



HAL
open science

Identification de l'aimantation de tôles ferromagnétiques soumises à des champs magnétiques faibles et à de fortes contraintes mécaniques : application à l'immunisation magnétique des sous-marins en boucle fermée

Gireg Chavin-Collin

► **To cite this version:**

Gireg Chavin-Collin. Identification de l'aimantation de tôles ferromagnétiques soumises à des champs magnétiques faibles et à de fortes contraintes mécaniques : application à l'immunisation magnétique des sous-marins en boucle fermée. Energie électrique. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2020. Français. NNT : 2020GRALT092 . tel-03525735

HAL Id: tel-03525735

<https://theses.hal.science/tel-03525735>

Submitted on 14 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Génie Electrique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Chavin-Collin Gireg

Thèse dirigée par **Chadabec Olivier**

Codirigée par **Rouve Laure-Line**

Co-encadrée par **Galopin Nicolas**

Préparée au sein du **Laboratoire de Génie Electrique de Grenoble**
Dans l'**École Doctorale Electrotechnique Electronique Automatique et**
Traitement du Signal

Identification de l'aimantation de tôles ferromagnétiques soumises à des champs magnétiques faibles et à de fortes contraintes mécaniques - Application à l'immunisation magnétique des sous-marins en boucle fermée.

Thèse soutenue publiquement le **28 Janvier 2020**
devant le jury composé de :

M. Didier TRICHET

Professeur à l'Université de Nantes, Président

M. Stéphane CLENET

Professeur à l'ENSAM campus Lille, Rapporteur

M. Frédéric MESSINE

Professeur à l'ENSEEIH, Rapporteur

M. Olivier CHADEBEC

Directeur de recherche au CNRS, Membre

Mme Laure-Line ROUVE

Ingénieur de recherche Grenoble-INP, Membre

M. Didier CAVALLERA

Ingénieur de recherche Naval Group, Membre

M. Hugues HENOCQ

Ingénieur de recherche DGA, Invité

M. Nicolas GALOPIN

Maître de Conférence à l'UGA, Invité



Remerciement

En premier lieu je tiens à remercier les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux qui traitent d'un sujet peu commun doté d'aspects numériques et expérimentaux. En outre, leurs lectures m'ont également guidées vers plusieurs pistes à explorer pour la suite de ces travaux. J'espère vous avoir facilité la lecture de ce manuscrit en étant le plus clair et précis possible.

Je remercie également mes encadrants de thèse : Olivier Chadebec, Laure-Line Rouve et Nicolas Galopin à qui je dois beaucoup que ce soit pour leur disponibilité, leur motivation et leur faculté à transmettre leurs connaissances dans chacun de leur domaine scientifique. J'ai découvert le monde de la recherche avec eux pendant mon stage de fin d'étude, un an plus tard je revenais vers le laboratoire certain de vouloir démarrer une thèse. Merci pour votre confiance et de m'avoir permis de travailler avec vous.

Que ce soit côté laboratoire comme côté entreprise mon encadrement a été idéal. Merci à Didier Cavallera pour tes conseils, ta motivation et toutes les discussions passionnantes autour du domaine du magnétisme du navire. Merci également à Laurent Demilier et Hugues Henocq qui m'ont permis d'avoir une vision en phase avec la réalité opérationnelle de mon sujet.

La partie expérimentale de cette thèse a nécessité une longue préparation et une précision optimale pour l'implantation de capteurs magnétiques. Merci à Florian Dumas et aux membres de l'atelier mécanique pour leurs compétences techniques et leur ingéniosité qui ont permis la mise en œuvre de l'étude expérimentale.

Merci également à Olivier Pinaud pour ses compétences en métrologie, ses connaissances en problème inverse et les discussions partagées dans la salle à café/maté. J'en profite pour remercier les doctorants du laboratoire avec qui j'ai pu échanger sur différents sujets aussi bien techniques que culturels. Je pense en particulier à Lucas, Tamiris, Lyes, Limin, Anh, Arthur, Yoann, Michaël, Helen et bien d'autres... Merci au personnel administratif du laboratoire qui fait tout pour faciliter le bon déroulement des thèses.

Merci à mes amis, à ma famille et à mes parents qui m'ont toujours apporté leur soutien.

Table des matières

TABLE DES MATIERES	5
INTRODUCTION	10
CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART & CONTEXTE INDUSTRIEL	14
I. Magnétisme du navire : généralités et définitions	14
a. Le magnétisme à différentes échelles	14
b. Champs inducteurs et risques magnétiques	16
II. Les grandeurs magnétiques et les hypothèses associées	19
a. Aimantation induite	19
b. Aimantation permanente et magnétoélasticité	19
c. Aimantation d'équilibre ou anhystérique	20
d. Lois de comportement du matériau	20
III. Les techniques de minimisation d'anomalie	21
a. Les traitements magnétiques	21
b. L'immunisation en boucle ouverte	22
c. L'immunisation en boucle fermée	23
IV. L'IBF aujourd'hui	25
a. Etat de l'art à l'étranger	25
b. Validations et travaux antérieurs en France	25
c. Rappel des problématiques opérationnelles actuelles	27
1. Position et nombre de capteurs limités	27
2. Géométries avec encastrement de tôle	27
3. Masse magnétique interne	28
4. Défaillance de capteur	28
V. Objectifs	28

CHAPITRE 2 : UNE NOUVELLE FORMULATION INTEGRALE POUR LES TOLES FERROMAGNETIQUES 31

I. Introduction	31
Rappel sur les méthodes de calcul	31
II. Equation intégrale de la magnétostatique	33
a. Equation intégrale en aimantation	33
b. Rappel sur les fonctions de forme.....	35
c. Etat de l'art des méthodes intégrales volumiques	37
1. Formulation de type « h »	37
2. Formulation de type « b »	39
III. Formulation B de facette en élément mince.....	40
a. Approximation en élément mince	40
b. Construction du système-circuit	42
c. Post-traitement calcul du champ dans l'air	49
IV. Validation numérique du problème direct	53
a. Cas de la sphère creuse	53
b. Cas d'une maquette simple de sous-marin.....	55
c. Conclusion	58

CHAPITRE 3 - LE PROBLEME INVERSE 61

I. Introduction	61
a. Les caractéristiques du problème inverse considéré	61
b. Les outils de résolution	62
c. Génération des mesures non triviales par mesure numérique	63
II. Méthode d'inversion par combinaison linéaire d'aimantations permanentes anhystérétiques.....	66
a. Mise en équation.....	66
b. Validations numériques	69
1. Cas test plaque	69
2. Cas test cylindre creux	73
III. Inversions de la formulation intégrale volumique B de facette.....	78
a. La fonction liant la mesure à la charge	79
b. Résolution en flux globaux	79
Cas test plaque	80
c. Résolution en charges globales	80
d. Résolution en charge de H_c	83

e.	Validation numérique avec pour inconnues les charges de flux Hc	85
1.	Cas test plaque	85
2.	Cas test cylindre creux	87
3.	Cas test maquette simplifiée de sous-marin	91
IV.	Inversion Bayésienne	94
a.	Approche Bayésienne appliquée à l'inversion en charge globale	97
b.	Calcul des matrices de covariance	97
c.	Validations numériques	98
1.	Cas de la plaque	98
2.	Cas du cylindre creux.....	99
V.	Conclusion sur les inversions testées numériquement.....	101
 CHAPITRE 4 – VALIDATIONS EXPERIMENTALES		104
I.	Dispositif expérimental.....	104
a.	Une nouvelle instrumentation du cylindre de mise sous pression.....	105
b.	Caractérisation des magnétomètres pour l'inversion	108
c.	Capteurs de signatures	109
d.	Vérification des signatures et mesures dues aux aimantations induites	112
•	Méthode de mesure directe	112
•	Méthode par demi-différence	112
II.	Validation des inversions avec mesures réelles	121
a.	Scénario de validation.....	121
1.	Scénario 1 : Cas d'une aimantation longitudinale	121
2.	Scénario 2 : Cas d'une aimantation verticale	121
3.	Scénario 3 : Cas d'une aimantation composée.	122
b.	Test de la méthode d'inversion α, β, γ	122
1.	Scénario 1.....	122
2.	Scénario 2.....	123
3.	Scénario 3.....	125
c.	Test de la méthode en charge de Hc	127
1.	Scénario 1.....	127
2.	Scénario 2.....	128
3.	Scénario 3.....	129
d.	Test de la méthode en charge globale avec a priori Bayésien.....	131
1.	Scénario 1.....	131
2.	Scénario 2.....	132
3.	Scénario 3.....	133

III. Bilan sur les différentes inversions magnétiques.....	134
CONCLUSION GENERALE	137
ANNEXES.....	141
Annexe A : Inversions de la formulation intégrale volumique B de facette	141
La fonction liant la mesure à la charge.....	141
Annexe B	142
BIBLIOGRAPHIE GENERALE.....	147

Introduction

L'Immunisation en Boucle Fermée (IBF) est l'un des grands thèmes de la recherche en magnétisme naval, qui préoccupe la plupart des marines dans le monde. Il s'agit d'un système complet permettant au bâtiment d'autoévaluer son risque magnétique et d'asservir des courants d'immunisation en temps réel, le rendant indétectable magnétiquement.

Nous pouvons dater le commencement des travaux sur le magnétisme du navire pendant la seconde guerre mondiale. En effet, la technologie de mine sous-marine à déclenchement magnétique, donc sans contact, se répand, causant de nombreux dommages, notamment auprès de la Marine anglaise en novembre 1939. Pour lutter contre cette menace en France, l'État-Major général demande au CNSRA (Centre National de la Recherche Scientifique Appliquée) de mettre au point des techniques de dragage. Son directeur, Henri Longchambon, confie la mission à un jeune physicien, Louis Néel (Prix Nobel en 1970). Son projet ayant été retenu par la marine, l'État-Major général demande à Louis Néel de se rendre au Centre d'Études de la marine à Toulon où, dès le début 40, il met au point les premiers traitements pour neutraliser partiellement les coques de navires. Louis Néel va travailler très activement à l'équipement de nombreux ports de ses systèmes de neutralisation magnétique, pouvant traiter jusqu'à plusieurs bateaux par jour. A l'Armistice, 120 bâtiments militaires et civils, sur les 500 de la Marine française, ont pu être traités et sauvés. L'efficacité de ce dispositif assure à Louis Néel une grande presse auprès de la marine [Néel].

Après la guerre, Louis Néel s'installe à Grenoble où il continue d'étudier les propriétés ferromagnétiques des matériaux pour répondre aux besoins industriels et en parallèle, il crée en 1949 le Laboratoire du Magnétisme du Navire (LMN) à la demande de la Marine nationale. Louis Néel proposera d'étudier expérimentalement l'immunisation des navires militaires en dimensionnant les boucles nécessaires pour les rendre discrets, à partir de maquettes représentatives, dites treillis, à échelle réduite. Tous les bâtiments de la Marine française y seront mesurés jusqu'en 1990, moment où la modélisation numérique, développée sous l'égide de Jean-Louis Coulomb, permettra de prendre de faire ces dimensionnements avec des logiciels.

L'expertise du LMN s'associe naturellement à celle des constructeurs de bateaux français tel que Naval Group (ex-DCNS), ce qui a donné lieu à de nombreux travaux sur la thématique de recherche, notamment depuis les années 2000. Aujourd'hui, c'est l'Équipe de

Recherche Technologique en Champ Magnétique Faible (ERT-CMF) qui fait suite au LMN au sein du G2elab, créé en 2007. Les moyens expérimentaux de l'ERT-CMF sont notables. En 1993, le laboratoire se dote d'un simulateur de champ magnétique faible de grande dimension (8 m de diamètre sur 26 m de long). De par ses caractéristiques, notamment en terme d'homogénéité sur un grand volume, le LMMCF (Laboratoire de Métrologie Magnétique en Champs Faible) abrite donc un dispositif unique en France permettant d'effectuer des recherches sur les variations d'aimantation de maquette dans un environnement parfaitement contrôlé.

La possibilité d'étudier ces comportements ont permis aux chercheurs de valider leurs codes pour la modélisation des aimantations des navires, tant par la méthode des éléments finis dès 1991 (avec le logiciel FLUX, [Brunotte]) que par la méthode intégrale de volumes à partir des années 2000 (logiciel Locapi Navy, [Chadebec]). Les dernières recherches se sont focalisées sur l'étude de modèles magnétoélastiques, mettant en évidence la relation entre fortes contraintes mécaniques et variation d'aimantation [Viana], et sur l'étude du contrôle en temps réel de la signature de navires, avec l'IBF. L'IBF est le système le plus abouti pour rendre discret magnétiquement un navire à coque ferromagnétique. À notre connaissance, aucune Marine mondiale ne dispose aujourd'hui d'un tel dispositif embarqué.

À travers ce manuscrit de thèse, nous exposerons une étape clé de IBF, qui consiste en l'inversion de l'équation de la magnétostatique pour des coques de navire à l'aide d'outils numériques adaptés. Les premiers algorithmes d'inversion datent des années 2000 avec une première application aux bâtiments de surface [Chadebec]. Une validation du principe d'IBF sur une maquette de sous-marins a été effectuée en 2010 [Vuillermet 2008]. C'est une première mondiale.

Ces travaux ont pour objectif de répondre au besoin opérationnel de l'IBF. Nous proposons alors de faire bénéficier l'inversion magnétique, clé de voûte du processus, des dernières avancées numériques dans le domaine de la modélisation magnétique. En particulier, l'analyse des différentes manières de prédire l'aimantation doit permettre d'isoler la technique la plus adaptée pour l'implantation industrielle et ses contraintes afférentes. D'autre part, nous investiguerons comment, ajouter de l'information a priori, peut permettre d'améliorer les performances des algorithmes d'inversion. Dans notre souci de validation, les méthodes mises au point seront testées numériquement mais aussi expérimentalement, sur maquette représentative, instrumentée au LMMCF.

Ce manuscrit s'organise autour de 4 chapitres principaux.

Le chapitre I est un rappel sur le magnétisme du navire et des différentes grandeurs physiques considérées à travers ce manuscrit. Nous rappellerons également dans cette partie le contexte industriel et l'état de l'art concernant l'IBF.

Le chapitre II portera sur la méthode de résolution du problème magnétostatique direct à l'aide d'une formulation intégrale en éléments minces qui nous permettra de simuler des mesures numériques en adéquation avec les états d'aimantations réels des navires.

Dans le chapitre III, nous étudierons les différentes façons d'aborder le problème avec plusieurs niveaux de complexité pour les modèles proposés et le potentiel ajout d'information a priori. Une première validation numérique sera alors effectuée.

In fine, le chapitre IV détaillera l'étude expérimentale et exposera les résultats des inversions à l'aide de mesures sur maquette.

Nous concluons enfin sur les apports de nos travaux et leurs perspectives.

Chapitre 1 : Etat de l'art & contexte industriel

I. Magnétisme du navire : généralités et définitions

a. Le magnétisme à différentes échelles

Certains atomes dont le fer sont porteurs d'un moment magnétique propre qui est dû à leur structure électronique. Dans les matériaux ferromagnétiques, un équilibre d'interaction d'échange entre ces moments oriente préférentiellement les moments magnétiques de chacun des atomes dans la même direction. Ces zones où les moments magnétiques sont tous alignés et dans la même direction, et où l'aimantation est uniforme sont dénommés domaines magnétiques ou domaines de Weiss. La minimisation de l'énergie magnétostatique conduit le matériau à se scinder en domaines dont la direction principale des moments varie. Ces domaines sont séparés par des parois appelées parois de Bloch, à l'intérieur desquelles l'aimantation tourne pour passer d'une direction à une autre. La structure en domaine peut être très complexe. Dans un cristal cubique anisotrope, la majorité des parois sont à 180° (l'aimantation entre domaines adjacents est opposée) ou à 90° (orientation perpendiculaire), comme représenté schématiquement en Figure I.1.

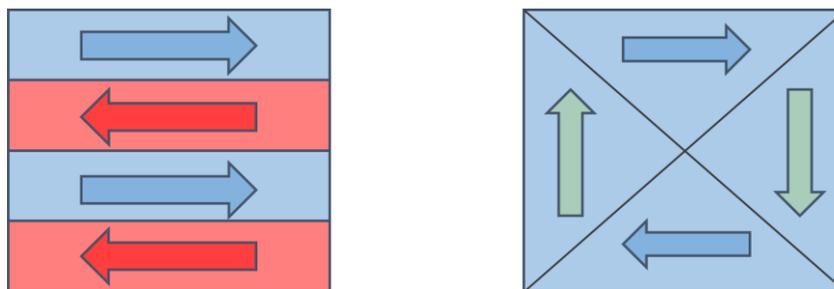


Figure I.1 : Représentation schématique des types de parois- A gauche : à 180° , à droite : à 90°

Les domaines se regroupent encore en grains où chaque grain peut correspondre à des orientations d'aimantations qui dépendent de la texture, des inclusions magnétiques et de la forme de l'échantillon.

Sous l'influence d'un champ magnétique externe, les domaines vont évoluer de différentes manières selon l'amplitude du champ inducteur. Pour un champ magnétique faible,

les parois de Bloch vont se déplacer de manière réversible. En effet, le matériau reviendra dans son état initial si le champ inducteur disparaît. Pour un champ magnétique suffisamment fort, le déplacement des parois est irréversible. En annulant le champ, l'aimantation va revenir à un point d'équilibre différent de l'équilibre initial. Un champ magnétique suffisamment intense mène à la saturation du matériau qui est un état où la totalité du matériau est uniformément aimantée dans l'alignement du champ inducteur (Figure I.2).

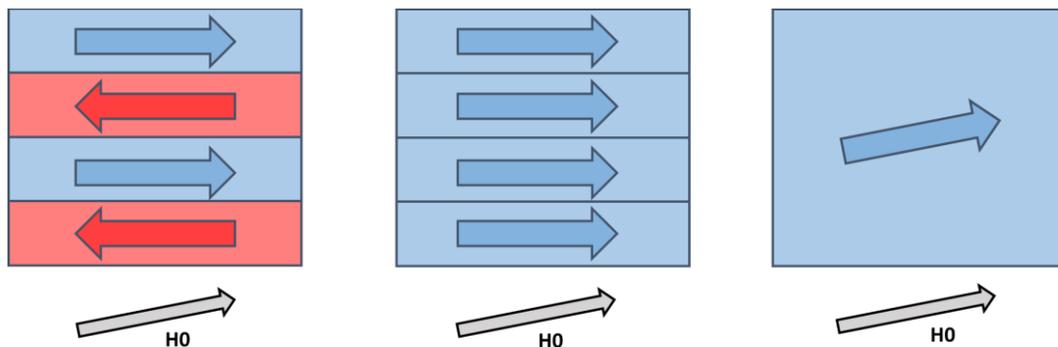


Figure I.2 : Représentation schématique de la modification des domaines de Weiss soumis à un champ inducteur H_0 intermédiaire (milieu) et fort (droite). À gauche : état désaimanté

A partir de cet état saturé, pour remettre le matériau dans son état initial désaimanté, il est possible d'employer un cyclage magnétique ou un traitement thermique. Nous verrons dans notre application, les conditions nécessaires pour effectuer un traitement magnétique efficace.

La loi reliant le champ appliqué au matériau et son aimantation macroscopique est complexe du fait de ces phénomènes irréversibles d'aimantations. Cette loi est décrite par un cycle hystérésis. Lorsque le champ appliqué dans une direction permet d'atteindre la saturation, le cycle obtenu par application successive de ce champ dans un sens puis dans l'autre est le cycle majeur. Tout état magnétique correspond à un couple magnétique (\mathbf{M} , \mathbf{H}) inscrit dans ce cycle (Figure I.3). Cet état magnétique est lié à l'histoire magnétique du matériau.

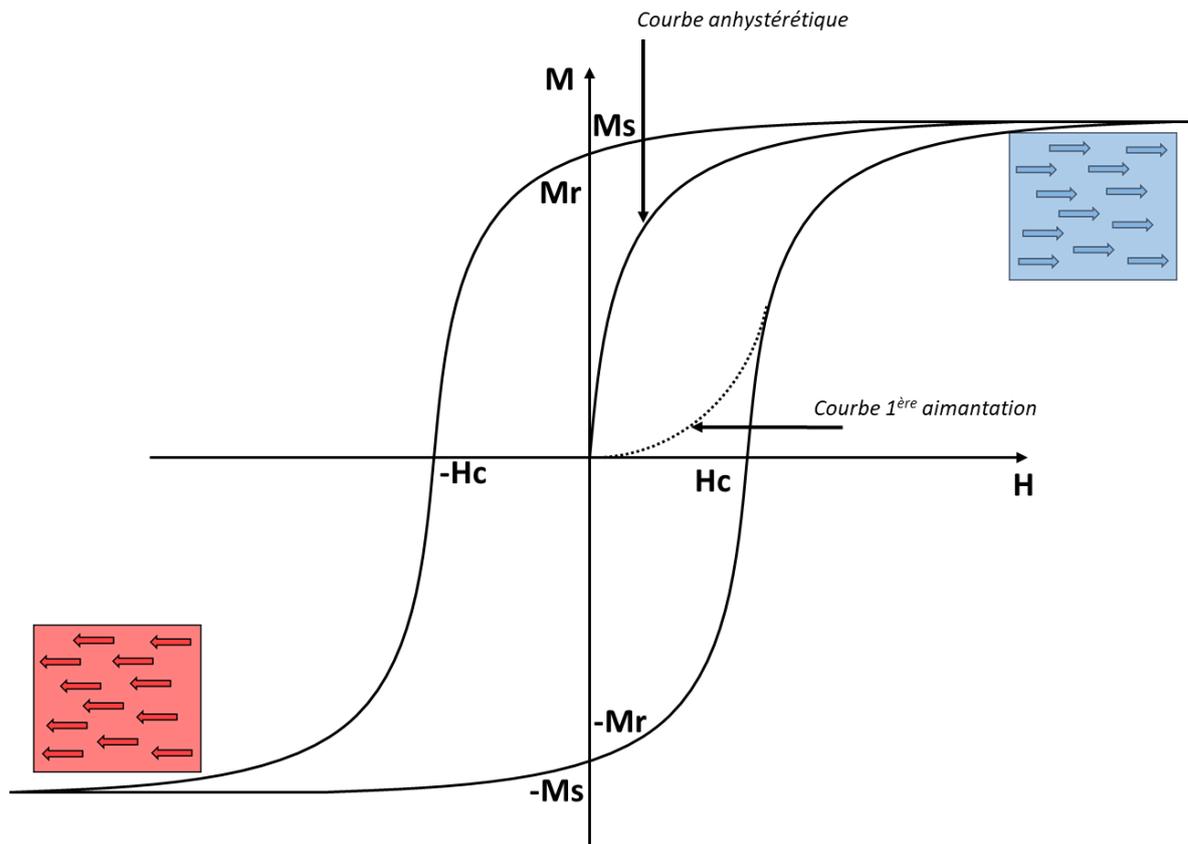


Figure I.3 : Cycle d'hystérésis majeur $M(H)$ d'un matériau ferromagnétique

Ce cycle majeur présente les points particuliers suivants :

- M_r correspond à l'aimantation rémanente (A/m). Il s'agit de l'aimantation du matériau lorsque son champ interne est nul.
- H_c Correspond au champ coercitif du matériau (A/m). Le champ coercitif d'un matériau ferromagnétique désigne l'intensité du champ magnétique qu'il est nécessaire d'appliquer, à un matériau ayant initialement atteint son aimantation à saturation, pour annuler l'aimantation du matériau.
- M_s correspond à l'aimantation à saturation du matériau (A/m).

b. Champs inducteurs et risques magnétiques

Le noyau terrestre est composé principalement de fer en fusion dont les mouvements de convection sont à l'origine du magnétisme terrestre qui nous sert de référence dans de nombreuses applications notamment pour la géolocalisation.

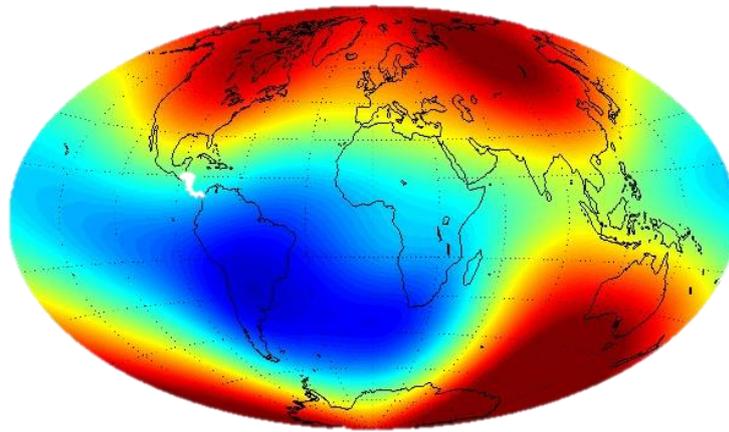


Figure I.4 : Mesure du champ magnétique principal à la surface de la Terre en juin 2014, à partir des données du satellite SWARM (CHAOS-6 Geomagnetic Field Model). Les zones rouges représentent les parties du globe où le champ magnétique est le plus fort, tandis que les bleues indique les zones où il est le plus faible

Ce champ magnétique faible de l'ordre de $40 \mu\text{T}$ varie en amplitude et en direction à la surface du globe (Figure I.4) et aimante les matériaux ferromagnétiques. Cette aimantation produit à son tour un champ magnétique, qui apparaît donc comme une modification du champ magnétique terrestre local et peut rendre fortement détectable un objet isolé tel un navire ou un sous-marin situé au milieu de l'océan. En effet, pour des raisons de coût et de performance, les navires sont principalement composés d'acier, matériau ferromagnétique, et créent autour d'eux une anomalie magnétique les rendant fortement indiscrets (Figure I.5).

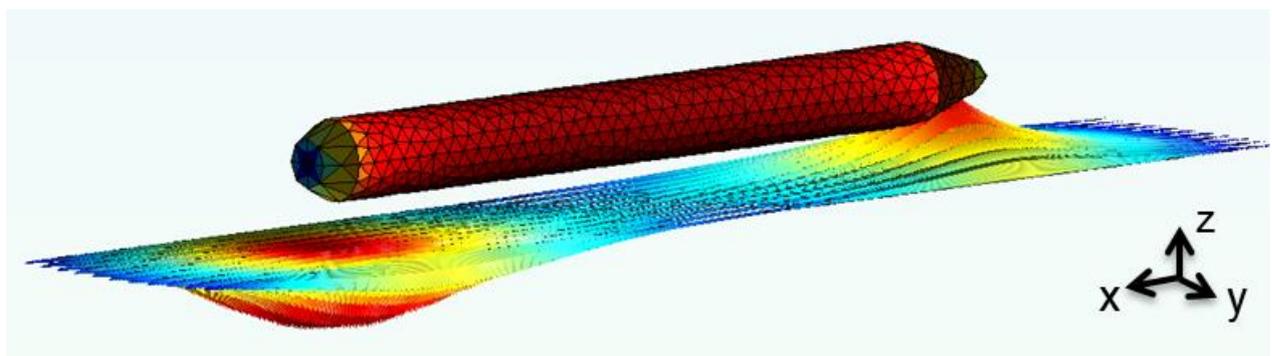


Figure I.5 : Exemple d'anomalie magnétique d'une maquette de sous-marin générée par un champ longitudinal

Dans le domaine du magnétisme du navire, deux risques majeurs peuvent être considérés. Le premier est celui d'être repéré par moyen aéroporté avec un détecteur d'anomalie

magnétique (Magnetic Anomaly Detection: MAD). En France, ce dispositif est embarqué dans les avions de patrouille maritime ALT2 (Figure I.6), dans des missions de lutte anti sous-marine. Ce type de dispositif est efficace à condition de respecter certaines distances de portées et c'est l'unique moyen de détecter un sous-marin posé sur le lit marin, systèmes actifs éteints. Nous considérons par la suite des signatures que l'on nommera signature « MAD », comme correspondantes à une distance de mesure arbitrairement éloignée des dispositifs étudiés.



Figure I.6 : Avion de type ATL2 spécifique à la lutte anti sous-marine en France. (Source Wikipédia)

Le second risque est celui d'activer la mise à feu d'une mine marine (Figure I.7) entraînant la compromission de sa mission, voire la détérioration ou la destruction du navire. Dans ce rapport, la signature « mine » sera évoquée pour confronter les résultats de notre algorithme de prédiction d'anomalie pour des mesures proches sous quille.



Figure I.7 : Représentation du risque mine à déclenchement magnétique (source Naval Group)

Nous comprenons donc qu'il est impératif de maîtriser le risque magnétique à plusieurs échelles de distances de la coque. Notons que les technologies de détection évoluent

continuellement ainsi, il est important de maintenir une recherche active sur les technologies de discrétion magnétique.

II. Les grandeurs magnétiques et les hypothèses associées

a. Aimantation induite

Il s'agit de la réaction directe du matériau ferromagnétique soumis à une source de champ magnétique externe faible devant son champ coercitif, et qui varie de manière réversible. Nous considérons comme première hypothèse de simplifier la loi de Rayleigh permettant de décrire les variations d'aimantation réversibles par une loi linéaire. Dans notre domaine d'étude la perméabilité réversible de l'acier marine μ_r , associée est de l'ordre d'une centaine. Ainsi, l'aimantation induite dépendra uniquement du cap et de la position du navire sur le globe. D'un point de vue calculatoire, cet état est déterministe et peut être calculé numériquement, une fois la géométrie et la perméabilité réversible connues.

$$\mathbf{M} = \chi_{rev} \mathbf{H} \quad (\text{I.1})$$

$$\chi_{rev} = \mu_{rev} - 1 \quad (\text{I.2})$$

D'un point de vue expérimental, la mesure de la signature due à l'aimantation induite permet de caractériser la perméabilité réversible du navire en la comparant à une modélisation numérique. Un protocole particulier doit être suivi pour tenir compte des lois de Rayleigh. Cette partie sera explicitée dans le chapitre traitant la validation expérimentale.

b. Aimantation permanente et magnétoélasticité

Lorsque le champ interne d'un matériau est nul, il acquiert une aimantation rémanente \mathbf{M}_{rem} . Notons que du fait de son propre champ démagnétisant, qui est le champ produit par l'aimantation à l'intérieur de la matière, le champ interne n'est généralement pas homogène et qu'en conséquence cet état n'est pas accessible par la mesure. Expérimentalement, on caractérise l'état d'aimantation permanente \mathbf{M}_{perm} en plaçant le dispositif étudié dans un champ inducteur magnétique nul et en mesurant la signature.

L'aimantation permanente, comme nous l'avons déjà mentionné, est une conséquence des sollicitations auxquelles le matériau magnétique a été soumis dans son passé. En effet, les contraintes thermiques ou mécaniques appliquées sur le matériau à partir d'un état donné vont modifier la configuration en domaines de Weiss et lui conférer un état magnétique différent.

Dans notre cas, à partir d'un état magnétique donné et sous champ inducteur \mathbf{H}_0 donné nous allons nous intéresser à l'effet Villari, qui correspond à la modification de l'aimantation en fonction d'une contrainte mécanique. Cet effet peut impacter notablement la signature d'un bâtiment notamment un sous-marin lorsqu'il plonge. Il est possible de calculer et de mesurer les contraintes exercées. Ainsi un modèle de magnéto-élasticité suffisamment précis pourrait permettre de prédire les variations d'aimantation occasionnées par l'effet de ces contraintes. Dans la littérature [Naus 2011; Sablik and Jiles 1993], des modèles de magnéto-élasticité en champ faible sous contraintes fortes sont proposés, mais leur caractérisation expérimentale ainsi que leur validation est un champ de recherche exploratoire et leur implantation dans un logiciel de calcul numérique également. En 2010 [Viana], A. Viana élabore une loi analytique vectorielle d'évolution de l'aimantation dans un cylindre en fonction de la pression à partir du modèle de Jiles-Atherton. Nous verrons par la suite comment il est possible d'élaborer un modèle reliant la perméabilité magnétique du matériau à l'aimantation de celui-ci.

c. Aimantation d'équilibre ou anhystérétique

Différents travaux dont [Viana] ont montré que sous une contrainte mécanique, le matériau va magnétiquement évoluer, et que dans le domaine des champs magnétiques faibles si la contrainte est suffisamment forte l'aimantation migre vers l'état anhystérétique sous le champ et la contrainte correspondants. Sous l'effet des contraintes, les domaines magnétiques vont se réorienter pour atteindre une stabilité énergétique.

Les mesures d'induction anhystérétique sous contrainte nulle ont permis de déterminer μ_a . Pour les alliages d'acier utilisés dans le domaine de la construction navale, la valeur typique de μ_a est de l'ordre 1000. Notons que dans le cadre de l'étude en champ magnétique faible, cette loi du matériau est considérée linéaire.

$$\mathbf{M} = \chi_a \mathbf{H} \quad (\text{I.3})$$

$$\chi_a = \mu_a - 1 \quad (\text{I.4})$$

d. Lois de comportement du matériau

La loi d'aimantation du matériau peut donc être modélisée suivant :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{rem} + \chi_r \mathbf{H} \quad (\text{I.5})$$

Où l'on considère qu'autour d'un rémanent donné, souvent inconnu, les variations d'aimantation occasionnées par la variation du champ local correspondent à des variations d'aimantation réversible.

Nous pouvons également décrire l'état du matériau par le biais d'autres grandeurs tel que l'induction \mathbf{B} magnétique, le champ coercitif H_c et la perméabilité réversible μ_r (ν_r étant la réductivité réversible) :

$$\mathbf{H} = \nu_{rev} \mathbf{B} - H_c \quad (I.6)$$

$$\nu_{rev} = \frac{1}{\mu_{rev}} \quad (I.7)$$

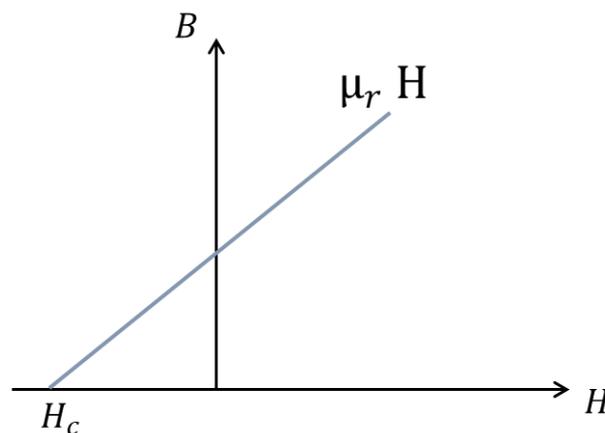


Figure I.8 : Loi $B(H)$ de comportement du matériau en champ faible

III. Les techniques de minimisation d'anomalie

a. Les traitements magnétiques

Le traitement magnétique consiste à placer le navire dans un état magnétique contrôlé afin de minimiser l'anomalie magnétique dans une zone d'opération donnée. Il est envisageable de désaimanter le bâtiment en lui appliquant un champ magnétique contrôlé décroissant (cyclage) dans un champ statique nul ou de lui conférer un état d'aimantation maîtrisé non nul en opérant sous un champ statique donné (dit champ de polarisation).

L'objectif est de minimiser les aimantations permanentes longitudinales et transversales et d'opposer l'aimantation verticale permanente à l'aimantation verticale induite localement. Cette méthode ne permet pas d'agir sur les aimantations induites longitudinales et transversales et n'est valable que pour la zone locale visée en ce qui concerne l'aimantation verticale.

Pour créer ces champs imposés autour d'un navire, il faut un système composé de boucles de courant suffisamment grandes pour y faire entrer un navire de cent mètres de long et de quinze mètres de haut. Il est aussi possible d'utiliser des dispositifs amovibles qu'il est nécessaire d'installer autour de la coque du bateau. Les coûts relatifs et la durée d'immobilisation du bateau ne sont pas les mêmes pour ces 2 systèmes (Figure I.9).



Figure I.9 : Dispositifs de traitement magnétique fixe (à gauche) et amovible (à droite), (Source Wikipédia)

b. L'immunisation en boucle ouverte

L'immunisation consiste à déterminer un jeu de courants contrôlé à injecter sur un ensemble de boucles réparties judicieusement dans le bâtiment pour compenser l'anomalie produite par ce dernier (Figure I.10). Il permet donc de compenser le champ généré par l'aimantation induite et permanente du bateau le jour du réglage. Pour obtenir ces ensembles de courants, le navire doit, en général, faire une série de mesures suivant différents caps, au-dessus de capteurs magnétiques immergés de polygones de mesure dédiés.

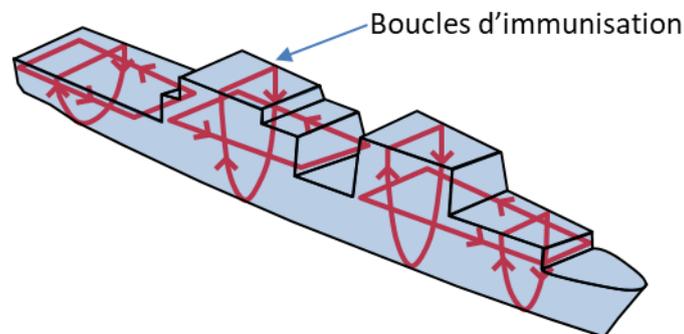


Figure I.10 : Dispositif de boucles de courant permettant de créer le champ d'immunisation magnétique

Il est impératif de bien connaître le champ magnétique inducteur H_0 lors de la navigation pour opérer le réglage du courant dans les boucles et compenser l'aimantation induite. Pour les navires de surface, le champ magnétique terrestre vu par le navire peut être obtenu par mesure à l'aide d'un magnétomètre situé dans la mâture ou par un modèle numérique utilisant la position géographique du navire et un modèle du champ terrestre. Cette dernière solution est nécessaire dans le cas des sous-marins.

L'utilisation de boucles d'immunisation est plus efficace que le traitement magnétique car elle permet de prendre en compte les variations d'aimantations induites du navire en temps réel, car le système est asservi au champ terrestre et au cap. Cependant, ce système n'est efficace que dans l'hypothèse d'une aimantation permanente stable. Il est donc régulièrement nécessaire de vérifier ou même de réinitialiser périodiquement les réglages des installations, ne serait-ce que pour vérifier que le système d'immunisation est toujours performant. Ceci entraîne une immobilisation et des coûts de maintenance opérationnels importants.

c. L'immunisation en boucle fermée

Le principe du système d'immunisation en boucle fermée est un système capable de définir des courants d'immunisation pour les variations d'aimantation non seulement induites mais également permanentes de façon continue.

L'approche principale repose sur l'idée que s'il n'est pas possible de déterminer la variation de l'aimantation permanente, elle peut être mesurée par un réseau de capteurs embarqués. La difficulté du système de l'immunisation en boucle fermée consistera à prédire le champ magnétique à l'extérieur d'un navire à partir de mesures du champ magnétique effectuées à l'intérieur de celui-ci.

On peut décomposer le principe de l'IBF en plusieurs étapes (Figure I.11).

La première étape consiste à calibrer et répartir des capteurs à l'intérieur de la coque. A partir de ces mesures, il faut procéder à l'inversion d'un modèle numérique pour identifier un état d'aimantation correspondant. Il est ensuite possible de déterminer la signature de cet état magnétique en calculant le champ généré à l'extérieur du bâtiment. Pour finir, connaissant les effets de boucles, un réglage adéquat des courants d'immunisation permet d'atténuer la signature.

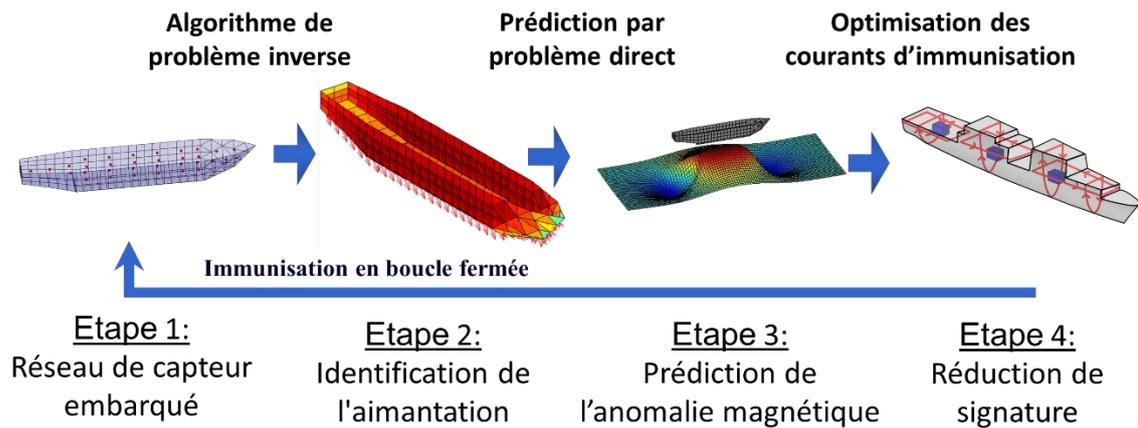


Figure I.11 : Les différentes étapes de l'IBF

Il est évident que l'étape clé du processus réside dans la détermination précise de l'aimantation, à savoir la résolution performante d'un problème inverse basé sur un modèle numérique, remontant aux causes en ayant connaissance des conséquences.

Naval Group s'efforce depuis plus de 15 ans d'obtenir un modèle inverse très efficace, suffisamment bien posé pour estimer les variations d'aimantation avec un minimum de mesures [Vuillermet 2008], [Chadebec]. Aujourd'hui, de nouveaux outils de modélisation permettent d'être plus proche de la physique et de mieux poser le problème inverse à résoudre.

IV. L'IBF aujourd'hui

a. Etat de l'art à l'étranger

Nous trouvons dans la littérature quelques articles traitant d'algorithme d'identification d'aimantation par problème inverse pour des coques de bateau, qui est une opération cruciale pour l'immunisation en boucle en fermée. La plupart des travaux [Chadebec] reprennent ceux effectués par l'ERT-CMF du G2Elab, qui consistent en l'identification de l'aimantation à l'aide d'un problème inverse. Le système a également été formulé pour identifier le potentiel scalaire réduit mais [Vuillermet 2008] ces différentes approches peuvent être imprécises selon la disposition des capteurs autour de la coque.

Une autre manière d'inverser le problème est de formuler un problème d'optimisation [Yang et al. 2008],[Bruckner et al. 2016] permettant de déterminer des charges ou dipôles équivalents localisés sur le maillage de la coque à partir de mesures.

Ces méthodes trouvées dans la littérature ont été validées pour des mesures magnétiques effectuées par des capteurs loin de la coque mais il n'existe pas de travaux qui valident l'inversion avec des mesures proches à l'intérieur du navire.

b. Validations et travaux antérieurs en France

Le projet de thèse dans lequel s'inscrit ce manuscrit donne suite à deux travaux en particulier :

- Le principe de l'IBF a été validé avec une centaine de capteurs magnétiques disposés sur une maquette de sous-marin double coque ([Vuillermet 2008],Figure I.12).

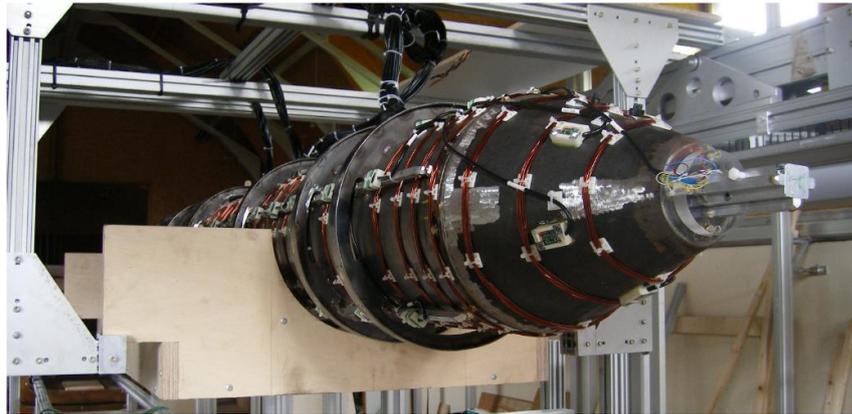


Figure I.12 : Maquette de sous-marin utilisé pour valider l'IBF, les capteurs et les boucles d'immunisation sont placées sur la coque interne (ici la coque externe a été retirée)

Aujourd'hui l'enjeu d'industrialisation du procédé met en évidence les limites de cette validation qui nécessite un trop grand nombre de capteurs, dont le placement est dépendant du maillage retenu. En outre, de nouveaux outils numériques développés au G2Elab [Van] que l'on doit adapter pour le cas des tôles minces (décrites par des éléments surfaciques), permettent d'envisager la mise en œuvre d'un problème inverse reposant sur un problème direct mieux écrit et permettant de s'affranchir des contraintes de maillage. Ces travaux seront détaillés par la suite.

