



**HAL**  
open science

# Étude du comportement des ancrages chevillés dans les ouvrages de génie civil des installations nucléaires françaises

Aya Rima

► **To cite this version:**

Aya Rima. Étude du comportement des ancrages chevillés dans les ouvrages de génie civil des installations nucléaires françaises. Génie civil. Université Paris-Saclay, 2021. Français. NNT : 2021UP-AST117. tel-03511693

**HAL Id: tel-03511693**

**<https://theses.hal.science/tel-03511693>**

Submitted on 5 Jan 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Étude du comportement des ancrages chevillés  
dans les ouvrages de génie civil des installations  
nucléaires françaises  
*Study of the behavior of fasteners in civil engineering  
structures in French nuclear installations*

**Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay**

École doctorale n° 579

Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences  
(SMEMAG)

Spécialité de doctorat : Solides, structures et matériaux

Unité de recherche : ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT Laboratoire de Mécanique et Technologie,  
91190, Gif-sur-Yvette, France

Référent : ENS Paris-Saclay

**Thèse présentée et soutenue à Gif-sur-Yvette,  
le 25 novembre 2021, par**

**Aya RIMA**

**Composition du jury**

<b>Julien Yvonnet</b> Professeur des Universités, Université Gustave Eiffel	Président
<b>Ludovic Jason</b> Ingénieur-Chercheur HDR, CEA	Rapporteur
<b>Vincent Richefeu</b> Maître de conférences HDR, Université Grenoble Alpes	Rapporteur
<b>Frédéric Donzé</b> Professeur des Universités, Université Grenoble Alpes	Examineur
<b>Georges Nahas</b> Ingénieur-Chercheur, IRSN	Examineur
<b>Frédéric Ragueneau</b> Professeur des Universités, École Normale Supérieure Paris-Saclay	Directeur de thèse
<b>Cécile Oliver-Leblond</b> Maîtresse de conférences, École Normale Supérieure Paris-Saclay	Encadrante
<b>Thierry Guillet</b> Ingénieur-Chercheur, CSTB	Encadrant
<b>Marie-Hélène Bonhomme</b> Ingénieure-Chercheuse, IRSN	Encadrante/Invitée
<b>Jakob Kunz</b> Ingénieur-Chercheur, Hilti	Invité



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux de thèse. Merci M. Vincent RICHEFEU et M. Ludovic JASON d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse et d'évaluer mon travail. Je remercie également M. Julien YVONNET de m'avoir fait l'honneur de présider le jury. Merci encore à messieurs Frédéric DONZÉ, Georges NAHAS et Jakob KUNZ d'avoir accepté de participer au jury de ma thèse.

Je remercie infiniment et j'exprime toute ma gratitude à mon directeur de thèse Frédéric RAGUENEAU et mon encadrante principale Cécile OLIVER-LEBLOND. Je vous remercie pour tout le temps que vous avez passé à bien me former et encadrer. Merci pour votre aide scientifique, votre confiance et votre soutien. Grâce à votre humeur, gentillesse et écoute, vous avez été un support moral durant mes trois années de thèse. J'avais beaucoup de chance d'être encadrée par deux personnes aux qualités scientifiques et humaines comme vous !

Je remercie énormément Thierry GUILLET qui a toujours été présent pour répondre à mes questions. Merci à Marie-Hélène BONHOMME et Georges NAHAS pour tous les échanges instructifs que nous avons pu faire.

Bien sûr, je n'oublierai jamais de remercier Farid BENBOUDJEMA qui m'a énormément aidé avant même de me connaître en personne, en tant que candidate à un M2R à l'ENS Paris-Saclay. Merci pour tes conseils, ta bonne humeur et ton soutien pendant mes 4 années à l'ENS. Merci aussi pour les tonnes de chocolat !

Un grand merci aux précieux amis que j'ai pu me faire au LMT et qui m'ont vraiment marqué durant ma thèse. Je remercie tout d'abord Livio DE GENARO (Loulou) qui a été parmi les premiers doctorants que j'ai rencontrés au laboratoire et avec qui j'ai passé de bons moments. Merci à Ariane MARTIN (Eryéné) qui s'est toujours montrée très gentille et respectueuse envers tout le monde. Merci pour les joyeux moments que nous avons passés ensemble et je n'oublierai surtout pas la pêche à la Frette-sur-Seine XD. Je dis merci également à Sébastien RODRIGUEZ ITURRA (Sousou) pour ses conseils et son soutien. Merci aussi à Nicolas CHAN. Merci d'avoir rigolé à mes blagues même si elles ne sont pas drôles :) Je tiens aussi à remercier les doctorants du LMT : Clotilde CHAMBREUIL, Achraf OUADDI, Jorge FERNANDEZ et Takwa SAYARI. Merci aux gestionnaires du LMT, Lydia MATIJEVIC et Aurélie CRIFAR pour votre aide.

Un merci spécial à ma meilleure amie en France Pascale SABA. Je te remercie du fond du cœur pour tout ce que tu fais pour moi. Tu as toujours été là quand j'avais besoin de quelqu'un

---

à qui parler. Je te remercie pour ton écoute, tes conseils et ton honnêteté. Tu m'as également beaucoup soutenue dans les moments difficiles. Les discussions du matin et les pauses café vont me manquer. Je n'aurais jamais imaginé faire cette thèse sans cette très chère personne !

Je dis merci à tous mes amis qui ont toujours été là pour moi. Merci à Chaza, Talia, Sawsan, Alaeddine, Charbel, Nour, Rafa, Hoda, Ahmad, Christelle, Dana, Marwa, Mhamad, Nagham, Hiba, Nihal, May et Katy.

J'offre mes profonds remerciements à ma chère famille. Je remercie mes parents pour leur inconditionnel soutien et leurs vifs et permanents encouragements. Je vous remercie de votre patience et de m'avoir toujours soutenue dans mes choix. Aucun mot, aucune phrase ou aucune parole ne peut exprimer ma gratitude envers vous. Merci également à mon frère Imad et mes sœurs Maya et Marwa. J'espère que nous nous réunirons à nouveau très prochainement. . .

La conclusion de mes remerciements va à moi-même. Merci Aya de m'avoir supporter toutes ces années notamment durant la période de confinement :)

# Résumé

Les systèmes d’ancrage chevillé sont utilisés pour assurer la fixation de nombreuses structures externes et d’Éléments Importants pour la Protection dans les installations nucléaires françaises. Ces systèmes servent à transmettre les efforts extérieurs de l’élément fixé vers la structure porteuse. L’évaluation du comportement des ancrages existants représente un enjeu majeur pour la sûreté, notamment en cas de séisme.

Généralement, l’étude du comportement des ancrages dans le béton se fait par des campagnes expérimentales. Cependant, celles-ci sont coûteuses et limitées par le nombre d’essais réalisés. De plus, elles ne sont pas réalisables pour requalifier les ancrages déjà installés et en arrêt de production. C’est pourquoi la simulation numérique est récemment devenue de plus en plus utile dans le domaine des fixations. Dans ce contexte, une modélisation numérique à deux échelles est proposée. La première modélisation est à l’échelle de l’ancrage où l’utilisation d’un modèle de type particulaire-lattice, nommé DEAP, est proposée pour mieux comprendre les mécanismes de rupture. Ce type de modèle permet une description fine et détaillée du comportement de l’interface entre l’ancrage et le béton ainsi que de la fissuration de ce dernier. Ensuite, une modélisation à l’échelle de la structure est réalisée. Pour ce faire, un modèle simplifié en variables généralisées est formulé et identifié à partir des résultats expérimentaux et des résultats obtenus par DEAP. Ce type de modèle macroscopique permet de simplifier la représentation du comportement non-linéaire de l’ancrage et de réduire conséquemment le temps de calcul, ce qui permet de réaliser un nombre important de calculs pour les analyses de vulnérabilité des ouvrages de génie civil sous chargement sismique.

Au cours de ce travail de thèse, plusieurs contributions ont été réalisées notamment sous forme de développements numériques. Premièrement, une méthode de génération d’un maillage d’éléments discrets pour des géométries complexes et bien adaptée au cas de l’ancrage est proposée et développée. Deuxièmement, une nouvelle stratégie simplifiée pour la détection du contact entre l’acier et le béton en 2D ainsi qu’en 3D est mise en œuvre pour améliorer le temps de calcul. Tous ces développements ajoutés au modèle DEAP ont permis de réaliser des modélisations bidimensionnelles et tridimensionnelles d’un essai d’arrachement à l’échelle de l’ancrage. Les résultats ont permis de valider la capacité d’un modèle particulaire-lattice à reproduire le faciès de fissuration d’un test d’arrachement d’ancrage et à déterminer la force maximale de l’ancrage avant la rupture. Ensuite, sur la base des résultats expérimentaux et des simulations discrètes, une loi de comportement en variables généralisées a été formulée et identifiée. Les principaux mécanismes non-linéaires sont pris en compte dans cette loi afin de représenter le comportement réel d’un ancrage présent dans les ouvrages de génie civil. Ce modèle macroscopique simplifié est suffisamment flexible et simple pour être adapté à différents types d’ancrages. Les travaux et les contributions réalisés durant ces trois années de thèse constituent une étape importante pour des études plus approfondies sur différents types

---

d'ancrages sous différents types d'exigences.

# Abstract

Fastening systems are used to secure many external structures and Elements Important for Protection in French nuclear installations. They are designed to transmit the load from the fixed elements to the supporting structure. Nevertheless, the evaluation of the performance of existing fasteners is a major concern because of the safety issues that can arise if they were inappropriately chosen, especially in the case of an earthquake.

Generally, the study of the behavior of anchors in concrete is conducted through experimental campaigns. However, they are costly, time-consuming, and limited by the number of tests performed. Moreover, they are not suitable to re-qualify anchors already installed and in production phase-out. Therefore, numerical simulation has recently become more useful in the field of fasteners to understand non-linear mechanisms. In this context, the proposed scientific approach is based on two complementary modeling approaches to evaluate the behavior of fasteners under seismic loading. The first modeling is done at the fastener scale where a beam-particle model, called DEAP, is used. This type of model allows a fine and detailed description of the behavior of the interface between the anchor and the concrete as well as the cracking of the concrete. At the scale of the structure, a simplified model using generalized variables is formulated and calibrated from the experimental results and the results obtained by DEAP. This type of macroscopic model simplifies the representation of the non-linear behavior of the fasteners and reduces the computational cost of the simulations. Thus, this model enables to perform a large number of calculations for vulnerability analyses of civil engineering structures under seismic loading.

During this thesis, several contributions have been made, notably in the form of numerical developments. First, a new procedure for generating a discrete element mesh and taking into account complex geometries, such as fastening systems, is proposed and developed. Second, a new simplified strategy for contact detection in 2D as well as in 3D is implemented to improve the computing time. All these developments added to DEAP allowed two-dimensional and three-dimensional simulations of a pull-out test at the local scale. The results validated the ability of a discrete beam-particle model to reproduce the concrete cracking patterns caused by a pull-out test and to determine the maximum force of the anchor before failure. Then, based on the experimental results and the discrete element simulations, a simplified model using generalized variables was formulated and identified. Many non-linear mechanisms were considered in this model in order to represent the complete behavior of an anchor present in civil engineering structures. This proposed macroscopic model is flexible and simple enough to be adapted to different types of anchors. The work and contributions made during these three years of thesis constitute an important step for further studies on different types of anchors under various types of loads.





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>20</b>
1.1	Contexte . . . . .	21
1.2	Démarche scientifique . . . . .	22
1.3	Plan du manuscrit . . . . .	23
<b>2</b>	<b>État de l'art</b>	<b>25</b>
2.1	Introduction . . . . .	26
2.2	Technique de fixation et problématiques . . . . .	27
2.2.1	Classification des ancrages . . . . .	28
2.2.2	Sollicitations . . . . .	30
2.2.3	Mécanismes de rupture et études théoriques associées . . . . .	32
2.2.3.1	Modes de rupture en traction . . . . .	32
2.2.3.2	Modes de rupture en cisaillement . . . . .	34
2.2.4	Paramètres impactant le comportement . . . . .	37
2.2.4.1	Résistance et géométrie du béton . . . . .	37
2.2.4.2	État d'endommagement du support : Béton fissuré . . . . .	37
2.2.4.3	Armatures du support en béton . . . . .	39
2.2.4.4	Température . . . . .	39
2.2.4.5	Conditions d'installation . . . . .	40
2.2.4.6	Platine d'ancrage . . . . .	40
2.3	Études expérimentales . . . . .	41
2.3.1	Essais statiques . . . . .	41
2.3.1.1	Essais d'arrachement . . . . .	41
2.3.1.2	Essais de cisaillement . . . . .	42
2.3.2	Essai cyclique . . . . .	44
2.3.2.1	Essai de traction cyclique . . . . .	45
2.3.2.2	Essai de cisaillement cyclique . . . . .	46
2.3.2.3	Chargement cyclique combiné de traction et de cisaillement . . . . .	47
2.3.2.4	Cycle d'ouverture et fermeture de fissure . . . . .	48
2.4	Modélisations numériques disponibles . . . . .	50
2.5	Synthèses . . . . .	55
<b>3</b>	<b>Modèle particulaire-lattice DEAP</b>	<b>57</b>
3.1	Introduction . . . . .	58
3.2	Présentation du modèle particulaire-lattice . . . . .	58

3.2.1	Maillage . . . . .	58
3.2.2	Cohésion . . . . .	62
3.2.3	Mécanisme de rupture : comportement quasi-fragile . . . . .	63
3.2.4	Interaction entre particules . . . . .	64
3.2.5	Algorithme de résolution . . . . .	65
3.3	Génération d'un maillage d'éléments discrets - 2D . . . . .	67
3.3.1	Stratégie . . . . .	68
3.3.2	Efficacité du mailleur bi-dimensionnel . . . . .	68
3.3.2.1	Isotropie géométrique . . . . .	68
3.3.2.2	Exemples de formes complexes . . . . .	70
3.4	Génération d'un maillage d'éléments discrets - 3D . . . . .	71
3.4.1	Difficulté lors de la génération des nœuds extérieurs . . . . .	72
3.4.2	D'un maillage éléments finis à un maillage éléments discrets . . . . .	73
3.4.3	Séparation des points à l'intérieur et à l'extérieur du volume . . . . .	75
3.4.4	Résumé de l'algorithme de génération du maillage . . . . .	75
3.4.5	Limitations et traitements . . . . .	77
3.4.6	Étude de l'isotropie . . . . .	79
3.4.6.1	Isotropie géométrique . . . . .	82
3.4.6.2	Isotropie mécanique . . . . .	85
3.4.7	Exemples de génération de maillage . . . . .	88
3.5	Prise en compte du contact dans DEAP . . . . .	91
3.5.1	Représentation des particules dans la phase de détection du contact . . . . .	92
3.5.2	Proposition d'une méthode de contact simplifiée : 2D multi-cercles . . . . .	98
3.5.2.1	Génération des éléments de contact . . . . .	98
3.5.2.2	Génération de la liste de voisinage . . . . .	99
3.5.2.3	Détection du contact . . . . .	100
3.5.2.4	Calcul de la force de contact normale . . . . .	102
3.5.2.5	Validation de l'algorithme de résolution de l'interaction mécanique en 2D . . . . .	105
3.5.3	Méthode de contact simplifiée des multi-sphères en 3D . . . . .	114
3.5.3.1	Génération des éléments de contact . . . . .	115
3.5.3.2	Détection du contact . . . . .	115
3.5.3.3	Calcul de la force de contact . . . . .	117
3.5.3.4	Validation de l'algorithme de résolution de l'interaction mécanique en 3D . . . . .	118
3.6	Synthèse . . . . .	119
<b>4</b>	<b>Modélisation locale à l'échelle de l'ancrage - DEAP</b>	<b>122</b>
4.1	Introduction . . . . .	123
4.2	Étude expérimentale sur des goujons : Base de donnée . . . . .	123
4.2.1	Essai de flexion trois-points . . . . .	124
4.2.2	Description du programme d'essais . . . . .	124
4.2.3	Test d'arrachement monotone (Pull-out) . . . . .	126
4.2.4	Résultats des essais . . . . .	128
4.3	Modélisation bidimensionnelle . . . . .	130

TABLE DES MATIÈRES

---

4.3.1	Géométrie et conditions aux limites . . . . .	130
4.3.2	Paramètres du modèle . . . . .	131
4.3.3	Résultats et discussions . . . . .	132
4.3.4	Limitations . . . . .	135
4.4	Modélisation tridimensionnelle . . . . .	135
4.4.1	Géométrie . . . . .	135
4.4.2	Conditions aux limites . . . . .	137
4.4.3	Analyses de sensibilité . . . . .	138
4.4.3.1	Influence de la densité de maillage . . . . .	139
4.4.3.2	Influence des paramètres de rupture . . . . .	141
4.4.3.3	Calibration du modèle sur prismes en flexion . . . . .	142
4.4.4	Résultats numériques - test d'arrachement (Pull-out test) . . . . .	146
4.5	Synthèse et perspectives . . . . .	148
<b>5</b>	<b>Formulation d'une loi de comportement pour un macro-élément d'un an-</b>	
	<b>crage installé dans le béton</b>	<b>152</b>
5.1	Introduction . . . . .	153
5.2	Proposition d'une loi de comportement pour ancrage . . . . .	155
5.2.1	Mécanismes et choix des variables d'état . . . . .	155
5.2.2	Potentiel d'état . . . . .	156
5.2.3	Loi d'état . . . . .	158
5.2.4	Fonctions seuils et lois d'évolution . . . . .	159
5.2.4.1	Endommagement et écrouissage isotrope . . . . .	160
5.2.4.2	Plasticité et écrouissage linéaire isotrope . . . . .	161
5.2.4.3	Frottement et écrouissage cinématique . . . . .	162
5.2.5	Bilan . . . . .	163
5.3	Analyses paramétriques : sensibilité des paramètres . . . . .	165
5.4	Validation du modèle et identification des paramètres . . . . .	168
5.4.1	Identification des paramètres . . . . .	169
5.4.2	Comportement en traction-compression . . . . .	170
5.4.3	Synthèses . . . . .	171
5.5	Conclusion et perspectives . . . . .	172
5.5.1	Conclusion . . . . .	172
5.5.2	Perspectives . . . . .	173
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>175</b>
6.1	Réalisations . . . . .	176
6.1.1	Modélisation discrète . . . . .	176
6.1.1.1	Génération d'un maillage particulière-lattice . . . . .	176
6.1.1.2	Algorithme de contact . . . . .	177
6.1.1.3	Comportement des ancrages . . . . .	177
6.1.2	Loi de comportement macroscopique proposée . . . . .	178
6.2	Synthèse finale . . . . .	178
6.3	Perspectives . . . . .	179
6.3.1	L'utilisation de DEAP comme outil d'expérimentation numérique : . . . . .	179

6.3.2	Formulation de la loi de comportement macroscopique : . . . . .	180
<b>Annexe A</b>	<b>Problématique de convergence - DEAP</b>	<b>181</b>

# Table des figures

2.1	Constituants d'un système de fixation. . . . .	28
2.2	Exemples de types d'ancrages (Nilforoush, 2017). . . . .	29
2.3	La tenue d'une cheville par (a) frottement, (b) verrouillage de forme, (c) collage (Nilforoush, 2017). . . . .	30
2.4	Chargement agissant sur la cheville. . . . .	31
2.5	Actions agissant sur un ancrage dans une structure sous chargement sismique. . . . .	31
2.6	Modes de rupture sous traction (a) rupture par cône de béton (b) rupture par extraction-glissement (c) rupture combinée du béton et par extraction glissement (d) rupture de l'acier (e) rupture par fendage. . . . .	32
2.7	Réponses force-déplacement d'un ancrage arraché pour différents modes de ruine (courbes reproduites de Fuchs <i>et al.</i> (1995)). . . . .	35
2.8	Modes de rupture sous cisaillement (a) rupture de l'acier (b) rupture du béton par effet de levier (c) rupture du bord du béton (d) rupture par glissement. . . . .	35
2.9	La surface du béton résistante au chargement pour un ancrage placé (a) loin du bord (b) proche du bord (Fuchs et Eligehausen, 1995). . . . .	38
2.10	Comportement d'une cheville à expansion (M12, $h_{ef}=80$ mm) sous force de traction dans un béton fissuré et non fissuré (Dieterle <i>et al.</i> , 1990). . . . .	38
2.11	Rapport entre la résistance maximale de la cheville dans un béton armé et dans un béton non armé en fonction du rapport entre la dalle du béton H et la profondeur de l'ancrage $h_{ef}$ (Nilforoush <i>et al.</i> , 2017). . . . .	39
2.12	Plaque (a) non rigide (b) rigide (CEB, 1995). . . . .	40
2.13	Définition du bras de levier (a) sans écrou (b) avec écrou et rondelle. . . . .	41
2.14	Effet de la largeur d'ouverture de fissure sur la résistance maximale des goujons et des chevilles à verrouillage de forme (Eligehausen et Balogh, 1995). . . . .	42
2.15	Réponses force-déplacement d'un ancrage soumis à des efforts de traction et de cisaillement (Rehm <i>et al.</i> , 1988). . . . .	43
2.16	(a) Réponse force-déplacement d'un goujon soumis à un effort de cisaillement (b) Rupture de l'acier (Lin <i>et al.</i> , 2013). . . . .	44
2.17	Réponse force-déplacement pour une cheville (a) à expansion (b) à verrouillage de forme sous chargement de traction statique et cyclique dans un béton fissuré (Stehle et Sharma, 2020). . . . .	46
2.18	Courbes force-déplacement d'un essai de cisaillement cyclique et d'un essai monotone pour une cheville (a) à expansion et (b) à verrouillage de forme (Mahrenholtz <i>et al.</i> , 2016). . . . .	47

2.19	Mécanismes et déplacements des ancrages sous des cycles d'ouverture et de fermeture de fissure (Lotze et Faoro, 1988). . . . .	49
2.20	Réponse force-déplacement d'un essai monotone et des cycles d'ouverture et de fermeture de la fissure dans un béton fissuré ( $w = 0,8$ mm) pour une cheville (a) à expansion (b) à verrouillage de forme (Hoehler et Eligehausen, 2008a). . . . .	50
2.21	Modèle numérique qui remplace l'ancrage par un déplacement vertical imposé (Gontarz <i>et al.</i> , 2018). . . . .	51
2.22	Initiation de la fissure dans un modèle éléments finis tri-dimensionnel (Ozbolt et Eligehausen, 1993). . . . .	52
2.23	Le faciès de fissuration obtenu après un test d'arrachement (Alfaiate <i>et al.</i> , 1997). . . . .	52
2.24	Contrainte de traction dans le plan radial du béton (a) phase installation (b) sous arrachement (Nienstedt et Dietrich, 1995). . . . .	53
2.25	Géométrie de l'ancrage et le béton : adhérence parfaite entre la tête d'ancrage et le béton (Xu <i>et al.</i> , 2011). . . . .	54
2.26	Les faciès de fissuration obtenus à l'arrachement pour un indice d'homogénéité égale à (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8 (Xu <i>et al.</i> , 2011). . . . .	55
2.27	Les faciès de fissuration obtenus par le modèle numérique de Nilforoush <i>et al.</i> (2017) (a) chargement pour pré-fissuré le béton (b) test d'arrachement. . . . .	55
3.1	Principe de DEAP (a) Deux particules liées par une poutre (b) Poutre déformée. . . . .	59
3.2	Étapes principales de la génération du maillage (Delaplace, 2008). . . . .	60
3.3	Génération des points par la méthode des grilles (a) 2D (b) 3D. . . . .	60
3.4	Génération d'un maillage avec des nœuds placés uniquement à l'intérieur : (a) particules avec bords à l'infini (b) géométrie obtenue après coupe. . . . .	61
3.5	Mauvaise construction des frontières de la géométrie (a) 2D (b) 3D. . . . .	61
3.6	Forme géométrique obtenue (a) avec un placement aléatoire des points fantômes (b) avec des points placés symétriquement aux points internes. . . . .	62
3.7	Deux particules liées par une poutre d'Euler-Bernoulli. . . . .	62
3.8	Rupture de la poutre. . . . .	64
3.9	Deux particules en contact. . . . .	65
3.10	Schéma de l'algorithme de résolution global. . . . .	67
3.11	Les étapes de la génération du maillage particulaire-lattice bidimensionnel (a) discrétisation du contour $M$ et définition d'un ensemble de cercles $B_i$ (b) détermination des points d'intersection des cercles $B_i$ (c) génération des points à l'intérieur du contour (d-e) calcul de la triangulation de Delaunay (f) calcul des polygones de Voronoi. . . . .	69
3.12	Géométrie étudiée : (a) Ensemble des particules polygonales (b) Réseau de poutres. . . . .	69
3.13	Distribution des tailles des poutres. . . . .	70
3.14	Histogramme polaire pour la distribution des orientations (a) des poutres sur les bords (b) des poutres à l'intérieur (c) de l'ensemble des poutres. . . . .	71
3.15	Maillage d'éléments discrets : (a) cercle (b) goujon (c) béton avec un trou. . . . .	71
3.16	Transformation d'un domaine non-convexe à un domaine convexe (Yip <i>et al.</i> , 2005). . . . .	72
3.17	Procédure de génération des points dans un polygone (Asahina et Bolander, 2011). . . . .	73

TABLE DES FIGURES

---

3.18	Génération des points sur les coins. . . . .	74
3.19	Génération des points sur les arêtes. . . . .	74
3.20	Génération des points sur les surfaces extérieures. . . . .	75
3.21	Filtrage des points. . . . .	76
3.22	Maillage d'éléments finis tétraédrique d'un cube. . . . .	76
3.23	Points (a) internes, (b) sur les coins, (c) sur les arêtes, (d) et sur les surfaces. . . . .	77
3.24	Maillage d'éléments discrets : (a) réseau de poutres (b) particules polyédriques. . . . .	77
3.25	Première limitation : mauvaise représentation des bords et solution proposée. . . . .	78
3.26	(a) Avant (b) Après traitement de la première limitation. . . . .	79
3.27	Deuxième limitation : mauvaise représentation des coins et solution proposée. . . . .	79
3.28	(a) Avant (b) Après traitement de la deuxième limitation. . . . .	80
3.29	Génération des points sur les surfaces : (a) couche limite régulière (b) et couche limite irrégulière. . . . .	80
3.30	Maillage d'éléments discrets résultant : (a) avec une couche limite régulière (b) avec une couche limite irrégulière. . . . .	81
3.31	Histogramme de la distribution de la longueur des poutres. . . . .	81
3.32	Géode utilisée pour classer l'orientation de chaque poutre (a) un tétraèdre oijk (b) translation de la poutre AB. . . . .	83
3.33	Histogrammes 3D des orientations des poutres d'un cube avec 10 particules par direction : (a) couche limite régulière (b) couche limite irrégulière. . . . .	83
3.34	Histogrammes 3D des orientations des poutres d'un cube avec 30 particules par direction : (a) couche limite régulière (b) couche limite irrégulière. . . . .	84
3.35	Influence de la densité de maillage sur l'isotropie géométrique. . . . .	84
3.36	Influence de la densité de maillage sur l'isotropie mécanique. . . . .	87
3.37	Sphère pleine (a) volume (b) section. . . . .	89
3.38	Forme en L (a) géométrie (b) section. . . . .	89
3.39	Dog-bone (a) Géométrie (b) section. . . . .	90
3.40	Goujon (a) géométrie (b) section. . . . .	90
3.41	Forme cylindrique avec un trou. . . . .	91
3.42	Plan séparateur entre deux particules (a) qui sont en contact (b) qui ne sont pas en contact (Nezami <i>et al.</i> , 2004). . . . .	94
3.43	Contact entre deux cercles associés à deux particules polygonales irrégulières. . . . .	95
3.44	Remplissage d'une particule de forme irrégulière par un ensemble de cercles qui se superposent (Lu et McDowell, 2007). . . . .	96
3.45	Représentation d'une particule de forme complexe par des cercles (a) génération de la grille (b) génération de cercles de même rayon dans les cellules de la grille (c) remplacement des petits cercles par des cercles plus grands (Wang <i>et al.</i> , 2007). . . . .	96
3.46	Remplacement d'une forme arbitraire par son squelette (polygone) et un cercle (Alonso-Marroquín et Wang, 2009). . . . .	97
3.47	Étapes de génération des éléments de contact sur les bords d'un polygone (a) calcul des vecteurs normaux (b) translation de chaque côté (c) calcul de l'intersection des demi-espaces (d) génération des cercles. . . . .	99
3.48	(a) Deux particules en contact (b) Mauvaise détection de pénétration (c) Distance minimale pour détecter le contact. . . . .	100



3.49	(a) Deux particules $A$ et $B$ en contact (b) Projection du cercle $c$ de la particule $B$ sur le côté $e$ de la particule $A$ . . . . .	101
3.50	(a) Deux particules polygonale en contact avec (b) trois éléments de contact par côté (c) quatre éléments de contact par côté. . . . .	102
3.51	(a) Modèle de contact entre deux cercles (b) Force de contact normale agissante	102
3.52	Schéma de l'algorithme de contact . . . . .	104
3.53	(a) Exemple de maillage 2D de $50 \times 50 = 2500$ particules (b) Faciès de fissures sous un chargement en traction uni-axial. . . . .	105
3.54	Réponses en traction puis en compression obtenues par les deux méthodes de détection de contact. . . . .	106
3.55	Faciès de fissures obtenus sous une charge de compression simple avec la méthode polygonale (a) déformation = $-2,7 \cdot 10^{-4}$ (-) (b) déformation = $-4,4 \cdot 10^{-4}$ (-). . . . .	107
3.56	Faciès de fissures obtenus sous une charge de compression simple avec la méthode des multi-cercles (a) déformation = $-2,7 \cdot 10^{-4}$ (-) (b) déformation = $-4,4 \cdot 10^{-4}$ (-). . . . .	107
3.57	Évolution du temps de calcul de résolution globale et de la phase de contact pour les deux méthodes en fonction de la densité de maillage. . . . .	108
3.58	Temps de calcul de la phase de contact par itération en fonction du nombre des particules . . . . .	108
3.59	Deux disques en contact. . . . .	109
3.60	Évolution du champ de déplacement dans les deux disques à différents instants par la méthode des multi-cercles (a) $U = 0$ m, (b) $U = 7 \cdot 10^{-5}$ m, (c) $U = 2 \cdot 10^{-4}$ m et (d) $U = 2,5 \cdot 10^{-4}$ m. . . . .	110
3.61	(à gauche) Réponse force-déplacement obtenue numériquement pour la méthode des multi-cercles et par la méthode polygonale (à droite) Variation de l'écart entre les deux méthodes. . . . .	110
3.62	(à gauche) Réponse force-déplacement pour différente finesse de maillage ( $l_p =$ longueur des poutres) (à droite) Évolution de la pente finale obtenue par la méthode des multi-cercles en fonction de la longueur des poutres $l_p$ . . . . .	111
3.63	Contact entre un disque et un bloc. . . . .	112
3.64	Champ de déplacement résultant. . . . .	113
3.65	Distribution des contraintes normales sur la surface de contact pour la solution analytique et pour les deux méthodes de contact. . . . .	114
3.66	(a) Polyèdre initial (b) Forme érodée (c-d) centres des sphères générées sur les frontières du polyèdre. . . . .	116
3.67	(a) Deux particules $A$ et $B$ en contact (b) Projection de la sphère $s$ de la particule $B$ sur la facette $f$ de la particule $A$ . . . . .	117
3.68	(a) Modèle de contact entre deux sphères (b) Force de contact normale agissante.	117
3.69	Exemple de maillage d'un cube de comprenant 8000 particules. . . . .	118
3.70	Faciès de rupture sous un chargement de traction simple. . . . .	119
3.71	Champs de déplacement obtenus pour un cube comprimé (a) en élasticité (b) après rupture. . . . .	119
3.72	Réponses force-déplacement de deux cubes comprimés. . . . .	120

TABLE DES FIGURES

4.1	(a) Rupture du béton C20/25 pour un essai de flexion trois-points (b) Réponse force-flèche obtenue. . . . .	124
4.2	Dimensions d'un goujon M20*160. . . . .	125
4.3	Dimension de la dalle étudiée : Plan. . . . .	125
4.4	Dimension de la dalle étudiée : Section. . . . .	126
4.5	Treillis de fibre de verre traversant l'ancrage. . . . .	126
4.6	Montage expérimental d'un test d'arrachement avec du béton non-confiné (figure reproduite de EOTA TR 048). . . . .	127
4.7	Montage final utilisé pour le test d'arrachement d'un goujon M20*160. . . . .	128
4.8	Mode de rupture obtenu pour le béton C20/25 non fissuré (a) vue de dessus (b) vue de côté. . . . .	128
4.9	Mode de rupture obtenu pour le béton C20/25 fissuré (a) vue de dessus (b) vue de côté. . . . .	129
4.10	Courbe force-déplacement d'un goujon M20*160 soumis à un test d'arrachement dans un béton C20/25 (Gauche) non-fissuré (Droite) pré-fissuré. . . . .	129
4.11	Courbe force-déplacement d'un goujon M20*160 soumis à un test d'arrachement dans un béton C50/60 (Gauche) non-fissuré (Droite) pré-fissuré. . . . .	130
4.12	Géométrie et conditions aux limites du modèle discret bi-dimensionnel d'un test d'arrachement. . . . .	131
4.13	Convergence des paramètres élastiques du milieu en fonction de la densité de maillage (Delaplace, 2008). . . . .	132
4.14	Champs de déplacement et faciès de fissuration obtenus lors d'un test d'arrachement à un déplacement égal à (a) $3,6 \cdot 10^{-5}$ m (b) $1,4 \cdot 10^{-4}$ m. . . . .	133
4.15	Cône du béton arraché par la modélisation numérique. . . . .	133
4.16	Réponse force-déplacement (gauche) DEAP2D (droite) CAST3M. . . . .	134
4.17	Maillage du béton : (a) volume entier (b) section . . . . .	136
4.18	Maillage de l'ancrage : (a) volume entier (b) section . . . . .	137
4.19	Distribution de la taille des poutres en pourcentage (%) pour (a) le béton (b) l'ancrage. . . . .	137
4.20	Conditions aux limites de la modélisation d'un test d'arrachement. . . . .	138
4.21	Nombre de particules polyédriques formant le béton (a) 5400 (b) 2827. . . . .	139
4.22	(gauche) Temps de calcul requis par DEAP pour réaliser un calcul d'un test d'arrachement pour les deux maillages D1 et D2 (droite) Réponses force-déplacement obtenue pour les deux maillages D1 et D2. . . . .	140
4.23	Champs de déplacement et faciès de fissuration pour les deux maillage (a) D1 et (b) D2. . . . .	141
4.24	Cône de béton arraché par le maillage (a) D1 (b) D2. . . . .	141
4.25	Influence des paramètres de rupture sur la réponse force-déplacement d'un test d'arrachement. . . . .	143
4.26	Le maillage volumique et les conditions aux limites de l'essai de flexion trois-points réalisé. . . . .	144
4.27	Réponse force-déplacement du béton sous un essai de flexion trois-points. . . . .	144
4.28	Faciès de fissuration de la poutre entaillée (a) déplacement imposé égale à 0,02 mm (b) déplacement imposé égale à 0,04 mm (pic). . . . .	144

4.29	Champ de déplacement (a) déplacement imposé égale à 0,02 mm (b) déplacement imposé égale à 0,04 mm (pic). . . . .	145
4.30	Essai de traction uni-axial sur un goujon M20*160. . . . .	145
4.31	Comparaison entre les réponses force-déplacement d'un test d'arrachement obtenues expérimentalement et numériquement. . . . .	146
4.32	Position du capteur de déplacement constitué d'un extensomètre et son support. . . . .	147
4.33	Champs de déplacement d'un test d'arrachement à un déplacement imposé égale à (a) 0 mm (b) 0,4 mm (c) 0,63 mm. . . . .	148
4.34	Les faciès de fissuration d'un test d'arrachement à un déplacement imposé égale à (a) 0,1 mm (b) 0,4 mm (c) 0,63 mm. . . . .	149
4.35	Cône de béton arraché (a) expérimentalement (b) numériquement. . . . .	149
4.36	Ancrage installé dans un béton pré-fissuré (DEAP). . . . .	150
5.1	Remplacement de l'ancrage par un macro-élément. . . . .	154
5.2	Réponse force-déplacement d'un goujon soumis à un essai d'arrachement cyclique dans du béton non-fissuré (Delhomme <i>et al.</i> , 2015). . . . .	156
5.3	Modèle rhéologique prenant en compte les mécanismes identifiés. . . . .	164
5.4	Influence du seuil initial d'endommagement $Y_0$ (Comportement élasto-endommageable, $K = 20.10^7$ N/m, $A = 1, 5.10^{-2}$ 1/(N.m), $B = 2,5$ (-)). . . . .	165
5.5	Influence du paramètre $A$ (Comportement élasto-endommageable, $K = 20.10^7$ N/m, $Y_0 = 4$ N.m, $B = 2,5$ (-)) (Gauche) Réponse force-déplacement (Droite) Evolution de l'endommagement. . . . .	166
5.6	Influence du paramètre $B$ (Comportement élasto-endommageable, $K = 20.10^7$ N/m, $Y_0 = 4$ N.m, $A = 1, 5.10^{-2}$ 1/(N.m)) (Gauche) Réponse force-déplacement (Droite) Évolution de l'endommagement. . . . .	167
5.7	Influence du module de plasticité $H$ (Comportement élasto-plastique, $K = 20.10^7$ N/m, $Y_0 = 4$ N.m). . . . .	167
5.8	Influence de la rigidité plastique $H$ (Comportement élasto-plastique endommageable (EPE), $K = 20.10^7$ N/m, $Y_0 = 4$ N.m, $A = 1, 5.10^{-2}$ 1/(N.m), $B = 2,5$ (-)). . . . .	168
5.9	Influence des deux paramètres $\beta_1$ et $\beta_2$ (endommagement + plasticité + frottement, $K = 20.10^7$ N/m, $Y_0 = 4$ N.m, $A = 1, 5.10^{-2}$ 1/(N.m), $B = 2,5$ (-), $\beta_1 = 0,0004$ 1/N, $\beta_2 = 2.10^7$ N/m)). . . . .	168
5.10	Déplacement imposé. . . . .	169
5.11	Endommagement, frottement, force totale . . . . .	170
5.12	(Gauche) Déplacement imposé (Droite) Réponse Force-déplacement traction-compression. . . . .	171
5.13	Réponses force-déplacement, test d'arrachement béton C20/25 (Gauche) béton non fissuré (Droite) béton pré-fissuré. . . . .	172
5.14	Réponses force-déplacement, test d'arrachement béton C50/60 (Gauche) béton non fissuré (Droite) béton pré-fissuré. . . . .	173
A.1	Exemple de deux blocs en contact pour valider la convergence de l'algorithme. . . . .	182
A.2	Influence de la relaxation numérique et de la matrice de contact sur la convergence de l'algorithme. . . . .	184

# Liste des tableaux

3.1	Nombre de réalisations pour différentes densités de maillage. . . . .	85
3.2	Nombre de particules et temps de calcul pour différentes géométries. . . . .	91
3.3	Paramètres du modèle . . . . .	105
3.4	Paramètres du modèle . . . . .	112
4.1	Valeurs des paramètres élastiques et de rupture utilisés dans la modélisation bidimensionnelle pour le béton C20/25. . . . .	132
4.2	Valeurs des paramètres élastiques et de rupture identifiés sur un essai flexion trois-points pour le béton C20/25. . . . .	145
4.3	Valeurs des paramètres élastiques et de rupture utilisés dans la modélisation pour le béton C20/25 et l'acier. . . . .	146
5.1	Variables observable et internes associées au modèle . . . . .	157
5.2	Variables Thermodynamiques. . . . .	160
5.3	Variables et paramètres de la loi de comportement. . . . .	164
5.4	Description des paramètres du modèle. . . . .	164
5.5	Description des paramètres du modèle pour un béton C20/25. . . . .	171
5.6	Description des paramètres du modèle pour un béton C50/60. . . . .	172

# Chapitre 1

## Introduction générale

### Sommaire

---

1.1	Contexte . . . . .	21
1.2	Démarche scientifique . . . . .	22
1.3	Plan du manuscrit . . . . .	23

---

## 1.1 Contexte

Les éléments de fixation (chevilles, tiges scellées, rails) permettent de lier des équipements et des structures à une structure porteuse. Ces éléments servent à transmettre les efforts des équipements et des structures au support. Les éléments de fixation participent directement à la garantie de la fonction de sûreté associée au matériel qu'elles fixent. Cela inclut la stabilité, l'intégrité (localisation, géométrie, étanchéité) ou la garantie de la fonction spécifique (opérabilité) pendant et/ou après un séisme.

Malgré le grand nombre de fixations utilisées dans le secteur de la construction à l'échelle mondiale, la maîtrise et la connaissance du comportement des fixations et en particulier de l'interface entre les fixations et le support restent limitées, notamment par rapport aux effets du séisme et en tenant compte de l'état du support en béton (présence de fissures, pathologie). En ce qui concerne les effets du séisme, le concept de qualification sismique des ancrages mécaniques est assez récent. Ainsi, la plupart des ancrages présents dans le parc nucléaire français, à l'exception de ceux installés ces dernières années, ne sont pas qualifiés pour les charges sismiques et le sont uniquement pour les charges statiques et quasi-statiques. Par ailleurs, le retour d'expérience post-sismique montre que les ancrages constituent souvent un des points fragiles vis-à-vis de la résistance et de la stabilité des ouvrages ou équipements auxquels ils sont incorporés.

La qualification des chevilles en zone sismique est couverte depuis 2013 en Europe suite à la publication de l'annexe E du guide ETAG001 (guide d'agrément technique européen). Les chevilles métalliques ayant des exigences sismiques peuvent être qualifiées selon des catégories de performance sismique. Celles-ci dépendent de l'activité sismique et de la classe d'importance des bâtiments. L'annexe E de l'ETAG001 décrit l'ensemble des tests à réaliser pour qualifier les fixations pour chaque catégorie.

Des essais ont été réalisés ces dernières années au CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) sur des chevilles non qualifiées au séisme. Ces études expérimentales réalisées sur la base de l'annexe E du guide ETAG001 ont montré que la capacité résistante des chevilles sous charges sismiques est difficilement prévisible. De plus, la force de cisaillement maximale sous charges sismiques que les ancrages peuvent supporter est sensiblement inférieure à la force de cisaillement admissible sous charges statiques. Le retour d'expérience post-sismique montre également que les ancrages sont un point sensible vis-à-vis du comportement sismique d'un matériau.

L'IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) s'intéresse à la compréhension et à l'évaluation du comportement des chevilles mécaniques présentes dans les centrales nucléaires sous différents types de chargement. Le comportement des ancrages sous chargement sismique représente un enjeu majeur pour la sûreté et la sécurité de ces installations. La difficulté de cette évaluation est que certains ancrages sont installés depuis plusieurs décennies, avec les exigences de sûreté de l'époque. Ces ancrages risquent de ne plus être satisfaisants dans certaines conditions accidentelles. Une autre difficulté est liée à l'évolution des technologies de conception et de fabrication des chevilles qui sont développées au cours du temps afin

d'améliorer le comportement des connexions par chevilles pour mieux répondre aux exigences de sûreté. De ce fait, la plupart des types de chevilles métalliques présentes dans les installations nucléaires ne sont aujourd'hui plus disponibles chez les fournisseurs de chevilles. La qualification sismique de ces chevilles est donc difficilement réalisable. Cependant, le CSTB dispose dans ses archives des essais d'arrachement de quelques chevilles anciennes qui pourraient être exploités afin d'étudier le comportement mécanique de ces ancrages.

L'objectif principal de l'IRSN est d'avoir des éléments de connaissance sur le fonctionnement des chevilles dans les structures en béton, de pouvoir évaluer la capacité des chevilles "anciennes" présentes dans les installations nucléaires sous l'effet des chargements sismiques et de disposer d'un outil permettant de modéliser le comportement de l'ancrage (élément de fixation et son support) dans des calculs de structure. Dans ce contexte, les travaux de cette thèse, réalisés au LMT (Laboratoire de Mécanique et Technologie) et en collaboration avec l'IRSN et le CSTB, s'intéressent à l'évaluation du comportement des ancrages présents dans les ouvrages nucléaires.

## 1.2 Démarche scientifique

Comme mentionné précédemment, la difficulté majeure est liée à l'indisponibilité de la plupart des chevilles anciennes en vue de réaliser des campagnes expérimentales de qualification à posteriori. Pour cela, il est nécessaire de trouver une solution basée sur les campagnes expérimentales existantes et sur une approche numérique associée. L'objectif principal de cette recherche consiste à utiliser la base de données expérimentale du CSTB relative à la qualification des chevilles. Les données de plusieurs centaines d'essais seront utilisées pour étudier le comportement mécanique de ces ancrages afin d'établir un modèle numérique qui représente leur comportement dans les structures des ouvrages en béton. Ce modèle sera utilisé par la suite pour évaluer le comportement de ces ancrages sous chargement sismique. La démarche scientifique présentée dans cette thèse est basée sur l'utilisation de la modélisation numérique à deux échelles : à l'échelle de l'ancrage et à l'échelle de la structure.

**À l'échelle locale :** La modélisation à l'échelle locale permet une description détaillée du comportement des ancrages dans la structure de l'ouvrage. Pour cela, une modélisation de type discret est retenue. Ce type de modèle permet de représenter explicitement la dégradation du béton et de décrire les phénomènes physiques observés lors d'un essai (ouverture et fermeture de fissures, frottement, formation d'un cône d'arrachement, etc.). Malgré la précision des résultats obtenus par modélisation à l'échelle de l'ancrage, celle-ci doit être complétée par un calcul à l'échelle de la structure pour pouvoir évaluer le comportement mécanique de ces éléments de fixation dans l'ouvrage.

**À l'échelle globale :** La modélisation à l'échelle globale de l'ouvrage permet d'évaluer le comportement mécanique de ces éléments de fixation dans la structure sous le chargement sismique. Pour cela, une représentation simplifiée du comportement des ancrages est retenue. Elle n'est pas limitée à un simple blocage de degrés de liberté (approche usuellement retenue pour modéliser la liaison entre l'équipement et l'ouvrage), mais elle est basée sur un modèle

simplifié en variables généralisées. Ce modèle est développé pour représenter le comportement non-linéaire des ancrages avec un nombre de variables limités et faciles à identifier. Ce type de modélisation macroscopique simplifiée offre la possibilité d'effectuer rapidement un grand nombre de calculs pour les analyses de vulnérabilité des ouvrages de génie civil sous chargement sismique.

La présente recherche utilise donc les données expérimentales d'essais réalisés par le CSTB ainsi que des essais disponibles dans la littérature sur différents types d'ancrages afin d'étudier le comportement mécanique de ces chevilles dans le béton de la structure. Ces données sont utilisées pour établir un modèle numérique capable de prédire la capacité résistante des ancrages sous charges statiques et dynamique de type sismique. Le modèle numérique à l'échelle globale aura aussi l'avantage de reproduire les observations expérimentales et les variabilités spécifiques de chaque type d'ancrage. Cette démarche scientifique de modélisation à double échelle est présentée tout au long de ce manuscrit.

### **1.3 Plan du manuscrit**

Le présent manuscrit est composé de quatre chapitres.

Le premier chapitre constitue une étude bibliographique sur les techniques de fixation utilisées dans la construction de génie civil : classification des chevilles, transmission des charges au matériau de base, mode de rupture, etc. Les études théoriques et les travaux expérimentaux existants sont illustrés et discutés afin d'avoir des connaissances sur le comportement des chevilles. Ensuite, les modèles numériques utilisés pour étudier le comportement des ancrages sont présentés en s'intéressant aux avantages et inconvénients de chaque modèle.

Le deuxième chapitre décrit le modèle à éléments discrets de type particulaire-lattice, nommé DEAP, utilisé dans ce travail ainsi que les développements réalisés au cours de cette thèse. Ce chapitre débute par la présentation et la description du principe du modèle DEAP. Les principaux développements réalisés au cours de ce travail de thèse s'intéressent, d'une part, au développement d'un maillage d'éléments discrets (formé d'un ensemble de particules convexes irrégulières et d'un réseau de poutres) pour des géométries complexes en 2D et 3D et, d'autre part, à la prise en compte du contact. Dans ce chapitre, chaque partie commence par une étude bibliographique sur les méthodes numériques de la littérature.

Le troisième chapitre concerne la modélisation discrète des ancrages à l'échelle locale. Ce chapitre est divisé en deux parties. La première partie présente la modélisation bidimensionnelle d'une cheville ainsi que ses limitations. La deuxième partie traite le cas tridimensionnel où le modèle est calibré et comparé à des données expérimentales. Ces résultats permettent d'illustrer la capacité d'un modèle à éléments discrets à reproduire les résultats expérimentaux, notamment vis-à-vis des faciès de fissuration.

Enfin, dans le quatrième chapitre, une formulation d'une loi de comportement simplifiée en variables généralisées est effectuée. Ce modèle est formulé de manière à prendre en compte



les phénomènes et mécanismes physiques observés expérimentalement et par l'outil numérique DEAP. L'identification de cette loi est ensuite réalisée à l'aide des résultats expérimentaux issus de la base de données du CSTB. La perspective d'utiliser DEAP pour identifier ce modèle macroscopique en variables généralisés est discutée dans le chapitre final de conclusions.

# Chapitre 2

## État de l'art

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>26</b>
<b>2.2</b>	<b>Technique de fixation et problématiques</b>	<b>27</b>
2.2.1	Classification des ancrages	28
2.2.2	Sollicitations	30
2.2.3	Mécanismes de rupture et études théoriques associées	32
2.2.4	Paramètres impactant le comportement	37
<b>2.3</b>	<b>Études expérimentales</b>	<b>41</b>
2.3.1	Essais statiques	41
2.3.2	Essai cyclique	44
<b>2.4</b>	<b>Modélisations numériques disponibles</b>	<b>50</b>
<b>2.5</b>	<b>Synthèses</b>	<b>55</b>

---

## 2.1 Introduction

Chaque année, des millions d'ancrages sont utilisés dans le monde entier dans le secteur de la construction. Ils sont partout dans un ouvrage, de la fixation des garde-corps jusqu'à la fixation des plus gros équipements structurels. En raison des applications très variées et de cette forte demande, plusieurs types d'ancrages ont été développés et améliorés pour lier des éléments structurels et non structurels à des ouvrages en béton. Pour les structures de génie civil, le comportement des ancres est directement lié à la sûreté des personnes et à la protection de la structure. Il est donc important, lors du choix d'une fixation, de connaître l'application et notamment le type d'utilisation. Si les systèmes de fixation ne sont pas adéquats à leur utilisation, des conséquences dramatiques peuvent se produire, avec un impact important sur la sécurité et l'économie. Ce choix doit permettre de garantir la durabilité, l'efficacité et la capacité des ancres à résister aux charges externes.

Les systèmes de fixation doivent assurer la liaison de nombreux éléments à la structure de l'ouvrage. Il existe différentes applications pour les fixations, parmi lesquelles les ancres utilisés pour fixer des structures métalliques lourdes (système post-installé : escalier, poteau) ou des EIP (Équipement Important pour la Protection). Dans les installations nucléaires, les ancres sont importants pour la sûreté car ils visent à garantir le support et la localisation des équipements EIP. De plus, tous ces systèmes d'ancrages doivent faire l'objet d'un suivi rigoureux afin de garantir la maîtrise de leur capacité résistante dans le temps. Le contrôle des ancres constitue donc un volet important. Il convient de maîtriser les risques particuliers liés à la corrosion sous contrainte, qui s'ajoutent aux mécanismes de dégradation classiques du béton ou de l'acier et à la perte de performances mécaniques. De ce fait, du point de vue des connexions structurelles, il est important de vérifier si les fixations utilisées pour fixer les EIP sont adaptées à la charge appliquée pendant la durée de vie prévue de la structure. Cette étape est nécessaire afin de remplacer et/ou d'améliorer les fixations inadéquates.

Le concept de qualification des chevilles en zone sismique est assez récent. Pour les chevilles installées depuis 2013, un agrément technique européen (ATE) avec une qualification sismique sont nécessaires lorsque des exigences de stabilité sont requises vis-à-vis du séisme. Ainsi, après des décennies sans référentiel, de nombreux textes régissent aujourd'hui la qualification des chevilles et leur dimensionnement. La qualification vis-à-vis des actions sismiques est couverte depuis 2013 suite à la publication de l'Annexe E du guide d'agrément technique européen ETAG001. Cette Annexe E de l'ETAG001 a pour objectif de décrire l'ensemble des essais à réaliser pour qualifier les fixations au séisme. Les chevilles sont ainsi testées en fonction du type de sollicitations (statique et dynamique), du type de béton utilisé, de l'état du support en béton (fissuré ou non fissuré) et de la largeur des fissures.

Les chevilles métalliques installées dans le béton peuvent être qualifiées selon deux catégories de performance sismique : C1 et C2. Ces deux catégories sont établies en fonction de l'activité sismique, des classes d'importance des bâtiments, et des classes de ductilité structurelle.

1. Catégorie sismique C1 : uniquement adaptée aux applications non structurelles.
2. Catégorie sismique C2 : les essais sont plus sévères, notamment en ce qui concerne les essais avec mouvement des fissures. Cette catégorie correspond à des applications plus exigeantes structurelles et non structurelles.

Pour les installations nucléaires, la catégorie C2 est généralement requises.

Dans ce contexte, la plupart des chevilles présentes sur les centrales nucléaires françaises, à l'exception de celles installées ces dernières années, ne sont pas qualifiées pour les charges sismiques. Les résultats d'essais menés par le CSTB au cours de l'année 2003 ont montré que l'effort de cisaillement maximal sous charge sismique que les chevilles peuvent supporter peut être significativement inférieur à l'effort de cisaillement admissible sous chargement statique. Suite à ces essais, CISMA (Syndicat des équipements pour Construction Infrastructures Sûreté et Manutention) a proposé dès 2004 des recommandations pour le dimensionnement des chevilles métalliques soumises à des charges sismiques en limitant les charges admissibles sur les chevilles.

Par ailleurs, suite à l'évolution de la réglementation sismique, les systèmes de fixations doivent être réévalués périodiquement pour répondre aux nouvelles exigences.

Aussi, compte tenu des remarques précédentes, une évaluation de la valeur la plus fiable possible du comportement des ancrages chevillés existants sous charge sismique avec la prise en compte de l'état d'endommagement du support en béton (vieillesse, fissuration) est un enjeu majeur pour la sûreté et la sécurité des personnes.

La première partie de ce chapitre présente une description des différentes techniques de fixation : principe, installation, type de fonctionnement ainsi que les différents modes de rupture gouvernés par l'acier et par le béton. La seconde partie est une étude bibliographique sur les essais expérimentaux aujourd'hui réalisés sur les chevilles dans le but de maîtriser leur comportement et d'identifier les facteurs influençant la performance des ancrages. La troisième partie de ce chapitre est dédiée à la modélisation effectuée pour comprendre le comportement des chevilles sous différents types de chargement. Les différentes possibilités de modélisation sont présentées ainsi que les difficultés et les problèmes numériques rencontrés.

## 2.2 Technique de fixation et problématiques

Un système de fixation est un ensemble permettant la connexion d'une superstructure ou d'un équipement important pour la protection (EIP) à une structure dite « porteuse ».

Les différents types de dispositifs de fixation mis en œuvre au sein des installations nucléaires sont les suivants :

- Les ancrages traversants : ce type d'ancrage est composé d'une tige filetée passive ou d'un tirant précontraint logé dans un fourreau (scellé dans le béton) avec une contre-plaque de serrage.
- Les ancrages pré-scclés dans le béton : plusieurs configurations sont disponibles et diffèrent selon les caractéristiques de la tige d'ancrage et de l'épaisseur de la dalle en béton. Parmi ces configurations, on trouve les ancrages par tige droite, les ancrages par plaque d'appui noyée, les ancrages par tige crossée, etc.
- Les ancrages post-installés : Les chevilles de fixation sont placées dans des trous perforés dans le support en béton. Ces ancrages assurent la fixation directe des platines d'équipements sur les parements en béton.

Contrairement aux ancrages précontraints ou pré-scclés, les chevilles post-installées permettent

de fixer des platines dans les constructions de génie civil sans qu'il soit nécessaire de prévoir des réservations préalables lors de la conception de l'ouvrage. Elles présentent donc des facilités de mise en place et de réparation par rapport à des tiges pré-scellées. En règle générale, les ancrages chevillés concernent des structures et équipements pour lesquels les efforts à reprendre par les ancrages restent limités pour toutes les conditions de conception, y compris les conditions accidentelles (séisme).

Les applications sur les ancrages sont nombreuses, tel est l'exemple de la fixation d'une structure métallique importante (système post-installé, escalier...) avec un matériau de support (béton, maçonnerie, etc.). Généralement, le système de fixation est formé des chevilles qui joignent l'élément extérieur à la structure principale en béton par l'intermédiaire de la pièce à fixer (platine) qui est en contact direct avec le matériau support et les fixations (figure 2.1).

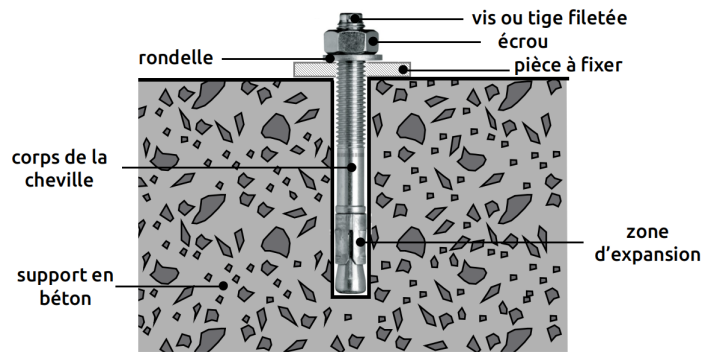


FIGURE 2.1 – Constituants d'un système de fixation.

### 2.2.1 Classification des ancrages

Plusieurs types de fixations sont utilisés pour attacher des éléments externes à la structure principale. Ces fixations diffèrent par leur mode d'installation et par la façon dont la charge extérieure est transmise. En général, les ancrages sont classés en deux grandes familles : les ancrages placés dans le coffrage avant le coulage du béton et les chevilles fixées dans un trou foré dans le massif en béton déjà coulé et durci. La figure 2.2 montre des exemples de fixations pour les deux familles, notamment (a) un goujon, (b) un boulon en L, (c) un boulon en J (avec tête crossée), (d) un goujon à tête soudée, (e) une cheville à expansion, (f-g) une cheville à verrouillage de forme et (h) une cheville à scellement.

A noter que dans la figure 2.2-(b,c), la tenue se fait par adhérence. Cette forme d'ancrage est utilisée pour augmenter la longueur de l'ancrage sans augmenter sa profondeur. Cette technique est largement utilisée dans la construction.

En fonction du type d'ancrage utilisé, les systèmes de fixation transfèrent les charges de l'élément attaché au matériau support de diverses manières. La tenue d'un ancrage repose sur trois grands principes : La tenue par frottement, par verrouillage de forme et par liaison de contact (collage).

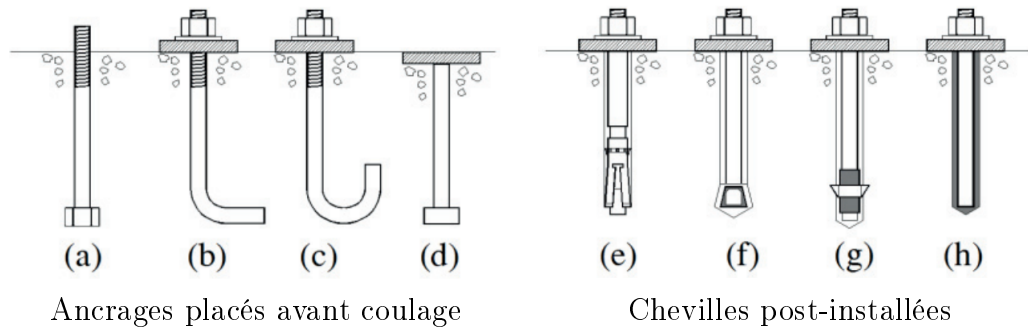


FIGURE 2.2 – Exemples de types d'ancrages (Nilforoush, 2017).

- La tenue par frottement est assurée par les chevilles à expansion (figure 2.3-(a)). Les chevilles à expansion à couple de serrage contrôlé et les chevilles à expansion à déformation contrôlée sont les deux familles principales de chevilles à expansion. Chaque famille se distingue par sa méthode d'application de l'expansion. Dans le cas d'une cheville à expansion à serrage contrôlé, l'expansion est obtenue en appliquant un couple de serrage sur la partie filetée de la cheville (vis ou écrou). Sous l'effet du couple, l'élément conique de la partie inférieure de la cheville se soulève et pénètre entre les éléments de la bague d'expansion de la cheville. Ce mouvement provoque l'écartement des bagues d'expansion. Par conséquent, pendant l'installation, les bagues sont poussées sur la paroi du trou percé dans le béton. Cette expansion entraîne la création des forces de frottement et de compression locales dans le béton. Avec cette technique, la cheville sera bloquée dans la masse de béton. Au contraire, pour une cheville à expansion à déformation contrôlée, une énergie d'impact est appliquée à l'aide d'un marteau pour faire pénétrer un élément conique entre les bagues d'expansion de la cheville. Pour les deux types de cheville à expansion, deux mécanismes interviennent lors de l'installation et de la mise en charge : (1) le frottement entre la surface extérieure de la bague d'expansion de la cheville et la paroi du trou foré dans le béton et (2) le frottement entre le cône d'expansion et la surface intérieure de la bague d'expansion. De cette manière, le chargement externe est transmis au béton par frottement.
- La tenue par verrouillage de forme est le principal mode de fonctionnement de la plupart des ancres fixés avant coulage (figure 2.2 - (a,d)) et de certains ancres mécaniques post-installés tels que les chevilles à verrouillage de forme (figure 2.2 - (f,g)). Ces types d'ancres transmettent le chargement externe au matériau support par verrouillage mécanique (figure 2.3-(b)). Les chevilles mécaniques à verrouillage de forme sont installées dans un trou foré dans le béton à une profondeur contrôlée. Lors de l'installation, une cheville à verrouillage de forme nécessite la formation d'une chambre tronconique au fond du trou cylindrique foré dans le béton. Cette chambre est obtenue soit par perçage avant l'installation de la cheville soit lors de la mise en place de la cheville par frappe, par rotation/percussion de la cheville ou par serrage. La fixation de la pièce s'effectue par serrage à couple contrôlé. De cette façon, une bonne tenue et un bon fonctionnement du système de fixation sont assurés.
- Le maintien d'une cheville par liaison de contact est assuré par les chevilles chimiques (figure 2.3-(c)). Dans ce cas, l'ancrage est réalisé par le scellement de la partie métallique

de la cheville dans le trou de forage à l'aide d'un mortier (résines de synthèse par exemple). Lors de l'installation de ces ancrages, une moindre force d'expansion est générée. Un mortier à base de résine synthétique est utilisé pour établir une liaison entre la tige d'ancrage et la paroi du trou foré. En raison des caractéristiques du produit de scellement, il existe des restrictions quant à l'utilisation de ces chevilles dans certaines conditions d'ambiance, notamment les températures élevées, le feu et les irradiations.

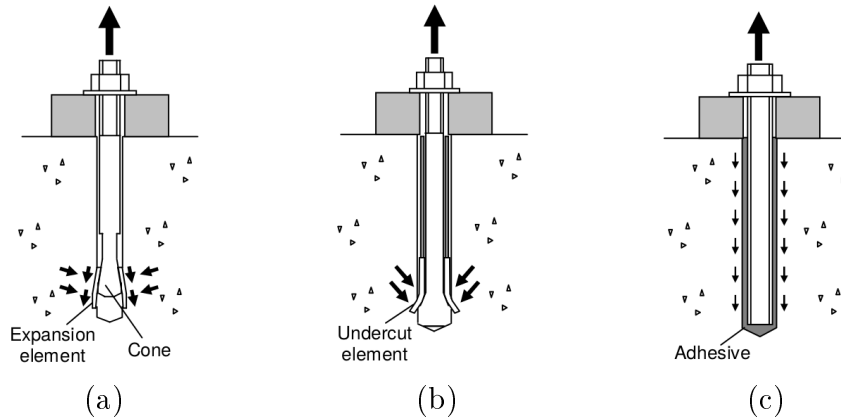


FIGURE 2.3 – La tenue d'une cheville par (a) frottement, (b) verrouillage de forme, (c) collage (Nilforoush, 2017).

### 2.2.2 Sollicitations

Les actions agissant sur une cheville peuvent être classées en plusieurs types selon la direction du chargement, la durée d'application, le nombre de cycles et la présence ou l'absence d'une force d'inertie. Un chargement statique est supposé dans le cas des sollicitations permanentes ou de sollicitations cycliques avec un faible nombre de cycles et en l'absence de force d'inertie. Ce type d'action est en corrélation avec les poids propres et les charges d'exploitation. Généralement, les charges permanentes résultent des poids des structures externes à attacher, alors que les charges quasi-permanentes proviennent des charges d'exploitation, du vent, de la neige, etc. Par ailleurs, dans le cas d'actions dynamiques, les efforts appliqués sont accompagnés par des forces d'inertie quel que soit le nombre de cycles appliqués. Ce type de chargement apparaît avec un faible nombre de cycles dans le cas des séismes et des explosions et avec un grand nombre de cycles dans le cas des machines qui génèrent des charges d'inertie importantes. Il convient de noter que pour un grand nombre de cycles, et en absence de forces d'inertie, un chargement de fatigue se produira, comme les charges de trafic sur les ponts, l'effet des vibrations induites par le vent, les ascenseurs et les machines qui ne génèrent pas de forces d'inertie. Il est toutefois nécessaire de vérifier que les fixations utilisées sont capables de résister à tous les types de scénarios.

Dans le cas d'une charge statique, les systèmes de fixation sont susceptibles d'être soumis à plusieurs formes de sollicitation statique : forces de traction  $N$  (figure 2.4-(a)), forces de cisaillement  $V$  (figure 2.4-(d)) et une combinaison des deux (figure 2.4-(c)).

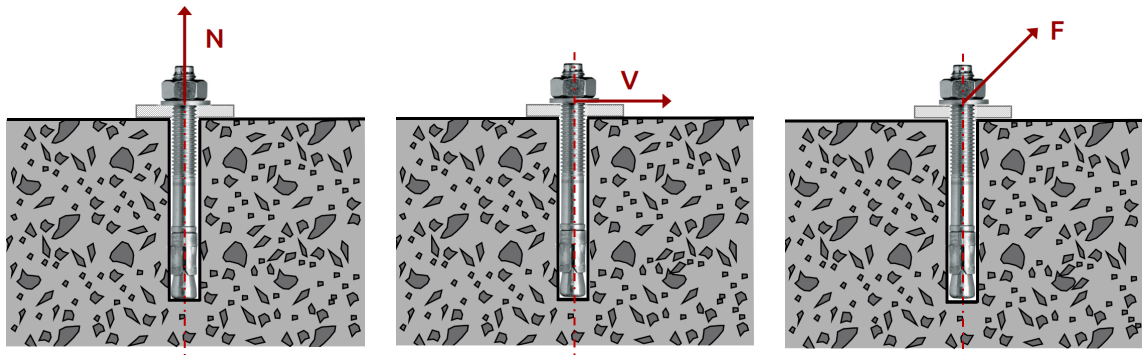


FIGURE 2.4 – Chargement agissant sur la cheville.

Par contre, lors d'un chargement dynamique, notamment lors d'un séisme, les accélérations du sol sont transmises à la structure à travers les fondations. Ce mouvement génère différentes réponses dans la structure, qui dépendent de la magnitude, de la fréquence et de la durée du mouvement, des propriétés dynamiques de la structure et de la capacité du sol à amplifier le mouvement sismique (sol rocheux ou sablonneux). En résultat de ce mouvement, des dégradations dans la structure en béton peuvent apparaître. Elles se manifestent par des fissures dans les éléments structuraux du bâtiment. En d'autres termes, des contraintes et des déformations plus ou moins importantes vont être imposées à la structure en béton, pouvant entraîner l'apparition de fissures. En outre, le chargement sismique affecte les éléments de la structure. Si ces éléments sont connectés les uns aux autres par des fixations, les ancrages seront soumis à différents types de chargement (voir figure 2.5). Ces charges sont classées comme suit :

1. Chargement cyclique en traction.
2. Chargement cyclique en cisaillement.
3. Chargement cyclique combiné en traction et en cisaillement.

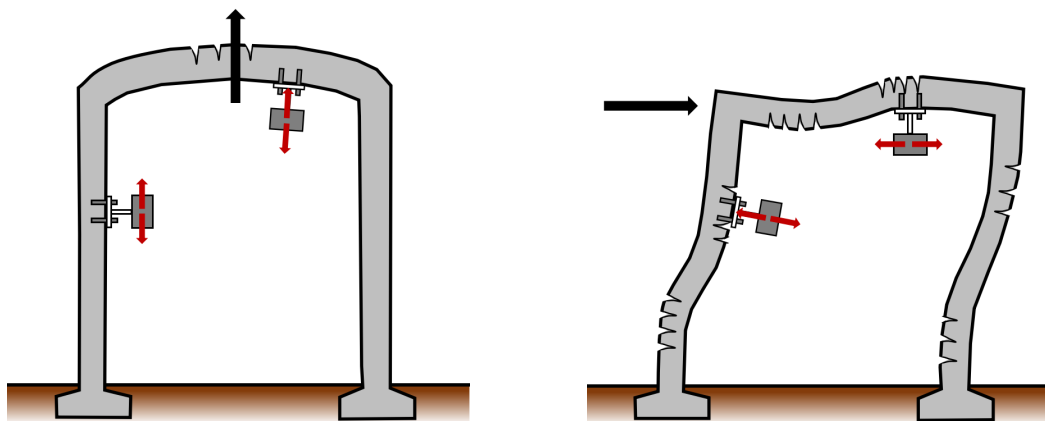


FIGURE 2.5 – Actions agissant sur un ancrage dans une structure sous chargement sismique.

En somme, pour les bâtiments conçus pour résister au séisme, il faut que tous les ancrages installés dans cette structure soient capables de résister aux charges statiques et sismiques



et de fonctionner efficacement dans un milieu pouvant être endommagé. De plus, l'état d'endommagement de la structure avant le séisme et pendant l'événement sismique doit être pris en compte dans l'évaluation de la capacité résistante des ancrages. L'endommagement maximal du support en béton compatible avec le fonctionnement des ancrages doit également être évalué.

### 2.2.3 Mécanismes de rupture et études théoriques associées

Plusieurs modes de rupture sont distingués en fonction de la géométrie de la dalle en béton, du type d'ancrage utilisé, de sa profondeur d'implantation, de sa position par rapport aux autres ancrages existantes sur la dalle considérée, du type de chargement appliqué et de la résistance du matériau support. Les différents modes de ruine observés sont présentés par la suite en fonction du mode de sollicitation de la fixation : en traction ou en cisaillement.

#### 2.2.3.1 Modes de rupture en traction

Si la cheville est soumise à une charge de traction, le mode de rupture est conditionné par la résistance du béton de la dalle support, sa géométrie, la profondeur et la rigidité de la cheville.

Les modes de rupture en traction et la capacité de la structure à résister à la charge avant la rupture sont classés en cinq types représentés sur la figure 2.6.

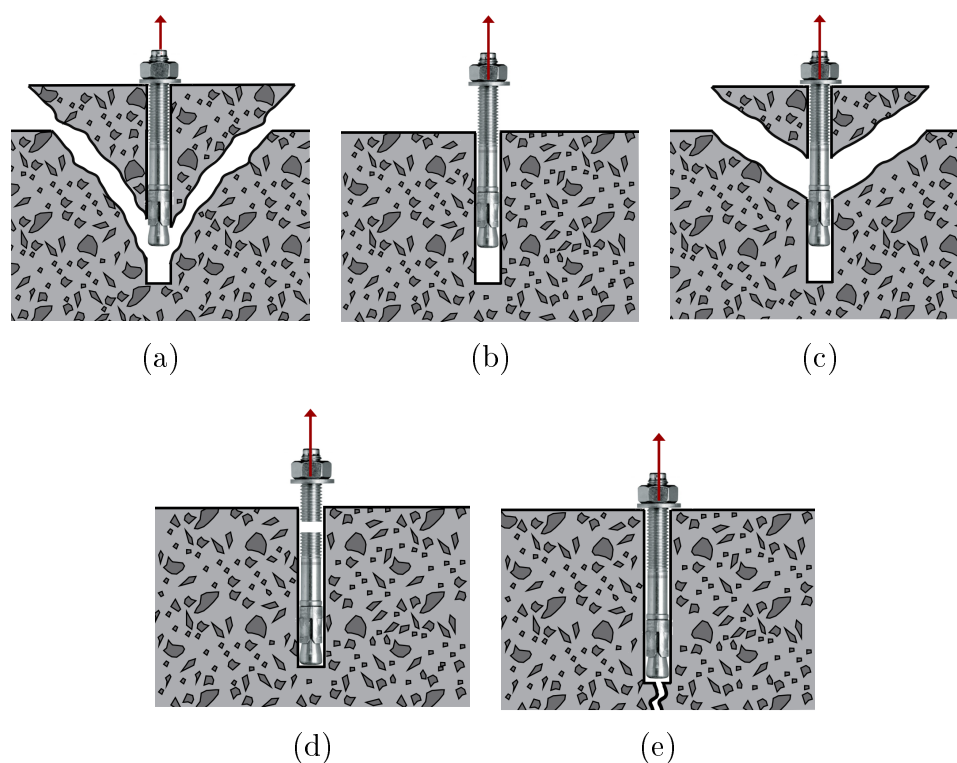


FIGURE 2.6 – Modes de rupture sous traction (a) rupture par cône de béton (b) rupture par extraction-glisement (c) rupture combinée du béton et par extraction glissement (d) rupture de l'acier (e) rupture par fendage.

