HAL open science

Modélisation discrète de la rupture quasi-fragile : proposition d'un modèle d'endommagement pour les poutres de lattice

Margaux Sage

▶ **To cite this version:**

Margaux Sage. Modélisation discrète de la rupture quasi-fragile : proposition d'un modèle d'endommagement pour les poutres de lattice. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2021. Français. NNT : 2021BORD0352 . tel-03517007

HAL Id: tel-03517007

https://theses.hal.science/tel-03517007

Submitted on 7 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

université de BORDEAUX

THÈSE PRÉSENTÉE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

École doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

Spécialité "Mécanique"

Par **Margaux SAGE**

Modélisation discrète de la rupture quasi-fragile : proposition d'un modèle d'endommagement pour les poutres de lattice

Sous la direction de : **Stéphane MOREL**
et co-encadrée par: Jérémie Girardot et Jean-Benoît Kopp

Soutenue le 07 décembre 2021

Membres du jury :

M. Fabrice GATUINGT	Professeur des universités	LMT, ENS Paris-Saclay	Président
M. Yann MALECOT	Professeur des universités	3SR, Université Grenoble Alpes	Rapporteur
M. Syed Yasir ALAM	Maitre de Conférences	GeM, Ecole Centrale de Nantes	Rapporteur
M. Gilles PIJAUDIER-CABOT	Professeur des universités	LFCR, Université de Pau	Examinateur
M. Stéphane MOREL	Professeur des universités	I2M, Université de Bordeaux	Directeur
M. Jérémie GIRARDOT	Ingénieur-Chercheur	I2M, ENSAM	Co-encadrant
M. Jean-Benoît KOPP	Maitre de Conférences	I2M, ENSAM	Co-encadrant

Résumé

Bien que de nombreux travaux se soient intéressés à la modélisation des mécanismes de rupture des matériaux fragiles et quasi-fragiles, des lacunes dans la compréhension des processus de rupture persistent. Dans le but de progresser sur la compréhension de ces mécanismes, le travail de recherche mené dans le cadre de cette thèse consiste en la combinaison de plusieurs méthodes largement utilisées pour modéliser les problèmes de rupture. En effet, le modèle développé dans cette thèse s'inspire de la mécanique non linéaire de la rupture, en particulier les modèles de zone cohésive, couplée à une méthode numérique discrète. Ce modèle consiste en particulier en l'introduction, dans le code aux éléments discrets GranOO, d'un lien cohésif de type poutre endommageable de lattice dont l'endommagement et par conséquent la rupture sont pilotés énergétiquement. Les équations issues de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli régissant le comportement des liens sont ainsi enrichies d'une phase adoucissante, inspirée des modèles de zone cohésive, s'appuyant sur une équivalence entre les cinématiques de la poutre d'Euler-Bernoulli et les modes de ruptures conventionnels. Cette équivalence conduit à la définition de deux pseudo-modes de rupture. Le premier nommé pseudo Mode I est basé sur l'élongation du premier ordre de la poutre de lattice liée aux sollicitations de traction tandis que le pseudo Mode II est quant à lui basé sur les élongations du second ordre engendrées par les sollicitations de flexion, cisaillement et torsion. Le caractère atypique de ce modèle a mené à de solides phases de calibration et validation. Dans un premier temps, le modèle est testé par l'intermédiaire de deux essais, un essai de traction simple et un essai de compression simple menés sur un matériau quasi-fragile de type mortier (béton de sable). La modélisation de l'essai de compression montre alors une prédisposition du modèle à rendre compte de l'effet des conditions aux limites de l'essai sur les chemins de fissuration qui sera plus amplement vérifiée par la suite. Dans un second temps, le modèle est éprouvé via la simulation d'un essai de traction-compression et d'un essai brésilien permettant de vérifier la capacité du modèle à rendre compte respectivement de l'effet unilatéral et de la cinétique de propagation de fissure. Enfin, le modèle de poutre endommageable de lattice est confronté à des essais expérimentaux plus complexes. D'une part, les différents essais proposés dans le benchmark Carpiuc sont simulés. La simulation d'éprouvettes de mortier entaillées soumises à des sollicitations simultanées de traction, cisaillement et flexion permettent d'évaluer les capacités du modèle à décrire des chemins de fissuration (bifurcation et branchement) et des cinétiques de ces chemins cohérents avec les résultats expérimentaux. Enfin, un essai de Traction-Compression cyclé sur une éprouvette de béton entaillée est simulé. Les mécanismes de refermeture de fissure et l'effet unilatéral sont décrits de manière satisfaisante.

Mots clés : Méthodes aux éléments discrets, Endommagement, Critère énergétique, Rupture quasi-fragile

Abstract

Although much work has been done on modelling the failure mechanisms of brittle and quasi-brittle materials, gaps in the understanding of failure processes persist. In order to make progress on the comprehension of these mechanisms, the research work carried out within the framework of this thesis consists in combining several methods widely used to model fracture problems. Indeed, the model developed in this thesis is inspired by nonlinear fracture mechanics, in particular the cohesive zone models, coupled with a discrete numerical method. This model consists in particular in the introduction, in the discrete element code GranOO, of a cohesive link of the damageable beam type, whose damage and consequently the failure are energetically controlled. The equations derived from the Euler-Bernoulli beam theory governing the behaviour of the links are thus enriched with a softening phase, inspired by cohesive zone models, based on an equivalence between the kinematics of the Euler-Bernoulli beam and the conventional failure modes. This equivalence leads to the definition of two pseudo failure modes. The first one, called pseudo Mode I, is based on the first order elongation of the lattice beam due to tensile stresses, while pseudo Mode II is based on the second order elongations generated by bending, shear and torsion stresses. The atypical character of this model led to a quick calibration and validation phase. In the first stage, the model is tested by means of two tests, a simple tensile test and a simple compression test on a quasi-fragile material of mortar type (sand concrete). The modelling of the compression test then shows a predisposition of the model to account for the effect of the test boundary conditions on the cracking paths, which will be further verified later. In a second step, the model is tested through the simulation of a tension-compression test and a Brazilian test, verifying the ability of the model to account for the unilateral effect and the kinetics of crack propagation respectively. Finally, the damageable lattice beam model is confronted with more complex experimental tests. On the one hand, the different tests proposed in the Carpiuc benchmark are simulated. The simulation of notched mortar specimens subjected to simultaneous tensile, shear and bending stresses allows to evaluate the capacities of the model to describe cracking paths (bifurcation and branching) and kinetics of these paths consistent with the experimental results. Finally, a cyclic tension-compression test on a notched concrete specimen is simulated. The mechanisms of crack reclosure and the unilateral effect are described in a satisfactory manner.

Keywords: discrete elements, energetic criterion, dynamic fracture, quasi-brittle fracture

Remerciements

Je tiens à remercier, tout d'abord, l'ensemble des membres du jury pour l'intérêt porté à mes travaux. Je remercie, en particulier, Yann Malecot et Sied Yasir Alam pour avoir accepté de rapporter mes travaux de thèse. Je remercie également Fabrice Gatuingt d'avoir présidé ce jury de thèse. Enfin je remercie Gilles Pijaudier-Cabot pour sa participation en qualité d'examinateur.

Je souhaite également remercier mes encadrants Jérémie Girardot et Jean-Benoit Kopp ainsi que mon directeur de thèse Stéphane Morel, sans qui tout cela n'aurait été possible. Je vous remercie d'avoir, dans un premier temps, parié sur moi, mais aussi pour m'avoir apporté des points de vue différents et enrichissants aussi bien au niveau expérimental que numérique.

Cette thèse a été un long voyage de trois ans durant lesquels j'ai évolué au sein de deux départements DuMas et GCE de l'Institut de mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux. Je tiens à adresser un remerciement aux membres de ces deux départements qui m'ont accompagnés agréablement, en particulier les doctorants et post-doctorants avec qui j'ai pu partager mon bureau.

Côté personnel, je remercie mes amis qui m'ont soutenue tout au long de ces trois années, malgré pour certains la distance qui nous sépare. Merci d'avoir répondu présents à chaque fois que j'en ai eu besoin et de m'avoir offert des moments d'évasion précieux.

Je remercie ma famille, mes parents et ma sœur pour leur soutien indéfectible, depuis toujours, et durant ces années de thèse, plus particulièrement pour leur travail de relecture attentionné.

Enfin, un grand merci, à toi Maxime, à notre Stark, pour votre amour et votre soutien au quotidien qui m'ont permis d'achever ces trois années.

Contents

Liste des figures **ix**

Liste des tableaux **1**

Introduction Générale **4**

1 Etat de l'art **5**
1.1 Contexte 6
1.1.1 Comportement quasi-fragile des matériaux 6
1.1.2 Cas d'étude : Bétons et mortiers 8
1.2 Modélisation des phénomènes de rupture quasi-fragile 11
1.2.1 Mécanique linéaire de la rupture 12
1.2.2 Mécanique non linéaire de la rupture 14
1.2.3 Mécanique de l'endommagement 16
1.3 Méthodes numériques pour la rupture 20
1.3.1 Approche continue de la rupture quasi-fragile 21
1.3.2 Approche discrète de la rupture quasi-fragile 25
1.4 Conclusion 29

2 Modèle d'endommagement pour la méthode aux éléments discrets **31**
2.1 Principe de la méthode aux éléments discrets 32
2.2 Modèle de poutre endommageable 37
2.2.1 Mode CZM mixte 37
2.2.2 Application aux poutres DEM 39
2.3 Validation du modèle sur une poutre 44
2.4 Modélisation des mécanismes de refermeture de fissures 46
2.4.1 Ajout d'un modèle de refermeture 46
2.4.2 Modélisation des contraintes internes 47
2.5 Conclusion 50

3 Essais de caractérisation et paramètrisation du modèle **51**
3.1 Simulation d'un essai de traction simple sur cylindre 52
3.2 Simulation d'essais de compression sur cylindre 60
3.3 Simulation d'un essai Brésilien 64
3.4 Conclusion 66

4 Benchmark Carpiuc **67**
4.1 Présentation des essais du benchmark Carpiuc 68
4.1.1 Montage expérimental 68

4.1.2 Traitement des données de conditions limites 70
4.2 Simulations des essais du benchmark 72
4.2.1 Spécimens numériques et Mise en oeuvre des conditions aux limites 72
4.2.2 Résultat de l'essai sur une éprouvette simple entaille 73
4.2.3 Résultat de l'essai sur une éprouvette double entaille 74
4.2.4 Ajout de contraintes internes 78
4.2.5 Variabilité des résultats au niveau de l'amorçage et de la propagation 83
4.3 Conclusion 96

5 Modélisation d'un essai de Traction-Compression cyclé 98
5.1 Présentation de l'essai 99
5.2 Simulation numérique de l'essai 101
5.3 Ajout de contraintes internes 104
5.4 Conclusion 109

Conclusions et Perspectives 112

Bibliographie 123

Annexes 124

A Calcul de la longueur curviligne 125

B Reproduction de l'essai de traction-compression cyclé 126

List of Figures

1 Quelques exemples de phénomènes apparaissant lors de différents essais de rupture . . . 2

1.1 Représentation de la zone d'élaboration présente lors de la rupture quasi fragile [31] . . . 6
1.2 Courbes contraintes déformations caractéristiques des différents comportements mécaniques [26] . . . 8
1.3 Microstructures d'un mortier et d'un béton[57] . . . 9
1.4 Comportement du béton en traction cyclée et compression cyclée[69] . . . 10
1.5 Comportement mécanique du béton en sollicitation de traction-compression cyclée[59] . . . 10
1.6 Influence sur la contrainte au pic f_{st} du diamètre D d'une éprouvette soumise à un essai brésilien [112] . . . 11
1.7 Représentation des trois modes de rupture conventionnels[19] . . . 12
1.8 Éprouvette possédant une singularité de longueur 2a et soumise à une contrainte σ_∞ [110] . . . 12
1.9 Représentation de l'équivalence entre la courbe-R et l'énergie cohésive [32] 14
1.10 Représentation du principe de modèle de zone cohésive[66] . . . 14
1.11 Évolution des adoucissements linéaire et bi-linéaire[103] . . . 15
1.12 Essais de Traction et de compression avec le modèle d'endommagement de Mazars [85] . . . 17
1.13 Étude de la convergence du modèle d'endommagement de Mazars pour un essai de compression sur une poutre [104] . . . 18
1.14 Étude de la convergence d'un modèle d'endommagement non local pour un essai de flexion 3 points sur une poutre[104] . . . 18
1.15 Essai de flexion 3-points sur 3 maillages différents avec un modèle d'endommagement à gradient [49] . . . 19
1.16 Essai de Traction-compression et de traction simple avec un modèle d'endommagement à gradient [49] . . . 19
1.17 Schéma du crack band model pour trois maillages différents [12] . . . 20
1.18 Application des techniques de remaillage lors de la propagation d'une fissure[7] . . . 21
1.19 Représentation de l'avancée d'une fissure par la méthode XFEM [91] . . . 22
1.20 Propagation d'une fissure dans une éprouvette lors d'un essai d'Hopkinson avec la méthode XFEM[61] . . . 23
1.21 Propagation de multiples fissures avec la méthode phase-field[97] . . . 23
1.22 Simulation du phénomène de branchement numérique avec la méthode phase-field[20] . . . 24

1.23 Comparaison des résultats expérimentaux d'un essai de flexion 3 points (lignes bleue et verte) et numériques avec la méthode des éléments cohésifs (ligne rouge)[121] 24
1.24 Discrétisation du domaine pour la méthode péridynamique [67] 25
1.25 Simulation d'un branchement dynamique avec la méthode péridynamique [60] 25
1.26 Simulation d'une compression uniaxiale avec la méthode SPH [37] . . . 26
1.27 Simulation d'une multi-fissuration avec la méthode SPH[39] 26
1.28 Représentation d'un domaine d'application de la méthode aux éléments frontières [128] 27
1.29 Simulation de multiples fissures avec la méthode aux éléments frontières [36] 27
1.30 Discrétisation du domaine avec la méthode lattice[54] 27
1.31 Discrétisation du domaine avec la méthode aux éléments discrets[72] . . 28
1.32 Simulation d'un essai d'Hopkinson avec la méthode particulaire [65] . . 28
1.33 Simulation du choc d'une sphère avec la méthode aux éléments discrets [30] 29

2.1 Processus de construction d'une éprouvette en DEM [71] 32
2.2 Différents types de liens utilisés en DEM[70] 33
2.3 Schéma d'une poutre reliant deux éléments discrets du domaine 33
2.4 Courbes de calibration élastique [51] 34
2.5 Algorithme utilisé dans la plateforme de calcul GranOO [2] 35
2.6 Schéma d'une poutre déformée [3] 36
2.7 Modèles de zone cohésive en modes purs I et II 37
2.8 Représentation contrainte-déplacement du mode mixte dans l'espace des modes purs I et II 38
2.9 Schéma représentant le plan associé à la surface de Voronoi 39
2.10 Répartition de l'énergie de déformation dans le réseau de poutres [3] . . 41
2.11 Schéma représentant le mode I^* 41
2.12 Schéma représentant la contribution de torsion au mode II^* 42
2.13 Schéma représentant les contributions de cisaillement et de flexion au mode II^* 43
2.14 Schéma de la poutre sollicitée en mode mixte 44
2.15 Énergies de rupture dans une poutre en fonction du taux de mixité β . 45
2.16 Schéma des surfaces de refermeture 46
2.17 Exemple de deux éprouvettes comportant les mêmes éléments et réseau de poutres avec des taux de contraintes internes différents 48
2.18 Chemins de fissuration obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille sans zone d'amorçage imposée 49

3.1 Éprouvette cylindrique utilisée pour l'essai de traction 52
3.2 Réponse contrainte-déformation obtenue avec le modèle d'endommagement lors d'un essai de traction sur une éprouvette cylindrique 53
3.3 Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de traction . . . 54
3.4 Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction. 55

3.5 Étude de l'influence du nombre d'éléments discrets sur la réponse contrainte-déformation d'un cylindre soumis à un chargement de traction. 56
3.6 Évolution de l'erreur sur l'énergie de rupture G_f et de la contrainte au pic σ_M en fonction du nombre d'éléments discrets composant l'éprouvette cylindrique testée 57
3.7 Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction pour trois valeurs (5,8 et 10) du paramètre α 58
3.8 Schéma de deux éprouvettes cylindriques dont les dimensions diffèrent d'un rapport 2 58
3.9 Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction simulé avec le modèle d'endommagement et un critère cut-off de rupture pour les deux éprouvettes de dimensions différentes 59
3.10 Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction-compression pour trois nombres d'éléments discrets 60
3.11 Influence du paramètre α sur la réponse contrainte-déformation lors d'un essai de compression 61
3.12 Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites sans frottement au niveau des extrémités de l'éprouvette 62
3.13 Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites de frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette 62
3.14 Chemin de fissuration lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites de frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette 63
3.15 Réponses contrainte-déformation lors des essais de compression avec des conditions aux limites sans frottement et avec des frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette 63
3.16 Éprouvette soumise à un essai brésilien 64
3.17 Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai brésilien 65
3.18 Réponse contrainte-déformation obtenue lors d'un essai brésilien 66

4.1 Montage expérimental développé lors du benchmark Carpiuc[25] 69
4.2 Description du chargement imposé lors du benchmark Carpiuc [25] . . . 69
4.3 Éprouvettes 2D composées d'éléments de Voronoi 70
4.4 Schéma illustrant l'interpolation spatiale du champ de déplacement . . . 71
4.5 Évolution de la valeur du facteur correctif F_D au sein d'une éprouvette simple entaille 72
4.6 Évolution du champ d'endommagement durant l'essai sur une éprouvette simple entaille 74
4.7 Évolution du champ d'endommagement durant l'essai sur une éprouvette double entaille 76
4.8 Champ d'endommagement final lors d'un essai sur une éprouvette double entaille composée de 15 000 éléments discrets 78
4.9 Champs d'endommagement obtenus pour des valeurs de contraintes internes initiales différentes au sein d'une éprouvette simple entaille . . . 80
4.10 Champs d'endommagement obtenus pour des valeurs de contraintes internes initiales différentes au sein d'une éprouvette double entaille . . . 82

4.11 Comparaison des forces de traction et de cisaillement obtenues lors de la simulation de cinq éprouvettes simple entaille et de celles expérimentales 84
4.12 Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille sans zone d'amorçage imposée 86
4.13 Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille avec zone d'amorçage imposée 88
4.14 Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille avec zone d'amorçage imposée 90
4.15 Comparaison des forces de traction et de cisaillement obtenues lors de la simulation de cinq éprouvettes double entaille et de celles expérimentales 91
4.16 Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille sans zone d'amorçage imposée 93
4.17 Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille avec zone d'amorçage imposée 95

5.1 Schéma de l'éprouvette utilisée pour l'essai cyclique expérimental [99]. 100
5.2 Éprouvette numérique utilisée pour la simulation de l'essai cyclique. . . 100
5.3 Réponses contrainte-déformation pour un essai de Traction simple sur des éprouvettes double entaille composées de 5 000, 8 300 et 20 000 éléments discrets 101
5.4 Réponses contrainte-déformation expérimentale et de la simulation de l'essai de Traction-Compression cyclé d'une éprouvette de 5 000 éléments 102
5.5 Champ d'endommagement observé à la fin de la simulation de l'essai de Traction-Compression cyclé sur l'éprouvette de 5 000 éléments 103
5.6 Champ de déplacement vertical et chemin de fissuration observés expérimentalement dans une zone située entre les deux entailles de l'éprouvette 103
5.7 Influence du taux de contraintes internes sur la réponse contrainte-déformation d'un essai Traction-Compression cyclé sur une éprouvette de 5 000 éléments 104
5.8 Comparaison des réponses expérimentale et numérique de l'essai de Traction-Compression cyclé simulé avec une éprouvette de 5 000 éléments possédant un taux de contraintes internes de 42,84 kPa 106
5.9 Comparaison des réponses expérimentale et numérique de l'essai de Traction-Compression cyclé simulé avec une éprouvette de 20 000 éléments possédant un taux de contraintes internes de 3,70 kPa 107
5.10 Évolution de l'endommagement en fonction de la part d'énergie dissipée dans le cycle i par rapport à l'énergie dissipée totale. 108
5.11 Évolution de la déformation inélastique en fonction de l'endommagement. 109

A.1 Repère local de la poutre 125

B.1 Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction. 126
B.2 Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction. 127

List of Tables

1.1 Illustration du caractère multi-échelle des bétons et des polymères semi-cristallins[102],[9], [122],[81],[52], [76] 7
1.2 Critère de Griffith 13

2.1 Modes de rupture conventionnels et modes équivalents pour une poutre 40
2.2 Paramètres du modèle d'endommagement pour les essais de validation sur une poutre. 45

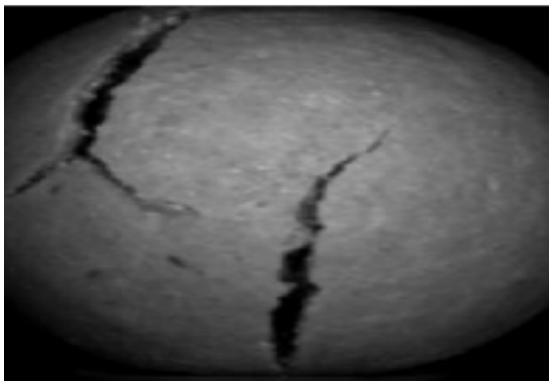
3.1 Paramètres élastiques du modèle et matériaux pour un béton, où r_μ est le rayon adimensionné, rapport moyen du rayon des poutres et du rayon moyen des éléments discrets qu'elles relient. 52
3.2 Paramètres du modèle d'endommagement pour les essais de traction . . 53
3.3 Énergie de rupture calculé pour chaque éprouvette testée, obtenu en considérant l'aire sous la courbe $\sigma(u)$ 55

4.1 Paramètres élastiques et du modèle d'endommagement le mortier du benchmark 73

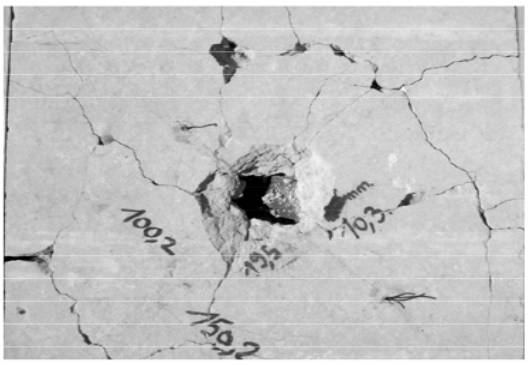
5.1 Propriétés mécaniques du matériau et du lattice après calibration. . . . 100
5.2 Paramètres du modèle d'endommagement. 100

Introduction Générale

Les matériaux dits quasi-fragiles représentent un large ensemble de matériaux allant du bois aux polymères en passant par les bétons et le verre. De par ce large spectre de matériaux, ceux-ci sont omniprésents dans l'environnement qui nous entoure. La rupture de ces matériaux, bien que largement étudiée, reste encore aujourd'hui un enjeu. Notamment, la richesse des mécanismes apparaissant lors des ruptures quasi-fragiles rend sa compréhension complexe. En effet, parmi les mécanismes intervenant dans la rupture quasi-fragile peuvent être cités : le branchement, la multi-fissuration, la fragmentation ainsi que la bifurcation de fissures. Des exemples de ruptures illustrant la présence de ces divers mécanismes sont exposés en figure 1.

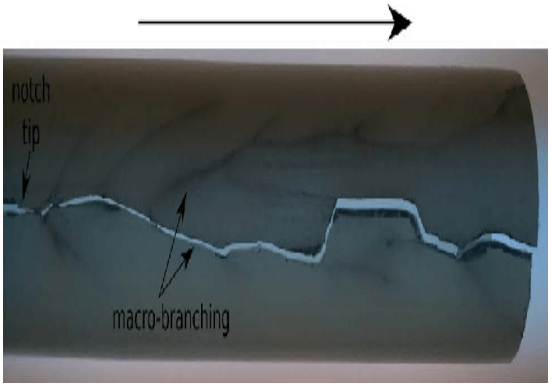


(a) Rupture d'une sphère creuse lors d'un essai dynamique de compression [30]



(b) Fragmentation d'une roche de calcaire [43]

(c) Branchement de fissure dans du mortier [25]



(d) Branchement et bifurcation lors de la propagation de fissures dans un pipeline de polymère [77]

Figure 1 – Quelques exemples de phénomènes apparaissant lors de différents essais de rupture

Le manque de compréhension de ces mécanismes et la volonté d'investiguer ces derniers ont conduit les départements Durabilité des Matériaux (DuMas) et Génie civil et environnement (GCE) de l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux

(I2M) à collaborer dans la mise en oeuvre d'une modélisation de la rupture quasi-fragile dans le but d'améliorer les connaissances des mécanismes de rupture et leur prédiction. L'implication de ces deux départements assure la diversité des applications nécessitant cette modélisation. En effet, le travail réalisé s'inscrit dans le souhait d'entreprendre la modélisation des mécanismes de rupture de divers matériaux tels que le bois, le béton ou encore les polymères et ce pour des sollicitations allant du quasi-statique au dynamique. Le large cadre d'étude est réalisé à l'aide de la plateforme de calcul GranOO, développée au sein du département DuMas et basée sur la méthode aux éléments discrets.

Dans les modèles existants, les principaux verrous persistants consistent en l'absence de physique dans les modèles prédictifs. En particulier, les modèles d'endommagement présentant une bonne prédiction du comportement adoucissant des matériaux ne se basent pas nécessairement sur des données matériaux expérimentales. Il semble alors difficile d'en tirer des informations améliorant les connaissances des mécanismes de rupture. Par ailleurs, les modèles incluant un sens physique, tels que les modèles de zones cohésives sont confrontés à des problèmes lors de leur initialisation, notamment du point de vue de la rigidité initiale des éléments cohésifs. Enfin, bien que la méthode aux éléments discrets soit propice à la simulation de la rupture, les modèles de rupture restent sommaires et valides seulement à l'échelle microscopique ou pour des matériaux homogènes. Pour chaque modèle de rupture, une phase de calibration est ajoutée à la calibration élastique. De plus, les dernières avancées sont majoritairement réalisées dans le cas de liens de type ressorts, au détriment du comportement élastique, plus réaliste avec des liens de type poutre. Parmi ces modèles définis sur les liens de type ressort, certains ont proposé l'introduction de modèles de zone cohésive sans toutefois parvenir à obtenir un modèle performant dans le cas de la rupture en mode mixte. Actuellement, aucun modèle de rupture utilisé avec la méthode aux éléments discrets ne s'intéresse à la modélisation des mécanismes de refermeture de fissures.

Le modèle proposé ici consiste en une combinaison des modèles d'endommagement et de zones cohésives avec la méthode aux éléments discrets et son réseau de poutres. La complémentarité de ces modèles permet de pallier aux inconvénients de chaque modèle considéré individuellement tout en ayant un modèle prédictif et avec un sens physique. En effet, pour chaque poutre du réseau, un modèle de zone cohésive est défini à l'interface entre les éléments discrets associée à la surface de Voronoi commune aux éléments discrets liés par la poutre. Une analogie peut être faite entre l'interface cohésive entre les cellules de Voronoi virtuelles et les éléments cohésifs placés entre les mailles avec la méthode aux éléments finis. L'avantage, ici, réside dans la présence de la poutre qui permet naturellement l'initialisation du modèle de zone cohésive. Enfin, le modèle de zone cohésive va piloter la variable d'endommagement définie au sein de chaque poutre. Ainsi, le modèle conserve un sens physique tout en assurant la modélisation du comportement adoucissant. De plus, la définition des paramètres du modèle est directement réalisée à partir des paramètres matériaux, ce qui permet d'éviter une phase de calibration supplémentaire à celle effectuée pour le comportement élastique. Le travail réalisé dans cette thèse réside donc dans le développement d'un modèle alliant les principes présents dans les modèles d'endommagement et de zones cohésives avec la méthode aux éléments discrets et permettant d'étudier les différents mécanismes de rupture quasi-fragile.

Dans ce but, dans un premier chapitre, un état de l'art des modèles et des méthodes numériques utilisés pour la simulation de la rupture des matériaux quasi-fragiles est entrepris. De plus, ce chapitre aura vocation à dégager les principales caractéristiques des matériaux quasi-fragiles, en particulier les bétons et mortiers, ainsi que les mécanismes de rupture observés expérimentallement. Diverses approches dans la modélisation des ruptures quasi-fragiles seront présentées. Enfin, l'intérêt et les limites des méthodes numériques nécessaires à la mise en oeuvre de ces modèles seront discutés.
Dans le deuxième chapitre, le modèle de poutre endommageable inspiré du modèle de zone cohésive développé dans ces travaux de thèse sera détaillé. En particulier, la définition d'une variable d'endommagement au sein des poutres d'un lattice sera présentée. L'évolution de cet endommagement sera exprimée en s'inspirant des modèles de zones cohésives mixtes. Les adaptations nécessaires à la combinaison de ces modèles et de la méthode aux éléments discrets seront exposées. Une fois le modèle défini, l'application du modèle sur une unique poutre soumise à des sollicitations mixtes est effectuée.
Dans le troisième chapitre, la simulation d'essais élémentaires avec le modèle sont entrepris sur des éprouvettes cylindriques de béton. Dans un premier temps, les paramètres du modèle seront fixés à l'aide d'un essai de traction et d'un essai de compression sur cylindre. Ensuite, des caractéristiques de la rupture des bétons tels que l'effet unilatéral seront étudiés avec le modèle de poutre endommageable. Enfin, un essai brésilien est simulé avec le modèle afin d'éprouver le jeu de paramètres déterminé lors des essais de traction et de compression.
Dans le quatrième chapitre, le modèle est confronté à des premiers résultats expérimentaux provenant du benchmark Carpiuc. L'intérêt de cette confrontation est d'observer la réponse obtenue avec le modèle lorsque des sollicitations mixtes présentant des variations brutales sont appliquées. De plus, la capacité du modèle à prédire des chemins de fissurations non triviaux est étudiée. Pour cela, un intérêt particulier est porté sur deux essais du benchmark, un premier sur une éprouvette simple entaille et un second sur une éprouvette double entaille. Ces essais présentent des mécanismes de fissuration tels que du branchement, de la bifurcation et de la coalescence de fissures.
Pour finir, dans le cinquième chapitre, le modèle est confronté à un essai de traction-compression cyclé. L'étude de cet essai permet de mettre en évidence les mécanismes de refermeture de fissure, avec notamment la présence de dissipation d'énergie engendrant des déformations résiduelles au sein de la structure.

Chapitre 1

Etat de l'art

Sommaire

1.1 Contexte **6**

1.1.1 Comportement quasi-fragile des matériaux 6

1.1.2 Cas d'étude : Bétons et mortiers 8

1.2 Modélisation des phénomènes de rupture quasi-fragile **11**

1.2.1 Mécanique linéaire de la rupture 12

1.2.2 Mécanique non linéaire de la rupture 14

1.2.3 Mécanique de l'endommagement 16

1.3 Méthodes numériques pour la rupture **20**

1.3.1 Approche continue de la rupture quasi-fragile 21

1.3.2 Approche discrète de la rupture quasi-fragile 25

1.4 Conclusion **29**

1.1 Contexte

1.1.1 Comportement quasi-fragile des matériaux

La rupture quasi-fragile se caractérise par la formation d'une zone spécifique, appelée zone d'élaboration de la rupture, située en amont de la fissure ou du défaut amorcé. Dans cette région, des phénomènes locaux prennent place tels que la microfissuration et le pontage de fissure, comme le montre la figure 1.1. Ces phénomènes ont pour conséquence directe un assouplissement du matériau dans cette zone précédent la rupture.

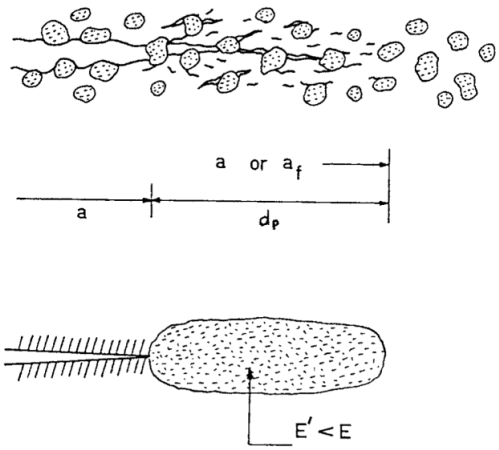


Figure 1.1 – Représentation de la zone d'élaboration présente lors de la rupture quasi fragile [31]

Parmi le large spectre des matériaux présentant un comportement quasi-fragile, peuvent être cités les bétons et mortiers, les roches, le bois, certains composites fibrés ou particulaires ainsi que les polymères pour des températures et vitesses de sollicitation données. Ces matériaux sont fortement hétérogènes et possèdent des comportements dépendant de l'échelle d'observation. En effet, la nature du matériau varie de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique en passant par l'échelle mésoscopique, comme représentée dans le tableau 1.1. L'échelle microscopique correspond à la représentation des différentes phases composant le matériau à savoir les grains et la matrice cimentaire pour les bétons ou la phase amorphe et les lamelles cristallines des sphérolites pour les polymères. L'échelle mésoscopique se traduit par la considération d'un groupe de grains ou sphérolites respectivement pour les bétons et les polymères. Enfin, l'échelle macrospique correspond à la visualisation du matériau au sein d'une structure.

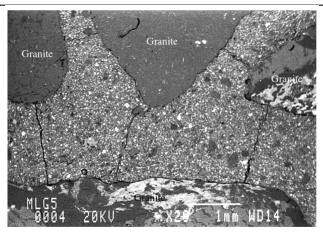
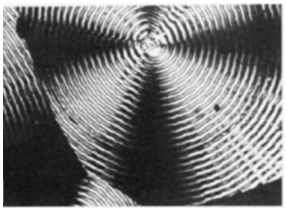
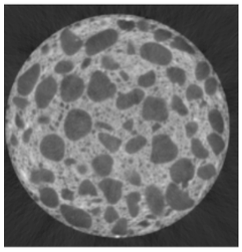
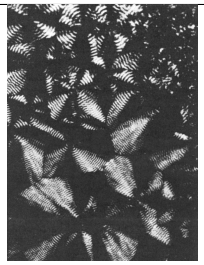
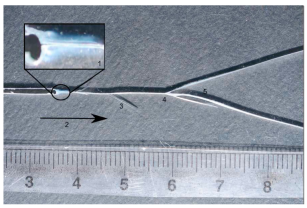
	Béton	Polymère
Échelle Microscopique		
Échelle Mésoscopique		
Échelle Macroscopique		

Table 1.1 – Illustration du caractère multi-échelle des bétons et des polymères semi-cristallins[102],[9], [122],[81],[52], [76]

L'étude à différentes échelles de ces matériaux permet de mettre en évidence l'activation de différents mécanismes. Ainsi à l'échelle microscopique, les intéractions entre les différents composants du matériau sont observées. Des phénomènes tels que la décohésion entre les différentes phases apparaissent. D'un point de vue mésoscopique, les mécanismes de microfissuration ou microcavité précédant la propagation de fissures peuvent être mis en exergue. Enfin, à une échelle macroscopique, les phénomènes de multi-fissuration, fragmentation, branchement, réorientation de fissures sont obtenus.

D'un point de vue du comportement mécanique macroscopique, des caractéristiques communes au niveau de la courbe contraintes-déformations de ces matériaux sont notables.

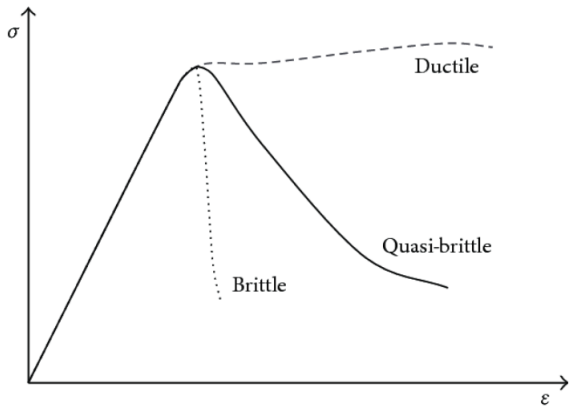


Figure 1.2 – Courbes contraintes déformations caractéristiques des différents comportements mécaniques [26]

Comme le montre la figure 1.2, trois comportements mécaniques se distinguent. Le comportement affiché par une structure dépend de la géométrie et du rapport des volumes de la zone d'élaboration de fissures et de la structure notés respectivement V_{FPZ} et $V_{structure}$. Pour des grandes structures, le rapport $\frac{V_{FPZ}}{V_{structure}}$ est négligeable et un comportement fragile est observé. Pour des petites structures, le rapport $\frac{V_{FPZ}}{V_{structure}}$ est grand, un comportement ductile est admis. Enfin dans le cas où les volumes V_{FPZ} et $V_{structure}$ sont de même ordre de grandeur, un comportement quasi-fragile est affiché par le matériau. Cette dépendance du comportement affiché par une structure au rapport $\frac{V_{FPZ}}{V_{structure}}$ est un phénomène appelé effet d'échelle. Ces travaux de thèse se placent dans le cadre d'étude du comportement fragile/quasi-fragile de structures en béton et en mortier. Dans un tel cas, la réponse contrainte-déformation de la structure se caractérise par un pic de contrainte. Lorsque cette contrainte est atteinte, un adoucissement est amorcé au sein de la structure. Les structures exhibant un adoucissement brutal sont nommés fragiles. Lorsque l'adoucissement consiste en une pente progressive, la structure est associée au groupe des quasi-fragiles. Ces adoucissements plus ou moins abrupts sont une caractéristique majeure du comportement fragile/ quasi-fragile. En effet, ils révèlent le fait que dès lors qu'une énergie suffisante est apportée au système pour propager une fissure, un faible apport supplémentaire d'énergie est nécessaire pour provoquer la rupture totale de l'échantillon. Plus l'adoucissement est brutal, plus la structure est fragile et l'ajout d'énergie négligeable. Ce processus de fissuration, souvent instable, se déroule avec une vitesse de propagation élevée [46],[23].

Le comportement mécanique quasi-fragile étant défini, les caractéristiques matériaux des bétons et mortiers, matériaux d'étude dans ces travaux, restent à déterminer.

1.1.2 Cas d'étude : Bétons et mortiers

Dans le but de proposer une modélisation des phénomènes apparaissant lors des ruptures fragile et quasi-fragile, le choix des matériaux d'étude s'est porté sur la famille des bétons et mortiers du fait du grand nombre de travaux effectués sur ce type de matériaux. Bien que largement étudié, leur comportement complexe en fait un can-

didat intéressant de par les interrogations persistantes concernant la rupture et les phénomènes physiques associés à cette dernière.

Tout d'abord, les composants des bétons et mortiers sont multiples. Parmi eux se trouvent l'eau, le ciment ainsi que des granulats ou du sable. Ces nombreux composants vont donner un comportement hétérogène aux bétons et mortiers. Les microstructures d'un mortier et d'un béton sont illustrées en figure 1.3. L'influence des composants sur le matériau hétérogène obtenu est notable, en particulier la taille des granulats ou grains de sable introduits.

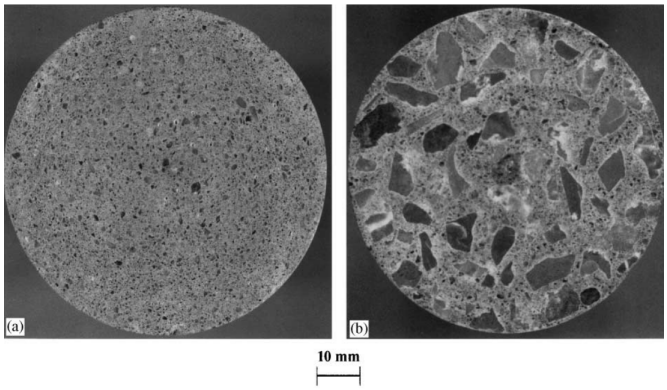
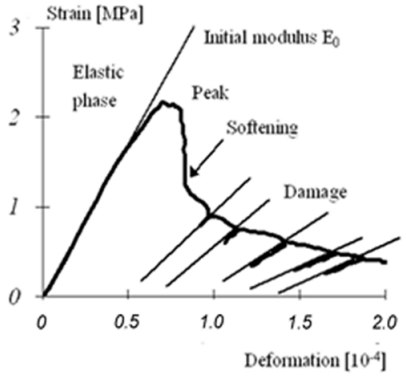
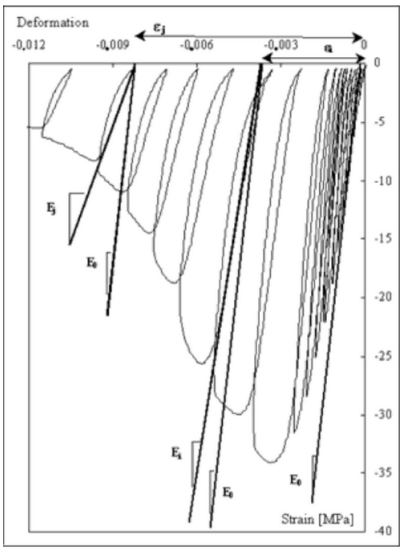


Figure 1.3 – Microstructures d'un mortier et d'un béton[57]

Malgré les incertitudes sur les caractéristiques mécaniques dues au procédés de fabrication et à l'environnement de conservation, les bétons et mortiers affichent des comportements mécaniques similaires. En effet, une caractéristique majeure des bétons et mortiers consiste en la dissymétrie de leur comportement en traction et en compression. Les réponses contrainte-déformation obtenues respectivement pour un essai de traction uniaxiale et de compression sont représentées en figure 1.4. La dissymétrie apparaît au niveau du pic de contrainte. En effet, un rapport 10 entre les contraintes au pic en traction et en compression est communément observé [94], [62], [6], [13].



(a) Essai de traction cyclé sur une éprouvette de béton



(b) Essai de compression cyclé sur une éprouvette de béton

Figure 1.4 – Comportement du béton en traction cyclée et compression cyclée[69]

De plus, un second caractère propre aux bétons et mortiers se distingue : l'effet unilatéral. Ce phénomène se produit lors d'essai tel que l'essai de Traction-Compression présenté en figure 1.5.

L'effet unilatéral correspond à la capacité du béton, après avoir été endommagé en traction, à afficher une rigidité en compression égale à sa rigidité initiale. Il est en effet visible sur la figure 1.5 que lors du dernier cycle, l'éprouvette est très endommagée. La pente lors de la décharge des sollicitations de traction est nettement inférieure à la pente élastique initiale. Cependant lors du passage en compression du dernier cycle, la pente restituée correspond bien à la pente élastique initiale. Ce phénomène résulte de l'ouverture lors de la phase de traction, de fissures orientées perpendiculairement à la direction de traction, suivie par la refermeture de ces fissures lors du passage en compression. Un autre aspect spécifique aux bétons et mortiers est la création d'un déplacement résiduel lors du cyclage d'un essai. Ces phénomènes intimement liés aux mécanismes ayant lieu durant la refermeture de fissures ont été largement étudiés [86],[48], [64],[29].

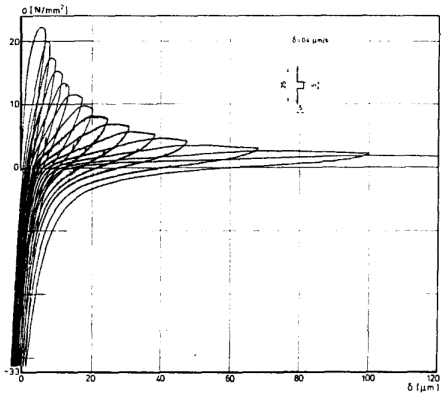


Figure 1.5 – Comportement mécanique du béton en sollicitation de traction-compression cyclée[59]

Une autre particularité du comportement des bétons et mortiers apparaît aussi bien sur l'essai de compression avec décharge 2.7b et sur l'essai de traction-Compression cyclé 1.5. En effet, la présence d'hysteresis lors des cycles de charge-décharge est notable. Les hyteresis mettent en évidence l'existence de phénomènes dissipatifs de type frottement ou encore viscosité. De nombreux travaux se sont penchés sur ces mécanismes de dissipation [8],[108], [115], [44], [10].

Enfin, un dernier caractère des matériaux de la famille des bétons et mortiers réside dans la sensibilité de leur comportement mécanique à l'effet d'échelle. Effectivement, de nombreuses études [11],[135], [84], [132], [141] soulignent les variations des caractéristiques mécaniques, en particulier la contrainte au pic, lorsque les structures sollicitées sont de dimensions différentes. L'évolution de la contrainte au pic en fonction des dimensions de l'éprouvette obtenue lors d'essais brésiliens sur quatre éprouvettes cylindriques de diamètres D différents est exposée sur la figure 1.6. La contrainte au pic diminue avec l'augmentation des dimensions de l'éprouvette.

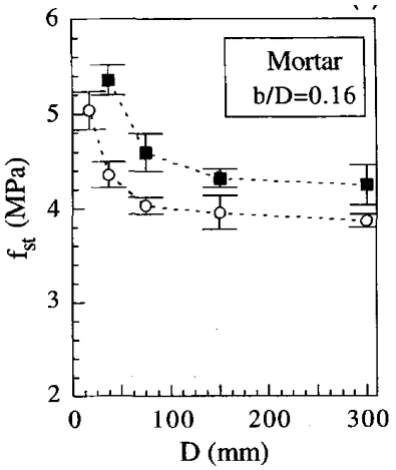


Figure 1.6 – Influence sur la contrainte au pic f_{st} du diamètre D d'une éprouvette soumise à un essai brésilien [112]

1.2 Modélisation des phénomènes de rupture quasi-fragile

La rupture d'un matériau se produit lorsqu'une sollicitation provoque la séparation de la matière en deux parties distinctes. Dans ce cas, une discontinuité des champs de déplacement apparaît. Un tel processus peut être divisé en deux étapes. La première étape consiste en l'amorçage de la fissure qui a lieu au niveau d'un défaut. La seconde phase du processus de rupture se situe dans la propagation de la fissure. La modélisation des mécanismes de rupture détaillés précédemement peut être réalisée par le biais de plusieurs perspectives. Ses différents modèles ainsi que leurs applications aux ruptures quasi-fragiles sont discutés dans cette section.

1.2.1 Mécanique linéaire de la rupture

La première modélisation de la rupture est apparue avec le développement de la mécanique linéaire de la rupture. Ce modèle s'appuie sur l'étude des champs de contraintes et de déplacements locaux. Un défaut tel qu'une cavité ou une fissure est considéré. Localement, ce défaut peut se fracturer suivant trois modes de sollicillations différents, présentés en figure 1.7. Le mode I correspond à une ouverture de la fissure alors que les modes II et III coïncident avec un cisaillement se produisant respectivement dans le plan et hors-plan de la fissure. Parmi ces trois modes, le premier mode de rupture apparaît comme le plus critique pour les matériaux.

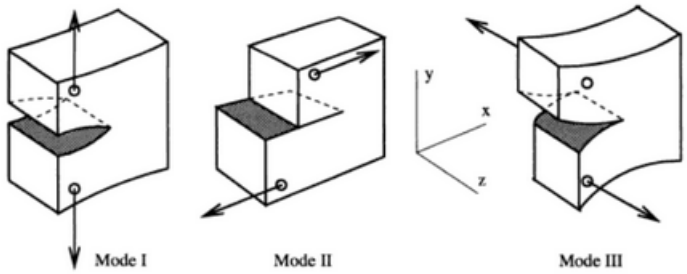


Figure 1.7 – Représentation des trois modes de rupture conventionnels[19]

L'apparition de ces modes de ruine peut être définie par deux approches différentes : le critère d'Irwin ou le critère de Griffith.

a. Critère d'Irwin

Ce premier critère se base sur l'étude des champs de contraintes au sein d'un matériau. Dans ce but, la présence d'un défaut de longueur 2a est considérée dans la pièce, illustré sur la figure 1.8.

