



HAL
open science

Caractérisation, modélisation et simulation thermo-viscoélastiques de la fissuration des enrobés bitumineux

Akoêtê Kouevidjin

► **To cite this version:**

Akoêtê Kouevidjin. Caractérisation, modélisation et simulation thermo-viscoélastiques de la fissuration des enrobés bitumineux. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2021. Français. NNT : 2021UPAST047 . tel-03509087

HAL Id: tel-03509087

<https://theses.hal.science/tel-03509087>

Submitted on 4 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Caractérisation, modélisation et simulation thermo-viscoélastiques de la fissuration des enrobés bitumineux

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay

École doctorale n° 579 : Sciences Mécaniques et
Énergétiques, Matériaux et Géosciences (SMEMAG)
Spécialité de doctorat : Mécanique des solides
Unité de recherche : Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, CNRS,
Laboratoire de Mécanique des Sols, Structures et Matériaux, 91190,
Gif-sur-Yvette, France
Réfèrent : CentraleSupélec

Thèse présentée et soutenue à Saclay, le 31 mai 2021, par

Akoete Bernus KOUEVIDJIN

Composition du jury :

Luc DORMIEUX Professeur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC)	Président
Cyrille CHAZALLON Professeur des universités, INSA Strasbourg	Rapporteur et examinateur
Ferhat HAMMOUM Directeur de recherche, Université Gustave Eiffel-Campus de Nantes	Rapporteur et examinateur
Virginie MOUILLET Directrice de recherche, Cerema Méditerranée - Aix en Provence	Examinatrice
Frédéric RAGUENEAU Professeur des universités, ENS Paris-Saclay	Examineur
Hachmi BEN DHIA Professeur des universités, Université Paris-Saclay/CentraleSupélec	Directeur
Ciryle SOME Docteur, Cerema Île de France	Co-encadrant
Jean-François BARTHELEMY ICPEF-Chercheur, Cerema-Direction Technique Infrastructures de Transport et Matériaux	Co-encadrant

Titre : Caractérisation, modélisation et simulation thermo-viscoélastiques de la fissuration des enrobés bitumineux

Mots clés : Enrobés bitumineux, Thermo-viscoélasticité, Fissuration

Résumé : La fissuration est l'une des pathologies les plus courantes des chaussées. Divers facteurs affectent le potentiel de fissuration des enrobés bitumineux (EB), notamment les propriétés des constituants de l'enrobé, la vitesse et le mode de chargement, la température, l'état de contrainte et les facteurs climatiques tels que les cycles de gel/dégel et le vieillissement. L'objectif de cette thèse est d'évaluer l'impact du vieillissement sur les propriétés thermomécaniques, physico-chimiques et de rupture des enrobés bitumineux en combinant expérimentations, modélisations et simulations numériques. La procédure de vieillissement des EB est basée sur la CEN/TS 12697-52. Les propriétés rhéologiques des mélanges vieillis et de leurs liants ont été caractérisées et modélisées à l'aide du modèle 2S2P1D. Les résultats montrent une augmentation du module complexe et une diminution de l'angle de phase avec la durée du vieillissement. D'autres indicateurs de vieillissement déterminés à partir des modules complexes des bitumes tels que la température de transition viscoélastique T_{TVE} , le module complexe $|E^*|_{TVE}$ et la pulsation ω_{TVE} à la température T_{TVE} et ceux déterminés à partir de l'analyse IRTF des indices sulfoxyde $I_{S=0}$ et carbonyles $I_{C=0}$ ont été interprétés. Il en ressort que les indicateurs T_{TVE} , $I_{S=0}$ et $I_{C=0}$ augmentent tandis que $|E^*|_{TVE}$ et ω_{TVE} diminuent. En outre, pour évaluer l'effet du vieillissement sur les propriétés de fissuration (force maximale F_{max} , déformation à la force maximale ε_{max} , énergie totale de rupture G_f et indice de résistance à la fissuration IRF), des essais de flexion trois points sur des éprouvettes semi-circulaires (SCB) ont été réalisés sur les mélanges vieillis à trois températures ($-20^\circ C$,

$0^\circ C$ et $20^\circ C$) et sous deux vitesses de chargement (1 et 5 mm/min). Les résultats montrent que les propriétés de fissuration suivantes diminuent : ε_{max} , G_f , IRF. A basse température, aucune variation significative de F_{max} en fonction du temps de vieillissement n'est observée. Cependant, les résultats indiquent une augmentation de F_{max} avec la durée de vieillissement à $20^\circ C$. Puis, une modélisation et une simulation numérique de la fissuration ont été menées. Tout d'abord, le comportement thermo-viscoélastique basé sur le modèle de Maxwell généralisé a été modélisé en adoptant une formulation incrémentale. Les propriétés viscoélastiques linéaires ont été calibrées à partir de mesures expérimentales des propriétés rhéologiques. Cette modélisation permet de simuler des expériences de fluage et de relaxation et des essais de flexion deux points sur un prisme. Les résultats ont validé l'approche de résolution incrémentale proposée. Ensuite, un critère de propagation de fissure en mode I basé sur le taux de restitution d'énergie et couplé au comportement viscoélastique est formulé. Ce critère est utilisé pour simuler des essais SCB sur des EB. Les courbes force-déplacement générées à partir du modèle par éléments finis ont été comparées à celles obtenues expérimentalement. Les simulations numériques et l'expérience donnent des résultats similaires. Enfin, un modèle d'endommagement diffus a été introduit pour modéliser la fissuration des milieux viscoélastiques. Ce modèle permet la prédiction de la trajectoire de fissuration en 2D et 3D et offre la flexibilité d'étudier les phénomènes de branchement des fissures. Le modèle d'endommagement, appliqué au SCB, donne des résultats cohérents avec les données expérimentales.

Title : Characterization, modeling and thermo-viscoelastics simulation of asphalt concrete crack growth

Keywords : Asphalt concrete, Thermo-viscoelasticity, Cracking

Abstract : Cracking is one of the most common pavement pathologies. Various factors affect the cracking potential of asphalt mixtures, including the properties of the asphalt components, loading rate and loading mode, temperature, stress state, and climatic factors such as freeze/thaw cycles and aging. The objective of this thesis is to evaluate the impact of aging on the thermomechanical, physico-chemical and fracture properties of asphalt mixtures by combining experiments, modeling and numerical simulations. The aging procedure for asphalt mixtures is based on the CEN/TS 12697-52 standard. The rheological properties of the aged mixtures and their binders were characterized and modeled using the 2S2P1D model. The results show an increase in the complex modulus and a decrease in the phase angle with the aging time. Other aging indicators determined from the complex moduli of the bitumens such as the Cross-over parameters (viscoelastic transition temperature T_{TVE} , the complex modulus $|E^*|_{TVE}$ and the pulsation ω_{TVE} at the viscoelastic transition temperature) and those determined from the FITR analysis sulfoxide $I_{S=0}$ and carbonyl indices $I_{C=0}$ were interpreted. It reveals that the indicators T_{TVE} , $I_{S=0}$ and $I_{C=0}$ increase while $|E^*|_{TVE}$ and ω_{TVE} decrease. Furthermore, to evaluate the effect of aging on the cracking properties (peak load F_{max} , strain at the peak load ε_{max} , total fracture energy G_f and cracking resistance index IRF), three-point bending tests on semicircular specimens (SCB) were performed on the aged mixtures at three temperatures ($-20^\circ C$, $0^\circ C$ and $20^\circ C$) and under two loa-

ding rates (1 and 5 mm/min). The results show that the following cracking properties decrease : ε_{max} , G_f , IRF whatever the temperature and the loading rate. At low temperatures, no significant variation of F_{max} with aging time is observed. However, the results indicate an increase in the F_{max} with aging time at $20^\circ C$. Finally, a numerical modeling and simulation of the cracking was developed. First, the thermo-viscoelastic behavior based on the generalized Maxwell model was modeled by adopting an incremental formulation. The linear viscoelastic properties have been calibrated from experimental measurements of rheological properties. This modeling allows the simulation of creep and relaxation experiments and two-point bending tests on a prism. The results validated the proposed incremental resolution approach. Then a criterion of crack propagation in mode I based on the energy release rate and coupled to the viscoelastic behavior is formulated. This criterion is used to simulate SCB cracking tests of asphalt mixtures. The force-deflection curve computed from the finite element model was compared to the one obtained experimentally. The results show a relatively good agreement between the numerical simulations and the experiment. A diffuse damage model was introduced in the last part of this study to model the cracking of viscoelastic media. This model allows the prediction of the cracking path in 2D and 3D and offers the flexibility to study the phenomena of crack branching while using classical finite element methods. The damage model, applied to the SCB, gives results consistent with the experimental data.

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier chaleureusement tous ceux qui ont contribué à la réussite de ce projet.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, le Prof. Hachmi BEN DHIA, pour le soutien qu'il m'a apporté et pour ses précieuses remarques scientifiques.

Je tiens à adresser mes remerciements particuliers à M. Cyrille SOME, pour m'avoir encadré et tracé mes premiers pas vers l'expérimental, pour son accompagnement tant sur le plan scientifique qu'administratif et pour m'avoir appris à être moins " bon élève " et plus autonome tout au long de ce travail de recherche. Je n'oublie pas tous les moments passés à tes côtés pour me donner des conseils de vie utiles.

Je remercie sincèrement Monsieur Jean-François BARTHELEMEY, pour son implication constante dans le volet numérique de la thèse. J'ai beaucoup appris sur le plan numérique grâce à lui et j'ai toujours apprécié nos échanges qui m'ont permis de clarifier mes pensées parfois confuses ; toujours disponible à 100% pendant ces trois ans et demi. Il me fait voir bien au-delà de l'horizon, tout en allégeant le poids des tâches et dans une ambiance "bon enfant".

La relecture finale méticuleuse de chacun des chapitres par mes encadrants m'a incontestablement aidé à clarifier mes propos et je tiens à réitérer ma gratitude pour votre encadrement exceptionnel et surtout pour votre patience, et votre rigueur.

Mes sincères remerciements vont au Professeur Luc DORMIEUX, pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je remercie particulièrement M. Cyrille CHAZALLON et M. Ferhat HAMMOUM d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse. Je vous remercie pour vos analyses et critiques sur l'ensemble de mes travaux de thèse. Je remercie également Mme Virginie MOUILLET et M. Frédéric RAGUENEAU d'avoir accepté d'être membres de mon jury de thèse.

Je tiens également à remercier le Laboratoire Eco-Matériaux (LEM) pour l'accueil et les conditions de travail privilégiées qui m'ont été offerts, ainsi que le Laboratoire de Mécanique des Sols, Structures et Matériaux (MSSMat) pour m'avoir accepté d'intégrer l'unité de recherche. Je remercie Amor BEN-FRAJ pour tous ses conseils très instructifs.

Je remercie tous les techniciens de l'équipe chaussée du LEM, et tout particulièrement leur responsable Laura ANDREUX pour avoir permis à ces techniciens de m'initier aux

différents essais réalisés au cours de ma thèse. Je suis également très reconnaissant à Michel LIFFRAUD, Virginie MOUILLET et Arnaud FEESER ainsi qu'à tous leurs techniciens pour leur aide dans la réalisation des essais de caractérisation physico-chimique des bitumes. Un grand merci au laboratoire du Cerema-Strasbourg pour m'avoir aidé à réaliser les essais de fissuration.

Je souhaite remercier tous mes collègues de laboratoire, en particulier Louise LEMESRE, Hamza BEDDAA et Nacef TAZI avec qui, j'ai passé de très bons moments. Mes remerciements vont également à Ibishola SANTOS, Kossivi KPOTUFE, Sylvie HENYOH.

Ces remerciements ne peuvent s'achever, sans une pensée pour ma famille, ma très chère mère Henriette FIOGNON, à mes frères Parfait DOTCHE, Beleave KOUEVIDJIN et Justin AMOUZOU. Sachez que votre présence et vos encouragements sont pour moi les piliers fondateurs de ce que je suis et de ce que je fais. Mille merci à vous !

HOMMAGE À TOI PAPA

Table des matières

Table des matières	I
Table des figures	VI
Liste des tableaux	XIII
Introduction générale	1
I Étude bibliographique	4
I.1 Généralités sur les enrobés bitumineux	4
I.1.1 Définition d'un enrobé bitumineux	4
I.1.2 Granulats	4
I.1.3 Le bitume	6
I.1.3.1 Composition et structure du bitume	6
I.1.3.2 Méthodes empiriques de caractérisation du bitume	8
I.1.4 Comportement thermomécanique des enrobés bitumineux	12
I.1.4.1 Structure de chaussée	12
I.1.4.2 Facteurs influençant la performance des chaussées bitumi- neuses	13
I.1.4.3 Grandes classes de comportement des enrobés	14
I.1.4.4 Comportement viscoélastique linéaire (VEL) des enrobés bitumineux	15
I.1.4.5 Caractérisation dans le domaine temporel	16
I.1.4.6 Caractérisation dans le domaine fréquentiel	21
I.1.4.7 Modèles rhéologiques	25
I.2 Phénomènes de vieillissement des enrobés bitumineux	32
I.2.1 Mécanismes d'oxydation et composition chimique des bitumes	33
I.2.2 Méthodes de vieillissement accéléré en laboratoire	34
I.2.2.1 Procédures de vieillissement du bitume	35
I.2.2.2 Procédures de vieillissement des mélanges bitumineux	37
I.3 Mécanisme de rupture des enrobés bitumineux	43
I.3.1 Différents modes de fissuration des chaussées	43
I.3.2 Différents essais de rupture	45

I.3.2.1	Méthode d'essai SENB	46
I.3.2.2	Méthode d'essai IDT	46
I.3.2.3	Méthode d'essai DCT	46
I.3.2.4	Méthode d'essai SCB	47
I.3.3	Paramètres influençant la fissuration des enrobés bitumineux	48
I.3.4	Modélisation de la rupture des enrobés bitumineux	49
II	Caractérisation expérimentale des propriétés viscoélastiques fragiles des enrobés vieillis	54
II.1	Composition de l'enrobé bitumineux	55
II.1.1	Caractéristique du liant	55
II.1.2	Caractéristiques des granulats	55
II.2	Malaxage et procédure de vieillissement	56
II.2.1	Malaxage	56
II.2.2	Protocole de vieillissement oxydatif des enrobés foisonnés	58
II.2.2.1	Conditionnement pour le vieillissement à court terme (VCT)	58
II.2.2.2	Conditionnement pour le vieillissement à long terme (VLT)	58
II.3	Caractérisation thermomécanique des enrobés bitumineux	59
II.3.1	Confection des éprouvettes prismatiques	59
II.3.1.1	Compactage des plaques	59
II.3.1.2	Sciage des plaques	59
II.3.2	Essai de module complexe par flexion deux points	61
II.3.2.1	Collage des casques et montage des éprouvettes	61
II.3.2.2	Mise en température	62
II.3.2.3	Principe de l'essai de module	62
II.3.3	Analyse des résultats de modules complexes et modélisation	63
II.3.3.1	Courbes isothermes et isochrones	64
II.3.3.2	Validation du PSTT	64
II.3.3.3	Construction des courbes maîtresses	65
II.3.3.4	Analyse des résultats de module complexe	68
II.3.3.5	Calibration du modèle de 2S2P1D	70
II.4	Détermination des propriétés rhéologiques et physico- chimiques des bitumes	71
II.4.1	Méthodes d'extraction du bitume	72
II.4.2	Propriétés physiques	73
II.4.3	Propriétés rhéologiques	75
II.4.3.1	Préparation des échantillons	75
II.4.3.2	Méthode d'essai	76

II.4.3.3	Résultats de modules complexes et modélisation du comportement du bitume	78
II.4.3.4	Analyse des paramètres 2S2P1D	80
II.4.4	Analyse des indices d'oxydation	84
II.4.4.1	Effet de la durée de vieillissement sur les indices d'oxydation	84
II.4.4.2	Analyse croisée des indices I_{CO} et I_{SO} et des paramètres Cross-over	86
II.5	Propriétés de fissuration	89
II.5.1	Confection des éprouvettes semi-circulaires	89
II.5.1.1	Compactage à la presse à cisaillement giratoire (PCG)	89
II.5.1.2	Sciage des éprouvettes	90
II.5.1.3	Contrôle des dimensions d'éprouvettes	91
II.5.2	Essai de propagation de fissure	92
II.5.2.1	Conditions d'essai	92
II.5.2.2	Critère de sélection des éprouvettes	92
II.5.2.3	Dispositif et principe de l'essai	93
II.5.3	Analyse des résultats d'essai de fissuration	99
II.5.3.1	Propriétés de rupture	99
II.5.3.2	Résultats expérimentaux	100
II.6	Conclusion	106
III	Étude théorique et numérique de l'évolution d'une structure dans le cadre thermo-viscoélastique et de la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique : application aux enrobés bitumineux.	109
III.1	Introduction	109
III.2	Thermoviscoélasticité	110
III.2.1	Modèle de Maxwell généralisé	110
III.2.2	Discrétisation de la loi de comportement	112
III.2.3	Formulation d'une loi de comportement thermoviscoélastique	116
III.2.3.1	Formulation du problème incrémental viscoélastique et formulation faible dans des conditions de température isotherme	116
III.2.3.2	Formulation du problème thermomécanique couplé avec le comportement viscoélastique	118
III.2.3.3	Implémentation éléments finis sous GetFEM	122
III.2.3.4	Tests numériques des différents algorithmes	123
III.3	Propagation de fissure dans un milieu viscoélastique	136
III.3.1	Mécanique linéaire élastique de la rupture	137
III.3.1.1	Approche en contrainte : Facteur d'intensité de contrainte	137

III.3.1.2	Approche énergétique	141
III.3.2	Extension de l'approche énergétique de propagation de fissure dans un milieu viscoélastique au modèle de Maxwell généralisé	142
III.3.2.1	Analyse thermodynamique	142
III.3.2.2	Calcul numérique du taux de restitution d'énergie viscoélastique	147
III.3.2.3	Validation en viscoélasticité	150
III.3.2.4	Effets de la vitesse de sollicitation et de la température	155
III.3.2.5	Influence de l'incrément de fissure δl	156
III.3.2.6	Influence de la taille du maillage	158
III.3.3	Propagation de fissure	159
III.3.3.1	Mise en œuvre numérique de la propagation de fissure	159
III.3.3.2	Validation en élasticité	161
III.3.3.3	Validation en viscoélasticité	163
III.3.3.4	Simulation numérique d'un essai de flexion trois points sur SCB	168
III.4	Limites du modèle précédent	175
III.5	Modélisation par champ de phase de la fissuration des matériaux viscoélastiques quasi-fragiles et ductiles	176
III.5.1	Théorie de la méthode par champ de phase	176
III.5.1.1	Introduction	176
III.5.1.2	Équations d'évolution d'un problème d'endommagement par champ de phase	176
III.5.2	Formulations faibles et algorithme de résolution EF	181
III.5.2.1	Formulations faibles	181
III.5.2.2	Algorithme de résolution numérique	183
III.5.3	Quelques exemples numériques	183
III.5.4	Validation en élasticité : simulation de l'essai SENT	183
III.5.5	Validation en viscoélasticité sur une poutre entaillée en flexion trois-points	185
III.5.6	Simulation de l'essai de flexion trois-points sur une poutre entaillée en mode mixte de fissuration	187
III.5.7	Simulation de l'essai SCB	188
III.6	Conclusion	192
Conclusion générale & Perspectives		195
Conclusion générale		195
Perspectives		199
Bibliographie		201

A	Pourcentage de vides des différentes éprouvettes	224
A.1	Caractéristiques des éprouvettes prismatiques	224
A.2	Pourcentages de vides des éprouvettes semi-circulaires	224
B	Formules complémentaires pour le chapitre III et présentation des résultats de fissurations à basse température	229
B.1	Équation de la chaleur	229
B.2	Fonctions géométrique du champ de déplacements en pointe de fissure . .	231
B.3	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux à 0°C	231

Table des figures

I.1	Exemple de courbe granulométrique	5
I.2	Représentation schématique de la méthode d’obtention des fractions SARA	7
I.3	Représentations schématiques d’un bitume ”de type sol” et d’un bitume ”de type gel” [Shell. 1995]	9
I.4	Schéma du principe de mesure de la pénétrabilité	9
I.5	Schéma du principe de mesure du point de ramollissement	10
I.6	Structure typique d’une chaussée bitumineuse	12
I.7	Schématisation des sollicitations induites par le trafic [Di Benedetto and Corté 2005]	13
I.8	Schématisation des sollicitations induites par la température [Di Bene- detto and Corté 2005]	14
I.9	Differents types de comportement des enrobés bitumineux à température fixée [Di Benedetto 1990]	15
I.10	Essai de fluage uniaxial	16
I.11	Expériences de fluage et de relaxation pour la condition d’homogénéité (équationEq. (I.1.12))	17
I.12	Expérience de recouvrance [Little et al. 2018]	18
I.13	Expérience d’effacement [Little et al. 2018]	19
I.14	Contrainte et déformation sinusoïdales d’un matériau VEL	22
I.15	Courbes isothermes de la norme du module complexe (Fig. I.15a) et de l’angle de phase (Fig. I.15b) en fonction de la fréquence	22
I.16	Courbes isochrones de la norme du module complexe (Fig. I.15a) et de l’angle de phase (Fig. I.15b) en fonction de la température	23
I.17	Courbe du module complexe dans le plan de Cole-Cole	23
I.18	Courbe du module complexe dans l’espace de Black	24
I.19	Principe de construction d’une courbe maîtresse à $T_{ref} = 15^{\circ}\text{C}$	26
I.20	Modèle de Maxwell	26
I.21	Modèle de Kelvin-Voigt	27
I.22	Modèle de Kelvin-Voigt Généralisé (KVG)	27
I.23	Modèle de Maxwell Généralisé (MG)	28
I.24	Élément parabolique	29

I.25	Modèle de Huet	30
I.26	Modèle de Huet-Sayegh	31
I.27	Modèle 2S2P1D	32
I.28	Représentation de la méthode d'essai RTFOT (vue de face de l'intérieur du four)	37
I.29	Schéma d'une fissuration transversale [Di Benedetto and Corté 2005] . . .	43
I.30	Schéma d'une fissuration longitudinale dans les bandes de roulement [Di Benedetto and Corté 2005]	44
I.31	Schéma d'une fissuration longitudinale non spécifique aux bandes de roulement [Di Benedetto and Corté 2005]	44
I.32	Schéma d'un faïençage [Di Benedetto and Corté 2005]	45
I.33	Méthodes d'essais de fissuration couramment utilisées	45
I.34	Essai DCT [Wagnoner et al. 2005]	47
I.35	Évolution de la force au point d'application de la charge en fonction du déplacement [Nguyen 2010]	51
I.36	Évolution du taux de restitution d'énergie en fonction du déplacement [Nguyen 2010]	52
I.37	Limite asymptotique du taux de restitution d'énergie	52
II.1	Recomposition granulométrique du BBSG 0/10 utilisé	55
II.3	Aspect visuel d'un enrobé sortant du malaxeur	57
II.6	Machines de sciage	60
II.7	Différentes étapes de sciage	61
II.8	Collage des éprouvettes prismatiques	61
II.9	Bâti de mesure SYMERIS MLPC	62
II.10	Principe de l'essai de module complexe	63
II.11	Courbes isothermes de E^* (Fig. II.11a) et de φ (Fig. II.11b) en fonction de ω pour T0	64
II.12	Courbes isochrones de E^* (Fig. II.12a) et de φ (Fig. II.12b) en fonction de ω pour T0	65
II.13	Module complexe dans les plans de Cole-Cole et de Black pour T0	65
II.14	Vérification de l'équation Eq. (II.3.6)	67
II.15	Ajustement de la loi WLF sur les a_T à $T_{ref} = 20^\circ C$ des formules d'enrobés T0 à T9 (Fig. II.15a) et des bitumes extraits (Fig. II.15b)	68
II.16	Courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase pour les formules T0, T3, T6, T9 à $T_{ref}=20^\circ C$	69
II.17	Courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase pour les formules T0, V3, V6, V9 à $T_{ref}=20^\circ C$	69

II.18	Courbes dans l'espace de Black à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ pour les formules T0, T3, T6 et T9 (Fig. II.18a) et pour les formules T0, V3, V6 et V9 (Fig. II.18b)	70
II.19	Modélisation 2S2P1D des courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ des mélanges étudiés : Fig. II.19a et Fig. II.19b norme du module complexe Fig. II.19c et Fig. II.19d angle de phase	71
II.20	Résultats de pénétrabilité à 25°C (Fig. II.20a), de point de ramollissement (Fig. II.20b), de point Fraass (Fig. II.20c), et d'indice de pénétrabilité (Fig. II.20d) pour les formules B(T0), B(V3), B(V6) et B(V9).	74
II.24	Principe de l'essai DSR	77
II.25	Courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ du module complexe (Fig. II.25a) et de l'angle de phase (Fig. II.25b) pour le bitume d'origine et les bitumes extraits B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(T3), B(T6) et B(T9)	78
II.26	Courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ du module complexe (Fig. II.26a) et de l'angle de phase (Fig. II.26b) pour le bitume d'origine et les bitumes extraits B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(V3), B(V6) et B(V9)	79
II.27	Représentation dans l'espace de Black à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ des bitumes Origine, B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(T3), B(T6), B(T9) (Fig. II.27a) et des bitumes Origine, B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(V3), B(V6), B(V9) (Fig. II.27b)	79
II.28	Modélisation 2S2P1D des courbes maîtresses $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ des bitumes extraits : Fig. II.28a et Fig. II.28c norme du module de cisaillement complexe Fig. II.28b et Fig. II.28d angle de phase	80
II.29	Effet du vieillissement sur les paramètres du 2S2P1D à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$: δ (Fig. II.29a-Fig. II.29b), β (Fig. II.29c-Fig. II.29d), τ (Fig. II.29e-Fig. II.29f)	81
II.30	Illustration des paramètres G_{TVE} , w_{TVE} à $T_{ref} = 20^{\circ}\text{C}$	82
II.31	Effet du vieillissement sur les paramètres de Cross-over à $T_{ref} = 20^{\circ}\text{C}$: Module complexe (Fig. II.31a-Fig. II.31b), fréquence réduite (Fig. II.31c-Fig. II.31d), température (Fig. II.31e-Fig. II.31f) de transition viscoélastique	83
II.32	Évolution des paramètres de Cross-over en fonction de la teneur en asphaltènes à $T_{ref} = 20^{\circ}\text{C}$	84
II.33	Effet du vieillissement sur les indices I_{CO}	85
II.34	Effet du vieillissement sur les indices I_{SO}	86
II.35	Evolution des paramètres de Cross-over en fonction de l'indice I_{CO}	87
II.36	Evolution des paramètres de Cross-over en fonction de l'indice I_{SO}	88
II.37	La PCG et son mode de fonctionnement	89
II.38	Différentes étapes de sciage	90

II.39	Appareillages ayant servis au sciage et à la réalisation de l'entaille sur les éprouvettes	90
II.40	Échantillon d'éprouvettes semi-circulaires entaillées prêtes à être testées .	91
II.41	Mesure des dimensions de l'entaille au projecteur de profil	92
II.42	Dispositif expérimental et schéma de principe de l'essai SCB	93
II.43	Suivi de la température dans l'enceinte climatique	94
II.44	Relevé de la température sur les éprouvettes instrumentées, à cœur et en surface à 0°C	95
II.45	Appareil facilitant la validation de l'essai	96
II.46	Courbe force-déplacement de l'essai de compression	97
II.47	Courbe force-déplacement de l'essai de compression	98
II.48	Courbe force déplacement à 1 mm/min : correction du déplacement . . .	98
II.49	Force maximale à -20°C (Fig. II.49a), à 0°C (Fig. II.49b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.49c) pour T0 à T9	100
II.50	Déformation à la force maximale à -20°C (Fig. II.50a), à 0°C (Fig. II.50b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.50c) pour T0 à T9	101
II.51	Énergie de rupture à -20°C (Fig. II.51a), à 0°C (Fig. II.51b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.51c) pour T0 à T9	102
II.52	Indice de la résistance à la fissuration à -20°C (Fig. II.52a), à 0°C (Fig. II.52b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.52c) pour T0 à T9	103
II.53	Propriétés de rupture à 20°C	104
II.54	Effet de la température sur les paramètres de fissuration	105
II.55	Effet de la durée de vieillissement à court-terme sur les paramètres de fissuration	107
III.1	Modèle de Maxwell Généralisé (MG)	110
III.2	Domaine étudié soumis aux conditions aux limites mixtes	117
III.3	Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème viscoélastique implémenté sous GetFEM [Renard and Poulios 2020]	122
III.4	Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème thermoviscoélastique implémenté sous GetFEM [Renard and Poulios 2020]	124
III.5	Géométrie 2D & conditions aux limites $R=1\text{m}$, $h=2\text{m}$, $\sigma_0 = 1\text{MPa}$.	126
III.6	Validation du calcul numérique de fluage à 20°C	127
III.7	Validation du calcul numérique de relaxation à 20°C	128
III.8	Géométrie 3D du prisme $b=40\text{mm}$, $e=40\text{mm}$, $h=120\text{mm}$	129
III.9	Simulaion de l'essai de module complexe	131
III.10	Variation du K_c en fonction de l'épaisseur de l'échantillon dans un acier maraging à haute résistance [Janssen et al. 2002]	132
III.11	Configuration de l'essai de flexion sur éprouvette semi-circulaire	133

III.13	Effet des CI en température sur le champ thermique au voisinage de la zone de chargement	134
III.14	Évolution des énergies dissipées en fonction du temps	135
III.15	Effets thermiques sur l'évolution de la force résultante en fonction du temps	136
III.16	Représentation de la singularité de contrainte en pointe de fissure	137
III.17	Différents modes de rupture	138
III.18	Domaine viscoélastique fissuré soumis à un chargement cinématique . . .	142
III.19	Géométrie SCB ($R = 75 \times 10^{-3} m$, $S = 60 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $F = 8 kN$)	149
III.20	Taux de restitution d'énergie numérique et théorique dans le cas élastique ($E = 24,61 GPa$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} m$, $W = 75 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $F = 8 kN$)	151
III.21	Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximatés à $-20^{\circ}C$	154
III.22	Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximatés à $0^{\circ}C$	155
III.23	Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximatés à $20^{\circ}C$	155
III.24	Influence de la vitesse de sollicitation sur le taux de restitution d'énergie : $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} m$, $W = 75 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $l = 10 \times 10^{-3} m$	156
III.25	Étude de la thermo-susceptibilité du taux de restitution d'énergie : $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} m$, $W = 75 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $l = 10^{-2} m$	157
III.26	Influence de l'incrément de longueur de fissure sur l'approximation du taux de restitution d'énergie ($E = 24,61 GPa$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} m$, $W = 75 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $F = 8 kN$, $l = \times 10^{-2} m$)	157
III.27	Influence du maillage sur le taux de restitution d'énergie numérique dans le cas élastique ($E = 24,61 GPa$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} m$, $W = 75 \times 10^{-3} m$, $b = 50 \times 10^{-3} m$, $F = 8 kN$, $l = \times 10^{-2} m$)	159
III.28	Algorithme de simulation numérique de propagation de fissure	162
III.29	Configuration de l'essai SENT simulé : Géométrie, conditions aux limites et les propriétés matériau	163
III.30	Comparaison des courbes force-déplacement issues du présent modèle avec les résultats de A. Egger et al. [Egger et al. 2019] en élasticité	164
III.31	Modèle de Kelvin-Voigt Généralisé (KVG)	165
III.32	Configuration de l'essai SENB ($L \times h \times T = 1 \times 0,25 \times 0,125 m^3$, $l = 0,1 m$, $U(t) = \dot{U}t$)	166

III.33	Courbes forces-déplacement du problème de flexion trois points sur poutre viscoélastique entaillée : Comparaison des résultats obtenus avec ceux de S. T. Nguyen [Nguyen 2010] : $G_c = 61 \text{ N/m}$, $l_c = 10,93 \times 10^{-2} \text{ m}$	168
III.34	Évolution de la longueur de la fissure en fonction du déplacement pour différentes vitesses de chargement : $G_c = 61 \text{ N/m}$, $l_c = 10,93 \times 10^{-2} \text{ m}$.	168
III.35	Courbe R : $G_c = 32,08 \text{ N/m}$; $\varpi = 1$; $\zeta = 0,05$; $l_0 = 0,01 \text{ m}$; $l_c = 0,07 \text{ m}$; $\phi = 10^2$; $\beta = 0,55$	170
III.36	Courbes force-déplacement à différentes températures : $\delta x = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}$; $G_c = 32,08 \text{ N/m}$; $\varpi = 1$; $\zeta = 0,05$; $l_0 = 0,01 \text{ m}$; $l_c = 0,07 \text{ m}$; $\phi = 10^2$; $\beta = 0,55$	170
III.37	Illustration 2D de la condition de contact de Hertz	171
III.40	Comparaison des courbes force-déplacement entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux	174
III.41	Évolution de la longueur de la fissure en fonction du déplacement imposé à des durées de vieillissement de 0, 3 et 6 jours : III.41a pour 1 mm/min , III.41b pour 5 mm/min	175
III.42	Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème d'endommagement diffus implémenté sous GetFEM [Renard and Poulios 2020]	184
III.43	Évolution du champ d en fonction du niveau de chargement	185
III.44	Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle hybride présenté et le modèle non hybride de C. Miehe et al. [Miehe et al. 2010a] . .	185
III.45	Problème de flexion trois points en mode I : $\dot{U} = 0,01 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $G_c = 61 \text{ N/m}$; $\nu = 0,27$	187
III.46	Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle sans endommagement et le modèle avec endommagement	188
III.47	Configuration de l'essai SENB ($L \times h \times T$; $= 1 \times 0,25 \times 0,125 \text{ m}^3$, $l = 0,1 \text{ m}$, $d = 0,2L$, $U(t) = \dot{U}t$)	188
III.48	Problème de flexion trois points en mode mixte : $\dot{U} = 0,01 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $G_c = 61 \text{ N/m}$	189
III.49	Évolution de la carte d'endommagement à -20°C : $U = 2,517 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49a); $U = 4,517 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49b); $U = 5,433 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49c)	190
III.50	Évolution de la carte d'endommagement à 0°C : $U = 7,433 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50a); $U = 7,657 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50b); $U = 7,980 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50c)	191
III.51	Évolution de la carte d'endommagement à 20°C : $U = 5,833 \times 10^{-1} \text{ mm}$ (Fig. III.51a); $U = 9,167 \times 10^{-1} \text{ mm}$ (Fig. III.51b); $U = 2,091 \text{ mm}$ (Fig. III.51c)	191
III.52	Courbes force-déplacement simulées à différentes températures	191

III.53	Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle sans endommagement et le modèle avec endommagement à différentes températures .	192
III.54	Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle MCP et les résultats expérimentaux	193
B.1	Traitement des courbes force-déplacement à 0°C et 1 <i>mm/min</i>	232

Liste des tableaux

I.1	Types de composants minéraux selon leur classe granulaire	5
I.2	Analyse élémentaire des liants bitumineux	6
I.3	Conditions opératoires de mesure de la pénétrabilité	10
I.4	Procédures de vieillissement accéléré en laboratoire des bitumes	36
I.5	Procédures de vieillissement à long terme accéléré en laboratoire des échantillons compactés [Kim et al. 2018, Sirin et al. 2018]	39
I.6	Procédures de vieillissement accéléré en laboratoire des mélanges foisonnés [Kim et al. 2018, Sirin et al. 2018]	41
I.7	Comparaison des procédures de vieillissement des mélanges foisonnés et des échantillons compactés [Kim et al. 2018]	42
II.1	Caractérisation du bitume d’apport étudié	55
II.2	Masses volumiques réelles des granulats et des fillers	56
II.3	Formulation de l’enrobé bitumineux BBSG 0/10	56
II.4	Formules de vieillissement et nomenclature	59
II.5	Constantes C'_1 et C'_2 de la loi WLF à $T = -20^\circ C$ pour T0 à T9	68
II.6	Nomenclature des bitumes extraits	72
II.7	Résultats des tests semi-empiriques	73
II.8	Températures et fréquences testées pour les bitumes extraits	78
II.9	Paramètres du modèle 2S2P1D à $T_{ref}=20^\circ C$	80
III.1	Paramètres du modèle MG à différentes températures	127
III.2	Paramètres thermiques pour différents cas simulés	133
III.3	Erreurs relatives sur le calcul taux de restitution d’énergie approchée par rapport à la valeur théorique $\mathcal{G}_\theta = 27,31$	158
III.4	Influence du raffinement du maillage au voisinage de la pointe de la fissure sur les simulations	158
III.5	Paramètres du modèle de Burgers	167
III.6	Paramètres optimisés de l’expression de la courbe \mathcal{R}	173
III.7	Paramètres du modèle MG	186
A.1	Caractéristiques des éprouvettes prismatiques fabriquées en laboratoire	225
A.2	Caractéristiques des éprouvettes prismatiques fabriquées en laboratoire	226

A.3 Répartition des éprouvettes T0	226
A.4 Répartition des éprouvettes T3	227
A.5 Répartition des éprouvettes T6	227
A.6 Répartition des éprouvettes T9	227
A.7 Répartition des éprouvettes V3	227
A.8 Répartition des éprouvettes V6	228
A.9 Répartition des éprouvettes V9	228

Introduction générale

Le réseau routier est un élément vital et essentiel de la vie socio-économique d'un pays. En France, c'est le principal mode de transport qui assure 87% du trafic total de passagers et 90% du transport de marchandises ⁽¹⁾. Il représente donc un patrimoine national dont il convient de préserver la pérennité.

Ces structures, dans le cadre de leur service, sont hélas exposées à des effets mécaniques et climatiques conduisant à leurs dégradations croissantes. L'une des causes courantes de ces dégradations prématurées est la fissuration. Le vieillissement naturel auquel sont soumises les chaussées bitumineuses sous l'effet combiné du trafic et du climat est un facteur aggravant dans le processus de fissuration de ces chaussées. En effet, sur une durée de vie donnée, les enrobés bitumineux (les matériaux les plus utilisés dans les couches de roulement des chaussées bitumineuses en France) ont tendance à devenir plus rigides et surtout plus fragiles. Il en résulte une forte susceptibilité à la fissuration par traction due à la perte de flexibilité du liant bitumineux.

Les opérations d'entretien et de maintenance des chaussées, dans un contexte budgétaire de plus en plus contraint, se révèlent être un défi économique majeur. La compréhension des mécanismes de dégradation est une étape essentielle pour les gestionnaires de réseaux routiers pour un service d'entretien adéquat de ces routes ainsi que pour les chercheurs dans la perspective de trouver une meilleure solution pour empêcher ces dégradations.

Ce projet de recherche a un double objectif. Il s'agit dans un premier temps d'analyser l'effet du vieillissement par oxydation sur les caractéristiques rhéologiques, physico-chimiques et de rupture des éprouvettes confectionnées en laboratoire et conditionnées de façon à reproduire sur ces derniers l'effet du climat représentatif du vieillissement thermique in situ et dans un deuxième temps, d'analyser la fissuration des matériaux viscoélastiques linéaires comme les matériaux bitumineux, en couplant modélisation-simulation et expé-

(1). Source : Bulletin d'information-Numéro spécial 3-www.eurobitume.eu

rimentation. Ces résultats serviront à l'étude de l'impact du changement climatique sur les infrastructures routières et au développement de méthodes d'adaptation.

Le présent mémoire est organisé comme suit.

Le chapitre I effectue une étude bibliographique portant sur les différents aspects abordés dans cette thèse. Primo, les constituants des matériaux bitumineux (granulats et bitume) sont brièvement décrits. Secundo, le comportement thermomécanique des enrobés bitumineux est abordé. Les modèles rhéologiques permettant de reproduire le comportement viscoélastique linéaire de ces matériaux sont présentés. La revue de la littérature porte ensuite sur l'état de connaissances relatives aux phénomènes de vieillissement des enrobés bitumineux. Les protocoles de conditionnement pour le vieillissement par oxydation des enrobés bitumineux et du bitume sont également détaillées. Enfin, le mécanisme de fissuration est présenté au travers des différents modes de fissuration des chaussées bitumineuses, des différentes configurations d'essais de fissuration permettant de simuler en laboratoire ces modes de fissuration, des paramètres influençant la fissuration des enrobés bitumineux et des modèles de rupture existants.

Le chapitre II présente les campagnes expérimentales réalisées dans cette étude. Le matériau de référence retenu est présenté. Le protocole choisi permettant de simuler en laboratoire le vieillissement de l'enrobé bitumineux est décrit. Des essais de caractérisation des enrobés bitumineux vieillis et des bitumes extraits de ces enrobés sont présentés. D'une part, les résultats du module complexe montrant l'impact du vieillissement sur les propriétés thermomécaniques de l'enrobé étudié sont présentés. Le modèle rhéologique 2S2P1D est introduit pour simuler le comportement viscoélastique linéaire des enrobés vieillis. Ces résultats vont également alimenter les modèles de propagation de fissure qui seront développés au chapitre III. D'autre part, l'influence du vieillissement sur les propriétés physiques, rhéologiques et chimiques des bitumes extraits est analysée afin d'affiner la compréhension du phénomène de vieillissement sur les performances des chaussées. Quelques corrélations entre les différentes mesures sont examinées.

La dernière section de ce chapitre est consacrée à l'étude du comportement à la fissuration des enrobés bitumineux. Le dispositif expérimental permettant d'évaluer les propriétés de fissuration est décrit. Des essais de propagation de fissure sont réalisés à différentes températures et sous deux vitesses de sollicitation sur les quatre durées de vieillissement retenues dans cette étude. Les différentes propriétés de rupture sont ensuite analysées et interprétées.

Le volet modélisation et simulation de ce mémoire est présenté au chapitre III. Une loi de comportement thermoviscoélastique est développée dans ce chapitre. Celle-ci est basée

sur le modèle analogique de Maxwell généralisé. Un problème thermomécanique tridimensionnel couplant température et le comportement thermoviscoélastique est formulé. En dehors des termes classiques qu'on retrouve dans les problèmes thermoélastiques, s'ajoute un terme nouveau relatif à la dissipation visqueuse. La forme discrétisée de la loi de comportement est détaillée et implémentée dans un code de calcul éléments finis. Des simulations numériques à température constante et variable sont présentées.

Le problème de propagation de fissure dans un milieu viscoélastique linéaire est abordé. L'extension de l'approche énergétique de Griffith [Griffith 1921] au comportement viscoélastique, initialement introduite par Sy Tuan et al. [Nguyen et al. 2010, Nguyen 2010] est appliquée au modèle rhéologique de Maxwell généralisé pour simuler la propagation de fissure en mode I dans les enrobés bitumineux. Ce modèle est ensuite mis en œuvre dans un code de calcul éléments finis et des simulations numériques sont menées afin de valider l'algorithme et son implémentation numérique en élasticité et en viscoélasticité sur la base des résultats de la littérature et d'évaluer les paramètres de sensibilité du modèle. L'effet de la vitesse de sollicitation et de la température sur la propagation de fissure en milieu viscoélastique est évalué afin d'analyser la capacité du modèle à prendre en compte ces deux paramètres qui influencent le comportement viscoélastique. La première confrontation entre ce modèle viscoélastique et les résultats de fissuration des enrobés bitumineux est ensuite présentée.

Il est enfin introduit dans ce chapitre un modèle d'endommagement viscoélastique diffus pour prédire la propagation de fissure dans les situations géométriques complexes. Ce modèle a été intégralement implémenté dans un code éléments finis. L'algorithme mis en œuvre est ensuite validé à partir d'un "benchmark". La propagation en mode mixte dans un milieu viscoélastique est présentée. Quelques comparaisons entre les deux modèles présentés dans cette étude sont investiguées en mode I à différentes températures d'essai. Une comparaison entre ce modèle et les résultats d'essai de fissuration sur les enrobés bitumineux est enfin menée.

Une conclusion générale et quelques perspectives sont présentées à la fin de ce mémoire.

Étude bibliographique

Le présent chapitre évoque quelques généralités sur le comportement thermomécanique des mélanges bitumineux afin de fournir des informations utiles pour bien appréhender les différents aspects abordés dans cette thèse.

En premier lieu, les principaux aspects de la composition et de la formulation des mélanges bitumineux seront abordés.

En second lieu, les méthodes de caractérisation des propriétés mécaniques des enrobés bitumineux seront présentées. Il sera particulièrement mis en évidence, les propriétés viscoélastiques linéaires des enrobés, afin de définir les différents paramètres utiles à la modélisation du comportement de ces matériaux.

En troisième lieu, les méthodes de vieillissement par oxydation des enrobés bitumineux seront détaillées.

Enfin, ce chapitre se focalisera sur le phénomène de fissuration. Les différents modes de rupture des chaussées seront décrits ainsi que les configurations d'essais permettant de reproduire en laboratoire ces modes de fissuration. Les techniques de la mécanique de la rupture pour simuler la propagation de fissure dans les enrobés bitumineux feront également objet de discussion.

I.1 Généralités sur les enrobés bitumineux

I.1.1 Définition d'un enrobé bitumineux

L'enrobé bitumineux est un mélange de composants minéraux (granulats, fines, fillers), de liant hydrocarboné (bitume, liant végétal) et éventuellement des additifs.

I.1.2 Granulats

Les granulats désignent l'ensemble des sables, des gravillons et/ou des pierres concassées de provenance naturelle ou artificielle. Ceux utilisés dans la construction routière en France

ont des diamètres compris entre 0 et 20 mm . A ces composants minéraux s'ajoutent les fillers qui sont des constituants très fins dont leur diamètre maximal conventionnellement admis est de 63 μm . Ils absorbent une partie importante du liant en formant un mastic et assurent la stabilité du mélange bitumineux. Les granulats représentent environ 80–85% du volume de l'enrobé. Selon leur origine, les granulats présentent des aspects roulés (obtenus par creusement de gisement) ou concassés (extraction à partir d'une roche mère compacte). Du point de vue granulaire, chaque granulat est caractérisé par sa classe d/D où d désigne le diamètre du plus petit grain et D le diamètre maximum, comme présenté dans le tableau I.1.

L'analyse granulométrique consiste à déterminer la distribution dimensionnelle des grains constituant un granulat. La courbe est obtenue en portant en abscisse les dimensions des mailles des tamis et en ordonnée les pourcentages de passants à travers les mailles est appelée courbe granulométrique. Elle influence la compacité de l'enrobé ainsi que ses caractéristiques mécaniques. Un exemple de courbe granulométrique est représenté par la figure Fig. I.1.

Tableau I.1 – Types de composants minéraux selon leur classe granulaire

Désignation	Type de composants minéraux	Exemples de classes granulaires (en mm) d/D
Granulats	Pierres concassées, ballast	> 22
	Gravillons	2/4; 4/8; 6/8; 8/11; 11/16; 16/22
	Sables	0/2 ou 0/4
Filler	Filler, fines issus des roches	$\leq 0,063$; $\leq 0,080$ ou $\leq 0,090$

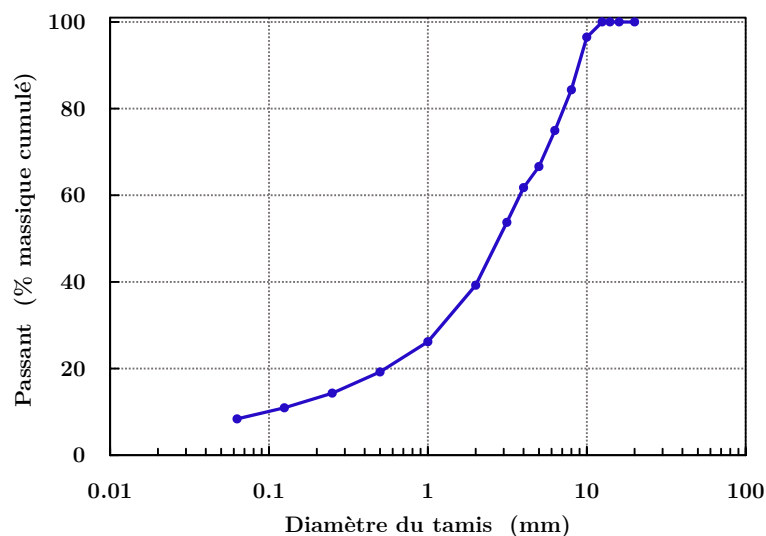


Figure I.1 – Exemple de courbe granulométrique

I.1.3 Le bitume

I.1.3.1 Composition et structure du bitume

Le bitume est essentiellement composé de molécules d'hydrocarbures, de composés organiques hétérocycliques et des groupes fonctionnels contenant des atomes d'oxygène, de soufre et d'azote [Hunter et al. 2015]. Il contient également des traces de métaux tels que le nickel, le vanadium, le fer, le calcium et le magnésium. Il se présente sous forme de matériaux naturels ou de produits raffinés. Les produits raffinés sont les plus utilisés dans l'industrie routière. Ces derniers sont produits à partir du raffinage du pétrole brut. C'est la fraction la plus lourde après distillation du pétrole. Les proportions des principaux éléments chimiques du bitume sont indiquées dans le tableau I.2 [Hunter et al. 2015].

Tableau I.2 – Analyse élémentaire des liants bitumineux

	Carbone :	Hydrogène :	Soufre :	Oxygène :	Azote :	Vanadium :
	% en masse	% en masse	% en masse	% en masse	% en masse	ppm
Intervalle	80,2-84,3	9,8-10,8	0,9-6,6	0,4-1,0	0,2-1,2	7-1590
Moyenne	82,8	10,2	3,8	0,7	0,7	254
	calcium :	Nickel :	Fer :	Sodium :	Magnésium :	Manganèse :
	ppm	ppm	ppm	ppm	ppm	ppm
Intervalle	1-335	10-139	5-145	6-159	1-134	0,1-3,7
Moyenne	118	83	67	63	26	1,1

La composition chimique précise du bitume varie en fonction de la source du pétrole brut dont il provient et des modifications chimiques induites au cours du processus de fabrication et du vieillissement en service. Les techniques chromatographiques sont les méthodes les plus utilisées pour étudier la chimie des bitumes [Rostler 1965, Corbett 1969]. Selon la méthode Corbett, le bitume est subdivisé en deux grands groupes chimiques par la technique de précipitation en utilisant du n-heptane : Les asphaltènes et les maltènes. Les maltènes sont ensuite séparés par chromatographie sur gel de silice ou d'alumine en trois familles chimiques : les saturés, les aromatiques et les résines. Cette méthode est habituellement désignée par l'acronyme SARA (pour Saturés, Aromatiques, Résines et Asphaltènes). La figure Fig. I.2 montre une représentation schématique de la méthode chromatographique.

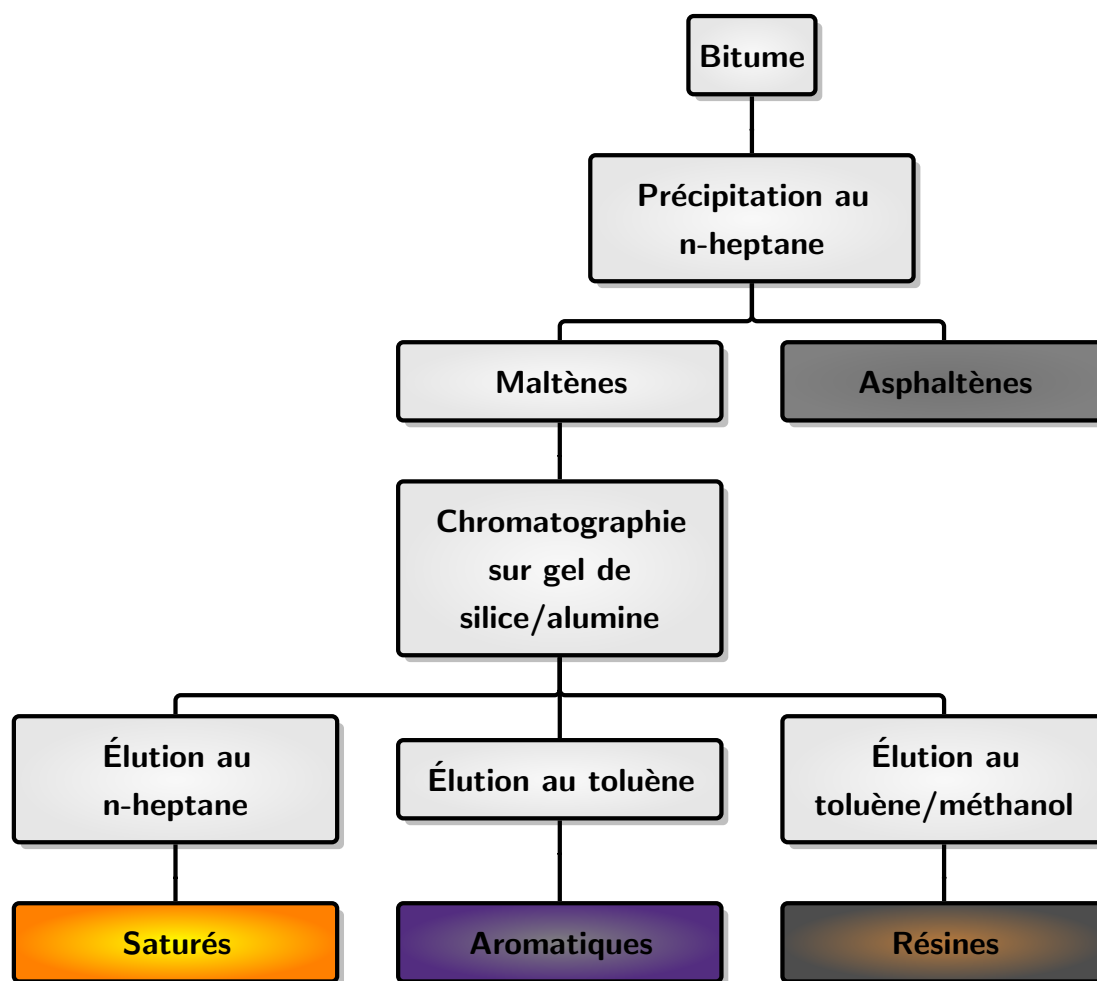


Figure I.2 – Représentation schématique de la méthode d'obtention des fractions SARA

Les principales caractéristiques de ces quatre familles de composants sont :

— Les saturés

Les saturés sont constitués d'hydrocarbures aliphatiques à chaîne linéaire ou ramifiée et des composés cycloaliphatiques. Ce sont des huiles visqueuses non polaires, incolores ou de couleur paille à température ambiante en raison de leur très faible température de transition vitreuse (autour de -70°C) [Corbett 1969]. Le rapport molaire H/C de la fraction saturée est d'environ 2, avec quelques traces d'hétéroatomes et représente entre 5 à 20% du bitume [Lesueur 2009].

— Les aromatiques

Les aromatiques, aussi appelés composés aromatiques naphténiques sont les constituants de plus faible poids moléculaire (environ 800 g/mol) mais les plus abondants dans le bitume [Lesueur 2009]. Ils représentent 40 à 65% du poids total du bitume et leur rapport H/C est compris entre 1.4 et 1.6. Ils forment un liquide visqueux de couleur marron foncé. A la même température, les aromatiques sont un peu plus visqueux que les saturés en raison de leur température de transition vitreuse plus

élevée (autour de -20°C), similaire à celle du bitume [Claudy et al. 1992].

— Les résines

Les résines, également appelées aromatiques polaires, sont largement composées d'hydrogène et de carbone, et contiennent un faible nombre d'atomes d'oxygène, de soufre et d'azote. Contrairement aux saturés et aromatiques, les résines se présentent sous forme d'un solide noir à température ambiante [Corbett 1969]. Ce sont des hydrocarbures aromatiques de poids moléculaire se situant entre 780-1400 g/mol avec un rapport H/C de 1.4 à 1.7. Les résines sont des agents de dispersion ou des peptisants pour les asphaltènes jouant ainsi un rôle essentiel dans la stabilité du bitume [Lesueur 2009].

— Les asphaltènes

Les asphaltènes sont des fractions insolubles d'un bitume dans le n-heptane. Ils contiennent, outre le carbone et l'hydrogène, quelques atomes d'oxygène, d'azote et de soufre. A température ambiante, ils forment une poudre noire et sont largement responsables de la couleur du bitume. Ce sont des composants aromatiques complexes très polaires de poids moléculaire moyen estimé entre 800 et 3500 g/mol [Lesueur 2009]. Le rapport H/C des asphaltènes varie entre 0.98 et 1.56 [Koots and Speight 1975]. Les asphaltènes influent fortement sur les caractéristiques rhéologiques du bitume. L'augmentation de la teneur en asphaltènes produit un bitume plus dur et plus visqueux, avec une pénétration plus faible, un point de ramollissement plus élevé et, par conséquent, une viscosité plus élevée [Hunter et al. 2015].

Les asphaltènes constituent 5 à 25% du bitume total.

Les bitumes sont généralement décrits comme des systèmes colloïdaux constitués de micelles d'asphaltènes de poids élevé dispersés dans un milieu de poids moléculaire faible représentant la phase malténique. En présence de résines et d'aromatiques en quantité suffisante, les asphaltènes sont entièrement peptisés et les micelles qui en résultent ont alors une assez grande mobilité dans le bitume. Il s'agit des bitumes dits "de type sol". Ils présentent un comportement newtonien. Si la fraction résine/aromatique est faible, les asphaltènes s'agglomèrent davantage. Ces bitumes sont qualifiés de "type gel" et sont fortement non newtoniens. Entre ces deux extrêmes, existe un comportement intermédiaire formant un système "gel-sol". La majorité des bitumes rentre dans cette dernière catégorie. Les figures Fig. I.3 schématisent la peptisation des asphaltènes dans le milieu malténique d'un bitume "de type sol" et la floculation des asphaltènes dans un bitume "de type gel".

I.1.3.2 Méthodes empiriques de caractérisation du bitume

Le bitume représente environ 5% de la masse totale de l'enrobé bitumineux. Malgré sa faible proportion, le bitume confère aux enrobés des caractéristiques importantes pour

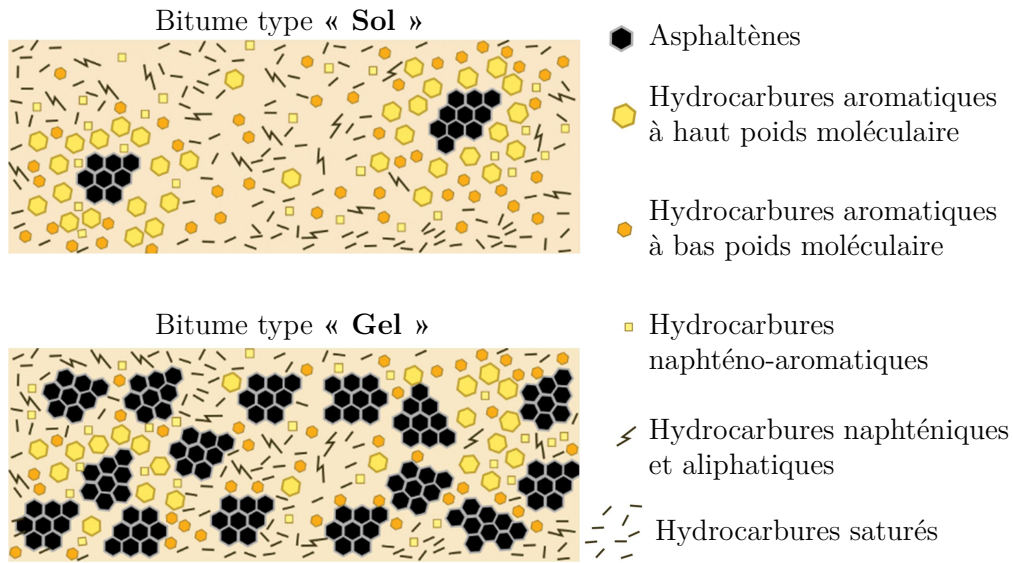


Figure I.3 – Représentations schématiques d’un bitume ”de type sol” et d’un bitume ”de type gel” [Shell. 1995]

leurs performances. Les méthodes empiriques souvent utilisées pour caractériser le bitume sont les essais de pénétrabilité, du point de ramollissement, de viscosité et du point de fragilité Fraass. Ces propriétés sont généralement utilisées pour désigner le grade de bitume.

I.1.3.2.1 Essai de pénétrabilité [EN 1426 2018]

La consistance d’un bitume est mesurée par l’essai de pénétrabilité. L’essai consiste à enfoncer une aiguille de dimensions spécifiques dans un échantillon de bitume, sous une charge, à une température fixe et pendant un temps bien connu (voir figure Fig. I.4).

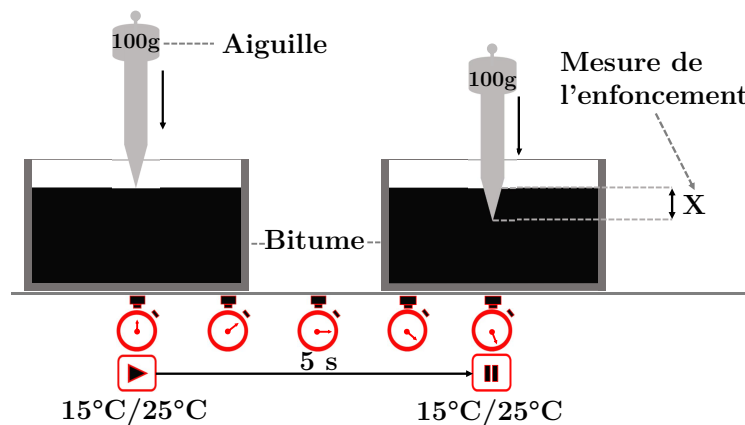


Figure I.4 – Schéma du principe de mesure de la pénétrabilité

La pénétrabilité est exprimée comme la distance en déci-millimètres (0,1 mm) qu'une aiguille de référence pénètre verticalement dans un échantillon de bitume dans des conditions spécifiées de charge, de durée de la charge et de la température. Ces conditions varient selon le niveau de pénétrations attendues (voir tableau I.3).

Tableau I.3 – Conditions opératoires de mesure de la pénétrabilité

Conditionnement Pénétration (0,1 mm)	Température (°C)	Charge (g)	Durée de charge (s)
≤ 500	25	100	5
≥ 500	15	100	5

I.1.3.2.2 Essai de température de ramollissement bille et anneau (TBA)

La température bille anneau (TBA) encore appelée température du point de ramollissement, est autre caractéristique couramment utilisée pour mesurer la consistance d'un bitume conformément à la norme NF EN 1427 [EN 1427 2018]. L'essai de TBA consiste à placer une petite bille d'acier standard sur un échantillon de bitume étalé sur un anneau de laiton, lequel est suspendu dans un bain contenant de l'eau ou de la glycérine. La température du bain est augmentée à $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$, et le bitume se ramollit et finit par se déformer lentement avec la bille à travers l'anneau. la température du point de ramollissement est la température à laquelle le bitume enveloppant la bille se déforme en s'allongeant jusqu'à atteindre un niveau prédéterminé détectable par un faisceau lumineux. Elle est couramment prise au moment où le bitume s'allonge de 25 mm par rapport à sa position initiale.

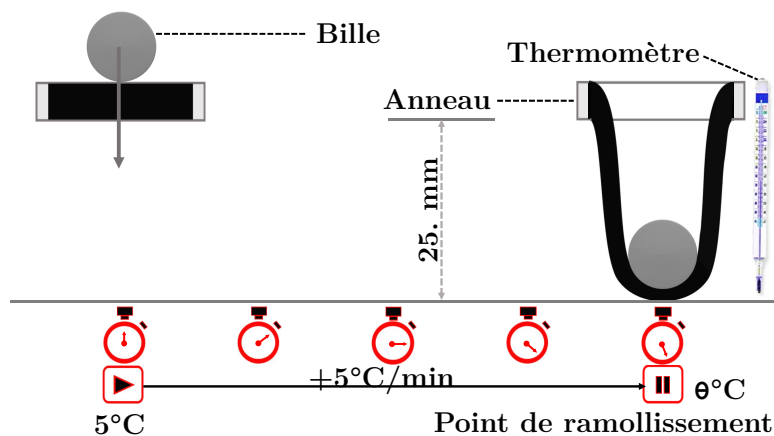


Figure I.5 – Schéma du principe de mesure du point de ramollissement

I.1.3.2.3 Essai Fraass

L'essai de fragilité Fraass [Fraass 1937] est l'un des rares essais développés pour décrire le comportement aux basses températures des bitumes [EN 12593 2015]. Dans cet essai, une plaque d'acier de 41×20 mm est recouverte de bitume d'épaisseur uniforme de 0,5 mm. Le dispositif est soumis à un refroidissement à vitesse constante de 1°C/min et est fléchi de manière répétée. La température de fragilité Fraass est définie comme la température à laquelle apparaît la première fissure dans l'échantillon testé. Elle indique un seuil de température à partir duquel le bitume atteint une rigidité critique, et se fissure.

I.1.3.2.4 Susceptibilité thermique et Indice de pénétrabilité

Lorsque les bitumes sont chauffés, ils deviennent mous et durcissent quand ils se refroidissent. Afin de quantifier la susceptibilité thermique du bitume, Pfeiffer et Van Doormaal [Pfeiffer and Van Doormaal 1936] ont établi une équation reliant la température T et la pénétration Pen correspondante basée sur les observations empiriques des valeurs de pénétrabilité à différentes températures :

$$\log Pen = AT + K \quad (\text{I.1.1})$$

Où A est un coefficient désignant la susceptibilité thermique ($0.015 \leq A \leq 0.06$) et K une constante. Ce coefficient peut être obtenu à partir de l'équation suivante :

$$A = \frac{d \log Pen}{dT} \simeq \frac{\log Pen_{T_2} - \log Pen_{T_1}}{T_2 - T_1} \quad (\text{I.1.2})$$

où Pen_{T_1} Pen_{T_2} sont respectivement les valeurs de pénétrabilité à T_1 et T_2 . Pfeiffer et Van Doormaal [Pfeiffer and Van Doormaal 1936] ont montré que la plupart des bitumes ont une valeur de pénétration de 800×0,1 mm à leur température de ramollissement. Ainsi la relation I.1.2 peut s'écrire de nouveau sous la forme :

$$A \simeq \frac{\log 800 - \log Pen_{T_1}}{TBA - T_1} \quad (\text{I.1.3})$$

Pour mieux évaluer la sensibilité thermique des bitumes, Pfeiffer et Van Doormaal [Pfeiffer and Van Doormaal 1936] ont introduit l'indice de pénétrabilité qui est fonction de la susceptibilité thermique :

$$IP = \frac{20(1 - 25A)}{(1 + 50A)} \quad (\text{I.1.4})$$

Cette relation est obtenue à partir d'un ensemble de types de bitumes de susceptibilité thermique proche de 0,04 et d'indice de pénétrabilité déclarée nulle. Ainsi en combinant l'Eq. (I.1.3) et l'Eq. (I.1.4) et en supposant une température d'essai de pénétrabilité de 25°C, l'IP peut être déterminé comme suit :

$$IP = \frac{1952 - 500 \log Pen_{25^{\circ}C} - 20TBA}{50 \log Pen_{25^{\circ}C} - TBA - 120} \quad (I.1.5)$$

I.1.4 Comportement thermomécanique des enrobés bitumineux

Les phénomènes auxquels sont soumises la plupart du temps les structures de chaussées sont principalement complexes : phénomènes mécaniques, thermiques, physiques et chimiques et qui apparaissent souvent de manière couplée.

I.1.4.1 Structure de chaussée

Une structure de chaussée est généralement constituée d'une couche de surface, d'une couche d'assise, d'une couche de forme et d'un sol support comme le montre la figure Fig. I.6.

- Couche de surface : elle a pour rôle d'assurer la sécurité et le confort des usagers, l'étanchéité des chaussées, et d'encaisser les efforts tangentiels liés à la circulation.
- Couche d'assise : elle réagit aux charges verticales induites par les véhicules de la couche de surface et les repartis sur les couches sous-jacentes.
- Couche de forme : elle sert de protection du sol-support, de nivellement afin d'aplanir la surface et joue également le rôle de portance.

En France, les structures de chaussée sont généralement classées en deux grandes catégories : Les chaussées bitumineuses et les chaussées en béton de ciment. La plupart des structures routières en France appartiennent à la famille des chaussées bitumineuses. L'intérêt de l'utilisation des enrobés bitumineux en couche de surface est de fournir une surface lisse et sans imperfection tout en assurant une bonne adhérence [Lavin 2003, Pirmohammad and Ayatollahi 2020].

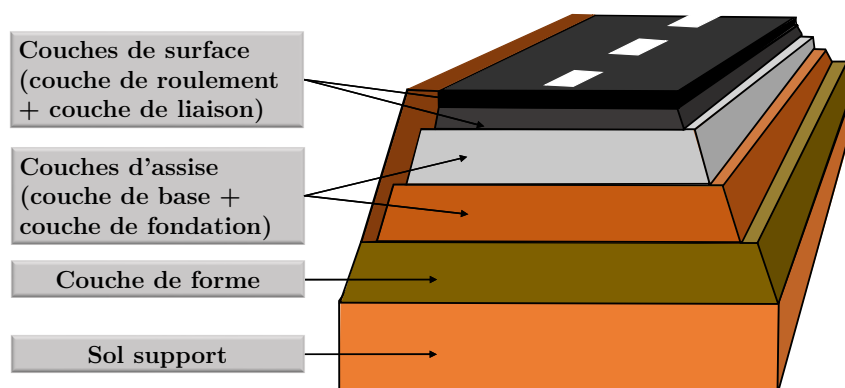


Figure I.6 – Structure typique d'une chaussée bitumineuse

I.1.4.2 Facteurs influençant la performance des chaussées bitumineuses

Les chaussées subissent au cours de leur service des sollicitations liées essentiellement aux effets du trafic et des conditions climatiques.

- Effet du trafic : C'est le facteur qui influence le plus sur la performance des chaussées. Cet effet se traduit par des phénomènes de traction (au niveau des interfaces des couches entraînant au fil du temps la fissuration des matériaux) et de compression (observée dans les couches occasionnant des déformations permanentes et entraînant ainsi un fort risque d'orniérage) (voir figure Fig. I.7).

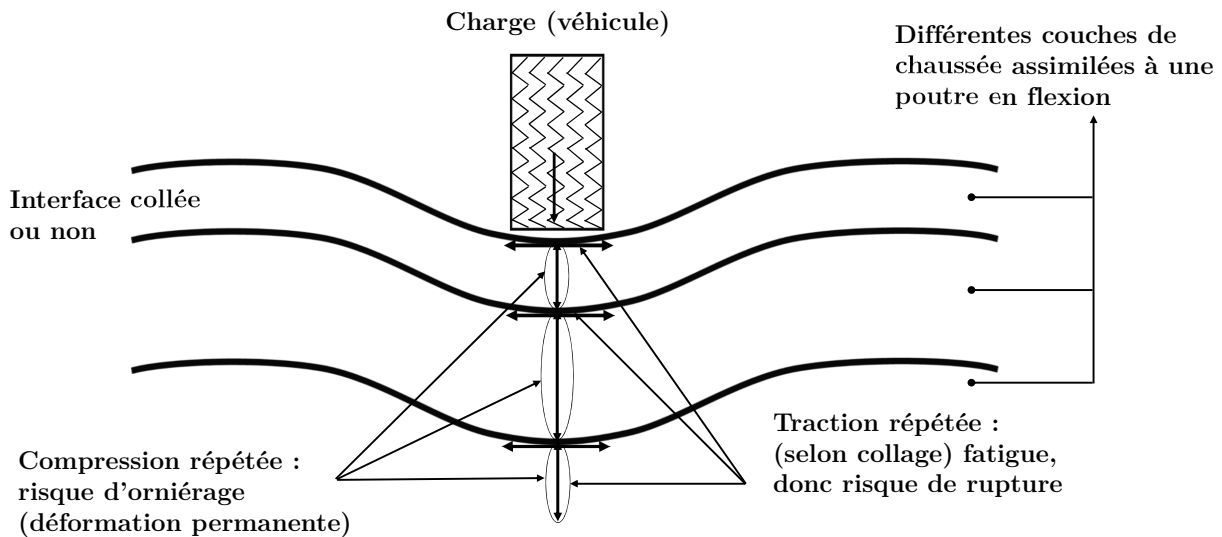


Figure I.7 – Schématisation des sollicitations induites par le trafic [Di Benedetto and Corté 2005]

- Effet de température : Les variations extrêmes de température peuvent provoquer de graves dommages à la chaussée du fait des dilatations-contractions thermiques qui se créent au sein des couches de la chaussée. Pour les couches traitées au liant bitumineux, les effets des températures extrêmes sont d'une importance primordiale à cause de la sensibilité thermique de la rhéologie du liant (dépendance de la rigidité du matériau vis-à-vis de la température et le phénomène de vieillissement du bitume) [Di Benedetto 1998, Di Benedetto and Corté 2005]. Cela se traduit en général par l'apparition et la propagation de fissure avec les cycles thermiques (figure Fig. I.8).

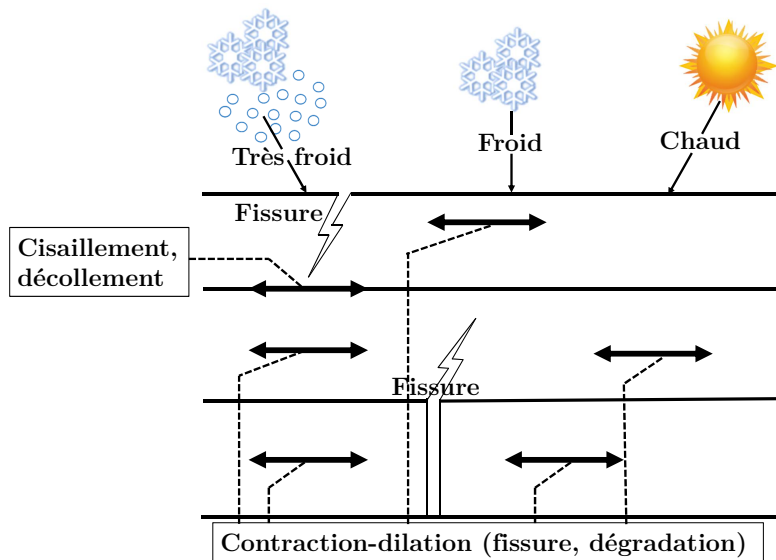


Figure I.8 – Schématisation des sollicitations induites par la température [Di Benedetto and Corté 2005]

I.1.4.3 Grandes classes de comportement des enrobés

Les caractéristiques thermomécaniques des mélanges bitumineux doivent être étudiées afin d'analyser le comportement structurel des chaussées et son évolution dans le temps, en tenant compte des aspects suivants [Sauzeat and Di Benedetto 2015] :

- rigidité ou module et son évolution au cours du temps dans le domaine linéaire
- fatigue et loi d'évolution d'endommagement
- déformation irréversible et accumulation de ces déformations (orniérage)
- fissuration et propagation de fissures

Ces quatre aspects sont d'un intérêt majeur pour l'analyse du comportement des chaussées. Le premier est observé pour de très faibles amplitudes de déformation et correspond au comportement viscoélastique linéaire (VEL) des enrobés bitumineux. Les trois autres aspects sont à l'origine de dégradations majeures, respectivement : dégradation par fatigue, orniérage et propagation des fissures. Chacune de ces propriétés ou dégradations apparaît pour un domaine de charge donné et correspond à un type de comportement spécifique des enrobés bitumineux. La figure Fig. I.9 proposée par H. Di Benedetto [Di Benedetto 1990] permet d'identifier les domaines correspondant aux différents aspects précédemment introduits et le comportement mécanique "typique" associé aux enrobés bitumineux en fonction de l'amplitude de déformation $|\varepsilon|$ et du nombre de cycles de chargement appliqués N . La figure Fig. I.9 est évidemment schématique et les ordres de grandeurs des différents domaines de comportement ne sont que des indications. La description complète du comportement mécanique des enrobés bitumineux est en effet très complexe. Il dépend de plusieurs facteurs tels que la composition du mélange (liants, agrégats, additifs et leurs proportions) ; le chargement (vitesse de sollicitation, durée de sollicitation, niveau de sollicitation, état de contrainte, etc.) ; les conditions environnementales (température, humidité, etc.) ; la conception (méthode de compactage, contrôle

de qualité, etc.) [Di Benedetto et al. 2013].

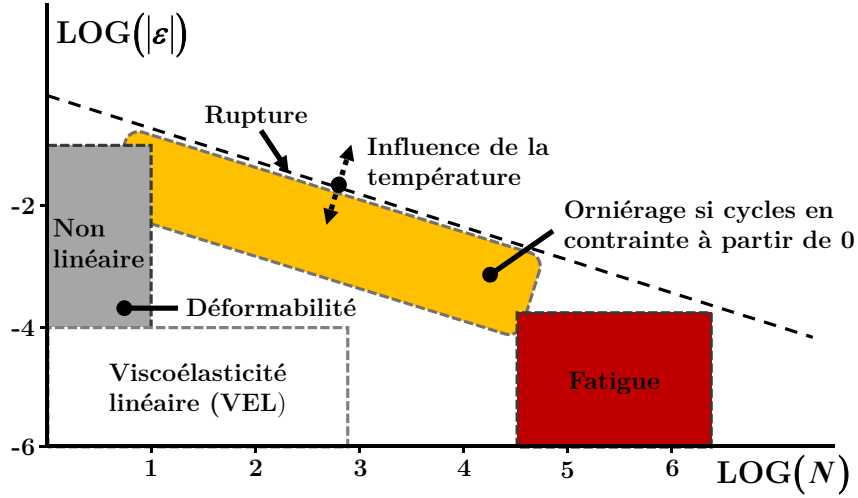


Figure I.9 – Différents types de comportement des enrobés bitumineux à température fixée [Di Benedetto 1990]

I.1.4.4 Comportement viscoélastique linéaire (VEL) des enrobés bitumineux

Les enrobés bitumineux présentent à la fois des caractéristiques élastiques et visqueuses. C'est le comportement viscoélastique qui est défini mathématiquement comme suit :

$$\varepsilon(\underline{x}, \tau) = \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma(\underline{x}, \tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] \quad (\text{I.1.6})$$

Où \mathcal{F}_t désigne la fonctionnelle univoque qui associe toute l'histoire de la déformation à la contrainte à l'instant t actuel. Lorsque les propriétés mécaniques d'un matériau ne varient pas avec le temps pendant une période significative, il est alors dit non-vieillissant [Salençon 2009]. Ainsi, en considérant deux histoires de contraintes σ et σ_λ telles que :

$$\forall \tau, \forall \lambda, \sigma_\lambda(\underline{x}, \tau) = \sigma(\underline{x}, \tau - \lambda), \quad (\text{I.1.7})$$

les histoires des déformations correspondantes associées sont décalées l'une de l'autre par translation dans le temps d'une durée λ :

$$\forall \tau, \forall \lambda, \varepsilon_\lambda(\underline{x}, \tau) = \varepsilon(\underline{x}, \tau - \lambda), \quad (\text{I.1.8})$$

soit

$$\mathcal{F}_{t-\lambda} \left[\begin{array}{c} \tau=t-\lambda \\ \sigma(\underline{x}, \tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] = \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma(\underline{x}, \tau - \lambda) \\ \tau=-\infty \end{array} \right], \forall \tau, \forall \lambda. \quad (\text{I.1.9})$$

Dans la suite, il sera uniquement fait référence aux matériaux viscoélastiques dont les propriétés ne varient pas dans le temps.

Pour illustrer le comportement viscoélastique, il est possible de considérer, par exemple, un chargement uniaxial, défini comme suit :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \mathcal{H}(t - t_0) \quad (\text{I.1.10})$$

Où σ_0 est une constante, \mathcal{H} la fonction Heaviside et t_0 l'âge de chargement. Comme le montre la figure Fig. I.10, le matériau se déforme instantanément sous l'effet de la charge puis continue à se déformer à charge maintenue constante. L'évolution en fonction du temps est non-linéaire mais cela n'implique pas forcément que le matériau est non linéaire. La linéarité du comportement est définie par l'énoncé du principe de superposition de Boltzmann [Boltzmann 1878]. Cela se traduit par la linéarité de la fonctionnelle \mathcal{F} . Considérant deux histoires σ_1 et σ_2 de σ associées respectivement à deux histoires ε_1 et ε_2 de ε par la relation Eq. (I.1.6), les conditions de linéarité de \mathcal{F} s'écrivent :

$$\text{Superposition : } \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma_1(\tau) + \sigma_2(\tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] = \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma_1(\tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] + \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma_2(\tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] \quad (\text{I.1.11})$$

$$\text{Homogénéité : } \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ c\sigma(\tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] = c \mathcal{F}_t \left[\begin{array}{c} \tau=t \\ \sigma(\tau) \\ \tau=-\infty \end{array} \right] \quad \forall c \quad (\text{I.1.12})$$

La linéarité de la réponse des matériaux viscoélastiques peut être mise en évidence à partir des expériences de fluage ou de relaxation, de recouvrance ou d'effacement [Salençon 2009, Little et al. 2018].

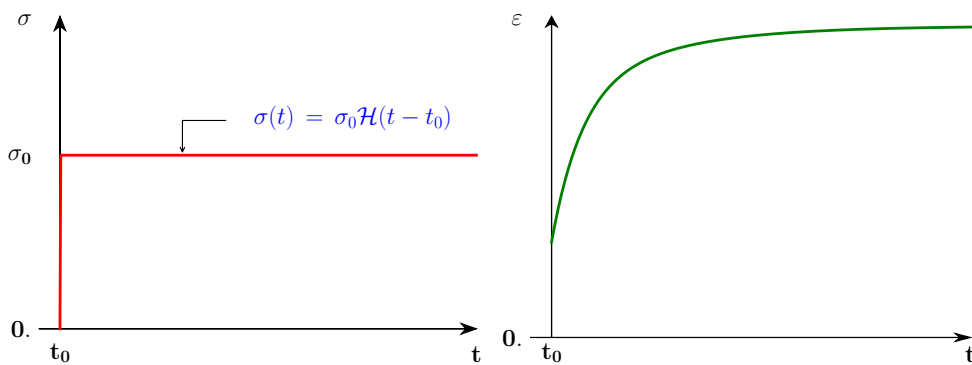


Figure I.10 – Essai de fluage uniaxial

I.1.4.5 Caractérisation dans le domaine temporel

I.1.4.5.1 Essai de fluage - Essai de relaxation

• **Essai de fluage**

L'essai consiste à soumettre, à température fixe, un chargement uniaxial constant sur une éprouvette homogène (dont les caractéristiques géométriques permettent de générer un champ de contrainte uniforme). Une réponse élastique instantanée se produit puis la déformation augmente sous chargement constant de façon non-linéaire dans le temps. Pour vérifier la condition d'homogénéité Eq. (I.1.12), plusieurs essais de fluage peuvent être réalisés à différents niveaux de chargement, comme le montre la figure Fig. I.11a. Pour cet exemple illustratif particulier, les contraintes imposées sont choisies comme suit :

$$\sigma_i(t) = c\sigma(t) = \sigma^0 \mathcal{H}(t) \tag{I.1.13}$$

Pour que la condition d'homogénéité soit vérifiée, d'après l'équation Eq. (I.1.12) il faut que la complaisance de fluage $\mathcal{J}(t) = \mathcal{F}_t \left[\mathcal{H}(\tau) \right]_{\tau=0}^{\tau=t}$ soit indépendante du chargement σ^0 . Tel que le montre les courbes en pointillées sur la figure Fig. I.11a, la complaisance est constante et par conséquent, la condition d'homogénéité est vérifiée.

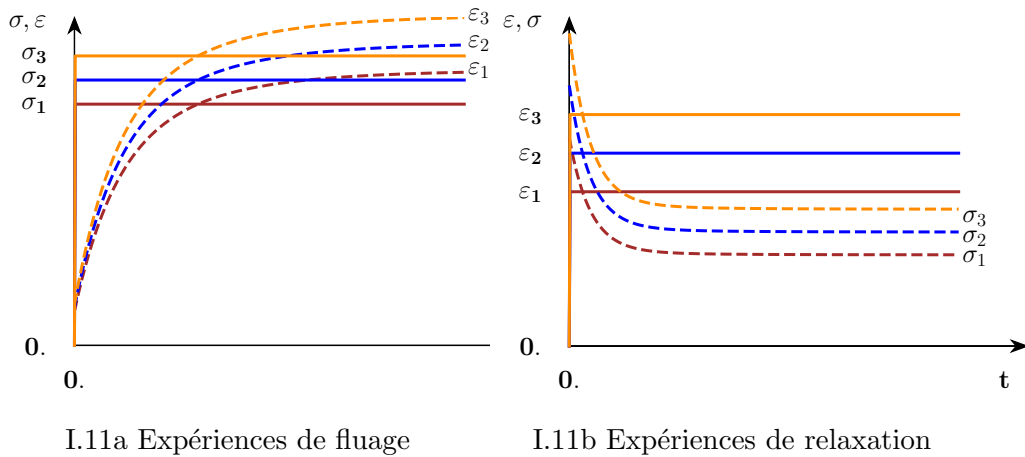


Figure I.11 – Expériences de fluage et de relaxation pour la condition d'homogénéité (équation Eq. (I.1.12))

• **Essai de relaxation**

La relaxation est un phénomène qui provoque la diminution en fonction du temps de la contrainte dans le matériau soumis à une déformation constante. Le principe de l'essai de relaxation est d'imposer un allongement constant et de mesurer la contrainte au cours du temps. Ce test peut également être utilisé à la place de l'essai de fluage pour vérifier la condition d'homogénéité (voir figure Fig. I.11b).

I.1.4.5.2 Essai de recouvrance - Essai d'effacement

• Essai de recouvrance

L'expérience de recouvrance isotherme n'est autre que l'essai de charge-décharge associé à une expérience de fluage. Elle consiste à imposer une histoire de contrainte sous la forme suivante :

$$\sigma(t) = \sigma^0 (\mathcal{H}(t) - \mathcal{H}(t - t_1)) \quad (\text{I.1.14})$$

Comme le montre la figure Fig. I.12, l'histoire de déformation est identique à celle observée sur la figure Fig. I.11a tant que $t < t_1$; ensuite, au temps t_1 , une réponse instantanée décroissante est observée suivie d'une évolution décroissante pour $t > t_1$. Ce phénomène observé est dit de "recouvrance". Pour les matériaux viscoélastiques solides, la recouvrance est totale ($\varepsilon(t) \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$) [Mandel 1966].

La procédure de vérification de la validité de la condition de superposition dans cette expérience est illustrée à la figure Fig. I.12, où les deux pointillés verticaux sur la figure représentent les histoires de déformations qui auraient été observées dans un essai de fluage au t et $t - t_1$. Si la différence entre ces deux valeurs est égale à la déformation observée au cours de l'expérience de recouvrance, alors la condition de superposition est vérifiée. D'après la relation l'équation Eq. (I.1.12), la réponse est donnée par la relation :

$$\varepsilon(t) = \sigma^0 (\mathcal{J}(t) - \mathcal{J}(t - t_1)) \quad (\text{I.1.15})$$

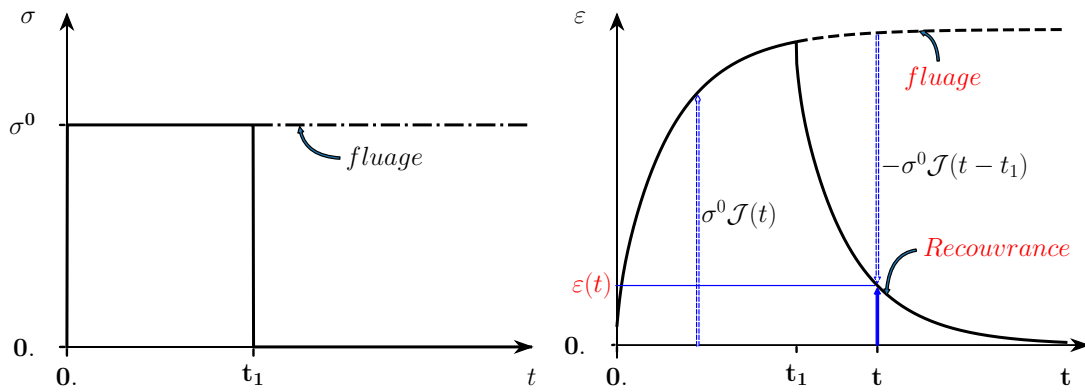


Figure I.12 – Expérience de recouvrance [Little et al. 2018]

• Essai d'effacement

L'expérience d'effacement est une expérience "duale" de l'expérience de recouvrance. Cette expérience résulte de l'application d'un créneau de déformation ε^0 . La relaxation observée est similaire à la figure Fig. I.11b pour $t < t_1$. Il est noté ensuite une réponse élastique instantanée à $t = t_1$ suivi du phénomène d'effacement pour $t > t_1$ (figure Fig. I.13). L'effacement est total pour les matériaux viscoélastiques.

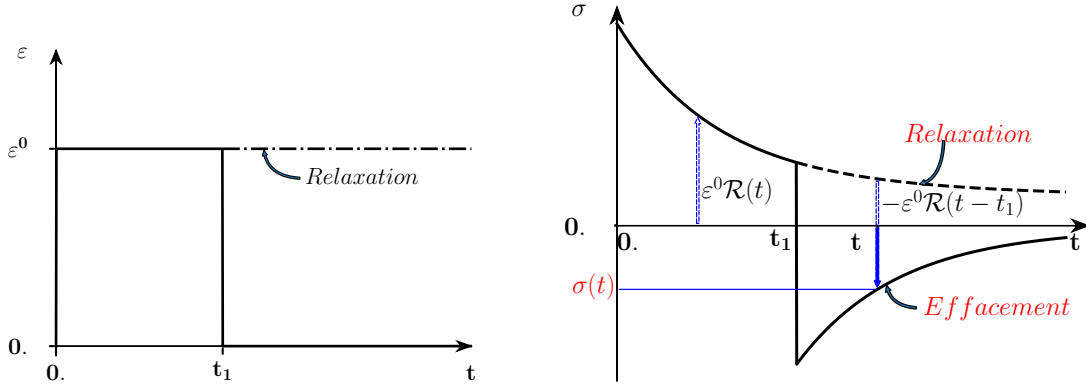


Figure I.13 – Expérience d'effacement [Little et al. 2018]

I.1.4.5.3 Formules de Boltzmann

Sous l'action d'une sollicitation quelconque $\sigma(t)$, appliquée à partir de l'instant t_0 , d'après le principe de Boltzmann, la déformation à l'instant t peut s'obtenir en superposant l'effet de la sollicitation σ_0 appliquée à l'instant t_0 et les effets des accroissements successifs $d\sigma(t')$ appliqués aux instants $t' \in]t_0, t]$. Soit donc :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t - t_0) + \int_{t_0+}^t J(t - t') d\sigma(t') \quad (\text{I.1.16})$$

ou encore :

$$\varepsilon(t) = \frac{d}{dt} \left[\int_{t_0}^t \sigma(t - u) J(u) du \right] \quad (\text{I.1.17})$$

où J est la fonction de fluage.

Si maintenant une déformation variable $\varepsilon(t)$ est imposée à partir de l'instant t_0 , le principe de superposition donne :

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t - t_0) + \int_{t_0+}^t E(t - t') d\varepsilon(t') = \frac{d}{dt} \left[\int_{t_0}^t \varepsilon(t - u) E(u) du \right] \quad (\text{I.1.18})$$

où E est la fonction de relaxation.