**La rupture par cône de béton :** Dans le cas d'un essai d'arrachement, selon le type de cheville utilisée et sa profondeur d'implantation dans le béton (signifiée par une hauteur effective  $h_{ef}$ ), une rupture par cône de béton peut être obtenue (voir figure 2.6-(a)). Ce mode de ruine est caractérisé par la formation d'une surface fissurée en forme de cône dont le sommet est la tête de l'ancrage et dont la base est située sur la surface supérieure de la dalle en béton. La pente du cône arraché par rapport à la surface du béton varie d'un essai à l'autre mais est en moyenne égale à  $35^\circ$ . En général, un arrachement d'un cône de béton est obtenu lorsque la résistance de l'ancrage est suffisante et que sa hauteur effective  $h_{ef}$  n'est pas très profonde. Un modèle empirique permettant de prédire la charge de rupture du cône de béton a été proposé par Fuchs et Eligehausen (1995). Le modèle est connu sous le nom de méthode CC (Concrete Capacity method) et est obtenu à partir d'un nombre important de données expérimentales. L'angle du cône de béton est estimé égal à  $35^\circ$  par rapport à la surface du béton. La forme théorique de la résistance caractéristique du béton  $N_{Rk,c}^0$  donnée par la méthode CC est présentée dans l'équation (2.1). Cette équation suppose qu'un ancrage est soumis à une charge de traction et est placé au centre d'un massif en béton.

$$N_{Rk,c}^0 = k\sqrt{f_{ck,cube}}h_{ef}^{1.5} \quad (2.1)$$

Avec  $f_{ck,cube}$  la résistance en compression du béton mesurée sur des cubes et  $k$  un paramètre de calibration. La résistance caractéristique  $N_{Rk,c}$  du cône de béton d'un groupe d'ancrages peut également être calculée par la méthode CC. Elle tient compte de l'influence de l'espacement entre les ancres et est donnée par :

$$N_{Rk,c} = N_{Rk,c}^0 \frac{A_{c,N}}{A_{c,N}^0} \quad (2.2)$$

Avec  $A_{c,N}$  l'aire actuelle du cône projeté à la surface du béton et  $A_{c,N}^0$  l'aire du cône de béton d'une cheville individuelle.

La méthode CC a été intégrée dans plusieurs normes de conception et spécification technique européenne tels que la partie 4 de l'Eurocode 2 EN 1992-4.

**La rupture par extraction - glissement :** Si les forces de frottements entre la cheville et la paroi du béton (contrainte d'adhérence) ne sont pas suffisantes pour transmettre les efforts de traction de manière adéquate ou si la surface d'appui de la tête de l'ancrage est relativement petite, la cheville glisse dans le matériau support (figure 2.6-(b)). Lorsque l'ancrage est retiré du béton, un endommagement local du béton est observé dans la zone entourant l'ancrage. La résistance caractéristique  $N_{Rk,p}$  de l'ancrage avant son arrachement dépend directement de la forme de l'ancrage utilisé. En d'autres termes, cette résistance dépend de la pression exercée par la tête de l'ancrage sur la partie inférieure du trou du béton. La norme EN 1992-4 estime la résistance caractéristique d'une vis à tête en cas de rupture par glissement par la relation suivante :

$$N_{Rk,p} = 6A_h f_{ck,cube} \psi_{ucr,N} \quad (2.3)$$

Avec  $A_h$  la surface portante de la tête de la fixation et  $\psi_{ucr,N}$  un facteur dépendant de l'état du béton et est égal à 1 dans le cas du béton fissuré ou à 1,4 pour le béton non fissuré.

A noter que ce calcul n'est pas valable pour les chevilles post-installées et que la résistance de ces chevilles est déterminée par des essais.

**La rupture combinée par extraction glissement et par cône de béton :** Contrairement aux deux modes de rupture déjà mentionnés, un mode de rupture combinant l'arrachement d'un cône de béton et le glissement de l'ancrage peut être obtenu (figure 2.6-(c)). Dans un premier temps, un phénomène de glissement est observé lorsque la cheville est profonde. Elle commence alors à glisser, et dès qu'elle atteint une hauteur suffisante pour pouvoir mobiliser un cône de béton, elle peut l'emporter avec elle. La raison pour laquelle la cheville ne peut pas mobiliser le cône de béton en premier lieu sans glisser est due à sa profondeur. Généralement, dans le cas d'une ruine par cône de béton, la hauteur de ce cône représente la profondeur de la cheville. Si cette hauteur est inférieure à la profondeur de l'ancrage, cela indique qu'un glissement s'est produit.

**La rupture de l'acier :** La rupture de l'acier se produit, en général, lorsque la cheville est placée loin des bords de la dalle en béton et qu'elle atteint sa résistance ultime à la traction. Dans ce cas, l'acier se plastifie alors que le béton reste non endommagé (figure 2.6-(d)). Ce mécanisme se produit si la contrainte de chargement dépasse la capacité de l'acier et si la profondeur effective  $h_{ef}$  de l'ancrage est importante. Pour un ancrage de section  $A_s$  et de résistance ultime  $f_u$ , la capacité de l'acier  $N_{u,s}$  peut être obtenue par l'équation (2.4).

$$N_{u,s} = A_s f_u \quad (2.4)$$

**La rupture par fendage :** Une rupture par fendage du béton peut également se produire (figure 2.6-(e)). Si l'épaisseur de la dalle en béton est faible par rapport à la longueur d'ancrage de la tige, une rupture par fendage se produit et des fissures sous l'ancrage sont initiées et se propagent. Pour éviter ce risque, il est recommandé de prévoir une épaisseur minimale du support en béton égale ou supérieure à deux fois la longueur effective  $h_{ef}$  de la cheville.

Ainsi, les dimensions du matériau support, la résistance du béton, la rigidité de l'ancrage et sa profondeur  $h_{ef}$  sont les facteurs principaux qui conditionnent la rupture en traction. Parmi les modes de rupture présentés ci-dessus, étant donnés les types d'aciers utilisés pour la fabrication des chevilles, cela conduit le plus souvent à une rupture ductile. De même, la rupture par extraction-glissement engendre de grandes déformations au pic et est traité comme un mode de ruine ductile. À l'inverse, les courbes force-déplacement pour l'arrachement d'un cône de béton et la rupture par fendage montrent des diminutions rapides après avoir atteint la force maximale. De ce fait, ces deux modes de ruines sont considérés comme des modes de rupture quasi-fragiles (voir figure 2.7).

### 2.2.3.2 Modes de rupture en cisaillement

La rupture par cisaillement est conditionnée principalement par la section résistante de la cheville, la rigidité de l'ancrage, sa profondeur  $h_{ef}$  et la distance au bord. Dans le cas d'une cheville soumise à une force de cisaillement, le béton se dégrade localement dans la direction de la force appliquée, ce qui engendre une flexion de la vis ou de la partie filetée de la cheville. En conséquence, le déplacement de la cheville est beaucoup plus important que le déplacement dû à l'effort de traction pure. Ce phénomène est également lié au jeu entre la pièce à fixer et la cheville.

Sous cisaillement, les modes de rupture observés sont donnés sur la figure 2.8

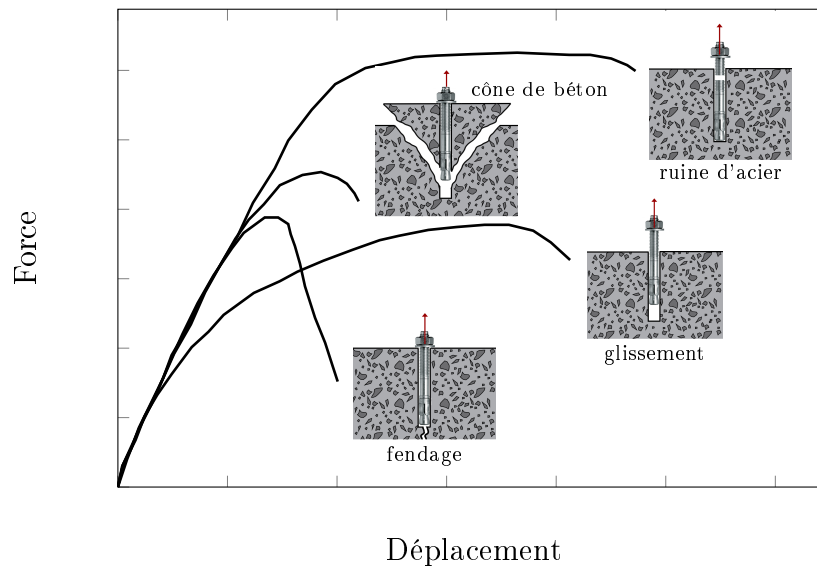


FIGURE 2.7 – Réponses force-déplacement d'un ancrage arraché pour différents modes de ruine (courbes reproduites de Fuchs *et al.* (1995)).

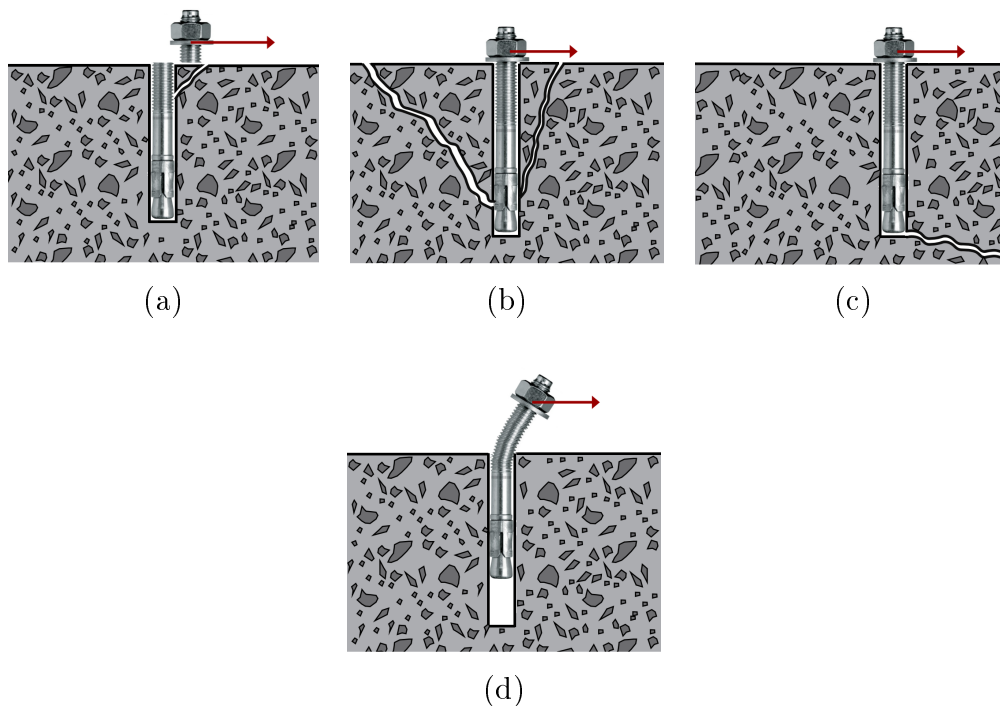


FIGURE 2.8 – Modes de rupture sous cisaillement (a) rupture de l'acier (b) rupture du béton par effet de levier (c) rupture du bord du béton (d) rupture par glissement.

**La rupture d'acier :** La rupture de l'acier, dans le plan de la sollicitation de cisaillement, est le mode de ruine le plus classique lorsque la distance au bord et la profondeur  $h_{ef}$  de l'ancrage

sont suffisamment grandes. Il en résulte une plastification de l'acier jusqu'à la rupture et des déplacements importants sont observés (figure 2.8-(a)). Suite à ce phénomène, la surface du béton s'endommage et forme des écaillages en raison de la force de butée exercée sur ce matériau avant la rupture. La résistance caractéristique  $V_{Rk,s}$  d'un ancrage pour la rupture de l'acier est donnée dans EAD 330232-00-0601 et EN 1992-4. La résistance acier d'une cheville est calculée à l'aide de l'équation 2.5.

$$V_{Rk,s} = 0.5A_s f_{uk} \quad (2.5)$$

Avec  $A_s$  la section de l'ancrage et  $f_{uk}$  la résistance de l'acier.

**La rupture du béton par effet de levier :** Si la cheville est suffisamment rigide et peu profonde, une butée est provoquée par l'effort de cisaillement dans la partie inférieure de la cheville. Ce phénomène se manifeste par la rupture conique du béton dans le sens opposé à la force appliquée en raison de l'effet du bras de levier (figure 2.8-(b)). Ce mécanisme de rupture ne se produit que lorsque la cheville est suffisamment loin du bord. La résistance caractéristique correspondante  $V_{Rk,cp}$  peut être calculée à partir de l'EAD 330232-00-0601 par :

$$V_{Rk,cp} = kN_{Rk,c}^0 \quad (2.6)$$

avec :

$$k = 1 \text{ si } h_{ef} < 60mm \quad (2.7)$$

$$k = 2 \text{ si } h_{ef} \geq 60mm \quad (2.8)$$

La valeur de  $N_{Rk,c}^0$  utilisée dans l'équation 2.6 doit être déterminée pour la cheville et le béton en question à partir de l'équation 2.1.

**La rupture du béton en bord de dalle :** Si la distance entre l'ancrage et le bord est inférieure à  $10 \times h_{ef}$  et si l'ancrage est soumis à des efforts de cisaillement, une rupture du bord de béton peut être produite (figure 2.8-(c)). Dans ce cas, un prisme de béton est arraché dont la base est la surface du bord libre. Le nombre d'ancrages sollicités, la direction de l'effort appliqué et la distance au bord déterminent la forme du prisme. La résistance caractéristique  $V_{Rk,c}^0$  d'une cheville et la résistance  $V_{Rk,c}$  d'un groupe de chevilles sont calculées selon la méthode CC et sont données respectivement par les deux équations 2.9 et 2.10.

$$V_{Rk,c}^0 = 0.45 \sqrt{d_{nom}} (l_f/d_{nom})^{0.2} \sqrt{f_{ck,cube}} c_1^{1.5} \quad (2.9)$$

$$V_{Rk,c} = V_{Rk,c}^0 \frac{A_{c,V}}{A_{c,V}^0} \quad (2.10)$$

Avec  $d_{nom}$  le diamètre extérieur de la cheville,  $l_f$  la longueur effective de la cheville dans le cas d'un chargement tangent,  $f_{ck,cube}$  la résistance en compression du béton mesuré sur des cubes,  $c_1$  la distance au bord parallèlement à la direction de la charge,  $A_{c,V}^0$  l'aire latérale à la surface du béton du cône formé par la rupture d'une cheville individuelle et  $A_{c,V}$  l'aire latérale effective à la surface du béton du cône formé par la rupture de l'ancrage.

**La rupture par glissement :** Le dernier mécanisme de rupture constaté en cisaillement est la rupture par glissement (Pull out) (figure 2.8-(d)). Ce type de ruine est généralement rencontré dans le cas de chevilles mécaniques à expansion. Lorsque la force de frottement exercée entre la zone d'expansion de la cheville et la paroi du trou dans le béton n'est pas suffisante, la cheville sort complètement du matériau support. Ce mode de rupture est rarement observé.

## 2.2.4 Paramètres impactant le comportement

Les systèmes de fixation sont choisis en fonction de leur utilisation et des charges appliquées. Plusieurs facteurs influencent le choix du type de fixation, comme la capacité résistante de la cheville dans le support utilisé, les conditions de mise en œuvre incluant une profondeur d'ancrage compatible avec l'épaisseur du support et le coût de la fixation. Pour chaque type de fixation, plusieurs paramètres peuvent avoir un impact sur le comportement de l'ancrage. Pour cette raison, ces paramètres doivent être pris en compte dans l'évaluation de la capacité résistante des ancrages et lors de la modélisation des chevilles puisqu'ils peuvent affecter le comportement global du système de fixation étudié. Les différents paramètres influençant la réponse d'une cheville installée dans un support en béton sont détaillés ci-dessous.

### 2.2.4.1 Résistance et géométrie du béton

La résistance du béton et la géométrie du matériau support constituent les paramètres les plus importants qui influencent le comportement des chevilles. La résistance du béton  $f'_c$  est un élément déterminant de la capacité de l'ancrage. Plus la résistance du béton utilisé augmente, plus la résistance de l'ancrage est élevée. De même, l'épaisseur de la dalle en béton affecte la résistance de la cheville avant la rupture. Une étude numérique approfondie a été menée par Nilforoush *et al.* (2017) afin d'étudier l'influence de l'épaisseur de la dalle en béton sur la force maximale et sur la capacité de la cheville. Les résultats numériques montrent que le comportement de l'ancrage devient plus ductile lorsque l'épaisseur de la dalle augmente. De plus, la position de la cheville par rapport à la dalle peut avoir un impact sur sa capacité résistante. La surface du béton résistante à une charge transférée par un ancrage installé près du bord est plus petite que la surface résistante pour un ancrage placé au milieu de la dalle (figure 2.9). De ce fait, la résistance de la cheville avant rupture diminue et le mode de rupture observé change.

### 2.2.4.2 État d'endommagement du support : Béton fissuré

Le deuxième paramètre impactant le comportement de l'ancrage est l'état du matériau support. Tout au long de la vie de la structure, le support en béton peut se fissurer sous l'effet de sollicitations mécaniques. Ces dégradations résultent des charges de traction et de flexion agissant sur le béton et provoquant l'apparition des fissures dans la zone tendue à cause de la faible résistance à la traction du béton. Les essais menés par Eligehausen *et al.* (1986) et Lotze (1987) ont montré que la fissure, initiée et se propageant dans le béton, traverse toujours l'ancrage de manière parallèle à la fixation. L'apparition de ces dégradations peut provoquer une diminution de la résistance globale de l'ouvrage. D'autre part, la présence de fissures à

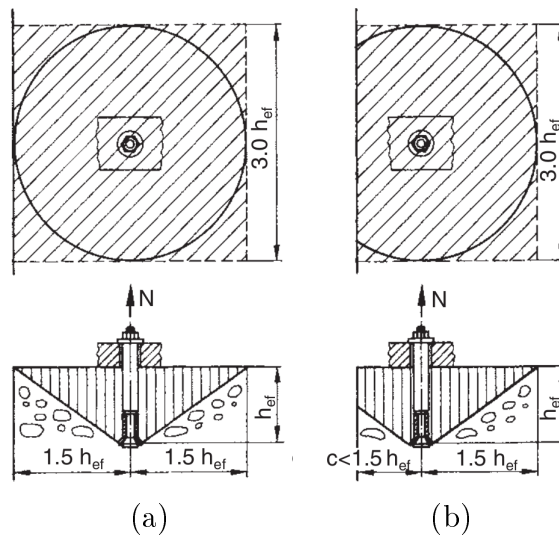


FIGURE 2.9 – La surface du béton résistante au chargement pour un ancrage placé (a) loin du bord (b) proche du bord (Fuchs et Eligehausen, 1995).

proximité de l'ancrage a un impact négatif sur la résistance de la cheville et entraîne une diminution de la force maximale supportée par l'ancrage (figure 2.10).

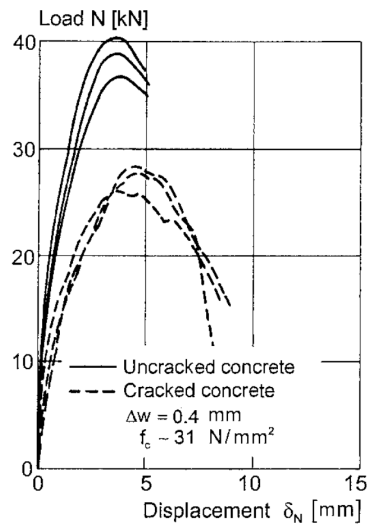


FIGURE 2.10 – Comportement d'une cheville à expansion (M12,  $h_{ef}=80$  mm) sous force de traction dans un béton fissuré et non fissuré (Dieterle *et al.*, 1990).

Pour résumé, les caractéristiques mécaniques du béton, son état de fissuration, l'épaisseur du support en béton, la position des chevilles par rapport au bord libre du support ont un impact sur la capacité résistante statique et dynamique des chevilles.

### 2.2.4.3 Armatures du support en béton

La présence d'armatures dans la dalle en béton influence la réponse force-déplacement de la cheville dans le béton. Nilforoush *et al.* (2017) a réalisé une étude numérique afin d'étudier l'impact des armatures sur le comportement des ancrages. Cette étude a mis en évidence que le comportement de l'ancrage devient plus rigide et sa capacité résistante augmente lorsque le béton est armé. Il a également montré que l'influence des armatures placées dans le béton diminue lorsque l'épaisseur de la dalle est importante. Pour valider cette hypothèse, il a examiné l'influence du renforcement sur la capacité de l'ancrage en fonction du rapport entre l'épaisseur de la dalle  $H$  et la profondeur de l'ancrage  $h_{ef}$  dans le béton. La figure 2.11 montre que le rapport entre la résistance maximale de l'ancrage installé dans du béton armé et celle dans un béton non armé augmente lorsque le rapport entre  $H$  et  $h_{ef}$  diminue. Cette observation est liée à la rigidité globale du béton qui s'améliore lorsque son épaisseur augmente, réduisant ainsi le rôle des armatures placées en surface.

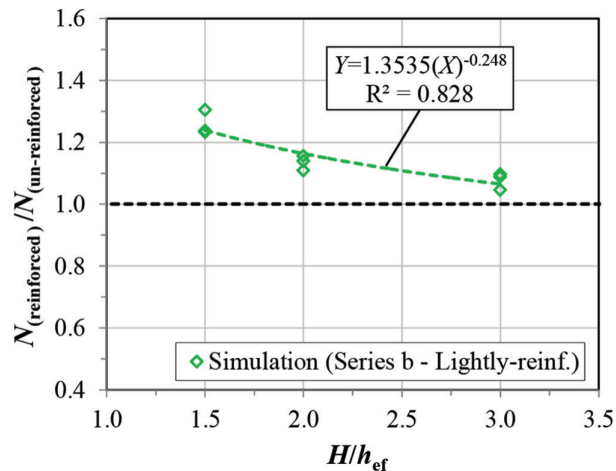


FIGURE 2.11 – Rapport entre la résistance maximale de la cheville dans un béton armé et dans un béton non armé en fonction du rapport entre la dalle du béton  $H$  et la profondeur de l'ancrage  $h_{ef}$  (Nilforoush *et al.*, 2017).

### 2.2.4.4 Température

Dans le cas des ancrages chimiques, la tige d'acier est placée dans un trou foré rempli en résine d'injection et ancrée via l'adhérence entre la partie métallique, la résine d'injection et le béton. La température et l'irradiation ont une influence directe sur la performance de la résine, c'est-à-dire sur la résistance d'adhérence et sur la capacité résistante des fixations. Lors du calcul du comportement de ce type d'ancrages, des données supplémentaires doivent être prises en compte pour tenir compte de l'effet de la température sur le coefficient d'adhérence du produit d'injection.



### 2.2.4.5 Conditions d'installation

Le perçage du béton est généralement réalisé à l'aide d'un perforateur ou par carottage diamant. Le forage doit être réalisé en respectant les diamètres et les profondeurs de forage indiqués dans les fiches techniques de chaque type de cheville. Il est essentiel d'évacuer la poussière de forage avant la pose d'une cheville, notamment dans le cas de chevilles chimiques, afin de maintenir l'adhérence entre l'ancrage et le matériau support. Si les conditions d'installation ne sont pas respectées, une diminution de la capacité de l'ancrage supporté avant la rupture est observée.

Les conditions d'installation des goujons coulés en place peuvent aussi affecter le comportement de l'ancrage. Si ces goujons sont huilés avant le coulage du béton, l'adhérence tige d'ancrage-béton est limitée.

### 2.2.4.6 Platine d'ancrage

La plaque (ou le platine) joue un rôle majeur dans la répartition des forces sur les fixations. Les spécificités du comportement mécanique de l'interface avec la structure porteuse doivent être prises en compte dans l'évaluation des efforts et de leur répartition, notamment les dispositions constructives relevées in situ. En effet, par principe, la répartition des efforts entre les éléments de fixation est déduite d'un comportement élastique linéaire des éléments de liaison, en considérant que tous les éléments de fixation sont identiques et que la plaque d'ancrage ne se déforme pas sous les sollicitations. La rigidité infinie de la plaque d'ancrage est une hypothèse déterminante pour assurer une distribution cohérente des contraintes. La figure 2.12 montre la déformation et la rotation de l'ancrage dans le cas d'une plaque non rigide et rigide. En supposant que l'ancrage doit être retenu par la plaque comme indiqué dans la figure 2.12-(b), la plaque doit être suffisamment rigide pour résister au moment induit sans subir de déformation significative.

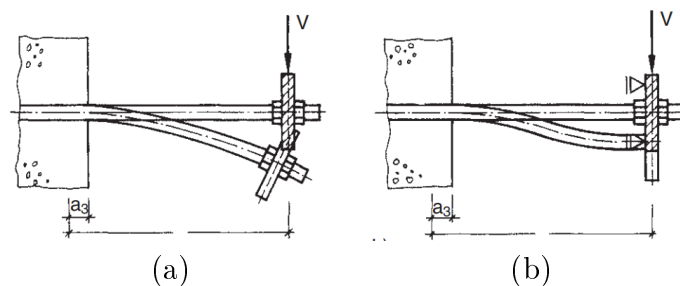


FIGURE 2.12 – Plaque (a) non rigide (b) rigide (CEB, 1995).

De plus, si la plaque n'est pas fixée directement au béton (présence d'une couche intermédiaire entre le béton et la platine) et que la cheville est soumise à des charges de cisaillement, une diminution de la résistance au cisaillement se produit en raison de l'effet de levier. Il est important de noter que lorsqu'une rondelle et un écrou sont directement fixés à la surface du béton, l'effet de levier diminue (figure 2.13).

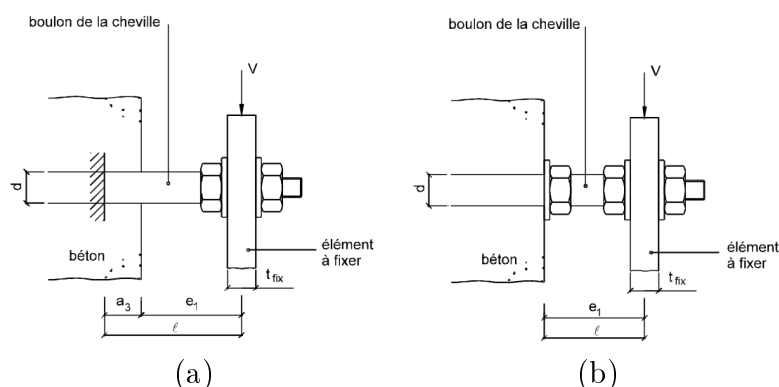


FIGURE 2.13 – Définition du bras de levier (a) sans écrou (b) avec écrou et rondelle.

## 2.3 Études expérimentales

### 2.3.1 Essais statiques

Pour évaluer la performance des chevilles, il est nécessaire de maîtriser leur comportement en traction et en cisaillement. De nombreuses recherches ont déjà été effectuées dans le but d'estimer la capacité résistante des chevilles mécaniques implantées dans le béton. Des études expérimentales ont démontré que la réponse des chevilles est directement liée au type d'ancrage utilisé, à sa profondeur d'implantation  $h_{ef}$ , à sa distance au bord du support en béton, à la résistance et à l'épaisseur du matériau de support.

L'état du béton (fissuré ou non fissuré) et son influence sur la capacité résistante de l'ancrage est un facteur important. Des études ont montré que la capacité résistante des ancrages peut être affectée négativement par la présence de fissures dans le matériau support.

#### 2.3.1.1 Essais d'arrachement

La compréhension et la maîtrise du comportement des ancrages sous arrachement sont essentielles pour assurer la stabilité et la durabilité de la structure. Cette étape est obligatoire pour déterminer la capacité de l'ancrage, pour prédire la propagation de la fissure et le mode de ruine et pour optimiser leur performance dans la structure principale. Des efforts significatifs ont été faits afin de comprendre le comportement à l'arrachement des ancrages dans le béton. Dans le cadre des travaux de Eligehausen et Balogh (1995), des essais d'arrachement ont été réalisés sur des chevilles post-installées et des goujons coulés en place dans deux types de béton : béton non fissuré et béton pré-fissuré. Dans le cas d'un béton endommagé, une diminution de la résistance des deux familles d'ancrages a été remarquée. La figure 2.14 illustre l'évolution de la résistance normalisée de la cheville (rapport entre la résistance dans le béton fissuré et la résistance dans le béton non fissuré) en fonction de la largeur de la fissure. Pour une ouverture de fissure égale à 0,4 mm, une réduction de 25% de la capacité du béton avant l'arrachement du cône de béton est constatée. Pour cette raison, des chevilles adaptées au béton fissuré doivent être sélectionnées pour éviter des conséquences défavorables.

Dans le même axe de recherche, l'effet de la fissuration sur le comportement des chevilles

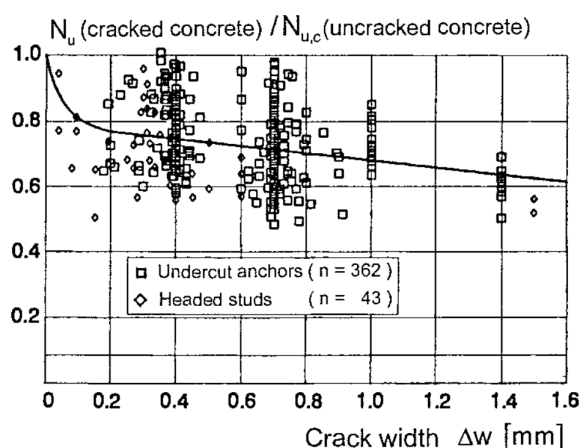


FIGURE 2.14 – Effet de la largeur d'ouverture de fissure sur la résistance maximale des goujons et des chevilles à verrouillage de forme (Eligehausen et Balogh, 1995).

mécaniques à expansion a été étudié par Kim *et al.* (2004). Dans ce travail de recherche, le mode de ruine, la résistance de la cheville et la réponse force-déplacement dans un béton fissuré et non fissuré sont comparés. L'influence du diamètre de la cheville sur la réponse globale de l'ancrage a été étudiée. Cette étude conclut qu'en général l'effet de la fissuration réduit la capacité en traction de la cheville de 25%. Cette réduction peut se limiter à 10% avec l'augmentation du diamètre de la cheville.

Jang et Suh (2006) ont réalisé des essais d'arrachement sur des goujons coulés en place pour vérifier l'effet de la fissuration sur la résistance des ancrages. Les résultats expérimentaux ont montré que le comportement post-pic est plus fragile dans le béton fissuré que dans le béton non fissuré.

Des travaux plus récents ont été réalisés par Delhomme *et al.* (2016) pour évaluer l'effet de la profondeur d'implantation  $h_{ef}$ . Des essais d'arrachement sur des goujons ont été conduits pour évaluer leur comportement en traction pour différentes profondeurs d'ancrage. L'intérêt de leur travail reposait sur des tests de traction sur un ancrage seul ou des groupes d'ancrages afin d'analyser l'importance de la profondeur d'un ancrage sur la réponse. Ce travail a permis de déterminer la profondeur optimale d'un ancrage.

### 2.3.1.2 Essais de cisaillement

Les chevilles mécaniques post-installées et les goujons installés avant coulage du béton servent à transmettre non seulement des efforts de traction, mais également des efforts de cisaillement des équipements supportés à la structure principale. Or, la plupart des travaux de recherche se concentre sur le comportement en traction et notamment la rupture en traction d'un cône de béton. Mais, les ancrages peuvent également se rompre en cisaillement et peu de travaux ont porté sur la caractérisation de la capacité au cisaillement des chevilles. Si la cheville est soumise à des efforts de cisaillement, ceux-ci provoquent généralement des dépla-

cements plus importants que ceux dus aux forces de traction. Ce phénomène s'explique par la mise en flexion de la vis ou de la partie filetée de la cheville et par la dégradation locale du béton dans la direction de la force appliquée, qui augmente également la flexion. Une autre raison de la valeur élevée du déplacement est l'existence d'un jeu initial entre la cheville et la platine au niveau du trou de passage. La figure 2.15 montre la comparaison du déplacement d'un ancrage soumis à un effort de traction et d'un ancrage soumis à un effort de cisaillement.

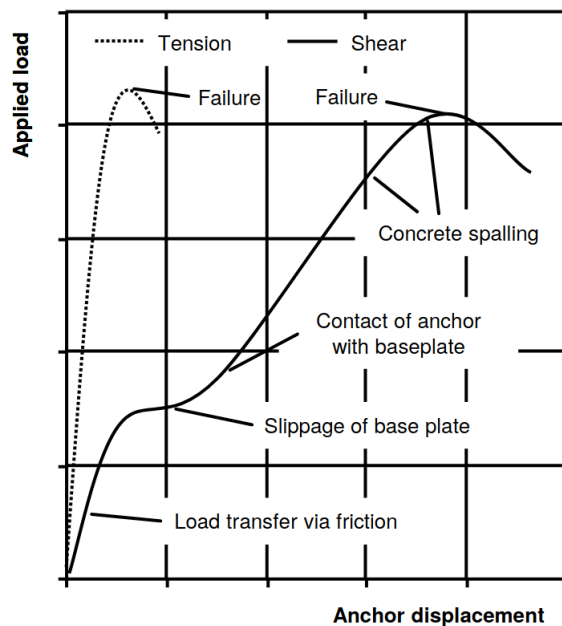


FIGURE 2.15 – Réponses force-déplacement d'un ancrage soumis à des efforts de traction et de cisaillement (Rehm *et al.*, 1988).

Le mode de rupture le plus classique des ancrages en cisaillement est une rupture de la tige d'acier. Si la cheville est placée au bord de la dalle, une rupture du béton peut se produire en raison de la distance insuffisante entre le bord de la dalle et la cheville. Des essais statiques de cisaillement ont été menés par Lin *et al.* (2013) sur des tiges d'ancrage. Ils ont montré que les tiges ont été rompues par la rupture de l'acier (figure 2.16). Des résultats similaires ont été obtenus par Kwon *et al.* (2010).

D'autre part, lors des essais, la réponse charge-déplacement des chevilles s'est avérée très robuste sous cisaillement même avec un support en béton fissuré. Des recherches faites par Kim *et al.* (2004) sur des essais de cisaillement appliqués à des chevilles mécaniques ont montré qu'un ancrage, chargé en cisaillement et installé dans un bloc de béton fissuré suffisamment grand pour éviter les effets de bord, n'est pas affecté significativement par la présence de fissures. Ils ont conclu que la réduction de la résistance de l'ancrage est inférieure à 10%. On rappelle que l'effet de la fissuration réduit la capacité en traction de l'ancrage de 25%. De plus, ils ont montré que deux types de modes de ruine peuvent se produire : la rupture de l'acier et la rupture par glissement.

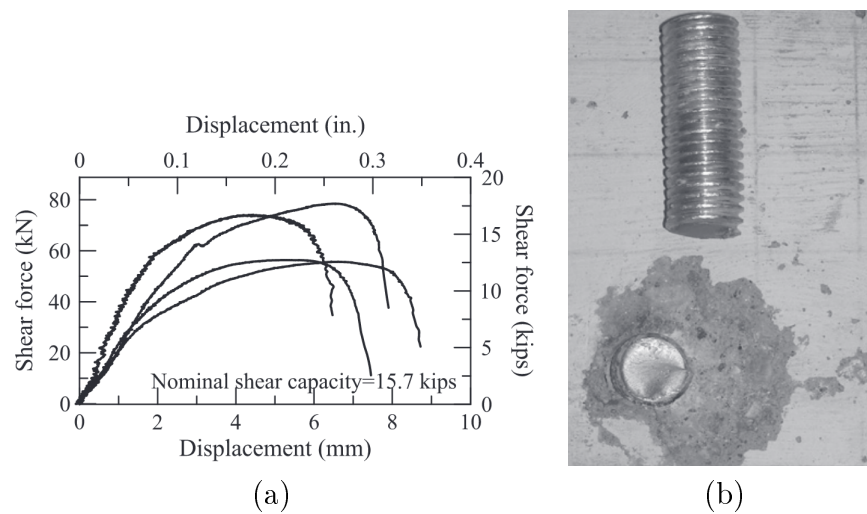


FIGURE 2.16 – (a) Réponse force-déplacement d'un goujon soumis à un effort de cisaillement (b) Rupture de l'acier (Lin *et al.*, 2013).

### 2.3.2 Essai cyclique

L'observation systématique depuis de nombreuses années (plus de 20 ans) de l'action de séismes réels sur des installations industrielles et/ou nucléaires permet une meilleure compréhension des effets sismiques, ainsi qu'une meilleure appréhension des dispositions constructives adaptées aux exigences requises pour les matériaux et les structures métalliques en situation sismique. Il est apparu nécessaire d'étudier le comportement des ancrages du fait de leur rôle essentiel dans le comportement des matériels et des structures.

Le retour d'expérience post-sismique montre que les ancrages sont souvent à l'origine de désordres, voire d'effondrements de matériels, ce qui peut mettre en danger la sûreté et la sécurité des personnes. En d'autres termes, si les systèmes de fixations ne sont pas adaptés pour résister aux exigences sismiques, la performance de la connexion entre l'équipement et l'ouvrage est réduite. Dans cette section, les tests de qualification des chevilles post-installées, utilisées pour évaluer la performance sismique des ancrages, sont détaillés. Ensuite, les résultats des essais de qualification déjà réalisés et trouvés dans la littérature sur des chevilles mécaniques sont présentés.

Plusieurs travaux se sont intéressés au comportement des ancrages sous chargement cyclique en utilisant des protocoles normalisés (EOTA TR 049, ACI-355.2-07). En Europe, le comportement des chevilles post-installées est évalué sous sollicitations sismiques selon le référentiel EOTA TR 049. Dans ce référentiel, les chevilles post-installées sont qualifiées selon deux catégories de performance sismique : C1 et C2. Ces deux catégories sont établies en fonction de l'activité sismique, des classes d'importance des bâtiments et des classes de ductilité structurelle.

En général, la catégorie sismique C1 est réservée aux chevilles utilisées dans des applications non structurales, tandis que les essais de la catégorie sismique C2 sont plus sévères, notamment en ce qui concerne les essais de mouvement des fissures. Les essais de la catégorie C2

conviennent à des applications structurelles et non structurelles plus exigeantes. Pour les installations nucléaires, la catégorie C2 est requise pour l'ancrage des équipements et des structures importants pour la sûreté.

Dans les deux cas, l'effet de la fissuration du support en béton est pris en compte. Pour la catégorie C1, l'ouverture maximale de la fissure, après installation de l'ancrage et avant chargement, est égale à 0,5 mm. Cette ouverture passe à 0,8 mm pour la catégorie C2.

La qualification des fixations pour la catégorie C1 comprend des essais sous charges de traction cyclique pulsatoires et des essais sous charges de cisaillement alternées. Le cas C2 inclut trois types d'essais : des essais de traction cyclique pulsatoires, des essais de cisaillement cyclique alternés et des essais cycliques d'ouverture et de fermeture de fissures. Les différents types d'essais cycliques sont détaillés dans EOTA TR 049.

Aucun essai de compression n'est prévu puisque, en général, les chevilles mécaniques et les goujons ne sont pas soumis à des forces de compression directes. Les forces de compression sont transférées au béton par l'intermédiaire de la pièce à fixer (platine d'ancrage). Cette hypothèse est adoptée pour éviter le transfert des forces de compression au fond du trou en béton, ce qui pourrait entraîner la rupture de la partie inférieure de la dalle en béton. En outre, les chevilles mécaniques ne sont pas adaptées au transfert des forces de compression. Pour cette raison, les forces axiales exercées sur les fixations sont uniquement des forces de traction.

### **2.3.2.1 Essai de traction cyclique**

Plusieurs travaux ont été menés et sont encore en cours pour une meilleure compréhension du comportement et de la capacité des chevilles sous des charges de traction cycliques. Parmi ceux-ci, des travaux ont été réalisés par Eibl et Keintzel (1989b) sur des chevilles à verrouillage de forme. Les résultats démontrent que la cheville utilisée lors de cette étude est adaptée à une utilisation dans du béton fissuré. La résistance de la cheville n'est pas significativement inférieure à la résistance sous chargement monotone. Cependant, la majorité du déplacement de la cheville se produit pendant les premiers cycles de chargement. Après cela, le déplacement de la cheville se stabilise jusqu'à la rupture. Dans le même travail de recherche, Eibl et Keintzel (1989b) ont observé que lors d'un chargement cyclique, la largeur des boucles d'hystérésis est négligeable et s'accompagne d'une augmentation de la rigidité après chaque cycle de charge-décharge.

Dans le même contexte, Eibl et Keintzel (1989a) ont poursuivi l'étude du comportement des chevilles mécaniques pour inclure leur capacité sous chargement alterné (Traction-Compression). Ces études ont été réalisées sur des chevilles à expansion et ont montré que la capacité de l'ancrage sous chargement alterné n'est pas significativement réduite. En revanche, le déplacement et l'hystérésis étaient plus importants que ceux sous chargement cyclique en traction seulement. Ces différences sont dues à la manière dont la charge est transférée de la cheville au matériau support. En effet, les chevilles mécaniques post-installées ne sont pas capables de transmettre des forces de compression, ce qui justifie le comportement moins favorable de ces ancrages sous chargement alterné.

Stehle et Sharma (2020) ont réalisé des essais expérimentaux pour tester le comportement des chevilles post-installées sous chargement cyclique. Comme le montre la figure 2.17, une

bonne corrélation des essais cycliques est à noter avec les essais statiques de référence. Ainsi, les chevilles sollicitées en traction cyclique sont caractérisées par une résistance élevée même dans le cas d'un grand nombre de cycles avec des niveaux de charge inférieures à la charge maximale ou dans le cas d'un nombre limité de cycle avec une charge proche de la charge maximale (Eibl et Keintzel, 1989b,a; Hoehler et Eligehausen, 2008b; Stehle et Sharma, 2020).

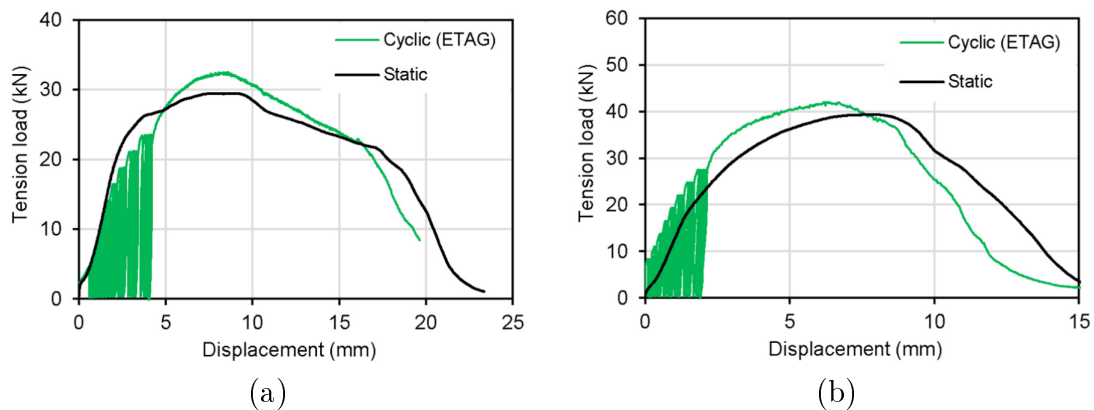


FIGURE 2.17 – Réponse force-déplacement pour une cheville (a) à expansion (b) à verrouillage de forme sous chargement de traction statique et cyclique dans un béton fissuré (Stehle et Sharma, 2020).

Dans le même axe de recherche, des études réalisées sur des chevilles post-installées ont montré que les cycles de traction avec un nombre raisonnable de cycle ne modifient pas de manière notable la résistance de l'ancrage et le déplacement correspondant (Mahrenholtz, 2013; Mahrenholtz et Eligehausen, 2013; Mahadik *et al.*, 2016).

D'autres travaux expérimentaux, publiés dans la littérature, ont également abordé le même sujet en étudiant l'influence de plusieurs facteurs sur la performance des chevilles, tels que l'influence des largeurs de fissures, des armatures du béton et de la profondeur d'ancrage ((Delhomme *et al.*, 2015; Nilforoush *et al.*, 2017; Eligehausen *et al.*, 2004; Eligehausen, 1991; Rodriguez *et al.*, 1997; Nilsson *et al.*, 2011).

### 2.3.2.2 Essai de cisaillement cyclique

Comme mentionné précédemment, lors d'un chargement cyclique en cisaillement, la cheville est soumise à des cycles alternés dans les deux directions de chargement. Ce choix a été retenu suite aux travaux de Usami *et al.* (1980) qui ont démontré que la capacité de l'ancrage en fatigue à faible nombre de cycles avec des cycles de cisaillement alternés se situe approximativement entre 70% et 80% de la valeur correspondant à un chargement de cisaillement cyclique appliqué dans le même sens. La rupture de l'acier est le mode de rupture le plus courant pour les chargements de cisaillement cycliques.

Les travaux existants ont montré une réduction significative de la résistance maximale pour tous les types d'ancrages et une dégradation de la réponse force-déplacement est observée dès

les premiers cycles de chargement (Vintzéleou et Eligehausen, 1991). Des études ont été menées et ont montré que la réduction de la résistance des ancrages dépend du niveau de charge et du nombre de cycles appliqués. Vintzéleou et Eligehausen (1991) ont étudié le comportement des chevilles mécaniques post-installées, en particulier les chevilles à expansion et les chevilles à verrouillage de forme. Ils ont constaté que les chevilles à expansion sont plus sensibles aux chargements cycliques de cisaillement que les chevilles à verrouillage de forme.

Mahrenholtz *et al.* (2016) ont aussi abordé le même sujet et ont démontré que la capacité des chevilles à expansion et à verrouillage de forme sous des charges de cisaillement cycliques est inférieure à la capacité des chevilles sous chargement de cisaillement monotone (figure 2.18). Ces résultats sont liés à la façon dont la charge est transmise de l'ancrage au béton. En effet, pour les chevilles à expansion et les chevilles à verrouillage de forme, le frottement entre la fixation et le matériau support diminue lorsque la fissure dans le béton s'ouvre. Ainsi, l'ancrage perd une partie de sa rigidité. Pour les deux types de chevilles, la rupture de l'acier est obtenue pendant les cycles de chargement. Ce comportement est dû aux grandes déformations plastiques qui agissent sur la cheville dans les deux directions de chargement, ce qui n'est pas le cas pour un chargement cyclique en traction. En conséquence, les chevilles subissent des déformations plastiques locales dans le plan du chargement (Block et Dreier, 2002).

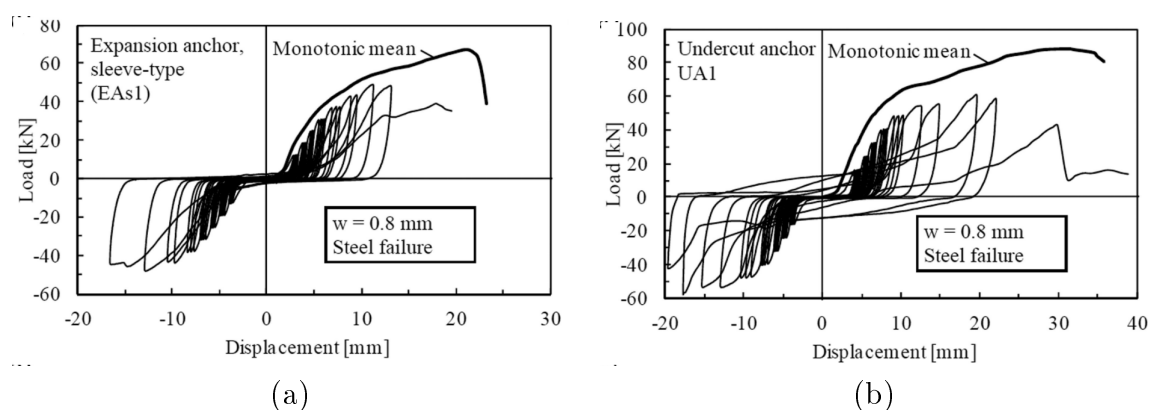


FIGURE 2.18 – Courbes force-déplacement d'un essai de cisaillement cyclique et d'un essai monotone pour une cheville (a) à expansion et (b) à verrouillage de forme (Mahrenholtz *et al.*, 2016).

### 2.3.2.3 Chargement cyclique combiné de traction et de cisaillement

Les chevilles mécaniques post-installées dans le béton sont souvent soumises à des charges cycliques combinées de traction et de cisaillement. De nombreuses études, publiées dans la littérature, s'intéressent à la qualification de la performance des ancrages sous un chargement combiné de traction et de cisaillement. Les deux modes de ruine les plus fréquents sous ce type de sollicitation sont l'arrachement du cône de béton et la rupture de l'acier (Usami *et al.*, 1980). Lorsque la profondeur d'implantation de l'ancrage  $h_{ef}$  est petite, une rupture par cône de béton est obtenue. Au contraire, une ruine de l'acier est observée dans le cas d'un ancrage ayant une profondeur d'implantation importante dans le béton (Okada et Seki, 1984).



Des tests sur des chevilles à expansion soumises à des charges combinées de traction et de cisaillement ont été réalisés par Meszaros et Eligehausen (1994). Ils ont montré qu'un chargement monotone en traction combiné à des cycles de cisaillement affecte négativement la résistance de la cheville.

Dans le même contexte, Guillet (2011) s'est intéressé à l'étude du comportement des chevilles post-installées sous des charges combinées de traction et de cisaillement. En général, dans la conception des ancrages, l'influence de l'interaction entre les forces de traction et les forces de cisaillement sur la résistance de l'ancrage est donnée par une équation quadratique. Guillet (2011) a mené un programme de recherche sur des ancrages post-installés pour vérifier si cette forme quadratique est valide sous des charges cycliques combinées de traction et de cisaillement, qui peuvent se produire lors d'un tremblement de terre. Il a conclu que ces types d'ancrages soumis, simultanément, à des charges monotones de traction et à des cycles de cisaillement ne peuvent pas être étudiés par une équation quadratique reliant les deux forces de traction et de cisaillement.

#### **2.3.2.4 Cycle d'ouverture et fermeture de fissure**

Lors d'un séisme, plusieurs phénomènes internes se produisent dans la structure du fait des déplacements appliqués. En conséquence, des dégradations peuvent apparaître dans les éléments de structure. Les mouvements horizontaux et verticaux du sol provoqués par un séisme génèrent des sollicitations dans la structure. L'un des mécanismes se produisant lors d'un chargement sismique est l'ouverture et la fermeture des fissures. Comme l'état du béton a une influence directe sur la capacité de l'ancrage, il est nécessaire de prendre en compte l'effet de la fissuration du support en béton sur le comportement des systèmes de fixations.

Lorsque la structure est soumise aux actions sismiques, la fissure peut s'ouvrir largement et se refermer complètement. De ce fait, des essais d'ouverture et de re-fermeture de fissures doivent être réalisés pour caractériser le comportement des fixations vis-à-vis des mouvements que la structure subit pendant un séisme. Des chevilles à expansion soumises à des charges axiales constantes et installées dans un béton armé fissuré ont été testées par Rehm et Lehmann (1982). Ils ont démontré que le déplacement de la cheville augmente en raison de l'ouverture et de la fermeture de la fissure. Ce déplacement dépend du type d'ancrage utilisé et de la largeur de l'ouverture de la fissure. Le nombre de cycles d'ouverture et de fermeture de fissure et la largeur de l'ouverture sont les deux facteurs principaux qui dictent la performance de l'ancrage (Tang et Deans, 1983; Malhotra, 2002).

Sur le même sujet, Furche (1987) a montré que les chevilles non adaptées à une utilisation dans du béton fissuré présentent des déplacements initiaux importants et que ces déplacements augmentent après chaque cycle d'ouverture et de fermeture des fissures. De plus, il a conclu que les chevilles à expansion et à verrouillage de forme sont bien adaptées à supporter des cycles de fissures. Il est à noter que les chevilles à verrouillage de forme présentent souvent des déplacements plus faibles que les chevilles à expansion.

Les essais réalisés par Lotze et Faoro (1988) montrent que le comportement des ancrages

dépend de plusieurs paramètres : le type d’ancrage, son diamètre, la largeur d’ouverture et de fermeture de fissure et le nombre de cycle. D’autre part, la résistance du béton, le taux d’armature dans le béton et la valeur de la force de traction appliquée sur la cheville sont des paramètres secondaires, qui ont une incidence sur le déplacement des ancrages. Ils ont également conclu que lorsque l’ouverture maximale de la fissure est maintenue constante, le déplacement augmente linéairement en fonction du nombre de cycles.

Dans la plupart des essais, la largeur de la fissure varie entre une valeur maximale donnée et la largeur de la fissure lorsque le béton n’est pas chargé. Or, lors d’un séisme, les fissures s’ouvrent et se referment selon la direction du chargement. Peu de recherches ont été menées en utilisant ces conditions d’ouverture et de fermeture des fissures (Hoehler et Eligehausen, 2008b; Mahrenholtz, 2013).

Pour représenter les effets du séisme, Hoehler et Eligehausen (2008a) ont étudié le comportement des goujons et des chevilles post-installées dans un béton pré-fissuré et sous des cycles d’ouverture et de re-fermeture de fissures. Pendant les cycles de fissuration et sous les charges de traction, l’ancrage se déplace. Par conséquent, la profondeur d’implantation de la cheville dans le béton diminue, ce qui entraîne une réduction de la résistance maximale de l’ancrage (voir figure 2.19). Pour les chevilles à expansion et à verrouillage de forme, ils ont montré que la profondeur d’implantation de l’ancrage n’évolue pas de manière significative. De ce fait, la résistance de l’ancrage reste proche de la résistance monotone (figure 2.20).

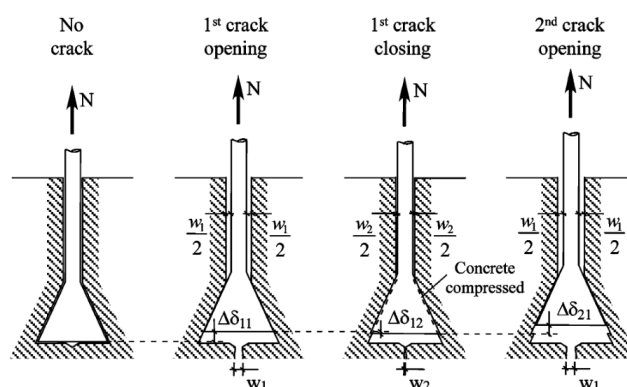


FIGURE 2.19 – Mécanismes et déplacements des ancrages sous des cycles d’ouverture et de fermeture de fissure (Lotze et Faoro, 1988).

Des travaux plus récents ont été réalisés par Mahrenholtz et Eligehausen (2015) sur des chevilles à verrouillage de forme dans du béton fissuré et sous différents types de chargement. Une fissure de 1 mm de largeur a été initiée dans la dalle en béton. Trois essais ont été effectués : traction monotone, cycles de traction et cycles d’ouverture et de re-fermeture de fissure. Ils ont conclu que les tests cycliques n’ont pas réduit de manière significative la capacité résistante de l’ancrage. Cependant, la cheville a subi des déplacements plus importants lors des cycles d’ouverture et de re-fermeture de fissure par rapport à l’essai monotone.

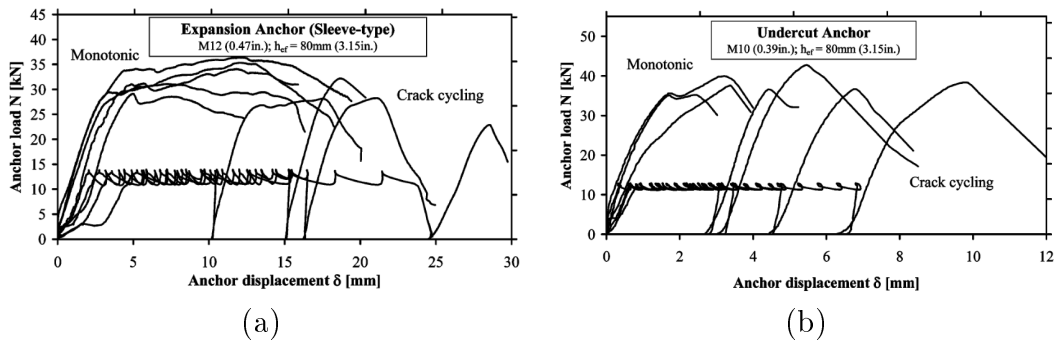


FIGURE 2.20 – Réponse force-déplacement d'un essai monotone et des cycles d'ouverture et de fermeture de la fissure dans un béton fissuré ( $w = 0,8$  mm) pour une cheville (a) à expansion (b) à verrouillage de forme (Hoehler et Eligehausen, 2008a).

## 2.4 Modélisations numériques disponibles

Le résistance des chevilles installées dans une dalle en béton peut être évaluée sur la base d'études expérimentales et de formules empiriques. Cependant, les essais expérimentaux sont coûteux en termes de temps de préparation et de réalisation. De plus, les résultats sont limités par le nombre d'essais réalisés et il est difficile d'observer et de suivre le comportement au sein du matériau en béton. De ce fait, la connaissance des phénomènes physiques en jeu pendant le chargement est encore limitée. Or, le comportement des ancrages et le développement de nouveaux ancrages ne peuvent être optimisés que par une compréhension approfondie des mécanismes qui se produisent. Cela nécessite donc une meilleure compréhension du comportement mécanique des fixations.

Dans le domaine des systèmes de fixation, la simulation numérique devient de plus en plus nécessaire. La méthode la plus fréquemment employée pour développer des modèles numériques d'essais d'ancrage est la méthode des éléments finis. Les essais expérimentaux restent indispensables, mais cette méthode est un outil intéressant pour quantifier la performance des ancrages sous différents types de contraintes. En effet, lors de la modélisation du comportement des ancrages fixés dans une dalle en béton, les résultats obtenus avec les approches numériques, comme la méthode d'éléments finis, permettent de compléter les résultats expérimentaux. Ces simulations permettent potentiellement de réduire le nombre, la durée et le coût des essais. Cependant, l'étude du comportement des ancrages chevillés est un problème très complexe en raison de la non-linéarité associée aux grandes déformations et aux problèmes de contact entre l'ancrage et le matériau support. De ce fait, aucun logiciel de calcul commercial n'est actuellement en mesure de modéliser correctement le comportement des ancrages en tenant compte de leur spécialité locale. Les deux aspects les plus importants à considérer dans l'étude numérique du comportement des chevilles sont l'interaction entre l'acier et le béton et le type de modèle associé au béton pour reproduire correctement son comportement pendant le chargement.

Plusieurs modèles numériques ont été développés pour évaluer le fonctionnement des fixations sous sollicitations mécaniques. Ces modèles se concentrent sur l'étude de l'influence de

différents paramètres, en particulier les coefficients de friction et l'état du béton, sur le comportement global des chevilles. Dans la littérature, des simulations bidimensionnelles par éléments finis ont été réalisées sur des goujons installés dans la dalle avant le coulage du béton (ancrage pré-scélé). L'hypothèse de contraintes planes, de déformations planes ou axisymétriques peut être retenue.

Dans certaines approches numériques de modélisation d'un essai d'arrachement d'ancrage, la cheville n'est pas modélisée et seul son mouvement vertical est représenté par un déplacement vertical imposé dans la zone de contact entre le goujon et le béton (figure 2.21). Parmi ces recherches, on peut citer les travaux de Etse (1998); Uchida *et al.* (1993); Gontarz *et al.* (2018) qui ont effectué des calculs bidimensionnels en remplaçant l'ancrage par un déplacement imposé. Similairement, Ozbolt *et al.* (1999) ont réalisé des simulations numériques tridimensionnelles sans modéliser la cheville. Dans leur étude, une approche non-locale du modèle microplan est utilisée pour décrire la fissuration dans le béton (Ozbolt et Bažant, 1996). Le principal inconvénient de ces modélisations qui consistent à remplacer l'ancrage par des conditions aux limites de type déplacement imposé est la non-prise en compte du phénomène de friction entre l'acier et le béton. De plus, la représentation de l'ancrage par ce type de conditions aux limites suppose que la tige en acier est indéformable et, par conséquent, son élongation sous chargement est négligée et la rigidité initiale du modèle est alors sur-estimée. Par cette approche, certains modes de ruine, tels que la rupture de l'acier (figure 2.6-(d)), ne sont pas pris en compte.

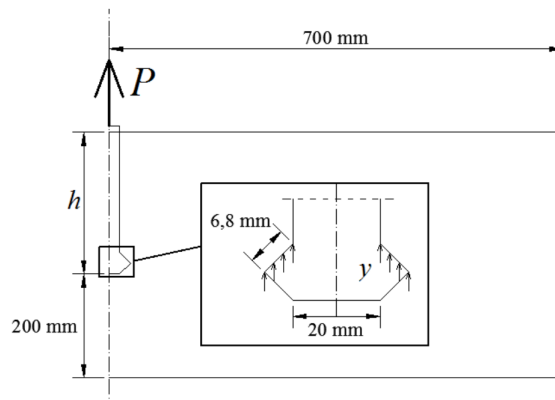


FIGURE 2.21 – Modèle numérique qui remplace l'ancrage par un déplacement vertical imposé (Gontarz *et al.*, 2018).

Ozbolt et Eligehausen (1993) ont effectué des calculs bidimensionnels sur des ancrages coulés en place en utilisant la méthode des éléments finis. Ce choix de type d'ancrage est retenu en raison de la simplicité de la représentation géométrique de l'ancrage. Le goujon et le béton sont modélisés et un contact entre la tête du goujon et le béton est activé. L'approche numérique est basée sur un modèle microplan non local et les résultats obtenus ont prouvé leur efficacité pour représenter les phénomènes complexes se produisant dans le béton. Dans le même travail de recherche, l'influence de la fissuration du béton pendant un essai d'arrachement a été abordé. Afin d'initier la propagation de la fissure dans la dalle en béton, une entaille de

longueur égale à 100 mm est ajoutée des deux côtés de la dalle (figure 2.22). L'ouverture de la fissure est contrôlée par les armatures transversales placées dans la dalle en béton. Des forces de traction sont exercées sur les barres d'acier pour créer des fissures verticales qui traversent l'ancrage. Ensuite, une fois que l'ouverture de la pré-fissure est fixée, l'essai d'arrachement est effectué.

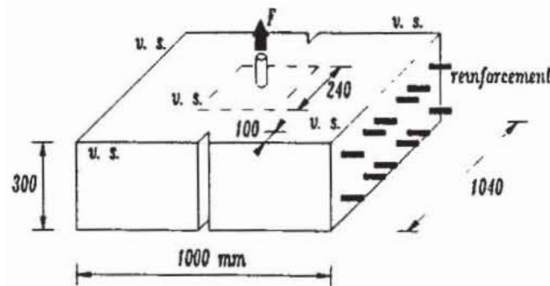


FIGURE 2.22 – Initiation de la fissure dans un modèle éléments finis tri-dimensionnel (Ozbolt et Eligehausen, 1993).

Dans les travaux de recherche de Alfaiate *et al.* (1997), des calculs bidimensionnels par éléments finis ont été réalisés sur la base de la théorie de la fissure discrète afin d'étudier le comportement d'un ancrage soumis à un essai d'arrachement. Leur modèle a montré sa capacité à reproduire le faciès de fissuration dans le béton. Les fissures développées dans le béton après l'arrachement d'un disque d'acier sont illustrées dans la figure 2.23. Le modèle proposé se limite au cas 2D et aucune extension 3D n'est réalisée.

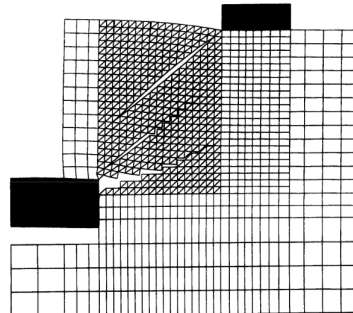


FIGURE 2.23 – Le faciès de fissuration obtenu après un test d'arrachement (Alfaiate *et al.*, 1997).

Dans le même contexte, un modèle numérique à base d'éléments finis développé par Hilti AG a été utilisé par Nienstedt et Dietrich (1995) pour acquérir une bonne compréhension du comportement d'une cheville à expansion Hilti HSL lorsqu'elle est arrachée. Le modèle de la fissure diffuse (*smearred crack approach*) est utilisé pour décrire le comportement du matériau de base en béton. Le milieu fissuré est supposé être continu et aucune discontinuité n'est introduite au maillage. Des simulations axisymétriques ont été réalisées et la distribution des contraintes dans la phase d'installation ainsi que pendant le chargement a été étudiée. Un arrachement d'un cône de béton a été observé avec la même forme et la même taille que le

cône obtenu expérimentalement. Ils ont ensuite effectué des tests numériques supplémentaires pour différentes tailles de chevilles. Tous les résultats obtenus ont pu être validé par les résultats expérimentaux. Ils ont conclu que le modèle numérique développé est pertinent pour comprendre les phénomènes qui se produisent dans le béton (figure 2.24).

Toujours dans le cadre des mêmes travaux, Nienstedt et Mattner (2001) ont réalisé des simulations non linéaires tridimensionnelles sur des chevilles Hilti HSL avec le même modèle numérique. Il a été démontré que le programme d'éléments finis utilisé et basé sur l'approche de la fissure diffuse est un outil efficace pour simuler un essai d'arrachement.

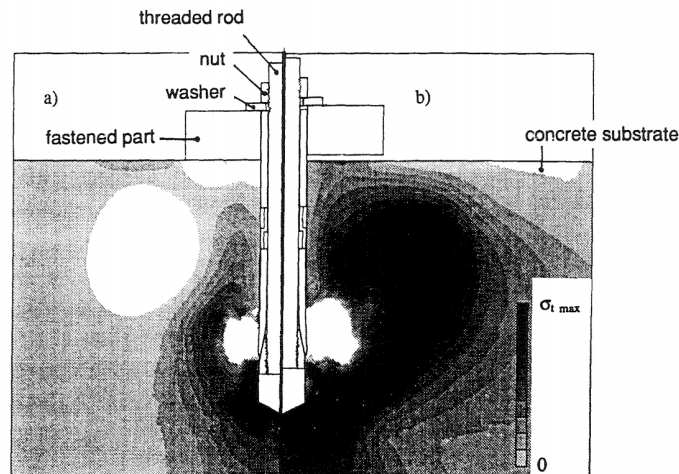


FIGURE 2.24 – Contrainte de traction dans le plan radial du béton (a) phase installation (b) sous arrachement (Nienstedt et Dietrich, 1995).

Un autre logiciel sur la base d'éléments finis spécifiques, appelé PLAST2, a été utilisé par Walter *et al.* (1997). Le problème est abordé en bidimensionnel dans un premier temps pour limiter la complexité du calcul par éléments finis. Dans le modèle PLAST2, le modèle de fissuration développé est basé sur l'approche de la fissure diffuse. Dans leurs travaux de recherche, ils ont réalisé des simulations numériques axisymétriques d'un essai d'arrachement sur des chevilles à expansion forcées dans le béton. Ce logiciel a permis de modéliser correctement la géométrie de la cheville et a montré sa capacité à reproduire un essai d'arrachement. Malgré les résultats réalistes obtenus, les modélisations 2D avec PLAST2 présentent certaines limites. En effet, au niveau de la géométrie, une symétrie de révolution est supposée, ce qui n'est pas le cas pour les chevilles mécaniques. Aussi, au niveau du chargement, seul un essai d'arrachement peut être effectué. De ce fait, un modèle axisymétrique ne permet pas d'étudier de manière approfondie le comportement mécanique des ancrages.

Pour résoudre ce problème, une extension 3D du code PLAST2 a été développée par Walter (1999). Ce logiciel, appelé PLAST3, est capable d'introduire les mécanismes de la non-linéarité nécessaires pour reproduire le comportement des ancrages. Un comportement élasto-plastique est ajouté au modèle ainsi qu'une loi d'endommagement et une loi de contact frottant. Le logiciel PLAST3 a fait ses preuves en reproduisant le comportement des ancrages sous plusieurs types de sollicitations. Cependant, avec cette modélisation tridimensionnelle complète, les temps de calculs sont très importants et une capacité importante de mémoire est nécessaire

pour simuler l'ensemble sous l'effet du chargement.

Dans l'étude de Xu *et al.* (2011), une modélisation bidimensionnelle axisymétrique d'un goujon placé dans du béton et soumis à un essai d'arrachement a été réalisée. L'hétérogénéité du béton est prise en compte en appliquant des modules d'Young aléatoires selon une distribution de Weibull. Les simulations numériques sont établies à l'aide d'un logiciel par éléments finis bidimensionnel appelé RFPA<sup>2D</sup> (Realistic Failure Process Analysis code) développé par Tang (1997). Le modèle numérique suppose une adhérence parfaite entre la tête d'ancrage et le béton afin de faciliter le calcul. De plus, un jeu entre la tige d'acier et le béton est ajouté pour éviter le contact entre l'ancrage et le béton le long de la tige (figure 2.25). Ils ont observé une forte dépendance de l'hétérogénéité du béton sur le comportement de l'ancrage (voir figure 2.26).

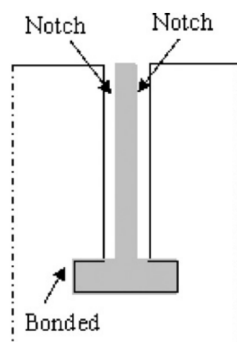


FIGURE 2.25 – Géométrie de l'ancrage et le béton : adhérence parfaite entre la tête d'ancrage et le béton (Xu *et al.*, 2011).

Des modélisations numériques réalisées par Nilforoush *et al.* (2017) permettent de prendre en compte l'initiation et l'ouverture de la fissure dans le béton. L'objectif de ce travail est d'évaluer l'influence de la pré-fissure sur la performance de l'ancrage. Un logiciel d'éléments finis nommé MASA a été utilisé. Dans le programme MASA, plusieurs modèles peuvent être choisis pour modéliser le comportement du béton, tels que le modèle microplan, des modèles de plasticité et d'endommagement. Dans les études réalisées par Nilforoush *et al.* (2017), la fissuration du béton est prise en compte par le modèle de la fissure diffuse. La procédure utilisée pour initier la fissure dans le béton est similaire à celle utilisée dans les essais expérimentaux. Initialement, une charge de flexion uniforme est appliquée le long du milieu de la dalle pour reproduire un plan de fissure vertical traversant l'ancrage. Pour ce faire, la fissure est développée, dans le modèle, en créant deux entailles peu profondes sur la surface supérieure et inférieure de la dalle en béton de manière à couper en deux la largeur de la dalle. Ensuite, l'ouverture de la fissure est maintenue constante et des charges de traction à déplacement contrôlé sont appliquées. La figure 2.27 illustre les faciès de fissure initiés et se propageant dans la dalle en béton pendant les deux phases de chargement.

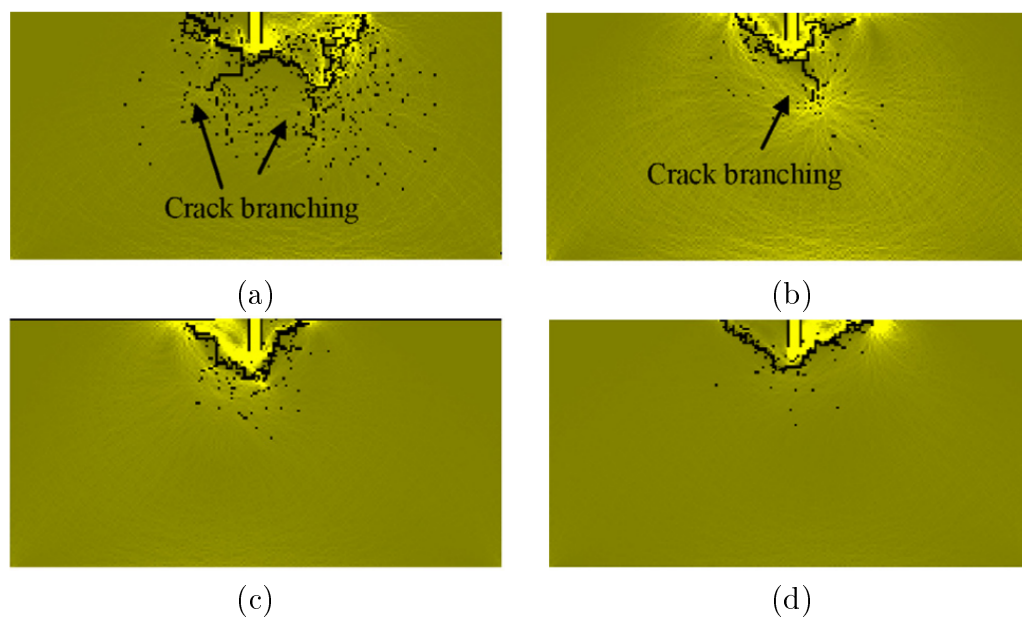


FIGURE 2.26 – Les faciès de fissuration obtenus à l’arrachement pour un indice d’homogénéité égale à (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 8 (Xu *et al.*, 2011).

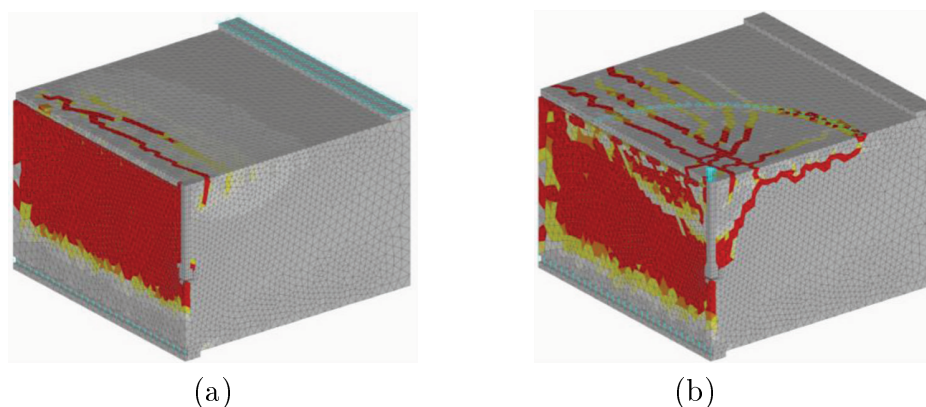


FIGURE 2.27 – Les faciès de fissuration obtenus par le modèle numérique de Nilforoush *et al.* (2017) (a) chargement pour pré-fissuré le béton (b) test d’arrachement.

## 2.5 Synthèses

Ce chapitre sur l’état de l’art vise à détailler les différents types et techniques de fixations utilisés dans les constructions de génie civil et les travaux de recherche disponibles pour étudier le comportement mécanique et évaluer la résistance des ancrages.

Dans un premier temps, les techniques de fixation et les types d’ancrages les plus couramment utilisés sont résumés. Ensuite, les mécanismes prépondérants et les modes de rupture qui peuvent survenir pour différents types de sollicitations sont détaillés ainsi que les équations théoriques associées à chaque mode de ruine.



Dans un deuxième temps, les différents travaux de recherche expérimentaux réalisés sur les chevilles sous chargement monotone et cyclique sont présentés. Les phénomènes et mécanismes observés expérimentalement ont été clairement mis en avant. Une attention particulière a été portée sur les essais réalisés pour étudier le comportement des ancrages coulés en place (scellés), des chevilles à expansion et des chevilles à verrouillage de forme, qui sont des ancrages post-scellés.

