



**HAL**  
open science

# Contact glissant et sec entre solides rugueux sous faible charge : un instrument de mesure visant à caractériser les forces de micro-impact

Camille Gregoire

## ► To cite this version:

Camille Gregoire. Contact glissant et sec entre solides rugueux sous faible charge : un instrument de mesure visant à caractériser les forces de micro-impact. Autre. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSEC010 . tel-03523605

**HAL Id: tel-03523605**

**<https://theses.hal.science/tel-03523605>**

Submitted on 12 Jan 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : 2021LYSEC10

## THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de  
l'École Centrale de Lyon

École Doctorale ED162  
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité de doctorat : Mécanique

Soutenue publiquement le 4 mars 2021, par :  
**Camille Grégoire**

---

# Contact glissant et sec entre solides rugueux sous faible charge : un instrument de mesure visant à caractériser les forces de micro-impact

---

Devant le jury composé de :

Le Bot Alain, Directeur de recherche CNRS, LTDS, ECL

Président

Baillet Laurent, Professeur des Universités, ISTERre, Univ. Grenoble Alpes  
Bruant Isabelle, Maître de conférence, LEME, Univ. Paris Ouest

Rapporteur  
Rapporteuse

Laulagnet Bernard, Maître de conférence, LVA, INSA Lyon  
Perret-Liaudet Joël, Maître de conférence, LTDS, ECL  
Scheibert Julien, Chargé de recherche CNRS, LTDS, ECL

Directeur de thèse  
Directeur de thèse  
Directeur de thèse





# Remerciements

Tout d'abord, je souhaite remercier mes trois directeurs de thèse pour leur accompagnement et les multiples discussions scientifiques tout au long de cette thèse. Merci Julien Scheibert pour ta présence et tes encouragements. Merci Bernard Laulagnet pour ta disponibilité et nos échanges. Merci Joël Perret-Liaudet pour nos discussions scientifiques ou conviviales.

Je souhaite remercier les membres de mon jury, Alain Le Bot qui l'a présidé ainsi que Isabelle Bruant et Laurent Baillet qui ont rapporté ce travail.

Je remercie aussi Davy Dalmas et Jarir Mahfoud qui ont suivi l'évolution de ma thèse à travers mon comité de suivi. Merci pour votre bienveillance !

Je tiens à remercier l'ensemble du LTDS pour le partage de connaissances et de ressources. Notamment, je remercie Manuel Collet avec qui j'ai longuement discuté de certaines problématiques de ma thèse. Pour concrétiser la réalisation du patin instrumenté, il a fallu le concours de Thibaut Durand, Matthieu Guibert, Stéphane Lemahieu, Didier Roux et Serge Zara. Je leur en suis très reconnaissante. Par ailleurs, je remercie aussi Hélène Schoch, Sandrine Bec, Sylvie Navarro, Carine Zambardi et Dominique Vincentelli qui ont pris en charge mes commandes ou réglé mes tracas administratifs.

En parallèle de cette thèse, j'ai apprécié enseigner. Aussi, je remercie Damien Constant, Nicolas Totaro, Laurent Blanc, Bertrand Houx, Christophe Janolin, Gaylord Guillonnet et Bruno Berthel, qui m'ont fait confiance pour enseigner et m'ont accompagnée pour la préparation des cours.

Au cours de ces années, j'ai partagé mon quotidien avec de chouettes personnes entre pauses café, processus créatifs, débats passionnés, mots croisés ou bières en fin de journée. Ainsi je remercie les différents occupants du 4ème, les anciens : Thibaut, Paul, Amal, Riad, Jonas, Pierre, Guillaume... ; les plus récents : Karl, Mariana, Youness, Adrien, Antoine, Cristobal, Victor... ; et ceux qui viennent d'ailleurs : Thibaut, Jessica, Sylvain, Tiphaine, Aurélie...

Merci aussi aux copains, rencontrés de la maternelle à l'INSA, avec qui j'ai toujours pu m'enthousiasmer, me plaindre ou juste me changer les idées et ce, tout au long de cette thèse. Je remercie aussi ma famille pour leur soutien et leurs encouragements.

Et pour finir merci Nicolas, merci pour absolument tout.



# Table des matières

Table des matières	v
Liste des figures	vii
Liste des tableaux	ix
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Dans quel contexte se situe cette étude?	1
1.2 Quelle stratégie scientifique adopter?	5
1.3 Quelle technologie de capteur utiliser pour ce patin instrumenté?	8
1.4 Quels sont les enjeux de compréhension d'un tel système?	10
1.5 Comment contourner ces difficultés?	12
1.6 Conclusion	15
<b>2 Patin instrumenté : Description, conception et calibration</b>	<b>17</b>
2.1 Description de principe du patin instrumenté	17
2.2 Modélisation par éléments finis (EF)	24
2.3 Réalisation et mise en fonctionnement du patin	45
2.4 Caractérisation et calibration du patin	52
2.5 Conclusion	63
<b>3 Modèle de contact multi-aspérités</b>	<b>65</b>
3.1 Présentation du modèle	65
3.2 Mise en œuvre numérique	72
3.3 Simulations préliminaires du patin instrumenté	75
3.4 Conclusion	80
<b>4 Expériences de glissement</b>	<b>83</b>
4.1 Présentation du banc expérimental et de la mesure	83
4.2 Mesures sur une surface nominale plane	88
4.3 Mesures sur une surface rainurée	102
4.4 Conclusion	111
<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>113</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>127</b>

<b>A</b>	<b>Modélisation du contact aspérité-aspérité</b>	<b>129</b>
A.1	Le contact aspérité-aspérité : modèle de Hertz . . . . .	129
A.2	Contact multi-aspérités : modèle de Greenwood et Williamson . . . . .	131
<b>B</b>	<b>Mise en plan détaillée</b>	<b>133</b>
<b>C</b>	<b>Article publié</b>	<b>139</b>

# Liste des figures

1.1	Schéma de principe du patin instrumenté . . . . .	7
2.1	Photographie des deux faces d'une céramique piézoélectrique . . . . .	18
2.2	Illustration de la géométrie correspondant au système 1 . . . . .	20
2.3	Illustration de la géométrie correspondant au système 2 . . . . .	20
2.4	Illustration de la géométrie correspondant au système 3 . . . . .	21
2.5	Mise en plan et principales dimensions du patin . . . . .	23
2.6	Élément tétraédrique de type SOLID187 . . . . .	26
2.7	Maillage du patin . . . . .	31
2.8	Vue de dessus de la modélisation du patin indiquant les numéros des aspérités	32
2.9	Illustration d'un des chargements appliqués . . . . .	33
2.10	Fréquences propres du patin jusqu'à 10 kHz . . . . .	38
2.11	Réponses en fréquence des forces calculées pour un impact impulsif . . . . .	41
2.12	Illustration et schéma mécanique du pont vibratoire . . . . .	42
2.13	Photographies des pièces de mise en position . . . . .	47
2.14	Photographies des différentes étapes de montage du patin instrumenté . . . . .	48
2.15	Vue du patin indiquant les numéros des aspérités . . . . .	50
2.16	Photographie d'un capteur après soudure des fils . . . . .	51
2.17	Réponse des 9 capteurs piézoélectriques pour un choc sur une aspérité . . . . .	53
2.18	Densité spectrale de puissance (DSP) pour un choc sur une aspérité . . . . .	55
2.19	Réponse des 9 capteurs pour un choc sur un hémisphère . . . . .	60
2.20	Réponse en force des capteurs pour une tension sinusoïdale . . . . .	61
2.21	Amplitude de la tension et des réponses en fonction de la fréquence . . . . .	62
2.22	DSP des capteurs 2 et 3 en fonction de la fréquence de sollicitation . . . . .	63
3.1	Schéma de la modélisation du contact multi-aspérités. . . . .	66
3.2	Schéma du rapprochement normal au point de contact . . . . .	68
3.3	Positions des 9 aspérités, points de contact effectif et répartition des efforts	76
3.4	Influence de la position du centre de gravité sur la répartition des efforts . . . . .	78
3.5	Forces calculées pour un transfert de contact pour $\zeta = 0.1$ . . . . .	79
3.6	Influence de la valeur du taux d'amortissement $\zeta$ sur la force calculée . . . . .	80
4.1	Photographie de la configuration du banc d'essai . . . . .	84
4.2	Vue du contact entre le stoppeur et le patin instrumenté . . . . .	86
4.3	Schéma de la chaîne de mesure expérimentale . . . . .	87
4.4	Forces de micro-impact sur les aspérités mesurées sur une piste plane . . . . .	89

4.5	DSP des forces sur les aspérités pour un glissement à $500 \mu\text{m/s}$ . . . . .	90
4.6	Topographie de la surface de la piste . . . . .	92
4.7	Fréquences issues du signal de force en fonction de la vitesse de glissement . . . . .	94
4.8	Forces de micro-impact sur les aspérités calculées sur la piste mesurée . . . . .	97
4.9	DSP des forces en sommet de l'aspérité 9 sur la piste nominale plane . . . . .	98
4.10	DSP des forces sur une piste sinusoïdale pour différents déphasages . . . . .	100
4.11	Illustration des configurations possibles de franchissement de la rainure . . . . .	102
4.12	Mesure de force pour une perte de contact comparé avec un échelon filtré . . . . .	103
4.13	Force mesurée sur les aspérités lors du passage d'une rainure . . . . .	105
4.14	Force mesurée sur les aspérités perturbées par la perte de contact . . . . .	106
4.15	Force calculée pour les aspérités perturbées par la perte de contact . . . . .	108
4.16	Force transitoire expérimentale lors d'une perte ou d'une reprise de contact . . . . .	110

# Liste des tableaux

2.1	Propriétés des matériaux utilisées dans le modèle éléments finis . . . . .	25
2.2	Premières fréquences propres d'une plaque mince . . . . .	27
2.3	Déformées des modes propres d'une plaque mince et de la plaque flexible . . . . .	29
2.4	Fréquences propres de la plaque flexible suivant la taille des éléments . . . . .	30
2.5	Matrice $F^{ij}$ calculée à partir du modèle éléments finis . . . . .	33
2.6	Effort transversal vu par un capteur pour différents coefficients de frottement . . . . .	35
2.7	Mesure de la force normale suivant la configuration du capteur . . . . .	37
2.8	Déformées de modes propres du patin . . . . .	39
2.9	Seconde version du patin : positions (x et y) et altitudes des sommets . . . . .	50
2.10	Matrice des rapports $p_{ji} = \frac{a_{ji}}{a_{jj}}$ . . . . .	58





# Chapitre 1

## Introduction générale

### 1.1 Dans quel contexte se situe cette étude ?

La tribologie est la science qui étudie les phénomènes susceptibles de se produire entre deux solides en contact. Vakis *et al.* [1] présente une vue d'ensemble récente des interactions tribologiques étudiées. Ces phénomènes relèvent de champs scientifiques variés, faisant intervenir notamment la mécanique (des solides ou des fluides), la physique, la science des matériaux ou encore la chimie. Parmi les différents phénomènes relevant de la tribologie, on peut citer entre autres le frottement, l'usure, la lubrification... Dans le cadre général de la tribologie, cette thèse s'intéresse plus spécifiquement au contact glissant rugueux, sec et faiblement chargé, dont les caractéristiques sont détaillées dans les paragraphes suivants.

#### 1.1.1 Un contact glissant

Les contacts glissants sont à l'œuvre dans une multitude de systèmes mécaniques qu'on retrouve dans la vie quotidienne aussi bien que dans l'industrie, citons par exemple :

- autour de l'automobile, que ce soit les contacts au niveau des freins [2], des essuie-glaces sur le pare-brise [3] ou du piston coulissant à l'intérieur de sa chemise dans le moteur [4],
- les contacts internes aux machines de production industrielle comme à l'intérieur des vérins hydrauliques [5] ou des paliers lisses [6],
- ou encore au niveau des articulations d'un être vivant [7].

La multitude de manifestations différentes du contact glissant est générateur de quantités de problématiques aussi variées que peuvent l'être la prise en compte du confort de l'utilisateur [8] ou la performance énergétique [9].

### 1.1.2 Un contact rugueux et sec

Une manière de faire le tri parmi tous les phénomènes évoqués ci-dessus est de catégoriser les différents contacts glissants selon certaines de leurs propriétés. Une première distinction concerne la lubrification ou non du contact. Par exemple le comportement de l'essuie-glace qui s'active sous la pluie sera différent de celui qu'il a sur un pare-brise sec [3]. Le contact piston-chemise à l'intérieur d'un moteur est un autre exemple de contact lubrifié [4]. La lubrification est, en elle-même, un champ d'étude à part entière, des études se consacrent entièrement à la formulation des lubrifiants pour donner au contact des propriétés particulières. Une revue relativement récente des problématiques posées par la lubrification a été réalisée par Spikes [10].

Une autre catégorisation permet de distinguer les contacts uniques, pour lesquels il n'existe qu'une seule zone de contact, des multi-contacts, pour lesquels le contact est fractionné. Par exemple des matériaux mous et/ou très lisses engendrent souvent un contact unique comme c'est le cas du contact PDMS/verre [11] ; à l'opposé, des matériaux rugueux entraînent de multiples contacts [12]. Notons que le type de dissipation dépend de quelle surface porte la rugosité : par exemple, une rugosité rigide sur un matériau plus mou va entraîner au cours du glissement des déformations dépendant du temps, et donc de la dissipation visqueuse [13] ; ce dernier phénomène ne pourra en revanche pas s'exprimer dans le cas d'un substrat rigide mais lisse.

Évidemment, les deux catégories évoquées ci-dessus s'entrecroisent. Ainsi, il existe des contacts lisses et lubrifiés comme le contact lubrifié élastomère-verre [14]. À l'opposé, il existe aussi des contacts secs et particulièrement lisses, comme le contact entre cylindres enveloppés de feuilles de mica, souvent utilisés dans les Appareils à Forces de Surface (SFA) [15].

Dans cette thèse, je m'intéresse exclusivement aux interfaces multi-contacts sèches formées entre deux surfaces métalliques rugueuses.

### 1.1.3 Un contact faiblement chargé

Les contacts glissants de type rugueux sec se retrouvent dans une grande variété de domaines, de l'automobile avec les freins de voiture [16], à la biologie avec les élytres des coléoptères [17], en passant par la musique avec le frottement d'un archer sur une corde de violon [18].

Akay [19] sépare en deux phénomènes les conséquences du glissement : le transfert d'énergie d'une surface à l'autre et la dissipation d'énergie. Pour les contacts rugueux, ces deux phénomènes ont presque toujours lieu conjointement. Ce transfert d'énergie d'un solide à l'autre donne lieu à d'importantes fluctuations dans le champ de forces à

l'interface de contact. Akay [19] distingue dans ce cas deux types de contact en fonction du chargement normal appliqué :

- contact fort, dans ce cas la force normale maintient fermement le contact entre les deux solides, transformant l'ensemble en un système couplé complexe et souvent non-linéaire, ayant ses propres modes. Ces conditions sont propices à l'apparition de différentes catégories d'instabilités [20], ayant des fréquences caractéristiques bien particulières. Par exemple, on peut citer le *stick-slip* (une succession de phases d'adhérence et de glissement due aux variations de la force de frottement en fonction de la vitesse [21] ou à un coefficient de frottement statique supérieur au coefficient de frottement dynamique [22, 23]) et le *sprag-slip* (un phénomène d'arc-boutement avec déformation de l'un des matériaux le long de l'interface de contact qui se solde par une perte de contact puis une reprise de contact avec un nouvel arc-boutement [24]).
- contact faible, dans ce cas la force normale n'est pas suffisante pour rendre le contact solidaire. On observe des réponses vibratoires quasi-indépendantes de chacun des solides, engendrées par les chocs successifs des aspérités antagonistes des deux surfaces. Les fluctuations de force à l'interface sont cette fois directement imputables à la topographie des surfaces. Ces interactions produisent des vibrations sur une large bande de fréquences, communément appelées bruit de rugosité [19, 25].

Dans ce contexte, cette thèse se restreint au cas où le contact glissant sec et rugueux est soumis à un chargement faible. Cette notion de faible chargement doit être comprise en lien avec la rigidité des matériaux. En ce sens, un critère en  $\frac{p}{E^*}$  est souvent utilisé pour caractériser la force d'un contact [26, 27, 28] (où  $p$  est la pression normale et  $E^*$  le module élastique équivalent du couple de solides, il s'exprime en fonction des modules de Young  $E_{1,2}$  et des coefficients de Poisson  $\nu_{1,2}$  des solides en contact, tel que  $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ ). Pour ma part je choisis d'utiliser (i) deux solides en acier pour avoir des matériaux dont la rigidité est relativement élevée, et (ii) une force normale faible. Dans ces conditions, les aspérités de surface ne se déforment que très peu au niveau des aspérités lors d'un contact avec la surface antagoniste.

#### 1.1.4 Un champ de forces fluctuant

Il ressort des choix évoqués ci-dessus que les contacts glissants étudiés sont en fait constitués d'une assemblée de micro-contacts, dont chacun naît et meurt successivement. Ainsi un glissement d'une distance de l'ordre de la taille latérale des micro-contacts est nécessaire pour renouveler la population de micro-contacts [29]. Notons que cette distance

intervient explicitement dans les lois de frottement de type Rate & State [30], qui ont été proposées pour expliquer le comportement en frottement d'une large gamme d'interfaces de frottement [31] et en particulier, les failles sismiques [32].

Cette multitude de micro-contacts et leur renouvellement perpétuel est responsable d'un champ de forces fluctuant à l'interface de contact. Ces fluctuations sont la source de vibrations qui peuvent se propager à l'ensemble de la structure ou dans le milieu extérieur, souvent l'air. Les conséquences de cette propagation peuvent, dans les deux cas, s'avérer problématiques. À l'intérieur de la structure ces vibrations peuvent être à l'origine d'usure précoce des solides, soit au voisinage du contact [33], soit à distance, par exemple via du fretting au niveau de points d'assemblage [34]. En rayonnant dans l'air, ces vibrations vont également être à l'origine d'un bruit de rugosité indésirable. Plusieurs études ont tenté de simuler numériquement le rayonnement acoustique des bruits de rugosité à partir de la topographie des surfaces en regard [35, 36]. Cependant, s'agissant d'un problème gourmand en ressources informatiques, de nombreuses hypothèses simplificatrices ont dû être faites quant aux interactions entre aspérités (absence de frottement, micro-contacts ponctuels,...).

Pour comprendre les phénomènes macroscopiques de vibrations engendrés dans la structure ou rayonnés dans l'air, une meilleure description de la source de ces vibrations (la localisation des efforts, leur amplitude, leur évolution temporelle...) reste à établir. Il s'agit d'un objectif fondamental et appliqué important, mais qui est réputé difficile. En effet, cette source est composée de la multitude de micro-contacts individuels. De par la rigidité relative des solides et la topographie des surfaces, le glissement va impliquer une dynamique normale au contact permettant aux aspérités antagonistes de passer les unes au-dessus des autres. Lorsque la vitesse de glissement augmente, les micro-contacts peuvent devenir des micro-impacts (lorsque les effets inertiels interviennent et rendent le problème dynamique). Dang [37], qui propose une description numérique des micro-impacts dans le cadre de ce type de contact, prédit des durées d'impact inférieures à 1 ms à une vitesse de glissement de 10 cm/s (durée augmentant avec la diminution de la vitesse de glissement). Aux vitesses de glissement les plus hautes, les aspérités font office de tremplin à leur échelle, pouvant entraîner des pertes de contact transitoires, mais complètes, entre les deux solides, avec une dynamique de sauts fortement liée à la topographie des surfaces en regard. Ce type de dynamique en fonction de la vitesse de glissement d'un contact sec, rugueux et faiblement chargé est décrit plus spécifiquement dans les travaux de thèse de Zouabi et Ponthus [38, 39].

Au final, la question centrale de cette thèse est celle de la caractérisation spatio-temporelle fine de la source des vibrations induites par le glissement de surfaces rugueuses et sèches sous faible charge normale.

## 1.2 Quelle stratégie scientifique adopter ?

La question énoncée ci-dessus peut *a priori* être abordée de plusieurs manières.

### 1.2.1 Une méthode d'inversion ?

Les méthodes d'inversion permettent d'établir la source d'une excitation à partir de la mesure des réponses qu'elle produit. C'est ce qui est fait par exemple, à échelle kilométrique, pour déterminer la source d'un séisme (localisation, magnitude, dynamique de rupture de la faille) à partir des seuls sismogrammes enregistrés en surface du sol lors d'un tremblement de Terre [40]. On pourrait dans ce cas imaginer caractériser l'ensemble des micro-impacts par méthode d'inversion en mesurant à distance les vibrations émises au niveau du contact et se propageant au reste de la structure. Des exemples d'application de méthodes inverses existent dans la littérature [41, 42]. Par exemple, les travaux de Leclere [42] concernent l'évaluation des efforts internes d'un moteur Diesel par mesure indirecte. Cependant ces travaux se sont placés dans des conditions favorables, en particulier un système linéaire en régime stationnaire, où l'on connaît *a priori* les sources potentielles d'excitation qui sont suffisamment éloignées les unes des autres à l'échelle des longueurs d'onde du champ vibratoire mesuré. Le cas qui m'intéresse dans cette thèse revêt plusieurs aspects plus complexes. Premièrement, le contact glissant, rugueux, sec et sous faible charge est non-linéaire notamment à cause des lois de contact non linéaires [43] (qui sont détaillées par la suite) et des pertes de contact. Deuxièmement, les sources potentielles d'excitation que sont les micro-impacts sont difficiles à identifier *a priori*. Troisièmement, la distance entre les sources potentielles est de l'ordre de grandeur des longueurs d'ondes impliquées dans la topographie rugueuse, elle-même responsable des vibrations générées. Ainsi l'identification de sources aussi proches les unes des autres semble particulièrement complexe [44]. Enfin, il semble également très difficile de contrôler la véracité des résultats fournis par une inversion. Pour toutes ces raisons, j'ai jugé que les chances de succès d'une méthode d'inversion pour accéder à la source des vibrations dans un contact glissant rugueux/rugueux étaient trop faibles pour m'y lancer.

### 1.2.2 Une mesure directe des efforts de contact locaux

Dans le contexte évoqué ci-dessus, j'ai choisi une autre approche : mesurer les efforts de contact locaux avec une méthode directe et expérimentale. Cette voie représentait également un défi scientifique et technique, mais m'a paru plus pertinente, en particulier au regard des éléments de compréhension sur le sujet déjà obtenus au cours de deux thèses

expérimentales précédentes au Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (C. Zouabi [38] et N. Ponthus [39]).

Nous avons déjà mentionné la complexité des sources à l'origine des phénomènes tribologiques que sont le bruit et les vibrations, dans un contact glissant. Ainsi, caractériser le champ de forces généré par une multitude de micro-contacts, voire de micro-impacts, à l'interface d'un contact glissant est un enjeu tribologique important. Ce champ de forces est grandement dépendant, entre autres, du chargement externe (forces normale et tangentielle), de la géométrie macroscopique des surfaces (plan, sphère,...) et de leurs topographies (amplitudes et longueurs d'onde de la rugosité); voir par exemple [1] pour une vue d'ensemble récente des phénomènes tribologiques en jeu. Dès lors, en général, les mesures de champ de forces restent difficiles à obtenir en raison de la difficulté de placer des capteurs de force locaux, non-invasifs, à proximité immédiate de l'interface. Néanmoins, dans le but de mieux comprendre les mécanismes élémentaires se produisant le long des interfaces de frottement, un certain nombre de méthodes de mesure des forces locales ont été proposées dans la littérature.

L'une de ces méthodes est une approche optique, consistant à visualiser directement l'interface de contact rugueux d'une manière complètement non-invasive. Il est par exemple possible d'utiliser une technique d'imagerie à travers un matériau transparent. Le champ de contraintes de cisaillement est accessible par inversion du champ de déplacements dans le plan [45, 46]. Ce champ de déplacements peut lui-même être obtenu en suivant le mouvement de traceurs appropriés, soit incorporés à dessein [45, 11], soit naturellement présents dans l'image (e.g. contraste généré par la topographie [46]). La résolution spatiale de telles mesures est généralement limitée à la fois par la profondeur des traceurs et par leur distance relative les uns aux autres (bien que cette dernière limitation puisse être considérablement réduite en régime permanent [45]), ou par la taille de la boîte de corrélation lorsqu'une méthode de type corrélation d'images numériques (DIC, en anglais : digital image correlation) est utilisée pour mesurer les déplacements [46]. Si la topographie de surface n'est pas une rugosité aléatoire naturelle, mais est spécifiquement conçue comme une population de micro-sphères bien définies, les forces tangentielle et normale sur chaque micro-contact peuvent être estimées à partir de son déplacement dans le plan et de son aire réelle de contact [47].

Une autre méthode consiste à équiper d'un ou plusieurs capteurs de force l'un des deux solides en contact directement à l'intérieur de son volume. Chaque capteur, de taille latérale  $l$ , sonde le champ de contraintes à une certaine profondeur  $h$  sous la surface. Ces échelles de longueur imposent la résolution spatiale de la mesure : la contrainte locale à une profondeur  $h$  est une moyenne sur les contraintes de surface s'exerçant dans une région d'extension typique  $h$  et les contraintes en profondeur sont elles-mêmes intégrées

sur la largeur du capteur. Au final, la mesure du capteur est sensible aux forces générées à l'interface dans une région de dimension latérale typique  $l + h$ . Différentes technologies ont été testées pour les capteurs embarqués, y compris des jauges de contrainte [48], des céramiques piézoélectriques [49] ou des éléments piézorésistifs [50, 51], du PSECR (élastomère conducteur électrique sensible à la pression, en anglais : pressure-sensitive electric conductive rubber) [52] et des MEMS (micro-système électro-mécanique) [53], avec des applications non seulement à la tribologie, mais aussi aux capteurs haptiques (voir [54, 55] pour une revue complète). Par exemple, des capteurs de forces MEMS de taille millimétrique intégrés à la base d'un film d'élastomère rugueux d'épaisseur millimétrique ont été utilisés non seulement pour étudier les champs de pressions et de cisaillements au contact entre le film rugueux et différents patins lisses rigides [56, 57], mais aussi pour identifier l'effet des empreintes digitales sur la perception tactile des textures fines [58].

Dans cette thèse je souhaite développer un instrument de mesure permettant d'évaluer individuellement les forces engendrées par les micro-contacts ou micro-impacts localisés à l'interface de glissement entre deux surfaces métalliques rugueuses sous faible charge normale. Pour ces mesures, utiliser des méthodes de visualisation *in situ* ou incluant des capteurs noyés dans le volume des solides n'est pas pertinent. Concernant la première solution, les métaux étant opaques à la lumière, ils ne se prêtent pas aux méthodes d'imagerie. Quant à la seconde possibilité, elle implique une mesure moyenne des contraintes dans une zone de taille non négligeable du solide rugueux instrumenté. Cette zone englobant généralement un grand nombre d'aspérités de surface, il devient alors compliqué d'identifier les forces correspondant à chacun des micro-contacts individuellement. Pour répondre à cette problématique, j'ai décidé de concevoir un patin dont la surface est équipée de  $N$  aspérités modèles. Chacune de ces aspérités sera instrumentée par un capteur de force dédié (voir un schéma de principe à la Fig. 1.1). Ainsi le patin instrumenté permettra, par le biais de ces capteurs, de surveiller pendant le glissement les efforts déployés spécifiquement par chacun des  $N$  micro-contacts possibles.

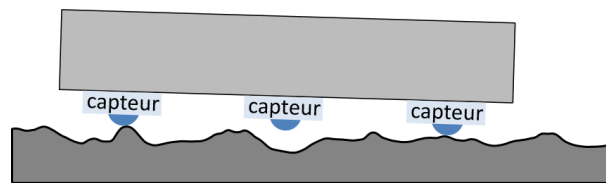


FIGURE 1.1 – Schéma de principe du patin instrumenté (dessus), glissant sur une surface rugueuse (dessous). La surface du patin est équipée avec des aspérités modèles (hémisphères bleues). La force sur chacune est mesurée par un capteur de force dédié (capteur).



## 1.3 Quelle technologie de capteur utiliser pour ce patin instrumenté ?

### 1.3.1 Pré-requis du capteur

L'instrument de mesure que j'entends développer est spécifique à la mesure de forces à l'interface d'un contact glissant. Les capteurs intégrés au patin instrumenté doivent donc répondre aux particularités de ces forces. Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre (1.1) que la topographie des surfaces antagonistes avait un rôle fondamental dans la répartition du champ de forces. Il faut s'assurer que le capteur utilisé pour la mesure d'effort est suffisamment rigide pour ne pas modifier l'altitude de son aspérité modèle et donc, ne pas engendrer de modification dans la topographie pendant le glissement. Par ailleurs, la courte durée attendue des micro-impacts, généralement plus courte qu'une milliseconde [36], nécessite une large bande passante de mesure pour être résolue dans le temps.

### 1.3.2 Des céramiques piézoélectriques

En considérant ces particularités de la mesure de forces dans le cadre de mon étude, mon choix s'est porté sur des céramiques piézoélectriques. En effet, Gautschi [59] énonce les propriétés des capteurs piézoélectriques dont notamment une très haute rigidité (avec un module élastique généralement autour de 100 GPa dans la direction privilégiée) et de hautes fréquences naturelles (autour de 500 kHz). À cela, s'ajoutent une très grande étendue de mesure (ordre de grandeur de  $10^8$  entre la valeur de seuil et la portée de la mesure) et de bonnes propriétés de sensibilité, de stabilité et de reproductibilité.

Un matériau est piézoélectrique si l'application d'une contrainte mécanique entraîne la polarisation proportionnelle du matériau. À l'inverse, l'application d'un champ électrique génère une déformation proportionnelle. Lorsque la contrainte ou le champ électrique appliqué est nul ou change de signe, la polarisation ou la déformation aussi. Dans ces matériaux, les propriétés élastiques sont couplées aux propriétés électriques par les équations suivantes [60] :

$$D = dT + \varepsilon^T \mathcal{E}, \quad (1.1)$$

où  $D$  est l'induction électrique (en  $Cm^{-2}$ ),  $d$  est la matrice des constantes piézoélectriques (en  $CN^{-1}$  ou  $mV^{-1}$ ),  $T$  est la contrainte (en  $Nm^{-2}$ ),  $\varepsilon^T$  est la matrice des permittivités (en  $Fm^{-1}$ ) et  $\mathcal{E}$  est le champ électrique appliqué (en  $Vm^{-1}$ ), et :

$$S = s^E T + d^t \mathcal{E}, \quad (1.2)$$

où  $S$  est la déformation élastique relative,  $s^E$  est la matrice des souplesses (en  $m^2N^{-1}$ ) et  $d^t$  est la transposée de  $d$ .

Ces propriétés sont dues à la répartition des ions dans les mailles cristallines composant ces matériaux, qui engendrent lors de la déformation des mailles un décalage du centre des charges positives de celui des charges négatives.

Il existe plusieurs sortes de matériaux piézoélectriques utilisés pour créer des capteurs : certains cristaux, comme le quartz ou la tourmaline, et les céramiques piézoélectriques. La sensibilité du capteur dépend des propriétés du matériau. En effet, plus un matériau a un fort coefficient de couplage électromécanique, meilleure est la sensibilité du capteur. Mon choix pour équiper le patin instrumenté s'est porté sur les céramiques piézoélectriques dont la mise en forme est plus aisée (permettant ainsi de réaliser des capteurs de formes et tailles diverses) tout en présentant des coefficients de couplage pouvant surpasser ceux du quartz [59].

Pour utiliser les céramiques piézoélectriques en tant que capteur, il est important de prendre en compte la diaphonie entre les directions contraintes du matériau. En effet, ces céramiques sont sensibles aux déformations dans toutes les directions mais avec un coefficient de couplage variant suivant la direction [59]. Pour obtenir des mesures fiables et aisément interprétables, la conception de la structure du patin a pour fonction de ne transmettre au capteur que des efforts suivant une direction. Les céramiques étant particulièrement fragiles sous une sollicitation en cisaillement [61], la direction privilégiée pour la transmission des efforts est normale au capteur.

Un avantage supplémentaire concernant le choix des capteurs piézoélectriques, au delà de cette thèse, est la possibilité de les utiliser en tant qu'actionneurs. Il pourrait être envisagé d'influer sur les vibrations ou le frottement en cours de glissement, avec des impulsions électriques qui permettraient de modifier la position des aspérités du patin. De nombreuses recherches cumulent d'ores et déjà l'utilisation des piézoélectriques à la fois comme actionneurs et capteurs. Cette double fonctionnalité est déjà utilisée pour le contrôle actif de structures mécaniques. Par exemple, dans le cas du contrôle actif appliqué à une poutre, on peut citer les travaux de [62] dont le but est de contrôler les vibrations d'une portion de poutre grâce à des patchs piézoélectriques placés en dehors de cette zone ou encore ceux de Maruani *et al.* [63], dont le matériau même de la poutre (en combinant aluminium et céramique piézoélectrique) rend possible le contrôle actif.

La réalisation et la caractérisation du patin instrumenté, incluant les capteurs piézoélectriques, occupent une grande partie du manuscrit.

## 1.4 Quels sont les enjeux de compréhension d'un tel système ?

### 1.4.1 Une validation au travers d'essais tribologiques

Le premier enjeu concernant le patin instrumenté est la confirmation de son intérêt. En effet celui-ci se voulant être une innovation dans la mesure d'efforts locaux appliqués aux micro-contacts, il n'est pas possible de comparer les mesures réalisées à celles d'un autre dispositif dûment éprouvé. Par conséquent la validation de l'intérêt de ce nouvel instrument de mesure ne peut venir que d'essais tribologiques et de leur analyse.

### 1.4.2 Une dynamique spatio-temporelle complexe

À partir des connaissances du contact glissant sec faiblement chargé entre surfaces rugueuses évoquées dans la partie 1.1, il est attendu que la dynamique spatio-temporelle entre les deux solides soit complexe. Donc par extension, les signaux mesurés sont eux aussi complexes. À titre de comparaison, les travaux de Meziane [64] concernaient l'étude dynamique de deux poutres en contact ponctuel animées d'un mouvement relatif. Ces travaux établissaient, pour ce seul point de contact, une dynamique déjà complexe entraînant successivement des phénomènes de sprag-slip, de décollement, d'adhérence et de glissement. Dès lors, il est probable que les  $N$  points de contact du patin rendent sa dynamique d'autant plus compliquée.

### 1.4.3 À l'origine de ces complexités :

#### 1.4.3.1 La rugosité aléatoire

La rugosité des surfaces composant l'interface de glissement est une première source de complexité. En effet, celle-ci est caractérisée dans le cas des applications industrielles par divers paramètres dont les plus communs sont la rugosité arithmétique  $R_a$ , la rugosité quadratique moyenne  $R_q$ , le skewness ou coefficient d'asymétrie  $R_{sk}$ , qui caractérise l'asymétrie de la distribution des écarts à la moyenne, et le Kurtosis ou coefficient d'aplatissement  $R_{ku}$ . Cependant ces coefficients ne suffisent pas à caractériser complètement une surface. Une solution adoptée par Gadelmawla *et al* [65] pour rendre plus précise la description de surface est d'augmenter le nombre de paramètres pris en compte, ainsi il propose la définition de 59 paramètres différents pour caractériser une surface. Un autre point de vue est adopté dans [66], où l'objectif est de se défaire des biais engendrés par le choix de la taille de la surface balayée et de la résolution pour la mesure de la topogra-

phie, en se focalisant sur l'analyse spectrale de la surface. En effet, la densité spectrale de puissance (DSP) permet d'apporter des informations statistiques complètes sur les longueurs d'onde présentes dans la topographie. Une dernière approche consiste à considérer que la plupart des surfaces naturelles ou à application industrielle sont fractales ou auto-similaires [67, 68]. Cela signifie que peu importe l'échelle à laquelle est observée la surface, depuis l'échelle atomique jusqu'à celle de l'objet étudié, les propriétés de rugosité sont analogues. Ces surfaces sont alors caractérisées à partir de leur DSP et de leur dimension fractale. Cependant avec la définition de surface fractale on perd la notion d'aspérité bien définie (chaque aspérité étant elle-même couverte d'aspérités), ce qui rend les interactions entre surfaces plus difficiles à décrire.

#### 1.4.3.2 L'interaction non triviale entre deux surfaces rugueuses

En imposant un glissement entre deux surfaces complexes, on introduit une nouvelle source de complexité. En supposant un chargement normal négligeable qui ne déforme pas les aspérités, la mise en glissement engendre un mouvement normal entre les surfaces permettant aux aspérités de la première surface de passer au dessus de celles de la surface antagoniste. Ponthus *et al.* [28] s'est intéressé récemment à ce mouvement normal. Négligeant les différentes rotations (les plans moyens des deux surfaces restent en tout temps parallèles) et prenant en compte le premier point de contact uniquement, le mouvement normal est caractérisé par une distance  $d_0$  entre les plans moyens. Dans ce cas simple, l'expression de  $d_0$  en fonction des topographies de surface est un problème de filtrage géométrique complexe et non-linéaire. Dans le cas réel, qui demande 3 points de contact pour que le patin soit stable, il faut aussi prendre en compte les rotations, ce qui complique d'autant l'analyse du problème.

#### 1.4.3.3 Des lois de frottement locales difficilement accessibles

Pour interpréter le comportement macroscopique d'une interface de contact, de nombreuses études se basent sur des modèles d'aspérités. Ceux-ci décrivent le fait que l'interaction entre les solides se fait via un grand nombre de micro-contacts séparés, portant chacun une part du chargement extérieur. Ces micro-contacts ont des caractéristiques individuelles propres dont la distribution est statistique (hauteur, rayon de courbure,...). La réponse collective de toutes ces aspérités permet en principe d'obtenir la réponse macroscopique. Ce passage d'échelle a été assez largement exploré et est assez bien compris pour des contacts sous force purement normale [69, 70], avec en particulier des avancées pour prendre en compte les interactions élastiques entre micro-contacts voisins [71, 72].

Les approches analogues en ce qui concerne le comportement tangentiel et les efforts

de frottement sont beaucoup plus rares. Une des raisons est que les lois de frottement locales caractérisant les micro-contacts individuels, qui seraient les entrées d'un modèle d'aspérités, sont bien plus complexes que les lois décrivant le contact normal. Elle dépendent notamment de l'âge du contact, de la vitesse de glissement, de la température, de l'humidité,... Et même lorsque de telles lois sont disponibles pour un système donné, les modèles d'aspérités indépendantes n'ont, jusqu'alors, pas donné de résultats satisfaisants en ce qui concerne le frottement [73]. On comprend ainsi que (i) prédire les lois de frottement locales ou (ii) interpréter des mesures de force tangentielle locales restent aujourd'hui des points de difficulté importants.

## 1.5 Comment contourner ces difficultés ?

Pour dépasser l'ensemble des complexités énoncées et concevoir, réaliser et valider le patin instrumenté décrit au 1.2.2, je vais mettre en place les trois éléments de stratégie suivants :

### 1.5.1 Débuter avec des topographies simples

La première stratégie a pour objectif de simplifier de manière drastique la dynamique lors des premières mesures de glissement réalisées avec le patin. Pour ce faire, la surface sur laquelle glisse le patin est composée d'obstacles grossiers comme des bosses et des creux permettant de forcer brutalement la perte ou la prise de contact d'une ou plusieurs aspérités du patin. Cela permet de connaître la réponse du patin à des événements élémentaires simples, en vue de confirmer qu'il permet bien de localiser les efforts et de mesurer leur amplitude.

### 1.5.2 Se limiter aux efforts normaux

Les forces de micro-impact sont généralement de direction aléatoire par rapport à l'interface de glissement. En effet, le plan de chaque micro-contact peut très bien être différent du plan moyen de l'interface de contact macroscopique. De plus, chaque micro-contact est soumis non seulement aux forces de répulsion pour éviter l'interpénétration des solides (dont la direction est normale au plan tangent de contact), mais aussi aux forces de frottement agissant le long du plan tangent de contact local. Dans l'idéal, il faudrait pouvoir accéder aux trois composantes des forces de micro-contact, ce qui nécessiterait trois capteurs co-localisés associés à chaque aspérité modèle à la surface du patin. Ainsi une seconde stratégie pour ce travail de thèse est de ne mesurer que la projection des

forces de micro-impact sur la normale au plan moyen du patin en n'utilisant qu'un seul capteur par aspérité. Cela permet en outre de différer le moment de se confronter aux difficultés associées aux lois de frottement locales, évoquées au 1.4.3.3.

### 1.5.3 Modéliser l'interaction entre le patin et la piste

La dernière stratégie est d'accompagner la mesure des signaux du patin par une modélisation de l'interaction entre le patin et la piste. En effet, étant données les nombreuses difficultés énoncées au 1.4, l'interprétation des signaux de mesure en glissement risque de ne pas être triviale, le modèle permettra de l'éclairer. Pour ce faire, plusieurs méthodes sont envisageables. En 2016, M.H. Müser proposa un concours de modélisation du contact entre surfaces rugueuses. Les modélisations issues de ce concours montrèrent une grande diversité, avec, en plus des modèles numériques de type "force brute", des modèles basés sur les interactions entre aspérités [74], l'expérimental [75] ou sur des simulations de dynamique à l'échelle de l'atome (dynamique moléculaire) [76]. Les réponses apportées firent l'objet d'un comparatif en terme d'efficacité, de précision et de polyvalence de la méthode [70]. D'après cette comparaison, l'ensemble des modèles donnèrent des résultats valables. Cependant aucune méthode ne se basait sur le calcul par éléments finis, en effet, cette méthode donne de bons résultats mais manque d'efficacité.

Dans ce contexte, l'approche que j'ai suivie pour la modélisation se base sur un modèle multi-aspérités qui permet d'obtenir de bons résultats sans demander d'importantes ressources de calcul. Nous avons vu à la section 1.4 les phénomènes qui rendent l'interaction glissante entre deux solides complexe, je vais donc avoir recours à plusieurs outils connus pour mettre en place ce modèle de contact multi-aspérités.

#### 1.5.3.1 Description du contact aspérité-aspérité

Je base la description des micro-contacts individuels sur le modèle classique de Hertz, qui est détaillé dans l'annexe A.1. Il considère le contact purement normal entre deux solides linéaires élastiques lisses et de géométrie non-conforme. Le contact est supposé très petit devant les autres dimensions des solides, et on néglige tout frottement interfacial. Dans ces conditions, l'expression de la force normale  $F_H$  en fonction du rapprochement  $\delta$ , donnée par Hertz, est la suivante :

$$F_H = \underbrace{\frac{4}{3}\sqrt{R^*}E^*}_{\mathfrak{K}} \delta^{\frac{3}{2}}, \quad (1.3)$$

où  $R^*$  et  $E^*$  sont le rayon et le module équivalents au contact et s'expriment en fonction des rayons ( $R_1$  et  $R_2$ ), modules ( $E_1$  et  $E_2$ ) et coefficients de Poisson ( $\nu_1$  et  $\nu_2$ ) des deux solides (1 et 2) :  $\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  et  $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$ .

Une des limitations de la théorie de Hertz est qu'elle ne prend en compte aucun effet dynamique, elle sera valable dans le cas où le rapprochement des solides est quasi-statique. Dans le cas contraire, il faut prendre en compte l'onde de déformation qui va se propager dans les deux solides et engendrer une dissipation d'énergie. Plusieurs modèles ajoutent un amortissement au contact de Hertz pour prendre en compte cette dissipation. La force de contact  $F_N$  s'écrit, lorsqu'il y a contact effectif, comme une combinaison du chargement prédit par Hertz,  $F_H$ , et d'une force d'amortissement,  $F_D$  :

$$F_N = F_H + F_D, \quad (1.4)$$

$$= \mathfrak{K}\delta^{\frac{3}{2}} + D\dot{\delta}, \quad (1.5)$$

$D$  est le paramètre d'amortissement supplémentaire qui, selon les modèles, peut être un scalaire, donnant une force d'amortissement linéaire par rapport à la vitesse de rapprochement, ou dépendre d'autres variables, donnant une force non linéaire. L'expression de ce paramètre est déterminée dans le chapitre 3.

### 1.5.3.2 Mise en place d'un modèle multi-aspérités

Pour passer d'un modèle concernant une seule aspérité à un modèle d'interface rugueuse, je vais développer un modèle du type modèle multi-aspérités. Il s'agit d'une classe de modèles dans laquelle une surface rugueuse est décrite comme une collection d'aspérités individuelles, ayant chacune ses paramètres géométriques et matériau, issus de lois de distributions statistiques. L'archétype de ce type de modèle est le modèle de Greenwood & Williamson [69], présenté brièvement à l'annexe A.2. Il décrit chaque aspérité comme une sphère dont la réponse en contact suit le modèle de Hertz. Les  $N_s$  sphères sont supposées indépendantes, toutes de même rayon de courbure et les altitudes des sommets suivent une loi de répartition statistique  $\Phi(z)$ . La force et l'aire de contact réelle macroscopiques sont obtenues par simple somme sur tous les micro-contacts présents à l'interface.

Du modèle de Greenwood & Williamson, je reprends la description des aspérités par des sphères et la sommation des forces et des aires de contact. Par contre, les aspérités ne sont pas indépendantes, mais rigidement liées entre elles pour décrire la structure géométrique du patin. Ainsi, le modèle développé prend en compte des degrés de liberté pour les mouvements de corps rigide du patin (dont la prise en compte est importante pour caractériser la dynamique du glissement [77]). Pour incorporer de la dissipation, il

inclut en outre un amortissement dans le calcul des forces de contact. La mise en place de ce modèle fait l'objet du chapitre 3.

## 1.6 Conclusion

Ce travail de thèse se construit autour du contact glissant, sec et faiblement chargé de surfaces rugueuses. Ce type de contact est généralement caractérisé par une multitude de micro-contacts formés au niveau des aspérités antagonistes. Au cours du glissement les micro-contacts se séparent lorsque les aspérités s'éloignent et se reforment entre d'autres aspérités. En augmentant la vitesse de glissement, ces micro-contacts deviennent des micro-impacts. Ceux-ci engendrent de fortes variations de force à l'interface, ce qui déclenche ensuite la propagation de vibrations à l'ensemble de la structure et dans le milieu environnant. Pour mieux caractériser ces vibrations, il est intéressant d'accéder aux composantes de ces forces au cours du glissement. Cette thèse se propose de réaliser un instrument de mesure des forces de micro-contacts. Cet instrument sera composé d'un nombre discret d'aspérités, chacune ayant son propre capteur mesurant la force de contact à son sommet. La discrétisation des aspérités du patin permet de localiser sur l'interface les micro-impacts dont la force est mesurée. La description de la dynamique de ce type de contact est particulièrement complexe, ainsi un modèle dynamique multi-aspérités est apporté pour accompagner les signaux de mesure.

Le deuxième chapitre de la thèse commence par la description du principe du patin instrumenté, de ses pré-requis et de sa géométrie. Il se poursuit avec la description de l'analyse statique et dynamique du patin par une modélisation par éléments finis. Ce chapitre se termine sur la réalisation du patin et sa calibration expérimentale. Le troisième chapitre de la thèse décrit la mise en place d'un modèle numérique de contact multi-aspérités. Ce modèle a pour objectif de prédire les forces de contact entre deux solides ayant un nombre discret d'aspérités. Il est notamment utilisé pour accompagner la lecture des signaux issus du patin instrumenté. Le quatrième chapitre fait état des premières expériences de mise en glissement du patin instrumenté sur une piste portant une topographie simple et bien connue. Il permet de valider expérimentalement la pertinence tribologique des signaux mesurés via le patin.





# Chapitre 2

## Patin instrumenté : Description, conception et calibration

L'objectif de ce travail est de concevoir un instrument de mesure qui puisse être utile à la compréhension des phénomènes mécaniques à l'origine du bruit de contact et de rugosité. Ce chapitre présente les différentes étapes de conception. Il introduit le principe de fonctionnement du patin instrumenté puis sa géométrie. Il détaille les calculs par éléments finis qui ont permis de valider cette géométrie. Enfin, il se termine sur la réalisation du patin et sa calibration.

### 2.1 Description de principe du patin instrumenté

#### 2.1.1 Principe général et pré-requis de la réalisation

Je cherche à construire un patin instrumenté, qui permettrait de mieux appréhender ce qu'il se passe à l'interface de glissement entre deux surfaces métalliques rugueuses sous faible charge. Nous avons vu à la section 1.1 du chapitre précédent, que pour ces interfaces de contact, les interactions sont surtout géométriques et entraînent un déplacement normal à la surface de contact. En augmentant la vitesse de glissement, ces interactions sont une suite de micro-impacts entre aspérités antagonistes dont la durée est généralement inférieure à une milliseconde (section 1.1.4). Pour mesurer ces courtes durées d'impact, les capteurs choisis pour le patin sont des éléments piézoélectriques (section 1.3.2). Par ailleurs, pour simplifier la localisation des micro-impacts, la surface du patin est équipée d'aspérités modèles, chacune ayant son capteur de force dédié, représentées Fig. 1.1. Connaissant la diaphonie suivant la direction de sollicitation des céramiques piézoélectriques et leur plus grande fragilité en cisaillement (section 1.3.2), la mesure des forces

par le patin se borne à la composante normale à l'interface de glissement (section 1.5.2). Ainsi, une grande partie de la conception choisie sera justifiée par la nécessité d'exposer les éléments piézoélectriques uniquement à des forces normales. Dans la pratique, différentes options de conception ont été testées et chacune a été évaluée à l'aide d'un modèle éléments finis (EF) du patin instrumenté complet (sous-partie 2.2). La conception finale a donc été sélectionnée après une procédure d'essais et d'erreurs assistée par calcul EF.

### 2.1.2 Choix des capteurs piézoélectriques

Nous avons vu dans le paragraphe 1.3.2 du chapitre précédent que les capteurs piézoélectriques conviennent bien au type de mesure que je souhaite réaliser. Il reste à déterminer quel matériau sera le plus adapté à ces mesures au sein de la famille des céramiques piézoélectriques. Actuellement, la majorité des composants piézoélectriques sont réalisés en céramique ferroélectrique à base de plomb comme les zircono-titanates de plomb (PZT) [78], de formule chimique  $Pb(Zr_{1-x}Ti_x)O_3$ . La famille des PZT peut être divisée en deux sous-familles : les céramiques dites "dures" et les "molles". Les premières ont des caractéristiques correspondant plutôt à un usage d'actionneur et les secondes à un usage de mesure [79]. Et plus particulièrement, parmi ces céramiques dites "molles", mon choix se porte sur le PZ27 (dont les caractéristiques sont détaillées dans [80]) qui cumule une haute constante diélectrique relative ( $K_{33}^T = 1800$  à 1 kHz), des coefficients de charge élevés ( $d_{33} = 425$  pC/N) et des coefficients de couplage électromécanique élevés ( $k_{33} = 0.70$ ), ce qui va permettre d'améliorer la précision de la mesure.

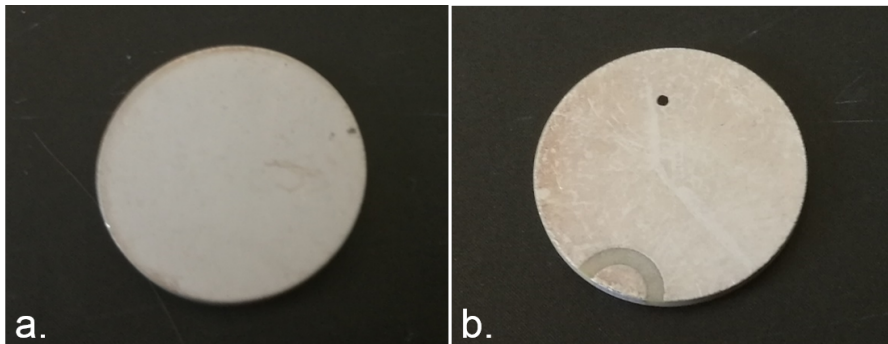


FIGURE 2.1 – Photographie des deux faces d'une céramique piézoélectrique. a. Vue de la face entièrement occupée par une électrode dont une excroissance est repliée sur la face opposée. b. Vue de la face opposée occupée principalement par la seconde électrode sauf en bas à gauche où on peut voir un arc de cercle non conducteur qui délimite la zone où l'excroissance de l'électrode de la première face est repliée.

Parmi les formes et les dimensions disponibles pour un capteur en PZ27, les disques choisis sont de diamètre 15 mm et d'épaisseur 1 mm. Ces disques sont pourvus d'élec-

trodes sur les deux faces opposées. L'une des électrodes (celle de la face photographiée en Fig. 2.1.a où toute la face est occupée par une seule électrode) forme une excroissance qui est repliée sur la face opposée (photographiée en Fig. 2.1.b où, en bas à gauche, on voit l'arc de cercle non conducteur qui délimite le morceau d'électrode replié). De cette manière, l'encombrement dû à la soudure des fils est limitée à une seule des faces du capteur.

## 2.1.3 Géométrie du patin

### 2.1.3.1 Les géométries envisagées

Une fois définies les caractéristiques principales de l'instrument de mesure ainsi que le choix des capteurs arrêté, il reste à étudier les différentes géométries permettant de mettre en œuvre le patin. Différentes possibilités sont envisagées ayant toutes pour base commune :

- une base en forme de pavé, sur laquelle est disposé un réseau de  $3 \times 3$  capteurs,
- une plaque supérieure permettant de disposer  $3 \times 3$  aspérités modèles à l'aplomb des capteurs précédemment cités,
- une pièce avec un sommet hémisphérique au dessus de chaque capteur, en contact unilatéral avec la plaque supérieure.

Le système de liaison entre la base et la plaque supérieure varie d'une géométrie à l'autre. En effet, ce système doit permettre de transmettre la quasi-totalité des efforts normaux aux capteurs, tout en permettant de leur appliquer une précontrainte, et écranter en grande partie les efforts transversaux. De plus, les efforts normaux doivent être transférés au maximum sur le capteur le plus proche de leur point d'application de manière à localiser le contact. J'ai cherché à obtenir d'une part, un compromis entre rigidité et souplesse normales pour assurer à la fois un bon transfert des efforts et la précontrainte des capteurs, et d'autre part, une grande rigidité latérale, pour n'exposer les capteurs qu'à des efforts normaux, en imaginant les solutions suivantes :

- Système 1 ("plots et lamelles", illustré figure 2.2) : il se compose de 32 plots dont 4 rangées de 4 plots alignés les uns derrière les autres, intégrés à la plaque supérieure, et 4 rangées de 4 plots intégrés à la base. Lorsque les deux pièces sont mises en position, les plots de la plaque sont décalés par rapport à ceux de la base ce qui permet de les unir deux par deux par une lamelle rectangulaire de faible épaisseur. Si l'épaisseur cumulée des lamelles et des plots est plus faible que la hauteur du sommet de l'hémisphère, le montage entraîne une légère flexion des lamelles qui permet d'appliquer une précontrainte sur les pastilles piézoélectriques.
- Système 2 ("bâti latéral et ressorts", illustré figure 2.3) : la base remonte sur un côté

(excroissance) pour rejoindre la plaque supérieure qui est fixée directement à cet endroit. Un écart de hauteur entre les sommets de l'excroissance et des hémisphères entraîne une légère flexion de la plaque supérieure qui induit une précontrainte. Des ressorts sont ajoutés entre la base et la plaque supérieure pour assurer une précontrainte sur tous les capteurs. Ils sont répartis en 4 rangées de 4 ressorts et forment 4 par 4 des carrés autour de chacun des capteurs.

- Système 3 ("plots et plaque flexible", illustré figure 2.4) : il se compose de 16 plots dont 8 intégrés à la plaque supérieure et 8 à la base, disposés en décalé lorsque les deux pièces sont mises en position. Ils sont tous fixés de part et d'autre d'une plaque flexible faisant office de ressort. Celle-ci est trouée pour laisser passer les pièces hémisphériques. Si l'épaisseur cumulée de la plaque flexible et des plots est plus faible que la hauteur du sommet de l'hémisphère, le montage entraîne une légère flexion de la plaque, ce qui permet d'appliquer la précontrainte.

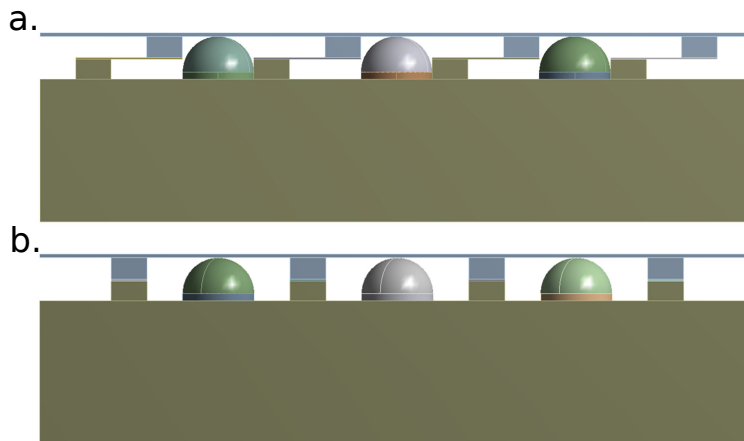


FIGURE 2.2 – Illustration de la géométrie correspondant au système 1. 16 plots sont ajoutés à la base (4 rangées de 4 plots alignés les uns derrière les autres), 16 à la plaque supérieure (4 rangées de 4 plots alignés) et des lamelles liées chacune à un plot de la plaque et un plot de la base. a. Vue de profil b. Vue de face.

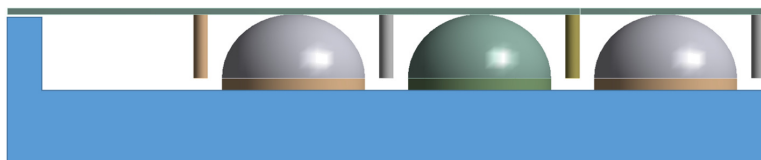


FIGURE 2.3 – Illustration de la géométrie correspondant au système 2. À gauche, la base du patin possède une excroissance sur laquelle est fixée la plaque supérieure. Les 4 cylindres visibles (3 autres cylindres se cachent derrière chacun d'entre eux) entre les capteurs sont les ressorts liant la plaque supérieure à la base. Ils sont représentés au repos ce qui explique l'écart entre leur extrémité basse et la base.

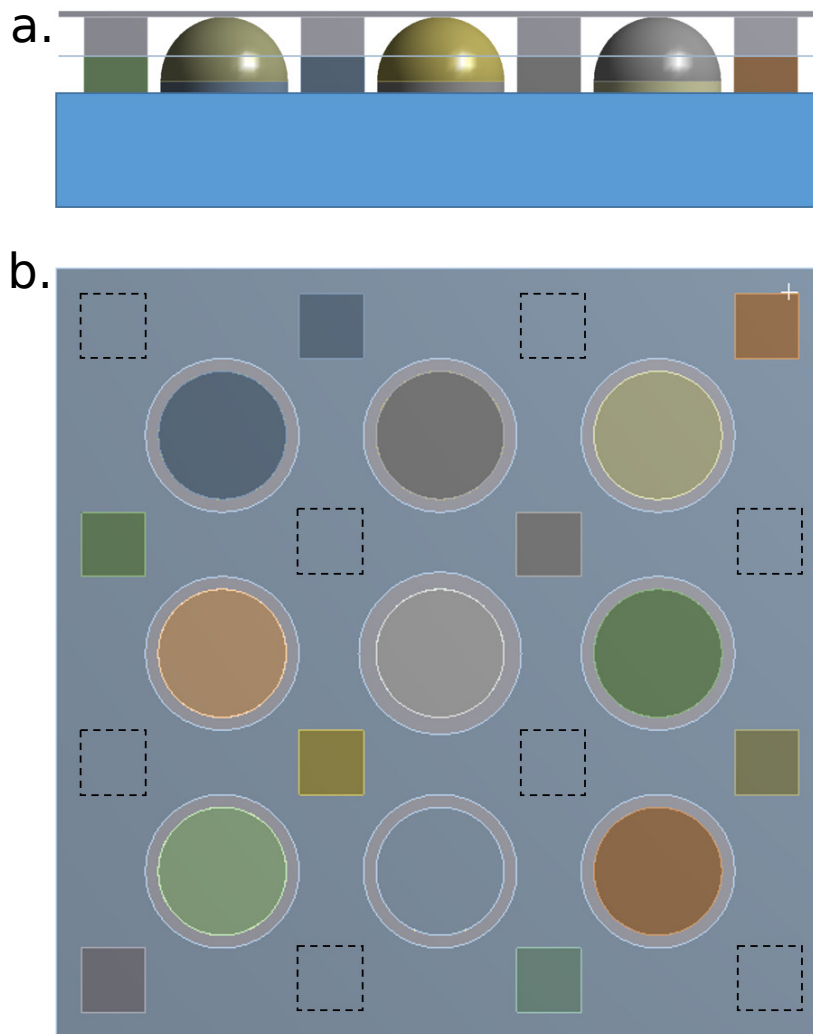


FIGURE 2.4 – Illustration de la géométrie correspondant au système 3. 16 plots (4 rangées de 4 plots) sont fixés en quinconce entre les capteurs, alternativement à la base et à la plaque supérieure. Tous sont liés à la plaque intermédiaire (plaque flexible), trouée pour laisser passer les capteurs. a. Vue de face b. Vue de dessous sans la base permettant de voir le positionnement des plots de la base (carrés pleins colorés) et de situer par les carrés pointillés la position de ceux de la plaque supérieure.

Pour chacune de ces trois géométries, j'ai réalisé un modèle EF permettant de décrire la géométrie en question. Ces modèles simples m'ont permis de déterminer la géométrie qui permettait d'obtenir des capacités de localisation des efforts de contact qui soient les plus similaires parmi les 9 capteurs du réseau. Le système 2 ("bâti latéral et ressorts") a rapidement été abandonné car l'asymétrie gauche-droite du montage offre des capacités de localisation trop variables d'un capteur à l'autre suivant sa proximité avec le côté où la plaque supérieure est fixée (gauche). Les systèmes 1 ("plots et lamelles") et 3 ("plots et plaque flexible") offrent les mêmes capacités de localisation. Les 2 systèmes ont été

départagés en faveur du système 3 plus robuste que le système 1. En effet, le système plots et lamelles est dissymétrique au niveau de chaque lamelle : elles vont offrir une grande rigidité transverse quand les efforts transversaux vont vers la droite d'après la figure 2.2.a. En revanche, si les efforts transversaux sont orientés vers la gauche, les lamelles risquent de flamber, provoquant un soulèvement de la plaque supérieure. Le système "plots et plaque flexible" permet d'éviter ce problème avec des points d'attache répétés en haut et en bas suivant toutes les directions. Un modèle EF plus détaillé a été réalisé pour la géométrie choisie (système 3), il sera présenté en 2.2 pour caractériser finement le comportement statique et dynamique de cette géométrie.