L'intégrale $\int_{t_0}^t f(t-u)g(u)du$ est appelée produit de convolution de Riemann des fonctions f et g et notée $f * g$. Sa dérivée est la convolution de Stieljes de g et de la distribution $\frac{df}{dt}$:

$$\frac{d}{dt} \int_{t_0}^t f(t-u)g(u)du = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t-u) \frac{df}{dt}(u) du \quad (\text{I.1.19})$$

Ainsi les formules de Boltzmann Eq. (I.1.17) et Eq. (I.1.18) prennent les formes suivantes :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{\infty} J(t - t') d\sigma(t') \quad (\text{I.1.20})$$

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t-t')d\varepsilon(t') \quad (\text{I.1.21})$$

Quelques identités autour du produit de convolution :

$$(J * \sigma)' = J' * \sigma = J * \sigma' \quad (\text{I.1.22})$$

$$\begin{cases} (J * E)' = \mathcal{H} \\ (E * J)' = \mathcal{H} \end{cases} \iff J' * E' = E' * J' = \delta_{t_0} \quad (\text{I.1.23})$$

où δ_{t_0} est la fonction Dirac décentrée et les dérivées sont prises au sens des distributions. L'identité Eq. (I.1.23) montre que J' et E' sont inverses l'une de l'autre par rapport au produit de convolution de Riemann.

I.1.4.5.4 Calcul opérationnel

Comme indiqué au paragraphe précédent, les formules de Boltzmann pour un matériau viscoélastique linéaire non vieillissant font appel à l'algèbre de convolution de Riemann. Il est courant de s'appuyer sur la transformée de Laplace-Carson de manière à substituer au calcul de l'algèbre de convolution un calcul algébrique ordinaire.

Ainsi, partant d'une fonction ϕ à support contenu dans \mathbb{R}_+ , sa transformée de Laplace-Carson est définie par :

$$\phi^*(p) = p \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \exp(-pt) dt \quad (\text{I.1.24})$$

Par cette définition, les équations Eq. (I.1.20), Eq. (I.1.21), Eq. (I.1.23) sont transformées en simples produits algébriques :

$$\begin{cases} \varepsilon^*(p) = J^*(p)\sigma^*(p) \\ \sigma^*(p) = E^*(p)\varepsilon^*(p) \\ J^*(p)E^*(p) = 1 \end{cases} \quad (\text{I.1.25})$$

I.1.4.5.5 Domaine de linéarité des enrobés bitumineux

Les propriétés viscoélastiques des enrobés bitumineux sont souvent mesurées à des niveaux de déformation et de contrainte où la relation entre la contrainte et la déformation dépend uniquement de la température et du temps de chargement. Ces limites de linéarité des enrobés bitumineux ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. Sayegh [Sayegh 1967] a montré que les enrobés bitumineux ont un comportement linéaire pour des déformations inférieures à 40 μdef . Différents auteurs ont mené une série d'essais de traction-compression dynamique sur les enrobés bitumineux à différentes températures et fréquences et ont conclu que la limite de linéarité des enrobés bitumineux est de l'ordre de 100 μdef [Airey et al. 2002; 2003, Airey and Rahimzadeh 2004, Di Benedetto et al. 2004, Nguyen et al. 2014].

I.1.4.6 Caractérisation dans le domaine fréquentiel

L'expérience de fluage tout comme celle de relaxation, présentées ci-dessus, peuvent être utilisées pour caractériser les propriétés thermomécaniques des matériaux viscoélastiques [Luo et al. 2018]. Cependant, ces expériences souffrent de limitation du fait que les propriétés ne sont déterminées que jusqu'au moment où l'expérience est interrompue. Ceci constitue un problème majeur lorsque le but est d'examiner les propriétés à long terme des chaussées bitumineuses. Pour les matériaux viscoélastiques linéaires, il existe fort heureusement des méthodes expérimentales permettant d'obtenir des propriétés dites accélérées. Les méthodes expérimentales par balayage fréquentiel sont largement utilisées en laboratoire pour caractériser le comportement viscoélastique des matériaux bitumineux.

I.1.4.6.1 Modules complexes

Lorsqu'on soumet à un matériau viscoélastique linéaire non-vieillissant une déformation sinusoïdale de la forme :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \Re[\exp(j\omega t)\mathcal{H}(t)] \quad (\text{I.1.26})$$

Où : $\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \quad \text{est l'amplitude de la déformation} \\ \omega \quad \text{est la pulsation} \\ j \quad \text{est la partie imaginaire d'un nombre complexe } (j^2 = -1) \end{array} \right.$

La contrainte engendrée sera d'après la formule de Boltzmann Eq. (I.1.21) :

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \Re \left[\int_{-\infty}^t E'(u) \exp(j\omega(t-u)) du \right] \quad (\text{I.1.27})$$

Salençon [Salençon 2009] a montré que la réponse donnée par la relation Eq. (I.1.27) tend à devenir périodique avec une période identique à celle de la variable imposée, ce qui permet d'écrire :

$$\sigma(t) \approx \varepsilon_0 \Re[\exp(j\omega t)E^*(j\omega)] \quad (\text{I.1.28})$$

avec

$$E^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E'(u) \exp(-j\omega u) du, \quad (\text{I.1.29})$$

le module complexe pouvant s'écrire encore sous la forme exponentielle :

$$E^*(j\omega) = |E^*|(\omega) \exp(j\varphi(\omega)), \quad (\text{I.1.30})$$

La norme du module complexe $|E^*|(\omega)$ désigne le rapport entre les amplitudes maximales de la contrainte et de la déformation.

L'angle de phase $\varphi(\omega)$ est la différence de phase entre la déformation appliquée et la contrainte résultante (figure Fig. I.14). E^* étant complexe, ses parties réelle et imaginaire peuvent être identifiées comme suit :

$$E^* = E_1 + jE_2 \quad (\text{I.1.31})$$

avec :

E_1 : la partie réelle, souvent appelée module d'élasticité

E_2 : la partie imaginaire appelée module de perte

La figure Fig. I.17 montre la variation des deux composantes E_1 et E_2 du module complexe en fonction de la température et de la fréquence.

Dans le cas des enrobés bitumineux, la détermination en laboratoire de la fonction $|E^*|$

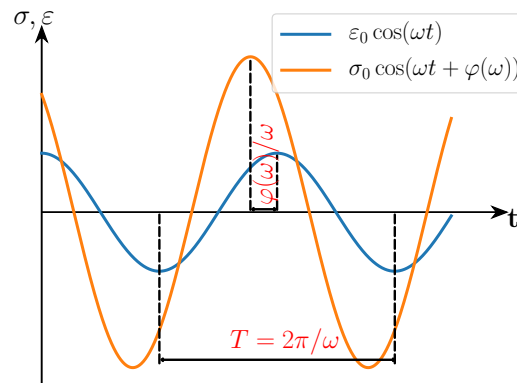
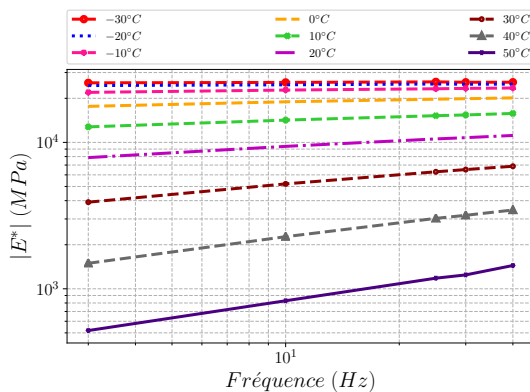


Figure I.14 – Contrainte et déformation sinusoïdales d'un matériau VEL

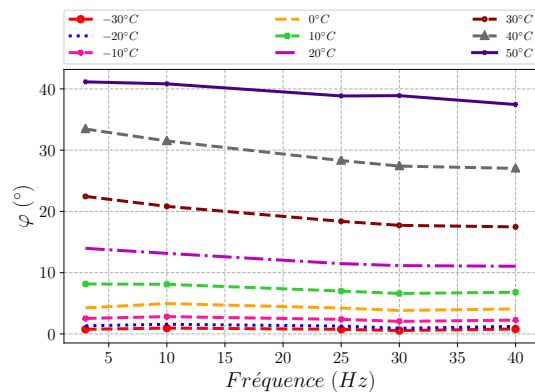
implique l'application d'une charge sinusoïdale à différentes fréquences et températures. La déformation résultante est alors mesurée.

Différentes représentations graphiques sont ; souvent utilisées pour analyser les propriétés mesurées (E^* , φ) en fonction de la fréquence et de la température :

- Courbes isothermes : Ce sont des graphiques des valeurs de la norme du module complexe (voir figure Fig. I.15a) ou de l'angle de phase (voir figure Fig. I.15b)



I.15a

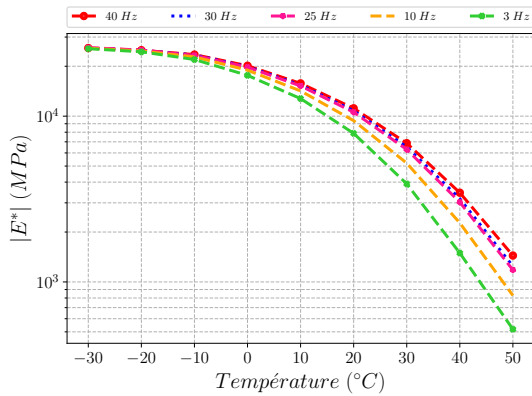


I.15b

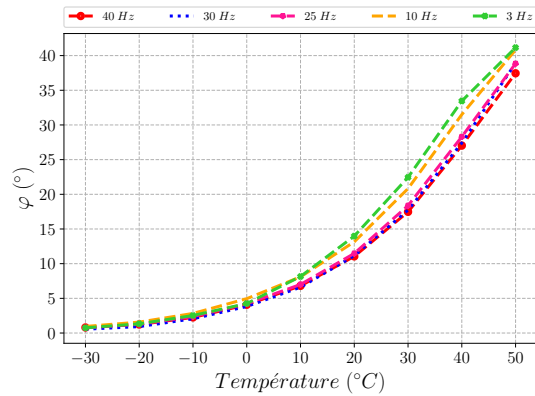
Figure I.15 – Courbes isothermes de la norme du module complexe (Fig. I.15a) et de l'angle de phase (Fig. I.15b) en fonction de la fréquence

en fonction des fréquences d'essais correspondantes. Les isothermes traduisent, à température fixe, l'effet de la fréquence sur les propriétés mesurées.

- Courbes isochrones : Elles sont obtenues en traçant les valeurs de $|E^*|$ (voir figure Fig. I.16a) ou de φ (voir figure Fig. I.16b) en fonction des températures d'essai correspondantes, pour chaque fréquence d'essai. A fréquence d'essai fixe, les isochrones indiquent la susceptibilité thermique des enrobés bitumineux.



I.16a



I.16b

Figure I.16 – Courbes isochrones de la norme du module complexe (Fig. I.15a) et de l'angle de phase (Fig. I.15b) en fonction de la température

- Représentation Cole-Cole : Ce graphique consiste à représenter, dans le plan complexe, les valeurs de la partie imaginaire en fonction de la partie réelle de E^* comme le montre la figure Fig. I.17. Il permet d'analyser le comportement du matériau à basse température et haute fréquence. La représentation Cole-Cole peut être utilisée pour vérifier la validité du principe d'équivalence temps-température (voir la section I.1.4.6.2).

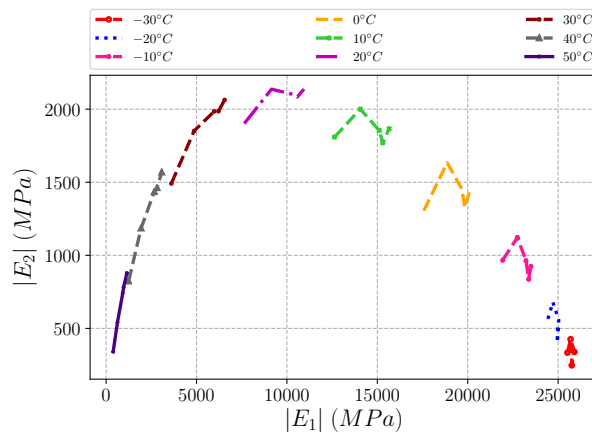


Figure I.17 – Courbe du module complexe dans le plan de Cole-Cole

- Représentation dans l'espace de Black : Cette représentation consiste à tracer la

norme du module complexe en fonction de l'angle de phase (voir figure Fig. I.18). Elle est souvent utilisée pour mettre en évidence le comportement de l'enrobé à haute température. Comme dans la représentation Cole-Cole, la courbe dans le plan de Black peut également être utilisée pour vérifier la validité du principe d'équivalence temps-température.

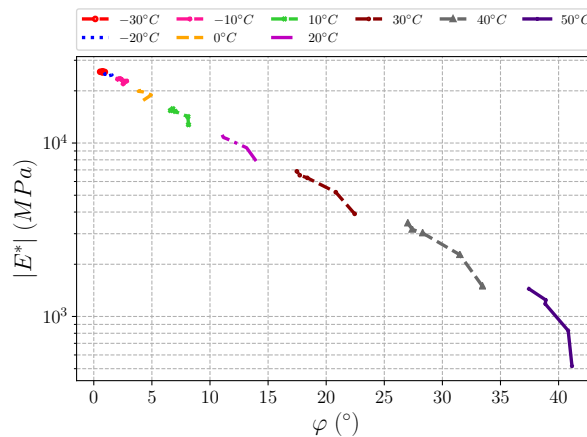


Figure I.18 – Courbe du module complexe dans l'espace de Black

I.1.4.6.2 Principe de Superposition Temps-Température (PSTT)

Les propriétés des matériaux viscoélastiques, en l'occurrence celles des enrobés bitumineux dépendent à la fois de la température et du temps (ou de la fréquence) de mesure. Il est essentiel pour déterminer le comportement réel de ces matériaux, de disposer des données expérimentales sur une gamme assez large de températures et de fréquences. En réalité il est très difficile de mesurer ces propriétés à des températures extrêmes (due par exemple à la perte de linéarité) et à des fréquences extrêmes (à cause des limites des appareillages de mesure). Cependant, pour ces matériaux viscoélastiques, notamment les enrobés bitumineux, il existe une dépendance thermique particulière de leurs propriétés mécaniques qui se prête à une description analytique selon laquelle le changement de température est totalement équivalent à un décalage de l'échelle de temps (fréquence) logarithmique. Cette catégorie des matériaux est dite thermorhéologiquement simple. Cette description a été proposée pour la première fois par Leadermann [Leaderman 1943] et Ferry [Ferry 1950]. Schwarzl et Staverman [Schwarzl and Staverman 1952] sont les premiers à l'avoir appliquée. Il est donc possible à partir des courbes isothermes de module complexe de générer une courbe unique connue sous le terme de courbes maîtresse en translatant le long de l'axe des fréquences les valeurs de modules obtenues à différents niveaux de température : C'est le Principe d'Équivalence Temps-Température (PETT).

Par description mathématique du PETT, la relation entre la norme du module complexe à la température T et celle à la température de référence T_{ref} pour cette classe de matériaux

peut être formulée comme suit :

$$|E^*|(\omega, T) = |E^*|(\omega a_T, T_{ref}) \quad (\text{I.1.32})$$

Où a_T est appelé coefficient de translation. a_T est une fonction de T et de T_{ref} définie telle que :

$$a_T(T_{ref}) = 1; a_T(T) > 1 \text{ si } T < T_{ref}; a_T(T) < 1 \text{ si } T > T_{ref} \quad (\text{I.1.33})$$

Plusieurs formules empiriques sont proposées pour déterminer le coefficient a_T parmi lesquelles il est cité :

□ La formule de Williams-Landel-Ferry (WLF) [Ferry 1950] :

$$\log a_T = \frac{-C_1 (T - T_{ref})}{C_2 + (T - T_{ref})} \quad (\text{I.1.34})$$

Où C_1 et C_2 sont les constantes du matériau étudié. La forme de l'équation Eq. (I.1.34) est indépendante du choix de T_{ref} . Il est souvent utile, pour répéter l'évaluation graphique, de choisir une autre température de référence T'_{ref} qui fournit des constantes C'_1 et C'_2 . C_1 , C_2 et C'_1 , C'_2 sont reliées par les formules suivantes [Ferry 1980, Chailleux et al. 2006] :

$$C_1 = \frac{C'_1 C'_2}{(C'_2 + T_{ref} - T'_{ref})}; C_2 = C'_2 + T_{ref} - T'_{ref} \quad (\text{I.1.35})$$

□ La formule d'Arrhenius [Arrhenius 1967] :

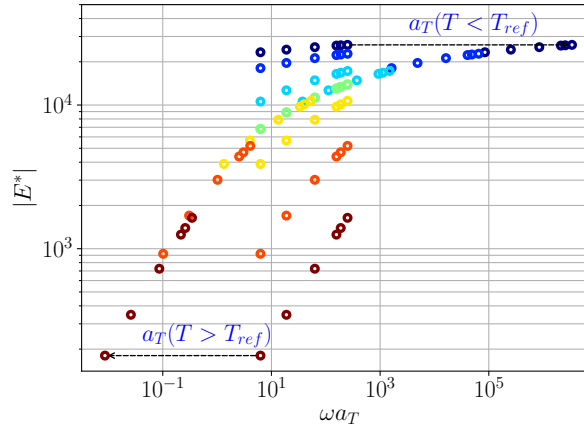
$$\log a_T = \frac{E_a}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) \quad (\text{I.1.36})$$

Où E_a est l'énergie d'activation qui dépend du matériau étudié et R la constante des gaz parfaits.

La construction de la courbe maîtresse est illustrée sur la figure Fig. I.19.

I.1.4.7 Modèles rhéologiques

Le comportement des matériaux viscoélastiques linéaires a traditionnellement été décrit par des modèles rhéologiques associant des ressorts (décrivant le comportement élastique) et des amortisseurs linéaires (décrivant le comportement visqueux). Ces modèles souvent dits de modèles analogiques discrets. Il existe une deuxième approche basée sur l'analyse des courbes expérimentales (en l'occurrence les représentations Cole-Cole, dans l'espace


 Figure I.19 – Principe de construction d'une courbe maîtresse à $T_{ref} = 15^\circ\text{C}$

Black et les courbes maîtresses) pour décrire les fonctions viscoélastiques en terme de spectre continu. Ils sont appelés des modèles analogiques continus. Dans cette section, un bref aperçu de ces deux classes de modèles est présenté.

I.1.4.7.1 Modèles analogiques à spectre discret

• Modèle de Maxwell

Le modèle de Maxwell associe en série un ressort de rigidité E et un amortisseur linéaire de viscosité η (Fig. I.20) [Maxwell 1867]. Dans le modèle de Maxwell, la déformation totale est la somme des déformations des deux éléments. Il est généralement utilisé pour décrire les corps viscoélastiques linéaires liquides. Le temps caractéristique de relaxation de ce modèle est donné par $\tau = \eta/E$. Les fonctions viscoélastiques qui caractérisent l'élément Maxwell peuvent être facilement obtenues et sont résumées comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{Fonction de relaxation} & : R(t) = E \exp(-t/\tau) \\
 \text{Fonction de fluage} & : J(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta} \\
 \text{Module complexe} & : E^*(\omega) = E \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} \\
 \text{Angle de phase} & : \varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega\tau}\right)
 \end{aligned} \tag{I.1.37}$$



Figure I.20 – Modèle de Maxwell

• Modèle de Kelvin-Voigt

Le modèle de Kelvin-Voigt (initialement introduit par Oskar E. Meyer, mais portant le

nom de Woldemar Voigt, qui l'a réintroduit en 1892 [Tschoegl 1989]) est un autre modèle dont le degré de complexité est similaire à celui du modèle Maxwell. Ce modèle, composé d'un ressort en parallèle avec un amortisseur (voir Fig. I.21), est adéquat pour décrire le phénomène de fluage des solides viscoélastiques linéaires. Le temps de retardement donné par $\tau = \eta/E$ représente le temps nécessaire au ressort d'atteindre sa longueur d'équilibre tout en étant retardé par l'amortisseur. Quelques fonctions viscoélastiques dérivées du modèle de Kelvin-Voigt :

$$\begin{aligned}
 \text{Fonction de relaxation} & : R(t) = E + \eta\delta_0(t) \\
 \text{Fonction de fluage} & : J(t) = \frac{1}{E} (1 - \exp(-t/\tau)) \\
 \text{Module complexe} & : E^*(\omega) = E + j\omega\eta \\
 \text{Angle de phase} & : \varphi(\omega) = \arctan(\omega\tau)
 \end{aligned}
 \tag{I.1.38}$$

Les modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt sont trop simplifiés pour reproduire de manière

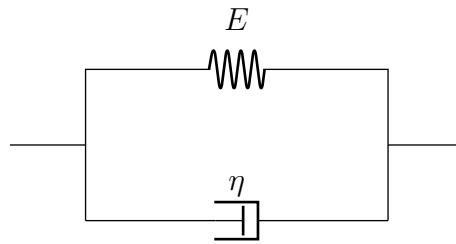


Figure I.21 – Modèle de Kelvin-Voigt

précise la réponse des matériaux viscoélastiques linéaires comme les enrobés bitumineux. Le recours à des modèles plus complexes permet de mieux décrire leur comportement.

• **Modèle de Kelvin-Voigt Généralisé (KVG)**

Le modèle KVG est constitué d'un nombre m d'éléments de Kelvin-Voigt connectés en série et d'un ressort, comme le montre la figure Fig. I.22 [Flügge 1975, Tschoegl 1989]. Ce modèle est défini par $(2m + 1)$ paramètres $E_0, E_1, \eta_1, E_2, \eta_2, \dots, E_i, \eta_i, \dots, E_m, \eta_m$.

La fonction de fluage de ce modèle est donnée par l'expression analytique :

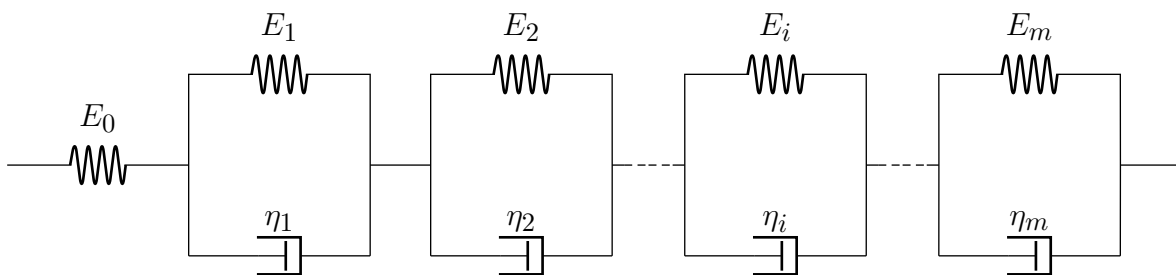


Figure I.22 – Modèle de Kelvin-Voigt Généralisé (KVG)

$$J(t) = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^{i=m} \frac{1}{E_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right) \quad (\text{I.1.39})$$

avec $\tau_i = \eta_i/E_i$ les temps caractéristiques de fluage des éléments de Kelvin-Voigt, ce qui permet également de décrire le modèle avec des paramètres $E_0, E_1, \tau_1, E_2, \tau_2, \dots, E_i, \tau_i, \dots, E_m, \tau_m$.

La complaisance complexe est obtenue par la transformée de Laplace-Carson de l'équation Eq. (I.1.39) :

$$J^*(\omega) = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^{i=m} \left(\frac{1}{E_i} \frac{1}{1 + j\omega\tau_i} \right) \quad (\text{I.1.40})$$

et le module complexe est donné par :

$$E^*(\omega) = (J^*(\omega))^{-1} \quad (\text{I.1.41})$$

Le modèle KVG est mieux adapté pour prédire le comportement en fluage.

• Modèle de Maxwell Généralisé (MG)

Afin d'obtenir directement la fonction de relaxation, et par conséquent l'expression analytique du module complexe, il a été proposé d'associer en parallèle des éléments de Maxwell et un ressort (Fig. I.20) pour décrire le comportement en relaxation des matériaux visco-élastiques [Flügge 1975, Tschoegl 1989]. Le modèle obtenu est appelé modèle de Wiechert [Wiechert 1893], connu plus sous le nom de modèle de Maxwell Généralisé (voir figure Fig. I.23).

Comme, pour ce modèle, les contraintes sont additives, il peut être démontré que la fonc-

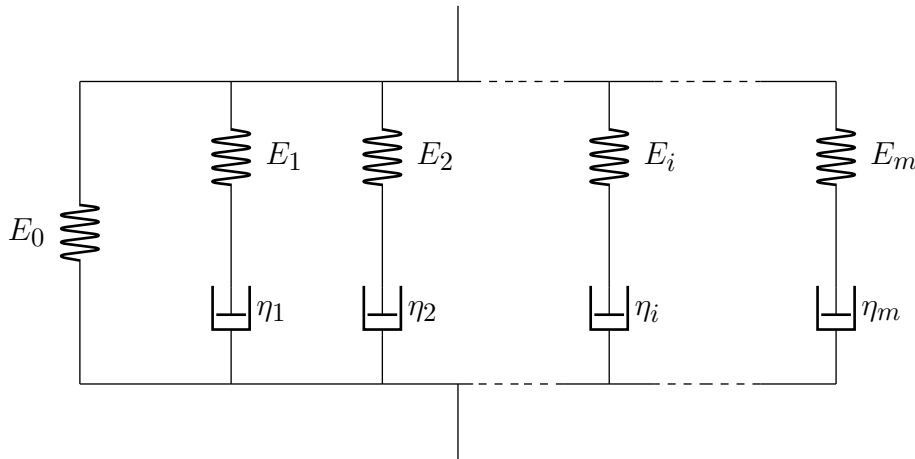


Figure I.23 – Modèle de Maxwell Généralisé (MG)

tion de relaxation s'obtient en sommant les fonctions de relaxation sur tous les éléments de Maxwell; ainsi :

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^{i=m} \left(E_i \exp - \left(\frac{t}{\tau_i} \right) \right) \quad (\text{I.1.42})$$

et le module complexe est donné par :

$$E^*(\omega) = E_0 + \sum_{i=1}^{i=m} \left(\frac{E_i j \omega \tau_i}{1 + j \omega \tau_i} \right) \quad (\text{I.1.43})$$

où τ_i désigne le temps caractéristique de relaxation du i -ième élément de Maxwell. Les composantes réelle et imaginaire du complexe E^* sont donc :

$$E_1(\omega) = E_0 + \sum_{i=1}^{i=m} \left(\frac{E_i (\omega \tau_i)^2}{1 + (\omega \tau_i)^2} \right); \quad E_2(\omega) = \sum_{i=1}^{i=m} \left(\frac{E_i \omega \tau_i}{1 + (\omega \tau_i)^2} \right) \quad (\text{I.1.44})$$

Les modèles de MG et de KVG permettent de prédire avec précision le comportement des enrobés bitumineux, à condition de choisir un nombre m d'éléments suffisamment grand ($m \geq 8$) [OLARD 2003]. Le modèle de MG est mieux adapté pour décrire les propriétés viscoélastiques des enrobés bitumineux puisqu'il fournit une représentation analytique du module complexe.

Cette description du comportement thermomécanique des matériaux viscoélastiques n'est pas qu'un modèle d'ajustement purement mathématique. Certaines théories moléculaires, décrites dans [Ferry 1980] prédisent en effet des spectres discrets correspondant à l'équation Eq. (I.1.42) pour les polymères. Bien que le modèle généralisé de Maxwell ait réussi à simuler le comportement des enrobés bitumineux, l'augmentation du nombre d'éléments dans le modèle pourrait rendre difficile l'interprétation de certains phénomènes mécaniques auxquels sont soumis les enrobés bitumineux. Ainsi, de nouveaux modèles connus sous le nom de modèles analogiques à spectre continu ont été développés.

I.1.4.7.2 Modèles analogiques à spectre continu

Ces modèles offrent l'avantage d'avoir un petit nombre de paramètres qui sont associés à certaines propriétés physiques du matériau. En dehors de cela, ces modèles introduisent une nouvelle composante appelée élément parabolique (voir figure Fig. I.24) qui interpole entre le comportement élastique, généralement modélisé par un ressort, et le comportement visqueux, modélisé par un amortisseur.

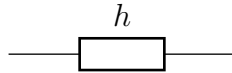


Figure I.24 – Élément parabolique

La fonction de fluage de l'élément parabolique est définie comme suit :

$$J(t) = At^h \quad , \quad \text{où } 0 < h < 1 \quad (\text{I.1.45})$$

- **Modèle de Huet**

L'un des modèles à spectre continu les plus simples, utilisés pour étudier les propriétés

rhéologiques des matériaux bitumineux a été proposé par Huet en 1963 [Huet 1963]. Ce modèle est composé de deux éléments paraboliques, k et h , et d'un élément ressort E_∞ assemblés en série comme le montre la figure Fig. I.25.

Les expressions de la fonction de fluage et du module complexe associées au modèle de

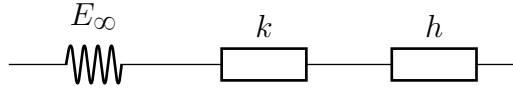


Figure I.25 – Modèle de Huet

Huet sont :

$$J(t) = \frac{1}{E_\infty} \left(1 + \delta \frac{\left(\frac{t}{\tau}\right)^k}{\Gamma(k+1)} + \frac{\left(\frac{t}{\tau}\right)^h}{\Gamma(h+1)} \right) \quad (\text{I.1.46})$$

$$E^*(\omega) = \frac{E_\infty}{1 + \delta (j\omega\tau)^{-k} + (j\omega\tau)^{-h}} \quad (\text{I.1.47})$$

où :

k, h : des exposants, $0 < k < h < 1$;

τ : temps caractéristique

Γ : la fonction d'Euler, $\Gamma(n) = \int_0^\infty \exp(-t)t^{n-1}dt$, (I.1.48)

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n) \quad \forall n \in \mathbb{R}_+^* \quad \text{et} \quad \Gamma(n+1) = n! \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

δ : paramètre adimensionnel

D'après l'équation Eq. (I.1.47) :

$$\begin{aligned} E^*(\omega) &\xrightarrow{\omega \rightarrow 0} 0 \\ E^*(\omega) &\xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} E_\infty \end{aligned} \quad (\text{I.1.49})$$

Les relations de l'équation Eq. (I.1.49) montrent que pour les basses fréquences (hautes températures), le module complexe tend vers zéro. Pour cette raison, il ne peut pas s'adapter au comportement des enrobés bitumineux, qui présentent une valeur de module généralement appelé module statique à cause de la présence des granulats dans le mélange.

• Modèle de Huet-Sayegh

Sayegh (1965) [Sayegh 1965] a corrigé cette insuffisance en ajoutant un second ressort linéaire, monté en parallèle, de rigidité E_0 nettement inférieure à E_∞ traduisant le comportement à basses fréquences des enrobés bitumineux. Le modèle qui en résulte, appelé modèle de Huet-Sayegh, est présenté à la figure Fig. I.26.

Le module complexe de ce modèle est exprimé par :

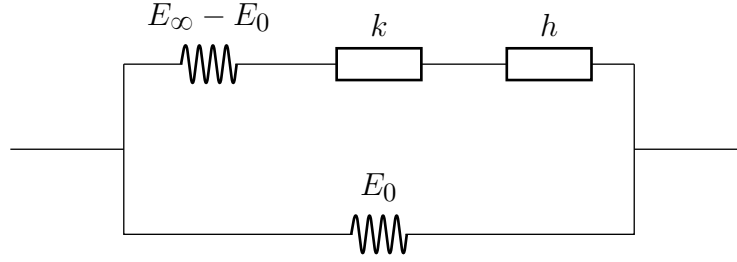


Figure I.26 – Modèle de Huet-Sayegh

$$E^*(\omega) = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta (j\omega\tau)^{-k} + (j\omega\tau)^{-h}} \quad (\text{I.1.50})$$

D'après l'équation Eq. (I.1.50) :

$$\begin{aligned} E^*(\omega) &\xrightarrow{\omega \rightarrow 0} E_0 \\ E^*(\omega) &\xrightarrow{\omega \rightarrow \infty} E_\infty \end{aligned} \quad (\text{I.1.51})$$

Pronk [Pronk 2006], a utilisé le modèle de Huet-Sayegh pour caractériser le module complexe en examinant trois types d'enrobés, et a conclu que ce modèle permet de décrire de manière efficace les propriétés viscoélastiques des enrobés. Cependant, à très hautes températures et basses fréquences, le bitume a un comportement plutôt purement visqueux [OLARD 2003], ce qui rend inadéquat l'utilisation du modèle de Huet-Sayegh pour décrire le comportement des bitumes à hautes températures et basses fréquences.

• Modèle 2S2P1D

Une généralisation du modèle Huet-Sayegh, appelé modèle 2S2P1D a été proposée par Olard et al. [OLARD 2003, Olard and Di Benedetto 2003] en ajoutant en série un amortisseur linéaire à l'élément Huet (modèle de Huet-Such) du modèle de Huet-Sayegh comme l'indique la figure Fig. I.27. L'acronyme de ce modèle reflète sa composition. Il est, en effet, constituer de deux ressorts (2S), de deux éléments paraboliques (2P) et d'un amortisseur linéaire (1D).

Le module complexe est donné par l'équation suivante :

$$E^*(\omega) = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \delta (j\omega\tau)^{-k} + (j\omega\tau)^{-h} + (j\omega\beta\tau)^{-1}} \quad (\text{I.1.52})$$

dans laquelle β est un paramètre sans dimension défini tel que :

$$\eta = (E_\infty - E_0) \beta \tau \quad (\text{I.1.53})$$

Un total de sept paramètres (E_∞ , E_0 , k , h , δ , τ et β) sont alors nécessaires pour caractériser entièrement le comportement des matériaux dans tout spectre de fréquences et

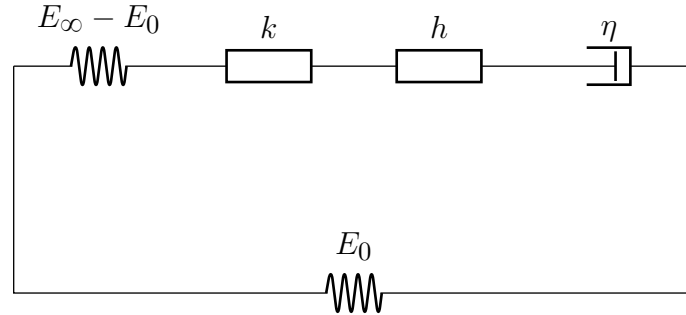


Figure I.27 – Modèle 2S2P1D

de températures. Le modèle 2S2P1D a été appliqué avec succès aux liants et aux enrobés bitumineux [Di Benedetto et al. 2007, Delaporte et al. 2009, Di Benedetto et al. 2009, Tiouajni et al. 2011, Somé 2012, Mangiafico 2014, Babadopulos 2017]. Pour simuler de manière satisfaisante le comportement viscoélastique linéaire de certains matériaux bitumineux présentant un large spectre de relaxation, comme c’est le cas des asphaltites, A. Themeli et al. [Themeli et al. 2020] ont rajouté un élément parabolique au modèle 2S2P1D pour obtenir un nouveau modèle baptisé 2S3P1D. Les premières applications de ce modèle aux asphaltites dans leur étude ont montré que ce modèle donne une meilleure modélisation du comportement viscoélastique des asphaltites. Bien que ce modèle permette de représenter correctement le comportement des enrobés bitumineux, il ne fournit pas d’expression analytique des fonctions de fluage et de relaxation, ce qui limite son utilisation dans le cadre d’une modélisation dans le domaine temporel. En effet une détermination par calcul numérique de ces fonctions nécessiterait de stocker en mémoire l’histoire depuis l’instant initial de calcul, ce qui est très coûteux. Le modèle de MG lui est donc préféré pour modéliser le comportement des enrobés bitumineux dans le domaine temporel [Hammoum et al. 2009, de Araújo et al. 2010, Wan et al. 2012, Zhang et al. 2016]. À cette fin, dans cette étude, il est proposé de caractériser le comportement de l’enrobé bitumineux et du bitume étudié par le modèle continu 2S2P1D. Dans la partie numérique, le modèle MG est ensuite privilégié .

I.2 Phénomènes de vieillissement des enrobés bitumineux

La notion de vieillissement est généralement utilisée pour décrire ces différents mécanismes. Le processus de vieillissement implique les variations des propriétés des mélanges bitumineux liés principalement aux changements de la structure chimique du bitume [Simpson et al. 1961]. Ces changements se reflètent sur les performances à long terme des chaussées bitumineuses. Le vieillissement augmente la viscosité et la fragilité des mélanges bitumineux [Bell and Sosnovske 1994, Bell et al. 1994c, Roberts et al. 1991]. Sirin et al. [Sirin et al. 2017] ont observé une augmentation de la viscosité jusqu’à dix fois due au

vieillissement de 5 ans. D'autres recherches ont également montré que la ductilité et la pénétrabilité du liant bitumineux diminuent tandis que le point de ramollissement augmente [Siddiqui and Ali 1999, Sirin et al. 2018].

I.2.1 Mécanismes d'oxydation et composition chimique des bitumes

Les propriétés physico-chimiques des mélanges bitumineux évoluent dans le temps en raison de leur exposition à des conditions environnementales variées au cours de leur durée de vie. D'importantes recherches ont été menées pour approfondir les connaissances dans les mécanismes de vieillissement à court et à long terme [Bell 1989, Traxler 1961, Wright 1965, Lee and Huang 1973, Zenewitz and Welborn 1975, Jemison et al. 1992, Petersen 1993, Bell et al. 1994c, Petersen 2000, Airey 2003, Apeageyi 2011, Anderson and Bonaquist 2012]. Les mécanismes de vieillissement des mélanges bitumineux peuvent être résumés en quatre points [Bell 1989, Traxler 1961, Bell et al. 1994c, Petersen 2000] :

- Oxydation (réaction avec l'oxygène de l'air)
- Volatilisation (perte de substances volatiles)
- Thixotropie (durcissement stérique provoqué par la structuration moléculaire)
- La polymérisation

L'oxydation, la volatilisation et le durcissement stérique sont considérés comme les principaux mécanismes associés au processus de vieillissement des mélanges bitumineux [Bell et al. 1994c, Petersen 2000, Airey 2003, Apeageyi 2011]. Le durcissement stérique est un processus réversible qui modifie les propriétés rhéologiques du bitume sans altérer sa composition chimique. Pour les bitumes, la perte de composants volatils est également considérée comme un mécanisme de vieillissement. Cependant, les bitumes, lorsqu'ils sont conformes aux spécifications actuelles, sont relativement peu volatils, par conséquent ce mécanisme n'est pas considéré comme un facteur significatif du vieillissement des mélanges bitumineux. Les travaux de Corbett et Merz ont montré que la quantité des saturés, considérés comme composants potentiellement volatils, est restée pratiquement constante pendant 18 ans de service de la chaussée [Corbett and Merz 1975]. L'oxydation, principal mécanisme de vieillissement des enrobés est une réaction chimique irréversible entre les constituants du bitume et l'oxygène [Oort 1956]. Elle peut se produire par différentes réactions telles que la photo-oxydation et l'oxydation thermique [Corbett and Merz 1975]. La plupart des vieillissements observés sur les chaussées bitumineuses sont considérés comme étant induits par l'oxydation thermique. Pendant la fabrication, la mise en œuvre et le compactage, le mélange bitumineux est soumis à une haute température qui provoque un vieillissement dû à l'oxydation et à la perte de substances volatiles : c'est le vieillissement court-terme. Pendant les périodes de service, le vieillissement à long terme se produit à une température plus basse, principalement dû au mécanisme d'oxydation [Anderson and Bonaquist 2012, Sirin et al. 2018]. Afin de mieux comprendre l'effet du vieillissement

sur la structure du bitume, des chercheurs ont étudié l'absorption de l'oxygène par les différentes fractions du bitume (voir I.1.3) et la formation de groupes fonctionnels (des groupes carbonyle et sulfoxyde) formés par réaction avec l'oxygène. Les travaux de W. H. King et de L. W. Corbet [King and Corbett 1969] et de J. Knotnerus [Knotnerus 1972] ont montré que les saturés sont relativement inertes à la réaction avec l'oxygène. Les fractions aromatiques chez W. H. King et L. W. Corbet [King and Corbett 1969] présentent une réactivité faible alors qu'elle est nulle chez J. Knotnerus [Knotnerus 1972]. Cependant, les résines et les asphaltènes sont très réactifs avec l'oxygène. Petersen et al. [Petersen et al. 1974], dans leur étude, ont classé la réactivité chimique avec l'oxygène atmosphérique des saturés, des aromatiques, des résines et des asphaltènes respectivement à 1, 7, 32 et 40. La formation des groupes fonctionnels entraîne une diminution des composés aromatiques polaires et une augmentation des fractions d'asphaltènes [Lesueur 2009]. Les conséquences directes de la formation de ces nouvelles molécules sont l'augmentation de la viscosité et de la rigidité du liant bitumineux, augmentant ainsi la susceptibilité à la fissuration thermique des chaussées bitumineuses [Lee 1997, Corbett and Schweyer 1981]. Ces techniques séparatives, bien qu'elles permettent de comprendre les mécanismes de vieillissement, sont destructrices des équilibres macromoléculaires qui sont généralement source de comportements particuliers du matériau avec des conséquences importantes sur ses propriétés mécaniques, rhéologiques et chimiques [Mouillet et al. 1999]. La spectroscopie infra-rouge à transformée de Fourier (IRTF) a, à cet effet, été développée et appliquée au mélange bitumineux pour quantifier l'oxydation afin de mieux comprendre le vieillissement des mélanges bitumineux [Petersen 1986, Huet 1989, Pieri et al. 1996, Liu et al. 1998, Mouillet et al. 1999, Lamontagne et al. 2001a;b, Karlsson and Isacson 2003, Karlsson et al. 2007, Glover et al. 2009]. C'est l'une des techniques globales non destructrices. J. Lamontagne et al. [Lamontagne et al. 2001a;b] ont conçu spécialement une cellule de vieillissement adaptée à la microscopie IRTF pour visualiser en continue l'évolution structurale des bitumes modifiés aux polymères pendant le vieillissement. Ainsi, des informations très utiles ont pu être fournies pour la compréhension des phénomènes d'oxydation à travers lesquels se produit le vieillissement. Liu et al [Liu et al. 1998] ont indiqué que la surface de la région carbonyle dans les spectres IRTF est une mesure directe de l'oxydation du liant et que le pourcentage de composés carbonyles peut être utilisé pour évaluer les changements causés par le vieillissement oxydatif [Glover et al. 2009, Sirin et al. 2018]. Cette dernière technique sera utilisée dans cette thèse pour analyser le vieillissement des bitumes en laboratoire par des procédures qui sont abordées dans la sous-section suivante.

I.2.2 Méthodes de vieillissement accéléré en laboratoire

En laboratoire, les mélanges bitumineux sont vieillis de manière accélérée sous l'effet de la température et de l'air afin de simuler le vieillissement in situ et donc de prédire les

performances du revêtement des chaussées bitumineuses dans le temps. Plusieurs procédures de vieillissement en laboratoire des mélanges bitumineux ont été proposées. Ces procédures peuvent être classées de manière générale en deux grandes catégories, à savoir les procédures sur les bitumes et celles sur les enrobés bitumineux.

I.2.2.1 Procédures de vieillissement du bitume

Plusieurs méthodes ont été développées pour simuler le processus de vieillissement du bitume en laboratoire. La cinétique de réaction et la thermodynamique du vieillissement du bitume sont complexes et changent avec la température [Choquet and Verhasselt 1994, Petersen 2009]; et par conséquent, toute procédure de conditionnement utilisée en laboratoire ne devrait dans l'idéal que se rapprocher assez du type et du degré de vieillissement que la chaussée est susceptible de subir depuis l'étape de sa construction jusqu'à sa fin de vie [Van Gooswilligen et al. 1985, Pfeiffer and Van Doormaal 1936, Huang and Di Benedetto 2015]. Plusieurs procédures de vieillissement et de conditionnement du bitume sont suggérées dans les spécifications techniques et normes européennes et destinées à être utilisées pour simuler le vieillissement à court et à long terme des bitumes. Une analyse des méthodes de vieillissement et de conditionnement du bitume utilisées en Europe a récemment fait l'objet d'un examen dans le cadre de l'activité du comité européen de normalisation (CEN TC 336) [Besamusca et al. 2012]. Un aperçu des différentes méthodes de vieillissement des bitumes et un état de l'art sur la corrélation entre le vieillissement en laboratoire du bitume et le vieillissement sur le terrain ont été présentés dans [Nicholls 2006, Nicholls et al. 2007]. Le tableau I.4 résume les différentes procédures de vieillissement du bitume proposées dans la littérature. A l'issue de ces travaux, il est établi que la méthode RTFOT (voir tableau I.4) convient à la caractérisation de la plupart des liants et est suggérée pour simuler le vieillissement à court terme. Parmi les procédures de vieillissement à long terme présentées dans le tableau I.4, seules les procédures PAV et RCAT sont normalisées en Europe. Nicholls et al. ont montré que 20 heures de vieillissement par PAV à 100°C correspondent à 178 heures de vieillissement par RCAT. Airey et al [Airey 2003]. Ils ont également montré que 5 h de vieillissement du PAV à 100 °C et 2,07 MPa se sont avérés équivalents au vieillissement standard RTFOT, et 25 h de vieillissement du PAV à 100 °C et 2,07 MPa se sont avérés équivalents au vieillissement standard RTFOT plus PAV. Ainsi dans le cadre de cette étude, les procédures RTFOT et PAV vont être utilisées pour simuler en laboratoire le vieillissement à court-terme et à long-terme respectivement des bitumes.

I.2.2.1.1 Méthode IRTF

La spectrométrie infrarouge à transformée de Fourier (IRTF) permet de quantifier les fonctions oxygénées présentes dans les liants bitumineux aux différents stades de vieillissement. L'infrarouge à transformée de Fourier (IRTF) est le spectromètre le plus utilisé

Tableau I.4 – Procédures de vieillissement accéléré en laboratoire des bitumes

Type de vieillissement	Procédure de vieillissement	Température (°C)	Durée
Vieillissement court-terme	RTFOT [12607-1 2014]	163	1.25 heures
	TFOT [12607-2 2014]	163	5 heures
	RFT [12607-3 2014]	163	2.5 heures
	RCAT [EN 15323 2007]	163	4 heures
	RTFOTM (Spécifications UK)	163	45 min
Vieillissement long-terme	PAV [EN 14769 2013]	90-110	20 heures
	RCAT [EN 15323 2007]	90	140 heures
	3×RTFOT (Norme australienne)	163	3.75 heures
	HiPAT (PAV ₈₅) [PP1-98]	85	65 min
	RTFOTM (Spécifications UK)	135	22 heures

pour analyser les caractéristiques du liant bitumineux à partir des bandes d'absorption. V. Mouillet et al. [Mouillet et al. 2010] ont listé deux méthodes pour l'analyse d'échantillons de bitume par spectroscopie IRTF : le mode transmission et le mode réflexion totale atténuée (RTA). Le mode transmission peut être réalisé suivant plusieurs méthodes de préparation des échantillons de bitume : étalement du bitume chaud sur une plaque transparente (KBr, NaCl, CsI, etc) ou dissolution du bitume dans un solvant. Les études récentes de A. Dony et al. [Dony et al. 2016] ont porté sur la comparaison des modes transmission et réflexion. Ils ont montré que le mode RTA était moins approprié, car il est moins répétable et les spectres obtenus sont d'abord traités mathématiquement. Concernant le mode de transmission, la méthode de dissolution du bitume et l'analyse directe de la solution est déconseillée à cause de l'interaction chimique entre le bitume et le solvant. La méthode d'étalement du bitume chaud sur une plaque transparente est rapide et mieux adaptée pour l'étude des caractéristiques chimiques des bitumes. Cette technique consiste à étaler un film mince de bitume chaud sur une lame transparente (dans cette étude, la lame de KBr est utilisée). Lorsque le faisceau infrarouge passe à travers le film de bitume, l'énergie transmise est mesurée et un spectre entre 4000 cm^{-1} et 400 cm^{-1} est généré, comportant deux bandes d'absorption permettant d'évaluer le degré de vieillissement des liants : Les fonctions carbonyles (C=O) de spectre autour de 1700 cm^{-1} et les fonctions sulfoxydes (S=O) de spectre autour de 1030 cm^{-1} .

I.2.2.1.2 Méthode RTFOT

La méthode RTFOT (Rolling Thin Film Oven Test) est une méthode de conditionnement en laboratoire pour obtenir un à court terme des bitumes utilisés pour les enrobés à chaud

provoqué par l'oxydation subie au cours du malaxage dans une centrale d'enrobage. Conformément à la norme NF EN 12607-1 [12607-1 2014], l'essai RTFOT consiste à exposer 35 g de bitume contenu dans huit bouteilles de verre en rotation à un courant d'air porté à 163°C grâce à un four (voir figure Fig. I.28) pendant 75 min. Les effets de la chaleur et de l'air sont déterminés à partir de l'évolution des caractéristiques physico-chimiques et rhéologiques du bitume.

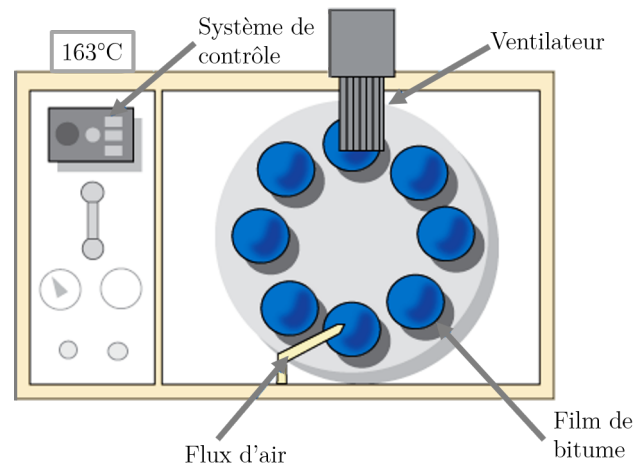


Figure I.28 – Représentation de la méthode d'essai RTFOT (vue de face de l'intérieur du four)

I.2.2.1.3 Méthode PAV

La méthode d'essai PAV (Pressure Aging Vessel) permet de simuler le vieillissement par oxydation à long terme des bitumes. Cette méthode est destinée à simuler le durcissement par vieillissement du bitume après plusieurs années de service (5 à 10 ans). Elle est habituellement effectuée après conditionnement au RTFOT. La procédure normalisée (NF EN 14697 [EN 14769 2013]) consiste à étaler 50 g de bitume conditionné au RTFOT sur des plaquettes en acier inoxydable et placées dans une enceinte chauffée à 90-110°C sous une pression d'air sec de 2,10 MPa, et ce pendant une durée de 20 heures.

I.2.2.2 Procédures de vieillissement des mélanges bitumineux

Ces procédures peuvent être regroupées en fonction de l'état du matériau pendant le vieillissement : échantillon compacté ou mélange foisonné.

I.2.2.2.1 Matériaux compactés

Le vieillissement des échantillons compactés est souvent utilisé pour caractériser les propriétés des mélanges bitumineux pendant toute la durée de vie des chaussées bitumineuses. La méthode standard recommandée aux États-Unis pour évaluer le vieillissement à long terme des mélanges bitumineux est la méthode AASHTO R30 (American Association of State Highway and Transportation Officials) [AASHTO 2002]. Dans cette méthode,

des échantillons de mélanges bitumineux sont soumis à un vieillissement à court terme à 135°C pendant quatre heures. Ensuite, le mélange vieilli à court terme est compacté. L'échantillon compacté est carotté ou scié aux dimensions requises, puis placé dans une étuve ventilée pour un vieillissement à long terme.

Des études ont été réalisées en laboratoire sur le vieillissement à court et à long terme des mélanges bitumineux [Bell 1989, Bell et al. 1994a;b;c]. Ces études suggèrent un vieillissement en étuve des mélanges bitumineux foisonnés à 135°C pendant quatre heures pour simuler le vieillissement à court terme ayant lieu pendant la phase de fabrication jusqu'à la phase de mise en œuvre des chaussées. Afin de simuler le vieillissement à long terme, Bell et al. ont conditionné des échantillons d'enrobés bitumineux à l'étuve pendant différentes durées. Puis, ils ont réalisé des essais de caractérisation sur des éprouvettes vieilles à long terme en laboratoire et sur des éprouvettes carottées sur terrain. Ils ont recommandé, sur la base de ces essais, un vieillissement à long terme des échantillons compactés à 85°C pendant 2, 4 et 8 jours. Brown et Scholz (2000) ont mené une étude de vieillissement en laboratoire sur des échantillons compactés. Les échantillons ayant subi le vieillissement à court et à long terme ont été évalués sur la base des mesures de rigidité des échantillons compactés. Les résultats de l'étude de Brown et Scholz indiquent que le vieillissement à court terme des mélanges foisonnés à 135°C augmente de manière significative la rigidité du mélange de 9 à 24% par heure de vieillissement [Kim et al. 2018].

Plusieurs autres procédures de vieillissement à long terme des échantillons compactés ont été proposées dans la littérature et sont résumées dans le tableau I.5. Il apparaît que les procédures varient en ce qui concerne la température et la durée de vieillissement.

Divers problèmes liés au vieillissement en laboratoire des échantillons compactés ont été rapportés dans la littérature. Un affaissement peut se produire pendant le vieillissement à long terme des échantillons d'enrobés compactés, entraînant un changement dans la distribution des vides d'air [Reed 2010]. Le projet RILEM-206-ATB (Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux) indique que les changements de taille et de forme des échantillons compactés pendant le processus de vieillissement affectent les résultats finaux et leur variabilité [Partl et al. 2012, Kim et al. 2018]. Il est rapporté dans [Houston et al. 2005, Kim et al. 2018] l'existence d'un gradient d'oxydation dans les directions radiale et verticale des échantillons compactés au cours du vieillissement. Le gradient d'oxydation observé à partir des échantillons compactés rend difficile l'exploitation des résultats issus des essais réalisés sur ces échantillons. Les propriétés mesurées sur ces échantillons sont des propriétés moyennes de ces matériaux [Kim et al. 2018].

Tableau I.5 – Procédures de vieillissement à long terme accéléré en laboratoire des échantillons compactés [Kim et al. 2018, Sirin et al. 2018]

Procédure de vieillissement	Température (°C)	Durée	Année de vieillissement in situ
AAMAS (Von Quintus et al. [Von Quintus et al. 1992])	2 jours à 60 + 5 jours à 107	7 jours	-
TRL (Nicholls [Nicholls 2006])	60	48 heures	-
EMPA (Van den Bergh [Van den Bergh 2011])	110-120	16 heures	-
AASHTO R30-02 ([AASHTO 2002])	85	5 jours	-
Université de Nottingham SATS (Collop et al. [Collop et al. 2004])	85	65 heures	-
Hachiya et al. ([Hachiya et al. 2003])	60	3,4 et 10 jours	-
Tia et al. ([Tia et al. 1988])	60	90 jours	-
Université de Liverpool	60	21 jours	-
Mugler ([Mugler 1970])	163	5 heures	-
Hveem et al. ([Hveem et al. 1963])	60	1000 heures	-
Bell et al. ([Bell et al. 1994c])	85 (100)	2 jours (1 jour)	2 jours à 85°C ou 1 jour à 100°C = 1-3 ans de vieillissement des routes du Royaume Uni
Brown et Scholz ([Brown and Scholz 2000])	85	04 et 5 jours	4 jours à 85°C simule 15 ans de vieillissement d'une chaussée aux USA
Harrigan [Harrigan 2007] and Houston et al. [Houston et al. 2005]	80, 85 et 90	5 jours	5 jours à 85°C simule 7-10 ans de vieillissement in-situ
Epps Martin et al. [Martin 2014]	60	1 à 16 semaines	4 à 16 semaines à 60°C simule 8 à 12 mois de vieillissement des routes de Texas et de Iowa

I.2.2.2.2 Matériaux foisonnés

Le vieillissement en laboratoire de mélanges bitumineux foisonnés a également été expé-

rimenté, bien qu'il soit moins pratiqué que le vieillissement des échantillons compactés. Certaines études préconisent le vieillissement sur les mélanges foisonnés pour simuler le vieillissement des chaussées bitumineuses au détriment de celui réalisé sur des échantillons compactés [Von Quintus et al. 1992, Reed 2010, Mollenhauer and Mouillet 2011, Van den Bergh 2011, Partl et al. 2012, Elwardany et al. 2017]. Les principaux avantages du vieillissement des mélanges en vrac par rapport au vieillissement des échantillons compactés sont résumés comme suit [Kim et al. 2018] :

- l'air et la chaleur peuvent facilement circuler à l'intérieur du mélange bitumineux foisonné, permettant ainsi un vieillissement uniforme dans tout le mélange
- les risques liés à la perte d'intégrité des échantillons compactés (l'affaissement) pendant le vieillissement en laboratoire peuvent être réduits
- le taux d'oxydation peut augmenter en raison de l'exposition à l'oxygène d'une surface plus importante du liant.

Pour simuler l'oxydation à long terme sur le terrain, Von Quintus [Von Quintus et al. 1992] a fait vieillir des mélanges foisonnés à 135°C pendant 8, 16, 24 et 36 heures. Des essais de pénétrabilité et de viscosité sur les liants bitumineux extraits et récupérés ont indiqué des niveaux de vieillissement à court terme similaires entre les mélanges foisonnés vieillissés en laboratoire et les échantillons prélevés sur le terrain. Sur la base de ces résultats, Von Quintus a recommandé le vieillissement à court terme des mélanges foisonnés à 135°C pendant quatre heures. Il a également recommandé de simuler le vieillissement à long terme des mélanges foisonnés à 60°C pendant deux jours puis à 107°C pendant cinq jours. Van den Bergh [Van den Bergh 2011] ont suggéré deux procédures de vieillissement des mélanges foisonnés :

- un vieillissement à court terme à 130°C pendant 3 heures et un vieillissement à long terme à 90°C pendant 168 heures (7 jours)
- un vieillissement à court terme à 134°C pendant 4 heures et un vieillissement à long terme à 85°C pendant 168 heures (7 jours)

Partl et al. [Partl et al. 2012] ont également mené une étude (RILEM 206-ATB) de vieillissement sur les mélanges bitumineux foisonnés. Ces mélanges, issus des mêmes matériaux constitutifs ont été produits dans neuf laboratoires et une centrale de fabrication d'enrobés. Au terme de leur étude, Partl et al. [Partl et al. 2012] ont conclu que les mélanges foisonnés vieillissés en laboratoire pendant quatre heures à 135°C ont montré des valeurs de pénétration et de TBA plus élevées que celles des mélanges issus de la centrale. Ils ont aussi indiqué l'oxydation du mélange se poursuit jusqu'à neuf jours de vieillissement à long terme. L'étude de Partl a également démontré que ces procédures de vieillissement en laboratoire produisent une répétabilité et une reproductibilité très raisonnables. Toutefois, quelques travaux ont révélé des difficultés liées au compactage des mélanges foisonnés vieillissés [Gatchalian et al. 2006, Reed 2010]. J. Reed [Reed 2010] ont montré dans leurs travaux qu'un nombre significativement élevé de girations (essai PCG [EN 12697-31

2019], donc une contrainte de cisaillement plus élevée, a été nécessaire pour compacter les échantillons de mélanges foisonnés vieillis, ce qui peut entraîner une dégradation des structures des agrégats et donc une modification des propriétés du mélange. Les différentes procédures de vieillissement des mélanges bitumineux foisonnés sont regroupées dans le tableau I.6.

Tableau I.6 – Procédures de vieillissement accéléré en laboratoire des mélanges foisonnés [Kim et al. 2018, Sirin et al. 2018]

Procédure de vieillissement	Vieillissement court-terme		Vieillissement long-terme	
	Température (°C)	Durée	Température (°C)	Durée
Van Gooswilligen [Van Gooswilligen et al. 1989]	-	-	160	16 heures
Shell [Read et al. 2003]	Température de malaxage	2 heures	80	7 jours
LCPC [Such et al. 1997]	135	4 heures	100	24 heures
RILEM TG5 [De La Roche et al. 2009]	135	4 heures	85	7-9 jours
BRRC (Belgian Road Research Center) [Piérald and Vaneltraete 2009]	135	1.25 heures	60	14 jours
Re-Road [Mollenhauer and Mouillet 2011]	135	4 heures	90	20 heures
Van den Bergh [Van den Bergh 2011]	135,130	4 heures ,3 heures	85,90	7 jours
Bell et al. [Bell et al. 1994c]	135	4 heures	85,100	4 à 8 jours, 2 à 4 jours

Le tableau I.7 résume les avantages et inconvénients de l'utilisation des mélanges foisonnés et des échantillons compactés pour simuler le vieillissement en laboratoire des revêtements des chaussées bitumineuses.

Tableau I.7 – Comparaison des procédures de vieillissement des mélanges foisonnés et des échantillons compactés [Kim et al. 2018]

Mélange foisonné	Avantages	<ul style="list-style-type: none"> • Vieillissement homogène dans le mélange • Taux d'oxydation plus élevé que celui de l'échantillon compacté • Maintien de l'intégrité du mélange
	Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> • Difficultés de compactage du mélange après vieillissement • Quantité limitée de mélanges pouvant être vieillis dans une étuve sous pression (PAV) standard
Échantillons compactés	Avantages	<ul style="list-style-type: none"> • Possibilité de produire des échantillons vieillis pour les essais de caractérisation si l'affaissement est minimisé par l'utilisation d'un grillage métallique entourant l'échantillon
	Inconvénients	<ul style="list-style-type: none"> • Taux d'oxydation plus faible que pour les mélanges foisonnés • L'intégrité des échantillons est compromise à des températures et à des pressions élevées en raison de l'affaissement et de la fissuration lors du relâchement de la pression • Existence des gradients d'oxydation dans la direction radiale et verticale de l'échantillon

Il faut noter que les procédures de vieillissement des mélanges bitumineux sont diverses et variées et n'ont fait l'objet d'aucun consensus. Toutefois, il ressort des résultats de la littérature que les procédures de vieillissement des mélanges foisonnés sont plus avantageuses que celles utilisant des échantillons en raison de l'homogénéité et l'efficacité du vieillissement dans le mélange foisonné. Pour cette raison la méthode de vieillissement utilisant les mélanges foisonnés, plus précisément la procédure de vieillissement de la RILEM [De La Roche et al. 2009] est adoptée pour étudier l'effet du vieillissement sur les propriétés rhéologiques, physico-chimiques et de rupture des matériaux bitumineux. Les changements de propriétés induits par le mécanisme de vieillissement des mélanges bitumineux rendent ces derniers plus durs et plus fragiles, augmentant ainsi le risque de fissuration des chaussées. L'apparition des fissures à la surface peuvent à leur tour accroître le phénomène de vieillissement en raison de de l'augmentation des zones exposées à la température ambiante [Isacson and Zeng 1998].

I.3 Mécanisme de rupture des enrobés bitumineux

I.3.1 Différents modes de fissuration des chaussées

Une fissure est définie dans le catalogue de dégradations de surface des chaussées [Bertrand et al. 1998] comme une ligne de rupture qui apparaît à la surface de la chaussée. Il existe plusieurs modes de fissuration des chaussées dont les plus courants sont :

- Fissure transversale : elle est sensiblement perpendiculaire à l'axe de la chaussée, soit isolée, soit périodique avec un espacement variable, affectant toute ou une partie de la largeur de la chaussée (figure Fig. I.29). Ce type de fissuration est, en général, causé par une remontée en surface d'une fissure de prise ou de retrait thermique, d'un joint transversal de mise en œuvre de l'assise et par le vieillissement du bitume entraînant sa fragilisation. Une telle dégradation peut être observée sur des structures bitumineuses épaisses.

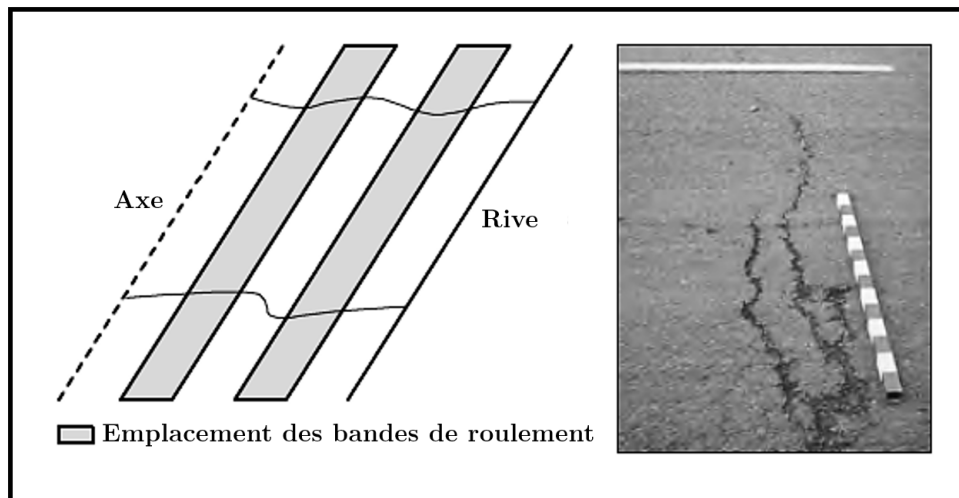


Figure I.29 – Schéma d'une fissuration transversale [Di Benedetto and Corté 2005]

- Fissure longitudinale dans les bandes de roulement : c'est le type de fissure parallèle à l'axe de la chaussée qui apparaît uniquement dans les bandes de roulement (figure Fig. I.30). Elle est en grande partie causée par la répétition des contraintes de traction-flexion liées au trafic lourd et aux effets climatiques dans les couches de fondation et de base. Cette dégradation évolue par ramification et dédoublement de la fissure vers un faïençage. Les structures bitumineuses épaisses sont concernées par ce type de dégradation lié principalement à la fragilisation par vieillissement du bitume.

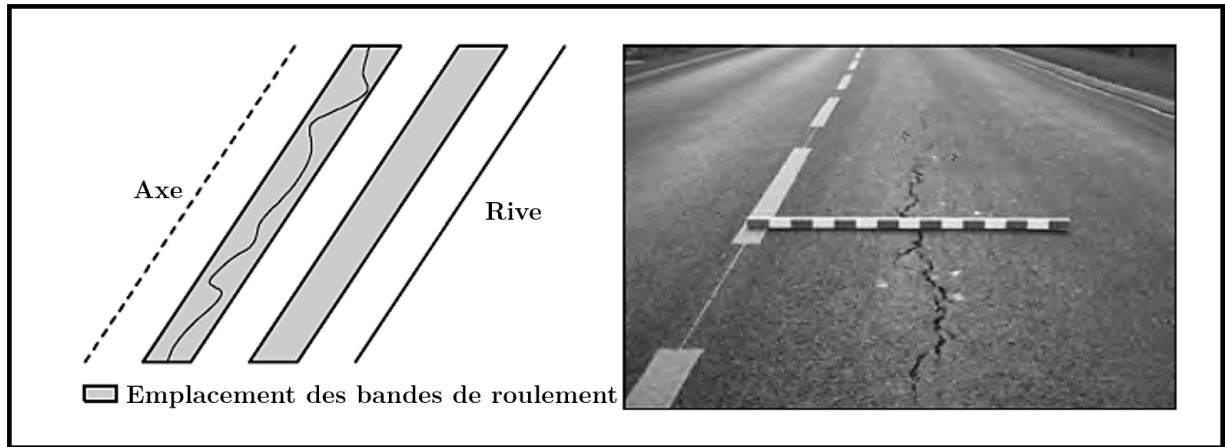


Figure I.30 – Schéma d'une fissuration longitudinale dans les bandes de roulement [Di Benedetto and Corté 2005]

- Fissure longitudinale non spécifique aux bandes de roulement : c'est le type de fissure parallèle à l'axe de la chaussée non localisée spécifiquement dans les bandes de roulement (figure Fig. I.31). Cette dégradation peut être liée à la réapparition d'un joint de mise en œuvre ou d'une fissure dans les couches inférieures par gonflement différentiel dû au gel. Sous l'effet du trafic et de la pluviométrie (pénétration de l'eau dans les couches favorisée par l'épaufrure des bords de fissure), la fissure évolue en se ramifiant vers un faïençage.

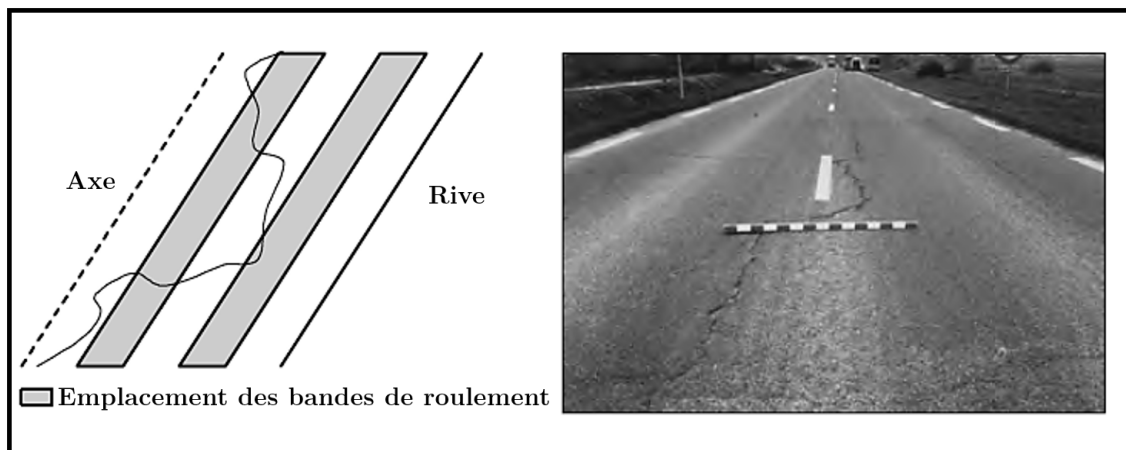


Figure I.31 – Schéma d'une fissuration longitudinale non spécifique aux bandes de roulement [Di Benedetto and Corté 2005]

- Faïençage : c'est un ensemble de fissures entrelacées ou maillées formant une série de polygones localisées ou non dans les bandes de roulement (figure Fig. I.32). Ces dégradations sont en général liées à la fatigue excessive des couches inférieures, au décollement de la couche de roulement et à la fragilité du bitume.

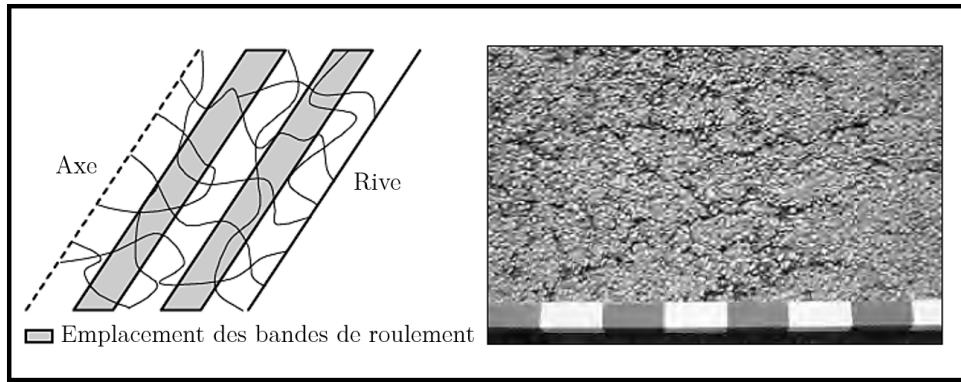


Figure I.32 – Schéma d'un faïençage [Di Benedetto and Corté 2005]

I.3.2 Différents essais de rupture

Différents méthodes d'essais et dispositifs de fissuration ont été mis au point pour évaluer les propriétés de rupture des enrobés bitumineux. Dans la plupart des essais, l'éprouvette est entaillée permettant de localiser l'amorçage de la fissure. Les méthodes d'essais les plus populaires utilisées ces dix dernières années sont (voir figure Fig. I.33) :

- Essai de flexion trois points sur poutre simple entaillée (SENB)
- Essai de traction indirect (IDT)
- Essai de traction sur disque compact (DCT)
- Essai de flexion trois points sur poutre semi-circulaire (SCB)

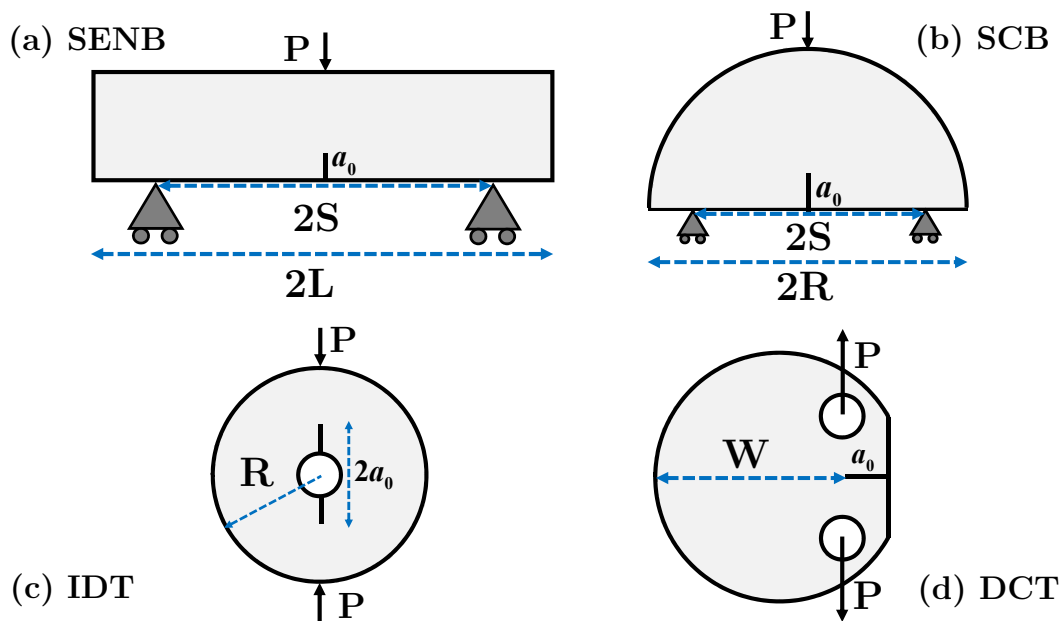


Figure I.33 – Méthodes d'essais de fissuration couramment utilisées

I.3.2.1 Méthode d'essai SENB

L'essai de flexion sur une poutre entaillée consiste à solliciter en flexion, en appliquant une charge au sommet d'une éprouvette reposant sur deux appuis. La méthode d'essai SENB a été utilisée par plusieurs auteurs [Gauthier and Anderson 2006, Artamendi and Khalid 2006, Paulino et al. 2004, Wagoner et al. 2005a, Braham et al. 2010, Yin et al. 2017, Fakhri et al. 2017] pour étudier la fissuration des mélanges bitumineux. Pour déterminer l'énergie de rupture des mélanges bitumineux, Wagoner et al. [Wagoner et al. 2005a] ont proposé un protocole d'essai basé sur la géométrie SENB. Dans leurs études, ils ont conclu que la méthode d'essai SENB est l'une des méthodes de fissuration les plus efficaces pour des raisons suivantes :

- propagation stable de fissure après initiation,
- répétabilité de l'essai,
- surface de rupture potentielle importante,
- possibilité d'étudier le mode mixte de fissuration en décalant simplement l'entaille de l'axe de symétrie de la poutre.

Song et al. [Song et al. 2006b] et Kim et al. [Kim et al. 2009] ont utilisé la méthodologie proposée par Wagoner et al. [Wagoner et al. 2005a] pour calibrer les paramètres de rupture utilisés dans leurs simulations numériques. En revanche, les principales difficultés liées à l'utilisation de cette configuration d'essai sont que la fabrication d'échantillon en laboratoire devient peu praticable par rapport à la configuration SCB et que les prélèvements sur chantier sont complexes.

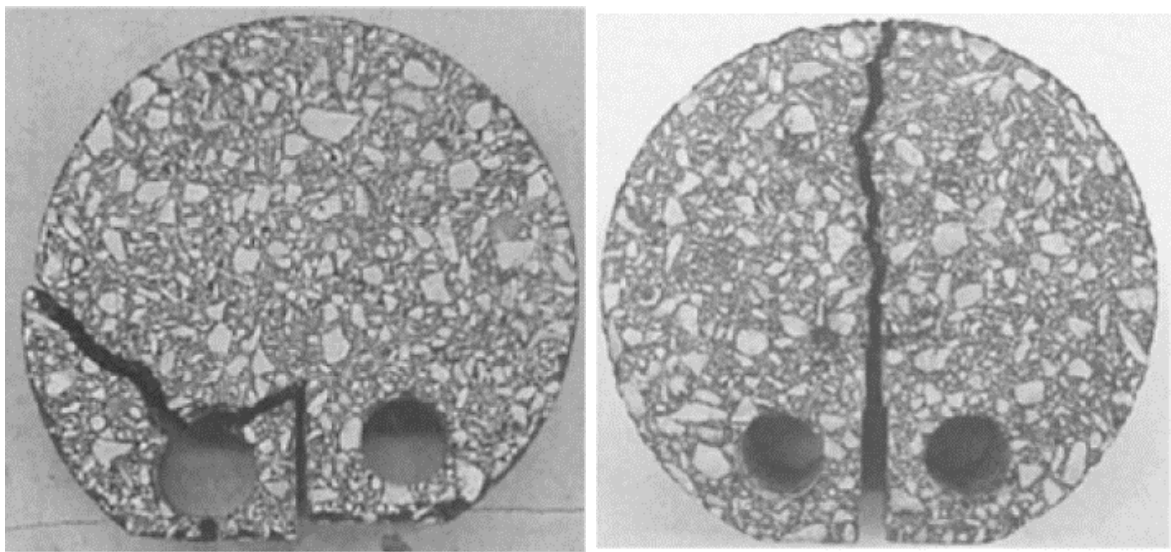
I.3.2.2 Méthode d'essai IDT

Il s'agit de soumettre une éprouvette cylindrique à des charges de compression agissant parallèlement le long du plan diamétral vertical de l'éprouvette. Cette méthode présente de nombreux avantages. La configuration d'essai est relativement simple à réaliser. Les éprouvettes peuvent être facilement obtenues à partir des compacteurs giratoires ou des carottages sur chantier. Cependant, Kim et Wen [Kim and Wen 2002] et Van de Ven et Smit [Van de Ven et al. 1997] ont montré que la méthode d'essai IDT présente certains inconvénients. En effet, ils ont indiqué que la déformation permanente sous la bande de chargement est préjudiciable dans l'évaluation de la résistance à la traction des mélanges bitumineux.

I.3.2.3 Méthode d'essai DCT

Cet essai consiste à exercer une traction de chaque côté d'une entaille, créée sur une éprouvette cylindrique tronquée. Initialement, cette configuration a été développée pour tester les matériaux métalliques, puis récemment adaptée pour les mélanges bitumineux par Wagoner et al. [Wagoner et al. 2005]. Les premiers essais ont montré une défaillance

localisée près des zones d'application de chargement (figure Fig. I.34a). Afin de minimiser l'apparition de celle-ci, Wagnoner et al. ont recommandé de nouvelles dimensions pour les éprouvettes bitumineuses leur permettant de supporter les contraintes générées au niveau des zones d'application de chargement. Les éprouvettes de ce test peuvent être fabriquées facilement en laboratoire, ou carottées sur site. En outre cette configuration permet d'avoir une surface de rupture assez importante (5500 mm^2 pour une épaisseur de 50 mm) [Wagnoner et al. 2005]. Cependant, cette méthode ne peut être utilisée que pour les essais en mode d'ouverture de fissure uniquement. En outre, la propagation de fissure dans la direction diamétrale verticale n'est toujours pas vérifiée. Ce qui conduit à un mode mixte de fissuration qui peut rendre erronés les résultats obtenus.



I.34a Propagation de fissure dans la géométrie initiale de l'éprouvette avec défaillance aux points de chargement
 I.34b Propagation de fissure dans la géométrie finale de l'éprouvette avec plan de fissure souhaitable

Figure I.34 – Essai DCT [Wagnoner et al. 2005]

I.3.2.4 Méthode d'essai SCB

Cet essai consiste à soumettre une éprouvette semi-circulaire entaillée au centre de sa base à une flexion trois points. La méthode d'essai SCB a été proposée à la base par Chong et Kuruppu [Chong and Kuruppu 1984] pour étudier la fissuration des matériaux rocheux. Elle a été utilisée dans plusieurs travaux [Lim et al. 1993, Molenaar et al. 2002, Molenaar 2004, Wu et al. 2005, Li and Marasteanu 2010, Aragão and Kim 2012, Im et al. 2013, Somé et al. 2018a, Lu et al. 2019] en raison de ces nombreux avantages :

- configuration d'essai relativement simple à réaliser,
- fabrication d'éprouvettes moins coûteuse en laboratoire (deux éprouvettes pouvant être obtenues à partir d'une éprouvette cylindrique qui peut être facilement fabriquée à partir d'un compacteur à cisaillement giratoire),

- possibilité de prélever des éprouvettes sur site,
- répétabilité des essais démontrée dans plusieurs études.

Malgré quelques limites rapportées dans la littérature comme par exemple, une surface de rupture potentielle relativement faible (3750 mm^2 pour une épaisseur de 50 mm) [Wagoner et al. 2005] et un état de contrainte de compression sur la partie supérieure des éprouvettes testées pouvant ralentir l’amorçage de la fissure, la méthode d’essai SCB demeure la plus avantageuse des méthodes d’essai de fissuration des enrobés bitumineux et la plus utilisée.

Ces différentes méthodes d’essai permettent d’évaluer le potentiel de propagation des fissures dans les matériaux bitumineux et de prendre en compte les phénomènes auxquels sont sujettes les chaussées bitumineuses (température, vitesse de chargement, etc).

I.3.3 Paramètres influençant la fissuration des enrobés bitumineux

Un certain nombre d’études expérimentales et numériques ont été menées afin d’étudier l’influence de différents paramètres tels que la température, la vitesse de sollicitation et la composition du mélange bitumineux sur les propriétés de rupture des enrobés bitumineux [Molenaar et al. 2002, Molenaar 2004, Li and Marasteanu 2010, Wagoner et al. 2005b, Kim and Wen 2002, Kim et al. 2009, Aliha et al. 2015, Pirmohammad and Ayatollahi 2014, Somé et al. 2018b;a]. Par exemple, Li et Marasteanu [Li and Marasteanu 2010] ont évalué les propriétés de rupture de six mélanges bitumineux en utilisant la méthode d’essai SCB. Ils ont étudié l’effet de la composition du mélange, de la température, de la vitesse de sollicitation et de la profondeur d’entaille sur la résistance à la rupture et l’énergie de rupture.

Les résultats expérimentaux ont montré une forte dépendance de la résistance à la rupture et de l’énergie de rupture aux basses températures. La résistance à la rupture (en terme de force maximale) diminue lorsque la température augmente tandis que l’énergie de rupture diminue avec la température. Pirmohammad et Ayatollahi [Pirmohammad and Ayatollahi 2014] ont cependant constaté que la ténacité augmente lorsque la température diminue jusqu’à -20°C et diminue lorsque la température est en deçà de -20°C quel que soit le mode de rupture. Cette variation s’explique par le fait qu’en diminuant la température, le bitume se contracte et sa viscosité augmente, ce qui, par conséquent, augmente sa résistance. Cependant, aux très basses températures le bitume devient très fragile avec l’apparition des microfissures, ce qui peut donc expliquer la diminution de la résistance au-delà de la température de transition vitreuse du bitume (environ -15°C [Khattak et al. 2007]).

Wagoner et al. [Wagoner et al. 2005] ont étudié l’effet de la vitesse de chargement à trois différentes températures (-20°C , -10°C et 0°C) en utilisant la méthode d’essai DCT. Quatre vitesses de chargement ont été choisies 0,1 mm/min, 1 mm/min, 5 mm/min et 10

mm/min. A l'issu de cette étude, ils ont conclu que l'énergie de rupture augmente lorsque la vitesse de sollicitation diminue. Plus tard, Li et Marasteanu [Li and Marasteanu 2010] sont arrivés à la même conclusion. Aragão et Kim [Aragão and Kim 2012] ont étudié les propriétés de rupture des enrobés à température ambiante (21°C) et dans une large gamme de vitesses de sollicitation (1, 5, 10, 25, 50, 100, 200, 400 et 600 mm/min). Globalement, Les résultats ont montré que l'énergie de rupture augmente lorsque la vitesse de sollicitation augmente. En ce qui concerne l'influence de la nature pétrographique des granulats, l'analyse comparative de travaux montre que la nature des granulats a un effet significatif sur la résistance à la rupture. En effet, Li et Marasteanu [Li and Marasteanu 2010] ont indiqué que l'énergie de rupture des mélanges bitumineux à base de granite est beaucoup plus importante que celle à base des calcaires. Aliha et al. [Aliha et al. 2015] ont, de leur coté, observé que les mélanges bitumineux utilisant les granulats calcaires ont une résistance à la rupture plus élevée que pour les mélanges siliceux.

Li et Marasteanu [Li and Marasteanu 2010] ont également évaluer l'effet du pourcentage de vide sur les propriétés de ruptures. Ils ont en effet constaté une différence significative à la fois sur l'énergie de rupture et sur la force maximale entre les mélanges ayant des pourcentages de vide différents. Ils indiquent que des pourcentages de vide plus élevés entraînent une résistance à la rupture plus faible. Somé et al. [Somé et al. 2018b] ont constaté que les échantillons denses sont plus résistants à la propagation de fissure que les échantillons poreux. Ces conclusions ont également été indiqué dans l'étude de Pirmohammad [Pirmohammad and Ayatollahi 2014].

Les travaux antérieurs montrent qu'une étude complète est menée pour évaluer différents paramètres influençant les propriétés de rupture. Cependant, ces études utilisent différentes méthodes d'essais, différents types de mélanges bitumineux et ne combinent généralement pas les différents comportements du mélange bitumineux (comportement presque élastique à très basses températures et comportement viscoélastique à température ambiante). En outre, très peu d'études ont évalué l'effet du vieillissement oxydatif en laboratoire, sur les propriétés de rupture des enrobés bitumineux dans les deux cas de comportement. Récemment, Zhang et al. [Zhang et al. 2019] et Rahbar-Rastegar et al. [Rahbar-Rastegar et al. 2018] ont étudié l'effet du vieillissement sur l'énergie de rupture des enrobés bitumineux à la température de 25°C. En considérant un vieillissement à 135°C pendant 24 heures, puis à 95°C pendant 5 et 12 jours. Ils ont conclu que le vieillissement entraîne une augmentation de l'énergie de rupture mais qu'aucune tendance par rapport à la cinétique de vieillissement n'est observée.

I.3.4 Modélisation de la rupture des enrobés bitumineux

Les enrobés bitumineux sont des matériaux dont leur comportement dépend de la température et de la vitesse de sollicitation. A très basses températures, ils sont souvent

considérés comme des matériaux fragiles ou quasi-fragiles. Ainsi, si la zone d'élaboration autour de la pointe de fissure est négligeable, la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) peut être adoptée pour étudier le comportement à la rupture des enrobés bitumineux [Bazant and Planas 1997]. Plusieurs études visant à évaluer les facteurs d'intensités de contraintes et l'énergie de rupture ont été menées sur les enrobés bitumineux [Lim et al. 1993, Molenaar et al. 2002, Molenaar 2004, Kuruppu and Chong 2012, Li and Marasteanu 2010, Saha and Biligiri 2016, Mélanie et al. 2017, Somé et al. 2018a]. Généralement, la taille de la zone d'élaboration est relativement importante dans ces matériaux, ce qui limite la précision des modèles prédictifs basés sur les concepts MLER [Bazant and Planas 1997, Chong et al. 1989].

Une étude approfondie de la fissuration en milieu viscoélastique a été présentée par Knauss [Knauss 2015]. Schapery [Schapery 1975a;b] a suggéré que la propagation de fissure dans les matériaux viscoélastiques peut être décrite en utilisant l'approche développée par Barenblatt [Barenblatt et al. 1962] pour les métaux. Christensen [Christensen and Wu 1981] a repris l'approche proposée par de Schapery. Sa méthodologie suit celle des fissures élastiques où un ensemble de forces de rupture se superpose aux contraintes dues au champ lointain, annulant ainsi l'état de contrainte singulier inhérent à la solution linéaire classique. Schapery [Schapery and RA 1975] et Christensen [Christensen 1979] ont montré que les résultats numériques sont proches des résultats expérimentaux. En outre, Schapery [Schapery 1984] a proposé une extension de l'intégrale de Rice [Rice 1968], utilisée en mécanique linéaire élastique de la rupture, aux milieux viscoélastiques pour calculer numériquement le taux de restitution d'énergie dans une approche globale de critère de propagation. Sur la base de cette théorie, plusieurs modèles de fissuration dépendant du temps et tenant compte des déformations visqueuses ont été proposés [Schapery 1990; 1996]. Dubois et al. [Dubois 1997, Dubois et al. 1998, Chazal and Dubois 2001, Dubois et al. 2002, Dubois and Petit 2005] ont développé une nouvelle méthode d'intégrale de surface invariante $G\theta_v$ pour déterminer le taux de restitution d'énergie. Sur la base de la description de Brincker [Brincker 1990], Dubois et al. ont introduit deux facteurs d'intensité à savoir : le facteur d'intensité d'ouverture viscoélastique pour déterminer les déplacements relatifs au voisinage du fond de fissure et le facteur d'intensité de contrainte déjà connue en MLER. En revanche, cette approche est basée sur le principe de correspondance par transformée de Laplace Carson alors qu'il ne s'applique pas pour des problèmes dont les conditions aux limites varient.

Nguyen et al. [Nguyen 2008, Nguyen et al. 2010] a étudié le phénomène de fissuration des bitumes. Il a proposé une expression de la déformée viscoélastique des lèvres de la fissure pour déterminer le déplacement des lèvres de la fissure viscoélastique. Ils ont également mis en évidence une évolution linéaire du facteur d'intensité de contrainte viscoélastique avec la vitesse de déformation. Buttler et al. [Buttler et al. 2018] ont appliqué l'approche énergétique de Dubois et al. pour simuler la propagation de fissure dans les bitumes. Les

données expérimentales sont tirées des travaux de Nguyen et al. [Nguyen 2008].

Les modèles de zone cohésive (MZC) sont les méthodes numériques les plus utilisées pour modéliser l'initiation et la propagation des fissures dans les enrobés bitumineux [Paulino et al. 2004, Li and Marasteanu 2005, Song et al. 2006b, Kim et al. 2007, Song et al. 2008, Kim and Buttlar 2009, Aragão et al. 2011, Aragão and Kim 2012]. Les différentes lois de traction-séparation des modèles MZC sont discutées dans [Park and Paulino 2011]. Li et Marasteanu [Li and Marasteanu 2005] et Kim et Buttlar [Kim and Buttlar 2009] ont étudié le comportement à la fissuration des mélanges bitumineux dans des conditions de basse température. Song et al. [Song et al. 2006a] et Aragão et al. [Aragão and Kim 2012] ont modélisé la propagation de fissure dans les mélanges bitumineux à température ambiante en considérant l'approche de la zone cohésive associée au comportement viscoélastique du matériau. Kim et al. [Kim et al. 2005; 2006; 2007] ont utilisé le modèle de zone cohésive viscoélastique non linéaire [Yoon and Allen 1999, Allen and Searcy 2001] pour simuler le comportement à la rupture des mélanges bitumineux hétérogènes.

Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] ont modélisé la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique. Dans cette étude, le cadre thermodynamique de la propagation viscoélastique de la fissure a été revisité en utilisant le modèle de Burger. Ceci a donné lieu à l'expression du taux de restitution d'énergie sous une forme permettant sa détermination numérique par une approche de différence finie. La propagation de fissure dans une poutre entaillée soumise à la flexion trois (SENB) a été simulée où les effets de la nature et de la vitesse de chargement sont discutés. Ils ont montré que cette approche permet de mettre en évidence l'effet de la vitesse de chargement sur le comportement à la fissuration de la poutre (figures Fig. I.35 et Fig. I.36).

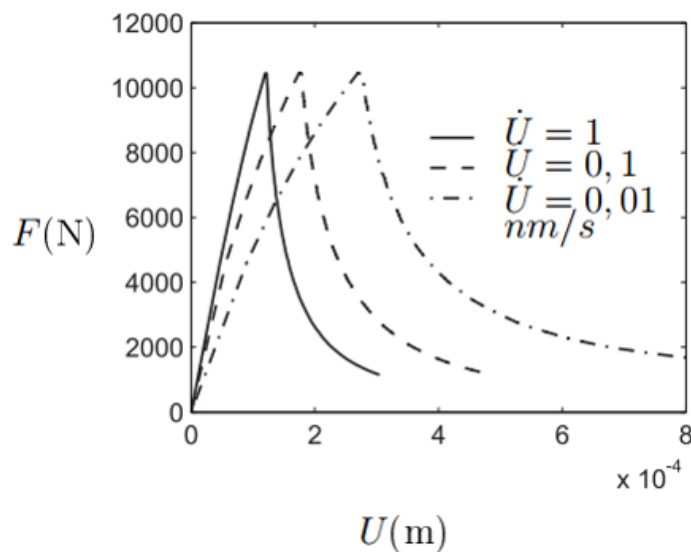


Figure I.35 – Évolution de la force au point d'application de la charge en fonction du déplacement [Nguyen 2010]

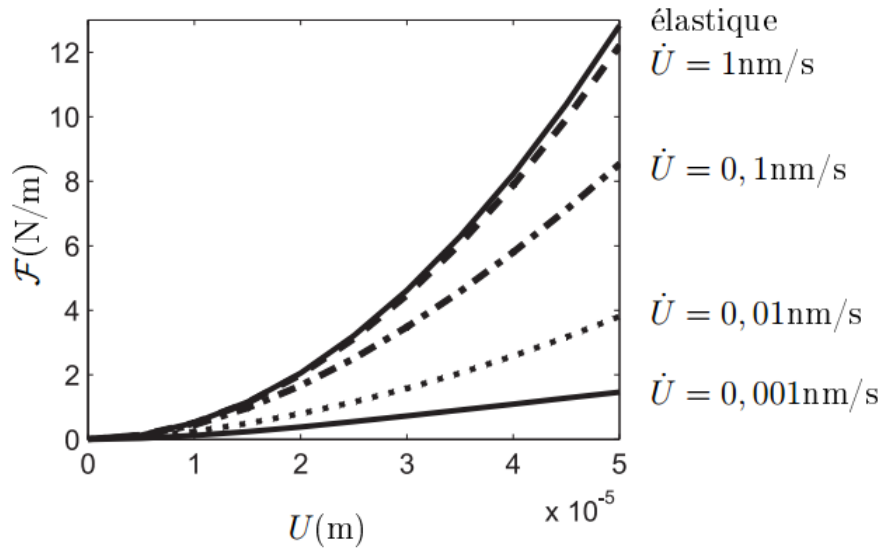


Figure I.36 – Évolution du taux de restitution d'énergie en fonction du déplacement [Nguyen 2010]

Nguyen et al. ont montré aussi l'existence d'une vitesse de chargement seuil en deçà de laquelle la force évolue vers une valeur asymptotique Fig. I.37.

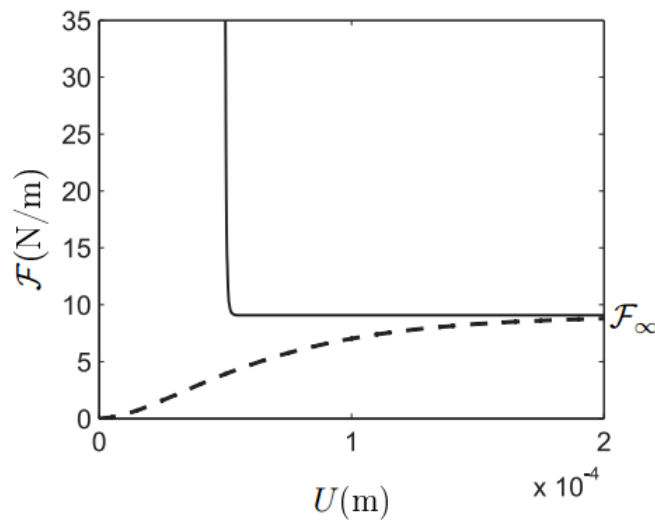


Figure I.37 – Limite asymptotique du taux de restitution d'énergie

La fissure ne propage que si la vitesse de chargement est supérieure à cette valeur. Ces différents résultats ont prouvé l'efficacité de l'approche proposée par Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010]. Elle présente l'intérêt d'être dérivée d'une base thermodynamique rigoureuse et pourrait être utilisée pour étudier la propagation de fissure dans les enrobés bitumineux. L'approche Thick Level Set (TLS) développée par Moës et al. [Moës et al. 2011] et Stolz et al. [Stolz and Moës 2012] a récemment été étendue au milieu viscoélastique pour modéliser la fissuration des enrobés bitumineux [Shiferaw 2019]. Le modèle viscoélastique

de Poynting-Thomson (PT) a été utilisé pour décrire le comportement des enrobés. Cependant, les modèles rhéologiques utilisés ne permettent pas de décrire le comportement thermomécanique des enrobés bitumineux sur une large gamme de fréquences de sollicitation. Shiferaw [Shiferaw 2019] a montré que le modèle PT est limité pour l'étude de la propagation de fissure sous certaines vitesses de sollicitations. Ainsi, la partie numérique de cette étude vise, dans un premier temps, à étendre l'approche énergétique de Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] aux modèles rhéologiques généralisés, en l'occurrence le modèle de MG, puis dans un second temps, à confronter les différentes simulations numériques avec les résultats expérimentaux. Une introduction au modèle d'endommagement par champ de phase (phase field) en milieu viscoélastique sera enfin proposée.

Caractérisation expérimentale des propriétés viscoélastiques fragiles des enrobés vieillis

Le précédent chapitre a montré la nécessité d’approfondir les études sur l’analyse de l’effet du vieillissement sur les performances des chaussées bitumineuses. Ce chapitre est entièrement consacré à l’évaluation de l’impact du vieillissement oxydatif, d’une part sur les propriétés thermomécaniques et de rupture des enrobés bitumineux, et d’autre part sur les caractéristiques rhéologiques et physico-chimiques du bitume extrait des enrobés vieillis. La section II.1 présente les caractéristiques du matériau bitumineux de référence retenu dans cette étude. Il est ensuite décrit dans la section II.2 la procédure de vieillissement du mélange d’enrobés foisonnés. La section II.3 aborde la campagne d’essai de caractérisation thermomécanique des enrobés vieillis par la réalisation d’essai de module complexe par flexion deux points sur des éprouvettes prismatiques confectionnées en laboratoire. L’évolution des propriétés viscoélastiques est ensuite développée par des analyses et discussions. L’influence du vieillissement sur les propriétés physiques, rhéologiques et chimiques du bitume extrait des enrobés vieillis à différentes durées de vieillissement est étudiée à la section II.4 afin d’analyser profondément la façon dont le matériau réagit au vieillissement à l’échelle des constituants. Des corrélations entre les différentes propriétés mesurées sont ensuite recherchées.

La deuxième campagne expérimentale concerne l’évaluation des caractéristiques de rupture des enrobés bitumineux vieillis. Celle-ci est abordée dans la section II.5. Cette section présente les différentes étapes de confection des éprouvettes semi-circulaires utilisées pour réaliser les essais de propagation de fissure en flexion trois points, le dispositif expérimental et la procédure de l’essai de fissuration. L’analyse et l’interprétation des résultats obtenus sont ensuite fournies. La dernière partie constitue une conclusion partielle du chapitre.

II.1 Composition de l'enrobé bitumineux

Dans le cadre de la présente thèse, l'enrobé bitumineux (EB) étudié est un BBSG 0/10 de classe 3. Le BBSG 0/10 un EB couramment utilisé dans les couches de surfaces des chaussées en France. Ce matériau a été fabriqué en laboratoire par malaxage à chaud (165°C) des constituants (granulats, bitume) dans un malaxeur.

II.1.1 Caractéristique du liant

Le bitume utilisé est un bitume de classe 35/50 dont les caractéristiques de pénétrabilité [EN 1426 2018] et de température de ramollissement bille et anneau [EN 1427 2018], déterminées en laboratoire, sont consignées dans le tableau II.1.

Tableau II.1 – Caractérisation du bitume d'apport étudié

	Spécification	Valeur mesurée
Pénétrabilité (1/10e mm)	35-50	42
TBA (°C)	50-58	53.2

II.1.2 Caractéristiques des granulats

Le squelette granulaire continu 0/10 de l'enrobé testé est composé des fines d'apport d'origine calcaire et des granulats de porphyre de fractions granulométriques 0/2, 2/6 et 6/10 mm provenant de la carrière "Pont de Colonne". L'analyse granulométrique de ces fractions permet d'obtenir la courbe granulométrique du mélange représentée sur la figure Fig. II.1.

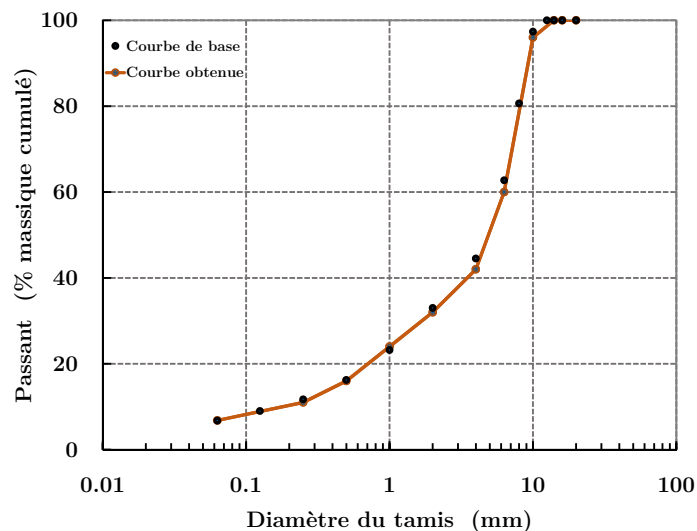


Figure II.1 – Reconstitution granulométrique du BBSG 0/10 utilisé

Les masses volumiques réelles des différentes fractions granulométriques sont données dans le tableau II.2. La masse volumique de l'enrobé fabriqué est de 2432 kg.m^{-3} . Une fois

Tableau II.2 – Masses volumiques réelles des granulats et des fillers

Fractions granulométriques	6/10	2/6	0/2	fillers d'apport
Masse volumique réelle (kg.m^{-3})	2630			2700

les constituants caractérisés, on procède à la fabrication de l'enrobé. Après l'opération de malaxage, le mélange bitumineux est soumis à différentes durées de vieillissement.

II.2 Malaxage et procédure de vieillissement

II.2.1 Malaxage

Les granulats et les fillers d'apport sont séchés à une température de 110°C dans une étuve ventilée pendant au moins 24 heures. Ces granulats secs sont ensuite utilisés pour préparer le mélange.

Les fractions 0/2, 2/6, 6/10 et les fillers d'apport sont pesés selon la formule du mélange étudié donnée dans le tableau II.3 et chauffés à la température de malaxage de 165°C pendant au moins 12h.

Tableau II.3 – Formulation de l'enrobé bitumineux BBSG 0/10

Fraction granulaire	Pourcentage dans le mélange (%)
0/2	26,1
2/6,3	23,7
6,3/10	42
Fillers	2,8
Teneur en liant	5,4

La quantité de bitume nécessaire pour enrober les granulats est chauffée pendant 4h dans une autre étuve programmable. Avant de procéder au malaxage, la cuve du malaxeur (figure Fig. II.2a) est préchauffée à la température de 165°C conformément à la norme NF EN 12697-35 [EN 12697-35 2017]. Les granulats sont ensuite versés dans la cuve, puis le bitume après l'avoir homogénéisé à l'aide d'une tige métallique (figure Fig. II.2b). Les différents composants dans la cuve sont enfin malaxés en suivant un programme de

II.2. Malaxage et procédure de vieillissement

malaxage des enrobés à chaud : 30 secondes puis 180 secondes de malaxage. Pour garantir le bon enrobage des granulats et l'homogénéité du mélange final obtenu, un contrôle visuel est effectué (figure Fig. II.3).



II.2a Malaxeur



II.2b Composants introduits dans la cuve



Figure II.3 – Aspect visuel d'un enrobé sortant du malaxeur

Le mélange foisonné Fig. II.2b ainsi obtenu est ensuite vieilli en suivant la procédure de vieillissement de la RILEM (XP CEN/TS 12697-52 A).

II.2.2 Protocole de vieillissement oxydatif des enrobés foisonnés

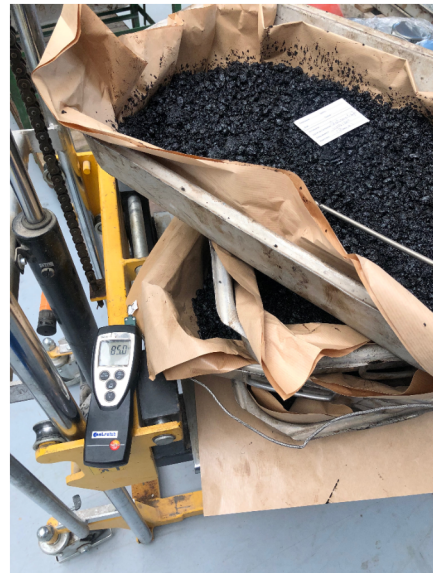
Le protocole de vieillissement des enrobés foisonnés a été réalisé suivant deux séquences : l'un à court terme à une température de 135°C et l'autre à long terme à une température de 85°C.

II.2.2.1 Conditionnement pour le vieillissement à court terme (VCT)

Une fois sorti du malaxeur, le mélange foisonné est réparti dans des bacs préalablement chauffés à la température de vieillissement à court terme (135°C) pendant au moins 1 heure puis étalé de manière à obtenir une couche homogène de $2,5 \pm 0,5$ cm d'épaisseur (figure Fig. II.4a). Avant de placer les bacs dans l'étuve, le mélange est refroidi jusqu'à la température de consigne de 135°C. La température du mélange est régulièrement contrôlée à l'aide du thermomètre comme indiqué sur la figure Fig. II.4b.



II.4a Vérification de l'épaisseur de la couche du mélange foisonné



II.4b Contrôle de la température du mélange foisonné

Lorsque que le mélange a atteint la température de conditionnement définie, les bacs sont placés dans l'étuve programmée à 135°C et maintenus à cette température pendant le temps de conditionnement. Deux durées de vieillissement l'une de 4h et l'autre de 8h ont été choisies pour évaluer l'impact du vieillissement à court terme sur les propriétés rhéologiques, mécaniques et de fissuration.

II.2.2.2 Conditionnement pour le vieillissement à long terme (VLT)

Une fois le processus du vieillissement à court terme terminé, les bacs sont sortis de l'étuve puis refroidis jusqu'à 85°C correspondant à la température de vieillissement à long terme.

Il est procédé à nouveau à un contrôle de la température jusqu'à ce que le thermomètre affiche la température de conditionnement définie. Les bacs sont ensuite remis dans l'étuve et conditionnés à la température de 85°C pendant la durée de conditionnement pour le vieillissement à long terme. Pour suivre la cinétique de vieillissement à long terme, il est choisi dans cette étude 3, 6 et 9 jours de temps de vieillissement à long terme.

Le tableau II.4 indique la dénomination des enrobés selon la durée de vieillissement.

Tableau II.4 – Formules de vieillissement et nomenclature

Durée du VCT (heures)	Durée du VLT (jours)	Nomenclature
Enrobé de référence		T0
4	3	T3
	6	T6
	9	T9
8	3	V3
	6	V6
	9	V9

II.3 Caractérisation thermomécanique des enrobés bitumineux

II.3.1 Confection des éprouvettes prismatiques

II.3.1.1 Compactage des plaques

Deux heures avant la fin de la procédure de vieillissement à long terme, les mélanges des différents bacs sont versés dans un seul bac et réchauffés à la température de compactage de 165°C. Le mélange est ensuite versé dans un moule de dimension 500 mm × 180 mm × 100 mm préchauffés à 165°C pendant au moins deux heures puis compacté en suivant la norme EN NF 12697-33 (figure Fig. II.5a). La teneur en vide visée lors des fabrications des différentes plaques est de 7.5%.

II.3.1.2 Sciage des plaques

Les plaques fabriquées sont découpées et leurs extrémités sont éliminées pour éviter d'avoir des éprouvettes présentant des vides élevés. Seule la coupe du milieu est ensuite sciée pour extraire les éprouvettes prismatiques (voir la figure Fig. II.6). La figure Fig. II.7 schématise les différentes étapes de sciage pour obtenir les éprouvettes prismatiques de



II.5a Compacteur de plaque



II.5b Plaques 500 mm × 180 mm × 100 mm

dimension $(40 \pm 1 \text{ mm}) \times (40 \pm 1 \text{ mm}) \times (120 \pm 1 \text{ mm})$. Les dimensions exactes des éprouvettes obtenues sont présentées dans le tableau A.1 de l'annexe A.1. Les teneurs en vides ont été déterminés de deux manières différentes :

- masse volumique apparente - sèche (MVA-S) ;
- masse volumique apparente géométrique (MVA-G) ;

et sont regroupés dans le tableau A.1.



Figure II.6 – Machines de sciage

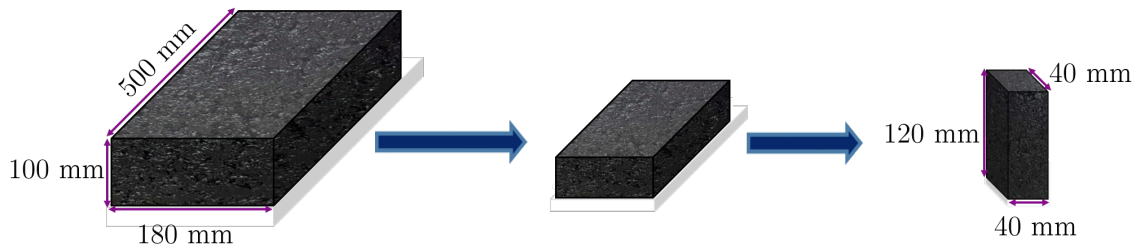


Figure II.7 – Différentes étapes de sciage

II.3.2 Essai de module complexe par flexion deux points

Pour évaluer l'effet du vieillissement sur les propriétés viscoélastiques, des essais de module complexe ont été réalisés pour les six procédures de vieillissement indiquées dans le tableau II.4 selon la norme NF EN 12697-26-A1 [EN 12697-26 2018]. L'essai a également été conduit sur des enrobés bitumineux sans vieillissement pour servir de référence.

Trois éprouvettes sont testées pour les durées de vieillissement T0, T3, T6 et T9 et quatre éprouvettes pour les V3, V6 et V9. Les résultats sont présentés sous forme de moyenne.

II.3.2.1 Collage des casques et montage des éprouvettes

Des casques et supports métalliques sont collés à la base et au sommet de chaque éprouvette à l'aide d'un banc de collage (Fig. II.8).

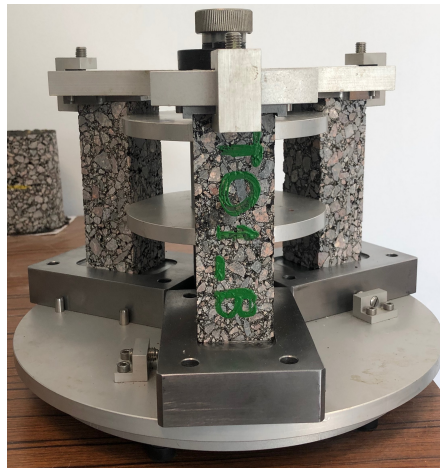


Figure II.8 – Collage des éprouvettes prismatiques

Le casque collé à l'extrémité supérieure de l'éprouvette permet de relier l'éprouvette à la machine de sollicitation. Le support métallique relié à l'extrémité inférieure de l'éprouvette sert à fixer cette dernière sur le châssis rigide de la machine d'essai. Une durée moyenne de 24 heures est nécessaire pour obtenir un collage parfait des casques sur les éprouvettes.

Une fois le collage terminé, l'éprouvette est montée sur le système de mesure SYMERIS MLPC comme l'indique la figure Fig. II.9. Une sonde de température et un capteur de déplacement sont placés sur une platine de translation qui permet le réglage de la position du capteur de déplacement par rapport à la cible. Les sollicitations générées par le pot vibrant sont transmises en tête de l'éprouvette par un ensemble de pièces mécaniques comportant le capteur de force pour la mesure de la force.

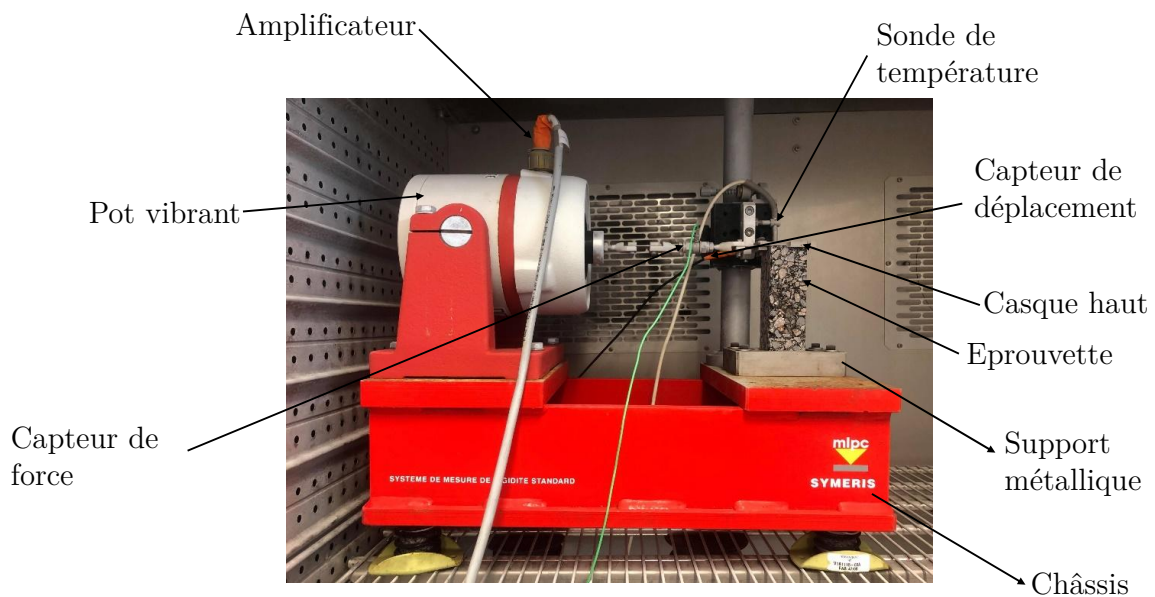


Figure II.9 – Bâti de mesure SYMERIS MLPC

II.3.2.2 Mise en température

Après avoir monté l'éprouvette sur le système de mesure, l'enceinte est hermétiquement fermée et programmée à la température d'essai. L'enrobé bitumineux étant très sensible à la température, une vérification rigoureuse de la température de consigne doit être effectuée à chaque essai. Une durée minimale de quatre heures est nécessaire pour atteindre la température de consigne au cœur de l'éprouvette.

II.3.2.3 Principe de l'essai de module

L'essai de module complexe consiste, pour une température et une fréquence données, à appliquer une sollicitation horizontale sinusoïdale $F(t) = F_0 \sin(\omega \times t)$ en tête de l'éprouvette dont sa base est bloquée (Fig. II.10). Pour rester dans le domaine viscoélastique

linéaire, l'amplitude de la force appliquée est choisie de sorte à générer un déplacement en tête conduisant à une déformation maximale inférieure à 50 μdef dans l'éprouvette. Dans cette campagne, chaque éprouvette est testée à différentes températures de -15°C à 50°C pour les formules T3; T6; T9 et de -30°C à 50°C pour les formules T0; V3; V6; V9 et à différentes fréquences comprises entre 3 Hz et 40 Hz. L'amplitude de la force appliquée, l'amplitude de déplacement résultant et le déphasage entre les signaux de force et de déplacement sont mesurés.

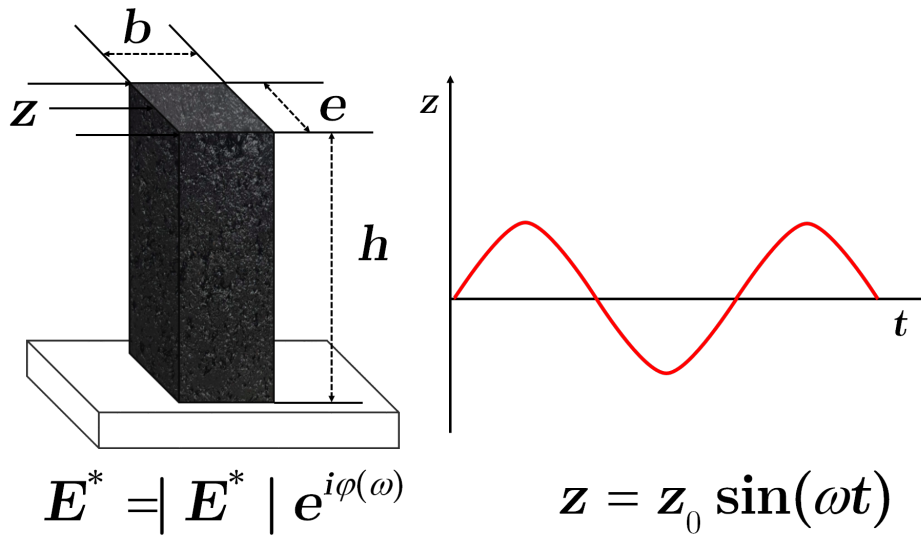


Figure II.10 – Principe de l'essai de module complexe

II.3.3 Analyse des résultats de modules complexes et modélisation

Le déplacement z d'amplitude z_0 résultant de la force F appliquée et l'angle de phase φ permettent de calculer les composantes réelle E_1 et imaginaire E_2 du module complexe E^* par les formules suivantes (NF EN 12697-26) [EN 12697-26 2018] :

$$E_1 = \gamma \left(\frac{F_0}{z_0} \cos(\varphi) + \mu\omega^2 \right) \quad (\text{II.3.1})$$

$$E_2 = \gamma \left(\frac{F_0}{z_0} \sin(\varphi) \right) \quad (\text{II.3.2})$$

Avec :

$$\gamma = \frac{4h^3}{eb^3} \quad (\text{II.3.3})$$

$$\mu = \frac{M}{4} + m$$

Où :

- γ est le facteur de forme qui dépend de la géométrie de l'éprouvette testée
- μ désigne le facteur de forme, prenant en compte les effets inertiels de l'éprouvette et des pièces mobiles
- h est la hauteur de l'éprouvette
- e est l'épaisseur de l'éprouvette
- b est la longueur de la base de l'éprouvette
- M est la masse de l'éprouvette
- m est la masse des pièces mobiles

II.3.3.1 Courbes isothermes et isochrones

Les isothermes du module complexe et de l'angle de phase pour le matériau de référence T0 sont présentés sur les figures Fig. II.11a et Fig. II.11b. L'effet de la fréquence de sollicitation ω sur les propriétés viscoélastiques est mis en évidence à travers les graphiques Fig. II.11a et Fig. II.11b. La susceptibilité thermique des propriétés des enrobés bitumi-

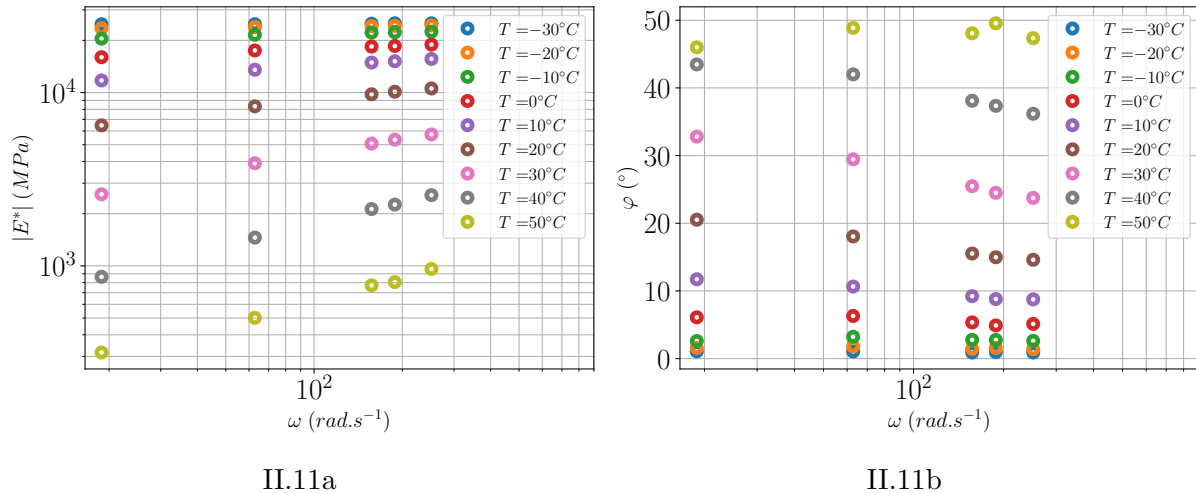
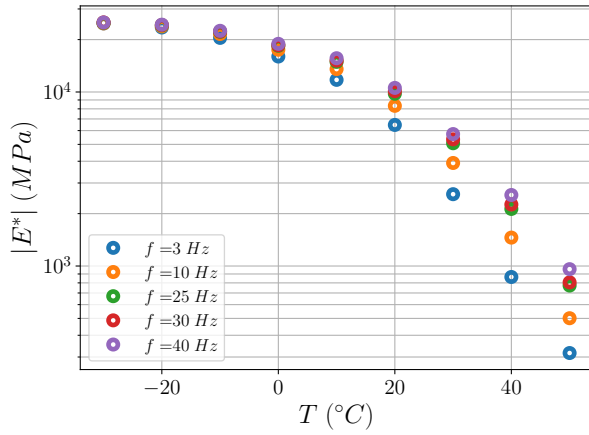


Figure II.11 – Courbes isothermes de E^* (Fig. II.11a) et de φ (Fig. II.11b) en fonction de ω pour T0

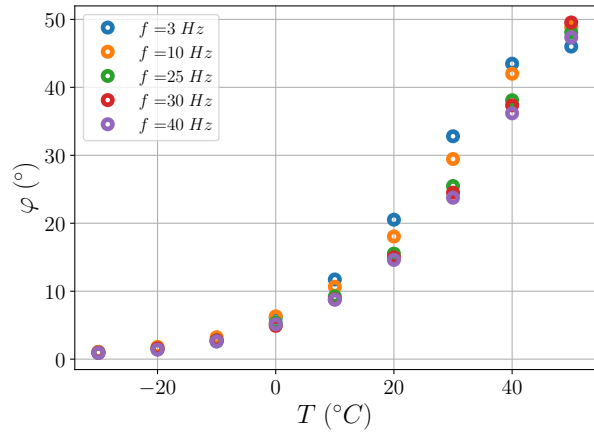
neux est illustrée par les courbes isochrones du module complexe et de l'angle de phase Fig. II.12a et Fig. II.12b respectivement.

II.3.3.2 Validation du PSTT

Les graphiques du module complexe dans les plans de Black et de Cole-Cole sont représentés sur la figure Fig. II.13 pour la formule de référence T0. Notons que sur ces deux graphiques, les points expérimentaux décrivent chacun une courbe unique validant ainsi l'application du principe d'équivalence temps-température pour la construction des



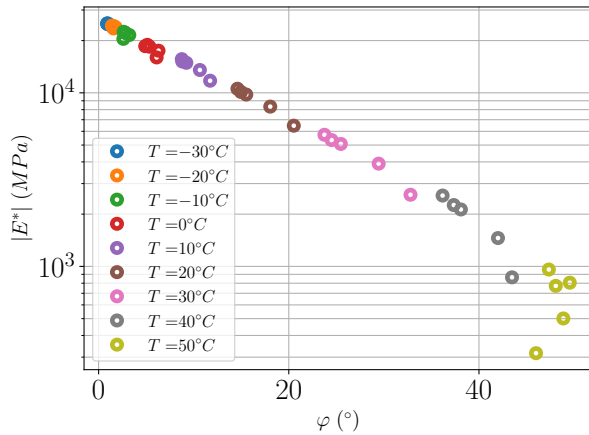
II.12a



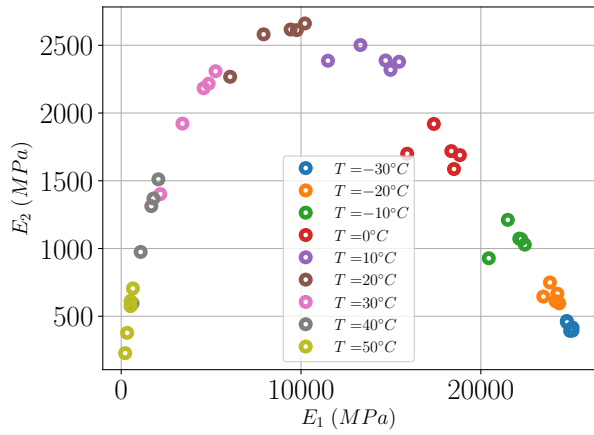
II.12b

Figure II.12 – Courbes isochrones de E^* (Fig. II.12a) et de φ (Fig. II.12b) en fonction de T pour T0

courbes maîtresses [Di Benedetto and Corté 2005]. Cette vérification a été effectuée sur les six autres formules d'enrobés bitumineux.



II.13a Module complexe dans l'espace de Black



II.13b Module complexe dans le plan de Cole-Cole

Figure II.13 – Module complexe dans les plans de Cole-Cole et de Black pour T0

II.3.3.3 Construction des courbes maîtresses

Pour construire une courbe maîtresse, il est nécessaire de déterminer les facteurs de translation a_T . Il existe généralement deux approches de construction des courbes maîtresses :

- celle qui consiste à déterminer les facteurs a_T par ajustement des courbes isothermes adjacentes. Des erreurs dues aux procédures et aux critères d'ajustement peuvent ainsi se produire, surtout lorsque les isothermes ne se chevauchent pas,
- celle basée sur les approximations des relations mathématiques de Kramers-Kronig [Booij and Thoone 1982]

La dernière procédure a été appliquée avec succès sur les matériaux bitumineux [Ramond and Such 2003, Chailleux et al. 2006] et est utilisée pour analyser les propriétés viscoélastiques des sept formules. H. Booij et G. Thoone [Booij and Thoone 1982] ont montré que l'angle de phase φ , fonction de la pulsation $\omega = 2\pi f$, où f est la fréquence de sollicitation peut être relié à la valeur absolue du module complexe par l'intégrale suivante :

$$\varphi(T, \omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\log(|E^*(T, u)|) - \log(|E^*(T, \omega)|)}{u^2 - \omega^2} du \quad (\text{II.3.4})$$

A partir des résultats expérimentaux de module complexe, H. Booij et G. Thoone [Booij and Thoone 1982] ont proposé une approximation de l'équation Eq. (II.3.4) donnée par l'équation Eq. (II.3.5).

$$\varphi(T, \omega) \approx \frac{\pi}{2} \left(\frac{d \log(|E^*(T, u)|)}{d \log(u)} \right)_{u=\omega} \quad (\text{II.3.5})$$

Il est mentionné dans l'étude de E. Chailleux et al. [Chailleux et al. 2006] que l'approximation de l'angle de phase donnée par la relation Eq. (II.3.5) devient une égalité pour les matériaux ayant un comportement au fluage du type : $J(t) = A \times t^\alpha$, $0 < \alpha < 1$ selon Stefani [Stefani 2001].

II.3.3.3.1 Détermination du coefficient de translation

Pour deux pulsations très proches, ω_i et ω_j , et à température de mesure T , la relation Eq. (II.3.5) devient :

$$\begin{aligned} \varphi_{moy}^{\omega_i, j} &= \frac{1}{2} (\varphi(T, \omega_i) + \varphi(T, \omega_j)) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{\log(|E^*(T, \omega_j)|) - \log(|E^*(T, \omega_i)|)}{\log(\omega_j) - \log(\omega_i)} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.3.6})$$

D'après I.1.4.6.2, a_T est défini comme suit : $a_T(T_i, T_j) = \frac{\omega_j}{\omega_i}$ tel que $|E^*(T_i, \omega_i)| = |E^*(T_j, \omega_j)|$. Ainsi, pour deux températures de mesure proches, la relation Eq. (II.3.6) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \varphi_{moy}^{T_i, j} &= \frac{1}{2} (\varphi(T_i, \omega_i) + \varphi(T_j, \omega_i)) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{\log(|E^*(T_i, \omega_i)|) - \log(|E^*(T_j, \omega_i)|)}{\log(a_T(T_i, T_j))} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.3.7})$$

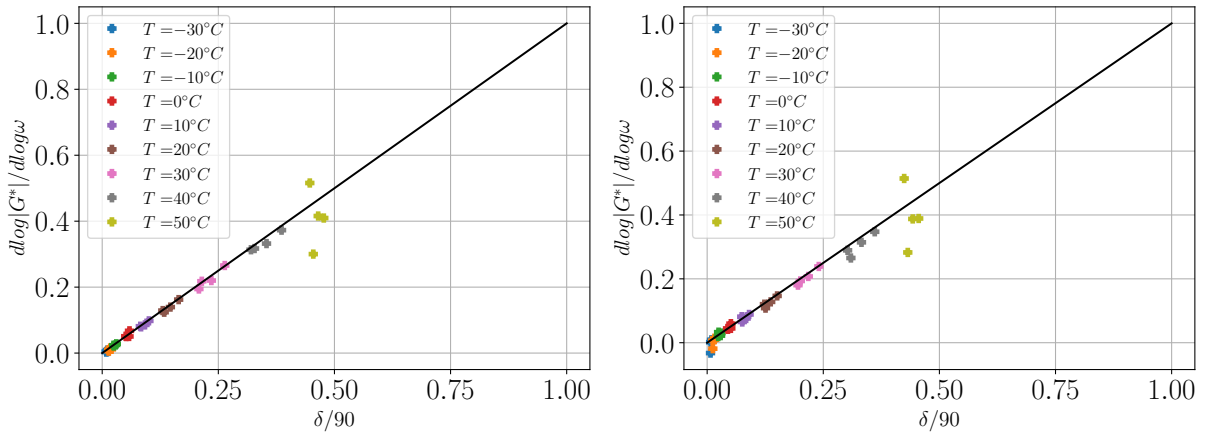
A une fréquence donnée, les facteurs de translation peuvent ainsi être déduits de l'équation Eq. (II.3.7) de manière progressive pour les isothermes proches.

Pour une température de référence T_{ref} choisie parmi les températures de mesure, le

facteur de translation à affecter à un isotherme T_i pour construire la courbe maîtresse s'écrit donc :

$$\log(a_T(T_i, T_{ref})) = \frac{\pi}{2} \left(\sum_{k=i}^{k=ref} \frac{\log(|E^*(T_k, \omega)|) - \log(|E^*(T_{k+1}, \omega)|)}{\varphi_{moy}^{T_{k,k+1}}} \right). \quad (II.3.8)$$

La plus faible valeur de fréquence est choisie pour calculer les facteurs de translation pour chaque isotherme car l'approximation Eq. (II.3.5) de Booij et Thoone est plus précise pour les basses fréquences [Chailleux et al. 2006]. Afin de vérifier l'approximation Eq. (II.3.5), il est proposé de tracer $\frac{d \log(|E^*(T, u)|)}{d \log(u)}$ en fonction de $\varphi \times \frac{2}{\pi}$. La relation Eq. (II.3.6) est utilisée pour effectuer le calcul pour chaque température en considérant deux à deux les fréquences les plus proches. La figure Fig. II.14 indique le résultat de ce calcul pour les formules T0 et V9. Lorsque la température de référence choisie n'est pas une température



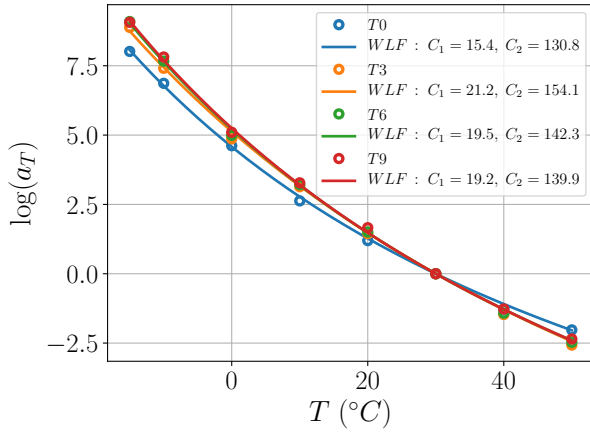
II.14a Courbe $d \log(|E^*(T, u)|) / d \log(u)$ pour T0
II.14b Courbe $d \log(|E^*(T, u)|) / d \log(u)$ pour V9

Figure II.14 – Vérification de l'équation Eq. (II.3.6)

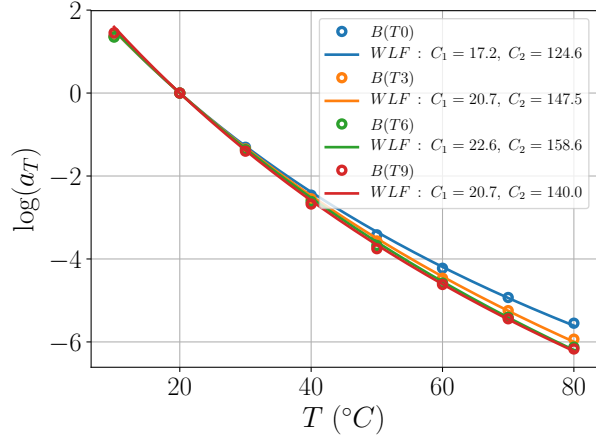
de mesure, les coefficients de translations de tous les isothermes sont calculés en utilisant la loi WLF Eq. (I.1.34) et Eq. (I.1.35). Les coefficients de la loi WLF à une température de référence quelconque T'_{ref} peuvent être déterminés en suivant les étapes suivantes :

- détermination du coefficient de translation pour chaque température de mesure prise comme température de référence en utilisant l'équation Eq. (II.3.8).
- Ajustement des constantes C_1 et C_2 de la loi WLF Eq. (I.1.34) à la température de mesure de référence T_{ref} sur les valeurs de a_T calculées à l'étape précédente. Les figures Fig. II.15a et Fig. II.15b montrent que la loi WLF donne une bonne estimation du calcul de a_T pour les formules d'enrobés T0, T3, T6 et T9 et des bitumes extraits. Globalement, les constantes C_1 et C_2 augmentent avec la durée de vieillissement.

- Calcul des constantes C'_1 et C'_2 pour une température de référence quelconque T'_{ref} à partir des constantes C_1 et C_2 selon l'équation Eq. (I.1.35). Les constantes de la loi WLF à une température de référence $T = -20^\circ C$ sont consignées dans le tableau II.5.



II.15a



II.15b

Figure II.15 – Ajustement de la loi WLF sur les a_T à $T_{ref} = 20^\circ C$ des formules d'enrobés T0 à T9 (Fig. II.15a) et des bitumes extraits (Fig. II.15b)

Tableau II.5 – Constantes C'_1 et C'_2 de la loi WLF à $T = -20^\circ C$ pour T0 à T9

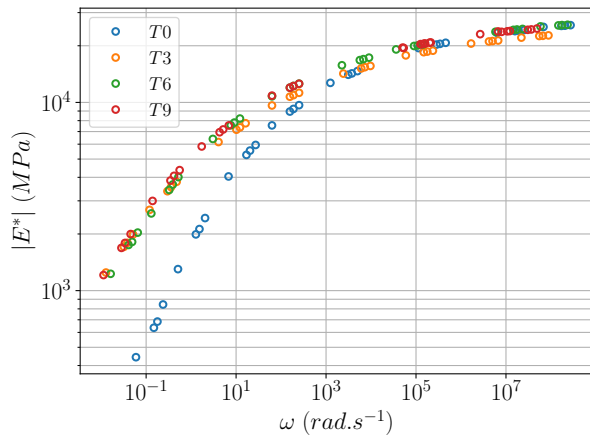
Formule d'enrobés	C'_1 ($^\circ C^{-1}$)	C'_2 ($^\circ C$)
T0	25,2	82,3
T3	29,8	91,8
T6	29,6	87,5
T9	30,4	94,1

II.3.3.4 Analyse des résultats de module complexe

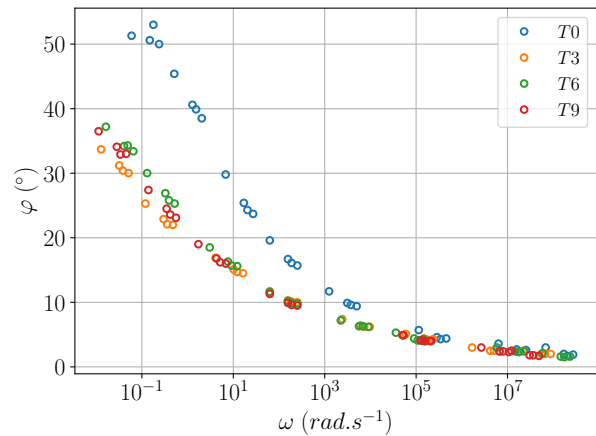
Les courbes maîtresses de module complexe et d'angle de phase pour différents niveaux de vieillissement sont présentées sur les figures Fig. II.16 et Fig. II.17 pour une température de référence de $20^\circ C$. La tendance générale est similaire pour tous les mélanges évalués. Les matériaux vieillis présentent un module de rigidité plus élevée que le matériau de référence T0. De plus, les enrobés vieillis présentent des valeurs de module complexe globalement similaires (figures Fig. II.16a , Fig. II.17a). Cette différence de valeurs de module est nettement observée aux basses fréquences correspondant aux hautes températures d'essai entre T0 et T9 . L'effet du vieillissement sur $|E^*|$ devient de moins en moins prononcé lorsque la fréquence augmente. Cela s'explique par le fait que la réponse des mélanges bitumineux à très hautes fréquences est dominée par un comportement élastique qui est

moins affecté par le vieillissement à long terme.

Les figures Fig. II.16b et Fig. II.17b montrent une diminution de l'angle de phase lorsque la durée de vieillissement augmente. Cette diminution est plus prononcée à basses fréquences qu'aux hautes fréquences. Le matériau perd ainsi sa capacité de relaxation, qui combinée avec l'augmentation de la rigidité peuvent entraîner des risques de fissuration importants. Il est intéressant de noter que la valeur de l'angle de phase maximale diminue tout en se décalant vers les basses fréquences au fur et à mesure que le mélange vieilli traduisant une diminution de la viscosité du matériau.

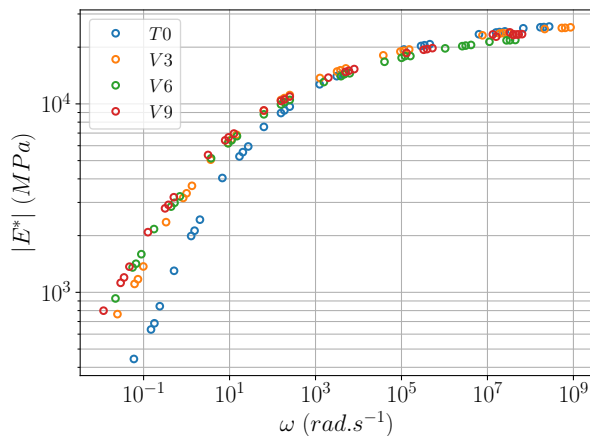


II.16a

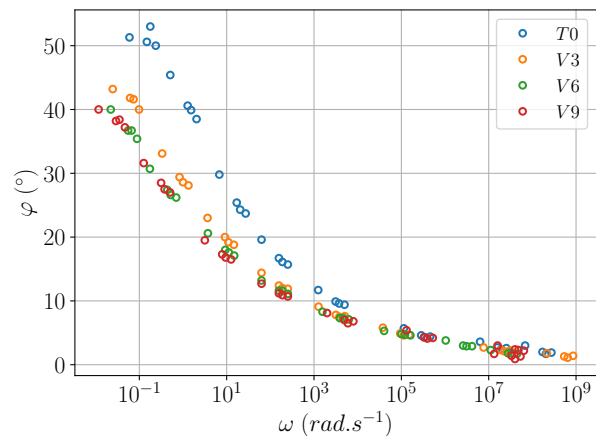


II.16b

Figure II.16 – Courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase pour les formules T0, T3, T6, T9 à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$



II.17a



II.17b

Figure II.17 – Courbes maîtresses du module complexe et de l'angle de phase pour les formules T0, V3, V6, V9 à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$

Les courbes dans l'espace de Black sont présentées sur les figures Fig. II.18a et Fig. II.18b. Ces figures montrent que, pour une valeur de rigidité donnée, l'angle de phase est plus

élevé pour la formule de référence T0 par rapport à des mélanges vieillis. Cette différence est plus marquée dans la zone visqueuse correspondant aux faibles valeurs de modules complexes (ou aux valeurs élevées d'angle de phase) que dans la zone élastique définie par des valeurs élevées de modules complexes ou des faibles valeurs d'angle de phase. Ces résultats montrent une fois encore que le vieillissement de l'enrobé entraîne la perte de sa flexibilité.

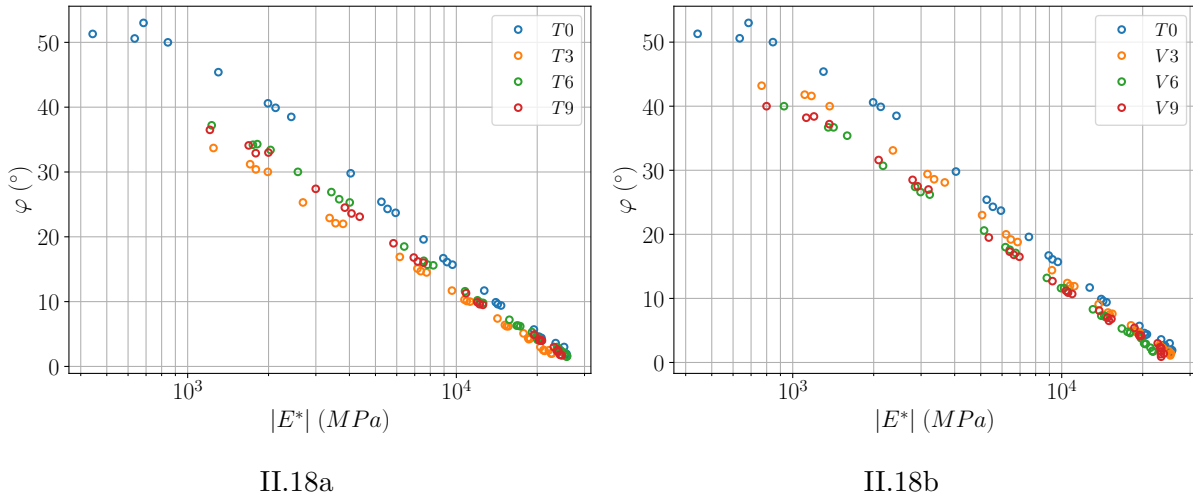


Figure II.18 – Courbes dans l'espace de Black à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ pour les formules T0, T3, T6 et T9 (Fig. II.18a) et pour les formules T0, V3, V6 et V9 (Fig. II.18b)

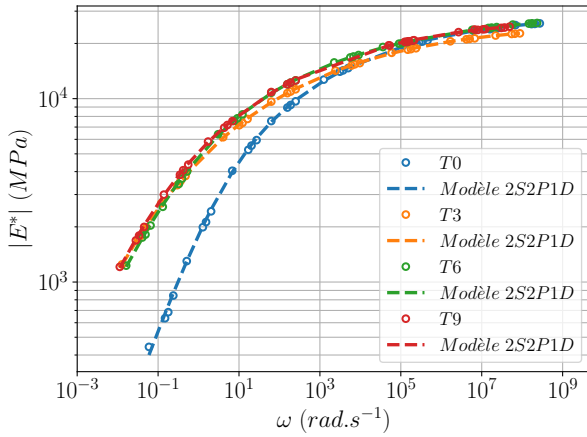
II.3.3.5 Calibration du modèle de 2S2P1D

Les résultats de module complexe ont été modélisés à l'aide du modèle 2S2P1D I.1.4.7.2. Les paramètres du modèle sont déterminés en minimisant l'erreur au sens des moindres carrés entre le module complexe expérimental et celui du modèle. Cette optimisation non-linéaire a été résolue en utilisant la librairie NLOpt [Johnson]. La procédure de calibration est la suivante :

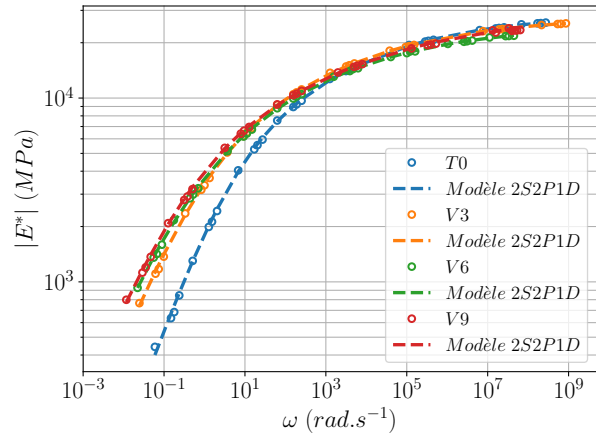
- les sept paramètres du modèle sont identifiés pour la formule de référence T0.
- Les paramètres k , h sont fixés pour tous les mélanges vieillis. Ils sont calibrés sur la formule de référence (T0 pour les mélanges bitumineux et B(T0) pour les liants extraits).
- Les courbes maîtresses du module complexe ont montré, à l'échelle logarithmique, une asymptote presque identique aux très hautes fréquences décrites par le paramètre E_{∞} du modèle 2S2P1D qui en général est supposé constant. Cependant, l'ajustement du modèle 2S2P1D et la loi WLF ne garantissent pas la constance de E_{∞} ; raison pour laquelle il a été retenu de laisser libre ce paramètre au cours de l'optimisation.
- L'optimisation est effectuée que sur les cinq paramètres restants (E_{∞} ; E_0 ; β ; δ et τ). Pour les liants, le module statique E_0 est généralement très proche de zéro

[Md. Yusoff et al. 2013a], donc pour les liants vieillis, les paramètres à identifier sont réduits à quatre.

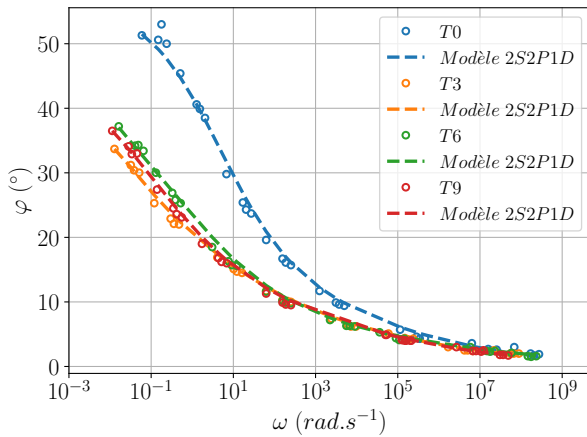
Les figures Fig. II.19 illustrent la prédiction du modèle 2S2P1D pour tous les mélanges étudiés calibré à la température de référence de $20^{\circ}C$. Les valeurs de module complexe et d'angle de phase issues du modèle sont très proches des valeurs expérimentales.



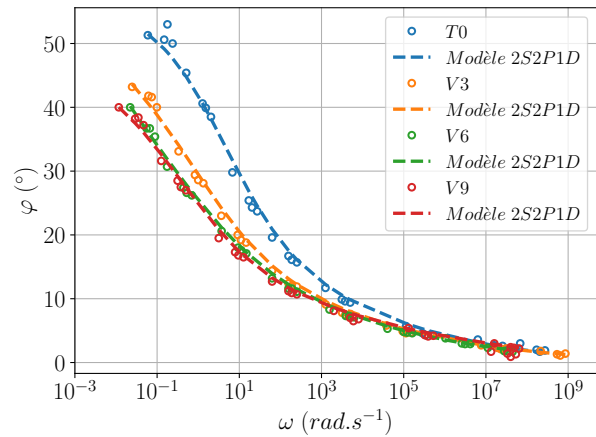
II.19a



II.19b



II.19c



II.19d

Figure II.19 – Modélisation 2S2P1D des courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}C$ des mélanges étudiés : Fig. II.19a et Fig. II.19b norme du module complexe Fig. II.19c et Fig. II.19d angle de phase

II.4 Détermination des propriétés rhéologiques et physico-chimiques des bitumes

Le bitume, malgré sa faible proportion dans la composition de l'enrobé bitumineux, régit en grande partie le comportement thermomécanique de ce dernier. Ce sont en effet ses caractéristiques qui conditionnent en grande partie les variations du module complexe des enrobés induites par les phénomènes auxquels sont soumises les chaussées bitumineuses en

particulier le vieillissement par oxydation. La compréhension de l'évolution des propriétés rhéologiques et physico-chimiques du liant bitumineux en fonction du vieillissement devrait donc permettre d'appréhender son effet sur les enrobés. Les essais de caractérisation sont directement conduits sur les bitumes extraits des enrobés bitumineux préalablement vieilliss, dont la méthode d'extraction est décrite dans la section suivante.

II.4.1 Méthodes d'extraction du bitume

Des morceaux de plaques fabriquées de poids 3 kg issus des formules T3 , T6 et T9 ont été envoyés au laboratoire d'Aix-en-Provence pour extraire les liants vieilliss. Quant-aux formules T0, V3, V6, V9, juste après la procédure de vieillissement du mélange foisonné décrite à la section II.2.2, 3 kg de chaque formule ont été emballés dans un papier Kraft et envoyés au laboratoire de Toulouse pour extraction. L'extraction a été réalisée en suivant la procédure décrite dans la norme NF EN 12697-4 [EN 12697-4 2015]. Le bitume est séparé des granulats qu'il enrobe par dissolution dans du dichlorométhane. Les parties non dissoutes sont retirées de la solution bitumineuse (bitume + solvant). Le solvant a été ensuite évaporé par distillation permettant ainsi de récupérer le bitume. Une vérification par spectroscopie infrarouge est ensuite effectuée pour s'assurer que le bitume ne contient plus des traces de solvant.

Afin de comparer les méthodes de vieillissement court terme (RTFOT) couramment pratiqué sur le bitume à celles sur les enrobés, il a été choisi d'ajouter la formule de vieillissement court de huit (08) heures car jugée la plus sévère. Le tableau II.6 indique la nomenclature des bitumes testés.

Tableau II.6 – Nomenclature des bitumes extraits

Formules	Nomenclature
Bitume d'origine	Origine
Vieillissement RTFOT	RTFOT
Vieillissement court-terme de 8h	V8H
Bitume extrait de la formule T0	B(T0)
Bitume extrait de la formule T3	B(T3)
Bitume extrait de la formule T6	B(T6)
Bitume extrait de la formule T9	B(T9)
Bitume extrait de la formule V3	B(V3)
Bitume extrait de la formule V6	B(V6)
Bitume extrait de la formule V9	B(V9)

II.4.2 Propriétés physiques

Les propriétés physiques du bitume d'origine et ceux issus du vieillissement à court et long terme ont été déterminées à l'aide de procédures normalisées : température du point de ramollissement (TBA) NF EN 1427 [EN 1427 2018], valeur de pénétration (Pen) NF EN 1426 [EN 1426 2018], valeur de la température de fragilité (FRAASS) NF EN 12593 [EN 12593 2015]. La teneur en asphaltènes (TA) des liants extraits est déterminée conformément à la norme NF T 60-115 [T60-115 2000]. L'indice de pénétrabilité (IP) est calculé à partir de l'équation Eq. (I.1.5). L'IP, conventionnellement interprété comme un indicateur de la susceptibilité thermique du liant, s'est avéré un bon indicateur de classification du comportement rhéologique du bitume : plus l'IP est faible, plus la sensibilité du bitume à la température est élevée. En général, l'IP varie entre -2.6 et 8 pour tout type de bitume, mais il se situe généralement entre -2 et 2 pour les bitumes de constructions routières [Van Poel 1954]. L'IP > 2 indique un bitume du type "gel" alors que l'IP < 0 est caractéristique d'un bitume "sol" (présentant un comportement newtonien) [Pfeiffer and Saal 1940].

Les résultats de ces différentes mesures sont présentés dans le tableau II.7.

Tableau II.7 – Résultats des tests semi-empiriques

Noms	Pen (1/10 mm)	TBA (°C)	IP (1/10 mm/°C)	FRAASS (°C)	TA (%)
Origine	39,0	53,0	-1,03	-9,0	-
B(T0)	30,0	59,4	-0,24	-9,0	17,0
RTFOT	24,0	59,4	-0,67	-10,0	-
V8H	24,0	66,80	0,63	-6,0	20,1
B(T3)	14,0	72,6	0,54	-2,0	-
B(T6)	12,0	77,8	1,0	-1,0	-
B(T9)	11,0	76,4	0,67	-2,0	-
B(V3)	20,0	70,08	0,8	-2,0	25,4
B(V6)	19,0	71,80	0,96	-3,0	24,1
B(V9)	17,0	74,80	1,19	-2,0	27,0
Écart-type	0,71	0,53	-	1,06	0,05A ⁽¹⁾

Les figures Fig. II.20 présentent les courbes de pénétration (à 25°C), le point de ramollissement, l'indice de pénétrabilité et le point de fragilité Fraass des formules B(T0), V8H, B(V3), B(V6) et B(V9) en fonction de la teneur en asphaltènes. L'augmentation de la

(1). A est le résultat obtenu.

teneur en asphaltènes due au vieillissement du liant entraîne une diminution de la valeur de pénétrabilité et une augmentation de la température de point de ramollissement et le point de fragilité Fraass. Cette observation corrobore les études antérieures [Gawel and Baginska 2004, Lesueur 2009]. En particulier, les variations de la pénétrabilité et du point de ramollissement conduisent à une augmentation de l'indice de pénétrabilité avec la teneur en asphaltènes. Ces résultats sont conformes à nos attentes et à la littérature. De manière générale, les corrélations obtenues pour la pénétration à 25°C, le point de ramollissement, pour l'IP et pour le FRAASS en utilisant la loi affine indiquent que la variable de corrélation qu'est la teneur en asphaltènes seule peut expliquer la diminution de la sensibilité à la température du liant due au vieillissement. Ces résultats corroborent ceux de Mangiafico et al. [Mangiafico et al. 2016] qui ont observé une évolution linéaire des paramètres semi-empiriques en fonction du taux d'incorporation d'agrégats d'enrobés.

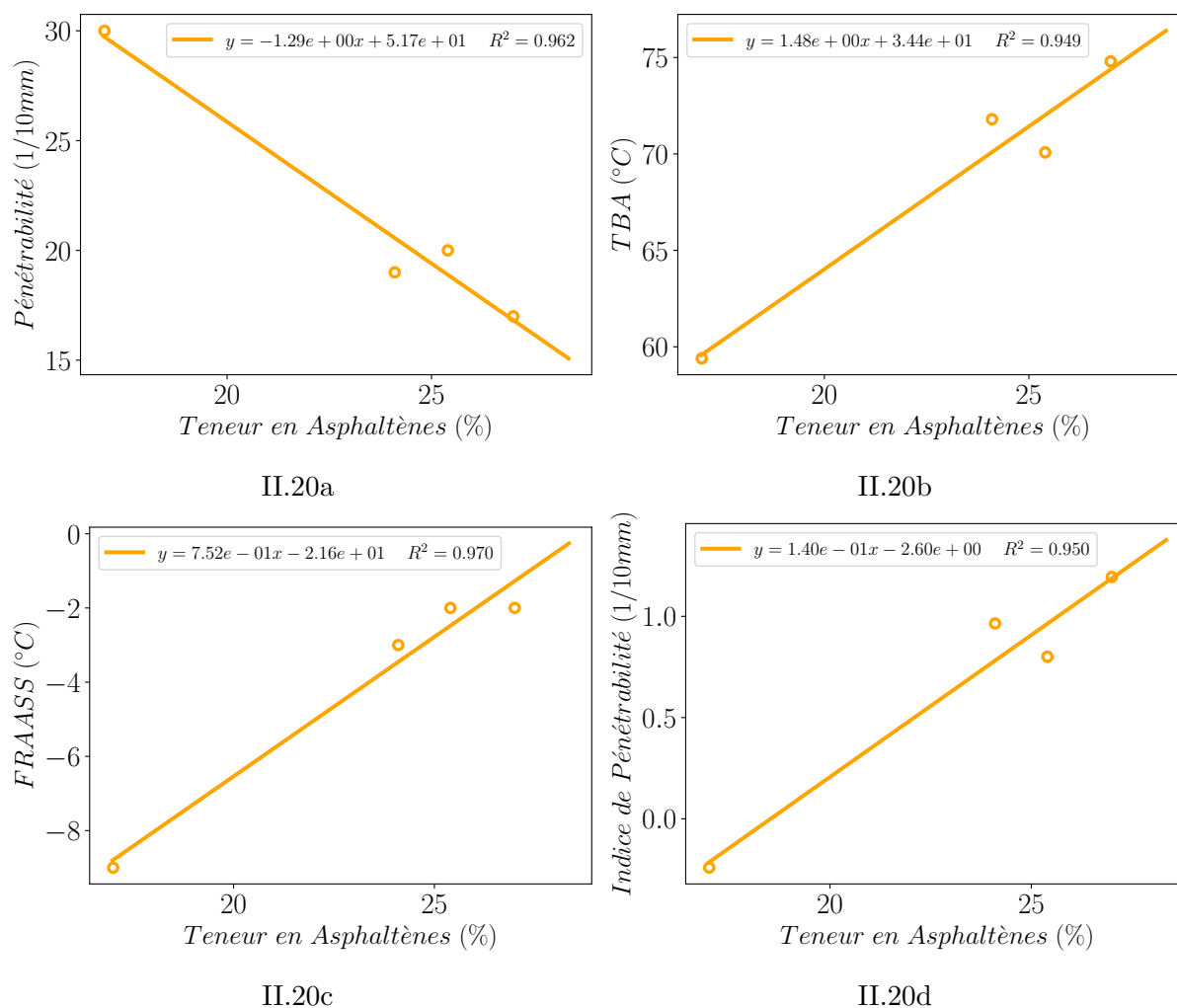
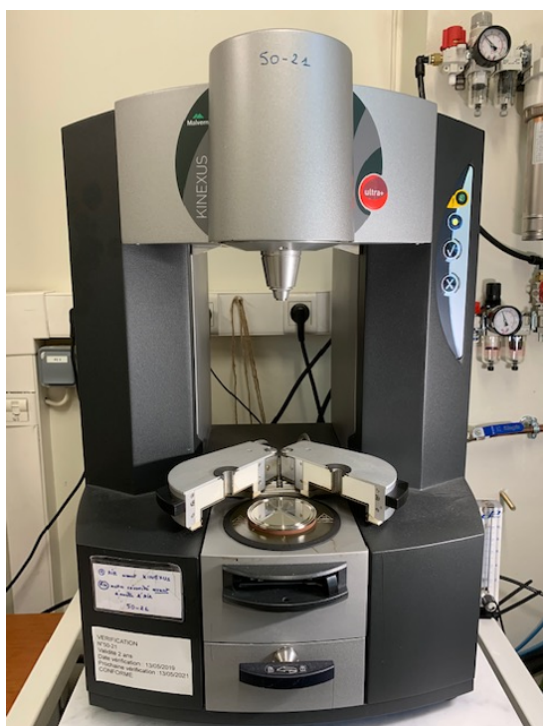


Figure II.20 – Résultats de pénétrabilité à 25°C (Fig. II.20a), de point de ramollissement (Fig. II.20b), de point Fraass (Fig. II.20c), et d'indice de pénétrabilité (Fig. II.20d) pour les formules B(T0), B(V3), B(V6) et B(V9).

II.4.3 Propriétés rhéologiques

Des essais de module complexe ont été réalisés sur tous les bitumes extraits. Les essais sur le bitume d'origine et les bitumes extraits B(T0), B(T3), B(T6) et B(T9); V8H, B(V3) B(V6) et B(V9) ont été effectués respectivement aux laboratoires de Cerema d'Aix-en-Provence et de Toulouse à l'aide d'un rhéomètre à cisaillement dynamique (DSR) (voir la figure Fig. II.21a).



II.21a Rhéomètre DSR

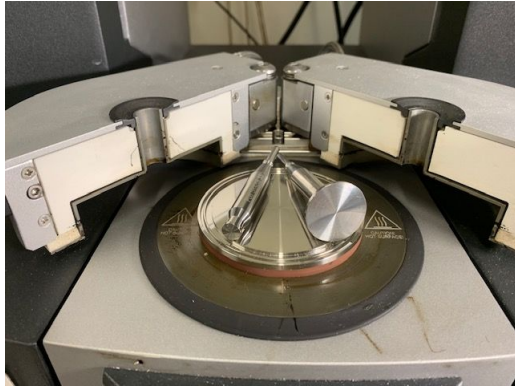


II.21b Cryothermostat JULABO CF 41

II.4.3.1 Préparation des échantillons

La géométrie plan-plan est utilisée pour réaliser les essais de module de cisaillement complexe. Deux types de plateaux sont généralement utilisés en fonction des conditions opérationnelles. Les plateaux de diamètre 25 mm avec un entrefer de 1 mm sont utilisés pour des essais à hautes températures (de 20°C à 80°C) et les plateaux de diamètre 8 mm avec un entrefer de 2 mm pour des basses températures (-20°C à 20°C) (voir la figure Fig. II.22a).

Les liants récupérés par désenrobage sont coulés dans des moules de silicones comme le montre la figure Fig. II.22b. Les moules utilisés permettent un démoulage facile des pastilles de bitume sans avoir recours à des agents de démoulage ou des graisses qui peuvent altérer les propriétés du bitume.



II.22a Géométries mobiles de 25 mm et de 8 mm posées sur le plateau DSR



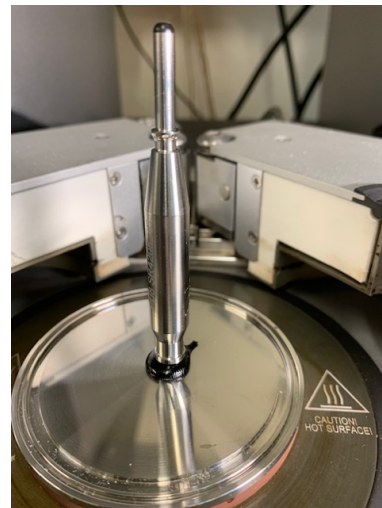
II.22b Pastilles de liant dans le moule silicone

II.4.3.2 Méthode d'essai

Les éprouvettes, une fois démoulées, sont chargées sur les plateaux préalablement chauffés à la température $T = \min(T_{TBA} + 20^\circ\text{C}; 90^\circ\text{C})$ pendant une période d'au moins 30 min pour permettre une liaison satisfaisante de l'échantillon aux plateaux. T_{TBA} est la température de ramollissement de chaque formule (tableau II.7). Lors du chargement, l'entrefer est réglé avec un surplus de 0,025 mm à 0,05 mm. Le système échantillon + plateaux est maintenu à la température de liaison pendant au moins 5 min. Tout excès de liant est éliminé par arasage à l'aide d'une pastille et l'entrefer est réglé à la valeur fixée à 1 mm pour les plateaux de diamètre 25 mm et à 2 mm pour les plateaux de diamètre 8 mm (voir les figures Fig. II.23a et Fig. II.23b).



II.23a Chargement de l'échantillon sur la géométrie de 25 mm



II.23b Chargement de l'échantillon sur la géométrie de 8 mm

Après arasage, la température du système est réglée à la température de consigne et réglée grâce au cryothermostat Fig. II.21b. La figure Fig. II.24 illustre le principe de l'essai de module complexe. Le plateau inférieur est fixé tandis que le plateau supérieur est soumis à une rotation, imposant une charge de cisaillement contrôlée en contrainte à l'échantillon

maintenu entre les plateaux. L'angle de rotation du plateau mobile ϑ et le moment de torsion appliqué M_t sont mesurés en continu. Les composantes réelle G_1 et imaginaire G_2 du module de cisaillement complexe G^* sont calculées à partir des formules suivantes :

$$G_1 = \frac{2M_t h}{\pi R^4 \vartheta} \cos(\varphi), \quad (\text{II.4.1})$$

$$G_2 = \frac{2M_t h}{\pi R^4 \vartheta} \sin(\varphi), \quad (\text{II.4.2})$$

avec φ le déphasage entre la déformation γ et la contrainte τ de cisaillement :

$$\gamma = \frac{R}{h} \vartheta, \quad (\text{II.4.3})$$

$$\tau = \frac{2}{\pi R^3} M_t,$$

où :

- R est le rayon du plateau inférieur,
- h désigne l'épaisseur du bitume.

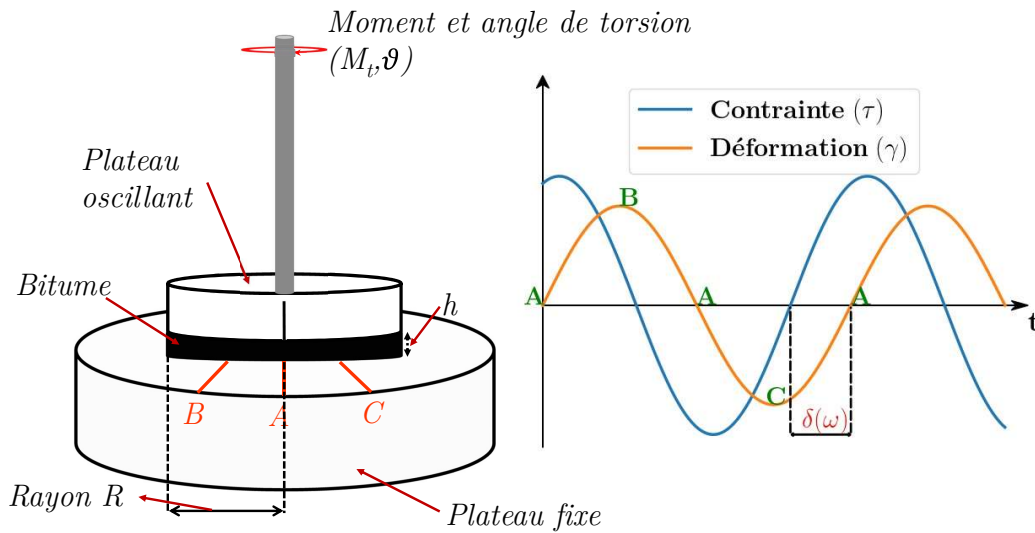


Figure II.24 – Principe de l'essai DSR

Pour analyser l'effet du vieillissement sur les propriétés viscoélastiques des liants extraits, des essais de module complexe ont été réalisés à différentes températures et à différentes fréquences comme l'indique le tableau II.8.

Tableau II.8 – Températures et fréquences testées pour les bitumes extraits

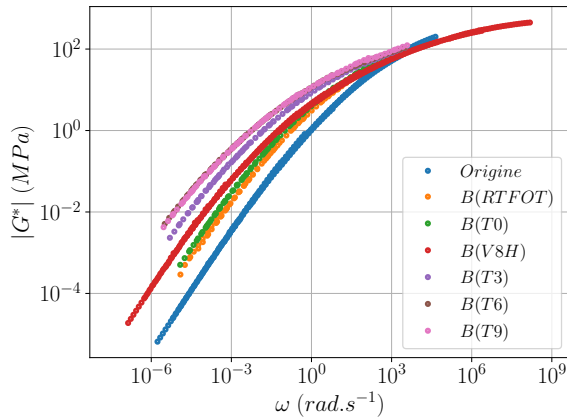
B(T3) ; B(T6) ; B(T9)	Températures (°C)	10 - 80
	Fréquences (Hz)	0,681 - 21,54
B(T0) ; B(RTFOT) ; B(V8H) ; B(V3) ; B(V6) ; B(V9)	Températures (°C)	-20 - 80
	Fréquences (Hz)	0,01 - 10

II.4.3.3 Résultats de modules complexes et modélisation du comportement du bitume

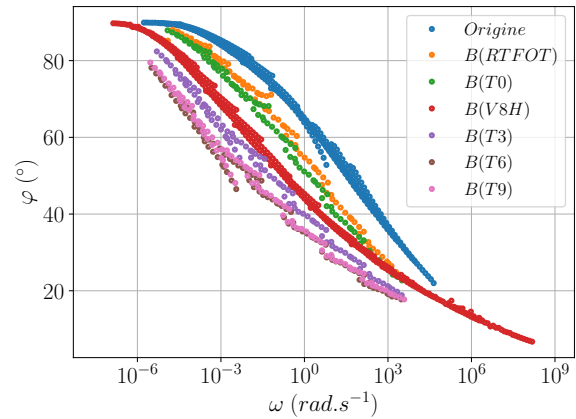
Les liants extraits ont été testés dans le domaine des petites déformations où le comportement est supposé être viscoélastique linéaire.

Les courbes maîtresses du module de cisailment complexe $|G^*|$ et de l'angle de phase φ en fonction de la pulsation ω ont été construites pour les différents bitumes pour une température de référence de 20°C et sont présentées sur les figures Fig. II.25 et Fig. II.26.

L'effet du vieillissement est caractérisé par une augmentation de $|G^*|$ et une diminu-



II.25a



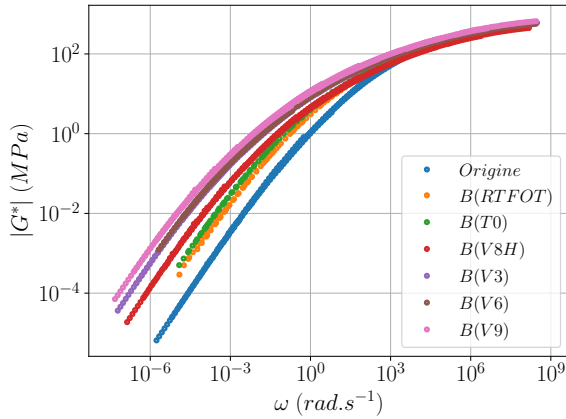
II.25b

Figure II.25 – Courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ du module complexe (Fig. II.25a) et de l'angle de phase (Fig. II.25b) pour le bitume d'origine et les bitumes extraits B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(T3), B(T6) et B(T9)

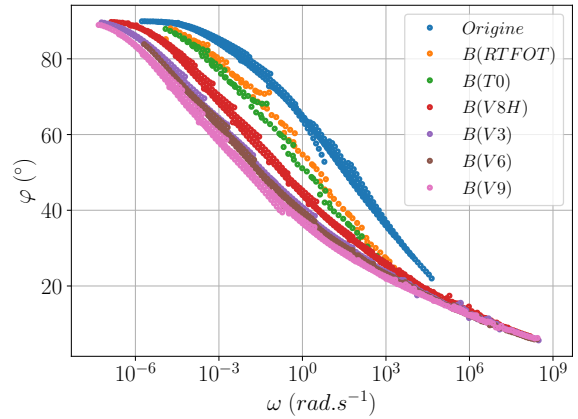
tion de φ . Ces variations des propriétés viscoélastiques du bitume (exprimées par $|G^*|$ et φ) sont plus prononcées dans les zones de basses fréquences correspondant aux hautes températures. Ceci est justifié par le fait que dans cette plage de température, le bitume est caractérisé par un comportement visqueux. Dans la plage quasi-élastique du bitume couvrant les zones de hautes fréquences (c'est-à-dire aux basses températures d'essai), aucune variation significative de $|G^*|$ et de φ n'est observée.

Les figures Fig. II.27a et Fig. II.27b montrent l'évolution du module de cisailment en fonction de l'angle de phase. Il est observé sur ces courbes dans l'espace de Black que

II.4. Détermination des propriétés rhéologiques et physico-chimiques des bitumes



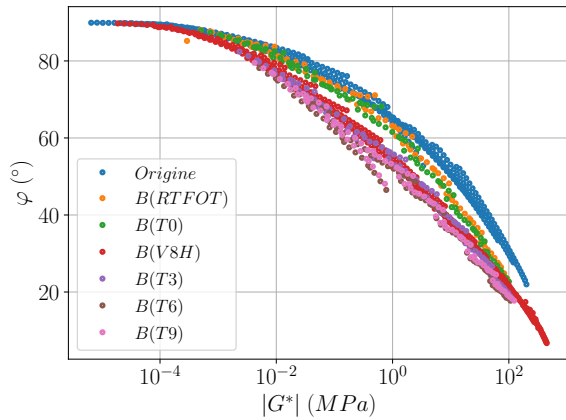
II.26a



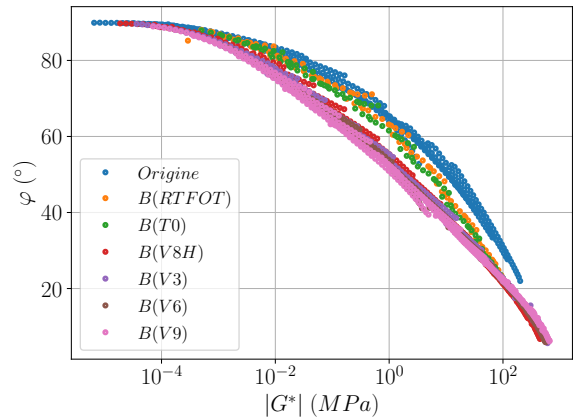
II.26b

Figure II.26 – Courbes maîtresses à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ du module complexe (Fig. II.26a) et de l'angle de phase (Fig. II.26b) pour le bitume d'origine et les bitumes extraits B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(V3), B(V6) et B(V9)

l'augmentation de la durée de vieillissement entraîne une diminution de l'angle de phase pour une valeur de module de cisaillement constant.



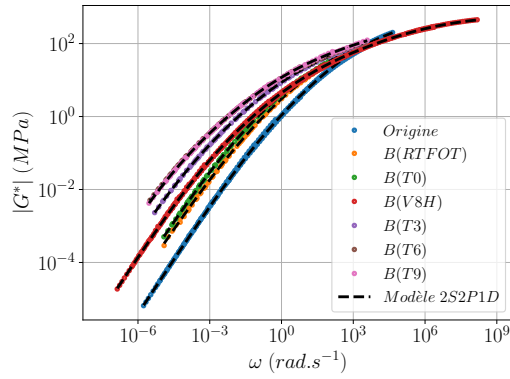
II.27a



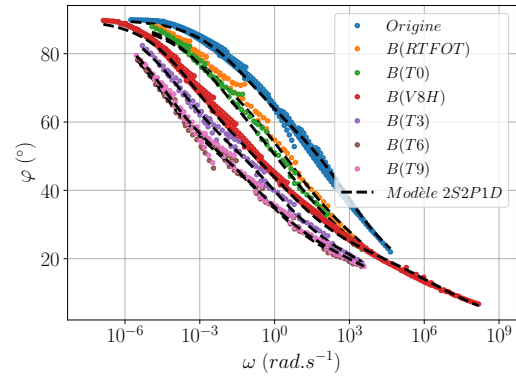
II.27b

Figure II.27 – Représentation dans l'espace de Black à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ des bitumes Origine, B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(T3), B(T6), B(T9) (Fig. II.27a) et des bitumes Origine, B(RTFOT), B(T0), B(V8H), B(V3), B(V6), B(V9) (Fig. II.27b)

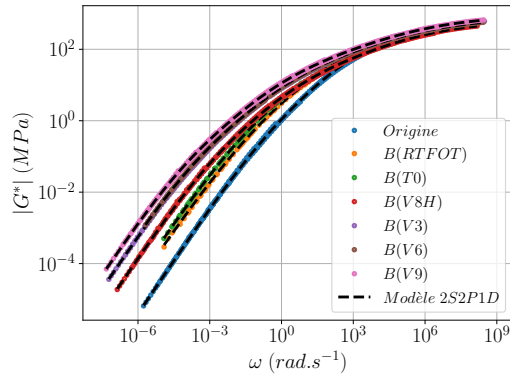
Les propriétés viscoélastiques des liants extraits (G^* et φ) sont modélisées en utilisant le modèle 2S2P1D [OLARD 2003, Olard and Di Benedetto 2003]. Les figures Fig. II.28a-Fig. II.28d montrent la comparaison entre les valeurs expérimentales du module complexe et de l'angle de phase des liants extraits et le modèle ajusté pour une température de référence de 20°C . À partir de ces figures, il est observé que le modèle 2S2P1D reproduit avec précision le comportement viscoélastique linéaire des liants extraits dans le domaine des petites déformations sur une très large gamme de fréquences et de températures.



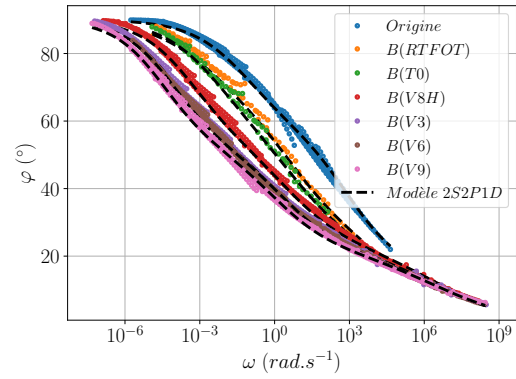
II.28a



II.28b



II.28c



II.28d

Figure II.28 – Modélisation 2S2P1D des courbes maîtresses $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$ des bitumes extraits : Fig. II.28a et Fig. II.28c norme du module de cisaillement complexe Fig. II.28b et Fig. II.28d angle de phase

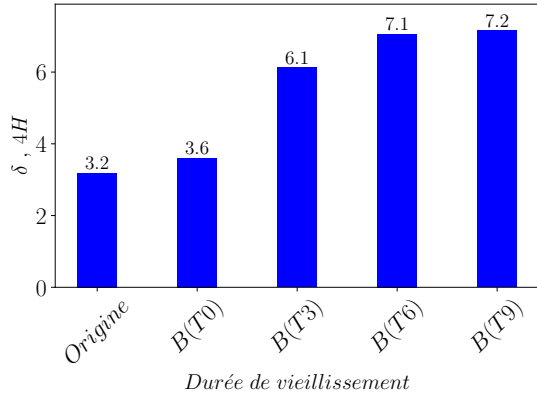
II.4.3.4 Analyse des paramètres 2S2P1D

Le tableau II.9 indique les valeurs des paramètres du modèle 2S2P1D issues de l'optimisation non-linéaire.

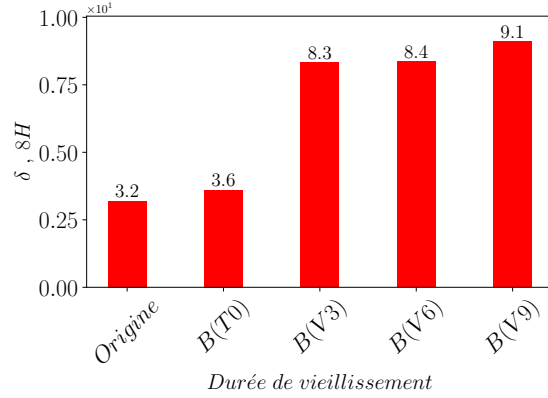
Tableau II.9 – Paramètres du modèle 2S2P1D à $T_{ref}=20^{\circ}\text{C}$

Formules	G_0	G_{∞}	δ	τ	k	h	β
Origine	0,0	1115,3	3,19	$1,810e^{-5}$	0,25	0,60	188,01
B(RTFOT)	0,0	305,54	2,27	$6,48e^{-4}$	0,25	0,60	133,48
B(T0)	0,0	424,05	3,6	$6,72e^{-4}$	0,25	0,60	154,17
B(V8H)	0,0	653,51	7,62	$4,83e^{-4}$	0,25	0,60	466,85
B(T3)	0,0	433,23	6,13	$4,63e^{-3}$	0,25	0,60	294,26
B(T6)	0,0	425,49	7,06	$8,00e^{-3}$	0,25	0,60	615,59
B(T9)	0,0	538,44	7,16	$1,03e^{-2}$	0,25	0,60	713,27
B(V3)	0,0	792,77	8,33	$1,36e^{-3}$	0,25	0,60	590,57
B(V6)	0,0	726,22	7,95	$1,63e^{-3}$	0,25	0,60	612,19
B(V9)	0,0	843,51	9,11	$2,61e^{-3}$	0,25	0,60	725,81

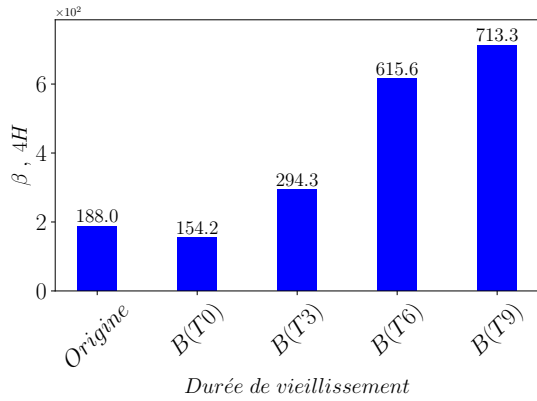
Les figures Fig. II.29a-Fig. II.29f présentent l'évolution des paramètres δ et β et τ en fonction de la durée de vieillissement.