Enfin, les différents modèles numériques bidimensionnels et tridimensionnels proposés dans le domaine des ancrages ont été présentés. En effet, expérimentalement, il est difficile d'observer et de comprendre tous les mécanismes se déroulant lors d'un chargement, notamment dans la zone de contact entre l'ancrage et le béton. Cette zone étant inaccessible pendant les essais, il est nécessaire de passer par des simulations numériques pour compléter les connaissances. La plupart des approches utilisent la méthode des éléments finis pour évaluer la résistance de l'ancrage ainsi que pour déterminer le mode de rupture. L'objectif principal des études numériques est la simulation de la réponse force-déplacement de la cheville en tenant compte de la plupart des paramètres qui peuvent avoir une influence sur la performance de l'ancrage tels que l'épaisseur de la dalle en béton, la profondeur d'implantation de l'ancrage, la présence d'armatures, la qualité du béton et la présence de fissures. La complexité des phénomènes se produisant pendant l'essai a été modélisée à l'aide de simulations numériques.

En conclusion, cette revue de la littérature montre que les ancrages ont un comportement pouvant être simulé même dans des conditions extrêmes de chargement et d'ouverture de fissures. Plusieurs modes de ruine peuvent être observés et caractérisés selon le type de chargement, le type d'ancrage, les dispositions d'implantation (profondeur, distance au bord), la résistance du béton et l'épaisseur de la dalle. Les recherches réalisées, tant numériques qu'expérimentales sur les essais de résistance d'ancrage ont conduit à améliorer la connaissance des différents modes de ruine.

L'étape suivante du travail consiste à réaliser des simulations numériques fondées sur un modèle particulaire-lattice, DEAP. Le choix de ce type de modélisation permet d'étudier le comportement des ancrages sous chargement monotone et cyclique. Les modèles à éléments discrets ont montré une capacité à représenter l'initiation et la propagation de la fissure dans les matériaux quasi-fragiles. Dans le chapitre suivant, le modèle particulaire-lattice, DEAP, utilisé dans ces travaux de thèse est présenté.

# Chapitre 3

## Modèle particulaire-lattice DEAP

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>58</b>
<b>3.2</b>	<b>Présentation du modèle particulaire-lattice</b>	<b>58</b>
3.2.1	Maillage	58
3.2.2	Cohésion	62
3.2.3	Mécanisme de rupture : comportement quasi-fragile	63
3.2.4	Interaction entre particules	64
3.2.5	Algorithme de résolution	65
<b>3.3</b>	<b>Génération d'un maillage d'éléments discrets - 2D</b>	<b>67</b>
3.3.1	Stratégie	68
3.3.2	Efficacité du mailleur bi-dimensionnel	68
<b>3.4</b>	<b>Génération d'un maillage d'éléments discrets - 3D</b>	<b>71</b>
3.4.1	Difficulté lors de la génération des nœuds extérieurs	72
3.4.2	D'un maillage éléments finis à un maillage éléments discrets	73
3.4.3	Séparation des points à l'intérieur et à l'extérieur du volume	75
3.4.4	Résumé de l'algorithme de génération du maillage	75
3.4.5	Limitations et traitements	77
3.4.6	Étude de l'isotropie	79
3.4.7	Exemples de génération de maillage	88
<b>3.5</b>	<b>Prise en compte du contact dans DEAP</b>	<b>91</b>
3.5.1	Représentation des particules dans la phase de détection du contact	92
3.5.2	Proposition d'une méthode de contact simplifiée : 2D multi-cercles	98
3.5.3	Méthode de contact simplifiée des multi-sphères en 3D	114
<b>3.6</b>	<b>Synthèse</b>	<b>119</b>

---

## 3.1 Introduction

Le modèle discret « DEAP » utilisé dans ces travaux de thèse a été, initialement, développé au LMT par Delaplace (2008). DEAP est l'abréviation de Discrete Element Analysis Program. Le but principal est d'étudier le comportement mécanique des matériaux quasi-fragiles. Ce modèle combine l'approche particulaire (Cundall et Strack, 1979) et l'approche Lattice (Hrennikoff, 1941) afin de représenter, explicitement, les différents mécanismes associés à la fissure : initiation, propagation, re-fermeture et frottement. Une extension de ce modèle a été développée par Vassaux *et al.* (2016) pour prendre en compte l'interaction entre les particules irrégulières et pour étendre le domaine d'utilisation du modèle à des applications de chargements complexes bidimensionnels. Dans cette dernière version, seuls des calculs bidimensionnels avec des chargements complexes peuvent être réalisés. De plus, uniquement les géométries simples peuvent être représentées à cause des limitations du mailleur.

Afin d'évaluer le comportement des fixations présentes dans les ouvrages des installations nucléaires, en utilisant une version tridimensionnelle de DEAP, une partie de ce travail se concentre sur le développement d'un nouvel algorithme pour générer un maillage d'éléments discrets tridimensionnel. De plus, une méthode de détection de contact est proposée pour représenter l'interface entre l'acier et le béton ainsi que pour modéliser la re-fermeture de la fissure dans le cas d'un chargement cyclique.

Dans un premier temps, une description du modèle discret DEAP est présentée. Ensuite, et après une brève description de la technique de maillage initialement développée dans DEAP, les nouvelles méthodes de maillage bidimensionnel et tridimensionnel proposées sont présentées. Par la suite, la méthode de contact utilisée dans la version précédente de DEAP est décrite avec ses limitations. Une méthode de contact simplifiée dans la version bidimensionnelle de DEAP est développée et validée et l'algorithme de résolution détaillé est présenté. Enfin, une extension de cette méthode en 3D est faite et vérifiée.

## 3.2 Présentation du modèle particulaire-lattice

Dans le modèle particulaire-lattice, le milieu continu est représenté par un nombre fini de points pouvant intégrer des informations cinématiques et statiques. À partir de ces points, un maillage est généré, ce qui introduit un assemblage de particules indéformables (polygones en 2D et polyèdres en 3D) ainsi qu'un réseau de poutres d'Euler-Bernoulli. Ce dernier est utilisé pour assurer la transmission des interactions cohésives entre les particules (figure 3.1-(a)). Le principe de ce modèle est expliqué dans ce chapitre et sera par la suite l'outil adopté pour l'étude du comportement des ancrages dans le béton sous chargement statique et dynamique.

### 3.2.1 Maillage

Les particules polygonales/polyédriques et les poutres unidimensionnelles sont les composantes d'un maillage d'éléments discrets. Elles sont générées à l'aide de deux opérations : la triangulation de Delaunay et la tessellation de Voronoï. Ces deux opérations sont couramment utilisées dans les modèles particulaire-lattice (Bolander et Saito, 1998; D'Addetta *et al.*, 2002;

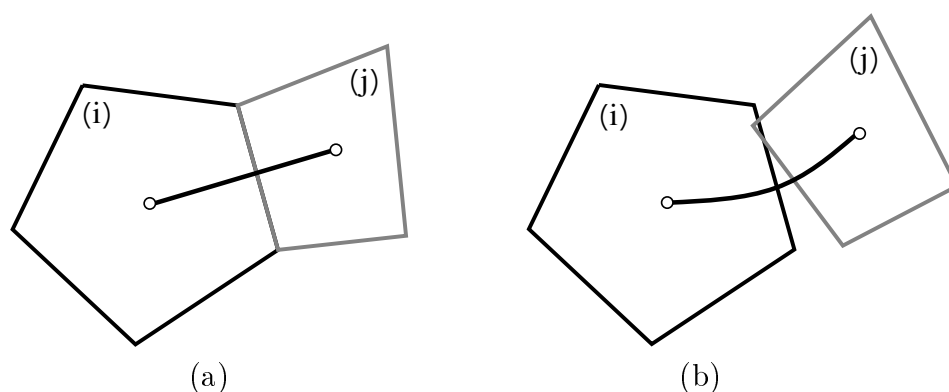


FIGURE 3.1 – Principe de DEAP (a) Deux particules liées par une poutre (b) Poutre déformée.

Delaplace, 2008; Grassl *et al.*, 2012; Šavija *et al.*, 2013; Nikolić *et al.*, 2018). La tessellation de Voronoï remplit complètement le volume avec des particules polyédriques. La combinaison de ces deux opérations assure que les poutres, correspondant aux arêtes des triangles de Delaunay, sont perpendiculaires aux faces des particules polyédriques. Il a été prouvé en 2D que les plages de variation les plus larges du coefficient de Poisson sont atteintes si cette perpendicularité est réalisée (Eliáš, 2020).

Les deux opérations, mentionnées ci-dessus, sont basées sur la génération d'un ensemble de points représentant les sommets des triangles de Delaunay. Ces points sont placés aléatoirement à l'intérieur du volume de la géométrie. De ce fait, les étapes principales de la génération du maillage sont les suivantes (figure 3.2) :

1. Représentation de la géométrie par un ensemble de points générés aléatoirement. Ces points définissent les nœuds des particules.
2. Génération des liens entre les nœuds des particules par l'application de la triangulation de Delaunay.
3. Décomposition de Voronoï pour définir les contours des particules polygonales en 2D ou polyédriques en 3D.

La densité de maillage est déterminée lors de la génération des points à l'étape 1. Chaque point généré représente le centre (pas forcément le centre de gravité) d'une particule. Le nombre de points placés à l'intérieur des frontières de la géométrie représente le nombre total des particules formant le maillage. La génération des points peut se faire par la méthode classique de la grille proposée par Moukarzel et Herrmann (1992). Dans cette méthode, le positionnement est effectué à l'aide d'une grille subdivisant la géométrie. Ensuite, un point est placé aléatoirement dans chaque cellule de la grille (figure 3.3). La taille de la grille est imposée par la densité de maillage désirée. La méthode de la grille est efficace uniquement pour les géométries simples (carré ou rectangle). Une autre solution est proposée par Widom (1966). Le placement des points est effectué par l'algorithme « Random sequential addition. Dans ce cas, les nœuds sont insérés successivement dans le volume tout en conservant une distance minimale entre eux. Cette distance est liée à la densité du maillage voulu.

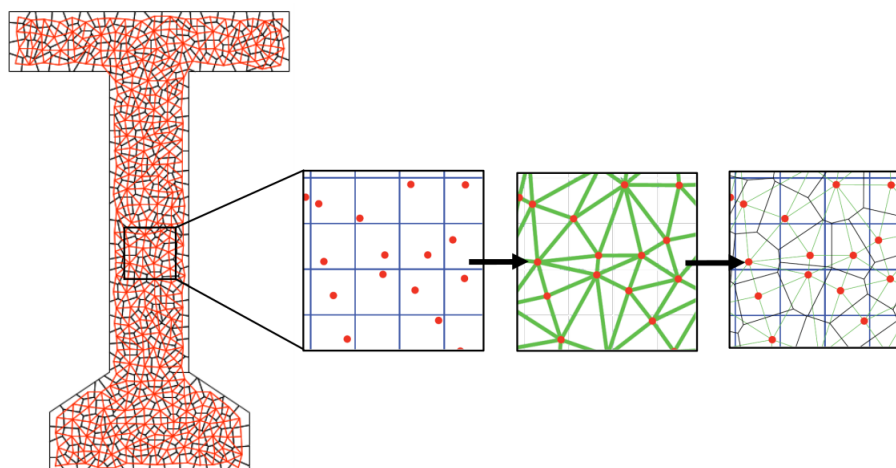


FIGURE 3.2 – Étapes principales de la génération du maillage (Delaplace, 2008).

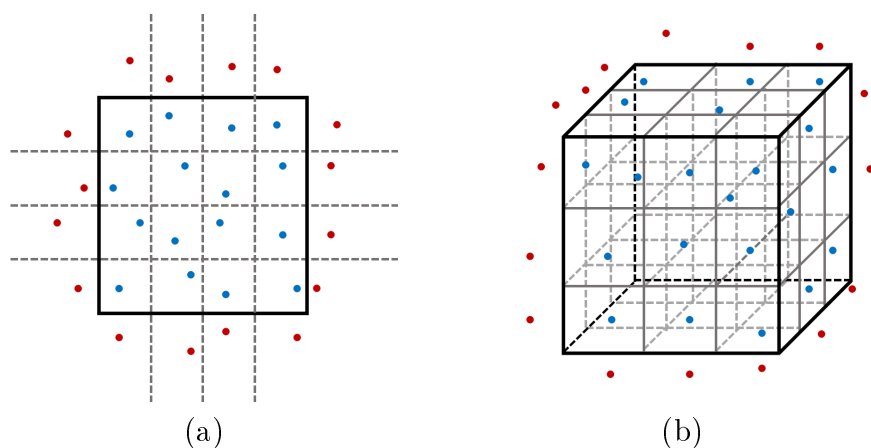


FIGURE 3.3 – Génération des points par la méthode des grilles (a) 2D (b) 3D.

Les nœuds placés à l'intérieur de la géométrie ne sont pas suffisants pour représenter la géométrie extérieure. Par conséquent, une étape supplémentaire est nécessaire pour définir la forme et les bords du matériau. Sinon, cette construction conduit à la génération de particules ayant des sommets à l'infini sur les frontières (voir figure 3.4-(a)). Pour résoudre ce problème, il est possible de couper les particules situées sur les bords pour que leur forme s'adapte à la géométrie (Yan *et al.*, 2010) (voir figure 3.4-(b)). Cette solution n'est pas utilisée dans cette étude puisqu'elle risque de créer des particules non convexes, ce qui posera, par la suite, des problèmes de détection du contact.

Pour cette raison, des nœuds sont ajoutés en dehors de la géométrie, appelés nœuds fantômes. Le rôle de ces nœuds est de construire des particules qui respectent les frontières du matériau étudié. Les points extérieurs ne peuvent donc pas être positionnés de manière aléatoire afin d'éviter une mauvaise construction des frontières. Le contour de la géométrie va suivre les arêtes/faces des particules polygonales/polyédriques situées sur les bords. Ces arêtes/faces sont perpendiculaires aux poutres reliant les points internes aux points externes (voir figure 3.5 et figure 3.6). A noter que, dans ce qui suit, la notation des points  $M_i$  représente les points

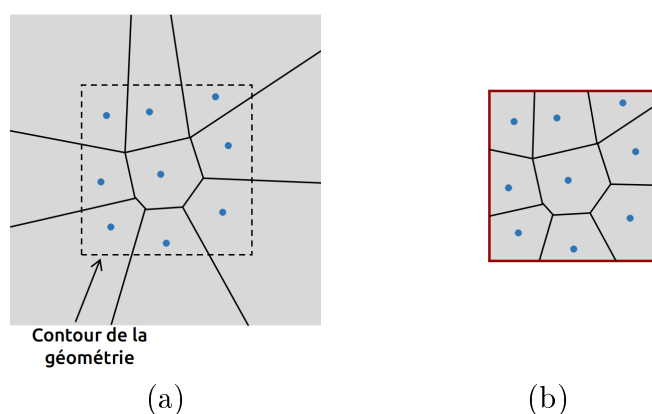


FIGURE 3.4 – Génération d’un maillage avec des nœuds placés uniquement à l’intérieur : (a) particules avec bords à l’infini (b) géométrie obtenue après coupe.

utilisés pour la génération du maillage d’éléments discrets.

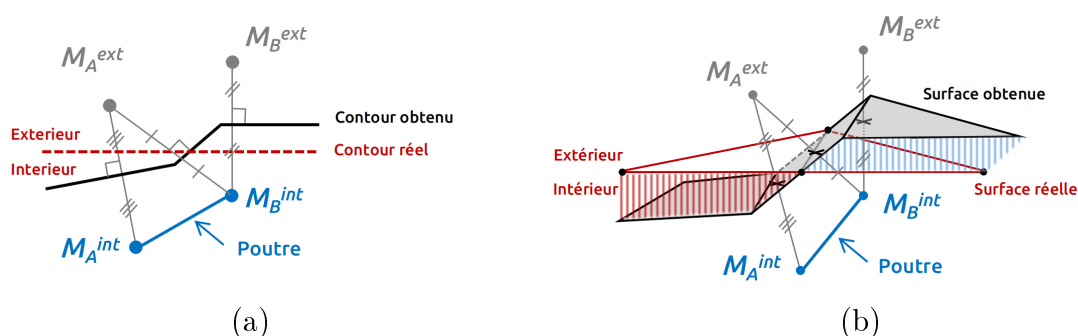


FIGURE 3.5 – Mauvaise construction des frontières de la géométrie (a) 2D (b) 3D.

Dans la version précédente de DEAP développée par Vassaux *et al.* (2016), la méthode de la grille, proposée par Moukarzel et Herrmann (1992), est utilisée pour placer les points représentant les centres des particules. Le positionnement des points en dehors des frontières est effectué en déterminant la symétrie de chaque point interne par rapport à tous les bords de la géométrie. Par cette technique, une bonne représentation de la géométrie est assurée uniquement dans le cas de formes géométriques simples. En effet, la symétrisation des points par rapport aux frontières est facile pour ces géométries. Par contre, pour des formes complexes (géométrie concave, forme circulaire...), cette symétrisation est plus compliquée et un mauvais positionnement des points externes entraînera une mauvaise représentation de la géométrie. Par conséquent, dans le cas d’un essai d’arrachement, des surfaces rugueuses dans la zone de contact acier-béton vont provoquer des frottements géométriques dus à la rugosité et à l’apparition de forces de frottement plus importantes que dans le cas réel. De ce fait, le maillage existant nécessite des améliorations pour représenter correctement la forme du matériau étudié.

Dans le cadre de ces travaux de thèse et afin de générer un assemblage de particules irrégulières indéformables de taille homogène et d’un ensemble de poutres unidimensionnelle

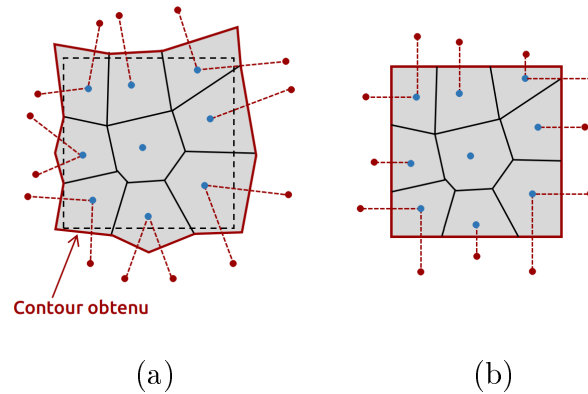


FIGURE 3.6 – Forme géométrique obtenue (a) avec un placement aléatoire des points fantômes (b) avec des points placés symétriquement aux points internes.

respectant la forme géométrique, deux techniques de maillage 2D et 3D sont alors proposées et détaillées dans une section ultérieure.

### 3.2.2 Cohésion

Le comportement cohésif du matériau est pris en compte en introduisant des efforts de cohésion entre les particules voisines. Ces forces sont assurées par un réseau de poutres. Chaque lien entre deux particules indéformables est une poutre d'Euler-Bernoulli à 3 degrés de liberté (deux translations et une rotation) en 2D et à 6 degrés de liberté (trois translations et trois rotations) en 3D.

Chaque poutre  $i - j$ , reliant deux particules  $i$  et  $j$ , est caractérisée par sa longueur  $l_b$ , sa section  $A_b$ , son module de Young  $E_b$  et son coefficient d'inertie  $\alpha_b = 64 \frac{l_b \cdot \pi}{A_b^2}$  (figure 3.7). Le paramètre adimensionnel  $\alpha_b$  pilote le moment d'inertie  $I_b$  et contrôle le coefficient de Poisson  $\nu$  de l'assemblage des poutres. Les deux paramètres  $l_b$  et  $A_b$  dépendent de la forme des deux particules  $i$  et  $j$ . En revanche,  $E_b$  et  $\alpha_b$  sont égaux pour toutes les poutres et sont identifiés à partir du comportement élastique du matériau étudié.

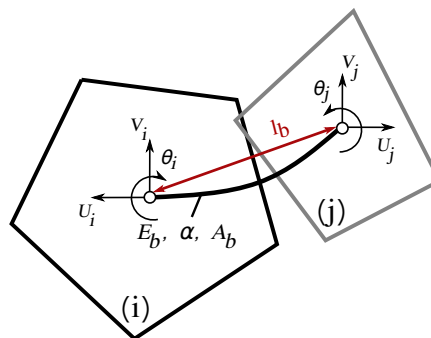


FIGURE 3.7 – Deux particules liées par une poutre d'Euler-Bernoulli.

Pour deux particules  $i$  et  $j$  reliées par une poutre  $i - j$ , les forces et le moment de cohésion dans un calcul bidimensionnel s'écrivent de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{N,ij} = \frac{E_b A_{b,ij}}{l_{b,ij}} (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \vec{n}_{b,ij}. \\ F_{T,ij} = \frac{12E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^3} (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \vec{t}_{b,ij} - \frac{6E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^2} (\theta_i - \theta_j). \\ M_{z,ij} = -\frac{6E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^2} (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \vec{t}_{b,ij} - \frac{4E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}} (\theta_i - \frac{\theta_j}{2}). \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Avec  $\vec{n}_{b,ij}$  et  $\vec{t}_{b,ij}$  les vecteurs normal et tangent dans le repère local de la poutre  $i - j$ .

### 3.2.3 Mécanisme de rupture : comportement quasi-fragile

Un critère de rupture  $P_{ij}$  est associé à chaque poutre. Ce critère s'écrit en fonction de l'extension axiale de la poutre  $\epsilon_{ij}$  et des rotations des deux particules  $\theta_i$  et  $\theta_j$ .

$$P_{ij}(\epsilon_{ij}, |\theta_i - \theta_j|) \geq 1 \quad (3.2)$$

De nombreuses formulations du critère de rupture, décrivant avec précision le comportement à la rupture, peuvent être trouvées dans la littérature (Davie et Bicanic, 2003). Vassaux *et al.* (2014) ont testé plusieurs critères de rupture basés sur les critères de Rankine ou de Mohr-Coulomb et ont remarqué que l'utilisation de l'extension et de la rotation au lieu des forces axiales et du moment de flexion, comme proposé par Herrmann *et al.* (1989); Schlangen et Van Mier (1992) ne modifie pas les résultats. Pour cela, le critère de rupture utilisé dans le modèle particulaire-lattice DEAP est le suivant :

$$P_{ij} = \frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_{ij}^{cr}} + \frac{|\theta_j - \theta_i|}{\theta_{ij}^{cr}} \geq 1 \quad (3.3)$$

Où les paramètres  $\epsilon_{ij}^{cr}$  et  $\theta_{ij}^{cr}$  représentent, respectivement, les limites d'extension et de rotation de la poutre.

Lorsque le critère de rupture  $P_{ij}$  entre deux particules  $i$  et  $j$  est atteint, la poutre se rompt et n'est plus prise en compte dans le calcul. Par conséquent, une micro-fissure apparaît sur la face commune des deux particules concernées (figure 3.8).

En outre, pour passer d'un comportement fragile à un comportement quasi-fragile, une variabilité de seuil de rupture est ajoutée. Ce passage assure la dissipation de l'énergie et par la suite la diffusion des micro-fissures (*fracture process zone*), ce qui est plus représentatif pour un matériau quasi-fragile comme le béton. Pour cela, une distribution de Weibull est associée aux deux seuils de rupture,  $\epsilon_{ij}^{cr}$  et  $\theta_{ij}^{cr}$ , pour représenter un comportement quasi-fragile (Oliver-Leblond *et al.*, 2013). La densité de probabilité d'une distribution de Weibull est :

$$f(x) = \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k} \quad (3.4)$$

Ainsi, trois paramètres de rupture sont utilisés dans le modèle pour retrouver un comportement quasi-fragile : le paramètre de forme  $k$ , le paramètre d'échelle pour la déformation



critique  $\lambda_{\epsilon_{cr}}$  et le paramètre d'échelle pour la rotation critique  $\lambda_{\theta_{cr}}$ . Un quatrième paramètre, nommé  $\lambda_{min}$ , est ajouté pour contrôler la micro-fissuration avant l'apparition de la fissuration macroscopique.

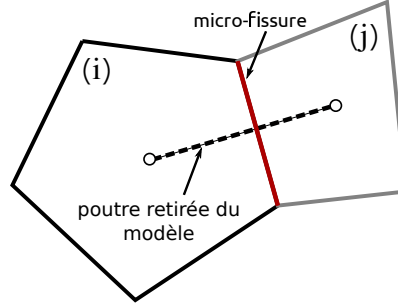


FIGURE 3.8 – Rupture de la poutre.

### 3.2.4 Interaction entre particules

Lors d'un chargement cyclique, la fermeture de fissures engendre la transmission d'efforts de contact normaux et tangentiels qui peuvent conduire à de nouvelles dégradations. En d'autres termes, les efforts de contact agissent individuellement sur les particules, afin de reproduire le phénomène de fermeture de fissure, la rugosité et/ou le contact entre deux corps.

Si deux particules ne sont pas initialement liées par un lien ou si la poutre existante entre les deux particules concernées s'est rompue, la pénétration est autorisée et les forces de contact doivent être évaluées (figure 3.9). Ce phénomène n'aura lieu que dans le cas où la poutre n'existe pas afin d'éviter d'avoir deux mécanismes en même temps et de ne pas doubler l'action de la poutre entre les deux particules. Une fois qu'un contact est détecté entre une paire de particules, une pénétration et un glissement sont autorisés et des nouveaux efforts sont créés : les efforts de contact provenant de la pénétration des deux particules et les frottements de coulomb provoqués par le glissement de ces dernières.

Au début de cette thèse, la méthode de contact implémentée dans DEAP est basée sur la détermination de la forme polygonale de la surface de recouvrement entre les particules. La version bidimensionnelle de cette technique a été proposée et développée dans DEAP par Vassaux *et al.* (2015). Les forces de contact sont quantifiées en fonction du niveau de pénétration entre le couple de particules en contact. Suite à cette pénétration, quatre paramètres sont déterminés et les forces de contact résultantes seront calculées à partir de ces paramètres (figure 3.9) :

1. La surface d'intersection  $S_r$  des deux particules en contact. Cette surface est définie comme étant l'aire d'un polygone convexe de recouvrement entre une paire de particules.
2. Le point d'application  $C$  des forces de contact et de frottement. Ce point est le centre de gravité de la surface  $S_r$ .
3. Le plus grand segment  $L_c$  obtenu dans la surface d'intersection  $S_r$ .
4. Les vecteurs normal  $\vec{n}_c$  et tangent  $\vec{t}_c$  calculés en fonction de la position du segment  $L_c$ .

Pour le calcul de la force de contact normale, Vassaux *et al.* (2015) a utilisé la théorie des poutres, appliquée dans le cas des poutres cohésives, mais en introduisant la surface de recouvrement  $S_r$  telle que proposée par Tillemans et Herrmann (1995) et D'Addetta *et al.* (2002). Dans ces travaux, il a supposé l'existence d'une poutre fictive entre les deux particules en contact et a évalué la force du contact normale  $\vec{F}_{cont,ij}$  entre deux particules  $i$  et  $j$  par :

$$\vec{F}_{cont,ij} = -\frac{E_b S_{r,ij}}{l_{c,ij}} \vec{n}_{c,ij} \quad (3.5)$$

Avec  $l_{c,ij}$  la distance entre les deux centres des deux particules en contact.

Ensuite, après avoir calculé la force de contact normale, le modèle de Coulomb est utilisé pour obtenir la force de friction  $F_{fric,ij}$  et pour déterminer si un glissement entre les deux particules est activé.

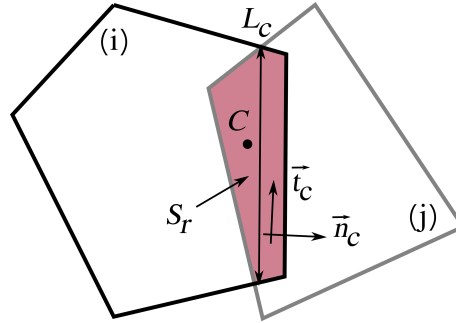


FIGURE 3.9 – Deux particules en contact.

Malgré l'efficacité de la méthode polygonale pour la détection des contacts, elle est cependant très coûteuse en temps de calcul, surtout dans le cas de particules irrégulières. De plus, l'extension au calcul d'un volume de pénétration entre deux polyèdres convexes dans le cas tridimensionnel est beaucoup plus coûteux que le calcul d'une surface de recouvrement entre deux polygones dans le cas bidimensionnel. En raison de ces limitations et pour réduire la complexité de la modélisation, la proposition d'une nouvelle technique simplifiée de détection de contact est nécessaire, surtout en 3D. Pour cette raison, une méthode de détection de contact en 2D et en 3D ainsi que le calcul des forces de contact sont proposés dans le cadre de ces travaux de thèse. Cette étape est particulièrement importante pour la suite du travail afin d'étudier le comportement tridimensionnel des ancrages dans le béton et de représenter l'interface acier-béton à l'échelle locale en utilisant le modèle discret DEAP. La méthode de détection de contact est, par la suite, abordée et discutée en s'appuyant sur des comparaisons entre des résultats analytiques et des simulations issues du modèle particulaire-lattice.

### 3.2.5 Algorithme de résolution

Après l'application du chargement en fonction d'un temps fictif  $t$ , l'état cinématique dans le système est calculé à chaque instant. L'algorithme de résolution global est caractérisé par trois boucles :

**Boucle principale (sur les pas de temps  $t$ )** : La première boucle permet d'appliquer le chargement au pas de temps  $t$ . Elle permet de prendre en compte des chargements itératifs, adaptés notamment au cas cyclique.

**Deuxième boucle** : Cette boucle est à l'intérieur de la boucle principale. Elle vérifie le critère de rupture  $P_{ij}$  et casse la poutre qui dépasse de plus ce critère.

**Troisième boucle (sur des itérations)** : la dernière boucle est une boucle itérative qui vérifie l'équilibre mécanique. Elle permet de prendre en compte le contact frottant non linéaire pour les particules indépendantes.

L'algorithme de résolution global proposé par Vassaux *et al.* (2016) est détaillé dans la figure 3.10.

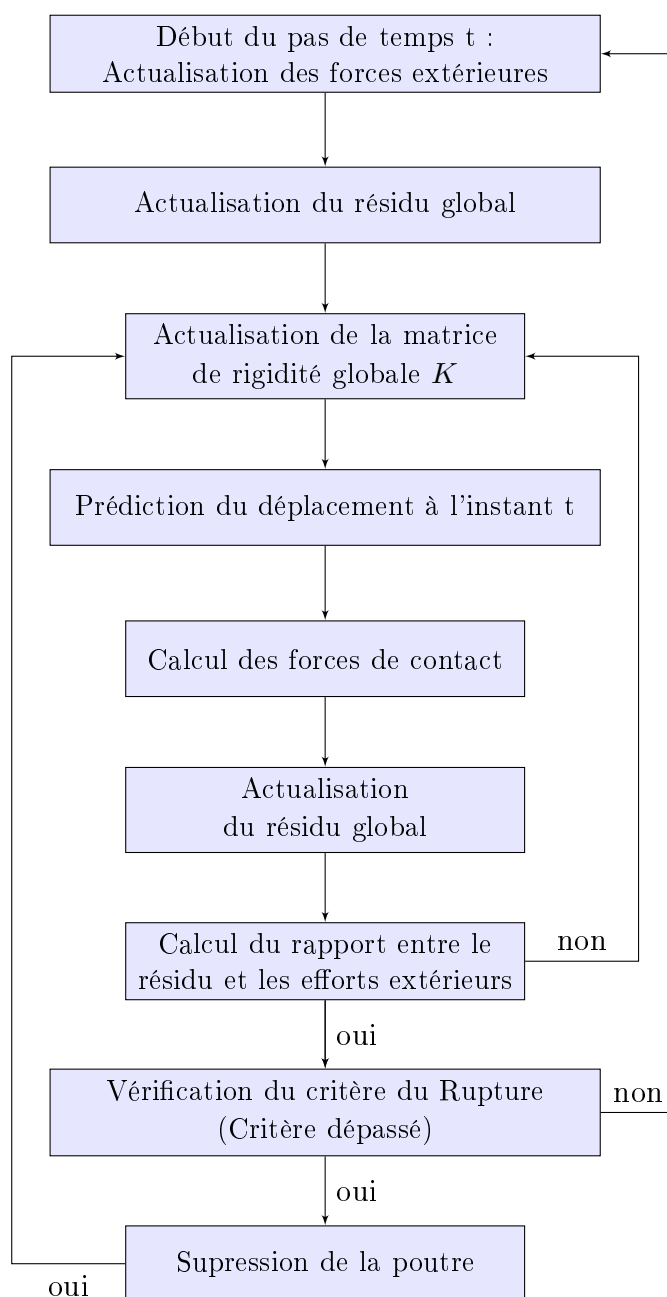


FIGURE 3.10 – Schéma de l'algorithme de résolution global.

### 3.3 Génération d'un maillage d'éléments discrets - 2D

Afin de résoudre le problème lié à une mauvaise construction d'un maillage d'éléments discrets dans un modèle particulaire-lattice, nous proposons une méthode de génération d'un maillage bidimensionnel centrée sur la prise en compte du contour.

### 3.3.1 Stratégie

Pour générer un maillage bidimensionnel constitué d'un ensemble de particules polygonales irrégulières et d'un réseau de poutres unidimensionnelles pour des géométries complexes, un nouveau mailleur a été développé. L'approche utilisée est basée sur les deux méthodes : «Voro-Crust» et «Disk poisson sampling». La méthode «Vorocrust» proposée par Abdelkader *et al.* (2018) est utilisée pour créer le contour de la géométrie. Alors que, la méthode «Disk poisson sampling» présentée dans Dunbar et Humphreys (2006) est appliquée pour positionner, aléatoirement, des points à l'intérieur de la géométrie. L'algorithme proposé est le suivant :

1. Discrétisation et génération d'un ensemble de points  $P$  sur le contour  $M$  de la géométrie (figure 3.11-(a)).
2. Définition des cercles  $B_i$  de centre  $P_i$  et de rayon  $r_i$  (figure 3.11-(a)). Cet ensemble de cercles est utilisé pour placer chaque point externe de manière symétrique au point interne associé par rapport au contour de la géométrie.
3. Définition d'un ensemble  $U = \cup_i B_i$  (figure 3.11-(b)) contenant les nœuds de frontières intérieurs (en bleu) et extérieurs (en rouge).
4. Génération aléatoire de points à l'intérieur de la géométrie en utilisant la méthode «Poisson Disk Sampling» (figure 3.11-(c)).
5. Calcul de la triangulation de Delaunay de l'ensemble des points (figure 3.11-(d)).
6. Calcul des polygones de Voronoi, dual de la triangulation de Delaunay (figure 3.11 - (e)). Les nœuds frontières extérieurs (ou nœuds fantômes) sont supprimés ainsi que les poutres associées.

Cette technique de maillage garantit une bonne représentation de la géométrie (surface lisse) et une bonne qualité de maillage. Les points externes situés près des bords appelés «nœuds fantômes» sont générés automatiquement en dehors de la géométrie. La génération de ces points permet de construire les frontières de la géométrie. Ainsi, la géométrie est bien représentée tout en respectant les contours. La densité du maillage et le nombre de particules sont contrôlés par un paramètre  $r$  représentant le diamètre des cercles générés sur le contour ainsi que la distance séparant les points générés par la méthode «Poisson Disk Sampling». De plus, une variabilité est imposée sur les diamètres des cercles pour éviter un maillage régulier qui aurait un impact sur la réponse mécanique.

### 3.3.2 Efficacité du mailleur bi-dimensionnel

#### 3.3.2.1 Isotropie géométrique

Dans le but de montrer l'efficacité du mailleur et de valider la qualité du maillage obtenu, le niveau d'isotropie est vérifié. Généralement, ce niveau est étudié d'un point de vue géométrique et à partir des propriétés géométriques des poutres telles que leurs tailles et leurs orientations dans les deux directions  $x$  et  $y$  (André *et al.*, 2012). Prenons l'exemple du carré illustré dans la figure 3.12. Le carré est de dimension  $1 \times 1 \text{ m}^2$  et la longueur des poutres choisie initialement est égale à 0,02 m.

L'histogramme représentant la probabilité de la distribution de la taille des poutres dans le matériau est illustré dans la figure 3.13. D'après le graphique, la majorité des poutres a une

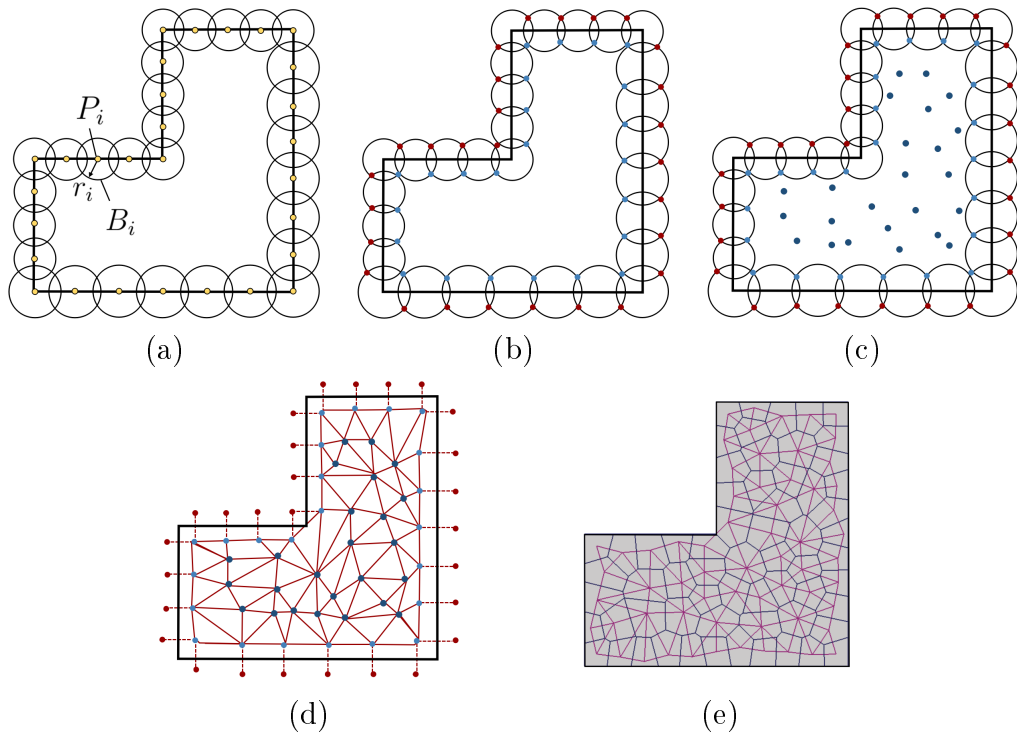


FIGURE 3.11 – Les étapes de la génération du maillage particulaire-lattice bidimensionnel (a) discrétisation du contour  $M$  et définition d'un ensemble de cercles  $B_i$  (b) détermination des points d'intersection des cercles  $B_i$  (c) génération des points à l'intérieur du contour (d-e) calcul de la triangulation de Delaunay (f) calcul des polygones de Voronoi.

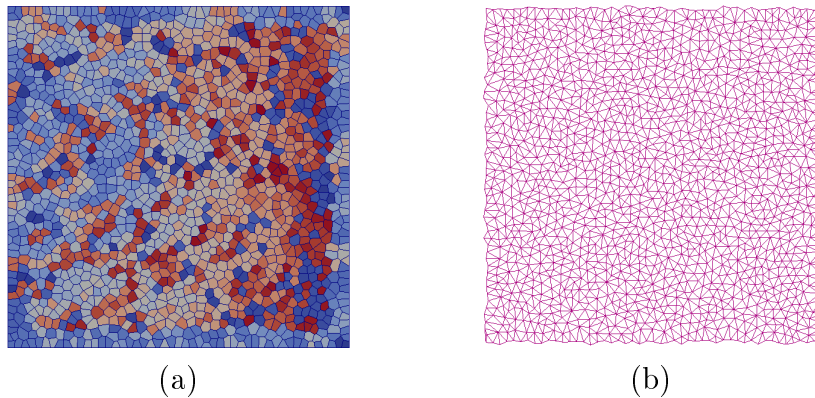


FIGURE 3.12 – Géométrie étudiée : (a) Ensemble des particules polygonales (b) Réseau de poutres.

taille comprise entre 0,02 m et 0,022 m, ce qui valide la densité de maillage choisie initialement. Un décalage uniquement à droite de la valeur cible est constaté. Il est lié au principe de la méthode «Disk poisson sampling» qui exclue les points générés à une distance minimale égale à la taille des poutres choisie, ce qui est dans notre cas égale à 0,02 m. Les poutres d'une longueur inférieure à 0,02 m se trouvent forcément sur les bords de la géométrie et sont générées par discrétisation des contours.

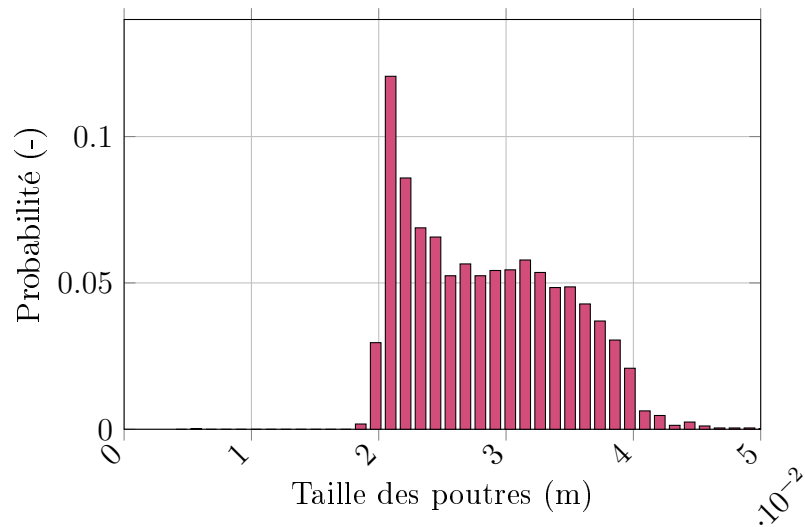


FIGURE 3.13 – Distribution des tailles des poutres.

En ce qui concerne l'orientation des poutres, celle-ci est illustrée à l'aide d'un histogramme polaire. Un disque est discrétisé en un ensemble de triangles. Chaque triangle a un sommet confondu avec le centre du disque et deux autres sommets placés sur son contour. Chaque deux points d'une poutre dans le maillage est placé dans un triangle selon l'orientation de la poutre. La figure 3.14 montre trois histogrammes polaires pour les poutres situées à l'intérieur, les poutres sur les bords et l'ensemble des poutres. On peut remarquer que l'orientation des poutres existantes sur les frontières est influencée par la direction des bords de la géométrie (figure 3.14-(a)). Autrement dit, il est évident que les poutres, à proximité des couches limites, sont presque parallèles aux surfaces externes associées. L'isotropie n'est pas assurée dans ces endroits et un comportement mécanique anisotrope est donc attendu. En s'éloignant des frontières, l'effet de bord disparaît et les éléments à l'intérieur de la géométrie sont orientés avec la même probabilité dans toutes les directions (figure 3.14-(b)). Ainsi, le niveau d'isotropie au cœur du matériau est atteint. La distribution de l'orientation de l'ensemble de poutres est illustrée dans la figure 3.14-(c). Il est clair que, lorsque la densité de maillage est élevée, la distribution des poutres près des frontières n'influence pas l'orientation globale des liens. De plus, l'histogramme polaire obtenu tend vers un cercle, ce qui valide le bon niveau d'isotropie géométrique obtenu pour le matériau étudié. Ce résultat montre que malgré la différence du niveau d'isotropie entre l'intérieur et la couche limite de la géométrie, le niveau d'isotropie géométrique global est validé. Il est classique de faire l'hypothèse que le matériau est initialement isotrope d'un point de vue mécanique.

### 3.3.2.2 Exemples de formes complexes

Après avoir garanti l'isotropie du maillage généré, la capacité de la technique de maillage proposée à réaliser des géométries complexes est présentée. Dans ce but, le maillage d'un cercle a été réalisé et présenté. D'après la figure 3.15-(a), le

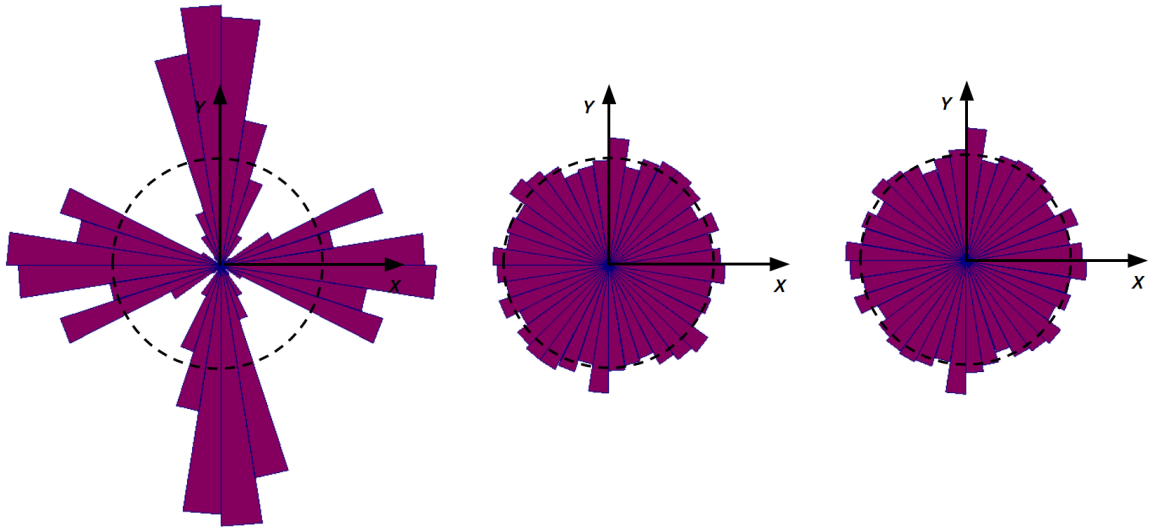


FIGURE 3.14 – Histogramme polaire pour la distribution des orientations (a) des poutres sur les bords (b) des poutres à l'intérieur (c) de l'ensemble des poutres.

contour du cercle est bien représenté et une bonne distribution des poutres dans le matériau est observée.

De plus, la technique de maillage proposée est capable de mailler des formes géométriques non convexes, comme dans le cas d'un ancrage installé dans une dalle en béton. Les figures 3.15-(b-c), valident la capacité du mailleur à mailler des formes avec des trous et avec des coins intérieurs et extérieurs.

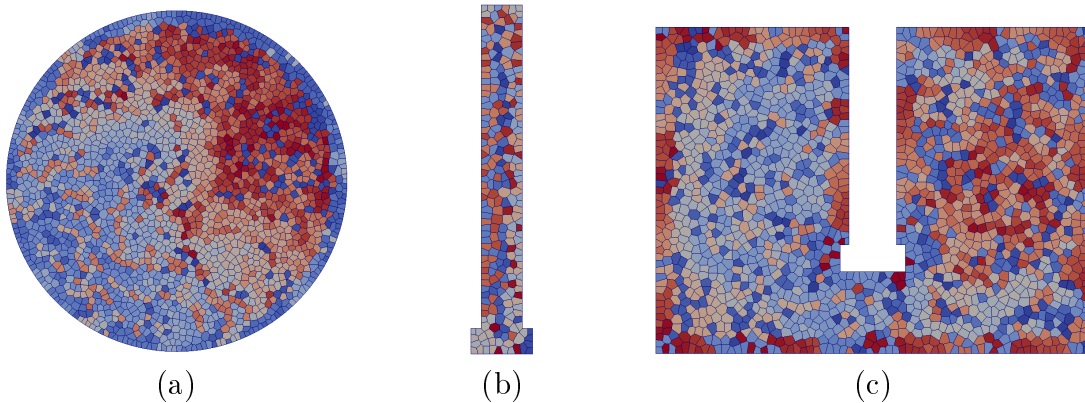


FIGURE 3.15 – Maillage d'éléments discrets : (a) cercle (b) goujon (c) béton avec un trou.

### 3.4 Génération d'un maillage d'éléments discrets - 3D

La génération d'un maillage d'éléments discrets tridimensionnel est beaucoup plus compliquée que celle d'un maillage d'éléments discrets bidimensionnel. L'application de la technique précédente pour le passage de la 2D à la 3D est faisable mais plus lourde en raison de la



complexité de la discrétisation des surfaces, des bords et des coins de la géométrie ainsi que du calcul de l'intersection des sphères générées. De ce fait, une technique de maillage est proposée dans ce qui suit. Cette méthode est appelée «T2P» (Tetrahedral to Polyhedral Mesher) car elle utilise un maillage tétraédrique typique des modèles 3D d'éléments finis.

### 3.4.1 Difficulté lors de la génération des nœuds extérieurs

Pour représenter correctement les limites de la géométrie, les points extérieurs doivent être placés symétriquement aux points intérieurs par rapport aux bords, comme l'illustre la figure 3.6. Afin de réduire le coût de calcul, seuls les points intérieurs proches de la frontière sont traités. Cependant, pour les formes géométriques tridimensionnelles complexes, la génération des points extérieurs par symétrisation des points intérieurs par rapport aux frontières n'est pas évidente, notamment à proximité d'angles aigus et obtus, de surfaces courbes et de trous.

Yip *et al.* (2005) ont proposé une méthode pour prendre en compte les formes géométriques polyédriques convexes et concaves. Leur méthode consiste à transformer la géométrie non-convexe en une forme convexe en ajoutant des domaines externes convexe (figure 3.16). Des points sont générés à l'intérieur de chaque domaine externe. Puis, des nœuds supplémentaires situés en dehors de ce dernier sont attribués pour définir le contour des zones ajoutées. Les nœuds supplémentaires qui se trouvent à l'intérieur du domaine non-convexe réel sont traités comme des points intérieurs, alors que les points extérieurs correspondants deviennent leurs points extérieurs associés. Par cette méthode, les angles restent néanmoins proches des angles droits et seules les surfaces planes peuvent être considérées.

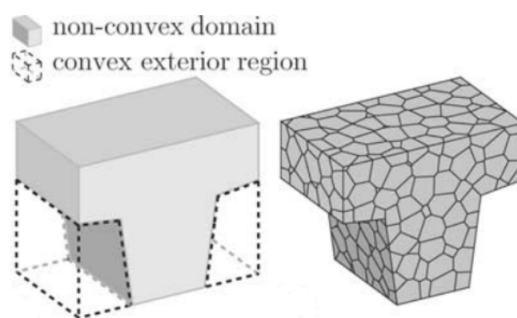


FIGURE 3.16 – Transformation d'un domaine non-convexe à un domaine convexe (Yip *et al.*, 2005).

Asahina et Bolander (2011) ont développé une procédure de maillage de particules polyédriques. La procédure consiste à distinguer les coins, les arêtes et les surfaces lors de la génération des points. En 2D par exemple, chaque coin d'un polygone est représenté par trois points (un point à l'intérieur du contour et deux à l'extérieur). Des paires de nœuds sont insérées d'une manière aléatoire le long des arêtes en respectant une distance minimale entre les points voisins. Puis, un ensemble de points est généré à l'intérieur de la géométrie. Les étapes de la génération des points sont illustrées dans la figure 3.17. L'avantage de cette méthode est que la procédure de génération de points peut être facilement étendue à la 3D. Mais, l'exten-

sion de cette méthode, pour prendre en compte des géométries non-convexes, n'est pas réalisée.

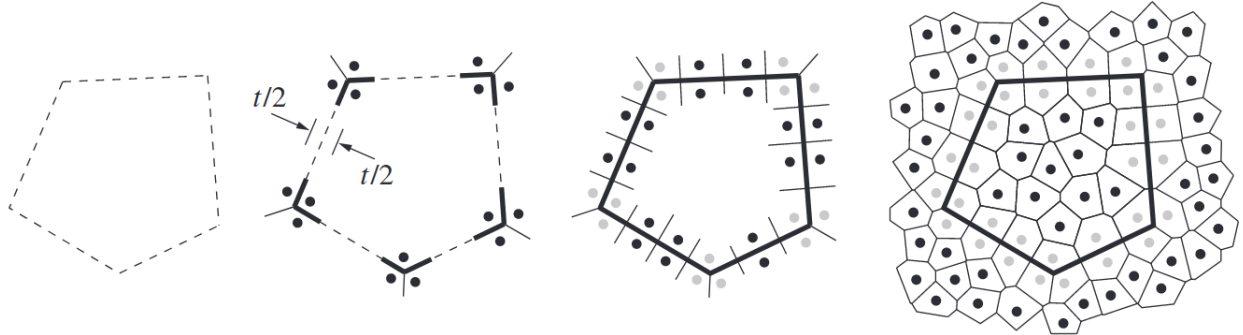


FIGURE 3.17 – Procédure de génération des points dans un polygone (Asahina et Bolander, 2011).

Abdelkader *et al.* (2018, 2020) ont proposé une méthode pour mailler des géométries complexes (forme convexe ou non convexe). Cependant, comme leur domaine d'application n'est pas lié aux modèles particulaire-lattice, les points ne sont pas répartis de manière homogène dans le domaine et un raffinement est appliqué dans certaines zones.

### 3.4.2 D'un maillage éléments finis à un maillage éléments discrets

Les maillages tétraédriques sont fréquemment utilisés pour les simulations par éléments finis. Leur génération est généralement basée sur la triangulation de Delaunay d'un ensemble de points formant le volume et la surface de la géométrie (Cheng *et al.*, 2012). L'utilisation d'un maillage tétraédrique pour construire un ensemble de particules a déjà été envisagé avec succès pour générer des particules de formes sphériques (Jerier *et al.*, 2009).

Dans ce travail, nous proposons une technique de maillage appelée «T2P». Cette méthode permet de construire à partir d'un maillage tétraédrique les particules polyédriques irrégulières et les poutres consistant le maillage d'éléments discrets. La géométrie est ainsi assimilée à un polyèdre, même si elle présente des surfaces courbes.

Un ensemble de points situés à l'intérieur de la géométrie est requis. Chaque nœud est associé à une seule particule et à plusieurs poutres. En outre, un ensemble de nœuds situés à l'extérieur de la géométrie est également requis pour pouvoir reproduire correctement les frontières. Pour générer ces nœuds, les coordonnées de tous les points sont exportées du maillage d'éléments finis tétraédrique. Pour traiter ce maillage, et en particulier ses frontières, les indices des points sur les coins, de ceux sur les arêtes et de ceux correspondant aux sommets des triangles de surface sont aussi exportés. Différentes techniques de génération sont en effet utilisées en fonction de la position du point (s'il est strictement à l'intérieur de la géométrie ou s'il représente un coin, une arête ou une surface).

**Points des coins.** Un tétraèdre (1234), dont le point 1 est situé sur un coin de la géométrie, est présenté sur la figure 3.18-(a). On détermine d'abord le centroïde  $G$  de la base triangulaire

(234) (voir figure 3.18-(b)). Ensuite, on choisit arbitrairement un point  $M$ , appartenant au segment reliant les points 1 et  $G$  (voir figure 3.18-(c)). Enfin, trois points  $M_1$ ,  $M_2$ , et  $M_3$  sont générés en assurant la symétrie du point  $M$  par rapport aux triangles (123), (134) et (142) (voir figure 3.18-(d)). Selon la forme du coin (convexe ou concave), le point  $M$  est considéré comme un point interne ou un point externe.

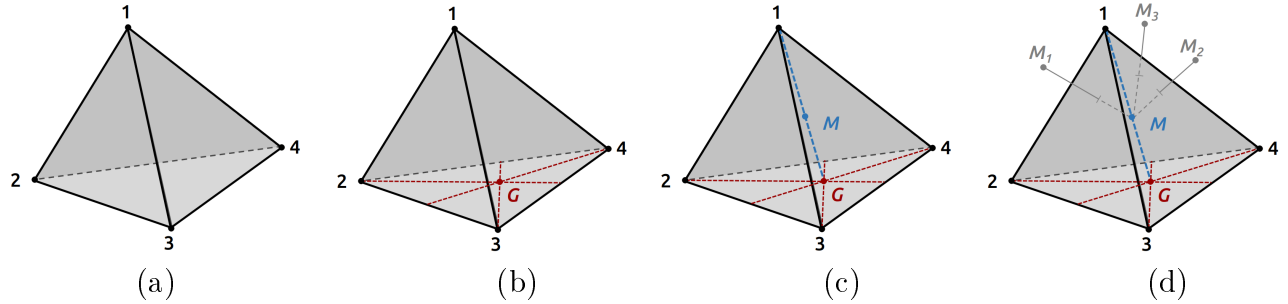


FIGURE 3.18 – Génération des points sur les coins.

**Points sur les arêtes.** Dans la géométrie, chaque arête est composée d'un ensemble de segments. Chaque segment partage un côté commun de deux triangles de surface. La figure 3.19 montre un exemple de la façon dont un point d'arête est généré. L'arête commune 1 – 2, appartenant aux triangles (123) et (134), est prise comme exemple (voir figure 3.19-(a)). Dans cette étape, le point  $G$  est situé au milieu de l'arête 1 – 2 (figure 3.19-(b)). En reliant ce point  $G$  aux deux sommets restants 3 et 4, un nouveau triangle ( $G34$ ) est formé où  $M$  est son centroïde (figure 3.19-(c)). Les deux points  $M_1$  et  $M_2$  représentent les symétries du point  $M$  par rapport aux deux triangles (123) et (134) (figure 3.19-(d)).

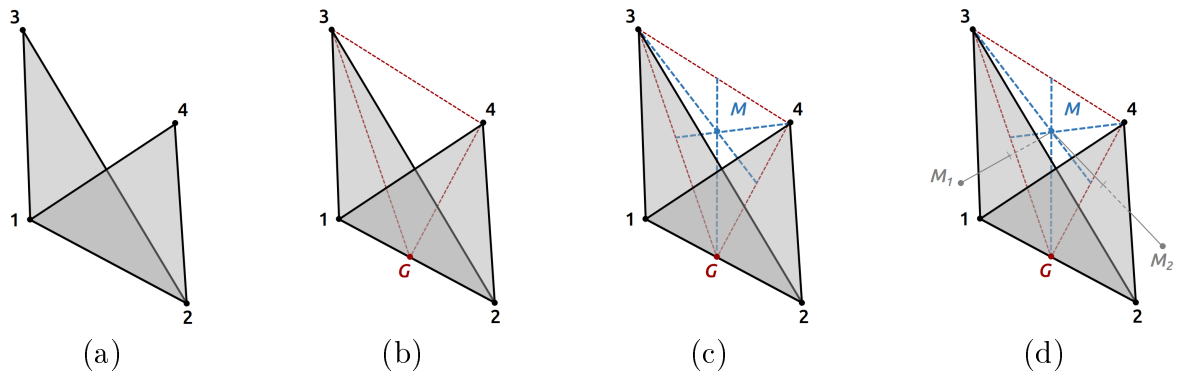


FIGURE 3.19 – Génération des points sur les arêtes.

**Points des surfaces.** Pour chaque triangle sur la surface extérieure de la géométrie, le centroïde  $G$  est généré ainsi que deux points symétriques  $M_1$  et  $M_2$  situés de part et d'autre du triangle (voir figure 3.20). On note qu'il n'est pas possible, à cette étape, de savoir lequel de  $M_1$  et  $M_2$  est à l'intérieur de la géométrie.

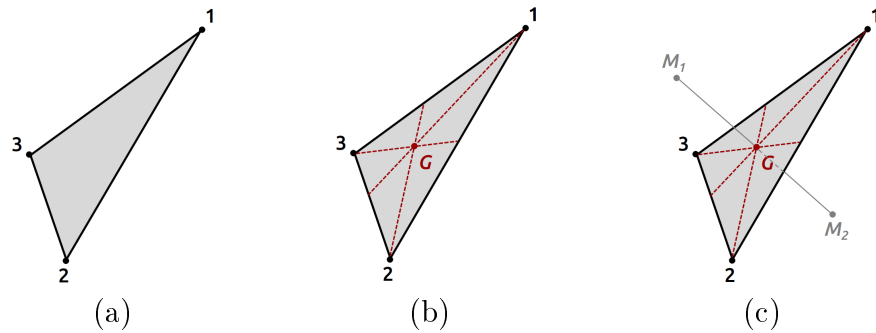


FIGURE 3.20 – Génération des points sur les surfaces extérieures.

**Points à l'intérieur.** En ce qui concerne la génération des points à l'intérieur du volume, tous les points du maillage d'éléments finis tétraédrique sont retenus, à l'exception de ceux situés sur les coins, les arêtes ou les surfaces. Il n'est pas nécessaire de construire les symétries de ces points par rapport aux bords puisqu'ils sont situés loin des frontières. Afin d'assurer la génération de particules polyédriques irrégulières, chaque point à l'intérieur du volume est déplacé aléatoirement d'une distance inférieure à la moitié de la densité du maillage. Par définition, ces points sont à l'intérieur de la géométrie.

### 3.4.3 Séparation des points à l'intérieur et à l'extérieur du volume

Au cours des étapes décrites ci-dessus, un ensemble de points sur la frontière a été généré. Parmi ces points, un sous-ensemble se trouve en dehors de la géométrie. Ce sous-ensemble doit être identifié. En effet, ces points sont utiles pour une bonne représentation des limites géométriques du matériau étudié mais ils ne font pas partie du maillage final.

Concernant les formes géométriques convexes, il est généralement simple de déterminer si un point est situé à l'intérieur ou à l'extérieur de la géométrie. Cela est moins évident dans le cas de géométries concaves avec des trous. Une étape supplémentaire est donc nécessaire et est décrite ci-dessous.

Le centroïde  $G$  de chaque triangle de surface est d'abord calculé. Ensuite, le plus proche point  $M_{int}^G$  de  $G$  est recherché. En utilisant le vecteur  $\overrightarrow{GM_{int}^G}$ , le vecteur normal  $\vec{N}$  orienté vers l'extérieur du triangle est déterminé (voir figure 3.21-(b)). Par la suite, les points  $M_i$  générés autour des frontières sont triés en calculant le produit scalaire  $\langle \overrightarrow{GM}, \vec{N} \rangle$ . Un produit scalaire négatif signifie que  $M_i$  est un point de frontière situé à l'intérieur de la géométrie et doit être conservé dans le maillage final. L'évaluation de ce produit scalaire n'est faite qu'une seule fois pour chaque coin, arête et triangle de surface. En effet, la position des autres points générés peut en être déduite.

### 3.4.4 Résumé de l'algorithme de génération du maillage

L'approche est présentée sur une géométrie simple. Un cube de 0,05 m de côté est maillé sous Cast3m. Un ensemble d'éléments tétraédriques est généré (voir figure 3.22). Dans cet exemple, la densité de maillage imposée est égale à 5 mm.

Les principales étapes de la génération du maillage sont les suivantes :

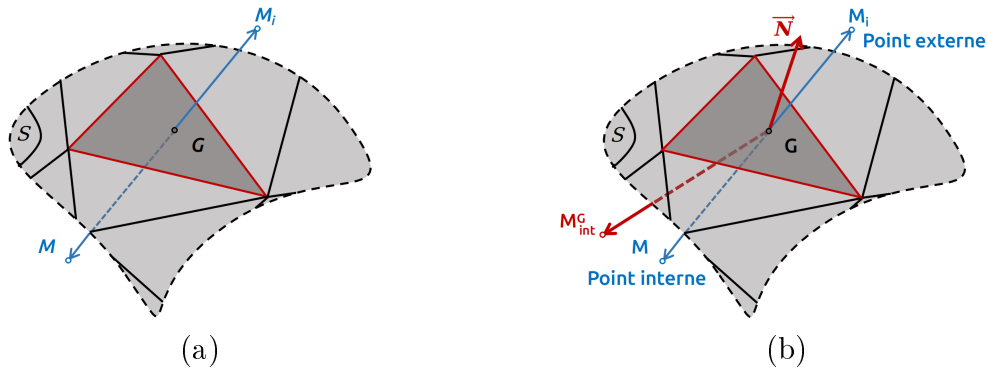


FIGURE 3.21 – Filtrage des points.

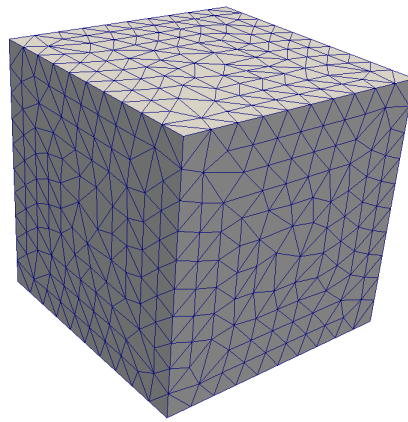


FIGURE 3.22 – Maillage d'éléments finis tétraédrique d'un cube.

1. Extraire les coordonnées de tous les nœuds du maillage d'éléments finis tétraédrique ainsi que les indices des nœuds aux coins, sur les arêtes, et appartenant aux triangles des surfaces du maillage ;
2. Construire les points internes (voir figure 3.23-(a)) ;
3. Générer les points associés aux coins (voir figure 3.23-(b)), aux arêtes (voir figure 3.23-(c)) et aux surfaces (voir figure 3.23-(d)) ;
4. Trier les points en deux catégories : points situés à l'intérieur et points situés à l'extérieur du volume ;
5. Calculer la triangulation de Delaunay de l'ensemble des points générés pour obtenir les poutres du modèle. Seules les poutres reliant les points de l'intérieur sont conservées (voir figure 3.24-(a)) ;
6. Calculer la tessellation de Voronoï associée à la triangulation de Delaunay pour obtenir les particules polyédriques, en ne conservant que celles associées aux points situés à l'intérieur de la géométrie (voir figure 3.24-(b)).

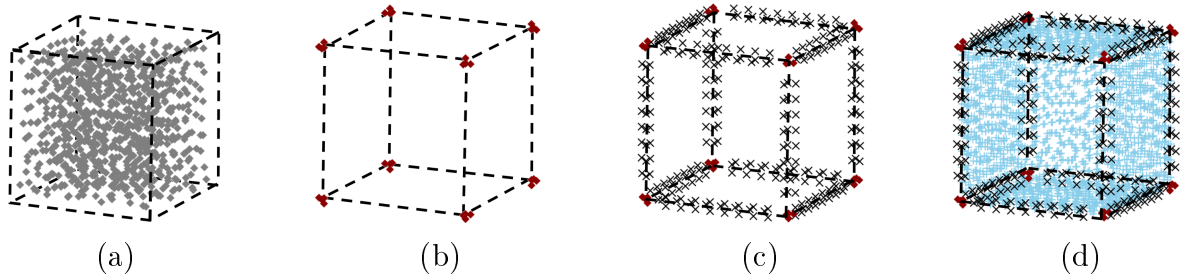


FIGURE 3.23 – Points (a) internes, (b) sur les coins, (c) sur les arêtes, (d) et sur les surfaces.

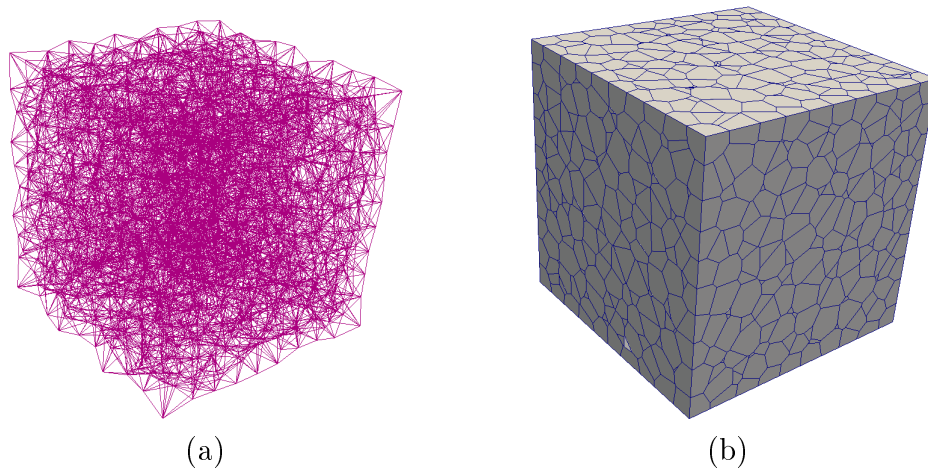


FIGURE 3.24 – Maillage d'éléments discrets : (a) réseau de poutres (b) particules polyédriques.

### 3.4.5 Limitations et traitements

Afin de valider la procédure proposée, l'algorithme a été développé sous python. Cependant, des limitations ont été observées, telles qu'une mauvaise génération des bords dans certains cas et des surfaces rugueuses ont été obtenues dans plusieurs endroits. Ces limites sont dues à la génération de points trop proches les uns des autres, ce qui entraîne la création de liens parasites entre eux. Par conséquent, la géométrie est incorrectement reproduite par endroits. Ainsi, des étapes supplémentaires sont indispensables pour améliorer la capacité de l'algorithme implémenté à représenter une forme quelconque.

Le premier problème rencontré est lié au mauvais traitement des triangles proches des bords. La figure 3.25-(a) montre un exemple d'un ensemble de triangles sur un côté quelconque de la géométrie. Soit (13) le côté étudié, (124) un triangle dont l'arête (12) appartient au côté (13) et (245) un triangle dont le sommet (2) est sur le bord (13). Pour générer les points constituant l'arête (12), les deux triangles (124) et (126) sont traités comme des triangles d'arête et les nœuds  $M$ ,  $M_1$  et  $M_2$  sont produits (voir section 3.4.2). Pour le triangle (245), aucun de ses côtés n'est confondu avec le bord (12). Par la suite, (245) est traité comme un triangle de surface et deux points  $G_1$  et  $G_2$  sont générés (voir section 3.4.2). Par cette technique de traitement, au lieu de créer des poutres entre les points  $M$ ,  $M_1$  et  $M_2$  d'une part et les deux points  $G_1$  et  $G_2$  d'autre part, des liens seront produits entre l'ensemble des

points  $M_i$  et  $G_j$  (figure 3.25-(b)). Par conséquent, trois liens supplémentaires seront ajoutées tels que  $MG_1$ ,  $M_1G_2$  et  $M_2G_1$ . Avec cette méthode, les liaisons entre les points produits ne seront pas correctement générées. Par conséquent, des rugosités dans les surfaces extérieures proches des bords seront observées. En d'autres termes, la génération des points de surface situés à proximité des arêtes risque de perturber la procédure de transformation d'un maillage d'éléments finis en un maillage d'éléments discrets. De ce fait, un traitement particulier des triangles dont un seul sommet est situé sur le bord est utile. La solution proposée consiste à déplacer le point  $G$  vers le troisième côté n'ayant pas de sommets sur l'arête, noté (45), du triangle (245) pour garantir une position suffisamment loin des nœuds  $M$ ,  $M_1$  et  $M_2$ . La figure 3.25-(c) montre la nouvelle position du point  $G$ . Subséquemment, deux points  $G_1$  et  $G_2$  seront définis de part et d'autre du triangle (245) et seront, ultérieurement, utilisés dans la phase de génération des éléments discrets.

Une partie d'un maillage est présentée dans la figure 3.26. Avant l'application des modifications, les surfaces proches des contours de la géométrie ne sont pas lisses (figure 3.26-(a)). Par conséquent, des problèmes vont être engendrés du fait de la mauvaise représentation des bords et des surfaces du volume étudié. Dans ce cas, des déviations des résultats des simulations seront créées, notamment lors de l'étude du contact entre deux corps où l'interface entre les deux éléments doit être bien représentée. La figure 3.26-(b) montre le nouveau maillage d'éléments discrets après l'application des modifications mentionnées.

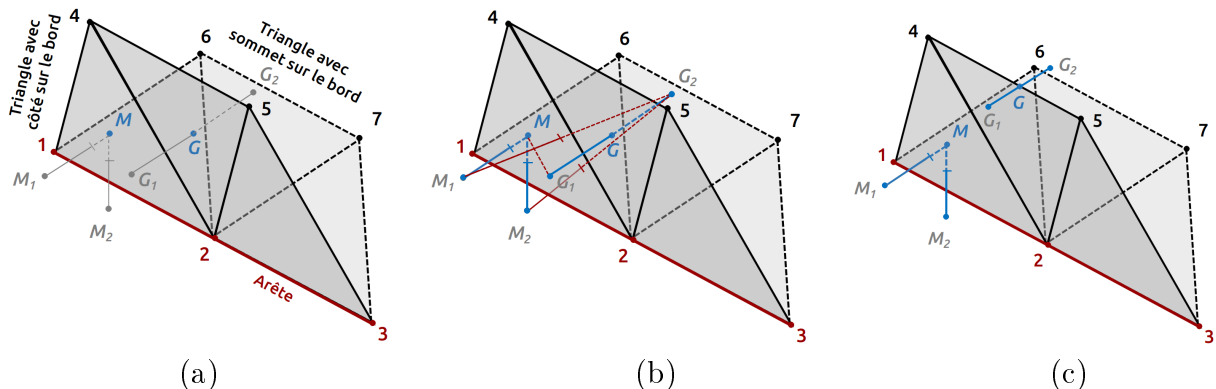


FIGURE 3.25 – Première limitation : mauvaise représentation des bords et solution proposée.

Une autre limitation de l'algorithme proposé a pu être mise en évidence. Une incapacité à traiter les triangles de la surface proches des coins est observée. Comme le montre la figure 3.28-(a), les sommets d'une particule proche d'un coin sont à l'extérieur de la géométrie étudiée, ce qui pose des problèmes de représentation du volume et de précision pendant la simulation. Une étape supplémentaire est donc nécessaire.

La figure 3.27-(a) montre une partie d'un maillage d'éléments finis tétraédrique. Un ensemble de triangles proches d'un coin quelconque est étudié. Soit (123), (124) et (134) trois triangles sur le coin 1. Le triangle (245) est sur la surface extérieure du volume, avec deux de ses sommets sur les bords de la structure. Initialement, les trois triangles sur le coin 1 sont traités comme des triangles de coin et quatre points  $M$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  sont générés (section 3.4.2). Ensuite, les nœuds  $G_1$  et  $G_2$ , associés au triangle (245), sont placés comme des points sur la surface extérieure (section 3.4.2). Par cette procédure, de fausses liaisons seront formées

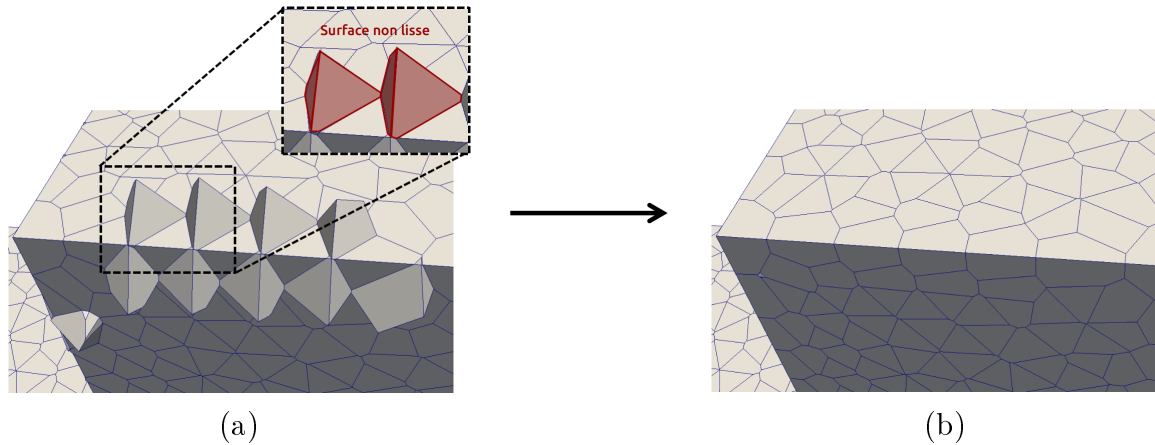


FIGURE 3.26 – (a) Avant (b) Après traitement de la première limitation.

entre les nœuds de coin et de surface. Ce problème est dû à la génération de points qui sont suffisamment proches les uns des autres pour créer des poutres entre eux (figure 3.27-(b)). La solution consistant à maximiser la distance entre les nœuds des triangles de coin et de surface a été envisagée. À noter que les triangles dont les deux sommets appartiennent à deux arêtes différentes sont traités d'une manière différente de ceux de la surface extérieure. Au lieu d'utiliser le centre de gravité  $G$  du triangle (245) pour former les deux points  $G_1$  et  $G_2$ , le troisième sommet 5 est utilisé et les deux points  $G_1$  et  $G_2$  de part et d'autre du triangle (245) sont alors produits. Ainsi, les points utilisés, par la suite, pour former les polyèdres de Voronoï sont suffisamment éloignés pour éviter de créer des poutres entre eux. La figure 3.28-(b) présente le maillage d'éléments discrets après avoir appliqué des modifications. Soulignons qu'une bonne représentation de la forme initiale est garantie.