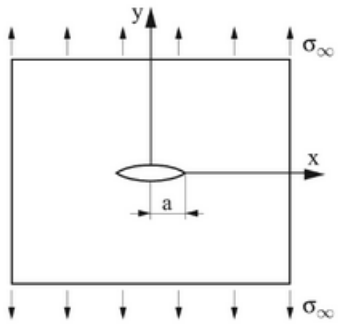


Figure 1.8 – Éprouvette possédant une singularité de longueur 2a et soumise à une contrainte σ_∞ [110]

L'existence de cette cavité va induire une variation des champs de contraintes. En effet, de cette singularité résulte une réduction de la surface d'application des efforts. Ainsi les efforts provenant de l'application de la contrainte σ_∞ à l'extrémité de l'échantillon sont responsables d'une contrainte σ localement supérieure à σ_∞. Ce phénomène local est quantifiable grâce au facteur d'intensité des contraintes, défini dans le cas d'un mode I de rupture par l'équation :

$$K_I = \alpha\sigma_\infty\sqrt{\pi a} \tag{1.1}$$

où α est un paramètre dépendant de la géométrie du défaut. La théorie de Irwin [110] admet que lorsque le facteur d'intensité des contraintes K_I atteint une valeur critique K_{IC}, la rupture a lieu.

b. Critère de Griffith

Le critère de Griffith consiste en une approche énergétique du problème de rupture [56]. En effet, un bilan énergétique est réalisé lors du phénomène de rupture. En prenant en compte les énergies cinétique K, de déformation E_{def}, de création de surface $2\gamma = G_c$ ainsi que le travail des efforts extérieurs W, on obtient la relation 1.2.

$$\dot{K} = -(\dot{E}_{def} - \dot{W}) - G_c\dot{S} \tag{1.2}$$

D'autre part, en considérant le taux de restitution d'énergie G tel que $G = -\frac{\partial(E_{def}-W)}{\partial S}$, le bilan énergétique peut être réécrit sous la forme 1.3.

$$\dot{K} = (G - G_c)\dot{S} \tag{1.3}$$

Or la fissure se propage si l'énergie cinétique augmente dans le système ie $\dot{K} > 0$. Par conséquent, le critère de Griffith peut s'écrire tel que résumé dans le tableau 1.2

$G < G_c = 2\gamma$	$\Delta S = 0$	Pas de création de surface
$G = G_c = 2\gamma$	$\Delta S > 0$	Création de surface

Table 1.2 – Critère de Griffith

c. Application de la mécanique linéaire élastique de la rupture aux matériaux quasi-fragiles

L'utilisation de la mécanique linéaire de la rupture via le critère d'Irwin ou de Griffith permet d'introduire de façon simple les discontinuités. Cependant, de nombreux travaux tels que [134],[133],[75] ont démontré son incapacité à modéliser des matériaux de type bétons. En effet, ce modèle présente des limitations qui empêchent son utilisation lors de la modélisation des matériaux quasi-fragiles. Premièrement, la phase d'amorce n'est pas considérée dans ce modèle. Ensuite, il ne permet de modéliser que la rupture fragile. Le critère seuil adopté va seulement vérifier si la propagation a lieu. Les mécanismes en amont de la fissure ne sont pas pris en compte. Or pour les matériaux quasi-fragiles, la modélisation de la zone d'élaboration de fissures située en amont de la fissure est essentielle pour capter les mécanismes responsables de la rupture quasi-fragile.

Afin de prendre en compte cette zone d'élaboration de fissures tout en conservant la théorie de la mécanique linéaire de la rupture, la mécanique linéaire élastique de la rupture équivalente a émergé. Le principe est de considérer une fissure équivalente dont la longueur $a_0 + \Delta a$ fournira, dans un modèle purement élastique linéaire, la même complaisance que la fissure réelle avec sa zone d'élaboration, schématisée en figure 1.9. La mécanique linéaire de la rupture est alors appliquée directement sur la

fissure équivalente. Afin d'observer le comportement mécanique attendu, la longueur de la zone d'élaboration, en particulier son image élastique équivalente, est déterminée à partir de l'incrément de longueur de fissure $\Delta a_c = a_c - a_0$ associé à la partie croissante de la courbe-R.

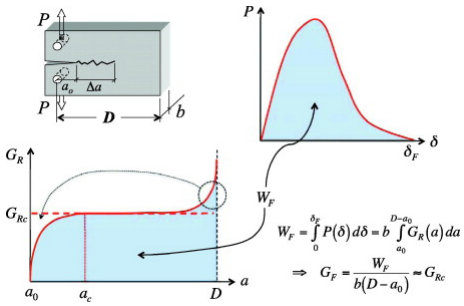


Figure 1.9 – Représentation de l'équivalence entre la courbe-R et l'énergie cohésive [32]

L'utilisation de la mécanique linéaire de la rupture équivalente reste toutefois limitée à la propagation d'une unique fissure. La multi-fissuration ou le branchement ne peuvent être modéliser à l'aide de ce modèle.

1.2.2 Mécanique non linéaire de la rupture

a. Principes de la mécanique non linéaire de la rupture

Dans le but de pallier à ces faiblesses de la mécanique linéaire élastique de la rupture, le modèle de fissure fictive est apparu. Initialement introduit par Hillerborg [66], il consiste à combiner la mécanique linéaire de la rupture avec un ajout de contraintes dans la zone d'élaboration. Comme décrit sur la figure 1.10, les contraintes en amont de la fissure sont alors atténuées et les mécanismes d'assouplissement dans la zone d'élaboration représentés.

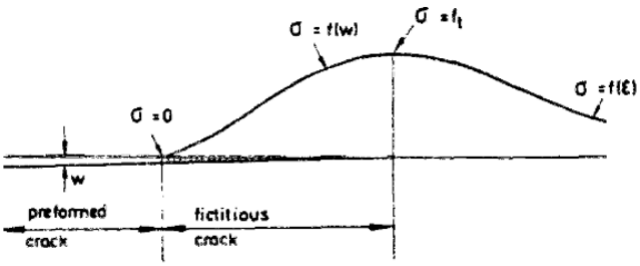


Figure 1.10 – Représentation du principe de modèle de zone cohésive[66]

La fonction f(w) décrivant l'évolution des contraintes dans la zone d'élaboration peut se trouver sous de nombreuses formes dans la littérature. En particulier, l'émergence des modèles de zones cohésives, inspirés du modèle de fissure fictive, a contribué à cette diversification. Parmi les premiers modèles de zones cohésives, Petersson [103] propose des évolutions linéaire et bi-linéaire, comme illustrées en figure 1.11.

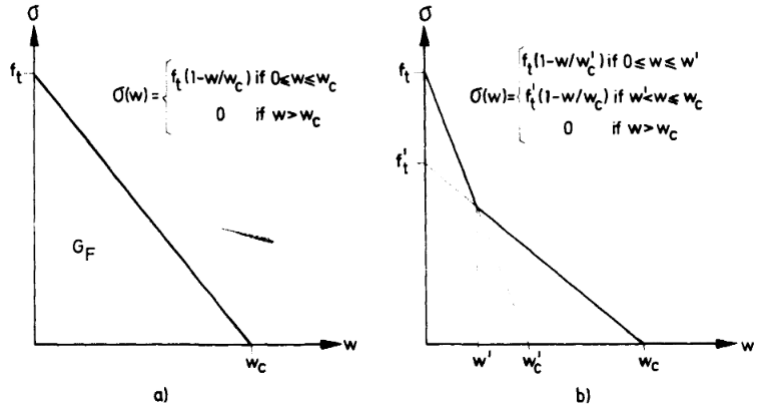


Figure 1.11 – Évolution des adoucissements linéaire et bi-linéaire[103]

Par la suite, d'autres travaux se tourneront vers des évolutions exponentielles [137],[142],[130] ou encore tri-linéaires [101],[42], afin de rendre compte du caractère concave de l'adoucissement des matériaux quasi-fragiles. Ces modèles de zones cohésives sont largement utilisés de par leur facilité de mise en oeuvre ainsi que leur caractère énergétique qui peut être écrit:

$$G_f = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw \tag{1.4}$$

La paramétrisation d'un modèle de zone cohésive se fait par le biais de deux paramètres:
- w_c, longueur critique de la zone d'élaboration qui est considérée comme égale à la longueur d'une fissure équivalente, somme de la fissure réelle et de la longueur de la zone d'élaboration.
- G_f, énergie cohésive entre deux points de matière *i. e.* l'énergie à dissiper pour séparer la matière. L'énergie cohésive est calibrée à partir de l'aire sous la réponse force-déplacement.

b. Application de la mécanique non linéaire de la rupture aux matériaux quasi-fragiles

Dans le cadre de la modélisation des matériaux quasi-fragiles, les modèles de zones cohésives offrent la possibilité de rendre compte des mécanismes se produisant au sein de la zone d'élaboration. En particulier, la conservation du sens physique avec notamment la calibration de l'énergie cohésive à partir de l'énergie de rupture mesurée expirementalement [93] est un avantage certain. Cependant, certaines limites de ce modèle apparaîssent. En effet, il semble nécessaire de connaître en amont le chemin de fissuration afin de définir les emplacements des zones cohésives. Sans cela, la seule alternative est de définir des zones cohésives dans tout le spécimen étudié, comme réalisé dans [136]. Une telle approche mène à de multiples problèmes. En effet, des travaux tels que [124], [63], [21] ont montré que cette méthode peut induire une dépendance des résultats obtenus à la rigidité initiale appliquée dans les zones cohésives ainsi qu'une dépendance au maillage.

1.2.3 Mécanique de l'endommagement

a. Principe de la mécanique de l'endommagement

Un autre approche de la modélisation des mécanismes de rupture consiste en la mécanique de l'endommagement. Cette notion, plus récente, a été apportée par Kachanov en 1958 [73]. Elle a ensuite été développée par Chaboche et Lemaitre [79] avec des premières applications principalement sur les métaux. La mécanique de l'endommagement a ensuite été largement étendue aux matériaux quasi-fragiles. Le principe de cette théorie réside dans la définition d'une variable d'endommagement D à l'échelle mésoscopique. Cette variable rend compte de la détérioration du matériau. En considérant un volume de matériau, pour une surface plane S du volume, la surface endommagée S_d est définie comme la somme des aires de chaque défaut présent dans la surface S. La variable d'endommagement D peut alors être exprimée en fonction de ces surfaces:

$$D = \frac{S_d}{S} \tag{1.5}$$

De plus, à partir de cette définition, la variable d'endommagement peut être introduite dans les lois de comportement des matériaux. En effet, on peut considérer que les efforts dans le volume de matériau sont supportés par une surface effective $\tilde{S}$. Cette surface effective peut s'exprimer comme la surface plane totale à laquelle est retranchée la surface endommagée. La contrainte effective $\tilde{\sigma}$ associée à cette surface $\tilde{S}$ est liée à la déformation ε via le module d'élasticité du matériau E par la relation 1.6. D'autre part, en s'appuyant sur une équivalence, le volume de matériau déterioré peut être vu comme un même volume de matériau sain affichant un module d'élasticité moindre $\tilde{E}$. La contrainte totale σ appliquée sur l'ensemble de la surface plane peut alors s'exprimer en fonction du module d'élasticité effectif $\tilde{E}$ et de la déformation ε telle que:

$$\frac{F}{\tilde{S}} = \tilde{\sigma} = E\varepsilon \tag{1.6}$$

$$\frac{F}{S} = \sigma = \tilde{E}\varepsilon \tag{1.7}$$

En utilisant ces deux équations 1.6 et 1.7, le module d'élasticité effectif est exprimé en fonction de la variable d'endommagement et du module d'élasticité du matériau sain via la relation 1.8.

$$\tilde{E} = (1 - D)E \tag{1.8}$$

Ainsi, la variable d'endommagement est bien introduite dans la loi de comportement du matériau. Elle prend des valeurs allant de 0 à 1 et permet de dégrader progressivement le matériau. Lorsque la variable d'endommagement est nulle, le matériau est sain. Lorsque celle-ci atteint une valeur de 1, la rupture est totale. L'avantage de cette théorie est la modélisation à la fois de la phase d'amorçage et de la phase de propagation des fissures. Elle permet donc de modéliser les mécanismes précédant la propagation de fissure observés dans la zone d'élaboration.

b. Application de la mécanique de l'endommagement aux matériaux quasi-fragiles

De nombreux modèles d'endommagement ont été développés afin de modéliser le comportement complexe des matériaux quasi-fragiles tels que le béton. Parmi les premiers modèles, on peut citer le modèle de Mazars [85]. L'endommagement est introduit par le biais d'une variable scalaire isotrope D. Sa valeur est déterminée à partir d'une déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}$ telle que:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} < \varepsilon_i >^2} \tag{1.9}$$

où ε_i sont les déformations principales au point considéré.
De plus, afin de rendre compte de la dissymétrie observée chez les bétons, le choix de Mazars se porte sur la définition en deux parties de l'endommagement. En effet, une partie de l'endommagement D_c est induit par la phase de compression du matériau. L'autre partie D_t, quant à elle, est le résultat de la sollicitation en traction. La variable d'endommagement D peut alors s'écrire:

$$D = \alpha_t D_t + (1 - \alpha_t) D_c \tag{1.10}$$

Cette dissociation permet de définir des comportements en traction et en compression différents et ainsi de restituer l'effet de dissymétrie du béton, observé sur la figure 1.12.

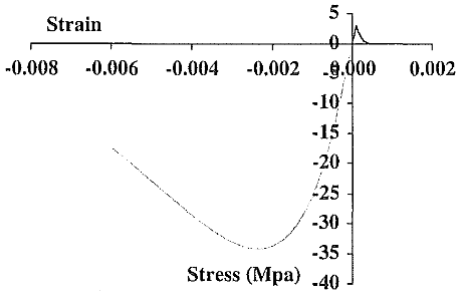


Figure 1.12 – Essais de Traction et de compression avec le modèle d'endommagement de Mazars [85]

Ce modèle d'endommagement ne permet toutefois pas la prise en compte des autres mécanismes complexes du béton tels que l'effet unilatéral ou l'effet d'échelle. De plus, des inconvénients numériques provenant de ce modèle sont notables. En effet, le caractère local de cet endommagement est à l'origine d'un effet appelé Snap-back ainsi qu'une forte dépendance au maillage. Comme le montre la figure 1.13 lors d'un essai de compression sur une poutre, la convergence d'un tel modèle n'est pas obtenue. Le comportement obtenu varie avec le nombre d'éléments du maillage. De plus, l'endommagement n'induit pas l'adoucissement espéré et une diminution du déplacement, appelée effet snap-back, apparaît.

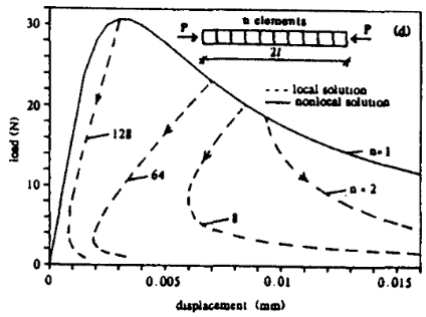


Figure 1.13 – Étude de la convergence du modèle d'endommagement de Mazars pour un essai de compression sur une poutre [104]

De ces difficultés, ont émergé les méthodes de régularisation. Le but de celles-ci est d'annihiler la dépendance de l'endommagement au maillage. Pour cela, deux principales méthodes ont été développées. La première consiste en la définition d'un endommagement non local. Ainsi la variable d'endommagement D est exprimée en fonction de la déformation équivalente moyennée sur un volume. Ce modèle nécessite donc l'introduction d'une longueur interne l_c du matériau. La convergence de ce modèle est assurée comme le montre les résultats d'un essai de flexion 3 points affichés en figure 1.14.

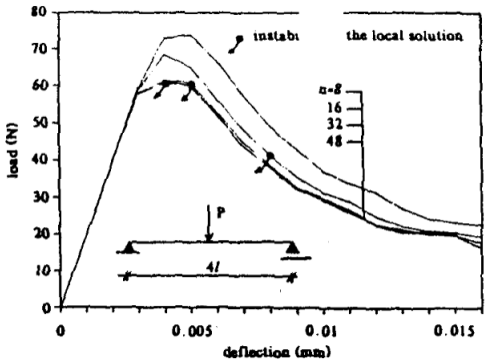


Figure 1.14 – Étude de la convergence d'un modèle d'endommagement non local pour un essai de flexion 3 points sur une poutre[104]

Le recours à des valeurs moyennes de déformation permet de s'affranchir à la fois du problème de dépendance au maillage et de l'effet de snap-back.

Parallèlement, la méthode des endommagements à gradient est apparue. Cette aproche est également basée sur un endommagement non local. Elle repose sur le calcul d'une déformation moyenne par l'utilisation des séries de Taylor. La déformation moyenne est alors exprimée en fonction de la déformation équivalente, locale, et du gradient de la déformation équivalente. La sensibilité du modèle au maillage lors d'un essai de flexion 3 points est présentée en figure 1.15. Les champs d'endommagement sont similaires pour les trois tailles de mailles différentes. Les modèles d'endommagement à gradient permettent donc également de régulariser le problème de dépendance de l'endommagement au maillage.

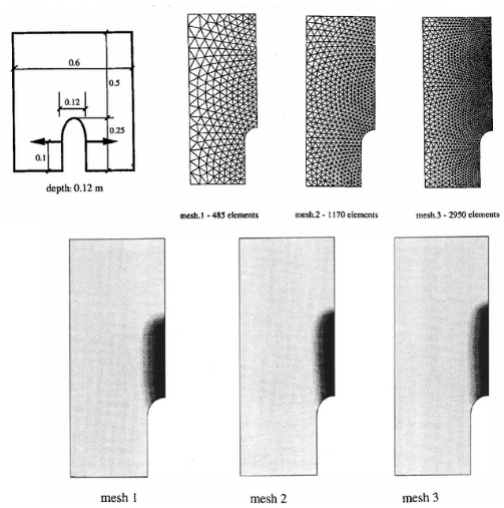
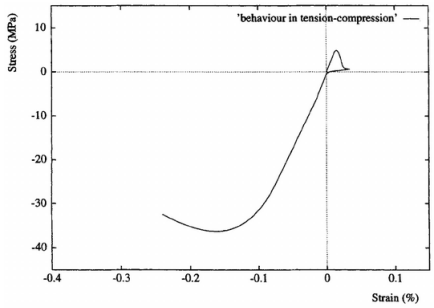
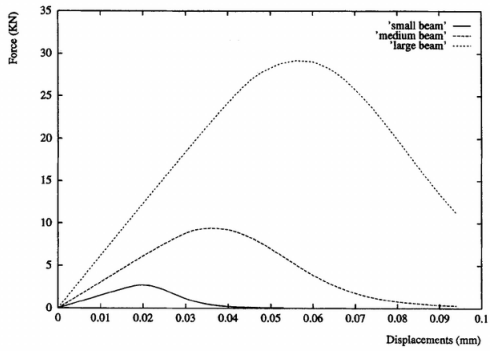


Figure 1.15 – Essai de flexion 3-points sur 3 maillages différents avec un modèle d'endommagement à gradient [49]

Ces modèles régularisés, plus riches, offrent la possiblité de modéliser des comportements plus complexes tels que l'effet unilatéral et les effets d'échelle observables en figures 1.16a et 1.16b dans le cas respectivement d'un essai de traction-compression et d'un essai de flexion 3 points.



(a) Essai de Traction-Compression avec un modèle d'endommagement à gradient



(b) Étude de l'effet d'échelle lors d'essai de Traction sur 3 poutres avec un modèle d'endommagement à gradient

Figure 1.16 – Essai de Traction-compression et de traction simple avec un modèle d'endommagement à gradient [49]

Dans ces travaux [12], Bazant propose une autre approche, le crack band model. le principe de ce modèle est de considérer un bande d'éléments discrets telle que représentée sur la figure 1.17 au sein de laquelle une fissure OA est présente. L'épaisseur de la bande correspond à la taille w d'un élément fini. Dans l'élément fini situé en amont de la fissure, un calcul de l'énergie de déformation est réalisé en introduisant le volume de celui-ci. Un critère de rupture énergétique est appliqué dans cet élément.

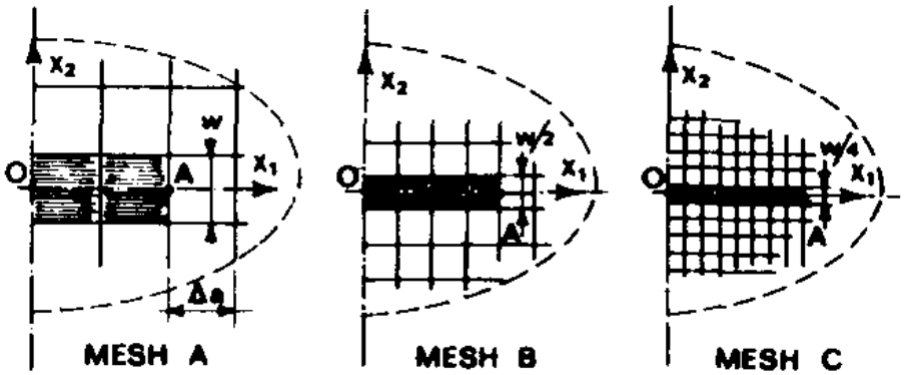


Figure 1.17 – Schéma du crack band model pour trois maillages différents [12]

Les différents modèles d'endommagement présentés dans cette section reposent sur une variable d'endommagement scalaire. Le recours à une variable d'endommagement scalaire est valide dans le cas d'un matériau homogène ou pour un matériau hétérogène étudié à une échelle mésoscopique. Dans le cas d'étude de structures de bétons et mortiers à l'échelle macroscopique, son utilisation ne permet pas de rendre compte du comportement mécanique de la structure. En effet, dans ce cas, lors de la rupture de la structure, les chemins de fissuration dépendent fortement du chargement imposé. L'ouverture de fissures parallèlement ou perpendiculairement à la direction de chargement est communément observée dans le cas d'essais de compression ou de traction simple. Ces profils de fissuration étant orientés au sein du matériau un phénomène d'anisotropie de l'endommagement se dégage lors d'essais avec chargement complexe. L'utilisation de modèles décrivant un endommagement sous la forme d'un tenseur d'ordre 4 a été réalisée dans de nombreux travaux [118], [109], [38]. Des travaux [45] ont montré que le recours a une variable d'endommagement scalaire n'est valide que lors de chargements induisant une rupture majoritairement due localement à une extension uniaxiale. En effet, dans le cas de chargements tels qu'une combinaison de traction et de cisaillement ou de compression et de cisaillement, seul un modèle d'endommagement anisotrope permet d'observer le chemin de fissuration obtenu expérimentalement.

La mécanique de l'endommagement appliquée à travers des modèles régularisés permettent de modéliser de nombreux comportements affichés par les bétons. Cependant, elle ne permet pas une compréhension profonde des mécanismes de rupture exhibés par les matériaux quasi-fragiles. Notamment, la définition d'une longueur interne propre au matériau reste sans explication physique. De plus, les limitations des modèles d'endommagement scalaire à l'échelle macroscopique ainsi que la complexité des modèles d'endommagement anisotrope rendent les modèles d'endommagement difficiles d'utilisation pour un chargement complexe sur des structures.

1.3 Méthodes numériques pour la rupture

Afin d'utiliser les différents modèles présentés précédemment pour simuler les mécanismes de rupture, l'emploi d'une méthode numérique est nécessaire. Dans cette section, un état des lieux des méthodes numériques existantes pour la simulation des phénomènes de rupture est réalisé. Parmi ces méthodes, se dégagent deux écoles: les

méthodes basées sur une approche continue de la matière (souvent basées sur la méthode aux éléments finis) et celles basées sur une approche discrète de la matière.

1.3.1 Approche continue de la rupture quasi-fragile

Dans un premier temps, les différentes méthodes numériques faisant appel à la méthode des éléments finis sont abordées. Précedemment, la simulation de la rupture quasi-fragile par le biais de modèles d'endommagement et de la méthode aux éléments finis a été discutée et ne sera donc pas de nouveau abordée dans cette partie.

Méthodes de Remaillage La méthode la plus simple pour simuler la rupture d'une pièce est le remaillage. En effet, le maillage va évoluer pour suivre l'avancée de la fissure, comme montré sur la figure 1.18. A chaque pas de temps, le maillage est affiné autour de la discontinuité et la zone raffinée augmente avec l'avancement de la fissure. Ainsi, la fissure se situe à la frontière des mailles. Cette technique est très largement utilisée [7], [17], [22] par les industriels de par sa facilité de mise en oeuvre. Cependant, elle présente un inconvénient majeur qui rend le chemin de fissuration dépendant de l'orientation du maillage. De plus, le renouvellement du maillage, ainsi que les projections des solutions entre les maillages, répétés au cours de la simulation rendent cette méthode coûteuse en temps. [7], [17], [22]

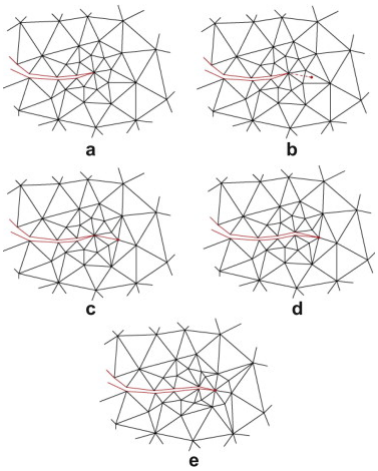


Figure 1.18 – Application des techniques de remaillage lors de la propagation d'une fissure[7]

X-FEM Une nouvelle approche, appelée eXtended Finite Element Method (XFEM) a été introduite par [14] et [92]. Cette apparition est due à la volonté de prendre en compte la fissure dans le maillage, illustré sur la figure 1.19, et non plus comme une évolution de la frontière du domaine avec les méthodes de remaillage. Pour cela, le choix est fait d'enrichir les dégrès de liberté des noeuds appartenant aux mailles traversées, totalement ou partiellement, par une fissure. Le champ de déplacement est alors exprimé comme:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \underbrace{\sum_{i \in N_{nodes}} N_i(\mathbf{x})\mathbf{u}_i(t)}_{\text{Déplacement classique}} + \underbrace{\sum_{j \in N_{cut}} N_j(\mathbf{x})H_j(\mathbf{x})a_j(t)}_{\text{Déplacement mailles fissurées}} + \underbrace{\sum_{k \in N_{tip}} N_k(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^{l=4} \psi_l(\mathbf{x})\mathbf{b}_{kl}(t)}_{\text{Déplacement mailles incluant pointe de fissure}}.$$

Au champ de déplacement classique, s'ajoutent une partie considérant le déplacement au sein des mailles totalement traversées par la fissure ainsi qu'une partie évaluant le déplacement dû à la présence de la pointe de fissure dans la maille. Lorsqu'une maille est traversée par la fissure, la présence de la discontinuité est introduite par le biais d'une fonction d'Heaviside $H_j(x)$. Une fonction $\psi_l(x)$ permet de modéliser la pointe de fissure dans la maille. De plus, afin de représenter la fissure à travers les éléments du maillage, de nombreux travaux ont été réalisés, notamment avec la méthode Level-set [90], [127], [53].

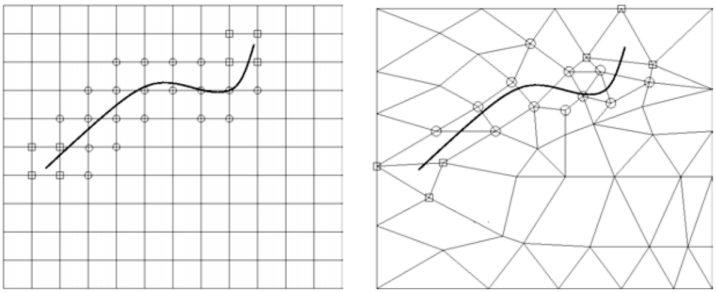


Figure 1.19 – Représentation de l'avancée d'une fissure par la méthode XFEM [91]

De nombreux travaux ont mis en application cette technique pour simuler la fissuration des matériaux quasi-fragiles [61], [55], [87]. Ces travaux, tels que la propagation d'une fissure lors d'un essai d'Hopkinson sur une éprouvette présentant deux singularités, représentée en figure 1.20, permettent de mettre en évidence la capacité des méthodes XFEM à simuler des chemins de fissuration complexes. Cependant, l'efficacité de la méthode XFEM est limitée lorsque de nombreuses fissures se propagent. Les mécanismes de multi-fissuration étant fréquent lors des ruptures quasi-fragiles, la méthode XFEM ne semble pas adaptée dans notre cas.

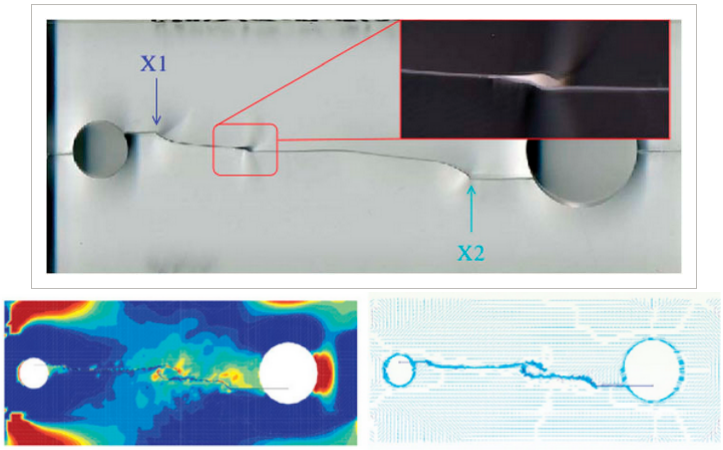


Figure 1.20 – Propagation d'une fissure dans une éprouvette lors d'un essai d'Hopkinson avec la méthode XFEM[61]

Phase-Field Parallèlement, une autre méthode, appelée phase-field model, a été développée pour des applications dans des domaines variés allant de la mécanique des fluides à la mécanique de la rupture. Cette technique est basée sur la définition d'un champ de phase dans le système. La présence d'une fissure est introduite comme étant l'intéraction entre 2 phases. La séparation de la matière est permise à travers la définition de la fonction du champs de phase continue qui prend les valeurs +1 et -1 de part et d'autre de la fissure. Cette méthode a été introduite par [47] puis a largement été mise en application pour des problèmes de rupture [88],[129],[96],[125]. La capacité de cette technique à modéliser les mécanismes de rupture a été notamment illustrée par les travaux [97] et [20]. En effet, comme visible sur les figures 1.21 et 1.22, les phénomènes de branchement et de coalescence de fissures sont ainsi captés.

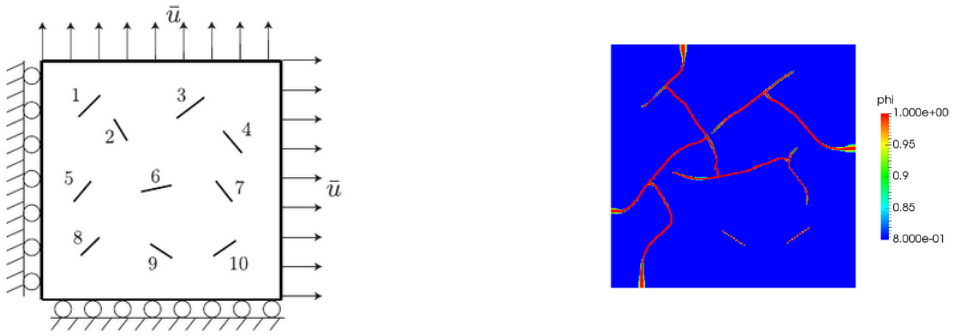


Figure 1.21 – Propagation de multiples fissures avec la méthode phase-field[97]

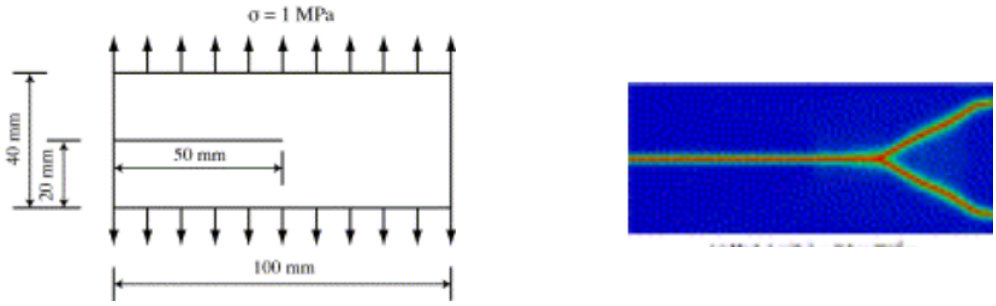


Figure 1.22 – Simulation du phénomène de branchement numérique avec la méthode phase-field[20]

Toutefois, comme pour toutes les méthodes de régularisation, la définition d'une longueur interne non physique est également nécessaire.

Éléments cohésifs Afin de mettre en oeuvre le modèle de zone cohésive et ainsi se rapprocher de la physique agissant lors de la rupture, les éléments cohésifs ont été adoptés dans de nombreux travaux [24],[130],[40],[142]. Ces éléments ne possèdent pas de masse et sont insérés entre les mailles du maillage, en amont de la fissure. Leurs rigidités évoluent par le biais d'une dégradation au cours du temps, permettant de modéliser un adoucissement en amont de la fissure. Cette dégradation est induite par l'introduction d'une variable d'endommagement D. Lorsque la variable d'endommagement D atteint la valeur de 1, l'énergie cohésive de l'élément a été dissipée et celui-ci est enlevé, permettant l'avancement de la fissure. Cette méthode permet de simuler des essais avec un chargement mixte, comme illustré en figure 1.23.

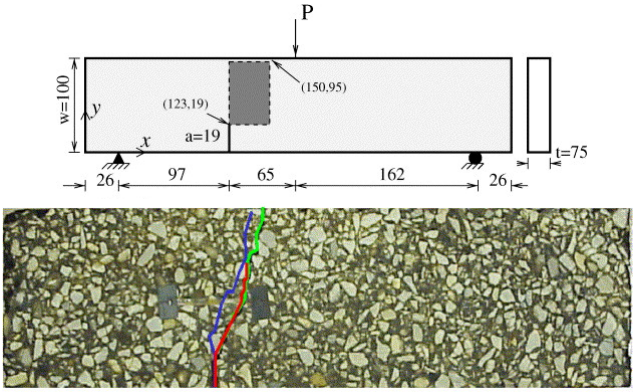


Figure 1.23 – Comparaison des résultats expérimentaux d'un essai de flexion 3 points (lignes bleue et verte) et numériques avec la méthode des éléments cohésifs (ligne rouge)[121]

Un inconvénient de cette méthode reste la nécessité de placer des éléments cohésifs dans tout le domaine lorsque le chemin de propagation n'est pas connu en amont. L'utilisation des éléments cohésifs peut alors devenir fortement coûteuse en temps de calculs.

Un aperçu des méthodes numériques basées sur les éléments finis a permis de mettre en évidence leurs capacités à simuler les différents mécanismes de rupture. Cependant,

le caractère continu de la méthode aux éléments finis, commun à toutes ces méthodes, conduit à des difficultés dans la prise en compte des mécanismes de refermeture de fissures tels que le frottement des lèvres de fissures. De plus, la présence d'un grand nombre de fissures, comme par exemple lors de la multifissuration, peut rendre ces méthodes inefficaces ou très coûteuses en temps de calculs.

1.3.2 Approche discrète de la rupture quasi-fragile

Les limites de l'utilisation de la méthode aux éléments finis pour simuler les mécanismes de rupture sont principalement dues à l'emploi d'un maillage. Pour pallier à ces problèmes, des approches sans maillage ont émergées.

Péridynamique Une première méthode sans maillage, appelée péridynamique, a été développée par Silling [119]. Elle consiste à discrétiser l'espace en un ensemble de points, comme illustré sur la figure 1.24. Une formulation non-locale de la seconde loi de Newton permet de décrire l'intéraction entre les points de la discrétisation. De plus, chaque point intéragit avec les points situés dans son horizon, domaine dont le rayon est défini à partir d'une longueur interne. L'horizon pour un point de la discrétisation est dessiné sur la figure 1.24.

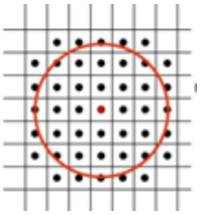


Figure 1.24 – Discrétisation du domaine pour la méthode péridynamique [67]

Afin d'appliquer cette méthode à la rupture des matériaux quasi-fragiles, de nombreux travaux [120],[139],[138],[113] ont approfondi la méthode péridynamique en introduisant des lois de comportement variées. L'introduction d'une variable d'endommagement dans les lois de comportement [138] a, par exemple, permis de modéliser les mécanismes dans la zone d'élaboration. La péridynamique est également efficace lors d'essais dynamiques. Elle permet notamment de capter le phénomène de branchement dynamique, montré sur la figure 1.25.

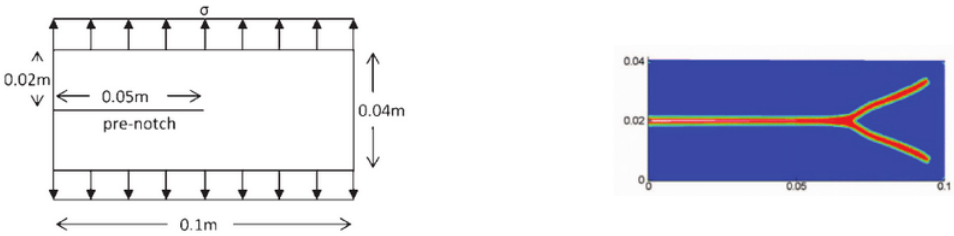


Figure 1.25 – Simulation d'un branchement dynamique avec la méthode péridynamique [60]

Cependant, la convergence de l'approche péridynamique est difficilement démontrée. En effet, la convergence doit avoir lieu au niveau de la discrétisation *i. e.* de la distance

entre deux points de la discrétisation mais également du point de vue de la dimension de l'horizon.

SPH Une autre approche, appelée Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) a été proposée par Gingold et Monaghan dans [50]. Elle repose sur une discrétisation de l'espace avec des particules. Une approche lagrangienne de ces particules est réalisée. En effet, cette méthode, utilisée à l'origine en astrophysique et en mécanique de fluide, permet de suivre l'évolution des mouvements des particules. Pour cela, les équations de conservation de masse et d'Euler sont utilisées. Cette méthode est largement utilisée [140], [37], [39],[28] pour les problèmes de fragmentation ou d'impact. De plus, elle permet de gérer les problèmes de chargement complexe, comme montré dans les travaux [37] et [39], respectivement affichés en figures 1.26 et 1.27.

Figure 1.26 – Simulation d'une compression uniaxiale avec la méthode SPH [37]

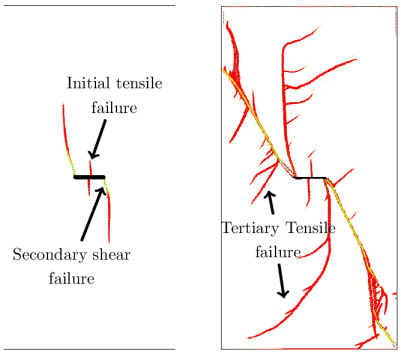


Figure 1.27 – Simulation d'une multi-fissuration avec la méthode SPH[39]

Bien que la méthode SPH soit efficace pour modéliser les phénomènes dynamiques, celle-ci peut s'avérer peu adaptée dans le cas de géométrie complexe ou lorsqu'un grand nombre de particules est nécessaire.

Méthode des éléments frontières Une alternative à ces méthodes est la méthode des éléments frontières. Le principe de cette méthode est de résoudre les équations régissant le système seulement sur les bords du domaine. Par exemple, comme illustré sur la figure 1.28, pour un domaine Ω soumis à diverses sollicitations et possédant une fissure, les calculs sont réalisés sur les bords du domaine $S_p U S_u U S_c$. Les fissures étant comprises dans les bords du domaine, la création de discontinuités dues à la présence et à la propagation de fissures est aisément gérée par la méthode des éléments frontières.

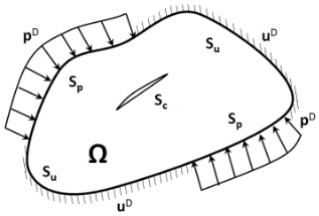


Figure 1.28 – Représentation d'un domaine d'application de la méthode aux éléments frontières [128]

Cette méthode a été mise en application pour la simulation de rupture quasi-fragile. Notamment, dans les travaux [114], [1],[105], la propagation de fissure dans un béton soumis à des sollicitations mixtes est simulée. La propagation de multiples fissures est également étudiée dans [36]. Comme observée sur la figure 1.29, les fissures orientées aléatoirement dans le domaine présentent des chemins de fissurations complexes.

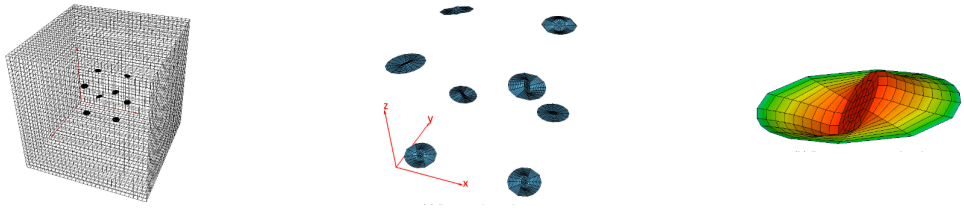


Figure 1.29 – Simulation de multiples fissures avec la méthode aux éléments frontières [36]

Bien que cette méthode soit particulièrement efficace dans la modélisation de chemin de fissure complexe, elle s'avère inadaptée dans le cas de la fragmentation ou de la multi-fissuration. En effet, un grand nombre de fissures rend la surface de calcul très large et par conséquent la méthode coûteuse. Ces mécanismes de rupture étant répandus dans le cas des matériaux quasi-fragiles, cette méthode n'est pas retenue ici.

DEM Enfin, une dernière approche réside dans les méthodes aux éléments discrets. Elles peuvent se décomposer en deux types de méthode. D'un côté, les méthodes lattice, introduites par Schlangen [117] repose sur une discrétisation de l'espace sous la forme d'un réseau de poutres, comme illustré sur la figure 1.30. Le comportement matériau est apporté dans le lattice par la théorie des poutres.

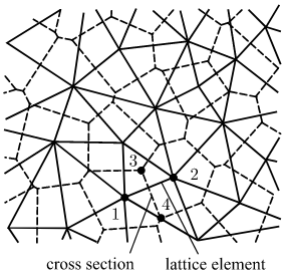


Figure 1.30 – Discrétisation du domaine avec la méthode lattice[54]

Parallèlement, les méthodes particulaires sont apparues, dans un premier temps, pour les matériaux granulaires avec les travaux de Cundall [33]. Dans ce cas, le matériau

est modélisé comme un ensemble de particules qui intéragissent entre elles. Par la suite, ces méthodes vont être étendues aux matériaux continus par l'introduction de liens entre les particules, comme montré sur la figure 1.31

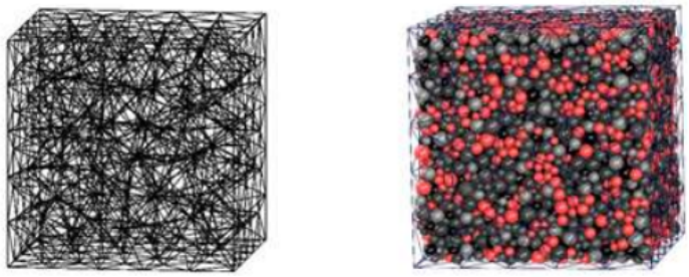


Figure 1.31 – Discrétisation du domaine avec la méthode aux éléments discrets[72]

De nombreuses méthodes, proposant divers liens, ont été développées telles que les méthodes utilisant des ressorts [106], [65],[89],[27]. Ces types de lien sont notamment suffisants dans la simulation de sollicitation dynamique simple, comme affichée sur la figure 1.32.

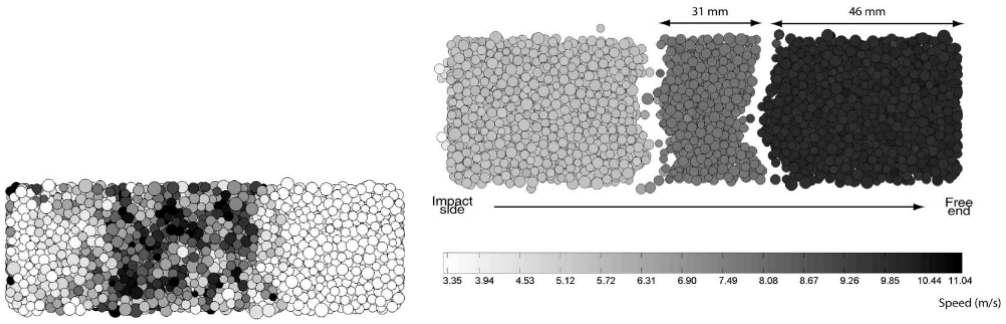


Figure 1.32 – Simulation d'un essai d'Hopkinson avec la méthode particulaire [65]

Plus récemment, dans le but d'améliorer le comportement mécanique, des travaux [3] ont proposé la combinaison des méthodes particulaires et lattice. Pour cela, le choix est fait d'introduire des liens de type poutre. De cette façon, le comportement mécanique est amélioré par la présence des poutres et le comportement de fissuration, en particulier les intéractions entre les lèvres de fissures, est assuré par le contact entre particules. Cette méthode permet alors de simuler les mécanismes de fragmentation, comme observés sur la figure 1.33.

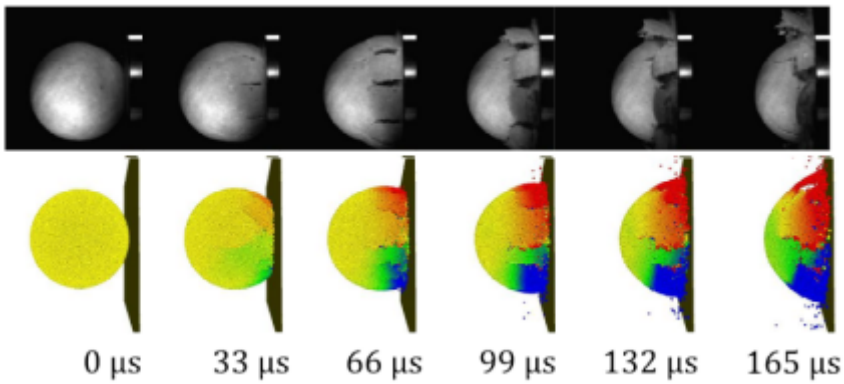


Figure 1.33 – Simulation du choc d'une sphère avec la méthode aux éléments discrets [30]

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une définition du comportement quasi-fragile a été apportée. Les caractéristiques d'un tel comportement ont été mises en exergue, notamment le caractère adoucissement lors de la phase de rupture. L'aspect complexe des mécanismes intervenant lors de la rupture a été mis en évidence. De plus, l'effet multi-échelle commune aux matériaux présentant des ruptures quasi-fragiles a été illustré. Face à ces matériaux et leurs multiples échelles de modélisation, le choix est fait de se placer à une échelle de modélisation mésoscopique dans la suite de ce travail. En effet, le but du modèle proposé dans le prochain chapitre est de simuler la propagation de fissures, tout en étant applicable à des structures.

