$  du second sous-système (voir la figure II.24b). Ainsi de manière analogue à l'équation II.27, la puissance injectée au mode  $p$  du premier sous-système  $\Pi_{p,inj}$  s'écrit :

$$\Pi_{p,inj} = \Pi_{p,dis} + \sum_{q=1}^{N_2} \Pi_{pq} \quad , \quad \forall p \in [1, \dots, N_1] \quad (\text{II.29})$$

où  $\Pi_{p,dis} = \omega_p \eta_p E_p$  est la puissance dissipée par ce même mode  $p$  (de pulsation propre  $\omega_p$  et facteur de perte modal  $\eta_p$ ) et  $\Pi_{pq}$  la puissance échangée entre le mode  $p$  du premier sous-système et le mode  $q$  du second sous-système. On voit alors dans cette relation II.29 que la méthode tient compte des couplages modaux entre un mode  $p$  et l'ensemble des  $N_2$  modes (d'indice  $q$ ) du second sous-système (et inversement). Ceci est synthétisé à la figure II.24b. Toujours de manière analogue à la SEA (équation II.28), la méthode SmEdA donne la puissance échangée entre deux modes cette fois et non deux sous-systèmes, en fonction des énergies modales  $E_p$  et  $E_q$  :

$$\Pi_{pq} = \beta_{pq}(E_p - E_q) \quad (\text{II.30})$$

où  $\beta_{pq}$  est appelé *facteur de couplage intermodal*, produit d'un terme spatial  $\beta_{pq}^W$  (relié au travail d'interaction modale  $W_{pq}$  et donc à la *coïncidence spatiale* entre les déformées des modes  $p$  et  $q$ ) et d'un terme spectral  $\beta_{pq}^\omega$  (relié aux pulsations modales  $\omega_p$  et  $\omega_q$  et facteurs de pertes modaux  $\eta_p$  et  $\eta_q$  et traduisant le phénomène de *coïncidence fréquentielle*) [87, 88] :

$$\beta_{pq} = \beta_{pq}^W \times \beta_{pq}^\omega \quad (\text{II.31})$$

avec

$$\beta_W = \frac{(W_{pq})^2}{M_p M_q}, \quad (\text{II.32})$$

et

$$\beta_{pq}^\omega = \frac{\omega_p \eta_p (\omega_q)^2 + \omega_q \eta_q (\omega_p)^2}{((\omega_p)^2 - (\omega_q)^2)^2 + (\omega_p \eta_p + \omega_q \eta_q)(\omega_p \eta_p (\omega_q)^2 + \omega_q \eta_q (\omega_p)^2)} \quad (\text{II.33})$$

et où  $M_p$  et  $M_q$  sont les masses modales des modes  $p$  et  $q$  respectivement. *In fine* on a pour les deux sous-systèmes le bilan de puissance établi par SmEdA suivant :

$$\begin{aligned} \Pi_{p,inj} &= \omega_p \eta_p E_p + \sum_{q=1}^{N_2} \beta_{pq}(E_p - E_q) \quad \forall p \in [1, \dots, N_1], \\ \Pi_{q,inj} &= \omega_q \eta_q E_q + \sum_{p=1}^{N_1} \beta_{pq}(E_q - E_p) \quad \forall q \in [1, \dots, N_2] \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

La résolution de ce système donne les énergies modales et finalement l'énergie des sous-systèmes  $E_1 = \sum_{p=1}^{N_1} E_p$  et  $E_2 = \sum_{q=1}^{N_2} E_q$  par sommation sur tous les modes<sup>29</sup>.

La méthode SmEdA synthétisée succinctement ci-dessus nous montre que pour identifier l'énergie des sous-systèmes - les inconnues de la méthode énergétique équivalente - il est nécessaire de connaître les bases modales (fréquences propres, facteurs de pertes modaux, déformées

29. On voit dans cette dernière équation II.34 que SmEdA lève bien l'hypothèse d'équirépartition modale de la SEA qui aurait supposé  $E_1 = N_1 E_p$  et  $E_2 = N_2 E_q$ .

modales) des sous-systèmes *découplés*, ainsi que les caractéristiques des sources (positions, densités spectrales...). Le principal verrou scientifique repose alors dans l'estimation correcte des paramètres de dissipation  $\eta_p$  et  $\eta_q$  des sous-systèmes découplés *alimentant* SmEdA (et ceci particulièrement en présence de matériaux dissipatifs visco-élastique ou poro-élastique...), permettant dans un second temps le calcul des facteurs de couplages intermodaux  $\beta_{pq}$  et donc *in fine* les énergies. C'était l'objectif de la thèse de mon doctorant HaDong HWANG (2015 [62], en co-direction avec Laurent MAXIT) co-financée par le FEDER et le FUI Oséo au cours de laquelle la méthode a été mise au point et validée sur un cas semi-complexe : une plaque en acier couplée à une cavité parallélépipédique où les sous-systèmes *plaque* et *cavité* sont amortis chacun à leur tour par des garnissages typiques venant d'une cabine Midlum Renault Trucks (patches visco-élastique *insonorisants feuille fusible* "IFF" présents sur le plancher pour la *plaque*, et matériau fibreux présent dans le panneau du fond de la cabine pour la *cavité*), voir les illustrations et les photos aux figures II.25 et II.26.

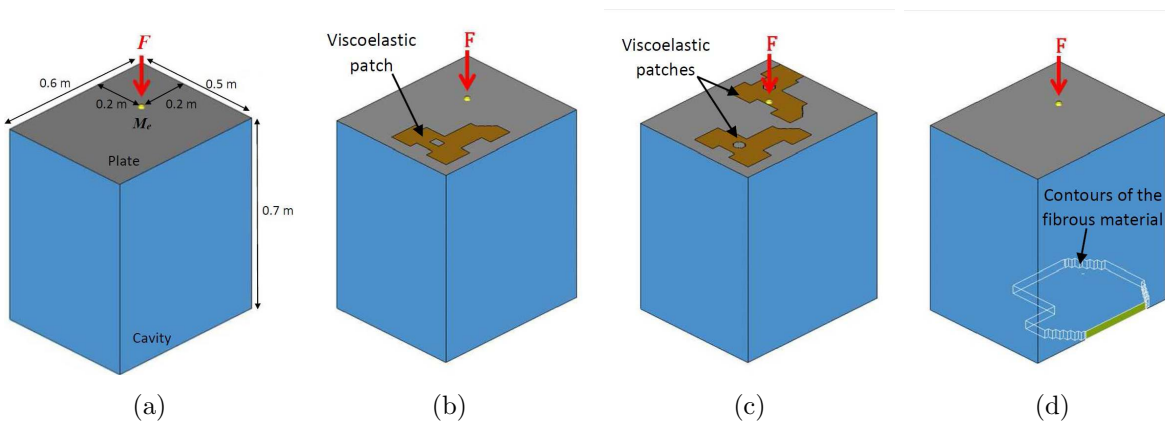


FIGURE II.25 – Description des quatre configurations étudiées lors de la validation de notre méthodologie de prise en compte des matériaux dissipatifs dans SmEdA. (a) plaque *nue* et cavité vide. (b) plaque avec un IFF et cavité vide. (c) plaque avec deux IFF et cavité vide. (d) plaque vide et cavité avec matériau fibreux. Figures extraites de [63].

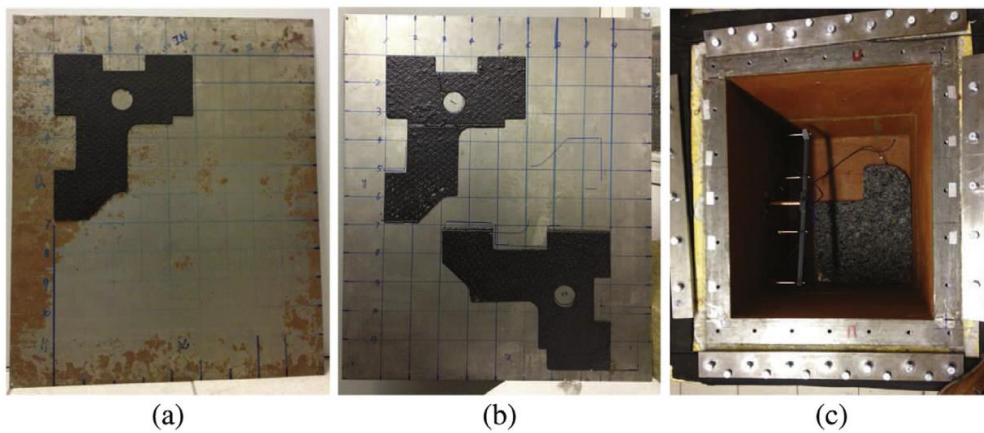


FIGURE II.26 – Photos du sous-système *plaque* avec un et deux IFF collés (a) et (b), et du sous-système *cavité* avec matériau fibreux (c). Figures extraites de [63].

Les résultats de ce travail ont été publiés dans l'article *SmEdA vibro-acoustic modelling in the mid-frequency range including the effect of dissipative treatments*, JSV, 393, 2017 [63] et ont fait l'objet de plusieurs communications de congrès nationaux et internationaux (listées en section II.1.1).

SmEdA a donc été reformulée afin de prendre en compte l'influence du trim dans ce domaine spectral. Le formalisme est basé (comme pour la SEA) sur l'hypothèse de couplage faible entre les sous-systèmes (afin de garantir que l'énergie des modes attribués à un sous-système est bien associée à ce système). En d'autres termes, il est nécessaire que les impédances mécaniques soient très différentes au niveau de la surface de couplage (la surface de la plaque ici en l'occurrence) afin de pouvoir considérer que le premier sous-système (le plus raide) vibre librement et que le second vibre comme s'il était encastré à la surface de couplage (pour appliquer la décomposition modale suivant la *double formulation modale* DMF [87]). Ce couplage faible est validé dans notre système plaque-cavité, en décrivant le mode  $p$  de la plaque (premier sous-système) en déplacement libre (noté  $w_p$ ) et le mode  $q$  de la cavité (second sous-système) en pression bloquée (noté  $p_q$ ), comme le résume la figure II.24c. Après discrétisation éléments finis, le travail d'interaction modale s'exprime alors par  $W_{pq} = \sum_{i \in S} w_p^i p_q^i s_i$  où  $s_i$  est la surface élémentaire attribuée au noeuds  $i$  de la surface  $S$  de couplage fluide-structure.

Les cinq étapes de la méthodologie (présentées en détail dans notre article [63]) sont :

- établissement des modèles équivalents simplifiés des matériaux dissipatifs : pour le sous-système *structure* (plaque amortie avec un ou deux patches viscoélastiques) on applique le modèle condensé de plaque multicouche présenté à la section II.3, pour le sous-système *acoustique* (cavité avec matériaux poreux) on utilise un modèle de fluide équivalent pour décrire le matériaux poreux dont la densité complexe et la compressibilité complexe sont identifiées expérimentalement [125].
- établissement des modèles éléments finis (déterministes) incluant les matériaux dissipatifs équivalents pour les deux sous-systèmes découplés
- calcul des modes propres et estimation des facteurs de pertes modaux des sous-systèmes amortis découplés par méthode de Galerkin (projection modale) via les parties imaginaires des matrices de raideur et de masse calculées numériquement par éléments finis (méthode MSE pour le sous-système structure [33] et méthode MSKE (*Modal Strain Kinetic Energy*) pour le sous-système acoustique [133]). Nous renvoyons le lecteur à [63] pour les détails mathématiques de ces deux méthodologies
- calcul des facteurs de couplage intermodaux  $\beta_{pq}$  dépendant des paramètres modaux des sous-systèmes découplés calculés aux étapes précédentes ainsi que du travail d'interaction modale
- calcul des énergies modales  $E_p$  et  $E_q$ , puis finalement des énergies des sous-systèmes  $E_1$  et  $E_2$  via les équations SmEdA.

Quatre configurations ont été considérées et sont schématisées à la figure II.25 : (a) plaque nue, (b) plaque avec un patch IFF, (c) plaque avec deux patches IFF couplée à chaque fois avec une cavité sans matériau absorbant, puis (d) plaque nue couplée avec une cavité avec un matériau fibreux composite (poreux). La figure II.27 compare les ratios d'énergies des sous-systèmes  $E_2/E_1$  obtenus par notre méthode de prévisions moyennes fréquences pour les quatre configurations étudiées jusqu'à la bande tiers d'octave 8 kHz, sous excitation stationnaire ponctuelle bruit blanc sur la plaque. L'un des apports majeurs de notre travail a résidé dans la validation expérimentale de la méthodologie numérique proposée en appliquant notamment la méthode HRMA (ESPRIT) que j'ai développée dans mes travaux antérieurs I.2, pour l'identification des facteurs de pertes modaux en moyenne fréquence des sous-systèmes découplés et pour les



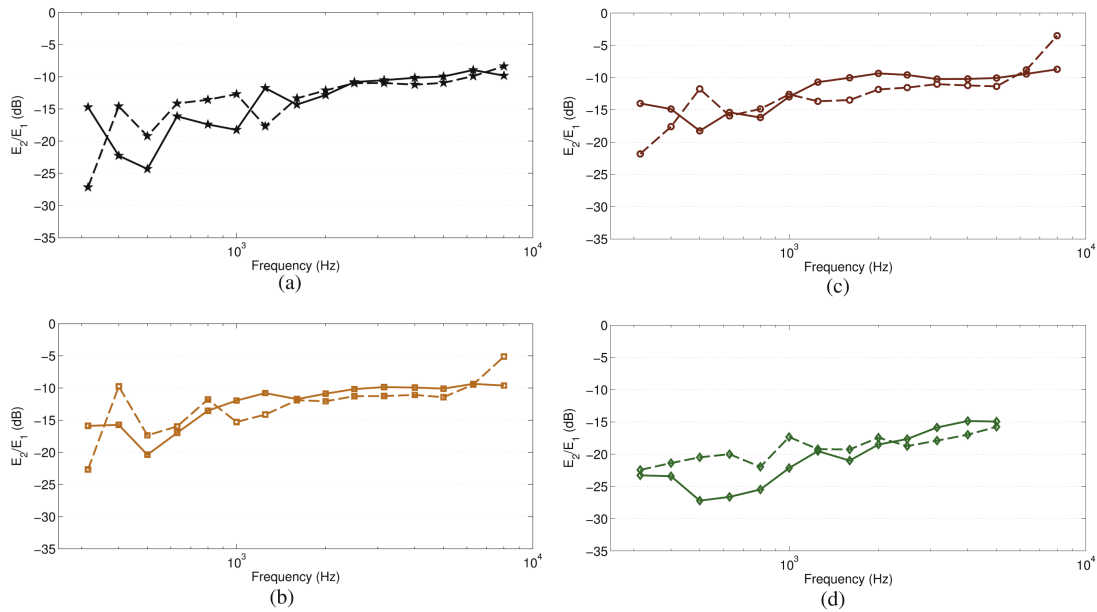


FIGURE II.27 – Comparaisons entre les mesures (lignes pointillées) et les prédictions SmEdA (lignes continues) des ratios d'énergies  $E_2/E_1$  obtenus pour les quatre configurations étudiées (a), (b), (c) et (d) décrites à la figure II.25. Figures extraites de [63]

