



HAL
open science

Identification d'efforts par vibrométrie holographique plein champ

Erwan Meteyer

► **To cite this version:**

Erwan Meteyer. Identification d'efforts par vibrométrie holographique plein champ. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2021. Français. NNT : 2021LEMA1039 . tel-03537276

HAL Id: tel-03537276

<https://theses.hal.science/tel-03537276>

Submitted on 20 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : *Acoustique*

Par

Erwan METEYER

Identification d'efforts par vibrométrie holographique plein champ

Thèse présentée et soutenue à Le Mans, le 26 Novembre 2021

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM, UMR CNRS 6613)

Thèse N° : 2021LEMA1039

Rapporteurs avant soutenance :

Olivier HAEBERLÉ Professeur - Université de Haute-Alsace (Mulhouse, France)
Jean-Luc DION Professeur - Institut Supérieur de Mécanique de Paris (Saint-Ouen, France)

Composition du Jury :

Président :	Fabrice PIERRON	Professeur - Université de Southampton (Southampton, Royaume-Uni)
Examineurs :	Alain BERRY	Professeur - Université de Sherbrooke (Sherbrooke, Canada)
	Corinne FOURNIER	Maître de Conférences - Université Jean Monnet (Saint-Étienne, France)
Dir. de thèse :	Pascal PICART	Professeur - Le Mans Université (Le Mans, France)
Co-dir. de thèse :	Charles PEZERAT	Professeur - Le Mans Université (Le Mans, France)

Invité :

François GAUTIER Professeur - Le Mans Université (Le Mans, France)

REMERCIEMENTS

Pour commencer je tiens à remercier Olivier Haeberlé et Jean-Luc Dion pour avoir rapporté cette thèse ainsi que Corinne Fournier, Alain Berry et François Gautier d'avoir fait partie de mon jury. Je remercie également Fabrice Pierron d'avoir présidé ce jury de thèse.

Je tiens également à remercier chaleureusement le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans qui m'aura permis de réaliser ce doctorat ainsi que l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans qui m'aura hébergé durant ces trois années. Je tiens à remercier Pierrick Lotton et Laurent Simon, Directeur et Directeur-adjoint du LAUM, pour leurs investissements ainsi que Jean-François Tassin, Directeur de l'ENSIM, pour ses échanges et ses discussions.

Le sujet principal de cette thèse concerne deux disciplines de la physique bien distincte, à savoir la mesure de vibration par holographie numérique et l'identification d'efforts. Je remercie donc tout naturellement mes deux directeurs de thèse. Tout d'abord un grand merci à Pascal Picart pour sa présence et son importante implication durant ces trois années. Cette thèse aurait été radicalement différente sans toi, les soutiens et la connaissance que tu m'auras apportés. Ces remerciements s'adressent également à Charles Pezerat pour son aide et l'apport de son expertise qui aura été essentielle pour la réalisation de ce travail. J'ai donc eu la chance de travailler avec deux des plus grands experts de ces deux domaines de recherche.

Je tiens également à remercier toutes les personnes ayant gravité autour de ce travail et sans qui la réalisation de cette thèse n'aurait pas été possible. Un grand merci à Félix Foucart et Mathieu Sécaïl pour votre aide essentielle apportée au cours de cette thèse. La réalisation de nombreuses expériences aura nécessité une grande expertise de votre part pour les mises en œuvre de celles-ci. Je tiens aussi à remercier Silvio Montresor, Marie Thaon ainsi que les étudiants en projets de débruitage pour leurs aides et leurs apports dans les méthodes de deep-learning.

Mes remerciements vont aussi aux personnes avec lesquelles j'ai pu réaliser des projets au cours de cette thèse, je pense notamment à François Gautier, Patrick O'Donoghue, Alain Berry, Olivier Robin, Manuel Melon et Thomas Durand-Texte dans le cadre du

projet "Benchmark". La réalisation de ces mesures m'aura permis de m'intéresser et d'observer la mise en œuvre d'autres méthodes de mesure vibratoire plein champ. Cet échange m'aura aussi permis de prendre du recul sur mes recherches. Alain et Olivier, merci pour l'aide que vous m'avez apportée pour ma tentative de césure à Sherbrooke, bien qu'avortée pour cause de COVID j'ai énormément apprécié votre implication dans ce projet et j'espère avoir l'occasion de collaborer avec vous dans le futur.

Je remercie l'ensemble du personnel administratif et technique que j'ai pu rencontrer, Anne-Marie au LAUM mais aussi Nathalie, Khédidja, Safia, Magali, Mélanie et Nicolas à l'ENSIM.

Je tiens ensuite à remercier mes collègues et amis doctorants sans qui cette thèse aurait été bien différente. Je tiens à remercier mes tous premiers collègues de bureau, Jean-Baptiste, Saoucene et Guillaume, ces souvenirs dans un petit bureau à 4 personnes seront toujours gravés dans ma mémoire. Je tiens aussi à remercier Erwan, Thibault, Jules, Meryem, Théo, Gautier, Paola, Colas et les petits nouveaux Audrey, Théo, Melvin. Je remercie également les doctorants et docteurs pour lesquels j'étais moi-même le petit nouveau, Paul, Antoine, Justine, Omar, ainsi que les membres de l'IRT Pascal et Bertrand auxquels nous avons emprunté les bureaux. Mes remerciements se tournent aussi vers le team Annexe, entre autres Charlie, Toréa et Thibault qui m'ont montré que la science ne s'arrête pas spécialement aux murs du laboratoire. À tous, ces instants passés ensemble et les échanges que nous avons eus sur nos sujets respectifs ont été très importants pour moi ainsi que pour la réalisation de ce projet. Je remercie également mes amis de longue date qui sauront se reconnaître en lisant ce paragraphe. Enfin je remercie ma famille, mes parents, mon frère et ma sœur d'avoir été présents pendant toutes ces années. La période difficile due à une certaine pandémie aura été bien plus facile à supporter grâce à votre présence et l'accueil que vous m'avez réservé après mon départ manqué au Canada m'a particulièrement touché. Je remercie également Audrey pour m'avoir supporté et soutenue pendant toutes ces années, je te souhaite une franche réussite pour la réalisation de ton doctorat.

Table des matières

Introduction	1
Méthodes de mesures vibratoires	1
Problématiques des excitations non-répétables	2
Principe des mesures plein champ	3
Principe de l'identification de force	4
Positionnement de cette thèse	4
1 Holographie Optique	7
1.1 Introduction	8
1.2 Diffraction lumineuse et propagation au plan d'observation	10
1.3 Interférence lumineuse au point d'observation	13
1.4 Reconstruction des images par holographie numérique	14
1.4.1 Matrice de pixels	14
1.4.2 Configuration d'enregistrement	16
1.5 Reconstruction des signaux en régime transitoire	19
1.5.1 Influence des paramètres du capteur	21
1.6 Mise en place expérimentale des mesures holographiques	22
1.6.1 Méthodes de débruitage	25
1.6.2 Méthode de déroulement de cartes de phase en deux dimensions	27
1.6.3 Impact fréquentiel des méthodes de débruitage	28
1.6.4 Erreurs dues au traitement et correction des données	33
1.7 Conclusion	35
2 Bruit de phase induit par la décorrélation de speckle entre deux instants	37
2.1 Introduction	38
2.2 Observations et modèle de bruit	38
2.3 Calcul du coefficient de corrélation complexe	44