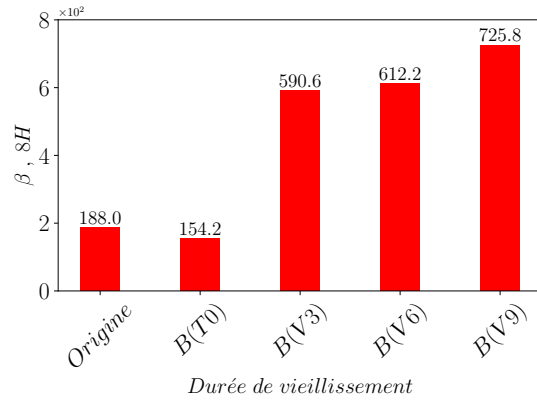
II.29a



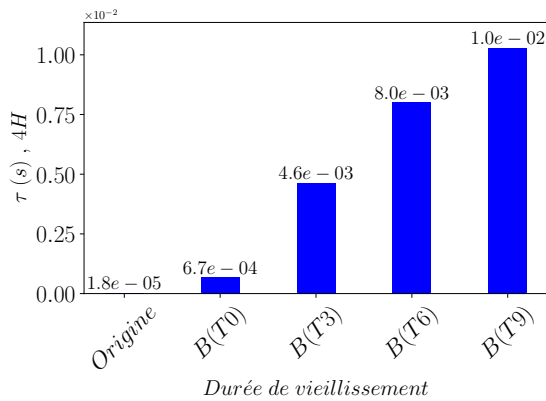
II.29b



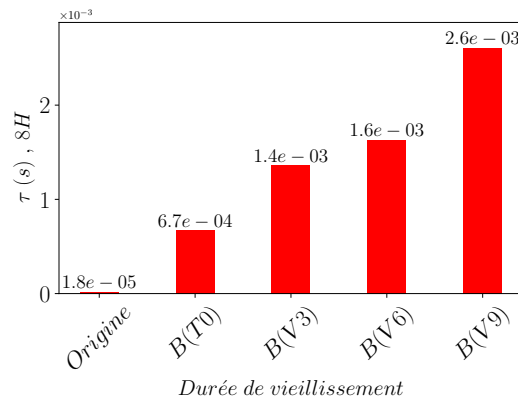
II.29c



II.29d



II.29e



II.29f

Figure II.29 – Effet du vieillissement sur les paramètres du 2S2P1D à $T_{ref}=20^\circ\text{C}$: δ (Fig. II.29a-Fig. II.29b), β (Fig. II.29c-Fig. II.29d), τ (Fig. II.29e-Fig. II.29f)

L'influence du vieillissement du liant sur les paramètres du modèle affecte principalement β et par conséquent τ puisque ces deux paramètres sont liés à la viscosité newtonienne du modèle $\eta = (G_\infty - G_0)\beta\tau$. Les valeurs de β à B(T9) et B(V9) font respectivement le double et le triple de celle de β à l'origine. N. I. Md. Yussof et al. [Md. Yusoff et al.

2013b] ont fait des observations similaires où les valeurs de β des liants vieilliss selon la procédure PAV sont trois fois voire 7 fois supérieures à celle du liant non vieilli selon le type du bitume. Plus le matériau durcit, plus le paramètre δ augmente. Par conséquent, il peut être déduit que ces paramètres peuvent être utilisés comme des indicateurs de vieillissement.

II.4.3.4.1 Effet du vieillissement sur les paramètres de Cross-over

La température de transition visco-élastique (TVE) a été définie comme la température à laquelle le liant présente une valeur d'angle de phase de 45° , où la composante élastique du module de cisaillement complexe G_1 est égale à la composante visqueuse G_2 . L'importance de la température de TVE a été rapportée par Migliori et al. [Migliori et al. 1999], où les températures de TVE des liants récupérés se sont révélées être fortement corrélées avec la fissuration des couches de revêtement observée sur plusieurs sites en France après sept années de service. Les paramètres de Cross-over G_{TVE} , ω_{TVE} (figure Fig. II.30 et T_{TVE} (Eq. (II.4.4)) suscitent beaucoup d'intérêt et ont été repris dans plusieurs travaux. [Widyatmoko et al. 2002; 2004, Rowe 2014, Rowe and Sharrock 2016, Garcia Cucalon et al. 2019].

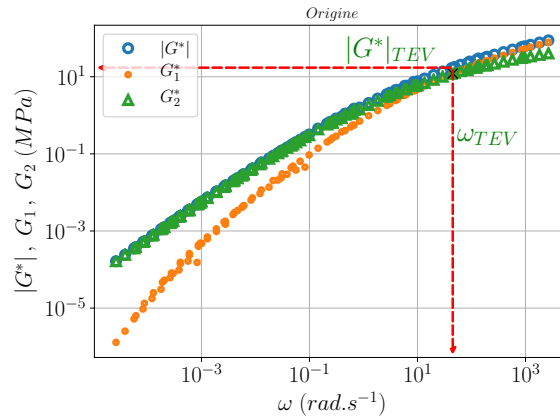


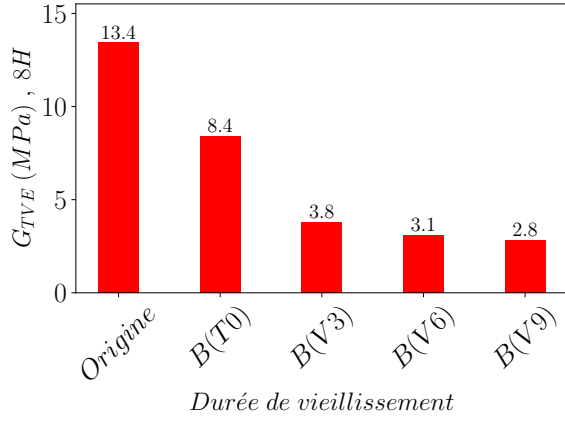
Figure II.30 – Illustration des paramètres G_{TVE} , ω_{TVE} à $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$

$$T_{TVE}(\omega) = \frac{T_{ref}C_1 - (C_2 - T_{ref})(\log(\omega_{TVE}) - \log(\omega))}{C_1 + (\log(\omega_{TVE}) - \log(\omega))} \quad (\text{II.4.4})$$

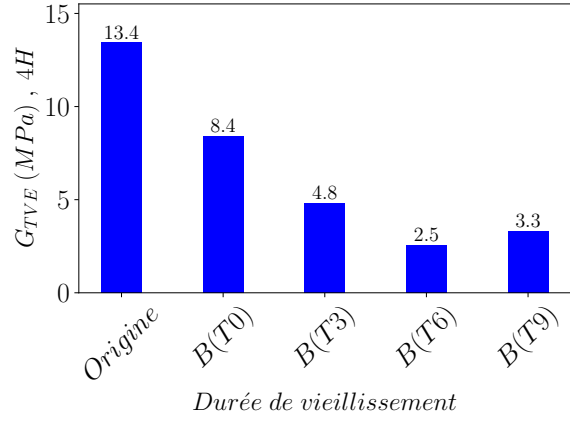
Les paramètres de transition viscoélastique en fonction des durées de vieillissement pour une température de référence de 20°C sont présentées sur les figures Fig. II.31a-Fig. II.31f. La température de TVE T_{TVE} a été calculée pour une pulsation $\omega = 10 \text{ rad.s}^{-1}$.

La température de TVE augmente au fur et à mesure que la durée de vieillissement augmente, et le module complexe (à la température de TVE) et la pulsation de TVE diminuent : le comportement du bitume est de plus en plus élastique.

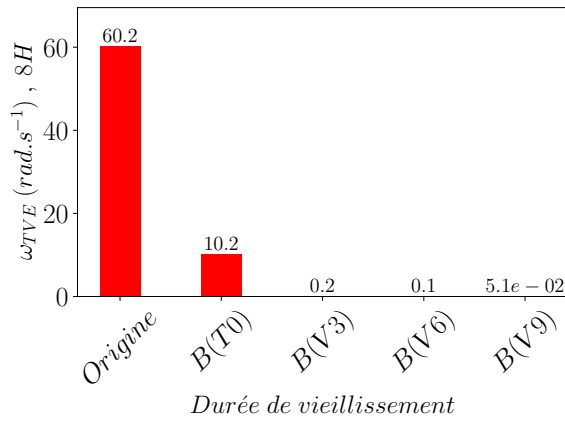
II.4. Détermination des propriétés rhéologiques et physico-chimiques des bitumes



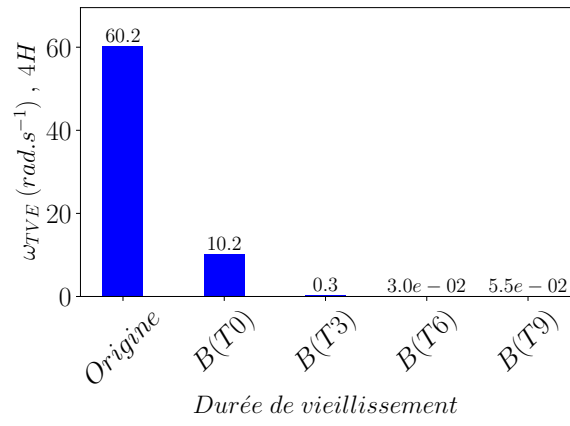
II.31a



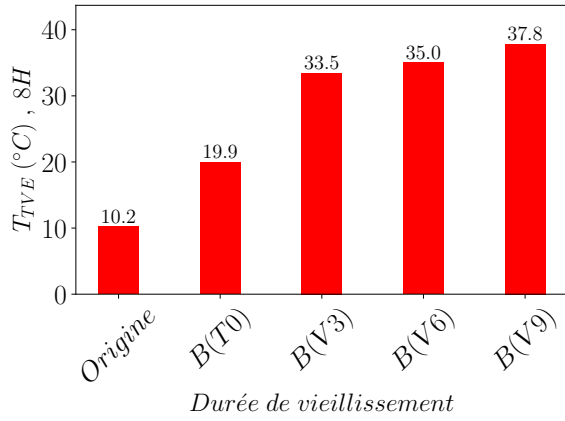
II.31b



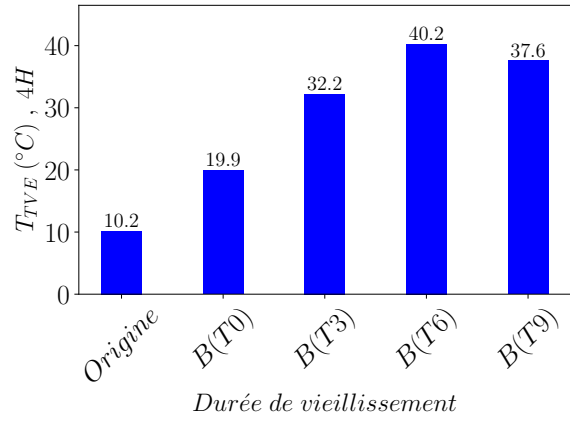
II.31c



II.31d



II.31e

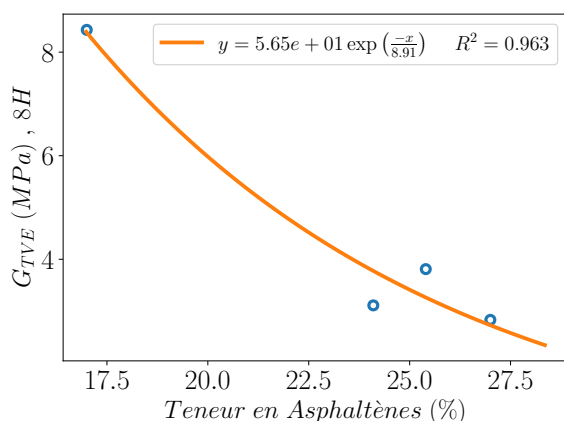


II.31f

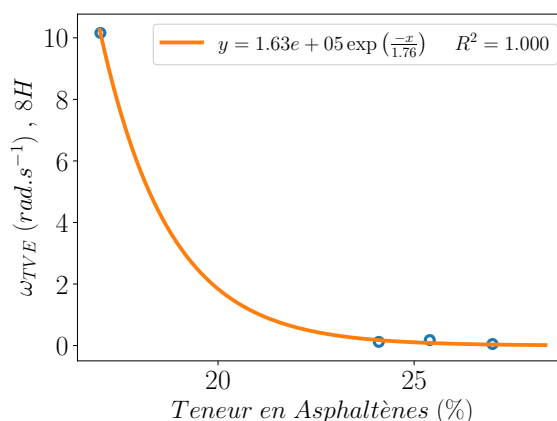
Figure II.31 – Effet du vieillissement sur les paramètres de Cross-over à $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$: Module complexe (Fig. II.31a-Fig. II.31b), fréquence réduite (Fig. II.31c-Fig. II.31d), température (Fig. II.31e-Fig. II.31f) de transition viscoélastique

II.4.3.4.2 Relation entre la teneur en asphaltènes et les paramètres de Cross-over

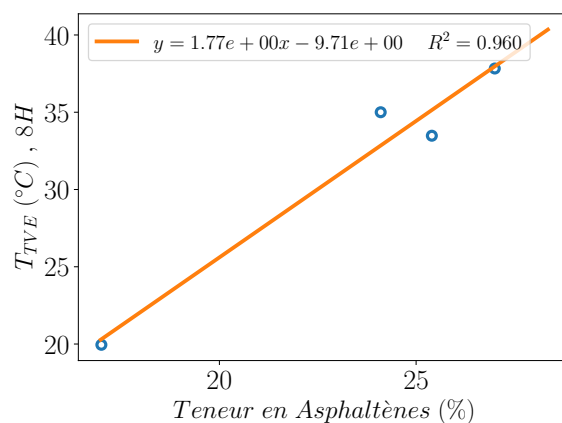
Les figures Fig. II.32a et Fig. II.32c montrent l'évolution des paramètres de TVE en fonction de la teneur en asphaltènes des formules B(T0), B(V3), B(V6) et B(V9). Les valeurs de modules et de fréquences TVE décroissent de manière exponentielle. Par contre les valeurs de températures TVE évoluent de manière linéaire. Il peut être conclu que les variations des paramètres Cross-over et globalement les propriétés rhéologiques sont corrélées avec la composition chimique des liants vieilliss.



II.32a



II.32b



II.32c

Figure II.32 – Évolution des paramètres de Cross-over en fonction de la teneur en asphaltènes à $T_{ref} = 20^\circ\text{C}$

II.4.4 Analyse des indices d'oxydation

II.4.4.1 Effet de la durée de vieillissement sur les indices d'oxydation

Les échantillons de bitume obtenus après extraction sont analysés par spectrométrie IRTF en mode transmission selon la méthode d'étalement du bitume chaud récupéré sur une

lame de KBr décrite dans la section I.2.2.1.1, afin d'analyser l'effet du vieillissement sur les indices carbonyle et sulfoxyde du bitume [Mouillet et al. 1999].

Ces indices sont calculés en utilisant les équations Eq. (II.4.5) et Eq. (II.4.6) :

$$\%I_{CO} = \frac{\mathcal{A}_{1700}}{\mathcal{A}_{1460} + \mathcal{A}_{1375}}, \quad (\text{II.4.5})$$

$$\%I_{SO} = \frac{\mathcal{A}_{1030}}{\mathcal{A}_{1460} + \mathcal{A}_{1375}}, \quad (\text{II.4.6})$$

où \mathcal{A}_i désigne l'aire centrée autour du spectre i . Les variations des valeurs de l' I_{CO} et de l' I_{SO} au cours du vieillissement sont présentées sous forme d'histogrammes (voir figures Fig. II.33 et Fig. II.34). Ces figures indiquent :

- une augmentation progressive de l'indice carbonyle lorsque la durée de vieillissement augmente (figure Fig. II.33). L' I_{CO} varie de 0% pour le bitume d'origine à 6,7% pour le bitume vieilli B(T9) et à 5,2% pour B(V9). Pour rappel, les bitumes B(T3) à B(T9) sont extraits des plaques d'enrobés vieillis pendant 4h de vieillissement à court-terme tandis que les formules B(T0), B(V3) à B(V9) sont récupérées à partir des mélanges foisonnés. Ceci peut expliquer les écarts entre les valeurs de B(T9) et B(V9) due à un vieillissement additionnel des formules extraites des plaques issues des plaques au cours de la confection de celles-ci.

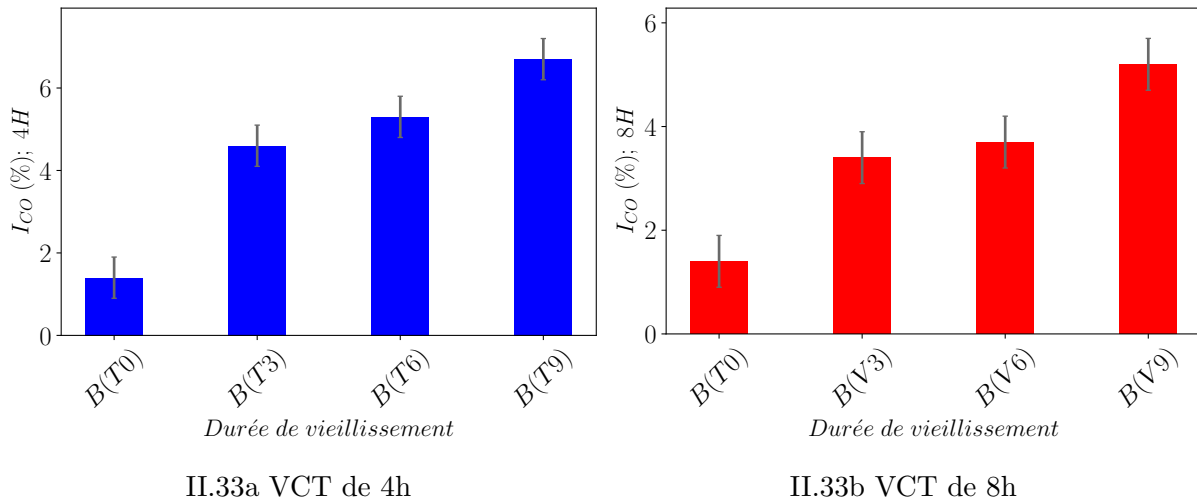


Figure II.33 – Effet du vieillissement sur les indices I_{CO}

- une augmentation de l'indice sulfoxyde avec la durée de vieillissement. La valeur d' I_{SO} à B(T9) est quatre fois supérieure à celle obtenue pour le bitume non vieilli. L' I_{SO} évolue de 2,9% pour le bitume d'origine à 15,1% pour le bitume extrait B(V9).

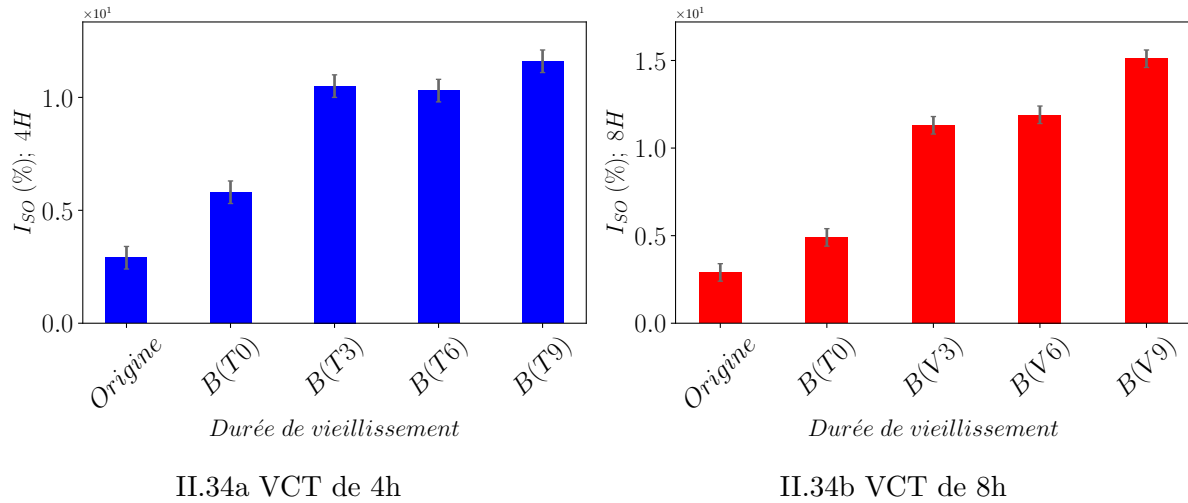


Figure II.34 – Effet du vieillissement sur les indices I_{SO}

II.4.4.2 Analyse croisée des indices I_{CO} et I_{SO} et des paramètres Cross-over

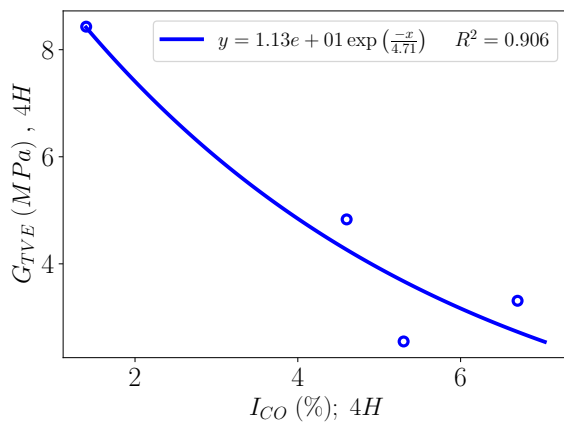
Les corrélations potentielles entre les propriétés rhéologiques et les propriétés chimiques sont à présent explorées.

L'analyse des résultats de module complexe et d'angle de phase a permis de rendre compte de l'effet du vieillissement sur les propriétés rhéologiques des bitumes extraits des enrobés vieilliss sur une large gamme de fréquences. Afin de faciliter l'étude de l'analyse croisée, seuls les paramètres Cross-over sont utilisés.

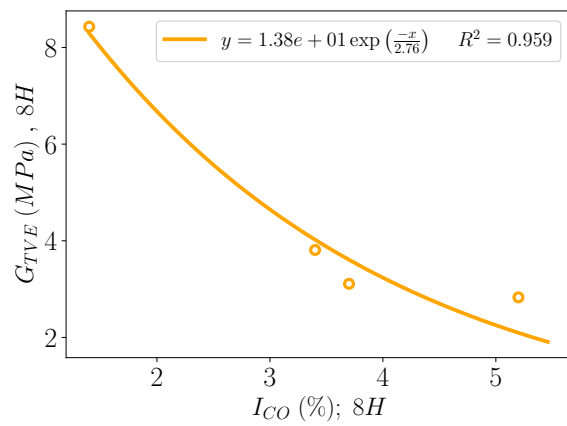
En ce qui concerne les propriétés chimiques, les indices carbonyle et sulfoxyde sont utilisés comme critères pour la recherche de corrélations.

Les figures Fig. II.35a - II.35f et Fig. II.36a - II.36f présentent les paramètres de Cross-over en fonction des indices de carbonyle et de sulfoxyde respectivement. L'analyse de corrélation s'appuie sur les valeurs des coefficients de détermination R^2 issus des différents graphiques. Les observations suivantes peuvent être tirées :

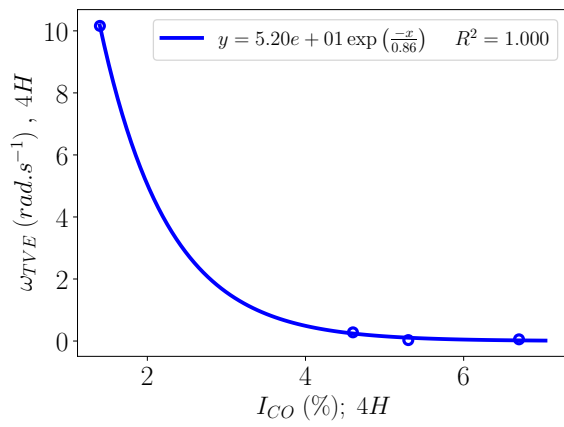
- Le module et la pulsation de transition viscoélastiques diminuent exponentiellement avec les indices I_{CO} et I_{SO} .
- La température de transition viscoélastique est linéairement fonction des indices I_{CO} et I_{SO} .



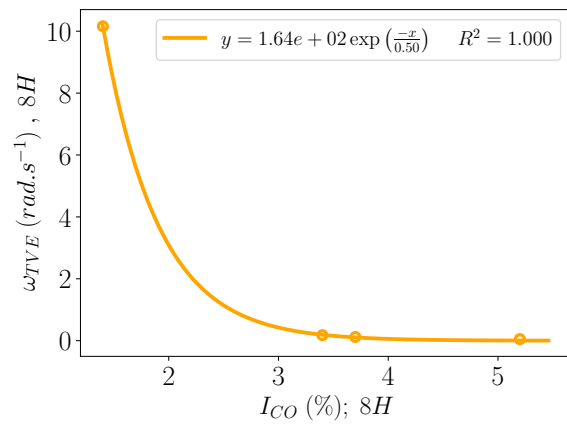
II.35a



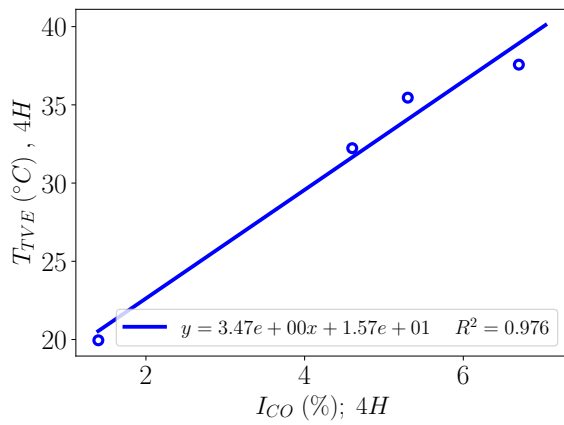
II.35b



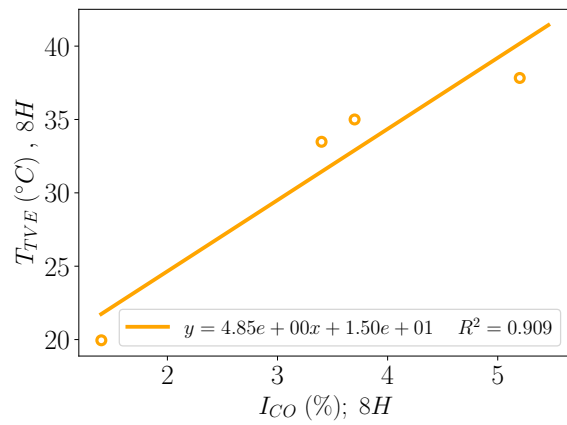
II.35c



II.35d

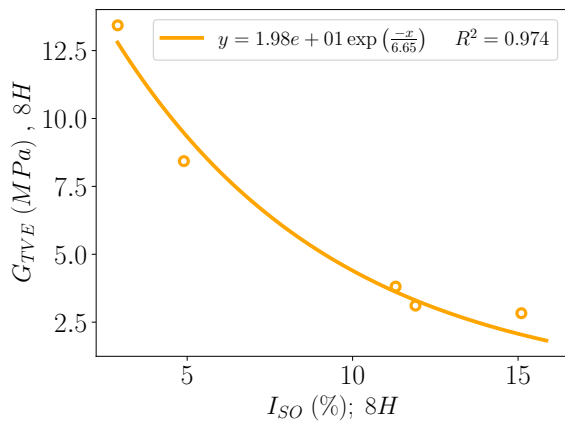


II.35e

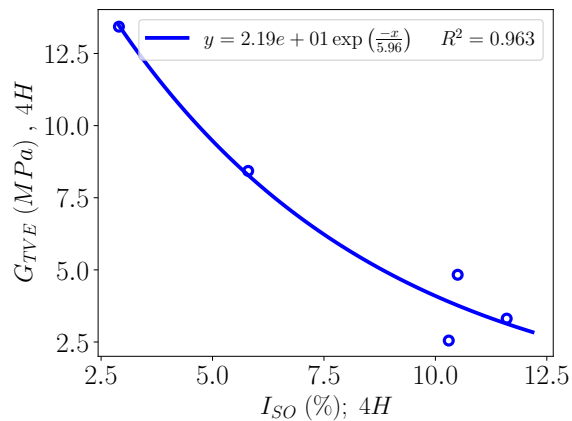


II.35f

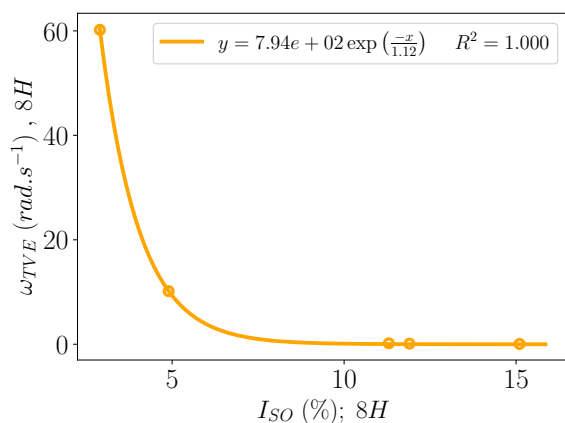
Figure II.35 – Evolution des paramètres de Cross-over en fonction de l'indice I_{CO}



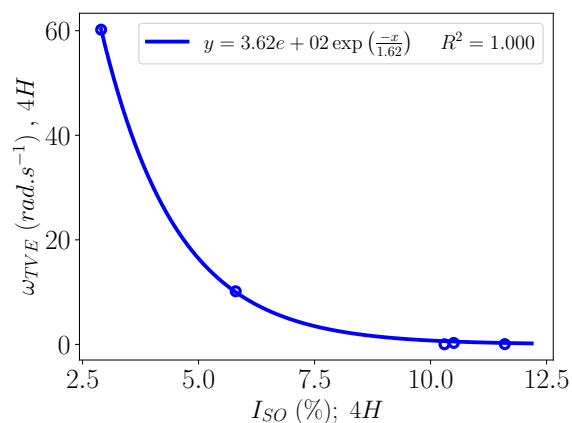
II.36a



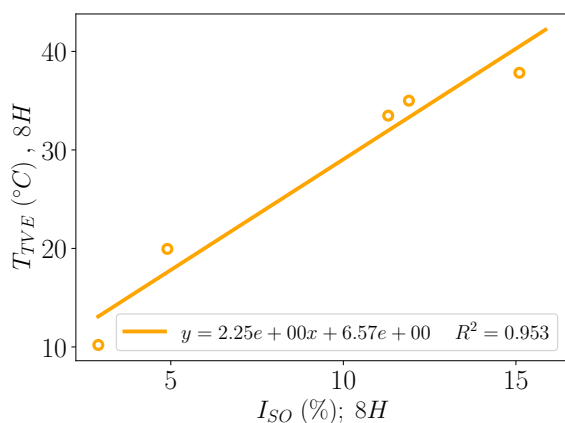
II.36b



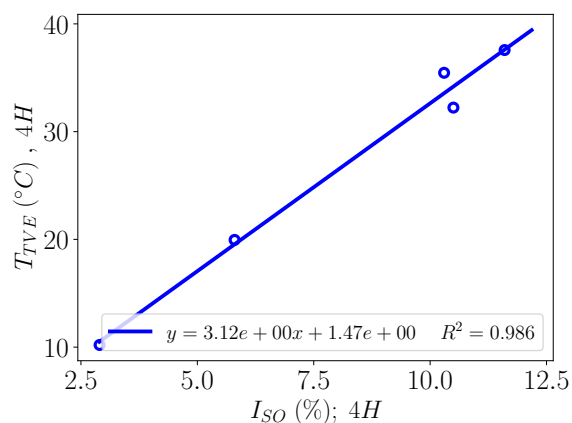
II.36c



II.36d



II.36e



II.36f

Figure II.36 – Evolution des paramètres de Cross-over en fonction de l'indice I_{SO}

II.5 Caractérisation du comportement à la fissuration des enrobés bitumineux

II.5.1 Confection des éprouvettes semi-circulaires

II.5.1.1 Compactage à la presse à cisaillement giratoire (PCG)

Deux heures avant la fin du vieillissement à long terme (confère paragraphe II.2.2) , les mélanges foisonnés sont répartis dans trois moules cylindriques préalablement chauffés puis placés dans une étuve réglée à la température de compactage de 165°C pendant deux heures. Les mélanges sont ensuite compactés selon l'essai de compactage à la PCG conformément à la norme NF EN 12697-31 [EN 12697-31 2019]. Son fonctionnement est illustré sur la figure Fig. II.37.

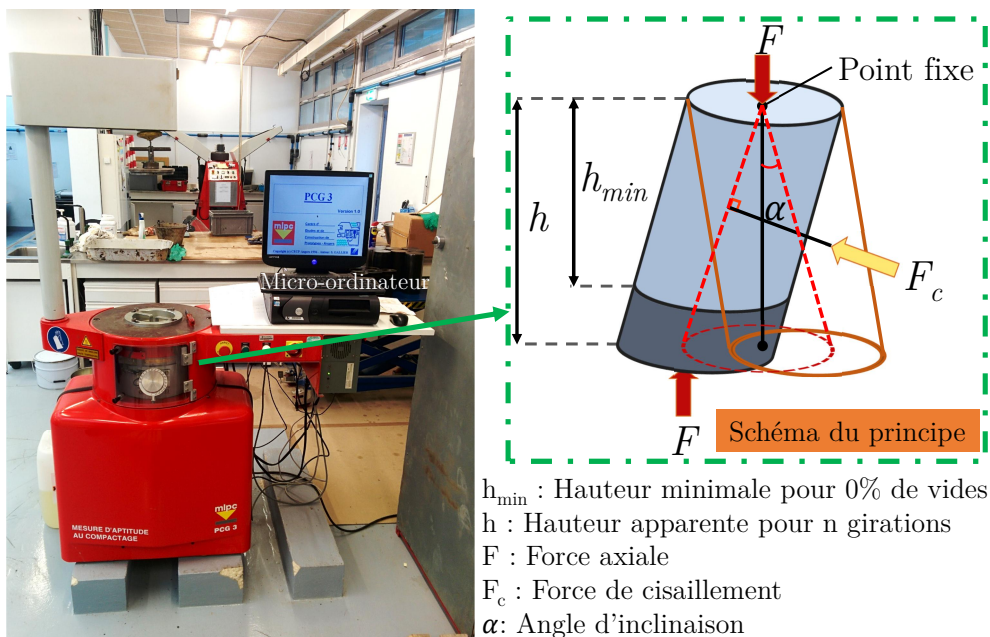


Figure II.37 – La PCG et son mode de fonctionnement

L'essai consiste à soumettre le mélange aux efforts combinés de compression et de pétrissage par cisaillement qui oriente les grains du squelette minéral. Ce procédé permet d'atteindre des compacités élevées. L'éprouvette cylindrique est introduite à l'intérieur du module d'essai incliné d'un angle de 0.81° et soumise simultanément à une pression verticale de 651 kPa appliquée au sommet de l'éprouvette et à une rotation de période d'accélération lente jusqu'à atteindre la vitesse nominale de 30 tr/min . Un micro-ordinateur contrôle concomitamment les paramètres d'efforts et de vitesses et enregistre la hauteur h_n de l'éprouvette pour un nombre n de girations imposé. Le pourcentage de vides dans

l'éprouvette peut donc être calculé à partir de l'équation Eq. (II.5.1) .

$$\%vides = \frac{h_n - h_{min}}{h_n} \quad (II.5.1)$$

Dans cette étude, les éprouvettes sont compactées en visant un pourcentage de vides fixé à 7,5%. Les éprouvettes ainsi compactées sont ensuite sciées comme décrit dans le paragraphe suivant.

II.5.1.2 Sciage des éprouvettes

Les éprouvettes, une fois compactées, sont découpées en tranche de hauteur 50 mm puis sciées en demi-disques qui sont ensuite entaillées (figure Fig. II.38).

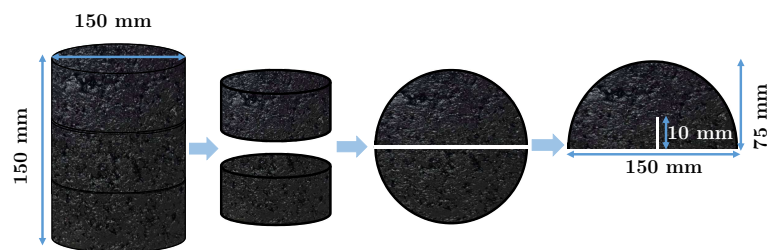


Figure II.38 – Différentes étapes de sciage

Les différents dispositifs utilisés pour scier les demi-disques et les entailles sont illustrés sur la figure Fig. II.39.

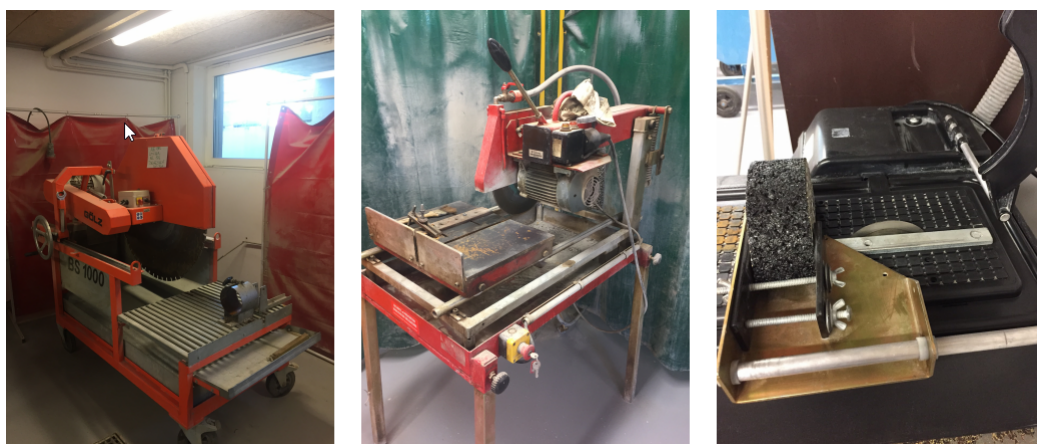


Figure II.39 – Appareillages ayant servis au sciage et à la réalisation de l'entaille sur les éprouvettes

Les éprouvettes obtenues sont ensuite stockées dans une salle à température contrôlée à 20°C. Les bandes métalliques devant servir de support entre les rouleaux de chargement

et l'échantillon sont ensuite découpées en dimensions de $50 \times 20 \times 1 \text{ mm}^3$ et collées sur l'échantillon (figureFig. II.40).



Figure II.40 – Échantillon d'éprouvettes semi-circulaires entaillées prêtes à être testées

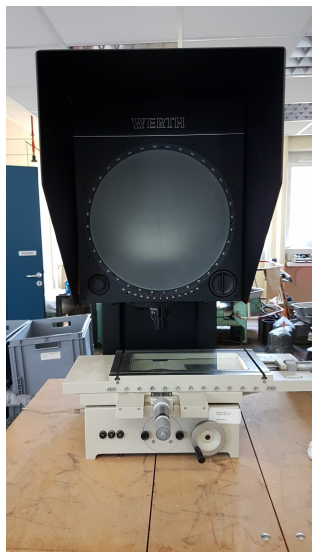
II.5.1.3 Contrôle des dimensions d'éprouvettes

Les opérations de sciage et de réalisation d'entailles sont déterminantes pour obtenir des éprouvettes conformes aux exigences dimensionnelles définies dans la norme NF EN 12697-44 [EN 12697-44 2019] relative à la mesure de la ténacité des enrobés bitumineux. Parmi ces exigences figurent les points suivants :

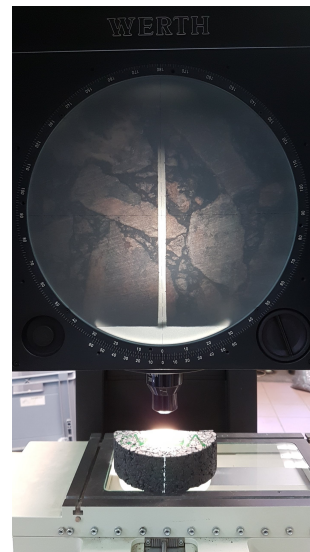
- La masse de l'éprouvette à tester doit être constante. Il faut que la variation de masse entre deux mesures à au moins 30 min d'intervalle soit inférieure à 0,1%. Cette exigence est automatiquement vérifiée sur les éprouvettes testées puisque celles-ci sont stockées dans un endroit sec pendant au moins 24h avant le début de l'essai. Cette vérification permet essentiellement de s'assurer que l'éprouvette est sèche pour déterminer sa masse volumique puis sa teneur en vides.
- Le diamètre moyen issu de deux mesures en deux endroits le long du bord le plus long de l'éprouvette doit être compris entre 149 mm et 151 mm.
- La différence entre les hauteurs h_1 et h_2 mesurées de chaque côté de l'éprouvette ne doit pas excéder 0,5 mm.
- L'écart entre les trois mesures d'épaisseur (mesures aux extrémités de l'éprouvette t_1 et t_2 et au sommet de l'éprouvette sur la bande de chargement t_3) doit être inférieur à 0,5 mm.
- L'entaille doit mesurer $(0,4 \pm 0,2)$ mm de largeur nominale et (10 ± 1) mm de profondeur nominale.

Afin d'obtenir des éprouvettes conformes à toutes ces exigences, les dispositifs de sciage ont été minutieusement calibrés. Après le sciage, les dimensions géométriques des éprouvettes ont été mesurées à l'aide d'un pied à coulisse électronique d'incertitude $75 \text{ }\mu\text{m}$. La

profondeur, la largeur et l'angle d'inclinaison de l'entaille ont été vérifiés à l'aide d'un projecteur de profil (figure Fig. II.41). Ce système optique d'un grossissement de 20, équipé d'appareils de mesure à verniers, a permis de visualiser l'entaille et d'éliminer les éprouvettes non conformes. Ainsi, en plus des exigences imposées par la norme, l'angle d'inclinaison de l'entaille a également été choisi comme critère d'élimination des éprouvettes non conformes. Les éprouvettes présentant des entailles inclinées de plus de 3° sont rejetées afin de rester dans le mode I de fissuration retenu pour cette étude. En moyenne 35,18% des éprouvettes fabriquées a été rejetés.



II.41a Projecteur de profil



II.41b Visualisation de l'entaille

Figure II.41 – Mesure des dimensions de l'entaille au projecteur de profil

II.5.2 Essai de propagation de fissure

II.5.2.1 Conditions d'essai

Pour évaluer l'effet du vieillissement sur les propriétés de rupture des enrobés à la fois dans le domaine élastique et viscoélastique, des essais ont été menés à différentes températures (-20°C , 0°C et 20°C) et sous deux vitesses de sollicitation (1mm/min et 5mm/min). Les formules T3, T6 et T9 ont été testées à une seule température (0°C) et sous les deux vitesses de sollicitation. Pour les formules T0, V3, V6 et V9, les essais de fissuration ont été conduits à trois températures (-20°C , 0°C et 20°C). Ce choix d'élargir le paramètre d'essai température sur ces seules formules provient du fait que le processus de vieillissement a été davantage accéléré à court terme (8h). En moyenne, cinq éprouvettes ont été testées pour chaque niveau de paramètre et les résultats sont présentés sous forme de moyenne.

II.5.2.2 Critère de sélection des éprouvettes

Après vérification des dimensions des éprouvettes, celles-ci ont été regroupées par gâchée (éprouvettes issues d'une même confection d'éprouvettes cylindriques). Elles ont été en-

suite réparties entre les températures et vitesses d'essai retenues en fonction de leur teneur en vides. Cette méthode de répartition a été appliquée pour toutes les durées de vieillissement. Les teneurs en vides ont été déterminés à partir des valeurs de masse volumique apparente géométrique conformément à la norme NF EN 12697-6 [EN 12697-6 2020]. La répartition a été faite de manière non aléatoire. Pour chaque durée de vieillissement, les teneurs en vides moyennes et les écarts types ont été calculés pour toutes les conditions d'essai (température et vitesse). Le but était de parvenir à un pourcentage de vide moyen égal pour toutes les conditions d'essai. Les valeurs des teneurs en vides des éprouvettes sont consignées en annexe A.2.

II.5.2.3 Dispositif et principe de l'essai

Le dispositif expérimental et le schéma du principe de l'essai de fissuration sont présentés sur la figure Fig. II.42.

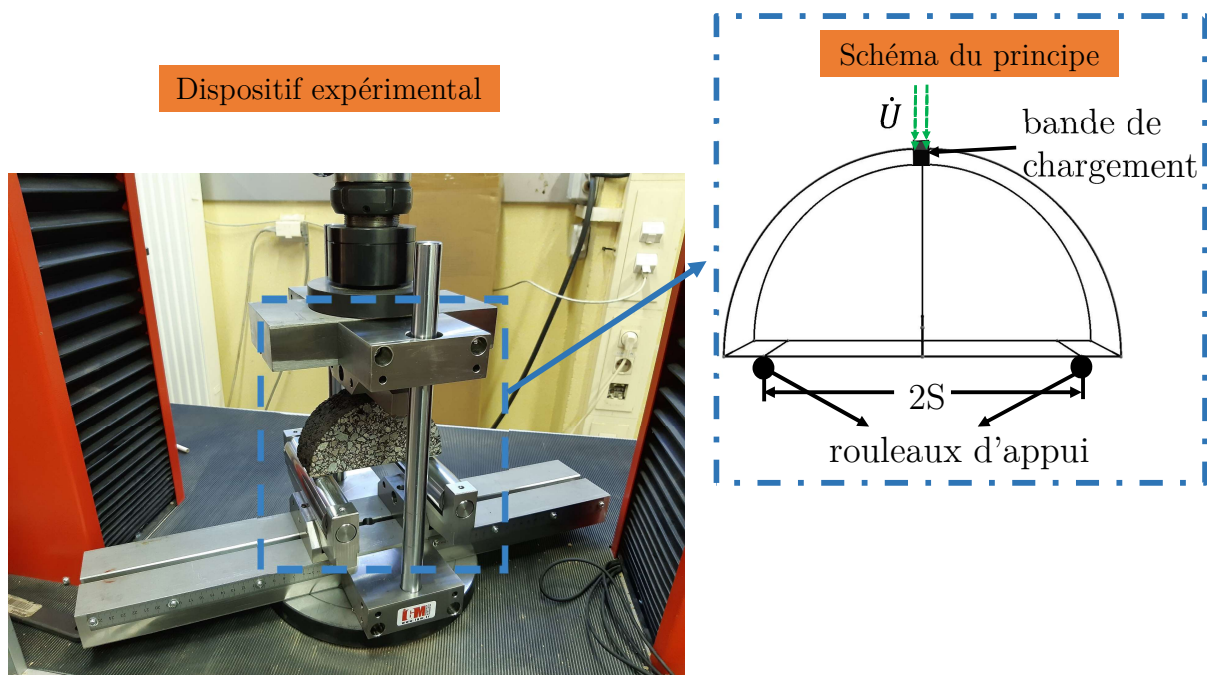


Figure II.42 – Dispositif expérimental et schéma de principe de l'essai SCB

L'éprouvette à tester est posée sur deux rouleaux de chargement de diamètre 35 mm équidistants de 120 mm et sollicitée au sommet à l'aide d'une bande de chargement de largeur 10 mm placée sur le plateau supérieur de la machine. Avant le début de l'essai, une vérification visuelle est réalisée pour s'assurer que la bande de chargement est symétrique aux rouleaux d'appui. Cela permet de créer au centre de la base de l'éprouvette une contrainte de traction représentant le mode I de fissuration. Une pré-charge de contact

maximale de 1 kN a été appliquée avant le chargement effectif pour assurer un contact uniforme entre la bande de chargement et l'éprouvette. En effet, il a été observé lors des premiers essais que le chargement n'était pas uniforme, phénomène qui s'explique par la présence de rugosité sur la surface de chargement et d'une légère inclinaison de l'éprouvette induite par le sciage, bien que ces éprouvettes soient conformes à la norme NF EN 12697-44 [EN 12697-44 2019].

II.5.2.3.1 Contrôle de la température d'essai

Les éprouvettes soumises à essai sont placées dans une enceinte climatique pendant au moins 12 h afin d'atteindre la température de consigne T °C. Les échantillons à tester aux deux vitesses de charge (1 et 5 mm/min) y ont été disposés simultanément. Le contrôle de la température a été effectué à l'aide de deux thermocouples permettant d'évaluer l'évolution des températures à la surface et au cœur de l'échantillon. À cette fin, deux éprouvettes témoins ont été placées aux côtés des éprouvettes à tester, dont l'une a été percée. Une sonde (marquée Sonde 1) est insérée dans la zone percée de l'éprouvette témoins pour mesurer sa température à cœur et une autre sonde (marquée Sonde 2) mesure la température de la chambre climatique considérée comme la température de surface des éprouvettes. Ces sondes sont reliées à un système d'acquisition qui enregistre les températures toutes les 20 secondes. La figure Fig. II.43 montre l'évolution de la température depuis le conditionnement jusqu'à la fin de l'essai.

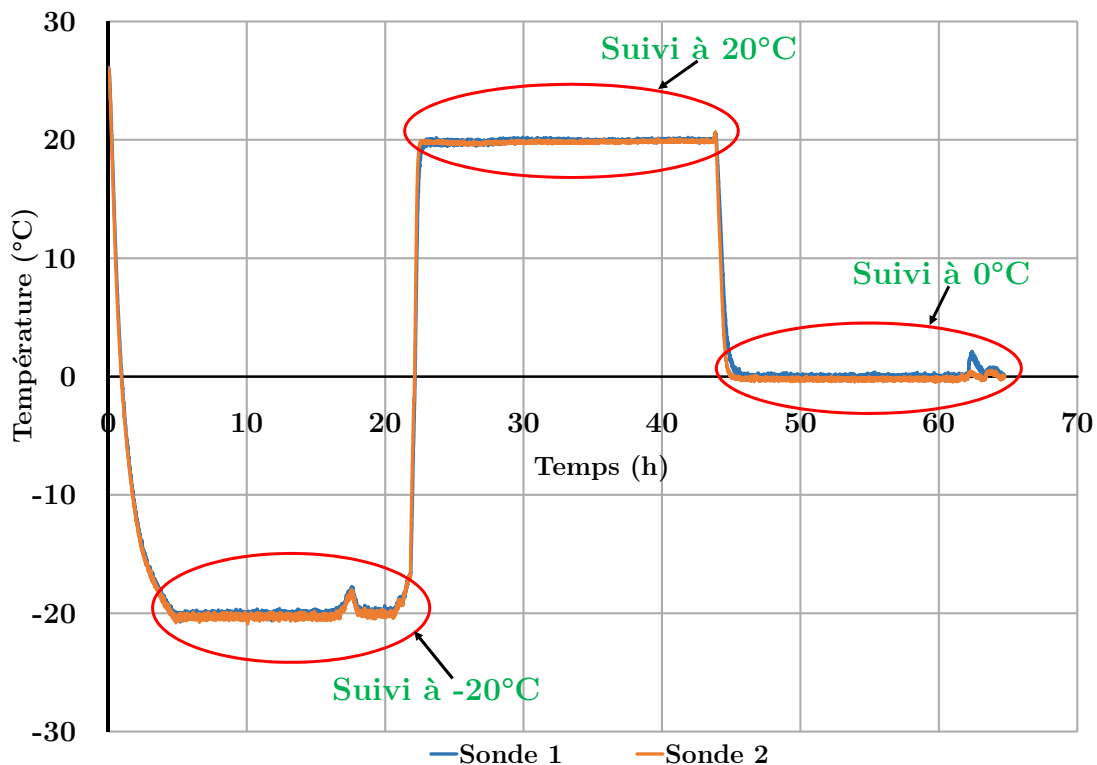


Figure II.43 – Suivi de la température dans l'enceinte climatique

Il convient de noter que les zones de fluctuation observées sur la figure correspondent aux instants d'ouverture et de fermeture de l'enceinte climatique afin de retirer les éprouvettes à tester. Les fluctuations sont importantes à -20°C et 0°C et s'expliquent par une différence de température plus élevée entre la température de la chambre climatique et la température ambiante à laquelle l'essai est réalisé. Pour évaluer l'éventuelle augmentation de la température pendant l'essai, les éprouvettes témoins ont été retirées de la chambre climatique à la fin de l'essai (correspondant à la température de consigne de 0°C) et une prise de température a été effectuée entre le moment du retrait (pris comme moment initial) et 500 secondes plus tard. Sur la figure Fig. II.44, il est indiqué l'évolution de la température au cœur (sonde 1) et de la température de surface par infrarouge (sonde 2) en fonction du temps. Une différence maximale de $1,57^{\circ}\text{C}$ est observée entre la température à cœur et la température de surface. La norme exige que l'essai dure au maximum 60 s pour une vitesse de sollicitation de 5 mm/min. La variation de température pendant ce temps est inférieure à 1°C . Une augmentation de $1,3^{\circ}\text{C}$ de la température de l'essai a été observée à la vitesse de sollicitation la plus faible (1 mm/min) pendant la durée la plus longue (112,5 s). Cette variation n'étant pas significative, il a été conclu que les essais ont bien été effectués à la température de consigne.

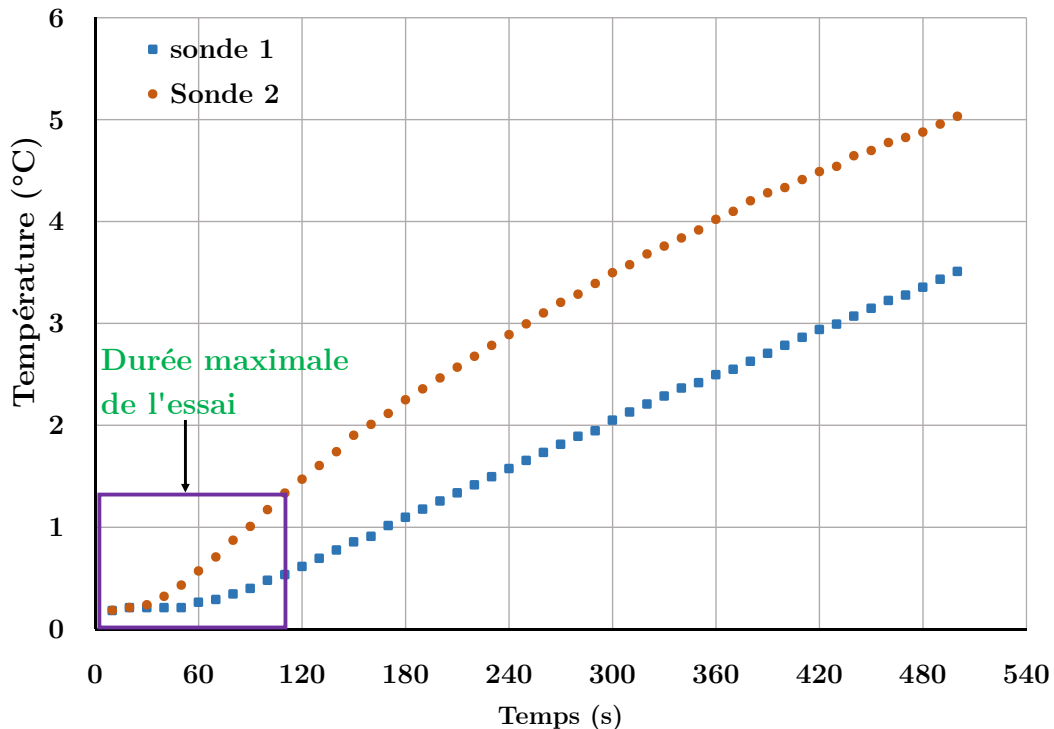


Figure II.44 – Relevé de la température sur les éprouvettes instrumentées, à cœur et en surface à 0°C

II.5.2.3.2 Validation de l'essai

L'essai est valide si la fissure se propage dans une zone située à ± 15 mm du centre de la bande de chargement. Cette zone correspondant à 10% du diamètre de l'éprouvette.

La définition d'une zone de validité est nécessaire pour réduire au minimum tout risque d'écarts importants entre les résultats de l'essai. La vérification de cette zone de validité a été menée sur toutes les éprouvettes testées avec un matériel fabriqué comme le montre la figure Fig. II.45.



Figure II.45 – Appareil facilitant la validation de l'essai

II.5.2.3.3 Capteurs de force et de déplacement

Pendant l'essai, les valeurs de force sont mesurées au moyen d'un capteur de force (50 kN UTICELL Type 650) installé sur la machine d'essai avec une précision de $\pm 0,03$ kN contrôlé métrologiquement avant les essais.

Un capteur intégré dans la machine permet de mesurer le déplacement. Ce système de mesure est soumis à des phénomènes biaisants comme l'existence d'une faible rigidité de l'appareillage d'essai utilisé. Chehab, et al. Zhao et al. [Chehab et al. 2002, Zhao and Richard Kim 2003] ont observé ce phénomène lors des essais de module complexe sur des éprouvettes cylindriques en réalisant des essais de compression à vitesse de déformation constante. Chehab et al. [Chehab et al. 2002] ont, en effet, constaté que les déformations mesurées données par des capteurs LVDT placés au milieu de l'éprouvette étaient inférieures à celles mesurées par la presse. Ils ont déduit que certaines parties de la chaîne de chargement induisent des déformations supplémentaires. Zhao et al. [Zhao and Richard Kim 2003] ont comparé, pour le même essai, l'évolution de la déformation donnée par la traverse de la presse utilisée en fonction du temps et celle mesurée par un capteur de déformation placé sur l'éprouvette. Ces résultats indiquent une évolution non-linéaire de la déformation mesurée par le capteur alors que celle donnée par la presse reste linéaire. Cette non-linéarité a été attribuée aux déformations de certains composants soumis au chargement. Cette différence entre la déformation sur éprouvette et la déformation de la traverse devient importante lorsque l'essai est réalisé à basse température et à des vitesses de sollicitation élevées liée aux articulations métalliques du bâti [Zhao and Richard Kim

2003]. Pour vérifier cet effet de complaisance dû à l'appareillage sur nos résultats de fissuration, des essais de compression ont été réalisés sur une éprouvette en acier. Un capteur est monté sur l'éprouvette pour mesurer le déplacement. Le chargement est piloté à la vitesse de sollicitation de 5 mm/min. Le déplacement mesuré par le capteur LVDT pour une force de 10 kN est de 0,5 μm alors que la valeur mesurée par le capteur intégré à la presse est très importante (200 μm). L'évolution de la force mesurée en fonction du déplacement est indiquée sur la figure Fig. II.46.

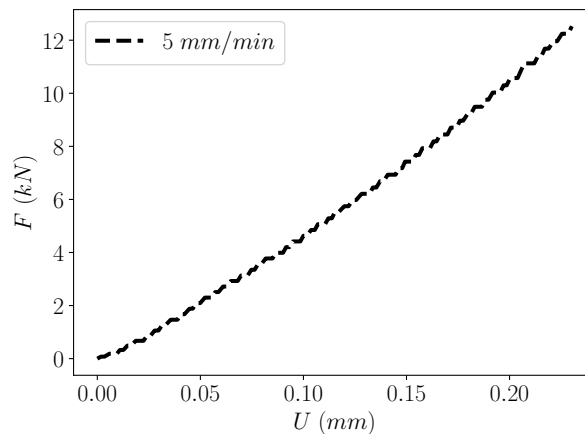


Figure II.46 – Courbe force-déplacement de l'essai de compression

Cette différence observée confirme l'effet de complaisance sur les résultats expérimentaux. Afin de corriger les valeurs de déplacement fournies par le capteur de déplacement de la presse, un bloc d'acier semi-circulaire a été usiné. Le diamètre du bloc a été fixé à 150mm. Sur ce bloc, l'essai de flexion trois points a été effectué à une vitesse de chargement de 5 mm/min. Pour assurer la répétabilité de l'essai dans cette configuration, celui-ci a été répété cinq fois. La figure Fig. II.47 montre l'évolution du déplacement en fonction de la force pour les cinq répétitions. Les grandes valeurs de déplacement observées sur ce graphique pour les valeurs de force obtenues peuvent à notre avis être attribuées à un effet de complaisance de la presse et seront donc exploitées pour traiter nos résultats expérimentaux.

Dans cette étude, la technique suivante est appliquée pour soustraire ce déplacement additionnel du déplacement enregistré par la presse. Le déplacement "réel" de l'éprouvette noté u pour une force f donnée peut être calculé par la différence entre le déplacement mesuré par la presse u_e et le déplacement u_c engendré par l'effet complaisance :

$$u(f) = u_e(f) - u_c(f), \quad (\text{II.5.2})$$

où le déplacement $u_c(f)$ peut-être approximé par un polynôme. Les coefficients de ce polynôme sont obtenus par calage à partir des résultats de compression sur l'éprouvette

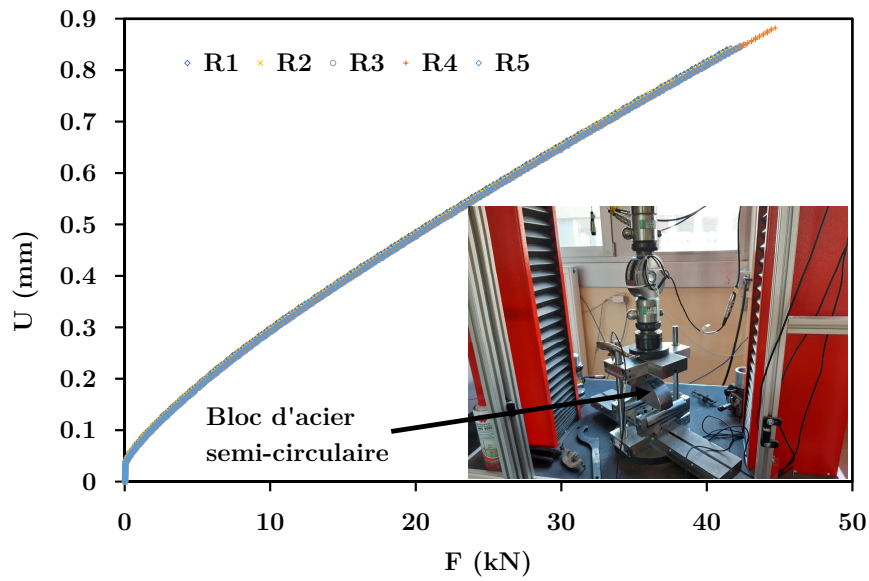


Figure II.47 – Courbe force-déplacement de l’essai de compression

d’acier. L’expression du polynôme obtenu par optimisation est donnée par l’équation Eq. (II.5.3).

$$u_c(f) = 4.3e^{-6}f^3 - 3.8e^{-4}f^2 + 2.7e^{-2}f + 1.3e^{-2} \quad (\text{II.5.3})$$

La figure Fig. II.48 compare les courbes forces déplacements brutes et traitées pour les trois températures à 1 mm/min.

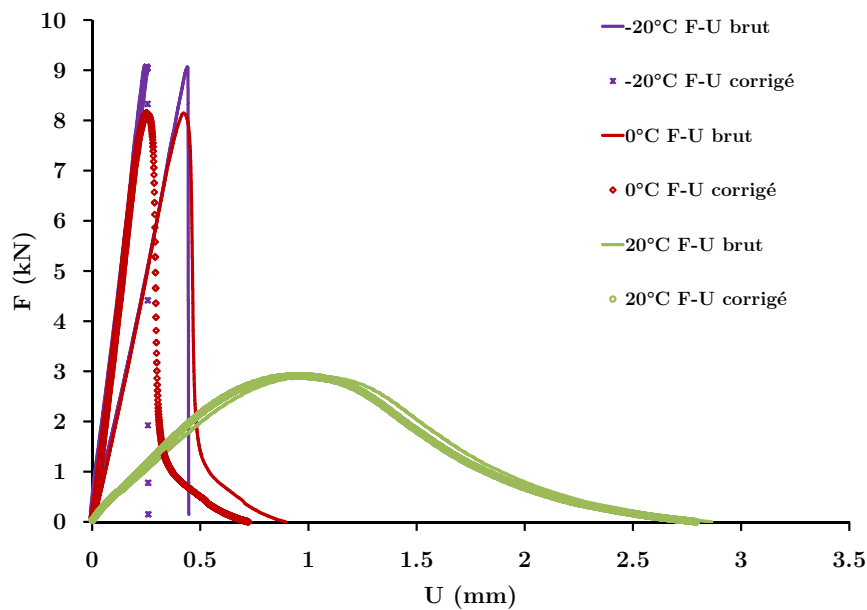


Figure II.48 – Courbe force déplacement à 1 mm/min : correction du déplacement

Les courbes en trait plein représentent les valeurs non corrigées et celles en pointillées les valeurs corrigées du déplacement. L'écart entre les courbes brutes et traitées se réduisent au fur et à mesure que la température augmente, ceci quel que soit la vitesse de sollicitation. Il faut noter qu'aux basses températures, l'enrobé devient plus rigide et par conséquent il faut une charge importante pour déformer l'éprouvette. Ce qui entraîne une augmentation de la souplesse de la machine.

II.5.3 Analyse des résultats d'essai de fissuration

II.5.3.1 Propriétés de rupture

L'effet du vieillissement par oxydation sur le comportement à la fissuration des enrobés bitumineux est évalué à travers les paramètres de rupture suivants :

1. La force maximale, F_{max} et le déplacement à la force maximale $u_{F_{max}}$ déterminées à partir des résultats expérimentaux.
2. La déformation à la force maximale, ε_{max} , est calculée comme suit (NF EN 12697-44) [EN 12697-44 2019] :

$$\varepsilon_{max} = \frac{u_{F_{max}}}{W} \times 100, \quad (\text{II.5.4})$$

où W est la hauteur de l'éprouvette.

3. L'énergie totale de rupture G_f est calculée conformément à la recommandation de la RILEM TC 50-FMC [RILEM 1985] par l'équation Eq. (II.5.5)

$$G_f = \frac{\int f du}{(W - a_0)b} \quad (\text{II.5.5})$$

où a_0 désigne la profondeur d'entaille et b l'épaisseur de l'éprouvette.

4. L'indice de résistance à la fissuration (IRF), proposé par Kaseer et al. [Kaseer et al. 2018], quantifie la réponse mécanique du mélange bitumineux en terme d'énergie de rupture requise (G_f) pour fissurer une éprouvette SCB par rapport à la force maximale (F_{max}) :

$$IRF = \frac{G_f}{F_{max}}. \quad (\text{II.5.6})$$

Les mélanges bitumineux à faible énergie et ou à force maximale élevée auront un IRF plus faible. Pour des valeurs similaires de G_f , le mélange ayant une force maximale plus élevée (donc un comportement fragile) présentera un IRF plus faible qu'un mélange flexible (avec une force maximale plus faible). Sur cette base, un mélange bitumineux présenterait une meilleure résistance à la fissuration si son IRF est élevé, et inversement pour des valeurs d'IRF plus faibles.

II.5.3.2 Résultats expérimentaux

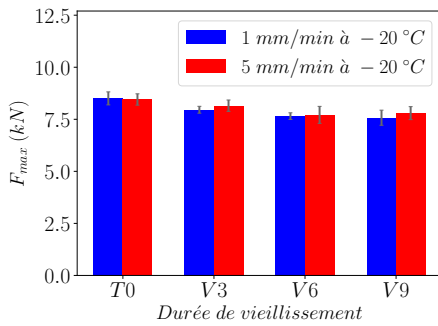
Les résultats de l'essai SCB portant sur les quatre indicateurs, à savoir la force maximale, la déformation à la force maximale, l'énergie totale de rupture et la résistance à la fissuration, sont présentés sur les figures Fig. II.50 à Fig. II.53. Comme mentionné précédemment, l'essai a été effectué à 0°C pour les formules T0, T3, T6 et T9 et à trois températures (-20°C , 0°C et 20°C) pour les formules V0 (formule de référence sans vieillissement équivalente à T0 pour le vieillissement à courte terme de 8h), V3, V6 et V9 et sous deux vitesses de chargement (1 et 5 mm/min).

II.5.3.2.1 Effet de la vitesse de sollicitation et de la durée de vieillissement

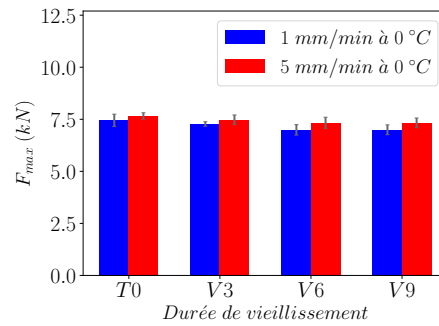
Les figures Fig. II.49 à Fig. II.53 montrent l'effet de la vitesse de sollicitation et de la cinétique de vieillissement sur les propriétés de fissuration des formules T0 à T9 et V0 à V9 pour chaque température à et vitesse de sollicitation.

Comportement aux basses températures (-20°C et 0°C)

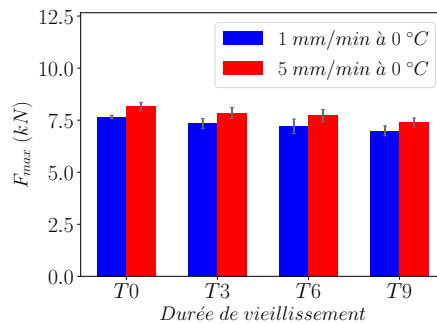
- Force maximale : celle obtenue pour les formules V0, V3, V6 et V9 ne présente pas de variation significative avec les durées de vieillissement à -20°C et à 0°C (figures Fig. II.49a et Fig. II.49b). Il en est de même pour les formules T0, T3, T6 et T9 à 0°C (figure Fig. II.49c).



II.49a



II.49b



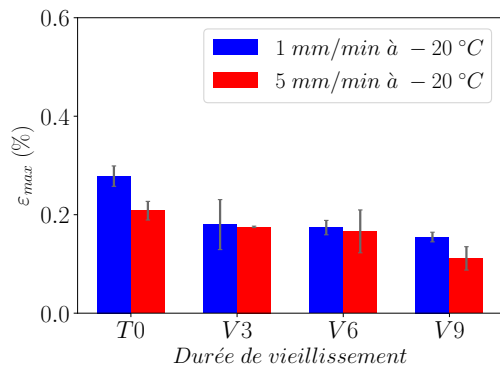
II.49c

Figure II.49 – Force maximale à -20°C (Fig. II.49a), à 0°C (Fig. II.49b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.49c) pour T0 à T9

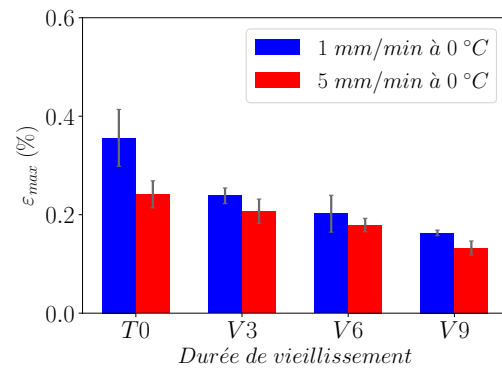
Ces résultats sont en accord avec les propriétés viscoélastiques ($|E^*|$ et φ , voir les figures Fig. II.16 et Fig. II.17).

L'effet de la vitesse de sollicitation est presque inexistant sur les valeurs de forces maximales entre le mélange non vieilli (V0) et les mélanges vieillis (V3, V6, V9) à -20°C et à 0°C (figures Fig. II.49a et Fig. II.49b). Par contre, pour les formules T0 à T9 (Fig. II.49c), il est noté une faible augmentation de F_{max} avec la vitesse de chargement. Les formules T3 à T9, ayant subi un vieillissement à court terme de 4 h moins que les V3 à V9, cela peut expliquer les différences observées à 0°C sur ces formules. En effet, plus le matériau est vieilli, plus il se rigidifie et plus vite il atteint son domaine de comportement élastique à 0°C .

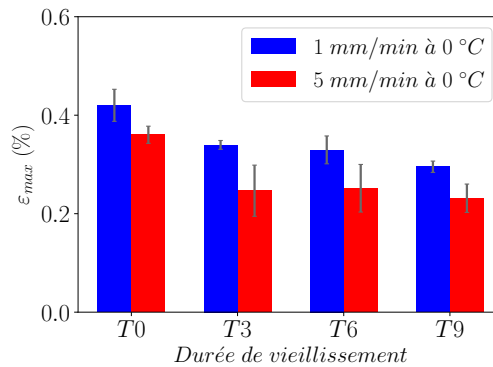
- Déformation à la rupture : les figures Fig. II.50a, Fig. II.50b et Fig. II.50c montrent une faible déformation lorsque la durée de vieillissement augmente.



II.50a



II.50b



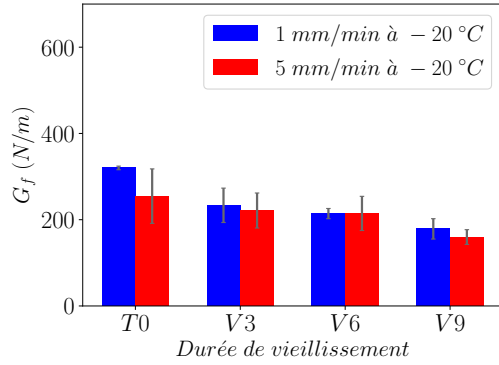
II.50c

Figure II.50 – Déformation à la force maximale à -20°C (Fig. II.50a), à 0°C (Fig. II.50b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.50c) pour T0 à T9

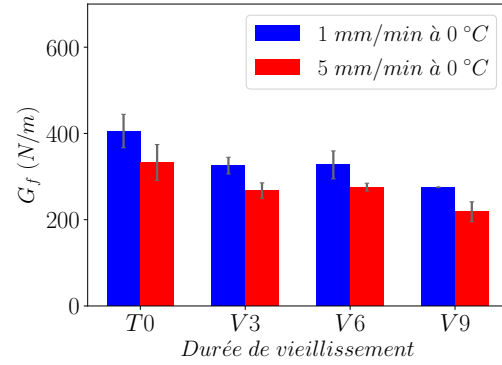
La faible déformation observée pour les mélanges vieillis peut s'expliquer par la perte de capacité de relaxation du matériau, comme le montre les résultats de module complexe sur les enrobés bitumineux et les bitumes extraits (voir les figures Fig. II.16, Fig. II.17, Fig. II.25 et Fig. II.26).

Ces figures révèlent également une diminution de la déformation à la force maximale lorsque la vitesse de chargement augmente.

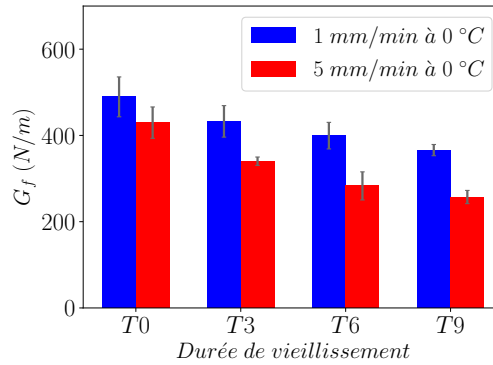
- Énergie de rupture : les figures Fig. II.51a, Fig. II.51b et Fig. II.51c traduisent une diminution de l'énergie à la rupture lorsque le temps de vieillissement augmente.



II.51a



II.51b

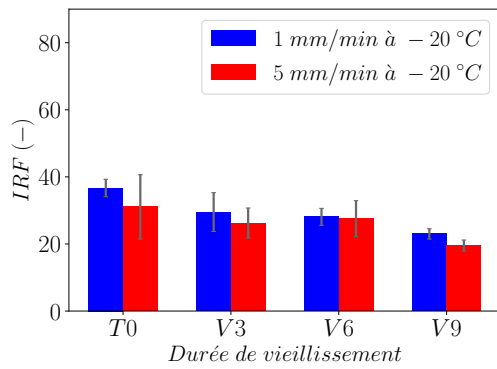


II.51c

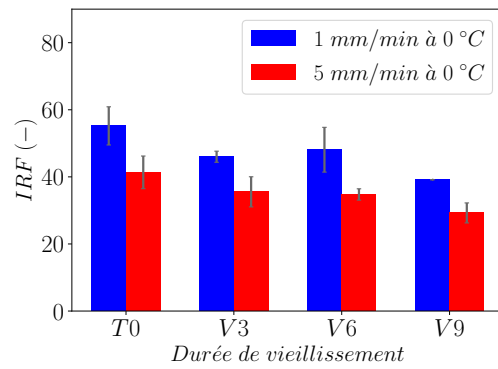
Figure II.51 – Énergie de rupture à -20°C (Fig. II.51a), à 0°C (Fig. II.51b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.51c) pour T0 à T9

Cette diminution est plus prononcée quand la vitesse de sollicitation est la plus faible. Cela indique qu'à ces températures d'essai, le comportement du matériau reste viscoélastique. En effet, ces figures indiquent que l'énergie de rupture diminue lorsque la vitesse de chargement augmente.

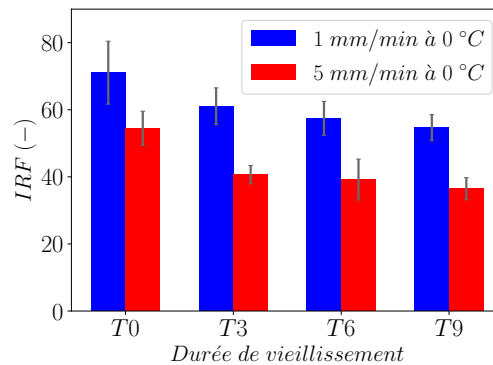
- Indice de résistance à la rupture : comme attendu, l'IRF montre une tendance à la baisse à mesure que la durée de vieillissement augmente et quel que soit la vitesse de sollicitation (Fig. II.52a, Fig. II.52b et Fig. II.52c). Les valeurs de l'IRF à -20°C et 0°C sont faibles, attestant la fragilité du matériau. Cette fragilité s'accroît avec le degré de vieillissement. L'indice de la résistance à la fissure diminue lorsque la vitesse de sollicitation augmente.



II.52a



II.52b



II.52c

Figure II.52 – Indice de la résistance à la fissuration à -20°C (Fig. II.52a), à 0°C (Fig. II.52b) pour T0 à V9 et à 0°C (Fig. II.52c) pour T0 à T9

Comportement à température ambiante

- Force maximale : contrairement aux résultats obtenus aux basses températures, un effet prononcé du vieillissement par oxydation sur les valeurs des forces maximales est constaté à 20°C (voir figure Fig. II.53a). En effet, la force augmente avec la durée du vieillissement, indépendamment de la vitesse de chargement. Les variations sont plus faibles entre les durées de vieillissement de 3 et 9 jours. Ces résultats semblent indiquer que le matériau devient plus résistant à la fissuration lorsqu'il est plus exposé au phénomène d'oxydation.

- Déformation à la force maximale : la figure Fig. II.53b indique l'évolution de la déformation à la force maximale en fonction de la durée de vieillissement à 20°C pour deux vitesses de sollicitation. Une diminution de la déformation est observée lorsque la durée de vieillissement augmente. Ce phénomène est attribué à la perte de la capacité du matériau à se relaxer en raison du vieillissement. L'effet de la vitesse de sollicitation sur ε_{max} est moins marquée à 20°C qu'à basse température. Ces résultats confirment les résultats du module complexe.

- Énergie de rupture : une baisse de l'énergie de rupture est observée entre le mélange de référence et le mélange vieilli (Fig. II.53c). Cependant, entre V3 et V6, aucune variation

significative n'est observée. Contrairement aux résultats obtenus aux basses températures, l'énergie de rupture augmente avec la vitesse de sollicitation.

- Indice de résistance à la fissuration : une chute de 50% de résistance à la fissuration est constatée entre le mélange non vieilli et les mélanges vieillis (Fig. II.52b). Il est noté sur cette figure, une diminution de l'IRF lorsque la vitesse de sollicitation augmente.

Bien que la rigidité et la capacité de relaxation des mélanges vieillis soient similaires aux basses fréquences correspondant à des températures élevées d'après le principe PSTT, les propriétés de rupture des enrobés bitumineux ne suivent pas une tendance cohérente. Les propriétés viscoélastiques à elles seules ne suffisent pas certainement à prédire les propriétés de fissuration mesurées. En outre, le caractère hétérogène du matériau accroît la dispersion des résultats, ce qui peut expliquer cette incohérence.

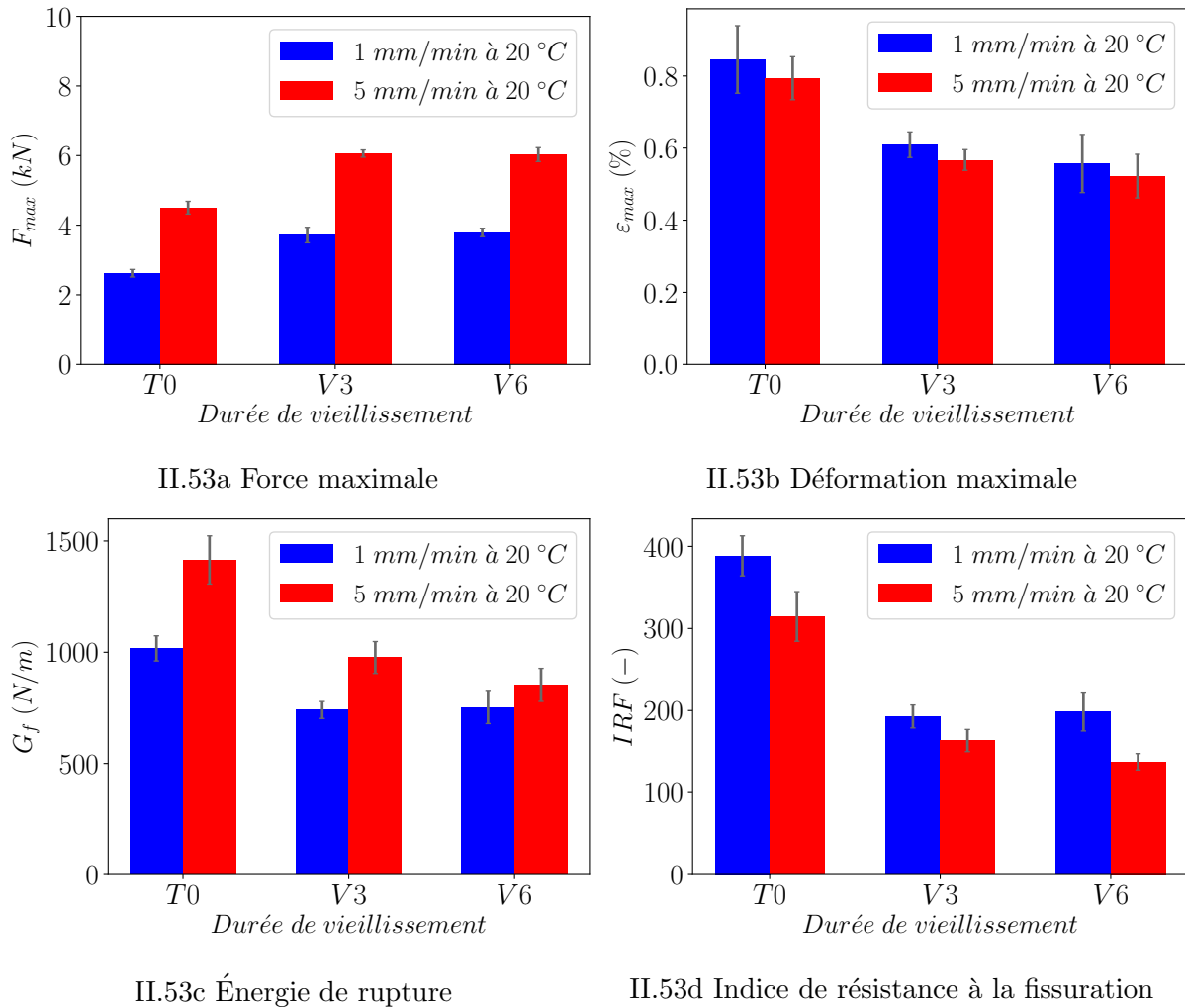
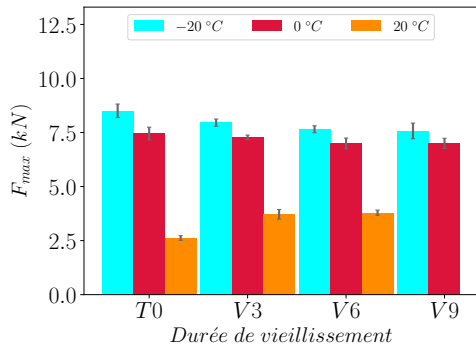


Figure II.53 – Propriétés de rupture à 20°C

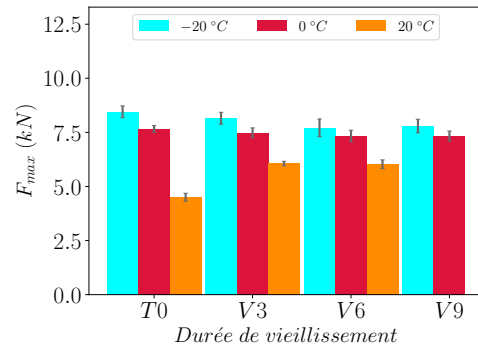
II.5.3.2.2 Effet de la température

Les figures Fig. II.54a à Fig. II.54h évaluent l'effet de la température sur les paramètres

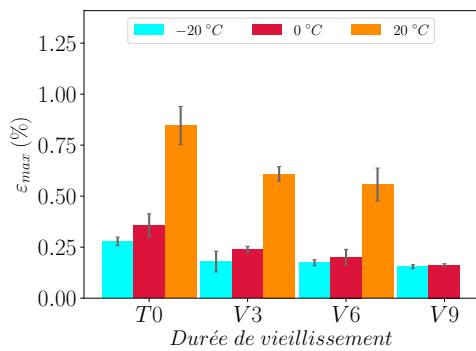
de fissuration pour chaque vitesse de sollicitation.



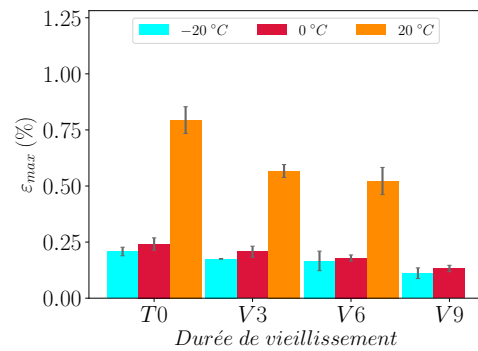
II.54a Force maximale à 1 mm/min



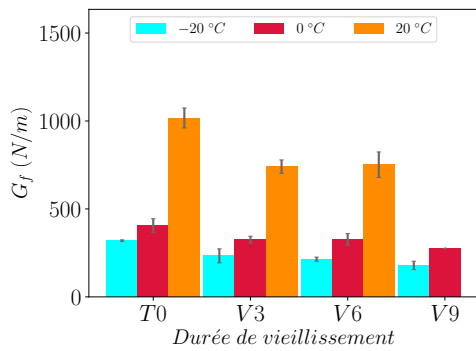
II.54b Force maximale à 5 mm/min



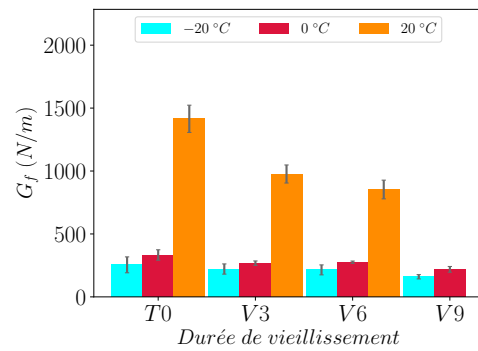
II.54c Déformation à la force maximale à 1 mm/min



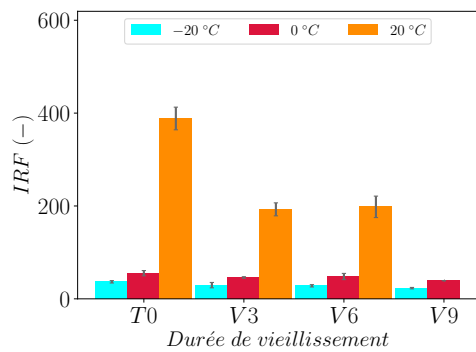
II.54d Déformation à la force maximale à 5 mm/min



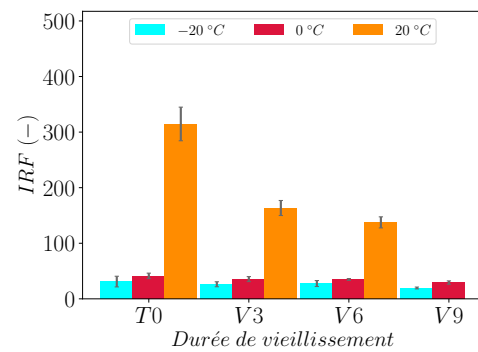
II.54e Énergie de rupture à 1 mm/min



II.54f Énergie de rupture à 5 mm/min



II.54g IRF à 1 mm/min



II.54h IRF à 5 mm/min

Figure II.54 – Effet de la température sur les paramètres de fissuration

Ces paramètres sont tous impactés par la température quels que soient la vitesse de sollicitation et la durée de vieillissement. Plus précisément, pour les deux vitesses de sollicitation et pour chaque durée de vieillissement fixée, la déformation à la force maximale, l'énergie de rupture, l'indice de résistance à la rupture augmentent lorsque la température augmente tandis que la force maximale diminue. Ces écarts liés à la température sont plus faibles pour les mélanges vieillis.

II.5.3.2.3 Effet de la durée de vieillissement à court-terme

L'effet de la durée de vieillissement à court-terme sur les paramètres de rupture est présenté sur les figures Fig. II.55a à Fig. II.55h pour la température de 0°C. Les valeurs de force maximale des mélanges sont similaires (Fig. II.55a et Fig. II.55b) pour les deux durées de vieillissement à court-terme de 4h et 8h. Par contre, les déformations à la force maximale, l'énergie de rupture, et l'indice de résistance à la fissuration à 8h de vieillissement à court-terme montrent des valeurs plus faibles qu'à 4h de vieillissement à court-terme.

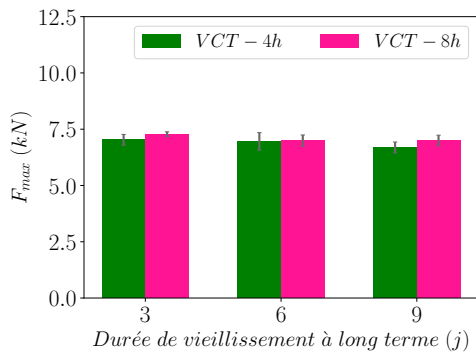
II.6 Conclusion

Le présent chapitre a porté sur la campagne expérimentale menée dans cette thèse.

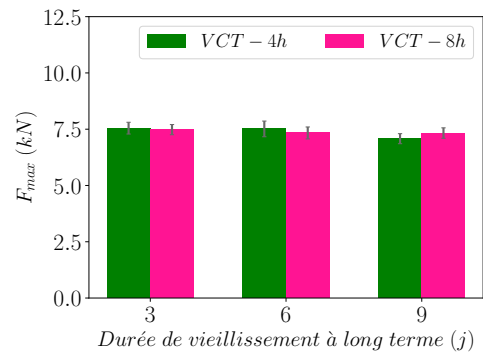
Dans un premier temps, on s'est penché sur l'analyse thermo-mécanique et physico-chimique des enrobés vieillis. A cet effet, des essais de module complexe ont été réalisés tant sur l'enrobé bitumineux ayant subi au laboratoire des procédures de vieillissement que sur les bitumes extraits. Les résultats ont montré une rigidification et une fragilité du matériau liées à une augmentation du module complexe et une diminution de l'angle de phase. En outre, l'effet du vieillissement a été très prononcé aux faibles fréquences (ou aux hautes températures) et plutôt modéré aux fréquences élevées (ou aux basses températures). Les propriétés rhéologiques mesurées sont ensuite modélisées par le modèle 2S2P1D. Les résultats ont indiqué que les valeurs issues du modèle concordent avec les points expérimentaux pour l'enrobé non vieilli et les enrobés vieillis ainsi que les bitumes extraits.

L'étude de sensibilité des paramètres du modèle 2S2P1D des bitumes a démontré que les paramètres δ et β (ou τ) peuvent être considérés comme des indicateurs de vieillissement. D'autres indicateurs de vieillissement des bitumes tels que les paramètres Cross-over déterminés à partir des modules complexes des bitumes ont prouvé que ces paramètres sont utiles pour suivre le degré de vieillissement des mélanges bitumineux. Une analyse chimique des bitumes extraits par spectroscopie infra rouge a montré que les indices I_{CO} et I_{SO} restent des bons indicateurs de vieillissement.