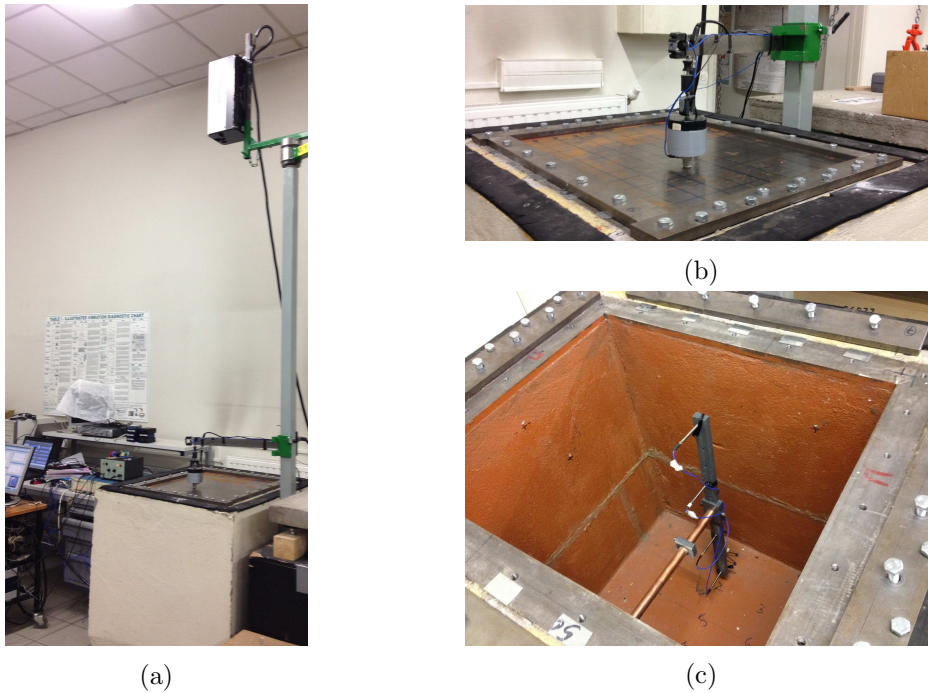


FIGURE II.28 – Photos du montage et du protocole expérimental pour la validation du modèle prédictif. (a) Mesure des vitesses de plaque par vibrométrie laser. (b) Excitation de la plaque par pot vibrant. (c) Mesure de pression acoustique dans la cavité par 4 microphones placés le long d'une tige libre en translation et en rotation pour maillage de la cavité. Figures extraites de [63].

différentes configurations de traitements vibroacoustiques considérés ici. La figure II.28 présente des photos du montage et du protocole expérimental réalisés lors du travail de doctorat de HaDong HWANG. Pour l'extraction HRMA des facteurs de pertes, les réponses impulsionnelles du système plaque (sans et avec patchs) ont été identifiées par essai de choc au marteau d'impact et mesure accélérométrique sur plaque suspendue, et les réponses impulsionnelles de la cavité (sans et avec matériau fibreux) par technique de coupure de source acoustique (haut-parleur et microphones placés dans la cavité). Les facteurs de pertes identifiés de la sorte ont permis de valider les prédictions numériques MSE et MSKE [63]. Enfin les énergies expérimentales des sous-systèmes couplés et soumis à une excitation ponctuelle au pot vibrant (figure II.28b) ont été mesurées par vibrométrie laser (moyenne des vitesses quadratiques) pour  $E_1$  (figure II.28a) et par moyenne spatiale des pressions acoustiques mesurées dans la cavité pour  $E_2$  en maillant le volume en 64 points de mesure de pression par microphone (figure II.28c). Les comparaisons calculs/mesures des facteurs de pertes, des énergies des sous-systèmes et du transfert d'énergie ont ainsi été menées avec succès jusqu'à 8 kHz. Les ratios d'énergie expérimentaux sont présentés également sur la figure II.27 pour comparaison aux prédictions numériques précédentes, validant ainsi l'approche numérique de calcul des facteurs de pertes des sous-systèmes amortis et la prise en compte de ces matériaux dissipatifs dans la méthodologie énergétique moyennes fréquences SmEdA.

### II.4.3 Application industrielle - Cabine de camion Midlum Renault Trucks [90]

La finalité du projet CLIC a consisté à proposer un modèle numérique de cabine de camion innovante et allégée destinée au transport urbain et périurbain. Afin de maintenir les performances acoustiques de la cabine en respectant les normes du secteur malgré son allégement, la méthode SmEdA avec matériaux dissipatifs a été utilisée pour prédire les transferts énergétiques large bande dans la cabine *habillée* (avec ces matériaux absorbants, *garnissage* ou *trim* en anglais). Dès lors une fois la méthodologie validée sur le cas semi-complexe de laboratoire étudié ci-dessus simulant les transferts énergétique entre plaque et cavité avec matériaux absorbants, la technique a été appliquée par Youssef GERGES au cours de son postdoctorat (2013-2015) au laboratoire à une cabine de camion Midlum Renault Trucks fournie au LVA à des fins de validation sur une structure réaliste. L'objectif était alors de calculer numériquement le niveau de pression acoustique aux oreilles du conducteur pour une excitation ponctuelle large bande en différents points des longerons (excitations plancher). Des comparaisons calculs/mesures sur la cabine de *référence* ont été menées avec succès jusqu'à environ 2 kHz. Les photos présentées à la figure II.29 illustrent la campagne expérimentale que nous avons effectuée au LVA en collaboration avec Céline SANDIER, ingénieure de transfert (découplage de la cabine par suspensions pneumatiques, excitation au marteau d'impact, mesure par microphones dans la cabine...). Différentes configurations de la cabine sont mesurées : *sans habillage* (autres que les IFF collés sur le plancher), puis en répétant les mesures sur la cabine en l' *habillant* successivement avec panneau arrière, habillage plancher, pavillon... La méthodologie SmEdA avec matériaux dissipatifs a donc été transposée ici. Les modèles éléments finis des sous-systèmes découplés sont construits (voir figure II.30(a)) : sous-système structure (plancher, avec éventuellement les IFF) et sous-système acoustique (cavité intérieure cabine, avec éventuellement le matériau absorbant fibreux du panneau arrière). Le calcul du travail d'interaction modale à la surface de couplage (plancher) entre les modes des deux sous-systèmes est mené (voir une illustration à la figure II.30(b)) et le niveau moyen de pression acoustique dans la cabine est prédit pour différentes configurations (voir un exemple à la figure II.30(c) où on illustre l'influence importante des IFF collés au plancher diminuant d'environ 5 dB sur toute la gamme de fréquence le niveau de pression dans la cabine

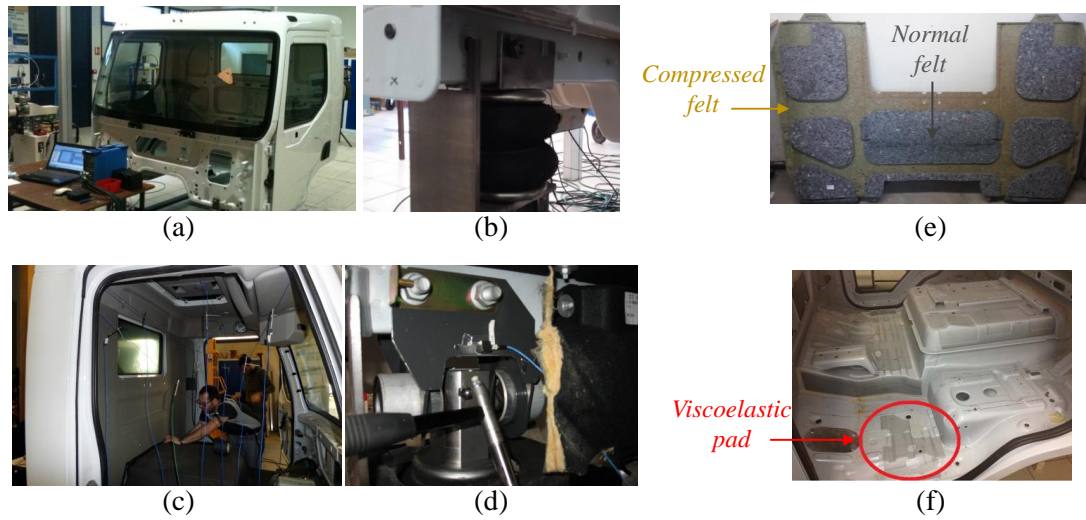


FIGURE II.29 – Campagne de mesure réalisée sur la cabine de référence Midlum Renault Trucks présentée en (a). (b) : Découplage par suspension pneumatique. (c) : Habitacle cabine avec microphones suspendus pour mesure de la pression acoustique. (d) : Excitation par marteau d’impact au longeron. (e) : Panneau arrière avec matériau absorbant fibreux compressé et non compressé. (f) : Plancher avec patch viscoélastique IFF. Figures extraites de [90].

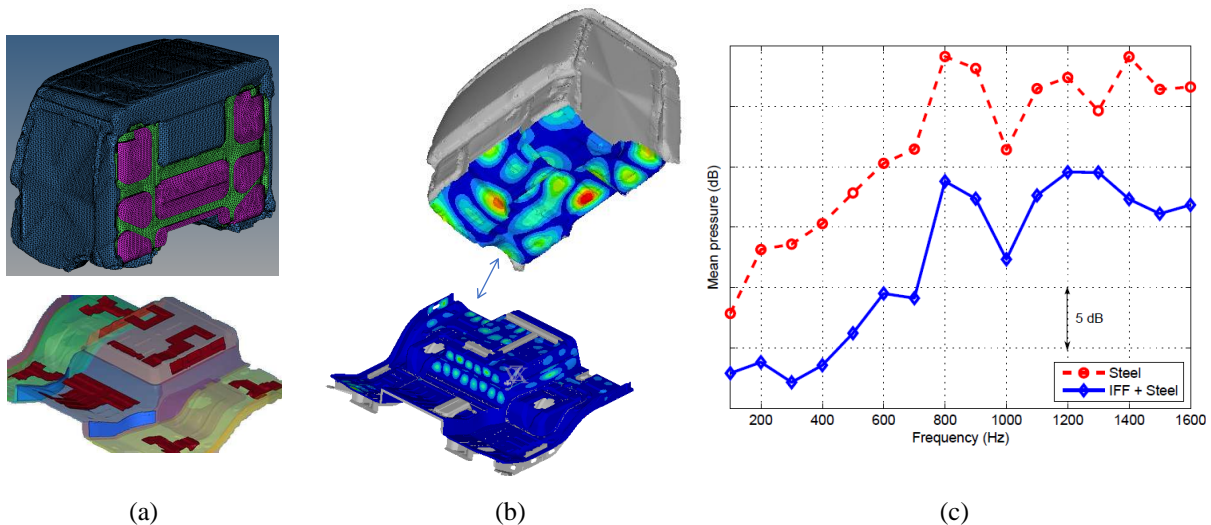


FIGURE II.30 – Illustration de la méthodologie SmEdA avec matériaux dissipatifs pour le système plancher-cabine. (a) Modèle éléments finis découplés des deux sous-systèmes. (b) Exemple de calcul du travail d’interaction modale à la surface de couplage. (c) Influence des IFF sur le niveau de pression acoustique calculé par SmEdA dans la cabine. Figures extraites de [90].

par rapport au cas où le plancher en acier serait sans patch amortissant). Ces niveaux calculés peuvent alors être comparés aux mesures pour les différentes configurations validant ainsi l’approche de modélisation (une illustration des comparaisons mesures/modèles sur le niveau dans la configuration sans et avec habillage panneau arrière est donné à la figure II.31). Enfin la méthode a été appliquée au modèle numérique de la cabine de camion allégée mise au point par le consortium CLIC (après substitution des aciers couramment utilisés par des aciers « haute »

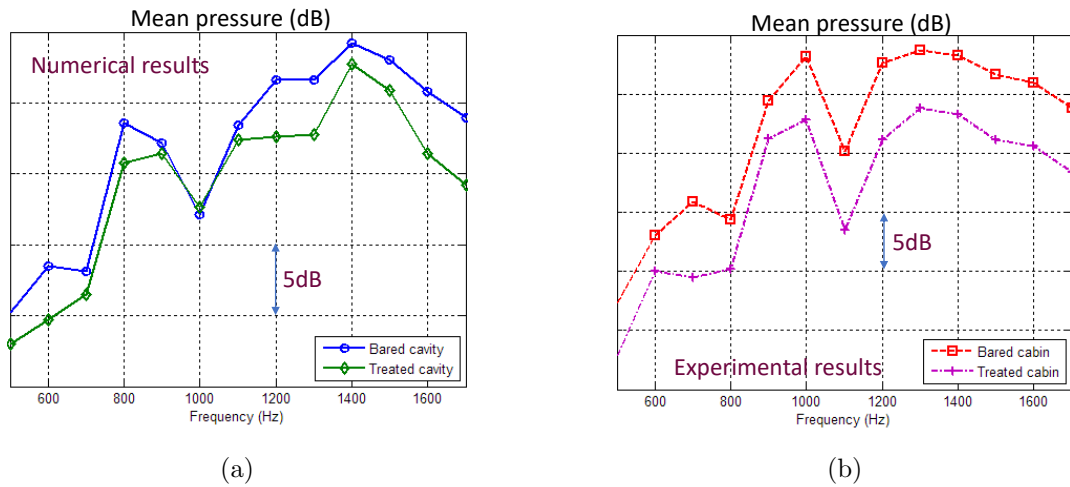


FIGURE II.31 – Illustration de l’influence de l’habillage panneau arrière de la cabine sur le niveau moyen de pression acoustique dans l’habitacle; comparaisons modèle/mesure. (a) : Résultats numériques. (b) Résultats expérimentaux. Figures extraites de [90].

et « très haute » limite élastique HLE/THLE) et a permis de prédire le niveau acoustique aux oreilles du conducteur pour cette nouvelle cabine (numérique). Deux articles faisant suite à la conférence ISNVH 2018 à Graz ont été publiés : le travail de postdoctorat de Youssef GERGES et la campagne de mesure avec Céline SANDIER au sein de l’article *SmEdA Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cab in the Mid-Frequency Range*, *SAE Technical Paper, 2018* [90] et des comparaisons basses-fréquences sur la cabine de référence entre mesures et modèle éléments finis vibroacoustique complet en étroite collaboration avec Fabien ACHER (ingénieur, Volvo Group) au sein de l’article *Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cabin in Low Frequency Range to Tackle the Challenge of Weight Reduction*, *SAE Technical Paper, 2018* [3].

L’étude de laboratoire sur le cas d’école plaque-cavité de la section précédente, et cette étude sur une structure complexe industrielle ont permis de mettre en lumière l’intérêt de notre méthode de prévision vibroacoustique aux moyennes fréquences pour le projet CLIC mais également pour des applications industrielles autres que le domaine automobile. Le principal souci dans l’applicabilité correcte et efficace des méthodologies prédictives énergétiques type SEA (et donc SmEdA en particulier) est d’alimenter les modèles par des paramètres matériaux vérifiés, cohérents et donc nécessairement validés par la mesure. L’amortissement est le point le plus problématique et nous avons démontré ici concrètement la nécessité de développer des méthodologies de caractérisations expérimentales large bande efficaces pour l’identification de ce paramètre clé, essentiel pour les modèles dynamiques équivalents en moyennes fréquences.

En termes d’expérience personnelle, ce projet CLIC a été l’occasion pour moi dès mon arrivée au LVA de collaborer de manière très étroite avec l’industrie : ArcelorMittal (avec Patrick WETTA), ACOEM Group (avec Pascal VOUAGNER), RenaultTrucks / Volvo Group (avec Fabien ACHER). J’ai directement pu appliquer les méthodes de caractérisation et de modélisation que je développe à des cas concrets industriels avec des notions de transferts et de valorisations forts pour notre domaine de recherche. Ces collaborations continuent d’ailleurs au travers de la *chaire Volvo* de l’INSA Lyon coordonnée par Didier RÉMOND (Prof. LAMCOS) à laquelle je participe. J’ai ainsi encadré plusieurs projets de fin d’études d’étudiants ingénieurs qui se sont déroulés au LVA, en collaboration avec Bertrand DOAT (ingénieur Volvo Group) pour la caractérisation de matériaux absorbants par méthode inverse vibratoire (RIC, en l’occurrence),

et toujours à des fins d'alimentation de modèles éléments finis (projet d'Antoine KAIROUZ notamment, section II.1.4).

#### II.4.4 Prise en compte des modes non résonants dans SmEdA [89]

Pour conclure cette section traitant des méthodes équivalentes énergétiques et de manière annexe au projet précédent, j'ai pu collaborer avec Laurent MAXIT, Nicolas TOTARO et Jean-Louis GUYADER à l'extension de SmEdA pour la prise en compte des modes dits *non résonants*. On peut rappeler en effet que dans les méthodes type SEA on tronque en pratique systématiquement les analyses à des bandes fréquentielles finies (tiers d'octaves typiquement), en supposant implicitement que seuls les échanges d'énergie faisant intervenir les modes *résonants* dans ces bandes fréquentielles doivent être pris en compte (en négligeant donc les transmissions *non résonantes*). Si cette hypothèse est acceptable dans le cas de couplage type plaque-cavité il a été montré qu'elle n'est plus vérifiée lorsque l'on considère par exemple des problématiques de calcul d'indice d'affaiblissement acoustique (*transmission loss* TL) de parois pour un système de deux cavités couplées par une plaque, pour des fréquences en dessous de la fréquence critique de la plaque [29].