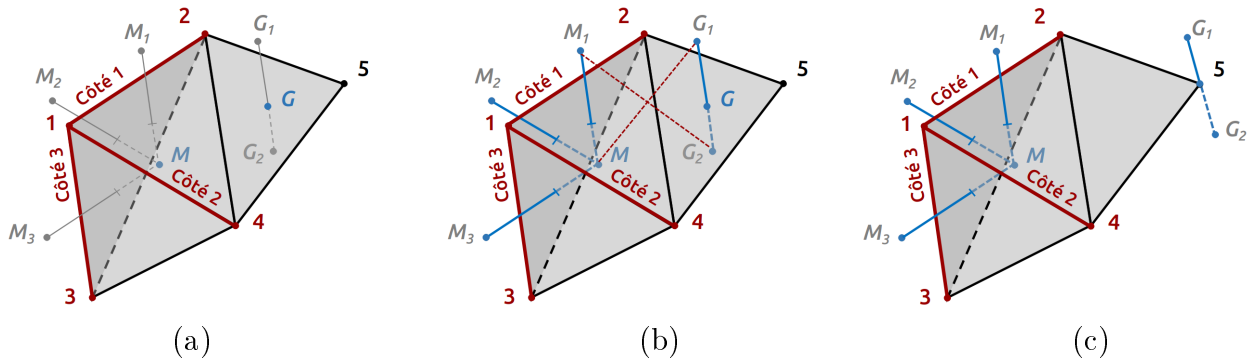


FIGURE 3.27 – Deuxième limitation : mauvaise représentation des coins et solution proposée.

### 3.4.6 Étude de l'isotropie

Il est évident qu'un maillage mal généré peut affecter le comportement mécanique global du matériau étudié. Il est donc important d'éviter une anisotropie initiale du matériau introduite par le maillage. Une étude sur l'isotropie géométrique suivie d'une étude sur l'isotropie



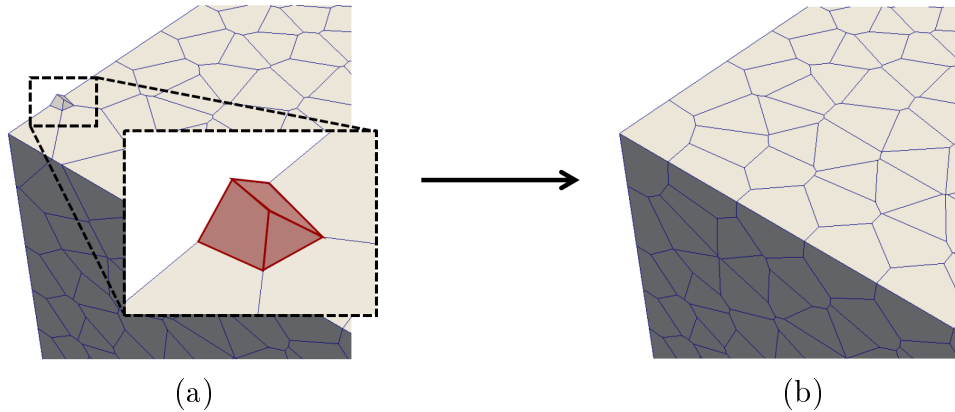


FIGURE 3.28 – (a) Avant (b) Après traitement de la deuxième limitation.

mécanique sont présentées dans cette section. L'isotropie mécanique est vérifiée pour conclure si le comportement élastique initial du matériau est bien décrit. L'isotropie géométrique est également pertinente vis-à-vis de la fissuration. En effet, un maillage anisotrope peut affecter l'orientation des fissures et favoriser leur propagation dans des directions spécifiques (Schlangen et Garboczi, 1996).

Il est donc important d'assurer une distribution uniforme de l'orientation des poutres dans le maillage tridimensionnel. Cependant, les poutres proches des bords ont tendance à être orientées le long des frontières. Bien que cet effet ne soit observé que sur les surfaces, il peut avoir un impact sur le comportement mécanique (Eliáš, 2016, 2017). Dans la technique de maillage proposée, l'orientation uniforme des poutres près des bords est d'autant plus visible si des surfaces lisses et des bords réguliers sont assurés. En effet, le positionnement des points le long de la frontière a un impact direct sur l'orientation des poutres comme le montre la figure 3.29.

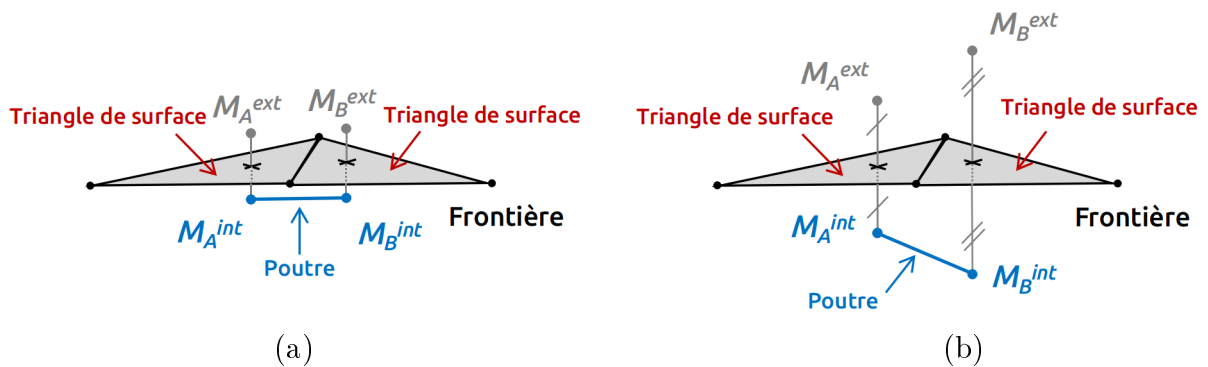


FIGURE 3.29 – Génération des points sur les surfaces : (a) couche limite régulière (b) et couche limite irrégulière.

Pour comparer les deux façons de placer les points près de la surface extérieure, deux cubes de côté égal à 0,05 m sont étudiés. Dans la figure 3.30, chaque cube est composé de 1823 particules polyédriques reliées par un réseau de poutres dont la longueur moyenne est

égale à 0,005 m. Cette longueur est liée à la densité du maillage d'éléments finis imposée par l'utilisateur. En complément, une dispersion sur la longueur des poutres est nécessaire pour éviter d'obtenir un maillage régulier. La distribution des longueurs pour les deux maillages étudiés est donnée dans la figure 3.31.

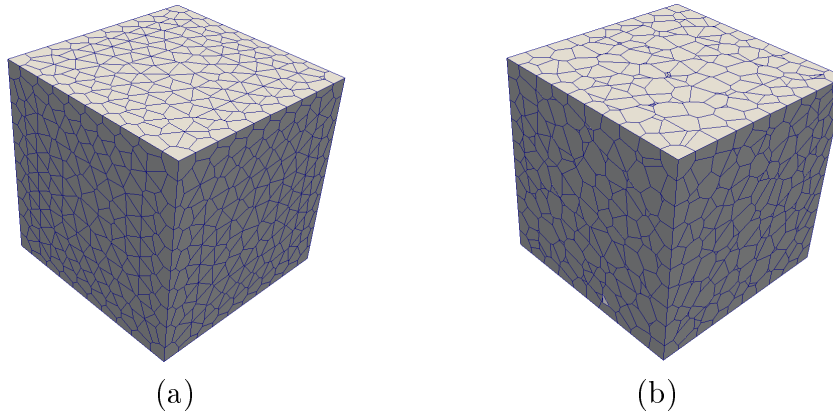


FIGURE 3.30 – Maillage d'éléments discrets résultant : (a) avec une couche limite régulière (b) avec une couche limite irrégulière.

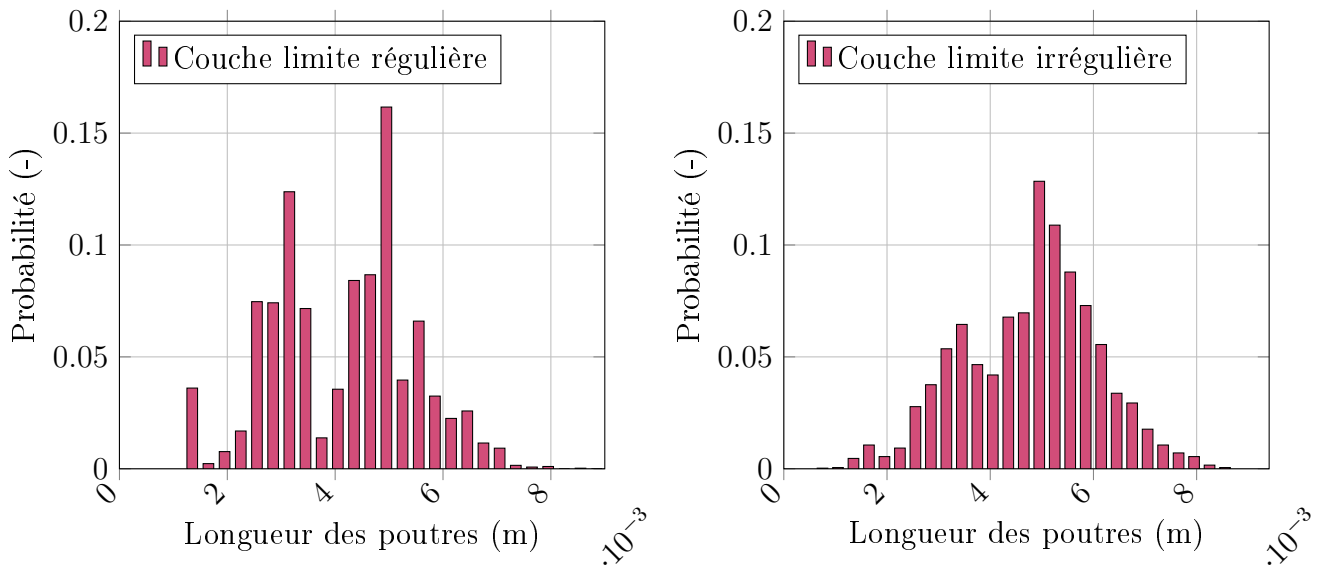


FIGURE 3.31 – Histogramme de la distribution de la longueur des poutres.

Plusieurs observations peuvent être tirées sur la base du choix du positionnement des points au niveau des frontières :

- Particules régulières sur les bords : Les points de surface sont placés à une distance proche et identique de la surface (voir figure 3.29-(a)). Ainsi, les poutres, reliant deux points de surface, et la surface de la géométrie sont alignées. L'orientation des poutres est, donc, toujours identique pour une surface donnée, ce qui augmente l'effet d'anisotropie sur les bords. Pourtant, ce choix de placement est nécessaire pour assurer des

surfaces lisses (voir figure 3.30-(a)). La densité des petites poutres est élevée (figure 3.31-(gauche)). Ceci est directement lié à la façon dont les poutres sont générées le long de la surface.

- Particules irrégulières sur les bords : La distance entre les nœuds de surface et la surface associée est uniformément répartie tout en respectant la longueur moyenne imposée (figure 3.29-(b)). Dans ce cas, l'orientation des poutres n'est plus régulière dans la couche proche des bords. Les particules situées sur les bords peuvent se retrouver avec des facettes supplémentaires. Ce problème est dû à la génération d'un lien de Delaunay entre un point de surface et un point situé à l'extérieur du volume et associé à un autre point de surface. Une surface rugueuse est généralement obtenue (voir figure 3.30-(b)). La distribution des longueurs des poutres est plus proche de la distribution gaussienne (figure 3.31-(droite)).

### 3.4.6.1 Isotropie géométrique

L'isotropie géométrique est quantifiée en étudiant la distribution de l'orientation de l'ensemble des poutres. Pour les maillages bidimensionnels, la représentation polaire est utilisée (D'Addetta *et al.*, 2002; Cambou *et al.*, 2004; Sands, 2016). Cette distribution est comparée à un cercle qui représente le cas de l'isotropie géométrique correspondant à une distribution uniforme.

Pour les maillages tridimensionnels, André *et al.* (2012) a proposé une extension de la représentation polaire des orientations des poutres en utilisant une projection sur un polyèdre géodésique. Le principal avantage du choix de cette forme est son approximation efficace d'une sphère. Un polyèdre convexe composé de 320 faces triangulaires est créé (voir figure 3.32). Ensuite, un ensemble de tétraèdres est construit. Comme le montre la figure 3.32-(a), chaque tétraèdre  $Oijk$  a une base triangulaire  $ijk$  sur la surface de la géode et un sommet situé au centre de la sphère  $O$ . Ces tétraèdres sont utilisés pour classer chaque poutre en fonction de son orientation. Chaque poutre est translatée de manière à placer un de ses sommets au centre du cercle. La position de l'autre sommet est alors évaluée pour connaître sa position par rapport aux tétraèdres. Cette opération est effectuée deux fois pour chaque poutre afin de savoir quel sommet du faisceau se trouve dans quel tétraèdre. Le nombre de points dans chaque tétraèdre est ensuite calculé pour vérifier le niveau d'isotropie géométrique du maillage.

La figure 3.33 montre la distribution de l'orientation des poutres pour les deux choix de maillage présentés dans la figure 3.30. La longueur moyenne imposée pour les poutres est égale à 5 mm. Nous pouvons remarquer sur la figure que le second maillage, ayant des particules irrégulières sur les bords, vérifie plus correctement l'isotropie géométrique que le premier maillage, ayant des particules régulières près des bords, puisque sa forme est plus proche d'une sphère (figure 3.33). En effet, la couche limite comporte plus d'éléments orientés parallèlement aux surfaces dans le cas régulier que dans le cas irrégulier.

Afin de limiter au maximum l'impact des particules de bords, un maillage plus fin est retenu avec une longueur moyenne de poutre égale à 0,0016 m. On remarque sur la figure 3.34 que l'influence des bords a diminué tout en restant plus importante pour le cas régulier.

À partir de cette représentation géodésique, André *et al.* (2012) proposent une quantifica-

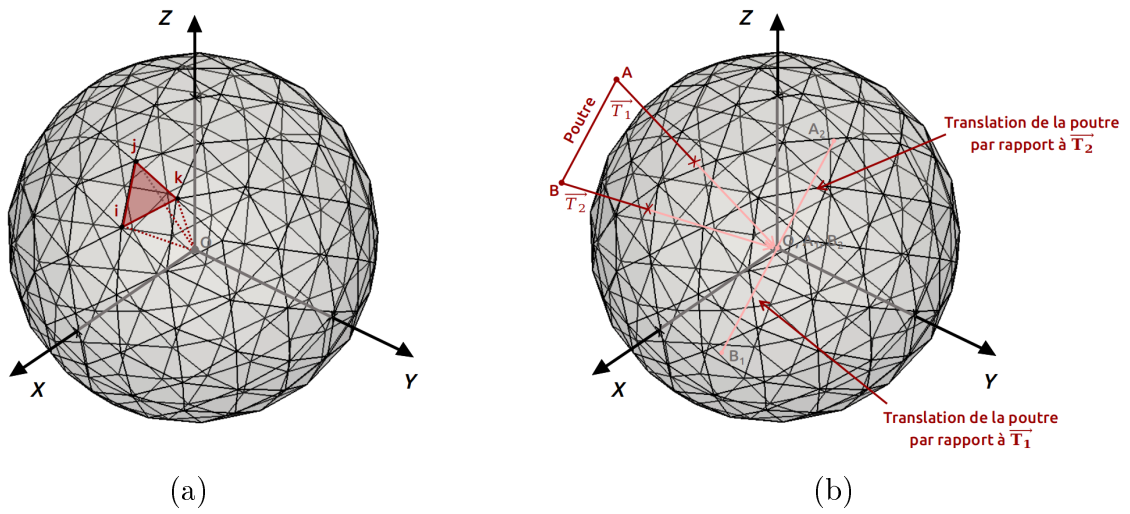


FIGURE 3.32 – Géode utilisée pour classer l'orientation de chaque poutre (a) un tétraèdre oijk (b) translation de la poutre AB.

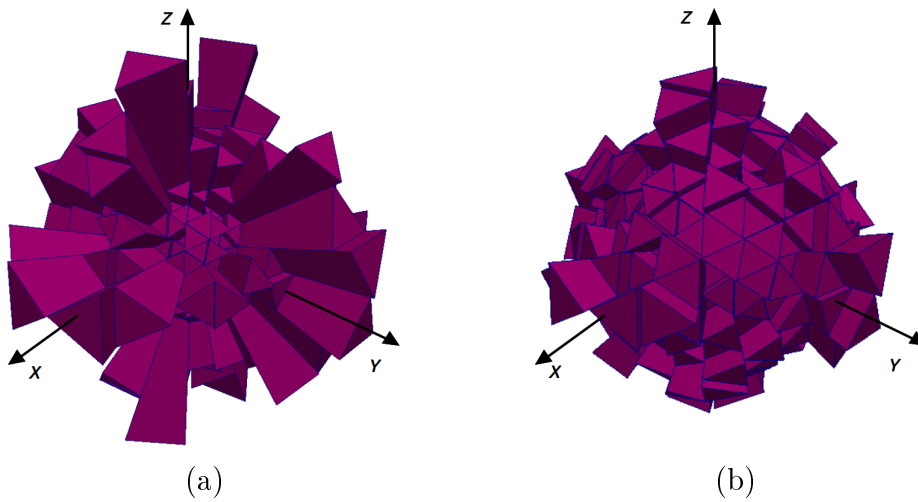


FIGURE 3.33 – Histogrammes 3D des orientations des poutres d'un cube avec 10 particules par direction : (a) couche limite régulière (b) couche limite irrégulière.

tion de la distance relative à l'isotropie géométrique. L'erreur quadratique moyenne entre la distribution de l'orientation obtenue et la distribution uniforme est calculée et est donnée par :

$$\Delta_{iso}^G = \frac{2N^2}{(N-2)} \sum_{i=1}^N \frac{(f_i - f_u)^2}{N} \quad (3.6)$$

Une version normalisée est utilisée ici. Pour cela, le terme  $\frac{2N^2}{(N-2)}$  est ajouté. Dans cette équation,  $N$  est le nombre total de tétraèdres (dans notre cas  $N$  est égal à 320),  $f_u$  est la fréquence uniforme ( $f_u = \frac{1}{N}$ , les triangles étant identiques) et  $f_i$  représente le rapport entre le nombre de sommets contenus dans le tétraèdre  $i$  de la géode et le double du nombre total de poutres. Si les orientations des poutres sont uniformément distribuées, la distance relative à l'isotropie géométrique  $\Delta_{iso}^G$  est nulle. Une normalisation est effectuée pour obtenir  $\Delta_{iso}^G = 1$  dans le cas

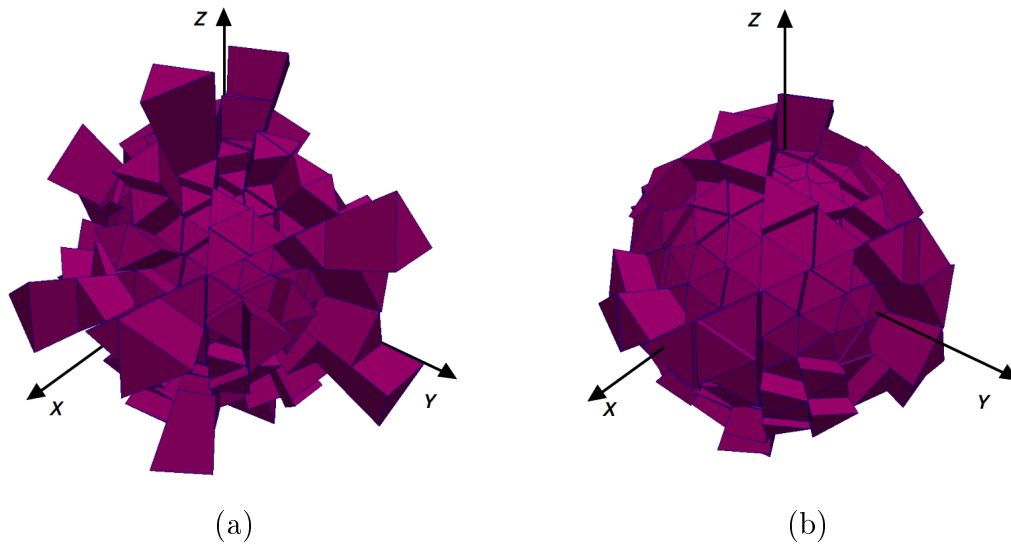


FIGURE 3.34 – Histogrammes 3D des orientations des poutres d'un cube avec 30 particules par direction : (a) couche limite régulière (b) couche limite irrégulière.

où toutes les poutres ont la même orientation et, par conséquent, seulement deux des tétraèdres de la géode contiennent tous les sommets projetés.

Comme le montre la figure 3.35, la distance relative diminue lorsque le nombre de particules dans le maillage augmente. De plus, cette distance est, significativement, plus élevée pour les bords réguliers que celle pour le cas irrégulier. De ce fait, la déviation de l'isotropie géométrique peut être directement liée aux particules générées sur les frontières de la géométrie.

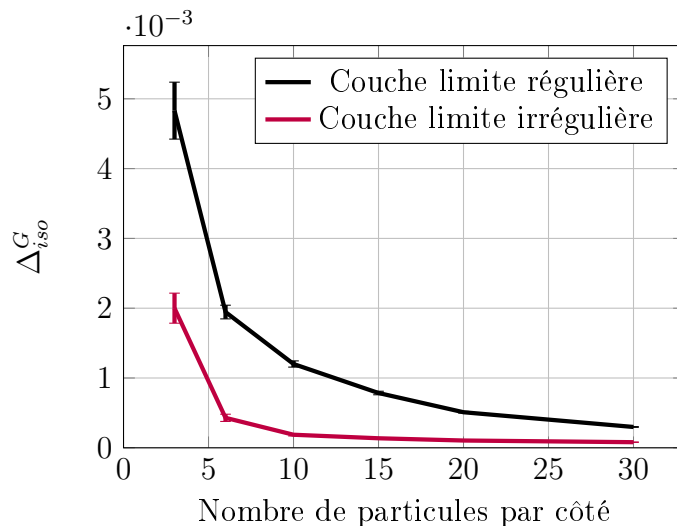


FIGURE 3.35 – Influence de la densité de maillage sur l'isotropie géométrique.

Pour obtenir l'évolution de la distance à l'isotropie géométrique en fonction de la densité du maillage, plusieurs maillages ont été générés (voir tableau 3.1). En effet, une variabilité est imposée lors du positionnement des points de maillage conduisant à une variation des résultats

obtenus pour une même densité de maillage. Cette variabilité diminue lorsque le nombre de particules augmente, ce qui permet de réduire le nombre de réalisations.

TABLE 3.1 – Nombre de réalisations pour différentes densités de maillage.

Densité du maillage (par direction)	Nombre de simulations
3	200
6	200
10	200
15	160
20	150
30	50

### 3.4.6.2 Isotropie mécanique

L'étude du niveau d'isotropie géométrique est importante car elle est une condition nécessaire permettant d'éviter la dépendance du maillage sur le comportement mécanique du matériau étudié. La mesure de l'isotropie géométrique est aussi couramment utilisée comme estimateur de l'isotropie mécanique tant que les paramètres élastiques des poutres sont homogènes dans le domaine. Cependant, il est possible de mesurer directement la distance à l'isotropie mécanique comme le propose Oliver-Leblond *et al.* (2021).

Pour évaluer l'isotropie mécanique, le tenseur élastique macroscopique  $\mathbb{C}$  est extrait de simulations discrètes réalisées avec le modèle particulaire-lattice. Dans l'espace 3D, six chargements sont nécessaires pour déterminer le tenseur élastique effectif. Les vecteurs de déplacement suivants ont été appliqués aux bords des spécimens cubiques :

$$u^{(1)} = \begin{bmatrix} \epsilon.x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \epsilon.y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon.z \end{bmatrix}, \quad u^{(4)} = \begin{bmatrix} \epsilon.x \\ \epsilon.y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u^{(5)} = \begin{bmatrix} \epsilon.x \\ 0 \\ \epsilon.z \end{bmatrix}, \quad u^{(6)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \epsilon.y \\ \epsilon.z \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Avec  $x$ ,  $y$  et  $z$  les coordonnées des particules sur les frontières.

Pour chaque simulation, la contrainte macroscopique  $\sigma$  et la déformation  $\epsilon$  sont calculées suivant la définition proposée par Bagi (1996). Pour chaque chargement  $i$ , la contrainte macroscopique est liée à la déformation macroscopique par le tenseur d'élasticité :

$$\hat{\sigma}^{(i)} = [\mathbb{C}] \hat{\epsilon}^{(i)} \quad (3.8)$$

Où  $[\mathbb{C}]$  est la représentation matricielle de Kelvin du tenseur d'élasticité macroscopique du quatrième ordre  $\mathbb{C}$  et les vecteurs  $\hat{\sigma}^{(i)}$  et  $\hat{\epsilon}^{(i)}$  sont définis comme suit :

$$\hat{\sigma}^{(i)} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}^{(i)} \\ \sigma_{yy}^{(i)} \\ \sigma_{zz}^{(i)} \\ \sqrt{2}\sigma_{yz}^{(i)} \\ \sqrt{2}\sigma_{zx}^{(i)} \\ \sqrt{2}\sigma_{xy}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad \hat{\epsilon}^{(i)} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx}^{(i)} \\ \epsilon_{yy}^{(i)} \\ \epsilon_{zz}^{(i)} \\ \sqrt{2}\epsilon_{yz}^{(i)} \\ \sqrt{2}\epsilon_{zx}^{(i)} \\ \sqrt{2}\epsilon_{xy}^{(i)} \end{pmatrix}.$$

Les 6 vecteurs de déformation  $\hat{\epsilon}^{(i)}$  sont linéairement indépendants et le tenseur d'élasticité macroscopique peut être calculé par :

$$[\mathbb{C}] = ((\hat{\sigma}^{(1)} \dots \hat{\sigma}^{(6)})(\hat{\epsilon}^{(1)} \dots \hat{\epsilon}^{(6)})^{-1})^s \quad (3.9)$$

Où l'exposant  $s$  désigne la symétrisation du tenseur assurant les symétries majeures du tenseur d'ordre 4 (les symétries mineures étant fournies par la symétrisation des tenseurs de contrainte et de déformation).

Le tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}$  d'ordre 4 peut être ré-écrit en utilisant la décomposition harmonique (Backus, 1970). En 3D, tout tenseur d'élasticité peut être décomposé en trois parties :

$$\mathbb{C} = \mathbb{C}_{iso} + \mathbb{C}_{dV} + \mathbb{H} \quad (3.10)$$

Suivant les notations proposées par Abramian *et al.* (2020), la partie isotrope s'écrit selon le tenseur de dilatation  $\mathbf{d} = Tr_{12}\mathbb{C}$  ( $d_{ij} = C_{kkij}$ ) et le tenseur de Voigt  $\mathbf{v} = Tr_{13}\mathbb{C}$  ( $v_{ij} = C_{kikj}$ ) comme suit :

$$\mathbb{C}_{iso} = \frac{1}{9}(Tr\mathbf{d})\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \frac{1}{15}(3Tr\mathbf{v} - Tr\mathbf{d})\mathbb{J} \quad (3.11)$$

où  $\mathbb{J} = \mathbf{1} \cdot \mathbf{1} - \frac{1}{3}\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ . Le produit tensoriel  $\otimes$  et le produit tensoriel symétrique  $\cdot$  de deux tenseurs symétriques du second ordre  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  sont définis par :

$$(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{ijkl} = a_{ij}b_{kl}, \quad (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})_{ijkl} = (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_{ijkl}^s = \frac{1}{2}(a_{ik}b_{jl} + a_{il}b_{jk}) \quad (3.12)$$

La partie dilatation-Voigt s'écrit comme suit :

$$\mathbb{C}_{dV} = \frac{1}{7}(\mathbf{1} \otimes (5\mathbf{d}' - 4\mathbf{v}') + (5\mathbf{d}' - 4\mathbf{v}') \otimes \mathbf{1}) + \frac{2}{7}(\mathbf{1} \cdot (3\mathbf{v}' - 2\mathbf{d}') + (3\mathbf{v}' - 2\mathbf{d}') \cdot \mathbf{1}) \quad (3.13)$$

Dans l'expression précédente, la partie déviatorique d'un tenseur du second ordre  $\mathbf{a}$  est définie par  $\mathbf{a}' = \mathbf{a} - \frac{1}{3}(Tra)\mathbf{1}$ .

$\mathbb{H}$  est un tenseur d'ordre 4 totalement symétrique et sans trace. Il est également appelé tenseur harmonique d'ordre 4. Ce tenseur est obtenu comme la partie restante du tenseur d'élasticité :

$$\mathbb{H} = \mathbb{C} - \mathbb{C}_{iso} + \mathbb{C}_{dV} \quad (3.14)$$

Un tenseur d'élasticité est isotrope si et seulement s'il est égal à sa partie isotrope. L'étude de la norme euclidienne du résidu isotrope  $\|\mathbb{C} - \mathbb{C}_{iso}\|$  permet, donc, de quantifier la distance à la symétrie isotrope (Gazis *et al.*, 1963; Moakher et Norris, 2006; Oliver-Leblond *et al.*, 2021). La distance relative à l'isotropie mécanique d'un tenseur d'élasticité peut être définie comme suit :

$$\Delta_{iso}^M = \frac{\|\mathbb{C} - \mathbb{C}_{iso}\|}{\|\mathbb{C}\|} \quad (3.15)$$

La déviation de l'isotropie mécanique a été calculée pour différentes densités de maillages. L'évolution de la distance relative  $\Delta_{iso}^M$  en fonction de la densité de maillage est donnée pour les deux hypothèses de maillage adoptées (voir figure 3.36). Pour les deux cas, l'écart par rapport à l'isotropie mécanique diminue lorsque le nombre de particules augmente jusqu'à converger vers une valeur d'environ 1%. Ainsi, comme prévu, l'hypothèse d'isotropie mécanique est correcte si le nombre de particules est important. En comparant les résultats entre la figures 3.35 et la figure 3.36, on remarque que l'effet du bord est important d'un point de vue géométrique mais négligeable d'un point de vue mécanique. Ceci est un point positif et permet de conserver une couche limite régulière pour obtenir un maillage avec des surfaces lisses.

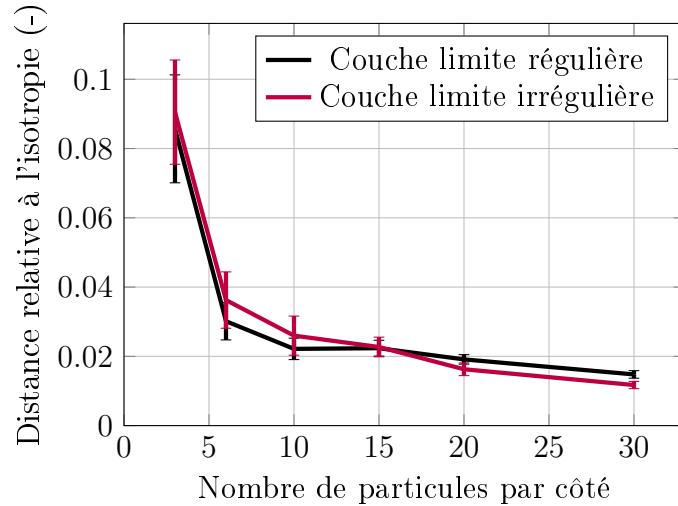


FIGURE 3.36 – Influence de la densité de maillage sur l'isotropie mécanique.

Les tenseurs d'élasticité ainsi que leur partie isotrope pour des maillages de 30 particules par direction sont donnés ci-dessous :

- Pour des particules régulières aux bords (voir figure 3.30-(a)), une distance relative à l'isotropie mécanique  $\Delta_{iso}^M = 0,0149$  a été obtenue avec



$$[\mathbb{C}] = \begin{bmatrix} 46.84 & 11.54 & 11.57 & -0.09 & 0.01 & -0.13 \\ 11.54 & 46.89 & 11.53 & 0.16 & 0.08 & 0.07 \\ 11.57 & 11.53 & 46.98 & -0.06 & -0.02 & 0.01 \\ -0.09 & 0.16 & -0.06 & 18.26 & 0.05 & 0.00 \\ 0.01 & 0.08 & -0.02 & 0.05 & 18.40 & -0.03 \\ -0.13 & 0.07 & 0.01 & 0.00 & -0.03 & 18.38 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$[\mathbb{C}_{iso}] = \begin{bmatrix} 47.44 & 11.28 & 11.28 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 11.28 & 47.44 & 11.28 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 11.28 & 11.28 & 47.44 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.08 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.08 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.08 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

— Pour des particules irrégulière aux bords (voir figure 3.30-(b)), une distance relative à l'isotropie mécanique  $\Delta_{iso}^M = 0,0128$  a été obtenue avec

$$[\mathbb{C}] = \begin{bmatrix} 47.07 & 11.51 & 11.49 & -0.13 & 0.05 & 0.00 \\ 11.51 & 46.92 & 11.41 & 0.17 & 0.19 & 0.01 \\ 11.49 & 11.41 & 47.16 & -0.03 & 0.02 & 0.08 \\ -0.13 & 0.17 & -0.03 & 18.09 & 0.02 & 0.06 \\ 0.05 & 0.19 & 0.02 & 0.02 & 18.25 & 0.04 \\ 0.00 & 0.01 & 0.08 & 0.06 & 0.04 & 18.42 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$[\mathbb{C}_{iso}] = \begin{bmatrix} 47.43 & 11.29 & 11.29 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 11.29 & 47.43 & 11.29 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 11.29 & 11.29 & 47.43 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.07 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.07 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 18.07 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Les tenseurs d'élasticité complets  $\mathbb{C}$  ont, dans les deux cas, 21 composantes indépendantes. Bien que le nombre d'éléments soit important, ils restent tricliniques. En effet, les erreurs de mesure des macro quantités homogénéisées ne sont pas négligeables. Il faut noter que lors de mesures expérimentales, les tenseurs d'élasticité bruts sont également tricliniques en raison de diverses erreurs (préparation de l'éprouvette, placement des capteurs, erreurs d'ajustement et d'arrondi...)(Francois *et al.*, 1998). Ainsi, même avec une augmentation conséquente du nombre de particules, les éprouvettes se rapprocheront de l'isotropie mécanique sans l'atteindre.

### 3.4.7 Exemples de génération de maillage

Après l'étude quantitative de l'isotropie, nous étudions, qualitativement, l'efficacité de l'algorithme de maillage proposé.

Le maillage d'une sphère a été réalisé (voir figure 3.37). On remarque que les faces des polyèdres de la surface sont triangulaires. Cette régularité est nécessaire pour reproduire une

surface extérieure lisse. Cependant, les particules polyédriques à l'intérieur du volume sont irrégulières, ce qui donne une distribution uniforme des orientations des poutres. Cette condition assure l'isotropie du matériau et l'indépendance entre le chemin de propagation des fissures et le maillage.

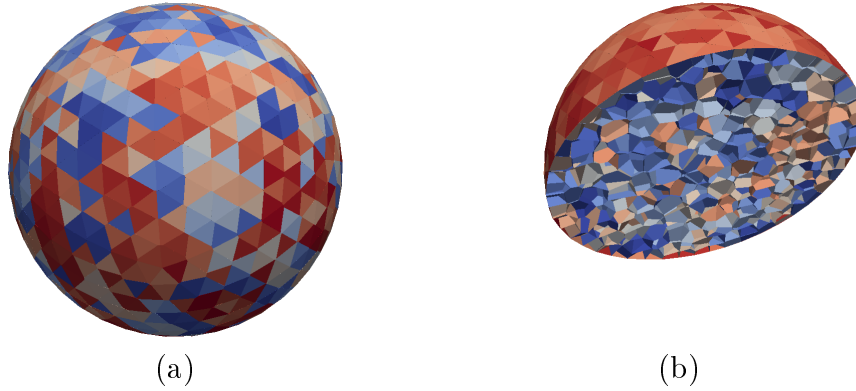


FIGURE 3.37 – Sphère pleine (a) volume (b) section.

La géométrie en forme de L (voir figure 3.38) permet de tester la capacité du mailleur à reproduire une forme non convexe. Les différentes caractéristiques géométriques sont correctement représentées (les bords droits, les coins intérieurs et extérieurs...). De plus, la densité du maillage n'est pas modifiée autour des coins, ce qui est un aspect important. En effet, un raffinement du maillage à ce niveau augmenterait la concentration des contraintes déjà présente sur le coin intérieur.

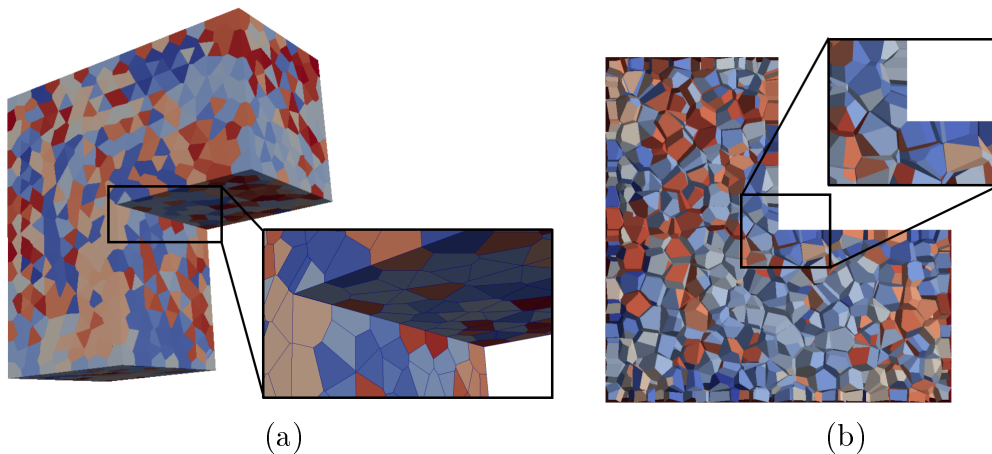


FIGURE 3.38 – Forme en L (a) géométrie (b) section.

L'exemple suivant est un échantillon dog-bone (voir figure 3.39). L'algorithme de maillage peut traiter les bords courbes et les coins avec des angles non orthogonaux. Comme dans tous les exemples, nous avons décidé de placer les points de particules des frontières près de la surface (voir plus de détails sur la figure 3.29). Ce choix permet d'obtenir facilement des surfaces

lisses. Cependant, nous pouvons constater que le maillage est plus régulier aux frontières que dans le reste de l'échantillon. Cette régularité n'existe pas au centre de la géométrie. En effet, toutes les particules qui n'ont pas de faces sur la surface extérieure ont une forme irrégulière.

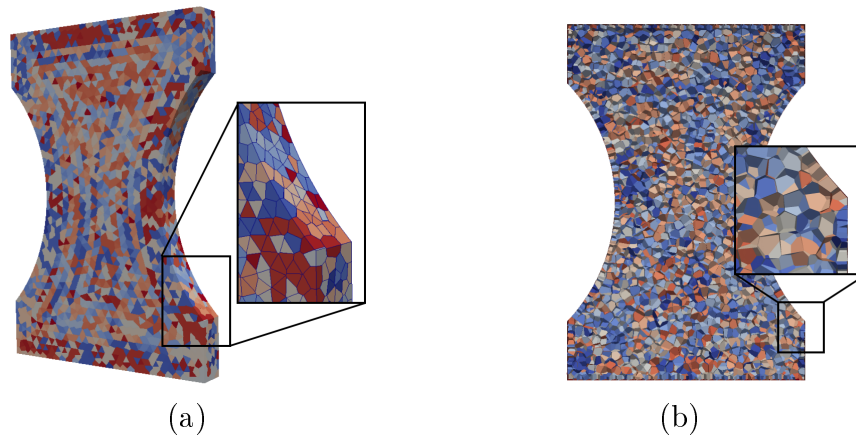


FIGURE 3.39 – Dog-bone (a) Géométrie (b) section.

Nous nous intéressons aussi au cas d'un goujon dans une dalle cylindrique de béton (voir figures 3.40 et 3.41). La possibilité de représenter un trou de forme complexe dans un maillage est validée. Cet exemple met en évidence la nécessité de représenter correctement les surfaces lisses et les coins. En effet, lors d'un essai d'arrachement, le haut de la tête du goujon sera en contact avec la partie inférieure du trou du béton. Une bonne représentation du maillage à ce niveau est donc nécessaire pour détecter correctement ce contact. De plus, les surfaces du goujon et du trou doivent rester lisses pour éviter toute friction indésirable entre les deux matériaux.

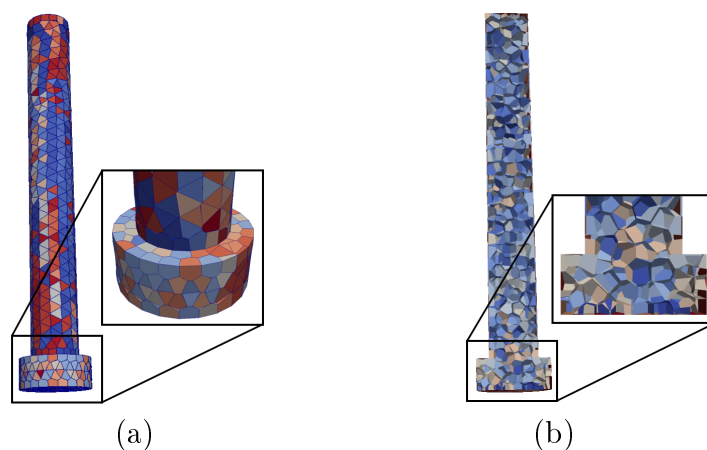


FIGURE 3.40 – Goujon (a) géométrie (b) section.

Les temps de calcul pour la génération des différents maillages sont donnés dans le tableau 3.2 ainsi que le nombre de particules. Nous pouvons remarquer que le temps de calcul

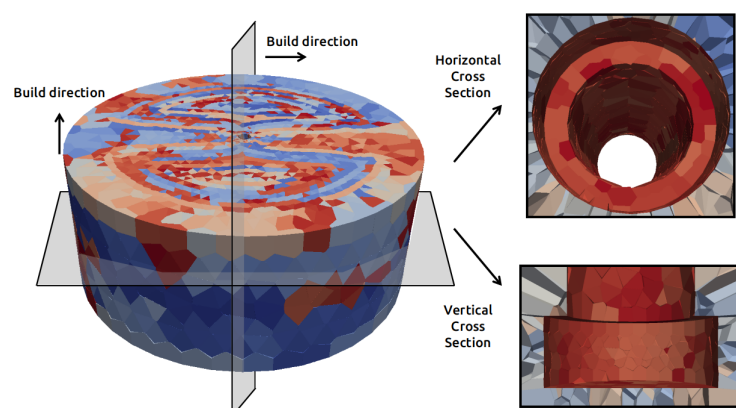


FIGURE 3.41 – Forme cylindrique avec un trou.

n'augmente pas proportionnellement avec l'augmentation du nombre de particules. En effet, la génération des points à l'intérieur de la géométrie est beaucoup plus rapide que la construction des points sur les frontières. Les particules sur les coins sont les plus coûteuses, suivies par celles sur les arêtes et ensuite les surfaces. Mais, le temps de génération du maillage reste raisonnable même pour un maillage fin.

TABLE 3.2 – Nombre de particules et temps de calcul pour différentes géométries.

Géométrie	Figure	Nombre de particules	Temps de calcul [s]
Sphère pleine	3.37	2538	8.5
Forme en L	3.38	2454	12.3
Goujon	3.40	1347	3.8
Forme cylindrique avec un trou	3.41	5400	44.3
Dog-bone	3.39	6958	102.9

Ces différents exemples valident la capacité du mailleur à produire des formes complexes. Les surfaces, les arêtes et les coins peuvent être conservés lors de la transformation d'un maillage d'éléments finis tétraédriques en un maillage d'éléments discrets polyédriques qui peut être utilisé dans un modèle particulaire-lattice.

### 3.5 Prise en compte du contact dans DEAP

Dans les méthodes de type éléments discrets, l'analyse du contact est une étape nécessaire pour pouvoir évaluer l'interaction entre les particules indépendantes. Les forces de contact agissent individuellement sur les particules, afin de reproduire le phénomène de re-fermeture de la fissure, la rugosité et/ou le contact entre deux corps. Comme il a été mentionné précédemment, la phase de détection du contact entre une paire de particules est une opération coûteuse en termes de temps de calcul. Afin de réduire le temps de calcul associé à cette

procédure, l'objectif principal est de trouver une technique robuste et efficace. La méthode proposée doit être capable de détecter le contact entre des paires de particules complexes, par exemple des polygones dans le cas bidimensionnel et des polyèdres dans le cas tridimensionnel.

En général, et afin de limiter le nombre de paires de particules à étudier, la détection du contact dans les modèles discrets est effectuée en deux étapes indépendantes :

1. La première étape fournit une liste de toutes les particules voisines qui peuvent être en contact (recherche de proximité). Cette étape est nécessaire pour limiter les coûts de recherche en réduisant le nombre de paires de particules probablement en contact.
2. La deuxième étape examine en détail les paires de particules détectées en contact lors de la première étape afin de pouvoir calculer la valeur des forces de contact.

Une mauvaise approximation des efforts de contact peut empêcher la reprise de la raideur lors de la re-fermeture de la fissure. Il est donc nécessaire de limiter les erreurs de détection des contacts. Le développement d'un algorithme de détection de contact est, généralement, la phase la plus complexe dans un modèle à éléments discrets. En fait, cette phase reçoit actuellement beaucoup d'attention, surtout dans le cas de particules non sphériques, comme dans le cas du modèle particulaire-lattice DEAP. Dans DEAP et comme mentionné précédemment, des particules de forme polygonale ou polyédrique sont utilisées. L'objectif principal de cette partie est de trouver une méthode de détection du contact efficace en termes de qualité et de temps de calcul et d'estimer les forces de contact induites. Plusieurs approches, présentées dans ce qui suit, ont été proposées pour simplifier l'évaluation numérique de l'interaction entre les particules dans un modèle discret.

### 3.5.1 Représentation des particules dans la phase de détection du contact

Avant de proposer une nouvelle technique de détection de contact, une compréhension approfondie des méthodes existantes est nécessaire. Chacune des méthodes citées ci-après présente des avantages et des limites. Cette section résume les approches couramment utilisées dans les modèles de type éléments discrets.

**Approche polygone/polyèdre** Afin de s'approcher de la forme irrégulière des particules courantes en géo-mécanique, il est possible d'utiliser des polygones, en 2D, ou des polyèdres, en 3D. C'est aussi une forme privilégiée pour remplir l'espace totalement, ce qui est souvent recherché pour modéliser les matériaux continus comme le béton. Dans ce cas, le contour de la particule ne peut pas être défini par une fonction analytique. C'est pourquoi la phase de détection du contact sera compliquée. Pour les particules polygonales bidimensionnelles, l'algorithme de détection de contact est plus simple que celui du cas tridimensionnel. Il suffit de vérifier si un sommet de la première particule est à l'intérieur de la deuxième et vice versa. Autrement dit, il faut évaluer s'il existe une pénétration entre chaque paire de particules (Barbosa-Carrillo, 1990; Hogue et Newland, 1994; Tran et Nelson, 1996). Le nombre d'opérations de chaque paires de particules est de  $O(N \times M)$  avec  $N$  et  $M$  les nombres totaux de sommets et de côtés des deux particules respectivement. Cet algorithme a montré une efficacité remarquable dans la détection des contacts. En revanche, dans le cas de particules

composées d'un nombre important de côtés, la méthode proposée devient moins efficace en termes de temps de calcul.

Afin de réduire la complexité de ce problème, et plus précisément, de diminuer le nombre d'opérations requises, un algorithme assez simple à programmer a été proposé par O'Rourke *et al.* (1982) dans le cas des particules polygonales convexes. La recherche des points d'intersection des polygones se fait en avançant un pointeur autour de chaque polygone. Le nombre d'opérations nécessaires pour calculer l'intersection de deux particules est réduit jusqu'à  $O(N + M)$  avec  $N$  et  $M$  les nombres des arêtes des deux particules concernées respectivement. Notons également que Feng et Owen (2004) ont introduit la notion d'énergie de contact dans le cas bidimensionnel. En effet, cette énergie est supposée être proportionnelle à la surface de recouvrement entre les deux particules, et la force normale de contact agit dans une direction qui fait diminuer au maximum cette énergie.

Dans la version précédente bidimensionnelle de DEAP, la méthode de détection de contact, développée par Vassaux *et al.* (2016) et expliquée auparavant, est basée sur l'algorithme proposé par O'Rourke *et al.* (1982) pour déterminer la forme de la surface de recouvrement entre chaque couple de particules.

Dans le cadre tridimensionnel, le problème de détection de contact est plus complexe et extrêmement coûteux en termes de temps de calculs. L'approche la plus simple consiste à tester toutes les possibilités d'interaction et à évaluer étape par étape les différents composants des particules. Les polyèdres peuvent se toucher de plusieurs façons (sommets-sommet, sommet-arête, sommet-face, arête-arête, arête-face et face-face) (Cundall, 1988). Si deux particules polyédriques  $A$  et  $B$  sont supposées en contact, le nombre de combinaisons  $C$  est alors :

$$C = (v_A + e_A + f_A)(v_B + e_B + f_B) \quad (3.20)$$

avec  $v$ ,  $e$  et  $f$  les sommets, les arêtes et les faces des deux particules  $A$  et  $B$  respectivement. Cependant, ces opérations sont coûteuses, et le nombre de tests dépend du nombre de composants des particules.

Pour surmonter ces difficultés et réduire le temps de calcul des algorithmes de détection de contact, Cundall (1988) a adapté une méthode en introduisant le principe d'un plan séparateur. Ce plan divise en deux l'espace entre les particules en contact (un demi-espace positif et un demi-espace négatif). Si les deux particules touchent le plan, alors elles seront considérées en contact (voir figure 3.42). Par cette méthode, le nombre d'opérations est simplifié à  $O(N)$  avec  $N$  le nombre de sommets des particules polyédriques. La notion de plan séparateur a été utilisée dans des codes bidimensionnels et tridimensionnels, puis a été ensuite améliorée afin d'augmenter son efficacité et de diminuer le coût du calcul (Nezami *et al.*, 2004; G. Nezami *et al.*, 2006; Zhao *et al.*, 2006).

Le temps de calcul de la phase de contact dans un modèle à éléments discrets polygonaux et polyédriques reste important par rapport au temps de calcul global malgré les efforts effectués et les algorithmes proposés. C'est pour cela, d'autres formes sont couramment utilisées pour essayer d'approximer ces particules polygonales ou polyédriques.

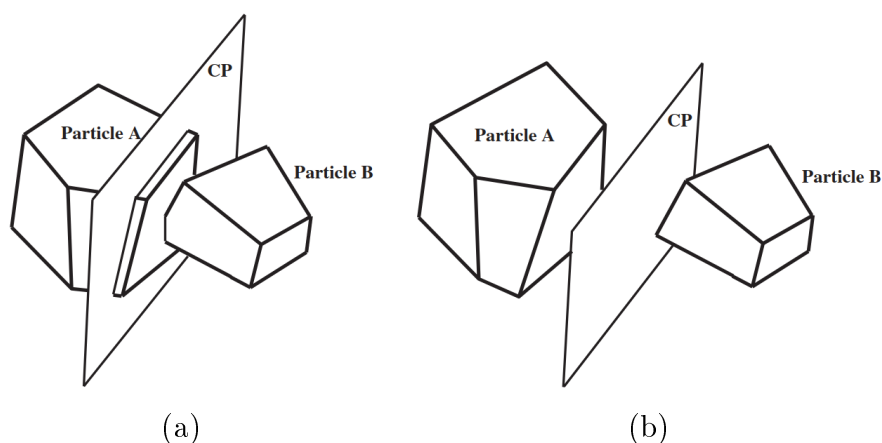


FIGURE 3.42 – Plan séparateur entre deux particules (a) qui sont en contact (b) qui ne sont pas en contact (Nezami *et al.*, 2004).

**Approche circulaire/sphérique** Du fait de la consommation de mémoire et afin de répondre aux problématiques de complexité de calcul, une simplification de la forme de la géométrie est proposée. La méthode la plus simple consiste à représenter chaque particule polygonale/polyédrique par un élément circulaire/sphérique. L'avantage principal de cette méthode est la simplicité de résolution et de la quantification de la pénétration entre les deux éléments. Pour ces raisons, l'approximation de la forme réelle des particules par des éléments circulaires/sphériques est fréquemment utilisée dans les modèles à éléments discrets depuis la proposition de Cundall et Strack (1983). De nombreux auteurs ont utilisé l'approche circulaire/sphérique pour étudier le comportement du béton (Donze *et al.*, 1999; Hentz *et al.*, 2004; Cusatis *et al.*, 2006; Zhu *et al.*, 2019).

Jin *et al.* (2011) ont proposé de transformer la forme non-sphérique de la particule en une particule sphérique. Les deux particules sont en contact lorsque  $r_1 + r_2 - d > 0$  avec  $r_1$  et  $r_2$  les rayons des deux cercles équivalents et  $d$  la distance entre leur centre. L'intérêt de cette approche est évidemment la simplicité de l'évaluation numérique du contact puisque le nouveau contour de la particule peut être décrit analytiquement. Par conséquent, la résolution d'un problème de contact dépend d'une simple résolution analytique d'un système d'équations bien défini. En revanche, dans le cas de particules irrégulières, l'approche circulaire/sphérique présente plusieurs limitations. Si les particules polygonales ou polyédriques sont remplacées par des cercles ou des sphères, il y a un risque d'avoir des faux positifs et des faux négatifs dans la détection du contact (voir figure 3.43). Ce problème aboutit parfois à des erreurs de sur-estimation ou de sous-estimation de la force de contact. De plus, la représentation des particules irrégulières par des cercles ou des sphères empêche la prise en compte de l'effet d'engrènement (*aggregate interlock*) lié à la rugosité des surfaces fissurées (Vassaux *et al.*, 2016; Oliver-Leblond, 2019).

**Approche elliptique/ellipsoïdale** Une extension de l'approche circulaire a été développée par Ting *et al.* (1993) pour améliorer la détection de contact dans le cas de particules élancées en s'appuyant sur des éléments elliptiques. Selon Rothenburg et Bathurst (1991), les particules

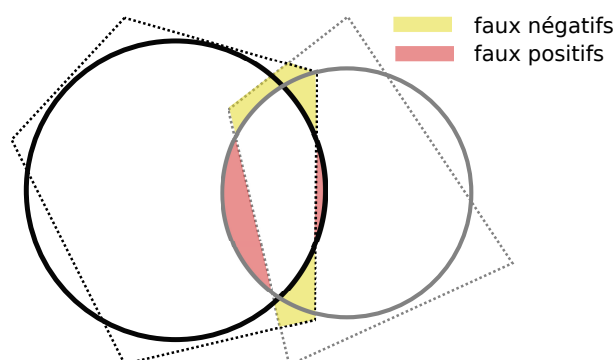


FIGURE 3.43 – Contact entre deux cercles associés à deux particules polygonales irrégulières.

complexes sont mieux représentées par des systèmes de particules elliptiques que par des systèmes de particules sphériques. Les simulations réalisées par Ting *et al.* (1995) et Zhu *et al.* (1996) ont montré des améliorations significatives en utilisant des éléments elliptiques. Pour les éléments elliptiques et ellipsoïdes, le temps de calcul est supérieur à celui dans des éléments circulaires et sphériques, où le calcul de la distance entre les centres des deux cercles est suffisant pour la détection du contact. Il faut aussi noter que l'approche elliptique montre des difficultés dans la représentation d'éléments non axisymétriques.

**Approche des multi-cercles et multi-sphères** Les deux approches mentionnées ci-dessus ne peuvent pas prendre en compte la forme complexe des particules irrégulières. Pour cela, plusieurs algorithmes ont été proposés pour représenter la forme des particules irrégulières en les remplissant avec des éléments de contact. La principale différence entre eux est la manière de subdiviser la particule en un certain nombre de sphères.

La méthode «Pinball» est l'une des méthodes proposées pour la détection du contact. Elle a été introduite par Belytschko et Neal (1991); Belytschko et Yeh (1993). Il s'agit d'un algorithme à plusieurs niveaux. Initialement, chaque particule est représentée par un cercle principal qui la recouvre entièrement. La pénétration des cercles principaux indique la possibilité d'un contact entre les particules concernées. Si un contact est détecté, l'algorithme passe au niveau suivant en remplaçant chaque cercle par des cercles de taille réduite. Le remplacement est effectué en subdivisant la particule en sous-éléments triangulaires. Lorsque le plus haut niveau de raffinement des cercles est atteint, les forces de contact sont calculées. L'avantage de cet algorithme repose sur sa généralité et sa simplicité à quantifier un contact. La méthode «Pinball» permet de traiter facilement le contact entre deux particules irrégulières. D'autre part, l'inconvénient principal de cette méthode est la génération de cercles à chaque fois qu'un contact est détecté entre deux particules, ce qui entraîne un temps de calcul relativement important.

Une autre méthode de représentation des particules axi-symétriques a été développée par Favier *et al.* (1999). Cette approche est basée sur la représentation de la particule par des sphères qui se chevauchent et qui seront utilisées pour la détection du contact. Généralement, des éléments circulaires sont utilisés en 2D et des éléments sphériques sont utilisés en 3D.



Chaque particule du modèle est remplacée par un groupe de cercles/sphères, dont les rayons et les positions peuvent varier. Ainsi, cette technique ressemble à l'approche circulaire ou sphérique. Malgré l'efficacité remarquable de la phase de détection de contact, seuls les contacts entre les particules axi-symétriques peuvent être étudiés. Il existe également des méthodes qui superposent des cercles ou des sphères pour représenter au mieux la surface et la forme des particules irrégulières (Lu et McDowell, 2007) (voir figure 3.44). Ces méthodes compliquent le calcul de la force de contact car il peut y avoir beaucoup de contacts en même point .

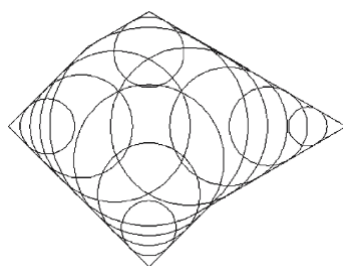


FIGURE 3.44 – Remplissage d'une particule de forme irrégulière par un ensemble de cercles qui se superposent (Lu et McDowell, 2007).

Un algorithme de remplissage, nommé «Burn algorithm» a été proposé par Wang *et al.* (2007). Le but de cet algorithme est de réduire le nombre de cercles générés par particule afin de diminuer le temps de simulation. Un ensemble de petits cercles est généré via une grille superposée à la forme de la particule. Puis l'idée est de remplacer les petits cercles adjacents par un cercle plus grand (figure 3.45).

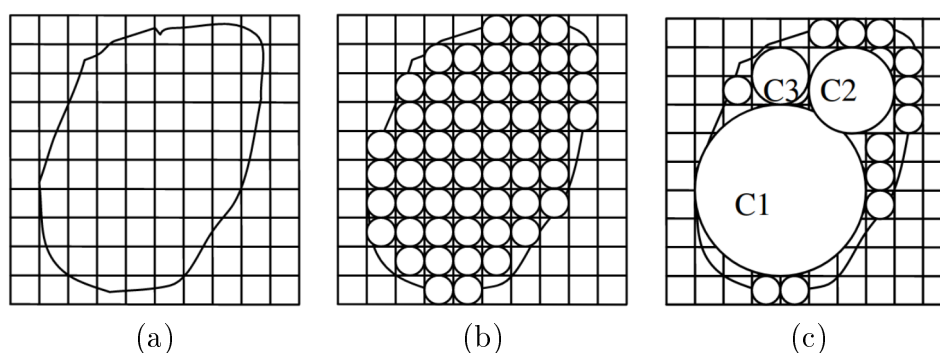


FIGURE 3.45 – Représentation d'une particule de forme complexe par des cercles (a) génération de la grille (b) génération de cercles de même rayon dans les cellules de la grille (c) remplacement des petits cercles par des cercles plus grands (Wang *et al.*, 2007).

L'avantage principal des deux dernières méthodes de remplissage d'une particule par des cercles ou des sphères est que l'étape de génération des éléments de contact n'est effectuée qu'une seule fois dans le maillage. Lorsqu'un contact est détecté, les cercles associés aux deux particules en contact sont utilisés.

En général, l'avantage principal des approches des multi-cercles ou multi-sphères est certainement l'efficacité des algorithmes de détection du contact, grâce aux formes circulaires ou sphériques utilisées. La pénétration des deux particules peut être facilement détectée en vérifiant l'intersection de chaque cercle/sphère de la première particule avec celle de l'autre particule. La méthode des multi-cercles/sphères est beaucoup moins coûteuse que la méthode polygonale et fournit en même temps une bonne représentation de la forme réelle de la particule. Cependant, le nombre et la taille des cercles, associés à chaque particule, dépendent de la précision souhaitée : en fait, le manque de précision lors du remplissage des particules avec des cercles/sphères peut affecter négativement les résultats et conduire à des valeurs inexactes. D'autre part, une augmentation du nombre d'éléments de contact peut ralentir la phase de recherche de contact. De plus, dans certains cas, cette approche a montré une sur-estimation de la force de contact, ce qui est dû à la méthode de remplissage des particules par l'intermédiaire des cercles. Ces derniers, sortant du polygone, peuvent créer des interpénétrations fantômes avec un ordre de grandeur important.

**Approche des sphéropolyèdres** La simplification de la forme d'une particule non sphérique ne se limite pas seulement à l'utilisation de cercles ou d'ellipses. Alonso-Marroquin (2008) et Alonso-Marroquín et Wang (2009) ont proposé une solution pour résoudre le problème des interactions entre les particules de forme complexe. La méthode est basée sur l'approche des sphéropolyèdres. Chaque particule est substituée par un squelette (polygone en 2D ou polyèdre en 3D) et un élément de forme simple (cercle en 2D et sphère en 3D) (voir figure 3.46). La méthode des sphéropolyèdres offre de nombreux avantages, notamment la simplicité de la détection d'un contact et la représentation de toute forme de particules (convexe, concave, creuses, etc.). De plus, la méthode des sphéropolyèdres permet d'évaluer l'interaction entre des particules complexes dans des temps de calculs raisonnables.

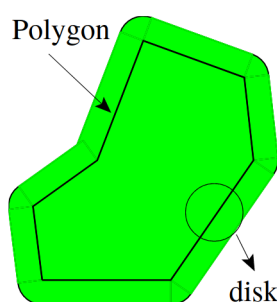


FIGURE 3.46 – Remplacement d'une forme arbitraire par son squelette (polygone) et un cercle (Alonso-Marroquín et Wang, 2009).

En raison de la simplicité de détection des contacts par l'approche sphéropolyèdre, Galindo-Torres *et al.* (2010) ont utilisé ce concept pour modéliser des matériaux granulaires avec des formes très complexes. De même, dans les travaux de recherche de Richefeu (2019), les sphéropolyèdres ont été employés pour modéliser des blocs rocheux. Chaque bloc a été représenté par un ensemble de sphères pour former les sommets, de cylindres pour décrire les arêtes et de polygones pour définir les faces. Cependant, des difficultés à estimer l'effort de contact peuvent être rencontrées une fois que le contact est détecté.

### 3.5.2 Proposition d'une méthode de contact simplifiée : 2D multi-cercles

Comme mentionné précédemment, dans le modèle DEAP, le matériau est formé en 2D d'un ensemble de particules polygonales convexes de formes irrégulières et de tailles différentes. Ces particules peuvent interagir les unes avec les autres et se toucher. L'une des difficultés rencontrées est de représenter correctement les polygones pour capturer le phénomène de contact. La méthode des multi-cercles, simplifiant la forme des particules, est utilisée pour la détection du contact et le calcul de la force induite.

Dans la phase de génération du maillage, chaque particule est représentée par un groupe de cercles en 2D sur son contour uniquement. Cet ensemble sera utilisé pour détecter le contact entre les particules de la géométrie. Lors du contact, la position relative des cercles par rapport à la particule associée ne change pas. Il suffit donc de générer ses sphères une fois et de les déplacer au cours du chargement en suivant le mouvement du corps rigide de la particule. L'avantage de cette approche est qu'elle s'étend assez bien en 3D.

#### 3.5.2.1 Génération des éléments de contact

La première étape de la technique de détection de contact, proposée et développée au cours de ce travail de thèse, consiste à remplir chaque particule avec des éléments du contact. Ainsi, la recherche d'une méthode qui assure une meilleure représentation du contour de chaque particule est nécessaire. La technique de remplissage proposée s'inspire de la méthode sphéro-polyèdre pour laquelle seulement le contour de la particule est remplacé par des éléments simplifiés. L'opération consiste à réduire la taille de la particule sans changer l'orientation de chaque arête. Une fois que cette étape est réalisée, un ensemble de cercles sera généré sur le bord du polygone réduit. Cet ensemble représentera les éléments de contact dans le modèle et sera utilisé plus tard dans la simulation. L'avantage principal de cette technique est la simplicité permettant de représenter une forme irrégulière par des cercles.

En supposant que tous les sommets et les arêtes sont numérotés et orientés dans le même sens, les étapes de cette méthode sont les suivantes :

1. Calculer le vecteur normal de chaque arête (dirigé vers l'intérieur) (figure 3.47-(a)).
2. Translater chaque arête suivant son vecteur normal à une distance  $r$  qui définit le rayon des cercles générés (figure 3.47-(b)). Chaque arête translaturée et son vecteur normal définissent un demi-espace qui sera utilisé à l'étape suivante. Le demi-espace considéré est celui qui contient le centre de la particule.
3. Calculer l'intersection de ces demi-espaces afin de déterminer le polygone réduit de  $r$  (figure 3.47-(c)).
4. Générer des cercles de rayon  $r$  tout le long du contour (figure 3.47-(d)).

Par cette technique, le nombre de cercles qui doivent être générés par particule sera réduit conséquemment, puisqu'ils ne sont générés qu'au niveau du contour. Cette méthode assure une bonne représentation de la particule irrégulière, ce qui garantit à son tour une bonne détection de contact.

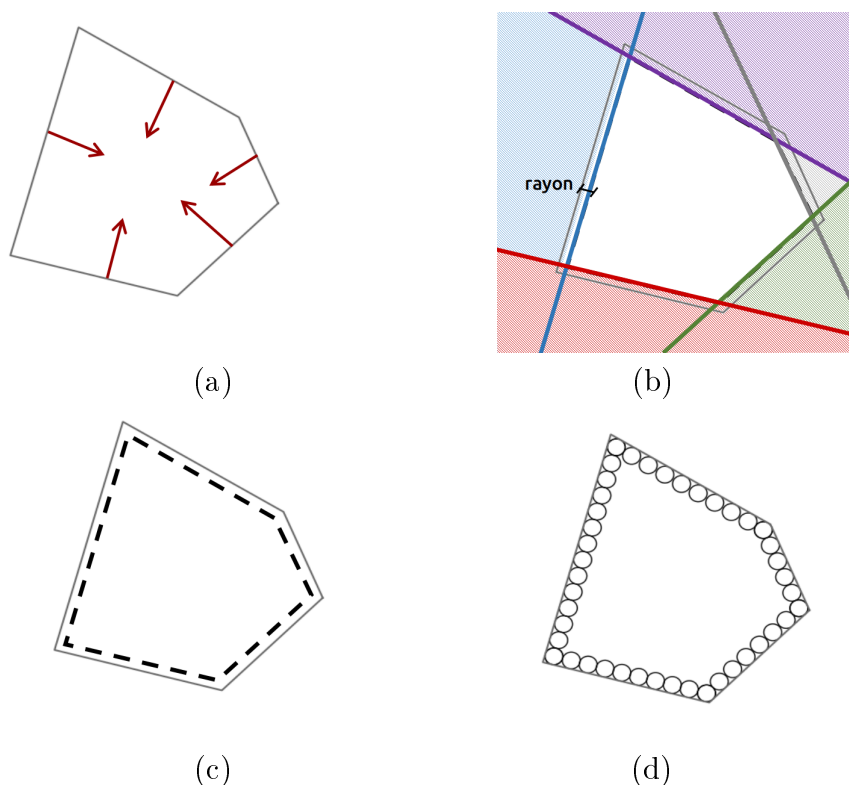


FIGURE 3.47 – Étapes de génération des éléments de contact sur les bords d’un polygone (a) calcul des vecteurs normaux (b) translation de chaque côté (c) calcul de l’intersection des demi-espaces (d) génération des cercles.

### 3.5.2.2 Génération de la liste de voisinage

La phase de détection du contact commence par la recherche des voisins, afin d’identifier une liste appelée «liste de voisinage». La génération de cette liste est nécessaire pour éliminer les particules éloignées les unes des autres, ce qui augmente ainsi l’efficacité de la recherche et améliore les performances du processus de calcul. Tout d’abord, si deux particules, non reliées par une poutre de cohésion, sont suffisamment proches l’une de l’autre, elles seront ajoutées à une première liste de voisinage. Dans DEAP et afin de générer cette liste, une simple comparaison entre la distance des deux centres de gravité des deux particules est effectuée. En effet, chaque particule polygonale est représentée par un cercle de rayon équivalent. Si la distance entre deux centres de gravité de deux particules est inférieure à deux fois la somme des rayons des cercles équivalents associés, cette paire de particules sera ajoutée à la liste de voisinage. Une description plus détaillée de la méthode de génération d’une liste de voisinage est présentée dans Fraga Filho *et al.* (2020).

Ensuite, une deuxième liste de voisinage est générée à partir de la première liste. Cette liste enregistre toutes les paires élément de contact/particule qui sont suffisamment proches et qui seront utilisées, ultérieurement, pour la détection du contact. L’avantage d’identifier initialement une liste de voisinage est de réduire le coût de l’opération de  $O(N^2)$  à une valeur plus petite. Cette réduction dépend de la distance retenue pour que deux particules soient voisines. Alors, seules les paires de particules de la deuxième liste résultante sont prises en compte pour

contribuer à une étude plus approfondie.

A noter que la liste de voisinage est mise à jour chaque fois qu'une poutre est cassée entre deux particules polygonale pendant le chargement.

### 3.5.2.3 Détection du contact

Comme mentionné précédemment, lorsque deux particules non reliées par une poutre cohésive sont suffisamment proches l'une de l'autre, le contact doit être vérifié. Le schéma de résolution proposé est divisé en deux étapes : initialement, une liste de voisinage est créée entre les éléments circulaires susceptibles d'entrer en contact afin de limiter les coûts de calculs. Ensuite, l'interaction entre les particules est vérifié sur l'ensemble des éléments de la liste. Une idée simple constant à vérifier directement la possibilité de recouvrement entre deux cercles de deux particules est limitée. Dans certains cas, si les éléments du contact de deux particules adjacentes ne sont pas parfaitement alignés, le contact entre les cercles n'est pas détecté malgré l'interaction entre les deux particules (figure 3.48-(a-b)). Pour détecter un contact entre deux cercles de même rayon  $r_1 = r_2 = r$  mais décalés, il faut que les particules s'interpénètrent d'une distance  $\delta$  avec :

$$\delta = d - 2r \quad (3.21)$$

avec  $d^2 = (2r)^2 - r^2$  (voir figure 3.48-(c))

$$\Rightarrow \delta = (\sqrt{3} - 2)r \quad (3.22)$$

Par conséquent, le rayon des éléments de contact doit être de même ordre de grandeur que la pénétration  $\delta$  dans le cas où on estime directement l'interpénétration des particules à partir de celle des cercles. Ainsi, un nombre important de cercles est requis par côté pour avoir une bonne représentation de la surface de recouvrement entre les deux particules polygonales en contact.

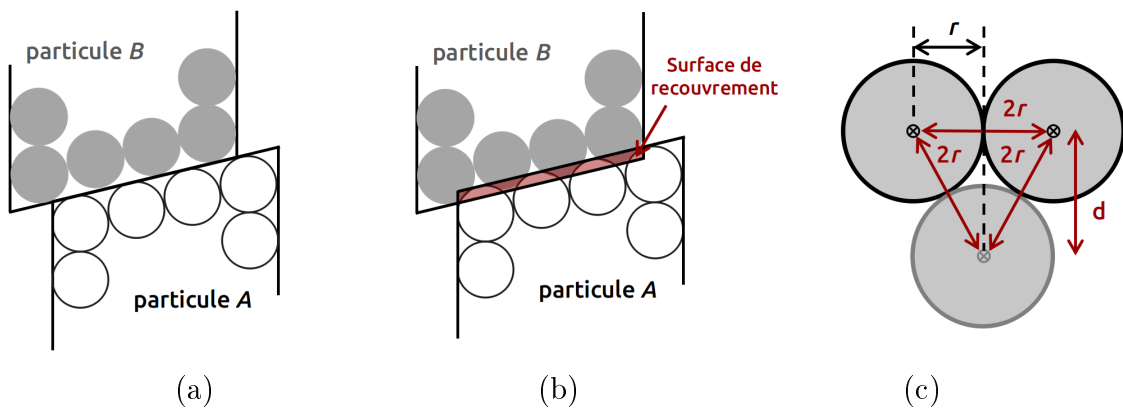


FIGURE 3.48 – (a) Deux particules en contact (b) Mauvaise détection de pénétration (c) Distance minimale pour détecter le contact.

Pour éviter ce problème, une première solution consiste à superposer les cercles afin de réduire les espaces vides entre eux. Par cette technique, un grand nombre de cercles est toujours requis par côté et le coût de calcul de la phase de détection du contact est élevé. De plus, il peut y

avoir une interpénétration dans une zone où plusieurs cercles sont superposés. Dans ce cas, l'estimation de l'effort de contact est complexe.