TABLE DES MATIÈRES

2.4	Évaluation de $\langle AA^* \rangle$	45
2.5	Influence de la pente locale de la topologie de surface	47
2.6	Expression de μ	48
2.7	Calcul de la transformée de Fourier de la PSF	49
2.7.1	Impact de la taille des pixels sur $ \mu $	50
2.8	Confrontation à des simulations	53
2.8.1	Estimation du bruit	55
2.8.2	Comparaison entre les données simulées et la théorie	55
2.9	Validation expérimentale de la formulation	56
2.9.1	Expérimentation sur une caméra <i>Imaging Source DMK 51BU02.H</i>	58
2.9.2	Expérimentation sur une caméra <i>Photron SAX2</i>	61
2.10	Conclusion	66
3	Reconstruction des champs de déformées vibratoires	67
3.1	Introduction	67
3.2	Principe de reconstitution des déformées opérationnelles de la structure	68
3.3	Vérifications de l'algorithme	71
3.4	Simulation d'un jeu de données vibratoire	72
3.5	Application de la méthode sur des données simulées	74
3.6	Application de la méthode sur des données mesurées	77
3.7	Comparaison des performances avec une transformée de Fourier	82
3.8	Conclusion	84
4	État de l'art et appropriation de la méthode de résolution inverse	87
4.1	Introduction	88
4.2	Principe de fonctionnement de la méthode de Résolution Inverse	91
4.3	Principe générale de la résolution inverse	92
4.3.1	Approximation des dérivées	92
4.3.2	Simulation numérique	93
4.3.3	Problématiques en présence de bruit	95
4.3.4	Résolution inverse filtrée fenêtrée	96
4.3.5	Résolution inverse régularisée par approches bayésienne	99
4.4	Pertinence des méthodes de régularisation	105
4.4.1	Prérequis	106
4.4.2	Performance des algorithmes	107

4.5	Limitation techniques des méthodes	115
4.6	Conclusion	116
5	Application de la résolution inverse sur des mesures holographiques	117
5.1	Introduction	118
5.2	Application de la résolution inverse sur les mesures en régime harmonique .	118
5.2.1	Dispositif expérimental	118
5.2.2	Mesures obtenue par vibrométrie à balayage	120
5.2.3	Mesures par holographie numérique	122
5.2.4	Application de la résolution inverse	123
5.2.5	Identification d'un moment de bras de levier par la méthode de résolution inverse.	128
5.3	Application de la résolution inverse en régime transitoire	131
5.3.1	Prise en compte des dérivées temporelles	131
5.4	Application à des mesures de chocs	133
5.4.1	Impact simple	134
5.4.2	Double impact	139
5.5	Application à une source mobile	141
5.5.1	Dispositif expérimental	141
5.5.2	Paramètres expérimentaux	142
5.5.3	Résultats	142
5.6	Conclusion	147
	Conclusion	149
	Conclusion	149
	Perspectives	150
	Bibliographie	153
A	Approximation de μ pour différents ordres du développement limité	i
B	Restitution de déformées sous-échantillonnées avec <i>VibMap</i>	iii
C	Visualisation des déformées holographiques et vibrométriques pour le critère de MAC	v

INTRODUCTION

Dans de nombreux domaines d'applications tels que les transports (terrestres, marins ou aériens), les vibrations structurelles sont liées aux notions de confort acoustique (au sens du bruit rayonné par les sources vibrantes) et de fiabilité mécanique (fragilisation des matériaux par un phénomène de fatigue [1].) Ces vibrations sont générées par différentes sollicitations qui peuvent provenir d'une excitation mécanique, acoustique, aérodynamique, magnétique, etc. L'identification des sources vibratoires et/ou la compréhension de ces dits phénomènes sont souvent réalisées par l'analyse des réponses opérationnelles de la structure, c'est-à-dire l'analyse du champ vibratoire résultant des sources dans le contexte pratique. Les réponses opérationnelles permettent, par exemple, l'analyse des chemins de transfert vibratoire ou l'analyse modale de la structure. Il existe différents moyens expérimentaux permettant de fournir les champs vibratoires des structures.

Méthodes de mesures vibratoires

L'analyse vibratoire est entrée dans le domaine industriel dans les années 1970 avec pour objectif, d'une part, de surveiller l'état de santé des systèmes [2, 3, 4] et d'autre part de réduire les nuisances causées par ces vibrations. L'analyse vibratoire communément réalisée aujourd'hui se base sur des modèles ou des simulations. Ces derniers sont confrontés à la réalité par le biais d'observations ou de mesures. Parmi les méthodes de mesures communément utilisées, on retrouve l'utilisation de capteurs apposés sur la structure (accéléromètres, gyromètres) fonctionnant sur un principe de mécanique masse-ressort. Une mesure de ce type est relativement simple à mettre en place, il suffit en effet de coller l'accéléromètre à la structure et de relier le capteur à un système d'acquisition. Un accéléromètre est de manière générale peu coûteux et est relativement résistant aux chocs, aux intempéries permettant une utilisation industrielle massive appuyée de plus par sa grande dynamique de mesure. Cette simplicité d'utilisation en a fait depuis de nombreuses années un outil d'étude dans le domaine de la recherche académique comme industrielle mais aussi un outil d'apprentissage. Cependant, le fait de coller ces capteurs sur la structure étudiée va venir ajouter une masse sur cette dernière. Si cet ajout ne se

ressent pas forcément dans le cas de structures lourdes, l'analyse vibratoire de structures légères ou minces sera immédiatement impactée. Cet effet sera de plus accentué lors de la mesure d'un réseau de points de mesure simultanée par une antenne de capteurs et du réseau de branchement associé. Ces mesures seront alors encombrantes.

Pour pallier ces encombrements, des mesures de vibrations sans contact ont vu le jour. Le fonctionnement général de ces mesures se base sur des ondes électromagnétiques (rayons X, lasers, mesures infra-rouges) pour des mesures directes ou par d'autres méthodes physiques (microphones, courant de Foucault) pour des mesures indirectes. La mesure de vibration est communément cantonnée à l'utilisation de vibromètre à balayage fonctionnant sur un principe d'effet Doppler [5, 6, 7, 8, 9]. Ces mesures présentent l'avantage d'être non-intrusives et permettent des acquisitions dans des conditions pour lesquelles l'utilisation d'accéléromètres ne serait pas possible (surfaces liquides, structures de petites tailles...) [10, 11, 12, 13]. De nombreux types de capteurs ont de plus été développés comme les capteurs mono-point (réalisant une seule mesure ponctuelle à la fois) mais aussi des vibromètres à balayage pouvant mesurer aussi de manière ponctuelle des surfaces (en déplaçant le point de mesure via l'utilisation de miroirs). Si ces appareils ne peuvent mesurer la vibration selon 1 direction, des combinaisons de capteurs [14] ont vu le jour afin de réaliser des études de structures selon trois directions et applicables sur des pièces de géométrie complexe. La plate-forme 3DVIB à l'ENSIM permet la mesure de vibration selon 3 directions en 1 point de mesure par l'utilisation simultanée de 3 vibromètres à balayage et peut s'adapter à des géométries complexes en déplaçant la zone de mesure grâce à l'utilisation d'un bras robotisé. Ces mesures sont donc performantes et très précises mais représentent un coût financier important et restent plus compliquées à mettre en place que des mesures classiques par accéléromètres. Le temps d'acquisition d'une zone entière de mesure par la vibrométrie laser à balayage est aussi plus long (de quelques minutes à plusieurs heures selon le maillage spatial, temporel et fréquentiel utilisé).

Problématiques des excitations non-répétables

Que ce soit pour les mesures par accéléromètres ou par vibrométrie Doppler, la mesure réalisée est dite ponctuelle. Ce type de mesure va donc être dépendant de l'excitation imposée dans la structure. Si l'on veut alors mesurer une surface, la vibrométrie à balayage va devoir réaliser une série de mesures à la suite avec une excitation parfaitement répétable et contrôlée permettant à la structure d'avoir le même comportement vibratoire

pour chaque mesure réalisée. En régime harmonique ce type d'excitation (chirp fréquentiel, sinus...) est facilement contrôlable et répétable. D'autres types d'excitations sont cependant un peu moins simples à répéter comme des chocs réalisés par marteaux d'impact automatiques (plusieurs contraintes peuvent apparaître). Enfin certaines excitations ne sont pas du tout répétables comme des vibrations générées par des flux d'air (type aéroacoustique), des bruits de roulement ou certains phénomènes de chocs. L'étude de ce type d'excitation est une problématique principale du domaine des transports où la majorité du bruit ressenti dans les habitacles de véhicules (en excluant les bruits liés aux moteurs) provient soit du frottement de la carrosserie avec l'air, soit du roulement des roues sur le sol. Une mesure réalisée par réseau d'accéléromètres est réalisable au prix d'un encombrement important et d'un ajout de poids conséquent sur la structure venant impacter son comportement vibratoire.