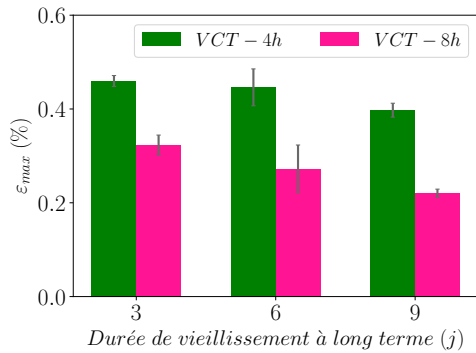
Dans un deuxième temps, il était objet d'analyser le comportement à la fissuration en



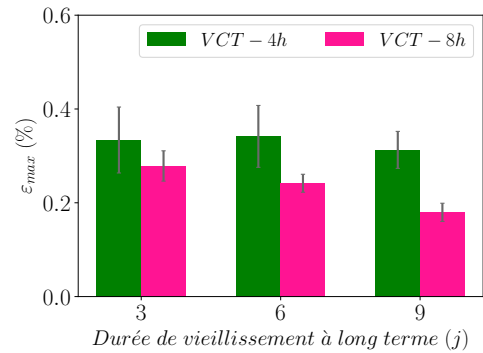
II.55a Force maximale à 1 mm/min



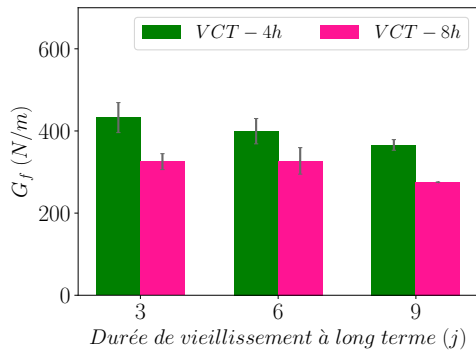
II.55b Force maximale à 5 mm/min



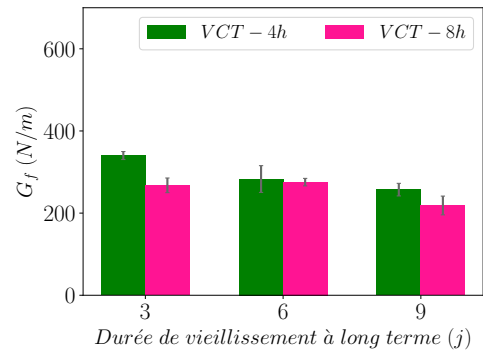
II.55c Déformation à la force maximale à 1 mm/min



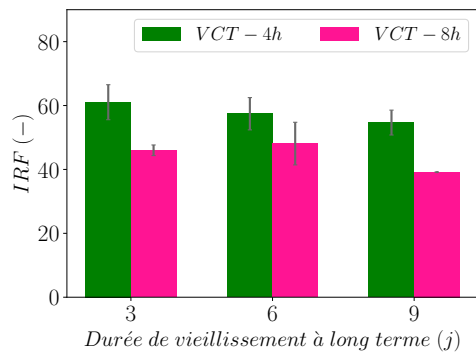
II.55d Déformation à la force maximale à 5 mm/min



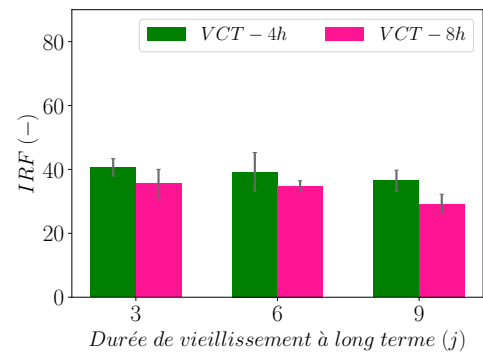
II.55e Énergie de rupture à 1 mm/min



II.55f Énergie de rupture à 5 mm/min



II.55g IRF à 1 mm/min



II.55h IRF à 5 mm/min

Figure II.55 – Effet de la durée de vieillissement à court-terme sur les paramètres de fissuration

mode I des enrobés sous l'action des charges mécaniques simulant le trafic routier et sous l'impact des aléas climatiques au travers du vieillissement thermique et de la variation de la température sur la fissuration des enrobés.

Les essais de propagation de fissure par la méthode de flexion trois points sur des éprouvettes SCB ont été conduites en mode d'ouverture. La vitesse de sollicitation, la température d'essai et la durée de vieillissement ont constitué les paramètres d'essai. Les principales conclusions tirées sont :

- pas d'effet significatif du vieillissement sur F_{max} et très peu de variation de ϵ_{max} , de G_f et de IRF par rapport au vieillissement et à la vitesse de sollicitation aux basses températures (-20°C et 0°C);
- effet significatif du vieillissement à température ambiante sur les propriétés de rupture déterminées (augmentation de F_{max} et diminution de ϵ_{max} , de G_f et de IRF lorsque la durée de vieillissement augmente.
- effet négligé de la vitesse de sollicitation sur les propriétés de rupture aux basses températures tandis que qu'à 20°C , la force maximale et l'énergie de rupture augmentent avec la vitesse de chargement et une diminution de ϵ_{max} et de IRF ;
- Une augmentation de la température d'essai entraîne une augmentation de ϵ_{max} , de G_f et de IRF et une diminution de F_{max}

Il est également noté de cette étude que ϵ_{max} et IRF sont des bons indicateurs pour évaluer l'effet du vieillissement sur les propriétés de fissuration. En effet, les résultats ont montré que ces deux indicateurs se dégradent lorsque le matériau est plus exposé au vieillissement quels que soient les autres paramètres d'essai.

Au regard de tous ces résultats, il est important de prendre en compte non seulement l'effet viscoélastique mais aussi le mécanisme de vieillissement dans les méthodes de conception des chaussées bitumineuses afin de concevoir des routes plus durables. Ceci doit tout d'abord passer par la modélisation de ces phénomènes, ce à quoi le chapitre suivant est en partie consacré.

Étude théorique et numérique de l'évolution d'une structure dans le cadre thermo-viscoélastique et de la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique : application aux enrobés bitumineux.

III.1 Introduction

Dans le chapitre II, les propriétés viscoélastiques et de fissuration des enrobés bitumineux ont été évaluées à différents niveaux de vieillissement. Les différents résultats de fissuration obtenus ont montré la dépendance en vitesse de sollicitation et en température sur les propriétés de fissuration. Ces résultats seront exploités ici dans le cadre d'une modélisation couplant le comportement viscoélastique et la propagation de fissure dans les enrobés bitumineux.

A cet effet, le comportement thermoviscoélastique de l'enrobé bitumineux, utilisant un modèle de Maxwell Généralisé, a été analysé en section III.2. Le comportement thermomécanique tridimensionnel et la forme discrétisée de la loi sont abordés ainsi que les procédures d'implémentation numérique dans le logiciel de calcul Getfem [Renard and Poullos 2020]. Des exemples numériques utilisant la loi de comportement proposée sont ensuite présentés en 2D et 3D. Le problème de propagation de fissure en mode I dans un milieu viscoélastique est étudié en section III.3. Ensuite, les aspects théoriques sont abordés en passant par un rappel non exhaustif des principaux résultats de la mécanique de la rupture élastique et leurs extensions en viscoélasticité formulées dans la littérature. L'extension de l'approche énergétique de propagation de fissure de Griffith [Griffith 1921] au comportement viscoélastique décrit par un modèle de Maxwell Généralisé est ensuite

présentée. La mise en œuvre numérique du modèle ainsi proposé est abordée. Plusieurs simulations numériques sont menées, évaluant les paramètres de sensibilité du modèle. Des simulations numériques d'essai de fissuration sur les enrobés bitumineux sont comparées aux résultats expérimentaux. Enfin, ce chapitre introduit un modèle d'endommagement diffus dont le but est de pouvoir modéliser la propagation de fissure dans les milieux viscoélastiques dans les situations complexes comme la fissuration en mode mixte qui nécessiterait un travail numérique fastidieux avec le modèle énergétique discret .

III.2 Modélisation du comportement thermoviscoélastique linéaire isotrope non vieillissant des enrobés

Pour étudier le comportement viscoélastique des enrobés bitumineux, le modèle de Maxwell généralisé a été utilisé. La loi de comportement viscoélastique linéaire isotrope non vieillissant et la mise en œuvre par éléments finis (EF) de ce modèle seront présentées dans cette section.

III.2.1 Modèle de Maxwell généralisé

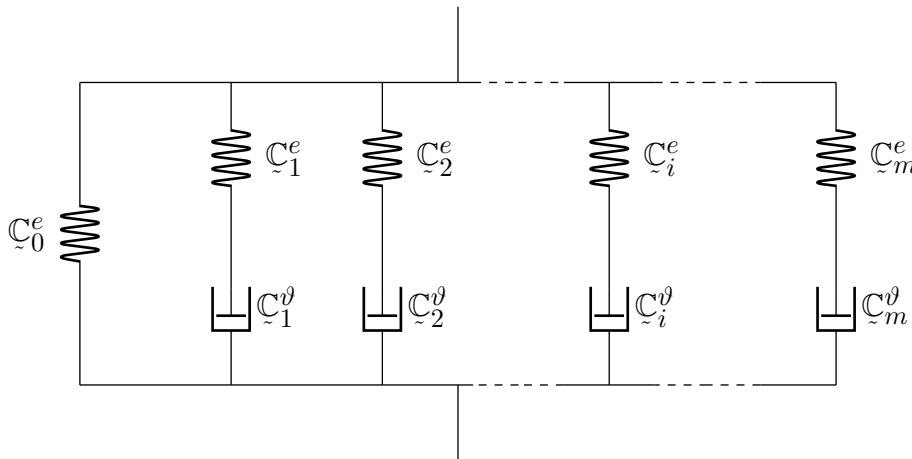


Figure III.1 – Modèle de Maxwell Généralisé (MG)

Le modèle MG [Wiechert 1893] est constitué d'une association en parallèle de m éléments de Maxwell et d'une chaîne décrivant le comportement à long terme du matériau, comme le montre la figure Fig. III.1. Dans ce modèle, chaque branche est soumise à la même déformation tandis que la contrainte totale se décompose dans chaque branche comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t, T(t)) = \underline{\underline{\sigma}}_0(t, T(t)) + \sum_{i=1}^m \underline{\underline{\sigma}}_i(t, T(t)), \quad (\text{III.2.1})$$

avec :

$$\underline{\underline{\sigma}}_0(t, T(t)) = \mathbb{C}_0^e : \left(\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th} \right) \quad (\text{III.2.2a})$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_i(t, T(t)) = \mathbb{C}_i^e : \left(\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta - \underline{\underline{\epsilon}}^{th} \right) \quad (\text{III.2.2b})$$

$$= \mathbb{C}_i^\vartheta : \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_i^\vartheta, \quad (\text{III.2.2c})$$

où $\underline{\underline{\epsilon}}$ est la déformation totale, $\underline{\underline{\epsilon}}^{th}$ désigne la déformation thermique en l'absence de contrainte et $\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta$ représente la déformation visqueuse du i -ème amortisseur. \mathbb{C}_i^e et \mathbb{C}_i^ϑ sont respectivement les tenseurs élastiques du i -ème ressort et visqueux du i -ème amortisseur. Le temps caractéristique de l'élément Maxwell i est défini par :

$$\mathbb{C}_i^\vartheta = \tau_i(T) \mathbb{C}_i^e. \quad (\text{III.2.3})$$

Pour les matériaux viscoélastiques satisfaisant le principe d'équivalence temps-température, $\tau_i(T)$ peut être formulé comme suit [Ferry 1980, Vu et al. 2018] :

$$\tau_i(T) = \tau_i^0 a_T(T). \quad (\text{III.2.4})$$

où τ_i^0 désigne le temps caractéristique à la température initiale T_0 ⁽¹⁾ du matériau et a_T le coefficient de translation en température du matériau. L'expression empirique de la fonction a_T souvent utilisée pour les enrobés bitumineux est celle établie par William, Landel et Ferry et connue sous le nom de la loi WLF [Ferry 1980] :

$$\log(a_T(T)) = -\frac{C_1(T - T_0)}{C_2 + T - T_0}. \quad (\text{III.2.5})$$

Les équations Eq. (III.2.2b) et Eq. (III.2.2c) conduisent à l'équation différentielle de premier ordre avec second membre :

$$\dot{\underline{\underline{\sigma}}}_i + \frac{1}{\tau_i} \underline{\underline{\sigma}}_i = \mathbb{C}_i : \left(\dot{\underline{\underline{\epsilon}}} - \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{th} \right) \quad \text{où} \quad \tau_i = \tau_i(T) \quad \text{et} \quad \mathbb{C}_i = \mathbb{C}_i^e, \quad (\text{III.2.6})$$

dont la résolution donne :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i(t) = \int_{t_0}^t \exp\left(-\frac{\xi(t) - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right), \quad (\text{III.2.7})$$

où

$$\xi(u) = \int_{t_0}^u \frac{1}{a_T(T(\eta))} d\eta, \quad (\text{III.2.8})$$

appelé temps équivalent [Christensen 2012, Vu et al. 2018] et t_0 est l'instant initial. En

(1). à ne pas confondre avec T_0 qui désigne l'enrobé de référence

injectant l'Eq. (III.2.7) et l'Eq. (III.2.2a) dans l'Eq. (III.2.1), on obtient la relation liant la contrainte totale et l'historique de déformation :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \int_{t_0}^t \mathbb{R}(\xi(t) - \xi(t')) : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right), \quad (\text{III.2.9})$$

où

$$\mathbb{R}(\xi) = \mathbb{C}_0 + \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{\xi}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i. \quad (\text{III.2.10})$$

constitue le tenseur de relaxation thermoviscoélastique qui dépend de la température et du temps. Il a été montré dans les travaux de R. Christensen [Christensen 2012] que la relation Eq. (III.2.9) peut être généralisée à tout type de modèle rhéologique. Dans les conditions isothermes et en supposant que ξ est causale alors $\xi(u) = u$ et les relations Eq. (III.2.9) et Eq. (III.2.10) deviennent :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \int_{t_0}^t \mathbb{R}(t - t') : d\underline{\underline{\epsilon}}(t'), \quad (\text{III.2.11})$$

où

$$\mathbb{R}(t) = \mathbb{C}_0 + \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i. \quad (\text{III.2.12})$$

III.2.2 Discrétisation de la loi de comportement

La résolution du problème viscoélastique formulé ci-dessus (Eq. (III.2.9)) par les méthodes de quadratures habituelles sont moins efficaces et entraînent souvent des instabilités numériques. En effet, ces méthodes ne sont stables que si le pas de temps de calcul est très petit ($dt \ll \tau_i$), ce qui requiert plusieurs pas de calcul dans le cas de simulations de phénomènes extrêmement lents. Afin de surmonter ce problème, un algorithme inconditionnellement stable, appelé algorithme exponentiel, a été mis au point par Z. P. Bazant [Bazant 1988], Vít. Šmilauer et Z. P. Bažant [Šmilauer and Bažant 2010].

L'intervalle de temps physique $T = [0, t]$ est discrétisé en une suite d'intervalles $\Delta_n t$ tel que : $t_{n+1} = t_n + \Delta_n t$, t étant le temps maximum de simulation.

Dans la suite de la prése En utilisant l'équation Eq. (III.2.7), la variable de contrainte interne, $\underline{\underline{\sigma}}_i$, au temps t_{n+1} , est donnée par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i(t_{n+1}) = \int_{t_0}^{t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\xi(t_{n+1}) - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right) \quad (\text{III.2.13})$$

En décomposant l'expression exponentielle

$$\begin{aligned}
 \exp\left(-\frac{\xi(t_{n+1}) - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) &= \exp\left(-\frac{\xi(t_n) + \Delta_n \xi - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{\xi(t_n) - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right),
 \end{aligned} \tag{III.2.14}$$

avec

$$\begin{aligned}
 \Delta_n \xi &= \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{1}{a_T(T(\eta))} d\eta \\
 &\simeq \frac{\Delta_n t}{2} \left(\frac{1}{a_T(T(t_{n+1}))} + \frac{1}{a_T(T(t_n))} \right),
 \end{aligned} \tag{III.2.15}$$

et en décomposant l'histoire de la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_i(t_{n+1})$ en deux intervalles de temps, l'un de $-\infty < t' < t_n$ où la réponse est connue, l'autre de $t_n < t' < t_{n+1}$ où la réponse est inconnue, l'équation Eq. (III.2.13) devient :

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{\sigma}}_i(t_{n+1}) &= \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right) \int_{t_0}^{t_n} \exp\left(-\frac{\xi(t_n) - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right) + \\
 &\quad \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\xi(t_n) + \Delta_n \xi - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right) \\
 &= \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right) \underline{\underline{\sigma}}_i(t_n) + \\
 &\quad \int_{t_n}^{t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\xi(t_n) + \Delta_n \xi - \xi(t')}{\tau_i^0}\right) \mathbb{C}_i : d\left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t')\right).
 \end{aligned} \tag{III.2.16}$$

Une formule récursive exacte de la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}_i$ est ainsi obtenue. Une approximation temporelle du second ordre est introduite dans l'équation Eq. (III.2.16), jusqu'alors exacte, pour calculer l'intégrale de droite. En supposant que :

$$\frac{d}{dt'} \left(\underline{\underline{\epsilon}}(t') - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t') \right) \simeq \frac{(\underline{\underline{\epsilon}}(t_{n+1}) - \underline{\underline{\epsilon}}(t_n)) - (\underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t_{n+1}) - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t_n))}{\Delta_n t} \quad \forall t' \in [t_n, t_{n+1}], \tag{III.2.17}$$

et en appliquant la méthode de trapèze à l'expression restante, la formule récursive de l'Eq. (III.2.16) peut être réécrite sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i(t_{n+1}) = \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right) \underline{\underline{\sigma}}_i(t_n) + \frac{1}{2} \left(1 + \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right)\right) \mathbb{C}_i : \Delta_n (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}). \quad (\text{III.2.18})$$

Il faut souligner qu'à température constante, seule l'approximation de la dérivée temporelle de la déformation est considérée pour le calcul de l'intégrale restante dans l'équation Eq. (III.2.16). Dans ce cas l'équation Eq. (III.2.18) est réduite à la forme suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}_i(t_{n+1}) = \exp\left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0}\right) \underline{\underline{\sigma}}_i(t_n) + \frac{\tau_i^0}{\Delta_n t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0}\right)\right) \mathbb{C}_i : \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}. \quad (\text{III.2.19})$$

En reportant l'Eq. (III.2.18) dans l'Eq. (III.2.1), cette discrétisation conduit à une relation affine entre les tenseurs de contrainte et de déformation :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}(\Delta_n \xi) : \Delta_n (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) + \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}(t_n), \quad (\text{III.2.20})$$

où

$$\mathbb{C}(\Delta_n \xi) = \mathbb{C}_0 + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \left(1 + \exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right)\right) \mathbb{C}_i, \quad (\text{III.2.21a})$$

$$\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}(t_n) = \sum_{i=1}^m \left(\exp\left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0}\right) - 1\right) \underline{\underline{\sigma}}_i(t_n). \quad (\text{III.2.21b})$$

La formule Eq. (III.2.20) apparaît comme une loi pseudo-thermoélastique avec précontrainte où n'interviennent que les champs actuels et ceux calculés précédemment. La contrainte $\underline{\underline{\sigma}}(t_n)$ rend compte de toute l'historique de contrainte passée. Dans le cas d'une transformation isotherme, les formules Eq. (III.2.20) et Eq. (III.2.21) deviennent :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}(\Delta_n t) : \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}} + \tilde{\underline{\underline{\sigma}}}(t_n), \quad (\text{III.2.22})$$

avec

$$\mathbb{C}(\Delta_n t) = \mathbb{C}_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\tau_i^0}{\Delta_n t} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0}\right)\right) \mathbb{C}_i, \quad (\text{III.2.23a})$$

$$\tilde{\underline{\underline{\sigma}}}(t_n) = \sum_{i=1}^m \left(\exp\left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0}\right) - 1\right) \underline{\underline{\sigma}}_i(t_n), \quad (\text{III.2.23b})$$

où seule l'approximation Eq. (III.2.17) a été considérée. En considérant un comportement viscoélastique linéaire isotrope non vieillissant, auquel cas le tenseur d'ordre quatre $\mathbb{C}(t)$ peut être complètement défini par deux noyaux viscoélastiques scalaires $\lambda(t)$ et $\mu(t)$

[Salençon 2009], la formule Eq. (III.2.22) devient :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}} = \lambda(\Delta_n t) \text{tr}(\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{\mathbb{I}}} + 2\mu(\Delta_n t) \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}} + \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t_n), \quad (\text{III.2.24})$$

avec :

$$\lambda(\Delta_n t) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\tau_i^0}{\Delta_n t} \left(1 - \exp \left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0} \right) \right) \lambda_i, \quad (\text{III.2.25a})$$

$$\mu(\Delta_n t) = \mu_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\tau_i^0}{\Delta_n t} \left(1 - \exp \left(-\frac{\Delta_n t}{\tau_i^0} \right) \right) \mu_i, \quad (\text{III.2.25b})$$

où $\underline{\underline{\mathbb{I}}}$ est le tenseur unitaire d'ordre 2 et $(\lambda_i, \mu_i)_{i=0, \dots, m}$ sont les coefficients de lamé des éléments ressorts.

Les problèmes 3D sont très souvent complexes, en particulier le problème de la fissuration 3D. Pour cette raison, certains problèmes, tout en étant en 3D, ont des symétries qui permettent de revenir à un problème en 2D. Il s'agira de notre cas lorsque le problème de la fissuration viscoélastique sera abordé. Cette hypothèse met en lumière des techniques de réécriture de la loi de comportement 3D bien connues en élasticité isotrope de Hooke. L'objectif de cette sous-section est de traiter les conditions bidimensionnelles en déformations planes et en contraintes planes à partir de la formulation 3D de la loi de comportement incrémentale Eq. (III.2.22). Les conditions bidimensionnelles axisymétriques ne seront pas abordées dans cette étude. Par souci de clarté, une transformation isotherme sera utilisée. Distinguons les deux situations suivantes :

1. Déformation plane : L'équation Eq. (III.2.22) permet d'actualiser directement les contraintes pour des conditions bidimensionnelles en déformation plane.
2. Contrainte plane : L'utilisation de la formulation incrémentale Eq. (III.2.22) en contraintes planes (où $\Delta_n \sigma_{xz} = \underline{e}_x \cdot \Delta_n \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_z = \Delta_n \sigma_{yz} = \underline{e}_y \cdot \Delta_n \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_z = \Delta_n \sigma_{zz} = \underline{e}_z \cdot \Delta_n \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{e}_z = 0$ où \underline{e}_x , \underline{e}_y , et \underline{e}_z sont respectivement les vecteurs unitaires dans les directions x , y et z) demande de reformuler le problème en intégrant une condition supplémentaire. Dans la perspective d'une implémentation dans un code éléments finis, la condition de contraintes planes impose de se ramener à une formulation ne faisant intervenir que les composantes du plan du champ de déplacement. Ceci est rendu possible par l'élimination de la composante ε_{zz} en exploitant la condition $\sigma_{zz} = 0$. dans l'équation Eq. (III.2.22). Il faut alors bien remarquer que cette équation permettra d'écrire ε_{zz} en fonction non seulement des composantes du plan de la déformation mais également de $\tilde{\sigma}_{zz}$. Cette dernière composante n'a aucune raison d'être nulle dans la mesure où c'est uniquement le tenseur des contraintes totales qui doit satisfaire la condition de contraintes planes et pas la précontrainte ni les contraintes de chaque branche. Il apparaît donc que dans un processus incrémental,

il est nécessaire de garder en mémoire les composantes σ_{izz} afin de reconstituer à chaque instant le champ de précontrainte complet nécessaire au calcul bidimensionnel. Ainsi, l'équation Eq. (III.2.24) est réécrite en 2D moyennant l'introduction d'un coefficient λ' qui prend en compte la déformation (ε_{zz}), considéré comme une inconnue supplémentaire dans la formulation :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}} = \lambda'(\Delta_n t) \text{tr}(\Delta_n \underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{\mathbb{I}}} + 2\mu(\Delta_n t) \Delta_n \underline{\underline{\varepsilon}} + \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}'(t_n), \quad (\text{III.2.26})$$

où

$$\begin{aligned} \lambda'(\Delta_n t) &= \frac{2\mu(\Delta_n t)\lambda(\Delta_n t)}{\lambda(\Delta_n t) + 2\mu(\Delta_n t)}, \\ \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}'(t_n) &= \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t_n) - \frac{\lambda(\Delta_n t)}{\lambda(\Delta_n t) + 2\mu(\Delta_n t)} \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_{zz}(t_n) \underline{\underline{\mathbb{I}}}, \end{aligned} \quad (\text{III.2.27})$$

III.2.3 Formulation d'une loi de comportement thermoviscoélastique

Dans cette section, la mise en œuvre dans un code d'éléments finis (dans GetFEM [Renard and Poulios 2020]) de la loi de comportement développée dans les sections précédentes est présentée. Tout d'abord, la formulation variationnelle d'un problème mécanique sur lequel est basée la discrétisation EF est établie. Cette étape est nécessaire car l'environnement GetFEM offre au développeur la possibilité de construire son script à partir de la formulation faible du problème. Ensuite, des indications sont données sur l'implémentation de ce problème dans GetFEM. La simulation numérique de l'essai de module complexe présenté dans le chapitre précédent a permis de valider le modèle EF développé.

Soient Ω le domaine de modélisation, $\partial\Omega$ la frontière de Ω , Γ_u et Γ_T les frontières de Ω où sont appliqués respectivement les vecteurs déplacements \underline{U}^d et forces \underline{T}^d , \underline{f} le vecteur des forces volumiques dans Ω (voir figure Fig. III.2). Soient $\underline{u}(\underline{x}, t)$ le champ vectoriel et $T(\underline{x}, t)$ le champ scalaire qui expriment respectivement les déplacements et la température en tout point \underline{x} de la configuration déformée à l'instant actuel t . Soit \underline{q} un champ vectoriel définissant le champ de multiplicateur de Lagrange sur la frontière Γ_u .

III.2.3.1 Formulation du problème incrémental viscoélastique et formulation faible dans des conditions de température isotherme

Les équations du système dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations et d'un mouvement quasi-statique sont :

— Compatibilité géométrique :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}(\underline{x}, t_{n+1})) = \frac{1}{2} \left(\nabla \underline{u}(\underline{x}, t_{n+1}) + {}^T \nabla \underline{u}(\underline{x}, t_{n+1}) \right). \quad (\text{III.2.28})$$

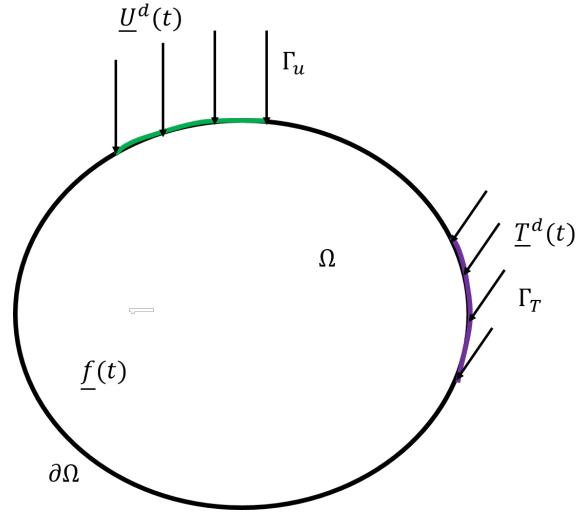


Figure III.2 – Domaine étudié soumis aux conditions aux limites mixtes

— Équation du mouvement :

$$\operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t_{n+1}) + \underline{f}(\underline{x}, t_{n+1}) = \underline{0}. \quad (\text{III.2.29})$$

— Équation d'état :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t_{n+1}) = \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t_n) + \lambda(\Delta_n t) \operatorname{tr}(\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}}) \mathbb{I} + 2\mu(\Delta_n t) \Delta_n \underline{\underline{\epsilon}} + \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t_n) \quad (\text{III.2.30})$$

— Conditions aux limites (CL) :

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t_{n+1}) \cdot \underline{n} = \underline{T}^d(t_{n+1}) \quad \text{sur } \Gamma_T \quad (\text{III.2.31a})$$

$$\underline{u}(\underline{x}, t_{n+1}) = \underline{U}^d(t_{n+1}) \quad \text{sur } \Gamma_u \quad (\text{III.2.31b})$$

Il faut noter que les conditions aux limites en déplacement Eq. (III.2.31b) portent sur le champ complet \underline{u} pour simplifier la présentation. D'autres conditions aux limites autres que l'Eq. (III.2.31b) peuvent être considérées. Comme précisé dans la section III.2.2 le problème est discrétisé en temps, alors la formulation variationnelle de l'équation du mouvement Eq. (III.2.29) peut-être formulée dans l'incrément de temps, $\Delta_n t = t_{n+1} - t_n$ en prenant comme inconnues les quantités définies au temps t_{n+1} .

Soit \mathcal{U} , l'espace des champs de déplacement admissibles défini par :

$$\mathcal{U} = \{ \underline{u} \mid \underline{u} \text{ suffisamment régulier sur } \Omega \} \quad (\text{III.2.32})$$

Désignons par \mathcal{M} , l'espace des champs de densités d'efforts virtuels admissibles (espace des multiplicateurs de Lagrange) ayant la régularité nécessaire. Ainsi, en considérant un champ de déplacement virtuel $\delta \underline{u}(\underline{x})$ quelconque, en multipliant l'équation Eq. (III.2.29) par ce champ et en intégrant ce produit sur tout le domaine Ω , l'équation Eq. (III.2.33)

est obtenue :

$$\int_{\Omega} \delta \underline{u}(\underline{x}) \cdot [\text{div} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}, t_{n+1}) + \underline{f}(\underline{x}, t_{n+1})] d\Omega = 0. \quad (\text{III.2.33})$$

En adoptant la notation suivante :

$$g(\underline{x}, t_n) = g^n, \quad (\text{III.2.34})$$

le système d'équations d'équilibre posé Eq. (III.2.33) devient après intégrations par parties :

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} : \delta \underline{\underline{\epsilon}} d\Omega - \int_{\Omega} \underline{f}^{n+1} \delta \underline{u} d\Omega = \int_{\Gamma} [\underline{\underline{\sigma}}^{n+1} \cdot \underline{n}] \cdot \delta \underline{u} d\Gamma. \quad (\text{III.2.35})$$

En utilisant la loi de comportement discrétisée Eq. (III.2.30) dans l'Eq. (III.2.35) ainsi que les conditions aux limites Eq. (III.2.31a) et Eq. (III.2.31b), le problème mécanique à résoudre devient :

Trouver le couple $(\underline{u}^{n+1}, \underline{q}^{n+1}) \in \mathcal{U} \times \mathcal{M}$ tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{u}^{n+1}) : \underline{\underline{\mathbb{C}}}(\Delta_n t) : \underline{\underline{\epsilon}}(\delta \underline{u}) d\Omega - \int_{\Gamma_u} (\underline{q}^{n+1} \cdot \delta \underline{u} + \underline{u}^{n+1} \cdot \delta \underline{q}) d\Gamma = \\ \int_{\Omega} [\underline{\underline{\mathbb{C}}}(\Delta_n t) : \underline{\underline{\epsilon}}^n - \underline{\underline{\sigma}}^n - \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^n] : \underline{\underline{\epsilon}}(\delta \underline{u}) d\Omega + \int_{\Omega} \underline{f}^{n+1} \delta \underline{u} d\Omega + \\ \int_{\Gamma_T} \underline{T}^{d,n+1} \cdot \delta \underline{u} d\Gamma - \int_{\Gamma_u} \underline{U}^{d,n+1} \cdot \delta \underline{q} d\Gamma \quad \forall (\delta \underline{u}, \delta \underline{q}) \in \mathcal{U} \times \mathcal{M} \end{array} \right. \quad (\text{III.2.36})$$

où $\underline{\underline{\mathbb{C}}}$, $\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^n$ sont donnés par les relations Eq. (III.2.23a) et Eq. (III.2.23b) et les champs de déformations visqueuses sont ajustées une fois que les champs solutions sont connus.

On fait l'hypothèse de contraintes résiduelles nulles pour tous les problèmes mécaniques discrétisés dans cette étude.

III.2.3.2 Formulation du problème thermomécanique couplé avec le comportement viscoélastique

Le couplage entre les effets thermiques et mécaniques est ici examiné. Le comportement thermoviscoélastique linéaire isotrope est considéré. Le problème mécanique est décrit par les équations Eq. (III.2.28) à Eq. (III.2.31) ou l'équation d'état Eq. (III.2.30) est remplacée par l'équation Eq. (III.2.37) faisant apparaître le couplage thermo-mécanique :

$$\Delta_n \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbb{C}}}(\Delta_n \xi) : \Delta_n (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) + \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}(t_n), \quad (\text{III.2.37})$$

Dans le cas isotrope, le tenseur \mathbb{C} est fonction uniquement de deux coefficients $\lambda(\xi)$ et $\mu(\xi)$ qui dépendent de la température et du temps :

$$\lambda(\Delta_n \xi) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \left(1 + \exp \left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0} \right) \right) \lambda_i, \quad (\text{III.2.38a})$$

$$\mu(\Delta_n \xi) = \mu_0 + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \left(1 + \exp \left(-\frac{\Delta_n \xi}{\tau_i^0} \right) \right) \mu_i. \quad (\text{III.2.38b})$$

De même, le tenseur de déformation thermique $\underline{\underline{\epsilon}}^{th}$ peut être écrite sous la forme :

$$\underline{\underline{\epsilon}}^{th}(t_{n+1}) = \alpha(T^{n+1} - T_0)\underline{\underline{\mathbb{I}}} \quad (\text{III.2.39})$$

avec : $\begin{cases} \alpha & = \text{coefficient de dilatation thermique;} \\ T_0 & = \text{température à l'état initiale} \end{cases}$

Le problème mécanique est alors régi par le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} + \underline{\underline{f}}^{n+1} & = \underline{\underline{0}} & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} & = \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} + \mathbb{C}(\Delta_n \xi) : \Delta_n (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) + \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^{n+1} & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\epsilon}}^{n+1} & = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{u}}^{n+1} + {}^T \underline{\underline{\nabla}} \underline{\underline{u}}^{n+1}) & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} \cdot \underline{\underline{n}} & = \underline{\underline{T}}^{d,n+1} & \text{sur } \Gamma_T \\ \underline{\underline{u}}^{n+1} & = \underline{\underline{U}}^{d,n+1} & \text{sur } \Gamma_u \end{array} \right. \quad (\text{III.2.40})$$

A partir du principe de la conservation de l'énergie et du second principe de la thermodynamique, l'équation de la chaleur en 3D est explicitée ci-dessous en supposant que la chaleur extérieure volumique est négligeable et en adoptant la loi de conduction de Fourier entre le flux de chaleur et le gradient de température :

$$\rho c_\sigma \dot{T} = \text{div}(\kappa \nabla T) - T_0 \alpha \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}) + \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta : \mathbb{C}_i : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta \quad (\text{III.2.41})$$

avec : $\begin{cases} \rho & = \text{masse volumique du matériau;} \\ c_\sigma & = \text{chaleur spécifique;} \\ \kappa & = \text{conductivité thermique supposé constante;} \end{cases}$

Les détails de l'établissement de l'équation de chaleur sont donnés dans l'annexe B.

A ces équations, s'ajoutent les conditions aux limites et les conditions initiales. Les conditions aux limites en thermique traduisent les échanges de chaleur entre le corps étudié et son environnement extérieur. Par soucis de clarté, les échanges de chaleur avec l'environnement extérieur à travers la frontière $\partial\Omega_c$ sont modélisés par une loi de convection. Ces conditions sont explicitées ci-dessous :

— Conditions aux limites (CL) :

$$\kappa \nabla T \cdot \underline{n} = -h_c(T - T_{ext}) \quad \text{sur } \partial\Omega_c \quad (\text{III.2.42})$$

— Conditions initiales (CI) :

$$T(\underline{x}, t_0) = T_0(\underline{x}) \quad \text{dans } \Omega \quad (\text{III.2.43})$$

avec : $\begin{cases} h_c & = \text{coefficient de convection qui peut varier en tout point de la frontière;} \\ T_{ext} & = \text{température extérieure} \end{cases}$

Pour ramener le problème thermique tridimensionnel à un problème plan, on peut moyenner la température suivant la troisième dimension (dans l'épaisseur e) :

$$\bar{T}(\underline{x}, t) = \frac{1}{e} \int_{-e/2}^{e/2} T(\underline{x}, t) dz \quad (\text{III.2.44})$$

ou la barre désigne la température dans le plan. Les conditions aux limites sur les faces "avant" ($z=-e/2$) et "arrière" ($z=e/2$) issues de l'hypothèse 2D s'écrivent :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial T}{\partial z}(\underline{x}, t) \right|_{(\underline{x}=(x,y,e/2),t)} = - \left. \frac{\partial T}{\partial z}(\underline{x}, t) \right|_{(\underline{x}=(x,y,-e/2),t)} \\ \left. \kappa \frac{\partial T}{\partial z}(\underline{x}, t) \right|_{(\underline{x}=(x,y,e/2),t)} = -h_e(\bar{T} - \bar{T}_{ext}) \end{cases} \quad (\text{III.2.45})$$

ou h_e désigne le coefficient de convection sur les faces "avant" et "arrière". En intégrant l'Eq. (III.2.41) sur l'épaisseur et en utilisant les conditions aux limites Eq. (III.2.45), le système décrivant le transfert thermique bidimensionnel est donné par l'Eq. (III.2.46) :

$$\begin{cases} \rho c \dot{\bar{T}} & = \text{div}(\kappa \nabla \bar{T}) - T_0 \alpha \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) - \frac{2h_e}{e}(\bar{T} - T_{ext}) + \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^{\vartheta} : \underline{\underline{\mathbb{C}}}_i : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^{\vartheta} & \text{dans } \Omega \\ \kappa \nabla \bar{T} \cdot \underline{n} & = -h_c(\bar{T} - T_{ext}) & \text{sur } \Gamma_c \\ \bar{T}(\underline{x}, t_0) & = T_0(\underline{x}) & \text{dans } \Omega \end{cases} \quad (\text{III.2.46})$$

Il faut noter que l'équation de la chaleur fait apparaître la dérivée temporelle du premier

ordre de la température et des variables internes. Et comme souligné dans le paragraphe III.2.3.1, le problème évolutif est discrétisé en temps :

$$\dot{T}(t') \simeq \frac{(T^{n+1} - T^n)}{\Delta_n t}; \underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}(t') \simeq \frac{(\underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}^{n+1} - \underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}^n)}{\Delta_n t} \quad \text{et} \quad \underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}_i^\vartheta(t') \simeq \frac{(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta, n+1} - \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta, n})}{\Delta_n t} \quad \forall t' \in [t_n, t_{n+1}], \quad (\text{III.2.47})$$

où $\Delta_n t = t_{n+1} - t_n$ et où la déformation visqueuse $\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^\vartheta$ peut être calculée de la manière récursive suivante :

$$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta, n+1} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_i^{n+1}}{\Delta_n t}\right)} \left(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1} - \alpha(T^{n+1} - T^0) \mathbb{I} + \frac{\tau_i^{n+1}}{\Delta_n t} \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta, n} \right), \quad \tau_i^{n+1} = \tau_i(T^{n+1}). \quad (\text{III.2.48})$$

On définit l'espace des champs de température admissibles à zéro \mathcal{T}_0 par :

$$\mathcal{T}_0 = \{T \mid T \text{ suffisamment régulier sur } \Omega \text{ et } T = 0 \text{ sur } \partial\Omega_c\} \quad (\text{III.2.49})$$

Les formulations faibles des équations Eq. (III.2.40) et Eq. (III.2.41) couplant mécanique et thermique s'expriment alors en 3D sous la forme :

Trouver le triplet $(\underline{\boldsymbol{u}}^{n+1}, \underline{\boldsymbol{q}}^{n+1}, T^{n+1}) \in \mathcal{U} \times \mathcal{M} \times \mathcal{T}_0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \left[\lambda(\Delta_n \xi) \text{tr}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1}) \mathbb{I} + 2\mu(\Delta_n \xi) \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1} - (3\lambda(\Delta_n \xi) + 2\mu(\Delta_n \xi)) \alpha T^{n+1} \mathbb{I} \right] : \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\delta \underline{\boldsymbol{u}}) \, d\Omega - \\ \int_{\Gamma_u} (\underline{\boldsymbol{q}}^{n+1} \cdot \delta \underline{\boldsymbol{u}} + \underline{\boldsymbol{u}}^{n+1} \cdot \delta \underline{\boldsymbol{q}}) \, d\Gamma = \int_{\Omega} \left[\lambda(\Delta_n \xi) \text{tr}(\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^n) \mathbb{I} + 2\mu(\Delta_n \xi) \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^n - \right. \\ \left. (3\lambda(\Delta_n \xi) + 2\mu(\Delta_n \xi)) \alpha T^n \mathbb{I} - \underline{\boldsymbol{\sigma}}^n - \tilde{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^n \right] : \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}(\delta \underline{\boldsymbol{u}}) \, d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\boldsymbol{f}}^{n+1} \delta \underline{\boldsymbol{u}} \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} \underline{\boldsymbol{T}}^{d, n+1} \cdot \delta \underline{\boldsymbol{u}} \, d\Gamma \\ - \int_{\Gamma_u} -\underline{\boldsymbol{U}}^{d, n+1} \cdot \delta \underline{\boldsymbol{q}} \, d\Gamma \end{array} \right. \quad (\text{III.2.50a})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \left[\frac{\rho c_{\sigma} \Delta_n T}{\Delta_n t} - \sum_{i=1}^m \frac{\tau_i^{n+1}}{\Delta_n t^2} \left(\lambda_i \text{tr} \left(\Delta_n \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta} \right)^2 + 2\mu_i \left(\Delta_n \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta} : \Delta_n \underline{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{\vartheta} \right) \right) \right] + \\ \left[\frac{T_0 \alpha}{\Delta_n t} \text{tr}(\Delta_n \underline{\boldsymbol{\sigma}}) \right] \delta T \, d\Omega + \int_{\Omega} \kappa \nabla T^{n+1} \nabla \delta T \, d\Omega = - \int_{\Gamma_c} h_c \left(T^{n+1} - T_{ext} \right) \delta T \, d\Gamma_c \\ T(\underline{\boldsymbol{x}}, t_0) = T^0(\underline{\boldsymbol{x}}) \end{array} \right. \quad (\text{III.2.50b})$$

$$\forall (\delta \underline{\boldsymbol{u}}, \delta \underline{\boldsymbol{q}}, \delta T) \in \mathcal{U} \times \mathcal{M} \times \mathcal{T}_0$$

Dans les conditions isothermes, $\xi(t) = t$ et on retrouve le problème mécanique présenté à la sous-section III.2.3.2.

III.2.3.3 Implémentation éléments finis sous GetFEM

Les principales étapes de la mise en œuvre numérique des formulations variationnelles présentées ci-dessus (Eq. (III.2.36), Eq. (III.2.50a)-Eq. (III.2.50b)) sont abordées dans ce paragraphe. Pour toutes les résolutions EF, des éléments finis de Lagrange triangulaires P_2 sont utilisés.

L'algorithme de résolution par EF du problème incrémental viscoélastique (Eq. (III.2.36)) est présenté sur la figure Fig. III.3. Avant de présenter l'algorithme EF pour la résolution

Algorithme général du module de calcul viscoélastique

1. **Données :**
Géométrie (maillage généré par Gmsh [Geuzaine and Remacle 2009]), Caractéristiques mécaniques (Paramètres du modèle de MG)
2. **Initialisation :**
Le déplacement \underline{u}^n , la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}^n$, les variables internes $\underline{\underline{\sigma}}_i(t_n)$, l'histoire des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}^{\sim n}$ à l'instant t_n sont connus. Mise à jour des chargements \underline{f}^{n+1} , $\underline{T}^{d,n+1}$, $\underline{U}^{d,n+1}$ à l'instant t_{n+1} .
3. **Calcul viscoélastique :**
 - Calcul du tenseur d'ordre quatre $\underline{\underline{C}}(\Delta_n t)$ à partir de l'équation Eq. (III.2.23a)
 - Calcul du champ de déplacement \underline{u}^{n+1} : Résolution EF du problème Eq. (III.2.36)
 - Calcul des variables $\underline{\underline{\epsilon}}^{n+1}$ Eq. (III.2.28), $\underline{\underline{\sigma}}^{n+1}$ Eq. (III.2.22), $\underline{\underline{\sigma}}_i^{n+1}$ Eq. (III.2.19)
 - Actualisation des variables :

$\underline{\underline{\epsilon}}^n$	\longleftarrow	$\underline{\underline{\epsilon}}^{n+1}$;	$\underline{\underline{\sigma}}^n$	\longleftarrow	$\underline{\underline{\sigma}}^{n+1}$
$\underline{\underline{\sigma}}^{\sim n}$	\longleftarrow	$\underline{\underline{\sigma}}^{\sim n+1}$;	$\underline{\underline{\sigma}}_i^n$	\longleftarrow	$\underline{\underline{\sigma}}_i^{n+1}$
4. **Pas de calcul suivant :**
reprendre le calcul des étapes 2 et 3 jusqu'au pas de calcul final
5. **Analyse des résultats :**
Utilisation du logiciel de visualisation Paraview [Ahrens et al. 2005]

Figure III.3 – Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème viscoélastique implémenté sous GetFEM [Renard and Poulios 2020]

du problème thermoviscoélastique, il est important de préciser que la résolution des problèmes couplés Eq. (III.2.50a) et Eq. (III.2.50b) nécessite l'analyse simultanée du champ de température et du champ de déplacement . Cela rend le problème global non linéaire. Lorsqu'il est possible de négliger l'une des influences (mécanique et thermique), le cou-

plage devient faible et le calcul devient plus aisé. Les deux découplages fréquemment rencontrés sont :

1. la loi de comportement dépend très peu de la température. Dans ce cas, le problème mécanique devient indépendant du problème thermique.
2. la source de chaleur produite à l'intérieur du matériau par les effets de dissipation visqueuse est négligeable par rapport aux autres sources de chaleur. Dans ce cas, le problème thermique est indépendant du problème mécanique.

Bien que la dernière hypothèse puisse être formulée sur les enrobés bitumineux à basse température, cette étude propose de résoudre le problème global couplé en utilisant une approche de résolution incrémentale et itérative. Ce processus permet de décomposer le système couplé en deux sous problèmes linéaires. Ce processus consiste à chercher la solution à l'incrément $n + 1$ et à l'itération (k) en supposant les problèmes découplés résolus à l'incrément $n + 1$ et à l'itération $(k - 1)$ jusqu'à ce que l'écart entre les deux solutions successives soit suffisamment faible. Le critère d'arrêt est défini sur les deux champs calculés par :

$$\begin{aligned} \left| \frac{\underline{u}^{(k)} - \underline{u}^{(k-1)}}{\underline{u}^{(k)}} \right| &< \epsilon_u \\ \left| \frac{T^{(k)} - T^{(k-1)}}{T^{(k)}} \right| &< \epsilon_T \end{aligned} \quad (\text{III.2.51})$$

où ϵ_u et ϵ_T sont des tolérances données. Les grandes étapes de l'algorithme de résolution sont présentées sur la figure Fig. III.4.

III.2.3.4 Tests numériques des différents algorithmes

Afin de valider la loi de comportement viscoélastique développée pour la modélisation des enrobés, des résultats numériques issus de simulations de problèmes de fluage et de relaxation isothermes d'une part, et d'essais de module complexe d'autre part, sont présentés. Les effets des conditions aux limites en température sur le comportement viscoélastique sont ensuite quantifiés en réalisant des simulations numériques de la phase sans fissuration de l'essai de fissuration sur SCB.

III.2.3.4.1 Calcul de la fonction de fluage et de relaxation

Pour un matériau viscoélastique linéaire isotrope non vieillissant la réponse $\underline{\underline{\sigma}}(t)$ en fonction de l'histoire de déformation $\underline{\underline{\epsilon}}$ est donnée par l'équation Eq. (III.2.11) suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \int_{t_0}^t \lambda(t - t') \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(t')) \underline{\underline{\mathbb{I}}} dt' + \int_{t_0}^t 2\mu(t - t') \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(t') dt' \equiv \lambda \odot \text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{\mathbb{I}}} + 2\mu \odot \underline{\underline{\epsilon}}. \quad (\text{III.2.52})$$

Algorithme général du module de calcul thermoviscoélastique

1. **Données :**

Géométrie (maillage généré par Gmsh [Geuzaine and Remacle 2009]), Caractéristiques mécaniques (Paramètres du modèle de MG), Caractéristiques thermiques (α , ρ , c_σ , κ , h_c)

2. **Initialisation :**

la température T^n , le déplacement \underline{u}^n , la contrainte $\underline{\sigma}^n$, les variables internes ($\underline{\sigma}_i^n, \underline{\epsilon}_i^{\vartheta, n}$), l'histoire des contraintes $\underline{\sigma}^{\sim n}$ à l'instant t_n sont connus. Mise à jour des chargements \underline{f}^{n+1} , $\underline{T}^{d, n+1}$, $\underline{U}^{d, n+1}$ à l'instant t_{n+1} .

3. **Calcul thermoviscoélastique :**

Données : Définition des tolérances ϵ_T et ϵ_u

Initialisation : $T^{n+1, (0)} = T^{n, (0)}$

tant que $\epsilon_T^{(k)} > \epsilon_T \vee \epsilon_u^{(k)} > \epsilon_u$ **faire**

- Calcul de $\mathbb{C}(\Delta_n \xi)$ à partir de l'équation Eq. (III.2.21a).
- Calcul approché EF de l'itéré $\underline{u}^{n+1, (k)}$ en résolvant le problème Eq. (III.2.50a), avec $T^{n+1} = T^{n+1, (k-1)}$
- Calcul approché EF de l'itéré $\underline{T}^{n+1, (k)}$ en résolvant le problème Eq. (III.2.50b), avec $\underline{u}^{n+1} = \underline{u}^{n+1, (k)}$ fixé.
- Mise à jour des variables :

$$\epsilon_T^{(k)} \leftarrow \left| \frac{T^{(k)} - T^{(k-1)}}{T^{(k)}} \right| ; \epsilon_u^{(k)} \leftarrow \left| \frac{\underline{u}^{(k)} - \underline{u}^{(k-1)}}{\underline{u}^{(k)}} \right|$$

$$\underline{\epsilon}^{n+1, (k-1)} \leftarrow \underline{\epsilon}^{n+1, (k)} ; \underline{\sigma}^{n+1, (k-1)} \leftarrow \underline{\sigma}^{n+1, (k)}$$

$$\underline{\sigma}^{\sim n+1, (k-1)} \leftarrow \underline{\sigma}^{\sim n+1, (k)} ; \underline{\sigma}_k^{n+1, (k-1)} \leftarrow \underline{\sigma}_k^{n+1, (k)}$$

$$\underline{\epsilon}_i^{\vartheta, n+1, (k-1)} \leftarrow \underline{\epsilon}_i^{\vartheta, n+1, (k)} ; T^{n+1, (k-1)} \leftarrow T^{n+1, (k)}$$

$$k \leftarrow k + 1$$

fin

Actualisation des variables :

$$\begin{aligned} \underline{\epsilon}^n &\leftarrow \underline{\epsilon}^{n+1} ; \underline{\sigma}^n &\leftarrow \underline{\sigma}^{n+1} ; \underline{\sigma}^{\sim n} &\leftarrow \underline{\sigma}^{\sim n+1} \\ \underline{\sigma}_i^n &\leftarrow \underline{\sigma}_i^{n+1} ; \underline{\epsilon}_i^{\vartheta, n} &\leftarrow \underline{\epsilon}_i^{\vartheta, n+1} ; T^n &\leftarrow T^{n+1} \end{aligned}$$

4. **Pas de calcul suivant :**

reprendre le calcul des étapes 2 et 3 jusqu'au pas de calcul final

5. **Analyse des résultats :**

Utilisation du logiciel de visualisation Paraview [Ahrens et al. 2005]

Figure III.4 – Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème thermoviscoélastique implémenté sous GetFEM [Renard and Poullos 2020]

L'inverse de l'Eq. (III.2.52) peut être écrite sous la forme [Salençon 2009] :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\varepsilon}} &= \int_{t_0}^t [(1 + \nu(t - t')) \mathcal{J}(t - t')] \underline{\underline{\dot{\sigma}}}(t') dt' - \int_{t_0}^t [\nu(t - t') \mathcal{J}(t - t')] \text{tr}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}(t')) \underline{\underline{\mathbb{I}}} dt' \\ &\equiv [(1 + \nu) \mathcal{J}] \odot \underline{\underline{\sigma}} - [\nu \mathcal{J}] \odot \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{\mathbb{I}}}. \end{aligned} \quad (\text{III.2.53})$$

avec :

$$\begin{cases} 2[(1 + \nu) \mathcal{J}] \odot \mu &= \mathcal{H} \\ 2[(1 - 2\nu) \mathcal{J}] \odot (3\lambda + 2\mu) &= \mathcal{H} \end{cases} \quad (\text{III.2.54})$$

Les équations Eq. (III.2.52) et Eq. (III.2.53) sont à présent utilisées pour étudier les problèmes de relaxation et de fluage en traction simple. Seul l'état de contrainte en déformation plane est considérée pour ces simulations. En déformation plane on a :

$$\varepsilon_{zz} = 0 \implies \sigma_{zz} = \mathcal{J}^{-1 \odot} \odot [\nu \mathcal{J}] \odot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (\text{III.2.55})$$

où $f^{-1 \odot}$ est l'inverse de f au sens de la convolution de Stieljes. En injectant l'Eq. (III.2.55) dans l'Eq. (III.2.53), la loi de comportement bidimensionnelle en déformation plane peut alors s'écrire sous la forme :

$$\underline{\underline{\bar{\varepsilon}}}(t) = [(1 + \nu) \mathcal{J}] \odot \underline{\underline{\bar{\sigma}}} - [\nu \mathcal{J}] \odot \left(\mathcal{H} + \mathcal{J}^{-1 \odot} \odot [\nu \mathcal{J}] \right) \odot \text{tr}(\underline{\underline{\bar{\sigma}}}) \underline{\underline{\mathbb{I}}}. \quad (\text{III.2.56})$$

Ainsi en reportant dans l'Eq. (III.2.56), l'expression $\underline{\underline{\bar{\sigma}}}(t) = \sigma_0 \mathcal{H}(t) \underline{e}_y \otimes \underline{e}_y$, la réponse $\bar{\varepsilon}_{yy}$ dans la direction \underline{e}_y donnée par l'équation Eq. (III.2.57) définit la fonction de fluage en traction simple en déformation plane.

$$\bar{\varepsilon}_{yy}(t) = \left(\mathcal{J} - [\nu \mathcal{J}] \odot \mathcal{J}^{-1 \odot} \odot [\nu \mathcal{J}] \right) \odot \sigma_0 \mathcal{H}(t). \quad (\text{III.2.57})$$

Dans le cas d'un coefficient de poisson constant $\nu = \nu_0$, l'équation Eq. (III.2.58) devient :

$$\bar{\varepsilon}_{yy}(t) = (1 - \nu_0^2) \mathcal{J} \odot \sigma_0 \mathcal{H}(t). \quad (\text{III.2.58})$$

L'expérience de relaxation en traction simple, duale de l'expérience de fluage III.2.58 est définie comme suit :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}_{yy}(t) &= \varepsilon_0 \mathcal{H}(t) \\ \bar{\sigma}_{ij}(t) &= 0, \quad i \neq y, \quad j \neq y \end{cases} \quad (\text{III.2.59})$$

En introduisant ce système d'équation dans l'équation Eq. (III.2.56), il est obtenu pour un coefficient de Poisson constant, la seule contrainte non nulle dans la direction \underline{e}_y :

$$\bar{\sigma}_{yy}(t) = \frac{1}{(1 - \nu_0^2)} \mathcal{R} \odot \varepsilon_0 \mathcal{H}(t) . \quad (\text{III.2.60})$$

Où $\mathcal{R} = \mathcal{J}^{-1 \odot}$ désigne la fonction de relaxation.

Pour le modèle MG, sa fonction de relaxation est donnée par :

$$\mathcal{R}(t) = E_0 + \sum_{i=1}^m \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) E_i . \quad (\text{III.2.61})$$

La relation Eq. (III.2.56) permet alors de calculer la réponse d'une expérience de relaxation. Pour déterminer la réponse en fluage pour ce modèle, il faut inverser la relation Eq. (III.2.56) par passage dans l'espace de Laplace-Carson. La fonction à inverser par Laplace-Carson est celle donnée par la relation Eq. (III.2.62).

$$\mathcal{J}^*(p) = \frac{1}{\left(E_0 + \sum_{i=1}^m \frac{E_i \tau_i p}{1 + p\tau_i}\right)} = \mathcal{J}_0 + \sum_{i=1}^m \frac{\mathcal{J}_i}{1 + p\tau_i'} \quad (\text{III.2.62})$$

où les paramètres \mathcal{J}_i et τ_i' sont identifiés par décomposition en pôles simples.

III.2.3.4.2 Validation numérique 2D : Expériences de fluage et de relaxation en EF

Le problème de fluage et de relaxation sont abordés. L'exemple simple traité est celui d'un cylindre homogène de section circulaire soumis à une traction uniaxiale appliquée de manière quasi-statique. Par symétrie, seul le quart du cylindre est modélisé. La géométrie et les conditions aux limites sont schématisées sur la figure Fig. III.5.

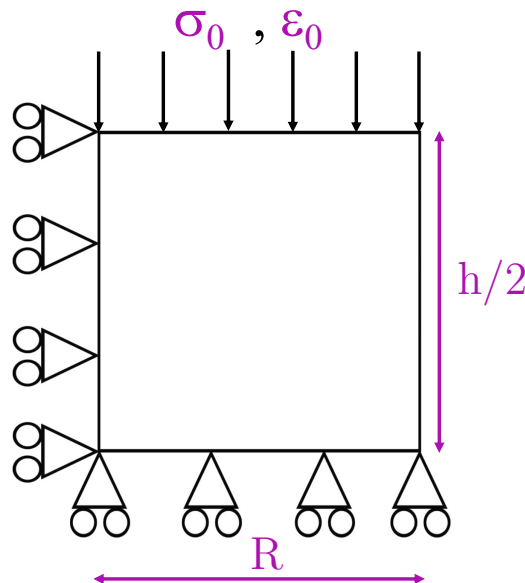


Figure III.5 – Géométrie 2D & conditions aux limites $R= 1\text{m}$, $h= 2\text{m}$, $\sigma_0 = 1\text{MPa}$

Les paramètres du modèle sont donnés dans le tableau III.1. Sur les figures Fig. III.6 et

Tableau III.1 – Paramètres du modèle MG à différentes températures

$-20^{\circ}C$		$0^{\circ}C$		$20^{\circ}C$	
E_i (MPa)	τ_i (s)	E_i (MPa)	τ_i (s)	E_i (MPa)	τ_i (s)
$1,66 \times 10^3$	$1,53 \times 10^{-2}$	$1,63 \times 10^3$	$2,25 \times 10^{-7}$	$2,20 \times 10^3$	$4,13 \times 10^{-9}$
$2,73 \times 10^3$	$4,20 \times 10^0$	$2,53 \times 10^3$	$5,33 \times 10^{-5}$	$2,49 \times 10^3$	$5,16 \times 10^{-7}$
$2,61 \times 10^3$	$2,42 \times 10^2$	$1,59 \times 10^3$	$1,09 \times 10^{-3}$	$3,04 \times 10^3$	$1,33 \times 10^{-5}$
$8,52 \times 10^2$	$1,10 \times 10^3$	$2,84 \times 10^3$	$1,23 \times 10^{-2}$	$2,99 \times 10^3$	$1,65 \times 10^{-4}$
$4,71 \times 10^2$	$1,13 \times 10^3$	$2,94 \times 10^3$	$1,52 \times 10^{-1}$	$2,93 \times 10^3$	$1,33 \times 10^{-3}$
$3,44 \times 10^3$	$8,86 \times 10^3$	$2,44 \times 10^3$	$7,88 \times 10^{-1}$	$1,88 \times 10^3$	$6,35 \times 10^{-3}$
$3,14 \times 10^3$	$7,81 \times 10^4$	$3,28 \times 10^3$	$4,74 \times 10^0$	$2,26 \times 10^3$	$2,29 \times 10^{-2}$
$2,90 \times 10^3$	$4,55 \times 10^5$	$2,69 \times 10^3$	$3,17 \times 10^1$	$3,74 \times 10^2$	$2,34 \times 10^{-2}$
$1,92 \times 10^3$	$2,27 \times 10^6$	$2,70 \times 10^2$	$1,20 \times 10^2$	$2,74 \times 10^3$	$1,39 \times 10^{-1}$
$1,44 \times 10^3$	$6,40 \times 10^6$	$5,07 \times 10^2$	$1,28 \times 10^2$	$1,57 \times 10^2$	$5,77 \times 10^{-1}$
$2,56 \times 10^2$	$8,43 \times 10^6$	$9,54 \times 10^2$	$1,69 \times 10^2$	$3,81 \times 10^2$	$6,02 \times 10^{-1}$
$1,75 \times 10^3$	$2,96 \times 10^7$	$1,22 \times 10^3$	$4,12 \times 10^2$	$1,19 \times 10^3$	$9,35 \times 10^{-1}$
$1,03 \times 10^3$	$1,64 \times 10^8$	$9,38 \times 10^2$	$2,00 \times 10^3$	$6,67 \times 10^2$	$3,03 \times 10^0$
$3,40 \times 10^2$	$8,28 \times 10^8$	$4,61 \times 10^2$	$3,29 \times 10^3$	$5,54 \times 10^2$	$1,19 \times 10^1$
$2,56 \times 10^2$	$8,43 \times 10^9$	$3,81 \times 10^2$	$3,02 \times 10^4$	$2,48 \times 10^2$	$8,21 \times 10^1$
0,0	–	$1,33 \times 10^2$	–	$1,07 \times 10^2$	–

Fig. III.7 sont représentées l'évolution de la déformation ε_{yy} et de la contrainte σ_{yy} en fonction du temps de simulation respectivement.

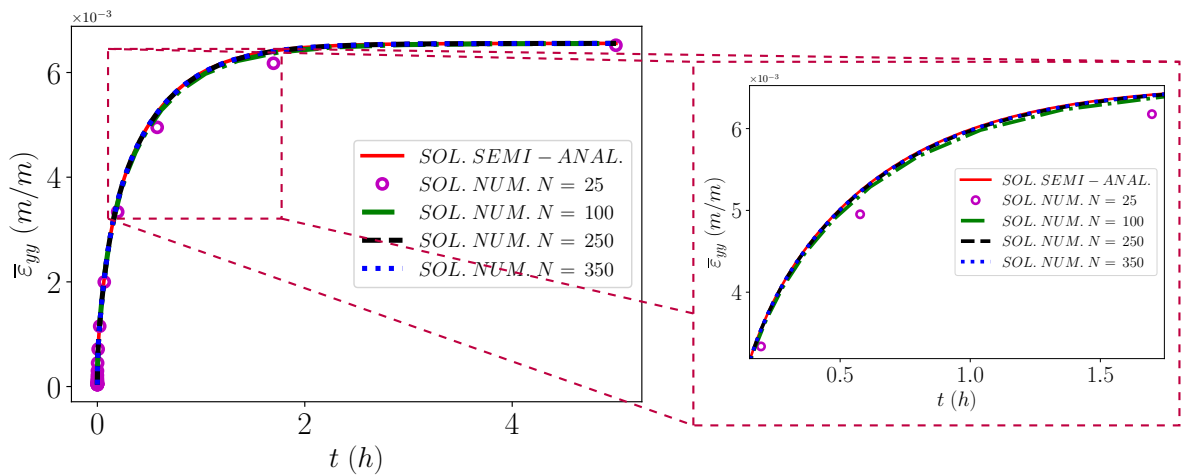


Figure III.6 – Validation du calcul numérique de fluage à $20^{\circ}C$

Les résultats issus des simulations éléments finis sont comparés aux solutions analytique Eq. (III.2.60) et semi-analytique Eq. (III.2.58) obtenue par inversion de Eq. (III.2.62).

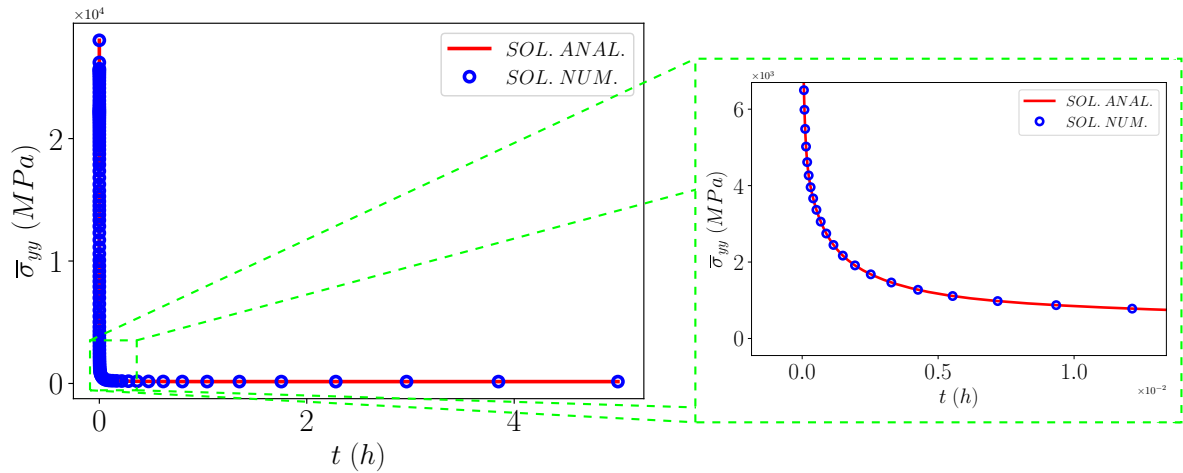


Figure III.7 – Validation du calcul numérique de relaxation à 20°C

Pour le problème de fluage, des subdivisions de l'intervalle de temps d'ordre N ($N = \{25, 100, 250, 350\}$) sont considérées. Les résultats des simulations numériques sont en accord avec les expressions analytique et semi-analytique. Ces résultats confirment la robustesse de ce algorithme qui converge vers les résultats semi-analytiques pour des pas de temps raisonnables (voir la partie zoom de la figure Fig. III.6) .

III.2.3.4.3 Simulation 3D : application à la modélisation de l'essai de module complexe

Une deuxième validation du module de LDC implémenté a été effectuée à partir de la modélisation de l'essai de module complexe sur éprouvette prismatique. Les résultats de l'essai de module ont été présentés au chapitre précédent (II.3.2). Cet essai a permis de mesurer le module complexe des enrobés à différentes températures et fréquences de sollicitations. En réalité, comme cela a été indiqué dans le paragraphe II.3.3 du chapitre II , les valeurs brutes mesurées sont les forces et les déplacements.

Le but de ce paragraphe est de reproduire l'évolution de la force en fonction du déplacement mesuré pour une fréquence de sollicitation et à une température données. Pour la modélisation de cet essai, certaines hypothèses ont été faites :

- Homogénéité : Bien que sa composition granulaire confère à l'EB un caractère hétérogène, il est généralement considéré dans la littérature comme homogène moyennant certaines conditions empiriques. Ainsi selon F. Olard [OLARD 2003] un rapport de 10 entre la taille du plus gros granulat et celle de l'éprouvette est au moins nécessaire pour considérer cette hypothèse d'homogénéité. Di Benedetto et al. [Di Benedetto and Corté 2005] suggèrent un rapport de 5. Le matériau utilisé dans cette étude est le BBSG 0/10. Pour l'éprouvette prismatique de l'essai de module complexe, ce rapport est de 4. Néanmoins, l'homogénéité est supposée.
- Isotropie : La méthode de compactage de l'EB sur site et en laboratoire peut entraîner une certaine anisotropie dans son comportement mécanique en raison

de l'orientation préférentielle des granulates lors du compactage. N. Alanazi et al. [Alanazi et al. 2018] ont montré dans leur récente étude que cet effet anisotrope varie en fonction de la méthode de compactage et de la porosité du matériau. Pour un compacteur vibrant d'une porosité de 7,37%, le degré d'anisotropie déterminé par rayons X était de 1,08. Toutefois, il est considéré ici comme isotrope, hypothèse souvent formulée.

- Coefficient de Poisson : L'hypothèse de viscoélasticité linéaire implique un coefficient de Poisson complexe pour les EB. Cependant, les mesures de ν tendent à montrer que sa partie imaginaire est très faible.

F. Allou et al. [Allou et al. 2015] ont réalisé des mesures du module complexe et du coefficient de Poisson complexe en traction-compression sur une gamme de températures (-25°C - 40°C) et de fréquences (0,03 Hz - 10 Hz). Ils ont montré que la partie imaginaire du coefficient de Poisson complexe évolue de -0,04 à 0,01 tandis que la partie réelle de 0,25 à 0,45. Les résultats des travaux de A. Gudmarsson et al. [Gudmarsson et al. 2015] issus des mesures modales et de traction-compression sont similaires.

À la complexité de ces mesures du coefficient de Poisson, s'ajoutent les dispersions des résultats expérimentaux qui sont en général observées. Pour les matériaux bitumineux, il peut donc être considéré comme réel. Dans cette étude, le coefficient de Poisson est pris constant égal à 0,35 comme dans les calculs de structure.

Le problème traité est celui d'une poutre console soumise à la flexion deux points (Fig. III.8).

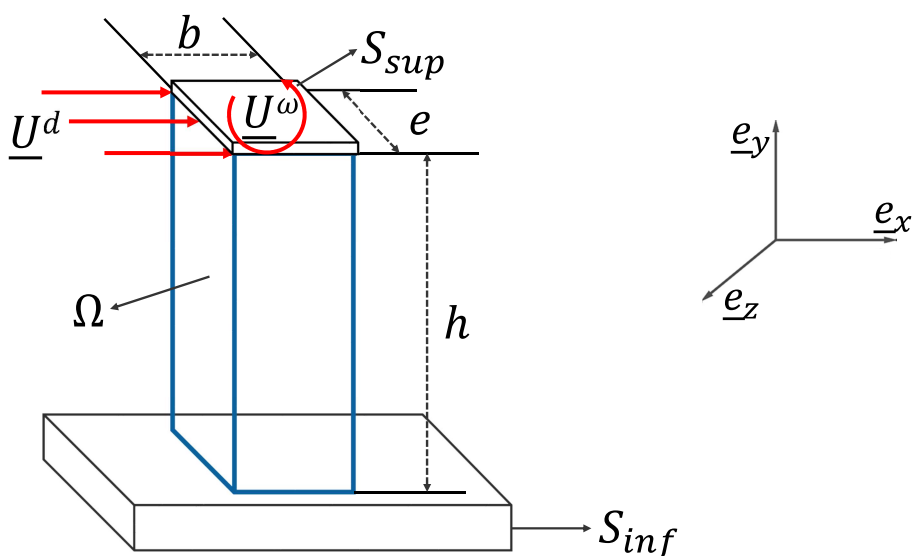


Figure III.8 – Géométrie 3D du prisme $b= 40$ mm , $e= 40$ mm , $h= 120$ mm

- Géométrie et Maillage :

L'éprouvette toute entière est modélisée (3D) par parallélépipède rectangle de longueur 120 mm, de largeur 40 mm et d'épaisseur 40 mm discrétisé par des éléments quadrangulaires.

- Conditions aux limites :
 - La partie inférieure est encastree. L'encastrement est modélisé en imposant un déplacement $\underline{u} = \underline{0}$ sur la surface encastree.
 - Sur l'extrémité supérieure de l'éprouvette muni d'un casque est appliqué un chargement sinusoïdal. Ces conditions sont modélisées par un mouvement de corps rigide autour d'un axe (ici l'axe dirigé par le vecteur \underline{e}_y) formulé en déplacement.

Les conditions aux limites et initiales pour cette simulation sont alors formulées comme suit :

- ★ Force volumique négligeable $\underline{f}(\underline{x}, t) = \underline{0}$
- ★ Conditions aux limites (CL) :

$$\underline{T}^d(t) = \underline{0} \quad (\text{III.2.63a})$$

$$\underline{U}^d(t) = \begin{cases} \underline{U}^d(t) + \underline{U}^\omega(t) = U^d \sin(2\pi ft)\underline{e}_x + (x - 0.5b)\omega(t)\underline{e}_y & \text{sur } S_{sup} \\ \underline{0} & \text{sur } S_{inf} \end{cases} \quad (\text{III.2.63b})$$

- ★ Conditions initiales (CI) :

$$\underline{u}(\underline{x}, t_0) = \underline{0} \quad \text{dans } \Omega \quad (\text{III.2.64a})$$

$$\underline{\sigma}(\underline{0}, t_0) = \underline{0} \quad \text{dans } \Omega \quad (\text{III.2.64b})$$

Il faut noter que dans l'expression de la condition de chargement Eq. (III.2.63b), U^d, f sont des données alors que la vitesse angulaire ω est une inconnue supplémentaire du problème à résoudre.

- Données d'entrée du problème :
L'enrobé de référence T0 a été choisie pour la simulation. La fréquence de sollicitation est prise égale à 3Hz et la température d'essai choisie est le 0°C. Les paramètres du modèle de MG sont donnés dans le tableau III.1.

La figure Fig. III.9 présente les courbes expérimentale et numérique des valeurs de force en fonction du déplacement. La simulation numérique reproduit bien les résultats d'essai de module complexe.

Ce résultat valide à la fois la démarche d'identification des paramètres viscoélastiques du matériau et l'approche incrémentale proposée pour modéliser le comportement thermo-mécanique de l'enrobé bitumineux.

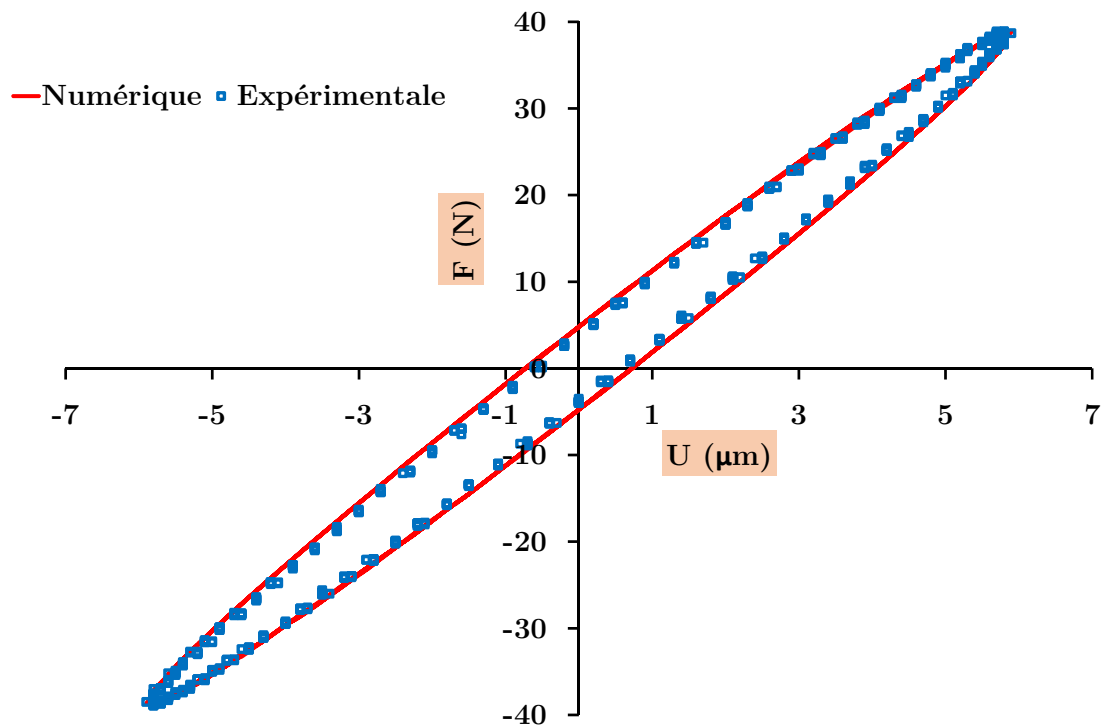


Figure III.9 – Simulation de l'essai de module complexe

III.2.3.4.4 Simulation d'un problème thermo-viscoélastique : Application à l'essai SCB

Le problème évoqué est celui rencontré pendant la phase d'essai de fissuration décrite dans la section II.5 du chapitre II. L'objectif de cette modélisation est d'évaluer l'effet des conditions aux limites en température au cours de l'essai de fissuration. Seule la première phase de l'essai correspondant à la phase de chargement sans propagation de fissuration est considérée. Pour cela la géométrie d'essai SCB considérée est schématisée sur la figure Fig. III.11a. Compte tenu des symétries géométriques et de conditions aux limites, seule la moitié de géométrie est étudiée. Les hypothèses d'homogénéité, d'isotropie et de coefficient de Poisson constant sont considérées. L'hypothèse de déformation plane est également formulée. Cette hypothèse est souvent formulée à partir de l'épaisseur de l'éprouvette. En mécanique linéaire de la rupture, M. Janssen et al. [Janssen et al. 2002] ont utilisé l'approche énergétique pour expliquer l'influence de l'état de contrainte sur les facteurs d'intensité de contrainte d'un acier. Ils ont montré que l'état de contrainte change lorsque l'épaisseur de l'éprouvette varie (voir figure Fig. III.46). Ils ont enfin conclu qu'à partir d'une épaisseur de 50 mm, l'état de déformation plane prédomine et que le paramètre de rupture évalué ne dépend plus de l'épaisseur. Dans le cadre de cette étude, l'épaisseur de l'éprouvette considérée est de 50 mm. C'est pour cette raison que l'hypothèse de déformation plane est adoptée ici. Précisons que cette simulation a pour unique objectif d'évaluer l'effet des conditions environnementales (température ambiante) pendant l'essai de fissuration. Cette simulation permettra d'apporter quelques hypothèses simplificatrices

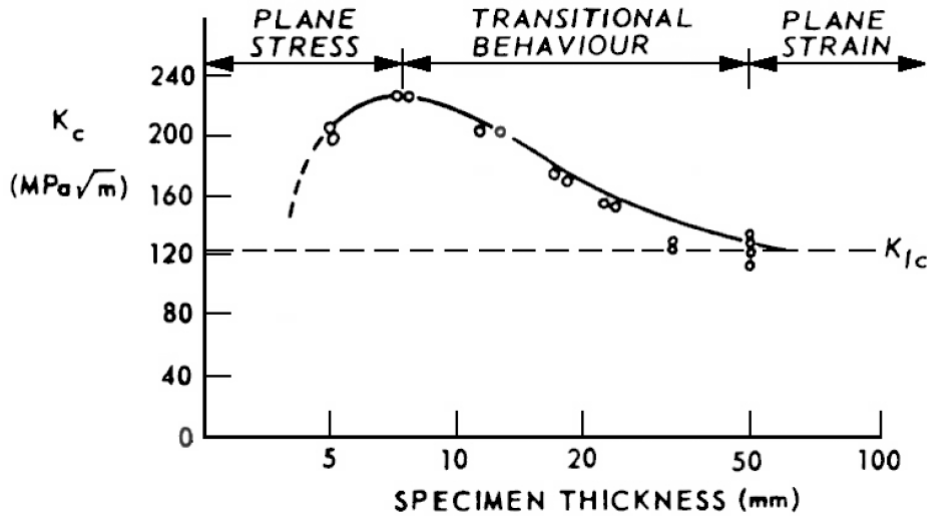


Figure III.10 – Variation du K_c en fonction de l'épaisseur de l'échantillon dans un acier maraging à haute résistance [Janssen et al. 2002]

du problème de propagation de fissure dans la deuxième partie de ce chapitre.

Il intervient dans le modèle thermoviscoélastique un grand nombre de paramètres. D'après le paragraphe précédent, les paramètres viscoélastiques sont bien identifiés. Cependant, la détermination des paramètres thermiques comme la conductivité thermique, la chaleur spécifique et surtout les coefficients d'échange thermique est loin d'être évidente. Néanmoins, les paramètres thermiques κ et c_σ sont fournis par [Piau 1989] et le paramètre α par [Vu et al. 2018]. Diverses configurations de conditions aux limites en température sont analysées à travers les coefficients d'échange h_c :

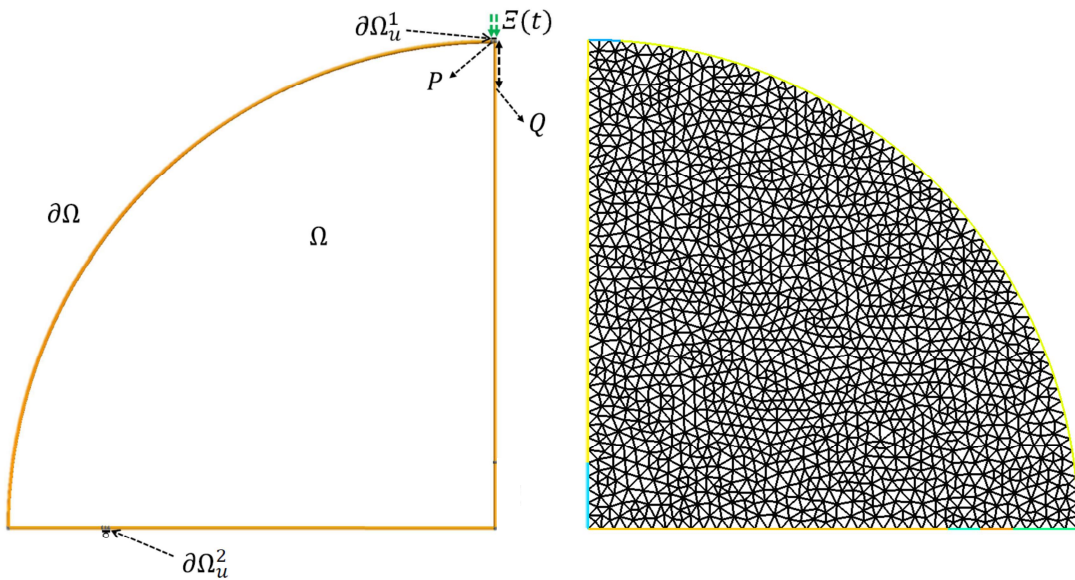
- Toutes les frontières du domaine sont en échange thermique avec l'air ambiant. Ainsi le flux convectif naturel est considéré en prenant $h_c = 10 \text{ J/m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$
- Pour se rapprocher un peu plus des conditions d'essai, la valeur de h_c dans la zone de chargement représentée sur la figure Fig. III.11a par $\partial\Omega_u^1$ a été prise égale à $50 \text{ J/m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}$. En effet, le système de chargement en métal est supposé en contact parfait avec l'éprouvette. Dans ce cas, l'échange s'opère entre l'éprouvette et le métal, ce qui a motivé le choix de cette valeur élevée devant le coefficient d'échange entre l'éprouvette et l'air ambiant.

Les études de cas sans déformations thermiques ont également été simulées. Les paramètres thermiques utilisés dans les différents cas pour nos simulations sont résumés dans le tableau III.2.

Le profil du champ de températures obtenu par simulation numérique est présenté sur les figures Fig. III.12a et Fig. III.12b. La figure Fig. III.12a montre le champ de températures par simulation numérique obtenu avec un échange uniforme avec l'environnement extérieur (air ambiant) et la figure Fig. III.12b celui obtenu lorsque la zone de chargement est traité séparément en imposant un coefficient d'échange 5 fois supérieur au flux convectif

Tableau III.2 – Paramètres thermiques pour différents cas simulés

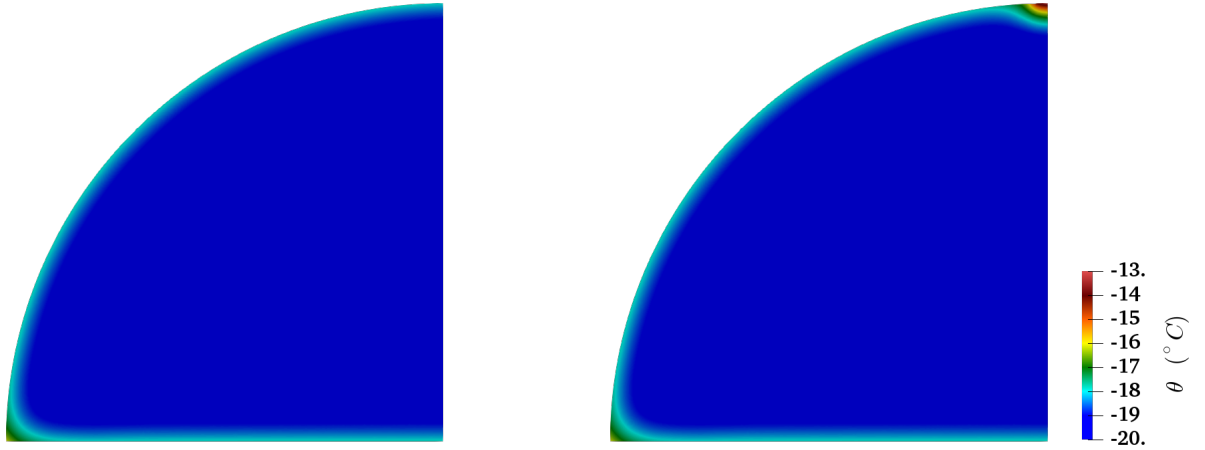
Paramètres \ Cas	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
ρ (kg/m^3)	2432	-	-	-
c_σ ($J/kg.\text{°}C$)	836	-	-	-
κ ($J/m.s.\text{°}C$)	0,8	-	-	-
α ($\text{°}C^{-1}$)	0	0	25×10^{-6}	25×10^{-6}
T^0 ($\text{°}C$)	-20	-	-	-
T_{ext} ($\text{°}C$)	20	-	-	-
$h_c = h_e$ ($J/m^2.s.\text{°}C$)	10	-	-	-
$h_{\Gamma_u^1}$ ($J/m^2.s.\text{°}C$)	10	50	10	50


 III.11a Géométrie $R=75$ mm

III.11b Maillage

Figure III.11 – Configuration de l'essai de flexion sur éprouvette semi-circulaire

naturel considéré. Il peut être observé sur la figure Fig. III.12b un échauffement local dans la zone de chargement lié à la forte intensité d'échange entre le métal et l'éprouvette, ce qui est attendu.



III.12a Profil du champ thermique avec CL en température uniforme III.12b Profil du champ thermique avec CL en température non uniforme

Pour quantifier l'échauffement du matériau à partir de sa frontière, l'évolution de la température le long du segment PQ (figure Fig. III.11a) est présentée sur la figure Fig. III.13 pour les cas 3 et 4. Sur cette figure, une évolution lente de la température quand on s'approche du coeur de l'éprouvette est observée.

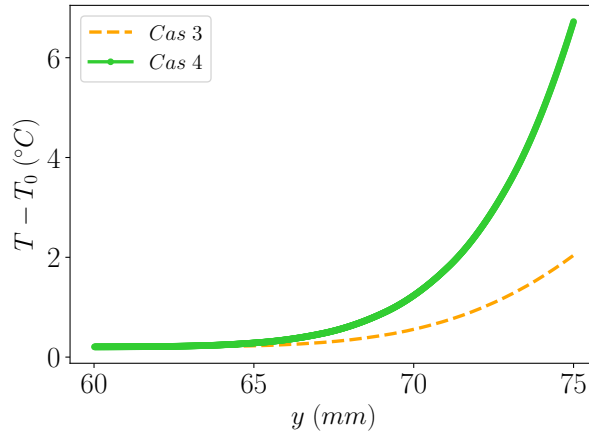


Figure III.13 – Effet des CI en température sur le champ thermique au voisinage de la zone de chargement

Les énergies dissipées moyennes $\mathcal{D}^T = \int_{\Omega} \rho c \dot{T} d\Omega$, $\mathcal{D}^c = \int_{\Omega} T_0 \alpha \text{tr}(\underline{\dot{\sigma}}) d\Omega$ et

$\mathcal{D}^{vis} = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^m \tau_i \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_i^{\vartheta} : \mathbb{C}_i : \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_i^{\vartheta} d\Omega$ sont respectivement présentées sur les figures \mathcal{D}^c et \mathcal{D}^{vis} sont négligeables devant le terme \mathcal{D}^T . Fig. III.14c. On peut noter que les termes Fig. III.14b et Fig. III.14b

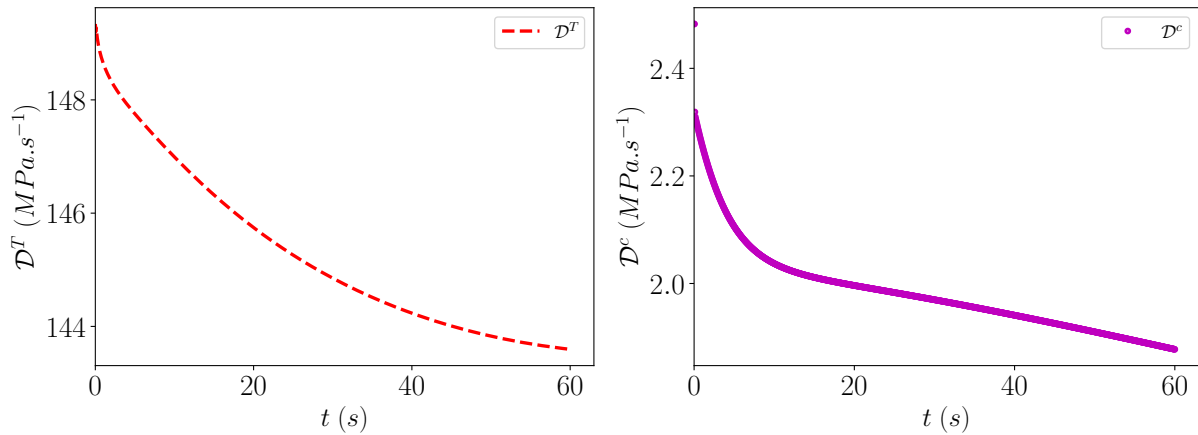
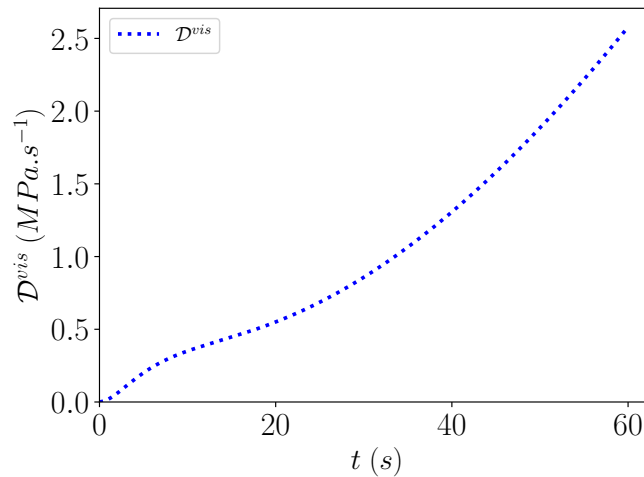
III.14a \mathcal{D}^T III.14b \mathcal{D}^c III.14c \mathcal{D}^{vis}

Figure III.14 – Évolution des énergies dissipées en fonction du temps

La figure Fig. III.15 présente les courbes force-déplacement issues des différents cas simulés. La courbe en trait continu est issu d'une simulation purement mécanique et sert de référence. Il n'est indiqué aucune baisse significative de la raideur lorsque les cas 1 et 2 sont considérés où la déformation purement thermique est supposé négligeable (Fig. III.15). Cependant, lorsque la déformation thermique est prise en compte dans la modélisation, il est observé une chute de raideur de l'ordre de 1,32% pour le cas 3 et de l'ordre de 3,31% pour le cas 4 à 30 s. Les conditions imposées pour nos simulations, n'influent pas tellement sur la raideur. Aux vues de ces simulations numériques, il peut être envisagé de modéliser les essais de fissuration tels qu'ils sont réalisés en postulant l'hypothèse d'une transformation isotherme.