### 2.1.3.2 Description complète de la géométrie retenue

La figure 2.5 présente la mise en plan et une vue éclatée de toutes les pièces mécaniques constituant le patin instrumenté. Les capteurs (label n° 2 sur l'éclaté) sont neuf éléments en forme de disque (15 mm de diamètre, 1 mm d'épaisseur) d'une céramique piézoélectrique (PZ27, Ferroperm F1270508) avec les électrodes sur les surfaces planes. Ils sont positionnés à la surface d'une base épaisse en aluminium (n° 1). Sur chacun d'eux est ensuite collée une pièce de raccord (n° 3) ayant une base cylindrique de même diamètre que l'élément piézoélectrique, surmontée d'un corps cylindrique de plus petit diamètre, lui-même terminé par une calotte sphérique (rayon de courbure 7.5 mm).

La surface supérieure du patin est une plaque d'acier d'épaisseur 0.5 mm (n° 8). Elle est appuyée sur les neuf calottes sphériques (n° 3) à l'aide d'une plaque flexible en acier plus fine (0.25 mm d'épaisseur) (n° 6) comportant neuf trous au travers desquels les calottes sphériques peuvent passer et entrer en contact avec la plaque supérieure. La plaque flexible est d'abord montée sur la base (n° 1) grâce à huit vis longues (n° 7), chacune passant à travers une entretoise cylindrique (n° 4). La plaque supérieure est ensuite fixée à la plaque flexible avec huit vis courtes (n° 5) vissées dans huit cylindres filetés assemblés sur la face inférieure de la plaque supérieure. Ces vis peuvent être actionnées à partir de la face inférieure de la base, à travers huit trous traversants dédiés.

La plaque flexible joue deux rôles cruciaux. Premièrement, sa rigidité en flexion relativement faible est utilisée pour tirer la plaque supérieure en contact avec les neuf calottes sphériques. En pratique, la conception de la figure 2.5 comprend un jeu initial de  $300 \mu\text{m}$  entre la plaque flexible et les cylindres filetés fixés à la plaque supérieure. Ainsi, en visant les huit vis courtes (n° 5), une précontrainte peut être appliquée et ajustée sur chaque calotte sphérique. La précontrainte est choisie suffisamment grande pour que le contact entre les chapeaux sphériques et la plaque supérieure ne soit jamais perdu, même dans le cas de charges négatives transitoires, par exemple lors de vibrations potentielles des

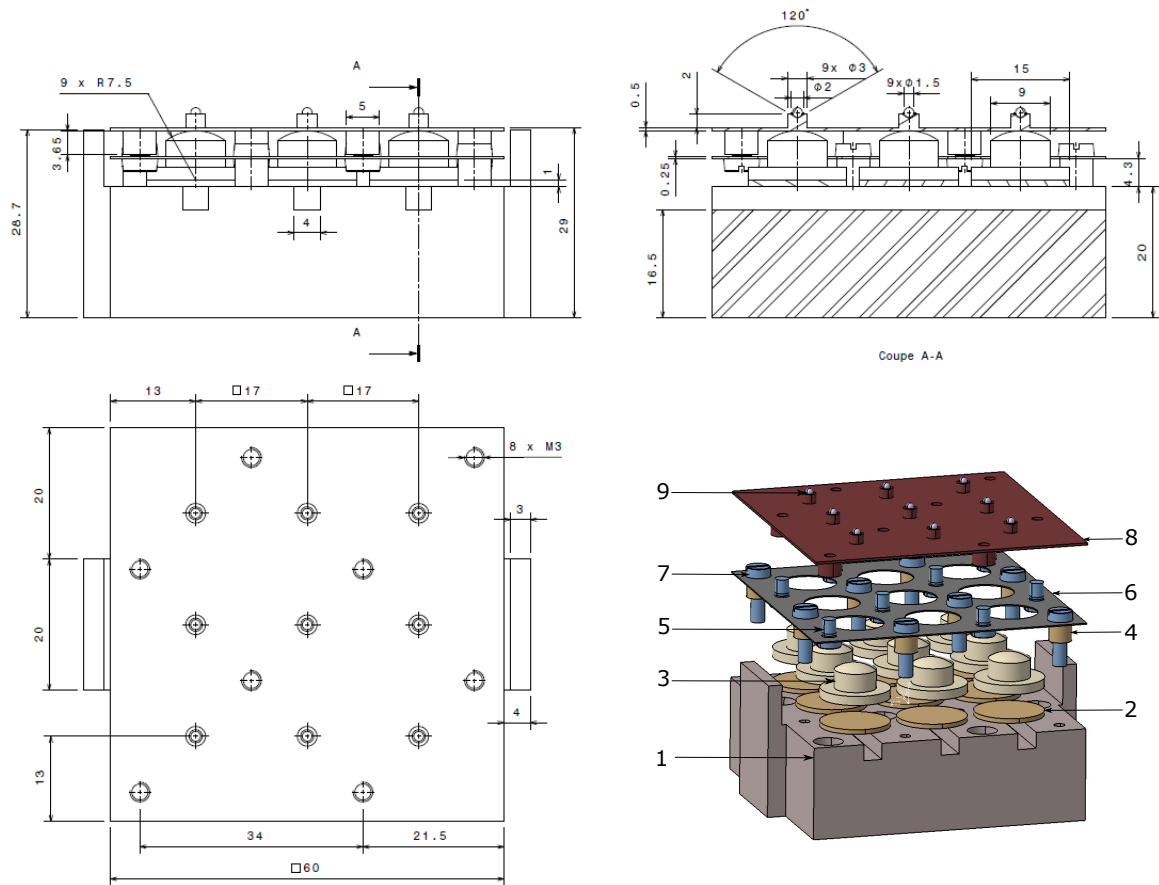


FIGURE 2.5 – Mise en plan et principales dimensions du patin suivant la norme ISO 2768mK [81] (une mise en plan exhaustive, comprenant chaque pièce individuellement est disponible en annexe B). En bas à droite : Vue 3D éclatée des différentes pièces mécaniques constituant le patin instrumenté. 1 : Base en aluminium. 2 : Élément piézoélectrique. 3 : Pièce en aluminium à calotte sphérique. 4 : Entretoise cylindrique en acier. 5 : Vis M3 (4 mm de long). 6 : Plaque flexible percée en acier. 7 : Vis M3 (10 mm de long). 8 : Plaque supérieure en acier, comportant 8 cylindres creux filetés sur sa partie inférieure et 9 supports de sphère sur sa partie supérieure. 9 : Aspérité modèle.

plaques supérieure et/ou flexible. À noter que la géométrie sphère/plan du contact impose un emplacement bien défini de l'effort normal sur la pièce de raccord, ce qui, pour une charge normale pure appliquée par la plaque supérieure, élimine tout couple sur la surface de l'élément piézoélectrique. Deuxièmement, la grande rigidité dans le plan de la plaque flexible empêche essentiellement tout mouvement latéral de la plaque supérieure par rapport aux calottes sphériques, et ce même dans le cas où une charge de cisaillement significative serait appliquée à la plaque supérieure. La plaque flexible est donc l'élément de conception principal garantissant que les capteurs piézoélectriques sont exposés à des stimuli presque purement normaux.

La surface supérieure de la plaque supérieure comporte en outre neuf cylindres soudés



par points avec un trou conique supérieur, dans lesquels des aspérités modèles peuvent être fixées à l’aplomb de chacun des capteurs. La base comporte également deux bras latéraux permettant de pousser le patin lors des expériences tribologiques (voir la section 4.1.1). Les rainures sur la surface supérieure de l’embase servent à loger les câbles soudés aux neuf capteurs piézoélectriques, comme décrit plus en détail dans la section 2.3.

## 2.2 Modélisation par éléments finis (EF)

Dans cette partie sont présentés les résultats obtenus à l’aide d’un modèle éléments finis du patin instrumenté. La modélisation permet de caractériser plus finement que dans la partie précédente le comportement de la géométrie finale du patin. Avec des analyses statiques, j’établis un tableau prévisionnel de la réponse des différents capteurs à des sollicitations aux sommets des aspérités et valide ses capacités de localisation. Je vérifie aussi que la structure autour des capteurs permet de les protéger du cisaillement qui pourrait les endommager. En étudiant son comportement dynamique, la plage de fréquences de fonctionnement du patin sera déterminée. L’ensemble des résultats présentés ici est issu de modélisations réalisées avec le logiciel de calcul par éléments finis Ansys® Academic Research Mechanical, versions 17.1 et 19.2.

### 2.2.1 Description du modèle

Cette section décrit le modèle créé pour représenter le patin instrumenté. Je détaille la géométrie et les propriétés matériaux utilisées, présente le maillage utilisé et le travail de convergence réalisé pour y parvenir et définis les conditions de contact mises en place entre les différents éléments.

#### 2.2.1.1 Géométrie et propriétés des matériaux

Le modèle en éléments finis se base sur la géométrie (cf. figure 2.5) et les matériaux présentés en 2.1.3. Le patin est composé de :

- 1 base en aluminium (n° 1)
- 9 disques piézoélectriques en PZ27 (n° 2)
- 9 pièces en aluminium à calotte hémisphérique (n° 3)
- 8 entretoises en acier (n° 4)
- 8 vis M3 de longueur 4 mm en acier (n° 5)
- 1 plaque flexible découpée en acier (n° 6)
- 8 vis M3 de longueur 10 mm en acier (n° 7)

- 1 plaque supérieure en acier (n° 8)
- 9 sphères en acier (n° 9)

Les caractéristiques matériaux, utilisées pour décrire le comportement mécanique des éléments ci-dessus, sont décrites dans le tableau 2.1.

Matériau	N° Fig. 2.5	Module de Young $E$ (GPa)	Coefficient de Poisson $\nu$	Densité $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Aluminium	1, 3	71	0.33	2770
Acier	4, 5, 6, 7, 8, 9	200	0.3	7850
PZ 27	2	$E_{xx} = E_{yy} = 66.0$ $E_{zz} = 84.3$	0.389	7700

TABLEAU 2.1 – Propriétés des matériaux utilisées dans le modèle éléments finis

La seule différence entre la géométrie présentée en 2.1.3 et celle utilisée pour le modèle, porte sur la longueur des entretoises (n° 4) qui sont, ici, prolongées de 0.3 mm. Cette valeur permet de combler l'espace entre les entretoises (n° 4) et la plaque flexible (n° 6), prévu dans la figure 2.1.3 pour assurer la précontrainte. De cette manière il sera possible de définir, dans le modèle, une zone de contact entre ces pièces. Dans les analyses où la précontrainte sera prise en compte, elle sera assurée en imposant un déplacement aux vis (n° 7) et aux entretoises (n° 4) de -0.3 mm suivant l'axe normal à la surface du patin.

### 2.2.1.2 Maillage

**a Type d'élément choisi pour le maillage** Le maillage des différentes pièces du patin instrumenté est réalisé en éléments 3D tétraédriques à interpolation quadratique SOLID187 [82] qui sont particulièrement indiqués pour mailler les géométries complexes réalisées avec un logiciel CAO. Cet élément est défini par 10 nœuds (I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R), dont les degrés de liberté par nœud sont les déplacements dans les 3 directions ( $\vec{U}_x, \vec{U}_y, \vec{U}_z$ ). La géométrie, l'emplacement des nœuds et le système de coordonnées de cet élément sont illustrés figure 2.6. Ce type d'élément autorise l'application de chargements surfaciques sur les faces 1 (J-I-K), 2 (I-J-L), 3 (J-K-L) et 4 (K-I-L). Ces éléments vont aussi permettre d'inclure des propriétés du matériau différentes suivant les 3 directions principales ( $\vec{x}, \vec{y}$  et  $\vec{z}$ ). Ici, les éléments sont utilisés avec un comportement solide élastique homogène et isotrope pour toutes les pièces en acier ou en aluminium du patin. Seules les céramiques piézoélectriques nécessiteront la déclaration d'un comportement matériau anisotrope.

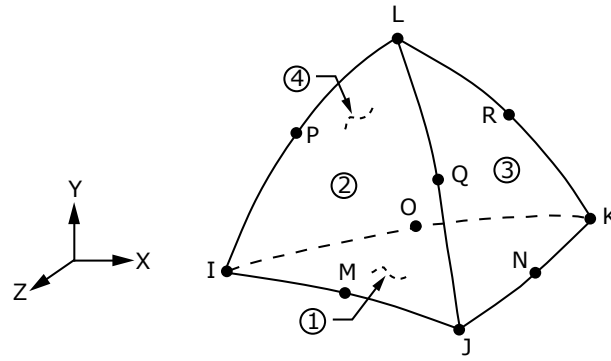


FIGURE 2.6 – Élément tétraédrique de type SOLID187. Les faces sont numérotées de 1 à 4, directement sur les faces visibles de l'élément et via une flèche pour les faces cachées. Les 10 nœuds de l'élément sont désignés par des lettres de I à R (I,J,K,L symbolisant les sommets de l'élément et M,N,O,P,Q,R les milieux de chaque arête). Les 3 degrés de liberté de chacun de ces nœuds sont les déplacements suivants  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

**b Discrétisation et convergence** Dans un modèle éléments finis, la discrétisation est un paramètre important pour obtenir des résultats réalistes. Il est possible de raffiner un maillage en jouant sur la taille des éléments le composant. La taille d'un élément est définie par la plus grande distance entre deux nœuds d'un même élément. Dans le cas de ce modèle, une attention particulière a été portée à la discrétisation des plaques flexible et supérieure (notées 6 et 8 sur la Fig. 2.5), qui est critique étant donnée l'épaisseur de ces plaques : respectivement 240 et 120 fois inférieure à leurs autres dimensions (60 mm x 60 mm x 0.25 ou 0.5 mm). Il faut donc déterminer quelle taille d'éléments est nécessaire pour décrire correctement leur comportement. La plaque flexible étant deux fois plus fine que la plaque supérieure pour les mêmes dimensions latérales, c'est sur celle-ci que je m'appuie pour choisir la taille d'élément du maillage des plaques. Deux tests de convergence ont été mis en œuvre pour cette plaque flexible. Le premier cherche à définir la convergence d'une plaque simple de même dimension en condition appuyé-appuyé, en comparant les fréquences propres obtenues par le calcul EF à celles obtenues analytiquement. Le second test se fait sur la plaque flexible en libre-libre pour raffiner le maillage en fonction de la géométrie complexe de la plaque.

Le premier test est basé sur l'analyse modale d'une plaque rectangulaire d'acier non trouée, simplement supportée sur ses 4 côtés, de 0.25 mm d'épaisseur, et  $60 \times 60 \text{ mm}^2$  de surface latérale. Pour une plaque simplement supportée, les fréquences naturelles et les formes modales sont connues analytiquement [83]. Ces fréquences sont données par les équations suivantes :

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[ \frac{Ee^3}{12\gamma(1-\nu^2)} \right]^{1/2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.1)$$

$$\lambda_{ij}^2 = \pi^2 \left[ i^2 + j^2 \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right], \quad (2.2)$$

- $a$  et  $b$  représentant la longueur et la largeur de la plaque, ici,  $a = b = 60 \text{ mm}$
- $e$  étant l'épaisseur de la plaque, ici  $e = 0.25 \text{ mm}$
- $\nu$  étant le coefficient de Poisson du matériau, ici  $\nu = 0.3$
- $E$  étant le module de Young du matériau, ici  $E = 200 \text{ GPa}$
- $\gamma$  étant la densité surfacique du matériau, ici je pose :

$$\gamma = e \rho_{\text{acier}} \frac{V_{\text{sanstrou}}}{V_{\text{avectrou}}} = 1.337 \text{ kg/m}^2. \quad (2.3)$$

avec  $V_{\text{sanstrou}} = 0.25 \times 60 \times 60$ , le volume de la plaque considérée et  $V_{\text{avectrou}}$ , le volume réel de la plaque flexible (n°6).

Avec cette définition de la densité surfacique de la plaque simple, la masse de la plaque flexible en acier est répartie de manière homogène sur toute la surface de la plaque simple. Les masses de la plaque simple et de la plaque flexible percée sont donc les mêmes. Ainsi il est possible de comparer les résultats des calculs pour les 2 plaques et d'en déduire si la plaque flexible a un comportement modal de plaque ou si les découpes modifient son comportement.

Cette plaque simple est modélisée, avec les caractéristiques matériau données plus haut (voir table 2.1). Une analyse modale est réalisée en faisant évoluer la taille des éléments du maillage (10 mm, 1 mm et 0.5 mm).

i	j	$f_{ij}$ calcul	$f_{ij}$ calcul EF			$f_{ij}$
		analytique	10 mm	1 mm	0.5 mm	plaque percée
1	1	403.66	438.09	403.53	403.19	298.12
1	2	1009.16	1243.4	1009.7	1008.4	733.12
2	1	1009.16	1397	1009.7	1008.4	733.12
2	2	1614.66	2644.7	1616.1	1612.6	1212
1	3	2018.32	3105.8	2022	2017.2	1494.7
3	1	2018.32	3583	2022.1	2017.2	1512.4
2	3	2623.81	4532.3	2629.2	2620.8	2061.5
3	2	2623.81	5468.7	2629.5	2620.9	2061.5
1	4	3431.14	6163.5	3443	3429.6	2309.3
4	1	3431.14	7181.7	3443.1	3429.6	2309.3

TABLEAU 2.2 – Premières fréquences propres d'une plaque mince, appuyée sur ses 4 bords, de  $60 \times 60 \times 0.25 \text{ mm}^3$  calculées analytiquement avec l'équation 2.1 et calculées par éléments finis de taille variable, et à titre de comparaison, celles de la plaque flexible trouée calculées par éléments finis pour une taille d'élément de 0.1 mm

Dans le tableau 2.2, le maillage de taille 10 mm donne un résultat plutôt éloigné

des valeurs analytiques. Cela s'explique par la grossièreté de ce maillage mais aussi par l'importante distorsion des éléments. En effet, la dimension la plus grande des éléments est de 10 mm mais la plus petite est contrainte par l'épaisseur de la plaque qui est de 0.25 mm. Il y a donc un rapport de 40 entre ces 2 dimensions d'un même élément. Ensuite les fréquences propres d'une plaque mince simple sont relativement bien décrites par le modèle EF à partir d'une taille d'éléments égale à 1 mm (moins de 0.35% d'erreur sur le calcul des 10 premières fréquences propres) soit 4 fois son épaisseur. En divisant la taille des éléments par 2 (0.5 mm), l'erreur maximale est de 0.13%, ce qui semble être une précision suffisante pour le modèle.

Ces fréquences propres de plaques simples ont aussi été comparées à celles de la plaque trouée (dernière colonne du tableau 2.2) pour voir si le comportement de celle-ci était perturbé par les perçages en condition appuyé-appuyé (c'est pour que ce type de comparaison soit valable que la masse de la plaque trouée a été homogénéisée sur l'ensemble de la plaque simple, ainsi les deux plaques ont une masse égale). Les fréquences propres calculées ne sont pas comparables, il y a environ 25% d'écart entre les fréquences des 2 plaques. Ceci s'explique par la redistribution des masses et des raideurs engendrée par les perçages. Cependant les déformées des premiers modes propres sont similaires d'une plaque à l'autre (voir le tableau 2.3). Les perçages modifient localement la déformée mais sa forme globale reste semblable. Il est donc possible de parler de mode de flexion de plaque concernant la plaque flexible du montage mais pas de décrire ses fréquences propres en la simplifiant par une plaque simple.

Le deuxième test a consisté à faire converger les fréquences naturelles d'une plaque de 0.25 mm d'épaisseur,  $60 \times 60 \text{ mm}^2$  libre-libre avec les mêmes trous que dans la conception finale. Nous avons vu précédemment que la plaque trouée ne se comportait pas tout à fait comme une plaque simple malgré le choix d'une densité surfacique représentative en condition appuyé-appuyé. Je suppose qu'il en ira de même dans le cas de conditions libres aux bords de la plaque, donc les fréquences propres établies par [83] dans le cas d'une plaque simple libre-libre ne pourront pas servir de référence de convergence pour ces nouveaux calculs. Ici, je considère avoir convergé quand la différence de résultats entre une taille d'élément et une autre deux fois inférieure sera en-dessous de 0.2 Hz. Les résultats de ce test sont présentés dans le tableau 2.4. Entre 1 mm et 0.5 mm, la différence entre les 2 résultats est de 5.65 Hz pour la plus grande des fréquences considérées. Elle est de 1.11 Hz entre 0.4 mm et 0.2 mm et de 0.18 Hz entre 0.2 mm et 0.1 mm. La taille d'élément de 0.1 mm permet donc d'atteindre le seuil de convergence.

Sur la base de ces deux tests, j'ai utilisé des éléments de 0.1 mm pour discrétiser à la fois la plaque supérieure (n° 8 Fig. 2.5, 147 000 éléments) et la plaque flexible (66 000 éléments), tandis que des éléments de taille maximale 2 mm ont été utilisés pour la base

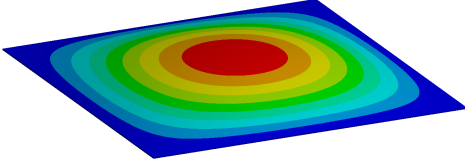
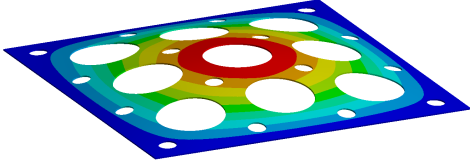
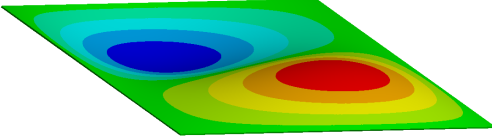
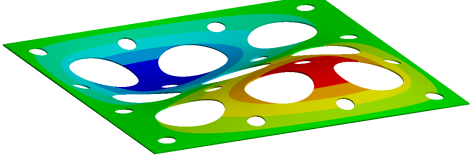
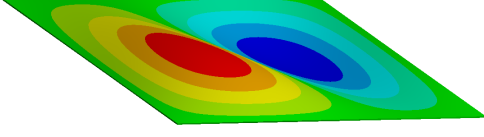
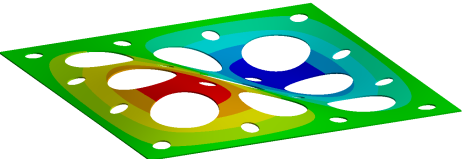
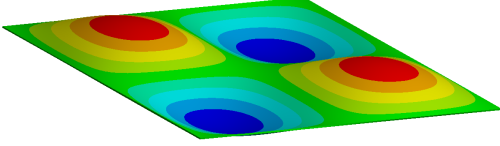
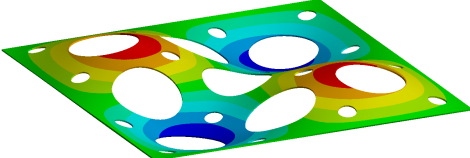
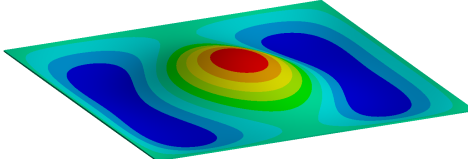
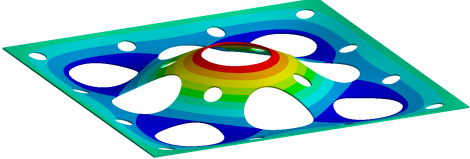
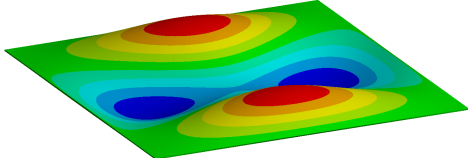
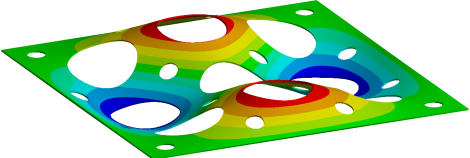
Mode i-j	Plaque simple	Plaque trouée
1-1		
1-2		
2-1		
2-2		
3-2		
2-3		

TABLEAU 2.3 – Déformées en condition appuyé-appuyé des 4 premiers modes propres d'une plaque mince et libre de  $60 \times 60 \times 0.25 \text{ mm}^3$  et de la plaque flexible trouée, calculées par éléments finis de taille 0.1 mm (ce qui représente entre 2 et 3 éléments dans l'épaisseur de la plaque).

	Taille de maillage						
	1mm	0.7mm	0.5mm	0.4mm	0.3mm	0.2mm	0.1mm
Fréquences propres	197.40	196.89	196.56	196.45	196.27	195.99	195.90
	274.88	274.31	273.93	273.81	273.64	273.41	273.34
	307.49	305.93	305.21	305.04	304.89	304.78	304.75
	507.49	505.89	504.97	504.67	504.28	503.70	503.53
	507.61	505.90	504.99	504.68	504.28	503.71	503.53
	829.76	825.93	824.11	823.60	823.09	822.49	822.32

TABLEAU 2.4 – Premières fréquences propres de la plaque flexible n° 6 de la figure 2.5 en condition libre-libre calculées par éléments finis de taille variable de 1 mm à 0.1 mm.

(n° 1, 70 000 éléments), pour chaque capteur (n° 2, 350 éléments), vis longue (n° 7, 1800 éléments), petite vis (n° 5, 1300 éléments) et entretoise (n° 4, 200 éléments). Pour les pièces de montage à tête sphérique (n° 3, 3300 éléments), la taille de l'élément est de 2 mm mais le maillage est particulièrement raffiné au niveau de la surface sphérique supérieure, avec une taille d'élément de 0.5 mm pour permettre de mieux suivre l'évolution du contact avec la plaque supérieure. Cette discrétisation conduit à un total de 340 000 éléments, 610 000 nœuds et environ 1.8 million de degrés de liberté pour l'ensemble du patin. La figure 2.7 montre le maillage complet du patin (panneau a), ainsi qu'un zoom sur le contact sur un élément de mesure (disque piézoélectrique et sa pièce hémisphérique en contact avec la plaque supérieure, panneau b).

### 2.2.1.3 Définition des zones de contact

Pour chacune des surfaces de contact, le maillage est appairé, c'est-à-dire que les nœuds de surface sont positionnés en miroir, d'un solide à l'autre, à l'interface de contact. Les jonctions entre les pièces collées ou vissées sont modélisées comme des contacts entièrement collés, option *Bonded* sous Ansys® [84]. Ce type de contact ne permet ni séparation, ni glissement entre les 2 pièces. La zone de contact ne peut pas varier au cours de l'analyse. À l'inverse à l'interface entre le sommet des calottes sphérique et la plaque supérieure, le contact est de type sphère-plan, l'aire de contact va évoluer en fonction du chargement appliqué. Pour permettre le suivi de cette évolution, le contact utilisé est de type unilatéral standard (option *Frictional* sous Ansys® [84]), soit une pression normale nulle en cas de séparation et incluant un coefficient de frottement. D'après cette définition, la séparation entre les deux corps en contact est possible en fonction du chargement appliqué. L'aire de contact entre les deux corps pourra évoluer elle aussi en fonction du chargement, la solution est donc non-linéaire. Le coefficient de frottement appliqué par défaut est de 0.5, ce qui correspond à une valeur majorée de celui d'un contact aluminium/acier (entre 0.1 et



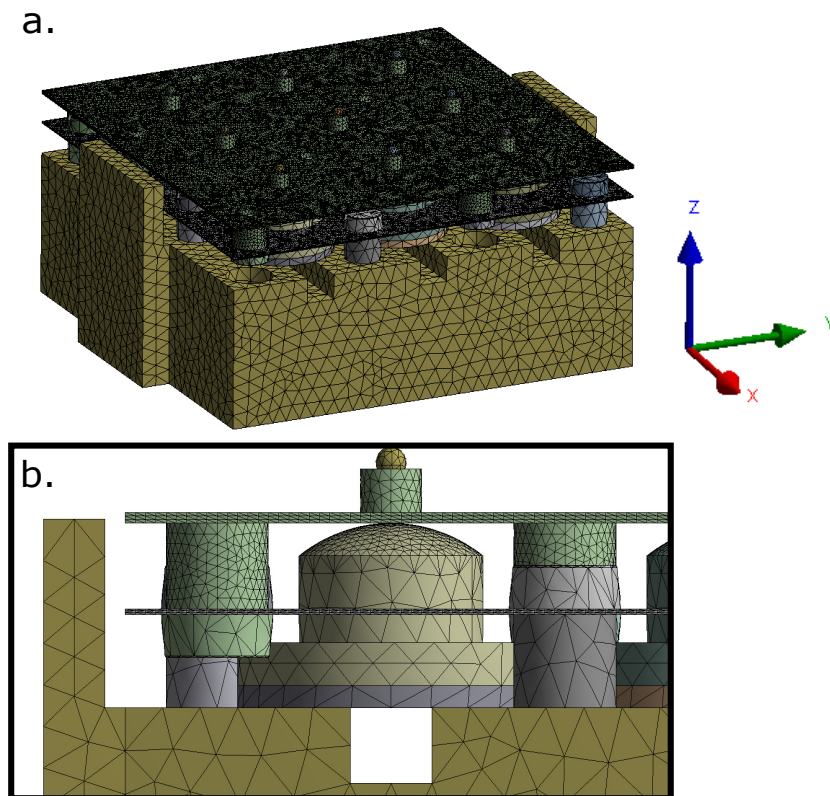


FIGURE 2.7 – Maillage du patin : a. Vue complète et système d'axe utilisé pour la modélisation b. Zoom centré sur un disque piézoélectrique et sa pièce à calotte hémisphérique (n° 2 et 3 Fig. 2.5).

0.4 d'après [85]). Je l'ai cependant fait varier dans l'analyse concernant la discrimination des efforts normaux et tangentiels. En effet, ces résultats vont avoir une forte dépendance au coefficient de frottement choisi et je souhaite caractériser son effet.

## 2.2.2 Analyse statique

L'analyse statique permet d'obtenir des indications sur le comportement d'un modèle en négligeant les effets associés à la dynamique. Pour ce modèle, elle va permettre de vérifier la localisation des efforts au sommet du patin, de vérifier que seuls les efforts normaux sont transmis aux capteurs et que le reste est bien supporté par la structure. Un test supplémentaire sera effectué sur les cellules de mesure pour vérifier leur bon fonctionnement.

### 2.2.2.1 Localisation des efforts

L'objectif principal de l'analyse statique menée sur le modèle est de connaître les capacités de localisation des efforts du patin. Pour cette analyse, j'ai considéré que la base



massive du patin (n° 1 Fig. 2.5) se comporte comme un solide indéformable par rapport aux autres pièces, je l'ai donc remplacé par un encastrement pour la surface des capteurs piézoélectriques (n° 2 Fig. 2.5) en contact avec elle. Pour les entretoises et les vis (n° 4 et n° 6 Fig. 2.5), j'ai remplacé l'encastrement par un déplacement constant de  $-0.3\text{ mm}$  suivant l'axe  $\vec{e}_z$ , de manière à modéliser la précontrainte présentée dans la partie 2.1.3. Le premier cas test est calculé avec uniquement la précontrainte (le seul chargement appliqué est le déplacement modélisant la précontrainte), de manière à connaître les efforts imposés par celle-ci sur les capteurs.

La précontrainte de  $300\ \mu\text{m}$  engendre une répartition de la force de précontrainte non homogène suivant les capteurs. Elle est plus importante dans les coins (environ  $16\text{ N}$  sur les capteurs 1,3,7,9 voir Fig. 2.8 pour retrouver la numérotation des capteurs), intermédiaire au niveau des bords (environ  $11.9\text{ N}$  sur les capteurs 2,4,6,8) et plus faible au niveau du centre (environ  $6.9\text{ N}$  sur le capteur 5). Les déformations induites dans la plaque flexible ont une amplitude de  $300\ \mu\text{m}$ , tandis que la plaque supérieure (plus rigide) ne se déforme que d'environ  $30\ \mu\text{m}$ .



FIGURE 2.8 – Vue de dessus de la modélisation du patin indiquant les numéros par lesquels sont désignés les capteurs et leur aspérité correspondante tout au long de ce manuscrit.

Les 9 cas de chargement suivants modélisent chacun l'application d'un effort  $F_{entrée}^i$  de  $10\text{ N}$  au sommet de l'aspérité à l'aplomb d'un capteur  $i$  (chargement illustré pour le capteur 1 Fig. 2.9). En sortie de ces cas tests, j'ai calculé les efforts transitant au niveau de l'encastrement de chaque capteur  $j$ . En soustrayant, capteur par capteur, les efforts dus à la précontrainte,  $F_{PC}^j$ , aux efforts calculés, on peut remonter à la répartition sur les différents capteurs du chargement appliqué. Ces valeurs d'effort sont indiquées dans le tableau 2.5.

Avec le tableau 2.5, les capacités théoriques de localisation du patin sont confirmées.

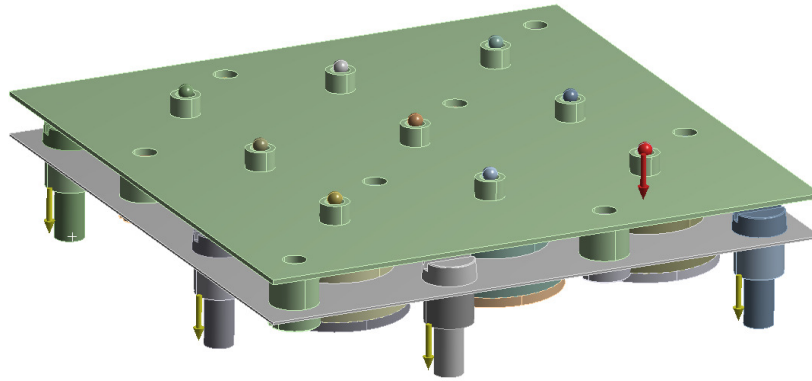


FIGURE 2.9 – Illustration d’un des chargements appliqués : la flèche rouge représente la force  $F_{entrée}^1$  de 10 N appliquée au sommet de l’aspérité 1, les flèches jaunes vers le bas représentent les déplacements de  $300\ \mu\text{m}$  appliqués à la base de toutes les vis n° 7 et entretoises n° 4 pour générer la précontrainte  $F_{PC}^j$ . La surface inférieure de tous les disques piézoélectriques n° 2 est modélisée comme un encastrement.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	9.78	0.13	-0.01	0.13	-0.03	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01
2	0.14	9.68	0.07	-0.04	0.10	0.04	-0.01	-0.01	-0.02
3	-0.02	0.08	9.83	-0.01	0.03	0.08	-0.02	-0.01	-0.02
4	0.13	-0.04	-0.01	9.72	0.08	-0.01	0.06	0.04	-0.02
5	-0.03	0.08	0.03	0.08	9.66	0.08	0.03	0.08	-0.03
6	-0.02	0.05	0.09	-0.01	0.11	9.59	-0.01	-0.06	0.20
7	-0.01	-0.01	-0.02	0.06	0.03	-0.01	9.87	0.06	-0.01
8	-0.02	-0.01	-0.01	0.04	0.08	-0.04	0.06	9.73	0.12
9	-0.01	-0.02	-0.01	-0.02	-0.04	0.15	-0.02	0.17	9.73

TABLEAU 2.5 – Matrice  $F^{ij}$ , calculée à partir du modèle éléments finis, des forces transitant par chaque capteur  $j$  pour une charge de 10 N appliquée tour à tour au sommet de chaque aspérité  $i$ . Ligne : charge appliquée sur l’aspérité portant le numéro correspondant. Colonne : force calculée pour le capteur portant le numéro correspondant.

En effet, on peut voir que pour un effort de 10 N appliqué à l’aplomb d’un capteur, ce capteur mesure au minimum 96% de l’effort. Le rejet total sur les autres capteurs est au maximum de 5% en positif avec, par capteur, un maximum de 2%, et de 1.5% en négatif avec, par capteur, un maximum de 0.6% (les valeurs négatives représentent une diminution de la précontrainte sur les capteurs concernés). La différence entre la somme des efforts par capteur et l’effort extérieur appliqué s’explique par le fait qu’un petit pourcentage de l’effort normal (<1%) transite par le reste de la structure du patin (soit les deux plaques et leurs points de fixation dont la souplesse normale est bien plus grande que celle des capteurs et des pièces hémisphériques). Ces résultats valident ainsi le pré-requis de

localisation des efforts du patin.

### 2.2.2.2 Efforts dans le plan $xy$ : Protection en cisaillement des céramiques piézoélectriques

Je m'intéresse maintenant aux efforts dans le plan  $xy$  pour contrôler la bonne protection en cisaillement des capteurs piézoélectriques par la géométrie du patin. La première étape est de calculer la limite d'élasticité en cisaillement des capteurs piézoélectriques, notée  $R_{eg}$  et définie par [86] :

$$R_{eg} = \frac{k_0}{1 + k_0} R_e \quad (2.4)$$

avec

$$k_0 = \frac{R_e}{R_{ec}} \quad (2.5)$$

où  $R_e$  est la limite d'élasticité en traction et  $R_{ec}$  en compression. Pour protéger les céramiques du cisaillement, il faudra valider cette condition sur  $\tau_{max}$ , la contrainte de cisaillement maximale dans les céramiques :

$$\tau_{max} < \frac{R_{eg}}{s} \quad (2.6)$$

$s$  étant le coefficient de sécurité, volontairement choisi élevé ( $s=10$ ) pour minimiser les risques d'endommager les céramiques. Je prends les valeurs extrêmes de la fourchette de coefficients donnée pour cette famille de matériaux. D'après [87] on a  $R_e = 500 \text{ MPa}$  et  $R_{ec} = 5200 \text{ MPa}$  ce qui donne  $R_{eg} = 43.86 \text{ MPa}$  et  $R_{eg}/s = 4.4 \text{ MPa}$ .

Pour évaluer  $\tau_{max}$ , j'ai appliqué des charges tangentielles comprises entre 1 et 100 N sur chacune des aspérités de surface, et examiné les forces tangentielles ainsi que les contraintes de cisaillement induites dans tous les capteurs piézoélectriques. Ces valeurs sont très dépendantes du coefficient de frottement servant à la définition du contact *Frictional* entre les calottes sphériques et la plaque supérieure, et augmentent avec lui. J'ai donc choisi de le faire varier entre 3 valeurs : 0.5 qui est vraisemblablement la valeur la plus grande qu'un contact de ce type peut engendrer, 1 qui est une valeur très élevée et un contact adhérent qui empêche le glissement entre les deux surfaces concernées.

On observe dans le tableau 2.6 que l'effort transversal dans les capteurs diminue avec le coefficient de frottement choisi mais que la proportion de l'effort appliqué augmente quand cet effort diminue. Ainsi, pour un contact adhérent, le capteur observant l'effort transversal le plus important reçoit 35% de l'effort appliqué quand celui-ci est de 10 N et 26.5% quand il est de 100 N. Pour un coefficient de frottement de 1, ce capteur reçoit 17% de l'effort appliqué quand celui-ci est de 10 N et 12.9% quand il est de 100 N. Quant

Coefficient de frottement choisi	Effort appliqué	Effort transversal maximal transitant par un capteur
Adhérent	10 N	3.5 N
	100 N	26.5 N
1	10 N	1.7 N
	100 N	12.9 N
0.5	10 N	1.2 N
	100 N	9.4 N
	1000 N	40.3 N

TABLEAU 2.6 – Effort transversal maximal vu par un capteur lorsqu'un effort transversal est appliqué en sommet d'aspérité pour différents coefficients de frottement et différentes valeurs d'effort appliqué.

à l'hypothèse la plus réaliste, pour un coefficient de frottement de 0.5, ce capteur reçoit 12% de l'effort appliqué quand celui-ci est de 10 N, 9.4% quand il est de 100 N et plus que 4.03% quand il est de 1000 N.

Dans les cas étudiés, la contrainte maximale notée dans les céramiques était de l'ordre de 0.1 MPa, soit bien en dessous de la limite pratique d'élasticité en glissement des capteurs piézoélectriques calculée plus tôt ( $R_{eg}/s = 4.4 MPa$ ). Ce résultat indique que la conception devrait être efficace pour protéger les éléments piézoélectriques des forces de cisaillement.

### 2.2.2.3 Influence de la rainure sous les céramiques piézoélectriques

Le collage des pastilles piézoélectriques est généralement réalisé sur des surfaces planes car il est possible qu'une discontinuité de la surface provoque des aberrations de mesure. Dans le cas du patin, les pastilles piézoélectriques sont collées sur une surface plane mais discontinue, étant donné la présence de rainures sur la base pour laisser courir les câbles. Je cherche donc à caractériser l'influence des rainures au-dessus desquelles les capteurs piézoélectriques sont collés (voir exemple Fig. 2.7 b), sur la linéarité de la mesure ainsi que sur sa précision en cas d'ajout d'une force résiduelle dans le plan  $xy$ . Pour ce faire, j'ai réalisé des simulations statiques supplémentaires, en utilisant l'extension ACT Piezo& MEMS d'Ansys® qui permet de modéliser un comportement piézoélectrique. J'ai considéré une seule cellule de mesure composée d'un disque piézoélectrique (n° 2 sur la Fig. 2.5) et sa calotte sphérique (n° 3), collée sur un solide rainuré comme le montre la Fig. 2.7 b. Le disque piézoélectrique est défini par ses modules piézoélectriques  $e_{31}=-3.09 C.m^2$ ,  $e_{33}=16.0 C.m^2$ ,  $e_{15}=11.64 C.m^2$  et ses permittivités relatives à déformation constante  $\epsilon_{1,r}^S=1129.69$  et  $\epsilon_{3,r}^S=913.73$  (valeurs extraites de [79]). De plus, les surfaces supérieure et inférieure du

disque sont définies chacune comme équipotentielle, de manière à simuler la présence des électrodes sur ces surfaces. La conversion des charges en une tension est réalisée via la constante du convertisseur de charge que j'utilise par la suite, soit 1 mV/pC. Dans ces analyses, le paramètre de sortie est la différence de potentiel engendrée par le chargement entre les deux électrodes de la céramique piézoélectrique.

**a Contrôle de la linéarité de la mesure** Dans ce cadre, j'applique différentes valeurs d'effort normal sur un cercle de rayon 1 mm autour du sommet de la calotte sphérique et je contrôle que le coefficient  $a = U/F$  permettant de relier la valeur de l'effort normal  $F$  à la différence de potentiel  $U$  ne varie pas en fonction du chargement. Une dizaine de valeurs différentes sont testées, allant de 0.1 N à 1000 N. Dans ce cadre, ce coefficient est de 0.1493 V/N et sa variation absolue est de l'ordre de  $10^{-6}$  V/N, ce qui correspond au nombre de chiffres significatifs obtenus par le calcul éléments finis. J'en conclus donc que, d'après la modélisation, la rainure ne devrait pas affecter la linéarité de la mesure du patin.

**b Précision de la mesure d'effort normal dans le cas d'ajout d'efforts transversaux résiduels** Pour vérifier que ce cas de figure n'engendre pas de biais important dans la mesure de la force normale, j'ai comparé deux configurations de collage pour une cellule de mesure : l'une, citée plus haut, collée sur un solide rainuré et la seconde, qui sera la configuration de contrôle, collée sur la surface plane d'un solide. Dans ces deux configurations, une force normale nominale de 1 N a été appliquée sur un cercle de rayon 1 mm autour du sommet de la calotte sphérique. Ensuite, à cette force a été rajoutée une charge tangentielle (suivant  $\vec{e}_x$  ou  $\vec{e}_y$ ) dans la plage [0– 0.1] N (jusqu'à 10% de la valeur de la force normale appliquée, sachant que le contact pièce hémisphérique - plaque supérieure permet de réduire de cet ordre de grandeur environ les efforts transverses appliqués en sommet d'aspérité réellement transmis au capteur) et/ou un couple (suivant  $\vec{e}_x$  ou  $\vec{e}_y$ ) dans la plage [0–0.1] N.m.

Le chargement comportant uniquement la force normale sera le chargement de référence pour les deux configurations. Les cas de chargement incluant une force normale nominale de 1 N et un chargement résiduel transversal (couple et/ou force) sont les cas de chargement testés. La différence de potentiel calculée sera comparée à celle issue du chargement de référence. Pour les deux configurations, j'ai estimé l'erreur induite par l'ajout du chargement résiduel tangentiel dans la mesure de la charge normale. Le tableau 2.7 répertorie la mesure de la force normale appliquée prédite pour le capteur dans les deux configurations. L'erreur induite la plus importante intervient pour le chargement combinant à la force normale un couple de norme 0.1 N.m suivant  $\vec{e}_y$  (avec ou sans force

résiduelle supplémentaire) dans la configuration de contrôle, produisant une erreur de 6.89%. Pour la configuration avec rainure, elle intervient pour le chargement combinant à la force normale un couple de norme 0.1 N.m suivant  $\vec{e}_x + \vec{e}_y$  et une force de 0.1 N suivant  $\vec{e}_x + \vec{e}_y$  ou suivant  $\vec{e}_y$ , générant une erreur de 3.60%. Les erreurs induites par l'ajout d'un chargement résiduel à la mesure de la charge normale sont du même ordre de grandeur dans les 2 configurations testées, toujours inférieures à 7%. J'en conclus que la présence de la rainure sous la pastille piézo-électrique ne devrait pas engendrer d'erreur anormalement importante quand des chargements résiduels tangentiels s'ajoutent aux efforts normaux à mesurer.

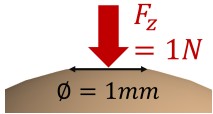
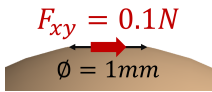
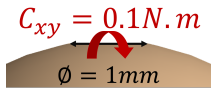
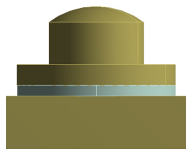
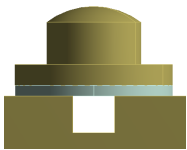
Direction appliqué à l'effort ou au couple donné en rouge ci-dessous :			Effort normal mesuré (en N) pour chaque configuration :	
				
$\vec{z}$	0	0	1	1
$\vec{z}$	$\vec{x}$	0	0.9999	1.0002
$\vec{z}$	$\vec{y}$	0	1.0000	1.0004
$\vec{z}$	$\vec{x} + \vec{y}$	0	1.0000	1.0005
$\vec{z}$	0	$\vec{x}$	1.0130	1.0335
$\vec{z}$	0	$\vec{y}$	1.0689	0.9681
$\vec{z}$	0	$\vec{x} + \vec{y}$	1.0574	1.0008
$\vec{z}$	$\vec{x}$	$\vec{x}$	1.0131	1.0337
$\vec{z}$	$\vec{x}$	$\vec{y}$	1.0689	1.0175
$\vec{z}$	$\vec{x}$	$\vec{x} + \vec{y}$	1.0574	1.0357
$\vec{z}$	$\vec{y}$	$\vec{x}$	1.0131	1.0339
$\vec{z}$	$\vec{y}$	$\vec{y}$	1.0689	1.0177
$\vec{z}$	$\vec{y}$	$\vec{x} + \vec{y}$	1.0574	1.0360
$\vec{z}$	$\vec{x} + \vec{y}$	$\vec{x}$	1.0131	1.0339
$\vec{z}$	$\vec{x} + \vec{y}$	$\vec{y}$	1.0689	1.0177
$\vec{z}$	$\vec{x} + \vec{y}$	$\vec{x} + \vec{y}$	1.0574	1.0360

TABLEAU 2.7 – Tableau illustrant les deux configurations testées pour la cellule de mesure et les mesures de la force normale issue des différents cas de chargements testés.

### 2.2.3 Analyse dynamique

Une fois la caractérisation en statique réalisée, il est intéressant d'observer le comportement dynamique du patin instrumenté. En effet, l'analyse modale et la réponse harmonique du modèle permettent de déterminer la bande passante en fréquence attendue pour

l'exploitation des mesures. Pour les calculs dynamiques concernant le patin, la définition du contact sphère-plan entre les hémisphères n°3 et la plaque n°8 de la figure 2.5 est modifiée en contact collé. En effet, le logiciel ne peut pas prendre en compte l'évolution de la surface de contact dans une analyse modale ou harmonique qui est nécessairement linéaire. De même, la précontrainte n'est ici pas prise en compte. Pour ces raisons, l'analyse statique est complémentaire à l'analyse dynamique car elle permet de prendre en compte ces effets.

### 2.2.3.1 Analyse modale

Une analyse modale a été réalisée à partir du modèle éléments finis pour déterminer les bandes de fréquences sur lesquelles les modes n'auront pas d'influence sur la mesure entre 0 et 10 kHz. Cette analyse a été réalisée sur l'ensemble du patin en incluant cette fois la base, de manière à voir si elle peut être concernée par les déformées propres ainsi que son influence sur celles-ci.

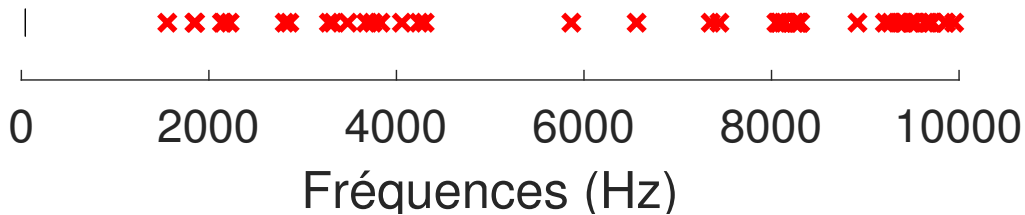


FIGURE 2.10 – Fréquences propres du patin jusqu'à 10 kHz

Cette analyse modale donne 51 modes propres sur la plage de fréquences testées (de 0 à 10 kHz). Ces fréquences propres sont représentées sur la figure 2.10. Leur répartition n'est pas homogène en fréquence mais forme des paquets. Le premier se situe entre 1500 et 2200 Hz, je peux donc en déduire que le patin aura un comportement quasi-statique sur la bande de fréquences allant de 0 à 1500 Hz. Ainsi, sur cette bande de fréquences et au regard des résultats statiques présentés au 2.2.2, je peux supposer qu'un choc sur une aspérité engendrera un rejet sur les autres capteurs inférieur à environ 5%.

Le tableau 2.8 répertorie 8 déformées obtenues par l'analyse modale (représentées sans unité physique, car l'amplitude des déformées est calculée à une constante près). Nous pouvons voir que celles-ci ne concernent que des déformations en flexion des plaques supérieure et flexible (n° 8 et 6 Fig. 2.5), séparément ou conjointement. Il en va de même pour l'ensemble des 51 déformées calculées pour les fréquences propres de la plage allant de 0 à 10 kHz. De manière générale, les modes de plaques simples en flexion ont une répartition homogène en fréquence [88]. Nous avons vu sur la figure 2.10 que ce n'était

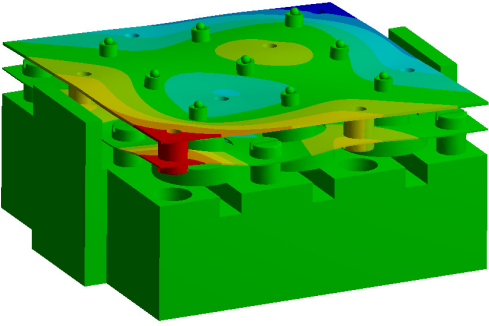
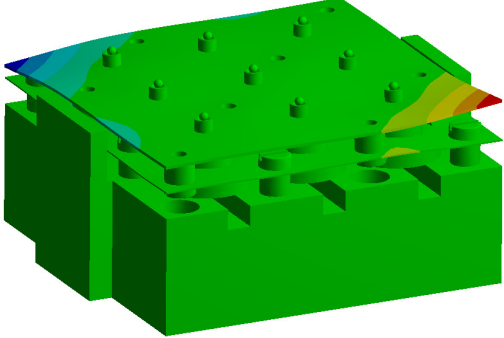
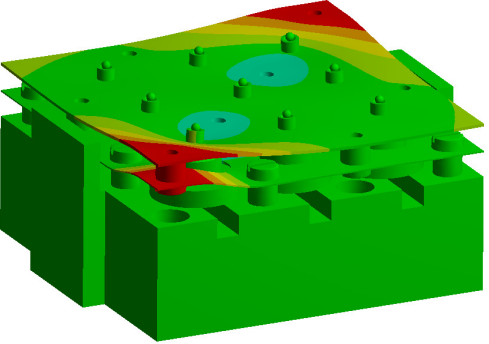
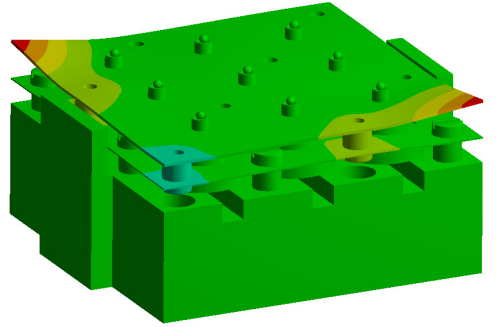
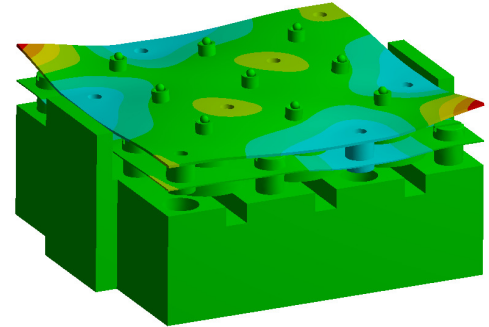
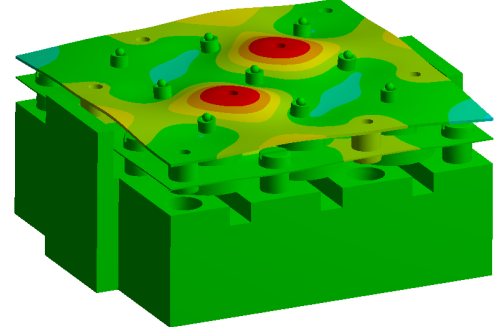
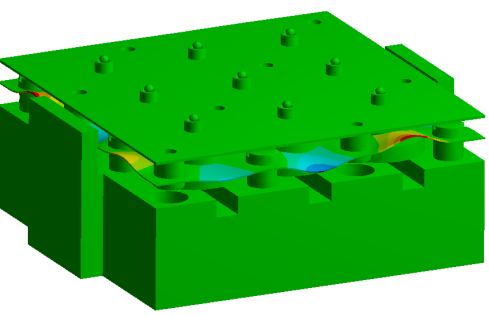
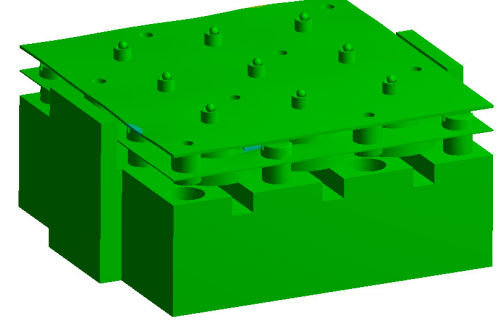
	
1er mode propre   $f_1 = 1556.2 \text{ Hz}$	2ème mode propre   $f_2 = 1845.6 \text{ Hz}$
	
3ème mode propre   $f_3 = 1853.3 \text{ Hz}$	4ème mode propre   $f_4 = 2139.0 \text{ Hz}$
	
8ème mode propre   $f_8 = 2858.2 \text{ Hz}$	15ème mode propre   $f_{15} = 4058.0 \text{ Hz}$
	
24ème mode propre   $f_{24} = 8082.8 \text{ Hz}$	50ème mode propre   $f_{50} = 9860.6 \text{ Hz}$

TABLEAU 2.8 – Déformées pour quelques modes propres du patin, déplacement représenté suivant l'axe  $\vec{z}$  avec une échelle de couleur allant du rouge (déplacement positif) au bleu (déplacement négatif), en passant par le vert (déplacement nul).



pas le cas du modèle qui présente une répartition modale en fréquence par paquets. Les plaques du patin n'ont donc pas un comportement de plaque simple. Ce type de répartition par paquet est souvent représentatif de structures montrant une périodicité spatiale [89]. Or, les plaques du patin présentent des orifices, des points de connexion et des masses supplémentaires dont la position engendre une certaine périodicité, ce qui va expliquer la répartition fréquentielle des modes observée ici. Par ailleurs, les points de contact entre les pièces hémisphériques et la plaque supérieure (n° 3 et 8 Fig. 2.5) sont des points de blocage relatif pour les déformées des 8 modes présentées en 2.8 ainsi que pour l'ensemble des 51 modes calculés.

### 2.2.3.2 Fonction de réponse en fréquence

En complément de l'analyse modale, la réponse harmonique du patin a été calculée. Celle-ci cherche à déterminer l'influence qu'auront les modes propres du patin sur les signaux mesurés dans la bande de fréquences de 0 à 10 kHz, pour différentes sollicitations. Nous avons vu avec l'analyse modale que les modes sur cette bande n'engendraient aucune déformation pour la base du patin. La base est donc remplacée par des conditions aux limites de type encastrement sur les surfaces en contact collées avec celle-ci. La réponse des neuf capteurs pour une sollicitation verticale harmonique, tour à tour au sommet de chacune des aspérités, a été calculée en utilisant la méthode de superposition modale [90]. Les résultats sont présentés dans la figure 2.11 dans le cas d'un stimulus, respectivement, sur chacune des aspérités. Quelle que soit l'aspérité impactée  $i$ , les résultats sont similaires. Comme prévu, la réponse en fréquence de force du capteur  $i$  est très proche de 0 dB pour toutes les fréquences, car la force sur aspérité  $i$  est directement transmise au capteur  $i$  avec peu de perte par les autres capteurs. En effet, en dessous de 1.5 kHz (la fréquence du premier mode), les réponses fréquentielles en force de tous les autres capteurs sont inférieures à -55 dB. Les capteurs avec la plus grande réponse sont les plus proches voisins de l'aspérité  $i$ . Par exemple pour une sollicitation sur le capteur 1, ce sont les capteurs 2 et 4 qui ont la plus grande réponse (voir la figure 2.8 pour la numérotation des capteurs). Les réponses sont en fait dépendantes de la fréquence et, en particulier, des pics de résonance peuvent être observés au voisinage des fréquences propres, notamment autour de 2, 3 et 8 kHz. Néanmoins, ces pics restent faibles (valeur maximale de -30 dB), ce qui signifie que, même dans le domaine fréquentiel hautement dynamique, le capteur excité est toujours celui qui est prédit comme capturant la majeure partie de la force dynamique imposée.

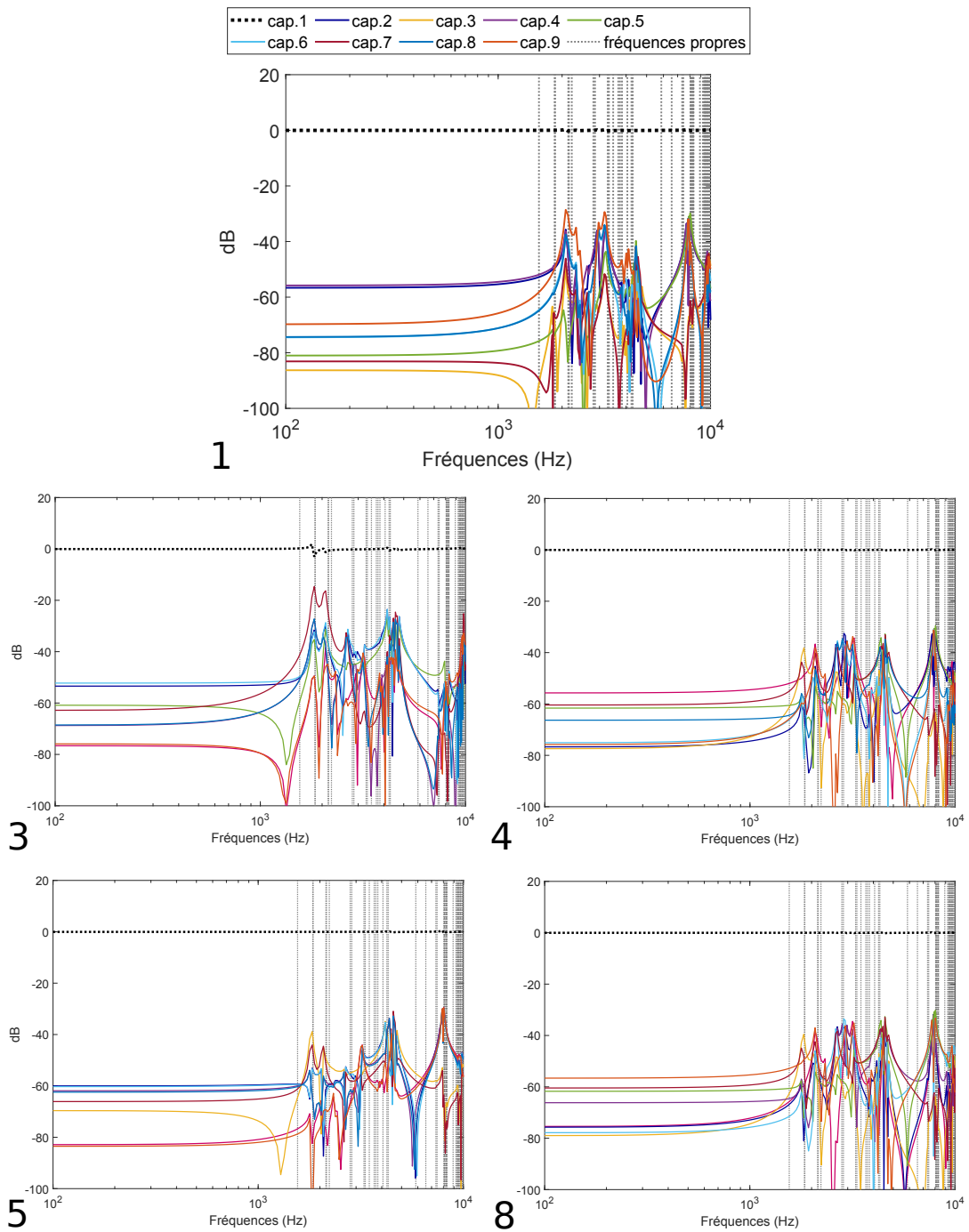


FIGURE 2.11 – Réponses en fréquence des forces calculées pour chacun des capteurs pour un impact impulsionnel sur l'aspérité dont le numéro est indiqué en bas à gauche de chaque graphique, exprimées en dB ( $20\log_{10} \left[ \frac{\text{Force calculée}}{\text{Excitation}} \right]$ ). La force calculée pour le capteur situé sous l'aspérité sollicitée est symbolisé par un trait en pointillé gras et noir. Les autres couleurs sont les forces des autres capteurs. Les lignes verticales en pointillés symbolisent les fréquences propres déterminées par l'analyse modale.