Ensuite, du point de vue de la modélisation, les différents modèles actuellement utilisés pour simuler les mécanismes de rupture ont été présentés. La nécessité de recourir à un modèle prenant en compte la présence de la zone d'élaboration en amont de la fissure a été montrée. Les limites des modèles présentés résident en particulier dans la méthode numérique utilisée pour les mettre en oeuvre. En effet, la méthode aux éléments finis, bien que précise dans la modélisation de comportements matériaux complexes, présente des difficultés dans la modélisation de rupture, en particulier dans la création de discontinuités. Par ailleurs, la méthode aux éléments discrets présente, quant à elle, de nombreux avantages pour la modélisation des mécanismes de rupture. La création de discontinuités au sein d'une structure est efficacement traitée avec cette méthode en raison de son caractère discret intrinsèque. Elle permet également une étude plus aisée des aspects physique de la rupture que la méthode aux éléments finis. La prise en compte des phénomènes de frottement, et donc des phénomènes dissipatifs associés est naturelle avec la méthode aux éléments discrets. De plus, sa formulation dynamique facilite l'étude de la fissure dynamique. Cependant, les modèles de rupture actuellement utilisés avec la méthode aux éléments discrets se situent à une échelle d'étude microscopique et par conséquent, rendent les simulations trop couteuses en terme de temps de calcul pour pouvoir être réalisées sur des structures.

Le recours à la méthode aux éléments discrets va donc être privilégié dans ces travaux. Néanmoins, les modèles d'endommagement et les modèles de zones cohésives ont dé-

montré leur intérêt, avec notamment la modélisation de nombreux mécanismes de rupture tels que l'effet unilatéral. Afin d'exploiter les avantages de ces modèles tout en s'affranchissant des inconvénients dus à la méthode des éléments finis, le modèle développé dans ces travaux s'inspire fortement des modèles d'endommagement et de zones cohésives mais est également adapté à la méthode aux éléments discrets. Pour cela, une analogie est effectuée entre l' élément cohésif du modèle de zone cohésive mixte et la surface de Voronoi commune à deux éléments discrets reliés par une poutre. Le comportement mécanique de l'élément cohésif est introduit au sein de la poutre du réseau par le biais d'une variable d'endommagement D. L'évolution de cette variable D est définie à partir de l'énergie de rupture du modèle de zone cohésive, afin de conserver son sens physique. La combinaison de ces modèles de zone cohésive et d'endommagement avec le réseau de poutre de la méthode aux éléments discrets permet notamment de solutionner les problèmes de calibration observés lors de l'utilisation des zones cohésives. En effet, la calibration de la rigidité initiale de l'élément cohésif n'a plus lieu d'être, la rigidité est choisie égale à celle de la poutre du réseau. De plus, l'introduction d'une variable d'endommagement et l'adoucissement qu'elle induit, permet d'éviter les phénomènes de rupture brutale observés actuellement lors de l'utilisation de la méthode aux éléments discrets. Celle-ci permet également de réduire les temps de calcul et ainsi de pouvoir réaliser la simulation des mécanismes de rupture à l'échelle mésoscopique.

Dans le chapitre suivant, le principe de la méthode aux éléments discrets est détaillé ainsi que les approches actuelles pour modéliser la rupture avec celle-ci. Ensuite, le modèle d'endommagement inspiré du modèle de zone cohésive mixte adapté au réseau de poutres de la méthode aux éléments discrets est présenté.

Chapitre 2

Modèle d'endommagement pour la méthode aux éléments discrets

Sommaire

2.1 Principe de la méthode aux éléments discrets 32

2.2 Modèle de poutre endommageable 37

2.2.1 Mode CZM mixte 37

2.2.2 Application aux poutres DEM 39

2.3 Validation du modèle sur une poutre 44

2.4 Modélisation des mécanismes de refermeture de fissures . . . 46

2.4.1 Ajout d'un modèle de refermeture 46

2.4.2 Modélisation des contraintes internes 47

2.5 Conclusion 50

Suite au choix de développer un modèle d'endommagement adapté à la méthode des éléments discrets (DEM), le principe de cette méthode numérique est détaillé dans un premier temps. Ensuite, une revue plus précise des modèles de rupture existants en DEM est entreprise. Enfin, une amélioration des modèles existants est proposée avec la définition d'un modèle d'endommagement inspiré des modèles de zones cohésives.

2.1 Principe de la méthode aux éléments discrets

Lors de la mise en oeuvre de la méthode aux éléments discrets, la première étape consiste en la discrétisation du domaine. Contrairement à la méthode aux éléments finis, cette discrétisation ne réside pas dans l'utilisation d'un maillage.

Discrétisation du domaine La discrétisation du domaine est réalisée par le biais de la construction du domaine avec des particules. Lors de ce processus, des particules sont générées aléatoirement au niveau de leur position et de leur taille, comme illustré sur la figure 2.1. Les particules sont insérées une à une dans le domaine jusqu'à atteindre un remplissage complet.

Homogénéité et Isotropie Ce remplissage est contrôlé à partir de deux paramètres: le nombre de coordination *i.e.* le nombre moyen de voisins pour chaque élément, et la fraction volumique *i.e.* le ratio entre le volume des éléments discrets et le volume du domaine. Afin d'arborer une homogénéité dans l'éprouvette 3D construite, le nombre de coordination est fixé à 6.2 [16] et la fraction volumique est établie à 0.63 [15]. Dans le but de garantir l'isotropie dans le domaine [80],[3], la taille des éléments discrets varie et suit une loi normale avec une dispersion de 25%. Une fois le domaine rempli et ces valeurs seuils atteintes, une phase de relaxation est appliquée à l'éprouvette afin d'éliminer les interpénétrations entre les éléments discrets.

Matériau Continu L'utilisation seule des particules et de leurs contacts est suffisante pour modéliser des matériaux granulaires. Cependant, lors de la modélisation de matériaux continus, l'ajout de liens entre les particules est nécessaire. Un exemple de réseau de liens entre les éléments discrets est affiché en figure 2.1. Les intéractions entre les éléments discrets consistent alors en des efforts et moments calculés au sein du lien.

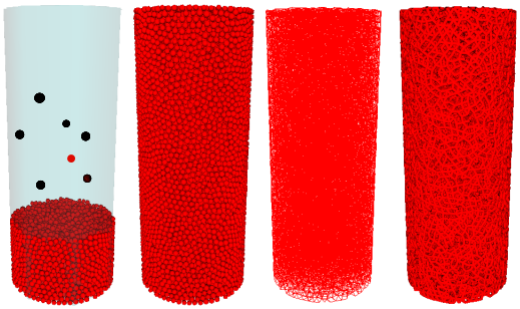


Figure 2.1 – Processus de construction d'une éprouvette en DEM [71]

Comportement Élastique Afin de restituer le comportement élastique de ces matériaux continus, de nombreux types de liens ont été développés. Parmi eux, deux approches

se distinguent: les liens de type ressort [74] ou combinaison de ressort [5] et les liens de type poutre [4], illustrés sur la figure 2.2. Une étude menée par Schlangen [117] a montré que les liens de type poutres permettent une meilleure modélisation du comportement élastique que les liens de type ressort, en particulier au niveau de l'effet poisson.

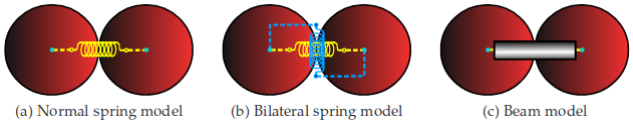


Figure 2.2 – Différents types de liens utilisés en DEM[70]

Calibration élastique Du fait de son caractère discret, la discrétisation induit la présence de vide dans le domaine. Ce vide au sein du lattice rend nécessaire une calibration des paramètres élastiques des liens (ressorts ou poutres). En effet, en prenant l'exemple d'un domaine constitué d'éléments discrets sphériques et de poutres tel que celui affiché en figure 2.3, le module de Young de la poutre E_μ diffère du module de Young E_M du matériau simulé.

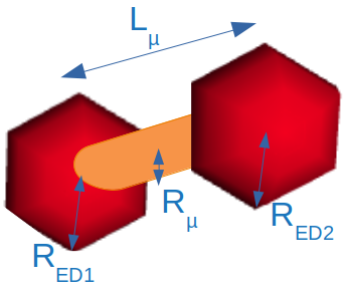


Figure 2.3 – Schéma d'une poutre reliant deux éléments discrets du domaine

Pour pallier à ce problème d'échelles microscopique et macroscopique, une méthode de calibration des paramètres de la poutre, *i. e.* le module de Young E_μ, le coefficient de Poisson ν_μ et le rayon addimensionné $\tilde{r}_\mu$, est mise en place. Dans ce but, la méthode s'appuie sur deux courbes de calibration telles que celles exposées en figure 2.4. Dans un premier temps, le rayon addimensionné $\tilde{R}_\mu = \frac{R_{ED1}+R_{ED2}}{2R_\mu}$, ratio du rayon moyen des éléments discrets et du rayon de la poutre r_μ qui les relie, est fixé de sorte à atteindre le coefficient de poisson du matériau ν_M. Dans un second temps, le module d'élasticité de la poutre E_μ est calibré afin d'obtenir macroscopiquement le module de rigidité du matériau E_M. Le coefficient de poisson de la poutre ν_μ n'ayant pas d'influence sur les caractèristiques mécaniques macroscopiques, celui-ci est imposé à 0.3.

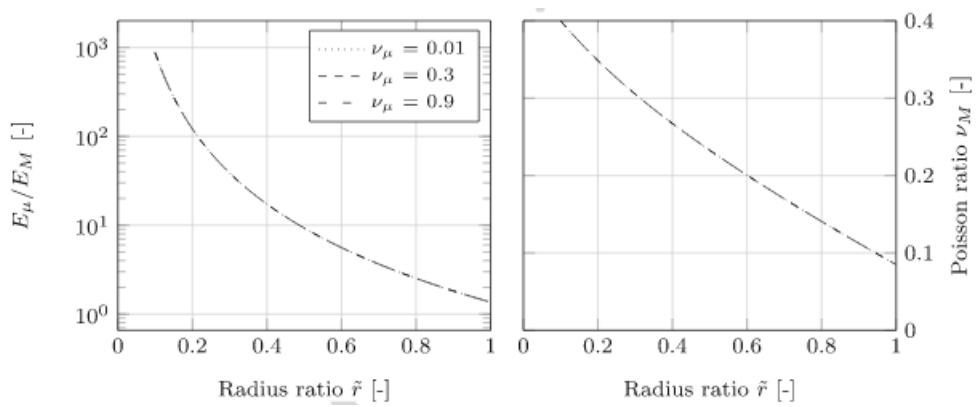


Figure 2.4 – Courbes de calibration élastique [51]

De plus, il a été démontré dans [2] qu'un nombre minimal de 5000 éléments discrets est nécessaire dans la discrétisation du domaine pour assurer le comportement élastique attendu.

Rupture Au niveau du comportement à rupture, différentes approches se dessinent. D'un côté, les critères de rupture appliqués aux liens de type poutre restent sommaires. En effet, bien que les poutres soient plus efficaces dans la modélisation élastique du matériau, elles rendent difficiles la mise en oeuvre de critères évolués. Actuellement, seuls des critères seuil sont utilisés sur les poutres. Certains travaux tels que [41],[116],[68] activent la rupture dès lors que l'élongation de la poutre atteint une valeur seuil. Un critère seuil amélioré est également utilisé dans [4] ou [107] où une contrainte équivalente est calculée pour chacun des éléments discrets. Lorsqu'une valeur seuil de contrainte est atteinte, les poutres de cet élément sont désactivées. Dans [100], un critère seuil sur une déformation équivalente est couplé avec un modèle de Weibull afin de modéliser à la fois la présence de micro-fissures et le comportement fragile. Une variante de ces critères apparaît dans [126] où une valeur seuil de contrainte doit être maintenue sur une période de temps assurant une énergie dissipée égale à l'énergie de rupture du matériau. Similairement, dans [83], un adoucissement linéaire est défini dans la direction longitudinale et déclenché lorsqu'un seuil de contrainte est atteint et ce jusqu'à la dissipation de l'énergie cohésive. Ces critères permettent de modéliser principalement le comportement à rupture de matériaux homogènes. Leur application est également possible pour des matériaux hétérogènes mais seulement à l'échelle microscopique. Pour des échelles supérieures, l'influence de la mésostructure n'est pas prise en compte, ce qui ne permet pas de modéliser fidèlement les chemins de fissuration.

Afin de pouvoir étudier les mécanismes de rupture à des échelles supérieures, des travaux ont privilégiés le recours à des liens de type ressort. En effet, les ressorts ont pour avantage de pouvoir séparer les différents forces et déplacements appliqués dans les liens. De nombreux travaux [74],[18], [34], [35] consistent en la modélisation des différentes phases composant les bétons, *i. e.* granulat, matrice et interface matrice/grain. La rupture apparaît alors sous la forme d'un critère en contrainte ou déformation équivalente. Ces critères permettent la prédiction des chemins de fissuration pour divers essais de traction et compression. Cependant, l'échelle de modélisation ne permet pas une application sur des structures. Afin de se placer à une échelle de modélisation mésoscopique, la notion d'endommagement est introduite. Dans [78], un endommagement est défini sur un ressort normal remplaçant les liens de type poutre

lorsqu'un critère seuil est atteint. Des approches physiques basées sur les modèles de zones cohésives ont été développées sur des ressorts, notamment dans [58] et [95]. Dans [58], un endommagement suivant une évolution linéaire est introduit et paramétré à partir des énergies de rupture de mode I. La rigidité du ressort normal est alors dégradée par le biais de cet endommagement. Afin de rendre compte de l'adoucissement dans la direction tangentielle, une loi de Mohr-coulomb permet de relier la contrainte maximale de cisaillement et la contrainte maximum de traction. L'adoucissement suivant la direction tangentielle est, quant à lui, paramètré par l'énergie de rupture en mode II. Une approche similaire est réalisée dans [95] en privilégiant un adoucissement de forme exponentielle. Ces modèles permettent d'obtenir des résultats satisfaisants lorsqu'un mode de rupture, mode I ou mode II, est prédominant. Cependant, la décorrélation des adoucissements dans les directions normale et tangentielle rend ce modèle inadéquat aux essais de sollicitations en mode mixte. En effet, de la non définition d'un critère d'évolution de l'énergie dissipée peut résulter des puits d'énergie en mode mixte. Dans ce cas, une rupture avec une énergie dissipée inférieure aux énergies de modes I et II peut se produire lors d'une sollicitation en mode mixte, ce qui n'est pas physique.

Les principaux verrous présents dans les divers critères de rupture, actuellement utilisés dans la méthode aux éléments discrets, résident dans le fait d'obtenir simultanément avec un unique modèle : un comportement élastique ainsi qu'un comportement à rupture tenant compte de la mixité présente dans les liens, sans toutefois ajouter une lourde phase de calibration.

Afin de répondre à ces verrous, le modèle développé dans ce travail et présenté dans ce chapitre consiste en un modèle de zone cohésive défini sur des liens de type poutre. En général, l'utilisation des critères de rupture sommaires sur des liens de type poutre est privilégiée, assurant un comportement élastique satisfaisant au détriment de la mixité, inexistante dans le comportement à rupture. Par ailleurs, quelques critères modélisant la mixité du comportement à rupture sont appliqués dans certains travaux mais obligent le recours à des liens de type ressort induisant un comportement élastique moins précis. Dans le but de mieux comprendre les adaptations nécessaires au développement de ce modèle, une présentation de la plateforme de calcul est tout d'abord réalisée.

Plateforme de calcul L'outil numérique utilisé pour ces travaux est la plateforme de calcul GranOO, Granular Object Oriented. Le développement de cette plateforme se fait par la déclaration de module en langage C++. Elle met en oeuvre la méthode des éléments discrets grâce à l'algorithme de calcul présenté sur la figure 2.5.

Algorithm 1 Algorithme de résolution *dynamique explicite*

Require: $\vec{p}(0)$ $\dot{\vec{p}}(0)$ $\ddot{\vec{p}}(0)$ $q(0)$ $\dot{q}(0)$ $\ddot{q}(0)$
  $t \leftarrow 0$
  for all itération n **do**
    for all élément discret i **do**
      $\vec{p}_i(t+dt) \leftarrow$ Application de *verlet vitesse*
      $\vec{f}_i(t+dt) \leftarrow$ Bilan des forces agissant sur l'élément discret i
      $\ddot{\vec{p}}_i(t+dt) \leftarrow$ Principe fondamental de la dynamique
      $\dot{\vec{p}}_i(t+dt) \leftarrow$ Application de *verlet vitesse*

      $q_i(t+dt) \leftarrow$ Application de *verlet vitesse*
      $q_i(t+dt) \leftarrow$ Renormalisation
      $\vec{\tau}_i(t+dt) \leftarrow$ Bilan des moments agissant sur l'élément discret i
      $\ddot{q}_i(t+dt) \leftarrow$ Principe fondamental de la dynamique
      $\dot{q}_i(t+dt) \leftarrow$ Application de *verlet vitesse*
    end for
    $t \leftarrow t + dt$
  end for

Figure 2.5 – Algorithme utilisé dans la plateforme de calcul GranOO [2]

A chaque pas de temps, la position $\vec{p}$ des éléments discrets est actualisée à partir des vitesses et accélérations du temps précédent. Ensuite, un bilan des efforts est entrepris pour chaque élément discrets. À partir de ces efforts, les accélérations sont déduites par le biais de la seconde loi de Newton. Puis, un schéma numérique permet de remonter aux vitesses. Le schéma explicit utilisé ici est le schéma d'intégration Verlet Vitesse qui peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{cases} \dot{\vec{p}}(t+dt) = \dot{\vec{p}}(t) + \frac{dt}{2}(\ddot{\vec{p}}(t) + \ddot{\vec{p}}(t+dt)) \\ \vec{p}(t+dt) = \vec{p}(t) + dt\dot{\vec{p}}(t) + \frac{dt^2}{2}\ddot{\vec{p}}(t) \end{cases} \tag{2.1}$$

Ce processus est répété sur les quaternions $\vec{q}$, outils mathématiques qui relatent des mouvements angulaires des éléments discrets.

De plus, pour la modélisation des matériaux continus, le code de calcul possède des liens de type poutre d'Euler-Bernouilli, tels que montrés sur la figure 2.6.

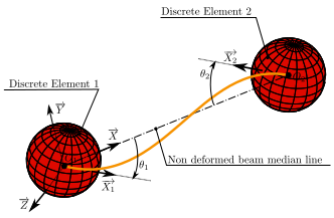


Figure 2.6 – Schéma d'une poutre déformée [3]

Les intéractions entre les éléments discrets sont alors régies par la théorie des poutres. Ainsi pour chaque lien, trois forces F_{1x}, F_{1y}, F_{1z} et trois moments M_{1x}, M_{1y}, M_{1z} sont définis et appliqués aux éléments discrets liés. Leurs expressions respectives pour l'élément discret 1 en fonction du module de Young E, du moment quadratique I et du moment polaire I_0 sont les suivantes:

$$\begin{cases} F_{1x} = \frac{ES\Delta L}{L} \\ F_{1y} = \frac{-6EI(\theta_{2z}+\theta_{1z})}{L^2} \\ F_{1z} = \frac{6EI(\theta_{2y}+\theta_{1y})}{L^2} \\ M_{1x} = \frac{EI_0(\theta_{2x}-\theta_{1x})}{2(1+\nu)L} \\ M_{1y} = \frac{-2EI(\theta_{2y}+2\theta_{1y})}{L} \\ M_{1z} = \frac{-2EI(\theta_{2z}+2\theta_{1z})}{L} \end{cases} \tag{2.2}$$

Les efforts et moments dépendent également de la longueur de la poutre L et des vecteurs rotations $\vec{\theta}_1$ et $\vec{\theta}_2$ respectivement des éléments discrets 1 et 2. Les travaux réalisés dans cette thèse consistent en une amélioration de ces poutres dans le but de leur attribuer un comportement endommageable. Dans la section suivante, les adaptations nécessaires à la mise en oeuvre d'un modèle d'endommagement avec la méthode aux éléments discrets sont abordées. Ensuite, les équations régissant le modèle sont exposées.

2.2 Modèle de poutre endommageable

2.2.1 Mode CZM mixte

Tout d'abord, le modèle d'endommagement choisi est basé sur les modèles de zones cohésives. De plus, de par la multitude des directions d'orientation des poutres, le recours à un modèle de zone cohésive mixte, tel que celui présenté dans [131] apparaît nécessaire. Le principe de ces modèles mixtes est de considérer que lorsque l'élément cohésif est soumis à une sollicitation complexe, l'énergie dissipée lors de la rupture est bornée par les énergies de ruptures en modes pures. Ainsi, le modèle mixte permet de situer l'état de mixité dans l'élément cohésif par rapport à des sollicitations en modes purs par le biais d'un taux de mixité β. Ce dernier est évalué en effectuant le rapport du déplacement en mode II, δ_{II}, et du déplacement en mode I, δ_I, et peut donc s'écrire:

$$\beta = \frac{\delta_{II}}{\delta_I} \tag{2.3}$$

Pour chaque mode pur I et II, on peut définir un modèle de zone cohésive défini à partir de trois paramètres : une rigidité, respectivement K_I^0 et K_{II}^0, une énergie de rupture, G_{fI} et G_{fII} ainsi qu'un déplacement élastique maximal δ_I^e et δ_{II}^e. Les modèles de zones cohésives pour les modes purs I et II sont présentés en figure 2.7.

(a) Modèle de zone cohésive en mode I (b) Modèle de zone cohésive en mode II

Figure 2.7 – Modèles de zone cohésive en modes purs I et II

A partir de ces modèles en modes purs et du taux de mixité, les paramètres du modèle de zone cohésive mixte, *i. e.* la rigidité K_{I+II}^0, l'énergie G_{fI+II} et les déplacements courant δ_{I+II} et élastique maximal δ_{I+II}^e sont calculés tels que:

$$\begin{cases} K_{I+II}^0 = \sqrt{\frac{K_I^{0\,2}+\beta^2 K_{II}^{0\,2}}{1+\beta^2}} \\ G_{fI+II} = \frac{\delta_{II}^{e2}}{\delta_{II}^{e2}+\beta^2\delta_I^{e2}} G_{fI} + \frac{\beta^2\delta_I^{e2}}{\delta_{II}^{e2}+\beta^2\delta_I^{e2}} G_{fII} \\ \delta_{I+II}^e = \delta_I^e \delta_{II}^e \sqrt{\frac{1+\beta^2}{\delta_{II}^{e2}+\beta^2\delta_I^{e2}}} \\ \delta_{I+II} = \delta_I \delta_{II} \sqrt{\frac{1+\beta^2}{\delta_{II}^2+\beta^2\delta_I^2}} \end{cases} \tag{2.4}$$

Ce modèle mixte peut alors être représenté dans l'espace des modes purs de rupture comme illustré sur la figure 2.8.

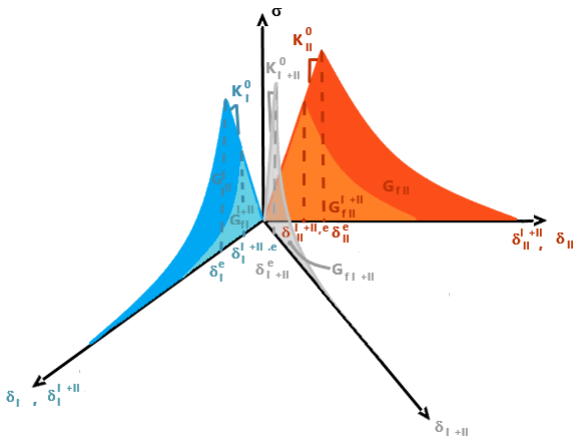


Figure 2.8 – Représentation contrainte-déplacement du mode mixte dans l'espace des modes purs I et II

En s'appuyant sur cette représentation du modèle mixte, le critère d'initiation de l'endommagement est écrit sous la forme:

$$(\frac{\delta_I^{I+II,e}(t)}{\delta_I^e})^2 + (\frac{\delta_{II}^{I+II,e}(t)}{\delta_{II}^e})^2 = 1 \tag{2.5}$$

Ensuite, lorsque ce critère est vérifié, l'évolution de l'endommagement peut être calculée par la relation:

$$D = 1 - \frac{\delta_{I+II}^e}{\delta_{I+II}} e^{\frac{2K_{I+II}^0}{2\frac{G_{fI+II}}{\delta_{I+II}^e} - K_{I+II}^0 \delta_{I+II}^e}(\delta_{I+II}^e - \delta_{I+II})} \tag{2.6}$$

Enfin, lorsque l'énergie cohésive est dissipée dans l'élément cohésif, la rupture est activée. Afin de rendre la rupture effective lorsque la contrainte dans l'élément cohésif est faible, *i. e.* inférieure à 1% de la contrainte au pic, un critère de rupture en déplacement est mis en oeuvre:

$$\delta_{I+II}^u = \delta_{I+II}^e - \frac{2\frac{G_{fI+II}}{\delta_{I+II}^e} - K_{I+II}^0 \delta_{I+II}^e}{2K_{I+II}^0} ln(\frac{1}{100}) \tag{2.7}$$

Le modèle de zone cohésive est appliqué sur notre domaine composé d'éléments discrets de Voronoi et de poutres. Pour cela, l'élément cohésif considéré correspond à la poutre. Le plan de définition de l'élément cohésif coïncide avec le plan attaché à la surface de Voronoi commune aux deux éléments discrets reliant la poutre, comme illustré en figure 2.9.

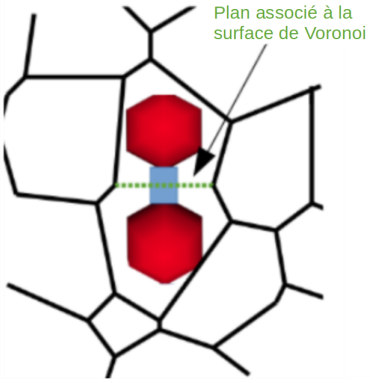


Figure 2.9 – Schéma représentant le plan associé à la surface de Voronoi

Ainsi, les déplacements δ_I et δ_{II} sont définis dans ce plan. L'intérêt de l'utilisation des poutres en tant qu'éléments cohésifs est de s'affranchir de la phase de calibration de la rigidité initiale de l'élément. En effet, la rigidité initiale de l'élément cohésif est choisie égale à la rigidité de la poutre. Afin d'établir une analogie entre l'élément cohésif et la poutre, une variable d'endommagement D, affichant une évolution similaire à l'équation (2.6), est définie au sein de la poutre. Cette variable permet alors de dégrader les caractéristiques mécaniques de la poutre, notamment le module de Young E en fonction de sa valeur initiale E_0 à l'aide de la relation :

$$E(t) = (1 - D)E_0 \tag{2.8}$$

Cependant, le modèle de zone cohésive mixte étant défini à partir des modes purs I et II, il reste avant son application à définir de tels modes dans le cas d'une poutre.

2.2.2 Application aux poutres DEM

Adaptation à la méthode aux éléments discrets Une première difficulté dans l'application d'un modèle de zone cohésive à une poutre réside dans la définition des modes de rupture conventionnels au sein de la poutre. En analysant les cinématiques de la poutre, le mode I de rupture peut être identifié comme résultant des efforts de traction de la poutre. De même, le mode III de rupture apparaît comme provenant des effets de torsion au sein de la poutre. Concernant le mode II de rupture, une unique équivalence cinématique ne se dégage pas. En effet, une rupture en cisaillement plan dans la poutre peut résulter à la fois d'un effort de cisaillement et d'une sollicitation en flexion. Ces équivalences entre les cinématiques de la poutre et les modes de rupture conventionnels sont illustrées dans le tableau 2.1.

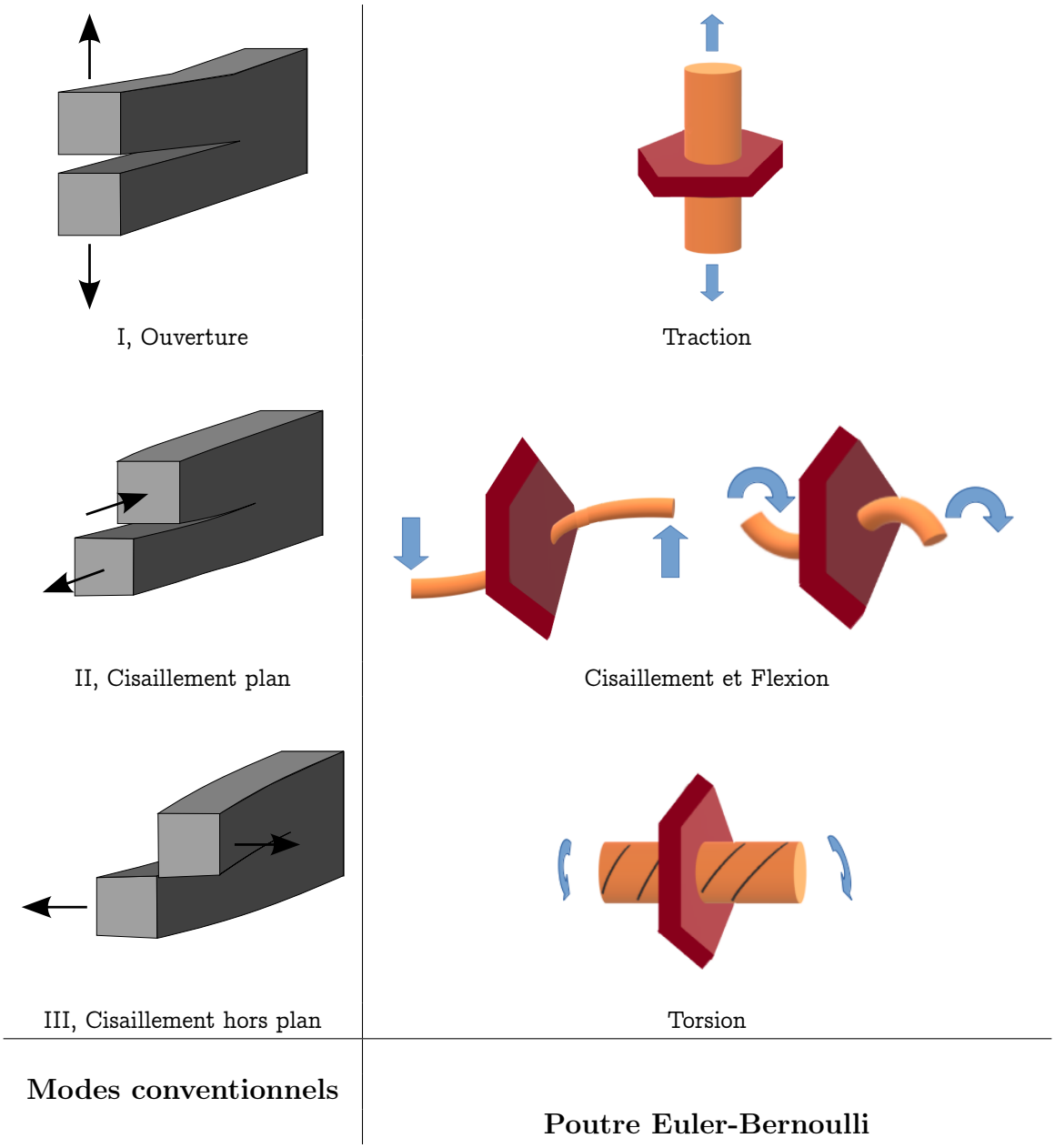


Table 2.1 – Modes de rupture conventionnels et modes équivalents pour une poutre

Par ailleurs, le choix d'un modèle de zone cohésive mixte à deux modes est privilégié dans ce travail. Ce choix est justifié par la répartition de l'énergie de déformation au sein de la poutre soumise à une sollicitation, étudiée dans [3]. En effet, la figure 2.10 montre que dans un réseau de poutres, l'énergie de déformation se trouve majoritairement dissipée en traction. Le mode de rupture en traction de la poutre apparaît naturellement comme le premier mode du modèle. Ensuite, la deuxième source de dissipation d'énergie est issue de la sollicitation en flexion, de loin supérieure à l'énergie dissipée en torsion. De plus, les ruptures dues aux sollicitations de cisaillement, de flexion et de torsion sont créées suivant le même plan porté par la surface de Voronoi, illustré en figure 2.9. Ainsi, l'adoption d'un modèle de zone cohésive mixte à deux modes est valide avec d'une part un mode correspondant aux efforts de traction et d'autre part rassemblant les sollicitations de cisaillement, de flexion et de torsion. Les deux modes de rupture privilégiés au sein de la poutre, ne coïncidant pas avec les modes conventionnels, seront

nommés par la suite pseudo modes I et II et notés mode I^* et mode II^*.

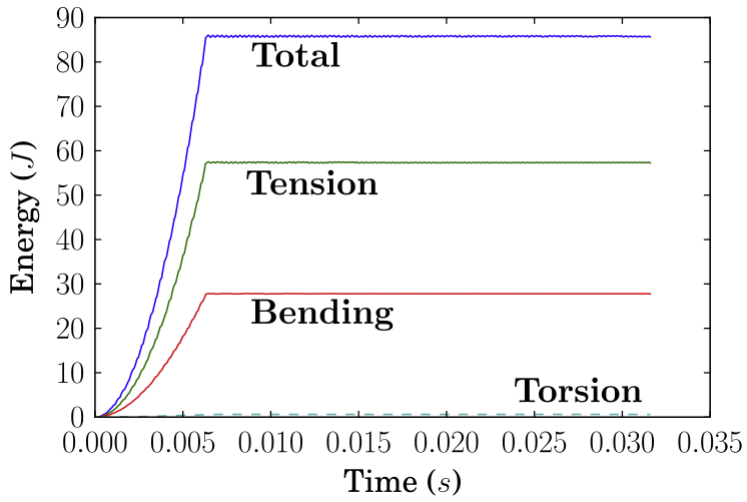


Figure 2.10 – Répartition de l'énergie de déformation dans le réseau de poutres [3]

La dernière étape pour appliquer ce modèle réside dans l'expression des rigidités, déplacements et énergies de ces pseudo modes.

Définition du mode I^* Les paramètres de la loi cohésive de mode I^* sont aisément identifiables. En effet, ce mode est piloté par les efforts de traction au sein de la poutre. Ainsi, comme illustré sur la figure 2.11, des efforts de traction résulte une élongation de la poutre, passant d'une longueur initiale L_0 à une longueur courante L(t).

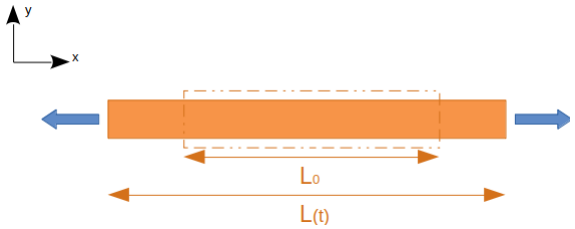


Figure 2.11 – Schéma représentant le mode I^*

Par conséquent, le déplacement de mode I^* peut s'écrire comme la variation de longueur de la poutre. La rigidité est prise égale à la rigidité de traction. Le déplacement élastique maximal $\delta^e_{\mathrm{I}^*}$ est exprimé en fonction de la déformation élastique maximale $\varepsilon^e_{\mathrm{I}^*}$ du matériau. Leurs expressions sont explicitées comme suit:

$$\begin{cases} \delta_{\mathrm{I}^*} & = & L - L_0 \\ K_{\mathrm{I}^*} & = & \frac{E_0}{L_0} \\ \delta^e_{\mathrm{I}^*} & = & \varepsilon^e_{\mathrm{I}^*} L_0 \\ G_{f,\mathrm{I}^*} & = & \frac{A_{beam}}{A_{voronoi}} G_{f,\mathrm{I}} \end{cases} \tag{2.9}$$

Du point de vue de l'énergie cohésive, l'énergie de rupture mesurée expérimentalement lors d'un essai de traction $G_{f,\mathrm{I}}$ ne peut être directement utilisée. En effet, le caractère lattice du domaine ne permet pas de garantir la conservation de l'énergie. La rigidité de la poutre étant supérieure à la rigidité du matériau, conséquence de la phase de calibration élastique, l'énergie de rupture du matériau serait dissipée avant même d'atteindre la contrainte élastique maximum dans la poutre. Dans le but de rester proche de la physique et de rendre automatique la phase de calibration de l'énergie, l'hypothèse est faite que le rapport de l'énergie cohésive G_{fI*} sur la surface de la poutre A_{beam} est égale à l'énergie de rupture du matériau G_{fI} sur la surface du matériau, modélisée par la surface de l'élément discret de Voronoi $A_{Voronoi}$.

Définition du mode II* Le mode II^* rassemblant les contributions de cisaillement, de flexion et de torsion, la définition de celui-ci est moins immédiate. En effet, une décomposition avec d'une part les sollicitations de cisaillement et de flexion et d'autre part les sollicitations de torsion est nécessaire. La part du mode II* induite par la torsion est aisément décrite comme sur la figure 2.12.

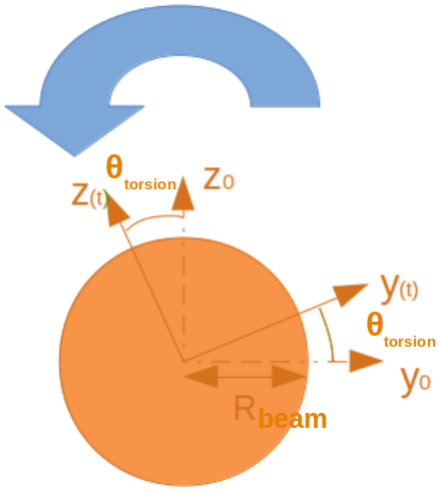


Figure 2.12 – Schéma représentant la contribution de torsion au mode II^*

Le déplacement représentatif des effets de torsion s'exprime à partir de l'angle de torsion $\theta_{torsion}$ et du rayon de la poutre R_{beam}. Son expression ainsi que celle de la rigidité en torsion sont les suivantes:

$$\begin{cases} \delta_{torsion} & = & R_{beam}\theta_{torsion} \\ K_{torsion} = \frac{E_0}{2(1+\nu)L_0} \end{cases} \tag{2.10}$$

Contrairement à la contribution de la torsion, la part due à la fois au cisaillement et à la flexion est plus difficilement quantifiable. En effet, la poutre utilisée suivant la théorie d'Euler-Bernouilli, les efforts de cisaillement et les moments de flexion au sein de la poutre sont couplés. De ce fait, une dissociation de ces sollicitations est impossible. La proposition faite ici est de considérer la longueur curviligne de la poutre comme grandeur représentant l'influence des effets de cisaillement et flexion, comme

montré sur la figure 2.13. Cette longueur curviligne L_{curve} peut être calculée à partir des positions et des rotations des extrémités de la poutre. Les détails de ce calcul sont présentés en annexe A.

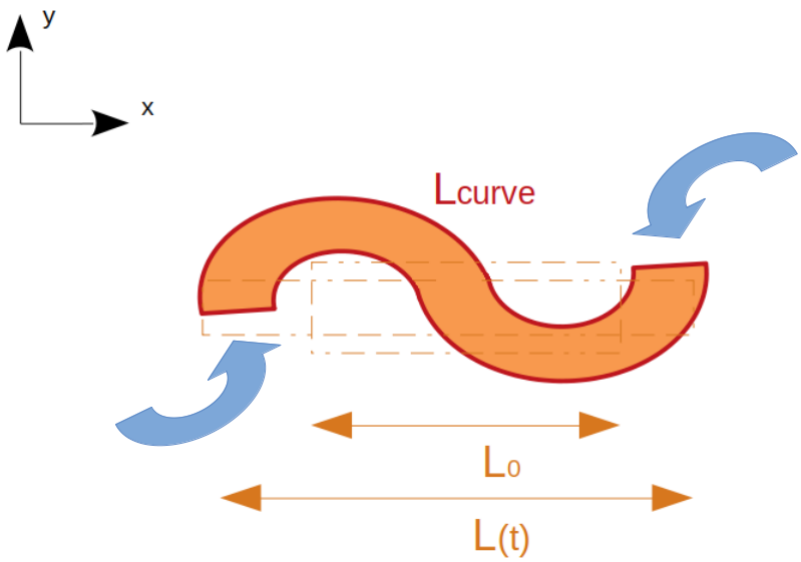


Figure 2.13 – Schéma représentant les contributions de cisaillement et de flexion au mode II^*

À partir de cette représentation, un déplacement correspondant aux sollicitations de cisaillement et de flexion peut être déduit tel que la longueur curviligne à laquelle est retranchée la longueur due aux efforts de traction. D'autre part, les rigidités en cisaillement et en flexion différant, le choix est fait ici de réaliser une moyenne pondérée des rigidités respectives. Ainsi, la contribution des efforts de cisaillement F_y et F_z et des moments de flexion M_y et M_Z est estimée grâce aux équations:

$$\begin{cases} \delta_{Shear/Bending} & = & L_{curve} - L(t) \\ K_{shear/Bending} & = & f_{shear}K_{shear} + f_{bending}K_{bending} \\ f_{shear} & = & \frac{F_y+F_z}{F_y+F_z+\frac{M_y}{L_0}+\frac{M_Z}{L_0}} \\ f_{bending} & = & \frac{\frac{M_y}{L_0}+\frac{M_Z}{L_0}}{F_y+F_z+\frac{M_y}{L_0}+\frac{M_Z}{L_0}} \\ K_{shear} = \frac{E_0 I}{L_0^2 R_{beam}} & & \\ K_{bending} = \frac{E_0}{L_0} & & \end{cases} \tag{2.11}$$

Ces deux contributions au mode II^* étant déterminées, les équations décrivant le mode II^* peuvent être développées:

$$\begin{cases} \delta_{\mathrm{II}^*} & = & L_{curve} - L + R_{beam}\theta_{torsion} \\ K_{\mathrm{II}^*} & = & f_{shear/bending}K_{shear/bending} + f_{torsion}K_{torsion} \\ f_{shear/bending} & = & \frac{\delta_{shear/bending}}{\delta_{\mathrm{II}^*}} \\ f_{torsion} & = & \frac{\delta_{torsion}}{\delta_{\mathrm{II}^*}} \\ \delta^e_{\mathrm{II}^*} & = & \alpha\delta^e_{\mathrm{I}^*} \\ G_{f,\mathrm{II}^*} & = & \alpha G_{f,\mathrm{I}^*} \end{cases} \tag{2.12}$$

Ainsi, le déplacement représentatif du mode II^* n'est autre que la somme des déplacements dus à la torsion et aux cisaillement et flexion. De nouveau, n'ayant pas d'équivalent physique, la rigidité de mode II^* est déterminée par une moyenne pondérée de chacune des contributions. De même, avec l'absence de sens physique, et dans le but de limiter les variables potar numériques, le choix est fait d'exprimer le déplacement élastique maximum et l'énergie cohésive de mode II^* en fonction de leurs équivalents respectifs en mode I^*.

La définition de notre pseudo modèle de zone cohésive à partir de ces deux modes, mode I^* et mode II^* ne dépend que de trois paramètres: une énergie de rupture en traction G_{fI^*}, une déformation élastique maximale en traction $\varepsilon^e_{I^*}$ et un potar numérique α. Parmi ces paramètres, seul le potar numérique α nécessite une calibration, les deux autres paramètres sont déterminés directement à partir d'un essai de traction expérimental.

Suite aux diverses hypothèses et adaptations réalisées dans le modèle, une phase de validation est entreprise sur une poutre.

2.3 Validation du modèle sur une poutre

Afin de valider notre modèle, des essais sur une poutre soumise à des sollicitations mixtes sont réalisés. Dans ce but, sur une extrémité de la poutre un effort de traction, activant le mode I^*, est appliqué tandis qu'un moment de torsion, activant le mode II^* est imposé à l'autre extémité. Le chargement est illustré sur la figure 2.14. Plusieurs essais en faisant varier les efforts de traction et les moments de torsion permettent ainsi de faire évoluer le taux de mixité β au sein de la poutre.

Figure 2.14 – Schéma de la poutre sollicitée en mode mixte

Pour utiliser notre modèle d'endommagement, seulement trois paramètres nécessitent d'être fixés. L'énergie de rupture en mode I^* et la déformation élastique maximum en mode I^* peuvent être introduite directement de résultats expérimentaux. Seul le paramètre α, qui n'a pas de sens physique, doit être calibré à partir d'un essai présentant des sollicitations de mode II^*. Dans ce paragraphe, le modèle étant appliqué seulement sur une poutre, le choix est fait de fixer abitrairement les valeurs des paramètres telles que rassemblées dans le tableau 3.2.

$G_{f,\mathrm{I}}$	60 $J.m^{-2}$
$\varepsilon_{e,\mathrm{I}}$	10^{-4}
α	5

Table 2.2 – Paramètres du modèle d'endommagement pour les essais de validation sur une poutre.

L'énergie dissipée lors de la rupture par la poutre déformée peut alors se décomposer en deux parties : une part dissipée en traction, *i. e.* en mode I^*, et l'autre dissipée en torsion, *i. e.* en mode II^*. De cette façon, l'évolution de l'énergie dissipée en mode mixte ainsi que celle de ses contributions de mode I^* et de mode II^* en fonction de β, sont représentées sur la figure 2.15. De plus, des essais de traction pure et de torsion ont été réalisés sur la poutre permettant de déterminer les énergies dissipées respectivement en mode I^* pur et II^* pur.

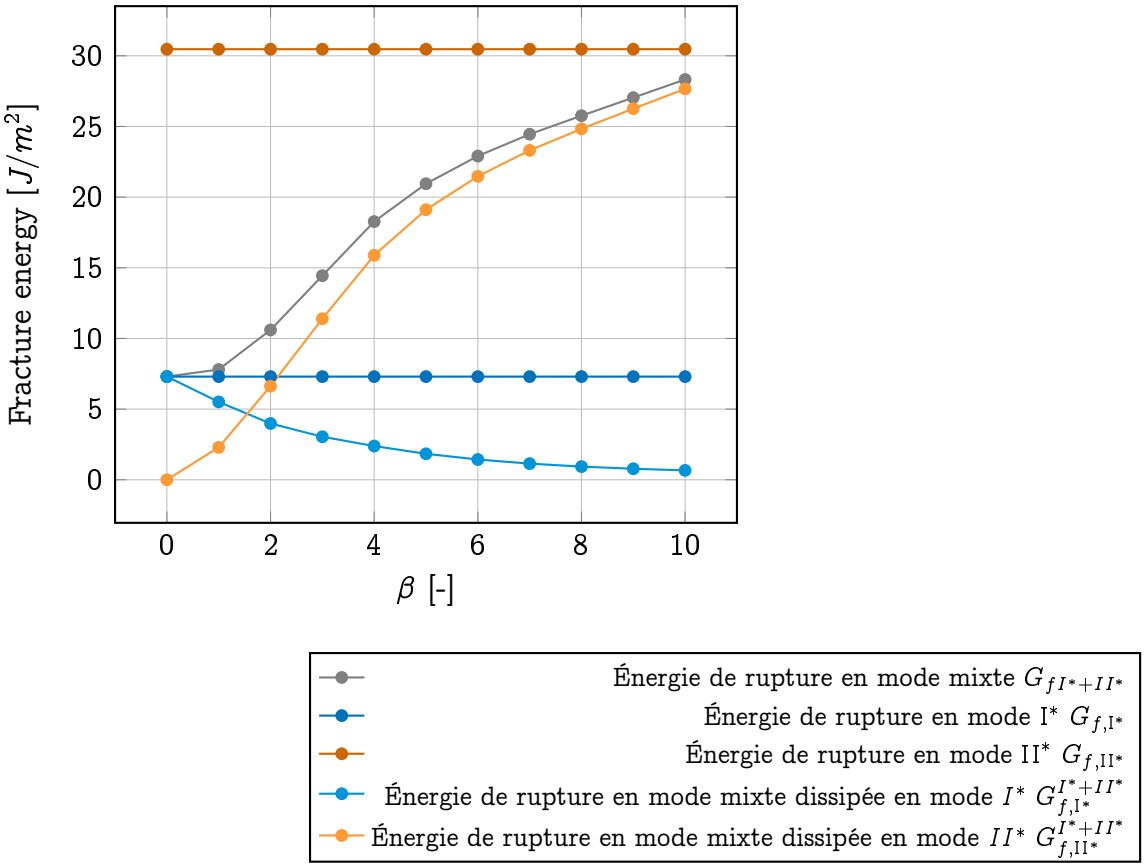


Figure 2.15 – Énergies de rupture dans une poutre en fonction du taux de mixité β

L'évolution de l'énergie dissipée en mode mixte est monotone et bornée par les énergies de rupture de modes purs. De plus, les parts d'énergies dissipées en modes purs lors d'une sollicitation mixte sont toujours inférieures aux valeurs d'énergie en sollicitations de mode pur. Ainsi, notre modèle affiche un comportement énergétique correct, avec notamment l'absence de puits d'énergie. Aucun principe physique n'est transgressé. Ces essais sur une poutre permettent donc de valider l'implémentation du modèle proposé ici.