La solution proposée est basée sur la projection orthogonale du centre du cercle appartenant à la première particule sur l'arête de la deuxième particule. Dans le cas bidimensionnel, les contacts sommet-sommet, sommet-côté et côté-côté doivent être vérifiés. Cette méthode peut facilement gérer ces situations en fournissant une technique robuste et efficace de la loi de contact entre les particules. Ainsi, le problème coûteux de la détection de contact entre deux particules de forme complexe deviendra un problème simple de détection entre un élément de contact circulaire et une particule. Chaque polygone est défini par les sommets et par l'ensemble des vecteurs unitaires normaux de tous ces côtés.

Dans ce processus, un ensemble d'éléments de contact est associé à chaque polygone. Considérons deux particules polygonales  $A$  et  $B$  en contact. Supposons que  $c$  est un cercle appartenant à la particule  $B$  et que  $e$  est un côté de la particule  $A$  (figure 3.49-(a)). Pour déterminer l'interaction entre les deux particules  $A$  et  $B$ , le centre du cercle  $c$  associé à la particule  $B$  est projeté sur le côté  $e$  de la particule  $A$ . Cette étape génère un nouveau cercle fictif  $c_p$  appartenant à la particule  $A$  (figure 3.49-(b)). Ce cercle fictif et le cercle  $c$  sont utilisés pour vérifier l'existence d'un contact entre les deux particules  $A$  et  $B$ .

L'interpénétration entre les particules  $A$  et  $B$  est vérifiée à l'aide de trois étapes successives :

1. Les centres des deux particules sont suffisamment proches l'un de l'autre.
2.  $\delta$  est négatif.  $\delta$  est la pénétration entre les deux cercles  $c$  et  $c_p$  et est définie par :  $\delta = d - r_1 - r_2$  avec  $d$  la distance entre les centres des cercles  $c$  et  $c_p$ .  $r_1$  et  $r_2$  sont les rayons des cercles  $c$  et  $c_p$ .
3.  $c_p$  est à l'intérieur de la particule  $A$ .

Si ces trois conditions sont vérifiées, la valeur de l'interpénétration  $\delta$  est utilisée à l'étape suivante, dans laquelle la force de contact entre les cercles est calculée. Sinon, l'interpénétration  $\delta$  est mise à zéro.

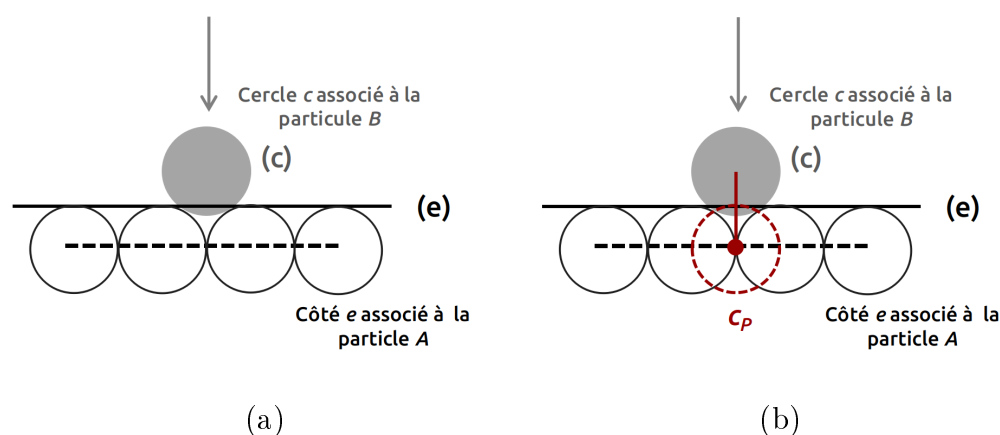


FIGURE 3.49 – (a) Deux particules  $A$  et  $B$  en contact (b) Projection du cercle  $c$  de la particule  $B$  sur le côté  $e$  de la particule  $A$ .

### 3.5.2.4 Calcul de la force de contact normale

Chaque particule indéformable appartenant à la géométrie est formée d'un ensemble de cercles rigides. Ces cercles représentent les éléments de contact et sont utilisés pour déterminer l'interaction entre les particules. Lorsqu'un contact est détecté entre deux particules, l'effort de contact généré est calculé. L'idée d'avoir recours à la somme des forces de contact linéaires élémentaires (entre deux cercles) a été proposée et testée.

Considérons deux carrés, comprenant chacun un ensemble d'éléments circulaires de même rayon ( $r_1 = r_2 = r$ ), en contact, comme le montre la figure 3.50. Une rigidité normale  $k_{12}$ , liée au module d'Young du matériau, est définie pour trouver une relation entre la force de contact et le déplacement relatif normal. Cette rigidité est représentée par deux ressorts en série reliant les deux centres des deux cercles en interaction. La raideur normale du ressort dépend du module d'Young du matériau  $E_i$ , des rayons des éléments du contact  $r_i$  et du rayon équivalent de la particule polyédrique  $r_{eq}$ . Le calcul de cette quantité est requis pour prendre en compte le nombre de cercles associés à chaque particule (figure 3.50-(b-c)). Pour quantifier cette force de contact, chaque paire de cercles, appartenant à deux particules distinctes et ayant une surface de recouvrement, est représentée par deux ressorts  $k_1$  et  $k_2$  en série (figure 3.51). Plusieurs contacts seront détectés entre deux particules en interaction et par conséquent, plusieurs forces de contact élémentaires seront associées à chaque particule.

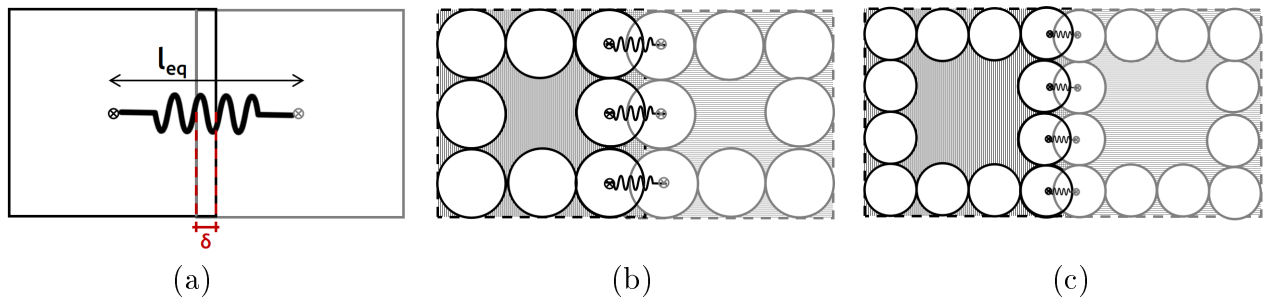


FIGURE 3.50 – (a) Deux particule polygonale en contact avec (b) trois éléments de contact par côté (c) quatre éléments de contact par côté.

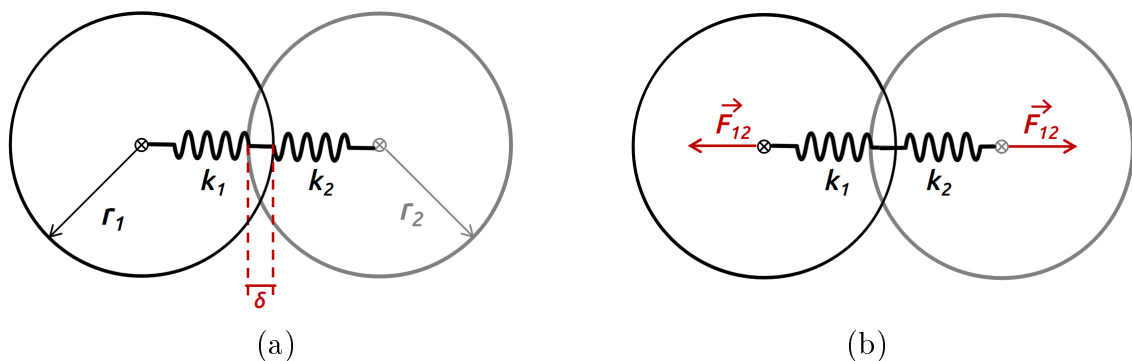


FIGURE 3.51 – (a) Modèle de contact entre deux cercles (b) Force de contact normale agissante

En 2D, la rigidité de chaque ressort  $k_i$ , la raideur totale normale  $k_{12}$  et la force de contact  $\vec{F}_{12}$ , agissant sur le cercle 1 en contact avec le cercle 2, sont données par :

$$k_i = 2 \frac{Er_i}{r_{eq}} \text{ avec } i = 1, 2 \quad (3.23)$$

$$k_{12} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (3.24)$$

$$\vec{F}_{12} = k_{12} \delta_{12} \vec{n}_{1 \rightarrow 2} \quad (3.25)$$

Avec  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  le vecteur normal allant de 1 vers 2.

Selon la méthode de calcul des forces de contact suggérée, la force de contact normale élémentaire (par rapport au deux cercles en contact) suit toujours la direction du segment reliant les centres des deux cercles. La force de contact normale résultante, agissant sur le centre de la particule est la somme des forces subies par les différents cercles qui forment la particule. Ainsi, l'intensité, la direction et le sens sont déduits de la contribution de chaque contact élémentaire.

A noter que des modifications ont été ajoutées à l'algorithme de résolution afin de limiter les problèmes de convergences pouvant survenir lors de la prise en compte des forces de contact. Les méthodes utilisées et qui reprennent la proposition de Vassaux (2015) sont détaillées dans l'annexe A.



Le schéma de l'algorithme de contact détaillé est présenté dans la figure 3.52. Cet algorithme vient remplacer la case «Calcul des forces de contact» de la figure 3.10.

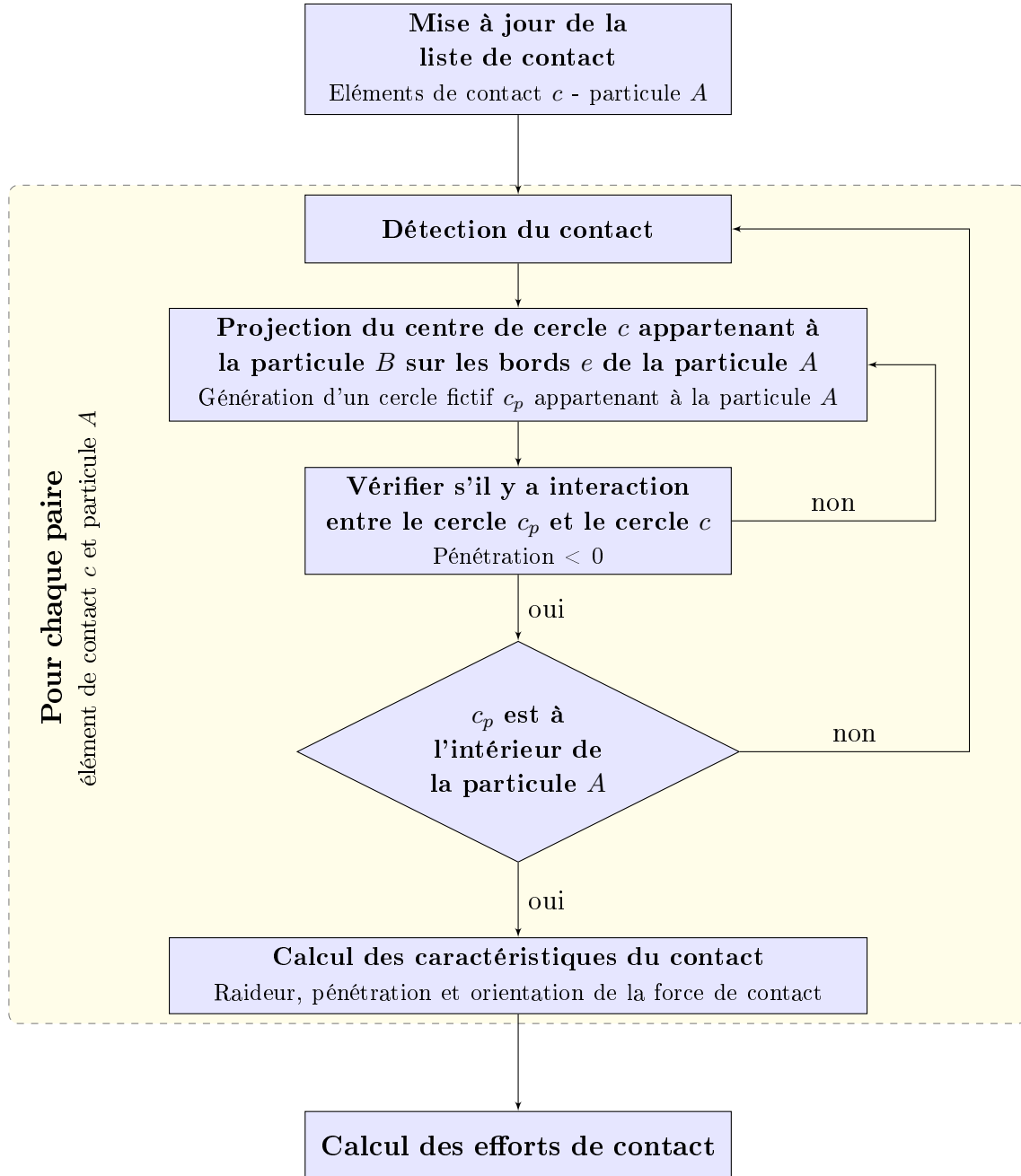


FIGURE 3.52 – Schéma de l'algorithme de contact

### 3.5.2.5 Validation de l'algorithme de résolution de l'interaction mécanique en 2D

Dans un premier temps, le nouvel algorithme a été implémenté dans la version bidimensionnelle de DEAP en C++. Une comparaison entre la méthode des multi-cercles, la méthode polygonale de Vassaux *et al.* (2016) et des résultats analytiques est ensuite établie afin de valider l'approche simplifiée de détection de contact.

**Exemple 1 : Essai de traction jusqu'à rupture puis compression.** Le but de cet exemple est de valider l'approche de contact proposée et de montrer son efficacité et sa robustesse par rapport à la méthode polygonale implémentée dans la version précédente de DEAP. Dans ce but, le comportement mécanique d'une éprouvette carrée de taille  $1 \times 1$  m, soumise à un chargement en traction jusqu'à la rupture, puis à un chargement en compression, est étudié. L'éprouvette est soumise à un déplacement vertical imposé sur le bord libre supérieur. Cet essai est réalisé avec un maillage de  $50 \times 50$  particules afin d'assurer l'indépendance des propriétés élastiques du matériau par rapport au nombre total de particules (figure 3.53-(a)). L'ensemble des paramètres utilisés dans l'exemple étudié est résumé dans le tableau 3.3. Initialement, l'éprouvette est sollicitée verticalement en traction. Le mode de rupture correspond à la propagation d'une macro-fissure perpendiculaire à la direction du chargement (figure 3.53-(b)).

TABLE 3.3 – Paramètres du modèle

$l_b$ (m)	$E_b$ (GPa)	$\alpha$ (-)	$\lambda_{\epsilon_{cr}}$ (-)	$\lambda_{\theta_{cr}}$ (-)	$k$ (-)
0.02	46	0.83	2.e-4	1.e-3	3

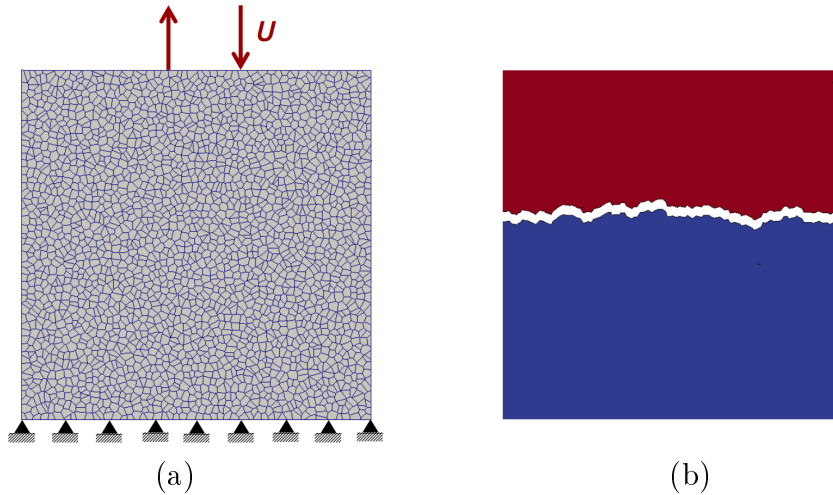


FIGURE 3.53 – (a) Exemple de maillage 2D de  $50 \times 50 = 2500$  particules (b) Faciès de fissures sous un chargement en traction uni-axial.

Pour cet assemblage de  $50 \times 50$  particules sollicitées en traction, la valeur moyenne obtenue de la résistance à la rupture est égale à  $\sigma_{rupture} = 5$  MPa. La même résistance est obtenue

avec les deux méthodes puisque le contact n'est pas encore activé. Une fois que la rupture de l'échantillon s'est produite, l'échantillon est sollicité en compression pour activer le contact entre les particules situées le long de la fissure.

En ce qui concerne le comportement mécanique global, le spécimen se comporte de la même manière pour les deux modèles de contact que ce soit en traction ou en compression. Une reprise de rigidité en élasticité est observée en compression après avoir appliqué un chargement en traction jusqu'à la rupture. En effet, le matériau retrouve parfaitement sa rigidité comme le montre la figure 3.54. Ce phénomène est lié à l'effet unilatéral où un contact entre les surfaces des fissures est initié lors du chargement en compression (re-fermeture de la fissure). De ce fait, les contraintes sont à nouveau transmises à travers ces fissures et la rigidité est récupérée lorsque le matériau est comprimé.

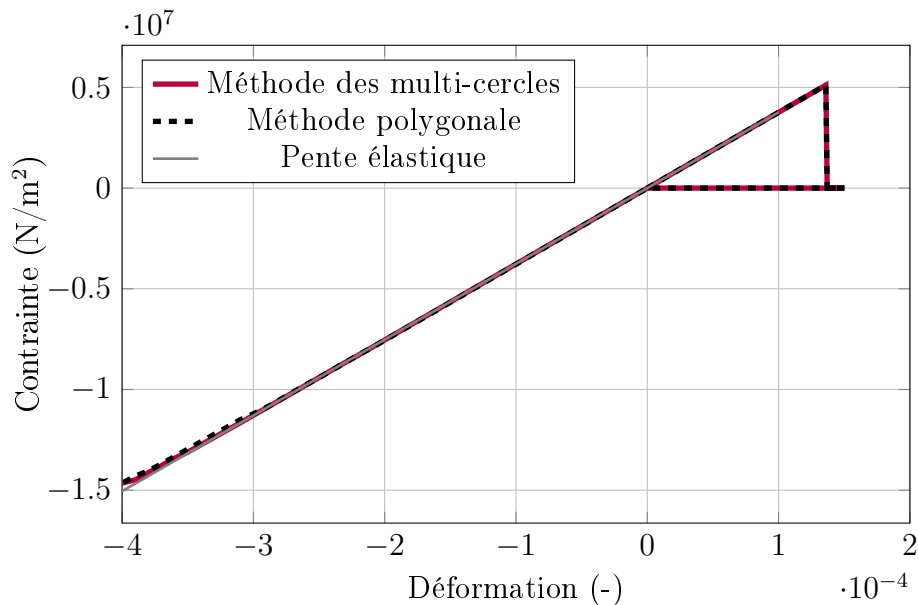


FIGURE 3.54 – Réponses en traction puis en compression obtenues par les deux méthodes de détection de contact.

D'autre part, tous les contacts entre les particules impliquées sont successivement détectés par la technique de détection du contact simplifiée. Les faciès de fissuration obtenus après compression par la méthode polygonale et la méthode des multi-cercles sont présentés dans les figures 3.55 et 3.56 respectivement. On remarque que, dans les deux cas, des fissures parallèles au chargement de compression sont initiées. Elles sont responsables de l'apparition de la non-linéarité en compression sur la figure 3.54. On remarque que les résultats ne sont pas parfaitement identiques entre les deux méthodes de contact. En effet, des divergences mêmes minimales sur les directions des efforts de contact vont entraîner des différences visibles à cause du maillage fortement hétérogène.

Comme déjà indiqué, l'étape de détection de l'intersection entre deux particules est une phase extrêmement coûteuse en temps de calcul. Pour cela, la vérification de l'efficacité et la fiabilité des résultats d'un algorithme de détection de contact n'est pas suffisante, surtout dans

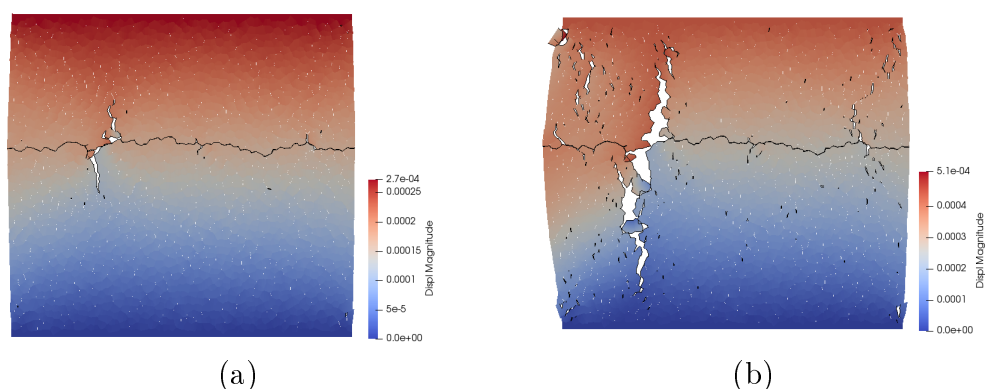


FIGURE 3.55 – Faciès de fissures obtenus sous une charge de compression simple avec la méthode polygonale (a) déformation =  $-2,7 \cdot 10^{-4}$  (-) (b) déformation =  $-4,4 \cdot 10^{-4}$  (-).

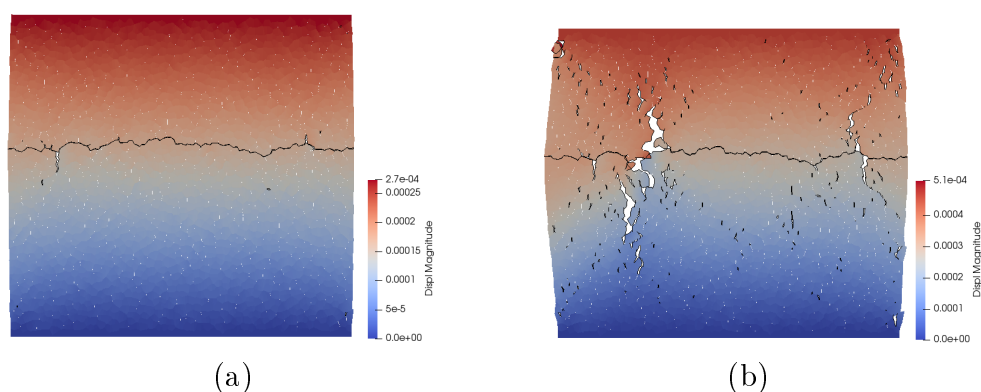


FIGURE 3.56 – Faciès de fissures obtenus sous une charge de compression simple avec la méthode des multi-cercles (a) déformation =  $-2,7 \cdot 10^{-4}$  (-) (b) déformation =  $-4,4 \cdot 10^{-4}$  (-).

le cas d'une structure massive avec un grand nombre de particules. Afin de comparer les coûts de calcul de la phase de détection pour le contact polygonal et pour le contact des multi-cercles, six densités de maillage ont été testées sur l'échantillon carré de taille  $1 \times 1$  m. L'ensemble est de nouveau soumis à un chargement en traction jusqu'à sa rupture, puis à un chargement en compression dans la même direction pour pouvoir activer le contact. La figure 3.57 montre la variation du temps de calcul de la première pas de temps après la compression de l'échantillon en fonction du nombre de particules. Comme on peut le voir, le temps de calcul de la phase de détection du contact par la méthode polygonale est plus important que celui par la méthode des éléments de contact circulaires, même pour un petit nombre de particules, ce qui confirme la complexité du calcul de la surface d'intersection entre deux particules irrégulières.

De plus, la comparaison du temps de calcul total de la phase de détection du contact pour les deux méthodes n'est pas suffisante. Il est également nécessaire de comparer le temps moyen de résolution d'une itération avant de trouver la position d'équilibre du système. Une comparaison concernant le temps de calcul par itération pour les deux méthodes de détection de contact est tracée dans la figure 3.58. Également, le temps de calcul par itération de la méthode des multi-cercles est beaucoup plus rapide que celui de la méthode polygonale, ce qui démontre pour cette phase tout l'intérêt d'un calcul analytique plus simple. De plus, la convergence est atteinte

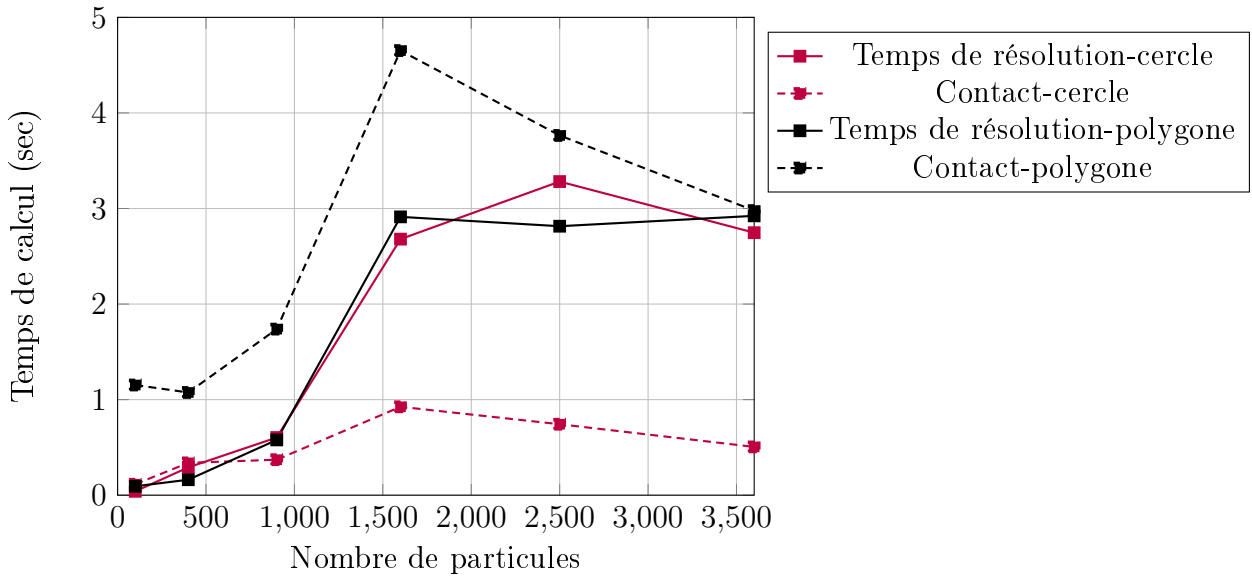


FIGURE 3.57 – Évolution du temps de calcul de résolution globale et de la phase de contact pour les deux méthodes en fonction de la densité de maillage.

rapidement avec l'algorithme de la méthode des multi-cercles (50 itérations en moyenne). En revanche, des problèmes de convergence ont été observés par la méthode polygonale. A noter que la convergence est considérée comme atteinte lorsque le résidu est inférieur à  $10^{-3}$ .

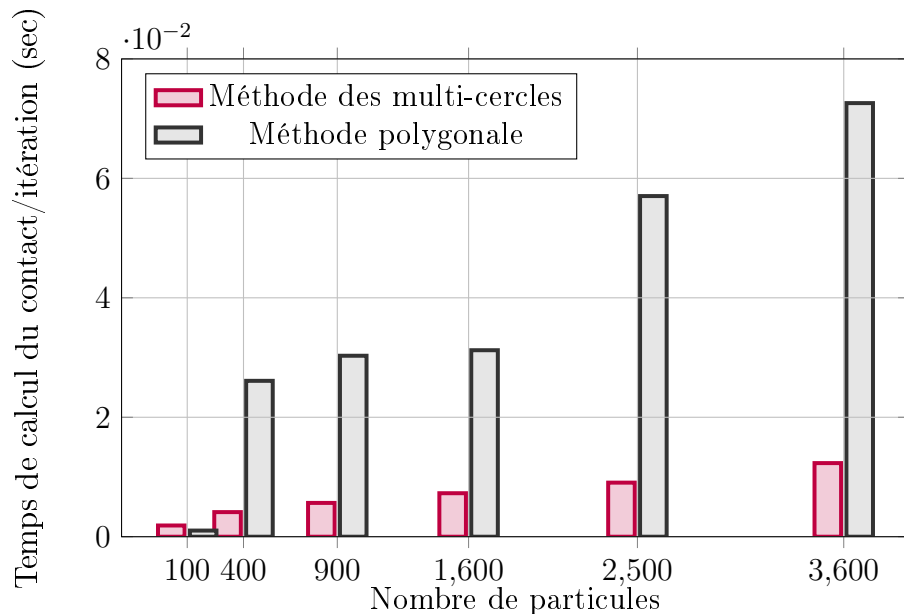


FIGURE 3.58 – Temps de calcul de la phase de contact par itération en fonction du nombre des particules

**Exemple 2 : Contact disque-disque.** Dans ce deuxième exemple, deux disques en contact sont étudiés. Le but de cette partie est de montrer la précision des résultats numériques obtenus en les comparant avec la théorie de Hertz. La figure 3.59 présente la géométrie des deux disques utilisés ainsi que les conditions aux limites. À noter que le déplacement vertical au centre de chaque disque est bloqué afin d'éviter la rotation des deux disques lors du chargement. Chaque cercle est de rayon 1 m et est soumis à des incréments de déplacement  $U$  égale à  $5.10^{-6}$  m.

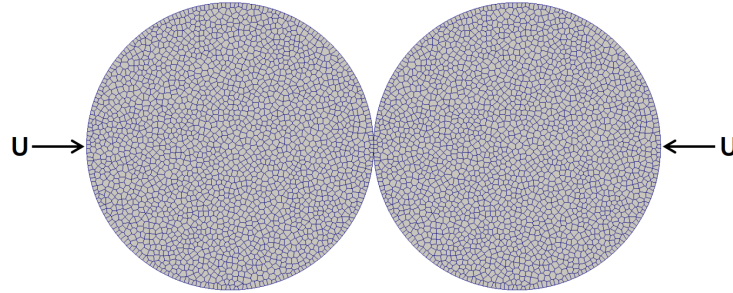


FIGURE 3.59 – Deux disques en contact.

Dans un premier temps, le champ de déplacement obtenu par la méthode des multi-cercles est interprété. Son évolution en fonction du déplacement imposé  $U$  est illustrée dans la figure 3.60. Initialement, lors de la génération du maillage, aucun recouvrement entre les deux disques n'est imposé (figure 3.60-(a)). Ainsi, les deux disques ne font que s'approcher l'un de l'autre et aucune pénétration n'est détectée par l'algorithme de contact. Ce phénomène est observé jusqu'à un déplacement de  $7.10^{-5}$  m (figure 3.60-(b)). Au-delà de cette valeur, une pénétration est détectée et le calcul itératif des forces de contact induites est déclenché (figure 3.60-(c-d)). Afin de comprendre la cause du retard de la détection du contact par la méthode des multi-cercles, une comparaison avec la méthode polygonale est réalisée. La réponse force-déplacement obtenue pour les deux méthodes est présentée dans la figure 3.61. Comme on peut le voir, pour les deux méthodes, le contact n'est pas détecté immédiatement. Cette observation est liée à la représentation des disques étudiés où un jeu initial peut exister entre eux comme expliqué précédemment. Nous observons que le contact est détecté en premier par la méthode polygonale et un écart de la méthode des multi-cercles par rapport à la méthode polygonale augmente donc de 0 % à 100 %. Le retard de détection du contact par la méthode des multi-cercles est lié au contact difficilement détecté entre deux coins de deux particules puisque ces derniers ne peuvent pas être parfaitement représentés par un élément de contact de type cercle. Par la suite, et comme on peut remarquer sur la figure 3.61, ce retard est cependant rattrapé et l'écart entre les deux méthodes tend vers 0.

La précision de la méthode de détection du contact est ensuite vérifiée en comparant les résultats de la simulation avec la théorie. La valeur théorique linéarisée de la force de contact normale  $F_N$  utilisée est établie par Han *et al.* (2000). Cette expression, basée sur la théorie de Hertz en 2D, est valable dans le cas d'une faible pénétration.  $F_N$  est exprimée en fonction des paramètres des deux disques (voir équation 3.26).

$$F_N = k_n U \quad (3.26)$$

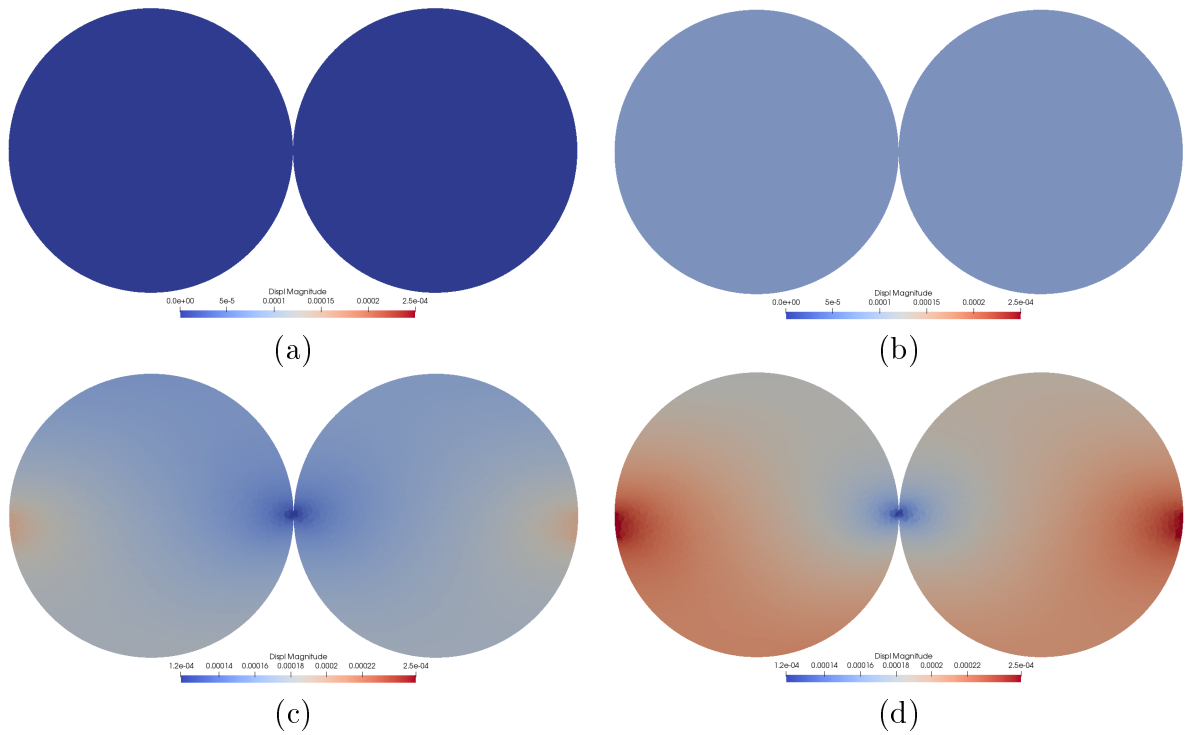


FIGURE 3.60 – Évolution du champ de déplacement dans les deux disques à différents instants par la méthode des multi-cercles (a)  $U = 0$  m, (b)  $U = 7.10^{-5}$  m, (c)  $U = 2.10^{-4}$  m et (d)  $U = 2,5.10^{-4}$  m.

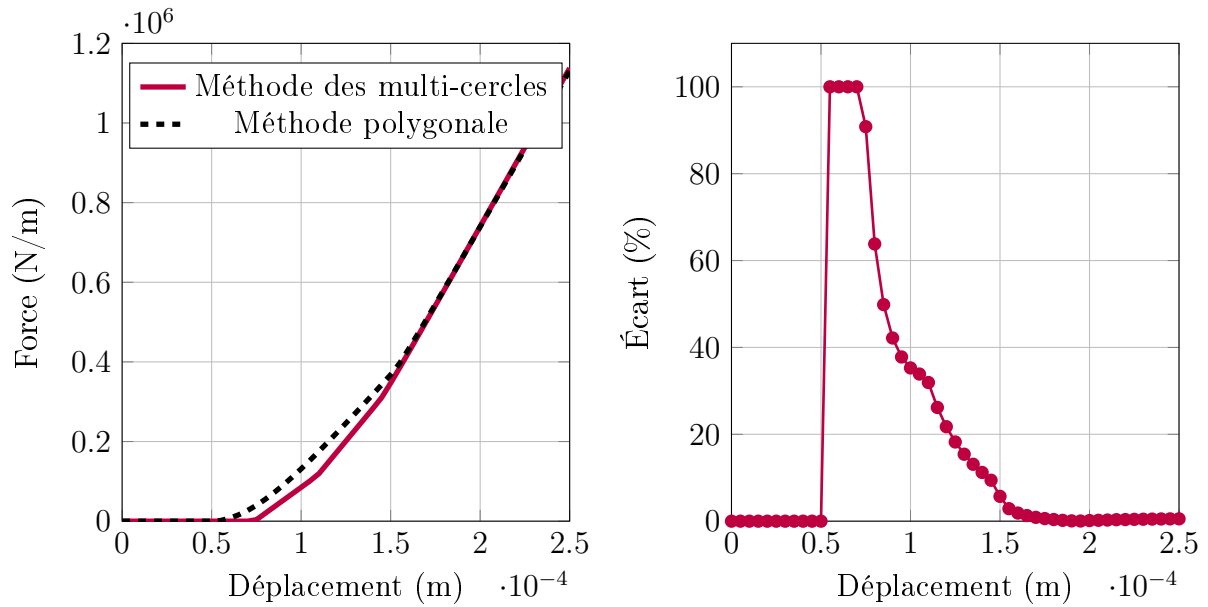


FIGURE 3.61 – (à gauche) Réponse force-déplacement obtenue numériquement pour la méthode des multi-cercles et par la méthode polygonale (à droite) Variation de l'écart entre les deux méthodes.

$$k_n = \frac{\pi}{8} \frac{G}{(1-\nu)} 1 \quad (3.27)$$

Avec  $\nu$  et  $G$  représentant, respectivement, le coefficient de poisson et le module de cisaillement des disques. Par conséquent, une évolution linéaire de la force de contact normale est obtenue en fonction du déplacement appliqué. Pour un béton ordinaire avec un module d'Young égal à 37 GPa et un coefficient de poisson égale à 0.21, la pente théorique  $k_n$  est égale à  $7,6 \cdot 10^9$  N/m. L'évolution théorique est illustrée dans la figure 3.62 (coube noire pointillée).

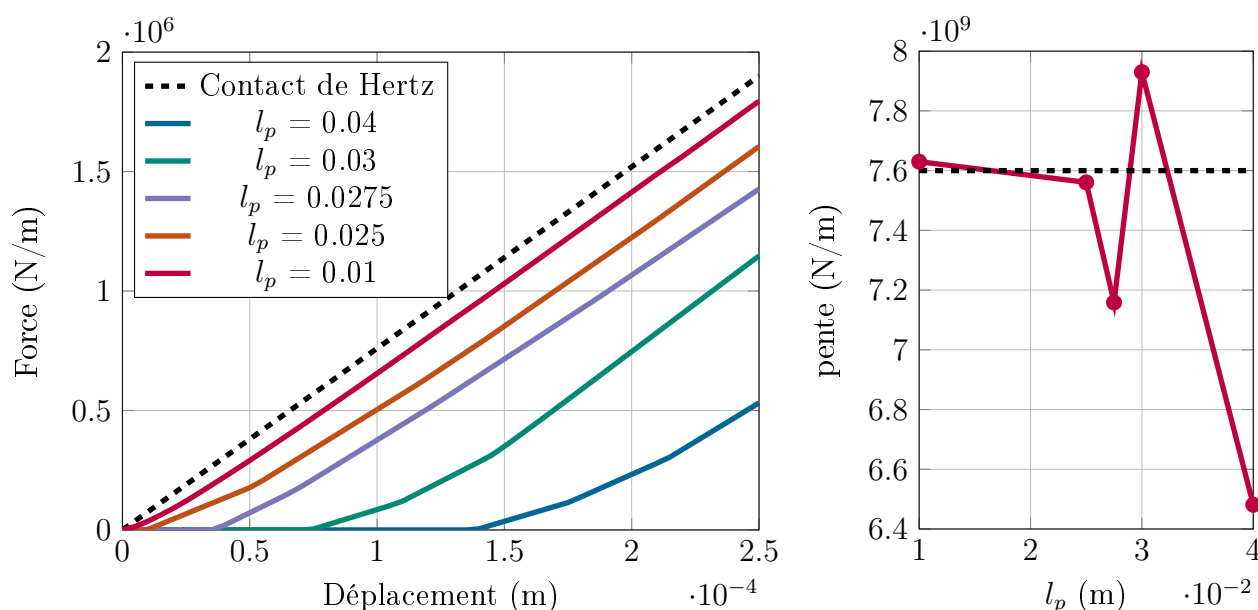


FIGURE 3.62 – (à gauche) Réponse force-déplacement pour différente finesse de maillage ( $l_p$  = longueur des poutres) (à droite) Évolution de la pente finale obtenue par la méthode des multi-cercles en fonction de la longueur des poutres  $l_p$ .

Une comparaison entre l'évolution de la courbe force-déplacement numérique, obtenue avec la méthode de contact multi-cercles pour différentes finesses de maillage, et la courbe théorique est présentée dans la figure 3.62. Pour les différentes densités de maillage, la courbe numérique tend vers une évolution linéaire lorsque l'interpénétration augmente. La pente finale de la courbe numérique tend vers la valeur analytique de  $k_n$  en augmentant la finesse de maillage (voir 3.62). De plus, plus le maillage est fin, moins la détection du contact est retardée. Cela montre que la méthode des multi-cercles est capable de représenter des problèmes de contact complexes tout en assurant une précision des résultats numériques par rapport aux résultats théoriques.

**Exemple 3 : Contact Cercle-Bloc.** L'exemple suivant a été choisi pour tester la précision de l'algorithme de contact simplifié à l'échelle locale le long de la surface de contact. Deux matériaux élastiques sont utilisés pour comparer les résultats numériques avec la solution analytique du problème de contact de Hertz. Dans cet exemple, un contact entre un disque (de



rayon égale à 0,05 m) et un bloc (de 0,1 m de longueur et 0,05 m de largeur) est étudié. Le disque est soumis à des incréments de déplacement vertical égaux à  $1,5 \cdot 10^{-5}$  m. Ce déplacement est appliqué sur sa partie supérieure afin qu'il rentre en contact avec le bloc. La figure 3.63 montre la géométrie des deux matériaux ainsi que les conditions aux limites du problème. Dans cette partie, la distribution des contraintes dans la zone de contact est quantifiée. Les modules d'Young  $E_i$  et les coefficients de Poisson  $\nu_i$  du cercle et du bloc sont, respectivement, égaux à  $E_1 = 37$  GPa,  $E_2 = 370$  GPa,  $\nu_1 = 0.21$  et  $\nu_2 = 0.21$ . La valeur du module d'Young  $E_2$  est choisie volontairement grande pour éviter les déformations dans le bloc, ce qui permet de choisir un maillage grossier pour celui-ci. La densité de maillage et les paramètres élastiques du modèle discret, associés aux deux matériaux, sont présentés dans le tableau 3.4. Les paramètres de rupture sont choisis pour être suffisamment grands évitant ainsi l'apparition de fissures.

TABLE 3.4 – Paramètres du modèle

Géométrie	$l_b$ (m)	$E_b$ (GPa)	$\alpha$ (-)
Cercle	8e-4	46	0.83
Bloc	0.02	460	0.83

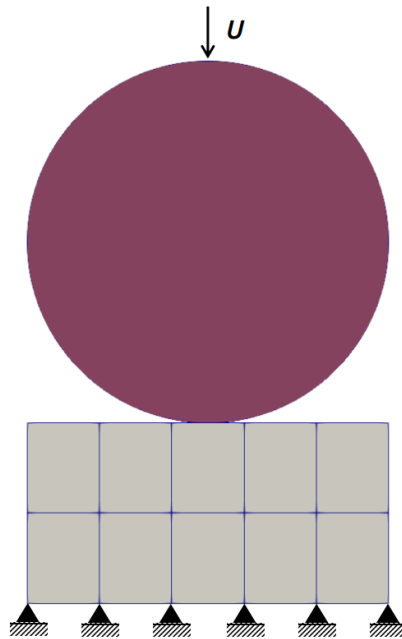


FIGURE 3.63 – Contact entre un disque et un bloc.

La figure 3.64 montre le champ de déplacement obtenu après l'application du déplacement imposé et l'activation du contact. Comme observé, le cercle se déforme plus que le bloc. Ce résultat est lié au module d'Young du bloc qui est plus grand que celui du cercle, ce qui empêche sa déformation.

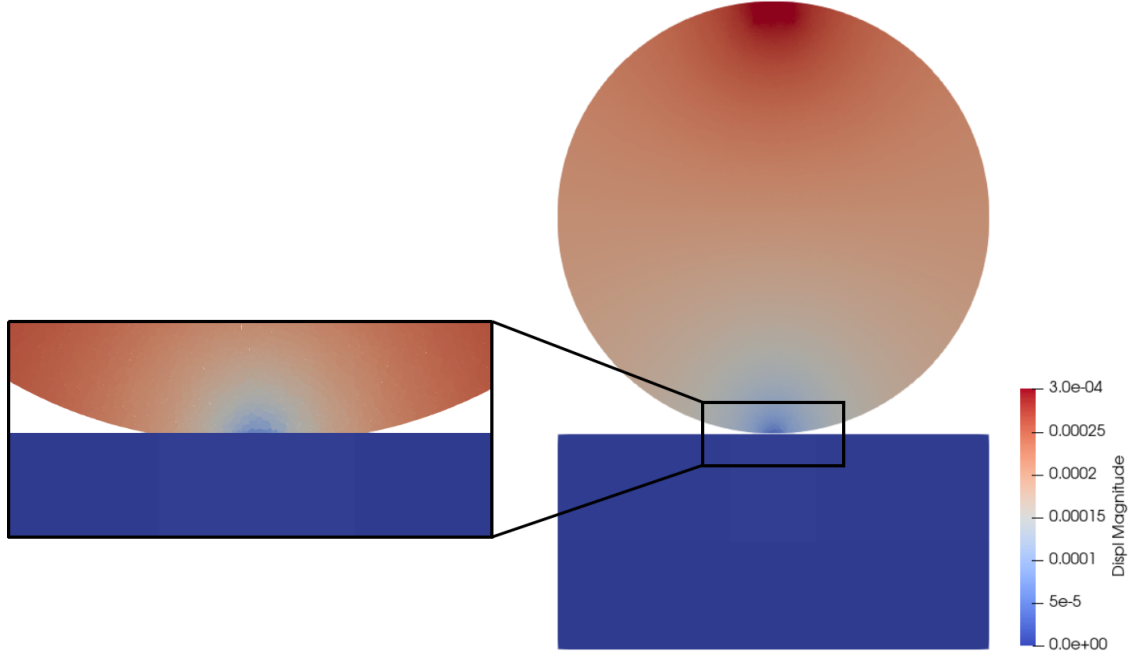


FIGURE 3.64 – Champ de déplacement résultant.

L'objectif principal de cet exemple étant de valider la représentation du contact dans la zone de contact, une comparaison avec une solution analytique est présentée. Selon (Johnson et Johnson, 1987), la formule analytique de la contrainte sur la surface de contact est donnée en fonction de la charge appliquée  $F$ , de la demi-largeur de contact  $b$ , du rayon effectif  $R^*$  (équation 3.29) et du module d'Young effectif  $E^*$  (équation 3.30). Comme déjà mentionné, dans deap, un déplacement est imposé. Ainsi, la force  $F$  utilisée dans la solution analytique résulte du calcul numérique. La demi-largeur de la surface de contact  $b$  est calculée par :

$$b = 2\sqrt{\frac{FR^*}{\pi E^*}} \quad (3.28)$$

avec

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.29)$$

Dans le cas d'un contact entre un cercle et un bloc,  $r_2 \rightarrow \infty$ , et par conséquent,  $R^*$  est égale à  $r_1$ .

Le module d'Young effectif  $E^*$  s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \quad (3.30)$$

De ce fait, la distribution de la contrainte verticale  $\sigma_{yy}$  sur la surface de contact entre le cercle et le bloc est donnée par :

$$\sigma_{yy} = \frac{2F}{\pi b} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2} \quad (3.31)$$

Avec  $x$  variant entre  $-b$  et  $b$ .

La distribution de la contrainte verticale  $\sigma_{yy}$  le long de la largeur de la surface de contact, à  $9 \cdot 10^{-5}$  m de déplacement, est représentée dans la figure 3.65. Les deux résultats numériques des deux méthodes de contact et le résultat analytique sont tracés. Comme on peut le voir, les deux méthodes de contact implémentées dans DEAP reproduisent correctement la solution analytique proposée par Johnson et Johnson (1987).

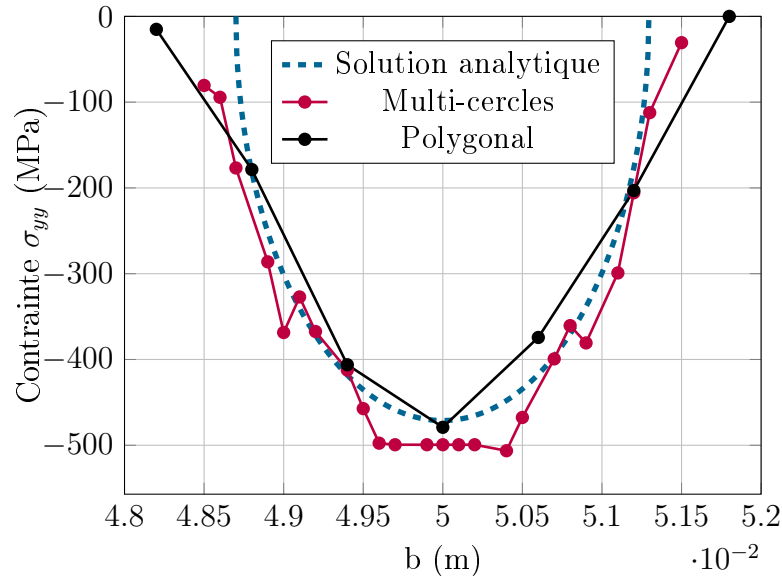


FIGURE 3.65 – Distribution des contraintes normales sur la surface de contact pour la solution analytique et pour les deux méthodes de contact.

### 3.5.3 Méthode de contact simplifiée des multi-sphères en 3D

Il est bien connu que dans certains cas, la modélisation en deux dimensions n'est pas suffisante et qu'une étude dans un cadre tri-dimensionnel est nécessaire. En effet, l'utilisation de la modélisation 3D présente de nombreux avantages, parmi lesquels sa capacité à capturer et reproduire les différents mécanismes se déroulant lors de la simulation. La difficulté majeure rencontrée, dans ce type de modélisation, est le fait d'introduire et de formuler correctement le contact. Il convient de noter que la technique de détection de contact dans un calcul 3D est souvent plus compliquée, et donc plus coûteuse en temps de calcul, que dans le cas bidimensionnel. Il est alors essentiel de procéder à des simplifications afin de capturer le mécanisme de collision entre les particules. Ainsi, plusieurs méthodes peuvent être trouvées dans la littérature pour faciliter le traitement du contact 3D.

Dans cette partie, l'objectif principal est de mettre en œuvre un outil numérique pour la détection de contact tridimensionnel. À cette fin, une extension de la technique de résolution des problèmes de contact en 2D a été proposée pour s'adapter à une utilisation tridimensionnelle. En effet, la transformation de l'outil de contact 2D, déjà présenté, en 3D est simple : au

lieu de définir un ensemble de cercles comme éléments de contact, l'approche suggérée consiste à utiliser un ensemble de sphères. En conséquence, l'interaction cercle-polygone en 2D est remplacée par un contact sphère-polyèdre en 3D. L'algorithme est décrit en détail ci-dessous et il s'adapte à la plupart des formes de particules irrégulières convexes rencontrées lors de la modélisation.

### 3.5.3.1 Génération des éléments de contact

Dans le cas tridimensionnel, la génération d'éléments de contact à l'intérieur d'une particule irrégulière est plus compliquée que dans le cas bidimensionnel. Comme mentionné précédemment, plusieurs études ont été consacrées au sujet du remplissage de particules tridimensionnelles complexes par des sphères. La plupart des approches supposent un remplissage du volume total de la particule par des éléments de formes simples. Par conséquent, le problème devient extrêmement coûteux en termes de temps de calcul et il y a un risque de perdre la robustesse de l'algorithme de contact du fait de la présence d'un grand nombre de sphères.

De ce fait, dans cette étude, et similairement au cas 2D, uniquement les éléments sphériques, tangents à la surface extérieure de chaque particule, sont générés. La méthode de génération des sphères utilisée est une extension tridimensionnelle de la méthode déjà proposée dans l'étude bidimensionnelle. En premier lieu, une dilatation du squelette initial de la particule polyédrique est appliquée, afin de générer la forme érodée du polyèdre, qui sera utilisée ultérieurement pour placer les éléments de contact. Il faut préciser que la recherche de la forme érodée est généralement l'étape la plus complexe. Chaque face de la particule est translatée vers l'intérieur à une distance égale au rayon des sphères  $r$ . Cette méthode permet de confirmer que chaque particule érodée et ses sphères associées seront des sous-ensembles de la particule polyédrique initiale. Il faut savoir que dans le cas de petits côtés ou de facettes de petites surfaces, la dilatation d'un polyèdre peut réduire le nombre de sommets, d'arêtes et de faces par rapport à la particule de départ (Galindo-Torres *et al.*, 2010). Une fois que la forme réduite de la particule est définie, la phase de génération des sphères sur ses facettes sera appliquée (voir figure 3.66). Les étapes sont les suivantes :

1. Déterminer le vecteur normal pour chaque face du polyèdre (figure 3.66-(a)).
2. Trouver l'équation des plans parallèles aux faces et situés à la distance  $r$  vers l'intérieur du polyèdre. Pour chaque plan, définir le demi-espace associé comprenant le centre de la particule.
3. Déterminer l'intersection de tous les demi-espaces qui définit un nouveau polyèdre correspondant à la particule érodée (figure 3.66-(b)).
4. Générer des sphères de rayon  $r$  sur les arêtes du nouveau polyèdre (figure 3.66-(c)).
5. Réduire la taille de chaque face afin de générer des sphères sur la surface de la particule érodée (figure 3.66-(d)).

### 3.5.3.2 Détection du contact

Comme précisé ci-dessus, une interaction entre un élément de contact et une particule polyédrique doit être vérifiée. Cette vérification n'aura lieu que lorsque les deux polyèdres ne

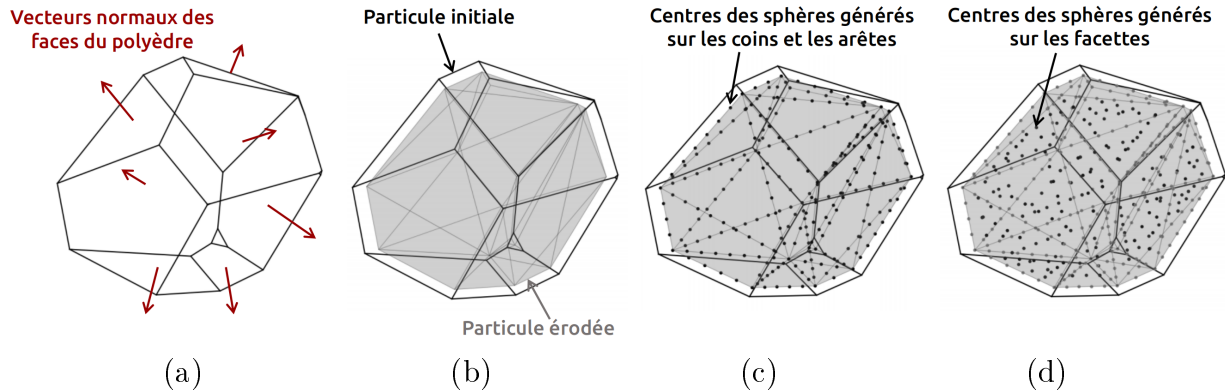


FIGURE 3.66 – (a) Polyèdre initial (b) Forme érodée (c-d) centres des sphères générées sur les frontières du polyèdre.

sont pas reliés par une poutre, afin d'éviter l'obtention de deux mécanismes dans un même instant. Initialement, chaque particule est définie par : (1) un ensemble de vecteurs normaux représentant ses facettes et (2) un groupe de sphères associées. De la même manière qu'en 2D, une étape de recherche de voisinage est indispensable afin d'éliminer la vérification du contact entre les particules suffisamment éloignées les unes des autres, et par la suite réduire le temps de calcul demandé. Cette étape doit être réalisée avant de passer à l'étape suivante de l'algorithme, pour laquelle la vérification des collisions aura lieu. Dans le cas 3D, six types de contact peuvent se produire : sommet-sommet, sommet-côté, sommet-arête, côté-côté, côté-face et face-face. Dans l'algorithme de contact suggéré, la position de chaque sphère n'est pas véritablement distinguée. Autrement dit, si une sphère se trouve sur un coin, elle se comporte exactement comme une autre sphère, présente sur une face ou un côté de la particule en question.

Prenons l'exemple de deux particules  $A$  et  $B$  en interaction. Supposons que  $s$  est un élément de contact associé à la particule  $B$  et que  $f$  est une facette appartenant à la particule  $A$  (figure 3.67-(a)).

La même technique de détection de contact, proposée en 2D, est utilisée en 3D. Le centre de la sphère  $s$  de la particule  $B$  est projeté sur la facette  $f$  de la forme érodée de la particule  $A$ . Cette étape permet de construire une sphère fictive  $s_p$  (figure 3.67-(b)). Si la distance entre les centres des deux sphères  $s$  et  $s_p$  est inférieure à la somme de leurs rayons, une pénétration est détectée entre ces sphères. Lorsque la pénétration est confirmée, il faut vérifier si le centre de la sphère  $s_p$  est à l'intérieur de la particule pour savoir s'il y a un contact entre les deux particules  $A$  et  $B$ . Les conditions pour qu'un contact soit détecté sont les suivantes :

1. Les centres des particules  $A$  et  $B$  sont suffisamment proches l'un de l'autre.
2. La surface de recouvrement est non nulle entre les deux sphères  $s$  et  $s_p$ . Ce calcul se fait simplement en comparant la distance entre leurs centres à la somme de leurs rayons.
3. La sphère fictive  $s_p$  est à l'intérieur de la particule  $A$ .

Enfin, si ces trois conditions sont vérifiées, une troisième étape aura lieu, lors de laquelle les forces de contact résultantes seront calculées.

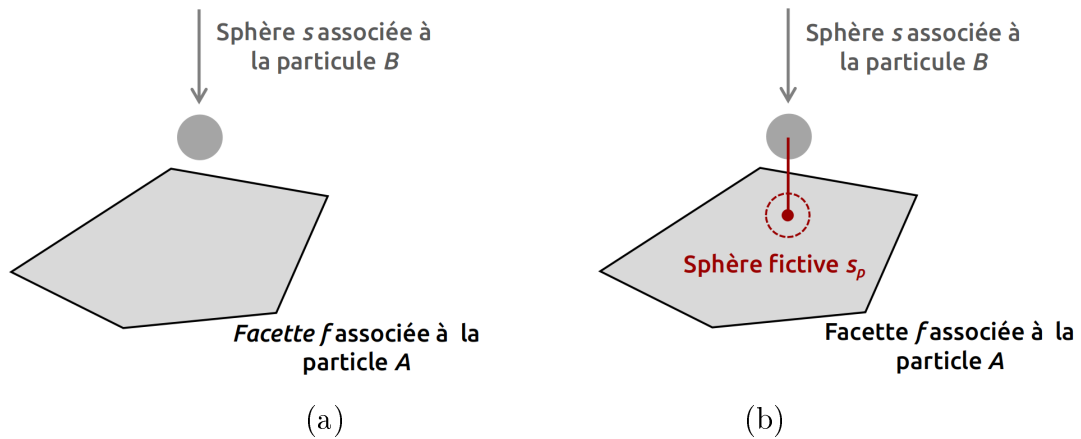


FIGURE 3.67 – (a) Deux particules  $A$  et  $B$  en contact (b) Projection de la sphère  $s$  de la particule  $B$  sur la facette  $f$  de la particule  $A$ .

### 3.5.3.3 Calcul de la force de contact

Pour le traitement du contact, une force de contact élémentaire est calculée entre une particule et une sphère, et son orientation est définie par l'inclinaison de la droite formée entre les deux centres des deux sphères  $s$  et  $s_p$ . Deux ressorts en série  $k_1$  et  $k_2$  sont supposés présents entre les deux sphères, dont la raideur normale totale  $k_N$  dépend uniquement des modules d'Young  $E_1$  et  $E_2$  des matériaux, du rayon des éléments de contact et du rayon équivalent  $r_{eq}$  des particules polyédriques en contact (figure 3.68-(b)). Cette rigidité est ensuite utilisée pour trouver une relation entre la force de contact normale élémentaire et la pénétration  $\delta$  entre les deux sphères  $s$  et  $s_p$ .

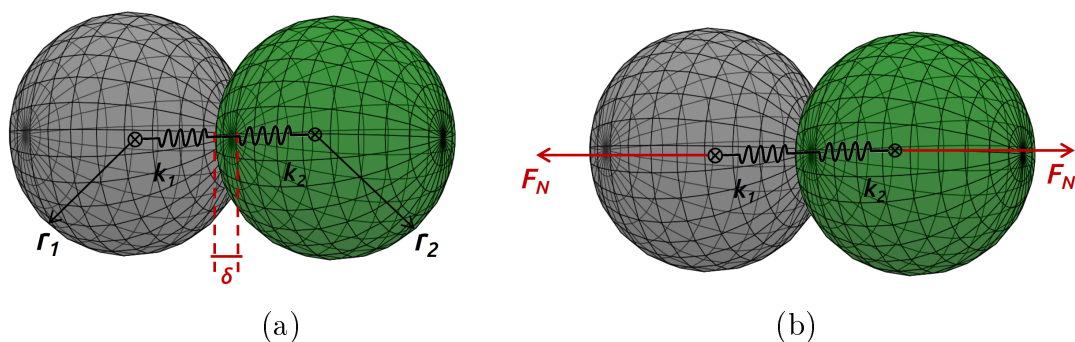


FIGURE 3.68 – (a) Modèle de contact entre deux sphères (b) Force de contact normale agissante.

Dans un calcul tridimensionnel, la rigidité de chaque ressort en série  $k_i$ , la raideur totale normale  $k_N$  et la force de contact  $F_N$  appliquées à chaque sphère sont données par :

$$k_i = 4 \frac{E r_i^2}{r_{eq}} \quad (\text{avec } i = 1, 2) \quad (3.32)$$

$$k_N = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (3.33)$$

$$F_N = k_N \cdot \delta \quad (3.34)$$

avec  $\delta$  la pénétration entre les deux sphères.

Identique au cas 2D, la force de contact normale résultante en 3D, agissant sur le centre de la particule, représente la somme des forces élémentaires de toutes les sphères associées à la particule et détectées en contact à l'étape précédente.

### 3.5.3.4 Validation de l'algorithme de résolution de l'interaction mécanique en 3D

Un échantillon cubique de côté 1 m et comprenant 8000 particules est testé afin de valider la version tridimensionnelle de l'algorithme de contact implémenté dans DEAP (figure 3.69). Notons qu'il est nécessaire de prendre un nombre suffisant de particules dans chaque direction pour que les propriétés mécaniques du matériau soient indépendantes du maillage. En 3D, 16 particules par côté sont requis pour que les propriétés mécaniques du matériau convergent vers une valeur fixe (Delaplace et Desmorat, 2007).

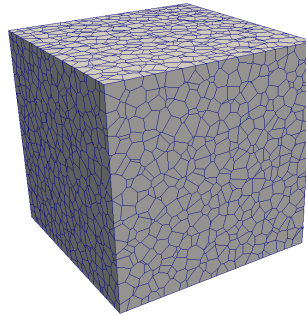


FIGURE 3.69 – Exemple de maillage d'un cube de comprenant 8000 particules.

De la même manière qu'en 2D, le cube est soumis à un déplacement vertical sur la surface supérieure jusqu'à la rupture de l'échantillon en traction. Le mode de rupture observé est une macro-fissure perpendiculaire à la direction d'application du déplacement (figure 3.70). Les paramètres du modèle sont identiques à ceux de l'exemple 2D présenté précédemment (voir tableau 3.3). Après avoir atteint la rupture, des sollicitations en compression sont appliquées sur la même surface dans le but d'activer et de tester l'algorithme de contact entre les deux parties du cube.

Dans la suite, seule la partie compression est étudiée, et une comparaison de la réponse force-déplacement avec un cube de comportement élastique (aucune poutre cassée) est effectuée. La figure 3.71-(a) montre le champ de déplacement d'un cube élastique soumis à un déplacement vertical en compression et la figure 3.71-(b) représente le champ de déplacement

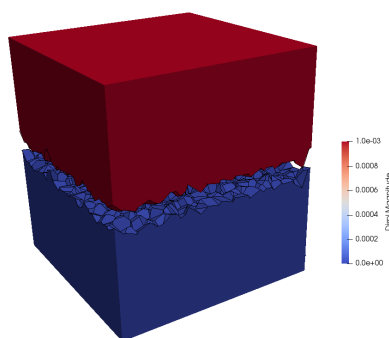


FIGURE 3.70 – Faciès de rupture sous un chargement de traction simple.

en compression du spécimen étudié après la rupture et en activant l'interaction entre les particules. Il est visible qu'une continuité du champ de déplacement est assurée avec la technique de contact suggérée. Conséquemment, la fiabilité des résultats est validée en termes de champs de déplacement.

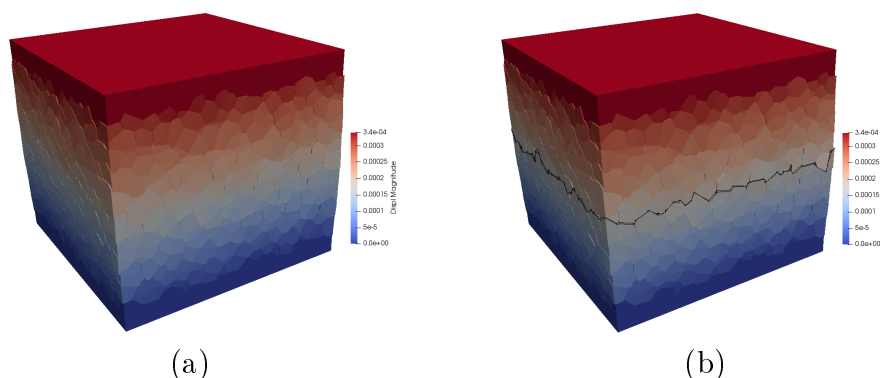


FIGURE 3.71 – Champs de déplacement obtenus pour un cube comprimé (a) en élasticité (b) après rupture.

La réponse force-déplacement des deux exemples présentés ci-dessus est illustrée dans la figure 3.72. La raideur résultante du matériau lors de l'activation du contact est similaire à celle en élasticité, ce qui vérifie la récupération de la rigidité après la rupture du spécimen. L'effet unilatéral est donc reproduit.

En conséquence, l'algorithme de contact proposé pour un calcul tridimensionnel est validé pour un essai de compression simple d'une éprouvette après rupture.

## 3.6 Synthèse

Ce chapitre décrit le modèle particulaire-lattice DEAP. Cet outil numérique, dont le but principal est de représenter et de décrire l'initiation et la propagation des fissures dans les matériaux quasi-fragiles, a été introduit en détail. Les méthodes de génération du maillage et de détection du contact, développées ces dernières années et disponibles au début de ces



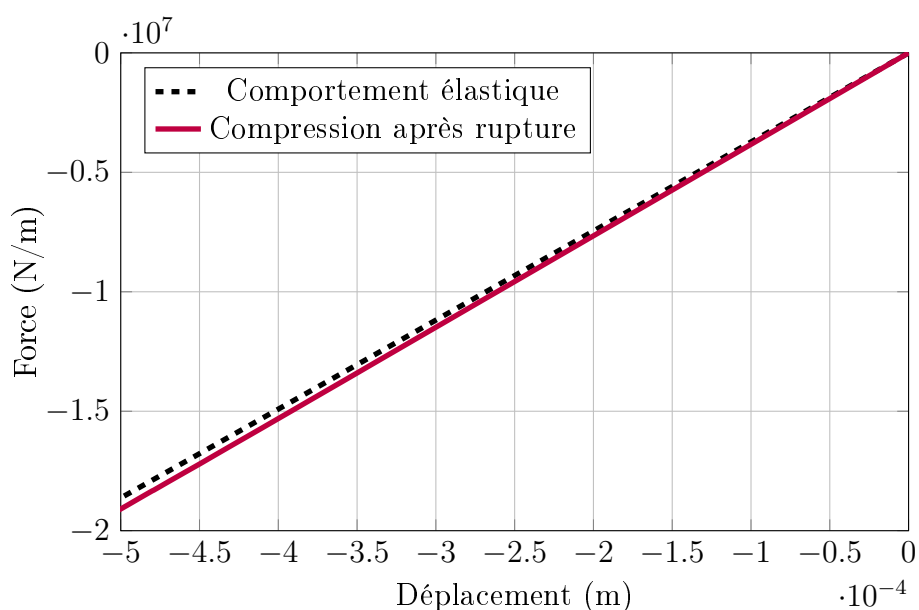


FIGURE 3.72 – Réponses force-déplacement de deux cubes comprimés.

travaux de thèse, sont présentées.

Afin d'étendre le domaine d'utilisation du modèle DEAP à des modèles à géométrie complexe, deux méthodes de génération d'un maillage 2D et 3D, combinant un ensemble de particules irrégulières et un réseau de poutres, ont été proposées.

- La méthode de génération de maillage 2D, utilisée et implémenté dans DEAP, est basée sur la méthode «Vorocrust» et la technique «Poisson Disk Sampling». Cette technique de maillage permet de représenter des formes complexes tout en assurant l'isotropie géométrique du matériau.
- Un générateur de maillage 3D à éléments discrets, nommé «T2P», a été proposé et étudié. Il est basé sur l'utilisation d'un maillage d'éléments finis tétraédriques généré sous n'importe quel logiciel d'éléments finis. Cette procédure permet de bénéficier des nombreux développements déjà réalisés pour les maillages par éléments finis. De plus, la densité du maillage est facilement contrôlable ainsi que la dispersion de la taille des poutres. En supplément, l'isotropie géométrique et mécanique a été testée et validée.

Des développements sont encore nécessaires, dans la version 3D du maillage, pour améliorer la technique de construction du matériau. En effet, des simplifications ont été faites au niveau des frontières pour assurer des surfaces lisses. Il a été montré que ces simplifications n'affectent pas l'isotropie ou l'orientation de la fissure. Par contre, elles peuvent affecter l'initiation de la fissure. Une solution consiste à générer une couche limite irrégulière, puis à effectuer une étape corrective en déplaçant les points autour des surfaces extérieures.

Un autre axe de développement a été étudié dans ce chapitre et implémenté dans DEAP. Cet axe concerne les méthodes de prise en compte de l'interaction entre les particules dans

les modèles d'éléments discrets. Cette étape est nécessaire afin de prendre en compte la re-fermeture de la fissure lors d'un chargement cyclique et de modéliser le comportement de deux matériaux en contact. Pour ce faire, une méthode simplifiée de détection de contact en 2D a été proposée, discutée et validée. des études qualitatives et quantitatives ont été abordées. Une réduction du temps de calcul a été observée par rapport à la méthode polygonale implémentée dans la version 2D de DEAP. La méthode de contact a été étendue à une version tridimensionnelle. Des premiers résultats numériques en 3D ont permis de tester la capacité de cette approche simplifiée à capturer l'effet unilatéral.

Les nouveaux développements mis en œuvre dans le modèle DEAP permettent d'envisager des applications à des cas complexes aussi bien en 2D qu'en 3D. Ainsi, le chapitre suivant porte sur l'étude du comportement des goujons installés dans une dalle en béton. Des simulations numériques vont être réalisées en utilisant le modèle discret DEAP et en activant le contact entre l'acier et le béton.

# Chapitre 4

## Modélisation locale à l'échelle de l'ancrage - DEAP

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>123</b>
<b>4.2</b>	<b>Étude expérimentale sur des goujons : Base de donnée</b>	<b>123</b>
4.2.1	Essai de flexion trois-points	124
4.2.2	Description du programme d'essais	124
4.2.3	Test d'arrachement monotone (Pull-out)	126
4.2.4	Résultats des essais	128
<b>4.3</b>	<b>Modélisation bidimensionnelle</b>	<b>130</b>
4.3.1	Géométrie et conditions aux limites	130
4.3.2	Paramètres du modèle	131
4.3.3	Résultats et discussions	132
4.3.4	Limitations	135
<b>4.4</b>	<b>Modélisation tridimensionnelle</b>	<b>135</b>
4.4.1	Géométrie	135
4.4.2	Conditions aux limites	137
4.4.3	Analyses de sensibilité	138
4.4.4	Résultats numériques - test d'arrachement (Pull-out test)	146
<b>4.5</b>	<b>Synthèse et perspectives</b>	<b>148</b>

---

## 4.1 Introduction

Plusieurs systèmes et types de fixations sont utilisés dans le domaine du génie civil dans le but d'attacher des éléments externes à la structure principale en béton. Une bonne compréhension du comportement des connexions structurelles sous différents types d'exigences est essentielle afin de garantir la sécurité des structures.

Ce chapitre consiste à réaliser des études numériques à l'échelle de l'ancrage. L'objectif principal de ce travail de recherche est de formuler et de calibrer un modèle macroscopique. En effet, il est nécessaire de compléter les résultats expérimentaux déjà disponibles pour décrire correctement le comportement des fixations. Pour cela, l'utilisation d'une modélisation de type discret est utilisée dans cette étude afin d'apporter des connaissances complémentaires sur le comportement des chevilles. Ce type de modélisation est capable de représenter explicitement la dégradation du béton et donc d'avoir une meilleure compréhension des mécanismes de fissuration se déroulant au cœur du spécimen. L'outil d'expérimentation numérique utilisé est le modèle particulaire-lattice DEAP présenté dans le chapitre 3.

Le type d'ancrage étudié est un goujon à tête hexagonale coulé en place. Notre étude se concentre sur le comportement de ce type d'ancrage lors d'un essai d'arrachement. La résistance à la traction de la cheville et le mode de ruine obtenu sont étudiés. Des calculs bidimensionnels et tridimensionnels sont effectués pour un essai d'arrachement d'un goujon installé dans une dalle en béton.