**Pont vibratoire** Une explication probable concernant la présence des pics sur les capteurs non sollicités est l'existence d'un pont vibratoire induit par la plaque supérieure qui relie entre eux l'ensemble des capteurs. En effet, nous avons vu à la partie 2.2.3.1 que les points de contact entre la plaque supérieure et les pièces hémisphériques agissaient comme des points de blocage sur la plaque supérieure sur les fréquences inférieures à 10 kHz. Ici, je réduis le système en regardant uniquement l'interaction de la plaque par rapport à 2 capteurs (voir Fig. 2.12) et en le simplifiant en un système à 3 degrés de liberté sur lequel j'illustre l'effet du pont vibratoire.

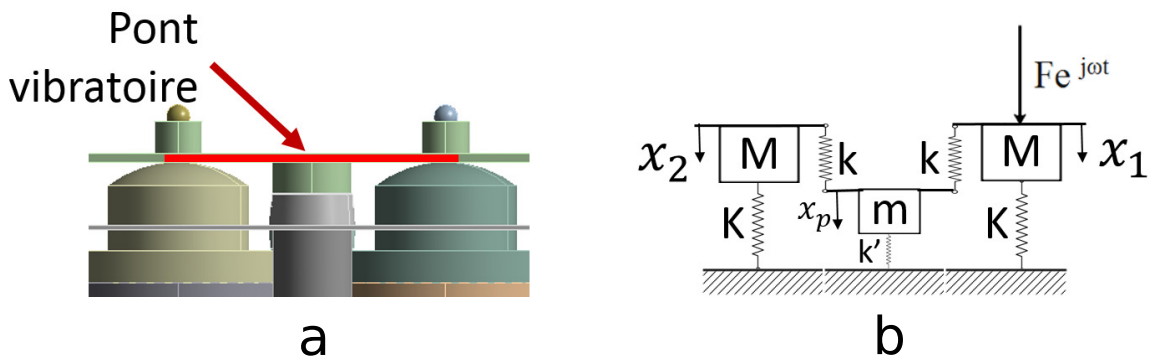


FIGURE 2.12 – a. Illustration de la position du pont vibratoire entre 2 capteurs. b. Schéma mécanique d'un pont vibratoire à 3 degrés de liberté. Les 2 rectangles  $M$  représentant les 2 capteurs de masse  $M$  et de raideur  $K$ , dont les déplacements sont notés  $x_1$  et  $x_2$ . Le rectangle  $m$  représente la plaque supérieure de masse  $m$  et de raideur  $k$  agissant comme un pont vibratoire reliant les deux capteurs.  $k'$  représente la raideur de la liaison de la plaque supérieure à la base via la plaque flexible. Son déplacement est noté  $x_p$ .  $F e^{j\omega t}$  est la sollicitation appliquée uniquement au capteur 1.

Le système étudié (représenté sur la figure 2.12) est réduit à 2 capteurs de masse égale et notée  $M$ . La raideur du capteur, celle de la base et celle de la liaison capteur/base sont réduites à une raideur globale notée  $K$ . La plaque supérieure est représentée par sa masse  $m$  et par sa raideur en flexion  $k$ . On a  $k \ll K$ . La liaison de la plaque supérieure à la base du patin via la plaque flexible est représentée par la raideur  $k'$ . On a  $k' \ll k$ . En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} M\ddot{x}_1 + (K + k)x_1 - kx_p = F e^{j\omega t} \\ M\ddot{x}_2 + (K + k)x_2 - kx_p = 0 \\ m\ddot{x}_p + (2k + k')x_p - kx_1 - kx_2 = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

En régime harmonique, on a :  $x_1 = \tilde{x}_1 e^{j\omega t}$  et  $x_2 = \tilde{x}_2 e^{j\omega t}$ .

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K+k-M\omega^2 & 0 & -k \\ 0 & K+k-m\omega^2 & -k \\ -k & -k & 2k+k'-m\omega^2 \end{bmatrix}}_{Z(\omega)} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

On s'intéresse plus particulièrement au déplacement des capteurs  $\tilde{x}_1$  et  $\tilde{x}_2$ . En résolvant par la méthode directe, on obtient :

$$\tilde{x}_1 = \frac{\begin{vmatrix} F & 0 & -k \\ 0 & K+k-m\omega^2 & -k \\ 0 & -k & 2k+k'-m\omega^2 \end{vmatrix}}{\det(Z(\omega))} \quad \tilde{x}_2 = \frac{\begin{vmatrix} K+k-m\omega^2 & F & -k \\ 0 & 0 & -k \\ -k & 0 & 2k+k'-m\omega^2 \end{vmatrix}}{\det(Z(\omega))} \quad (2.9)$$

Sachant que  $k \ll K$  et que  $k' \ll k$ , on a  $(K+k) \approx K$  et  $(2k+k') \approx 2k$  :

$$\begin{aligned} \det(Z(\omega)) &= [(K+k-M\omega^2)(2k-m\omega^2) - 2k^2](K+k-M\omega^2) \\ &= [2kK - (K+k)m\omega^2 - (2k-m\omega^2)M\omega^2](K+k-M\omega^2) \\ &\approx (K-M\omega^2)(2k-m\omega^2)(K+k-M\omega^2) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ce qui donne les pulsations propres des 2 capteurs  $\omega_1, \omega_2$  et de la plaque  $\omega_p$  :

$$\omega_1 \approx \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \omega_2 \approx \sqrt{\frac{K+k}{M}} \quad \omega_p \approx \sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (2.11)$$

Encore une fois, sachant  $k \ll K$  on peut simplifier et obtenir  $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \sqrt{\frac{K}{M}}$ . Ces pulsations propres sont celles des capteurs, elles vont être de l'ordre de  $10^2$  à  $10^3$  kHz en prenant les paramètres matériaux du PZ 27 cités au tableau 2.1. En revanche,  $\omega_p$  représente tous les modes de la plaque dans la structure du patin qui sont compris entre 1.5 et 10 kHz (2.2.3). On a donc  $\omega_p \ll \omega_{1,2}$ . De plus, on s'intéresse à la bande de fréquences allant de 0 à 10 kHz, donc on aura aussi  $\omega \ll \omega_{1,2}$ . On s'intéresse maintenant au déplacement  $\tilde{x}_1$  et  $\tilde{x}_2$ . Dans le cas quasi statique où  $\omega \rightarrow 0 \ll \omega_p \ll \omega_{1,2}$  on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \frac{F[(K+k)2k - k^2]}{2kK(K+k)} = \frac{F \left[ 1 - \frac{k}{2(K+k)} \right]}{K} \underset{k \ll K}{\approx} \frac{F}{K} \\ \tilde{x}_2 &= \frac{Fk^2}{2kK(K+k)} = \frac{Fk}{2K} \underset{k \ll K}{\approx} 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

donc si  $k \ll K$ , le capteur non excité ne bouge pas sous sollicitation quasi-statique.

Par contre dans le cas où  $\omega \neq 0$  mais  $\omega \ll \omega_{1,2}$ , on a :

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}_1 &= \frac{F[(K+k-M\omega^2)(2k-m\omega^2)-k^2]}{[2kK-(K+k)m\omega^2-(2k-m\omega^2)M\omega^2](K+k-M\omega^2)} \\
 &\stackrel{k \ll K}{\approx} \frac{F(2k-m\omega^2)}{(2k-m\omega^2)(K-M\omega^2)} \\
 &\stackrel{\omega \ll \omega_{1,2}}{\approx} \frac{F}{K} \\
 \tilde{x}_2 &= \frac{Fk^2}{[2kK-(K+k)m\omega^2-(2k-m\omega^2)M\omega^2](K+k-M\omega^2)} \\
 &\stackrel{k \ll K}{\approx} \frac{Fk^2}{(2k-m\omega^2)(K-M\omega^2)(K+k-M\omega^2)} \\
 &\stackrel{\omega \ll \omega_{1,2}}{\approx} \frac{Fk^2}{(2k-m\omega^2)K^2}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Ce qui donne les efforts suivants :

$$\begin{aligned}
 F_1 &= K\tilde{x}_1 \approx F \\
 F_2 &= K\tilde{x}_2 \approx \frac{Fk^2}{(2k-m\omega^2)K}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

et donc :

$$\begin{aligned}
 \frac{F_1}{F} &\approx 1 \\
 \frac{F_2}{F} &\approx \frac{k}{K} \frac{k}{2k-m\omega^2}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$F_1/F$  va rester approximativement constant quelque soit  $\omega$ , le capteur sollicité aura une force approximativement égale à celle qui lui est appliquée. Au contraire,  $F_2/F$  dépend de  $\omega$ . Si  $\omega \approx \omega_p$ , on aura une forte amplification du rapport  $F_2/F$  (dans ce modèle non amorti  $F_2/F$  tend vers l'infini pour  $\omega = \omega_p$ , cependant avec l'amortissement réel, non introduit pour des raisons de concision de la démonstration, l'amplification est importante mais finie d'autant plus qu'elle est multipliée par  $k/K \ll 1$ ). Pour toutes les autres valeurs de  $\omega \ll \omega_{1,2}$ ,  $F_2/F$  sera bien inférieur à 1. Ces résultats tendent à expliquer les pics d'amplification visibles sur les capteurs non excités, au voisinage des modes propres de la plaque sans pour autant que leur amplitude ne dépasse 0 dB (voir figure 2.11).

## 2.2.4 Conclusion de la modélisation

La modélisation par éléments finis du patin instrumenté a permis de caractériser le comportement attendu pour celui-ci, à la fois en statique et en dynamique. Il apparaît

que le patin ainsi conçu devrait valider le cahier des charges mentionné au 2.1.1. Sa géométrie permet de localiser l'aspérité sur laquelle intervient une sollicitation et assure une protection au cisaillement pour les capteurs piézoélectriques. Par ailleurs, le patin offre une large bande de mesure :

- l'analyse modale ayant montré une plage de fréquences de 0 à 1.5 kHz dépourvue de mode propre.
- l'analyse harmonique ayant montré que de 0 à 10 kHz, les interférences produites sur les capteurs par une sollicitation sur une aspérité à l'aplomb d'un autre capteur étaient inférieures à celle-ci d'au moins 30 dB quelle que soit la fréquence.

Le patin instrumenté devrait donc être en mesure de percevoir et localiser des impacts dont les durées sont de l'ordre de 0.1 ms et plus.

## 2.3 Réalisation et mise en fonctionnement du patin

La partie précédente (2.2) ayant montré que la géométrie présentée en 2.1.3 valide théoriquement le cahier des charges, la fabrication du patin peut démarrer. Celui-ci a fait l'objet d'une première réalisation puis d'une seconde incluant des améliorations diverses. Les réalisations sont toutes les deux basées sur la géométrie présentée en 2.1.3. Le protocole de montage détaillé est celui, plus complet, de la seconde réalisation, je précise ensuite les divergences entre les deux réalisations (sections 2.3.1.1 et 2.3.1.2) et notamment les défauts de la première version qui m'ont amenée à complexifier le montage.

### 2.3.1 Protocole de montage du patin instrumenté

La première étape concerne la préparation des capteurs piézoélectriques. Ceux-ci sont achetés sous forme de disques de céramique (n° 2 sur la Fig. 2.5), il faut donc réaliser les soudures permettant de connecter des câbles aux électrodes. Ensuite, les capteurs sont collés sur la base, les fils issus des capteurs sont logés dans les rainures de la base et sont noyés dans la colle (Fig. 2.14(a)) pour que la manipulation du patin ne sollicite pas mécaniquement les soudures. Pour faciliter la mise en position des capteurs à cette étape, on utilise deux pièces de mise en position réalisées en impression 3D (voir Fig. 2.13(a) et 2.13(c)). La première sert à positionner les céramiques latéralement. Pour cela, elle est percée à un diamètre légèrement plus grand que celui des céramiques (entre 0.2 et 0.3 mm de plus), son épaisseur est la même que celle des céramiques. Elle se positionne sur la base grâce à un cadre englobant la base sur ses 4 côtés (Fig. 2.14(b)). La seconde (Fig. 2.13(a) pièce du haut) sert à assurer la position verticale des capteurs piézoélectriques. C'est une plaque plus épaisse sur laquelle sont positionnés des cylindres de 1 mm de haut et

de 8 mm de diamètre. Cette pièce s'encastre dans la première de façon à ce que chaque cylindre repose sur une céramique. Pour minimiser l'épaisseur des films de colle, le collage a été réalisé sous un poids mort de 2.6 kg qui repose sur la seconde pièce de mise en position (Fig. 2.13(a) pièce du haut), qui elle-même répartit ce poids sur les 9 pastilles (Fig. 2.14(c)).

Les pièces hémisphériques sont collées en utilisant à nouveau deux pièces de mise en position (Fig. 2.13(b) et 2.13(d)), la première est la même que précédemment et reste autour des céramiques. On applique la colle puis on positionne les pièces hémisphériques. Une nouvelle pièce de mise en position composée de cylindres creux épais (voir Fig. 2.13(b) pièce du bas) s'encastre dans la première pièce (positionnement centré sur les céramiques), s'imbrique autour de la partie cylindrique (blocage du positionnement latéral) et repose sur la base plane (blocage du positionnement vertical) des pièces hémisphériques. Par dessus on applique le poids mort pendant que la colle sèche (Fig. 2.14(c)). Une fois la colle sèche, on retire le poids mort et les pièces de mise en position (Fig. 2.14(d)). Ensuite on passe au montage de la plaque flexible (n° 6) : on positionne les entretoises (n° 4) sous la plaque et sur la base au niveau des trous taraudés de la base, puis on visse au dessus de la plaque les 8 vis longues (n° 7) à travers la plaque, les entretoises et la base (Fig. 2.14(e)). La plaque supérieure (n° 8) est à son tour mise en place : ses cylindres taraudés sont mis en face des trous encore vides de la plaque flexible. Elle est ensuite vissée à l'aide des vis courtes (n° 5) en passant par les trous cylindriques de la base prévus à cet effet. Finalement les aspérités modèles sont collées dans leurs logements (Fig. 2.14(f)).

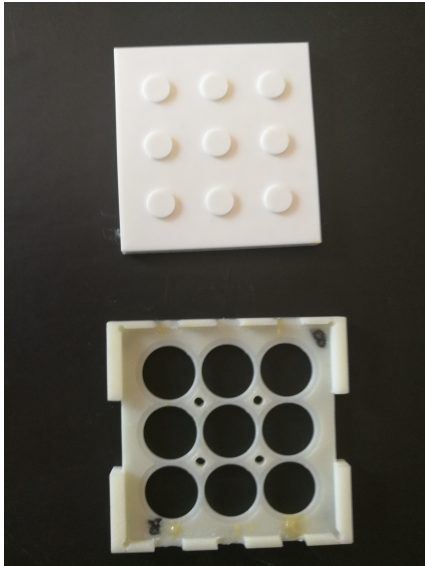
### 2.3.1.1 Particularités de la première version du patin

Dans la première version du patin, deux pièces font l'objet d'un assemblage collé au lieu d'être d'un seul tenant :

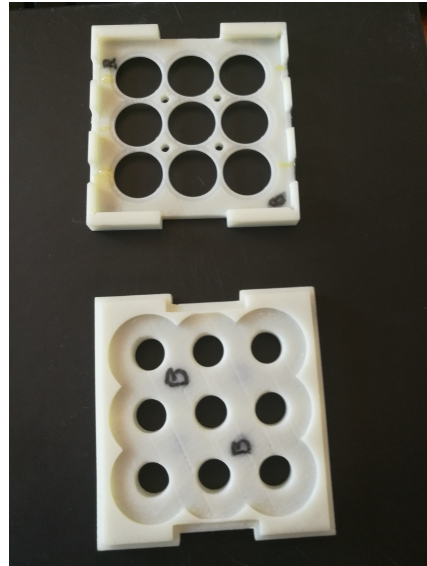
- la base (n° 1 sur la Fig. 2.5) : composée de la partie centrale de la base et des deux bras. Ici, l'assemblage collé n'a pas posé de problème. Les bras ont simplement été collés *a posteriori* de l'usinage.
- la plaque supérieure (n° 8) : composée d'une plaque simple de  $60 \times 60 \times 0.5 \text{ mm}^3$ , de 8 cylindres filetés (en dessous), et des logements pour aspérités (au dessus). Ces derniers sont de simples rondelles (de diamètre intérieur 2 mm, extérieur 5 mm et d'épaisseur 0.58 mm). Sur cette pièce, l'assemblage collé s'est révélé particulièrement fragile au niveau des cylindres taraudés servant à appliquer la précontrainte.

L'étape de collage des capteurs dans cette version est réalisée sans les pièces de mise en position décrites au paragraphe précédent (Fig. 2.14(b) et 2.14(c)). La mise en position se fait en dessinant leur emplacement sur la base, ce qui fait qu'elle est plus approxima-

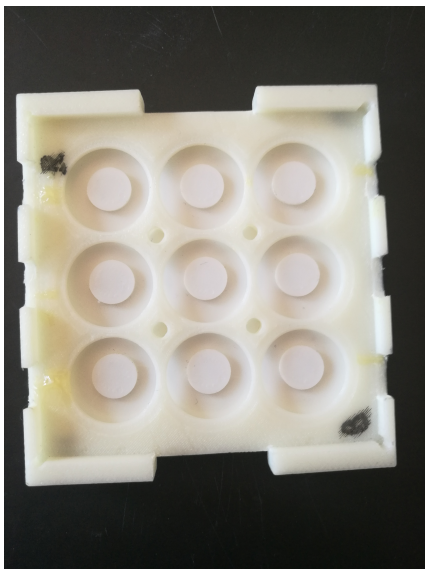




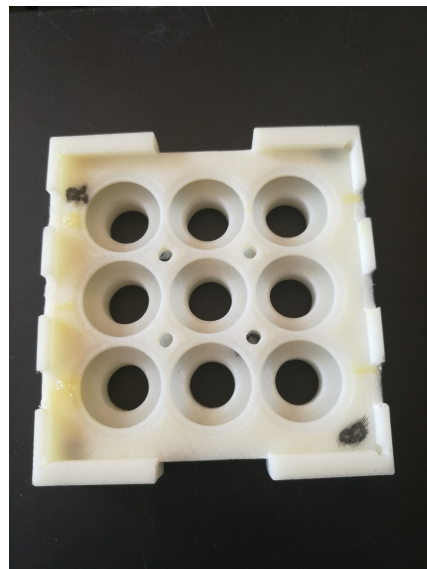
(a) Vue de dessous des 2 pièces de mise en position des céramiques. Haut : pièce de mise en position verticale. Bas : pièce de mise en position latérale.



(b) Vue de dessous des 2 pièces de mise en position des pièces hémisphériques. Haut : pièce de centrage sur les céramiques. Bas : pièce de mise en positions latérale et verticale.



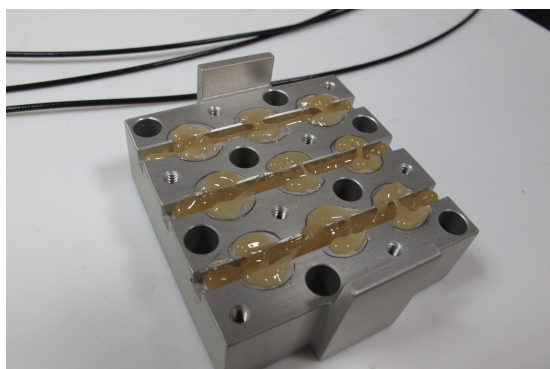
(c) Vue de dessous des 2 pièces de la figure 2.13(a) encastrées



(d) Vue de dessous des 2 pièces de la figure 2.13(b) encastrées

FIGURE 2.13 – Photographies des pièces de mise en position réalisées en impression 3D.

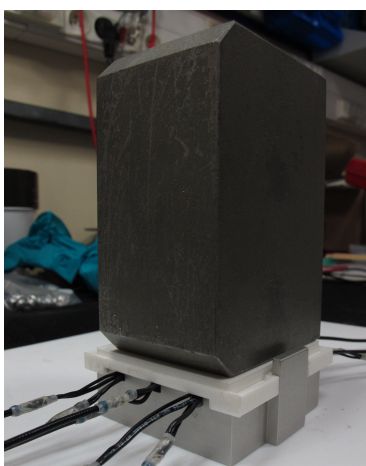




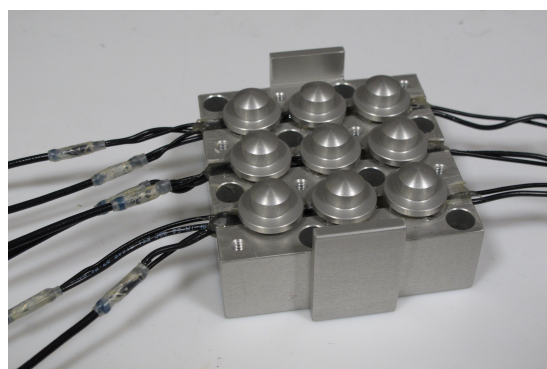
(a) Application de la colle sur la base.



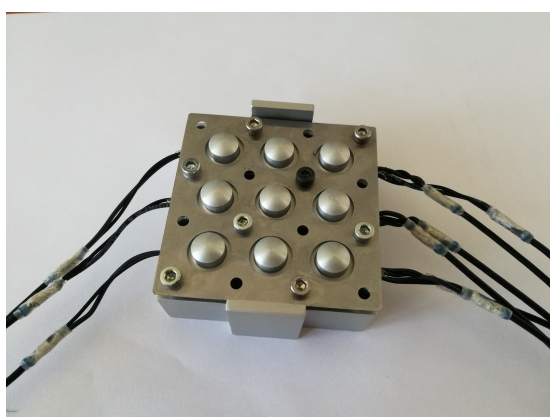
(b) Mise en place des capteurs avec la pièce de mise en position latérale.



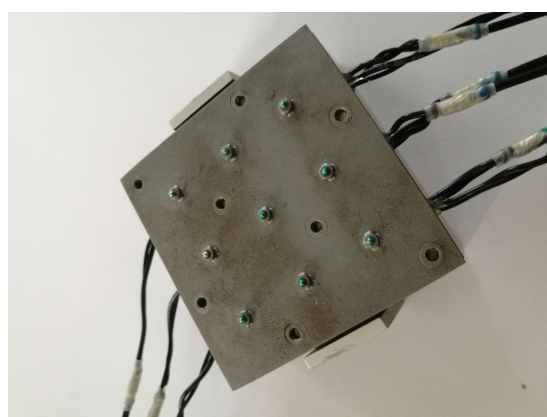
(c) Collage des capteurs et des pièces hémisphériques avec les pièces de mise en position et le poids mort.



(d) Pièces hémisphériques collées sur les céramiques.



(e) Mise en place de la plaque flexible.



(f) Mise en place de la plaque supérieure et des aspérités modèles.

FIGURE 2.14 – Photographies des différentes étapes de montage du patin instrumenté (sur l'exemple de la 2<sup>nde</sup> version du patin).

tive. L'isolation électrique des électrodes des capteurs est réalisée par des morceaux de fines feuilles de téflon de quelques  $mm^2$  qui sont insérées dans l'épaisseur de colle. Cette réalisation comporte quelques défauts de tolérance sur certaines pièces par rapport à la norme ISO 2768mK indiquée pour la mise en plan, notamment sur la hauteur des pièces hémisphériques. Après toutes les opérations de collage, on mesure à l'interféromètre l'altitude du sommet des hémisphères : celles-ci sont réparties autour de leur plan médian avec un écart type de  $51 \mu m$  et un écart maximal de  $136 \mu m$ . De ce fait la précontrainte appliquée n'était pas aussi précise que celle prévue par la modélisation, ce qui menait par endroit à rompre le contact entre la plaque supérieure et le sommet de certaines pièces hémisphériques. Enfin, dans cette version l'aspérité modèle est une sphère en acier inoxydable avec un rayon de courbure de 2.5 mm. Leur altitude individuelle a été mesurée avec un profilomètre interférométrique par rapport à leur plan moyen. Leur écart type est de  $123 \mu m$  alors que leur différence maximale est de  $351 \mu m$ . Sur cette version du patin, il a été compliqué d'appliquer la précontrainte sans décoller les cylindres taraudés de la surface supérieure (n° 8). De plus la manipulation du patin dans son ensemble devait être très minutieuse au risque de décoller l'un de ces cylindres, ce qui est arrivé très souvent lors des premiers essais. Par ailleurs, j'ai remarqué, lors des essais de calibration, que le capteur central n'était pas correctement précontraint par la plaque supérieure, certainement à cause des disparités de hauteur des pièces hémisphériques ainsi que de la précontrainte difficile à régler. Ce capteur offrait des capacités de localisation bien moindres que celles des autres capteurs. Devant la fragilité du collage qui compliquait fortement les mesures en glissement ainsi que l'imprécision des mesures du capteur 5, j'ai choisi de réaliser une seconde version du patin qui excluait ces problématiques.

### 2.3.1.2 Particularités de la seconde version du patin

Dans la seconde version du patin instrumenté, une attention plus particulière à la norme indiquée dans la mise en plan a été demandée pour l'usinage afin de réduire le défaut de précontrainte. Les pièces réalisées précédemment en assemblage collé ont été revues :

- la base (n° 1 Fig. 2.5) : elle est cette fois-ci usinée en un seul morceau.
- la plaque supérieure (n° 8 Fig. 2.5) : cette fois l'assemblage collé a été remplacé par de la soudure par point entre les différents éléments, pour lui assurer une plus grande solidité.

Les pièces en contact avec les capteurs piézoélectriques (n° 1 et 3) ont été anodisées, de manière à assurer l'isolation électrique de ceux-ci sans avoir à insérer de téflon. De plus, la précision du positionnement dans le plan des éléments piézoélectriques lors du collage

Aspérité	Position x (mm)	Position y (mm)	Altitude ( $\mu\text{m}$ )
1	-16.92	-16.95	107
2	-17.03	0.12	-30
3	-16.95	16.87	-96
4	-0.09	-17.09	14
5	0.06	0.04	-30
6	0.07	16.99	55
7	16.94	-17.00	-68
8	16.99	-0.08	-46
9	16.92	17.11	94

TABLEAU 2.9 – Seconde version du patin : positions (x et y) et altitudes des sommets des aspérités par rapport à leur plan moyen. Les numéros de 1 à 9 correspondent à ceux indiqués dans la Fig. 2.15.

a été améliorée grâce à la mise en position décrite plus haut. Les altitudes résultantes des sommets des neuf calottes sphériques ont finalement été mesurées avec un profilomètre interférométrique, et sont écartées de leur plan moyen de moins de  $46 \mu\text{m}$  chacune ( $32 \mu\text{m}$  d'écart-type).

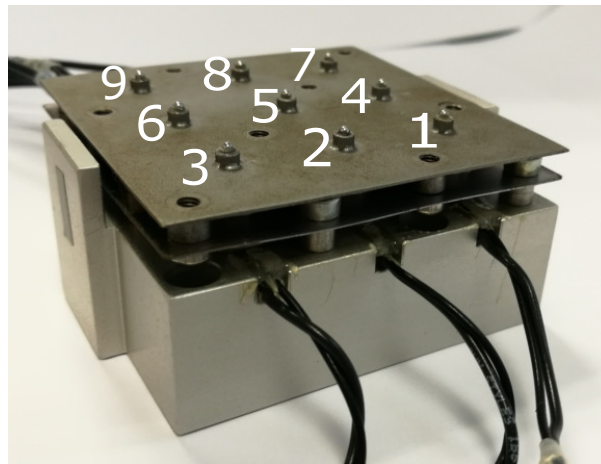


FIGURE 2.15 – Vue de la deuxième version du patin indiquant les numéros par lesquels sont désignés les capteurs et leur aspérité correspondante tout au long de ce manuscrit.

Enfin, dans cette version l'aspérité modèle est une sphère en acier inoxydable avec un rayon de courbure de  $0.75 \text{ mm}$ . Elle est collée dans chaque logement de la plaque supérieure, de sorte que le patin présente neuf aspérités sphériques à sa surface. Leurs altitudes individuelles ont été mesurées avec un profilomètre interférométrique et sont fournies dans le tableau 2.9 par rapport à leur plan moyen. Leur écart-type est de  $72 \mu\text{m}$  alors que leur différence maximale est de  $203 \mu\text{m}$ . Cette nouvelle réalisation permet d'obtenir un patin plus solide et donc plus facilement manipulable. La précontrainte est mieux assurée et

les écarts de hauteurs des aspérités sont plus faibles que dans la première version. Par la suite, sauf spécification contraire, l'ensemble des résultats présentés seront issus de cette seconde version du patin.

### 2.3.2 Instrumentation annexe

Afin d'acquérir l'évolution temporelle des neuf signaux de pression, un câble blindé (AC-0005-K, Brüel& Kjør) a d'abord été soudé sur chaque élément piézoélectrique, avant l'étape de collage décrite dans la section 2.3.1. Les deux points de soudure sont situés sur la même face des éléments en forme de disque piézoélectrique, grâce à l'une des électrodes s'enroulant autour de l'épaisseur de l'élément (voir Fig. 2.16). Ainsi, pour l'étape de collage, la sur-épaisseur, due aux deux points de soudure et au câble, peut être logée dans les rainures présentes sur la surface supérieure de la base.



FIGURE 2.16 – Photographie d'une céramique piézoélectrique après soudure des fils sur les électrodes.

Le câble transportant les charges générées par chacun des neuf éléments piézoélectriques est connecté à un canal d'entrée d'un amplificateur de conditionnement (type 2694A, Brüel& Kjør, bande passante [0.1 Hz - 50 kHz]), via un convertisseur de charge DeltaTron (type 2647, Brüel& Kjør, 1 mV/pC, bande passante [1 Hz - 50 kHz], caractérisée par un filtre passe-haut du premier ordre). Les sorties de l'amplificateur de conditionnement sont finalement acquises à l'aide d'un enregistreur et analyseur 32 canaux (OR38, OROS). La vitesse d'acquisition est réglée sur 25 kHz, garantissant que les fréquences jusqu'à 12.5 kHz sont acquises de manière adéquate d'après le théorème de Shannon [91]. Notons que la bande passante globale de la chaîne de mesure est de [1–12500] Hz, ce qui implique que la valeur moyenne (correspondant à une fréquence nulle) du signal de pression n'est pas disponible. Dans les conditions dynamiques d'un contact rugueux/rugueux glissant à des vitesses suffisamment élevées et impliquant des chocs de l'ordre de la milli-

seconde, comme ciblé avec ce patin instrumenté, ce n'est pas une limitation. Cependant, pour les faibles vitesses de glissement combinées à de grandes longueurs d'onde topographiques, comme dans certaines des conditions de test explorées dans la section 4.2, certaines informations en basse fréquence des signaux de pression peuvent être filtrées.

Le dispositif d'acquisition multi-canaux est utilisé non seulement pour les sorties de pression des capteurs piézoélectriques, mais également pour les autres signaux mesurés (force de frappe dans le marteau de choc, voir section 2.4, force de frottement et déplacements horizontal et vertical du patin, voir section 4.2), de sorte que tous soient acquis avec la même base de temps (même fréquence d'acquisition et même durée).

## 2.4 Caractérisation et calibration du patin

Une fois le patin réalisé, monté et branché, je cherche à caractériser son comportement pour vérifier s'il respecte bien les pré-requis de son cahier des charges et pour calibrer expérimentalement les coefficients permettant de passer d'une mesure de tension (en V) à une mesure de force (en N). Pour ce faire, j'ai mené une série d'expériences pour lesquelles le patin a été bridé à la table. Le patin est exposé à des sollicitations soit externes à l'aide d'un marteau de choc, soit internes en utilisant les éléments piézoélectriques comme actuateurs, en les soumettant à un courant alternatif.

### 2.4.1 Caractérisation à l'aide du marteau de choc

La première partie de la calibration concerne la caractérisation expérimentale de la réponse en fréquence du patin pour une sollicitation quasi-impulsionnelle. Celle-ci est réalisée au marteau choc dans le but d'obtenir une sollicitation aussi courte et ponctuelle que possible. Le marteau de choc (PCB piezotronics, modèle 086C03) utilisé ici est équipé d'un capuchon d'impact en acier.

#### 2.4.1.1 Calibration des capteurs

Pour calibrer les signaux issus des capteurs du patin instrumenté, je cherche à définir la matrice des coefficients à appliquer pour passer de la mesure de tension à la mesure de force. Pour cela des chocs au marteau sont appliqués au sommet de chacune des aspérités modèles. Dix impacts ont été effectués sur chaque aspérité et, pour chacun, la réponse des neuf capteurs a été analysée. Un exemple de réponse issue de ces essais est présenté figure 2.17.

Le coefficient permettant de passer d'une tension à une force pour le marteau est connu, il est de 2.25 mV/N. Je l'applique donc directement pour obtenir la valeur de



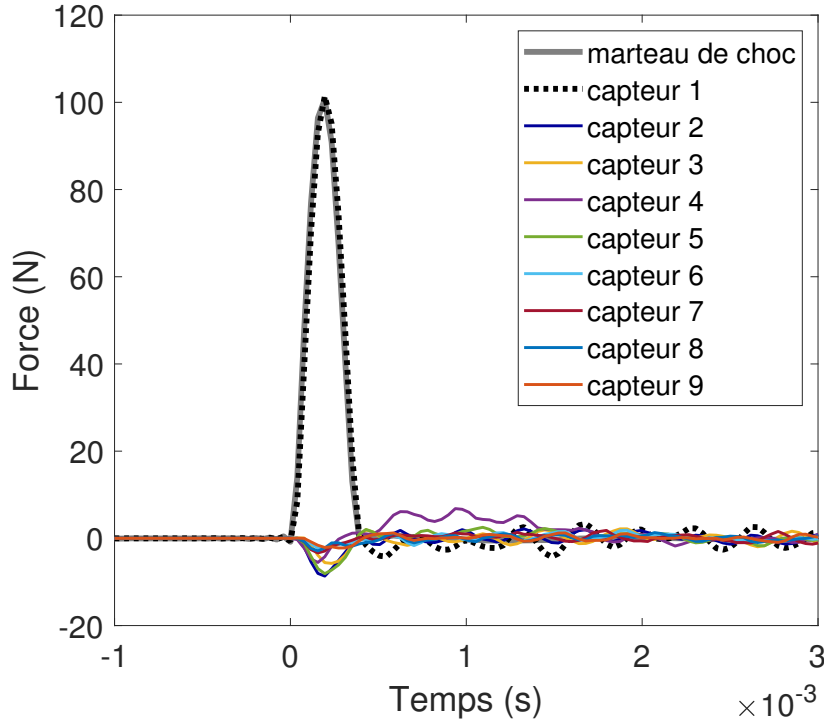


FIGURE 2.17 – Exemple de réponse des 9 capteurs piézoélectriques quand l’aspérité 1 est frappée au marteau de choc. Gris : Force mesurée par le marteau. Pointillé noir (autres couleurs) : Force mesurée par le capteur 1 (les 8 autres capteurs).

force appliquée sur l’aspérité. Je souhaite obtenir pour chaque capteur  $i$ , la fonction  $C^i(t)$  permettant de passer de sa tension de sortie  $U^i(t)$  à la force appliquée  $F^i(t)$  en sommet d’aspérité  $i$  telle que :  $F^i(t) = C^i(t) * U^i(t)$ , où  $*$  est un produit de convolution. Elle va dépendre de la sensibilité des capteurs mais aussi de l’ensemble de la structure du patin et du convertisseur de charge. Ces essais de choc permettent de la déduire expérimentalement.

En constatant que la réponse du capteur piézoélectrique situé juste en dessous de l’aspérité impactée reproduit fidèlement la forme de celle du marteau et que seule l’amplitude varie (en comparant les courbes grise et pointillée noire de la Fig. 2.17), je choisis de considérer que la fonction  $C^i(t)$  peut être réduite à un coefficient scalaire  $a^i$ . Il va être pris égal, pour chaque capteur, à la moyenne sur les 10 répétitions de choc (notées  $k$ ) du rapport de l’amplitude maximale en tension du capteur sollicité  $U_{max}^{ik}$  divisée par l’amplitude maximale de la force appliquée sur l’aspérité correspondante  $F_{max}^{ik}$  via le signal du marteau :

$$a^i = E \left[ \frac{F_{max}^{ik}}{U_{max}^{ik}} \right] \quad (2.16)$$

où  $E[\cdot]$  est l’espérance mathématique.

Pour la deuxième version du patin, les coefficients obtenus varient entre les capteurs de

38.2 à 29.6 N/V (les valeurs  $\frac{F_{max}^{ik}}{U_{max}^{ik}}$  pour un capteur  $i$  présentent un écart type à la moyenne de 0.5 N/V). L'ensemble des résultats présentés ensuite (dont ceux de la Fig. 2.17) tiennent compte de ces coefficients qui sont appliqués respectivement à chacun des capteurs. Les signaux sont donc présentés en Newton.

### 2.4.1.2 Localisation de l'impact et estimation de la force appliquée

**a Lecture des signaux extraits des essais de choc** Les essais, décrits au paragraphe précédent 2.4.1.1, qui ont servi à la calibration des capteurs, servent aussi à caractériser les capacités de localisation du patin instrumenté. La figure 2.17 montre les résultats d'une expérience typique. La durée de l'impact est de l'ordre de 0.5 ms, avec une force maximale de l'ordre de 100 N. Le capteur sollicité, après application des coefficients déterminés précédemment, reproduit très bien l'effort mesuré au marteau de choc pendant la durée de l'impact, quel que soit le capteur sollicité ou la répétition observée. À l'inverse, la mesure d'effort du capteur ne revient pas à 0 en même temps que celle du marteau, mais oscille pendant quelques millisecondes après le choc. De même pour les capteurs non sollicités, on observe un effort négatif, d'amplitude inférieure à 10 N, pendant le choc, puis des oscillations semblables à celles observées sur le capteur sollicité. Il s'agit d'une caractéristique indésirable du patin instrumenté, en raison d'un couplage résiduel entre les capteurs. Ces couplages mécaniques sont dus au pont vibratoire (décrit en section 2.2.3) mis en place par la plaque supérieure, à travers lequel les vibrations normales peuvent se propager et affecter tous les capteurs. Cette hypothèse est étayée par un test qui est décrit à la section 2.4.1.3. Cette interprétation est cohérente avec les résultats de l'analyse modale présentée dans la section 2.2.3, où les premiers modes propres du patin sont liés à des déformations de la plaque supérieure impliquant toute sa surface, et non localisés autour d'un seul capteur. De plus, les premiers modes propres prédits ont des fréquences attendues entre 1.5 et 2 kHz, qui peuvent facilement être excités par les impacts considérés de durée de l'ordre de 1 ms. En effet, dans les différents coda des signaux (à partir de 0.5 ms après le choc et jusqu'à ce que les signaux retombent à zéro) de la Fig. 2.17, on peut voir des oscillations avec une fréquence typique de l'ordre de quelques kHz (voir, par exemple, la coda du capteur 1 à environ 3 kHz).

Le contenu fréquentiel des signaux illustrés à la Fig. 2.17 peut être vu à la Fig. 2.18, qui montre la moyenne d'ensemble des Densités Spectrales de Puissance (DSP), moyennée sur les dix chocs effectués sur l'aspérité 1. Il apparaît que les spectres du marteau et du capteur directement excité sont égaux dans toute la gamme de fréquences jusqu'à 10 kHz, ce qui signifie que l'énergie mécanique est effectivement injectée et mesurée avec précision par le capteur piézoélectrique jusqu'à 10 kHz. La forme de la DSP, avec ses minima locaux

à environ 4700 et 7300 Hz, est tout à fait cohérente avec celle d'une onde demi-sinususoïdale de durée 0.33 ms, qui est une bonne approximation du signal de force du marteau de choc. Comme prévu, pour la plupart des fréquences dans la gamme [1–1000] Hz, les autres spectres sont beaucoup plus faibles, de plus d'un ordre de grandeur.

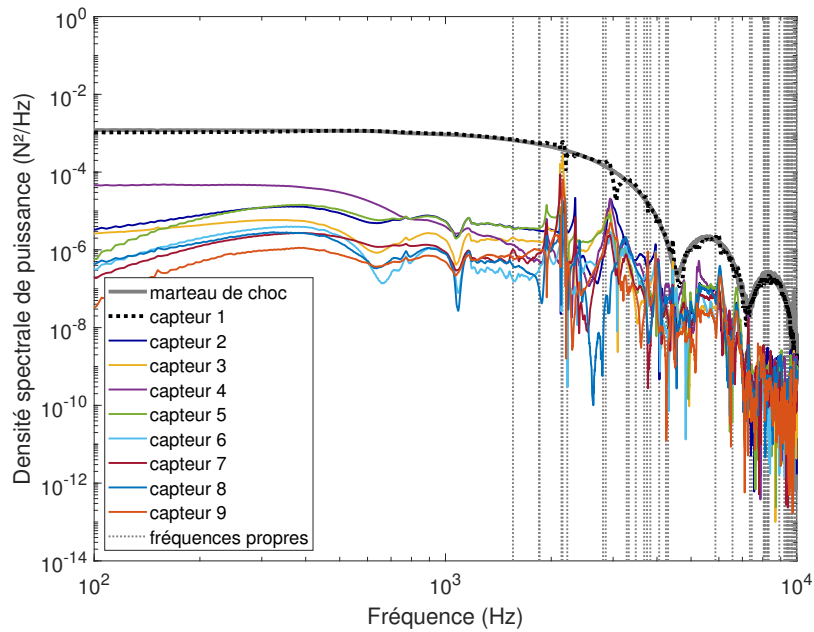


FIGURE 2.18 – Moyenne d'ensemble des densités spectrales de puissance des signaux du marteau de choc et des capteurs, moyennée sur 10 répétitions de choc sur l'aspérité 1, dont l'une d'elle est présentée dans la figure 2.17. Les courbes en gras se réfèrent aux signaux du marteau (en gris) et du capteur sollicité (en pointillé noir). Les autres courbes colorées représentent les signaux des autres capteurs. Les lignes pointillées verticales représentent les fréquences propres calculées par le modèle EF, obtenues à la section 2.2.3.

Cependant, les spectres des capteurs qui ne sont pas directement excités par le marteau présentent une série de pics, dont les amplitudes atteignent, localement, presque celle du capteur excité. Ces pics sont interprétés comme les modes propres du patin, ce qui est justifié par la bonne correspondance entre les bandes de fréquences dans lesquelles se trouvent les pics de la DSP et celles dans lesquelles les modes propres ont été prédits en utilisant l'analyse modale de la section 2.2.3 (voir Fig. 2.11 et lignes verticales en pointillés sur la Fig. 2.18). La Fig. 2.18 montre un bon accord qualitatif des résultats expérimentaux avec les prédictions éléments finis de la figure. 2.11 : les capteurs 2 et 4 sont dans les deux cas (modélisation éléments finis et expérimentalement) parmi ceux ayant la réponse la plus forte lorsque l'aspérité 1 est excitée, et les signaux des capteurs non excités atteignent des maxima locaux dans les mêmes bandes de fréquences (notamment visibles autour de 2 et 3 kHz). À partir des pics d'amplification fréquentielle, on peut calculer un taux



d'amortissement expérimental de la structure du patin  $\zeta_{exp}$ . Pour ce faire, on mesure la bande passante  $\Delta f$  (la largeur du pic) à 3 dB en dessous de l'amplitude maximale du pic et on la divise par la fréquence correspondant au pic :

$$\zeta_{exp} = \frac{\Delta f}{f} \quad (2.17)$$

On obtient ici  $\zeta_{exp} \approx 0.01$ , ce taux d'amortissement structurel sera rediscuté dans la section 3.3.4.

**b Modélisation du signal de sortie** En reprenant les essais de choc présentés en 2.4.1.2, je vais essayer de décrire, sous forme d'équation, les signaux de sortie du patin instrumenté de manière à pouvoir ensuite anticiper ses capacités de localisation en glissement.

En supposant que le patin se comporte de manière linéaire, la sortie temporelle du capteur piézoélectrique  $j$ ,  $S_j(t)$ , peut s'écrire :

$$S_j(t) = \sum_{i=1}^9 \int_0^{\infty} C_{ji}(\tau) F_i(t - \tau) d\tau, \quad (2.18)$$

où  $F_i(t)$  est le signal de force appliqué sur l'aspérité de surface  $i$  et  $C_{ji}(t)$  est la fonction de réponse du capteur  $j$  à un impact infiniment court sur l'aspérité  $i$ . Estimer la forme précise des  $9 \times 9 = 81$  fonctions  $C_{ji}$  est une tâche très difficile que je n'essaye pas d'effectuer ici. Au lieu de cela, je fais quelques hypothèses permettant de simplifier l'Éq. (2.18) de manière analytique, fournissant ainsi une compréhension directe de ses implications métrologiques. Pour commencer, toute sortie des capteurs piézoélectriques lorsqu'aucune force n'est appliquée sur le patin est négligée, c'est-à-dire que les codas de la Fig. 2.17 sont négligés. Lors d'un impact, nous avons déjà noté dans la section 2.4.1.1 que la sortie du capteur impacté représente fidèlement l'évolution temporelle de la force externe. Sur la Fig. 2.17, pour les huit autres capteurs, la sortie pendant l'impact a une forme de cloche avec une petite amplitude négative. Bien que chacun de ces signaux ait un extremum individuel à un instant différent, cette modélisation suppose en outre qu'ils ont tous la même forme que la force externe (mais des amplitudes différentes). Les deux hypothèses mentionnées ci-dessus permettent de réduire les fonctions de réponse à :

$$C_{ji}(\tau) = a_{ji} \delta(\tau), \quad (2.19)$$

où les coefficients  $a_{ji}$  sont considérés comme des constantes (unité V/N), et  $\delta$  est la distribution de Dirac. Les coefficients  $a_{jj}$  correspondent aux sensibilités individuelles des

capteurs piézoélectriques, dont la valeur (positive) a été estimée comme décrit dans la section 2.4.1.1 et est utilisée pour tracer les sorties des capteurs en Newton sur la Fig. 2.17. De la même manière, les valeurs de  $a_{ji,i \neq j}$  sont évaluées comme la valeur moyenne, sur dix stimuli par le marteau de choc sur l'aspérité de surface  $j$ , de la valeur extremum de la sortie du capteur  $i$  sur la durée de l'impact. Un patin instrumenté parfait donnerait  $a_{ji} = 0$  pour tout  $i \neq j$ . En revanche, comme nous avons vu à la Fig. 2.17 à partir des signaux des capteurs 2 à 9 lors de l'impact, les  $a_{ji,i \neq j}$  ont des valeurs non-nulles (négatives), qui caractérisent des interférences entre les sorties de différents capteurs.

En insérant l'Éq. (2.19) dans l'Éq. (2.18) et en divisant par  $a_{jj}$ , on obtient la relation simplifiée suivante :

$$\frac{S_j(t)}{a_{jj}} = F_j(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^9 \frac{a_{ji}}{a_{jj}} F_i(t). \quad (2.20)$$

La quantité  $\frac{S_j(t)}{a_{jj}}$  peut être considérée comme l'estimation de la force d'impact,  $F_j(t)$ , basée sur la sortie du capteur,  $S_j(t)$ . Si tous les  $a_{ji,i \neq j}$  sont nuls, l'estimation est exacte car  $\frac{S_j(t)}{a_{jj}} = F_j(t)$ . En réalité, l'estimation est biaisée par une erreur,  $E(t) = \sum_{i=1, i \neq j}^9 p_{ji} F_i(t)$ , qui dépend à la fois des amplitudes des forces extérieures,  $F_i(t)$ , et des rapports de diaphonie sur les coefficients de sensibilité,  $p_{ji} = \frac{a_{ji}}{a_{jj}}$ . Les valeurs absolues de tous les  $p_{ji}$  sont fournies dans le tableau 2.10. Par définition, tous les éléments diagonaux sont à 100%. Sauf pour le capteur 4, tous les termes non diagonaux restent inférieurs à 10%, indiquant une diaphonie relativement faible entre les sorties. Le capteur 4 quant à lui répond plus fortement que les autres quand on sollicite certains capteurs, notamment les capteurs 3 ( $p_{34}=20\%$ ), 2 ( $p_{24}=16\%$ ), 6 ( $p_{64}=13\%$ ) et 5 ( $p_{54}=12\%$ ). Cependant, quand c'est ce capteur qui est sollicité il répond comme les autres, en suivant la forme de la sollicitation et les réponses des autres capteurs restent inférieures à 10%.

**c Discussion sur les capacités de localisation en glissement** Dans le cas d'un choc unique, malgré les signaux parasites, il est facile de déterminer quelle aspérité l'a subi étant donné que les capteurs non sollicités mesurent une amplitude inférieure à 10% de celle mesurée par le capteur sollicité. Par contre, je souhaite pouvoir utiliser le patin dans le cas de chocs multiples, je cherche donc à déterminer la précision de localisation obtenue dans ce cas-là. Considérons d'abord le cas où le patin est soumis à une série d'impacts se produisant à la suite les uns des autres, sans aucun chevauchement dans le temps : pour chaque signal de force externe  $F_j(t)$  sur l'aspérité  $j$ ,  $F_{i,i \neq j} = 0$  dans le même intervalle de temps. Je me place dans le cas favorable, déjà testé avec le marteau de choc, où les signaux consistent en une succession d'événements uniques comme celui représenté sur la Fig. 2.17. Pour chacun, l'aspérité impliquée est celle donnant le plus grand signal (disons

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100%	8%	6%	6%	8%	3%	4%	3%	2%
2	8%	100%	10%	16%	10%	4%	3%	3%	4%
3	9%	5%	100%	20%	7%	5%	5%	8%	4%
4	6%	9%	4%	100%	10%	4%	8%	9%	4%
5	6%	8%	5%	12%	100%	4%	4%	7%	7%
6	4%	2%	4%	13%	5%	100%	3%	2%	4%
7	4%	4%	3%	6%	4%	4%	100%	10%	5%
8	4%	4%	4%	10%	5%	6%	6%	100%	7%
9	1%	2%	2%	1%	3%	3%	2%	2%	100%

TABLEAU 2.10 – Matrice des rapports  $p_{ji} = \frac{a_{ji}}{a_{jj}}$ . Toutes les valeurs sont exprimées en %. Le niveau de gris d’une case est proportionnel à la valeur qui s’y trouve. Ligne : impact sur l’asperité correspondant au numéro de la ligne. Colonne : réponse du capteur correspondant au numéro de la colonne.

$j$ ) ; son amplitude est estimée avec précision par  $\frac{S_j(t)}{a_{jj}}$ , tandis que les autres signaux (pour  $i \neq j$ ) peuvent être négligés.

La situation est plus complexe lorsque plusieurs impacts se produisant sur différentes aspérités se chevauchent dans le temps. Dans la section 4.2, j’argumente théoriquement et confirme expérimentalement que le nombre d’aspérités en contact simultanément avec une piste rigide ne devrait pas dépasser trois. Pour la suite de cette section, je considère donc le cas le plus défavorable de trois impacts simultanés, tous avec une évolution de force proportionnelle à la même fonction  $F_0(t)$ . Sans perte de généralité, je suppose que ces trois aspérités sont numérotées de 1 à 3 et que  $F_1(t) = F_0(t)$ ,  $F_2(t) = \alpha F_0(t)$ ,  $F_3(t) = \beta F_0(t)$ , avec  $1 > \alpha > \beta$ . Supposons enfin que tout  $p_{ij}$  soit tel que  $|p_{ji}| \leq p$ . Dans ces conditions, l’équation (2.20) peut être directement retranscrite en :

$$\frac{S_1}{a_{11}} = F_0(t) (1 \pm p(\alpha + \beta)), \quad (2.21)$$

$$\frac{S_2}{a_{22}} = \alpha F_0(t) \left( 1 \pm \frac{p(1 + \beta)}{\alpha} \right), \quad (2.22)$$

$$\frac{S_3}{a_{33}} = \beta F_0(t) \left( 1 \pm \frac{p(1 + \alpha)}{\beta} \right), \quad (2.23)$$

$$\frac{S_j}{a_{jj}} = \pm F_0(t) p(1 + \alpha + \beta), \quad j > 3. \quad (2.24)$$

Ces équations indiquent une analyse simple des données lorsque trois impacts simultanés sont suspectés. J’identifie d’abord les trois sorties de capteur donnant les forces

d'impact les plus importantes et enregistre les trois valeurs de crête correspondantes. La plus grande donne  $F_0$ , tandis que le rapport des deux autres sur  $F_0$  donne  $\alpha$  et  $\beta$ .  $p = 0.1$  étant une valeur représentative du patin (voir Tab. 2.10), l'équation (2.24) indique que  $0.3F_0$  est une estimation prudente ( $p(1 + \alpha + \beta) < 0.3$ ) du bruit expérimental. En d'autres termes, tous les pics supérieurs à cette valeur peuvent être considérés en toute sécurité comme de véritables impacts et non comme le résultat de certaines interférences entre les sorties. Tous les pics d'amplitude inférieure sont être rejetés, ainsi si  $\alpha$  ou  $\beta < 0.3$  le choc n'est pas détecté. L'amplitude et l'incertitude de la force d'impact sur les aspérités localisées avec succès peut ainsi être estimée en utilisant les équations (2.21), (2.22) et (2.23), qui donnent  $F_0 \pm 20\%$ ,  $\alpha F_0 \pm \frac{20}{\alpha}\%$  et  $\beta F_0 \pm \frac{20}{\beta}\%$ , respectivement.

### 2.4.1.3 Vérification de l'hypothèse de transmission d'effort par pont vibratoire

De nouveaux essais de choc au marteau ont été réalisés, cette fois sur la première version du patin dont on a retiré les plaques supérieure et flexible. L'objectif est de confirmer ou d'infirmer l'hypothèse du 2.4.1.2 selon laquelle la plaque supérieure serait à l'origine d'un pont vibratoire entre les capteurs, ce qui induirait des oscillations dans les signaux des capteurs non sollicités. Les sollicitations sont appliquées directement sur les calottes sphériques (n° 3 sur la Fig. 2.5) collées sur les capteurs piézoélectriques.

Un exemple de réponse des 9 capteurs du patin instrumenté est représenté en Fig. 2.19. Ici, c'est la pièce hémisphérique collée au capteur 9 qui est directement sollicitée. Dans ces conditions (et en comparaison avec les résultats observés à la section 2.4.1.2) on observe toujours une très bonne reproduction de la force appliquée au marteau de choc par la mesure du capteur sollicité. On observe aussi des efforts négatifs pendant la durée de l'impact et avec une forme similaire sur les autres capteurs. Ceux-ci sont de l'ordre de 10 à 20% de l'effort appliqué par le marteau, sur les capteurs directement adjacents (n° 8, 5, 6) au capteur sollicité, de l'ordre de 5% sur les capteurs intermédiaires (n° 2, 3, 4, 7). Sur le capteur le plus éloigné (n° 1), la mesure reste quasiment nulle. Cependant la coda oscillante des signaux est significativement réduite par rapport à celles observées à la figure 2.17 : seul le capteur sollicité conserve une oscillation de très faible amplitude après la fin du choc. Il existe donc un transfert d'effort par la base du patin au moment du choc. Cependant, les oscillations présentes après le choc sont transmises entre les capteurs et entretenues par une vibration de la plaque supérieure.

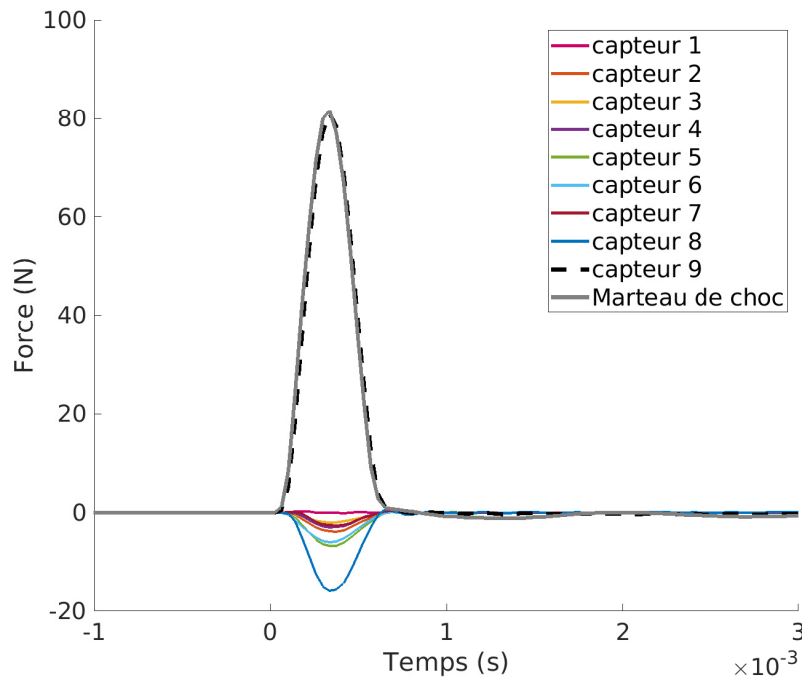


FIGURE 2.19 – Exemple de réponse des 9 capteurs piézoélectriques quand la pièce hémisphérique surmontant le capteur 9 est frappé au marteau de choc. Gris : Force mesurée par le marteau. Pointillé noir (autres couleurs) : Force mesurée par le capteur 9 (les 8 autres capteurs).

### 2.4.2 Excitation fréquentielle

J'ai réalisé des essais de calibration supplémentaires pour connaître l'effet d'une sollicitation interne à la structure plutôt qu'externe comme avec le marteau de choc. Pour cet essai, j'utilise une céramique piézoélectrique du patin en tant qu'actionneur. Un générateur électrique est branché, via un amplificateur, aux bornes de l'un des capteurs piézoélectriques. Celui-ci va se comprimer ou se détendre sous l'effet de la tension électrique (voir chapitre 1.3.2). Le générateur produit un signal sinusoïdal d'environ  $\pm 5$  V d'amplitude et de fréquence 500 Hz. Celui-ci est appliqué aux bornes du capteur 1, qui va donc se comprimer puis se détendre au rythme de la tension d'entrée imposée. Les signaux observés sont celui de la tension d'entrée du capteur 1 et ceux de mesure de force des capteurs 2 et 3 (le capteur 2 étant directement adjacent au capteur 1 et le capteur 3 étant plus éloigné). Sur l'extrait de réponse présenté figure 2.20, les 3 courbes ont globalement la même forme, à l'opposition de phase près. Cette opposition est cohérente avec les résultats observés à la figure 2.17, où les capteurs non-sollicités observaient un signal de signe opposé à celui du capteur sollicité. Notons que les unités de la courbe bleue et des courbes rouges ne sont pas les mêmes, la tension appliquée est en V tandis que les forces mesurées

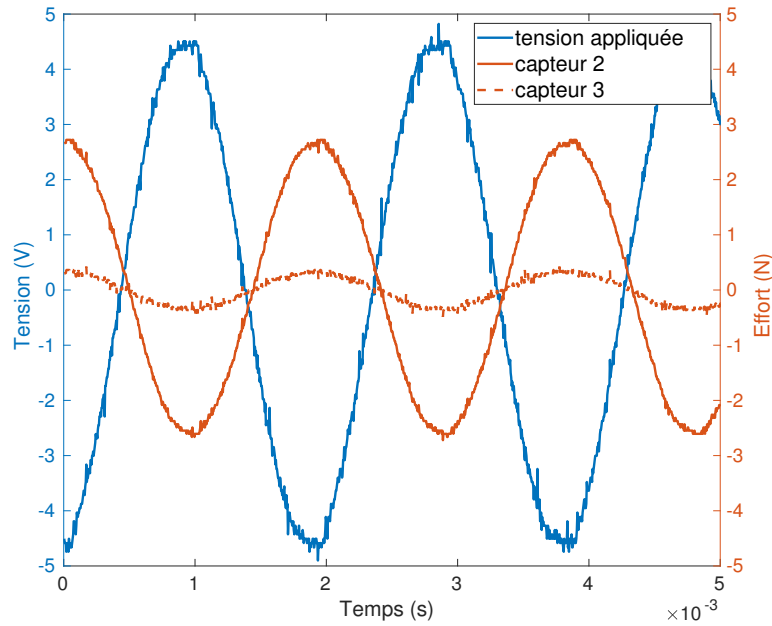


FIGURE 2.20 – Exemple de réponse en force des capteurs 2 et 3 quand une tension sinusoïdale de fréquence 500 Hz et d’amplitude environ  $\pm 5$  V est imposée aux bornes du capteur 1. Bleu : Tension d’entrée appliquée au capteur 1. Rouge : Force mesurée par les capteurs 2 (trait continu) et 3 (pointillé). Remarque : les signaux bleu et rouges n’ont pas la même unité, l’équivalence pour les capteurs est  $1 \text{ V} \approx 35 \text{ N}$ .

par les capteurs sont en N. D’après la calibration réalisée en 2.4.1.1, une amplitude de 5 V génère une compression ou une détente de la céramique équivalente à celle engendrée par une force d’environ 175 N. Le signal du capteur 2 représente alors environ 1.7% et celui du capteur 3 environ 0.2% de la force équivalente générée par la tension d’entrée sur le capteur 1. À une fréquence de 500 Hz, on est relativement loin des premiers modes qui apparaissent autour de 2000 Hz. On peut donc considérer que le système fonctionne en quasi-statique et comparer ces coefficients à ceux obtenus par le calcul EF en statique pour un effort appliqué sur le capteur 1 (voir Tab. 2.5). On avait calculé pour le capteur 2 un effort résultant de 1.4% et pour le 3 de 0.2% de l’effort appliqué. En quasi-statique, on a donc une réponse similaire que la sollicitation soit externe ou interne au patin.

Regardons à présent l’effet de la fréquence pour une telle sollicitation interne au patin. Je fais donc varier le signal d’entrée entre 500 et 11000 Hz. La variation de fréquence s’effectue pendant 150 s, avec 8192 paliers répartis linéairement sur la bande de fréquences étudiée. La phase du signal est continue tout au long des variations (il n’y a pas de discontinuité lors des changements de palier).

