

# Nageurs interfaciaux : dynamique, transport et dispersion

Clément Gouiller

#### ▶ To cite this version:

Clément Gouiller. Nageurs interfaciaux : dynamique, transport et dispersion. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSE1141 . tel-03500352

#### HAL Id: tel-03500352 https://theses.hal.science/tel-03500352

Submitted on 22 Dec 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



 $N^{o}$  d'ordre NNT : 2021LYSE1141

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON Opérée au sein de l'Université Claude Bernard Lyon 1

> **Ecole Doctorale** Nº 52 Physique et Astrophysique de Lyon

Spécialité de doctorat : Physique

Soutenue publiquement le 13/07/2021, par : M. Clément GOUILLER

## Nageurs interfaciaux : dynamique, transport et dispersion

Devant le jury composé de :

M. Jean-Philippe MATAS Président Professeur des Universités à l'Université Lyon 1 Mme. Marie-Caroline JULLIEN Rapportrice Directrice de Recherche au CNRS M. Jean-Baptiste SALMON Rapporteur Directeur de Recherche au CNRS M. Enrico CALZAVARINI Examinateur Maître de Conférences à l'Université de Lille M. Christophe YBERT Directeur de thèse Directeur de Recherche au CNRS Co-Directrice de thèse Mme. Cécile COTTIN-BIZONNE Directrice de Recherche au CNRS M. Romain VOLK Co-Directeur (invité) Maître de Conférences à l'École Normale Supérieure de Lyon

Institut Lumière Matière Université Claude Bernard Lyon 1 10, rue Ada Byron 69622 Villeurbanne CEDEX École doctorale Nº 52 : Physique et Astrophysique de Lyon (PHAST)

C'est début 2018, alors à la recherche d'un stage de M2 – mais surtout pas d'une thèse - que j'ai pour la première fois visité l'équipe Liquides et Interfaces. Intrigué par les jolies expériences de nageurs interfaciaux présentées par Laurent (en blouse blanche pour l'occasion), c'est ainsi que j'ai rencontré pour la première fois Cécile et Christophe dans l'optique de décrocher le stage (mais toujours pas la thèse) qu'ils proposaient sur ce sujet. C'est avec eux que j'entame ces remerciements. Dès nos premiers échanges, j'ai été conquis par votre bienveillance, votre gentillesse et votre enthousiasme sur les projets en cours et surtout à venir. Et je ne m'étais pas trompé. C'est en bonne partie grâce à vos qualités humaines et à votre disponibilité au quotidien que vous avez su dissiper mes réticences initiales et que j'ai donc fini par céder pour trois années de plus. Je vous en suis infiniment reconnaissant : je ne regrette aucunement ce choix, et j'irai même jusqu'à dire - et je sais que c'était votre objectif - que j'ai pu lors de la rédaction comprendre pourquoi vous aimez tant ce métier. J'ai pu mesurer tout au long de la thèse la chance que j'ai eu de vous avoir comme directeur et directrice, et je vous remercie de tout le temps que vous avez dédié à mon encadrement y compris dans les périodes les plus compliquées (confinement) et demandeuses en temps (rédaction).

Côté encadrement, je souhaite également remercier mon armée de chefs extérieurs au labo : Florence, Micka, Romain et François. Avec chacun votre propre vision des projets et expertise pour des thématiques variées, votre présence a été un apport énorme. En plus des collaborations fructueuses, je retiendrai bien sûr tous les moments de « digression/rigolade » partagés avec vous. Je vous remercie de m'avoir considéré comme un collègue et non comme un étudiant, et espère que vous continuerez à travailler ensemble encore longtemps!

Un grand merci à Kevin et Bruno pour leur confiance, leur sympathie et leur accompagnement au cours des TDs et TPs qu'ils m'ont confié.

Je voudrais aussi remercier l'ensemble des membres de mon jury de thèse (Mme. Marie-Caroline Jullien, M. Jean-Baptiste Salmon, M. Enrico Calzavarini et M. Jean-Philippe Matas) de m'avoir donné de leur temps en acceptant de rapporter ce manuscrit, d'examiner ou de présider ma soutenance.

J'ai eu la chance de bénéficier d'un environnement de travail particulièrement favorable au laboratoire. Je souhaite donc remercier l'équipe Liquides et Interfaces dans laquelle j'ai travaillé (et les voisins de Biophysique)- plein de gens formidables (à la fois stagiaires, doctorants, post-docts et permanents) toujours prêts à donner des conseils, un coup de main ou à bavarder autour d'un café. Je pense par exemple à Agnès, Anne-Laure, Antoine (dont le template de thèse a été ici réutilisé!), Catherine, Charlotte, Gilles (merci pour les projets annexes!), Hélène, Mathieu, Marie, Sylvain chez les permanents mais aussi à Adérito, Aymeric, Grégoire, Joachim, Malèke, Yedhir... Merci également aux personnes des différents services du laboratoire (Ruben, François...) dont l'aide a été précieuse ainsi qu'à ceux avec qui j'ai partagé le bureau : Leo, Anto, Akash et les stagiaires qui s'y sont succédés.

Au sein de la dynastie des nageurs interfaciaux maintenant, merci à Julie que j'ai eu la chance d'encadrer. Bien que dans une situation compliquée par le distanciel, ta motivation et ton dynamisme ont fait de ton stage une réussite et de son encadrement un plaisir! Merci à Laurent pour tous les conseils prodigués durant les trois semaines de « passation ». J'ai hérité de toi un système d'organisation et une façon de voir les choses qui m'ont permis de partir du bon pied! Pour finir une petite pensée pour Camille qui hérite des projets en cours et qui j'imagine lira un jour ces lignes (et sera une des rares à parcourir toutes les autres aussi!)

En partie à l'intérieur du labo mais aussi à l'extérieur, je souhaite remercier l'ensemble de mes ami.e.s présent.e.s au cours de la thèse. Tout d'abord les locaux de « la Doua dans l'nez » : Arsouille, Élise, Tinj, Tomtom et Vicky toujours présents au quotidien. Vous avez su m'apporter conseils, soutien, relectures pour la thèse et tellement plus en dehors, merci pour tout les copains/copines et que le meilleur reste à venir ! Ensuite, merci aux ami.e.s de l'ENS avec qui j'ai partagé toujours autant de bons moments malgré la distance (de quelques km à plusieurs centaines...) : les ami.e.s de promo et surtout Benji, Chaton, Loulou et bien sûr ma binôme Nono, mais aussi les différentes équipes de hand (de 2014 à 2020) et leur chef d'orchestre Matthieu (superstar!) et enfin toutes les autres belles rencontres. Merci évidemment au gang de la pomme masquée, toujours au rendez-vous dans les moments importants de ma vie malgré presque 10 ans d'exil lyonnais désormais révolus.

Le dernier paragraphe est dédié à ma famille. Merci à mes deux « fratés » qui m'accompagnent depuis (presque) toujours dans les bons comme les moins bons moments. Un énorme merci à mes parents pour ce qu'ils ont fait et continuent de faire à la fois de nous et pour nous. Merci surtout d'avoir cru en moi, même quand je n'y croyais pas moi-même. Même si vous ne comprenez pas grand chose de ce manuscrit, c'est grâce à vous qu'il existe aujourd'hui! Et pour finir, la dernière mais la plus importante, ma conjointe et future épouse Sophie. Tu étais là avant cette thèse, tu as été présente par ton soutien et ton aide à de nombreuses reprises pendant et le seras je l'espère pour toujours. J'espère réussir à t'apporter autant au quotidien que tu le fais pour moi. Je t'aime. Cette thèse s'inscrit dans l'étude du transport et de la dispersion de particules par des écoulements fluides. Elle s'intéresse plus particulièrement aux comportements spécifiques liés à la présence de particules actives, capables de s'auto-propulser, de créer leurs propres écoulements ainsi que d'émettre et de réagir à des panaches chimiques.

Un premier chapitre est consacré à des rappels théoriques, un état de l'art en matière de transport de particules et à la présentation de quelques comportements originaux qui émergent de la considération récente de particules actives.

Le chapitre suivant aborde le premier volet de mon travail en se concentrant sur les particules actives considérées dans cette thèse : des disques d'agarose imprégnés de camphre, posés à l'interface air-eau où ils se meuvent spontanément pendant plusieurs heures pour former des nageurs interfaciaux. Après quelques rappels des concepts physiques ainsi que des propriétés de ces nageurs isolés, la description de ces objets est complétée par la première caractérisation expérimentale des écoulements Marangoni tridimensionnels que crée le nageur dans le fluide sur lequel il se propulse. Ces mesures, en cohérence avec des approches numériques récentes, permettent d'obtenir un ensemble complet de caractéristiques qui serviront de brique élémentaire à l'étude des phénomènes de transport en présence d'autres particules ou d'écoulement. Parallèlement, un modèle numérique de nageur est introduit. Celui-ci est innovant par son caractère bidimensionnel et sa capacité à rendre compte de la structure des écoulements Marangoni. Ce modèle, qui présente des propriétés de nage individuelle en accord avec la littérature dans ce domaine, permet en revanche l'exploration des dynamiques complexes multi-particules qui seront l'objet de la suite de ce manuscrit.

Le chapitre suivant aborde le volet principal de ce travail autour de la dynamique et du transport en présence d'un ensemble de nageurs. Plus précisément, nous nous concentrons sur la dispersion d'un champ scalaire surfacique par ces nageurs. Expérimentalement, nous montrons qu'un régime stationnaire de mélange imparfait est atteint, indiquant une compétition entre deux mécanismes de mélange et de démélange. Ce régime est caractérisé à la fois globalement et via une analyse multi-échelles qui montre des ressemblances avec des processus turbulents bien que les écoulements soient ici laminaires. À une échelle globale, l'origine des propriétés de mélange/démélange est élucidée, en lien avec les écoulements Marangoni générés autour de chaque nageur. Numériquement, le modèle que nous avons introduit permet de décrire l'ensemble des caractéristiques précédentes à l'exception du

comportement multi-échelles turbulent. Il permet de plus une investigation plus complète et contrôlée des paramètres et de la dynamique du système. De façon originale, ce système numérique actif fait apparaître une transition de phase liquide/hexatique typique des systèmes bidimensionnels thermiques.

Enfin, le dernier chapitre aborde les résultats obtenus concernant l'interaction d'un nageur avec un réseau de tourbillons contra-rotatifs. Expérimentalement, nous avons mis en place un dispositif permettant de générer un réseau de 4x4 tourbillons. À la fois expérimentalement et numériquement, l'étude de la trajectoire d'un nageur permet de décrire les interactions entre nageur et écoulement de l'échelle du tourbillon aux comportements à temps long du transport du nageur qui sont extrapolés. Grâce à l'étude numérique du problème, la qualité de l'extrapolation des propriétés du système expérimental est discutée. This thesis is part of the study of the transport and dispersion of particles by fluid flows. In particular, we are interested in the specific behaviours linked to the presence of active particles, which are capable of self-propulsion, creating their own flows, and emitting and reacting to chemical plumes.

A first chapter is devoted to a review of basic concepts, the state of the art in particle transport and to the presentation of some characteristic behaviours that emerge from recent use of active particles.

The second chapter deals with the first part of my work by focusing on the active particles considered herein : camphor disks, placed at the air-water interface where they move spontaneously for several hours to form interfacial swimmers. After a few reminders of the physical concepts and properties of isolated swimmers, we describe a novel experimental method used to characterize the three-dimensional Marangoni flows created by these swimmers. These measurements, consistent with recent numerical approaches, provide a complete set of characteristics that will serve as a building block for the study of transport phenomena in the presence of multiple particles or external flows. In parallel, we introduce a numerical model of a swimmer that is innovative in its two-dimensional character and its ability to account for the structure of Marangoni flows. This model, on the one hand, predicts swimming properties of individual particles that are coherent with the literature in this field. On the other hand, it allows the exploration of complex multi-particle dynamics, which will be the subject of the continuation of this thesis.

The next chapter addresses the main part of this work dealing with the dynamics and transport behaviours in the presence of an assembly of swimmers. More precisely, we focus on the dispersion of a scalar surface field by these swimmers. Experimentally, we show that a stationary regime of imperfect mixing is reached, indicating competition between mixing and unmixing mechanisms. This regime is characterised both globally and via a multiscale analysis which shows similarities with turbulent processes, although the flows are laminar here. On a global scale, the origin of the mixing/unmixing properties is elucidated, in connection with the Marangoni flows generated around each swimmer. Numerically, the model we have introduced allows a description of all the previous characteristics except the turbulent multi-scale behaviour. It also allows a more complete and controlled investigation of the parameters and dynamics of the system. In a surprising way, the numerical model of this active particle system reveals a liquid/hexatic phase transition typical of thermic two-dimensional systems.

Finally, the last chapter discusses the results obtained concerning the interaction of a swimmer with a network of counter-rotating vortices. Experimentally, we have set up a device to generate a 4x4 vortex array. Both experimentally and numerically, the study of a swimmer's trajectory allows to describe the interactions between swimmer and flow from the vortex time scale to the long time behaviours of the swimmer's transport, which are extrapolated. Through the numerical study, the quality of the extrapolation of the experimental system properties is discussed.

### Table des matières

1	Inti	roducti	ion	1			
	1	Préambule					
	2	Transport et dispersion de particules par un écoulement					
		2.1	Transport et dispersion d'un scalaire passif	. 3			
		2.2	Au-delà du scalaire passif	. 10			
		2.3	Dynamique propre des particules	. 16			
	3	Synthèse et problématiques					
2	Dyı	namiqu	e du nageur interfacial	25			
	1	Nageu	$ r interfacial de camphre \ldots \ldots$	. 27			
		1.1	Du camphre au nageur interfacial	. 28			
		1.2	Comportements du nageur interfacial	. 34			
		1.3	Description analytique et modélisations	. 36			
	2	Écoule	ements Marangoni créés par un nageur interfacial	. 38			
		2.1	Écoulements Marangoni dans la littérature	. 38			
		2.2	Caractérisation expérimentale pour une source mobile	. 43			
	3	Un nouveau modèle de nageur		. 60			
		3.1	Préambule	. 60			
		3.2	Modélisation	. 61			
		3.3	Implémentation	. 65			
		3.4	Dynamique d'un nageur seul	. 68			
		3.5	Interaction entre deux nageurs	. 76			
		3.6	Forces et faiblesses du modèle	. 80			
	4	Bilan		. 81			
	5	Annex	Annexe : Déviation de nappe laser par une plaque épaisse				
3	Tra	nsport	et dispersion en présence de nageurs interfaciaux	85			
	1	Mélan	ge d'un scalaire passif flottant en présence de nageurs interfaciaux .	. 86			
		1.1	Mélange à une interface libre	. 87			
		1.2	Étude expérimentale	. 88			
	2	Dynar	nique multi-nageurs : une approche numérique	. 111			
		2.1	Comportements collectifs et matière active	. 111			
		2.2	Interactions et transport de nageurs interfaciaux	. 112			

		2.3	Dispersion numérique d'un scalaire passif	126
	3	Bilan		136
4	Tra	nsport	d'un nageur interfacial par un écoulement externe	139
	1	ères expériences dans un réseau de tourbillons	142	
		1.1	Dispositif expérimental	142
		1.2	Champ de vitesse créé à l'interface	144
		1.3	Interaction nageur-tourbillon	148
		1.4	Transport du nageur dans le réseau	156
		1.5	Vers un comportement temps long	159
	2	Étude	numérique	163
		2.1	Implémentation	163
		2.2	Trajectoires observées	164
		2.3	Interaction nageur-tourbillon	166
		2.4	Transport aux temps longs	168
	3	Bilan		170
C	onclu	isions o	et perspectives	173
-				

### Bibliographie

### Introduction

### Sommaire

1

1	Préambule			<b>2</b>	
2	Transport et dispersion de particules par un écoulement				
	2.1	Transport et dispersion d'un scalaire passif			
		2.1.1	Advection et diffusion	3	
		2.1.2	Advection chaotique	7	
		2.1.3	Écoulement turbulent	8	
	2.2 Au-delà du scalaire passif				
		2.2.1	Motivations	11	
		2.2.2	Particules inertielles	12	
		2.2.3	Particules de taille finie	14	
	2.3 Dynamique propre des particules			16	
		2.3.1	Effets phorétiques	16	
		2.3.2	Particules actives	19	
3	Synthèse et problématiques			<b>21</b>	



(a) Vue sur la basilique Notre-Dame-de-Fourvière depuis les quais de Saône lors du phénomène de ciel jaune observé le 6 février 2021 à Lyon. Photographie par Manuel Agudelo [5].



(b) Gouttes et gouttelettes pouvant voyager sur plusieurs mètres lors d'un éternuement sans respect des gestes barrières. Photographie par James Gathany [6].

FIG. 1.1 – Illustrations de phénomènes naturels de transport de particules (respectivement sable et gouttes) par des écoulements aériens.

#### 1 Préambule

Couleur jaune du ciel lyonnais, septième continent de plastique, épidémie de Covid-19... Si ces phénomènes se partagent la première ligne de ce manuscrit, c'est parce qu'ils possèdent un point commun : ils trouvent leur origine dans le transport de particules par un fluide. Que ce soit le sable provenant du Sahara qui, transporté par le sirocco [1], a donné un spectacle inédit dans la capitale des Gaules (voir FIG. 1.1a); l'un des millehuit-cent-milliards de morceaux de plastique qui, entrainés par les courants océaniques, ont formé un continent de plastique d'une surface équivalente à trois fois celle de la France [2]; ou encore l'une des quarante-mille gouttelettes potentiellement porteuses du Covid-19 projetées lors d'un éternuement [3,4] (voir FIG. 1.1b), ce sont autant d'exemples de particules qui, bien que plus petites que nous, ont de grandes conséquences lorsqu'elles sont transportées par un écoulement.

Naturellement présents autour de nous, les phénomènes de transport de particules par des écoulements ne sont heureusement pas toujours néfastes. Les courants d'air chaud (écoulement) permettent par exemple aux oiseaux migrateurs (particules) de s'élever sans effort et ainsi de parcourir des milliers de kilomètres [7–10]. Les humains pratiquant le rafting en se laissant emporter par les rapides en sont une autre illustration.

En raison de leur variété et de leur importance, ces thématiques attirent l'attention de nombreux scientifiques depuis plusieurs centaines d'années. Qu'ils soient géologues intéressés par le transport de morceaux de roche par l'eau après leur érosion [11], astrophysiciens travaillant à décrire la formation des planètes [12] ou mécaniciens des fluides essayant de prédire la durée de chute d'une goutte de pluie [13,14], tous s'intéressent au vaste domaine du transport et de la dispersion de particules par des écoulements. Si cet engouement de longue date n'est pas près de s'essouffler, c'est en raison de l'incroyable richesse des comportements observés. En effet, en fonction de sa forme, de sa taille, de sa densité, de sa sensibilité à son environnement ou même de sa capacité à s'auto-propulser, une particule peut exhiber de nombreux comportements dans un seul et même écoulement. Si l'on rajoute à cela la variété des écoulements en fonction de la densité, de la vitesse, de la viscosité du fluide ou de la manière dont ils sont forcés, les possibilités sont infinies.

La compréhension du transport et de la dispersion de particules avançant, nous apprenons à en tirer profit au travers d'applications. Dans la vie courante, le fonctionnement d'un spray de peinture en fournit un exemple. Avant utilisation, il faut assurer l'homogénéité des pigments dans le liquide et, lors de l'utilisation, contrôler la répartition des gouttelettes projetées pour obtenir un rendu homogène sur toute la surface de destination. Au travers d'une simple pression sur le spray, c'est donc deux cas de particules dans un écoulement que nous mobilisons inconsciemment. La composition chimique de la peinture, le diamètre de la buse qui l'éjecte... Autant de paramètres dans lesquels la science a joué un rôle. À terme, nous pouvons espérer pouvoir utiliser les connaissances acquises pour disperser un nuage de pollution, dévier une marée noire ou encore prédire la trajectoire d'un navire en détresse afin de lui porter secours.

Maintenant que j'espère vous avoir convaincu de l'importance de faire avancer la recherche dans ce domaine, je vais procéder à un état de l'art du transport et de la dispersion de particules par un écoulement pour situer précisément les enjeux de mes travaux de thèse ainsi que leurs intérêts.

### 2 Transport et dispersion de particules par un écoulement

Pour entamer cet état de l'art, nous allons nous intéresser à comprendre comment des particules, présentes dans un fluide, peuvent être transportées et/ou dispersées. Pour cela, nous allons commencer par le cas le plus simple : celui des traceurs, des particules de taille petite devant l'échelle des variations de l'écoulement qui les contient et ayant la même densité que le fluide.

#### 2.1 Transport et dispersion d'un scalaire passif

#### 2.1.1 Advection et diffusion

Commençons par nous intéresser au cas d'une particule de rayon  $r_p \in 1 \text{ nm}-10 \text{ µm}$ et de masse volumique  $\rho_p$  dans un grand volume de liquide de masse volumique  $\rho = \rho_p$ . Celle-ci peut être mise en mouvement par le fluide environnant, c'est ce qu'on appelle l'advection. Dans le cas où la particule est petite devant l'échelle des fluctuations de la vitesse du fluide et qu'elle a la même densité que le fluide, celle-ci se comporte sur des temps courts exactement comme une molécule de fluide. On l'appelle alors un traceur. Observer sa dynamique revient donc à visualiser le mouvement du fluide, c'est pourquoi les traceurs sont très utilisés pour caractériser expérimentalement les écoulements.

1

Etonnamment, même si le fluide est macroscopiquement immobile, la particule qui nous intéresse ne l'est pas. À l'échelle microscopique, les molécules du fluide ne sont jamais au repos, et sont d'autant plus agitées que la température du fluide est élevée. C'est ce qu'on appelle l'agitation thermique. Subissant les chocs aléatoires des molécules de fluide qui l'entourent, la particule qui nous intéresse se déplace sur de très petites distances à chaque choc. C'est le mouvement brownien, qui se produit dès lors qu'une particule suffisamment petite est soumise à l'agitation thermique. En présence d'un grand nombre de particules, le mouvement brownien permet de les répartir dans tout le volume disponible. C'est ce qu'on appelle la diffusion moléculaire. La loi phénoménologique de Fick permet de modéliser de façon satisfaisante ce processus. Pour décrire l'effet de la diffusion moléculaire sur un grand nombre de particules, définissons  $c(\mathbf{r},t)$  la probabilité de présence d'une particule en tout point r du fluide et à un instant t donné. c est appelé champ de concentration des particules. Dans le cas où les particules sont des traceurs, le champ de concentration c se comporte de la même manière que n'importe quel autre scalaire passif, la température par exemple. En utilisant la loi de Fick, l'évolution du champ de concentration c des particules peut être modélisée en supposant l'incompressibilité de l'écoulement par une équation d'advection-diffusion :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} c = \kappa \Delta c \tag{1.1}$$

où  $\frac{\partial}{\partial t}$  est la dérivée partielle par rapport au temps,  $\boldsymbol{u}$  le champ de vitesse du fluide,  $\nabla$ l'opérateur gradient,  $\kappa$  le coefficient de diffusion de l'espèce et  $\Delta$  l'opérateur laplacien. Définissons grâce à cette équation deux temps caractéristiques du transport de la particule sur une distance  $L_c$ , un pour l'advection ( $\tau_{adv}$ ) et l'autre pour la diffusion ( $\tau_{dif}$ ) :

$$\tau_{\rm adv} = \frac{L_c}{u} \qquad \qquad \tau_{\rm dif} = \frac{L_c^2}{\kappa}. \tag{1.2}$$

Le nombre de Péclet permet de comparer ces deux durées :

$$Pe = \frac{\tau_{dif}}{\tau_{adv}} = \frac{L_c u}{\kappa}.$$
(1.3)

Lorsque le nombre de Péclet est grand devant un, le temps caractéristique de la diffusion est beaucoup plus grand que celui de l'advection, autrement dit l'advection est plus efficace que la diffusion. C'est le cas lorsque les distances  $(L_c)$  ou la vitesse du fluide (u) sont importantes. Inversement, sur les petites distances ou lorsque l'écoulement est faible, le nombre de Péclet devient petit devant un ce qui signifie que la diffusion est prépondérante. Pour fixer les idées, considérons un fluide macroscopiquement immobile (u = 0). Le nombre de Péclet est donc nul et l'équation d'évolution du champ de concentration se réduit à l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \kappa \Delta c. \tag{1.4}$$

L'agitation thermique est ainsi la seule source de mouvement de la particule. En l'absence d'inertie, la force aléatoire brownienne est compensée par les frottements visqueux, que l'on peut modéliser par une force de Stokes ( $F_s = -6\pi\eta r_p V$ ) avec  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide et V la vitesse de la particule. Il en résulte un lien entre agitation thermique, force de Stokes et coefficient de diffusion. Cette relation, la loi de Stokes-Einstein, permet d'obtenir une estimation du coefficient de diffusion pour des particules de rayon 1 nm :  $\kappa \sim 2 \times 10^{-10} \,\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$  à 25 °C. Calculons le déplacement quadratique moyen associé, c'està-dire la distance moyenne qu'aura exploré une particule en un certain temps. Il s'agit d'un indicateur de ses propriétés de transport. Dans le cas de la diffusion brownienne en trois dimensions, celui-ci s'écrit : DQM $(t) = \langle (\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t=0))^2 \rangle_p = 6\kappa t$  où  $\mathbf{r}(t)$  est la position d'une particule à l'instant t, et  $\langle \cdot \rangle_p$  une moyenne d'ensemble sur un grand nombre de particules. Il est important de remarquer que bien que le déplacement quadratique moyen soit non nul (la particule explore l'espace autour d'elle), sa position moyenne reste fixe. Avec ces hypothèses, il faut en moyenne 23 heures à une particule pour parcourir 1 cm et près de 10000 jours pour parcourir 1 m. On retrouve que sur de grandes distances, la diffusion est un phénomène très lent, qui n'est à lui seul pas satisfaisant pour mélanger des particules dans un grand volume de fluide. L'idée qui vient naturellement pour accélérer le processus est de mettre le fluide contenant les particules en mouvement, créant ainsi un écoulement permettant d'advecter les particules.

L'équation qui décrit l'évolution du champ de concentration des particules est maintenant l'équation d'advection-diffusion (1.1). Considérons que les particules sont contenues dans un fluide se déplaçant à une vitesse constante dans lequel toutes les molécules de fluide se déplacent dans la même direction sans se perturber.

Considérons un instant initial t = 0, où deux particules sont situées en  $\mathbf{r}_1(t = 0) = (x_1, y_1)$  et  $\mathbf{r}_2(t = 0) = (x_2, y_2)$ , séparées de  $\mathbf{D}(t = 0) = \mathbf{r}_2(t = 0) - \mathbf{r}_1(t = 0)$  et placées dans un écoulement  $\mathbf{u} = u_0 \mathbf{e}_x$ . Après une durée t, en ne considérant que l'advection, les particules se retrouveront respectivement en  $\mathbf{r}_1(t) = (x_1 + u_0 t, y_1)$  et  $\mathbf{r}_2(t) = (x_2 + u_0 t, y_2)$ et auront donc un éloignement  $\mathbf{D}(t) = \mathbf{D}(t = 0)$  (voir FIG. 1.2). L'écart quadratique moyen entre les deux particules, qui est, du point de vue lagrangien, un indicateur de la dispersion des particules, vaudra donc dans ce cas  $EQM(t) = \langle (\mathbf{D}(t) - \mathbf{D}(t = 0))^2 \rangle_p = 0$ . Dans cette situation, seule la diffusion aura un effet, et l'écart quadratique moyen entre deux particules augmentera linéairement avec le temps, comme c'est le cas pour de la diffusion sans écoulement :  $EQM(t) = 12\kappa t$ . La présence d'advection augmente par contre de manière significative le transport des particules, puisque dans cet exemple  $DQM(t) = u_0^2 t^2 + 6\kappa t$  où  $u_0^2 t^2 \gg 6\kappa t$ . Un écoulement unidimensionnel comme celui-ci permet donc de transporter efficacement des traceurs, mais pas de les disperser.



FIG. 1.2 – Schéma de la situation : les particules 1 (en vert) et 2 (orange) sont advectées par un écoulement uniforme u. En négligeant la diffusion, la distance D entre les deux n'évolue pas entre l'instant initial et l'instant t.

Nous allons voir ce qu'il en est pour d'autres écoulements laminaires, c'est-à-dire pour lesquels les molécules de fluide suivent des trajectoires « en couche », chaque couche se déplaçant sans perturber les couches adjacentes [15]. Le mélange de particules présentes au sein d'une même couche est alors dû uniquement à la diffusion comme dans le cas simple de l'écoulement unidimensionnel que nous venons d'aborder. Il s'agissait de l'exemple d'écoulement laminaire le plus simple puisque toutes les couches se déplaçaient à la même vitesse.

Pour obtenir un écoulement laminaire, une condition nécessaire est que le nombre de Reynolds, défini comme

$$Re = \frac{\rho u L_c}{\eta} \tag{1.5}$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide, u sa vitesse caractéristique,  $L_c$  sa taille caractéristique et  $\eta$  sa viscosité dynamique ne doit pas excéder une certaine valeur critique dépendant de la géométrie de l'écoulement. Pour un écoulement dans un tuyau de section circulaire, cette valeur est de l'ordre de 10<sup>3</sup>. Pour un tuyau de diamètre  $L_c = 10$  cm dans lequel s'écoule de l'eau, cela revient à dire que la vitesse de l'écoulement ne doit pas excéder 10 cm · s<sup>-1</sup>.

Dans les écoulements laminaires qui présentent un cisaillement (les couches de fluide se déplacent sans se perturber à des vitesses différentes) comme les écoulements de Couette et de Poiseuille, la dispersion des particules par diffusion est exacerbée dans la direction de l'écoulement. C'est la conséquence 1) d'un équilibre entre les effets de l'advection, qui emporte à des vitesses différentes les particules en fonction de la couche dans laquelle elles se situent, et 2) de la diffusion dans la direction transverse, qui tend à réduire les hétérogénéités créées par l'advection. Ce phénomène est connu sous le nom de dispersion de Taylor-Aris [16, 17]. Cela se traduit par un coefficient de diffusion dans la direction de l'écoulement qui est remplacé par un coefficient de diffusion effectif :

$$\kappa_{\rm eff} = \kappa \left( 1 + \frac{\rm Pe^2}{48} \right) \tag{1.6}$$

dans le cas d'un écoulement de Poiseuille dans un tube, pour lequel le nombre de Péclet est défini par l'équation (1.3) avec  $L_c$  le rayon du tube et u la vitesse moyenne de l'écoulement.

L'effet est donc d'autant plus important que le nombre de Péclet est grand.

Même si la présence de cisaillement peut permettre (à nombre de Péclet non nul) d'accélérer la dispersion de particules par diffusion dans un écoulement laminaire, cela reste un phénomène lent. Pour mélanger de façon efficace dans un écoulement laminaire, une possibilité est de réaliser de l'advection chaotique en imposant des contraintes géométriques à l'écoulement.

#### 2.1.2 Advection chaotique

Pour obtenir de l'advection chaotique, l'écoulement doit posséder au minimum trois degrés de liberté [18,19] (écoulement bidimensionnel non-stationnaire ou tridimensionnel). Parmi les multiples dispositifs existants, on peut citer le « mélangeur en 8 » : un cylindre immergé dans le fluide, et décrivant une forme de 8. De cette façon, il impose des trajectoires ayant la même forme au fluide ainsi qu'aux particules en suspension dans celui-ci. Le point de jonction des deux cercles formant le 8 constitue un point d'intersection des trajectoires. Expérimentalement, le passage répété des particules dans cette zone d'intersection des trajectoires permet de former de plus en plus de « feuillets » : une succession de filaments avec et sans particules (voir FIG. 1.3 b)). C'est le mécanisme d'étirementrepliement [20–23], qui permet un mélange macroscopique des particules. C'est ce même mécanisme que met en œuvre un boulanger pour préparer sa pâte feuilletée : une fois le beurre incorporé dans la détrempe, l'ensemble est allongé au rouleau à pâtisserie, avant d'être replié sur lui-même, créant à chaque tour un plus grand nombre de feuillets, ici des successions de couches pâte/beurre. Cependant ce dernier n'est pas suffisant : plus la durée de mélange est grande, plus le nombre de feuillets sera grand et plus ceux-ci seront fins, mais le mécanisme d'étirement-repliement ne permet pas l'homogénéisation microscopique, c'est-à-dire inter-feuillets. C'est la diffusion, efficace sur de faibles distances, qui termine le processus de mélange. Pour poursuivre l'analogie avec la boulangerie, c'est pour cette raison que le boulanger place sa pâte au frais entre chaque tour : il veut absolument éviter le mélange microscopique entre le beurre et la pâte, sous peine d'obtenir un résultat brioché plutôt que feuilleté! La FIG. 1.3, issue d'un article de Gouillart et al. [22] représente parfaitement les différentes étapes du mélange chaotique. Sur les images a) et b), des feuillets de plus en plus fins sont formés sans interpénétration (le contraste blanc-noir est intact entre les feuillets adjacents). Sur l'image c), la diffusion inter-feuillets devient visible (nuances de gris) jusqu'à atteindre l'homogénéisation finale (image d)). Dans le cas du mélange chaotique, la dispersion entre deux particules est en général écrite EQM( $\tilde{t}$ )  $\propto \exp(2\lambda \tilde{t})$  où  $\lambda$  est le plus grand des exposants de Lyapunov [24] et  $\tilde{t}$  le temps adimensionné par un temps caractéristique du problème. Sa valeur dépend de l'écoulement étudié, mais peut aussi dépendre du temps ou de la distance initiale entre les deux particules considérées. Elle peut être déterminée de différentes façons, notamment expérimentalement, par exemple en utilisant la méthode des exposants de Lyapunov de taille finie (FSLE) [25]. Une valeur de  $\lambda = 0.4$  a été rapportée par cette méthode dans

7

un écoulement bidimensionnel instationnaire [26]. Cela correspond à une dynamique de dispersion de particules très rapide en raison de la croissance exponentielle de l'écart quadratique moyen, qui ne suit que des lois de puissance d'exposants 1 et 2 pour des régimes respectivement diffusifs et balistiques. Ce résultat démontre ainsi l'efficacité des écoulements chaotiques pour disperser des particules.



FIG. 1.3 - a) Un colorant est initialement déposé dans la cuve. b) Après quelques mouvements en forme de 8 d'un cylindre dans la cuve, le résultat de l'étirement-repliement est visible : apparition des premiers filaments. c) Quelques périodes plus tard, le nombre de filaments a largement augmenté, et ils sont de plus en plus fins. d) La diffusion moléculaire termine le mélange en forçant les filaments à se fondre les uns avec les autres. Figure tirée de Gouillart *et al.* [22].

#### 2.1.3 Écoulement turbulent

Une autre possibilité pour disperser un scalaire passif est de conférer une grande vitesse à l'écoulement, telle que le nombre de Reynolds soit supérieur à une valeur critique dépendant de l'écoulement [27]. Pour un écoulement de Poiseuille cylindrique, cette valeur est de l'ordre de  $10^3$ – $10^4$ . En atteignant cette valeur critique, l'écoulement, d'abord laminaire, devient turbulent (voir l'exemple de la fumée qui accélère en s'élevant au-dessus d'une bougie, FIG. 1.4). Le champ de vitesse devient instable et contient énormément de fluctuations, se présentant sous la forme de tourbillons de tailles et durées de vie variables. Il s'agit d'un processus aléatoire, dont la description appropriée est statistique. Le spectre de l'énergie cinétique du fluide (voir FIG. 1.5) permet de définir les échelles spatiales caractéristiques de la turbulence.

Les variations spatiales vont de l'échelle  $L_{\epsilon}$  d'injection de l'énergie à l'échelle  $\eta_{\rm K}$  où la viscosité permet de dissiper l'énergie cinétique de l'écoulement, appelée échelle de Kolmogorov. Il s'agit de la taille des plus petits tourbillons observés [28, 29]. Celle-ci est universelle puisqu'elle ne dépend que de la viscosité cinématique  $\nu$  du fluide et du taux moyen de dissipation d'énergie  $\epsilon : \eta_{\rm K} = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ . À partir de ces deux quantités, un temps caractéristique dit de Kolmogorov peut être construit et nous sera utile dans la suite de ce chapitre :  $\tau_{\eta} = (\nu/\epsilon)^{1/2}$ . Pour les échelles intermédiaires, le régime est appelé inertiel et l'énergie cinétique décroît comme  $k^{-5/3}$  où k est le nombre d'onde considéré.



FIG. 1.4 – La fumée émise par une bougie s'élève d'abord en régime laminaire, puis, en accélérant, devient turbulente. Photographie par Gary Settles [30].



FIG. 1.5 – Spectre de l'énergie cinétique d'un fluide en écoulement turbulent en fonction du nombre d'onde. Les nombres d'onde séparant les différents régimes permettent de définir les tailles caractéristiques de l'écoulement : échelle  $L_{\epsilon}$  d'injection de l'énergie et échelle  $\eta_{\rm K}$  de Kolmogorov. La célèbre pente -5/3 tracée en régime inertiel a été prédite par Kolmogorov [28]. Figure inspirée de [31].

Dans un écoulement turbulent, la trajectoire d'un traceur est fortement aléatoire et tourmentée puisqu'elle est influencée par un ensemble de tourbillons de tailles et de durées de vie variables. La dispersion de traceurs dans un écoulement turbulent est donc très efficace. L'écart quadratique moyen peut prendre différentes formes, en fonction par exemple de la dimension de l'écoulement, mais aussi de l'écart initial entre les particules. En considérant ici le cas de la turbulence homogène isotrope tridimensionnelle, et en se restreignant à des particules distantes initialement de  $\|\boldsymbol{D}(0)\|$  tel que  $\eta_{\mathrm{K}} \ll \|\boldsymbol{D}(0)\| \ll L_{\epsilon}$ , trois comportements asymptotiques existent [32] :

- à temps court : EQM(t)  $\propto S_2^{\mathbb{M}}(\|\boldsymbol{D}(0)\|)t^2$ .
- à temps intermédiaire : EQM $(t) \propto t^3$ .
- à temps long : EQM(t)  $\propto t$ .

avec $S_2^{/\!\!/}$  la fonction de structure d'ordre 2 de l'écoulement définie comme

$$S_2^{\#}(r) = \left\langle \left\| \frac{\left[ \boldsymbol{v}_i(t) - \boldsymbol{v}_j(t) \right] \cdot \boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}} \right\|^2 \right\rangle_{p,r}, \qquad (1.7)$$

où r est un intervalle (« bin ») de l'espace, et où la moyenne est une moyenne d'ensemble sur les paires de nageurs dont la distance  $r_{ij}$  est dans r.

Le premier, appelé régime de Batchelor [33], est un régime balistique dépendant de la séparation initiale des particules par l'intermédiaire de la fonction  $S_2^{/\!/}$  (de structure d'ordre 2 de l'écoulement). Le second, obtenu dès que la durée de mémoire de l'état initial est dépassée, a été découvert par Richardson [34]. Il est dit super-diffusif (puisque la dispersion suit une loi de puissance plus grande que celle pour la diffusion). Dans ce régime, la dispersion de deux particules est encore plus efficace que dans un régime balistique (où EQM $(t) \propto t^2$ ). Enfin, le régime diffusif est retrouvé aux temps longs. Ainsi, aux temps courts et intermédiaires, un écoulement turbulent permet une dispersion très efficace.

Nous avons vu dans cette partie que des particules, plus petites que l'échelle des variations de l'écoulement et isodenses du fluide qui les contient, peuvent être mélangées plus efficacement que par la diffusion grâce à des écoulements chaotiques ou turbulents. En négligeant la diffusion, ces particules se comportent exactement comme des molécules de fluide, ce qui leur vaut le nom de traceurs. Les suivre expérimentalement et déterminer leur dynamique permet donc d'obtenir des informations sur l'écoulement qui les transporte. Cependant, toutes les particules ne sont pas des traceurs. Certaines sont par exemple trop grandes par rapport aux échelles de fluctuation de l'écoulement, ce qui a des conséquences sur leur dynamique et modifie leurs propriétés de transport et de dispersion.

#### 2.2 Au-delà du scalaire passif

Intéressons-nous à présent au cas du mélange de particules qui ne suivent pas parfaitement les mouvements du fluide.

#### 2.2.1 Motivations

Peu importe l'origine de la déviation au comportement de traceur des particules considérées, la conséquence est que leur vitesse devient différente de celle du fluide à leur position. Le champ de vitesse  $u_p$  associé aux particules est donc lui aussi différent de celui du fluide et peut s'écrire :

$$\boldsymbol{u_p} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u'} \tag{1.8}$$

où u est, comme précédemment, le champ de vitesse du fluide et u' la vitesse relative des particules par rapport au fluide. L'équation d'advection-diffusion du champ de concentration des particules s'écrit alors :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}} c) = \kappa \Delta c. \tag{1.9}$$

En utilisant l'équation (1.8) et l'incompressibilité du champ de vitesse  $\boldsymbol{u}$  du fluide, l'équation précédente peut se réécrire :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{p}} \cdot (\boldsymbol{\nabla} c) + (\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u'}) c = \kappa \Delta c.$$
(1.10)

Notons que bien que le champ de vitesse du fluide soit incompressible, il n'y a aucune raison qu'il en soit de même pour u'. En suivant la même approche que Volk *et al.* [35], il est possible d'en déduire une équation d'évolution de  $c^2$ :

$$\frac{1}{2}\frac{\partial c^2}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left[ (\boldsymbol{u} + \boldsymbol{u'})\frac{c^2}{2} - \kappa c \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{c} \right] = -\kappa (\boldsymbol{\nabla} c)^2 - \frac{c^2}{2} \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{u'}.$$
(1.11)

En intégrant sur le volume, le terme de divergence devient une intégrale de surface, qui s'annule pour un système fermé sur les bords de la cuve. En notant  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne spatiale, l'équation se réécrit donc :

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\langle c^2\rangle}{\mathrm{d}t} = -\kappa\left\langle \left(\boldsymbol{\nabla}c\right)^2\right\rangle - \left\langle \frac{c^2}{2}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{u}'\right\rangle.$$
(1.12)

En considérant que la concentration moyenne de particules  $\langle c \rangle$  est constante, cette équation peut être assimilée à l'équation d'évolution de la variance  $\sigma^2 = \langle c^2 \rangle - \langle c \rangle^2$  du champ de concentration. C'est dans cette équation que se trouve la motivation d'étudier des particules dont le champ de vitesse diffère de celui de scalaires passifs. En effet, elle montre que la variance, indicateur global du mélange de particules, ne peut que diminuer si  $\boldsymbol{u'} = 0$ . Le terme d'origine diffusive étant strictement négatif, cela montre que la diffusion ne peut que mélanger (et pas démélanger). En revanche, dès lors que le champ de vitesse des particules est compressible, et ce peu importe l'origine de cette compressibilité, la variance peut augmenter à condition que la somme des deux termes soit positive. Une compressibilité du champ de vitesse des particules a donc pour conséquence directe la possibilité de démélanger des particules, en rendant par exemple possible l'accumulation de particules dans certaines régions de l'écoulement. Dans cette partie ainsi que la suivante, je vais passer en revue les différentes origines possibles de cette compressibilité du champ de vitesse des particules et ses conséquences sur le transport et la dispersion.

#### 2.2.2 Particules inertielles

Les particules inertielles ont, comme leur nom l'indique, une inertie : lors d'une fluctuation de l'écoulement qui les porte, leur dynamique réagit à cette variation mais avec un délai de réponse. La raison de ce retard est une différence de densité entre la particule et l'écoulement [31,36,37]. La particule peut être plus ou moins dense que le fluide, c'est par exemple respectivement le cas d'un grain de sable ou d'une bulle d'air dans l'eau. Nous appellerons ces types de particules inertielles respectivement lourdes et légères, sous-entendu que leur densité est plus et moins grande que celle du fluide. Différents modèles ont été utilisés pour décrire le mouvement de particules inertielles. Le plus commun est valide pour les particules sphériques suffisamment petites (telles que le nombre de Reynolds associé à la particule tende vers 0). Celui-ci, dérivé la même année indépendamment par Gatignol [38] et par Maxey et Riley [39] s'écrit :

$$m_p \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = m_f \frac{\mathrm{D}\boldsymbol{u}}{\mathrm{D}t} + (m_p - m_f)\boldsymbol{g} + 6\pi\mu r_p(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{V}) + \frac{1}{2}m_f \frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{V})}{\mathrm{d}t} + H(\boldsymbol{u}(t_0 < t)) \quad (1.13)$$

où  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla$  est la dérivée le long de la trajectoire de la particule,  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$  la dérivée le long de la trajectoire du fluide,  $m_p = \frac{4}{3}\rho_p\pi r_p^3$  la masse de la particule étudiée de rayon  $r_p$  ayant une vitesse  $\mathbf{V}$ ,  $m_f = \frac{4}{3}\rho_f\pi r_p^3$  la masse de fluide équivalent au volume de la particule,  $\mathbf{u}$  la vitesse de l'écoulement à la position de la particule,  $\mathbf{g}$  l'accélération de la particule, du la viscosité dynamique du fluide. La dynamique de la particule est donc influencée, dans l'ordre d'apparition dans l'équation, par l'accélération du fluide à la position de la particule, les effets de la gravité, une force de trainée de Stokes, un terme de masse ajoutée et enfin un terme d'histoire (en pratique négligeable [40]). En négligeant ce dernier terme ainsi que les effets de gravité devant l'accélération du fluide, la résolution de cette équation donne au premier ordre pour la vitesse de la particule si celle-ci est suffisamment petite devant l'échelle de dissipation visqueuse [41] :

$$\boldsymbol{V} \approx \boldsymbol{u} + \tau_p (\phi - 1) \frac{\mathrm{D} \boldsymbol{u}}{\mathrm{D} t}$$
 (1.14)

avec  $\phi = \frac{3\rho_f}{\rho_f + 2\rho_p}$  et  $\tau_p = \frac{r_p^2}{3\nu\phi}$ . On remarque ici que pour les particules légères ( $\phi > 1$ ) et lourdes ( $\phi < 1$ ) le terme correctif change de signe, provoquant de grandes différences de comportement. Dans un tourbillon par exemple, une particule lourde sera éjectée vers l'extérieur tandis qu'une particule légère sera attirée vers le centre de celui-ci (voir FIG. 1.6).

Il est ici intéressant de remarquer que, dans le cas de particules flottantes, la définition de la poussée d'Archimède implique que la masse de la particule est égale à la masse de fluide déplacée :  $m_p = m_f$ . Cela simplifie grandement l'équation (1.14), qui se résume à V = u en négligeant les effets de surface ainsi que le terme d'histoire : la particule suit les lignes de champ du fluide, ou autrement dit celle-ci n'a pas d'inertie. Si sa taille est suffisamment petite devant l'échelle des fluctuations de l'écoulement, en négligeant les effets de surface une particule flottante se comporte donc comme un traceur de l'écoulement de surface, quelle que soit sa densité.



FIG. 1.6 – Illustration de la dynamique de particules inertielles dans un tourbillon. En partant d'une situation où des particules plus légères (vertes) ou plus lourdes (oranges) que le fluide sont homogènement réparties, l'apparition d'un tourbillon a pour conséquence l'agrégation des particules légères au centre (zone de forte vorticité) et la centrifugation des particules lourdes (vers les zones de faible vorticité).

Après avoir expliqué la dynamique d'une particule inertielle dans un écoulement, intéressons-nous à ses propriétés de mélange. Comme mentionné précédemment, le champ de vitesse des particules peut être compressible sans que celui du fluide ne le soit puisque la particule ne suit pas l'écoulement. Cela donne la possibilité aux particules de s'accumuler dans certaines régions de l'espace, et d'être au contraire complètement absentes d'autres zones. En d'autres mots, il est possible que les particules se démélangent. C'est bien ce que l'on observe dans le cas des écoulements turbulents [37, 42]. Les échelles spatiales sur lesquelles ces regroupements ont lieu vont des échelles de dissipation visqueuses aux échelles inertielles. Ces phénomènes d'agrégation de particules inertielles sont observés pour une grande variété de particules et d'écoulements.

Pour classer ces différentes situations, le nombre adimensionné pertinent est le nombre de Stokes St =  $\frac{\tau_p}{\tau_u}$  où  $\tau_p$ , défini à l'équation (1.14), est le temps de réponse caractéristique de la particule et  $\tau_u$  un temps caractéristique de la dynamique de l'écoulement (voir FIG. 1.7). Pour des nombres de Stokes très petits devant 1, la particule réagit très rapidement aux fluctuations de l'écoulement et se comporte donc presque comme un traceur. Pour des nombres de Stokes très grands devant 1, la particule est très peu affectée par les fluctuations de l'écoulement.

Pour en revenir à l'agrégation de particules inertielles, elle a été observée pour des particules ayant des nombres de Stokes allant du dixième à plusieurs centaines, l'agrégation étant maximale pour des nombres de Stokes de l'ordre de 1 [43]. Comme prédit par la solution du modèle de Gatignol–Maxey/Riley (équation (1.14)), la dynamique des particules dépend qualitativement du signe de  $\phi - 1$ . Les particules inertielles légères sont piégées dans les régions de haute vorticité (elles s'accumulent vers le centre des tourbillons), alors que les particules lourdes en sont éjectées [44, 45].



FIG. 1.7 – Illustration des comportements limites de particules inertielles dans un écoulement en fonction de leur nombre de Stokes. Une particule ayant un nombre de Stokes très petit devant 1 suit parfaitement les fluctuations de l'écoulement alors que ce n'est pas le cas pour une particule ayant un nombre de Stokes grand devant 1.

Dans un écoulement laminaire chaotique, les mêmes phénomènes d'agrégation que dans les écoulements turbulents ont été observés [46]. Les zones par lesquelles les particules légères (respectivement lourdes) sont attirées (respectivement repoussées) sont, comme dans un écoulement turbulent, les zones de haute vorticité [47,48].

#### 2.2.3 Particules de taille finie

Étudions maintenant un autre type de particules, celles dont la taille n'est pas petite devant l'échelle spatiale de l'écoulement, que j'appellerai particules de taille finie. La principale conséquence de cette taille est que les différentes parties de la particule ne ressentent pas le même champ de vitesse. Dans un écoulement non homogène, le cisaillement ainsi créé sur la particule modifie sa dynamique.

Dans un écoulement de Poiseuille cylindrique, une conséquence de cette dynamique des particules est connu sous le nom d'effet Segré-Silberberg : les particules se répartissent transversalement à l'écoulement en fonction de leur taille. Plus quantitativement, les particules se stabilisent à une distance de  $0, 6 r_p$  du centre de l'écoulement [49]. En mettant une suspension de particules polydisperses, les plus grandes se retrouveront donc proches des bords et les plus petites proches du centre (voir FIG. 1.8). Cet effet montre bien l'influence de la taille des particules sur leur dynamique dans un écoulement laminaire dès lors que celle-ci n'est pas petite devant l'échelle des variations de l'écoulement.



FIG. 1.8 – Illustration de l'effet Segré-Silberberg : dans un écoulement de Poiseuille cylindrique, les particules se déplacent transversalement jusqu'à une position déterminée par leur taille. Plus une particule est grande, plus celle-ci est loin du centre de l'écoulement.

Pour la plupart des écoulements turbulents environnementaux, l'échelle de Kolmogorov est inférieure ou égale à 100 µm [50]. Dès lors qu'une particule est plus grande que cette taille, celle-ci ne peut pas répondre aux fluctuations du champ de vitesse sur des échelles inférieures à sa taille. Elle se comporte donc comme un filtre passe-bas pour les fluctuations de l'écoulement et, même si elle était isodense, la particule n'aurait pas la même dynamique que celle de l'écoulement dans lequel elle se déplace. Sur la FIG. 1.5, le spectre d'énergie d'une particule de taille finie serait donc équivalent à celui du fluide jusqu'au nombre d'onde  $1/r_p$  pour lequel la décroissance (qui se produit à  $1/\eta_K$  pour l'écoulement) est observée. Cette différence de comportement a été observée expérimentalement et peut être décrite par des corrections dites de Faxen au modèle ponctuel de la particule, permettant de prendre en compte les variations de l'écoulement sur la taille de la particule [50,51].

Une autre différence remarquable est l'influence que peut avoir la particule sur l'écoulement environnant, en raison de sa translation mais aussi de sa possible rotation [52]. L'écoulement influence la dynamique de la particule mais, réciproquement, la présence de celle-ci affecte l'écoulement (couplage bidirectionnel). Un exemple de cet effet est que le nombre de Reynolds auquel se produit la transition entre régimes laminaire et turbulent dans un canal est plus faible en présence d'un grand nombre de particules de taille finie [53].

Le mélange de particules de taille finie a reçu beaucoup moins d'attention que celui des particules inertielles. Dans la littérature, selon les configurations expérimentales ont été rapportés des régimes où les particules sont uniformément réparties [54] et d'autres pour lesquels un piégeage dans les régions de faibles variations de l'écoulement est observé [55]. Dans un écoulement chaotique, une augmentation de la dispersion en raison de la taille finie des particules a été montrée, d'autant plus importante que la taille des particules est grande dans la gamme de paramètre étudiés [56]. En turbulence, également peu de travaux de dispersion de particules de taille finie existent. Une étude expérimentale en turbulence homogène et isotrope confirme que la dispersion des particules n'est affectée que par les fluctuations d'échelle plus grande que sa taille [57], sous-entendant donc qu'elle est rendue moins efficace. Récemment, une étude en turbulence anistrope et inhomogène a rapporté l'observation de régimes balistiques et diffusifs mais pas du régime super-diffusif [58]. Cependant, cela ne signifie pas qu'un tel régime ne puisse exister pour les particules de taille finie, les échelles caractéristiques du système expérimental n'étant pas tout à fait adaptées à son observation. Comme nous venons de le voir, l'influence de la taille finie des particules montre des effets contrastés et peu prévisibles sur le mélange. Il s'agit d'un domaine de recherche jusqu'ici peu étudié et encore moins compris.

Nous avons commencé cette partie en faisant l'état de l'art des connaissances sur les traceurs passifs, particules dont la dynamique est entièrement déterminée par l'advection ainsi que la diffusion. Il s'agit de la situation la plus simple, support historique de l'étude du comportement des particules dans les écoulements. Depuis quelques décennies, la communauté scientifique s'est intéressée à des situations plus complexes pour lesquelles la particule ne suit pas les lignes de champ du fluide. Cette déviation peut être une conséquence d'une différence de densité entre particule et fluide (effets inertiels). Un grand nombre d'études s'est déjà intéressé aux conséquences des effets inertiels sur la dynamique, le transport et la dispersion des particules. Une autre origine possible vient des effets de taille finie. Ces derniers ont reçu moins d'attention et de nombreuses questions restent en suspens. Dans les deux cas, il s'agit d'effets purement hydrodynamiques qui expliquent les différences de comportements observés par rapport aux traceurs.

Jusqu'ici, les particules étudiées peuvent être regroupées sous le nom de passives, la seule source de mouvement étant l'écoulement. Cependant, ce n'est pas toujours le cas : certaines particules ont une mobilité propre qui persisterait même en l'absence d'écoulement. La mobilité propre des particules modifie leur dynamique et peut à elle seule rendre le champ de vitesse qui leur est associé compressible.

La dynamique des particules ayant une mobilité propre ainsi que les phénomènes qui en découlent n'ont pour l'instant été que très peu étudiés. Cela vient du fait que de telles particules n'ont été découvertes que récemment, et dans des champs disciplinaires différents de la mécanique des fluides : biophysique, matière molle, physique des systèmes hors-équilibre *etc.* Depuis quelques années, les mécaniciens des fluides ont commencé à utiliser ces particules en raison de l'émergence de phénomènes nouveaux n'existant pas avec des particules passives. La mobilité propre des particules peut avoir différentes origines et caractéristiques que nous allons maintenant détailler en nous intéressant également aux conséquences sur le transport et la dispersion.

#### 2.3 Dynamique propre des particules

#### 2.3.1 Effets phorétiques

Une première source de mobilité propre des particules est un couplage avec l'environnement. Il a été montré que la présence d'hétérogénéités dans un fluide peut induire un mouvement des particules présentes dans celui-ci : c'est ce qu'on appelle la mobilité phorétique [59]. Les hétérogénéités sources de mobilité phorétique peuvent être de plusieurs natures : chimique (diffusiophorèse), électrique (électrophorèse), thermique (thermophorèse) etc. [60–63]. Elles peuvent être créées artificiellement en laboratoire, mais sont évidemment aussi présentes dans la nature [64]. Le mouvement de la particule peut être dirigé dans le sens du gradient qui l'engendre ou dans le sens contraire. Pour un gradient électrique par exemple, les deux sont possibles simultanément : les particules chargées positivement se déplacement dans le sens du champ électrique, tandis que celles chargées négativement en sens opposé [65]. La mobilité phorétique des particules se traduit par une vitesse de dérive u', qui s'ajoute à celle du fluide pour donner la dynamique de la particule :

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u}'. \tag{1.15}$$

De la même manière que pour une différence de densité ou des effets de taille finie, les effets phorétiques dévient les particules des lignes de champ. Celles-ci ont donc un champ de vitesse qui peut être compressible. Il semble donc naturel que le phénomène de phorèse ait lui aussi des conséquences sur le mélange de particules.