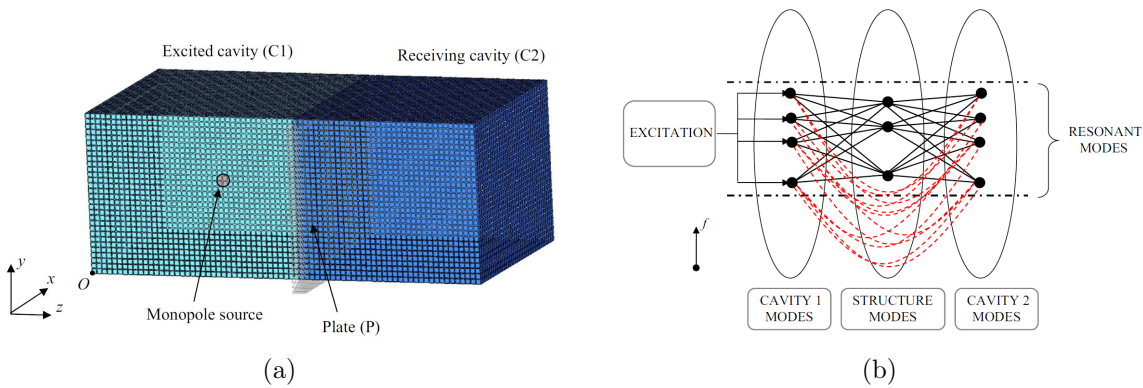


FIGURE II.32 – Système cavité/plaque/cavité considéré. (a) Modèles éléments finis des trois sous-systèmes. (b) Illustration de la prise en compte des modes non résonants de plaque dans SmEdA par couplages directs en raideurs (lignes pointillées rouges) entre les modes résonants des deux cavités. Figures extraites de [89].

Nous avons alors étendu la méthode SmEdA à la prise en compte des modes (basses-fréquences) non résonants du sous-système structure dans l'article *Non resonant transmission modelling with Statistical modal Energy distribution Analysis, JSV, 333(2), 2015* [89] dans le cas du couplage cavité/plaque/cavité présenté à la figure II.32a. La méthodologie a consisté à modéliser dans les équations SmEdA la contribution de ces modes non résonants basses fréquences de plaque par des couplages directs en raideurs entre les modes résonants des deux cavités (couplages illustrés sur la figure II.32b). On illustre ici la correction apportée par la prise en compte de ces transmissions non résonantes à la figure II.33 où l'on compare les indices d'affaiblissement estimés par SmEdA (en termes de rapport d'énergie entre la première et la seconde cavité  $E_{C1}/E_{C2}$ ) pour le cas d'une paroi homogène II.33a et d'une paroi raidie II.33b sans et avec les modes non résonants. L'erreur importante (pouvant aller jusqu'à une dizaine de dB) qui peut être faite en dessous de la fréquence critique de la plaque par les méthodes énergétiques moyennes fréquences usuelles ne prenant pas compte cette contribution supplémentaire à la transmission acoustique entre les cavités valide l'importance de l'extension de SmEdA présentée ici.

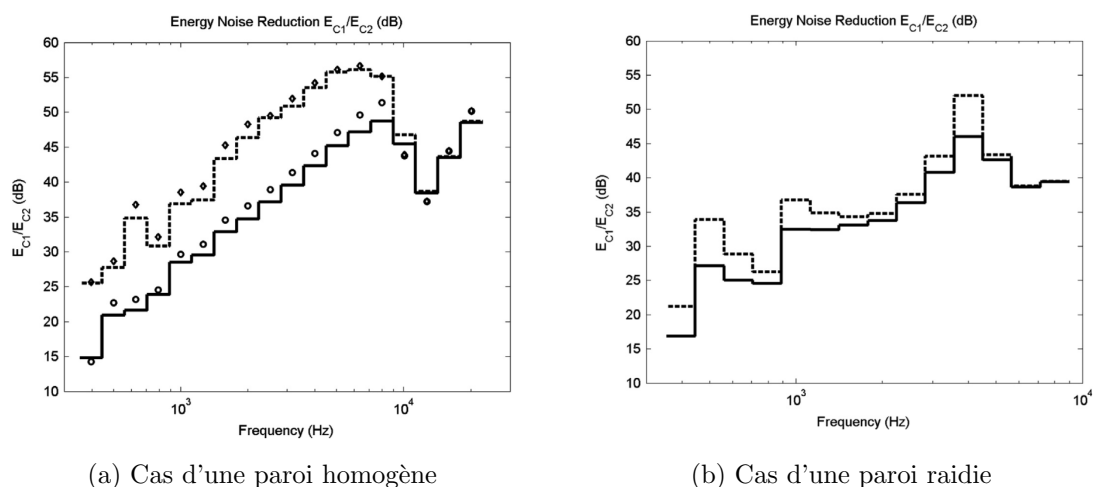


FIGURE II.33 – Illustration de la correction apportée par la prise en compte des transmissions non résonnantes dans SmEdA sur l'indice d'affaiblissement  $E_{C1}/E_{C2}$ . (a) Paroi homogène. (b) Paroi raidie. Lignes continues : Calculs avec transmissions non résonnantes. Lignes pointillées : Calculs sans transmissions non résonnantes. Figures extraites de [89], où le détail de chaque estimation est précisée.

## II.5 Prise en compte des effets thermovisqueux dans la modélisation d'un microphone MEMS [126]

Pour conclure ce chapitre, ma dernière sous-thématique de recherche en modélisation dynamique équivalente concerne une problématique scientifique plus annexe et indépendamment moins conséquente (en termes de durée et de projets engagés) que les premiers axes. Elle porte sur la modélisation de la vibroacoustique des microphones MEMS et la prise en compte des effets thermovisqueux. Ainsi, le projet ANR MADNEMS (*Microphone A Détection par jauge NEMS* 2011-2014) au sein duquel je suis intervenu en collaboration avec le CEA LETI et Emmanuel REDON (MCF, LVA) concernait le développement et la réalisation d'un microphone piézo-resistif miniature innovant basé sur le déplacement de poutres oscillantes dans le plan du capteur avec une détection réalisée à l'aide de jauges de contrainte de type nanofils de silicium (technologie M&NEMS) de grande sensibilité placées à proximité de l'axe de rotation des poutres (voir les vues en coupe du capteur présentées aux figure II.34(a) et (b)). La prédiction de la sensibilité de ce type de capteur nécessite une modélisation fine du comportement acoustique de l'air contenu dans le micro-système. Elle doit notamment prendre en compte les phénomènes de diffusion thermique et visqueuse influents à cette échelle (dans les interstices au dessus et en dessous de chaque poutre) pour être en mesure de déterminer avec précision la distribution des contraintes s'exerçant sur les structures mécaniques sensibles. Au cours des contrats postdoctoraux de Thierry VERDOT et Cécile GUIANVARC'H (20212-2013) au LVA, un modèle vibroacoustique éléments finis (couplage fluide/structure incluant les effets thermovisqueux<sup>30</sup>) a été implémenté sous COMSOL (figure II.34(c)) et comparé avec succès à une approche analytique à constantes localisées *lumped element*. Il a été possible alors d'étudier finement l'influence de la géométrie et des différentes parties du transducteur sur sa sensibilité en pression et sa réponse en fréquence, afin d'en optimiser son dimensionnement. La figure II.34(d) est un exemple

30. Discrétisation de la formulation variationnelle du modèle *Full Linearized Navier-Stokes* FLNS [64].

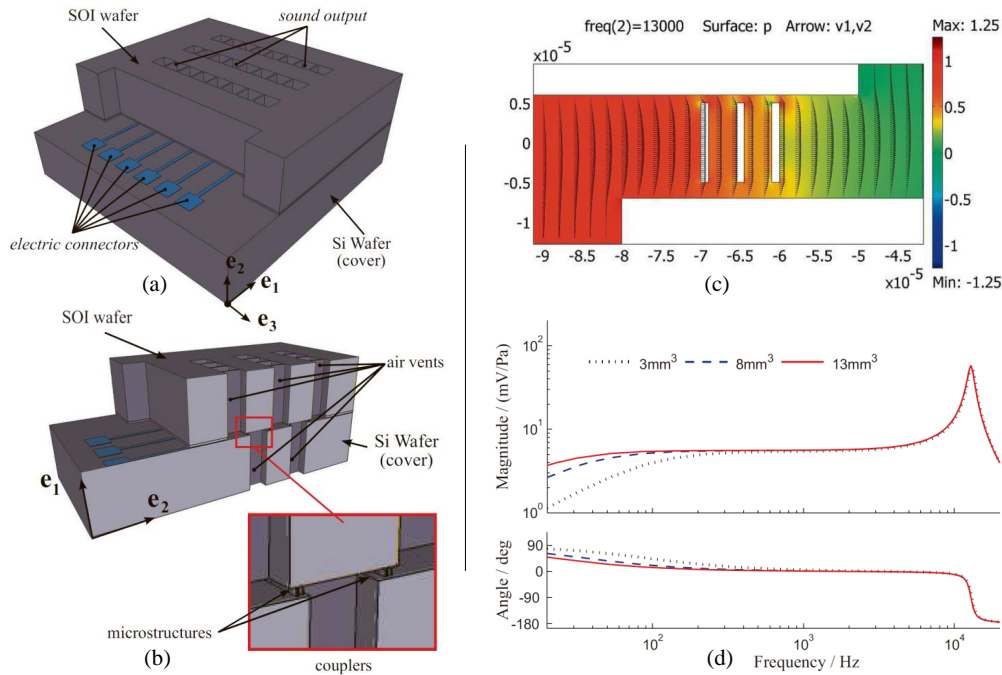


FIGURE II.34 – Illustration de l'étude vibroacoustique d'un microphone MEMS. (a) Vue globale du capteur (b) vue en coupe dans l'épaisseur. (c) Champs de pression (couleurs) et de vitesse (flèches) prédits par le modèle éléments finis équivalent incluant les effets thermovisqueux pour une poutre mobile avec une section en treillis à  $f = 13$  kHz (d) Influence du volume arrière du capteur sur sa sensibilité en pression. Figures extraites de [126].

d'étude paramétrique rendue possible grâce à notre modèle équivalent, prédisant la sensibilité en pression du capteur (définie comme le rapport de la variation de tension en sortie sur la pression acoustique incidente) pour différents volumes arrière du microphone MEMS.

Ces travaux ont été synthétisés dans l'article *Microphone with planar nano-gauge detection : fluid-structure coupling including thermoviscous effects*, AAA, 102(3), 2016 [126] où le lecteur pourra trouver les détails techniques de cette modélisation équivalente éléments finis.

## II.6 Conclusion

Ce chapitre, volet modélisation de mon dossier de recherche, a synthétisé les différentes approches équivalentes que j'ai proposées au cours de mon parcours scientifique pour modéliser la dynamique de systèmes complexes en large bande fréquentielle. À travers les trois thèses de doctorats que j'ai encadrées - HaDong HWANG sur les matériaux dissipatifs dans les méthodes énergétiques, Benjamin TRÉVISAN sur le développement de modèle analytique variationnel pour les structures raidies, Fabien MARCHETTI sur les plaques multicouches anisotropes - et les publications qui ont fait suites, j'ai pu montrer l'apport des modèles réduits (à peu de paramètres) pour la compréhension de la physique des phénomènes mis en jeu, ainsi que pour les études prédictives et paramétriques.

La modélisation de l'amortissement large bande est un des points centraux de ma recherche et il me semble que les considérations théoriques proposées grâce au travail remarquable de Fabien MARCHETTI autour de l'unification des définitions de l'amortissement dynamique consti-

tuent un apport assez original et apportent un nouvel éclairage à la littérature. Ces avancées permettent de faire un pas de plus vers l'optimisation des performances vibroacoustiques des structures et seront mises à profit dans mon projet de recherche présenté au chapitre suivant pour le design de matériaux raides et amortissants en particulier.





# Chapitre III

## Projet et perspectives

L'objectif de ce dernier chapitre de mon manuscrit d'HDR est de présenter mon projet de recherche à court et moyen terme, dans lequel je détaillerai les potentiels développements de mes thématiques de recherche et également les nouveaux axes, questionnements scientifiques, et directions à explorer qu'ouvrent mes travaux exposés dans les deux chapitres précédents.

Certaines perspectives de recherches sont basées sur les collaborations et thèses très récemment démarrées, et certains résultats évoqués ne sont pas encore publiés.

### III.1 Structures complexes, interfaces, amortissement, et identifications large bande

Les thématiques que je souhaite développer à court terme portent logiquement sur la modélisation vibroacoustique et la caractérisation large bande de structures multicouches avec modélisation fine des interfaces. En particulier l'identification de l'amortissement (facteur de perte équivalent) des structures complexes est au cœur de mes préoccupations scientifiques actuelles, et je souhaiterais contribuer au développement de cette thématique de recherche au sein du LVA, en couplant modélisations analytiques et numériques aux méthodes expérimentales de caractérisation large bande. C'est donc tout d'abord, en continuité des travaux entrepris jusqu'à maintenant que je me positionne.

#### III.1.1 Interfaces

Du point de vue de la modélisation des multicouches, des verrous scientifiques subsistent au sein de la communauté lorsqu'il s'agit de modéliser aisément des structures où plusieurs couches homogénéisées sont couplées entre elles de manière *non conventionnelles* (non idéales, sans conditions parfaites de continuités de contraintes ou de déplacements<sup>31</sup>). Ces conditions *non conventionnelles* peuvent être par exemple des conditions de glissement partiel entre les couches (qui tend à augmenter la dissipation pour une sollicitation en flexion) ou la présence de décollement et d'hétérogénéités locales (qui peuvent créer un phénomène supplémentaire nécessitant une description multi-échelle des phénomènes vibratoires) ou encore des couplages non-linéaires. Le travail de doctorat de Nicolas AUQUIER qui a débuté à l'automne 2020, en co-encadrement avec Emmanuel GOURDON (LTDS, ENTPE) sur financement CeLyA a pour

---

31. Le modèle de multicouche anisotrope que j'ai détaillé en section II.3 par exemple fait l'hypothèse forte de continuités parfaites entre les couches pour établir le champs de déplacement (équation II.18) de n'importe quelle couche  $n$  en fonction de la première.

but d'apporter le formalisme théorique nécessaire à la description de ces phénomènes locaux, et de répondre ainsi aux problématiques rencontrées couramment avec ce type de structures, dans l'industrie notamment. Des premiers résultats ont été présentés par Nicolas AUQUIER lors de la conférence internationale SAPEM 2021 [7], où la méthodologie basée sur les travaux théoriques de MASSABÒ - modélisant les conditions d'interfaces imparfaites de type *glissement* ou *délamination* comme des sauts de déplacements [86] - a été adaptée et intégrée au modèle de plaque équivalente anisotrope de GUYADER-MARCHETTI. Des poutres tricouches avec différentes qualités de collage entre les peaux métalliques ont été conçues au LVA et des premiers résultats d'identification par méthode RIC ont été très récemment obtenus. Le travail de mesure et les investigations se poursuivent afin de mettre en place le formalisme nécessaire pour traduire mathématiquement et proprement les conditions d'interfaces réalisées expérimentalement. Une fois que ce travail de laboratoire sur des poutres tricouches aura abouti, nous étendrons l'approche à des échantillons représentatifs des problématiques vibroacoustiques rencontrées dans l'industrie - multicouches avec interfaces non conventionnelles utilisés dans différents secteurs industriels (aéronautique/aérospatial, automobile, ferroviaire, bâtiment...) - qui nous seront fournis par l'entreprise MATELYS Research Lab avec qui ce travail est mené en collaboration.