- Une étude phénoménologique de l'effet Villari a mis en évidence des modèles analytiques qui relient l'aimantation et les contraintes mécaniques [Viana]. La caractérisation de la variation d'aimantation en fonction de la contrainte a été effectuée par problème inverse. Cette étude a nécessité un montage expérimental composé d'un cylindre ferromagnétique creux relié à une pompe permettant de pressuriser la structure en interne jusqu'à 100 bar (Figure I.13). L'assemblage mécanique permet de laisser libre les bords du cylindre rendant la contrainte mécanique uniforme et homogène.

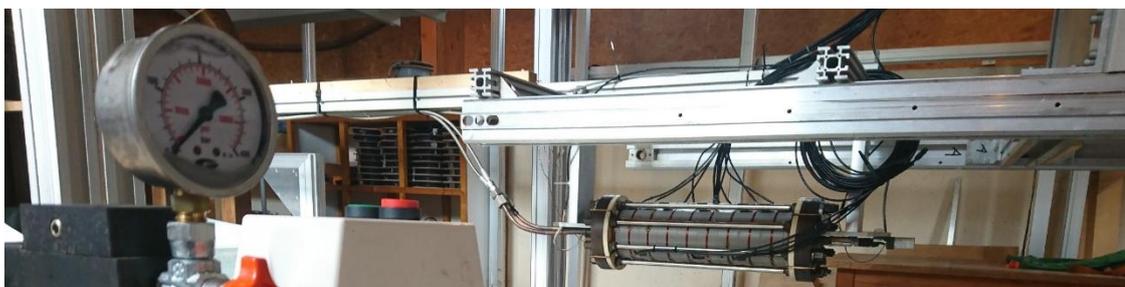


Figure I.13 : Dispositif de mise sous pression du cylindre ferromagnétique creux

Ces deux thèses sont des étapes importantes.

La première est une confirmation que l'IBF peut être mise en place mais qu'elle nécessite beaucoup d'informations magnétiques (de mesures). Deuxièmement, il ressort à travers la thèse d'Antoine Viana la possibilité d'intégrer une information supplémentaire quant aux variations d'aimantation occasionnées par les contraintes mécaniques exercées sur une coque. Cette information a priori doit pouvoir être injectée pour aider l'algorithme à mieux converger vers une solution physique d'aimantation.

Ainsi, il semble envisageable de réduire le nombre de capteur et d'apporter un autre source d'information d'origine mécanique afin de prédire la signature. Nous allons voir comment mettre en place cette information. Au préalable une mise à jour de la modélisation magnétique est nécessaire.

c. Rappel des problématiques opérationnelles actuelles

1. Position et nombre de capteurs limités

Le choix est fait de ne pas optimiser la position des capteurs à bord. En effet, d'une complexité sans équivalent, la conception d'un sous-marin ne permet pas d'être contrainte par la position de capteurs. Nous devons donc nous placer dans la configuration où le nombre et l'emplacement des capteurs à bord n'est pas choisie et peut correspondre à des zones où la mesure n'est pas représentative de l'état d'aimantation (proche d'une masse magnétique par exemple). Il peut également manquer des informations magnétiques sur une partie de la structure si aucun capteur ne peut y être placé.

2. Géométries avec encastrement de tôle

Un sous-marin est composé de deux coques concentriques. La coque externe, permet d'intégrer les ballasts, compartiments qui vont se remplir d'eau afin de permettre la plongée et se vider pour remonter. La coque interne plus épaisse subit toutes les contraintes de pression de l'eau. Des encastremets de tôle ou renforts, permettent de lier les deux coques et également de maintenir la rigidité de la structure. Ces renforts d'épaisseurs non négligeables peuvent selon la direction du champ inducteur s'aimanter et, pour certaines configurations, contribuer à la signature magnétique du bâtiment. Il faudra donc étudier comment prendre en compte ces éléments.

3. Masse magnétique interne

Il a été constaté que la coque participe principalement à la signature magnétique du bateau. Dans ce type de construction, la position de chaque élément interne est optimisée pour répondre à des exigences de compacité. Les pièces comme les moteurs et les convertisseurs de puissance installés à bord sont des sources de champ magnétique fort et très local, nous les nommerons les masses internes. Selon le placement des capteurs magnétiques embarqués, il faudra prendre en compte la présence de ces masses internes à proximité de la mesure, dont la contribution vient s'ajouter à celle de la coque.

4. Défaillance de capteur

Caractérisés puis testés en laboratoire, il arrive que les capteurs puissent avoir un dysfonctionnement. En outre, leur durée de vie n'est pas illimitée. Il faut alors envisager d'avoir un réseau de capteurs restreints, correspondant à un mode dégradé de fonctionnement du système.

V. Objectifs

La mise en place de l'IBF sur navire réel fait apparaître de nouvelles problématiques qui nécessitent une refonte du modèle magnétostatique utilisé lors de la validation du principe en 2008. La restriction du nombre de capteurs et l'emplacement imposé de ces derniers dans des zones plus ou moins représentatives de l'état magnétique du navire poussent à repenser l'algorithme d'inversion.

A partir du nouveau modèle magnétostatique direct présenté au chapitre II, plusieurs techniques s'offrent à nous pour mettre en place un problème inverse avec différents degrés de complexité. Le chapitre III, exposera le principe et les résultats des différentes inversions.



Figure I.14 : Cylindre creux utilisé pour les travaux de la thèse

La validation expérimentale des inversions magnétiques sera effectuée à l'aide du cylindre creux précédemment présenté (Figure I.14) pourvu d'une nouvelle instrumentation se rapprochant considérablement de l'enjeu industriel. Nous exposerons le montage et les résultats expérimentaux au chapitre IV.

Chapitre 2 : Une nouvelle formulation intégrale pour les tôles ferromagnétiques

I. Introduction

Les observations des phénomènes physiques conduisent à formuler des hypothèses et à mettre en place des équations qui constituent un modèle du système observé. La définition de lois mathématiques et de paramètres d'entrée permet alors de résoudre un problème direct, et ainsi de calculer les conséquences à partir de causes bien identifiées. Dans notre cas, le problème direct permet de calculer l'aimantation réversible d'un matériau magnétique lorsqu'il est soumis à un champ inducteur. Les paramètres d'entrée du problème sont la géométrie, les lois comportementales des matériaux magnétiques et les valeurs spatiales du champ inducteur. Après résolution du problème direct, il est possible de déterminer les grandeurs magnétiques dans le matériau telle que l'aimantation \mathbf{M} et l'induction magnétique \mathbf{B} en tout point de l'espace.

Ce chapitre est une présentation du problème direct magnétostatique que nous allons résoudre, des équations associées et des méthodes numériques permettant la résolution de celui-ci. Ce problème peut être résolu de différentes manières. La méthode numérique la plus répandue est la méthode des éléments finis, nous verrons que dans notre cas elle peut être substituée par une résolution par intégrale de volume. Cette approche peut être en effet plus précise et mieux adaptée à la mise en place d'un problème inverse. Dans ce chapitre, nous présenterons les différentes manières de mettre en place une formulation intégrale et les outils numériques qui permettent d'améliorer la précision et les performances de cette méthode de calcul. Les spécificités topologiques et physiques de notre problème ainsi que les hypothèses simplificatrices associées seront également exposées. In fine, nous présenterons les performances de la méthode intégrale choisie avec différents cas de validation.

Rappel sur les méthodes de calcul

L'utilisation de la méthode des éléments finis (FEM, Finite Element Method) pour résoudre les équations de Maxwell est très répandue depuis les années 80, la plupart des logiciels permettant de résoudre les problèmes magnétiques étant basés sur cette approche numérique. La FEM permet de projeter un problème et ses équations sur un domaine discrétisé appelé maillage. Une des spécificités de la méthode des éléments finis est qu'il s'agit d'une

méthode numérique à interactions dites locales entre éléments. En effet, via les équations, chaque élément n'interagit qu'avec les éléments directement en contact avec lui-même. La matrice du système final obtenue est donc creuse (elle contient beaucoup d'éléments nuls) ce qui est un avantage en terme de ressources de mémoire et de temps d'intégration. Cependant, cette méthode nécessite de mailler l'intégralité du domaine étudié, donc l'air pour le calcul du champ externe. Il faut ainsi veiller à respecter une bonne qualité de maillage dans la zone de calcul afin de ne pas introduire de bruit numérique. Ceci est particulièrement crucial pour notre application où les champs, dont le niveau est très faible, doivent être calculés loin de l'objet d'étude. Ceci induit de fortes contraintes sur le maillage pour l'application de la FEM à notre problème. Un autre point ne prêche pas en la faveur des éléments finis. Il faut garder à l'esprit qu'au-delà du problème direct, c'est la résolution du problème inverse qui est l'objectif de ce travail. Or, dans le contexte de la FEM, les interactions locales (c'est-à-dire de proche en proche) conduisent à une relation sources / champ dans l'air non explicite. Rappelons que c'est cette relation que nous voulons inverser et ce caractère non explicite est une difficulté. Une approche alternative développée depuis plusieurs années dans notre groupe consiste à résoudre le problème direct magnétostatique par Méthode Intégrale Volumique (MIV).

A la différence de la méthode des éléments finis, la MIV prend en compte l'interaction à distance entre éléments, on parle de méthode globale. En effet contrairement à la méthode des éléments finis dont les interactions entre éléments n'ont qu'une portée locale, les méthodes intégrales prennent en compte les interactions à distance entre tous les éléments. Les liens entre les sources et leurs effets sont directs et explicites ce qui est avantageux en vue du problème inverse. Cette méthode ne nécessite que le maillage des matériaux "actifs", c'est-à-dire que les régions contenant de l'air ne sont pas maillées. Ainsi, la problématique du bruit numérique loin des sources disparaît. Néanmoins, la prise en compte de toutes ces interactions se traduit matriciellement par la construction de matrices pleines rendant numériquement lourde la résolution. C'est le principal désavantage de la MIV. Néanmoins, la mise en application d'algorithmes de compression matricielle permet aujourd'hui aux méthodes intégrales volumiques d'être compétitives en terme de performance face aux éléments finis [Siau; Rubeck].

Notons que le problème magnétostatique que nous traitons pourrait également être résolu avec la méthode intégrale de frontière (BEM, Boundary Element Method) [Krähenbühl]. Cependant, dans le cas des structures complexes telles que les navires qui sont constitués de nombreux ponts et cloisons et donc de zones d'aire indépendantes les unes des autres,

l'utilisation de la méthode BEM demeure complexe à mettre en œuvre. L'approche intégrale volumique plus générale et plus robuste dans son implémentation apparaît plus appropriée dans notre application.

Que ce soit pour les méthodes intégrales ou éléments finis, les problèmes composés de tôles nécessitent un maillage volumique explosif car il faut mailler l'épaisseur de la coque en respectant la régularité des éléments volumiques. Pour éviter cette difficulté, nous utiliserons l'approximation de l'élément mince et l'appliquerons à une méthode intégrale volumique [Van] pour obtenir un maillage composé uniquement d'éléments surfaciques. Cette approche permettra ainsi de conserver des maillages légers.

II. Equation intégrale de la magnéto-statique

a. Equation intégrale en aimantation

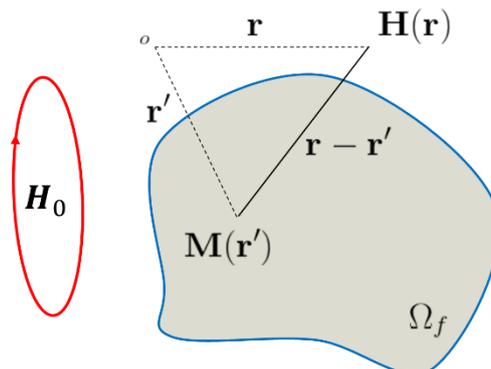


Figure II. 1: Représentation schématique du domaine étudié

Considérons un problème magnétique composé d'une région ferromagnétique non conductrice de perméabilité μ et d'un champ inducteur statique \mathbf{H}_0 , Figure II. 1. Les équations de Maxwell permettant de résoudre les problèmes magnéto-statiques en régime stationnaire sont:

→ L'équation de Maxwell en flux magnétique :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Où $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ est l'induction magnétique. \mathbf{B} est à divergence nulle, donc il dérive d'un potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II.2})$$

→ L'équation de Maxwell-Ampère :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (\text{II.3})$$

Où \mathbf{H} (A/m) le champ magnétique et \mathbf{j} (A/m²) la densité de courant. Si (II.3) est nulle (pas de courant), alors \mathbf{H} dérive d'un potentiel scalaire ϕ (A) :

$$\mathbf{H} = -\nabla\phi \quad (\text{II.4})$$

Pour un domaine ferromagnétique Ω_f , nous pouvons écrire le champ total comme la somme du champ inducteur et du champ démagnétisant \mathbf{H}_{red} dû à l'aimantation \mathbf{M} , réaction du matériau à \mathbf{H}_0 . \mathbf{H}_{red} dérive d'un potentiel scalaire magnétique réduit noté φ_{red} . Nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\text{red}}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) - \nabla\varphi_{\text{red}}(\mathbf{r}) \quad (\text{II.5})$$

Dans notre cas, le champs magnétique inducteur est faible et l'élément ferromagnétique suit une loi de comportement magnétique linéaire réversible. Supposons que le matériau possède un champ coercitif nul ($\mathbf{H}_c = 0$), c'est-à-dire aucune aimantation rémanente. Nous avons :

$$\mathbf{M} = (\mu_r - 1)\mathbf{H} = \chi \mathbf{H} \quad (\text{II.6})$$

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (\text{II.7})$$

Les équations de base en aimantation permettent d'exprimer φ_{red} [Durand 1968] :

$$\varphi_{\text{red}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \mathbf{M} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\Omega_f = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \frac{\mathbf{M} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f \quad (\text{II.8})$$

Où \mathbf{r} indique la position du point où le potentiel est exprimé dans le repère choisis et \mathbf{r}' celle du point d'intégration. Les équations (II.6) et (II.7) combinées à l'expression intégrale de φ_{red} permettent d'obtenir l'équation intégrale de la magnétostatique avec \mathbf{M} comme variable d'état :

$$\frac{\mathbf{M}}{\chi} + \frac{1}{4\pi} \nabla \int_{\Omega_f} \frac{\mathbf{M} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f = \mathbf{H}_0 \quad (\text{II.9})$$

Cette expression fait apparaître le gradient de la fonction de Green 1/r. Le moyen le plus simple et le plus connu pour résoudre l'équation intégrale précédente est la Méthode des Moments Magnétiques (MMM). L'aimantation est alors un vecteur considéré uniforme par élément (fonctions interpolantes vectorielles d'ordre 0), le nombre d'inconnues est donc 3Ne (Ne étant le nombre d'éléments du maillage) [Chadebec et al. 2006]. L'équation (II.9) est écrite

sur un ensemble de points discrets du domaine Ω_f , cette technique s'appelle l'approche par collocation. Les points de collocations choisis pour la MMM sont les barycentres des éléments « e ».

Des précautions particulières doivent être prises pour intégrer avec précision le gradient de la fonction de Green dans (II.9) qui devient singulière quand r tend vers 0. La référence [Chadebec et al. 2006] propose une solution pour lever cette singularité. L'approche consiste à transformer l'intégrale volumique en intégrale surfacique de sorte que les points de collocation et d'intégration ne soient jamais confondus. Si le matériau est linéaire, un système d'équations linéaires carré et dense est obtenu, qu'il est possible de résoudre avec un solveur direct (décomposition LU) ou itératif (type GMRES par exemple). Si la loi magnétique n'est pas linéaire, une procédure de Newton-Raphson est utilisée. La résolution du système plein est l'un des principaux inconvénients de cette approche. La mémoire nécessaire pour le stockage et le temps d'intégration de la matrice de ce système croît paraboliquement avec le nombre d'éléments, en particulier avec cette formulation où 3 degrés de liberté sont associés à chaque élément. En outre, si la susceptibilité du matériau est élevée, le système matriciel devient singulier et la solution contient des modes parasites, ce qui en diminue la précision [Forsman et al. 1996].

Plus récemment, il a été proposé de substituer l'approche par collocation par une projection de Galerkin. Cette méthode est numériquement plus lourde car elle nécessite l'évaluation d'intégrales doubles. Il a également été proposé d'utiliser d'autres inconnues pour résoudre l'équation intégrale. Nous proposons dans la suite de ce chapitre un état de l'art de ces différentes approches.

b. Rappel sur les fonctions de forme

Nous poursuivons cette partie par un rappel sur les espaces fonctionnels et les différentes familles de fonctions de forme qui leur sont associées. Nous pouvons distinguer 4 domaines d'interpolation possibles pour modéliser un problème magnétostatique, il s'agit des éléments nodaux, des éléments d'arête, des éléments de facettes et des éléments volumiques. Ces différents éléments sont communément appelés éléments de Whitney [Van]. A chaque famille d'élément est attribué une fonction d'interpolation que l'on appelle fonction de forme.

- La fonction de forme nodale est scalaire et continue dans tout le domaine, elle vaut 1 sur le nœud associé et 0 autrement. Ces fonctions permettent d'interpoler un champ

scalaire. Dans le cas magnétostatique, cette famille de fonction peut permettre d'interpoler le potentiel scalaire magnétique.

- La fonction de forme d'arête est vectorielle et est non nulle sur tous les éléments volumiques voisins de l'arête associée. Le module de la fonction est unitaire sur l'arête a et 0 sur toutes les autres arêtes du domaine. Un champ vectoriel ayant la propriété de continuité tangentielle peut être interpolé par ces fonctions. Dans le cas magnétostatique, cette famille de fonction peut permettre d'interpoler le potentiel vecteur magnétique ou le champ magnétique.
- La fonction de forme de facette possède une composante normale continue à travers la face associée. Le flux qui traverse la facette est non nulle dans les éléments volumiques qui possèdent cette facette sinon il vaut 0. Ces fonctions de forme permettent d'assurer la continuité normale du flux pour un champ de vecteurs. Dans le cas magnétostatique, cette famille de fonction peut permettre d'interpoler l'induction.
- La fonction de forme de volume est définie unitaire dans l'élément volumique associé et est nulle sinon. L'interpolation à l'aide de ces fonctions de forme ne garantit aucune propriété sur les champs scalaires ou vectoriels. C'est cette famille de fonctions qui est utilisée dans sa version vectorielle pour interpoler l'aimantation.

Chaque espace fonctionnel est associé à un type de fonction de forme et peut-être exprimé à partir d'une autre famille de fonction de forme par le biais des opérateurs différentiels, rotationnel, gradient et divergence. La discrétisation des opérateurs différentiels se traduit par la construction de matrices incidences (dont les valeurs des éléments sont -1,0 et 1) qui permettent ainsi de passer d'un espace fonctionnel à un autre.

c. Etat de l'art des méthodes intégrales volumiques

1. Formulation de type « h »

Cette famille de formulation est la plus connue et elle est la plus présente dans la littérature. Elle consiste à modifier l'équation intégrale en aimantation par son équivalent en champ magnétique. L'approche qui est a été la plus publiée consiste à utiliser le potentiel scalaire magnétique et de résoudre l'équation suivante :

$$\varphi + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \chi \frac{\nabla \varphi \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f = \varphi_0 \quad (\text{II.10})$$

Les méthodes de collocation et de projection de Galerkin peuvent être utilisées pour résoudre (II.10). Une comparaison a été réalisée dans [Carpentier et al. 2013] et les deux approches donnent des résultats comparables. La collocation est un peu moins précise, mais l'assemblage de la matrice d'interaction avec les nœuds de la méthode de collocation du maillage est beaucoup plus rapide que celui de Galerkin. Pour l'approche de Galerkin, le potentiel scalaire magnétique est discrétisé avec des fonctions de forme nodales du premier ordre.

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N_n} \phi_i \alpha_i \quad (\text{II.11})$$

où ϕ_i et α_i sont respectivement les degrés de libertés de φ et la fonction de forme nodale de premier ordre associée au ième nœud de maillage, N_n est le nombre de nœuds du maillage. Ceci permet d'écrire pour la collocation, le système suivant :

$$([\mathbf{I}] + [\mathbf{A}(\chi)])\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}_0 \quad (\text{II.12})$$

où $[\mathbf{I}]$ est la matrice identité et $[\mathbf{A}]$ est la matrice intégrale d'interaction :

$$A_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \chi \frac{\nabla \alpha_j \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f \quad (\text{II.13})$$

Un solveur itératif permet de résoudre le système (II.12). Notons que la matrice $[\mathbf{A}]$ est pleine et de dimension $N_n \times N_n$. Cette formulation est économique en ressource et facile à mettre en œuvre même si les fonctions de forme d'ordre 1 associées au noyau de Green doivent être correctement intégrées. Cependant, il y a certains inconvénients comme le calcul de φ_0 lié au champ \mathbf{H}_0 qui n'est pas si direct. Une solution aux problèmes contenant des géométries

complexes d'inducteurs consiste à résoudre dans un premier temps, un problème d'éléments finis limité au maillage du matériau magnétique afin d'assurer:

$$\mathbf{H}_0 + \nabla\varphi_0 = 0 \quad (\text{II.14})$$

Cette approche est intéressante mais une résolution préliminaire par éléments finis est nécessaire. Le cas de problèmes avec des régions ferromagnétiques multiples connexes est plus problématique. En effet, si les circuits magnétiques sont associés à des trous, des coupures magnétiques sont nécessaires pour respecter la loi de Maxwell-Ampère et la tâche peut être très compliquée pour des géométries de complexité industrielle. Un autre point faible est le calcul de la matrice intégrale dans le cas non linéaire. Un nouvel assemblage matriciel complet est nécessaire à chaque itération de Newton-Raphson, ce qui conduit à un temps de calcul exponentiel.

Une autre approche de type « h » consiste à résoudre directement l'équation en champ magnétique \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} + \frac{1}{4\pi} \nabla \int_{\Omega_f} \chi \frac{\mathbf{H} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f = \mathbf{H}_0 \quad (\text{II.15})$$

Une nouvelle fois, l'intégration du noyau de Green n'est pas si triviale, mais des expressions analytiques existent [Canova and Repetto 2001]. La projection de Galerkin est utilisée pour résoudre (II.15) et on choisit des fonctions de forme d'arête \mathbf{W}_i qui assurent la conservation de la composante tangentielle de \mathbf{H} .

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{N_a} \mathbf{W}_i h_i \quad (\text{II.16})$$

où N_a est le numéro d'arête du maillage. On obtient alors le système suivant :

$$([\mathbf{R}_e] + [\mathbf{B}(\chi)])\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \quad (\text{II.17})$$

Où $[\mathbf{R}_e]$ a pour expression :

$$R_{eij} = \int_{\Omega_f} \mathbf{W}_i \cdot \int_{\Omega_f} \mathbf{W}_j d\Omega_f \quad (\text{II.18})$$

Et \mathbf{B} est la matrice intégrale d'interaction :

$$B_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \mathbf{W}_i \cdot \nabla \int_{\Omega_f} \chi \frac{\mathbf{W}_j \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f \quad (\text{II.19})$$

Dans cette approche, la résolution préliminaire d'un problème d'éléments finis n'est pas nécessaire, car l'expression de \mathbf{H}_0 peut être facilement obtenue par un calcul analytique de la loi de Biot et de Savart. Néanmoins, le calcul de la matrice intégrale (II.17) est un peu plus complexe que celui de (II.12) à cause des fonctions vectorielles. Un point difficile demeure. En effet, l'équation de Maxwell-Ampère pour \mathbf{H} n'est pas vérifiée alors qu'elle l'est en potentiel scalaire. La validité de cette équation peut être assurée par l'intermédiaire d'un arbre, c'est-à-dire un chemin passant par les arêtes du maillage reliant tous les nœuds du maillage mais ne fermant aucune boucle [Canova and Repetto 2001]. L'utilisation de cet arbre permet une réduction significative du nombre de degrés de liberté mais sa détermination peut être complexe. De plus, pour les problèmes linéaires, un nouvel assemblage est nécessaire à chaque itération de Newton-Raphson.

Les approches historiques précédentes laissent apparaître des difficultés non négligeables qui les rendent plus ou moins complexes à mettre en œuvre. La formulation en potentiel scalaire magnétique permet de résoudre le problème direct magnétostatique, mais n'est pas adaptée pour la mise en place d'un problème inverse [Vuillermet 2008]. Avec un peu de recul, nous l'avons donc écartée. De même, nous avons écarté les formulations en champ magnétique car l'idée de manipuler des arbres en inversion nous paraissait complexe.

A ce stade, il nous a paru intéressant de s'interroger sur la résolution l'équation intégrale des équations de la magnétostatique avec des formulations du type « b ».

2. Formulation de type « b »

On trouve dans cette famille, les formulations basées sur l'interpolation des éléments d'arête associés au potentiel vecteur \mathbf{A} ainsi que celle basée sur l'interpolation du flux d'induction \mathbf{B} par les éléments de facette du premier ordre. Les formulations de type « b » sont récentes et moins répandues dans la littérature. Reprenons les lois constitutives du comportement du matériau pour écrire la formulation en induction. Pour être plus général, nous considérons que le matériau est également associé à un champ coercitif \mathbf{H}_c , c'est-à-dire une aimantation permanente. Nous avons :

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} + \mathbf{H}_c \quad (\text{II.20})$$

$$\mathbf{M} = (\nu_0 - \nu)\mathbf{B} + \mathbf{H}_c \quad (\text{II.21})$$

$$\nu = \frac{1}{\mu} \quad (\text{II.22})$$

Sur le domaine Ω_f , l'équation intégrale en induction peut donc s'écrire :

$$\nu \mathbf{B} + \nabla \varphi_{\text{red}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_c \quad (\text{II.23})$$

$$\nu \mathbf{B} - \frac{1}{4\pi} \nabla \int_{\Omega_f} \frac{((\nu_0 - \nu) \mathbf{B} + \mathbf{H}_c) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\Omega_f = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_c \quad (\text{II.24})$$

Cette équation intégrale peut être résolue avec \mathbf{B} comme inconnue interpolée par des éléments de facette d'ordre 1.

$$\mathbf{B} = \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{w}_f \Phi_f \quad (\text{II.25})$$

où \mathbf{w}_f est la fonction de facette du premier ordre, portée par la facette « f » et Φ_f est le flux d'induction traversant cette facette. Il est également possible de raisonner en potentiel vecteur sachant que \mathbf{B} est le rotationnel de \mathbf{A} [Van]. Ce n'est pas la solution que nous avons choisie et nous expliquerons la raison de ce choix plus loin dans le document.

Il a été démontré dans nos précédents travaux [Van] que ces formulations donnent des résultats avec une bonne précision même avec des maillages lâches. Dans ce qui suit, nous allons présenter la formulation \mathbf{B} et plus particulièrement son application à la modélisation de régions ferromagnétiques minces assimilées à une surface 2D.

III. Formulation \mathbf{B} de facette en élément mince

a. Approximation en élément mince

Pour des éléments volumiques ayant une épaisseur faible par rapport à leurs autres dimensions, l'approximation de l'élément mince peut être utilisée (Figure II. 2). Celle-ci consiste à considérer que l'induction magnétique dans la région est uniforme selon l'épaisseur « e » et est tangentielle à la tôle [Brunotte; Chadebec; Hendijani and Gedney 2019]. Cette approximation est très intéressante car elle permet de représenter le problème initialement volumique par son équivalent surfacique, le matériau ferromagnétique étant assimilé à la surface moyenne de la coque. Le nombre de degrés de liberté est donc réduit car une composante vectorielle de l'aimantation, la composante normale est imposée à 0. De plus, le nombre d'éléments nécessaires pour mailler la coque se trouve radicalement réduit car il repose sur des triangles ou des quadrangles.

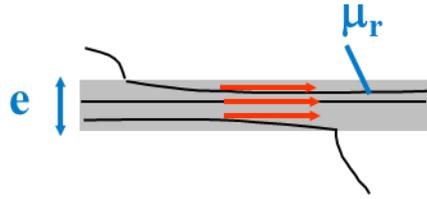


Figure II. 2 : Schéma montrant le comportement de l'induction pour un élément magnétique mince, l'induction est constante sur toute l'épaisseur et tangente à la surface

Dans ce contexte, un volume dégénère en surface, une facette en 3D dégénère donc en 2D en une arête au sens géométrique du terme (Figure II. 3.) Néanmoins, d'un point de vue physique, la grandeur intéressante lorsque l'on parle de facette est le flux à travers celle-ci. Nous appellerons facettes équivalentes les arêtes de notre maillage 2D à travers laquelle on considérera un flux Φ_f .

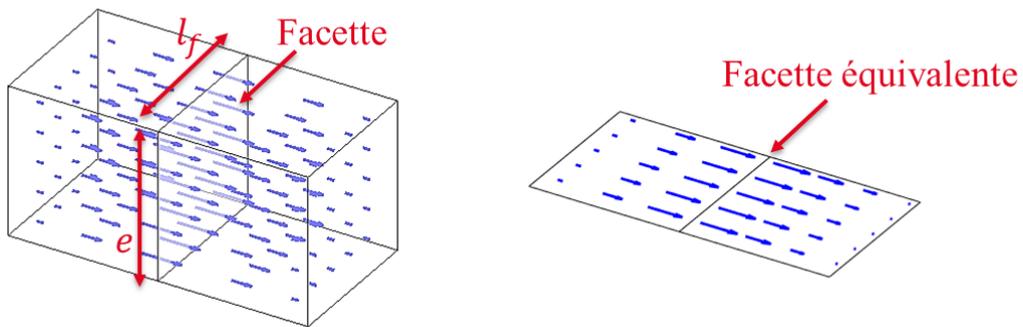


Figure II. 3 : Volume dégénéré en surface, conservation de la fonction de forme de facette

Pour une facette de longueur l_f et d'épaisseur e nous pouvons écrire :

$$\Phi = B \cdot e \cdot l_f \quad (\text{II.26})$$

$$\Phi_f = B \cdot l_f = \frac{\Phi}{e} \quad (\text{II.27})$$

Pour un nombre de facettes N_f , on note :

$$\mathbf{B} = \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{w}_f \frac{\Phi}{e} = \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{w}_f \Phi_f \quad (\text{II.28})$$

L'induction magnétique \mathbf{B} dans le matériau est approximée par l'interpolation des éléments de facette du premier ordre, Φ_f est le flux magnétique traversant la facette f et \mathbf{w}_f la fonction de forme de facette d'ordre un [Van].

b. Construction du système-circuit

L'équation (II.24) est discrétisée à l'aide de (II.28) puis une projection de Galerkin est effectuée en utilisant les fonctions de facette du première ordre \mathbf{w}'_g qui sont les mêmes fonctions que \mathbf{w}_f :

$$\begin{aligned} \sum_{f=1}^{N_f} \left(\int_{\Omega_f} v \mathbf{w}'_g \cdot \mathbf{w}_f d\Omega_f \right) \Phi_f + \int_{\Omega_m} \mathbf{w}'_g \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_f \\ = \int_{\Omega_f} \mathbf{w}'_g \cdot (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_c) d\Omega_f \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Autrement écrit :

$$\mathbf{R}\Phi_f + \mathbf{I} = \mathbf{U}_0 \quad (\text{II.30})$$

où $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N_f \times N_f}$, $\Phi_f \in \mathbb{R}^{N_f \times 1}$, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{N_f \times 1}$ and $\mathbf{U}_0 \in \mathbb{R}^{N_f \times 1}$

$$R_{ij} = \int_{\Omega_f} v \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{w}_j d\Omega_f \quad (\text{II.31})$$

$$U_{0i} = \int_{\Omega_f} \mathbf{w}_i \cdot (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_c) d\Omega_f \quad (\text{II.32})$$

$$I_i = + \int_{\Omega_f} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_f \quad (\text{II.33})$$

Pour comprendre les simplifications opérées sur la matrice I, décomposons l'équation (II.33) à l'aide de deux sous-domaines Ω_{e1} et Ω_{e2} :

$$I_i = \int_{\Omega_{e1}} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_{e1} + \int_{\Omega_{e2}} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_{e2} \quad (\text{II.34})$$

où Ω_{e1} est l'élément 1 contenant la facette i, Ω_{e2} est l'élément 2 et $\Omega_f = \Omega_{e1} \cup \Omega_{e2}$.

La règle du produit nous permet d'écrire :

$$\nabla \cdot (\varphi \mathbf{w}) = (\nabla \varphi) \cdot \mathbf{w} + (\nabla \cdot \mathbf{w}) \varphi \quad (\text{II.35})$$

$$(\nabla \varphi) \cdot \mathbf{w} = \nabla \cdot (\varphi \mathbf{w}) - (\nabla \cdot \mathbf{w}) \varphi \quad (\text{II.36})$$

$$\int_{\Omega_{e1}} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_{e1} = \int_{\Omega_{e1}} \nabla \cdot \varphi_{\text{red}} \mathbf{w}_i d\Omega_{e1} - \int_{\Omega_{e1}} \varphi_{\text{red}} \nabla \cdot \mathbf{w}_i d\Omega_{e1} \quad (\text{II.37})$$

Le théorème de la divergence nous permet d'écrire :

$$\int_{\Omega_{e1}} \nabla \cdot \varphi_{\text{red}} \mathbf{w}_i \, d\Omega_1 = \int_{\Gamma_{e1}} \varphi_{\text{red}} \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_{e1}} \, d\Gamma_{e1} \quad (\text{II.38})$$

Où Γ_{e1} est la frontière du domaine Ω_1 . Ainsi nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_m} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} \, d\Omega_f \\ &= \int_{\Gamma_{e1}} \varphi_{\text{red}} \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_{e1}} \, d\Gamma_{e1} + \int_{\Gamma_2} \varphi_{\text{red}} \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_{e2}} \, d\Gamma_{e2} \\ &- \left\{ \int_{\Omega_{e1}} \varphi_{\text{red}} \nabla \cdot \mathbf{w}_i \, d\Omega_{e1} + \int_{\Omega_{e2}} \varphi_{\text{red}} \nabla \cdot \mathbf{w}_i \, d\Omega_{e2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

L'intégrale sur la frontière des domaines est nulle en dehors car la fonction de forme de facette d'ordre 1 \mathbf{w}_i est nulle en dehors de la facette « f » et que les deux intégrales calculées sur « f » sont strictement opposées, ainsi on obtient :

$$\int_{\Omega_f} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} \, d\Omega_f = \int_{\Omega_{e1}} \varphi_{\text{red}} \nabla \cdot \mathbf{w}_i \, d\Omega_{e1} + \int_{\Omega_{e2}} \varphi_{\text{red}} \nabla \cdot \mathbf{w}_i \, d\Omega_{e2} \quad (\text{II.40})$$

Rappelons les propriétés fondamentales des fonctions de forme de Whitney de facette du premier ordre. Dans notre cas 2D, les surfaces dégènèrent en arêtes de longueur l_f et les volumes en surfaces S_e :

$$\mathbf{w}_f \cdot \mathbf{n}_f = w_{nf} = \pm \frac{1}{l_f} \quad (\text{II.41})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{w}_f = \pm \frac{1}{S_e} \quad (\text{II.42})$$

En utilisant (II.42) dans (II.40) nous obtenons la relation suivante, les signes résultants dépendent de la convention d'orientation du vecteur normal \mathbf{n}_{Γ_e} à la facette interne ((Figure II. 4) sortant de l'élément du numéro la plus petit vers le plus grand).

$$\int_{\Omega_f} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} \, d\Omega_f = -\frac{1}{S_1} \int_{\Omega_{e1}} \varphi_{\text{red}} \, d\Omega_{e1} + \frac{1}{S_2} \int_{\Omega_{e2}} \varphi_{\text{red}} \, d\Omega_{e2} \quad (\text{II.43})$$

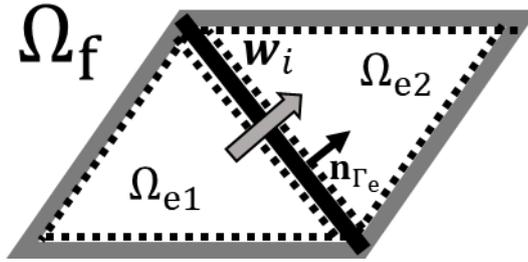


Figure II. 4: Exemple de domaine composé de 2 éléments de surface «e1» et «e2» adjacents à une facette «i» associée à la fonction w_i

$\overline{\varphi_{\text{red}_{e1,i}}}$ et $\overline{\varphi_{\text{red}_{e2,i}}}$ sont les potentiels scalaires réduits magnétiques moyens pour 2 éléments surfaciques “e1” et “e2” adjacents à une facette “i”. La valeur moyenne de φ_{red} sur l’élément 1 est :

$$\overline{\varphi_{\text{red}_1}} = \frac{1}{S_1} \int_{\Omega_{e1}} \varphi_{\text{red}} d\Omega_{e1} \quad (\text{II.44})$$

Remarquons alors que l’équation (II.43) peut être vue comme une différence de potentiel magnétique réduit moyen entre éléments partageant une facette équivalente.

On en déduit que :

$$I_i = \int_{\Omega_f} \mathbf{w}_i \cdot \nabla \varphi_{\text{red}} d\Omega_f = \overline{\varphi_{\text{red}_{e2,i}}} - \overline{\varphi_{\text{red}_{e1,i}}} \quad (\text{II.45})$$

L’équation (II.30) peut être interprétée comme la représentation matricielle d’un circuit équivalent composé dans ce cas d’un réseau d’impédance (réductance) et de source de courant. Dans ce circuit, chaque facette du maillage est associée à une branche composée d’une réductance et d’une source de courant et chaque élément surfacique du maillage à un nœud de circuit.

A ce stade le circuit n’est pas complet, seuls les flux internes Φ_f sont décrits et nous avons également les termes de la matrice I qui sont inconnus. Il est nécessaire de prendre en compte le flux sortant de la coque vers l’air afin de compléter le système et pouvoir travailler avec les équations de circuit (Figure II. 5).

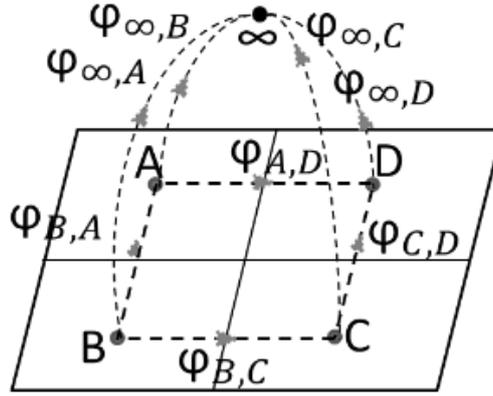


Figure II. 5 : Maillage composé de quatre éléments de face, il met en évidence le circuit équivalent avec un nœud à l'infini

Nous ajoutons un nœud à l'infini et imposons un potentiel égal à zéro. Le circuit est complété conformément à la Figure II. 5. L'expression de la différence de potentiel moyennée entre un élément de surface et le nœud infini est:

$$\Delta\varphi_{\text{red}e \rightarrow \infty} = \int_{S_e} \frac{\varphi_{\text{red}}}{S_e} dS_e \quad (\text{II.46})$$

A partir de l'équation précédente nous allons construire un deuxième système en exprimant les flux sortant de la tôle comme combinaison linéaire des flux interne, ainsi nous garantissons la solénoïdalité du flux d'induction dans le domaine.

L'application du théorème de divergence à l'expression (II.8) permet d'écrire:

$$\varphi_{\text{red}}(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \nabla_s \cdot \left(\frac{\mathbf{M}}{|r - r'|} \right) d\Omega_f + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \frac{1}{|r - r'|} \nabla_s \cdot \mathbf{M} d\Omega_f \quad (\text{II.47})$$

L'application du théorème de Green-Ostrogradski à l'expression ci-dessus, nous donne :

$$\varphi_{\text{red}}(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \left(\frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_f}}{|r - r'|} \right) d\Omega_f + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_f} \frac{1}{|r - r'|} \nabla_s \cdot \mathbf{M} d\Omega_f \quad (\text{II.48})$$

Cette nouvelle équation distribuée sur chacun des éléments du maillage peut être écrite de la sorte :

$$\varphi_{\text{red}}(r) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Gamma_e} \left(\frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_e}}{|r - r'|} \right) d\Gamma_e + \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \frac{1}{|r - r'|} \nabla_s \cdot \mathbf{M} d\Omega_e \quad (\text{II.49})$$

où N_e est le nombre d'éléments surfaciques du maillage, S_e est la surface de l'élément e , N_f est le nombre de facettes (ou d'arêtes) du maillage, Γ_e est le contour des facettes de l'élément « e », \mathbf{n}_{Γ_e} est le vecteur normal sortant de « e » et tangentiel à la surface moyenne. Il a été montré dans [Van] que le premier terme peut être négligé. L'intégrale dépend du saut de la composante normale de l'aimantation entre deux éléments adjacents. Remarquons que si les champs coercitifs et les perméabilités sont égaux, le saut est rigoureusement nul. Dans tous les cas, il est faible dans le premier terme dans (II.49) dans le cas d'une tôle et contribue au champ démagnétisant de façon négligeable, cette approximation est détaillée dans la partie III.c de ce chapitre. \mathbf{H}_c étant constant par élément, la divergence de \mathbf{H}_c du terme $\nabla_s \cdot \mathbf{M}$ de (II.49) est nulle sur l'élément « e » ce qui revient à simplifier l'expression par :

$$\varphi_{\text{red}}(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \frac{(v_0 - v) \nabla_s \cdot \mathbf{B}}{|r - r'|} d\Omega_e \quad (\text{II.50})$$

Nous pouvons réécrire l'expression précédente en prenant en compte chaque facette f_e de l'élément « e » portant la fonction de forme d'ordre 1 \mathbf{w}_f pour l'élément Ω_e :

$$\varphi_{\text{red}_e}(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_{f=1}^{N_{fe}} \int_{S_e} \frac{(v_0 - v_i) \nabla_s \cdot \mathbf{w}_f \Phi_f}{|r - r'|} dS_e \quad (\text{II.51})$$

Nous choisissons de définir $\Phi_{e,\infty}$ le flux sortant de la coque par l'élément « e » tel que :

$$\frac{\Phi_{e,\infty}}{S_e} = \sum_{f=1}^{N_{fe}} \nabla_s \cdot \mathbf{w}_f \Phi_f = \sum_{f=1}^{N_{fe}} \frac{\Phi_f}{S_e} \quad (\text{II.52})$$

L'équation (II.51) peut être alors écrite:

$$\varphi_{\text{red}_e}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_e} \left(\frac{\Phi_{e,\infty}}{S_e} \right) \frac{(v_0 - v_e)}{|r - r'|} dS_e \quad (\text{II.53})$$

Si nous remplaçons dans l'équation (II.46) l'expression ci-dessus du potentiel scalaire réduit, nous obtenons une nouvelle équation pour l'ensemble des éléments:

$$\Delta \varphi_{\text{red}_{e \rightarrow \infty}} + L \Phi_{\infty} = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$L_{i,j} = -\frac{1}{4\pi} \frac{(v_0 - v_{ej})}{S_{ei} S_{ej}} \int_{S_{ei}} \int_{S_{ej}} \frac{1}{|r - r'|} dS_{ei} dS_{ej} \quad (\text{II.55})$$

Nous obtenons le système de matrice final:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_f \\ \Phi_\infty \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\Phi_{red_{in}} \\ \Delta\Phi_{red_\infty} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.56})$$

Où $\Phi_f \in \mathbb{R}^{N_f \times 1}$ est le flux interne circulant dans la tôle et donc dans les facettes du maillage, $\Phi_\infty \in \mathbb{R}^{N_e \times 1}$ est le vecteur des flux externes circulant de chaque élément vers l'air et normal au éléments surfaciques. Remarquons que $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$ est une matrice d'éléments finis (creuse) alors que $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$ est une matrice intégrale couplant tous les éléments du maillage par la fonction de Green. Cette matrice est pleine mais peut être efficacement et facilement compressée par des techniques de compressions standards telles que les méthodes multipolaires rapides (FMM) ou l'approximation croisée adaptative (ACA). \mathbf{U}_0 peut être facilement obtenu par l'intégration numérique sur le maillage de \mathbf{H}_c et de \mathbf{H}_0 qui peut être calculé par la loi de Biot-Savart.

Pour comprendre la résolution du circuit, une analogie peut être faite avec un circuit électrique équivalent où les barycentres des éléments surfaciques sont des nœuds et les arêtes sont des branches comprenant une impédance ainsi qu'une source de courant (Figure II. 6).