Principe des mesures plein champ

Réaliser la mesure simultanée d'une multitude de points (à haute résolution spatiale) est l'atout des mesures dites plein champ. En s'appuyant sur un réseau de capteurs généralement une matrice de surfaces photosensibles provenant de caméra à haute cadence d'acquisition, ces mesures sont en effet capables de mesurer une des composantes liées au déplacement d'une structure. Ces méthodes se basent sur différents phénomènes physiques (stéréoscopie [15, 16, 17], décalage spatial de motif [18, 19], décalage de phase optique [20, 21], etc) pour fournir ces estimations. Toutes ces méthodes de mesures permettent alors l'étude de phénomènes physiques jusqu'ici alors inexploables, par des méthodes de mesures classiques, comme ceux exposés plus haut. Cette thèse s'intéressera plus particulièrement à la méthode d'holographie numérique ultra-rapide se basant sur un double principe de diffraction-interférence. Ce fonctionnement est proche du fonctionnement d'un vibromètre laser à balayage, permettant l'acquisition de cartes de déplacement à haute cadence spatiale et temporelle appuyée par l'utilisation de la caméra ultra-rapide *Photron SA-X2* pouvant monter jusqu'à une fréquence d'acquisition de 1 million d'images par seconde et ayant une résolution d'image maximale de 1024×1024 pixels. Dans le but d'étudier et de mieux comprendre la conséquence et la cause d'excitations pouvant être assimilées parfois à des nuisances, ces mesures plein champs sont utilisées dans divers post-traitements.

Principe de l'identification de force

Afin d'obtenir des informations sur ces excitations parfois nuisibles, une caractérisation de la source en amont du traitement d'un problème est une des voies envisagées pour mieux anticiper les réactions qui vont être causées par la suite. La mesure de source est alors possible de la même manière que la mesure de vibration. Dans le cadre de tests d'excitations contrôlées, un capteur de force est généralement utilisé pour mesurer la force injectée dans la structure étudiée. La pose d'un capteur reste cependant limitée à des cas d'étude connus et ne pourra pas être appliquée pour tous les tests. L'utilisation d'une méthode inverse est une solution pour remonter à la source d'une excitation. Ce principe repose sur l'inversion d'un système physique à partir de données observées et mesurées. De même, de nombreuses méthodes ont été développées pour répondre à cette problématique. La méthode utilisée au cours de cette thèse est la méthode de Résolution Inverse qui se base sur la théorie locale des plaques de Kirchhoff–Love. Le type de résultats obtenus par la méthode dépendra du type de données utilisées en entrée. Ainsi pour obtenir une résolution sur une large zone de mesure et ce dans le domaine temporel, la méthode requiert des données vibratoires plein champ. Capturer des vibrations issues de sources instationnaires (et donc non répétables) permettra alors l'identification de ces mêmes sources.

Positionnement de cette thèse

L'objectif de cette thèse sera d'une part de contribuer au développement de la méthode d'holographie numérique ultra-rapide à travers l'étude de certains paramètres comme le bruit induit dans les mesures et une méthode d'extraction de déformées opérationnelles d'une structure lors de mesures en régime harmonique. D'autre part il sera question d'utiliser ces mesures holographiques pour identifier des efforts dans le régime harmonique et transitoire à travers différents exemples d'applications.

Le chapitre 1 présente le principe de fonctionnement de l'holographie numérique et les moyens de post-traitements utilisés. Le chapitre 2 se concentre sur la modélisation du bruit de speckle dans les mesures holographique et le chapitre 3 propose l'étude d'un algorithme de reconstruction de champs vibratoires adapté à la haute quantité de données fournies par la mesure. Le principe de l'identification de force est décrit dans le chapitre 4 ainsi que les méthodes de régularisation adaptées aux mesures. Enfin le chapitre 5

présente les résultats expérimentaux de la résolution inverse appliquée dans différents régimes de fonctionnement (stationnaire et transitoire) avant de conclure et de dresser des perspectives.

HOLOGRAPHIE OPTIQUE

Table des matières

1.1	Introduction	8
1.2	Diffraction lumineuse et propagation au plan d'observation	10
1.3	Interférence lumineuse au point d'observation	13
1.4	Reconstruction des images par holographie numérique	14
1.4.1	Matrice de pixels	14
1.4.2	Configuration d'enregistrement	16
1.5	Reconstruction des signaux en régime transitoire	19
1.5.1	Influence des paramètres du capteur	21
	Influence des paramètres temporels	21
	Influence des paramètres spatiaux	21
	Influence des conditions d'enregistrement	21
1.6	Mise en place expérimentale des mesures holographiques	22
1.6.1	Méthodes de débruitage	25
	Filtre Médian	25
	Algorithme WFT2F	25
	Méthode Deep-Learning	26
1.6.2	Méthode de déroulement de cartes de phase en deux dimensions	27
1.6.3	Impact fréquentiel des méthodes de débruitage	28
	Dispositif expérimental	29
	Résultats	31
1.6.4	Erreurs dues au traitement et correction des données	33
1.7	Conclusion	35

1.1 Introduction

L'holographie est une méthode de mesure puissante utilisée dans les domaines de la métrologie ou de l'imagerie. Elle voit le jour en 1947 grâce aux travaux de recherches du physicien hongrois Dennis Gabor [22] en microscopie électronique et lui aura valu un prix Nobel de Physique en 1971. Cependant les premières applications sont rendues possible avec l'apparition des premiers lasers [23] et donc des premières lumières monochromatiques et cohérentes puissantes. L'holographie est la résultante de différents phénomènes physiques, d'une part la diffraction d'une onde au contact d'un objet (celui qui, dans notre cas, est l'objet étudié) et d'autre part de l'interférence entre cette onde diffractée et une onde dite de référence. Le résultat de cette interaction contient entre autres des informations sur l'objet étudié comme sa forme, son éclairage ou sa phase optique associée. L'étude de la phase optique des hologrammes permet l'étude d'un large champ d'application : mise au point automatique [24, 25, 26], microscopie holographique [27, 28], tomographie 3D [29], topographie de rugosité [30, 31] ou de profil de surface [32, 33, 34] mais aussi de l'étude de déformation de structure [35, 36, 37].

Initialement, le procédé de mesure holographique est analogique et utilise des supports photosensibles permettant l'enregistrement d'interférences optiques [38]. À la manière d'un négatif de photo, cette plaque nécessite d'être développée. La reconstruction de l'objet se fera ensuite par ré-éclairage laser sur la plaque permettant l'observation de l'hologramme de l'objet. Si les conditions d'enregistrement sont à nouveau mises en œuvre, un phénomène d'interaction entre le motif de la plaque en argentique et l'onde diffractée par l'objet va permettre de faire apparaître des franges d'interférences (holographie temps réel). Si l'objet vient à bouger (déformation, vibration etc.) ces franges seront caractéristiques du mouvement de ce dernier. Cependant, le développement des supports photosensibles présente de nombreux désavantages pour le traitement de l'information (15 minutes de développement en moyenne pour une plaque en argentique, prise d'information ponctuelle au cours du temps, etc.) et complique son application industrielle (contrôle non-destructif etc.). Une photographie des hologrammes en phase de la déformation d'une membrane de tambourin est donné à titre d'exemple dans la figure 1.1.