2.4 Modélisation des mécanismes de refermeture de fissures

2.4.1 Ajout d'un modèle de refermeture

Ce modèle d'endommagement étant introduit dans le lattice, les intéractions entre les éléments sont jusqu'ici non considérés. Cependant, afin d'observer les mécanismes intervenant lors des refermetures de fissure, l'ajout d'un comportement lors de la mise en compression des poutres endommagées est nécessaire. Dans ce but, un modèle de refermeture est défini ici. Il consiste en la prise en compte de l'intéraction entre les éléments discrets de Voronoi du domaine. Lorsqu'une poutre endommagée est soumise à des efforts de compression et que les éléments discrets liés entrent en collision, un effort de répulsion est calculé. Cet effort est appliqué le long de la surface de contact des éléments de Voronoi, $A_{voronoi}$, suivant la direction normale $\vec{n}$, illustrées sur la figure 2.16. Dans un but de simplicité, les effets de frottement entre les éléments discrets sont négligés.

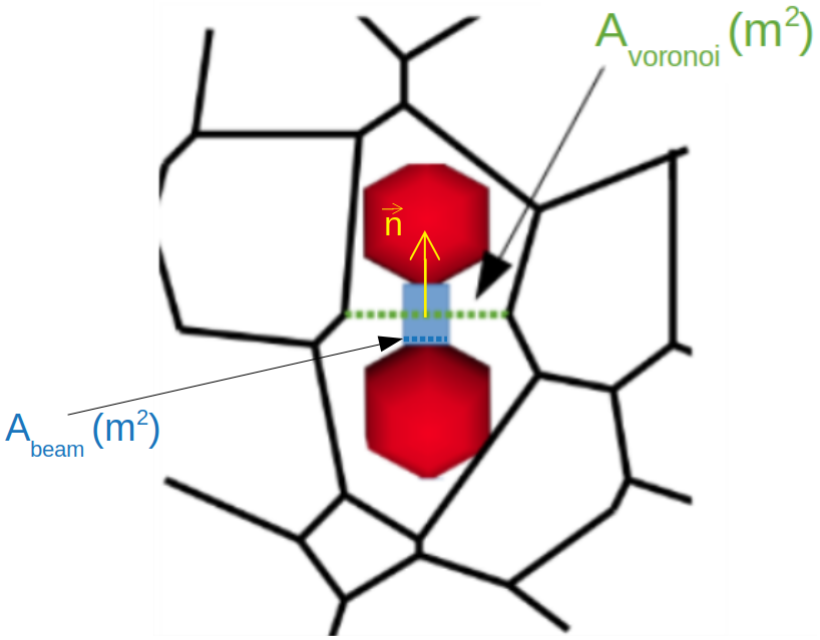


Figure 2.16 – Schéma des surfaces de refermeture

L'effort de refermeture $F_{closure}$ peut alors s'exprimer en fonction de l'interpénétration des deux éléments discrets u_{pene} et de la rigidité de refermeture $K_{closure}$ telle que:

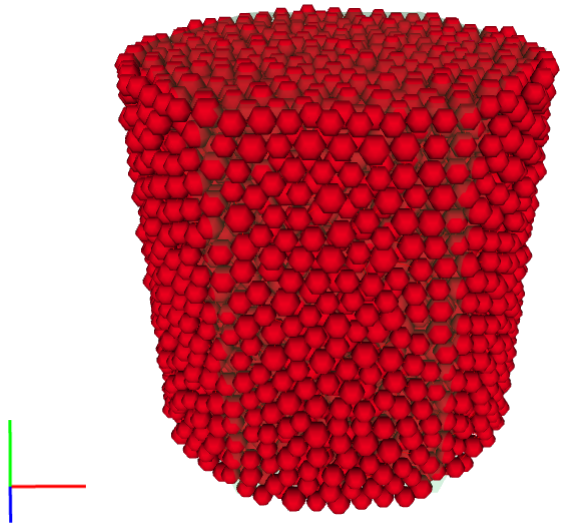
$$\begin{cases} K_{closure} = D\frac{E_0 A_{vorono}}{L_0} \\ \vec{F}_{closure} = K_{closure} u_{pene} \vec{n} \end{cases} \tag{2.13}$$

La rigidité de refermeture évolue avec l'endommagement. Afin d'obtenir un comportement équivalent à celui d'un matériau sain lors de la refermeture, la somme des efforts et moments provenant de la poutre, $\vec{F}_{damageBeam}$ et $\vec{M}_{damageBeam}$, et induit par le modèle de refermeture, $\vec{F}_{closure}$ et $\vec{M}_{closure}$, est égale aux efforts et moments présents dans le matériau sain $\vec{F}$ et $\vec{M}$. Lorsque l'endommagement atteint une valeur de 1, seuls les efforts et moments du modèle de refermeture sont considérés. Dans le but d'obtenir une intéraction entre les éléments de voronoi identique au comportement initial du lattice, les rotations des éléments discrets suivant y et z sont bloquées pour restituer la rigidité de flexion de la poutre initiale.

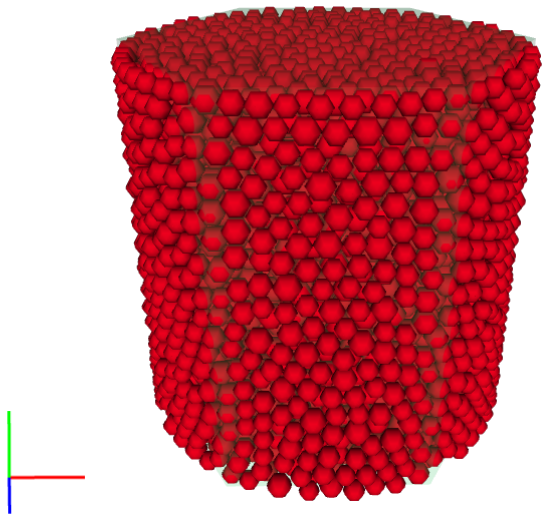
2.4.2 Modélisation des contraintes internes

Lors de la construction d'une éprouvette, dont le processus a été développé précédemment dans ce chapitre, les éléments discrets sont créés un à un afin de constituer un spécimen donné tout en assurant l'homogénéité et l'isotropie de celui-ci. Pour cela, tant qu'un nombre de coordination suffisant n'est pas atteint, des éléments discrets sont ajoutés au sein de l'éprouvette. Cependant, pour obtenir le nombre de coordination désiré, la superposition partielle d'éléments discrets, créant une interpénétration entre ceux-ci, peut être nécessaire. Ces interpénétrations sont responsables localement d'éfforts de répulsion entre éléments au sein de l'éprouvette, même lorsque celle-ci n'est pas sollicitée. De ce fait, une phase de relaxation, permettant de relacher les éléments discrets, est requise afin de faire disparaître les interpénétrations et ainsi obtenir des efforts nuls dans l'éprouvette au repos.

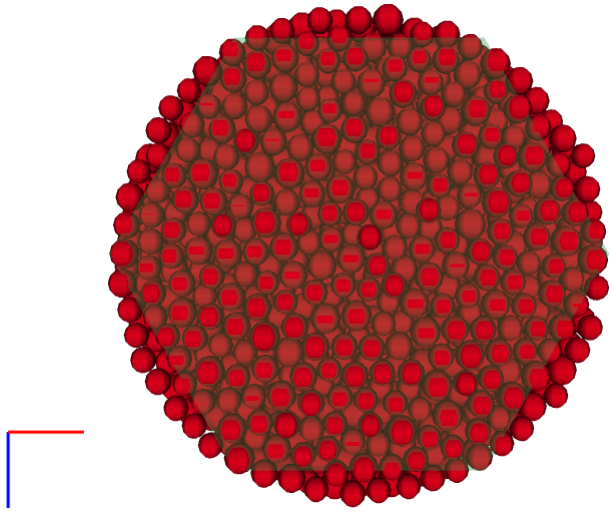
Toutefois, l'ajout de contraintes internes initiales peut être recherché et dans ce cas, le processus de génération de l'éprouvette permet d'induire naturellement celles-ci. En effet, si la phase de relaxation n'est pas réalisée, des interpénétrations sont initialement présentes dans le spécimen et induisent des contraintes internes initiales lorsque les poutres du réseau sont créées. De plus, en réalisant la phase de relaxation mais avec des interruptions de celle-ci, des éprouvettes composées des mêmes éléments discrets et du même réseau de poutres peuvent être générées avec des taux de contraintes internes différents. En effet, avec l'avancement de la phase de relaxation, les interpénétrations, et par conséquent les contraintes internes, vont diminuer jusqu'à disparition. L'exemple de deux éprouvettes obtenues par ce processus et possédant deux taux de contraintes internes différents sont présentés en figure 2.17.



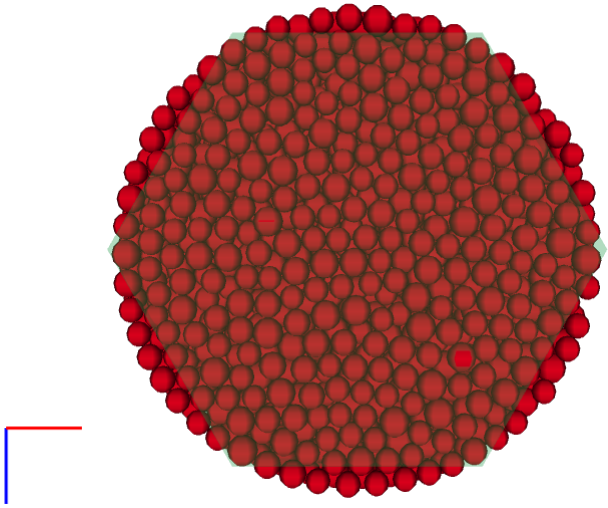
(a) Éprouvette possédant une faible interpénétration de ces éléments discrets de 0.0045% de la longueur moyenne des poutres (vue de côté)



(b) Éprouvette possédant une forte interpénétration de ces éléments discrets de 3% de la longueur moyenne des poutres (vue de côté)



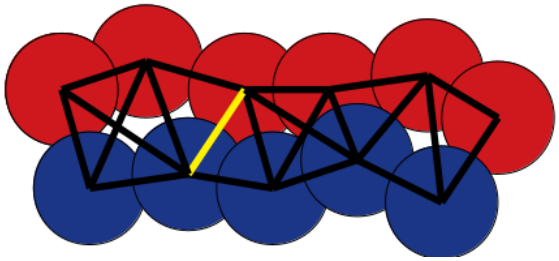
(c) Éprouvette possédant une faible interpénétration de ces éléments discrets de 0.0045% de la longueur moyenne des poutres (vue de haut)



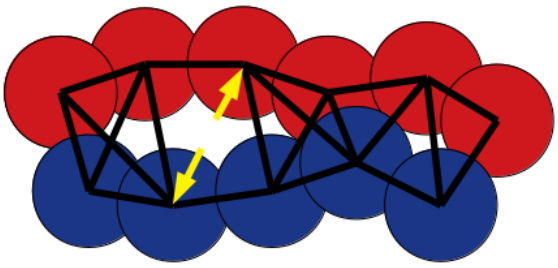
(d) Éprouvette possédant une forte interpénétration de ces éléments discrets de 3% de la longueur moyenne des poutres (vue de haut)

Figure 2.17 – Exemple de deux éprouvettes comportant les mêmes éléments et réseau de poutres avec des taux de contraintes internes différents

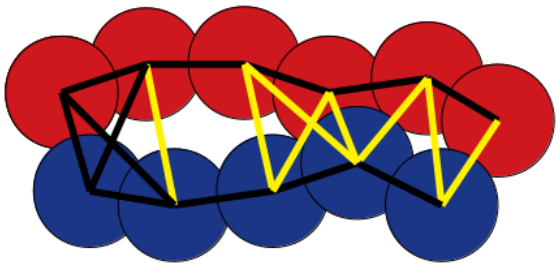
Le recours à l'ajout de contraintes internes initiales est nécessaire à la modélisation des refermetures de fissures. En effet, même si cela ne semble pas évident au premier abord, en particulier lors d'une rupture en ouverture, lors de la rupture d'une poutre, les contraintes internes résultant d'une interpénétration entre les éléments discrets reliés par la poutre vont conduire à des déplacements des éléments discrets. Ce phénomène est explicité en figure 2.18.



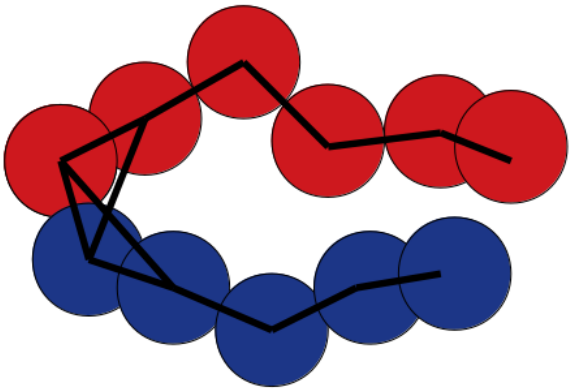
(a) Réseau de poutres initial possédant une poutre endommagée (en jaune)



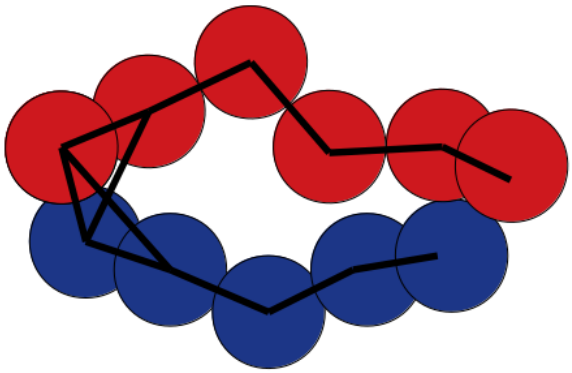
(b) Réseau de poutres et efforts de répulsion des éléments discrets lors de la rupture en ouverture de la poutre endommagée



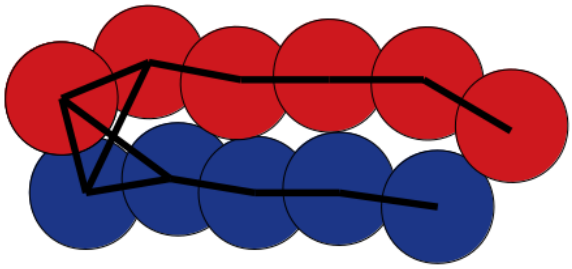
(c) Réseau de poutres endommagées (en jaune) et repositionnement des éléments discrets après rupture d'une poutre



(d) Repositionnement des éléments discrets après rupture des poutres induisant la présence d'une fissure



(e) Refermeture de la fissure précédemment ouverte avec contact précoce induit par le repositionnement des éléments



(f) Refermeture de la fissure précédemment ouverte dans le cas sans contraintes internes

Figure 2.18 – Chemins de fissuration obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille sans zone d'amorçage imposée

Lors de la rupture d'une poutre, des forces de répulsions vont instantannément apparaître entre les deux éléments jusqu'ici interpénétrés et reliés par la poutre, comme montré sur la figure 2.18b. Ces forces vont être responsables d'un déplacement des deux éléments discrets, observable sur la figure 2.18c. La rupture en ouverture successive de nombreuses poutres lors de la mise en traction va induire de nombreux déplacements des éléments discrets, illustrés en figure 2.18d. La position des éléments discrets appartenant

aux lèvres de fissures est donc fortement modifiée par rapport à leur position initiale *i. e.* avant rupture. Ainsi, comme observée sur la figure 2.18e, lors de l'application d'un effort de compression, la refermeture des lèvres de fissures va se produire avec une discordance entre les lèvres de fissures. Comme visible sur les figures 2.18e et 2.18f, suite au relachement des contraintes internes, le contact entre les lèvres de fissures va survenir plus tôt que dans le cas de lèvres coïncidentes, *i. e.* sans prise en compte des contraintes internes, et ainsi induire des déformations résiduelles.

Afin de modéliser les mécanismes de refermeture de fissures, la prise en compte des contraintes internes initiales au sein de l'éprouvette semble indispensable.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une présentation de la méthode aux éléments discrets ainsi que de la plateforme de calcul utilisée a été effectuée. De plus, une revue des critères de rupture adaptés pour la méthode aux éléments discrets a été réalisée. Elle a pu mettre en évidence le besoin de développer des critères à une échelle mésoscopique pour étendre son utilisation aux simulations de structures. Les études menées sur l'introduction d'une variable d'endommagement pour des méthodes aux éléments discrets faisant appel à des liens de type ressort a pu mettre en lumière les difficultés de coupler la méthode aux éléments discrets avec un modèle d'endommagement.

La mise en oeuvre d'un modèle d'endommagement basé sur les modèles de zones cohésives ainsi que les adaptations nécessaires à l'application de celui-ci sur un réseau de poutre ont été développées ici. Du fait des ajustements nécessaires au bon couplage modèle d'endommagement - méthode aux éléments discrets, une étape de validation du modèle a été entreprise. Celle-ci a mis en exergue la capacité du modèle à afficher un comportement énergétique physiquement admissible.

Un modèle de refermeture ainsi que la prise en compte de contraintes internes initiales permettant la simulation des mécanismes de refermeture de fissures ont également été proposés. Dans le but d'éprouver ces modèles, des essais simples tels que traction, compression sur un cylindre ou encore essai brésilien sont entrepris dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Essais de caractérisation et paramètrisation du modèle

Sommaire

3.1 Simulation d'un essai de traction simple sur cylindre 52

3.2 Simulation d'essais de compression sur cylindre 60

3.3 Simulation d'un essai Brésilien 64

3.4 Conclusion 66

Le but de ce chapitre est de confronter notre modèle d'endommagement à des essais mécaniques élémentaires aussi bien par leur géométrie que par leur chargement. Le processus de calibration du modèle nécessite la réalisation d'essais de traction et de compression sur cylindre. Le matériau considéré dans ce chapitre est un béton affichant un module de Young de 39,4 GPa, une limite d'élasticité de 4 MPa et une énergie de rupture 50 J/m^2. Une première étape de calibration élastique a permis d'identifier les paramètres mécaniques des poutres *(Model scale)*du réseau à partir des paramètres matériaux *(Macro scale)*, rassemblés dans le tableau 3.1

Macro scale	Model scale
$E_M = 39,4$ GPa	$E_\mu = 189,5$ GPa
$\nu_M = 0,2$	$\nu_\mu = 0,3$
	$r_\mu = 0,6$

Table 3.1 – Paramètres élastiques du modèle et matériaux pour un béton, où r_μ est le rayon adimensionné, rapport moyen du rayon des poutres et du rayon moyen des éléments discrets qu'elles relient.

Les valeurs affichées dans le tableau 3.1 sont considérées pour l'ensemble des essais décrits dans ce chapitre.

3.1 Simulation d'un essai de traction simple sur cylindre

Le premier essai réalisé consiste en une traction simple sur une éprouvette cylindrique comme illustrée sur la figure 3.1. Cette éprouvette est constituée de 5 700 éléments discrets.

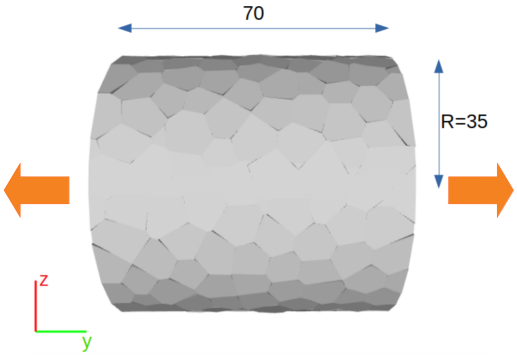


Figure 3.1 – Éprouvette cylindrique utilisée pour l'essai de traction

Un déplacement est appliqué à chaque extrémité du cylindre avec une vitesse de $1,67\ mm/s$. Pour cet essai de traction simple, les paramètres du modèle d'endommagement sont fixés à partir des caractéristiques mécaniques du matériau (voir Tab.3.2).

$G_{f,\mathrm{I}}$	50 $J.m^{-2}$
$\varepsilon_{e,\mathrm{I}}$	8.10^{-5}
α	8

Table 3.2 – Paramètres du modèle d'endommagement pour les essais de traction

La réponse contrainte-déformation de l'éprouvette est présentée en figure 3.2. Un pic de contrainte de 4 MPa pour une déformation élastique maximale de 1,31 est observée (b). Un adoucissement fragile est également notable de par la chute brutale des contraintes lors de la phase post-pic. La valeur de limite d'élasticité apparaissant à la fin de la zone élastique (a) correspond à celle du matériau modélisé. Ce résultat valide ainsi l'utilisation des paramètres matériaux, présentés précedemment dans le tableau 3.2, directement dans la loi d'endommagement.

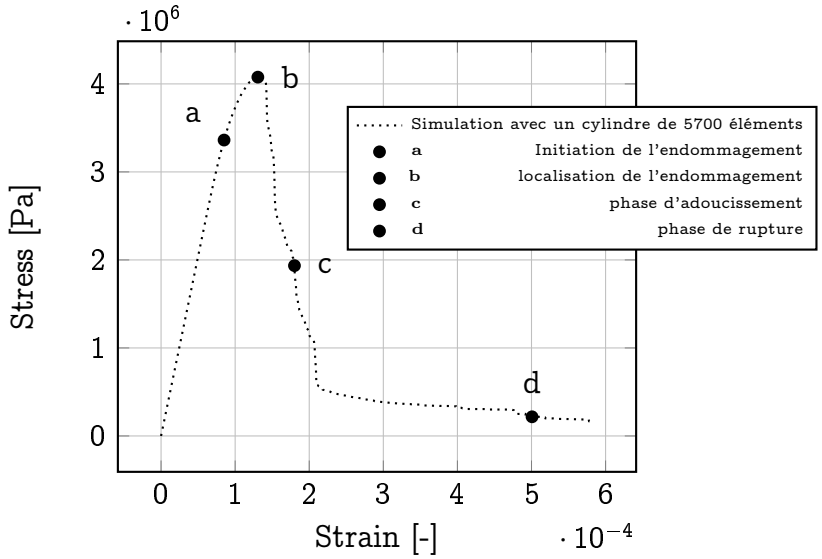
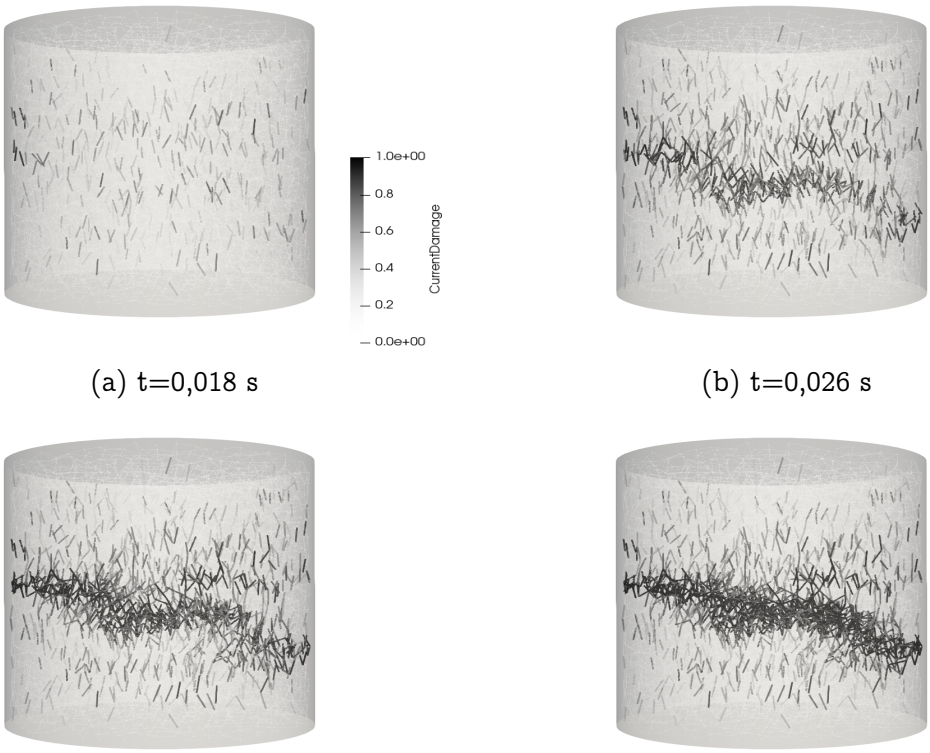


Figure 3.2 – Réponse contrainte-déformation obtenue avec le modèle d'endommagement lors d'un essai de traction sur une éprouvette cylindrique

De plus, l'évolution du champ d'endommagement au sein de l'éprouvette est exposée en figure 3.3. Dans un premier temps, un endommagement diffus apparaît dans l'éprouvette (a). Cet état est responsable d'un comportement inélastique et non linéaire dans la zone pré-pic comme observée sur la réponse contrainte-déformation. Ensuite, une localisation de l'endommagement dans un plan horizontal (b) va amorcer un comportement macroscopique adoucissant. La phase d'adoucissement (c) et (d) se poursuit avec l'augmentation de la dégradation en lien avec le développement du processus d'endommagement dans les poutres déjà endommagées jusqu'à la ruine totale du spécimen. Toutes les poutres sont endommageables, aucun articifice n'est nécessaire pour observer la localisation de l'endommagement au sein de l'éprouvette.



(a) t=0,018 s (b) t=0,026 s

(c) t=0,034 s (d) t=0,097 s

Figure 3.3 – Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de traction

Dans le but de confirmer ces résultats et d'étudier la sensibilité aux réseaux de poutres, cet essai a été reproduit sur cinq éprouvettes de 5700 éléments. Chaque éprouvette possède un réseau de poutre initial différent. Le plan de fissuration observé reste horizontal pour chacune des éprouvettes. Cependant, il se situe aléatoirement dans la hauteur du cylindre. Les réponses contrainte-déformation pour chaque éprouvette sont rassemblées en figure 3.4.

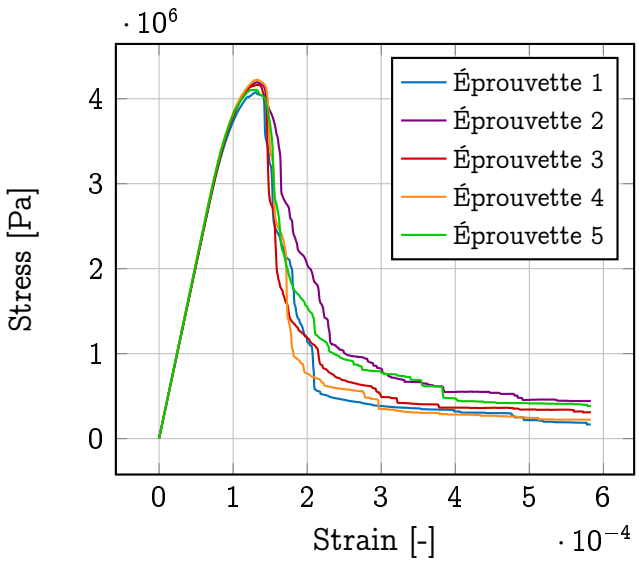


Figure 3.4 – Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction.

La contrainte au pic varie peu d'une éprouvette à l'autre. La structure initiale du réseau de poutres semble influer davantage sur le comportement post-pic. Une attention particulière est portée sur l'énergie de rupture de chaque éprouvette. Leurs valeurs sont déduites du rapport de l'aire sous la courbe contrainte-déplacement et de la section du cylindre, et sont synthétisées dans le tableau 3.3.

Éprouvette n	$G_{f,\mathrm{I}}$ (J/m^2)
1	43,8
2	57,4
3	46,4
4	44,09
5	52,7

Table 3.3 – Énergie de rupture calculé pour chaque éprouvette testée, obtenu en considérant l'aire sous la courbe $\sigma(u)$

L'énergie de rupture moyenne est de 48,8 $\pm 8,6$J/m^2. L'énergie de rupture obtenue numériquement est proche de l'énergie de rupture de 50 J/m^2 donnée en entrée du modèle. Ces résultats valident donc l'utilisation, directement en entrée du modèle, de la limite d'élasticité et de l'énergie de rupture observées expérimentalement. Les résultats précedemment exposés sont obtenus pour un nombre relativement faible d'éléments discrets assurant uniquement la convergence du comportement élastique. Afin d'étudier la convergence du comportement endommageable et donc de notre modèle, six éprouvettes comportant un nombre d'éléments discrets variant de 1 700 à 22 000 sont soumises au même essai de traction. Les réponses contrainte-déformation pour ces éprouvettes sont affichées en figure 3.5.

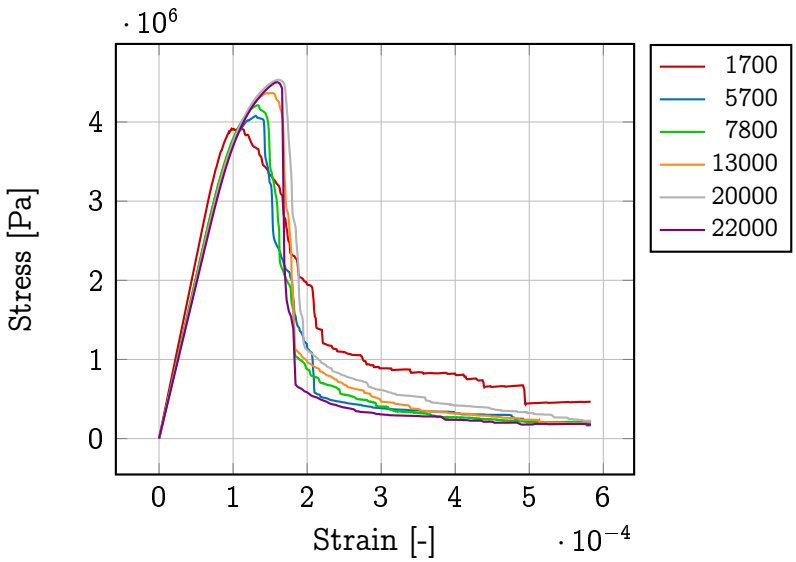
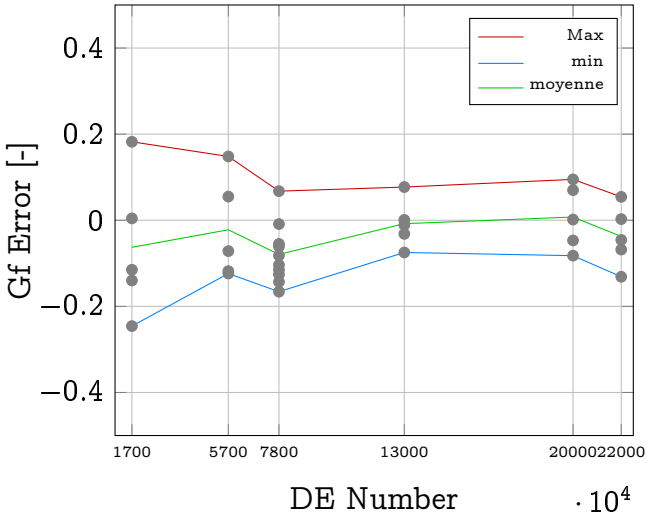
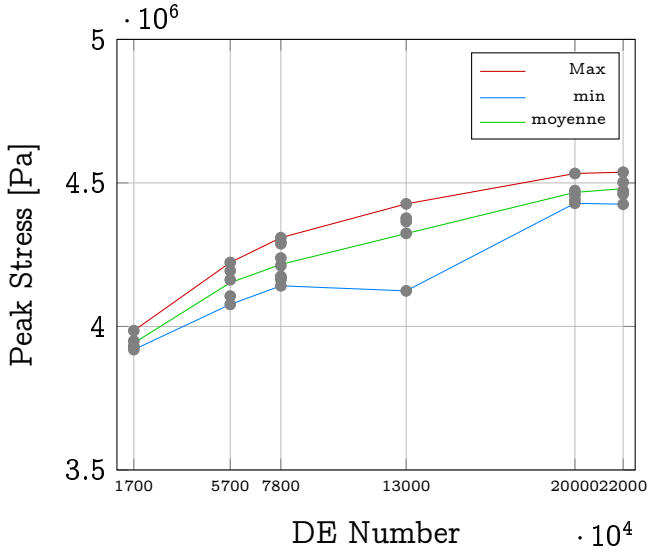


Figure 3.5 – Étude de l'influence du nombre d'éléments discrets sur la réponse contrainte-déformation d'un cylindre soumis à un chargement de traction.

Pour toutes les éprouvettes, même celles grossières, la tendance obtenue correspond à un comportement fragile. Il est assumé, qu'en considérant un nombre d'éléments discrets minimum de 5 700, une certaine précision est garantie notamment avec un écart inférieur à 10% par rapport aux réponses des éprouvettes de plus de 20 000 éléments. De plus, la convergence élastique est atteinte pour un nombre d'éléments discrets minimum de 5 000. Ainsi, pour une éprouvette présentant un comportement élastique avec une précision de 5% sur les caractéristiques mécaniques , un comportement endommageable avec une précision de 10% sur les caractéristiques à rupture est observé. Par ailleurs, une étude plus en profondeur de la convergence est menée en réalisant une analyse quantitative de la contrainte au pic σ_M et de l'énergie de rupture G_f. En effet, pour chaque nombre d'éléments discrets donné, cinq réseaux de poutres sont testés. Le but est ici de permettre de dissocier l'influence du nombre d'éléments discrets de l'influence du réseau de poutre. L'erreur sur l'énergie de rupture $\frac{G_f - G_{f0}}{G_{f0}}$ est calculée pour chaque éprouvette, avec G_{f0} fixée en entrée du modèle à 50 J/m^2. L'évolution de celle-ci ainsi que de la contrainte au pic en fonction du nombre d'élements discrets est présentée en figure 3.6.



(a) Convergence énergétique



(b) Convergence en contrainte

Figure 3.6 – Évolution de l'erreur sur l'énergie de rupture G_f et de la contrainte au pic σ_M en fonction du nombre d'éléments discrets composant l'éprouvette cylindrique testée

Ces résultats montrent que l'erreur sur l'énergie converge rapidement vers 0. Cependant, une variabilité constante de l'énergie avec le nombre d'éléments discrets apparaît et peut être quantifiée à environ 10 %. De même, une fois la convergence du pic de contrainte atteinte, une variabilité des valeurs est observée se situant également à approximativement 10 %. Bien que la convergence en énergie soit atteinte à partir de 13 000 éléments discrets et celle en contrainte pour environ 20 000 éléments discrets, du fait de cette variabilité, les résultats obtenus avec des éprouvettes de 5700 éléments peuvent être considérés comme suffisamment précis. Ainsi dans le but de limiter les temps de calcul, le nombre d'éléments discrets est fixé à environ 5700 dans la suite de ces travaux.

La convergence des résultats étant assurée, une étude de l'influence du paramètre de mixité α du modèle peut être entreprise à l'aide d'un essai de rupture en mode I. Pour cela, un essai de traction sur un cylindre de 5 700 éléments est simulé pour trois valeurs de α. Les réponses contrainte-déformation sont superposées en figure 3.7. Comme attendu, la valeur du paramètre de mixité n'a peu ou pas d'influence sur les simulations de rupture en mode I.

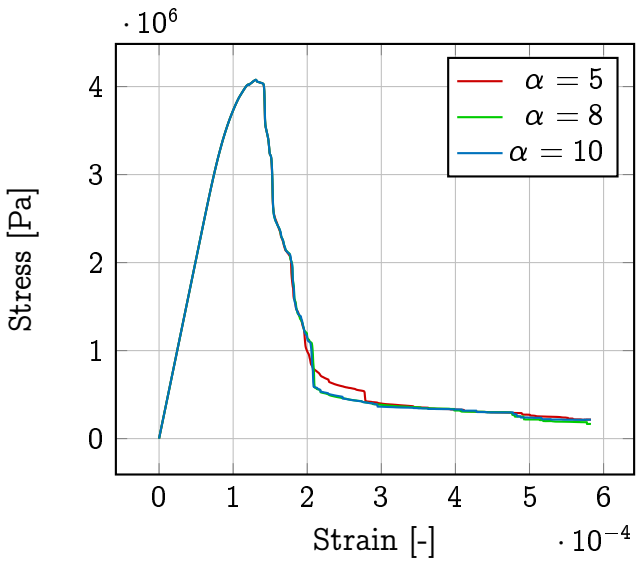


Figure 3.7 – Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction pour trois valeurs (5,8 et 10) du paramètre α

Cette indépendance à la valeur de α met en évidence la nécessité de considérer un second essai activant un mode II^* de rupture ou un mode mixte pour calibrer notre modèle. L'étude de l'influence de α montre également que la rupture des poutres se produisent en mode I^* lorsque l'éprouvette affiche une rupture en mode I. L'intérêt de notre modèle pour un essai de traction n'apparaît donc pas au premier abord. Les résultats obtenus avec le modèle développé sont alors confrontés à ceux obtenus avec un critère classique en élongation. Dans ce but, des essais de traction sont réalisés sur deux éprouvettes de dimensions différentes parallèlement avec notre modèle et avec un critère de rupture seuil en élongation. Les éprouvettes utilisées sont schématisées en figure 3.8 et sont composées d'environ 5 700 éléments discrets.

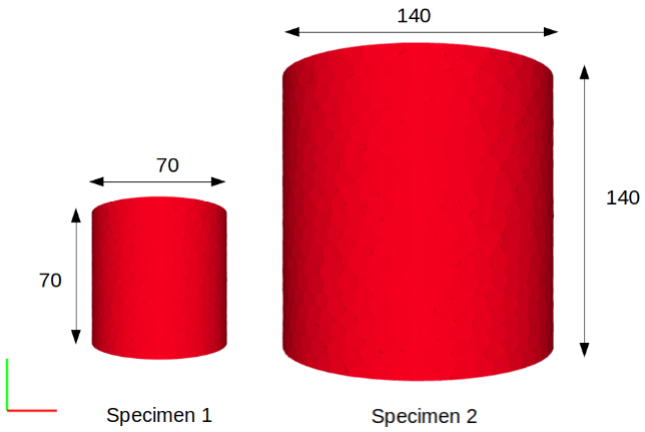


Figure 3.8 – Schéma de deux éprouvettes cylindriques dont les dimensions diffèrent d'un rapport 2

Pour chaque éprouvette, une simulation avec le modèle d'endommagement dont les paramètres restent inchangés et une simulation avec un critère seuil paramètré avec une élongation maximale de 1.10^{-4} sont réalisées. Les réponses contrainte-déformation pour ces simulations sont présentées en figure 3.9. Les résultats obtenus avec notre modèle

d'endommagement montre que celui-ci restitue les phénomènes induits par les effets d'échelle. En effet, le comportement affiché par la plus grande éprouvette montre un adoucissement plus fragile que celui de la petite éprouvette. De plus, la contrainte au pic est plus faible pour la grande éprouvette, ce qui concorde avec les effets d'échelle observés expérimentalement [132]. Concernant les résultats obtenus avec le critère seuil local, le comportement est similaire pour les deux éprouvettes. Afin de pouvoir observé les effets d'échelle avec un tel critère de rupture, il faudrait augmenter le nombre d'éléments discrets dans la grande éprouvette et ainsi atteindre une taille d'éléments discrets approximativement égale à celle des éléments de la petite éprouvette. En effet, l'inconvénient principal de ces critères seuils locaux est la nécessité de respecter une taille d'éléments inférieure à la longueur interne du matériau. Ces résultats montrent que notre modèle d'endommagement ne dépend pas a priori d'une longueur interne du matériau et permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour des échantillons plus grands tout en gardant un faible nombre d'éléments discrets.

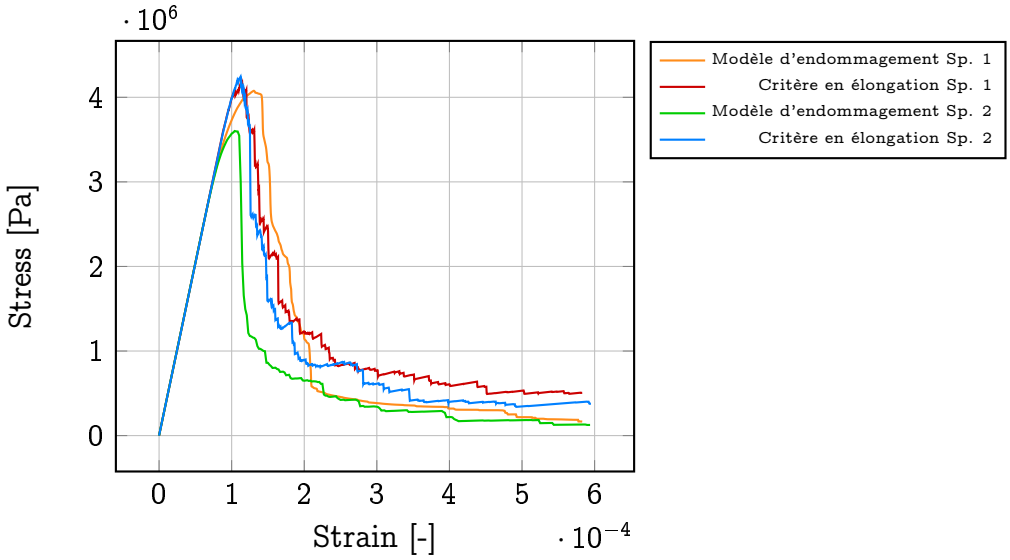


Figure 3.9 – Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction simulé avec le modèle d'endommagement et un critère cut-off de rupture pour les deux éprouvettes de dimensions différentes

Afin de poursuivre l'épreuve de notre modèle dans la restitution des différents aspects du comportement des bétons, un intérêt particulier est porté à l'effet unilatéral. Pour étudier ce mécanisme, un essai de Traction interrompu avec un passage en compression est entrepris. Dans le cas où aucun modèle de refermeture n'est introduit, la rigidité du cylindre lors du passage en compression est identique à la rigidité observée lors de la décharge de l'éprouvette. Or expérimentalement, un effet unilatéral apparaît tel que la rigidité de l'éprouvette lors du passage en compression est égale à la rigidité du matériau sain et non celle du matériau endommagé. Le modèle de refermeture présenté dans le chapitre précédent est introduit afin de rendre compte de ces mécanismes de refermeture. Les résultats obtenus pour trois éprouvettes respectivement de 1700, 5700 et 7800 éléments discrets montrent que l'effet unilatéral est bien restitué (voir figure 3.10). Notons que la présentation du comportement unilatéral est également soumise à la contrainte d'un nombre d'éléments discrets de 5 000 assurant le comportement élastique. En effet, en compression, les réponses des éprouvettes de plus de 5 000 éléments sont

confondues avec la droite affichant une pente égale au module de Young initial. Ainsi, le modèle de refermeture convient pour la modélisation de l'effet unilatéral. Cependant, peu de déformations résiduelles sont observées sur la figure 3.10. Ces valeurs de déformations résiduelles sont nettement inférieures à celles remarquées expérimentalement [99]. L'ajout d'effets dissipatifs semble requis pour obtenir de telles déformations résiduelles. Cet aspect sera traité plus en détail dans un prochain chapitre avec l'étude d'un essai de traction-compression cyclé, particulièrement adapté pour apprécier ces mécanismes de refermeture.

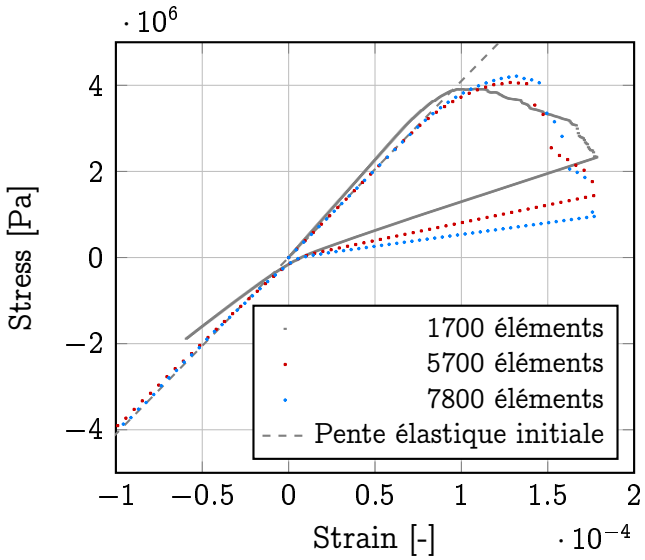


Figure 3.10 – Réponses contrainte-déformation lors d'un essai de traction-compression pour trois nombres d'éléments discrets

De nombreux avantages à l'utilisation de ce modèle d'endommagement tels que son approche énergétique ou encore son abilité à restituer les mécanismes d'effets unilatéral et d'échelle ont été exposés. Cependant, les essais présentés dans cette section sont insensibles à la valeur du paramètre α. Pour finaliser la calibration du modèle d'endommagement, la simulation d'essais activant un mode II^* de rupture est entreprise.

3.2 Simulation d'essais de compression sur cylindre

Pour activer un mode II^* de rupture dans l'éprouvette, un essai de compression sur cylindre a été réalisé. Dans un premier temps, un essai de compression parfait est simulé, *i. e.* aucun frottement entre l'éprouvette et les mords n'est considéré. La géométrie de l'éprouvette sollicitée est identique à celle utilisée lors des essais de traction. Un déplacement est imposé aux extrémités du cylindre avec une vitesse de 1,67 mm/s. Les paramètres du modèle d'endommagement fixés à partir des résultats expérimentaux en traction sont conservés *i. e.* $G_{f,I^*} = 50 J.m^{-2}$ et $\varepsilon_{e,I^*} = 8.10^{-5}$. L'essai de compression est simulé pour différentes valeurs du paramètre α. Les réponses contrainte-déformation pour chaque valeur de α sont exposées en figure 3.11.