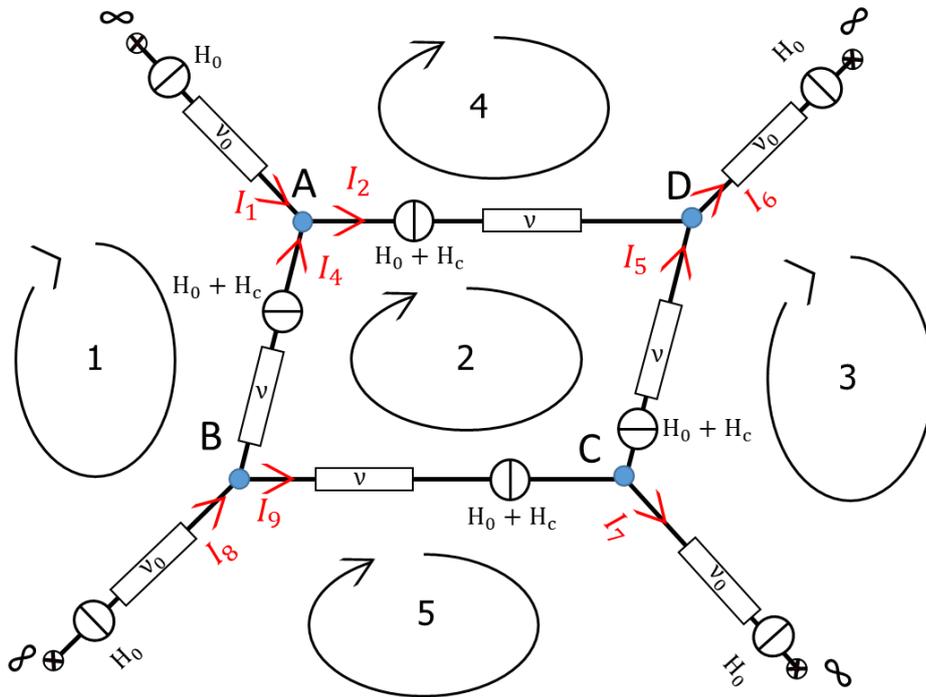


Figure II. 6 : Représentation du circuit de la Figure II. 5. Les potentiels scalaires réduits sont équivalents à des potentiels électriques aux nœuds, les flux sont équivalents à des sources de courant et les reluctances aux résistances électriques

L'équation finale du circuit est la suivante :

$$[R + L]\Phi + \Delta\overline{\Phi_{\text{red}}} = [\mathbf{U}_0] \quad (\text{II.57})$$

Avec $[R + L] = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix}$, $\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_f \\ \Phi_\infty \end{pmatrix}$, $\Delta\overline{\Phi_{\text{red}}} = \begin{bmatrix} \Delta\overline{\Phi_{\text{red,in}}} \\ \Delta\overline{\Phi_{\text{red},\infty}} \end{bmatrix}$ et $[\mathbf{U}_0] = \begin{pmatrix} U_0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Notons que

le système matriciel ci-dessus Il reste à assurer la conservation de l'induction dans le circuit équivalent, c'est-à-dire de lui imposer une divergence nulle. Pour ce faire, il est possible de trouver un ensemble de boucles indépendantes équivalentes associées au circuit équivalent Figure II. 7.

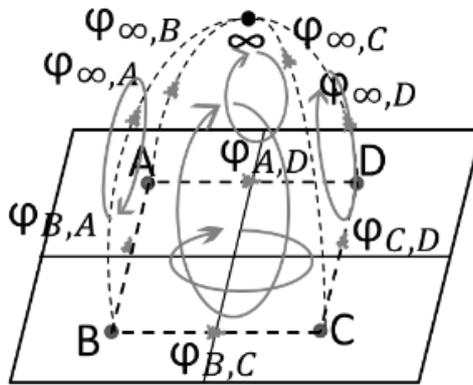


Figure II. 7 : Ce schéma montre cinq boucles pour ce maillage. En réalité, seules quatre boucles sont indépendantes

Classiquement dans le domaine de l'analyse de circuit, nous avons:

$$P\Delta\overline{\Phi_{\text{red}}} = 0 \quad (\text{II.58})$$

Où $P \in \mathbb{R}^{N_{\text{BI}} \times (N_f + N_e)}$ est la matrice d'incidence des branches indépendantes N_{BI} (où la valeur de chaque élément peut être -1, 0 ou 1) qui relie le flux de branches (c'est-à-dire la facette) à des flux de boucles indépendantes. On a:

$$P[R + L]P^t\Phi_{\text{BI}} = P\mathbf{U}_0 \quad (\text{II.59})$$

$$M\Phi_{\text{BI}} = \mathbf{S}_{\text{H0}} \quad (\text{II.60})$$

Le système (II.60) est une écriture plus compacte de (II.59). Un solveur itératif utilisant la méthode généralisée du résidu minimal (GMRES) est utilisé pour trouver la solution. Une fois le système résolu, les flux de branches sont recalculés à l'aide de la matrice de changement de base P:

$$\Phi = P^t \Phi_{BI} \quad (\text{II.61})$$

La formulation peut également être utilisée avec géométrie de la coque en forme de T. La construction du circuit équivalent nécessite de placer un nœud de circuit supplémentaire sur la facette partageant plus de deux éléments et de connecter le circuit final comme présenté à la Figure II. 8. Remarquons que prendre en compte la géométrie en forme de T est facile avec la formulation présentée ici.

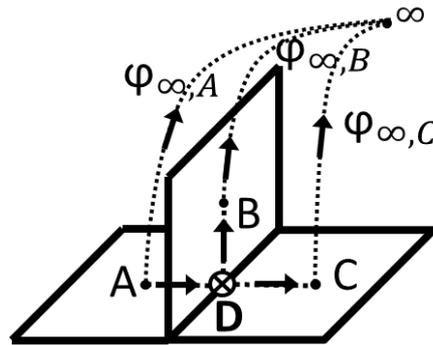


Figure II. 8 : Circuit équivalent pour une géométrie d'encastrement

Remarque : Cette formulation en B avec solveur circuit a été initialement proposée par V. Le Van de la cadre de sa thèse et pour les régions volumiques [Van]. L'utilisation de **B** comme inconnue se heurte toutefois à une difficulté. Il est en effet nécessaire d'utiliser un solveur circuit (ce qui est équivalent en fait à une technique d'arbre) pour assurer la conservation du flux. Une autre option est de résoudre le problème en potentiel vecteur magnétique **A**. La conservation du flux est assurée par construction, par contre il est nécessaire d'utiliser une jauge pour assurer l'unicité de la solution. Un point décisif nous a fait adopter la formulation en B pour la suite de ces travaux. Il s'agit de sa capacité à traiter simplement les « T » comme évoqué ci-dessus. En effet, le traitement de ce type de géométrie paraît beaucoup moins évident en potentiel vecteur magnétique.

c. Post-traitement calcul du champ dans l'air

A partir de la solution du problème magnétostatique précédent, le champ magnétique en un point P situé à une distance « r » du domaine est calculé grâce à l'expression du potentiel scalaire réduit.

$$\varphi_{\text{red}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Gamma_e} \left(\frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma_e}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d\Gamma_e + \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \nabla_s \cdot \mathbf{M} d\Omega_e \quad (\text{II.62})$$

Nous allons expliciter le premier terme de l'expression du potentiel scalaire réduit $\varphi_{\text{red } 1}$, que nous avons négligé dans la partie précédente.

$$\varphi_{\text{red } 1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Gamma_e} \frac{\delta M_{\text{nf}}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\Gamma_e \quad (\text{II.63})$$

$$\mathbf{H}_{\text{red } 1}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Gamma_e} \delta M_{\text{nf}} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) d\Gamma_e \quad (\text{II.64})$$

Le terme δM_{nf} correspond à la différence de la composante normale de l'aimantation entre 2 éléments sur une facette donnée. Rappelons que nous avons fait l'hypothèse d'un domaine fermé et qu'aucun flux ne sort par les facettes (arête) externes du domaine. Nous pouvons écrire pour 2 éléments « e1 » et « e2 » partageant la facette « f » :

$$\begin{aligned} \delta M_{\text{nf}} &= M_{\text{ne}1} - M_{\text{ne}2} \\ &= (v_0 - v_1) B_{\text{nf}e1} - (v_0 - v_2) B_{\text{nf}e2} + H_{\text{c}nf e1} - H_{\text{c}nf e2} \\ &= \delta v_f B_{\text{nf}} + \delta H_{\text{c}nf} \end{aligned} \quad (\text{II.65})$$

Les sauts d'aimantation sont localisés sur les arêtes des éléments surfaciques. Notons Φ_f est le flux qui circule à travers la facette « f ». D'après les propriétés des fonctions de forme de facette nous pouvons écrire :

$$B_{\text{nf}} = (\mathbf{w}_f \Phi_f) \cdot \mathbf{n}_f = \Phi_f w_{\text{nf}} = \pm \frac{\Phi_f}{l_f} = \pm \frac{\Phi}{e \cdot l_f} \quad (\text{II.66})$$

L'expression (II.64), tenant compte de la contribution des éléments s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{red } 1}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} (v_{2f} - v_{1f}) \int_{l_f} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) \frac{\Phi_f}{l_f} dl_f \\ &\quad + \int_{l_f} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) (H_{\text{c}nf e1} - H_{\text{c}nf e2}) dl_f \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

Afin de vérifier les approximations concernant l'influence des charges localisées sur les facettes, nous effectuons des simulations avec un changement brutal de \mathbf{H}_c et de v au milieu d'une plaque d'épaisseur 2mm de dimension 2mx1m dans un champ inducteur unitaire uniforme d'axe x (Figure II. 9). Une signature magnétique proche de la plaque est calculée et permet de faire apparaître le saut de paramètre physique. Nous comparons les courbes (Figure

II. 10) avec ou sans le terme pour la formulation B de facette en 2D, la formulation volumique sert de référence.

Néanmoins, nous nous apercevons que cette différence est très locale et qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte l'intégrale linéique sur les arêtes. La simplification de cette intégrale qui avait été négligée dans l'intégration du système matriciel est cohérente.

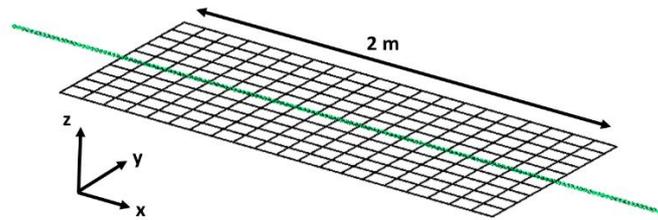


Figure II. 9 : Maillage d'une plaque de 2mx1m et d'épaisseur 2mm utilisée pour vérifier l'influence des charges internes

Composante B_x de l'induction à 1 millimètre d'une plaque a l'aplomb d'un changement de réductivité. (En bleu formulation intégrale 3D référence, en rouge formulation intégrale 2D sans approximation, en vert formulation intégrale 2D avec approximation)

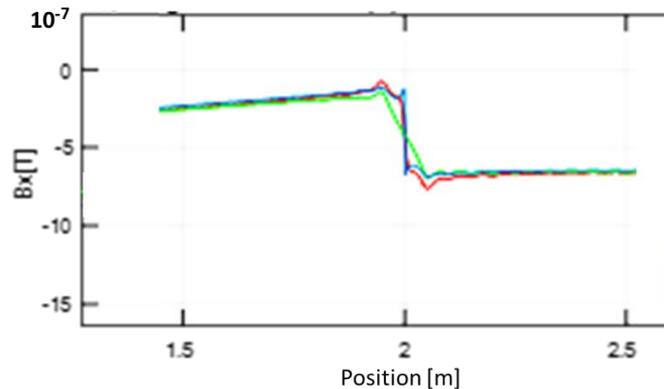


Figure II. 10 : Etude de la composante B_x de l'induction selon la prise en compte des charges dues aux éléments internes. Changement de perméabilité 100 puis 400 et $\delta H_{C_{nf}} = 0$.

Que ce soit pour une saut de perméabilité (réductivité) ou de champ coercitif, la prise en compte des charges portées sur les facettes internes (arêtes du maillage) est négligeable vis-à-vis de l'induction calculée en signature, dans la suite elles ne seront pas prises en compte.

In fine, il ne reste que le deuxième terme de l'expression du potentiel scalaire réduit. Pour une facette « f » d'un élément surfacique "e" de surface S_e et de réductivité v_e portant une fonction de forme de facette \mathbf{w}_f , nous pouvons écrire :

$$\mathbf{H}_{\text{red}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{e=1}^{N_e} (v_0 - v_e) \int_{S_e} \left(\frac{\Phi_{e,\infty}}{S_e} \right) \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) dS_e \quad (\text{II.68})$$

L'intégration numérique de (II.68) n'est pas satisfaisante lorsque la distance « r » du point P est très faible par rapport à la taille des éléments. L'approximation numérique effectuée peut entraîner une erreur non négligeable sur le résultat final. La variation importante de $\frac{\mathbf{r}}{r^3}$ impose d'utiliser un nombre trop n'important de points de Gauss pour obtenir une intégration numérique correcte. Notre solution repose dans l'utilisation d'expressions analytiques connues [Canova and Repetto 2001] pour assurer une très bonne précision près de la tôle.

IV. Validation numérique du problème direct

a. Cas de la sphère creuse

Connaissant l'expression analytique de l'induction dans l'espace pour une sphère creuse [Durand 1968], nous choisissons ce modèle pour valider la formulation. L'objet est aimanté par un champ inducteur \mathbf{H}_0 orienté en x valant 1A/m. A part bien entendu sa forme sphérique, ces caractéristiques se rapprochent de celle d'un cas commun étudié dans le domaine du magnétisme du navire (perméabilité, ratio épaisseur/longueur principale).

Nombre d'éléments surfaciques	12 114
Diamètre [m]	200
Epaisseur [cm]	4
Surface moyenne par élément [m ²]	10
Taille moyenne d'une arête [m]	4
Perméabilité	150

Tableau II. 1 : Caractéristiques géométriques et magnétiques de la sphère creuse

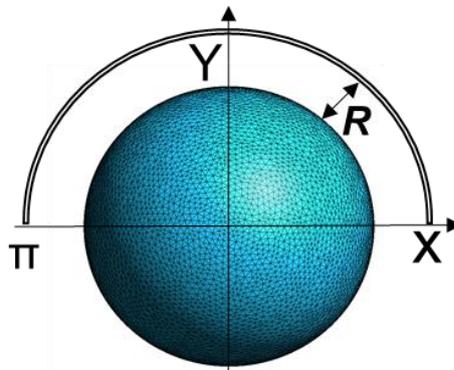


Figure II. 11 : Maillage surfacique d'une sphère creuse et parcours de mesures de l'induction magnétique

Les trois composantes spatiales de l'induction magnétique sont calculées autour de la sphère sur un demi-cercle situé à une distance « R » de celle-ci (Figure II. 11). Nous illustrons les résultats pour une distance R réduite à 1 mm de la surface de la sphère, il s'agit du cas le plus difficile à traiter. Pour des distances supérieures à 1mm les résultats sont encore meilleurs [Chavin-Collin et al. 2019].

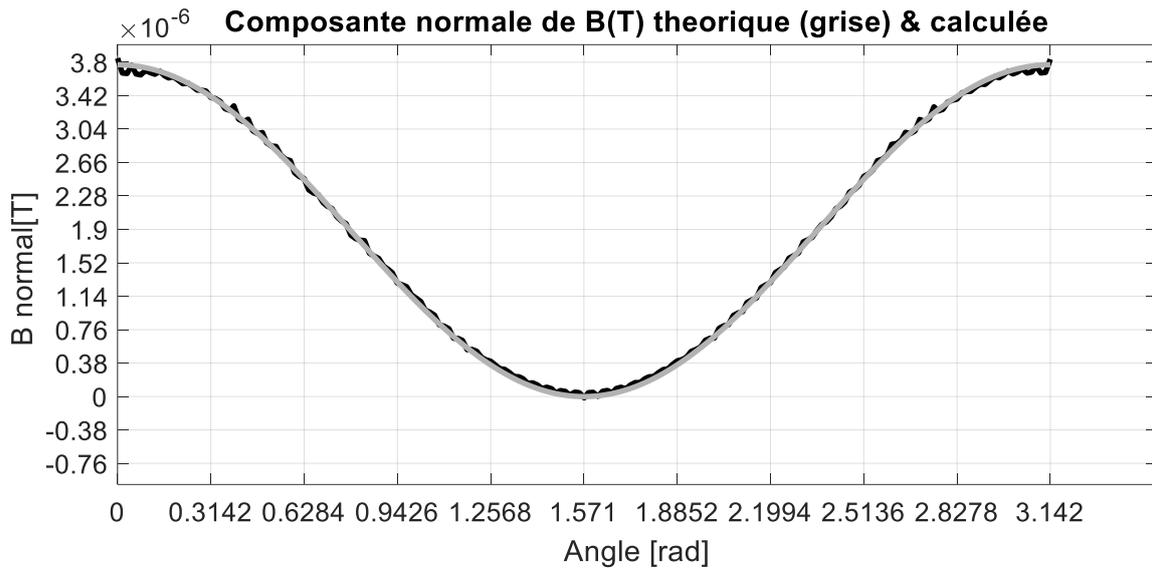


Figure II. 12 : Allure de la composante normale l'induction magnétique à 1 mm de la coque

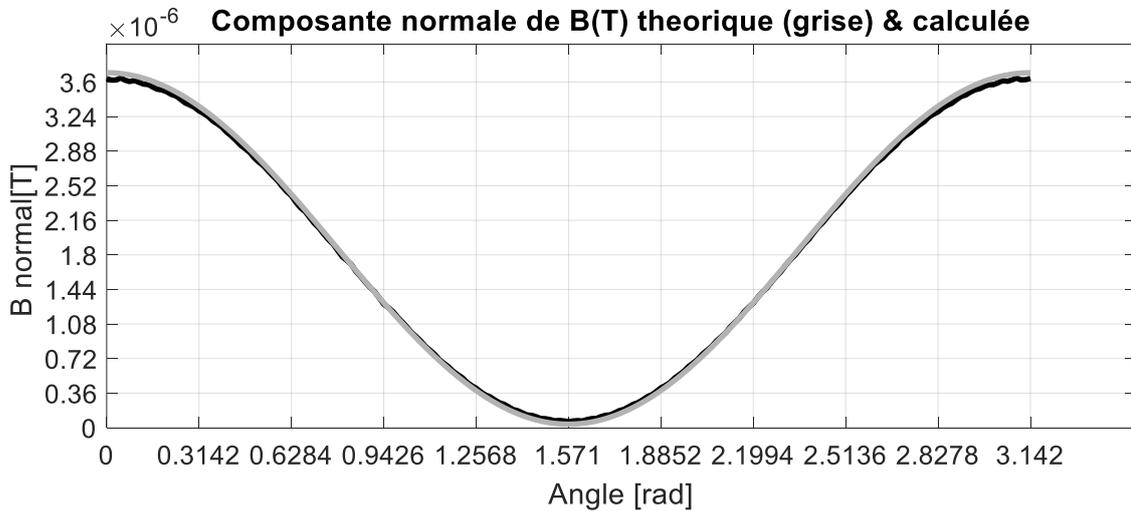


Figure II. 13 : Allure de la composante normale l'induction magnétique à 1 m (mine) de la coque

Un critère d'erreur est défini pour toutes les validations numériques et expérimentales:

$$E_i \% = \frac{||B_{i,ref} - B_{i,Surf}||}{\max ||B_{ref}||} \quad (II.69)$$

Tel que $B_{i,ref}$ concerne la composante « i » de l'induction calculée analytiquement et $B_{i,Surf}$ celle calculée avec notre méthode.

Distance à la coque [mm]	1000	30	1
Erreur max B normale %	1,70	2,12	2,09
Erreur max B tangentielle %	0,80	1,42	1,70
Erreur moyenne B normale %	0,86	0,61	0,61
Erreur moyenne B tangentielle %	0,46	0,62	0,64

Tableau II. 2 : Tableau récapitulatif des erreurs de mesures de l'induction magnétique

La Figure II. 12 et le Tableau II. 2 ci-dessus exposent la précision de la formulation et du post-traitement analytique. La précision de l'induction magnétique calculée est excellente. On note la très bonne adéquation entre la solution analytique (grise) et la solution obtenue avec la méthode intégrale surfacique (noire). Nous obtenons une erreur moyenne inférieure à 1% à 1 mm de la coque. Même à cette distance, où le maillage n'est plus adapté et l'effet de facettisation de la sphère est notable (Figure II. 12) (effet de bruit visible sur la signature) l'erreur est contenue. Dans la réalité et notamment sur maquette, la distance des mesures effectuées est de l'ordre du centimètre ce qui nous assure des résultats encore meilleurs même avec des maillages lâches. Cette étude valide donc cette formulation intégrale avec l'approximation éléments minces dans le cadre de notre application.

b. Cas d'une maquette simple de sous-marin

Des objets plus complexes qui se rapprochent d'une maquette de sous-marins ont été modélisés, l'objet maillé mesure 3 m de long, son diamètre est de 0.3 m et l'épaisseur associée est de 5 mm. A la différence de la sphère creuse, il n'y a pas de référence analytique pour comparer les résultats. Une confrontation avec la méthode intégrale volumique en flux d'induction ou par méthode FEM permet de quantifier la qualité de la méthode surfacique. Notons que pour comparer des mesures très proches de la tôle et être équivalent en qualité de maillage volumique il faut densément mailler dans l'épaisseur de la coque. Le maillage surfacique utilisé pour la formulation dédiée aux coques se compose de 1500 éléments surfaciques, le maillage utilisé pour la référence qui est la formulation intégrale volumique est composé de 11 000 éléments surfaciques. L'induction magnétique est calculée pour une signature « mine » afin d'effectuer une comparaison des différentes méthodes.

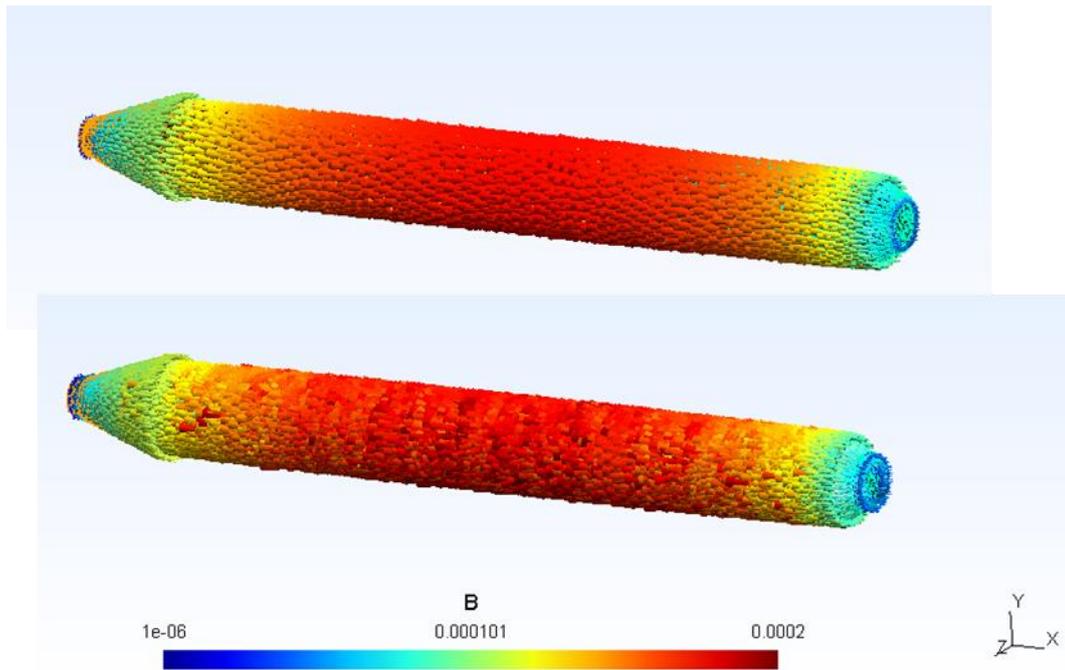


Figure II. 14 : Distribution du flux d'induction en surface du modèle sous champ longitudinal. En haut : modélisation surfacique 1500 éléments surfaciques, En bas : modélisation volumique 11 000 éléments surfaciques

Nous remarquons une répartition moins homogène du flux d'induction pour la méthode intégrale volumique 3D (Figure II. 14), cela vient d'un maillage pas encore suffisant, même avec 28 000 éléments volumiques. Nous pouvons tout de même tracer les courbes d'induction pour différentes distances, mais le bruit de maillage est alors impactant pour des mesures proches.

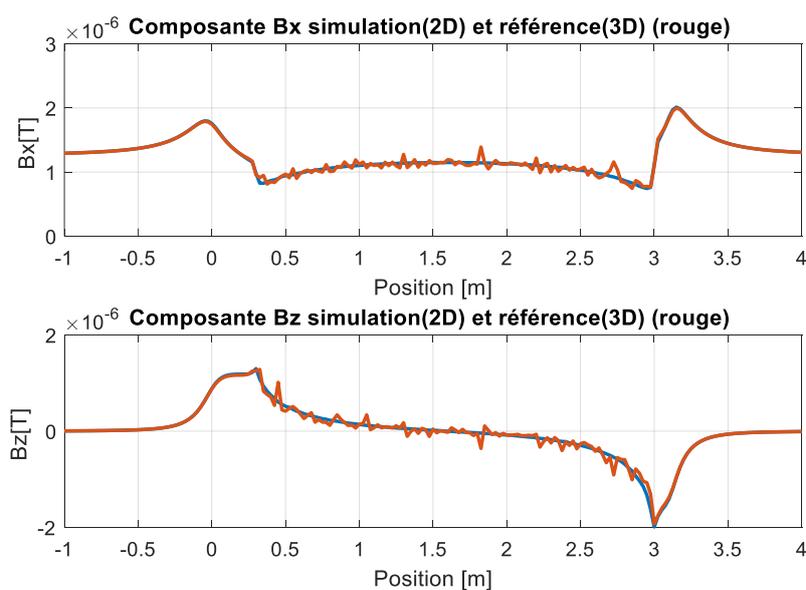


Figure II. 15 : Composantes principales de l'induction pour une signature magnétique tracée à 5 mm de la coque

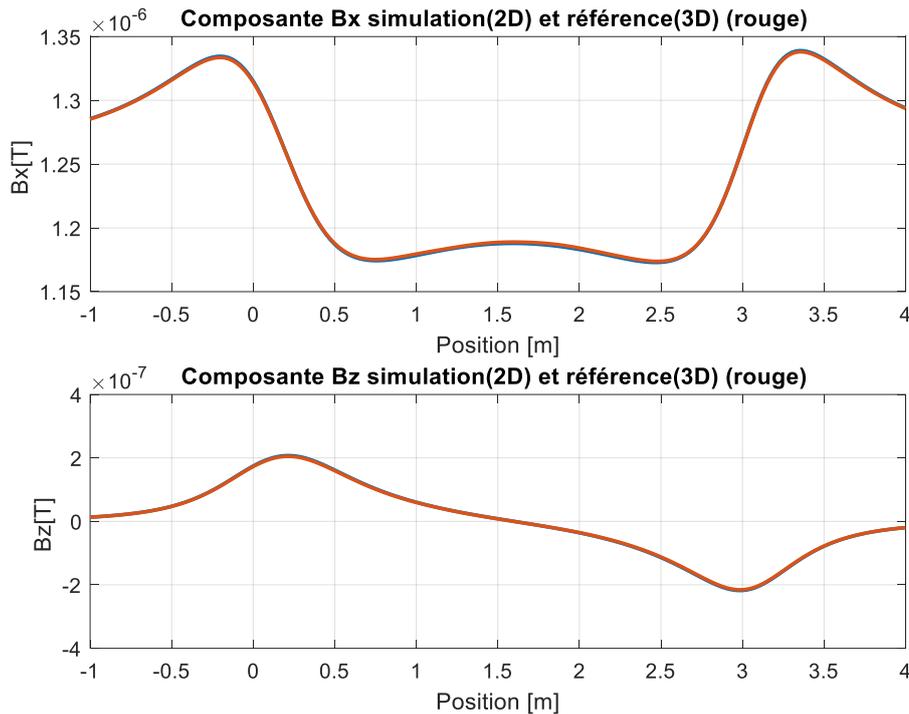


Figure II. 16 : Composantes principales de l'induction pour une signature (Mine) magnétique tracée à 34.5 cm de la coque

Distance ligne (m)	0,845	0,345	0,045	0,005	0,0005
Erreur max Bx %	0.0401	0.0880	1.1364	9.1323	93.2157
Erreur max By %	0.0016	0.0168	0.3577	9.6875	122.6393
Erreur max Bz %	0.0537	0.1777	1.0059	15.1789	184.1953

Tableau II. 3 : Erreur max sur les composantes d'induction calculées sur une signature « mine » en fonction de la distance de la ligne de signature

Le Tableau II. 3 présente les erreurs maximales mesurées pour différentes distances de mesures d'induction. Le calcul d'erreur est effectué entre la méthode surfacique et la méthode intégrale volumique en induction. Comme nous l'avons évoqué, nous remarquons que l'erreur augmente lorsque les mesures sont effectuées de plus en plus proche du maillage de la maquette. Les courbes d'induction proche mesurée sur une ligne sous quille le montrent (Figure II. 15) l'induction calculée par la méthode volumique est fortement chahutée par du bruit de maillage. A partir d'une certaine distance le maillage volumique n'est plus suffisamment dense pour pouvoir être la référence alors que les courbes de la méthode intégrale surfacique sont toujours cohérentes pour un maillage équivalent relativement lâche.

La formulation 2D a également été testée sur des maillages plus denses dans l'optique d'utiliser le modèle direct pour du dimensionnement de système d'immunisation (boucle de courant pour bâtiment de surface). Les temps de calculs pour des maillages avec plusieurs milliers d'éléments sont fortement réduits à l'aide des outils de compression matriciel (Figure II. 17).

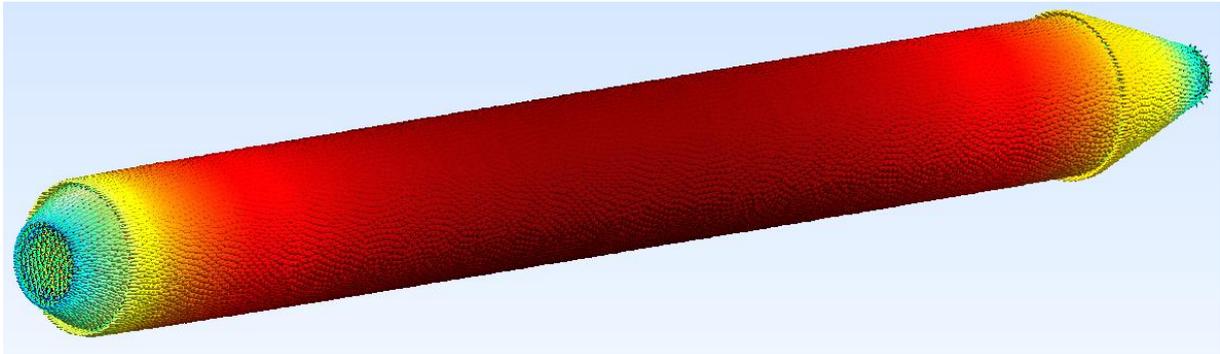


Figure II. 17 : Densité de flux magnétique de surface d'un modèle sous-marin 33298 éléments de surface, 83245 branches, 49947 boucles indépendantes, résolu en 12 min avec un taux de compression de 89,5% (méthode de compression HCA)

La méthode volumique en induction permet de résoudre un problème magnétostatique avec une répartition de flux de facette interpolé par des fonctions de forme d'ordre 1. Cette méthode bien que plus proche de la physique grâce à un espace de projection adapté de l'induction (le flux sortant est constant par élément surfacique) n'a aucun avantage pour les problèmes avec coque minces car elle nécessite un maillage en tétraèdres réguliers qui devient rapidement exponentiel. De plus, un bruit numérique apparaît si ces tétraèdres deviennent trop aplatis. Il est possible d'obtenir une formulation plus précise et beaucoup plus économique en ressources numériques à partir de l'approximation en élément surfacique pour les éléments minces.

c. Conclusion

Le choix de la méthode numérique pour résoudre le problème magnétostatique est guidé par la finalité de son usage. En effet, le but de notre démarche est d'obtenir un problème direct fiable afin de mettre en œuvre l'inversion du modèle. Une formulation intégrale permet de lier les sources aux mesures de façon directe et globale ce qui est nécessaire pour mettre en œuvre un problème inverse. Dans ce chapitre, nous avons montré qu'il est préférable de raisonner en 2D pour alléger les ressources numériques et même améliorer la précision.

La formulation intégrale en flux d'induction B interpolé par des fonctions de forme de facette du premier ordre est bien adaptée à notre problème. Elle est simple à mettre en œuvre pour des maillages 2D et permet de traiter les géométries avec encastrements de tôles. Cette formulation est associée à un post traitement analytique pour le calcul du champ magnétique et nous obtenons une très bonne précision pour des mesures proches des dispositifs. Ceci est une avancée réelle car les formulations développées précédemment était très sensibles au maillage quand le post-processing était réalisé très près de la tôle. Par ailleurs, cette méthode est adaptée aux méthodes de compressions matricielles ce qui la rend plus rapide que la méthode utilisée historiquement [Vuillermet 2008]. Ces résultats prometteurs nous permettent d'envisager une inversion du problème magnétostatique à partir de mesures en champ proche.

Chapitre 3 - Le problème inverse

I. Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, la résolution du modèle direct permet de calculer des conséquences (l'induction dans l'air) à partir d'une cause (l'aimantation d'un matériau magnétique soumis à un champ inducteur). Le calcul dans ce sens se fait naturellement. On parle de problème inverse lorsque l'on souhaite remonter aux causes à partir des conséquences. Le problème direct nous permet d'obtenir des relations clefs qui permettent de mettre en œuvre le problème inverse, il s'offre alors le choix d'aborder sous différents angles l'inversion du problème.

A travers le chapitre qui suit, nous allons présenter les caractéristiques du problème inverse qui nous concerne. Nous allons présenter plusieurs approches pour réaliser l'inversion du modèle magnétique direct. Des tests numériques permettront de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chacune des techniques proposées.

a. Les caractéristiques du problème inverse considéré

Contrairement au problème direct, les problèmes inverses sont généralement mal posés. Le caractère mal posé peut se définir par trois critères qui ne sont pas respectés à savoir, l'existence, l'unicité et la stabilité de la solution. Lorsqu'il n'existe pas de solution satisfaisante, la condition d'existence n'est pas validée. Lorsque la solution n'est pas unique, le critère d'unicité n'est pas valide. La stabilité de la solution est assurée lorsque la résolution du système est peu sensible aux variations de données d'entrée, dans notre cas il s'agit des mesures d'inductions qui peuvent être entachées de bruit. Il existe des techniques numériques pour rendre le système plus stable à ce bruit, nous allons les présenter par la suite.

Comme le problème inverse traité est stationnaire (nous considérons des sources continues), qu'il est discrétisé pour chaque point de mesures et que la relation entre les sources et les mesures est linéaire, nous pouvons le décrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{A} \mathbf{X} = \mathbf{B} \quad (\text{III.1})$$

Tel que $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est une matrice d'interaction qui lie l'inconnue aux mesures, « n » étant le nombre d'inconnues et « m » le nombre de mesures. Selon l'inconnue utilisée pour

remonter aux sources, la matrice d'interaction est plus ou moins complexe. \mathbf{X} est un vecteur de dimension $\mathbb{R}^{n \times 1}$ et \mathbf{B} est le vecteur qui contient les mesures définies dans $\mathbb{R}^{m \times 1}$.

b. Les outils de résolution

Dans notre cas, les systèmes linéaires que nous inversons peuvent être sous-déterminés, c'est-à-dire qu'il y a moins d'équations que d'inconnues ou surdéterminés quand il y a plus d'équations que d'inconnues. La matrice A n'est pas forcément inversible, pour y remédier la décomposition en valeurs singulières [Golub and Reinsch] (Singular Value Decomposition ou SVD) permet de calculer la matrice pseudo-inverse de tout type de matrice (carrée ou rectangulaire). Le principe consiste à écrire la matrice A en la décomposant en trois matrices.

$$A = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T \quad (\text{III.2})$$

L'étude de ces matrices permet d'avoir des propriétés utiles pour analyser le système global, telles que son conditionnement, la taille du noyau et le rang de la matrice. Les colonnes de la matrice $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sont appelées les vecteurs singuliers et les éléments de la matrice $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sont les valeurs singulières ordonnées de façon décroissante. Si les valeurs singulières ne sont pas égales à zéro, la solution du système est la suivante :

$$A^+ = \mathbf{V} \Sigma^{-1} \mathbf{U}^T \quad (\text{III.3})$$

Dans la suite de ce chapitre nous utiliserons l'indice "+" pour préciser s'il s'agit d'une pseudo inverse. Une des problématiques inhérentes aux problèmes inverses est l'unicité de la solution. Face à ce problème, la SVD est un outil très populaire car elle possède la propriété, via le calcul de la pseudo-inverse de conduire à la solution de norme minimum dans l'espace des solutions admissibles. Cette solution particulière est alors :

$$\mathbf{X}_{\text{sol}} = A^+ \mathbf{B} \quad (\text{III.4})$$

Nous verrons par la suite que ce point est fondamental pour mettre en œuvre une inversion efficace. Le conditionnement de la matrice A est également important. Il s'agit du rapport entre la valeur singulière la plus élevée et la plus basse. Un conditionnement élevé implique qu'une faible variation des données d'entrée (ici les mesures) va conduire à une forte variation de la solution, la stabilité est donc dégradée. Pour réduire le conditionnement de la matrice d'interaction, il est possible de mettre en œuvre un équilibrage. La technique la plus répandue est l'équilibrage « ligne et colonne » [Ruiz] qui répartit l'influence de chaque source d'aimantation sur les mesures d'induction et peut être appliquée à (III.4). Mathématiquement,

cela consiste à diviser chaque élément des colonnes par la norme de la colonne concernée, la même opération étant également effectuée pour les lignes. Plusieurs itérations de ce processus permettent ainsi d'améliorer le conditionnement de la matrice A. Ce processus peut être considéré comme une technique de reconditionnement et est connu pour améliorer la robustesse de l'inversion face au bruit de mesure.

Si le reconditionnement ne suffit pas, le principe de la troncature du spectre (le spectre de la matrice est l'ensemble des valeurs singulières) peut être une autre solution. Cette technique consiste à annuler l'influence des plus petites valeurs singulières en conservant uniquement certaines valeurs singulières à partir d'un seuil défini. Là encore, cette technique assure une meilleure robustesse au bruit de mesure. Outre le préconditionnement, des techniques de régularisation comme celle de Tikhonov [Golub et al. 1999],[Hansen] permettent d'améliorer le conditionnement en modifiant la matrice d'interaction à l'aide d'opérateurs matriciels mathématiques appelée matrice de régularisation et d'un coefficient de pondération. L'équation à résoudre s'écrit :

$$\|AX - B\| + \alpha\|LX\| = 0 \quad (\text{III.5})$$

Tel que α est le coefficient de pondération et L est la matrice de régularisation. Notons toutefois que la recherche d'une telle matrice de régularisation et de son poids constitue toujours une difficulté. Nous verrons par la suite que l'utilisation de ces techniques n'a pas été nécessaire dans ce travail ceci grâce à un choix d'une matrice A pertinent.

c. Génération des mesures non triviales par mesure numérique

Afin d'effectuer les simulations en étant le plus proche possible de l'application finale et de tester nos routines d'inversion, il faut dans un premier temps générer des mesures numériques très proches de celles que nous serions susceptibles d'obtenir par mesures réelles.

Nous allons générer ces mesures grâce à notre formulation intégrale présentée dans le chapitre II et en l'adaptant aux processus d'aimantation des coques de navire. L'idée est de conférer un état d'aimantation non trivial au dispositif. Nous considérons l'aimantation totale comme la somme d'une aimantation permanente et d'une aimantation induite [Vuillermet 2008].

$$\mathbf{M}_{\text{totale}} = \mathbf{M}_{\text{induit}} + \mathbf{M}_{\text{permanent}} \quad (\text{III.6})$$

Le modèle de matériau aimanté nous permet de décrire à la fois, la partie induite de l'aimantation à l'aide du paramètre de perméabilité réversible et la partie permanente à l'aide d'un champ coercitif.

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} - \mathbf{H}_c \quad (\text{III.7})$$

- **Etape 1 : Génération d'un champ coercitif**

Dans un premier temps, le matériau est aimanté sous un champ inducteur \mathbf{H}_a , une perméabilité μ_a quelconque comprise entre la réversible et anhystérétique lui étant associée. Cet état d'aimantation va nous permettre de conférer l'état permanent donné quelconque au matériau. Une première résolution du problème direct nous permet de déterminer l'induction magnétique \mathbf{B}_{mat} . L'induction est alors calculée en moyenne sur chaque élément et le champ magnétique \mathbf{H}_{mat} moyen est déduit en divisant par μ_a . D'après le chapitre introductif, cette modélisation permet de calculer l'aimantation permanente que pourrait obtenir un navire après une navigation dans le champ inducteur \mathbf{H}_a .

Connaissant la perméabilité réversible du matériau, nous pouvons déterminer un champ coercitif correspondant au point de fonctionnement de chaque élément à l'aide d'une droite de recul de pente de perméabilité réversible μ_{rev} . Ainsi pour chaque élément du maillage un champ coercitif est calculé (Figure III.1) constant par élément.

$$\mathbf{H}_c = \frac{\overline{\mathbf{B}_{\text{mat}}}}{\mu_{\text{rev}}} - \overline{\mathbf{H}_{\text{mat}}} \quad (\text{III.8})$$

Avec $\overline{\mathbf{B}_{\text{mat}}}$ et $\overline{\mathbf{H}_{\text{mat}}}$ induction et champ moyen par élément. Evidemment, cette approche est certainement un peu naïve car les processus d'aimantation sont en réalité beaucoup plus complexes. En pratique, il faudrait résoudre un problème magnéto-mécanique couplé avec un modèle d'hystérésis vectoriel, ce qui n'est pas encore maîtrisé. Néanmoins, cette approche par droite de recul par élément nous permet de générer des distributions d'aimantations permanentes non triviales qui seront d'une grande utilité pour tester nos algorithmes d'inversion.

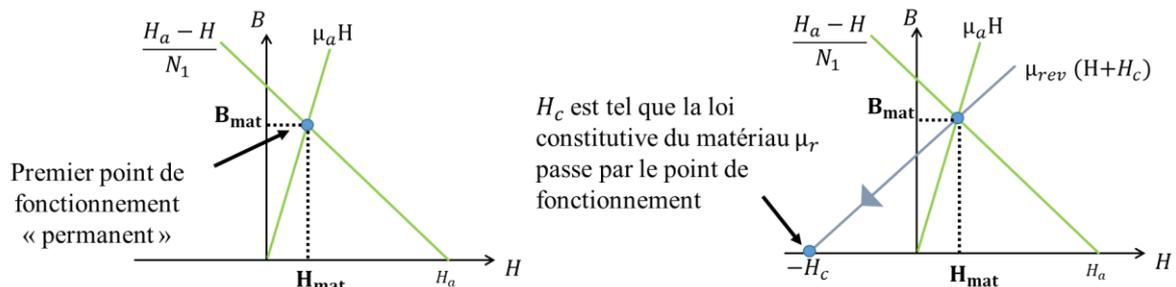


Figure III. 1 : Illustration de l'étape du calcul du champ coercitif associé à un état d'aimantation permanente pour le cas d'un ellipsoïde de révolution de facteur de forme N_1

- **Etape 2 :**

La deuxième étape consiste à associer au matériau une perméabilité réversible μ_{rev} et le champ coercitif H_c (image de son aimantation permanente calculée en étape 1) puis, de plonger le dispositif dans un champ inducteur H_0 ce qui correspond à un changement de cap et donc à la génération d'une aimantation induite en plus de celle du permanent (Figure III. 2). Ainsi nous générons une aimantation composée d'une aimantation induite caractérisée par (H_0, μ_r) et d'une aimantation permanente décrite par la distribution H_c .