En 1972, le support en argentique est pour la première fois remplacé par une matrice de capteurs photosensibles [39] permettant un enregistrement numérique de l'information, on parlera alors dans ce cas d'holographie numérique.

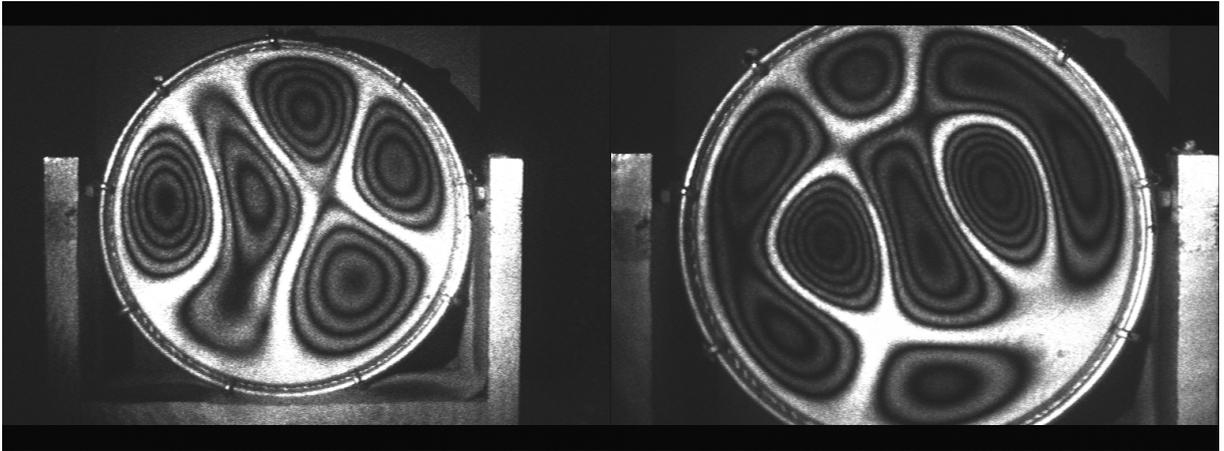


FIGURE 1.1 – Visualisation de la déformation d’une membrane par un procédé d’holographie analogique pour deux fréquences de résonance d’une membrane de tambourin excitée par un haut-parleur, courtoisie P. Picart (2021).

En devenant numériques [40], les enregistrements holographiques vont alors restituer directement le front d’onde en valeur complexe de l’objet mesuré sans passer par une étape de développement. Cependant la technologie à l’époque ne permet pas de réaliser des calculs suffisamment rapides pour permettre une exploitation. La surface photosensible des capteurs diminuant de la même manière que leurs technologies devenant de plus en plus performantes à travers le temps, ils nous permettent aujourd’hui d’obtenir des échantillonnages spatiaux très efficaces (enregistrements haute définition). De plus l’essor des moyens informatiques a grandement contribué à limiter le temps de calcul si bien qu’il est possible de traiter l’information de manière rapide pour des enregistrements de haute résolution. L’analyse des vibrations par holographie numérique a notamment été mis en avant grâce aux travaux de Powell et Stetson [41, 42]. A ce moment, plusieurs méthodes de mesures ont été développées, notamment en utilisant des éclairages stroboscopiques [43, 44, 45, 46, 47] ou des éclairages pulsés [48, 49, 50, 51, 52, 53]. L’utilisation de bancs holographiques couplés à des caméras ultra-rapides nous permet de combiner la haute résolution spatiale permise par les capteurs à des fréquences d’échantillonnages temporels élevées (75 000 images par seconde à 512×456 pixels avec une caméra *Photron SA-Z* type 2100K de dernière technologie par exemple). Le couplage de bancs holographiques à des caméras ultra-rapides aura alors permis l’étude de phénomènes vibratoires dans un large panel de régime (statique [54], harmonique [48, 46, 47], transitoire [49, 55, 56]). Cette première partie a pour objectif de présenter les bases théoriques de l’holographie

analogique, puis de l'holographie numérique.

1.2 Diffraction lumineuse et propagation au plan d'observation

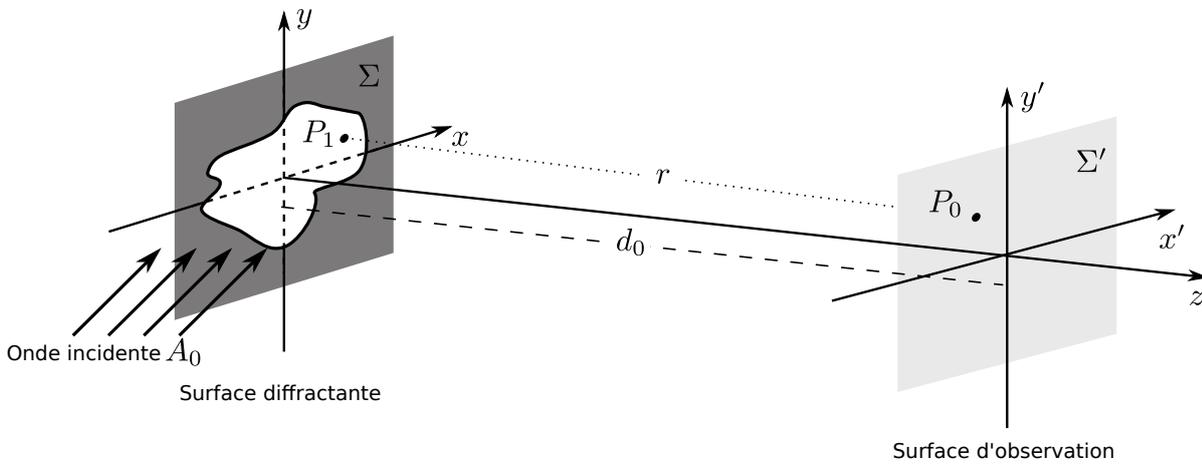


FIGURE 1.2 – Schéma de la diffraction d'une onde optique par une surface diffractante.

Le phénomène de diffraction est un des deux piliers de la méthode de mesure de vibration par holographie. Un faisceau optique large incident va éclairer un objet sur sa surface. Le phénomène de diffraction se produit alors au moment de l'interaction objet-lumière. L'illustration de ce phénomène est décrit sur la figure 1.2, un plan Σ opaque possédant une surface diffractante caractérisée par sa réflectance A_0 . L'amplitude du front d'onde généré par la diffraction de la surface sera une onde d'amplitude :

$$A(x, y) = A_0(x, y) \exp(j\phi_0(x, y)), \quad (1.1)$$

Avec ϕ_0 traduisant l'état de la surface diffractante (bosses, rugosité ou état vibratoire par exemple). Chaque points diffracté par cette surface peut être considéré comme un point source ponctuelle secondaire émettant des ondelettes sphériques ayant pour amplitude :

$$A(P_0) = A(x, y) \frac{\exp(jkr)}{r}. \quad (1.2)$$

Le faisceau observé sur le plan d'observation sera alors la résultante de tous les faisceaux diffractés par cette surface. En observant ces ondes sur un plan situé à une distance d_0 du plan d'ouverture, le champ diffracté d'un point $P_1(x, y)$ émis jusqu'à un second point $P_0(x', y')$ peut s'écrire comme la somme continue des sources sphériques à une distance $r = \overline{P_0P_1} = \sqrt{d_0^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2}$ [57] :

$$U_0(x', y', d_0) = \frac{-j}{\lambda_0} \iint_{\infty} A(x, y) \frac{\exp(jk_0 r)}{r} \cos(\theta) dS. \quad (1.3)$$

Avec λ_0 la longueur d'onde optique et k_0 le vecteur d'onde optique du faisceau incident, $\cos(\theta) = \frac{d_0}{r}$. En remplaçant ces expressions dans l'équation (1.3), on obtient :

$$U_0(x', y', d_0) = \frac{-jd_0}{\lambda_0} \iint_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \frac{\exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} \sqrt{d_0^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2}\right)}{d_0^2 + (x' - x)^2 + (y' - y)^2} dx dy. \quad (1.4)$$