Dans la première partie de ce chapitre, des essais expérimentaux réalisés sur un goujon à tête hexagonale sont présentés. Ils constituent une base pour calibrer le modèle discret. Dans une deuxième partie, le comportement de l'ancrage est étudié à l'aide d'un modèle discret bidimensionnel. La géométrie et les conditions aux limites sont présentées ainsi que les résultats qualitatifs et quantitatifs. Ensuite, une extension tridimensionnelle est retenue afin d'éviter les limitations d'un modèle bidimensionnel pour représenter un essai d'arrachement. La calibration des paramètres du modèle et la prise en compte de l'interface entre l'acier et le béton sont détaillées.

## 4.2 Étude expérimentale sur des goujons : Base de donnée

Dans cette section, une description détaillée de l'étude expérimentale réalisée sur les goujons coulés en place est présentée. Le modèle à éléments discrets réalisé à l'échelle de l'ancrage est calibré et évalué sur la base de ces résultats expérimentaux. Les essais de caractérisation réalisés sur le même béton utilisés dans un essai d'arrachement sont présentés et ensuite utilisés pour recalibrer les paramètres de rupture du béton dans DEAP. Ensuite, la description d'un essai d'arrachement est présentée ainsi que les résultats qualitatifs et quantitatifs obtenus. Une base de données constituée de plusieurs campagnes expérimentales réalisées avant et pendant la thèse a été utilisée. Ces essais sont décrits dans la suite.

### 4.2.1 Essai de flexion trois-points

L'objectif principal des essais de flexion trois-points est l'identification des paramètres de rupture du béton dans le modèle de type discret. À cette fin, des essais de flexion trois points sont menés sur du béton C20/25 et C50/60. Les résultats sont basés sur l'exploitation de trois essais par type de béton. Par conséquent, trois prismes de dimensions  $600 \times 150 \times 150$  mm chacun sont fabriqués pour chaque type de béton. Le corps du prisme est entaillé à une profondeur de 25 mm et présente une ouverture inférieure à 5 mm. L'essai de flexion trois points a été effectué avec un contrôle du déplacement à une vitesse égale à 0,2 mm/min. Ce déplacement est appliqué avec un rouleau de 50 mm de diamètre. Les essais s'arrêtent lorsque le spécimen se rompt. Chaque prisme est instrumenté avec deux capteurs de flèche installés sur les deux faces verticales de l'éprouvette afin de mesurer la déviation par rapport à la fibre moyenne initiale de l'éprouvette. La flèche de l'éprouvette est calculée comme la moyenne des indications des deux capteurs. Pour chaque essai, la courbe force-flèche est tracée. La figure 4.1-(a) montre le faciès de la fissure après chargement. Comme il apparaît, cette fissure s'initie à l'endroit où l'entaille est placée et se propage vers le haut du prisme jusqu'à couper l'éprouvette en deux parties. La figure 4.1-(b) illustre la réponse force-flèche obtenue pour le béton C20/25. La valeur moyenne de la force maximale est égale à 8,9 kN.

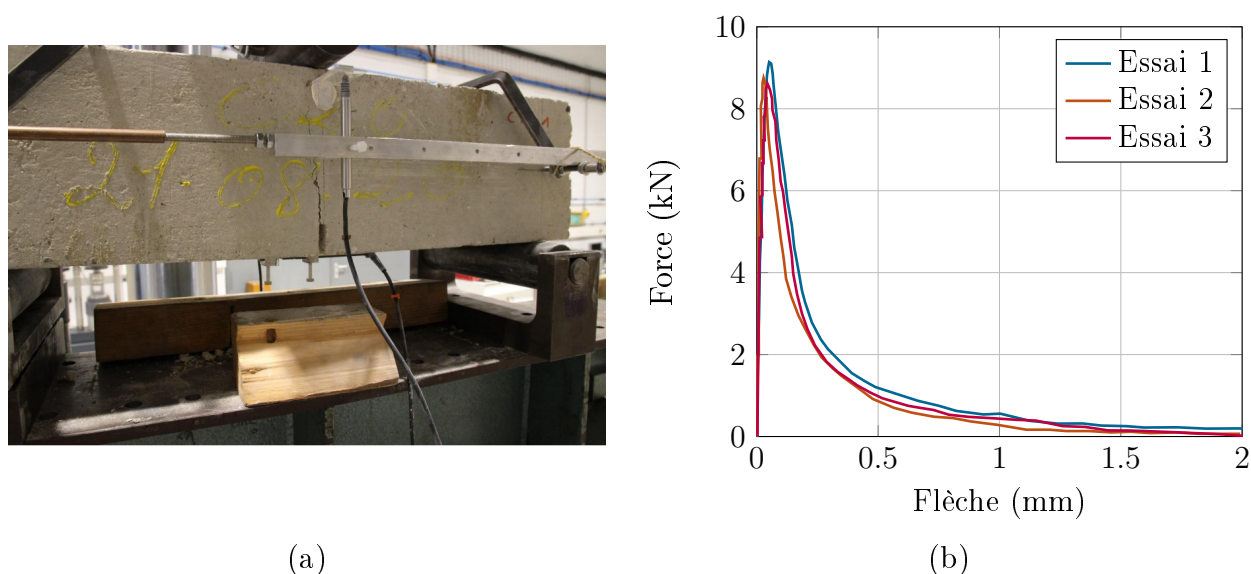


FIGURE 4.1 – (a) Rupture du béton C20/25 pour un essai de flexion trois-points (b) Réponse force-flèche obtenue.

Ces résultats seront utilisés ultérieurement pour l'identification et la calibration des paramètres du béton utilisé dans la modélisation tridimensionnelle de DEAP.

### 4.2.2 Description du programme d'essais

Le programme expérimental réalisé comporte des essais sous charges de traction monotones sur des goujons M20\*160, qui sont composés de vis à tête hexagonale d'un diamètre de 20 mm

et d'une longueur de 160 mm (figure 4.2).

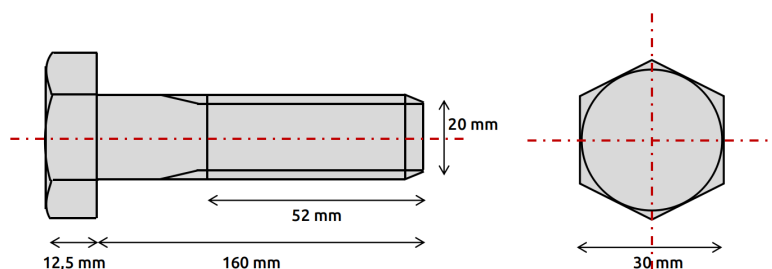


FIGURE 4.2 – Dimensions d'un goujon M20\*160.

Dans cette étude, puisque la présence d'une pré-fissure dans le béton peut affecter la résistance de l'ancrage, son influence sur le comportement de la cheville est étudiée expérimentalement. Par conséquent, les ancrages coulés en place sont testés dans un béton sain et dans un béton pré-fissuré. Chaque dalle en béton a les dimensions suivantes : longueur égale à 2000 mm, largeur égale à 800 mm et épaisseur égale à 250 mm. Chaque dalle comporte trois goujons qui sont installés suffisamment loin les uns des autres afin d'étudier leur comportement individuel. Chaque goujon est mis en place avant le coulage du béton et est graissés pour limiter au maximum son adhérence avec le béton. ces goujons sont placés à une profondeur effective  $h_{eff}$  de 100 mm. Les figures 4.3 et 4.4 illustrent les dimensions de la dalle en béton coulée ainsi que la position des goujons installés dans la dalle. Deux types de béton sont utilisés : un béton ordinaire C20/25 et un béton plus résistant C50/60. La résistance à la compression  $f_c$  du béton faible est égale à 25 MPa alors que celle du béton plus résistant est égale à 64 MPa.

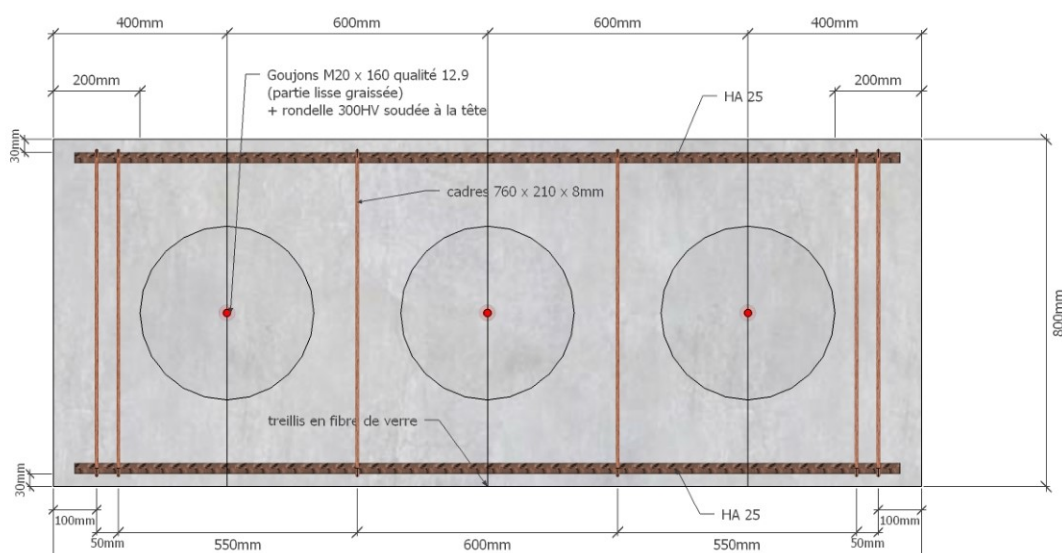


FIGURE 4.3 – Dimension de la dalle étudiée : Plan.

Dans le cas de dalles pré-fissurées, un treillis en fibre de verre est placé au niveau des goujons avant le coulage de la dalle afin d'initier la fissure (figure 4.5). Ensuite, avant de

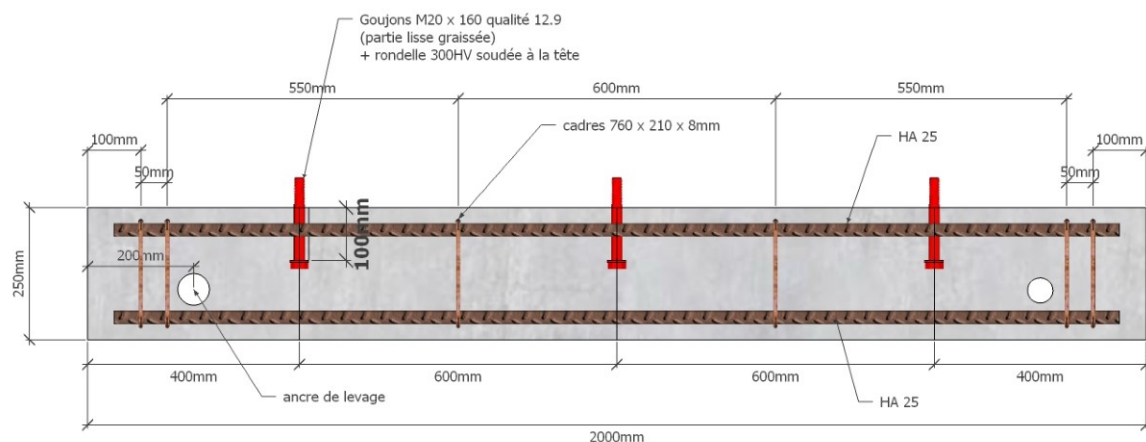


FIGURE 4.4 – Dimension de la dalle étudiée : Section.

commencer l'essai, un trou est percé dans la dalle aux endroits où sont placées les fibres de verre. Cette étape est nécessaire afin de permettre la mise en place des écarteurs métalliques. Ceux-ci sont utilisés pour contrôler l'ouverture de la fissure pendant le test.



FIGURE 4.5 – Treillis de fibre de verre traversant l'ancrage.

### 4.2.3 Test d'arrachement monotone (Pull-out)

Les instructions de conception et d'évaluation des chevilles définies dans le rapport technique EOTA TR 048 sont appliquées. Le mode de ruine qui nous intéresse est l'arrachement du cône de béton. Pour cela, des essais non confinés sont réalisés, ce qui favorise la formation du cône de béton. La figure 4.6 expose le montage utilisé pour un essai d'arrachement non confiné. Un support circulaire rigide en acier est posé sur la dalle en béton pour empêcher

le mouvement vertical de la dalle pendant l'arrachement de l'ancrage. Un essai non confiné nécessite un anneau de diamètre suffisant. En général, un diamètre supérieur à quatre fois la hauteur effective  $h_{ef}$  de l'ancrage est suffisant. L'anneau d'acier a été placé directement sur la dalle en béton.

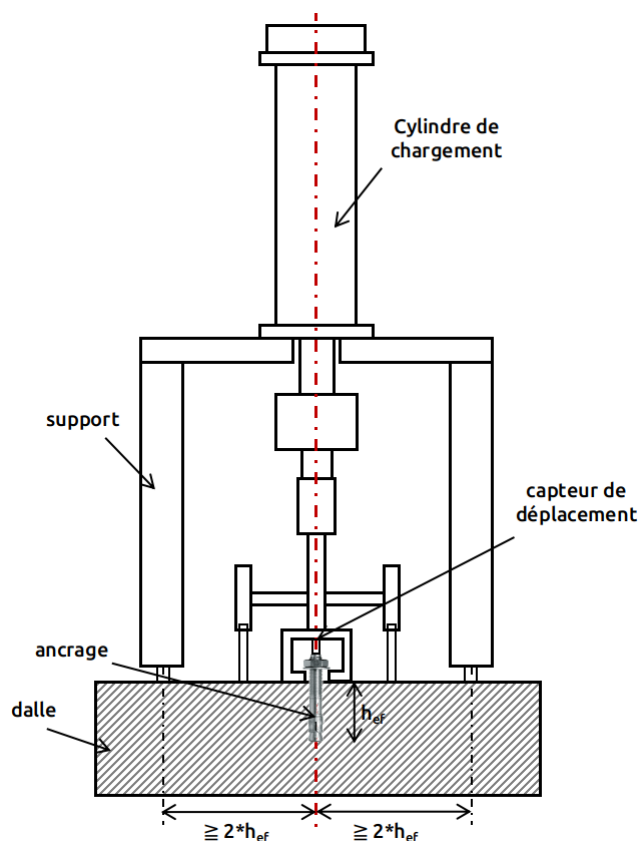


FIGURE 4.6 – Montage expérimental d'un test d'arrachement avec du béton non-confiné (figure reproduite de EOTA TR 048).

L'essai d'arrachement est contrôlé par le déplacement de la partie supérieure de l'ancrage. L'avantage d'un système à déplacement contrôlé est de pouvoir capturer le comportement post-pic de l'ancrage. Un capteur est placé verticalement au-dessus du goujon pour pouvoir mesurer le déplacement de l'ancrage et tracer la courbe force-déplacement du goujon. La figure 4.7-(b) montre une photo du montage final pour un essai de traction non confiné. Le goujon est chargé en déplacement à une vitesse constante égale à 0,44 mm/s jusqu'à ce que la rupture complète soit atteinte. Cette vitesse est choisie de façon à ce que la durée totale de l'essai soit comprise entre 1 et 3 minutes. Il s'agit ici d'essais réglementaires.

Dans cette campagne d'essais, un total de sept essais d'arrachement a été réalisé sur des goujons M20\*160. L'ancrage est placé en pleine masse afin de ne pas prendre en compte l'effet de bord. Le comportement est étudié dans un béton non fissuré ainsi que dans un béton pré-fissuré. De plus, et comme mentionné précédemment, la résistance de l'ancrage est évaluée dans un béton C20/25 et C50/60. Selon le guide EAD 330232-00-0601, l'ouverture de la





FIGURE 4.7 – Montage final utilisé pour le test d'arrachement d'un goujon M20\*160.

pré-fissure est égale à 0,3 mm dans le cas d'un essai de traction monotone. Dans ce guide, ce type d'essai est référé par l'essai A3 pour le béton C20/25 et l'essai A4 pour le béton C50/60.

#### 4.2.4 Résultats des essais

Comme les goujons sont placés loin des bords du bloc de béton, que l'épaisseur de la dalle est assez grande et que la profondeur de l'ancrage est suffisante pour arracher un cône de béton, le mode de ruine observé pour tous les essais est une rupture par cône de béton. Les figures 4.8 et 4.9 montrent la forme de la fissure obtenue pour un béton C20/25 dans les deux cas : béton sain et béton pré-fissuré. Dans les deux cas, les ancrages sont rompus par l'arrachement d'un cône de béton et des fissures en croix sont observées à la surface de la dalle. À noter que ces fissures suivent la pré-fissure, si elle existe (voir figure 4.9-(a)).

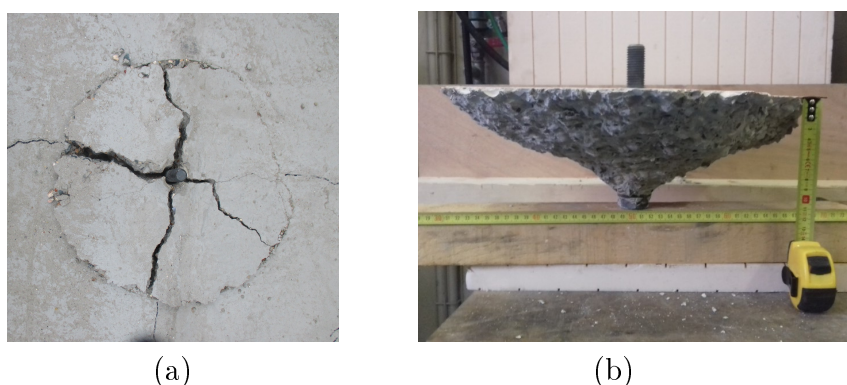


FIGURE 4.8 – Mode de rupture obtenu pour le béton C20/25 non fissuré (a) vue de dessus (b) vue de côté.



FIGURE 4.9 – Mode de rupture obtenu pour le béton C20/25 fissuré (a) vue de dessus (b) vue de côté.

Lorsque le déplacement appliqué augmente, la fissure s'initialise dans le béton près de la tête d'ancrage et se propage vers la surface de la dalle en béton jusqu'à ce que le cône de béton soit complètement arraché. Des fissures radiales sont observées sur la surface du bloc de béton. Ces fissures sont dues aux fortes contraintes de traction générées sur la surface supérieure de la dalle pendant le chargement. La forme finale du cône de béton arraché est presque similaire pour le béton non fissuré et le béton pré-fissuré.

Les réponses force-déplacement obtenues pour les essais d'arrachement monotones sont présentées dans les deux figures 4.10 et 4.11. Comme on peut le voir, la force maximale du goujon diminue avec la création de la pré-fissure. Pour le béton C20/25 et le béton C50/60, la résistance de l'ancrage est réduite d'environ 50 %. De plus, le pic augmente de 1,5 fois entre le béton ordinaire C20/50 et le béton plus résistant C50/60.

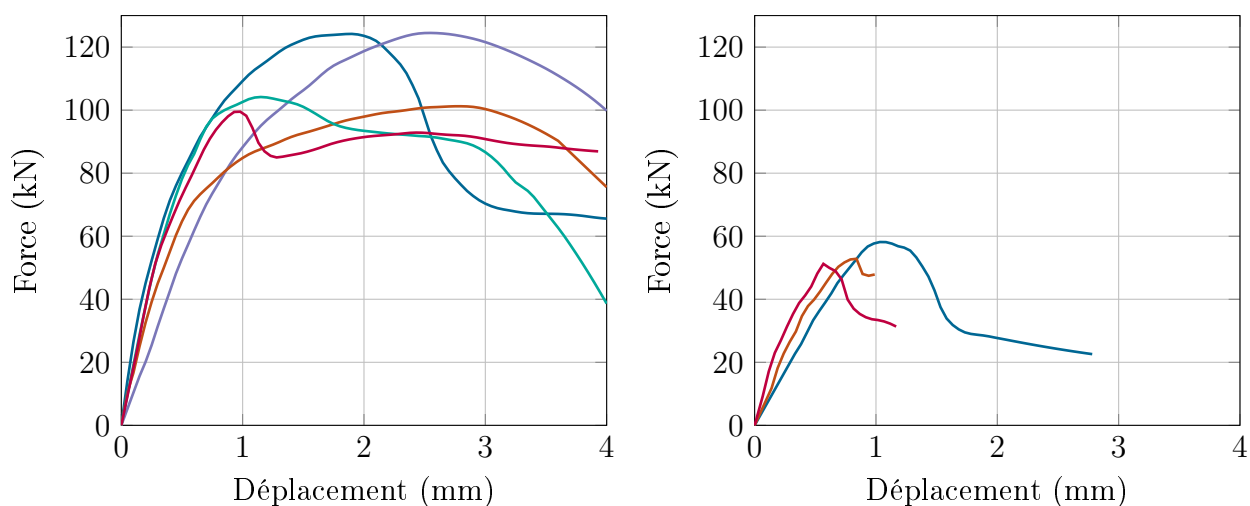


FIGURE 4.10 – Courbe force-déplacement d'un goujon M20\*160 soumis à un test d'arrachement dans un béton C20/25 (Gauche) non-fissuré (Droite) pré-fissuré.

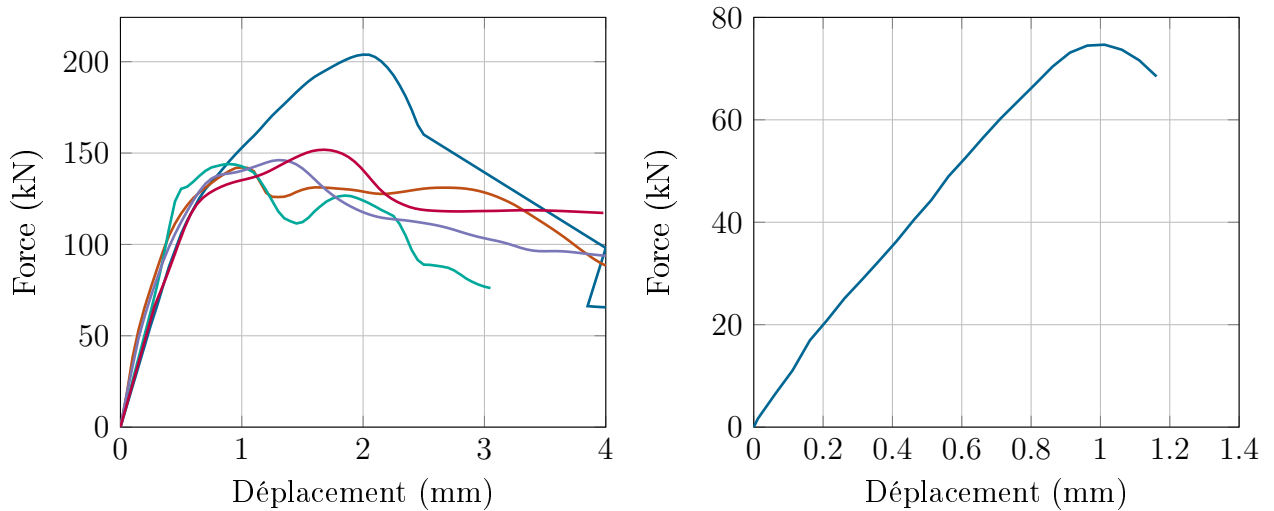


FIGURE 4.11 – Courbe force-déplacement d'un goujon M20\*160 soumis à un test d'arrachement dans un béton C50/60 (Gauche) non-fissuré (Droite) pré-fissuré.

Ces résultats seront utilisés, par la suite, pour calibrer et valider la modélisation de type discret.

### 4.3 Modélisation bidimensionnelle

Dans cette étude, une modélisation non linéaire bidimensionnelle est réalisée. L'objectif principal est de vérifier l'efficacité de la modélisation bidimensionnelle pour reproduire qualitativement et quantitativement le comportement des ancrages dans le béton sous différents types de chargement. Les essais expérimentaux réalisés au CSTB sur un goujon de M20\*160 sont utilisés et une comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques est effectuée. Les simulations numériques bidimensionnelles sont réalisées à l'aide de l'outil numérique particulaire-lattice DEAP (présenté dans le chapitre 3) et le comportement d'arrachement du goujon étudié est modélisé en termes de relations force-déplacement. Il convient de noter que dans la version bidimensionnelle de DEAP, la modélisation est effectuée dans l'hypothèse de contraintes planes.

#### 4.3.1 Géométrie et conditions aux limites

Un essai d'arrachement appliqué sur un goujon à tête hexagonale de type M20\*160 (figure 4.2) foré à une profondeur  $h_{ef} = 100$  mm dans un bloc de béton d'épaisseur  $e_{dalle} = 250$  mm est modélisé. La première étape du calcul bidimensionnel est la génération du maillage 2D pour l'ancrage et le béton. Le béton et l'ancrage sont représentés par des points générés aléatoirement. Ce nombre fini de points est utilisé pour générer le maillage d'éléments discrets formé par un réseau de poutres et un ensemble de particules polygonales (figure 4.12). Les informations statiques et cinématiques sont contenues dans les poutres et les particules polygonales sont supposées indéformables. Le maillage discret des deux matériaux (acier et

béton) est généré à l'aide du générateur de maillage 2D développé et présenté dans le chapitre précédent (chapitre 3 partie 3.3). Une densité de maillage suffisamment fine est nécessaire pour garantir l'objectivité du modèle vis-à-vis du maillage. La taille des poutres pour le béton et l'ancrage est respectivement égale à 1,5 mm et 1 mm. Le modèle complet est maillé et aucune symétrie n'est supposée.

Les essais numériques sont réalisés pour un béton ordinaire C20/25. Les conditions aux limites du modèle doivent être similaires à celles considérées dans les études expérimentales. L'anneau rigide placé sur le bloc de béton lors de l'essai expérimental est représenté par un déplacement vertical bloqué sur la partie supérieure de la dalle. Ces conditions aux limites sont appliquées à une distance égale à deux fois la hauteur effective  $h_{ef}$  de part et d'autre de l'ancrage. Notons que cette distance doit être suffisamment grande pour empêcher le confinement du béton. De plus, afin d'éviter la rotation du goujon dans DEAP liée à l'initiation de la fissure d'un côté, le déplacement horizontal sur la partie supérieure de l'ancrage est bloqué. La charge d'arrachement appliquée est un déplacement verticale et des incréments de déplacement égaux à  $10^{-6}$  m sont imposés au goujon (voir figure 4.12).

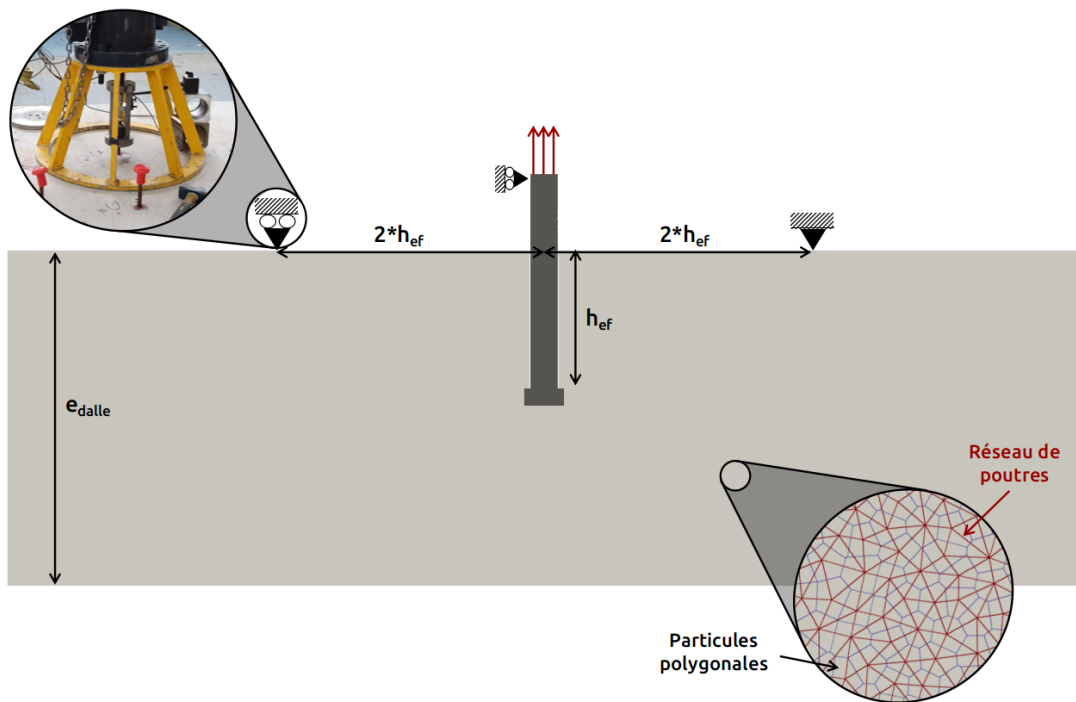


FIGURE 4.12 – Géométrie et conditions aux limites du modèle discret bi-dimensionnel d'un test d'arrachement.

### 4.3.2 Paramètres du modèle

Dans le modèle DEAP, il faut définir les paramètres élastiques ainsi que les paramètres de rupture du matériau étudié. Les paramètres élastiques ne dépendent pas de la taille des poutres et ne dépendent que de la densité du maillage, ce qui explique le choix de la taille

des poutres donné précédemment. Selon Delaplace (2008), une cinquantaine de particules par côté est suffisante pour que les paramètres élastiques convergent et soient indépendants de la densité de maillage (figure 4.13). Les deux paramètres élastiques  $E_b$  et  $\alpha_b$  sont identifiés par une analyse inverse (Delaplace et Desmorat, 2007). Les simulations sont effectuées jusqu'à trouver le module de Young macroscopique  $E$  et le coefficient de Poisson macroscopique  $\nu$  du matériau étudié. Pour un béton C20/25, les paramètres élastiques utilisés dans la modélisation sont ceux déterminés par Vassaux *et al.* (2016) et l'ancrage est supposé rigide. Dans notre modélisation bidimensionnelle, les paramètres de rupture du béton utilisé dans le modèle ainsi que les paramètres élastiques sont récapitulés dans le tableau 4.1. La procédure d'identification de chaque paramètre est détaillée dans la thèse de Vassaux (2015).

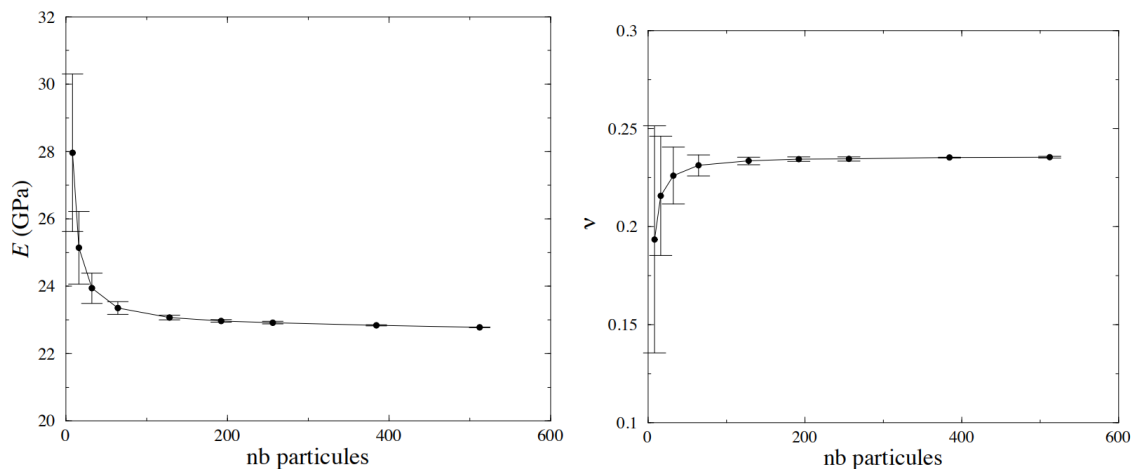


FIGURE 4.13 – Convergence des paramètres élastiques du milieu en fonction de la densité de maillage (Delaplace, 2008).

TABLE 4.1 – Valeurs des paramètres élastiques et de rupture utilisés dans la modélisation bidimensionnelle pour le béton C20/25.

$l_p$ (m)	$\alpha_b$ (-)	$E_b$ (GPa)	$\lambda_{ccr}$ (-)	$\lambda_{\theta cr}$ (-)	$k$ (-)
0,0015	0,83	46	$2,39 \cdot 10^{-4}$	$3,26 \cdot 10^{-3}$	2,8

### 4.3.3 Résultats et discussions

Pour s'assurer qu'une modélisation de type discret 2D est capable de reproduire le comportement des ancrages, les résultats quantitatifs et qualitatifs obtenus sont présentés et discutés. La figure 4.14 montre les champs de déplacement et la propagation des fissures obtenus pour l'essai d'arrachement monotone sur l'assemblage ancrage-béton. La figure 4.14-(a) représente le déplacement et la fissure créée lorsque la force maximale de l'ancrage est atteinte. D'autre part, la figure 4.14-(b) montre la fissure après la rupture.



FIGURE 4.14 – Champs de déplacement et faciès de fissuration obtenus lors d’un test d’arrachement à un déplacement égal à (a)  $3,6 \cdot 10^{-5}$  m (b)  $1,4 \cdot 10^{-4}$  m.

Comme souhaité, le mode de rupture trouvé numériquement est un arrachement du cône de béton. L’angle de propagation de la fissure est approximativement égal à  $33^\circ$  (voir figure 4.15). Cet angle d’inclinaison est mesuré par rapport à l’horizontale et est proche de la valeur attendue de  $32^\circ$  obtenue par le CSTB et trouvée dans la littérature (Eligehausen *et al.*, 2006). Ces résultats permettent alors de valider la capacité de la modélisation bidimensionnelle discrète à approximer le champ de déplacement ainsi que le faciès de fissuration dans le béton, dans la limite qu’on ne peut pas obtenir les fissures radiales. Ainsi, l’étude qualitative de DEAP est confirmée pour un test d’arrachement d’un goujon placée dans du béton.

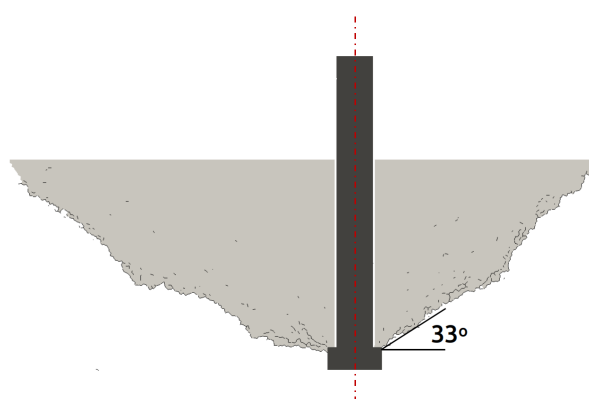


FIGURE 4.15 – Cône du béton arraché par la modélisation numérique.

Cependant, comme observé sur la figure 4.16-(gauche), le comportement de l’ancrage sous une charge de traction uni-axiale n’est pas reproduit. Il faut savoir que la force dans DEAP en 2D est calculée par mètre, il est donc nécessaire de la multiplier par le périmètre de la tige d’ancrage. La courbe force-déplacement obtenue pour un essai d’arrachement est loin de la courbe expérimentale attendue. La résistance maximale du goujon est sous-estimée et est obtenue à un déplacement presque négligeable. Ceci démontre que la modélisation discrète bidimensionnelle n’est pas capable de reproduire quantitativement le comportement des ancrages. Cette différence peut être due à la limitation de l’hypothèse de contraintes planes pour représenter ce type de problème.

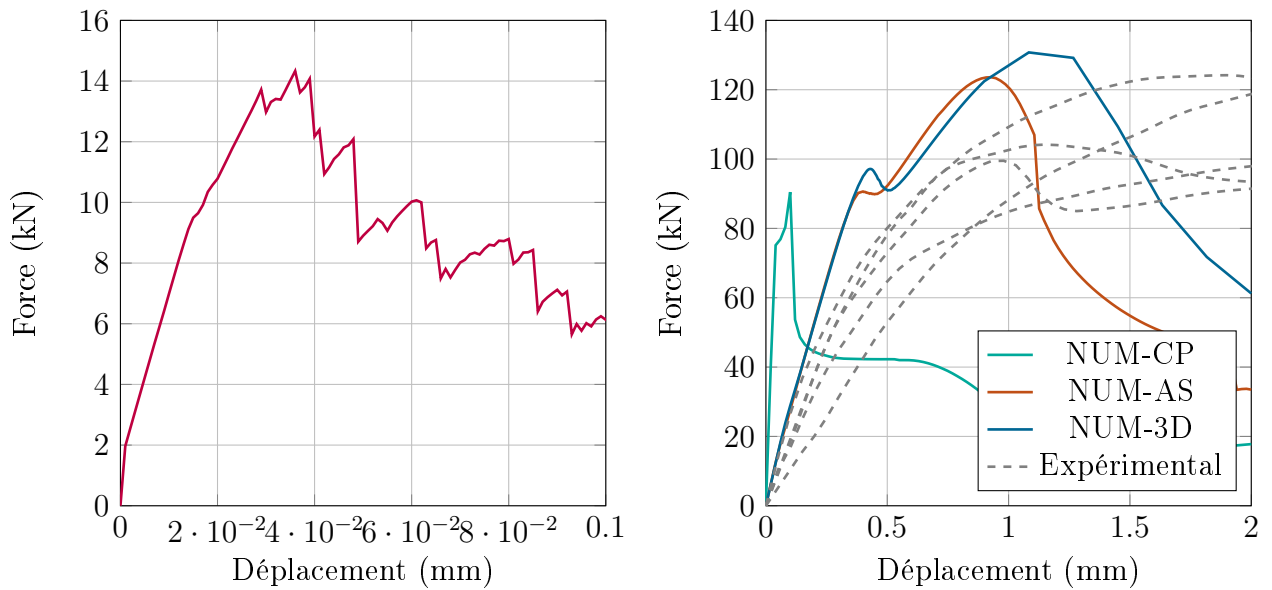


FIGURE 4.16 – Réponse force-déplacement (gauche) DEAP2D (droite) CAST3M.

Pour comprendre l'origine de la différence entre le résultat numérique et le résultat expérimental, des calculs par éléments finis ont été réalisés à l'aide de l'outil numérique CAST3M. La même géométrie et les mêmes conditions aux limites sont reproduites. Un comportement élastique est associé à l'ancrage et un comportement élasto-endommageable avec une loi d'endommagement de type Mazars (Mazars, 1984) est associé au béton. Trois modèles ont été étudiés : un calcul bidimensionnel en axi-symétrie (NUM-AS), un calcul bidimensionnel sous l'hypothèse de contraintes planes (NUM-CP) et un calcul tridimensionnel (NUM-3D). L'objectif de cette section étant de montrer les limites de la modélisation sous l'hypothèse de contraintes planes, un modèle simplifié est supposé. Ainsi, le contact entre l'acier et le béton est modélisé par une adhérence parfaite appliquée entre la tête de la vis et le fond du trou du bloc de béton. De plus, un jeu de 1 mm est introduit entre l'ancrage et le béton sur toute la longueur de la tige du goujon pour éviter tout contact entre les deux matériaux.

Pour un essai d'arrachement dans un béton C20/25, la réponse force-déplacement obtenue expérimentalement et les courbes numériques obtenues par CAST3M sont présentées dans la figure 4.16-(droite). Dans le cas d'un calcul bidimensionnel en axi-symétrie et d'un calcul tridimensionnel, la rigidité initiale est proche de la rigidité expérimentale. De plus, la force maximale de l'ancrage est du même ordre de grandeur que celle donnée par les essais expérimentaux. Par conséquent, les courbes obtenues avec CAST3M sont en bon accord avec la courbe expérimentale. En revanche, un calcul bidimensionnel sous l'hypothèse de contraintes planes ne permet pas de reproduire le comportement d'un ancrage soumis à des forces d'arrachement monotones. En effet, la force maximale que l'ancrage peut supporter avant rupture est inférieure à celle observée expérimentalement et la rigidité élastique initiale est surestimée. La différence entre la courbe issue de DEAP2D et celle de CAST3M avec l'hypothèse de contraintes planes est liée aux conditions aux limites qui ne sont pas les mêmes. Comme

indiqué ci-dessus, dans CAST3M, une adhérence parfaite est supposée entre l'ancrage et le béton, alors que dans DEAP aucune liaison n'est assurée et le contact est activé entre l'acier et le béton.

Il est à noter que dans les trois calculs présentés, une rupture par arrachement d'un cône en béton est obtenue.

#### **4.3.4 Limitations**

Suite aux résultats obtenus, plusieurs conclusions et limitations peuvent être tirées de cette étude :

- un calcul bidimensionnel sous l'hypothèse de contraintes planes n'est pas suffisant pour une étude qualitative et quantitative du comportement des goujons. Les calculs bidimensionnels de DEAP permettent de comprendre les mécanismes du modèle sans donner d'information sur la résistance des ancrages. Ainsi, une connaissance complète du comportement des ancrages installés dans le béton n'est pas atteinte. Un calcul axisymétrique bidimensionnel ou un calcul tridimensionnel est nécessaire.
- Les simulations axisymétriques de CAST3M sont compatibles avec les essais expérimentaux. Une rupture du cône en béton se produit et le modèle est capable de reproduire le comportement d'arrachement des ancrages. Cependant, ces simulations sont limitées à des cas spécifiques car certaines fissures ne sont pas considérées comme axisymétriques. De plus, dans cette hypothèse, certains types de chargement tels que le cisaillement ne peuvent être traités.
- Les résultats tridimensionnels montrent une adéquation avec les essais expérimentaux d'arrachement.

Suivant ce raisonnement, une étude tridimensionnelle est nécessaire pour une meilleure compréhension du comportement des ancrages installés dans les structures en béton. C'est pour cette raison qu'une modélisation par éléments discrets est réalisée et présentée dans ce qui suit.

## **4.4 Modélisation tridimensionnelle**

L'étude bidimensionnelle a déjà montré sa capacité à reproduire la propagation des fissures dans le béton. Cependant, elle n'offre pas la possibilité de donner la réponse force-déplacement d'un essai d'arrachement monotone. Dans ce but, une extension du modèle en 3D est réalisée. L'objectif principal de cette partie est d'étudier le comportement des ancrages en utilisant la version 3D du modèle discret DEAP. Cette étude est réalisée pour réduire le nombre d'études expérimentales requises sur les ancrages ou pour réaliser des études sur des types de chevilles qui n'existent plus. Le même exemple étudié en 2D est réalisé en 3D. Un goujon M20\*160 installé dans un bloc de béton et soumis à une charge de traction monotone est modélisé.

### **4.4.1 Géométrie**

Les simulations sont effectuées sur le même type de goujon que celui utilisé en 2D (voir figure 4.2). Dans cette analyse, le modèle complet a été modélisé et aucune symétrie n'a été



adoptée afin de pouvoir capturer les fissures radiales. Le béton et l'ancrage sont discrétisés avec des éléments indéformables de forme polyédrique et avec un réseau de poutres, en utilisant la méthode de génération de maillage proposée dans le chapitre 3 section 3.4.

Les dimensions de la dalle en béton et la position du goujon dans le bloc sont les suivantes : le matériau de base est de forme cylindrique avec une hauteur  $H$  égale à 250 mm et un diamètre  $D$  égal à six fois la profondeur de l'ancrage dans le béton  $h_{eff}$ . Le diamètre  $D$  est choisi d'une manière à être le plus petit possible pour limiter le temps de calcul sans empêcher la formation complète du cône de béton. Dans les essais expérimentaux réalisés, cette profondeur  $h_{eff}$  est égale à 100 mm. Le béton a été supposé non armé.

Concernant la taille des poutres en béton, elle varie entre l'intérieur de la géométrie et la surface afin de réduire le nombre de polyèdres, et donc de réduire le temps de calcul. Près de la tête hexagonale de la vis, la taille des poutres est d'environ 1 cm. Cette longueur augmente progressivement en s'éloignant du trou pour atteindre 7 cm sur les bords où des particules plus grandes sont utilisées. En revanche, la densité du maillage du goujon est la même sur toute la longueur de la tige d'ancrage. La taille définie de l'ensemble des poutres est d'environ 5 mm.

Les modèles 3D de la dalle en béton et de l'ancrage (maillage particulaire-lattice) sont présentés dans les deux figures : 4.17 et 4.18. Le bloc de béton est représenté par 5400 particules tandis que l'ancrage est représenté par 1347 particules.

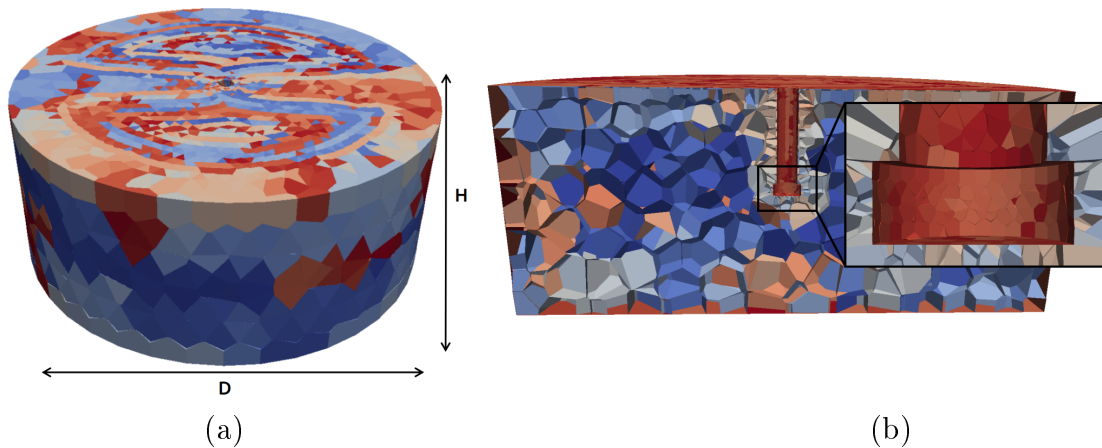


FIGURE 4.17 – Maillage du béton : (a) volume entier (b) section

Les histogrammes montrant la distribution en pourcentage de la taille des poutres dans les deux matériaux (acier et béton) sont présentés dans la figure 4.19. Comme on peut le remarquer, dans l'ancrage, la taille des poutres reste proche de 5 mm. D'autre part, l'histogramme de la distribution de la taille des poutres du béton montre que cette taille varie entre 1 cm et 7 cm. Par conséquent, les densités choisies lors de la génération du maillage des deux matériaux sont validées.



FIGURE 4.18 – Maillage de l’ancrage : (a) volume entier (b) section

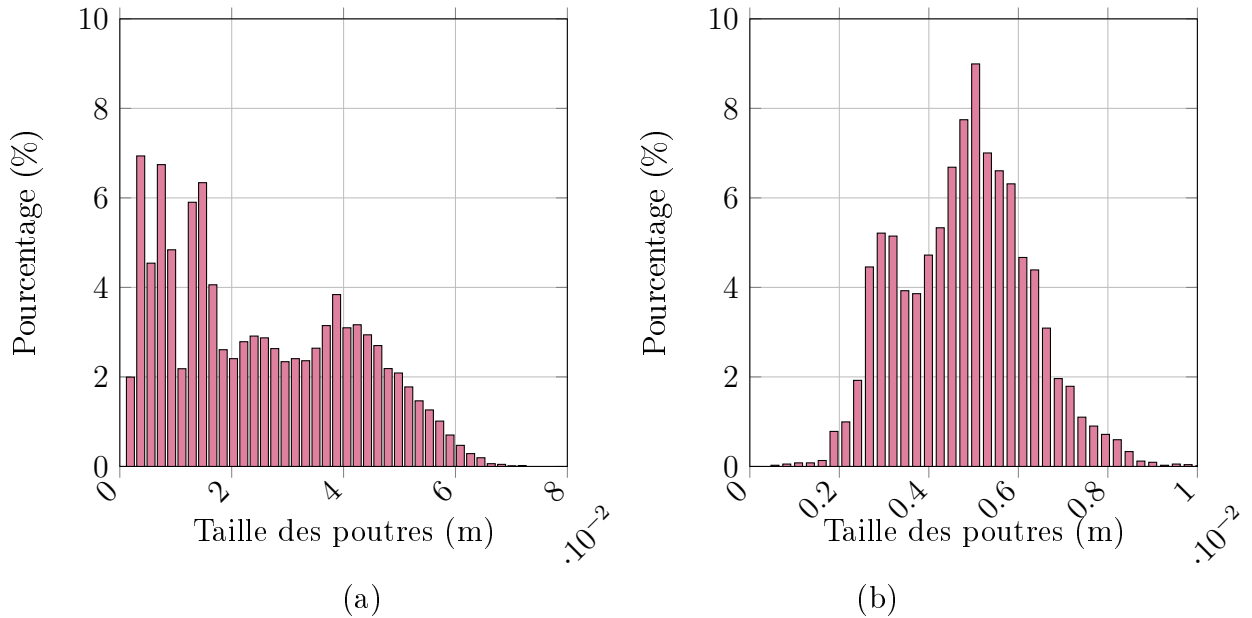


FIGURE 4.19 – Distribution de la taille des poutres en pourcentage (%) pour (a) le béton (b) l’ancrage.

#### 4.4.2 Conditions aux limites

La charge d’arrachement appliquée est de type déplacement contrôlé imposé sur le sommet de la tige d’ancrage. Afin que le système de charge imposé soit similaire à celui utilisé lors des essais, des incréments de déplacement égaux à 0,001 mm sont appliqués au-dessus de la tige du goujon.

Le modèle numérique suppose que le goujon et le béton sont initialement complètement séparés l’un de l’autre et qu’aucune liaison n’est appliquée entre eux. Cette hypothèse assure une bonne reproduction du phénomène réel de l’interaction entre l’ancrage et le béton car le goujon a été huilé avant le coulage du béton pour limiter l’adhérence. Pour un essai d’arrachement monotone, le contact entre le goujon en acier et le béton n’existe qu’entre la surface

inférieure du trou en béton et le haut de la tête hexagonale du goujon. La zone d'interface doit être bien représentée pour que la charge de traction causée par l'ancrage soit transférée au matériau de base. De plus, le contact n'est modélisé que dans une zone limitée (entre la tête du goujon et le trou dans le béton), ce qui permet de réduire le temps de calcul. Les forces de contact tangentielles dues au frottement sont considérées comme négligeables et seules les composantes normales du contact sont prises en compte dans cette étude. Un comportement non-linéaire sera induit en raison du contact entre l'acier et le béton.

Également, les déplacements verticaux du bloc de béton sont bloqués à une distance égale à  $2 * h_{eff}$ , comme le montre la figure 4.20. Ce blocage est lié à la prise en compte de l'anneau placé au-dessus du béton lors des essais expérimentaux. Comme expliqué précédemment, le diamètre de ce support doit être suffisamment grand pour que le béton ne soit pas confiné, ce qui pourrait perturber les résultats.

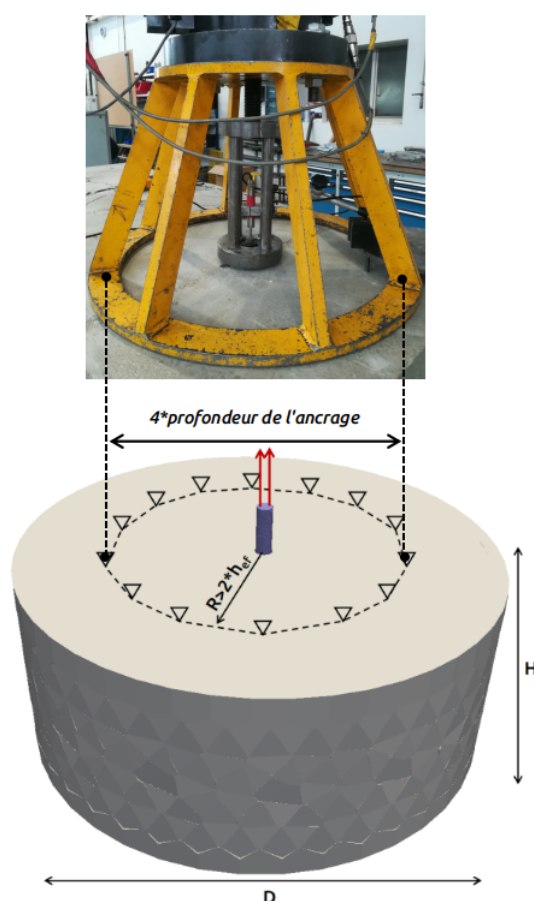


FIGURE 4.20 – Conditions aux limites de la modélisation d'un test d'arrachement.

### 4.4.3 Analyses de sensibilité

Dans cette section, une identification des paramètres de rupture du béton C20/25 est réalisée. Nous étudions aussi l'influence de la densité de maillage sur le comportement global

de l'ancrage soumis à un test d'arrachement.

#### 4.4.3.1 Influence de la densité de maillage

Afin de réduire le temps de calcul lié à la densité du maillage, l'influence du nombre de particules polyédriques et du nombre de poutres constituant le maillage à éléments discrets du béton est étudiée. Son effet sur le temps de calcul et sur la réponse globale est examinée. Un premier maillage du béton formé de 5400 particules est généré. Le maillage est désigné par D1 dans ce qui suit. Le temps de calcul total requis pour un essai d'arrachement est d'environ 15 jours pour plusieurs valeurs du paramètres de rupture en extension des poutres (voir figure 4.22-(gauche)). Dans ce but et afin de réduire le temps de calcul global, un autre maillage pour le béton est réalisé pour obtenir un maillage moins dense. Des particules positionnées à l'intérieur ou à la surface du bloc de béton ont été supprimées en augmentant la taille des particules. Toutes les particules retirées du maillage D1 se trouvaient dans des zones éloignées de la zone d'arrachement du cône en béton afin de ne pas influencer le mode de rupture. Le nombre total de particules dans le nouveau maillage est réduit à 2827 particules et il est indiqué par D2 dans la suite. Le maillage D2 garantit également une densité minimale de particules pour éviter la dépendance du maillage sur les paramètres élastiques  $E_b$  et  $\alpha_b$ . La figure 4.21 montre le maillage fin D1 et le maillage grossier D2.

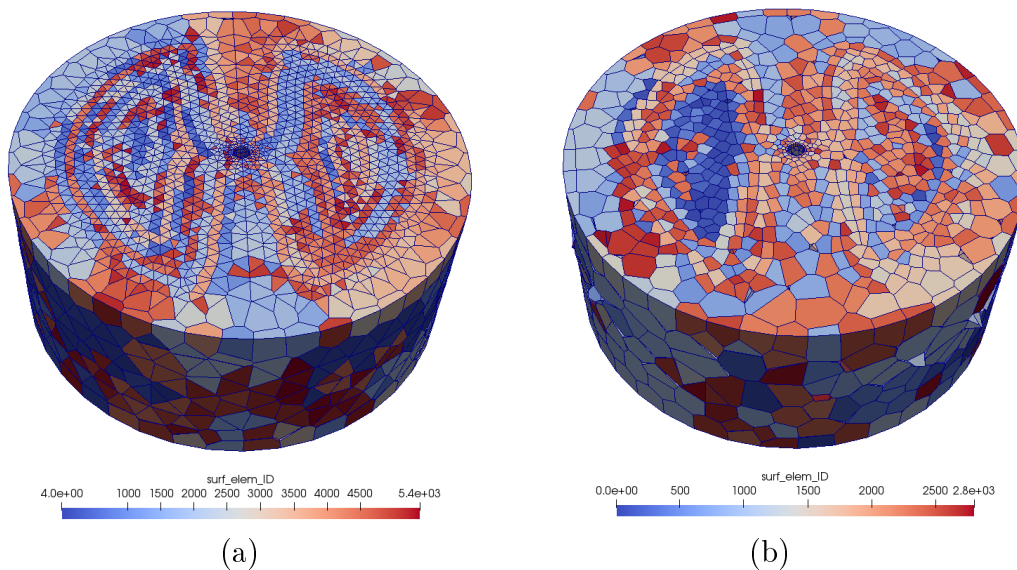


FIGURE 4.21 – Nombre de particules polyédriques formant le béton (a) 5400 (b) 2827.

La même modélisation effectuée sur le maillage D1 a été répétée en utilisant le maillage D2. La figure 4.22-(gauche) montre une comparaison entre le temps de calcul global requis pour les deux maillages D1 et D2. Comme prévu, une réduction de 65% du temps de calcul est observée pour un maillage moins dense (D2) par rapport au maillage initial D1. Cette réduction est directement liée à la diminution du nombre de particules dans le modèle.

Par ailleurs, une diminution du temps de calcul n'est pas suffisante pour permettre l'utilisation du maillage D2. En effet, une validation du comportement mécanique résultant est nécessaire. Pour ce faire, les réponses force-déplacement résultantes des deux types de maillage D1 et D2 sont comparées. Cette comparaison est présentée dans la figure 4.22. Les courbes pleines représentent le maillage D1 et les courbes en pointillés correspondent au maillage D2. On peut voir que le comportement de l'ancrage sous les forces de traction n'est pas affecté par la densité du maillage utilisée pour le béton. Pour les deux densités de maillage D1 et D2, la rigidité initiale reste la même pour les trois jeux de paramètres utilisés. De même, le maillage moins dense n'a pas modifié la force au pic ou le déplacement obtenus.

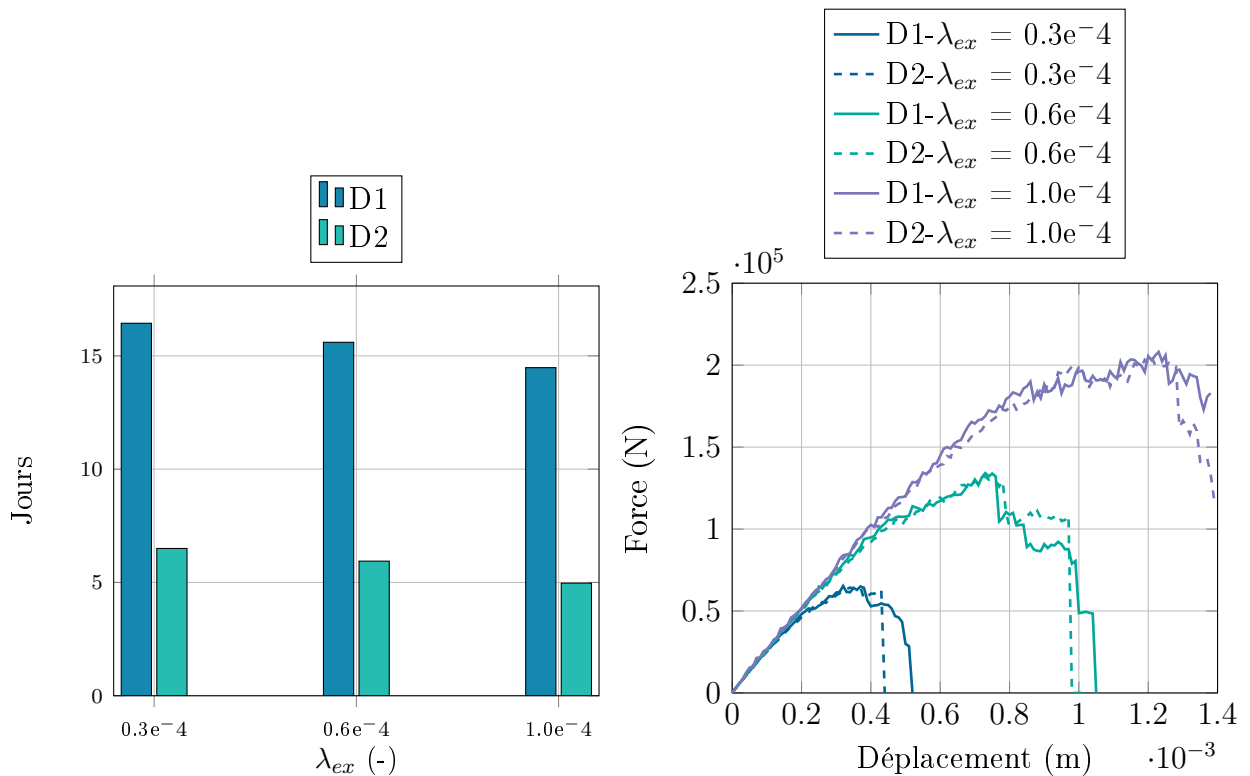


FIGURE 4.22 – (gauche) Temps de calcul requis par DEAP pour réaliser un calcul d'un test d'arrachement pour les deux maillages D1 et D2 (droite) Réponses force-déplacement obtenue pour les deux maillages D1 et D2.

Pour les deux densités de maillage, le mode de rupture observé est un arrachement par cône de béton (figure 4.23). le faciès de fissures radiales à la surface du bloc de béton est similaire et la forme du cône de béton arraché par le maillage D1 est proche de celui obtenu par le maillage D2 (figure 4.24).

Cette étude a permis de valider la capacité du maillage D2 à reproduire un comportement proche de celui obtenu par un maillage dense. Une réduction du nombre de particules est une option intéressante pour réduire les coûts de calcul. Par conséquent, le maillage D2 est utilisé dans la suite de ce travail.

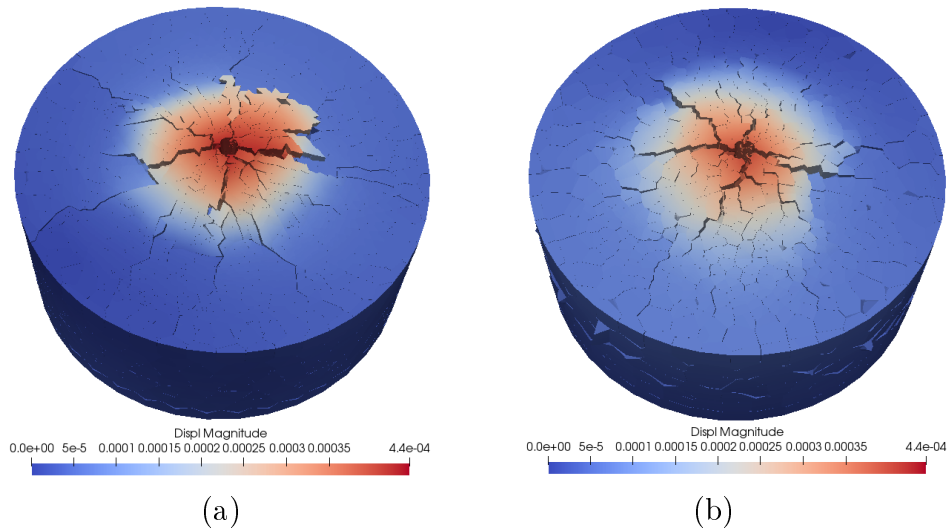


FIGURE 4.23 – Champs de déplacement et faciès de fissuration pour les deux maillage (a) D1 et (b) D2.

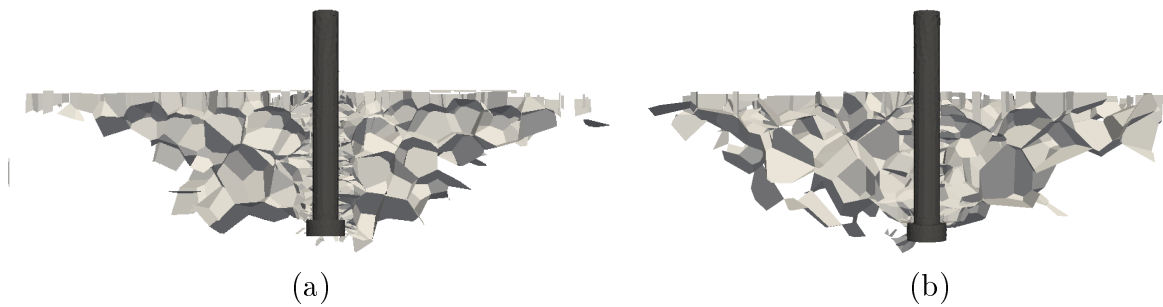


FIGURE 4.24 – Cône de béton arraché par le maillage (a) D1 (b) D2.

#### 4.4.3.2 Influence des paramètres de rupture

Dans cette partie, la procédure d'identification des paramètres de rupture est menée sur un test d'arrachement (pull-out). La géométrie complète, y compris le goujon M20\*160 et la dalle en béton, est modélisée. L'objectif de cette étape est de déterminer l'influence de chaque paramètre de rupture sur la réponse force-déplacement globale d'un essai d'arrachement. Une analyse de sensibilité est nécessaire pour identifier et calibrer les paramètres de rupture du béton utilisé dans cette modélisation. L'ancrage est supposé être élastique et aucune poutre ne se rompt pendant le chargement, ce qui se traduit par le choix de paramètres de rupture suffisamment grands pour l'acier.

Comme indiqué auparavant, dans le modèle particulaire-lattice DEAP, quatre paramètres contrôlent la rupture et doivent être identifiés sur la base des résultats expérimentaux : les facteurs d'échelle du seuil d'extension  $\lambda_{ex}$ , du seuil de rotation  $\lambda_{rot}$ , et du seuil minimal  $\lambda_{min}$ ,

ainsi que le facteur de forme  $k$ . Ces paramètres constituent les constantes de la distribution de Weibull. Avant de calibrer ces paramètres, une étude de sensibilité est présentée dans ce qui suit afin de comprendre l'influence de chaque paramètre sur le comportement lors de l'arrachement d'un ancrage. Dans cet exemple, le module de Young et le coefficient d'inertie associés au réseau de poutres constituant le béton sont respectivement égaux à 49 GPa et 0,75. Ces paramètres élastiques correspondent à un béton C20/25.

La figure 4.25 présente l'influence des quatre paramètres sur la partie pré-pic, le pic et la partie post-pic d'un essai d'arrachement. Comme on peut l'observer, le facteur d'échelle de la distribution de Weibull du seuil d'extension  $\lambda_{ex}$  influence directement la charge au pic de la réponse force-déplacement. La figure 4.25-(en haut à gauche) montre que la force maximale augmente avec l'augmentation de  $\lambda_{ex}$ . De même, la variation du facteur d'échelle du seuil de rotation  $\lambda_{rot}$  influence la réponse au pic. Une petite valeur de  $\lambda_{rot}$  diminue la force maximale obtenue (figure 4.25-(en haut à droite)). D'autre part, l'évolution du paramètre  $k$  est inversement proportionnelle au pic. Lorsque  $k$  diminue, la force au pic augmente. Il a été aussi remarqué que la valeur de  $k$  influence la réponse post-pic (figure 4.25-(en bas à gauche)). De plus, cette influence sur le pic devient presque négligeable lorsque  $k$  est supérieur à 0,75. La variation de  $\lambda_{min}$  est également observée sur le pic de la courbe. En effet, la force résistante est proportionnelle au facteur d'échelle du seuil minimal  $\lambda_{min}$  (figure 4.25-(en bas à droite)).

#### 4.4.3.3 Calibration du modèle sur prismes en flexion

Dans cette partie, les paramètres numériques pour le béton et l'acier sont calibrés.

**Paramètres numérique du béton C20/25** Le jeu de paramètres pour le béton est identifié sur les essais de flexion trois-points réalisés au CSTB et présentés dans la section 4.2.1. L'éprouvette sollicitée est un prisme de longueur égale à 600 mm, de largeur égale à 150 mm et d'épaisseur égale à 150 mm. L'éprouvette est entaillée au milieu de sa surface inférieure et sur toute son épaisseur afin de localiser la fissure. L'ouverture de l'entaille est égale à 4 mm et a une profondeur de 25 mm. Des incréments de déplacement de 10  $\mu$ m sont appliqués au milieu de la surface supérieure du prisme. Le prisme est maillé de façon à ce que la longueur des poutres dans la zone de rupture soit égale à celle de la dalle en béton utilisée pour l'essai d'arrachement afin d'éviter la variation des paramètres de rupture. Dans notre cas, la longueur des poutres est d'environ 1 cm. Le prisme est formé de 7260 particules. La géométrie et les conditions aux limites de l'essai numérique de flexion trois-points sont présentées dans la figure 4.26.

Un ensemble de 8 simulations est réalisé et une calibration du modèle est effectuée jusqu'à ce que les courbes expérimentales de la campagne d'essais soient reproduites. Les courbes force-déplacement résultantes sont présentées dans la figure 4.27. L'ensemble des paramètres élastiques et de rupture utilisés pour la simulation du comportement du béton lors d'un essai de flexion trois-points sont résumés dans le tableau 4.2. Comme on peut le constater, la courbe expérimentale est reproduite. La rigidité initiale ainsi que la force maximale sont proches de celles obtenues expérimentalement. Cependant, le comportement du béton dans l'étude numérique est plus fragile que celui de l'étude expérimentale. Cette différence peut être liée à la friction entre les surfaces des fissures qui n'est pas prise en compte dans la simulation.

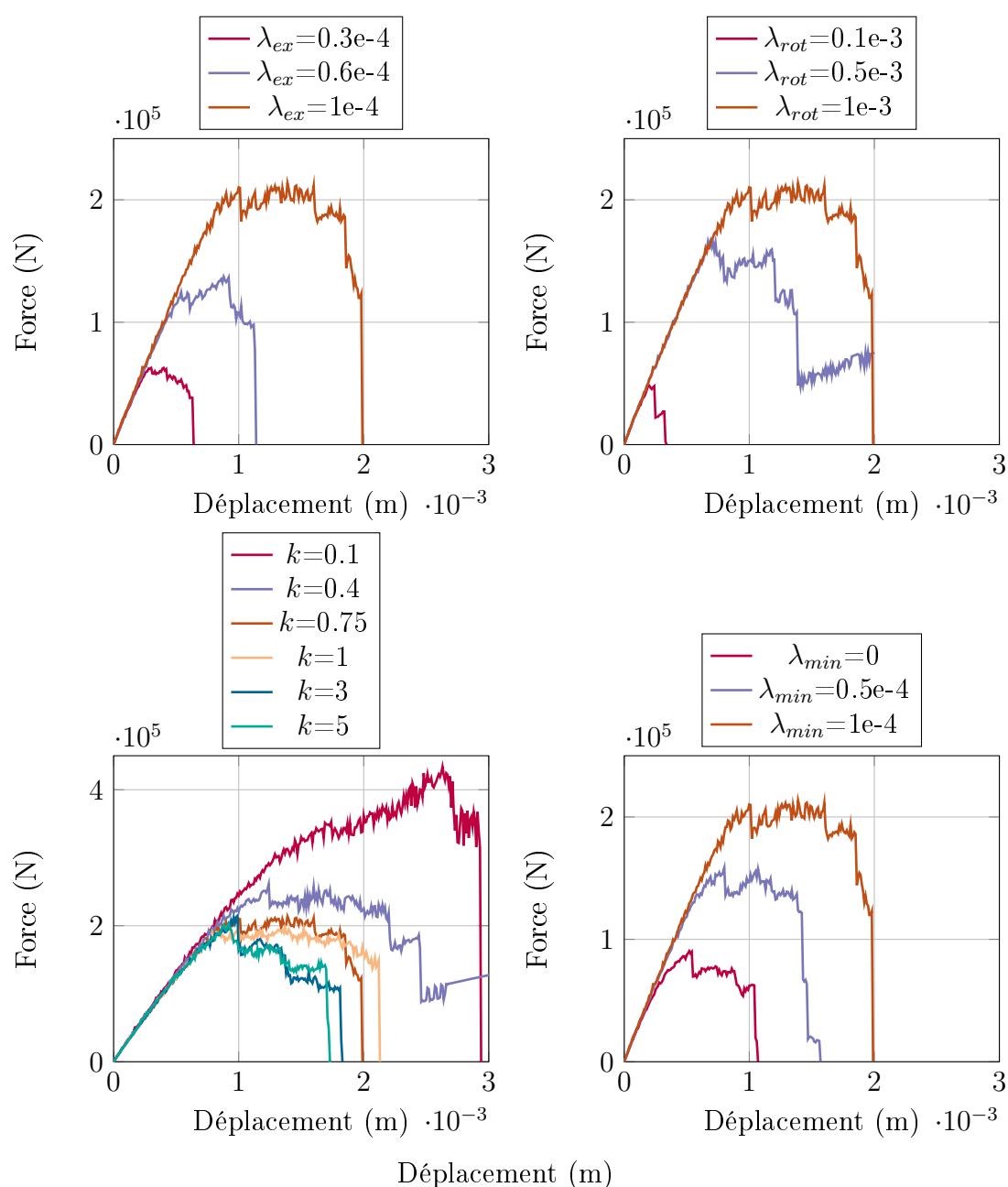


FIGURE 4.25 – Influence des paramètres de rupture sur la réponse force-déplacement d'un test d'arrachement.

Au début de l'essai et après l'application du déplacement, la fissure s'initie dans la poutre en béton au-dessus de l'entaille (figure 4.28-(a)). Ensuite, une macro-fissure se localise et se propage vers la face supérieure du prisme jusqu'à atteindre la rupture et couper l'éprouvette en deux parties. La figure 4.28-(b) montre la fissuration du prisme au pic. Les champs de déplacement associés aux deux faciès de fissures présentés dans la figure 4.28 sont illustrés dans la figure 4.29.



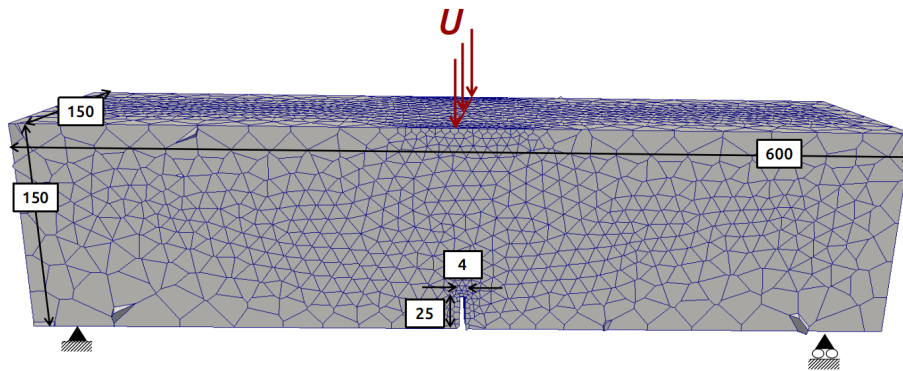


FIGURE 4.26 – Le maillage volumique et les conditions aux limites de l'essai de flexion trois-points réalisé.

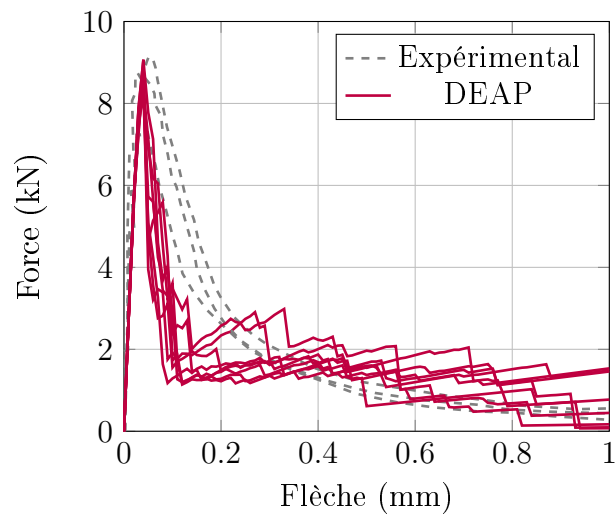


FIGURE 4.27 – Réponse force-déplacement du béton sous un essai de flexion trois-points.