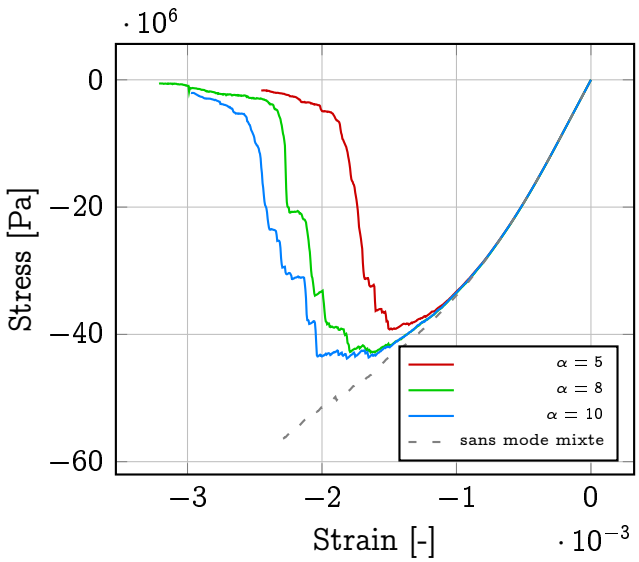
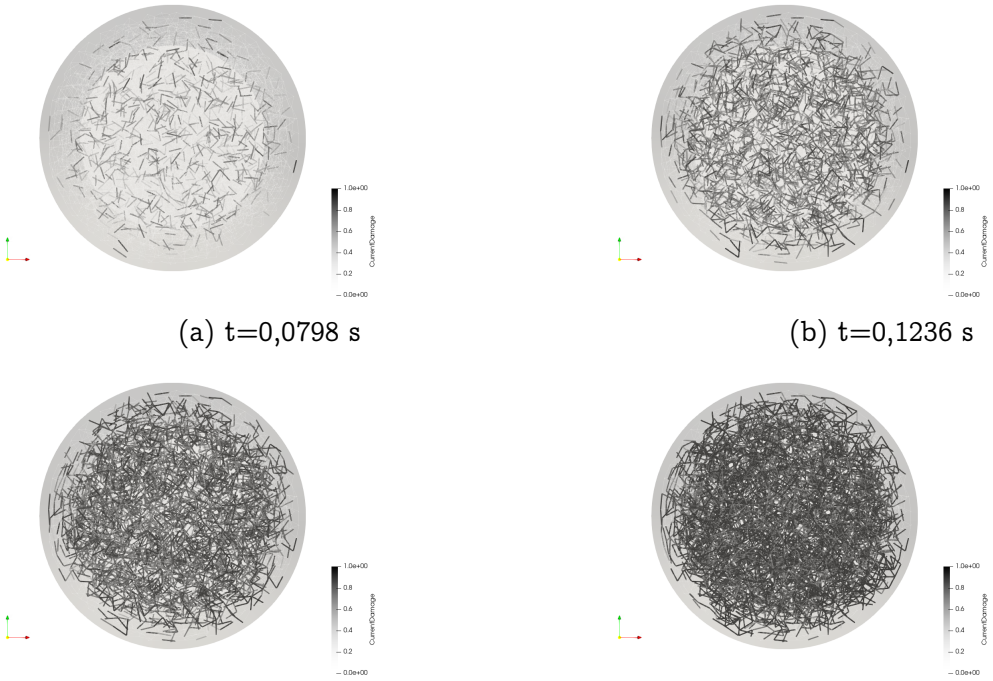


Figure 3.11 – Influence du paramètre α sur la réponse contrainte-déformation lors d'un essai de compression

Contrairement aux essais de traction, une grande influence du paramètre α sur les résultats des essais de compression est observée. En particulier, la phase post-pic est directement impacté par la valeur de α choisie. Pour une faible valeur de α ($\alpha \leq 5$), un comportement fragile est mis en évidence. Lorsque la valeur de α augmente, le comportement post-pic se rapproche d'un comportement dit quasi-fragile. Par ailleurs, la réponse contrainte-déformation pour un modèle d'endommagement en mode I^* pur est représentée. Ce résultat montre que lorsque le modèle ne tient pas compte de la contribution du mode II^*, le comportement en compression n'est pas correctement restitué. En effet, comme observé sur la figure 3.11, la contrainte augmente continuellement dans ce cas. Pour simuler un essai de compression, l'emploi d'un modèle mixte est donc nécessaire. De plus, un rapport 10 entre les contraintes au pic de compression et traction est généralement constaté expérimentalement pour les bétons. De ce fait, la valeur de α est fixée à 8. Pour cette valeur, la contrainte au pic atteint 42 MPa et l'adoucissement est bien semblable à un comportement quasi-fragile. Ce choix est conforté par l'observation du champ d'endommagement pour une valeur $\alpha = 8$, illustrée en figure 3.12. L'évolution du champ d'endommagement pour quatre temps au cours de la simulation montre un endommagement jusqu'à rupture suivant des plans paralèlles à la direction de sollicitation, comme attendu.

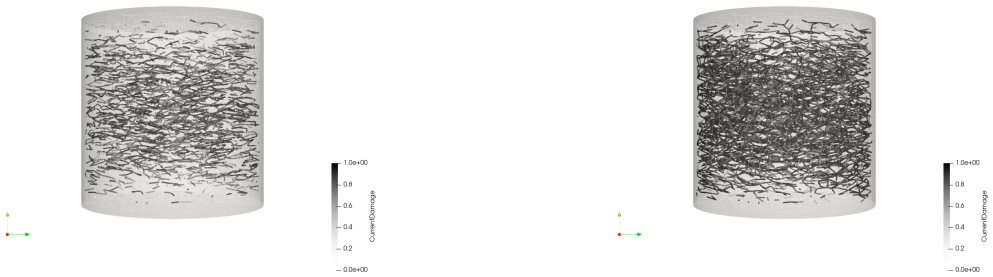


(a) t=0,0798 s (b) t=0,1236 s

(c) t=0,1699 s (d) t=0,2317 s

Figure 3.12 – Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites sans frottement au niveau des extrémités de l'éprouvette

Ainsi, cet essai de compression permet de calibrer le dernier paramètre du modèle : α. Le modèle d'endommagement et ce jeu de paramètres ont ensuite été confrontés à des essais supplémentaires. Dans un premier temps, un essai de compression est simulé en considérant un frottement infini entre les extrémités du cylindre et les mords. Le champ d'endommagement pour deux temps au cours de la simulation est affiché en figure 3.13. Le chemin de fissuration final est également présenté en figure 3.14, où seules les poutres non cassées sont représentées.



(a) t=0,19 s (b) t=0,39 s

Figure 3.13 – Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites de frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette

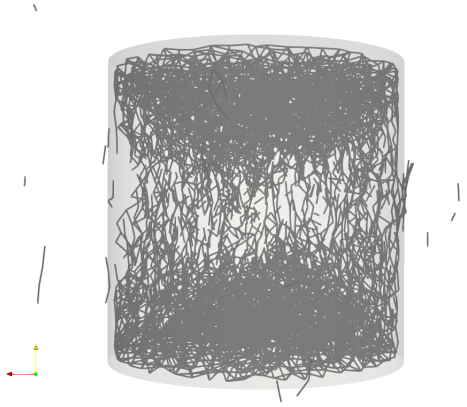


Figure 3.14 – Chemin de fissuration lors d'un essai de compression avec des conditions aux limites de frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette

La localisation du champ d'endommagement est rapidement observée. Les poutres endommagées sont situées de sorte à former des plans à ± 45, illustré en figure 3.13. Cette forme est affichée jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette. Des cônes de matériau sont alors observés au niveau des extrémités, comme expérimentalement [82]. De plus, une comparaison des réponses contrainte-déformation des deux essais de compression est effectuée en figure 3.15.

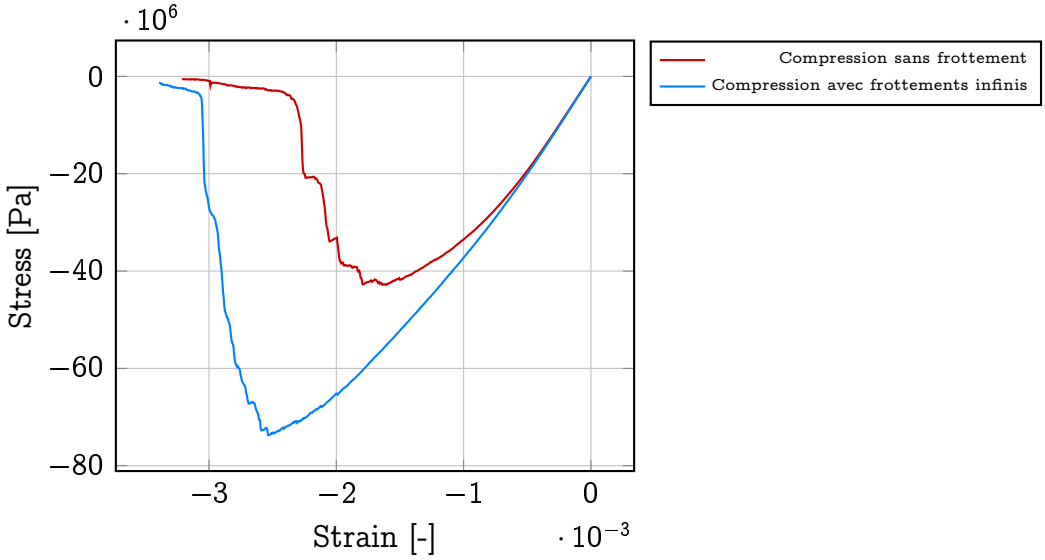


Figure 3.15 – Réponses contrainte-déformation lors des essais de compression avec des conditions aux limites sans frottement et avec des frottements infinis au niveau des extrémités de l'éprouvette

Ces réponses contrainte-déformation montrent qu'un chargement plus important est nécessaire pour atteindre la rupture dans le cas d'une compression avec frottements entre les mords et l'éprouvette. En effet, pour le deuxième essai de compression, la contrainte au pic est largement supérieure, environ 70 MPa. Ces simulations représentent des cas idéaux. En réalité, les résultats expérimentaux pour des essais de compression se situent entre les deux simulations, en fonction de la gestion des frottements entre les mords et l'éprouvette.

Ces essais de traction et de compression ont permis de calibrer les paramètres ainsi que de mettre en évidence des mécanismes de rupture propres aux bétons. Cet unique jeu de paramètres, une fois déterminé, peut ensuite être réutilisé pour simuler d'autres essais. Afin de vérifier ce fait, le modèle et ce jeu de paramètres sont éprouvés à l'aide d'un essai supplémentaire : un essai brésilien.

3.3 Simulation d'un essai Brésilien

La simulation d'un essai brésilien est réalisée sur un cylindre de rayon 35 mm et d'épaisseur 7 mm. La vitesse de déplacement est conservée à 1,67 mm/s. Afin d'appliquer un déplacement uniforme, le déplacement est imposé sur des surfaces de 7mm de côté de par et d'autre de l'éprouvette, illustré sur la figure 3.16. Ces conditions aux limites sur une surface permettent d'avoir un chargement appliqué de façon homogène et indépendante de la taille des éléments discrets. De plus, les phénomènes de singularité apparaissant au niveau de la zone d'application du chargement sont ainsi évités.

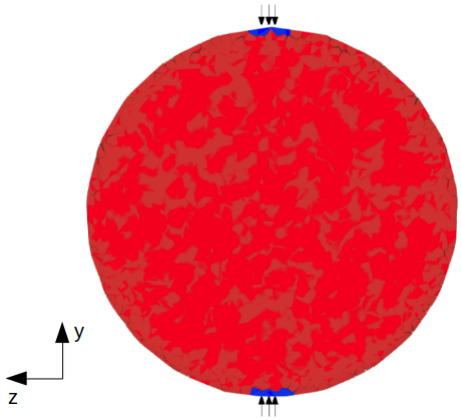
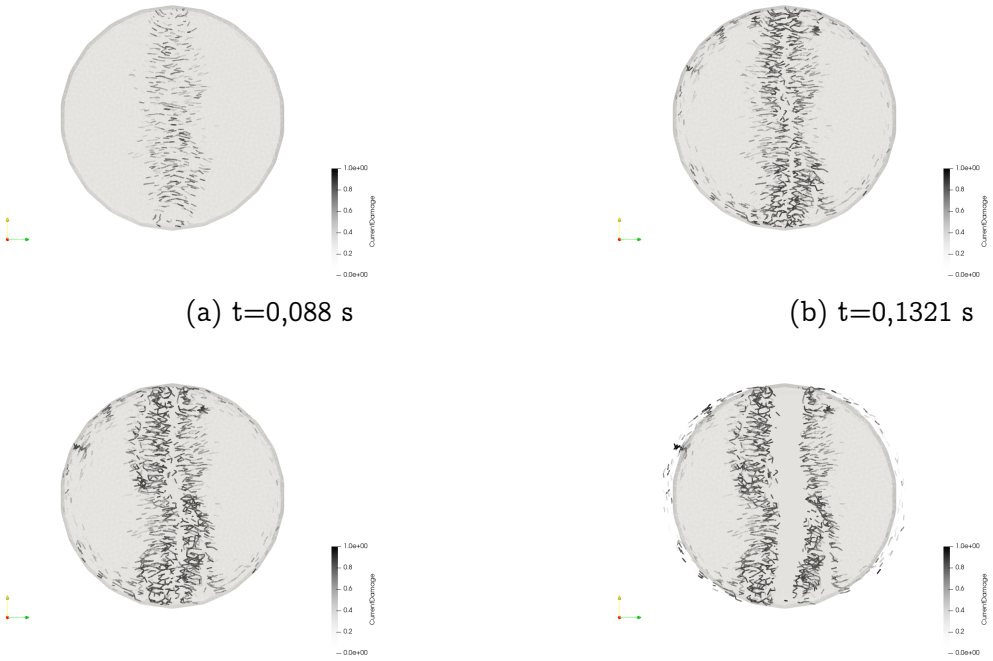


Figure 3.16 – Éprouvette soumise à un essai brésilien

L'éprouvette est composée de 5 000 éléments discrets et soumise à un chargement de compression. L'évolution du champ d'endommagement est présentée en figure 3.17 pour quatre temps au cours de la simulation. Dans un premier temps, l'endommagement se localise dans le plan vertical situé entre les points d'application du chargement (a). Par la suite, une fissure s'amorce au coeur de l'éprouvette (b) et se propage vers les zones d'application du chargement. La fissure principale amorcée au coeur de l'éprouvette s'arrête et des fissures secondaires (c) au voisinage des zones d'application du chargement apparaissent. Finalement, la fissure principale finit par se propager jusqu'à séparation de l'éprouvette en deux parties. Cette simulation restitue bien les phénomènes tels que la présence de fissures secondaires induits par la maîtrise imparfaite des conditions aux limites de cet essai [111]. En effet, l'application du chargement se fait sur une surface et non suivant un point. De telles conditions aux limites peuvent être responsables de rotations locales de l'échantillon et ainsi d'une redistribution des contraintes provoquant l'arrêt de la fissure principale et l'amorce de fissures secondaires.



(a) t=0,088 s (b) t=0,1321 s

(c) t=0,2348 s (d) t=0,2936 s

Figure 3.17 – Évolution du champ d'endommagement lors d'un essai brésilien

La réponse contrainte-déformation issue de la simulation est également affichée en figure 3.18. L'allure de la courbe est similaire aux résultats obtenus expérimentalement [123]. En effet, un premier pic de contrainte d'environ 4.5 MPa est observé, caractéristique de l'amorçage et de la propagation d'une première fissure. Ensuite, une reprise est constatée, due à l'arrêt de la fissure principale lorsqu'elle approche de la zone de chargement. Cet arrêt résulte d'un état de compression présent dans le voisinage des pôles dû au chargement surfacique de l'éprouvette. Dans le cas d'un chargement ponctuel parfait, une unique fissure se propagerait jusqu'à rupture totale de l'éprouvette, aucun arrêt de fissure et donc aucune fissure secondaire ne seraient observés. Dans notre cas, la propagation des fissures secondaires apparaît sur la réponse contrainte-déformation par la présence d'un second adoucissement.

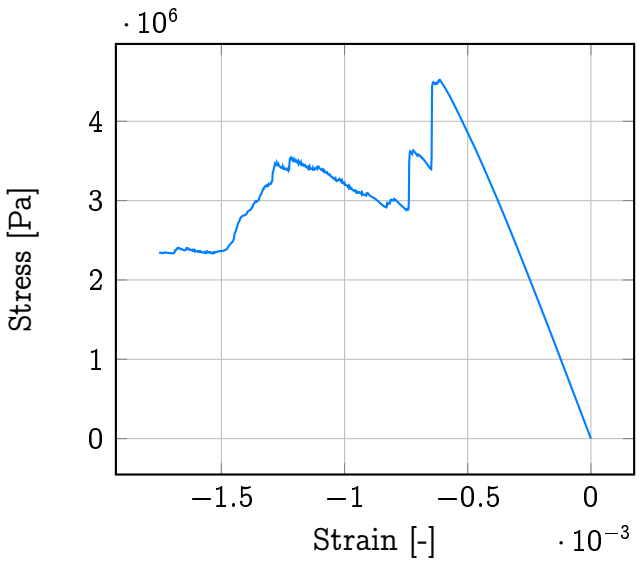


Figure 3.18 – Réponse contrainte-déformation obtenue lors d'un essai brésilien

Les résultats obtenus pour cet essai brésilien mettent en exergue la capacité de notre modèle à restituer le comportement d'un matériau avec un unique jeu de paramètres pour des essais de diverses natures. Notre modèle permet également de mettre en évidence des mécanismes tels que des instabilités dues aux conditions limites, généralement rencontrées expérimentalement.

3.4 Conclusion

Le modèle d'endommagement adapté à la méthode aux éléments discrets a été confronté à de multiples essais élémentaires fréquemment réalisés sur les bétons dans ce chapitre. Premièrement, une méthode permettant de calibrer les trois paramètres du modèle a été présentée. En effet, la nécessité de considérer seulement deux essais pour cette calibration a été démontrée. De plus, deux des trois paramètres, ε^e_{I*} et G_{I^*}, sont directement déduits des résultats expérimentaux d'un essai de rupture en mode I^*. Le dernier paramètre α est, quant à lui, fixé à partir d'un essai activant un mode II^* de rupture, ici un essai de compression.

Une fois le modèle calibré, divers essais ont été entrepris avec cet unique jeu de paramètres dans le but d'explorer les différents mécanismes propres aux bétons. Parmi ces essais se trouvent des essais de traction et de compression et un essai brésilien. Ceux-ci ont permis d'étudier des caractéristiques du comportement du béton telles que le rapport 10 entre les contraintes à rupture en compression et en traction, l'effet unilatéral ou encore les effets d'échelle. Les résultats obtenus sont satisfaisants aussi bien au niveau de la réponse contrainte déformation que du chemin de fissuration.

Enfin, la robustesse du modèle a été mise en exergue par la convergence du modèle pour un faible nombre d'éléments discrets. De plus, l'absence de dépendance du modèle à une longueur interne a été démontrée justifiant ainsi la capacité du modèle à être utilisée dans le cas de larges structures.

Chapitre 4

Benchmark Carpiuc

Sommaire

4.1 Présentation des essais du benchmark Carpiuc 68

4.1.1 Montage expérimental 68

4.1.2 Traitement des données de conditions limites 70

4.2 Simulations des essais du benchmark 72

4.2.1 Spécimens numériques et Mise en oeuvre des conditions aux limites 72

4.2.2 Résultat de l'essai sur une éprouvette simple entaille 73

4.2.3 Résultat de l'essai sur une éprouvette double entaille 74

4.2.4 Ajout de contraintes internes 78

4.2.5 Variabilité des résultats au niveau de l'amorçage et de la propagation 83

4.3 Conclusion 96

4.1 Présentation des essais du benchmark Carpiuc

4.1.1 Montage expérimental

Dans un premier temps, le modèle est maintenant confronté à des essais expérimentaux présentant des chemins de fissuration complexes tirés du benchmark Carpiuc [25]. Le matériau étudié est un mortier composé de sable 0/4, de ciment Portland, d'eau, de sorte à respecter un ratio eau/ciment de $\frac{w}{c} = 0.42$ et de plastifiants. L'éprouvette est fixée au moyen d'essai 24h avant le début de l'essai par le collage de ses extrémités aux mors de la machine. Comme représenté sur la figure 4.1, la machine d'essai est un hexapode avec des mors en forme de U. Ce montage permet de solliciter une éprouvette suivant 6 degrés de liberté.

La réalisation de ce benchmark est née de la nécessité d'avoir des essais expérimentaux sous sollicitations mixtes afin de pouvoir calibrer et valider les modèles numériques de rupture. En effet, jusque là, les essais utilisés à cette fin, tels que ceux de Nooru-Mohamed [98], permet de pouvoir comparer des chemins de fissuration expérimentaux et numériques sans pour autant avoir accès aux conditions aux limites expérimentales. Les conditions aux limites introduites dans les modèles numériques correspondent, dans ce cas, aux valeurs théoriques des conditions aux limites. Un premier enjeu des travaux expérimentaux réalisés dans le benchmark Carpiuc est d'être en capacité de fournir à la fois des chemins de fissurations complexes lors de sollicitation mixte et des données expérimentales sur les conditions aux limites de l'essai. De plus, l'utilisation d'un hexapode permet un contrôle précis des conditions aux limites ainsi que la possibilité d'induire le chemin de fissuration désiré.

Dans le but d'être utilisé pour calibrer ou valider les modèles de rupture actuellement développés, les données expérimentales sur les conditions aux limites de deux essais réalisés durant le benchmark sont disponibles en ligne. Par ailleurs, ce travail, étant une riche source pour la modélisation numérique, fait parti des benchmarks de la conférence CFRAC (International Conference on Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures).

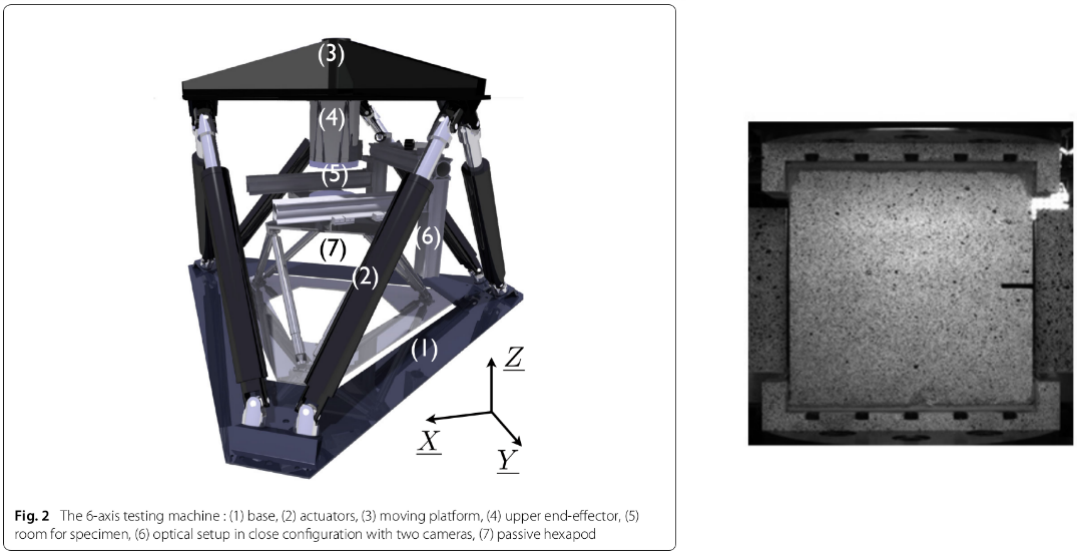


Figure 4.1 – Montage expérimental développé lors du benchmark Carpiuc[25]

Dans le cas des essais présentés ici, le chargement imposé aux éprouvettes, tel qu'illustré sur la figure 4.2, est une combinaison de trois déplacements simples:

- un déplacement vertical, qui induit un état de traction dans l'éprouvette
- un déplacement horizontal, responsable du cisaillement dans l'éprouvette
- une rotation dans le plan, exerçant une torsion de l'éprouvette.

Les déplacements sont imposés avec une vitesse de $0.01\mu m/s$ afin de garantir un régime quasi-statique.

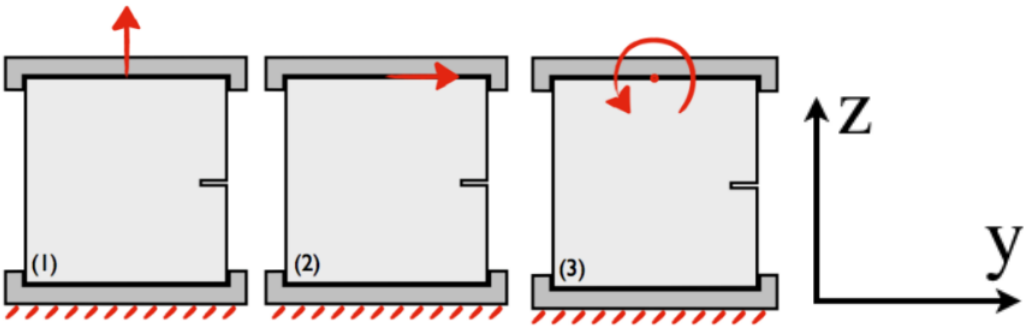


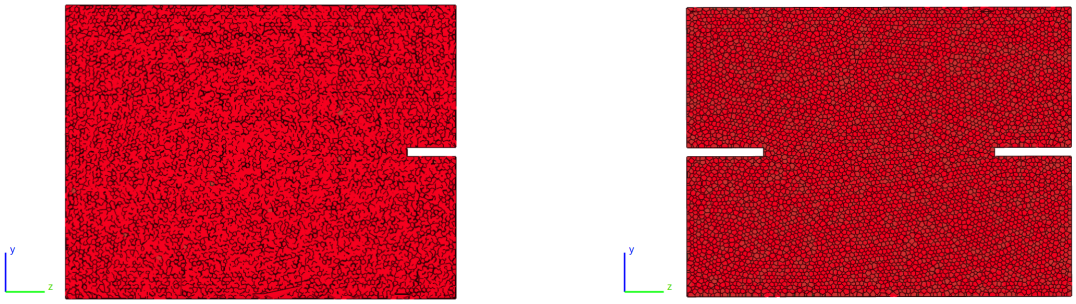
Figure 4.2 – Description du chargement imposé lors du benchmark Carpiuc [25]

Afin d'obtenir un champ de déplacement précis au sein de l'éprouvette, une corrélation d'images est réalisée au cours de l'essai par le biais de 3 caméras. L'acquisition des images est opérée toutes les 5 secondes. De cette corrélation d'images, sont déterminés les déplacements verticaux et horizontaux pour une cinquantaine de points sur les faces supérieure et inférieure de l'éprouvette. Ces données sont mises à disposition afin de pouvoir reproduire ces essais numériquement.

4.1.2 Traitement des données de conditions limites

Afin de pouvoir simuler les essais expérimentaux présentés dans la section précédente, deux éprouvettes, une simple entaille et une double entaille, sont construites. De par la symétrie du problème, la modélisation 2D est privilégiée, afin de réduire le nombre d'éléments discrets et par conséquent les temps de calculs. Cependant, le modèle d'endommagement proposé dans ces travaux est basé sur les déplacements de torsion et de cisaillement et flexion hors-plan. Le modèle nécessite donc une éprouvette en trois dimensions. Afin de conserver un aspect 3D tout en limitant les temps de calcul, une éprouvette pseudo-2D est utilisée. En effet, dans la direction hors-plan, une épaisseur est considérée de sorte à contenir un seul élément discret dans la profondeur.

Similairement aux éprouvettes expérimentales, les spécimens numériques affichés en figure 4.3 présentent repectivement une entaille de 25 mm et deux entailles de 40 mm. Par ailleurs, la corrélation d'images n'est pas effectuée sur les extrémités de l'éprouvette expérimentale mais sur des zones situées à 25 mm de celles-ci. Afin de faire coïncider les extrémités de l'éprouvette numérique avec les points où sont réalisés la corrélation d'images, la hauteur de l'éprouvette numérique est réduite à 150 mm au lieu des 200 mm de l'éprouvette expérimentale. Les deux éprouvettes numériques sont composées d'environ 8 000 éléments discrets afin de garantir la précision des résultats.



(a) Éprouvette simple entaille (b) Éprouvette double entaille

Figure 4.3 – Éprouvettes 2D composées d'éléments de Voronoi

De par la nature aléatoire de la construction des éprouvettes numériques, la position des éléments discrets situés sur les faces supérieure et inférieure de l'éprouvette n'est pas contrôlée et ne coïncide pas nécessairement avec les positions des points utilisés pour la corrélation d'image. Afin d'assurer l'isotropie et l'homogénéité de l'éprouvette, contraindre la position des éléments discrets sur les surfaces supérieure et inférieure n'est pas envisageable. Ainsi les conditions aux limites expérimentales ne peuvent être directement appliquées sur les éprouvettes numériques et un travail doit être préalablement réalisé sur les données de conditions aux limites.

La mise en oeuvre d'une interpolation spatiale du champ de déplacement aux centres des éléments discrets est privilégiée. Les déplacements étant relativement faibles et par soucis de rapidité, le choix est fait de réaliser une interpolation linéaire pour chaque élément discret à partir des points de corrélation avoisinants. L'exemple du processus d'interpolation pour un champ de déplacements verticaux est illustré en figure 4.4. Dans le cas particulier, où un élement discret n'est pas encadré par deux points de corrélation, la décision est prise de fixer son déplacement égal à celui du plus proche point de corrélation.

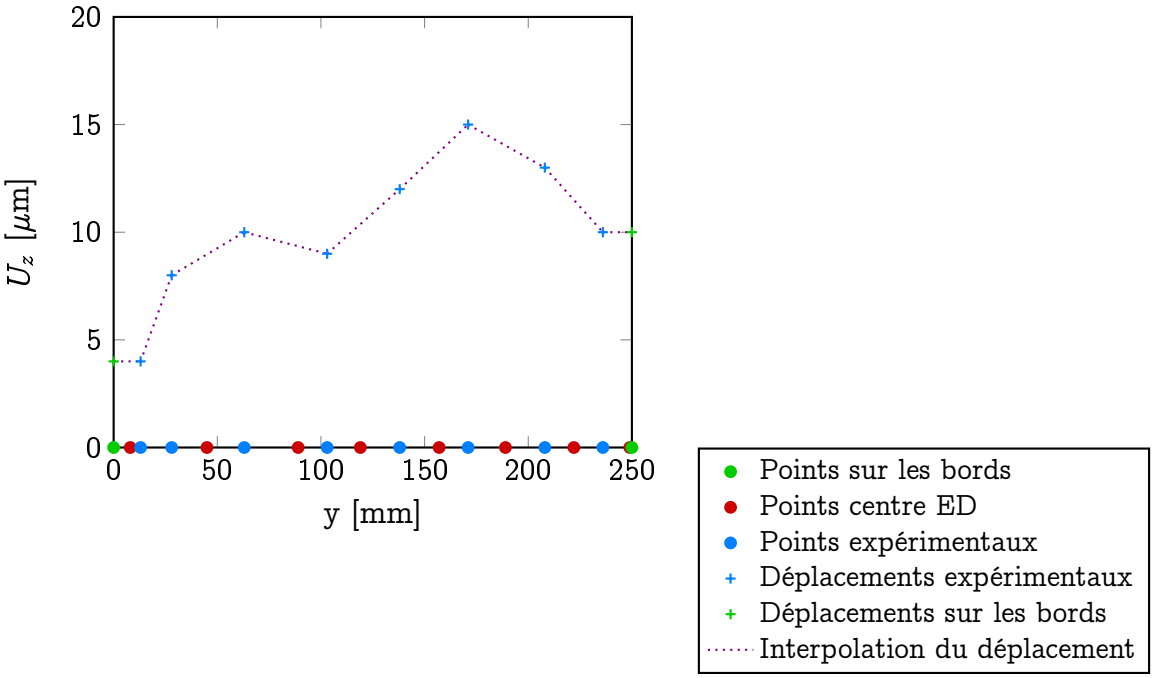


Figure 4.4 – Schéma illustrant l'interpolation spatiale du champ de déplacement

En outre, le schéma d'intégration utilisé dans la plateforme de calcul GranOO est un schéma explicite. Le respect d'une condition sur le pas de temps est requis pour obtenir la convergence du résultat de la simulation. Dans notre cas, cette condition renvoie à un pas de temps maximum d'environ 5.10^{-8} s. Ce pas de temps numérique est de loin inférieur au pas de temps expérimental de 5s. Cette contrainte sur le pas de temps ne permet pas de réaliser ces essais avec une vitesse de déplacement de $0.01\mu m/s$ qui seraient trop couteux en terme de temps de calculs. Les essais sont donc réalisés avec une vitesse de déplacement de 1.67mm/s qui permet, bien que supérieure à la vitesse expérimentale, de garantir un chargement en régime quasi-statique. Afin d'obtenir les conditions aux limites avec cette vitesse plus rapide, un traitement est appliqué sur les données expérimentales. Le nouveau fichier de données correspond alors aux déplacements des points de corrélation pour une vitesse expérimentale équivalente à la vitesse numérique. Toutefois, le pas de temps numérique reste inférieur au pas de temps expérimental équivalent. Ainsi une seconde interpolation, cette fois-ci temporelle, est nécessaire. L'interpolation temporelle est également linéaire et déterminée à partir des temps expérimentaux équivalents encadrant le temps numérique.

L'exécution de ces deux interpolations successives permet d'obtenir, à partir des données expérimentales de déplacements, les déplacements verticaux et horizontaux pour chaque élément discret appartenant aux faces supérieure et inférieure et cela pour chaque temps de la simulation.

4.2 Simulations des essais du benchmark

4.2.1 Spécimens numériques et Mise en oeuvre des conditions aux limites

Afin de pouvoir simuler les essais, il est nécessaire d'annhiler tout phénomène numérique de rupture aux extrémités de l'éprouvette numérique. Dans ce but, deux articifices sont introduits. Le premier consiste en l'application d'un facteur correctif sur la variable d'endommagement. Ce facteur varie de 0, sur les bords de l'éprouvette induisant un endommagement nul, à 1, sur la partie centrale de l'éprouvette autorisant un endommagement non atténué dans cette zone. Ainsi, les zones présentant une atténuation progressive de l'endommagement représentent deux bandes d'environ 10cm à chaque extrémité, comme illustré sur la figure 4.5.

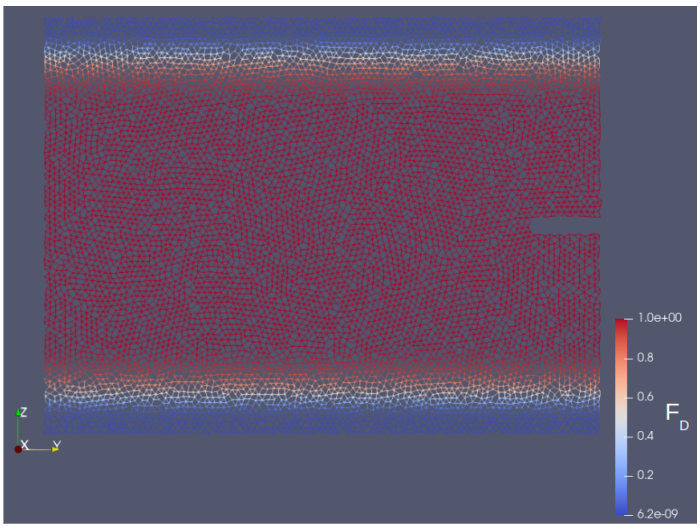


Figure 4.5 – Évolution de la valeur du facteur correctif F_D au sein d'une éprouvette simple entaille

De plus, de par la géométrie de l'éprouvette et l'influence de la mésostructure du béton, l'amorçage de la fissure durant les essais peut se produire à différentes localisations le long des entailles. Par ailleurs, le lieu d'amorce des fissures influence de façon notable leur propagation. Afin d'étudier uniquement les aspects de propagation de fissures, le choix est fait de contraindre la phase d'amorçage. Pour cela, et afin de garantir un amorçage similaire aux résultats expérimentaux, les caractéristiques mécaniques sont dégradées dans l'angle des entailles. Le coin supérieur gauche de l'entaille de l'éprouvette simple entaille correspond à la zone d'amorce observée expérimentalement et est par conséquent la zone où sont dégradées les propriétés mécaniques des poutres. Concernant l'éprouvette double entaille, deux zones d'amorçage sont constatées expérimentalement, la première se situant dans le coin supérieur gauche de l'entaille droite et la seconde au niveau du coin inférieur droit de l'entaille gauche. Dans ces zones, la déformation élastique maximale est fixée à une valeur $\varepsilon_I^e = 1,32.10^{-4}$, égale à 60% de la valeur imposée dans le reste des poutres du réseau. Les caractéristiques mécaniques utilisées lors de la simulation des essais sont rassemblées dans le tableau 4.1.

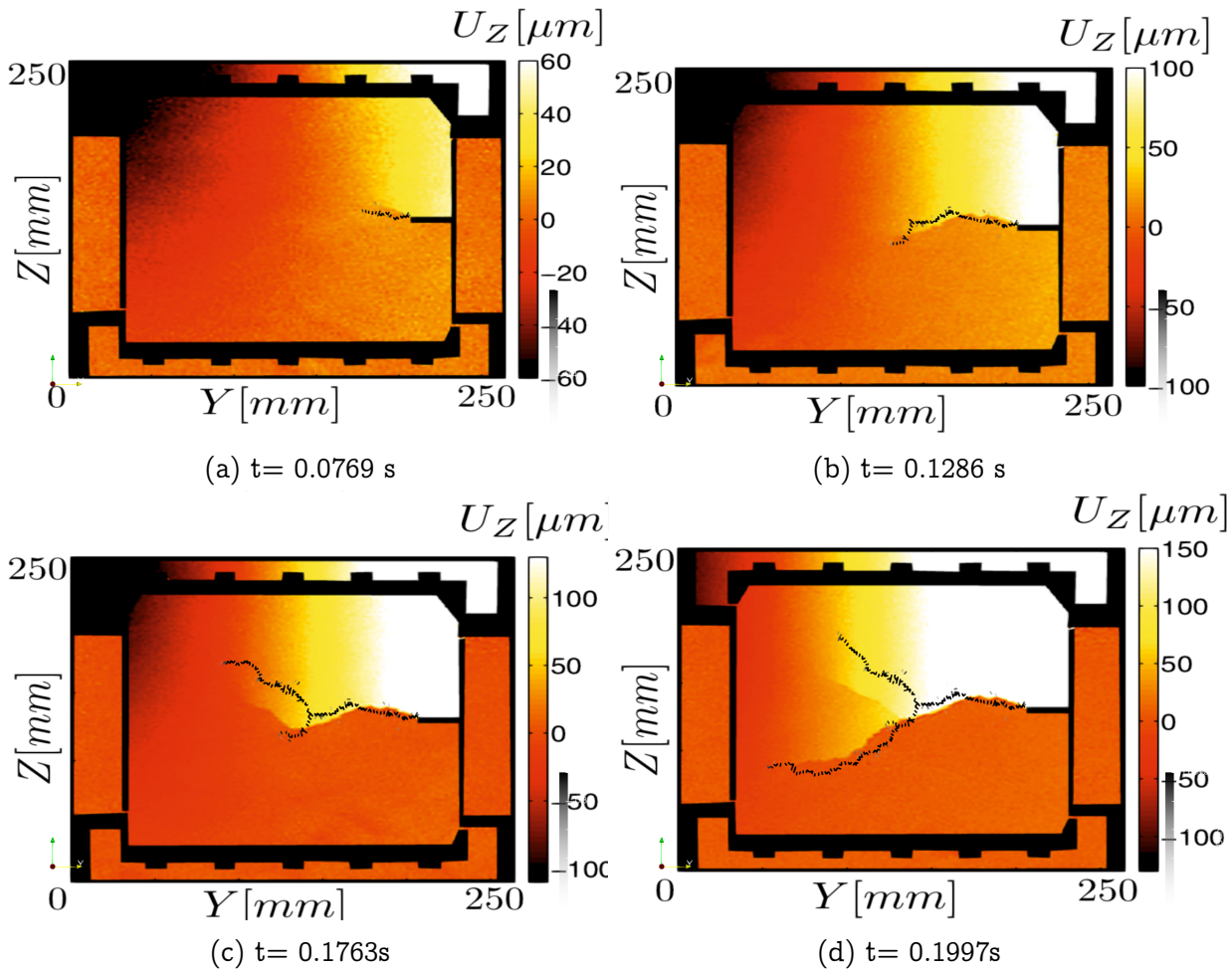
E_M	17.25e9
E_μ	82.97e9
$G_{f,\mathrm{I}}$	114.6 $J.m^{-2}$
$\varepsilon_{e,\mathrm{I}}$	$2.2.10^{-4}$
α	8

Table 4.1 – Paramètres élastiques et du modèle d'endommagement le mortier du benchmark

Le modèle d'endommagement, suite aux développements des deux chapitres précédents, n'est donc pas calibré et les valeurs de déformation élastique maximale et d'énergie de rupture observées expérimentalement sont introduites directement. Le coefficient alpha n'ayant pas d'influence en ouverture, sa valeur est conservée à celle des chapitres précédents à savoir 8. Les résultats lors de la simulation d'un essai sur éprouvette simple entaille ainsi que sur éprouvette double entaille sont exposés dans les sections suivantes.

4.2.2 Résultat de l'essai sur une éprouvette simple entaille

Tout d'abord, l'essai sur une éprouvette simple entaille est considéré. Le champ d'endommagement obtenu lors de la simulation est superposé aux résultats expérimentaux et montré en figure 4.6. Lorsque la valeur 1 est atteinte par la variable d'endommagement, la poutre est noire. Les poutres non endommagées, *i. e.* $D = 0$, sont transparentes, par soucis de lisibilité. Ces champs d'endommagement correspondent à quatre temps au cours de la simulation. Dans un premier temps, figure 4.6a, une fissure s'initie au niveau de l'entaille et se propage avec le même angle numériquement et expérimentalement. Ensuite, un changement brutal du chargement est opéré engendrant une bifurcation de la fissure. Comme illustrée sur la figure 4.6b, la simulation reproduit cette bifurcation. Par la suite, un second changement de chargement amène une nouvelle bifurcation telle que représentée sur la figure 4.6c. Enfin, un branchement apparaît, avec la propagation d'une seconde fissure 4.6d. Cet essai permet de mettre en lumière la capacité du modèle à restituer des mécanismes de fissure complexes tels que le branchement et la bifurcation de fissures. De plus, le modèle s'avère robuste vis à vis des fortes variations de chargement présentes lors de cet essai.



(a) t= 0.0769 s (b) t= 0.1286 s

(c) t= 0.1763s (d) t= 0.1997s

Figure 4.6 – Évolution du champ d'endommagement durant l'essai sur une éprouvette simple entaille

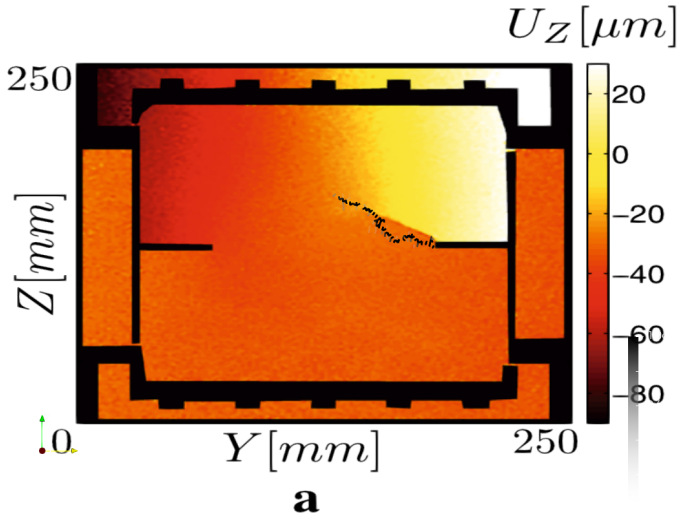
L'essai est reproduit sur 5 éprouvettes présentant un tirage de réseau de poutres initial différent. Les chemins de fissuration de chacune des éprouvettes sont présentés et discutés plus en détails dans la section sur l'étude de la dépendance des résultats au réseau de poutres initial. Bien que les chemins de fissurations ne soient pas parfaitement identiques, les aspects caractéristiques de la propagation de fissures durant l'essai sont observés pour chaque éprouvette. En effet, pour chacune des éprouvettes, une amorce est remarquée, suivie par deux bifurcations successives. Enfin, une bifurcation se distingue.

Cet essai met en exergue la robustesse du modèle de par la bonne reproducibilité des résultats ainsi que sa capacité à bien gérer les changements brutaux de chargement et à restituer les mécanismes de bifurcation et branchement. Afin de compléter l'étude des différents mécanismes de rupture avec notre modèle d'endommagement, un second essai tiré du benchmark est simulé, cette fois-ci sur une éprouvette double entaille.

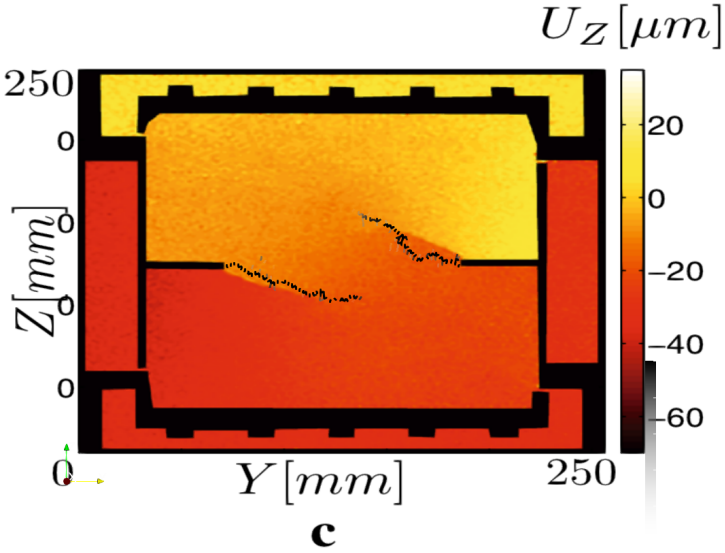
4.2.3 Résultat de l'essai sur une éprouvette double entaille

Dans le but d'étudier les mécanismes de coalescence de fissures et de refermeture de fissures, un essai sur une éprouvette possédant deux entailles est réalisé. Le champ

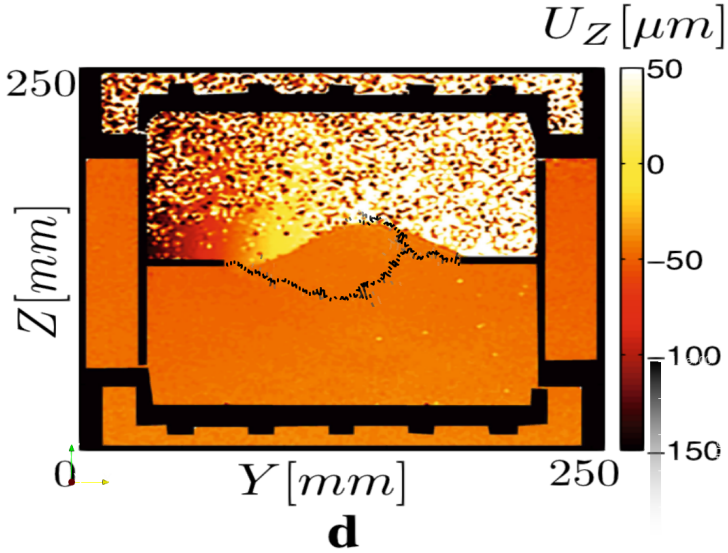
d'endommagement obtenu pour trois moments de la simulation est superposé au chemin de fissuration expérimental en figure 4.7.



(a) t= 0.0627s



(b) t= 0.1142s



(c) t= 0.1359s

Figure 4.7 – Évolution du champ d'endommagement durant l'essai sur une éprouvette double entaille

Une première fissure est initiée au niveau de l'entaille de droite. Puis un changement de chargement est appliqué afin d'arrêter la propagation de la première fissure et d'amorcer une seconde fissure, cette fois, au niveau de l'entaille de gauche. Pour finir, l'éprouvette est soumise à un dernier chargement afin d'activer la coalescence des deux fissures. Numériquement, la création de deux fissures successives est bien observée similairement aux résultats expérimentaux. Cependant, la simulation affiche une propagation de la seconde fissure jusqu'à coalescence. Expérimentalement, la coalescence a lieu par la propagation de la première fissure et non de la deuxième. Ces différences entre résultats expérimental et numérique mettent en lumière les limites de ces essais.