### III.1.2 Modélisation de l'amortissement

Toujours concernant la modélisation des structures complexes, je souhaiterais me focaliser en particulier sur la modélisation de l'amortissement, ou plutôt *les* modélisations de l'amortissement. Nous avons pu montrer au cours de la thèse de Fabien MARCHETTI, que plusieurs visions coexistent pour définir cette quantité, et qu'il est possible de les comparer et les *unifier*, qu'elles soient temporelles, spatiales, énergétiques, ou qu'elles soient *équivalentes* (c'est-à-dire définies sous le formalisme d'une équation de dispersion de la structure considérée). La formulation originelle reliant facteur de perte structural  $\eta$  et amortissement spatial  $\gamma$  proposée par LYON fait intervenir le rapport des vitesses de groupe et de phase d'un milieu donné (comme rappelé à l'équation II.26), quantités intrinsèques à la vision ondulatoire et propagative des phénomènes dynamiques dans ces structures. L'approche que nous avons proposée pourrait ainsi être étendue à d'autres structures que des plaques spatialement homogènes, présentant des évolutions complexes des vitesses des ondes, comme c'est le cas dans différents types de matériaux périodiques étudiés par la communauté (appelés très souvent et peut être de manière un peu abusive *métamatériaux*) pour lesquels des singularités et des comportements exotiques sur les vitesses de groupe et de phase sont observés au sein de ce qui est appelé *bandes interdites*. Le travail d'unification des définitions de l'amortissement que j'entreprends dans ma recherche permettrait alors de répondre à des questions de fond sur la modélisation de ces matériaux, où les relations entre propagation, amortissement spatial, et pertes internes sont problématiques et souvent mal posées. On sera alors en mesure de pouvoir valider les modèles de dissipation dans ces structures complexes par des estimations expérimentales de l'amortissement suivant les démarches similaires exposées dans le premier chapitre de mon dossier recherche.

Du point de vue théorique, une autre difficulté qui se pose à la communauté est la modélisation des structures à très fort amortissement (pour des facteurs de pertes s'approchant de 1 voire les dépassant). Une seconde formulation proposée par Fabien MARCHETTI dans sa thèse [75] a permis de prédire plus précisément l'amortissement d'un système complexe lorsque les dissipations sont fortes, en tenant compte de l'ordre deux - en  $(\gamma \frac{c_g}{c_\phi})^2$  - dans l'écriture du facteur de

perte structural  $\eta$  (par formulation spatiale), soit :

$$\eta = \frac{\text{Im}((\omega + j\Delta\omega)^2)}{\text{Re}((\omega + j\Delta\omega)^2)} = \frac{2\omega\Delta\omega}{\omega^2 - \Delta\omega^2} = \frac{2\omega c_g \Delta k}{\omega^2 - c_g^2 \Delta k^2} = -\frac{2\omega c_g \gamma k}{\omega^2 - c_g^2 \gamma^2 k^2} = -\frac{2r\gamma}{1 - r^2 \gamma^2} \quad (\text{III.1})$$

avec  $r = \frac{c_g}{c_\phi}$ . Des simulations très récentes, en collaboration avec Fabien CHEVILLOTTE (MATELYS) et Morvan OUISSE (FEMTO-ST, ENSMM) ont montré que cette écriture permettait de corriger les approches usuelles de la littérature - basées sur l'hypothèses  $\eta \ll 1$  (notamment le modèle RKU) - et par exemple de prédire analytiquement les mêmes ordres de grandeurs des très forts amortissements mesurés lors des travaux doctoraux de Pauline BUTAUD [23] (FEMTO-ST) sur des plaques sandwichs à cœur polymère à mémoire de forme *tBA/PEGDMA* dont l'âme viscoélastique peut présenter des facteurs de pertes dépassant les 200% (lorsque le matériau est chauffé à des températures de l'ordre de 70-80°C). L'utilisation de cette nouvelle formulation corrigée (équation III.1) pour la modélisation et le design de structures ultra-amortissantes est une perspective intéressante à poursuivre à court terme.

### III.1.3 Architecturation des matériaux et fonctionnalisation structurelle

Dans la continuité des deux précédents paragraphes, mon projet consistera alors à m'attaquer à une problématique d'actualité pour la communauté qui est précisément d'arriver à concevoir des matériaux aux performances vibroacoustiques souhaitées et prédites en amont. Dans le contexte industriel du transport, et du bâtiment notamment, le challenge reste, logiquement, de concevoir un matériau aux performances qui peuvent sembler contradictoires : léger mais raide, et amortissant. Cela passe par un pilotage local en raideur et en amortissement du matériau, pour un design de ses caractéristiques vibroacoustiques par bandes de fréquences.

En particulier nous avons montré lors du projet Carnot MHYRIAM (détaillé à la section II.3.3 en collaboration avec Renaud RINALDI du laboratoire MATEIS) qu'il était possible de contrôler localement sur nos multicouches métalliques à âme silicone les propriétés de raideur et d'amortissement ainsi que les variations (ou *gradients*) de ces grandeurs, à l'aide de masques intercalés entre une source UV et le matériau silicone. Cette démarche expérimentale ouvre la porte à l'optimisation de matériaux en fonction de l'application visée. Le pilotage des *gradients* de raideur et d'amortissement est de plus tout à fait intéressant et pertinent dans le sens qu'il permet d'entrevoir le développement de solutions type *pièges à ondes vibratoires* dont la communauté est demandeuse actuellement<sup>32</sup>. À l'aide de modèle analytique prédictifs tels que ceux que je développe il est alors possible d'effectuer aisément des études paramétriques (comme celle présentée à la figure III.1) pour dimensionner le matériau en amont. On voit d'ailleurs sur cette figure que ces solutions tricouches optimisées (idéales en termes de rapport rigidité/masse et amortissement/masse), peuvent être particulièrement efficaces pour le contrôle passif des vibrations en basses/très basses fréquences (zone de cisaillement optimal entre 10 et 100 Hz avec des facteurs de pertes du système pouvant atteindre 40% sur l'exemple présenté à la figure III.1c)), là où des métamatériaux usuels sont souvent inefficaces dans ce domaine fréquentiel. Les applications de nos travaux pour des problématiques de réduction de bruit basses fréquences (voire pour des problématiques de transparence acoustique) de structures planes de grandes dimensions, vibrant fortement dans ce domaine de fréquences - du types châssis automobile et ferroviaire,

32. Voir par exemple le succès du *workshop ABH2018* traitant des trous noirs acoustiques et des plaques structurées organisé au LAUM en 2018 <https://abh2018.sciencesconf.org/> par François GAUTIER, Adrien PELAT et Vicente ROMERO GARCÍA notamment, ou tout simplement la multitude d'articles de journaux récents ayant pour mots-clés *acoustic black holes*.

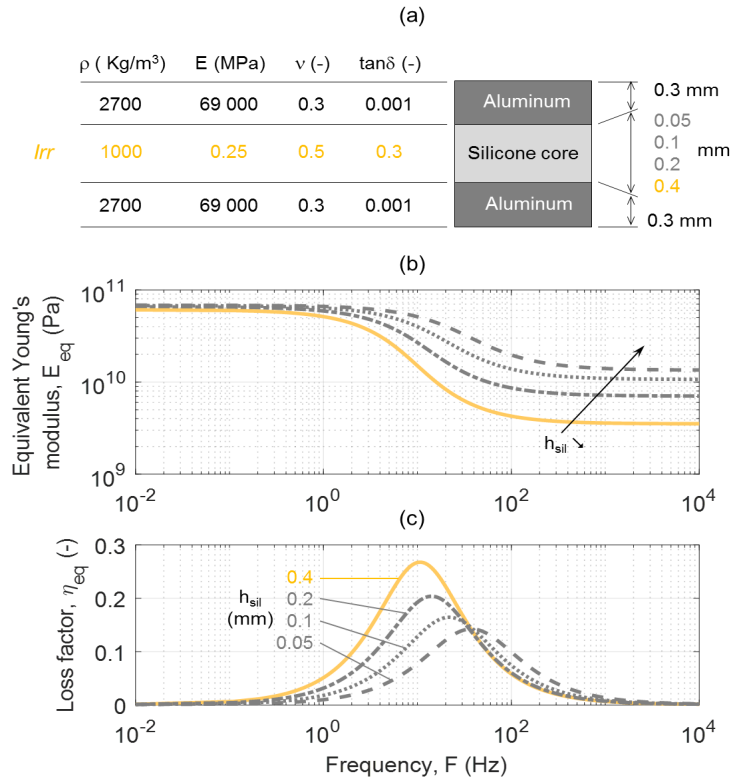


FIGURE III.1 – Influence de l'épaisseur  $h_{sil}$  de l'âme silicone sur les performances en raideur et amortissement de tricouches métal-silicone. (a) Propriétés matériaux et paramètres géométriques du tricouche avec 4 différentes épaisseurs de l'âme. (b) Rigidité équivalente. (c) Facteur de perte équivalent. Figures extraites de [51].

fuselages ou parois aéronautiques par exemples - sont autant de perspectives industrielles qui pourront être explorées à court terme. Du point de vue académique nous pourrions lancer des travaux communs entre le LVA, MATEIS (Renaud RINALDI) et le FEMTO-ST qui possède une solution tout à fait originale de contrôle local des paramètres mécaniques par application d'un gradient de température (éventuellement en temps réel) sur des structures multicouches à âme polymère à mémoire de forme (évoquées ci-dessus), et qui a fait ses preuves au cours des travaux publiés par Pauline BUTAUD et Morvan OUISSE notamment (voir par exemple [24]). Enfin du point de vue fondamental et théorique, une collaboration sur cette thématique de la fonctionnalisation de matériaux pour la vibroacoustique pourrait être construite avec Nicolas AUFRAY et Giuseppe ROSI du laboratoire MSME (UPEM) qui développent des modèles généralisés poussés pour l'étude de la propagation d'ondes dans les structures périodiques et architecturées (voir [6] par exemple).

Enfin grâce notamment au travail de doctorat de Nicolas AUQUIER sur les interfaces complexes évoqué plus haut - une fois la gestion de leur modélisation résolue - la programmation du comportement dynamique des multicouches pourra être réalisée via l'architecturation spatiale des interfaces en elles-mêmes cette fois, et la gestion de leurs hétérogénéités locales (glissement / décollements partiels, inclusions...). La fonctionnalisation structurelle qui en découle - prédite par modèles équivalents simplifiés - permettra là encore et de manière tout à fait originale le traitement robuste des problèmes acoustiques et vibratoires.

### III.1.4 Identification des structures en large bande, modes propagatifs, et applications possibles en contrôle des structures

Par ailleurs, de manière conjointe et complémentaires aux avancées en modélisations équivalentes envisagées plus haut, je souhaiterais poursuivre mon développement de techniques expérimentales entrepris depuis une dizaine d'années, pour la caractérisation large bande de ces structures complexes (sandwichs, multicouches, composites visco et poroélastiques) en vue de l'identification de paramètres et d'indicateurs *équivalents* : nombre d'ondes / courbes de dispersion / raideurs équivalentes / facteurs de pertes, mais aussi densité modale / admittance équivalente / zone de coïncidence / pertes par transmission... Mon expertise en techniques de caractérisations large bande me permet d'envisager le couplage de méthodes de mesures assez diverses, développées au LVA mais pas seulement, et adaptées à différentes gammes de fréquences via différents protocoles expérimentaux. Ainsi il sera envisagé de coupler des méthodes basses fréquences (analyse modale), moyennes fréquences (HRMA), hautes fréquences large bande (identification des nombres d'onde complexes par méthode IWC / fonction de Hankel / méthode RIC / méthode VFM / HRWA), aux techniques ultrasonores pour les domaines de fréquences supérieurs à l'audible. Pour y arriver, la récente extension du vibromètre laser à balayage PSV-400 du laboratoire vers les ultrasons (fréquence d'excitation et de mesure maximale étendue maintenant à 24 MHz) sera mis à profit, et permettra d'unifier ces méthodologies et asseoir une collaboration (déjà existante) avec les collègues spécialisés en ultrasons au laboratoire (notamment Thomas MONNIER pour l'utilisation du formalisme des ondes de Lamb dans les stratifiés anisotropes). À cela s'ajoute la possible acquisition prochaine via financement CeLyA d'un vibromètre laser PSV-500 à balayage infrarouge *Xtra* (basé à l'École Centrale de Lyon), permettant d'augmenter grandement le rapport signal sur bruit lors de mesures vibratoires de matériaux à surfaces pas ou peu réfléchissantes ; idéal donc pour la mesure précise de matériaux composites difficilement caractérisables avec le PSV-400 actuellement au laboratoire. Dans cette thématique expérimentale, je souhaiterais logiquement poursuivre et étendre mes collaborations locales mises en places ces dernières années (Quentin LECLÈRE (LVA), Renaud RINALDI (MATEIS), l'entreprise MATELYS), collaborations nationales (Pierre MARGERIT (récemment recruté au CNRS en tant que chargé de recherche au PIMM ENSAM), Marc RÉBILLAT du même laboratoire), ainsi que les collaborations internationales avec le KU Leuven (Bert ROOZEN), l'Université du Ghent (Mathias KERSEMANS, Joost SEGERS) et également le GAUS de l'Université de Sherbrooke (Alain BERRY, sur la problématique de comparaison CFAT/VFM, voir plus bas).

Dans le cadre de la collaboration avec Bert ROOZEN et Quentin LECLÈRE effective depuis plusieurs années, nous nous sommes posés la question au cours de la thèse de Fabien MARCHETTI, de la séparation expérimentale des différents *modes*<sup>33</sup> de la structure en envisageant une passerelle vers la communauté des *ultrasons* et du *contrôle non destructif*. Les trois figures qui suivent, illustrent les mesures effectuées sur le même sandwich nid d'abeille qu'étudié à la section 1.3.3 par excitation très hautes fréquences au laser Nd :YAG et par mesure via deux vibromètres laser monopoints écartés d'un petit angle (voir la figure III.2) afin de pouvoir séparer les contributions transverses (somme des deux vitesses) à la figure III.3, des contributions membranaires (soustraction des deux vitesses) à la figure III.4. Sur la figure III.3 la séparation possible des modes antisymétrique A0 (mode de *flexion*) et symétrique S0 (mode de *respiration*) semble acquise (mesures en accord avec le modèle de Lamb, dont les prédictions sont superposées en traits pointillés bleus). Cette séparation expérimentale A0-S0 qui intéresse de manière poussée la communauté *CND* et *ultrasons* (voir par exemple la thèse en cours de Shuanglin GUO [54]

33. Dans ce paragraphe, la terminologie *mode* est prise dans le sens *courbe de dispersion* ou *onde*, comme utilisé par la communauté des *ultrasons* pour qualifier les *modes propagatifs* dans les structures.

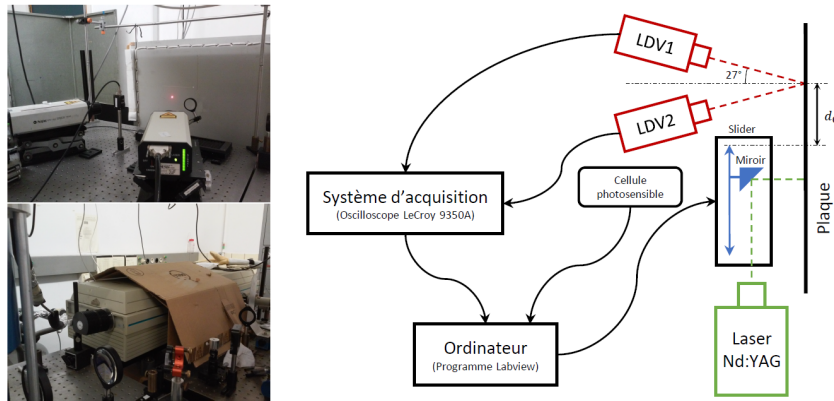


FIGURE III.2 – Protocole expérimental pour la mesure du déplacement transverse et membranaire du sandwich nid d’abeille. Excitation nd :YAG et mesures par deux vibromètres laser monopoints. Figures extraites de [75].