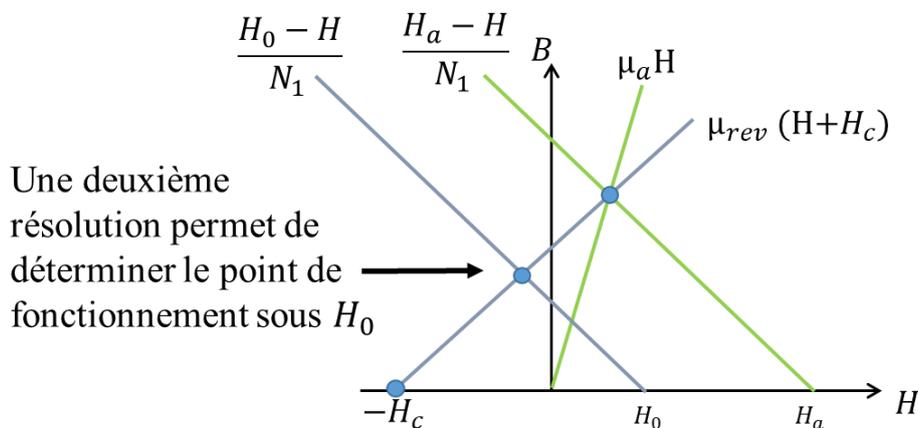


Figure III. 2 : Illustration de l'étape 2, calcul du point de fonctionnement pour un matériau à perméabilité réversible avec un champ coercitif non nul, plongé dans un champs inducteur H_0

Remarque : Dans les figures précédentes, N_1 est le facteur de forme suivant un axe de la structure assimilé à un ellipsoïde de révolution. Evidemment, dans la réalité d'un problème maillé, il s'agit d'une matrice. Néanmoins, ces courbes permettent d'illustrer ce qui se passe à l'échelle d'un élément. Remarquons que le H_c , généré n'est pas uniforme sur le maillage et dépend localement de l'effet de forme.

A chaque scénario un nouveau matériau par élément est ainsi défini, ses paramètres sont $(\mu_{rev}, \mathbf{H}_c)$. En chacune des positions des capteurs virtuels, nous calculons l'induction magnétique produite que nous notons par la suite « \mathbf{B}_{mes} ». A partir de ces mesures, nous allons voir comment mettre en place une inversion.

II. Méthode d'inversion par combinaison linéaire d'aimantations permanentes anhystérétiques

Cette approche est la plus simple parmi celles que nous allons présenter. Elle consiste à considérer que l'aimantation de la coque à déterminer est une combinaison pondérée de trois états d'aimantations permanentes connus qui sont le PVM, le PLM et le PAM (Permanent Vertical Magnetization, Permanent Longitudinal Magnetization et Permanent Athwartship Magnetization), c'est-à-dire les aimantations permanentes verticale, longitudinale et transverse. Notons que cette approche ne permettra certainement d'identifier des anomalies d'aimantations locales de la coque puisque les aimantations permanentes d'équilibre sont régulières. Néanmoins, il s'agit d'une approche pragmatique que nous désirons tester en première étape. Rappelons que la mesure est la somme de deux termes :

$$\mathbf{B}_{mes} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{coque} \quad (\text{III.9})$$

\mathbf{B}_0 est l'induction due au champ inducteur \mathbf{H}_0 et \mathbf{B}_{coque} est le champ généré par l'aimantation de la coque qui s'aimante réversiblement dans le champ \mathbf{H}_0 et qui possède de plus une aimantation permanente. Une variation d'aimantation du bâtiment entraîne de façon linéaire une variation d'induction magnétique mesurée par le capteur.

a. Mise en équation

D'après les études numériques, les signatures restent homothétiques passée une certaine valeur relative de la perméabilité magnétique. Pour un cylindre creux d'épaisseur 2mm, de rayon interne 0.057 m et de longueur 0.5 m, la valeur seuil semble être de 500 dans le cas d'une aimantation longitudinale. Pour le cas vertical, ce seuil de perméabilité est aux alentours de 300. Soulignons un autre phénomène, lorsque la perméabilité dépasse la valeur 1000 l'aimantation évolue de moins en moins vite jusqu'à atteindre une limite, c'est l'aimantation permanente d'équilibre (ou anhystérétique) qui est atteinte (Figure III. 3). On voit ainsi que considérer l'état d'aimantation suivant un axe proportionnel à l'état d'équilibre de ce même axe est donc rapidement vrai en fonction de la perméabilité choisie. Pour un ellipsoïde aimanté sous

\mathbf{H}_0 , l'expression de l'aimantation, parallèle à un axe de l'ellipsoïde, en fonction de la perméabilité est la suivante [Vuillermet 2008]:

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{H}_0}{\frac{1}{\mu_r - 1} + N} \quad (\text{III.10})$$

Tel que N est le facteur de forme suivant l'axe considéré. Cette expression permet de mieux comprendre les différentes allures des courbes ci-dessous selon la valeur de la perméabilité. Le facteur de forme du cylindre pour une orientation longitudinale de l'aimantation a été évalué autour de 10^{-2} [Viana].

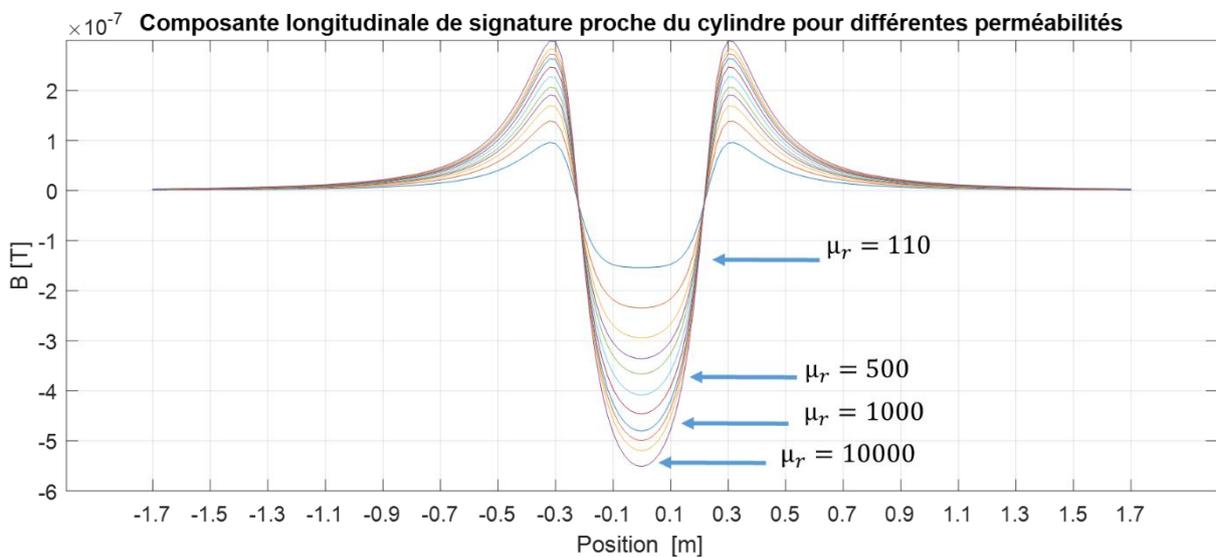


Figure III. 3 : Les signatures sont homothétiques à partir d'une perméabilité de 500 pour le cylindre en acier aimanté longitudinalement

Nous allons ainsi supposer que les états d'aimantation permanente sont homothétiques à l'aimantation permanente anhystérétique du dispositif. Ainsi il est possible de décrire une aimantation permanente quelconque $\mathbf{M}_{p\lambda}$ comme une combinaison linéaire des aimantations permanentes anhystérétiques du matériau :

$$\mathbf{M}_{p\lambda} = \alpha \cdot \mathbf{M}_{PLA} + \beta \cdot \mathbf{M}_{PVA} + \gamma \cdot \mathbf{M}_{PAA} \quad (\text{III.11})$$

Tel que α , β et γ sont des scalaires et \mathbf{M}_{PLA} , \mathbf{M}_{PVA} et \mathbf{M}_{PAA} sont les aimantations permanentes anhystérétiques pour les configurations longitudinale, verticale et transverse (PLA, PVA, PTA) générées sous un champ inducteur de 1A/m. Ces aimantations restent proportionnelles au champ tant que celui-ci reste faible (ordre de grandeur du champ magnétique terrestre). Pour les mesures d'induction cela revient à écrire l'égalité suivante :

$$\mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda} = \alpha \cdot \mathbf{B}_{\text{PLA}} + \beta \cdot \mathbf{B}_{\text{PVA}} + \gamma \cdot \mathbf{B}_{\text{PAA}} \quad (\text{III.12})$$

$\mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda}$ est l'induction magnétique mesurée pour un état d'aimantation permanent quelconque sur un capteur. \mathbf{B}_{PLA} est l'induction magnétique mesurée sur le même capteur par une aimantation permanente anhystérétique longitudinale. De même, \mathbf{B}_{PVA} est l'induction magnétique mesurée pour une aimantation permanente anhystérétique verticale et \mathbf{B}_{PAA} est l'induction mesurée pour une aimantation permanente anhystérétique transverse. Les paramètres α , β et γ sont les inconnues de ce problème inverse, ils sont identifiés par inversion du système :

$$\mathbf{Z}\mathbf{X} = \mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda} \quad (\text{III.13})$$

Avec $\mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$, $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 3}$, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ et N_{Bmes} le nombre de mesures. La matrice \mathbf{Z} est la matrice des bases d'inductions permanentes anhystérétiques, calculée préalablement. Elle se compose des 3 vecteur $(\mathbf{B}_{\text{PLA}}) \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$, $(\mathbf{B}_{\text{PVA}}) \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$ et $(\mathbf{B}_{\text{PAA}}) \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$. Le vecteur \mathbf{X} correspond aux paramètres α , β et γ .

On rappelle que :

$$\mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda} = \mathbf{B}_{\text{mes}} - \mathbf{B}_0 - \mathbf{B}_{\text{induite}}(\mathbf{B}_0) \quad (\text{III.14})$$

En effet, $\mathbf{B}_{\text{mes p}\lambda}$ est la mesure de l'état permanent donné. Il faut donc retrancher de la mesure \mathbf{B}_{mes} , le champ inducteur \mathbf{B}_0 puis les induits sous ce champ, pour obtenir le permanent de mesure sur l'ensemble des capteurs.

Pour construire la matrice \mathbf{Z} , il faut donc résoudre au préalable deux problèmes directs par orientation de champ inducteur de module 1A/m. Le premier nous permet de récupérer la mesure d'induction issue d'un état d'aimantation induite ($\mathbf{B}_{\text{induite L}}$, $\mathbf{B}_{\text{induite V}}$, $\mathbf{B}_{\text{induite T}}$). Le second problème direct nous permet de calculer les mêmes grandeurs pour les états anhystérétiques ($\mathbf{B}_{\text{anh L}}$, $\mathbf{B}_{\text{anh V}}$, $\mathbf{B}_{\text{anh T}}$) sous le même champ inducteur de 1A/m.

Nous calculons ensuite le champ sur le capteur dû à l'état permanent par soustraction des composantes mesurées pour l'état anhystérétique et induit :

$$\mathbf{B}_{\text{PLA}} = \mathbf{B}_{\text{anh L}} - \mathbf{B}_{\text{ILM}} \quad (\text{III.15})$$

$$\mathbf{B}_{\text{PVA}} = \mathbf{B}_{\text{anh V}} - \mathbf{B}_{\text{IVM}} \quad (\text{III.16})$$

$$\mathbf{B}_{\text{PAA}} = \mathbf{B}_{\text{anh A}} - \mathbf{B}_{\text{IAM}} \quad (\text{III.17})$$

Avec $\mathbf{B}_{PLA}, \mathbf{B}_{PVA}, \mathbf{B}_{PAA} \in \mathbb{R}^{N_{Bmes} \times 1}$. Ces trois vecteurs composent les vecteurs de la matrice $Z \in \mathbb{R}^{N_{Bmes} \times 3}$. Pour tous les capteurs, il est possible de décrire chacune des composantes de l'induction magnétique provenant d'un état permanent quelconque comme combinaison linéaire des inductions magnétiques dues au permanents anhystériques. Pour n capteurs homocentriques mesurant l'induction sur les trois axes x, y et z nous pouvons écrire :

$$\begin{bmatrix} B_{mes \ x \ p\lambda \ C1} \\ B_{mes \ y \ p\lambda \ C1} \\ B_{mes \ z \ p\lambda \ C1} \\ B_{mes \ x \ p\lambda \ C2} \\ B_{mes \ y \ p\lambda \ C2} \\ B_{mes \ z \ p\lambda \ C2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ B_{mes \ x \ p\lambda \ Cn} \\ B_{mes \ y \ p\lambda \ Cn} \\ B_{mes \ z \ p\lambda \ Cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{PLA \ C1 \ x} & B_{PVA \ C1 \ x} & B_{PAA \ C1 \ x} \\ B_{PLA \ C1 \ y} & B_{PVA \ C1 \ y} & B_{PAA \ C1 \ y} \\ B_{PLA \ C1 \ z} & B_{PVA \ C1 \ z} & B_{PAA \ C1 \ z} \\ B_{PLA \ C2 \ x} & B_{PVA \ C2 \ x} & B_{PAA \ C2 \ x} \\ B_{PLA \ C2 \ y} & B_{PVA \ C2 \ y} & B_{PAA \ C2 \ y} \\ B_{PLA \ C2 \ z} & B_{PVA \ C2 \ z} & B_{PAA \ C2 \ z} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ B_{PLA \ Cn \ x} & B_{PVA \ Cn \ x} & B_{PAA \ Cn \ x} \\ B_{PLA \ Cn \ y} & B_{PVA \ Cn \ y} & B_{PAA \ Cn \ y} \\ B_{PLA \ Cn \ z} & B_{PVA \ Cn \ z} & B_{PAA \ Cn \ z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (III.18)$$

Le problème inverse qui ne possède que trois inconnues est résolue en utilisant la pseudo-inverse, à savoir :

$$\mathbf{X} = Z^+ \mathbf{B}_{mes \ p\lambda} \quad (III.19)$$

b. Validations numériques

1. Cas test plaque

Ce cas test de répartition d'aimantation 2D, qui présente des effets de pointe n'est pas le plus simple à traiter d'un point de vue électromagnétique car le champ s'échappe physiquement au niveau des coins et des arêtes alors que nous avons supprimé cette possibilité dans notre formulation intégrale. Ce cas ayant été traité dans les travaux antécédents, il nous semble toutefois être un bon moyen de vérifier les résultats de l'inversion.

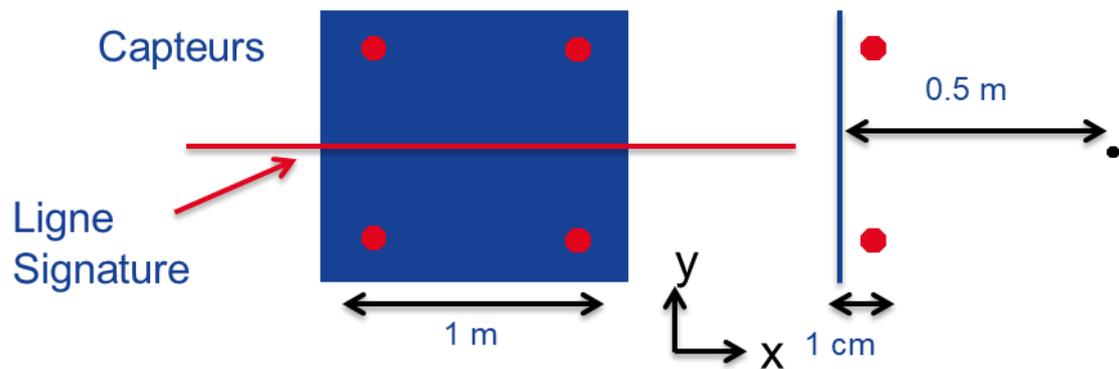


Figure III. 4 : Configuration test de la plaque

Nombre d'éléments surfaciques	440
Epaisseur [mm]	2
Perméabilité réversible	100
Nombre de mailles indépendantes	760

Tableau III. 1 : Caractéristiques du problème de la plaque

Le choix est fait de positionner 4 capteurs à 1 cm de la coque (Figure III. 4) avec les caractéristiques du Tableau III. 1. Les tests ont été effectués avec plusieurs configurations d'aimantations (variation du champ coercitif \mathbf{H}_c et du champ inducteur \mathbf{H}_0) et il est fait en sorte d'avoir autant d'induit que de permanent. Nous exposerons les résultats pour un champs inducteur \mathbf{H}_0 (1,1,0) A/m et un champ source interne \mathbf{H}_c équivalent en influence sur la mesure. Le champ \mathbf{H}_c est généré à l'aide des paramètres suivant, $\mu_{rev} = 100$, $\mu_a = 1000$ et $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_a$ (1,1,0).

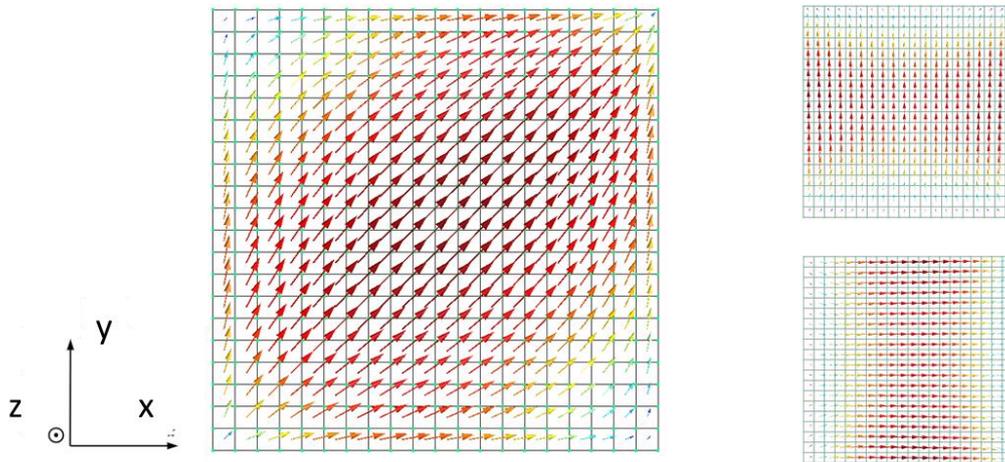


Figure III. 5 : A droite, répartition d'induction du cas test, à gauche base d'induction permanente X et Y, dans ce cas 2D, seuls 2 paramètres sont à déterminer

A partir des paramètres identifiés α , β la répartition de flux d'induction dans la tôle est reconstruite puis l'induction sur une ligne placée à 0.5m est calculée pour comparaison avec la solution. Pour quantifier les performances des différentes inversions, nous définissons le critère d'erreur suivant sur la signature de l'aimantation permanente :

$$E_i\% = \frac{||B_{i,ref} - B_{i,Surf}||}{\max ||B_{ref}||} \quad (III.20)$$

Avec $B_{i,ref}$ composante de l'induction permanente de référence et $B_{i,Surf}$ composante de l'induction permanente reconstruite. Pour chaque validation, nous choisissons de tracer les composantes de l'induction magnétique de la signature solution et prédite (Figure III. 6). Un second graphe expose l'erreur calculée à l'aide du critère ci-dessus ainsi que l'erreur moyenne en rouge (Figure III. 7).

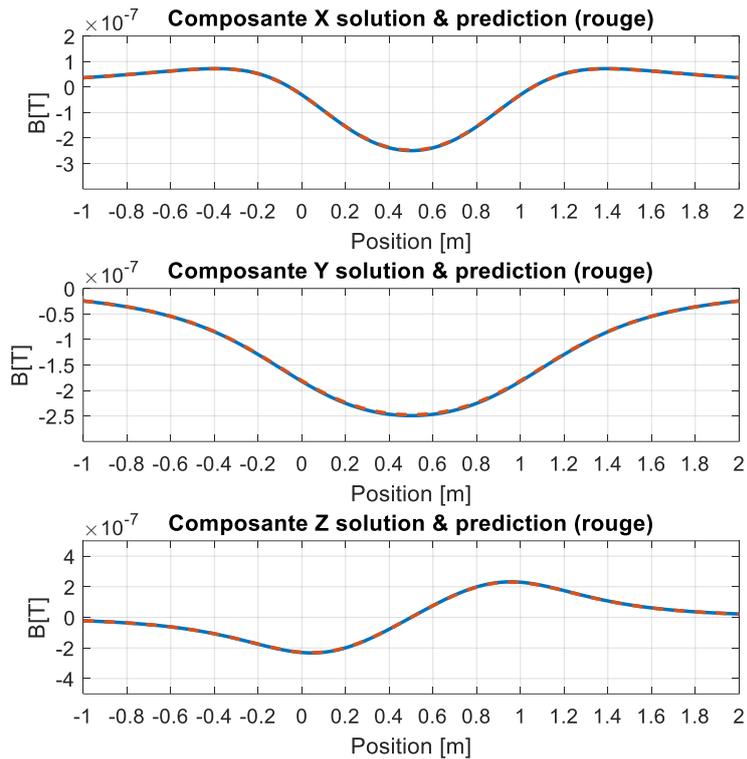


Figure III. 6 : Composantes de l'induction le long de la ligne de signature (état permanent)

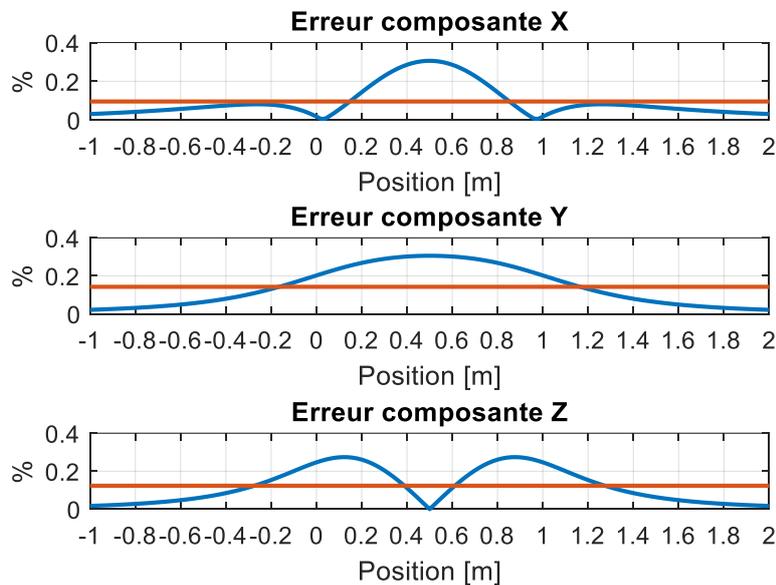


Figure III. 7 : Calculs d'erreur associée aux composantes de l'induction (état permanent)

Les résultats issus de ce premier cas test mettent en évidence les performances de cette technique d'inversion simple. Nous remarquons une erreur maximale inférieure à 0.5%, pour un problème inverse à géométrie ouverte et surdimensionné (12 mesures, 2 inconnues). Les inversions ont été effectuées avec différentes valeurs de perméabilité μ_a de la réversible à l'anhystrétique. Pour le cas de la plaque, il semble que toutes les aimantations permanentes,

quel que soit leur perméabilité utilisée pour leur construction, sont homothétiques à l'aimantation permanente d'équilibre. Les résultats pour les orientations transverse et verticale de champ inducteur sont similaires. Ces résultats encourageants, pousse à tester cette inversion sur un cas plus réaliste vis-à-vis de notre contexte d'application.

2. Cas test cylindre creux

Le chapitre IV a pour objectif de confronter nos méthodes d'inversion avec des mesures réelles. Le cylindre en acier de mise sous pression utilisé dans les travaux de [Viana] (présentée dans le chapitre I) est utilisé pour réaliser un maillage surfacique 2D. Nous positionnons également des capteurs ici virtuels mais qui seront réellement mis en œuvre dans le chapitre suivant.

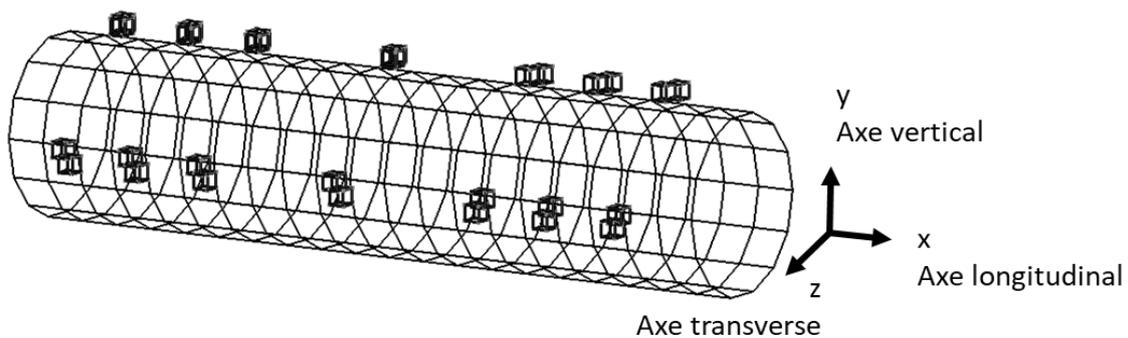


Figure III. 8 : Maillage 2D du cylindre en acier, position des lignes de capteurs, chaque carré correspond à un noyau magnétique de capteur placé à 1cm de la tôle

Nombre d'éléments surfaciques	280
Epaisseur [mm]	2
Rayon interne [m]	0.057
Longueur [m]	0.5

Tableau III. 2 : Caractéristiques du problème du cylindre creux

Nous choisissons de disposer 14 capteurs biaxes sur 2 lignes le long du cylindre (Figure III. 8). La ligne supérieure est numérotée 1 et la ligne latérale est la ligne 2. Pour la ligne 1, nous considérons 7 noyaux longitudinaux et 7 noyaux transverses, pour la ligne 2, nous considérons également 7 noyaux longitudinaux et 7 noyaux verticaux. Pour se placer dans les conditions expérimentales les noyaux ne sont pas homocentriques. Les capteurs sont placés à 1cm de la coque. Nous obtenons un système avec 28 équations et 3 inconnues.

Comme pour le cas test précédent, il est fait en sorte de générer les mesures correspondant à 50% d'aimantation induite et 50% d'aimantation permanente. Le champ coercitif H_c est généré à l'aide des paramètres suivant, $H_a = 32 \text{ A/m}$, $\mu_a = 1000$.

Une signature « mine » virtuelle est calculée (les noyaux sont homocentriques) à 0.14 m du centre du cylindre pour comparaison avec la solution du problème direct (Figure III. 9).

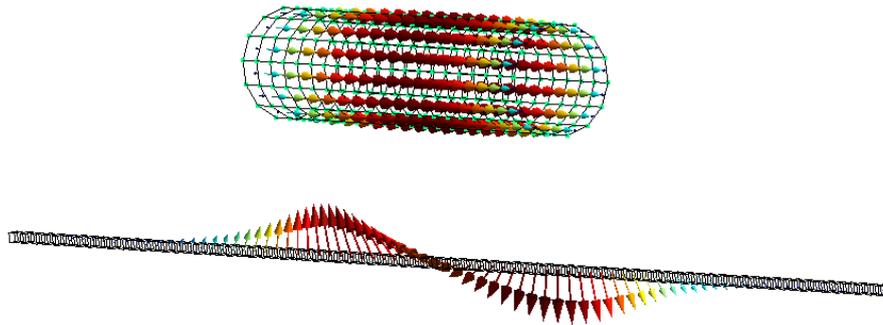


Figure III. 9 : Maillage 2D de la structure du cylindre, représentation du flux d'induction et de la signature mine

- Configuration 1 : Cas d'aimantation permanente longitudinale sous $B_0 = (40, 0, 0) \mu\text{T}$.

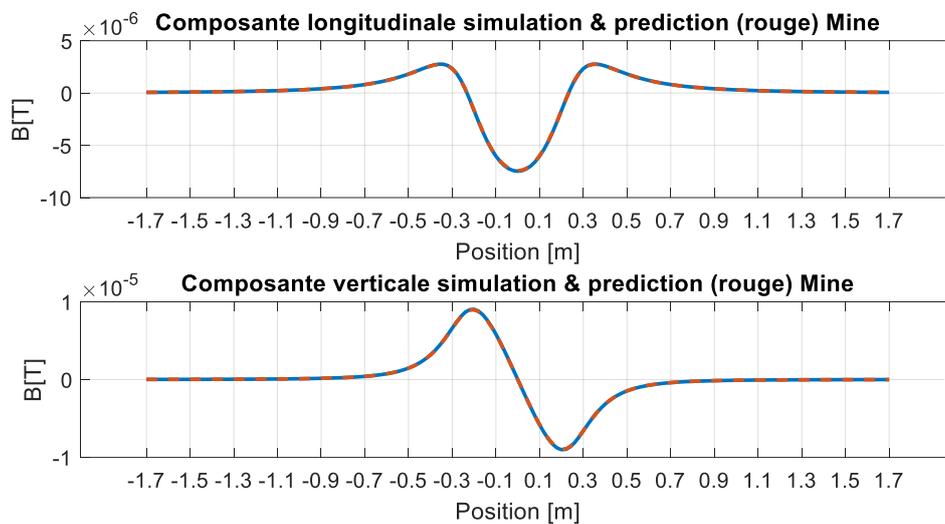


Figure III. 10 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la signature « mine », cas longitudinal

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	0.42	0.53	0.002
Erreur moyenne %	0.11	0.1464	10^{-4}

Tableau III. 3 : Erreur par composante sur la ligne "mine" pour un cas longitudinal

Pour ce cas longitudinal, la prédiction d'anomalie obtenue est très proche de la solution. En effet, l'erreur maximale obtenue est en dessous de 0.6 % et l'erreur moyenne est très faible (Tableau III. 3). Les résultats sont meilleurs que ceux du cas de la plaque. Il semble que pour cette configuration, les 14 noyaux longitudinaux permettent d'obtenir suffisamment d'information pour cette version simple de l'inversion.

- Configuration 2 : Nous présentons un deuxième cas d'aimantation permanente conférée sous un champ inducteur uniforme vertical sous $\mathbf{B}_0=(0,40,0) \mu\text{T}$.

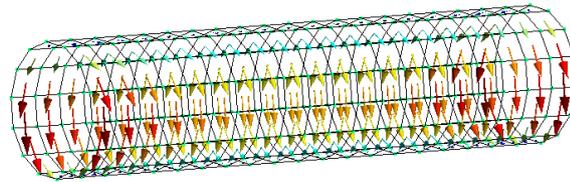


Figure III. 11 : Répartition du flux d'induction pour une configuration d'aimantation verticale

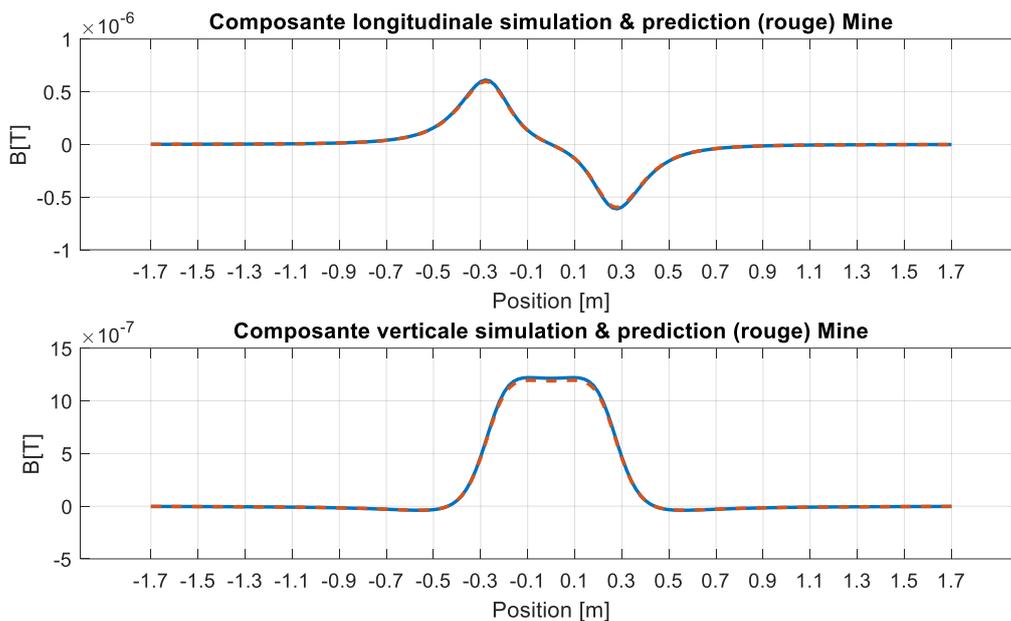


Figure III. 12 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la signature « mine », cas vertical

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	0.89	1.75	$4.6 \cdot 10^{-4}$
Erreur moyenne %	0.25	0.5	$1.6 \cdot 10^{-4}$

Tableau III. 4 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas vertical

L'erreur maximale de 1.75% sur la composante y, permet valider cette inversion pour le cas vertical (Tableau III. 4). Dans cette configuration l'information pertinente qui est la composante verticale est mesurée uniquement par 7 capteurs ce qui semble suffisant pour reconstruire de façon pertinente l'induction par combinaison linéaire. Pour le cas transverse qui est très proche du cas vertical, nous obtenons les mêmes résultats.

- Configuration 3 : Cas d'aimantation permanente composée obtenue sous champ inducteur longitudinale et verticale $\mathbf{B}_0 = (40,40,0) \mu\text{T}$.

Pour se référer au contexte opérationnel, il est important d'évaluer cette inversion avec un champ inducteur composé comme peut l'être le champ magnétique terrestre à Brest par exemple (Figure III. 13). De nouveau, la configuration choisie et composée d'une aimantation permanente de même intensité que l'aimantation induite.

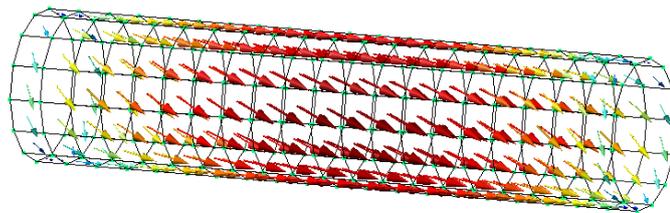


Figure III. 13 : Répartition du flux d'induction pour une configuration d'aimantation composée

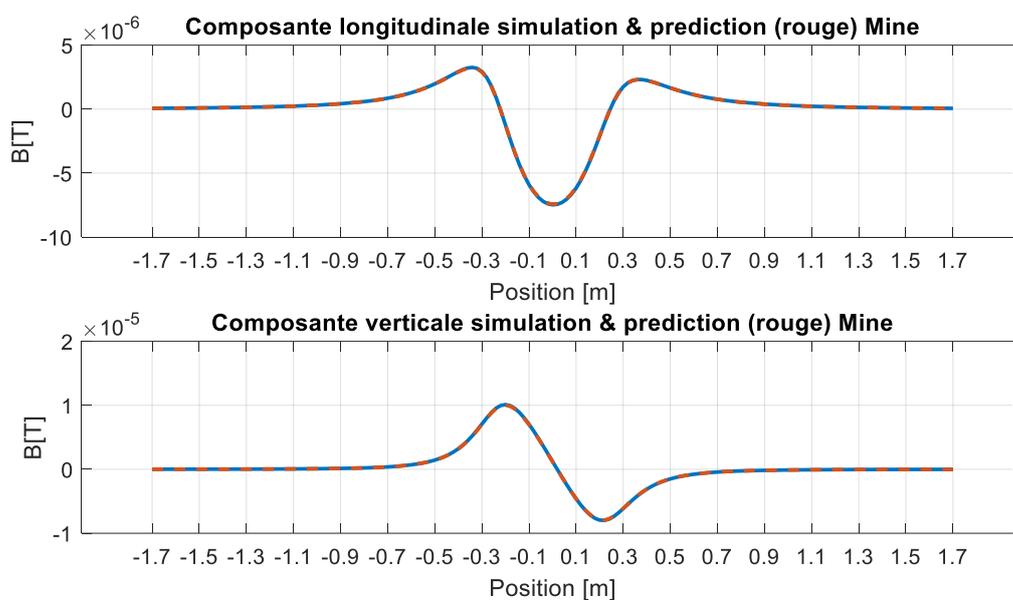


Figure III. 14 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la signature « mine », cas composé

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	0.39	0.67	0.0018
Erreur moyenne %	0.1	0.14	$6 \cdot 10^{-4}$

Tableau III. 5 : Erreur par composante de l'induction permanente sur la ligne "mine", cas composé

La confrontation de signatures « mine » (Figure III. 14) et le calcul d'erreur associé nous montrent des courbes en adéquation avec un erreur moyenne autour de 0.1%. Pour les différents cas, nous choisissons de vérifier le champ sur une ligne de signature « MAD » plus éloignée placée à 1m du cylindre. Les courbes de signature MAD sont présentées ci-dessous pour le cas d'aimantation composée.

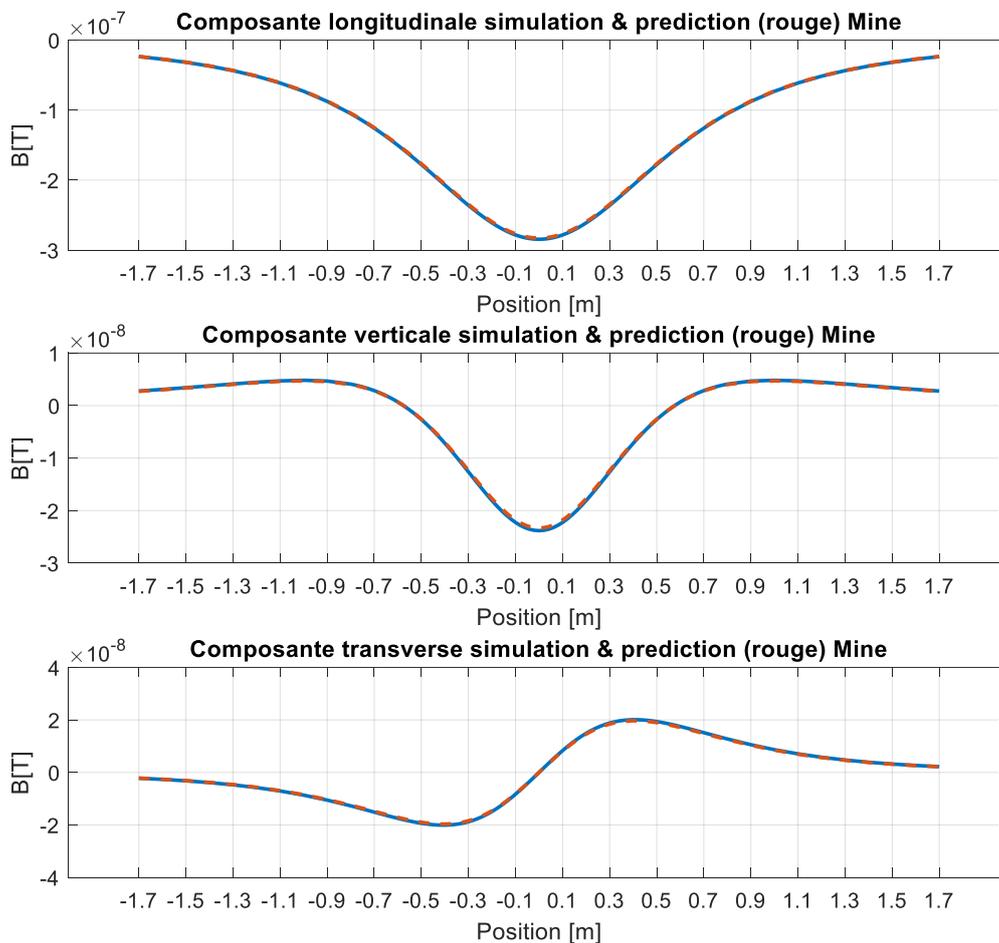


Figure III. 15 : Composantes de l'induction permanente le long de la signature « MAD », cas composé

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	0.55	0.16	0.13
Erreur moyenne %	0.33	0.06	0.09

Tableau III. 6 : Erreur par composante de l'induction permanente sur la ligne "MAD", cas composé

Pour la signature éloignée « MAD » nous observons une erreur moyenne inférieure à 0.4%, ce qui est largement satisfaisant.

Le cas test du cylindre met en évidence la capacité de cette inversion très simple pour retranscrire de façon précise l'état d'aimantation globale par combinaison linéaire d'états d'aimantation connus. Le cas longitudinal est le plus favorable. Nous obtenons 1.75% d'erreur maximale sur la composante verticale. Il pourrait être intéressant dans de futurs travaux de faire une étude de sensibilité à la position et au nombre de noyaux pour cette technique d'inversion. Dans notre cas à géométrie simple, sans anomalie locale, ce modèle d'inversion simple est fiable et permet de calculer avec précision des signatures magnétiques proches ou éloignées.

Notons finalement que plusieurs dizaines d'autres tests ont été effectués avec différentes répartitions d'aimantations permanentes (sur la plaque et le cylindre), pas nécessairement proches de l'état permanent d'équilibre et donc pas forcément homothétiques à cet état : les résultats numériques restent très similaires. Rappelons la limite de cette inversion par combinaison linéaire pour des cas où l'aimantation n'est pas homogène. Il est donc intéressant de s'interroger sur la mise en place d'une autre méthode qui permettrait de prendre en compte les inhomogénéités de l'aimantation.

III. Inversions de la formulation intégrale volumique B de facette

Dans le chapitre II, nous avons décrit la relation directe entre les sources magnétiques et la réaction du matériau. Pour rappel, la résolution du problème direct est effectuée à l'aide d'un solveur circuit dans la base des flux de mailles indépendantes. Le calcul du champ dans l'air se fait à l'aide des flux sortant de la tôle. Nous allons voir qu'ils sont équivalents à des charges surfaciques et peuvent être calculées à partir des flux circulant dans les facettes internes grâce à une matrice divergence. En outre, nous allons voir comment à partir de la mesure du champ magnétique proche et d'une approche inverse, nous pouvons remonter aux flux qui circulent à l'intérieur des facettes du maillage.

a. La fonction liant la mesure à la charge

Rappelons que la formulation utilisée et présentée au chapitre II nous permet de relier les flux d'induction Φ_f circulant au travers des « facettes » devenues arrête 2D dans l'approximation à la mesure dans l'air. Pour l'élément « e » de surface S_e et ayant N_{fe} facettes nous obtenons pour contribution :

$$\mathbf{B}_{\text{mes } e}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{fe=1}^{N_{fe}} (v_0 - v_e) \int_{S_e} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) \frac{\Phi_{fe}}{S_e} dS_e + \mathbf{B}_0(\mathbf{P}) \quad (\text{III.21})$$

Pour un système avec « Ne » élément, nous obtenons la relation matricielle suivante :

$$\mathbf{B}_{\text{mes}} = \mathbf{A} \Phi_f \quad (\text{III.22})$$

$\mathbf{B}_{\text{mes}} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times N_f}$ et la matrice \mathbf{A} est détaillée en Annexe A.

Cette équation peut également s'écrire dans la base de flux de mailles indépendantes, expression que nous utiliserons un peu plus loin :

$$\mathbf{B}_{\text{mes}} = \mathbf{A}_1 \Phi_{\text{BI}} \quad (\text{III.23})$$

Pour rappel:

$$\Phi = \mathbf{P}^t \Phi_{\text{BI}} \quad (\text{III.24})$$

Où \mathbf{P} est la matrice de changement de base et $\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_f \\ \Phi_\infty \end{bmatrix}$

b. Résolution en flux globaux

Dans un premier temps, nous proposons de tester une inversion directement à partir des relations du problème direct. Dans ce cas l'inconnue recherchée correspond aux flux internes, Contrairement à la première méthode d'inversion présentée, il s'agit ici de résoudre un système largement sous dimensionnée (plus d'inconnues que de mesures) car le nombre de boucles de flux est largement supérieur au nombre de mesures. On obtient l'écriture du problème inverse :

$$\Phi_f = \mathbf{A}^+ \mathbf{B}_{\text{mes}} \quad (\text{III.25})$$

Le calcul de la matrice \mathbf{A}^+ est effectué à l'aide de la SVD, le spectre de cette matrice est régulier, toutes les valeurs singulières peuvent être gardées, on ne fait pas de troncature de spectre.

Cas test plaque

Nous présentons la même configuration du cas test « plaque » présenté précédemment. L'allure de l'induction déterminée après inversion est donnée ci-dessous (Figure III. 16).