Un exemple de situation où la phorèse joue un rôle dans le mélange de particules provient du cas particulier du mélange de deux fluides, l'un comportant des particules et l'autre non. En choisissant des particules ayant une tendance à migrer vers les hautes concentrations de soluté, il a été montré que l'ajout d'un soluté dans le fluide contenant les particules inhibe le mélange alors que ce même ajout dans le fluide vide de particules le favorise [66] (voir FIG. 1.9). Dans cet exemple, un mélangeur chaotique permet, par un mécanisme d'étirement-repliement, de créer des filaments, indépendamment de la présence ou non de soluté.



(a) Aucun sel n'a été ajouté. C'est l'état de référence.

(b) Le sel est initialement présent (c) Le sel est initialement présent dans la même phase que les colloides fluorescents. Le mélange est inhibé.

dans la phase sans colloïdes. Le mélange est accéléré.

FIG. 1.9 – Effet de la diffusiophorèse sur le mélange de colloides par un écoulement chaotique. Initialement, la moitié du liquide contient les colloïdes fluorescents (orange). Du sel est ajouté dans l'une, l'autre, ou aucune des phases. Après avoir traversé le même écoulement, il est clair que le mélange peut être accéléré ou ralenti par la diffusiophorèse. Figure issue de Deseigne etal. [66]. Barre d'échelle : 25 µm.

C'est au niveau microscopique que le diffusiophorèse joue un rôle en conférant une vitesse de dérive aux particules par rapport à l'écoulement en présence de soluté [66] :

$$\boldsymbol{u'} = D_{\rm DP} \boldsymbol{\nabla} \log c_{\rm s} \tag{1.16}$$

où  $D_{\rm DP}$  est un coefficient de diffusion relatif à la diffusiophorèse et  $c_{\rm s}$  le champ de concen-

tration de soluté. Les particules vont ainsi être entrainées dans le sens des gradients de soluté. Si celui-ci est initialement présent dans la même phase que les particules (salt-in), cette vitesse de dérive s'oppose à la diffusion et permet d'inhiber le mélange. En revanche, si le soluté est présent dans l'autre phase (salt-out), cette dérive de la vitesse s'ajoute à la diffusion des particules, d'où le fait qu'elle favorise le mélange. Le schéma de la FIG. 1.10, extrait du même article que les images précédentes, permet de résumer les différentes situations. Du point de vue des notations, les flux diffusifs  $j_{\rm D}$  et diffusiophorétiques  $j_{\rm DP}$  ont été préférés aux vitesses, mais peuvent qualitativement être assimilés. Quantitativement, il est possible de faire le lien avec l'équation générale d'évolution de la variance en présence d'une dérive des particules (1.12) qui se réécrit dans le cas d'effets phorétiques :

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\langle c^2\rangle}{\mathrm{d}t} = -\kappa\left\langle \left(\boldsymbol{\nabla}c\right)^2\right\rangle - \frac{D_{\mathrm{DP}}}{2}\left\langle c^2\Delta\log c_{\mathrm{s}}\right\rangle.$$
(1.17)

Bien que le champ de vitesse u' de dérive dû aux effets phorétiques soit, en norme, très faible par rapport à celui de l'écoulement, il s'agit du seul champ de vitesse à apparaître dans l'équation d'évolution de la variance. De plus, le coefficient de diffusion diffusiophorétique est généralement bien plus grand que le coefficient de diffusion moléculaire  $(D_{\rm DP} \gg \kappa)$ . C'est donc le champ de vitesse u' (c'est-à-dire les effets phorétiques) qui est majoritairement responsable du mélange ou du démélange des particules. Du signe de  $\langle c^2 \Delta \log c_s \rangle$  dépend donc le comportement qualitatif du système.



FIG. 1.10 – Schématisation des 3 configurations possibles. Le flux total vu par les particules,  $j = j_{D} + j_{DP}$  est la somme du flux diffusif et du flux diffusiophorétique. Il est proportionnel à la vitesse des particules. Salt out : la composante diffusiophorétique s'ajoute à la diffusion ce qui accélère le mélange. Salt less : en absence de sel, seule la diffusion contribue au mélange. C'est l'état de référence. Salt in : la composante diffusiophorétique s'oppose à la diffusion ce qui inhibe le mélange. Figure issue de Deseigne *et al.* [66].

Les mêmes effets d'accélération ou de ralentissement du mélange par des effets phorétiques ont été décrits dans des écoulements chaotiques [67,68] et turbulents [69], où un démélange a même pu être observé dans des simulations [70]. Il est donc possible d'utiliser les propriétés phorétiques pour favoriser ou non le mélange.

Comme nous venons de le voir dans cette partie sur les effets phorétiques, s'éloigner du cadre classique de la mécanique des fluides en s'intéressant à des particules dont la dynamique ne peut être comprise en s'intéressant uniquement à l'hydrodynamique ouvre de nouvelles perspectives. Nous avons vu que les effets phorétiques modifient la dynamique des particules, ce qui peut avoir de grandes conséquences sur leur transport, mais également leur mélange. Ces phénomènes ont une pertinence très large, puisqu'il n'est pas rare que les situations réelles de mélange de particules se déroulent en présence de gradients, par exemple chimiques ou thermiques. Toutefois, les particules subissant des effets phorétiques n'en restent pas moins des particules passives, n'étant pas ellesmêmes la source de leur mouvement. Ces dernières années, de nombreuses particules étant au contraire la source de leur dynamique propre ont été identifiées, et sont de plus en plus étudiées par exemple en biophysique (bactéries, cellules *etc.*). A priori, de telles particules autopropulsées, souvent qualifiées d'actives, devraient s'éloigner encore plus du comportement hydrodynamique classique des particules. C'est à cette classe de particules actives que nous allons maintenant nous intéresser, afin de voir l'influence que peut avoir une auto-propulsion sur la dynamique mais aussi sur les propriétés de transport et de dispersion des particules en question dans un écoulement.

#### 2.3.2 Particules actives

Contrairement aux particules subissant des effets phorétiques dont la dynamique propre est la conséquence de leur environnement local, les particules actives ont une vitesse intrinsèque ne dépendant pas de l'environnement. Ce ne sont donc par définition pas des traceurs : leur vitesse intrinsèque les empêche de suivre les lignes de champ d'un écoulement. La dynamique et les propriétés de transport des particules actives sont beaucoup plus complexes que pour les particules passives en raison de multiples sources possibles de couplage entre la vitesse intrinsèque des particules et l'environnement.

Lorsque placées dans un écoulement, les particules actives sont bien sûr advectées par l'écoulement. L'écoulement va également influer sur l'orientation des particules et donc sur leur direction de nage. C'est ce qu'on appelle la rhéotaxie : la dynamique propre des particules est influencée par les gradients locaux de vitesse du fluide. Pour des organismes développés comme le poisson, cette rhéotaxie est liée à la présence de capteurs mais celle-ci peut également être due à des phénomènes purement physiques pour les micro-organismes : alignement avec le cisaillement pour les particules de forme allongée, couplage entre le cisaillement et la chiralité des flagelles permettant l'auto-propulsion *etc.* [71–73]. Dans ces mêmes articles, il a été montré que la rhéotaxie des particules actives a des conséquences macroscopiques sur l'illumination des fonds marins ou encore la structuration des colonies bactériennes et algues dans les rivières et océans.

En plus d'être influencées par l'écoulement (advection, rhéotaxie), les particules actives répondent souvent à différents stimuli extérieurs non hydrodynamiques : les sources de nourriture, ou plus généralement signaux chimiques (chimiotaxie [74, 75]), les stimuli lumineux (phototaxie), magnétiques *etc.* Leur transport est donc la résultante de tous ces effets. Les bactéries, par exemple, présentent une vitesse d'auto-propulsion qui n'est pas fixe : elle résulte d'un équilibre trouvé par l'organisme vivant entre énergie consommée pour la locomotion et apports nutritifs que cette dépense leur permet d'obtenir [76].

La présence de plusieurs couplages entre une particule et son environnement peut avoir des conséquences étonnantes. C'est par exemple le cas des phénomènes gyrotactiques, c'est-à-dire résultant de l'interaction entre une orientation préférentielle verticale des particules (gravitaxie) et l'orientation des particules dans le sens du cisaillement. L'effet conjoint de ces deux taxies peut avoir pour conséquence la création de clusters [77,78] (voir FIG. 1.11a) ou encore d'instabilités étonnantes comme le « pearling » [79] (voir FIG. 1.11b).



FIG. 1.11 – Exemples d'effets de l'interaction entre deux taxies influençant la dynamique de particules actives. (a) Auto-organisation de micro-organismes gyrotactiques dans un tourbillon de Taylor-Green. Figure extraite de [77]. (b) Sous certaines conditions, un jet de bactéries magnétotactiques peut développer une instabilité dite de « pearling ». Figure extraite de [79].

L'auto-propulsion des particules a une autre conséquence sur le système étudié : une injection d'énergie a lieu à l'échelle de la particule. En présence d'un grand nombre de particules (milieux denses), la quantité d'énergie apportée permet de générer des écoulements : c'est ce qu'on appelle la bioconvection. Dans le cas particulier de bactéries confinées en deux dimensions, les écoulements ainsi générés sont même turbulents [80–82]. Ces écoulements auto-générés modifient l'environnement dans lequel se déplacent les particules, et donc leurs propriétés de transport.

Comme nous venons de le voir, l'utilisation récente de particules réactives à leur environnement a ouvert l'accès à une phénoménologie nouvelle quant à la dynamique des particules, qui commence seulement à être exploitée. Il n'y a aucun doute sur le fait que ces comportements ont un impact sur le transport et la dispersion des particules, apportant un renouveau à ce domaine historique de la mécanique des fluides. Les effets phorétiques ou l'autopropulsion des particules, en conférant une dynamique propre aux particules, viennent complexifier les effets purement hydrodynamiques évoqués plus tôt.

#### 3 Synthèse et problématiques

Nous venons de donner un premier aperçu du domaine que constitue l'étude du transport et de la dispersion de particules par un écoulement. En partant de l'agitation thermique qui confère à une particule un mouvement brownien n'occasionnant qu'un déplacement très lent, nous avons commencé par montrer que tout écoulement permet de transporter une particule. Nous avons ensuite vu que pour disperser efficacement deux particules initialement proches, n'importe quel écoulement ne peut faire l'affaire : il faut avoir recours à des écoulements chaotiques ou turbulents. Dans un écoulement, un traceur (particule plus petite que l'échelle des fluctuations de l'écoulement et isodense du fluide qui la transporte) se comporte comme une particule de fluide. En négligeant la diffusion, un traceur suit les lignes de champ de l'écoulement et permet donc de visualiser l'écoulement.

Dès lors que la particule est inertielle (sa densité est différente de celle du fluide) ou de taille finie, de nouveaux effets hydrodynamiques entrent en jeu. La dynamique de la particule est alors modifiée : celle-ci ne se comporte plus comme une molécule de fluide. Cela a pour conséquence que le champ de vitesse des particules peut être compressible contrairement à celui de l'écoulement. L'accumulation de particules dans certaines régions de l'espace est alors permise, modifiant les propriétés de transport et de dispersion de particules.

Plus récemment, l'étude de particules ayant une dynamique propre, qu'elle soit causée par des effets phorétiques ou une auto-propulsion, a ouvert de nouvelles perspectives. La diversité des dynamiques propres envisageables a déjà permis d'observer de nombreux phénomènes nouveaux, comme la génération spontanée d'écoulements à grande échelle par de petites particules auto-propulsées (bioconvection). L'étude des conséquences de ces phénomènes sur le transport et la dispersion des particules n'en est qu'au commencement. C'est dans une démarche d'exploration de ces questions que s'inscrivent mes travaux de thèse.

J'ai pour cela choisi de m'intéresser à un type particulier de particule synthétique : le nageur interfacial. Il s'agit d'un disque d'agarose imprégné de camphre d'épaisseur 0,5 mm et de rayon 1 - 4 mm. Lorsqu'il est déposé sur une interface air-eau, celui-ci flotte et s'auto-propulse vite, parcourant une dizaine de fois son diamètre à chaque seconde et ce durant plusieurs heures. Comme montré au paragraphe 2.2 de ce chapitre, un nageur interfacial n'a pas d'inertie par rapport à l'écoulement puisqu'il flotte. Le nageur interfacial sera considéré comme une particule de taille finie, son diamètre n'étant pas faible devant l'échelle des fluctuations des écoulements dans lesquels celui-ci évoluera au cours de cette thèse. Enfin, il s'agit d'une particule active non-déformable utilisant un écoulement qu'elle génère elle-même par l'intermédiaire de la dissolution progressive du camphre qu'elle contient pour s'auto-propulser, et ce malgré sa symétrie.

Au cours de ce manuscrit, je fournirai des réponses à différentes questions autour du transport et de la dispersion en présence de nageurs interfaciaux.

— Comment s'auto-propulse un nageur interfacial et quels écoulements génère-t-'il en le faisant ?

Dans le chapitre 2, nous procéderons à un état de l'art sur le mécanisme de propulsion du nageur interfacial et les différents modèles existants pour le décrire. L'une des principales lacunes actuelles étant la prise en compte des écoulements Marangoni, nous détaillerons une expérience que nous avons mise en place et exploitée pour obtenir la première caractérisation expérimentale des écoulements générés en volume par le nageur interfacial. Nous proposerons également un modèle numérique permettant de rendre compte des principales prédictions théoriques pour la nage individuelle, dont l'intérêt est de permettre l'étude d'interactions entre plusieurs nageurs et avec un écoulement externe grâce à la prise en compte d'écoulements Marangoni simplifiés.

— Comment un scalaire passif est-il dispersé par une assemblée de nageurs interfaciaux?

Chaque nageur interfacial créant un écoulement autour de lui, l'interaction d'un grand nombre d'entre eux engendre un écoulement de surface très complexe. Dans le chapitre 3, nous étudierons la dispersion d'un scalaire passif flottant à l'interface à la fois expérimentalement et numériquement, dans cet écoulement intéressant car intrinsèquement compressible grâce à son caractère bidimensionnel.

- Quels comportements collectifs émergent de l'interaction entre plusieurs nageurs interfaciaux, et quelles sont les conséquences sur leurs propriétés de transport ?
   En s'appuyant sur des études expérimentales existantes, nous utiliserons dans la seconde partie du chapitre 3 le modèle numérique pour approfondir la compréhension des comportements collectifs et du transport d'une assemblée de nageurs interfaciaux, en particulier en accédant à des régimes non explorés expérimentalement.
- Comment le transport d'un nageur interfacial est-il affecté par un écoulement ? Dans les situations réelles, les particules actives ne sont que très peu souvent les seules sources de mouvement. Bien souvent, leur dynamique est également affectée par des écoulements externes. En plaçant un nageur interfacial dans un réseau de tourbillons, nous étudierons dans le chapitre 4 à la fois expérimentalement et numériquement l'interaction entre nageur et écoulement à l'échelle d'un tourbillon et les propriétés de transport à grande échelle qui en découlent.
# 2

# Dynamique du nageur interfacial

# Sommaire

1	Nageur interfacial de camphre			<b>27</b>	
	1.1	Du camp	ohre au nageur interfacial	28	
		1.1.1	Camphre	28	
		1.1.2	Tension de surface	28	
		1.1.3	Tensio-actifs	30	
		1.1.4	Gradients de tension de surface	31	
		1.1.5	Nageurs de camphre	32	
		1.1.6	Le nageur interfacial	33	
	1.2	Comportements du nageur interfacial			
		1.2.1	Nage stationnaire	34	
		1.2.2	Influence du rayon	35	
		1.2.3	Effet de profondeur	35	
		1.2.4	Effet des bords	36	
		1.2.5	Vieillissement	36	
	1.3	Descript	ion analytique et modélisations	36	
2	Écoulements Marangoni créés par un nageur interfacial $\ . \ . \ . \ .$				
	2.1	Écoulements Marangoni dans la littérature			
		2.1.1	Source fixe	39	
		2.1.2	Source mobile	42	
	2.2	Caractérisation expérimentale pour une source mobile			
		2.2.1	Principe	43	
		2.2.2	Fabrication des nageurs	43	
		2.2.3	Dispositif expérimental	44	
		2.2.4	Calibrations	46	
		2.2.5	Protocole	47	
		2.2.6	Vélocimétrie par imagerie de particules	48	

		2.2.7	Construction du champ de vitesse bidimensionnel .	50
		2.2.8	Divergence bidimensionnelle	51
		2.2.9	Méthode de Galerkine	52
		2.2.10	Résultats	53
		2.2.11	Comparaison aux champs obtenus par simulation com-	
			plète	57
3	Un nouveau modèle de nageur			60
	3.1	Préambule		60
		3.1.1	Motivations	60
		3.1.2	Principe	60
	3.2	Modélisation		61
		3.2.1	Équation d'évolution du camphre	61
		3.2.2	Écoulements Marangoni	61
		3.2.3	Nageur interfacial	64
	3.3	Implémentation		65
		3.3.1	Dynamique du nageur	65
		3.3.2	Écoulement Marangoni	66
		3.3.3	Évolution du champ de camphre	66
		3.3.4	Adimensionnement	67
	3.4	Dynamique d'un nageur seul		68
		3.4.1	Choix des paramètres	69
		3.4.2	Influence des paramètres sur la vites se de nage	71
		3.4.3	Influence de $\bar{\alpha}$ sur le seuil de nage $\ldots \ldots \ldots$	73
		3.4.4	Comparaison à la littérature	74
		3.4.5	Champ de vitesse Marangoni	75
	<ul> <li>3.5 Interaction entre deux nageurs</li></ul>			76
				80
4	Bilan			81
5	Annex	Annexe : Déviation de nappe laser par une plaque épaisse 82		

L'étude bibliographique présentée en introduction a mis en évidence l'intérêt d'étudier le comportement de particules dont la dynamique dans un écoulement ne se limite pas à des effets hydrodynamiques. En effet, le phénomène de phorèse ou l'auto-propulsion des particules, en plus des éventuels biais environnementaux (taxies) qui influencent leur dynamique, ouvrent le champ des possibles. En complexifiant la dynamique d'une particule individuelle, nous avons vu que les propriétés de transport et de dispersion qui lui sont associé sont également affectées. En guise d'entrée en matière, j'ai décidé de dédier ce second chapitre à la description de la dynamique de la particule qui m'a servi de support durant cette thèse : le nageur interfacial. Ce chapitre a pour objectifs à la fois de fournir les éléments déjà connus de la littérature, mais aussi de détailler l'apport que constitue mon travail de thèse.

Je vais commencer par définir très précisément ce qu'est un nageur interfacial. Ensuite, je fournirai une explication des différentes notions nécessaires à la compréhension de son mécanisme de nage, dont je donnerai une description qualitative. Cela me permettra de caractériser la dynamique du nageur interfacial, étape nécessaire avant d'étudier son transport à grande échelle et sa dispersion dans différentes situations. Un état de l'art des différents modèles théoriques et numériques existant pour décrire la dynamique d'un nageur fera apparaître les connaissances actuelles mais aussi les lacunes existantes. En particulier, nous verrons que la propulsion du nageur interfacial fait intervenir des écoulements auto-générés qui sont la plupart du temps négligés dans les modélisations théoriques du problème. C'est pour cette raison que nous avons, au cours de ma thèse, mis en place et exploité la première expérience permettant de caractériser ces écoulements créés par le nageur dans le fluide sur lequel il repose. Enfin, je proposerai un modèle numérique de nageur interfacial se démarquant des autres par la prise en compte (bien que simplifiée) des écoulements tout juste caractérisés expérimentalement. Cette approche a également l'avantage d'être bidimensionnelle, et donc d'imiter la situation réelle où le nageur interfacial évolue sur une interface air-eau, ce qui permet de l'étendre à des situations plus complexes étudiées dans la suite de ce travail.

# 1 Nageur interfacial de camphre

Le nageur interfacial est une particule active qui a été le support de l'ensemble de mes travaux de thèse. Dans cette partie, je vais définir cet objet artificiel ainsi que son procédé de fabrication. En explicitant les notions nécessaires, je détaillerai le mécanisme lui permettant de nager. Une fois ces connaissances de départ acquises, nous verrons comment la dynamique du nageur interfacial est influencée par les différents paramètres expérimentaux (rayon du nageur, épaisseur de la sous-phase de fluide...) afin de pouvoir comprendre son comportement expérimentalement. Enfin, je ferai le point sur les différents modèles numériques existants permettant de rationaliser ces comportements.

# 1.1 Du camphre au nageur interfacial

Le nageur interfacial que j'ai utilisé est constitué de deux espèces chimiques : l'agarose et le camphre. Alors que l'agarose permet surtout de structurer sa forme, c'est le camphre qui est à l'origine de son auto-propulsion.

## 1.1.1 Camphre

Le 1,7,7-triméthylbicyclo[2,2,1]heptan-2-one, ou plus communément camphre, est une molécule organique (voir formule topologique en FIG. 2.1). Elle peut être extraite à partir du *Cinnamomum camphora* (un arbre aussi connu sous le nom de camphrier, voir FIG. 2.1) ou fabriquée en laboratoire, différentes voies de synthèse étant connues depuis plus de cent ans [83]. Il s'agit du composant majoritaire du baume du tigre, un remède permettant d'apaiser tendinites, douleurs musculaires, entorses, nez qui coulent et maux de tête d'après le site officiel du fabricant [84]. C'est d'ailleurs au camphre que ce dernier doit son odeur aisément reconnaissable. Dans les conditions normales de température et de pression, le camphre est un solide blanc. Parmi ses propriétés physico-chimiques, deux en particulier sont responsables de l'intérêt que nous lui portons. Premièrement, il se sublime à température ambiante. Ainsi, lorsque du camphre est dissout à une interface air-eau, il s'évapore en continu ce qui permet à l'interface de s'auto-nettoyer. La seconde est qu'il s'agit d'un tensio-actif. Autrement dit, c'est une espèce chimique qui a le pouvoir de diminuer la tension de surface du fluide dans lequel elle se trouve.



FIG. 2.1 – (Gauche) Formule topologique du camphre. Crédits : Edgar181/Wikipédia. (Droite) Le plus grand camphrier du japon. Crédits : Tam0031/Wikipédia.

# 1.1.2 Tension de surface

La tension de surface est l'énergie surfacique que coûte la création d'une interface. Pour donner une compréhension microscopique de son origine, estimons-en un ordre de grandeur, en s'intéressant à une interface liquide-gaz, approche similaire à celles présentées dans [85, 86]. D'un point-de-vue microscopique, un liquide est un état condensé car les molécules qui le constitue s'attirent. Une molécule dans le volume est en interaction attractive avec toutes ses voisines, par l'intermédiaire par exemple des forces de Van der Waals. Notons  $W_{vol}$  l'énergie emmagasinée par une molécule du volume grâce aux interactions de Van der Waals. Les interactions étant attractives,  $W_{vol}$  est négative. Une molécule placée en surface ayant deux fois moins de voisines que les autres, l'énergie qu'elle emmagasine sera donc  $W_{surf} = W_{vol}/2^{1}$ . En posant N le nombre de molécules constituant l'interface, le travail à fournir pour la créer s'écrit donc  $E = N(W_{surf} - W_{vol}) =$  $-W_{vol}N/2$ . L'énergie par unité de surface nécessaire, c'est-à-dire la tension de surface de cette interface, vaut donc  $\gamma \sim E/(Na^2)$  où a est la distance inter-moléculaire en phase liquide, de l'ordre de  $3 \times 10^{-10}$  m. En supposant que le liquide étudié a une température d'ébullition proche de la température ambiante, on peut considérer que l'énergie  $W_{vol}$ emmagasinée par une molécule du volume est du même ordre de grandeur que l'agitation thermique  $(W_{vol} \sim k_B T)$  où  $k_B$  est la constante de Boltzmann et T la température. Ainsi, l'ordre de grandeur pour la tension de surface d'une interface liquide-gaz serait :  $\gamma \sim$  $k_B T/(2a^2) \sim 20 \,\mathrm{mJ} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ à 25 °C. Il s'agit d'un ordre de grandeur très satisfaisant, proche par exemple de la valeur pour une interface éthanol-air  $(22 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2} \text{ à } 20 \text{ °C})$ . En fonction des interactions présentes dans la phase liquide, des valeurs  $\gamma \in 0, 1 - 1900 \,\mathrm{mJ} \cdot \mathrm{m}^{-2}$  sont observées de l'hélium (interactions très faibles) au fer (interactions très fortes) [87]. Pour le fer, comme pour le mercure par exemple, cette grande valeur de tension de surface a d'ailleurs une conséquence étonnante : la forme inversée du ménisque observé en plaçant du mercure dans un tube à essai. Cela vient du fait que la tension de surface mercure-air est plus faible que celle mercure-verre contrairement à l'immense majorité des liquides, et notamment l'eau (voir FIG. 2.2). Pour l'eau, le liquide qui va nous intéresser puisque c'est à sa surface que se déplacera le nageur interfacial,  $\gamma = 73 \,\mathrm{mJ} \cdot \mathrm{m}^{-2}$  à 20 °C. Cette valeur est relativement élevée en raison de la cohésion des molécules d'eau accrue par la présence de liaisons hydrogènes.





FIG. 2.2 – (Gauche) Eau dans un tube à essai. Le ménisque est concave.
(Droite) Mercure dans un tube à essai. Le ménisque est convexe. Illustrations issues de [88].

<sup>1.</sup> Nous négligeons ici les interactions entre molécules de la phase liquide et de la phase gazeuse, en raison de la grande distance entre molécules en phase gazeuse rendant cette contribution négligeable.

# 1.1.3 Tensio-actifs

Maintenant que nous avons défini la tension de surface, nous pouvons revenir à la notion de tensio-actif, introduite pour décrire le camphre. Il s'agit d'espèces chimiques capables d'abaisser la tension de surface d'une interface en la modifiant. Généralement, et bien que ce ne soit pas le cas du camphre, les tensio-actifs sont de longues molécules possédant une partie hydrophobe (« queue ») et une tête hydrophile. C'est par exemple le cas du savon. Parmi les tensio-actifs, il faut distinguer les insolubles (qui restent exclusivement à l'interface) des solubles (qui se répartissent entre l'interface et le volume). Microscopiquement, dans le cas d'une interface air-eau, les molécules tensio-actives s'organisent à l'interface dans la configuration la plus favorable énergétiquement. Cet état correspond à une organisation des molécules, leur partie hydrophobe (« queue ») dirigée vers l'interface et leur tête hydrophile vers le volume. Ainsi, ce sont désormais deux nouvelles interfaces sont moins coûteuses énergétiquement qu'une interface air/eau, la tension de surface de l'interface se trouve donc diminuée par la présence du tensio-actif.

Pour obtenir une relation quantitative entre tension de surface et concentration de tensio-actif en surface et dans le volume, il faut utiliser l'isotherme d'adsorption de Gibbs [89] :

$$\Gamma = -\frac{a}{RT} \left(\frac{\partial\gamma}{\partial a}\right)_{T,P} \tag{2.1}$$

avec  $\Gamma$  la concentration de tensio-actif à la surface, a son activité, R la constante des gaz parfaits, T la température et P la pression. La relation entre concentration de tensio-actif en volume et en surface peut être donnée par plusieurs modèles rendant compte de la dynamique d'adsorption du tensio-actif entre surface et volume : isotherme de Langmuir, de Freundlich, ou de Henry. Chacune décrit bien le comportement de certains tensio-actifs, et moins bien celui d'autres d'où l'utilisation de chacune d'entre elles. Si la concentration en tensio-actif est faible, l'activité d'un soluté peut être assimilée à sa concentration  $(a = c/c_0 \text{ avec } c_0 = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1})$ . L'utilisation de l'isotherme de Henry ( $\Gamma = K_H c$ , avec  $K_H$  une constante) permet d'obtenir la relation suivante :

$$\gamma = \gamma_0 - RT K_H c = \gamma_0 - \Gamma R T \tag{2.2}$$

avec  $\gamma_0 = \gamma(c = 0)$ . Celle-ci décrit bien ce qui est observé expérimentalement pour le camphre dans la gamme  $c < 2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$  [90], d'où notre intérêt pour cette isotherme<sup>2</sup>. Cette équation peut être vue en deux dimensions comme l'équivalent de la pression d'un gaz parfait, elle aussi valable dans les régimes très dilués, où la « pression surfacique »  $\Pi = \gamma_0 - \gamma$  varie linéairement avec la concentration  $\Gamma$ .

<sup>2.</sup> Cette concentration limite correspond à 1/4 de la solubilité du camphre dans l'eau [91], et nous serons amenés à supposer cette hypothèse vérifiée dans nos expériences.

# 1.1.4 Gradients de tension de surface

En déposant du camphre en un point d'une interface air-eau, on abaisse localement autour de ce point la tension de surface, créant un gradient radial de tension de surface. Pour se rendre compte des conséquences, décrivons une expérience idéale pour la vulgarisation car reproductible par toutes et tous. Après avoir préparé une coupelle remplie d'eau, saupoudrer du poivre sur la surface. Cela ne modifie pas sensiblement les propriétés de l'interface, mais rend son évolution plus facilement observable. Déposer une goutte de liquide vaisselle (tensio-actif) sur son doigt et venir toucher le centre de l'interface. Cela abaisse localement la tension de surface (voir FIG. 2.3), qui est plus faible ( $\gamma^{-}$ ) au centre de la cuve que partout ailleurs ( $\gamma_0$ ). Un gradient de tension de surface radial ( $\nabla \gamma$ ) est donc créé. Une fuite du poivre est alors observée dans toutes les directions<sup>3</sup>. Cette expérience démontre qu'un gradient de tension de surface engendre spontanément des écoulements, appelés écoulements Marangoni. De façon plus formelle, cela vient du fait que le gradient de tension de surface est une composante tangentielle du tenseur des contraintes à l'interface. Tandis qu'un saut de pression à l'interface (associé à une pression de Laplace et donc à une courbure de l'interface) peut permettre de compenser une composante normale du tenseur des contraintes, une composante tangentielle ne peut être équilibrée que par une contrainte visqueuse, dont l'existence est conditionnée par la présence d'écoulements. La création d'écoulements Marangoni est la réponse du système permettant de relâcher la contrainte en homogénéisant l'interface, faisant ainsi disparaitre les gradients de tension de surface.



FIG. 2.3 – Vue de dessus de l'expérience. L'ajout de liquide vaisselle au centre de la cuve diminue localement la tension de surface, qui devient plus faible que partout ailleurs ( $\gamma^- < \gamma_0$ ). Un gradient radial de tension de surface ( $\nabla \gamma$ ) est créé.

Au-delà de cet exemple didactique, les effets Marangoni se retrouvent dans une grande variété de systèmes et de situations. Ils jouent un rôle par exemple dans l'atténuation des vagues par des films en surface [92] et dans la durée de vie de bulles [93], d'après [94]. Les écoulements Marangoni sont également impliqués dans l'autopropulsion de particules

<sup>3.</sup> voir par exemple https://www.youtube.com/watch?v=ho0o7H6dXSU&ab\_channel=DaveHax

naturelles (certains insectes par exemple) mais aussi artificielles, comme c'est le cas pour le nageur interfacial.

# 1.1.5 Nageurs de camphre

Nous venons de voir que les gradients de tension de surface créent des écoulements. C'est cette propriété qui est utilisée par différents animaux et dispositifs artificiels pour se propulser. L'insecte présenté sur la FIG. 2.4a, de la famille des *Microvelia*, génère (consciemment ou non) des gradients de tension de surface derrière lui en libérant un tensioactif pour s'auto-propulser [95] (voir FIG. 2.4b). Le tensioactif est ici rendu visible grâce à un colorant, le faisant apparaître blanc sur l'image.



FIG. 2.4 – (a) En haut à gauche, un insecte de la famille des *Microvelia* se propulse en déposant un tensio-actif derrière lui. Ce dernier est rendu visible (blanc sur l'image) grâce à un colorant. La figure est extraite d'un article de Bush *et al.* [95]. Échelle : 1 mm. (b) Schéma du principe de propulsion des *Microvelia* (rectangle bleu foncé, se déplaçant à une vitesse V vers la gauche). Le dépôt de tensio-actif à l'arrière crée des gradients de tension de surface, engendrant sous l'insecte des écoulements Marangoni l'emportant vers l'avant.

Cette même propriété a également été utilisée pour fabriquer des particules artificielles capables de s'auto-propulser. Parmi celles-ci, intéressons nous exclusivement à celles utilisant du camphre. Elles peuvent être classés en trois catégories [87] :

— Les nageurs solubles

Il s'agit des plus simples à fabriquer. Pour en obtenir, il suffit de déposer un morceau de camphre (solide) à l'interface air-eau. Celui-ci, en se dissolvant, abaisse la tension de surface dans son voisinage et génère donc des écoulements Marangoni et sa propulsion. Notons que sa taille diminue au fur et à mesure qu'il se dissout.

— Les bateaux (analogues artificiels de *Microvelia*)

Ils sont constitués de deux parties : l'une passive et l'autre déposant du tensio-actif. Par exemple, ce peut-être un rectangle de plastique de faible épaisseur ayant à l'une de ses extrémités un morceau de camphre attaché, en contact avec l'eau<sup>4</sup>.

- Les matrices chargées
  - La dernière possibilité consiste à préparer une matrice de gel, par exemple de l'agarose, à l'intérieur de laquelle on vient faire précipiter du camphre.

C'est cette dernière option qui a été retenue durant ma thèse pour différentes raisons : longévité de la propulsion, forme facilement modifiable et non variable au cours de l'expérience, reproductibilité.

## 1.1.6 Le nageur interfacial

Dans l'intégralité de ce manuscrit, l'utilisation du terme « nageur interfacial » fera toujours référence au même objet : un disque d'agarose d'épaisseur 0,5 mm et de rayon  $1 - 4 \,\mathrm{mm}$  à l'intérieur duquel du camphre a été précipité. Les détails de sa fabrication seront donnés au paragraphe 2.2.2. Le nageur interfacial étant symétrique, les gradients de tension de surface qu'il génère (et donc les écoulements Marangoni) le sont aussi. Celui-ci ne devrait donc pas se déplacer (voir FIG. 2.5a). Cependant, expérimentalement le nageur s'auto-propulse spontanément dès qu'il est déposé sur une interface air-eau. Cela s'explique grâce à l'instabilité de la situation, permettant une brisure spontanée de symétrie du problème. Ceci permet aux écoulements Marangoni de devenir asymétriques et donc au nageur de démarrer son mouvement. Une fois lancé, la propulsion du nageur est entretenue par la dissolution progressive du camphre qu'il contient (voir FIG. 2.5b). La concentration en camphre étant toujours plus élevée d'où il vient que où il va, le mouvement continue jusqu'à dissolution totale du camphre ou saturation de l'interface. Grâce à la propriété d'évaporation du camphre à température ambiante, l'interface se libère en continu d'une partie du camphre dissout. C'est la dissolution totale du camphre qui cause expérimentalement son immobilisation après plusieurs heures de propulsion.

Les motivations ayant mené au choix du nageur interfacial symétrique sont multiples. Par rapport aux objets de type bateau, la fabrication est plus simple et plus reproductible. De plus, l'absence de direction intrinsèque de nage grâce à la symétrie de l'objet favorise les réorientations que peuvent induire les interactions entre plusieurs nageurs, ou avec un écoulement les transportant.

Maintenant que nous avons détaillé ce qu'est un nageur interfacial et quels sont les mécanismes qui expliquent sa capacité à s'auto-propulser, nous allons passer en revue la littérature décrivant comment celui-ci se comporte individuellement en fonction des différents paramètres expérimentaux. Pour ce qui est des comportements collectifs de nageurs interfaciaux ou des interactions avec un écoulement, ils seront abordés aux chapitres respectivement 3 et 4.

33

<sup>4.</sup> voir par exemple https://www.youtube.com/watch?v=AjiRDjebSts&t=130s&ab\_channel=VIDEOEPPO.



FIG. 2.5 – Schémas illustrant le principe de la propulsion du nageur interfacial. (a) La situation est initialement symétrique autour du nageur, les gradients de camphre sont radiaux autour du nageur et égaux dans toutes les directions. Cette situation est instable, et une brisure spontanée de symétrie se produit expérimentalement presque instantanément après le dépôt du nageur à l'interface. (b) Une fois que le nageur possède une vitesse V, la situation est asymétrique entre l'avant et l'arrière du nageur, où s'est accumulé du camphre lors du passage du nageur. Cette asymétrie permet d'entretenir le mouvement, qui serait rectiligne uniforme sur une interface infinie.

# **1.2** Comportements du nageur interfacial

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont tous extraits de la thèse de D. Boniface, consacrée à l'étude du mécanisme de propulsion des nageurs interfaciaux [87]. Expérimentalement, lorsque déposé délicatement sur une interface air-eau, un nageur interfacial se met immédiatement en mouvement. Dans cette partie, je vais détailler les différentes observations expérimentales utiles pour développer une image mentale de son comportement. Nous nous appuierons en particulier sur ces connaissances des propriétés individuelles de la nage lors des études de situations plus complexes mettant en jeu des interactions entre nageurs ou avec des écoulements.

# 1.2.1 Nage stationnaire

Loin des murs et de toute perturbation, un nageur interfacial atteint rapidement un régime quasi-stationnaire de mouvement rectiligne uniforme (voir FIG. 2.6). En s'intéressant plus en détail aux trajectoires, il apparait que le module de la vitesse subit de légères fluctuations autour de sa vitesse moyenne mais surtout une légère courbure des trajectoires. Celle-ci est le plus souvent faible : le rayon de courbure moyen des trajectoires est au moins égal à vingt fois le rayon du nageur. Pour les nageurs de rayon 2,5 mm qui seront majoritairement utilisés dans ce manuscrit, le rayon de courbure vaut 140 mm soit plus de cinquante fois le rayon. Cette courbure de trajectoire peut raisonnablement être attribuée à des imperfections lors de la fabrication du nageur, ayant pour conséquence une symétrie imparfaite.



FIG. 2.6 – Trajectoire d'un nageur de rayon 6 mm. Le trait rouge délimite la zone de nage, et la couleur informe sur la vitesse du nageur à chaque instant. La courbure des trajectoires, ainsi qu'un ralentissement proche des bords, peuvent être observés. Figure extraite de la thèse de D. Boniface [87].

# 1.2.2 Influence du rayon

Parmi les paramètres facilement variables expérimentalement, celui que j'ai le plus utilisé est le rayon. La vitesse d'un nageur interfacial est d'autant plus rapide que son rayon est grand. La gamme de variation s'étend sur  $30-115 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$  pour des nageurs de rayon 1-15 mm. Pour les nageurs de rayon 2,5 mm, la vitesse moyenne est de  $60 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Une loi de puissance d'exposant 1/3 permet de modéliser en première approximation l'évolution de la vitesse avec le rayon.

# 1.2.3 Effet de profondeur

La profondeur d'eau sous le nageur a une influence sur sa vitesse. Pour un nageur de rayon 4 mm, la vitesse augmente avec la profondeur jusqu'à ce que celle-ci atteigne 1 cm, que nous pouvons qualifier d'« eau profonde » à partir de laquelle augmenter la profondeur n'a plus d'influence. À première vue, cela peut sembler surprenant d'atteindre cette limite pour une profondeur d'eau qui n'est pas très grande devant le rayon des nageurs. Si l'on considère la friction sous le nageur, c'est néanmoins cohérent avec le fait que celle-ci est pilotée aux vitesses considérées par des phénomènes de couche limite visqueuse ayant une épaisseur inférieure au millimètre. La majorité des expériences présentées dans ce manuscrit se dérouleront donc avec 1 cm de profondeur d'eau, qui résulte d'un compromis entre s'affranchir de possibles incertitudes expérimentales et ne pas gaspiller d'eau distillée.

# 1.2.4 Effet des bords

Les expériences ne pouvant avoir lieu dans un espace infini, il n'est pas rare que le nageur s'approche des bords de la cuve. Même lorsqu'il n'entre pas directement en contact avec les murs, celui-ci les « sent » par l'intermédiaire des écoulements Marangoni et/ou du champ de camphre qui s'en trouve affecté. Retenons ici simplement deux choses (voir FIG. 2.6) :

- le nageur est significativement ralenti par son interaction avec le bord quand il s'en approche à une distance inférieure à six fois son rayon.
- le nageur a tendance à s'aligner avec le bord : même s'il arrive presque perpendiculaire à celui-ci, il repart dans une direction presque parallèle au bord. Ceci explique qu'un nageur seul dans une cuve a tendance à longer les bords. Dans une cuve circulaire, un nageur ne s'éloigne jamais du bord et tourne toujours dans le même sens, celui-ci étant entièrement déterminé par les conditions initiales.

# 1.2.5 Vieillissement

Au fur et à mesure de la dissolution du camphre, le nageur ralentit. Sa vitesse est réduite de moitié au bout de deux heures. Pour cette raison, nous prendrons soin de ne pas moyenner les observables d'une même expérience sur des temps trop longs. Au maximum, cette durée sera de 30 min, durée pendant laquelle les fluctuations statistiques de vitesse restent comparables à la diminution de la vitesse occasionnée par le vieillissement.

Pour résumer, le nageur interfacial est une particule qui s'auto-propulse loin des bords à vitesse presque constante à l'échelle de la dizaine de minute et avec une légère courbure. La propulsion est d'autant plus rapide que le rayon est grand, et ralentit proche des bords que le nageur a tendance à longer.

# **1.3** Description analytique et modélisations

Dans les paragraphes précédents, nous avons passé en revue les caractérisations expérimentales des propriétés des nageurs de camphre. Abordons maintenant leur description du point de vue théorique. Avant de parler des différents modèles ayant été développés pour décrire le comportement du nageur interfacial, il est nécessaire de bien comprendre toute la complexité du problème complet. Pour rester succinct, le problème peut se réduire à quatre équations : l'équation de Navier-Stokes pour le fluide, l'équation d'advectiondiffusion du camphre, le principe fondamental de la dynamique du nageur ainsi que la condition aux limites à l'interface. En supposant d'ores et déjà que l'interface est totalement plane, que le camphre est purement insoluble et que le fluide est incompressible, les équations citées précédemment s'écrivent :

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u})\right) = -\boldsymbol{\nabla} P + \eta \Delta \boldsymbol{u}$$
(2.3)

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{s}} \cdot (\boldsymbol{u}\Gamma) = D_{\boldsymbol{s}}\Delta\Gamma + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{R}) - \alpha\Gamma$$
(2.4)

$$m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{V}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F_c} + \boldsymbol{F_\eta} \tag{2.5}$$

$$\eta \left. \frac{\partial \boldsymbol{u}_{/\!\!/}}{\partial z} \right|_{z=0} = \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\gamma} \tag{2.6}$$

où  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $\eta$  sa viscosité dynamique,  $\boldsymbol{u}$  son champ de vitesse,  $\gamma$  le champ de tension de surface à l'interface air-eau,  $\Gamma$  le champ de concentration en camphre à la surface,  $D_s$  le coefficient de diffusion moléculaire du camphre à la surface,  $\alpha$  le taux d'évaporation du camphre,  $\boldsymbol{J}$  le flux de camphre libéré par le nageur,  $\boldsymbol{R}$  sa position,  $\boldsymbol{V}$  sa vitesse,  $\boldsymbol{F_c}$  la force capillaire s'exerçant sur le nageur et enfin  $\boldsymbol{F_{\eta}}$  la force de trainée visqueuse. La dernière équation est la condition aux limites à l'interface où les grandeurs indicées d'un  $/\!\!/$  symbolisent les composantes parallèles à l'interface des vecteurs auxquels elles se rapportent.

La complexité de ce jeu d'équations se résume en deux termes : non-linéarités et couplages. En effet, l'hydrodynamique du fluide, décrite par l'équation de Navier-Stokes est non-linéaire et couplée à celle de transport du camphre par l'intermédiaire du gradient de tension de surface. Même si la littérature se place en général dans la limite de Stokes où le terme d'advection est négligeable, le couplage avec l'équation de transport du camphre impose toujours une non-linéarité à cause du terme d'advection. Enfin, la dynamique du nageur dépend à la fois du champ de tension de surface (par l'intermédiaire de la force de capillarité) et du champ de vitesse du fluide (par l'intermédiaire de la force de trainée).

Pour toutes ces raisons, le problème complet n'a à ce jour pas été résolu analytiquement. En revanche, très récemment, des simulations numériques par la méthode des éléments finis ont été proposées afin de prendre en compte les différents couplages et écoulements [87]. Pour l'instant, les simulations réalisées ne permettent pas d'accéder aux gammes de paramètres correspondant aux régimes de nage expérimentaux. De plus, il n'est pour le moment permis d'aborder que le cas le plus simple d'un nageur unique en régime stationnaire dans un espace infini. D'un point de vue théorique, les quelques modèles proposés font presque tous les mêmes simplifications [90, 96–99] :

- modèle du point-source : la libération de camphre par le nageur est modélisée par une fonction delta de Dirac au centre du nageur.
- absence d'écoulements Marangoni, ce qui permet de découpler les problèmes de transport et d'hydrodynamique.
- non prise en compte des effets de non-glissement sur le nageur qui induisent un champ de vitesse inhomogène : le champ de vitesse hydrodynamique est donc nul

dans le référentiel du laboratoire, égal à -V dans le référentiel du nageur.

- la vitesse V est déterminée par l'équilibre entre force capillaire et de trainée, modélisée comme étant linéaire en vitesse.
- la tension de surface varie linéairement avec la concentration de camphre (isotherme de Henry) :  $\gamma = \gamma_0 \zeta c$ .

Avec ces hypothèses, il n'y a plus de couplage entre hydrodynamique et transport du camphre, en dehors de la position du point-source de camphre qui est mobile à la vitesse du nageur. Cela permet de rendre le problème soluble, et donc de faire des prédictions. Dans le cas des nageurs symétriques, cela a notamment permis de calculer la valeur de la vitesse de propulsion du nageur, ainsi que de démontrer l'existence d'un seuil de nage, permettant de séparer des régimes d'auto-propulsion ou non du nageur [91]. Ces prédictions théoriques seront détaillées quantitativement lorsque je les comparerai aux résultats obtenus par un modèle numérique mis en place au cours de ma thèse (Section 3) du chapitre 2.

Comme nous venons de l'évoquer, les écoulements Marangoni sont complexes à cause des couplages entre hydrodynamique et transport du camphre ainsi que des non-linéarités. Malgré une littérature ancienne et fournie, l'immense majorité des études réalisées se limitent souvent aux quelques situations les plus simples. La plus commune d'entre elle est l'étude des écoulements Marangoni générés par une source de tensioactif à la fois ponctuelle et fixe - deux adjectifs ne s'appliquant pas au nageur interfacial. Après une revue de la littérature concernant les écoulements Marangoni, je vous présenterai comment nous avons grâce à mes travaux de thèse contribué à la compréhension des écoulements Marangoni en caractérisant expérimentalement ceux engendrés par un nageur interfacial.

# 2 Écoulements Marangoni créés par un nageur interfacial

# 2.1 Écoulements Marangoni dans la littérature

Les écoulements Marangoni sont des écoulements générés par une contrainte sur une interface (air-eau dans notre cas), conséquence de l'existence d'un gradient de tension de surface. Celui-ci peut avoir deux origines : thermique ou chimique. Pour le cas thermique, c'est en modifiant la température d'une partie de l'interface, par exemple en chauffant une bille maintenue à la surface, que la tension de surface est modifiée (elle diminue quand la température augmente). Dans le cas chimique, c'est le dépôt d'un tensio-actif qui abaisse localement la tension de surface. Une complexité supplémentaire par rapport au cas thermique est la variété des situations observées en fonction de la nature du tensioactif. En effet, celui-ci peut être plus ou moins soluble, rajoutant ainsi aux équations couplées précédentes des problèmes de cinétique d'échange entre phase de surface et phase soluble. Pour cette brève revue de la littérature, commençons par nous intéresser au cas des sources fixes qui contient la majorité des études publiées. Ensuite, nous étudierons l'état de l'art des sources mobiles, plus pertinent lorsque l'on s'intéresse au nageur interfacial, mais extrêmement peu développé. Pour ne pas trop s'éloigner du cas des nageurs interfaciaux, nous nous restreignons volontairement aux cas où l'épaisseur de la sous-phase n'est pas très faible (au moins quelques millimètres), ce qui permet aux écoulements Marangoni de se développer dans le volume.

# 2.1.1 Source fixe

D'un point de vue théorique, le problème des écoulements induits en régime stationnaire par la présence d'un point chaud à l'interface a été résolu par Brathukin et Maurin il y a plus de cinquante ans [100]. Ce problème peut être généralisé au cas des tensio-actifs entièrement solubles, pour lesquels le transport, comme pour la chaleur, ne se limite pas à l'interface. Les champs de vitesse prédits ont des formes différant légèrement lorsque la puissance de chauffage du point chaud varie, mais tous sont axisymétriques. Les travaux de Thess *et al.* [101] puis de Mandre [102] donnent des prédictions sur l'étalement en surface de la source ainsi que sur le champ de vitesse à la surface. Celui-ci, lorsqu'un régime stationnaire est atteint, est prédit comme évoluant en  $r^{-3/5}$  dans le cas d'un tensio-actif insoluble et  $r^{-1}$  dans le cas d'un tensio-actif soluble, en se plaçant en coordonnées polaires centrées sur la source.

Ces prédictions théoriques ont pu être confrontées à des résultats expérimentaux [102– 104]. Dans le cas du dépôt de tensio-actif d'abord, celui-ci est expérimentalement réalisé en injectant un débit constant de tensio-actif en un point de la surface (voir FIG. 2.7). La présence de traceurs permet alors de rendre visible le transport à la surface du tensio-actif ainsi que le champ de vitesse, et de mesurer ce dernier. C'est par cette même méthode que les lois d'échelles prédites par Mandre [102] concernant la décroissance du champ de vitesse à la surface en  $r^{-3/5}$  et  $r^{-1}$  pour respectivement les tensio-actifs solubles et insolubles ont été observées [104] (voir FIG. 2.8).



FIG. 2.7 – Photographie d'une expérience d'étude des effets Marangoni engendrés par l'injection à flux constant d'un tensio-actif (au centre de la tâche). De petites gouttes d'huile apparaissent blanches et servent ici de traceurs pour visualiser l'écoulement. Barre d'échelle 3 cm. Figure extraite de l'article de Roché *et al.* [103].



FIG. 2.8 – Évolution en échelle logarithmique de la vitesse radiale de l'écoulement de surface en fonction de la distance au point d'injection, pour différents types de tensio-actifs. La figure, adaptée de l'article de Bandi *et al.* [104] démontre l'influence de la solubilité ou non du tensioactif sur les écoulements engendrés.

L'étude expérimentale des écoulements Marangoni induits par une excitation thermique possède l'avantage de pouvoir facilement moduler l'amplitude des effets en variant la puissance du laser utilisé pour chauffer une bille placée à la surface et servant de point chaud. Pour une puissance de laser faible, l'écoulement observé est axisymétrique, comme dans le cas de l'injection de tensio-actifs (voir FIG. 2.9a). En revanche, à partir d'une certaine puissance, l'écoulement Marangoni devient instable, et l'axisymétrie est perdue au profit d'un écoulement quadrupolaire [105] (voir FIG. 2.9b). Cette instabilité est possiblement à mettre en relation avec la brisure spontanée de symétrie qui initie la nage du nageur interfacial. Néanmoins, sa description reste à ce stade principalement expérimentale et n'a pas reçu de compréhension théorique. Récemment, il a été rapporté que les écoulements Marangoni thermiques semblent expérimentalement presque toujours complexifiés par la présence de traces de tensio-actifs dont l'influence n'est pas négligeable [106]. Il s'agit peut-être d'une piste qui permettra d'avancer vers la description théorique de l'instabilité observée expérimentalement.

Le cas des sources fixes de gradients de tension de surface a déjà été bien étudié, que ce soit théoriquement ou expérimentalement. Néanmoins, ces travaux ne sont pas directement transposables aux problèmes plus complexes qui vont nous intéresser, comme celui du nageur interfacial. Dans ce contexte, il est néanmoins intéressant de signaler que les effets Marangoni créés par une source fixe peuvent être modélisés de manière satisfaisante en considérant une diffusion effective du tensio-actif [107, 108]. L'expression dérivée pour le coefficient de diffusion effective dépend du régime considéré. Dans la limite des grands nombres de Schmidt (c'est-à-dire où les effets visqueux sont dominants), le



(a) Faible puissance du laser (1 mW).
 L'écoulement est axisymétrique.
 Barre d'échelle 3 mm.



(b) Forte puissance du laser (70 mW).L'écoulement est quadrupolaire.Barre d'échelle 1 mm.

FIG. 2.9 – Vue de dessus des écoulements Marangoni générés par le chauffage d'une bille placée à l'interface pour différentes puissances du laser. La visualisation des lignes de champ est permise grâce à l'utilisation de traceurs et un temps d'exposition long. Le point rouge indique la position de la bille. Figures extraites de Koleski *et al.* [105].

coefficient de diffusion effective d'un tensio-actif a été prédit comme étant [108] :

$$D_{\rm eff} = \nu^{1/3} \left( V \xi_0 \right)^{2/3} \tag{2.7}$$

où  $\nu$  est le coefficient de viscosité cinématique du fluide, V la vitesse caractéristique des écoulements Marangoni et  $\xi_0$  la taille caractéristique des écoulements. Même si la généralité de ce résultat n'est pas établie, cela fournit néanmoins une piste simple de prise en compte des écoulements Marangoni pour une modélisation du nageur interfacial qui a l'avantage de découpler les équations du problème. Une étude expérimentale, préalable au développement théorique que nous venons de décrire, motive cette approche en proposant une mesure expérimentale du coefficient de diffusion effective du camphre [90]. Cela confirme que dans le cas du camphre et d'une source fixe il est possible de modéliser le transport comme une diffusion effective.

Les sources considérées jusqu'ici étaient ponctuelles en plus d'être fixes. À notre connaissance, un seul article s'est intéressé aux écoulements Marangoni induits par un nageur interfacial [109]. Bien que le nageur soit dans ces travaux immobilisé à l'interface (ce qui empêche l'existence d'une brisure spontanée de symétrie), cela fournit un point de départ pour s'intéresser aux modifications engendrées par l'étendue spatiale du nageur. Le paramètre expérimental principalement étudié dans cet article est la profondeur d'eau. Celle-ci n'influe pas sur l'allure qualitative des écoulements Marangoni qui sont axisymétriques autour du nageur immobile. En revanche, bien que la vitesse du nageur ne dépende presque pas de la profondeur d'eau [87], le maximum de vitesse des écoulements Marangoni augmente avec la profondeur d'eau [109].

Nous venons de montrer qu'un premier pas pour se rapprocher des écoulements Marangoni générés par la présence de nageurs interfaciaux a été fait, en s'intéressant au cas du nageur immobilisé ce qui permet de prendre en compte l'étendue spatiale de la source, mais ajoute également une condition aux limites de non-glissement à l'emplacement du nageur qui n'existe pas pour une source ponctuelle. Nous allons maintenant nous intéresser à ce qui est connu dans le cas des sources mobiles, qu'elles soient ponctuelles ou non.

# 2.1.2 Source mobile

Comme évoqué précédemment, l'étude des écoulements Marangoni générés par une source mobile, plus pertinente lorsque l'on s'intéresse au cas du nageur interfacial, n'a reçu que très peu d'attention. D'un point de vue théorique, seulement un article a été à notre connaissance publié [110]. Celui-ci s'intéresse au cas d'un tensio-actif insoluble déposé par une source en mouvement rectiligne uniforme en eau peu profonde, donnant des résultats qui ne seront pas comparables directement à ceux pour un nageur interfacial à cause de la faible profondeur d'eau.

Expérimentalement, un seul article rapporte à notre connaissance l'observation quantitative des écoulements Marangoni engendrés par une source mobile [111]. Ce travail, très récent, a été publié au cours de ma thèse en parallèle des travaux que j'étais en train de réaliser. Il s'agit d'un bateau de polydiméthylsiloxane (PDMS) dont l'arrière a été enduit de tensio-actif. Ce n'est donc pas exactement un nageur interfacial de même nature que le nôtre, puisque celui-ci a une asymétrie intrinsèque. Les écoulements ont été mesurés par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) à la surface ainsi que dans le plan vertical porté par le vecteur vitesse du nageur. Dans le volume, les champs de vitesse connus sont donc bidimensionnels et localisés dans le plan de mesure. Une asymétrie avant/arrière dans la direction de propagation est observée (voir FIG. 2.10). En surface, les mesures font apparaitre un point de divergence du champ de vitesse derrière le nageur à une distance de l'ordre du diamètre du nageur de celui-ci.



FIG. 2.10 – Champ de vitesse Marangoni créé par un bateau interfacial dans le plan vertical de propulsion. Figure extraite de [111].

En ce qui concerne les nageurs interfaciaux symétriques, le seul travail existant à notre connaissance (lui aussi concomitant au mien) est numérique [87]. Ayant eu accès aux champs de vitesses obtenus, cela constituera pour moi la principale source de comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus au cours de ma thèse et décrits dans la partie suivante. Ils seront donc détaillés ultérieurement.

# 2.2 Caractérisation expérimentale pour une source mobile

Comme nous l'avons vu, les écoulements Marangoni sont un élément central de la compréhension de la dynamique des nageurs interfaciaux. Pourtant, ils sont presque toujours ignorés ou traités de manière très simplifiée dans les modèles théoriques. Au début de ma thèse, aucune caractérisation expérimentale n'avait même été réalisée. Je vais ici présenter une expérience que nous avons mis en place pour y remédier, et ainsi tenter de fournir la première caractérisation expérimentale des écoulements Manrangoni créés par un nageur interfacial symétrique.