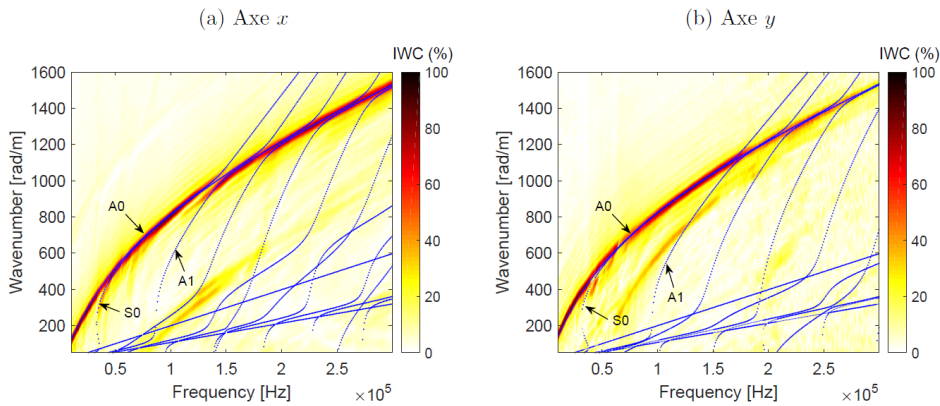


FIGURE III.3 – Identification des courbes de dispersions (méthode IWC) par analyse du champ de déplacement transverse mesuré suivant les axes  $x$  et  $y$  du sandwich nid d’abeille. Les courbes de dispersion du modèles des ondes de Lamb sont rajoutées en bleu. Figures extraites de [75].

encadrée par Marc RÉBILLAT et Nazih MECHBAL au PIMM ou les récents travaux de l’équipe de Joost SEGERS et Mathias KERSEMANS de l’UGent [113]), ouvre des perspectives intéressantes pour des problématiques d’inspection et détection de défauts dans les structures composites, dans le domaine ultrasonore. L’étude de l’atténuation des ondes du mode  $S_0$  constitue par exemple un des volets original du travail doctoral de Shuanglin GUO au PIMM qui porte sur la prédiction des atténuations des ondes de Lamb et de l’amortissement spatial, en les dérivant directement des équations de dispersion. Il serait ainsi assez simple d’y contribuer en étendant l’utilisation de notre formalisme reliant amortissement spatial et facteur de perte du matériau en fonction des vitesses de groupe et de phase (développé au cours de notre travail sur le mode de flexion  $A_0$ ) aux autres *modes* se propageant dans le milieu (antisymétrique  $S_0$  mais pas seulement), après séparation expérimentales des différentes courbes de dispersion grâce à l’utilisation de nos techniques d’identification large bande. L’estimation propre de ces amortissements spatiaux pourra nous guider efficacement en CND en termes de diagnostic pour le suivi et la prédiction des défauts de composites. Dans cette optique une nouvelle collaboration entre les collègues du

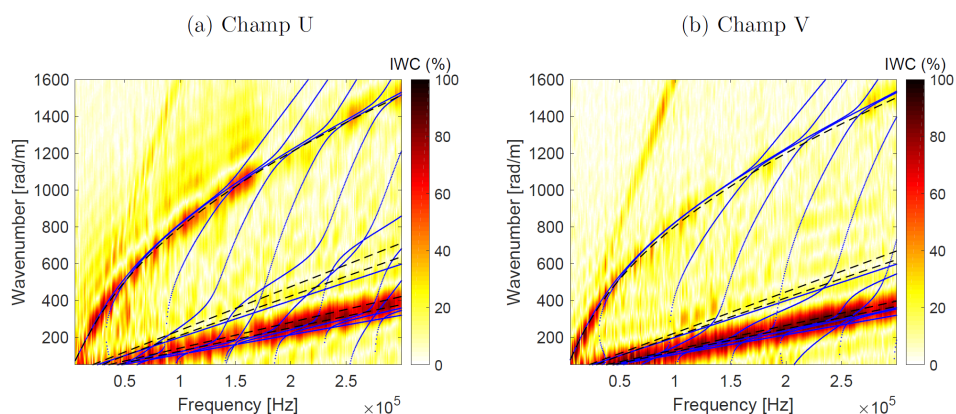


FIGURE III.4 – Identification des courbes de dispersions (méthode IWC) par : (a) analyse du champ de déplacement membranaire  $U$  suivant  $x$ , et (b) membranaire  $V$  suivant  $y$  sur le sandwich nid d’abeille. Les courbes de dispersion du modèles des ondes de Lamb sont rajoutées en bleu. Figures extraites de [75].

PIMM - Marc RÉBILLAT et Pierre MARGERIT - et moi-même pourrait être très rapidement mise en place au premier semestre 2022 autour d’un stage de master recherche M2 par exemple puis une thèse de doctorat sur ces problématiques expérimentales ultrasonores à l’automne 2022. Un projet européen, de plus grande envergure, en collaboration avec l’UGent (cité ci-dessus) ainsi que le KU Leuven (Bert ROOZEN) et l’équipe composite du TU Delft (Delft Aerospace Structures and Materials Laboratory) entres autres pourrait être envisagé.

Notons par ailleurs que, pour ce qui est du domaine fréquentiel audible, l’étude du mode symétrique constitue également une des limitations du modèle analytique de GUYADER-MARCHETTI (non pris en compte dans les équations analytiques). Le mode symétrique de déformation transverse d’une plaque peut avoir une influence non négligeable dans le rayonnement au dessus de la fréquence critique et la non prise en compte engendrerait des niveaux prédits rayonnés (basés seulement sur A0) inférieurs à la réalité et donc des conclusions erronées. Une collaboration sur ces questions est en cours, toujours avec Fabien MARCHETTI ainsi que Fabien CHEVILLOTTE et vise à prédire - outre le comportement vibratoire large bande, en dissipatif, de systèmes composites poroélastiques - les pertes par transmission (transmission loss factor, ou  $TL$ ) en tenant compte des modes *symétriques* du multicouche. Le formalisme retenu consiste à développer un modèle condensé du multicouche dans le formalisme TMM (*Transfer Matrix Method*) en décrivant les déformations de flexion et de respiration via une admittance antisymétrique et une admittance symétrique tel que proposé dans les travaux de DYM et LANG [35]. L’article *On the condensation of thick symmetric multilayer panels including dilatational motion*, *JSV*, 502, 2021 [78] détaille la modélisation analytique que nous avons développé. Ces travaux continuent et la collaboration se poursuit maintenant sur les aspects *validations expérimentales* sur des parois multicouches pour des problématique bâtiment notamment.

### III.1.5 Vers de nouvelles techniques d’identification large bande ?

La thèse de Nicolas MADINIER qui débutera à l’automne 2021 en co-tutelle entre le GAUS (Alain BERRY) et le LVA (Quentin LECLÈRE et moi-même) - laboratoires qui font tout deux partie de l’IRP CAC (International Research Project Centre Acoustique Jacques Cartier, anciennement Laboratoire International Associé LIA) - aura pour objectif de confronter et tenter



de faire progresser deux approches d'identification de structures que l'on pourrait qualifier de *cousines* que sont la méthode des champs virtuels (VFM, pour *Virtual Fiel Method*) [12] et la méthode RIC (exposée dans le premier chapitre de mon dossier recherche). La première utilise le principe des travaux virtuels (formulation *faible*, variationnelle) alors que la seconde nécessite la connaissance de l'équation *forte* (locale) qu'est l'équation du mouvement pour estimer les rigidités équivalentes de la structure. Toutes deux sont des méthodes vibratoires inverses traitant des mesures *plein-champs* de champs vibratoires. L'idée de la thèse de Nicolas MADINIER est alors d'appliquer ces techniques sur des panneaux complexes multicouches, anisotropes, éventuellement courbes, en cherchant à rendre possible la caractérisation et la cartographie fine de l'amortissement spatial ( $\theta$  dépendant), combinées à des mesures par vibrométrie laser Doppler ou par déflectométrie optique [93], ce qui est un vrai challenge. Par ailleurs le potentiel de développement de ces deux méthodologies RIC et VFM est grand, en particulier pour ce qui est du transfert vers le monde industriel qui est demandeur pour la caractérisation des structures *in situ* en particulier<sup>34</sup>. Le travail de Nicolas MADINIER devrait permettre de contribuer à valoriser ce transfert dans le cas d'applications industrielles dédiées.

Concernant les méthodologies de corrélation par fonction de Hankel sur des structures anisotropes, il serait intéressant de tenter de *casser* la limitation *orthotropie elliptique* évoquée à la section I.3.3 en utilisant par exemple des *bibliothèques* de fonctions de Green calculées numériquement à partir de profils de plan d'onde  $k(\omega, \theta)$  représentatifs des structures problématiques rencontrées. Aussi, il me semble important de démarrer à court terme une thèse théorique sur ce sujet, par exemple sur financement de type ministériel à l'automne 2022, après un stage master recherche M2 au printemps.

Sur ces mêmes techniques de corrélation par fonction de Hankel dans le cas anisotrope, nous avons également évoqué les difficultés à étendre l'approche *sources images* aux cas anisotropes, des phénomènes complexes de *réflexions d'ondes / diffractions / conversions d'ondes* pouvant apparaître sur les bords des structures finies (reliées de manière difficilement prévisible aux angles de propagations et directions principales du matériau). Un travail fondamental de recherche collaboratif via thèse en co-direction avec Quentin LECLÈRE et Bert ROOZEN est d'ores et déjà envisagé.

Par ailleurs une perspective que je souhaiterais poursuivre en collaboration avec Pierre MARGERIT concerne la méthode HRWA qu'il a développé. L'erreur de modélisation (type *onde plane*) du front d'onde pour des structures bidimensionnelles rend impossible la séparation de la contribution géométrique de la contribution intrinsèque (visqueuse) dans l'amortissement spatial identifié (nous avons abordé ce point en section I.3.5). La solution n'est pas simple (elle se pose d'ailleurs dans les mêmes termes dans le cas de la méthodologie IWC) et nécessite d'étudier précisément l'effet de la forme du front d'onde dans le champ propagé. Un travail mathématique et théorique est nécessaire pour entrevoir une réponse à cette question ; cela fait d'ailleurs partie d'un axe majeur du projet de recherche CNRS que Pierre MARGERIT souhaite étudier et développer à court terme au PIMM.

## III.2 Composites et instruments de musique

Depuis les années 1970-1980 et grâce aux travaux de HAINES en particulier sur la caractérisation des bois destinés à la lutherie [59] une multitude de brevets ont été publiés sur la substitu-

---

<sup>34</sup>. Concernant RIC, je peux préciser ici que plusieurs contrats industriels sont en cours au LVA ayant pour objectif de caractériser en raideur et en amortissement des structures multicouches au comportement dynamique fréquemment fortement dépendant, à l'aide de cette technique.

tion du bois par des structures composites mais relativement peu d'entre eux sont concluants et basés réellement sur une approche analytique du problème. Les questions que je me suis posées au cours de ma thèse, puis au cours du projet ANR MAESSTRO me permettent d'appréhender le problème via la notion de descripteurs globaux consistant par exemple à recopier la structure en termes de densité modale (et non via la recherche d'un mimétisme de chacune des fréquences propres comme on le voit parfois), ou de voir le couplage corde-table via la simple quantité *admittance moyenne* et le rayonnement via le *coefficient de rayonnement*<sup>35</sup>. Ces considérations sont autant de questionnement qui me permettent d'envisager la substitution du matériau de manière intelligente, prédictive et réaliste. Le travail que j'ai entrepris à l'X au cours de ma thèse, en collaboration avec Jean-François CARON sur le remplacement de la table d'harmonie d'un violon en épicéa par un sandwich balsa-fibre de lin [42] (voir la figure III.5) fut notre premier essai, qui s'est avéré particulièrement concluant, allant même au-delà de nos espérances. L'originalité de ce travail repose dans la recherche d'une même densité modale asymptotique (à



FIGURE III.5 – Violon dont la table d'harmonie d'origine en épicéa (à droite sur la photo) a été remplacée par une structure sandwich balsa/fibre de lin. Figure extraite de [42].

surface donnée) entre la table de substitution composite et la table d'harmonie d'origine, tout en conservant au mieux la position des premières fréquences propres. Par ailleurs la structure doit vérifier les critères : coefficient de rayonnement élevé et facteurs de pertes viscoélastiques comparables à ceux de l'épicéa.

Ma seconde expérience avec les matériaux composites pour la facture instrumentale est encore en cours, et porte sur le remplacement de la table d'harmonie du piano SP190 par un sandwich épicéa-carbone (détaillé à la section II.2.3.2 de mon dossier recherche) en collaboration avec Pierre MARGERIT.

Fort de ces expériences je souhaiterais inclure dans mon projet de recherche cette problématique du remplacement du matériau bois pour la lutherie par des structures composites en me focalisant notamment sur la question de la reproduction des propriétés de dissipations viscoélastiques fréquemment dépendantes du bois (point encore non complètement résolu sur le plan théorique lors du remplacement d'une structure homogène par un matériau multicouche). La

35. On pourra renvoyer le lecteur aux travaux de BARLOW [11] qui permet d'apprécier l'importance de ce paramètre  $R = (\sqrt{E_L E_R} / \rho^3)^{1/2}$  (appelé également paramètre de SHELENG [111], dépendant simplement de la densité  $\rho$  du matériau et de ses modules de Young longitudinaux  $E_L$  et radiaux  $E_R$ ) pour le couplage fluide-structure de la table d'harmonie d'un instrument à corde et pour la maximisation de sa puissance acoustique rayonnée.

collaboration mise en place au cours du projet MAESSTRO pourrait être reconduite autour de Pierre MARGERIT, avec l'équipe des Ponts et Chaussées (Jean-François CARON et Arthur LE-BÉE), ainsi que Xavier BOUTILLON du LMS et bien sûr le facteur Stephen PAULELLO qui a pour objectif à très court terme - on peut le rappeler - d'insérer la table *SP190 Composite* dans un de ses pianos. La question du remplacement par des matériaux biosourcés, d'origine naturelle - comme entrepris sur le violon en fibre de lin - est un point central du projet. Ces considérations environnementales et écologiques sont d'ailleurs au cœur du travail de recherche de Romain VIALA (responsable du pôle innovation à l'ITEMM), voir notamment [127] et [128]. Chercheur associé au LAUM depuis 2021 et en collaboration étroite avec Frédéric ABLITZER et François GAUTIER de la thématique *acoustique musicale* du LAUM, Romain VIALA a acquis une expérience tout à fait unique sur ces questions de remplacement du bois par des structures biosourcées en créant plusieurs guitares composites. La collaboration qui serait envisagée, sous la forme d'un projet ANR par exemple, pourrait ainsi englober en plus du consortium (PIMM-NAVIER-LMS-LVA) cité ci-dessus, l'ITEMM et le LAUM, dans la continuité et sur le même modèle que les projets ANR PAFI<sup>36</sup> et MAESSTRO.

### III.3 Approches équivalentes en moyennes fréquences

Sur le volet des méthodologies prédictives énergétiques et comme évoqué dans mon dossier recherche, le principal souci dans l'applicabilité de ces méthodes prévisionnelles est d'identifier au préalable les quantités *facteurs de pertes* des sous-systèmes, mais également *densité modale*. Mon travail expérimental permet me semble-t-il d'ouvrir des perspectives intéressantes pour l'identification de ces quantités problématiques, en y apportant un nouvel éclairage.

De manière concrète, concernant l'estimation de la densité modale, paramètre essentiel de méthodes énergétiques (tout comme de la *mean-value method* de SKUDRZYK), un développement possible à très court terme est par exemple d'exploiter le plan d'onde pour l'estimation de cette quantité par intégration numérique, une fois les courbes de dispersion identifiées par l'une ou l'autre des méthodologies expérimentales HRWA/RIC/Hankel. La relation simple, tirée des travaux de COURANT [28] puis reprise plus récemment par WILKINSON [130] ou LANGLEY [68] entres autres, qui s'écrit par exemple pour une structure bidimensionnelle de surface  $S$  :

$$n(\omega) = \frac{S}{2\pi^2} \int_0^\pi k(\omega, \theta) \frac{dk(\omega, \theta)}{d\omega} d\theta \quad (\text{III.2})$$

montre tout son potentiel pour l'estimation de la densité modale  $n(\omega)$ , à condition de connaître au préalable la courbe de dispersion  $k(\omega, \theta)$ . Cela permettrait donc directement d'estimer expérimentalement la densité modale d'un système complexe non modélisable facilement, sans avoir à *compter* les modes, mais simplement grâce à la connaissance expérimentale du plan d'onde.