Cette expression peut aussi s'exprimer sous forme d'un produit de convolution (\otimes signifiant produit de convolution) :

$$U(x', y', d_0) = [A(x, y) \otimes h(x, y, d_0)](x', y'), \quad (1.5)$$

$h(x, y)$ correspond à la réponse impulsionnelle de l'espace libre à une distance d_0 dont l'expression est donnée par :

$$h(x, y, d_0) = \frac{-jd_0}{\lambda_0} \frac{\exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} \sqrt{d_0^2 + x^2 + y^2}\right)}{d_0^2 + x^2 + y^2}. \quad (1.6)$$

Considérant $d_0 \gg x$ et $d_0 \gg y$, une première simplification sur le terme du dénominateur peut être réalisée :

$$\frac{1}{d_0^2 + x'^2 + y'^2} \simeq \frac{1}{d_0^2}. \quad (1.7)$$

Une seconde peut de même être réalisée sur le terme de phase par une approximation au premier ordre tel que :

$$\begin{aligned} \sqrt{d_0^2 + x'^2 + y'^2} &\simeq d_0 \left(1 + \frac{x'^2 + y'^2}{2d_0^2}\right) \\ &\simeq d_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2d_0}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

appelée aussi approximation de Fresnel. Finalement, l'expression de la réponse impulsionnelle de l'espace libre peut être exprimée comme :

$$h(x, y, d_0) = \frac{-j}{\lambda_0 d_0} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} d_0\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_0} (x^2 + y^2)\right). \quad (1.9)$$

On peut alors exprimer le champ objet diffracté :

$$\begin{aligned} U(x', y', d_0) &= \frac{-j}{\lambda_0 d_0} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} d_0\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_0} (x'^2 + y'^2)\right) \\ &\times \iint_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_0} (x^2 + y^2)\right) \exp\left(\frac{-j2\pi}{\lambda_0 d_0} (x'x + y'y)\right) dx dy. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Cette approximation n'est possible qu'en respectant une configuration d'enregistrement pour la distance d_0 :

$$d_0 \gg \frac{\pi}{4\lambda_0} \left[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 \right]_{max}. \quad (1.11)$$

On peut de plus mettre en évidence les fréquences spatiales dans l'expression :

$$\alpha = \frac{x'}{\lambda_0 d_0}, \beta = \frac{y'}{\lambda_0 d_0}. \quad (1.12)$$

L'équation (1.10) se nomme Transformée de Fresnel. Il est possible de l'exprimer autrement en mettant en évidence la transformée de Fourier (ici notée \mathcal{TF}) de l'expression :

$$\begin{aligned} U(x', y', d_0) &= \frac{j}{\lambda_0 d_0} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} d_0\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_0} (x'^2 + y'^2)\right) \\ &\times \mathcal{TF}_{2D} \left[A(x, y) \exp\left(\frac{j\pi(x^2 + y^2)}{\lambda_0 d_0}\right) \right] [\alpha, \beta], \end{aligned} \quad (1.13)$$

c'est à dire que le champ diffracté sur le plan d'observation est exprimé comme la transformée de Fourier en deux dimensions de la fonction d'ouverture multipliée par un terme de phase quadratique $\exp\left(\frac{j\pi(x^2 + y^2)}{\lambda_0 d_0}\right)$. Ce champ est maintenant exprimé dans le plan d'observation Σ' . Seul, il ne permet cependant pas d'obtenir l'information de l'onde objet provenant de la structure. Afin de révéler l'information contenue dans cette onde, une interférence avec une onde de référence cohérente avec cette dernière va être créée.

1.3 Interférence lumineuse au point d'observation

Le principe d'interférence résulte de l'interaction entre deux faisceaux cohérents sur une matrice de capteur [40] comme illustré dans la figure 1.3 (idéalement ces deux faisceaux sont issus de la même source laser).

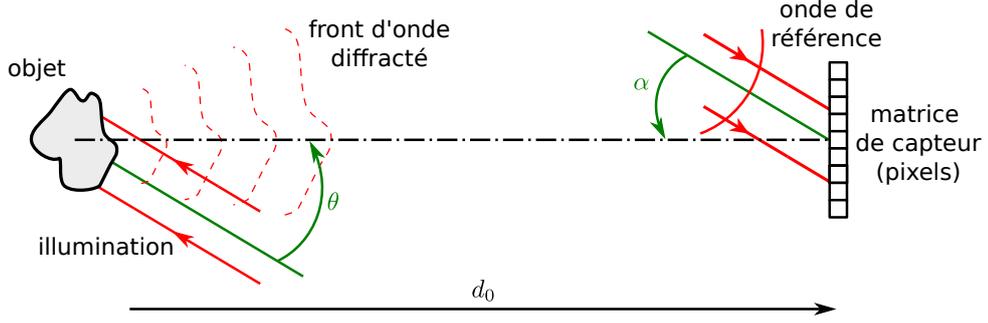


FIGURE 1.3 – Schéma de base de l'holographie numérique de Fresnel ; l'onde diffractée par l'objet se propage dans l'espace libre jusqu'à la zone du capteur, et l'onde de référence impacte directement la matrice de pixels.

Cette paire est constituée du faisceau objet diffracté $\mathcal{O}(x, y, d_0)$ et d'une onde de référence nécessaire à la création d'interférences au point d'observation :

$$\mathcal{R}(x', y', d_0) = a_R(x', y') \exp(j\phi_R(x, y)), \quad (1.14)$$

avec ϕ_R la phase du front d'onde de référence et $a_R(x, y)$ l'amplitude de l'onde de référence quasi uniforme dans les cas étudiés. L'interaction de ces deux faisceaux donnera une image constituée de franges d'interférences et de grains de speckle. Les grains de speckle vont être créés par la diffraction sur l'objet étudié. L'éclairement résultant est :

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= AA^* = |\mathcal{R} + \mathcal{O}|^2 \\ &= |\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}|^2 + \mathcal{R}^*\mathcal{O} + \mathcal{R}\mathcal{O}^*. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Cette interaction fait apparaître trois ordres de diffraction lumineuse, à savoir l'ordre 0 ($|\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}|^2$), l'ordre +1 ($\mathcal{R}^*\mathcal{O}$) qui est l'image virtuelle et l'ordre -1 ($\mathcal{R}\mathcal{O}^*$) qui est l'image réelle. L'hologramme correspond donc à cette interaction et est composé de ces 3 ordres. Des franges d'interférences sont observables et dépendent de l'angle entre les deux

ondes impactant le capteur. L'inter frange peut-être exprimée :

$$i = \frac{\lambda_0}{2 \sin(\alpha/2)} \quad (1.16)$$

Avec α l'angle d'incidence de l'onde de référence (voir figure 1.3). Ce pas d'inter frange donne une limitation pour la taille et la résolution du capteur afin de respecter le théorème de Shannon (théorème d'échantillonnage spatial). Ce critère va venir conditionner l'angle d'éclairage minimal de la référence tel que :

$$\alpha_{max} \simeq \frac{\lambda_0}{2p_x} \quad (1.17)$$

Par exemple, en prenant une caméra de pixels carrés dont le pas est de $20 \mu\text{m}$ et un laser de 532 nm de longueur d'onde, l'angle maximal permis doit être inférieur ou égal à $0,76^\circ$. Dans les expérimentations réalisées au cours de cette thèse, une lame séparatrice est utilisée afin d'obtenir un angle d'incidence se rapprochant au maximum de 0° . De plus l'utilisation d'un zoom négatif rétrécissant la taille de l'objet virtuel va venir encore réduire cet angle permettant de se rapprocher des conditions idéales de Shannon.