La figure 2.21 donne l’évolution des amplitudes de la tension d’entrée et des signaux issus des capteurs 2 et 3 en fonction de la fréquence de sollicitation. En basses fréquences,

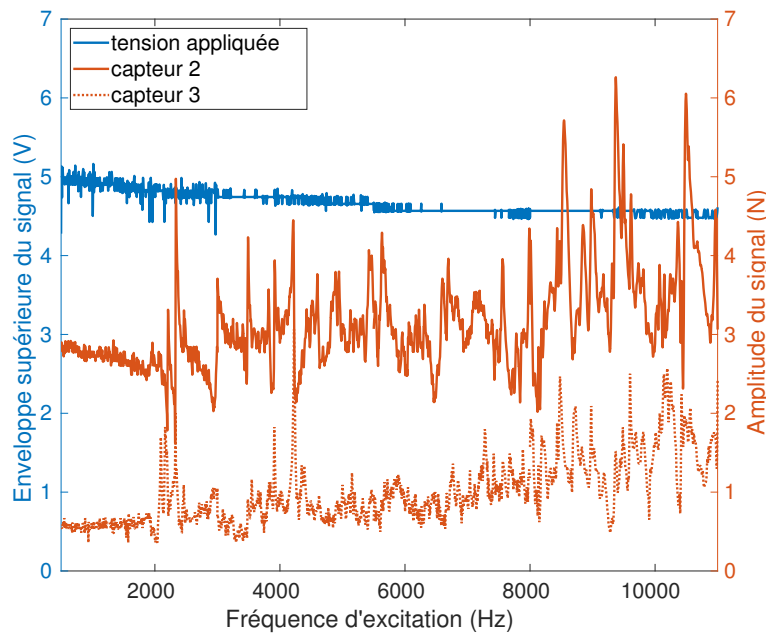


FIGURE 2.21 – Amplitude de la tension envoyée au capteur 1 (bleu, axe de gauche, en V, mesuré comme l’enveloppe supérieure du signal) et amplitudes des réponses (rouge, axe de droite, en N) des capteurs 2 (pointillé rouge) et 3 (trait continu rouge) en fonction de la fréquence de la tension sinusoïdale envoyée au capteur 1.

ces amplitudes sont similaires à celles qu’on observait à 500 Hz et ce jusqu’à environ 2 kHz. On observe ensuite plusieurs séries de pics entrecoupées de courtes plages de fréquences où l’amplitude se stabilise autour de sa valeur à basse fréquence, et ce jusqu’à 10 kHz. La figure 2.22 présente les densités spectrales de puissance des réponses respectives des capteurs 2 (à gauche) et 3 (à droite), à une sollicitation du capteur 1. Les courbes bleues sont issues des signaux présentés à la figure 2.21, tandis que les courbes rouges sont extraites des expériences réalisées avec une sollicitation au marteau de choc appliquée au sommet de l’aspérité surplombant le capteur 1 (Fig. 2.18). En comparant les signaux issus des 2 types de sollicitation on observe que les pics se retrouvent aux mêmes fréquences. Cette bonne correspondance indique que les deux types de stimulation du patin (externe par choc ou interne par vibration d’une pastille piézoélectrique) peuvent être tous deux utilisés pour caractériser la réponse dynamique du patin (par contre les amplitudes ne sont pas comparables suivant si la sollicitation est externe ou interne, notamment sur le capteur dont la proximité est immédiate qui mesure une excitation 10 fois plus élevée par sollicitation interne). La première semble *a priori* plus réaliste, car plus proche de l’utilisation finale du patin qui subira des chocs externes lors du glissement sur une surface rugueuse. C’est donc celle qui caractérise les amplitudes des réponses. Cependant, la

seconde, qui est permise par la dualité du fonctionnement des pastilles piézoélectriques (capteur ou actionneur), peut permettre de solliciter de plus hautes fréquences que ce que permet le marteau de choc.

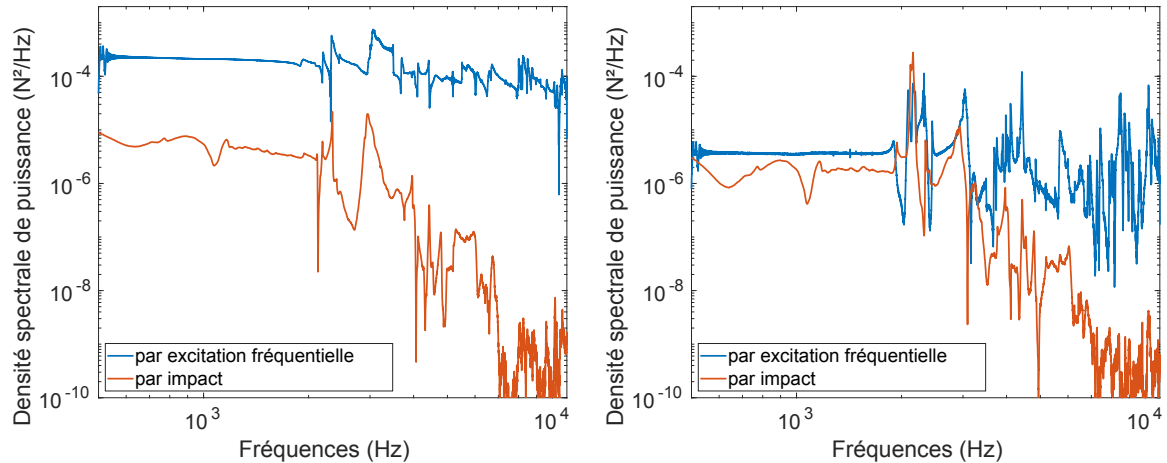


FIGURE 2.22 – Densité spectrale de puissance des réponses des capteurs 2 (à gauche) et 3 (à droite) (en  $N^2/Hz$ ) en fonction de la fréquence de sollicitation. Bleu : par l’application d’une tension sinusoïdale dont la fréquence varie de 500 à 11000 Hz aux bornes du capteur 1. Rouge : par une sollicitation au marteau de choc sur le capteur 1, présentée au 2.4.1.2.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j’ai mis au point un instrument permettant de mesurer les efforts induits par les micro-impacts entre les aspérités de 2 surfaces rugueuses en glissement l’une par rapport à l’autre. J’ai prédit, à l’aide d’un modèle par éléments finis, que le patin instrumenté devrait avoir une large bande de fréquences d’utilisation (de 0 à environ 1500 Hz sans aucun mode propre, puis entre 1500 et 10 000 Hz où la réponse du capteur sollicité reste prépondérante par rapport aux autres capteurs, malgré la présence de modes). Cette bande de fréquences d’utilisation correspond à ce que je souhaite atteindre étant donné que les micro-impacts à mesurer, lors du glissement entre deux solides rugueux sous faible charge, sont généralement compris entre 1 et 0.1 ms (voir 1.1.4), soit d’une fréquence comprise entre 1 et 10 kHz. Une fois le patin instrumenté réalisé, j’ai confirmé que celui-ci offrait une bonne lecture du choc appliqué au marteau sur les aspérités supérieures sur cette bande de fréquences. Les forces transmises sur les capteurs non-sollicités ont été caractérisées, elles sont transmises par pont vibratoire et restent inférieures à 10% de la force appliquée. J’ai aussi déterminé les capacités de localisation du patin avec une calibration au marteau de choc. Dans le cas de chocs successifs sans



recouvrement temporel, l'amplitude de ces chocs est ainsi parfaitement déterminée. Le patin instrumenté permet en outre de localiser et mesurer des chocs dans des situations plus complexes. En particulier dans le cas de chocs simultanés (jusqu'à 3), dès lors que les amplitudes des chocs les plus faibles sont supérieures à 30% de celle du choc le plus fort, la localisation est possible. Dans ce cas, on peut espérer une précision d'environ 20% sur l'amplitude du choc le plus fort.

# Chapitre 3

## Modèle de contact multi-aspérités

Ce chapitre décrit le modèle numérique développé pour analyser le comportement du contact multi-aspérités du patin instrumenté en glissement relatif sur une surface rugueuse. Ce modèle, mis en œuvre dans le chapitre suivant, permettra, en confrontant les résultats qu'il apporte à un ensemble de résultats expérimentaux, d'apporter des éléments de compréhension de la dynamique observée. Il prend en paramètres d'entrée les caractéristiques géométriques et inertielles du patin en contact ainsi que la vitesse de glissement relative. Il permet de prédire à tout instant quelles sont les aspérités en contact et les forces que ces contacts génèrent. Par la suite, ce modèle doit permettre d'accompagner la lecture des signaux expérimentaux de force issus du patin instrumenté, en émettant des prédictions sur l'identité des aspérités en contact et sur les efforts engendrés localement en fonction de la topographie de la surface sur laquelle le patin glisse.

La première partie du chapitre concerne les hypothèses physiques retenues afin de décrire le contact multi-aspérités. La seconde partie concerne la mise en œuvre numérique du modèle et le protocole des simulations réalisées. Elle comporte un premier volet qui décrit la mise en position initiale du solide mobile par rapport à la piste fixe et un second volet décrivant la mise en mouvement relatif des deux solides. Une troisième partie concerne la mise en œuvre du modèle dans le cas particulier du patin instrumenté développé au chapitre 2.

### 3.1 Présentation du modèle

La figure 3.1 présente un schéma de principe du modèle développé.

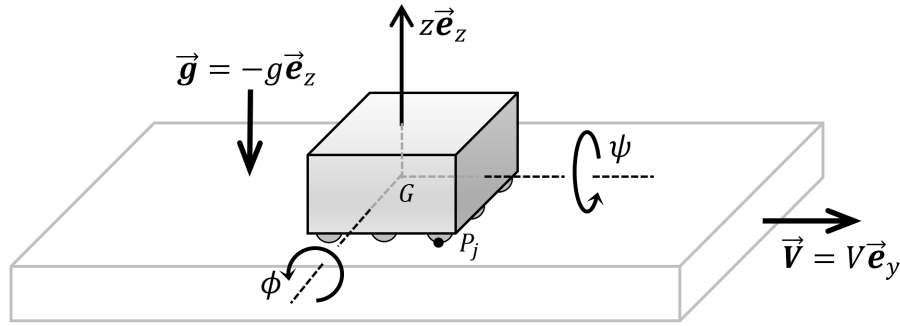


FIGURE 3.1 – Schéma de la modélisation du contact multi-aspérités. Le parallélépipède supérieur est le patin, dont le point  $G$  est le centre de gravité. Les points  $P_j$  sont les points de contact potentiels,  $z\vec{e}_z$ ,  $\phi$  et  $\psi$  sont les degrés de liberté et  $\vec{g}$  est la gravité à laquelle le patin est soumis. Le parallélépipède inférieur est la piste dont  $\vec{V}$  est la vitesse constante d'avance.

### 3.1.1 Description des solides en contact

Le modèle prend en compte deux solides posés l'un sur l'autre, le solide supérieur constitue le patin, et le solide inférieur, la piste. Ces deux solides sont animés de mouvements de corps rigides et seules les aspérités sont supposées déformables en restant dans le domaine élastique. Ainsi, ces déformations sont introduites via les raideurs locales de contact, évaluées à partir des caractéristiques matériaux des deux solides (modules de Young, respectivement  $E_1$  et  $E_2$ , et coefficients de Poisson, respectivement  $\nu_1$  et  $\nu_2$ ). Le solide supérieur, ou patin, est décrit comme un parallélépipède rigide et homogène soumis à la gravité  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ . Ses caractéristiques inertielles (la masse  $m$ , la position de son centre de gravité  $G$  et les moments d'inertie en rotation  $I_x$  et  $I_y$ ) peuvent soit être calculées en fonction de la géométrie du parallélépipède, soit être spécifiées pour correspondre plus finement aux particularités du solide étudié. Je prends en compte pour décrire le mouvement du patin les 3 degrés de liberté que sont :

- le déplacement vertical de son centre de gravité  $G$ ,  $z$ , suivant l'axe  $\vec{e}_z$
- les 2 rotations, type tangage et roulis, autour des axes  $G\vec{e}_x$  et  $G\vec{e}_y$ , respectivement  $\phi$  et  $\psi$ .

Les déplacements du centre de gravité dans le plan de glissement, c'est-à-dire suivant les axes  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$  et la rotation, type lacet, autour de l'axe  $G\vec{e}_z$  sont quant à eux négligés. Ils seront donc supposés fixes. Les  $N$  points  $P_j$ , représentant les sommets des  $N$  aspérités à la surface du patin, sont considérés comme étant les seuls points de contact potentiels avec la piste. Chacun est décrit par sa position relative au centre de gravité  $G$  ( $x_j$ ,  $y_j$  et  $z_j$ ) ainsi que par le rayon de courbure de l'aspérité, supposé localement sphérique,  $R_j$ . Le solide inférieur est la piste, il est décrit uniquement par la topographie de sa surface

supérieure filtrée par une sphère dont le rayon est égal à celui des aspérités,  $h(x, y)$  (on ne décrit donc que la topographie qui peut être parcourue par les aspérités, ainsi les creux de largeur plus fine que leur diamètre n'apparaîtront pas). Il est animé de la vitesse de glissement le long de l'axe  $\vec{e}_y$ ,  $\vec{V} = V\vec{e}_y$ .

### 3.1.2 Mise en équation

La mise en équation du modèle va nécessiter plusieurs étapes. Je commence par appliquer le principe fondamental de la dynamique au patin, en introduisant les forces de micro-contact entre les deux solides. Puis je présente le modèle retenu pour décrire ces forces de contact. Une attention particulière est consacrée aux termes dissipatifs de ces forces.

#### 3.1.2.1 Principe fondamental de la dynamique

La force macroscopique de réaction  $F_z\vec{e}_z$  exercée par la piste sur le patin peut être obtenue en sommant les contributions des forces normales,  $f_j\vec{e}_z$  (avec  $f_j \geq 0$ ), engendrées à chacun des micro-contacts  $P_j$ . De la même manière, les couples  $L_x\vec{e}_x$  et  $L_y\vec{e}_y$ , exercés à l'échelle macroscopique et ramenés au point  $G$ , peuvent être déterminés connaissant les  $f_j\vec{e}_z$  ainsi que les composantes des vecteurs reliant chacun des points  $P_j$  d'application de ces forces et le centre de gravité  $G$  du patin. Par convention, on exprime ces vecteurs  $G\vec{P}_j$  selon :

$$G\vec{P}_j = x_j\vec{e}_x + y_j\vec{e}_y - z_j\vec{e}_z, \quad j = 1, \dots, N \quad \text{et} \quad z_j > 0. \quad (3.1)$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique au patin, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{cases} m\ddot{z} = -mg + F_z(f_j) & = -mg + \sum_{j=1}^N f_j, \\ I_x\ddot{\phi} = L_x(f_j, y_j) & = + \sum_{j=1}^N y_j f_j, \\ I_y\ddot{\psi} = L_y(f_j, x_j) & = - \sum_{j=1}^N x_j f_j, \end{cases} \quad (3.2)$$

où  $m$ ,  $I_x$  et  $I_y$  sont, respectivement, la masse et les moments d'inertie autour des axes  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$ .

#### 3.1.2.2 Modélisation des forces de micro-contact

Je cherche maintenant à déterminer les forces  $f_j\vec{e}_z$  au niveau de chacun des micro-contacts. Pour cela, je commence par modéliser chaque micro-contact par un contact de

Hertz [43] pour représenter son comportement élastique (voir l'équation (1.3)) :

$$f_{jH} = \mathfrak{K}_j \delta_j^{\frac{3}{2}}. \quad (3.3)$$

$\mathfrak{K}_j$  est une constante qui dépend de chaque aspérité, soit  $\mathfrak{K}_j = \frac{4}{3} \sqrt{R^* E^*}$ , où  $R^*$  est le rayon de courbure équivalent du contact tel que  $1/R^* = 1/R_j + 1/R_p$  où  $R_j$  représente le rayon de courbure de l'aspérité  $j$  et  $R_p$  représente le rayon de courbure moyen des aspérités du plan.  $E^*$  est le module de Young équivalent du contact. Il s'exprime en fonction des modules de Young  $E_{1,2}$  et des coefficients de Poisson  $\nu_{1,2}$  des solides en contact, tel que  $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ .  $\delta_j$  constitue le rapprochement normal des deux solides au point de contact  $P_j$ . Le schéma Fig. 3.2 représente ce rapprochement par une interpénétration normale des solides non déformés au niveau de chaque point de contact. Cette interpénétration figure en réalité l'indentation d'un des solides par l'autre avec des matériaux se déformant localement.

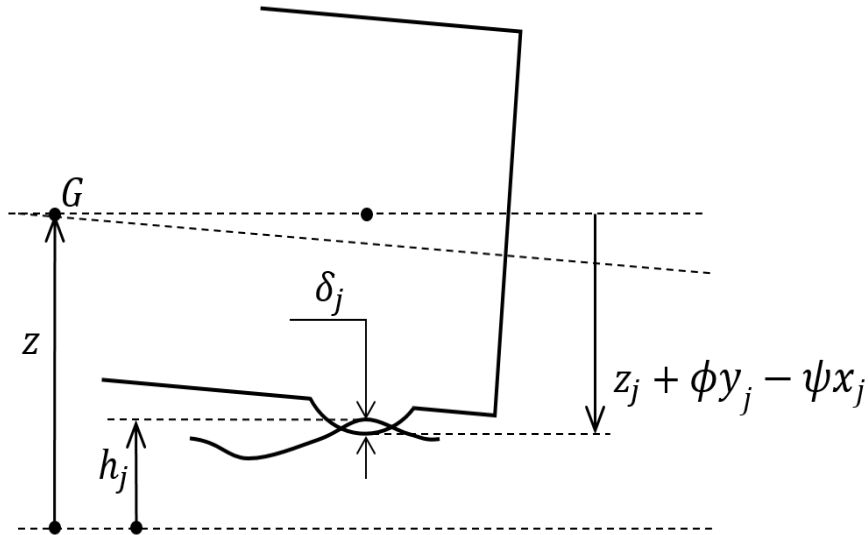


FIGURE 3.2 – Schéma du rapprochement normal,  $\delta_j$ , au point de contact  $P_j$ .  $G$  est le centre de gravité du patin et  $z$  sa position sur l'axe  $\vec{e}_z$ .  $h_j$  est l'altitude de la piste au niveau de l'aspérité  $j$ . La position du sommet de l'aspérité  $j$  est décrite par rapport au centre de gravité à travers  $z_j + \phi y_j - \psi x_j$ .

Sachant que les dimensions latérales du patin sont bien supérieures aux différences de hauteurs des aspérités des solides en regard, je peux considérer que les angles  $\phi$  et  $\psi$  sont petits et exprimer  $\delta_j$  dans un repère fixe comme suit :

$$\delta_j = (h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j) \mathcal{H}(h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j), \quad (3.4)$$

avec  $h_j = h(x_j, y_j - Vt)$  la fonction spatiale représentant l'altitude locale de la surface

supérieure de la piste à l'aplomb du point de contact potentiel  $P_j$  et à un instant  $t$ , et  $\mathcal{H}(\cdot)$  la fonction Heaviside, dont la présence permet de représenter la perte de contact lorsqu'il n'y a pas de contact.

Cependant le contact modélisé par la loi de Hertz ne permet pas de prendre en compte un effet dynamique ou de rendre compte de la perte d'énergie durant l'impact [92]. Pour prendre en compte l'onde de déformation qui va se propager dans les deux solides et engendrer une dissipation d'énergie, différents modèles ajoutent un amortissement au contact de Hertz. La force de contact  $f_j$  s'écrit alors, lorsqu'il y a contact effectif, comme une combinaison du chargement prédit par Hertz,  $f_{jH}$ , et d'une force d'amortissement,  $f_{jD}$  :

$$f_j = f_{jH} + f_{jD}, \quad (3.5)$$

$$= \mathfrak{K}_j \delta_j^{\frac{3}{2}} + D_j \dot{\delta}_j. \quad (3.6)$$

Le paramètre  $D_j$  est le paramètre d'amortissement supplémentaire qui, selon les modèles, caractérise une force d'amortissement,  $f_{jD}$ , linéaire ou non-linéaire par rapport à la vitesse de rapprochement,  $\dot{\delta}_j$ . Dans le modèle de Kelvin & Voigt,  $D$  est une constante scalaire, la force dissipatrice est directement proportionnelle à la vitesse de rapprochement des solides [93]. La limitation de cette formulation est que la force d'amortissement n'est pas nulle au tout début du contact et à la toute fin du contact lorsque le rapprochement  $\delta$  est nul [92]. D'autres modèles proposent une force d'amortissement,  $f_{jD}$ , non linéaire avec une formulation de  $D$  sous la forme :

$$D = \alpha \delta^{\mathfrak{q}/2}. \quad (3.7)$$

L'exposant  $\mathfrak{q}$  peut prendre plusieurs valeurs :

- $\mathfrak{q} = 1$  : l'amortissement est proportionnel au rayon de la surface de contact (voir Éq. (A.10)), ce cas est développé par Kuwabara *et al.* [94].
- $\mathfrak{q} = 2$  : l'amortissement est proportionnel à l'aire de contact (voir Éq. (A.10)), ce cas est développé par Shäfer *et al.* et par Jankowski *et al.* [95, 96].
- $\mathfrak{q} = 3$  : l'amortissement est proportionnel à la force de contact élastique (voir Éq. (A.9)), ce cas est commun à de nombreux modèles comme par exemple ceux de Hunt & Crossley [97] ou de Lankarani & Nikravesh [98].

Je choisis pour la modélisation de prendre un amortissement proportionnel à la force de contact élastique, ce qui se traduit par un  $\mathfrak{q} = 3$ . Cela permet de reproduire la décroissance exponentielle de l'amplitude des chocs expérimentaux, comme le montre [99].

### 3.1.2.3 Estimation de la constante d'amortissement $\alpha$

Je cherche ici à estimer la constante d'amortissement  $\alpha$  introduite à l'équation (3.7). Pour exprimer  $\alpha$ , les modèles ci-dessus proposent des approches variées permettant de lier ce coefficient à un amortissement modal visqueux équivalent  $\zeta$  (ou à un coefficient de restitution  $c_r$  lié à  $\zeta$ , sous certaines hypothèses, par la relation  $\zeta = -\frac{\ln(c_r)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(c_r))^2}}$  donnée par Nagurka *et al.* [100]). Cet amortissement (ou le coefficient de restitution) est donné dans la littérature pour différents couples de matériaux [43, 93, 101] et a été calculé dans le cas de choc sur les aspérités du patin à la section 2.4.1.2.

Afin d'exprimer  $\alpha$  en fonction d'un taux d'amortissement visqueux équivalent  $\zeta$ , je vais linéariser la force de contact autour d'une position d'équilibre statique qu'il convient de choisir. Sous ce développement au premier ordre, j'obtiens ainsi une équation dynamique sous la forme sans dimension suivante :

$$q'' + 2\zeta q' + q = 0, \quad (3.8)$$

puis  $\alpha$  est identifiée à partir d'une valeur imposée pour le taux d'amortissement visqueux équivalent  $\zeta$ . Il convient donc d'imposer maintenant une configuration simple du système afin de choisir l'état d'équilibre autour duquel procéder au développement limité au premier ordre des équations. Ainsi, et pour ce propos uniquement, les hypothèses suivantes sont retenues :

- le mouvement du patin résulte seulement du déplacement vertical  $z$  ( $\phi = \psi = 0$ ),
- dans la position d'équilibre statique, seuls  $n$  points de contact sont actifs,
- les distances verticales initiales des aspérités au niveau de ces  $n$  points de contact ( $h_j + z_j$ ) sont toutes égales à  $L$ .

On obtient alors :

$$\delta_j = (L - z)\mathcal{H}(L - z), \quad (3.9)$$

$$\dot{\delta}_j = -\dot{z}\mathcal{H}(L - z). \quad (3.10)$$

Posons  $u = L - z$ ,  $\dot{u} = -\dot{z}$ ,  $\ddot{u} = -\ddot{z}$  et supposons un contact permanent tel que  $\mathcal{H}(u) = 1$  pour les  $n$  points de contact retenus parmi les  $N$  points de contact potentiels et  $\mathcal{H}(u) = 0$  pour les autres. Il vient de l'expression des forces de micro-contact (3.6) et de l'Éq. (3.2) :

$$-m\ddot{u} = -mg + \sum_{i=1}^N (1 + \alpha\dot{u})\mathfrak{K}u^{3/2}\mathcal{H}(u), \quad (3.11)$$

soit :

$$m\ddot{u} + K(1 + \alpha\dot{u})u^{3/2} = P, \quad (3.12)$$

où  $P = mg$  et  $K = n\mathfrak{K}$ . L'équilibre statique est alors obtenu pour  $u_s = (P/K)^{2/3}$ . En posant  $q$  tel que  $u = u_s(1 + \frac{2}{3}q)$ ,  $\dot{u} = \frac{2u_s}{3}\dot{q}$  et  $\ddot{u} = \frac{2u_s}{3}\ddot{q}$ , on peut écrire :

$$\frac{2mu_s}{3}\ddot{q} + Ku_s^{3/2}(1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q})(1 + \frac{2}{3}q)^{3/2} = P. \quad (3.13)$$

En linéarisant l'équation du mouvement autour de l'équilibre statique, c'est-à-dire pour  $q = 0$ , on obtient alors :

$$(1 + \frac{2}{3}\alpha u_s \dot{q})(1 + \frac{2}{3}q)^{3/2} \approx (1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q})(1 + \frac{2}{3}q), \quad (3.14)$$

$$\approx 1 + q + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q}, \quad (3.15)$$

d'où d'après (3.13) :

$$\frac{2mu_s}{3}\ddot{q} + Ku_s^{3/2}(1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q} + q) = P. \quad (3.16)$$

À partir des variables  $\omega^2 = \frac{3Ku_s^{1/2}}{2m}$ ,  $\tau = \omega t$  et avec  $()' = \frac{d}{d\tau}()$ , on obtient finalement l'équation sans dimension suivante :

$$\frac{d^2q}{\omega^2 dt^2} + \frac{2\alpha u_s \omega}{3} \frac{dq}{\omega dt} + q = 0, \quad (3.17)$$

$$q'' + 2\zeta q' + q = 0. \quad (3.18)$$

Ainsi, par identification, le coefficient  $\alpha$  est relié à un taux d'amortissement visqueux équivalent  $\zeta = \alpha u_s \omega / 3$ , ce qui donne :

$$\alpha = \frac{3\zeta}{u_s \omega} = \sqrt{6}\zeta K^{-1/2} m^{1/2} u_s^{-5/4}, \quad (3.19)$$

$$\alpha = \sqrt{6}n^{1/3} \mathfrak{K}^{1/3} m^{-1/3} g^{-5/6} \zeta. \quad (3.20)$$

Notons que la dimension de  $\alpha$  est un temps sur une distance  $\sim TL^{-1}$ , d'unité  $s.m^{-1}$ .

### 3.1.3 Récapitulatif de la mise en équation

En reprenant l'équation (3.2), dans laquelle je fais intervenir les forces de micro-contact (Éq. (3.6)) et l'amortissement  $\alpha$  (Éq. (3.20)), la forme finale des équations régissant notre



modèle de contact multi-aspérités s'écrit :

$$\begin{cases} m\ddot{z} = -mg + \sum_{j=1}^N (1 + \alpha\dot{\delta}_j)\mathfrak{K}_j\delta_j^{3/2}, \\ I_x\ddot{\phi} = + \sum_{j=1}^N y_j(1 + \alpha\dot{\delta}_j)\mathfrak{K}_j\delta_j^{3/2}, \\ I_y\ddot{\psi} = - \sum_{j=1}^N x_j(1 + \alpha\dot{\delta}_j)\mathfrak{K}_j\delta_j^{3/2}, \end{cases} \quad (3.21)$$

avec  $\delta_j = (h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j)H(h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j)$ ,  $h_j = h(x_j, y_j - Vt)$  et  $\alpha = \sqrt{6}n^{1/3}\mathfrak{K}^{1/3}m^{-1/3}g^{-5/6}\zeta$ .

## 3.2 Mise en œuvre numérique

En pratique, la simulation numérique se décompose en deux étapes : une phase initiale où l'on simule la mise en position du patin sur la piste fixe, puis le glissement proprement dit avec la mise en mouvement relatif de la piste par rapport au patin. La première étape de la simulation est nécessaire pour imposer des conditions initiales de contact adéquates. Elle consiste à rechercher l'équilibre statique du solide supérieur sous l'effet de la pesanteur afin d'identifier l'altitude initiale  $z_0$  du centre de gravité suivant l'axe  $e_z^z$  et les deux angles  $\phi_0$  et  $\psi_0$  autour des axes  $Ge_x^x$  et  $Ge_y^y$ . La phase de mise en glissement consiste alors, à partir de ces conditions initiales, en l'intégration temporelle des équations présentées au 3.1.2.1 en imposant une vitesse relative  $V$ .

### 3.2.1 Étape 1 : Mise en position initiale

Pour déterminer la position initiale du patin sur la piste, on recherche la position d'équilibre statique donnée par le système d'équations suivant (issu du système (3.21)) :

$$\begin{cases} -mg + \sum_{j=1}^N \mathfrak{K}_j\delta_{j0}^{3/2} = 0 \\ \sum_{j=1}^N y_j\mathfrak{K}_j\delta_{j0}^{3/2} = 0 \\ - \sum_{j=1}^N x_j\mathfrak{K}_j\delta_{j0}^{3/2} = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

avec  $\delta_{j0} = (h_j - z_0 + z_j + \phi_0 y_j - \psi_0 x_j)H(h_j - z_0 + z_j + \phi_0 y_j - \psi_0 x_j)$  et  $h_j = h(x_j, y_j)$ .

On cherche l'indentation en chaque point,  $\delta_{j0}$ , et la position initiale définie par  $z_0$ ,  $\phi_0$

et  $\psi_0$  à l'équilibre. Pour ce faire, on cherche à résoudre le système d'équation (3.22).

Pour résoudre un tel système d'équations non-linéaires, un algorithme de type Newton-Raphson est particulièrement recommandé. Cependant, étant donné qu'il nécessite d'évaluer et d'inverser la matrice Jacobienne à chaque itération, ce type d'algorithme est particulièrement coûteux en temps de calcul. Je lui préfère donc un algorithme de type quasi-Newton, qui permet d'itérer à partir d'approximations de l'inverse de la Jacobienne jusqu'à trouver la convergence du système d'équations (voir [102]).

La simulation est initialisée avec une position arbitraire  $z_a$ ,  $\phi_a$  et  $\psi_a$  pour laquelle il n'y a aucun contact, soit  $\delta_{ja} = 0$  en tout point  $j$ .

## 3.2.2 Étape 2 : Mise en glissement

### 3.2.2.1 Schéma d'intégration temporel

Afin de résoudre le système d'équations (3.21) et d'accéder aux composantes de la position du patin,  $z$ ,  $\psi$  et  $\phi$ , et à l'historique des forces de micro-contact,  $f_j \vec{e}_z$ , sur toute la durée de la simulation, il convient de choisir un schéma d'intégration temporel. Notre système dynamique consiste en un problème multi-contacts dont les efforts sont calculés par un contact de Hertz couplé à un amortissement visqueux. Ce genre de système est modélisé notamment pour la simulation du comportement d'un flux granulaire [103, 104]. Je me suis donc intéressée aux algorithmes d'intégration temporelle utilisés dans ce type de problème. D'après Fraige [105], qui compare les résultats de modélisations de flux granulaire en utilisant différents algorithmes, ceux de type Verlet avec correction de vitesse (comme le Leapfrog Verlet ou le Verlet-Vitesse) permettent à la fois une bonne stabilité et une meilleure précision du résultat qu'un algorithme de type Euler ou Verlet simple. C'est pourquoi je choisis d'utiliser le schéma d'intégration temporelle de type Verlet-Vitesse, comme dans les modélisations de flux granulaire citées plus haut [103, 104].

Soient les vecteurs position, vitesse et accélération du patin, à savoir respectivement,  $X$  de composantes  $z$ ,  $\psi$  et  $\phi$ ,  $V$  de composantes  $\dot{z}$ ,  $\dot{\psi}$  et  $\dot{\phi}$ , et  $A$  de composantes  $\ddot{z}$ ,  $\ddot{\psi}$  et  $\ddot{\phi}$ , et soit  $t_n = n\Delta t$  l'instant au  $n^{\text{ième}}$  pas de temps, l'algorithme se présente sous la forme

suivante :

for  $n = 0 : N - 1$

$$V(t_n + 1/2\Delta t) = V(t_n) + A(t_n)\frac{1}{2}\Delta t, \quad (3.23)$$

$$X(t_{n+1}) = X(t_n) + V(t_n + 1/2\Delta t)\Delta t, \quad (3.24)$$

$$A(t_{n+1}) = A(V(t_n + 1/2\Delta t), X(t_{n+1})), \quad (3.25)$$

$$V(t_{n+1}) = V(t_n + 1/2\Delta t) + A(t_{n+1})\frac{1}{2}\Delta t. \quad (3.26)$$

Comme on peut le constater, c'est un schéma d'intégration explicite, avec les calculs successifs de  $V(t_n + 1/2\Delta t)$ ,  $X(t_{n+1})$ ,  $A(t_{n+1})$  et  $V(t_{n+1})$ . Le calcul de  $A(t_{n+1})$  se fait grâce à l'équation (3.2) dans laquelle on fait intervenir  $V(t_n + 1/2\Delta t)$  et  $X(t_{n+1})$ .

### 3.2.2.2 Détermination du pas d'intégration

Pour s'assurer de la stabilité de l'intégration temporelle, il faut que le pas d'intégration  $\Delta t$  satisfasse  $\Omega\Delta t < 2$  [106], où  $\Omega$  est la plus haute fréquence naturelle du système dynamique étudié. Ici, cette fréquence est estimée à partir du système linéarisé autour de la position d'équilibre statique (pour une indentation  $\delta_s$ ) sur  $n$  aspérités. La raideur linéarisée  $\tilde{k}$  sur une aspérité s'exprime :

$$\tilde{k} = \frac{3}{2}\mathfrak{K}\delta_s^{1/2}. \quad (3.27)$$

Avec  $mg/n = \mathfrak{K}\delta_s^{3/2}$ , où  $n$  est le nombre d'aspérités simultanément en contact, l'Éq. (3.27) donne :

$$\tilde{k} = \frac{3}{2}\mathfrak{K}\left(\frac{mg}{n\mathfrak{K}}\right)^{1/3}. \quad (3.28)$$

La raideur totale linéarisée  $\tilde{K}$  devient alors :

$$\tilde{K} = \frac{3}{2}(n\mathfrak{K})^{2/3}(mg)^{1/3}, \quad (3.29)$$

J'obtiens ainsi l'estimation de la plus haute fréquence naturelle  $\Omega = \sqrt{\tilde{K}/m}$  :

$$\Omega = \frac{3}{2}\left(\frac{n\mathfrak{K}}{m}\right)^{2/3}g^{1/3}, \quad (3.30)$$

ce qui donne  $\Delta t_{max} = \sqrt{\frac{4m}{\tilde{K}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(\frac{m}{n\mathfrak{K}}\right)^{1/3}g^{-1/6}$ . Notons que  $\Delta t_{max}$  est minimum quand  $n$  est maximum. Par sécurité, on considérera donc un nombre de contacts simultanés égal

au nombre total de points de contact possibles, soit  $n = N$ . D'où la condition sur  $\Delta t$  permettant de garantir une bonne stabilité de l'intégration temporelle :

$$\Delta t < \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left( \frac{m}{N\mathfrak{R}} \right)^{1/3} g^{-1/6}. \quad (3.31)$$

### 3.3 Simulations préliminaires du patin instrumenté

Afin d'illustrer notre modèle, sont présentées ici des simulations préliminaires relatives au patin instrumenté. Les paramètres du solide supérieur sont alors les suivants :

- les caractéristiques inertielles ainsi que le centre de gravité  $G$  sont extraits de la modélisation par éléments finis de la section 2.2. On obtient pour sa masse  $m = 250$  g, ses inerties suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  sont  $I_x = 8.964.10^{-5} \text{ kg.m}^2$  et  $I_y = 7.742.10^{-5} \text{ kg.m}^2$  et  $G$  est positionné au centre du carré suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  et à une distance suivant  $\vec{z}$  de 20.4 mm du plan moyen des sommets des aspérités.
- les  $N = 9$  aspérités ont un rayon de courbure  $R_j = 0.75$  mm et leurs positions sont extraites des données mesurées à l'interféromètre présentées dans le tableau 2.9.

Pour ces simulations préliminaires, je présente d'abord l'étape 1 (mise en position initiale) du modèle permettant de trouver la position d'équilibre du patin sur une surface donnée. Puis je donne une simulation complète de la prise de contact d'une aspérité pour ouvrir une discussion sur le taux d'amortissement  $\zeta$ . D'autres exemples d'utilisation du modèle seront présentés dans les chapitres suivants.

#### 3.3.1 Détermination des aspérités en contact

Je cherche à établir les points de contact assurant l'équilibre du patin instrumenté sur une piste parfaitement plane. Pour cela, je fixe  $h(x, y) = 0 \forall x, \forall y$  dans l'Éq. (3.4) et le rayon équivalent du contact  $R^* = R_j$ . Je réalise ensuite l'étape d'initialisation du modèle.

L'équilibre du patin est alors assuré pour des angles de roulis et de tangage respectifs de  $\psi_0 = 0.258$  et  $\phi_0 = 0.281$  degrés. J'obtiens les 3 points de contact suivants : les sommets des aspérités 1, 7 et 9. La position de ces points de contact par rapport au centre de gravité ainsi que les résultats donnés par l'initialisation sont visibles Fig. 3.3. Les points de contact 1 et 9 se partagent la quasi-totalité de la charge imposée par le poids du patin (ils supportent respectivement 50% et 49.77% de la charge), tandis que le dernier point de contact porte 0.23% de la charge. Les 2 points de contact principaux sont ceux dont les altitudes du sommet des aspérités sont les plus élevées (voir Tab. 2.9, respectivement 107 et 94  $\mu\text{m}$  par rapport au plan moyen) et se situent dans 2 angles opposés du patin.

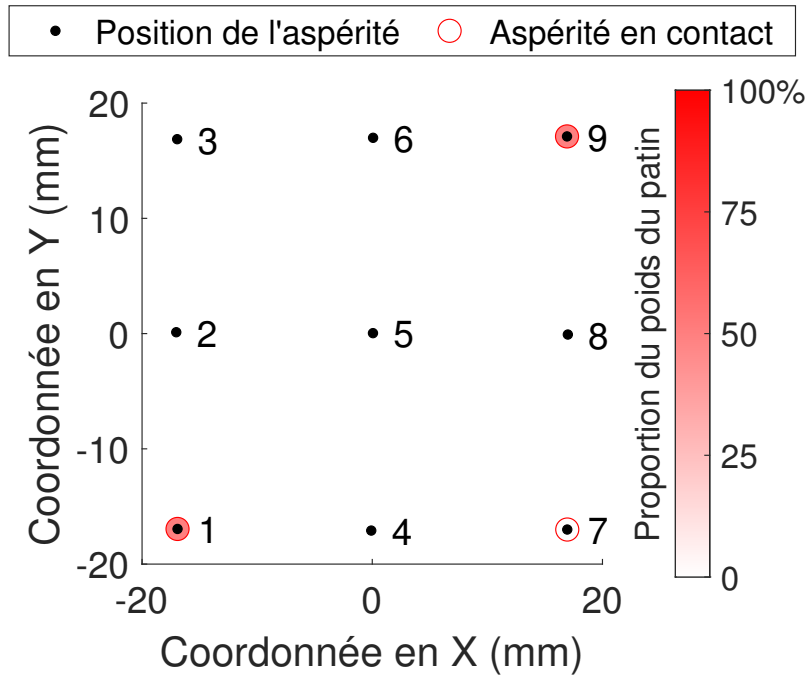


FIGURE 3.3 – Positions des sommets des 9 aspérités (points noirs accompagnés du numéro de l'aspérité correspondante) dont les coordonnées en X et en Y sont données par rapport au centre de gravité (0,0). Les cercles rouges marquent les points de contact effectifs pour une piste plane ( $h(x, y) = 0 \forall x, \forall y$ ) et la nuance de rouge à l'intérieur de ces cercles donne la répartition des efforts entre les points de contact en pourcentage du poids du patin.

Le point 7 sert à assurer l'équilibre du patin mais ne supporte qu'une infime partie de la charge.

### 3.3.2 Variabilité du nombre d'aspérités en contact

On vient d'étudier l'équilibre du patin sous l'effet de son propre poids, à partir de l'hypothèse isostatique de 3 points de contact. Au cours du glissement, on souhaite identifier si le nombre de points de contact dépasse rarement cette condition isostatique. Pour ce faire, j'estime l'effort normal conduisant à un quatrième point de contact, à partir de deux calculs simplifiés.

Dans le premier cas, je suppose un déplacement purement normal à l'interface de contact et j'estime l'effort nécessaire pour obtenir la déformation de l'aspérité la plus haute conduisant au contact de l'aspérité suivante. Cet effort est calculée sous l'hypothèse d'un contact de Hertz (voir annexe A.1). En retenant une différence d'altitudes de  $13\mu\text{m}$  (correspondant aux deux aspérités les plus hautes), je trouve une force normale d'environ 400 N.

Pour la seconde estimation, je calcule l'équilibre statique du patin en faisant croître sa masse jusqu'à l'obtention d'un quatrième point de contact. Dans ce cas, le tangage et le roulis du patin sont pris en compte, contrairement au premier cas. J'obtiens alors une masse égale à 26 kg, ce qui correspond à une force normale de 255 N.

Ces deux estimations permettent de conclure qu'une force 100 fois supérieure au poids du patin est nécessaire pour mettre en défaut l'hypothèse d'un faible nombre de points de contact, typiquement autour de 3. Autrement dit, le patin n'aura que très rarement et temporairement plus de 3 points de contact. Compte tenu de ces résultats, je fais l'hypothèse de 3 points de contact pour calculer la constante  $\alpha$  (Éq. 3.20), soit  $n = 3$ .

### 3.3.3 Variabilité des aspérités en contact en fonction de la position du centre de gravité

La position du centre de gravité du patin instrumenté est extraite de la modélisation par éléments finis. Elle ne prend donc pas en compte les fils d'instrumentation qui sortent latéralement ni les éventuels défauts de fabrication qui pourraient influencer sur sa position. Comme je n'ai pas la possibilité de déterminer expérimentalement de manière simple sa position exacte, j'étudie avec le modèle les effets que vont avoir de petites variations de la position du centre de gravité sur la position d'équilibre du patin et les forces résultantes sur les aspérités en contact. Comme précédemment, un plan est utilisé pour surface supérieure du deuxième solide, soit  $h(x, y) = 0 \forall x, \forall y$  dans l'Éq. (3.4).

La figure 3.4 présente l'influence d'un décalage du centre de gravité du patin suivant les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  sur les efforts par aspérités, calculés par le modèle dans sa version de contact statique. Pour des décalages circonscrits dans un cercle de rayon 1 mm, la répartition du poids du patin entre les aspérités ne varie que de manière marginale. Les points de contact principaux sont les aspérités 1 et 9 qui se partagent la majorité de l'effort engendré par la masse du patin (entre 44 et 51% du poids) et une aspérité supplémentaire permet d'assurer l'équilibre (en supportant entre 0 et 5.5% du poids). Ce dernier point de contact est le seul à varier, entre les aspérités 6 et 7. Sans décalage ce troisième point de contact est le point 7 et il suffit d'un décalage de 0.07 mm en direction de  $-\vec{x}$  ou  $\vec{y}$  pour que l'équilibre s'établisse sur le point 6 au lieu du point 7. Cette vérification permet de mettre en lumière une source d'écart potentielle entre les prédictions du modèle et les résultats des expérimentations lors de comparaisons quantitatives. La position du point  $G$  indiquée dans le modèle pourra éventuellement être ajustée légèrement pour reproduire au mieux les mesures.

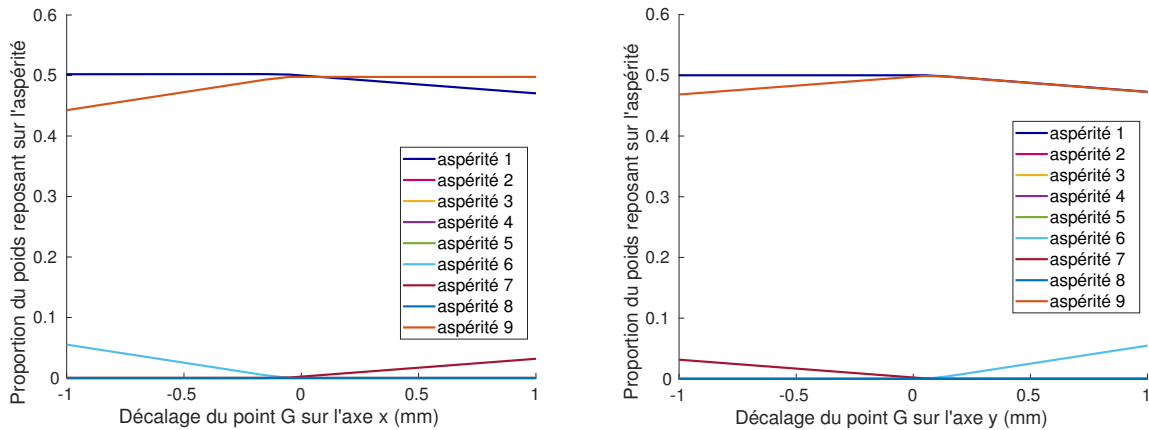


FIGURE 3.4 – Influence d’un décalage du centre de gravité le long de l’axe  $\vec{x}$  à gauche, ou de l’axe  $\vec{y}$  à droite, sur la répartition du poids du patin sur les aspérités. Le poids du patin se répartit principalement entre les aspérités 1 (courbe bleu foncé) et 9 (courbe rouge) (entre 44 et 51% sur chacune) quelle que soit la position en  $\vec{x}$  et en  $\vec{y}$  testée. Le reste du poids (inférieur à 5.5%) est porté par l’aspérité 7 (courbe bordeaux) pour un décalage supérieur à  $-0.07\text{mm}$  en  $\vec{x}$  (et inférieur à  $0.07\text{mm}$  en  $\vec{y}$ ) et par l’aspérité 6 (courbe bleu clair) pour un décalage inférieur à  $-0.07\text{mm}$  en  $\vec{x}$  (et supérieur à  $0.07\text{mm}$  en  $\vec{y}$ ). Les autres aspérités ne sont jamais en contact avec la piste pour les décalages envisagés.

### 3.3.4 Simulation dynamique d’une prise de contact : discussion autour de la valeur $\zeta$

Goldsmith [93] donne pour le contact de deux sphères acier-acier une valeur de l’amortissement modal visqueux équivalent  $\zeta$  (voir section 3.1.2.3 et équation (3.20)) environ égale à 0.07. Dans la section 2.4.1.2, expérimentalement il apparaît que pour un choc au marteau sur une aspérité du patin, j’obtiens  $\zeta = 0.01$ . En se fiant aux travaux de Sabot [101], le taux d’amortissement d’un contact sphère-plan acier-acier est plutôt autour de 0.005. On note donc une grande variabilité, c’est pourquoi j’ai souhaité étudier l’influence qu’a ce paramètre sur le modèle.

Pour cela, je choisis de modéliser un évènement simple à savoir la prise de contact d’une aspérité. Pour ce faire, je fais glisser le patin sur une piste plane similaire à celle de la section 3.3.1 à une vitesse constante de  $1\text{ mm/s}$ , on a dans ce cas, 3 contacts sur les aspérités 1, 7 et 9. Puis je simule au cours du glissement la perte de contact de l’aspérité 7, en modélisant le passage d’un creux d’une profondeur de  $1\text{ mm}$  pour cette aspérité. Il en résulte une prise de contact brutale sur l’aspérité 4, dont on caractérise la force dynamique résultante. Cette force est calculée pour plusieurs valeurs de  $\zeta$  réparties de manière logarithmique entre 0.001 et 1.

La figure 3.5 montre cet évènement pour  $\zeta = 0.1$  en représentant les forces des 4

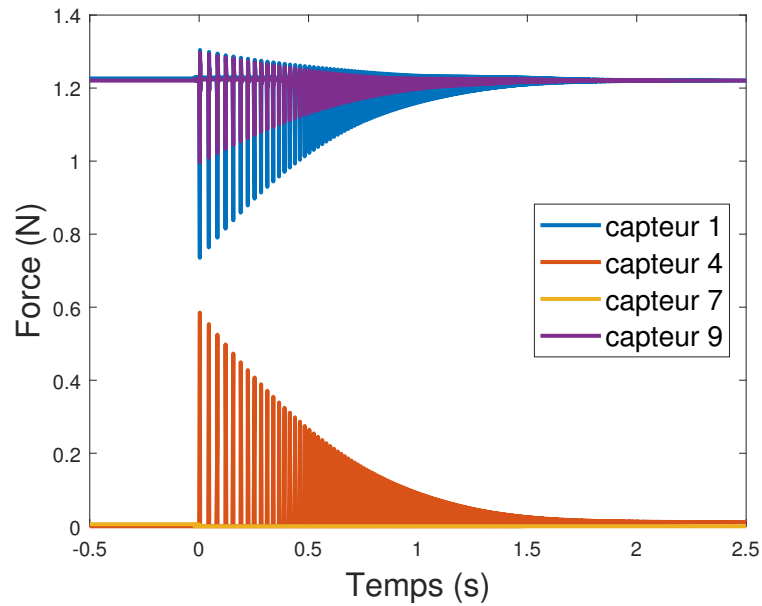


FIGURE 3.5 – Forces en sommet d’aspérité calculées pour un transfert de contact de l’aspérité 7 à la 4 pour un taux d’amortissement  $\zeta = 0.1$  sur les forces issues du modèle.

aspérités impliquées. Avant la perte de contact de l’aspérité 7, la répartition des efforts sur les aspérités du patin est constante, les aspérités 1 (en bleu) et 9 (en violet) portent chacune presque 50% du poids et l’aspérité 7 porte moins de 0.01 N. Au moment où la piste présente un creux sous l’aspérité 7, celle-ci perd le contact. Cet événement perturbe le patin, l’aspérité 4 entre violemment en contact avec la piste, ce qui représente un choc culminant à 0.58 N. Ensuite le patin va osciller entre 2 et 3 points de contact, enchaînant rebonds puis pertes de contact sur l’aspérité 4. Ces rebonds successifs s’estompent au bout d’environ 1.5 s.

La figure 3.6 illustre les résultats obtenus pour différentes valeurs du taux d’amortissement, à savoir  $\zeta = 1, 0.1, 0.01$  et  $0.001$ . Une variation d’un facteur  $10^3$  du taux d’amortissement influe peu sur l’amplitude du calcul de la force (environ 10%). Cependant, le nombre de rebonds successifs est largement conditionné par le taux d’amortissement, et par conséquent, la durée de cette dynamique. Elle est d’environ 0.17 s pour  $\zeta = 1$ , 1.47 s pour  $\zeta = 0.1$ , 7.13 s pour  $\zeta = 0.01$ , et plusieurs dizaines de secondes pour  $\zeta = 0.001$ . Dans ce contexte non-linéaire d’impacts, ces durées de relaxation sont cohérentes avec les constantes de temps calculées,  $\tau = T/(2\pi\zeta)$  (où  $T$  est la période de l’impact), dont les valeurs sont de 0.0048 s pour  $\zeta = 1$ , 0.0629 s pour  $\zeta = 0.1$ , 0.6571 s pour  $\zeta = 0.01$ , et 7 s pour  $\zeta = 0.001$ .

Pour les modélisations du chapitre suivant, je choisis une valeur de  $\zeta = 0.01$  telle que mesurée à la section 2.4.1.2 à partir des essais de choc réalisés sur le patin. Ce taux



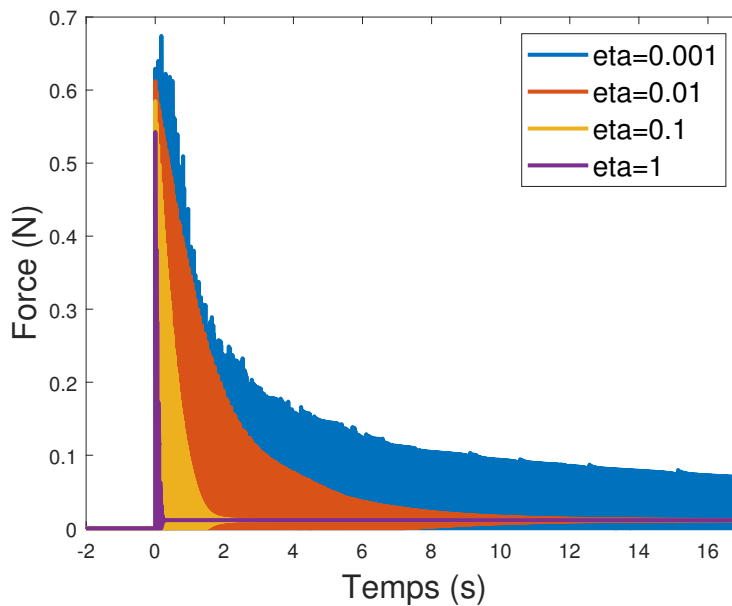


FIGURE 3.6 – Influence de la valeur du taux d’amortissement  $\zeta$  sur la force s’appliquant sur l’aspérité 4, calculée pour une prise de contact à  $t = 0$ , issue du modèle numérique. Cette force est calculée pour  $\zeta = 0.001$  en bleu, pour  $\zeta = 0.01$  en rouge, pour  $\zeta = 0.1$  en jaune et pour  $\zeta = 1$  en violet.

d’amortissement implique une durée d’oscillation longue (plusieurs secondes) après un choc mais qui est cohérente avec les oscillations visibles après le choc lors de la calibration (section 2.4.1.2).

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle numérique multi-contacts est mis en place, il s’appuie sur le contact de Hertz et un amortissement visqueux. Il permet de décrire la localisation et l’amplitude des forces de micro-contact lors du glissement relatif de deux corps rugueux sous faible charge. Ce modèle enchaîne une étape d’initialisation et une étape de mise en glissement. L’étape d’initialisation peut être utilisée seule pour établir des observations statiques sur les points de contact et la répartition des efforts sur ceux-ci. Je l’ai mise en œuvre pour établir quels sont les points de contact et la répartition des efforts dans le cas du patin instrumenté posé sur une surface plane. Le modèle complet est mis en œuvre à ce chapitre, pour déterminer l’influence du taux d’amortissement  $\zeta$ , et dans les chapitres suivants, où il sera comparé aux signaux expérimentaux issus de la mise en glissement du patin. Ce modèle permet aussi de faire varier de nombreux paramètres plus facilement que lors de réalisations expérimentales. Par exemple, j’ai pu faire varier la position du

point  $G$ , qui influe sur les points de contact et la répartition des efforts sur les aspérités. Le poids du patin pourrait avoir une influence sur le nombre d'aspérités en contact, bien que dans le cas du patin, passer de 3 à 4 aspérités nécessiterait un poids décuplé. Les inerties, la taille du patin, le nombre ou le rayon des aspérités, l'amortissement visqueux au contact, la vitesse de glissement, la topographie de piste sont d'autres paramètres dont le modèle peut permettre d'étudier l'influence.



# Chapitre 4

## Expériences de glissement

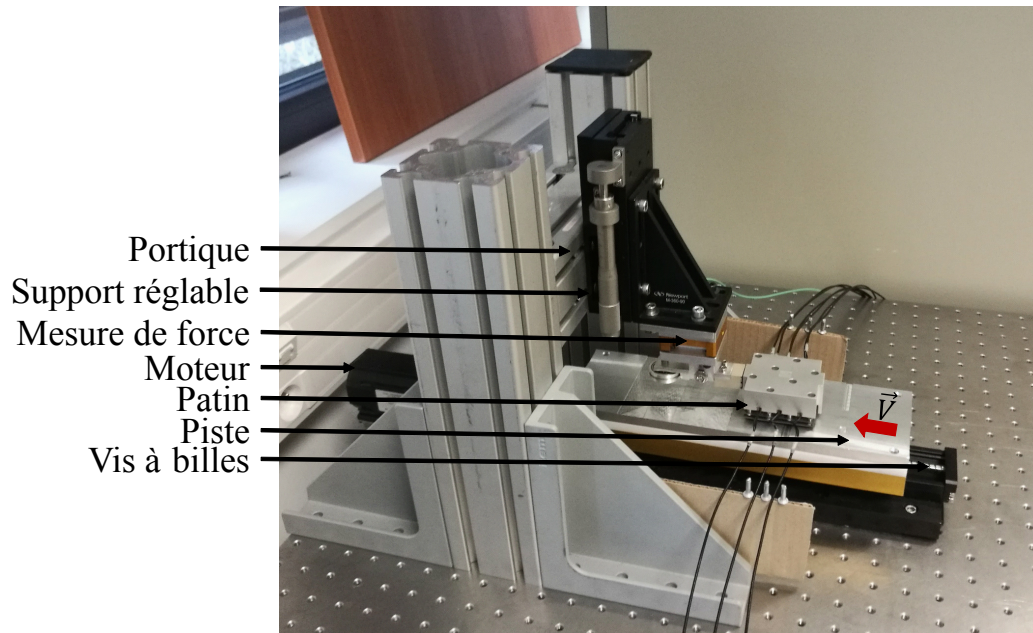
Ce chapitre a pour but de démontrer la pertinence à la fois du patin instrumenté réalisé au chapitre 2 et de la modélisation des signaux développée au chapitre 3 dans le cadre d'expériences tribologiques. Pour cela, le patin est posé sur une piste de propriétés topographiques bien caractérisées, puis mis en glissement le long de cette piste. La première partie de ce chapitre décrit le banc d'essai sur lequel sont réalisées les expériences. Les parties suivantes font état des résultats obtenus lors du glissement sur différentes portions de la piste présentant différents types de structures topographiques.

### 4.1 Présentation du banc expérimental et de la mesure

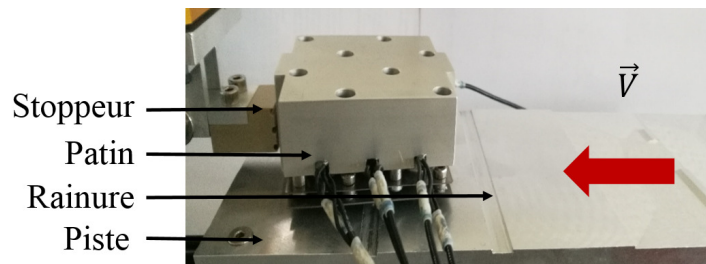
Cette étude s'inscrit dans le prolongement d'une série de travaux expérimentaux concernant la dynamique de glissement stationnaire d'un contact sec entre deux surfaces rugueuses sous faible charge normale. Les travaux de C. Zouabi [38], suivis de ceux de N. Ponthus [39], ont notamment permis le développement d'un banc d'essai que j'ai adapté pour mes propres expériences.

#### 4.1.1 Banc d'essai

Le principe du banc d'essai utilisé a été développé par C. Zouabi [38] puis amélioré par N. Ponthus [39]. Il se compose d'une piste entraînée en translation à une vitesse constante  $\vec{V}$ , ici comprise entre 0.5 et 5 mm/s, et d'un stoppeur qui bloque la translation du patin uniquement dans la direction d'avance de la piste (Fig. 4.1). Le patin est soumis à son propre poids, le chargement normal à l'interface est donc d'environ  $P=2.5\text{ N}$ . L'ensemble des mesures est conduit à température et humidité ambiantes.



(a) Configuration globale du banc d'essai.



(b) Zoom sur le patin instrumenté.

FIGURE 4.1 – Photographie de la configuration du banc d'essai (a), avec un zoom (b) montrant le patin instrumenté posé sous son propre poids sur une piste métallique texturée. Celle-ci est traduite horizontalement à vitesse constante,  $\vec{V}$ , par un moteur entraînant une vis à bille tandis que le patin est maintenu essentiellement fixe dans le repère du laboratoire par un stoppeur. Ce dernier est instrumenté par un capteur de force et positionné verticalement par rapport au portique grâce à un support réglable.

#### 4.1.1.1 Patin instrumenté

Le patin instrumenté développé au chapitre 2 est posé, aspérités vers le bas, sur une piste. Il est à noter que le calcul suivant la théorie de Hertz (voir annexe A.1) pour une aspérité unique (avec une valeur conservatrice de la force normale de 2.5 N, un rayon de courbure  $R=0.75$  mm, un module de Young  $E=210$  GPa et un coefficient de Poisson  $\nu = 0.3$ ) donne un diamètre de l'aire de contact inférieur à  $36 \mu\text{m}$ . Cette aire est une limite haute pour chaque aspérité du patin. Tant que la distance caractéristique entre deux protubérances topographiques voisines de la piste restera supérieure à ces  $36 \mu\text{m}$ , les

forces de contact mesurées pourront être interprétées en toute sécurité comme celles de micro-contacts uniques entre deux aspérités. Comme on le verra, c'est le cas pour toutes les expériences des sections 4.2 et 4.3.

#### 4.1.1.2 Choix de la piste

La piste entraînée en translation sur le banc d'essai est interchangeable. Elle est fixée par des vis à un cadre qui se déplace par le biais d'une vis à billes. Dans ce chapitre, la piste choisie est en acier inoxydable texturée avec des obstacles macroscopiques, des rainures et des bosses. Son usinage est réalisé par fraisage. La profondeur des rainures et la hauteur des bosses sont de 1 mm, bien supérieures aux disparités de hauteur des sommets des aspérités du patin (dont l'écart maximal est de  $203\mu\text{m}$ , voir section 2.3.1.2). La taille latérale des obstacles est suffisante pour induire des changements contrôlés dans la répartition des aspérités sphériques en contact lors du glissement. Ainsi il sera possible de faire passer les aspérités soit séparément les unes des autres, soit groupées par rangées au dessus d'une rainure ou d'une bosse, de manière à forcer une perte ou une prise de contact. Entre les obstacles, la piste comporte des zones nominalelement planes.

#### 4.1.1.3 Translation de la piste

La piste est entraînée en translation par un moteur pas-à-pas Kollmorgen AKM<sup>TM</sup>, via une vis à billes MISUMI<sup>®</sup>. Dans ses travaux, N. Ponthus avait caractérisé la vitesse de déplacement réelle par rapport à la vitesse de consigne (voir Fig.2.4 de la référence [39]). Pour cela, il avait mesuré la vitesse de la piste à différentes vitesses de consigne. Il avait déterminé que la vitesse moyenne du déplacement ne variait que de 2% par rapport à la vitesse de consigne peu importe la valeur de cette dernière. En revanche, la vitesse instantanée fluctue autour de la vitesse de consigne avec une déviation standard de  $\pm 1\text{ mm/s}$  à  $10\text{ mm/s}$  et de  $\pm 0.2\text{ mm/s}$  à  $1\text{ mm/s}$ .

#### 4.1.1.4 Stoppeur

Le patin instrumenté est posé sur la piste contre un stoppeur qui empêche la translation du patin dans la direction et le sens d'avance de la piste. Le contact entre le stoppeur et le bras du patin instrumenté est réalisé le long d'un cylindre métallique horizontal (voir Fig. 4.2).