En effet, les essais expérimentaux entrepris dans le cadre du benchmark affichent une sensibilité à la mésostructure des éprouvettes testées. Notamment, les variations de la mésostructure telles que le positionnement des grains dans l'éprouvette vont influer sur la zone d'amorçage et la direction de propagation des fissures. Ainsi, pour l'essai sur éprouvette double entaille, la coalescence des fissures est observée par propagation de la seconde fissure pour l'éprouvette considérée. Cependant, une reproduction de l'essai sur une autre éprouvette de même géométrie mais possédant une autre mésostructure donnerait lieu à une coalescence par propagation de la première fissure. De plus, expérimentalement, en amont de l'essai, un essai élastique est réalisé sur l'éprouvette, créant un état de pré-contrainte au sein de l'éprouvette. Cet état de pré-contraintes induit localement des redistributions de contraintes lors de la propagation de fissures. Par conséquent, le chemin de fissuration obtenu dépend fortement de l'état de l'éprouvette au début de l'essai. Ces effets de mésostructure et de pré-contraintes rendent aléatoire la détermination de la fissure se propageant jusqu'à coalescence.

La simulation de cet essai est reproduit pour 5 éprouvettes, chacune possédant un réseau de poutres différent. Les résultats obtenus pour chaque éprouvette sont synthétisés et analysés dans la section sur l'étude de la dépendance des résultats au réseau de poutres initial. Toutes les éprouvettes présentent une fissure au niveau de chaque entaille. Concernant la phase de coalescence, différents scénarios se dessinent. Pour certaines éprouvettes, uniquement la deuxième fissure se propage, pour d'autres, la propagation simultanée des deux fissures a lieu.

Afin de réduire cette influence au réseau de poutre, cet essai est également simulé pour un domaine plus fin. Le résultat obtenu à la fin de la simulation pour une éprouvette constituée de 15 000 éléments discrets est présenté en figure 4.8.

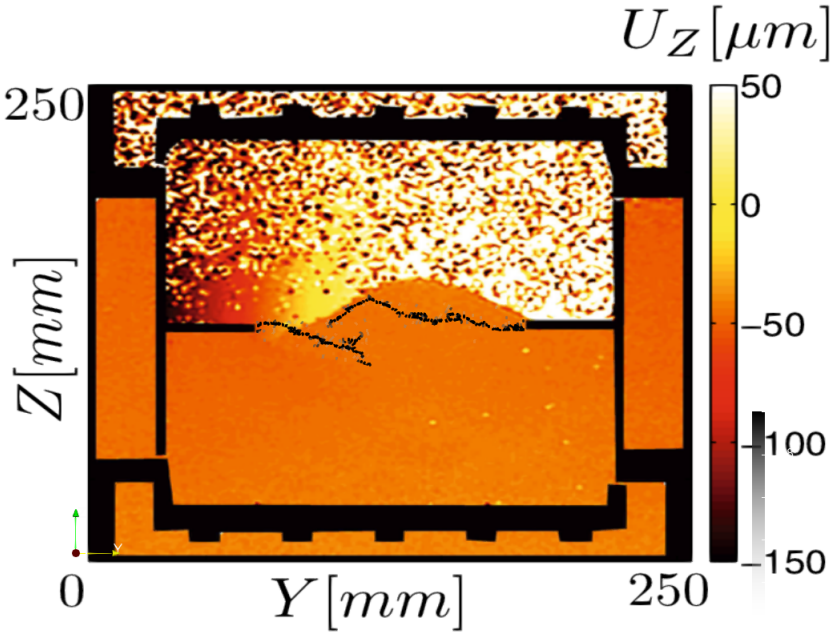


Figure 4.8 – Champ d'endommagement final lors d'un essai sur une éprouvette double entaille composée de 15 000 éléments discrets

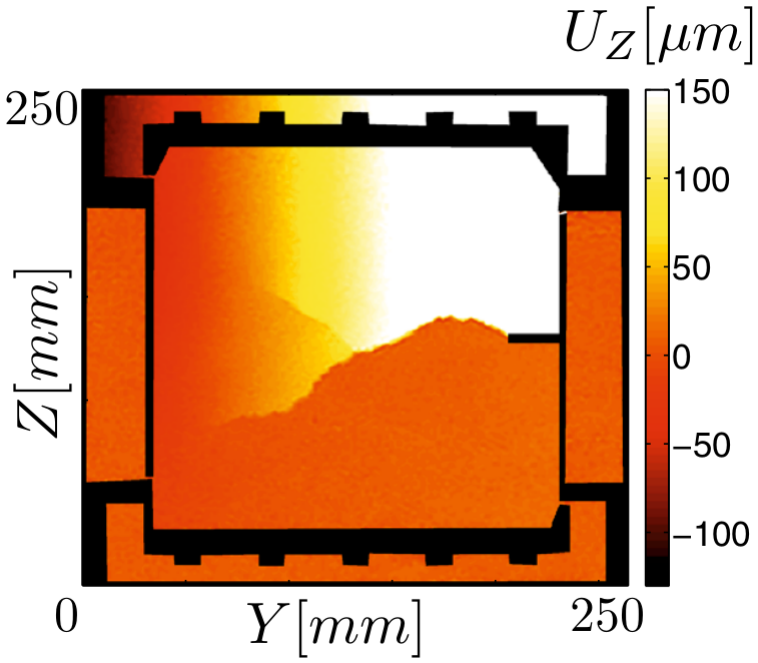
La phase de coalescence des fissures pour cette éprouvette plus fine est bien induite par la propagation de la première fissure. Cependant, l'influence de la mésostructure au niveau de l'amorçage et par conséquent de la propagation est non négligeable même pour des éprouvettes fines.

Ces essais ont donc mis en évidence la capacité du modèle à prédire un chemin de fissuration complexe ainsi que des mécanismes tels que le branchement, la bifurcation et la coalescence de fissures. Cependant, ces essais ont montré une grande sensibilité à la mésostructure et aux pré-contraintes locales. Afin d'étudier l'effet des contraintes internes présentes dans les éprouvettes sur le chemin de fissuration, ces essais sont tout deux répétés avec des éprouvettes affichant localement des contraintes internes.

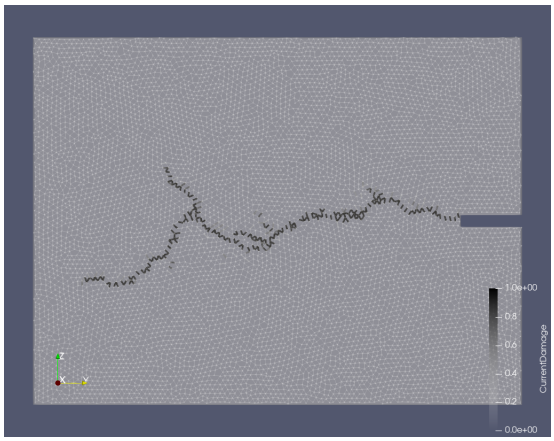
4.2.4 Ajout de contraintes internes

Dans un premier temps, l'essai sur une éprouvette simple entaille est considéré. Celui-ci est simulé pour des éprouvettes présentant initialement trois taux de contraintes internes différents dans le réseau de poutres. La moyenne des contraintes internes au sein de l'éprouvette est fixée respectivement aux valeurs 7.446 kPa, 12.253 kPa et 18.850 kPa. Ces valeurs sont relativement faibles par rapport aux contraintes observées dans l'éprouvette lors de l'essai. Afin d'étudier uniquement l'influence de ces contraintes internes initiales et d'annhilier l'effet de la variation du réseau de poutres, le choix est fait de conserver la même distribution de poutres dans le réseau pour les simulations avec les différentes valeurs de contraintes internes. Pour cela, lors du processus de construction de l'éprouvette, durant la phase de relaxation du système, le calcul est interrompu à plusieurs reprises afin de recueillir des domaines affichant des interpénétrations entre éléments discrets variant de 0.0079% à 0.02%. Ces interpénétrations sont alors responsables de la présence de contraintes internes plus ou moins importantes dans l'éprouvette. À la fin de la phase de relaxation, le domaine est également conservé de sorte à avoir une

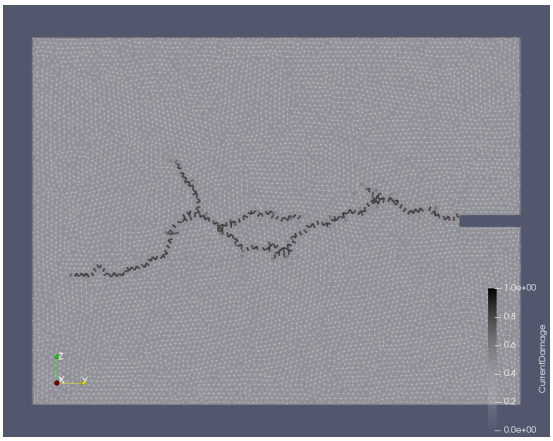
éprouvette de référence sans contraintes internes. Les champs d'endommagement à la fin de la simulation pour les éprouvettes présentant des contraintes internes moyennes de 0kPa, 7.446 kPa, 12.253kPa et 18.850 kPa sont exposés en figure 4.9. Le chemin de fissuration expérimental est également rappelé.



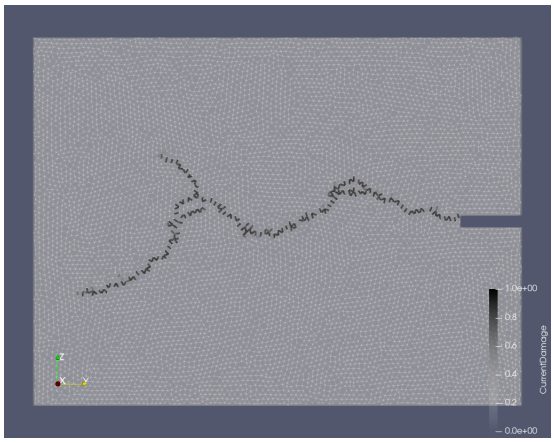
(a) Chemin de fissuration expérimental



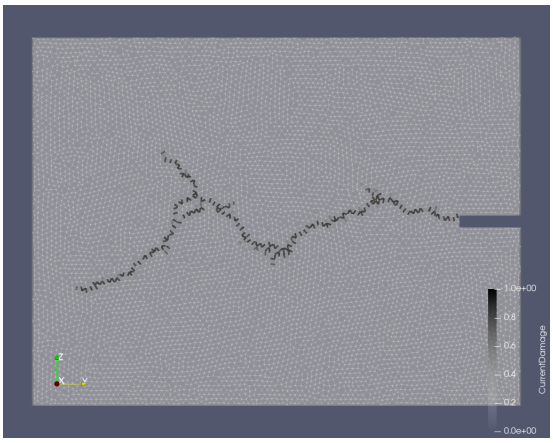
(b) Sans contraines internes



(c) Contrainte interne moyenne 7.446 kPa



(d) Contrainte interne moyenne 12.253 kPa

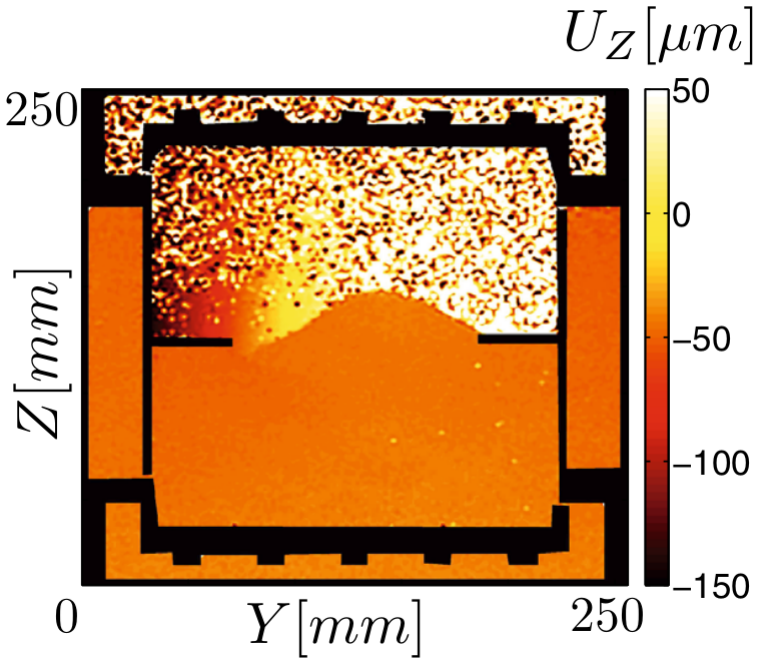


(e) Contrainte interne moyenne 18.850 kPa

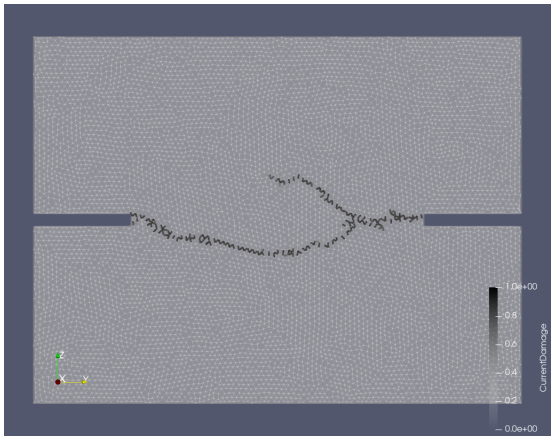
Figure 4.9 – Champs d'endommagement obtenus pour des valeurs de contraintes internes initiales différentes au sein d'une éprouvette simple entaille

Sur un essai avec une éprouvette simple entaille, la variation de contraintes internes dans l'éprouvette influe notamment lors des phases de changement brutal de chargement. L'apparition de fissures secondaires lors de la bifurcation est notable pour les éprouvettes en figures 4.9c et 4.9d. Le mécanisme de branchement de fissures est également perturbé pour les éprouvettes en figures 4.9d et 4.9e, où le branchement se produit à deux endroits pour finalement coalescer en une seule seconde branche. En revanche, la zone d'initiation de la fissure, au début de la simulation, semble insensible à la présence de contraintes internes intiales.

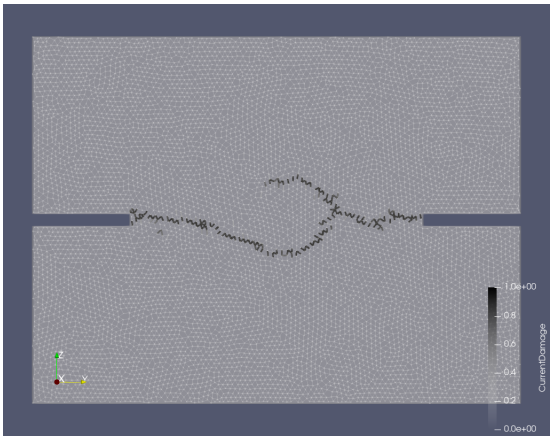
Afin de compléter notre étude sur l'influence des contraintes internes initiales sur le chemin de fissuration, l'essai sur des éprouvettes double entaille est également réalisé pour trois valeurs de contraintes internes moyennes 6.032 kPa, 9.425 kPa et 15.08 kPa. Le champ d'endommagement obtenu au temps final des simulations pour les différents taux de contraintes internes est affiché en figure 4.10. Le chemin de fissuration expérimental est également rappelé.



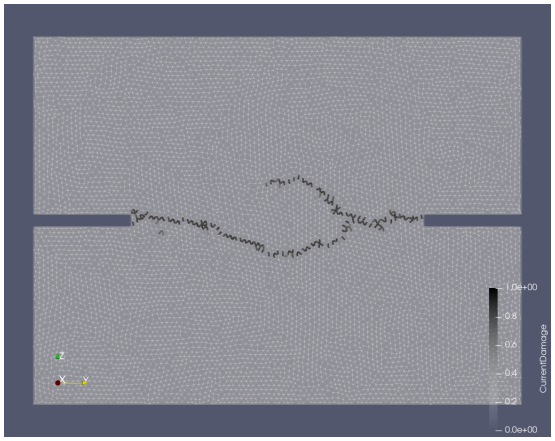
(a) Chemin de fissuration expérimental



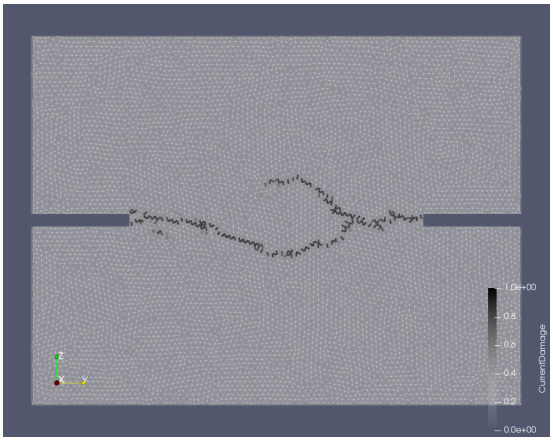
(b) Sans contraines internes



(c) Contrainte interne moyenne 6.032 kPa



(d) Contrainte interne moyenne 9.425 kPa



(e) Contrainte interne moyenne 15.08 kPa

Figure 4.10 – Champs d'endommagement obtenus pour des valeurs de contraintes internes initiales différentes au sein d'une éprouvette double entaille

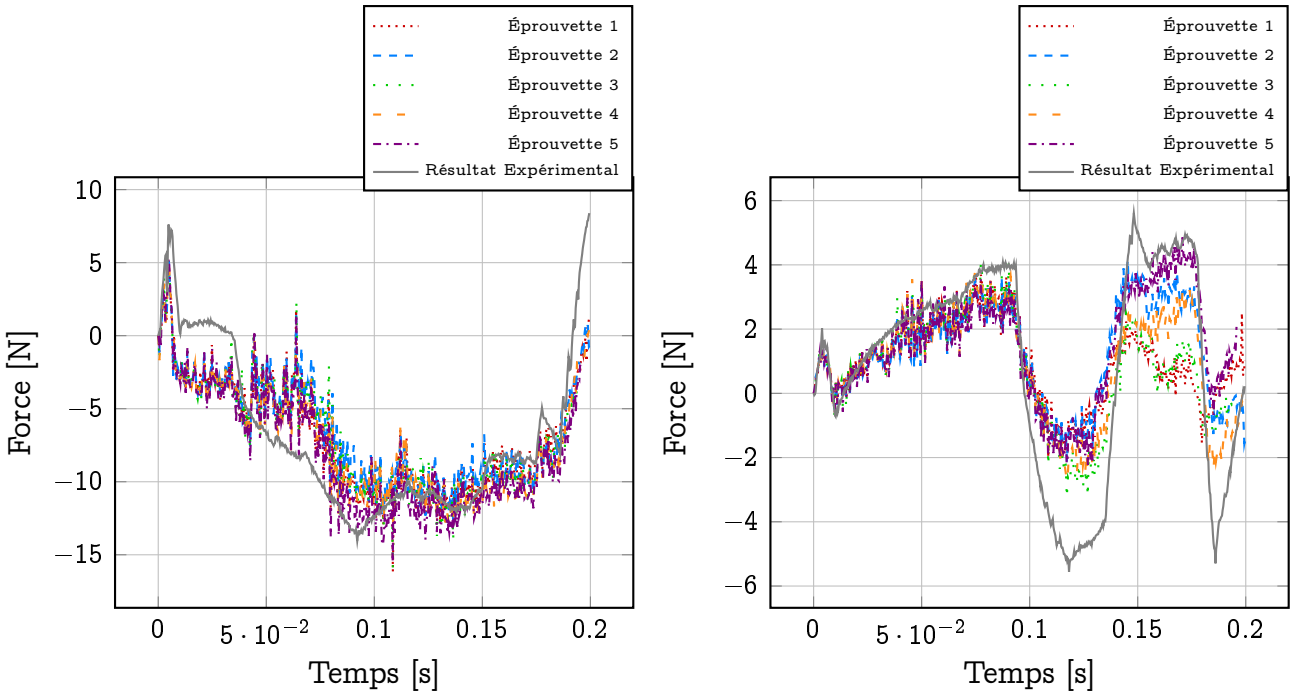
Similairement aux résultats obtenus sur les éprouvettes simple entaille, la zone d'initiation n'est pas modifiée par l'ajout de contraintes internes dans l'éprouvette. Cependant, lorsque les fissures se propagent, le chemin de fissuration diffère en fonction du taux de contraintes internes au sein de l'éprouvette. En particulier, ce phénomène apparaît sur les figures 4.10b et 4.10d où les chemins de propagation de la fissure de gauche ne coïncident pas. Enfin, le mécanisme de coalescence est nettement influencé par la présence des contraintes internes. En effet, le point où coalescent les deux fissures varie avec la valeur de contraintes internes moyennes. En effet, par exemple pour l'éprouvette avec une contrainte moyenne de 6.032 kPa, en figure 4.10c, la coalescence se produit dans une zone plus centrale de l'éprouvette par rapport à l'éprouvette avec une contrainte moyenne de 9.425 kPa, en figure 4.10d, où la coalescence a lieu proche de l'entaille droite.

Ces résultats ont montré que la prise en compte de l'état de pré-contrainte au sein de l'éprouvette influait sur le chemin de fissuration en particulier lors des mécanismes locaux tels que le branchement, la bifurcation et la coalescence de fissures.

4.2.5 Variabilité des résultats au niveau de l'amorçage et de la propagation

Les résultats de la simulation des deux types d'essais ont été montrés sur une éprouvette simple entaille et une éprouvette double entaille. Cependant, de même qu'une influence de la mésostructure est observée expérimentalement, il apparaît nécessaire de s'interroger sur la dépendance des résultats numériques vis à vis du réseau de poutres utilisé.

Pour cela, dans un premier temps, les efforts de traction et de cisaillement obtenus aux extrémités de l'éprouvette lors de la simulation sont comparés aux efforts mesurés par le montage expérimental en figure 4.11.



(a) Évolution de la force de traction F_z au cours de l'essai sur éprouvette simple entaille

(b) Évolution de la force de cisaillement F_y au cours de l'essai sur éprouvette simple entaille

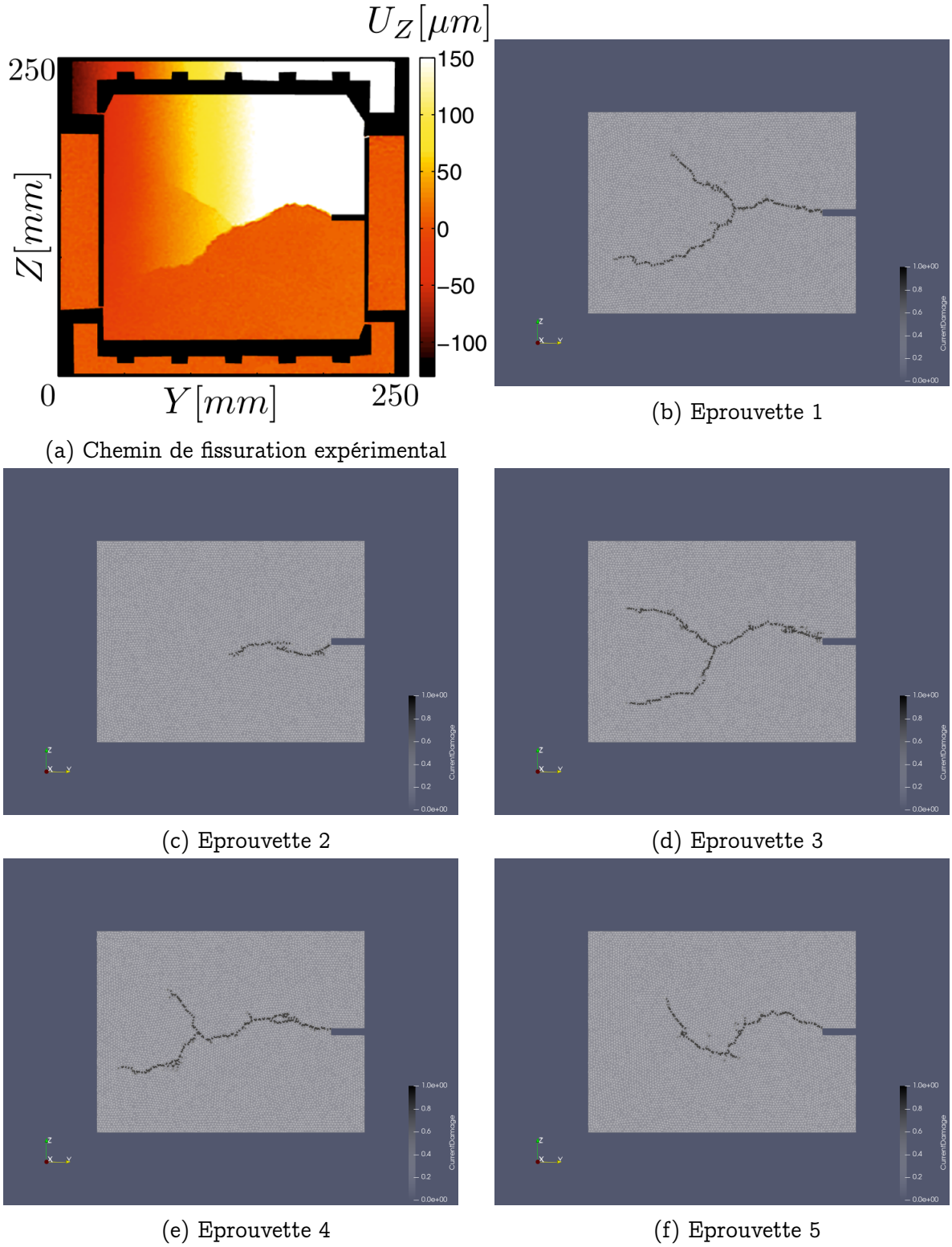
Figure 4.11 – Comparaison des forces de traction et de cisaillement obtenues lors de la simulation de cinq éprouvettes simple entaille et de celles expérimentales

Tout d'abord, lors de la simulation, les efforts sont mesurés aux extrémités de l'éprouvette numérique correspondant à la zone où la corrélation d'images est effectuée. Cependant, les valeurs expérimentales des efforts sont mesurées au niveau de l'hexapode. Ainsi, du fait de ces différences dans les zones de mesures des efforts, et de l'utilisation des données de corrélation d'images, un bruit au niveau des résultats numériques est notable. Au début de l'essai, pour un temps inférieur à 0.1 s, les efforts constatés expérimentalement et numériquement sont similaires. La seule différence réside au niveau du pic de force en traction. En effet, du fait de l'utilisation d'éprouvettes composées de 8 000 éléments discrets, il a été montré dans le chapitre 3 que la convergence au niveau du pic de contrainte n'était pas atteinte. De ce fait, une sous-estimation du pic de force lors de l'amorçage de la fissure est observée numériquement. Concernant la force de cisaillement, le résultat expérimental et les résultats numériques sont confondus pour des temps inférieurs à 0.1 s, *i. e.* durant la phase d'initiation de la fissure. Lors des phases de bifurcation et de branchement de fissures, *i. e.* pour des temps supérieurs à 0.1 s, des différences sont observées au niveau des efforts de cisaillement mesurés expérimentalement et numériquement. Celles-ci s'expliquent, d'une part, par la dépendance des résultats expérimentaux à la mésostructure de l'éprouvette testée et, d'autre part, par la dépendance de la valeur de la force de cisaillement mesurée au réseau de poutres. En effet, pour deux éprouvettes telles que l'éprouvette 1 et l'éprouvette 5, la force de cisaillement observée varie d'un facteur 2. Du fait de ces variations d'efforts entre les différents réseaux de poutres, les efforts obtenus par la simulation de l'essai sont considérés comme représentatifs des efforts expérimentaux.

Ces observations au niveau des efforts de cisaillement, en particulier lors des phases de bifurcation et de branchement des fissures, confirment la sensibilité des résultats de

cet essai, du côté expérimental, à la mésostructure de l'éprouvette, et du côté numérique, au réseau de poutres initialement choisi.

L'étude de la dépendance au réseau de poutres peut également être réalisée à l'aide de l'analyse des chemins de fissuration. Les champs d'endommagement pour 5 éprouvettes simple entaille, testées sans artifice au niveau des zones d'amorçage, sont exposés en figure 4.12.



(a) Chemin de fissuration expérimental

(b) Eprouvette 1

(c) Eprouvette 2

(d) Eprouvette 3

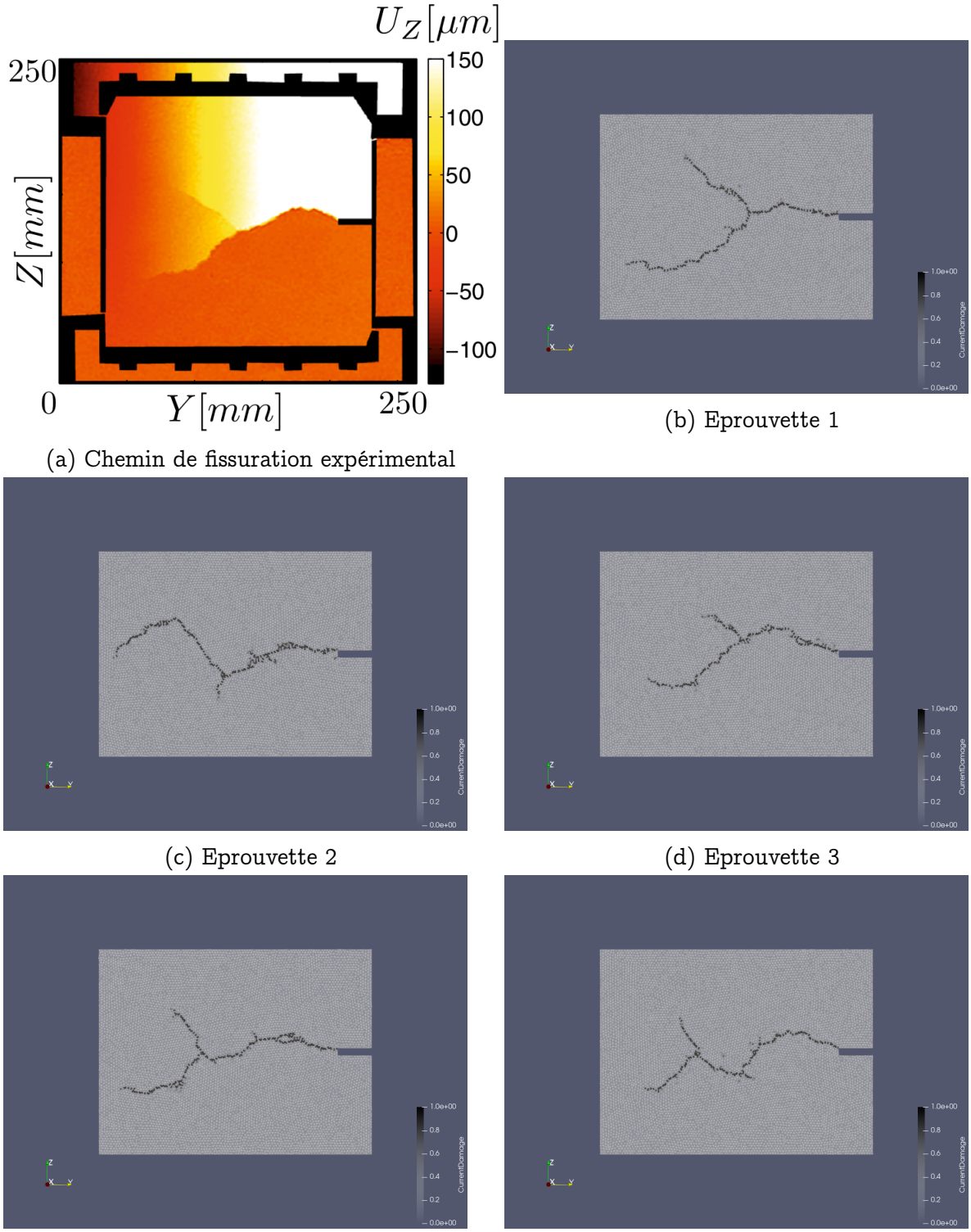
(e) Eprouvette 4

(f) Eprouvette 5

Figure 4.12 – Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille sans zone d'amorçage imposée

Les chemins de fissuration observés pour les cinq éprouvettes varient fortement. Pour les éprouvettes 1,3 et 4, le chemin de fissuration est similaire au résultat expérimental. Les bifurcations successives ainsi que le branchement sont reproduits. Cependant, pour les éprouvettes 2 et 5, le chemin de fissuration diffère de celui expérimental. Concernant

l'éprouvette 2, l'amorçage de la fissure en fond d'entaille ne se produit pas au même niveau que sur l'éprouvette expérimentale. La zone d'amorce est liée aux directions affichées par les poutres du réseau. L'amorçage d'une fissure se propageant suivant une direction éloignée de celle observée expérimentalement est responsable des différences constatées durant la phase de propagation de fissures au niveau du chemin de fissuration. Pour l'éprouvette 5, la zone d'amorçage semble similaire à celle observée expérimentalement. Cependant, lors du branchement de fissures, un arrêt de la seconde fissure est remarquable. Ce chemin de fissuration est induit, cette fois-ci non pas par la direction de la poutre amorcée, mais par l'état de contrainte résultant de l'agencement du réseau. En effet, cela est confirmé par la reproduction de l'essai sur les mêmes éprouvettes mais cette fois-ci en considérant une zone d'amorçage où les caractéristiques mécaniques sont dégradées. De même que dans les sections précédentes, la déformation élastique maximale est fixée à une valeur de 60% de la déformation élastique maximale appliquée aux autres poutres du réseau. Les champs d'endommagement pour chacune des cinq éprouvettes sont présentés en figure 4.13.



(a) Chemin de fissuration expérimental

(b) Eprouvette 1

(c) Eprouvette 2

(d) Eprouvette 3

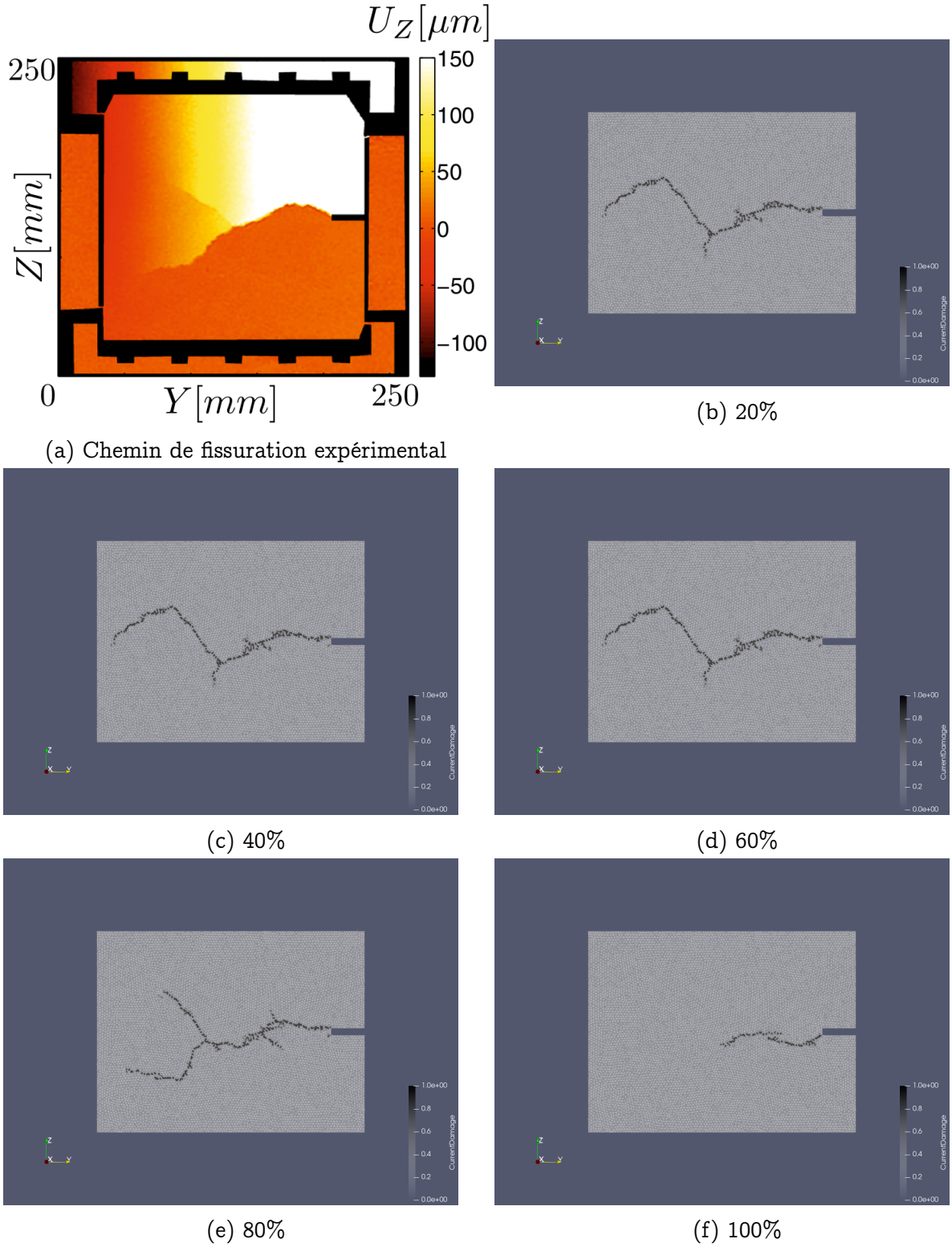
(e) Eprouvette 4

(f) Eprouvette 5

Figure 4.13 – Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille avec zone d'amorçage imposée

Un pré-adoucissement dans la zone d'amorçage permet de modifier localement l'état de contraintes. Par le biais de cette modification, le chemin de fissuration au sein de l'éprouvette 5 affiche un branchement avec la propagation de la seconde fissure. Cela montre qu'un effet de mésostructure numérique est induit par le réseau de

poutres. Cependant, l'utilisation d'un artifice au niveau de l'amorçage permet de pallier cette dépendance au réseau de poutres. A l'aide du pré-adoucissement dans la zone d'amorçage, les cinq éprouvettes affichent un chemin de fissuration présentant les bifurcations successives ainsi que le branchement de fissures. Cependant, la valeur de déformation élastique maximale imposée dans la zone d'amorçage est questionnable. En effet, une analyse de sensibilité a été réalisée sur la valeur de déformation élastique maximale dans cette zone pour l'éprouvette 5, afin de permettre la propagation de la seconde fissure du branchement. Cependant, la reproduction de cette analyse pour l'éprouvette 2, dont les résultats sont présentés en figure 4.14, ont montré que la valeur à fixer dans la zone d'amorçage est propre au réseau de poutre étudié. En effet, les chemins de fissuration obtenus pour l'éprouvette 2 avec des valeurs de 20 %, 40 % , 60% et 80% de la déformation élastique maximale ε_I^e diffèrent.



(a) Chemin de fissuration expérimental

(b) 20%

(c) 40%

(d) 60%

(e) 80%

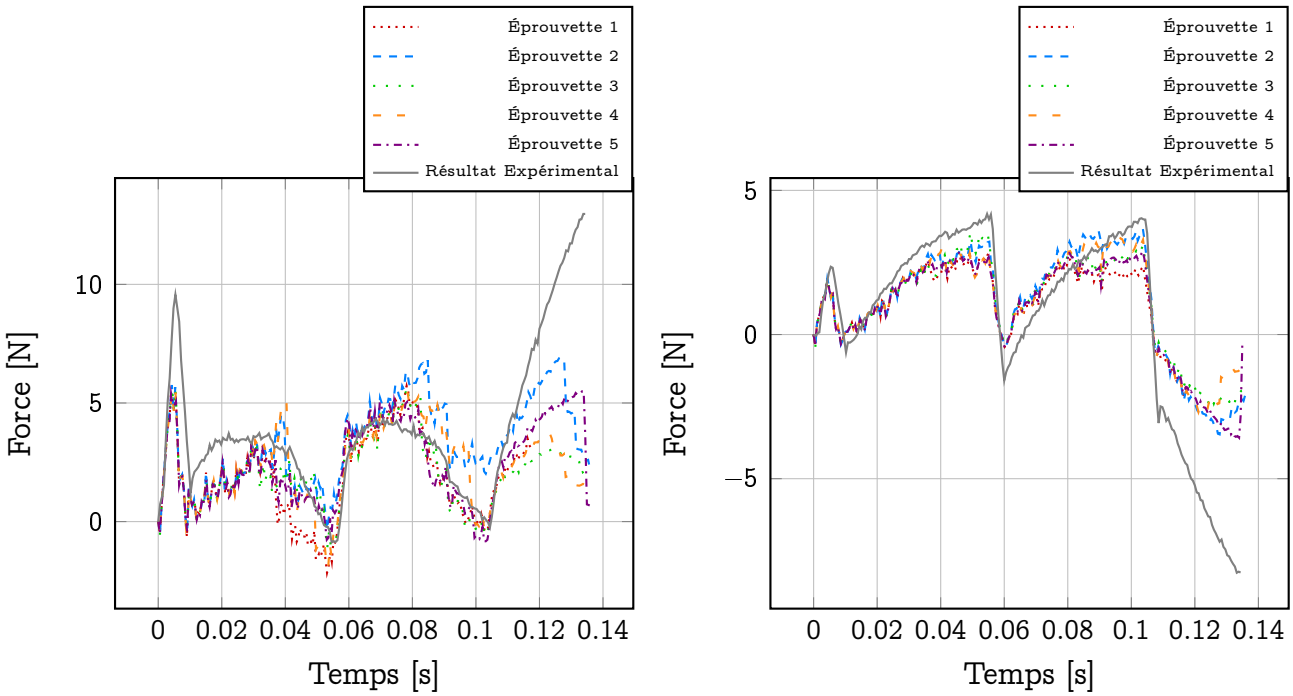
(f) 100%

Figure 4.14 – Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes simple entaille avec zone d'amorçage imposée

Un chemin de fissuration similaire au résultat expérimental est obtenu avec l'éprouvette 2 pour une valeur de déformation élastique maximale dans la zone d'amorçage égale à 80% de la déformation élastique maximale appliquée aux autres poutres du réseau. L'utilisation d'une zone d'amorçage où les propriétés mécaniques

sont dégradées permet de restituer le chemin de fissuration expérimental, peu importe le réseau de poutres initial. Cependant, le taux de dégradation à imposer dans la zone d'amorçage varie d'un réseau de poutres à l'autre. Ainsi, cette méthode ne permet pas de pallier au problème de dépendance au réseau de poutres de façon irrémédiable. Un approfondissement des travaux sur ce point serait nécessaire afin d'éviter le travail de reproduction sur plusieurs éprouvettes ainsi que l'analyse de la sensibilité au pré-adoucissement dans la zone d'amorçage. Une possible solution serait de s'inspirer des critères de rupture basés sur les contraintes virielles. En effet, le recours aux contraintes virielles permet pour chaque élément discret de moyenner l'état de contraintes qu'il subit à partir des déformations observées dans les poutres auxquelles il est relié.

L'étude de la dépendance au réseau de poutres est également entreprise pour l'essai sur l'éprouvette double entaille. Pour cela, l'essai sur éprouvette double entaille est reproduit sans artifice sur cinq réseaux de poutres différents. L'évolution des forces de traction et de cisaillement au niveau des extrémités est étudiée et présentée en figure 4.15.



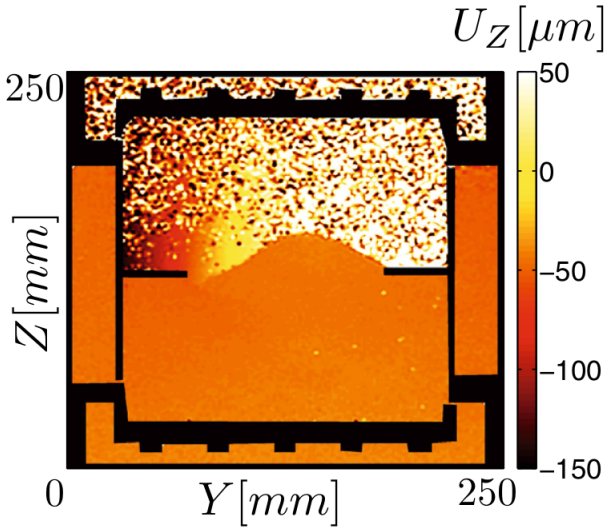
(a) Évolution de la force de traction F_z au cours de l'essai sur éprouvette double entaille

(b) Évolution de la force de cisaillement F_y au cours de l'essai sur éprouvette double entaille

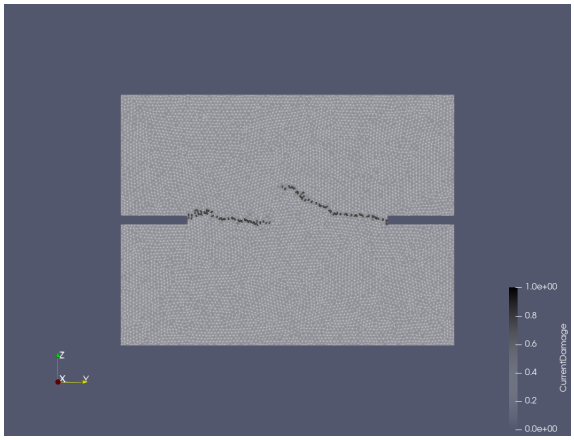
Figure 4.15 – Comparaison des forces de traction et de cisaillement obtenues lors de la simulation de cinq éprouvettes double entaille et de celles expérimentales

De même que pour l'essai sur éprouvette simple entaille, les phases d'amorçage et de propagation de fissures sont peu dépendantes du réseau de poutres initial. En effet, les efforts de traction et de cisaillement simulés sont représentatifs des efforts expérimentaux. Le pic de la force de traction est sous-estimé du fait de l'utilisation d'éprouvettes composées de 8 000 éléments. Cet essai met en évidence la sensibilité de la phase de coalescence de fissures au réseau de poutres. En effet, pour des temps supérieurs à 0,1 s, une différence entre les cinq résultats numériques et le résultat expérimental est notable.

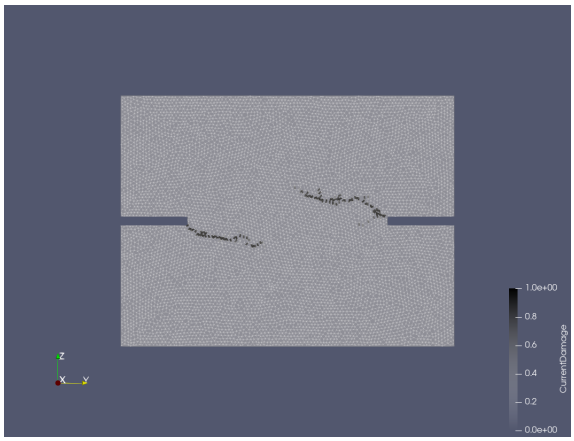
L'observation des forces de traction et de cisaillement montre que l'essai sur éprouvette double entaille est fidèlement reproduit, bien que la coalescence de fissures à la fin de la simulation soit dépendante du réseau de poutres initial. Afin d'explorer l'influence du réseau de poutres sur le phénomène de coalescence de fissures, les chemins de fissuration obtenus avec la simulation sont étudiés. Pour cela, les champs d'endommagement pour ces cinq éprouvettes double entaille sont présentés en figure 4.16.