# 2.2.1 Principe

L'objectif de l'expérience est de réussir à cartographier en trois dimensions le champ de vitesse généré par les effets Marangoni liés à la propulsion d'un nageur interfacial. Pour cela, après avoir ajouté des traceurs à un volume d'eau, un nageur est placé à la surface. Grâce à une nappe laser horizontale placée à l'altitude  $z_0$  et à une caméra rapide, nous avons été en mesure de déterminer par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) le champ de vitesse  $\boldsymbol{u}_{\parallel}(x, y, z_0) = u_x(x, y, z_0)\boldsymbol{e}_x + u_y(x, y, z_0)\boldsymbol{e}_y$  dans ce plan. En procédant de même pour plusieurs valeurs de  $z_0$ , nous disposons d'une cartographie complète de  $\boldsymbol{u}_{\parallel}$  dans la cuve. Pour obtenir la composante verticale  $u_z$  du champ de vitesse et ainsi une connaissance à trois dimensions de celui-ci, nous avons exploité l'incompressibilité de l'écoulement dans chacun des plans, pour obtenir  $\partial_z u_z(x, y, z) = -\partial_x u_x(x, y, z) - \partial_y u_y(x, y, z)$ . En intégrant dans la direction verticale, nous obtenons alors la composante manquante du champ de vitesse. En pratique, nous avons utilisé la méthode de Galerkine pour faire cette intégration. Cette dernière sera détaillée dans la sous-section éponyme.

# 2.2.2 Fabrication des nageurs

Les nageurs interfaciaux sont des disques découpés dans des feuilles d'une matrice constituée d'agarose et d'eau à l'intérieur de laquelle du camphre a été précipité.

 Pour préparer ces feuilles, je dissous d'abord 5% en masse d'agarose<sup>5</sup> dans de l'eau distillée. La dissolution étant lente, j'utilise un micro-ondes jusqu'à obtenir un gel assez visqueux.

<sup>5.</sup> ref. 3810, Carl Roth

- Pour homogénéiser ce gel, à l'intérieur duquel de nombreuses petites bulles d'air sont présentes, celui-ci est placé au bain-marie à 100 °C pendant deux heures. Les bulles remontent ainsi à la surface.
- Après avoir éliminé la surface pour se débarrasser des bulles, je verse délicatement le gel sur une plaque usinée sur mesure au laboratoire pour former une feuille d'épaisseur fixe 0,5 mm (voir FIG. 2.11).
- Après quelques secondes, la feuille se solidifie en refroidissant. À l'aide d'une lame de rasoir, je découpe des rectangles (plaques) dans les parties de la feuille qui semblent bien homogènes (voir FIG. 2.11).
- Les plaques sont ensuite mises à tremper pendant au minimum deux heures dans du méthanol anhydre<sup>6</sup> pour les débarrasser de toute trace d'eau. Le méthanol étant classé parmi les espèces cancérigènes, mutagènes et reprotoxiques (CMR), il doit être manipulé sous hotte aspirante avec une blouse, des gants et des lunettes.
- Les plaques sont ensuite transférées dans une solution de camphre<sup>7</sup> de concentration  $1,0 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  dissout dans du méthanol anhydre pour une durée minimale de douze heures. À ce stade, les plaques peuvent être conservées plusieurs semaines et sorties au fur et à mesure des besoins expérimentaux.
- Juste avant utilisation, les plaques sont passées par deux bains successifs d'eau distillée saturée en camphre pendant au minimum trente secondes. Cela permet de chasser le méthanol et d'obtenir la précipitation du camphre (puisqu'il est moins soluble dans l'eau que dans le méthanol). Les plaques deviennent alors opaques et blanches.
- Elles sont conservées dans un troisième bain d'eau distillée saturée en camphre et prêtes à être utilisées. Bien que la solution saturée en camphre permette de limiter le vieillissement des plaques, celles-ci doivent être utilisées dans les quatre heures après la précipitation.
- Pour lancer une expérience, la plaque est sortie du bain et posée sur une surface plane. Le nageur est découpé à l'aide d'un punch à biopsie, de rayon 1-4 mm. Le nageur est posé sur une grille en acier inoxydable, utilisée pour le mettre délicatement à l'eau. La plaque est remise dans le bain jusqu'à la prochaine expérience.

# 2.2.3 Dispositif expérimental

L'expérience se déroule dans une cuve en plexiglas de dimensions horizontales  $18 \times 22 \text{ cm}$ . Un volume d'eau distillée correspondant à une hauteur de 0.5 - 1.5 cm (selon les expériences) est versé dans la cuve. Tous les champs expérimentaux présentés dans ce manuscrit ont été obtenus avec 1.5 cm de hauteur d'eau. Dans ce volume d'eau, je disperse

<sup>6.</sup> ref. 322415, Sigma Aldrich

<sup>7.</sup> ref. A10936, Alfa Aesar



FIG. 2.11 – Gauche : la solution d'agarose chaude est versée sur la plaque. Milieu : la solution d'agarose a été aplatie en une feuille d'épaisseur fixe à l'aide de l'outil en métal visible sur l'image de gauche. Droite : après quelques secondes, la feuille a solidifié et est découpée en plaques plus petites.

une concentration de  $1,33 \times 10^8$  particules de polystyrène par litre d'eau. Ces particules, de diamètre  $4,5 \,\mu\text{m}^8$ , diffusent la lumière ce qui leur permettra d'être les traceurs de notre expérience. La surface accessible au nageur est réduite à  $16 \times 20 \,\text{cm}$  en déposant à la surface une fine feuille de polyester découpée aux dimensions souhaitées. Cela permet d'éviter que le nageur reste bloqué le long des parois de la cuve à cause de la présence du ménisque. Enfin, un nageur de rayon 4 mm est déposé à la surface.

L'expérience (voir schéma FIG. 2.12) est éclairée par une nappe obtenue en utilisant un laser<sup>9</sup> de longueur d'onde 488 nm (cyan). Le faisceau gaussien émis par le laser traverse une lentille semi-cylindrique ce qui permet de créer une nappe horizontale. Une lentille de grand diamètre et de focale 50 cm est utilisée pour faire converger la nappe au niveau de la cuve<sup>10</sup>. Cela permet que la nappe soit la plus fine possible, et donc que la résolution verticale des mesures soit la meilleure possible. Une plaque de polyméthacrylate de méthyle (plexiglas) d'épaisseur e = 18,7 mm portée par une vis rotative permet de faire varier l'altitude de la nappe avant que celle-ci ne pénètre dans la cuve. En fonction de l'inclinaison de la plaque, l'altitude de la nappe peut varier d'une amplitude plus grande que la hauteur d'eau, ce qui permet ainsi de scanner l'intégralité du volume. Enfin, une caméra rapide<sup>11</sup> acquiert par le dessous de la cuve des images d'une résolution de 1248 × 848 px<sup>2</sup> à 200 images par secondes et codées sur 14 bit par l'intermédiaire d'un objectif de focale 50 mm et d'ouverture f/1.4 pour obtenir une faible profondeur de champ. En pratique, la caméra est horizontale et filme l'expérience par l'intermédiaire d'un miroir incliné de 45° pour faciliter l'installation de l'expérience. Une image caractéristique de celles obtenues par ce

45

2

<sup>8.</sup> Polysciences Polybead ® Microspheres  $4,5\,\mu\mathrm{m}$ 

<sup>9.</sup> Genesis MX488 1W

<sup>10.</sup> Point de vigilance ici : les faisceaux gaussiens ne suivent pas les mêmes lois que le "rayon de lumière" utilisé en optique géométrique.

<sup>11.</sup> Phantom v10 2MPx 400 Hz 14 bits

dispositif est donnée en FIG. 2.13. Le nageur réfléchit lui aussi la lumière, ce qui a pour conséquence négative l'impossibilité d'obtenir le champ de vitesse en-dessous de celui-ci. Cela permet toutefois de pouvoir positionner le nageur de façon précise sur chaque image et donne donc un accès à sa position et sa vitesse.



FIG. 2.12 – Schéma de l'expérience de reconstruction du champ de vitesse Marangoni tridimensionnel créé par un nageur interfacial. Un laser émet un faisceau gaussien qui, élargit par une lentille semi-cylindrique, forme une nappe horizontale. Grâce à une grande lentille convergente ainsi qu'à une plaque de plexiglas inclinable, la nappe converge au niveau de la cuve à une hauteur facilement variable. L'expérience est filmée par une caméra rapide en vue de dessous.



FIG. 2.13 – Vue de dessous de l'expérience. Les traceurs positionnés dans la nappe laser apparaissent comme de petits points blancs tandis que les autres sont invisibles. Le nageur de rayon 4 mm apparait ici comme un disque blanc.

# 2.2.4 Calibrations

Afin d'exploiter pleinement le dispositif, j'ai dû déterminer le profil vertical de la nappe ainsi que la relation entre angle du plexiglas et décalage vertical de la nappe. Pour ce faire, j'ai utilisé un puissance-mètre<sup>12</sup>. La cellule de mesure de celui-ci étant trop étendue, je l'ai rétrécie à l'aide d'un diaphragme de rayon 15 µm. Cette cellule est montée sur un

<sup>12.</sup> Newport HandHeld Optical Power Meter Model 840

pied optique permettant à l'aide d'une vis de faire des déplacements verticaux repérés de façon précise grâce à un vernier. En positionnant la cellule à la place de la cuve, j'ai mesuré la puissance lumineuse reçue par la cellule à différentes altitudes. Il ne s'agit pas directement du profil vertical de la nappe mais de celui-ci convolué par le diaphragme. Les mesures directes ainsi que le profil vertical de la nappe obtenu après déconvolution sont représentés en FIG. 2.14. De cette courbe j'ai déduit que la nappe a comme attendu un profil gaussien et une épaisseur à mi-hauteur de 300 µm. L'échantillonnage en z ne devra donc excéder 150 µm.



FIG. 2.14 – Mesures expérimentales de la puissance lumineuse reçue à travers un diaphragme de rayon 15 µm en fonction de la hauteur, et profil déduit de la nappe après déconvolution. Les abscisses ont été centrées autour de l'altitude  $z_0$  de la nappe. Les incertitudes à la fois horizontales et verticales sont plus faibles que la taille des croix.

Il est également très utile de connaître la relation entre angle du plexiglas et déviation verticale de la nappe, de manière à pouvoir choisir la liste des angles auxquels réaliser l'expérience pour avoir un échantillonnage régulier verticalement. Pour ce faire, j'ai cherché la position du maximum de puissance lumineuse reçu par la cellule pour différentes inclinaisons du plexiglas. En notant la valeur lue sur le vernier pour chacun des angles, j'obtiens la courbe de calibration recherchée. À noter que cette déviation peut être déterminée théoriquement en appliquant la loi de Snell-Descartes de la réfraction (voir ANNEXE 5). La superposition de la courbe de calibration, de la prédiction théorique ainsi que d'une interpolation utilisée en pratique pour régler l'altitude de la nappe aux valeurs souhaitées est présentée en FIG. 2.15.

# 2.2.5 Protocole

La principale limitation de l'expérience proposée ici est de ne pas pouvoir mesurer le champ de vitesse horizontal à toutes les profondeurs étudiées au même instant. Les champs de vitesse filmés à chacune des profondeurs ne correspondent donc pas à une même trajectoire. C'est dans l'optique de minimiser les problèmes de reproductibilité que



FIG. 2.15 – Mesures expérimentales de la hauteur de la nappe en fonction de l'angle du plexiglas. Les incertitudes à la fois horizontales et verticales sont plus faibles que la taille des croix. Aux points expérimentaux a été superposé l'interpolation ayant été utilisée en pratique ainsi que la courbe théorique obtenue par un ajustement de la formule démontrée en ANNEXE 5.

le protocole a été pensé. À chaque profondeur, j'ai filmé dix traversées de la nappe par le nageur pour pouvoir faire une moyenne des champs de vitesse obtenus pour chacune des traversées. La hauteur de la nappe est ensuite modifiée en tournant la plaque de plexiglas. L'opération est répétée jusqu'à avoir scanné tout le volume d'eau avec une résolution verticale de 300 µm. Le nageur ainsi que l'intégralité de l'eau distillée sont renouvelés toutes les cinq hauteurs de nappe pour limiter les effets du vieillissement.

# 2.2.6 Vélocimétrie par imagerie de particules

La vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) est une technique expérimentale décrite depuis une trentaine d'années [112] et désormais couramment utilisée pour déterminer un champ de vitesse instantané dans un plan. En étudiant les corrélations entre deux images prises au même endroit et pour des instants proches, la recherche des maxima de corrélation permet de déduire le déplacement de chaque zone (ou fenêtre) entre les deux images, et donc d'obtenir le champ de vitesse connaissant l'écart temporel entre les images. Plusieurs algorithmes de PIV existent et ont chacun leurs spécificités. Certains sont conçus pour pouvoir résoudre de grands déplacements, d'autres pour des champs de vitesse ayant de forts gradients. C'est le cas de celui que j'ai utilisé au cours de ma thèse, appelé DPIVsoft et dont le fonctionnement précis est connu [113] et facilement modifiable, tous les codes étant téléchargeables.

Obtenir un champ de vitesse par PIV est une chose, mais obtenir le bon en est une autre. En effet, les algorithmes de PIV permettent avec presque n'importe quels paramètres d'obtenir un champ de vitesse, mais il faut prendre beaucoup de précautions pour choisir ces paramètres et ainsi minimiser l'erreur commise. Pour ce faire, la principale source d'informations que j'ai utilisée est la notice de DPIVsoft, trouvable sur internet à la même adresse que le logiciel<sup>13</sup>. Je reprends ici le raisonnement ayant permis le choix des différents paramètres. J'ai choisi d'utiliser deux itérations successives de l'algorithme. La première est pensée pour faire un repérage rapide du déplacement des différentes zones de l'image. La seconde itération part des résultats de la première pour rechercher précisément le déplacement de boîtes plus petites autour du déplacement obtenu au premier passage. Les images traitées sont des images ayant été recentrées sur le nageur, pour que celui-ci soit toujours au centre de l'image. Pour se ramener à une même direction de nage, une rotation des images est également effectuée puis les valeurs sont interpolées sur une grille de  $1248 \times 1248 \, \text{px}^2$ , qui est donc la taille des images sur lesquelles est faite la PIV. Dans l'espace réel, cela correspond à un carré de côté 15,8 cm.

Pour la première itération, la taille  $B_1$  des fenêtres doit être choisie suffisamment grande pour contenir au moins 4 particules et être plus grande que trois fois le déplacement maximal d'une particule entre les deux images. Pour nous, une fois les conversions faites, il faut imposer  $B_1 > 30$  px. Pour que l'algorithme détectant les corrélations puisse fonctionner, il faut également que le déplacement soit relativement homogène à l'intérieur de la fenêtre, et donc que les gradients du champ de vitesse ne soient pas trop intenses dans une même fenêtre. Les gradients étant difficiles à évaluer à l'avance, nous nous contenterons de choisir la taille de fenêtre la plus faible possible respectant le premier critère. Le code utilisant des transformées de Fourier, il est plus efficace pour les valeurs multiples de 2. J'ai donc choisi  $B_1 = 32$  px. Ensuite, le nombre de fenêtres  $N_1$  dans chaque direction doit être choisi tel qu'il n'y ait pas de recouvrement entre les différentes fenêtres. J'ai donc choisi  $N_1 = 39$  étant donné la résolution des images. Enfin, le dernier paramètre à régler est le déplacement maximum  $D_1$  entre les deux images, c'est-à-dire la distance jusqu'à laquelle les corrélations vont être évaluées. Cette valeur doit être suffisante pour être sûr de détecter le déplacement de la fenêtre d'observation. Pour limiter le temps de calcul, il est également intéressant de donner une valeur pas trop élevée, le temps de calcul des corrélations variant a priori comme le carré de la distance maximale envisagée. La vitesse maximale du champ de vitesse étant du même ordre de grandeur que la vitesse du nageur, j'ai défini  $D_1$  comme étant légèrement plus grand que le déplacement du nageur entre les deux images. La vitesse du nageur étant de l'ordre de  $6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  et l'écart minimal entre deux images étant 0,02 s, j'ai choisi  $D_1 = 28$  px, après conversion.

Pour le second passage, les critères dépendent moins de la situation et résultent plus de la résolution désirée et d'essais successifs. De plus, un recouvrement entre fenêtres allant jusqu'à 50 % peut être utilisé pour gagner en résolution. En pratique, les valeurs qui ont été utilisées pour ce projet sont  $B_2 = 24 \text{ px}$ ,  $N_2 = 100$  et  $D_2 = 8 \text{ px}$ . Avec ces paramètres, la régularité des champs obtenus ainsi que le suivi manuel de quelques points nous donnent confiance dans la fiabilité des résultats. La FIG. 2.16 montre un exemple de champ de vitesse obtenu à partir d'un seul couple d'images à 2 mm sous la surface. Les vecteurs vitesse associés au déplacement du nageur ont été supprimés pour plus de

<sup>13.</sup> https://www.irphe.fr/~meunier/

lisibilité. Le maximum du champ de vitesse est ici de l'ordre du centimètre par seconde, soit cinq fois plus faible que la vitesse du nageur. Ce dernier a un rayon de 4 mm et se déplace ici vers le haut. Approximativement quatre diamètres derrière le nageur, un point singulier où la divergence du champ de vitesse bidimensionnel est fortement positive peut être observé, synonyme de fort mouvement vertical du fluide. Cette singularité est très semblable à celle ayant été rapportée derrière un bateau interfacial [111] (voir FIG. 2.10).



FIG. 2.16 – Champ de vitesse typique obtenu 2 mm sous la surface à partir d'un couple d'images par PIV. Le nageur a un rayon 4 mm qui sert d'échelle et se déplace vers le haut. Les vecteurs vitesses associés au déplacement du nageur ont été effacés pour plus de lisibilité. L'amplitude des vitesses de l'écoulement derrière le nageur est de l'ordre du centimètre par seconde, soit cinq fois moins que la vitesse du nageur.

# 2.2.7 Construction du champ de vitesse bidimensionnel

Afin de limiter les erreurs dues à la variabilité des expériences, dix traversées du nageur ont été filmées pour chacune des profondeurs de la nappe. Pour obtenir  $u_{\parallel}(x, y, z_0)$ le champ bidimensionnel à la profondeur  $z_0$ , j'ai donc voulu exploiter l'ensemble de ces données. Grâce au centrage ainsi qu'à la rotation autour du nageur effectués avant la PIV, j'ai pu effectuer une moyenne cohérente de tous les champs de vitesse obtenus. Les valeurs de translation et rotation sont données par la position et la direction du nageur, mesurées grâce à une reconstruction de la trajectoire du nageur qui sera détaillée au paragraphe 1.2.1 du chapitre 3. En pratique, j'ai sélectionné 200 couples d'images aléatoirement parmi ceux disponibles à chaque profondeur et effectué la moyenne des champs de vitesse correspondants. Les données issues de régions situées au-delà de l'extension spatiale de la nappe laser n'ont pas été prises en compte à cause du mauvais rapport signal sur bruit qu'elles représentent. Le nageur étant largement surexposé, les données à la position du nageur ont également été écartées. Enfin, pour ne conserver que des vecteurs s'appuyant sur suffisamment d'informations, j'ai également enlevé du champ de vitesse final ceux pour lesquels la moyenne a été calculée à partir d'informations présentes sur moins de 10 % des champs de vitesse ayant contribué à la moyenne. Le champ de vitesse obtenu ainsi pour une profondeur de 1 mm et une hauteur d'eau de 15 mm est donné en FIG. 2.17. Le nageur est situé en (0,0), d'où une absence de données dans cette zone, et se déplace vers le haut. Le champ de vitesse obtenu est très bien défini, régulier et presque parfaitement symétrique par rapport à la direction de nage. La symétrie est perdue dans certaines zones lointaines où l'écoulement est faible et donc le bruit probablement plus présent. Environ 1 cm derrière le nageur, un point de divergence du champ de vitesse peut être remarqué, comme celui déjà visible pour un seul couple d'image sur la FIG. 2.16. Deux directions particulières sont également observables derrière le nageur, de part et d'autre du plan de symétrie.



FIG. 2.17 – Champ de vitesse moyen dans le plan horizontal situé à 1 mm sous la surface. Le nageur est situé en (0,0) et se déplace vers le haut.

# 2.2.8 Divergence bidimensionnelle

Ce paragraphe, ainsi que les deux suivants, sont l'aboutissement du travail de J. Limonet que j'ai eu le plaisir d'encadrer durant son stage de L3. Une fois les champs de vitesse obtenus dans chaque plan, la divergence bidimensionnelle  $\left(\nabla_{\parallel} \cdot \boldsymbol{u}_{\parallel}\right)(x, y, z_0) = \partial_x u_x(x, y, z_0) + \partial_y u_y(x, y, z_0)$  est estimée en calculant le taux d'accroissement de chacune des composantes du vecteur vitesse dans la direction concernée. Ce champ est relativement bruité en raison des dérivées qui permettent de l'obtenir et qui exacerbent le bruit déjà présent dans les champs de vitesse. Pour permettre de diminuer le bruit, différentes méthodes de filtrage ont été essayées. La difficulté principale vient de l'existence de zones de forts gradients, rendant difficile l'atténuation du bruit sans perdre trop d'informations sur le signal. La technique finalement retenue est la convolution par un noyau gaussien. La librairie astropy de python a été choisie pour réaliser cette convolution car celle-ci permet de traiter de façon satisfaisante les données manquantes en évitant de les propager. La divergence bidimensionnelle lissée correspondant au champ de vitesse moyen de la FIG. 2.17 est représentée en FIG. 2.18. Sur cette figure, une zone de forte divergence positive est observée derrière le nageur, ainsi que deux zones de divergence négative côté droit ainsi que côté gauche. En tenant compte de l'incompressibilité de l'écoulement, nous avons donc à ce stade une estimation de  $\partial_z u_z$ :

$$\partial_z u_z(x, y, z) = -\nabla_{\mathscr{I}} \cdot \boldsymbol{u}_{\mathscr{I}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z}).$$
(2.8)

L'objectif final de ce projet étant d'obtenir le champ de vitesse tridimensionnel, il reste à intégrer sur la hauteur de fluide pour obtenir la composante manquante du champ de vitesse. Pour ce faire, j'ai utilisé une méthode de Galerkine, que je vais maintenant présenter.



FIG. 2.18 – Divergence bidimensionnelle dans le plan situé 1 mm sous la surface. Le nageur est situé en (0,0), les valeurs à sa position apparaissent ici nulles. Les deux croix (blanche et rouge) matérialisent deux positions particulières utilisées à la FIG. 2.19.

# 2.2.9 Méthode de Galerkine

Les méthodes de Galerkine sont un ensemble de méthodes numériques permettant de résoudre une équation aux dérivées partielles continue en la discrétisant [114, 115]. Dans notre cas, nous allons choisir une base de fonctions satisfaisant les conditions aux limites du problème sur laquelle projeter  $u_z$ . En supposant que les ondulations de la surface créées par le nageur soient négligeables, nous avons en tout point (x, y) de l'espace les conditions aux limites  $u_z(x, y, 0) = 0$  et  $u_z(x, y, -h) = 0$ . Une base de fonctions satisfaisant ces conditions aux limites est la base des fonctions trigonométriques, ce qui donne en tronquant à l'ordre

P:

$$u_z(x, y, z) = \sum_{n=0}^{P-1} a_n(x, y) \sin\left(\frac{n\pi z}{h}\right).$$
 (2.9)

Il reste à déterminer les coefficients  $a_n(x, y)$  pour obtenir une estimation de la composante verticale de la vitesse. En combinant les équations (2.8) et (2.9), nous obtenons :

$$\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\parallel}} \cdot \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{\parallel}}(x, y, z) = -\sum_{n=0}^{P-1} a_n(x, y) \left(\frac{n\pi}{h}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right).$$
(2.10)

Pour chaque position (x, y) du plan horizontal, les valeurs de  $\nabla_{\parallel} \cdot u_{\parallel}$  sont connues dans l'ensemble des plans  $z_0$  où le champ de vitesse bidimensionnel a été déterminé. La valeur de P est choisie suffisamment petite devant le nombre de valeurs expérimentales utilisables afin de s'assurer d'avoir un problème sur-déterminé et donc de pouvoir le résoudre par une méthode des moindres carrés. L'ensemble des coefficients  $a_n(x, y)$  est obtenu grâce à ces points, en recherchant les valeurs de coefficients permettant de minimiser l'écart quadratique moyen aux points expérimentaux.

# 2.2.10 Résultats

La FIG. 2.19 permet de comparer les valeurs expérimentales de  $-\partial_z u_z$  ainsi que la reconstruction continue obtenues par la méthode de Galerkine pour deux positions (x, y)dans le plan horizontal, représentées par des croix sur la FIG. 2.18. Le nombre de modes vaut ici P = 7. La reconstruction permet de capturer les principales caractéristiques, notamment les valeurs élevées proche de la surface. Il est cependant clair que la reconstruction n'est pas entièrement satisfaisante en certaines positions de l'espace. L'une des faiblesses illustrées sur la FIG. 2.19b est l'existence d'oscillations parasites dans la grandeur reconstruite. Ces oscillations de Gibbs proviennent a priori de l'existence de variations brutales des grandeurs qui sont peu compatibles avec la reconstruction en modes de Fourier. Pour tenter d'améliorer cette reconstruction, plusieurs pistes ont été envisagées. La première consiste à modifier le nombre de modes sur lesquels la fonction est projetée. En effet, la reconstruction n'est exacte que pour P tendant vers l'infini. Cependant, plus P est grand, plus on réduit le nombre de degrés de liberté du système. La valeur à choisir est donc un compromis entre une reconstruction satisfaisante et une certaine marge par rapport au nombre de points expérimentaux connus, c'est-à-dire le nombre de plan. Dans le meilleur des cas, le nombre de plans est de 49 dans le cas d'une profondeur d'eau de 15 mm. Les différents essais n'ont pas permis d'améliorer sensiblement le résultat.

Une autre source d'erreur de la reconstruction peut être l'imprécision du repérage de la position des plans. La calibration de l'angle du plexiglas en fonction de la hauteur du plan permet de connaître la liste des angles précis desquels incliner le plexiglas pour obtenir une nappe se déplaçant par pas de 300 µm. Ceci est entaché d'une erreur expérimentale aléatoire inévitable liée au repérage de l'angle sur la plateforme rotative, dont le pas n'est que de 2°. Des tentatives pour prendre en compte cette incertitude sur la position verticale



(a) La reconstruction est satisfaisante à certains endroits...

(b) Mais pas partout.

FIG. 2.19 – Comparaison des valeurs de  $\partial_z u_z$  obtenues expérimentalement et par la méthode de Galerkine pour P = 7. Les positions horizontales correspondant à ces deux reconstructions sont représentées sur la FIG. 2.18 par des croix, respectivement blanches et rouges pour les figures de gauche et de droite.

de chacun des plans ont été faites, notamment en ajoutant une valeur aléatoire faible à l'altitude de chacun des plans, sans résultat concluant sur les pathologies observées. La position verticale de l'ensemble des plans peut également être porteuse d'une erreur systématique liée à la difficulté de repérer précisément le fond de la cuve. Les décalages de la nappe étant effectués de manière relative les uns par rapport aux autres, cela jouerait comme une constante à ajouter à la position de chacun des plans. Ici aussi, les tentatives de prise en compte de cette possibilité sont restées infructueuses.

Enfin, il va sans dire que la méthode de reconstruction n'est ici pas le seul point à améliorer et nous pensons même que la limitation actuelle la plus pénalisante tient à la qualité des données expérimentales. La statistique permettant une reconstruction dans chaque plan correspond à plusieurs (mais pas énormément) de passages du nageur. Certains peuvent contenir des écoulements parasites liés à l'histoire du système. Souvent, la trajectoire du nageur n'est pas rigoureusement rectiligne et le sillage chimique associé est courbé. Tous ces effets ne sont pas entièrement dissipés par le processus de moyenne et, plus grave encore, ne sont pas forcément identiques dans chacun des plans horizontaux de mesure. Cela induit une source critique de bruit, en particulier dans les zones singulières telles que les points de convergence/divergence, qui ne vont pas forcément être alignées verticalement dans les données. De ce fait, nous estimons que la reconstruction détaillée et quantitative ne nous est pas accessible à ce stade.

Cependant, malgré les limitations que nous venons d'évoquer, il n'en reste pas moins que la reconstruction permet d'obtenir une idée au moins qualitative du champ de vitesse Marangoni créé par un nageur. La FIG. 2.20 donne l'allure du champ de vitesse dans

trois plans verticaux. Dans le plan d'équation x = 0 passant par le nageur et dans la direction de nage (FIG. 2.20a), une asymétrie très marquée est observée, les écoulements s'étendant plus loin et étant plus intenses derrière (y négatifs) que devant le nageur. Du fait des écoulements Marangoni centrifuges, la présence de deux vortex contra-rotatifs est identifiée : l'un faiblement étendu devant et l'autre plus étalé derrière. Ce dernier est accompagné par un pompage du liquide vers la surface, situé à l'arrière du nageur en mouvement. Dans le plan d'équation y = 0 passant par le nageur et perpendiculaire à la nage (FIG. 2.20b), à première vue la même allure que pour une source fixe est retrouvée, c'està-dire une recirculation dans le volume, symétrique dans les deux directions. Néanmoins, il est à signaler que l'écoulement centrifuge en surface a une extension finie et qu'émerge un point convergent à une distance de l'ordre de cinq fois le rayon du nageur, c'est-àdire proche de la profondeur d'eau. Il peut s'agir d'une spécificité du nageur interfacial, mais ce pourrait également être un effet de profondeur finie, qui serait alors également présent pour une source fixe. Malheureusement, nous ne disposons pas d'éléments expérimentaux permettant d'infirmer ou de valider l'une ou l'autre des hypothèses. Enfin, dans un plan perpendiculaire à la direction de nage situé derrière le nageur (FIG. 2.20c), le pompage du fluide qui remonte à la surface derrière le nageur est visible, ainsi qu'une symétrie droite/gauche. L'existence ou non d'un point de convergence en surface évoqué précédemment est moins clair dans la zone accessible. Néanmoins, en revenant au champ de divergence bidimensionnel (FIG. 2.18), l'enveloppe sombre de divergence négative qui part tel un sillage du nageur est cohérente avec cette topologie des écoulements.

Nous venons de présenter pour la première fois une investigation du champ de vitesse en volume créé par un nageur interfacial. Malgré les limitations mentionnées, cela nous permet de définir les caractéristiques globales des écoulements, du point de vue de leur topologie ainsi que des ordres de grandeurs. Ces éléments seront utilisés ultérieurement pour la compréhension d'autres phénomènes étudiés au cours de cette thèse. Ces résultats fournissent des éléments nouveaux de comparaison pour les descriptions théoriques des écoulements Marangoni. Comme nous l'avons vu, les écoulements Marangoni engendrés par des sources mobiles n'ont reçu que peu d'attention, en particulier analytiquement. Ils sont la plupart du temps largement simplifiés voire ignorés dans les modèles proposés. J'espère que cette caractérisation expérimentale pourra servir de support à une modélisation permettant une meilleure prise en compte des écoulements Marangoni dans les futurs modèles.

Pour conclure cette partie sur les écoulements générés par les nageurs, je vais maintenant comparer les résultats que nous venons d'obtenir avec une simulation numérique par la méthode des éléments finis du problème. Dans le cas où les deux approches mèneraient à des résultats cohérents, cela permettrait de se servir des avantages du numérique (notamment l'accès à toutes les observables souhaitées) pour construire une compréhension plus poussée du système. Le meilleur point de comparaison existant à ce jour à notre connaissance est une implémentation numérique par la méthode des éléments finis [87].



(a) Champ de vitesse dans le plan vertical parallèle à la direction de nage et passant par le nageur. La bande blanche correspond à l'écoulement sous le nageur auquel nous n'avons pas accès.



(b) Champ de vitesse dans le plan vertical perpendiculaire à la direction de nage et passant par le nageur. La bande blanche correspond à l'écoulement sous le nageur auquel nous n'avons pas accès.



(c) Champ de vitesse dans le plan vertical perpendiculaire à la direction de nage et situé  $11,7\,\rm{mm}$  derrière le nageur.

FIG. 2.20 – Champs de vitesse verticaux expérimentaux obtenus après reconstruction par la méthode de Galerkine. Le nageur se déplace vers les y positifs et est situé en (0, 0, 0).

# 2.2.11 Comparaison aux champs obtenus par simulation complète

Les champs de vitesse que je vais utiliser dans cette partie ont été obtenus par D. Boniface au cours de sa thèse [87] par la méthode des éléments finis. Aucun ne correspond complètement aux paramètres expérimentaux. Définissons d'abord pour les comparer le nombre de Marangoni pour le nageur interfacial comme M = uR/D avec u la vitesse caractéristique des écoulements Marangoni, R le rayon du nageur et D le coefficient de diffusion du camphre. Les expériences correspondent à des régimes pour lesquels le nombre de Marangoni est grand ( $M \sim 10^{13}$ ), contre au maximum 6000 par la méthode des éléments finis. De plus, dans ces simulations, le dépôt de tensio-actif est considéré ponctuel au centre du nageur. Pour une profondeur de 16 mm et un nageur de même rayon que celui de l'expérience, la FIG. 2.21 représente les lignes de champ du champ de vitesse bidimensionnel que j'ai obtenues à partir des données qui m'ont été fournies dans les mêmes plans que ceux montrés à la FIG. 2.20.

La même topologie que dans les champs expérimentaux est retrouvée qualitativement : asymétrie avant/arrière, symétrie gauche/droite, remontée de fluide derrière le nageur (qui se traduit dans le plan horizontal par un point de divergence semblable à celui de la FIG. 2.17). Au-delà de la topologie générale de l'écoulement qui est bien rendue par les simulations, nous avons cherché des éléments caractéristiques plus quantitatifs. L'évolution de la position du point de divergence par rapport au nageur dans le champ de vitesse expérimental ainsi que le champ de vitesse numérique sont comparés en FIG. 2.22. On observe une tendance similaire montrant l'éloignement du point de divergence avec la profondeur, permettant de se représenter un « tube de pompage de fluide » plongeant dans le volume. Grâce aux champs de vitesse numériques, j'ai pu étudier l'influence de divers paramètres sur la position du point de divergence en fonction de la profondeur. Ainsi, j'ai pu observer que la hauteur d'eau et le diamètre de la source n'ont aucune influence mais qu'en revanche une diminution du nombre de Schmidt a pour conséquence un point de divergence plongeant plus rapidement dans le volume, se rapprochant pour Sc = 10des résultats expérimentaux obtenus par la reconstruction tridimensionnelle du champ de vitesse. Le nombre de Schmidt est un nombre sans dimension défini par :

$$Sc = \frac{\nu}{D} \tag{2.11}$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide et D le coefficient de diffusion massique du camphre en volume. Il compare donc le transport de camphre induit par l'écoulement à celui causé par la diffusion moléculaire. Le nombre de Schmidt expérimental est de l'ordre de 10<sup>3</sup> pour du camphre dans l'eau. Du point de vue des simulations, un nombre de Schmidt infini correspond à la limite d'écoulements de Stokes. Diminuer le nombre de Schmidt revient donc à introduire des effets de Reynolds fini dans les résultats numériques.

Dans cette partie consacrée aux écoulements Marangoni, j'ai montré comment nous



(a) Lignes du champ de vitesse dans le plan vertical parallèle à la direction de nage et passant par le nageur.



(b) Lignes du champ de vitesse dans le plan vertical perpendiculaire à la direction de nage et passant par le nageur.



(c) Lignes du champ de vites se dans le plan vertical perpendiculaire à la direction de nage et situé  $11,7\,{\rm mm}$  derrière le nageur.

FIG. 2.21 – Lignes de champ dans des plans verticaux obtenus par simulation du problème complet [87]. Le nageur se déplace vers les y positifs et est situé en (0, 0, 0).



FIG. 2.22 – Évolution de la position du point de divergence visible dans les plans horizontaux en fonction de la profondeur. Les points expérimentaux sont issus de données obtenues pour des profondeurs expérimentales d'eau de 5, 10 et 15 mm. Les autres sont des points obtenus à partir de la simulation numérique, avec des paramètres M = 6000, Pe  $\approx 60$  et une épaisseur d'eau h = 1600 mm. Le paramètre variable est le nombre de Schmidt, indiqué dans la légende.

avons pu obtenir la première caractérisation expérimentale des écoulements créés par un nageur interfacial en mouvement. Bien que la reconstruction ne soit pas complètement satisfaisante, celle-ci fait apparaitre qualitativement les mêmes phénomènes que ceux obtenus par une simulation numérique du problème complet, donnant confiance dans les deux approches. Ceci ouvre la possibilité d'une étude plus complète et quantitative autour des champs numériques, pour une description plus fine des champs de vitesse Marangoni engendrés par la présence d'un nageur interfacial.

Nous venons de voir que si les descriptions analytiques restent difficiles et souvent limitées, il commence à être possible d'aborder numériquement le problème complet du nageur interfacial en mouvement. Néanmoins, ce type d'approche est encore extrêmement lourd en terme de calcul et limité au cas d'un nageur en régime stationnaire. Un besoin se fait donc sentir de développer un outil simplifié capturant les caractéristiques les plus marquantes du système mais adapté à des déclinaisons dans des cas complexes, par exemple l'étude de l'interaction entre plusieurs nageurs interfaciaux. C'est pourquoi dans la fin de ce chapitre je vais développer un nouveau modèle numérique permettant non seulement d'étudier la dynamique d'un nageur interfacial dans un environnement bidimensionnel, mais aussi et surtout d'étudier dans le reste de ce manuscrit de nombreuses interactions entre nageurs interfaciaux mais également le couplage entre un nageur interfacial et un écoulement sous-jacent imposé.
### 3 Un nouveau modèle de nageur

#### 3.1 Préambule

#### 3.1.1 Motivations

À ce jour, les modèles à la fois analytiques et numériques qui ont été développés avaient pour objectif de discuter les éléments fondamentaux de la propulsion d'un nageur unique (vitesse et condition de nage) ou certains aspects de dynamique non-linéaire dans des situations unidimensionnelles [90, 91, 96–99]. De ce fait, ces modèles n'ont la plupart du temps pas pris en compte les écoulements Marangoni, ou au mieux les ont considéré comme induisant une diffusion effective du camphre. La limitation majeure de tous ces travaux est leur caractère unidimensionnel [116–118]. Bien que propices à l'étude de la propulsion du nageur, les modèles précédents ne permettent pas d'étudier les interactions que peuvent avoir des particules auto-propulsées sur une interface. C'est avec cet objectif que nous avons développé un modèle bidimensionnel, toujours capable d'étudier la propulsion d'un nageur unique mais auquel seront incorporés des ingrédients supplémentaires au cours de ce manuscrit : interactions entre plusieurs nageurs, et avec un écoulement externe.

#### 3.1.2 Principe

Avant d'entrer dans le détail, je décris ici en quelques mots le principe de la modélisation que nous avons choisie et qui s'inspire d'un modèle analytique simple ayant montré des propriétés en accord semi-quantitatif avec le nageur interfacial [91]. Le modèle développé ici est bidimensionnel, puisque les champs de vitesse ainsi que les concentrations qui seront considérés seront tous surfaciques. Cela est permis grâce à une équation qui, dans une limite de couche liquide mince (approximation de lubrification), permet de paramétrer l'ensemble des écoulements par leur valeur à la surface ainsi que d'établir une relation de fermeture entre écoulement de surface et gradients de concentration de camphre leur donnant naissance. En plus d'être bidimensionnel, ce modèle fournit donc un champ de vitesse incorporant les écoulements Marangoni. Néanmois, ceux-ci ne seront pas pris en compte dans leur intégralité puisque l'équation de transport du camphre choisie fait apparaitre une diffusion effective du camphre prenant en compte à la fois sa diffusion moléculaire intrinsèque mais surtout son auto-advection par les écoulements Marangoni. Cette simplification, qui suit la logique des modèles antérieurs, est motivée par le fait qu'elle permet de contourner les difficultés numériques introduites par le couplage complet du problème. Enfin, il reste à déterminer comment la dynamique des nageurs est liée aux champs de vitesse et de concentration précédents. Pour prendre en compte l'extension spatiale des nageurs, leur vitesse sera prise égale à la moyenne spatiale du champ de vitesse du fluide sous le nageur. Ce choix, qui s'obtient en négligeant l'inertie des nageurs, peut aussi être associé de manière plus classique à un équilibre de forces : une force capillaire motrice et une force de trainée visqueuse résistante au mouvement.

#### 3.2 Modélisation

#### 3.2.1 Équation d'évolution du camphre

Un nageur interfacial est modélisé par une source mobile, déposant à chaque pas de temps autour de sa position  $\mathbf{R}$  un flux constant de camphre, qui sera supposé axisymétrique et donc noté  $s(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ . L'évolution du champ de concentration surfacique en camphre  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  est le résultat de son dépôt par le nageur, de son transport ainsi que de son évaporation dans l'air. Le transport est causé à la fois par l'advection par le champ de vitesse du fluide  $\mathbf{u}$  mais aussi par la diffusion du camphre. Pour préserver la linéarité des équations, nous choisissons de modéliser ces deux effets par un unique terme de diffusion effective (de coefficient noté D), comme proposé par [107, 108]. La cinétique d'évaporation est supposée proportionnelle à la concentration locale (ordre 1). Le coefficient de proportionnalité est noté  $\alpha$ . Avec ces hypothèses, l'équation de transport du camphre est :

$$\partial_t \Gamma = D \Delta_{/\!/} \Gamma - \alpha \Gamma + s(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R})$$
(2.12)

où  $\Delta_{/\!\!/}$  est l'opérateur laplacien dans le plan horizontal. Nous disposons à présent d'une équation d'évolution du champ de camphre. Celui-ci n'ayant *a priori* que peu de chances d'être homogène, il est nécessaire de modéliser les écoulements Marangoni induits par d'éventuels gradients de camphre, et donc de tension de surface.

#### 3.2.2 Écoulements Marangoni

C'est la tension de surface qui permet de relier champ de concentration en camphre et écoulements Marangoni. En nous plaçant sur l'isotherme de Henry, nous avons une relation entre champ de concentration de camphre et tension de surface  $\gamma$ :

$$\gamma = \gamma_0 - \beta \Gamma \tag{2.13}$$

où  $\beta$  est une constante et  $\Gamma$  le champ de concentration de camphre à la surface. Nous avons donc une relation entre les gradients à la surface :

$$\boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\gamma} = -\beta \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\Gamma} \tag{2.14}$$

où  $\nabla_{/\!\!/}$  est l'opérateur gradient dans le plan horizontal. Pour obtenir la relation entre gradients de camphre et écoulements qu'il nous manque, nous devons à présent relier les gradients de tension de surface aux écoulements Marangoni. Nous aurons ainsi une relation directe entre le champ de camphre et l'écoulement qu'il génère. Pour cela, nous décidons comme annoncé de nous placer dans l'approximation de lubrification, c'est-à-dire de supposer que la profondeur de fluide *h* est très faible devant les dimensions horizontales.

Une conséquence directe de cette approximation est que la diffusion du camphre dans le volume est supposée instantanée, d'où le fait que nous ne nous intéresserons qu'au champ surfacique de camphre  $\Gamma(x, y)$ . Pour la démonstration et bien qu'il n'interviendra pas dans le modèle, définissons le champ de concentration volumique de camphre c qui, dans l'approximation de lubrification, ne dépend pas de la profondeur :

$$c(x, y, z) = c(x, y).$$
 (2.15)

En supposant que l'interface est plane (h(x, y) = h), le lien entre concentrations surfacique et volumique de camphre s'écrit donc :

$$\Gamma(x,y) \approx hc(x,y). \tag{2.16}$$

Toujours dans l'approximation de couche mince, la composante verticale  $u_z$  du champ de vitesse est négligeable devant la composante horizontale, donc

$$\boldsymbol{u}(x,y,z) \approx \boldsymbol{u}_{/\!\!/}(x,y,z). \tag{2.17}$$

Dans ces conditions, le champ de vitesse  $u_{/\!\!/}$  créé par un disque en translation à la surface s'écrit dans le plan horizontal [119] :

$$\boldsymbol{u}_{/\!\!/}(x,y,z) = \left(\frac{z^2 - zh}{2\eta}\right) \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} P + \frac{z}{h} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{s}}$$
(2.18)

avec  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide, P le champ de pression et  $u_s$  le champ de vitesse à la surface. Nous pouvons définir la vitesse moyenne de l'écoulement en moyennant sur une tranche de fluide d'épaisseur h:

$$\bar{\boldsymbol{u}}_{/\!\!/}(x,y) = \frac{1}{h} \int_0^h \boldsymbol{u}_{/\!\!/}(x,y,z) \mathrm{d}z.$$
(2.19)

En moyennant la divergence du champ de vitesse suivant la direction z, on obtient grâce aux conditions aux limites de vitesse nulles en 0 et h:

$$\boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\parallel}} \cdot \bar{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{\parallel}} = 0. \tag{2.20}$$

En calculant l'intégrale dans l'équation (2.19), ce qui est immédiat puisque  $\nabla_{/\!\!/}P$  et  $u_s$  ne dépendent pas de z, et en injectant le résultat dans (2.20), nous obtenons :

$$\Delta_{/\!\!/} P = \frac{6\eta}{h^2} \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \cdot \boldsymbol{u_s}.$$
(2.21)

D'autre part, la condition aux limites à la surface s'écrit :

$$\boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\gamma} = \eta \left. \frac{\partial \boldsymbol{u}_{/\!\!/}}{\partial z} \right|_h. \tag{2.22}$$

En utilisant l'équation (2.18), cela se réécrit :

$$\boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\gamma} = \frac{h}{2} \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{P} + \eta \frac{\boldsymbol{u}_s}{h}.$$
(2.23)

En prenant le rotationnel de cette dernière équation, on obtient  $\nabla \times \boldsymbol{u}_s = 0$ . Il existe donc une fonction  $\phi$  telle que  $\boldsymbol{u}_s = \nabla_{\parallel} \phi$ .

En injectant cette dernière relation dans l'équation (2.21):

$$\Delta_{/\!\!/} P = \frac{6\eta}{h^2} \Delta_{/\!\!/} \phi, \qquad (2.24)$$

ce qui permet d'en déduire

$$P = \frac{6\eta}{h^2}\phi + \psi \tag{2.25}$$

où  $\psi$  est solution de  $\Delta_{/\!/}\psi = 0$ . En supposant que  $\psi = f(r)\cos(\theta)$ , les solutions possibles sont  $f(r) \propto 1/r$  ou  $f(r) \propto r$ , cette dernière étant rejetée, considérant que le champ de pression s'annule à l'infini. Pour que le champ ne diverge pas en r = 0, la seule solution admissible est donc  $\psi = 0$ .

Finalement,

$$\boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \boldsymbol{\gamma} = \frac{4\eta}{h} \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{s}}.$$
(2.26)

En combinant les équations (2.14), (2.16) et (2.26), on obtient la relation dont nous avions besoin qui relie champ de concentration surfacique en camphre et écoulement Marangoni généré :

$$\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{s}} = \frac{h}{4\eta} \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\parallel}} \boldsymbol{\gamma} = -\frac{\beta h}{4\eta} \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\parallel}} \boldsymbol{\Gamma} = -A \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\parallel}} \boldsymbol{\Gamma}$$
(2.27)

où A est une constante au cours de chaque simulation, que nous appellerons coefficient Marangoni et qui s'exprime :

$$A = \frac{\beta h}{4\eta}.\tag{2.28}$$

Nous disposons à présent d'une équation de transport du camphre ainsi que des écoulements Marangoni engendrés par les hétérogénéités de concentration. L'écoulement de surface étant le seul qui va nous intéresser, nous remplacerons la notation de l'écoulement Marangoni à la surface  $\boldsymbol{u}_s$  par la notation générique  $\boldsymbol{u}$  dans la suite de ce manuscrit. Il nous reste maintenant à modéliser l'ajout de camphre  $s(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R})$  par les nageurs interfaciaux, ainsi qu'à définir leur dynamique.

#### 3.2.3 Nageur interfacial

Un nageur interfacial est modélisé par une source mobile, déposant à chaque pas de temps autour de sa position  $\boldsymbol{R}$  un flux constant de camphre. Nous souhaitons que le flux décroisse rapidement loin du nageur pour tenir compte de son extension finie. Nous avons modélisé le nageur par une gaussienne centrée sur sa position  $\boldsymbol{R}$  qui s'écrit en tout point  $\boldsymbol{r}$  de la surface :

$$s(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}(t)) = \frac{s_0}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}(t))^2}{2\sigma^2}\right)$$
(2.29)

où  $s_0$  est l'amplitude du flux et  $\sigma$  fixe l'extension spatiale de la source, assimilée au nageur. Cette forme a également l'avantage d'avoir une transformée de Fourier exacte, qui s'avèrera utile pour la résolution des équations différentielles du problème par la méthode pseudo-spectrale que nous allons employer. Un nageur n'ayant (en négligeant les effets de surface) pas d'inertie puisqu'il flotte (voir paragraphe 2.2.2 du chapitre 1), sa vitesse V est égale à celle du champ de vitesse surfacique u à sa position. Pour tenir compte de l'extension spatiale du nageur, nous définissons le champ de vitesse moyenné sur la taille du nageur à l'aide d'un filtre gaussien :

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) * g \tag{2.30}$$

où g est un noyau gaussien de même forme et variance que s mais normalisé à un. Ce champ de vitesse moyenné est ensuite interpolé à la position du nageur, où il vaut :

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle (\boldsymbol{R}(t), t) \,.$$
 (2.31)

Négligeant l'inertie du nageur, cette valeur est assimilée à la vitesse du nageur :

$$\mathbf{V}(t) = \frac{\mathrm{d}\mathbf{R}}{\mathrm{d}t} = \langle \mathbf{u} \rangle (\mathbf{R}(t), t) \,. \tag{2.32}$$

Cette approche, utilisée dans la pratique, s'avère équivalente à réaliser un bilan des forces. Les forces s'appliquant sur le nageur sont la force capillaire

$$\boldsymbol{F}_{c} = \oint_{\partial \mathcal{D}} \gamma \boldsymbol{n} \mathrm{d}l = \iint_{\mathcal{D}} \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \gamma \mathrm{d}S \approx \frac{\pi \sigma^{2} \beta}{A} \langle \boldsymbol{u} \rangle (\boldsymbol{R}(t), t)$$
(2.33)

(où  $\partial \mathcal{D}$  est le contour de la surface du disque, n le vecteur unitaire normal en tout point à ce contour et  $\mathcal{D}$  la surface du disque) et la force de trainée visqueuse, égale en norme et de sens opposé à la précédente à tout instant. Pour récapituler, plutôt que mille mots je me contenterai de donner le système d'équations que nous venons de choisir pour ce modèle numérique bidimensionnel :

$$\begin{cases}
\partial_t \Gamma = D\Delta_{/\!\!/} \Gamma - \alpha \Gamma + s(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}) \\
\boldsymbol{u} = -A \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \Gamma \\
\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}}{\mathrm{d}t} = \langle \boldsymbol{u} \rangle (\boldsymbol{R}(t), t).
\end{cases}$$
(2.34)

Maintenant que j'ai détaillé le principe du modèle ainsi que les équations associées, je vais détailler leur mise en œuvre numérique.

#### 3.3 Implémentation

La simulation est réalisée en deux dimensions dans une boîte carrée de côté L. Les conditions aux limites sont périodiques. La résolution de la simulation est gardée fixe quelle que soit la taille de la boîte, et contient  $N = 128 L/(2\pi)$  pas de grille dans chaque direction. Les équations différentielles sont résolues par méthode pseudo-spectrale, et leur évolution temporelle estimée par la méthode d'Adams-Bashforth d'ordre 2. C'est-à-dire que pour une observable B de dérivée temporelle  $\partial_t B$ , en notant dt le pas de temps, et entre crochets le numéro du pas de temps auquel chaque grandeur est évaluée :

$$B[n+1] = B[n] + \frac{dt}{2} \left( 3\partial_t B[n] - \partial_t B[n-1] \right).$$
(2.35)

Afin de résoudre ces équations différentielles (équations (2.34)), il est nécessaire de définir le vecteur d'onde  $\boldsymbol{k}$  dans l'espace de Fourier

$$\boldsymbol{k} = (k_x, k_y) \tag{2.36}$$

où  $k_x$  et  $k_y$  prennent les valeurs

$$\frac{2\pi}{L}\frac{n}{N}, \forall n \in [\![0, N-1]\!].$$
 (2.37)

La notation  $\hat{B}$  représentera dans la suite la transformée de Fourier discrète à deux dimensions de la grandeur B. Maintenant que les notations nécessaires ont été définies, nous allons nous intéresser indépendamment au traitement de chacune des équations, en commençant par celles gouvernant la dynamique du nageur.

#### 3.3.1 Dynamique du nageur

Les deux équations régissant la dynamique du nageur sont :

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{R}(t)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{V}(t) \\ \boldsymbol{V}(t) = \langle \boldsymbol{u} \rangle (\boldsymbol{R}(t), t) \end{cases}$$
(2.38)

en raison de l'absence d'inertie du nageur. En pratique, la moyenne de l'écoulement sur l'étendue spatiale du nageur est réalisée par une convolution de l'écoulement avec le noyau gaussien g calculée dans l'espace de Fourier :

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle [\mathbf{n}] = \mathrm{TF}^{-1} \left( \widehat{\boldsymbol{u}}[\mathbf{n}] \widehat{g} \right)$$
 (2.39)

où TF<sup>-1</sup> est l'opérateur transformée de Fourier inverse. La vitesse du nageur V[n] à chaque pas de temps est ensuite interpolée à la position du nageur R[n] grâce à la connaissance de  $\langle u \rangle [n]$  sur la grille de simulation. Le déplacement du nageur entre les pas de temps n et n + 1 est donné en utilisant la méthode d'Adams-Bashforth d'ordre 2 par :

$$\boldsymbol{R}[n+1] = \boldsymbol{R}[n] + dt \left(\frac{3}{2}\boldsymbol{V}[n] - \frac{1}{2}\boldsymbol{V}[n-1]\right).$$
(2.40)

Nous voyons que la dynamique du nageur fait intervenir l'écoulement Marangoni, voyons comment celui-ci est évalué.

#### 3.3.2 Écoulement Marangoni

Le champ de vitesse à tout instant est donné de façon directe par la relation 2.27, écrite en pratique :

$$\boldsymbol{u} = -A\boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/}\boldsymbol{\Gamma} \tag{2.41}$$

dont l'implémentation est :

$$\boldsymbol{u}[\mathbf{n}] = -A\mathrm{T}\mathrm{F}^{-1}\left(-i\boldsymbol{k}\cdot\widehat{\boldsymbol{\Gamma}}[\mathbf{n}]\right).$$
(2.42)

L'évaluation du champ de vitesse à tout instant nécessite donc la connaissance du champ de concentration surfacique en camphre, dernière équation qu'il nous reste à résoudre.

#### 3.3.3 Évolution du champ de camphre

Cette équation est :

$$\partial_t \Gamma = D \Delta_{\mathscr{I}} \Gamma - \alpha \Gamma + s(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{R}(t)). \tag{2.43}$$

En passant dans le domaine de Fourier :

$$\partial_t \widehat{\Gamma} = \left(-Dk^2 - \alpha\right)\widehat{\Gamma} + \widehat{s}_{\mathbf{R}}.$$
(2.44)

où  $\hat{s}_{\mathbf{R}}$  est la transformée de Fourier de  $s(\mathbf{r} - \mathbf{R}(t))$ . Posons le changement de variable  $\hat{\Gamma} = \hat{b} \exp(-k^2 Dt - \alpha t)$  qui transforme l'équation en :

$$\partial_t \hat{b} = \hat{s}_R \exp(k^2 D t + \alpha t). \tag{2.45}$$

L'évolution de  $\hat{b}$  peut alors en être déduite :

$$\hat{b}[n+1] = \hat{b}[n] + \frac{dt}{2} \left( 3\partial_t \hat{b}[n] - \partial_t \hat{b}[n-1] \right).$$
(2.46)

Et donc en procédant au changement de variable inverse, on obtient :

$$\widehat{\Gamma}[\mathbf{n}+1] = (\widehat{\Gamma}[\mathbf{n}] + \frac{3\mathrm{dt}}{2}\partial_t \widehat{b}[\mathbf{n}])\exp(-(\alpha + Dk^2)\mathrm{dt}) - \frac{\mathrm{dt}}{2}\partial_t \widehat{b}[\mathbf{n}-1]\exp(-(\alpha + Dk^2)2\mathrm{dt}).$$
(2.47)

Finalement, le champ de concentration en camphre est obtenu par transformée de Fourier inverse de cette dernière expression :

$$\Gamma[n+1] = TF^{-1} \left( \widehat{\Gamma}[n+1] \right)$$
(2.48)

Nous venons de montrer comment la résolution des équations du modèle, récapitulées à l'équation (2.34), a été implémentée numériquement en utilisant une résolution par méthode pseudo-spectrale ainsi que la méthode d'Adams-Bashforth d'ordre 2 pour leur évolution temporelle. Ces équations font apparaître un grand nombre de paramètres, donnant en apparence un grand nombre de degrés de liberté à la simulation. Avant de montrer les résultats que donne le modèle numérique, nous allons donc emprunter un dernier détour en adimensionnant le problème, ce qui comme nous allons le montrer permet de restreindre le nombre de paramètres libres à deux nombres sans dimension.