1.4 Reconstruction des images par holographie numérique

Le dispositif d'enregistrement holographique est schématisé en figure 1.3, en séparant une source laser en deux faisceaux (l'un éclairant la plaque, l'autre éclairant une surface de mesure), cette architecture est appelée architecture de Fresnel [58].

1.4.1 Matrice de pixels

Parmi les technologies de capteurs disponibles, on peut citer les capteurs CCD (Charges Coupled Devices ou Dispositif à Transfert de Charges en français) utilisés dans les appareils photo, caméra, scanner etc. (même si leur utilisation se raréfie). Ce type de capteurs sépare l'électronique du capteur de la surface photosensible permettant d'obtenir une plage de taille de capteur adaptable en fonction de l'appareil utilisé. Cette configuration permet de plus d'obtenir un remplissage des capteurs important. Si la mesure est réalisée de manière synchrone entre les pixels, l'enregistrement est confié à une électronique enre-

gistrant le signal en série (fig. 1.4 (a)). Cette opération nécessitant du temps, ces capteurs possèdent une fréquence d'acquisition trop faible pour la réalisation d'une mesure vibratoire. Son utilisation dans le domaine de l'holographie se cantonne alors à des mesures de déformation statiques ou à des mesures de surface [59].

Les capteurs photosensibles utilisés principalement dans cette thèse sont des capteurs CMOS (Complementary Metal-Oxyde Semi-conductor). Ces derniers ont la particularité de posséder une partie électronique couplée à la surface photosensible. Ces capteurs permettent à chaque pixel d'être indépendant dans la phase de transfert de l'information (fig. 1.4 (b)). Cette configuration limite cependant la surface active du capteur nécessitant alors une grande taille de pixels pour une utilisation dans des caméras hautes cadences.

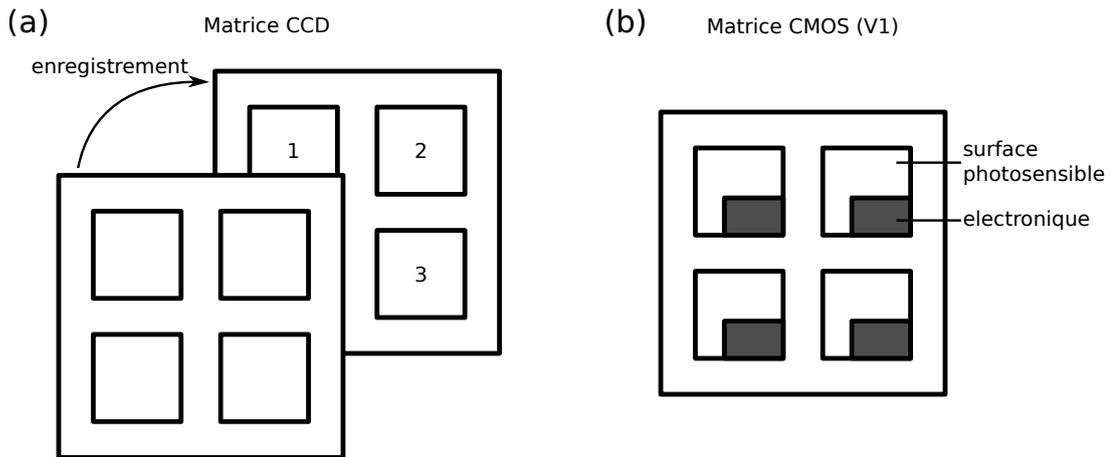


FIGURE 1.4 – Schéma de fonctionnement des capteurs CCD et CMOS.

La taille de ce type de capteurs est variable et peut aller du micromètre à plusieurs dizaines de micromètres. Les capteurs de la caméra *Photron SA-X2* utilisée au cours de cette thèse et photographiée en figure 1.5 possèdent une taille de $20 \mu m$ en x et en y et le facteur de remplissage des capteurs est de 58 %.



FIGURE 1.5 – Photographie de la caméra *Photron SA-X2*.

Il peut être intéressant de noter que d'autres configurations de capteur CMOS existent, plaçant la partie électronique du capteur derrière chaque pixel permettant d'optimiser le remplissage des pixels (et ainsi avoir la possibilité de réduire la taille des capteurs).

1.4.2 Configuration d'enregistrement

La configuration utilisée dans ce manuscrit va permettre d'obtenir un jeu d'interférence entre l'onde de référence dite "fixe", qui ne subira théoriquement pas de changement et/ou de déphasages au cours du temps, et de l'onde rayonnée par la surface après éclairage de cette dernière. Ce dispositif est assimilé à une configuration dite "on axis" (sur l'axe) où le faisceau objet et le faisceau de référence ne possèdent pas d'angle entre eux. Le cas contraire s'appellerait configuration "off axis" (hors axe). Comme vu dans l'équation (1.16), le critère de Shannon demande de respecter la condition suivante :

$$i \geq 2 \max(p_x, p_y). \quad (1.18)$$

Dans le cas de l'éclairage d'une structure, l'onde objet arrivant sur la matrice de capteur va s'exprimer comme le résultat de la transformée de Fresnel de l'éclairage arrivant sur l'objet, $\mathcal{O}(x, y) = U(x, y, d_0)$. Retrouver les informations d'amplitude et de phase de l'éclairage de l'objet sera alors possible en réalisant une transformée de Fresnel inverse sur l'onde objet. L'onde objet du capteur est cependant mélangée à celle de référence, composant les différents ordres de l'équation (1.15). Afin d'isoler le terme de l'onde objet, il est nécessaire

dans un premier temps de se concentrer sur l'isolement d'un des deux termes dilués dans l'ordre -1 ou +1 en réalisant une transformée de Fresnel sur une distance de reconstruction d_r soit négative (pour se concentrer sur l'image virtuelle) ou positive (sur l'image réelle), le ratio d'amplitude entre l'intensité des deux ordres après une reconstruction à la distance $d_r = -d_0$ est donnée par [60] :

$$\frac{I_{o+1}}{I_{o-1}} = \frac{4N^2M^2\delta p_x^2\delta p_y^2}{\lambda_0^2d_r^2}. \quad (1.19)$$

Dans l'équation (1.19), N et M sont les nombres de points en x et en y . Dans le cas de la caméra utilisée et dans le cadre typique de mesures ($p_x = p_y = 20 \mu\text{m}$, une longueur d'onde de laser de 532 nm, une distance de reconstruction de 1 m et une image capturée de 512×512 pixels) le rapport sera supérieur à 1000. En se concentrant sur l'ordre +1, l'ordre -1 sera superposé à l'ordre +1 de manière presque imperceptible et sera donc négligeable. Dans le cadre de mesures holographiques, seule une très petite partie de l'énergie mesurée provient de l'onde objet, l'interaction est donc en majorité présente grâce à l'onde de référence. C'est à dire en considérant que $|\mathcal{R}|^2 \gg |\mathcal{O}|^2$. En mesurant au préalable la composante de l'onde de référence, il est possible alors d'isoler la partie objet en se basant sur :

$$\mathcal{I}_r = \frac{\mathcal{I} - |\mathcal{R}|^2}{\mathcal{R}^*} \simeq \mathcal{O} + \epsilon, \quad (1.20)$$

avec ϵ un terme de bruit regroupant les termes $|\mathcal{O}|^2$ et $\mathcal{O}^*\mathcal{R}$, faibles au regard du terme $\mathcal{R}^*\mathcal{O}$.