De manière générale les développements dans cet axe de recherche se feraient en collaboration avec les collègues de l'axe *moyennes fréquences* du laboratoire (Nicolas TOTARO et Laurent MAXIT) ainsi que par exemple - pour des applications industrielles - Youssef GERGES, récemment embauché dans le bureau d'étude ACOUPHEN-GAMBA, et qui était un maillon fort du projet CLIC. Outre les méthodologies type SEA, comme SmEdA, une idée serait par exemple de progresser dans le transfert vers l'industrie des approches équivalentes de type modèle *synthétique*, *minimal* qu'est la méthode de la valeur moyenne de SKUDRZYK, encore assez peu connue et utilisée me semble-t-il.

---

36. Plateforme d'aide à la facture instrumentale <https://pafi.univ-lemans.fr/>.

### III.4 Non-linéarités en dynamique

Mes travaux concernant les non-linéarités en dynamique ont volontairement été laissés de côté dans mon dossier recherche pour conserver une cohérence globale à ce document. Néanmoins en conclusion de ce manuscrit il me semble important de présenter ici les développements possibles de ces thématiques au sein du LVA - sûrement à plus long terme que les perspectives présentées ci-dessus - en me basant sur les questionnements scientifiques qui m'ont occupé dans cette thématique au cours de ma thèse, puis mon postdoctorat. Le contexte concerne les vibrations de grande amplitude de structures minces, pour lesquelles les déplacements sont grands tout en conservant un comportement élastique linéaire, ce qui constitue le cadre de la *non-linéarité géométrique*. Mes apports sont relatifs à la fois à l'identification des non-linéarités, volet expérimental, et à la fois à la réduction de modèle dynamique non-linéaire sur le volet modélisation.

#### III.4.1 Identification des nonlinearités et contrôle de santé de structures [110]

Mes travaux expérimentaux dans cette thématique ont porté sur l'identification des non-linéarités des structures vibrantes. Pour des systèmes dont le comportement est faiblement non linéaire, l'excitation par sweep logarithmique ouvre des perspectives nouvelles en vibrations des structures. Elle permet de quantifier facilement la non-linéarité d'un système vibrant : après déconvolution, la contribution de la réponse linéaire est précédée dans le domaine temporel de la contribution de chacun des harmoniques issus de la distorsion non linéaire (les différents *noyaux* (ou *kernels* en anglais) à identifier). Si le temps d'excitation est suffisamment long, les réponses ne se recouvrent pas et un simple fenêtrage temporel permet alors de les extraire (voir la figure III.6 donnant le schéma bloc représentatif de la méthodologie et les illustrations associées). La méthode telle que développée mathématiquement par Marc RÉBILLAT dans [108] et inspirée

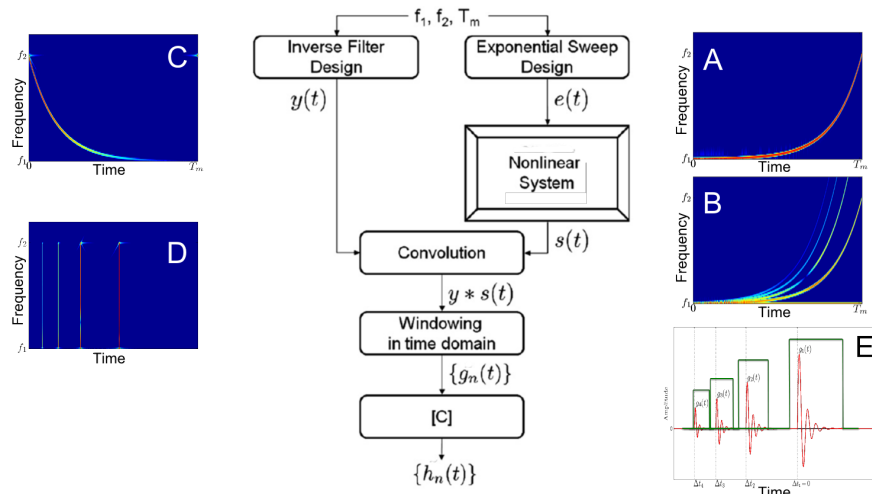


FIGURE III.6 – Représentation schématique de la méthodologie d'identification des noyaux non-linéaires d'un modèle de Hammerstein en parallèle par méthode du sweep logarithmique. Figures extraites de [110] où le détail de chaque quantité et courbes représentées est détaillé.

des travaux de FARINA [48], se base sur une *modélisation de Hammerstein en parallèle* (séries de Volterra). Initialement appliquée au cas de la table d'harmonie du piano étudiée au cours de ma thèse pour séparer la réponse impulsionnelle linéaire de sa contribution non-linéaire en

régime de fonctionnement normal [44] - la méthode a fait l'objet d'une collaboration entre le LVA et le PIMM en 2014. Ainsi au cours du stage de master recherche M2 de Maxime GALLO au LVA (2014) co-encadré par Marc RÉBILLAT (PIMM), Jérôme ANTONI (LVA) et moi-même, la méthodologie a été étendue pour l'identification autonome des non-linéarités et de l'incertitude de mesures (bruit) d'une structure vibrante. En périodisant le signal sweep d'excitations

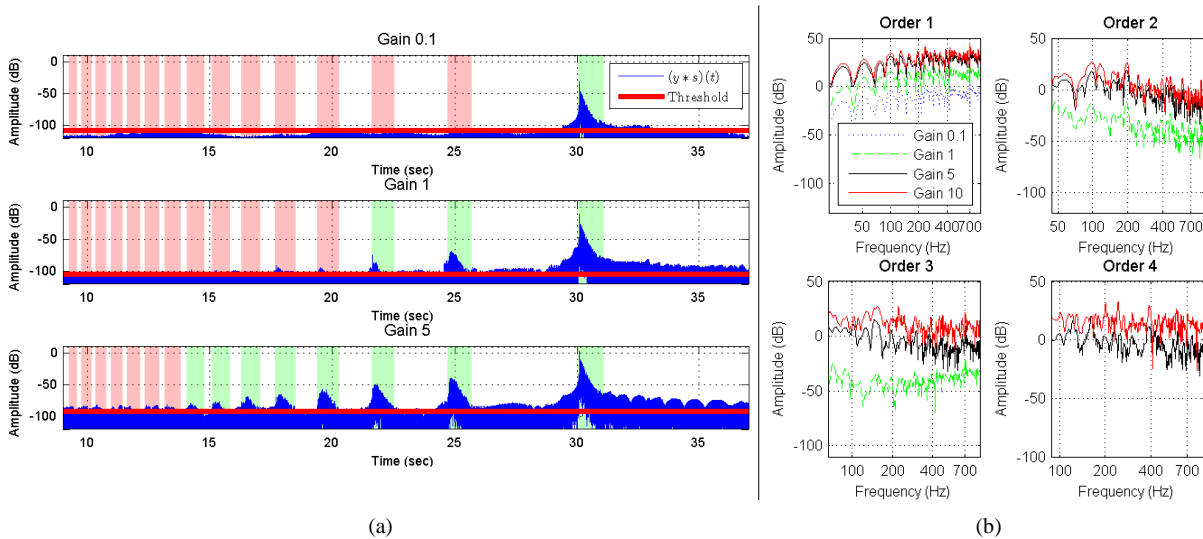


FIGURE III.7 – Illustration de l'identification des non-linéarités d'une plaque vibrante soumise à différents niveaux d'excitations. (a) Estimation autonome du nombre de noyaux à identifier sur le signal temporel obtenu après déconvolution, pour différents niveaux d'excitation. (b) Séparation des 4 premiers noyaux pour chaque niveau d'excitation. Figures extraites de [110].

(répétitions successives du même signal d'entrée) et par une technique de bootstrap (création de *nouveaux échantillons* statistiques à partir de l'échantillon initial), il est alors possible de quantifier l'incertitude d'estimation de la mesure. La méthode a ainsi permis de suivre l'évolution des non-linéarités (et des incertitudes de mesure) d'une plaque en acier soumise à différents niveaux d'excitations (pot vibrant) et sous différentes conditions aux limites et amortissements (ajout d'un matériau poreux collé sur une des faces). Un exemple de résultat est donné à la figure III.7. Ce travail a été publié dans l'article *Repeated exponential sine sweeps for the autonomous estimation of nonlinearities and bootstrap assessment of uncertainties*, *JMES*, 230(6), 2016 [110]. Par ailleurs cette méthodologie a été appliquée à l'extraction des non-linéarités des tables d'harmonies d'instruments à cordes (violon, guitare...) de manière tout à fait originale dans la littérature de l'acoustique musicale, et a fait l'objet d'une communication internationale *Estimations of non-linearities in structural vibrations of string musical instruments*, *Acoustics 2012, Nantes, France* [43] dont certains résultats sont donnés à titre d'illustration à la figure III.8.

Ces méthodologies de séparation de la réponse *linéaire* et *non-linéaire* de systèmes dynamiques offrent des perspectives intéressantes pour le diagnostic et le contrôle non-destructif de structures. Les récents travaux de Marc RÉBILLAT à ce sujet - dont [109] au sein duquel le contrôle de santé de structures est effectué via l'étude de la signature dynamique non-linéaire en suivant des *indicateurs de dommages* dépendant des niveaux des noyaux de Volterra identifiés - en sont des exemples concrets. Ces méthodes pourraient être développées et approfondies au sein de l'axe *Surveillance-Diagnostic-CND* du LVA avec Jérôme ANTONI notamment, et en collaboration avec Marc RÉBILLAT du PIMM. Les études pourraient associer les aspects identifications

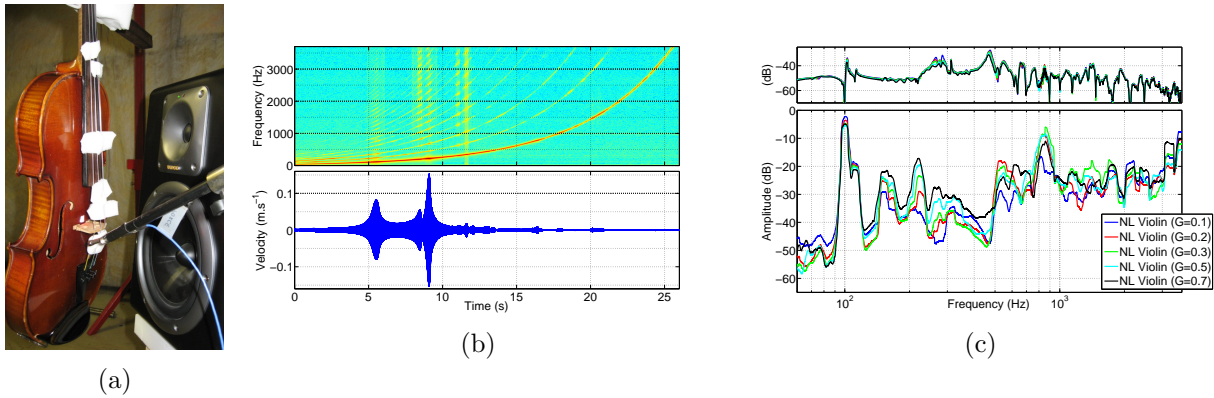


FIGURE III.8 – Identification des non-linéarités d'une table d'harmonie de violon. (a) Protocole expérimental. (b) Exemple de spectrogramme et signal temporel lors d'une mesure. Les non-linéarités sont clairement visibles sur le spectrogramme. (c) Spectre des composantes linéaires (courbes du dessus) et non-linéaires (courbes du dessous) pour différents gains du haut parleur. Figures extraites de [43].

des modes A0-S0 et des amortissements spatiaux qui leurs sont associées sous formalisme des ondes de Lamb proposés ci-dessus, à ces aspects non-linéaires expérimentaux évoqués ici, en les reliant enfin aux questionnements théoriques et numériques tels que la réduction de modèles dynamiques présentée à la section suivante.

### III.4.2 Réduction de modèles non linéaires [17]

S'agissant du volet modélisation, j'ai effectué suite à ma thèse un postdoctorat de six mois en 2010 à l'IMSIA (ex-UME) de l'ENSTA avec Cyril TOUZÉ sur la thématique de la réduction de modèles vibratoires fortement non-linéaires fondée sur l'utilisation des modes normaux non-linéaires. Ce travail était le fruit d'une collaboration mise en place entre l'UME et deux chercheurs de l'équipe POEMS (UMA, ENSTA) : Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA et Jean-François MERCIER. Le sujet de ce postdoctorat concernait la réduction de modèles non-linéaires dans le cadre des non-linéarités géométriques. La présence des termes non-linéaires rend les convergences des solutions plus difficiles, en conséquence de quoi les temps de calcul peuvent rapidement devenir prohibitifs dans un contexte de modèles prédictifs fins. Il devient alors nécessaire de pouvoir développer des modèles d'ordre réduit capable de prédire les comportements du système. Dans la théorie des systèmes dynamiques, les modes normaux non-linéaires (MNL) sont définis comme des variétés invariantes de l'espace des phases, tangents à l'origine aux sous-espaces propres (modes linéaires) considérés. Cette définition donne un cadre adéquat pour la réduction de modèles : en projetant la dynamique sur ses sous-espaces invariants on obtient des modèles réduits prédisant les éléments essentiels (bifurcations) de la dynamique. Une méthode fondée sur la théorie des formes normales a été développée par Cyril TOUZÉ à l'IMSIA depuis quelques années afin de calculer asymptotiquement les MNL [119]. Cependant, des limitations demeurent, et le gain existant en réduction de modèle aux amplitudes modérées est perdu pour des amplitudes très grandes, conséquence de la troncature du développement à un ordre donné (habituellement à l'ordre 3). Le but de mon travail de postdoctorat était dès lors de lever ces limitations en procédant à un calcul numérique des MNL. Afin de procéder à une numérisation efficace et pallier ainsi les limitations en amplitude, la définition en termes de variété invariante des MNL a été reconsidérée. L'idée était de reprendre cette formulation : celle-ci donnant une

équation aux dérivées partielles (EDP) qui décrit la géométrie de la variété dans l'espace des phases, on peut appliquer des techniques numériques de résolution d'EDP à ce problème. Plutôt que de résoudre celle-ci avec une méthode de type Galerkin, comme proposé par PESHECK [94] par exemple, nous avons préféré voir l'EDP comme un problème de transport dont la phase  $\phi$  jouait le rôle du temps, à amplitude fixée. La périodicité (selon  $\phi$ ) des solutions fournit alors

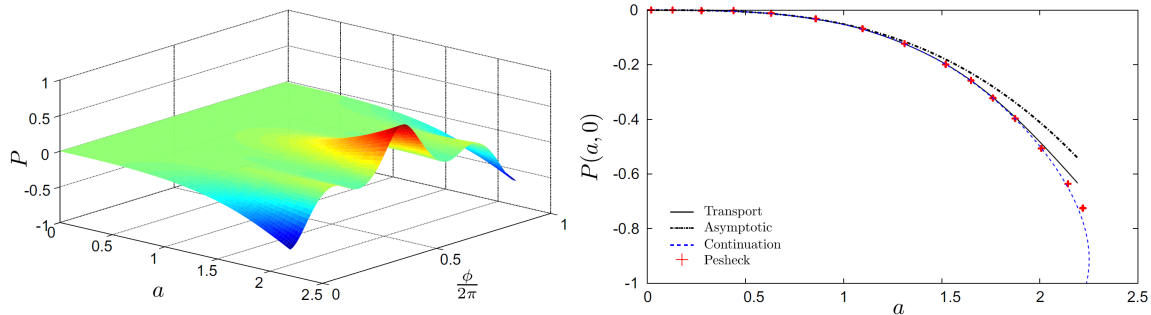


FIGURE III.9 – Gauche : Premier mode non linéaire calculé pour le système de deux oscillateurs non-linéaires (cubique) conservatifs couplés proposé par PESHECK [94] à nonlinéarité cubique considéré. Droite : coupe à  $\phi = 0$  ; comparaison de la méthode de transport proposée avec des solutions de références de la littérature et avec la solution exacte par *continuation d'orbites périodiques*. Figures extraites de [17].

le critère à minimiser afin de trouver la variété invariante, par analogie avec des méthodes de tir. La minimisation du critère se fait en utilisant la technique de l'état adjoint, tirées des méthodes mathématiques d'optimisation et d'analyse numérique. Un exemple simple à deux degrés de liberté a permis de valider la méthode. Ce travail qui s'est poursuivi par le postdoctorat de François BLANC à l'IMSIA a été publié dans l'article *On the numerical computation of nonlinear normal modes for reduced-order modelling of conservative vibratory systems*, *MSSP*, 36(2), 2013 [17]. Quelques résultats comparés à la littérature sont données à titre d'illustration à la figure III.9.