En théorie, en négligeant la rotation suivant l'axe normal à la piste (lacet), il est possible de considérer que ce cylindre permet un contact linéaire contre le plan du bras du patin. En réalité, le patin va certainement avoir des petits mouvements de rotation autour de cet axe, le contact sera donc plus sûrement un contact ponctuel à une extrémité ou

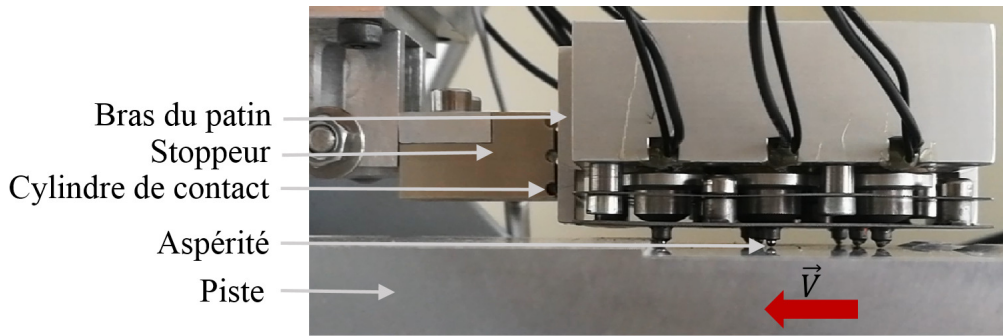


FIGURE 4.2 – Vue du contact entre le cylindre de contact en bas du stoppeur et le patin instrumenté.

l'autre du cylindre, selon l'angle instantané du patin. Je cherche à réduire au minimum l'influence des effets indésirables (bras de levier, instabilités...) du stoppeur sur la dynamique du patin. Pour ce faire, R. Wetter et V.L. Popov [107] indiquent que le point d'application de la force tangentielle doit se trouver à une hauteur intermédiaire entre le centre de gravité et l'interface de glissement. Le contact entre le patin et le stoppeur est donc localisé entre le dessous de la base massive du patin (pour être certain d'être en dessous du centre de gravité du patin) et le sommet des aspérités. Notons toutefois que, comme le point d'application du stoppeur n'est pas exactement dans le plan du contact, il reste un couple non nul autour de l'axe orthogonal à la figure 4.2 dès lors que la force de poussée du stoppeur n'est pas nulle.

## 4.1.2 Chaîne de mesure

La chaîne de mesure complète est illustrée par la figure 4.3 et détaillée dans les sous-sections ci-dessous.

### 4.1.2.1 Patin instrumenté

Les signaux du patin instrumenté nous permettent de connaître l'évolution temporelle des efforts normaux induits par les micro-impacts en sommet d'aspérités. L'instrumentation autour du patin est décrite plus en détail dans la section 2.3.2. Elle se compose des 9 capteurs piézoélectriques, de câbles blindés, de convertisseurs de charge et d'un amplificateur de conditionnement. Les charges électriques, produites par les capteurs quand ils sont soumis à un champ de forces, circulent via des câbles blindés jusqu'à un convertisseur de charge (dont la bande passante est de 1 Hz à 50 kHz, il est responsable de la perte d'information concernant la pression moyenne appliquée sur les capteurs). Celui-ci convertit les charges en une tension qui passe ensuite par un amplificateur de conditionnement. Le

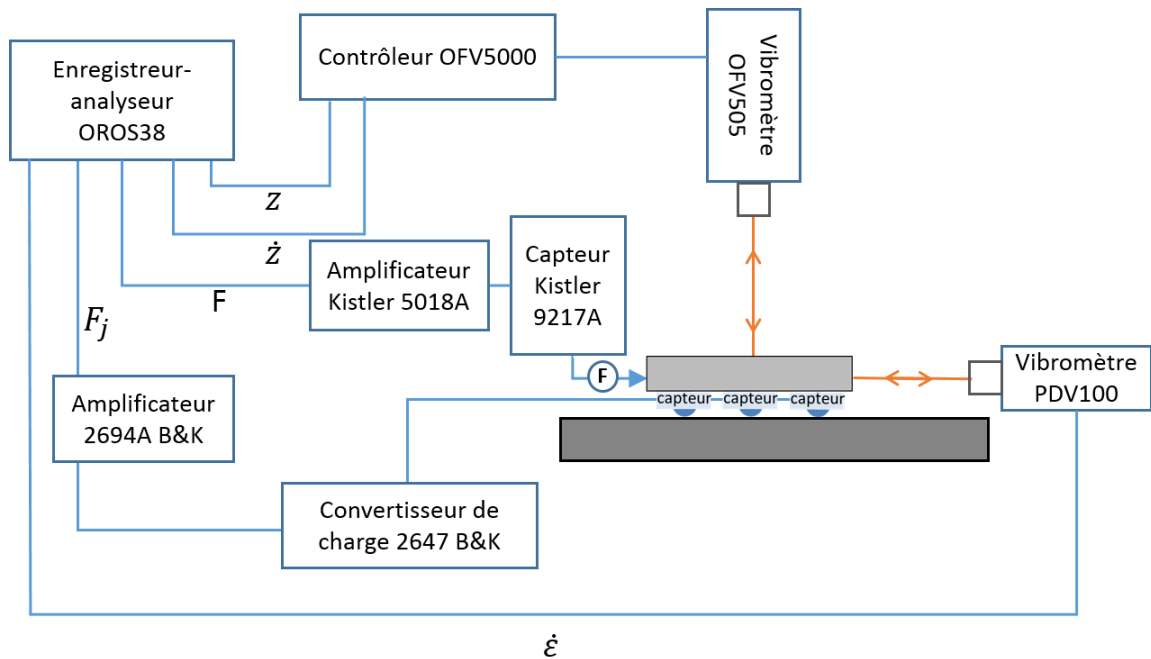


FIGURE 4.3 – Schéma de la chaîne de mesure expérimentale. Macroscopiquement, la force dans le stoppeur,  $F$ , le déplacement vertical,  $z$ , la vitesse verticale,  $\dot{z}$ , et la vitesse horizontale,  $\dot{\epsilon}$ , sont mesurés. Localement, les forces verticales  $F_j$  sont mesurées sur chacune des neuf aspérités de surface  $j$ .

signal amplifié est alors enregistré par le système d'acquisition.

#### 4.1.2.2 Mesure de la force de frottement

La force de frottement dans la direction du glissement est mesurée pour l'ensemble du patin à travers le stoppeur. Celui-ci est équipé d'un capteur de force piézoélectrique uniaxial (KISTLER®, type 9217A). Sa gamme de mesure est de  $\pm 500$  N et sa sensibilité est de  $-105$  pC/N. Le signal du capteur est amplifié par un amplificateur KISTLER® de type 5018A.

#### 4.1.2.3 Vibromètres laser

Deux vibromètres laser complètent la mesure. Le premier, un vibromètre Polytech® PDV-100, est placé horizontalement et permet de suivre la vitesse instantanée du patin dans la direction de translation de la piste. Il a une bande passante de 0.5 Hz à 22 kHz et une résolution de mesure en fonction de la fréquence de  $0.2 \mu\text{m/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Le second, un vibromètre Polytech® OFV-505 et son système de contrôle électronique OFV-5000, est placé verticalement et permet de suivre le déplacement et la vitesse instantanés du patin dans la direction normale à la piste. Sa bande passante est de 0 Hz à 350 kHz. Il



mesure la vitesse avec une résolution en fonction de la fréquence de  $0.2 \mu\text{m/s}/\sqrt{\text{Hz}}$  et le déplacement avec une résolution de  $80 \text{ nm}$ .

#### 4.1.2.4 Acquisition des mesures

Les signaux issus du patin instrumenté, des vibromètres laser et du capteur de force du stoppeur sont tous acquis via l'enregistreur et analyseur 32 canaux OR38 (OROS), décrit dans la section 2.3.2. La fréquence d'acquisition est la même que celle utilisée précédemment pour la calibration (section 2.4), soit 25 kHz. Elle s'accompagne d'un filtre anti-repliement permettant de couper à 12.5 kHz les signaux des appareils de mesure dont la fréquence est plus élevée. La chaîne d'acquisition globale permettra une mesure allant jusqu'à 12.5 kHz, ce qui permet de mesurer des micro-impacts dont la durée doit être supérieure à 0.08 ms. Cette durée correspond bien à l'ordre de grandeur des impacts à mesurer avec le patin instrumenté.

#### 4.1.2.5 Filtrage des données du modèle multi-aspérités

Le modèle multi-aspérités développé au chapitre 3 permet de prédire les forces de micro-impact et les comparer à celles mesurées par le patin instrumenté. On rappelle que les convertisseurs de charge du patin instrumenté appliquent un filtre passe-bas du premier ordre à 1 Hz. Pour une comparaison quantitative, je filtre les forces calculées avec un filtre similaire, dont les paramètres seront ajustés à la section 4.3.1. À chaque fois que sont mentionnés les signaux filtrés issus du modèle, ils sont filtrés par le filtre ajusté de cette section (4.3.1).

## 4.2 Mesures sur une surface nominale plane

Les premières expériences de glissement ont été réalisées sur une piste nominale plane. Elles sont menées à des vitesses de glissement constantes de 0.5, 1, 2 et 5 mm/s. Le but de cette section est de mettre en évidence l'origine topologique de certaines caractéristiques des signaux et ainsi, la pertinence du patin dans le domaine de la tribologie.

### 4.2.1 Premières observations

La figure 4.4 montre un exemple typique des signaux des neuf capteurs piézoélectriques, enregistrés pendant un glissement régulier sur une partie nominale plane de la piste texturée, à une vitesse  $V=0.5 \text{ mm/s}$ . Pour une surface plane, les forces normales attendues sont constantes sur les aspérités en contact et nulles sur les autres. En prenant en compte

l'existence du filtre passe-haut à 1 Hz dans la chaîne de mesure (déjà décrite dans la section 2.3.2 et discutée plus en détail dans la section 4.3.1), les signaux auraient tous dû être ramenés à 0. Or, si effectivement les signaux des capteurs ont tous une valeur moyenne de 0, ils révèlent des variations supplémentaires, à différentes échelles de temps (mises en avant par les différents panneaux de la Fig. 4.4).

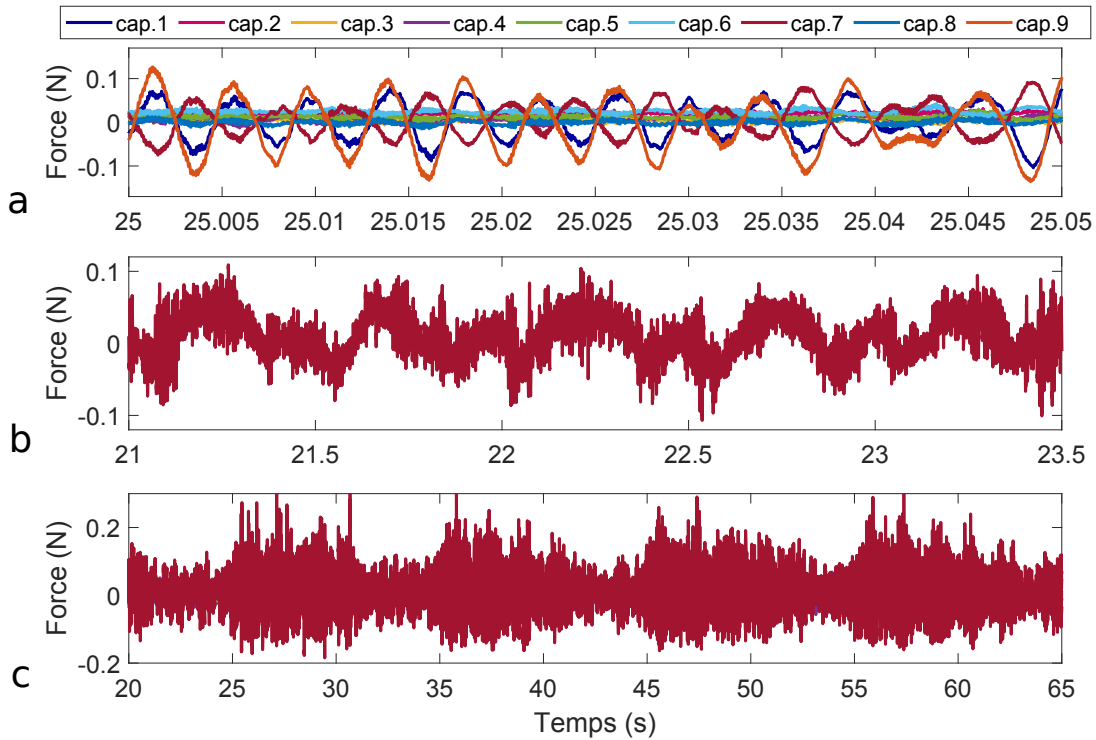


FIGURE 4.4 – Évolution temporelle typique des forces de micro-impact sur les aspérités enregistrées lors d'un glissement régulier sur une partie nominale plane de la piste à  $V = 0.5$  mm/s, pour différentes fenêtres temporelles : 50 ms (a, toutes les aspérités), 2.5 s (b, aspérité 7) et 45 s (c, aspérité 7).

#### 4.2.1.1 Nombre de points de contact

Sur la fenêtre de temps de 50 ms montrant les signaux des 9 capteurs (Fig. 4.4(a)), trois capteurs (les capteurs 1, 7 et 9) produisent un signal avec une amplitude significativement plus grande que les six autres. Cette observation suggère que seules trois aspérités du patin sont en contact réel avec la piste lors du glissement, ce qui est cohérent avec le constat de la section 3.3.2, à la fois sur le nombre et l'identité des aspérités.

#### 4.2.1.2 Des oscillations à différentes fréquences caractéristiques

La figure 4.4 avec ses différentes échelles de temps représentées met en lumière plusieurs oscillations dont les fréquences semblent caractéristiques :

- (a) la fenêtre de temps de 50 ms montre la périodicité des signaux de force locaux, à une fréquence d'environ 200 Hz. La forme de cette oscillation est approximativement celle d'un sinus.
- (b) à une plus grande échelle de temps, soit 2.5 s, une nouvelle périodicité est visible à une fréquence d'environ 2 Hz.
- (c) dans une fenêtre temporelle encore élargie, de 45 s, une dernière périodicité est mise en avant à une fréquence d'environ 0.1 Hz. Elle se matérialise cette fois comme une modulation à très basse fréquence de l'enveloppe du signal.

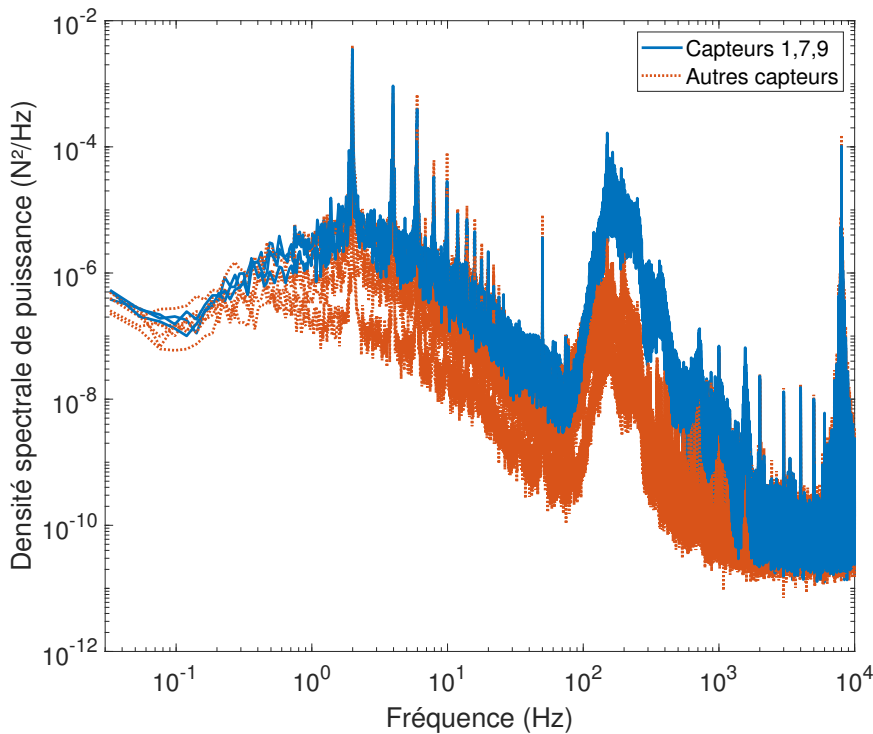


FIGURE 4.5 – Moyenne d'ensemble des densités spectrales de puissance des forces mesurées par chacun des capteurs du patin instrumenté, moyennée sur 10 répétitions de glissement à  $500 \mu\text{m/s}$ . Lignes continues bleues : capteurs 1, 7, 9, ceux qui sont en contact effectif avec la piste. Pointillés rouges : autres capteurs.

La figure 4.5 donne la moyenne d'ensemble des densités spectrales de puissances (DSP) issues de 10 répétitions du glissement dont sont extraits les signaux observés à la Fig. 4.4. Ce passage dans le domaine fréquentiel permet de mettre en évidence les fréquences des périodicités visualisées dans les échelles de temps plus courtes (a) et (b). On observe une

différence majeure entre les fréquences de ces deux périodicités moyennées sur plusieurs essais :

- (a) la première périodicité est plutôt large bande, elle intervient à une fréquence comprise entre 150 et 250 Hz.
- (b) la seconde périodicité est quant à elle plus précise. Elle intervient à une fréquence de 2 Hz ainsi qu'à toutes ses harmoniques. La densité de puissance est la plus importante pour la fréquence fondamentale puis diminue avec l'augmentation du rang de l'harmonique. Cette périodicité aussi basse fréquence suggère que la surface de la piste nominale plane est en fait décorée d'une topographie dont la période spatiale est d'environ 250  $\mu\text{m}$ .

La périodicité de l'échelle de temps la plus longue (Fig. 4.4(c)) n'est pas visible sur la figure 4.5. On peut supposer que la longueur du signal n'est pas suffisante pour obtenir une discrétisation suffisamment précise autour de 0.1 Hz pour faire apparaître cette périodicité. À la vitesse de glissement relatif de 500  $\mu\text{m/s}$ , la longueur d'onde à associer à cette périodicité est d'environ 5 mm, ce qui suggère que la surface possède une seconde décoration de plus grande longueur d'onde.

Entre 1 et 10 kHz, on observe plusieurs pics d'amplitude moindre que ceux précédemment décrits et un pic d'amplitude similaire autour de 8 kHz. Ils correspondent aux modes propres du patin qu'on a localisés dans cette bande de fréquences à la section 2.2.3, et plus particulièrement le pic d'amplitude plus élevée semble correspondre au paquet de modes très denses de la figure 2.10 entre 8 et 8.5 kHz. Notons par ailleurs sur cette figure que le pic supplémentaire à 50 Hz n'est pas lié à la mesure, il correspond à la fréquence du courant du réseau électrique.

## 4.2.2 Origine physique des périodicités observées

Le but de cette section est de démêler les origines physiques des différentes périodicités des signaux de force de la figure 4.4. Je cherche en particulier lesquelles trouveraient leur origine dans la topographie de la piste et correspondraient donc à un phénomène tribologique. Pour cela, j'observe la surface de la piste pour trouver une éventuelle correspondance entre les longueurs d'ondes calculées précédemment et d'éventuels défauts géométriques périodiques. En faisant ensuite varier la vitesse de glissement relatif, je peux alors tester le lien potentiel entre topographie et signal de force.

### 4.2.2.1 Caractérisation de la topographie de la piste

La surface nominale plane de la piste a été surfacée à la fraiseuse. Ce type d'usinage laisse des stries périodiques à la surface de la piste, dues aux passages successifs des

différentes plaquettes de la fraise. Il peut aussi occasionner des ondulations par rapport au plan moyen en cas de faux-ronds de la fraise sur la broche (qui peut s'expliquer par une légère inclinaison de la fraise, un défaut de cylindricité, la présence de copeaux...). Ces deux types de défauts sont décrits par [108, 109] et illustrés dans [110].

La figure 4.6(a) présente la topographie d'une portion rectangulaire de 15 mm suivant  $\vec{x}$  par 40 mm suivant  $\vec{y}$  (la direction de glissement de la piste) de la surface supérieure de la piste. La figure 4.6(b) présente le profil extrait de la topographie dans la direction orthogonale aux stries, le long du segment bleu situé en haut du panneau (a). Sur cette portion de surface, des stries trochoïdales (ressemblant à des arcs de cercle) sont visibles, défauts caractéristiques du passage successif des plaquettes de la fraise, dont la périodicité est  $248 \pm 12 \mu\text{m}$  (mesurée d'après le pic de la transformée de Fourier du profil de la Fig. 4.6(b)) et d'amplitude pic à pic d'environ  $8 \mu\text{m}$ . La bonne correspondance entre cette période spatiale et celle inférée à partir de la Fig. 4.4(b) indique que ce défaut de surface périodique est l'origine tribologique de la périodicité temporelle des signaux de force observés (Fig. 4.4(b)).

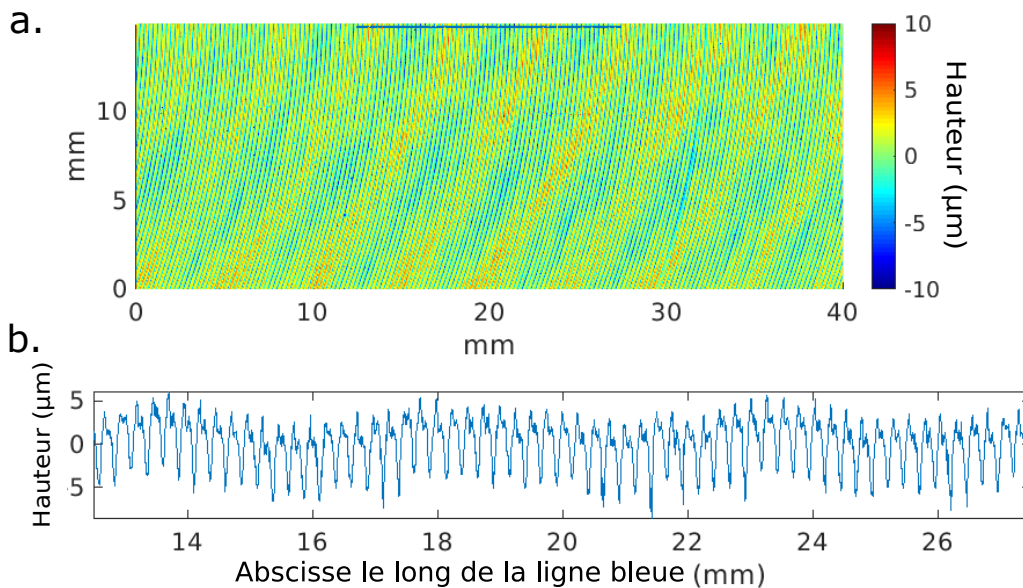


FIGURE 4.6 – a : Topographie de la surface de la piste, mesurée au profilomètre interférométrique. b : Profil extrait de la topographie, le long du segment bleu dessiné sur le panneau a, et localement orthogonal aux stries.

L'ondulation, défaut typique de faux-ronds de la fraise sur la broche, est aussi présente sur la piste (Fig. 4.6). Elle présente une longueur d'onde de 5 mm qui correspond à la périodicité retrouvée dans l'enveloppe du signal des capteurs (Fig. 4.4(c)). Cette périodicité très basse fréquence semble donc elle aussi avoir une origine tribologique.

### 4.2.2.2 Variation de la vitesse de glissement

Afin de confirmer définitivement l'origine topologique des oscillations de force vues sur la Fig. 4.4(b), je regarde maintenant l'évolution de la fréquence temporelle de ces oscillations en fonction de la vitesse. J'effectue des expériences de glissement à différentes vitesses,  $V=0.5, 1, 2$  et  $5$  mm/s, et pour chacune, je calcule la DSP des signaux de force. Dans la gamme de fréquences  $[1-100]$  Hz, ils contiennent tous un pic principal bien défini (fréquence fondamentale) et une série d'harmoniques. Ces derniers sont dus à la forme non sinusoïdale du motif périodique. Les fréquences de la fondamentale et de ses deux premières harmoniques sont représentées en fonction de la vitesse  $V$  sur la Fig. 4.7. Les trois fréquences se trouvent proportionnelles à la vitesse, comme le montre la pente unitaire dans la représentation logarithmique de la figure 4.7. Cela montre que la périodicité temporelle provient effectivement d'une périodicité spatiale. Pour la fondamentale, le coefficient de proportionnalité, qui correspond à la période spatiale, est de  $249 \pm 2 \mu\text{m}$ . Cette valeur est en bon accord avec la période des sillons mesurés par profilométrie ( $248 \pm 12 \mu\text{m}$ ).

La périodicité des signaux de force observée à la Fig. 4.4(a) est à une fréquence d'environ 200 Hz. L'inspection des DSP de tous les signaux de force pour toutes les vitesses de glissement a révélé une bande de fréquence commune  $[150-250]$  Hz avec une amplitude significativement plus grande, responsable des oscillations de la Fig. 4.4(a). L'indépendance de cette bande haute fréquence vis à vis de la vitesse de glissement (Fig. 4.7) suggère que cette oscillation n'est pas d'origine topologique, mais est plutôt due aux modes propres du système expérimental. Puisque tous les modes propres du patin clampé ont été trouvés supérieurs à 1.5 kHz (section 2.4), je suppose que le mode 200 Hz est associé soit à un mouvement d'oscillation de corps solide du patin, soit à la vibration des faisceaux de câbles (voir Fig. 4.1). En effet, le patin étant posé librement sur la piste lors des expériences de glissement, il est soumis à son propre poids, à son inertie en rotation et à des efforts transmis par les câbles en raison de leur raideur non-nulle. Notons que les mouvements de corps solide du patin et les câbles n'avaient pas d'influence sur la mesure lors des essais de calibration de la section 2.4, car le dos du patin était fixé au marbre de la table d'expériences.

Pour la troisième périodicité vue sur la figure 4.4(c), i.e. la modulation à très basse fréquence de l'enveloppe du signal, la DSP ne permet pas de visualiser correctement cette fréquence. Je calcule donc sa fréquence moyenne à partir des signaux temporels pour chaque vitesse. Comme on le voit sur la Fig. 4.7, la fréquence de cette modulation est également proportionnelle à la vitesse de glissement, confirmant ainsi l'origine topologique de cette modulation.

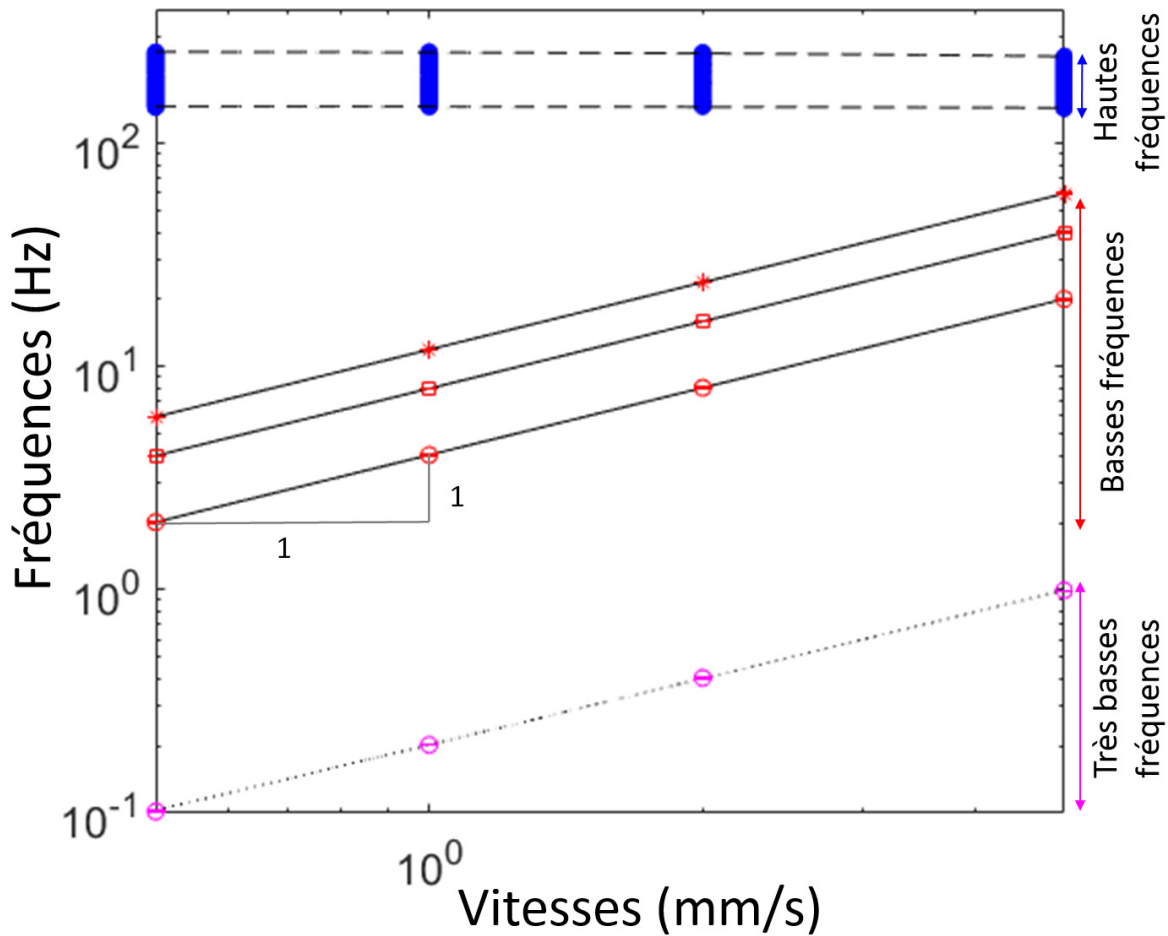


FIGURE 4.7 – Évolution des différentes fréquences identifiées dans le signal de force en fonction de la vitesse de glissement. Rose : très basses fréquences (voir Fig. 4.4(c)). Rouge : basses fréquences (voir Fig. 4.4(b)). Cercle : fréquence fondamentale. Carré (astérisque) : première (deuxième) harmonique. La bande de haute fréquence ([150–250] Hz) responsable des oscillations de la Fig. 4.4(a) est en bleu et encadrée par des traits discontinus. Traits pleins et pointillé : ajustements linéaires (pente 1 dans ce graphique log-log).

### 4.2.3 Comparaison avec le modèle de contact multi-aspérités

Dans le chapitre 3, j’ai développé un modèle de contact multi-aspérités afin de prédire quelles sont les aspérités en contact parmi les neuf aspérités potentielles, ainsi que les efforts normaux s’appliquant aux points de contact. Dans cette partie, j’utilise l’étape de mise en position du modèle de la partie 3.2.1 pour savoir si, d’après le modèle, les défauts périodiques de surface de la piste (Fig. 4.6) sont susceptibles d’entraîner un changement dans les points de contact. Par la suite, j’utilise le modèle de contact multi-aspérités complet (étape de mise en position puis glissement) et filtré pour confirmer ses capacités



de prédiction.

#### 4.2.3.1 Comparaison avec l'étape de mise en position

Tout d'abord la taille de contact maximale d'une aspérité de surface du patin (soit  $36\ \mu\text{m}$ , calculé au 4.1.1.1) est bien inférieure à la distance entre deux stries trochoïdales voisines de la piste ( $249\ \mu\text{m}$ ). Ainsi, si les stries sont considérées comme lisses à petite échelle, alors il n'y a qu'un seul contact au sommet de chaque aspérité. En réalité il y a bien une rugosité à plus petite échelle qui s'additionne aux stries. Cette rugosité additionnelle étant supposée faible, le contact (qui peut certes être morcelé) est, ici, considéré comme unique.

Je vérifie maintenant si l'amplitude typique crête à crête de  $8\ \mu\text{m}$  des stries trochoïdales est suffisante pour engendrer des changements de points de contact du patin. En supposant que le profil de la Fig. 4.6(b) soit une onde sinusoïdale parfaite, le rayon de courbure des parties inférieures de ces stries serait d'environ  $400\ \mu\text{m}$ , c'est-à-dire plus petit que celui des aspérités sphériques ( $750\ \mu\text{m}$ ). Ainsi, les aspérités du patin ne peuvent pas explorer toute la topographie, mais uniquement les crêtes des stries. Plus quantitativement, j'ai calculé que, géométriquement, une sphère de rayon  $750\ \mu\text{m}$  ne peut pas atteindre une profondeur supérieure à  $6.5\ \mu\text{m}$  dans l'onde sinusoïdale susmentionnée sans engendrer une interpénétration non physique des deux solides. La hauteur instantanée d'une aspérité au contact de la surface ne peut donc jamais être inférieure à  $-6.5\ \mu\text{m}$  par rapport au plan des crêtes des stries.

Dans la section 3.3.1, j'ai utilisé l'étape d'initialisation du modèle pour prédire les points de contact du patin reposant sur une piste plane. Dans ce cas, le modèle prédit que les aspérités 1, 7 et 9 sont en contact pour satisfaire l'équilibre isostatique. Ces aspérités sont les mêmes que celles qui sont actives dans la Fig. 4.4(a). Le modèle du chapitre 3 explique ainsi à la fois le nombre et la répartition spatiale des aspérités en contact. J'ai ensuite appliqué l'étape de mise en position du modèle du chapitre 3 à des topographies statiques dans lesquelles l'altitude de la piste à l'emplacement des aspérités 1, 7 et 9 était décalée verticalement de 0 ou  $-6,5\ \mu\text{m}$ . J'ai testé les huit combinaisons possibles de ces deux décalages à l'emplacement des trois aspérités, pour estimer les différences les plus fortes possibles par rapport à une piste parfaitement lisse. Seules les combinaisons où les aspérités 1 et 7 sont simultanément au-dessus du point le plus profond d'une rainure ont conduit à un changement des aspérités prédites en contact. Dans ce cas, l'aspérité 4 supporte le patin à la place de l'aspérité 7. Cette situation ayant une faible probabilité de se produire, il est raisonnable de la considérer comme non pertinente en pratique. D'autant que l'hypothèse sinus implique un plus grand rapprochement des solides (donc



un plus grand décalage vertical) que la topographie réelle qui présente des vallées plus étroites. Par conséquent, l'amplitude de la topographie des rainures induites par fraisage n'est probablement pas suffisante pour induire des modifications détectables de l'identité des aspérités en contact par rapport à une piste parfaitement lisse. Ceci explique pourquoi les trois aspérités en contact (1, 7 et 9) restent les mêmes tout au long de l'expérience de glissement sur la partie nominale plane de la piste.

#### 4.2.3.2 Comparaison avec le modèle complet

Pour comparer les résultats du modèle de contact avec les mesures issues de l'expérience de glissement sur la surface nominale plane, j'ai extrait 9 bandes topographiques de la largeur des sphères (soit 1.5 mm) et parallèles au segment bleu représenté à la Fig. 4.6. Ces 9 bandes sont extraites aléatoirement dans la largeur de la surface mesurée à l'interféromètre et leur longueur la parcourt entièrement. Ces bandes ne sont donc pas exactement celles sur lesquelles ont glissé les sommets des aspérités, mais sont globalement représentatives de la topographie de la piste. En filtrant géométriquement ces bandes par une sphère, de rayon égal à celui des aspérités, qui viendrait toucher en un point unique la topographie (ce filtrage géométrique est détaillé dans [39]), on obtient un profil unidimensionnel par bande. Les fonctions  $h_j$  caractérisant la piste (voir section 3.1.1) sont modélisées par ces profils. Le modèle simule le glissement du patin à une vitesse  $V=0.5$  mm/s sur la piste ainsi représentée. Les signaux sont ensuite filtrés puis présentés à la figure 4.8.

**a Contenu fréquentiel** Dans les signaux temporels issus du calcul via le modèle, plusieurs périodicités sont mises en évidence à la figure 4.8. Les fenêtres temporelles utilisées sont similaires à celles de la figure 4.4 pour les signaux expérimentaux, soit (a) 50 ms, (b) 2.5 s et (c) 45 s. La figure 4.9 présente les moyennes d'ensemble des densités spectrales de puissance des forces en sommet de l'aspérité 9 issues, soit des mesures expérimentales (en rouge), soit du modèle de contact (en bleu).

Pour la fenêtre de 50 ms (Fig. 4.8 (a)), la périodicité la plus visible pour les capteurs 1 et 9 est plus haute fréquence (autour de 1.3 kHz) que celle mise en valeur expérimentalement (200 Hz) dans cette fenêtre temporelle. La périodicité autour de 200 Hz (de période temporelle 0.005 s) est elle aussi présente et surtout visible pour le capteur 7. Ces deux périodicités s'observent aussi dans les densités spectrales de puissance des signaux (Fig. 4.9). Le signal modélisé présente une densité spectrale de puissance qui augmente sur une large bande de fréquence à partir de 126 Hz et forme un plateau jusqu'à un pic à 1300 Hz. Ce pic représente la fréquence naturelle de la raideur normale du contact entre la piste

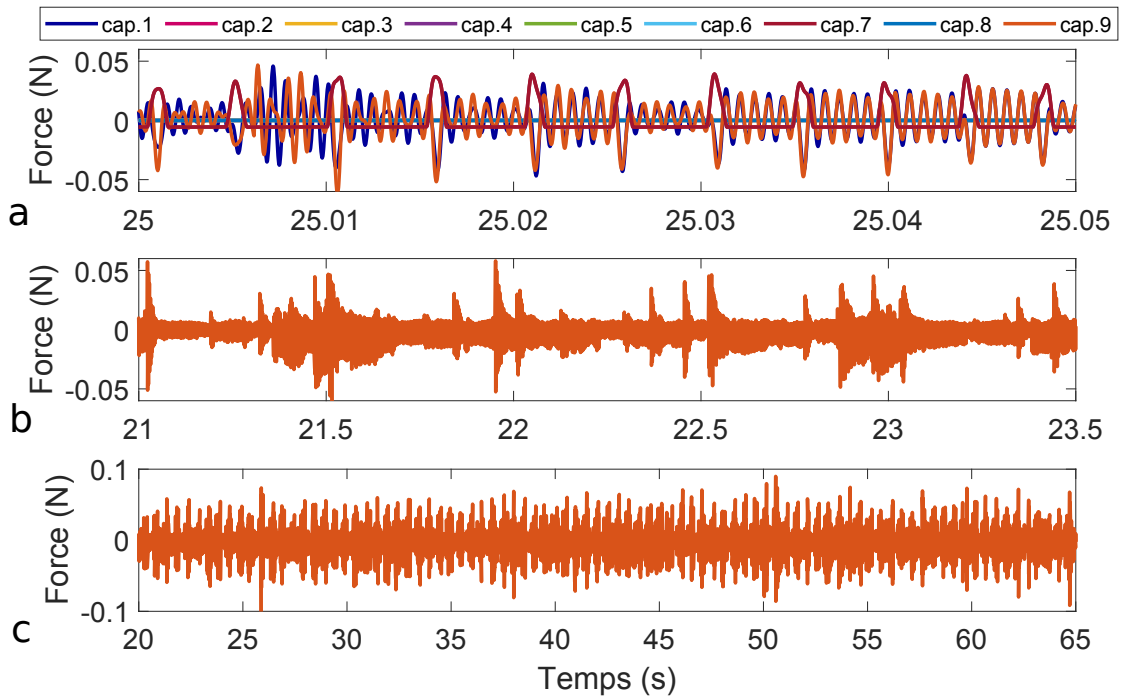


FIGURE 4.8 – Évolution temporelle typique des forces de micro-impact sur les aspérités calculées par le modèle lors d'un glissement à  $V = 0.5$  mm/s sur des profils de piste issus des mesures topographiques (Fig. 4.6), pour les mêmes fenêtres temporelles que celles de la figure expérimentale 4.4 : 50 ms (a, toutes les aspérités), 2.5 s (b, aspérité 9) et 45 s (c, aspérité 9).

et le patin estimée via une linéarisation de la raideur de contact autour de la position d'équilibre (voir Éq. 3.30), dont l'équation est la suivante :

$$f_c = 2\pi\Omega = 3\pi \left( \frac{n\mathfrak{K}}{m} \right)^{2/3} g^{1/3}, \quad (4.1)$$

dont les variables sont données au chapitre 3 pour l'Éq. (3.30). Cette interprétation donne, pour 3 points de contact, une estimation de cette fréquence proche de 1000 Hz. Ainsi le pic dans la modélisation à 1300, ainsi que le petit pic expérimental à 1000 Hz, s'expliquent par la nature même du contact.

Les plateaux fréquentiels (entre 150 et 250 Hz expérimentalement et entre 126 et 1000 Hz d'après le modèle) peuvent s'expliquer à travers les travaux de Hess et Soom [77] concernant les mouvements normaux et angulaires du patin dans son ensemble durant son glissement sur une surface rugueuse plane. Ils déterminent une fréquence caractéristique des mouvements de rotation (roulis et tangage) dont les expressions pour les rotations

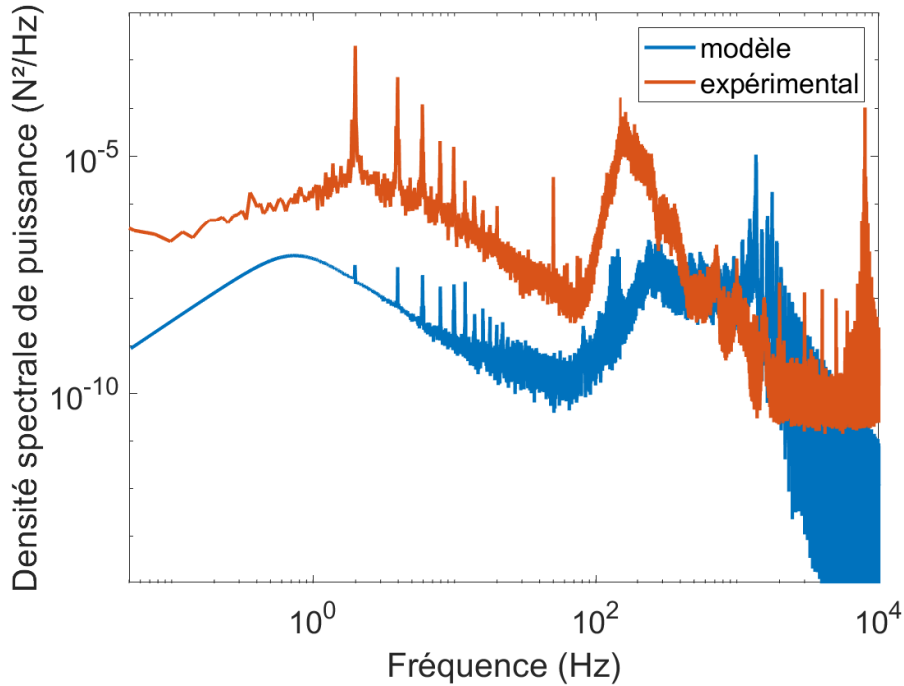


FIGURE 4.9 – Comparaison de la moyenne d'ensemble des densités spectrales de puissance des forces en sommet de l'aspérité 9 pendant le glissement sur la piste nominale plane, moyennée sur 10 itérations de glissement. En rouge, issue des forces mesurées expérimentalement. En bleu, issue des forces calculées par la modélisation et filtrées.

d'angles  $\phi$  et  $\psi$  sont les suivantes :

$$f_{\phi} = 2\pi\Omega_{\phi} = 2\pi\sqrt{\frac{mg}{I_x} \left( \frac{L_x^2}{12\sigma} - a \right)}, \quad (4.2)$$

$$f_{\psi} = 2\pi\Omega_{\psi} = 2\pi\sqrt{\frac{mg}{I_y} \left( \frac{L_y^2}{12\sigma} - a \right)}. \quad (4.3)$$

où  $I_x$  et  $I_y$  sont les inerties en rotation du patin autour des axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ ,  $L_x$  et  $L_y$  sont les distances latérales maximales entre les aspérités suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ ,  $\sigma$  est l'écart-type entre les aspérités de la piste et  $a$  est la demi-hauteur du patin.

L'application numérique nous donne des fréquences caractéristiques en rotation autour de 203 Hz et de 219 Hz. Les valeurs de ces fréquences sont très voisines de celles des oscillations hautes fréquences (autour de 200 Hz) observées à la fois expérimentalement et dans la modélisation. Ceci suggère très fortement que ces fréquences sont liées aux rotations du patin et non aux câbles qui sont absents de la modélisation. Notons cependant que, dans le cas expérimental, le plateau des fréquences caractéristiques des rotations est d'amplitude bien plus élevée que celui des fréquences correspondant au contact normal. À

l'inverse, dans la modélisation ce sont les pics caractéristiques de la raideur du contact dont l'importance surpasse celle du plateau des fréquences de rotation. Cet écart est analysé au regard de l'influence du déphasage entre les profils topographiques au paragraphe b.

La périodicité basse fréquence autour de 2 Hz provenant de la topographie est visible dans la fenêtre de 2.5 s (Fig. 4.8(b)). Elle est similaire pour les signaux issus de la modélisation et de la mesure, sous forme d'un motif presque périodique. Dans le domaine fréquentiel (Fig. 4.9), le pic correspondant à cette fréquence est bien présent dans les 2 cas et accompagné de ses harmoniques.

La dernière périodicité de la mesure, sous la forme d'une modulation de l'enveloppe à environ 0.1 Hz dans les signaux expérimentaux, n'est pas visible dans les signaux de force calculée par la modélisation (Fig. 4.8(c)). Ces modulations sont générées par des ondulations très basses fréquences de la piste. Il est donc possible que l'extraction des fonctions topographiques aléatoirement dans l'aire mesurée de la piste (Fig. 4.6(b)) ne permette pas de rendre compte correctement de ces oscillations. En effet la carte profilométrique a une largeur de 15 mm alors que l'écart latéral entre aspérités atteint 30 mm.

### **b Influence du déphasage des rugosités de la topographie entre les aspérités**

Il existe une différence d'amplitude notable entre les amplitudes des signaux temporels issus des mesures et ceux calculés par le modèle. Les variations des forces expérimentales (Fig. 4.4) sont 2 à 3 fois plus élevées que dans la modélisation (Fig. 4.8). Ces différences d'amplitudes sont responsables de la différence de niveau des densités spectrales de puissance expérimentales et issues du modèle (Fig. 4.9). Nous avons vu que les fonctions utilisées pour caractériser la piste sont issues aléatoirement de la topographie. Elles ne correspondent donc pas exactement à ce qu'ont parcouru expérimentalement les aspérités. Ainsi les 9 aspérités ne sont pas toutes simultanément en train de parcourir un sommet ou un creux des rugosités. Il y aura un certain délai entre les passages de sommet par chacune des aspérités. Il est fort probable que ce délai entre les passages de sommets des rugosités par les aspérités soit différent entre les mesures et la modélisation. Ce délai est ici assimilé à un déphasage même si ce n'en est pas un à proprement parler étant donné que chaque aspérité parcourt une zone de la piste différente de ses voisines.

Pour caractériser l'effet du déphasage, j'ai remplacé les fonctions  $h_j$  représentatives de la piste parcourue par les aspérités par une fonction purement sinusoïdale de périodicité  $l = 248 \mu\text{m}$  et d'amplitude pic à pic de  $A = 8 \mu\text{m}$ , d'abord sans déphasage ( $\Psi_j = 0$ ) puis avec des déphasages aléatoires ( $\Psi_j$  tirés aléatoirement entre 0 et  $2\pi$ ) ou un déphasage maximisé (pour les 3 aspérités en contact avec la piste  $\Psi_1 = 0$ ,  $\Psi_7 = 2\pi/3$  et  $\Psi_9 = 4\pi/3$

et nul pour les autres) :

$$h_j = A \sin\left(2\pi \frac{y_j - Vt}{l} + \Psi_j\right). \quad (4.4)$$

La figure 4.10 présente les densités spectrales de puissance issues de ces simulations. La densité issue de la simulation sans déphasage est 4 fois plus élevée que celle issue de la simulation avec le premier déphasage aléatoire, 20 fois moins élevée que celle du second déphasage aléatoire et 40 fois moins élevée que celle du déphasage maximisé. Il existe donc une grande influence du déphasage entre les aspérités sur l'amplitude du signal.

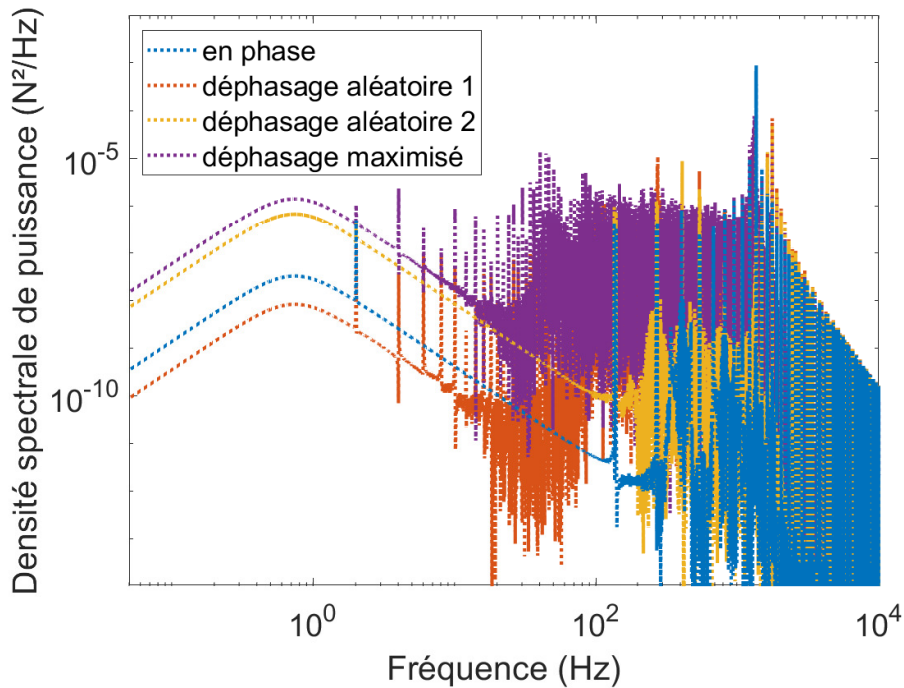


FIGURE 4.10 – Comparaison de la densité spectrale de puissance des forces en sommet de l'aspérité 9 pendant le glissement sur une surface sinusoïdale. En bleu, sans déphasage entre les aspérités. En rouge et en jaune, avec deux déphasages aléatoires différents. En violet, avec un déphasage maximisé de  $\frac{2\pi}{3}$  entre les trois aspérités (1, 7 et 9) en contact avec la piste dans cette configuration.

Je considère maintenant le plateau correspondant aux fréquences de rotation et les pics aux fréquences caractéristiques du contact. En calculant les fréquences caractéristiques des rotations (Éq. 4.3 où le  $\sigma$  de la piste est mis à jour) dans cette configuration où la piste est sinusoïdale, j'obtiens  $f_\phi \approx 116$  Hz et  $f_\psi \approx 108$  Hz. Sans déphasage, une seule rotation du patin est sollicitée, suivant l'angle  $\phi$ , et on observe un pic à 137 Hz correspondant approximativement à la fréquence caractéristique de cette rotation estimée par le calcul. Ce pic est accompagné de ses harmoniques (pics à 274 Hz, 411 Hz, *etc.*). Un pic surpasse les autres à 1300 Hz, qui correspond à la fréquence caractéristique du contact

normal. Avec le déphasage aléatoire, les deux rotations du patin sont sollicitées. Autour des fréquences caractéristiques de ces rotations ( $f_\phi \approx 116$  Hz et  $f_\psi \approx 108$  Hz) et jusqu'à la fréquence caractéristique du contact normal se forme un plateau de densité spectrale élevée. La largeur de ce plateau ainsi que sa hauteur varie grandement suivant le déphasage. Il s'étale au maximum sur une bande de fréquence de 30 à 1300 Hz et au minimum de 200 Hz à 1300 Hz et sa hauteur varie entre  $10^{-9}$  et  $10^{-6}$  N<sup>2</sup>/Hz. L'amplitude du pic à la fréquence caractéristique du contact est systématiquement moins élevée que celle de la simulation sans déphasage (entre  $10^{-5}$  et  $10^{-4}$  N<sup>2</sup>/Hz au lieu de  $10^{-3}$ ). Le déphasage est donc probablement à l'origine de l'écart constaté au paragraphe précédent, entre modélisation et mesure, des largeurs et amplitudes des plateaux aux fréquences caractéristiques liées aux rotations ainsi que du pic lié au contact normal.

Ainsi pour représenter fidèlement dans la modélisation le niveau de la densité spectrale de puissance et l'amplitude des oscillations, il faudrait connaître le déphasage entre les stries vues par les différentes aspérités du patin. Cette information est cependant très difficile à obtenir, car elle ne dépend pas seulement des positions exactes des aspérités le long de la piste, mais aussi des rotations autour de la normale au contact, qui n'ont pas été mesurées au cours des expériences. Le modèle n'en reste pas moins utile sans cette connaissance précise pour prédire la forme globale des signaux et les fréquences caractéristiques qu'ils contiennent, ainsi que pour accompagner la compréhension des signaux.

#### 4.2.4 Conclusion à propos du glissement sur la surface nominale plane

Alors que, dans le cas d'une piste parfaitement lisse, aucune variation des efforts de contact locaux n'est attendue, les signaux mesurés sur une piste réelle plane se sont révélés non constants. Leur analyse détaillée, couplée avec une caractérisation topographique fine de la piste, a en réalité permis une première étude pertinente tribologiquement, illustrant certaines capacités du patin instrumenté. En effet, celui-ci est capable de déceler des défauts de taille micrométrique à différentes échelles spatiales longitudinales. Il permet aussi de quantifier les efforts en sommet des aspérités, tout en indiquant lesquelles sont en contact avec la piste. Le patin instrumenté permet donc d'observer les fluctuations de force associée à la topographie de la surface antagoniste lors du glissement. Il détecte aussi des fluctuations plus hautes fréquences. Le modèle accompagnant les résultats s'est montré utile pour comprendre les origines physiques de ces fluctuations : rotations globales du patin et raideur normale de l'interface rugueuse. Ce sont aussi des phénomènes tribologiques capturés par le patin. Le modèle a aussi permis de mettre en lumière l'influence

subtile mais non-négligeable du déphasage des défauts périodiques vus par les aspérités sur les forces de micro-contact.

### 4.3 Mesures sur une surface rainurée

Les mesures de glissement sont maintenant réalisées sur une piste incluant une rainure profonde de 1 mm et large de 6 mm. Ces dimensions permettent de s'assurer qu'une aspérité du patin qui serait à l'aplomb de la rainure ne touche ni le fond de la rainure ni les bords tout en s'assurant que les aspérités des rangées adjacentes ne soient pas affectées simultanément par la rainure. Suivant la position initiale choisie pour le patin sur la piste, il est possible de forcer le passage simultané au dessus de la rainure d'au choix : une aspérité (centrale ou à l'extrémité), deux aspérités (voisines ou éloignées) ou trois aspérités, issues d'une même rangée. La figure 4.11 illustre ces différentes possibilités qui ont toutes été explorées expérimentalement. Cependant les mesures détaillées dans cette section sont toutes issues de la configuration où seule la ligne des aspérités 7, 8 et 9 passe au dessus de la rainure (cas au centre en haut sur la Fig. 4.11).

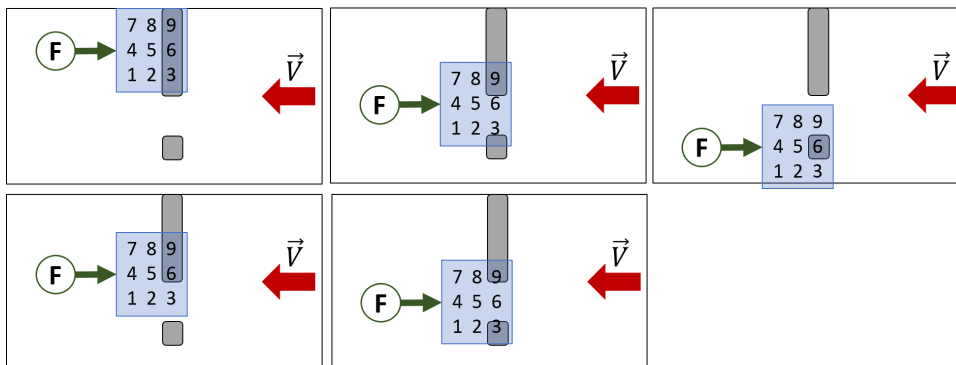


FIGURE 4.11 – Illustration des différentes configurations possibles de franchissement de la rainure par le patin. Le rectangle blanc représente la piste et la flèche rouge sa direction d'avance à la vitesse  $\vec{V}$ . Les zones grisées représentent la rainure de profondeur 1 mm et de largeur 6 mm. Le carré bleu transparent représente le patin fixe et les numéros dessus correspondent aux aspérités et leur label. La flèche verte notée  $F$  représente le stoppeur et son capteur de force.

#### 4.3.1 Ajustement du filtre passe-haut

À l'issue de ces mesures de glissement au dessus d'une rainure, la première étape a été de caractériser le filtre appliqué par la chaîne de mesure. Pour cela, j'utilise l'évènement correspondant à une perte de contact pour l'aspérité 9 uniquement et compare la forme

des signaux à celle d'un créneau filtré par un filtre passe-haut du premier ordre à 1 Hz (qui est le filtre annoncé du convertisseur de charge des capteurs piézoélectriques décrit à la section 2.3.2) puis par un filtre optimisé.

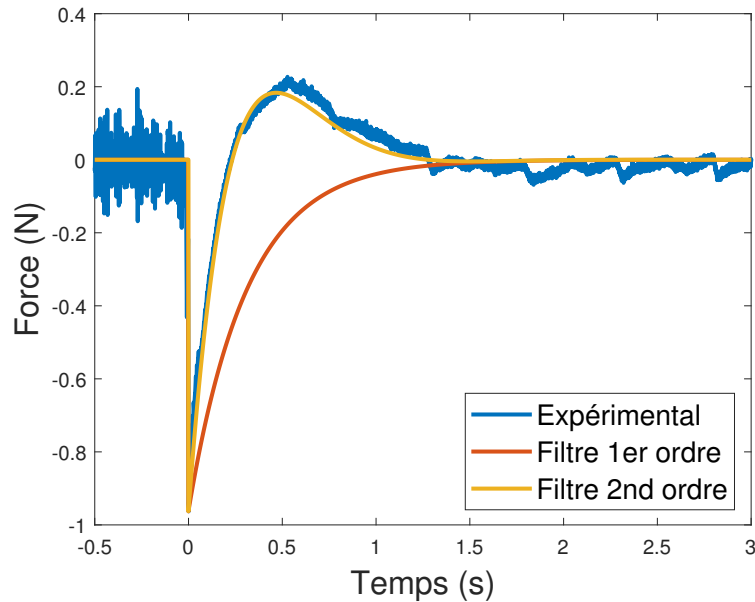


FIGURE 4.12 – Comparaison de la mesure de force pour une perte de contact sur l'aspérité 9 avec un échelon négatif filtré. En bleu, les forces mesurées expérimentalement en sommet d'aspérité 9. En rouge, un échelon négatif filtré par un filtre du premier ordre. En jaune, un échelon négatif filtré par un filtre du second ordre.

La figure 4.12 montre, en bleu, la mesure de force en sommet d'aspérité 9 lors de la perte de contact de ce capteur. La perte de contact se traduit en terme de variation de force par un échelon négatif d'amplitude égale à celle de la force appliquée sur ce contact juste avant la rainure. Sans gain, un filtre passe-haut n'influe pas sur la valeur instantanée de la variation de force. Ainsi, le minimum de force mesuré à  $t = 0$  ( $f_9^{min} = -0.954\text{ N}$ ) correspond à l'amplitude de la force s'appliquant avant la perte de contact sur cette aspérité. Je compare donc un échelon d'amplitude  $-0.954\text{ N}$  filtré par un filtre du premier ordre, le signal obtenu est en rouge (Fig. 4.12). Ce filtre ne permet pas de décrire correctement la forme du signal mesuré et plus spécifiquement, le dépassement positif autour de 0.5s. Je cherche donc à caractériser un filtre, cette fois du second ordre, permettant de mieux rendre compte de la forme du signal. Par optimisation numérique des paramètres définissant un filtre du second ordre, j'obtiens le filtre dont la fonction de transfert  $HP(f)$  est la suivante :

$$HP(f) = \frac{-f^2/f_c^2}{1 + jf/(Qf_c) - f^2/f_c^2}, \quad (4.5)$$



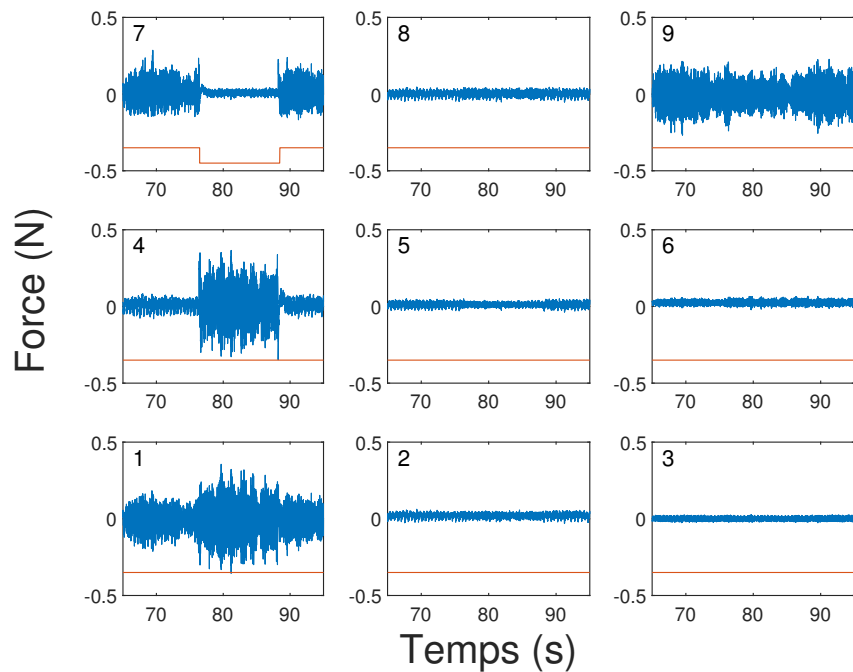
avec le facteur de qualité  $Q = 0.65603$  et la fréquence de coupure  $f_c = 0.7403$ . La fréquence de coupure obtenue est proche de celle attendue pour le filtrage occasionné par les conditionneurs de charge (1 Hz). Le fait que le filtre soit du second ordre plutôt que du premier ordre est vraisemblablement dû à un effet non négligeable du reste de la chaîne de mesure sur les sorties finales. Par la suite, les signaux issus du modèle de contact multi-aspérités qui seront filtrés, le seront tous par ce filtre du second ordre.