#### 3.3.4 Adimensionnement

Pour réduire le nombre de paramètres libres dans la simulation, il est intéressant d'identifier les nombres sans dimension du problème. Choisissons d'abord  $\sigma$ , l'extension spatiale de la source de camphre (c'est-à-dire du nageur) comme taille caractéristique du problème. La longueur typique des hétérogénéités de concentration a également la taille du nageur, donc un temps diffusif typique pour gommer ces hétérogénéités est

$$t^* = \frac{\sigma^2}{D} \,. \tag{2.49}$$

Les hétérogénéités étant en permanence renouvelées par les nageurs, en égalisant le premier et le dernier terme de l'équation (2.12) et en utilisant la forme de la source (équation (2.29)), nous obtenons une concentration typique  $\Gamma^*$  d'après  $\Gamma^*/t^* \sim s_0/\sigma^2$ , c'est-à-dire :

$$\Gamma^* \sim \frac{s_0}{D} \,. \tag{2.50}$$

Enfin, la vitesse caractéristique de l'écoulement Marangoni induit par les gradients de camphre peut être obtenue de l'équation (2.27) en écrivant  $u_M \sim A\Gamma^*/\sigma$ . Introduisons désormais les grandeurs adimensionnées  $\tilde{t} = t/t^*$ ,  $\tilde{\Gamma} = \Gamma/\Gamma^*$ ,  $\tilde{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{u} t^*/\sigma$ ,  $\tilde{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r}/\sigma$ ,

 $\widetilde{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{R}/\sigma, \, \widetilde{\boldsymbol{\nabla}} = \sigma \boldsymbol{\nabla}_{/\!\!/} \, \mathrm{et} \, \widetilde{\Delta} = \sigma^2 \Delta_{/\!\!/} \, \mathrm{ce} \, \mathrm{qui} \, \mathrm{conduit} \, \mathrm{aux} \, \mathrm{\acute{e}quations} :$ 

$$\begin{cases} \partial_{\widetilde{t}} \widetilde{\Gamma} = \widetilde{\Delta} \widetilde{\Gamma} - \bar{\alpha} \, \widetilde{\Gamma} + \frac{1}{2\pi} \exp\left(-(\widetilde{r} - \widetilde{R})^2/2\right) \\ \widetilde{u} = -M \, \widetilde{\nabla} \widetilde{\Gamma} \\ \frac{\mathrm{d}\widetilde{R}}{\mathrm{d}\widetilde{t}} = \langle \widetilde{u} \rangle (\widetilde{R}(\widetilde{t}), \widetilde{t}) \end{cases}$$
(2.51)

où apparaissent les deux paramètres sans dimension qui déterminent entièrement le comportement du système :

$$\begin{cases} M = \frac{As_0}{D^2} = \frac{U_M}{\sigma} \frac{\sigma^2}{D} \\ \bar{\alpha} = \frac{\alpha \sigma^2}{D} . \end{cases}$$
(2.52)

M est le nombre de Marangoni de l'écoulement qui compare le transport induit par les contraintes Marangoni au transport induit par diffusion.  $\bar{\alpha}$  compare le taux d'évaporation du camphre à la diffusion.

À ce stade, nous avons mis en place un modèle bidimensionnel de nageur interfacial ainsi que son implémentation pratique du point de vue numérique. Dans la suite de ce chapitre, nous allons commencer par caractériser le comportement d'un nageur isolé. Cela permettra de mieux connaître les propriétés du nageur numérique et de valider la cohérence de notre approche par rapport à l'état de l'art. Dans la fin de ce chapitre, nous ferons les premiers pas vers une complexité nouvelle permise par ce modèle en donnant un aperçu des interactions entre deux nageurs.

#### 3.4 Dynamique d'un nageur seul

La principale question que nous nous posons est de vérifier si le modèle, bien qu'utilisant une source symétrique de camphre, permet de décrire la nage par brisure spontanée de symétrie décrite par les autres modèles. Pour cela, fabriquons un état initial où le nageur est immobile dans un espace complètement vierge de camphre. En choisissant comme paramètres de départ M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$  (ces valeurs seront discutées dans un deuxième temps), le nageur reste tout d'abord immobile (instant nommé  $t_i$ ), et libère du camphre de façon symétrique autour de lui, qui s'accumule (voir FIG. 2.23a). Après quelques pas de temps, le nageur se met en mouvement et accélère en ligne droite jusqu'à atteindre un régime stationnaire, dans lequel il est en mouvement rectiligne uniforme, à partir de l'instant  $t_f$ . Le profil de concentration de camphre dans la direction de nage passant par le centre du nageur aux instants  $t_i$  et  $t_f$  est représenté sur la FIG. 2.23a où  $\tilde{x} = 0$  est la position initiale du nageur se déplaçant vers la droite. Les deux instants qui viennent d'être définis sont représentés sur la FIG. 2.23b, où est tracée l'évolution de la vitesse du nageur en fonction du temps. La brisure spontanée de symétrie permettant l'auto-propulsion du nageur est clairement observée malgré la symétrie de la situation initiale. L'allure du régime de nage transitoire observée sur la FIG. 2.23b ne sera jamais discutée dans ce manuscrit puisqu'elle dépend beaucoup plus du choix des conditions initiales que des paramètres de la simulation.



(a) Profils de concentration de camphre dans la direction de nage. La position du nageur est repérée temps. Les deux instants  $t_i$  et  $t_f$  ont été représentés. par les lignes verticales.

FIG. 2.23 – Description de la brisure spontanée de symétrie du nageur. Les paramètres sont M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$ . La description utilise deux instants particuliers :  $t_i$ , où la brisure spontanée de symétrie se produit, et  $t_f$ , quand le régime stationnaire a été atteint.

Une autre façon de représenter cette situation initiale est de fabriquer un diagramme spatio-temporel permettant de visualiser la déstabilisation du champ de camphre, comme je l'ai fait à la FIG. 2.24. Chaque ligne correspond à un profil de concentration dans la direction de nage. Le champ est représenté dans le référentiel du nageur, où  $\tilde{x} = 0$  est la position du nageur, et ne correspond donc pas à la même position dans la boîte à tout instant, étant donné que le nageur se met en mouvement. Les valeurs de concentration à chaque instant et position sont représentées selon l'échelle de couleur précisée sur la droite. Le profil de camphre est d'abord symétrique autour du nageur et les valeurs de concentration augmentent au fur et à mesure que le nageur libère du camphre. Les gradients étant alors tellement intenses que la moindre perturbation (bruit numérique ici) affectant la position du nageur brise la symétrie, et le nageur commence à se propulser. Ainsi, les zones de forte concentration en camphre s'éloignent derrière le nageur. Plus proche du nageur apparait alors le profil de camphre correspondant à son état stationnaire, qui est asymétrique et dont les valeurs de concentration de camphre sont plus faibles que lors de la brisure de symétrie initiale.

Cela fournit donc la réponse à notre première question : oui, ce modèle permet de d'observer la propulsion d'un nageur symétrique par brisure spontanée de symétrie. Revenons à présent sur les valeurs choisies pour les nombres sans dimension et paramètres physiques de la simulation.

#### 3.4.1 Choix des paramètres

Le choix du nombre sans dimension  $\bar{\alpha}$  n'est pas évident car il a été défini ici pour rendre compte de la disparition du camphre, qui se produit en réalité à la fois par évaporation



FIG. 2.24 – Évolution spatio-temporelle du profil de concentration de camphre dans la direction de nage lors de la brisure spontanée de symétrie. L'instant  $\tilde{t} = 0$  est l'instant initial. L'axe  $\tilde{x}$  est dans le référentiel du nageur où  $\tilde{x} = 0$  correspond à tout instant à la position du nageur.

mais aussi par diffusion dans le volume. La valeur qui sera utilisée la plupart du temps,  $\bar{\alpha} = 0, 13$ , correspond à un régime où l'évaporation du camphre est faible par rapport à la diffusion. Cela donne des résultats qualitativement similaires à l'expérience du point de vue de l'extension spatiale du sillage de camphre autour du nageur.

Le nombre sans dimension M sera la plupart du temps la variable utilisée pour étudier l'influence de l'efficacité des effets Marangoni (relation entre gradients de camphre et écoulements générés). Les valeurs prises seront la plupart du temps de l'ordre de la dizaine. Ces valeurs sont plusieurs ordres de grandeur plus faibles que celles estimées à partir de données expérimentales, mais correspondent, comme nous le verrons, à des régimes de propulsion proche d'une valeur de M critique permettant la propulsion.

La taille de la boîte carrée dans laquelle se déroule la simulation a été choisie suffisamment grande pour qu'avec l'ensemble de la gamme des paramètres M et  $\bar{\alpha}$  utilisés, le sillage d'un nageur en régime stationnaire ait pu entièrement disparaitre pendant la durée nécessaire à son déplacement d'une taille de boîte. Cela permet que, malgré les conditions aux limites périodiques, celui-ci ne puisse se perturber lui-même. D'autre part, pour que la précision de l'interpolation ne diffère pas d'une simulation à l'autre, la résolution de la simulation est maintenue constante peu importe la taille de la boîte. De ce fait, plus la taille de la boîte est grande et plus les simulations sont lentes. Le choix de la taille de la boîte résulte de ces deux facteurs. La taille choisie vaudra (sauf indication contraire)  $\tilde{L} = 63.8$ . Cette valeur précise permet que la fraction surfacique qu'occupe un nageur dans la simulation soit exactement la même que celle qu'occupe un nageur expérimental de rayon 2,5 mm dans la cuve qui sera utilisée au chapitre 3.

Enfin, le dernier paramètre important à fixer est la valeur du pas de temps. Plus celuici est faible et moins l'erreur commise par la discrétisation est grande, mais également plus les durées de simulation seront allongées pour simuler la même situation. Pour trouver le meilleur compromis, j'ai réitéré une même expérience ( $M = 44, 4, \bar{\alpha} = 0, 13$ ) pour différentes valeurs de pas de temps. La vitesse du nageur ne devant pas dépendre du pas de temps, je trace l'évolution de la vitesse de nage stationnaire en fonction du pas de temps (FIG. 2.25). On observe que la vitesse ne dépend effectivement que très peu du pas de temps quand celui-ci est faible et converge vers  $\tilde{V} = 1.001$  (en pointillés) quand le pas de temps tend vers zéro. En revanche, la vitesse augmente significativement pour des valeurs trop grandes de pas de temps. En se fixant comme critère quantitatif une tolérance de 0.5%, la valeur maximale de pas de temps admissible est de  $7.7 \times 10^{-2}$  (voir échelle verticale de droite sur la FIG. 2.25), justifiant ce choix pour la suite. Cette condition est suffisamment restrictive pour que l'erreur reste inférieure à 1% dans toute la gamme de paramètres utilisée pour les simulations.



FIG. 2.25 – Vitesse de nage stationnaire d'un nageur seul en fonction du pas de temps dt de la simulation. Le pourcentage d'erreur commis par rapport à la limite quand dt tend vers zéro (en pointillés) est représenté sur l'axe de droite. Paramètres :  $M = 44, 4, \bar{\alpha} = 0, 13$ . Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

Nous venons donc de fixer les paramètres physiques de la simulation. Comme nous l'avons vu, le modèle permet de décrire une brisure spontanée de symétrie et donc la propulsion d'un nageur interfacial pour un couple de paramètres  $(M, \bar{\alpha})$ . Je vais maintenant m'intéresser aux propriétés de nage en fonction de ces deux nombres sans dimension.

#### 3.4.2 Influence des paramètres sur la vitesse de nage

Nous allons dans cette partie étudier l'influence des différents paramètres sur la nage. La FIG. 2.26 représente l'évolution de la vitesse du nageur en fonction du temps, en maintenant  $\bar{\alpha} = 0, 13$  fixe et pour différents nombres de Marangoni M. Pour le nombre de Marangoni le plus faible (M = 13, 33), le nageur ne se met pas en mouvement, sa vitesse reste nulle. Pour les nombres de Marangoni plus grands, le nageur atteint à chaque fois un état stationnaire. La vitesse de nage  $\tilde{V}_s$  atteinte en régime stationnaire semble être une



FIG. 2.26 – Vitesse en fonction du temps pour un nageur seul avec différents nombres de Marangoni,  $\bar{\alpha}=0,13.$ 

fonction croissante du nombre de Marangoni.

Pour la suite, nous appellerons cette vitesse de nage en régime stationaire d'un nageur unique le nombre de Péclet, défini comme

$$Pe \equiv \tilde{V}_s. \tag{2.53}$$

La FIG. 2.27 montre l'évolution du nombre de Péclet en fonction du nombre de Marangoni. Nous observons l'existence d'une valeur critique  $M_c$  en-dessous de laquelle le nageur reste immobile. L'encart de la FIG. 2.27 montre que proche du seuil de nage le nombre de Péclet augmente comme la racine carrée de l'écart au seuil.



FIG. 2.27 – Évolution du nombre de Péclet d'un nageur en fonction du nombre de Marangoni, avec  $\bar{\alpha} = 0, 13$ . L'encart montre une croissance de Péclet comme  $(M - M_c)^{1/2}$  pour des valeurs de M légèrement supérieures au seuil. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

La valeur de M, en plus de modifier la vitesse du nageur, a également une influence sur l'allure du champ de camphre pendant le régime stationnaire. Celui-ci est symétrique lorsque le nageur est immobile et d'autant plus asymétrique entre l'avant et l'arrière du nageur que M est grand, comme le montre la FIG. 2.28 où sont représentées les lignes de niveau du champ de concentration pour trois valeurs de nombre de Marangoni. Ces valeurs sont choisies juste en-dessous du seuil de nage (M = 23, 1), un petit peu plus grande (M = 26, 7) et beaucoup plus grande (M = 73, 9).



FIG. 2.28 – Lignes de niveau du champ de concentration de camphre autour d'un nageur en régime stationnaire. Le nageur est représenté par le point rouge, situé en (0,0) et nage vers les y positifs. La valeur de  $\bar{\alpha}$  est constante égale à 0,13 tandis que M prend trois valeurs différentes, respectivement juste au-dessous du seuil de nage (23,1), un petit peu au-dessus (26,7) et loin au-dessus (73,9).

Nous venons de montrer qu'en maintenant  $\bar{\alpha}$  constant, il existait une valeur de M critique, notée  $M_c$  en-dessous de laquelle la brisure spontanée de symétrie ne peut se produire. La valeur de  $\bar{\alpha}$  permettant de moduler l'importance relative entre évaporation et diffusion du camphre, il est probable que la valeur de  $M_c$  dépende de  $\bar{\alpha}$ . C'est ce que nous allons vérifier.

#### **3.4.3** Influence de $\bar{\alpha}$ sur le seuil de nage

Pour étudier l'influence de  $\bar{\alpha}$  sur le seuil de nage, j'ai écris un algorithme de dichotomie permettant pour chaque valeur de  $\bar{\alpha}$  utilisée de trouver la valeur du nombre de Marangoni critique. La dichotomie commence avec pour bornes M = 0 et M = 450. Une simulation est lancée en se plaçant au milieu des deux bornes, c'est-à-dire en M = 225 pour le premier essai. Après un temps suffisamment grand pour s'assurer que le régime stationnaire soit atteint ( $\tilde{t} = 800$ ), un test est effectué pour savoir si la vitesse du nageur est nulle ou non. Si la vitesse est nulle, la borne inférieure prend la valeur M = 225 et si elle ne l'est pas c'est la borne supérieure. L'algorithme continue jusqu'à obtenir la valeur du seuil avec une précision de 0,01, puis recommence avec une autre valeur de  $\bar{\alpha}$ . L'évolution de  $M_c$  en fonction de  $\bar{\alpha}$  est tracée en FIG. 2.29. Le coefficient de Marangoni critique augmente avec  $\bar{\alpha}$  avec une évolution presque parfaitement décrite par une fonction affine.



FIG. 2.29 – Évolution du nombre de Marangoni critique pour permettre la nage en fonction de  $\bar{\alpha}$ . Une régression affine a été superposée. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

Nous avons pu voir que le modèle numérique développé ici permet de simuler en deux dimensions le comportement d'un nageur interfacial. Celui-ci fait apparaitre un seuil de nage, c'est-à-dire une valeur minimale du nombre de Marangoni M permettant la propulsion. Au-dessus du seuil, le nombre de Péclet augmente comme la racine carré de l'écart de M à la valeur du seuil  $M_c$ . Cette valeur critique dépend de l'importance de l'évaporation du camphre par rapport à sa diffusion par l'intermédiaire du nombre sans dimension  $\bar{\alpha}$ .

#### 3.4.4 Comparaison à la littérature

L'existence d'un seuil de nage est générique à la plupart des travaux sur la nage spontanée d'objets symétriques [91,120]. Pour les autres observations, je vais les comparer au modèle analytique dont les hypothèses se rapprochent le plus du nôtre. Il s'agit de celui ayant été proposé par Boniface *et al.* [91]. La principale différence avec notre modèle est que le nageur, au lieu d'être modélisé par une source gaussienne de camphre est pris comme étant un point source se déplaçant à une vitesse V constante. L'équation de transport du camphre est donc légèrement différente et s'écrit :

$$\partial_{\widetilde{t}}\widetilde{\Gamma} = \widetilde{\Delta}_{/\!\!/}\widetilde{\Gamma} - \bar{\alpha}\,\widetilde{\Gamma} + \delta\left(\widetilde{\boldsymbol{r}} - \widetilde{\boldsymbol{R}}\right)\,. \tag{2.54}$$

Ce modèle conduit à une vitesse du nageur valant :

$$\widetilde{V}^{2} = \frac{K_{0}\left(\sqrt{\bar{\alpha}}\right) - \frac{4\pi}{M}}{\frac{K_{1}\left(\sqrt{\bar{\alpha}}\right)}{\sqrt{\bar{\alpha}}} - \frac{K_{0}\left(\sqrt{\bar{\alpha}}\right)}{32}}$$
(2.55)

où  $K_0$  et  $K_1$  sont les fonctions de Bessel modifiées de seconde espèce, respectivement de rang 0 et 1. Le dénominateur étant positif pour tout  $\bar{\alpha}$  réel positif, la vitesse du nageur existe si et seulement si le numérateur est positif, c'est-à-dire :

$$M > M_c = \frac{4\pi}{K_0 \left(\sqrt{\bar{\alpha}}\right)} \,. \tag{2.56}$$

Dans la limite des nombres de Marangoni proches du seuil de nage, ce modèle prédit une évolution de la vitesse du nageur comme

$$Pe = \sqrt{M - M_c} \,. \tag{2.57}$$

Maintenant que nous avons récapitulé les principales prédictions de ce modèle pointsource analytique, comparons-les aux résultats numériques que nous venons d'obtenir. Tout d'abord, les deux approches mènent à l'existence d'un seuil de nage. L'évolution du seuil de nage avec  $\bar{\alpha}$  est affine dans notre modèle numérique tandis qu'elle est prédite variant comme  $1/K_0(\sqrt{\bar{\alpha}})$  dans le modèle point-source. Dans les deux cas, la valeur de  $M_c$  augmente avec  $\bar{\alpha}$  mais l'évolution n'est pas la même. Les valeurs de seuil prédites par le modèle point-source sont plus faibles (de l'ordre de deux fois) que dans les simulations numériques. Cela semble logique en considérant que c'est la naissance d'une asymétrie qui permet la propulsion. Cette asymétrie est probablement plus facilement obtenue avec un point-source qu'avec une source étendue de même taille que le nageur. Enfin, le nombre de Péclet dans notre modèle varie comme dans le modèle point-source comme la racine carrée de l'écart au seuil, mais le coefficient numérique devant la racine n'est pas identique.

Les comportements de nage du modèle numérique développé ici sont en accord qualitatif avec les prédictions théoriques de modèles similaires. Cela permet d'écarter l'hypothèse d'éventuelles erreurs lors de l'écriture du code, et valide cette approche. En plus de permettre l'étude des propriétés de nage, ce qui est également permis par plusieurs autres modèles dont celui auquel nous venons de comparer nos résultats, un des avantages de cette approche est de prendre en compte les écoulements Marangoni, et donc de connaitre à tout instant le champ de vitesse associé. Pour clôturer cette partie sur la propulsion d'un nageur isolé, j'ai donc tracé le champ de vitesse Marangoni numérique autour d'un nageur.

#### 3.4.5 Champ de vitesse Marangoni

Le champ de vitesse Marangoni créé par le nageur est, comme c'est le cas pour le champ de concentration de camphre autour du nageur, influencé par le nombre de Marangoni. Un exemple de champ de vitesse créé autour du nageur pour M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$ est donné en FIG. 2.30. Le nageur, dont le centre est représenté par un point rouge, se déplace vers la droite. L'allure générale du champ de vitesse Marangoni reproduit les principales caractéristiques de celui observé expérimentalement dans la partie précédente. Seuls les deux lobes symétriques à l'arrière du nageur ne sont pas reproduits. Le point de divergence du champ de vitesse, déjà observé expérimentalement mais également dans les simulations par méthode des éléments finis, est observable légèrement derrière le nageur. Ce point coïncide avec le maximum du champ de concentration de camphre, comme attendu puisque le champ de vitesse est par hypothèse proportionnel aux gradients de camphre.



FIG. 2.30 – Champ de vitesse Marangoni engendré par un nageur, symbolisé par un cercle rouge et se déplaçant vers la droite. Un point de divergence derrière le nageur qui coïncide avec le maximum du champ de concentration de camphre est observé. Les paramètres sont M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$ .

Le modèle numérique, en plus de reproduire qualitativement les propriétés de nage attendues, donne donc un champ de vitesse Marangoni remarquablement cohérent avec les mesures expérimentales ainsi que les simulations par méthode des éléments finis obtenus dans la partie précédente. Le caractère bidimensionnel des simulations ainsi que la connaissance des écoulements permet de faire ce qu'aucun autre modèle de nageur interfacial n'est en mesure de faire : simuler des interactions entre nageurs interfaciaux. Nous allons commencer par le cas le plus simple de l'interaction à deux particules, en expliquant d'abord comment celui-ci a été implémenté puis nous montrerons les résultats qu'il donne.

#### **3.5** Interaction entre deux nageurs

Pour étudier à l'aide du modèle numérique les interactions entre deux nageurs, il faut adapter la simulation à l'étude de plusieurs nageurs. Cela est très simple grâce à la linéarité des équations. Notons  $\widetilde{\mathbf{R}}_i$  la position du  $i^{\text{ème}}$  nageur (ici  $i \in \{1, 2\}$ ). Les seules modifications occasionnées par la présence d'un second nageur sont sur l'équation 2.12 de transport du camphre, dans laquelle au lieu d'avoir une source de camphre il y en a désormais deux :

$$\partial_{\tilde{t}} \widetilde{\Gamma} = \widetilde{\Delta}_{/\!/} \widetilde{\Gamma} - \bar{\alpha} \, \widetilde{\Gamma} + \sum_{i=1}^{2} \frac{1}{2\pi} \exp\left(-(\widetilde{\boldsymbol{r}} - \widetilde{\boldsymbol{R}}_{i})^{2}/2\right).$$
(2.58)

La position et la vitesse de chacun des nageurs seront évaluées indépendamment en interpolant le champ de vitesse convolué par le noyau gaussien à la position de chacun des nageurs. Avant ma thèse, à notre connaissance aucun travail s'intéressant aux interactions entre deux particules pour des systèmes similaires n'avait été publié. Très récemment, une approche similaire à ce que je vais présenter a été menée sur un système différent de gouttes auto-propulsées en volume. Nous verrons que les propriétés de notre système sont proches de ce qui a été rapporté dans ce cas. Le schéma de la FIG. 2.31 permet de définir les notations utilisées pour paramétrer les différentes collisions que nous allons étudier. Le nageur numéroté 2 est initialisé en  $\tilde{y}_2 = 0$  à une abscisse permettant de conférer à sa direction un angle  $\Theta_i$  par rapport à l'horizontale, c'est-à-dire  $\tilde{x}_2 = \tilde{L}/2 (1 - \cot(\Theta_i))$ . Le nageur numéroté 1 est initialisé en  $\tilde{y}_1 = \tilde{L}/2$  à une abscisse telle qu'il soit à la même distance  $\tilde{d}$  du centre de la boîte, auquel s'ajoute un éventuel retard  $\Delta \tilde{d}$ . En posant  $\tilde{d} = \sqrt{(\tilde{L}/2)^2 + (\tilde{L}/2\cot(\Theta_i))^2}$ , la position initiale du nageur 1 est  $(\tilde{L}/2 - \tilde{d} - \Delta \tilde{d}, \tilde{L}/2)$  et celle du nageur 2  $(\tilde{L}/2 - \tilde{d}\cos(\Theta_i), 0)$ . Initialiser les nageurs à des ordonnées de 0 et de  $\tilde{L}/2$  permet de maximiser la séparation initiale entre eux.



FIG. 2.31 – Schéma des paramètres utilisés pour définir les collisions entre deux nageurs, initialisés en  $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$  et  $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$  avec un vecteur vitesse pointant vers  $(\tilde{L}/2, \tilde{L}/2)$ .

Commençons par les collisions symétriques, c'est-à-dire celles pour lesquelles  $\Delta d = 0$ . S'il n'y avait pas d'interaction, les deux nageur atteindraient donc  $(\tilde{L}/2, \tilde{L}/2)$  au même instant. Pour forcer le déplacement des nageurs dans la direction qui nous intéresse, leur vecteur vitesse au premier pas de temps est imposé dans la direction du centre de la boîte. Cela permet au nageur de s'être déplacé au second pas de temps dans la direction souhaitée. Le champ de camphre n'est alors plus symétrique autour de lui, et la rupture de symétrie (ici non spontanée) se fait dans la direction souhaitée. Les simulations présentées ici se déroulent dans une boîte de côté  $\tilde{L} = 128$ , suffisante pour permettre à chacun des nageurs d'atteindre sa vitesse de nage stationnaire avant de commencer à interagir avec le second. En gardant  $\bar{\alpha} = 0, 13$  constant, j'ai simulé des collisions pour plusieurs valeurs de M et pour un ensemble d'angles initiaux  $\Theta_i$ . Pour chacune des valeurs de  $\Theta_i$  et chaque valeur de M, l'angle  $\Theta_f$  entre les nageurs après la collision est tracé sur la FIG. 2.32 en fonction de l'angle  $\Theta_i$  avant la collision. Une tendance à l'alignement entre les nageurs est observée,  $\Theta_f$  étant inférieur à  $\Theta_i$  pour la majorité des paramètres utilisés.

Pour compléter cette étude sur les collisions, j'ai également étudié des collisions asynchrones. Cette fois, l'angle initial entre les trajectoires a été maintenu constant  $\Theta_i = 90^\circ$  et j'ai fait varier  $\Delta \tilde{d}$ . Les résultats obtenus sont tracés en FIG. 2.33. Pour la valeur  $\Delta \tilde{d} = 0$ , le cas de la collision symétrique avec une tendance à l'alignement est retrouvé. L'angle  $\Theta_f$ augmente ensuite jusqu'à atteindre un maximum pour  $\Delta \tilde{d} \sim 10$ , valeur qui ne semble pas dépendre de la valeur de M, et donc de la vitesse des nageurs. Cette valeur est probablement liée à l'extension du nuage de camphre laissé par le premier des nageurs, et dépend donc *a priori* de  $\bar{\alpha}$ , nombre sans dimension qui compare l'évaporation du camphre à sa diffusion. Enfin, lorsque  $\Delta \tilde{d}$  est grand, la quasi-totalité du camphre déposé par le premier nageur a disparu avant l'arrivée du second nageur. Celui-ci n'est donc pas dévié et tend vers la valeur attendue de  $\Theta_f = \Theta_i$ .



FIG. 2.32 – Angle  $\Theta_f$  entre deux nageurs après leur interaction pour une collision symétrique pour différents nombres de Marangoni en fonction de l'angle d'incidence  $\Theta_i$ .  $\bar{\alpha} = 0, 13$  est constant. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

Dans la littérature, les études se rapprochant le plus de ce que nous venons de faire décrivent l'interaction entre des gouttelettes actives en utilisant un modèle numérique [121–123]. Celles-ci ont comme point commun de s'intéresser à des objets autopropulsés à une interface bidimensionnelle interagissant par l'intermédiaire d'un nuage chimique. En se restreignant aux études concernant l'interaction entre deux particules identiques, différents comportements semblables aux observations du modèle numérique ont été rapportés. Pour des collisions symétriques, c'est-à-dire des gouttelettes qui se retrouveraient superposées en un même point de l'espace au même instant si elles n'interagissaient pas, il a été rapporté une tendance à l'alignement des particules (l'angle



FIG. 2.33 – Angle  $\Theta_f$  entre deux nageurs après leur interaction pour une collision asymétrique pour différents nombres de Marangoni en fonction du retard  $\Delta \tilde{d}$  d'un nageur sur l'autre. L'angle avant la collision  $\Theta_i = 90^\circ$  et  $\bar{\alpha} = 0, 13$  sont constants. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

entre leurs trajectoires est plus faible après la collision qu'avant), comme c'est le cas pour  $\Theta_i < 130^\circ$  sur la FIG. 2.32. Ce comportement a pu être généralisé au cas de l'interaction entre un nageur et une source chimique fixe symétrique [123] et pourrait donc être assez générique. Pour des collisions non-symétriques, l'interaction entre une goutte et la trainée chimique de l'autre mène à une déviation de la seconde sans influencer la première, comme c'est le cas sur la FIG. 2.33. Le comportement des deux systèmes est donc très semblable.

Il n'existe pas à notre connaissance dans la littérature d'études expérimentales des interactions entre deux nageurs interfaciaux. Cela vient probablement de la difficulté d'engendrer ces collisions avec des conditions initiales reproductibles sans imposer de contraintes qui modifieraient les propriétés de nage. En laissant évoluer deux nageurs interfaciaux librement à la même interface, leurs interactions sont trop rares pour obtenir suffisamment de statistique. L'étude s'en rapprochant le plus est celle de l'interaction entre un nageur interfacial et un mur [87] (voir FIG. 2.34). Une tendance à l'alignement du nageur avec le mur après la collision a été observée, ce qui semble donc être une caractéristique commune aux interactions des particules autophorétiques proches du nageur interfacial.

L'étude des interactions entre deux nageurs interfaciaux, difficile à réaliser expérimentalement, est permise par le modèle numérique développé au cours de ma thèse. Les résultats obtenus pour les collisions sont semblables à ceux obtenus dans le cas d'autres particules autophorétiques, ce qui permet de prendre confiance en ce modèle et motive l'étude d'autres interactions.



FIG. 2.34 – Mesures expérimentales montrant l'alignement d'un nageur interfacial avec un mur. Figure issue de [87].

#### 3.6 Forces et faiblesses du modèle

Le modèle développé dans cette partie repose sur un certain nombre d'hypothèses, parmi lesquelles l'approximation de lubrification qui permet d'obtenir une relation entre champ de concentration de camphre et écoulements Marangoni engendrés. Cette approximation rend la situation purement bidimensionnelle, ce qui n'est évidemment pas réaliste au vu des résultats expérimentaux obtenus dans la partie 2.2 de ce chapitre. Cela impose que l'écoulement obtenu soit potentiel, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. L'utilisation d'une diffusion effective nous permet de prendre en compte l'auto-advection du camphre, ce qui n'est pas toujours le cas dans les autres modèles.

Malgré ces hypothèses, nous avons montré que le modèle numérique se comporte de façon proche de ce qui avait pu être prédit par des modèles théoriques [91]. En effet, les propriétés de propulsion d'un nageur isolé font apparaître un seuil de nage, caractéristique habituelle de l'étude des systèmes auto-propulsés symétriques.

Grâce à son caractère bidimensionnel, le modèle ne se contente pas de retrouver des résultats établis par d'autres modèles. Il permet également de connaître les écoulements Marangoni. Celui autour d'un nageur a d'ailleurs une forte ressemblance avec les mesures expérimentales et la simulation numérique par la méthode des éléments finis [87] de la partie précédente. De plus, l'étude des collisions montre des comportements semblables à d'autres études sur les particules autophorétiques [122] et semble cohérente avec la compréhension du système que nous avons. Ayant été validé par ces premières analyses, j'ai au cours de ma thèse utilisé ce modèle pour l'étude d'autres interactions autour des nageurs interfaciaux.

#### 4 Bilan

Dans ce chapitre, je me suis intéressé à la particule active au centre de mes travaux de thèse : le nageur interfacial. J'ai détaillé les ingrédients physiques nécessaires à la compréhension de la propulsion de cet objet symétrique. Ce mécanisme fait notamment intervenir les écoulements Marangoni, très méconnus dans le cas d'une source étendue et mobile comme c'est le cas ici. J'ai donc mis en place une expérience de vélocimétrie par imagerie de particules pour caractériser le champ de vitesse tridimensionnel engendré par le nageur dans le volume. Le champ de vitesse obtenu semble qualitativement correct, mais la variabilité expérimentale des champs de vitesses horizontaux mesurés liée à l'observation non simultanée dans les différents plans limite la qualité de la reconstruction. La mise en place d'une expérience similaire permettant de lever cette contrainte devrait permettre d'obtenir un meilleur résultat.

Les modèles, à la fois théoriques et numériques, décrivant la propulsion d'un nageur interfacial sont la plupart du temps unidimensionnels et négligent la présence des écoulements Marangoni. Pour permettre l'étude des interactions entre plusieurs nageurs interfaciaux voire avec un écoulement externe, j'ai proposé un modèle qui reproduit les caractéristiques classiques de la nage individuelle telle que décrite par d'autres modèles tout en s'affranchissant des deux limitations évoquées ci-dessus. Ce modèle sera mis à profit dans le prochain chapitre, où je vais rentrer au cœur de mon projet de thèse en m'intéressant non plus à la dynamique d'un nageur interfacial mais au transport et à la dispersion de particules qu'induit la présence de plusieurs nageurs interfaciaux.

# 5 Annexe : Déviation de nappe laser par une plaque épaisse

Notons e l'épaisseur de la plaque de plexiglas et n son indice optique. Avec  $\Theta$  l'angle d'inclinaison de la plaque par rapport à la verticale, les lois de Snell-Descartes sur la réfraction donnent :

$$\sin\left(\Theta\right) = n\sin\left(\Theta'\right) \tag{2.59}$$

et  $\Theta'$  peut donc être exprimé comme :

$$\Theta' = \sin^{-1} \left( \frac{\sin\left(\Theta\right)}{n} \right). \tag{2.60}$$

La distance traversée par la nappe à l'intérieur de la plaque, notée AB, s'écrit par trigonométrie dans le triangle rectangle ABC :

$$AB = \frac{e}{\cos\left(\Theta'\right)}.\tag{2.61}$$

On peut alors exprimer la variation d'altitude  $z_i - z_0 = \Delta z$  entre l'entrée et la sortie de la nappe :

$$\Delta z = AB\sin\left(\Theta - \Theta'\right) \tag{2.62}$$

qui se réécrit en remplaçant AB et  $\Theta'$  par leurs expressions en fonction de e et  $\Theta$  trouvées précédemment :

$$\Delta z = e \frac{\sin\left(\Theta - \sin^{-1}\left(\frac{\sin(\Theta)}{n}\right)\right)}{\cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{\sin(\Theta)}{n}\right)\right)}.$$
(2.63)



FIG. 2.35 – Notations pour le calcul de la déviation par le morceau de plexiglas.

# 3

# Transport et dispersion en présence de nageurs interfaciaux

#### Sommaire

1	Mélan	Mélange d'un scalaire passif flottant en présence de nageurs interfaciaux 86		
	1.1	Mélange à une interface libre		
	1.2	Étude expérimentale		
		1.2.1	Mise en place	
		1.2.2	Résultats expérimentaux : mélange interfacial 94	
		1.2.3	Discussion et modélisations	
2	2 Dynamique multi-nageurs : une appro		lti-nageurs : une approche numérique <b>111</b>	
	2.1	Compos	rtements collectifs et matière active	
	2.2	Interactions et transport de nageurs interfaciaux		
		2.2.1	Implémentation	
		2.2.2	Propriétés de transport	
		2.2.3	Modélisation du transport	
		2.2.4	Comportement à grands nombres de nageurs 119	
		2.2.5	Transition de phase	
		2.2.6	Comportements collectifs expérimentaux $\ldots \ldots 123$	
		2.2.7	Corrélation spatio-temporelle	
	2.3	Dispersion numérique d'un scalaire passif		
		2.3.1	Motivations et implémentation	
		2.3.2	Caractérisation globale du mélange 129	
		2.3.3	Autour du nageur	
		2.3.4	Caractérisation multi-échelles	
		2.3.5	Transport des bulles de verre	
3	Bilan			



(a) Phytoplancton au large de la Bretagne vu (b) Continent de plastique situé dans l'océan Pacifique. depuis l'espace. Crédits : NASA. Crédits : AFP.

FIG. 3.1 – Illustrations de conséquences des écoulements interfaciaux marins.

Dans le chapitre 2, nous avons fait connaissance avec les nageurs interfaciaux, objets flottant sur une interface air-eau et capables de s'auto-propulser pendant des heures. J'ai expliqué comment la libération de camphre par ces nageurs, en abaissant localement la tension de surface, est à l'origine d'écoulements appelés Marangoni. Ces écoulements jouent un rôle dans le mécanisme d'auto-propulsion du nageur lui-même, mais se propagent également à la surface et dans le volume, sur des distances de plusieurs dizaines de fois le diamètre du nageur. C'est l'écoulement de surface qui va dans ce chapitre retenir notre attention. Dans le contexte du transport et de la dispersion de particules, les écoulements interfaciaux (toutes origines confondues) sont en effet très présents dans la nature, et importants. À la surface des mers et océans, ils ont par exemple un rôle dans l'accumulation de polluants comme des micro-plastiques [124, 125] ou encore dans la dynamique des phyto-planctons [126, 127] (voir FIG. 3.1). Dans l'optique d'étudier ces phénomènes pour mieux les comprendre, j'ai au cours de ma thèse étudié la dispersion de bulles de verre micrométriques flottantes, jouant le rôle du polluant, par les écoulements Marangoni créés par des nageurs interfaciaux à l'interface air-eau.

# 1 Mélange d'un scalaire passif flottant en présence de nageurs interfaciaux

Je me suis dans cette partie appuyé sur des résultats préliminaires obtenus par L. Maquet, qui avait commencé ce projet quelques semaines avant mon arrivée.

Un article présentant les résultats de cette partie a été publié en janvier 2021 dans *Physical Review Fluids* (Gouiller *et al.*, [128]). La plupart des résultats et les modélisations que je vais présenter ici en sont donc fortement inspirés. Toutefois, je ne m'y suis pas restreint et ai incorporé dans ce manuscrit des éléments non abordés dans la publication.

#### 1.1 Mélange à une interface libre

Avant de parler de l'expérience que j'ai utilisée et des résultats qui en ont découlé, je commence ici par un bref aperçu de la littérature sur le mélange de particules flottantes à une interface. La plupart des études que je vais présenter ici s'intéressent au mélange de particules à l'interface libre au-dessus d'un écoulement turbulent. Il a été montré que les particules ont tendance à se répartir en filaments [129–132] au fur et à mesure qu'elles se dispersent. Un scalaire passif agité sur une interface turbulente présente également des hétérogénéités persistantes prononcées [133], qui l'empêchent d'atteindre un état parfaitement homogène. Ces phénomènes d'accumulation de flotteurs sur une interface turbulente contrastent avec l'intuition habituelle selon laquelle la turbulence favorise toujours le mélange des traceurs, avec une diffusivité turbulente effective plusieurs fois supérieure à la simple diffusivité moléculaire, conduisant classiquement à une homogénéisation rapide des substances agitées. Ceci est d'autant plus vrai que l'accumulation de flotteurs est observée indépendamment de toute interaction attractive entre les flotteurs, comme par exemple l'effet Cheerios [134]. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, une telle réponse contreintuitive à l'agitation turbulente est connue pour se produire lorsqu'il existe des sources de compressibilité dans le système. Nous en avions parlé dans le cas où c'est la particule qui, en ne se comportant pas comme un traceur que ce soit en raison de sa taille, sa densité, ou de sa sensibilité à l'environnement, induit la compressibilité de son champ de vitesse bien que l'écoulement qui la transporte soit incompressible. Dans le cas des flotteurs, la source de compressibilité responsable de l'existence de zones d'accumulation persistantes ne repose pas sur des effets physiques supplémentaires comme ci-dessus, mais est intrinsèquement fournie par l'écoulement. En effet, le champ de vitesse interfacial bidimensionnel concerné est a priori compressible en raison de la présence de régions de remontée d'eau (agissant comme des zones divergentes ou des sources) et de régions de descente d'eau (agissant comme des zones convergentes ou des puits) et ce, même dans le cas où le champ de vitesse turbulent sous-jacent est lui-même incompressible [130, 131, 133, 135]. Il en résulte un état final qui est statistiquement stationnaire (bien que hors équilibre) où 1) le mélange turbulent tend à homogénéiser la distribution spatiale des particules et 2) les effets de compressibilité maintiennent la distribution des particules non uniforme avec des régions denses de l'écoulement où la compressibilité est positive et des régions appauvries là où elle est négative.

Dans le cas auquel nous allons nous intéresser, la compressibilité est donc induite par la nature bidimensionnelle de l'écoulement Marangoni de surface qui transporte par advection les bulles de verre. L'intérêt d'utiliser des nageurs interfaciaux au lieu d'un écoulement turbulent sous-jacent pour générer un écoulement de surface vient de la différence de régime étudié. En effet, les écoulements turbulents induisent des écoulements très fortement compressibles à la surface avec de fortes déformations de l'interface. Les écoulements Marangoni générés par les nageurs sont des écoulements d'amplitude beaucoup plus faibles, et qui n'induisent que de très faibles déformations de l'interface. Nous allons donc ici explorer un régime de faible compressibilité n'ayant reçu que très peu d'attention, l'immense majorité des études ayant jusqu'à présent utilisé des écoulements fortement turbulents. Ce régime a notamment un intérêt académique : les effets étant plus faibles il est possible qu'ils soient plus faciles à décrire et donc qu'ils permettent d'apporter de nouvelles pistes de compréhension. Cela peut également permettre de décrire des situations réelles mal modélisées par des écoulements fortement turbulents comme le transport de nutriments et de déchets en surface par les écoulements induits par la propulsion de bio-organismes.

#### 1.2 Étude expérimentale

#### 1.2.1 Mise en place

**Dispositif expérimental** Pour étudier le mélange d'un scalaire passif à la surface par les nageurs interfaciaux, nous avons choisi d'utiliser des bulles de verre, particules micrométriques remplies d'air qui sont très légères et donc flottantes. Une étude détaillée de leurs propriétés sera faite dans la partie suivante. Le dispositif expérimental, représenté en FIG. 3.2, est constitué d'un cristallisoir de diamètre 22 cm rempli avec une hauteur d'eau distillée h = 1 cm. Une couronne de plastique posée à la surface, découpée dans une fine feuille de polyester, réduit la surface accessible à un disque de diamètre 18 cm. Cela permet d'éviter que les nageurs ou bulles de verre ne se bloquent au niveau du ménisque que forme la surface d'eau avec le cristallisoir. Le cristallisoir est posé sur une grande feuille de diodes électro-luminescentes, et l'ensemble est filmé en vue de dessus. La caméra HXC Flare est équipée d'un objectif Nikon 24–85 mm f/2.8-4D IF AF NIKKOR, permettant d'obtenir des images de résolution 2048 × 2048 px<sup>2</sup> codées sur 8 bit à une fréquence de 30 Hz.



FIG. 3.2 – Dispositif expérimental pour l'étude du mélange d'un scalaire passif par les nageurs interfaciaux. Le scalaire ainsi que les nageurs sont à la surface d'un bain d'eau distillée de hauteur 1 cm, dans un cristallisoir de rayon utile 9 cm. Le montage est éclairé par le dessous et filmé par le dessus.

**Protocole** Au début de l'expérience, un nombre  $N \in 7-45$  de nageurs interfaciaux de rayon  $R \in 1-4$  mm sont déposés à la surface. À l'instant t = 0, une masse m = 40 mg de bulles de verre est versée de façon localisée au centre de la cuve. Des images sont acquises une fois par seconde pendant 55 min puis à 30 images par seconde pendant 10 min puis de nouveau une fois par seconde jusqu'à atteindre 90 min. Les raisons de ce protocole d'acquisition seront explicitées au paragraphe 1.2.2 de ce chapitre. Une image typique obtenue 10 min après l'ajout des bulles de verre est donnée en FIG. 3.3. Étant en transmission, les nageurs interfaciaux bien que blancs apparaissent comme des disques sombres puisqu'ils sont opaques. Les bulles de verre apparaissent comme des nuances de gris (celles-ci étant trop petites pour être distinguées individuellement).



FIG. 3.3 – Image typique obtenue après 10 min de mélange d'une masse m = 40 mg de bulles de verre par N = 15 nageurs de rayon R = 2,5 mm. Les disques noirs sont les nageurs interfaciaux, tandis que les bulles de verre apparaissent comme des nuances de gris (celles-ci étant trop petites pour être distinguées individuellement).

**Construction de trajectoires** Pour exploiter ces vidéos, il m'a été nécessaire de déterminer la position et la vitesse de chacun des nageurs à tout instant. La vitesse des nageurs étant de plusieurs centimètres par seconde, ceci n'est possible que durant les 10 min où la fréquence d'acquisition est de 30 images par seconde. Pour cela, j'ai d'abord utilisé un algorithme de détection de cercle utilisant la transformée de Hough. Grâce au choix de l'éclairage, les nageurs sont sensiblement plus sombres que le reste de l'image. De plus, leur forme est très bien définie et leur taille connue, ce qui rend l'opération aisée.

Pour reconstruire leur trajectoire, j'ai utilisé un algorithme utilisant les données connues au pas de temps précédent (position et vitesse) pour attribuer chacun des nageurs à l'un de ceux au pas de temps précédent, à savoir celui étant le plus près de la position estimée grâce à la vitesse au pas de temps précédent. Le déplacement d'un nageur entre deux images n'excédant que très rarement son diamètre, l'algorithme permet de reconstruire presque toutes les trajectoires intégralement. Les quelques données aberrantes sont retirées *a posteriori* grâce à un critère de vitesse maximale instantanée admissible. Grâce à ces opérations, je dispose de la position et de la vitesse de chacun des nageurs pendant dix minutes (correspondant à 18000 images).

**Propriétés des bulles de verre** Avant de nous intéresser à ce qu'il advient des bulles de verre en présence de nageurs interfaciaux, il est primordial de bien connaître l'objet que nous étudions. Ces bulles de verre, achetées chez Easycomposites<sup>1</sup>, ont pour utilisation habituelle d'être ajoutées à des matériaux en grande quantité pour les alléger. Bien que disposant d'une fiche technique assez complète, leur utilisation n'étant pas destinée au domaine scientifique nous avons préféré vérifier les données utiles pour nous.

Pour mesurer la masse volumique des particules, j'ai pesé à l'aide d'une balance de précision un volume connu de bulles de verre. Cela donne la masse volumique d'un ensemble compact de bulles de verre, qui est différente de la masse volumique intrinsèque des bulles de verre. En effet, celles-ci ne pouvant atteindre une compacité égale à 1, le volume qu'elles occupent est systématiquement plus grand que la somme du volume de chaque bulle de verre. En utilisant le facteur de compaction fourni par le fabricant  $(60\%)^2$ , j'ai obtenu une masse volumique intrinsèque des bulles de verre en accord avec celle annoncée par le fabricant :  $\rho_{\rm bg} = 0.20 \,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^{-3}$ .

L'autre donnée importante pour nous est la répartition des rayons des bulles de verre, afin de caractériser leur polydispersité. Pour cela, j'ai observé des échantillons de bulles de verre à l'aide d'un macroscope Wild Makroscop M420 de grossissement 1,25 muni d'un objectif Makrozoom Leica 1 :5 et d'une caméra PixeLink PL-B781U 2208 × 3000 px<sup>2</sup>. Un algorithme de détection de cercles utilisant la transformée généralisée de Hough permet d'obtenir le rayon des bulles de verre observables sur chaque image utilisée (voir FIG. 3.4).

En répétant le même protocole sur 30 images, j'ai obtenu l'histogramme de répartition des bulles de verre (FIG. 3.5a). Les rayons des bulles de verre vont de moins de 1  $\mu$ m à plus de 70  $\mu$ m. Elles sont donc très polydisperses, avec une majorité de très petites bulles de verre (diamètre inférieur à 10  $\mu$ m). Pour comparer aux données du fabricant, j'ai tracé l'histogramme cumulé des volumes des bulles de verre (FIG. 3.5b). La moitié du volume est constitué de bulles de verre inférieures à 51  $\mu$ m de diamètre, contre 60 indiqué par le fabricant.

Utilisons cette valeur médiane pour estimer la surface que couvre une masse  $m_{bg} = 40 \text{ mg}$  de bulles de verre à la surface de l'eau. Cette masse correspond à un volume :

$$V_{\rm bg} = \frac{m_{\rm bg}}{\rho_{\rm bg}} = 0.2 \,{\rm cm}^3 \,. \tag{3.1}$$

<sup>1.</sup> modèle K20, https://www.easycomposites.co.uk/glass-bubbles-filler-powder

<sup>2.</sup> ce qui est proche de la valeur de 64% qu'on aurait pu intuiter, correspondant à un arrangement aléatoire 3D de sphères dures



FIG. 3.4 - (a) Image de bulles de verre au macroscope. (b) Résultat de la détection des bulles de verre.

Pour simplifier, supposons que les bulles de verre sont monodisperses, de diamètre  $D_{bg} = 51 \,\mu\text{m}$ . Ce volume  $V_{bg}$  correspond donc à un nombre  $N_{bg}$  égal au volume total divisé par le volume d'une bulle de verre :

$$N_{\rm bg} = \frac{V_{\rm bg}}{\frac{4}{3}\pi \left(D_{\rm bg}/2\right)^3} \sim 3.10^6 \,. \tag{3.2}$$

En deux dimensions, ces bulles de verre couvrent une surface égale à leur nombre multiplié par la surface d'une bulle de verre, que l'on divise par le facteur de compacité d'un ensemble monodisperse de disques en deux dimensions ( $c_{2D} = 0.9$ ) :

$$S_{\rm bg} = N_{\rm bg} \frac{\pi \left(D_{\rm bg}/2\right)^2}{c_{2D}} \sim 7 \times 10^{-3} \,{\rm m}^2 \,. \tag{3.3}$$

Il nous reste à comparer cette surface à celle accessible par les bulles de verre (disque de rayon  $r_D = 9 \text{ cm}$ ) pour obtenir le pourcentage de surface occupé par les bulles de verre dans l'hypothèse d'une monocouche  $\tilde{A}$ :

$$\tilde{A} = \frac{S_{\rm bg}}{\pi r_D^2} \sim 26\%$$
 (3.4)

D'après ces ordres de grandeur, il semble que faire l'hypothèse que les bulles de verre s'organisent en une monocouche soit raisonnable. Dans la réalité, il s'avère que toutes les bulles de verre ne sont pas flottantes (un minimum de 95% est annoncé), rendant l'hypothèse encore plus probable. Le choix de la masse de bulles de verre utilisée dans les expériences (40 mg) résulte d'un compromis entre le fait de pouvoir rester avec une monocouche de bulles de verre (rationalisé ci-dessus) tout en ayant un bon ratio signal sur bruit.



(a) Histogramme normalisé de la distribution (en nombre) du diamètre des bulles de verre.



(b) Fraction du volume cumulé par les bulles de verre de diamètre inférieur à d. Les bulles de verre de diamètre inférieur à 51 µm représentent la moitié du volume total.

FIG. 3.5 – Analyse de la distribution des diamètres des bulles de verre.

Enfin, il nous reste à observer le comportement de bulles de verre lorsqu'elles sont déposées à la surface de l'eau. Pour cela, j'ai déposé des bulles de verre au centre de la cuve et filmé leur évolution (voir FIG. 3.6). Aux premiers instants, les bulles de verre s'étendent rapidement mais sur une distance assez limitée, probablement à cause d'impuretés qui, bien qu'en faible quantité, abaissent localement la tension de surface. L'influence de ces impuretés sur les effets Marangoni en présence de nageurs peut être questionnée. Nous avons pris soin de tester les modifications engendrées par un prélavage des bulles de verre à l'éthanol puis leur séchage à l'étuve avant de les utiliser et n'avons pas observé de différence de comportement, ce qui montre que l'influence de ces impuretés est négligeable. Après quelques secondes, les bulles de verre commencent à se rétracter lentement sur ellesmêmes (cela prend plusieurs minutes), probablement à cause de l'effet Cheerios [134]. Chaque bulle de verre créant une légère déformation de l'interface, la position la plus stable énergétiquement correspond à un état où les bulles forment un radeau, permettant de moins déformer l'interface. Ces interactions entre bulles de verre, répulsives aux premiers instants et attractives à temps longs, ne seront pas un frein pour notre étude. En effet, nous ne nous intéresserons pas aux premiers instants car l'état initial des expériences est mal contrôlé (dépôt des bulles de verre non reproductible). L'attraction entre bulles de verre se déroule quant à elle sur des échelles de temps très lentes par rapport aux phénomènes que nous observerons, son influence sera donc négligeable.

**Concentration surfacique locale en bulles de verre** Pour étudier la dispersion des bulles de verre présentes à la surface par les nageurs interfaciaux, nous devons définir le champ de concentration en bulles de verre en tout point (x, y) de la surface et à tout instant. Pour cela, nous allons utiliser l'intensité I(x, y, t) mesurée par la caméra à tout instant et la comparer à une image de référence  $I_0(x, y)$  prise en l'absence de bulles de



FIG. 3.6 – Photographies de bulles de verre déposées au centre de la surface à t = 0 s (première image exploitable) et à plusieurs instants définis par rapport à cette référence. On observe dans les deux premières secondes un étalement, puis une contraction du nuage. À t = 500 s, toutes les bulles de verre se sont regroupées.

verre et de nageurs. Les bulles de verre formant *a priori* une monocouche, le choix naturel est de considérer que l'absorption lumineuse en un point de la surface est proportionnelle à la concentration de bulles de verre à cet endroit. Cela nous incite à définir une intensité adimensionnée  $\tilde{I}(x, y, t)$  comme :

$$\tilde{I}(x,y,t) = \frac{I_0(x,y) - I(x,y,t)}{I_0(x,y)}.$$
(3.5)

Si l'absorption par les bulles de verre est bien une fonction linéaire de la concentration, on devrait avoir :

$$I(x, y, t) \propto C(x, y, t). \tag{3.6}$$

Pour s'en assurer, nous devons vérifier que la moyenne spatiale  $\langle \tilde{I}(x, y, t) \rangle$  est indépendante du temps (conservation de la masse de bulles de verre) et que cette grandeur varie linéairement avec la masse de bulles de verre. Pour ce faire, j'ai réalisé des expériences avec N = 15nageurs de rayon R = 2,5 mm pour des masses de bulles de verre  $m \in 0 - 80$  mg. Pour chaque expérience, une image est acquise par seconde pendant 90 min. Notons  $\langle \tilde{I}(x, y, t) \rangle$ la moyenne temporelle de  $\langle \tilde{I}(x, y, t) \rangle$  entre 55 et 65 minutes d'expérience. L'origine de cette définition sera explicitée par la suite. La FIG. 3.7 permet de récapituler les observations. La FIG. 3.7a permet d'observer pour l'une des vidéos l'évolution de  $\langle \tilde{I}(t) \rangle / \langle \tilde{I} \rangle$ . Cette grandeur est bien constante, ce qui montre que  $\langle \tilde{I} \rangle$  permet de rendre compte de la conservation de la masse. L'écart-type des valeurs, de l'ordre de  $10^{-3}$  permet de quantifier les fluctuations autour de la valeur moyenne. La FIG. 3.7b montre une évolution linéaire de  $\langle \tilde{I} \rangle$  en fonction de la masse de bulles de verre versée, avec un coefficient directeur  $a = 5,51 \times 10^{-4} \,\mathrm{mg}^{-1}$ .

La grandeur I(x, y, t) satisfait donc à la fois la conservation de la masse et la proportionnalité à la masse de bulles de verre. Elle est donc proportionnelle à la « vraie » concentration surfacique en bulles de verre. Dans la suite, nous normaliserons systéma-



FIG. 3.7 – (a) Évolution de  $\langle \tilde{I}(t) \rangle / \overline{\langle I \rangle}$  en fonction du temps. Cette grandeur est constante malgré des fluctuations de l'ordre de 5%, utilisées comme barre d'erreur des points de la calibration. (b) Évolution de l'intensité adimensionnée  $\tilde{I}$  moyennée sur l'espace et le temps en fonction de la masse de bulles de verre versée. Un ajustement des données permet de montrer la linéarité entre les deux grandeurs.

tique  $\tilde{I}$  par  $\overline{\langle \tilde{I} \rangle}$  de manière à pouvoir l'utiliser comme une concentration. En utilisant l'équation (3.6), le champ de concentration en bulles de verre correspondant à n'importe quelle image peut donc être obtenu. Je noterai dans la suite la concentration en bulles de verre C(x, y, t). Pour l'image présentée en FIG. 3.3, le champ de concentration correspondant est donné en FIG. 3.8.



FIG. 3.8 – Champ de concentration typique en bulles de verre, correspondant à l'image de la FIG. 3.3. Les nageurs sont représentés, à l'échelle, par des disques blancs.