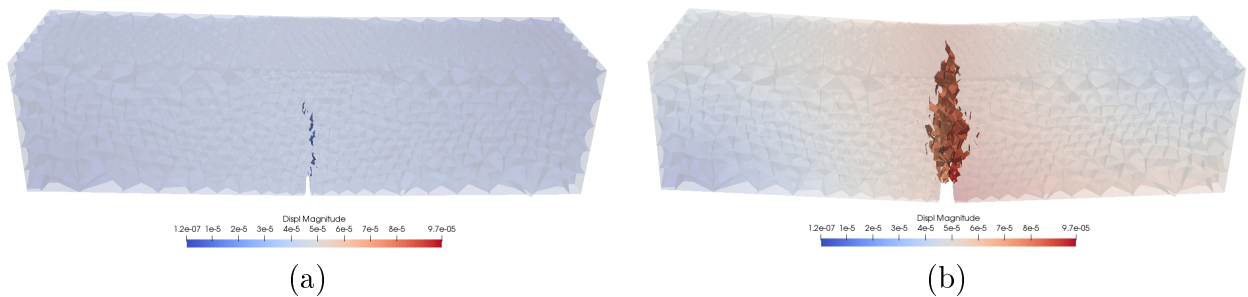


FIGURE 4.28 – Faciès de fissuration de la poutre entaillée (a) déplacement imposé égale à 0,02 mm (b) déplacement imposé égale à 0,04 mm (pic).

En conséquence, le modèle particulaire-lattice a montré sa capacité à reproduire correctement le comportement et la réponse expérimentale du béton avec le jeu de paramètres identifié dans le cadre d'un essai de flexion trois-points. Pour la suite, le jeu de paramètres résumé dans

TABLE 4.2 – Valeurs des paramètres élastiques et de rupture identifiés sur un essai flexion trois-points pour le béton C20/25.

$E_b$ (GPa)	$\alpha_b$ (-)	$\lambda_{\epsilon cr}$ (-)	$\lambda_{\theta cr}$ (-)	$k$ (-)	$\lambda_{min}$ (-)
49	0,75	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	5	$0,2 \cdot 10^{-4}$

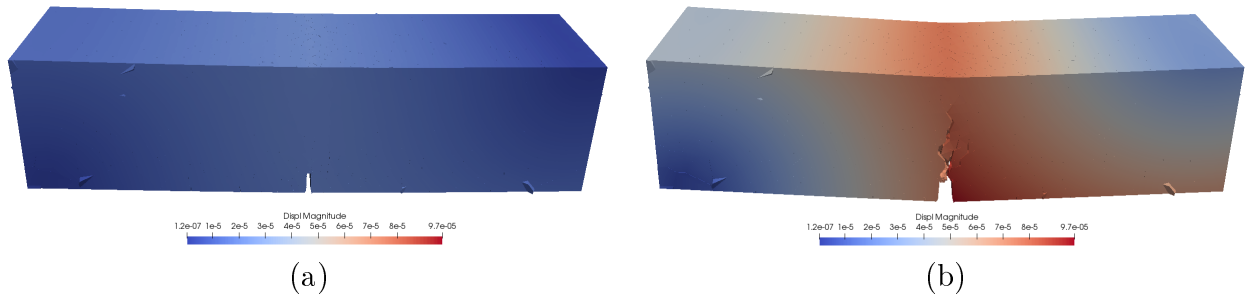


FIGURE 4.29 – Champ de déplacement (a) déplacement imposé égale à 0,02 mm (b) déplacement imposé égale à 0,04 mm (pic).

le tableau 4.2 est utilisé pour représenter le béton C20/25 dans la modélisation de type discret d'un essai d'arrachement.

**Module de Young du goujon M20\*160** Afin de calculer le module de Young  $E_b$  des poutres composant le goujon M20\*160, une analyse inverse est effectuée jusqu'à trouver le module de Young macroscopique  $E$  de l'acier utilisé, qui est égal, dans notre étude, à 210 GPa. Pour ce faire, un essai de traction uni-axial est réalisé sur l'ancrage en question (voir figure 4.30). Le calcul est effectué en élasticité. Le déplacement est bloqué sur la tête hexagonale du goujon et un déplacement  $U$  est imposé sur la partie supérieure de la tige en acier. Pour chaque simulation, un module de Young  $E_b$  du modèle est imposé et le module de Young macroscopique de l'acier est évalué par  $E = \frac{FL}{A}U$  où  $F$  est la force résultante du calcul,  $L$  est la longueur de l'acier et  $A$  est la section transversale de la tige d'acier. Une fois que  $E$  de l'acier est trouvé, la valeur de  $E_b$  est retenue. Dans notre étude, le module de Young des poutres d'ancrage est imposé égal à 338 GPa.

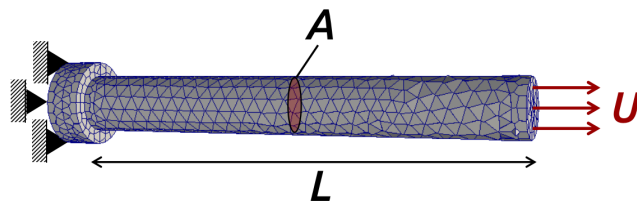


FIGURE 4.30 – Essai de traction uni-axial sur un goujon M20\*160.

#### 4.4.4 Résultats numériques - test d'arrachement (Pull-out test)

Après avoir déterminé l'ensemble des paramètres du modèle pour le béton C20/25 et l'acier, une série de simulations numériques a été réalisée sur l'ancrage M20\*160. La géométrie et les conditions aux limites sont similaires à celles présentées dans les parties 4.4.1 et 4.4.2. Un ensemble de dix calculs a été effectué sur la densité de maillage D2. Les paramètres du modèle sont récapitulés dans le tableau 4.3.

TABLE 4.3 – Valeurs des paramètres élastiques et de rupture utilisés dans la modélisation pour le béton C20/25 et l'acier.

	$E_b$ (GPA)	$\alpha_b$ (-)	$\lambda_{ecr}$ (-)	$\lambda_{\theta cr}$ (-)	$k$ (-)	$\lambda_{min}$ (-)
Béton	49	0,75	$0,7 \cdot 10^{-4}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$	5	$0,2 \cdot 10^{-4}$
Acier	338	0,75	-	-	-	-

Une comparaison de la réponse de l'ancrage obtenue par la modélisation numérique et par la campagne expérimentale est présentée et discutée dans cette partie. La figure 4.31 montre les courbes force-déplacement issues de DEAP et des résultats expérimentaux. Le déplacement et la force sont mesurés au sommet de l'ancrage.

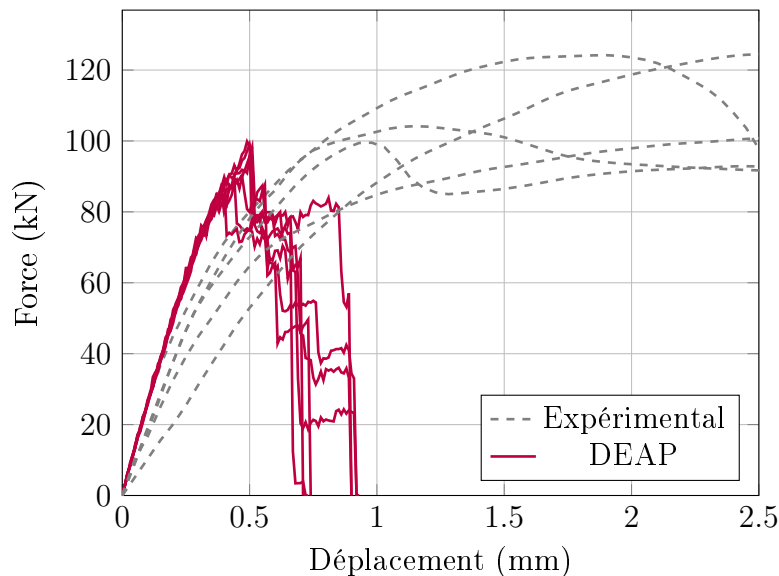


FIGURE 4.31 – Comparaison entre les réponses force-déplacement d'un test d'arrachement obtenues expérimentalement et numériquement.

En comparant le comportement élastique des essais et du calcul, on peut remarquer que l'ordre de grandeur est correct, contrairement aux simulations 2D et comparable avec les résultats 3D obtenus par CAST3M (figure 4.16). Le contact entre l'acier et le goujon semble donc bien modélisé. Une variabilité remarquable de la raideur expérimentale est observée, cependant, numériquement, aucune variabilité de la raideur n'est constatée. Cette dernière est plus souvent liée à des problèmes de mesure de déplacement qu'à la variabilité du module d'Young

du béton qui est faible (Chan, 2021).

Ensuite, en augmentant l'incrément de déplacement, les poutres appartenant au béton vont se rompre et le matériau va perdre une partie de sa rigidité, ce qui explique la diminution de la raideur et l'apparition de la non-linéarité. À ce stade, la macro-fissuration commence à se localiser dans le béton.

Pour la modélisation numérique, le pic de chargement est atteint à un déplacement imposé égal à 0,5 mm. En revanche, les courbes expérimentales montrent que le déplacement au pic varie entre 1 mm et 2,5 mm, ce qui explique encore une fois les problèmes de mesure du déplacement de l'ancrage. La différence entre le déplacement au pic obtenu numériquement et expérimentalement peut s'expliquer par la différence de mesure du déplacement dans la modélisation par éléments discrets et dans les essais. Lors du test expérimental, le support du capteur est placé sur le bloc de béton (figure 4.32). Par conséquent, ce support peut bouger lorsque le cône de béton commence à se former, ce qui modifie et augmente le déplacement mesuré par le capteur. Par contre, le déplacement dans la modélisation numérique est mesuré au-dessus de l'ancrage (où la charge est appliquée) sans prendre en compte le soulèvement d'une partie du béton lors du chargement. La différence de déplacement peut aussi être liée au jeu ou un défauts d'alignement du capteur, à la plastification de la rondelle/tête d'ancrage et au frottement acier/béton et béton/béton.



FIGURE 4.32 – Position du capteur de déplacement constitué d'un extensomètre et son support.

En termes de force maximale, les valeurs moyennes obtenues expérimentalement et numériquement sont proches. Les paramètres numériques identifiés sur les essais de flexion trois-points permettent de prédire la résistance à l'arrachement de l'ancrage, qui est la grandeur d'intérêt dans la norme et pour la certification des ancrages. Par conséquent, le modèle DEAP est capable de reproduire la résistance de l'ancrage dans un béton non fissuré.

L'avantage principal de DEAP et contrairement à l'expérimental, la fissuration au cœur du spécimen est facilement observée au cours du chargement, ce qui permet de mieux comprendre le mécanisme de rupture et la propagation des fissures dans le béton. Les champs de déplacement du matériau de base et de l'ancrage obtenus par DEAP ainsi que les faciès de fissuration dans le béton sont présentés sur les figures 4.33 et 4.34. Après l'application du déplacement, et comme le montrent les deux figures, l'initiation de la fissure aura directement lieu sur la zone de contact entre l'acier et le béton (figure 4.34-(a)). Cette initiation est due à la forte compression exercée par l'ancrage sur le matériau de base. La déformation du béton augmente avec l'augmentation du déplacement imposé sur le goujon, ce qui conduit à la propagation de fissures de forme conique dans le béton autour de la tête de l'ancrage. Ces fissures vont continuer à se développer jusqu'à atteindre la surface supérieure de la dalle, formant ainsi un cône de béton (voir figure 4.34-(b,c)). De plus, pendant le chargement, des fissures en forme de croix commencent à apparaître sur la surface du béton à un déplacement égal à 0,4 mm (figure 4.33-(b)). Ces fissures radiales sont dues aux contraintes élevées de traction exercées sur la dalle afin d'arracher le cône de béton. Notez que l'arrachement du cône de béton est le mode de rupture observé expérimentalement et dans la modélisation numérique.

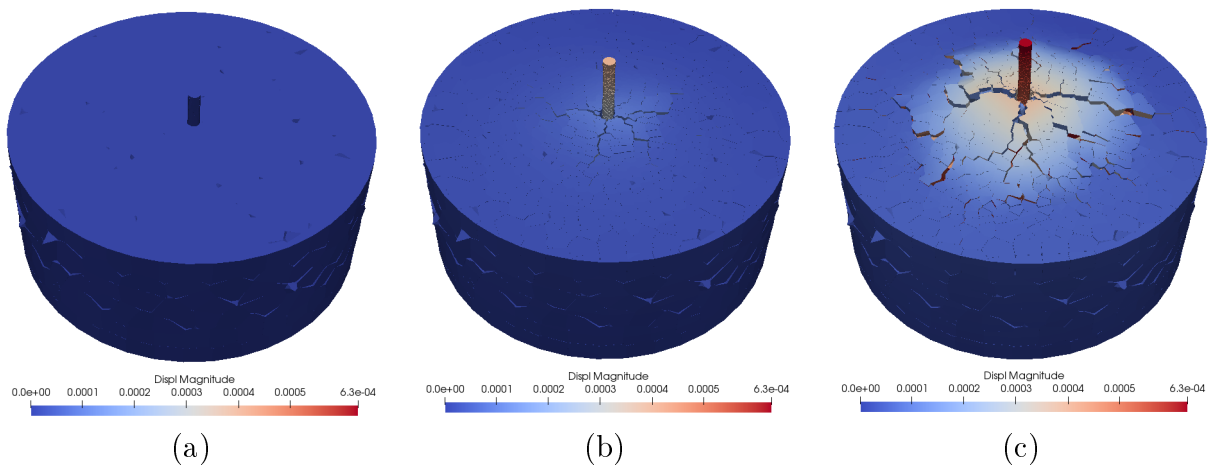


FIGURE 4.33 – Champs de déplacement d'un test d'arrachement à un déplacement imposé égale à (a) 0 mm (b) 0,4 mm (c) 0,63 mm.

La figure 4.35 montre une comparaison entre le cône de béton arraché lors des essais et celui obtenu numériquement. Le cône de béton formé numériquement est suffisamment proche du cône arraché expérimentalement. Le cône de béton est formé avec un angle de propagation des fissures approximativement égal à  $30^\circ$ . Cet angle d'inclinaison mesuré par rapport à l'horizontale est proche de la valeur obtenue par le CSTB et trouvée dans la littérature (Eligehausen *et al.*, 2006).

## 4.5 Synthèse et perspectives

Dans ce chapitre, une étude numérique à l'échelle de l'ancrage est réalisée en utilisant le modèle particulaire-lattice DEAP. Sur la base de données expérimentales, les capacités et les

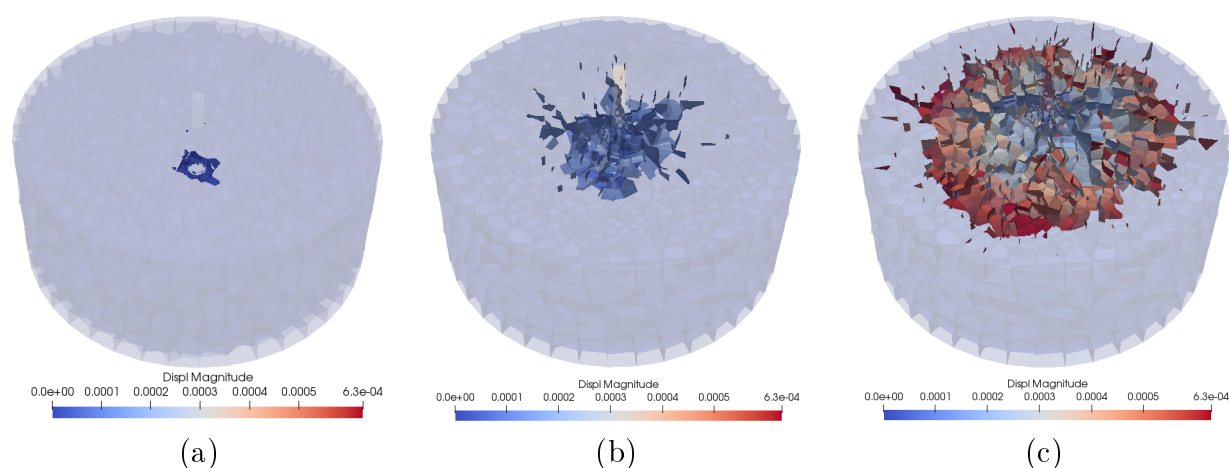


FIGURE 4.34 – Les faciès de fissuration d’un test d’arrachement à un déplacement imposé égale à (a) 0,1 mm (b) 0,4 mm (c) 0,63 mm.



FIGURE 4.35 – Cône de béton arraché (a) expérimentalement (b) numériquement.

limites de ce modèle ont été présentées et discutées. Plusieurs conclusions peuvent être tirées :

- La modélisation bidimensionnelle de type discret d’un essai d’arrachement a montré sa capacité à reproduire le faciès de fissuration du béton. Cependant, la version 2D de DEAP avec l’hypothèse de contraintes planes n’était pas en mesure de fournir une courbe force-déplacement d’un essai d’arrachement proche de celle obtenue expérimentalement. Pour cette raison, une évolution vers un cadre tridimensionnel était nécessaire et des modélisations 3D d’un essai d’arrachement de l’ancrage ont alors été réalisés.
- Une analyse de sensibilité a été réalisée sur un essai de traction uni-axial appliqué sur un goujon installé dans du béton. Le but de cette étape était d’étudier l’influence de chaque paramètre de rupture sur la réponse globale de la cheville.
- L’influence du nombre de particules dans le béton sur le comportement global a été étudiée. La géométrie et le maillage de la dalle en béton ont été simplifiés et ont donné des résultats prometteurs. En d’autres termes, l’effet d’une réduction du nombre de particules de béton peut être négligeable sur le comportement mécanique et significatif sur le temps de calcul.
- La procédure d’identification des paramètres du modèle associés au béton et à l’ancrage a été présentée. Cette procédure est basée sur une analyse inverse et s’appuie sur des

campagnes expérimentales réalisées sur le même type de béton. Un essai de flexion trois-points a été utilisé pour calibrer les paramètres de rupture du béton et un essai de traction uni-axial sur un goujon M20\*160 a été réalisé pour identifier le module de Young de l'acier.

- Après avoir identifié les paramètres du modèle DEAP, des simulations tridimensionnelles sur un essai d'arrachement ont été réalisées. Ces modèles cherchent à reproduire le comportement de l'ancrage. Le modèle DEAP est capable de reproduire le faciès de fissuration et la force au pic (qui est une valeur d'intérêt pour la certification des ancrages) est retrouvée. Par contre, il y a des écarts sur les déplacements qui impactent quelque peu la reproduction de la raideur et les déplacements maximaux. Les résultats ne nous permettent pas de savoir si cela est lié à une erreur de mesure expérimentale des déplacements, à des problèmes de jeu et d'alignement ou à des mécanismes non-linéaires qui ne sont pas pris en compte dans cette simulation (plastification et frottement).

Grâce aux résultats obtenus, nous pouvons conclure que le modèle discret DEAP3D est un outil pertinent pour étudier un essai d'arrachement d'un goujon installé dans un béton non fissuré. Une meilleure compréhension des différents mécanismes est possible puisque le développement de la fissure jusqu'à la rupture est capturé.

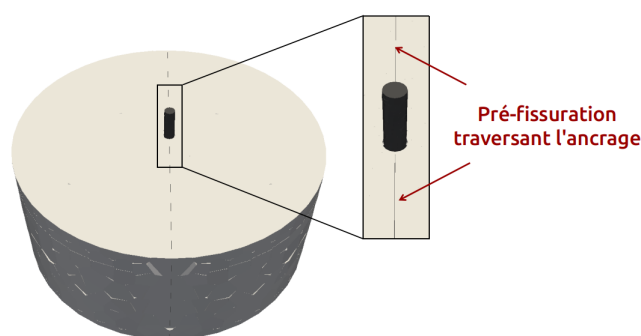


FIGURE 4.36 – Ancrage installé dans un béton pré-fissuré (DEAP).

Dans cette étude, seul le béton non fissuré a été étudié mais il serait intéressant d'étendre l'analyse au béton fissuré. En effet, un béton endommagé peut réduire significativement la résistance de l'ancrage lorsqu'il est soumis à des forces d'arrachement. Pour cette raison, il est nécessaire d'introduire une pré-fissuration dans le béton avant l'application de la charge afin d'étudier l'effet de cette fissuration sur la réponse globale obtenue. L'avantage de DEAP est que la pré-fissuration peut être naturellement introduite dans le maillage du bloc de béton. Deux solutions peuvent être proposées : la première consiste à utiliser le maillage d'un béton non fissuré et à casser les poutres dans la zone de pré-fissuration et la seconde consiste à décomposer la dalle en béton en deux blocs séparés par une distance égale à l'ouverture de la fissure (voir figure 4.36). Selon le règlement EOTA TR 048, l'ouverture de la pré-fissure traversant l'ancrage doit être imposée à 0,3 mm pour un essai d'arrachement monotone.

Dans le chapitre suivant, les simulations discrètes et les résultats expérimentaux seront utilisés pour proposer et identifier un macro-élément en variables généralisées. Le but de ce macro-élément est de modéliser le comportement complexe des ancrages sous différents types

de chargement d'une manière simplifiée tout en assurant l'efficacité et en réduisant le temps de calcul.



# Chapitre 5

## Formulation d'une loi de comportement pour un macro-élément d'un ancrage installé dans le béton

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>153</b>
<b>5.2</b>	<b>Proposition d'une loi de comportement pour ancrage</b>	<b>155</b>
5.2.1	Mécanismes et choix des variables d'état	155
5.2.2	Potentiel d'état	156
5.2.3	Loi d'état	158
5.2.4	Fonctions seuils et lois d'évolution	159
5.2.5	Bilan	163
<b>5.3</b>	<b>Analyses paramétriques : sensibilité des paramètres</b>	<b>165</b>
<b>5.4</b>	<b>Validation du modèle et identification des paramètres</b>	<b>168</b>
5.4.1	Identification des paramètres	169
5.4.2	Comportement en traction-compression	170
5.4.3	Synthèses	171
<b>5.5</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>172</b>
5.5.1	Conclusion	172
5.5.2	Perspectives	173

---

## 5.1 Introduction

Une bonne connaissance du comportement des ancrages installés dans une structure est nécessaire pour le développement d'un modèle simplifié en variables généralisées. Une cheville forée dans un béton résistant se comporte de manière complètement différente qu'une cheville installée dans un béton plus souple. Également, le type d'ancrage utilisé et sa profondeur dans le matériau de support ont un impact sur le comportement global de l'élément. Il est donc nécessaire de maîtriser la compréhension du comportement des ancrages afin de proposer un modèle capable d'effectuer rapidement un grand nombre de calculs avec différents paramètres de chargement pour réaliser une analyse de vulnérabilité sismique.

La solution de ce type de problème peut être obtenue en utilisant des méthodes locales basées sur des formulations locales des lois de comportement ou des méthodes globales dans lesquelles les lois de comportement sont décrites sous la forme de relations entre des quantités structurelles globales. Les modèles locaux sont fréquemment utilisés dans le domaine de la recherche puisqu'ils sont capables de prendre en compte les différents phénomènes physiques irréversibles intervenant lors d'un chargement. Cet avantage offre une représentation réelle du comportement du matériau. En revanche, les modèles locaux sont limités pour un calcul à l'échelle de la structure. La difficulté principale de l'utilisation de ces modèles est la nécessité de modéliser tous les éléments de la structure. Par conséquent, le modèle est représenté par un très grand nombre de degrés de liberté, ce qui entraîne un temps de calcul élevé. Pour les méthodes globales, ils sont généralement efficaces numériquement car elles simplifient le problème en intégrant en même temps les aspects non-linéaires formulés en variables globales. La structure est représentée par un ensemble d'éléments constituant les éléments structurels. À cette échelle, le concept de macro-élément est proposé.

Afin de diminuer le temps de calcul et la complexité de la représentation de la structure, une méthode hybride peut être utilisée. Ces méthodes combinent deux méthodes différentes afin de bénéficier des avantages de chacune. Le système global est décomposé en deux sous-domaines : le premier sous-domaine est traité par la méthode classique des éléments finis et le second sous-domaine est représenté par un macro-élément. Le concept de macro-élément est basé sur la représentation, de manière globale, de toutes les non-linéarités du sous-domaine étudié. En d'autres termes, le sous-domaine est remplacé par un élément prenant en entrée un champ de déplacements pour sortir un champ de forces associées en tenant compte de toutes les non-linéarités qui peuvent apparaître. De nombreux travaux de recherche ont montré l'intérêt d'utiliser un macro-élément pour simuler les comportements non-linéaires des différents éléments de la structure. Ce principe de macro-élément a été utilisé pour simuler le comportement macroscopique d'éléments structuraux en béton armé (Davenne, 1998; Moutoussamy, 2013), en acier (Fléjou, 1993), en bois (Richard *et al.*, 1999), dans le sol (Grange *et al.*, 2009) ainsi que pour représenter le comportement des rupteurs thermiques (Nguyen, 2012).

La proposition d'un élément qui peut être facilement ajouté à une modélisation structurelle d'un bâtiment afin de tester la tenue des ancrages en situation réelle demande une bonne connaissance de leur comportement. De plus, la modélisation d'un ancrage nécessite un grand nombre d'éléments, notamment dans la zone d'interaction acier-béton, ce qui augmente considérablement le temps de calcul nécessaire. Pour cette raison, le concept de macro-élément est

utilisé dans ce travail de thèse.

Ce chapitre est consacré à la proposition et au développement d'une loi de comportement qui sera adaptée au support éléments finis de type joint unidimensionnel déjà développé dans CAST3M (Nguyen, 2012). La loi de comportement et le support éléments finis forment un macro-élément permettant de représenter de manière simplifiée et à l'échelle globale de la structure le comportement d'un ancrage positionné dans du béton. Ce modèle simplifié sera utilisé pour étudier le comportement global d'une structure et des équipements importants pour la sécurité (EIPS) lors d'un séisme. La figure 5.1 montre la zone de la structure remplacée par le macro-élément. Dans cette zone, toutes les non-linéarités associées au problème doivent être considérées. D'autre part, la zone éloignée de l'ancrage sera étudiée par la méthode des éléments finis.

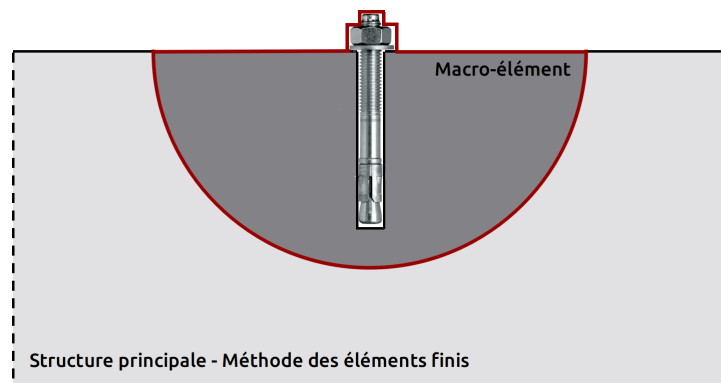


FIGURE 5.1 – Remplacement de l'ancrage par un macro-élément.

Le macro-élément doit prendre en compte tous les mécanismes se produisant sur l'ancrage, le béton et leur interface lors d'un chargement représentatif. L'avantage principal de représenter un ancrage par un macro-élément dans une étude numérique est de réduire le temps de calcul tout en assurant, à la fois, l'efficacité du calcul et la robustesse numérique à l'échelle de la structure complète.

Dans cet objectif, une loi de comportement est proposée, dans ce travail de thèse, pour décrire le comportement mécanique des ancrages sous différents types de chargements. Le modèle prend en compte les phénomènes observés lors d'un essai d'arrachement d'un ancrage. Il est basé sur une approche phénoménologique dans le cadre du principe de la thermodynamique des processus irréversibles.

Dans un premier temps, les mécanismes non-linéaires sont introduits ainsi que le choix des variables d'état. Ensuite, un potentiel d'état est défini afin d'écrire les lois d'état. Par la suite, les fonctions seuil et les lois d'évolution sont présentées. Dans un deuxième temps, une analyse paramétrique est réalisée. Cette étape est nécessaire pour étudier l'influence de chaque paramètre sur la réponse globale du modèle. Enfin, la capacité de la loi de comportement à représenter le comportement des ancrages est vérifiée et la phase d'identification des paramètres

est présentée.

## 5.2 Proposition d'une loi de comportement pour ancrage

### 5.2.1 Mécanismes et choix des variables d'état

Dans le but de simuler la réponse d'un ancrage dans le cas d'un chargement uni-axial par arrachement, les mécanismes dissipatifs observés pendant le chargement doivent être définis. Ces différents mécanismes sont utilisés pour déterminer les variables internes du modèle et pour construire le potentiel thermodynamique qui permet de définir les lois d'état. Le macro-élément est écrit sous la forme d'une loi reliant la force au déplacement.

Dans la loi de comportement proposée, le déplacement macroscopique  $U$  est considéré comme une variable observable. Dans un premier temps et pour un petit déplacement, le comportement mécanique est élastique et aucun mécanisme dissipatif n'est considéré. Ensuite, après avoir atteint un certain seuil en déplacement, plusieurs mécanismes non-linéaires sont introduits.

**Endommagement :** Le premier mécanisme est associé à l'endommagement et est utilisé pour représenter la réduction de la rigidité élastique initiale et pour prendre en compte la fissuration se propageant dans le béton pendant le chargement. L'endommagement du béton est représenté par une variable scalaire interne  $D$ . Cette variable est calculée lorsque l'ancrage est soumis à un déplacement positif. Par contre, dans le cas d'un déplacement négatif, un comportement linéaire est considéré et aucun endommagement n'est développé dans le béton par l'ancrage.

**Plasticité :** Un autre mécanisme non-linéaire est considéré dans le modèle afin de prendre en compte les déformations irréversibles. Ce mécanisme est représenté par la plasticité et est supposé être couplé à l'endommagement. L'ajout de la plastification dans le macro-élément est essentiel pour prendre en compte le glissement entre l'ancrage et le béton et pour représenter la phase plastique de l'ancrage dans le cas d'un chargement important. Ce phénomène a été observé expérimentalement à partir de courbes issues de la littérature (Delhomme *et al.*, 2015) (figure 5.2).

Pour représenter les irréversibilités liées au frottement acier-béton et à la déformation plastique entre la rondelle et le béton, une variable plastique  $U_p$  est utilisée. Cette variable doit être bien choisie afin de prendre en compte tous les déplacements irréversibles observés lors des essais et du calcul à l'échelle locale.

**Frottement :** Un troisième mécanisme non-linéaire est ajouté au macro-élément pour introduire le phénomène de friction et de glissement entre les surfaces de la fissure. Ce mécanisme est en général la source des boucles d'hystérésis lors des chargements cycliques. Pour cela, un mécanisme dissipatif est ajouté au modèle pour prendre en compte le glissement et le frottement au niveau des fissures dans le béton. Ce mécanisme est introduit par une variable interne

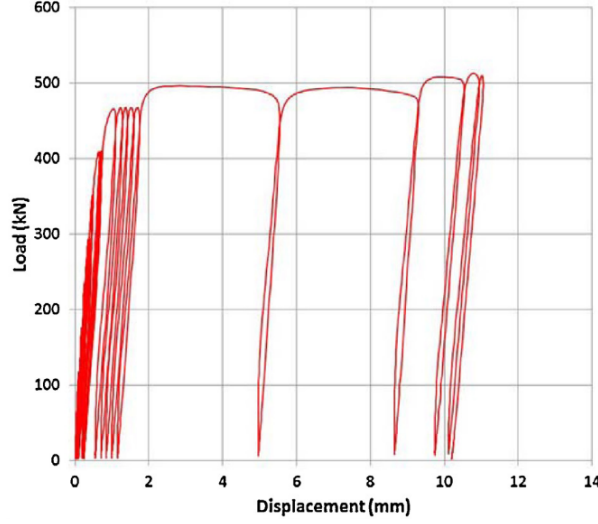


FIGURE 5.2 – Réponse force-déplacement d'un goujon soumis à un essai d'arrachement cyclique dans du béton non-fissuré (Delhomme *et al.*, 2015).

$U_\pi$  représentant le déplacement dû à la friction.

D'autres phénomènes tels que l'écroutissement lié à l'endommagement, la plasticité et le frottement nécessitent également des variables internes. Pour l'endommagement, un écroutissement isotrope est introduit et représenté par la variable  $z$ . Pour la plasticité, un écroutissement isotrope linéaire est choisi et est représenté par la variable  $p$ . Enfin, un écroutissement cinématique, décrit par  $\alpha$ , est associé au frottement.

Les variables associées à chaque mécanisme sont illustrées dans le tableau 5.1. Cette description du comportement de l'ancrage par le macro-élément permet d'étudier la réponse mécanique globale de la structure en réduisant le nombre total de degrés de liberté et en assurant la robustesse numérique.

La prise en compte de l'élasticité, de l'endommagement, de la plasticité et du frottement dans la formulation d'un macro-élément assure une bonne représentation du comportement mécanique des ancrages. De plus, ces mécanismes, identifiés à l'aide des résultats de l'outil numérique discret DEAP (présenté dans le chapitre 3) et d'essais expérimentaux complémentaires, permettent de prendre en compte les différents phénomènes physiques se produisant lors d'un chargement.

## 5.2.2 Potentiel d'état

Après avoir fixé les variables d'état, un potentiel thermodynamique est défini et doit être utilisé pour décrire les lois d'état. L'énergie libre de Helmholtz  $\psi$  joue le rôle de ce potentiel d'état. Cette énergie dépend des variables observables et internes du modèle et doit inclure tous les mécanismes dissipatifs.

$$\rho\psi = \rho\psi(U, U_p, U_\pi, D, V_k) \quad (5.1)$$

TABLE 5.1 – Variables observable et internes associées au modèle

Mécanisme	Variable observable	Variable interne
Déplacement	$U$	
Endommagement		$D$
Plastification		$U_p$
Frottement		$U_\pi$
Écrouissage isotrope lié à l'endommagement		$z$
Écrouissage isotrope linéaire lié à la plasticité		$p$
Écrouissage cinématique lié au frottement		$\alpha$

$V_k$  désigne l'ensemble des variables internes associées à l'écrouissage. Dans notre cas, les variables d'écrouissage sont  $z$ ,  $p$  et  $\alpha$ . L'hypothèse d'un couplage fort entre l'endommagement et la plasticité est faite. Le potentiel d'état peut être alors décomposé de la manière suivante :

$$\rho\psi = \rho\psi_e((U - U_p), D) + \rho\psi(U_\pi, D) + \rho\psi(V_k) \quad (5.2)$$

Le premier terme représente le potentiel élasto-endommageable, le deuxième terme prend en compte le frottement et le glissement et le dernier terme considère les effets de l'écrouissage. La contribution de chaque variable interne dans la formulation du potentiel d'état est détaillée ci-dessous afin de construire l'énergie libre.

Dans la première partie linéaire, on suppose un comportement élastique et aucune non-linéarité n'est introduite. Cette phase représente un comportement d'un matériau non-endommagé impliquant un caractère réversible au comportement. L'énergie libre dépend de la raideur élastique initiale  $K$  et du déplacement macroscopique  $U$  et prend la forme classique suivante :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}KU^2 \quad (5.3)$$

Ensuite, et après avoir atteint un certain seuil en énergie de déformation, le mécanisme d'endommagement du béton est activé pour représenter l'apparition de la fissure dans le béton et un comportement non-linéaire est introduit. Dans ce cas, le potentiel d'état dépend de la variable interne  $D$  qui varie entre 0 lorsque le matériau est sain et 1 quand le matériau est totalement endommagé. Le potentiel d'état s'écrit comme suit :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}K(1 - D)U^2 \quad (5.4)$$

Afin d'enrichir le modèle, la contribution des phénomènes irréversibles est ajoutée à l'énergie libre. Celle-ci est représentée par une variable  $U_p$  contenant les déplacements permanents lors d'un essai (glissement entre la rondelle et le béton et plastification de l'acier dans le cas d'un déplacement important). Dans la formulation proposée, le mécanisme de plastification est couplé à la dégradation du matériau et le potentiel d'état est donné par :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}K(1 - D)(U - U_p)^2 \quad (5.5)$$

Le frottement et le glissement entre les surfaces des fissures observés pendant le chargement sont introduits dans l'expression du potentiel d'état. Ce mécanisme est donc associé au niveau d'endommagement à l'aide d'une fonction  $g(D)$ . Dans ce travail,  $g(D)$  est supposé égal à  $D$ . La variable interne de déplacement par frottement  $U_\pi$  est introduite et la nouvelle expression de l'énergie libre prend la forme suivante :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}K(1 - D)(U - U_p)^2 + \frac{1}{2}Kg(D)(U - U_\pi)^2 \quad (5.6)$$

Enfin, l'écroûissage associé à chaque phénomène est ajouté à l'expression du potentiel d'état. Des écroûissages isotropes et cinématiques sont pris en compte dans la formulation du potentiel d'état. Ainsi, la forme finale de l'énergie libre est :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}K(1 - D)(U - U_p)^2 + \frac{1}{2}Kg(D)(U - U_\pi)^2 + H(z) + G(p) + L(\alpha) \quad (5.7)$$

Où  $H(z)$ ,  $G(p)$  et  $L(\alpha)$  sont, respectivement, l'écroûissage isotrope associé à l'endommagement, l'écroûissage isotrope linéaire associé à la plasticité et l'écroûissage cinématique appliqué au frottement.

Le choix du potentiel thermodynamique est fait de manière à traduire le comportement des ancrages dans le béton sous chargement statique et cyclique. Ce potentiel d'état formulé prend en compte tous les mécanismes dissipatifs introduits précédemment. Ainsi, les lois d'état peuvent être déduites de cette expression proposée.

### 5.2.3 Loi d'état

Pour les mêmes mécanismes présentés précédemment, les lois d'état sont obtenues en dérivant l'expression de l'énergie libre  $\rho\psi$  (équation 5.7) par rapport aux variables d'état. Une dissipation positive doit être assurée et l'inégalité de Clausius-Duhem doit être respectée :

$$D = F\dot{U} - \rho\dot{\psi} \geq 0 \quad (5.8)$$

Tout d'abord, la dérivée du potentiel thermodynamique  $\rho\dot{\psi}$  par rapport aux variables d'état est calculée.

$$\rho\dot{\psi} = \rho \frac{d\psi}{dU} \dot{U} + \rho \frac{d\psi}{dD} \dot{D} + \rho \frac{d\psi}{dU_p} \dot{U}_p + \rho \frac{d\psi}{dU_\pi} \dot{U}_\pi + \rho \frac{d\psi}{dz} \dot{z} + \rho \frac{d\psi}{dp} \dot{p} + \rho \frac{d\psi}{d\alpha} \dot{\alpha} \quad (5.9)$$

L'inégalité de Clausius-Duhem devient alors :

$$(F - \rho \frac{d\psi}{dU}) \dot{U} - \rho \frac{d\psi}{dD} \dot{D} - \rho \frac{d\psi}{dU_p} \dot{U}_p - \rho \frac{d\psi}{dU_\pi} \dot{U}_\pi - \rho \frac{d\psi}{dz} \dot{z} - \rho \frac{d\psi}{dp} \dot{p} - \rho \frac{d\psi}{d\alpha} \dot{\alpha} \geq 0 \quad (5.10)$$

Afin de définir les lois d'état, les termes sont annulés indépendamment dans l'inégalité de Clausius-Duhem. La première loi d'état reliant la force totale  $F$  au déplacement macroscopique

$U$  est définie en considérant une transformation élastique réversible sans évolution des variables internes et des écrouissages. On en déduit alors :

$$F - \rho \frac{d\psi}{dU} = 0 \quad (5.11)$$

$$F = \rho \frac{d\psi}{dU} = K(1 - D)(U - U_p) + Kg(D)(U - U_\pi) \quad (5.12)$$

Par analogie avec cette première loi d'état, les variables associées aux autres variables internes sont :

$$F_p = -\rho \frac{d\psi}{dU_p} = K(1 - D)(U - U_p) \quad (5.13)$$

$$F_\pi = -\rho \frac{d\psi}{dU_\pi} = Kg(D)(U - U_\pi) \quad (5.14)$$

$$Y = -\rho \frac{d\psi}{dD} = \frac{1}{2}K(U - U_p)^2 - \frac{1}{2}Kg'(D)(U - U_\pi)^2 \quad (5.15)$$

Les variables thermodynamiques associées aux variables d'écrouissage sont :

$$Z = \rho \frac{d\psi}{dz} = \frac{dH(z)}{dz} \quad (5.16)$$

$$R = \rho \frac{d\psi}{dp} = \frac{dG(p)}{dp} = R(p) \quad (5.17)$$

$$X = \rho \frac{d\psi}{d\alpha} = \frac{dL(\alpha)}{d\alpha} \quad (5.18)$$

Avec  $F_p$  la contribution de la plasticité à la force totale,  $F_\pi$  la contribution du frottement à la force totale,  $Y$  le taux de restitution d'énergie, et  $Z$ ,  $R$  et  $X$  les fonctions des variables d'écrouissage associées à l'endommagement, la plasticité et le frottement. Le tableau 5.2 résume toutes les variables internes et leurs variables associées.

### 5.2.4 Fonctions seuils et lois d'évolution

Comme expliqué précédemment, le potentiel d'état permet de définir les lois d'état et une relation entre les variables internes et leurs variables associées est trouvée. Il faut noter que cette étape n'est pas suffisante et qu'aucune information sur l'évolution des variables internes n'est donnée. Il faut donc bien décrire le processus de dissipation et un potentiel dissipatif  $\phi$  est introduit afin de déduire les lois d'évolution.

Sur la base de résultats expérimentaux et de simulations numériques à l'échelle locale, nous avons fait l'hypothèse d'un couplage entre endommagement et plasticité. Un premier seuil permet de définir le début de la phase d'endommagement et, par la suite, l'évolution de ce mécanisme permet d'introduire le phénomène de plasticité dans le modèle. Trois fonctions seuil sont introduites pour définir le domaine d'élasticité du matériau.



TABLE 5.2 – Variables Thermodynamiques.

Variable d'état	Variable associée
Déplacement total $U$	Force totale $F$
Déplacement plastique $U_p$	Contribution de la plasticité à la force totale $F_p$
Déplacement de glissement $U_\pi$	Contribution du frottement à la force totale $F_\pi$
Endommagement $D$	Taux de restitution de l'énergie $Y$
Écrouissage isotrope $z$	Énergie bloquée $Z$
Écrouissage isotope linéaire $p$ lié à la plasticité	Variable d'écrouissage $R$
Écrouissage cinématique $\alpha$ lié au frottement	Variable d'écrouissage $X$

#### 5.2.4.1 Endommagement et écrouissage isotrope

Le mécanisme décrivant l'endommagement du béton est représenté par les deux variables  $D$  et  $z$ . La première variable d'état  $D$  décrit le niveau de dégradation de la raideur élastique en fonction de la propagation de la fissure dans le béton. La variable  $z$  représente l'écrouissage isotrope.

La fonction seuil en énergie est exprimée comme suit :

$$f_d(Y, Z, Y_0) = Y - Z - Y_0 \quad (5.19)$$

Avec  $Z$  l'énergie bloquée associée à l'écrouissage isotrope,  $Y_0$  un seuil initial en énergie (paramètre du modèle) et  $Y$  la variable associée à l'endommagement et représente le taux de restitution d'énergie par l'endommagement en tenant compte de la contribution du déplacement plastique  $U_p$ .

À partir de l'équation 5.19, les lois d'évolution de l'endommagement et de l'écrouissage s'écrivent de la manière suivante :

$$\dot{D} = \dot{\lambda}_d \frac{df_d}{dY} = \dot{\lambda}_d \quad (5.20)$$

$$\dot{z} = \dot{\lambda}_d \frac{df_d}{dZ} = -\dot{\lambda}_d \quad (5.21)$$

Avec  $\dot{\lambda}_d$  le multiplicateur d'endommagement qui est déterminé par la condition de consistance :  $f_d(Y, Z, Y_0) = 0$  et  $\dot{f}_d(Y, Z, Y_0) = 0$ .

Alors, les lois d'évolution des variables internes d'endommagement et d'écrouissage isotrope sont déterminées en suivant la démarche proposée dans le travail de thèse de La Borderie (1991). À partir des lois d'évolution des deux équations 5.20 et 5.21, on peut écrire :

$$\dot{D} = -\dot{z} \quad (5.22)$$

La condition de consistance permet, alors, d'écrire :

$$\dot{f}_d = 0 \iff \frac{df_d}{dY}\dot{Y} + \frac{df_d}{dZ}\dot{Z} = 0 \quad (5.23)$$

$$\dot{f}_d = 0 \iff \dot{Y} - \dot{Z} = 0 \quad (5.24)$$

D'autre part, d'après l'équation 5.16, nous avons  $Z = \frac{dH(z)}{dz} = h(z)$ . Suivant la proposition de La Borderie (1991), l'énergie bloquée  $Z$  est définie de la manière suivante :

$$Z = \frac{dH(z)}{dz} = h(z) = \left[ Y_0 + \frac{1}{A} \left( \frac{-z}{1+z} \right)^{\frac{1}{B}} \right] \quad (5.25)$$

Avec  $A, B$  des paramètres à identifier. Ils vont piloter l'évolution de l'endommagement.

Alors, on peut écrire :

$$\dot{f}_d = 0 \iff \dot{Y} = \dot{Z} = \frac{dh(z)}{dz}\dot{z} \quad (5.26)$$

En intégrant l'équation 5.26, l'expression du taux de restitution de l'énergie est donc :

$$Y = Y_0 + \frac{1}{A} \left( \frac{-z}{1+z} \right)^{\frac{1}{B}} \quad (5.27)$$

On déduit alors la loi d'évolution de la variable interne d'endommagement  $D$  :

$$D = 1 - \frac{1}{1 + [A(Y - Y_0)]^B} \quad (5.28)$$

Il faut noter que la loi d'évolution de  $D$  dépend de  $Y$  qui dépend du déplacement plastique  $U_p$  d'après l'équation 5.15. Ceci vérifie le couplage entre le mécanisme d'endommagement et le phénomène de plastification.

#### 5.2.4.2 Plasticité et écrouissage linéaire isotrope

Le comportement plastique apparaît lorsqu'un seuil plastique est atteint. Lors d'un essai cyclique et lorsque la force appliquée diminue, un déplacement permanent est obtenu pour une force nulle. Ce phénomène est représenté par un déplacement plastique. Ensuite, lors du rechargement, le seuil évolue avec le déplacement plastique et est décrit par un écrouissage isotrope linéaire dans un premier temps pour des raisons de simplicité. Le mécanisme de plastification est alors caractérisé par deux variables internes  $U_p$  et  $p$ . La variable d'état  $U_p$  décrit les déplacements non réversibles et  $p$  représente l'écrouissage isotrope linéaire.

La fonction de charge de plasticité s'écrit :

$$f_p(\tilde{F}, R, F_{y0}) = \tilde{F} - R - F_{y0} \quad (5.29)$$

Puisque l'hypothèse d'un couplage fort entre l'endommagement et la plasticité est faite,  $\tilde{F}$  doit prendre en compte la contribution de l'endommagement sur la valeur de la force totale. Alors,  $\tilde{F}$  est supposée égale à  $\frac{F}{(1-D)}$ . La variable  $R$  est l'écrouissage isotrope linéaire et  $F_{y0}$  est

la force seuil de plasticité et est supposée être égale à  $KU_e$ .

Si la fonction seuil  $f_p$  est positive, le mécanisme de plasticité est déclenché. Les lois d'évolution des variables internes sont exprimées en fonction de la fonction seuil  $f_p$  et sont déterminées de la même manière que pour l'endommagement.

$$\dot{U}_p = \dot{\lambda}_p \frac{df_p}{dF} = \frac{\dot{\lambda}_p}{(1-D)} \quad (5.30)$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda}_p \frac{df_p}{dR} = \dot{\lambda}_p \quad (5.31)$$

Avec  $\dot{\lambda}_p$  le multiplicateur de plasticité qui est déterminé par la condition de consistance pendant un écoulement :  $\dot{f}_p = 0$  et  $\dot{f}_p = 0$ . Ce qui permet d'écrire :

$$\dot{f}_p = 0 \iff \frac{df_p}{dF} \dot{F} + \frac{df_p}{dR} \dot{R} = 0 \quad (5.32)$$

$$\frac{\dot{F}}{(1-D)} - \dot{R} = 0 \quad (5.33)$$

L'écoulement étant isotrope linéaire,  $R$  est supposé être égal à  $Hp$ ,  $H$  étant un paramètre du modèle qui désigne la pente du module de plasticité.

$$\frac{\dot{F}}{(1-D)} - \frac{dR}{dp} \dot{p} = 0 \quad (5.34)$$

Nous obtenons alors :

$$\frac{K(1-D)}{(1-D)} (\dot{U} - \dot{U}_p) - H\dot{p} = 0 \quad (5.35)$$

Ainsi, l'expression du multiplicateur de Lagrange de la plasticité a la forme :

$$\dot{\lambda}_p = \frac{K}{\frac{K}{(1-D)} + H} \dot{U} \quad (5.36)$$

Par conséquent, les lois d'évolution des variables internes représentant les mécanismes de plastification deviennent :

$$\dot{U}_p = \frac{K}{K + H(1-D)} \dot{U} \quad (5.37)$$

$$\dot{p} = \frac{K}{\frac{K}{(1-D)} + H} \dot{U} \quad (5.38)$$

### 5.2.4.3 Frottement et écoulement cinématique

La prise en compte du frottement et du glissement dans le béton endommagé est abordée ci-dessous. Ce phénomène est nécessaire pour reproduire les boucles d'hystérésis lors d'un chargement cyclique. Deux variables internes caractérisent le mécanisme dissipatif lié au frottement. Le premier terme correspond au déplacement dû au frottement  $U_\pi$  et la seconde variable  $\alpha$  est associée à la variable d'écrouissage cinématique. Les lois d'écoulement associées

aux variables internes suivent la démarche proposée par Nguyen (2012). La surface de seuil  $f_\pi$  s'écrit :

$$f_\pi = |F_\pi - X| < 0 \quad (5.39)$$

Avec  $F_\pi$  et  $X$  sont, respectivement, la force de frottement et la variable associée à l'écoulement cinématique non-linéaire.

La fonction seuil choisie implique la linéarité de l'écoulement cinématique. Pour introduire une non-linéarité, un pseudo-potentiel de dissipation est utilisé :

$$\phi_\pi = |F_\pi - X| + \frac{\beta_1}{2} X^2 \quad (5.40)$$

Où  $\beta_1$  est le premier paramètre de frottement à identifier.

La loi d'écoulement des variables internes, représentant le mécanisme de dissipation lié au frottement, est définie sous l'hypothèse de normalité de l'écoulement. Ceci permet d'écrire :

$$\dot{U}_\pi = \dot{\lambda}_\pi \frac{d\phi_\pi}{dF_\pi} \quad (5.41)$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda}_\pi \frac{d\phi_\pi}{dX} \quad (5.42)$$

Le multiplicateur de Lagrange  $\dot{\lambda}_\pi$  est ainsi déterminé par la condition de consistance.

$$\dot{f}_\pi = \frac{df}{dF_\pi} \dot{F}_\pi + \frac{df}{dX} \dot{X} = 0 \quad (5.43)$$

Les évolutions des variables associées aux variables internes de frottement, issues de la loi d'état dérivée de l'énergie libre (équations 5.14 et 5.18), s'écrivent :

$$\dot{F}_\pi = -Kg(D)\dot{U}_\pi = -Kg(D)\dot{\lambda}_\pi \frac{d\phi_\pi}{dF_\pi} \quad (5.44)$$

$$\dot{X} = \beta_2 \dot{\alpha} = -\beta_2 \dot{\lambda}_\pi \frac{d\phi_\pi}{dX} \quad (5.45)$$

Ce qui conduit à l'expression du multiplicateur de Lagrange  $\dot{\lambda}_\pi$  :

$$\dot{\lambda}_\pi = \frac{f_\pi}{Kg(D)\left(\frac{df_\pi}{dF_\pi}\right)\left(\frac{d\phi_\pi}{dF_\pi}\right) + \beta_2\left(\frac{df_\pi}{dX}\right)\left(\frac{d\phi_\pi}{dX}\right)} \quad (5.46)$$

Par conséquent, deux paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont ajoutés au modèle pour représenter le mécanisme dissipatif lié au frottement.

### 5.2.5 Bilan

Le modèle simplifié formulé dépend de sept paramètres à identifier afin de reproduire le comportement des ancrages sous différents types de chargement. L'ensemble des variables internes et observables ainsi que les paramètres du modèle correspondant à chaque mécanisme sont récapitulés dans le tableau 5.3.

La signification physique de chaque paramètre et de son unité est résumée dans le tableau 5.4. Le modèle rhéologique utilisé pour modéliser le comportement de l'ancrage sous chargement uni-axial de traction est présenté dans la figure 5.3.

TABLE 5.3 – Variables et paramètres de la loi de comportement.

Mécanisme	Variable d'état	Variable associée	Paramètre
Élasticité	$U$	$F$	$K$
Endommagement	$D$	$Y$	$Y_0, A, B$
Écrouissage isotrope	$z$	$Z$	
Plastification	$U_p$	$F$	$H$
Écrouissage isotrope linéaire	$p$	$R$	
Frottement et glissement	$U_\pi$	$F_\pi$	$\beta_1, \beta_2$
Écrouissage cinématique	$\alpha$	$X$	

TABLE 5.4 – Description des paramètres du modèle.

Paramètres	Sens physique	Unité
$K$	Rigidité élastique	N/m
$Y_0$	Seuil initial d'endommagement	N.m
$A$	Forme de l'évolution de l'endommagement	1/(N.m)
$B$	Forme de l'évolution de l'endommagement	-
$H$	Module de plasticité	N/m
$\beta_1$	Module des écrouissages cinématiques associé à la partie non-linéaire	1/N
$\beta_2$	Module des écrouissages cinématiques	N/m

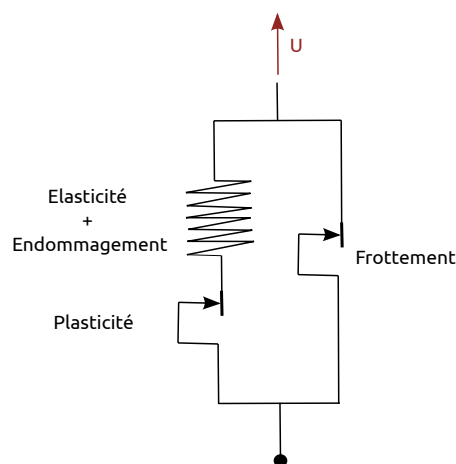


FIGURE 5.3 – Modèle rhéologique prenant en compte les mécanismes identifiés.

### 5.3 Analyses paramétriques : sensibilité des paramètres

Pour cette loi de comportement proposée, les sept paramètres du modèle doivent être identifiés. Cette section détaille l'influence de chaque paramètre sur la réponse globale du modèle. Une étude paramétrique est réalisée pour déterminer de manière efficace les paramètres en se basant, ultérieurement, sur les essais expérimentaux et sur les résultats numériques fournis par DEAP.

Le premier paramètre du modèle est la rigidité initiale  $k$  représentant la phase élastique de l'assemblage ancrage-béton. Ce paramètre est identifié par la pente initiale de la partie élastique de la courbe force/déplacement. Il est déterminé, directement, soit à partir de l'expérimentation ou de la simulation numérique utilisant une description de l'assemblage à une échelle inférieure (éléments discrets par exemple).

Les trois paramètres décrivant l'évolution de l'endommagement dans la loi de comportement sont :  $Y_0$ ,  $A$  et  $B$ . Le seuil initial d'énergie d'endommagement  $Y_0$  est la limite pour que l'assemblage commence à s'endommager. Cette limite est déterminée lors de la première diminution de la rigidité initiale. Un seuil de déplacement élastique  $U_e$  est d'abord identifié comme le point où la courbe se sépare de la droite élastique. Lorsque le déplacement appliqué dépasse ce seuil, un comportement non-linéaire induit par l'endommagement est introduit. Le seuil initial d'énergie d'endommagement est ensuite déduit de la manière suivante :

$$Y_0 = \frac{1}{2}KU_e^2 \quad (5.47)$$

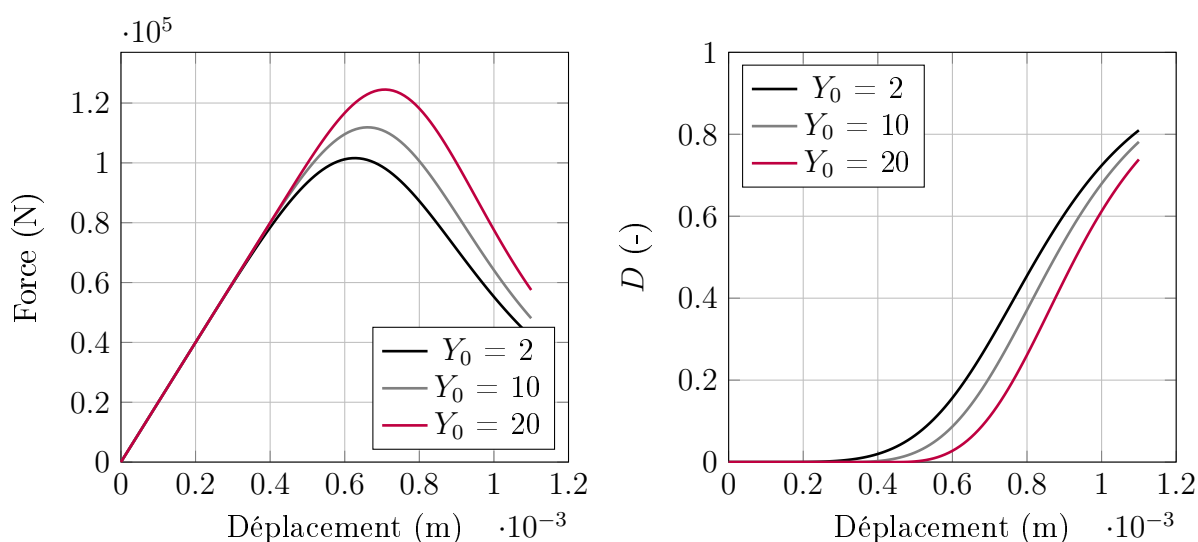


FIGURE 5.4 – Influence du seuil initial d'endommagement  $Y_0$  (Comportement élasto-endommageable,  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $A = 1,5 \cdot 10^{-2}$  1/(N.m),  $B = 2,5$  (-)).

La figure 5.4 illustre l'influence du seuil d'énergie d'endommagement initial  $Y_0$  sur le comportement global de la structure. Plus la valeur de  $Y_0$  est grande, plus la partie élastique est importante (figure 5.4 (gauche)) et plus longtemps le matériau reste intact (figure 5.4

(droite)). Comme pour la rigidité élastique  $K$ ,  $Y_0$  est quantifiée par des essais expérimentaux ou des études numériques.

Les deux paramètres  $A$  et  $B$ , décrivant la loi d'évolution de l'endommagement, peuvent également influencer le comportement global de l'assemblage. Chaque paramètre est identifié indépendamment. Le paramètre  $A$  contrôle la force maximale obtenue après endommagement. Une augmentation de  $A$  conduit à une augmentation de l'endommagement dans le matériau (figure 5.5 (droite)) et par la suite le pic diminue (voir figure 5.5 (gauche)).

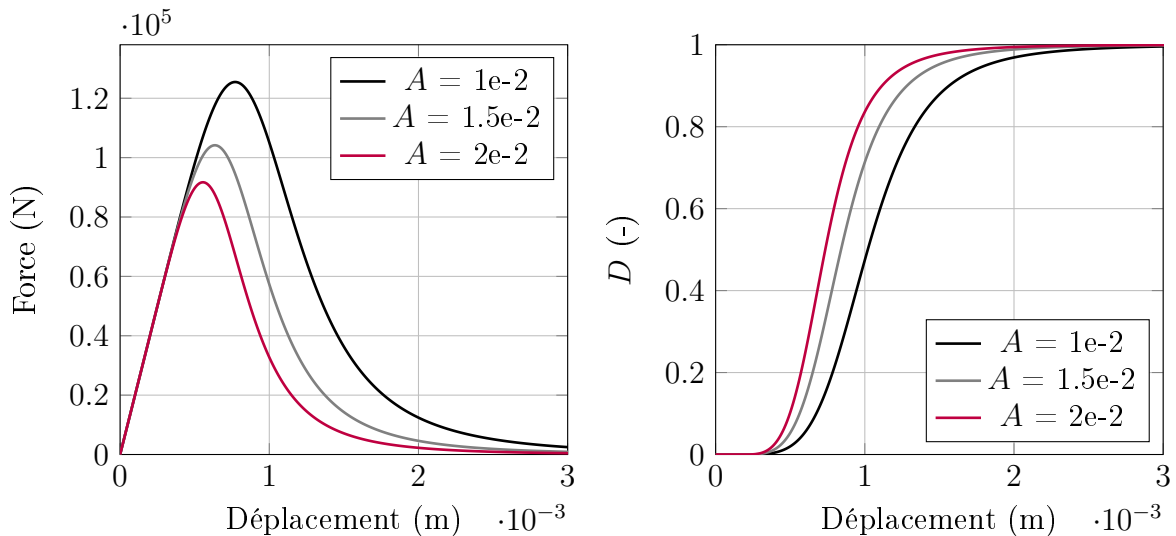


FIGURE 5.5 – Influence du paramètre  $A$  (Comportement élasto-endommageable,  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $Y_0 = 4$  N.m,  $B = 2,5$  (-)) (Gauche) Réponse force-déplacement (Droite) Evolution de l'endommagement.

Comme le montre la figure 5.6 (gauche), le paramètre  $B$  a une influence sur le pic ainsi que sur la partie post-pic. De plus, le paramètre  $B$  contrôle la vitesse de l'endommagement. Le paramètre  $B$  et la vitesse de l'endommagement sont proportionnels (figure 5.6 (droite)).

L'évolution du déplacement plastique  $U_p$  est déterminée en fonction du quatrième paramètre  $H$  du modèle. En effet, lors des essais expérimentaux, un déplacement plastique apparaît sur les courbes reliant la force et le déplacement. Le paramètre  $H$  est calibré afin de retrouver le déplacement plastique obtenu expérimentalement. La figure 5.7 illustre l'influence du paramètre  $H$  sur la réponse obtenue par la loi de comportement pour un comportement élasto-plastique. Comme on peut voir lorsque  $H$  diminue, la pente plastique diminue et le déplacement irréversible  $U_p$  augmente. La plasticité parfaite est obtenue lorsque  $H$  est nul. Dans le cas d'un comportement élasto-plastique endommageable (EPE), une non-linéarité est observée sur la réponse de la force fictive  $\tilde{F}$  et le déplacement plastique  $U_p$ . Cette non-linéarité est due à la contribution de l'endommagement  $D$  sur la force fictive  $\tilde{F}$  (figure 5.8).

Les deux derniers paramètres du modèle sont ceux associés au mécanisme de frottement au sein des fissures formées dans le béton. La figure 5.9 montre l'influence de ces paramètres sur

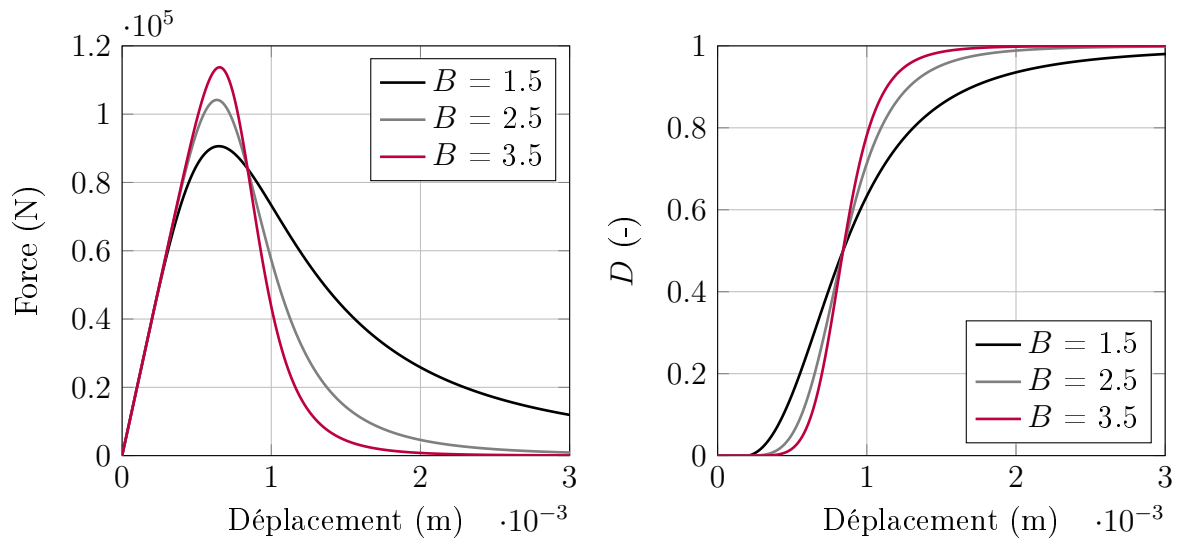


FIGURE 5.6 – Influence du paramètre  $B$  (Comportement élasto-endommageable,  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $Y_0 = 4$  N.m,  $A = 1,5 \cdot 10^{-2}$  1/(N.m)) (Gauche) Réponse force-déplacement (Droite) Évolution de l'endommagement.

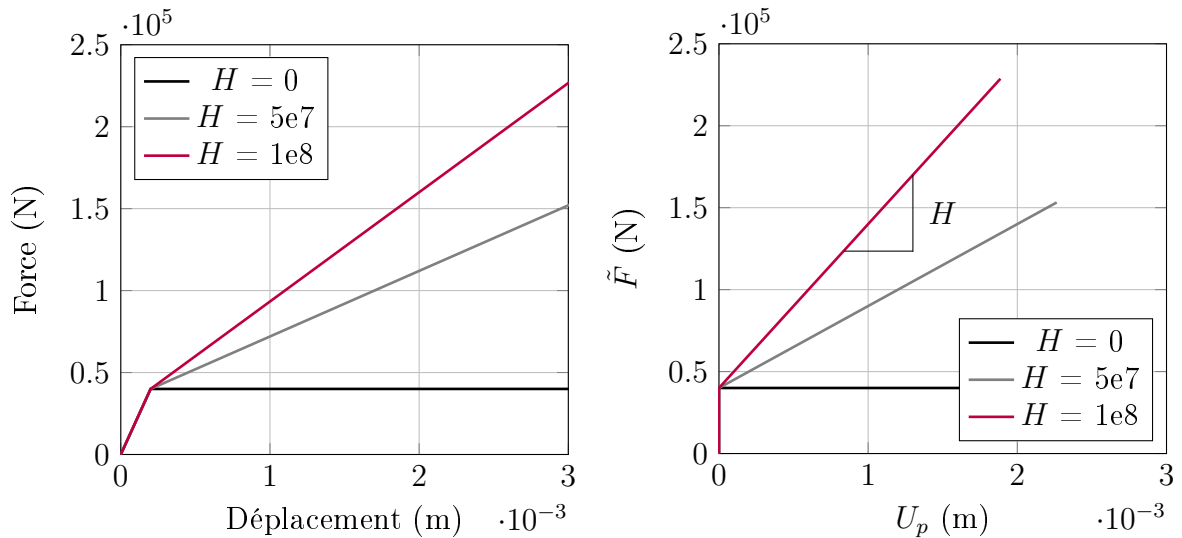


FIGURE 5.7 – Influence du module de plasticité  $H$  (Comportement élasto-plastique,  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $Y_0 = 4$  N.m).

les boucles d'hystérésis lors d'un essai de charge-décharge. D'après l'analyse des deux courbes,  $\beta_1$  affecte la pente de la phase de décharge. De plus, une augmentation de  $\beta_1$  conduit à une augmentation du déplacement résiduel lors du déchargement. D'autre part, le paramètre  $\beta_2$  contrôle la largeur des boucles d'hystérésis pendant le chargement cyclique. Lorsque  $\beta_2$  augmente, la taille des boucles d'hystérésis augmente jusqu'à une saturation de l'écrouissage.



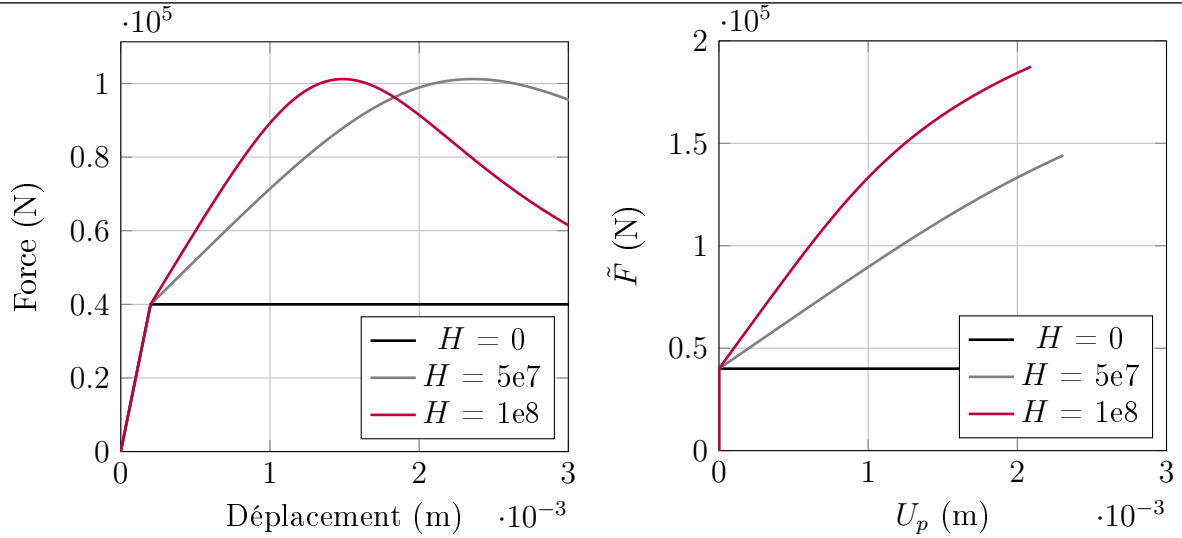


FIGURE 5.8 – Influence de la rigidité plastique  $H$  (Comportement élasto-plastique endommageable (EPE),  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $Y_0 = 4$  N.m,  $A = 1,5 \cdot 10^{-2}$  1/(N.m),  $B = 2,5$  (-).

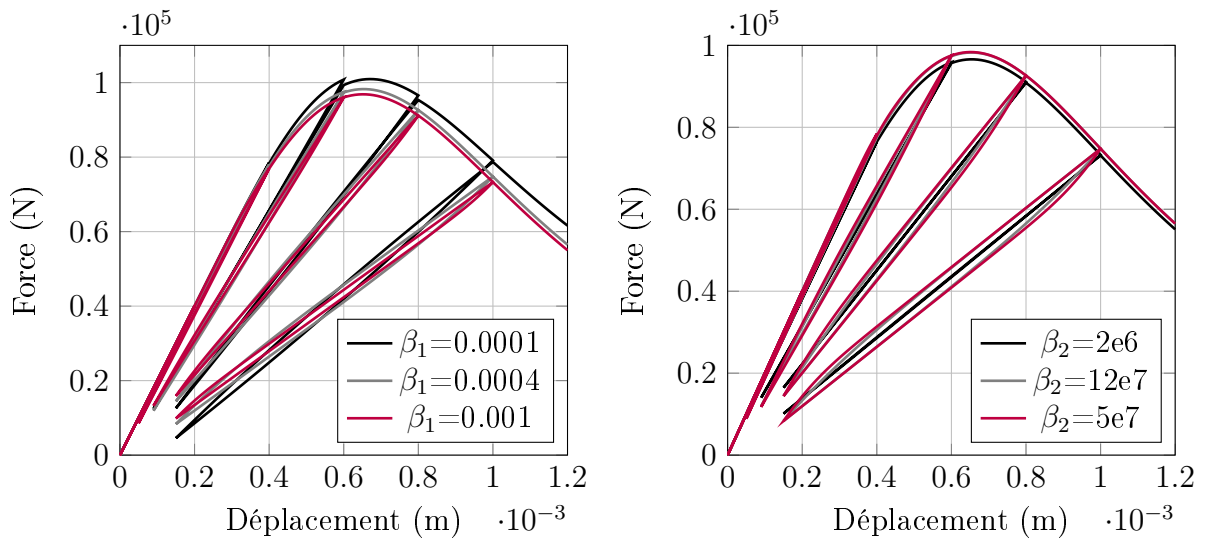


FIGURE 5.9 – Influence des deux paramètres  $\beta_1$  et  $\beta_2$  (endommagement + plasticité + frottement,  $K = 20 \cdot 10^7$  N/m,  $Y_0 = 4$  N.m,  $A = 1,5 \cdot 10^{-2}$  1/(N.m),  $B = 2,5$  (-),  $\beta_1 = 0,0004$  1/N,  $\beta_2 = 2 \cdot 10^7$  N/m).

## 5.4 Validation du modèle et identification des paramètres

Dans cette section, la capacité de la loi de comportement proposée à décrire le comportement des ancrages installés dans le béton est démontrée.

### 5.4.1 Identification des paramètres

Les essais expérimentaux réalisés au cours de ce travail de thèse permettent de calibrer et d'identifier les paramètres du macro-élément. Un essai d'arrachement en déplacement imposé est choisi pour un béton non-fissuré et un béton pré-fissuré. Le but de cette partie est de montrer que le modèle est capable de représenter, d'une part, le comportement de l'ancrage dans un béton non-endommagé, et d'autre part le comportement dans un béton endommagé. De plus, l'objectif est de vérifier la capacité du modèle à reproduire les courbes obtenues expérimentalement sous chargement monotone. Pour la phase d'identification des paramètres, un cycle de déplacement, suffisamment important pour endommager le béton, est imposé. Suite à ce déplacement, les mécanismes d'endommagement, de plasticité et de frottement sont déclenchés. Par conséquent, des boucles d'hystérésis sont formées. Le cycle de déplacement appliqué est présenté dans la figure 5.10.