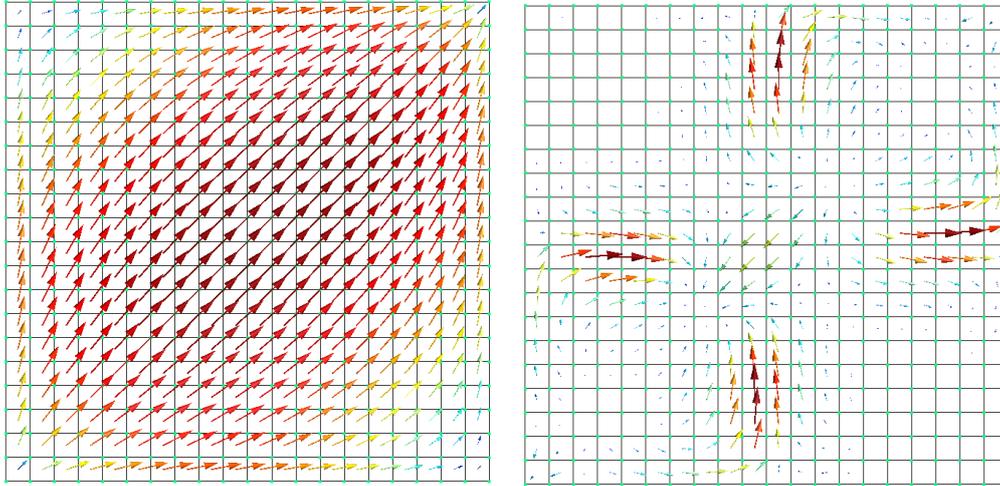


Figure III. 16 : Répartition d'induction (à gauche) solution du problème, (à droite) résultat du problème inverse avec pour inconnues les flux de facettes pour le cas test plaque

La confrontation des signatures sur ligne n'est pas nécessaire pour mettre en évidence les résultats non physiques de cette méthode d'inversion. Le résultat obtenu n'est pas satisfaisant. En fait, la distribution de \mathbf{B} identifiée est très irrégulière et loin de celle attendue. Le problème étant mal posé, la solution est naturellement non unique et la résolution de (III.25) conduit à une distribution du flux qui s'adapte aux mesures magnétiques mais qui n'a pas de sens physique. En effet c'est la solution de norme minimum qui est favorisée lorsque la SVD est calculée et minimiser les flux internes n'a pas de sens physique. Classiquement, une solution consisterait à utiliser une régularisation de Tikhonov, pour imposer un flux interne un peu plus régulier. Nous allons toutefois proposer une approche alternative.

c. Résolution en charges globales

Afin de corriger le défaut de régularité précédent, il est envisageable de travailler avec la divergence surfacique de l'induction interne à la tôle exprimée avec les flux externes sortant à la tôle équivalents à des charges. En effet, le calcul de la SVD va ainsi minimiser les charges qui correspondent aux flux sortant de la tôle et par conséquent régulariser le flux interne circulant. Pour un élément un élément e délimité par N_{fe} facette « f », nous avons :

$$\sum_{fe=1}^{N_{fe}} \nabla_s \cdot \mathbf{w}_f \Phi_f = \frac{\Phi_{e,\infty}}{S_e} = \mathbf{Q}_\Phi \quad (\text{III.26})$$

Remarquons que la divergence peut être facilement calculée car elle est associée à un champ de vecteurs interpolés avec des fonctions de forme de facette. \mathbf{Q}_Φ est ensuite associée à une fonction scalaire d'ordre 0 sur le maillage. Physiquement, cela peut être vu comme une distribution de charges qui représente le flux de $\Phi_{e,\infty}$ allant de la coque à l'air. L'opérateur de divergence de surface peut être vu comme une matrice d'incidence reliant les flux dans les faces (donc dans la coque) au flux s'échappant dans l'air. La matrice divergence est singulière, le choix est fait de la tronquer et de pseudo-inverser cette matrice d'incidence pour obtenir une nouvelle expression du problème inverse :

$$\mathbf{Q}_\Phi = [\mathbf{A} \ \nabla_s^+]^+ \mathbf{B}_{mes} \quad (\text{III.27})$$

Tel que $\nabla_s^+ \in \mathbb{R}^{N_f \times N_e}$, $\mathbf{Q}_\Phi \in \mathbb{R}^{N_e \times 1}$ N_e étant le nombre d'éléments surfaciques. A partir des charges obtenues, la matrice divergence inverse est utilisée pour reconstruire les flux de facette. L'équation (III.27) conduira à une solution qui s'adapte à la mesure magnétique externe mais qui minimise également le flux sortant de la coque (et non le flux circulant dans la coque comme obtenu avec (III.25)). Ce processus agit comme une technique de régularisation. Néanmoins aucun paramètre de pondération empirique comme dans la méthode de Tikhonov n'est à déterminer.

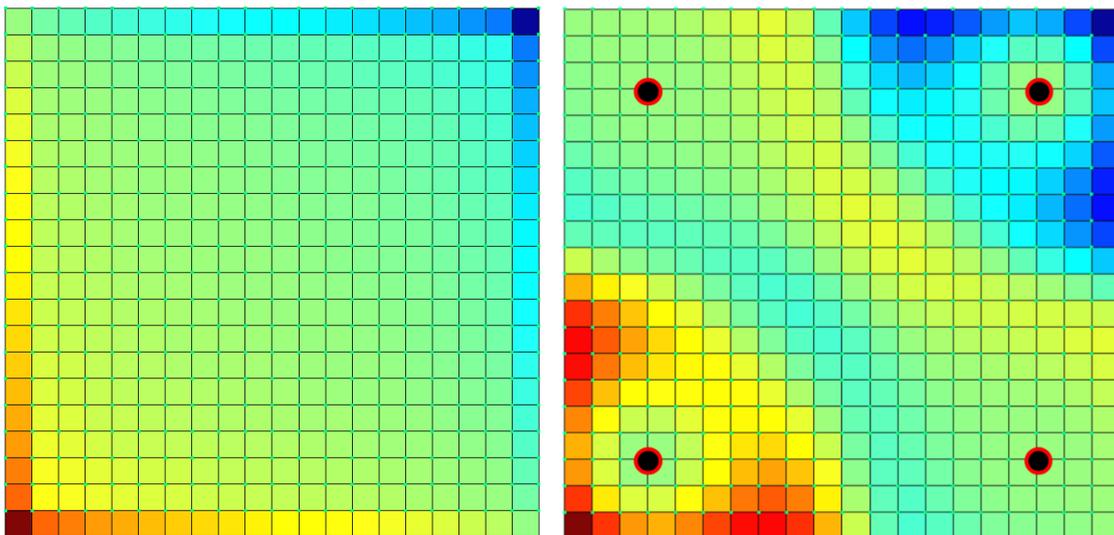


Figure III. 17 : Répartition des charges équivalentes d'induction (à gauche) solution du problème, (à droite) résultat du problème inverse avec les flux sortants comme inconnues pour le cas test plaque. L'emplacement des capteurs est représenté par les points noirs.

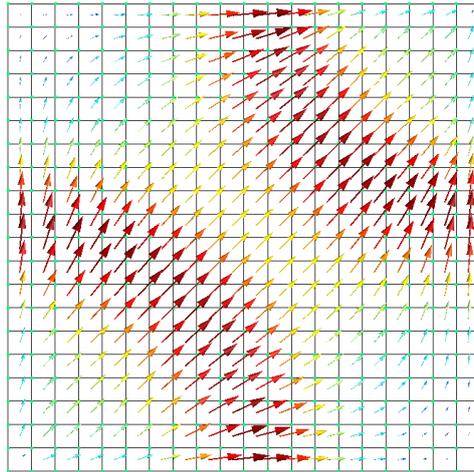


Figure III. 18 : Répartition d'induction reconstruite avec les flux sortant en inconnues

Les résultats du cas test « plaque » ci-dessus (Figure III. 18) permettent d'entrevoir une amélioration. En effet, l'allure de la répartition de charges est respectée pour les valeurs extrêmes mais la variation reste trop importante même en équilibrant le système pour reconstruire le flux d'induction correspondant à la solution.

Physiquement, nous pouvons voir de façon plus marquée sur d'autres configuration (Figure III. 19) que la répartition de charge est fortement influencée par leur position.

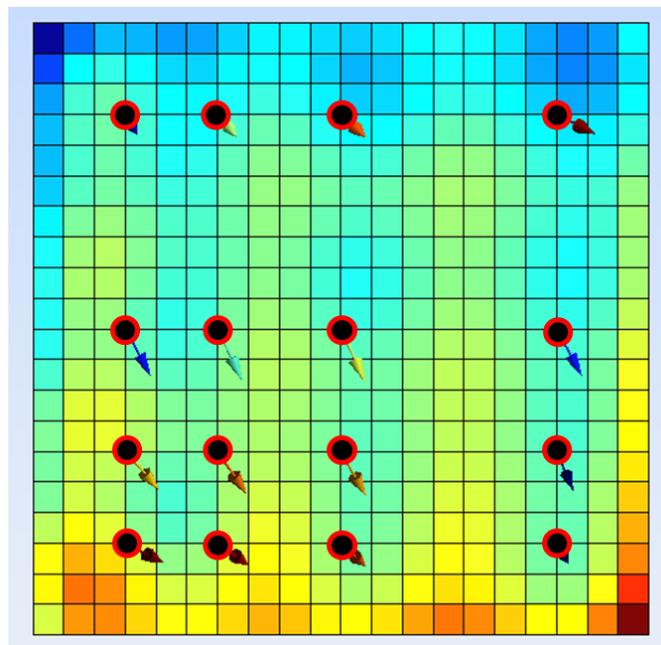


Figure III. 19 : Mise en évidence de l'impact de la position des capteurs sur la reconstruction de la charge globale. On retrouve autour de chaque capteur une fluctuation locale des charges, un dipôle magnétique est localement généré

L'équilibrage « ligne colonne » n'est pas suffisant pour améliorer le conditionnement du système et entraîne l'apparition de dipôles locaux localisés en face du point de mesure. Cette constatation nous amène à changer d'inconnue de résolution. En effet, il est possible de distinguer les deux sources de charges : celles qui ont pour sources \mathbf{H}_0 qui dans notre cas est connu, et celles qui sont liées à \mathbf{H}_c donc à l'état permanent inconnu.

d. Résolution en charge de \mathbf{H}_c

Dans notre cas d'application nous pouvons considérer \mathbf{H}_0 , le champ inducteur, comme connu, par conséquent nous avons accès à la connaissance des flux dus à la réaction de ce champ. Ainsi nous pouvons mettre en œuvre une recherche de flux uniquement dus au champ coercitif \mathbf{H}_c . Dans le contexte du problème inverse, \mathbf{H}_c devient alors l'inconnue du problème et doit être identifié. Pour le déterminer numériquement, il faut sélectionner un espace de fonctions interpolantes. Les fonctions de forme de facette semblent être adéquates.

$$\mathbf{H}_c = \sum_{f=1}^{N_f} \mathbf{w}_f \Phi_{H_c} \quad (\text{III.28})$$

Les nouvelles inconnues sont les flux de H_c sur les facettes. Ainsi, le dernier terme de (II.60) peut être scindé en 2 avec une partie relative à \mathbf{H}_0 et l'autre à \mathbf{H}_c . On introduit alors une matrice N associée à l'inconnue Φ_{H_c} liées à \mathbf{H}_c explicite, conduisant à un nouveau système de matrice qui remplace (II.60) :

$$M \Phi_{BI} - N \Phi_{H_c} = \mathbf{S}_{H_0} \quad (\text{III.29})$$

Où $N \in \mathbb{R}^{N_{BI} \times N_f}$:

$$N = P R \quad (\text{III.30})$$

$$\mathbf{S}_{H_0} = P \mathbf{U}_0 \quad (\text{III.31})$$

Pour rappel P est la matrice de changement de base des mailles indépendantes, R et \mathbf{U}_0 sont définis chapitre II partie III.b. En combinant (III.29) et (III.23) et après combinaisons algébriques, nous obtenons le système de matrice final avec Φ_{H_c} comme inconnue :

$$(A_1 M^{-1} N) \Phi_{H_c} = (\mathbf{B}_{mes} - A_1 M^{-1} \mathbf{S}_{H_0}) \quad (\text{III.32})$$

$$Z \Phi_{H_c} = \mathbf{T} \quad (\text{III.33})$$

Le système (III.33) est une écriture plus compacte de (III.32). L'approche est très complète et physique car le modèle inverse permet de différencier les différentes causes de

l'aimantation en ne recherchant que les causes inconnues à savoir une répartition de champ coercitif. Le comportement interne de la tôle est également modélisé par l'intermédiaire de la matrice M ce qui est beaucoup plus complet que pour l'approche en charge totale où il n'était pas pris en compte. La décomposition en valeurs singulières permet de calculer la matrice pseudo-inverse de la matrice rectangulaire Z.

$$\Phi_{H_c} = Z^+ T \quad (\text{III.34})$$

Tel que $T \in \mathbb{R}^{N_{Bmes} \times 1}$, $Z^+ \in \mathbb{R}^{N_f \times N_{Bmes}}$ et $\Phi_{H_c} \in \mathbb{R}^{N_f \times 1}$. Le système (III.34) est donc résolu avec une simple SVD équilibrée sans troncature du spectre pour identifier Φ_{H_c} . La Figure III. 20 montre le résultat de la répartition identifiée pour les flux de H_c .

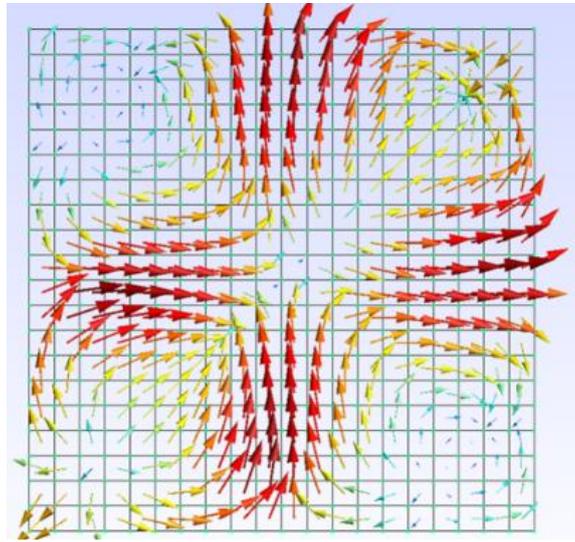


Figure III. 20 : Répartition de flux de H_c obtenue après résolution du problème inverse par SVD avec Φ_{H_c} comme inconnues

Comme nous l'avons déjà évoqué, la SVD renvoie la solution avec la norme minimale. La solution obtenue est donc le minimum de flux de H_c qui circule dans la coque et qui correspond aux mesures. Cette solution de flux minimal n'a pas de sens physique. Une meilleure option est de privilégier une solution assurant la régularité des flux comme pour l'inversion en flux global en considérant la divergence surfacique du champ coercitif par élément sur la coque, telle que:

$$\sum_{fe=1}^{N_{fe}} \nabla_s \cdot \mathbf{w}_{fe} \Phi_{H_{cfe}} = \mathbf{Q}_{\Phi_{H_c}} = \sum_{f=1}^{N_{fe}} \frac{\Phi_{H_{cfe}}}{S_e} \quad (\text{III.35})$$

Ce qui revient à résoudre le système suivant :

$$\mathbf{Q}_{\Phi_{H_c}} = [\mathbf{Z} \nabla_s^+]^+ \mathbf{T} \quad (\text{III.36})$$

Tel que $\mathbf{Q}_{\Phi_{H_c}} \in \mathbb{R}^{N_e \times 1}$. Comme précédemment, la SVD retournera la solution admissible ayant la norme minimale. Son intérêt est démontré précédemment en raisonnant avec les charges globales. Le conditionnement est meilleur, la solution obtenue est lisse, physique et s'adapte à la distribution attendue.

e. Validation numérique avec pour inconnues les charges de flux \mathbf{H}_c

1. Cas test plaque

Les différentes grandeurs obtenues sont présentées en Figure III. 21 : l'induction reconstruite est bien plus physique et proche de la solution (Figure III. 16).

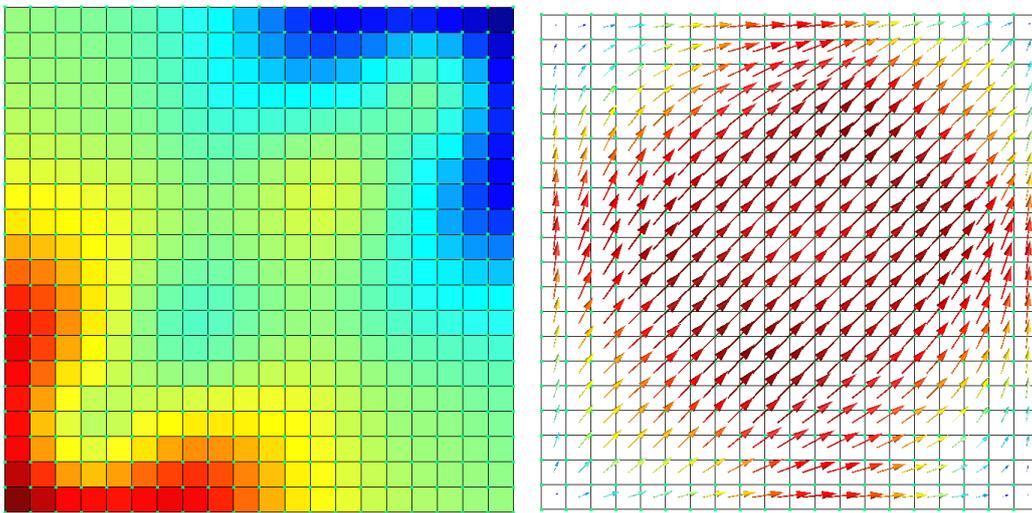


Figure III. 21 : Répartition des charges fictives de H_c (gauche), et l'induction reconstruite (à droite).

La confrontation de signatures magnétiques permet de quantifier la qualité de l'inversion. Pour cela, un problème direct est généré en définissant le matériau avec la perméabilité réversible connue et un champ coercitif donné \mathbf{H}_c par élément, l'ensemble est placé sous le champ inducteur \mathbf{H}_0 .

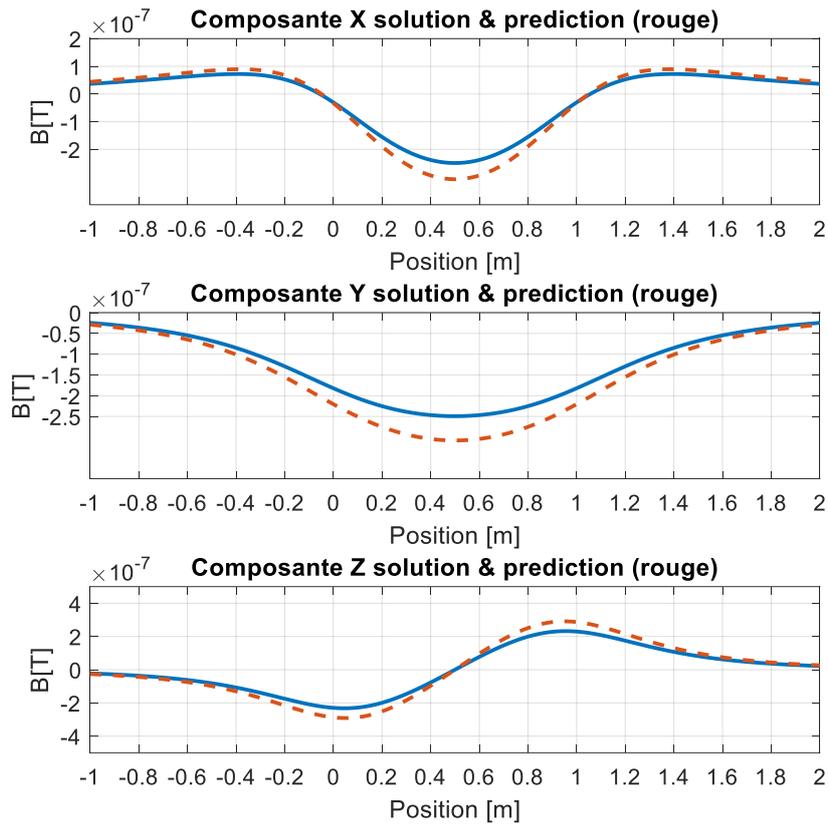


Figure III. 22 : Composantes de l'induction permanente mesurée sur la ligne de signature « mine »

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	10	10	10
Erreur moyenne %	4	5	4.5

Tableau III. 7 : Calculs d'erreur associée aux composantes de l'induction permanente sur signature « mine »

On note une erreur moyenne autour de 5% sur la composante longitudinale et verticale. Pour cette géométrie particulière présentant des effets de pointe, l'algorithme mis en place reste acceptable en terme de performance mais l'inversion par combinaison linéaire d'aimantation permanente semble plus adapté pour ce cas. Nous allons à présent tester le problème inverse pour des géométries, plus proche de notre application.

2. Cas test cylindre creux

- Configuration 1 : Cas d'aimantation permanente longitudinale

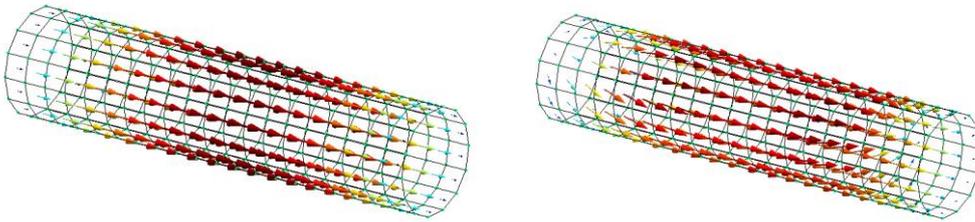


Figure III. 23 : Répartition longitudinale de flux de H_c , solution à droite, prédite à gauche

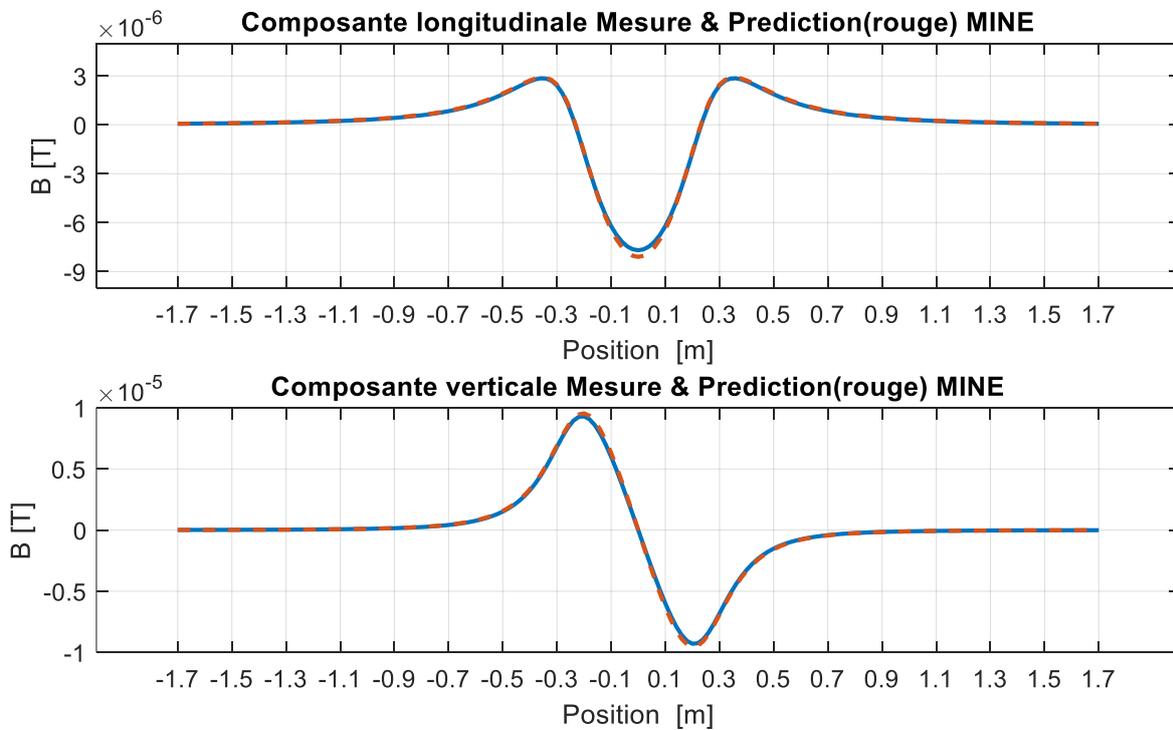


Figure III. 24 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la signature « mine », cas permanent longitudinal

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	3.22	2.7	1.23
Erreur moyenne %	0.57	0.72	0.4

Tableau III. 8 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent longitudinal

L'erreur sur signature mine est contenue en dessous de 3% pour cette configuration de permanent longitudinal. Les scénarios d'aimantations longitudinales générées avec différentes proportions d'aimantation permanente tendent vers les mêmes niveaux d'erreur.

- Configuration 2 : Cas d'aimantation permanente verticale

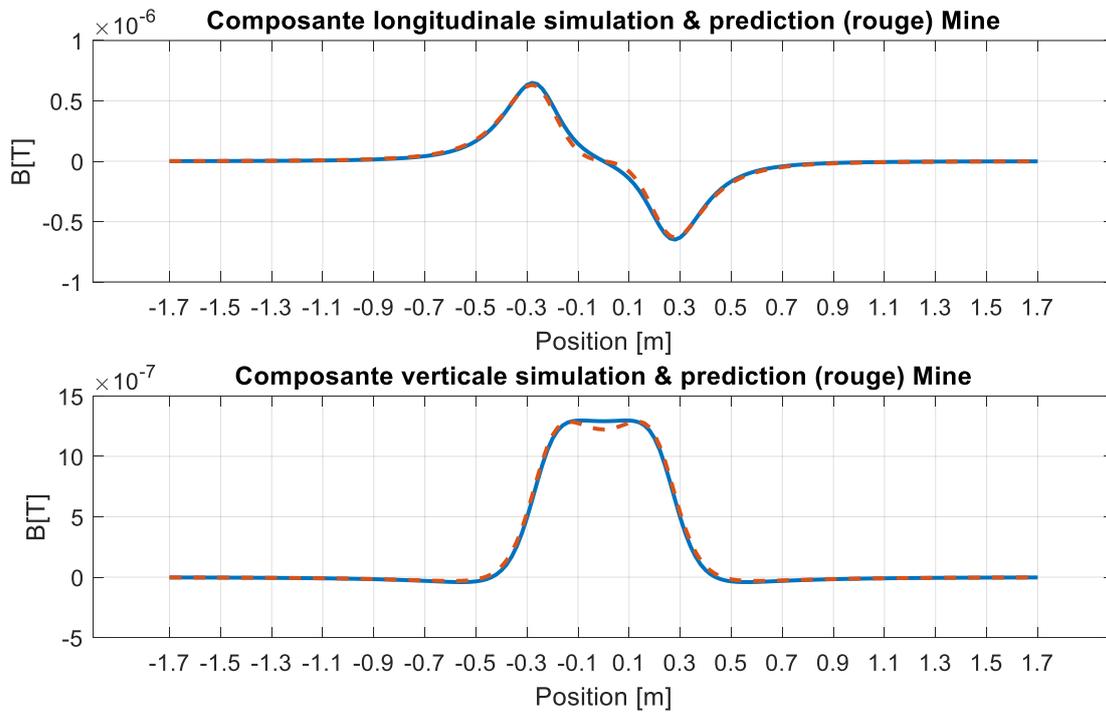


Figure III. 25 : Composantes de l'induction le long de la signature « mine », cas permanent vertical

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	3.7	4.2	2.1
Erreur moyenne %	0.95	0.15	0.52

Tableau III. 9 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent vertical

Une nouvelle fois, nous observons une erreur maximale autour de 4% sur la reconstruction de la signature magnétique de l'aimantation permanente. Les résultats sont équivalents à ceux de la méthode par combinaison linéaire.

- Configuration 3 : Cas d'aimantation permanente composée

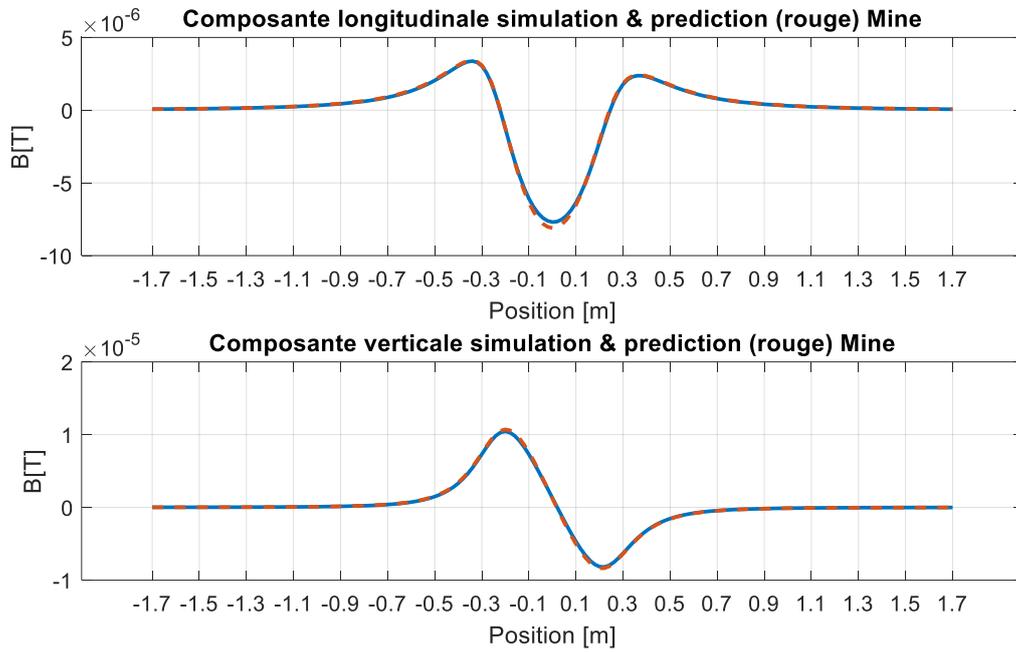


Figure III. 26 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la signature « mine », cas composé

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	3	2.5	1.2
Erreur moyenne %	0.54	0.67	0.37

Tableau III. 10 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent composé

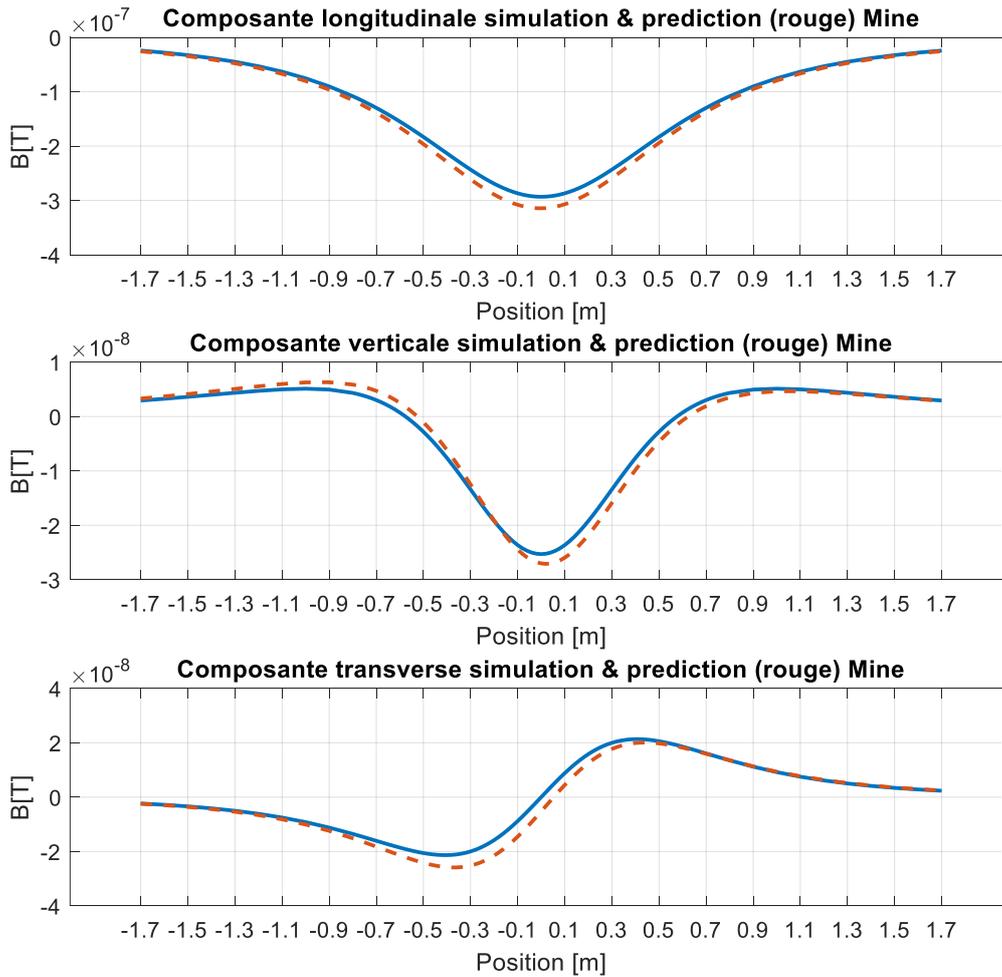


Figure III. 27 : Composantes de l'induction permanente le long de la signature « mad », cas composé

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	6	0.8	1.7
Erreur moyenne %	3.1	0.43	0.78

Tableau III. 11 : Erreur par composante sur la ligne "mad", cas permanent composé

Pour les trois configurations d'aimantations proposées en cas tests, nous obtenons des résultats satisfaisant avec une erreur contenue en dessous de 6% que ce soit pour des signatures calculées à proximité du dispositif ou des signatures lointaines. La prise en compte du comportement interne de cette méthode la positionne devant les autres méthodes d'inversion en terme de précision et de robustesse car les anomalies locales peuvent être prise en compte. Cependant, la mise en place requiert un plus gros effort calculatoire ce qui peut être contraignant pour une mise en place opérationnelle.

3. Cas test maquette simplifiée de sous-marin

Pour tester une nouvelle fois l'algorithme en charge $Q_{\Phi_{Hc}}$, nous utilisons une topologie de maquette de sous-marin simplifiée..

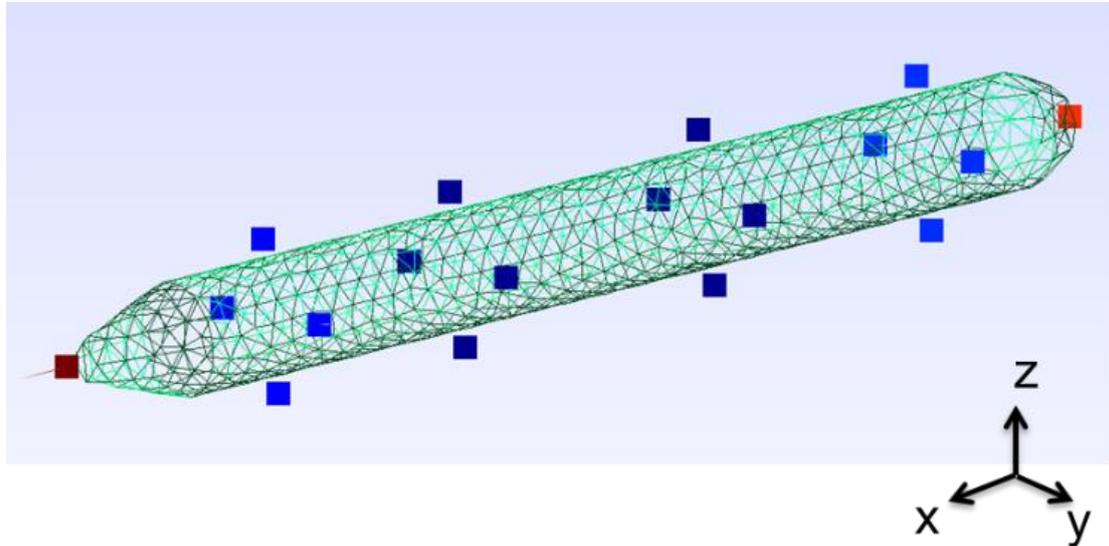


Figure III. 28 : Maillage d'une maquette de modèle sous-marin (longueur 3.12m, diamètre 0.3m, épaisseur de tôle 3 mm)

Pour se rapprocher à l'application industrielle 18 tri-axes capteurs sont positionnés à 5 cm de la coque. Nous testons une première configuration en faisant en sorte que l'aimantation permanente soit équivalente à l'aimantation induite.

Longueur [m]	3
Diamètre [m]	0.3
Nombre d'élément surfaciques	1500
Epaisseur [mm]	3
Perméabilité réversible	100
Perméabilité pour construction de H_c	1000
Champs inducteur H_0 et H_a [A/m]	32

Tableau III. 12 : Caractéristiques géométriques et physiques du modèle sous-marin

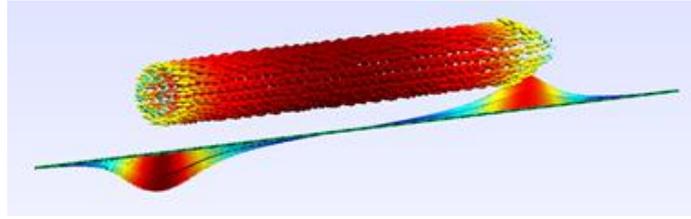


Figure III. 29 : Induction en surface et sur ligne de signature

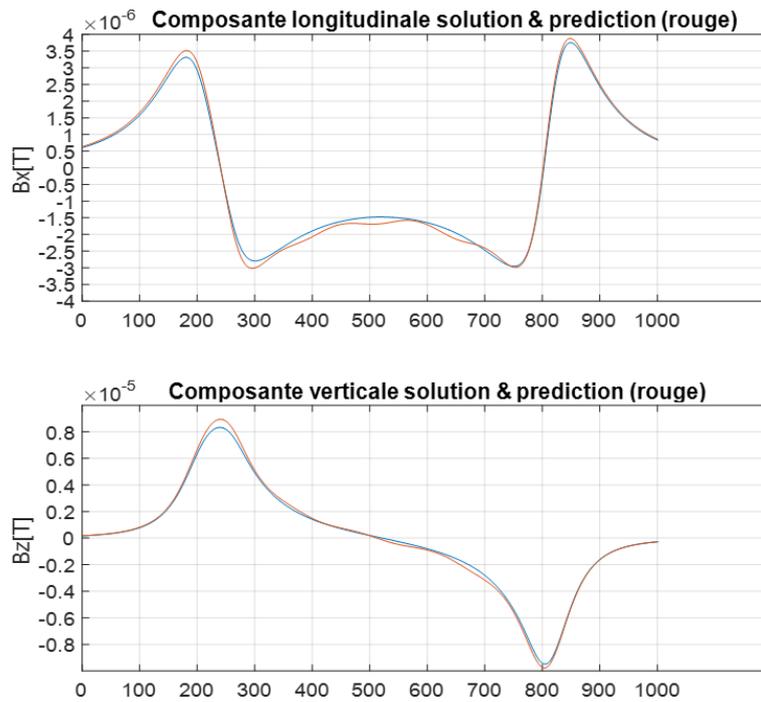


Figure III. 30 : Composantes principales de l'induction totale le long de la signature totale « mine » cas d'aimantation permanente longitudinale

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	2.5	2	6
Erreur moyenne %	1	0.7	1.5

Tableau III. 13 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent longitudinale

Pour cette géométrie, suffisamment de capteur ont été déployés, la méthode avec les charges $Q_{\Phi_{Hc}}$ nous permet de prédire l'état magnétique avec précision comme le reflète la comparaison des signatures mines (Tableau III. 13 et Figure III. 30) pour un permanent longitudinale, avec 6% d'erreur max. Nous vérifions cela avec une seconde configuration testée pour une aimantation verticale.

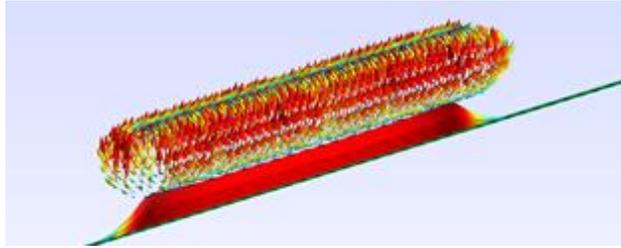


Figure III. 31 : Induction en surface et sur ligne de signature

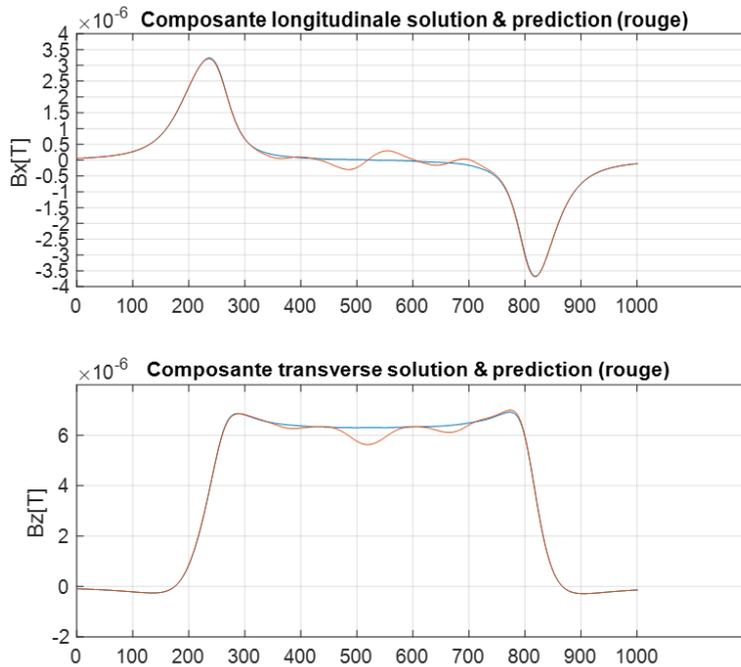


Figure III. 32 : Composantes principale de l'induction totale le long de la signature totale « mine » cas d'aimantation permanente verticale

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	3.5	1	8
Erreur moyenne %	0.6	0.3	1

Tableau III. 14 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent vertical

Les résultats sont physiquement cohérents et le critère d'erreur choisi nous donne une valeur maximale inférieure à 8% dans le cas vertical. La qualité des résultats de l'inversion avec ce nombre de capteurs laisse supposer que la méthode pourrait être prometteuse à plus grande échelle.

Bien que plus complexe à mettre en œuvre que l'inversion simple par combinaison linéaire d'états permanents anhystériques, l'inversion de la formulation magnétique en B de

facette offre des résultats concluants. En effet, à condition de choisir judicieusement l'inconnue afin de contraindre le problème et de tirer parti des propriétés de la SVD, l'état magnétique est correctement prédit. Il faut également veiller à mettre en place suffisamment de capteurs de mesure par rapport aux axes prépondérants de l'induction à mesurer pour identifier correctement l'aimantation du dispositif. Remarquons également que cette approche d'inversion est très locale et permet par conséquent de retrouver des états d'aimantation non homogène contrairement au modèle précédemment étudié.

A ce stade, Il est intéressant de noter que l'information interne est cruciale pour obtenir une bonne reconstruction de l'état magnétique. L'information interne est contenue dans la méthode en charge $\mathbf{Q}_{\Phi_{Hc}}$ et également dans la résolution par combinaison linéaire car les bases sont générées par problème direct.

Il est intéressant de se questionner sur les différentes informations à notre disposition afin de les prendre en compte pour élaborer une inversion nous permettant d'être moins dépendant de la mesure. Il est envisageable d'utiliser des méthodes de résolution avec a priori, nous allons voir que cette approche est relativement simple à implémenter pour certaines écritures du problème inverse.

IV. Inversion Bayésienne

L'inférence bayésienne est une méthode de résolution de problème inverse par laquelle les probabilités de diverses causes hypothétiques sont calculées à partir de l'observation d'événements connus. Elle s'appuie sur le théorème de Bayes ou de probabilité des causes qui s'écrit ainsi :

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)} \quad (\text{III.37})$$

- $P(A)$ Désigne la probabilité de survenue de l'événement A.
- $P(A|B)$ Désigne la probabilité de survenue de l'évènement A sachant que l'évènement B est survenu.

L'inférence Bayésienne réside sur le fait de déduire la probabilité d'un évènement à partir d'une évaluation d'évènement antécédent. Cette approche est retrouvée en géophysique

[Notarnicola and Posa 2002], en astrophysique [Notarnicola et al. 2009] ainsi qu'en magnéto-cartographie [Schmidt et al. 2000]. L'application de cette technique est assez récente dans le génie électrique [Pinaud], et permet d'identifier des sources de manière efficace à condition d'avoir un a priori pertinent.

Dans les cas des inversions précédemment retenues il s'agissait d'identifier des coefficients de combinaison linéaire, des répartitions de charges globales ou des répartitions de charges relatives au champ coercitif. Nous avons mis en avant les performances de l'inversion par combinaison linéaire d'aimantations permanentes anhystériques qui intrinsèquement a un apriori sur la répartition homogène de l'aimantation, et l'inversion en charge de flux de \mathbf{H}_C .

Pour rappel, l'inversion en charge globale n'était pas suffisante pour retranscrire un flux global en cohérence avec la physique car il n'y a pas de prise en compte du comportement interne de la tôle. Or cette inversion d'un degré de complexité intermédiaire par rapport aux autres est relativement facile à mettre en œuvre ce qui est un atout pour une mise en pratique industrielle. Il est donc intéressant de se poser la question, si avec un apport d'informations supplémentaire aux mesures concernant la répartition de charge, on pourrait obtenir un résultat satisfaisant.