Depuis ce postdoctorat et après avoir rejoint le LVA je n'ai plus approfondi la thématique de la réduction de modèles non linéaires, faute de temps malheureusement. Ces problématiques de recherche pourraient être reprises dans un futur proche en nouant une collaboration plus forte entre le LVA et l'IMSIA (Cyril TOUZÉ), ainsi que le LMA (Bruno COCHELIN, Christophe VERGEZ) par exemple, mais également plus localement au niveau des laboratoires de CeLyA en structurant une thématique *non-linéarité en vibrations* avec les collègues du LAMCOS (Sébastien BAGUET, Régis DUFOUR) et de l' ENTPE-LTDS (Claude-Henri LAMARQUE, Emmanuel GOURDON).

# Bibliographie

- [1] F. Ablitzer, C. Pézerat, J.M. Génevaux, and J. Bégué. Identification of stiffness and damping properties of plates by using the local equation of motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333(9) :2454 – 2468, 2014.
- [2] F. Ablitzer, C. Pézerat, B. Lascoup, and J. Brocail. Identification of the flexural stiffness parameters of an orthotropic plate from the local dynamic equilibrium without a priori knowledge of the principal directions. *Journal of Sound and Vibration*, 404 :31 – 46, 2017.
- [3] F. Acher, K. Ege, C. Sandier, and Y. Gerges. Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cabin in Low Frequency Range to Tackle the Challenge of Weight Reduction. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1549, Graz, Austria, Juin 2018. doi : 10.4271/2018-01-1549. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01829410>.
- [4] H. Akaike. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6) :716–723, 1974. doi : 10.1109/TAC.1974.1100705.
- [5] K. Arcas Castillo. *Simulation numérique d'un réverbérateur à plaque*. Thèse de doctorat, École Doctorale de l'École Polytechnique, 2009.
- [6] N. Auffray, J. Dirrenberger, and G. Rosi. A complete description of bi-dimensional anisotropic strain-gradient elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 69-70 :195–206, 2015. ISSN 0020-7683. doi : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.04.036>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768315002577>.
- [7] N. Auquier, K. Ege, and E. Gourdon. Equivalent dynamic model of multilayered structures with imperfect interfaces : application to a three-layer plate with sliding interfaces. In *SAPEM 2021*, West Lafayette, IN, United States, Mars 2021. Purdue University and Matelys. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03274699>.
- [8] R. Badeau. *Méthodes à haute résolution pour l'estimation et le suivi de sinusoides modulées. Application aux signaux de musique*. Thèse de doctorat, Ecole nationale supérieure des telecommunications, 2005.
- [9] R. Badeau, B. David, and G. Richard. A new perturbation analysis for signal enumeration in rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(2) :450–458, 2006.
- [10] E. Barbieri, A. Cammarano, S. De Rosa, and F. Franco. Waveguides of a composite plate by using the spectral finite element approach. *Journal of Vibration and Control*, 15



- (3) :347–367, 2009. doi : 10.1177/1077546307087455. URL <https://doi.org/10.1177/1077546307087455>.
- [11] C.Y. Barlow. Materials selection for musical instruments. In *Proceedings of the ISMA - Institute of Acoustics*, volume 19, pages 69–78, Edinburgh, UK, 1997.
- [12] A. Berry, O. Robin, and F. Pierron. Identification of dynamic loading on a bending plate using the virtual fields method. *Journal of Sound and Vibration*, 333(26) :7151–7164, 2014. ISSN 0022-460X. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.08.038>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X1400710X>.
- [13] J. Berthaut. *Contribution à l'identification large bande des structures anisotropes. Application aux tables d'harmonie des pianos*. Thèse de doctorat, École Centrale de Lyon, 2004.
- [14] J. Berthaut, M. N. Ichchou, and L. Jezequel. Piano soundboard : structural behavior, numerical and experimental study in the modal range. *Applied Acoustics*, 64(11) :1113–1136, 2003.
- [15] J. Berthaut, M. N. Ichchou, and L. Jezequel. K-space identification of apparent structural behaviour. *Journal of Sound and Vibration*, 280(3-5) :1125–1131, 2005.
- [16] J.-F. Blachot, L. Chazeau, and J.-Y. Cavaille. Rheological behavior of cellulose/monohydrate of n-methylmorpholine n-oxide solutions. part 2. glass transition domain. *Polymer*, 43(3) :881 – 889, 2002. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032386101006310>.
- [17] F. Blanc, C. Touzé, J.-F. Mercier, K. Ege, and A.-S. Bonnet-Ben Dhia. On the numerical computation of nonlinear normal modes for reduced-order modelling of conservative vibratory systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 36(2) :520–539, 2013. doi : 10.1016/j.ymsp.2012.10.016. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00772317>.
- [18] B.C. Bloss and M.D. Rao. Estimation of frequency-averaged loss factors by the power injection and the impulse response decay methods. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117(1) :240–249, 2005. doi : 10.1121/1.1835512. URL <https://doi.org/10.1121/1.1835512>.
- [19] X. Boutillon and K. Ege. Vibroacoustics of the piano soundboard : Reduced models, mobility synthesis, and acoustical radiation regime. *Journal of Sound and Vibration*, 332(18) :4261–4279, 2013. doi : 10.1016/j.jsv.2013.03.015. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00817271>.
- [20] X. Boutillon, K. Ege, and S. Paulello. Comparison of the vibroacoustical characteristics of different pianos. In Société Française d'Acoustique, editor, *Acoustics 2012*, pages [No 522], 2743–2748, Nantes, France, Avril 2012. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00741170>.
- [21] A. Brun. Conception et caractérisation d'une table d'harmonie de piano quart de queue en composites. Rapport de fin d'études, INSA Lyon, 2019.
- [22] J. Burkhardt and R.L. Weaver. Spectral statistics in damped systems. part i. modal decay rate statistics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(1) :320–326, 1996. doi : 10.1121/1.415881. URL <https://doi.org/10.1121/1.415881>.

- 
- [23] P. Butaud, E. Foltête, and M. Ouisse. Sandwich structures with tunable damping properties : On the use of shape memory polymer as viscoelastic core. *Composite Structures*, 153 :401–408, 2016. doi : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.06.040>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822316309783>.
- [24] P. Butaud, D. Renault, B. Verdin, M. Ouisse, and G. Chevallier. In-core heat distribution control for adaptive damping and stiffness tuning of composite structures. *Smart Materials and Structures*, 29(6) :065002, apr 2020. doi : 10.1088/1361-665x/ab802a. URL <https://doi.org/10.1088/1361-665x/ab802a>.
- [25] E. Carrera. An assessment of mixed and classical theories on global and local response of multilayered orthotropic plates. *Composite Structures*, 50(2) :183 – 198, 2000. ISSN 0263-8223. doi : [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(00\)00099-4](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(00)00099-4). URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822300000994>.
- [26] J. Chabassier, A. Chaigne, and P. Joly. Modeling and simulation of a grand piano. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(1) :648–665, 2013. doi : 10.1121/1.4809649. URL <https://doi.org/10.1121/1.4809649>.
- [27] R. Cherif, J.-D. Chazot, and N. Atalla. Damping loss factor estimation of two-dimensional orthotropic structures from a displacement field measurement. *Journal of Sound and Vibration*, 356 :61 – 71, 2015.
- [28] R. Courant and D. Hilbert. *Methods of Mathematical Physics*, volume 1. Interscience Publishers, Inc., New-York, 1953.
- [29] M.J. Crocker and A.J. Price. Sound transmission using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 9(3) :469–486, 1969. doi : [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(69\)90185-0](https://doi.org/10.1016/0022-460X(69)90185-0). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X69901850>.
- [30] J. Cuenca. *Wave models for the flexural vibrations of thin plates - Model of the vibrations of polygonal plates by the image source method - Vibration damping using the acoustic black hole effect*. Theses, Université du Maine, Octobre 2009. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00442260>.
- [31] J. Cuenca, F. Gautier, and L. Simon. The image source method for calculating the vibrations of simply supported convex polygonal plates. *Journal of Sound and Vibration*, 322(4) : 1048–1069, 2009. ISSN 0022-460X. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.11.018>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X08009334>.
- [32] J Cuenca, F Gautier, and L Simon. Measurement of complex bending stiffness of a flat panel covered with a viscoelastic layer using the image source method. In *8th European Conference on Noise Control*, 2009.
- [33] F. Cura, A. Mura, and F. Scarpa. Modal strain energy based methods for the analysis of complex patterned free layer damped plates. *Journal of Vibration and Control*, 18(9) : 1291–1302, 2011.
- [34] B. David. *Caractérisations acoustiques de structures vibrantes par mise en atmosphère ra-réfiée. Méthodes d'estimation relatives aux fréquences et amortissements des modes propres. Applications en acoustique musicale*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1999.

- [35] C.L. Dym and M.A. Lang. Transmission of sound through sandwich panels. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 56(5) :1523–1532, 1974. doi : 10.1121/1.1903474. URL <https://doi.org/10.1121/1.1903474>.
- [36] P. Dérogis. *Analyse des vibrations et du rayonnement de la table d’harmonie d’un piano droit et conception d’un système de reproduction du champ acoustique*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans, 1997.
- [37] K. Ege. *La table d’harmonie du piano - Études modales en basses et moyennes fréquences*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique X, Décembre 2009. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00460783>.
- [38] K. Ege and X. Boutillon. Synthetic description of the piano soundboard mechanical mobility. In *20th International Symposium on Music Acoustics, ISMA 2010*, page 5, Sydney and Katoomba, Australia, Août 2010. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558193>. <http://isma2010.phys.unsw.edu.au/proceedings/>.
- [39] K. Ege and X. Boutillon. Global and local synthetic descriptions of the piano soundboard. In *Forum Acusticum 2011*, number 000138, pages 473–478, Aalborg, Denmark, Juin 2011. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00626852>.
- [40] K. Ege and P. Margerit. Mécanique, acoustique et facture instrumentale du piano : vers le développement de tables d’harmonies en matériaux composites. In *Festival Pop’Sciences 2021 à Jazz à Vienne*, Vienne, France, Juillet 2021. Université de Lyon. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03290166>.
- [41] K. Ege, X. Boutillon, and B. David. High-resolution modal analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 325(4-5) :852–869, 2009. doi : 10.1016/j.jsv.2009.04.019. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00413250>.
- [42] K. Ege, J.-F. Caron, S. Marcadet, and H. Martin. Remplacement de la table d’harmonie du violon par un sandwich balsa/fibre de lin. In *Journées Scientifiques et Techniques AMAC - Matériaux composites renforcés par des fibres végétales*, Lorient, France, Juin 2010. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00558490>.
- [43] K. Ege, M. Rébillat, and X. Boutillon. Estimations of non-linearities in structural vibrations of string musical instruments. In *Acoustics 2012*, pages [No 470], 1211–1216, Nantes, France, Avril 2012. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00741129>.
- [44] K. Ege, X. Boutillon, and M. Rébillat. Vibroacoustics of the piano soundboard : (Non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency ranges. *Journal of Sound and Vibration*, 332(5) :1288–1305, 2013. doi : 10.1016/j.jsv.2012.10.012. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00743291>.
- [45] K. Ege, N.B. Roozen, Q. Leclere, and R.G. Rinaldi. Assessment of the apparent bending stiffness and damping of multilayer plates; modelling and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 426 :129–149, 2018. doi : 10.1016/j.jsv.2018.04.013. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01778160>.
- [46] B. Elie, X. Boutillon, J. Chabassier, K. Ege, B. Laulagnet, B. Trévisan, B. Cotté, and N. Chauvat. MAESSTRO : A sound synthesis framework for Computer-Aided Design of piano soundboards. In *ISMA 2019*, Detmold, Germany, Septembre 2019. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02281818>.

- 
- [47] D.D. Fandrigh. Soundboard technology and manufacture. *The Designer's Notebook, PianoBuilders/NW*, 1995.
- [48] A. Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. In *108th Convention of the Audio Engineering Society*, Paris, France, 2000.
- [49] N.S. Ferguson, C.R. Halkyard, and B.R. Mace. The estimation of wavenumbers in two-dimensional structures. *Proceedings of ISMA 2002*, pages 799 – 806, 2002.
- [50] M. Filoche and S. Mayboroda. Universal mechanism for anderson and weak localization. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(37) :14761–14766, 2012. ISSN 0027-8424. doi : 10.1073/pnas.1120432109. URL <https://www.pnas.org/content/109/37/14761>.
- [51] M. Gallo, C. Chesnais, K. Ege, Q. Leclere, N. Totaro, and R.G. Rinaldi. Spatial Patterning of the Viscoelastic Core Layer of a Hybrid Sandwich Composite Material to Trigger Its Vibro-Acoustic Performances. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1500, Graz, Austria, Juin 2018. doi : 10.4271/2018-01-1500. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01828985>.
- [52] S. Ghinet and N. Atalla. Modeling thick composite laminate and sandwich structures with linear viscoelastic damping. *Computers and Structures*, 89(15) :1547 – 1561, 2011.
- [53] N. Giordano. Mechanical impedance of a piano soundboard. *Journal of the Acoustical Society of America*, 103(4) :2128–2133, 1998.
- [54] S. Guo, M. Rébillat, and N. Mechbal. Spatial attenuation prediction of Lamb waves in composite materials. In *IX ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials*, pages 1–12, Paris, France, Juillet 2019. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03015161>.
- [55] J.-L. Guyader and C. Cacciolati. Viscoelastic properties of single layer plate material equivalent to multi-layer composite plate. In *Proceedings of Inter-Noise*, Istanbul, Turkey, August 2007.
- [56] J.-L. Guyader, C. Cacciolati, and E. Guyader. Prediction of vibroacoustic behaviour of multilayered structures using equivalent bi-materials. In *Proceedings of Inter-Noise*, Shanghai, China, Octobre 2008.
- [57] J.L. Guyader and C. Lesueur. Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates, part i : Plate vibration modes. *Journal of Sound and Vibration*, 58(1) :51–68, 1978. ISSN 0022-460X. doi : [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(78\)80060-1](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80060-1). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X78800601>.
- [58] J.L. Guyader and C. Lesueur. Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates, part ii : Transmission loss. *Journal of Sound and Vibration*, 58(1) :69–86, 1978. ISSN 0022-460X. doi : [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(78\)80061-3](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(78)80061-3). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X78800613>.
- [59] D. W. Haines. On musical instrument wood. *Catgut Acoustical Society Newsletter*, 31 : 23–32, 1979.