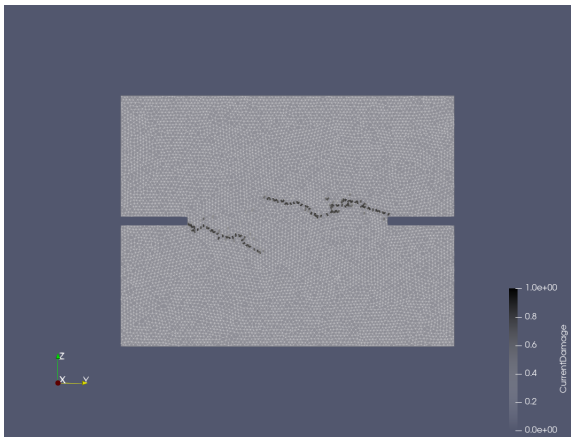
(a) Chemin de fissuration expérimental



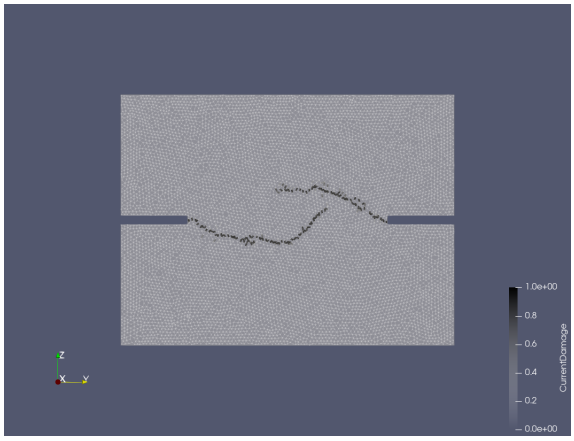
(b) Eprouvette 1



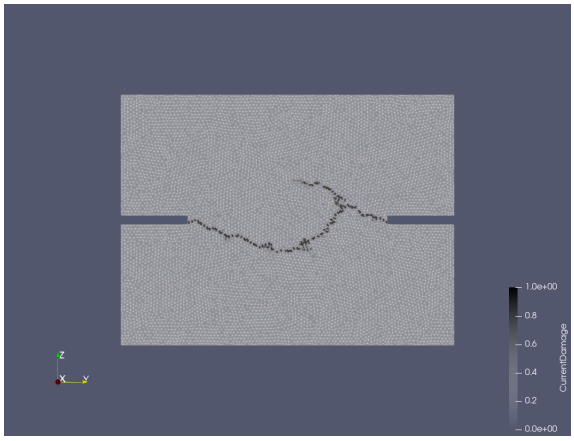
(c) Eprouvette 2



(d) Eprouvette 3



(e) Eprouvette 4

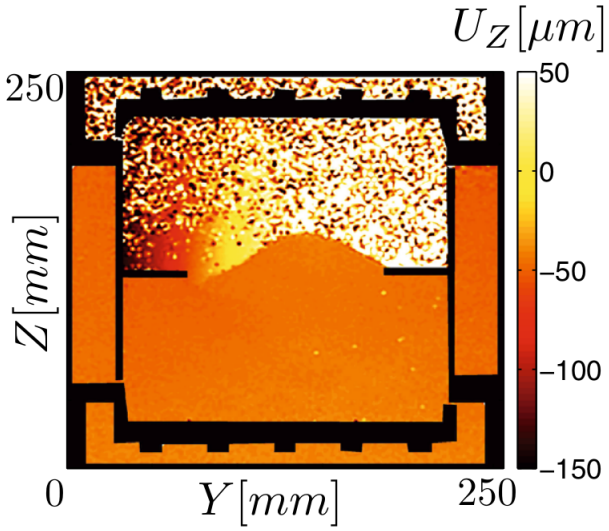


(f) Eprouvette 5

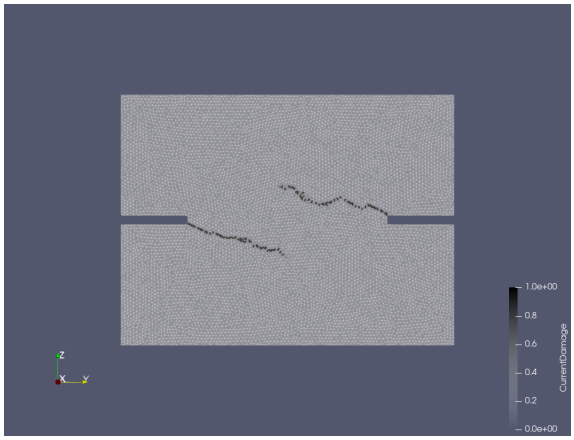
Figure 4.16 – Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille sans zone d'amorçage imposée

Du fait de la présence de deux entailles dans l'éprouvette, l'influence du réseau de poutres apparaît à la fois au niveau de l'amorçage de la première fissure et lors de l'amorçage de la seconde. Les effets de dépendance au réseau de poutres sont donc exacerbés avec cet essai. Pour l'éprouvette 1, les zones d'amorces ne correspondent

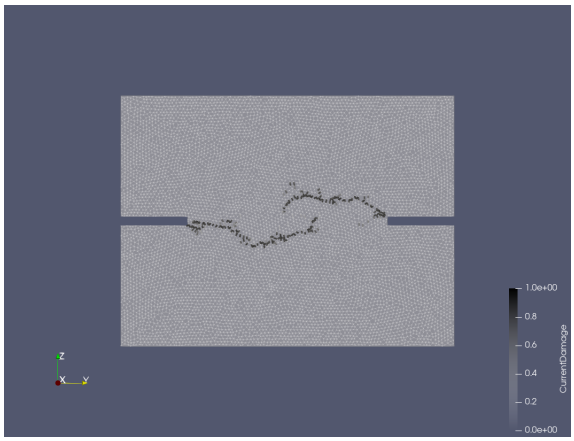
pas aux zones observées expérimentalement et sont responsables d'un arrêt des deux fissures. Le phénomène de coalescence de fissure n'est alors pas restitué. Concernant les éprouvettes 4 et 5, bien que l'amorçage des fissures ne coïncide pas parfaitement avec les zones d'amorçage observées expérimentalement, le mécanisme de coalescence de fissures est reproduit. Cependant, lors de la simulation, la propagation de la seconde fissure est observée, contrairement au résultat expérimental où la première fissure se propage. Cette différence au niveau du chemin de fissuration s'explique par la forte sensibilité du phénomène de coalescence de fissures au réseau de poutres utilisé. Pour les éprouvettes 2 et 3, l'amorçage se produit dans les mêmes zones qu'expérimentalement. Cependant, de même que pour l'éprouvette simple entaille 5, l'agencement du réseau de poutres ne permet pas la propagation des fissures jusqu'à coalescence sans ajout d'un pré-adoucissement au niveau de l'amorce. En effet, ceci est renforcé par les résultats obtenus pour les mêmes éprouvettes mais avec cette fois-ci la considération d'une zone d'amorçage où les propriétés mécaniques sont dégradées. Les champs d'endommagement pour les cinq éprouvettes avec une valeur de déformation élastique maximale dans les zones d'amorçage égale à 60% de la déformation élastique maximale dans les autres poutres du réseau sont affichés en figure 4.17.



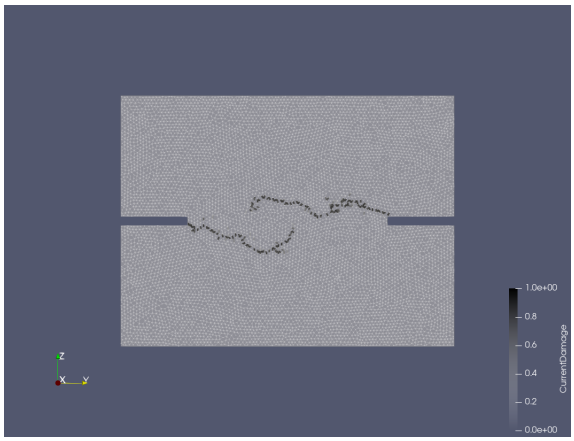
(a) Chemin de fissuration expérimental



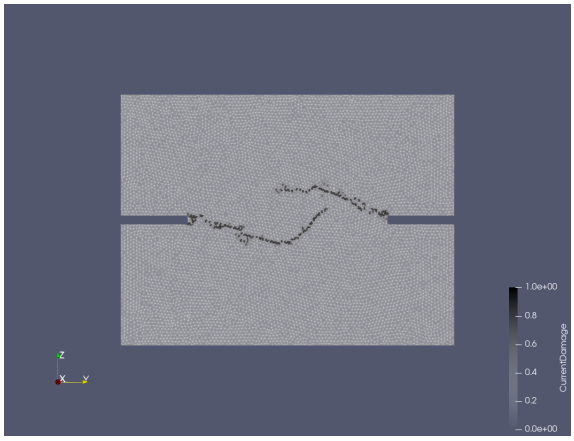
(b) Eprouvette 1



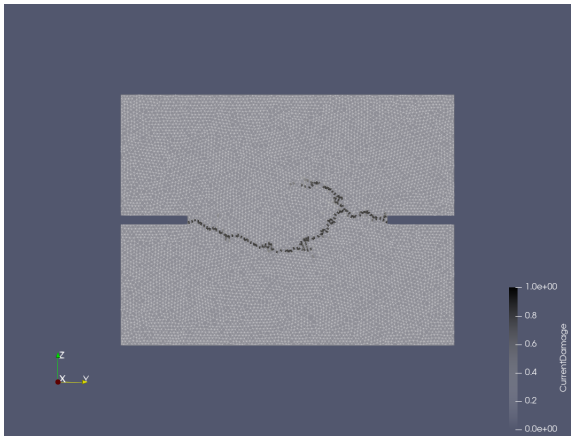
(c) Eprouvette 2



(d) Eprouvette 3



(e) Eprouvette 4



(f) Eprouvette 5

Figure 4.17 – Champs d'endommagement obtenus pour des différentes éprouvettes double entaille avec zone d'amorçage imposée

L'ajout de ces zones d'amorçage permet aux éprouvettes 2 et 3 d'afficher un champ d'endommagement similaire au cas d'une coalescence théorique de deux fissures. En effet, la coalescence par propagation d'une seule des deux fissures est purement due aux effets de mésostructure lors de l'essai expérimental. Dans le cas idéal, sans influence

de la mésostructure, les deux fissures se propagent et vont bifurquer en tournant l'une autour de l'autre avant de coalescer. Ainsi, pour les éprouvettes 2 et 3, l'introduction des zones d'amorçage permet d'annihiler les effets de dépendance au réseau de poutres. Cependant, pour l'éprouvette 1, la dégradation des propriétés mécaniques ne semblent pas suffisantes pour obtenir la propagation des fissures et par conséquent reproduire le mécanisme de coalescence. Pour les éprouvettes 4 et 5, l'influence des zones d'amorçage est relativement faible. L'arrangement du réseau de poutres dans la zone où se produit la propagation de fissure jusqu'à coalescence semble davantage responsable du chemin de fissuration. Par ailleurs, d'un point de vue expérimental, cet essai sur éprouvette double entaille est largement influencé par la mésostructure et l'état de pré-contrainte au sein de l'éprouvette testée. Il est donc périlleux de se défaire du caractère aléatoire induit par ceux-ci sur le chemin de fissuration expérimental. De ce fait, la dépendance des résultats numériques au réseau de poutres initial, bien que certaine, est difficilement quantifiable.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, une première confrontation du modèle à des résultats expérimentaux a été réalisée. Ces résultats ont permis de mettre en lumière la capacité du modèle à prédire des mécanismes tels que le branchement, la bifuraction ou encore la coalescence de fissures. De plus, la robustesse du modèle a été mis en avant de par la reproductibilité des essais pour différentes éprouvettes mais également de par sa gestion des variations brutales de chargements.

Par ailleurs, la dépendance des résultats expérimentaux à la mésostructure et l'état de pré-contraintes au sein de l'éprouvette a été mise en évidence. Dans le but d'observer l'influence de cet état de pré-contraintes, des éprouvettes présentant des contraintes internes initiales ont été simulées. Les résultats obtenus ont mis en exergue les effets non négligeables de l'état de pré-contraintes sur les mécanismes locaux de branchement, bifurcation et coalescence de fissures.

La variabilité des résultats obtenus lors de la simulation de chacun des deux essais a été étudiée. La dépendance au réseau de poutres initial a été mis en évidence. Cependant, le recours à la délimitation de zones d'amorçage où les propriétés mécaniques sont dégradées afin d'imposer le lieu d'amorçage, a permis de réduire ce phénomène de dépendance au réseau de poutres initial. De plus, l'ajout de contraintes internes, responsable d'une modification aléatoire de l'état de contrainte initial permet également de limiter cette dépendance. Enfin, l'utilisation d'éprouvettes plus fines, composées de plus de 15 000 éléments permet également de s'affranchir de l'influence du réseau de poutres initial. Cependant, afin de s'émanciper de toute dépendance au réseau de poutres, un travail supplémentaire pourrait être mener en s'inspirant des critères de contraintes virielles. Ainsi, le modèle serait remanié et appliqué sous la forme de contraintes virielles, qui permettent de lisser l'état de contrainte au sein de la structure étudiée et donc de s'exempter de l'orientation des poutres du réseau.

Afin d'enrichir l'étude des mécanismes de rupture avec le modèle d'endommagement, la confrontation avec un second essai plus adapté à l'observation des mécanismes de

refermeture de fissures est nécessaire. Dans ce but, le prochain chapitre est consacré à la simulation d'un essai de traction-compression cyclé.

Chapitre 5

Modélisation d'un essai de Traction-Compression cyclé

Sommaire

5.1 Présentation de l'essai 99

5.2 Simulation numérique de l'essai 101

5.3 Ajout de contraintes internes 104

5.4 Conclusion 109

5.1 Présentation de l'essai

Dans ce chapitre, le modèle est confronté à un second essai expérimental extrait des travaux de thèse [99]. Cet essai consiste en un essai de traction-compression cyclique sur une éprouvette double entaille de béton. L'intérêt de cet essai réside dans l'exploration du comportement quasi-fragile du béton, en particulier dans les mécanismes de rupture liés aux refermetures de fissures. Pour cet essai, l'éprouvette utilisée est de forme parallélépipédique et possède deux entailles, comme illustrée en figure 5.1. L'éprouvette est constituée d'un béton composé de gravillons 6/10 mm, de sable 0/4 mm, de plastifiants, de ciment et d'eau de sorte à obtenir un ratio eau-ciment $w/c = 0.625$. L'éprouvette est conçue 28 jours avant la mise en oeuvre de l'essai. Afin d'appliquer le chargement de traction-compression cyclique à l'éprouvette, la machine d'essai utilisée est une presse hydraulique quatre colonnes. L'éprouvette est collée à l'aide d'un résine epoxy au moyen d'essai 24h avant le début de celui-ci. Durant l'essai, deux extensomètres sont positionnés, chacun de par et d'autre d'une entaille, afin de mesurer les déformations au sein de l'éprouvette. L'écart entre les couteaux des extensomètres est de 50 mm. Une corrélation d'images est réalisée par le biais des images capturées par une caméra avec une acquisition de 10 images par seconde. Cette corrélation d'images permet d'accéder au champ de déplacements verticaux entre les deux entailles de l'éprouvette.
Le chargement imposé lors de l'essai consiste en 3 premiers cycles de charge/décharge avec une force n'excédant pas 15% de la force à rupture du matériau, permettant de caractériser le module de Young du béton. Par la suite, dix cycles de charge/décharge sont appliqués à l'éprouvette afin d'étudier son comportement post-pic. Pour éviter une rupture brutale dans l'échantillon, une interruption de 10 secondes est réalisée entre chaque cycle.

Du fait de la géométrie de l'éprouvette et du chargement de traction-compression, un asservissement du chargement est nécessaire. En effet, sans cela, un comportement fragile avec une rupture brutale de l'échantillon serait observé. Dans notre cas, l'étude du comportement quasi-fragile est recherchée et le contrôle de la phase post-pic par le biais de la commande d'asservissement permet d'éviter la rupture brutale et ainsi d'observer le comportement voulu. Ce phénomène résultant de l'importante quantité d'énergie disponible dans l'éprouvette apparaît également numériquement. Dans le but d'éviter le recours à un asservissement numérique, qui serait coûteux en terme de temps de calcul, l'essai est réalisé sur une éprouvette dont la hauteur a été réduite, illustrée en figure 5.2. Cette réduction de la hauteur de l'éprouvette permet de diminuer l'énergie élastique au sein de l'éprouvette. De plus, les mécanismes de rupture ayant lieu dans la zone de l'éprouvette proche des entailles, cette hypothèse n'a pas d'influence sur le comportement à rupture du spécimen.

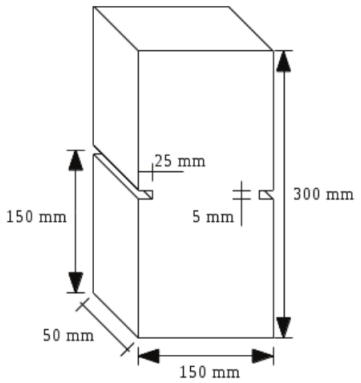


Figure 5.1 – Schéma de l'éprouvette utilisée pour l'essai cyclique expérimental [99].

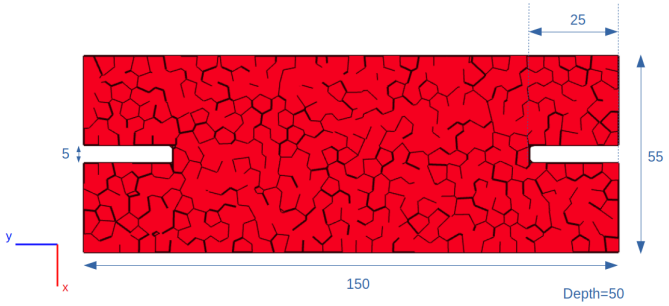


Figure 5.2 – Éprouvette numérique utilisée pour la simulation de l'essai cyclique.

Les résultats de cet essai expérimental permet de mettre en évidence, au niveau de la réponse contrainte-déformation de l'éprouvette, la dégradation de la rigidité de l'éprouvette au cours des cycles de chargement. La présence de déformations inélastiques, à la fin des phases de décharge de l'éprouvette, est mise en exergue. L'augmentation de ces déformations inélastiques lors des refermetures de fissures successives est également observée. De plus, les observations de ces mécanismes ont menés l'auteur de ces travaux à émettre des hypothèses sur les sources de ces mécanismes. En effet, il est postulé que la génération des déformations inélastiques est le résultat de l'association de deux mécanismes intervenant lors de la refermeture des fissures. Ces deux mécanismes seraient, d'une part, le relachement de contraintes internes initiales au sein de l'éprouvette, d'autre part, les effets de frottement entre les lèvres de fissures. Le relachement de contraintes internes serait le premier phénomène à entrer en jeu, et serait majoritairement présent lorsque l'éprouvette est faiblement endommagée. Les effets de frottement de lèvres de fissure apparaîtrait seulement dans un second temps, *i. e.* pour des éprouvettes fortement endommagées, et serait responsable d'une augmentation brutale de l'énergie dissipée au sein de l'éprouvette. Afin d'éprouver notre modèle avec la modélisation de cet essai, riche en mécanismes de rupture, mais également pour étudier la valadité de ces hypothèses, cet essai est simulé dans ce chapitre.

Dans un premier temps, une calibration élastique est réalisée afin de déterminer les caractéristiques mécaniques de la poutre. Ensuite, le modèle d'endommagement est paramétré à partir de la réponse contrainte-déformation obtenue expérimentalement. Le paramètre α, seul paramètre à calibrer dans le modèle d'endommagement, est conservé à la valeur 8, fixée dans le chapitre 4. Les valeurs des paramètres élastiques et de rupture utilisées pour cet essai sont synthétisées dans les tableaux 5.1 et 5.2.

Table 5.1 – Propriétés mécaniques du matériau et du lattice après calibration.

Propriétés matériau	Propriétés du lattice
$E_M = 25,27$ GPa	$E_\mu = 121,53$ GPa
$\nu_M = 0,2$	$\nu_\mu = 0,3$
	$r_\mu = 0,6$

Table 5.2 – Paramètres du modèle d'endommagement.

Paramètres d'endommagement	
G_{fI*}	101 $J.m^{-2}$
ε^e_{I*}	$1,3.10^{-4}$
α	8

5.2 Simulation numérique de l'essai

Tout d'abord, avant de simuler l'essai de traction-compression, un essai de traction monotone est réalisé sur trois éprouvettes composées respectivement de 5 000, 8 300 et 20 000 éléments discrets. Les résultats de ces simulations sont comparés avec l'enveloppe de la courbe expérimentale obtenue lors de l'essai de Traction-Compression. Pour cela, les réponses contrainte-déformation obtenues pour chacune des éprouvettes sont superposées à la réponse expérimentale sur la figure 5.3.

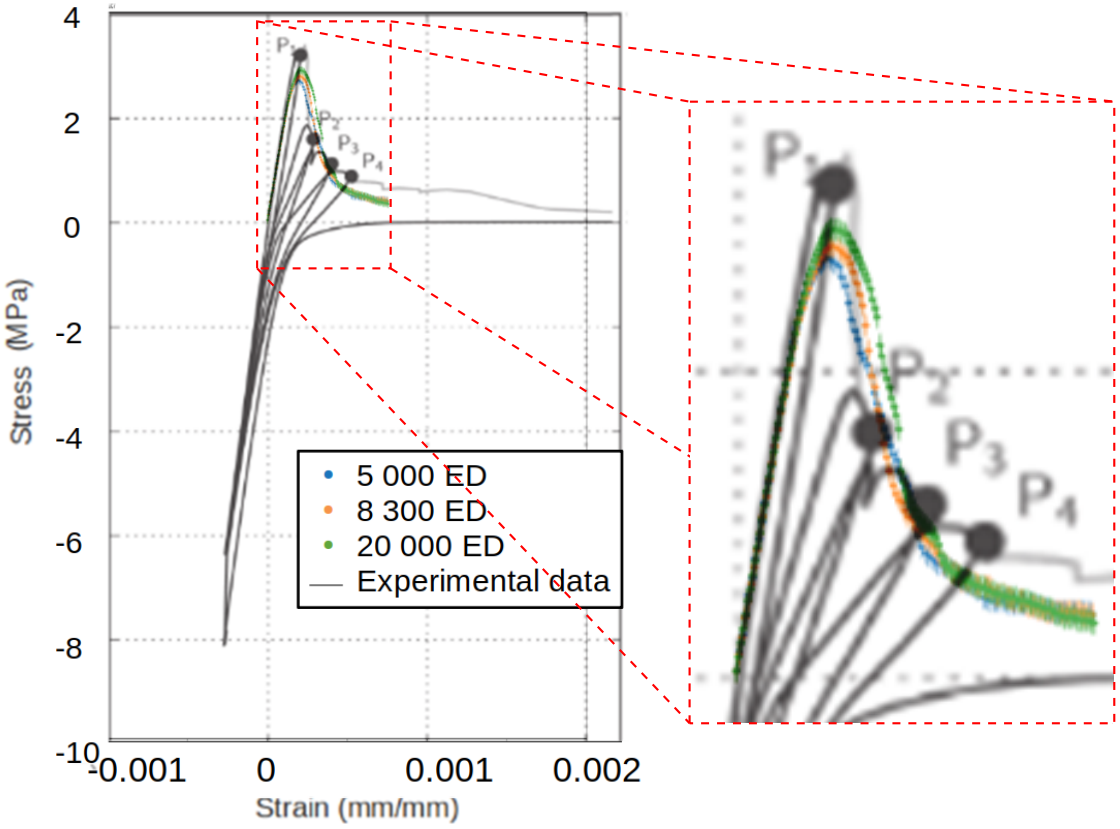


Figure 5.3 – Réponses contrainte-déformation pour un essai de Traction simple sur des éprouvettes double entaille composées de 5 000, 8 300 et 20 000 éléments discrets

Ces résultats montrent que pour les trois éprouvettes, la phase adoucissante est proche de celle obtenue expérimentalement. L'énergie de rupture affichée par chacune des éprouvettes est approximativement égal à l'énergie de rupture de 101 J/m^2, donnée expérimentale d'entrée. Cette tendance est similaire à celle observée lors de l'étude de la convergence réalisée dans le chapitre 4. Seul le pic de contrainte diffère en fonction du nombre d'éléments discrets. En effet, comme discuté dans le chapitre 4, la convergence du pic de contrainte n'est atteinte qu'à partir de 20 000 éléments discrets. Avec l'éprouvette de 20 000 éléments discrets, une erreur sur le pic de contrainte de 10% par rapport au pic de contrainte expérimental est observée. En prenant en compte la variabilité numérique due au réseau de poutre initial et la variabilité expérimentale entre deux éprouvettes de béton, les résultats obtenus avec une éprouvette de 20 000 éléments sont relativement précis. Par ailleurs, en comparant les résultats obtenus avec un plus faible nombre d'éléments discrets tel que 5 000 oou 8 300, un faible écart avec la réponse de l'éprouvette de 20 000 éléments est observé. Ainsi, dans le but de limiter les temps

de calculs, les éprouvettes de 5 000 éléments discrets sont privilégiées en admettant que la valeur du pic de contrainte est sous-évaluée d'environ 15%.

Une première simulation de l'essai de Traction-Compression cyclé est effectuée sur une éprouvette de 5 000 éléments discrets. La réponse contrainte-déformation issue de la simulation est superposée au résultat expérimental et présentée en figure 5.4. Le champ d'endommagement observé à la fin de la simulation est également affiché en figure 5.5. Cette simulation a également été répétée sur quatre autres éprouvettes de 5 000 éléments discrets possédant un réseau de poutres initialement différent. Les résultats concernant ces quatre autres éprouvettes sont exposés en annexe B.

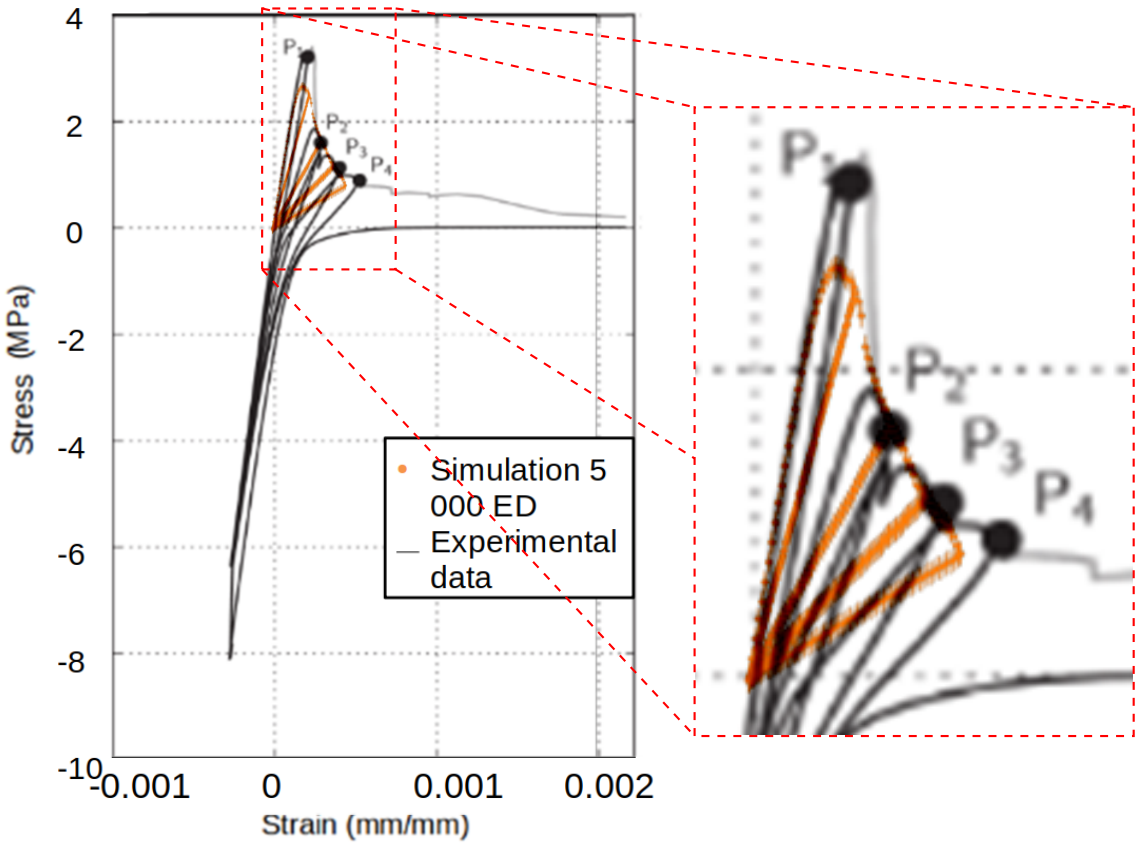


Figure 5.4 – Réponses contrainte-déformation expérimentale et de la simulation de l'essai de Traction-Compression cyclé d'une éprouvette de 5 000 éléments

Figure 5.5 – Champ d'endommagement observé à la fin de la simulation de l'essai de Traction-Compression cyclé sur l'éprouvette de 5 000 éléments

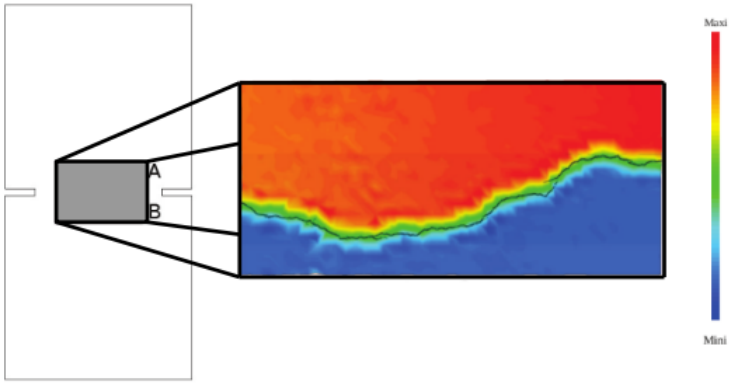


Figure 5.6 – Champ de déplacement vertical et chemin de fissuration observés expérimentalement dans une zone située entre les deux entailles de l'éprouvette

Le champ d'endommagement est bien localisé entre les deux entailles de l'éprouvette suivant le plan horizontal, perpendiculaire au chargement. Ce faciès de rupture correspond bien à celui obtenu expérimentalement, présenté en figure 5.6. Au niveau de la réponse contrainte-déformation, des pentes similaires à celles expérimentales sont observées lors des phases de décharge de l'éprouvette. Le comportement adoucissement est également proche de celui affiché expérimentalement. Par conséquent, l'évolution de l'endommagement lors de la simulation est semblable à celle se produisant lors des essais

expérimentaux. Cependant, bien qu'un modèle de refermeture soit utilisé, les déformations résiduelles attendues lorsque l'éprouvette est totalement déchargée, *i. e.* pour une contrainte nulle, ne sont pas restituées par le modèle. En effet, les déformations résiduelles induites par le modèle sont de très loin inférieures aux valeurs expérimentales. Les mécanismes dissipatifs ne sont donc pas pris en compte de façon satisfaisante avec notre modèle. Une première piste de recherche dans la modélisation de ces mécanismes dissipatifs présents lors de la refermeture des fissures consiste en l'ajout de contraintes internes dans le réseau de poutres rendant compte des intéractions entre grains et matrice au sein de l'éprouvette de béton. Ce travail est développé dans la section suivante.

5.3 Ajout de contraintes internes

Afin d'ajouter des contraintes internes dans l'éprouvette, un processus de construction du domaine identique à celui introduit dans le chapitre précédent pour le benchmark Carpiuc est utilisé. Lorsque tous les éléments discrets ont été générés, cinq domaines sont sauvegardés durant la phase de relaxation permettant d'obtenir des éprouvettes avec un taux de contraintes internes allant de 5,43 kPa à 79,97 kPa. L'essai est reproduit sur chacunes de ces cinq éprouvettes. Leurs réponses contrainte-déformation sont présentées en figure 5.7.

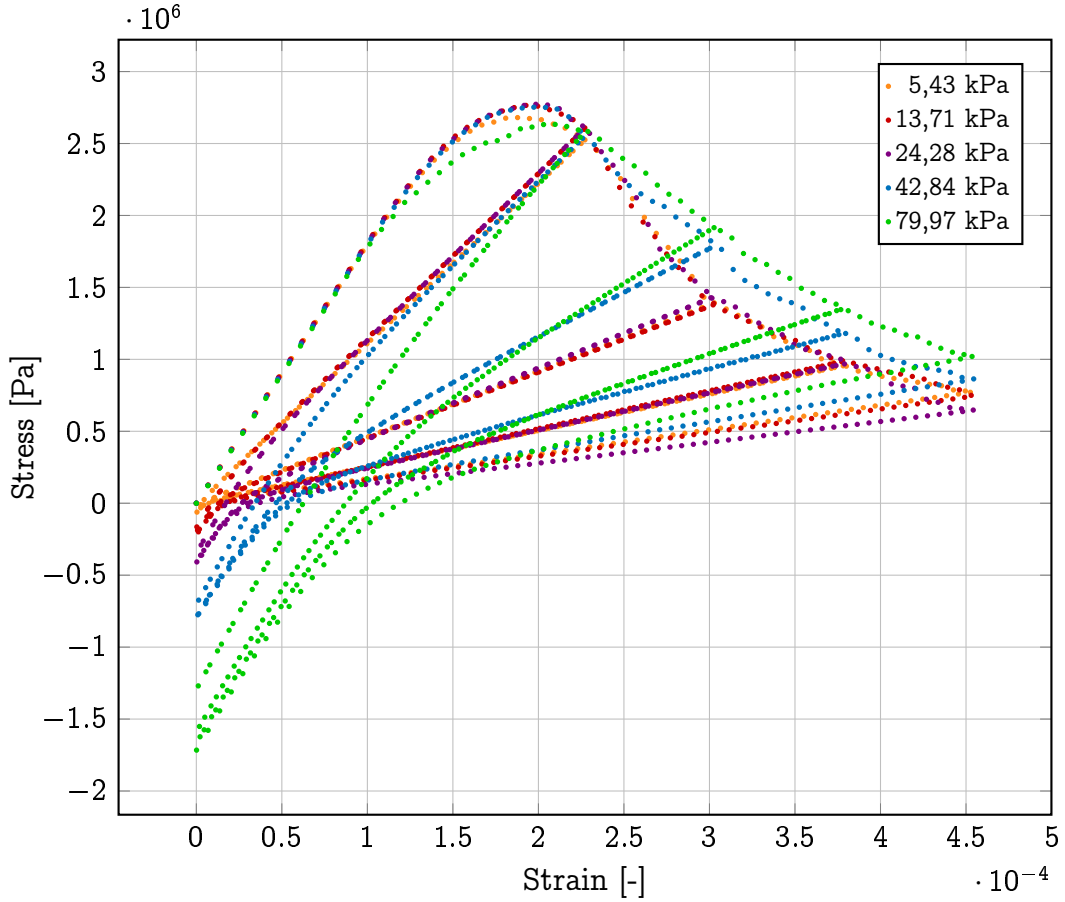


Figure 5.7 – Influence du taux de contraintes internes sur la réponse contrainte-déformation d'un essai Traction-Compression cyclé sur une éprouvette de 5 000 éléments

L'introduction de faibles taux de contraines internes initiales permet d'obtenir d'importantes déformations résiduelles lors de la décharge des éprouvettes. En effet, la libération des contraintes internes lors de l'endommagement des poutres va induire un déplacement des éléments discrets reliés par les poutres endommagées. Lors de la phase de décharge, les fissures et micro-fissures vont se refermer et un contact entre les lèvres de fissure apparaît. Dans le cas où aucune contrainte interne initiale n'est considérée, les lèvres de fissures se referment de manière quasi-parfaite. Ainsi, peu de déformations résiduelles est observé dans un tel cas. D'autre part, si on se place dans le cas où des contraintes internes initiales sont présentes, les déplacements induits par la libération de ces contraintes sont responsables d'une non-concordance entre les lèvres de fissures, et ainsi d'une apparition de déformations résiduelles plus importantes. Une analyse de l'évolution des réponses contrainte-déformation en fonction du taux de contraintes internes permet de calibrer la valeur du taux de contraintes internes à appliquer afin d'obtenir des résultats similaires aux résultats expérimentaux. Un taux de contraintes internes de 42,84 kPa est choisi. L'essai est reproduit sur cinq éprouvettes de 5 000 éléments possédant approximativement un taux de contraintes internes de 42,84 kPa. La réponse contrainte-déformation pour un tel taux de contraintes internes pour une éprouvette de 5 000 éléments est comparée aux résultats expérimentaux en figure 5.8. Les réponses pour les quatre autres éprouvettes de 5000 éléments sont rassemblées en annexe B. Par ailleurs, afin d'avoir une simulation plus précise, une éprouvette de 20 000 éléments discrets a également été testée, dont la réponse contrainte-déformation est affichée en figure 5.9. Cependant, le taux de contraintes internes n'est pas fixé à la même valeur que pour l'éprouvette de 5 000 éléments. En effet, une dépendance à la taille de l'élément discret peut apparaitre au niveau du comportement à rupture pour un taux de contraintes internes fixé. Dans le but de s'affranchir de ce phénomène, il est préférable d'évaluer les contraintes internes en imposant une interpénétration moyenne fixe entre les éléments discrets. Ainsi, pour des éprouvettes composées d'un nombre d'éléments discrets différents, une même interpénétration moyenne des éléments discrets assure la présence d'une certaine valeur de déformations résiduelles. Le taux de contraintes internes au sein du réseau de poutres est quant à lui différent, de 42,84 kPa dans l'éprouvette de 5 000 éléments contre 23,70 kPa dans l'éprouvette de 20 000 éléments. L'interpénétration moyenne entre deux éléments discrets dans les deux éprouvettes est d'environ 0,015%.

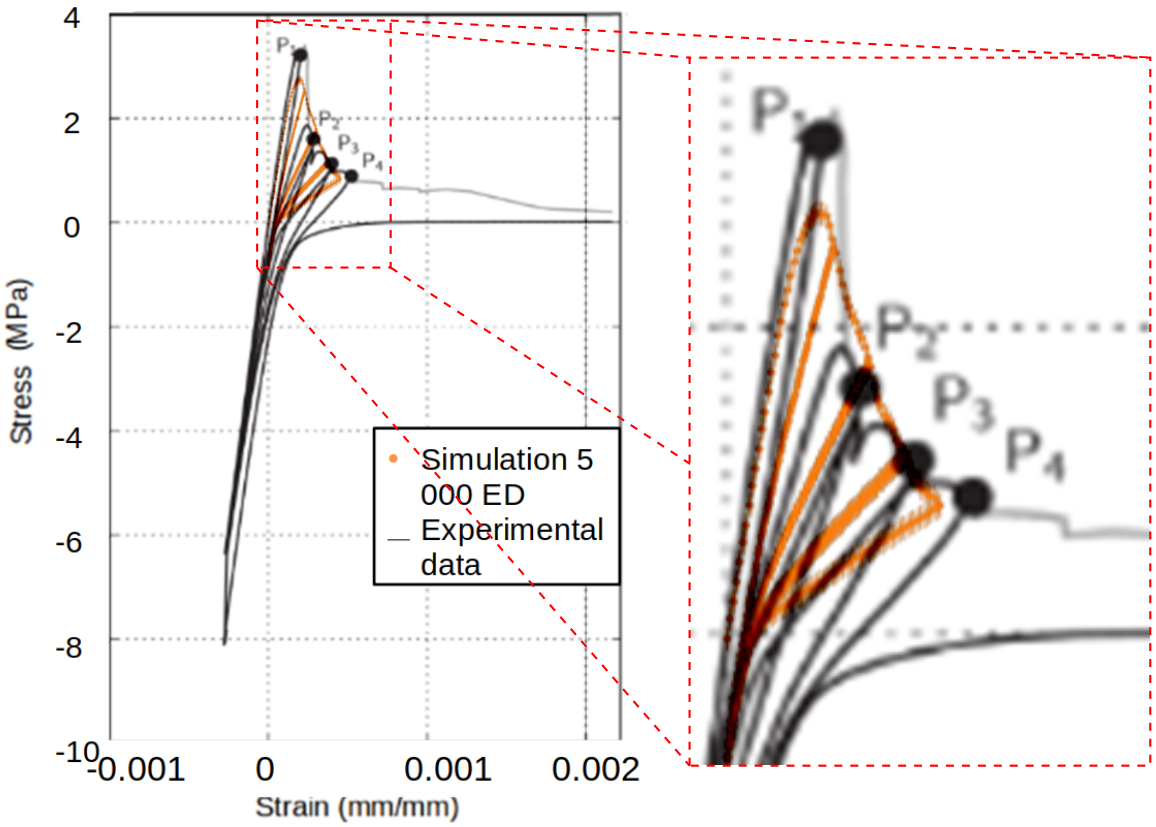


Figure 5.8 – Comparaison des réponses expérimentale et numérique de l'essai de Traction-Compression cyclé simulé avec une éprouvette de 5 000 éléments possédant un taux de contraintes internes de 42,84 kPa

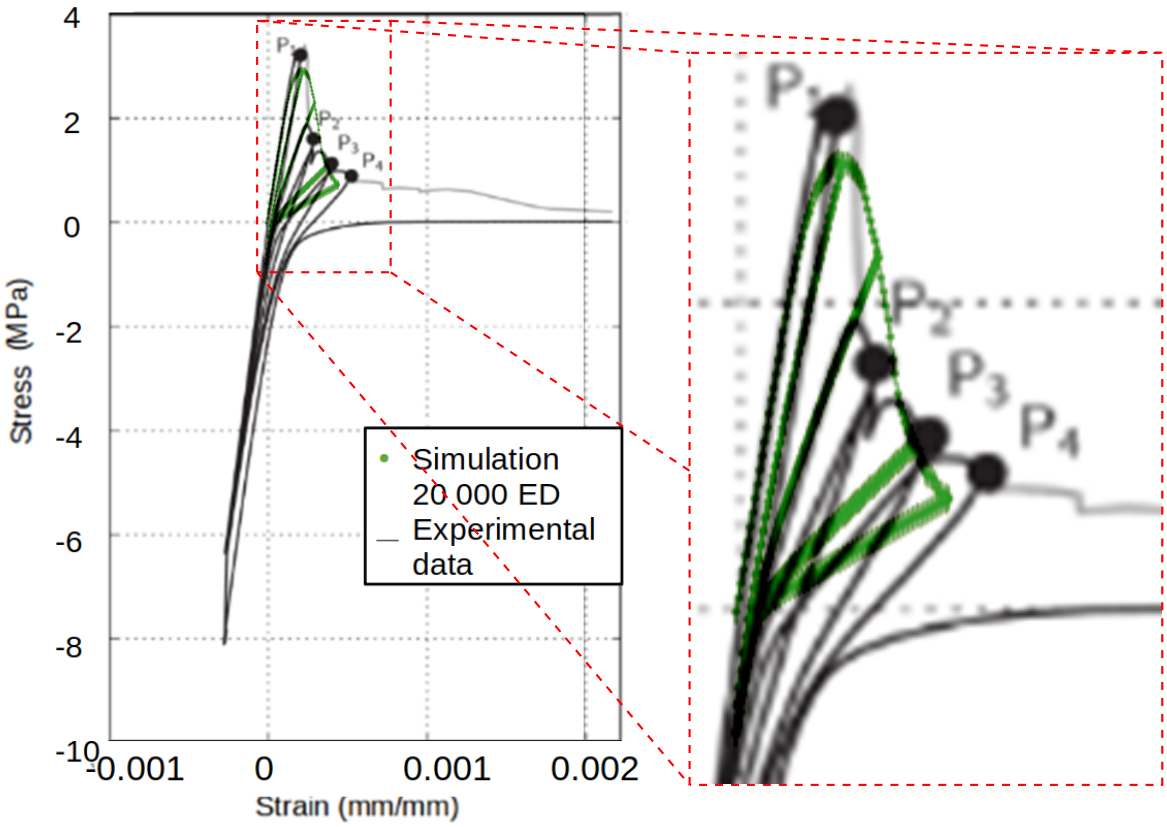


Figure 5.9 – Comparaison des réponses expérimentale et numérique de l'essai de Traction-Compression cyclé simulé avec une éprouvette de 20 000 éléments possédant un taux de contraintes internes de 3,70 kPa

Pour les deux éprouvettes, les pentes lors des quatre cycles sont similaires à celles affichées par la réponse expérimentale. De plus, l'effet unilatéral est observé lors de chaque passage en compression pour les deux éprouvettes. En effet, la pente restituée lors du passage en compression est identique au résultat expérimental et égale à la pente élastique initiale. De plus, de par l'ajout de contraintes internes dans les éprouvettes, une déformation résiduelle d'environ 3.10^{-5} lors de la première décharge est observée numériquement et expérimentalement. Les deux premiers cycles de l'essai sont fidèlement reproduits avec la simulation sur l'éprouvette de 20 000 éléments avec notamment des réponses expérimentale et numérique confondues lors des phases de décharge. Cependant, une désynchronisation des réponses numérique et expérimentale est notable lors des troisième et quatrième cycles. En effet, lors de la simulation, les contraintes internes sont majoritairement libérées lors des deux premiers cycles. La déformation résiduelle évolue plus faiblement lors des troisième et quatrième phases de décharge, avec respectivement des augmentations de 9.10^{-6} et 5.10^{-6}. Ces simulations mettent en évidence la coopération de deux mécanismes dissipatifs lors du processus de refermeture de fissures. En effet, d'une part, la libération de contraintes internes initialement présentes dans le réseau de poutres est majoritairement responsable de la dissipation d'énergie durant les premiers cycles de l'essai. Une fois ces contraintes libérées et les surfaces de rupture apparues, un deuxième mécanisme entre en jeu permettant de poursuivre la dissipation d'énergie. Ce deuxième mécanisme pourrait être les effets de frottement entre les lèvres de fissures, qui ne sont pas pris en compte ici. Cette dualité dans les mécanismes de refermeture de fissures est confortée lors de l'analyse de

l'évolution de l'endommagement mais également de l'énergie dissipée et de la déformation résiduelle. L'évolution de l'endommagement en fonction de la proportion d'énergie dissipée est présentée en figure 5.10. L'évolution de la déformation résiduelle $\varepsilon_{inelastic}$ en fonction de l'endommagement est affichée en figure 5.11. Les résultats numériques présentés en figures 5.10 et 5.11 sont issus de la simulation sur une éprouvette de 5 000 éléments discrets.

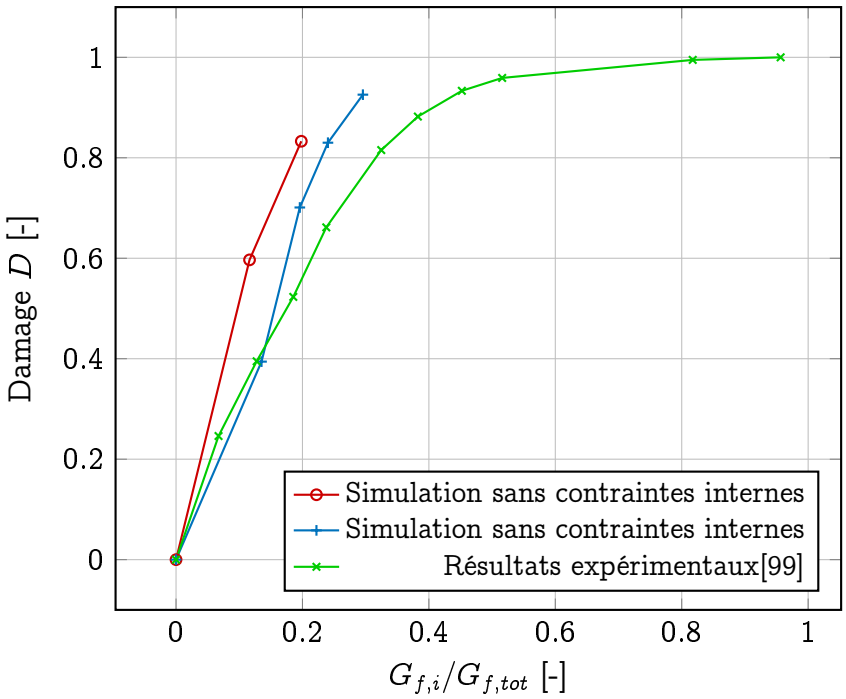


Figure 5.10 – Évolution de l'endommagement en fonction de la part d'énergie dissipée dans le cycle i par rapport à l'énergie dissipée totale.