### 4.3.2 Dynamique du glissement au dessus d'une rainure

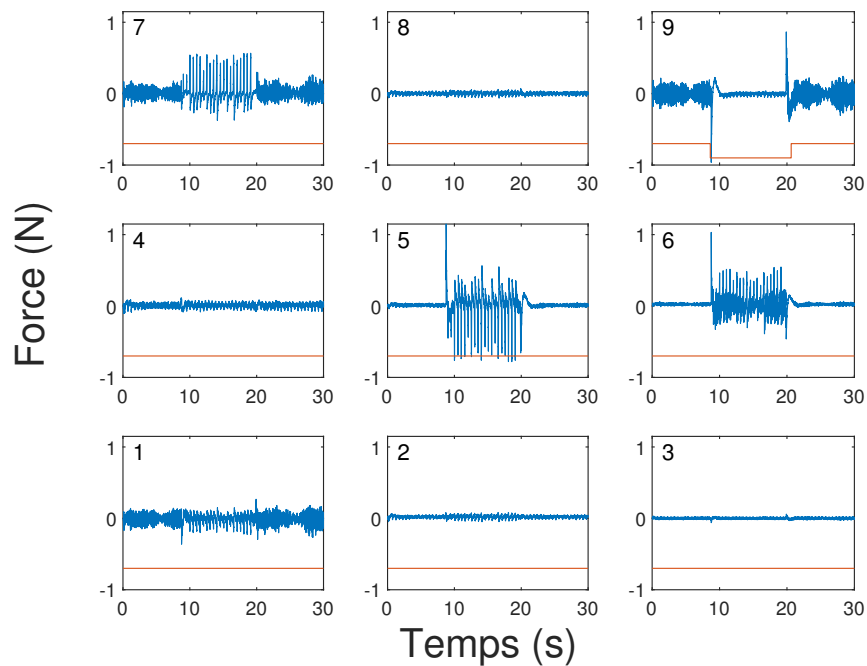
Lorsque la piste est nominale plane, les aspérités 1, 7 et 9 sont en contact à tout moment (section 4.2). Dans les signaux expérimentaux, le fait qu'une aspérité donnée soit en contact avec la piste ne peut être détecté qu'à partir de l'amplitude plus importante des fluctuations de force aux alentours de 200 Hz (d'après la section 4.2, Fig. 4.4(a)). En effet, les états en contact ou sans contact ne se traduisent pas par un niveau moyen, respectivement, fini ou nul des signaux, en raison de l'effet de filtrage passe-haut des amplificateurs de conditionnement utilisés sur la sortie de chaque capteur. Dans le cas présenté ici, les aspérités en contact changent lors du glissement, car l'une de ces trois aspérités passe au dessus d'une rainure suffisamment profonde pour empêcher tout contact éventuel sur une certaine distance de glissement. Une telle situation est présentée par les figures 4.13. Ces figures montrent les signaux de force enregistrés sur les neuf aspérités sur une fenêtre temporelle englobant le passage d'une aspérité au dessus d'un trou de 6 mm de large. Cette aspérité est la 7 dans le cas de la Fig. 4.13(a) et la 9 dans le cas de la Fig. 4.13(b). En rouge est donnée une représentation sans unité de la topographie vue par chaque aspérité.

#### 4.3.2.1 Passage de l'aspérité 7

Avant d'atteindre le trou, la situation est la même que dans la section 4.2 : les aspérités 1, 7 et 9 sont en contact, comme indiqué par une amplitude de signal nettement plus grande que les six autres, en raison des oscillations à haute fréquence déjà vues à la Fig. 4.4(a). À la Fig. 4.13(a), lorsque l'aspérité 7 passe au-dessus du trou, les fluctuations de son signal de force s'arrêtent soudainement, indiquant que, comme prévu, elle a perdu le contact avec la piste. Simultanément, les fluctuations de force sur l'aspérité 4 augmentent brusquement, montrant que l'aspérité 4 est maintenant en contact avec la piste. Lorsque l'aspérité 7 atteint l'extrémité du trou, le patin et donc tous les signaux de force retrouvent leur configuration initiale.



(a) Aspérité 7 passant au dessus de la rainure



(b) Aspérité 9 passant au dessus de la rainure

FIGURE 4.13 – Bleu : Force (en N) mesurée sur les neuf aspérités (le label de chaque aspérité est indiqué dans le coin haut gauche de chaque panneau) quand l'aspérité 7 (a) ou l'aspérité 9 (b) passe au dessus d'une rainure profonde de 1 mm, large de 6 mm, à une vitesse de glissement de  $V=0.5$  mm/s. Rouge : Topographie macroscopique de la piste sous chaque aspérité sans unité (placée arbitrairement sur l'axe des ordonnées pour ne pas gêner la lecture de la force).

J'utilise le modèle multi-aspérités complet dans cette configuration, avec une vitesse de glissement  $V = 0.5 \text{ mm/s}$  et une description macroscopique de la piste. C'est-à-dire que cette dernière est décrite comme un plan lisse avec une rainure au dessus de laquelle passe l'aspérité 7. Cela se traduit dans le modèle par les fonctions  $h_j$  (pour rappel,  $h_j = h(x_j, y_j - Vt)$ , voir section 3.1.2) suivantes :

$$h_j = 0 \quad \forall j \neq 7 \quad \forall t, \quad (4.6)$$

$$h_7 = 0 \quad \forall t < 86 \vee \forall t > 98, \quad (4.7)$$

$$h_7 = -1 \text{ mm} \quad \forall t \in [86, 98]. \quad (4.8)$$

Le modèle prédit bien le transfert du contact de l'aspérité 7 à l'aspérité 4, comme observé expérimentalement.

#### 4.3.2.2 Passage de l'aspérité 9

À la Fig. 4.13(b), c'est cette fois l'aspérité 9 qui passe au-dessus de la rainure. Avant le début de la rainure, les signaux correspondant aux aspérités 1, 7 et 9 présentent les oscillations caractéristiques du contact (voir section 4.2.1.2). Au moment ( $t \approx 7\text{s}$ ) où l'aspérité 9 passe au dessus de la rainure, les fluctuations de son signal s'arrêtent. Pendant ce temps, les capteurs 1, 5, 6 et 7 présentent des oscillations. Les mesures donnent des contributions de force non-nulles en sommet de 4 aspérités, ce qui suggère une alternance entre les points de contact.

La figure 4.14 superpose les signaux des 5 capteurs affectés par la perte de contact

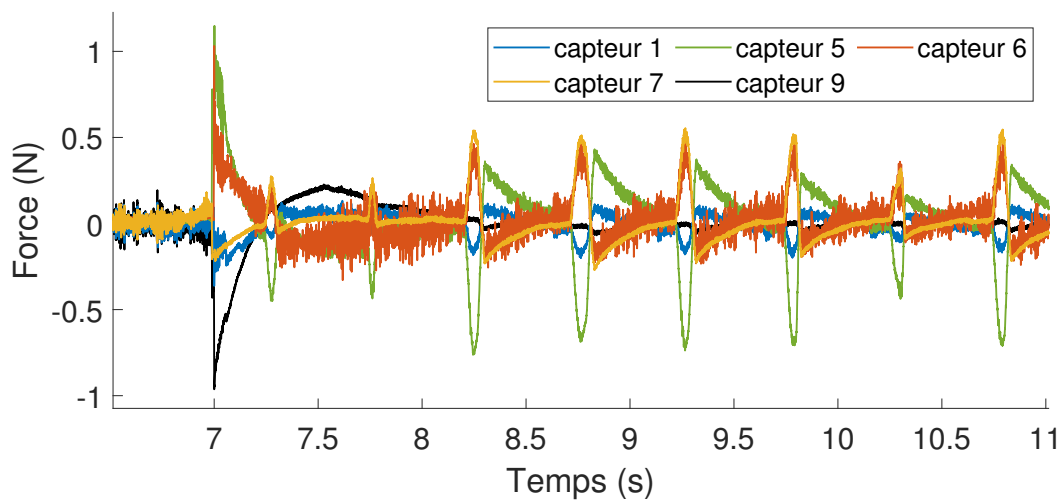


FIGURE 4.14 – Force (en N) mesurée sur les aspérités perturbées (les aspérités 1, 5, 6, 7 et 9) par la perte de contact de l'aspérité 9.  $V=0.5 \text{ mm/s}$ .

de l'aspérité 9 (les capteurs 1, 5, 6, 7 et 9) en proposant un zoom temporel sur la perte de contact permettant d'observer dans le détail les variations des forces mesurées. Avant le début de la rainure, les oscillations caractéristiques du contact sont visibles dans les signaux des capteurs 1, 7 et 9. Au moment où l'aspérité 9 commence à passer au dessus de la rainure, les signaux des aspérités précédemment en contact baissent brutalement et ceux des aspérités 5 et 6 augmentent brutalement aussi. Après la perte de contact, les aspérités 1, 5 et 6 sont affectées par les oscillations caractéristiques du contact tandis que les aspérités 7 et 9 ne le sont plus. L'aspérité 9 n'est plus en contact avec la piste jusqu'à la fin du passage au dessus de la rainure. L'aspérité 7, quant à elle, rencontre des perturbations momentanées dans son signal de force (entre autres à 8.3 s, 8.8 s, à 9.3 s, 9.8 s et à 10.3 s). Par exemple à 8.3 s, les signaux des capteurs 6 et 7 enregistrent une hausse brutale qui s'accompagne d'une baisse tout aussi brutale des signaux des capteurs 5 et 1. Lorsque l'aspérité 9 est au dessus de la rainure, ce sont les aspérités 1, 5 et 6 qui en contact avec la piste. Les perturbations momentanées s'expliquent probablement par le fait que l'aspérité 7 est alors suffisamment proche de la piste pour être impactées par certaines des rugosités de celle-ci. La durée entre les occurrences de ces perturbations, d'environ 0.5 s soit une distance parcourue d'environ 250  $\mu\text{m}$ , va dans ce sens : elle correspond bien à la périodicité spatiale des marques trochoïdales détectées à la Fig. 4.6.

Dans ce cas, avec une description macroscopique de la piste (un plan rainuré parfaitement lisse) similaire à celle donnée par les équations 4.8, le modèle de contact n'est pas en mesure de restituer ce qu'il se passe expérimentalement. Pour confirmer l'hypothèse de chocs intermittents sur l'aspérité 7, j'ajoute à chaque fonction  $h_j$  (Éq. 4.8) un profil obtenu de la même manière qu'à la section 4.2.3.2 (c'est à dire issu d'une bande extraite de la mesure topographique présentée à la Fig. 4.6 et filtrée par une sphère de même rayon que les aspérités). Le modèle simule le glissement du patin à une vitesse  $V=0.5 \text{ mm/s}$  sur la piste ainsi modélisée. Les signaux bruts sont ensuite présentés à la figure 4.15(a).

Avant le début de la rainure (avant 7 s), les signaux simulés des capteurs 1, 7 et 9 présentent les oscillations hautes fréquences caractéristiques des aspérités en contact. Au moment où l'aspérité 9 passe au dessus de la rainure, le signal du capteur 9 ainsi que celui du capteur 7 passent à 0 et n'oscille plus. Au même instant, le signal du 1 chute et oscille tandis que ceux des aspérités 6 et 8 augmentent et oscillent. Les signaux 1, 6 et 8 se stabilisent tous après 0.15 s autour de 0.8 N (d'après les signaux bruts, panneau (a)). Ces signaux présentent alors des oscillations de plus faibles amplitudes similaires à celles présentées à la section 4.2.1.2 et caractéristiques du contact. Les signaux bruts permettent d'observer des prises de contact momentanées de l'aspérité 7 entre 8.05 et 8.27 ms et entre 9.25 et 9.29 ms. En effet, à ces moments, le modèle prédit une force de 0.6 N sur l'aspérité 7. Ces prises de contact s'accompagnent d'une redistribution des efforts sur les aspérités

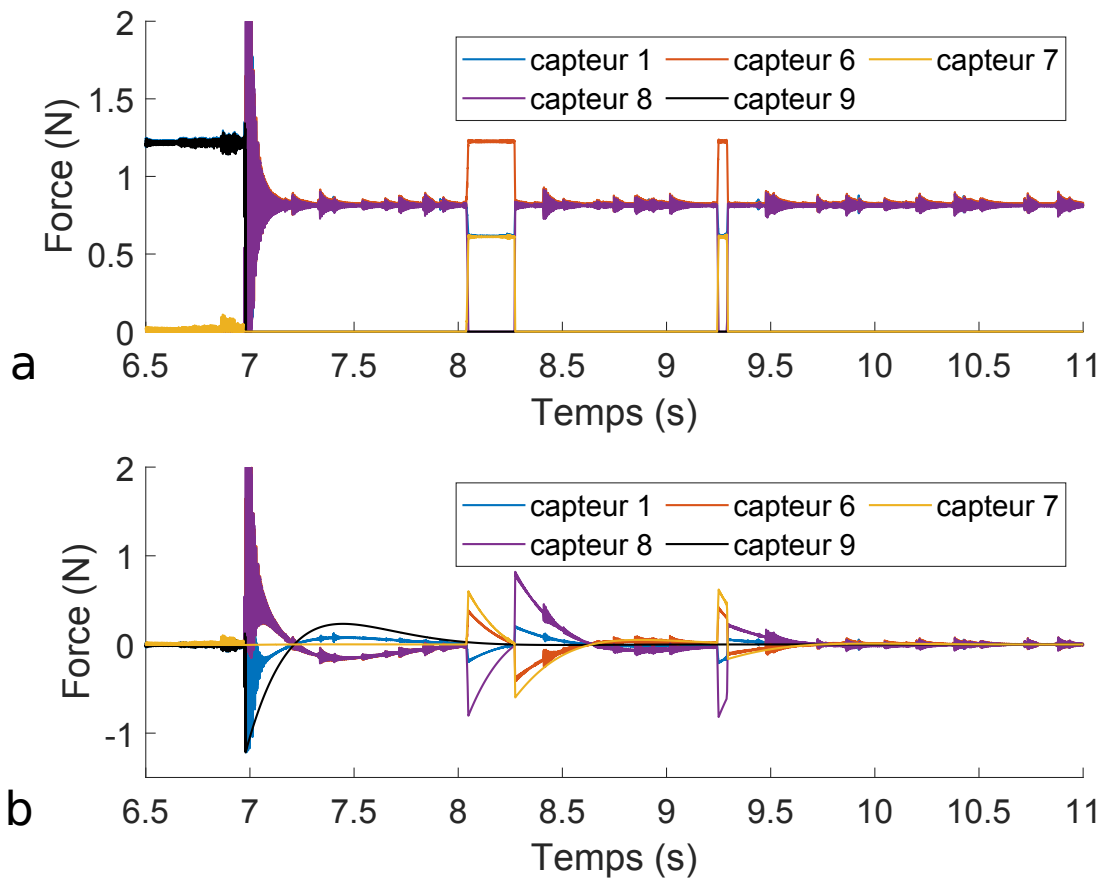


FIGURE 4.15 – Force (en N) sur les aspérités perturbées par la perte de contact de l’aspérité 9, telles que calculée par le modèle multi-aspérités complet, pour  $V=0.5$  mm/s. a. Signaux bruts. b. Signaux filtrés.

1 (dont la force passe de 0.8 à 0.6 N) et 6 (de 0.8 à 1.2 N) et d’une perte de contact de l’aspérité 8 (de 0.8 à 0 N).

L’application du filtre de l’Éq. (4.5) sur les signaux de la Fig. 4.15(a) permet d’obtenir la Fig. 4.15(b). Les signaux filtrés sont à présent comparables à ceux de la mesure expérimentale (Fig. 4.14) :

- avant le passage de la rainure, les mêmes points de contact sont observés.
- au début de la rainure, les signaux perturbés (1, 7, 9 et 5 ou 8) ont le même comportement (chute (1, 7 et 9) ou pic (6 et 5 ou 8)).
- au cours du glissement au dessus de la rainure, les mêmes pics intermittents des capteurs 7 et 6 sont visibles, accompagnés de pics négatifs sur les capteurs 1 et 5 ou 8.

Ainsi, la comparaison entre mesures et simulations permet de comprendre la prise de contact intermittente de l’aspérité 7 au cours du glissement. Le filtrage, lui, explique la valeur moyenne nulle des signaux. La différence principale entre les prédictions du modèle

et les mesures expérimentales est la prise de contact de l'aspérité 8 (modèle) au lieu de sa voisine l'aspérité 5 (mesures expérimentales). Je suppose que cette inversion est liée soit à un couple appliqué au patin non pris en compte par le modèle (par exemple, à cause du faisceau de câbles), soit à une position légèrement différente du centre de gravité.

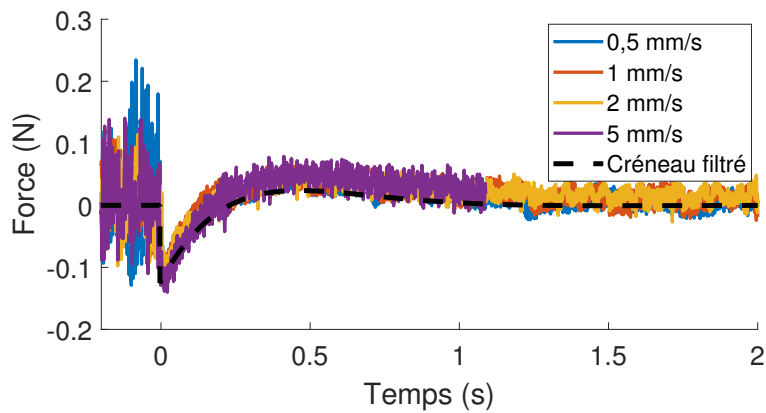
### 4.3.3 Amplitude des pertes ou des prises de contact et effet de la vitesse

Dans cette section, je répète les mesures de glissement des aspérités 7 et 9 au dessus de la rainure, déjà réalisées à  $V=0.5$  mm/s, pour d'autres vitesses de glissement :  $V=1$ , 2 et 5 mm/s. La figure 4.16(a) superpose les signaux transitoires associés à la chute de force lors de la perte de contact de l'aspérité 7, pour toutes les vitesses de glissement testées. Comme on peut le voir clairement, ils ont tous la même amplitude et la même forme, avec la même échelle de temps caractéristique pour la relaxation des forces. La même phénoménologie est observée dans toutes les expériences dans lesquelles d'autres aspérités passent au-dessus du trou, comme illustré sur la Fig. 4.16(b) pour le cas de l'aspérité 9.

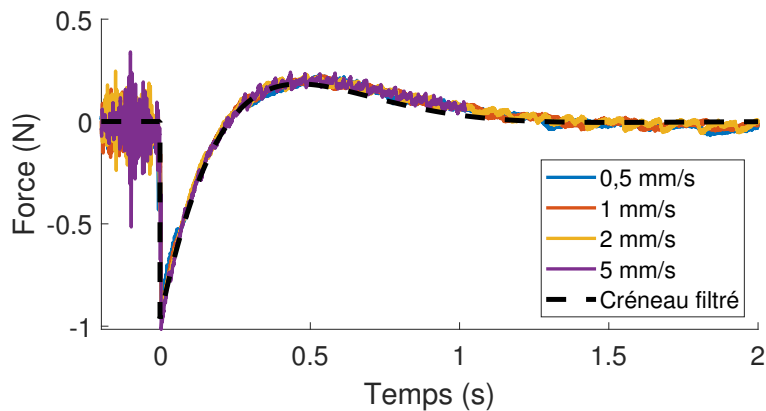
Surtout, le pic de la réponse filtrée est égal à l'amplitude du changement de force, ce qui signifie que l'amplitude du pic dans le signal transitoire est en fait une mesure de la chute de force subie par l'aspérité lorsqu'elle commence à passer au-dessus du trou. Dans la Fig. 4.16(a), on peut ainsi estimer la chute de force sur l'aspérité 7 à environ -0,12N et, dans le panneau (b), sur l'aspérité 9, à environ -0,96 N. Ces valeurs se comparent en fait très bien avec les chutes de force prédites par le modèle de la section 3.3.1 : -0,02N pour l'aspérité 7, et -1,20 N pour l'aspérité 9. En ajustant la position du centre de gravité de 1 mm dans la direction  $(\vec{x} + \vec{y})$ , les forces prédites sont encore plus proches des valeurs mesurées -0,12 N pour l'aspérité 7 et -1,16 N pour l'aspérité 9.

Lors de la reprise du contact à la fin de la rainure, le créneau filtré est positif. Par exemple, lorsque l'aspérité 9 revient soudainement en contact de l'autre côté de la rainure, les signaux de force transitoire pour l'aspérité 9 sont présentés Fig. 4.16(c). Ces transitoires sont toujours bien capturés par le filtre de l'Éq. (4.5) (montré uniquement pour  $V=5$  mm/s sur la Fig. 4.16(c)). Cependant, contrairement au moment où les aspérités perdent le contact avec la piste, lorsqu'elles reviennent en contact, l'amplitude du transitoire présente une dépendance non négligeable à la vitesse de glissement. Cela correspond à un incrément de force positif d'amplitude 0.8, 0.9, 1.1 et 1.25 N pour  $V = 0.5, 1, 2$  et 5 mm/s, respectivement. Une telle dépendance à la vitesse est compatible avec des impacts latéraux plus violents de l'aspérité 9 avec l'arête de la rainure car la vitesse de glissement est plus grande. Cet effet n'est pas attendu à l'entrée de la rainure, expliquant pourquoi la même amplitude a été trouvée pour toutes les vitesses de glissement des figures 4.16(a)

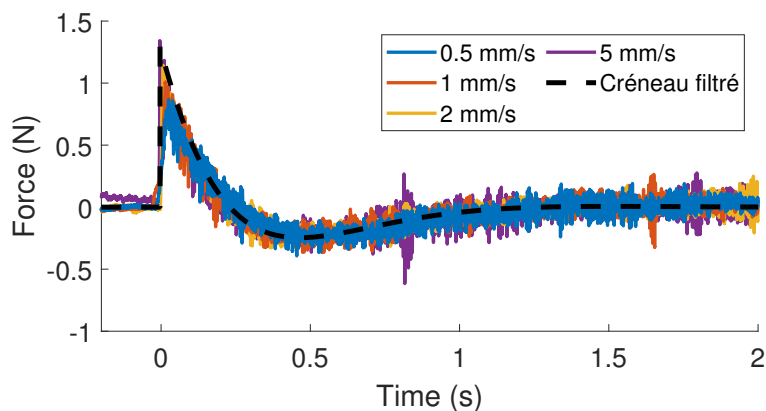
et 4.16(b).



(a) Perte de contact de l'aspérité 7



(b) Perte de contact de l'aspérité 9



(c) Reprise de contact de l'aspérité 9

FIGURE 4.16 – Force transitoire expérimentale sur l'aspérité 7 (a) ou 9 (b et c) lorsque cette aspérité perd (a et b) ou reprend contact (c) avec la piste pour plusieurs vitesses de glissement. En pointillés : créneau de force numérique négatif (a et b) ou positif (c) filtré par le filtre passe-haut du second ordre (voir Éq. (4.5)).

**Contrôle des aspérités modèles** À la fin des expériences, l'usure du sommet des aspérités de surface du patin a été contrôlée. Leur inspection n'a révélé aucun signe d'usure significatif, comme attendu pour les conditions peu sévères des expériences de glissement réalisées (faible charge normale et vitesses de glissement relativement petites). Dans le cadre d'une campagne d'essais plus longue, il serait important de vérifier régulièrement la présence éventuelle d'usure sur les aspérités modèles et les remplacer le cas échéant.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai décrit le banc d'essai et l'instrumentation utilisés pour mettre en glissement le patin instrumenté sur une piste. J'ai réalisé des mesures en glissement sur une surface nominale plane et sur une surface rainurée.

Dans le cas du glissement sur une surface nominale plane, les premières mesures ont permis de montrer que le patin instrumenté percevait des fluctuations de force au niveau des aspérités engendrées par les caractéristiques topographiques fines (de l'ordre du micromètre) de la piste de différentes longueurs d'onde. Le patin permet donc des mesures tribologiques sur des surfaces dont la rugosité est micrométrique. La modélisation a permis de discriminer différentes contributions aux forces de micro-contact observées durant ces expériences. Ces contributions sont liées à la topographie de la piste, aux inerties en rotation et à la raideur du contact.

Les mesures en glissement sur la surface rainurée ont permis de forcer les pertes et les reprises de contact spécifiques d'une ou plusieurs aspérités. Ces mesures ont permis de valider quantitativement les mesures du patin en comparant les amplitudes des pertes de contact avec celles prédites par le modèle. Ces mesures nous confortent sur la pertinence du modèle introduit comme aide à la compréhension des signaux mesurés, notamment au suivi des pertes et prises de contact en sommet d'aspérité. Pour conclure, la bonne adéquation entre les mesures du patin instrumenté et les prédictions numériques du modèle permet d'affirmer que le patin instrumenté peut être utilisé efficacement pour mesurer les forces de micro-contact au cours du glissement.





# Conclusion et Perspectives

## Conclusion générale

Cette thèse s'est ancrée dans le contexte général du contact glissant et sec entre deux solides. Elle s'est intéressée plus spécifiquement aux micro-contacts aux interfaces entre surfaces rugueuses et soumises à de faibles charges normales. L'objectif de cette thèse a été de permettre la mesure des forces locales développées le long de l'interface de contact. Ces forces locales sont générées par la multitude de micro-impacts successifs entre les aspérités antagonistes les plus hautes, lors du glissement. La dynamique spatio-temporelle de ces micro-impacts est particulièrement complexe. Pour accéder à la mesure des forces de ces impacts, j'ai conçu, développé et réalisé un patin instrumenté. Sur sa surface de contact, neuf aspérités sphériques ont été réparties. Chacune d'entre elles est instrumentée avec son propre capteur de force, de manière à pouvoir enregistrer tout au long du glissement les forces aux sommets de toutes ces aspérités. Au terme de cette thèse, j'ai pu montrer que ce patin satisfait aux exigences listées en début de thèse et concernant l'ensemble des quatre éléments majeurs de son cahier des charges : la bande passante de la mesure, la localisation spatiale des impacts, l'évaluation de l'amplitude des efforts et la pertinence tribologique.

Concernant la bande passante, les micro-impacts attendus ayant une durée de l'ordre de la milliseconde, la mesure a visé à atteindre une bande passante de l'ordre de 10 kHz, afin de décrire les forces générées par ces micro-impacts. Pour commencer, le patin instrumenté est équipé de capteurs piézoélectriques dont la bande passante propre atteint de très hautes fréquences (plusieurs centaines de kHz, section 1.3.2). Puis, l'ensemble de la chaîne de mesure, décrite à la section 4.1.2, a aussi été pensée pour permettre une plage de mesure allant de 1 à 12.5 kHz, ce qui permet de rendre compte d'impacts de durée supérieure à 0.08 ms. Il a aussi été nécessaire de s'assurer que la bande passante du patin en lui-même permettait des mesures aussi hautes fréquences. La dynamique du patin a donc fait l'objet d'une modélisation par éléments finis à la section 2.2.3. Celle-ci a prédit, sur une bande de fréquences allant de 0 à 10 kHz, deux plages de comportement distinct :

- entre 0 et 1 500 Hz, aucun mode propre n'est présent, le capteur fonctionne de manière quasi-statique, et il n'y a alors pas de perturbation des signaux.
- entre 1 500 Hz et 10 000 Hz, plusieurs paquets de modes sont présents, qui engendrent des perturbations dans les signaux des capteurs non sollicités, mais sans impact majeur car l'amplitude de ces derniers signaux reste deux ordres de grandeurs en dessous de celle du capteur sollicité.

Au travers de cette modélisation, le patin permet théoriquement d'accéder à des mesures d'effort entre 0 et 10 kHz. Cette affirmation a aussi été vérifiée expérimentalement pendant une phase de calibration (section 2.4). En réalisant des essais au marteau de choc, j'ai montré que les contenus fréquentiels du signal de mesure et du signal de choc étaient quasi-identiques sur toute la gamme de fréquence allant 1 Hz à 10 kHz.

La localisation spatiale des micro-impacts était un défi car la dynamique spatio-temporelle de l'interface est réputée complexe. Le patin instrumenté devait donc permettre une localisation efficace de l'impact. Le positionnement de neuf aspérités modèles sur la surface de contact du patin a permis une discrétisation des points de contact possibles à l'interface (section 2.1.1). De cette manière, le pré-requis de localisation a été simplifié en passant d'un nombre de points de contact potentiellement infini à un nombre faible (neuf). Chacune des aspérités est surveillée par un capteur dédié mesurant les efforts normaux appliqués à son sommet. La localisation est garantie par le patin si les interférences d'un impact sur une aspérité sont négligeables sur les capteurs surveillant les autres aspérités. Le modèle éléments finis m'a permis de caractériser *a priori* les capacités de localisation du patin. Par une analyse statique, j'ai montré que ces interférences, sur un capteur non sollicité, représentent au maximum 2% de l'effort appliqué (section 2.2.2). Au travers d'une analyse harmonique (section 2.2.3.2), la modélisation a déterminé que ces interférences sont dues aux modes de la structure qui agit comme un pont vibratoire. Elles sont quasi-absentes (autour de -50 à -80 dB) en dessous de 1.5 kHz. Au delà, elles se manifestent aux fréquences propres du patin, mais tout en restant bien inférieures au signal du capteur sollicité (d'au moins -20 dB). Les capacités de localisation du patin ont aussi été démontrées sur le patin réel. Cette démonstration a été réalisée expérimentalement par des essais de choc au marteau, répétés sur chacune des aspérités. Ces mesures ont permis de conclure que dans le cas de choc sans recouvrement temporel, les signaux du patin permettent toujours de déterminer sur quelle aspérité a eu lieu le choc. Dans le cas de chocs simultanés (jusqu'au nombre maximal attendu sous faible charge : trois), la localisation des impacts d'amplitudes les plus élevées est assurée. En revanche, celle des impacts d'amplitudes plus faibles n'est possible si cette amplitude représente au moins 30% de l'amplitude simultanée la plus forte (section 2.4.1.2). Pour finir, les capacités de localisation en glissement ont aussi été démontrées expérimentalement. Pour cela, j'ai fait

glisser le patin sur une piste comportant des obstacles macroscopiques. Par ce biais, des pertes ou des prises de contact ont été forcées sur des aspérités spécifiques. Ces événements étaient effectivement identifiables dans les signaux correspondant aux aspérités visées du patin instrumenté (section 4.3).

En plus des aspects spatio-temporels des micro-impacts mis en lumière par le patin instrumenté, il a été nécessaire de tester si la mesure de l'amplitude des forces de contact était correcte. Dans ce cadre aussi, c'est le modèle éléments finis qui a apporté les premières observations. L'analyse statique a permis de montrer que la quasi-totalité (au minimum 96%) de l'effort appliqué sur une aspérité transite par le capteur correspondant. L'étape de calibration a été primordiale pour assurer une bonne mesure de l'amplitude des micro-impacts. Elle a permis de définir les coefficients de sensibilité à associer à chacun des signaux, en tenant compte des sensibilités de chaque capteur et de la structure du patin en elle-même (section 2.4.1.1). Dans le cas le plus défavorable où trois chocs auraient lieu simultanément, l'amplitude n'aurait cependant une précision que de l'ordre de 20% (section 2.4.1.2). En glissement sur la piste comportant des obstacles, les signaux fournis par le patin instrumenté ont été comparés aux prédictions du modèle numérique multi-aspérités (section 3.3.1) dans les mêmes conditions de topographie. Pour les pertes de contact, les amplitudes des forces mesurées expérimentalement ont été trouvées en bon accord quantitatif avec les prédictions (section 4.3.2). Cet accord représente un argument fort pour conclure que la mesure des amplitudes des efforts est correcte.

Concernant la pertinence tribologique des signaux mesurés, la discussion du paragraphe précédent a déjà révélé que les efforts de contact sont bien mesurés dans le cas de structures topographiques de grande taille (millimétrique) introduites à dessein sur une piste modèle. Restait à montrer que pour des surfaces plus réalistes et intéressantes en tribologie, en particulier avec une rugosité d'ordre micrométrique, les mesures sont également pertinentes. Les précédentes études (introduites au 1.1.3) avaient montré que, dans le contexte du contact glissant sec et faiblement chargé, la dynamique du contact est particulièrement influencée par la topographie des surfaces. J'ai donc utilisé le patin sur une piste nominale plane, mais dont le processus d'usinage a laissé une faible rugosité, d'amplitude micrométrique (section 4.2). En m'appuyant sur certaines périodicités de cette rugosité résiduelle, j'ai pu montrer que les fluctuations des signaux de force mesurées étaient directement reliées à la topographie, telle que mesurée par profilométrie interférométrique. En conjuguant l'analyse des prédictions du modèle avec celle des signaux de mesure, j'ai pu apporter un éclairage sur l'origine des périodicités plus hautes fréquences des signaux du patin. Ces fréquences traduisent les mouvements de rotations (roulis et tangage) et les mouvements verticaux du patin en interaction avec la piste via des raideurs de contact à l'interface entre les sommets des aspérités du patin et la piste.

Via ces corrélations, j'ai pu finir de démontrer que le patin développé durant cette thèse est tout à fait adapté pour réaliser des mesures d'efforts de contact à des interfaces de contact typiques d'applications tribologiques réelles.

## Perspectives

Cette thèse a permis de concevoir, modéliser, réaliser et calibrer un instrument de mesure fonctionnel des efforts normaux en jeu à lors du glissement sur une surface rugueuse. La perspective la plus légitime s'offrant à ce patin instrumenté est donc la réalisation de campagnes de caractérisation expérimentale des forces de micro-impacts lors du glissement sur des pistes dont la topographie est une rugosité aléatoire. En effet, ce nouvel instrument de mesure n'a, à ce jour, été utilisé que lors des campagnes de calibration ou de mesure en glissement sur des topographies dont la rugosité était soit texturée par le fraisage, soit macroscopique avec la présence d'obstacles déterministes. Il n'a donc pas encore atteint la visée pour laquelle il a été développé. On peut tout d'abord penser à compléter les campagnes de mesures menées par Zouabi [38] et Ponthus [39] au sein du laboratoire LTDS sur ce même banc d'essai. En réalisant des mesures en glissement sur des surfaces de même rugosité et aux mêmes vitesses relatives qu'eux, il serait possible d'apporter un éclairage quantitatif quant aux forces normales développées le long de l'interface de glissement. On pourrait alors les relier aux fluctuations, non seulement du mouvement vertical, mais aussi de la force tangentielle globale, tous deux mesurés simultanément, et ainsi proposer de nouvelles pistes d'interprétation pour ces observables macroscopiques. Ces interprétations seraient d'autant mieux contraintes que des paramètres du système seraient variés. Parmi ces paramètres, on peut penser à la force normale (en ajoutant du poids sur le patin) ou aux conditions de contact (les aspérités du patin par exemple sont simplement collées et donc facilement remplaçables par d'autres billes d'un diamètre différent ou d'un matériau de module élastique et/ou dureté différents).

Une perspective à plus long terme serait de supprimer les aspérités de la plaque supérieure et les remplacer par une épaisseur de matériau avec une surface rugueuse aléatoire. Dans ce cas, la procédure de calibration serait à revoir et il faudrait s'assurer que le matériau choisi soit suffisamment souple pour conserver la déformabilité de la plaque supérieure et, donc, permettre une localisation des forces correctes. Cependant, si ces conditions favorables pouvaient être réunies, cette modification pourrait permettre de caractériser le contact rugueux-rugueux dans des conditions encore plus proches de la réalité d'applications tribologiques (par exemple le contact pneu/chaussée [111]).

En introduction, j'évoquais, pour la caractérisation de la source des vibrations induites

par le contact, une méthode d'inversion. Je soulignais, entre autres difficultés, celle de pouvoir valider les résultats d'une telle inversion (section 1.2.1). A l'issue de cette thèse, la situation est significativement différente : le patin instrumenté représente désormais un moyen de comparer les résultats fournis par l'inversion à une mesure directe. Le développement d'une méthode d'inversion resterait non-triviale, mais le contrôle de la méthode serait ainsi possible. On peut en particulier imaginer l'utilisation du patin instrumenté dans le cas d'une plaque mince de rugosité aléatoire excitée par le glissement du patin à sa surface. On pourrait alors comparer les efforts mesurés par le patin à ceux calculés par la méthode d'inversion, basée sur des capteurs stratégiquement placés à distance du contact sur la plaque. Sur des cas plus simples d'excitation stationnaire de plaques, les méthodes inverses ont déjà été utilisées avec succès pour localiser le point d'excitation [112].

Enfin, une perspective excitante serait d'exploiter l'effet inverse des céramiques piézoélectriques, introduit à la section 1.3.2 : lors de l'application d'une différence de potentiel à leurs bornes, les céramiques vont se comprimer ou se détendre. Pour la calibration fréquentielle du patin (section 2.4.2), un des capteurs du patin a d'ailleurs joué un tel rôle d'actionneur. Une tension sinusoïdale a été appliquée à ses bornes lui imposant un cycle de détente-compression sinusoïdal et la réponse de ses voisins a été mesurée pendant l'excitation. Le couplage des effets actionneur et capteur à l'intérieur du patin pour les céramiques piézoélectriques est donc possible, permettant la modification contrôlée de l'altitude de certaines des aspérités de surface. Il est envisageable de séparer les céramiques en deux groupes pendant le glissement. Une ou plusieurs céramiques pourraient ajouter une excitation à celle engendrée par la topographie tandis que les autres continuent de mesurer les efforts à l'interface. Cela permettrait d'étudier finement les effets de couplage entre aspérités au sein d'un contact rugueux, statique ou glissant. À plus long terme, cela pourrait aboutir à une maîtrise des vibrations macroscopiques engendrées par le glissement, à la manière de ce qui est fait en structure intelligente. Ce champ de recherche pluridisciplinaire est en expansion depuis le milieu des années 1980 [113]. Le développement du patin de cette thèse n'a pas pris en compte les exigences et les problématiques spécifiques à l'optimisation des structures instrumentées, dont Frecker propose une revue [114]. Une maîtrise active du frottement du patin nécessiterait d'optimiser le placement des actionneurs et des capteurs, par exemple en étendant les méthodes d'optimisation explorées dans le cas de poutres instrumentées [115, 116].



# Bibliographie

- [1] A. I. Vakis, V. A. Yastrebov, J. Scheibert, L. Nicola, D. Dini, C. Minfray, A. Almqvist, M. Paggi, S. Lee, G. Limbert, J. F. Molinari, G. Anciaux, R. Aghababaei, S. Echeverri Restrepo, A. Papangelo, A. Cammarata, P. Nicolini, C. Putignano, G. Carbone, S. Stupkiewicz, J. Lengiewicz, G. Costagliola, F. Bosia, R. Guarino, N. M. Pugno, M. H. Müser, and M. Ciavarella. Modeling and simulation in tribology across scales : An overview. *Tribology International*, 125 :169 – 199, 2018.
- [2] F. Massi, O. Giannini, and L. Baillet. Brake squeal as dynamic instability : An experimental investigation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(3) :1388–1398, September 2006.
- [3] F. Deleau. *Comportement tribologique acoustique d’un contact élastomère / verre : Contribution à la compréhension de l’essuyage : Application aux systèmes automobiles d’essuie glace*. Thèse de doctorat, Écully, École Centrale de Lyon, January 2009.
- [4] A. Ernesto. *Lubrification colloïdale de contacts DLC : du régime stationnaire au régime transitoire : application à la zone segments - piston - chemise*. Thèse de doctorat, Écully, École Centrale de Lyon, November 2014.
- [5] K. Ma, J. Wang, and L. Gu. Experimental study on friction of hydraulic cylinder in different sealing systems. *MATEC Web of Conferences*, 153 :06012, February 2018.
- [6] C. Schneider, G. Wachtmeister, P. Klumpp, and J. Halbhuber. Improve simulation of plain bearings in dry and mixed lubrication regime by defining locally resolved dry friction coefficients. *Tribology in Industry*, 37(2) :186–195, June 2015.
- [7] C.R. Henak, K.A. Ross, E.D. Bonnevie, L.A. Fortier, I. Cohen, J.G. Kennedy, and L.J. Bonassar. Human talar and femoral cartilage have distinct mechanical properties near the articular surface. *Journal of Biomechanics*, 49(14) :3320–3327, October 2016.
- [8] M.S. Qatu, M.K. Abdelhamid, J. Pang, and G. Sheng. Overview of automotive noise and vibration. *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 5(1/2) :1, 2009.



- [9] K. Holmberg and A. Erdemir. Influence of tribology on global energy consumption, costs and emissions. *Friction*, 5(3) :263–284, September 2017.
- [10] H. A. Spikes. Sixty years of EHL. *Lubrication Science*, 18(4) :265–291, August 2006.
- [11] J. Lengiewicz, M. de Souza, M.A. Lahmar, C. Courbon, D. Dalmas, S. Stupkiewicz, and J. Scheibert. Finite deformations govern the anisotropic shear-induced area reduction of soft elastic contacts. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 143 :104056, 2020.
- [12] B.N.J. Persson. Contact mechanics for randomly rough surfaces. *Surface Science Reports*, 61(4) :201–227, June 2006.
- [13] L. Bureau, T. Baumberger, and C. Caroli. Non-Amontons behavior of friction in single contacts. *The European Physical Journal E*, 19(2) :163–169, February 2006.
- [14] F. Dalzin, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, and D. Mazuyer. Tribological origin of squeal noise in lubricated elastomer–glass contact. *Journal of Sound and Vibration*, 372 :211–222, June 2016.
- [15] J. Israelachvili, Y. Min, M. Akbulut, A. Alig, G. Carver, W. Greene, K. Kristiansen, E. Meyer, N. Pesika, K. Rosenberg, and H. Zeng. Recent advances in the surface forces apparatus (SFA) technique. *Reports on Progress in Physics*, 73(3) :036601, January 2010.
- [16] E. Denimal, J.-J. Sinou, S. Nacivet, and L. Nechak. Squeal analysis based on the effect and determination of the most influential contacts between the different components of an automotive brake system. *International Journal of Mechanical Sciences*, 151 :192–213, February 2019.
- [17] S. Krzelj and C. Jeuniaux. Propriétés physiques comparées des elytres de coléoptères. *Annales de la Société Royale Zoologique de Belgique*, 98(2) :87–99, 1968.
- [18] S. Casado. Studying friction while playing the violin : exploring the stick–slip phenomenon. *Beilstein Journal of Nanotechnology*, 8(1) :159–166, January 2017.
- [19] A. Akay. Acoustics of friction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4) :1525–1548, April 2002.
- [20] R.A. Ibrahim. Friction-induced vibration, chatter, squeal, and chaos—Part II : Dynamics and modeling. *Applied Mechanics Reviews*, 47(7) :227–253, July 1994.
- [21] H.R. Mills. Brake squeak. *Technical Report 9000 B, Institution of Automobile Engineers*, 1938.
- [22] R.A.C. Fosberry and Z. Holubecki. *Disc brake squeal : its mechanism and suppression*. Motor Industry Research Association, 1961.

- 
- [23] J. Trømborg, J. Scheibert, D. S. Amundsen, K. Thøgersen, and A. Malthé-Sørensen. Transition from static to kinetic friction : insights from a 2D model. *Physical Review Letters*, 107(7) :074301, August 2011.
- [24] R.T. Spurr. Frictional oscillations. *Nature*, 189(4758) :50–51, 1961.
- [25] A. Le Bot and E. Bou Chakra. Measurement of friction noise versus contact area of rough surfaces weakly loaded. *Tribology Letters*, 37(2) :273–281, February 2010.
- [26] B.N.J. Persson. Relation between interfacial separation and load : A general theory of contact mechanics. *Physical Review Letters*, 99(12) :125502, September 2007.
- [27] V.A. Yastrebov, G. Ancaix, and J.-F. Molinari. The role of the roughness spectral breadth in elastic contact of rough surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 107 :469–493, October 2017.
- [28] N. Ponthus, J. Scheibert, K. Thøgersen, A. Malthé-Sørensen, and J. Perret-Liaudet. Statistics of the separation between sliding rigid rough surfaces : Simulations and extreme value theory approach. *Physical Review E*, 99 :023004, February 2019.
- [29] E. Rabinowicz. The nature of the static and kinetic coefficients of friction. *Journal of Applied Physics*, 22(11) :1373–1379, November 1951.
- [30] J.R. Rice and A.L. Ruina. Stability of steady frictional slipping. *Journal of Applied Mechanics*, 50(2) :343–349, June 1983.
- [31] T. Baumberger and C. Caroli. Solid friction from stick–slip down to pinning and aging. *Advances in Physics*, 55(3-4) :279–348, May 2006.
- [32] C. Marone. Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 26(1) :643–696, May 1998.
- [33] F. Massi, Y. Berthier, and L. Baillet. Contact surface topography and system dynamics of brake squeal. *Wear*, 265(11) :1784–1792, November 2008.
- [34] J. Laporte, O. Perrinet, and S. Fouvry. Prediction of the electrical contact resistance endurance of silver-plated coatings subject to fretting wear, using a friction energy density approach. *Wear*, 330-331 :170–181, May 2015.
- [35] H. Ben Abdelounis, H. Zahouani, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet, and M. Ben Tkaya. Numerical simulation of friction noise. *Wear*, 271(3) :621–624, June 2011.
- [36] V.-H. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Computational Mechanics*, 52(5) :1169–1183, November 2013.
- [37] V.-H. Dang. *Dynamique des interfaces multicontact*. Thèse de doctorat, Écully, École Centrale de Lyon, July 2013.

- [38] C. Zouabi. *Dynamique d'un contact glissant rugueux-rugueux sous faible charge : expériences et modélisation*. Thèse de doctorat, Écully, École Centrale de Lyon, December 2016.
- [39] N. Ponthus. *Contact sec glissant sous faible charge : de la topographie des surfaces à la dynamique des solides de l'interface*. Thèse de doctorat, Écully, École Centrale de Lyon, July 2019.
- [40] S. Di Carli, C. Francois-Holden, S. Peyrat, and R. Madariaga. Dynamic inversion of the 2000 tottori earthquake based on elliptical subfault approximation. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(B12), 2010.
- [41] M. Bonnet. A numerical investigation for a source inverse problem in linear acoustics. *Journal d'Acoustique*, 4 :307–334, 1991.
- [42] Q. Leclère. *Etude et développement de la mesure indirecte d'efforts : application à l'identification des sources internes d'un moteur Diesel*. Thèse de doctorat, Lyon, INSA, January 2003.
- [43] K.L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [44] A.G. Ramm. *Inverse problems : mathematical and analytical techniques with applications to engineering*. Springer, New York, 2005.
- [45] A. Chateauminois and C. Frétygny. Local friction at a sliding interface between an elastomer and a rigid spherical probe. *The European Physical Journal E*, 27(2) :221–227, October 2008.
- [46] A. Prevost, J. Scheibert, and G. Debrégeas. Probing the micromechanics of a multi-contact interface at the onset of frictional sliding. *The European Physical Journal E*, 36(2) :1–12, February 2013.
- [47] V. Romero, E. Wandersman, G. Debrégeas, and A. Prevost. Probing locally the onset of slippage at a model multicontact interface. *Physical Review Letters*, 112(9) :094301, March 2014.
- [48] I. Svetlizky, E. Bayart, and J. Fineberg. Brittle fracture theory describes the onset of frictional motion. *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 10(1) :253–273, 2019.
- [49] R.D. Howe and M.R. Cutkosky. Dynamic tactile sensing : perception of fine surface features with stress rate sensing. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 9(2) :140–151, April 1993.
- [50] Y. Jung, D.-G. Lee, J. Park, H. Ko, and H. Lim. Piezoresistive tactile sensor discriminating multidirectional forces. *Sensors*, 15(10) :25463–25473, 2015.

- 
- [51] T. Okatani, H. Takahashi, K. Noda, T. Takahata, K. Matsumoto, and I. Shimoyama. A tactile sensor using piezoresistive beams for detection of the coefficient of static friction. *Sensors*, 16(5) :718, May 2014.
- [52] Y. Zhang, J. Yi, and T. Liu. Embedded flexible force sensor for in-situ tire–road interaction measurements. *IEEE Sensors Journal*, 13(5) :1756–1765, 2013.
- [53] R. Candelier, A. Prevost, and G. Debrégeas. The role of exploratory conditions in bio-inspired tactile sensing of single topological features. *Sensors*, 11(12) :7934–7953, August 2011.
- [54] R.S. Dahiya and M. Valle. *Robotic tactile sensing : technologies and system*. Springer, Dordrecht, New York, 2013.
- [55] P. Saccomandi, E. Schena, C. M. Oddo, L. Zollo, S. Silvestri, and E. Guglielmelli. Microfabricated tactile sensors for biomedical applications : A review. *Biosensors*, 4 :422–448, November 2014.
- [56] J. Scheibert, A. Prevost, J. Frelat, P. Rey, and G. Debrégeas. Experimental evidence of non-Amontons behaviour at a multi-contact interface. *EPL*, 83(3) :34003, 2008.
- [57] J. Scheibert, A. Prevost, G. Debrégeas, E. Katzav, and M. Adda-Bedia. Stress field at a sliding frictional contact : Experiments and calculations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(12) :1921–1933, 2009.
- [58] J. Scheibert, S. Laurent, A. Prevost, and G. Debrégeas. The role of fingerprints in the coding of tactile information probed with a biomimetic sensor. *Science*, 323(5920) :1503–1506, March 2009.
- [59] G. Gaultschi. *Piezoelectric sensorics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2002.
- [60] M. Brissaud. *Matériaux piézoélectriques : caractérisation, modélisation et vibration*. PPUR presses polytechniques, 2007.
- [61] J.B. Watchman, W.R. Cannon, and M.J. Matthewson. *Mechanical properties of ceramics*. John Wiley & Sons, 2009.
- [62] P. Wang, A. Korniienko, X. Bombois, M. Collet, G. Scorletti, E. Skow, C. Wang, and K. Colin. Active vibration control in specific zones of smart structures. *Control Engineering Practice*, 84 :305–322, March 2019.
- [63] J. Maruani, I. Bruant, F. Pablo, and L. Gallimard. A numerical efficiency study on the active vibration control for a FGPM beam. *Composite Structures*, 182 :478–486, December 2017.
- [64] A. Meziane. *Apport des analyses numériques temporelle et fréquentielle dans l’étude des instabilités de contact : validation expérimentale*. Thèse de doctorat, Lyon, INSA, January 2007.

- [65] E.S. Gadelmawla, M.M. Koura, T.M.A. Maksoud, I.M. Elewa, and H.H. Soliman. Roughness parameters. *Journal of Materials Processing Technology*, 123(1) :133–145, April 2002.
- [66] T. Jacobs, T. Junge, and L. Pastewka. Quantitative characterization of surface topography using spectral analysis. *Surface Topography : Metrology and Properties*, 5(1) :013001, January 2017.
- [67] B.N.J. Persson. On the fractal dimension of rough surfaces. *Tribology Letters*, 54(1) :99–106, April 2014.
- [68] G. Franceschetti and D. Riccio. *Scattering, Natural Surfaces, and Fractals*. Elsevier, December 2006.
- [69] J.A. Greenwood and J.B.P. Williamson. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 295(1442) :300–319, December 1966.
- [70] M.H. Müser, W.B. Dapp, R. Bugnicourt, P. Sainsot, N. Lesaffre, T. A. Lubrecht, B.N.J. Persson, K. Harris, A. Bennett, K. Schulze, S. Rohde, P. Ifju, W.G. Sawyer, T. Angelini, H. Ashtari Esfahani, M. Kadkhodaei, S. Akbarzadeh, J.-J. Wu, G. Vorlauffer, A. Vernes, S. Solhjoo, A.I. Vakis, R.L. Jackson, Y. Xu, J. Streater, A. Rostami, D. Dini, S. Medina, G. Carbone, F. Bottiglione, L. Afferrante, J. Monti, L. Pastewka, M.O. Robbins, and J.A. Greenwood. Meeting the contact-mechanics challenge. *Tribology Letters*, 65(4) :118, August 2017.
- [71] M. Ciavarella, V. Delfino, and G. Demelio. A “re-vitalized” Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(12) :2569–2591, December 2006.
- [72] L. Afferrante, G. Carbone, and G. Demelio. Interacting and coalescing Hertzian asperities : A new multiasperity contact model. *Wear*, 278-279 :28–33, March 2012.
- [73] J. Scheibert, R. Sahli, and M. Peyrard. Onset of sliding of elastomer multicontacts : Failure of a model of independent asperities to match experiments. *Frontiers in Mechanical Engineering*, 6 :18, April 2020.
- [74] B.N.J. Persson. Theory of rubber friction and contact mechanics. *The Journal of Chemical Physics*, 115(8) :3840–3861, August 2001.
- [75] A.I. Bennett, K.L. Harris, K.D. Schulze, J.M. Urueña, A.J. McGhee, A.A. Pitenis, M.H. Müser, T.E. Angelini, and W.G. Sawyer. Contact measurements of randomly rough surfaces. *Tribology Letters*, 65(4) :134, September 2017.

- 
- [76] S. Solhjoo and A.I. Vakis. Continuum mechanics at the atomic scale : Insights into non-adhesive contacts using molecular dynamics simulations. *Journal of Applied Physics*, 120(21) :215102–1–215102–16, December 2016.
- [77] D.P. Hess and A. Soom. Normal and Angular Motions at Rough Planar Contacts During Sliding With Friction. *Journal of Tribology*, 114(3) :567–578, July 1992.
- [78] P. Papet. Matériaux piézoélectriques : les céramiques oxydes à base de métaux de transition. *Techniques de l'ingénieur Céramiques*, base documentaire : TIB578DUO.(ref. article : k740), 2012.
- [79] Ferroperm Piezoceramics A/S. Ferroperm piezoceramics, 2016.
- [80] R.J. Hussey and J. Wilson. *Advanced Technical Ceramics Directory and Databook*. Springer Science & Business Media, September 2012.
- [81] Ajustements ISO/TC 3. General tolerances — Part 1 : Tolerances for linear and angular dimensions without individual tolerance indications. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH, 1989.
- [82] ANSYS, Inc. *Ansys® Academic Research Mechanical, Release 19.2, Element Reference*, 2019. Chapter 7 : Element Library, SOLID187.
- [83] R.D. Blevins. *Formulas for natural frequency and mode shape*. RE Krieger Malabar, FL, 1979.
- [84] ANSYS, Inc. *Ansys® Academic Research Mechanical, Release 19.2, Mechanical User's Guide*, 2019. Contact types.
- [85] J. Müller. *Formulaire technique de mécanique générale*. Paillart, 1956.
- [86] D. Spenlé and R. Gourhant. *Guide du calcul en mécanique : maîtriser la performance des systèmes industriels : à l'usage des élèves de l'enseignement technique industriel, lycées techniques et lycées professionnels*. Paris : Hachette technique, 2003.
- [87] M. Baucchio. *ASM engineered materials reference book*. CRC, 1994.
- [88] A. Le Bot. *Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics*. Oxford University Press, New York, 2015.
- [89] B. Laulagnet and J.L. Guyader. Sound radiation by finite cylindrical ring stiffened shells. *Journal of Sound and Vibration*, 138(2) :173 – 191, 1990.
- [90] ANSYS, Inc. *Ansys® Academic Research Mechanical APDL, Release 19.2, Theory reference*, 2019. Chapter 14 : Analysis Tools. 14.8. Mode-Superposition Method.
- [91] C.E. Shannon. Communication in the presence of noise. In *Proceedings of the IRE*, volume 37, pages 10–21. IEEE, 1949.

- [92] P. Flores and H.M. Lankarani. *Contact Force Models for Multibody Dynamics*, volume 226. Springer, January 2016.
- [93] W. Goldsmith. *Impact*. Courier Corporation, 2001.
- [94] G. Kuwabara and K. Kono. Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Japanese Journal of Applied Physics*, 26(8R) :1230, August 1987.
- [95] J. Schäfer, S. Dippel, and D.E. Wolf. Force schemes in simulations of granular materials. *Journal de Physique I*, 6(1) :5–20, January 1996.
- [96] R. Jankowski. Analytical expression between the impact damping ratio and the coefficient of restitution in the non-linear viscoelastic model of structural pounding. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 35(4) :517–524, January 2006.
- [97] K.H. Hunt and F.R.E. Crossley. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics*, 42(2) :440–445, June 1975.
- [98] H. M. Lankarani and P. E. Nikravesh. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems. *Journal of Mechanical Design*, 112(3) :369–376, September 1990.
- [99] J. Perret-Liaudet and J. Sabot. Vibro-impacts dans les contacts hertziens : étude de la résonance principale. In *Acte du 3ème colloque GDR 1138 Vibroacoustique*, volume 144, pages 105–124, 3-4 mars 1997, Le Mans, France, 1997. Publication du LMA.
- [100] M. Nagurka and S. Huang. A mass-spring-damper model of a bouncing ball. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 1, pages 499–504, June 2004.
- [101] J. Sabot, P. Krempf, and C. Janolin. Non-linear vibrations of a sphere–plane contact excited by a normal load. *Journal of Sound and Vibration*, 214(2) :359–375, July 1998.
- [102] C.G. Broyden. Quasi-Newton methods and their application to function minimisation. *Mathematics of Computation*, 21(99) :368–381, 1967.
- [103] T. Gleim. Velocity-Verlet-like algorithm for simulations of stochastic dynamics. *arXiv :0906.1863*, June 2009.
- [104] W.C. Swope, H.C. Andersen, P.H. Berens, and K.R. Wilson. A computer simulation method for the calculation of equilibrium constants for the formation of physical clusters of molecules : Application to small water clusters. *The Journal of Chemical Physics*, 76(1) :637–649, January 1982.

- 
- [105] F.Y. Fraige and P.A. Langston. Integration schemes and damping algorithms in distinct element models. *Advanced Powder Technology*, 15(2) :227–245, January 2004.
- [106] C.K. Birdsall and A.B. Langdon. *Plasma Physics via Computer Simulation*. CRC Press, October 2004.
- [107] R. Wetter and V.L. Popov. The influence of system dynamics on the frictional resistance : Insights from a discrete model. *Tribology Letters*, 61(2) :15, February 2016.
- [108] N. Guillemot. *Prise en compte de l'intégrité de surface pour la prévision de la tenue en fatigue de pièces usinées en fraisage*. Thèse de doctorat, Cachan, École normale supérieure de Cachan, December 2010.
- [109] Société Sandvik-Coromant. Fraisage principes. *Techniques de l'ingénieur*, base documentaire : TIB190DUO.(ref. article : bm7082), 2001.
- [110] C. Bonzom and E. Fargier. Erreurs de forme, de position, d'orientation, de battement. partie 1. *Techniques de l'ingénieur Mesures tridimensionnelles et états de surface*, base documentaire : TIB409DUO.(ref. article : r1220), 2005.
- [111] B.N.J. Persson. Theory of rubber friction and contact mechanics. *The Journal of Chemical Physics*, 115(8) :3840–3861, August 2001.
- [112] C. Pezerat and J.-L. Guyader. Vibroacoustic source identification from measured structure response and resolution of the inverse problem. In *Proceedings of DETC'97*, Sacramento, California, USA, January 1997.
- [113] J.M. Sinapius. *Principles of Adaptronics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2021.
- [114] M.I. Frecker. Recent advances in optimization of smart structures and actuators. *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, 14(4–5) :207–216, April 2003.
- [115] I. Bruant, G. Coffignal, F. Lene, and M. Verge. A methodology for determination of piezoelectric actuator and sensor location on beam structures. *Journal of Sound and Vibration*, 243(5) :861–882, June 2001.
- [116] I. Bruant and L. Proslier. Optimal location of piezoelectric actuators for active vibration control of thin axially functionally graded beams. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 12(2) :173–192, June 2016.





# Annexe A

## Modélisation du contact élastique : rappel des théories du contact de Hertz et de Greenwood et Williamson

### A.1 Le contact aspérité-aspérité : modèle de Hertz

La description du contact mécanique fait l'objet des travaux de K. L. Johnson [43]. La présentation du contact que je fais ici et l'introduction de la théorie de Hertz (1882) sont issues de cet ouvrage.