Notre information a priori est guidée par l'hypothèse que tout état d'aimantation est situé dans un intervalle borné par l'aimantation induite et l'aimantation anhystérique. Par conséquent, la distribution de charges de l'aimantation quelconque est également bornée par les distributions de charges correspondantes des états d'aimantations limites. Connaissant ces encadrements, il est possible de transcrire les incertitudes et une solution à priori permettant de résoudre le système.

Pour une résolution de problème inverse sans a priori, nous pouvons utiliser la méthode du maximum de vraisemblance [Pinaud]. Celle-ci est élaborée à partir de la connaissance des incertitudes de mesure. Or, en plus de connaître ces incertitudes de mesure, nous connaissons les intervalles de solution à priori ainsi que l'incertitude sur ces solutions. Ces informations nous permettent d'appliquer la méthode du maximum à posteriori.

La solution s'obtient alors avec le système :

$$\mathbf{Q}_{\text{map}} = \mathbf{Q}_0 + (\mathbf{A}^t \mathbf{S}_m + \mathbf{A} \mathbf{S}_0)^+ (\mathbf{A}^t \mathbf{S}_m)^+ (\mathbf{B}_{\text{mes}} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_0) \quad (\text{III.38})$$

La matrice S_m contient uniquement les incertitudes liées à la mesure. En considérant la position des capteurs maîtrisée, les incertitudes entre chaque point de mesures sont indépendantes, il est alors possible de se limiter uniquement à la diagonale de cette matrice avec les termes diagonaux égaux à la variance du bruit de chaque mesure. En supposant que chaque mesure est affectée par la même puissance de bruit cette matrice sera alors proportionnelle à l'identité.

$$S_m = \sigma^2 * \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.39})$$

La matrice Q_0 correspond à la solution à priori, pour notre problème il peut s'agir d'un jeu de paramètre α, β, γ , d'une répartition de charge globale ou d'une répartition de charge de permanent. La matrice S_0 correspond à l'incertitude sur l'information à priori (Q_0). Les coefficients de cette matrice comprennent l'influence de tous les paramètres physiques de la source. Il s'agit d'une matrice de covariance. Pour évaluer cette covariance, une technique très répandue est de faire une étude statistique du type Monte-Carlo. Cela implique des sélections aléatoires de paramètres d'entrée tels que le champ externe tri-axes et la perméabilité magnétique. Ensuite, il est nécessaire de résoudre le problème direct pour chaque sélection aléatoire et de calculer les solutions a priori. Plusieurs milliers de solutions sont enregistrées pour calculer la matrice de covariance des inconnues.

Cette méthode n'est pas adaptée à tous les cas d'inversion présentés. En effet, si les inconnues à identifier sont indépendant, comme c'est le cas dans l'inversion simple en α, β, γ , l'apport d'information a priori est restreint car la matrice de covariance ne contient que des termes diagonaux. Cela peut tout de même permettre de donner un intervalle de recherche de l'inconnue en guidant la solution vers une solution a priori. Par contre nous allons voir que cette méthode permet d'augmenter les performances d'inversion lorsque les inconnues sont dépendantes comme c'est le cas pour les charges surfaciques.

a. Approche Bayésienne appliquée à l'inversion en charge globale

Comme nous l'avons précédemment exposé, le système de l'inversion en charges globales n'est pas assez contraint pour obtenir une répartition de flux d'induction régulière ou autrement dit d'obtenir une répartition de charge physique. Or s'il est possible de guider la répartition des charges à travers une étude statistique, nous pouvons nous attendre à des performances améliorées.

En effet, en prenant en compte la covariance des charges calculée à partir d'états d'aimantations générés par le problème direct, nous réduisons l'espace de recherche en contraignant la répartition des inconnues. Ainsi l'effet dipolaire généré sur l'objet à l'aplomb des capteurs (mis en avant dans III.c) est écarté. Nous allons voir que seules les solutions correspondantes à des variations régulières entre charge sont finalement envisageables, ce qui revient à régulariser la solution.

b. Calcul des matrices de covariance

Les paramètres d'entrée du problème en charge globale sont la perméabilité μ et le champ inducteur dans ses trois directions H_{0x} , H_{0y} , et H_{0z} . De façon aléatoire, nous définissons plusieurs milliers de jeux de paramètres (μ , H_{0x} , H_{0y} , H_{0z}). Les paramètres sont définis dans des intervalles, la perméabilité varie entre 50 et 8000, les champs inducteurs varient entre 0 et 40 A/m. Pour chaque jeu de paramètres le problème direct est résolu, le flux d'induction est déterminé et la divergence du flux, c'est-à-dire la répartition des charges globales est enregistrée. Nous obtenons ainsi suffisamment de données pour calculer la matrice de covariance $S_0 \in \mathbb{R}^{N_e \times N_e}$. Pour deux variables indépendantes Q_1 et Q_2 nous pouvons écrire :

$$S_0(Q_1, Q_2) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Q_1 - m_{Q_1})(Q_2 - m_{Q_2}) \quad (\text{III.40})$$

Tel que m_{Q_1} est la valeur moyenne de Q_1 , m_{Q_2} est la valeur moyenne de Q_2 et N est le nombre de tirage aléatoire.

Il reste à définir la matrice S_m . Par hypothèse d'indépendance, nous définissons uniquement la diagonale par calcul de variances de lois uniformes continues.

$$\text{Var}(\text{Bruit})^2 = \frac{b-a}{12} \quad (\text{III.41})$$

Tel que « a » est la borne inférieure de bruit de mesure et « b » la borne supérieure. Nous définissons ces bornes en références aux données constructeur du capteur magnétique Stefan Mayer FLC2X 200uT.

c. Validations numériques

Nous choisissons de définir une solution apriori qui vaut la solution réelle avec 50% d'incertitude, c'est-à-dire que les charges données en solution a priori valent deux fois moins que la solution du problème.

1. Cas de la plaque

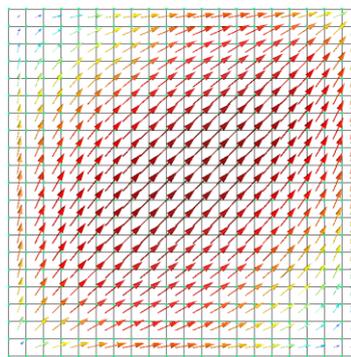


Figure III. 33 : Répartition de l'induction reconstruite après identification des charges globales avec apriori

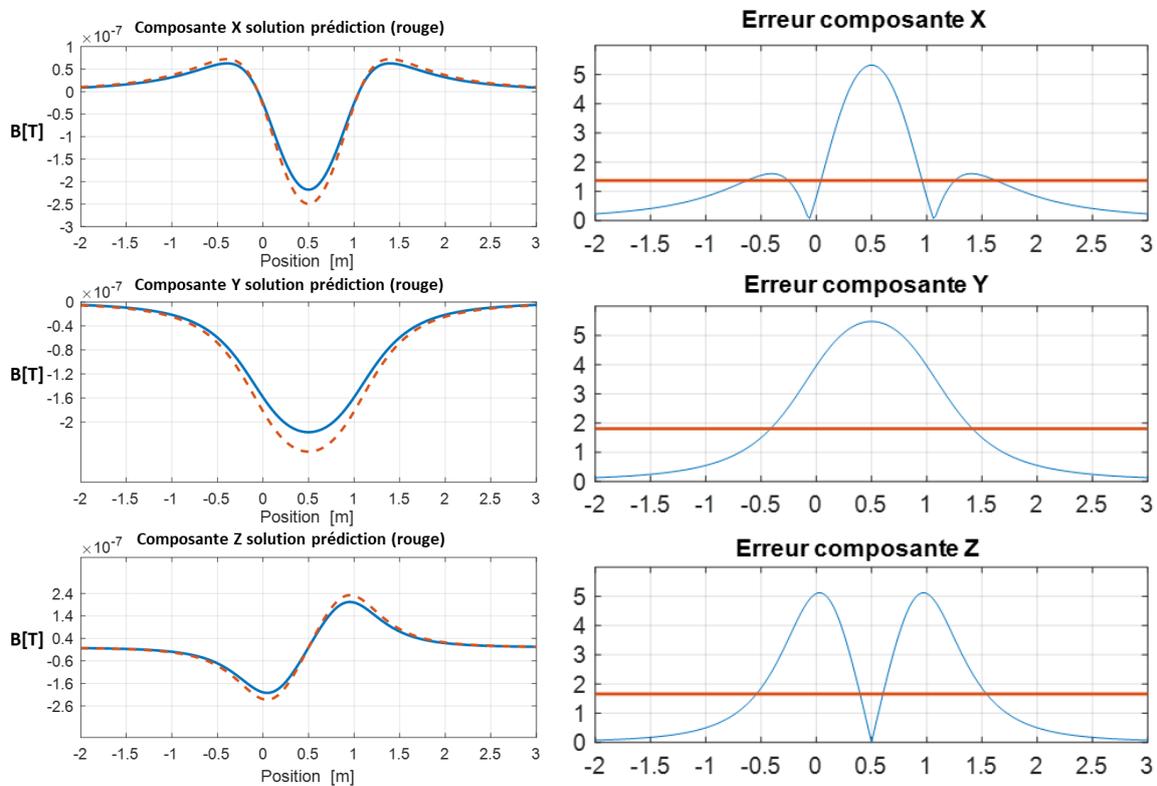


Figure III. 34 : Composantes de l'induction permanente le long de la ligne de signature mine (a gauche), erreur de reconstruction associée % (à droite)

Alors que l'inversion en charge globale sans a priori n'était pas envisageable pour reconstruire l'aimantation, les résultats avec a priori sont équivalents à ceux déterminés avec le problème inverse en charge de champ coercitif. Ce résultat était attendu, en effet les solutions a priori générées sont homothétiques à 50% de la solution finale, l'absence de bruit sur la mesure permet facilement au système de recalibrer la solution grâce à la covariance.

2. Cas du cylindre creux

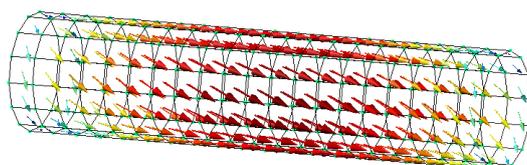


Figure III. 35 : Répartition de l'induction reconstruite après identification des charges globales

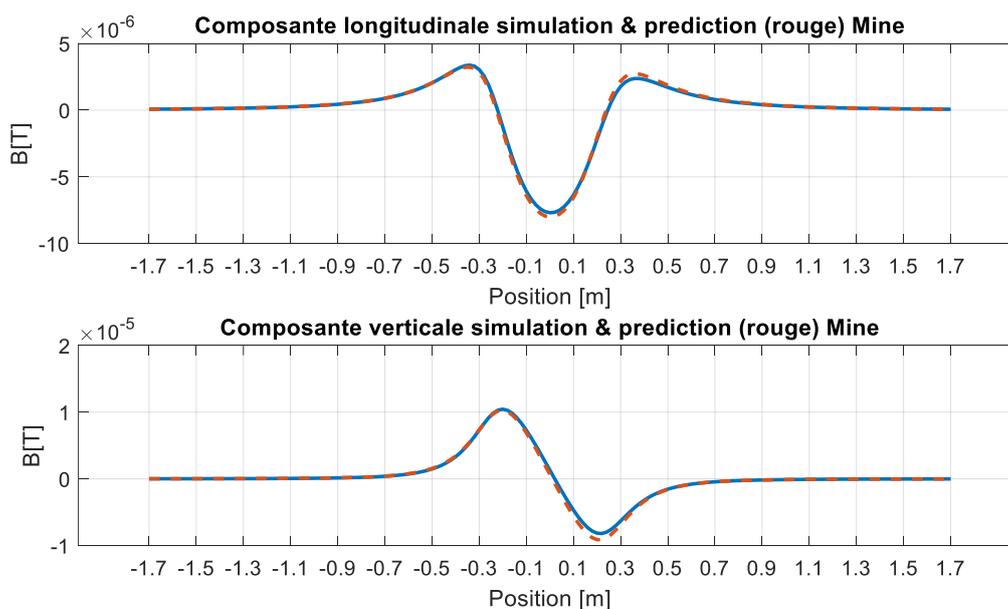


Figure III. 36 : Composantes principales de l'induction permanente le long de la ligne de signature « mine » pour une aimantation permanente composée avec les charges globales avec a priori

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	3	7	0.006
Erreur moyenne %	1	1.5517	0.0023

Tableau III. 15 : Erreur par composante sur la ligne "mine", cas permanent composé avec les charges globales avec a priori

Les tests numériques d'inversion avec a priori sur la répartition de charges globales sur le cylindre montrent des résultats proches de ceux des deux autres méthodes d'inversion, l'erreur maximale de retranscription ne dépasse pas les 7%.

Que ce soit pour la plaque ou pour le cylindre creux, les résultats numériques ci-dessus exposent l'amélioration de l'inversion en charge globale lorsque l'on ajoute de l'information a priori. Cela nécessite tout de même de faire une étude statistique pour déterminer la matrice de covariance, ce qui peut être gourmand en ressource numérique et en temps de calcul pour des géométries plus complexes. Notons une nouvelle fois que pour que cette inversion donne de bons résultats il faut que la solution recherchée soit dans l'intervalle de variation imposé par la matrice de covariance qui est générée à partir de perméabilité uniforme. Si les variations de charges de la solution ne correspondent pas à l'encadrement, l'a priori statistique n'apportera pas d'améliorations. Il est possible d'utiliser cette méthode pour toute les inversions, en effet nous pourrions guider la recherche des paramètres de l'inversion par combinaison linéaire en donnant un intervalle de recherche mais comme déjà discuté la matrice de covariance ne sera pas aussi pertinente. La mise en place du bayésien pour l'inversion en charge $Q_{\Phi_{Hc}}$ est également possible mais ne sera pas abordée dans ce manuscrit faute de temps. Plus complexe à aborder, la définition du tirage aléatoire des inconnues et la construction de la matrice d'interaction reste plus complexe à mettre en œuvre.

V. Conclusion sur les inversions testées numériquement

La mise en place de plusieurs techniques d'inversion permettant de remonter à l'état magnétique d'un dispositif à partir de mesures numériques a été présentée. Les mesures numériques ne sont pas entachées de bruit ce qui est favorable à l'inversion. Globalement les différentes inversions mises en place à l'aide de la formulation intégrale de facette associée aux éléments minces sont performantes dans ces conditions.

Nous disposons d'une méthode d'inversion très simple d'un système surdimensionné qui reconstruit un état d'aimantation quelconque par combinaison linéaire d'états d'aimantation d'équilibre. Cette méthode ne tient pas compte des anomalies locales de l'aimantation mais donne une bonne évaluation des grandeurs magnétiques qui circulent dans la matière ce qui se répercute sur le calcul du champ dans l'air en quasi adéquation entre la solution et la prédiction.

Nous avons également mis en place une inversion directement à partir des équations intégrales du problème direct donnant lieu à un système sous dimensionné. La première idée était de travailler avec l'inconnue du problème direct, les flux de facette circulant dans la tôle. L'analyse de nos outils d'inversion, nous a guidée vers d'autres inconnues qui sont les flux d'induction sortant de la coque, équivalents à des charges surfaciques globales. Finalement nous avons contraint le système en recherchant les charges correspondantes à l'aimantation permanente (qui est finalement l'inconnue dans le magnétisme du navire) représentée par un champ coercitif dans notre modèle de matériau. Cette méthode d'inversion permettant de déterminer le champ coercitif du matériau relie toutes les inconnues entre elles et permet envisager de traiter les problèmes d'inhomogénéité d'aimantation. Les résultats numériques montrent également des performances prometteuses pour les tests expérimentaux

Une troisième méthode s'ajoute à ce chapitre dans le but de prendre en compte de l'information a priori. L'inversion ayant pour inconnues les charges surfaciques globales, permet d'être facilement reformulée à l'aide du théorème du maximum a posteriori. Il s'agit de prendre en compte un a priori sur la solution ainsi que la covariance pour les inconnues recherchées. Dans notre cas nous avons déterminé statistiquement la covariance pour la répartition de charges surfaciques globales. Les résultats de cette inversion Bayésienne montre qu'il est possible à partir d'une solution a priori de remonter à la répartition de charges correspondante à la solution.

Type d'inversion	$\alpha \beta \gamma$	Charge Q_{Hc}	Charge Bayésien
Inconnues	<ul style="list-style-type: none"> 3 coefficients de pondération des états permanents anhystériques 	<ul style="list-style-type: none"> N éléments surfaciques : Charges dus au flux de $Hc =$ Charges de l'état permanent 	<ul style="list-style-type: none"> N éléments surfaciques : Charges totales
Points importants	<ul style="list-style-type: none"> Hypothèse d'aimantations homothétiques Ne prend pas en compte les anomalies locales 	<ul style="list-style-type: none"> Prise en compte du comportement interne de la tôle (anomalies locales) 	<ul style="list-style-type: none"> Calcul de covariance statistique (hypothèse d'aimantation homogène)
Implémentation Numérique	Facile	Complexe	Moyenne
Résultats numériques	Validés	Validés	Validés

Tableau III. 16 : Tableau récapitulatif des caractéristiques des inversions développées

Le Tableau III. 16 donne un récapitulatif des trois approches très différentes donnant des résultats équivalents pour les tests numériques. La validation expérimentale à partir de mesures réelles permettra de comparer ces méthodes de manière plus réaliste dans le chapitre IV.

Chapitre 4 – Validations expérimentales

I. Dispositif expérimental

Les études expérimentales effectuées par l'ERT-CMF du G2Elab sont effectuées au Laboratoire de Métrologie Magnétique en Champ Faible (LMMCF, Figure IV. 1) à Herbeys, à 15 km de Grenoble, dans un environnement magnétiquement non perturbé, ni spatialement ni temporellement. Le simulateur de champ magnétique permet d'obtenir toutes les amplitudes et orientations du champ magnétique terrestre ou de travailler à champ magnétique nul sur un large volume (2 m de diamètre sur 15 m de long) avec une très bonne homogénéité (inférieure à 0.1%). Ainsi, le dispositif permet de caractériser les états d'aimantation de petits équipements ou de maquettes à l'aide d'un charriot mobile dans l'axe du simulateur qui offre la possibilité de mesurer des signatures magnétiques



Figure IV. 1 : Vue du simulateur de champ magnétique faible utilisé pour l'étude expérimentale.

a. Une nouvelle instrumentation du cylindre de mise sous pression

Le cylindre utilisé pour la validation expérimentale est particulier. Il est composé d'un tube d'acier à haute limite élastique fermé par deux flasques en laiton (Figure IV. 2). La liaison entre les flasques et le tube est faite par un joint qui permet une déformation axiale libre du cylindre lorsqu'il est mis sous pression (hydraulique). Le fait de laisser libre les extrémités du cylindre permet de rendre la contrainte purement orthoradiale et homogène. Les dimensions du cylindre figurent dans le tableau IV.1.

Longueur	0,5 m
Épaisseur	2 mm
Rayon extérieur	59 mm

Tableau IV. 1 : Dimensions du cylindre ferromagnétique.

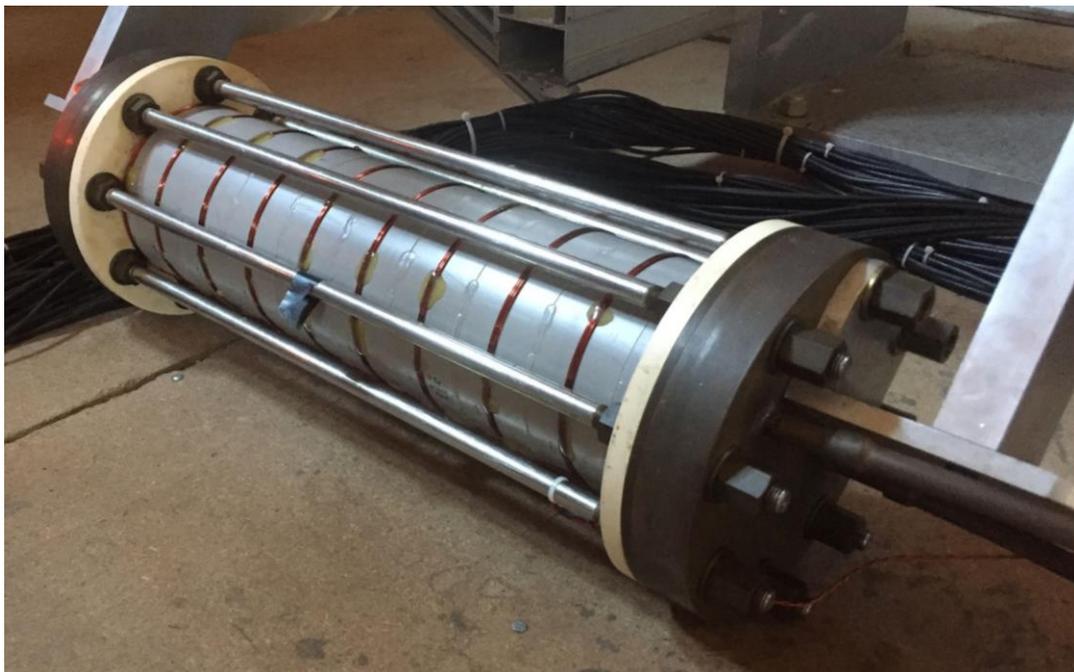


Figure IV. 2 : Dispositif du cylindre de mise sous pression avec extrémités libres

Comme l'ont laissé sous-entendre les validations numériques sur le cas du cylindre creux, nous souhaitons disposer deux lignes de capteurs positionnées à 0 degrés (ligne supérieure) et 90 degrés (ligne orientée est) sens trigonométrique (axe de rotation orienté vers le Nord) afin de couvrir un maximum de configurations d'aimantation (Figure IV. 4). 7 capteurs biaxes par ligne ainsi que 2 capteurs tri-axes aux extrémités du cylindre ont été disposés. Des capteurs de vérification pour mesurer la signature magnétique ont également été placés, à une

distance dite « proche » pour l'évaluation du risque mine et à une distance dite « éloignée » pour le risque MAD. Cette signature magnétique est obtenue par entraînement du cylindre via le charriot et son passage au-dessus de ces capteurs fixes de vérification.

L'étude numérique du problème direct nous permet de dimensionner la gamme de capteurs adéquate pour répondre au besoin. Des capteurs biaxes et tri-axes de technologie Fluxgate de Stephan Mayer avec une gamme de mesure $\pm 200 \mu\text{T}$ ont été choisis (Figure IV.3). Une mesure de déformations à l'aide de trois jauges de contraintes biaxiales (Figure IV. 3) est ajoutée au dispositif de mesure d'induction magnétique.



Figure IV. 3 : De gauche à droite, capteur biaxe, capteur tri-axe, jauge de contraintes

Quatorze capteurs magnétiques biaxes de type Fluxgate sont disposés à 1 cm de l'acier (Figure IV. 4) sur 2 lignes. Cet ensemble de capteurs se décompose en 7 noyaux verticaux, 7 noyaux transverses et 14 noyaux longitudinaux. Cette disposition permet de récupérer de l'information quel que soit l'état d'aimantation du cylindre.

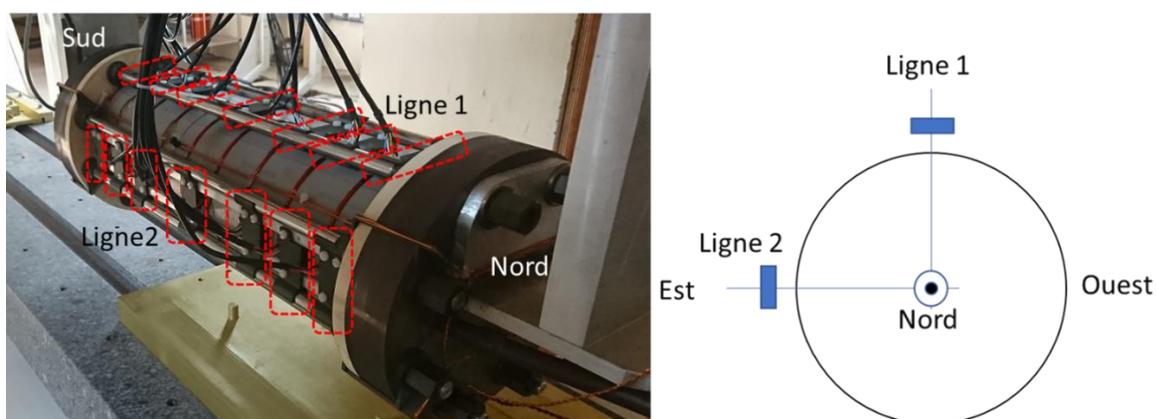


Figure IV. 4 : Dispositions des lignes de capteurs biaxes (7x2 magnétomètres biaxes sont placés à 1 cm de l'acier pour l'inversion)

Deux capteurs magnétiques tri-axes, de gamme $\pm 200 \mu\text{T}$ et alignés avec la direction longitudinale du cylindre, sont également positionnés aux extrémités du cylindre (Figure IV.5). Ces capteurs sont positionnés au plus proche du cylindre, le tri-axe côté Nord est collé à la flasque en laiton, le tri-axe côté Sud est décalé de 10 cm par rapport à la flasque (décalage dû à la présence du manomètre). Les flasques sont non-magnétiques donc équivalentes à de l'air d'un point de vue magnétique.

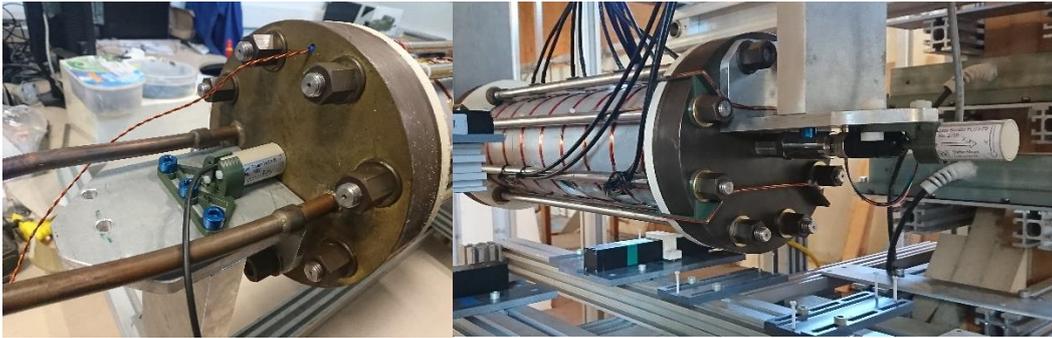


Figure IV. 5 : Capteurs tri-axes positionnés dans la direction longitudinale du cylindre au plus proche de celui-ci. A gauche, capteur positionné au Nord, à droite capteur positionné au Sud

La mise sous pression du cylindre est réalisée par un système hydraulique (Figure IV.6). Le cylindre est rempli d'huile et une pompe dédiée permet de développer une pression interne pouvant atteindre une valeur de 100 bars. Ce niveau de pression conduit à une contrainte orthoradiale maximale de 280 MPa. Cette pression exercée par le système hydraulique permet de générer des aimantations permanentes. A partir des champs mesurés via les capteurs embarqués, les algorithmes d'inversion sont appliqués dans le but de prédire l'état d'aimantation correspondant.



Figure IV. 6 : Système de mise sous pression

Notons que l'étude de la variation de l'aimantation permanente, en fonction de l'effet combiné d'un champ magnétique inducteur faible et d'une haute pression agissant sur la coque,

peux également permettre d'élaborer et tester différents modèles magnétoélastiques, comme cela a déjà été proposé dans la thèse d'A. Viana [Viana].

b. Caractérisation des magnétomètres pour l'inversion

Le dispositif de mesure être testé et calibré afin d'éliminer le maximum d'incertitude sur la mesure. En effet, les capteurs sont donnés avec une précision de 5%, assez importante, mais il est possible d'améliorer cette précision à partir d'un calibrage approprié.

Dans un premier temps et grâce au simulateur de champ magnétique, il est possible de placer chaque capteur dans un champ magnétique nul afin de déterminer précisément son offset avec une précision de quelques nT, ce qui est suffisant, étant donné le niveau élevé de ces offsets (quelques centaines de nT).

L'erreur de gain et la non orthogonalité des axes est également une source d'imprécision. En effet, un décalage d'un degré sur l'orientation d'un axe peut projeter presque 2% du champ orthogonal sur la mesure suivant cet axe. Dans l'idéal, chaque capteur doit être vérifié un par un. Dans notre cas, il a été jugé plus pertinent de caractériser l'ensemble des capteurs en situation placés géométriquement autour du cylindre mais en l'absence de celui-ci. A cette fin, les capteurs ont été positionnés sur un support amagnétique, duplicata du support associé au cylindre, ce qui permet d'estimer les erreurs de gain et les mésalignements relatifs. Il est essentiel que le support amagnétique permette de respecter le plus précisément possible l'orientation des capteurs une fois installés afin que le mésalignement mesuré corresponde à celui de la structure finale. A cet effet, les capteurs sont insérés sur des supports en résine faits en 2 parties venant se clipper sur les tirants du cylindre et que l'on solidarise ensuite sur 2 barres en les vissant, ce qui garantit leur position relative sur ces barres. Les barres ont elles-mêmes une position fixe vis-à-vis des flasques internes du cylindre, ces faces internes des flasques servant de référence pour le cylindre réel. Sur le duplicata non magnétique, les flasques, reproduites à l'identique en PVC, sont maintenues entre elles par quelques barres en plexiglas aux mêmes emplacements que les tirants. Cet ensemble PVC constitue le duplicata géométrique du cylindre (Figure IV. 7) permettant le même positionnement des capteurs biaxes.

Le support en PVC est installé sur une barre de montage T50 en aluminium, alignée suivant la direction longitudinale et permettant d'accueillir également les supports pour les tri-axes.

A condition que le support PVC ne se déforme pas le long des lignes de capteurs, il est possible de déterminer les erreurs de gain et les mésalignements en appliquant 3 champs unidirectionnels et en analysant les mesures suivant l'ensemble des composantes.

Pour cela, il est important d'être dans la zone la plus homogène du simulateur, c'est-à-dire en son centre. Des capteurs de mesure d'induction de type gradientmètres sont donc disposés autour du système de mesure pour vérifier l'homogénéité du champ.

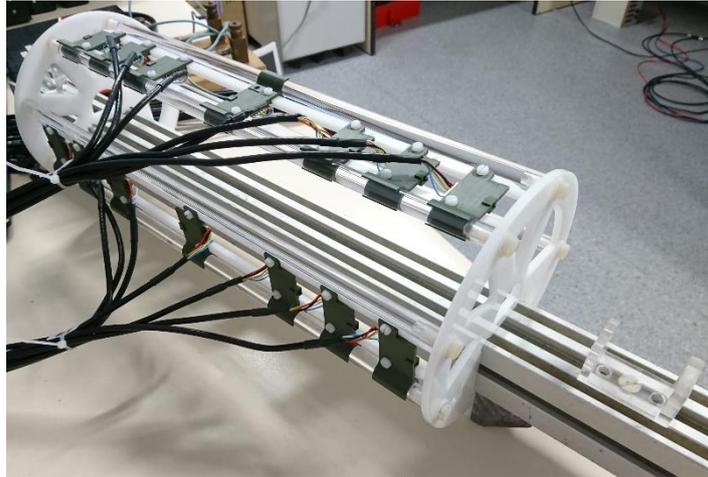


Figure IV. 7 : Duplicata du système de mesure sur support amagnétique

L'étude de pré-validation du système de mesure permet d'affiner la justesse des mesures et de déceler toutes les incertitudes de mesures possibles, ainsi que leur ordre de grandeur. In fine, des matrices de correction sont calculées pour chacun des capteurs et sont appliquées à la mesure obtenue, en tenant compte des erreurs d'offset.

c. Capteurs de signatures

Le dispositif est placé sur un charriot mobile (Figure IV. 8) entraîné, par une liaison courroie avec un moteur déporté, selon la direction longitudinale du simulateur.



Figure IV. 8 : Cylindre se déplaçant sur le charriot mobile

Le centre du cylindre se déplace de $-1,7$ m à $1,7$ m par rapport au noyau vertical du capteur mine de référence placé à l'aplomb du dispositif (capteur B1 sur Figure IV. 9). Lorsque le dispositif se rapproche de la zone de capteurs déportés, les points de mesures sont rapprochés afin d'avoir plus de précision au passage des fortes variations d'induction sur ± 90 cm. Un total de 99 points de mesures sont enregistrés pour constituer une signature.

Quatre capteurs déportés sont également installés pour la mesure de signature et la comparaison avec la reconstruction numérique. Trois capteurs sont placés autour du cylindre à une distance correspondant à la signature mine (14 cm sous le cylindre) et un 4ème capteur, placé à 1 m du dispositif, fait office de capteur MAD.

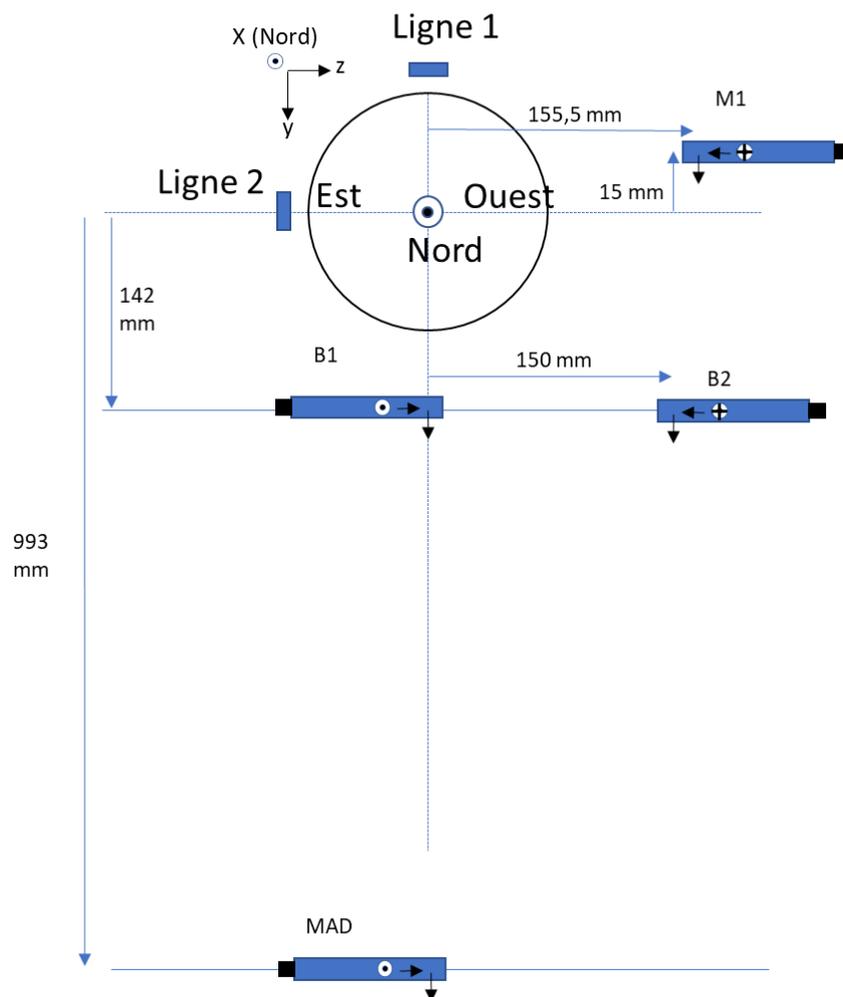
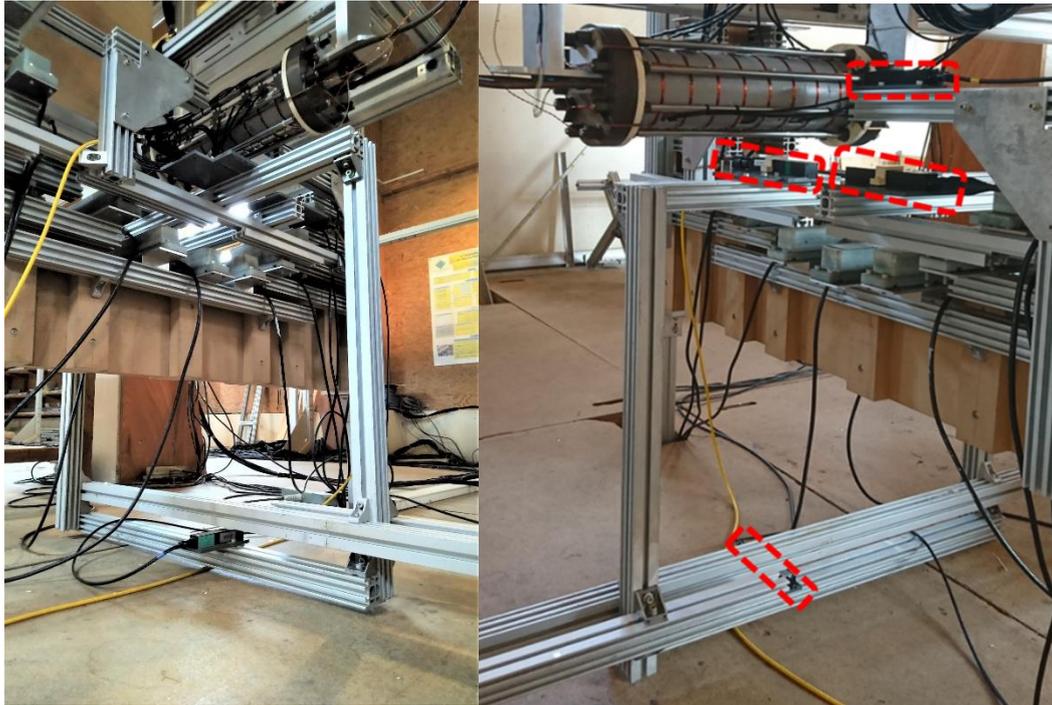


Figure IV. 9 : Positions des capteurs tri-axe éloignés pour vérification de signatures

d. Vérification des signatures et mesures dues aux aimantations induites

La vérification des aimantations induites est une phase très importante. Elle permet de valider le problème direct, la configuration du système de mesure, celle du cylindre étudié ainsi que ses paramètres physiques.

Il existe deux méthodes pour remonter à la mesure de l'aimantation induite :

- Méthode de mesure directe

Cette méthode est valable à condition que la variation d'aimantation permanente sur un cycle mineur soit négligeable (ce qui est rarement le cas, Figure IV. 10) rendant la pente $M(H)$ quasi-linéaire et passant par 0. Dans ce cas, il suffit d'effectuer une mesure d'induction en champ magnétique non nul et de lui soustraire la mesure en champ magnétique nul ce qui annule l'aimantation permanente.

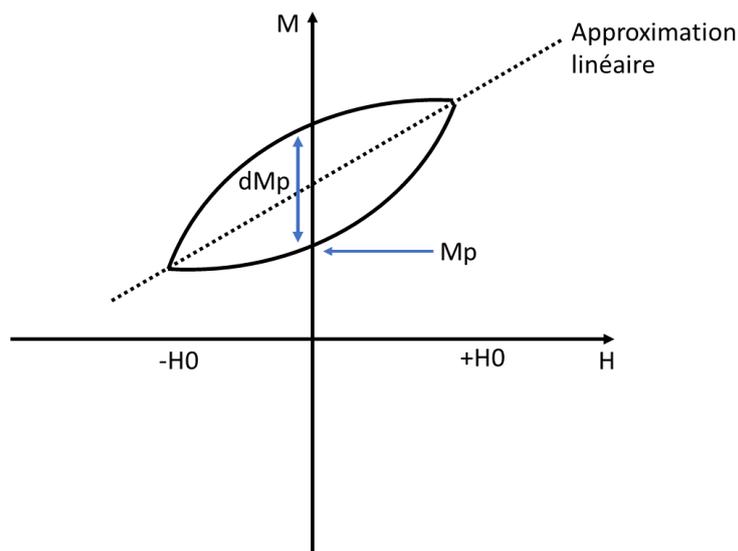


Figure IV. 10 : Mise en évidence d'un cas où la variation de l'aimantation permanente lors de la description d'un cycle mineur est conséquente

- Méthode par demi-différence

C'est la méthode la plus juste pour évaluer l'aimantation induite, car la variation d'aimantation permanente n'est pas prise en compte. Elle consiste à effectuer une demi-différence des champs d'induction magnétique mesurés sous champ inducteur positif ($+H_0$) puis négatif ($-H_0$). Nous avons :

$$\mathbf{B}_{H_0+} = \mathbf{B}_{\text{induit } H_0+} + \mathbf{B}_{\text{perm}} \quad (\text{IV.1})$$

$$\mathbf{B}_{H_{0-}} = \mathbf{B}_{\text{induit } H_{0-}} + \mathbf{B}_{\text{perm}} \quad (\text{IV.2})$$

$$\mathbf{B}_{H_{0-}} = -\mathbf{B}_{\text{induit } H_{0+}} + \mathbf{B}_{\text{perm}} \quad (\text{IV.3})$$

$$\mathbf{B}_{H_{0+}} - \mathbf{B}_{H_{0-}} = 2\mathbf{B}_{\text{induit } H_{0+}} \quad (\text{IV.4})$$

A partir des résultats issus de la relation (IV.4), les mesures effectuées sont confrontées aux résultats du problème direct et permettent d'ajuster les différents paramètres précédemment cités, notamment la position relative des capteurs et la perméabilité du cylindre.