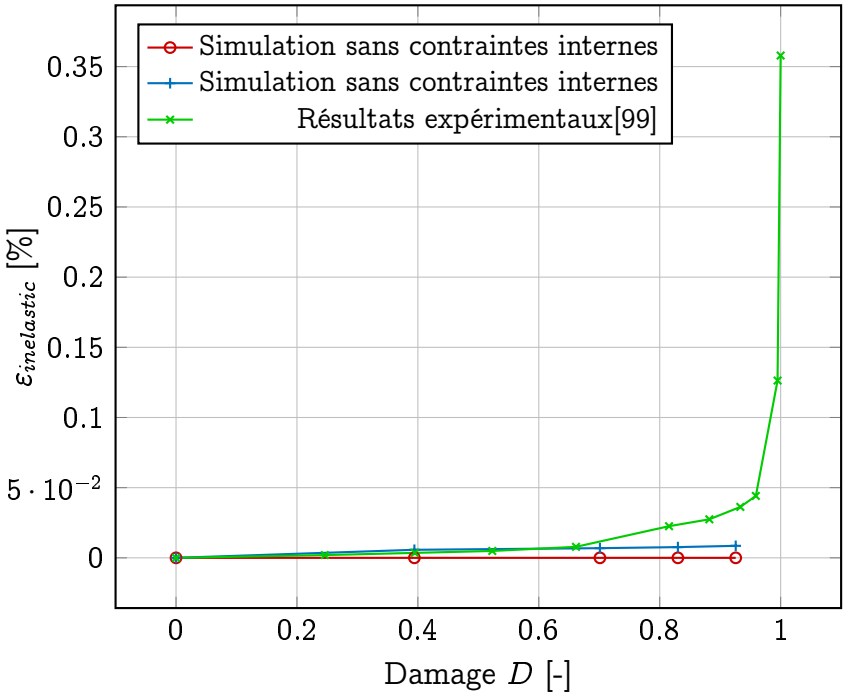


Figure 5.11 – Évolution de la déformation inélastique en fonction de l'endommagement.

Sur la figure 5.10, apparaissent l'endommagement et la proportion d'énergie pour chaque cycle de l'essai, dans le cas de la simulation avec et sans contraintes internes et dans le cas expérimental. Pour un endommagement inférieur à 0,2, *i. e.* durant les deux premiers cycles, les valeurs de l'endommagement et de la proportion d'énergie dissipée sont identiques pour la simulation avec contraintes internes et expérimentalement. Pour la simulation sans contrainte interne, la proportion d'énergie dissipée est inférieure à la proportion observée expérimentalement pour une même valeur d'endommagement. Ceci montre que la prise en compte des contraintes internes est bien nécessaire afin d'obtenir l'allure linéaire entre l'endommagement et la proportion d'énergie dissipée. La courbe expérimentale montre ensuite pour des valeurs d'endommagement plus élevées une augmentation brutale de la proportion d'énergie dissipée représentative d'un deuxième mécanisme n'apparaissant que lorsque l'endommagement est élevé. La même conclusion est apportée par l'étude de la déformation résiduelle. En effet, pour un endommagement inférieur à 0,7, la déformation résiduelle expérimentale est confondue avec celle résultant de la simulation avec contraintes internes. Une augmentation brutale de la déformation résiduelle pour une valeur d'endommagement supérieure à 0,9 est notable. Celle-ci pourrait notamment être due à la présence de glissement localement dans l'éprouvette.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, notre modèle d'endommagement a été confronté à un essai complexe de Traction-Compression cyclé. La simulation de cet essai à l'aide du modèle d'endommagement a affiché un comportement adoucissant similaire au résultat expérimental. Le recours à une éprouvette de 20 000 éléments discrets a été nécessaire pour

obtenir une contrainte au pic avec une précision inférieure à 10%. La phase post-pic est, quant à elle, restituée même pour les éprouvettes plus grossières de 5 000 et 8 300 éléments. De ce fait et pour limiter les temps de calcul, les éprouvettes simulées sont majoritairement composées de 5 000 éléments discrets.

La nécessité de modéliser la présence de contraintes internes initialement dans les poutres du réseau a été démontrée. Enfin, l'ajout de celles-ci permet à notre modèle de simuler parfaitement les premiers cycles de l'essai avec une éprouvette de 20 000 éléments. Cependant, lors des troisième et quatrième cycles, le modèle ne permet pas de dissiper suffisamment d'énergie ni d'obtenir une déformation résiduelle représentative de l'expérience. La présence d'un second mécanisme intervenant lors des troisième et quatrième cycles a été mise en évidence.

Le couplage de deux mécanismes de dissipation d'énergie a été mis en exergue. Le premier mécanisme a été identifié, du fait de son activation principalement pour des faibles valeurs d'endommagement, comme étant la libération de contraintes internes. L'observation du second mécanisme peut laisser penser à des effets de frottement, notamment en raison du fait qu'il n'apparaît que lorsque l'endommagement est important et des fissures présentes dans l'éprouvette. De plus, les effets de frottement étant négligés dans le modèle de refermeture, cela serait cohérent avec les écarts obtenus entre la simulation et l'expérience. Afin de vérifier cette hypothèse, il serait intéressant d'enrichir notre modèle de refermeture avec la prise en compte des effets de frottements. Par ailleurs, lors de l'essai expérimental, on ne peut exclure des déplacements relatifs des deux demi-parties de l'éprouvette lorsque l'endommagement atteint un certain niveau. Ce misalignement, même minime, des 2 demi-parties de l'éprouvette est quasi-inévitable expérimentalement du fait de la rigidité finie des dispositifs d'essai et pourrait être à l'origine d'une bonne part des déplacements résiduels constatés lors de la refermeture de fissure. En effet, un léger mésalignement peut conduire à une non-correspondance des deux surfaces de fissure lors de la refermeture, comme celle induite par les contraintes internes.

Conclusions et Perspectives

Dans ces travaux, l'objectif résidait dans la détermination d'un modèle pour la simulation de la rupture quasi-fragile étant à la fois prédictif et permettant une meilleure compréhension des phénomènes physiques associés aux mécanismes de rupture. Afin de pouvoir réaliser des applications sur des structures, l'échelle de modélisation mésoscopique a été privilégiée.

Dans un premier temps, une revue des modèles et méthodes numériques utilisés pour simuler la rupture quasi-fragile a été entreprise. Celle-ci a permis notamment aux modèles d'endommagement et de zones cohésives de se dégager. En particulier, le premier est performant dans la prédiction des chemins de fissuration et le second apporte un sens physique aux mécanismes observés. Cependant, la méthode numérique, méthode aux éléments finis, utilisée pour leur application n'est pas nécessairement la plus adaptée pour la modélisation de la rupture. Par ailleurs, la méthode aux éléments discrets est apparue comme particulièrement efficace pour la modélisation de la rupture. De ce fait, la méthode aux éléments discrets a été préférée dans ces travaux. Cependant, les critères de rupture utilisés avec cette méthode ont été présentés et s'avèrent relativement sommaires.

Ainsi, un nouveau modèle original avec la méthode aux éléments discrets a été proposé. En effet, une adaptation des modèles d'endommagement et de zones cohésives à la méthode aux éléments discrets a été développée. Pour cela, un modèle de zone cohésive a été défini au niveau de la surface de Voronoi entre chaque paire d'éléments discrets. Le comportement mécanique de l'élément cohésif est ensuite introduit dans la poutre du réseau à l'aide d'une variable d'endommagement D. Le recours à la méthode aux éléments discrets permet de solutionner les problèmes de calibration des modèles de zones cohésives, observés avec la méthode aux éléments finis, du fait de la présence de la poutre.

Néanmoins, des adaptations dans le modèle de zone cohésive ont été nécessaires pour être applicable à notre poutre. En effet, la proposition de pseudo modes purs I^* et II^*, respectivement associés à une rupture en traction et à une rupture due à tout autre type de chargement, *i. e.* cisaillement, flexion et torsion, a été effectuée.

Des premiers essais élémentaires ont été simulés avec le modèle proposé sur des éprouvettes cylindriques de béton. Les données d'un essai de traction ont été utilisées pour fixer les valeurs des paramètres matériau G_{fI^*} et $\varepsilon^e_{I^*}$ du modèle. Un essai de compression a ensuite été simulé afin de déterminer le paramètre α du modèle. La convergence du modèle ainsi que la variabilité des résultats en fonction du réseau de poutre initialement choisi ont été discutés. Par la suite, des essais de traction et compression ont permis de mettre en évidence les capacités du modèle dans la restitution de mécanismes de rupture tels que l'effet d'échelle ou l'effet unilatéral. Un essai brésilien a également été réalisé afin d'éprouver le jeu de paramètres fixés précédemment.

Enfin, afin de confronter notre modèle à des résultats expérimentaux, deux essais du benchmark Carpiuc ont été simulés. Ceux-ci ont permis de mettre en exergue la capacité du modèle à prédire des chemins de fissuration complexes. Notamment, les mécanismes de bifuraction, de branchement et de coalescence de fissures ont été observés. Un second essai de traction compression cyclé a permis d'explorer les mécanismes complexes de refermeture de fissures. La mise en avant de la présence de deux mécanismes de dissipation d'énergie lors de la refermeture de fissures a été réalisée. Le premier a été identifié et simulé à l'aide du modèle et de l'ajout de contraintes internes initiales au sein du réseau de poutres.

Le modèle proposé ici, couplé à l'ajout de contraintes internes, permet une modélisation relativement représentative des mécanismes de rupture en mode mixte, notamment au niveau des chemins de fissuration. Son utilisation ne nécessite pas de calibration supplémentaire, les paramètres étant directement fixés à partir de résultats expérimentaux. Ce modèle permet également d'investiguer les mécanismes intervenant lors de la refermeture de fissures.

Néanmoins, des améliorations du modèle sont envisageables. En effet, au niveau des mécanismes de refermeture de fissures, le deuxième mécanisme dissipatif intervenant n'a pas été modélisé dans les simulations réalisées. L'hypothèse selon laquelle le second mécanisme dissipatif serait dû aux effets de frottements entre les lèvres de fissures et dans la zone d'élaboration concorde avec les résultats obtenus, mais n'a pu être vérifiée avec notre modèle. En effet, dans notre modèle de refermeture, les effets de frottement ne sont pas considérés. Afin de confirmer cette hypothèse, il serait intéressant d'enrichir le modèle de refermeture en ajoutant des forces de frottements tangentielles au niveau des surfaces de Voronoi en contact. Ceci permettrait de modéliser à la fois les frottements entre les lèvres de fissures et les effets dissipatifs dus à la présence de microfissuration, dans le cas du contact de deux éléments discrets reliés par une poutre endommagée non cassée. La simulation de l'essai de traction-compression avec cette modification dans le modèle de refermeture devrait permettre de rendre compte de la validité de l'hypothèse formulée sur le second mécanisme dissipatif. En outre, lors de la simulation des essais présentant un mécanisme de coalescence de fissures, une dépendance au réseau de poutre initial a particulièrement été observée. Afin de s'affranchir de celle-ci, des développements seraient nécessaires. La combinaison du modèle et d'un critère en contraintes virielles pourrait permettre de diminuer cette dépendance au maillage et obtenir une convergence plus rapidement au sein de l'éprouvette et ainsi permettre au chemin de fissuration d'être indépendant de l'orientation des poutres du réseau. Dans ces travaux de thèse, seuls des essais sous sollicitations quasi-statiques ont été abordés. Il serait cependant intéressant de simuler des essais dynamiques, tels que des essais d'impact, afin de notamment étudier les mécanismes de multi-fissuration et d'approfondir l'étude du mécanisme de branchement. Ces développements seront les prochaines étapes d'amélioration de ces travaux.

Bibliography

[1] M. Aliabadi. "A new generation of boundary element methods in fracture mechanics". In: *International Journal of Fracture* 86 (July 1997), pp. 91–125. DOI: 10.1023/A:1007381025099.

[2] D. André. "Modélisation par éléments discrets des phases d' ébauchage et de doucissage de la silice". 2012BOR14501. PhD thesis. 2012.

[3] D. André, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. "Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 213-216 (2012), pp. 113–125. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cma.2011.12.002.

[4] D. André, M. Jebahi, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport. "Using the discrete element method to simulate brittle fracture in the indentation of a silica glass with a blunt indenter". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 265 (2013), pp. 136–147. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cma.2013.06.008.

[5] A. Antoniou, L. Daudeville, P. Marin, A. Omar, and S. Potapov. "Discrete element modelling of concrete structures under hard impact by ogive-nose steel projectiles". In: *The European Physical Journal Special Topics* 227 (Sept. 2018), pp. 143–154. DOI: 10.1140/epjst/e2018-00059-y.

[6] S. A. Ashour. "Effect of compressive strength and tensile reinforcement ratio on flexural behavior of high-strength concrete beams". In: *Engineering Structures* (2000).

[7] D. Azócar, M. Elgueta, and M. C. Rivara. "Automatic LEFM crack propagation method based on local Lepp–Delaunay mesh refinement". In: *Advances in Engineering Software* 41.2 (2010), pp. 111–119. DOI: https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.10.004.

[8] B.Richard, F. Ragueneau, C. Cremona, and L. Adelaide. "Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding". In: *Engineering Fracture Mechanics* (2010).

[9] P. Barham, A. Keller, E. Otun, and P. Holmes. "Crystallization and morphology of a bacterial thermoplastic: poly-3-hydroxbuyrate". In: *Journal of Materials Science* (1984).

[10] Z. P. Bazant and I. Carol. "Creep and Shrinkage of Concrete". In: *Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium* (1993).

[11] Z. P. Bazant and K. Xu. "Size effect in Fatigue Fracture of Concrete". In: *ACI Materials Journal* (1991).

[12] Z. P. Bazant and L. Cedolin. "Finite Element Modeling of Crack Band Propagation". In: *Journal of Structural Engineering* 109.1 (1983), pp. 69–92. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1983)109:1(69).

[13] A. Behnood and M. Ghandehari. "Comparison of compressive and splitting tensile strength of high-strength concrete with and without polypropylene fibers heated to high temperatures". In: *Fire Safety Journal* (2009).

[14] T. Belytschko and T. Black. "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45.5 (1999), pp. 601–620. DOI: https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990620)45:5<601::AID-NME598>3.0.CO;2-S.

[15] C. H. Bennett. "Serially Deposited Amorphous Aggregates of Hard Spheres". In: *Journal of Applied Physics* 43.6 (1972), pp. 2727–2734. DOI: 10.1063/1.1661585.

[16] J. D. Bernal and J. Mason. "Packing of Spheres: Co-ordination of Randomly Packed Spheres". In: 188.4754 (Dec. 1960), pp. 910–911. DOI: 10.1038/188910a0.

[17] T. Bittencourt, P. Wawrzynek, A. Ingraffea, and J. Sousa. "Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems". In: *Engineering Fracture Mechanics* 55.2 (1996), pp. 321–334. DOI: https://doi.org/10.1016/0013-7944(95)00247-2.

[18] J. E. Bolander and N. Sukumar. "Irregular lattice model for quasistatic crack propagation". In: *Phys. Rev. B* 71 (9 Mar. 2005), p. 094106. DOI: 10.1103/PhysRevB.71.094106.

[19] M. Bonnet and A. Frangi. *Analyse des solides déformables par la méthode des éléments finis*. Editions Ecole Polytechnique, 2006.

[20] M. J. Borden, C. V. Verhoosel, M. A. Scott, T. J. Hughes, and C. M. Landis. "A phase-field description of dynamic brittle fracture". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 217-220 (2012), pp. 77–95. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cma.2012.01.008.

[21] R. Borst, J. Remmers, J. Remmers@lr, Tudelft, A. Nl, and A. Needleman. "Computational aspects of cohesive-zone models". In: (Jan. 2004).

[22] R. Boussetta. "Estimateurs d'erreur et remaillage adaptatif : application à la simulation 3D des procédés de mise en forme des matériaux". Ecole des mines de Paris, 2005.

[23] B. Broberg. "On the Speed of a Brittle Crack". In: *Journal of Applied Mechanics* 31.3 (Sept. 1964), pp. 546–547. DOI: 10.1115/1.3629676.

[24] G. Camacho and M. Ortiz. "Computational modelling of impact damage in brittle materials". In: *International Journal of Solids and Structures* 33.20 (1996), pp. 2899–2938. DOI: https://doi.org/10.1016/0020-7683(95)00255-3.

[25] A. Carpiuc, M. Poncelet, J. Réthoré, and S. Roux. "CARPIUC benchmark overview: crack advance, reorientation, propagation and initiation under complex loadings". In: *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* 5.1 (Dec. 2018). DOI: 10.1186/s40323-018-0115-6.

[26] T. Chen, C. Li, and D. Zhang. "A Numerical Simulation of Effects of Softening and Heterogeneity on the Stress Intensity Factor of Quasi-Brittle Material". In: *Advances in Mechanical Engineering* (2015).

[27] Y. P. Cheng, Y. Nakata, and M. D. Bolton. "Discrete element simulation of crushable soil". In: *Géotechnique* 53.7 (2003), pp. 633–641. DOI: 10.1680/geot.2003.53.7.633.

[28] A. Collé, J. Limido, and J. P. Vila. "An Accurate SPH Scheme for Dynamic Fragmentation modelling". In: *EPJ Web of Conferences* 183 (Jan. 2018), p. 01030. DOI: 10.1051/epjconf/201818301030.

[29] C. Comi and U. Perego. "Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete". In: *International Journal of Solids and Structures* (2001).

[30] A. Coré, J.-B. Kopp, V. Philippe, J.-L. Charles, and F. Dau. "Experimental Investigation and Discrete Element Modelling of Composite Hollow Spheres Subjected to Dynamic Fracture". In: *International Journal of Polymer Science* 2017 (Mar. 2017), pp. 1–15. DOI: 10.1155/2017/7638482.

[31] B. Cotterell and Y. W. Mai. *Fracture Mechanics of Cementitious Materials*. CRC Press, 1995.

[32] J.-L. Coureau, S. Morel, and N. Dourado. "Cohesive zone model and quasibrittle failure of wood: A new light on the adapted specimen geometries for fracture tests". In: *Engineering Fracture Mechanics* 109 (2013), pp. 328–340. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2013.02.025.

[33] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. "A discrete numerical model for granular assemblies". In: *Géotechnique* 29.1 (1979), pp. 47–65. DOI: 10.1680/geot.1979.29.1.47.

[34] G. Cusatis, Z. P. Bažant, and L. Cedolin. "Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: I. Theory". In: *Journal of Engineering Mechanics* 129.12 (2003), pp. 1439–1448. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2003)129:12(1439).

[35] G. Cusatis, Z. P. Bažant, and L. Cedolin. "Confinement-shear lattice CSL model for fracture propagation in concrete". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195.52 (2006). Computational Modelling of Concrete, pp. 7154–7171. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cma.2005.04.019.

[36] A. Dansou, S. Mouhoubi, C. Chazallon, and M. Bonnet. "Modeling multicrack propagation by the fast multipole symmetric Galerkin BEM". In: *Engineering Analysis with Boundary Elements* 106 (Sept. 2019), pp. 309–319. DOI: 10.1016/j.enganabound.2019.05.019.

[37] R. Das and P. Cleary. "Effect of rock shapes on brittle fracture using Smoothed Particle Hydrodynamics". In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 53.1 (2010), pp. 47–60. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2009.12.004.

[38] R. Desmorat, F. Gatuingt, and F. Ragueneau. "Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials". In: *Engineering Fracture Mechanics* 74.10 (2007), pp. 1539–1560. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.09.012.

[39] T. Douillet-Grellier, B. D. Jones, R. Pramanik, K. Pan, A. Albaiz, and J. R. Williams. "Mixed-mode fracture modeling with smoothed particle hydrodynamics". In: *Computers and Geotechnics* 79 (2016), pp. 73–85. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.06.002.

[40] N. Dourado, S. Morel, M. De Moura, G. Valentin, and J. Morais. "Comparison of fracture properties of two wood species through cohesive crack simulations". In: *Composites Part A-applied Science and Manufacturing - COMPOS PART A-APPL SCI MANUF* 39 (Feb. 2008), pp. 415–427. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.08.025.

[41] S. Dousset. "Comportement mécanique dynamique de la glace : Contributions expérimentales et numériques pour le cas d'impacts de grêle sur structures aéronautiques". 2019ENAM0023. PhD thesis. 2019.

[42] F. Evangelista, J. R. Roesler, and S. P. Proença. "Three-dimensional cohesive zone model for fracture of cementitious materials based on the thermodynamics of irreversible processes". In: *Engineering Fracture Mechanics* 97 (2013), pp. 261–280. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.10.023.

[43] P. F. F. Hild and A. R. C. D. Silva. "single and multiple fragmentation of brittle geomaterials". In: (2003).

[44] F.Camborde, C.Mariotti, and F.V.Donzé. "Numerical study of rock and concrete behaviour by discrete element modelling". In: *Computers and Geotechnics* (2000).

[45] S. Fichant, C. La Borderie, and G. Pijaudier-Cabot. "Isotropic and anisotropic descriptions of damage in concrete structures". In: *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* 4.4 (1999), pp. 339–359. DOI: https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1484(199907)4:4<339::AID-CFM65>3.0.CO;2-J.

[46] J. E. Field. "Brittle fracture: Its study and application". In: *Contemporary Physics* 12.1 (1971), pp. 1–31. DOI: 10.1080/00107517108205103.

[47] G. Francfort and J.-J. Marigo. "Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem". In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 46.8 (1998), pp. 1319–1342. DOI: https://doi.org/10.1016/S0022-5096(98)00034-9.

[48] M. Frémond and B. Nedjar. "Damage in concrete: the unilateral phenomenon". In: *Nuclear Engineering and Design* (1995).

[49] M. Frémond and B. Nedjar. "Damage, gradient of damage and principle of virtual power". In: *International Journal of Solids and Structures* 33 (Mar. 1996), pp. 1083–1103. DOI: 10.1016/0020-7683(95)00074-7.

[50] R. A. Gingold and J. J. Monaghan. "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars." In: 181 (Nov. 1977), pp. 375–389. DOI: 10.1093/mnras/181.3.375.

[51] J. Girardot and E. Prulière. "Elastic calibration of a discrete domain using a proper generalized decomposition". In: *Computational Particle Mechanics* 8 (Jan. 2021). DOI: 10.1007/s40571-020-00385-8.

[52] F. Gong. "Experimental study of rock mechanical properties under coupled static–dynamic loads and dynamic strength criterion". PhD thesis. China Changsha, Central South University, 2010.

[53] E. Gordeliy and A. Peirce. "Implicit level set schemes for modeling hydraulic fractures using the XFEM". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 266 (2013), pp. 125–143. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cma.2013.07.016.

[54] P. Grassl, D. Grégoire, L. Rojas Solano, and G. Pijaudier-Cabot. "Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete". In: *International Journal of Solids and Structures* 49.13 (2012), pp. 1818–1827. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.03.023.

[55] D. Grégoire, H. Maigre, J. Réthoré, and A. Combescure. "Dynamic crack propagation under mixed-mode loading – Comparison between experiments and X-FEM simulations". In: *International Journal of Solids and Structures* 44.20 (2007), pp. 6517–6534. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.02.044.

[56] A. A. Griffith. "Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character". In: *Philosophical transactions of the royal society of london* (1921).

[57] D. Grote, S. Park, and M. Zhou. "Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I. experimental characterization". In: *International Journal of Impact Engineering* (2001).

[58] Y.-L. Gui, H. H. Bui, J. Kodikara, Q.-B. Zhang, J. Zhao, and T. Rabczuk. "Modelling the dynamic failure of brittle rocks using a hybrid continuum-discrete element method with a mixed-mode cohesive fracture model". In: *International Journal of Impact Engineering* 87 (2016). SI: Experimental Testing and Computational Modeling of Dynamic Fracture, pp. 146–155. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.04.010.

[59] H. C. H.W. Reinhardt. "Post-peak cyclic behaviour of Concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading". In: *Cement and concrete research* (1984).

[60] Y. D. Ha and F. Bobaru. "Studies of Dynamic Crack Propagation and Crack Branching with Peridynamics". In: *International Journal of Fracture* 162 (Mar. 2010), pp. 229–244. DOI: 10.1007/s10704-010-9442-4.

[61] D. Haboussa, D. Grégoire, T. Elguedj, H. Maigre, and A. Combescure. "X-FEM analysis of the effects of holes or other cracks on dynamic crack propagations". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 86.4-5 (2011), pp. 618–636. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.3128.

[62] M. Haque and O. Kayali. "Properties of high-strength concrete using a fine fly ash". In: *Cement and Concrete Research* (1998).

[63] P. W. Harper, L. Sun, and S. R. Hallett. "A study on the influence of cohesive zone interface element strength parameters on mixed mode behaviour". In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43.4 (2012), pp. 722–734. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2011.12.016.

[64] W. He, Y.-F. Wu, Y. Xu, and T.-T. Fu. "A thermodynamically consistent nonlocal damage model for concrete materials with unilateral effects". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* (2015).

[65] S. Hentz, F. V. Donzé, and L. Daudeville. "Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates". In: *Computers Structures* 82.29 (2004), pp. 2509–2524. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.05.016.

[66] A. Hillerborg, M. Modéer, and P.-E. Petersson. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". In: *Cement and Concrete Research* 6.6 (1976), pp. 773–781. DOI: https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7.

[67] W. Hu, Y. D. Ha, and F. Bobaru. "Modeling dynamic fracture and damage in a fiber-reinforced composite lamina with peridynamics". In: *International Journal for Multiscale Computational Engineering* 9 (Jan. 2011), pp. 707–726. DOI: 10.1615/IntJMultCompEng.2011002651.

[68] I. Iordanoff, A. Battentier, J. Néauport, and J. Charles. "A discrete element model to investigate sub-surface damage due to surface polishing". In: *Tribology International* 41.11 (2008). Tribological Contacts and Component Life: Proceedings of the 34th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, pp. 957–964. DOI: https://doi.org/10.1016/j.triboint.2008.02.018.

[69] J.-M. R. J.-M. Torrenti G. Pijaudier-Cabot. *Mechanical Behavior of Concrete.* John Wiley Sons, 2013.

[70] M. Jebahi. "Discrete-continuum coupling method for simulation of laser-inducced damage in silica glass". 2013BOR14911. PhD thesis. 2013.

[71] M. Jebahi, D. André, I. Terreros, and I. Iordanoff. *Discrete Element Method to Model 3D Continuous Materials.* Apr. 2015. DOI: 10.1002/9781119103042.

[72] J.-F. Jerier, D. Imbault, F. Donze, and P. Doremus. "A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing". In: *Granular Matter* 11 (Oct. 2009), pp. 43–52. DOI: 10.1007/s10035-008-0116-0.

[73] L. M. Kachanov. "Time of the Rupture Process under Creep Conditions, Izy Akad". In: *Nank S. S. R. Otd Tech Nauk* 8 (1958), pp. 26–31.

[74] T. Kawai. "New discrete models and their application to seismic response analysis of structures". In: *Nuclear Engineering and Design* 48.1 (1978). Special Issue Structural Mechanics in Reactor Technology - Smirt-4, pp. 207–229. DOI: https://doi.org/10.1016/0029-5493(78)90217-0.

[75] C. Kesler, D. Naus, and J. Lott. "Fracture mechanics-its applicability to concrete". In: *International Conference on the Mechanical Behavior of Materials, Kyoto* (Aug. 1972).

[76] J. .-B. Kopp, C. Fond, J. Schmittbuhl, and O. Noel. "Dynamic fracture in rubber toughened polymers: the influence of the fracture surface roughness". In: *21st European Conference on Fracture* (20-24 June 2016).

[77] J.-B. Kopp and J. Girardot. "Dynamic Fracture of a Semi-Crystalline Bio-Based Polymer Pipe: Effect of Temperature". In: *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering* 09 (Jan. 2021), pp. 227–244. DOI: 10.4236/jmmce.2021.93016.

[78] W. Leclerc, H. Haddad, and M. Guessasma. "On a discrete element method to simulate thermal-induced damage in 2D composite materials". In: *Computers Structures* 196 (2018), pp. 277–291. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2017.10.008.

[79] J. Lemaitre and J. L. Chaboche. "ASPECT PHENOMENOLOGIQUE DE LA RUPTURE PAR ENDOMMAGEMENT". In: *J. MEC. APPL.* 2.3 (1978), pp. 317–365.

[80] K. Lochmann, L. Oger, and D. Stoyan. "Statistical analysis of random sphere packings with variable radius distribution". In: *Solid State Sciences* 8.12 (2006), pp. 1397–1413. DOI: https://doi.org/10.1016/j.solidstatesciences.2006.07.011.

[81] J. H. Magill. "Formation of spherulities in polyamides. iv. even- odd polyamides and poly(aminocarboxylic acids)". In: *Journal of Polymer Science* (1969).

[82] Y. Malecot, L. Daudeville, F. Dupray, C. Poinard, and E. Buzaud. "Strength and damage of concrete under high triaxial loading". In: *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 14.6-7 (2010), pp. 777–803. DOI: 10.1080/19648189.2010.9693262.

[83] Mariotti, C., Michaut, V., and Molinari, J. F. "Modeling of the fragmentation by Discrete Element Method". In: *DYMAT - International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading* 2 (2009), pp. 1523–1528. DOI: 10.1051/dymat/2009215.

[84] G. Markeset and A. Hillerborg. "Softening of concrete in compression — Localization and size effects". In: *Cement and Concrete Research* (1995).

[85] J. Mazars. "APPLICATION DE LA MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT AU COMPORTEMENT NON LINEAIRE ET A LA RUPTURE DU BETON DE STRUCTURE". In: 1984.

[86] J. Mazars, Y. Berthaud, and S. Ramtani. "The Unilateral Behaviour of Damaged Concrete". In: *Engineering Fracture Mechanics* (1990).

[87] T. Menouillard, J. Réthoré, N. Moës, A. Combescure, and H. Bung. "Mass lumping strategies for x-fem explicit dynamics: application to crack propagation". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 74 (2008), pp. 447–474.

[88] C. Miehe, F. Welschinger, and M. Hofacker. "Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 83.10 (2010), pp. 1273–1311. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.2861.

[89] B. Mishra and R. K. Rajamani. "The discrete element method for the simulation of ball mills". In: *Applied Mathematical Modelling* 16.11 (1992), pp. 598–604. DOI: https://doi.org/10.1016/0307-904X(92)90035-2.

[90] N. Moës, C. Stolz, P.-E. Bernard, and N. Chevaugeon. "A level set based model for damage growth: The thick level set approach". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 86.3 (2011), pp. 358–380. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.3069.

[91] N. Moës and T. Belytschko. "X-FEM, de nouvelles frontières pour les éléments finis". In: (2001).

[92] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. "A finite element method for crack growth without remeshing". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46.1 (1999), pp. 131–150. DOI: https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19990910)46:1<131::AID-NME726>3.0.CO;2-J.

[93] S. Morel, C. Lespine, J.-L. Coureau, J. Planas, and N. Dourado. "Cohesive zone properties and R-curve in quasibrittle fracture". In: July 2015.

[94] Z. C. G. N. Arioglu and E. Arioglu. "Evaluation of ratio between splitting tensile strength and compressive strength for concretes up to 120 MPa and its application in strength criterion". In: *ACI Materials Journal* (2006).

[95] N. H. Nguyen, H. H. Bui, G. D. Nguyen, and J. Kodikara. "A cohesive damage-plasticity model for DEM and its application for numerical investigation of soft rock fracture properties". In: *International Journal of Plasticity* 98 (2017), pp. 175–196. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2017.07.008.

[96] T. Nguyen, J. Yvonnet, Q.-Z. Zhu, M. Bornert, and C. Chateau. "A phase field method to simulate crack nucleation and propagation in strongly heterogeneous materials from direct imaging of their microstructure". In: *Engineering Fracture Mechanics* 139 (2015), pp. 18–39. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.03.045.

[97] V. P. Nguyen, D. Sutula, S. Bordas, and Y. Lu. "Computational modelling of multiple crack growth: a comparison between discrete and phase field models". In: Oct. 2017.

[98] M. B. Nooru-Mohamed. "Mixed-mode fracture of concrete: An experimental approach". PhD thesis. Technische Univ., Delft (Netherlands)., Jan. 1992.

[99] O. Nouailletas, C. La Borderie, C. Perlot-Bascoules, P. Rivard, and G. Balivy. "Experimental Study of Crack Closure on Heterogeneous Quasi-Brittle Material". In: *Journal of Engineering Mechanics - ASCE* 141.11 (2015), p. 04015041. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000928.

[100] C. Oliver-Leblond. "Discontinuous crack growth and toughening mechanisms in concrete: A numerical study based on the beam-particle approach". In: *Engineering Fracture Mechanics* 207 (2019), pp. 1–22. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2018.11.050.

[101] K. Park, G. H. Paulino, and J. Roesler. "Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete". In: *Cement and Concrete Research* 40.6 (2010), pp. 956–965. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2010.02.004.

[102] D. Perraton and P. .-C. Aïtcin. "Perméabilité du béton de peau Le choix du granulat peut-il s'avérer un élément plus déterminant que le rapport E/C ?" In: *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées* (Mai-Juin 2001).

[103] P.-E. Petersson. "Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials". English. PhD thesis. Lund University, 1981.

[104] G. Pijaudier-Cabot and Z. Bazant. "Nonlocal Damage Theory". In: *Journal of Engineering Mechanics-asce - J ENG MECH-ASCE* 113 (Oct. 1987). DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:10(1512).

[105] A. Portela, M. H. Aliabadi, and D. P. Rooke. "The dual boundary element method: Effective implementation for crack problems". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 33.6 (1992), pp. 1269–1287. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.1620330611.

[106] D. O. Potyondy, P. A. Cundall, C. A. Lee, M. Auberti, F. Hassani, and H. Mitri. "Modelling rock using bonded assemblies of circular particles, 2nd, North American rock mechanics symposium". In: *North American rock mechanics symposium, 2nd, North American rock mechanics symposium*. A A Balkema; 1996, pp. 1937–1944.

[107] K. Radi, D. Jauffrès, S. Deville, and C. L. Martin. "Elasticity and fracture of brick and mortar materials using discrete element simulations". In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 126 (2019), pp. 101–116. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.02.009.

[108] F. Ragueneau, C. L. Borderie, and J. Mazars. "Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping: first uniaxial applications". In: *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials* (2000).

[109] S. Ramtani and Y. Berthaud. "MODELING OF CONCRETE BEHAVIOR USING AN ANISOTROPIC DAMAGE APPROACH". In: Jan. 1991.

[110] N. Recho. *Mécanique de la rupture par fissuration*. Lavoisier, 2012.

[111] C. Rocco, G. Guinea, J. Planas, and M. Elices. "Size effect and boundary conditions in the brazilian test: theoretical analysis". In: *Materials and Structures* 32 (1999), pp. 437–444.

[112] C. Rocco, G. V. Guinea, J. Planas, and M. Elices. "Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: Experimental verification". In: *Materials and Structures* (1999).

[113] N. Rossi Cabral, M. A. Invaldi, R. Barrios D'Ambra, and I. Iturrioz. "An alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quasi-brittle materials". In: *Engineering Fracture Mechanics* 216 (2019), p. 106494. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2019.106494.

[114] A. Saleh and M. Aliabadi. "Crack growth analysis in concrete using boundary element method". In: *Engineering Fracture Mechanics* 51.4 (1995), pp. 533–545. DOI: https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)00301-W.

[115] D. Scerrato, I. Giorgio, A. Madeo, A. Limam, and F. Darve. "A simple non-linear model for internal friction in modified concrete". In: *International Journal of Engineering Science* (2014).

[116] E. Schlangen. "Computational aspects of fracture simulations with lattice models". In: *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings of FRAMCOS-2* (1995), pp. 913–928.

[117] E. Schlangen and E. Garboczi. "Fracture simulations of concrete using lattice models: Computational aspects". In: *Engineering Fracture Mechanics* 57.2 (1997), pp. 319–332. DOI: https://doi.org/10.1016/S0013-7944(97)00010-6.

[118] A. Sellier, B. Bary, B. Capra, and F. Meftah. "Endommagement anisotrope du béton". In: *Revue Française de Génie Civil* 7.5 (2003), pp. 607–620. DOI: 10.1080/12795119.2003.9692512.

[119] S. Silling. "Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces". In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48.1 (2000), pp. 175–209. DOI: https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00029-0.

[120] S. Silling and E. Askari. "A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics". In: *Computers Structures* 83.17 (2005). Advances in Meshfree Methods, pp. 1526–1535. DOI: https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.11.026.

[121] S. H. Song, G. H. Paulino, and W. G. Buttlar. "A bilinear cohesive zone model tailored for fracture of asphalt concrete considering viscoelastic bulk material". In: *Engineering Fracture Mechanics* 73.18 (2006), pp. 2829–2848. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2006.04.030.

[122] O. Stamati, E. Roubin, E. Ando, and Y. Malecot. "Phase segmentation of concrete x-ray tomographic images at meso-scale: Validation with neutron tomography". In: *Cement and Concrete Composites* (2018).

[123] J. Suchorzewski, J. Tejchman, and M. Nitka. "Experimental and numerical investigations of concrete behaviour at meso-level during quasi-static splitting tension". In: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 96 (2018), pp. 720–739. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2017.10.011.

[124] A. Tabiei and W. Zhang. "Cohesive element approach for dynamic crack propagation: Artificial compliance and mesh dependency". In: *Engineering Fracture Mechanics* 180 (May 2017). DOI: 10.1016/j.engfracmech.2017.05.009.

[125] E. Tanné, T. Li, B. Bourdin, J.-J. Marigo, and C. Maurini. "Crack nucleation in variational phase-field models of brittle fracture". In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 110 (2018), pp. 80–99. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmps.2017.09.006.

[126] F. A. Tavarez and M. E. Plesha. "Discrete element method for modelling solid and particulate materials". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 70.4 (2007), pp. 379–404. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.1881.

[127] A. B. Tran, J. Yvonnet, Q.-C. He, C. Toulemonde, and J. Sanahuja. "A multiple level set approach to prevent numerical artefacts in complex microstructures with nearby inclusions within XFEM". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 85.11 (2011), pp. 1436–1459. DOI: https://doi.org/10.1002/nme.3025.

[128] Q. T. Trinh, S. Mouhoubi, C. Chazallon, and M. Bonnet. "Solving multizone and multicrack elastostatic problems: a fast multipole symmetric Galerkin boundary element method approach". In: *Engineering Analysis with Boundary Elements* 50 (2015), pp. 486–495. DOI: 10.1016/j.enganabound.2014.10.004.

[129] J. Ulloa, P. Rodríguez, C. Samaniego, and E. Samaniego. "Phase-field modeling of fracture for quasi-brittle materials". In: *Underground Space* 4.1 (2019). Computational Modeling of Fracture in Geotechnical Engineering Part II, pp. 10–21. DOI: https://doi.org/10.1016/j.undsp.2018.08.002.

[130] M. van den Bosch, P. Schreurs, and M. Geers. "An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion". In: *Engineering Fracture Mechanics* 73.9 (2006), pp. 1220–1234. DOI: https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2005.12.006.

[131] V. Venzal, S. Morel, T. Parent, and F. Dubois. "Frictional cohesive zone model for quasi-brittle fracture: mixed-mode and coupling between cohesive and frictional behaviors". In: *International Journal of Solids and Structures* (2020). DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.04.023.

[132] M. R. Vliet and J. G. Mier. "Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension". In: *Engineering Fracture Mechanics* (2000).

[133] P. F. Walsh. "Crack initiation in plain concrete". In: *Magazine of Concrete Research* 28.94 (1976), pp. 37–41. DOI: 10.1680/macr.1976.28.94.37.

[134] P. Walsh. "Linear fracture mechanics in orthotropic materials". In: *Engineering Fracture Mechanics* 4.3 (1972), pp. 533–541. DOI: https://doi.org/10.1016/0013-7944(72)90064-1.

[135] F. H. Wittmann, H. Mihashi, and N. Nomura. "Size Effect on Frature Energy of Concrete". In: *Engineering Fracfure Mechanics* (1990).

[136] X.-P. Xu and A. Needleman. "Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids". In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 42.9 (1994), pp. 1397–1434. DOI: https://doi.org/10.1016/0022-5096(94)90003-5.

[137] X. Xu and A. Needleman. "Void Nucleation by Inclusion Debonding in a Crystal Matrix". In: *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering* 1 (Jan. 1999), p. 111. DOI: 10.1088/0965-0393/1/2/001.

[138] D. Yang, X. He, X. Liu, Y. Deng, and X. Huang. "A peridynamics-based cohesive zone model (PD-CZM) for predicting cohesive crack propagation". In: *International Journal of Mechanical Sciences* 184 (2020), p. 105830. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105830.

[139] D. Yang, X. He, S. Yi, and X. Liu. "An improved ordinary state-based peridynamic model for cohesive crack growth in quasi-brittle materials". In: *International Journal of Mechanical Sciences* 153-154 (2019), pp. 402–415. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.02.019.

[140] S. Yu, X. Ren, J. Zhang, H. Wang, and Z. Sun. "An improved form of smoothed particle hydrodynamics method for crack propagation simulation applied in rock mechanics". In: *International Journal of Mining Science and Technology* 31 (Feb. 2021). DOI: 10.1016/j.ijmst.2021.01.009.

[141] J. P. Z. P. Bazant. *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. CRC Press, 1997.

[142] G. W. Zhu, Y. X. Jia, P. Qu, J. Q. Nie, and Y. L. Guo. "Effect of Characteristic Parameters of Exponential Cohesive Zone Model on Mode I Fracture of Laminated Composites". In: *Advances in Fracture and Damage Mechanics XI*. Vol. 525. Key Engineering Materials. Trans Tech Publications Ltd, Jan. 2013, pp. 409–412. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.525-526.409.

Annexes

Annexe A

Calcul de la longueur curviligne

La détermination de la longueur curviligne est le résultat d'un travail mathématique. En effet, la longueur curviligne est calculée à partir de la paramétrisation spatiale de la poutre. Conformément à la figure A.1 présentant le cadre de la poutre cylindrique, les expressions y et z en fonction de x sont reliées à la longueur curviligne par l'équation :

$$L_{curve}(t) = \int_0^L \sqrt{1 + y'(x)^2 + z'(x)^2} dx \tag{A.1}$$

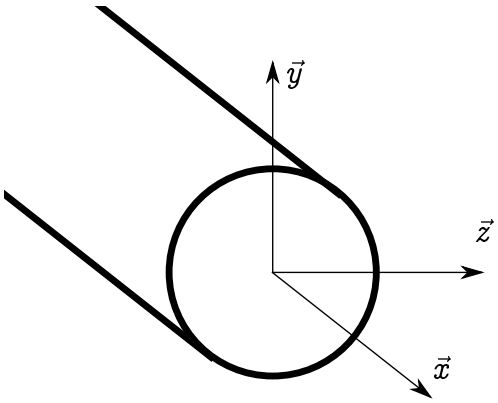


Figure A.1 – Repère local de la poutre

Les déplacements de la poutre peuvent être définis par une fonction polynomiale de degré 3 comme suit :

$$\begin{cases} y(x) &= A_y x^3 + B_y x^2 + C_y x + D_y \\ z(x) &= A_z x^3 + B_z x^2 + C_z x + D_z \end{cases} \tag{A.2}$$

Pour déterminer les constantes de ces polynômes, il est nécessaire d'écrire 4 équations pour chaque variable de position y et z. Or, les seules informations connues concernent les déplacements et les rotations des éléments discrets. En d'autres termes, les positions y et z des extrémités $x = 0$ et $x = L$ sont données et fournissent deux équations. Les deux dernières équations manquantes sont obtenues grâce aux rotations qui sont des valeurs dérivées en $x = 0$ et $x = L$. La prise en compte de ces conditions aux limites permet de résoudre le système. A partir des expressions y et z résultantes, ainsi que de leurs dérivées, la longueur curviligne est obtenue par intégration numérique.

Annexe B

Reproduction de l'essai de traction-compression cyclé

L'essai de traction-compression cyclé présenté dans le chapitre 5 a été simulé sur cinq éprouvettes possédant un réseau de poutres initial différent. Dans un premier temps, la simulation de quatre cycles est réalisée avec le modèle, sans considérer les contraintes internes initiales. Les réponses contrainte-déformation des cinq éprouvettes sont présentées en figure B.1.

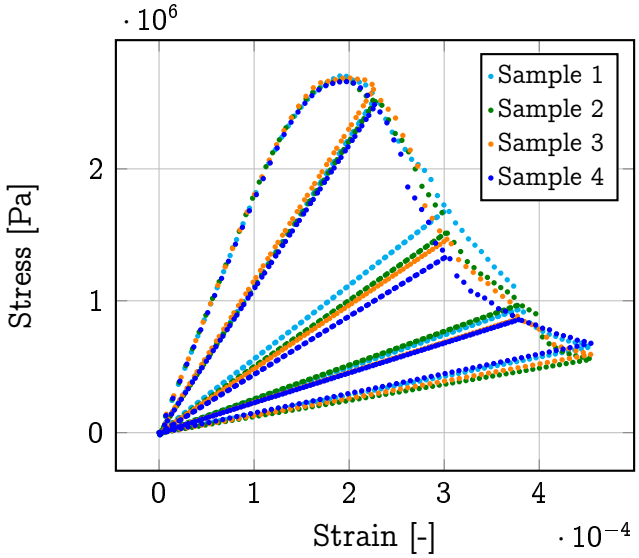


Figure B.1 – Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction.

Peu de différences est observée au niveau des courbes contrainte-déformation. En particulier, le premier cycle est identique. Quelques variations dues au réseau de poutre choisi sont notables pour les cycles suivants.

L'essai de traction-compression cyclé a également été reproduit sur ces cinq éprouvettes en prenant en compte les contraintes internes dans le réseau de poutres. Un taux de contraintes approximativement égale à 0.015% est induit dans chaque éprouvette. Les réponses contrainte-déformation de chaque éprouvette sont affichées en figure B.2.

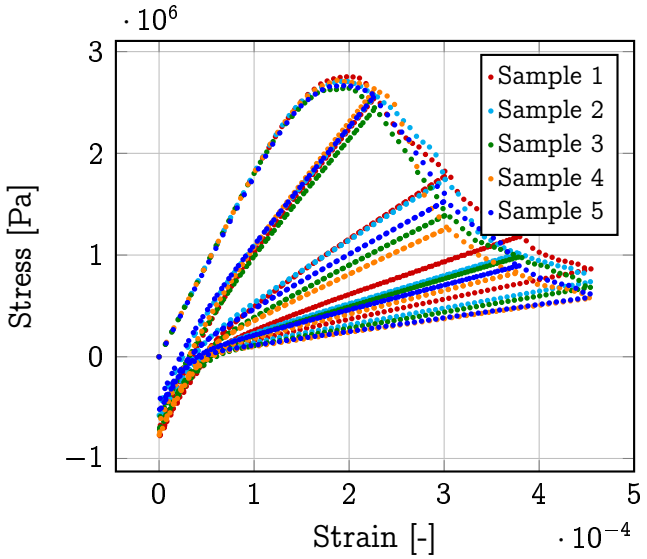


Figure B.2 – Réponses contrainte-déformation pour 5 éprouvettes présentant des distributions initiales différentes et soumises à un chargement de traction.

La même variabilité des résultats est observée avec et sans prise en compte des contraintes internes.