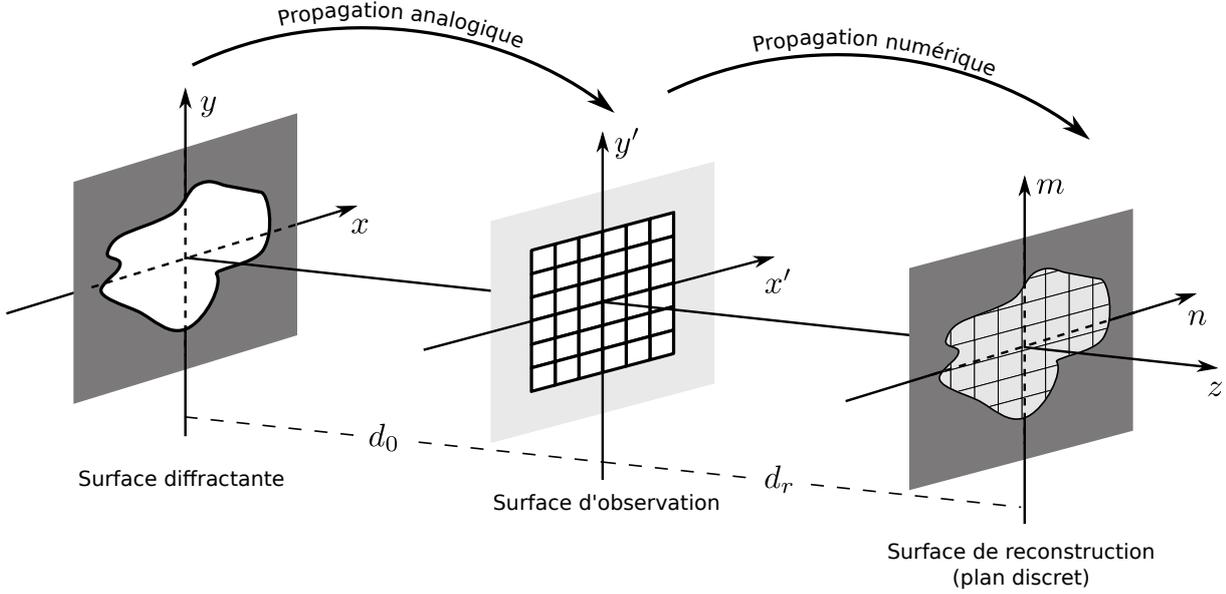


FIGURE 1.6 – Schéma du principe de reconstruction d'un hologramme numérique.

Le terme \mathcal{I}_r peut alors être utilisé afin de calculer la transformée de Fresnel re-propageant alors l'hologramme traité à travers un espace virtuel à la distance d_r désirée. La figure 1.6 illustre ce fonctionnement. Le dispositif d'enregistrement donnant des mesures discrètes, une formulation discrète de la transformée de Fresnel définie par l'équation (1.10) est appliquée pour retrouver l'objet :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(n, m, d_r) &= \frac{-j}{\lambda_0 d_r} \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda_0} d_r\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_r} (n^2 \Delta_\xi^2 + m^2 \Delta_\eta^2)\right) \\ &\times \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} \mathcal{I}_r \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda_0 d_r} ((kp_x)^2 + (lp_y)^2)\right) \exp\left(\frac{-j2\pi}{\lambda_0 d_r} \left(\frac{nk}{N} + \frac{ml}{M}\right)\right). \end{aligned} \quad (1.21)$$

Dans l'équation (1.21), n et m sont les coordonnées des pixels du plan objet, k , l les références de pixels de la surface d'observation et N et M le nombre de pixels du plan capteur utilisés dans la mesure. Les paramètres Δ_ξ et Δ_η sont définis par

$$\Delta_\xi = \frac{\lambda_0 d_r}{Q p_x} \text{ et } \Delta_\eta = \frac{\lambda_0 d_r}{P p_y}, \quad (1.22)$$

où (Q, P) sont les tailles de la reconstruction de la transformée de Fresnel ($\geq (N, M)$ de manière générale). Le procédé de cette opération peut alors être représenté sous une

forme plus simplifiée en équation (1.23).

$$\mathcal{H} = h_F \times \text{FFT} [\mathcal{I}_r \times h_F], \quad (1.23)$$

avec h_F le noyau de Fresnel défini par l'équation (1.24).

$$h_F(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 d_r}} \exp \left(i\pi \frac{d_r}{\lambda_0} - i\frac{\pi}{4} \right) \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda_0 d_r} (x^2 + y^2) \right]. \quad (1.24)$$

Cet algorithme peut de plus être représenté schématiquement par la figure 1.7.

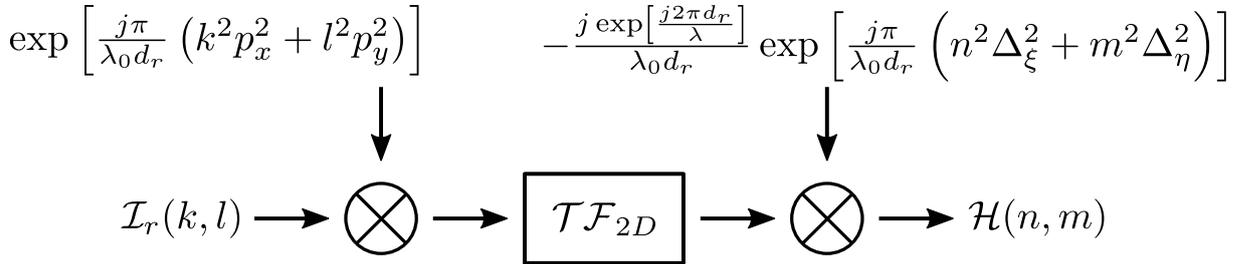


FIGURE 1.7 – Schéma de l'algorithme de la transformée de Fresnel.

Le champ $\mathcal{H}(n, m)$ étant complexe, il sera possible de retrouver l'état d'éclairage de l'objet en calculant son module et l'état de surface de l'objet via son argument.

1.5 Reconstruction des signaux en régime transitoire

Le champ diffracté complexe obtenu contient plusieurs informations. D'une part son module correspond à l'image de l'objet, d'autre part, la phase de l'objet nous donne des informations quant à la phase de l'onde optique arrivant sur un pixel du capteur. C'est cette information qui sera la plus pertinente pour la suite de ce manuscrit. En effet un décalage de phase se produit lors du mouvement de l'objet. Dans le cas de l'étude de vibrations, le mouvement vibratoire d'une structure va se traduire par un mouvement local enroulé modulo 2π . Ce signal de mouvement est cependant pollué par l'état de surface initial de l'objet apportant une phase initiale aléatoire sur la structure. Afin de supprimer ce phénomène, une différence de phase est réalisée entre deux instants t_n et t_m (successifs ou non). De cette manière, seuls les phénomènes directement liés au mouvement d'un objet sont mesurés. La différence de phase entre deux sauts de phase est de plus égale

à la longueur d'onde du laser utilisé. Après l'opération de différence de phase, le signal enroulé $\Delta\psi_n$ nécessite une opération de filtrage pour permettre de dérouler la carte de phase obtenue. Ces opérations sont schématisées dans la figure 1.8. La différence de phase $\Delta\psi_n$ est appelée phase Doppler dans ce manuscrit.

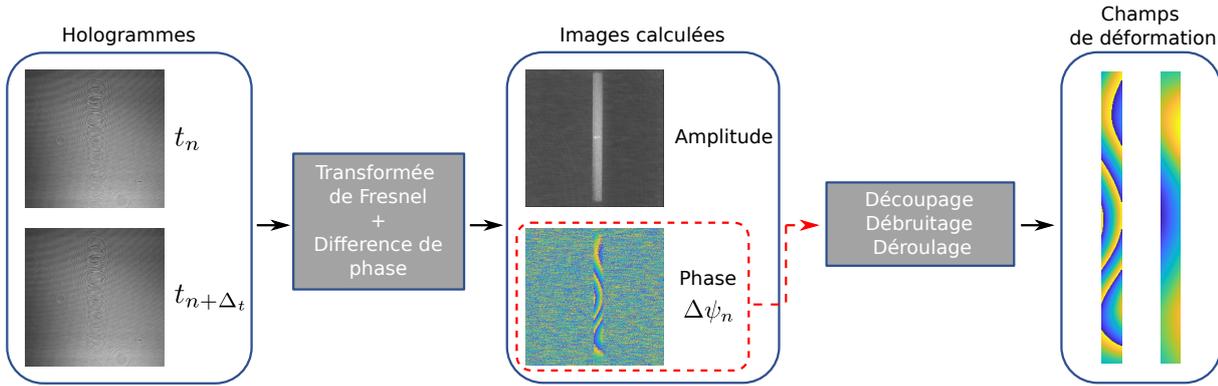


FIGURE 1.8 – Schéma de la méthode de reconstruction du champ de déplacement sur une pièce déformée mesurée par holographie numérique.