#### 1.2.2 Résultats expérimentaux : mélange interfacial

**Évolution temporelle** Maintenant que nous avons accès au champ de concentration en bulles de verre, nous pouvons suivre l'évolution temporelle de ce champ. Ainsi, nous pourrons voir quel est l'effet des nageurs interfaciaux, et ainsi répondre à plusieurs questions : mélangent-ils les bulles de verre? Ce mélange est-il rapide, total? Pour cela, j'ai d'abord utilisé l'écart-type, qui est un indicateur de l'état global du mélange. Celui-ci, noté  $C_{std}$  par la suite, est défini par :

$$C_{std}(t) = \sqrt{\langle C^2(x, y, t) \rangle - \langle C(x, y, t) \rangle^2}.$$
(3.7)

Sa valeur est nulle si le champ est homogène, et d'autant plus grande que le champ est hétérogène. La FIG. 3.9 donne l'évolution de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre en fonction du temps pour une expérience avec N = 15 nageurs de rayon R = 2,5 mm.



FIG. 3.9 - Évolution de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre en fonction du temps pour une expérience avec N = 15 nageurs de rayon R = 2,5 mm. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

À l'instant initial, l'écart-type a une valeur finie, qui est fortement influencée par le dépôt initial des bulles de verre. C'est le moment où le champ est le plus hétérogène, les bulles de verre n'étant présentes que là où elles ont été déposées. Pendant les quatre premières minutes, l'écart-type diminue rapidement (de façon exponentielle, comme le montre la FIG. 3.10). Cette décroissance exponentielle de l'écart-type est aussi observée dans le cas des mélanges chaotiques et turbulents [136-138]. Cela correspond à ce qu'on aurait pu attendre intuitivement : les nageurs, dont le mouvement est aléatoire dans la cuve, agissent comme des mélangeurs chaotiques dont le mouvement désordonné homogénéise les bulles de verre. L'écart-type continue de décroître plus lentement jusqu'à environ quarante minutes, où il se stabilise, indiquant que le système a atteint un état stationnaire. La valeur de l'écart-type lors de cet état stationnaire sera notée dans la suite  $C_{std}^{\infty}$ . Ceci explique la définition de la moyenne temporelle entre 55 et 65 minutes que nous avons utilisée plus tôt : il s'agit d'un créneau temporel représentatif de l'état stationnaire, pour tout nombre de nageurs et rayons. Cette valeur est non nulle, ce qui témoigne d'un état de mélange imparfait : le champ de concentration en bulles de verre ne devient jamais complètement homogène. Cela peut paraitre étonnant puisque les nageurs continuent leur
mouvement désordonné : on aurait classiquement attendu que l'état stationnaire corresponde à un état où le champ de bulles de verre est entièrement homogène :  $C_{std}^{\infty} = 0$ .



FIG. 3.10 – Évolution (en échelle logarithmique) aux temps courts de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre en fonction du temps pour une expérience avec N = 15 nageurs de rayon R = 2,5 mm. L'écart-type diminue de façon exponentielle.  $C_{std}^{int}$  est la valeur de l'écart-type à la fin de la décroissance exponentielle.

J'ai étudié l'influence des paramètres N et R sur l'état stationnaire de mélange en répétant la même expérience en faisant varier l'un ou l'autre des paramètres. Les valeurs de  $C_{std}^{\infty}$  obtenues sont récapitulées sur la FIG. 3.11. Peu importe le nombre ou le rayon des nageurs, l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre pendant l'étatstationnaire est non nul : le mélange est donc incomplet dans toute la gamme étudiée. L'écart-type augmente légèrement avec le nombre de nageurs jusqu'à 20 nageurs puis se stabilise autour d'une valeur de l'ordre de 3 fois la concentration moyenne. Il augmente également avec le rayon des nageurs, jusqu'à arriver aux mêmes valeurs de l'ordre de 2.5–3 fois la concentration moyenne.

L'état stationnaire de mélange imparfait est donc robuste : il est obtenu pour une large gamme de nombre de nageurs et de rayons. En regardant attentivement la FIG. 3.8, dont l'état de mélange n'est plus très loin de l'état stationnaire, de vastes zones d'absence de bulles de verre, que j'appellerai zones de déplétion, sont observées. Celles-ci sont présentes autour de chacun des nageurs. En dehors de ces zones, les bulles de verre sont assez bien mélangées. Il semble donc que ce soit ces aires de déplétion, présentes autour de chacun des nageurs, qui expliquent l'état stationnaire de mélange imparfait que nous observons. Pour le vérifier, mais aussi pour comprendre l'origine de ces zones, nous allons nous intéresser plus en détail à ce qu'il se passe autour d'un nageur.



(a) Influence du nombre de nageurs, ayant chacun un rayon R = 2,5 mm.

(b) Influence du rayon des 15 nageurs utilisés dans les expériences.

FIG. 3.11 – Influence du nombre de nageurs et du rayon sur l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre lorsque l'état stationnaire est atteint. Les courbes en pointillés résultent d'un ajustement par un modèle, décrit dans le paragraphe 1.2.3 de ce chapitre.

Autour d'un nageur En observant la FIG. 3.8, il apparait que le champ de concentration n'est pas exactement le même autour de chacun des nageurs : en fonction de la présence de nageurs voisins, d'une proximité au bord de la cuve ou encore de l'histoire du système, celui-ci subit des fluctuations par rapport à ce que serait le champ de concentration si le nageur était seul dans un espace infini peuplé de bulles de verre. Pour s'affranchir de ces effets, j'ai réalisé une moyenne cohérente pendant l'état stationnaire du champ de concentration autour d'un grand nombre de nageurs suffisamment isolés de leurs voisins ou des bords. Dans un premier temps, j'ai utilisé les acquisitions entre les minutes 55 et 65 pour sélectionner parmi les nombreuses images de nageurs dont je connais la vitesse et la position, ceux étant suffisamment éloignés des bords (plus de 2,5 cm de distance) et n'ayant aucun autre nageur présent dans un rectangle défini autour d'eux, de dimensions 1,4 cm latéralement, 0,9 cm devant et 3,2 cm derrière (voir FIG. 3.12). Ces distances résultent d'un compromis entre garder suffisamment de statistique et minimiser l'influence des bords et autre nageurs.

Parmi tous les nageurs répondant aux deux critères, j'en sélectionne ensuite 10000 de manière aléatoire et réalise une moyenne cohérente du champ de concentration autour d'eux. En pratique, cela signifie que j'utilise la position du nageur pour centrer le champ de concentration. Connaissant le vecteur vitesse du nageur, j'effectue une rotation pour ramener le nageur à une direction de nage horizontale, vers la droite. Une fois ces transformations effectuées, j'effectue la moyenne des champs de concentration.

Dans le cas de N = 15 nageurs de rayon R = 2,5 mm, j'obtiens la FIG. 3.13 où le nageur, représenté par le disque blanc, se déplace vers la droite. Sur cette figure, on observe tout d'abord l'aire de déplétion, déjà facilement visible sur les images avant d'avoir fait une moyenne. Il apparait également, ce qui était beaucoup moins facilement visible, un front d'accumulation de bulles de verre devant le nageur où la concentration peut atteindre trois



FIG. 3.12 – Critères de sélection des nageurs pour l'étude du champ de concentration autour d'un nageur. Le centre du nageur doit se trouver dans le cercle rouge (distance 2,5 cm du bord) et aucun autre nageur ne doit se trouver dans le rectangle tracé à partir du centre du nageur. Sur cette image, les 3 nageurs ayant un rectangle vert autour d'eux sont les seuls utilisables, celui en pointillé orange étant bien suffisamment loin des bords mais ayant un nageur dans le rectangle l'entourant.

fois la concentration moyenne. À première vue, le nageur semble se comporter comme un chasse-neige, qui traine devant lui la neige récupérée sur la route, qui finit par s'évacuer sur le côté, laissant derrière lui une route complètement déneigée.

Pour étudier l'influence des différents paramètres sur ce motif, j'ai mis en place un ajustement ellipsoïdal de l'aire de déplétion, ce qui permet d'en déduire deux tailles caractéristiques (petit axe et grand axe) ainsi que l'aire correspondante. L'aire de la zone de déplétion pour différents nombres de nageurs et rayons est représentée en FIG. 3.14. Cette dernière diminue avec le nombre de nageurs tandis qu'elle augmente avec le rayon des nageurs. Nous verrons au paragraphe suivant comment, à partir d'un modèle, nous avons pu relier ces observations aux valeurs d'écart-type pendant l'état stationnaire ( $C_{std}^{\infty}$ ) observées précédemment.

Pour le moment, nous avons caractérisé de manière globale avec l'écart-type le comportement du système. Nous avons mentionné le fait que dans un premier temps le mouvement désordonné des nageurs homogénéise le champ de concentration en bulles de verre, ce qui se traduit par une décroissance de l'écart-type durant les premières minutes. Nous avons vu que l'écart-type saturait ensuite autour d'une valeur non nulle. En s'intéressant plus spécifiquement à ce qu'il se passe autour des nageurs, nous nous sommes rendus compte que ces derniers modifient localement le champ de concentration en camphre en créant des zones de déplétion et des fronts d'accumulation de bulles de verre. Des hétérogénéités ont l'air de se reformer constamment autour de chacun des nageurs, démélangeant ainsi le champ de concentration en bulles de verre. Qualitativement, il semble donc que ce soit



FIG. 3.13 – Champ de concentration moyen autour d'un nageur (se déplaçant vers la droite), obtenu par moyenne cohérente sur 10000 images de nageurs suffisamment éloignés des bords et de leurs voisins. Le nageur est représenté par le disque blanc.



(a) Influence du nombre de nageurs, ayant chacun un rayon R = 2,5 mm. Ajustement par une loi de puissance :  $A_d = A_d^{(1)} N^{-0,76}$  avec  $A_d^{(1)} = 24 \,\mathrm{cm}^2$ . Encart : représentation en échelle logarithmique.



FIG. 3.14 – Influence du nombre de nageurs et du rayon sur l'aire de la zone de déplétion en bulles de verre observée autour du nageur sur les champs de concentration moyens. Les barres d'incertitude, obtenues en faisant varier le seuil de détection de la zone de déplétion, sont inférieures à la taille des points.

l'équilibre entre mélange par le mouvement des nageurs et démélange autour de chacun d'entre eux qui provoque l'existence d'un état de mélange stationnaire, ce que nous aurons l'occasion de vérifier par la suite.

En regardant le champ de concentration autour d'un nageur, on voit que différentes échelles spatiales interviennent dans le problème. L'étude du champ de concentration ne saurait donc se résumer à une mesure globale (l'écart-type), c'est pourquoi j'ai mis en place une caractérisation multi-échelles du champ de concentration en bulles de verre pendant l'état stationnaire.

**Caractérisation multi-échelles** Pour caractériser les différentes échelles du champ de concentration en bulles de verre pendant l'état stationnaire, j'ai calculé les spectres de puissance unidimensionnels du champ de concentration le long de l'axe x.

$$|\hat{C}|^2(k_x, y, t) = |\mathrm{DFT}_x[C(x, y, t)]|^2,$$
(3.8)

où DFT représente la transformée de Fourier discrète. Elle est calculée dans une boîte carrée de taille  $1310 \times 1310 \text{ px}^2$  (la plus grande possible dans la région d'intérêt) et est une fonction du nombre d'onde  $k_x$ , de y et de t. En moyennant sur y et sur t dans le régime stationnaire, cela permet d'obtenir une statistique satisfaisante. La figure 3.15 montre les spectres de puissance  $PSD(C) = \overline{\langle |\text{DFT}_x[C(x,y,t)]|^2 \rangle_y}(k_x)$  obtenus pour différents nombres de nageurs à rayon fixe R = 2,5 mm, ou pour différents rayons à nombre de nageurs N = 15 fixe.

La FIG. 3.15 montre que le champ de concentration présente des fluctuations à toutes les échelles spatiales que que soit le nombre de nageurs ou leurs rayons. En augmentant le nombre de nageurs à R fixe (FIG. 3.15a), les spectres de puissance sont atténués dans la gamme des faibles nombres d'onde  $k_x \leq 0,05 \text{ mm}^{-1}$  alors qu'ils présentent des fluctuations de plus en plus importantes dans la gamme des nombres d'onde élevés  $k_x \ge 0,05$  $\mathrm{mm}^{-1}$ . Ceci est en accord avec le fait que l'efficacité du mélange global ne varie pas beaucoup quand N augmente car  $(C_{\text{std}}^{\infty})^2$  est proportionnel à l'aire sous chaque courbe<sup>3</sup>. Lorsque N est suffisamment grand, le champ de concentration est efficacement étiré et replié, ce qui donne naissance à de petites structures spatiales. Dans ce régime  $(N \ge 15)$ , nous observons que les spectres de concentration tendent à suivre un comportement de loi de puissance avec un exposant proche de -5/3 dans la gamme de fréquences spatiales intermédiaires, comme observé dans la turbulence hydrodynamique [139]. Il est remarquable qu'un second régime émerge dans le domaine des très hautes fréquences où les spectres scalaires présentent une seconde loi de puissance avec un exposant proche de -1. Ce spectre de type Batchelor [140] indique que l'écoulement est lisse à ces échelles spatiales de sorte que les petites échelles sont créées par l'advection chaotique engendrée par les nageurs. La figure 3.15b montre que le rayon des nageurs a une influence sur le

<sup>3.</sup> D'après le théorème de Plancherel-Parseval, le spectre est en toute rigueur égal à  $\langle C^2 \rangle$  qui est responsable de l'évolution de la variance quand  $\langle C \rangle$  est constant, ce qui est le cas ici.



(a) Influence du nombre de nageurs,  $R=2,5\,\mathrm{mm}$  (b) Influence du rayon des nageurs, N=15 fixé.

FIG. 3.15 – (a) Spectre de puissance du champ de concentration en bulles de verre en fonction du nombre d'onde  $k_x$  pour un nombre croissant de nageurs avec R = 2,5 mm. ( $\circ$ )N = 7 nageurs, ( $\diamond$ )N = 15 nageurs, ( $\triangleright$ )N = 30 nageurs, ( $\Box$ )N = 45 nageurs. Les lignes pointillées correspondent à des spectres de loi de puissance d'exposants -5/3 et -1. (b) Spectre de puissance du champ de concentration en bulles de verre en fonction du nombre d'onde  $k_x$  pour N = 15 nageurs et différents rayons R. ( $\circ$ )R = 1 mm, ( $\diamond$ )R = 2 mm, ( $\triangleright$ )R = 3 mm, ( $\Box$ )R = 4 mm. Les lignes pointillées correspondent à des spectres de loi de puissance d'exposant -5/3 et -1.

comportement multi-échelle du champ de concentration. Premièrement, l'augmentation du rayon R des particules, qui se traduit par une augmentation des nombres de Reynolds des nageurs, renforce le comportement en loi de puissance aux échelles intermédiaires, qui s'étend sur plus d'une décade lorsque R = 4 mm. Deuxièmement, l'exposant dans la gamme des hautes fréquences se rapproche de -1 quand le rayon des nageurs augmente, bien que ce régime ne soit pas très bien développé avec R = 2,5 mm.

Avant de s'intéresser au comportement multi-échelle du champ de concentration en bulles de verre qui, comme nous venons de le voir, montre une signature turbulente, nous avions observé qu'autour de chacun des nageurs existe une zone de déplétion ainsi qu'un front d'accumulation en bulles de verre. Pour progresser dans la compréhension, nous allons maintenant proposer un modèle permettant d'évaluer si ces deux motifs permettent d'expliquer les valeurs d'écart-type non-nuls observées en régime stationnaire. Si tel est le cas, cela donnerait confirmation que la création d'hétérogénéités autour de chaque nageur est bien le mécanisme équilibrant le mélange par le mouvement désordonné des nageurs.

#### 1.2.3 Discussion et modélisations

Du champ de concentration à l'écart-type Considérons N nageurs identiques de rayon R, créant chacun une zone de déplétion d'aire  $A_d$  et un front d'accumulation d'aire  $\alpha_{A_d}A_d$ . Notons  $A_t$  l'aire totale de la surface. Supposons que la zone de déplétion et le front d'accumulation créés par chacun des nageurs sont identiques et ne se superposent pas. La surface peut donc dans ces conditions être modélisée par :

- N zones de déplétion, de surface  $N A_d$  et de concentration nulle
- N fronts d'accumulation de bulles de verre, de surface N  $\alpha_{A_d} A_d$  et dont la concentration est fixée pour compenser l'absence de bulles de verre dans les zones de déplétion à  $(1 + \alpha_{A_d})A_d/(\alpha_{A_d}A_d) \langle C \rangle$
- une concentration homogène égale à  $\langle C \rangle$  partout ailleurs, c'est-à-dire couvrant une surface  $A_t N(1 + \alpha_{A_d})A_d$ .

Avec ces hypothèses :

$$(C_{std}^{\infty})^2 = \langle C^2 \rangle - \langle C \rangle^2$$
(3.9)

$$= \frac{1}{A_t} \left[ 0 + N\alpha_{A_d} A_d \left( \frac{1 + \alpha_{A_d}}{\alpha_{A_d}} \right)^2 \langle C \rangle^2 + \left( A_t - N(1 + \alpha_{A_d}) A_d \right) \langle C \rangle^2 \right] - \langle (\mathcal{C} \rangle^2 d \rangle^2$$

$$= \frac{NA_d}{A_t} \left[ \frac{(1+\alpha_{A_d})^2}{\alpha_{A_d}} - (1+\alpha_{A_d}) \right] \langle C \rangle^2$$
(3.11)

$$= \frac{NA_d}{A_t} \frac{1 + \alpha_{A_d}}{\alpha_{A_d}} \langle C \rangle^2.$$
(3.12)

Et finalement :

$$C_{std}^{\infty} = \sqrt{\frac{NA_d}{A_t}} \frac{1 + \alpha_{A_d}}{\alpha_{A_d}} \langle C \rangle .$$
(3.13)

Tentons maintenant de confronter ce modèle aux données expérimentales. Concernant l'aire de la zone de déplétion  $(A_d)$ , choisir celle obtenue à partir du champ de concentration moyen autour d'un nageur sous-estimerait la valeur. En effet, les valeurs de  $C_{std}$  sont calculées à chaque instant, contrairement au champ de concentration moyen qui est le résultat d'une moyenne. Sur les images, la zone de déplétion est souvent courbée derrière le nageur. En moyennant sur un grand nombre de nageurs, la courbure n'ayant a priori pas de direction privilégiée, cette courbure disparait et l'aire de la zone de déplétion du champ de concentration moyen est plus faible que la moyenne des aires mesurées directement autour de chacun des nageurs. En comparant avec des images, il semble qu'une aire effective environ 50 % plus grande que celle associée au champ de concentration moyen représente mieux la réalité. De la même manière, les valeurs de concentration dans le front d'accumulation de bulles de verre sont minimisées par la moyenne, n'atteignant que des valeurs de l'ordre de 2.5  $\langle C \rangle$  contre 6  $\langle C \rangle$  sur des images instantanées comme celle de la FIG. 3.8. C'est ce qui nous amène à choisir  $\alpha_{A_d} = 0.2$ , ce qui semble également en bon accord avec l'extension du front d'accumulation, de l'ordre de 20 % de l'aire de la zone de déplétion.

En utilisant les ajustements (par des fonctions phénoménologiques, respectivement loi de puissance et tangente hyperbolique) de la FIG. 3.14 pour estimer les dépendances de  $A_d(N, R)$ , l'équation (3.13) permet de prédire que l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre devrait se comporter comme  $C_{std} \propto N^{0,12}$ . Cette loi de puissance d'exposant très faible est en bon accord avec la faible dépendance observée expérimentalement (FIG. 3.11a). Pour la dépendance en rayon, l'évolution linéaire avant d'atteindre le plateau conduit quant à elle à  $C_{std} \propto \sqrt{R}$ . Ici aussi, cela est cohérent avec l'expérience, compte-tenu de la gamme limitée de valeurs disponibles (FIG. 3.11b).

De manière plus quantitative, nous avons réalisé un ajustement des points expérimentaux de la FIG. 3.11 en utilisant un préfacteur  $\delta$  ainsi que les variables modifées décrites précédemment :

$$C_{std}^{\infty} / \overline{\langle C \rangle} = \delta \sqrt{\frac{N A_d^{\text{eff}}}{A_t} \frac{1 + \alpha_{\text{A}_d}}{\alpha_{\text{A}_d}}}$$
(3.14)

où  $\alpha_{A_d} = 0,2$  et  $A_d^{\text{eff}} = 1,5A_d$  avec  $A_d(N,R)$  l'aire de la zone de déplétion mesurée sur les champs de concentration moyens en bulle de verre (FIG. 3.14). En utilisant cette expression ainsi que les ajustements proposés à la FIG. 3.14 pour décrire  $A_d(N,R)$ , le résultat de cet ajustement est tracé en pointillés sur la FIG 3.11 avec  $\delta = 1,95$ . Ce modèle, bien que relativement simple puisque ne faisant apparaître que trois valeurs de concentration permet donc de décrire de manière satisfaisante les observations.

L'existence de zones de déplétion autour du nageur, mais aussi de fronts d'accumulation de bulles de verre devant lui, est donc bien l'origine des valeurs non nulles de l'écart-type pendant l'état stationnaire. Il nous reste à comprendre l'origine physique de ces motifs.

**Origine de la zone de déplétion** Pour élucider l'origine de la zone de déplétion et du front d'accumulation, c'est-à-dire du démélange des bulles de verre par les nageurs, il faut d'abord lister les causes possibles. La première est que les motifs soient simplement causés par l'écoulement engendré par un disque solide en translation. En effet, lorsque le nombre de Reynolds est supérieur à 1 (ce qui est le cas ici), l'écoulement n'est pas symétrique entre l'avant et l'arrière de l'objet et pourrait donc expliquer les motifs observés. La seconde est de considérer que c'est un effet chimique du camphre libéré qui, en générant des écoulement Marangoni (qui participent à la propulsion le nageur) éloignent aussi les bulles de verre de ce dernier. Pour valider l'une de ces deux hypothèses, j'ai mis en place deux expériences témoins, supprimant chacune l'un des deux effets (chimique ou mécanique).

La première expérience consiste à utiliser un disque d'agarose non chargé en camphre. De cette manière, l'éventuel effet chimique est éliminé. Un tel disque ne s'auto-propulsant pas spontanément, j'ai utilisé un moteur pour tracter le disque sur une surface ensemencée de bulles de verre à la vitesse typique du nageur équivalent, c'est-à-dire  $6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Une des images obtenues pendant la traction est représentée en FIG. 3.16a. On n'observe pas sur celle-ci de zone de déplétion autour du disque ni de front d'accumulation. Cela nous pousse à invalider l'hypothèse d'un effet de trainée d'un disque solide.

La seconde expérience consiste à conserver l'effet chimique, mais cette fois en supprimant l'effet mécanique. Pour cela, j'ai immobilisé un nageur à la surface de l'eau à l'aide d'un trombone. En ajoutant des bulles de verre au-dessus du nageur, une zone circulaire de déplétion apparait après quelques instants (voir FIG. 3.16b). Bien que n'ayant pas la même forme, celle-ci est d'aire comparable à l'aire de la zone de déplétion obtenue par extrapolation des résultats des expériences de mélange précédentes pour un seul nageur  $(A_d^{(1)} = 24 \text{ cm}^2 \text{ contre } 26 \text{ cm}^2 \text{ ici})$ . Il est donc clair que le démélange observé dans les expériences a pour origine les effets chimiques par l'intermédiaire des écoulements Marangoni. L'asymétrie du champ de concentration moyen en bulles de verre dans la direction de nage est quant à elle une conséquence du déplacement du nageur, ayant laissé derrière lui une zone de déplétion sans avoir encore affecté ce qui se trouve devant lui. Maintenant que nous pensons avoir compris l'origine du démélange, nous allons terminer cette partie en dérivant des ordres de grandeurs sur les effets Marangoni pour vérifier si ces derniers peuvent effectivement être la source du démélange.



(a) Effet mécanique : traction d'un disque d'agarose par un moteur à une vitesse de  $6\,{\rm cm\cdot s^{-1}}.$ 



(b) Effet chimique : nageur immobilisé à la surface par un trombone.

FIG. 3.16 – Photographies des expériences témoins mises en place pour montrer l'origine du démélange. L'échelle est donnée par le nageur, de rayon 2,5 mm.

#### Modélisation des effets Marangoni à la surface

**Nageur seul** Dans cette partie, nous allons évaluer l'aire de déplétion que peuvent générer les effets Marangoni. Dans un premier temps, estimons le champ de concentration de camphre généré par un nageur seul de rayon R et de vitesse V. La force de frottement visqueuse s'écrit [141] :

$$F_{\nu} = \pi R^2 \eta V / \delta_{\nu} \tag{3.15}$$

où  $\delta_{\nu} = R/\sqrt{\text{Re}}$  est l'épaisseur de la couche limite sous le nageur, avec  $\text{Re} = UR/\nu$  le nombre de Reynolds. En régime de nage stationnaire, la somme des forces s'exerçant sur le nageur est nulle, c'est pourquoi cette force est de même norme que la force capillaire de propulsion  $F_c = \pi R \Delta \gamma$  où  $\Delta \gamma$  est la différence de tension de surface entre l'avant et l'arrière du nageur. Cela donne :

$$\Delta \gamma \sim \eta V \sqrt{\text{Re}}.$$
 (3.16)

Dans notre cas, en utilisant R = 2,5 mm et  $V = 6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  (correspondant à Re = 150), nous obtenons une différence de tension de surface  $\Delta \gamma \simeq 0,7 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ . Ce résultat est en adéquation avec une mesure expérimentale réalisée pour des bateaux de camphre [142]. Supposons maintenant que l'écart de tension de surface varie linéairement avec la concentration locale de camphre, soit  $\Delta \gamma = -\beta C$  avec  $\beta = 3 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$  [143]. Cela conduit à une concentration caractéristique de camphre derrière le nageur de  $C^* \simeq$  $0,2 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$  ce qui est loin de la limite de solubilité du camphre ( $C_{sat} = 8 \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3}$ ). Nous sommes donc bien dans le cadre de l'hypothèse de linéarité faite entre tension de surface et concentration de camphre.

Cette concentration que nous venons d'évaluer crée en surface une contrainte. Pour relaxer cette contrainte, des écoulements Marangoni sont générés, chassant a priori les bulles de verre sur leur passage, et créant donc la zone de déplétion. Nous pouvons donc considérer la zone de déplétion comme étant la zone contaminée par le camphre, où les contraintes Marangoni s'exercent. Pour simplifier le problème, nous allons considérer un nageur immobile, ce qui correspond à l'expérience témoin de la FIG. 3.16b. L'aire de déplétion sera donc un disque au lieu d'une ellipse, dont on notera l'aire  $A_d$  et le rayon  $R_d$ . La vitesse caractéristique du problème n'est donc plus celle du nageur mais celle des écoulements. Il s'avère que ces deux vitesses sont proches [111], c'est pourquoi nous continuerons de considérer V comme ordre de grandeur des vitesses de l'écoulement et les estimations faites précédemment restent vraies, malgré le choix de simplifier la géométrie du problème.

Pour obtenir une taille caractéristique de la zone de déplétion, nous allons maintenant évaluer le flux de camphre libéré par le nageur et celui qui se dissout dans le volume. Le flux de camphre libéré par un nageur interfacial a été mesuré expérimentalement [91] et vaut  $Q_p = \chi R^2$  avec  $\chi = 3.1 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ . Le flux de camphre diffusé dans le volume peut lui s'écrire [144] :

$$Q_d = D \frac{C^*}{\delta_D} A_d \tag{3.17}$$

où  $\delta_D$  est l'épaisseur de la couche limite diffusive  $\delta_D = (R_d/R)^{1/2} \delta_{\nu}/\sqrt{\text{Sc}}$  avec  $\text{Sc} = \nu/D$ le nombre du Schmidt. Le coefficient de diffusion du camphre a été mesuré expérimentalement [91] et vaut  $D = 7 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Par conservation de la matière et de manière analogue à d'autres études sur les écoulements Marangoni [102,103], écrivons l'égalité des flux de camphre libéré par le nageur et qui diffuse dans le volume ( $Q_p = Q_d$ ). Cela permet d'obtenir le rayon de la zone de déplétion :

$$R_d = \left[\frac{\beta\chi}{\pi\rho D\,{\rm Sc}^{1/2}}\right]^{2/3} \frac{R}{V^{4/3}}.$$
(3.18)

En utilisant les mêmes valeurs caractéristiques que précédemment, cela conduit à une prédiction pour le rayon de la zone de déplétion  $R_d \simeq 3R$ . C'est un peu plus faible que ce qui est observé sur la FIG. 3.16b où  $R_d \simeq 10R$ , mais l'accord reste acceptable étant

donné les approximations utilisées.

Enfin, il est possible d'utiliser la dépendance de V en  $R^{1/3}$  donnée par [91] pour n'avoir plus qu'une dépendance en R dans l'équation (3.18). Cela mène à une dépendance  $R_d \propto R^{5/9}$  et donc pour l'aire de la zone de déplétion :

$$A_d \propto R^{10/9}$$
. (3.19)

Cette dépendance, presque linéaire, n'est pas sans rappeler celle observée en FIG. 3.14b pour les plus petits rayons ( $R \leq 2 \text{ mm}$ ). La saturation de  $A_d$  observée pour les plus grands rayons (R > 2 mm) vient probablement de l'interaction entre les différents nageurs, qui n'est pas prise en compte ici. En effet, nous avons choisi dans ce modèle de nous intéresser à un nageur à la fois fixe et isolé. Pour N = 15 nageurs, plus la taille des nageurs augmente, plus les zones de déplétion de chacun des nageurs s'agrandissent jusqu'à un probable recoupement. L'hypothèse est donc de moins en moins vérifiée, d'où le fait que la dépendance en rayon décrive bien ce qu'il se passe pour les petits rayons et moins bien pour les grands. Expérimentalement, il n'est malheureusement pas possible de mener des expériences pour mesurer l'aire de la zone de déplétion d'un seul nageur non fixé dans la cuve circulaire car celui-ci ne fait que longer les bords et a donc en permanence une trajectoire courbée ne permettant pas de définir sa zone de déplétion. La comparaison directe n'est donc pas possible.

Un autre élément de comparaison vient du champ de vitesse moyen du fluide autour du nageur mesuré dans le chapitre précédent à 1 mm de profondeur (FIG. 2.17). Supposons que ce champ est proche de celui à la surface et fixons comme critère pour être dans la zone de déplétion que la norme du champ de vitesse soit inférieure à 10% de sa valeur maximale. Nous obtenons alors en première approximation comme zone de déplétion un rectangle de 60 mm × 80 mm, soit environ deux fois plus qu'estimé à partir de l'extrapolation proposée pour un nageur unique à la FIG. 3.14a et également plus grand que prévu par l'équation (3.18). Sur ce même champ, les normes des vitesses observées sont de l'ordre de 1,2 cm  $\cdot$  s<sup>-1</sup> au maximum, ce qui est bien plus faible que la vitesse V du nageur que nous avons considérée comme vitesse caractéristique des écoulements. Ces vitesses, plus faibles, conduiraient à une estimation du rayon de la zone déplétée plus grande (équation (3.18)), qui se rapprocherait encore plus de la valeur mesurée expérimentalement que celle déjà estimée. Il ne faut par contre pas oublier que ces vitesses ne sont que des projections de ce qu'elles sont en trois dimensions dans un plan situé sous le nageur, elles ne sont donc pas nécessairement une bonne estimation de la vitesse de l'écoulement de surface.

Pour résumer cette partie, nous avons estimé par des ordres de grandeur l'aire de la zone de déplétion que peuvent engendrer les écoulements Marangoni autour d'un nageur interfacial. En plus d'avoir obtenu un ordre de grandeur raisonnable, la dépendance en rayon de l'aire de la zone de déplétion prédite par le modèle est en accord avec les résultats expérimentaux. Il semble donc que les effets Marangoni soient bien responsables de l'existence des zones de déplétion, et donc du démélange.

**Multi-nageurs** Alors que les arguments précédents ont été développés pour des nageurs isolés, nous nous concentrons maintenant sur la taille de la zone de déplétion en présence de plusieurs nageurs. Quand les nageurs ne sont pas très loin les uns des autres, c'est-à-dire lorsque la distance moyenne d entre deux nageurs, dont l'échelle est  $d \sim \sqrt{A_t/N}$ , est du même ordre de grandeur que la longueur de la zone de déplétion pour un nageur isolé, le rayon typique de la zone de déplétion devrait être limité par d et donc diminuer quand le nombre N de nageurs augmente. L'encart de la figure 3.14a suggère que la zone de déplétion est une fonction strictement décroissante de N, même pour de petites valeurs de N pour lesquelles cet effet d'encombrement ne devrait a priori pas contribuer. En effet, dans le cas de 7 nageurs de rayon R = 2,5 mm, l'aire d'une zone de déplétion s'élève à 5,4 cm<sup>2</sup>. Ceci est significativement plus petit que le sillage d'un nageur isolé ( $26 \text{ cm}^2$  pour N = 1) bien qu'il s'agisse d'une configuration peu encombrée : la surface totale accessible  $A_t = 254 \text{ cm}^2$  devrait permettre d'accueillir 7 nageurs avec une surface de sillage égale à  $26 \text{ cm}^2$  sans que les aires des zones de déplétion ne soient affectées par la présence de voisins.

Afin de tester si cette décroissance peut être attribuée aux effets Marangoni, nous proposons un modèle analytique unidimensionnel très simple qui mime cette situation. Considérons un système unidimensionnel de sources chimiques fixes équidistantes correspondant aux nageurs. Pour un système de taille finie de largeur W, la distance inter-source d va donc comme  $d \approx W/N$ . Dans la suite, nous négligerons les effets de bord en considérant un système infini, en gardant à l'esprit que 1/d varie comme le nombre N de nageurs.

Nous supposons maintenant que chaque source unique (nageur) génère une distribution de camphre autour de son emplacement  $x_0$  qui est une fonction paire de  $x - x_0$ , avec un écart type  $\sigma$ , et décroissant avec la distance à son centre  $x_0$ . Ceci est dû au fait que le camphre se répand et finit par disparaître de la surface par plusieurs effets (effet Marangoni, évaporation, diffusion). La forme précise n'est pas cruciale; pour simplifier, nous choisissons un profil gaussien  $C(x) = C_0 \exp(-x^2/2\sigma^2)$ . Nous supposons en outre que lorsque l'on place des particules de camphre sur une ligne, la concentration totale de camphre  $C_t$  est une superposition linéaire des effets de toutes les sources :

$$C_t(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} C(x - nd).$$
(3.20)

Une fois la concentration en camphre connue, occupons-nous de la distribution des bulles de verre à la surface, et notons  $G_b(x)$  la concentration correspondante. Les bulles de verre sont repoussées par le camphre par l'intermédiaire des écoulements Marangoni. Le champ de vitesse (qui est compressible) est de type

$$v = -\alpha' \partial_x C_t. \tag{3.21}$$

Cette contribution répulsive est équilibrée par un terme de transport diffusif de coefficient

 $D_b$  qui tend à homogénéiser les bulles de verre de telle sorte que l'équation de conservation de la distribution  $G_b$  satisfait :

$$\partial_x \left( v \, G_b - D_{\rm bg} \, \partial_x G_b \right) = 0 \,, \tag{3.22}$$

avec v solution de l'équation (3.21). On obtient alors

$$v(x) G_b(x) - D_{bg} \partial_x G_b(x) = B.$$
(3.23)

La valeur de la constante peut être obtenue par un argument de symétrie. En effet, la solution est périodique de période d de sorte que l'on peut prendre une moyenne locale de l'équation précédente. En définissant la moyenne comme

$$\langle f \rangle_d(x) = \frac{1}{d} \int_{x-d/2}^{x+d/2} f(x') dx',$$
 (3.24)

alors,  $\langle v G_b \rangle_d = B$ . Dans le cas d'un seul nageur  $(d \longrightarrow +\infty)$ , C(x) est une fonction paire, de sorte que pour des raisons de symétrie,  $G_b(x)$  est aussi une fonction paire. Parce que v est une fonction impaire (équation (3.21)), nous obtenons  $\langle v G_b \rangle_d (x = 0) = 0 = B$ . Cela correspond à une solution avec un flux moyen nul de particules transportées par l'écoulement. En fait, ce terme doit disparaître quelles que soient les symétries de C(x) si les bulles de verre sont confinées dans une boîte car elles ne peuvent pas quitter le domaine, de sorte que le flux total est nul aux frontières. L'équation (3.23) s'écrit maintenant :

$$D_{\rm bg}\,\partial_x\log G_b(x) = -\alpha'\partial_x C_t(x)\,. \tag{3.25}$$

La solution générale de cette équation est

$$G_b(x) = G_0 \exp(-\alpha' C_t(x) / D_{\rm bg}).$$
(3.26)

Ce résultat a été vérifié numériquement à l'aide de simulations Monte-Carlo. Les figures 3.17a, b, c montrent  $C_t$  et  $G_b/\max(G_b)$  en fonction de x/d pour une distribution de période d de profils gaussiens et différents rapports de  $d/\sigma$ . Sur ces profils, le rapport  $\alpha' C_0/D_{\rm bg}$  est fixé à 10, et la taille de la zone de déplétion  $\ell_d$  est définie comme la région où la concentration en bulles de verre,  $G_b(x)$ , est inférieure à un seuil fixé à 2,5% de sa valeur maximale<sup>4</sup>. La zone de déplétion est représentée par les symboles noirs des figures 3.17a, b, c, et son évolution est tracée sur la FIG. 3.17d en fonction de  $\sigma/d$  pour  $3 \leq d/\sigma \leq 20$ .

Pour des valeurs suffisamment grandes de d, les nuages de camphre de deux particules voisines ne devraient pas beaucoup interagir. C'est ce qu'illustre la FIG. 3.17a pour  $d = 7\sigma$ (correspondant à  $\sigma/d \simeq 0, 14$ ), où la concentration totale de camphre atteint presque zéro à x = d/2. Pour des valeurs plus importantes de d, nous nous attendons donc à ce que la

<sup>4.</sup> En raison de l'exponentielle dans l'équation (3.26), la modification du seuil ne change pas beaucoup la taille de la zone de déplétion, à condition qu'elle ne soit pas trop petite.

taille  $\ell_d$  de la région d'appauvrissement soit essentiellement inchangée : c'est exactement ce qui est observé sur la FIG. 3.17d avec un plateau pour  $\sigma/d < 0, 14$ . Pour des distances plus petites entre les nageurs, les sillages chimiques interagissent, la distribution du camphre est moins raide et le minimum de  $C_t$  augmente (FIG. 3.17b et c). La taille de la zone de déplétion diminue, pour finalement disparaître pour de très petites valeurs de d. Ce n'est pas évident à partir des FIG. 3.17abc, où la taille de la zone de déplétion semble plus élevée pour la valeur intermédiaire  $d/\sigma = 5$ . Cependant, l'axe des abscisses représente x/d, et d n'est pas le même pour ces trois figures. Alors que  $\ell_d$  diminue quand d augmente,  $\ell_d/d$  présente un maximum. Ceci est également visible sur la FIG. 3.17d pour  $\sigma/d > 0, 15$ . Comme  $\sigma/d \propto N$ , cela montre que, comme dans nos expériences, la taille de la zone de déplétion diminue avec le nombre de nageurs.



FIG. 3.17 – a, b, c : Concentration en camphre  $C_t(x)$  (pointillés), concentration en bulles de verre  $G_b(x)/\max(G_b)$  (trait plein) en fonction de x/d pour  $d/\sigma = 7, 5, 3$ .  $G_b(x)/\max(G_b)$  est obtenu grâce à l'équation (3.26) avec  $\alpha' C_0/D_{\text{bg}} = 10$ . La zone de déplétion, representée par les symboles noirs, est définie par  $G_b < 0.025 \max(G_b)$ . d : Évolution de la longueur de la zone de déplétion  $\ell/\sigma$  en fonction de  $\sigma/d \propto N$ .

Comme application de ce modèle, calculons quel serait le diamètre minimal du réservoir expérimental qui permettrait d'accueillir deux disques de camphre de rayon R = 2,5 mm avec des sillages chimiques ayant la même étendue que pour des nageurs isolés. D'après le modèle unidimensionnel précédent, les nuages de camphre sans interaction nécessitent  $d \ge 7\sigma$ , condition pour laquelle la zone de déplétion s'étend sur  $\ell_d \approx 2,8\sigma$  (FIG. 3.17d). La distance inter-nageurs devrait donc dépasser  $d \ge 2,5 \ell_d$ , ce qui nécessite que le diamètre du réservoir vérifie  $D \ge d + 2\ell_d/2 \ge 3, 5\ell_d$ . Pour R = 2,5 mm, l'extension de la zone de déplétion d'un nageur isolé est de  $\ell_d \sim 5,75$  cm d'après la FIG. 3.16b ou de  $A_d^{(1)}$  dans la FIG. 3.14a. Par conséquent, le diamètre minimum de la cuve pour avoir des sillages sans interaction pour seulement deux nageurs est  $D \sim 20$  cm, c'est-à-dire plus grand que ce que nous avons utilisé.

Cette application simple du modèle prédit que même pour N = 2, les sillages de chaque nageur individuel seraient plus petits que ceux d'un seul disque de camphre. Par conséquent, nous serions toujours dans la région décroissante, loin du plateau pour un réservoir de la taille de notre expérience. C'est bien ce que nous observons sur la FIG. 3.14a. Enfin, à la lecture de ce modèle, la raison physique pour laquelle la taille de la zone de déplétion diminue lorsque le nombre de nageurs augmente est que le champ de vitesse Marangoni  $v = -\alpha' \partial_x C_t$  est de moins en moins compressible au fur et à mesure que le nombre de nageurs augmente. Une telle explication devrait également s'appliquer à notre expérience, bien que les lois d'échelles soient probablement différentes dans le cas bidimensionnel.

Dans cette première moitié du chapitre 3, nous avons mis à profit les écoulements Marangoni créés par les nageurs interfaciaux caractérisés dans le chapitre 2. Un des intérêts, comme mentionné précédemment, est que les écoulements interfaciaux obtenus de la sorte sont faiblement compressibles par rapport aux écoulements fortement turbulents généralement utilisés. En plus d'avoir un intérêt académique, ce régime pourrait permettre de décrire des situations réelles mal modélisées par des écoulements fortement turbulents. Les nageurs interfaciaux permettent donc d'étudier la dispersion d'un scalaire passif dans des régimes n'ayant reçu que peu d'attention. En utilisant des bulles de verre, nous avons montré qu'en présence de nageurs interfaciaux un scalaire passif flottant à l'interface est d'abord mélangé par le mouvement désordonné des nageurs. En suivant l'évolution de l'écart-type du champ de concentration déterminé expérimentalement au cours du temps, nous nous sommes rendus compte que le système atteint un régime stationnaire de mélange imparfait. Il existe donc un effet de démélange venant équilibrer le mélange. L'étude du champ de concentration moyen autour d'un nageur a permis de montrer grâce à un modèle que le caractère imparfait du mélange est la conséquence d'aires de déplétion ainsi que de fronts d'accumulation qui se régénèrent systématiquement autour des nageurs. Grâce à des expériences témoins ainsi qu'à des raisonnements de type loi d'échelle, nous avons prouvé que ce sont les effets Marangoni qui sont responsables du démélange. Enfin, une caractérisation multi-échelles du champ de concentration en bulles de verre a montré une signature turbulente du mélange, bien que l'écoulement ne soit pas turbulent.

L'utilisation de nageurs interfaciaux comme moteurs de dispersion pour un scalaire passif a fait apparaître des caractéristiques étonnantes. Certaines, comme l'existence de l'état stationnaire de mélange imparfait ont pu être expliquées par les effets Marangoni. D'autres en revanche, comme la signature turbulente observée dans la caractérisation multi-échelles, restent des questions ouvertes. Ceci s'ajoute à des expériences antérieures, sans bulles de verre et donc entièrement centrées sur la dynamique collective des nageurs [145,146]. Ces études ont elles aussi montré des comportements complexes parmi lesquels, là encore, une signature turbulente.

Afin de mieux appréhender ces phénomènes et d'identifier les ingrédients physiques pertinents, nous allons dans la suite explorer ces différentes configurations à l'aide du modèle numérique introduit au chapitre 2. Dans un premier temps, je vais étudier les interactions ainsi que le transport des nageurs interfaciaux en présence d'un grand nombre d'entre eux. En effet, les propriétés de transport des particules actives sont indissociables de leurs interactions comme nous allons le voir dans un bref état de l'art des comportements collectifs de particules actives qui entame la partie suivante. Dans un deuxième temps, nous ajouterons au modèle numérique la présence de traceurs jouant le rôle des bulles de verre et étudierons leur dispersion pour compléter les études expérimentales réalisées dans cette partie.

# 2 Dynamique multi-nageurs : une approche numérique



## 2.1 Comportements collectifs et matière active

(a) Banc de poissons. Crédits : UWPhotog/iStock. (b) Nuée d'oiseaux. Crédits : Amir Cohen/Reuters.

FIG. 3.18 – Le monde animal recèle d'exemples de dynamiques collectives de particules actives, leur conférant différents avantages.

Les particules actives, qu'elles soient naturelles (oiseaux, poissons...) ou artificielles, sont nombreuses. Celles se déplaçant dans un fluide peuvent être classées en deux catégories [87]. Les premières sont les particules actives déformables, qui déforment une partie d'elles-même pour repousser le fluide. C'est ce que fait l'humain pour nager, peu importe la technique qu'il emploie. Plus généralement, c'est le cas pour nombre d'organismes vivants, des plus petits (bactéries) [147] aux plus grands (baleines) [148]. Les secondes sont les particules indéformables. Pour réussir à s'auto-propulser, certaines utilisent par exemple des effets phorétiques dont elles sont la source, ce qui leur vaut le nom d'autophorétiques. C'est le cas, entre autres, des colloïdes Janus [149]. Le nageur interfacial étudié dans cette thèse est un autre exemple de particule active non déformable.

L'observation d'animaux dans la nature fournit, en plus d'un spectacle hypnotisant (voir FIG. 3.18), la motivation à étudier les interactions entre particules auto-propulsées et les dynamiques multi-particules. En effet, en regardant un banc de poissons, une nuée d'oiseaux, un troupeau de zèbres ou un essaim de criquets, il n'y a aucun doute sur le fait que la dynamique collective de ces assemblées est bien plus riche que la dynamique individuelle d'un de ses membres, s'il était isolé. Dans la nature, ces comportements collectifs confèrent un certain nombre d'avantages aux espèces. Il a par exemple été montré chez l'oiseau [150] et le poisson [151] que les déplacements en groupe permettent de réduire grandement le coût énergétique de l'auto-propulsion (70% pour une formation en V de 25 oiseaux comparé à un oiseau seul).

Nous avons vu dans le paragraphe 2.3.2 du chapitre 1 qu'une assemblée de microorganismes, via leurs interactions, peut produire des tourbillons, jets et structures de convection à grande échelle (bioconvection). Le rôle de ces écoulements dans le transport des nutriments recherchés par les micro-organismes est une question importante, par exemple pour la mise en place de bioréacteurs ou encore la compréhension des phénomènes d'efflorescence d'algues toxiques. Ces cas de bioconvection où les interactions entre particules actives sont à l'origine d'écoulements à grande échelle illustrent bien pourquoi l'étude des propriétés de transport et de dispersion de particules actives est indissociable de l'étude de leurs interactions. C'est pourquoi nous allons maintenant nous intéresser aux interactions entre un grand nombre de nageurs interfaciaux ainsi qu'à leurs propriétés de transport.

## 2.2 Interactions et transport de nageurs interfaciaux

Nous avions laissé le modèle numérique au chapitre 2 à l'étude des collisions entre deux nageurs interfaciaux. Ici, nous souhaitons élargir son utilisation à un nombre quelconque N de nageurs interfaciaux. Il faut donc légèrement modifier les équations, ce qui permettra également de les rappeler.

#### 2.2.1 Implémentation

De la même manière qu'il n'y en avait qu'une pour l'étude de la nage et qu'il y en a eu deux pour l'étude des collisions, nous choisissons désormais d'intégrer un nombre N de sources à la simulation. La seule conséquence de cette modification réside dans le temps de calcul, l'interpolation des différents champs à la position des nageurs étant à chaque pas de temps l'étape la plus coûteuse en temps de calcul. Pour rappel, les équations régissant le transport du camphre, le champ de vitesse et la dynamique des nageurs sont :

$$\begin{cases} \partial_{\widetilde{t}}\widetilde{\Gamma} = \widetilde{\Delta}_{/\!/}\widetilde{\Gamma} - \bar{\alpha}\,\widetilde{\Gamma} + \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2\pi} \exp\left(-(\widetilde{\boldsymbol{r}} - \widetilde{\boldsymbol{R}}_{i})^{2}/2\right) \\ \widetilde{\boldsymbol{u}} = -M\,\widetilde{\boldsymbol{\nabla}}\widetilde{\Gamma} \\ \frac{\mathrm{d}\widetilde{\boldsymbol{R}}_{i}}{\mathrm{d}\widetilde{t}} = \langle \widetilde{\boldsymbol{u}} \rangle (\widetilde{\boldsymbol{R}}_{i}(\widetilde{t}), \widetilde{t}) \rangle. \end{cases}$$
(3.27)

où M est le nombre de Marangoni de l'écoulement qui compare le transport induit par les contraintes Marangoni au transport induit par diffusion et  $\bar{\alpha}$  compare le taux d'évaporation du camphre à la diffusion. La FIG. 3.19 montre un exemple de champ de concentration en camphre obtenu pour N = 25 nageurs avec les paramètres M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$ . Les nageurs ont qualitativement un comportement conforme à ce qui peut être observé expérimentalement. Lorsqu'ils sont éloignés de leurs voisins, ils se propulsent en ligne droite à la même vitesse que s'ils étaient seuls dans la cuve. Dès qu'ils s'approchent d'un autre nageur, des collisions similaires à celles étudiées en présence de deux nageurs seulement sont observées. Pour démarrer l'étude quantitative de leur comportement, commençons par une analyse lagrangienne du problème, qui va nous renseigner sur les propriétés de transport des nageurs interfaciaux numériques.



FIG. 3.19 – Exemple de champ de camphre obtenu par le modèle numérique. Les flèches blanches ont pour origine le centre des nageurs et indiquent par leurs directions et tailles les vecteurs vitesse de chacun des nageurs. N = 25, M = 44, 4 et  $\bar{\alpha} = 0, 13$ .

### 2.2.2 Propriétés de transport

Pour étudier les propriétés de transport des nageurs, j'ai commencé par une analyse lagrangienne, en traçant le déplacement quadratique moyen en fonction de la durée écoulée, et ce pour différents nombres de nageurs (FIG. 3.20a). Sur la figure, j'ai indiqué les valeurs de pentes 2 et 1, respectivement indicatives de régimes de transport balistiques et diffusifs. Pour tout nombre de nageurs compris entre 7 et 150, nous observons un régime balistique aux temps courts et diffusif aux temps longs. C'est aussi ce qui avait été observé expérimentalement [145] (voir FIG. 3.20b), sauf qu'un troisième régime de saturation du transport est également observé expérimentalement aux temps encore plus longs. Ce n'est pas le cas numériquement, ce qui n'est pas surprenant car expérimentalement il s'agissait d'une limitation causée par la taille finie de l'expérience, que nous ne retrouvons pas en raison des conditions aux limites périodiques choisies.



FIG. 3.20 – Déplacement quadratique moyen des nageurs interfaciaux, pour différents nombres de nageurs.

Pour caractériser l'influence du nombre de nageurs sur le transport, j'ai procédé à un ajustement du régime balistique en utilisant la relation  $\sigma_{msd}^2 = \tilde{v'}^2 \Delta \tilde{t}^2$  pour en extraire la vitesse caractéristique  $\tilde{v'}$ , et du régime diffusif par  $\sigma_{msd}^2 = 4\widetilde{D}_{\text{eff}}\Delta \tilde{t}$  pour en extraire le coefficient de diffusion effectif  $\widetilde{D}_{\text{eff}}$  des nageurs en fonction de leur nombre. Les résultats sont tracés sur la FIG. 3.21a.

La vitesse caractéristique du régime balistique  $\tilde{v'}$  est d'abord presque constante (très proche du nombre de Péclet pour le nageur unique) pour  $N \leq 30$  puis diminue d'autant plus rapidement que N augmente jusqu'à être nulle pour N = 190. Les paramètres sont pourtant tels que chacun des nageurs, s'il était seul, s'auto-propulserait (le coefficient Marangoni est plus grand que le seuil de nage  $M_c$ ). Les interactions entre les différents nageurs ont donc une énorme influence sur leur vitesse de propulsion. J'ai pu avoir accès aux données de [145], ce qui m'a permis d'extraire la vitesse caractéristique v' du régime balistique expérimental en fonction du nombre de nageurs (FIG. 3.21b). Nous observons le même comportement : v' est d'abord constant en régime dilué puis chute au-dessus d'un certain nombre de nageurs avant de saturer pour  $N \geq 30$ .

Pour comprendre l'origine de ce phénomène, présent à la fois expérimentalement et numériquement, j'ai tracé l'histogramme moyen de la norme du champ de vitesse du fluide numérique  $\|\tilde{\boldsymbol{u}}\|$  pour différents nombres de nageurs (FIG. 3.22). Pour N = 7 (ce qui est également le cas pour tout  $N \leq 30$ ), le maximum de probabilité du champ de vitesse du fluide correspond à  $\|\tilde{\boldsymbol{u}}\| = 0$ : la plupart du fluide est en fait au repos. Cela signifie que les



FIG. 3.21 – Analyse des propriétés de transport des nageurs interfaciaux. (a) Coefficients caractéristiques des régimes de transport en fonction du nombre de nageurs ( $\tilde{D}_{\text{eff}}$  et  $\tilde{v'}$  pour les régimes respectivement diffusifs et balistiques). Un ajustement de l'évolution de  $\tilde{D}_{\text{eff}}$  par une loi de puissance  $34 N^{-1,55}$  a été superposé en pointillés. La ligne rouge correspond au nombre de Péclet d'un nageur unique. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points. (b) Vitesse caractéristique du régime balistique expérimental en fonction du nombre de nageurs, d'après les données de [145]. Les barres d'incertitude sont de l'ordre de la taille des points.

sillages de camphre de chacun des nageurs ne recouvrent pas toute la surface. Aux temps courts, tout se passe donc pour les nageurs comme si chacun était seul, et la présence de voisins n'affecte pas la vitesse de nage. À partir de N = 45, le maximum de probabilité du champ de vitesse correspond à une vitesse d'autant plus grande que N augmente tandis que la probabilité de  $\|\tilde{u}\| = 0$  devient presque nulle. L'intégralité du fluide est donc en mouvement : il n'existe plus de zones où le camphre n'est pas présent. Les nageurs sont donc en permanence influencés par leurs voisins, et donc poussés dans des directions différentes. Ces réorientations fréquentes ont pour conséquence de faire diminuer la vitesse de propulsion moyenne des nageurs, c'est-à-dire  $\tilde{v'}$ . On comprend donc bien à la lueur des valeurs prises par le champ de vitesse Marangoni l'évolution de  $\tilde{v'}$  en fonction de N, qui est constant à faible nombre de nageur puis décroît. Nous reviendrons plus loin sur le fait que  $\tilde{v'}$  atteigne une valeur nulle pour  $N \ge 190$ .

Revenons à la FIG. 3.21a où le coefficient de diffusion effectif  $\widetilde{D}_{\text{eff}}$  a été ajusté par une loi de puissance  $34 N^{-1.55}$  qui décrit de façon satisfaisante les données, et sera confrontée à un modèle par la suite. Il n'est malheureusement pas possible de comparer cette courbe à l'expérience étant donné la difficulté à observer le régime diffusif. Qualitativement, cela est assez intuitif : plus les nageurs sont nombreux, plus les collisions et donc les réorientations sont fréquentes, ce qui résulte en un transport aux temps longs de moins en moins efficace quand le nombre de nageurs augmente. C'est d'ailleurs ce que supporte la FIG. 3.23, où est tracé le temps caractéristique  $\tilde{\tau}_{\text{eff}}$  auquel se produit la transition entre les deux régimes en fonction du nombre de nageurs. Celui-ci est défini comme le temps auquel se rejoignent les deux régimes asymptotiques à partir de l'équation :

$$\widetilde{v}^{\prime 2}\widetilde{\tau}_{\text{eff}}^2 = 4\widetilde{D}_{\text{eff}}\widetilde{\tau}_{\text{eff}} \,. \tag{3.28}$$



FIG. 3.22 – Histogrammes normalisés de la norme du champ de vitesse du fluide  $\|\tilde{u}\|$  pour différents nombres N de nageurs.

Cela montre donc que la transition entre régimes balistiques et diffusifs se fait d'autant plus rapidement que le nombre de nageurs est grand. Pour mieux comprendre quels sont les ingrédients physiques responsables de ces propriétés de transport, je propose maintenant une modélisation simple du problème.



FIG. 3.23 – Temps caractéristique  $\tilde{\tau}_{\text{eff}} = \tilde{D}_{\text{eff}}/\tilde{v'}^2$  de la transition entre régimes balistiques et diffusifs en fonction du nombre de nageurs. Un ajustement par une loi de puissance  $132 N^{-1,61}$  a été superposé en pointillés. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

#### 2.2.3 Modélisation du transport

En me servant de toutes les informations glanées lors de l'étude de ces simulations, j'ai essayé, à l'aide d'un modèle simple, d'expliquer les propriétés de transport des nageurs. J'ai choisi de fabriquer la trajectoire d'un nageur interfacial en utilisant différentes données obtenues précédemment au cours de ce manuscrit. Pour cela, j'ai modélisé la trajectoire du nageur par une alternance de phases de propulsion rectiligne entrecoupées de réorientations. Il s'agit d'un modèle de marche aléatoire persistante. Pour fabriquer une trajectoire, j'ai donc eu besoin de définir un libre-parcours moyen ainsi qu'une loi de réorientation.