Lors de la mise en contact de deux solides 1 et 2, de par leur géométrie non conforme, on obtient un unique point de contact. À l'application d'un chargement, aussi léger soit-il, une déformation advient au voisinage de ce point entraînant une plus large aire de contact. Pour prédire l'évolution de cette aire de contact, la théorie du contact de Hertz a été développée. Celle-ci s'appuie sur plusieurs hypothèses, la première étant que les deux solides doivent avoir une surface lisse. À la fois à l'échelle microscopique, pour ne pas entraîner de discontinuités dans le contact ou d'importantes variations locales de pression, et à l'échelle macroscopique, pour que dans la région de contact la fonction mathématique décrivant la surface soit continue jusqu'au second ordre. Cette fonction mathématique s'écrit donc, pour le solide  $i$ , sous la forme :

$$z_i = A_i x^2 + B_i y^2 + C_i xy + \dots \quad (\text{A.1})$$

La seconde hypothèse est que les solides sont considérés comme un demi-espace infini et

élastique. Ce qui repose sur deux conditions. La première est que la contrainte engendrée par le chargement normal dans les solides soit suffisamment faible pour qu'on reste dans le domaine d'élasticité linéaire des solides en contact. La seconde condition est que l'aire de contact reste faible devant le rayon de courbure des surfaces pour éviter tout effet de bord. La dernière hypothèse est que le contact n'est chargé que normalement, les forces de frottement ne peuvent donc pas être exprimées. En changeant le repère de la fonction (A.1), elle peut s'écrire sous la forme :

$$z_i = \frac{1}{2R_i^x}x_i^2 + \frac{1}{2R_i^y}y_i^2, \quad (\text{A.2})$$

où  $R_i^x$  et  $R_i^y$  sont les rayons de courbure principaux de la surface  $i$  au point de contact. La séparation entre les surfaces 1 et 2 est  $h = z_1 - z_2$ . En reprenant l'Eq. (A.2), il existe un repère dans lequel on obtient :

$$h = \frac{1}{2R^x}x^2 + \frac{1}{2R^y}y^2, \quad (\text{A.3})$$

où  $R^x$  et  $R^y$  sont cette fois les rayons de courbure principaux relatifs au couple de surfaces des solides 1 et 2. L'aire de contact est alors une ellipse de rayon  $a$  et  $b$  et le champ de pression s'écrit sous la forme :

$$p = p_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas plus spécifique où les solides s'apparentent localement à des sphères,  $R_i^x = R_i^y$  est maintenant nommé  $R_i$ , et on définit le rayon de courbure équivalent  $R^*$  comme  $\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ . On peut aussi exprimer le module de Young équivalent du contact,  $E^*$ , en fonction des modules de Young  $E_i$  et  $\nu_i$  des deux solides en contact :  $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$ . Ainsi, le champ de pression devient :

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (\text{A.5})$$

où  $r$  est la distance au point de contact initial et  $p_0$  la pression maximale. L'aire de contact est alors un disque de rayon  $a$  tel que :

$$a = \frac{\pi p_0 R^*}{2E^*}. \quad (\text{A.6})$$

Le rapprochement mutuel  $\delta$  entre deux points lointains des solides s'exprime comme :

$$\delta = \frac{\pi a p_0}{2E^*}. \quad (\text{A.7})$$

La charge normal  $F_H$  des solides s'obtient en intégrant la pression sur toute la zone de contact :

$$F_H = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2. \quad (\text{A.8})$$

En réinjectant l'équation (A.8) dans les équations (A.5), (A.6) et (A.7), on peut exprimer la pression maximale  $p_0$ , le rayon de contact  $a$  et le rapprochement  $\delta$  en fonction du chargement normal  $F_H$  :

$$p_0 = \left( \frac{6F_H E^{*2}}{\pi^3 R^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.9})$$

$$a = \left( \frac{3F_H R^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.10})$$

$$\delta = \left( \frac{9F_H^2}{16R^* E^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.11})$$

A partir des équations (A.8) et (A.11), on obtient l'expression du chargement  $F_H$  en fonction du rapprochement, donnée dans l'Eq. (1.3) :

$$F_H = \frac{4}{3} \underbrace{\sqrt{R^* E^*}}_{\mathfrak{R}} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A.12})$$

## A.2 Contact multi-aspérités : modèle de Greenwood et Williamson

Pour passer d'un modèle concernant une seule aspérité à un modèle multi-aspérités, le modèle de Greenwood & Williamson [69] reprend la théorie de Hertz. Il décrit le contact d'un plan avec une surface rugueuse. Il modélise cette surface par  $N_s$  sphères de même rayon mais dont la répartition des hauteurs des sommets suit une loi de répartition statistiques  $\Phi(z)$ . Le nombre de contacts  $n$  pour une séparation  $h$  entre les solides est donné par :

$$n = N_s \int_h^\infty \Phi(z) dz \quad (\text{A.13})$$

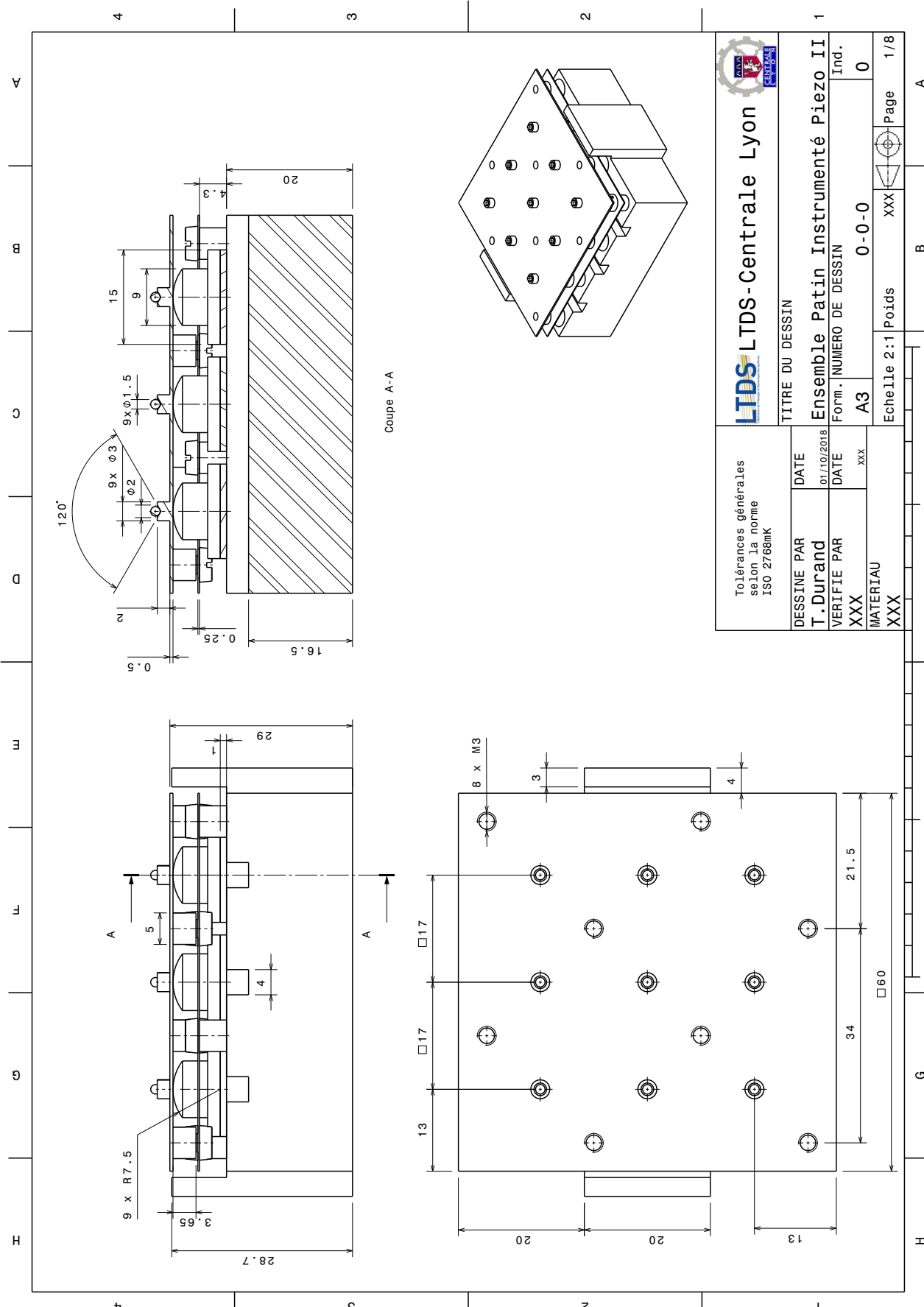
L'aire de contact réelle  $A_r$  est alors une somme des aires des  $n$  contacts supposés Hertiens :

$$A_r = \pi \frac{R^*}{E^{*1/3}} N_s \int_h^\infty (z - h) \Phi(z) dz \quad (\text{A.14})$$



et la charge normale  $F_H$  s'exprime comme :

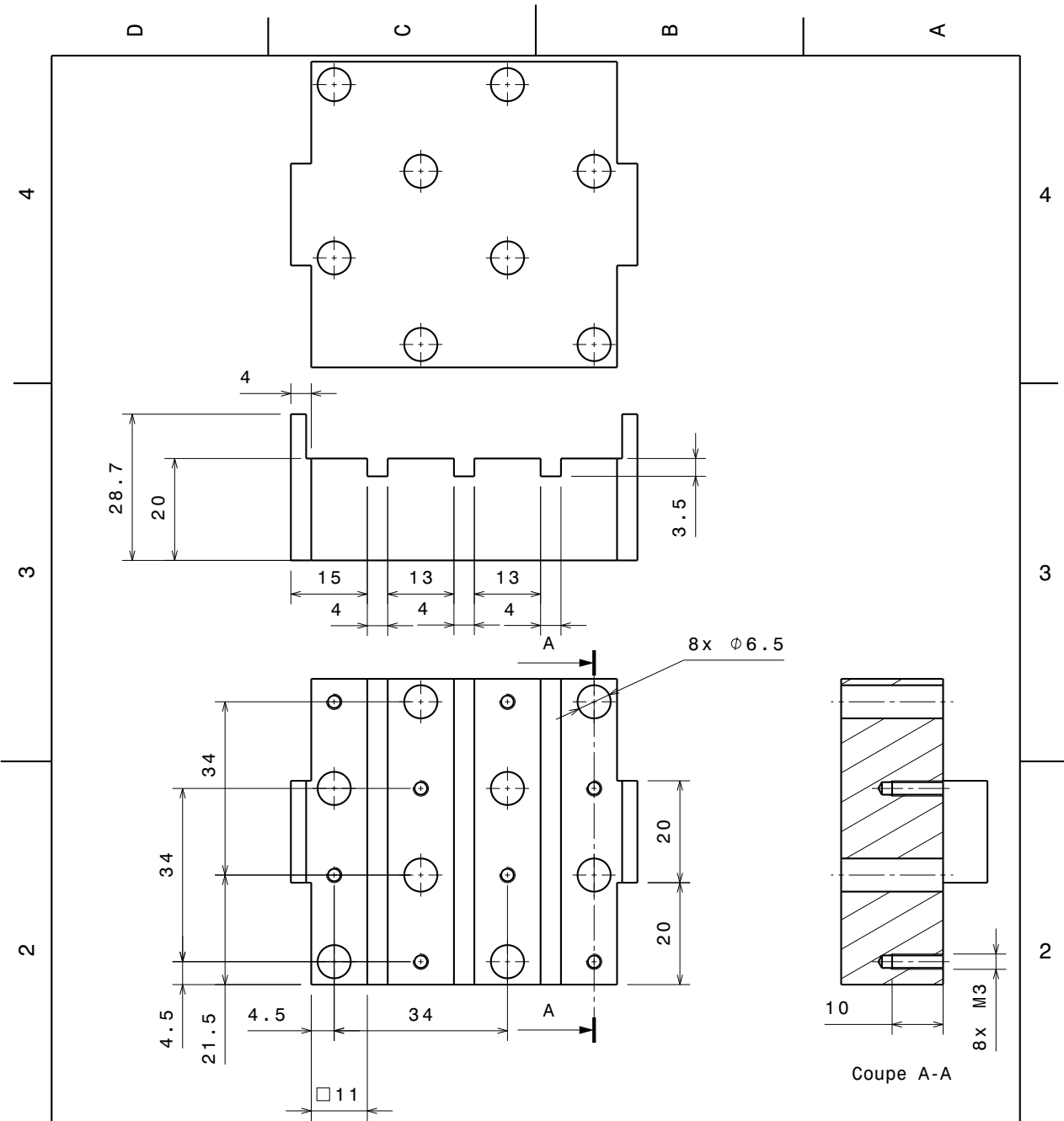
$$F_H = \frac{4}{3} E^* \sqrt{\frac{R^*}{E^{*1/3}}} N_s \int_h^\infty (z - h)^{\frac{3}{2}} \Phi(z) dz \quad (\text{A.15})$$

Le modèle de Greenwood et Williamson a connu un grand succès car il a permis de donner une explication à l'existence d'un coefficient de frottement pour les interfaces rugueuses. En effet, pour des distributions de hauteurs réalistes (exponentielle ou gaussienne), l'aire de contact réelle est trouvée proportionnelle à la force normale appliquée. L'aire de contact étant elle-même proportionnelle à la force de frottement, le rapport entre la force de frottement et la force normale est une constante, égale au coefficient de frottement. Cette proportionnalité n'est pas triviale, car le comportement de Hertz de chacun des micro-contacts n'est, lui, pas linéaire (voir l'annexe A.1). Ce modèle a depuis sa publication donné lieu à un grand nombre d'extensions, pour relaxer une ou plusieurs de ses hypothèses (rayon de courbure non unique, aspérités couplées élastiquement,...), mais sans remettre en cause qualitativement ses conclusions.





Coupe A-A

 <b>LIDS</b> LTDS-Centrale Lyon			
TITRE DU DESSIN			
<b>Ensemble Patin Instrumenté Piezo II</b>			
Tolérances générales selon la norme ISO 2768mk		Form. NUMERO DE DESSIN <b>A3 0-0-0</b>	
DESSINE PAR	DATE	Ind.	Page
T. Durand	01/10/2018	0	1/8
VERIFIE PAR	DATE	Echelle 2:1 Poids	
XXX	XXX	XXX	
MATÉRIAU		XXX	
XXX		XXX	

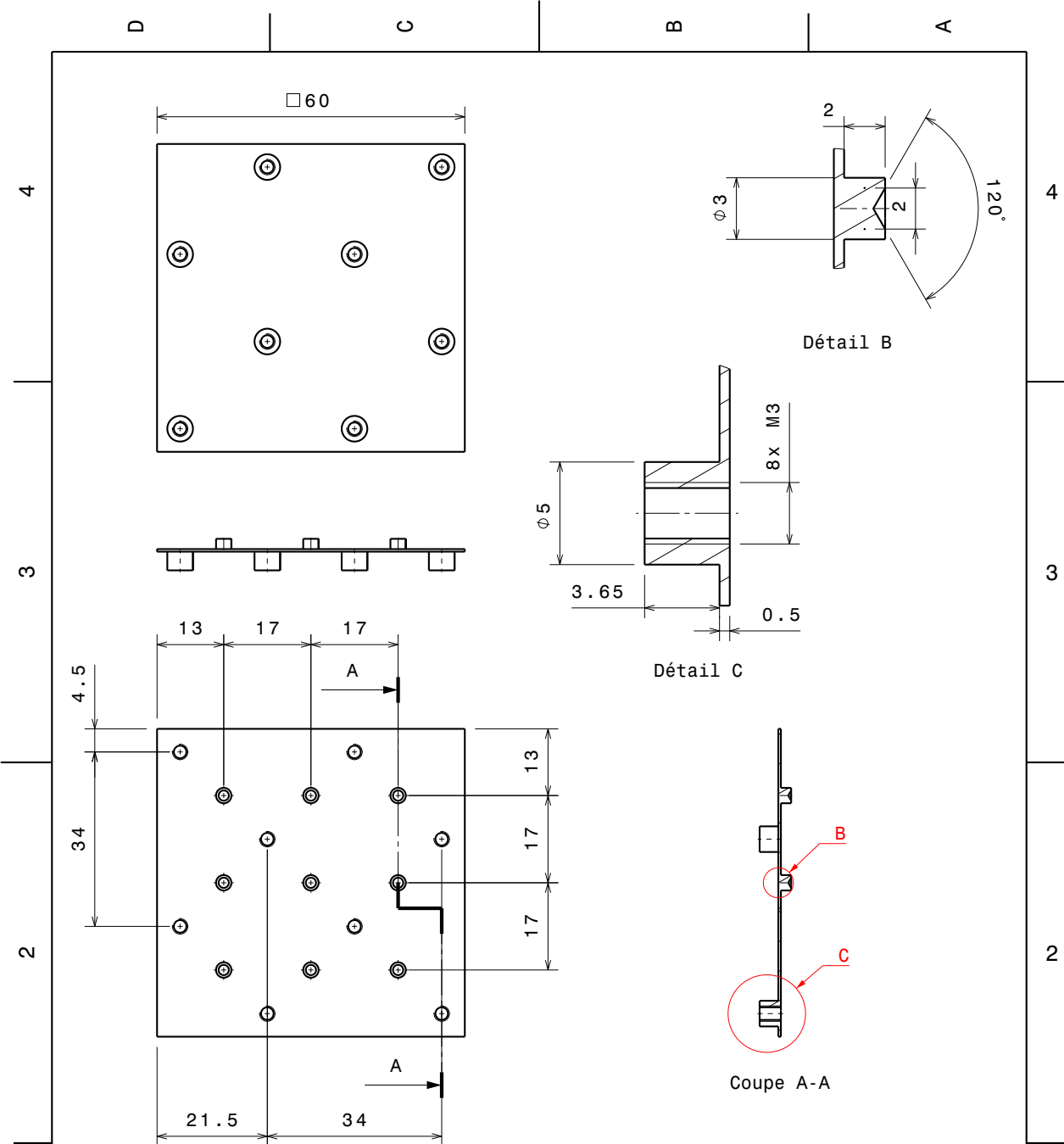


Anodisation jaune

Tolérances générales selon la norme ISO 2768mK		 <b>LTDS-Centrale Lyon</b> 	
DESSINE PAR <b>T. Durand</b>		TITRE DU DESSIN <b>PIP2 Base</b>	
DATE 11/10/2018	VERIFIE PAR <b>XXX</b>	Form. <b>A4</b>	NUMERO DE DESSIN <b>0-0-1</b>
DATE XXX	MATERIAU <b>Aluminium 2017A</b>	Ind. <b>0</b>	Echelle 1:1 Poids XXX
		Page 3/8	

D

A



Tolérances générales  
selon la norme  
ISO 2768mK

**LTDS** LTDS-Centrale Lyon 

DESSINE PAR  
**T. Durand**

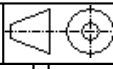
TITRE DU DESSIN  
**Plaque mesure cones**

DATE  
11/10/2018

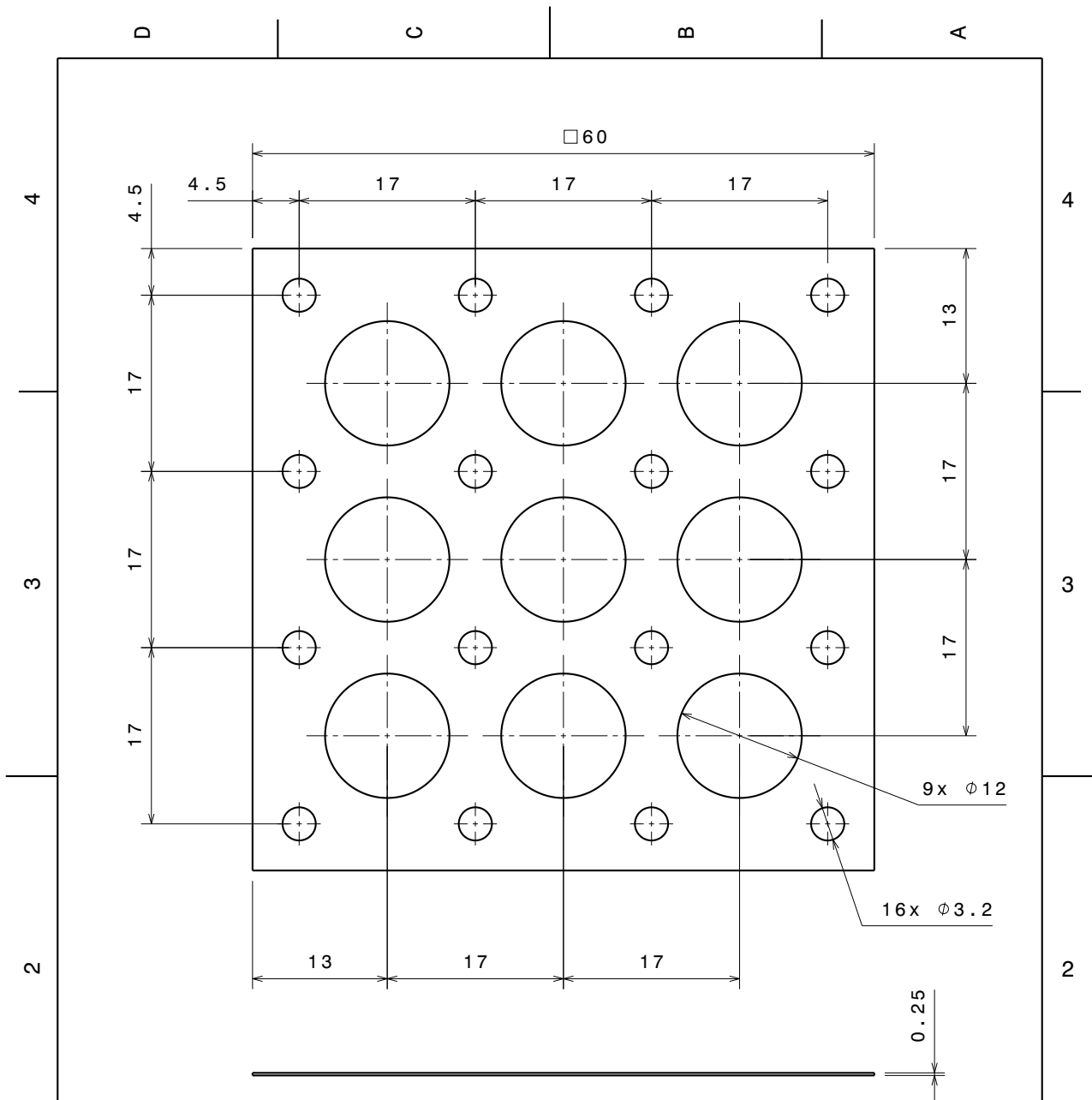
VERIFIE PAR  
**XXX**

Form. **A4** NUMERO DE DESSIN **0-0-5** Ind. **0**



MATERIAU  
**Acier C45**

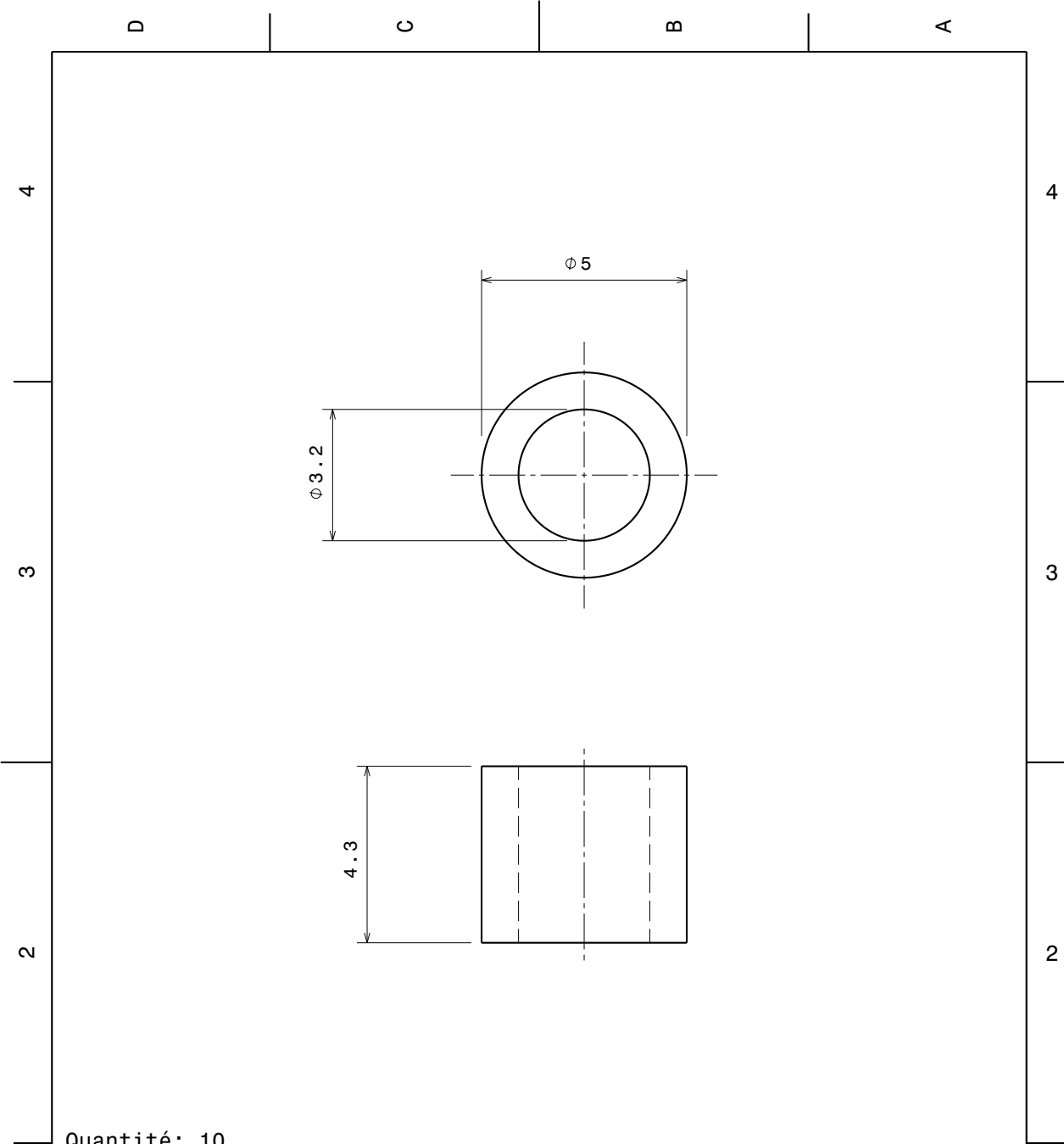
Echelle 1:1 Poids **XXX**  Page **7/8**







Quantité: 2

Tolérances générales selon la norme ISO 2768mK		 <b>LTDS-Centrale Lyon</b> 	
DESSINE PAR <b>T. Durand</b>		TITRE DU DESSIN <b>Lame ressort</b>	
DATE 11/10/2018	VERIFIE PAR <b>XXX</b>	Form. <b>A4</b>	NUMERO DE DESSIN <b>0-0-6</b>
DATE XXX	MATERIAU <b>Acier</b>	Ind. <b>0</b>	Echelle 2:1 Poids XXX
		Page 8/8	

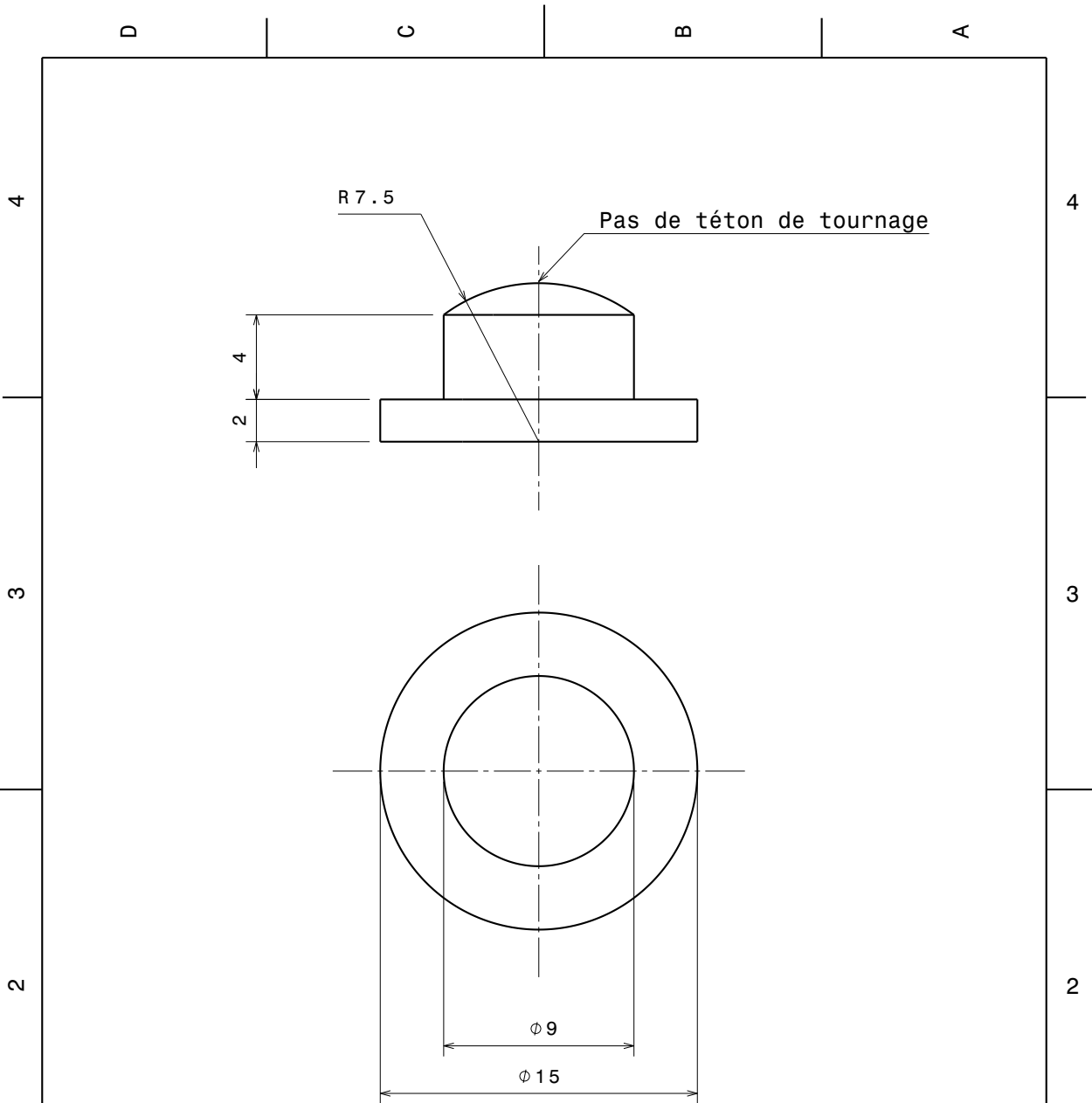


Quantité: 10

Tolérances générales selon la norme ISO 2768mK		 <b>LTDS-Centrale Lyon</b> 	
DESSINE PAR <b>T.Durand</b>		TITRE DU DESSIN <b>PIP2 Plot Base</b>	
DATE 11/10/2018	VERIFIE PAR <b>XXX</b>	Form. <b>A4</b>	NUMERO DE DESSIN <b>0-0-2</b>
DATE XXX	MATERIAU <b>Acier C45</b>	Ind. <b>0</b>	Echelle 8:1
Poids XXX		Page 4/8	



D

A



Quantité: 9

Anodisation rouge

Tolérances générales selon la norme ISO 2768mK		 <b>LTDS-Centrale Lyon</b> 	
DESSINE PAR <b>T. Durand</b>		TITRE DU DESSIN <b>PIP2 Hemisphere</b>	
DATE 11/10/2018	VERIFIE PAR <b>XXX</b>	Form. <b>A4</b>	NUMERO DE DESSIN <b>0-0-3</b>
DATE XXX	MATERIAU <b>Aluminium 2017A</b>	Ind. <b>0</b>	Echelle 4:1 Poids XXX
		Page 5/8	

D

A

# Design and characterization of an instrumented slider aimed at measuring local micro-impact forces between dry rough solids

Camille Grégoire, Bernard Laulagnet, Joël Perret Liaudet, Thibaut Durand,  
Manuel Collet, Julien Scheibert

## ► To cite this version:

Camille Grégoire, Bernard Laulagnet, Joël Perret Liaudet, Thibaut Durand, Manuel Collet, et al.. Design and characterization of an instrumented slider aimed at measuring local micro-impact forces between dry rough solids. *Sensors and Actuators A: Physical*, Elsevier, 2021, 317, pp.112478. 10.1016/j.sna.2020.112478 . hal-02906191v2

HAL Id: hal-02906191

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02906191v2>

Submitted on 15 Dec 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Design and characterization of an instrumented slider aimed at measuring local micro-impact forces between dry rough solids

C. Grégoire<sup>a</sup>, B. Laulagnet<sup>b</sup>, J. Perret-Liaudet<sup>a</sup>, T. Durand<sup>a</sup>, M. Collet<sup>a</sup>, J. Scheibert<sup>a</sup>

Published in *Sensors and Actuators: A. Physical* 317:112478, 2021

<sup>a</sup>*Univ Lyon, Ecole Centrale de Lyon, ENISE, ENTPE, CNRS, Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes LTDS, UMR 5513, F-69134, Ecully, France*

<sup>b</sup>*Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA Lyon, 25 bis avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne Cedex, France*

---

## Abstract

Sliding motion between two rough solids under light normal loading involves myriad micro-impacts between antagonist micro-asperities. Those micro-impacts are at the origin of many emerging macroscopic phenomena, including the friction force, the slider's vibrations and the noise radiated in the surroundings. However, the individual properties of the micro-impacts (*e.g.* maximum force, position along the interface, duration) are essentially elusive to measurement. Here, we introduce an instrumented slider aimed at measuring the position and the normal component of the micro-impact forces during sliding against a rough track. It is based on an array of piezoelectric sensors, each placed under a single model asperity. Its dynamical characteristics are established experimentally and compared to a finite elements model. We then validate its measurement capabilities by using it against a track bearing simple, well-defined topographical features. The measurements are interpreted thanks to a simple multi-asperity contact model. Our slider is expected to be useful in future studies to provide local insights into a variety of tribological questions involving dry rough sliding interfaces.

*Keywords:* Array of piezoelectric sensors, Local force measurement, Tribology, Sliding rough contact, Roughness noise

---

## 1. Introduction

Contacts between solids are submitted to complex force fields developing along the interface, the characteristics of which depend, among others, on the external loading, the macroscopic geometry and the surface topographies (see

---

*Email address:* [julien.scheibert@ec-lyon.fr](mailto:julien.scheibert@ec-lyon.fr) (J. Scheibert)

---

e. g. [27] for a recent review). Because those force fields directly control several key tribological phenomena including energy dissipation, wear or sliding-induced vibrations, the measurement of local contact forces is highly desirable. However, in general, such measurements remain challenging due to the difficulty to place non-invasive local force sensors in the close vicinity of the interface. Still, with the goal of better understanding the elementary mechanisms occurring along frictional interfaces, a number of local force measurement methods have been proposed in the literature.

One strategy is to embed one or several force sensors inside the bulk of one of the two solids in contact. Each sensor, with a lateral size  $l$ , probes the stress field at a certain depth  $h$  below the surface. Those non-vanishing length scales are responsible for the limited spatial resolution of the measurement: first, the local stress at a depth  $h$  is an average over the surface stresses within a region of typical extension  $h$ ; second, the stresses at depth are themselves integrated over the sensor area. Overall, one expects the sensor output to be sensitive to the interfacial forces acting in a region of typical lateral extension  $l + h$ . Various technologies have been tested for the embedded sensors, including strain gauges [26], piezoelectric [8] or piezoresisting elements [9, 16], pressure-sensitive electric conductive rubber (PSECR) [30] and MEMS [3], with applications not only to tribology, but also to haptic sensors (see [5, 21] for reviews). For instance, millimeter-sized MEMS forces sensors embedded at the base of a rough elastomer slab of millimetric thickness have been used not only to investigate the pressure and shear stress fields at the contact between the rough slab and rigid smooth sliders [24, 23], but also to unravel the effect of fingerprints on the tactile perception of fine textures [22].

Another strategy is to probe the rough contact interface in a minimally-invasive way, for instance using an imaging technique through a transparent material. The shear stress field can be accessed by inversion of the in-plane displacement field [4, 18], which can be obtained by following the motion of appropriate tracers, either incorporated on purpose [4, 14] or naturally present in the image [18]. The spatial resolution of such measurements is typically limited by both the depth of the tracers and their inter-distance (although the latter limitation can be significantly reduced in steady state conditions [4]), or by the size of the correlation box when a digital image correlation (DIC)-like method is used to measure the displacements [18]. If the surface topography is specifically engineered as a population of well-defined micro-spheres, both shear and normal forces on each micro-contact can be estimated from its in-plane displacement and true contact area [20].

In this work, our objective is to propose a measurement tool useful to better understand the phenomena occurring at the sliding interface between two rough metallic surfaces under light normal loading. In such lightly loaded interfaces, the contact pressure is much smaller than the materials' elastic moduli, so that each micro-contact induces local displacements which remain negligible compared to the size of the largest asperities in the topographies. In those conditions, the interactions between two rough surfaces is expected to be essentially geometrical and to be localised at the (almost undeformed) tip of a few

individual asperities at each instant. The sliding motion of a rough slider on a rough track thus induces a motion normal to the interface, as the slider passes over a succession of random asperities of the track [17].

When the slider and/or track are not perfectly rigid, and when the sliding speed is large enough, the interaction between the two rough surfaces is a succession of micro-impacts between antagonist asperities, which trigger a vibration of the solids, through not only their rigid body modes, but also their other eigenmodes. Overall, those vibrations are the source of the so-called roughness noise [1], the empirical laws of which have been studied extensively [29, 25, 13, 2]. However, such empirical laws remain unexplained, and both numerical modelling [6] and statistical analyses [12] point towards the challenging need to better describe the forces involved in the individual, sub-millisecond-lived micro-impacts.

To address this challenge, none of the two above-mentioned measurement strategies (embedded sensors and optical monitoring) is suitable. First, metals being opaque to light, imaging methods cannot be applied. Second, the non-vanishing size of the region probed by a sensor buried inside the solid material generally encompasses a large number of surface asperities, thus impeding identification of individual asperity/asperity impacts. Here, to overcome these difficulties, our strategy is to design a slider equipped with an array of well-defined surface asperities, each of them being monitored by a dedicated force sensor (Fig. 1). The expected short duration of micro-impacts, typically shorter than a millisecond [6], requires a large measurement bandwidth to be time-resolved, leading us to choose piezoelectric elements as sensors.

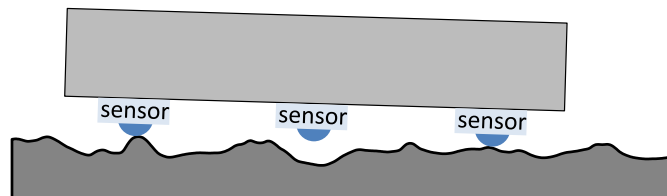


Figure 1: Sketch of an instrumented slider (top) on a rough track (bottom). The slider's surface is equipped with several model asperities (blue spherical caps), each of them being monitored by a dedicated local force sensor.

In this paper, our scope is not to address directly the problem of the roughness noise and sliding-induced vibrations under light normal loading, but to present a new *in situ* measurement tool which will be useful for that purpose in future works. The paper is organised as follows. First, we describe the main elements of conception of the slider, its practical realisation, and its calibration (section 2). Then, we demonstrate its tribological relevance by using it on a track with simple topographical features (section 3), and by interpreting the signals with a simple multi-asperity model (Supplementary Material, SM).

---

## 2. Description and calibration of the slider

Before describing the details of the developed instrumented slider (section 2.1), let us note that general micro-impact forces are expected to have random directions with respect to the interface. Indeed, the tangent plane of each micro-contact can very well be different from the average plane of the macroscopic contact interface. In addition, each micro-contact is submitted not only to repulsion forces normal to the local contact tangent plane to avoid interpenetration of the solids, but also to friction forces acting along the local contact tangent plane. Thus, one would ideally want to access the three components of the micro-contact forces, which would require three co-localised sensors associated to each model asperity at the slider's interface. In this first work, to avoid an excessive complexity in the design and realisation of the slider, we decided to use only one sensor unit per asperity, to measure only the projection of the micro-impact forces on the normal to the slider's average plane.

One could imagine that the slider may simply be prepared with an array of model asperities, each of which being directly attached to a dedicated piezoelectric element (like in Fig. 1). However, during sliding on a rough frictional interface, the piezoelectric elements could be submitted to non-negligible tangential forces, with two different undesired consequences. First, a given piezoelectric element is generally sensitive to all directions of an external stimulus (although with different sensitivities), making it impossible to separate the different contributions from a single charge output [7]. Second, piezoelectric ceramics can easily be damaged by an even modest shear stimulus [28]. Thus, a large part of the chosen design will be justified by the necessity to expose the piezoelectric elements to normal forces only. In practice, we have tested various design options, each of which has been evaluated using a finite element model (FEM) of the full instrumented slider (section 2.2). The final design has thus been selected after a FEM-assisted trial-and-error procedure. The predicted capabilities of the slider, in particular in terms of locality and bandwidth of the measurements, are furthermore affected by the rest of the measurement chain (section 2.3), and are finally compared to actual measurements and calibrations in section 2.4. The signal analysis allowing efficient localisation and force estimates of individual micro-impacts is discussed in section 2.5.

### *2.1. Slider's specifications and mechanical assembly*

Figure 2 (bottom right) shows an exploded view of all mechanical parts constituting the instrumented slider. The sensing units (label 2 in Fig. 2) are nine circular plate-shaped elements (15 mm diameter, 1 mm thick) of a piezoelectric ceramic (PZ27, Ferroperm F1270508) with the electrodes on the flat surfaces. The piezoelectric elements are first glued with an epoxy glue at the surface of a thick anodised aluminum (2017A) base (label 1). On top of each of them is then glued a fitting part (label 3) having a cylindrical base with the same diameter as the piezoelectric element, topped by a cylindrical body with a smaller diameter, itself ended by a spherical cap (radius of curvature 7.5 mm). Precise in-plane positioning of the piezoelectric elements and their associated fitting



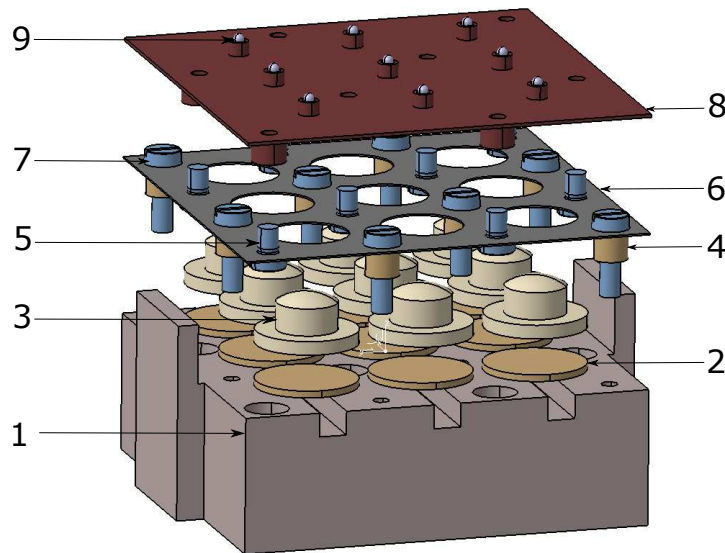


Figure 2: Exploded 3D view of the various mechanical parts constituting the instrumented slider. 1: Aluminum base. 2: Piezoelectric elements. 3: Sphere-ended aluminum fitting parts. 4: Hollow cylinder-shaped spacer. 5 & 7: M3 screws. 6: Hollow carbon steel spring plate. 8: Carbon steel top plate, featuring 8 threaded hollow cylinders on its bottom, and 9 sphere holders on its top. 9: Bearing steel sphere.

parts during gluing was achieved using a dedicated 3D-printed positioning part. To minimise the thickness of the glue films, gluing was performed under a dead weight of 2.6 kg. The resulting altitudes of the summits of the nine spherical caps was measured with an interferometric profilometer, and found to deviate from their mean plane by less than  $46 \mu\text{m}$  each ( $32 \mu\text{m}$  standard deviation).

The top surface of the slider (on which the model asperities will be attached), is a carbon steel plate of thickness 0.5 mm (label 8). It is pressed onto the nine spherical caps (label 3) using a thinner (0.25 mm thick) carbon steel spring plate (label 6) featuring nine holes through which the spherical caps can pass and come into contact with the top plate. The spring plate is first mounted on the base (label 1) through eight top-headed screws (label 7), each passing through a cylindrical spacer (label 4). The top plate is then attached to the spring plate with eight down-headed screws (label 5) screwed into eight threaded cylinders spot-welded on the bottom surface of the top plate. Those screws can be actuated from the bottom surfaces of the base, through eight dedicated through-holes.

The spring plate serves two crucial roles. First, its relatively small bending stiffness is used to pull the top plate in contact with all nine spherical caps,

---

although they have slightly different altitudes. In practice, the design of Fig. 2 includes an initial  $300\ \mu\text{m}$  gap between the spring plate and the threaded cylinders attached to the top plate. So, by fine tuning the angles of all eight individual down-headed screws (label 5), a pre-load can in principle be applied and adjusted on each spherical cap. Here, we did not use this fine-tuning capability and fully screwed all down-headed screws. Thus, no progressive loosening is expected during the lifetime of the slider, so that no additional anti-unscrewing glue was deemed necessary. The pre-load is chosen large enough so that the contact between spherical caps and top plate is never lost, even in the case of transient negative loads, for instance during potential vibrations of the top and/or spring plates. The sphere/plane geometry of the contact imposes a well-defined location of the normal force on the fitting part, which, for a pure normal load applied by the top plate, eliminates any torque on the surface of the piezoelectric element. Second, the large in-plane stiffness of the spring plate essentially prevents any lateral motion of the top plate relative to the spherical caps, even in case a significant shear load is applied to the top plate. The spring plate is thus the main design element ensuring that the piezoelectric sensors are exposed to almost purely normal stimuli.

The top surface of the top plate further features nine spot-welded cylinders with an upper conical hole, into which model asperities can be fixed. The base also features two lateral arms, which will prove useful to push the slider during tribological experiments (section 3). The grooves on the top surface of the base serve as channels to fit the cables connecting the nine piezoelectric elements, as described in section 2.3. The fact that the piezoelectric elements are glued above the grooves and not between two perfectly flat surfaces may cause a non-linearity of the sensors, but we have checked that, in our case, this effect remains negligible (see section 2.2). All dimensions of the slider can be found in the technical drawings of Fig. S1 (in SM).

Finally, a bearing steel sphere (type SAE 52100, particularly resistant to wear) with a radius of curvature of  $0.75\ \text{mm}$  is glued in each conical hole of the top plate, so that the slider features nine spherical asperities at its surface. A picture of the complete slider is shown in Fig. 3. In the conditions used in the rest of this study, all contact interactions between the slider and a track will only occur through one or several of those nine potential spherical asperities. Their individual altitudes have been measured with an interferometric profilometer, and are provided in Table S1 (in SM) with respect to their mean plane. Their standard deviation is  $72\ \mu\text{m}$  while their maximum difference is  $203\ \mu\text{m}$ .

## 2.2. Finite element analysis

To design the instrumented slider, we built several finite element (FE) models of the slider, with different architectures and dimensions. Here, we present the static and modal characteristics predicted by the FE model of our final design solution, described in section 2.1.

The entire instrumented slider was discretized and analysed using the software Ansys. As shown in Fig. 4, all parts of the slider were discretized into tetrahedral 3-D elements. They possess 10 nodes, 3 degrees-of-freedom per

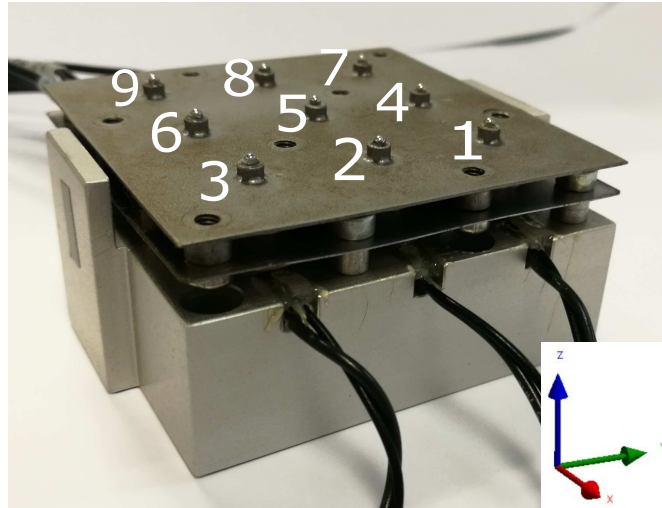


Figure 3: View of the slider indicating the labels of all asperities, used all along the article.

node corresponding to translations in the 3 directions, and such that displacements have quadratic approximations. Elements are used with homogeneous and isotropic elastic solid behaviour, except for the piezoelectric sensors, which are anisotropic. The material properties of all materials are reported in Tab. S2. The total final number of elements is up to 340000, leading up to 610000 nodes and about 1.8 million degrees-of-freedom. The most critical part of the model is the discretization of the spring plate (label 6 in Fig. 2), because a minimum number of elements in the thickness is required. To determine this minimum number, we have performed two preliminary convergence tests. The first test is based on the modal analysis of a simply supported, 0.25 mm thick, 60 mm  $\times$  60 mm steel plate, for which natural frequencies and modal shapes are analytically known. A good agreement was obtained with a 0.1 mm element size, leading to relative errors less than 0.2% for the first ten natural frequencies, and to well-reproduced modal shapes. The second test consisted in the convergence of natural frequencies of a 0.25 mm thick, 60 mm  $\times$  60 mm free-free plate with the same holes as in our final design. Again, a 0.1 mm element size was found adequate. Thus, we used 0.1 mm-sized elements to discretize both the top plate (label 8, 147000 elements) and the spring plate (label 6, 66000 elements), while 2 mm elements were used for the base (label 1, 70000 elements) and for each sensor (label 2, 350 elements), long screws (label 7, 1800 elements), small screws (label 5, 1300 elements) and spacer (label 4, 200 elements). For the spherical-capped fitting parts (label 3, 3300 elements), the element size was 2 mm except for the cap, which had an element size of 0.5 mm. Junctions between parts are modelled as fully bonded contacts, except for the connection between the top plate and spherical caps. For the latter, we used unilateral normal contact and Coulomb friction with a friction coefficient of 0.5, a conservative value larger

than the expected range for aluminum/steel contacts [15].

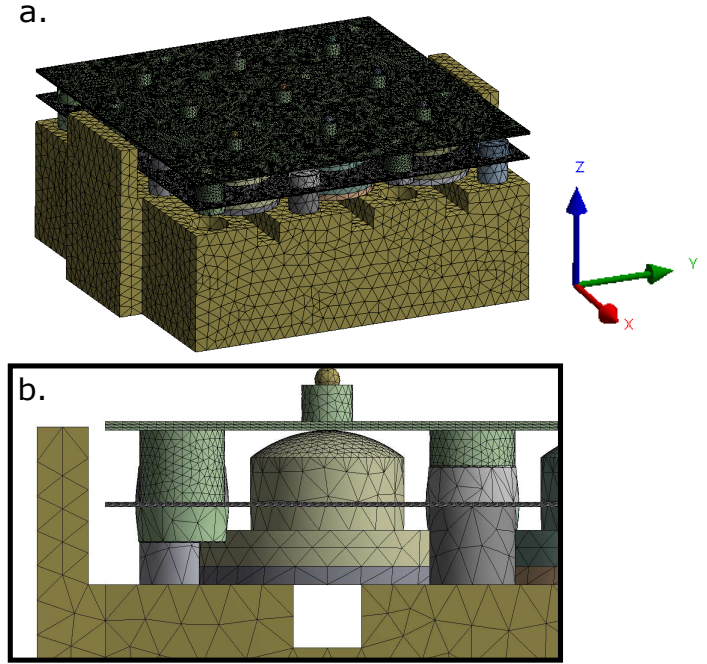


Figure 4: Mesh of the slider. a: full mesh. b: zoom on one sensing unit (label 3 in Fig. 3).

We evaluated the relationship between a static load applied to each surface asperity and the resulting force in all nine sensors. For such static finite element calculation, we assumed that the base is perfectly rigid. So, we removed it from the model and instead imposed clamped boundary conditions on the corresponding faces of the other parts usually in contact with the base. The contact between the top plate and each of the nine spherical caps was pre-loaded in a similar way as in the assembly of the experimental slider (see section 2.1): the  $300\ \mu\text{m}$  air gap between the spring plate and the threaded cylinders of the top plate was first replaced by the same volume of steel ; then all top-headed screws and spacers (labels 7 and 4 in Fig. 2) were displaced downward by a common value of  $300\ \mu\text{m}$ . The resulting deformations in the spring plate have an amplitude of  $300\ \mu\text{m}$ , while the (stiffer) top plate deforms by no more than about  $30\ \mu\text{m}$ . The generated pre-loads were about 16 N on sensors 1, 3, 7 and 9 (the sensors on the four corners of the top plate), 12 N on sensors 2, 4, 6, 8 (on the four sides) and 7 N on sensor 5 (on the center). For each surface asperity  $i$ , a simulation with an additional vertical force  $F_i=10\ \text{N}$  applied on it was carried out, and the transmitted force in all sensors was calculated. The results were summarised as a static response matrix  $\mathbf{H}$  (Fig. S2). Each element  $H_{ij}$  represents the resulting vertical force on the  $j^{\text{th}}$  sensor induced by the force ap-

plied on the  $i^{th}$  spherical cap.  $\mathbf{H}$  is a strictly diagonally dominant matrix, with  $\sum_{j \neq i} |H_{ij}| < 0.05|H_{ii}|$  and  $H_{ii} > 0.95F_i$ . In conclusion, a static force applied on a given surface asperity is transmitted to the corresponding sensor with less than 5% rejection on the other sensors, which was considered close enough to the desired behaviour for our final design.

Similarly, we applied tangential loads between 1 and 100 N on each of the surface asperities, and looked at the induced tangential forces in all piezoelectric sensors. The latter forces have been found to be always smaller than 9% of the applied load. The equivalent shear stress was always below 0.1 MPa, well below the yield strength of the piezoelectric sensors (about 40 MPa). This result indicates that our design is expected to be effective in protecting the piezoelectric elements from potentially damaging shear forces.

To test the potential influence of the grooves above which the piezoelectric sensors are glued (see Fig. 4(b)), we performed the following additional static FE simulations, using the extension ACT Piezo & MEMS of Ansys. We considered a single sensing unit made of one piezoelectric element (label 2 in Fig. 2, piezoelectric moduli  $e_{31} = -3.09 \text{ C.m}^2$ ,  $e_{33} = 16.0 \text{ C.m}^2$ ,  $e_{15} = 11.64 \text{ C.m}^2$ , and relative permittivities at constant strain  $\epsilon_{1,r}^S = 1129.69$  and  $\epsilon_{3,r}^S = 913.73$ , equipotential condition on both faces) and its spherically-capped fitting part (label 3), bonded either on a flat solid (reference case) or on a grooved solid. In both cases, a nominal normal force was applied over a circle of radius 1 mm around the apex of the spherical cap, together with an additional tangential load (along  $x$  or  $y$ ) in the range  $[0-0.1] \text{ N}$  and/or an additional torque (around  $x$  or  $y$ ) in the range  $[0-0.1] \text{ N/m}$ . In all those cases, the difference between the reference and grooved cases was found less than 3.6% for the electric potential difference (voltage) generated between the two faces of the piezoelectric element, suggesting a negligible influence of the groove on the force measurement.

To qualify the frequency domain on which the instrumented slider conveniently responds, and its dynamic performance, we then performed a (purely mechanical, i.e. not including piezoelectricity) modal analysis for the full model (i.e. now including the base) over the frequency range  $[0-10] \text{ kHz}$ . The bottom face of the base has fully constrained displacements, and, to ensure linearity of the calculations, the contacts between sphere-ended fitting parts and top plate are now fully bonded over a circle of radius 0.47 mm. The eigenshapes of the two first eigenmodes (eigenfrequencies in the range 1.5–1.9 kHz) are shown in Fig. S3. Each eigenshape consists of a particular combination of deformations of the top and spring plates. Modal displacements at the locations of the nine contacts remain very small, due to the high vertical stiffness of the piezoelectric ceramic and fitting part compared to that of the top and spring plates.

Figure 5 presents all the calculated eigenfrequencies. As can be seen, they are not evenly distributed over the frequency range, but form several mode packs. For plates in flexural vibration, the modal density is expected to be constant versus frequency [11]. However, mode packing arises when the system has a sort of spatial periodicity [10], as is the case with the regular arrangement of connections between the top and spring plates, and between the spring plate and base. Such a design is thus presumably responsible for the observed

heterogeneous modal density.

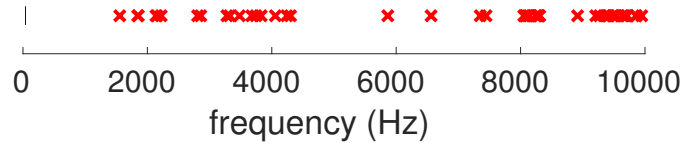


Figure 5: Eigenfrequencies of the slider up to 10 kHz, as calculated with the FE model with the bottom face fixed.

The first mode pack is found at around [1.5–2.2] kHz, so that we can assume a static behaviour of the instrumented slider in the range [0–1.5] kHz. From this point of view, the adopted design is expected to enable monitoring of impacts of duration about and below the millisecond, one of the desired features mentioned in the introduction. Based on the static results, we then expect that, below 1.5 kHz, the rejection on sensor  $j \neq i$  of an impact occurring on asperity  $i$  will remain less than about 5%.

To better assess the expected dynamical behaviour of the slider, we finally calculated the force frequency response of all sensors to a harmonic vertical stimulus on a single asperity, using the mode superposition method. The results are shown on Fig. 6 in the case of a stimulus on asperity 1. As expected, the force frequency response of sensor 1 is very close to 1 for all frequencies, because the force on asperity 1 is directly transmitted to sensor 1 with little loss through the other sensors. Indeed, below 1.5 kHz, the force frequency responses of all other sensors are smaller than -55 dB. Interestingly, the two sensors with the largest response are sensors 2 and 4, which are the nearest neighbours of asperity 1. The responses are actually frequency-dependent, and in particular peaks can be seen in the vicinity of the eigenfrequencies, especially around 2, 3 and 8 kHz. Nevertheless these peaks remain small (maximum value of -30 dB), meaning that, even in the highly dynamic frequency domain, the excited sensor is still predicted to capture most of the imposed dynamical force.

### 2.3. Related instrumentation

In order to acquire the time-evolution of the nine pressure signals, a shielded cable (AC-0005-K, Brüel & Kjær) was first welded on each piezoelectric element, before the gluing step described in section 2.1. Both welding points are located on the same face of the piezoelectric plate-shaped elements, thanks to one of the electrodes being wrapped around the thickness of the element. Thus, for the gluing step, the extra thickness due to the two welding points and the emerging cables can be fitted into the grooves present on the top surface of the base, toward the outside of the slider (see the cables emerging from the channels in Fig. 3).

The cable conveying the charges generated by each of the nine piezoelectric elements is connected to one input channel of a conditioning amplifier (2694A,

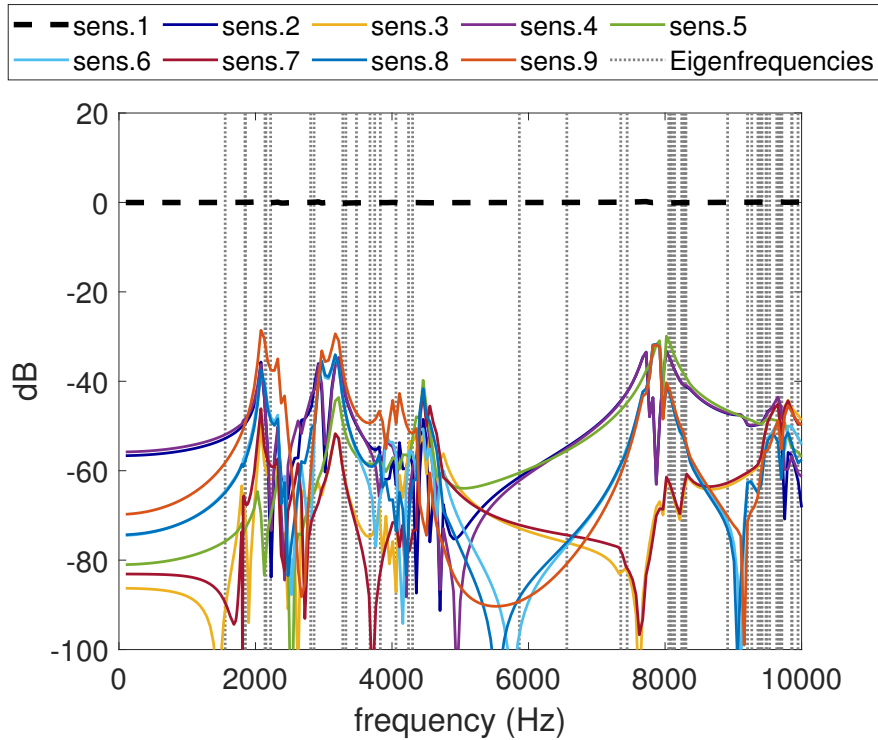


Figure 6: Force frequency response of all sensors when asperity 1 is excited, in dB ( $20 \log_{10} \left[ \frac{\text{Force response}}{\text{Excitation}} \right]$ ). Dotted vertical lines: eigenfrequencies predicted by the FE modal analysis.

Brüel & Kjær, bandwidth [1 Hz–50 kHz]), through a charge-to-DeltaTron converter (2647, Brüel & Kjær, 1 mV/pC, bandwidth [0.17 Hz–50 kHz]). The outputs of the conditioning amplifier are finally acquired using a 32-channels recorder and analyser (OR38, OROS). The acquisition rate is set to 25 kHz, ensuring that frequencies up to 12.5 kHz are adequately acquired. Note that the overall bandwidth of the measurement chain is [1–12500] Hz, which implies that the average value of the pressure signal is not available. In the dynamical conditions of a rough/rough contact sliding at sufficiently high speeds and involving impacts in the millisecond range, as targeted with this instrumented slider, this is not a limitation. However, for combined low sliding speeds and large wavelengths of the topography, like in some of the test conditions explored in section 3.2, the lower-frequency, information-bearing contents of the pressure signals may be filtered out from the outputs.

The multi-channels acquisition device is used not only for the pressure outputs from the piezoelectric sensors, but also for the other measured signals: impact-hammer force (section 2.4) and friction force (section 3), so that all of

---

them are acquired with the very same time frame.

#### 2.4. Dynamical characterisation

To calibrate and characterise the dynamical capabilities of our instrumented slider, we conducted a series of experiments in which the slider was first clamped to the table. Then each of its nine individual surface asperities was submitted to short stimuli by an impact hammer (PCB piezotronics, model 086C03) equipped with a steel impact cap. Ten impacts have been performed on each asperity, and for each, the response of all nine sensors has been monitored. All calibration experiments have been performed at room temperature.

Figure 7 shows the results of a typical experiment. The impact duration is of order 0.5 ms, with a maximum force of order 100 N. The response of the piezoelectric sensor located just below the impacted surface asperity is essentially identical to that of the hammer. As a consequence, for each impact, we could determine a single scalar coefficient relating the force amplitude of the hammer's response to the voltage amplitude from the stimulated piezoelectric sensor. For each sensor, the sensitivity value was then taken as the average of those coefficients over the ten impacts on it. Note that those coefficients have been applied to all signals in Fig. 7.

When an impact is made above one of the nine piezoelectric sensors, the eight other sensors have a non-vanishing oscillating response, as seen in Fig. 7. This is an undesired feature of our instrumented slider, due to residual coupling between sensors. Those mechanical couplings are presumably due to the finite stiffness of the top plate of the slider, through which normal vibrations can propagate and affect all sensors<sup>1</sup>. This interpretation is consistent with the results of the modal analysis presented in section 2.2, where it is seen that the first eigenmodes of the slider are related to deformations of the top plate involving its whole surface, and not localised around a single sensor. In addition, the first predicted eigenmodes have frequencies expected between 1.5 and 2 kHz, which can easily be excited by the considered impacts of duration of the order of, but shorter than, 1 ms. And indeed, in the various coda of Fig. 7, one can see oscillations with a typical frequency of order a few kHz (see, e.g., the coda of sensor 1 at about 3 kHz).

The frequency contents of the signals illustrated in Fig. 7 can be seen in Fig. 8, which shows the average Power Spectral Density (PSD) over the ten impacts performed on asperity 1. It appears that the spectra of the hammer and of the directly excited sensor are equal in the whole frequency range up to 10 kHz, meaning that mechanical energy is actually injected and accurately measured by the piezoelectric sensor up to 10 kHz. Note that the shape of the PSD, with its local minima at about 4700 and 7300 Hz, is fully consistent with

---

<sup>1</sup>This assumption is substantiated by a test, performed on another (although very similar) version of the instrumented slider. The top and spring plates were removed before hammer impacts were applied directly on the spherical caps (label 3 in Fig. 2) glued on the piezoelectric sensors. In those conditions, the oscillating coda of the signals were significantly reduced.