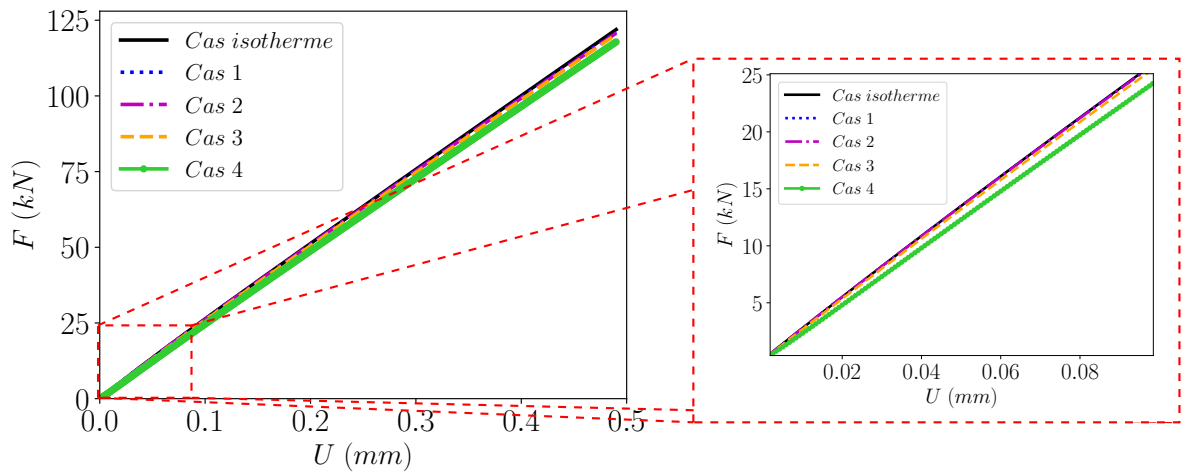


Figure III.15 – Effets thermiques sur l'évolution de la force résultante en fonction du temps

L'étude des propriétés thermomécaniques et de fissuration du mélange bitumineux réalisées dans le chapitre II a montré, à la fois, que le mélange bitumineux est très sensible à la température et à la vitesse de sollicitation, et que cet effet viscoélastique joue un rôle essentiel dans la compréhension du mécanisme de fissuration du matériau. Par conséquent, la théorie viscoélastique appliquée à l'analyse de la propagation des fissures dans les mélanges bitumineux est d'un grand intérêt et fera l'objet du contenu de la section suivante.

III.3 Modélisation de la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique

Au cours des dernières décennies, un certain nombre de modèles de simulation numérique de la propagation des fissures dans les milieux viscoélastiques ont été mis au point, dont certains présentent toutefois des problèmes et des inconvénients. Dans un premier temps dans cette section, les notions de la mécanique linéaire de rupture élastique sont rappelées et étendues au comportement viscoélastique linéaire avec des travaux antérieurs revisités. Dans un second temps, l'analyse thermodynamique de la propagation de fissures viscoélastiques avec et sans endommagement est ensuite détaillée. Deux critères de propagation utilisant deux approches différentes sont déduits. Deux algorithmes ont ensuite été développés permettant de coupler les deux critères avec le modèle viscoélastique présenté dans la section III.2. Enfin, des simulations numériques reproduisant les essais ont été réalisées.

III.3.1 Mécanique linéaire élastique de la rupture

Il s'agit d'une théorie décrivant la condition de propagation des fissures dans les milieux élastiques, dont le but est de prédire les éventuels défauts des structures qui pourraient conduire à leur ruine. Griffith [Griffith 1921], qui s'est penché sur la propagation des fissures fragiles dans le verre fut le premier à proposer une interprétation fondée sur le principe de minimisation de l'énergie pour expliquer ce mécanisme. L'approche théorique qui sera présentée dans cette section comporte deux volets : une approche en champ de contraintes introduite par Irwin et al. [Irwin 1957] et en bilan énergétique.

III.3.1.1 Approche en contrainte : Facteur d'intensité de contrainte

Cette approche décrit l'état de contrainte au voisinage immédiat de la pointe de la fissure. Il n'est aucunement question de développer cette partie mais donner les principaux résultats qui y découlent de cette approche. Irwin [Irwin 1957] démontra l'existence d'une zone de dominance K_d entourant la pointe de fissure à l'intérieur de laquelle le champ de contrainte présente une singularité (figure Fig. III.16). Ce champ en pointe de fissure est

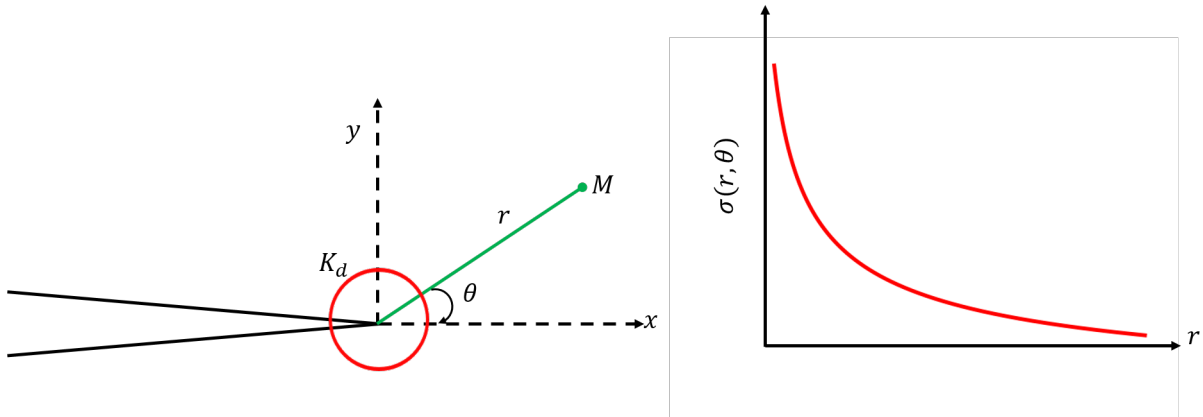


Figure III.16 – Représentation de la singularité de contrainte en pointe de fissure

donné en déformation plane par l'équation Eq. (III.3.1) faisant intervenir deux coefficients K_I et K_{II} appelés facteurs d'intensité de contraintes des modes I et II de rupture respectivement (voir figure Fig. III.17). Les différentes étapes de calcul de ce champ peuvent être consultées dans le livre de J-B Leblond [Leblond and Germain 2003].

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(5 \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(-5 \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{III.3.1a})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(3 \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(-3 \sin \frac{\theta}{2} - 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{III.3.1b})$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left(\cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{III.3.1c})$$

A partir du champ des contraintes Eq. (III.3.1), la déformation puis le déplacement

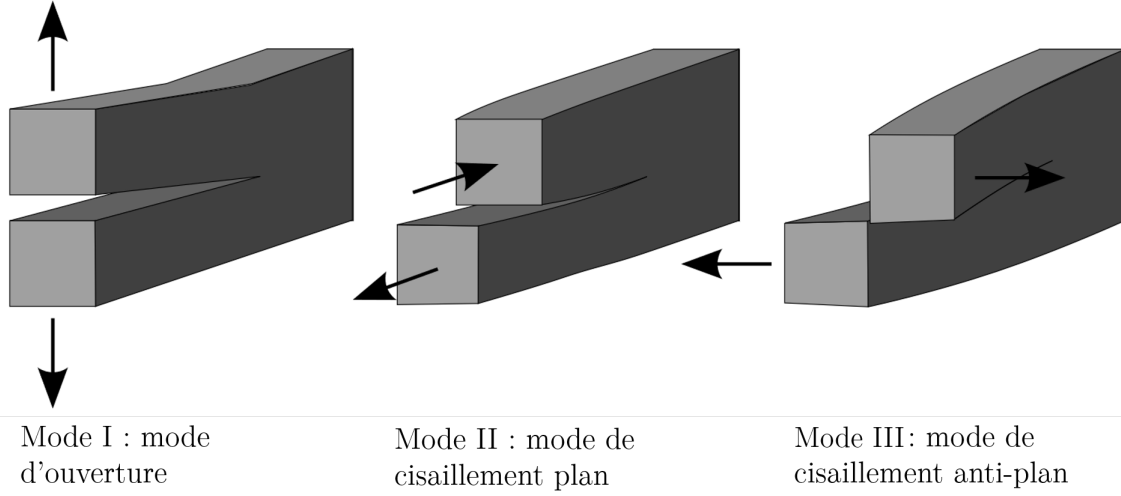


Figure III.17 – Différents modes de rupture

peuvent être calculés. Si le comportement élastique est décrit par les coefficients usuels de Lamé $((E, \nu)$ ou (λ, μ) , alors le champ de déplacement donne en coordonnées polaires :

$$u_r = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((5 - 8\nu) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(-(5 - 8\nu) \sin \frac{\theta}{2} + 3 \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{III.3.2a})$$

$$u_\theta = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((-7 + 8\nu) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((-7 + 8\nu) \cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (\text{III.3.2b})$$

Dans le cas de fissures stationnaires, les champs de contrainte et de déplacement, solution du problème élastique donnés par les équations Eq. (III.3.1) et Eq. (III.3.2) peuvent être généralisés à des solutions viscoélastiques au moyen du principe de correspondance classique plus la méthode de transformée de Laplace-Carson inverse. Pour appliquer ce principe, réécrivons les équations Eq. (III.3.2) sous la forme condensée suivante :

$$u_\alpha = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(\frac{1}{2\mu} g_{\alpha\beta}(\theta) K_\beta + \frac{\Upsilon}{2\mu} h_{\alpha\beta}(\theta) K_\beta \right) \quad \alpha = r, \theta \quad (\text{III.3.3})$$

où $g_{\alpha\beta}(\theta)$ et $h_{\alpha\beta}(\theta)$ sont des fonctions géométriques définies en annexe B et $\Upsilon = 3 - 4\nu$ en déformation plane et $\Upsilon = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$.

En utilisant le principe de correspondance viscoélastique, le champ de déplacement Eq. (III.3.3) peut être généralisé à un comportement viscoélastique linéaire comme suit :

$$u_\alpha^*(p) = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[h_{\alpha\beta}(\theta) \mathcal{C}_\beta^*(p) + h_{\alpha\beta}(\theta) \mathcal{D}_\beta^*(p) \right] \quad (\text{III.3.4})$$

où :

$$\begin{cases} \mathcal{C}_\beta^* &= \frac{K_\beta^*}{2\mu^*} \\ \mathcal{D}_\beta^* &= \frac{\Upsilon^*}{2\mu^*} K_\beta^* \end{cases} \quad (\text{III.3.5})$$

Le champ de déplacement dans l'espace temporel s'obtient par résolution par la méthode inverse de Laplace-Carson de l'équation Eq. (III.3.5) :

$$u_\alpha(t) = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(g_{\alpha\beta}(\theta) \mathcal{C}_\beta(t) + h_{\alpha\beta}(\theta) \mathcal{D}_\beta(t) \right) \quad (\text{III.3.6})$$

où \mathcal{C}_β et \mathcal{D}_β désignent les facteurs d'intensité de déformation [Dubois et al. 1996; 1999] obtenues par inversion de Laplace-Carson de \mathcal{C}_β^* et \mathcal{D}_β^* respectivement. Pour un coefficient de Poisson constant, $\Upsilon = \Upsilon_0 \implies \mathcal{D}_\beta = \Upsilon_0 \mathcal{C}_\beta$ et l'équation Eq. (III.3.6) devient :

$$u_\alpha(t) = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(g_{\alpha\beta}(\theta) + \Upsilon_0 h_{\alpha\beta}(\theta) \right) \mathcal{C}_\beta(t) \quad (\text{III.3.7})$$

Le champ de contraintes viscoélastique peut également être obtenu en appliquant le principe de correspondance et dans ce cas les coefficients K_I, K_{II} et K_{III} sont fonction du temps tel que c'est le cas dans l'expression du champ de déplacement viscoélasticité.

En mode d'ouverture de fissure (ce qui sera envisagé dans la suite sauf mention contraire), Irwin [Irwin 1957] s'appuie sur le facteur d'intensité de contrainte en mode I K_I pour formuler un critère de propagation de fissure. Il postule l'existence d'une valeur critique K_{Ic} appelée ténacité et constituant une grandeur caractéristique du matériau telle que :

$$\begin{cases} K_I < K_{Ic} &\implies \text{pas de propagation de fissure} \\ K_I = K_{Ic} &\implies \text{propagation de fissure} \end{cases} \quad (\text{III.3.8})$$

Bien que cette approche donne des résultats satisfaisants en élasticité, elle reste critiquable dans la mesure où l'idée de faire porter le critère de propagation sur une grandeur asymptotique qui n'est pas réaliste (phénomène non observable expérimentalement). Cette singularité en champ de contraintes est souvent évitée en superposant aux contraintes dues au champ lointain des forces de rupture "fictives", annulant ainsi l'état de contrainte singulier inhérent à la solution linéaire classique Eq. (III.3.1).

Cette approche ne pourra pas directement être étendue au comportement viscoélastique car le principe de correspondance par transformation de Laplace-Carson ne s'applique pas dans ces conditions (problème occupant un domaine définie de l'espace, mais pour lequel les frontières, sur lesquelles différents types de conditions aux limites sont spécifiés, varient dans le temps). En revanche, sous certaines conditions restrictives [Schapery 1975a] :

- (a) la fissure ne peut que croître ($\dot{l} \geq 0$),

- (b) la contrainte élastique normale à la surface de fissuration doit être indépendant des propriétés du matériau (E, ν) ,
- (c) Toute dépendance du déplacement en élasticité u le long du front de fissure par rapport à E et ν doit pouvoir se mettre sous la forme d'un facteur distinct ($u = f(E, \nu) \cdot f(l - x)$),

le principe de correspondance étendu proposé par G. Graham et al. [Graham and Sabin 1973] est utilisé par certains auteurs pour étendre certaines approches bien connues en élasticité pour décrire la propagation de fissure dans les milieux viscoélastiques [Christensen and Wu 1981, Christensen 2012, Schapery 1975a;b, Schapery and RA 1975]. En effet, en supposant que la zone de dominance est très petite (de taille a), Christensen [Christensen and Wu 1981], s'appuyant sur les travaux de Schapery et al. [Schapery 1975a;b, Schapery and RA 1975] a formulé un critère de propagation local en viscoélastique liant l'énergie de rupture définie par :

$$\Gamma = \int_0^{\vartheta_m} \sigma_f d\vartheta \equiv \sigma_m \vartheta_m \quad (\text{III.3.9})$$

où ϑ_m est le déplacement maximal en zone de dominance et σ_f est la contrainte dans K_d dans la direction y supposée constante et égale à la contrainte maximale σ_m . L'expression de ϑ_m est donnée par [Christensen and Wu 1981] :

$$\vartheta_m = \frac{K_I^2}{3\sigma_m} \mathcal{J} \left(\frac{a}{3\dot{l}} \right) \quad (\text{III.3.10})$$

où

$$a = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_m} \right)^2 \quad (\text{III.3.11})$$

En utilisant l'Eq. (III.3.10) et l'Eq. (III.3.11), Christensen [Christensen and Wu 1981] formule un critère de propagation viscoélastique en mode I s'écrivant sous la forme :

$$\Gamma = \frac{K_I^2}{3} \mathcal{J} \left(\frac{\pi K_I^2}{24\sigma_m^2 \dot{l}} \right) \quad (\text{III.3.12})$$

où \mathcal{J} est la fonction de fluage correspondant à $\frac{(1 - \nu^2)}{E}$ en élasticité, \dot{l} la vitesse d'avancée de la fissure. Dans cette approche, σ_m est généralement choisi comme un paramètre d'ajustement du modèle. Ce modèle souffre des restrictions imposées pour appliquer le principe de correspondance étendu. En effet la condition (b) n'est généralement pas respecté pour les problèmes dont les conditions aux limites portent à la fois sur la contrainte et le déplacement.

III.3.1.2 Approche énergétique

Griffith [Griffith 1921] a été le premier à traiter d'un point de vue énergétique les problèmes de rupture. Il a, en effet, introduit deux notions sur lesquelles porte son critère de propagation énergétique :

- l'énergie de liaison par unité de surface γ
- le taux de restitution d'énergie $\mathcal{G} = -\frac{d\mathcal{P}}{dl}$, qui est l'opposé de la dérivée, par rapport à la longueur de la fissure l , de l'énergie potentielle \mathcal{P} issue d'un bilan énergétique.

Le critère de propagation dans l'approche énergétique est alors donné par :

$$\begin{cases} \mathcal{G} < 2\gamma \implies \text{pas de propagation de fissure} \\ \mathcal{G} = 2\gamma \implies \text{propagation de fissure} \end{cases} \quad (\text{III.3.13})$$

Une approche thermodynamique a été proposée par plusieurs auteurs en suivant le raisonnement de Griffith [Duong Bui et al. 1979, Leblond and Germain 2003]. Dans cette approche, l'énergie de liaison réversible est supposée négligeable et le mécanisme d'avancée de la fissure est considéré comme un processus irréversible. Cette quantité de dissipation d'énergie par unité de longueur est souvent notée \mathcal{G}_c et désigne le taux de création d'énergie de fissuration. Ainsi l'écriture du critère énergétique devient :

$$\begin{cases} \mathcal{G} < \mathcal{G}_c \implies \dot{l} = 0 \quad (\text{pas de propagation de fissure}) \\ \mathcal{G} = \mathcal{G}_c \implies \dot{l} \geq 0 \quad (\text{propagation éventuelle de fissures}) \end{cases} \quad (\text{III.3.14})$$

Il est intéressant de noter que cette approche énergétique découle directement des deux principes de la thermodynamique.

En 1958, Irwin [Irwin 1957] a établi une relation importante entre l'approche locale et l'approche globale permettant de justifier l'approche locale. Dans le cas du mode I pur et pour un incrément de fissure δl , il peut être montré, en appliquant le théorème de Betti, la formule d'Irwin suivante :

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} \quad (\text{III.3.15})$$

où :

$$\begin{cases} E' = E & \text{en contrainte plane} \\ E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} & \text{en déformation plane} \end{cases} \quad (\text{III.3.16})$$

L'équation Eq. (III.3.15) peut être généralisé au comportement viscoélastique. En utilisant les champs de contrainte et le champ de déplacement établi précédemment en viscoélasticité Eq. (III.3.6), Dubois et al. [Dubois et al. 2002] ont proposé une généralisation de la

formule de Irwin Eq. (III.3.15) en milieu viscoélastique :

$$\mathcal{G}(t) = \frac{(1 + \Upsilon_0)}{4} K_I(t) \mathcal{C}_I(t) \quad (\text{III.3.17})$$

où $\mathcal{C}_I(t)$ est la fonction originale de \mathcal{C}_I^* . Le critère énergétique est préférable à celui basé sur le facteur d'intensité de contrainte car il se rapporte à une grandeur globale, le taux de restitution d'énergie, dont le sens physique est irréfutable. Elle peut donc être étendue à d'autres types de comportement puisqu'il est basé uniquement sur les deux principes de la thermodynamique. La généralisation de ce critère au comportement viscoélastique des enrobés bitumineux sera abordée dans la section III.3.2.

III.3.2 Extension de l'approche énergétique de propagation de fissure dans un milieu viscoélastique au modèle de Maxwell généralisé

III.3.2.1 Analyse thermodynamique

Considérons un domaine viscoélastique à température constante (cadre d'une transformation isotherme) bidimensionnel Ω dans lequel va se propager une fissure de longueur l (figure Fig. III.18) en mode I de rupture dont les lèvres ne sont pas en contact. On suppose en outre que la fissure n'apparaît pas sur le bord $\Gamma_u \cup \Gamma_T$ où sont imposés des déplacements et forces non nuls. Par soucis de simplicité les effets d'inertie sont négligés et on se place dans le cadre des petites perturbations. Muni des ces hypothèses, le problème mécanique \mathcal{P} s'écrit :

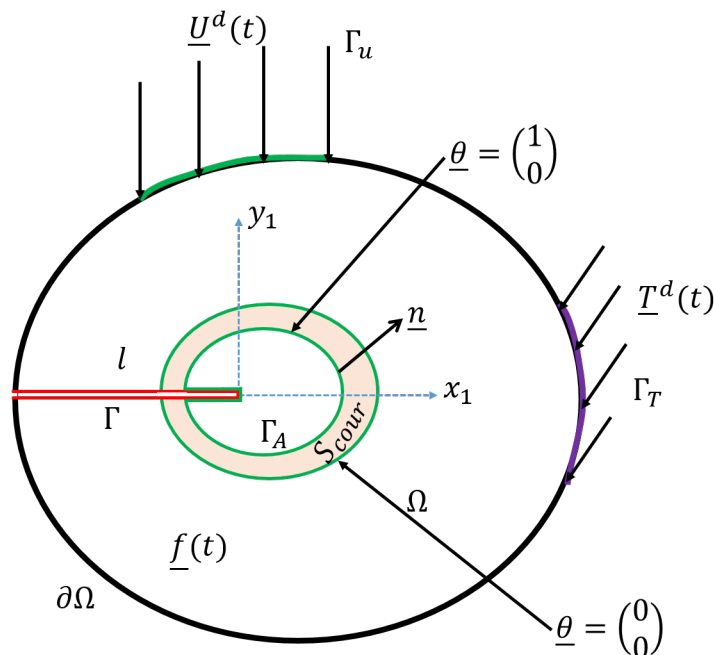


Figure III.18 – Domaine viscoélastique fissuré soumis à un chargement cinématique

$$\mathcal{P} : \left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div} \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} + \underline{\underline{\mathbf{f}}} = \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}(t) = \int_{t_0}^t \underline{\underline{\mathbb{R}}}(t-t') : d\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}(t') & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}(u) = \frac{1}{2} \left(\nabla u + {}^T \nabla u \right) & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\mathbf{u}}}(\underline{\underline{\mathbf{x}}}, t) = \underline{\underline{\mathbf{U}}}^d(t) & \text{sur } \Gamma_u \\ \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}(\underline{\underline{\mathbf{x}}}, t) \cdot \underline{\underline{\mathbf{n}}} = \underline{\underline{\mathbf{0}}} & \text{sur } \Gamma \\ \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}(\underline{\underline{\mathbf{x}}}, t) \cdot \underline{\underline{\mathbf{n}}} = \underline{\underline{\mathbf{T}}}^d(t) & \text{sur } \Gamma_T \\ \underline{\underline{\mathbf{u}}}(\underline{\underline{\mathbf{x}}}, t_0) = \underline{\underline{\mathbf{u}}}^0(\underline{\underline{\mathbf{x}}}) & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}(\underline{\underline{\mathbf{x}}}, t_0) = \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}^0(\underline{\underline{\mathbf{x}}}) & \text{dans } \Omega \end{array} \right. \quad (\text{III.3.18})$$

Lorsque l'état de fissuration (critère de propagation) et l'état de chargement sont connus alors le problème \mathcal{P} peut être résolu en utilisant la démarche présentée plus haut (III.2). Il ne nous reste alors qu'à définir un critère de propagation de fissure. D'après le premier principe de la thermodynamique, on a :

$$\frac{dE}{dt} = P_e + Q^\circ \quad (\text{III.3.19})$$

où E désigne l'énergie interne, P_e la puissance des efforts extérieurs et Q° le taux de chaleur reçue par le domaine.

Le deuxième principe de la thermodynamique postule que le taux de production d'entropie multiplié par la température est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçu :

$$T \frac{dS}{dt} \geq Q^\circ \quad (\text{III.3.20})$$

En combinant les équations Eq. (III.3.19) et Eq. (III.3.20), on obtient l'inégalité de Clausius–Duhem suivante :

$$\mathcal{D} = T \frac{dS}{dt} - \frac{dE}{dt} + P_e \geq 0 \quad (\text{III.3.21})$$

En posant ensuite $\mathcal{W} = E - TS$ appelée énergie libre totale du système, sa dérivée par rapport au temps donne :

$$\frac{d\mathcal{W}}{dt} = \frac{dE}{dt} - T \frac{dS}{dt} \quad \text{car } \dot{T} = 0 \text{ (transformation isotherme)}. \quad (\text{III.3.22})$$

L'équation III.3.21 prend la forme suivante :

$$\mathcal{D} = P_e - \frac{d\mathcal{W}}{dt} \geq 0 \quad (\text{III.3.23})$$

Examinons à présent les termes de droite de l'équation Eq. (III.3.23). Mais avant cela il faut signaler qu'en transformation quasi-statique le milieu fissuré peut être défini par les variables d'état $(\underline{q}, l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\} (i = 1, \dots, m))$ où \underline{q} est l'ensemble des chargements représentant les déplacements généralisés auxquels sont associés par dualité le paramètre des forces généralisées \underline{Q} et $\{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}$ l'ensemble des champs de déformations visqueuses représentant les variables internes. En effet, si le modèle de MG est considéré, la contrainte totale s'écrit :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \underline{\underline{\mathbb{C}}}_0 : \underline{\underline{\epsilon}} + \sum_{i=1}^m \underline{\underline{\mathbb{C}}}_i : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta) \\ &= \left(\underline{\underline{\mathbb{C}}}_0 + \sum_{i=1}^m \underline{\underline{\mathbb{C}}}_i \right) : \underline{\underline{\epsilon}} - \sum_{i=1}^m \underline{\underline{\mathbb{C}}}_i : \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta \\ &= \underline{\underline{\mathbb{C}}}^{el} : \underline{\underline{\epsilon}} + \underline{\underline{\sigma}}^r \end{aligned} \quad (\text{III.3.24})$$

où $\underline{\underline{\mathbb{C}}}^{el}$ désigne le tenseur d'élasticité instantanée et $\underline{\underline{\sigma}}^r$ peut être assimilé à une précontrainte associée aux évolutions viscoélastiques $\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta$. Ainsi, si les champs de déformations visqueuses $\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta$ sont supposés connus, la relation Eq. (III.3.24) définit une loi de comportement élastique avec précontrainte. A chaque instant t correspondant à un état de fissuration $l(t)$, la déformation en tout point du domaine fissuré est alors fonction de \underline{q} , l et $\{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}$.

Dans une transformation isotherme, l'énergie libre est donnée pour un modèle de MG (Fig. III.1), par :

$$\mathcal{W}(\underline{q}, l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left[\underline{\underline{\epsilon}} : \underline{\underline{\mathbb{C}}}_0 : \underline{\underline{\epsilon}} + \sum_{i=1}^m (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta) : \underline{\underline{\mathbb{C}}}_i : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta) \right] d\Omega \quad (\text{III.3.25})$$

La dérivée par rapport au temps de \mathcal{W} s'écrit alors :

$$\frac{d\mathcal{W}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \dot{\underline{q}} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial l} \Big|_{(q, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \dot{l} + \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}} \Big|_{(q, l)} \{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}_i^\vartheta\} \quad (\text{III.3.26})$$

La puissance des efforts extérieurs est donnée par :

$$P_e = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \dot{\underline{u}} d\Omega + \int_{\Gamma_T} \underline{T}^d \cdot \dot{\underline{u}} d\Gamma + \int_{\Gamma_u} (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}) \cdot \dot{\underline{U}}^d d\Gamma \quad (\text{III.3.27})$$

Si l'on pose :

$$\phi = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \underline{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} \underline{T}^d \cdot \underline{u} \, d\Gamma, \quad (\text{III.3.28})$$

Dans une évolution à \underline{q} et $\{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\}$ fixés la puissance P_e peut s'écrire en fonction du travail des forces extérieures :

$$P_e|_{(\underline{q}, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} = \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{(\underline{q}, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \quad i \quad (\text{III.3.29})$$

De même, à \underline{q} et l fixés, on a :

$$P_e|_{(\underline{q}, l)} = \frac{\partial \phi}{\partial \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\}} \Big|_{(\underline{q}, l)} \quad \{\dot{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta}\} \quad (\text{III.3.30})$$

En outre, d'après le principe des puissances virtuelles (PPV), on a :

$$\int_{\Omega} \underline{\sigma} : \underline{\epsilon}(\hat{u}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma} (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \cdot \hat{u} \, ds, \quad \forall \hat{u} \text{ virtuel} \quad (\text{III.3.31})$$

Ainsi dans une évolution à l et $\{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\}$ fixés (évolution élastique), l'application du PPV à travers l'équation Eq. (III.3.31) donne :

$$\int_{\Omega} \underline{\sigma} : \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Omega = \int_{\Omega} \underline{f} \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} \underline{T}^d \cdot \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Gamma + \int_{\Gamma_T} \underline{T} \cdot \frac{\partial \underline{U}^d}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Gamma, \quad (\text{III.3.32})$$

où $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}$.

Le terme du premier membre de l'équation Eq. (III.3.32) donne :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \underline{\sigma} : \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Omega &= \int_{\Omega} \sum_{i=0}^m \underline{\sigma}_i : \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \left[\underline{\mathbb{C}}_0 : \underline{\epsilon} + \sum_{i=1}^m \underline{\mathbb{C}}_i : (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_i^{\vartheta}) \right] : \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \, d\Omega \\ &= \int_{\Omega} \left[\underline{\epsilon} : \underline{\mathbb{C}}_0 : \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial \underline{q}} \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} + \sum_{i=1}^m \underline{\mathbb{C}}_i : (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_i^{\vartheta}) : \frac{\partial}{\partial \underline{q}} (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_i^{\vartheta}) \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \right] \, d\Omega \\ &= \frac{\partial}{\partial \underline{q}} \left(\int_{\Omega} \frac{1}{2} \left[\underline{\epsilon} : \underline{\mathbb{C}}_0 : \underline{\epsilon} + \sum_{i=1}^m (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_i^{\vartheta}) : \underline{\mathbb{C}}_i : (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}_i^{\vartheta}) \right] \, d\Omega \right) \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \\ &= \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \underline{q}} (\underline{q}, l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\}) \Big|_{(l, \{\underline{\epsilon}_i^{\vartheta}\})} \end{aligned} \quad (\text{III.3.33})$$

La puissance des forces extérieures à champ de déformations visqueuses constant et dans un état de fissuration fixé vaut alors $\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \underline{q}}(\underline{q}, l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}) \Big|_{(l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})}$, soit :

$$Pe|_{(l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} = \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \underline{q}}(\underline{q}, l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}) \Big|_{(l, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \underline{\dot{q}} \quad (\text{III.3.34})$$

En utilisant les équations Eq. (III.3.26), Eq. (III.3.29), Eq. (III.3.30) et Eq. (III.3.34), l'inégalité de Clausius-Duhem Eq. (III.3.23) devient :

$$\mathcal{D} = -\frac{\partial}{\partial l} (\mathcal{W} - \phi) \Big|_{(q, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \dot{l} - \frac{\partial}{\partial \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}} (\mathcal{W} - \phi) \Big|_{(q, l)} \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\} \quad (\text{III.3.35})$$

En désignant ensuite par $P = \mathcal{W} - \phi$ l'énergie potentielle et en posant :

$$\mathcal{D}_\vartheta = -\frac{\partial P}{\partial \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}} \Big|_{(q, l)} \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\}, \quad (\text{III.3.36})$$

l'énergie dissipée par l'avancée de la fissure apparaît comme étant le complémentaire de la dissipation visqueuse dans la dissipation totale :

$$\mathcal{D} - \mathcal{D}_\vartheta = -\frac{\partial P}{\partial l} \Big|_{(q, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \dot{l}, \quad (\text{III.3.37})$$

où $\mathcal{G}_\vartheta = -\frac{\partial P}{\partial l} \Big|_{(q, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})}$ est la force thermodynamique associée à l'avancée de la fissure.

En adoptant l'hypothèse formulée dans les travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010, Nguyen 2010] selon laquelle la dissipation liée à la propagation de fissure est proportionnelle à la vitesse d'avancée \dot{l} :

$$\mathcal{D} - \mathcal{D}_\vartheta = \mathcal{R} \dot{l}, \quad (\text{III.3.38})$$

le critère de propagation dans un milieu viscoélastique peut ainsi être formulé comme suit en combinant les équations Eq. (III.3.37) et Eq. (III.3.38) :

$$\begin{cases} \mathcal{G}_\vartheta < \mathcal{R} \implies \dot{l} = 0 & (\text{pas de propagation de fissure}) \\ \mathcal{G}_\vartheta = \mathcal{R} \implies \dot{l} \geq 0 & (\text{propagation éventuelle de fissure}) \end{cases} \quad (\text{III.3.39})$$

Ce modèle a été proposé par S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010, Nguyen 2010] pour le modèle viscoélastique de Burgers. Dans ce système d'équation, \mathcal{G}_ϑ apparaît comme une force motrice de propagation de la fissure qui dépend de la vitesse de chargement à travers les champs de déformations visqueuses et est désigné taux de restitution d'énergie.

Le terme \mathcal{R} peut être interprété comme une force de résistance à vaincre pour que la propagation de la fissure puisse se produire. La difficulté principale dans l'étude de la fissuration des milieux dissipatifs réside dans la détermination de ces deux termes et fera objet de discussion dans la section suivante.

III.3.2.2 Calcul numérique du taux de restitution d'énergie viscoélastique

Des méthodes de calcul numérique du taux de restitution d'énergie sont bien connues en élasticité. Parmi ces méthodes, on peut citer l'intégrale \mathcal{J} de Rice [Rice 1968] qui donne une expression du taux de restitution d'énergie sous forme d'intégrale de contour :

$$\mathcal{J} = \mathcal{G} = \int_{\Gamma_A} \left(W_e n_1 - (\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \frac{\partial \underline{\underline{u}}}{\partial x_1} \right) d\Gamma \quad (\text{III.3.40})$$

où W_e désigne la densité d'énergie de déformation élastique $\left(\int_0^{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}} \right)$, Γ_A le contour arbitraire orienté par le vecteur normal (voir figure Fig. III.18). Il est démontré que si les lèvres de la fissure sont libres alors l'intégrale \mathcal{J} est indépendante du contour. Ceci permet de considérer un contour loin de la zone de singularité des champs de contraintes. Le calcul numérique d'une intégrale de contour est très souvent difficile à mettre en œuvre et pour contourner ce problème, Destuynder et al. [Destuynder et al. 1981] ont proposé une intégrale surfacique appelé intégrale $\mathcal{G}\theta$ permettant ainsi d'éviter les projections des champs qui sont sources d'erreurs numériques. Cette intégrale est donnée par l'équation Eq. (III.3.41).

$$\mathcal{G}\theta = \int_{S_{cour}} \left(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{u}}}{\partial x_1} - W_e \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dS \quad (\text{III.3.41})$$

La généralisation de ces intégrales au milieu viscoélastique a fait l'objet d'études mais elles présentent quelques limites. En effet à partir du principe de correspondance viscoélastique étendu de G. Graham et al. [Graham and Sabin 1973], R. A. Schapery [Schapery 1984] a proposé une intégrale \mathcal{J}_ϑ viscoélastique définie par :

$$\mathcal{J}_\vartheta = \int_{\Gamma_A} \left(W_e n_1 - (\underline{\underline{\sigma}}_e \cdot \underline{\underline{n}}) \cdot \frac{\partial \underline{\underline{u}}_e}{\partial x_1} \right) d\Gamma \quad (\text{III.3.42})$$

où W_e désigne la pseudo-densité d'énergie de déformation définie telle que :

$$W_e = \int_0^{\underline{\underline{\varepsilon}}_e} \underline{\underline{\sigma}}_e : d\underline{\underline{\varepsilon}}_e, \quad (\text{III.3.43})$$

$\underline{\underline{\sigma}}_e$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}_e$ sont respectivement les champs de contrainte et de déplacement solution du problème élastique dont dérive le problème viscoélastique à partir du principe de correspondance. L'application de cette méthode de calcul du taux de restitution d'énergie reste très limitée puisque les conditions d'application du principe de correspondance étendu ne

se prêtent pas à tous les problèmes réels.

En se basant sur le modèle de Kelvin-Voigt généralisé Fig. I.22, Dubois et al. [Dubois et al. 2002, Dubois and Petit 2005] ont également proposé une forme de l'intégrale \mathcal{J} , pour un comportement viscoélastique s'écrivant comme suit :

$$\mathcal{J}_\vartheta = \sum_{i=0}^m \mathcal{J}_\vartheta^m, \quad (\text{III.3.44})$$

avec

$$\mathcal{J}_\vartheta^m = \int_{\Gamma_A} \left(W_e^m n_1 - \left(\underline{\underline{\sigma}}_e^m \cdot \underline{\underline{n}} \right) \cdot \frac{\partial \underline{\underline{u}}_e^m}{\partial x_1} \right) d\Gamma, \quad (\text{III.3.45})$$

où W_e^m désigne la densité d'énergie restituable associée à l'élément Kelvin m , $\underline{\underline{\sigma}}_e^m$ représente la partie élastique du tenseur des contraintes dans la branche m et $\underline{\underline{u}}_e^m$ la partition du champ de déplacement associé à chaque élément m . Par analogie à l'intégrale \mathcal{J}_ϑ , les mêmes auteurs ont proposé une intégrale $\mathcal{G}\theta_\vartheta$ viscoélastique suivante :

$$\mathcal{G}\theta_\vartheta = \sum_{i=0}^m \mathcal{G}\theta_\vartheta^m, \quad (\text{III.3.46})$$

avec

$$\mathcal{G}\theta_\vartheta^m = \int_{S_{cour}} \left(\underline{\underline{\sigma}}_e^m \cdot \frac{\partial \underline{\underline{u}}_e^m}{\partial x_1} - W_e^m \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dS, \quad (\text{III.3.47})$$

Si la déformation totale $\underline{\underline{\epsilon}}$ peut se décomposer en une somme de déformation $\underline{\underline{\epsilon}}^m$, chacune étant associée à l'élément rhéologique m , elles ne sont en revanche pas géométriquement compatibles, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas issues d'un quelconque champ de déplacement $\underline{\underline{u}}_e^m$. Ainsi le problème de fissuration générale ne peut pas être découpé en m sous-problèmes élastiques.

L'utilisation de ces méthodes de calcul numérique du taux de restitution d'énergie étendu au milieu dissipatif demeure toutefois très limitée.

III.3.2.2.1 Méthode d'incrément de fissure

Dans cette étude, il est préféré d'utiliser une technique très simple mais plus rigoureuse que celles présentées ci-dessus. En effet, l'expression du taux de restitution d'énergie \mathcal{G}_ϑ Eq. (III.3.36) met en évidence une dérivée partielle par rapport à la longueur de fissure l de l'énergie potentielle. Cette dérivée partielle est approximée, à partir de deux états de fissuration l et $l + \delta l$, par une différence entre les énergies potentielles calculées pour ces deux états. Il s'agit d'une petite variation élastique liée à un accroissement δl de la longueur de la fissure puisque la dérivée s'effectue en bloquant les déformations visqueuses et le chargement imposé. Pour le démontrer, considérons la formulation alternative de la loi de comportement Eq. (III.3.24) pour l'état réel de la fissuration correspondant à la longueur l :

$$\underline{\underline{\sigma}}(l) = \mathbb{C}^{el} : \underline{\underline{\epsilon}}(l) + \underline{\underline{\sigma}}^r(l) \quad (\text{III.3.48})$$

Le calcul élémentaire auxiliaire relatif à l'état de fissuration fictif $l + \delta l$ est régi par l'équation d'état :

$$\underline{\underline{\sigma}}(l + \delta l) = \mathbb{C}^{el} : \underline{\underline{\epsilon}}(l + \delta l) + \underline{\underline{\sigma}}^r(l) \quad (\text{III.3.49})$$

En combinant les équations Eq. (III.3.48) et Eq. (III.3.50), la variation de la contrainte est ainsi donnée par l'équation Eq. (III.3.50) :

$$\Delta_l \underline{\underline{\sigma}} = \mathbb{C}^{el} : \Delta_l \underline{\underline{\epsilon}}, \quad (\text{III.3.50})$$

correspondant à la réponse instantanée du comportement viscoélastique. En d'autres termes, la précision du taux de restitution de l'énergie est étroitement liée à celle du module dynamique du matériau, dont la détermination est d'une importance fondamentale. L'expression du taux de restitution d'énergie est déterminée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_\vartheta &= -\frac{\delta P}{\delta l} \\ &= -\frac{(\mathcal{W} - \phi)(l + \delta l) - (\mathcal{W} - \phi)(l)}{\delta l} \end{aligned} \quad (\text{III.3.51})$$

Dans les paragraphes suivants, la validité de cette approche sera examinée et l'influence de la croissance de la fissure δl sera évaluée. L'étude de la sensibilité du maillage sur le calcul numérique de \mathcal{G}_ϑ sera également présentée.

III.3.2.2.2 Validation de la méthode de calcul en élasticité

Une validation de la méthode de calcul du taux de restitution d'énergie pour un comportement élastique est maintenant présentée. Pour ce faire, l'essai de flexion trois points sur une éprouvette semi-circulaire est considérée (Fig. III.19). Seule la moitié de la géométrie

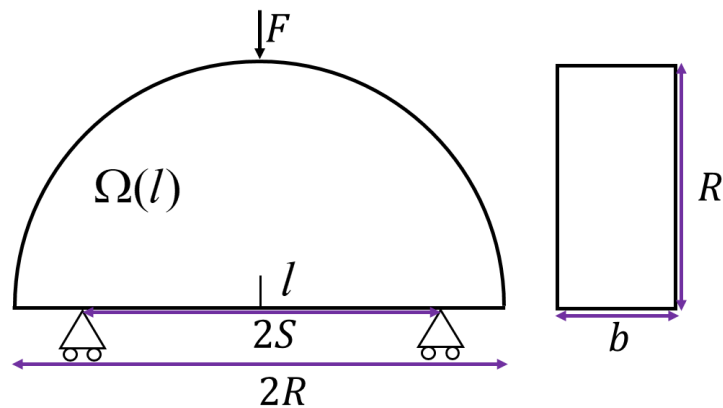


Figure III.19 – Géométrie SCB ($R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $S = 60 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $F = 8 \text{ kN}$)

a été retenue et le calcul est effectué en déformation plane. La réponse instantanée du

modèle MG dont les paramètres sont donnés au tableau III.1 correspondant au comportement élastique est considérée pour la simulation numérique.

Le taux de restitution d'énergie théorique est déterminé à partir de l'équation Eq. (III.3.15). Pour cette configuration géométrique, le facteur d'intensité de contraintes en mode I s'exprime comme suit [Molenaar et al. 2002, Molenaar 2004] :

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi l} \cdot f\left(\frac{l}{R}\right) \quad (\text{III.3.52})$$

où

$$\sigma = \frac{\gamma F}{2Rb} \quad (\text{III.3.53})$$

$$\text{avec : } \left\{ \begin{array}{l} \sigma = \text{contrainte de traction maximale;} \\ \gamma = \text{constante égale à } 4,263; \\ F = \text{la force appliquée;} \\ l = \text{longueur de la fissure;} \\ R = \text{rayon de l'éprouvette;} \\ b = \text{épaisseur de l'éprouvette;} \\ f = \text{facteur de forme caractéristique de la géométrie.} \end{array} \right.$$

Les expressions du facteur de forme sont données dans la littérature [Lim et al. 1993, Molenaar 2004, Kuruppu and Chong 2012, Jacobs et al. 2012, Somé et al. 2018a]. S. C. Somé et al. [Somé et al. 2018a] ont montré que le facteur de forme géométrique f varie en fonction du coefficient de Poisson ν et de l'épaisseur de l'éprouvette b . L'expression de f proposée par S. C. Somé et al. [Somé et al. 2018a] est retenue pour calculer \mathcal{G}_θ (équation Eq. (III.3.15)) car les facteurs influençant f sont connus. Ainsi pour $2S = 0.8 \times (2R)$, $0,067 \leq \frac{l}{R} \leq 0,67$ et $\nu = 0,35$, le facteur de forme est donné par l'équation Eq. (III.3.54).

$$f(x) = 1,22 - 1,44x + 1,94x^2 + 13,83x^3 - 34,80x^4 + 31,74x^5 \quad (\text{III.3.54})$$

La figure Fig. III.20 montre l'évolution du taux de restitution d'énergie en fonction du rapport de la longueur par rapport à la hauteur de l'éprouvette. Sur cette figure, les résultats issus de la simulation numérique sont comparés aux résultats théoriques. Ces résultats montrent une très bonne concordance entre simulation et solution analytique et valident ainsi l'approche numérique de calcul de \mathcal{G}_v dans le cas élastique.

III.3.2.3 Validation en viscoélasticité

Il y a très peu d'expressions analytiques du taux de restitution de l'énergie pour les milieux viscoélastiques autre que celle présentée au paragraphe III.3.1.2. Avant tout, il faut préciser

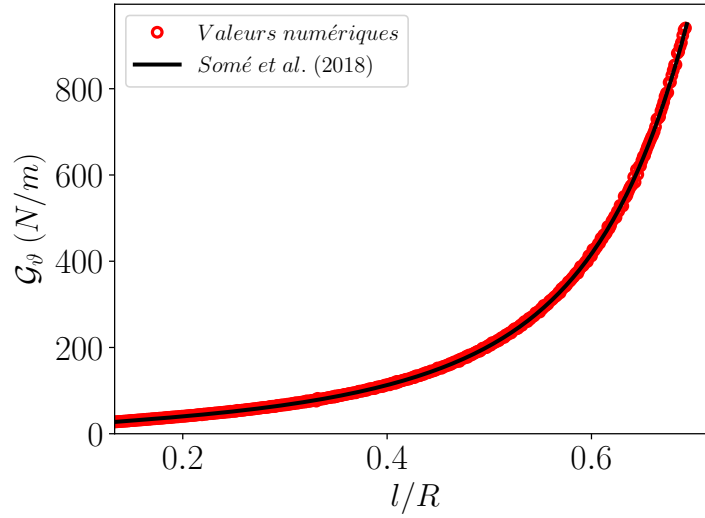


Figure III.20 – Taux de restitution d'énergie numérique et théorique dans le cas élastique ($E = 24,61 \text{ GPa}$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $W = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $F = 8 \text{ kN}$)

que l'utilisation de l'expression Eq. (III.3.17) requiert à la fois la connaissance du facteur d'intensité de la contrainte viscoélastique $K_I(t)$ et du facteur d'intensité de la déformation $C_I(t)$. Ces deux fonctions dépendent du type de sollicitation et du modèle rhéologique choisi, ce qui limite son utilisation la plupart du temps. D'autres approximations, basées sur le bilan énergétique, sont proposées dans la littérature et décrites dans les paragraphes suivants.

III.3.2.3.1 Approximation de Cecot et al. [Cecot 2001]

Cecot et al. [Cecot 2001] et E. Dénarié et al. [Denarié et al. 2006] ont approximé le taux de restitution d'énergie \mathcal{G}_ϑ à partir d'une forme pseudo-convolution de l'énergie potentielle donnée par C. Huet [Huet 1997] :

$$\mathcal{G}_\vartheta = \frac{1}{2} \int_{\Gamma_T} \frac{\partial u}{\partial l} \square \underline{T}^d \text{d}S - \int_{\Gamma_u} \frac{\partial T}{\partial l} \square \underline{U}^d \text{d}S \quad (\text{III.3.55})$$

où \square désigne le produit pseudo-convolutif défini par l'opérateur bilinéaire non commutatif dans l'intervalle de temps $[0^-, 2t^+]$:

$$a \square b(t) = \frac{1}{2} \left(\int_{0^-}^t -\frac{1}{2} \int_t^{2t^+} \right) (a(2t-u)b(u)) \text{d}u \quad (\text{III.3.56})$$

avec :

$$\frac{1}{2} (a \square b + b \square a) = ab \quad (\text{III.3.57})$$

Lorsque les chargements peuvent être décrits par un nombre fini \mathcal{I} de paramètres cinématiques q^d et de paramètres de forces généralisées Q^d tels que le travail des efforts extérieurs

s'écrivent :

$$\phi = \underline{Q} \underline{q} = \sum_{k \in \mathcal{I}} \left(Q_k q_k^d + Q_k^d q_k \right) \quad (\text{III.3.58})$$

alors la forme réduite de l'équation Eq. (III.3.55) est donnée par :

$$\mathcal{G}_\vartheta = \frac{1}{2} \frac{\partial \underline{q}}{\partial l} \square \underline{Q} - \frac{1}{2} \frac{\partial \underline{Q}}{\partial l} \square \underline{q} \quad (\text{III.3.59})$$

Contrairement à la formulation Eq. (III.3.17), la relation Eq. (III.3.55) découle d'un raisonnement thermodynamique rigoureux. Cependant, sa validation pose quelques problèmes. En effet, pour un problème à chargement cinématique imposé \underline{q}^d ($\underline{Q}^d = \emptyset$), l'énergie potentielle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$P = \frac{1}{2} \underline{Q} \square \underline{q}^d \quad (\text{III.3.60})$$

avec :

$$\underline{Q}(t) = \int_0^t \underline{\underline{K}}(t - t') \cdot d\underline{q}^d \quad (\text{III.3.61})$$

où $\underline{\underline{K}}$ désigne la matrice symétrique de rigidité viscoélastique.

A chargement constant $\underline{q}^d(t) = \underline{q}^d \mathcal{H}(t)$, l'équation Eq. (III.3.60) devient :

$$P = \frac{1}{2} \underline{q}^d \cdot \underline{\underline{K}}(2t) \cdot \underline{q}^d \quad (\text{III.3.62})$$

En suivant le raisonnement de Cecot et al. [Cecot 2001], le taux de restitution d'énergie pourrait s'écrire comme suit :

$$\mathcal{G}_\vartheta = -\frac{1}{2} \underline{q}^d \cdot \frac{\partial \underline{\underline{K}}(2t)}{\partial l} \cdot \underline{q}^d \quad (\text{III.3.63})$$

L'équation Eq. (III.3.63) laisse présager que la dérivée est effectuée sans fixer les champs de déformations visqueuses, ce qui est en contradiction avec le développement thermodynamique permettant d'obtenir l'Eq. (III.3.37). En restant dans la logique de ces auteurs, en considérant un coefficient de Poisson constant et en écrivant le tenseur $\underline{\underline{K}}$ sous la forme :

$$\underline{\underline{K}} = R(t) \underline{\underline{\gamma}}(l) \quad (\text{III.3.64})$$

où $\underline{\underline{\gamma}}$ est un tenseur de fonctions géométriques et R la fonction de relaxation. Ainsi, une approximation de \mathcal{G}_ϑ est donnée sous la forme suivante :

$$\mathcal{G}_\vartheta(t) \simeq \beta R(2t) \quad (\text{III.3.65})$$

avec :

$$\beta = -\frac{1}{2\delta l} \underline{q}^d \cdot \left(\underline{\underline{\gamma}}(l + \delta l) - \underline{\underline{\gamma}}(l) \right) \cdot \underline{q}^d \quad (\text{III.3.66})$$

III.3.2.3.2 Approximation de S. T. Nguyen et al. [Nguyen 2010]

S. T. Nguyen et al., [Nguyen 2010] ont montré que l'énergie de déformation élastique \mathcal{W} peut se décomposer en une énergie restituable \mathcal{W}^e définie par :

$$\mathcal{W}^e = \frac{1}{2} (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \cdot \underline{\underline{C}}^e(l) \cdot (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \quad (\text{III.3.67})$$

où q^ϑ est le paramètre cinématique résiduel tel que :

$$\underline{Q} = \underline{\underline{C}}^e(l) \cdot (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \quad (\text{III.3.68})$$

où $\underline{\underline{C}}^e$ désigne la matrice symétrique de rigidité instantanée du système et en une énergie bloquée \mathcal{W}^{res} qui subsiste après décharge en raison de la non-compatibilité des déformations visqueuses.

Le taux de restitution d'énergie viscoélastique peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{G}_\vartheta = -\frac{1}{2} (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \cdot \underline{\underline{C}}^{e'} \cdot (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) + (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \cdot \underline{\underline{C}}^e \cdot \left. \frac{\partial \underline{q}^\vartheta}{\partial l} \right|_{(\underline{q}, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} - \left. \frac{\partial \mathcal{W}^{res}}{\partial l} \right|_{(\underline{q}, \{\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta\})} \quad (\text{III.3.69})$$

En supposant que les contributions des termes de dérivée de l'énergie et du paramètre cinématique résiduels sont négligeables ⁽²⁾, on obtient la forme réduite de \mathcal{G}_ϑ suivante :

$$\mathcal{G}_\vartheta \simeq -\frac{1}{2} (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \cdot \underline{\underline{C}}^{e'} \cdot (\underline{q} - \underline{q}^\vartheta) \quad (\text{III.3.70})$$

En reportant l'équation Eq. (III.3.68) dans l'équation Eq. (III.3.70), cette dernière devient :

$$\mathcal{G}_\vartheta \simeq -\frac{1}{2} \left(\underline{\underline{C}}^{e-1} \cdot \underline{Q} \right) \cdot \underline{\underline{C}}^{e'} \cdot \left(\underline{\underline{C}}^{e-1} \cdot \underline{Q} \right) \quad (\text{III.3.71})$$

En considérant maintenant une évolution prescrite par un paramètre cinématique \underline{q}^d ($\underline{Q}^d = \emptyset$) constant $\underline{q}^d(t) = \underline{q}^d \mathcal{H}(t)$ et en gardant les mêmes notations que celles du paragraphe III.3.2.3.2, l'approximation de \mathcal{G}_ϑ prend la forme :

$$\mathcal{G}_\vartheta(t) \simeq \bar{\beta} R(t)^2 \quad (\text{III.3.72})$$

avec :

$$\bar{\beta} = -\frac{1}{2} \left(\underline{\underline{C}}^{e-1} \cdot (\underline{\gamma} \cdot \underline{q}^d) \right) \cdot \underline{\underline{C}}^{e'} \cdot \left(\underline{\underline{C}}^{e-1} \cdot (\underline{\gamma} \cdot \underline{q}^d) \right) \quad (\text{III.3.73})$$

III.3.2.3.3 Comparaison des approximations du taux de restitution d'énergie avec les simulations numériques

(2). S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] ont justifié rigoureusement cette hypothèse dans le cas des structures hétérogènes 1D mais le cas 3D manque de démonstration. On propose de vérifier numériquement cette hypothèse en 3D.

Le problème de flexion trois points sur SCB est reconsidéré pour simuler un essai de relaxation. Pour cela, un déplacement $\underline{q}^d \begin{pmatrix} 0 \\ 10^{-3} \end{pmatrix}$ est appliqué pour différentes températures (-20°C , 0°C et 20°C). Pour comparer les résultats numériques avec les approximations Eq. (III.3.65) et Eq. (III.3.72) et pour plus de clarté, on définit la valeur normalisée de $\mathcal{G}_\vartheta(t)$ par :

$$\mathcal{G}_\vartheta^{norm}(t) = \frac{\mathcal{G}_\vartheta(t)}{\mathcal{G}_\vartheta(0)} \quad (\text{III.3.74})$$

Par conséquent, les formes normalisées des approximations Eq. (III.3.65) et Eq. (III.3.72) donnent respectivement :

$$\mathcal{G}_\vartheta^{norm}(t) \simeq \frac{R(2t)}{R(0)} \quad (\text{III.3.75})$$

$$\mathcal{G}_\vartheta^{norm}(t) \simeq \left(\frac{R(t)}{R(0)} \right)^2 \quad (\text{III.3.76})$$

Il est présenté sur les figures Fig. III.21, Fig. III.22 et Fig. III.23 l'évolution du taux de restitution d'énergie normalisé en fonction du temps en comparant les résultats numériques et ceux obtenus par les relations Eq. (III.3.75) et Eq. (III.3.76) pour différentes températures. Sur ces figures, on note une différence entre les valeurs numériques de $\mathcal{G}_{vartheta}$

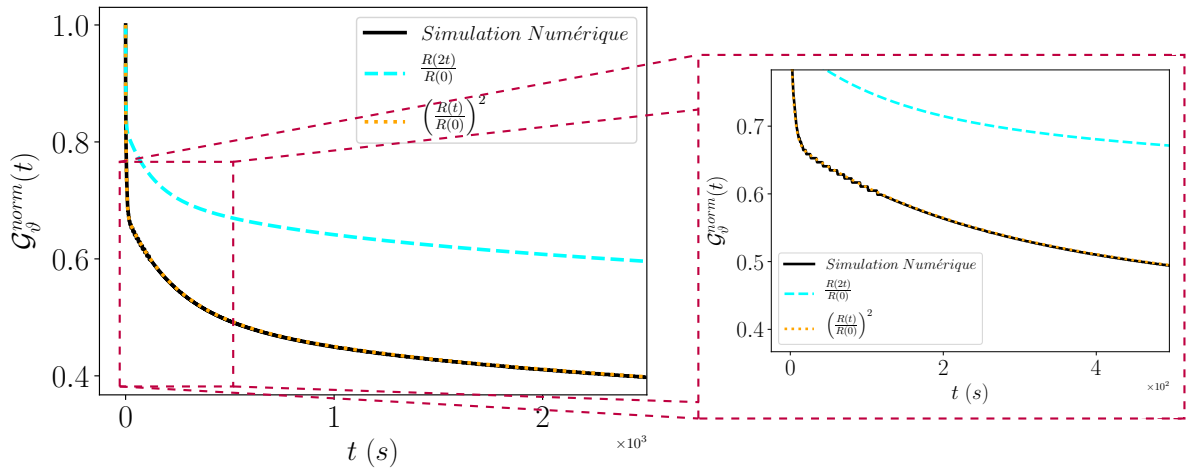


Figure III.21 – Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximés à -20°C

et les valeurs données par l'expression de C. Cecot [Cecot 2001] (Eq. (III.3.75)). Par contre, l'approximation obtenue à partir du raisonnement de S. T. Nguyen et al. [Nguyen 2010] (Eq. (III.3.76)) coïncide avec les valeurs numériques quelle que soit la température de simulation. On peut conclure que les hypothèses émises sur les termes de dérivée de l'énergie bloquée et du paramètre cinématique résiduel sont justifiées à une certaine tolérance numérique près.

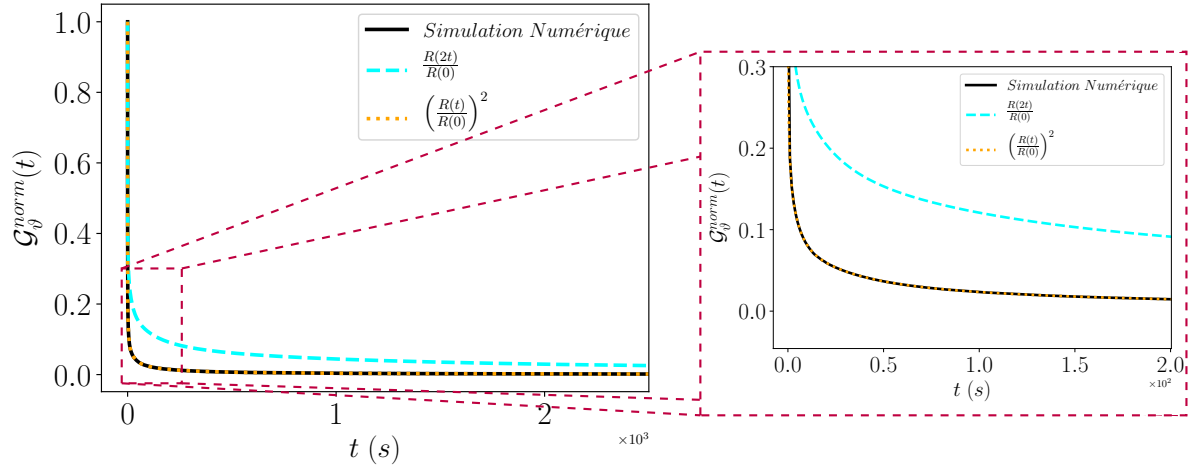


Figure III.22 – Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximatés à 0°C

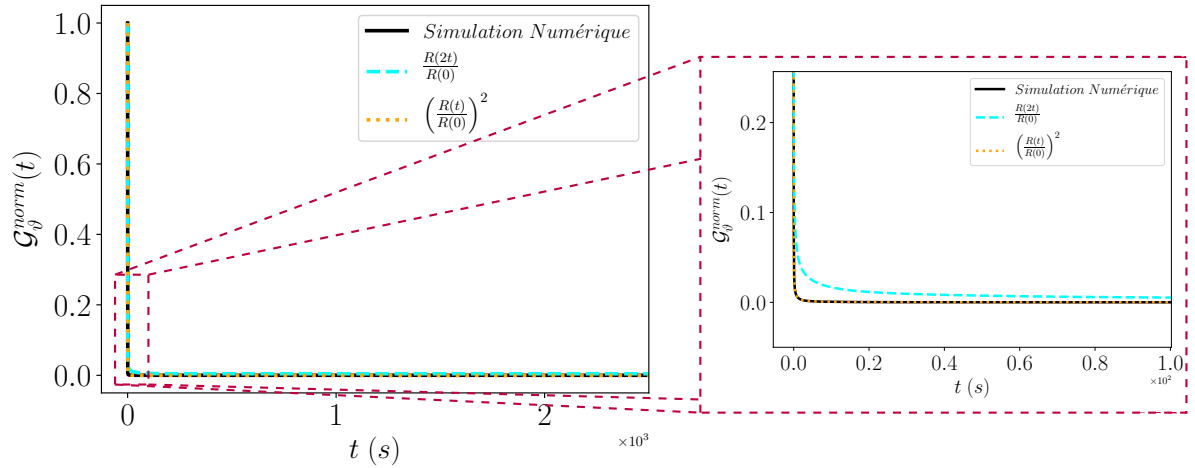


Figure III.23 – Évolution des taux de restitution d'énergie normalisés numériques et approximatés à 20°C

III.3.2.4 Effets de la vitesse de sollicitation et de la température

Au chapitre II, les résultats d'essai de fissuration sur les enrobés bitumineux mettaient en évidence l'influence de la vitesse de sollicitation et de la température sur le comportement à la rupture. Étant donné que le taux de restitution d'énergie constitue la force thermodynamique qui gouverne la propagation de fissure, l'influence de ces paramètres sur \mathcal{G}_θ est à présent discutée. Le problème de flexion trois points sur le SCB est repris. Les propriétés viscoélastiques sont données dans le tableau III.1.

On s'intéresse d'abord à l'influence de la vitesse de sollicitation sur \mathcal{G}_θ à température constante prise égale à -20°C. Les simulations sont réalisées pour différentes vitesses de sollicitation allant de $\dot{U} = 1 \text{ nm/s}$ à $\dot{U} = 1 \text{ } \mu\text{m/s}$. La figure Fig. III.24 montre l'évolution du taux de restitution d'énergie viscoélastique en fonction de la loi affine en temps du

déplacement imposé $U = \dot{U}t$. Il est noté que, plus le chargement est rapide, plus la valeur de \mathcal{G}_θ augmente et se rapproche de la valeur de \mathcal{G}_θ de la réponse élastique instantanée.

Afin d'évaluer l'effet de la température sur le taux de restitution de l'énergie viscoélas-

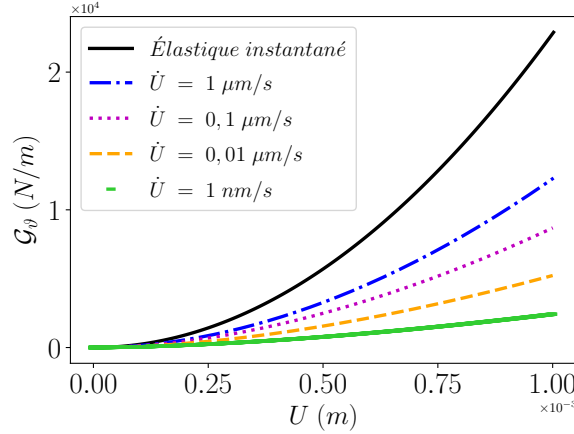


Figure III.24 – Influence de la vitesse de sollicitation sur le taux de restitution d'énergie : $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $W = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $l = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$

tique, des simulations numériques ont été menées à trois températures : -20°C , 0°C et 20°C sur la géométrie semi-circulaire Fig. III.11a. Le chargement est piloté à vitesse de déplacement constante ($\dot{U} = 1 \mu\text{m/s}$). Les propriétés viscoélastiques à -20°C sont données dans le tableau III.1. Les paramètres du modèle MG à 0°C et à 20°C sont déduits de ceux à -20°C à partir de la loi WLF Eq. (III.2.5). La figure Fig. III.25 présente les variations du taux de restitution de l'énergie viscoélastique en fonction de la température. Sur ce graphique, une diminution de \mathcal{G}_θ est observée lorsque la température augmente, ce qui traduit le comportement retardé du matériau. Il est intéressant de noter l'ordre de grandeur élevé du taux de restitution de l'énergie à -20°C par rapport aux deux autres températures. Deux types de comportement du matériau peuvent alors être distingués : l'un proche d'un comportement élastique instantané correspondant à -20°C et l'autre de plus en plus différé à mesure que la température augmente. Ces résultats démontrent la robustesse du modèle énergétique à exprimer la répartition de la dissipation entre la contribution des effets visqueux et le taux de restitution d'énergie.

III.3.2.5 Influence de l'incrément de fissure δl

L'approximation du taux de restitution d'énergie calculé par la relation Eq. (III.3.51) est d'autant plus proche de l'expression exacte Eq. (III.3.36) que l'incrément de longueur de fissure δl est faible. Plus l'incrément est faible, plus le nombre d'éléments finis est important, ce qui augmente considérablement le temps de calcul. Il faut alors rechercher l'incrément δl qui permettrait à la fois de faire une approximation précise et de réduire le nombre d'éléments finis. Ainsi, une étude paramétrique est réalisée afin d'optimiser la valeur de δl . L'essai de flexion en trois points sur le SCB est à nouveau considéré

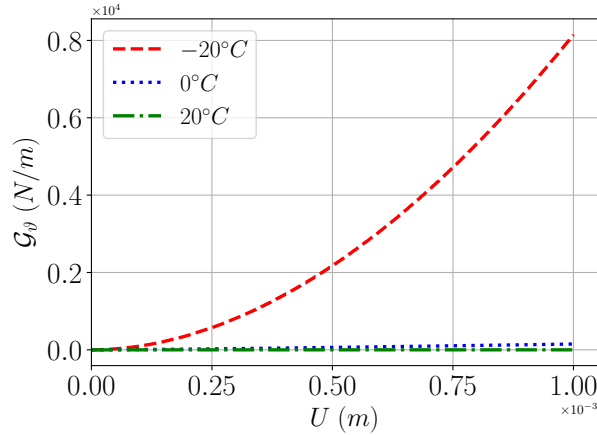


Figure III.25 – Étude de la thermo-susceptibilité du taux de restitution d'énergie : $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $W = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $l = 10^{-2} \text{ m}$

(Fig. III.19). Les paramètres de simulation sont identiques à ceux utilisés précédemment (paragraphe III.3.2.2.2). Le paramètre k_l choisi pour cette étude est défini par la relation $\delta l = \frac{l}{k_l}$. La figure Fig. III.26 montre l'évolution du taux de restitution d'énergie en fonction du paramètre k_l .

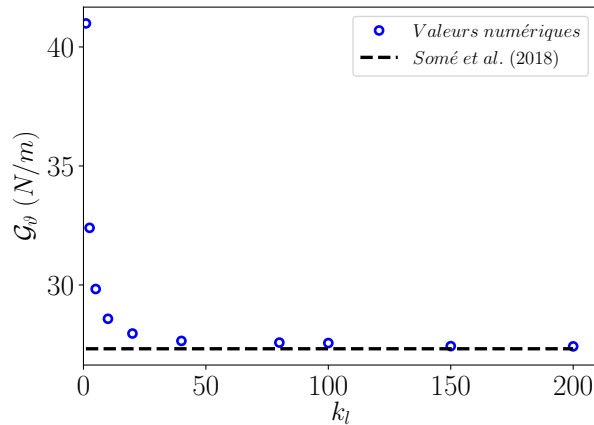


Figure III.26 – Influence de l'incrément de longueur de fissure sur l'approximation du taux de restitution d'énergie ($E = 24,61 \text{ GPa}$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $W = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $F = 8 \text{ kN}$, $l = 10^{-2} \text{ m}$)

Les valeurs numériques sont comparées à la valeur théorique calculée par la formule Eq. (III.3.15). Les résultats montrent que le taux de restitution d'énergie numérique converge vers la solution de référence [Somé et al. 2018a] pour des valeurs de k_l supérieures à 100. Le tableau III.3 résume les erreurs relatives commises sur les valeurs numériques de G_0 par rapport à la solution théorique. Ces résultats sont tels que, pour les dimensions considérées, il est estimé qu'un rapport de 100 entre la longueur de la fissure et l'incrément de longueur permet de déterminer le taux de restitution d'énergie avec une erreur de 0,88%. Pour toutes nos simulations, le rapport de 100 est retenu car l'erreur

est supposée faible par rapport aux autres sources d'erreurs numériques et permet de diminuer significativement le coût du calcul.

Tableau III.3 – Erreurs relatives sur le calcul taux de restitution d'énergie approchée par rapport à la valeur théorique $\mathcal{G}_\theta = 27,31$

k_l	δl (m)	\mathcal{G}_θ (N/m)	Erreur relative (%)
1,0	$1,0 \times 10^{-2}$	40,99	50,04
2,5	$4,0 \times 10^{-3}$	32,40	18,59
5,0	$2,0 \times 10^{-3}$	29,83	9,19
10,0	$1,0 \times 10^{-3}$	28,58	4,61
20,0	$5,0 \times 10^{-4}$	27,96	2,34
40,0	$2,5 \times 10^{-4}$	27,65	1,21
80,0	$1,25 \times 10^{-4}$	27,58	0,95
100,0	$1,0 \times 10^{-4}$	27,56	0,88
150,0	$6,67 \times 10^{-5}$	27,43	0,40
200,0	$5,0 \times 10^{-5}$	27,42	0,37

III.3.2.6 Influence de la taille du maillage

La géométrie semi-circulaire entaillée est de nouveau considérée (Fig. III.19). Le champ des contraintes solution du problème considéré comme souligné au paragraphe III.3.1.1 présente des singularités au voisinage de la pointe de la fissure. De ce fait, il affecte la solution globale et donc le taux de restitution d'énergie. Pour capter l'information précise au voisinage de la pointe de fissure tout en restant dans les temps de calcul raisonnable, l'effet de la taille du maillage au voisinage de la pointe de la fissure est mené. Le problème traité au paragraphe III.3.2.2.2 est reconsidéré. Pour évaluer l'influence de la taille de maille (à travers la longueur caractéristique h des mailles) autour de la pointe de la fissure, six tailles de maille ont été choisies dont les valeurs sont indiquées dans le tableau III.4 ainsi que le nombre de degrés de liberté associé.

Tableau III.4 – Influence du raffinement du maillage au voisinage de la pointe de la fissure sur les simulations

h (m)	Nombre de degrés de liberté (ddl)
$10e^{-3}$	7297
$6,0 \times 10^{-4}$	9889
$4,0 \times 10^{-4}$	13923
$2,0 \times 10^{-4}$	29091
$1,0 \times 10^{-4}$	71193
$5,0 \times 10^{-5}$	185569

La figure Fig. III.27 indique les valeurs numériques du taux de restitution d'énergie pour les six dimensions des éléments autour de la pointe de fissure ainsi que les valeurs théoriques. Sur cette figure, il est observé qu'à partir de la longueur $h = 10^{-4} m$, correspondant à un rapport de 100 avec la plus petite dimension de la géométrie SCB (longueur de l'entaille), les résultats numériques concordent avec l'expression empirique.

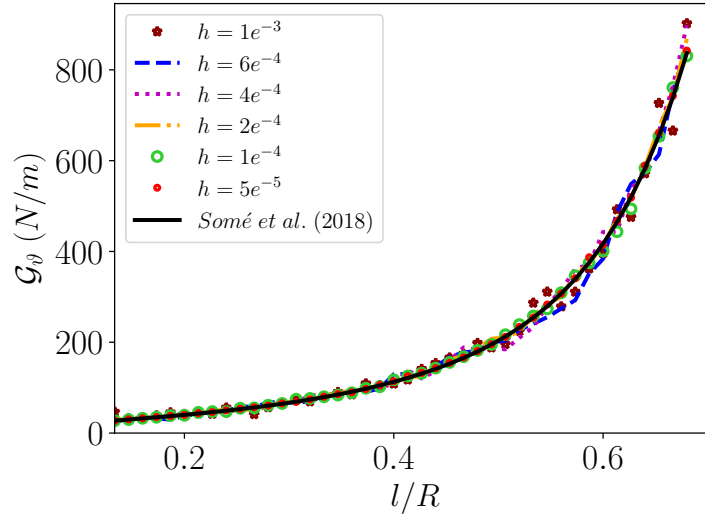


Figure III.27 – Influence du maillage sur le taux de restitution d'énergie numérique dans le cas élastique ($E = 24,61 \text{ GPa}$, $\nu = 0,35$, $R = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $W = 75 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 50 \times 10^{-3} \text{ m}$, $F = 8 \text{ kN}$, $l = \times 10^{-2} \text{ m}$)

III.3.3 Propagation de fissure

Il a été présenté jusque là une méthode numérique permettant de déterminer le taux de restitution de l'énergie viscoélastique. Dans cette section, nous nous intéressons à l'aspect de la propagation des fissures basée sur le critère donné par l'équation Eq. (III.3.39).

III.3.3.1 Mise en œuvre numérique de la propagation de fissure

Nous nous limitons au cas d'une propagation de fissure rectiligne (mode I). Dans ce cas, le trajet de propagation de la fissure est a priori connu. Ainsi, lorsque le critère de rupture est atteint, c'est-à-dire $\mathcal{G}_\theta(l, q) = \mathcal{R}$ (où q est le paramètre cinématique), la fissure se propage sur une longueur $l = l_o + dl$. Si l'évolution est pilotée en déplacement q^d (pour plus de clarté dans la présentation), alors la nouvelle longueur de la fissure peut être calculée en résolvant l'équation en l de $\mathcal{G}_\theta(l, q^d) - \mathcal{R} = 0$. En élasticité, il existe, comme on a pu le voir à travers la validation de la détermination de \mathcal{G}_θ , des expressions analytiques de \mathcal{G}_θ permettant de calculer la longueur l . Une autre approche consiste à approximer dl par la taille de la zone plastique au fond de la fissure. Cette technique a déjà été appliquée au comportement viscoélastique à travers l'hypothèse d'un comportement

purement plastique au fond de la fissure [Moutou Pitti 2008]. À notre connaissance, il n'existe aucune expression analytique de \mathcal{G}_ϑ qui soit simple à exploiter, ni de la taille de la zone plastique en théorie viscoélastique pour estimer dl . Dans cette étude, l'incrément de fissure réel dl est supposé identique à l'incrément de fissure δl utilisé pour calculer le taux de restitution d'énergie.

Dans notre cas d'étude, pour modéliser numériquement la propagation de fissure en mode I, il est beaucoup plus pratique de résoudre en q l'équation définissant le critère de rupture $\mathcal{G}_\vartheta(l, q) - \mathcal{R} = 0$ pour chaque incrément de longueur de fissure dl donnée dont l'algorithme de résolution numérique est présenté par S. T. Nguyen et al. [Nguyen 2010]. La mise en œuvre numérique se déroule en deux étapes :

Étape ① : Pour un état de fissuration l donné, cette étape consiste à déterminer le chargement q_c qui ferait propager la fissure d'une longueur dl . Pour un chargement à vitesse constante imposée (\dot{q}), le paramètre de chargement peut être écrit sous la forme incrémentale Eq. (III.3.77).

$$q_{n+1} = q_n + \dot{q} \Delta_n t \quad ; \quad \Delta_n t = t_{n+1} - t_n \quad (\text{III.3.77})$$

où q_{n+1} est déterminé en cherchant l'incrément de temps $\Delta_n t$ qui assure une propagation à dl fixé.

Ainsi pour chaque q_i , le taux de restitution d'énergie \mathcal{G}_ϑ^i est calculé. Notons par q_k , le chargement auquel $\mathcal{G}_\vartheta^k > \mathcal{R}$ pour la première fois. Le critère est alors violé et il faut déterminer le déplacement q_k^j , proche de q_k tel que :

$$f(q_k^j) = \mathcal{G}_\vartheta(q_k^j) - \mathcal{R} = 0 \quad (\text{III.3.78})$$

L'équation Eq. (III.3.78) est résolue en utilisant la méthode de la sécante qui fournit la relation de récurrence suivante :

$$q_k^{j+1} = q_k^j - \frac{q_k^j - q_k^{j-1}}{f(q_k^j) - f(q_k^{j-1})} f(q_k^j) \quad (\text{III.3.79})$$

avec $q_k^0 = q_{k-1}$ et $q_k^1 = q_k$
soit :

$$\Delta_k^{j+1} t = \Delta_k^j t - \frac{\Delta_k^j t - \Delta_k^{j-1} t}{f(q_k^j) - f(q_k^{j-1})} f(q_k^j) \quad (\text{III.3.80})$$

avec $\Delta_k^0 t = \Delta_{k-1} t$ et $\Delta_k^1 t = \Delta_k t$

Le critère d'arrêt est défini comme suit :

$$|f(q_k^j)| \leq \varepsilon_l \mathcal{R} \quad (\text{III.3.81})$$

où ε_l représente l'erreur d'approximation caractérisant la précision de la solution numérique. Il faut préciser que S. T. Nguyen [Nguyen et al. 2010, Nguyen 2010] ont approximé l'incrément de chargement qui assure la propagation à l'itération $j = 1$. Une fois le déplacement q_c est déterminé (avec une tolérance ε_l), on autorise la fissure à se propager d'une longueur dl . Si la suite (q_k^j) diverge, ce qui voudrait dire que la solution de référence q_k est très éloignée du zéro de la fonction f . Il faut donc diminuer le pas de chargement (et donc l'incrément de temps) et recommencer le calcul depuis l'instant initial. L'étape suivante décrit la façon dont est pris en compte numériquement l'évolution de fissure chaque fois que le critère est vérifié.

Étape ② : La technique utilisée pour simuler la propagation des fissures par la méthode des éléments finis est la technique dite de déboutonnage des nœuds. Cette approche consiste à libérer un nœud à l'extrémité de la pointe de la fissure lorsque le critère de propagation est vérifié (à une certaine tolérance numérique près), ce qui fait avancer la fissure d'une longueur égale à la taille de l'élément situé à la pointe de la fissure. Cela implique alors un maillage fin sur toute la trajectoire prévue de la fissure. Pour cela, la zone d'intérêt délimitée par le trajet de fissuration jusqu'à la ruine totale du matériau et son voisinage direct doit être maillée de sorte que la taille de la maille vaut l'incrément de longueur dl . Les zones restantes peuvent être grossièrement maillées. Cela garantit la précision sur la détermination du taux de restitution d'énergie.

L'algorithme de résolution du problème de fissure ainsi décrit est résumé par le schéma Fig. III.28 inspiré du travail de S. T. Nguyen [Nguyen 2010]. Dans les paragraphes suivants, diverses simulations numériques de propagation de fissures ont été conduites pour valider le modèle de propagation de fissures présenté. La première simulation considère une plaque carrée entaillée soumise à l'essai de traction simple ("Single Edge-Notched Tension test"), une configuration largement étudiée dans la littérature sur les matériaux élastiques. Cette configuration a été choisie pour une première validation de la méthode numérique présentée car des études récentes de A. Egger et al. [Egger et al. 2019] ont montré que la courbe force-déplacement peut être utilisée comme solution de référence. Des simulations de propagation de fissures viscoélastiques ont ensuite été menées sur une poutre entaillée en flexion trois points. Différentes vitesses de sollicitations ont été choisies pour évaluer leur influence sur le comportement à la rupture et ainsi faire exprimer le modèle utilisé.

III.3.3.2 Validation en élasticité

Dans ce paragraphe, le comportement à la rupture d'une plaque carrée pré-fissurée est simulé. La géométrie modélisée, les conditions aux limites, les propriétés élastiques et les paramètres de rupture sont présentés sur la figure Fig. III.29. Ces paramètres de simulation sont fournis par A. Egger et al. [Egger et al. 2019]. Compte tenu de la symétrie

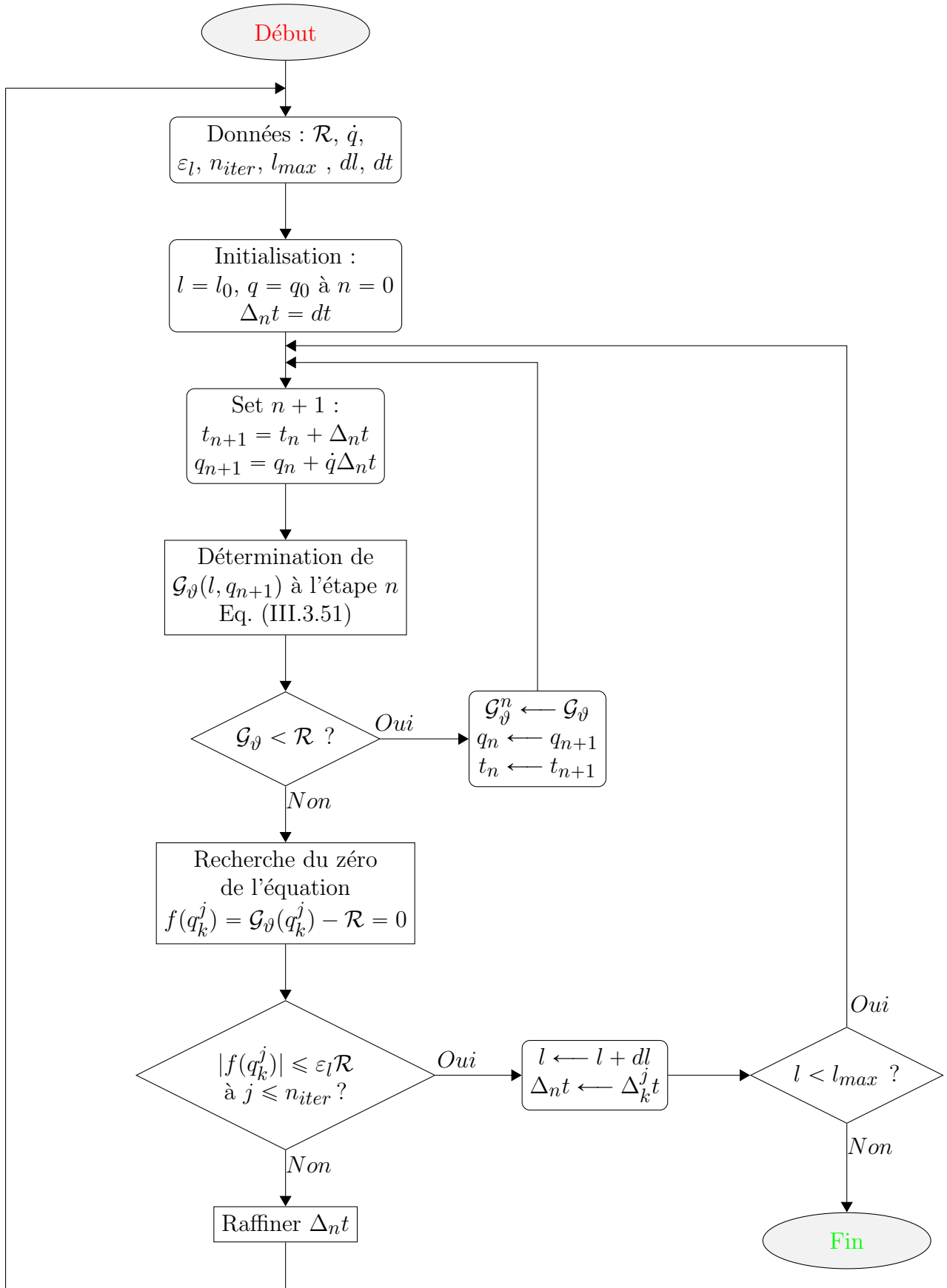


Figure III.28 – Algorithme de simulation numérique de propagation de fissure

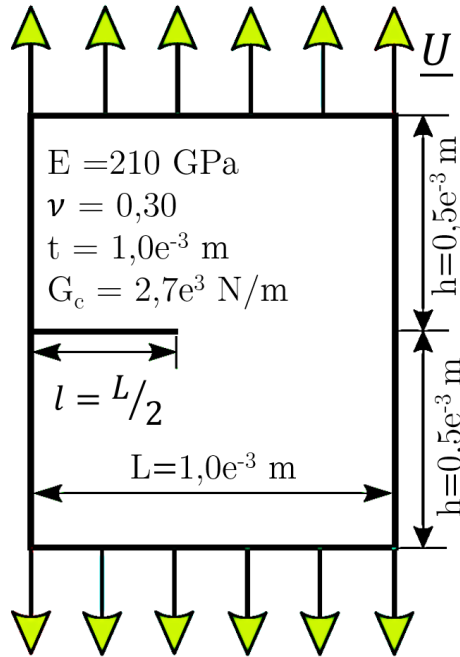


Figure III.29 – Configuration de l’essai SENT simulé : Géométrie, conditions aux limites et les propriétés matériau

du problème, seule la moitié de la géométrie a été considérée dans la simulation numérique. La résistance à la rupture est supposée constante et vaut $\mathcal{R} = G_c$. Le calcul est effectué en déformation plane. La figure Fig. III.30 présente l’allure de la courbe force-déplacement. La courbe en continue représente la courbe obtenue avec le modèle présenté dans cette étude et la courbe en pointillée correspond à la simulation de A. Egger et al. [Egger et al. 2019] basée sur le critère de rupture d’Irwin Eq. (III.3.8) [Irwin 1957]. Dans leur simulation, la fissure est modélisée par la méthode XFEM [Moës et al. 1999]. Comme il peut être observé sur la figure Fig. III.30, les résultats obtenus avec le présent modèle coïncident avec ceux obtenus par A. Egger et al. [Egger et al. 2019]. Ces premiers résultats valident ainsi l’approche numérique présentée en élasticité. Le paragraphe suivant aborde le cas viscoélastique.

III.3.3.3 Validation en viscoélasticité

Il sera question dans ce paragraphe, de valider la méthode numérique de propagation de fissure présentée plus haut en viscoélasticité. Il faut noter qu’à notre connaissance, très peu d’études, hormis les travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010], existent sur la modélisation de la fissuration des milieux viscoélastiques basée sur une approche énergétique rigoureuse. Comme il a été déjà rappelé, les travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] ont porté sur le modèle rhéologique de Burgers insuffisant pour décrire le comportement des enrobés bitumineux. En outre, dans la modélisation incrémentale de la loi de comportement, ces auteurs stockent en mémoire trois pas temps à savoir l’instant

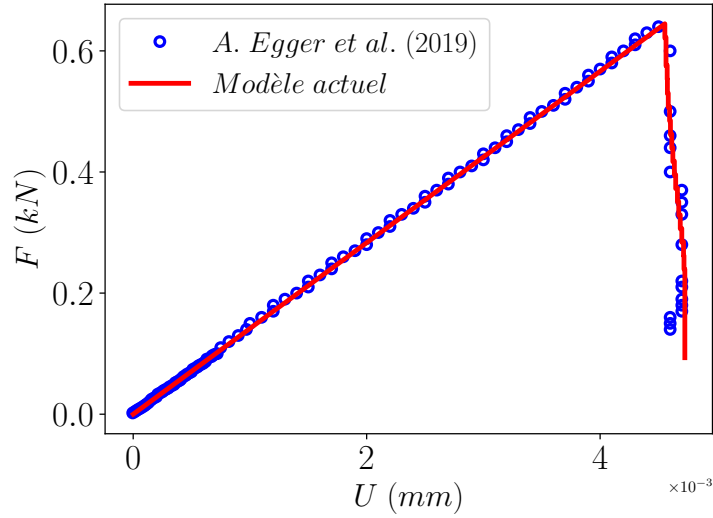


Figure III.30 – Comparaison des courbes force-déplacement issues du présent modèle avec les résultats de A. Egger et al. [Egger et al. 2019] en élasticité

$t - \Delta_n t$, t et $t + \Delta_n t$, une approche coûteuse en temps de calcul comparée à la méthode exponentielle utilisée dans cette étude qui ne nécessite que de l'instant précédant pour décrire complètement le comportement à l'instant actuel. Les objectifs de ces simulations sont doubles :

- Dans un premier temps, il s'agit de mettre en évidence la capacité de l'approche de discrétisation incrémentale utilisée dans cette étude à reproduire les résultats de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] issus d'une autre approche de discrétisation de la loi de comportement viscoélastique.
- Dans un second temps, valider la méthode numérique de propagation de fissure qui reste presque identique à celle utilisée dans les travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010] à la seule différence que la recherche de l'incrément de temps pour obtenir $\mathcal{G}_j = \mathcal{R}$ se fait par itérations dans notre étude contrairement à celle utilisée par ces auteurs où le chargement est approximé à l'itération $j = 1$.