Pour estimer un libre-parcours moyen, je me suis inspiré de la théorie cinétique des gaz. J'ai considéré qu'une interaction entre deux nageurs a lieu en moyenne chaque fois que le sillage chimique des nageurs a balayé toute l'aire de la boîte. En fixant le nombre de Marangoni, la vitesse des nageurs est connue grâce aux études sur la nage individuelle (FIG. 2.27). Il s'agit d'un bon choix pour l'étude de régimes dilués où les interactions entre nageurs sont rares et dans lesquels la vitesse de nage est essentiellement fixée par les propriétés individuelles des nageurs. À haute densité, cette description ne devrait donc plus être suffisante. En une durée  $\Delta \tilde{t}$ , j'ai donc considéré l'aire balayée par chaque nageur comme étant  $\tilde{L}_{\perp} \text{Pe}\Delta \tilde{t}$ , où  $\tilde{L}_{\perp}$  est la largeur (dans la direction transverse) du champ de camphre derrière le nageur lorsque celui-ci est en régime stationnaire, estimé à 0,8 sur la FIG. 2.28. En résumé, en un temps  $\Delta \tilde{t}$  chaque nageur balaie une surface  $\tilde{A}_1 = \tilde{L}_{\perp} \text{Pe}\Delta \tilde{t}$ . Ainsi, le temps entre deux collisions est donné par :

$$\widetilde{L}^2 = N \widetilde{L}_\perp \text{Pe}\Delta \widetilde{t}\,,\tag{3.29}$$

c'est-à-dire

$$\Delta \tilde{t} = \frac{\tilde{L}^2}{N\tilde{L}_\perp \text{Pe}} \,. \tag{3.30}$$

J'utilise enfin cette valeur pour obtenir un libre-parcours moyen :

$$LPM(N) = Pe\Delta \tilde{t} = \frac{\tilde{L}^2}{N\tilde{L}_{\perp}}.$$
(3.31)

Il reste maintenant pour terminer le modèle à définir une loi de réorientation pour le nageur à chaque collision. Pour cela, j'ai utilisé les résultats obtenus au chapitre 2. Pour simplifier, j'ai supposé que toutes les collisions sont symétriques, et suivent donc la loi donnée par la FIG. 2.32. Pour chaque collision, l'angle  $\Theta_i$  entre le nageur dont nous construisons la trajectoire et un autre nageur est tiré aléatoirement, selon une loi uniforme dans  $0 - 360^{\circ}$ . La réorientation induite lors de la collision pour la trajectoire d'intérêt est obtenue par interpolation linéaire de la FIG. 2.32, l'angle de réorientation étant ( $\Theta_f + \Theta_i$ )/2 pour chacun des nageurs. En itérant sur un grand nombre de phases de propulsion rectiligne à vitesse Pe sur une distance égale au libre-parcours moyen avec réorientation entre chacune, j'ai pu fabriquer des trajectoires dont j'ai ensuite extrait le déplacement quadratique moyen en fonction du nombre de nageurs (FIG. 3.24), l'intérêt étant bien sûr de comparer à la simulation elle-même (FIG. 3.20a).

Ce modèle simple permet de retrouver les deux régimes balistiques et diffusifs quel que soit le nombre de nageurs présent dans la simulation. Pour le régime balistique, la vitesse caractéristique ne dépend pas du nombre de nageurs, contrairement à ce qui est observé dans les simulations numériques. Ce résultat se comprend bien étant donné la



FIG. 3.24 – Déplacement quadratique moyen  $\sigma_{msd}^2$  des nageurs estimé par le modèle de marche aléatoire persistante pour différents nombres N de nageurs.

construction du modèle qui considère les phases de propulsion se faisant à la vitesse de nage du nageur comme s'il était isolé. Il n'y a donc pas de raison que le régime balistique soit différent en modifiant le nombre de nageurs. En revanche, le régime diffusif dépend du nombre de nageurs, et on voit d'ores et déjà que, comme dans la simulation, le coefficient caractéristique de la diffusion diminue avec le nombre de nageurs. Quantitativement, l'évolution est représentée sur la FIG. 3.25 et une loi de puissance d'expression  $165 N^{-1,03}$ a été superposée. Les valeurs du coefficient de diffusion effectif estimées ici sont du même ordre de grandeur que celles obtenues dans les simulations (FIG. 3.21a), mais la décroissance avec le nombre de nageurs est moins rapide  $(N^{-1.03}$  contre  $N^{-1.55})$ . Une tentative pour l'expliquer a été de prendre en compte une dépendance de  $L_{\perp}$  avec le nombre de nageurs. Cette extension transverse du nuage de camphre diminue a priori avec le nombre de nageurs à cause du recouvrement entre ceux émis par les différents nageurs, ce qui augmente (équation (3.31)) le libre-parcours moyen et mènerait donc à une décroissance encore moins rapide du coefficient de diffusion effective avec le nombre de nageurs. Une autre piste qui reste encore à explorer est que les collisions subies ne sont probablement plus uniquement des interactions à deux corps étant donné la forte densité de nageurs. La prise en compte de tels comportements pourrait aboutir à une dépendance différente en N de l'évolution du transport avec le nombre de nageurs, permettant peut-être de mieux modéliser les régimes denses.

Pour conclure sur cette modélisation, elle réussit à capturer qualitativement la phénoménologie du transport aux temps longs de nageurs interfaciaux. Dans le régime de densité modérée, cela montre que le transport est régi principalement par les interactions de paire entre nageurs.

Nous nous sommes pour le moment concentrés sur les propriétés de dynamique et de transport données par les régimes asymptotiques du déplacement quadratique moyen et plus particulièrement sur les densités modérées pour lesquelles une approche de type



FIG. 3.25 – Coefficient de diffusion effectif  $\tilde{D}_{\text{eff}}$  estimé par le modèle de trajectoires par morceaux aux temps longs. Un ajustement par une loi de puissance  $165 N^{-1,03}$  est superposé en pointillés. Les barres d'incertitude sont inférieures à la taille des points.

collision à deux particules est pertinente. Néanmoins, un autre élément observable sur ces courbes n'a pas encore été commenté : la présence aux échelles de temps intermédiaires d'oscillations pour les grands nombres de nageurs. C'est pourquoi nous allons maintenant nous intéresser plus précisément aux régimes de forte densité de nageur, et nous verrons que cela permet d'en apprendre davantage sur la structure du système.

#### 2.2.4 Comportement à grands nombres de nageurs

Pour mieux comprendre l'origine des oscillations observées sur la FIG. 3.20a, regardons l'évolution de la coordonnée  $\tilde{x}$  de quelques uns d'entre eux en fonction du temps, pour la simulation à N = 150 nageurs (FIG. 3.26a), dont un champ de concentration en camphre en régime stationnaire est donné à la FIG. 3.26b. La position des nageurs n'évolue en moyenne que très peu, mais ceux-ci bougent par contre autour de leur position, ce qui apparait comme des oscillations de fréquence bien définie sur la figure. En regardant le film correspondant à la simulation, les nageurs sont en fait comme piégés par leurs voisins : s'ils se déplacent vers le haut, une collision avec le voisin du dessus poussera une réorientation qui amènera le nageur vers le bas, et ainsi de suite. Aux temps longs, cela occasionne de très faibles déplacements, malgré une vitesse de propulsion non négligeable. C'est d'ailleurs cohérent avec la FIG. 3.21a qui montre que pour N = 150, le coefficient caractéristique  $\widetilde{v'}$  du régime balistique n'est pas très faible (environ la moitié de sa valeur pour N = 7), contrairement au coefficient de diffusion effectif qui lui est déjà 1 000 fois plus faible que pour N = 7. Pour adopter une analogie avec les systèmes thermodynamiques passifs, l'agitation (thermique) est importante mais le système commence à être « jammé » avec une dynamique de cage.

En augmentant encore le nombre de nageurs, nous avons vu que le coefficient caractéristique du régime balistique tombe à zéro pour  $N \ge 190$ . La FIG. 3.27 montre le champ de



FIG. 3.26 – Illustration de la dynamique des nageurs en régime dense. Le mouvement de chacun est très contraint par la présence de ses voisins. Cela explique les oscillations observées entre les régimes balistiques et diffusifs sur la FIG. 3.20a. (a) Position  $\tilde{x}$  de quatre nageurs au cours du temps dans une simulation pour laquelle N = 150. (b) Champ de concentration en camphre en régime stationnaire avec N = 150. Les flèches blanches indiquent la direction de chacun des nageurs.

concentration de camphre correspondant à l'état stationnaire pour N = 200. Les nageurs sont répartis dans l'espace de manière parfaitement organisée, leurs positions suivant un réseau hexagonal presque parfait. Le champ de concentration en camphre, beaucoup plus net que pour N = 150, traduit l'absence d'activité résiduelle des nageurs, qui n'étalent pas leur sillage par des mouvements rapides autour de leur position d'équilibre. Les nageurs interfaciaux passent donc dans le modèle numérique d'une phase désordonnée à une phase ordonnée lorsque la densité de nageurs augmente. Par la suite, je me suis intéressé plus précisément à cette transition.



FIG. 3.27 – Champ de concentration en camp<br/>hre pour  ${\cal N}=200$  nageurs. Le système est dans un état complètement crist<br/>allisé.

#### 2.2.5 Transition de phase

Étant donné l'arrangement hexagonal des nageurs dans la phase ordonnée, nous avons défini un paramètre d'ordre orientationnel hexagonal pour décrire les caractéristiques de cette transition. Ce paramètre, noté  $\Psi_6$ , est défini pour chaque nageur *i* par :

$$\Psi_{6,i} = \frac{1}{6} \sum_{j \in n_i} \exp(6i\Theta_{i,j})$$
(3.32)

où  $n_i$  est l'ensemble des six plus proches voisins du nageur i et  $\Theta_{i,j}$  est l'angle entre le vecteur allant du nageur i au nageur j et l'axe x [152]. Pour prendre en compte les conditions aux limites périodiques, les six plus proches voisins n'ont pas été cherchés uniquement dans la boîte de simulation mais également dans les 8 boîtes identiques qui l'entourent. En moyennant  $\Psi_{6,i}$  sur 2000 nageurs (pris à différents instants de l'état stationnaire), j'ai obtenu l'évolution du paramètre d'ordre hexagonal  $\Psi_6 = \left|\sum_{i=1}^{2000} \Psi_{6,i}\right|/2000$  en fonction du nombre de nageurs (FIG. 3.28).  $\Psi_6 = 0$  correspond à une absence d'ordre dans le système (les angles des voisins sont aléatoires) tandis que  $\Psi_6 = 1$  correspond à un arrangement hexagonal parfait des nageurs. Le système est donc totalement désordonné jusqu'à N = 150, nombre à partir duquel l'ordre commence à apparaître et augmente brutalement jusqu'à un système que l'on considérera complètement ordonné dès que  $\Psi_6 > 0, 8$  [152], soit autour de N > 170.



FIG. 3.28 – Paramètre d'ordre hexagonal  $\Psi_6$  en fonction du nombre de nageurs.  $\Psi_6 = 0$  correspond à une absence d'ordre dans le système tandis que  $\Psi_6 = 1$  correspond à un arrangement hexagonal parfait des nageurs.

Même si on pourrait attendre que  $\Psi_6$  atteigne la valeur de 1 pour les grands nombres de nageurs, il n'en est rien. En effet, sa valeur sature aux alentours de 0,95, preuve que le système n'est pas parfaitement ordonné. En s'intéressant à l'évolution de  $\Psi_6$  au cours du temps pour N = 200, un régime stationnaire est pourtant déjà atteint depuis longtemps. Les nageurs sont immobiles, et le système n'atteindra *a priori* jamais un état complètement ordonné. Les défauts d'organisation du système sont visibles sur la FIG. 3.27 dans la partie centrale basse de l'image. Une hypothèse sur l'origine de la persistance de ces défauts est qu'il pourrait s'agir d'une conséquence de la périodicité de la boîte ne permettant pas un arrangement régulier dans les deux directions simultanément pour le nombre de nageurs utilisé.

Ce système actif montre ainsi une transition de phase vers un ordre orientationel voire cristallin à haute densité. Cela est qualitativement analogue à ce qu'on peut attendre pour un système thermodynamique à l'équilibre, comme cela a par exemple été étudié dans les systèmes colloïdaux bidimensionnels répulsifs. Il s'agit donc déjà d'un résultat remarquable compte tenu du fait que nous considérons ici un système hors-équilibre et dont le mouvement des particules est athermique. Une transition liquide/hexatique avait déjà été rapportée numériquement dans un système bidimensionnel de particules actives browniennes [153], mais pas à notre connaissance pour des particules actives athermiques. C'est pourquoi nous avons entamé une comparaison plus poussée entre cette transition active et la transition thermodynamique classique entre une phase liquide et une phase hexatique, voire une phase cristalline. Dans ce contexte, l'utilisation du paramètre d'ordre  $\Psi_6$  permet une visualisation simple de l'apparition d'ordre dans le système. Néanmoins, le paramètre canonique pour étudier la transition de phase pour des systèmes à l'équilibre est la fonction d'autocorrélation de  $\Psi_{6,i}$ , définie comme [154] :

$$g_{6}(\Delta t) = \Re\left(\frac{\langle \Psi_{6,i}(t_{0} + \Delta t) \cdot \Psi_{6,i}^{*}(t_{0}) \rangle_{t_{0},i}}{\langle |\Psi_{6,i}|^{2} \rangle_{t_{0},i}}\right)$$
(3.33)

où  $\langle \cdot \rangle_{t_0,i}$  est une moyenne d'ensemble sur toutes les particules ainsi que les instants initiaux. Dans les systèmes à l'équilibre,  $g_6$  possède un certain nombre de comportements bien identifiés. Aux temps longs,  $g_6(t)$  tend vers une constante pour une phase cristalline. Pour une phase hexatique, il varie comme  $\Delta t^{-\eta_6/2}$  où  $0 < \eta_6 < 1/4$  [155]. En particulier,  $\eta_6 = 1/4$  à la transition hexatique/liquide [156]. Enfin, dans la phase liquide  $g_6(\Delta t)$  décroit exponentiellement [154]. La FIG. 3.29 représente la fonction  $g_6$  obtenue pour différents nombres de nageurs au cours des régimes stationnaires repérés grâce à l'évolution temporelle de  $\Psi_6$ . En échelle logarithmique, la loi de puissance caractéristique aux temps longs de la phase hexatique devrait apparaitre linéairement. Il semble que ce soit le cas autour de N = 160, courbe à laquelle la pente -1/8 caractéristique de la transition de phase hexatique/liquide a été superposée. La courbe a une dérivée légèrement plus grande, suggérant que la transition de phase se produit pour un nombre de nageurs légèrement plus grand que 160. Pour N = 140 et N = 150, le système est en phase liquide tandis que pour N = 180 il s'approche d'une phase cristalline, obtenue pour N = 200 (qui n'a pas été tracée pour favoriser la lisibilité).

Dans notre modèle numérique de système actif, nous avons mis en évidence une transition de phase vers un état ordonné statique. Les premières caractérisations effectuées semblent montrer une très forte analogie avec la transition hexatique des systèmes bidimensionnels à l'équilibre. Il serait intéressant dans le futur de poursuivre l'exploration de



FIG. 3.29 – Fonction d'autocorrélation  $g_6(t)$  du paramètre d'ordre  $\Psi_6$  pour différents nombres de nageurs en échelle logarithmique.

cette analogie, par exemple pour faire des liens entre les paramètres classiques (température, densité, répulsion entre particules) et les paramètres des systèmes actifs.

Nous allons maintenant finir l'étude des comportements multi-nageurs en revenant sur les observations expérimentales ayant été faites dans la littérature pour souligner les points de correspondance ou de divergence avec le modèle numérique.

#### 2.2.6 Comportements collectifs expérimentaux

Pour les nageurs fabriqués à partir d'une matrice de gel comme les nôtres, voici ce qui a été observé.

Nous avons déjà parlé du régime dilué, qui est qualitativement proche entre expérience et numérique : le mouvement des nageurs est une alternance de phases de propulsion rectilignes et de réorientation en raison d'interactions avec les autres nageurs. Quantitativement, la comparaison est difficile à faire par manque de données expérimentales. En effet, l'accès au coefficient de diffusion effectif à temps long est compliqué à cause de la saturation rapide du transport par la taille finie de l'expérience. Les collisions binaires sont complexes à caractériser en raison de la difficulté de forcer les paramètres d'impact.

Considérons maintenant le comportement à plus haute densité, et les phénomènes d'organisation ou de dynamique collective. D'un point de vue expérimental, un comportement intermittent a été observé au-delà d'un certain nombre de nageurs dépendant de la profondeur d'eau et de la surface accessible [146,157]. D'abord tous immobiles pendant plusieurs secondes, l'un des nageurs commence à se mettre en mouvement, et produit en cascade le mouvement des autres nageurs jusqu'à ce que le système retrouve quelques secondes plus tard un autre état d'équilibre, lui aussi instable. En traçant l'évolution de la vitesse moyenne des nageurs en fonctions du temps, ces oscillations sont très visibles (voir FIG. 3.30a [146]). Dans le modèle numérique, à toutes les densités, les nageurs sont en régime de propulsion « continue », c'est-à-dire sans bouffées d'activité. Seul le degré d'activité varie avec le nombre de nageurs (voir FIG. 3.30b). Plusieurs hypothèses peuvent être formulées pour l'expliquer.



FIG. 3.30 – Évolution de la vitesse moyenne des nageurs au cours du temps. (a) Résultats expérimentaux [146]. Des pics d'activités entrecoupés de phases d'équilibre sont observés. (b) Résultats du modèle numérique. L'activité dépend du nombre de nageurs mais aucun pic n'est observé.

La première est l'absence de saturation en camphre de l'interface dans les simulations. En effet, la loi de pression de type gaz parfait utilisée pour obtenir les gradients de tension de surface en fonction de ceux de camphre n'est vraie que pour de faibles concentrations en camphre, ce qui n'est sans doute plus le cas dans ce régime pour lequel une densité de nageur plus importante est utilisée et où, par exemple, un fort recouvrement des zones couvertes par le camphre émis par chacun des nageurs est attendu. Pour le vérifier, j'ai implémenté une saturation de l'interface en remplaçant le coefficient A apparaissant dans l'équation

$$\boldsymbol{u} = -A\boldsymbol{\nabla}\Gamma\tag{3.34}$$

par un terme de la forme  $A/(1+\langle\Gamma\rangle/\Gamma_0)$  où la moyenne est spatiale et  $\Gamma_0$  est une constante permettant de moduler l'importance de la saturation. L'objectif était de pouvoir faire diminuer l'amplitude des écoulements lorsque la concentration de camphre est forte, mais cela n'a pas permis d'observer un régime intermittent. Il s'agit là d'un premier test prenant en compte une saturation moyenne de l'interface. Il pourrait être intéressant de tester l'influence d'une saturation locale.

L'autre possibilité peut, comme déjà évoqué, provenir de la différence de conditions aux limites : expérimentalement, un nageur ne peut fuir ses voisins sans se retrouver bloqué par les bords. Les conditions aux limites périodiques offrent une plus grande liberté, permettant peut-être d'empêcher l'existence d'un régime intermittent.

Enfin, en continuant à augmenter le nombre de nageurs au-delà du régime intermittent, le système expérimental cristallise totalement [158] et les nageurs interfaciaux ne sont plus capables de se propulser, comme c'est le cas numériquement. Pour le moment, les propriétés de cette phase et la transition associée n'ont que très peu été caractérisées. Une cellule de surface variable, telle une cuve de Langmuir, pourrait permettre d'explorer la transition en s'affranchissant de l'évolution temporelle –lente mais continue– de l'activité du système. Dans tous les cas, la présence du régime intermittent est sans doute une complication mais il serait néanmoins intéressant de regarder l'évolution de paramètres d'ordre orientationnels dans le système.

#### 2.2.7 Corrélation spatio-temporelle

Jusqu'à présent, nous avons discuté les propriétés structurelles de nos systèmes ou leurs propriétés dynamiques via des considérations globales comme le déplacement quadratique moyen. Nous allons maintenant terminer avec une dernière facette autour des comportements multi-échelles. En effet, l'étude expérimentale de la dynamique des nageurs interfaciaux a également révélé une surprenante signature turbulente [145], qui n'est pas sans rappeler la signature turbulente obtenue lors de la caractérisation multi-échelles des champs de concentration en bulles de verre (FIG. 3.15). Pour étudier le comportement multi-échelles des nageurs interfaciaux, j'ai réalisé une étude Eulérienne de leur dynamique. Une possibilité est de tracer la fonction de structure d'ordre 2, définie comme :

$$S_2^{\#}(r) = \left\langle \left\| \frac{\left[ \boldsymbol{v}_i(t) - \boldsymbol{v}_j(t) \right] \cdot \boldsymbol{r}_{ij}}{r_{ij}} \right\|^2 \right\rangle, \qquad (3.35)$$

où r est un intervalle (« bin ») de l'espace, et où la moyenne est prise à tout temps sur les paires de nageurs dont la distance  $r_{ij}$  est dans r. La FIG. 3.31a représente les résultats obtenus pour la vitesse des nageurs dans le cadre du modèle numérique tandis que la FIG. 3.31b reproduit le résultat expérimental de [145], à la fois pour le champ de vitesse du fluide et pour les vitesses des particules dans le régime intermittent (N = 30). Sur la FIG. 3.31b, la pente en  $r^{2/3}$  observée pour la fonction de structure de la vitesse des nageurs est caractéristique des prédictions de Kolmogorov de la turbulence. Cette pente caractéristique n'est pas observée sur la FIG. 3.31a, preuve que la dynamique des nageurs du modèle numérique ne contient, comme on aurait pu s'y attendre, pas de signature turbulente. En effet, les écoulements Marangoni obtenus par le modèle numérique sont purement potentiels alors que de la vorticité est présente dans les écoulements expérimentaux. Cette simplification limite la complexité des écoulements, et explique probablement l'absence de signature turbulente.

Ici s'achève cette partie sur les comportements collectifs et le transport d'une assemblée de nageurs interfaciaux. Nous avons vu que le modèle permet de reproduire certains comportements, notamment les régimes balistiques et diffusifs du transport. En modifiant le nombre de nageurs, le système numérique observe une transition de phase liquide/hexatique, où l'organisation des nageurs est semblable au régime de cristallisation connu expérimentalement. Les seules caractéristiques que ne reproduit pas qualitative-



FIG. 3.31 – Fonctions de structure d'ordre 2 de la vitesse des nageurs. Sur la figure (b), les carrés bleus concernent la vitesse des nageurs et les cercles rouges le champ de vitesse du fluide.

ment le modèle numérique sont la présence d'une signature turbulente dans la dynamique des nageurs et l'existence d'un régime intermittent. Étant donné les multiples ressemblances entre expérience et modèle numérique que nous venons de résumer, la suite logique est d'ajouter la présence de « bulles de verre », ou plus généralement de traceurs dans les simulations, afin de voir à quel point les propriétés de dispersion de particules par l'écoulement généré par les nageurs peuvent elles aussi être reproduites par ces simulations.

## 2.3 Dispersion numérique d'un scalaire passif

#### 2.3.1 Motivations et implémentation

**Motivations** Grâce aux travaux expérimentaux réalisés et aux modélisations qui en ont découlé, nous avons obtenu plusieurs résultats sur la dispersion de bulles de verre que je souhaite comparer au modèle numérique que j'ai implémenté pour une situation analogue. L'intérêt n'est ici pas de comparer directement modélisation numérique et réalité puisqu'il est clair que nous n'attendons pas de correspondance exacte. Les hypothèses faites, nécessaires pour assurer la solubilité numérique du système, imposent des simplifications probablement trop fortes et des régimes différents des expériences (hypothèse de lubrification, conditions aux limites périodiques) pour que ce soit le cas. En revanche, l'avantage du modèle numérique est que nous le connaissons parfaitement, puisque nous maitrisons chacun des éléments que nous avons choisi d'y intégrer, et pouvons jouer sur tous les paramètres qui nous semblent pertinents, ce qui n'est pas le cas dans l'expérience. Cela ouvre donc un vaste terrain d'explorations, permettant de voir quels comportements similaires peuvent ou non être obtenus dans les hypothèses de ce modèle. L'objectif est d'en apprendre plus sur les ingrédients physiques minimums utiles pour voir apparaître tel ou tel phénomène. De plus, le numérique possède un autre avantage non négligeable, qui est celui de permettre l'accès à toutes les données du problème à chaque instant. Ainsi, nous disposons du champ de concentration en camphre et du champ de vitesse Marangoni qui en découle, ce qui n'est expérimentalement pas possible. Cela nous permettra d'étudier des observables inaccessibles expérimentalement, ce qui apporte une vraie valeur ajoutée à l'utilisation du numérique.

**Implémentation** Nous avons à ce stade une implémentation du modèle numérique permettant de simuler un nombre N de nageurs interfaciaux. Il reste à incorporer les « bulles de verre », ou pour rester général, le scalaire passif que l'on souhaite faire évoluer dans cet environnement. Le choix naturel consiste à traiter le scalaire de manière similaire au camphre, c'est-à-dire comme un champ, noté  $C_{\rm bg}$ . En considérant que la dynamique du scalaire est régie par son advection par l'écoulement Marangoni  $\boldsymbol{u}$  ainsi que par sa propre diffusion de coefficient  $D_{\rm bg}$ , l'équation d'évolution de ce champ est une équation d'advection-diffusion classique :

$$\partial_t C_{\rm bg} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\boldsymbol{u} C_{\rm bg}) = D_{\rm bg} \Delta C_{\rm bg}$$
 (3.36)

ou sous forme adimensionnée :

$$\partial_{\widetilde{t}}\widetilde{C}_{\rm bg} + \widetilde{\boldsymbol{\nabla}} \cdot \left(\widetilde{\boldsymbol{u}}\widetilde{C}_{\rm bg}\right) = \overline{D}_{\rm bg}\widetilde{\Delta}\widetilde{C}_{\rm bg} \tag{3.37}$$

où  $\overline{D}_{bg} = D_{bg}/D$  est un nombre sans dimension comparant le coefficient de diffusion des bulles de verre à celui du camphre. Cette équation pourrait être résolue de manière spectrale comme celle du champ de camphre. Cependant, il s'avère que cette équation est numériquement hautement instable contrairement à la précédente en raison des valeurs très faibles choisies pour  $\overline{D}_{bg}$ . En effet, l'équation est presque hyperbolique ce qui fait que les erreurs numériques bien que faibles sont advectées et s'accumulent dans le système au lieu d'être lissées par le terme de diffusion. Utiliser cette équation n'est pas impossible, mais nécessiterait une grande résolution et des techniques numériques dédiées, ce qui rendrait les simulations très lentes.

C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser une toute autre approche, et de ne pas considérer le scalaire comme un champ mais plutôt de simuler la dynamique individuelle d'un grand nombre de traceurs. Dans l'ensemble des simulations de ce projet, j'ai ainsi simulé la dynamique d'un nombre  $N_{bg} = 10\,000$  traceurs (indexés j) par le couple d'équations (écrites ici pour la coordonnée x, le traitement étant le même sur y) :

$$\begin{cases} \widetilde{V}_{x,j} = \widetilde{u}_x(\widetilde{Z}_j, t) + \xi \sqrt{2\overline{D}_{bg}/\widetilde{dt}} \\ \frac{\mathrm{d}\widetilde{X}_j}{\mathrm{d}\widetilde{t}} = \widetilde{V}_{x,j} \end{cases}$$
(3.38)

où  $\widetilde{Z}_j = (\widetilde{X}_j, \widetilde{Y}_j)$  est la position du j-ème traceur,  $\widetilde{dt}$  le pas de temps adimensionné et  $\xi$  est un nombre tiré aléatoirement à chaque pas de temps dans une loi normale de moyenne

nulle et de variance 1. Les  $N_{\rm bg}$  bulles de verre sont initialisées à des positions aléatoires dans la boîte et avec une vitesse nulle. L'évolution temporelle de ce système d'équation est calculée comme pour toutes les autres grandeurs par la méthode d'Adams-Bashforth d'ordre 2. Pour l'ensemble des simulations, le coefficient de diffusion des bulles de verre a été choisi plus faible que celui du camphre, ce dernier modélisant à la fois l'auto-advection ainsi que la diffusion. Ainsi, une valeur  $\overline{D}_{\rm bg} = 1 \times 10^{-3}$  sera utilisée dans l'ensemble du manuscrit. Celle-ci a été choisie de manière à ce que le transport des bulles de verre soit dominé par son advection par l'écoulement.

Bien que nous ayons vu que simuler un champ de bulles de verre n'est pas possible, il est tentant d'en obtenir un tout de même afin de permettre la comparaison aux résultats expérimentaux. Pour cela, nous avons décidé de donner une extension spatiale à chacun des traceurs, et de considérer la superposition de l'ensemble comme le champ de bulles de verre<sup>5</sup>. L'extension spatiale des bulles de verre a été en pratique modélisée par une gaussienne d'extension spatiale, fixée de sorte que les bulles de verre forment une monocouche couvrant toute la surface, c'est-à-dire solution de l'équation :

$$N_{\rm bg}\pi\bar{\sigma}_{\rm bg}^2 = \tilde{L}^2 \tag{3.39}$$

où  $\bar{\sigma}_{\rm bg} = \sigma_{\rm bg}/\sigma$  est l'extension spatiale des bulles de verre adimensionnée. Avec les valeurs données préalablement,  $\bar{\sigma}_{\rm bg} = 0,36$ . Cela correspond à des bulles de verre bien plus étendues qu'expérimentalement. Connaissant les positions  $\widetilde{Z}_j$  de chacun des traceurs, le champ de concentration en bulles de verre associé s'écrit donc :

$$\widetilde{C}_{\rm bg} = \sum_{j=1}^{N_{\rm bg}} \frac{1}{2\pi\overline{\sigma}_{\rm bg}^2} \exp\left(-\frac{\left(\widetilde{\boldsymbol{r}} - \widetilde{\boldsymbol{Z}}_j\right)^2}{2\overline{\sigma}_{\rm bg}^2}\right).$$
(3.40)

En FIG. 3.32 sont représentés deux champs de concentration typiques en camphre et en bulles de verre obtenus par la simulation du modèle numérique dont nous venons de compléter la description. Les disques blancs représentent les nageurs et les flèches blanches indiquent la direction de nage. En comparant les deux figures côte à côte, il apparait que les zones de déplétion en bulles de verre (dont deux ont été matérialisées par des ellipses) correspondent aux zones où la concentration en camphre est élevée. Le champ de concentration en camphre ne peut être mis en regard des expériences puisqu'il ne s'agit pas d'une observable accessible. En revanche, le champ de concentration en bulles de verre peut, lui, être analysé pour le comparer aux mesures expérimentales. Qualitativement, celui-ci présente des similarités avec ceux obtenus expérimentalement puisqu'on peut observer des zones de déplétion derrière les nageurs et des fronts d'accumulation en bulles de verre autour de la zone de déplétion, et principalement devant. Par contre, les bulles de verre

<sup>5.</sup> Une approche alternative aurait été de définir un réseau régulier de points et de leur affecter comme densité le nombre de particules présentes dans leur aire d'influence, divisé par l'aire en question. L'avantage de la méthode choisie est d'obtenir un champ continu.

sont beaucoup plus concentrées dans les zones d'accumulation qu'expérimentalement, ce qui résulte en de vastes espaces vides de bulles de verre même en dehors des zones très concentrées en camphre. Il s'agit à la fois d'un effet de la très faible diffusivité intrinsèque des bulles de verre choisie ici, qui n'influence que peu leur dynamique, et de l'absence d'interactions entre bulles de verre. Expérimentalement, il existe *a priori* une pression granulaire les empêchant d'atteindre localement de très fortes concentrations, ce qui n'a pas été implémenté dans le modèle numérique et pourrait expliquer cette différence.



(a) Champ de concentration en camphre  $\overline{\Gamma}$ .

(b) Champ de concentration en bulles de verre  $\hat{C}_{bg}$ . Les ellipses indiquent deux zones de déplétion, le rectangle un front d'accumulation.

FIG. 3.32 – Champs de concentration au même instant pour une simulation de 15 nageurs, avec  $\bar{\alpha} = 0, 13, \ \overline{D}_{bg} = 10^{-3}, \ \overline{\sigma}_{bg} = 0.36 \text{ et } N_{bg} = 10^4.$ 

Pour pousser la comparaison, je vais désormais reproduire sur les champs numériques de bulles de verre les mêmes analyses que celles effectuées sur les données expérimentales, en discutant particulièrement les différences observées.

#### 2.3.2 Caractérisation globale du mélange

Étant en mesure d'obtenir à chaque pas de temps le champ de concentration en bulles de verre grâce à la position de chacune (équation (3.40)), j'ai commencé par observer l'évolution de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre en fonction du temps (FIG. 3.33). À l'instant initial, l'écart-type est proche de zéro, contrairement aux expériences où il était maximal (FIG. 3.9). Il ne s'agit que d'un effet des conditions initiales qui sont différentes, les bulles de verre étant déposées de façon localisée au centre de la cuve dans les expériences tandis qu'elles sont ici réparties aléatoirement.

L'écart-type augmente d'abord rapidement (jusqu'à  $\tilde{t} = 50$ ) puis se stabilise autour de valeurs constantes de l'ordre de la dizaine malgré de grandes fluctuations. Le fait que l'écart-type soit constant à une valeur non nulle indique, comme expérimentalement, l'existence d'un état stationnaire de mélange imparfait. J'ai vérifié que les conditions initiales n'influent pas sur celui-ci : la seule influence qu'a l'initialisation des bulles de



FIG. 3.33 – Évolution de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre en fonction du temps pour différents nombres de nageurs.

verre de manière localisée au centre de la cuve est une augmentation de la durée du régime transitoire, et donc du temps de simulation nécessaire. C'est pourquoi j'ai préféré utiliser un état initial aléatoire menant, en raison du grand nombre de bulles de verre, à un champ initial presque homogène.

Comme expérimentalement, il est possible de faire varier le nombre de nageurs présents dans la simulation et de regarder l'influence sur la valeur d'écart-type  $\tilde{C}_{std}^{\infty}$  atteinte lors de l'état stationnaire. Le résultat est tracé en FIG. 3.34. Pour rappel, la taille  $\tilde{L}$  de la boîte de simulation a été choisie pour qu'un nageur numérique occupe la même fraction surfacique de l'espace qu'un nageur expérimental de rayon 2,5 mm dans la cuve utilisée pour les expériences de dispersion de bulles de verre afin de pouvoir comparer directement les nombres de nageurs. Pour  $N \leq 50$ ,  $\tilde{C}_{std}^{\infty}$  augmente avec N avant de saturer à une valeur de l'ordre de  $17\langle \tilde{C} \rangle$  puis de rediminuer légèrement. Cette tendance est très similaire aux expériences (FIG. 3.11a), à part les valeurs obtenues qui sont quelques fois plus grandes. C'est probablement la conséquence de l'étalement beaucoup plus faible des bulles de verre qu'expérimentalement : au lieu que la majorité de la surface soit à la concentration moyenne, la majorité de la surface est ici de concentration nulle et les zones d'accumulation sont très concentrées.

L'existence d'un état stationnaire de mélange imparfait implique, comme expérimentalement, la présence d'un mécanisme de démélange. En suivant la même approche, je me suis intéressé au champ de concentration en bulles de verre autour des nageurs.

#### 2.3.3 Autour du nageur

Le champ de concentration moyen en bulles de verre autour d'un nageur est obtenu comme expérimentalement, en effectuant une moyenne cohérente sur 2000 images de nageurs choisies pendant l'état stationnaire. Toujours dans le cas de référence de 15 nageurs, le résultat est tracé en FIG. 3.35. Le nageur est représenté par un disque blanc et se déplace vers la droite. Qualitativement, on retrouve bien (malgré la granularité), comme



FIG. 3.34 – Évolution de l'écart-type du champ de concentration en bulles de verre atteint en régime stationnaire obtenu par le modèle numérique en fonction du nombre de nageurs présents dans la simulation.

pressenti à la vue de la FIG. 3.32b, les deux principales caractéristiques observées expérimentalement : l'existence d'une zone de déplétion et d'un front d'accumulation en bulles de verre devant le nageur. La granularité semble liée à la plus grande variance des champs de concentration utilisés, ce qui demanderait une encore plus grande statistique pour faire disparaitre les fluctuations dans la concentration loin du nageur.



FIG. 3.35 – Champ de concentration moyen en bulles de verre autour d'un nageur obtenu par le modèle numérique lorsque le régime stationnaire est atteint, normalisé par la concentration moyenne en bulles de verre dans la cuve.

Quantitativement, cela semble également similaire. L'ordre de grandeur du maximum de concentration atteint dans le front d'accumulation est le même, de l'ordre de quelques fois la concentration moyenne en bulles de verre dans la cuve. J'ai également regardé l'évolution de l'aire de la zone déplétée en fonction du nombre de nageurs (FIG. 3.36). Pour cela, j'ai considéré l'aire de déplétion comme étant l'ensemble des zones où  $\tilde{C}_{\rm bg} \leq \langle \tilde{C}_{\rm bg} \rangle/2$ . En pointillés rouges, j'ai superposé un ajustement des données par une loi de puissance. Cet ajustement indique que l'aire de la zone de déplétion varie comme  $N^{-0,34}$  contre  $N^{-0,76}$  expérimentalement. La surface des zones de déplétion diminue donc plus lentement avec le modèle numérique qu'expérimentalement.


FIG. 3.36 – Évolution de l'aire de la zone déplétée du champ de concentration moyen en bulles de verre obtenu par le modèle numérique en fonction du nombre de nageurs. En pointillés, un ajustement par une loi de puissance  $\tilde{A}_d = \tilde{A}_d^{(1)} N^{-0,34}$  avec  $\tilde{A}_d^{(1)} = 828$ .

Bien que les hypothèses choisies aient des différences significatives avec les conditions expérimentales et en dépit de sa simplicité, le modèle numérique permet jusqu'ici de retrouver les caractéristiques essentielles du système expérimental tout en apportant des informations complémentaires telles que la connaissance du champ de concentration en camphre qu'il sera intéressant d'exploiter par la suite, par exemple pour mieux comprendre la dynamique expérimentale des bulles de verre. Pour terminer cette partie de comparaison directe entre résultats du modèle et expérience, je me suis intéressé aux comportements multi-échelles en traçant le spectre du champ de concentration en bulles de verre.

#### 2.3.4 Caractérisation multi-échelles

Le spectre moyen du champ de concentration en bulles de verre en fonction du nombre d'onde pour différents nombres de nageurs N est tracé en FIG. 3.37. J'ai également indiqué une pente de  $\tilde{k}^{-5/3}$  pour faciliter la comparaison à l'expérience (FIG. 3.15) qui faisait apparaitre cette pente caractéristique des prévisions de Kolmogorov pour les écoulements turbulents. Les spectres numériques montrent qu'il existe moins de structures aux petites échelles lorsque le nombre de nageurs est faible (N = 7), ce qui est assez intuitif puisque chacun des nageurs est à l'origine de la création de telles structures (fronts d'accumulation). Enfin, les spectres ne font ici apparaitre aucune signature turbulente (régime en  $\tilde{k}^{-5/3}$ ), ce qui constitue la majeure différence entre ce modèle et les expériences. Ce n'est toutefois pas surprenant puisque le modèle numérique utilise des équations linéaires, et que la signature turbulente n'était pas non plus présente dans l'étude de la dynamique des nageurs. D'autre part, vu que la granularité des champs de bulles de verre numériques est beaucoup plus prononcée avec l'existence d'ilots et de structures filamenteuses, cela pouvait laisser anticiper que le spectre spatial serait de toute manière différent.



FIG. 3.37 – Spectre de puissance moyen du champ de concentration en bulles de verre obtenu par le modèle numérique en fonction du nombre d'onde, pour différents nombres de nageurs.

En conclusion de ces comparaisons, le modèle permet de retrouver de façon presque étonnamment fidèle la plupart des caractéristiques de la dispersion de traceurs en présence de nageurs interfaciaux : existence d'un état stationnaire de mélange imparfait, effet du nombre de nageurs sur la valeur de l'écart-type, existence de zones de déplétion et d'accumulation... La principale différence avec les expériences est la disparition de la signature turbulente lors de l'étude multi-échelles du champ de concentration, peu surprenante, puisque pas non plus présente dans la dynamique des nageurs. C'est dans les expériences que l'existence de cette signature turbulente est étonnante, l'écoulement généré par les nageurs n'étant lui-même pas turbulent. L'absence de cette signature ici permet de diminuer la liste des origines possibles de cette "turbulence active", les ingrédients incorporés ici ne permettant pas de la faire émerger. Il faudrait probablement rajouter un couplage non-linéaire au modèle pour que cela puisse être le cas.

Comme annoncé dans la partie Motivations, l'intérêt d'utiliser un modèle numérique vient du fait qu'il permet d'accéder à de nouvelles observables afin de compléter l'étude. Nous allons maintenant voir que cela permet, par exemple, de quantifier le transport individuel des bulles de verre, ce qui n'est pas possible expérimentalement.

#### 2.3.5 Transport des bulles de verre

J'ai d'abord perçu le fait de ne pouvoir simuler les bulles de verre comme un champ comme une contrainte, m'éloignant de la possibilité de mettre en regard mélange de bulles de verre numérique et expérimentale. J'ai par la suite réalisé qu'il s'agissait en fait d'une chance : contourner le problème en simulant chaque traceur individuellement m'a permis d'avoir accès aux trajectoires de chacun, ce qui n'est pas possible expérimentalement. En effet, il est matériellement difficile d'obtenir une résolution suffisante sur une région d'intérêt aussi grande tout en conservant une fréquence d'acquisition satisfaisante. L'étude lagrangienne du comportement de traceurs s'inscrit plus généralement dans une problématique globale de transport et de dynamique d'objets passifs dans un bain actif. Cela concerne par exemple les questions de transport de nutriments au sein d'une colonie de bio-organismes nageurs dont nous avons déjà parlé, ou encore des questions plus fondamentales de physique statistique hors équilibre (définition d'une température effective, observation de comportements singuliers).

En utilisant les trajectoires de chacun des nageurs, j'ai pu étudier les traceurs non plus selon le point de vue eulérien, mais cette fois lagrangien. Ainsi, les informations connues ne concernent plus seulement la dispersion des traceurs en présence de nageurs interfaciaux, mais également leur transport. Intrinsèquement, la dynamique des bulles de verre est par construction diffusive en l'absence d'écoulement, de coefficient  $\overline{D}_{bg}$ . Toute déviation dans les propriétés de transport en présence de nageurs interfaciaux, et plus précisément des écoulements qu'ils génèrent, peut donc être interprétée comme une conséquence de la présence des nageurs. J'ai tout d'abord tracé le déplacement quadratique moyen des bulles de verre en fonction de la durée  $\Delta \tilde{t}$ . Pour différents nombres de nageurs, les résultats obtenus sont tracés sur la FIG. 3.38. Aux temps courts ( $\Delta \tilde{t} < 1$ ), le transport des nageurs ne dépend que peu du nombre de nageurs. Le régime de transport est balistique, avec des vitesses caractéristiques légèrement inférieures à celles des nageurs. Aux temps plus longs ( $\Delta t > 30$ ), on observe grâce à la pente indicative tracée sur la figure que, peu importe le nombre de nageurs, le déplacement quadratique moyen est proportionnel au temps. Cette pente est caractéristique d'un régime diffusif, où la distance parcourue par un nageur en un temps  $\Delta \tilde{t}$  peut s'écrire  $\sqrt{\sigma_{msd}^2}(\Delta \tilde{t}) = \sqrt{4\widetilde{D}_{\text{eff,bg}}}\Delta \tilde{t}$ , le facteur 4 provenant de la bidimensionnalité du système. Aux temps longs, le régime diffusif intrinsèque aux bulles de verre est donc retrouvé.



FIG. 3.38 – Déplacement quadratique moyen des bulles de verre durant le régime stationnaire, pour différents nombres de nageurs présents dans la cuve.

J'ai ensuite trouvé intéressant de regarder comment évolue ce coefficient en fonction du nombre de nageurs (FIG. 3.39). Pour  $N \leq 50$ ,  $\widetilde{D}_{\text{eff,bg}}$  augmente avec le nombre de nageurs : plus il y a de nageurs, plus les bulles de verre subissent d'advection et donc plus celles-ci

3

sont transportées.  $\widetilde{D}_{\text{eff,bg}}$  atteint au maximum une valeur de 0, 62 pour N = 50. Cela montre que le transport effectif des bulles de verre engendré par l'écoulement reste moins important que la diffusion intrinsèque du camphre, mais est toutefois deux à trois ordres de grandeurs plus grand que la diffusion intrinsèque des bulles de verre. N = 50 correspond, comme nous l'avions vu lors de l'étude des propriétés de transport des nageurs, au régime où l'ensemble du fluide est mis en mouvement par les nageurs : les bulles de verre ne sont donc jamais au repos. Cela permet de comprendre le maximum observé pour cette valeur. Pour N > 50,  $\widetilde{D}_{\text{eff,bg}}$  diminue jusqu'à tendre à nouveau vers 0, ou plus probablement vers  $\overline{D}_{\text{bg}}$  le coefficient de diffusion intrinsèque des bulles de verre pour N = 150. Malgré l'ajout de nageurs, le transport des bulles de verre ralentit. Ce résultat est à mettre en relation avec la dynamique des nageurs eux-mêmes. À la FIG. 3.21a, nous avions en effet observé que la vitesse caractéristique des nageurs décroît significativement pour  $N \geq 45$ . De la même façon que la trop grande densité de nageurs affecte leur dynamique, il n'est pas surprenant que la dispersion des bulles de verre par les écoulements créés par les nageurs sature également pour les mêmes densités.



FIG. 3.39 – Évolution du coefficient de diffusion effective permettant de décrire le transport diffusif aux temps longs des bulles de verre observé sur la FIG. 3.38. Les barres d'incertitude sont du même ordre de grandeur que les points.

Pour poursuivre l'étude de la dynamique des bulles de verre, il serait intéressant d'étudier leurs fluctuations de densité pour voir si cela permet de retrouver le cas thermique, ou au contraire d'observer des fluctuations géantes qui sont une des signatures classiques de la matière active [159].

# 3 Bilan

Dans ce chapitre, j'ai utilisé une assemblée de nageurs interfaciaux pour m'intéresser à leur dynamique collective, à leur transport ainsi qu'à leur capacité à disperser des traceurs présents à l'interface. Expérimentalement d'abord, j'ai montré que les mouvements désordonnés des nageurs permettent de mélanger des traceurs présents à l'interface, puis que le mélange atteint un état stationnaire de mélange imparfait à cause des écoulements Marangoni. Une caractérisation multi-échelles du champ de concentration de bulles de verre en régime stationnaire montre une signature turbulente du mélange bien que les écoulements advectant le champ de concentration soient laminaires. L'origine de cette « turbulence active », déjà observée pour la dynamique des nageurs, reste à être comprise.

J'ai ensuite utilisé le modèle numérique de nageur développé au chapitre précédent pour compléter l'étude. J'ai ainsi pu montrer que celui-ci capture qualitativement la phénoménologie des comportements collectifs et propriétés de transport des nageurs interfaciaux, mais aussi de la dispersion de bulles de verre par les nageurs. Parmi les faits marquants observés, j'ai caractérisé, à haute densité de nageurs, une transition de phase qui semble se comporter comme celle entre phase liquide et phase hexatique pour des systèmes bidimensionnels thermiques à l'équilibre. Cela demande à être approfondi, en particulier expérimentalement, pour comprendre cette similitude.

Dans ce chapitre, je me suis concentré sur les conséquences des écoulements engendrés par les nageurs interfaciaux eux-même. Dans les situations réelles (courants océaniques, *etc.*) les particules ne sont rarement soumises qu'à l'écoulement qu'elles génèrent ellesmêmes. Leur dynamique est dans ce cas régie par des interactions entre l'écoulement externe et la particule elle-même. C'est pourquoi dans le quatrième et dernier chapitre, je vais m'intéresser à la dynamique d'un nageur interfacial dans un écoulement externe. Grâce à un dispositif expérimental innovant, j'étudierai en particulier le comportement d'un nageur interfacial dans un réseau de tourbillons contra-rotatifs.

# 4

# Transport d'un nageur interfacial par un écoulement externe

## Sommaire

1	Premières expériences dans un réseau de tourbillons 14	
	1.1	Dispositif expérimental
	1.2	Champ de vitesse créé à l'interface
	1.3	Interaction nageur-tourbillon
	1.4	Transport du nageur dans le réseau
	1.5	Vers un comportement temps long 159
2	Étude	numérique
	2.1	Implémentation
	2.2	Trajectoires observées
	2.3	Interaction nageur-tourbillon
	2.4	Transport aux temps longs
3	Bilan	

L'étude du transport et de la dispersion de particules par des écoulements est un domaine largement étudié de la mécanique des fluides depuis plusieurs années. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, l'étude de particules passives comporte déjà son lot de complexité dès que les particules étudiées ne suivent pas les lignes de champ du fluide. Depuis quelques années, l'attention se porte de plus en plus vers une nouvelle classe de particules capables de s'auto-propulser, allant des micro-organismes biologiques à des particules artificielles. Ces particules actives, comme le nageur interfacial, injectent en se propulsant de l'énergie dans le système. Cela peut avoir des conséquences pour le milieu environnant comme la génération d'écoulements (par exemple Marangoni, comme détaillé au chapitre 2). En présence d'un grand nombre de particules actives, des écoulements complexes peuvent être générés comme dans le cas de la turbulence bactérienne [82] ou des écoulements créés par une assemblée de nageurs interfaciaux (comme au chapitre 3). On voit donc que dans un milieu au repos, la présence de particules actives engendre une grande variété de phénomènes ne se produisant pas avec des particules passives.

Cependant, la plupart des milieux dans lesquels évoluent les particules auto-propulsées dans la nature ne sont pas au repos (courants océaniques, atmosphériques...). En présence d'un écoulement externe, la dynamique des particules est alors une superposition entre leur advection et leur auto-propulsion. Ce chapitre recense les premiers résultats, dont certains très récents, obtenus au cours de ma thèse concernant l'étude des interactions entre un nageur interfacial et un écoulement externe. Il a donc une vocation plus exploratoire que les précédents. Nous avons décidé de restreindre dans ce chapitre l'étude au comportement de particules actives dans un écoulement particulier : un réseau périodique de tourbillons contra-rotatifs produisant un écoulement laminaire, comme celui schématisé à la FIG. 4.1.



FIG. 4.1 – Schéma d'un réseau de tourbillons contra-rotatifs, écoulement support des études réalisées dans ce chapitre. p est le pas du réseau. Figure modifiée depuis Berman *et al.* [160].

Ce champ de vitesse a déjà été utilisé pour étudier le comportement de colloïdes passifs. L'ajout d'une perturbation périodique à l'écoulement a par exemple permis d'observer un transport chaotique des particules [161, 162]. L'étude de l'interaction de différentes particules actives avec des champs de vitesse similaires a également fait l'objet de plusieurs publications [160, 163–167]. Ces travaux sont tous théoriques ou numériques. Ils s'intéressent majoritairement à des particules petites devant le pas du réseau, dont la vitesse d'auto-propulsion est faible devant la vitesse des écoulements externes et la plupart du temps asymétriques. Même si les résultats rapportés dans ces articles ne seront pas directement comparables aux miens étant donné que le système étudié est différent, il est intéressant de faire un bref état de l'art des comportements observés pour pouvoir situer les résultats obtenus.

Beaucoup d'intérêt a été porté aux conditions de piégeage de particules par un tourbillon, c'est-à-dire au cas où leurs déplacements sont limités à une seule cellule du réseau sans jamais atteindre les cellules adjacentes. Il a été montré pour des particules ellipsoïdales que la probabilité qu'une particule reste piégée dépend de son degré d'asymétrie [160]. Peu importe leur forme, il existe en revanche toujours une vitesse minimale de propulsion à partir de laquelle les particules arrivent à se libérer, et donc à être transportées véritablement par le réseau et non plus par un seul tourbillon. Il a été observé que cette vitesse de non-piégeage est pour des particules symétriques de l'ordre de deux fois la vitesse maximale de l'écoulement pour un réseau dont l'une des composantes oscille [165], contre deux fois plus faible que la vitesse maximale de l'écoulement dans un réseau tridimensionnel [160]. Nous nous intéresserons dans ce chapitre uniquement à ces régimes où les particules ne restent pas piégées indéfiniment à l'intérieur d'une cellule.

Les propriétés de transport aux temps longs des particules ont également reçu de l'attention. Les résultats obtenus peuvent parfois différer d'une étude à l'autre, ce qui n'est pas surprenant étant donné que les systèmes étudiés ne sont pas rigoureusement identiques. Bien qu'il ait été signalé l'existence de régimes super-diffusifs aux temps longs dans un réseau de tourbillons tridimensionnel [167], la plupart des articles montrent la présence d'un régime diffusif à temps long et s'intéressent aux dépendances du coefficient de diffusion effectif en fonction des propriétés de la particule active (temps de persistance, bruit rotationnel) [166, 168, 169]. Ces grandeurs ne sont pas définies pour le nageur interfacial (qui a un temps de persistance infini en l'absence d'écoulement externe). Nous verrons dans ce chapitre si les propriétés de transport du nageur interfacial montrent un régime diffusif ou non, et essaierons tout de même de comparer nos mesures expérimentales aux résultats de la littérature. Comme cela a été mentionné au début du paragraphe, les études dont nous venons de parler sont toutes numériques ou théoriques. Cela s'explique probablement par les difficultés intrinsèques aux expériences : fabrication d'un dispositif capable de générer ce type d'écoulement, taille finie de l'expérience rendant difficile l'étude du transport aux temps longs...

Pour pallier ce manque et ainsi étudier expérimentalement les interactions entre particule active et écoulement, nous avons fabriqué un réseau contra-rotatif de 4 par 4 tourbillons. La première partie du chapitre s'intéressera à la dynamique d'un nageur interfacial dans cet écoulement. Nous verrons qu'à partir de cette expérience il est difficile d'étudier les propriétés de transport à temps long du nageur interfacial à cause de la taille finie de l'expérience. C'est pourquoi dans une deuxième partie l'écoulement externe sera implémenté dans le modèle numérique, où les conditions aux limites périodiques permettent de s'affranchir de cette limitation. Nous verrons s'il est possible grâce à une comparaison entre numérique et expérience de faire des prédictions sur ce que sont les propriétés de transport à temps long d'un nageur interfacial dans un réseau de tourbillons.

### 1 Premières expériences dans un réseau de tourbillons

Pour débuter cette partie sur l'étude expérimentale de l'interaction entre un nageur interfacial et un réseau de tourbillons contra-rotatifs, je vais commencer par décrire le système que nous avons fabriqué pour cela.

#### 1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif utilisé pour générer un réseau de tourbillons contra-rotatifs utilise un moteur pas à pas commandé grâce à différents éléments que je vais décrire dans l'ordre de leur utilisation.

La première étape consiste à interfacer une carte Arduino Uno à l'aide du logiciel propriétaire Arduino 1.8.12 pour fabriquer un signal d'horloge de période  $\Delta t_{ard}$  réglable. Le signal sortant de l'Arduino est envoyé sur la carte d'alimentation du moteur pas à pas (BL-TB6560 v2) qui est alimentée par une tension continue de 24 V. Cette carte alimente le moteur et convertit le signal d'horloge reçu en courant alimentant les différentes bobines du moteur pas à pas de manière à ce que le moteur fasse un pas à chaque période du signal d'horloge.

Un pas du moteur (RS440-420) correspond à une rotation de son arbre de 1,8°. L'arbre du moteur fait donc un tour toutes les 200 périodes du signal d'horloge envoyé par l'Arduino, sa fréquence de rotation théorique est donc

$$f_{th} = \frac{1}{200\Delta t_{ard}} \,. \tag{4.1}$$

L'arbre du moteur est couplé à un aimant lui-même relié grâce à un réseau d'engrenages (voir FIG. 4.2) à 15 autres aimants dont il entraîne la rotation. Ainsi, les 16 aimants ont la même fréquence de rotation et grâce au système d'engrenages tournent contrarotativement les uns par rapport aux autres. Le pas du réseau est fixe et vaut p = 24,1 mm.

Au-dessus du réseau d'aimants est fixée la cuve en plexiglas, carrée de côté 16,8 cm. À l'intérieur de la cuve 16 barreaux aimantés identiques de longueur 1,0 cm et d'épaisseur

3 mm sont placés au-dessus de chacun des aimants (voir FIG. 4.2). Les barreaux aimantés sont entraînés par le mouvement des aimants. Ils ont la même fréquence de rotation que les aimants, et donc que le moteur.



FIG. 4.2 – Photographie du dispositif expérimental. La partie électronique (à droite) est reliée au moteur qui lui-même est couplé à l'un des 16 aimants du réseau. Les différents aimants sont reliés par des engrenages. On distingue également les barreaux aimantés (rouges) à l'intérieur de la cuve (vide sur cette image).