- Validation de la géométrie avec une aimantation induite sous un champ inducteur longitudinal de 40 μT (ILM)

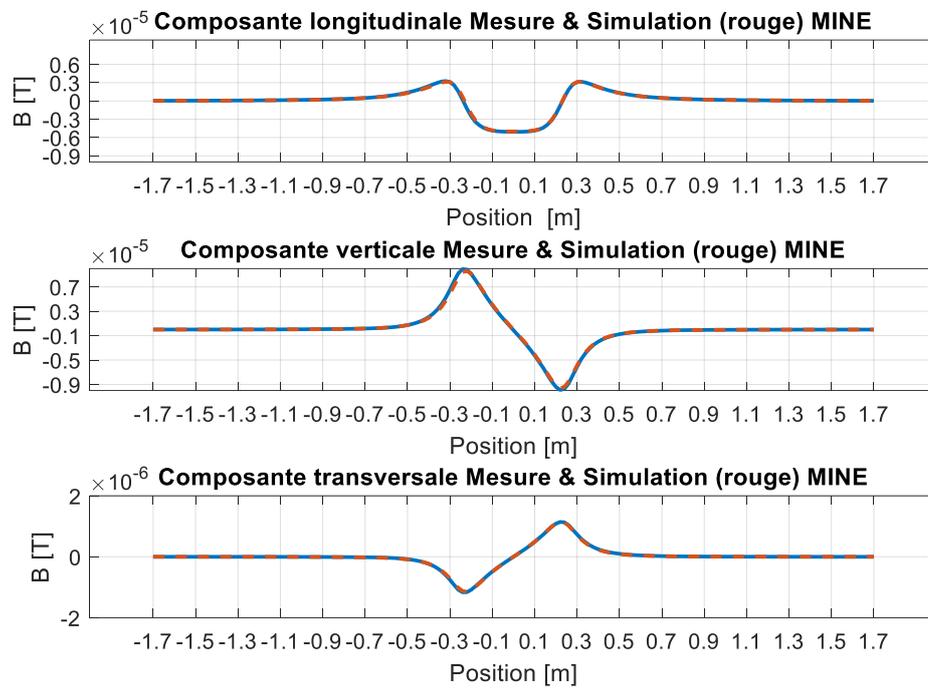


Figure IV. 11 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature Mine (ILM), capteur

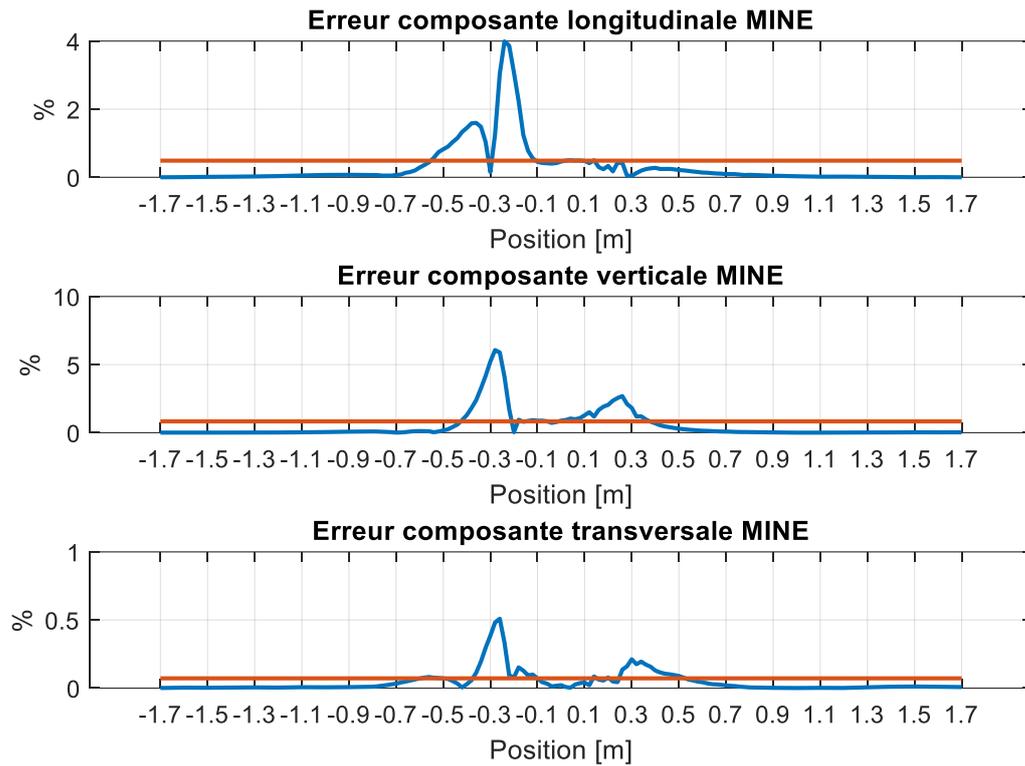


Figure IV. 12 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature Mine (ILM), capteur B1

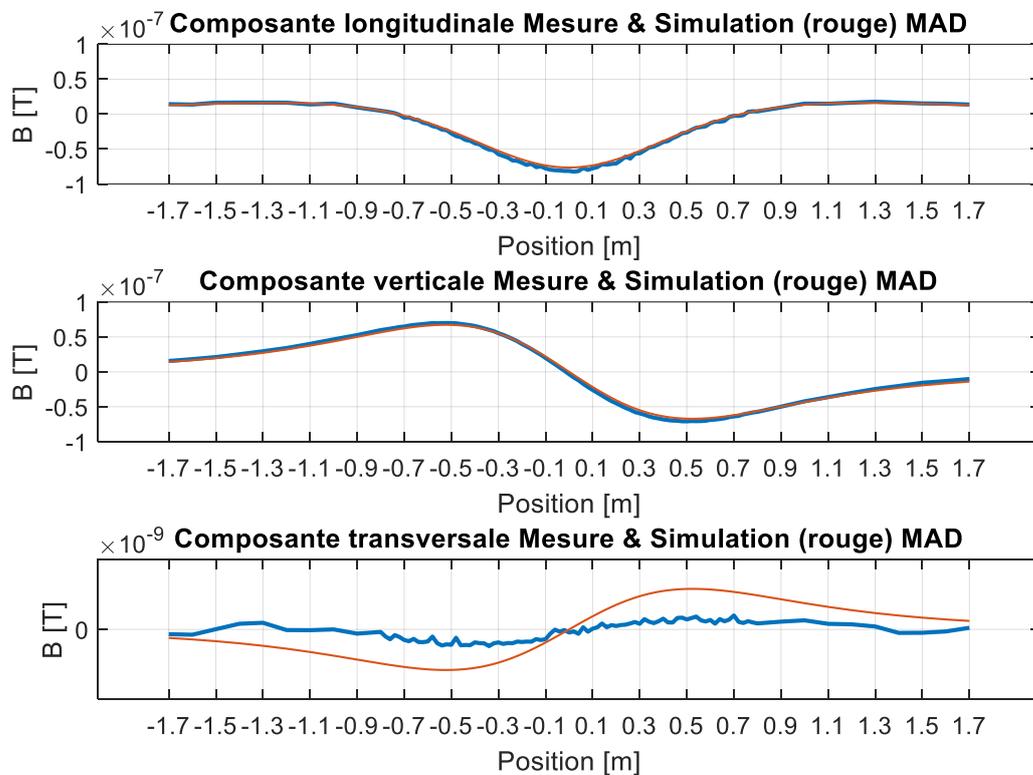


Figure IV. 13 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature Mad (ILM)

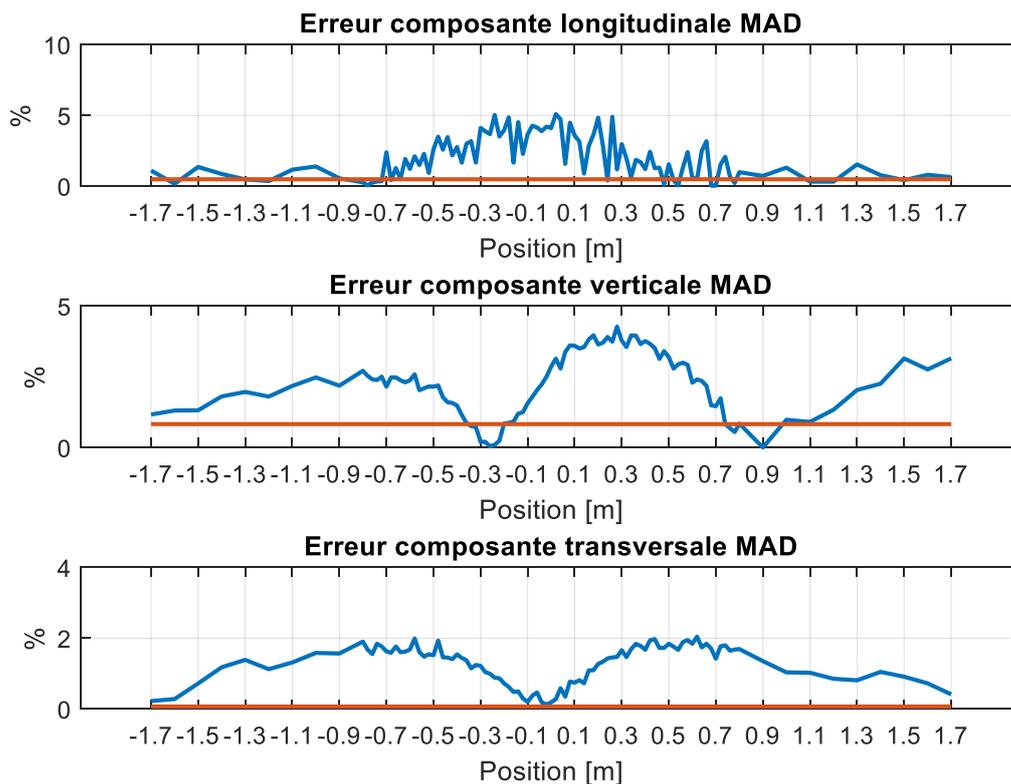


Figure IV. 14 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature Mad (ILM)

Les courbes simulées ci-dessus sont celle qui sont les plus proches des mesures pour y parvenir les capteurs « Mine » ont été décalés de 1mm vers le haut sur le plan. Chaque capteur de vérification est positionné par rapport à un capteur de référence, il s'agit du capteur B1 dont le noyau vertical est positionné à la verticale de l'axe du cylindre. Pour rappel les capteurs utilisés ne sont pas homocentriques.

- Validation de l'aimantation induite verticale sous un champ inducteur de 40 μT (IVM)

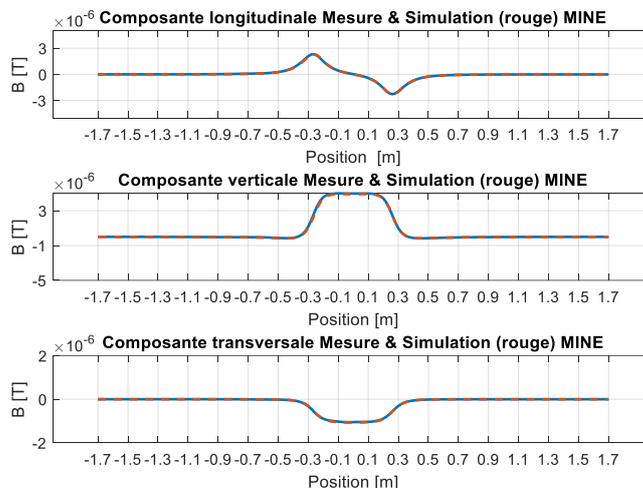


Figure IV. 15 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature Mine (IVM), capteur B1

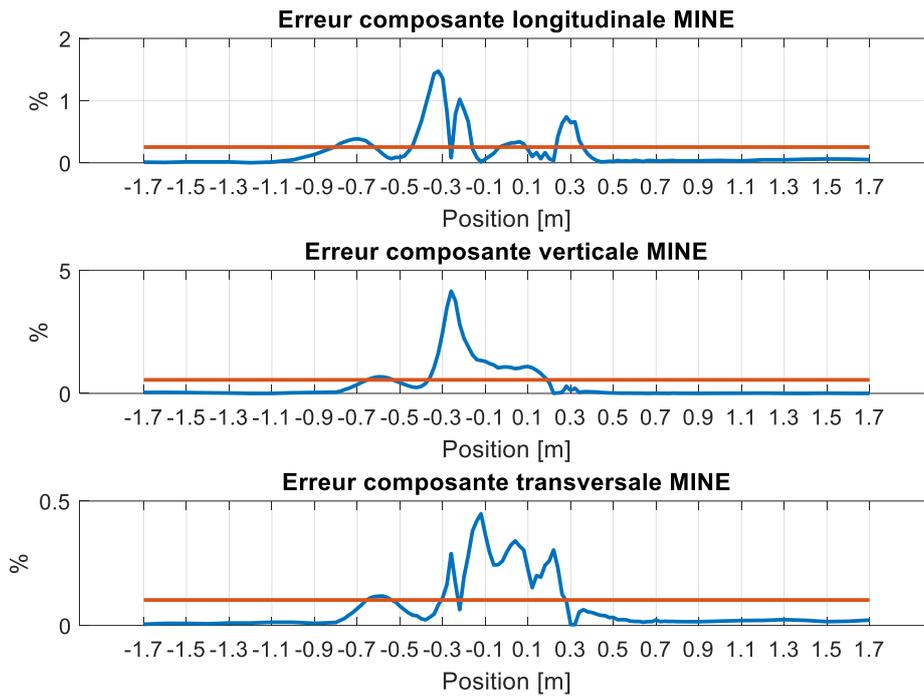


Figure IV. 16 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine (IVM), capteur B1

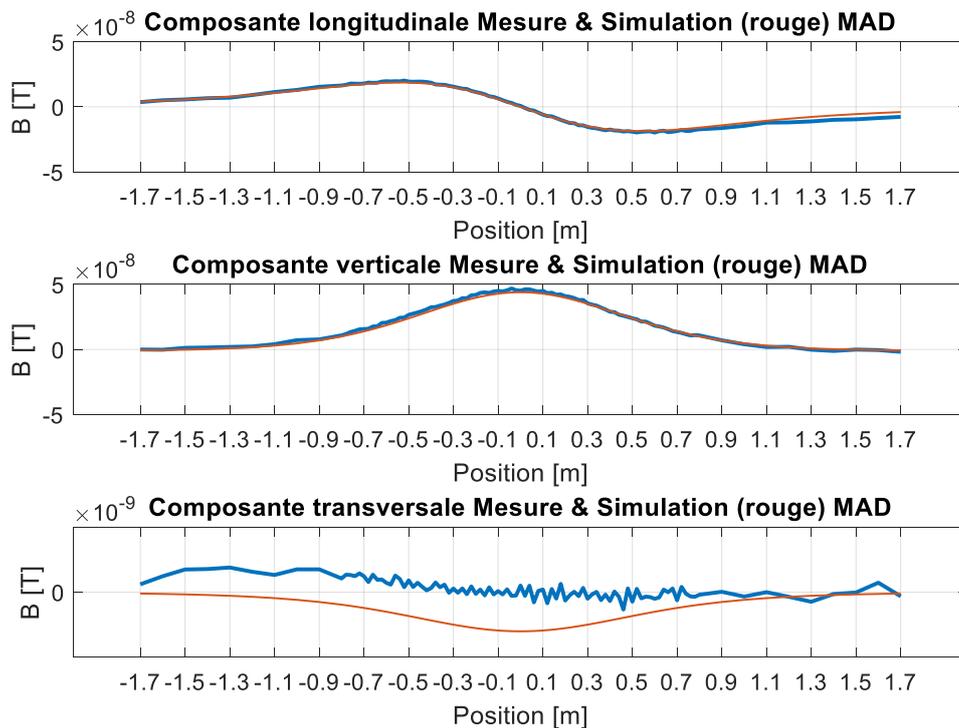


Figure IV. 17 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature Mad (IVM)

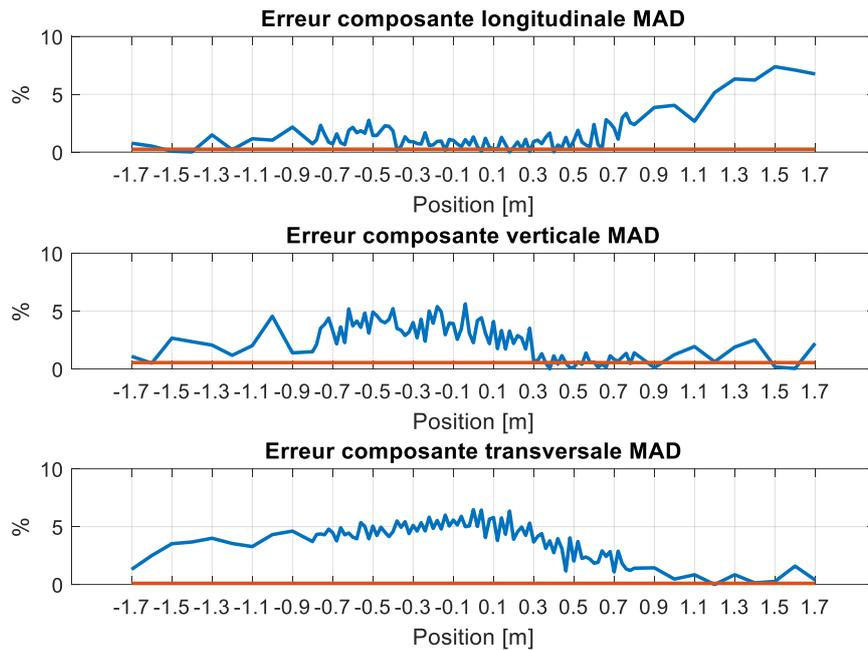


Figure IV. 18: Erreur calculée pour chaque composante de la signature Mad (IVM)

La vérification des aimantations induites longitudinales et verticales permet de valider le problème direct ainsi que la géométrie de l'instrumentation. En effet, comme le montrent les figures IV. 15 à IV.18, il est possible de retranscrire parfaitement ces signatures déterministes en ajustant la position des capteurs de 1mm plus haut que prévu. Après identification, la perméabilité réversible est fixée à la valeur de 110.

L'analyse des mesures, pour chaque composante, issues des capteurs embarqués conduit à considérer et utiliser uniquement les mesures des magnétomètres biaxes. En effet, la position des capteurs tri-axes ne permet pas d'ajouter une information significative, le capteur Nord étant trop éloigné et le capteur Sud étant perturbé par le manomètre qui s'avère être magnétique. Les composantes des 7x2 capteurs sont calculées et les mesures corrigées à l'aide des matrices de correction obtenues après caractérisation du système de mesure via le duplicata amagnétique.

- Comparaison des valeurs des magnétomètres embarqués pour le cas d'une aimantation induite longitudinale (ILM) :

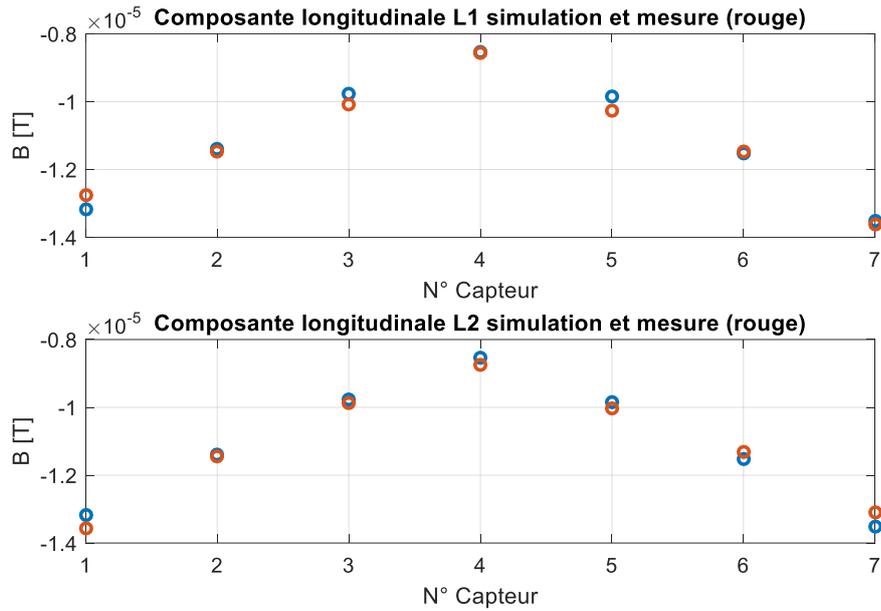


Figure IV. 19 : Induction magnétique mesurée et simulée sur les capteurs embarqués pour le cas d'une aimantation induite longitudinale (ILM)

La Figure IV. 19 présente la composante longitudinale de l'induction magnétique mesurée et calculée pour l'ensemble des capteurs embarqués. Nous relevons que les écarts sont faibles, autrement dit la position des capteurs et les paramètres magnétiques sont convenablement déterminés. Les erreurs pour chacune des composantes de chaque capteur (Figure IV. 20) indiquent un écart maximal inférieur à 4%, ce qui est satisfaisant (l'erreur est calculée par rapport au module l'induction simulé par noyau sur les 3 axes).

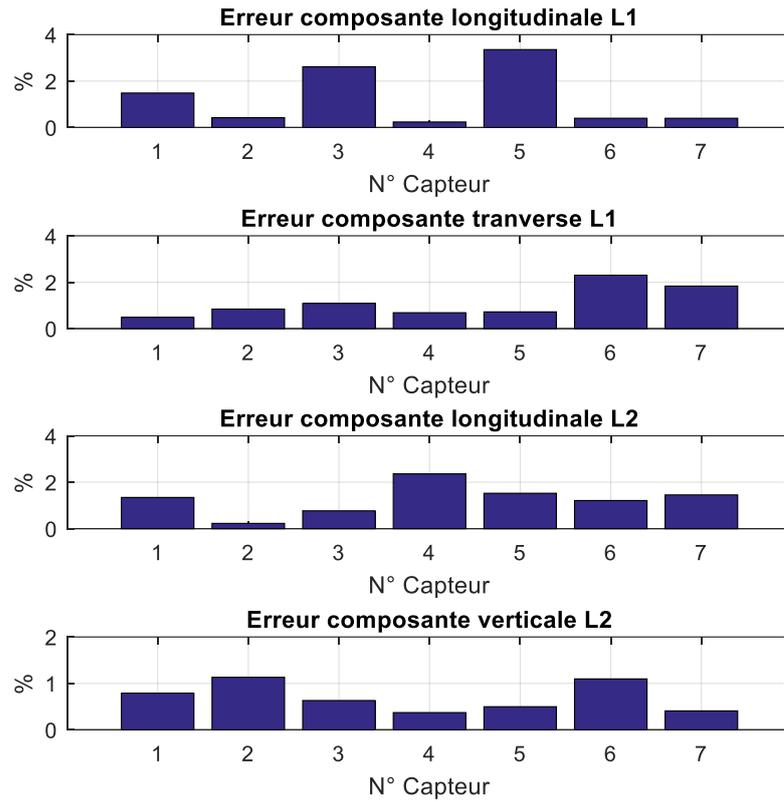


Figure IV. 20 : Erreurs calculées entre la mesure et la simulation pour chaque composante des capteurs embarqués pour un ILM

- Comparaison des valeurs des magnétomètres embarqués pour le cas d'aimantation induite verticale (IVM) :

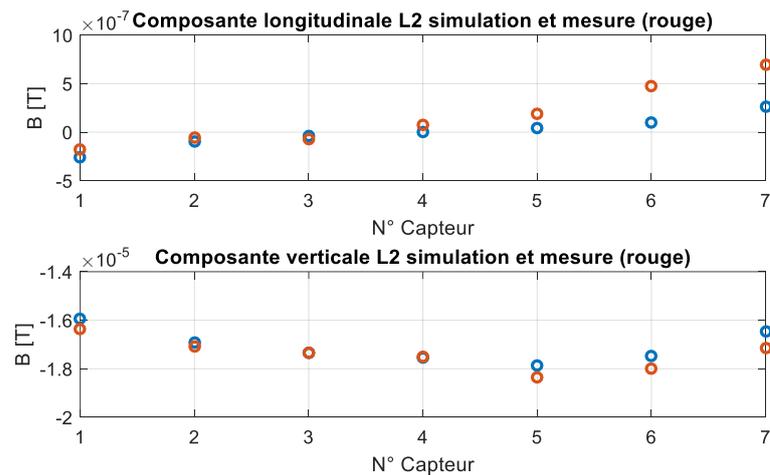


Figure IV. 21 : Induction magnétique mesurée et simulée sur les capteurs embarqués pour le cas d'une aimantation induite verticale (IVM)

Les résultats confirment la validité du modèle direct ainsi que l'absence d'erreur de positionnement des capteurs (Figure IV. 22). Pour le cas vertical, la composante principale est portée uniquement par les capteurs de la ligne 2. Globalement, l'écart entre la mesure et la simulation est inférieure à 5% dans ce cas.

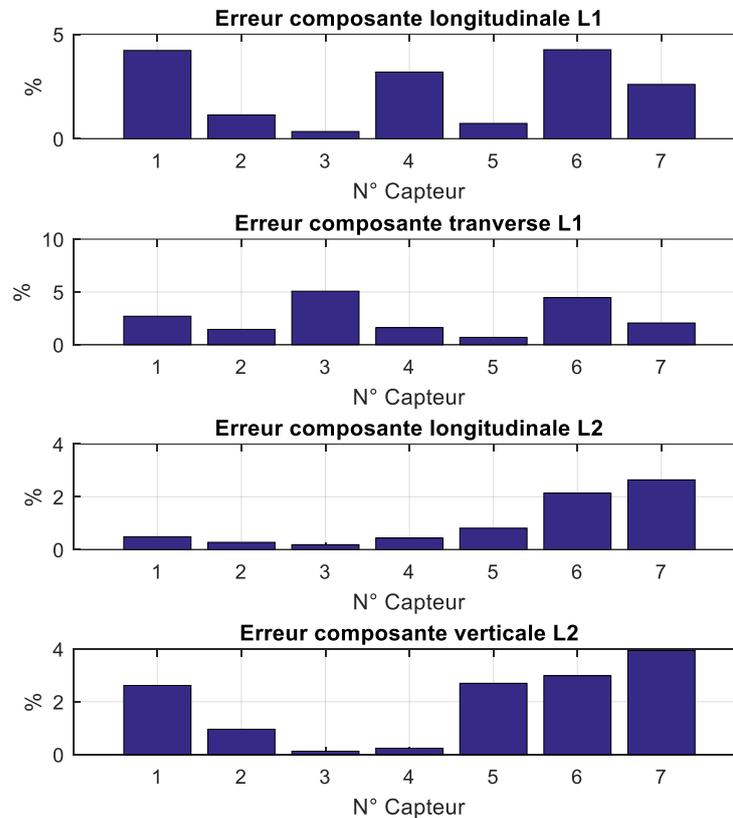


Figure IV. 22 : Erreurs calculées entre la mesure et la simulation pour chaque composante des capteurs embarqués (IVM)

Ainsi, grâce à une bonne connaissance des paramètres d'entrée de notre problème et la précision du modèle direct, une erreur très faible, de quelques %, est obtenue sur les composantes d'induction mesurée par les capteurs embarqués. Cette erreur peut avoir plusieurs origines. D'une part le cylindre est déporté par rapport au centre du simulateur, ce qui peut le placer dans une zone de léger gradient magnétique. D'autre part, les positions des capteurs sont connues a priori, et ils ne mesurent pas la troisième composante du champ, ce qui rend impossible une correction de la projection de cette composante sur les 2 autres axes.

Compte tenu de tous ces éléments, cette étude sur les aimantations induites permet de valider le système de mesure. Les mesures qui en seront issues, vont permettre de tester les algorithmes d'inversion.

II. Validation des inversions avec mesures réelles

a. Scénario de validation

Comme précédemment expliqué, le dispositif étudié permet de générer des aimantations permanentes. Il est donc possible de définir différents scénarios afin que les mesures servent à tester et valider les méthodes d'inversion. Par la suite, trois scénarios de validation sont définis pour lesquels chaque algorithme d'inversion est testé.

1. Scénario 1 : Cas d'une aimantation longitudinale

Pour ce scénario, le cylindre est initialement désaimanté. Il est ensuite placé dans un champ magnétique inducteur uniforme longitudinal de $40 \mu\text{T}$, soumis à une pression interne de 100 bars puis, finalement, la pression est relâchée jusqu'à 0 bar. Après un tel processus, il acquiert une aimantation permanente qui peut être déterminée en utilisant les algorithmes d'inversion. Afin de vérifier si l'état de la coque a été correctement identifié, le champ magnétique est ensuite extrapolé sur d'autres lignes (MINE et MAD) et comparé aux mesures correspondantes (Figure IV. 23).

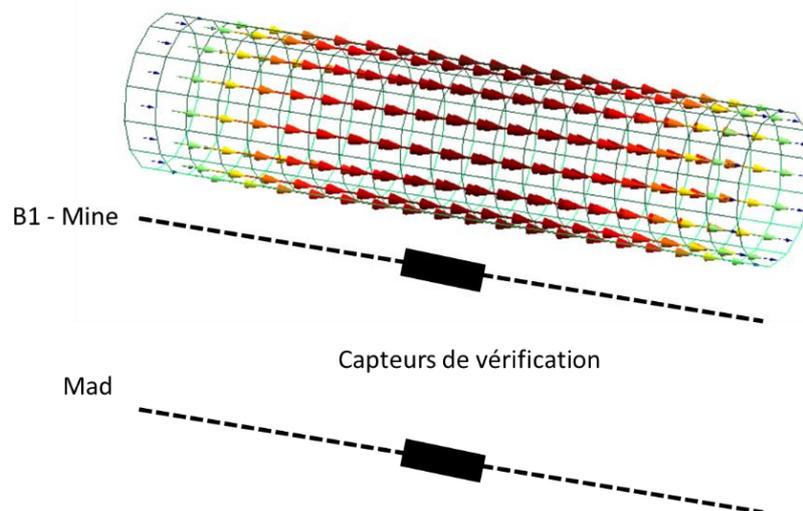


Figure IV. 23 : Processus de vérification d'identification sur ligne proche et éloignée

2. Scénario 2 : Cas d'une aimantation verticale

Pour ce scénario, le cylindre est initialement désaimanté, puis placé dans un champ magnétique inducteur uniforme verticale de $40 \mu\text{T}$. Il est ensuite soumis à une pression interne de 100 bars puis la pression est relâchée jusqu'à 0 bars.

3. Scénario 3 : Cas d'une aimantation composée.

Pour ce scénario, le cylindre est initialement désaimanté, et placé dans un champ magnétique inducteur uniforme composé (20 μT pour la composante longitudinale et 40 μT pour la composante verticale). Il est ensuite soumis à une pression interne de 100 bars puis la pression est relâchée jusqu'à 0 bars.

b. Test de la méthode d'inversion α, β, γ

1. Scénario 1

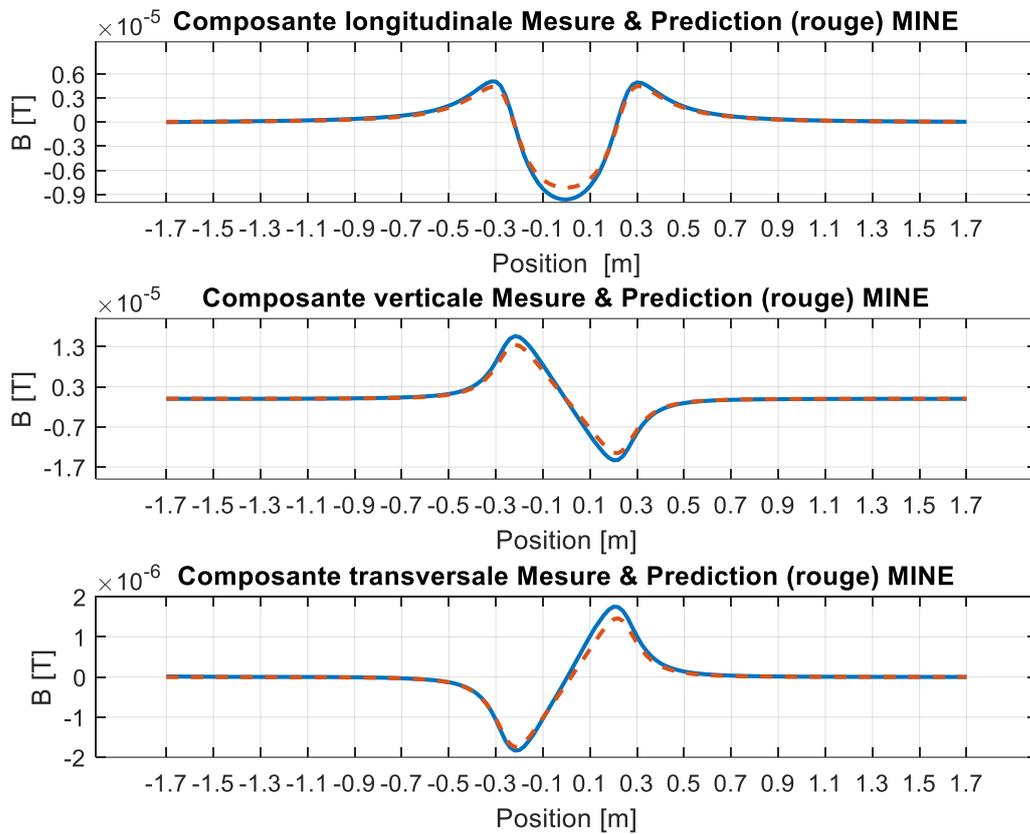


Figure IV. 24 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode (α, β, γ)

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	8	12	2
Erreur moyenne %	2	3	0.25

Tableau IV. 2 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode (α, β, γ)

Pour ce premier cas test, les résultats exposent une erreur de reconstruction maximale autour de 10% que ce soit pour la signature mine ou MAD (Cf. Annexe A). Une erreur de cet ordre de grandeur reste acceptable dans notre objectif de reconstruire l'aimantation permanente. Rappelons que l'aimantation permanente reconstruite équivaut à l'aimantation induite en terme de signature. L'erreur calculée sur la signature totale reste donc bien inférieure. A la vue de la simplicité de la méthode d'inversion, les résultats de l'inversion (Figure IV. 24) sont satisfaisants et permettent de donner rapidement une première image de l'état d'aimantation.

2. Scénario 2

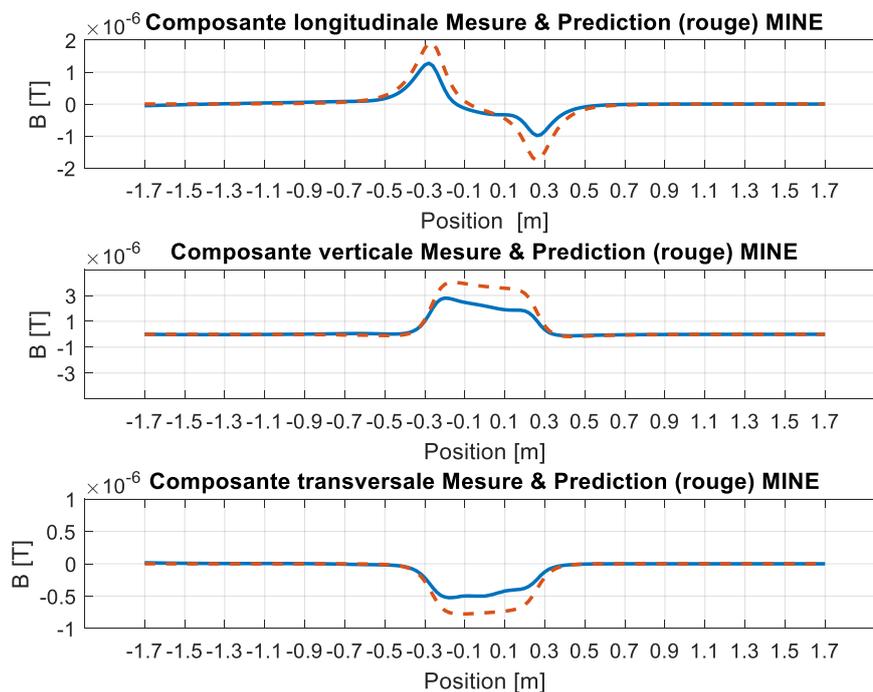


Figure IV. 25 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode (α, β, γ)

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	12	28	5
Erreur moyenne %	2	9	1

Tableau IV. 3 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode (α, β, γ)

Pour ce deuxième cas, une erreur autour de 28% est notée sur la composante verticale de la signature mine et jusqu'à 50% sur la signature MAD (cf Annexe B). Bien que l'allure des courbes soit respectée, l'erreur est trop importante pour valider ce résultat. Il faut mettre en

évidence que le nombre de capteurs utiles dans ce cas est inférieur à celui du cas longitudinal. L'information est ici uniquement portée sur 7 noyaux de mesures, contrairement aux 14 noyaux alignés pour le cas longitudinal. Les 7 capteurs de la ligne 1 n'apportent pas d'information magnétique pertinente, seul du bruit étant mesuré par les noyaux magnétiques. Il y a alors un risque de perturber le conditionnement de l'inversion en ajoutant au système des équations qui ne sont pas significative. Nous choisissons d'inverser les mesures du scénario 2 en tronquant les valeurs singulières les plus petites de la SVD pour limiter l'influence perturbatrice de ces équations.

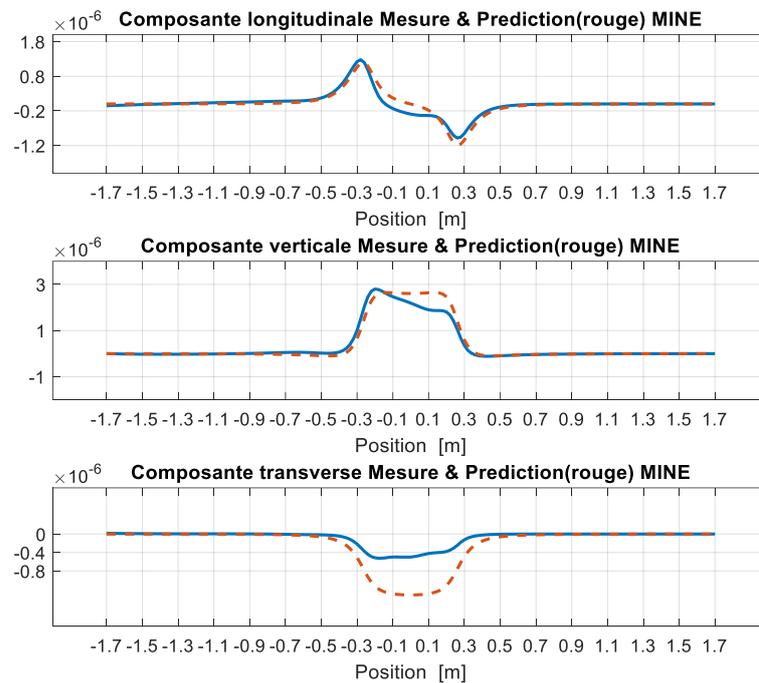


Figure IV. 26 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale sans la ligne 1, pour la méthode (α, β, γ)

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	8	18	20
Erreur moyenne %	2.5	4	3

Tableau IV. 4 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale sans la ligne 1, pour la méthode (α, β, γ)

Les résultats de l'inversion (Figures IV. 26) montrent que les mesures de la ligne 1 perturbent l'inversion dans le cas où l'information de ces capteurs est relative au bruit de mesure. La non prise en compte de ces mesures améliore le conditionnement du système et, par

conséquent, les résultats de l'inversion pour les composantes longitudinales et verticales. Cependant la composante transversale est quant à elle surévaluée.

3. Scénario 3

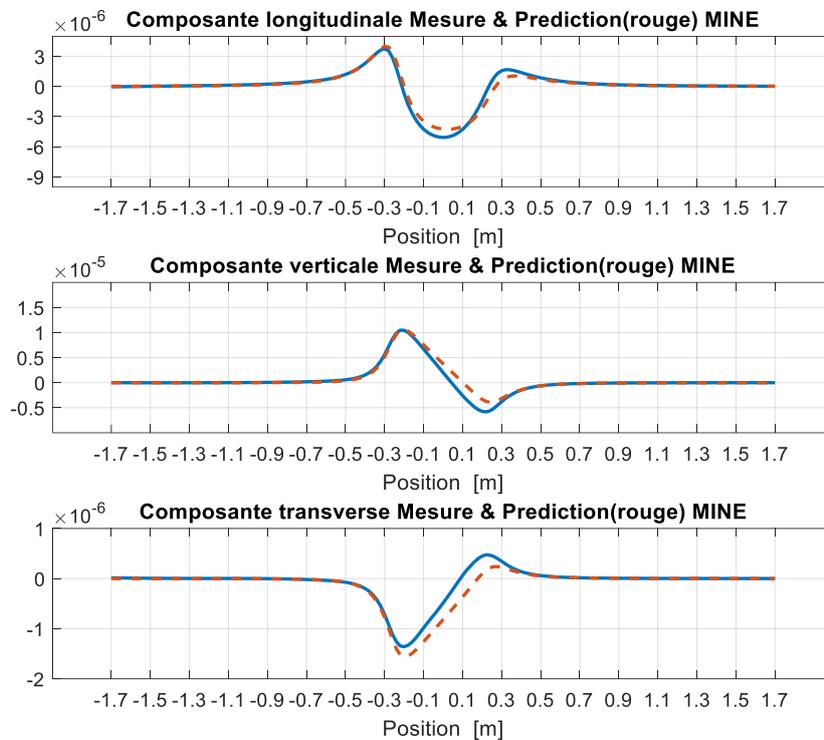


Figure IV. 27 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode (α, β, γ)

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	8	20	3
Erreur moyenne %	2	2	0.8

Tableau IV. 5 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode (α, β, γ)

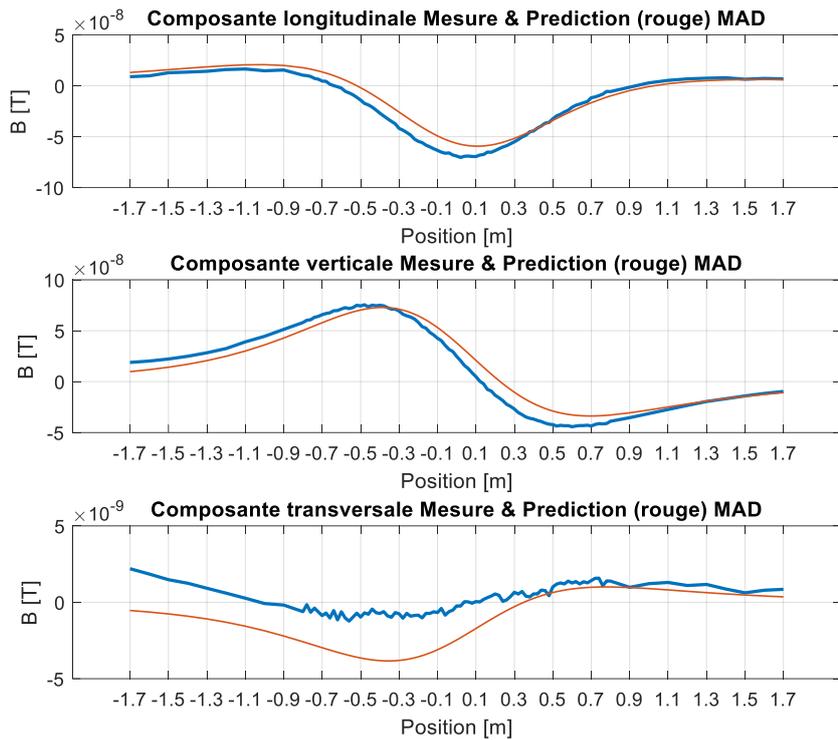


Figure IV. 28 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature MAD, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode (α, β, γ)

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	14	15	5
Erreur moyenne %	2	2.5	0.8

Tableau IV. 6 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode (α, β, γ) .

Ce dernier cas montre une nouvelle fois la capacité de cet algorithme simple à approcher l'état d'aimantation avec une erreur maximale de 15% en MAD (Figures IV. 28) et de 20% en mine (Figures IV. 27). Là encore, c'est l'aimantation verticale qui est mal évaluée, cela semble être dû au déficit du nombre de noyaux de mesure en vertical comme le cas test 2 l'a montré. L'erreur dans ce cas est cependant moins grande que pour une aimantation permanente verticale simple avec tous les capteurs, car l'aimantation permanente longitudinale, bien reconstruite, est prépondérante sur l'aimantation permanente verticale, moins bien estimée.

Le dispositif du cylindre étant relativement simple, il est difficile d'espérer de meilleurs résultats sur des géométries plus complexes sans conséquence sur le nombre de capteurs à

installer. Cependant, il existe sans doute des positions de capteurs plus favorables permettant d'améliorer cette inversion.

c. Test de la méthode en charge de H_c

1. Scénario 1

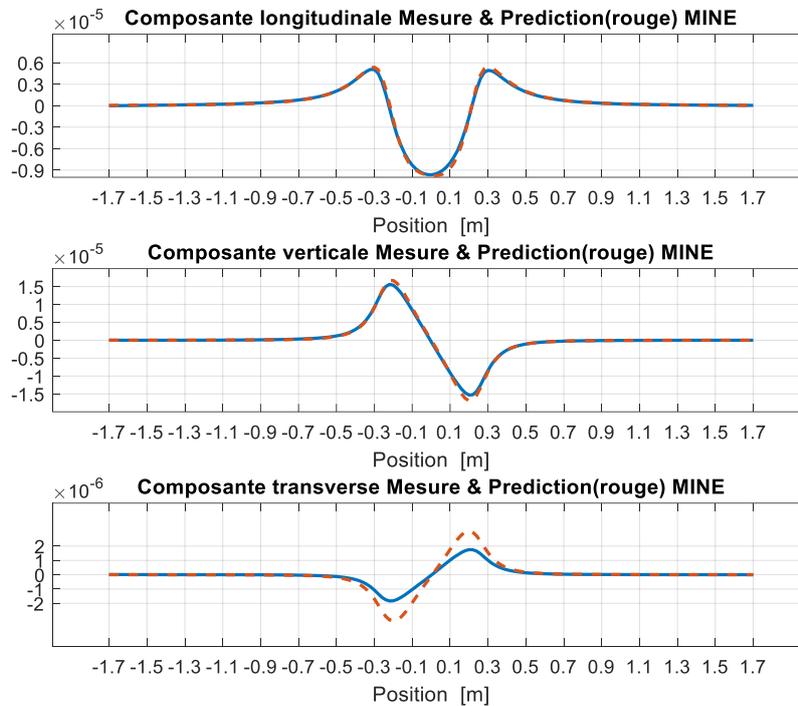


Figure IV. 29 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode en charges de H_c

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	4	6	5
Erreur moyenne %	0.8	1	1

Tableau IV. 7 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode en charges de H_c

Cette méthode d'inversion permet d'obtenir une erreur maximale autour de 6% pour la signature Mine. La signature éloignée respecte également cet ordre de grandeur.