Pour pouvoir utiliser les résultats de S. T. Nguyen [Nguyen et al. 2010] comme solution de référence pour valider la mise en œuvre numérique de la propagation de fissure en viscoélasticité, la discrétisation de la loi de comportement proposée à la sous-section III.2.2 a été adaptée au modèle généralisé de Kelvin-voigt (KVG) associé en série avec un amortisseur (voir Fig. III.31). Le modèle de Burgers est un cas particulier du modèle KVG avec $m = 1$. Sur la figure Fig. III.31, \mathbb{C}_i^j et \mathbb{C}_i^e désignent respectivement les tenseurs d'ordre 4 d'élasticité du $i^{\text{ème}}$ ressort et de viscosité du $i^{\text{ème}}$ amortisseur. Ces tenseurs sont supposés isotropes et peuvent donc être exprimés en fonction de deux constantes caractéristiques du matériau représentant les modules et les viscosités de cisaillement (μ_i ,

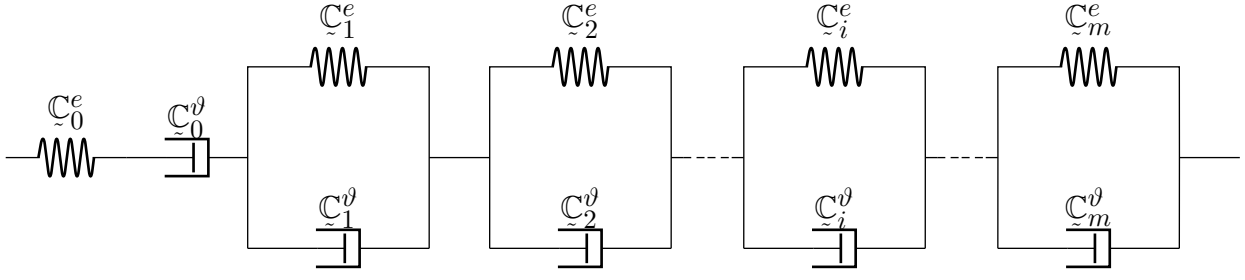


Figure III.31 – Modèle de Kelvin-Voigt Généralisé (KVG)

η_i^d) et de compressibilité (k_i , η_i^s) et des projecteurs \mathbb{J} et \mathbb{K} :

$$\mathbb{C}_i^e = 3k_i\mathbb{J} + 2\mu_i\mathbb{K}; \quad \mathbb{C}_i^v = \eta_i^s\mathbb{J} + \eta_i^d\mathbb{K}. \quad (\text{III.3.82})$$

La fonctionnelle reliant la contrainte et la déformation viscoélastiques pour ce modèle s'écrit :

$$\underline{\underline{\epsilon}}(t) = \int_{t_0}^t \mathbb{S}(t-t') : d\underline{\underline{\sigma}}(t'), \quad (\text{III.3.83})$$

avec :

$$\mathbb{S}(t) = S^s\mathbb{J} + S^d\mathbb{K}. \quad (\text{III.3.84})$$

$$\text{où : } \begin{cases} S^s = \frac{1}{3k_0} + \frac{t}{\eta_0^s} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{3k_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^s}\right) \right) \\ S^d = \frac{1}{2\mu_0} + \frac{t}{\eta_0^d} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2\mu_i} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i^d}\right) \right) \\ \tau_i^s = \frac{\eta_i^s}{3k_i}, \quad i = 1, \dots, m \\ \tau_i^d = \frac{\eta_i^d}{2\mu_i}, \quad i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{III.3.85})$$

En appliquant la méthode de discrétisation exponentielle décrite à la sous-section III.2.2 à l'équation Eq. (III.3.83), la loi de comportement viscoélastique discrétisée obtenue avec le modèle de KVG s'écrit sous la forme :

$$\Delta_n \underline{\underline{\epsilon}} = \bar{\mathbb{S}}(\Delta_n t) : \Delta_n \underline{\underline{\sigma}} + \tilde{\underline{\underline{\epsilon}}}(t_n), \quad (\text{III.3.86})$$

avec

$$\bar{\mathbb{S}}(\Delta_n t) = \bar{S}^s(\Delta_n t)\mathbb{J} + \bar{S}^d(\Delta_n t)\mathbb{K} \quad (\text{III.3.87a})$$

$$\tilde{\underline{\underline{\epsilon}}}(t_n) = \Delta_n t \mathbb{C}_0^v{}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}}(t_n) + \sum_{i=1}^m \Lambda_i(\Delta_n t) : \left(\underline{\underline{\epsilon}}_i(t_n) - \underline{\underline{\epsilon}}_i^v(t_n) \right) \quad (\text{III.3.87b})$$

$$\text{où : } \left\{ \begin{array}{l}
 \bar{S}^s(\Delta nt) = \frac{1}{3k_0} + \frac{\Delta nt}{2\eta_0^s} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{3k_i} \left(1 - \frac{\tau_i^s}{\Delta nt} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^s}\right) \right) \right) \\
 \bar{S}^d(\Delta nt) = \frac{1}{2\mu_0} + \frac{\Delta nt}{2\eta_0^d} + \sum_{i=1}^m \frac{1}{2\mu_i} \left(1 - \frac{\tau_i^d}{\Delta nt} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^d}\right) \right) \right) \\
 \underline{\Lambda}_i(\Delta nt) = \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^s}\right) \right) \underline{\mathbb{J}} + \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^d}\right) \right) \underline{\mathbb{K}} \quad , i = 1, \dots, m \\
 \underline{\underline{\epsilon}}_i(t_n) = \underline{\mathbb{C}}_i^{e-1} : \underline{\underline{\sigma}}(t_n) \quad , i = 1, \dots, m \\
 \Delta n \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta = \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i(\Delta nt) : \Delta n \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\Lambda}_i(\Delta nt) : \left(\underline{\underline{\epsilon}}_i(t_n) - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta(t_n) \right) \quad , i = 1, \dots, m \\
 \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i(\Delta nt) = \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i^s(\Delta nt) \underline{\mathbb{J}} + \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i^d(\Delta nt) \underline{\mathbb{K}} \\
 \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i^s(\Delta nt) = \frac{1}{3k_i} \left(1 - \frac{\tau_i^s}{\Delta nt} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^s}\right) \right) \right) \\
 \bar{\underline{\mathbb{S}}}_i^d(\Delta nt) = \frac{1}{2\mu_i} \left(1 - \frac{\tau_i^d}{\Delta nt} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta nt}{\tau_i^d}\right) \right) \right)
 \end{array} \right. \quad (\text{III.3.88})$$

$\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta$ désigne le tenseur de déformation dans l'élément Kelvin i . La procédure numérique de résolution de la loi incrémentale viscoélastique Eq. (III.3.86) est similaire à celle décrite par l'organigramme Fig. III.3.

Ce modèle est ensuite utilisé pour simuler la propagation de fissure dans une poutre viscoélastique entaillée soumise à une flexion trois points (essai SENB : "Single Edge-Notched Bending test") Fig. III.32. Pour ce modèle, l'énergie de déformation élastique est

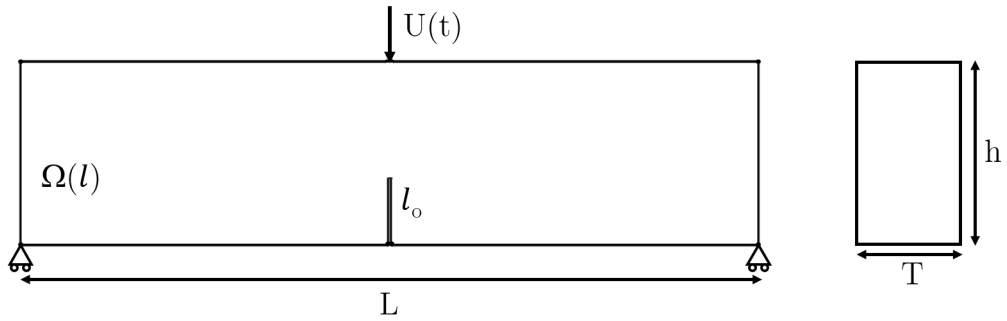


Figure III.32 – Configuration de l'essai SENB ($L \times h \times T = 1 \times 0,25 \times 0,125 \text{ m}^3$, $l = 0,1 \text{ m}$, $U(t) = \dot{U}t$)

donnée par l'équation Eq. (III.3.89).

$$\mathcal{W} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\mathbb{C}}_0^{e-1} : \underline{\underline{\sigma}} + \sum_{i=1}^m \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta : \underline{\mathbb{C}}_i^e : \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta \right) d\Omega \quad (\text{III.3.89})$$

Dans le but de comparer nos simulations numériques avec celles de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010], le modèle de KVG est réduit au modèle de Burgers dont les paramètres sont donnés dans le tableau III.5.

Tableau III.5 – Paramètres du modèle de Burgers

i	k_i (GPa)	μ_i (GPa)	η_i^s (GPa.s)	η_i^d (GPa.s)
0	24,42	13,27	$22,00 \times 10^8$	$7,75 \times 10^8$
1	39,27	14,07	$15,20 \times 10^7$	$2,54 \times 10^7$

La moitié de la géométrie poutre a été modélisée en contrainte plane. La résistance à la propagation de la fissure utilisée pour ces simulations est celle décrite par la courbe R de Bazant [Bazant and Planas 1997] :

$$\begin{cases} \mathcal{R} = G_c \frac{l - l_o}{l_c - l_o} & \text{si } l \leq l_c \\ \mathcal{R} = G_c & \text{si } l > l_c \end{cases} \quad (\text{III.3.90})$$

où l_o représente la longueur initiale de la fissure, l_c une longueur caractéristique du matériau. G_c est la valeur limite de \mathcal{R} . Les paramètres du modèle de Burgers et ceux du modèle de rupture sont tirés des travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen 2010, Nguyen et al. 2010]. La figure Fig. III.33 présente la courbe force-déplacement du point de chargement au cours de la propagation de fissure pour trois vitesses de déplacement. Les courbes en continue sont celles obtenues par nos simulations et en pointillées par S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010]. Il peut être observé globalement une similitude entre nos résultats et ceux issus de la littérature. L'écart constaté sur le comportement post-pic peut provenir de plusieurs sources qui sont liées aux différentes approches de modélisation utilisées notamment l'approche de discrétisation de la loi de comportement viscoélastique. Il est également montré à travers ces simulations, l'influence de la vitesse de chargement sur le comportement à la rupture comme le prédisait l'évolution du taux de restitution d'énergie Fig. III.25. Plus la vitesse de chargement est rapide, moins le matériau est capable de relaxer les contraintes et plus la force maximale est vite atteinte pour une faible déformation. La figure Fig. III.34 montre l'effet de la vitesse de chargement sur la variation de la longueur de la fissure. Il est observé une propagation rapide de la fissure lorsque la vitesse de chargement augmente. Il est également noté que pour la vitesse la plus faible, la fissure se propage vers une longueur limite. Ces conclusions sont accord avec les développements de S. T. Nguyen et al. [Nguyen 2010, Nguyen et al. 2010]

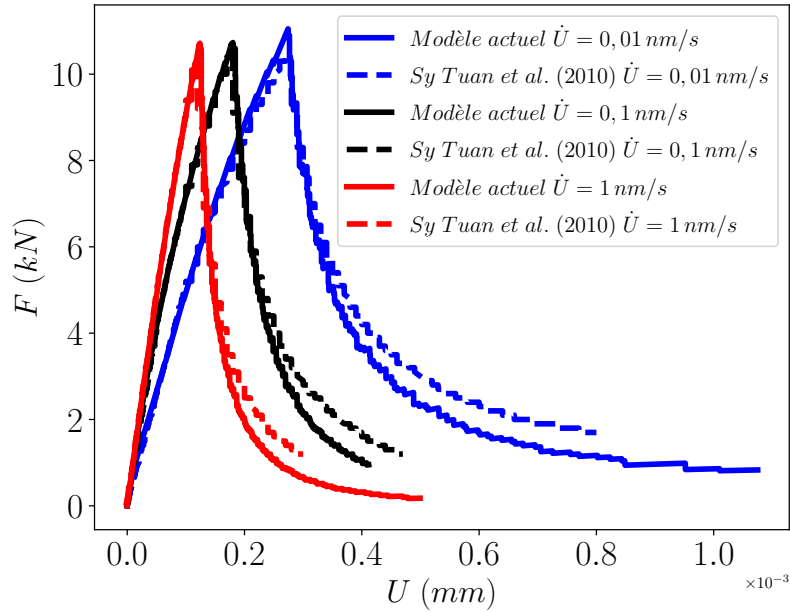


Figure III.33 – Courbes forces-déplacement du problème de flexion trois points sur poutre viscoélastique entaillée : Comparaison des résultats obtenus avec ceux de S. T. Nguyen [Nguyen 2010] : $G_c = 61 \text{ N/m}$, $l_c = 10,93 \times 10^{-2} \text{ m}$

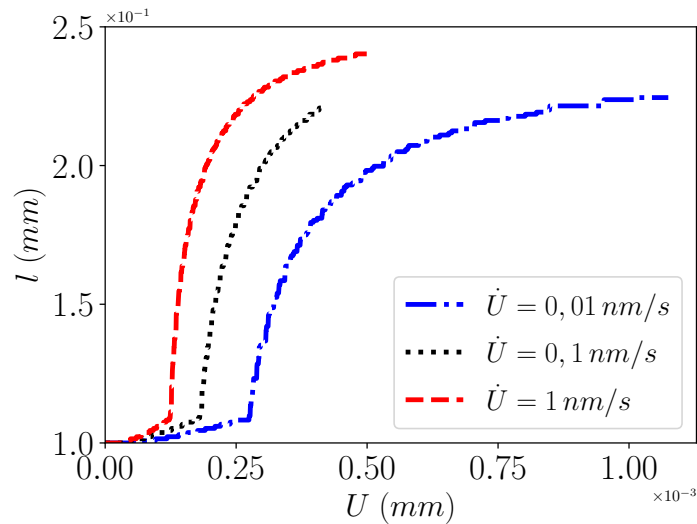


Figure III.34 – Évolution de la longueur de la fissure en fonction du déplacement pour différentes vitesses de chargement : $G_c = 61 \text{ N/m}$, $l_c = 10,93 \times 10^{-2} \text{ m}$

III.3.3.4 Simulation numérique d'un essai de flexion trois points sur SCB

La géométrie SCB semi-circulaire est à nouveau considérée (voir figure Fig. III.19). L'objectif de ce paragraphe est d'établir une corrélation entre les simulations numériques et les résultats expérimentaux présentés dans la section II.5 du chapitre II. Le modèle utilisé est le MG est utilisé dont les paramètres sont précisés dans le tableau III.1. Cette section est organisée comme suit. Tout d'abord, l'effet de la température sur le profil de propagation

des fissures est examiné ainsi. L'effet de la vitesse de sollicitation a déjà été évalué dans le paragraphe précédent. Ensuite, la prise en compte d'un effet de contact de type Hertz dans la zone de chargement dans la simulation numérique de la propagation des fissures est traitée. En effet, lors des essais de fissuration sur des éprouvettes de SCB, il a été constaté que la bande de chargement ne suivait pas parfaitement la surface de contact de l'éprouvette. La dernière partie présente une première confrontation entre le modèle numérique présenté et les résultats expérimentaux. Avant d'aborder ces trois points, la détermination du seul paramètre de rupture (\mathcal{R}) est d'abord présentée.

III.3.3.4.1 Calcul de \mathcal{R}

Aux basses températures, comme l'ont montré les résultats de modules complexes et de fissuration, l'enrobé bitumineux présente un comportement presque élastique et fragile. Ce qui amène à choisir naturellement une résistance à la rupture constante $\mathcal{R} = G_c$. Ainsi, la détermination de G_c dans le cas élastique peut être appliquée à l'enrobé aux basses températures. Pour la géométrie SCB, elle est calculée en combinant les équations Eq. (III.3.15), Eq. (III.3.16) et Eq. (III.3.52)-Eq. (III.3.54) :

$$G_c = \frac{(1 - \nu^2)(\gamma F_{max})^2}{4R^2 b^2 E_\infty} \pi l_o f \left(\frac{l_o}{W} \right)^2 \quad (\text{III.3.91})$$

$$\text{avec : } \begin{cases} F_{max} &= \text{force maximale obtenue expérimentalement à la plus basse} \\ &\text{température d'essai } (-20^\circ\text{C}) ; \\ l_o &= \text{entaille initiale ;} \\ E_\infty &= \text{module instantané calculé à partir des paramètres du modèle MG.} \end{cases}$$

A température ambiante, le critère viscoélastique associé à une résistance à la rupture constante ne permet pas de simuler le comportement adoucissant de l'enrobé observé pendant la phase de propagation de fissure. Ce comportement est généralement lié à l'existence d'une zone de micro-fissure au voisinage de la pointe de fissure FPZ ("Fracture Process Zone"). Des études sur la dépendance du comportement à la rupture à la courbe \mathcal{R} ont été menées par le passé sur les bétons et les bois [Cecot 2001, Phan 2016]. Dans cette étude, l'expression de la courbe \mathcal{R} proposée est similaire à celle donnée par C. Cecot et al. [Cecot 2001] :

$$\mathcal{R}(l, \dot{U}) = \varpi \dot{U}^\zeta \bar{\mathcal{R}}(l) \quad (\text{III.3.92})$$

avec :

$$\begin{cases} \bar{\mathcal{R}}(l) &= G_c \left(\frac{1 + \phi(l - l_o)^\beta}{1 + \phi(l_c - l_o)^\beta} \right) & \text{si } l \leq l_c \\ \bar{\mathcal{R}}(l) &= G_c & \text{si } l > l_c \end{cases} \quad (\text{III.3.93})$$

où l_o est la longueur initiale de la fissure, $\varpi, \zeta, \phi, \beta$ et l_c sont des constantes caractéristiques

du matériau. L'évolution de la courbe \mathcal{R} en fonction de l'incrément de longueur de fissure δl est présentée sur la figure Fig. III.35.

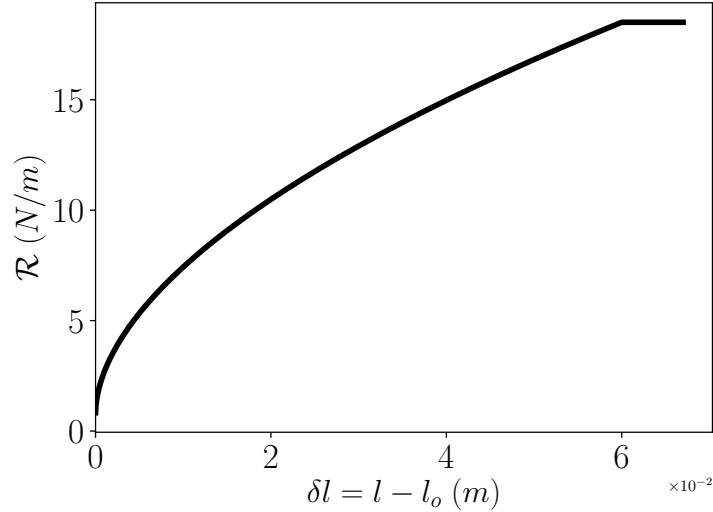


Figure III.35 – Courbe \mathcal{R} : $G_c = 32.08 \text{ N/m}$; $\varpi = 1$; $\zeta = 0,05$; $l_0 = 0,01 \text{ m}$; $l_c = 0,07 \text{ m}$; $\phi = 10^2$; $\beta = 0,55$

III.3.3.4.2 Effet de la température sur la propagation de fissure

Des simulations de propagation de fissure sont réalisées à différentes températures ($T = -20^\circ\text{C}$, $T = 0^\circ\text{C}$ et $T = 20^\circ\text{C}$) et sous la vitesse de sollicitation $\dot{U} = 1 \text{ mm/min}$. Il est également présenté le cas élastique instantané, dans lequel est éliminée toute viscosité. Les paramètres du modèle MG sont indiqués dans le tableau III.1. Le chargement est appliqué sur un arc Γ_u^1 (voir figure Fig. III.11a) délimité par deux points d'abscisses x et x' tels que $\delta x = |x - x'|$. Les simulations sont effectuées en déformation plane. La figure Fig. III.36 montre un comportement fragile à $T = -20^\circ\text{C}$ et $T = 0^\circ\text{C}$ et un comportement adoucissant à $T = 20^\circ\text{C}$ de l'enrobé.

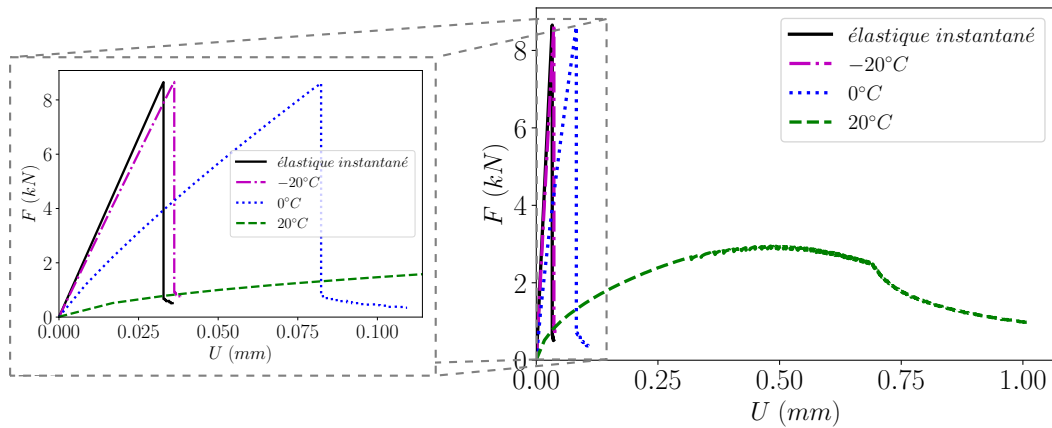


Figure III.36 – Courbes force-déplacement à différentes températures : $\delta x = 2,5 \times 10^{-3} \text{ m}$; $G_c = 32.08 \text{ N/m}$; $\varpi = 1$; $\zeta = 0,05$; $l_0 = 0,01 \text{ m}$; $l_c = 0,07 \text{ m}$; $\phi = 10^2$; $\beta = 0,55$

Ces résultats s'apparentent aux types de comportement observé expérimentalement (voir Fig. II.49). Les simulations numériques montrent également que le comportement à la rupture à $T = -20^\circ\text{C}$ est presque confondu au comportement élastique instantané. Ceci confirme notre hypothèse de départ sur la détermination de la résistance à la rupture G_c .

III.3.3.4.3 Prise en compte du contact Hertz dans les simulations éléments finis

Le chargement de l'éprouvette soumise à essai est cette fois prise en compte par une condition de contact [Dhia et al. 2000, Ben Dhia and Zarroug 2002] mise en place progressivement entre la bande de chargement supposée rigide de forme rectangulaire (représentée sur la figure Fig. III.37) et l'arc de l'éprouvette susceptible d'être en contact avec la bande de chargement (désigné par Solide 2 sur la figure Fig. III.37). L'hypothèse de petites défor-

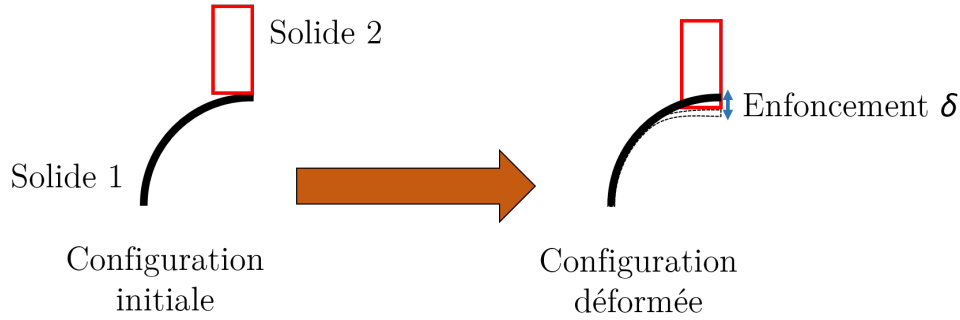
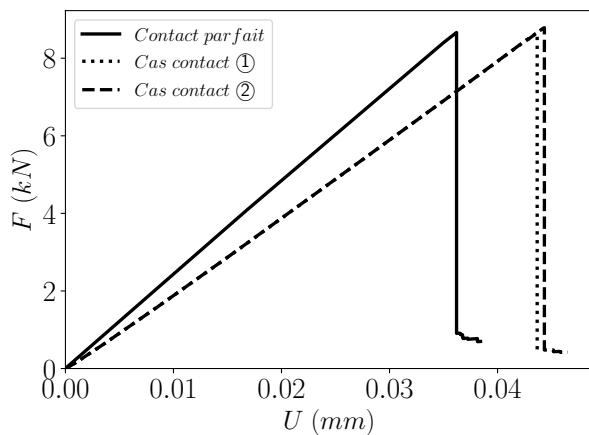


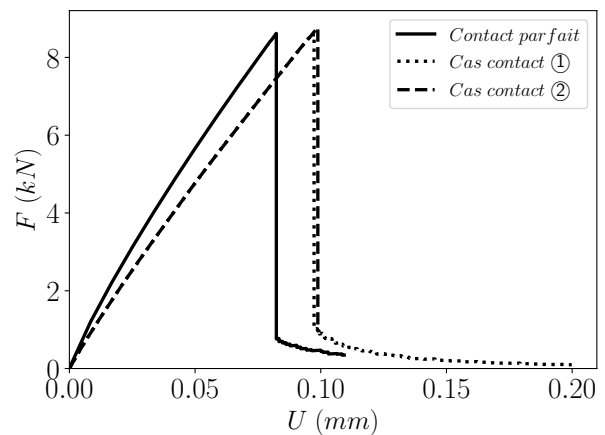
Figure III.37 – Illustration 2D de la condition de contact de Hertz

mations est retenue. Cette condition est formulée par une intégrale faible mise en œuvre dans le logiciel EF GetFEM par ses auteurs [Renard and Poulios 2020]. Cette approche nécessite le calcul d'une intégrale non linéaire sur la frontière de contact à chaque itération mais la résolution numérique est plus souple car elle découle directement des principes de continuité. La formulation lagrangienne augmentée d'Alart-Curnier [Alart and Curnier 1991] est utilisée pour simuler la condition de contact. Des simulations ont été réalisées à trois températures (-20°C , 0°C et 20°C) et sous la vitesse de sollicitation de $1\text{ mm}/\text{min}$. Pour chaque température, deux lignes de chargement sont considérées : $\delta x = 2,5 \times 10^{-3}\text{ m}$ (désigné cas ①) et $\delta x = 5 \times 10^{-3}\text{ m}$ (désigné cas ②). Il convient de noter que ces choix sont effectués en fonction de la largeur de la bande de chargement utilisée lors des essais de fissuration, au moins pour le dernier. En effet, comme recommandé par la norme [EN 12697-44 2019], une largeur de $10,0 \pm 0,2\text{ mm}$ a été utilisée, ce qui explique le choix de $\delta x = 5 \times 10^{-3}\text{ m}$. Afin d'évaluer l'effet de δx sur le comportement à la rupture, le cas ① est ajouté. Les courbes Fig. III.38a, Fig. III.38b et Fig. III.39a montrent l'effet de la condition de contact sur le comportement à la rupture pour les trois températures d'essais simulés. Les deux cas de contact sont comparés aux simulations où les conditions en déplacement simple sont imposées sur le bord Γ_u^1 . Il est globalement observé que l'effet contact de Hertz retarde la propagation. En effet, lorsque la condition de contact est appliquée, la

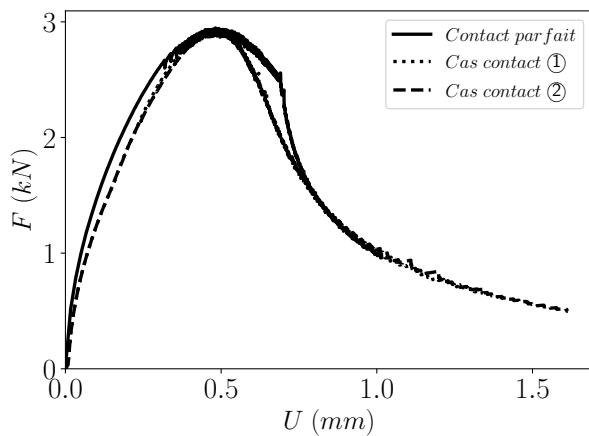
zone de chargement évolue à mesure que la charge augmente générant alors une énergie restituable plus faible que le cas "contact parfait" ou toute la ligne de chargement est sollicitée dès l'instant initial. L'effet du contact diminue au fur et à mesure que la température augmente. La figure Fig. III.39b montre l'évolution de la fissure en fonction du chargement appliqué. Deux phases de propagations peuvent être distinguées : Une phase de propagation rapide jusqu'à la force critique puis suivi d'une propagation lente assurant un comportement post-pic stable. L'évolution est plus rapide dans la première phase pour le cas "contact parfait" que pour les deux cas contact.



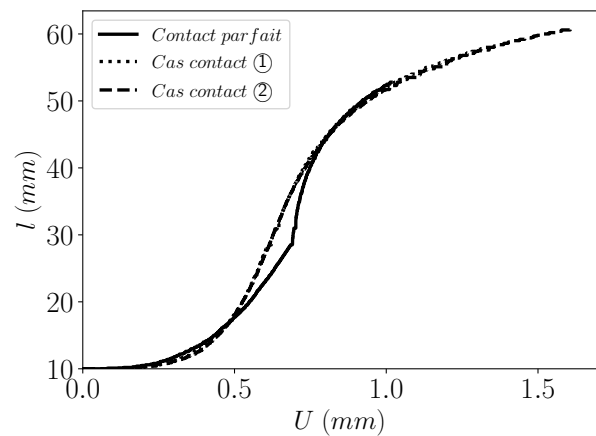
III.38a Courbes force-déplacement à -20°C



III.38b Courbes force-déplacement à 0°C



III.39a Courbes force-déplacement à 20°C



III.39b Variation de la longueur de fissure en fonction du chargement imposé à 20°C

III.3.3.4.4 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux à température ambiante

Le but de ce paragraphe est de comparer les simulations numériques et les résultats expérimentaux obtenus lors des essais de fissuration sur les SCB. Les simulations ont été réalisées à 20°C et sous deux vitesses de sollicitations (1 mm/min , 5 mm/min)

pour les durées de vieillissement T0, V3 et V6. Les paramètres du modèle MG sont obtenus à partir de ceux donnés dans le tableau III.1. La détermination des paramètres de la courbe \mathcal{R} n'est pas évidente. N. A. Phan et al. [Phan 2016] ont adapté l'approche de la mécanique élastique linéaire de la rupture équivalente [Morel et al. 2002] pour déterminer la fonction $\overline{\mathcal{R}}(l)$ du bois considéré comme un matériau viscoélastique. Quand aux paramètres ϖ et ζ , C. Cecot [Cecot 2001] suggèrent de les identifier à partir des valeurs de force obtenues expérimentalement à plusieurs vitesses de sollicitations rapides. L'approche de détermination des cinq coefficients de la courbe \mathcal{R} consiste, à partir d'un jeu de paramètres donnés, à optimiser par la méthode des moindres carrés les cinq coefficients afin de simuler correctement le comportement en terme de force-déplacement. En effet, le processus d'optimisation est fait en minimisant l'énergie totale simulée (l'aire sous la courbe force-déplacement) et l'énergie moyenne calculé expérimentalement. Les valeurs des paramètres optimisés sont données dans le tableau III.6.

 Tableau III.6 – Paramètres optimisés de l'expression de la courbe \mathcal{R}

	\dot{U}	ϖ	ζ	l_c	ϕ	β
V0	1	1,45	0,06	$65,0 \times 10^{-3}$	132,12	0,6
	5	2,7	—	—	—	—
V3	1	3,35	—	—	—	—
	5	5,25	—	—	—	—
V6	1	3,40	—	—	—	—
	5	6,00	—	—	—	—

Sur les figures Fig. III.40a à Fig. III.40f sont comparés les résultats force-déplacement numérique et expérimental. Globalement, les valeurs numériques des forces à la rupture sont proches des valeurs expérimentales et le modèle simule de façon satisfaisante les résultats de mesure. On peut noter également sur les figures Fig. III.40a et Fig. III.40b que les résultats numériques et expérimentaux sont très proches comparés aux figures Fig. III.40c à Fig. III.40e. Même si le modèle arrive à simuler le comportement au pic et la valeur de la force maximale, il est moins précis dans la prédiction du comportement post-pic. Cette dispersion observée entre les courbes force-déplacement peut s'expliquer par l'hétérogénéité du matériau qui retarde la propagation de la fissure. En effet, la présence granulats dans le mélange peut empêcher la fissure de se propager de façon rectiligne, phénomène constaté expérimentalement. Ce qui d'ailleurs explique la dispersion très prononcée des résultats expérimentaux après le pic. La comparaison des résultats numériques aux résultats expérimentaux obtenus à basse température est discutée à l'annexe B.

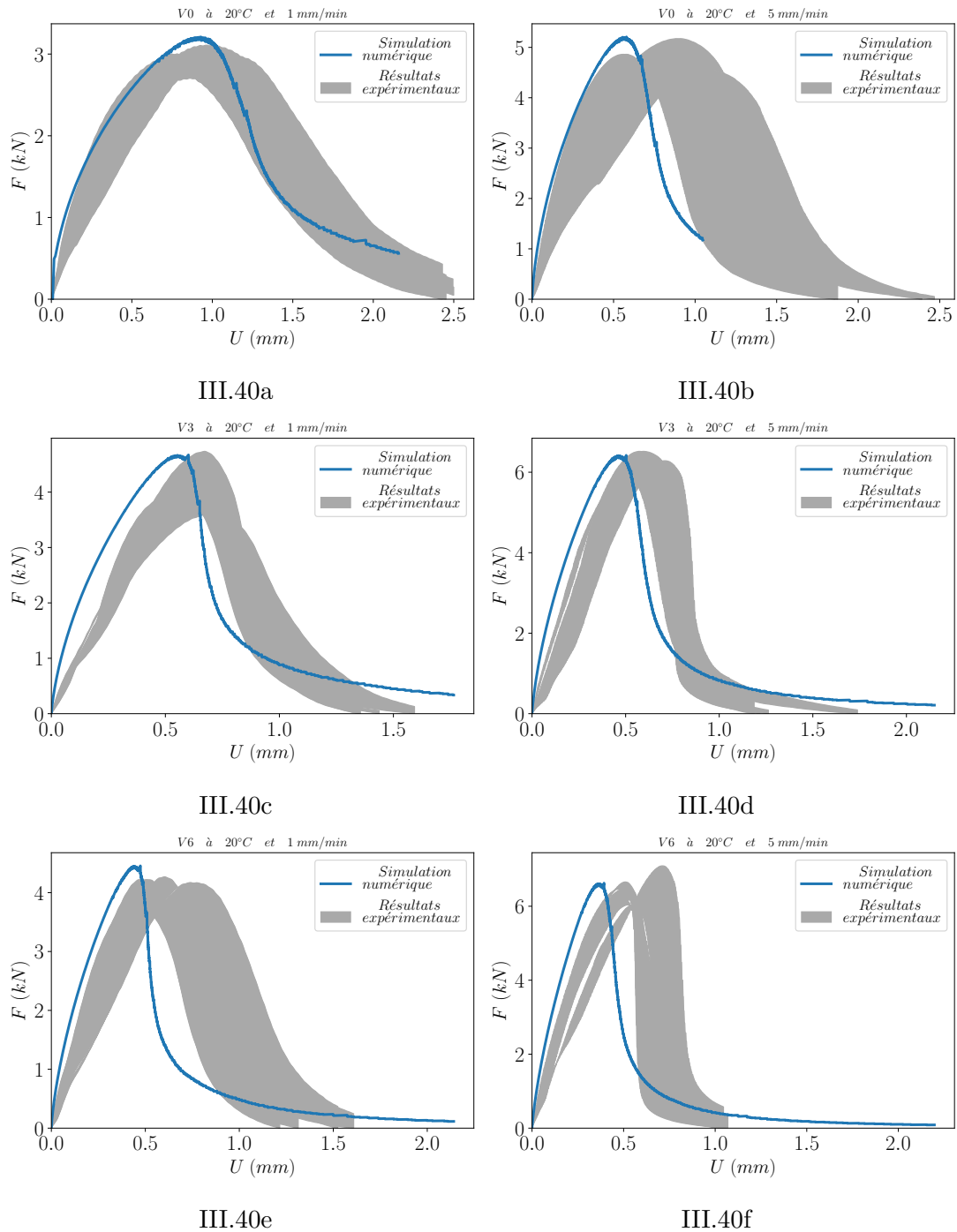


Figure III.40 – Comparaison des courbes force-déplacement entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux

Les figures Fig. III.41a et Fig. III.41b montrent les variations de la propagation de la fissure au cours du chargement pour les deux vitesses de chargement (1 mm/min et 5 mm/min) et pour le matériau de référence (T0) et les matériaux conditionnés à un vieillissement à long terme de trois et neuf jours (V3 et V6). On note que lorsque la vitesse de chargement augmente, la fissure se propage plus rapidement. Ce résultat est en accord avec les conclusions de Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010]. Ces figures montrent également

que le vieillissement oxydatif entraîne une augmentation de la vitesse de propagation de la fissure qui devient plus prononcée à 5 mm/min (voir Figure Fig. III.41b).

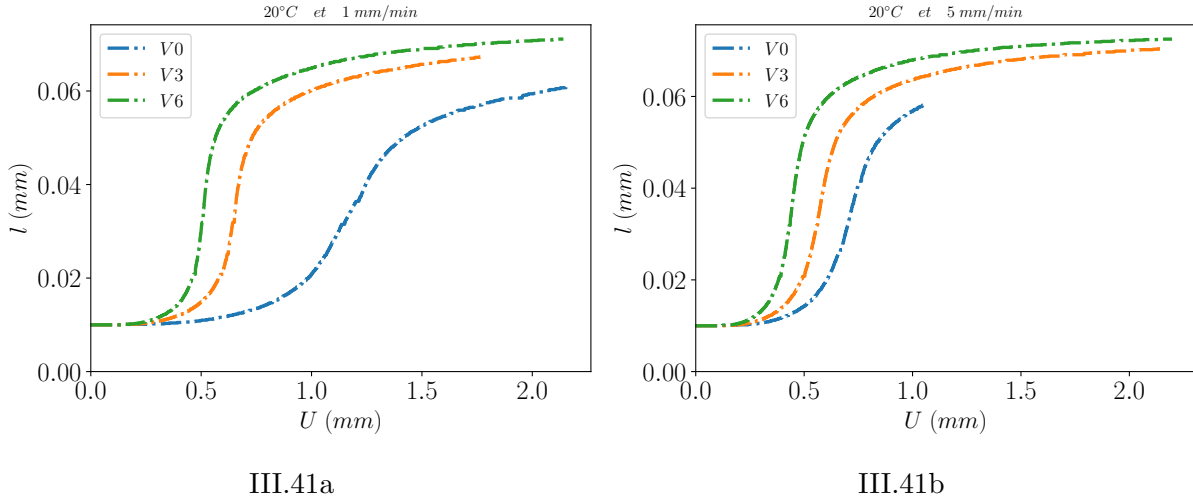


Figure III.41 – Évolution de la longueur de la fissure en fonction du déplacement imposé à des durées de vieillissement de 0, 3 et 6 jours : III.41a pour 1 mm/min , III.41b pour 5 mm/min

III.4 Limites du modèle précédent

La section précédente a permis d'étendre le modèle énergétique de propagation de fissure dans les matériaux viscoélastiques. Ce modèle a permis de reproduire les deux cas de fissuration rencontrés lors des essais de fissuration des enrobés bitumineux. La toute première validation de ce nouveau modèle a été réalisée dans cette étude pour décrire la propagation de fissure en mode d'ouverture dans les enrobés à température ambiante (20°C). Cependant, comme on a pu le constater au cours de l'implémentation numérique, ce modèle nécessite un traitement explicite de la discontinuité introduite par la fissure dans le milieu. En outre, le trajet de fissuration, la vitesse de propagation de la fissure, des phénomènes de branchement de fissures en 2D et 3D sont autant de problèmes non résolus en viscoélasticité. Certains travaux utilisent les méthodes d'élasticité pour répondre à certains de ces problèmes [Cecot 2001, Moutou Pitti 2008] sans émettre des raisons irréfutables.

Une alternative prometteuse pour surmonter ces problèmes est l'application de la méthode relativement récente utilisant une approche par champ de phase [Francfort and Marigo 1998, Bourdin et al. 2000, Miehe et al. 2010b;a] pour prédire l'initiation et la propagation de fissure dans les matériaux et qui suscite un intérêt particulier dans la communauté scientifique [Wu et al. 2018]. Ce qui rend cette méthode attrayante est sa capacité à simuler avec précision les trajectoires de fissures complexes, y compris le branchement et la coalescence des fissures dans des géométries 2D et 3D.

III.5 Modélisation par champ de phase de la fissuration des matériaux viscoélastiques quasi-fragiles et ductiles

Dans cette section, l'approche par champ de phase ("Phase field") pour modéliser la propagation de fissure dans les matériaux viscoélastiques est étudiée. Une description succincte et non exhaustive du modèle est présentée. La loi de comportement viscoélastique discrétisée III.2.2 est ensuite couplée au modèle phase field. Des résultats tirés de la littérature sont enfin utilisés afin de valider le couplage des deux lois de comportement permettant de prédire la propagation de fissure dans les matériaux ayant un comportement viscoélastique.

III.5.1 Théorie de la méthode par champ de phase

III.5.1.1 Introduction

Le modèle "champ de phase" repose sur une description diffuse des surfaces de microfissures par un champ scalaire d pour faire transiter de manière progressive le matériau dans son état sain ($d = 0$) vers un état endommagé ($d = 1$). Ainsi la fissure nette est représentée par une zone "d'endommagement" dont la taille est contrôlée par un paramètre d'échelle de longueur ℓ . Les valeurs du champ scalaire d résultent d'une équation d'équilibre spécifique. La plupart des études sur le modèle de champ de phase (MCP) portent sur les matériaux élastiques. Les différentes applications du MCP peuvent être consultées dans [Wu et al. 2018]. Cependant, très peu d'études existent dans la littérature couplant ce modèle à un comportement viscoélastique [Schänzel 2015, Thamburaja et al. 2019, Shen et al. 2019, Yin and Kaliske 2020]. La principale contribution, ici, est d'appliquer ce modèle en viscoélasticité pour résoudre les problèmes de fissuration sur des géométries soumises à forte compression.

Les équations d'évolution, en petites transformations, du problème de champ de phase décrit par un solide viscoélastique occupant un domaine Ω de frontière $\partial\Omega$ seront à présent établies.

III.5.1.2 Équations d'évolution d'un problème d'endommagement par champ de phase

Pour tenir compte des mouvements microscopiques à l'intérieur du solide qui provoquent l'endommagement de ce dernier, la puissance des efforts intérieurs est exprimée en fonction de trois variables : $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$, \dot{d} , $\nabla\dot{d}$; les deux dernières quantités sont reliées aux mouvements microscopiques. Le gradient est introduit pour rendre compte de l'influence de l'endommagement en un point matériel sur son voisinage. La puissance des efforts intérieurs s'écrit

alors :

$$\mathcal{P}_i(\dot{u}, \dot{d}) = - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \, d\Omega - \int_{\Omega} \left(\mathcal{B}\dot{d} + \underline{\underline{\mathcal{H}}}\cdot\nabla\dot{d} \right) \, d\Omega \quad (\text{III.5.1})$$

où \mathcal{B} désigne la densité de travail d'endommagement interne et $\underline{\underline{\mathcal{H}}}$ le vecteur flux de travail d'endommagement interne.

En négligeant les sources extérieures de travail d'endommagement volumiques et surfaciques non liées aux effets mécaniques, le travail des efforts extérieurs donne :

$$\mathcal{P}_e(\dot{u}, \dot{d}) = \int_{\Omega} \underline{\underline{f}}\cdot\underline{\underline{\dot{u}}}\,d\Omega + \int_{\Gamma} \underline{\underline{F}}_{\Gamma}\cdot\underline{\underline{\dot{u}}}\,d\Gamma \quad (\text{III.5.2})$$

En supposant une évolution quasi-statique (puissance des quantités d'accélération négligeable), le principe des puissances virtuelles,

$$\mathcal{P}_i(\hat{u}, \hat{d}) + \mathcal{P}_e(\hat{u}, \hat{d}) = 0 \quad \forall \Omega \quad \forall \hat{u}, \hat{d} \text{ mouvements virtuels} \quad (\text{III.5.3})$$

permet d'obtenir deux systèmes d'équations de mouvement suivants :

$$\text{div}\underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{f}} = \underline{\underline{0}} \quad \text{dans } \Omega; \quad \underline{\underline{\sigma}}\cdot\underline{\underline{n}} = \underline{\underline{F}}_{\partial\Omega} \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.5.4a})$$

$$\text{div}\underline{\underline{\mathcal{H}}} - \mathcal{B} = 0 \quad \text{dans } \Omega; \quad \underline{\underline{\mathcal{H}}}\cdot\underline{\underline{n}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{III.5.4b})$$

où $\underline{\underline{n}}$ est la normale extérieure à la frontière Γ . Au système classique Eq. (III.5.4a) s'ajoute un nouveau système d'équations Eq. (III.5.4b) permettant de décrire l'évolution de l'endommagement. A présent, explicitons les termes du système d'équations Eq. (III.5.4b). L'inégalité résultant des deux principes de la thermodynamique dans un processus isotherme s'écrit :

$$\mathcal{D} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} + \mathcal{B}\dot{d} + \underline{\underline{\mathcal{H}}}\cdot\nabla\dot{d} - \rho\dot{\Psi} \geq 0 \quad (\text{III.5.5})$$

où Ψ désigne l'énergie libre. Une manière complète de décrire la loi d'évolution d'endommagement régularisé est de définir les potentiels de dissipation. Ils permettent d'explicitier les forces thermodynamiques définies dans l'inégalité Eq. (III.5.5). Pour un comportement viscoélastique auquel est associé le modèle de MG, Ψ peut s'écrire pour un endommagement isotrope comme :

$$\rho\Psi(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^{\vartheta}, d, \nabla d) = \Psi_e(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^{\vartheta}, d) + \Psi_f(d, \nabla d) \quad (\text{III.5.6})$$

avec :

$$\begin{cases} \Psi_e(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^{\vartheta}, d) & = g(d)\bar{\Psi}_e(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta}, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^{\vartheta}) \\ \Psi_f(d, \nabla d) & = \frac{G_c}{\ell c_{\alpha}} (\omega(d) + \ell^2 |\nabla d|^2) \end{cases} \quad (\text{III.5.7})$$

où :

$$\bar{\Psi}_e = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{\varepsilon}} : \mathbb{C}_0 : \underline{\underline{\varepsilon}} + \sum_{i=1}^m \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_i^\vartheta \right) : \mathbb{C}_i : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}_i^\vartheta \right) \right) \quad (\text{III.5.8})$$

Ψ_e correspond à la densité d'énergie de déformation et Ψ_f désigne la fonction densité de surface de fissure proposée par [Miehe et al. 2010a]. La fonction $g(d)$ est une fonction énergétique d'endommagement. Elle relie le champ de phase de la fissure et les champs mécaniques et traduit la perte de rigidité associée à l'évolution de l'endommagement. Elle détermine précisément comment l'énergie stockée réagit aux variations du champ de phase de la fissure [Wu et al. 2018]. Cette fonction vérifie les conditions suivantes :

- $g(d = 0) = 1$ (état "sain") et $g(d = 1) = 0$ (état complètement endommagé) ;
- $\frac{\partial g}{\partial d}(d) < 0$ (g est une fonction monotone décroissante) ;
- $\left. \frac{\partial g}{\partial d} \right|_{d=1} = 0$.

Les différentes formes de $g(d)$ utilisées dans la littérature sont résumées dans [Wu et al. 2018]. La fonction quadratique Eq. (III.5.8) est couramment utilisée et est choisie dans cette étude.

$$g(d) = (1 - d)^2 + k_r \quad (\text{III.5.9})$$

où $k_r \ll 1$ est un paramètre adimensionnel introduit pour des raisons numériques. $\omega(d)$ est la fonction géométrique de fissure définie telle que :

- $\omega(d) \in [0, 1]$;
- $\omega(d = 0) = 0$ et $\omega(d = 1) = 1$.

L'expression de $\omega(d)$ retenue est la forme quadratique suivante (la plus utilisée) :

$$\omega(d) = d^2. \quad (\text{III.5.10})$$

Ce choix permet de prendre en compte la liaison intrinsèque à laquelle est soumise le champ d'endommagement : $0 \leq d \leq 1$.

c_α est un paramètre de normalisation défini tel que :

$$c_\alpha = 4 \int_0^1 \sqrt{\omega(\beta)} d\beta = 2 \quad (\text{III.5.11})$$

Le potentiel de dissipation choisi se met sous la forme :

$$\rho \Phi(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) = \frac{g(d)}{2} \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_i^\vartheta : \mathbb{C}_i : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_i^\vartheta + \mathcal{I}(\dot{d}) \quad (\text{III.5.12})$$

où $\mathcal{I}(\dot{d})$ la fonction indicatrice rajoutée au pseudo-potentiel de dissipation pour satisfaire la condition d'irréversibilité $\dot{d} \geq 0$ [Maitournam 2013]. Elle est définie par :

$$\mathcal{I}(\dot{d}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \dot{d} \geq 0 \\ +\infty & \text{si } \dot{d} < 0 \end{cases} \quad (\text{III.5.13})$$

Les forces thermodynamiques réversibles et irréversibles associées à ces deux potentiels s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}^{\text{rev}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, d) = g(d) \left(\underline{\underline{C}}_0 : \underline{\underline{\epsilon}} + \sum_{i=1}^m \underline{\underline{C}}_i : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta) \right) \\ \underline{\underline{\mathcal{A}}}_i^{\text{rev}} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, d) = g(d) \underline{\underline{C}}_i : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta) \quad i = 1, \dots, m \\ \mathcal{B}^{\text{rev}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial d}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, d) = \frac{\partial g}{\partial d}(d) \bar{\Psi}_e + \frac{G_c}{lc_\alpha} \frac{\partial \omega}{\partial d}(d) \\ \underline{\underline{\mathcal{H}}}^{\text{rev}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \nabla d}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, d) = 2 \frac{G_c \ell}{c_\alpha} \nabla d \end{array} \right. \quad (\text{III.5.14})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}^{\text{irr}} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}}(\underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) = \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{\mathcal{A}}}_i^{\text{irr}} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta}(\underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) = g(d) \tau_i \underline{\underline{C}}_i : \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta \quad i = 1, \dots, m \\ \mathcal{B}^{\text{irr}} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{d}}(\underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) \in \partial \mathcal{I}(\dot{d}) \\ \underline{\underline{\mathcal{H}}}^{\text{irr}} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \nabla \dot{d}}(\underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) = \underline{\underline{0}} \end{array} \right. \quad (\text{III.5.15})$$

où le sous-gradient $\partial \mathcal{I}(\dot{d})$ est défini par :

$$\partial \mathcal{I}(\dot{d}) = \begin{cases} \{0\} & \text{si } \dot{d} > 0 \\ \mathbb{R}^- & \text{si } \dot{d} = 0 \\ \emptyset & \text{si } \dot{d} < 0 \end{cases} \quad (\text{III.5.16})$$

En utilisant les expressions Eq. (III.5.14) et Eq. (III.5.15) des forces thermodynamiques, les systèmes d'équations Eq. (III.5.4a) Eq. (III.5.4b) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{f}} = \underline{\underline{0}} \quad \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{n}} = \underline{\underline{F}}_{\partial \Omega} \quad \text{sur } \Gamma \end{array} \right. \quad (\text{III.5.17})$$

et

$$\begin{cases} \dot{d} \geq 0 \\ 2 \frac{G_{cl}}{c_\alpha} \Delta d - \frac{\partial g}{\partial d}(d) \bar{\Psi}_e - \frac{G_c}{lc_\alpha} \frac{\partial \omega}{\partial d}(d) \leq 0 \quad \text{dans } \Omega \\ \nabla d \cdot \underline{n} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.5.18})$$

avec :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^{\text{rev}} = g(d) \left(\mathbb{C}_0 : \underline{\varepsilon} + \sum_{i=1}^m \mathbb{C}_i : (\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_i^\vartheta) \right) \quad (\text{III.5.19})$$

Afin de prévenir la fissuration dans les zones sous compression, une décomposition en traction/compression du potentiel énergétique initial $\bar{\Psi}_e$ est généralement envisagée :

$$\bar{\Psi}_e = \bar{\Psi}_e^+ + \bar{\Psi}_e^- \quad (\text{III.5.20})$$

telle que :

$$\bar{\Psi}_e = g(d) \bar{\Psi}_e^+ + \bar{\Psi}_e^- \quad (\text{III.5.21})$$

où la fonction d'endommagement est uniquement appliquée à partie positive $\bar{\Psi}_e^+$ de l'énergie de déformation élastique initiale. Il existe dans la littérature différentes formes de $\bar{\Psi}_e^+$ et $\bar{\Psi}_e^-$ [Ambati et al. 2015, Wu et al. 2018]. Suivant le modèle de Miehe et al. [Miehe et al. 2010a], nous adoptons la décomposition suivante :

$$\bar{\Psi}_e^\pm = \frac{\lambda_0}{2} \langle \text{tr}(\underline{\varepsilon}) \rangle_\pm^2 + \mu_0 \text{tr}(\underline{\varepsilon}_\pm^2) + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\lambda_i}{2} \langle \text{tr}(\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_i^\vartheta) \rangle_\pm^2 + \mu_i \text{tr} \left((\underline{\varepsilon} - \underline{\varepsilon}_i^\vartheta)_\pm^2 \right) \right) \quad (\text{III.5.22})$$

avec :

$$\underline{\underline{t}} = \underline{\underline{t}}^+ + \underline{\underline{t}}^- \quad (\text{III.5.23})$$

où :

$$\underline{\underline{t}}^\pm = \sum_{j=I}^D \langle t^j \rangle_\pm \underline{n}^j \otimes \underline{n}^j \quad (\text{III.5.24})$$

t^j et \underline{n}^j sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de $\underline{\underline{t}}^\pm$. L'opérateur $\langle \cdot \rangle_\pm$ est défini par :

$$\langle \cdot \rangle_\pm = \frac{(\cdot \pm |\cdot|)}{2}. \quad (\text{III.5.25})$$

Miehe et al. [Miehe et al. 2010a] ont proposé de remplacer la densité d'énergie libre $\bar{\Psi}_e^+$ initiale par un champ d'histoire locale \mathcal{H} (Eq. (III.5.26)) afin de traiter automatiquement la condition d'irréversibilité $\dot{d} \geq 0$.

$$\mathcal{H} = \max_{0 \leq t' \leq t} \bar{\Psi}_e^+ \quad (\text{III.5.26})$$

Alors les systèmes Eq. (III.5.17) et Eq. (III.5.18) deviennent alors :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \underline{\underline{\sigma}} + \underline{f} = \underline{0} & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}} = g(d) \frac{\partial \bar{\Psi}_e^+}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}} + \frac{\partial \bar{\Psi}_e^-}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}} & \text{dans } \Omega \\ \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} = \underline{F}_{\partial\Omega} & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.5.27})$$

et

$$\begin{cases} 2(1-d)\mathcal{H} - \frac{G_c}{\ell}(d - \ell^2 \Delta d) = 0 & \text{dans } \Omega \\ \nabla d \cdot \underline{n} = 0 & \text{sur } \Gamma \end{cases} \quad (\text{III.5.28})$$

L'introduction du champ local d'histoire \mathcal{H} dans la formulation rend le sous-problème en déplacement Eq. (III.5.27) non-linéaire dans le cadre d'une résolution incrémentale itérative (employée dans le paragraphe III.2.3.3) et entraîne des coûts de calcul supplémentaires. Pour surmonter ce problème, il est possible d'utiliser les formulations dites hybrides ([Ambati et al. 2015, Wu 2017; 2018]). Ainsi la deuxième équation du système Eq. (III.5.27) est remplacé par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = g(d) \frac{\partial \bar{\Psi}_e}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}} \quad (\text{III.5.29})$$

entraînant une incohérence. En effet, contrairement aux systèmes d'équations Eq. (III.5.27) et Eq. (III.5.28), la nouvelle formulation consistant à introduire l'équation Eq. (III.5.29) dans le système Eq. (III.5.27) ne conserve pas de structure variationnelle, puisqu'avec l'hypothèse postulée, il est impossible d'obtenir l'équation d'évolution correspondante Eq. (III.5.28). Cependant, un tel formalisme ne viole pas la deuxième loi de la thermodynamique. M. Ambati et al. [Ambati et al. 2015] ont démontré la consistance du formalisme hybride à partir d'une approche alternative non variationnelle et ont montré que ce dernier coïncide presque avec le modèle non-hybride Eq. (III.5.27) et Eq. (III.5.28), mais que les courbes force-déplacement étaient légèrement différentes. Pour rester dans des temps de calcul acceptables, le modèle hybride est adopté.

III.5.2 Formulations faibles et algorithme de résolution EF

Dans cette section, les formulations faibles associées aux problèmes mécanique et de champ de phase sont déduites. Ensuite, un algorithme de résolution numérique basée sur la méthode incrémentale itérative a été adoptée et implémentée dans un code EF [Renard and Poullos 2020].

III.5.2.1 Formulations faibles

III.5.2.1.1 Problème mécanique

Par soucis de clarté, supposons que la frontière $\partial\Omega$ est subdivisée en deux parties Γ_u où

sont imposées les conditions de Dirichlet ($\underline{u} = \underline{U}$) et Γ_f sur laquelle les conditions en force sont imposées ($\underline{\sigma} \cdot \underline{n} = \underline{F}_{\Gamma_f}$). On définit les espaces cinématiquement admissible \mathcal{V}_u et admissible à zéro \mathcal{V}_u^0 :

$$\mathcal{V}_u = \left\{ \hat{u} \in \mathcal{H}^1(\Omega) : \hat{u} = \underline{U} \text{ sur } \Gamma_u \right\} \quad \text{et}$$

$$\mathcal{V}_u^0 = \left\{ \hat{u} \in \mathcal{H}^1(\Omega) : \hat{u} = \underline{0} \text{ sur } \Gamma_u \right\}$$

La formulation faible classique du problème mécanique Eq. (III.5.17) se traduit par :
Trouver $\underline{u} \in \mathcal{V}_u$, tel que :

$$\int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\epsilon}}(\hat{u}) \, d\Omega = \int_{\Omega} f \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma_f} \underline{F}_{\Gamma_f} \cdot \hat{u} \, d\Gamma_f \quad \forall \hat{u} \in \mathcal{V}_u^0 \quad (\text{III.5.30})$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ est donnée par Eq. (III.5.19).

Désignons par $\underline{u}^{n+1,(k)}$ le champ de déplacement inconnu à l'instant t_{n+1} et à l'itération k et par $d^{n+1,(k-1)}$ le champ d'endommagement à l'instant t_{n+1} et à l'itération $k-1$ fixé. En utilisant les relations Eq. (III.2.24), Eq. (III.5.9) et Eq. (III.5.29), la forme discrétisée de la formulation faible Eq. (III.5.30) dans le cadre d'une résolution alternée s'écrit :

Trouver $\underline{u}^{n+1,(k)} \in \mathcal{V}_u$, tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{\Omega} \left(\left(1 - d^{n+1,(k-1)}\right)^2 + k_r \right) \left(\lambda(\Delta_n t) \text{tr} \left(\underline{\underline{\epsilon}}^{n+1,(k)} \right) \mathbb{I} + 2\mu(\Delta_n t) \underline{\underline{\epsilon}}^{n+1,(k)} \right) : \underline{\underline{\epsilon}}(\hat{u}) \, d\Omega = \\ \int_{\Omega} \left(\left(1 - d^{n+1,(k-1)}\right)^2 + k_r \right) \left(\lambda(\Delta_n t) \text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}^n) \mathbb{I} + 2\mu(\Delta_n t) \underline{\underline{\epsilon}}^n - \underline{\underline{\sigma}}^n - \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}^n \right) : \underline{\underline{\epsilon}}(\hat{u}) \, d\Omega + \\ \int_{\Omega} \underline{F}_{\Omega}^{n+1} \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma_f} \underline{F}_{\Gamma_f}^{n+1} \cdot \hat{u} \, d\Gamma_f \quad \forall \hat{u} \in \mathcal{V}_u^0 \end{array} \right. \quad (\text{III.5.31})$$

III.5.2.1.2 Problème du champ de phase

Soit \mathcal{V}_d^0 l'espace des champs d'endommagement admissibles à zéro défini par :

$$\mathcal{V}_d^0 = \left\{ \hat{d} \in \mathcal{H}^1(\Omega) : \hat{d} = 0 \text{ sur } \partial\Omega \right\}$$

En multipliant l'équation Eq. (III.5.28)₁ par une fonction test \hat{d} et en intégrant sur Ω , on obtient :

$$\int_{\Omega} \left(2(1-d)\mathcal{H}\hat{d} - \frac{G_c}{\ell}(d - \ell^2 \Delta d) \hat{d} \right) d\Omega = 0 \quad (\text{III.5.32})$$

En intégrant par partie le terme en Laplacien et en appliquant le théorème de la divergence, l'équation Eq. (III.5.32) devient :

$$\int_{\Omega} \left[\left(2(1-d)\mathcal{H} - \frac{G_c}{\ell} d \right) \hat{d} - G_c \ell \nabla d \cdot \nabla \hat{d} \right] d\Omega + \int_{\Gamma} G_c \ell \nabla d \cdot \underline{n} \hat{d} \, d\partial\Omega = 0 \quad (\text{III.5.33})$$

En utilisant Eq. (III.5.28)₂, on obtient finalement :

$$\int_{\Omega} \left[\left(2\mathcal{H} + \frac{G_c}{\ell} \right) d \hat{d} + G_c \ell \underline{\nabla} d \cdot \underline{\nabla} \hat{d} \right] d\Omega = \int_{\Omega} 2\mathcal{H} \hat{d} d\Omega \quad (\text{III.5.34})$$

En introduisant la discrétisation temporelle, la formulation faible du problème d'évolution du champ de phase à l'instant t_{n+1} et à l'itération k pour un champ de déplacement $\underline{u}^{n+1,(k)}$ fixé est formulée comme suit :

Trouver $d \in \mathcal{V}_d^0$, tel que :

$$\int_{\Omega} \left[\left(2\mathcal{H}^{n+1,(k)} + \frac{G_c}{\ell} \right) d^{n+1,(k)} \hat{d} + G_c \ell \underline{\nabla} d^{n+1,(k)} \cdot \underline{\nabla} \hat{d} \right] d\Omega = \int_{\Omega} 2\mathcal{H}^{n+1,(k)} \hat{d} d\Omega \quad \forall \hat{d} \in \mathcal{V}_d^0 \quad (\text{III.5.35})$$

avec :

$$\mathcal{H}^{n+1,(k)} = \max(\bar{\Psi}_e^+, \mathcal{H}^n) \quad (\text{III.5.36})$$

III.5.2.2 Algorithme de résolution numérique

L'algorithme global de résolution du problème d'endommagement découplé présenté précédemment est décrit par l'organigramme suivant. Le critère d'arrêt est défini sur les deux champs solutions et est analogue à celui adopté dans l'organigramme Fig. III.4.

III.5.3 Quelques exemples numériques

Dans cette section, à travers de nombreux exemples, le modèle hybride de champ de phase viscoélastique présenté est évalué par rapport à sa capacité à simuler de manière efficace la propagation des fissures en mode d'ouverture et en mode mixte, y compris les géométries comportant de fortes zones de compression.

III.5.4 Validation en élasticité : simulation de l'essai SENT

Le modèle mis en œuvre est appliqué sur une plaque carrée pré-fissurée dont les propriétés géométriques et matériau ainsi que les conditions aux limites sont indiquées sur la figure Fig. III.29. Le modèle MG est réduit à son seul élément ressort (comportement élastique). La valeur $\ell = 0,015 \text{ mm}$ a été choisie de manière à ce que les paramètres soient identiques à ceux de l'exemple de Miehe et al. [Miehe et al. 2010a]. Afin de bien capter le profil de la fissure, le maillage est raffiné dans la zone où la fissure est susceptible de se propager, c'est-à-dire à mi-hauteur de l'échantillon dont la taille maximale de la maille dans cette zone est d'environ la moitié de la longueur caractéristique ℓ comme l'a suggéré Miehe et al. [Miehe et al. 2010b]. Le calcul est effectué en déformation plane à déplacement imposé avec un incrément $\Delta U = 10^{-5} \text{ mm}$ jusqu'à $U = 5 \times 10^{-3} \text{ mm}$, et ensuite avec un incrément $\Delta U = 10^{-6} \text{ mm}$ jusqu'à rupture. Les figures Fig. III.43a, Fig. III.43b et

Algorithme global de résolution du MCP

1. **Données :**

Géométrie (maillage généré par Gmsh [Geuzaine and Remacle 2009]);
 Caractéristiques mécaniques (E_i, τ_i); Solution du problème à l'instant n ($\underline{u}^n, d^n, \mathcal{H}^n, \underline{\sigma}_i^n, \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta, n}, \underline{\underline{\sigma}}_i^{\sim n}$)

2. **Résolution du problème :**

Données : Définition des tolérances ϵ_d et ϵ_u

pour chaque étape $n + 1$ **faire**

Initialisation : $(\underline{u}^{n+1,(0)}, d^{n+1,(0)}, \mathcal{H}^{n+1,(0)}) = (\underline{u}^n, d^n, \mathcal{H}^n)$, $k=1$

tant que $\epsilon_d^{(k)} > \epsilon_d \vee \epsilon_u^{(k)} > \epsilon_u$ **faire**

- Calcul du champ de déplacement $\underline{u}^{n+1,(k)}$: Résolution EF du problème Eq. (III.5.31) avec $d^{n+1,(k-1)}$ fixé.

- Mise à jour du champ d'histoire local \mathcal{H} :

$$\mathcal{H}^{n+1,(k)} \leftarrow \max(\bar{\Psi}_e^+, \mathcal{H}^n)$$

- Calcul du champ de phase $\underline{d}^{n+1,(k)}$: Résolution EF du problème Eq. (III.5.35) avec $\underline{u}^{n+1,(k)}$ fixé.

- Mise à jour des variables :

$$\epsilon_d^{(k)} \leftarrow \left| \frac{d^{(k)} - d^{(k-1)}}{d^{(k)}} \right| ; \epsilon_u^{(k)} \leftarrow \left| \frac{\underline{u}^{(k)} - \underline{u}^{(k-1)}}{\underline{u}^{(k)}} \right|$$

$$\underline{u}^{n+1,(k-1)} \leftarrow \underline{u}^{n+1,(k)} ; d^{n+1,(k-1)} \leftarrow d^{n+1,(k)}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_i^{\sim n+1,(k-1)} \leftarrow \underline{\underline{\sigma}}_i^{\sim n+1,(k)} ; \underline{\underline{\sigma}}_i^{n+1,(k-1)} \leftarrow \underline{\underline{\sigma}}_i^{n+1,(k)}$$

$$\underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta, n+1,(k-1)} \leftarrow \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta, n+1,(k)} ; k \leftarrow k + 1$$

fin

Actualisation des variables :

$$\underline{u}^n \leftarrow \underline{u}^{n+1,(k)} ; d^n \leftarrow d^{n+1,(k)} ; \mathcal{H}^n \leftarrow \mathcal{H}^{n+1,(k)}$$

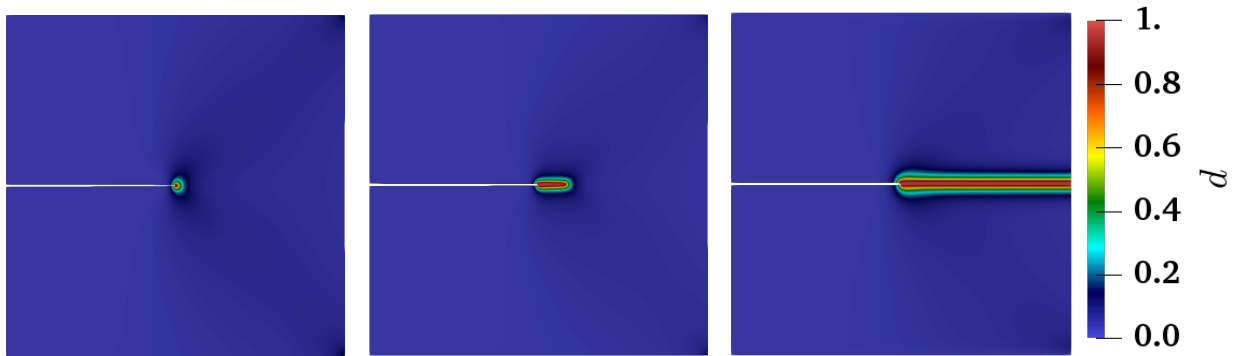
$$\underline{\underline{\sigma}}_i^n \leftarrow \underline{\underline{\sigma}}_i^{n+1,(k)} ; \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta, n} \leftarrow \underline{\underline{\epsilon}}_i^{\vartheta, n+1,(k)} ; \underline{\underline{\sigma}}_i^{\sim n} \leftarrow \underline{\underline{\sigma}}_i^{\sim n+1,(k)}$$

3. **fin** **Analyse des résultats :**

Utilisation du logiciel de visualisation Paraview [Ahrens et al. 2005]

Figure III.42 – Schéma séquentiel pour la résolution d'un problème d'endommagement diffus implémenté sous GetFEM [Renard and Poullos 2020]

Fig. III.43c montrent l'évolution de l'endommagement de l'échantillon à différents stades de chargement. Les courbes force-déplacement sont présentées sur la figure Fig. III.44. Les résultats issus du présent modèle sont comparés aux résultats de C. Miehe et al. [Miehe et al. 2010a]. Pour cette configuration simple, il est noté une très bonne similarité entre les deux résultats en terme de comportement force-déplacement. Ceci valide la mise en œuvre numérique du modèle hybride en élasticité.



III.43a $U = 5,65 \times 10^{-3} \text{ mm}$ III.43b $U = 5,9 \times 10^{-3} \text{ mm}$ III.43c $U = 6,1 \times 10^{-3} \text{ mm}$

Figure III.43 – Évolution du champ d en fonction du niveau de chargement

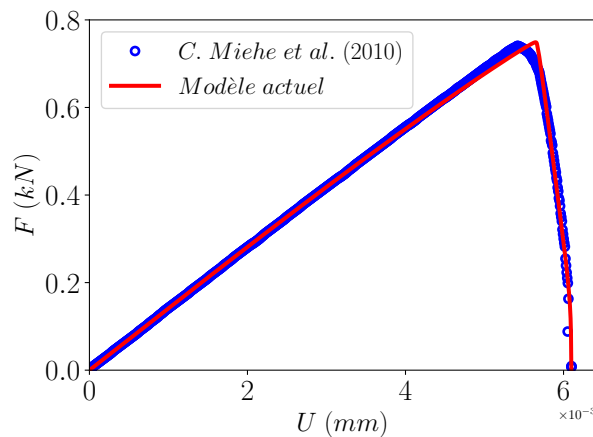


Figure III.44 – Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle hybride présenté et le modèle non hybride de C. Miehe et al. [Miehe et al. 2010a]

III.5.5 Validation en viscoélasticité sur une poutre entaillée en flexion trois-points

Le modèle d'endommagement est ensuite utilisé pour simuler la propagation de fissure dans une poutre viscoélastique entaillée soumise à une flexion trois points (Fig. III.32). Le modèle MG est considéré dont les paramètres sont indiqués dans le tableau III.7. Dans le but de comparer les deux modèles viscoélastiques développés dans cette étude,

nous apportons quelques précisions sur le choix des paramètres de rupture. En effet, il est démontré dans [Bourdin et al. 2008, Amor et al. 2009, Miehe et al. 2010b] que le modèle de champ de phase en terme de comportement force-déplacement, tend vers le modèle discret de Griffith [Griffith 1921] en élasticité pour ℓ suffisamment petit ($\ell \rightarrow 0$). Ce résultat est connu sous le nom de Γ -convergence. Cependant, aucune preuve formelle de ce théorème n'est établie dans un cadre viscoélastique. Pour cette simulation, ℓ vaut $0,006 m$. En outre, dans la formulation variationnelle originale proposée par Bourdin et al. [Bourdin et al. 2008], il a été démontré que l'énergie de rupture est légèrement surestimée lors des simulations et que cette amplification dépend de la taille du maillage dans la discrétisation par éléments finis. Cet effet d'amplification est compensé par la définition d'un taux de restitution d'énergie critique effectif G_{eff} pour les besoins de la simulation en champ de phase :

$$G_{eff} = \frac{G_c}{1 + \left(\frac{h}{4\ell}\right)} \quad (\text{III.5.37})$$

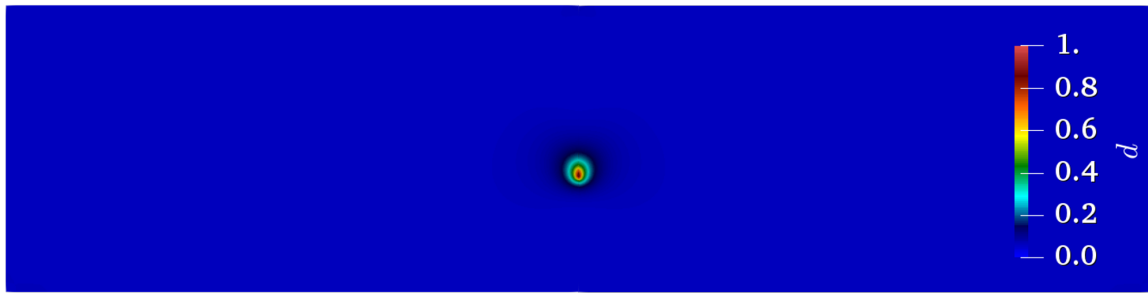
où h est la taille maximale des éléments dans la zone de propagation possible. Pour ℓ donné, il a été démontré dans [Miehe et al. 2010b] que la taille d'éléments minimale dans la zone de propagation de fissure doit satisfaire la condition Eq. (III.5.38).

$$h \leq \frac{l}{2} \quad (\text{III.5.38})$$

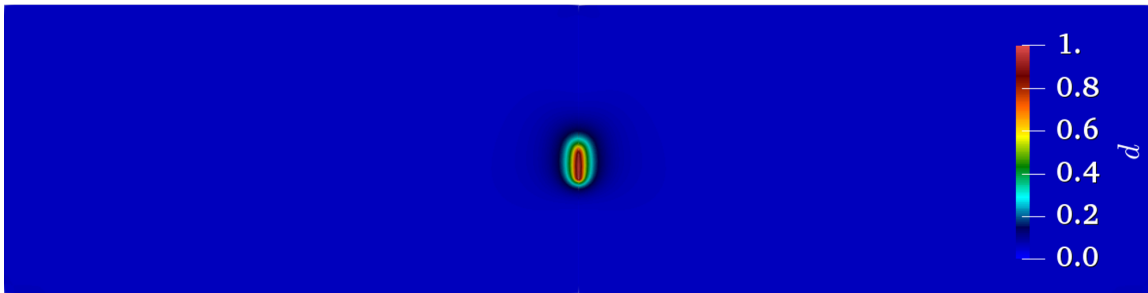
Les simulations ont été effectuées en déformation plane. Le chargement est piloté en vitesse de déplacement. Les figures Fig. III.45a, Fig. III.45b, Fig. III.45c et Fig. III.45d montrent l'évolution de la variable d'endommagement pour différents niveaux de chargement. Les résultats en terme de force en fonction du déplacement imposés issus de la simulation du MCP sont comparés à ceux obtenus en utilisant le modèle énergétique viscoélastique Eq. (III.3.39) comme indiqué sur la figure Fig. III.46. Sur cette figure, les résultats des deux modèles sont similaires. D'autres simulations supplémentaires sont nécessaires pour valider numériquement la Γ -convergence en viscoélasticité.

Tableau III.7 – Paramètres du modèle MG

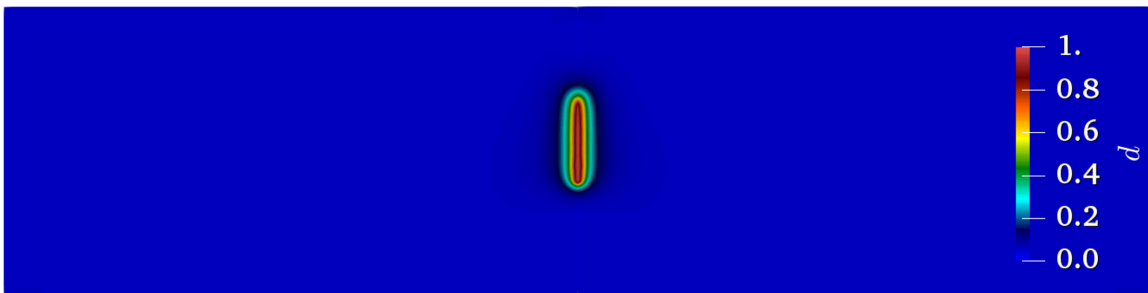
i	E_i (GPa)	τ_i (s)
0	–	–
1	17,53	$4,39 \times 10^7$
2	16,17	$3,53 \times 10^5$



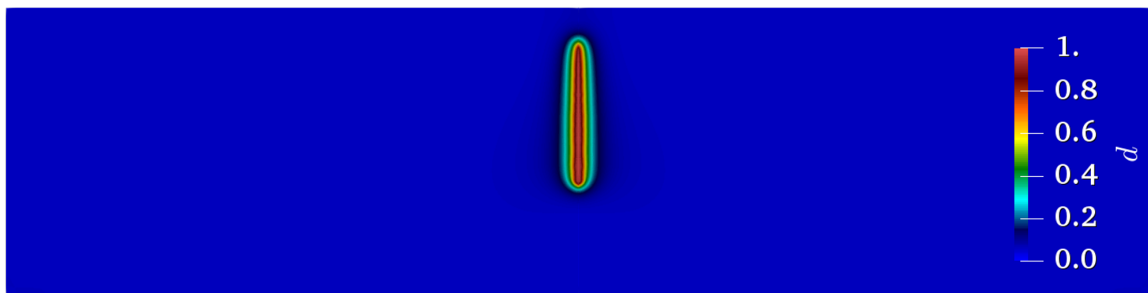
III.45a $U = 2,845 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.45b $U = 3,095 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.45c $U = 3,845 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.45d $U = 1,0215 \text{ mm}$

Figure III.45 – Problème de flexion trois points en mode I : $\dot{U} = 0,01 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $G_c = 61 \text{ N/m}$; $\nu = 0,27$

III.5.6 Simulation de l'essai de flexion trois-points sur une poutre entaillée en mode mixte de fissuration

Il est simulé dans cette partie, la propagation de fissure en mode mixte d'une poutre entaillée. La géométrie et les conditions aux limites sont données par la figure Fig. III.47.

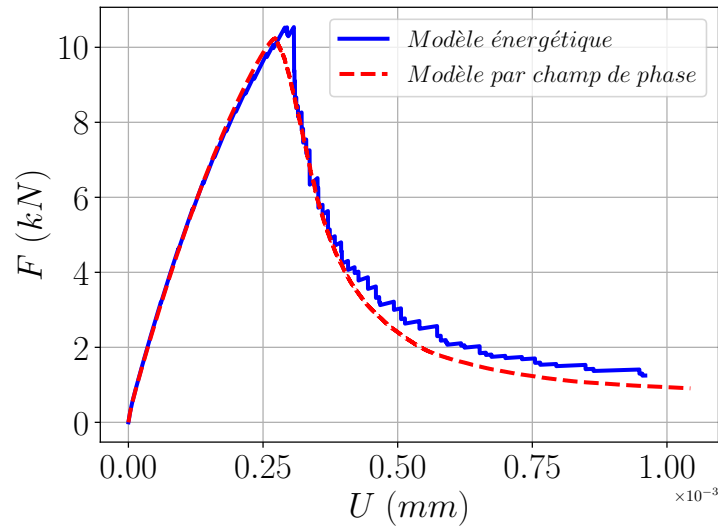


Figure III.46 – Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle sans endommagement et le modèle avec endommagement

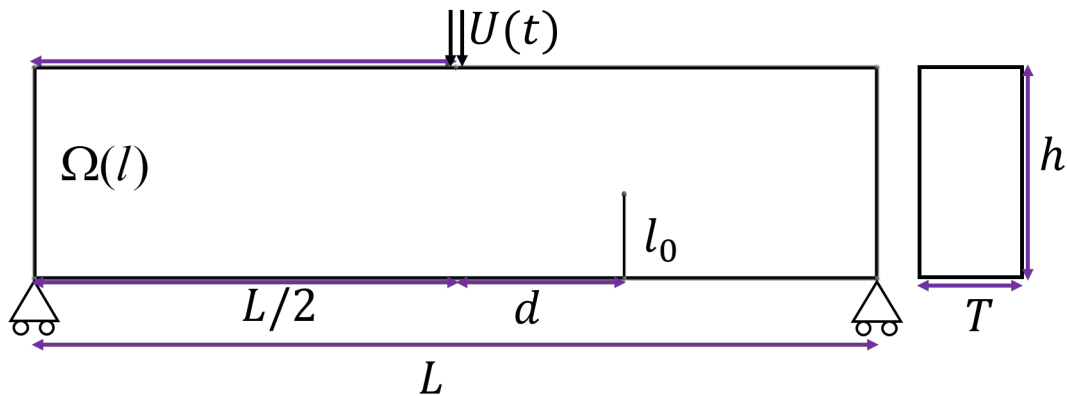


Figure III.47 – Configuration de l'essai SENB ($L \times h \times T; = 1 \times 0,25 \times 0,125 \text{ m}^3$, $l = 0,1 \text{ m}$, $d = 0,2L$, $U(t) = \dot{U}t$)

Les paramètres du MG indiqués au tableau III.7 sont à nouveau considérés. Les figures Fig. III.48a, Fig. III.48b, Fig. III.48c et Fig. III.48d représentent les profils du champ de phase à différents niveaux de chargement. Ces résultats montrent la capacité du présent modèle à reproduire la propagation de fissure en mode mixte dans une structure viscoélastique.

III.5.7 Simulation de l'essai SCB

La géométrie SCB Fig. III.11a est à nouveau utilisée. Des simulations sur cette dernière ont été effectuées en considérant trois températures et une vitesse de sollicitation afin d'évaluer la pertinence du modèle à reproduire la susceptibilité thermique des matériaux viscoélastiques. Pour cela tous les paramètres du modèle MCP sont choisis identiques pour les trois simulations effectuées. Ainsi, la valeur du taux de restitution d'énergie re-



III.48a $U = 2,272 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.48b $U = 2,772 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.48c $U = 3,772 \times 10^{-1} \text{ mm}$



III.48d $U = 7,193 \times 10^{-1} \text{ mm}$

Figure III.48 – Problème de flexion trois points en mode mixte : $\dot{U} = 0,01 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $G_c = 61 \text{ N/m}$

tenue est celle calculée par la formule Eq. (III.3.91) à -20°C ($G_c = 32,08 \text{ N/m}$). La formule Eq. (III.5.37) est ensuite appliquée pour obtenir la valeur efficace utilisée dans les simulations. La longueur d'échelle ℓ utilisée vaut $5 \times 10^{-4} \text{ m}$. Ainsi la taille h des éléments dans la zone du trajet de la bande d'endommagement envisagée est prise égale à $2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$. Les figures Fig. III.49, Fig. III.50 et Fig. III.51 indiquent les cartes d'endommagement obtenues à différentes étapes de chargement pour les trois températures simulées. Sur les figures Fig. III.49a, Fig. III.49b et Fig. III.49c, il est observé un passage rapide entre le niveau quasiment non endommagé de l'éprouvette à une valeur de chargement de $4,517 \times 10^{-2} \text{ mm}$ et le niveau presque totalement endommagé de l'éprouvette correspondant à un déplacement de $5,433 \times 10^{-2} \text{ mm}$. Cela se traduit par une rupture brutale l'éprouvette à -20°C comme l'indique la courbe en pointillée violette sur la figure Fig. III.52. A 0°C , les cartes d'endommagement illustrées par les figures Fig. III.50a, Fig. III.50b et Fig. III.50c montrent une évolution progressive de l'endommagement à l'initiation suivi d'une évolution rapide. Ce qui explique le comportement adoucissant observé au pic de la courbe force-déplacement présentée en bleu et en pointillé sur la figure Fig. III.52, phénomène également observé expérimentalement. A 20°C , il est observé une évolution lente de l'endommagement jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette. Ce comportement est directement imputable au comportement viscoélastique du matériau très prononcé à cette température. Une grande partie de l'énergie fournie par le travail extérieur est bloquée par les amortisseurs et dissipée à l'intérieur du matériau. On note également une augmentation de la force maximale lorsque la température baisse. Ce résultat est en accord avec les observations expérimentales. Les figures Fig. III.53a, Fig. III.53b et

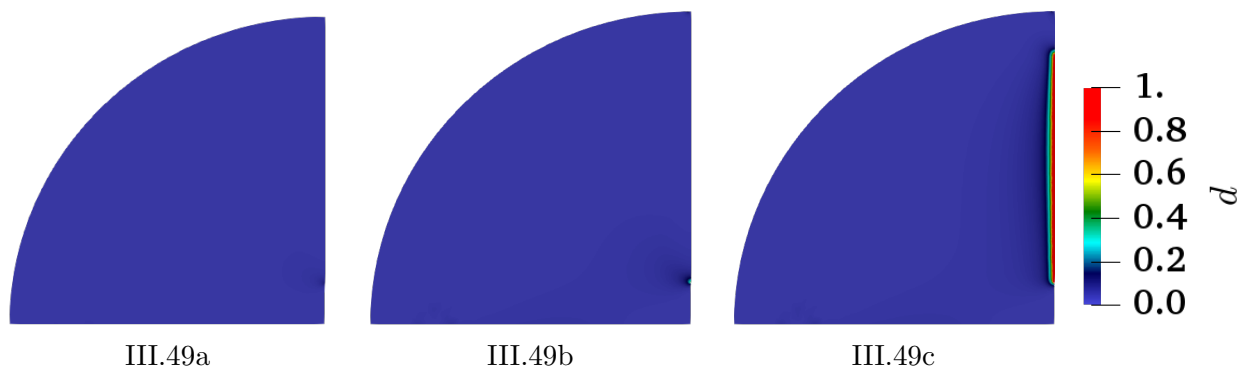


Figure III.49 – Évolution de la carte d'endommagement à -20°C : $U = 2,517 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49a) ; $U = 4,517 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49b) ; $U = 5,433 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.49c)

Fig. III.53c présentent les courbes force-déplacement simulées à partir des deux modèles présentés. Les résultats de ces deux modèles sont similaires pour la température la plus basse. Il est observé une variation du comportement post-pic entre les deux modèles liée principalement aux comportements au pic des deux modèles qui sont différents. A 20°C , il est observé au niveau du comportement post-pic, une légère différence entre les deux

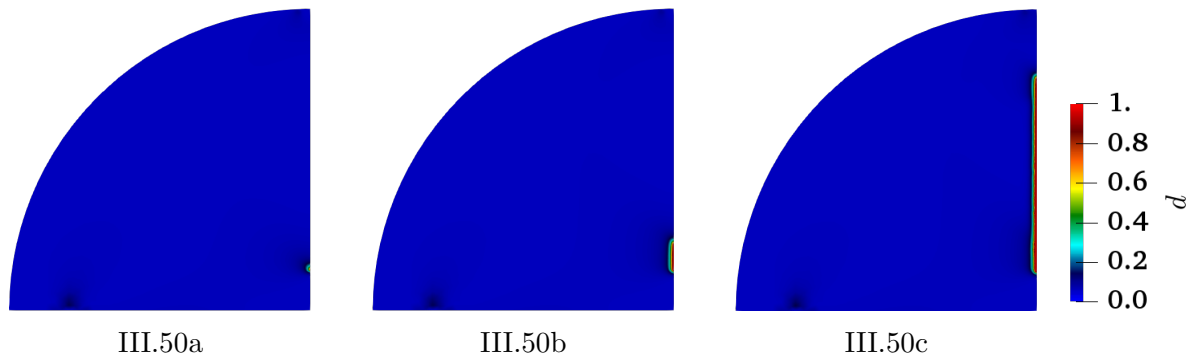


Figure III.50 – Évolution de la carte d'endommagement à 0°C : $U = 7,433 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50a) ; $U = 7,657 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50b) ; $U = 7,980 \times 10^{-2} \text{ mm}$ (Fig. III.50c)

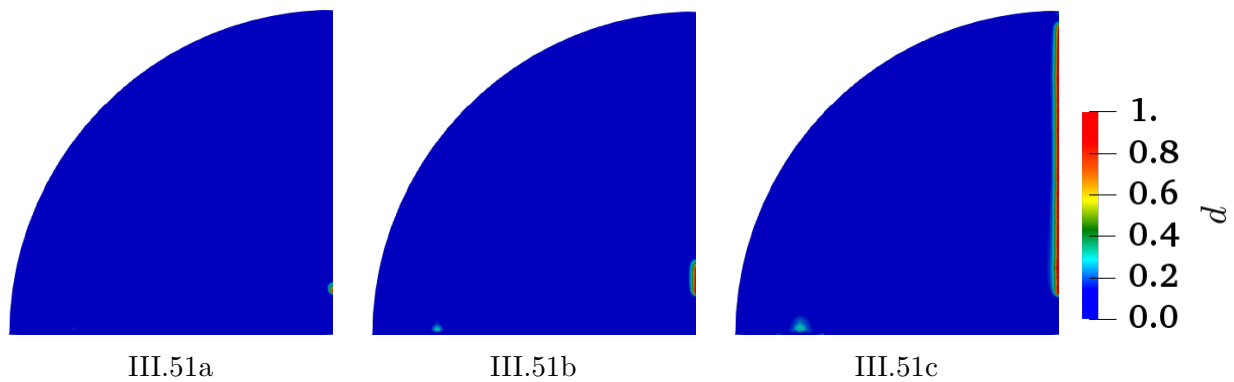


Figure III.51 – Évolution de la carte d'endommagement à 20°C : $U = 5,833 \times 10^{-1} \text{ mm}$ (Fig. III.51a) ; $U = 9,167 \times 10^{-1} \text{ mm}$ (Fig. III.51b) ; $U = 2,091 \text{ mm}$ (Fig. III.51c)

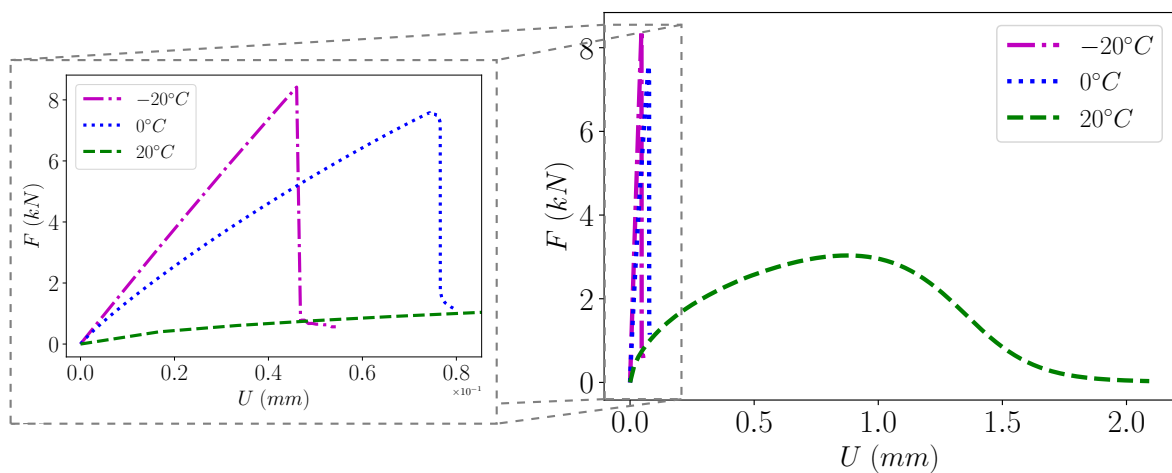
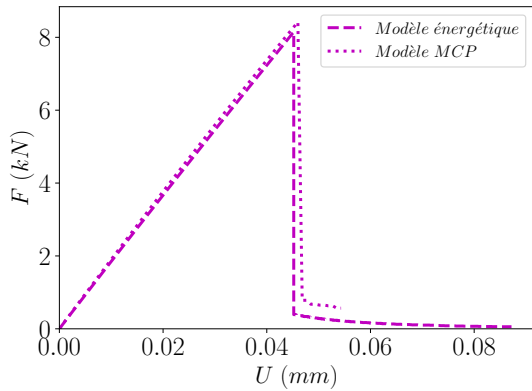
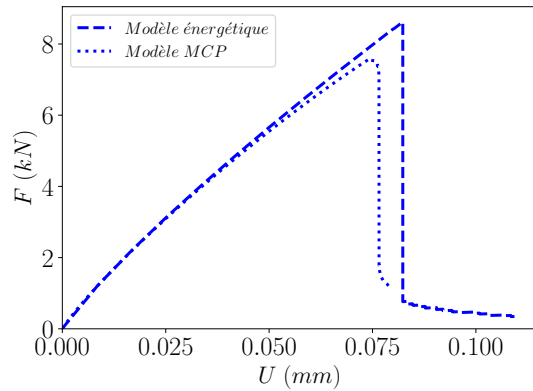


Figure III.52 – Courbes force-déplacement simulées à différentes températures

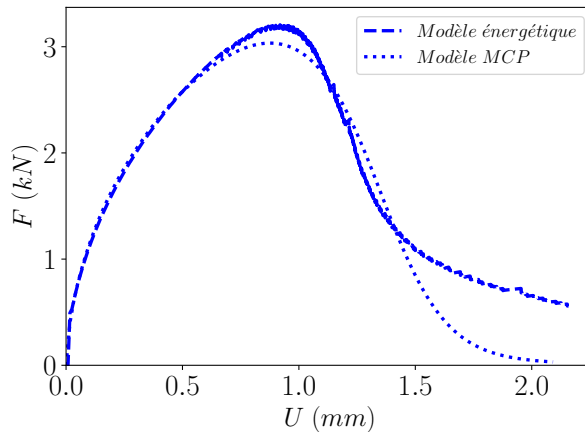
modèles. Cette différence peut s'expliquer par la forme du taux de restitution d'énergie critique dans les deux cas. Elle est constante dans le cas du modèle par champ de phase alors qu'elle décrit une courbe \mathcal{R} dans le cas du modèle énergétique discret. La notion de Γ -convergence est à nouveau vérifiée uniquement dans le domaine presque élastique. La figure Fig. III.54 compare les courbes force-déplacement issues du modèle MCP et les



III.53a $T = -20^{\circ}C$



III.53b $T = 0^{\circ}C$



III.53c $T = 20^{\circ}C$

Figure III.53 – Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle sans endommagement et le modèle avec endommagement à différentes températures

résultats expérimentaux à $20^{\circ}C$ et à $1 \text{ mm}/\text{min}$. Les résultats montrent un bon accord entre la courbe force-déplacement expérimental et numérique.