Afin de vérifier que la fréquence de rotation des aimants est bien celle du moteur, c'està-dire *a priori* celle prévue par l'équation (4.1), j'ai réalisé une expérience de calibration. Pour différentes valeurs de  $\Delta t_{ard}$ , j'ai filmé les agitateurs magnétiques afin de mesurer leur fréquence. La FIG. 4.3 présente les résultats obtenus. La courbe en pointillés correspond à la prévision théorique tandis que les croix noires correspondent à la fréquence observée des agitateurs magnétiques. Cette fréquence observée est plus faible que la prévision. Pour tenter d'élucider l'origine de cette différence, j'ai observé le signal de sortie de la carte Arduino à l'aide d'un oscilloscope pour les mêmes valeurs de  $\Delta t_{ard}$ . La fréquence du signal observé à l'oscilloscope est elle aussi tracée sur la FIG. 4.3 et se superpose parfaitement aux mesures pour les agitateurs magnétiques. La différence entre fréquence de rotation des agitateurs magnétiques et prédiction théorique vient donc probablement d'une limitation à haute fréquence de la carte Arduino. La fréquence du signal de sortie de l'Arduino (et donc des agitateurs magnétiques) étant reproductible, cela ne constitue pas un problème et il faudra donc se référer à la courbe de calibration pour convertir les valeurs de  $\Delta t_{ard}$ en fréquences de rotation des agitateurs.

Nous venons de nous familiariser avec le dispositif expérimental et de le caractériser. L'intérêt de ce dispositif étant de générer un écoulement pour étudier ses interactions avec un nageur interfacial, nous allons maintenant ajouter de l'eau distillée dans la cuve et caractériser le champ de vitesse créé à la surface par le mouvement des agitateurs magnétiques.



FIG. 4.3 – Courbe de calibration de la fréquence de rotation des barreaux aimantés en fonction de la valeur  $\Delta t_{ard}$  réglée sur l'Arduino. La courbe théorique représente  $f_{th} = 1/200\Delta t_{ard}$ , fréquence attendue de rotation du moteur. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

#### 1.2 Champ de vitesse créé à l'interface

Le champ de vitesse créé par un agitateur magnétique n'est pas très bien connu. Quelques études existent [170–172] mais celles-ci concernent des régimes d'agitation violente où l'interface est très déformée. Elles s'intéressent à la forme de l'interface mais pas au champ de vitesse horizontal à cette interface. Il n'est donc pas possible de s'y référer. De plus, l'interaction entre les différents tourbillons peut modifier la structure de l'écoulement. Il apparait donc nécessaire de caractériser expérimentalement l'écoulement créé par le réseau de barreaux aimantés décrit dans la partie précédente.

Une hauteur h = 1 cm d'eau distillée est ajoutée à l'intérieur de la cuve contenant les agitateurs magnétiques. Pour mesurer le champ de vitesse à la surface du fluide, j'ai utilisé la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) en utilisant comme traceurs les bulles de verre dont nous avons mesuré les propriétés de dispersion dans le chapitre 3. Nous avions montré au chapitre précédent que puisque les bulles de verre sont des flotteurs elles peuvent, en première approximation, être considérées sans inertie. De plus, hormis aux premiers instants où elles s'étalent à cause de la présence d'impuretés, la dynamique des bulles de verre est négligeable (FIG. 3.6), et elles peuvent donc *a priori* être utilisées comme traceurs de l'écoulement de surface.

Pour chaque fréquence d'agitation à laquelle j'ai voulu caractériser le champ de vitesse, j'ai lancé le moteur puis attendu une dizaine de secondes avant d'ensemencer la surface de bulles de verre. Un nouveau temps d'attente similaire est observé avant de lancer les acquisitions. Ces temps d'attente sont à comparer à la distance caractéristique de diffusion de la quantité de mouvement  $\sqrt{\nu t}$ , de l'ordre du centimètre, c'est-à-dire de la moitié d'un pas du réseau. Trois acquisitions de 30 s à une fréquence de 30 images par seconde sont ensuite réalisées, en prenant soin d'homogénéiser entre chaque le champ de bulles de verre, pour que celles-ci soient bien présentes dans chaque région de la cuve pour au moins l'une des acquisitions. Les enregistrements sont réalisés avec une caméra HXC Flare équipée d'un objectif Nikon 24–85 mm f/2.8-4D IF AF NIKKOR, permettant d'obtenir des images de résolution  $2048 \times 2048 \text{ px}^2$  codées sur 8 bit. Pour chacun des couples d'images, j'ai utilisé le logiciel DPIVsoft<sup>1</sup> permettant d'obtenir le champ de déplacement des bulles de verre, qui devient le champ de vitesse puisque l'on connait la durée séparant les deux images. Les paramètres utilisés, dont la procédure de choix est décrite au paragraphe 2.2.6, sont 1) pour les tailles de fenêtre, respectivement au premier et au second passage  $B_1 = 32 \text{ px}$ et  $B_2 = 24 \text{ px}$ , 2) pour le déplacement maximal où chercher les corrélations  $D_1 = 28 \text{ px}$ et  $D_2 = 8 \text{ px}$ , et enfin 3) pour le nombre de fenêtres  $N_1 = 30$  et  $N_2 = 100$ . Le facteur de conversion pour ces expériences est de 16 px · mm<sup>-1</sup>. Ces derniers semblent donner de bons résultats étant donné la régularité des champs de vitesse obtenus.

Pour chaque fréquence de rotation du moteur, les champs de vitesse issus de chacun des couples d'images obtenus au cours des 3 acquisitions sont moyennés, afin d'obtenir le champ de vitesse moyen correspondant à cette fréquence. Les éventuelles zones non couvertes en bulles de verre sur un couple d'images ne sont pas prises en compte dans la moyenne, puisque le champ de vitesse correspondant est faussé par l'absence de traceurs. Le champ de vitesse moyen dans les régions de l'écoulement pour lesquelles les bulles de verre sont présentes sur moins de 10% des images a été considéré comme inconnu par manque de statistique. Pour une fréquence f = 3,7 Hz, le champ de vitesse moyen de l'écoulement ainsi obtenu est représenté sur la FIG. 4.4a. Les 16 tourbillons et leur structure contra-rotative attendus sont bien visibles. Le champ de vitesse moyen obtenu pour une fréquence plus grande (f = 7,2 Hz) est donné en FIG. 4.4b. Les 16 tourbillons sont toujours distinguables, mais le réseau est bien moins régulier que sur la figure précédente. Les centres des tourbillons ne sont pas répartis homogènement dans l'espace, comme c'est le cas pour les barreaux aimantés leur donnant naissance. En regardant les différents couples d'images contribuant à ce champ de vitesse moyen, une variation temporelle de la position des centres de tourbillon est même observable. Cela semble être la conséquence de fluctuations temporelles de la position des agitateurs magnétiques, qui ne tournent pas toujours rigoureusement autour de leur centre et peuvent même parfois faire de légers déplacements autour de la position de l'aimant. Les fluctuations spatio-temporelles des tourbillons sont d'autant plus importantes que la fréquence d'agitation est grande. Une autre cause possible de ces fluctuations est une interaction hydrodynamique entre les différents tourbillons qui empêche l'écoulement d'être stable.

Malgré les fluctuations des positions des centres des tourbillons, le champ de vitesse moyen est bien régulier autour de chacun des centres comme le montre la FIG. 4.5a qui est un agrandissement autour d'un des tourbillons de la FIG. 4.4b. L'ordre de grandeur des vitesses mesurées dans ce tourbillon peut être comparé à la vitesse du barreau aimanté donnant naissance à ces écoulements. Le barreau ayant un diamètre  $d_b = 1$  cm, la vitesse maximale atteinte par ce dernier vaut  $v_b = 2\pi f d_b/2 \approx 0.2 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ . L'écoulement

<sup>1.</sup> décrit au paragraphe 2.2.6 du chapitre 2

de surface semble donc un ordre de grandeur plus lent que l'extrémité du barreau, ce qui est surprenant et indique peut-être un défaut de mesure. Ce point sera discuté lors de la caractérisation quantitative de l'écoulement.



FIG. 4.4 – Champs de vitesse moyens du fluide à l'interface obtenu en moyennant un grand nombre de champs de vitesse obtenus par PIV pour différentes fréquences de rotation du moteur. Les 16 tourbillons attendus sont visibles. Le pas du réseau est p = 24,1 mm.

Pour caractériser l'écoulement à l'intérieur d'un tourbillon, nous avons tracé l'évolution de la composante orthoradiale de la vitesse du fluide en fonction de la distance d au centre du tourbillon (FIG. 4.5b). La droite noire est un ajustement linéaire pour les valeurs  $d \leq 8$  mm, et le cercle à l'intérieur duquel se situent ces valeurs a été matérialisé en rouge sur la FIG. 4.5a. Cet ajustement décrit de manière acceptable les données, et donne donc une bonne modélisation de l'écoulement proche du centre du tourbillon. Pour les distances  $d \geq 8$  mm une grande variabilité est observée, ce qui peut s'expliquer par le fait que la composante orthoradiale n'est plus pertinente dans ces régions où les lignes de champ sont de moins en moins circulaires. De plus, l'écoulement s'approche des séparatrices où il peut être perturbé par les tourbillons voisins, et donc être moins régulier que proche du centre.

A partir de courbes équivalentes pour les différentes fréquences, nous avons essayé d'obtenir une vitesse surfacique caractéristique pour chacune des fréquences du moteur, en utilisant le coefficient directeur des régressions linéaires successives. Contrairement à ce que nous attendions (augmentation du coefficient avec la fréquence), aucune tendance claire n'est observée. Pour s'assurer qu'il ne s'agisse pas uniquement d'effets des fluctuations spatio-temporelles sur la moyenne, d'autres approches ont été essayées sur les données des champs de vitesse correspondant aux couples d'images. Toutes ont montré l'absence de tendance claire pour l'évolution de la vitesse de l'écoulement en fonction de la fréquence de l'écoulement. C'est d'ailleurs ce que l'on peut observer à la FIG. 4.4 : bien qu'il y est un facteur 2 entre les fréquences, les vitesses surfaciques semblent du même ordre de grandeur.



FIG. 4.5 – Propriétés du champ de vitesse d'un tourbillon. (a) Agrandissement du champ de vitesse moyen du fluide autour d'un des tourbillons pour f = 7,2 Hz. Le cercle rouge, centré sur le tourbillon, a un rayon de 8 mm. (b) Composante orthoradiale de la vitesse du fluide en fonction de la distance d au centre du tourbillon de la FIG. 4.5a. Un ajustement linéaire a été superposé.

Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour l'expliquer. Il se peut tout d'abord que conformément à ce qui est observé, la vitesse caractéristique de l'écoulement n'évolue que très peu en fonction de la fréquence. Cette hypothèse peut raisonnablement être écartée grâce aux résultats qui seront présentés dans la partie suivante et qui permettent de montrer la forte influence de la fréquence sur la dynamique du nageur. Nous pensons donc que le problème est à imputer à la technique de mesure et non au système lui-même. La même méthode avait été utilisée par L. Maquet pour caractériser l'écoulement généré par un seul agitateur magnétique (FIG. 4.6). Le fait que la mesure de l'écoulement généré par un seul agitateur magnétique permette de retrouver des comportements classiques (comme le tourbillon de Rankine) donne confiance en la méthode utilisée. Les problèmes pointés précédemment sont donc probablement liés à la mise en oeuvre technique, par exemple à un problème d'échantillonnage, notamment temporel. En effet, étant donné la courbure importante de lignes de courant, il est possible que l'algorithme nécessite des images plus rapprochées les unes des autres. L'expérience mériterait donc d'être recommencée avec une caméra rapide permettant d'obtenir de plus faibles déplacements entre deux images et donc une vélocimétrie par imagerie de particules plus précise. Au cas où ces expériences ne seraient concluantes, le choix des bulles de verre pourra être remis en question : la présence d'une courbure de l'interface ou encore la formation de radeaux entre bulles de verre peuvent modifier leur dynamique et peut-être ne pas en faire de bons traceurs pour cet écoulement.

Dans cette partie, nous avons montré que le dispositif expérimental permet de générer un réseau de 16 tourbillons contra-rotatifs dont la fréquence de rotation est variable. Nous avons vu que des fluctuations spatio-temporelles de l'écoulement, quelle que soit leur



FIG. 4.6 – Vitesse de l'écoulement généré par la rotation d'un agitateur magnétique en fonction de la distance au centre de l'agitateur. Travail réalisé par L. Maquet.

origine, sont d'autant plus présentes que la fréquence d'agitation est grande. Pour atténuer ces fluctuations, plusieurs options peuvent être envisagées. Parmi elles, l'augmentation du pas du réseau devrait permettre de limiter les interactions magnétiques entre un barreau aimanté et les aimants voisins, ce qui pourrait permettre de limiter les fluctuations de position des aimants, mais également les interactions hydrodynamiques entre les différents tourbillons. Sans avoir besoin de reconstruire tout le dispositif, il vaudrait le coup d'essayer de fabriquer une plaque de même épaisseur que les barreaux magnétiques et contenant des trous du même diamètre que les barreaux positionnés exactement au-dessus de chacun des aimants pour contraindre la position des barreaux. À cause des limitations évoquées lors de la mesure du champ de vitesse surfacique, nous ne sommes à ce stade pas en mesure de donner une vitesse caractéristique de l'écoulement en fonction de la fréquence. Dans ce chapitre, la fréquence de rotation des barreaux magnétiques sera donc le paramètre de contrôle des expériences. La seule vitesse caractéristique dont nous disposons est celle de l'extrémité des barreaux aimantés, égale à  $2\pi f d_b/2$ .

Nous sommes donc, même si celui-ci n'est pas complètement caractérisé ni régulier, en mesure de générer un écoulement surfacique de tourbillons contra-rotatifs. Nous pouvons utiliser le dispositif pour étudier les interactions entre nageur interfacial et écoulement externe.

#### **1.3** Interaction nageur-tourbillon

Le procédé de fabrication des nageurs interfaciaux est le même que décrit au paragraphe 2.2.2 du chapitre 2. Dans ce chapitre, les nageurs utilisés seront toujours seuls dans la cuve (N = 1) et auront un rayon R = 2,5 mm. Au début de l'expérience, le nageur est déposé à l'aide d'une grille à la surface, l'écoulement étant nul. Le moteur est ensuite démarré à la fréquence souhaitée et la courbe de calibration (FIG. 4.3) permet d'obtenir la fréquence réelle de rotation des agitateurs. Dix secondes sont laissées avant de lancer l'acquisition pour que l'écoulement ait le temps de s'établir. Le nageur est détecté sur chaque image et sa trajectoire est construite de la même manière qu'au paragraphe 1.2.1 du chapitre 3. Des exemples de trajectoires du nageur pour différentes fréquences d'agitation sont données en FIG. 4.7. Le carré noir délimite la zone accessible au nageur tandis que les points et croix rouges indiquent la position des centres des tourbillons. Le point symbolise une rotation dans le sens trigonométrique tandis que la croix symbolise une rotation dans le sens inverse. La trajectoire du nageur est représentée en bleu et les flèches noires indiquent le vecteur vitesse du nageur.



FIG. 4.7 – Trajectoires d'un nageur interfacial de rayon 2,5 mm pour différentes fréquences des agitateurs magnétiques. Les flèches noires indiquent le vecteur vitesse à différents instants.

Le cas f = 0 Hz constitue la situation de référence : le nageur longe principalement les bords et sa trajectoire est presque rectiligne lorsqu'il s'éloigne des bords de la cuve. Pour une fréquence d'agitation faible (f = 3,7 Hz), l'influence de l'écoulement est faible. En effet, le nageur ne subit que de légères réorientations lorsqu'il passe à l'intérieur du réseau. En augmentant la fréquence à f = 7,8 Hz, les réorientations se font plus importantes et de premiers événements de piégeage (pour lesquels le nageur fait plus d'un tour à l'intérieur de la même cellule) sont observés. Enfin, pour f = 12,3 Hz, le nageur passe l'essentiel de son temps piégé dans une cellule. À cette fréquence, la surface du fluide est très déformée au niveau du centre des tourbillons mais le nageur continue de se déplacer à la surface. Le dispositif est capable de fournir des fréquences d'agitation plus élevées, mais le nageur n'est alors plus capable de se maintenir à l'interface et coule. Il ne s'agit donc plus du même système, c'est pourquoi j'ai restreint l'étude à des fréquences d'agitation  $f \leq 12,3$  Hz. Une autre limitation observée sur la FIG. 4.7 est le temps passé par le nageur à longer les bords de la cuve, temps pendant lequel il n'est pas à proprement parler à l'intérieur du réseau. Pour limiter ce temps, j'ai utilisé une fine feuille de polyester flottant à la surface dont les dents empêchent le nageur de longer les bords en le forçant à retourner dans le réseau (voir FIG. 4.8). La longueur des dents a été choisie pour s'arrêter avant le début du réseau.



FIG. 4.8 – Image caractéristique d'une expérience où le nageur (rond blanc) se déplace dans la cuve. La surface accessible est limitée grâce à une fine feuille de polyester dont les dents permettent d'éviter que le nageur ne longe les bords. L'échelle est donnée par le rayon du nageur : R = 2,5 mm.

Quantitativement, l'interaction entre nageur et réseau de tourbillons peut être étudiée à différentes échelles. La plus petite d'entre elles correspond à l'étude de l'interaction hydrodynamique entre le nageur et la valeur locale de l'écoulement à sa position. L'écoulement n'étant à ce stade pas suffisamment bien connu, cette échelle ne nous est pas expérimentalement accessible. La seconde échelle est celle donnée par le pas du réseau. Cela revient à s'intéresser à ce que subit le nageur à la traversée de chacune des cellules de l'écoulement (réorientation, durée passée à l'intérieur) sans s'intéresser à ce qui arrive précisément au nageur pendant la traversée. Enfin, l'échelle supérieure est celle du réseau expérimental tout entier, à laquelle il est possible d'étudier les propriétés de nage sur des temps plus longs, comme les propriétés de transport du nageur.

Nous allons commencer par l'échelle la plus petite qui nous est accessible en s'intéressant à une seule cellule afin de pouvoir utiliser par la suite les connaissances acquises pour comprendre les observations à l'échelle du réseau entier. Pour cela, j'ai réalisé pour chacune des fréquences d'agitation étudiées quatre acquisitions de trente minutes chacune, en changeant le nageur et l'eau distillée entre les acquisitions. Cela permet de limiter le vieillissement du nageur et également de diminuer l'impact d'éventuelles variations expérimentales.

Ayant observé des phénomènes de piégeage sur les expériences préliminaires, l'observable de départ que j'ai choisie est le temps moyen passé par le nageur dans une cellule en fonction de la fréquence d'agitation (FIG. 4.9). À faible fréquence d'agitation, le temps moyen  $t_V$  passé dans une cellule varie peu autour de 0,3 s (pointillés rouges). En utilisant la vitesse connue du nageur en l'absence d'écoulement ( $6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ) et en considérant qu'en moyenne le nageur parcourt une distance égale au pas du réseau (24,1 mm), le bon ordre de grandeur est obtenu, preuve que cette valeur correspond au temps moyen qu'il faut au nageur pour traverser une cellule en l'absence d'écoulement. Au-dessus de f = 5 Hz,  $t_V$  augmente jusqu'à atteindre deux secondes pour la fréquence maximale. En observant les trajectoires, cet allongement de la durée moyenne passée dans chaque cellule est la conséquence de l'apparition de phénomènes de piégeage du nageur par le tourbillon. Ainsi, f = 5 Hz est la fréquence minimale à partir de laquelle le nageur peut être piégé temporairement dans une cellule.



FIG. 4.9 – Temps moyen passé par le nageur dans un tourbillon en fonction de la fréquence d'agitation.

Pour permettre une comparaison quantitative de cette valeur aux conditions de piégeage de la littérature, il faudrait comparer la vitesse de propulsion du nageur à celle de l'écoulement surfacique, dont nous ne disposons malheureusement pas. Afin de nous faire une idée, utilisons comme précédemment la vitesse de l'extrémité du barreau aimanté comme vitesse caractéristique maximale de l'écoulement. Pour f = 5 Hz, celle-ci vaut  $15 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le nageur peut donc rester piégé à partir du moment où sa vitesse de propulsion est inférieure à un tiers de celle de l'extrémité de l'agitateur magnétique. Cet ordre de grandeur est cohérent avec la condition de piégeage observée numériquement pour un système similaire, pour une vitesse de propulsion entre 2 et 3 fois plus faible que celle de l'écoulement [160].

Pour aller plus loin que cette première approche, nous avons voulu voir si la position et la direction d'un nageur à l'entrée de la cellule influe sur le temps que celui-ci passe dans la cellule. Pour cela, nous avons défini un paramètre d'impact du nageur à l'entrée de chaque cellule comme le bras de levier entre son vecteur vitesse et le centre de la cellule. Ce paramètre d'impact,  $\chi$ , est normalisé par la demi-diagonale  $p\sqrt{2}/2$  de la cellule et signé positivement si le produit scalaire entre vitesse et écoulement est positif, et négativement sinon. La définition de  $\chi$  est explicitée à partir de deux exemples sur la FIG. 4.10a.



FIG. 4.10 – (a) Définition du paramètre d'impact  $\chi$  d'un nageur à son entrée dans la cellule d'un tourbillon. Il s'agit du bras de levier entre le prolongement du vecteur vitesse et le centre de la cellule affecté d'un signe (-) si le vecteur vitesse est en sens inverse de l'écoulement (comme pour le nageur 2). (b) Schéma illustrant la faible distance parcourue à l'intérieur de la cellule par les nageurs dont le paramètre d'impact se rapproche de 1 en valeur absolue.

En utilisant le paramètre d'impact, j'ai pu classer les nageurs en fonction de leur entrée dans la cellule et évaluer comment  $\chi$  influe sur le temps passé dans la cellule. Pour le cas de référence f = 0 Hz ainsi que pour une fréquence représentative de ce qui est observé pour la plupart des fréquences, le résultat est tracé en FIG. 4.11.

Pour le cas de référence, une faible influence du paramètre d'impact sur le temps passé dans la cellule et une symétrie entre paramètres d'impacts positifs et négatifs sont observés, comme attendu étant donné que l'écoulement est nul. Le temps moyen passé par cellule diminue seulement pour les paramètres d'impacts proches de 1, ce qui est logique puisque correspondant à des nageurs ne traversant qu'une faible distance à l'intérieur de la cellule (voir FIG. 4.10b). En revanche, pour f = 7,2 Hz une claire asymétrie est observée entre paramètres d'impact positifs et négatifs : les nageurs avec un paramètre d'impact négatif passent en moyenne plus de temps dans la cellule. Un paramètre d'impact négatif signifie que le nageur arrive en sens opposé de l'écoulement. Ce résultat semble assez

intuitif : pour les paramètres d'impact négatifs le nageur est ralenti par l'écoulement avant d'être réorienté par celui-ci. Pour les paramètres d'impact positifs, le nageur est accéléré par l'écoulement et donc en moyenne éjecté plus rapidement de la cellule.



FIG. 4.11 – Influence du paramètre d'impact  $\chi$  sur le temps passé dans le tourbillon. Arriver en sens contraire à l'écoulement implique plus de temps passé dans le tourbillon.

Pour vérifier que cette explication qualitative est satisfaisante, utilisons une approche naïve de composition des vitesses. Supposons que le nageur entre dans la cellule à sa vitesse de propulsion en l'absence d'écoulement ( $V = 6 \,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ ) et considérons que celui-ci est 1) soit accéléré par l'écoulement si son paramètre d'impact est positif (sa vitesse sera alors  $V+V_e$ , 2) soit décéléré si son paramètre d'impact est négatif (à  $V-V_e$ ). En utilisant l'ordre de grandeur des vitesses de l'écoulement donné par le maximum des champs de vitesse présentés sur la FIG. 4.4 ( $V_e = 2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ), des vitesses du nageur de 4 et  $8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$  sont obtenues. Un doublement du temps passé dans la cellule est donc prévu, conformément à ce qui est observé sur la FIG. 4.11 où  $t_V$  est de l'ordre de 0,5 s pour les paramètres d'impact positifs et 1 s pour les paramètres d'impact négatifs. Notons néanmoins qu'il ne s'agit là que d'un raisonnement qualitatif d'ordres de grandeur. Ce schéma simpliste ne permet par exemple pas de comprendre pourquoi les paramètres d'impact positifs ne sont pas associés à des temps de résidence plus courts que sans écoulement. De même, nous avons fait comme si le nageur était ralenti/accéléré mais poursuivait son chemin et avait donc une distance fixe à traverser. En réalité, nous avons déjà mentionné que les données expérimentales contiennent des événements de piégeage.

En restant sur cette approche à l'échelle de la cellule, il est également intéressant de se demander quelle réorientation le nageur subit en moyenne lorsqu'il traverse une cellule. J'ai donc comparé les vecteurs vitesse du nageur lors de son entrée et de sa sortie d'une cellule pour en déduire la réorientation moyenne à la traversée d'une cellule. Le résultat est élevé au carré pour s'affranchir du signe, et la moyenne d'ensemble de cette grandeur est tracée en fonction de la fréquence d'agitation en FIG. 4.12. La réorientation carrée moyenne est presque nulle jusqu'à une fréquence de 4 Hz, puis augmente linéairement avec la fréquence. Qualitativement, l'allure générale (augmentation avec la fréquence) est conforme à ce qui était attendu : le nageur est d'autant plus dévié par l'écoulement que celui-ci est intense.



FIG. 4.12 – Valeur moyenne d'ensemble de la déviation du nageur au carré lors de la traversée d'un tourbillon en fonction de la fréquence d'agitation. Un ajustement par une fonction carrée d'équation  $0,014f^2$  a été superposé aux points expérimentaux.

Un ajustement par une fonction carrée d'équation  $0,014f^2$  a été superposé aux points expérimentaux et décrit qualitativement bien l'allure de leur évolution. Cette dépendance en  $f^2$  émerge naturellement en considérant très simplement que la déviation vaut  $\Omega t$  où  $\Omega$  est la vitesse moyenne de rotation du tourbillon et où t est le temps passé par le nageur dans la cellule, supposé indépendant de la fréquence. La réorientation quadratique movenne est donc  $\Omega^2 t^2$  et en faisant l'hypothèse que la vitesse de rotation de l'écoulement augmente proportionnellement à la fréquence de rotation du moteur, on obtient  $\langle (\Theta_f - \Theta_i)^2 \rangle \propto f^2$ . Cependant, cette vision naïve qui semble pouvoir expliquer les mesures cache en réalité plusieurs problèmes qui ne la rendent pas vraiment convaincante. D'abord, nous avons vu que le temps moyen passé par le nageur dans une cellule dépend en réalité de la fréquence. Ensuite, nous n'avons ici pris en compte aucun événement de piégeage pourtant relativement courants à haute fréquence. Une possibilité est que leur contribution statistique soit négligeable : ils correspondent à de grandes durées à l'intérieur de la cellule, mais chaque piégeage ne contribue que pour une seule traversée de cellule à chaque fois qu'il se produit. La contribution à la réorientation movenne des phénomènes de piégeage pourrait donc être faible, d'où l'absence de différence de comportement entre le modèle et les résultats à haute fréquence. Enfin, l'ordre de grandeur du préfacteur anticipé par ce modèle est très différent de celui observé expérimentalement. Les origines de la dépendance en  $f^2$  de la réorientation moyenne du nageur sont donc vraisemblablement plus complexes que cette description.

A partir des données concernant le temps moyen passé dans une cellule ainsi que la réorientation moyenne occasionnée, il est possible de définir pour chacune des fréquences d'agitation un coefficient de diffusion rotationnelle  $D_R$  à partir de l'équation :

$$\langle (\Theta_f - \Theta_i)^2 \rangle = 2D_R t_V. \tag{4.2}$$

Les coefficients de diffusion rotationnelle obtenus en fonction de la fréquence sont tracés sur la FIG. 4.13. Le coefficient de diffusion rotationnelle augmente d'abord avec la fréquence jusqu'à f = 8 Hz, conséquence de l'augmentation de la réorientation quadratique moyenne puisque la durée moyenne passée dans chaque cellule est à peu près constante dans cette gamme. Le coefficient de diffusion rotationnelle sature ensuite autour de 1,5 s<sup>-1</sup>. La réorientation continue d'augmenter dans cette gamme, mais le temps passé par cellule aussi et les deux effets se compensent. Cette saturation observée semble donc être une conséquence du piégeage occasionnel du nageur par certains tourbillons, d'autant plus fréquent et long que la fréquence est grande.



FIG. 4.13 – Coefficient de diffusion rotationnelle du nageur en fonction de la fréquence, estimé grâce à la réorientation moyenne et au temps moyen passé dans chaque tourbillon.

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés au comportement du nageur dans une cellule. Nous avons vu que des phénomènes de piégeage existent à partir d'une fréquence seuil de l'ordre de 5 Hz et que ceux-ci sont d'autant plus importants que la fréquence est grande. Cela a pour conséquence que le coefficient de diffusion rotationnelle sature pour les hautes fréquences bien que la réorientation quadratique moyenne continue d'augmenter. Pour faire un pas de plus vers les propriétés de transport aux temps longs du nageur interfacial, nous allons maintenant exploiter le fait d'avoir à disposition un réseau de 4 par 4 tourbillons et non pas seulement une cellule.

#### 1.4 Transport du nageur dans le réseau

Dans cette partie, nous allons chercher à obtenir des informations sur les propriétés de transport du nageur à l'échelle du réseau. Il ne serait pas pertinent de tenter d'extraire des informations de la trajectoire totale du nageur étant donné que celui-ci n'est pas toujours dans le réseau (il passe un temps non négligeable sur les bords de la cuve). Pour cette raison, nous allons nous intéresser à l'ensemble des portions de trajectoire du nageur interfacial correspondant à ses différentes traversées du réseau. Pour mieux se rendre compte des échelles de temps accessibles par cette approche, la FIG. 4.14 représente la durée moyenne  $t_R$  des portions de trajectoires extraites pour les différentes fréquences de rotation. La durée moyenne de traversée du réseau augmente de 2 s en l'absence d'écoulement à une dizaine de secondes pour f = 12,3 Hz. L'information principale à retenir de cette courbe est que nous pourrons donc avoir accès avec une statistique suffisante à des informations sur une durée maximale de 2 s pour les fréquences faibles et allant jusqu'à la dizaine de seconde pour les fréquences les plus élevées.



FIG. 4.14 – Durée moyenne des portions de trajectoires utilisées pour l'étude à l'échelle du réseau, en fonction de la fréquence d'agitation des barreaux aimantés.

À l'échelle d'une cellule, nous avions pu définir un coefficient de diffusion rotationnelle à partir des données moyennes de réorientation et de durée passée à l'intérieur d'une cellule. Il est intéressant d'essayer de comparer cette estimation à une grandeur équivalente obtenue à plus grande échelle. En utilisant les portions de trajectoires dont nous disposons, nous pourrons comparer ce coefficient au temps de décorrélation de la direction de déplacement du nageur. Pour cela, définissons la fonction d'autocorrélation de la direction du nageur comme :

$$R_{\theta\theta}(\Delta t) = \left\langle \frac{\boldsymbol{v}(t_0 + \Delta t) \cdot \boldsymbol{v}(t_0)}{\|\boldsymbol{v}(t_0 + \Delta t)\| \|\boldsymbol{v}(t_0)\|} \right\rangle_{t_0}$$
(4.3)

où la moyenne est prise sur tous les instants initiaux possibles de chacune des portions de trajectoire. La fonction de corrélation calculée sur les portions de trajectoire en fonction de la durée écoulée pour différentes fréquences d'agitation est représentée en FIG. 4.15a. En

l'absence d'écoulement (f = 0 Hz), l'allure de la courbe obtenue est caractéristique d'un mouvement presque rectiligne (pour lequel la fonction serait constante égale à 1) ayant une légère courbure [146]. Nous avions évoqué lors de la description du mouvement d'un nageur interfacial en régime stationnaire (paragraphe 1.2.1 du chapitre 2) l'existence de cette courbure des trajectoires en raison de défauts de fabrication du nageur. Pour les autres courbes, la fonction d'autocorrélation de la position décroit d'autant plus rapidement que la fréquence d'agitation est grande, ce qui montre que la décorrélation est de plus en plus rapide. La présence d'une oscillation autour de 0,3 s est visible, à peine discernable notamment du fait de la faible fréquence d'échantillonnage (0,1 s). Celle-ci est d'autant plus marquée que la fréquence d'agitation est grande. Cette oscillation est compatible avec les oscillations que peuvent engendrer des trajectoires circulaires résultant de phénomènes de piégeage, et pourraient donc en être une manifestation.



FIG. 4.15 – Étude de l'autocorrélation de l'orientation du nageur. (a) Fonctions d'autocorrélation de l'orientation du nageur pour différentes fréquences d'agitation. (b) Temps de décorrélation  $\tau_{1/2}$  estimé à partir des fonctions d'autocorrélation lorsqu'elles atteignent  $R_{\theta\theta} = 1/2$ .

Pour quantifier la vitesse de décorrélation de l'orientation du nageur, j'ai défini un temps caractéristique  $\tau_{1/2}$  comme la durée au bout de laquelle  $R_{\theta\theta} = 0.5$ . L'évolution de  $\tau_{1/2}$  en fonction de la fréquence d'agitation est tracée en FIG. 4.15b. Le résultat intuité qualitativement sur les fonctions d'autocorrélation est observable : la décorrélation se produit d'autant plus vite que la fréquence d'agitation est grande. Pour comparer ces valeurs aux coefficients de diffusion rotationnelle, considérons – étant donné la définition du temps de décorrélation – que celle-ci se produit lorsque le nageur s'est réorienté de  $\pi/3$ , valeur pour laquelle  $\cos(\Theta) = 1/2$ . En utilisant l'équation

$$\Delta \Theta^2 = 2D_R \Delta t \,, \tag{4.4}$$

un temps typique de décorrélation  $\pi^2/(18D_R)$  est obtenu. La comparaison entre ces deux temps typiques de décorrélation, estimés à partir des études à l'échelle d'une cellule  $(\pi^2/(18D_R))$  et du réseau  $(\tau_{1/2})$ , est présentée en FIG. 4.16. L'allure qualitative des deux temps typiques de décorrélation est la même. Les deux diminuent lorsque la fréquence augmente jusqu'à f = 6 Hz ce qui correspond aux régimes où il n'y a pas de piégeage. Pour les fréquences plus élevées, les valeurs des temps de décorrélation sont constantes. Dans ce régime, les temps estimés à l'échelle du réseau sont nettement plus faibles que ceux estimés à l'échelle de la cellule. Cela s'explique par le fait que l'étude à l'échelle de la cellule ne prend pas en compte ce qu'il se passe à l'intérieur de celle-ci. Ainsi, un nageur ressortant après avoir fait 1,5 fois le tour de la cellule sera vu comme ayant subi une réorientation nulle. Pour l'étude à l'échelle du réseau, la fonction d'autocorrélation verra cet événement comme une décorrélation violente de l'orientation, d'où des temps typiques de décorrélation beaucoup plus faibles dès lors qu'on se situe dans le régime où le piégeage existe.



FIG. 4.16 – Comparaison des temps typiques de décorrélation estimés à partir des études à l'échelle d'une cellule  $(\pi^2/(18D_R))$  et du réseau  $(\tau_{1/2})$ .

Nous nous sommes pour l'instant attachés à caractériser le comportement de l'orientation du nageur. Ces réorientations ont pour conséquence de modifier les propriétés de transport du nageur. Nous allons maintenant voir s'il est possible de les quantifier expérimentalement par la même méthode que lors de l'étude des comportements collectifs entre nageurs, c'est-à-dire en traçant le déplacement quadratique moyen du nageur. Pour cela, j'ai tracé le déplacement quadratique moyen du nageur dans la cuve estimé à partir des portions de trajectoires correspondant à une traversée de la cuve pour différentes fréquences d'agitation (FIG. 4.17). Pour f = 0 Hz, un régime balistique est bien défini. En revanche, plus la fréquence augmente et plus le comportement s'éloigne de celui d'un régime balistique. Une fréquence d'acquisition des images plus grande permettrait probablement d'obtenir un régime balistique pour toutes les fréquences. Les durées accessibles ici, fixées par les durées des portions de trajectoires, ne sont pas suffisantes pour obtenir des informations sur le transport aux temps longs du nageur interfacial. Pour y parvenir, la solution à privilégier est de fabriquer un réseau de tourbillons plus grand, ce qui conduirait à des portions de trajectoires plus longues et permettrait donc d'obtenir des informations sur les propriétés de transport aux temps plus longs. Malheureusement, cela n'a pas été possible par manque de temps, mais constituera une suite logique dans la poursuite de ce projet. À l'échelle du temps disponible, j'ai tout de même tenté d'obtenir des informations sur les propriétés de transport aux temps longs du nageur interfacial en fabriquant la trajectoire que pourrait être celle d'un nageur dans un réseau infini de tourbillons.



FIG. 4.17 – Déplacement quadratique moyen du nageur dans la cuve pour différentes fréquences d'agitation.

#### 1.5 Vers un comportement temps long

Pour pallier la taille finie de l'expérience, j'ai utilisé les différentes portions de trajectoire pour lesquelles le nageur traverse le réseau et les ai mises bout à bout en assurant la continuité de la direction du nageur grâce à des rotations ainsi que des translations des portions de trajectoire. Un exemple illustrant cette reconstruction est fourni en FIG. 4.18. Cette solution n'est en principe pas idéale : le nageur n'entrant pas dans le réseau au même endroit qu'il en est sorti, la périodicité du réseau n'est pas complètement respectée. Cependant, cela permet d'obtenir des trajectoires sur des temps longs sans subir la limitation de taille finie de l'expérience.

Pour comparer les caractéristiques de ces trajectoires « infinies » avec les portions de trajectoire à l'intérieur de la cuve j'ai tracé la fonction d'autocorrélation de la direction du nageur comme définie à l'équation (4.3) en FIG. 4.19a. Les fonctions d'autocorrélation mesurées ici sont définies sur des temps bien plus longs que celles des portions de trajectoire grâce à la meilleure statistique permise par la reconstruction. Les courbes ont toutes qualitativement la même allure, à savoir décroissantes quand la durée écoulée augmente. De la même manière que pour les portions de trajectoire, j'ai quantifié le temps de demicorrélation, noté ici  $\tau_{1/2,\infty}$  en fonction de la fréquence (FIG. 4.19b). Sur la même figure ont été rappelées les valeurs  $\tau_{1/2}$  obtenues à partir des portions de trajectoire pour pouvoir les comparer. Pour les fréquences  $f \leq 5$  Hz, le temps de demi-corrélation est environ deux fois plus grand pour les trajectoires reconstruites que pour les portions de trajectoires alors



FIG. 4.18 – Schéma illustrant comment deux portions de trajectoire du nageur, correspondant à deux de ses traversées du réseau, sont mises bout à bout pour fabriquer la trajectoire que pourrait avoir un nageur dans un réseau infini.

que pour les hautes fréquences (pour lesquelles le nageur peut être piégé), les valeurs sont identiques.



FIG. 4.19 – Étude de l'autocorrélation de l'orientation de la trajectoire reconstruite du nageur. (a) Fonctions d'autocorrélation de l'orientation de la trajectoire reconstruite du nageur pour différentes fréquences d'agitation. (b) Comparaison entre les temps de décorrélation  $\tau_{1/2,\infty}$  et  $\tau_{1/2}$ estimés à partir des fonctions d'autocorrélation de la direction respectivement des trajectoires reconstruites et des portions de trajectoire lorsqu'elles atteignent  $R_{\theta\theta} = 1/2$ .

Il semble donc que la reconstruction lisse artificiellement les trajectoires en imposant une continuité là où il n'y en aurait peut-être pas dans un réseau infini. Une explication possible est que la vitesse des particules proche de l'extrémité du réseau est *a priori* plus faible qu'ailleurs. Étant donné que le prolongement par continuité est fait équidistant en temps entre le dernier point de la trajectoire précédente et le premier point de la suivante, il est possible que trop d'échantillons soient pris à ces moments et que cela augmente artificiellement le temps de corrélation de l'orientation mesuré.

La reconstruction de trajectoires semble avoir des conséquences importantes pour les faibles fréquences pour lesquelles les réorientations sont faibles, mais beaucoup moins pour les fréquences importantes où les perturbations introduites semblent négligeables par rapport aux réorientations imposées par les tourbillons. Grâce à cette comparaison des temps de corrélation des différentes trajectoires, il semble que la reconstruction est satisfaisante dans le régime des hautes fréquences. Les résultats obtenus pour les fréquences plus faibles devront probablement être interprétés avec beaucoup plus de précautions.

Après cette étape d'évaluation de la qualité des reconstructions de trajectoire, nous pouvons maintenant utiliser ces dernières pour étudier les propriétés de transport aux temps longs du nageur interfacial dans un écoulement. J'ai donc tracé le déplacement quadratique moyen des trajectoires reconstruites du nageur pour différentes fréquences d'agitation (FIG. 4.20a). Aux temps courts, les courbes ont le même comportement que pour les portions de trajectoire : le régime balistique est bien défini pour f = 0 Hz et de moins en moins bien au fur et à mesure que la fréquence d'agitation augmente. Aux temps longs, des régimes diffusifs comme ceux observés dans certains articles de la littérature pour des systèmes similaires [166, 168, 169] sont observés. De la même manière que dans ces articles, nous allons étudier l'influence du paramètre de contrôle de l'expérience (ici la fréquence de rotation des barreaux) sur la valeur du coefficient de diffusion effectif  $D_{eff}$  caractéristique du régime balistique, défini aux temps longs à partir de l'équation :

$$\sigma_{msd}^2 = 4D_{eff}\Delta t \tag{4.5}$$

L'évolution du coefficient de diffusion effectif en fonction de la fréquence de rotation est tracé à la FIG. 4.20b, qui montre qu'il diminue avec la fréquence d'agitation d'un ordre de grandeur dans la gamme considérée. Cette diminution témoigne d'un ralentissement du transport du nageur avec l'augmentation de la fréquence de rotation des barreaux, ce qui est en accord qualitatif avec l'augmentation du coefficient de diffusion rotationnelle mesurée précédemment (FIG. 4.13). Les paramètres de contrôle utilisés dans la littérature ne sont pas la vitesse de l'écoulement mais des paramètres intrinsèques à la nage des particules actives utilisées, comme leur temps de persistance. Il n'est donc pas possible de comparer l'évolution du coefficient de diffusion effectif avec la fréquence à la littérature.

Pour aller plus loin dans cette comparaison entre coefficient de diffusion rotationnel et de diffusion effective, c'est-à-dire entre propriétés de transport estimées à l'échelle de la cellule et à partir des reconstructions de la trajectoire, nous nous proposons d'établir un lien entre les deux grandeurs. Supposons, ce qui semble être le cas, que le nageur ait un régime balistique aux temps courts et diffusifs au temps longs. Le temps caractéristique de diffusion rotationnelle,  $\tau_R \sim 1/D_R$ , peut alors être vu comme le temps au bout duquel le régime de transport passe du régime balistique au régime diffusif et vérifie l'équation :

$$v^{\prime 2}\tau_R^2 \approx 4D_{eff}\tau_R \tag{4.6}$$

où  $v'^2$  est la vitesse caractéristique du régime balistique. La fréquence d'acquisition des images n'étant pas suffisante, le régime balistique n'est pas bien défini pour les fréquences de rotation non-nulles. J'ai donc remplacé  $v'^2$  par la meilleure estimation dont nous disposons, à savoir la moyenne temporelle  $\langle V^2 \rangle$  de la vitesse instantanée du nageur. La ré-



FIG. 4.20 – Étude des propriétés de transport de la trajectoire reconstruite du nageur. (a) Déplacement quadratique moyen de la trajectoire reconstruite du nageur pour différentes fréquences d'agitation. (b) Coefficient de diffusion effectif estimé par ajustement linéaire du régime diffusif du déplacement quadratique moyen de la trajectoire reconstruite du nageur en fonction de la fréquence d'agitation. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

écriture de cette équation montre que  $D_{eff}D_R/\langle V^2 \rangle$  doit être une constante. La FIG. 4.21 représente la valeur de ce rapport en fonction de la fréquence de rotation. Les valeurs prises par le ratio sont toutes du même ordre de grandeur. Les barres d'incertitude sont très importantes étant donné qu'elles prennent en compte celles de toutes les variables intervenant dans le calcul de cette grandeur. Il est donc à partir de cette vérification difficile de conclure si les propriétés de transport aux temps longs d'un nageur interfacial dans un écoulement externe estimées grâce à la reconstruction de trajectoire sont dignes de confiance ou non, même si l'ensemble des caractérisations montre une assez bonne cohérence.



FIG. 4.21 – Comparaison entre propriétés de transport estimées à l'échelle de la cellule et à partir de la reconstruction de trajectoires pour le système expérimental. Le ratio doit être constant si les deux approches sont en accord.

En conclusion de ces premières expériences sur l'interaction entre un nageur interfacial et un réseau de tourbillons contra-rotatifs, nous avons pu observer un phénomène de piégeage par un tourbillon intervenant uniquement lorsque la vitesse caractéristique de l'écoulement (donnée par la vitesse de l'extrémité du barreau aimanté) est de l'ordre de trois fois la vitesse de propulsion du nageur. À l'échelle d'une cellule, nous avons pu obtenir un coefficient de diffusion rotationnelle qui permet de renseigner sur les propriétés de transport du nageur. Aux plus grandes échelles, nous avons en revanche été confrontés à une limitation due à la taille finie de l'expérience nous empêchant de mesurer de manière directe les propriétés de transport aux temps longs du nageur. Bien que nous ayons proposé des alternatives en fabriquant une trajectoire « infinie », nous ne sommes à ce stade pas en mesure de vérifier les résultats qu'elle permet d'obtenir aux temps longs. Ces premières études, réalisées très récemment, donnent une idée des possibilités offertes par le dispositif expérimental fabriqué sur mesure, et surtout de celles qui le seront avec un réseau plus conséquent.

Comme nous venons de le dire, il n'a pas été possible de vérifier le lien entre les caractérisations à l'échelle de la cellule et les propriétés de transport à temps long du système expérimental étant donné que celles-ci ne sont pas accessibles directement. Néanmoins, nous disposons d'un autre système pour lequel nous pouvons décrire précisément toutes les échelles, de l'interaction avec le fluide au transport aux temps longs : le modèle numérique. Dans la deuxième partie de ce chapitre, je vais donc implémenter la présence d'un écoulement externe au modèle numérique décrit au chapitre 2 et déjà utilisé au chapitre 3, puis étudier les trajectoires d'un nageur dans ce modèle, de l'échelle de la cellule aux propriétés de transport aux temps longs.

# 2 Étude numérique

Dans cette seconde partie, je vais mettre à profit le modèle numérique pour l'étude de l'interaction entre un nageur et un réseau de tourbillons contra-rotatifs. L'intérêt est qu'il est à la fois possible d'étudier les interactions entre nageur et écoulement à l'échelle d'une cellule et les propriétés de transport du nageur à temps long. Cela pourrait nous permettre de voir si les prédictions expérimentales réalisées grâce à la reconstruction de trajectoires semblent cohérentes.

#### 2.1 Implémentation

Pour modéliser l'écoulement externe, nous devons choisir une fonction L-périodique cohérente avec les conditions aux limites périodiques choisies. Pour cela, nous avons choisi une fonction couramment utilisée pour simuler un réseau de tourbillons [166] :

$$\boldsymbol{u}_{ext} = \begin{cases} u_0 \sin(x) \cos(y) \\ -u_0 \cos(x) \sin(y) . \end{cases}$$
(4.7)

L'ajout de cet écoulement aux simulations numériques ne modifie pas la structure générale du modèle, mais appelle plusieurs modifications des équations. Concernant l'équation de transport du camphre, nous considérerons que celui-ci, en plus d'être transporté par les écoulements Marangoni, est également advecté par l'écoulement externe :

$$\partial_{\widetilde{t}}\widetilde{\Gamma} + \widetilde{\boldsymbol{\nabla}} \cdot \left(\widetilde{\boldsymbol{u}}_{ext}\widetilde{\Gamma}\right) = \widetilde{\Delta}\widetilde{\Gamma} - \bar{\alpha}\,\widetilde{\Gamma} + \exp\left(-(\widetilde{\boldsymbol{r}} - \widetilde{\boldsymbol{R}})^2/2\right) \tag{4.8}$$

où  $\tilde{u}_{ext} = u_{ext}/u^*$  est l'écoulement externe adimensionné par la vitesse caractéristique  $u^*$  comme au paragraphe 3.3.4 du chapitre 2 et  $\bar{\alpha}$  est un nombre sans dimension qui compare le taux d'évaporation du camphre à la diffusion. Ce terme d'advection introduit une non-linéarité dans les équations du problème, pouvant induire des phénomènes de repliement de spectre. Pour les éviter, lors de la résolution de l'équation différentielle dans le domaine de Fourier, les grandeurs seront systématiquement tronquées au-delà de la norme du vecteur d'onde  $k_{max}/3$  avec

$$k_{max} = \sqrt{2\left(\frac{2\pi}{L}\frac{N}{2}\right)^2} \tag{4.9}$$

avant de réaliser la transformée de Fourier inverse.

L'écoulement externe affecte également la dynamique du nageur lui-même. En conservant la même approche que précédemment et en supposant que les champs de vitesse Marangoni et externes se combinent linéairement, la dynamique des nageurs est désormais donnée par :

$$\begin{cases} \widetilde{\boldsymbol{u}} = -M \, \widetilde{\boldsymbol{\nabla}} \widetilde{\Gamma} + \widetilde{\boldsymbol{u}}_{ext} \\ \frac{\mathrm{d}\widetilde{\boldsymbol{R}}}{\mathrm{d}\widetilde{t}} = \langle \widetilde{\boldsymbol{u}} \rangle (\widetilde{\boldsymbol{R}}(\widetilde{t}), \widetilde{t}). \end{cases}$$
(4.10)

où M est le nombre de Marangoni de l'écoulement qui compare le transport induit par les contraintes Marangoni au transport induit par diffusion.

Maintenant que l'ajout d'un écoulement externe au modèle a été défini, intéressonsnous aux trajectoires du nageur obtenues dans le réseau de tourbillons contra-rotatifs de pas  $\tilde{p} = 31, 9$ .

#### 2.2 Trajectoires observées

Il y a deux paramètres que j'aurais pu choisir de faire varier : le nombre sans dimension M et l'amplitude  $u_0$  de l'écoulement externe. J'ai choisi de me restreindre à faire varier  $u_0$  puisque c'est ce qui a été fait expérimentalement. Cela facilitera donc la comparaison. La FIG. 4.22 donne des exemples de trajectoires obtenues pour les valeurs fixes  $\bar{\alpha} = 0, 13$  et M = 44, 4 (correspondant à Pe = 1) et en faisant varier  $\tilde{u}_0$ . Pour les trois vitesses les plus faibles, le nageur se déplace dans l'écoulement et la trajectoire est d'autant plus affectée par l'écoulement que celui-ci est intense, comme c'était le cas expérimentalement (FIG. 4.7). En l'absence d'écoulement la vitesse du nageur, c'est-à-dire son nombre de

Péclet, vaut 1. Parmi les trajectoires présentées,  $\tilde{u}_0 = 1.31$  est donc le seul cas pour lequel il existe des régions où la vitesse de l'écoulement est égale ou supérieure à celle du nageur en l'absence d'écoulement. Nous observons pour cette vitesse d'écoulement que le nageur s'est immobilisé très rapidement après l'initialisation, et n'explore donc que très peu l'espace. En s'intéressant aux forces qui s'appliquent sur le nageur après son immobilisation, il s'agit d'une position où sa propulsion est exactement compensée par l'écoulement à l'endroit où le nageur se trouve. L'étude de tels comportements d'immobilisation ne correspond pas aux situations expérimentales observées, probablement en raison des fluctuations spatiotemporelles de l'écoulement.



FIG. 4.22 – Exemples de trajectoires d'un nageur ( $\bar{\alpha} = 0, 13$  et M = 44, 4, correspondant à Pe = 1) pour différentes amplitudes d'écoulement externe  $\tilde{u}_0$ . Le nombre de pas de temps est le même pour toutes les trajectoires.

En limitant l'étude aux régimes où l'amplitude de l'écoulement est inférieure à la vitesse de propulsion du nageur en l'absence d'écoulement (ce qui est plus limitant qu'expérimentalement), je vais désormais m'intéresser aux interactions entre nageur et écoulement à l'échelle d'un tourbillon.

Pour que nos résultats ne soient pas affectés par cette différence qualitative de comportement, nous avons décidé de restreindre l'espace des paramètres à  $\tilde{u}_0 <$  Pe, condition pour laquelle aucun comportement de piégeage n'est observé. Une autre possibilité aurait été, comme cela a déjà été fait [164,173], d'incorporer des fluctuations à l'écoulement, mais cela aurait posé un certain nombre de nouveaux problèmes, par exemple pour respecter les conditions aux limites périodiques.

#### 2.3 Interaction nageur-tourbillon

Pour l'étude de cette interaction, nous allons utiliser la même approche qu'expérimentalement, c'est-à-dire ne pas s'intéresser au comportement local du nageur mais seulement à la durée qu'il passe dans la cellule et à la réorientation subie entre son entrée et sa sortie de la cellule. Pour chaque valeur d'amplitude de l'écoulement considérée, j'ai simulé dix trajectoires d'un nageur (pour dix positions initiales différentes aléatoires). L'objectif est de s'affranchir des éventuelles conséquences du choix d'une condition initiale particulière, qui peut avoir plus d'importance qu'expérimentalement étant donné la régularité de l'écoulement. Nous avons commencé par nous intéresser au temps moyen passé par le nageur dans une cellule en fonction de l'amplitude de l'écoulement (FIG. 4.23). Il est à garder en mémoire que l'abscisse n'est pas la même qu'expérimentalement : il s'agit ici de l'amplitude de l'écoulement alors que nous ne disposions que de la fréquence des barreaux magnétiques. Néanmoins, il est possible en première approximation d'assimiler les deux, puisque la fréquence de rotation de l'écoulement numérique est proportionnelle à  $\tilde{u}_0$ .



FIG. 4.23 – Temps moyen passé dans une cellule en fonction de l'amplitude de l'écoulement. Le temps que mettrait un nageur pour parcourir le pas du réseau en l'absence d'écoulement est indiqué en pointillés. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

Qualitativement, la tendance observée est la même qu'expérimentalement pour les plus faibles fréquences (FIG. 4.9) : le temps passé par le nageur par cellule n'augmente que très faiblement avec l'intensité de l'écoulement. Cela est cohérent avec le fait que nous sommes ici dans le régime où il n'y a pas de piégeage du nageur par l'écoulement, comme expérimentalement. Celui-ci est quantitativement très proche du temps que mettrait le nageur à parcourir un pas du réseau en l'absence d'écoulement, c'est-à-dire  $\tilde{p}/\text{Pe} \approx 32$ .

En plus de connaître le temps moyen passé par cellule, j'ai complété l'étude en traçant la réorientation quadratique moyenne en fonction de l'amplitude de l'écoulement (FIG. 4.24). L'allure est qualitativement similaire à celle de la courbe expérimentale (FIG. 4.12) : la réorientation quadratique moyenne augmente proportionnellement au carré de l'intensité de l'écoulement, comme le montre l'ajustement d'équation  $6.8\tilde{u}_0^2$  qui décrit bien les résultats. Pour rappel, cet ajustement quadratique s'obtient en considérant une déviation de  $\Delta \Theta \sim \Omega t$ , où  $\Omega$  est la vitesse de rotation du tourbillon, que l'on peut considérer proportionnelle à  $\tilde{u}_0$ , et t est le temps passé dans le tourbillon qui peut être considéré comme constant d'après la FIG. 4.23. Quantitativement, les réorientations induites sont en revanche beaucoup plus importantes dans le cas numérique qu'expérimentalement. Cela est en accord avec ce que nous avions remarqué dans la partie précédente, à savoir que le modèle naïf considérant une vitesse de rotation de l'écoulement pour prédire la réorientation du nageur n'était que peu convaincant, notamment au niveau des ordres de grandeur.



FIG. 4.24 – Réorientation quadratique moyenne à la traversée d'une cellule en fonction de l'amplitude de l'écoulement. Un ajustement par une loi d'expression 6, 8  $\tilde{u}_0^2$  a été superposé. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

L'utilisation des deux courbes précédentes permet d'obtenir l'évolution du coefficient de diffusion rotatoire  $\widetilde{D}_R$  en fonction de l'amplitude de l'écoulement. Son évolution est tracée en FIG. 4.25. Le temps moyen passé par cellule n'évoluant que peu, l'évolution de  $\widetilde{D}_R$ est presque entièrement déterminée par celle de la réorientation quadratique moyenne par cellule. Comme expérimentalement (FIG. 4.13),  $\widetilde{D}_R$  augmente avec l'intensité de l'écoulement dans le régime des faibles fréquences. La saturation qui était observée à haute fréquence n'est ici pas visible puisque nous nous sommes limités aux faibles amplitudes d'écoulement.

Nous venons de voir que le modèle numérique donne, à l'échelle de la cellule, un comportement qualitativement très proche de celui obtenu expérimentalement. L'intérêt du numérique est que nous disposons directement de trajectoires du nageur dans un réseau infini, sans avoir besoin de passer par une reconstruction. Nous allons donc étudier les propriétés de transport du nageur aux temps longs.