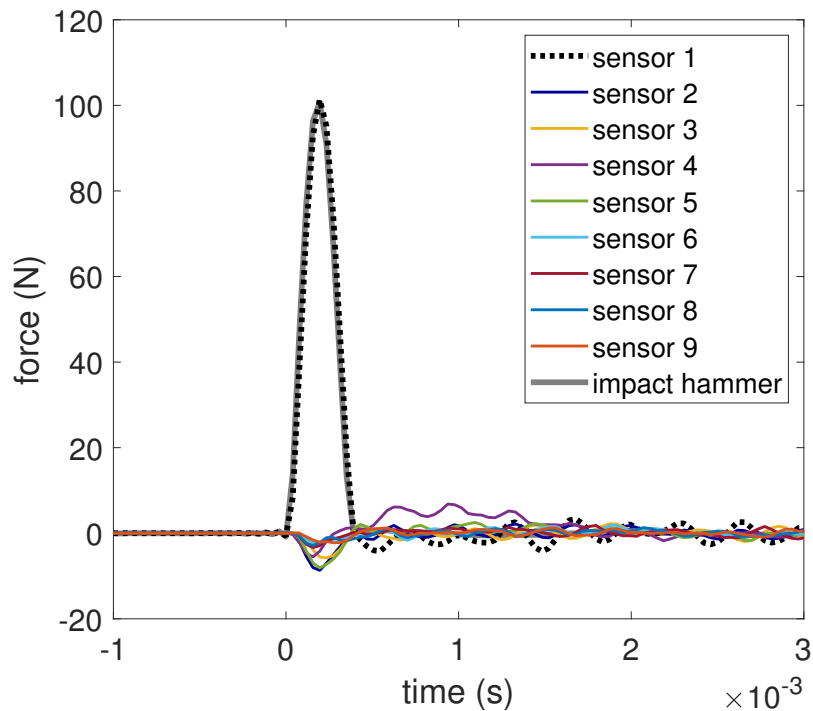


Figure 7: Typical response of all nine piezoelectric sensors when asperity 1 is impacted with a hammer. Grey: force in hammer vs time. Black dashed (other colors, solid): concurrent force in piezoelectric sensor 1 (in the other eight sensors).

that of a half-sine wave of duration 0.33 ms, which is a good approximation of the force signal in the impact hammer. As expected, for most of the frequencies in the range [1–1000] Hz, the other spectra are much weaker, by more than one order of magnitude. However, the spectra of the sensors that are not directly excited by the hammer exhibit a series of peaks, whose amplitudes almost reach that of the excited sensor. Those peaks are interpreted as the eigenmodes of the slider, which is substantiated by the good matching between the frequency bands in which the peaks in the PSD are found, and those in which the eigenmodes have been predicted using the modal analysis of section 2.2 (Figs. 6 and 8). Note that Fig. 8 is actually in nice qualitative agreement with the FE predictions of Fig. 6: sensors 2 and 4 are also among the ones having the strongest response when asperity 1 is excited, and the signals of the non-excited sensors is enhanced in the same frequency bands (especially visible around 2 and 3 kHz). Overall, we emphasise that the large difference in amplitude between the excited asperity and the others, for all frequencies below 2 kHz, is a significant success, because it opens to possibility to identify the impacted asperity from the unsolicited

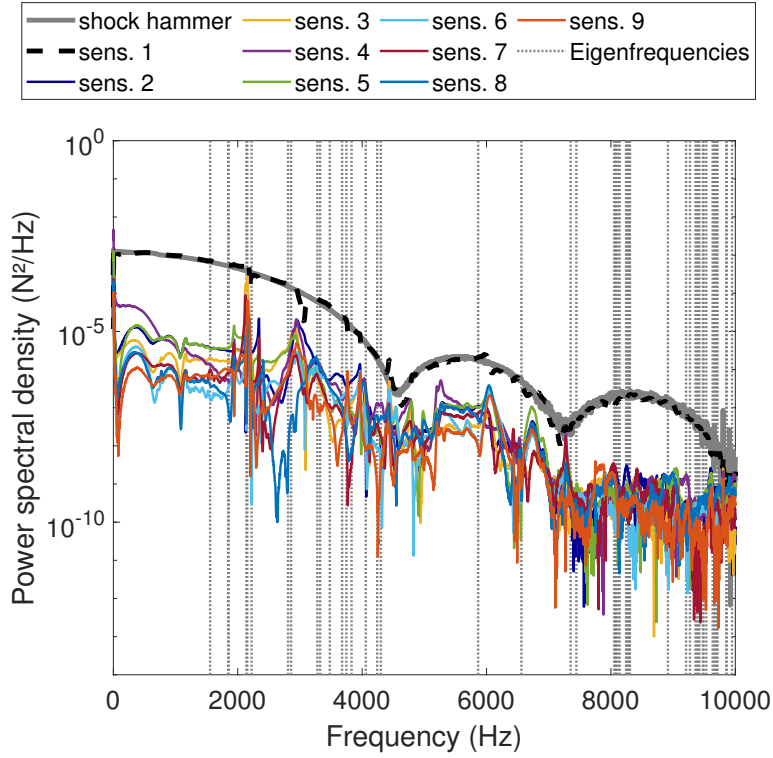


Figure 8: Average PSDs of the nine output signals from the piezoelectric sensors and from the impact hammer, over ten impacts on asperity 1, one of which is shown in Fig. 7. Dotted vertical lines: eigenfrequencies predicted by the FE modal analysis of section 2.2.

ones.

### 2.5. Impact localisation and force estimation

Based on the experimental results of section 2.4, we now discuss the expected capabilities of our instrumented slider to locate in space and time, and to measure the amplitude of, a single impact among a random series of impacts. Given the large altitude of the nine spherical surface asperities with respect to the surface plate (about 3 mm), tracks free from high-aspect-ratio protuberances will make contact with the slider only at those surface asperities, and not via the plate. Spatially locating an impact thus reduces to identifying which surface asperity is involved among the nine possible ones.

#### Model of the sensors' outputs

Assuming that the slider behaves linearly and that, consequently, the principle of superposition holds, the time output of the  $j^{\text{th}}$  piezoelectric sensor,  $S_j(t)$ ,

can thus be written as a sum over the contributions of the individual forces on all nine surface asperities, as follows [19, 11]:

$$S_j(t) = \sum_{i=1}^9 \int_0^{\infty} C_{ji}(\tau) F_i(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

where  $F_i(t)$  is the force signal applied on the  $i^{\text{th}}$  surface asperity, and  $C_{ji}(t)$  is the response function of sensor  $j$  to an infinitely short impact on asperity  $i$ . Estimating the precise form of the  $9 \times 9 = 81$  functions  $C_{ji}$  is a very challenging task that we do not attempt to perform here. Instead, we will make some assumptions enabling simplification of Eq. (1) in an analytical way, thus providing a direct understanding of its metrological implications.

We first neglect any output from the piezoelectric sensors when no force is applied to the slider, i.e. we neglect the codas in Fig. 7. During an impact, we already noted in section 2.4 that the output of the impacted sensor faithfully represents the time evolution of the external force. What can be seen from Fig. 7 is that, for all the other eight sensors, the output during the impact has a bell shape with a small, negative amplitude. Although each of those signals has an individual extremum at a different instant, we now further assume that they all have the same shape as the external force (but different amplitudes). The two above-mentioned assumptions allow us to reduce the response functions to:

$$C_{ji}(\tau) = a_{ji} \delta(\tau), \quad (2)$$

where the coefficients  $a_{ji}$  are assumed to be constants (unit V/N), and  $\delta$  is the Dirac delta function. The coefficients  $a_{jj}$  correspond to the individual sensitivities of the piezoelectric sensors, whose (positive) value has been estimated as described in section 2.4 and used to plot sensor outputs in Newtons in Fig. 7. In a similar way, we evaluated the values of the  $a_{ji, i \neq j}$  as the average value, over ten stimuli by the impact hammer on surface asperity  $j$ , of the extremum value of the output of sensor  $i$  over the duration of the impact. If the instrumented slider was perfect, we would have  $a_{ji} = 0$  for all  $i \neq j$ . In contrast, as seen in Fig. 7 from the signals of sensors 2 to 8 during the impact, the  $a_{ji, i \neq j}$  have non-vanishing (negative) values, which characterise cross-talk between the outputs from different sensors.

Inserting Eq. (2) into Eq. (1), and dividing by  $a_{jj}$ , we obtain the following simplified relationship:

$$\frac{S_j(t)}{a_{jj}} = F_j(t) + \sum_{i=1, i \neq j}^9 \frac{a_{ji}}{a_{jj}} F_i(t). \quad (3)$$

The quantity  $S_j(t)/a_{jj}$  is an estimate of the impact force,  $F_j(t)$ , based on the sensor output,  $S_j(t)$ . If all  $a_{ji, i \neq j} = 0$ , the estimate is accurate because  $S_j(t)/a_{jj} = F_j(t)$ . In reality, the estimate is biased by an error  $E(t) = \sum_{i=1, i \neq j}^9 p_{ji} F_i(t)$ , which depends both on the amplitudes of the external forces,  $F_i(t)$ , and on the ratios of cross-talk over sensitivity coefficients,  $p_{ji} = a_{ji}/a_{jj}$ . By definition, all

---

diagonal elements of the  $p_{ji}$  matrix are 100%. Except for sensor 4, all non-diagonal terms remain smaller than 10% (Fig. S4), indicating a relatively small cross-talk between outputs.

#### *Localisation strategies*

Let us first consider the case where the slider is submitted to a series of impacts happening sequentially, without any overlap in time: for each external force signal  $F_j(t)$  on asperity  $j$ ,  $F_{i,i \neq j} = 0$  in the same time interval. We are in the favourable case, already tested with the impact hammer, where signals consist of a succession of single events like the one shown in Fig. 7. For each, the asperity involved will be the one giving the largest signal (say  $j$ ); its amplitude will be accurately estimated by  $S_j(t)/a_{jj}$ , while the other signals (for  $i \neq j$ ) can be overlooked.

The situation is more complex when several impacts happening on different asperities overlap in time. In section 3.1, we will argue theoretically and confirm experimentally that the number of asperities in simultaneous contact with a rigid track is not expected to exceed three. For the rest of this section, we will thus consider the unfavourable case of three simultaneous impacts, all with a force evolution proportional to the same function  $F_0(t)$ . Without loss of generality, we will assume that those three asperities are labelled 1 to 3, and that  $F_1(t) = F_0(t)$ ,  $F_2(t) = \alpha F_0(t)$ ,  $F_3(t) = \beta F_0(t)$ , with  $1 > \alpha > \beta$ . Finally assume that all  $p_{ij}$  are such that  $|p_{ji}| \leq p$ . In those conditions, Eq. (3) can be recast into:

$$S_1/a_{11} = F_0(t) (1 \pm p(\alpha + \beta)), \quad (4)$$

$$S_2/a_{22} = \alpha F_0(t) (1 \pm p(1 + \beta)/\alpha), \quad (5)$$

$$S_3/a_{33} = \beta F_0(t) (1 \pm p(1 + \alpha)/\beta), \quad (6)$$

$$S_j/a_{jj} = \pm F_0(t)p(1 + \alpha + \beta), \quad j > 3. \quad (7)$$

Those equations indicate a straightforward data analysis when three simultaneous impacts are suspected. First identify the three sensor outputs giving the largest impact forces and record the three corresponding peak values. The largest gives  $F_0$ , while the ratio of the other two over  $F_0$  give  $\alpha$  and  $\beta$ . With  $p = 0.1$  being a representative value for our slider (Fig. S4), Eq. (7) indicates that  $0.3F_0$  is a conservative estimate ( $p(1 + \alpha + \beta) < 0.3$ ) of the experimental noise. In other words, all peaks larger than this value can be safely considered to be true impacts and not the results of some cross-talking between outputs. All peaks below may be discarded. The amplitude of the impact force on the successfully localised asperities can thus be conservatively estimated, using Eqs. (4), (5) and (6), to be  $F_0 \pm 20\%$ ,  $\alpha F_0 \pm \frac{20}{\alpha}\%$  and  $\beta F_0 \pm \frac{20}{\beta}\%$ , respectively.

### **3. Experimental results**

In order to illustrate the tribological relevance of the instrumented slider described and characterised in section 2, we now slide it on various model topographies. A stainless steel track has been textured with macroscopic obstacles, grooves and bumps of sufficient amplitude and lateral size to induce

controlled changes in the distribution of spherical asperities in contact during sliding. Figure 9 shows a picture of the instrumented slider, laid on the textured track (upside down compared to Fig. 3). The latter is attached on a motorised (Kollmorgen, AKM Series servo-motor) linear translation stage (Misumi LX26). When the track is translated, the displacement of the slider is prevented by a stopper, fixed in the laboratory frame, and equipped with a horizontal steel cylinder (1 mm diameter) which comes into contact with the vertical plane of the lateral arm of the slider's base which is close to asperity 4 (see Fig. 3). The tangential force exerted by the stopper is measured by a piezoelectric sensor (Kistler 9217A, with charge amplifier Kistler 5015A).

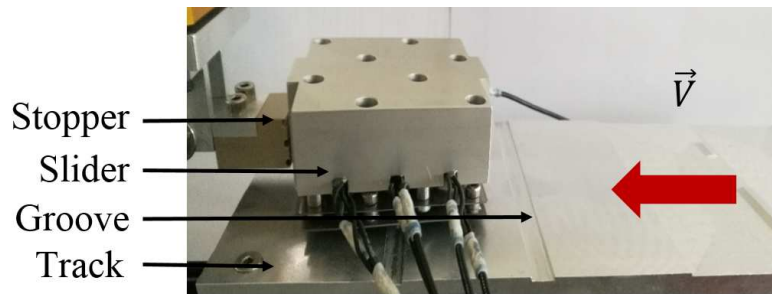


Figure 9: Picture of the mechanical setup. A textured metallic track is translated horizontally at constant velocity,  $V$ , while the slider is held fixed in the laboratory frame by a stopper.

The principle of the experiments is the following. The normal load on the interface, approximately  $P = 2.5 \text{ N}$ , is the weight of the instrumented slider. The textured track is driven horizontally at a constant velocity,  $V$ , in the range  $[0.5\text{--}5] \text{ mm/s}$ . Two different illustration cases will now be analysed: when the slider explores a nominally flat part of the track (section 3.1) and when one of the spherical asperities passes above a macroscopic hole (section 3.2). All sliding experiments have been performed at room temperature. Note that the contact size on each surface asperity of the slider is expected to be smaller than  $36 \mu\text{m}$ , as estimated using Hertz's theory with a conservative value of the normal force of  $2.5 \text{ N}$ , radius of curvature  $R=0.75 \text{ mm}$ , Young's modulus  $E=210 \text{ GPa}$  and Poisson's ratio  $\nu=0.3$  for the asperity. As long as the characteristic distance between two neighbouring topographical protuberances of the track remains larger than those  $36 \mu\text{m}$ , the measured contact forces can safely be interpreted as that of a single asperity/asperity contact. As will be seen, this is the case for all experiments in section 3. Also note that inspection of the slider's surface asperities at the end of the experiments has not revealed any significant sign of wear, as expected for the low severity conditions of our sliding experiments (small normal load and relatively small sliding velocities).

### 3.1. Sliding on a nominally flat surface

Figure 10 shows a typical recording of the nine piezoelectric sensors during steady sliding over a nominally flat part of the textured track, at a velocity

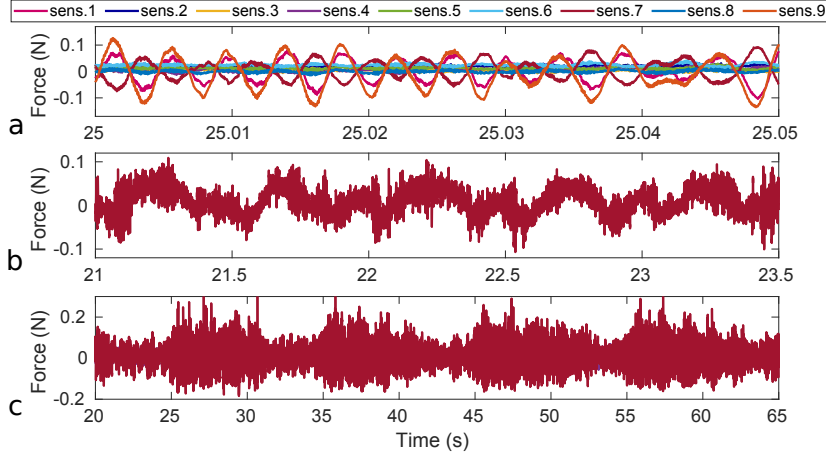


Figure 10: Typical time evolution of the asperity forces recorded during steady sliding on a nominally flat part of the track at  $V = 0.5$  mm/s, for various time-windows: 50 ms (a, all asperities), 2.5 s (b, asperity 7) and 45 s (c, asperity 7).

$V = 0.5$  mm/s. Surprisingly, instead of the expected constant force signals at different values, the sensors' outputs all have a vanishing mean value, and reveal a variety of additional features, at different timescales (different panels of Fig. 10). While the zero mean value originates from the fact that frequencies smaller than about 1 Hz are filtered out by the measurement chain (already described in section 2.3 and further discussed in section 3.2), the scope of this section is to unravel the tribological origin of those additional features.

Over a short time window of 50 ms (Fig. 10(a)), two main observations can be made: (i) three sensors (sensors 1, 7 and 9) produce a signal with a significantly larger amplitude than the other six and (ii) those three signals have a clear periodicity. The first observation suggests that only three surface asperities are in actual contact with the track during sliding. The fact that not all the slider's asperities can touch a rigid plane at the same time is a natural consequence of having stiff asperities with altitudes distributed around a mean plane. As can be seen in Table S1, the altitudes of the two highest asperities differ by  $13 \mu\text{m}$ . An estimate of the order of magnitude of the normal force on the highest asperity necessary to deform it by such an amount (and thus, assuming that the slider cannot rotate, to allow both asperities to be in contact simultaneously) can be obtained using the same Hertz's theory as in the preamble of section 3. We find that such a normal force is about 400 N, i.e. way larger than the slider's weight ( $P=2.5$  N). Thus, in the light normal load conditions explored here, only three asperities are expected to touch the track, to satisfy isostatic equilibrium, which explains our first observation.

In order to predict which are the three asperities in contact among the nine potential asperities, a simple multi-asperity contact model has been used, fully

described in section S2 (in SM). The model is dynamic, but when constant stimuli are imposed, it provides results relevant to quasi-static configurations. In particular, when the model is used with a vanishingly small sliding velocity, it predicts, based on the experimental in-plane positions and altitudes of all nine spherical asperities (Tab. S1), which are the three that are in contact with a given track topography,  $h(x, y)$ . In the present case in which  $h$  can be assumed to be homogeneous, the model predicts that asperities 1, 7 and 9 are in contact to satisfy isostatic equilibrium. Those asperities are the same as the ones that are active in Fig. 10(a). The model in section S2 thus fully explains both the number and identities of the asperities in contact.

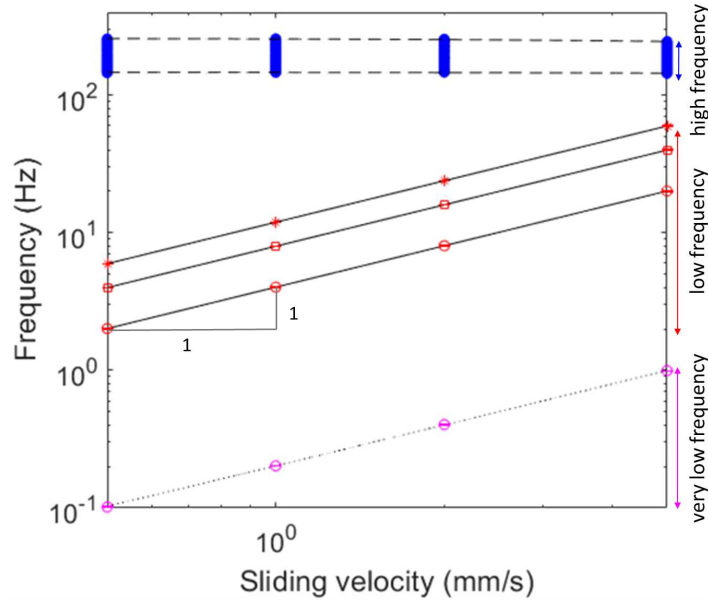


Figure 11: Evolution of the various frequencies identified in the force signals, as a function of sliding velocity. Pink: very low frequencies seen in Fig. 10(c). Red: low frequencies seen in Fig. 10(b). Circles: fundamental. Squares (+): first (second) harmonic. The high-frequency band ([150–250] Hz) responsible for the oscillations seen in Fig. 10(a) is shown in blue and delineated with dashed lines. Solid and dotted lines: linear fits.

The second observation in Fig. 10(a) is the periodicity of the local force signals, at a frequency about 200 Hz. Inspection of the PSDs of all force signals for all sliding velocities revealed a common frequency band [150–250] Hz with a significantly larger amplitude, responsible for the oscillations in Fig. 10(a). The sliding-velocity-independence of this high-frequency band (Fig. 11) suggests that the oscillation is due to eigenmodes of the experimental system. Since all eigenmodes of the clamped slider were above 1 kHz (section 2.4), we presume that the 200 Hz mode is associated with the vibration of the bundles of cables (see Fig. 9), which is now possible with the slider freely standing on the track.

Another periodicity can be found in the force signals of the three contacting asperities, at a larger time scale, as illustrated in Fig. 10(b). For  $V = 0.5$  mm/s, the observed frequency is about 2 Hz. Such a low frequency suggests that the nominally flat track surface is actually decorated with a periodic topography. This is indeed confirmed in Fig. 12(a), which shows the topography of a portion of the track surface. It is made of characteristic trochoidal grooves originating from the face milling process used to prepare the surface. As seen in Fig. 12(b), those grooves have a period of  $248 \pm 12 \mu\text{m}$  (as measured from the corresponding peak in the Fourier transform of the profile in Fig. 12(b))<sup>2</sup> and typical peak-to-peak amplitude  $8 \mu\text{m}$ . Assuming that the profile in Fig. 12(b) would be a perfect sine wave, the radius of curvature of the bottom parts of those grooves would be about  $400 \mu\text{m}$ , i.e. smaller than that of the spherical asperities ( $750 \mu\text{m}$ ). Thus, the slider's asperities cannot explore the whole topography, but only the crests of the grooves. More quantitatively, we calculated that a sphere of radius  $750 \mu\text{m}$  cannot go deeper than  $6.5 \mu\text{m}$  into the above-mentioned sine wave without yielding an unphysical interpenetration of the two solids. We have thus applied the model of section S2 to static topographies in which the track altitude at the location of asperities 1, 7 and 9 were offset by either 0 or  $-6.5 \mu\text{m}$ . We tested all eight combinations of those two offsets at the location of the three asperities, as estimators of the strongest possible differences with respect to a perfectly flat track. Only two combinations led to a change in the predicted

<sup>2</sup>This period is much larger than the  $36 \mu\text{m}$  estimated for the maximum contact size of a surface asperity of the slider (see preamble of section 3).

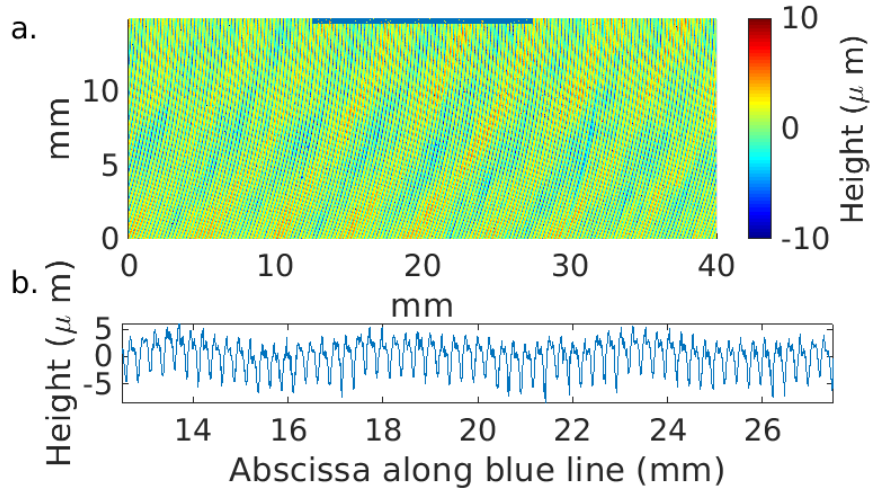


Figure 12: (a): 2D map of the topography of the nominally flat sliding surface, as measured from interferometric profilometry. (b): profile extracted along the segment drawn in the top panel, which is locally orthogonal to the grooves.



asperities in contact: asperity 4 takes over asperity 7 when both asperities 1 and 7 are simultaneously above the deepest point of a groove. Given the small probability of such a situation, it is reasonable to consider it as irrelevant in practice. Consequently, the amplitude of the topography of the milling-induced grooves is not sufficient to induce detectable modifications of the asperities in contact with respect to a perfectly smooth track, explaining why the three asperities in contact (1, 7 and 9) remain the same all along the sliding experiment on the nominally flat part of the track.

To ascertain the topographical origin of the force oscillations seen in Fig. 10(b), we now compare the frequency of those oscillations with that expected from sliding on the grooves. We performed sliding experiments at different velocities,  $V$ , and for each we calculated the PSD. In the frequency range [1–100] Hz, they all contain a well-defined main peak (fundamental) and a series of harmonics. The latter are due to the non-harmonic shape of the periodic pattern. The frequencies of the fundamental and of its two first harmonics are shown as a function of  $V$  in Fig. 11. All three frequencies are found proportional to  $V$ , as demonstrated by the slope 1 in the log-log representation of Fig. 11. This shows that the temporal periodicity actually originates from a spatial periodicity. For the fundamental, the coefficient of proportionality, which corresponds to the spatial period, is found to be  $249 \pm 2 \mu\text{m}$ . This value is in good agreement with the period of the grooves found by profilometry ( $248 \pm 12 \mu\text{m}$ ).

A third periodicity can be seen in Fig. 10(c), as a very low frequency modulation of the signal's envelope. As seen in Fig. 11, the frequency of this modulation is also proportional to the sliding velocity, thus indicating a topographical origin for it. The corresponding wavelength is about 5.0 mm, a length scale that can indeed be distinguished as a waviness in the topographical signal of Fig. 12. Such a waviness is classically attributed to an undesired coaxiality error between the centerlines of the spindle and the milling tool.

Overall, with the above analyses, we took advantage of undesired residual topographical features on the flat parts of the track to show the capabilities of our instrumented slider. Not only is it able to detect those residual, micrometric features at different time/length scales, but, as desired, it also quantifies the elicited force fluctuations, and indicates which asperities are excited.

### *3.2. Sliding on a macroscopic topographic defect*

In section 3.1, we have seen that, when the track is nominally flat, asperities 1, 7 and 9 are in contact at all times. We will now consider a situation in which the asperities in contact must change during sliding, because one of those three asperities passes over a hole deep enough to prevent any possible contact for a certain sliding distance. Such a situation is illustrated in Fig. 13, which shows the recorded force signals on all nine asperities over a time window bracketing the passage of asperity 7 over a 6 mm long hole.

Before reaching the hole, the situation is the same as in section 3.1: asperities 1, 7 and 9 are in contact, as indicated by a significantly larger signal width than the other six, due to the high frequency oscillations seen in Fig. 10(a). When asperity 7 passes over the hole, its force signal fluctuations suddenly die out,

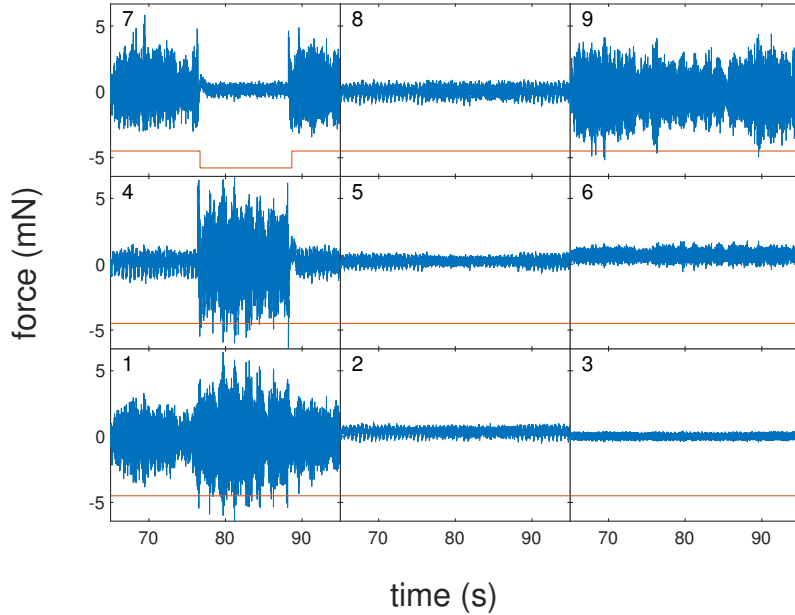


Figure 13: Blue: Force on the nine asperities (asperity label in top left corner of each panel) when asperity 7 passes over a deep, 6 mm long groove at  $V = 0.5$  mm/s. Red: sketch of the macroscopic topography of the track (starting at 0) seen by each asperity.

indicating that, as expected, it has lost contact with the track. Simultaneously, the force fluctuations on asperity 4 abruptly increase, showing that asperity 4 is now sliding on the track. Application of the model of section S2 to the new topography seen by the slider consistently predicts that asperities 1, 4 and 9 is the triplet satisfying the new isostatic equilibrium, thus explaining the switching of activity between asperities 7 and 4. When asperity 7 reaches the end of the hole, the slider and hence all force signals recover their initial configuration.

We emphasise that, in Fig. 13, the fact that a given asperity is in contact can only be seen from the amplitude of the force fluctuations discussed in section 3.1. Contact/non-contact states do not translate into a finite/vanishing average level of the signals, because of the high-pass filtering effect of the conditioning amplifiers used on each sensor's output. Those amplifiers are claimed by the manufacturer to behave like a 1 Hz first order high-pass filter, meaning that, after about 1 s, any constant force applied on an asperity will be filtered out from the outputs, yielding force signals centered on zero. Nevertheless, the force signal on asperity 7 exhibits transients at the edges of the hole, when asperity 7 gets out of (or back into) contact with the track, which are signatures of the corresponding impact-like changes in average normal force on the asperity. Figure 14(a) overplots the transients associated with the force drop at the entry of

the hole, for all tested sliding velocities. As can clearly be seen, they all have the same amplitude and shape, with the same characteristic timescale for the force relaxation. The very same phenomenology is observed in other experiments in which other asperities pass over the hole, as illustrated in Fig. 14(b) on the case of asperity 9.

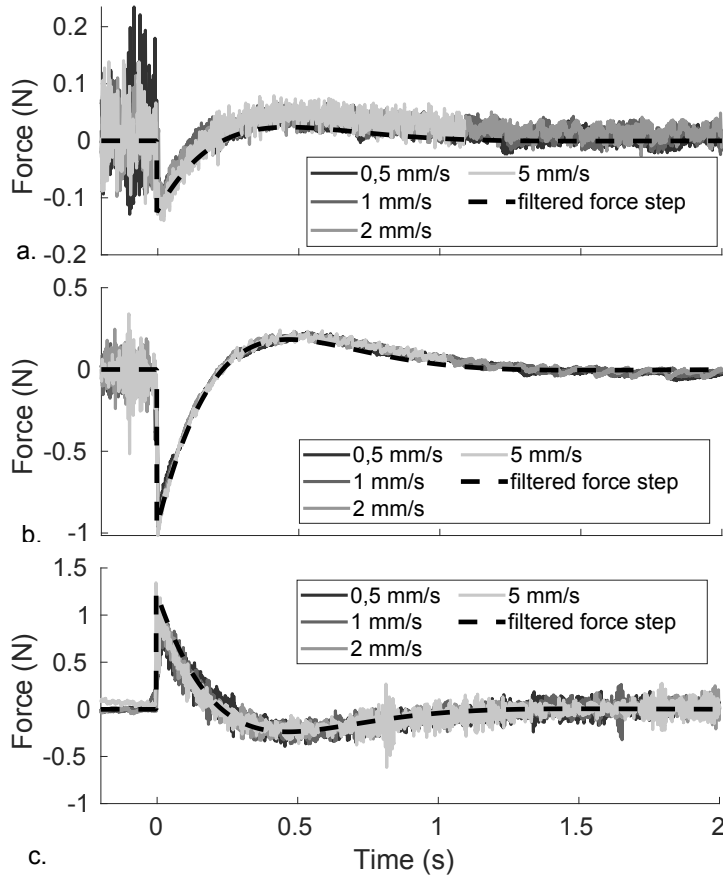


Figure 14: Force transients on asperity 7 (a) or 9 (b and c) when it suddenly loses (a and b) or gets back into contact (c) with the track for various sliding velocities. Dashed lines: instantaneous negative (a and b) or positive (c) force drops filtered by the second-order high-pass filter of Eq. (8).

The time evolution of all signals in Fig. 14(a) and (b) can be nicely captured as the response of a second-order high-pass filter with the following transfer function vs frequency  $f$ ,

$$HP(f) = \frac{-f^2/f_c^2}{1 + jf/(Qf_c) - f^2/f_c^2}, \quad (8)$$

---

when applied to a negative step-change (force drop) on the asperity.  $Q = 0.656$  is the quality factor,  $f_c = 0.74$  Hz is the cutoff frequency and  $j$  is the imaginary unit. This cutoff frequency is close to the 1 Hz expected for the filtering effect of the conditioning amplifiers. The fact that the filter is of second order rather than the expected first order is presumably due to a non-negligible effect of the rest of the measurement chain on the final outputs.

Importantly, the peak in the filtered response is equal to the amplitude of the force step-change, meaning that the amplitude of the peak of the transient is actually a measurement of the force drop undergone by the asperity when it start passing over the hole. In panel (a) of Fig. 14, one can thus estimate the force drop on asperity 7 to be about -0.12 N, while it is about -0.96 N in panel (b) for asperity 9. Those values actually compare very well with the force drops predicted by the model of section S2: -0.11 N for asperity 7, and -1.15 N for asperity 9.

Note that transients with the opposite sign are observed in the force signals when the underlying force step is opposite, for instance when asperity 9 suddenly gets back into contact on the other side of the hole (Fig. 14(c)). The transients are still well-captured by the filter of Eq. (8) (shown only for  $V=5$  mm/s on Fig. 14(c)). However, in contrast with when the asperities loose contact with the track, when they get back into contact, the amplitude of the transient exhibit a non-negligible sliding-velocity dependence. It would correspond to a positive force-step of amplitude 0.8, 0.9, 1.1 and 1.25 N for  $V=0.5, 1, 2$  and 5 mm/s, respectively. Such a velocity dependence is compatible with more violent lateral impacts of asperity 9 with the end corner of the hole as the sliding velocity is larger. This effect is not expected at the entry of the hole, explaining why the same amplitude was found for all sliding velocities in Figs. 14(a) and (b).

Overall, the good agreement between the sensors' outputs and the filtered expected force jumps indicates that our instrumented slider can efficiently be used to measure the impact forces on its asperities. The results of Fig. 14 show that it is the case for abrupt step-changes in the force between two constant values. For more realistic impacts characterised by a short contact duration, i.e. sufficiently shorter than the cutoff timescale of about 1 s, the high-pass filter will deform only slightly the signals, so that the sensors outputs are expected to provide, directly, a faithful image of the force evolution. To verify this, we applied the filter of Eq. (8) onto half-sine model impacts with different durations between 10 s and 0.1 ms. We found that the alteration of the force evolution is negligible (less than 2% in amplitude) for impacts shorter than about 0.01 s. This result strongly suggests that, during sliding of two randomly rough metallic surfaces, for which the typical impact duration is of the order or less than the millisecond [6], our slider will provide accurate measurements of the individual impact forces.

#### 4. Conclusion

We have introduced a 6 cm-sized instrumented slider based on an array of nine piezoelectric sensors, each monitoring a single spherical surface asperity

with a well-known radius (0.75 mm) and altitude ( $72\ \mu\text{m}$  standard deviation among the nine asperities). The slider is able to measure the normal components of the individual contact forces on all surface asperities, enabling both spatial localisation and quantification of the amplitude of the impacts on the slider's surface. The slider behaves statically below about 1.5 kHz, and rejects less than 5% of the force on a given asperity onto the other sensors. To demonstrate the capabilities of the slider, we performed a series of sliding experiments under the slider's own weight (2.5 N), at constant velocity in the range [0.5–5] mm/s, against a model rough track. We first showed how the slider can successfully be used to identify the periodic force variations on each individual surface asperity elicited by regularly spaced, micrometric grooves left on a nominally flat part of the track's surface by the milling process used to prepare it. We then showed how the slider can quantitatively measure the impact-like forces induced by large topographical defects such that an asperity suddenly loses (or gets back into) contact with the track.

Our instrumented slider thus appears as a promising tool for a variety of future tribological studies involving realistic randomly rough surfaces. In particular, it should be useful to better characterise the impacts at the origin of the roughness noise, the source of friction-induced vibrations, or the space-time patterns of the real contact fluctuations during sliding.

## S1. Supplementary Figures and Tables

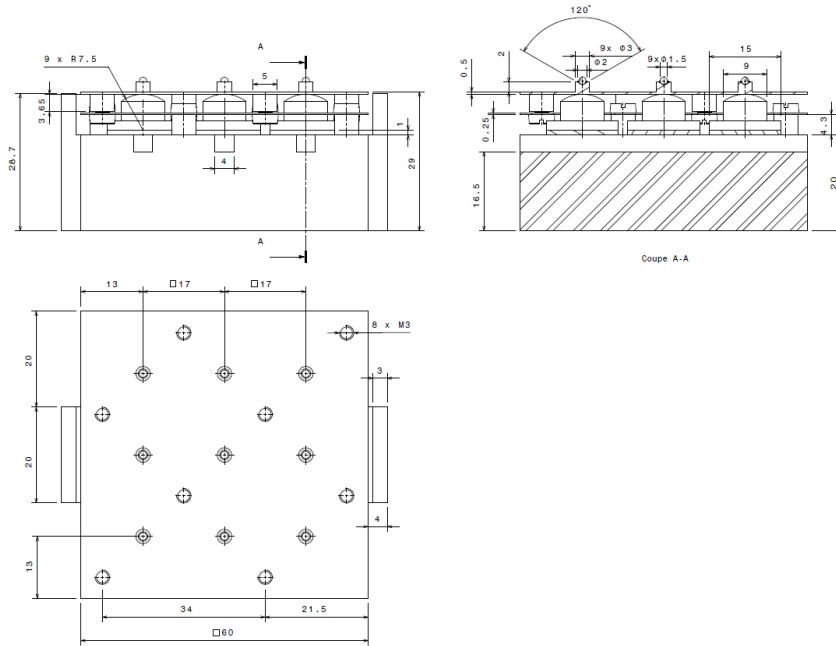


Figure S1: Final design and dimensions of the slider (using the general tolerances ISO 2768mK).

Table S1: Individuals coordinates of the model asperities labeled 1 to 9 in Fig. 3.  $x$ - and  $y$ -positions (in mm) are relative to the center of mass of the slider. The altitudes (in  $\mu\text{m}$ ) are relative to the asperities' mean plane.

Asperity	Position $x$	Position $y$	Altitude
1	17.42	15.95	107
2	17.53	-1.12	-30
3	17.45	-17.87	-96
4	0.59	16.09	14
5	0.44	-1.04	-30
6	0.43	-17.99	55
7	-16.44	16.00	-68
8	-16.49	0.92	-46
9	-16.42	-18.11	94

Table S2: Materials properties used in the Finite Element model.

Materials	Part label in Fig. 2	Young Modulus $E$ (GPa)	Poisson's ratio $\nu$	Density $\rho$ ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
Aluminum	1, 3	71	0.33	2770
Carbon steel	4, 5, 6, 7, 8, 9	200	0.3	7850
PZ 27	2	$E_{xx} = E_{yy} = 66.0$ $E_{zz} = 84.3$	0.389	7700

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	9,8	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2	0,1	9,7	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
3	0,0	0,1	9,9	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
4	0,1	0,0	0,0	9,7	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0
5	0,0	0,1	0,0	0,1	9,7	0,1	0,0	0,1	0,0
6	0,0	0,1	0,1	0,0	0,1	9,6	0,0	-0,1	0,2
7	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	9,9	0,1	0,0
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1	9,7	0,1
9	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,0	0,2	9,8

Figure S2: Forces (in N) on the piezoelectric sensors when a static vertical force of 10 N is applied to a single surface asperity, in our FE model. Row: label of the loaded asperity. Column: label of the sensor.

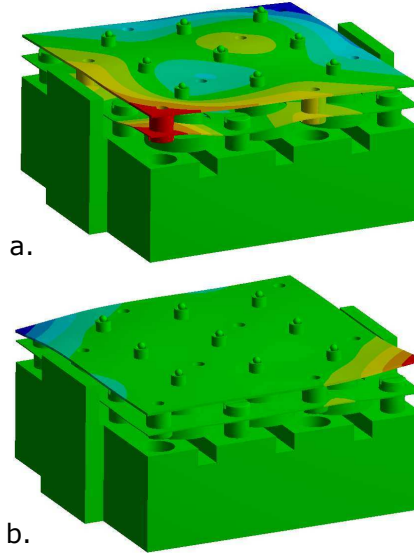


Figure S3: Eigenshapes of the first (a, 1556.2 Hz) and second (b, 1845.6 Hz) eigenmodes of the slider, as calculated with our FE model. They consist of corner modes in the top and spring plates, i.e. their maximum deflections are observed on two opposite corners of the plates with antisymmetric displacements. The differences between first and second modes are due to the presence or not of screws at the most deformed corners.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100%	8%	6%	6%	8%	3%	4%	3%	2%
2	8%	100%	10%	16%	10%	4%	3%	3%	4%
3	9%	5%	100%	20%	7%	5%	5%	8%	4%
4	6%	9%	4%	100%	10%	4%	8%	9%	4%
5	6%	8%	5%	12%	100%	4%	4%	7%	7%
6	4%	2%	4%	13%	5%	100%	3%	2%	4%
7	4%	4%	3%	6%	4%	4%	100%	10%	5%
8	4%	4%	4%	10%	5%	6%	6%	100%	7%
9	1%	2%	2%	1%	3%	3%	2%	2%	100%

Figure S4: Matrix of the ratios  $|p_{ji}| = \left| \frac{a_{ji}}{a_{jj}} \right|$ . All values are in %. The grey level of a box is proportional to its value. Row: label of the impacted asperity. Column: label of the sensor.



## S2. Multi-asperity contact model

We model the instrumented slider as a rigid, homogeneous parallelepiped submitted to the gravitational field  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$  (Fig. S5). We consider only three degrees-of-freedom: the vertical displacement of the centre of mass  $G$  of the slider,  $z$  along the axis  $\vec{e}_z$ , and its two rotations around the  $G\vec{e}_x$  and  $G\vec{e}_y$  axis, respectively  $\phi$  and  $\psi$ . In contrast, the displacement of the centre of mass along the  $\vec{e}_x$  and  $\vec{e}_y$  axis, as well as the rotation around the  $G\vec{e}_z$  axis are constrained. The slider is supported by a track moving along the  $\vec{e}_y$  axis at a constant velocity  $\vec{V} = V\vec{e}_y$ . The track is textured and we assume that the topography is described by the spatial function  $h(x, y)$ . Interactions between the moving track and slider depend on the contact conditions at the nine hemispheric surface asperities of the slider, the summits of which are located at points  $P_j$  ( $j = 1, \dots, 9$ ).

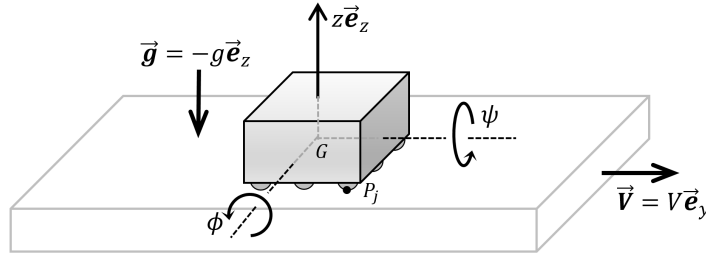


Figure S5: Sketch of the multi-asperity contact model.

Without loss of generality, the resulting macroscopic force  $F_z\vec{e}_z$  and torques  $L_x\vec{e}_x$ ,  $L_y\vec{e}_y$  can be obtained from the local normal forces  $f_j\vec{e}_z$  (with  $f_j \geq 0$ ) exerted by the track on the slider through its surface asperities, and from the distances between the corresponding contact points  $P_j$  and the center of mass  $G$ . Letting

$$\vec{GP}_j = x_j\vec{e}_x + y_j\vec{e}_y - z_j\vec{e}_z \quad j = 1, \dots, 9 \quad \text{and} \quad z_j > 0 \quad (\text{S1})$$

leads to the following three equations for the slider's dynamics:

$$\begin{cases} m\ddot{z} = -mg + F_z(f_j) & = -mg + \sum_{j=1}^9 f_j, \\ I_x\ddot{\phi} = L_x(f_j, y_j) & = + \sum_{j=1}^9 y_j f_j, \\ I_y\ddot{\psi} = L_y(f_j, x_j) & = - \sum_{j=1}^9 x_j f_j, \end{cases} \quad (\text{S2})$$

where  $m$ ,  $I_x$  and  $I_y$  are, respectively, the mass and moments of inertia around  $\vec{e}_x$  and  $\vec{e}_y$ .

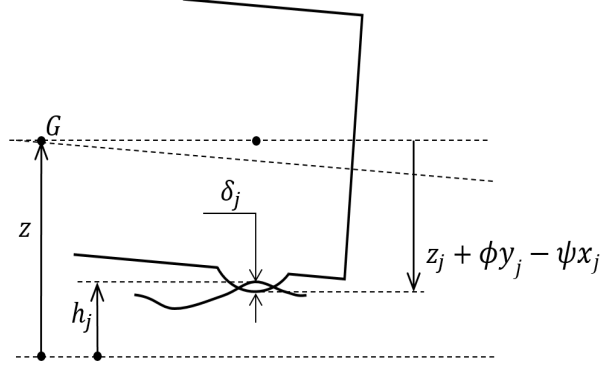


Figure S6: Sketch of the normal indentation at contact points.

To compute the local contact force on asperity  $j$ , we assume Hertzian behaviour for its elastic part and nonlinear viscous damping for its dissipative part. Thus, we have:

$$f_j = (1 + \alpha_j \dot{\delta}_j) k_j \delta_j^{3/2}, \quad (\text{S3})$$

where  $\delta_j$  represents the normal contact indentation (see Fig. S6), which can be expressed, by choosing convenient origins and under the assumption of small displacement, as follows:

$$\delta_j = (h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j) H(h_j - z + z_j + \phi y_j - \psi x_j), \quad (\text{S4})$$

where  $h_j = h(x_j, y_j - Vt)$  represents the local altitude of the textured track at the contact point  $P_j$ , and  $H(\cdot)$  is the Heaviside function introduced to account for loss of contact. In practice  $k_j$  is obtained from Hertzian theory, so

$$k_j = k = \frac{4}{3} \sqrt{R E^*}, \quad (\text{S5})$$

with  $R$  the radius of the surface asperity,  $E^*$  the composite modulus such that  $1/E^* = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ , with  $E_{1,2}$  and  $\nu_{1,2}$  the Young moduli and Poisson coefficients of the antagonist solids.

Note that in Eq. (S3), the dissipative force is assumed proportional to the elastic force, which we have obtained from an equivalent viscous damping of the linearised dynamic response around the static deformation. To this end, we assume that (i) the slider's motion is only governed by the vertical displacement  $z(\phi = \psi = 0)$ , (ii) the number of contacts  $n$  respects isostatic equilibrium under light load, so that  $n=3$ , and (iii) the initial distances at the location of the 3 asperities ( $h_j + z_j$ ) are all equal to  $D$ . Consequently, normal approaches are identical, leading to:

$$\delta_j = (D - z) H(D - z), \quad (\text{S6})$$

$$\dot{\delta}_j = -\dot{z} H(D - z). \quad (\text{S7})$$

By introducing the variable  $u = D - z, \dot{u} = -\dot{z}, \ddot{u} = -\ddot{z}$  and assuming permanent contact  $H(u) = 1$ , we obtain for Eqs. (S2), (S3) and (S4):

$$-m\ddot{u} = -mg + \sum_{i=1}^3 (1 + \alpha\dot{u})ku^{3/2}, \quad (\text{S8})$$

$$m\ddot{u} + 3k(1 + \alpha\dot{u})u^{3/2} = mg, \quad (\text{S9})$$

$$m\ddot{u} + K(1 + \alpha\dot{u})u^{3/2} = N, \quad (\text{S10})$$

with  $N = mg$  and  $K = 3k$ . The static equilibrium is easily obtained as  $u_s = (N/K)^{2/3}$ . Introducing the new variable  $q$  defined by  $u = u_s(1 + \frac{2}{3}q)$ ,  $\dot{u} = \frac{2u_s}{3}\dot{q}$  and  $\ddot{u} = \frac{2u_s}{3}\ddot{q}$  leads to:

$$\frac{2mu_s}{3}\ddot{q} + Ku_s^{3/2}(1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q})(1 + \frac{2}{3}q)^{3/2} = N. \quad (\text{S11})$$

Now we can linearise the motion equation around the static equilibrium  $q = 0$ , that is:

$$(1 + \frac{2}{3}\alpha u_s \dot{q})(1 + \frac{2}{3}q)^{3/2} \approx (1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q})(1 + \frac{2}{3}q) \quad (\text{S12})$$

$$\approx 1 + q + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q}, \quad (\text{S13})$$

and

$$\frac{2mu_s}{3}\ddot{q} + Ku_s^{3/2}(1 + \frac{2\alpha u_s}{3}\dot{q} + q) = N. \quad (\text{S14})$$

With  $\omega^2 = \frac{3Ku_s^{1/2}}{2m}, \tau = \omega t$  and  $(\cdot)' = \frac{d}{d\tau}(\cdot)$ , we get:

$$\frac{d^2q}{\omega^2 dt^2} + \frac{2\alpha u_s \omega}{3} \frac{dq}{\omega dt} + q = 0, \quad (\text{S15})$$

$$q'' + 2\zeta q' + q = 0. \quad (\text{S16})$$

So, the coefficient  $\alpha$  can be related to an equivalent modal viscous damping  $\zeta = \alpha u_s \omega / 3$ , which gives

$$\alpha = \frac{3\zeta}{u_s \omega} = \sqrt{6}\zeta K^{-1/2} m^{1/2} u_s^{-5/4} \quad (\text{S17})$$

$$\alpha = \sqrt{6}\zeta K^{1/3} m^{-1/3} g^{-5/6} = 3^{5/6} \sqrt{2} k^{1/3} m^{-1/3} g^{-5/6} \zeta \quad (\text{S18})$$

$$\alpha = (1944k^2 m^{-2} g^{-5})^{1/6} \zeta \quad (\text{S19})$$

$$(\text{S20})$$

Note that the dimension of  $\alpha$  has been verified to be  $\sim TL^{-1}$  and unit  $s.m^{-1}$ .

In order to compute the dynamic response of the slider under the excitation of the moving track, a classical numerical time integration method is used, based on the explicit velocity-Verlet scheme. In order to ensure the stability of this

---

time-integration scheme, we must choose a time step  $\Delta t$  such as  $\Omega\Delta t < 2$ , where  $\Omega$  is the highest natural frequency of the studied dynamic system. In our case, one can estimate this frequency by considering the linearised system around its static equilibrium over  $n$  asperities. A typical linearised stiffness  $\tilde{k}$  per asperity is given by :

$$\tilde{k} = \frac{3}{2}k\delta_s^{1/2}. \quad (\text{S21})$$

With  $mg/n = k\delta_s^{3/2}$ , Eq. (S21) becomes

$$\tilde{k} = \frac{3}{2}k \left( \frac{mg}{nk} \right)^{1/3}. \quad (\text{S22})$$

With  $n$  simultaneous asperity contacts, the total linearised stiffness  $\tilde{K}$  is

$$\tilde{K} = \frac{3}{2}(nk)^{2/3}(mg)^{1/3}, \quad (\text{S23})$$

and an estimate of the highest natural frequency  $\Omega = \sqrt{\tilde{K}/m}$  is obtained as follows:

$$\Omega = \frac{3}{2} \left( \frac{nk}{m} \right)^{2/3} g^{1/3}, \quad (\text{S24})$$

leading to  $\Delta t < \sqrt{\frac{4m}{\tilde{K}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left( \frac{m}{nk} \right)^{1/3} g^{-1/6}$  which is minimal for  $n = 9$ . Finally we get a conservative criterion for  $\Delta t$  as:

$$\Delta t < \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left( \frac{m}{9k} \right)^{1/3} g^{-1/6} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{m}{k} \right)^{1/3}. \quad (\text{S25})$$

## Acknowledgements

We acknowledge support from Labex CeLyA of Université de Lyon, operated by the French National Research Agency (Grants No. ANR-10-LABX-0060 and No. ANR-11-IDEX-0007). We thank the following colleagues from LTDS for their help: Stéphane Lemahieu (welding and gluing of the piezoelectric sensors), Didier Roux (manufacturing), Matthieu Guibert (design and instrumentation), Youness Benaïcha and Karl Landet (finite elements), Davy Dalmas (critical reading of the manuscript).

## CRedit authorship contribution statement

**C. Grégoire:** Investigation, Visualization, Writing - Review & Editing **B. Laulagnet:** Conceptualization, Supervision, Writing - Review & Editing **J. Perret-Liaudet:** Conceptualization, Supervision, Writing - Review & Editing **T. Durand:** Methodology **M. Collet:** Writing - Review & Editing **J. Scheibert:** Conceptualization, Supervision, Writing - Original draft

### Conflict of interest

The authors declare that they have no conflict of interest.

### References

- [1] Akay, A., 2002. Acoustics of friction. *J. Acoust. Soc. Am.* 111, 1525–1548.
- [2] Ben Abdelounis, H., Le Bot, A., Perret-Liaudet, J., Zahouani, H., 2010. An experimental study on roughness noise of dry rough flat surfaces. *Wear* 268, 335–345.
- [3] Candelier, R., Prevost, A., Debrégeas, G., 2011. The Role of Exploratory Conditions in Bio-Inspired Tactile Sensing of Single Topological Features. *Sensors* 11, 7934–7953.
- [4] Chateauminis, A., Frétigny, C., 2008. Local friction at a sliding interface between an elastomer and a rigid spherical probe. *Eur. Phys. J. E* 27, 221–227.
- [5] Dahiya, R.S., Valle, M., 2013. *Robotic tactile sensing: technologies and system*. Springer, Dordrecht ; New York.
- [6] Dang, V.H., Perret-Liaudet, J., Scheibert, J., Le Bot, A., 2013. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Comput. Mech.* 52, 1169–1183.
- [7] Gautschi, G., 2002. *Piezoelectric sensorics*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- [8] Howe, R.D., Cutkosky, M.R., 1993. Dynamic tactile sensing: perception of fine surface features with stress rate sensing. *IEEE T. Robot. Autom.* 9, 140–151.
- [9] Jung, Y., Lee, D.G., Park, J., Ko, H., Lim, H., 2015. Piezoresistive Tactile Sensor Discriminating Multidirectional Forces. *Sensors* 15, 25463–25473.
- [10] Laulagnet, B., Guyader, J.L., 1990. Sound radiation by finite cylindrical ring stiffened shells. *J. Sound Vib.* 138, 173 – 191.
- [11] Le Bot, A., 2015. *Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics*. Oxford University Press, New York.
- [12] Le Bot, A., 2017. Noise of sliding rough contact. *J. Phys.: Conf. Ser.* 797, 012006.
- [13] Le Bot, A., Bou Chakra, E., 2010. Measurement of Friction Noise Versus Contact Area of Rough Surfaces Weakly Loaded. *Tribol. Lett.* 37, 273–281.

- 
- [14] Lengiewicz, J., Souza, M.d., Lahmar, M.A., Courbon, C., Dalmas, D., Stupkiewicz, S., Scheibert, J., 2020. Finite deformations govern the anisotropic shear-induced area reduction of soft elastic contacts. *J. Mech. Phys. Solids* 143, 104056.
- [15] Müller, J., 2000. *Formulaire technique de mécanique générale*. Delagrave, Abbeville [in French].
- [16] Okatani, T., Takahashi, H., Noda, K., Takahata, T., Matsumoto, K., Shimoyama, I., 2014. A tactile sensor using piezoresistive beams for detection of the coefficient of static friction. *Sensors* 16, 718.
- [17] Ponthus, N., Scheibert, J., Thøgersen, K., Malthé-Sørensen, A., Perret-Liaudet, J., 2019. Statistics of the separation between sliding rigid rough surfaces: Simulations and extreme value theory approach. *Phys. Rev. E* 99, 023004.
- [18] Prevost, A., Scheibert, J., Debrégeas, G., 2013. Probing the micromechanics of a multi-contact interface at the onset of frictional sliding. *Eur. Phys. J. E* 36.
- [19] Roddier, F., 1991. *Distributions et transformation de Fourier: à l'usage des physiciens et des ingénieurs*. France Mac Graw Hill [in French].
- [20] Romero, V., Wandersman, E., Debrégeas, G., Prevost, A., 2014. Probing Locally the Onset of Slippage at a Model Multicontact Interface. *Phys. Rev. Lett.* 112.
- [21] Saccomandi, P., Schena, E., Oddo, C.M., Zollo, L., Silvestri, S., Guglielmelli, E., 2014. Microfabricated tactile sensors for biomedical applications: A review. *Biosensors* 4, 422–448.
- [22] Scheibert, J., Leurent, S., Prevost, A., Debrégeas, G., 2009a. The Role of Fingerprints in the Coding of Tactile Information Probed with a Biomimetic Sensor. *Science* 323, 1503–1506.
- [23] Scheibert, J., Prevost, A., Debrégeas, G., Katzav, E., Adda-Bedia, M., 2009b. Stress field at a sliding frictional contact: Experiments and calculations. *J. Mech. Phys. Solids* 57, 1921–1933.
- [24] Scheibert, J., Prevost, A., Frelat, J., Rey, P., Debrégeas, G., 2008. Experimental evidence of non-Amontons behaviour at a multi-contact interface. *EPL* 83, 34003.
- [25] Stoimenov, B.L., Maruyama, S., Adachi, K., Kato, K., 2007. The roughness effect on the frequency of frictional sound. *Tribol. Int.* 40, 659 – 664.
- [26] Svetlizky, I., Bayart, E., Fineberg, J., 2019. Brittle Fracture Theory Describes the Onset of Frictional Motion. *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 10, 253–273.

- [27] Vakis, A.I., Yastrebov, V.A., Scheibert, J., Nicola, L., Dini, D., Minfray, C., Almqvist, A., Paggi, M., Lee, S., Limbert, G., Molinari, J.F., Anciaux, G., Aghababaei, R., Restrepo, S.E., Papangelo, A., Cammarata, A., Nicolini, P., Putignano, C., Carbone, G., Stupkiewicz, S., Lengiewicz, J., Costagliola, G., Bosia, F., Guarino, R., Pugno, N.M., Müser, M.H., Ciavarella, M., 2018. Modeling and simulation in tribology across scales: An overview. *Tribol. Int.* 125, 169 – 199.
- [28] Watchman, J.B., Cannon, W.R., Matthewson, M.J., 2009. Mechanical properties of ceramics. John Wiley & Sons.
- [29] Yokoi, M., Nakai, M., 1982. A fundamental study on frictional noise .5. the influence of random surface-roughness on frictional noise. *Bull. Jpn. Soc.Mech. Eng.* 25, 827–833.
- [30] Zhang, Y., Yi, J., Liu, T., 2013. Embedded Flexible Force Sensor for In-Situ Tire–Road Interaction Measurements. *IEEE Sens. J.* 13, 1756–1765.

## **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur J. PERRET-LIAUDET

et les rapports de

Mme I. BRUANT  
Maître de Conférences HDR - LEME - Université Paris Nanterre - PSI de Ville d'Avray  
50 rue de Sèvres - 92410 Ville d'Avray

et de

M. L. BAILLET  
Professeur - Université de Grenoble Alpes - ISTerre - CS 40700 - 38058 Grenoble cedex 9

**Madame GREGOIRE Camille**

est autorisée à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale** Mécanique, Energétique, Génie Civil et Acoustique

Fait à Ecully, le 24 février 2021

P/Le directeur de l'E.C.L.  
Le directeur des Etudes



Grégory VIAL







# Résumé

Cette thèse porte sur le contact glissant sec entre deux solides rugueux sous faible charge normale. Le contact statique entre solides rugueux est caractérisé par des micro-contacts discrets entre les aspérités en regard les plus hautes. Lors du glissement, ces micro-contacts laissent place à une dynamique spatio-temporelle complexe impliquant une multitude de micro-impacts entre les aspérités antagonistes. Ces micro-impacts sont à l'origine de nombreux phénomènes macroscopiques, dont la force de frottement, les vibrations des solides et le bruit rayonné dans l'environnement. Cependant, les propriétés individuelles des micro-impacts (comme la force maximale, la position le long de l'interface, la durée) sont complexes à modéliser et à simuler numériquement. Ici, nous développons un patin instrumenté visant à mesurer la position et la composante normale des forces de micro-impact lors d'un glissement contre une surface rugueuse. Il est basé sur un réseau de capteurs piézoélectriques, chacun placé sous une aspérité. Ses caractéristiques dynamiques sont établies expérimentalement et comparées à un modèle éléments finis. Nous validons ensuite ses capacités de mesure en l'utilisant sur une piste portant des caractéristiques topographiques simples et bien définies. Les mesures sont interprétées grâce à un modèle de contact multi-aspérités. Notre patin sera utile dans les études futures pour fournir des informations locales dans une variété de situations tribologiques impliquant des interfaces de glissement rugueuses et sèches.

*Mots-clés : Mesure de force locale ; Bruit de rugosité ; Réseau de capteurs piézoélectriques ; Tribologie ; Contact glissant et rugueux ; Micro-impact ; Modèle de contact multi-aspérité ; Vibrations induites ; Modèle Éléments Finis.*

# Abstract

This thesis addresses the topic of dry sliding contact between two rough solids under low normal load. The static contact between rough solids is characterized by discrete micro-contacts between the most protruding antagonist asperities. During sliding, the aforementioned micro-contacts give way to complex spatio-temporal dynamics involving a multitude of micro-impacts between facing asperities. Such impacts are responsible for many macroscopic phenomena including friction forces, structural vibrations and the resulting noise radiated in the surrounding air. The accurate prediction of micro-impacts properties (maximal force, location along the interface, duration) necessitate sophisticated computational techniques and highly complex models that require experimental validations. We herein develop an instrumented slider aimed at measuring the position and normal component of micro-impact forces arising when sliding against a rough surface. The slider is built around an array of piezoelectric sensors, each placed under a single asperity. Its dynamic characteristics are established experimentally and compared to a finite element model. We then validate its measurement capabilities by sliding it on a track with simple and well-defined topographic features. The measurements are interpreted using a multi-asperity contact model. Our slider will pave the way for future studies by providing local information in a wide variety of tribological situations involving rough and dry sliding interfaces.

*Keywords : Local force measurement ; Roughness noise ; Piezoelectric sensor array ; Tribology ; Sliding rough contact ; Micro-impact ; Multi-asperity contact model ; Induced vibrations ; Finite element model.*