- [60] J.F. Hamet. Propagating wave formulation of tire vibrations using the orthotropic plate model. In *InterNoise 2002*, Michigan, United States, 2002.
- [61] Y. Hua and T. K. Sarkar. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 38(5) :814–824, 1990.
- [62] H.D. Hwang. *Extension of the SmEdA method by taking into account dissipative materials at medium frequencies*. Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, Juin 2015. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01368562>.
- [63] H.D. Hwang, L. Maxit, K. Ege, Y. Gerges, and J.-L. Guyader. SmEdA vibro-acoustic modelling in the mid-frequency range including the effect of dissipative treatments. *Journal of Sound and Vibration*, 393 :187–215, 2017. doi : 10.1016/j.jsv.2017.01.024. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01444453>.
- [64] W. R. Kampinga, Y. H. Wijnant, and A. de Boer. An efficient finite element model for viscothermal acoustics. *Acta Acustica united with Acustica*, 97(4) :618–631, 2011. doi : doi:10.3813/AAA.918442. URL <https://www.ingentaconnect.com/content/dav/aaua/2011/00000097/00000004/art00009>.
- [65] E. M. Kerwin. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer. *Journal of the Acoustical Society of America*, 31(7) :952–962, 1959. ISSN 0001-4966. doi : 10.1121/1.1907821. URL : <://WOS:A1959WK54400013>.
- [66] C. S. Kim and S. M. Dickinson. Improved approximate expressions for the natural frequencies of isotropic and orthotropic rectangular-plates. *Journal of Sound and Vibration*, 103(1) :142–149, 1985.
- [67] R. S. Langley. Spatially averaged frequency-response envelopes for one-dimensional and 2-dimensional structural components. *Journal of Sound and Vibration*, 178(4) :483–500, 1994.
- [68] R. S. Langley. The modal density of anisotropic structural components. *Journal of the Acoustical Society of America*, 99(6) :3481–3487, 1996.
- [69] J. Laroche. The use of the matrix pencil method for the spectrum analysis of musical signals. *Journal of the Acoustical Society of America*, 94(4) :1958–1965, 1993.
- [70] Q. Leclère and C. Pézerat. Vibration source identification using corrected finite difference schemes. *Journal of Sound and Vibration*, 331(6) :1366–1377, 2012.
- [71] Q. Leclère, F. Ablitzer, and C. Pézerat. Identification of loads of thin structures with the corrected force analysis technique : An alternative to spatial filtering regularization. *Proceedings of ISMA 2014*, 2014.
- [72] Q. Leclère, F. Ablitzer, and C. Pézerat. Practical implementation of the Corrected Force Analysis Technique to identify the structural parameter and load distributions. *Journal of Sound and Vibration*, 351 :106–118, 2015.
- [73] C. Lesueur. *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.

- 
- [74] R.H. Lyon and R.G. Dejong. *Theory and Application of Statistical Energy Analysis (second edition)*. Butterworth Heinemann, 1995.
- [75] F. Marchetti. *Modélisation et caractérisation large bande de plaques multicouches anisotropes*. Theses, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA Lyon), Décembre 2019. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02443702>.
- [76] F. Marchetti, K. Ege, and Q. Leclère. Localisation and identification of sources on laminated structures : extension of CFAT method. In *Noise and vibration : Emerging methods - NOVEM 2018*, page 171981, Ibiza, Spain, Mai 2018. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01790339>.
- [77] F. Marchetti, K. Ege, Q. Leclère, and N.B. Roozen. On the structural dynamics of laminated composite plates and sandwich structures ; a new perspective on damping identification. *Journal of Sound and Vibration*, 474 :115256, 2020. doi : 10.1016/j.jsv.2020.115256. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02486739>.
- [78] F. Marchetti, U. Arasan, F. Chevillotte, and K. Ege. On the condensation of thick symmetric multilayer panels including dilatational motion. *Journal of Sound and Vibration*, 502 :116078, Juin 2021. doi : 10.1016/j.jsv.2021.116078. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03164592>.
- [79] F. Marchetti, K. Ege, and Q. Leclere. Development of the Corrected Force Analysis Technique for laminated composite panels. *Journal of Sound and Vibration*, 490 :115692, 2021. doi : 10.1016/j.jsv.2020.115692. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02939456>.
- [80] F. Marchetti, N. B. Roozen, J. Segers, K. Ege, M. Kersemans, and Q. Leclère. Experimental methodology to assess the dynamic equivalent stiffness properties of elliptical orthotropic plates. *Journal of Sound and Vibration*, 495 :115897, 2021. doi : 10.1016/j.jsv.2020.115897. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03040106>.
- [81] P. Margerit. *Caractérisation vibro-acoustique expérimentale d'une table d'harmonie de piano droit (Pleyel-P131)*. Rapport de Master Recherche M2, LVA, INSA Lyon, 2015.
- [82] P. Margerit. *Caractérisation large bande du comportement dynamique linéaire des structures hétérogènes viscoélastiques anisotropes : application à la table d'harmonie du piano*. Thèse de Doctorat, Université Paris-Est, Décembre 2018. URL <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-02304886>.
- [83] P. Margerit, B. Trévisan, K. Ege, and B. Laulagnet. Caractérisation Vibro-Acoustique d'une table d'harmonie de Piano droit – Comparaison Mesures / Modèle Analytique. In *Congrès Français de Mécanique, CFM 2015*, Lyon, France, Août 2015. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01217078>.
- [84] P. Margerit, A. Lebé, J.-F. Caron, and X. Boutillon. High-Resolution Wavenumber Analysis (HRWA) for the mechanical characterization of viscoelastic beams. *Journal of Sound and Vibration*, 443 :198–211, 2018. doi : 10.1016/j.jsv.2018.06.062. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01825733>.
- [85] P. Margerit, A. Lebé, J.-F. Caron, K. Ege, and X. Boutillon. The High-Resolution Wavenumber Analysis for the characterization of the dynamic response of composite plates. *Journal of Sound and Vibration*, 458 :177–196, 2019. doi : 10.1016/j.jsv.2019.06.026. URL <https://hal-enpc.archives-ouvertes.fr/hal-02162864>.

- [86] R. Massabò and F. Campi. Assessment and correction of theories for multilayered plates with imperfect interfaces. *Meccanica*, 50(4) :1045–1071, 2015. doi : 10.1007/s11012-014-9994-x. URL <https://doi.org/10.1007/s11012-014-9994-x>.
- [87] L. Maxit. *Extension et reformulation du modele SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales*. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2000.
- [88] L. Maxit and J.-L. Guyader. Extension of sea model to subsystems with non-uniform modal energy distribution. *Journal of Sound and Vibration*, 265(2) :337–358, 2003. doi : [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(02\)01459-1](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01459-1). URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X02014591>.
- [89] L. Maxit, K. Ege, N. Totaro, and J.-L. Guyader. Non resonant transmission modelling with Statistical modal Energy distribution Analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 333(2) : 499–519, 2014. doi : 10.1016/j.jsv.2013.09.007. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00872485>.
- [90] L. Maxit, J.-L. Guyader, K. Ege, Y. Gerges, H.D. Hwang, and C. Sandier. SmEdA Vibro-Acoustic Modeling of a Trimmed Truck Cab in the Mid-Frequency Range. In *10th International Styrian Noise, Vibration & Harshness Congress : The European Automotive Noise Conference*, pages 2018–01–1506, Graz, Austria, Juin 2018. doi : 10.4271/2018-01-1506. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01829435>.
- [91] J.G. McDaniel and W.S. Shepard. Estimation of structural wave numbers from spatially sparse response measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(4) : 1674–1682, 2000. doi : 10.1121/1.1310668. URL <https://doi.org/10.1121/1.1310668>.
- [92] R. D. Mindlin. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, 18(1) :31–38, 1951.
- [93] P. O’Donoghue, O. Robin, and A. Berry. Time-resolved identification of mechanical loadings on plates using the virtual fields method and deflectometry measurements. *Strain*, 54 (3) :e12258, 2018. doi : <https://doi.org/10.1111/str.12258>. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/str.12258>. e12258 10.1111/str.12258.
- [94] E. Pesheck, C. Pierre, and S.W. Shaw. A new galerkin-based approach for accurate non-linear normal modes through invariant manifolds. *Journal of Sound and Vibration*, 249(5) :971–993, 2002. doi : <https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3914>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X01939148>.
- [95] V. F. Pisarenko. The retrieval of harmonics from a covariance function. *Geophysical J. Royal Astron. Soc.*, 33 :347–366, 1973.
- [96] G.M.R. Prony. Essai expérimental et analytique. *Journal de l’école polytechnique*, 1(22) : 24–76, 1795.
- [97] C. Pézerat and J.L. Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 3 :1–10, 1995.
- [98] C. Pézerat and J.L. Guyader. Identification of vibration sources. *Applied Acoustics*, 61(3) : 309 – 324, 2000.

- 
- [99] M. Rak, M. Ichchou, and J. Holnicki-Szulc. Identification of structural loss factor from spatially distributed measurements on beams with viscoelastic layer. *Journal of Sound and Vibration*, 310(4) :801 – 811, 2008.
- [100] B. Roozen, L. Labelle, Q. Leclère, K. Ege, and S. Alvarado. Non-contact experimental assessment of apparent dynamic stiffness of constrained-layer damping sandwich plates in a broad frequency range using a Nd :YAG pump laser and a laser Doppler vibrometer. *Journal of Sound and Vibration*, 395 :90–101, 2017. doi : 10.1016/j.jsv.2017.02.012. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01467513>.
- [101] B. Roozen, Q. Leclère, K. Ege, and Y. Gerges. Estimation of plate material properties by means of a complex wavenumber fit using Hankel’s functions and the image source method. *Journal of Sound and Vibration*, 390 :257–271, 2017. doi : 10.1016/j.jsv.2016.11.037. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01409628>.
- [102] D. Ross, E.E. Ungar, and E.M. Kerwin. Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae. In : *Structural damping (J.E. Ruzicka, ed)*, 3 :44–87, 1959.
- [103] S. Rouquette and M. Najim. Estimation of frequencies and damping factors by two-dimensional esprit type methods. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(1) :237–245, 2001. doi : 10.1109/78.890367.
- [104] R. Roy and T. Kailath. Esprit - estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 37(7) :984–995, 1989.
- [105] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath. Esprit - a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 34(5) :1340–1342, 1986.
- [106] M. Ruzek. *Experimental identification of the equation of motion in vibroacoustics*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, Décembre 2013. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01149070>.
- [107] M. Ruzek, J.-L. Guyader, and C. Pézerat. Information criteria and selection of vibration models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(6) :3040–3050, 2014. doi : 10.1121/1.4900562. URL <https://doi.org/10.1121/1.4900562>.
- [108] M. Rébillat, R. Hennequin, E. Corteel, and B.F.G. Katz. Identification of cascade of hammerstein models for the description of nonlinearities in vibrating devices. *Journal of Sound and Vibration*, 330(5) :1018–1038, 2011. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.09.012>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X10006176>.
- [109] M. Rébillat, R. Hajrya, and N. Mechbal. Nonlinear structural damage detection based on cascade of hammerstein models. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 48 (1) :247–259, 2014. doi : <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.03.009>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327014000843>.
- [110] M. Rébillat, K. Ege, M. Gallo, and J. Antoni. Repeated exponential sine sweeps for the autonomous estimation of nonlinearities and bootstrap assessment of uncertainties. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 230(6) :1007–1018, 2016. doi : 10.1177/0954406215620685. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01253861>.



- [111] J. C. Schelleng. Violin as a circuit. *Journal of the Acoustical Society of America*, 35(3) : 326–338, 1963.
- [112] R. Schmidt. *A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation*. Phd thesis, Stanford University, Stanford, California, 1981.
- [113] J. Segers, S. Hedayatrasa, G. Poelman, W. Van Paepegem, and M. Kersemans. Self-reference broadband local wavenumber estimation (srb-lwe) for defect assessment in composites. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 163 :108142, 2022. ISSN 0888-3270. doi : <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108142>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327021005227>.
- [114] P. J. Shorter. Wave propagation and damping in linear viscoelastic laminates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(5) :1917–1925, 2004. doi : 10.1121/1.1689342. URL <https://doi.org/10.1121/1.1689342>.
- [115] E. J. Skudrzyk. Vibrations of a system with a finite or an infinite number of resonances. *Journal of the Acoustical Society of America*, 30(12) :1140–1152, 1958.
- [116] E. J. Skudrzyk. The mean-value method of predicting the dynamic-response of complex vibrators. *Journal of the Acoustical Society of America*, 67(4) :1105–1135, 1980.
- [117] A. Stricher, R.G. Rinaldi, G. Machado, G. Chagnon, D. Favier, L. Chazeau, and F. Ganauchaud. Light-induced bulk architecturation of pdms membranes. *Macromolecular Materials and Engineering*, 301(10) :1151–1157, 2016. doi : <https://doi.org/10.1002/mame.201600237>. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/mame.201600237>.
- [118] H. Suzuki. Vibration and sound radiation of a piano soundboard. *Journal of the Acoustical Society of America*, 80(6) :1573–1582, 1986.
- [119] C. Touzé and M. Amabili. Nonlinear normal modes for damped geometrically nonlinear systems : Application to reduced-order modelling of harmonically forced structures. *Journal of Sound and Vibration*, 298(4) :958–981, 2006. doi : <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2006.06.032>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X06005141>.
- [120] B. Trévisan. *Prédiction des mécanismes vibroacoustiques des plaques orthotropes raidies de forme quelconque - Application à la table d’harmonie de piano*. Thèse de doctorat, Université de Lyon ; INSA de Lyon (France), Décembre 2016. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01451727>.
- [121] B. Trévisan, K. Ege, and B. Laulagnet. Vibroacoustics of orthotropic plates ribbed in both directions : Application to stiffened rectangular wood panels. *Journal of the Acoustical Society of America*, 139(1) :227–246, 2016. doi : 10.1121/1.4939706. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01260373>.
- [122] B. Trévisan, K. Ege, and B. Laulagnet. A modal approach to piano soundboard vibroacoustic behavior. *Journal of the Acoustical Society of America*, 141(2) :690–709, 2017. doi : 10.1121/1.4974860. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01456083>.
- [123] G. Tufano, F. Errico, O. Robin, C. Droz, M. Ichchou, B. Pluymers, W. Desmet, and N. Atalla. K-space analysis of complex large-scale meta-structures using the inhomogeneous wave correlation method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 135 :106407, 2020.

---

ISSN 0888-3270. doi : <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2019.106407>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327019306284>.

- [124] E. E. Ungar and E. M. Kerwin. Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts. *Journal of the Acoustical Society of America*, 34(7) :954–957, 1962. ISSN 0001-4966. doi : 10.1121/1.1918227. URL : <://WOS:A19622950B00023>.
- [125] H. Utsuno, T. Tanaka, and T. Fujikawa. Transfer function method for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, 86(2) :637–643, 1989.
- [126] T. Verdot, E. Redon, K. Ege, J. Czarny, C. Guianvarc’h, and J.-L. Guyader. Microphone with planar nano-gauge detection : fluid-structure coupling including thermoviscous effects. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(3) :517–529, 2016. doi : 10.3813/AAA.918969. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01310567>.
- [127] R. Viala, M. Fournier, V. Placet, and S. Cogan. Les matériaux composites sandwichs à base de fibres naturelles et leur potentiel pour les instruments de musique. In *Journées Fracture Instrumentale et Sciences*, Le Mans, France, Mai 2019. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02370550>.
- [128] R. Viala, C. Fritz, V. Placet, E. Foltete, and S. Cogan. Optimization of composites guitar plates recipes using non-destructive mechanical characterization in the dynamical domain. In *Forum Acusticum*, pages 3331–3331, Lyon, France, Décembre 2020. doi : 10.48465/fa.2020.1090. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03235500>.
- [129] R. L. Weaver. Spectral statistics in elastodynamics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85(3) :1005–1013, 1989. doi : 10.1121/1.397484. URL <https://doi.org/10.1121/1.397484>.
- [130] J. P. D. Wilkinson. Modal densities of certain shallow structural elements. *Journal of the Acoustical Society of America*, 43(2) :245–251, 1968.
- [131] J. Woodhouse. Plucked guitar transients : Comparison of measurements and synthesis. *Acta Acustica united with Acustica*, 90(5) :945–965, 2004. ISSN 1610-1928. URL <https://www.ingentaconnect.com/content/dav/aaua/2004/00000090/00000005/art00014>.
- [132] G. Xie, D. J. Thompson, and C. J. C. Jones. Mode count and modal density of structural systems : relationships with boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*, 274(3-5) : 621–651, 2004.
- [133] T. Yamaguchi, Y. Kurosawa, and H. Enomoto. Damped vibration analysis using finite element method with approximated modal damping for automotive double walls with a porous material. *Journal of Sound and Vibration*, 325 :436–450, 2009.