III.6 Conclusion

Ce chapitre à été consacré à la modélisation de la propagation des fissures dans un milieu viscoélastique.

Le comportement thermoviscoélastique en 3D a d'abord été présenté. Ce modèle a été implémenté dans un code de calcul par éléments finis GetFem. L'algorithme de calcul développé a été validé en 2D à partir de simulations numériques des essais de fluage et de

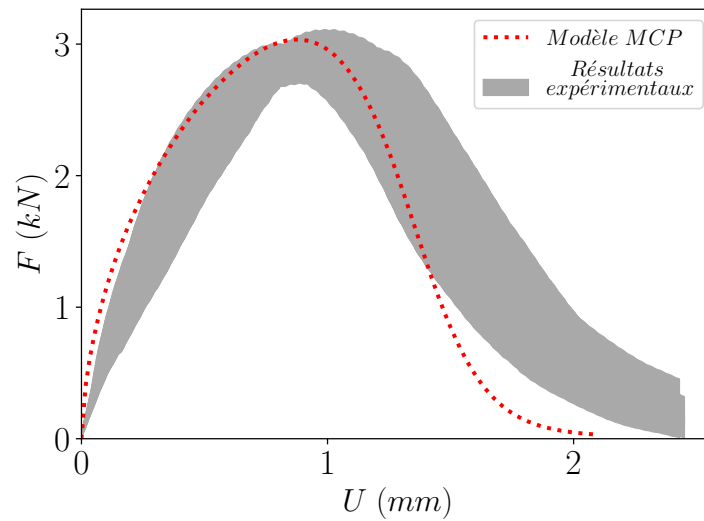


Figure III.54 – Comparaison des courbes force-déplacement entre le modèle MCP et les résultats expérimentaux

relaxation en comparant, d'une part, le résultat numérique et la solution analytique pour l'essai de relaxation, et d'autre part, le résultat numérique et la solution semi-analytique pour l'essai de fluage. Dans le même temps, l'essai de module complexe par la méthode de flexion en deux points sur un prisme a été simulé à une fréquence de contrainte donnée de 3Hz et à une température de 0°C. Les résultats de cette simulation sont comparés aux résultats expérimentaux et ont donné lieu à une double validation : l'algorithme de calcul de la FE 3D et l'identification des paramètres viscoélastiques par optimisation selon la méthode des moindres carrés. Un problème aux limites thermiques simulant les conditions (en température) de l'essai de fissuration sur la géométrie SCB sans entaille a été réalisé. Les résultats ont montré une légère influence des conditions aux limites thermiques ayant pour résultat une baisse de la rigidité d'environ 3,31% après 30 s. Ce résultat a justifié l'hypothèse d'une transformation isotherme formulée ultérieurement dans le cadre de l'étude de la fissuration dans un milieu viscoélastique pour laquelle un premier modèle de propagation de la fissuration a été mis en œuvre en couplant viscoélasticité et fissuration. Ce modèle énergétique a d'abord été mis en œuvre et validé en élasticité par un essai de traction simple sur une plaque carrée entaillée en comparant nos résultats numériques avec ceux donnés dans la littérature. Des simulations de flexion en trois points sur une poutre viscoélastique entaillée ont été réalisées à différentes vitesses de sollicitation, et ont montré la pertinence du modèle à reproduire la susceptibilité cinétique des matériaux viscoélastiques. Ces résultats sont comparés aux données numériques de la littérature et ont permis de valider l'algorithme de calcul en viscoélastique. La dernière partie du développement de ce modèle a été consacrée à la simulation des essais SCB et à leur confrontation avec les résultats expérimentaux. L'approche pour déterminer les paramètres de rupture a été présentée. Le contact entre la bande de chargement et l'échantillon a été modélisé

et son effet sur le comportement en terme de force-déplacement a été évalué. En effet, des simulations sur la SCB ont été réalisées à plusieurs températures (-20°C , 0°C et 20°C) et à 1 mm/min . Les résultats ont montré que l'effet du problème de contact est très prononcé à la température la plus basse et qu'il est de plus en plus atténué à mesure que la température d'essai augmente. Les résultats simulés ont révélé par ailleurs la capacité du modèle à exprimer la susceptibilité thermique sur le comportement à la rupture du matériau. Le modèle reproduit à la fois le comportement fragile observé expérimentalement à basse température et le comportement ductile à température ambiante. Cela constitue une contribution remarquable à la compréhension de l'effet viscoélastique dans les mécanismes de rupture des enrobés bitumineux. Enfin, les résultats numériques à 20°C et sous deux vitesses de sollicitation 1 mm/min et 5 mm/min sont comparés aux résultats expérimentaux et ont montré que le modèle en question est en mesure de prédire avec précision les essais de fissuration en termes de courbe force-déplacement.

Afin de pouvoir simuler n'importe quel mode de propagation des fissures dans un milieu viscoélastique sans se préoccuper de la trajectoire des fissures, un modèle d'endommagement diffus a été introduit. Ce modèle a été adapté au comportement viscoélastique pour prédire l'endommagement des matériaux viscoélastiques sur des géométries pouvant présenter des zones de compression élevées. L'algorithme alterné a été utilisé pour mettre en œuvre le modèle d'endommagement couplé au comportement viscoélastique. L'algorithme ainsi implémenté a été validé en élasticité sur un benchmark. Une première illustration du modèle de viscoélasticité a été réalisée sur une poutre de flexion en trois points en simulant deux modes de fissuration : le mode I et le mode mixte. Une comparaison entre les deux modèles proposés a été présentée en mode I sur cette géométrie. Les résultats ont permis de vérifier la Γ -convergence en viscoélasticité. Les résultats en mode mixte ont montré la capacité du modèle à prendre en compte ce mode de fissuration dans la viscoélasticité. Des résultats expérimentaux sont cependant nécessaires pour confirmer ce résultat. Enfin, le modèle d'endommagement a été appliqué à la géométrie SCB. Pour les mêmes paramètres de rupture, le modèle a mis en évidence l'effet de la viscoélasticité sur le comportement force-déplacement observé expérimentalement. Les résultats ont montré que pour le paramètre d'échelle choisi (très petit par rapport à la taille minimale de l'échantillon), le modèle MCP Γ -converge vers le modèle énergétique discret en viscoélasticité. D'autres résultats sont encore nécessaires pour confirmer ce théorème tout au moins numériquement. Le comportement en terme de courbe force-déplacement a été évalué en comparant les résultats numériques avec ceux des essais expérimentaux. Il a été démontré que le présent modèle est également capable de simuler les essais de SCB en mode I. Les validations expérimentales en mode mixte sont, entre autres, des pistes à explorer pour garantir la performance du modèle dans la compréhension du mécanisme de fissuration des enrobés bitumineux.

Conclusions générales & Perspectives

Conclusions générales

Le principal but de cette étude consistait à appréhender l'impact du vieillissement par oxydation sur les propriétés rhéologiques, physico-chimiques et de fissuration des enrobés bitumineux. La première étape de cette recherche a consisté à caractériser les propriétés rhéologiques des enrobés bitumineux soumis au vieillissement. Des essais de module complexe ont été conduits à différentes températures et fréquences. Des essais de caractérisation physique des bitumes extraits des enrobés vieillis ont ensuite été menés. Ces essais ont permis de mesurer les caractéristiques classiques du bitume à savoir la pénétrabilité, la température de ramollissement bille anneau, la température de fragilité Fraass et la teneur en asphaltènes. Des essais de module complexe de cisaillement ont été réalisés. Une caractérisation chimique des bitumes extraits a été réalisée grâce à la méthode par spectrométrie infrarouge à transformée de Fourier. Les indices carbonyles et sulfoxydes ont ainsi pu être déterminés pour toutes les durées de vieillissement. Les propriétés de fissuration sont enfin analysées vis-à-vis du phénomène de vieillissement. A cet effet, les essais de propagation de fissure ont été réalisés. L'effet du vieillissement a été évalué à plusieurs températures d'essai et à deux vitesses de sollicitation.

Les résultats de module complexe ont montré globalement que les mélanges vieillis présentaient des modules plus élevés que le mélange non vieilli. Du point de vue rhéologique, l'effet du vieillissement est plus prononcé aux basses fréquences et hautes températures et cet effet s'estompe au fur et à mesure que la fréquence augmente ou la température diminue. Il est déduit des résultats de module complexe que plus le mélange bitumineux est vieilli, plus il présente un risque à la fissuration élevé lié à la perte de capacités de relaxation de l'enrobé bitumineux.

Les propriétés physiques mesurées sur les bitumes extraits ont permis de mettre en évidence l'effet du vieillissement sur ces derniers. Il est noté une augmentation de la teneur en asphaltènes entraînant une diminution de la valeur de pénétration et une augmentation de la température du point de ramollissement et du point de fragilité Fraass. Une étude

de corrélation entre ces propriétés a montré que la teneur en asphaltènes peut expliquer à elle seule la diminution de la susceptibilité thermique du bitume due au vieillissement par oxydation.

Les variations du module complexe de cisaillement des bitumes extraits sont similaires à celles observées sur les valeurs de module complexe des enrobés vieillis. La modélisation des propriétés rhéologiques mesurées par le modèle 2S2P1D a montré que ce dernier a permis de reproduire avec précision le comportement viscoélastique linéaire des bitumes extraits sur une plage importante de fréquences de sollicitation. Les paramètres issus de ces modélisations ont été analysés. Les résultats obtenus ont montré que les paramètres δ et β (ou τ) augmentent avec la durée de vieillissement. Ces éléments peuvent être considérés comme des indicateurs de vieillissement, où le mélange présentant des valeurs élevées de ces paramètres serait le plus exposé au vieillissement. L'analyse des paramètres de Cross-over (température de transition visco-élastique, module complexe et fréquence à la température de transition) a également démontré la perte de souplesse des bitumes extraits des enrobés ayant le plus été exposé au vieillissement (comportement de plus en plus élastique du bitume). Ces paramètres ont ensuite été corrélés avec la teneur en asphaltènes, une propriété physique. Ces corrélations nous ont permis de montrer que le module complexe et la pulsation à la température de transition sont corrélés à la teneur en asphaltènes par une loi exponentielle tandis que la température de transition évolue linéairement avec cette dernière. Ces résultats sont nouveaux et constituent à la fois des indicateurs de vieillissement et une piste intéressante vers une loi de vieillissement. L'étude des indices carbonyles et sulfoxydes a montré que ces indices reflètent bien l'état d'oxydation du bitume se traduisant par une augmentation de ces indices avec la durée de vieillissement.

La dernière partie de la campagne expérimentale a été consacrée à l'étude de la propagation de fissure dans les enrobés bitumineux vieillis. Les essais de propagation de fissure par la méthode de flexion trois point sur des éprouvettes semi-circulaires ont été conduits à différentes températures et vitesses de sollicitation pour toutes les durées de vieillissement retenues. Les résultats obtenus ont indiqué que l'effet du vieillissement sur les propriétés de rupture (force maximale à la rupture, la déformation maximale à la rupture, l'énergie de rupture et l'indice de résistance à la fissuration) examinées est très peu prononcé aux basses températures (-20°C et 0°C) quel que soit la vitesse de sollicitation. Ces conclusions confirment les résultats de module complexe sur les enrobés bitumineux et les bitumes extraits. A température ambiante, les résultats ont démontré l'impact du vieillissement sur les propriétés de rupture. Cet effet est traduit par une augmentation de la force maximale et une diminution de la déformation à la force maximale, de l'énergie de rupture et de l'indice de résistance à la fissuration lorsque la durée de vieillissement augmente. Les résultats ont également montré qu'aucune variation significative n'a été observée par rapport à la vitesse de sollicitation sur les propriétés de rupture aux basses

températures et ce pour toutes durées de vieillissement. Par contre a température ambiante où le comportement viscoélastique prédomine, il a été constaté une augmentation de la force maximale et de l'énergie de rupture et une diminution de la déformation à la rupture et de l'indice de la résistance à la fissuration lorsque la vitesse de sollicitation augmente. En outre, il a été constaté que la déformation à la force maximale, l'énergie de rupture et l'indice de résistance à la rupture augmentent avec la température d'essai et que la force maximale diminue au fur et à mesure que la température augmente. Ces différents résultats montrent la nécessité de prendre en compte l'effet du vieillissement et le comportement viscoélastique dans la modélisation de propagation de fissure dans les enrobés bitumineux vieillis.

La deuxième partie de cette étude s'est ainsi intéressée à l'étude de la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique. Le comportement thermoviscoélastique de l'enrobé bitumineux basé sur le modèle analogique de Maxwell généralisé a d'abord été modélisé. Ce modèle a été discrétisé et implémenté dans un code de calcul par éléments finis GetFem. Des études numériques à température constante ont été menées donnant lieu à la validation en 2D de l'algorithme de calcul développé par des simulations numériques des essais de fluage et de relaxation en comparant, d'une part, le résultat numérique et la solution analytique pour l'essai de relaxation, et d'autre part, le résultat numérique et la solution semi-analytique pour l'essai de fluage. L'essai de module complexe par la méthode de flexion en deux points sur un prisme a été simulé et les résultats numériques ont été comparés aux résultats expérimentaux. Il a été montré que les résultats numériques sont en accord avec les points expérimentaux validant ainsi la loi de comportement tridimensionnelle et l'algorithme de calcul en 3D ainsi que l'identification des paramètres viscoélastiques. Un problème aux limites thermiques (simulant les conditions en température de l'essai de fissuration) a été réalisé afin d'évaluer la sensibilité par rapport à la température sur le comportement en terme de courbe force-déplacement sur des enrobés bitumineux. Les résultats ont montré une légère influence des conditions aux limites thermiques ayant pour résultat une baisse de la rigidité d'environ 3,31% après 30 s.

En second lieu, l'étude numérique de la propagation de fissure dans un milieu viscoélastique a été développée. Un critère de propagation de fissure viscoélastique a été décrit basé sur une approche énergétique. Un taux de restitution d'énergie a été introduit naturellement dérivant d'une énergie potentielle viscoélastique qui dépend non seulement des grandeurs chargement et de la géométrie mais surtout des variables internes que sont les champs de déformations visqueuses. Plusieurs simulations numériques ont été réalisées et les conclusions tirées sont les suivantes.

1. La partie résiduelle de l'énergie de déformation élastique d'un milieu viscoélastique pré-fissuré bidimensionnel sollicité est négligeable, tel que démontré en 1D dans les travaux de S. T. Nguyen et al. [Nguyen et al. 2010, Nguyen 2010].

2. Le taux de restitution d'énergie est influencé par la vitesse de sollicitation et la température d'essai. Il augmente avec la vitesse de sollicitation et tend vers le résultat du problème élastique instantané. Lorsque la température augmente, le taux de restitution d'énergie diminue.

Le critère de propagation viscoélastique formulé a d'abord été mis en œuvre et validé en élasticité par un essai de traction simple sur une plaque carrée entaillée en comparant nos résultats numériques avec ceux donnés dans la littérature. Des simulations de flexion en trois points sur une poutre viscoélastique entaillée ont été réalisées à différentes vitesses de sollicitation, et ont montré la pertinence du modèle à saisir la susceptibilité cinétique des matériaux viscoélastiques. Ces résultats sont comparés aux données numériques de la littérature et ont permis de valider l'algorithme de calcul en viscoélastique. La dernière partie du développement de ce modèle a été consacrée à la simulation des essais SCB et à leur confrontation avec les résultats expérimentaux. L'approche pour déterminer les paramètres de rupture a été présentée. Le contact entre la bande de chargement et l'échantillon a été modélisé et son effet sur le comportement en termes de force-déplacement a été évalué en réalisant des simulations de propagation de fissure sur des éprouvettes SCB à plusieurs températures (-20°C , 0°C et 20°C) et à $1 \text{ ; } mm/min$. Les résultats ont montré que l'effet du problème de contact est très prononcé à la température la plus basse et qu'il est de plus en plus atténué à mesure que la température d'essai augmente. Les résultats simulés ont révélé par ailleurs la capacité du modèle à exprimer la susceptibilité thermique sur le comportement à la rupture du matériau. Le modèle reproduit à la fois le comportement fragile observé expérimentalement à basse température et le comportement ductile à température ambiante. Cela constitue une contribution à la compréhension de l'effet viscoélastique dans les mécanismes de rupture des enrobés bitumineux. Enfin, les résultats numériques à 20°C et sous deux vitesses de sollicitation $1 \text{ ; } mm/min$ et $5 \text{ ; } mm/min$ sont comparés aux résultats expérimentaux et ont montré que le modèle proposé est en mesure de reproduire les essais de propagation de fissure dans les enrobés bitumineux en termes de courbe force-déplacement.

Un modèle d'endommagement diffus a été introduit afin d'étendre l'étude de propagation de fissure à d'autres modes de rupture. Ce modèle a été adapté au comportement viscoélastique pour prédire l'endommagement des matériaux viscoélastiques sur des géométries pouvant présenter des zones de compression élevées. L'algorithme alterné a été utilisé pour mettre en œuvre le modèle d'endommagement couplé au comportement viscoélastique. L'algorithme ainsi implémenté a été validé en élasticité sur un "benchmark". Une première illustration du modèle de viscoélasticité a été réalisée sur une poutre de flexion en trois points en simulant deux modes de fissuration : le mode I et le mode mixte. Une comparaison entre les deux modèles proposés a été présentée en mode I sur cette géométrie. Il a été noté une convergence du modèle d'endommagement vers le modèle énergétique étendu. Les résultats en mode mixte ont montré la capacité du modèle à prendre en

compte ce mode de fissuration dans la viscoélasticité. Enfin, le modèle d'endommagement a été appliqué à la géométrie SCB. Pour les mêmes paramètres de rupture, le modèle a mis en évidence l'effet de la viscoélasticité sur le comportement force-déplacement observé expérimentalement. Les résultats numériques à 20°C ont été comparés avec ceux des essais expérimentaux et une similitude entre ces deux résultats a été observé.

Perspectives

Différentes pistes et perspectives peuvent être explorées dans le cadre de ce travail, tant sur le plan expérimental que numérique :

- Mener une étude comparative du vieillissement en laboratoire et celui qui se déroule pendant la période de service des chaussées afin de proposer une estimation de la durée de vie résiduelle des chaussées.
- Développer un dispositif expérimental permettant de mesurer par des capteurs collés aux zones de chargement et d'appuis les déformations (ou les déplacements) de l'éprouvette lors des essais de fissuration en flexion trois points sur les éprouvettes semi-circulaires afin d'éviter toute déformation parasite qu'aurait introduit l'effet de souplesse des presses lorsque les mesures des capteurs intégrées dans ces dernières sont considérées.
- Prendre en compte d'autres aléas météorologiques comme le phénomène de gel/dégel et le phénomène couplé gel/dégel et vieillissement (plus observable dans la réalité de vie des chaussées) dans l'étude de l'impact du changement climatique sur les performances des chaussées pour une meilleure prévention des risques de dommages.
- Étendre l'étude de la fissuration des enrobés aux autres modes de rupture
- Sur le comportement du matériau, il peut être possible de prendre en compte directement dans la loi de comportement, le phénomène de vieillissement. Il peut être intéressant pour des niveaux de déformations importantes, d'introduire la plasticité dans l'étude du comportement du matériau.
- Sur le critère propagation de fissure par approche énergétique, des études sur les autres modes de ruptures peuvent être explorées.
- Il a été montré dans cette étude que l'indice de la résistance à la fissuration dépendant de la température, de la vitesse de sollicitation et du vieillissement. Il peut être intéressant de prendre en compte ces différents facteurs dans la détermination des courbes R.
- Prendre en compte le caractère hétérogène du matériau bitumineux
- Une validation plus large du modèle d'endommagement viscoélastique serait à prévoir afin d'évaluer la capacité de ce dernier à simuler le phénomène de branchement dans une structure hétérogène

- Tenir compte également dans le modèle d'endommagement, un taux de restitution d'énergie critique dépendant de la température et de la vitesse de sollicitation.
- Sur le plan numérique, et afin de réduire les coûts de conception de chaussées encore plus performantes, il serait utile d'utiliser, par exemple, l'approche multi-échelle et Globale-Locale Arlequin [Dhia 1998, Dhia and Rateau 2005], où le comportement global peut être modélisé par des schémas d'homogénéisation étendus au milieu viscoélastique [Barthélémy et al. 2019, Lavergne and Barthélémy 2020, Some et al. 2020].

Bibliographie

- 12607-1, E., 2014. Bitumes et liants bitumineux - détermination de la résistance au durcissement sous l'effet de la chaleur et de l'air - partie 1 : méthode RTFOT.
- 12607-2, E., 2014. Bitumes et liants bitumineux - détermination de la résistance au durcissement sous l'effet de la chaleur et de l'air - partie 2 : méthode TFOT.
- 12607-3, E., 2014. Bitumes et liants bitumineux - détermination de la résistance au durcissement sous l'effet de la chaleur et de l'air - partie 3 : méthode RFT.
- AASHTO, 2002. 30-02 standard practice for mixture conditioning of hot-mix asphalt (hma). American Association of State Highway and Transportation Organization .
- Ahrens, J., Geveci, B., Law, C., 2005. Paraview : An end-user tool for large data visualization. *The visualization handbook* 717.
- Airey, G., 2003. State of the art report on ageing test methods for bituminous pavement materials. *International Journal of Pavement Engineering* 4, 165–176.
- Airey, G., Rahimzadeh, B., Collop, A., 2002. Linear and non-linear rheological properties of asphalt mixtures, in : *Proceeding of the Fourth European Symposium on Performance of Bituminous and Hydraulic Materials in Pavements*, Nottingham, pp. 137–145.
- Airey, G.D., Rahimzadeh, B., 2004. Combined bituminous binder and mixture linear rheological properties. *Construction and Building Materials* 18, 535–548.
- Airey, G.D., Rahimzadeh, B., Collop, A.C., 2003. Viscoelastic linearity limits for bituminous materials. *Materials and Structures* 36, 643–647.
- Alanazi, N., Kassem, E., Jung, S., 2018. Evaluation of the anisotropy of asphalt mixtures. *Journal of Transportation Engineering, Part B : Pavements* 144, 04018022.
- Alart, P., Curnier, A., 1991. A mixed formulation for frictional contact problems prone to newton like solution methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 92, 353–375. doi :[https://doi.org/10.1016/0045-7825\(91\)90022-X](https://doi.org/10.1016/0045-7825(91)90022-X).

- Aliha, M., Fazaeli, H., Aghajani, S., Nejad, F.M., 2015. Effect of temperature and air void on mixed mode fracture toughness of modified asphalt mixtures. *Construction and Building Materials* 95, 545–555.
- Allen, D.H., Searcy, C.R., 2001. A micromechanical model for a viscoelastic cohesive zone. *International Journal of Fracture* 107, 159–176.
- Allou, F., Takarli, M., Dubois, F., Petit, C., Absi, J., 2015. Numerical finite element formulation of the 3d linear viscoelastic material model : Complex poisson's ratio of bituminous mixtures. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 15, 1138–1148.
- Ambati, M., Gerasimov, T., De Lorenzis, L., 2015. A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation. *Computational Mechanics* 55, 383–405.
- Amor, H., Marigo, J.J., Maurini, C., 2009. Regularized formulation of the variational brittle fracture with unilateral contact : Numerical experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 57, 1209–1229. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509609000659>.
- Anderson, D.A., Bonaquist, R.F., 2012. Investigation of short-term laboratory aging of neat and modified asphalt binders. volume 709. Transportation Research Board.
- Apeageyi, A.K., 2011. Laboratory evaluation of antioxidants for asphalt binders. *Construction and Building Materials* 25, 47–53.
- Aragão, F., Kim, Y.R., 2012. Mode I fracture characterization of bituminous paving mixtures at intermediate service temperatures. *Experimental mechanics* 52, 1423–1434.
- Aragão, F.T.S., Kim, Y.R., Lee, J., Allen, D.H., 2011. Micromechanical model for heterogeneous asphalt concrete mixtures subjected to fracture failure. *Journal of Materials in Civil Engineering* 23, 30–38.
- de Araújo, P.C., Soares, J.B., de Holanda, Á.S., Parente, E., Evangelista, F., 2010. Dynamic viscoelastic analysis of asphalt pavements using a finite element formulation. *Road Materials and Pavement Design* 11, 409–433.
- Arrhenius, S., 1967. Selected readings in chemical kinetics.
- Artamendi, I., Khalid, H.A., 2006. A comparison between beam and semi-circular bending fracture tests for asphalt. *Road Materials and Pavement Design* 7, 163–180. doi :10.1080/14680629.2006.9690063, arXiv:<https://doi.org/10.1080/14680629.2006.9690063>.

- Babadopulos, L., 2017. Phenomena occurring during cyclic loading and fatigue tests on bituminous materials : Identification and quantification. Ph.D. thesis. Lyon.
- Barenblatt, G.I., et al., 1962. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics* 7, 55–129.
- Barthélémy, J.F., Giraud, A., Sanahuja, J., Sevostianov, I., 2019. Effective properties of ageing linear viscoelastic media with spheroidal inhomogeneities. *International Journal of Engineering Science* 144, 103104.
- Bazant, Z.P., 1988. *Mathematical modeling of creep and shrinkage of concrete*. Wiley.
- Bazant, Z.P., Planas, J., 1997. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. volume 16. CRC press.
- Bell, A., Sosnovske, D., 1994. Aging : Binder Validation, Strategic Highway Research Program. Technical Report. Report No. SHRP-A-384. National Research Council, Washington DC.
- Bell, C., Felling, M., Wieder, A., 1994a. Field validation of laboratory aging procedures for asphalt aggregate mixtures. *Asphalt Paving Technology* 63, 45–45.
- Bell, C.A., 1989. Summary report on aging of asphalt-aggregate systems. volume 89. Strategic Highway Research Program, National Research Council.
- Bell, C.A., AbWahab, Y., Cristi, M., Sosnovske, D., 1994b. Selection of laboratory aging procedures for asphalt-aggregate mixtures. SHRP-A-383, Strategic Highway Research Program.
- Bell, C.A., Wieder, A.J., Fellin, M.J., 1994c. Laboratory aging of asphalt-aggregate mixtures : field validation. SHRP-A-390.
- Ben Dhia, H., Zarroug, M., 2002. Hybrid frictional contact particles-in elements. *Revue Européenne des Eléments* 11, 417–430.
- Van den Bergh, W., 2011. The effect of ageing on the fatigue and healing properties of bituminous mortars .
- Bertrand, L., Boutonnet, M., Cazeneuve, J., Chabrol, J., Dauzats, M., Griselin, J., Coqueureau, A., Poilane, J., Robert, B., Lepert, P., et al., 1998. Catalogue des dégradations de surface des chaussées-version 1998. Techniques et méthodes des laboratoires des ponts et chaussées-méthode d'essai lpc, complément de la méthode d'essai no 38-2 .
- Besamusca, J., Sorensen, A., Southwell, C., 2012. Addressing ageing characteristics of bituminous binders in europe, in : Eurasphalt & Eurobitume Congress, 5th, 2012, Istanbul, Turkey.

- Boltzmann, L., 1878. Zur theorie der elastischen nachwirkung. *Annalen der Physik* 241, 430–432.
- Booij, H., Thoone, G., 1982. Generalization of kramers-kronig transforms and some approximations of relations between viscoelastic quantities. *Rheologica Acta* 21, 15–24.
- Bourdin, B., Francfort, G.A., Marigo, J.J., 2000. Numerical experiments in revisited brittle fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48, 797–826.
- Bourdin, B., Francfort, G.A., Marigo, J.J., 2008. The variational approach to fracture. *Journal of elasticity* 91, 5–148.
- Braham, A., Buttlar, W., Ni, F., 2010. Laboratory mixed-mode cracking of asphalt concrete using the single-edge notch beam. *Road Materials and Pavement Design* 11, 947–968.
- Brincker, R., 1990. Crack tip parameters for growing cracks in linear viscoelastic materials .
- Brown, S., Scholz, T., 2000. Development of laboratory protocols for the ageing of asphalt mixtures, in : *Eurasphalt and Eurobitume Congress, 2nd, 2000, Barcelona, Spain.*
- Buttlar, W.G., Chabot, A., Dave, E.V., Petit, C., Tebaldi, G., 2018. *Mechanisms of cracking and debonding in asphalt and composite pavements.* Springer.
- Cecot, C., 2001. Etude micromécanique par simulation numérique en éléments finis des couplages viscoélasticité-croissance des fissures dans les composites granulaires de type béton. Ph.D. thesis. Lausanne, EPFL.
- Chailleux, E., Ramond, G., Such, C., de La Roche, C., 2006. A mathematical-based master-curve construction method applied to complex modulus of bituminous materials. *Road Materials and Pavement Design* 7, 75–92.
- Chazal, C., Dubois, F., 2001. A new incremental formulation in the time domain for crack initiation in an orthotropic linearly viscoelastic solid. *Mechanics of Time-Dependent Materials* 5, 229–253.
- Chehab, G., Kim, Y., Schapery, R., Witczak, M., Bonaquist, R., 2002. Time-temperature superposition principle for asphalt concrete with growing damage in tension state. *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists* 71.
- Chong, K., Kuruppu, M., 1984. New specimen for fracture toughness determination for rock and other materials. *International Journal of Fracture* 26, R59–R62.

- Chong, K., Li, V.C., Einstein, H., 1989. Size effects, process zone and tension softening behavior in fracture of geomaterials. *Engineering fracture mechanics* 34, 669–678.
- Choquet, F., Verhasselt, A., 1994. Ageing of bitumens : From the road to the laboratory and vice versa, in : *Proceedings of the conference strategic highway research program (shrp) and traffic safety on two continents, hague, netherlands, september 22-24 1993*.
- Christensen, R., 1979. A rate-dependent criterion for crack growth. *International Journal of Fracture* 15, 3–21.
- Christensen, R., 2012. *Theory of viscoelasticity : an introduction*. Elsevier.
- Christensen, R., Wu, E., 1981. A theory of crack growth in viscoelastic materials. *Engineering Fracture Mechanics* 14, 215–225.
- Claudy, P., Letoffe, J., King, G., Plancke, J., 1992. Characterization of asphalts cements by thermomicroscopy and differential scanning calorimetry : correlation to classic physical properties. *Fuel Science and Technology International* 10, 735–765. doi :10.1080/08843759208916019.
- Collop, A., Choi, Y., Airey, G., Elliott, R., 2004. Development of a combined ageing/moisture sensitivity laboratory test, in : *Proceedings of the 3rd euraspalt and eurobitume congress held vienna, may 2004*.
- Corbett, L., Merz, R., 1975. Asphalt binder hardening in the michigan test road after 18 years of service. *Transportation Research Record* .
- Corbett, L., Schweyer, H., 1981. Composition and rheology considerations in age hardening of bitumen, in : *Association of Asphalt Paving Technologists Proceedings*.
- Corbett, L.W., 1969. Composition of asphalt based on generic fractionation, using solvent deasphalting, elution-adsorption chromatography, and densimetric characterization. *Analytical Chemistry* 41, 576–579. doi :10.1021/ac60273a004.
- De La Roche, C., Van de Ven, M., Gabet, T., Dubois, V., Grenfell, J., Porot, L., 2009. Development of a laboratory bituminous mixtures ageing protocol, in : *Advanced Testing and Characterization of Bituminous Materials : Proceedings of the Seventh International RILEM Symposium ATCBM09 on Advanced Testing and Characterization of Bituminous Materials*, pp. 331–345.
- Delaporte, B., Di Benedetto, H., Chaverot, P., Gauthier, G., 2009. Linear viscoelastic properties of bituminous materials including new products made with ultrafine particles. *Road Materials and Pavement Design* 10, 7–38.

- Denarié, E., Cécot, C., Huet, C., 2006. Characterization of creep and crack growth interactions in the fracture behavior of concrete. *Cement and Concrete Research* 36, 571 – 575. doi :<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.11.011>.
- Destuynder, P., Djaoua, P.E.M., Chesnay, L., Nedelec, J., 1981. Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de rice en théorie de la rupture fragile. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 3, 70–87.
- Dhia, H.B., 1998. Multiscale mechanical problems : the arlequin method. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Series IIB Mechanics Physics Astronomy* 12, 899–904.
- Dhia, H.B., Rateau, G., 2005. The arlequin method as a flexible engineering design tool. *International journal for numerical methods in engineering* 62, 1442–1462.
- Dhia, H.B., Vautier, I., Zarroug, M., 2000. Problèmes de contact frottant en grandes transformations : du continu au discret. *Revue Européenne des éléments finis* 9, 243–261.
- Di Benedetto, H., 1990. Nouvelle approche du comportement des enrobés bitumineux : résultats expérimentaux et formulation rhéologique. *RILEM, Mechanical tests for bituminous mixes*, Budapest , 387–401.
- Di Benedetto, H., 1998. Modélisation : écart entre état des connaissances et applications. *Journée LAVOC : Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)*. Septembre, Suisse .
- Di Benedetto, H., Corté, J., 2005. *Matériaux routiers bitumineux 2*. Hermès Lavoisier editions .
- Di Benedetto, H., Gabet, T., Grenfell, J., Perraton, D., Sauzéat, C., Bodin, D., 2013. Mechanical testing of bituminous mixtures, in : *Advances in Interlaboratory Testing and Evaluation of Bituminous Materials*. Springer, pp. 143–256.
- Di Benedetto, H., Mondher, N., Sauzéat, C., Olard, F., 2007. Three-dimensional thermo-viscoplastic behaviour of bituminous materials : the dbn model. *Road Materials and Pavement Design* 8, 285–315.
- Di Benedetto, H., Olard, F., Sauzéat, C., Delaporte, B., 2004. Linear viscoelastic behaviour of bituminous materials : From binders to mixes. *Road Materials and Pavement Design* 5, 163–202.
- Di Benedetto, H., Sauzéat, C., Sohm, J., 2009. Stiffness of bituminous mixtures using ultrasonic wave propagation. *Road Materials and Pavement Design* 10, 789–814.

- Dony, A., Ziyani, L., Drouadaine, I., Pouget, S., Faucon-Dumont, S., Simard, D., Mouillet, V., Poirier, J.E., Gabet, T., Boulange, L., et al., 2016. Mure national project : Ftir spectroscopy study to assess ageing of asphalt mixtures, in : Proceedings of the E&E congress.
- Dubois, F., 1997. Modélisation du comportement mécanique des milieux viscoélastiques fissurés : Application au matériau bois. Ph.D. thesis. Limoges.
- Dubois, F., Chazal, C., Petit, C., 1998. A finite element analysis of creep-crack growth in viscoelastic media. *Mechanics of Time-Dependent Materials* 2, 269–286.
- Dubois, F., Chazal, C., Petit, C., 1999. Modelling of crack growth initiation in a linear viscoelastic material. *Journal of theoretical and applied mechanics* 37, 207–222.
- Dubois, F., Chazal, C., Petit, C., 2002. Viscoelastic crack growth process in wood timbers : an approach by the finite element method for mode I fracture. *International journal of fracture* 113, 367–388.
- Dubois, F., Petit, C., 2005. Modelling of the crack growth initiation in viscoelastic media by the $G\theta_g$ -integral. *Engineering Fracture Mechanics* 72, 2821–2836.
- Dubois, F., Petit, C., Ghazlan, G., 1996. Numerical approach in viscoelastic fracture mechanics. *ECF 11–Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure*. 1, 1996.
- Duong Bui, H., Ehrlacher, A., Son Nguyen, Q., 1979. Propagation de fissure en thermo-élasticité dynamique. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Serie II* 289, 211–214. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00105855>.
- Egger, A., Pillai, U., Agathos, K., Kakouris, E., Chatzi, E., Aschroft, I.A., Triantafyllou, S.P., 2019. Discrete and phase field methods for linear elastic fracture mechanics : a comparative study and state-of-the-art review. *Applied Sciences* 9, 2436.
- Elwardany, M.D., Yousefi Rad, F., Castorena, C., Kim, Y.R., 2017. Evaluation of asphalt mixture laboratory long-term ageing methods for performance testing and prediction. *Road Materials and Pavement Design* 18, 28–61.
- EN 12593, 2015. Bitumes et liants bitumineux - détermination du point de fragilité fraass.
- EN 12697-26, 2018. Mélanges bitumineux - méthodes d'essai - partie 26 : module de rigidité.
- EN 12697-31, 2019. Mélanges bitumineux - méthodes d'essai - partie 31 : confection d'éprouvettes à la presse à compactage giratoire.
- EN 12697-35, 2017. Mélanges bitumineux - essais - partie 35 : malaxage de laboratoire.

- EN 12697-4, 2015. Mélanges bitumineux - méthodes d'essai - partie 4 : récupération des bitumes à la colonne à distiller.
- EN 12697-44, 2019. Mélanges bitumineux - méthodes d'essai - partie 44 : propagation de fissure par essai de flexion d'un bloc semi-circulaire.
- EN 12697-6, 2020. Mélanges bitumineux - méthodes d'essai - partie 6 : détermination de la masse volumique apparente des éprouvettes bitumineuses.
- EN 1426, 2018. Bitumes et liants bitumineux - détermination de la pénétrabilité à l'aiguille.
- EN 1427, 2018. Bitumes et liants bitumineux - détermination du point de ramollissement - méthode bille et anneau.
- EN 14769, 2013. Bitumes et liants bitumineux - vieillissement long-terme accéléré réalisé dans un récipient de vieillissement sous pression (PAV).
- EN 15323, 2007. Bitumes et liants bitumineux - vieillissement/conditionnement long-terme accéléré par la méthode du cylindre tournant (RCAT).
- Fakhri, M., Amoosoltani, E., Aliha, M., 2017. Crack behavior analysis of roller compacted concrete mixtures containing reclaimed asphalt pavement and crumb rubber. *Engineering Fracture Mechanics* 180, 43–59.
- Ferry, J.D., 1950. Mechanical properties of substances of high molecular weight. vi. dispersion in concentrated polymer solutions and its dependence on temperature and concentration. *Journal of the American Chemical Society* 72, 3746–3752.
- Ferry, J.D., 1980. *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons.
- Flügge, W., 1975. Viscoelastic models, in : *Viscoelasticity*. Springer, pp. 4–33.
- Fraass, A., 1937. Test methods for bitumen and bituminous mixtures with specific reference to low temperature. *Bitumen, Hamburg* , 152–155.
- Francfort, G.A., Marigo, J.J., 1998. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 46, 1319–1342.
- Garcia Cucalon, L., Kaseer, F., Arámbula-Mercado, E., Epps Martin, A., Morian, N., Pournoman, S., Hajj, E., 2019. The crossover temperature : significance and application towards engineering balanced recycled binder blends. *Road Materials and Pavement Design* 20, 1391–1412.

- Gatchalian, D., Masad, E., Chowdhury, A., Little, D., 2006. Characterization of aggregate resistance to degradation in stone matrix asphalt mixtures. *Transportation research record* 1962, 54–63.
- Gauthier, G., Anderson, D.D.A., 2006. Fracture mechanics and asphalt binders. *Road Materials and Pavement Design* 7, 9–35. URL : <https://doi.org/10.1080/14680629.2006.9690056>.
- Gawel, I., Baginska, K., 2004. Effect of chemical nature on the susceptibility of asphalt to aging. *Petroleum Science and Technology* 22, 1261–1271. URL : <https://doi.org/10.1081/LFT-200034074>.
- Geuzaine, C., Remacle, J.F., 2009. Gmsh : A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International journal for numerical methods in engineering* 79, 1309–1331.
- Glover, C.J., Martin, A.E., Chowdhury, A., Han, R., Prapaitrakul, N., Jin, X., Lawrence, J., et al., 2009. Evaluation of binder aging and its influence in aging of hot mix asphalt concrete : literature review and experimental design. Technical Report. Texas Transportation Institute.
- Graham, G., Sabin, G., 1973. The correspondence principle of linear viscoelasticity for problems that involve time-dependent regions. *International Journal of Engineering Science* 11, 123 – 140. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020722573900748>.
- Griffith, A.A., 1921. Vi. the phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character* 221, 163–198.
- Gudmarsson, A., Ryden, N., Di Benedetto, H., Sauzéat, C., 2015. Complex modulus and complex poisson's ratio from cyclic and dynamic modal testing of asphalt concrete. *Construction and Building Materials* 88, 20–31.
- Hachiya, Y., Nomura, K., Shen, J., 2003. Accelerated aging tests for asphalt concretes, in : *Sixth International RILEM Symposium on Performance Testing and Evaluation of Bituminous Materials*, RILEM Publications SARL. pp. 133–140.
- Hammoum, F., Chailleux, E., Nguyen, H.N., Erhlicher, A., Piau, J.M., Bodin, D., 2009. Experimental and numerical analysis of crack initiation and growth in thin film of bitumen. *Road Materials and Pavement Design* 10, 39–61. doi :10.1080/14680629.2009.9690181.

- Harrigan, E., 2007. Nchrp research results digest 324 : Simulating the effects of hot mix asphalt aging for performance testing and pavement structural design. Transportation Research Board, Washington, DC, USA .
- Houston, W.N., Mirza, M., Zapata, C.E., Raghavendra, S., 2005. Environmental effects in pavement mix and structural design systems. NCHRP, Project , 9–23.
- Huang, S.C., Di Benedetto, H., 2015. Advances in asphalt materials : Road and pavement construction. Woodhead Publishing.
- Huet, C., 1963. Étude par une méthode d'impédance du comportement viscoélastique des matériaux hydrocarbonés [Study of the viscoelastic behavior of bituminous mixes by method of impedance]. Ph.D. thesis. Ph. D. thesis, Faculte des Sciences de Paris, Paris (in French).
- Huet, C., 1997. An integrated micromechanics and statistical continuum thermodynamics approach for studying the fracture behaviour of microcracked heterogeneous materials with delayed response. *Engineering Fracture Mechanics* 58, 459 – 556. doi :[https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(97\)00041-6](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(97)00041-6).
- Huet, J., 1989. Spectroscopie IR et composition chimique globale des bitumes en cours d'évolution dans des sections routières, in : Proceedings of Eurasphalt and Eurobitume Congress, Madrid, 6-9 May, pp. 25–29.
- Hunter, R.N., Self, A., Read, J., 2015. The Shell Bitumen Handbook. Sixth edition ed., ICE Publishing. doi :[10.1680/tsbh.58378](https://doi.org/10.1680/tsbh.58378).
- Hveem, F.N., Zube, E., Skog, J., 1963. Proposed new tests and specifications for paving grade asphalts, in : Association of Asphalt Paving Technologists Proceedings.
- Im, S., Kim, Y.R., Ban, H., 2013. Rate-and temperature-dependent fracture characteristics of asphaltic paving mixtures. *Journal of Testing and Evaluation* 41, 257–268.
- Irwin, G.R., 1957. Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech.* 24, 361–364.
- Isacsson, U., Zeng, H., 1998. Cracking of asphalt at low temperature as related to bitumen rheology. *Journal of materials science* 33, 2165–2170.
- Jacobs, M.M., De Bondt, A.H., Hopman, P.C., Khedoe, R., 2012. Determination of crack growth parameters of asphalt mixtures, in : 7th RILEM International Conference on Cracking in Pavements, Springer. pp. 941–952.
- Janssen, M., Zuidema, J., Wanhill, R., 2002. Fracture mechanics, 2-nd edition. Delft DUP Blue Print .

- Jemison, H., Burr, B., Davison, R., Bullin, J., Glover, C., 1992. Application and use of the atr, ft-ir method to asphalt aging studies. *Fuel science & technology international* 10, 795–808.
- Johnson, S.G., . The nlopt nonlinear-optimization package doi :<http://github.com/stevengj/nlopt>.
- Karlsson, R., Isacson, U., 2003. Laboratory studies of diffusion in bitumen using markers. *Journal of materials science* 38, 2835–2844.
- Karlsson, R., Isacson, U., Ekblad, J., 2007. Rheological characterisation of bitumen diffusion. *Journal of materials science* 42, 101–108.
- Kaseer, F., Yin, F., Arámbula-Mercado, E., Epps Martin, A., Daniel, J.S., Salari, S., 2018. Development of an index to evaluate the cracking potential of asphalt mixtures using the semi-circular bending test. *Construction and Building Materials* 167, 286 – 298. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061818302393>.
- Khattak, M.J., Baladi, G.Y., Drzal, L.T., 2007. Low temperature binder-aggregate adhesion and mechanistic characteristics of polymer modified asphalt mixtures. *Journal of materials in civil engineering* 19, 411–422.
- Kim, H., Buttlar, W.G., 2009. Finite element cohesive fracture modeling of airport pavements at low temperatures. *Cold Regions Science and Technology* 57, 123–130.
- Kim, H., Wagoner, M.P., Buttlar, W.G., 2009. Micromechanical fracture modeling of asphalt concrete using a single-edge notched beam test. *Materials and Structures* 42, 677.
- Kim, Y.R., Allen, D., Little, D., 2005. Damage-induced modeling of asphalt mixtures through computational micromechanics and cohesive zone fracture. *Journal of Materials in Civil Engineering* 17, 477–484.
- Kim, Y.R., Allen, D., Little, D., 2007. Computational constitutive model for predicting nonlinear viscoelastic damage and fracture failure of asphalt concrete mixtures. *International Journal of Geomechanics* 7, 102–110.
- Kim, Y.R., Allen, D.H., Little, D.N., 2006. Computational model to predict fatigue damage behavior of asphalt mixtures under cyclic loading. *Transportation Research Record* 1970, 196–206.
- Kim, Y.R., Castorena, C., Elwardany, M.D., Rad, F.Y., Underwood, S., Akshay, G., Gudipudi, P., Farrar, M.J., Glaser, R.R., 2018. Long-term aging of asphalt mixtures for performance testing and prediction .

- Kim, Y.R., Wen, H., 2002. Fracture energy from indirect tension testing. *Asphalt Paving Technology* 71, 779–793.
- King, W.H., Corbett, L.W., 1969. Relative oxygen absorption and volatility properties of submicron films of asphalt using the quartz crystal microbalance. *Analytical Chemistry* 41, 580–583.
- Knauss, W.G., 2015. A review of fracture in viscoelastic materials. *International Journal of Fracture* 196, 99–146.
- Knotnerus, J., 1972. Bitumen durability-measurement by oxygen absorption. *Industrial & Engineering Chemistry Product Research and Development* 11, 411–422.
- Koots, J., Speight, J.G., 1975. Relation of petroleum resins to asphaltenes. *Fuel* 54, 179 – 184. doi :[https://doi.org/10.1016/0016-2361\(75\)90007-1](https://doi.org/10.1016/0016-2361(75)90007-1).
- Kuruppu, M.D., Chong, K.P., 2012. Fracture toughness testing of brittle materials using semi-circular bend (scb) specimen. *Engineering Fracture Mechanics* 91, 133–150.
- Lamontagne, J., Dumas, P., Mouillet, V., Kister, J., 2001a. Comparison by fourier transform infrared (ftir) spectroscopy of different ageing techniques : application to road bitumens. *Fuel* 80, 483–488.
- Lamontagne, J., Durrieu, F., Planche, J.P., Mouillet, V., Kister, J., 2001b. Direct and continuous methodological approach to study the ageing of fossil organic material by infrared microspectrometry imaging : application to polymer modified bitumen. *Analytica chimica acta* 444, 241–250.
- Lavergne, F., Barthélémy, J.F., 2020. Confronting a refined multiscale estimate for the aging basic creep of concrete with a comprehensive experimental database. *Cement and Concrete Research* 136, 106163.
- Lavin, P., 2003. *Asphalt Pavements : A Practical Guide to Design, Production and Maintenance for Engineers and Architects*. Taylor & Francis. URL : <https://books.google.fr/books?id=XuM3YYeQrk8C>.
- Leaderman, H., 1943. Elastic and creep properties of filamentous materials and other high polymers .
- Leblond, J.B., Germain, P., 2003. *Mécanique de la rupture fragile et ductile*. Hermès science publications.
- Lee, D., Huang, R., 1973. Weathering of asphalts as characterized by infrared multiple internal reflection spectra. *Applied Spectroscopy* 27, 435–440.

-
- Lee, H., 1997. Uniaxial constitutive modeling of asphalt concrete using viscoelasticity and continuum damage theory. .
- Lesueur, D., 2009. The colloidal structure of bitumen : Consequences on the rheology and on the mechanisms of bitumen modification. *Advances in Colloid and Interface Science* 145, 42–82. doi :<https://doi.org/10.1016/j.cis.2008.08.011>.
- Li, X., Marasteanu, M.O., 2005. Cohesive modeling of fracture in asphalt mixtures at low temperatures. *International Journal of Fracture* 136, 285–308.
- Li, X.J., Marasteanu, M., 2010. Using semi circular bending test to evaluate low temperature fracture resistance for asphalt concrete. *Experimental mechanics* 50, 867–876.
- Lim, I., Johnston, I., Choi, S., 1993. Stress intensity factors for semi-circular specimens under three-point bending. *Engineering Fracture Mechanics* 44, 363–382.
- Little, D.N., Allen, D.H., Bhasin, A., 2018. *One-Dimensional Constitutive Theory*. Springer International Publishing, Cham. pp. 389–417. URL : https://doi.org/10.1007/978-3-319-58443-0_10.
- Liu, M., Ferry, M.A., Davison, R.R., Glover, C.J., Bullin, J.A., 1998. Oxygen uptake as correlated to carbonyl growth in aged asphalts and asphalt corbett fractions. *Industrial & engineering chemistry research* 37, 4669–4674.
- Lu, D.X., Nguyen, N.H., Saleh, M., Bui, H.H., 2019. Experimental and numerical investigations of non-standardised semi-circular bending test for asphalt concrete mixtures. *International Journal of Pavement Engineering* , 1–13.
- Luo, R., Lv, H., Liu, H., 2018. Development of prony series models based on continuous relaxation spectrums for relaxation moduli determined using creep tests. *Construction and Building Materials* 168, 758 – 770. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061818302617>.
- Maitournam, H., 2013. Mécanique des structures anélastiques. URL : <https://hal-polytechnique.archives-ouvertes.fr/hal-00778288>. photocopié du cours de Mécanique des Structures Anélastiques en 3ème année de l’Ecole Polytechnique.
- Mandel, J., 1966. *Cours de mécanique des milieux continus* .
- Mangiafico, S., 2014. Linear viscoelastic properties and fatigue of bituminous mixtures produced with reclaimed asphalt pavement and corresponding binder blends. ENTPE, Lyon .

- Mangiafico, S., Di Benedetto, H., Sauzéat, C., Olard, F., Pouget, S., Planque, L., 2016. Effect of colloidal structure of bituminous binder blends on linear viscoelastic behaviour of mixtures containing reclaimed asphalt pavement. *Materials & Design* 111, 126–139.
- Martin, A.E., 2014. Evaluation of the moisture susceptibility of WMA technologies. volume 763. Transportation Research Board.
- Maxwell, J.C., 1867. Iv. on the dynamical theory of gases. *Philosophical transactions of the Royal Society of London* , 49–88.
- Md. Yusoff, N.I., Mounier, D., Marc-Stéphane, G., Rosli Hainin, M., Airey, G.D., Di Benedetto, H., 2013a. Modelling the rheological properties of bituminous binders using the 2s2p1d model. *Construction and Building Materials* 38, 395 – 406. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061812006344>. 25th Anniversary Session for ACI 228 – Building on the Past for the Future of NDT of Concrete.
- Md. Yusoff, N.I., Mounier, D., Marc-Stéphane, G., Rosli Hainin, M., Airey, G.D., Di Benedetto, H., 2013b. Modelling the rheological properties of bituminous binders using the 2s2p1d model. *Construction and Building Materials* 38, 395 – 406. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061812006344>. 25th Anniversary Session for ACI 228 – Building on the Past for the Future of NDT of Concrete.
- Mélanie, G., Somé, S.C., Feeser, A., 2017. Évaluation de la fissuration des enrobés bitumineux selon la norme nf en 12697-44. *Revue Générale des Routes et de l'Aménagement* .
- Miehe, C., Hofacker, M., Welschinger, F., 2010a. A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 199, 2765–2778.
- Miehe, C., Welschinger, F., Hofacker, M., 2010b. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field fe implementations. *International journal for numerical methods in engineering* 83, 1273–1311.
- Migliori, F., Ramond, G., Ballie, M., Brule, B., Exmelin, C., Lombardi, B., Samanos, J., Maia, A., Such, C., Watkins, S., 1999. Correlations between the thermal stress cracking of bituminous mixes and their binders' rheological characteristics, in : Eurobitume workshop on performance related properties for bituminous binders, Luxemburg, 3–6 May.
- Moës, N., Stolz, C., Bernard, P.E., Chevaugeon, N., 2011. A level set based model for damage growth : the thick level set approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 86, 358–380.

-
- Molenaar, A., Scarpas, A., Liu, X., Erkens, S., 2002. Semi-circular bending test ; simple but useful? *Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists* 71.
- Molenaar, J.M.M., 2004. Performance related characterisation of the mechanical behaviour of asphalt mixtures .
- Mollenhauer, K., Mouillet, V., 2011. Re-road–end of life strategies of asphalt pavements. European Commission DG Research .
- Morel, S., Bouchaud, E., Schmittbuhl, J., Valentin, G., 2002. R-curve behavior and roughness development of fracture surfaces. *International Journal of Fracture* 114, 307–325.
- Mouillet, V., Farcas, F., Battaglia, V., Besson, S., PETITEAU, P., LE CUNFF, F., 2010. Identification et dosage des fonctions oxygenees presentes dans les liants bitumineux : Analyse par spectrometrie infrarouge a transformee de fourier : Methode d’essai. *Techniques et methodes des laboratoires des ponts et chaussees-methode d’essai* .
- Mouillet, V., Kister, J., Martin, D., Planche, J.P., Scramoncin, C., Saury, C., 1999. Nouvelle approche de caractérisation chimique des liants modifiés par microscopie infrarouge. *Bulletin-laboratoires des ponts et chaussees* , 13–20.
- Moutou Pitti, R., 2008. Découplage des modes mixtes de rupture dans les matériaux viscoélastiques orthotropes : modélisation et expérimentation. Ph.D. thesis. Limoges.
- Moës, N., Dolbow, J., Belytschko, T., 1999. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46, 131–150. doi :[https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19990910\)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J).
- Mugler, M., 1970. Die veränderung der bitumeneigenschaften während der verarbeitung und in fertigen belag. *Route et traffic* 6.
- Nguyen, H.N., 2008. Etude numérique de la fissuration d’un milieu viscoélastique : Analyse de l’essai de rupture sur bitume. These de docteur ingenieur, specialite : structures et matériaux pour genie civil .
- Nguyen, Q.T., Benedetto, H.D., Sauzeat, C., 2014. Linear viscoelastic domain for bituminous mixtures, in : *Pavement Materials, Structures, and Performance*, pp. 59–68.
- Nguyen, S.T., 2010. Propagation de fissures et endommagement par microfissures des matériaux viscoélastiques linéaires non vieillissants. Ph.D. thesis. Paris Est.
- Nguyen, S.T., Dormieux, L., Le Pape, Y., Sanahuja, J., 2010. Crack propagation in viscoelastic structures : Theoretical and numerical analyses. *Computational Materials Science* 50, 83–91.
-

- Nicholls, C., 2006. Bitval : Analysis of available data for validation of bitumen tests. FEHRL Report on Phase 1 of the BiTVal Project .
- Nicholls, C., et al., 2007. Analysis of available data for validation of bitumen tests : report on phase 1 of the bitval project, in : Advanced Course on Bitumen Technology, 2007, Stellenbosch, South Africa.
- OLARD, F., 2003. Thermo-mechanical behavior of bituminous mixtures at low temperatures. Links between the binder characteristics and the mix properties. Theses. INSA de Lyon. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00006050>.
- Olard, F., Di Benedetto, H., 2003. General “2s2p1d” model and relation between the linear viscoelastic behaviours of bituminous binders and mixes. Road materials and pavement design 4, 185–224.
- Oort, W.V., 1956. Durability of asphalt-it’s aging in the dark. Industrial & Engineering Chemistry 48, 1196–1201.
- Park, K., Paulino, G.H., 2011. Cohesive zone models : a critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces. Applied Mechanics Reviews 64.
- Partl, M.N., Bahia, H.U., Canestrari, F., De la Roche, C., Di Benedetto, H., Piber, H., Sybilski, D., 2012. Advances in interlaboratory testing and evaluation of bituminous materials : state-of-the-art report of the RILEM technical committee 206-ATB. volume 9. Springer Science & Business Media.
- Paulino, G.H., Song, S.H., Buttlar, W.G., 2004. Cohesive zone modeling of fracture in asphalt concrete, in : Proceedings of the 5th International RILEM Conference–Cracking in Pavements : Mitigation, Risk Assessment, and Preservation, Limoges, France. pp. 63–70.
- Petersen, J., Barbaar, F., Dorrence, S., 1974. Catalysis of asphalt oxidation by mineral aggregate surfaces and asphalt components, in : Association of Asphalt Paving Technologists Proc.
- Petersen, J.C., 1986. Quantitative functional group analysis of asphalts using differential infrared spectrometry and selective chemical reactions–theory and application. Transportation Research Record .
- Petersen, J.C., 1993. Asphalt oxidation–an overview including a new model for oxidation proposing that physicochemical factors dominate the oxidation kinetics. Fuel science & technology international 11, 57–87.
- Petersen, J.C., 2000. Chemical composition of asphalt as related to asphalt durability, in : Developments in petroleum science. Elsevier. volume 40, pp. 363–399.

- Petersen, J.C., 2009. A review of the fundamentals of asphalt oxidation : chemical, physicochemical, physical property, and durability relationships. Transportation Research Circular .
- Pfeiffer, J.P., Saal, R., 1940. Asphaltic bitumen as colloid system. The Journal of Physical Chemistry 44, 139–149.
- Pfeiffer, J.P., Van Doormaal, P., 1936. The rheological properties of asphaltic bitumens. Journal of the Institute of Petroleum Technologists 22, 414–440.
- Phan, N.A., 2016. Simulation of time-dependent crack propagation in a quasi-brittle material under relative humidity variations based on cohesive zone approach : application to wood. Theses. Université de Bordeaux. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01314118>.
- Piau, J.M., 1989. Modélisation thermomécanique du comportement des enrobés bitumineux. Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées , 41–54.
- Piérald, N., Vaneltraete, A., 2009. Developing a test method for the accelerated ageing of bituminous mixtures in the laboratory. Advanced Testing and Characterization of Bituminous Materials, PS & A. Loizos, Ed., London, Taylor & Francis Group , 163–171.
- Pieri, N., Planche, J., Kister, J., 1996. Caractérisation structurale des bitumes routiers par irtf et fluorescence uv en mode excitation-émission synchrones. Analisis 4, 113–122.
- Pirmohammad, S., Ayatollahi, M., 2014. Fracture resistance of asphalt concrete under different loading modes and temperature conditions. Construction and Building Materials 53, 235–242.
- Pirmohammad, S., Ayatollahi, M., 2020. Fracture Behavior of Asphalt Materials. Structural Integrity, Springer International Publishing. URL : <https://books.google.fr/books?id=aHfRDwAAQBAJ>.
- PP1-98, A., . Standard practice for accelerated ageing of asphalt binder using a pressurized ageing vessel (PAV).
- Pronk, A.C., 2006. The huet-sayegh model : A simple and excellent rheological model for master curves of asphaltic mixes, in : Asphalt Concrete : Simulation, Modeling, and Experimental Characterization, pp. 73–82.
- Rahbar-Rastegar, R., Daniel, J.S., Dave, E.V., 2018. Evaluation of viscoelastic and fracture properties of asphalt mixtures with long-term laboratory conditioning. Transportation Research Record 2672, 503–513.

- Ramond, G., Such, C., 2003. Le module complexe des liants bitumineux-Traitement des resultats experimentaux : Influence de la nature du liant-Evolution au vieillissement-Relation entre le module du liant et celui des composites. CR 32.
- Read, J., Whiteoak, D., Hunter, R.N., 2003. The shell bitumen handbook. Thomas Telford.
- Reed, J., 2010. Evaluation of the effects of aging on asphalt rubber pavements, in : Masters Abstracts International.
- Renard, Y., Poulios, K., 2020. GetFEM : Automated FE modeling of multiphysics problems based on a generic weak form language .
- Rice, J.R., 1968. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks .
- RILEM, D.R., 1985. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams. Materials and structures 18, 285–290.
- Roberts, F.L., Kandhal, P.S., Brown, E.R., Lee, D.Y., Kennedy, T.W., 1991. Hot mix asphalt materials, mixture design and construction .
- Rostler, F., 1965. Fractional composition : Analytical and functional significance. Bituminous Materials : Asphalts, Tars and Pitches, AJ Hoiberg Ed 2, 151–222.
- Rowe, G.M., 2014. Interrelationships in rheology for asphalt binder specifications, in : Proceedings of the Fifty-Ninth Annual Conference of the Canadian Technical Asphalt Association (CTAA) : Winnipeg, Manitoba.
- Rowe, G.M., Sharrock, M.J., 2016. Cracking of asphalt pavements and the development of specifications with rheological measurements, in : 6th Eurasphalt & Eurobitume Congress, Prague, Czech Republic.
- Saha, G., Biligiri, K.P., 2016. Fracture properties of asphalt mixtures using semi-circular bending test : a state-of-the-art review and future research. Construction and Building Materials 105, 103–112.
- Salençon, J., 2009. Viscoélasticité pour le calcul des structures. Editions Ecole Polytechnique.
- Sauzeat, C., Di Benedetto, H., 2015. Tridimensional linear viscoelastic behavior of bituminous materials, in : Advances in Asphalt Materials. Elsevier, pp. 59–95.

- Sayegh, G., 1965. Contribution à l'étude des propriétés viscoélastiques des bitumes purs et des bétons bitumeux. Ph.D. thesis. Université de Paris.
- Sayegh, G., 1967. Determination of the viscoelastic properties of bituminous concrete by longitudinal vibrations, in : Conference of the British Rheology Society.
- Schänzel, L.M., 2015. Phase field modeling of fracture in rubbery and glassy polymers at finite thermo-viscoelastic deformations.
- Schapery, R., 1990. On some path independent integrals and their use in fracture of nonlinear viscoelastic media, in : Non-Linear Fracture. Springer, pp. 189–207.
- Schapery, R., 1996. Characterization of nonlinear, time-dependent polymers and polymeric composites for durability analysis. Progress in Durability Analysis of Composite Systems , 21–38.
- Schapery, R.A., 1975a. A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media I. International Journal of Fracture 11, 141–159.
- Schapery, R.A., 1975b. A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media II. approximate methods of analysis. International Journal of Fracture 11, 369–388.
- Schapery, R.A., 1984. Correspondence principles and a generalizedj integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media. International Journal of Fracture 25, 195–223.
- Schapery, R.A., RA, S., 1975. A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media. III. analysis of continuous growth. .
- Schwarzl, F., Staverman, A., 1952. Time-temperature dependence of linear viscoelastic behavior. Journal of Applied Physics 23, 838–843.
- Shell., 1995. The Shell bitumen industrial handbook. Fifth edition ed., Shell bitumen.
- Shen, R., Waisman, H., Guo, L., 2019. Fracture of viscoelastic solids modeled with a modified phase field method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 346, 862–890.
- Shiferaw, B., 2019. Modélisation de la fissuration en milieu viscoélastique par approche Thick Level Set pour application au cas des enrobés bitumineux. Ph.D. thesis. École centrale de Nantes.
- Siddiqui, M.N., Ali, M.F., 1999. Investigation of chemical transformations by nmr and gpc during the laboratory aging of arabian asphalt. Fuel 78, 1407–1416.

- Simpson, W., Griffin, R., Miles, T., 1961. Relationship of asphalt properties to chemical constitution. *Journal of Chemical and Engineering Data* 6, 426–429.
- Sirin, O., Paul, D.K., Kassem, E., 2018. State of the art study on aging of asphalt mixtures and use of antioxidant additives. *Advances in Civil Engineering* 2018.
- Sirin, O., Paul, D.K., Kassem, E., Ohiduzzaman, M., 2017. Effect of ageing on asphalt binders in the state of qatar : a case study. *Road Materials and Pavement Design* 18, 165–184.
- Šmilauer, V., Bažant, Z.P., 2010. Identification of viscoelastic csh behavior in mature cement paste by fft-based homogenization method. *Cement and Concrete Research* 40, 197–207.
- Somé, S.C., 2012. Comportement thermomécanique des enrobés tièdes et de l'interface bitume-granulat. Ph.D. thesis.
- Some, S.C., Barthelemy, J.F., Mouillet, V., Hammoum, F., 2020. Effect of ageing kinetics on the rheological properties of bituminous binders and mixes : experimental study and multi-scale modeling, in : RILEM International Symposium on Bituminous Materials, ISBM Lyon 2020, pp. 6–p.
- Somé, S.C., Feeser, A., Pavoine, A., 2018a. Numerical and experimental investigation of mode I cracking of asphalt concrete using semi-circular bending test. *Construction and Building Materials* 169, 34–46.
- Somé, S.C., Fredj, M.A., Nguyen, M.L., Feeser, A., Pavoine, A., 2018b. Multi-parametric characterization of mode I fracture toughness of asphalt concrete : Influence of void and ra contents, binder and aggregate types. *International Journal of Pavement Research and Technology* 11, 274–284.
- Song, S., Wagoner, M., Paulino, G., Buttlar, W., 2008. δ_{25} crack opening displacement parameter in cohesive zone models : experiments and simulations in asphalt concrete. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 31, 850–856.
- Song, S.H., Paulino, G.H., Buttlar, W.G., 2006a. A bilinear cohesive zone model tailored for fracture of asphalt concrete considering viscoelastic bulk material. *Engineering Fracture Mechanics* 73, 2829–2848.
- Song, S.H., Paulino, G.H., Buttlar, W.G., 2006b. Simulation of crack propagation in asphalt concrete using an intrinsic cohesive zone model. *Journal of Engineering Mechanics* 132, 1215–1223.
- Stefani, C., 2001. Fonctions usuelles de la théorie de la viscolasticité linéaire et leurs relations.

- Stolz, C., Moës, N., 2012. A new model of damage : a moving thick layer approach. *International journal of fracture* 174, 49–60.
- Such, C., Ballie, M., Lombardi, B., Migliori, F., Ramond, G., Samanos, J., Simoncelli, J., 1997. Susceptibilité au vieillissement des bitumes (expérimentation a 08). *Etudes et recherches des Laboratoires des ponts et chaussées. Série Chaussées* .
- T60-115, N., 2000. Détermination de la teneur en asphaltènes (insolubles heptane) (tirage 2 (2001-04-01)).
- Thamburaja, P., Sarah, K., Srinivasa, A., Reddy, J., 2019. Fracture of viscoelastic materials : Fem implementation of a non-local rate form-based finite-deformation constitutive theory. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 354, 871–903. doi :<https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.05.032>.
- Themeli, A., Chailleux, E., Chazallon, C., Bueche, N., 2020. Low temperature behavior of asphaltite modified binders and asphalt concretes, in : *Proceedings of the 9th International Conference on Maintenance and Rehabilitation of Pavements—Mairepav9*, Springer. pp. 553–564.
- Tia, M., Ruth, B., Charai, C., Shiau, J., Richardson, D., Williams, J., 1988. Investigation of original and in-service asphalt properties for the development of improved specifications-final phase of testing and analysis. Final Report, Engineering and Industrial Experiment Station, University of Florida, Gainesville, FL .
- Tiouajni, S., Di Benedetto, H., Sauzéat, C., Pouget, S., 2011. Approximation of linear viscoelastic model in the 3 dimensional case with mechanical analogues of finite size : Application to bituminous materials. *Road Materials and Pavement Design* 12, 897–930.
- Traxler, R., 1961. Relation between asphalt composition and hardening by volatilization and oxidation, in : *Assoc Asphalt Paving Technol Proc*.
- Tschoegl, N.W., 1989. Linear viscoelastic response, in : *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior*. Springer, pp. 35–68.
- Van Gooswilligen, G., Berger, H., De Bats, F.T., 1985. Oxidation of bitumens in various tests, in : *3rd Eurobitume Symposium*, pp. 95–101.
- Van Gooswilligen, G., De Bats, F.T., Harrison, T., 1989. Quality of paving grade bitumen—a practical approach in terms of functional tests, in : *Proceedings of the fourth Eurobitume symposium*, pp. 290–297.
- Van Poel, C.D., 1954. A general system describing the visco-elastic properties of bitumens and its relation to routine test data. *Journal of applied chemistry* 4, 221–236.

- Van de Ven, M., Smit, A.d.F., Krans, R., 1997. Possibilities of a semi-circular bending test, in : Eighth International Conference on Asphalt Pavements Federal Highway Administration.
- Von Quintus, H.L., Hughes, C.S., Scherocman, J.A., 1992. Nchrp asphalt-aggregate mixture analysis system. Transportation Research Record .
- Vu, V.T., Chupin, O., Piau, J.M., Hammoum, F., Bouron, S., 2018. Experimental study and modeling of the behavior of partially saturated asphalt concrete under freezing condition. Construction and Building Materials 163, 169 – 178. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061817324807>.
- Wagoner, M., Buttlar, W., Paulino, G., 2005. Disk-shaped compact tension test for asphalt concrete fracture. Experimental mechanics 45, 270–277.
- Wagoner, M.P., Buttlar, W.G., Paulino, G.H., 2005a. Development of a single-edge notched beam test for asphalt concrete mixtures. Journal of Testing and Evaluation 33, 452–460.
- Wagoner, M.P., Buttlar, W.G., Paulino, G.H., Blankenship, P., 2005b. Investigation of the fracture resistance of hot-mix asphalt concrete using a disk-shaped compact tension test. Transportation Research Record 1929, 183–192.
- Wan, C., Zhang, X., Wang, L., He, L., 2012. Three-dimensional micromechanical finite element analysis on gauge length dependency of the dynamic modulus of asphalt mixtures. Road materials and pavement design 13, 769–783.
- Widyatmoko, I., Elliott, R., Heslop, M., 2004. Mapping crack susceptibility of bituminous materials with binder durability, in : 5th International RILEM Conference, Limoges, France.
- Widyatmoko, I., Elliott, R., Heslop, M., Williams, J., 2002. Ageing characteristics of low penetration bitumens. Performance and Durability of Bituminous and Hydraulic Materials in Pavements , 13–24.
- Wiechert, E., 1893. Gesetze der elastischen nachwirkung für constante temperatur. Annalen der Physik 286, 546–570.
- Wright, J., 1965. Weathering : theoretical and practical aspects of asphalt durability. Bituminous Materials : Asphalts, Tars and Pitches 2, 249–306.
- Wu, J.Y., 2017. A unified phase-field theory for the mechanics of damage and quasi-brittle failure. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 103, 72–99.

- Wu, J.Y., 2018. A geometrically regularized gradient-damage model with energetic equivalence. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 328, 612–637.
- Wu, J.Y., Nguyen, V.P., Nguyen, C.T., Sutula, D., Bordas, S., Sinaie, S., 2018. Phase field modeling of fracture. *Advances in applied mechanics : multi-scale theory and computation* 52.
- Wu, Z., Mohammad, L.N., Wang, L., Mull, M.A., 2005. Fracture resistance characterization of superpave mixtures using the semi-circular bending test. *Journal of ASTM International* 2, 1–15.
- Yin, B., Kaliske, M., 2020. Fracture simulation of viscoelastic polymers by the phase-field method. *Computational Mechanics* 65, 293–309.
- Yin, F., Arámbula-Mercado, E., Martin, A.E., Newcomb, D., Tran, N., 2017. Long-term ageing of asphalt mixtures. *Road Materials and Pavement Design* 18, 2–27. URL : <https://doi.org/10.1080/14680629.2016.1266739>.
- Yoon, C., Allen, D.H., 1999. Damage dependent constitutive behavior and energy release rate for a cohesive zone in a thermoviscoelastic solid. *International Journal of Fracture* 96, 55–74.
- Zenewitz, J.A., Welborn, J.Y., 1975. Predicting Asphalt Performance. Technical Report.
- Zhang, R., Sias, J.E., Dave, E.V., Rahbar-Rastegar, R., 2019. Impact of aging on the viscoelastic properties and cracking behavior of asphalt mixtures. *Transportation Research Record* 2673, 406–415.
- Zhang, Y., Birgisson, B., Lytton, R.L., 2016. Weak form equation-based finite-element modeling of viscoelastic asphalt mixtures. *Journal of Materials in Civil Engineering* 28, 04015115.
- Zhao, Y., Richard Kim, Y., 2003. Time-temperature superposition for asphalt mixtures with growing damage and permanent deformation in compression. *Transportation research record* 1832, 161–172.

Annexe **A**

Pourcentage de vides des différentes éprouvettes

Les pourcentages de vides des différentes éprouvettes testées ont été calculés en déterminant leur masse volumique apparente conformément à la norme NF EN 12697-6 : Mélanges bitumineux - Méthodes d'essai - Partie 6 : détermination de la masse volumique apparente des éprouvettes bitumineuses (CEN, 2020). Deux modes opératoires ont été choisis pour déterminer la masse volumique apparente :

- masse volumique apparente - sèche (MVA-S) ;
- masse volumique apparente géométrique (MVA-G).

A.1 Caractéristiques des éprouvettes prismatiques

A.2 Pourcentages de vides des éprouvettes semi-circulaires



A.2. Pourcentages de vides des éprouvettes semi-circulaires

Tableau A.1 – Caractéristiques des éprouvettes prismatiques fabriquées en laboratoire

<i>Plaque</i>	<i>Éprouvette</i>	<i>h (mm)</i>	<i>b (mm)</i>	<i>e (mm)</i>	<i>MVA-S (kg.m⁻³)</i>	<i>MVA-G (kg.m⁻³)</i>	<i>vides MVA-S (%)</i>	<i>vides MVA-G (%)</i>	<i>Écart (%)</i>
T0	1	119,30	40,04	40,41	2314	2321	4,84	4,57	0,27
	2	119,22	40,36	40,50	2313	2313	4,91	4,90	0,01
	3	119,58	40,41	40,53	2324	2315	4,46	4,82	0,36
	4	119,78	40,56	40,74	2309	2330	5,06	4,21	0,85
T3	1	119,83	40,20	40,37	2297	2312	5,53	4,92	0,61
	2	119,78	40,54	40,56	2306	2301	5,19	5,38	0,19
	3	119,90	40,46	40,45	2310	2311	5,02	4,99	0,03
	4	119,92	40,34	40,30	2306	2314	5,17	4,85	0,32
T6	1	119,85	40,13	40,30	2296	2295	5,60	5,61	0,01
	2	119,69	40,40	40,46	2311	2319	4,96	4,66	0,3
	3	119,27	40,22	40,48	2300	2286	5,44	6,01	0,57
	4	119,53	40,54	39,96	2310	2315	5,03	4,80	0,23
T9	1	119,74	40,27	40,09	2310	2318	5,02	4,69	0,33
	2	119,77	39,96	40,35	2291	2306	5,81	5,17	0,64
	3	119,48	40,44	40,72	2295	2302	5,64	5,33	0,31
	4	119,63	39,96	39,92	2301	2312	5,41	4,93	0,47

Tableau A.2 – Caractéristiques des éprouvettes prismatiques fabriquées en laboratoire

Plaque	Éprouvette	h (mm)	b (mm)	e (mm)	$MVA-S$ ($kg.m^{-3}$)	$MVA-G$ ($kg.m^{-3}$)	vides $MVA-S$ (%)	vides $MVA-G$ (%)	Écart (%)
V3	1	119,83	40,20	40,37	2297	2312	5,53	4,92	0,61
	2	119,78	40,54	40,56	2306	2301	5,19	5,38	0,19
	3	119,90	40,46	40,45	2310	2311	5,02	4,99	0,03
	4	119,92	40,34	40,30	2306	2314	5,17	4,85	0,32
V6	1	119,85	40,13	40,30	2296	2295	5,60	5,61	0,01
	2	119,69	40,40	40,46	2311	2319	4,96	4,66	0,3
	3	119,27	40,22	40,48	2300	2286	5,44	6,01	0,57
	4	119,53	40,54	39,96	2310	2315	5,03	4,80	0,23
V9	1	119,74	40,27	40,09	2310	2318	5,02	4,69	0,33
	2	119,77	39,96	40,35	2291	2306	5,81	5,17	0,64
	3	119,48	40,44	40,72	2295	2302	5,64	5,33	0,31
	4	119,63	39,96	39,92	2301	2312	5,41	4,93	0,47

Tableau A.3 – Répartition des éprouvettes T0

Conditions d'essai	-20° C		0° C		20° C	
	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	4,94	5,79	5,83	5,94	5,64	5,22
	5,5	5,0	5,32	5,26	5,55	5,6
	4,94	5,06	5,32	5,47	4,98	5,34
	4,69	4,49	4,92	4,74	4,75	5,8
	6,43	6,2	5,09	5,12	5,63	4,48
Moyenne	5,30	5,31	5,30	5,31	5,31	5,29
Écart-type	0,7	0,68	0,34	0,44	0,42	0,50

A.2. Pourcentages de vides des éprouvettes semi-circulaires

Tableau A.4 – Répartition des éprouvettes T3

Conditions d'essai	0° C	
	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	5,96	5,75
	5,47	5,78
	6,95	6,5
	6,02	6,18
	7,21	7,01
	6,13	6,51
	6,4	6,24
Moyenne	6,3	6,3
Écart-type	0,6	0,3

Tableau A.5 – Répartition des éprouvettes T6

Conditions d'essai	0° C	
	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	5,86	5,36
	6,19	5,93
	6,34	6,07
	6,48	6,27
	6,25	6,45
	6,83	6,77
	6,11	6,2
Moyenne	6,3	6,2
Écart-type	0,3	0,4

Tableau A.6 – Répartition des éprouvettes T9

Conditions d'essai	0° C	
	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	5,80	5,62
	5,93	6,04
	6,27	6,14
	6,03	6,27
	6,38	6,25
	6,29	6,03
	5,85	5,57
6,17	6,00	
Moyenne	6,1	6,0
Écart-type	0,2	0,3

Tableau A.7 – Répartition des éprouvettes V3

Conditions d'essai	-20° C		0° C		20° C	
	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	6,15	5,61	5,88	5,25	5,3	5,84
	5,11	5,6	5,61	5,74	5,84	5,78
	5,61	5,59	5,94	5,67	5,64	5,4
	5,17	5,33	5,32	4,92	4,96	5,83
	6,48	6,42	5,76	6,87	6,78	5,63
Moyenne	5,70	5,71	5,70	5,69	5,70	5,70
Écart-type	0,60	0,41	0,25	0,74	0,69	0,19

Tableau A.8 – Répartition des éprouvettes V6

Conditions d'essai	-20° C		0° C		20° C	
	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	6,33	6,32	6,18	6,09	6,03	5,93
	5,75	5,81	5,82	5,87	5,88	5,9
	5,44	5,7	5,67	5,66	5,70	5,71
	5,41	5,22	5,10	5,12	5,52	5,35
	5,25	5,15	5,44	5,45	5,08	5,33
Moyenne	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64	5,64
Écart-type	0,43	0,48	0,41	0,37	0,37	0,29

Tableau A.9 – Répartition des éprouvettes V9

Conditions d'essai	-20° C		0° C		20° C	
	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min	1mm/min	5mm/min
Éprouvettes	6,56	6,45	6,14	6,07	-	-
	5,84	5,77	5,74	5,96	-	-
	5,31	5,41	5,77	5,56	-	-
	5,47	5,5	5,32	5,29	-	-
	4,91	4,95	5,15	5,27	-	-
Moyenne	5,62	5,62	5,62	5,63	-	-
Écart-type	0,62	0,55	0,39	0,37	-	-

Annexe **B**

Formules complémentaires pour le chapitre III et présentation des résultats de fissurations à basse température

B.1 Équation de la chaleur

L'équation de la chaleur s'obtient en appliquant les deux principes de la thermodynamique. On se place dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations. L'écriture locale de ces deux principes aboutit à l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\rho(T\dot{s} - \dot{e}) + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \frac{\underline{q}}{T} \cdot \nabla T \geq 0 \quad (\text{B.1.1})$$

$$\text{où : } \left\{ \begin{array}{l} \rho = \text{masse volumique;} \\ T = \text{température du système à l'équilibre;} \\ s = \text{densité d'entropie spécifique;} \\ e = \text{énergie interne spécifique;} \\ \underline{q} = \text{vecteur courant de chaleur;} \end{array} \right.$$

On définit la fonction d'état Ψ appelée énergie libre, par transformée de Legendre de l'énergie interne spécifique par rapport à l'entropie spécifique :

$$\Psi = e - Ts \quad (\text{B.1.2})$$

L'équation (B.1.1) devient :

$$\mathcal{D} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \rho(\dot{\Psi} + \dot{T}s) - \frac{\underline{q}}{T} \cdot \nabla T \geq 0 \quad (\text{B.1.3})$$

La dissipation totale \mathcal{D} est décomposée en deux termes :

— \mathcal{D}_1 appelé dissipation intrinsèque et est donnée par :

$$\mathcal{D}_1 = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \rho(\dot{\Psi} + \dot{T}s) = \rho T \dot{s} + \text{div} \underline{q} - r, \quad (\text{B.1.4})$$

— \mathcal{D}_2 appelé dissipation thermique et est définie par :

$$\mathcal{D}_2 = -\frac{q}{T} \cdot \nabla T \quad (\text{B.1.5})$$

Il est souvent considéré que ces deux sources de dissipation sont séparément positives. Cette hypothèse sera désormais adoptée.

Le comportement thermoviscoélastique peut être défini au moyen de deux potentiels décrivant les forces thermodynamiques réversibles et irréversibles. Il s'agit de l'énergie interne déjà définie Ψ et du pseudo-potential de dissipation Φ . Pour la suite du développement, précisons les variables d'état destinées à la description du comportement thermo-mécanique d'un milieu dissipatif. Pour les matériaux viscoélastiques, le comportement peut être totalement décrit par la déformation totale $\underline{\underline{\epsilon}}$ et les variables internes $\underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta$ qui représentent les déformations visqueuses. Ainsi $\Psi := \Psi(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, T)$ et $\Phi := \Phi(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_m^\vartheta)$. En supposant que ces deux potentiels sont différentiables, les forces thermodynamiques réversibles associées aux variables d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}^{\text{rev}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, T) \\ \underline{\underline{\mathcal{A}}}_i^{\text{rev}, \vartheta} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, T) \quad ; \quad i = 1, \dots, m \\ s = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial T}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\epsilon}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\epsilon}}_m^\vartheta, T) \end{array} \right. \quad (\text{B.1.6})$$

et les forces thermodynamiques irréversibles associées aux flux des variables d'état :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}^{\text{irr}} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}}(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_m^\vartheta, \dot{d}; d) \\ \underline{\underline{\mathcal{A}}}_i^{\text{irr}, \vartheta} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta}(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_1^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta, \dots, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_m^\vartheta) \quad i = 1, \dots, m \end{array} \right. \quad (\text{B.1.7})$$

La seconde égalité dans (B.1.4) vient du premier principe de la thermodynamique et permet de formuler l'équation de la chaleur sous la forme suivante en utilisant les relations (B.1.6)-(B.1.7) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho T \dot{s} = r - \text{div} \underline{q} + \mathcal{D}_1 \\ \mathcal{D}_1 = \underline{\underline{\sigma}}^{\text{irr}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} + \mathcal{A}^\vartheta : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^\vartheta \end{array} \right. \quad (\text{B.1.8})$$

En s'appuyant sur la loi de comportement définie par le système d'équation (III.2.2a)-(III.2.2b), l'énergie libre et le potentiel de dissipation pour un modèle de MG peuvent être définis comme suit :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2} \left((\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) : \mathbb{C}_0 : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) + \sum_{i=1}^m (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) : \mathbb{C}_i : (\underline{\underline{\epsilon}} - \underline{\underline{\epsilon}}_i^\vartheta - \underline{\underline{\epsilon}}^{th}) \right) - \rho s_0 (T - T_0) - \frac{\rho c_\sigma}{2T_0} (T - T_0)^2; \quad \underline{\underline{\epsilon}}^{th} = \alpha (T - T_0) \underline{\underline{I}} \quad (\text{B.1.9})$$

$$\rho\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta : \mathbb{C}_i : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta \quad (\text{B.1.10})$$

L'équation de la chaleur (B.1.8) devient alors en injectant (B.1.9) et (B.1.10) dans (B.1.6) et (B.1.7) et en considérant une linéarisation au premier ordre en T de (B.1.8) :

$$\rho c_\sigma \dot{T} = r - \text{div} \underline{\underline{q}} - T_0 \alpha \text{Trace}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}) + \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta : \mathbb{C}_i : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta \quad (\text{B.1.11})$$

En utilisant la loi de Fourier et en ne considérant que les échanges de chaleur par conduction avec l'extérieur, l'équation de chaleur (B.1.11) devient alors :

$$\rho c_\sigma \dot{T} = \text{div}(\kappa \nabla T) - T_0 \alpha \text{Trace}(\underline{\underline{\dot{\sigma}}}) + \sum_{i=1}^m \tau_i \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta : \mathbb{C}_i : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_i^\vartheta \quad (\text{B.1.12})$$

B.2 Fonctions géométrique du champ de déplacements en pointe de fissure

$$\begin{cases} g_{rI} &= & -\cos \frac{\theta}{2} \cos \theta \\ g_{rII} &= & (2 + \cos \theta) \sin \frac{\theta}{2} \\ g_{\theta I} &= & -\cos \theta \sin \frac{\theta}{2} \\ g_{\theta II} &= & (2 - \cos \theta) \cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} h_{rI} &= & \cos \frac{\theta}{2} \\ h_{rII} &= & \sin \frac{\theta}{2} \\ h_{\theta I} &= & \sin \frac{\theta}{2} \\ h_{\theta II} &= & -\cos \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (\text{B.2.1})$$

B.3 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux à 0°C

Comme il a été noté précédemment dans le chapitre II (voir paragraphe II.5.2.3.3), l'effet de souplesse de la presse apparaît plus prononcé à basse température qu'à température ambiante. La figure Fig. B.1 montre la différence entre les courbes brutes et celles traitées

à 0°C et 1 mm/min pour le matériau de référence où les valeurs de déplacement pré-pic obtenues après corrections sont presque la moitié des valeurs de déplacement brutes. Ceci étant dit, la comparaison des simulations numériques et des résultats expérimentaux obtenus à des températures aussi basses est délicate. Pour preuve, comme l'indique la figure Fig. B.2a les résultats issus de la simulation numérique s'écartent des résultats expérimentaux malgré ces corrections.

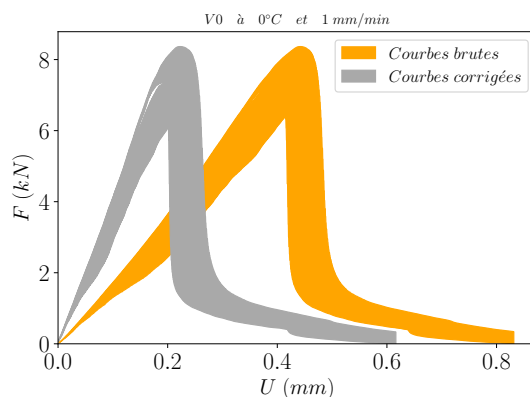
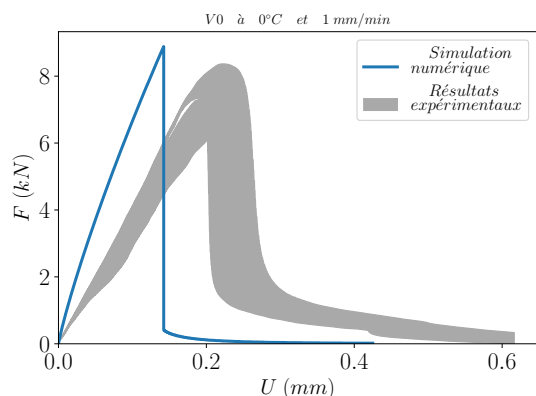
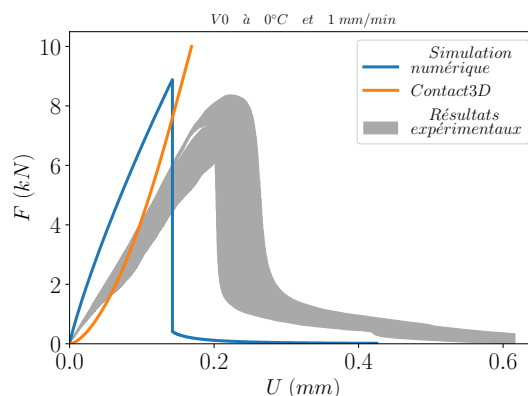


Figure B.1 – Traitement des courbes force-déplacement à 0°C et 1 mm/min

Il convient également de noter que, malgré les efforts déployés pour fabriquer des éprouvettes répondant aux exigences normatives, tout biais résultant des dimensions ne pouvait être totalement exclu. Pour prendre en compte cet effet potentiel, une simulation numérique 3D avec effet de contact de Hertz sans propagation de fissure a été conduite et comparée aux résultats précédents (figure Fig. B.2a). Sur la figure Fig. B.2b, on observe



B.2a Comparaison entre les courbes force-déplacement numérique et expérimentale au cours de la propagation de fissure



B.2b Comparaison entre la courbe force-déplacement numérique et expérimentale au cours de la propagation de fissure et le comportement pré-pic avec contact de Hertz 3D

que la courbe orange simulant le contact viscoélastique 3D est proche du comportement

de pré-pic des résultats expérimentaux, confirmant un effet de contact non négligeable dans la troisième dimension. Des études supplémentaires sont nécessaires pour simuler le problème du contact viscoélastique 3D avec propagation de fissures.