2. Scénario 2

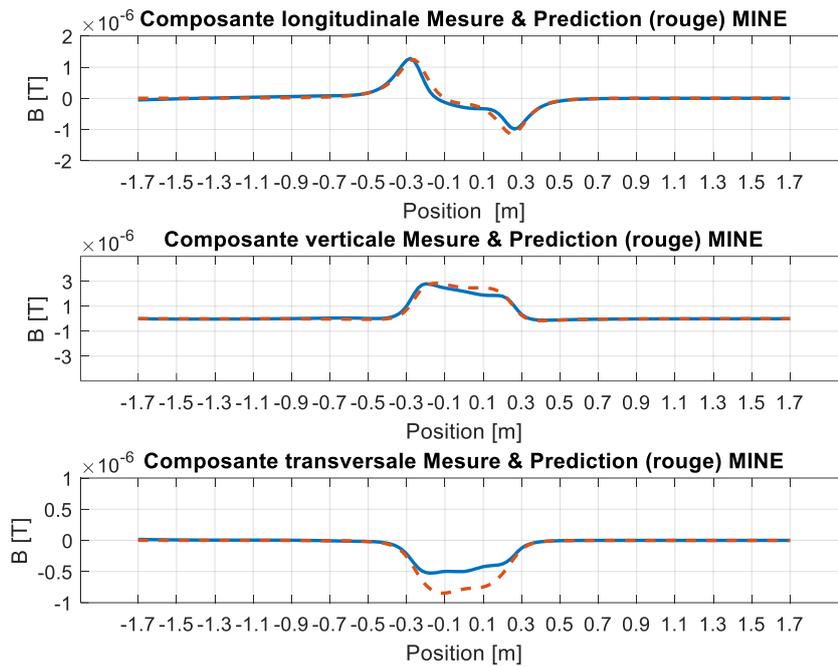


Figure IV. 30 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode en charges de H_c

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	7	12	8
Erreur moyenne %	2	4	2

Tableau IV. 8 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode en charges de H_c

Pour le cas vertical, les confrontations de signature montre une erreur maximale autour de 12% sur la composante verticale. Cela confirme le manque d'information magnétique pour cette configuration. Néanmoins, l'inversion en charges de H_c est plus performante que la méthode (α, β, γ) , avec une erreur de reconstruction certes un peu élevée mais deux fois plus faible dans ce cas.

3. Scénario 3

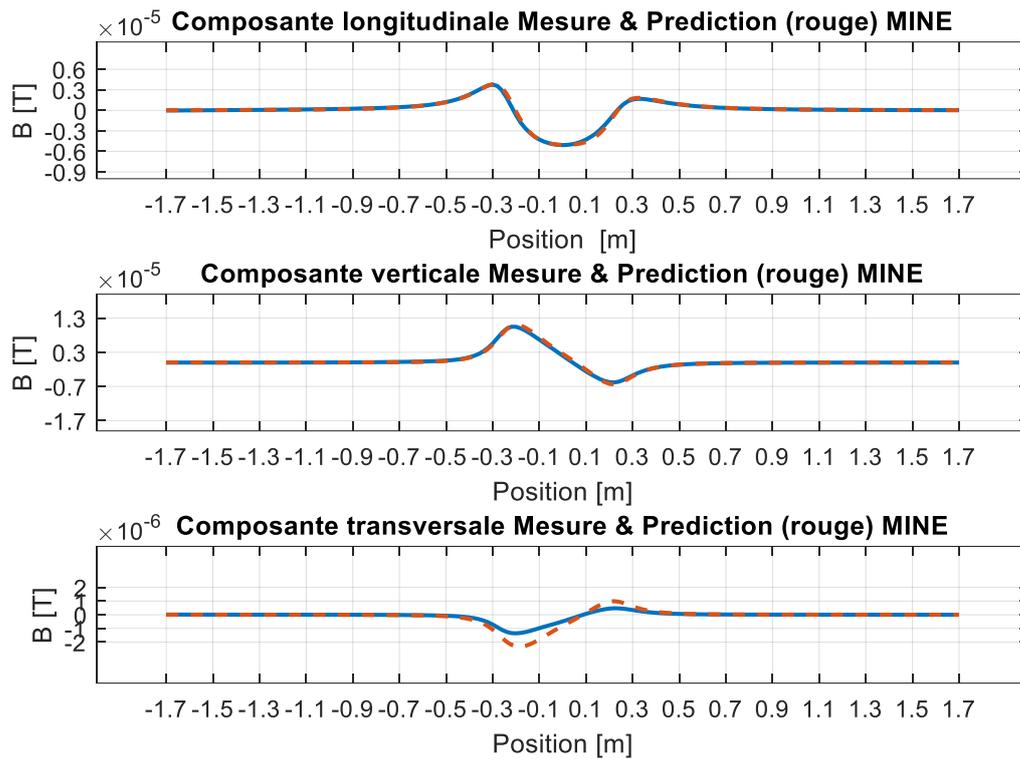


Figure IV. 31 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode en charges de H_c

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	4	5	5
Erreur moyenne %	0.7	1	1

Tableau IV. 9 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode en charges de H_c

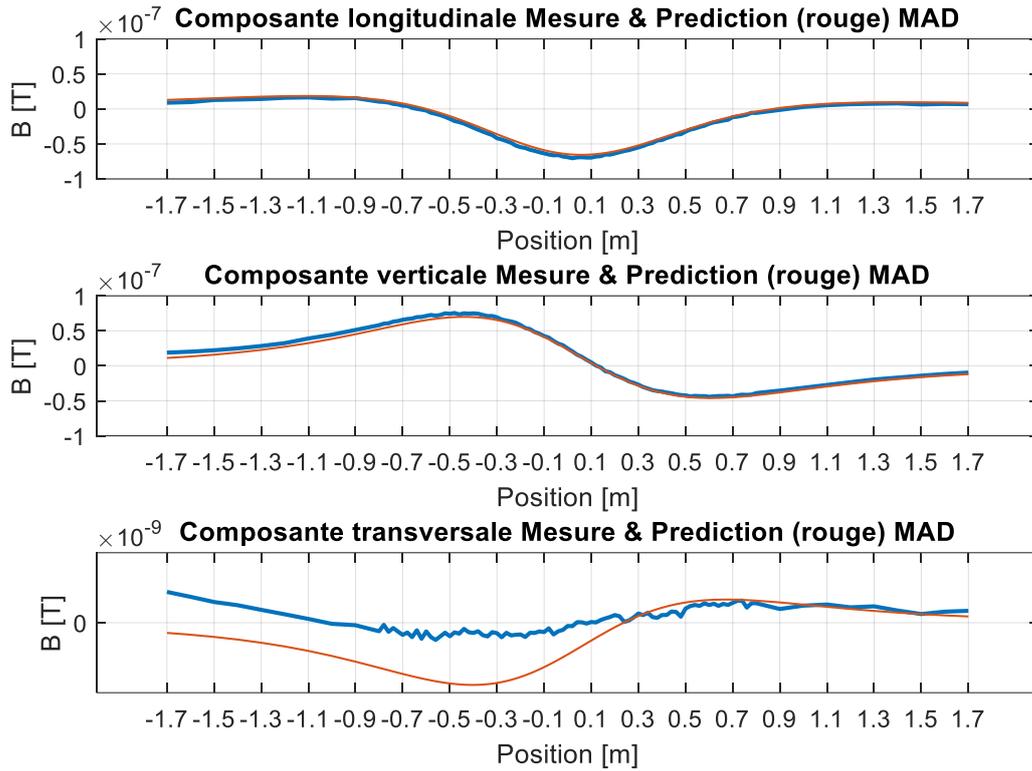


Figure IV. 32 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature MAD, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode en charges de H_c

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	5	5	4
Erreur moyenne %	0.5	1	1.5

Tableau IV. 10 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD, cas d'une aimantation permanente composée, pour la méthode en charges de H_c

Pour le cas d'une aimantation composée, les erreurs sur signatures reconstruites sont inférieures à 5 %. Ce qui est bien inférieur à la méthode simple basée sur une combinaison linéaire de permanent anhystérique. Bien que complexe à mettre en œuvre, la reconstitution de charge permanente à travers des flux de H_c est une technique plus robuste qui apporte plus de précision que la méthode par combinaison linéaire des aimantation d'équilibre pour ce cas expérimental.

d. Test de la méthode en charge globale avec a priori Bayésien.

Nous testons enfin l'inversion en charge globale avec prise en compte d'a priori statistique sur la répartition des charges.

1. Scénario 1

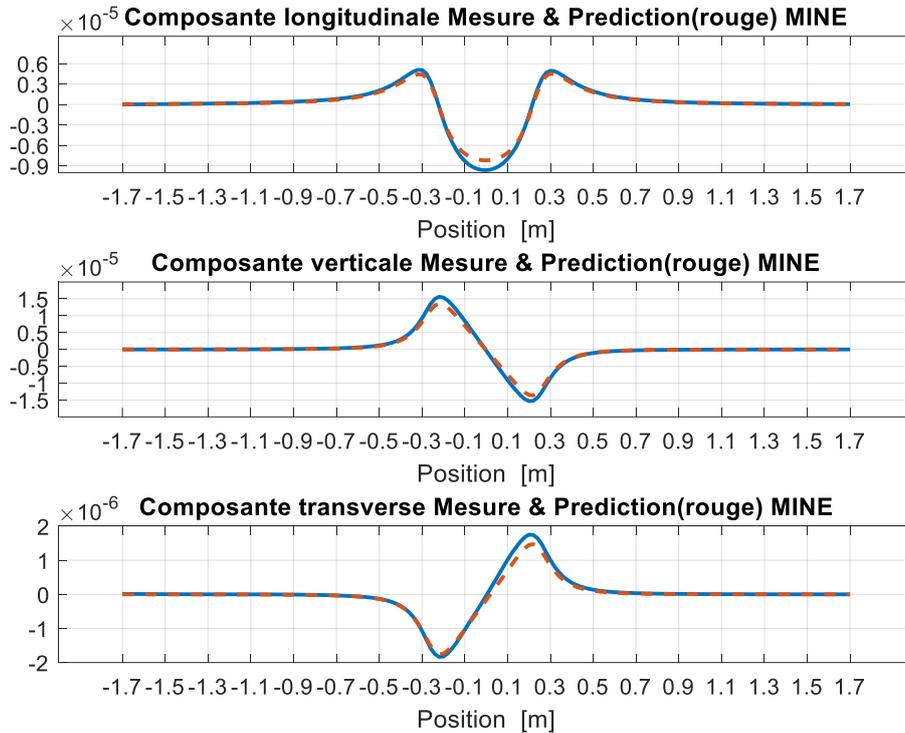


Figure IV. 33 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode en charges avec a priori bayésien

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	8	11	2
Erreur moyenne %	1.5	3	0.25

Tableau IV. 11 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente longitudinale, pour la méthode en charges avec a priori bayésien

L'erreur calculée sur la signature mine, est en dessous de 11%. La solution a priori choisie est la répartition de charge générée via l'inversion simple par combinaison linéaire. Dans ce cas

longitudinal, le gain en précision n'est pas significatif par rapport à la solution a priori $\mathbf{X0}$ et reste moins bonne que la méthode en charges de $\mathbf{H_c}$.

2. Scénario 2

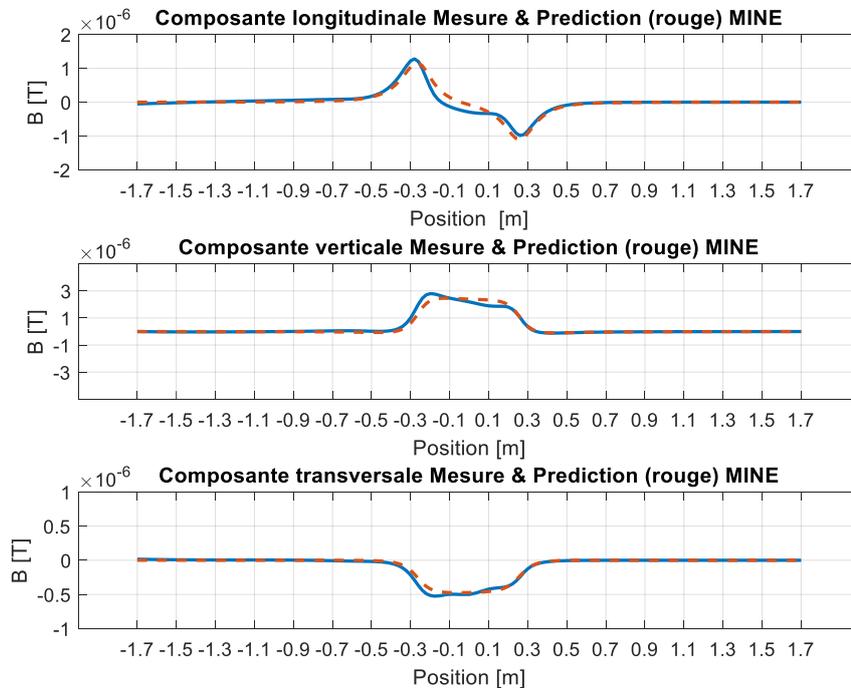


Figure IV. 34 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode en charges avec a priori bayésien

	Composante Longitudinale	Composante Verticale	Composante Transverse
Erreur maximale %	10	20	3
Erreur moyenne %	3	5	0.7

Tableau IV. 12 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature mine, capteur B1, cas d'une aimantation permanente verticale, pour la méthode en charges avec a priori bayésien

L'inversion basée sur la composition des permanents d'équilibre donne pour cette configuration une erreur maximale autour de 28% sur la reconstitution de signature pour la composante verticale. La solution a priori en charge étant issue de cette inversion, nous remarquons le rôle de l'a priori statistique qui réduit d'un tiers cette erreur (erreur à 20%).

Pour cette inversion qui est guidée par la covariance des charges, nous remarquons des résultats très proches de ceux résultant de l'inversion en charge de \mathbf{H}_c . En effet, il semble que le comportement interne de la tôle soit pris en compte par le biais de la matrice de covariance et permette d'être plus juste sur la reconstitution de l'état magnétique, donc de l'anomalie magnétique générée.

L'inversion en charge de \mathbf{H}_c reste toutefois un peu plus performante au final, avec une erreur moindre (15% d'erreur).

3. *Scénario 3*

Pour le scénario du cas composé, les résultats sont les mêmes que ceux de la méthode par combinaison linéaire de permanents anhystériques car l'aimantation permanente longitudinale (PLM) reste prépondérante par rapport à l'aimantation permanente verticale (PVM). Il est possible pour cette méthode que la matrice de covariance générée à partir de perméabilités homogènes ne soit pas adéquate, ou que la solution soit déjà celle qui semble la plus appropriée vis-à-vis de la base de recherche.

III. Bilan sur les différentes inversions magnétiques

Nous pouvons résumer les résultats des tests effectués avec les mesures magnétiques issues du dispositif expérimental à travers le tableau ci-dessous. Les erreurs calculées sur les courbes « Mine » et « MAD » suivent les mêmes tendances.

Type d'inversion	Combinaison linéaire α, β, γ	Charge de H_c	Charge globale avec a priori Bayésien
Scénario 1 : Etat Permanent longitudinale	Erreur maximale 12% Erreur moyenne < 3 %	Erreur maximale 6% Erreur moyenne < 1 %	Erreur maximale 11% Erreur moyenne < 3 %
Scénario 2 : Etat Permanent verticale	Erreur maximale 28% Erreur moyenne < 9%	Erreur maximale 12% Erreur moyenne < 4 %	Erreur maximale 20% Erreur moyenne < 5%
	Avec troncature : Erreur maximale 18% Erreur moyenne < 4%		
Scénario 3 : Etat Permanent composé	Erreur maximale 20% Erreur moyenne < 2%	Erreur maximale 5% Erreur moyenne < 1 %	Erreur maximale 19% Erreur moyenne < 2%
Bilan	Bons résultats mais nécessité de tronquer lorsque certains capteurs ne donnent pas d'information pertinente	Très bons résultats	Bons résultats, régularise l'inversion et améliore la solution a priori X0 si elle est trop éloignée de la solution réelle

Tableau IV. 13 : Tableau récapitulatif des résultats issues des inversions pour les différents scénario d'aimantation permanente traitée

Gardons à l'esprit que le critère d'erreur retenu est calculé sur la reconstitution de l'aimantation permanente seule. C'est donc un majorant des critères d'erreur car l'induit est conséquent. Le prendre en compte conduit à une erreur rapportée sur la signature totale (permanent et induit) inférieure.

L'inversion simple par combinaison linéaire des permanents anhystériques est très simple à mettre en œuvre. Elle donne globalement une première approximation satisfaisante de l'état d'aimantation même s'il est nécessaire de tronquer l'inversion afin de traiter plus facilement les configurations où l'information magnétique sur certains capteurs n'est pas pertinente.

D'une manière plus technique, le problème inverse a été formulé avec la distribution de charge de H_c sous forme d'inconnues. Le problème étant mal posé, un opérateur de divergence de surface a été utilisé pour transformer les inconnues H_c en charges fictives. Cela permet d'obtenir un problème mieux posé, qui tient compte du comportement interne du matériau, et qui peut être résolu par une simple SVD équilibrée sans recourir à une méthode de

régularisation. Les résultats obtenus avec des mesures réelles montrent l'efficacité de cette méthode pour tous les cas d'aimantations permanentes testés. Il semble que cette méthode soit la plus compétitive en terme de robustesse et de résultats.

L'inversion en charge globale a été rejetée dans un premier temps pour résoudre directement le problème. Cependant, la mise en place de l'approche bayésienne permet d'améliorer drastiquement les résultats de cette inversion et la positionne au niveau de l'inversion simple, tant du point de vue de la complexité de mise en œuvre, que des performances. Il est important de noter que cette inversion nécessite une information a priori \mathbf{X}_0 . Dans notre cas, la répartition de charge obtenue après l'inversion d'une combinaison linéaire d'états permanents anhystériques a été choisie. Avec ce choix, nous améliorons légèrement les solutions pour les cas longitudinal et composé. Par contre, pour le cas vertical où une erreur relativement importante (28%) était obtenue lorsque les deux lignes de capteurs sont utilisées, l'ajout d'information a priori permet d'améliorer les résultats (20% d'erreur maximale obtenue avec de l'apriori, contre 15% en charges de \mathbf{H}_c).

Conclusion générale

En guise de conclusion générale, nous proposons un bilan global sur les réalisations effectuées tout en gardant à l'esprit les objectifs initialement donnés. De nombreux travaux ont été effectués dans le domaine de la modélisation du magnétisme du navire depuis les années 40. Nous ajoutons à cette littérature ce document qui permet d'aborder les différentes problématiques du domaine sous un nouvel angle que ce soit pour la résolution numérique du problème direct ou du problème inverse.

A partir d'une problématique particulière du domaine de la magnétostatique, il a fallu mettre en œuvre les outils mathématiques permettant de répondre aux contraintes imposées et les vérifier. Rappelons, que l'objectif dans lequel s'inscrit cette thèse est la réalisation de l'immunisation en boucle fermée. Pour y parvenir, il s'agit d'inverser un modèle magnétostatique à partir d'une configuration de réseau de capteurs embarqués proche de la coque et pas forcément idéalement placés vis-à-vis de l'information magnétique.

Dans un premier temps nous avons travaillé sur le modèle magnétostatique. Bien qu'il existe un modèle performant adapté aux coques de navires, ce dernier ne permettait pas d'être totalement libre sur le placement des capteurs par rapport au maillage. La formulation intégrale volumique en B de facette récemment développée au sein du laboratoire G2Elab, n'a pas cet inconvénient et donne de très bon résultats en terme de temps de calcul et de précision. Cette formulation est adaptée pour des maillages volumiques mais les ressources numériques pour réaliser un maillage de coques de navires en 3D seraient colossales pour son utilisation telle quelle. En utilisant l'approximation de l'élément mince et en considérant l'induction tangentielle dans la tôle, nous avons adapté et testé une formulation intégrale en B de facette sur un maillage 2D. Le système est résolu à l'aide d'un solveur circuit et nous arrivons à des performances optimales en terme de temps de calcul et de précision du calcul du champ proche de l'objet. Indépendante du maillage, l'intégration analytique des charges pour le calcul du champ proche nous permet une formulation directe performante pour notre application.

Le modèle direct élaboré peut désormais être utilisé pour du dimensionnement de système d'immunisation et du calcul de signature magnétique. Dans notre cas, nous l'utilisons pour générer des données d'entrée (mesures) du problème inverse et également pour élaborer l'inversion de la formulation.

La deuxième partie du manuscrit concerne ainsi la mise en place d'un problème inverse à partir du problème direct. Nous pouvons distinguer deux approches. La première, la plus simple, utilise les résultats du problème direct. La seconde, plus complexe, est construite à partir de l'inversion des équations du problème direct. Malgré une hypothèse de régularité de l'aimantation imposée, la méthode par combinaison linéaire donne des résultats probants sur les tests numériques. Plus compliquée à mettre en œuvre mais plus générale la méthode de reconstruction des charges d'aimantation permanente construite à partir des équations du problème direct est équivalente en terme de résultat. Nous complétons ce jeu d'inversion avec la mise en place d'une inversion Bayésienne. Avec niveau de complexité intermédiaire l'ajout d'information a priori permet d'améliorer drastiquement les performances d'une inversion en charge globale qui ne donnait pas de résultats probants.

Une validation expérimentale permet de conclure sur la performance des inversions élaborées. Un cylindre de mise sous pression permettant de générer différentes aimantations permanentes par effet magnétoélastique a été instrumenté avec des capteurs magnétiques proches. Pour trois configurations d'aimantations permanentes conférées au cylindre les inversions ont été testées. Il en ressort que la méthode d'inversion en charge d'aimantation permanente donne les résultats les plus fiables pour la prédiction de signature à différentes distances. La méthode par combinaison linéaire nécessite une troncature du spectre de la matrice d'interaction pour les cas où l'information de certains capteurs n'est pas pertinente mais reste proche de la réalité sur les signatures magnétiques reconstruites. In fine, l'inversion Bayésienne en charge globale est équivalente, elle améliore les résultats issus de l'inversion par combinaison linéaire non tronquée en contraignant la régularité de la solution.

Bien que la méthode en charge d'aimantation permanente, semble être à favoriser au vue de ses bons résultats et au vu du fait qu'elle soit la seule à pouvoir traiter des cas d'aimantations localisées, il reste encore de nombreux tests à effectuer. Notamment, il sera intéressant de comparer ces trois méthodes sur des structures plus complexes et également de procéder à une optimisation du nombre de capteurs et de leur position. La mise en place d'information a priori est également un axe à développer pour chaque inversion dans le but d'améliorer la prédiction d'état magnétique. Enfin, il semble possible d'obtenir une solution a priori et une covariance à partir d'un modèle magnéto-élastique plus sophistiqué et rendant mieux compte des mécanismes physiques. En effet, la covariance pourrait alors être calculée avec un modèle direct permettant de mieux tenir compte de la réalité d'un sous-marin.

En effet, un modèle magnéto-élastique permettrait d'identifier des états d'aimantation plus complexes que ceux actuellement modélisés. En outre, il pourrait permettre de traiter des cas de répartitions de perméabilité non homogènes, dues soit à une répartition de contraintes non homogène (cas d'un navire) ou à une aimantation initiale non homogène (après effet de la pression donnant lieu à un état initial non désaimanté par exemple). Par conséquent et pour ces raisons, un modèle magnéto-élastique pourrait s'avérer nécessaire pour l'application de ces méthodes à un vrai bâtiment. Le cylindre de mise sous pression que nous avons instrumenté est un dispositif idéal pour permettre de tester les modèles magnétoélastiques liant la perméabilité à la contrainte.

Annexes

Annexe A : Inversions de la formulation intégrale volumique B de facette

La fonction liant la mesure à la charge

Rappelons que la formulation utilisée et présentée au chapitre II nous permet de relier les flux d'induction Φ_f à la mesure dans l'air, pour une facette « f » de l'élément « e » de surface S_e nous obtenons :

$$\mathbf{B}_{\text{mes } fe}(\mathbf{P}) = \frac{\mu_0}{4\pi} (v_0 - v_e) \int_{S_e} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) \frac{\Phi_f}{S_e} dS_e + \mathbf{B}_0(\mathbf{P}) \quad (\text{A.8})$$

Dans le cas d'un problème comprenant plusieurs facettes, il suffit de faire la somme des contributions :

$$\mathbf{B}_{\text{mes } e}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{fe=1}^{N_{fe}} (v_0 - v_e) \int_{S_e} \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right) \frac{\Phi_{fe}}{S_e} dS_e + \mathbf{B}_0(\mathbf{P}) \quad (\text{A.9})$$

Nommons « e, j », un élément qui contient la facette « j » cette facette peut être contenue dans « Ne, j » éléments. Pour un problème composé de plusieurs éléments contenant plusieurs facettes nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{A}_{i,j} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{fej=1}^{N_{fej}} (v_0 - v_{ej}) \int_{S_{ej}} \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j'}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j'|^3} \right) \frac{\Phi_j}{S_{ej}} dS_{ej} + \mathbf{B}_0(\mathbf{r}_i) \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{B}_{\text{mes}} = \mathbf{A} \Phi_f \quad (\text{A.11})$$

$\mathbf{B}_{\text{mes}} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times 1}$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Bmes}} \times N_f}$, N_{Bmes} étant le nombre de mesures, la matrice A est détaillée en Annexe A.

Annexe B

Méthode α, β, γ :

- Scénario 1 :

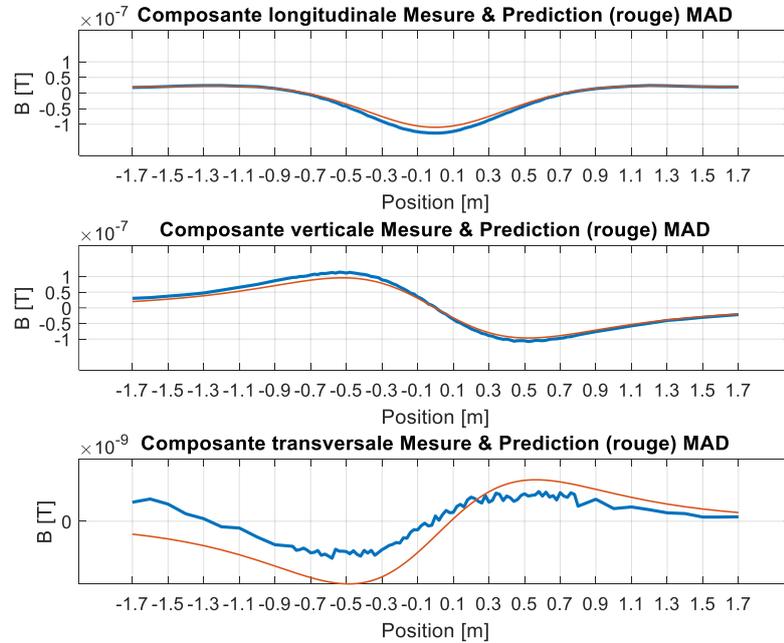


Figure IV. 35 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature MAD en cas permanent longitudinal

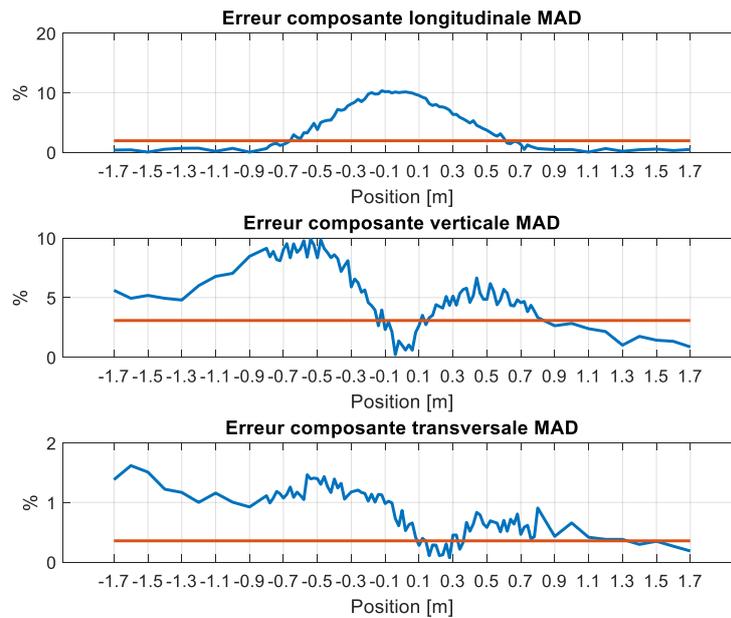


Figure IV. 36 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD en cas permanent longitudinale

- Scénario 2 :

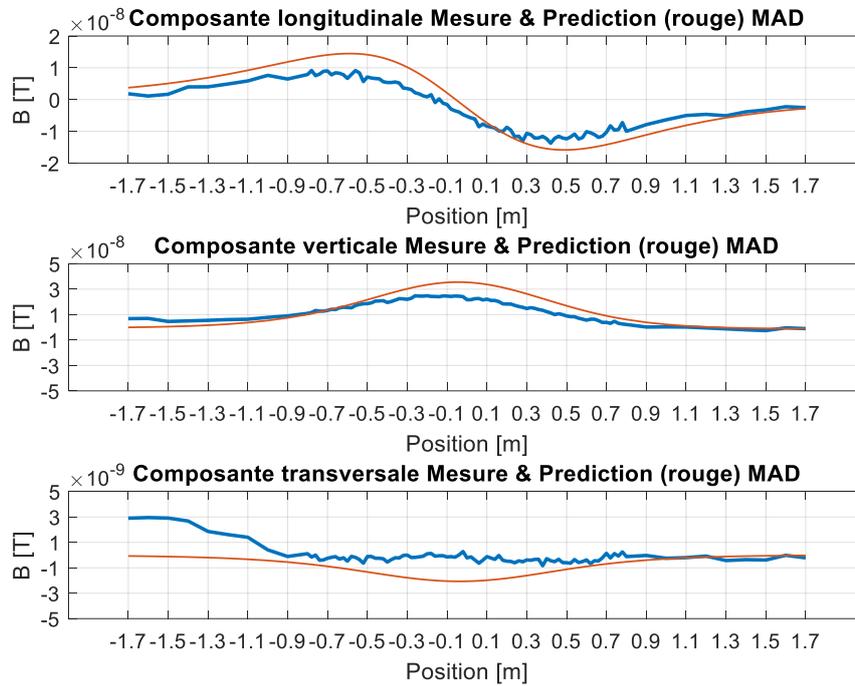


Figure IV. 37: Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature MAD en cas permanent verticale

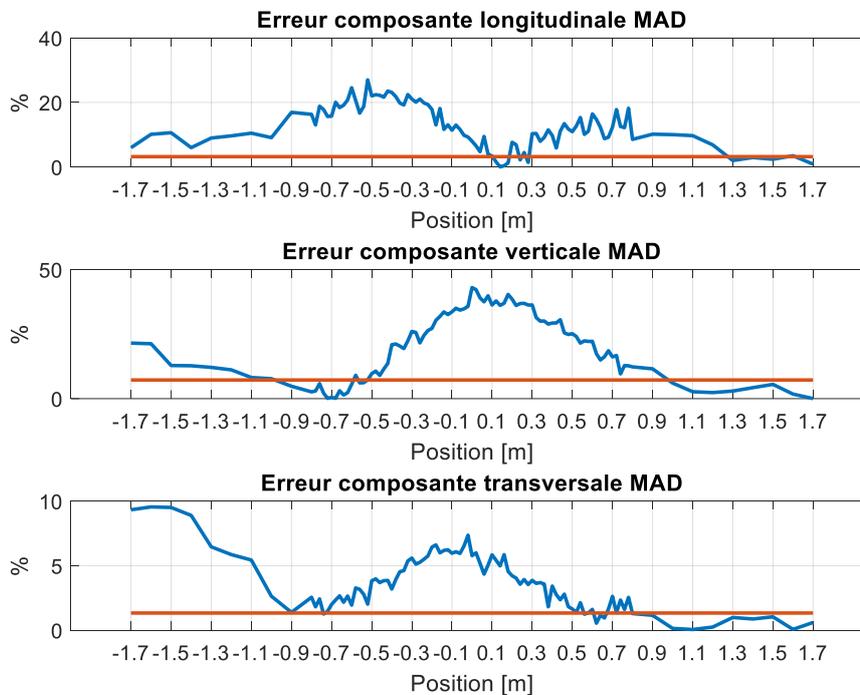


Figure IV. 38 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD en cas permanent verticale

Méthode en charge de H_c

- Scénario 1 :

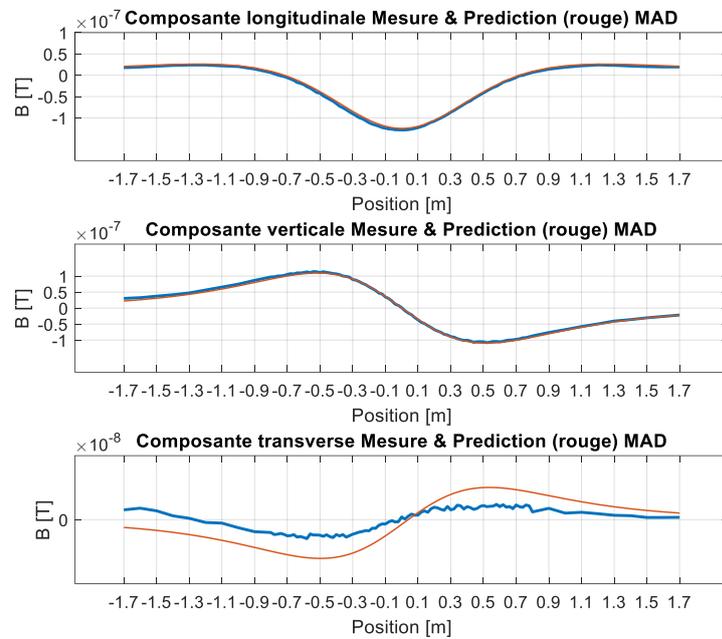


Figure IV. 39 : Composantes tri-axes de l'induction magnétique pour la signature MAD en cas permanent longitudinal

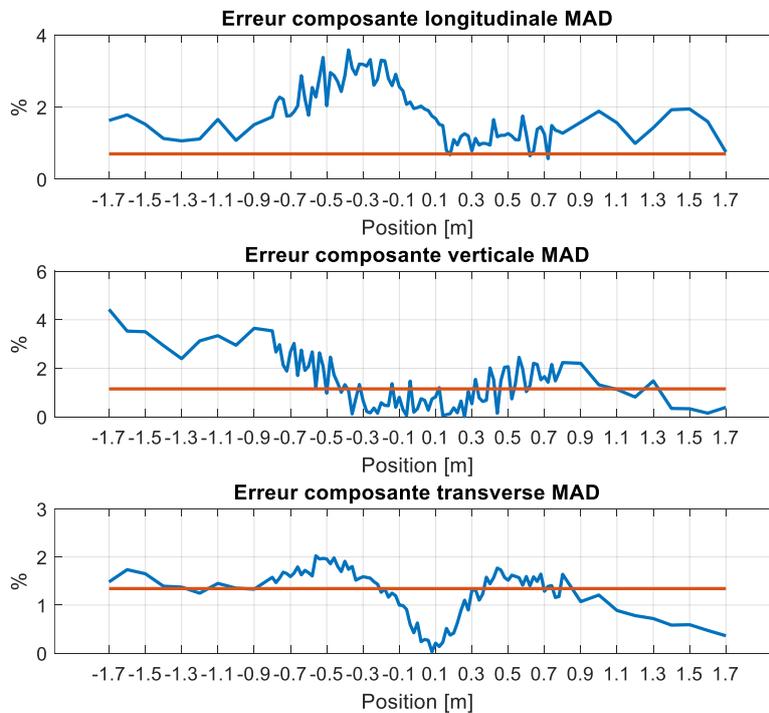


Figure IV. 40 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD en cas permanent longitudinal

- Scénario 2 :

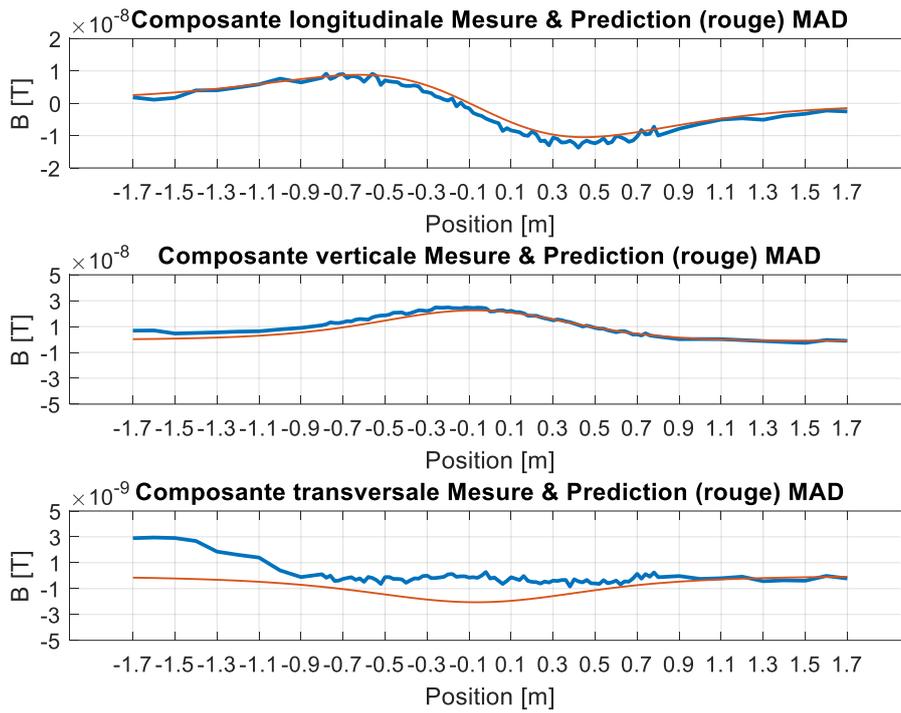


Figure IV. 41 : Composantes tri-axes de l'induction pour la signature MAD en cas permanent vertical

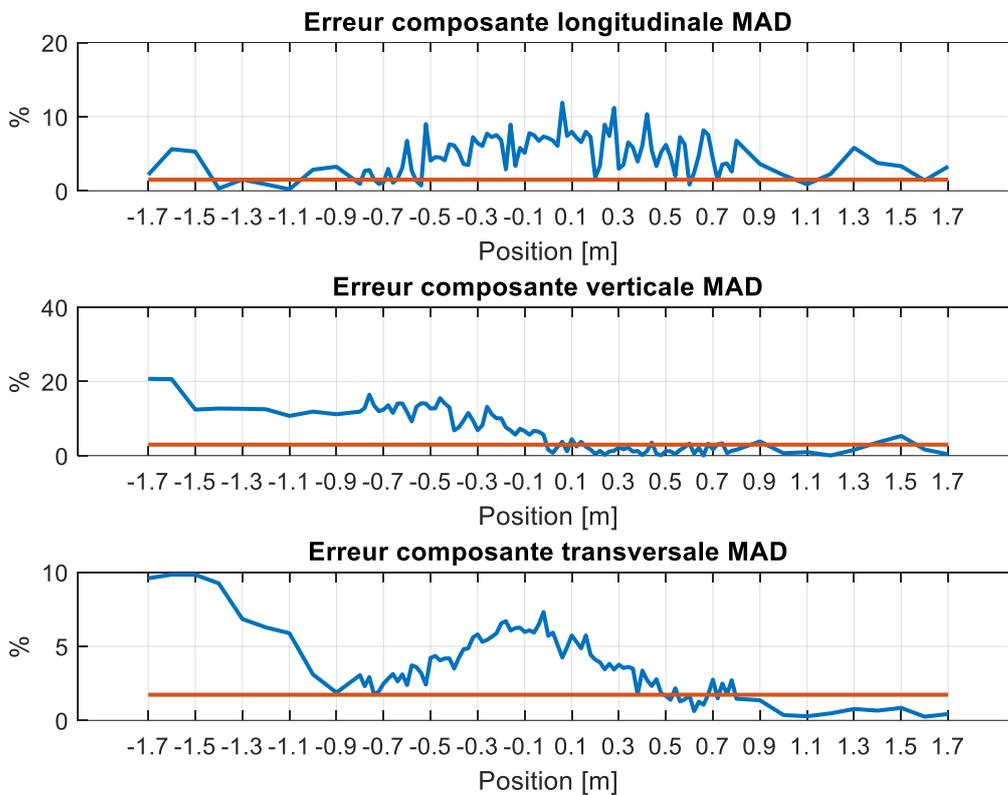


Figure IV. 42 : Erreurs calculées pour chaque composante de la signature MAD en cas permanent vertical

Bibliographie générale

- BRUCKNER, F., ABERT, C., WAUTISCHER, G., ET AL. 2016. Solving Large-Scale Inverse Magnetostatic Problems using the Adjoint Method.
- BRUNOTTE, X. Modélisation de l'infini et prise en compte de régions magnétiques minces Application à la modélisation des aimantations de navires Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 1991.
- CANOVA, A. AND REPETTO, M. 2001. Integral solution of nonlinear magnetostatic field problems. *IEEE Transactions on Magnetics* 37, 3, 1070–1077.
- CARPENTIER, A., CHADEBEC, O., GALOPIN, N., MEUNIER, G., AND BANNWARTH, B. 2013. Resolution of Nonlinear Magnetostatic Problems With a Volume Integral Method Using the Magnetic Scalar Potential. *IEEE Transactions on Magnetics* 49, 5, 1685–1688.
- CHADEBEC, O. Modélisation du champ magnétique induit par des tôles - Identification de l'aimantation - Application à l'immunisation en boucle fermée d'une coque ferromagnétique. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble 2001.
- CHADEBEC, O., COULOMB, J.-L., AND JANET, F. 2006. A review of magnetostatic moment method. *IEEE Transactions on Magnetics* 42, 4, 515–520.
- CHAVIN-COLLIN, G., BANNWARTH, B., CAVALLERA, D., ET AL. 2019. An Integral Face Formulation for Thin Non-Conductive Magnetic Regions. *IEEE Transactions on Magnetics* 55, 6, 1–4.
- DURAND. 1968. *Durand, É., 1968. Magnétostatique. Masson et Cie.*
- FORSMAN, K., KETTUNEN, L., AND NUUTINEN, J.-P. 1996. Properties of b- and h-type integral equation formulations. *IEEE Transactions on Magnetics* 32, 3, 1421–1424.
- GOLUB, G.H., HANSEN, P.C., AND O'LEARY, D.P. 1999. Tikhonov Regularization and Total Least Squares. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 21, 1.
- GOLUB, G.H. AND REINSCH, C. Singular value decomposition and least squares solutions.
- HANSEN, P.C. The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. 2000.
- HENDIJANI, N. AND GEDNEY, S.D. 2019. A Thin-Layer Volume Integral Equation Formulation for Linear and Non-Linear Magnetostatic Problems. *IEEE Transactions on Magnetics* 55, 2, 1–8.
- KRÄHENBÜHL, L. La méthode des équations intégrales de frontière pour la résolution des problèmes de potentiel en électrotechnique, et sa formulation axisymétrique. 2006.
- NAUS, H.W.L. 2011. Theoretical Developments in Magnetomechanics. *IEEE Transactions on Magnetics* 47, 9, 2155–2162.

- NEEL, L. *Un siècle de Physique*. 1991
- NOTARNICOLA, C. AND POSA, F. 2002. Extraction of soil parameters: two case studies using Bayesian fusion of multiple sources data. *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, IEEE, 905–907.
- NOTARNICOLA, C., VENTURA, B., CASARANO, D., AND POSA, F. 2009. Cassini Radar Data: Estimation of Titan’s Lake Features by Means of a Bayesian Inversion Algorithm. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 47, 5, 1503–1511.
- PINAUD, O. Caractérisation, modélisation et identification de sources de champ magnétique dans un véhicule électrique. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble 2014.
- RUBECK, C. Calcul hautes performances pour les formulations intégrales en électromagnétisme basses fréquences - Intégration, compression matricielle par ondelettes et résolution sur architecture GPGPU. 2012.
- RUIZ, D. A scaling algorithm to equilibrate both rows and columns norms in matrices. 2001.
- SABLIK, M.J. AND JILES, D.C. 1993. Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics* 29, 4, 2113–2123.
- SCHMIDT, D.M., GEORGE, J.S., RANKEN, D.M., AND WOOD, C.C. 2000. Spatial-temporal Bayesian inference for MEG/EEG. *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (Cat. No.00CH37154)*, IEEE, 309–312.
- SIAU, J. Unstructured PEEC formulations considering resistive, inductive and capacitive effects for power electronics. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble. 2016.
- VAN, V.L. Développement de formulations intégrales de volume en magnétostatique. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble. 2015.
- VIANA, A. Etude de la magnétoélasticité en champ magnétique faible et contraintes mécaniques fortes. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble 2010.
- VUILLERMET, Y. 2008. Immunisation en boucle fermée - Application au sous-marin double coque - Identification de l’aimantation à partir de mesures du champ magnétique proche. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- YANG, C.-S., LEE, K.J., JUNG, G., CHUNG, H.-J., PARK, J.-S., AND KIM, D.-H. 2008. Efficient methodology for solving an inverse magnetostatic problem by utilizing material sensitivity. *Journal of Applied Physics* 103, 7, 07D905.