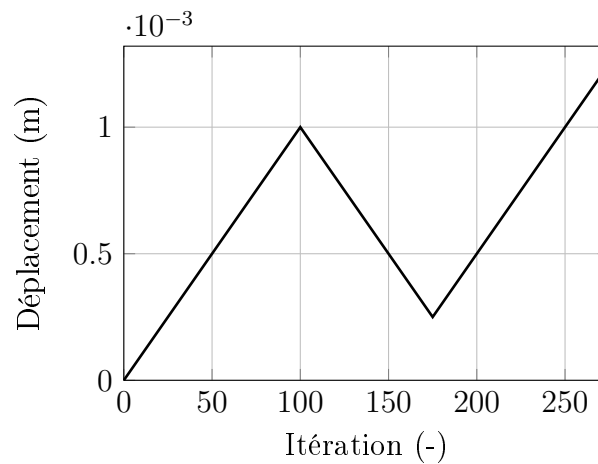


FIGURE 5.10 – Déplacement imposé.

Tout d'abord, on suppose un comportement élasto-plastique endommageable et aucune force de frottement n'est prise en compte ( $F_\pi = 0$ ). Dans cette étape, les cinq paramètres du modèle ( $K$ ,  $Y_0$ ,  $A$ ,  $B$  et  $H$ ) sont identifiés en se référant aux résultats expérimentaux d'un essai d'arrachement monotone. La figure 5.11-(a) montre l'allure obtenue en activant le mécanisme d'endommagement et de plastification. Cette première étape permet de déterminer la raideur élastique initiale ainsi que les paramètres associés à la partie non-linéaire.

La deuxième étape consiste à identifier les paramètres de frottement  $\beta_1$  et  $\beta_2$ . Pour ce faire, on détermine la différence entre la courbe macroscopique finale et la courbe obtenue dans le cas d'un comportement élasto-plastique endommageable. Cette différence permet de tracer l'évolution de la force  $F_\pi$  associée au frottement 5.11-(b). Ainsi,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont identifiés à partir de cette courbe et en estimant la largeur et l'inclinaison des boucles d'hystérésis.

La courbe finale obtenue par la loi de comportement formulée est présentée dans la figure 5.11-(c).

Les différents points caractéristiques de la réponse d'un ancrage soumis à un essai d'arrachement uni-axial sont retrouvés.

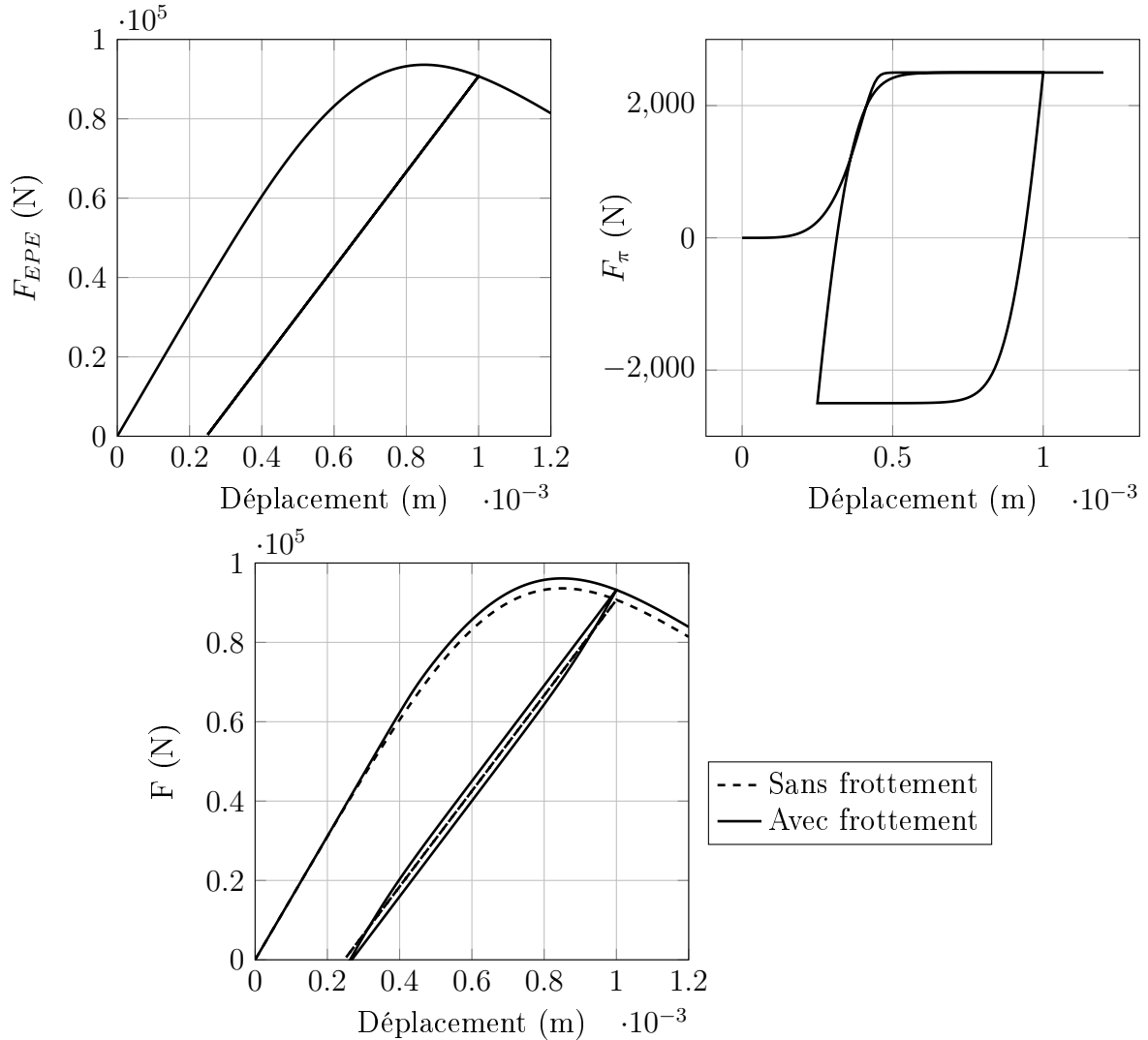


FIGURE 5.11 – Endommagement, frottement, force totale

### 5.4.2 Comportement en traction-compression

Lorsque la cheville est soumise à des forces de compression, un comportement élastique linéaire est fourni par la loi de comportement. Ce choix est fait pour assurer la robustesse du macro-élément. La pente utilisée dans la phase de compression est la pente initiale  $K$ . En effet, il est supposé que l'effet unilatéral présent dans le béton (reprise de raideur lors de la re-fermeture des fissures) est retrouvé dans l'assemblage ancrage-béton. La figure 5.12 montre les cycles de déplacement appliqués ainsi que la réponse globale obtenue dans le cas d'un ancrage soumis à des cycles charge-décharge en tension et en compression.

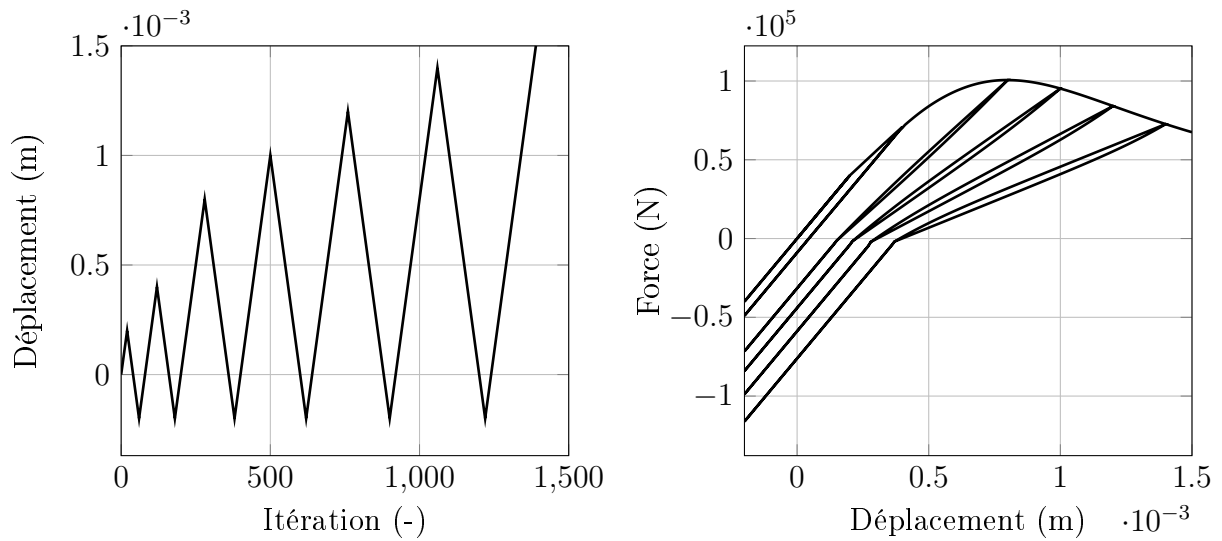


FIGURE 5.12 – (Gauche) Déplacement imposé (Droite) Réponse Force-déplacement traction-compression.

### 5.4.3 Synthèses

Les deux tableaux 5.5 et 5.6 présentent quatre jeux de paramètres pour deux types de béton (béton C20/25 et C50/60) à l'état non-fissuré et pré-fissuré. Dans le cas d'un béton pré-fissuré, il s'agit d'une ouverture de fissure réglementaire, pour laquelle un nouveau jeu de paramètres est identifié. Les valeurs obtenues sont basées sur la méthode d'identification présentée dans la partie 5.3.

TABLE 5.5 – Description des paramètres du modèle pour un béton C20/25.

État du béton	$K$ (N/m)	$Y_0$ (N.m)	$A$ 1/(N.m)	$B$ (-)	$H$ (N/m)	$\beta_1$ (1/N)	$\beta_2$ (N/m)
Béton non fissuré	16e7	2	8e-3	1	7e8	0.0004	2e7
Béton fissuré w=0.3 mm	9e7	2	2.2e-2	1.8	7e8	0.0004	2e7

Les résultats obtenus par la loi de comportement sont comparés aux résultats expérimentaux réalisés. Des exemples de réponses obtenues sont présentés dans les figures 5.13 et 5.14. La partie linéaire initiale permet de déterminer la raideur élastique  $K$  et le seuil d'endommagement  $Y_0$  (à partir du déplacement limite élastique  $U_e$ ). Ensuite, les paramètres associés à la partie non-linéaire de la réponse sont identifiés afin de reproduire la courbe expérimentale et de représenter la raideur réduite.

Il faut noter que les paramètres  $H$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  n'ont pas pu être identifiés étant donné que les résultats expérimentaux ne fournissent pas ces informations. Pour cette raison, dans cette étude, les valeurs choisies pour ces paramètres sont des valeurs de référence issues de l'analyse

TABLE 5.6 – Description des paramètres du modèle pour un béton C50/60.

État du béton	$K$ (N/m)	$Y_0$ (N.m)	$A$ 1/(N.m)	$B$ (-)	$H$ (N/m)	$\beta_1$ (1/N)	$\beta_2$ (N/m)
Béton non fissuré	28e7	6	7e-3	1.1	7e8	0.0004	2e7
Béton fissuré w=0.3 mm	9.3e7	2	1.8e-2	4	7e8	0.0004	2e7

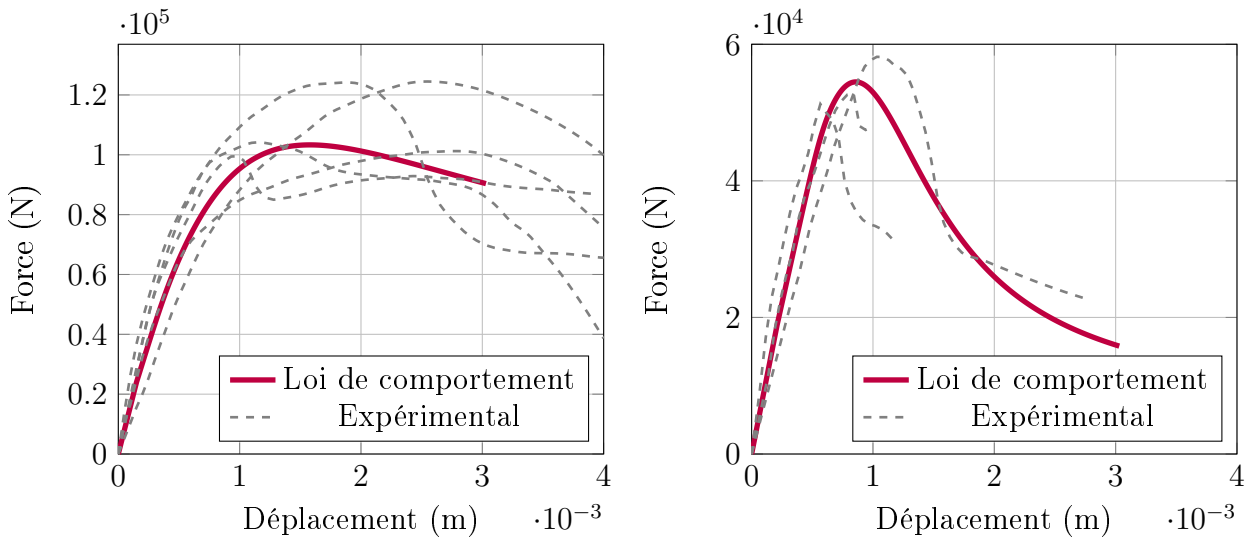


FIGURE 5.13 – Réponses force-déplacement, test d'arrachement béton C20/25 (Gauche) béton non fissuré (Droite) béton pré-fissuré.

de sensibilité.

## 5.5 Conclusion et perspectives

### 5.5.1 Conclusion

Ce chapitre présente la proposition d'une loi de comportement capable de reproduire la réponse des ancrages. Plusieurs conclusions peuvent être tirées :

- La construction de la loi de comportement est basée sur la thermodynamique des processus irréversibles. Trois mécanismes dissipatifs sont introduits : l'endommagement, la plastification et la friction.
- Un couplage fort entre l'endommagement et la plasticité est considéré et le mécanisme de frottement est ajouté pour reproduire les boucles d'hystérésis observées expérimentalement.
- La loi de comportement est suffisamment souple et simple avec un faible nombre de paramètres (sept paramètres) permettant de représenter le comportement macroscopique

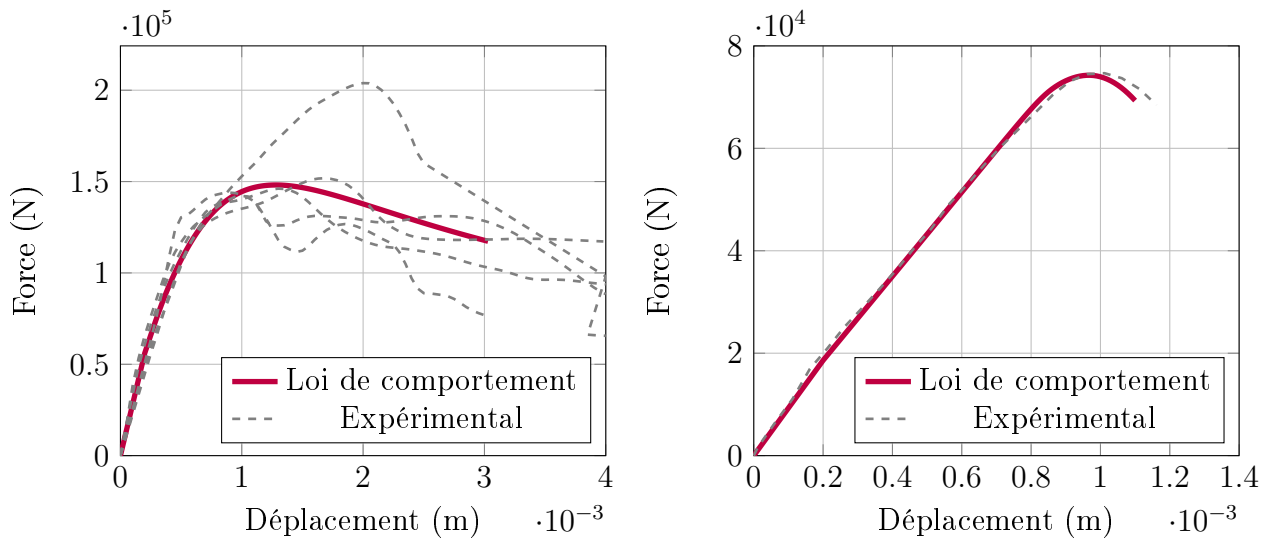


FIGURE 5.14 – Réponses force-déplacement, test d’arrachement béton C50/60 (Gauche) béton non fissuré (Droite) béton pré-fissuré.

de différents ancrages, sur béton fissuré ou non.

Pour la validation de la loi de comportement, l’approche proposée est principalement basée sur des résultats expérimentaux et des résultats numériques à l’échelle locale. Nous pouvons en déduire que :

- Les premiers résultats numériques obtenus ont montré l’efficacité et la robustesse du modèle simplifié proposé.
- La formulation du macro-élément montre sa capacité à reproduire le comportement d’une cheville installée dans le béton.
- Le modèle permet de prendre en compte la pré-fissuration du béton.

### 5.5.2 Perspectives

La loi de comportement proposée permet de modéliser le comportement des ancrages installés dans le béton sous des charges uni-axiales de traction et de compression. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte d’autres types de chargement tels que les efforts de cisaillement et les charges simultanées de traction et de cisaillement. Par ailleurs, il est nécessaire de compléter le développement de cette loi de comportement afin qu’il puisse être adapté à plusieurs types d’ancrages (chevilles à expansion, cheville à verrouillage de forme...).

Dans ce chapitre, le mode de rupture abordé est la rupture par arrachement d’un cône de béton. Toutefois, en réalité, la rupture de l’acier de la cheville ou l’arrachement de la cheville sans création du cône de béton peuvent être rencontrés. Pourtant, ces modes de ruine ne sont pas traités, d’où la nécessité de compléter le développement de cette loi pour qu’il fonctionne sur d’autres modes de rupture.

Concernant l’identification des paramètres  $H$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , des essais virtuels complémentaires

sur DEAP sont indispensables pour les quantifier. La proposition d'une loi reliant la rigidité initiale au niveau d'endommagement du béton est par ailleurs nécessaire pour traiter le cas du béton pré-fissuré.

Enfin, dans ce chapitre, le support éléments finis n'a pas été considéré et seule une loi de comportement a été proposée. Il est également nécessaire que cette loi de comportement soit intégrée dans un élément de type joint afin de former le macro-élément capable de représenter le comportement de l'ancrage lors d'un chargement. Par conséquent, sur la base de l'élément de joint proposé dans la thèse de Nguyen (2012) et déjà intégré dans CAST3M, la loi de comportement formulée dans ce chapitre et reliant les forces de traction au déplacement vertical devra être ajoutée au modèle. En complément, le même travail doit être réalisé sur un ancrage soumis à des efforts de cisaillement afin de pouvoir effectuer une analyse en conditions réelles dans une structure.

# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Réalisations . . . . .</b>	<b>176</b>
6.1.1	Modélisation discrète . . . . .	176
6.1.2	Loi de comportement macroscopique proposée . . . . .	178
<b>6.2</b>	<b>Synthèse finale . . . . .</b>	<b>178</b>
<b>6.3</b>	<b>Perspectives . . . . .</b>	<b>179</b>
6.3.1	L'utilisation de DEAP comme outil d'expérimentation numérique : . .	179
6.3.2	Formulation de la loi de comportement macroscopique : . . . . .	180

---



## 6.1 Réalisations

L'étude du comportement des systèmes de fixation constitue un problème aux multiples complexités. L'objectif de ce travail de thèse était de mettre au point une approche numérique capable de prédire le comportement et l'adéquation des ancrages déjà installés dans les centrales nucléaires et soumis à différents types d'exigences. La première étape de ce travail de recherche consistait à comprendre le mécanisme d'arrachement d'un ancrage dans le béton et les différents paramètres influents. En effet, un comportement non-linéaire est observé lorsqu'un assemblage acier-béton est sollicité. Cette non-linéarité peut être induite par le contact entre l'acier et le béton, par la dégradation du béton et par le frottement. Par conséquent, la proposition d'un modèle numérique couplant tous les types de non-linéarité est nécessaire pour une meilleure description du comportement d'un ancrage. L'objectif final de cette recherche vise à proposer une loi de comportement non-linéaire en variables généralisées. Cette loi de comportement doit être, dans un second temps, ajoutée à un support éléments finis (CAST3M), afin qu'elle puisse être utilisée par l'IRSN pour évaluer le comportement sismique des chevilles présentes dans le parc nucléaire français et non qualifiées aux actions sismiques. Une démarche scientifique de modélisation à deux échelles a été proposée. La première étape repose sur une modélisation de type discret pour la modélisation du comportement local de l'ancrage dans le béton de l'ouvrage. La deuxième étape consiste à proposer une loi de comportement globale regroupant de nombreux types de non-linéarité applicable à l'échelle globale pour la modélisation du comportement mécanique de la structure avec son système de fixation.

### 6.1.1 Modélisation discrète

Afin d'étudier le comportement des ancrages à l'échelle locale, un outil d'expérimentation numérique, nommé DEAP, a été utilisé. DEAP est un logiciel initialement développé par Delaplace (2008). Il est fondé sur la méthode lattice et celle des éléments discrets et est capable de reproduire explicitement la propagation des fissures dans le béton. DEAP a déjà été implémenté en 2D et 3D. Les premières analyses ont montré que la modélisation bidimensionnelle n'est pas capable de représenter l'ensemble des phénomènes observés et décrits dans la littérature scientifique et le recours à une modélisation tridimensionnelle est nécessaire. Cependant, la version initiale du logiciel DEAP ne permettait pas de réaliser ces modélisations. De ce fait, des améliorations et des évolutions doivent être apportées au modèle implémenté dans le logiciel. Pour cela, et au cours de cette thèse, des développements supplémentaires ont été réalisés sur le modèle afin de pouvoir modéliser en analyse tridimensionnelle la géométrie, le contact, le frottement et le chargement d'un assemblage acier-béton.

#### 6.1.1.1 Génération d'un maillage particulaire-lattice

Afin de pouvoir représenter la géométrie complexe de l'ancrage et de la dalle support en béton, une attention particulière a été consacrée à la proposition d'une méthode de génération d'un maillage particulaire-lattice 2D et 3D pour des géométries de forme complexe. La partie consacrée à la proposition d'une méthode de génération de maillage commence par une étude bibliographique des travaux déjà réalisés sur ce sujet. Deux générateurs de maillage sont ensuite proposés : un adapté à la génération d'un maillage bidimensionnel et un autre pour

un maillage tridimensionnel. Un maillage particulaire-lattice 2D est généré en s'appuyant sur les méthodes «VoroCrust» Abdelkader *et al.* (2018) et «Disk poisson sampling» Dunbar et Humphreys (2006). Cette technique de maillage permet la bonne représentation de la forme souhaitée en assurant l'isotropie géométrique du matériau. De même, une deuxième méthode de maillage, nommée «T2P» pour «Tetrahedral to Polyhedral» et adaptée aux géométries tridimensionnelles, a été proposée et développée. Cette technique de maillage est capable de générer un maillage particulaire-lattice tridimensionnel en transformant un maillage d'éléments finis tétraédriques en un maillage d'éléments discrets polyédriques. Nous avons montré que cette approche permet de mailler différentes configurations géométriques, qu'elles soient convexes ou concaves ou avec des éléments courbes, tout en assurant l'isotropie géométrique et mécanique du matériau.

### 6.1.1.2 Algorithme de contact

La deuxième contribution au modèle discret DEAP a été la prise en compte de l'interaction entre des particules polygonales en 2D ou des particules polyédriques en 3D. Le problème principal dans les modèles discrets relève de la manière de détecter un contact. Au début de cette thèse, seul le contact 2D entre particules était implémenté dans DEAP. Un contact polygonal, dépendant de la surface de recouvrement des deux particules concernées, a été développé par Vassaux *et al.* (2016). L'inconvénient principal de cette approche est la difficulté de l'appliquer aux cas 3D, puisque des particules polyédriques irrégulières sont utilisées. De plus, le calcul d'une surface de recouvrement est extrêmement coûteux en temps de calculs. Pour cette raison, une nouvelle approche simplifiée a été proposée pour la prise en compte de l'interaction entre les particules aussi bien en 2D qu'en 3D. Dans un calcul bidimensionnel, la méthode de contact proposée est basée sur l'approche multi-cercles. Un contact polygone-polygone est remplacé par un contact cercle-cercle. La validation de cette méthode a été effectuée sur plusieurs exemples et la qualité des résultats qualitatifs et quantitatifs a été vérifiée. La robustesse de l'algorithme de contact implémenté en 2D a été étendue pour être adaptée à un calcul tridimensionnel. Une évolution vers un cadre tridimensionnel est réalisée en utilisant des éléments de contact sphériques au lieu d'éléments circulaires. Des cas tests ont également été réalisés afin de vérifier et valider l'approche multi-sphères en 3D.

### 6.1.1.3 Comportement des ancrages

Certains types de chevilles présents dans les centrales nucléaires ne sont plus fabriqués ou disponible. La proposition d'un modèle numérique permettant la réalisation d'essais complémentaires sur ces ancrages est indispensable pour pouvoir évaluer leur comportement mécanique. Dans ce but, une modélisation à l'échelle locale d'un ancrage «cheville-béton» a été réalisée. Grâce à l'ensemble des développements numériques mis en œuvre dans DEAP au cours de cette thèse, le modèle discret est maintenant un outil approprié pour étudier le comportement des ancrages de type goujon dans le béton. Une comparaison entre le modèle bidimensionnel d'une cheville installée dans du béton avec le modèle tridimensionnel a montré la limitation du modèle bidimensionnel à représenter correctement la rigidité élastique et la résistance ultime de la cheville tout en conservant l'aspect qualitatif du comportement. En effet, pour améliorer la qualité des résultats et corriger les limitations du modèle bidimensionnel, le recours à une modélisation tridimensionnelle est nécessaire. Les conditions aux

limites retenues dans le calcul, effectué par le modèle discret, sont identiques à celles du dispositif expérimental réalisé au CSTB. Ainsi, le modèle discret DEAP a démontré sa capacité à reproduire le faciès de fissuration de l'essai d'arrachement de goujon réalisé au CSTB. De plus, les courbes force-déplacement obtenues expérimentalement ont été reproduites en partie pour un jeu de paramètres numériques identifiés à partir des propriétés réelles des matériaux (béton-acier).

En conclusion, sur la base d'une comparaison entre les résultats des essais effectués au CSTB et leurs simulations numériques, il a été constaté que la modélisation des différents mécanismes est assurée par l'utilisation du nouveau modèle particulaire-lattice du logiciel DEAP depuis l'initiation de la fissure jusqu'à la rupture du béton. Cette phase étant acquise, elle permettra de poursuivre notre méthode vers l'approche globale à l'échelle de la structure.

### 6.1.2 Loi de comportement macroscopique proposée

La pratique usuelle est de ne pas modéliser les ancrages dans un calcul d'ensemble intégrant l'équipement et l'ouvrage de génie civil. La liaison entre l'équipement et l'élément structurel sur lequel il est fixé est réduite à sa plus simple expression : deux nœuds liés par un élément rigide dans chaque direction de blocage pour traduire une liaison encastree, articulée ou rotulée.

L'objectif final de la thèse était d'établir un modèle macroscopique permettant de représenter plus précisément la liaison entre l'équipement et l'ouvrage, notamment le comportement mécanique des chevilles dans le béton de l'ouvrage lors d'une analyse structurelle. Pour cela, une loi de comportement en variables généralisées a été proposée. Cette loi est capable de modéliser le comportement des ancrages de type goujon et les mécanismes non-linéaires associés. Basée sur le principe du macro-élément, la loi de comportement proposée relie la force totale au déplacement macroscopique. L'intérêt d'utiliser ce concept est sa capacité à reproduire et à évaluer le comportement des ancrages de type goujon tout en simplifiant le modèle et en réduisant le nombre de degrés de liberté. Cet avantage permet d'économiser énormément le temps de calcul.

Le modèle a été développé sur la base de la thermodynamique des processus irréversibles. Les phénomènes et les mécanismes non linéaires mis en jeu lors d'un chargement ont été intégrés dans la loi de comportement formulée. Cette dernière est formée d'un faible nombre de paramètres (sept paramètres) capables de représenter les différents mécanismes et de reproduire le comportement macroscopique d'une cheville de type goujon. La flexibilité et la simplicité de ce modèle, ainsi que son efficacité à reproduire les comportements non-linéaires, permettent de l'adapter à différents types d'ancrages. Par ailleurs, le nombre minimal d'essais nécessaires pour caractériser les six paramètres du modèle permet de retrouver facilement les paramètres pour une utilisation industrielle.

## 6.2 Synthèse finale

L'objectif initial de cette thèse, réalisée au LMT et en collaboration avec l'IRSN et le CSTB, est d'avoir des éléments de connaissance sur le fonctionnement des chevilles dans les structures en béton, de pouvoir évaluer la capacité sismique des chevilles «anciennes» présentes

dans les installations nucléaires sous l'effet des chargements sismiques et de disposer d'un modèle numérique permettant la prédiction de la capacité des ancrages sous différents types de chargement. Le CSTB dispose, dans ses archives, des essais de qualification de différents types d'ancrages chevillés. Sur la base de ces essais expérimentaux de qualification des ancrages, une loi de comportement macroscopique a été proposée. La formulation et l'identification de cette loi sont également réalisées à l'aide d'essais numériques complémentaires de type discret. La modélisation par éléments discrets a été utilisée comme support pour l'identification du modèle macroscopique du comportement de l'ancrage. Elle prend en compte le comportement mécanique du béton, le fonctionnement des interfaces acier-béton, etc. Ce modèle a ensuite été ajusté afin de reproduire les essais disponibles au CSTB en chargement statique et de réaliser des essais complémentaires. Cette étape nous a permis d'identifier les variables internes importantes pour la loi de comportement macroscopique. La validation de cette démarche a été effectuée par comparaison avec les essais de qualification disponibles au CSTB.

Après la mise en œuvre du modèle macroscopique, il est nécessaire de implémenter dans le logiciel «CAST3M» afin de réaliser des simulations numériques par la méthode des éléments finis du comportement d'ouvrage, sous séisme notamment, en tenant compte de la présence d'ancrages de type goujon dans la structure étudiée.

## 6.3 Perspectives

Au cours de ce travail de thèse, nous avons évalué le comportement d'un ancrage de type goujon en utilisant une approche de modélisation à deux échelles. Malgré l'intérêt de la démarche scientifique adoptée dans cette recherche, des améliorations et des perspectives sont nécessaires et indisponibles.

### 6.3.1 L'utilisation de DEAP comme outil d'expérimentation numérique :

Au cours de cette thèse, nous nous sommes limités à l'évaluation du comportement d'ancrages scellés dans un support en béton de type goujon sous chargement monotone. Ce choix a été adopté en raison de la simplicité de reproduction de la géométrie d'un goujon sous DEAP, du mode de fonctionnement et de tenue de ce type d'ancrage et de la disponibilité d'un essai physique. Au final, plusieurs points importants ne sont pas abordés et traités dans ce travail de thèse. Par exemple, l'étude d'autres types d'ancrages (chevilles à expansion, chevilles à verrouillage de forme, etc.) et de chargement (cyclique, cisaillement, etc.) n'est pas réalisée du fait de la difficulté de représenter le comportement de ce type d'ancrage et notamment des nombreuses liaisons entre les différentes pièces de ces chevilles. La prise en compte de ces points est essentielle afin de compléter la formulation et l'identification de la loi de comportement en variables généralisées. Par conséquent, afin de consolider la démarche scientifique proposée et suivie dans cette thèse, des essais numériques complémentaires à l'échelle de l'ancrage doivent être réalisés. Une validation du modèle discret par comparaison avec les essais de qualification sismique de type C1 et C2 réalisés au CSTB sera nécessaire.

### **6.3.2 Formulation de la loi de comportement macroscopique :**

Un autre axe de travail concerne le modèle en variables généralisées proposé pour prédire les capacités des ancrages existants sous chargement sismiques. Pour ce faire, après avoir complété et terminé la formulation et l'identification de la loi de comportement, il est nécessaire d'intégrer ce nouveau modèle dans le logiciel «CAST3M». Il pourra ensuite être utilisé d'une part pour faire des analyses probabilistes de vulnérabilité sismique des fixations et d'autre part pour intégrer les ancrages dans des simulations complètes incluant à la fois la structure et les EIP.

# Annexe A

## Problématique de convergence - DEAP

Dans la description du modèle particulaire-lattice DEAP, l'algorithme de résolution globale est formé de trois boucles introduites séparément. La troisième boucle consiste à vérifier l'équilibre mécanique afin de prendre en compte l'interaction entre les particules. En effet, l'équilibre du modèle doit être vérifié à chaque fois qu'un certain effort est ajouté au problème. C'est pourquoi, lorsqu'un contact est détecté, il y aura sans doute un problème d'équilibre qui doit être résolu en tenant compte de la cohésion interne et des forces de contact. Dans le but de résoudre ce problème, des méthodes itératives ont été proposées : une prédiction des forces de contact est initialement effectuée, puis des itérations seront appliquées jusqu'à ce que l'équilibre mécanique du modèle soit atteint et que les incréments des forces de contact deviennent négligeables par rapport à la valeur des forces totales. Pour atteindre l'équilibre mécanique, la somme des forces externes  $\vec{F}_{ext}$  doit être égale à la somme des forces internes  $\vec{F}_{int}$  et avec :

$$\vec{F}_{int} = K\vec{u} \quad (\text{A.1})$$

Pour connaître le nombre d'itérations nécessaires à la vérification de l'équilibre mécanique, un problème de collision simple entre deux corps, chacun composé de deux particules, est étudié (figure A.1). La variation des forces de contact en fonction du nombre d'itérations pour cet exemple est tracée dans la figure A.2. Initialement, la matrice de rigidité globale utilisée dans l'équation A.1 est supposée être égale à la rigidité cohésive, puisque les interactions de contact sont moins importantes que celles des réseaux de poutres. De cette manière et au cours de la simulation, la force de contact, générée entre les deux particules concernées, varie entre  $F_{cont}^{max}$  et 0 après chaque itération (courbe noire pointillée sur la figure A.2). Ainsi, l'interaction est simultanément détectée puis perdue. Par conséquent, des oscillations ont été observées. Il est alors essentiel de procéder à des modifications afin de résoudre le problème de convergence.

**Relaxation numérique :** L'introduction d'une relaxation numérique est la première étape à ajouter à l'algorithme de résolution pour limiter les problèmes de convergence et éliminer les oscillations. Lorsque l'incrément de déplacement devient suffisamment grand, il est multiplié par une valeur  $h$  inférieure à 1. La relaxation numérique permet d'éviter les grands déplacements et résout par la suite les problèmes de convergence liés à la perte de contact. Elle est également capable d'améliorer la rapidité de convergence. En reprenant l'exemple des deux

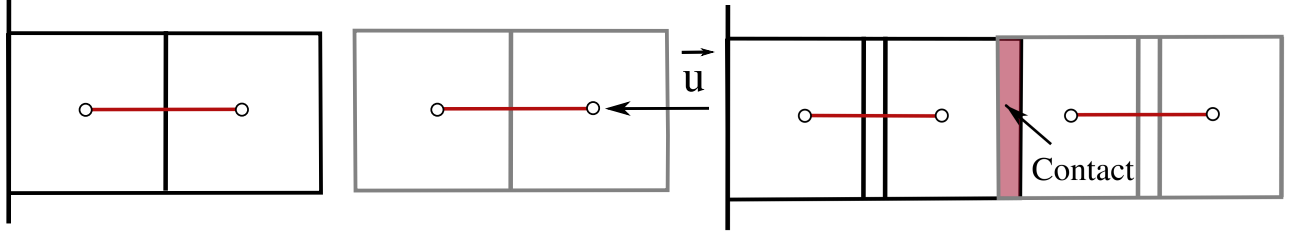


FIGURE A.1 – Exemple de deux blocs en contact pour valider la convergence de l'algorithme.

corps en contact après l'activation de la relaxation dans le modèle numérique, les oscillations n'auront plus lieu et l'équilibre mécanique entre les forces externes et internes sera atteint après 41 itérations (courbe bleue sur la figure A.2).

**Matrice de raideur de contact :** L'algorithme de résolution du problème de l'équilibre des interactions mécaniques est résolu à l'aide d'une boucle itérative. De ce fait, pour trouver la position d'équilibre, un incrément de déplacement est prédit, puis corrigé jusqu'à obtenir un critère proche de l'équilibre mécanique (équation A.2). Cette boucle permet de prendre en compte le contact : en fait, à chaque fois qu'un contact est détecté, il est indispensable de vérifier l'équilibre mécanique.

$$\Delta \vec{F} = K \Delta \vec{U} \quad (\text{A.2})$$

Après avoir résolu le problème d'oscillation par la relaxation numérique, une modification supplémentaire est ajoutée à l'algorithme de résolution itérative afin de diminuer le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre l'équilibre. Initialement, la matrice de raideur utilisée dans l'équation A.2 est la matrice de rigidité liée aux interactions cohésives. Par la suite, l'équation résolue est la suivante :

$$\Delta \vec{F} = K_{coh} \Delta \vec{U} \quad (\text{A.3})$$

Avec  $K_{coh}$  la matrice globale définie par l'ensemble des matrices de cohésion locales de taille  $6 \times 6$ . La matrice locale de cohésion  $K_{coh}^{loc,2D}$  est donnée par :

$$k_{coh}^{loc,2D} = \begin{bmatrix} \frac{E_b A_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & 0 & -\frac{E_b A_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & 0 \\ 12 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^3} & -6 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^2} & -4 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & -12 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^3} & 6 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^2} & 2 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}} \\ \frac{E_b A_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & 0 & \frac{E_b A_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & 0 \\ 12 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^3} & 0 & 0 & 0 & 12 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}^3} & 0 \\ -4 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 & 0 & 0 & -4 \frac{E_b I_{b,ij}}{l_{b,ij}} & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (\text{A.4})$$

---

Une autre méthode, proposée par Vassaux *et al.* (2016), a été envisagée et a contribué à une amélioration significative en termes de convergence. Lorsqu'une collision entre deux particules est trouvée à une itération  $i$ , la matrice de rigidité globale utilisée pour la correction de l'incrément de déplacement est actualisée à l'itération  $i + 1$  en ajoutant la contribution du contact détecté. Ainsi, la matrice de cohésion globale  $K_{coh}$  est remplacée par une matrice de cohésion et de contact  $K_{coh} + K_{cont}$ . L'équation résultante qui sera résolue est :

$$\Delta \vec{F} = K_{coh+cont} \Delta \vec{U} \quad (\text{A.5})$$

Avec  $K_{coh+cont}$  est la somme de la matrice de cohésion globale  $K_{coh}$  et la matrice de contact globale  $K_{cont}$ .

La contribution du contact a été ajoutée lors de la prédiction et a été testé dans la version précédente de DEAP2D par Vassaux *et al.* (2016). Étant donné que seulement la force de contact normale est prise en compte, la matrice de rigidité de contact locale en 2D, utilisée pour la correction des forces de contact, dépend des paramètres utilisés pour la prédiction de ces forces. La matrice de contact 2D locale  $k_{cont}^{loc,2D}$  dépend du module d'Young du matériau, du rayon des éléments de contact et du rayon équivalent de la particule. Cette matrice est représentée dans l'équation A.6. À noter que la matrice de contact globale doit être mise à jour après chaque itération.

$$k_{cont}^{loc,2D} = \begin{bmatrix} \frac{2Er_i}{r_{eq}} & 0 & 0 & -\frac{2Er_i}{r_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2Er_i}{r_{eq}} & 0 & 0 & \frac{2Er_i}{r_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (\text{A.6})$$

**Exemple :** L'exemple étudié précédemment (figure A.1) est simulé après l'ajout de la matrice de rigidité liée au contact. L'équilibre du système est atteint plus rapidement et 9 itérations sont nécessaires pour obtenir les forces de contact (figure A.2 courbe rouge).

De ce fait, l'application d'une relaxation numérique avec la matrice de rigidité du contact au système de résolution globale montre des améliorations très remarquables en termes de convergence.

La méthode de vérification de la convergence utilisée dans la version 3D de DEAP est similaire à celle proposée par Vassaux *et al.* (2016) et qui était utilisée dans la version précédente bidimensionnelle de DEAP. Lorsqu'un contact est détecté, sa contribution est ajoutée à la matrice de raideur globale en tant que matrice de rigidité associée au contact  $K_{cont}$ . La matrice de contact sécante  $K_{cont}$  est calculée en fonction du module d'Young des poutres, du rayon des éléments de contact et du rayon équivalent des deux particules en collision. La matrice de contact locale  $k_{cont}^{loc,3D}$  de taille  $12 \times 12$  s'écrit de la manière suivante :



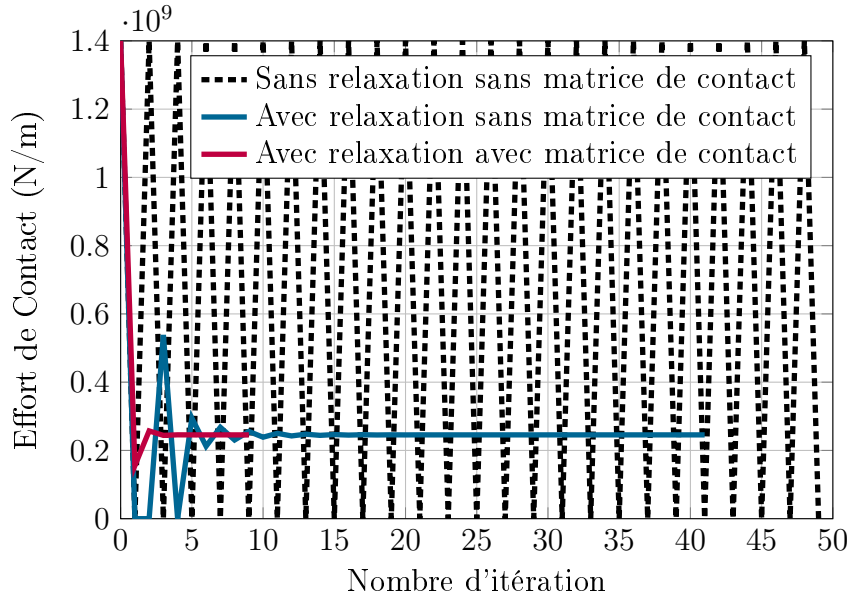


FIGURE A.2 – Influence de la relaxation numérique et de la matrice de contact sur la convergence de l’algorithme.

$$k_{cont}^{loc,3D} = \begin{bmatrix} 4\frac{E.r_i.r_j}{r_{eq}} & 0 & \dots & 0 & -4\frac{E.r_i.r_j}{r_{eq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & & & & 0 & & & \\ -4\frac{E.r_i.r_j}{r_{eq}} & 0 & \dots & 0 & 4\frac{E.r_i.r_j}{r_{eq}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{12 \times 12} \quad (A.7)$$

Précisons que, pour l’instant, la composante normale de la force de contact et sa contribution à la matrice de contact sécante sont prises en compte. Cette matrice sera multipliée ultérieurement par une matrice assurant le passage du repère local au repère global du système, puis ajoutée à la matrice de cohésion globale. Ensuite, la forme finale obtenue de la matrice de rigidité est utilisée dans la résolution de l’équilibre et l’équation résolue est la suivante :

$$\Delta \vec{F} = K_{coh+cont} \Delta \vec{U} \quad (A.8)$$

**Titre :** Étude du comportement des ancrages chevillés dans les ouvrages de génie civil des installations nucléaires françaises

**Mots clés :** Système de fixation, Modèle particulaire-lattice, Fissuration, Béton, Test d'arrachement

**Résumé :** Les systèmes d'ancrage chevillé sont utilisés pour assurer la fixation de nombreuses structures externes et d'Éléments Importants pour la Protection dans les installations nucléaires françaises. Ces systèmes servent à transmettre les efforts extérieurs de l'élément fixé vers la structure porteuse. L'évaluation du comportement des ancrages existants représente un enjeu majeur pour la sûreté, notamment en cas de séisme.

Généralement, l'étude du comportement des ancrages dans le béton se fait par des campagnes expérimentales. Cependant, celles-ci sont coûteuses et limitées par le nombre d'essais réalisés. De plus, elles ne sont pas réalisables pour requalifier les ancrages déjà installés et en arrêt de production. C'est pourquoi la simulation numérique est récemment devenue de plus en plus utile dans le domaine des fixations. Dans ce contexte, une modélisation numérique à deux échelles est proposée. La première modélisation est à l'échelle de l'ancrage où l'utilisation d'un modèle de type particulaire-lattice, nommé DEAP, est proposée pour mieux comprendre les mécanismes de rupture. Ce type de modèle permet une description fine et détaillée du comportement de l'interface entre l'ancrage et le béton ainsi que de la fissuration de ce dernier. Ensuite, une modélisation à l'échelle de la structure est réalisée. Pour ce faire, un modèle simplifié en variables généralisées est formulé et identifié à partir des résultats expérimentaux et des résultats obtenus par DEAP. Ce type de modèle macroscopique permet de simplifier la représentation du comportement non-linéaire de l'ancrage et de réduire conséquemment le temps de calcul, ce

qui permet de réaliser un nombre important de calculs pour les analyses de vulnérabilité des ouvrages de génie civil sous chargement sismique.

Au cours de ce travail de thèse, plusieurs contributions ont été réalisées notamment sous forme de développements numériques. Premièrement, une méthode de génération d'un maillage d'éléments discrets pour des géométries complexes et bien adaptée au cas de l'ancrage est proposée et développée. Deuxièmement, une nouvelle stratégie simplifiée pour la détection du contact entre l'acier et le béton en 2D ainsi qu'en 3D est mise en œuvre pour améliorer le temps de calcul. Tous ces développements ajoutés au modèle DEAP ont permis de réaliser des modélisations bidimensionnelles et tridimensionnelles d'un essai d'arrachement à l'échelle de l'ancrage. Les résultats ont permis de valider la capacité d'un modèle particulaire-lattice à reproduire le faciès de fissuration d'un test d'arrachement d'ancrage et à déterminer la force maximale de l'ancrage avant la rupture. Ensuite, sur la base des résultats expérimentaux et des simulations discrètes, une loi de comportement en variables généralisées a été formulée et identifiée. Les principaux mécanismes non-linéaires sont pris en compte dans cette loi afin de représenter le comportement réel d'un ancrage présent dans les ouvrages de génie civil. Ce modèle macroscopique simplifié est suffisamment flexible et simple pour être adapté à différents types d'ancrages. Les travaux et les contributions réalisés durant ces trois années de thèse constituent une étape importante pour des études plus approfondies sur différents types d'ancrages sous différents types d'exigences.

**Title :** Study of the behavior of fasteners in civil engineering structures in French nuclear installations

**Keywords :** Fastening system, Beam-particle model, Cracking, Concrete, Pull-out test

**Abstract :** Fastening systems are used to secure many external structures and Elements Important for Protection in French nuclear installations. They are designed to transmit the load from the fixed elements to the supporting structure. Nevertheless, the evaluation of the performance of existing fasteners is a major concern because of the safety issues that can arise if they were inappropriately chosen, especially in the case of an earthquake.

Generally, the study of the behavior of anchors in concrete is conducted through experimental campaigns. However, they are costly, time-consuming, and limited by the number of tests performed. Moreover, they are not suitable to re-qualify anchors already installed and in production phase-out. Therefore, numerical simulation has recently become more useful in the field of fasteners to understand non-linear mechanisms. In this context, the proposed scientific approach is based on two complementary modeling approaches to evaluate the behavior of fasteners under seismic loading. The first modeling is done at the fastener scale where a beam-particle model, called DEAP, is used. This type of model allows a fine and detailed description of the behavior of the interface between the anchor and the concrete as well as the cracking of the concrete. At the scale of the structure, a simplified model using generalized variables is formulated and calibrated from the experimental results and the results obtained by DEAP. This type of macroscopic model simplifies the representation of the non-linear behavior of the fasteners

and reduces the computational cost of the simulations. Thus, this model enables to perform a large number of calculations for vulnerability analyses of civil engineering structures under seismic loading.

During this thesis, several contributions have been made, notably in the form of numerical developments. First, a new procedure for generating a discrete element mesh and taking into account complex geometries, such as fastening systems, is proposed and developed. Second, a new simplified strategy for contact detection in 2D as well as in 3D is implemented to improve the computing time. All these developments added to DEAP allowed two-dimensional and three-dimensional simulations of a pull-out test at the local scale. The results validated the ability of a discrete beam-particle model to reproduce the concrete cracking patterns caused by a pull-out test and to determine the maximum force of the anchor before failure. Then, based on the experimental results and the discrete element simulations, a simplified model using generalized variables was formulated and identified. Many non-linear mechanisms were considered in this model in order to represent the complete behavior of an anchor present in civil engineering structures. This proposed macroscopic model is flexible and simple enough to be adapted to different types of anchors. The work and contributions made during these three years of thesis constitute an important step for further studies on different types of anchors under various types of loads.

# Bibliographie

- ABDELKADER, A., BAJAJ, C. L., EBEIDA, M. S., MAHMOUD, A. H., MITCHELL, S. A., OWENS, J. D. et RUSHDI, A. A. (2018). Sampling conditions for conforming voronoi meshing by the vorocrust algorithm. *LIPICs : Leibniz international proceedings in informatics*, 99.
- ABDELKADER, A., BAJAJ, C. L., EBEIDA, M. S., MAHMOUD, A. H., MITCHELL, S. A., OWENS, J. D. et RUSHDI, A. A. (2020). Vorocrust : Voronoi meshing without clipping. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 39(3):1–16.
- ABRAMIAN, S., DESMORAT, B., DESMORAT, R., KOLEV, B. et OLIVE, M. (2020). Recovering the normal form and symmetry class of an elasticity tensor. *Journal of Elasticity*, 142(1):1–33.
- ACI-355.2-07 (2007). American concrete institute, qualification of post-installed mechanical anchors in concrete and commentary, michigan.
- ALFAIATE, J., PIRES, E. et MARTINS, J. (1997). A finite element analysis of non-prescribed crack propagation in concrete. *Computers & Structures*, 63(1):17–26.
- ALONSO-MARROQUIN, F. (2008). Spheropolygons : A new method to simulate conservative and dissipative interactions between 2d complex-shaped rigid bodies. *EPL (Europhysics Letters)*, 83(1):14001.
- ALONSO-MARROQUÍN, F. et WANG, Y. (2009). An efficient algorithm for granular dynamics simulations with complex-shaped objects. *Granular Matter*, 11(5):317–329.
- ANDRÉ, D., IORDANOFF, I., CHARLES, J.-l. et NÉAUPORT, J. (2012). Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 213:113–125.
- ASAHINA, D. et BOLANDER, J. (2011). Voronoi-based discretizations for fracture analysis of particulate materials. *Powder Technology*, 213(1-3):92–99.
- BACKUS, G. (1970). A geometrical picture of anisotropic elastic tensors. *Reviews of geophysics*, 8(3):633–671.
- BAGI, K. (1996). Stress and strain in granular assemblies. *Mechanics of materials*, 22(3):165–177.
- BARBOSA-CARRILLO, R. E. (1990). *Discrete element models for granular materials and rock masses*. Thèse de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- BELYTSCHKO, T. et NEAL, M. O. (1991). Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and lagrangian methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 31(3):547–572.
- BELYTSCHKO, T. et YEh, I. (1993). The splitting pinball method for contact-impact problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 105(3):375–393.

- 
- BLOCK, K. et DREIER, F. (2002). Dübelbefestigungen bei ermüdungsrelevanten einwirkungen (anchorages under fatigue loading). *DIBt Mitteilungen*, 4(2002):98–105.
- BOLANDER, J. et SAITO, S. (1998). Fracture analyses using spring networks with random geometry. *Engineering Fracture Mechanics*, 61(5-6):569–591.
- CAMBOU, B., DUBUJET, P. et NOUGUIER-LEHON, C. (2004). Anisotropy in granular materials at different scales. *Mechanics of materials*, 36(12):1185–1194.
- CEB (1995). Comité euro-international du béton, design of fastenings in concrete. pages 1–144, Bulletin 226.
- CHAN, N. (2021). *Étude de la variabilité expérimentale et modélisation discrète du comportement des matériaux cimentaires : effet combiné du séchage et d'un chargement mécanique*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay, Gif-sur-Yvette, Essonne.
- CHENG, S.-W., DEY, T. K. et SHEWCHUK, J. (2012). *Delaunay mesh generation*. CRC Press.
- CUNDALL, P. et STRACK, O. (1983). Modeling of microscopic mechanisms in granular material. *In Studies in Applied mechanics*, volume 7, pages 137–149. Elsevier.
- CUNDALL, P. A. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model—part i. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, volume 25, pages 107–116. Elsevier.
- CUNDALL, P. A. et STRACK, O. D. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1):47–65.
- CUSATIS, G., BAŽANT, Z. P. et CEDOLIN, L. (2006). Confinement-shear lattice csl model for fracture propagation in concrete. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(52):7154–7171.
- D'ADDETTA, G. A., KUN, F. et RAMM, E. (2002). On the application of a discrete model to the fracture process of cohesive granular materials. *Granular matter*, 4(2):77–90.
- DAVENNE, L. (1998). Analysis of seismic response of reinforced concrete frames with macro-elements. *In 11th European Conference on Earthquake Engineering*.
- DAVIE, C. et BIĆANIC, N. (2003). Failure criteria for quasi-brittle materials in lattice-type models. *Communications in numerical methods in engineering*, 19(9):703–713.
- DELAPLACE, A. (2008). Modélisation discrète appliquée au comportement des matériaux et des structures. *Mémoire d'habilitationa diriger des recherches de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan*.
- DELAPLACE, A. et DESMORAT, R. (2007). Discrete 3d model as complimentary numerical testing for anisotropic damage. *International Journal of Fracture*, 148(2):115.
- DELHOMME, F., ROURE, T., ARRIETA, B. et LIMAM, A. (2015). Static and cyclic pullout behavior of cast-in-place headed and bonded anchors with large embedment depths in cracked concrete. *Nuclear Engineering and Design*, 287:139–150.
- DELHOMME, F., ROURE, T., ARRIETA, B. et LIMAM, A. (2016). Pullout behavior of cast-in-place headed and bonded anchors with different embedment depths. *Materials and Structures*, 49(5):1843–1859.

- 
- DIETERLE, H., BOZENHARDT, A., HIRTH, W. et OPITZ, V. (1990). Load-bearing behaviour of anchors in uni-axial cracks under combined tension and shear loading.
- DONZE, F., MAGNIER, S.-A., DAUDEVILLE, L., MARIOTTI, C. et DAVENNE, L. (1999). Numerical study of compressive behavior of concrete at high strain rates. *Journal of engineering mechanics*, 125(10):1154–1163.
- DUNBAR, D. et HUMPHREYS, G. (2006). A spatial data structure for fast poisson-disk sample generation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 25(3):503–508.
- EAD 330232-00-0601 (2016). Mechanical fasteners for use in concrete, ojeu 2016/c 459/08, brussels : European organisation for technical assessment.
- EIBL, J. et KEINTZEL, E. (1989a). Behavior of anchors under high speed impact and reversed cyclic loads, institut für massivbau und baustofftechnologie, universität karlsruhe, germany.
- EIBL, J. et KEINTZEL, E. (1989b). Loading of fastenings under dynamic loads, universität karlsruhe, institut für massivbau und baustofftechnologie.
- ELIÁŠ, J. (2016). Adaptive technique for discrete models of fracture. *International Journal of Solids and Structures*, 100:376–387.
- ELIÁŠ, J. (2017). Boundary layer effect on behavior of discrete models. *Materials*, 10(2):157.
- ELIÁŠ, J. (2020). Elastic properties of isotropic discrete systems : Connections between geometric structure and poisson’s ratio. *International Journal of Solids and Structures*, 191:254–263.
- ELIGEHAUSEN, R. (1991). Behavior, design and testing of anchors in cracked concrete.
- ELIGEHAUSEN, R. et BALOGH, T. (1995). Behavior of fasteners loaded in tension in cracked reinforced concrete. *Structural Journal*, 92(3):365–379.
- ELIGEHAUSEN, R., LOTZE, D. et SAWADE, G. (1986). Investigation of the probability that anchors are located in cracks.
- ELIGEHAUSEN, R., MALLÉE, R. et SILVA, J. F. (2006). *Anchorage in concrete construction*, volume 10. John Wiley & Sons.
- ELIGEHAUSEN, R., MATTIS, L., WOLLMERSHAUSER, R. et HOEHLER, M. S. (2004). Testing anchors in cracked concrete. *Concrete international*, 26(7):66–71.
- EN 1992-4 (2018). *Eurocode 2 : Design of concrete structures - Part 4 : Design of fastenings for use in concrete. European Committee for Standardization (CEN) ; EN 1992-4 ; 2018.*
- EOTA TR 048 (August 2016). Details of tests for post-installed fasteners in concrete. european organization for technical approvals (eota), technical report no. 48, brussels, belgium.
- EOTA TR 049 (2016). Technical report 049 :2016-08 post-installed fasteners in concrete under seismic action ; european organisation for technical assessment, brussels, belgium.
- ETAG001, E. (2013). Metal anchors for use in concrete.
- ETSE, G. (1998). Finite element analysis of failure response behavior of anchor bolts in concrete. *Nuclear Engineering and design*, 179(2):245–252.
- FAVIER, J., ABBASPOUR-FARD, M., KREMMER, M. et RAJI, A. (1999). Shape representation of axi-symmetrical, non-spherical particles in discrete element simulation using multi-element model particles. *Engineering computations*.

- 
- FENG, Y. et OWEN, D. (2004). A 2d polygon/polygon contact model : algorithmic aspects. *Engineering Computations*.
- FLÉJOU, J. (1993). *Comportement dynamique des structures de génie civil avec liaison semirigides*. Thèse de doctorat, Thèse de doctorat.
- FRAGA FILHO, C., SCHUINA, L. et PORTO, B. (2020). An investigation into neighbouring search techniques in meshfree particle methods : An evaluation of the neighbour lists and the direct search. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 27(4):1093–1107.
- FRANCOIS, M., GEYMONAT, G. et BERTHAUD, Y. (1998). Determination of the symmetries of an experimentally determined stiffness tensor : application to acoustic measurements. *International journal of solids and structures*, 35(31-32):4091–4106.
- FUCHS, W. et ELIGEHAUSEN, R. (1995). Cc-method for determination of the concrete failure load of fastenings, no. 1, pp. 6–9, no. 2, pp. 38–44, no.3, pp. 73–76.
- FUCHS, W., ELIGEHAUSEN, R. et BREEN, J. E. (1995). Concrete capacity design (ccd) approach for fastening to concrete. *Structural Journal*, 92(1):73–94.
- FURCHE, J. (1987). Versuchseinrichtung zur prüfung von in rissen verankerten dübeln und erste versuche an parallelrisskörpern (test setup for the testing of fasteners in cracks and initial tests in parallel cracks). *Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart*.
- G. NEZAMI, E., MA HASHASH, Y., ZHAO, D. et GHABOUSSI, J. (2006). Shortest link method for contact detection in discrete element method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(8):783–801.
- GALINDO-TORRES, S., MUÑOZ, J. et ALONSO-MARROQUIN, F. (2010). Minkowski-voronoi diagrams as a method to generate random packings of spheropolygons for the simulation of soils. *physical review E*, 82(5):056713.
- GAZIS, D., TADJBAKHSI, I. et TOUPIN, R. (1963). The elastic tensor of given symmetry nearest to an anisotropic elastic tensor. *Acta Crystallographica*, 16(9):917–922.
- GONTARZ, J., PODGÓRSKI, J. et SIEGMUND, M. (2018). Comparison of crack propagation analyses in a pull-out test. *In AIP Conference Proceedings*, volume 1922, page 130011. AIP Publishing LLC.
- GRANGE, S., KOTRONIS, P. et MAZARS, J. (2009). A macro-element to simulate dynamic soil-structure interaction. *Engineering Structures*, 31(12):3034–3046.
- GRASSL, P., GRÉGOIRE, D., SOLANO, L. R. et PIJAUDIER-CABOT, G. (2012). Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 49(13):1818–1827.
- GUILLET, T. (2011). Behavior of metal anchors under combined tension and shear cycling loads. *ACI Structural Journal*, 108(3).
- HAN, K., PERIC, D., CROOK, A. et OWEN, D. (2000). A combined finite/discrete element simulation of shot peening processes—part i : studies on 2d interaction laws. *Engineering Computations*.
- HENTZ, S., DAUDEVILLE, L. et DONZÉ, F. V. (2004). Identification and validation of a discrete element model for concrete. *Journal of engineering mechanics*, 130(6):709–719.
- HERRMANN, H. J., HANSEN, A. et ROUX, S. (1989). Fracture of disordered, elastic lattices in two dimensions. *Physical Review B*, 39(1):637.

- 
- HOEHLER, M. S. et ELIGEHAUSEN, R. (2008a). Behavior and testing of anchors in simulated seismic cracks. *ACI Structural Journal*, 105(3):348.
- HOEHLER, M. S. et ELIGEHAUSEN, R. (2008b). Behavior of anchors in cracked concrete under tension cycling at near-ultimate loads. *ACI Structural Journal*, 105(5):601.
- HOGUE, C. et NEWLAND, D. (1994). Efficient computer simulation of moving granular particles. *Powder Technology*, 78(1):51–66.
- HRENNIKOFF, A. (1941). Solution of problems of elasticity by the framework method. *J. appl. Mech.*
- JANG, J. et SUH, Y. (2006). The experimental investigation of a crack's influence on the concrete breakout strength of a cast-in-place anchor. *Nuclear engineering and design*, 236(9):948–953.
- JERIER, J.-F., IMBAULT, D., DONZE, F.-V. et DOREMUS, P. (2009). A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11(1):43–52.
- JIN, F., XIN, H., ZHANG, C. et SUN, Q. (2011). Probability-based contact algorithm for non-spherical particles in dem. *Powder technology*, 212(1):134–144.
- JOHNSON, K. L. et JOHNSON, K. L. (1987). *Contact mechanics*. Cambridge university press.
- KIM, S.-Y., YU, C.-S. et YOON, Y.-S. (2004). Sleeve-type expansion anchor behavior in cracked and uncracked concrete. *Nuclear Engineering and Design*, 228(1-3):273–281.
- KWON, G., ENGELHARDT, M. D. et KLINGNER, R. E. (2010). Behavior of post-installed shear connectors under static and fatigue loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 66(4):532–541.
- LA BORDERIE, C. (1991). *Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : Modélisation et application à l'analyse de structures en béton*. Thèse de doctorat, Paris 6.
- LIN, Z., ZHAO, J. et PETERSEN, D. (2013). Failure analysis of anchors in shear under simulated seismic loads. *Engineering Failure Analysis*, 31:59–67.
- LOTZE, D. (1987). Investigation on the probability that anchors are located in cracks – influence of a transverse reinforcement, report no. 1/24-87/6, institut für werkstoffe im bauwesen, universität stuttgart.
- LOTZE, D. et FAORO, M. (1988). Rißbreitenentwicklung und dübelverschiebung bei veränderlicher bauteilbelastung (width development and fastener displacement under varying building component loads). Rapport technique, Report No. 1/28-88/3.
- LU, M. et MCDOWELL, G. (2007). The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method. *Granular matter*, 9(1-2):69.
- MAHADIK, V., SHARMA, A. et HOFMANN, J. (2016). Inelastic seismic behavior of post-installed anchors for nuclear safety related structures : Generation of experimental database. *Nuclear Engineering and Design*, 297:231–250.
- MAHRENHOLTZ, C. et ELIGEHAUSEN, R. (2013). Dynamic performance of concrete undercut anchors for nuclear power plants. *Nuclear Engineering and Design*, 265:1091–1100.
- MAHRENHOLTZ, P. (2013). *Experimental performance and recommendations for qualification of post-installed anchors for seismic applications*.



- 
- MAHREHOLTZ, P. et ELIGEHAUSEN, R. (2015). Post-installed concrete anchors in nuclear power plants : Performance and qualification. *Nuclear Engineering and Design*, 287:48–56.
- MAHREHOLTZ, P., ELIGEHAUSEN, R., HUTCHINSON, T. C. et HOEHLER, M. S. (2016). Behavior of post-installed anchors tested by stepwise increasing cyclic load protocols. *ACI structural journal*, 113(5):997.
- MALHOTRA, P. K. (2002). Cyclic-demand spectrum. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 31(7):1441–1457.
- MAZARS, J. (1984). Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de docteur des sciences présentée à l'université Pierre et Marie curie - Paris 6*.
- MESZAROS, J. et ELIGEHAUSEN, R. (1994). Load-bearing behavior of anchors not suitable for use in cracked concrete. part 5 : Behavior under constant axial load and simultaneous reversed cyclic shear load, report no. 1/63-94/9, institut für werkstoffe im bauwesen, universität stuttgart, germany.
- MOAKHER, M. et NORRIS, A. N. (2006). The closest elastic tensor of arbitrary symmetry to an elasticity tensor of lower symmetry. *Journal of Elasticity*, 85(3):215–263.
- MOUKARZEL, C. et HERRMANN, H. (1992). A vectorizable random lattice. *Journal of Statistical Physics*, 68(5):911–923.
- MOUTOUSSAMY, L. (2013). *Essais hybrides temps réel sur structures de génie civil*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- NEZAMI, E. G., HASHASH, Y. M., ZHAO, D. et GHABOUSSI, J. (2004). A fast contact detection algorithm for 3-d discrete element method. *Computers and Geotechnics*, 31(7):575–587.
- NGUYEN, T. T. H. (2012). *Analyses du comportement de rupteurs thermiques sous sollicitations sismiques*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- NIENSTEDT, J. et DIETRICH, C. (1995). Application of the finite element method to anchoring technology in concrete. *Fracture mechanics of concrete structures (ed FH Wittmann), Aedificatio Publishers, Freiburg/Breisgau, Germany*, 1914:1909–1914.
- NIENSTEDT, J. et MATTNER, R. (2001). Three-dimensional modeling of anchoring systems in concrete. *Fracture mechanics of concrete structures*, pages 1021–1026.
- NIKOLIĆ, M., KARAVELIĆ, E., IBRAHIMBEGOVIC, A. et MIŠČEVIĆ, P. (2018). Lattice element models and their peculiarities. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 25(3):753–784.
- NILFOROUSH, R. (2017). *Anchorage in Concrete Structures : Numerical and Experimental Evaluations of Load-Carrying Capacity of Cast-in-Place Headed Anchors and Post-Installed Adhesive Anchors*. Thèse de doctorat, Luleå University of Technology.
- NILFOROUSH, R., NILSSON, M., ELFGREN, L., OŽBOLT, J., HOFMANN, J. et ELIGEHAUSEN, R. (2017). Influence of surface reinforcement, member thickness and cracked concrete on tensile capacity of anchor bolts. *ACI Structural Journal*, 114(6):1543–1556.
- NILSSON, M., OHLSSON, U. et ELFGREN, L. (2011). Effects of surface reinforcement on bearing capacity of concrete with anchor bolts. *Nordic Concrete Research*, 2011(44):161–174.
- OKADA, T. et SEKI, M. (1984). Nonlinear earthquake response of equipment anchored on r/c building floor. *Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco*, pages 1151–1158.

- 
- OLIVER-LEBLOND, C. (2019). Discontinuous crack growth and toughening mechanisms in concrete : A numerical study based on the beam-particle approach. *Engineering Fracture Mechanics*, 207:1–22.
- OLIVER-LEBLOND, C., DELAPLACE, A., RAGUENEAU, F. et RICHARD, B. (2013). Non-intrusive global/local analysis for the study of fine cracking. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 37(8):973–992.
- OLIVER-LEBLOND, C., DESMORAT, R. et KOLEV, B. (2021). Continuous anisotropic damage as a twin modelling of discrete bi-dimensional fracture. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 89:104285.
- O’ROURKE, J., CHIEN, C.-B., OLSON, T. et NADDOR, D. (1982). A new linear algorithm for intersecting convex polygons. *Computer graphics and image processing*, 19(4):384–391.
- OZBOLT, J., ASMUS, J. et JEBARA, K. (1999). Splitting of concrete block caused by inside pressure-failure mechanism and size effect. *Mechanics of Quasi-Brittle Materials and Structures. HERMES*, pages 272–288.
- OŽBOLT, J. et BAŽANT, Z. (1996). Numerical smeared fracture analysis : Nonlocal microcrack interaction approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39(4): 635–661.
- OZBOLT, J. et ELIGEHAUSEN, R. (1993). Fastening elements in concrete structures-numerical simulations.
- REHM, G., ELIGEHAUSEN, R. et MALLÉE, R. (1988). Befestigungstechnik (fixing technology).
- REHM, G. et LEHMANN, R. (1982). Untersuchungen mit metallspreizdübeln in der gerissenen zugzone von stahlbetonbauteilen (investigations with metal expansion anchors in cracked reinforced concrete). *FMPA, Universität Stuttgart*.
- RICHARD, N., DAUDEVILLE, L. et DAVENNE, L. (1999). Simulation par éléments finis de la réponse sismique de murs de contreventement de structures à ossature en bois. In *Génie parasismique et réponse dynamique des ouvrages (Cachan, 19-21 octobre 1999)*, pages 574–582.
- RICHEFEU, V. (2019). *(Géo-) Mécanique Discrète*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale IMEP2.
- RODRIGUEZ, M., ZHANG, Y.-g., LOTEZ, D., GRAVES III, H. L. et KLINGNER, R. E. (1997). Dynamic behaviour of anchors in cracked and uncracked concrete : a progress report. *Nuclear engineering and design*, 168(1-3):23–34.
- ROTHENBURG, L. et BATHURST, R. J. (1991). Numerical simulation of idealized granular assemblies with plane elliptical particles. *Computers and geotechnics*, 11(4):315–329.
- SANDS, C. M. (2016). An irregular lattice model to simulate crack paths in bonded granular assemblies. *Computers & Structures*, 162:91–101.
- ŠAVIJA, B., PACHECO, J. et SCHLANGEN, E. (2013). Lattice modeling of chloride diffusion in sound and cracked concrete. *Cement and Concrete Composites*, 42:30–40.
- SCHLANGEN, E. et GARBOCZI, E. (1996). New method for simulating fracture using an elastically uniform random geometry lattice. *International journal of engineering science*, 34(10):1131–1144.
- SCHLANGEN, E. et VAN MIER, J. (1992). Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites. *Cement and concrete composites*, 14(2):105–118.

- 
- STEHLE, E. J. et SHARMA, A. (2020). A new displacement-based approach for pulsating tension load tests of post-installed anchors for the use in structural applications under seismic actions. *Engineering Structures*, 211:110431.
- TANG, C. (1997). Numerical simulation of progressive rock failure and associated seismicity. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(2):249–261.
- TANG, J. et DEANS, J. (1983). Test criteria and method for seismic qualification of concrete expansion anchors. In *Proceedings of the Fourth Canadian Conference on Earthquake Engineering*, pages 58–69. University of British Columbia Vancouver, Canada.
- TILLEMANS, H.-J. et HERRMANN, H. J. (1995). Simulating deformations of granular solids under shear. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 217(3-4):261–288.
- TING, J. M., KHWAJA, M., MEACHUM, L. R. et ROWELL, J. D. (1993). An ellipse-based discrete element model for granular materials. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 17(9):603–623.
- TING, J. M., MEACHUM, L. et ROWELL, J. D. (1995). Effect of particle shape on the strength and deformation mechanisms of ellipse-shaped granular assemblages. *Engineering Computations*.
- TRAN, T. X. et NELSON, R. B. (1996). Analysis of disjoint two-dimensional particle assemblies. *Journal of engineering mechanics*, 122(12):1139–1148.
- UCHIDA, Y., ROKUGO, K. et KOYANAGI, W. (1993). Numerical analysis of anchor bolts embedded in concrete plates. *Fracture and damage of concrete and rock-FDCR-2*, pages 598–607.
- USAMI, S., ABE, U. et MATSUZAKI, Y. (1980). Experimental study on the strength of headed anchor bolts under alternate shear load and combined load (shear and axial). In *Proceedings of the Annual Meeting of the Kantou Branch of the Architectural Institute of Japan, Architectural Institute of Japan, Tokyo, Japan*.
- VASSAUX, M. (2015). *Comportement mécanique des matériaux quasi-fragiles sous sollicitations cycliques : de l'expérimentation numérique au calcul de structures*. Thèse de doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- VASSAUX, M., OLIVER-LEBLOND, C., RICHARD, B. et RAGUENEAU, F. (2016). Beam-particle approach to model cracking and energy dissipation in concrete : Identification strategy and validation. *Cement and Concrete Composites*, 70:1–14.
- VASSAUX, M., RAGUENEAU, F., RICHARD, B. et MILLARD, A. (2014). Compressive behavior of a lattice discrete element model for quasi-brittle materials. *Computational Modelling of Concrete Structures*, 1:335–344.
- VASSAUX, M., RICHARD, B., RAGUENEAU, F., MILLARD, A. et DELAPLACE, A. (2015). Lattice models applied to cyclic behavior description of quasi-brittle materials : advantages of implicit integration. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 39(7):775–798.
- VINTZÉLEOU, E. et ELIGEHAUSEN, R. (1991). Behaviour of fasteners under monotonic or cyclic shear displacements.
- WALTER, H. (1999). *Modélisation 3D par éléments finis du contact avec frottement et de l'endommagement du béton : application à l'étude de fixations ancrées dans une structure en béton*. Thèse de doctorat, Lyon, INSA.

- 
- WALTER, H., BAILLET, L. et BRUNET, M. (1997). Contact analysis for the modelling of anchors in concrete structures. *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 14.
- WANG, L., PARK, J.-Y. et FU, Y. (2007). Representation of real particles for dem simulation using x-ray tomography. *Construction and Building Materials*, 21(2):338–346.
- WIDOM, B. (1966). Random sequential addition of hard spheres to a volume. *The Journal of Chemical Physics*, 44(10):3888–3894.
- XU, C., HEPING, C., BIN, L. et FANGFANG, Z. (2011). Modeling of anchor bolt pullout in concrete based on a heterogeneous assumption. *Nuclear engineering and design*, 241(5):1345–1351.
- YAN, D.-M., WANG, W., LÉVY, B. et LIU, Y. (2010). Efficient computation of 3d clipped voronoi diagram. In *International Conference on Geometric Modeling and Processing*, pages 269–282. Springer.
- YIP, M., MOHLE, J. et BOLANDER, J. (2005). Automated modeling of three-dimensional structural components using irregular lattices. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 20(6):393–407.
- ZHAO, D., NEZAMI, E. G., HASHASH, Y. M. et GHABOUSSI, J. (2006). Three-dimensional discrete element simulation for granular materials. *Engineering Computations*.
- ZHU, R., ALAM, S. Y. et LOUKILI, A. (2019). A comprehensive approach for mesoscale discrete element modelling of mechanical and fracture behavior of concrete. *Granular Matter*, 21(1):1–19.
- ZHU, Y., SHUKLA, A. et SADD, M. H. (1996). The effect of microstructural fabric on dynamic load transfer in two dimensional assemblies of elliptical particles. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(8):1283–1303.