FIG. 4.25 – Coefficient de diffusion rotationnelle en fonction de l'amplitude de l'écoulement. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

#### 2.4 Transport aux temps longs

Pour étudier le transport aux temps longs, j'ai tracé le déplacement quadratique moyen du nageur pour les différentes amplitudes d'écoulement à la FIG. 4.26a. On observe sur toutes ces courbes un régime balistique aux temps courts dont la vitesse caractéristique est d'autant plus grande que l'amplitude de l'écoulement est faible. Le coefficient caractéristique  $\tilde{v'}$  de ces régimes balistiques est obtenu à partir de l'équation

$$\sigma_{msd}^2 = \tilde{v'}^2 \Delta \tilde{t}^2 \,. \tag{4.11}$$

Aux temps longs, des régimes diffusifs sont observés, sauf pour  $\tilde{u}_0 = 0, 16$  pour lequel la durée de simulation est probablement trop courte pour l'obtenir. L'évolution des coefficients caractéristiques des régimes balistiques et de diffusion en fonction de l'amplitude de l'écoulement sont tracés en FIG. 4.26b. Le coefficient de diffusion effectif décroît avec l'amplitude de l'écoulement, comme expérimentalement (FIG. 4.20b). Étant donné que le coefficient de diffusion rotationnelle mesuré augmentait avec l'amplitude de l'écoulement, c'est ce que l'on attendait intuitivement.

Pour comparer les propriétés de transport estimées à partir de l'étude à l'échelle de la cellule et aux temps longs, la FIG. 4.27 représente les valeurs prises par le rapport  $\widetilde{D_R}\widetilde{D_{eff}}/\widetilde{v'}^2$  pour chacune des amplitudes de l'écoulement. Comme expérimentalement, les différentes valeurs sont du même ordre de grandeur, à part pour le dernier point qui correspond à la limite du domaine d'étude. Cela permet donc de soutenir la pertinence de cette comparaison entre caractéristiques à l'échelle d'une cellule et propriétés de transport aux temps longs pour évaluer la cohérence des deux, notamment expérimentalement où la mesure des propriétés aux temps longs dépendait d'une reconstruction de trajectoires et avait donc besoin de pouvoir être vérifiée.



FIG. 4.26 – Étude des propriétés de transport d'un nageur du modèle numérique dans un écoulement externe. (a) Déplacement quadratique moyen du nageur pour différentes amplitudes d'écoulement externe. (b) Coefficients caractéristiques des régimes de transport du nageur avec le modèle numérique dans un écoulement externe, en fonction de l'amplitude de l'écoulement. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.



FIG. 4.27 – Comparaison entre propriétés de transport estimées à l'échelle de la cellule et à partir de la reconstruction de trajectoires pour le système numérique. Ce ratio doit être constant si les deux approches sont en accord. Les barres d'incertitude sont plus petites que la taille des points.

## 3 Bilan

La fabrication d'un dispositif permettant de générer un réseau de tourbillons contrarotatifs nous a permis de mener des premières expériences sur l'interaction entre un nageur interfacial et un écoulement externe. Nous avons pu observer l'existence d'un phénomène de piégeage par un tourbillon intervenant uniquement lorsque la vitesse caractéristique de l'écoulement (donnée par la vitesse de l'extrémité des barreaux aimantés) est de l'ordre de trois fois la vitesse de propulsion du nageur. À l'échelle d'une cellule, nous avons pu obtenir un coefficient de diffusion rotationnelle qui permet de renseigner sur les propriétés de transport du nageur. Aux plus grandes échelles, nous avons en revanche été confrontés à une limitation due à la taille finie de l'expérience nous empêchant de mesurer de manière directe les propriétés de transport aux temps longs du nageur. Bien que nous ayons proposé des alternatives en fabriquant une trajectoire « infinie », nous ne sommes à ce stade pas en mesure de vérifier les résultats qu'elle permet d'obtenir aux temps longs. Ces premières études, réalisées très récemment, donnent une première idée des possibilités offertes par le dispositif expérimental fabriqué sur mesure, et surtout de celles qui le seront avec un réseau plus étendu.

En utilisant l'implémentation d'un écoulement externe dans le modèle numérique, nous avons montré que le nageur se comporte qualitativement de la même manière dans les deux systèmes en se restreignant aux régimes où l'écoulement est plus faible que la vitesse de propulsion du nageur. À l'échelle d'une cellule du réseau, nous avons effectué les mêmes caractérisations qu'expérimentalement et ainsi montré qualitativement un fort accord avec le système expérimental. Des limites ont néanmoins été entrevues dans ces similitudes, sans doute en partie à cause des caractéristiques particulières des écoulements Marangoni conférées par l'approximation de lubrification. Aux temps longs, l'étude des trajectoires obtenues grâce au modèle numérique a montré l'existence de régimes de transport diffusifs comme cela avait été observé pour d'autres systèmes proches. Malgré les limites évoquées, le modèle a permis de tester les connexions entre caractérisation à l'échelle de la cellule et propriétés de transport aux temps longs pour pouvoir les utiliser sur des systèmes expérimentaux.

Pour conclure sur cette étude, l'utilisation du modèle numérique est bien adaptée à l'étude de l'interaction entre nageur et écoulement externe dans le régime des faibles vitesse. Cela pourra probablement s'avérer particulièrement utile pour une étude de l'interaction du nageur avec l'écoulement au niveau hydrodynamique, non explorée dans ce manuscrit, grâce aux possibilités offertes par le numérique comme la connaissance précise des forces agissant sur le nageur à tout instant.

Au cours de cette thèse, nous nous sommes intéressés aux phénomènes de transport et de dispersion de particules en présence de particules actives : les nageurs interfaciaux. Au travers d'expériences, de leur analyse ainsi que d'un modèle numérique, ce travail a permis de mettre en lumière des phénomènes inattendus, de les caractériser et même d'en comprendre certains! Dans cette conclusion, je vais reprendre les résultats marquants décrits dans ce manuscrit et ce qu'ils permettent d'espérer pour la suite.

## Dynamique du nageur interfacial

Le mécanisme d'auto-propulsion du nageur interfacial symétrique a déjà été le sujet de plusieurs modèles à la fois analytiques et numériques [90, 91, 96–99]. Ces modèles nécessitent des simplifications fortes pour être solubles, parmi lesquelles souvent l'omission ou au minimum la simplification des écoulements Marangoni créés par le nageur qui ont pourtant un rôle non négligeable. Nous avons donc proposé une expérience pour caractériser ces écoulements tridimensionnels sous le nageur grâce à la technique de vélocimétrie par imagerie de particules dans plusieurs plans horizontaux ainsi qu'à une méthode de Galerkine pour une reconstruction tridimensionnelle. Cela nous a permis d'obtenir un champ de vitesse qualitativement satisfaisant, permettant d'observer une forte asymétrie entre l'avant et l'arrière du nageur, une symétrie gauche/droite ainsi qu'un tube de pompage de fluide derrière le nageur. Malheureusement, cette reconstruction est encore imparfaite, à la fois au niveau des acquisitions expérimentales trop bruitées que de la reconstruction numérique. En l'état, elle n'est donc pas suffisante pour donner à elle seule une description quantitative précise des écoulements. Néanmoins, ces résultats pourront s'avérer complémentaires à d'autres études, notamment numériques (par exemple par la méthode des éléments finis [87]), en permettant d'évaluer leur pertinence. Une fois validées grâce à la similitude entre les résultats qu'elles permettent d'obtenir et nos expériences, ces simulations numériques pourraient permettre d'obtenir des informations très précises sur le champ de vitesse Marangoni créé par un nageur, tout en fournissant également les champs de concentration chimiques. Ceci devrait aider au développement de modèles plus réalistes de ce type d'objets.

Dans la suite du chapitre, une modélisation numérique innovante du nageur interfacial a été proposée. Celle-ci ne constitue pas une fin en soi pour l'étude de la dynamique du nageur puisqu'elle est semblable à d'autres déjà développées et conduit à des résultats similaires [91]. Pour rendre le modèle soluble, nous avons fait des hypothèses fortes parmi lesquelles une hypothèse de lubrification qui a pour conséquence que les écoulements Marangoni générés par les nageurs sont potentiels. Un des objectifs futurs pourrait être de modifier les hypothèses pour dépasser cette limite. L'originalité, et donc l'intérêt, du modèle développé provient de son caractère bidimensionnel et de la prise en compte –ici aussi partielle– des écoulements Marangoni, ce qui permet d'étudier un large panel d'interactions entre nageurs mais également avec un écoulement externe. Par exemple, cela a permis d'étudier les interactions binaires entre deux nageurs interfaciaux et ainsi de montrer une tendance à l'alignement. Ces interactions n'avaient jusqu'ici jamais été étudiées pour des nageurs interfaciaux en raison de difficultés pratiques. Il serait intéressant d'imaginer un dispositif expérimental permettant de faire varier les paramètres de collision entre deux nageurs interfaciaux sans trop les perturber pour voir si la tendance à l'alignement existe aussi expérimentalement.

Comme nous l'avons vu, le mécanisme de propulsion du nageur interfacial s'accompagne de la génération d'écoulements Marangoni dans tout le volume du fluide, et donc en particulier à la surface. En présence d'un grand nombre de nageurs, le mouvement de chacun d'entre eux est désordonné et l'écoulement qu'ils génèrent en surface est laminaire, très aléatoire et également compressible étant donné qu'il est bidimensionnel. Cette compressibilité rend l'étude du transport et de la dispersion dans cet écoulement très intéressante puisqu'elle permet d'observer, peu importe le type de particules, des phénomènes d'accumulation dans certaines régions de l'espace ou encore la présence de démélange.

## Transport et dispersion de particules

Expérimentalement, nous avons commencé par étudier la dispersion d'un scalaire passif flottant à l'interface air-eau par une assemblée de nageurs interfaciaux. Nous avons montré que dans une large gamme de paramètres, un état stationnaire de mélange imparfait est atteint, indiquant une compétition entre un mécanisme de mélange et un autre de démélange [128]. Le mélange peut être attribué au mouvement désordonné des nageurs, tandis que le démélange, qui a reçu la plupart de notre attention, est la conséquence d'effets Marangoni qui créent des hétérogénéités autour de chacun des nageurs. Le résultat le plus surprenant est une signature turbulente du mélange bien que les écoulements soient laminaires, une analogie déjà observée dans la dynamique des nageurs [145] et dont l'origine reste incomprise.

En parallèle, nous avons étudié les interactions entre plusieurs nageurs interfaciaux ainsi que la dispersion d'un scalaire passif dans le modèle numérique. Celui-ci capture qualitativement la phénoménologie observée expérimentalement tout en permettant de s'affranchir de certains limitations, comme la taille finie du dispositif. Il permet également d'explorer des régimes inaccessibles ainsi que l'influence de paramètres qu'il est impossible de faire varier. L'étude des propriétés de transport d'une assemblée de nageurs interfaciaux a montré l'existence de régimes diffusifs aux temps longs, n'ayant pu être observés expérimentalement à cause de la taille finie de l'expérience [145]. Reproduire les mêmes expériences mais dans une cuve plus grande devrait pouvoir permettre d'évaluer les propriétés de transport des nageurs expérimentaux. En plus des propriétés de transport d'une assemblée, nous nous sommes intéressés aux comportements collectifs des nageurs interfaciaux. Dans les régimes dilués, les comportements sont similaires. En revanche, alors qu'un régime intermittent est observé expérimentalement en augmentant le nombre de nageurs [146], celui-ci n'est actuellement pas reproduit par les simulations. Étudier l'influence de diverses formes de saturation de l'interface ou encore de l'ajout du confinement par des murs aux simulations devrait pouvoir permettre d'en apprendre plus sur l'origine de ce régime. En augmentant encore le nombre de nageurs, nous avons observé une transition de phase vers un état ordonné hexagonal similaire à celui décrit expérimentalement [158]. Numériquement, nous avons montré que cette transition de phase présente de fortes ressemblances avec la transition liquide/hexatique classique des systèmes thermiques bidimensionnels à l'équilibre [154] bien que le système soit ici athermique et hors-équilibre. Il serait intéressant, même si cela sera probablement plus compliqué à cause de l'existence du régime intermittent, de voir si cette même analogie peut être retrouvée sur le système expérimental.

Enfin, nous avons implémenté l'ajout de bulles de verre et avons étudié leur transport et leur dispersion avec le modèle numérique. Qualitativement, les mêmes phénomènes aboutissant à un état de mélange stationnaire imparfait sont bien décrits. La différence principale est une grande granularité du champ de bulles de verre reconstruit en raison de l'absence d'interactions entre les différentes bulles de verre. L'implémentation d'une élasticité de surface des bulles de verre, qui se repousseraient quand elles sont trop proches, permettrait peut-être de montrer l'influence de phénomènes similaires dans le dispositif expérimental. De plus, l'avantage de la modélisation numérique est la connaissance des positions de tous les traceurs à chaque instant. Il serait intéressant de caractériser les fluctuations de densité occasionnées par l'écoulement généré par les nageurs pour voir si des fluctuations géantes de densité, caractéristiques des systèmes actifs [159], sont observées.

Dans cette partie, les nageurs interfaciaux étaient la seule source d'écoulements. Dans la nature, ce n'est que très rarement le cas : les particules actives sont souvent amenées à se déplacer dans des écoulements externes qu'elles ne contrôlent pas, comme les courants océaniques pour un grand nombre de bio-organismes marins. Dans le dernier chapitre de ce manuscrit de thèse, j'ai amorcé un projet autour de l'influence de la présence d'écoulements externes sur le transport d'un nageur interfacial.

# Transport en présence d'écoulement externe

Nous avons fabriqué un dispositif expérimental permettant de générer un réseau carré de 16 tourbillons contra-rotatifs dont la vitesse de rotation est variable. Dans un premier temps, nous avons tenté de caractériser l'écoulement de surface engendré par le dispositif. La méthode de vélocimétrie par imagerie de particules choisie permet d'obtenir l'allure du champ de vitesse, mais ne semble quantitativement pas pertinente. Il faudrait donc réussir à améliorer les mesures ou à défaut envisager une autre technique pour obtenir des informations sur le champ de vitesse. Malgré cela, nous avons étudié les interactions entre un nageur et l'écoulement à l'échelle d'un tourbillon. Nous avons pu observer que des phénomènes de piégeage du nageur par un tourbillon apparaissent quand la vitesse du nageur est sensiblement plus faible que celle de l'écoulement. Nous avons pu définir un coefficient de diffusion rotationnelle à l'échelle de la cellule qui donne une première idée des propriétés de transport du nageur. En revanche, nous ne sommes pour le moment pas en mesure de caractériser le transport du nageur aux temps longs à cause de la taille trop petite du réseau de tourbillons, et ce malgré une tentative utilisant une reconstruction de ce que pourrait être la trajectoire du nageur dans un réseau infini, à partir des différentes portions de trajectoires collectées à l'intérieur du réseau. La fabrication d'un réseau plus grand constitue donc la suite logique de ce projet et devrait permettre d'accéder aux propriétés de transport du nageur dans cet écoulement aux temps longs. Les interactions restent également à caractériser d'un point de vue hydrodynamique entre le nageur, son nuage chimique et l'écoulement. Cela pourra par exemple passer par des expériences dans un tourbillon unique. La difficulté de ce type d'approche vient du fait qu'un nageur unique dans ce système très simple passe rarement spontanément proche du centre du tourbillon mais a plutôt tendance à longer les bords de la cuve. Il faudra donc imaginer des approches pour multiplier les événements d'intérêt.

L'implémentation de la présence d'un écoulement externe dans le modèle numérique permet de reproduire les mêmes études. En raison de l'apparition de phénomènes d'immobilisation du nageur sur les séparatrices quand la vitesse maximale de l'écoulement devient supérieure à la vitesse de propulsion du nageur, nous avons dû restreindre l'étude au régime des faibles fréquences. Dans ce régime, les interactions entre nageur et écoulement à l'échelle de la cellule sont qualitativement très similaires à ceux observés expérimentalement. L'avantage du numérique est qu'il nous permet d'accéder à des trajectoires du nageur interfacial dans un réseau de tourbillons infini. L'étude de ces trajectoires nous a permis d'accéder aux propriétés de transport aux temps longs du nageur interfacial dans ce régime des faibles écoulements, qui est diffusif comme cela avait été observé pour d'autres systèmes similaires [166]. Étant donné les fortes similitudes observées avec les comportements expérimentaux lorsque la comparaison est possible, le modèle numérique devrait pouvoir permettre d'étudier en détail les interactions entre nageur et écoulement, et en particulier du point de vue hydrodynamique où la connaissance des forces s'appliquant sur le nageur à tout instant pourra s'avérer très utile.

Ainsi s'achève ce manuscrit, qui restera avec un second article portant sur le modèle numérique *a priori* ma dernière contribution écrite à la recherche scientifique. Il concrétise les différentes tentatives, dont certaines plus fructueuses que d'autres, réalisées au cours de ma thèse pour contribuer à la description, mais aussi à la compréhension, de la dynamique, du transport et de la dispersion des nageurs interfaciaux. J'espère que, parmi les pistes de réflexion soulevées dans ce travail et résumées dans cette conclusion, certaines seront poursuivies et mèneront à d'autres découvertes ou, pourquoi pas, à des applications.

- X. DEMAGNY https://www.franceinter.fr/environnement/pourquoi-leciel-est-il-ocre-dans-une-partie-du-pays-depuis-samedi-matin. (Cit. p. 2.)
- [2] L. LEBRETON, B. SLAT, F. FERRARI, B. SAINTE-ROSE, J. AITKEN,
  R. MARTHOUSE, S. HAJBANE, S. CUNSOLO, A. SCHWARZ, A. LEVIVIER *et al.*,
  « Evidence that the great pacific garbage patch is rapidly accumulating plastic », *Scientific reports*, vol. 8, no. 1, p. 1–15, 2018. (Cit. p. 2.)
- [3] L. BOUROUIBA, E. DEHANDSCHOEWERCKER et J. W. BUSH, « Violent expiratory events : on coughing and sneezing », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 745, p. 537–563, 2014. (Cit. p. 2.)
- [4] E. C. COLE et C. E. COOK, « Characterization of infectious aerosols in health care facilities : an aid to effective engineering controls and preventive strategies », *American journal of infection control*, vol. 26, no. 4, p. 453–464, 1998. (Cit. p. 2.)
- [5] M. AGUDELO https://www.leprogres.fr/environnement/2021/02/06/cieljaune-ce-samedi-matin-vos-plus-belles-images. (Cit. p. 2.)
- [6] J. GATHANY https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6701700. (Cit. p. 2.)
- [7] A. L. THOMAS, « On the tails of birds », Bioscience, p. 215–225, 1997. (Cit. p. 2.)
- [8] A. HEDENSTRÖM, « Migration by soaring or flapping flight in birds : the relative importance of energy cost and speed », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B : Biological Sciences*, vol. 342, no. 1302, p. 353–361, 1993. (Cit. p. 2.)
- [9] C. D. CONE, « Thermal soaring of birds », American Scientist, vol. 50, no. 1, p. 180–209, 1962. (Cit. p. 2.)
- [10] Z. ÅKOS, M. NAGY, S. LEVEN et T. VICSEK, « Thermal soaring flight of birds and unmanned aerial vehicles », *Bioinspiration & biomimetics*, vol. 5, no. 4, p. 045003, 2010. (Cit. p. 2.)
- [11] I. MCCAVE, « Erosion, transport and deposition of fine-grained marine sediments », *Geological Society, London, Special Publications*, vol. 15, no. 1, p. 35–69, 1984. (Cit. p. 2.)

- [12] E. JAUPART et G. LAIBE, « Channels for streaming instability in dusty discs », Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 492, no. 4, p. 4591–4598, 2020. (Cit. p. 2.)
- [13] J. H. VAN BOXEL et al., « Numerical model for the fall speed of rain drops in a rain fall simulator », in Workshop on wind and water erosion, p. 77–85, 1997. (Cit. p. 2.)
- [14] S. E. YUTER, D. E. KINGSMILL, L. B. NANCE et M. LÖFFLER-MANG,
  « Observations of precipitation size and fall speed characteristics within coexisting rain and wet snow », *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, vol. 45, no. 10, p. 1450–1464, 2006. (Cit. p. 2.)
- [15] V. L. STREETER et E. B. WYLIE, Fluid Mechanics. New York : McGraw-Hill, 1985. (Cit. p. 6.)
- [16] G. I. TAYLOR, « Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube », Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 219, no. 1137, p. 186–203, 1953. (Cit. p. 6.)
- [17] R. ARIS, « On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube », Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 235, no. 1200, p. 67–77, 1956. (Cit. p. 6.)
- [18] A. BEUF et F. RAYNAL, « Comment mélanger en écoulement laminaire? », Bulletin de l'Union des Physiciens (1907-2003), vol. 919, p. 1069–1079, 2009. (Cit. p. 7.)
- [19] O. REYNOLDS, « Xxix. an experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels », *Philosophical Transactions of the Royal society* of London, no. 174, p. 935–982, 1883. (Cit. p. 7.)
- [20] H. AREF, « Stirring by chaotic advection », Journal of fluid mechanics, vol. 143, p. 1–21, 1984. (Cit. p. 7.)
- [21] J. M. OTTINO et J. OTTINO, The kinematics of mixing : stretching, chaos, and transport, vol. 3. Cambridge university press, 1989. (Cit. p. 7.)
- [22] E. GOUILLART, O. DAUCHOT, B. DUBRULLE, S. ROUX et J.-L. THIFFEAULT,
  « Slow decay of concentration variance due to no-slip walls in chaotic mixing », *Physical Review E*, vol. 78, no. 2, p. 026211, 2008. (Cit. pp. 7 et 8.)
- [23] E. FRANÇAIS, Étude du mélange dans un écoulement de Stokes en géométrie de Couette excentré. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1992. (Cit. p. 7.)
- [24] S. BERTI et G. LAPEYRE, « Lagrangian pair dispersion in upper-ocean turbulence in the presence of mixed-layer instabilities », *Physics of Fluids*, vol. 33, no. 3, p. 036603, 2021. (Cit. p. 7.)

- [25] E. AURELL, G. BOFFETTA, A. CRISANTI, G. PALADIN et A. VULPIANI,
  « Predictability in the large : an extension of the concept of lyapunov exponent », Journal of Physics A : Mathematical and General, vol. 30, no. 1, p. 1, 1997. (Cit. p. 7.)
- [26] G. BOFFETTA, M. CENCINI, S. ESPA et G. QUERZOLI, « Chaotic advection and relative dispersion in an experimental convective flow », *Physics of Fluids*, vol. 12, no. 12, p. 3160–3167, 2000. (Cit. p. 8.)
- [27] O. CADOT, Introduction à la turbulence, cours de l'ENSTA-ParisTech 2A. Cours, ENSTA-ParisTech, 2013. (Cit. p. 8.)
- [28] A. N. KOLMOGOROV, « The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers », Cr Acad. Sci. URSS, vol. 30, p. 301–305, 1941. (Cit. pp. 8 et 9.)
- [29] U. FRISCH et A. N. KOLMOGOROV, Turbulence : the legacy of AN Kolmogorov. Cambridge university press, 1995. (Cit. p. 8.)
- [30] G. SETTLES https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=29522249. (Cit. p. 9.)
- [31] R. VOLK, Transport de particules en écoulement turbulent. Habilitation à diriger des recherches, Ecole Normale Supérieure de Lyon, 2013. (Cit. pp. 9 et 12.)
- [32] M. BOURGOIN, « Turbulent pair dispersion as a ballistic cascade phenomenology », Journal of Fluid Mechanics, vol. 772, p. 678–704, 2015. (Cit. p. 10.)
- [33] G. BATCHELOR, « The application of the similarity theory of turbulence to atmospheric diffusion », Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 76, no. 328, p. 133–146, 1950. (Cit. p. 10.)
- [34] L. F. RICHARDSON, « Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph », Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, vol. 110, no. 756, p. 709–737, 1926. (Cit. p. 10.)
- [35] R. VOLK, C. MAUGER, M. BOURGOIN, C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT et F. RAYNAL, « Chaotic mixing in effective compressible flows », *Physical Review E*, vol. 90, no. 1, p. 013027, 2014. (Cit. p. 11.)
- [36] N. MACHICOANE, Particules matérielles en écoulement turbulent. Transport, dynamique aux temps longs et transfert thermique. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de lyon, 2014. (Cit. p. 12.)
- [37] F. TOSCHI et E. BODENSCHATZ, « Lagrangian properties of particles in turbulence », Annual review of fluid mechanics, vol. 41, p. 375–404, 2009. (Cit. pp. 12 et 13.)
- [38] R. GATIGNOL, « The faxen formulae for a rigid particle in an unsteady non-uniform stokes flow », *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, vol. 2, p. 143–160, 1983. (Cit. p. 12.)

- [39] M. R. MAXEY et J. J. RILEY, « Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow », *The Physics of Fluids*, vol. 26, no. 4, p. 883–889, 1983. (Cit. p. 12.)
- [40] T. M. BURTON et J. K. EATON, « Fully resolved simulations of particle-turbulence interaction », Journal of Fluid Mechanics, vol. 545, p. 67, 2005. (Cit. p. 12.)
- [41] E. BALKOVSKY, G. FALKOVICH et A. FOUXON, « Intermittent distribution of inertial particles in turbulent flows », *Physical Review Letters*, vol. 86, no. 13, p. 2790, 2001. (Cit. p. 12.)
- [42] R. MONCHAUX, M. BOURGOIN et A. CARTELLIER, « Analyzing preferential concentration and clustering of inertial particles in turbulence », *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 40, p. 1–18, 2012. (Cit. p. 13.)
- [43] A. J. PETERSEN, L. BAKER et F. COLETTI, « Experimental study of inertial particles clustering and settling in homogeneous turbulence », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 864, p. 925–970, 2019. (Cit. p. 14.)
- [44] E. CALZAVARINI, M. CENCINI, D. LOHSE, F. TOSCHI et al., « Quantifying turbulence-induced segregation of inertial particles », *Physical review letters*, vol. 101, no. 8, p. 084504, 2008. (Cit. p. 14.)
- [45] J. BEC, L. BIFERALE, A. LANOTTE, A. SCAGLIARINI et F. TOSCHI, « Turbulent pair dispersion of inertial particles », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 645, p. 497–528, 2010. (Cit. p. 14.)
- [46] S. WANG, R. L. STEWART, G. METCALFE et J. WU, « Kinematics of clustering », 2014. (Cit. p. 14.)
- [47] J. C. ZAHNOW, R. D. VILELA, U. FEUDEL et T. TÉL, « Aggregation and fragmentation dynamics of inertial particles in chaotic flows », *Physical Review E*, vol. 77, no. 5, p. 055301, 2008. (Cit. p. 14.)
- [48] M. SUDHARSAN, S. L. BRUNTON et J. J. RILEY, « Lagrangian coherent structures and inertial particle dynamics », *Physical Review E*, vol. 93, no. 3, p. 033108, 2016. (Cit. p. 14.)
- [49] G. SEGRE et A. SILBERBERG, « Radial particle displacements in poiseuille flow of suspensions », *Nature*, vol. 189, no. 4760, p. 209–210, 1961. (Cit. p. 14.)
- [50] E. CALZAVARINI, R. VOLK, M. BOURGOIN, E. LÉVÊQUE, J.-F. PINTON et F. TOSCHI, « Acceleration statistics of finite-sized particles in turbulent flow : the role of faxén forces », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 630, p. 179–189, 2009. (Cit. p. 15.)
- [51] J. H. CARTWRIGHT, U. FEUDEL, G. KÁROLYI, A. de MOURA, O. PIRO et T. TÉL,
  « Dynamics of finite-size particles in chaotic fluid flows », in Nonlinear dynamics and chaos : advances and perspectives, p. 51–87, Springer, 2010. (Cit. p. 15.)

- [52] S. KLEIN, M. GIBERT, A. BÉRUT et E. BODENSCHATZ, « Simultaneous 3d measurement of the translation and rotation of finite-size particles and the flow field in a fully developed turbulent water flow », *Measurement Science and Technology*, vol. 24, no. 2, p. 024006, 2012. (Cit. p. 15.)
- [53] V. LOISEL, M. ABBAS, O. MASBERNAT et E. CLIMENT, « The effect of neutrally buoyant finite-size particles on channel flows in the laminar-turbulent transition regime », *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 12, p. 123304, 2013. (Cit. p. 15.)
- [54] W. FORNARI, F. PICANO et L. BRANDT, « The effect of polydispersity in a turbulent channel flow laden with finite-size particles », European Journal of Mechanics-B/Fluids, vol. 67, p. 54–64, 2018. (Cit. p. 15.)
- [55] N. MACHICOANE, M. LÓPEZ-CABALLERO, L. FIABANE, J.-F. PINTON,
  M. BOURGOIN, J. BURGUETE et R. VOLK, « Stochastic dynamics of particles trapped in turbulent flows », *Physical Review E*, vol. 93, no. 2, p. 023118, 2016. (Cit. p. 15.)
- [56] N. T. OUELLETTE, P. O'MALLEY et J. P. GOLLUB, « Transport of finite-sized particles in chaotic flow », *Physical review letters*, vol. 101, no. 17, p. 174504, 2008. (Cit. p. 15.)
- [57] N. M. QURESHI, M. BOURGOIN, C. BAUDET, A. CARTELLIER et Y. GAGNE,
  « Turbulent transport of material particles : an experimental study of finite size effects », *Physical review letters*, vol. 99, no. 18, p. 184502, 2007. (Cit. p. 15.)
- [58] C. A. MÉRIAUX, M. A. TEIXEIRA, J. J. MONAGHAN, R. COHEN et P. CLEARY, « Dispersion of finite-size particles probing inhomogeneous and anisotropic turbulence », *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, vol. 84, p. 93–109, 2020. (Cit. p. 15.)
- [59] S. MICHELIN, « Vers de nouveaux fluides "actifs" », La jaune et la rouge, no. 752, p. 36–38, 2020. (Cit. p. 16.)
- [60] D. C. PRIEVE et R. ROMAN, « Diffusiophoresis of a rigid sphere through a viscous electrolyte solution », Journal of the Chemical Society, Faraday Transactions 2 : Molecular and Chemical Physics, vol. 83, no. 8, p. 1287–1306, 1987. (Cit. p. 17.)
- [61] B. ABÉCASSIS, C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT, A. AJDARI et L. BOCQUET,
  « Boosting migration of large particles by solute contrasts », *Nature materials*, vol. 7, no. 10, p. 785–789, 2008. (Cit. p. 17.)
- [62] J. PALACCI, B. ABÉCASSIS, C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT et L. BOCQUET,
  « Colloidal motility and pattern formation under rectified diffusiophoresis », *Physical review letters*, vol. 104, no. 13, p. 138302, 2010. (Cit. p. 17.)
- [63] J. PALACCI, C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT et L. BOCQUET, « Osmotic traps for colloids and macromolecules based on logarithmic sensing in salt taxis », *Soft Matter*, vol. 8, no. 4, p. 980–994, 2012. (Cit. p. 17.)

- [64] L. C. S. LOPEZ, B. FILIZOLA, I. DEISS et R. I. RIOS, « Phoretic behaviour of bromeliad annelids (dero) and ostracods (elpidium) using frogs and lizards as dispersal vectors », *Hydrobiologia*, vol. 549, no. 1, p. 15–22, 2005. (Cit. p. 17.)
- [65] A. S. KHAIR et T. M. SQUIRES, « Ion steric effects on electrophoresis of a colloidal particle », Journal of fluid mechanics, vol. 640, p. 343, 2009. (Cit. p. 17.)
- [66] J. DESEIGNE, C. COTTIN-BIZONNE, A. D. STROOCK, L. BOCQUET et C. YBERT, « How a "pinch of salt" can tune chaotic mixing of colloidal suspensions », Soft matter, vol. 10, no. 27, p. 4795–4799, 2014. (Cit. pp. 17 et 18.)
- [67] C. MAUGER, R. VOLK, N. MACHICOANE, M. BOURGOIN, C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT et F. RAYNAL, « Diffusiophoresis at the macroscale », *Physical Review Fluids*, vol. 1, no. 3, p. 034001, 2016. (Cit. p. 18.)
- [68] F. RAYNAL et R. VOLK, « Diffusiophoresis, batchelor scale and effective péclet numbers », Journal of Fluid Mechanics, vol. 876, p. 818–829, 2019. (Cit. p. 18.)
- [69] L. SCHMIDT, I. FOUXON, D. KRUG, M. van REEUWIJK et M. HOLZNER,
  « Clustering of particles in turbulence due to phoresis », *Physical Review E*, vol. 93, no. 6, p. 063110, 2016. (Cit. p. 18.)
- [70] V. SHUKLA, R. VOLK, M. BOURGOIN et A. PUMIR, « Phoresis in turbulent flows », New Journal of Physics, vol. 19, no. 12, p. 123030, 2017. (Cit. p. 18.)
- [71] J. R. SEYMOUR, M. LUHAR, W. M. DURHAM, J. G. MITCHELL, A. MACKE, R. STOCKER *et al.*, « Microbial alignment in flow changes ocean light climate », *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 108, no. 10, p. 3860–3864, 2011. (Cit. p. 19.)
- [72] D. W. KICKLIGHTER, J. M. MELILLO, E. MONIER, A. P. SOKOLOV et Q. ZHUANG, « Future nitrogen availability and its effect on carbon sequestration in northern eurasia », *Nature communications*, vol. 10, no. 1, p. 1–19, 2019. (Cit. p. 19.)
- [73] H. C. FU, T. R. POWERS, R. STOCKER et al., « Bacterial rheotaxis », Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 109, no. 13, p. 4780–4785, 2012. (Cit. p. 19.)
- [74] R. STOCKER, J. R. SEYMOUR, A. SAMADANI, D. E. HUNT et M. F. POLZ,
  « Rapid chemotactic response enables marine bacteria to exploit ephemeral microscale nutrient patches », *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 105, no. 11, p. 4209–4214, 2008. (Cit. p. 19.)
- [75] J. R. SEYMOUR, R. SIMÓ, T. AHMED et R. STOCKER, « Chemoattraction to dimethylsulfoniopropionate throughout the marine microbial food web », *Science*, vol. 329, no. 5989, p. 342–345, 2010. (Cit. p. 19.)
- [76] J. R. TAYLOR et R. STOCKER, « Trade-offs of chemotactic foraging in turbulent water », *Science*, vol. 338, no. 6107, p. 675–679, 2012. (Cit. p. 20.)

- [77] W. M. DURHAM, E. CLIMENT et R. STOCKER, « Gyrotaxis in a steady vortical flow », *Physical Review Letters*, vol. 106, no. 23, p. 238102, 2011. (Cit. p. 20.)
- [78] W. M. DURHAM, E. CLIMENT, M. BARRY, F. DE LILLO, G. BOFFETTA,
  M. CENCINI et R. STOCKER, « Turbulence drives microscale patches of motile phytoplankton », *Nature communications*, vol. 4, no. 1, p. 1–7, 2013. (Cit. p. 20.)
- [79] N. WAISBORD, C. T. LEFÈVRE, L. BOCQUET, C. YBERT et C. COTTIN-BIZONNE,
  « Destabilization of a flow focused suspension of magnetotactic bacteria », *Physical Review Fluids*, vol. 1, no. 5, p. 053203, 2016. (Cit. p. 20.)
- [80] M. LINKMANN, G. BOFFETTA, M. C. MARCHETTI et B. ECKHARDT, « Phase transition to large scale coherent structures in two-dimensional active matter turbulence », *Physical review letters*, vol. 122, no. 21, p. 214503, 2019. (Cit. p. 20.)
- [81] L. WANG, Y. HUANG et al., « Intrinsic flow structure and multifractality in two-dimensional bacterial turbulence », *Physical Review E*, vol. 95, no. 5, p. 052215, 2017. (Cit. p. 20.)
- [82] J. DUNKEL, S. HEIDENREICH, K. DRESCHER, H. H. WENSINK, M. BÄR et R. E. GOLDSTEIN, « Fluid dynamics of bacterial turbulence », *Physical review letters*, vol. 110, no. 22, p. 228102, 2013. (Cit. pp. 20 et 140.)
- [83] R. C. KENT, « Part one : Mirrors; part two : Synthesis of camphor », 1908. (Cit. p. 28.)
- [84] https://www.baume-du-tigre.fr/. (Cit. p. 28.)
- [85] P.-G. DE GENNES et F. BROCHARD-WYART, Gouttes, bulles, perles et ondes. Belin, 2015. (Cit. p. 28.)
- [86] F. ELIAS, « Matière molle ». http: //www.msc.univ-paris-diderot.fr/~elias/ENSEIGNEMENT/Matiere\_Molle.pdf. (Cit. p. 28.)
- [87] D. BONIFACE, Dynamics of interfacial swimmers. Thèse de doctorat, Université Lyon 1, 2020. (Cit. pp. 29, 32, 34, 35, 37, 41, 43, 55, 57, 58, 79, 80, 111, et 173.)
- [88] https: //lesfluides8sciences.weebly.com/mesurer-le-volume-des-liquides.html. (Cit. p. 29.)
- [89] C.-H. CHANG et E. I. FRANSES, « Adsorption dynamics of surfactants at the air/water interface : a critical review of mathematical models, data, and mechanisms », *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, vol. 100, p. 1–45, 1995. (Cit. p. 30.)
- [90] N. J. SUEMATSU, T. SASAKI, S. NAKATA et H. KITAHATA, « Quantitative estimation of the parameters for self-motion driven by difference in surface tension », *Langmuir*, vol. 30, no. 27, p. 8101–8108, 2014. (Cit. pp. 30, 37, 41, 60, et 173.)

- [91] D. BONIFACE, C. COTTIN-BIZONNE, R. KERVIL, C. YBERT et F. DETCHEVERRY, « Self-propulsion of symmetric chemically active particles : Point-source model and experiments on camphor disks », *Physical Review E*, vol. 99, no. 6, p. 062605, 2019. (Cit. pp. 30, 38, 60, 74, 80, 105, 106, 173, et 174.)
- [92] W. ALPERS et H. HÜHNERFUSS, « The damping of ocean waves by surface films : A new look at an old problem », *Journal of Geophysical Research : Oceans*, vol. 94, no. C5, p. 6251–6265, 1989. (Cit. p. 31.)
- [93] H. LHUISSIER et E. VILLERMAUX, « Bursting bubble aerosols », Journal of Fluid Mechanics, vol. 696, no. 410, p. 5, 2012. (Cit. p. 31.)
- [94] M. ARANGALAGE, X. LI, F. LEQUEUX et L. TALINI, « Dual marangoni effects and detection of traces of surfactants », *Soft Matter*, vol. 14, no. 17, p. 3378–3386, 2018. (Cit. p. 31.)
- [95] J. W. BUSH, D. L. HU et M. PRAKASH, « The integument of water-walking arthropods : form and function », Advances in insect physiology, vol. 34, p. 117–192, 2007. (Cit. p. 32.)
- [96] E. LAUGA et A. M. DAVIS, « Viscous marangoni propulsion », Journal of Fluid Mechanics, vol. 705, p. 120–133, 2012. (Cit. pp. 37, 60, et 173.)
- [97] A. WÜRGER, « Thermally driven marangoni surfers », Journal of Fluid Mechanics, vol. 752, p. 589–601, 2014. (Cit. pp. 37, 60, et 173.)
- [98] S. NAKATA, V. PIMIENTA, I. LAGZI, H. KITAHATA et N. J. SUEMATSU, Self-Organized Motion : Physicochemical Design Based on Nonlinear Dynamics. Royal Society of Chemistry, 2018. (Cit. pp. 37, 60, et 173.)
- [99] K. IIDA, H. KITAHATA et M. NAGAYAMA, « Theoretical study on the translation and rotation of an elliptic campbor particle », *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 272, p. 39–50, 2014. (Cit. pp. 37, 60, et 173.)
- [100] I. BRATUKHIN et L. MAURIN, « Thermocapillary convection in a fluid filling a half-space : Pmm vol. 31, no. 3, 1967, pp. 577–580 », Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 31, no. 3, p. 605–608, 1967. (Cit. p. 39.)
- [101] A. THESS, D. SPIRN et B. JÜTTNER, « A two-dimensional model for slow convection at infinite marangoni number », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 331, no. 1, p. 283–312, 1997. (Cit. p. 39.)
- [102] S. MANDRE, « Axisymmetric spreading of surfactant from a point source », Journal of Fluid Mechanics, vol. 832, p. 777–792, 2017. (Cit. pp. 39 et 105.)
- [103] M. ROCHÉ, Z. LI, I. M. GRIFFITHS, S. LE ROUX, I. CANTAT, A. SAINT-JALMES et H. A. STONE, « Marangoni flow of soluble amphiphiles », *Physical review letters*, vol. 112, no. 20, p. 208302, 2014. (Cit. pp. 39 et 105.)
- [104] M. BANDI, V. AKELLA, D. SINGH, R. SINGH et S. MANDRE, « Hydrodynamic signatures of stationary marangoni-driven surfactant transport », *Physical review letters*, vol. 119, no. 26, p. 264501, 2017. (Cit. pp. 39 et 40.)

- [105] G. KOLESKI, A. VILQUIN, J.-C. LOUDET, T. BICKEL et B. POULIGNY,
  « Azimuthal instability of the radial thermocapillary flow around a hot bead trapped at the water-air interface », *Physics of Fluids*, vol. 32, no. 9, p. 092108, 2020. (Cit. pp. 40 et 41.)
- [106] T. BICKEL, « Effect of surface-active contaminants on radial thermocapillary flows », The European Physical Journal E, vol. 42, no. 10, p. 1–9, 2019. (Cit. p. 40.)
- [107] H. KITAHATA et N. YOSHINAGA, « Effective diffusion coefficient including the marangoni effect », *The Journal of chemical physics*, vol. 148, no. 13, p. 134906, 2018. (Cit. pp. 40 et 61.)
- [108] T. BICKEL, « Spreading dynamics of reactive surfactants driven by marangoni convection », Soft Matter, vol. 15, no. 18, p. 3644–3648, 2019. (Cit. pp. 40, 41, et 61.)
- [109] Y. MATSUDA, N. J. SUEMATSU, H. KITAHATA, Y. S. IKURA et S. NAKATA,
  « Acceleration or deceleration of self-motion by the marangoni effect », *Chemical Physics Letters*, vol. 654, p. 92–96, 2016. (Cit. p. 41.)
- [110] H. WILLIAMS et O. JENSEN, « Two-dimensional nonlinear advection-diffusion in a model of surfactant spreading on a thin liquid film », *IMA Journal of applied Mathematics*, vol. 66, no. 1, p. 55–82, 2001. (Cit. p. 42.)
- [111] S. SUR, H. MASOUD et J. P. ROTHSTEIN, « Translational and rotational motion of disk-shaped marangoni surfers », *Physics of Fluids*, vol. 31, no. 10, p. 102101, 2019. (Cit. pp. 42, 50, et 105.)
- [112] R. D. KEANE et R. J. ADRIAN, "Theory of cross-correlation analysis of piv images », Applied scientific research, vol. 49, no. 3, p. 191–215, 1992. (Cit. p. 48.)
- [113] P. MEUNIER et T. LEWEKE, « Analysis and treatment of errors due to high velocity gradients in particle image velocimetry », *Experiments in fluids*, vol. 35, no. 5, p. 408–421, 2003. (Cit. p. 48.)
- [114] S. GÉRALD, Méthode de Galerkin Discontinue et intégrations explicites-implicites en temps basées sur un découplage des degrés de liberté. Applications au système des équations de Navier-Stokes. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2013. (Cit. p. 52.)
- [115] B. COCKBURN, G. E. KARNIADAKIS et C.-W. SHU, « The development of discontinuous galerkin methods », in Discontinuous Galerkin Methods, p. 3–50, Springer, 2000. (Cit. p. 52.)
- [116] Y. KOYANO, T. SAKURAI et H. KITAHATA, « Oscillatory motion of a camphor grain in a one-dimensional finite region », *Physical Review E*, vol. 94, no. 4, p. 042215, 2016. (Cit. p. 60.)

- [117] T. FRANK, « Exact solutions for chemical concentration waves of self-propelling camphor particles racing on a ring : A novel potential dynamics perspective. », *Condensed Matter Physics*, vol. 17, no. 4, 2014. (Cit. p. 60.)
- [118] H. KITAHATA, S.-i. HIROMATSU, Y. DOI, S. NAKATA et M. R. ISLAM,
  « Self-motion of a camphor disk coupled with convection », *Physical Chemistry Chemical Physics*, vol. 6, no. 9, p. 2409–2414, 2004. (Cit. p. 60.)
- [119] C. BARENTIN, C. YBERT, J.-M. DI MEGLIO et J.-F. JOANNY, « Surface shear viscosity of gibbs and langmuir monolayers », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 397, p. 331–349, 1999. (Cit. p. 62.)
- [120] S. MICHELIN, E. LAUGA et D. BARTOLO, « Spontaneous autophoretic motion of isotropic particles », *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 6, p. 061701, 2013. (Cit. p. 74.)
- [121] K. LIPPERA, M. BENZAQUEN et S. MICHELIN, « Bouncing, chasing, or pausing : Asymmetric collisions of active droplets », *Physical Review Fluids*, vol. 5, no. 3, p. 032201, 2020. (Cit. p. 78.)
- [122] K. LIPPERA, M. MOROZOV, M. BENZAQUEN et S. MICHELIN, « Collisions and rebounds of chemically active droplets », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 886, 2020. (Cit. pp. 78 et 80.)
- [123] K. LIPPERA, M. BENZAQUEN et S. MICHELIN, « Alignment and scattering of colliding active droplets », *Soft Matter*, vol. 17, no. 2, p. 365–375, 2021. (Cit. pp. 78 et 79.)
- [124] L.-M. LEBRETON, S. GREER et J. C. BORRERO, « Numerical modelling of floating debris in the world's oceans », *Marine pollution bulletin*, vol. 64, no. 3, p. 653–661, 2012. (Cit. p. 86.)
- [125] M. ERIKSEN, L. C. LEBRETON, H. S. CARSON, M. THIEL, C. J. MOORE, J. C. BORERRO, F. GALGANI, P. G. RYAN et J. REISSER, « Plastic pollution in the world's oceans : more than 5 trillion plastic pieces weighing over 250,000 tons afloat at sea », *PloS one*, vol. 9, no. 12, p. e111913, 2014. (Cit. p. 86.)
- [126] S. PIONTKOVSKI, R. WILLIAMS, W. PETERSON, O. YUNEV, N. MINKINA, V. VLADIMIROV et A. BLINKO, « Spatial heterogeneity of the planktonic fields in the upper mixed layer of the open ocean », *Marine Ecology Progress Series*, vol. 148, p. 145–154, 1997. (Cit. p. 86.)
- [127] E. R. ABRAHAM, C. S. LAW, P. W. BOYD, S. J. LAVENDER, M. T. MALDONADO et A. R. BOWIE, « Importance of stirring in the development of an iron-fertilized phytoplankton bloom », *Nature*, vol. 407, no. 6805, p. 727–730, 2000. (Cit. p. 86.)
- [128] C. GOUILLER, F. RAYNAL, L. MAQUET, M. BOURGOIN, C. COTTIN-BIZONNE,
  R. VOLK et C. YBERT, « Mixing and unmixing induced by active camphor particles », *Phys. Rev. Fluids*, vol. 6, p. 014501, Jan 2021. (Cit. pp. 86 et 174.)

- [129] J. R. CRESSMAN, J. DAVOUDI, W. I. GOLDBURG et J. SCHUMACHER, « Eulerian and lagrangian studies in surface flow turbulence », New Journal of Physics, vol. 6, no. 1, p. 53, 2004. (Cit. p. 87.)
- [130] J. LARKIN, M. BANDI, A. PUMIR et W. I. GOLDBURG, « Power-law distributions of particle concentration in free-surface flows », *Physical Review E*, vol. 80, no. 6, p. 066301, 2009. (Cit. p. 87.)
- [131] S. LOVECCHIO, C. MARCHIOLI et A. SOLDATI, « Time persistence of floating-particle clusters in free-surface turbulence », *Physical Review E*, vol. 88, no. 3, p. 033003, 2013. (Cit. p. 87.)
- [132] S. LOVECCHIO, F. ZONTA et A. SOLDATI, « Influence of thermal stratification on the surfacing and clustering of floaters in free surface turbulence », Advances in water resources, vol. 72, p. 22–31, 2014. (Cit. p. 87.)
- [133] B. ECKHARDT et J. SCHUMACHER, « Turbulence and passive scalar transport in a free-slip surface », *Physical Review E*, vol. 64, no. 1, p. 016314, 2001. (Cit. p. 87.)
- [134] D. VELLA et L. MAHADEVAN, « The "cheerios effect" », American journal of physics, vol. 73, no. 9, p. 817–825, 2005. (Cit. pp. 87 et 92.)
- [135] M. M. AFONSO, A. MAZZINO et P. OLLA, « Renormalized transport of inertial particles in surface flows », Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical, vol. 42, no. 27, p. 275502, 2009. (Cit. p. 87.)
- [136] P. L. BOYLAND, H. AREF et M. A. STREMLER, « Topological fluid mechanics of stirring », Journal of Fluid Mechanics, vol. 403, p. 277–304, 2000. (Cit. p. 95.)
- [137] E. GOUILLART, J.-L. THIFFEAULT et M. D. FINN, « Topological mixing with ghost rods », *Physical Review E*, vol. 73, no. 3, p. 036311, 2006. (Cit. p. 95.)
- [138] H. TENNEKES et J. L. LUMLEY, A first course in turbulence. MIT press, 2018. (Cit. p. 95.)
- [139] Z. WARHAFT, « Passive scalars in turbulent flows », Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 32, no. 1, p. 203–240, 2000. (Cit. p. 100.)
- [140] G. BATCHELOR, I. HOWELLS et A. TOWNSEND, « Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid part 2. the case of large conductivity », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 5, no. 1, p. 134–139, 1959. (Cit. p. 100.)
- [141] H. OCKENDON et J. R. OCKENDON, Viscous flow, vol. 13. Cambridge University Press, 1995. (Cit. p. 104.)
- [142] Y. KARASAWA, S. OSHIMA, T. NOMOTO, T. TOYOTA et M. FUJINAMI,
  « Simultaneous measurement of surface tension and its gradient around moving camphor boat on water surface », *Chemistry Letters*, vol. 43, no. 7, p. 1002–1004, 2014. (Cit. p. 105.)

- [143] S. SOH, K. J. BISHOP et B. A. GRZYBOWSKI, « Dynamic self-assembly in ensembles of camphor boats », *The Journal of Physical Chemistry B*, vol. 112, no. 35, p. 10848–10853, 2008. (Cit. p. 105.)
- [144] V. G. LEVICH, « Physicochemical hydrodynamics », 1962. (Cit. p. 105.)
- [145] M. BOURGOIN, R. KERVIL, C. COTTIN-BIZONNE, F. RAYNAL, R. VOLK et C. YBERT, « Kolmogorovian active turbulence of a sparse assembly of interacting marangoni surfers », *Physical Review X*, vol. 10, no. 2, p. 021065, 2020. (Cit. pp. 111, 114, 115, 125, 126, 174, et 175.)
- [146] R. KERVIL, Matière active et écoulements : jets de bactéries et nageurs interfaciaux. Thèse de doctorat, Université de Lyon, 2018. (Cit. pp. 111, 123, 124, 157, et 175.)
- [147] E. LAUGA et T. R. POWERS, « The hydrodynamics of swimming microorganisms », *Reports on Progress in Physics*, vol. 72, no. 9, p. 096601, 2009. (Cit. p. 111.)
- [148] F. E. FISH et G. V. LAUDER, « Passive and active flow control by swimming fishes and mammals », Annu. Rev. Fluid Mech., vol. 38, p. 193–224, 2006. (Cit. p. 111.)
- [149] J. L. MORAN et J. D. POSNER, « Phoretic self-propulsion », Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 49, p. 511–540, 2017. (Cit. p. 112.)
- [150] P. B. LISSAMAN et C. A. SHOLLENBERGER, « Formation flight of birds », Science, vol. 168, no. 3934, p. 1003–1005, 1970. (Cit. p. 112.)
- [151] D. WEIHS, « Hydromechanics of fish schooling », Nature, vol. 241, no. 5387, p. 290–291, 1973. (Cit. p. 112.)
- [152] N. KLONGVESSA, F. GINOT, C. YBERT, C. COTTIN-BIZONNE et M. LEOCMACH,
  « Nonmonotonic behavior in dense assemblies of active colloids », *Physical Review* E, vol. 100, no. 6, p. 062603, 2019. (Cit. p. 121.)
- [153] P. DIGREGORIO, D. LEVIS, A. SUMA, L. F. CUGLIANDOLO, G. GONNELLA et I. PAGONABARRAGA, « Full phase diagram of active brownian disks : From melting to motility-induced phase separation », *Physical review letters*, vol. 121, no. 9, p. 098003, 2018. (Cit. p. 122.)
- [154] A. L. THORNEYWORK, J. L. ABBOTT, D. G. AARTS, P. KEIM et R. P. DULLENS, « Bond-orientational order and frank's constant in two-dimensional colloidal hard spheres », *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 30, no. 10, p. 104003, 2018. (Cit. pp. 122 et 175.)
- [155] D. R. NELSON et B. HALPERIN, « Dislocation-mediated melting in two dimensions », *Physical Review B*, vol. 19, no. 5, p. 2457, 1979. (Cit. p. 122.)
- [156] K. ZAHN et G. MARET, « Dynamic criteria for melting in two dimensions », *Physical Review Letters*, vol. 85, no. 17, p. 3656, 2000. (Cit. p. 122.)

- [157] N. J. SUEMATSU, K. TATENO, S. NAKATA et H. NISHIMORI, « Synchronized intermittent motion induced by the interaction between campbor disks », *Journal* of the Physical Society of Japan, vol. 84, no. 3, p. 034802, 2015. (Cit. p. 123.)
- [158] S. SOH, K. J. M. BISHOP et B. A. GRZYBOWSKI, « Dynamic Self-Assembly in Ensembles of Camphor Boats », J. Phys. Chem. B, vol. 112, p. 10848–10853, sept. 2008. (Cit. pp. 124 et 175.)
- [159] S. DEY, D. DAS et R. RAJESH, « Spatial structures and giant number fluctuations in models of active matter », *Physical review letters*, vol. 108, no. 23, p. 238001, 2012. (Cit. pp. 135 et 175.)
- [160] S. A. BERMAN et K. A. MITCHELL, « Trapping of swimmers in a vortex lattice », Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, vol. 30, no. 6, p. 063121, 2020. (Cit. pp. 140, 141, et 152.)
- [161] T. SOLOMON et J. P. GOLLUB, « Chaotic particle transport in time-dependent rayleigh-bénard convection », *Physical Review A*, vol. 38, no. 12, p. 6280, 1988. (Cit. p. 141.)
- [162] T. SOLOMON et I. MEZIĆ, « Uniform resonant chaotic mixing in fluid flows », Nature, vol. 425, no. 6956, p. 376–380, 2003. (Cit. p. 141.)
- [163] S. A. BERMAN, J. BUGGELN, D. A. BRANTLEY, K. A. MITCHELL et T. H. SOLOMON, « Transport barriers to self-propelled particles in fluid flows », *Physical Review Fluids*, vol. 6, no. 1, p. L012501, 2021. (Cit. p. 141.)
- [164] N. KHURANA et N. T. OUELLETTE, « Interactions between active particles and dynamical structures in chaotic flow », *Physics of Fluids*, vol. 24, no. 9, p. 091902, 2012. (Cit. pp. 141 et 165.)
- [165] C. TORNEY et Z. NEUFELD, « Transport and aggregation of self-propelled particles in fluid flows », *Physical review letters*, vol. 99, no. 7, p. 078101, 2007. (Cit. p. 141.)
- [166] L. CAPRINI, F. CECCONI, A. PUGLISI et A. SARRACINO, « Diffusion properties of self-propelled particles in cellular flows », *Soft Matter*, vol. 16, no. 23, p. 5431–5438, 2020. (Cit. pp. 141, 161, 163, et 176.)
- [167] G. ARIEL et J. SCHIFF, « Conservative, dissipative and super-diffusive behavior of a particle propelled in a regular flow », *Physica D : Nonlinear Phenomena*, vol. 411, p. 132584, 2020. (Cit. p. 141.)
- [168] Y. LI, L. LI, F. MARCHESONI, D. DEBNATH et P. K. GHOSH, « Diffusion of chiral janus particles in convection rolls », *Physical Review Research*, vol. 2, no. 1, p. 013250, 2020. (Cit. pp. 141 et 161.)
- [169] P. K. GHOSH, D. DEBNATH, Y. LI et F. MARCHESONI, « Diffusion of active particles in convective flows », *Soft Matter*, vol. 17, no. 8, p. 2256–2264, 2021. (Cit. pp. 141 et 161.)

- [170] G. HALÁSZ, B. GYÜRE, I. M. JÁNOSI, K. G. SZABÓ et T. TÉL, « Vortex flow generated by a magnetic stirrer », *American Journal of Physics*, vol. 75, no. 12, p. 1092–1098, 2007. (Cit. p. 144.)
- [171] T. MAHMUD, J. N. HAQUE, K. J. ROBERTS, D. RHODES et D. WILKINSON, « Measurements and modelling of free-surface turbulent flows induced by a magnetic stirrer in an unbaffled stirred tank reactor », *Chemical Engineering Science*, vol. 64, no. 20, p. 4197–4209, 2009. (Cit. p. 144.)
- [172] A. BUSCIGLIO, G. CAPUTO et F. SCARGIALI, « Free-surface shape in unbaffled stirred vessels : experimental study via digital image analysis », *Chemical Engineering Science*, vol. 104, p. 868–880, 2013. (Cit. p. 144.)
- [173] N. KHURANA, J. BLAWZDZIEWICZ et N. T. OUELLETTE, « Reduced transport of swimming particles in chaotic flow due to hydrodynamic trapping », *Physical review letters*, vol. 106, no. 19, p. 198104, 2011. (Cit. p. 165.)