Dans la grande majorité des cas d'application en vibration, les niveaux mesurés sont bien plus élevés qu'une longueur d'onde de laser conduisant alors à l'observation d'un grand nombre de sauts de phase sur la phase de l'hologramme. Cela amenant des difficultés de traitement du signal pour le débruitage et le déroulement, on préférera alors dans le cas de vibrométrie holographique extraire la composante de vitesse du signal, réduisant le plus possible l'écart de niveau entre deux instants (moyennant une fréquence d'acquisition suffisamment haute de la caméra ultra-rapide) [55] :

$$V_z(x, y, t) \simeq \frac{\lambda_0 f_e}{2\pi(1 + \cos \theta)} \Delta\psi_n. \quad (1.25)$$

Dans l'équation (1.25), θ est l'angle d'éclairage et f_e la fréquence d'acquisition de la caméra. Il est aussi possible de réaliser une différence par rapport à une carte de phase de référence statique afin d'obtenir des informations liées au déplacement de la structure sous réserve que l'amplitude du déplacement ne soit pas trop élevée au regard de la longueur d'onde du laser utilisé.

Comme expliqué dans la section 1.4.2, il est nécessaire de réaliser les enregistrements dans des conditions bien particulières afin de permettre suffisamment d'approximation et ainsi de pouvoir reconstituer le signal (un ratio référence-objet suffisamment haut par

exemple). Ces paramètres nécessitent d'être judicieusement réglés au préalable, que ce soit au niveau du capteur ou au niveau du montage réalisé.

1.5.1 Influence des paramètres du capteur

L'avancée technologique dans le domaine des caméras ultra-rapides permet l'ajustement de nombreux paramètres afin d'obtenir une estimation optimale des vibrations. Plusieurs paramètres ont été étudiées par Poittevin dans sa thèse [60].

Influence des paramètres temporels

Dans un premier temps, la cadence d'acquisition de la caméra se doit de respecter le théorème de Shannon, à savoir $f_e > 2f_{max}$ avec f_e la fréquence d'échantillonnage de la caméra et f_{max} la fréquence maximale d'étude du signal. Également, plus la fréquence d'acquisition est élevée, moins le nombre de franges de sauts de phase sera élevé.

Poittevin montre dans sa thèse [60] que la réduction du temps d'exposition des capteurs permet de réduire le bruit et la distorsion présente sur les cartes de phase. De plus un temps d'exposition plus court permet de réduire l'effet de moyenne temporelle qui amène à une distorsion de la phase.

Dans le cas de l'utilisation de caméras ultra-rapides, l'augmentation de la cadence d'acquisition se fait au détriment de la résolution d'image. Si par exemple avec la caméra *Photron SA-X2* utilisée, la cadence maximale d'acquisition à la résolution maximale du capteur est de 12500 ips, cette cadence peut monter bien plus haut jusqu'à atteindre 1 million d'ips à une résolution de 128×8 pixels. Le compromis entre vitesse d'acquisition et résolution d'image doit donc être trouvé afin d'obtenir une reconstruction optimale.

Influence des paramètres spatiaux

Les paramètres spatiaux des pixels sont aussi importants à prendre en compte. En effet le caractère discret des capteurs amène à un phénomène de décorrélation des grains de speckle et amène donc à une apparition de bruit. Cette problématique est le sujet abordé dans le chapitre 2.

Influence des conditions d'enregistrement

Les paramètres d'éclairage sur le capteur de la caméra et sur l'objet étudié vont de plus influencer sur la qualité de la reconstruction. Poittevin montre dans [61] que le niveau

de bruit initial d'une mesure est dépendant, entre autres, d'un ratio d'amplitude onde de référence/onde objet $R_c = \frac{|R|^2}{|O|^2}$, et du facteur de saturation α des pixels du capteur. Le bruit des mesures holographiques peut être quantifié par un facteur de cohérence $|\mu|$ compris entre 0 (présence maximum de bruit sur les mesures) et 1 (aucun bruit présent). Poittevin montre dans sa thèse [60] qu'un signal mesuré par vibrométrie holographique est exploitable si le facteur de cohérence du bruit de speckle ne descend pas en dessous de 0,85. La quantification du facteur de cohérence en fonction de R_c et de α pour des données théoriques est présentée sur la figure 1.9 (a) [61].

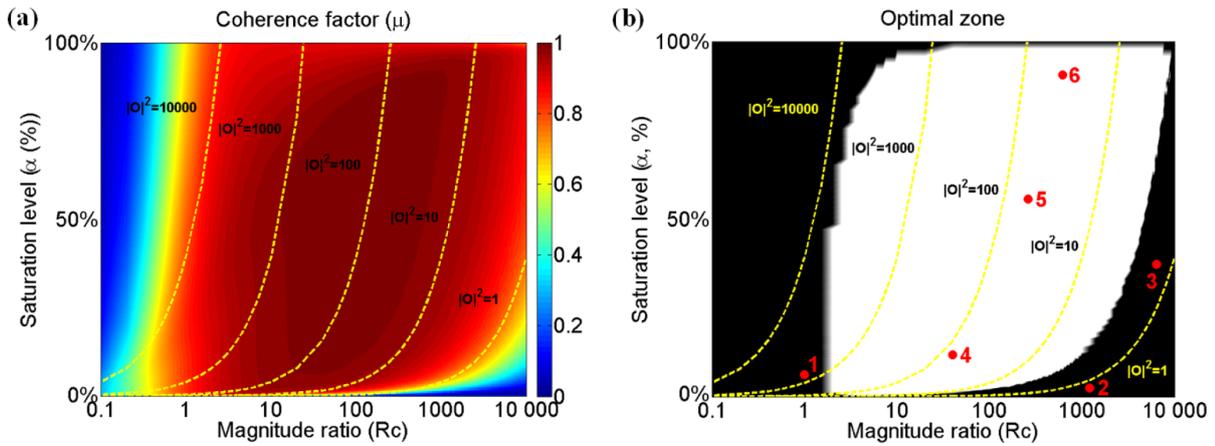


FIGURE 1.9 – Facteur de cohérence en fonction de α et de R_c obtenu pour une série de simulation (a) et une série d'expérimentation (b), la zone blanche montre les couples R_c/α pour lesquels le facteur de cohérence est supérieur à 0,85 [61].

Cette figure révèle notamment une zone optimale de fonctionnement autour d'un ratio R_c compris entre 20 et 1000 avec une plage de fonctionnement optimale autour de 100 ainsi qu'une saturation du capteur optimale entre 5 % et 95 % de la plage maximale. La série expérimentale présentée dans la figure 1.9 (b) montre que cette zone est retrouvée expérimentalement et quantifie la zone où le facteur de cohérence est suffisamment haut.

1.6 Mise en place expérimentale des mesures holographiques

Le montage utilisé pour les expérimentations de cette thèse est en configuration dite "in-line", dans lequel l'objet et la caméra sont alignés avec les ondes de référence et objet.

Le laser utilisé est un Laser *Verdi* monochromatique de puissance maximum de 6 W et de longueur d'onde de 532 nm. La caméra ultra-rapide utilisée est une *Photron SA-X2*. La figure 1.10 présente une photographie du montage expérimental et la figure 1.11 (a) présente le dispositif expérimental avec une perspective isométrique.

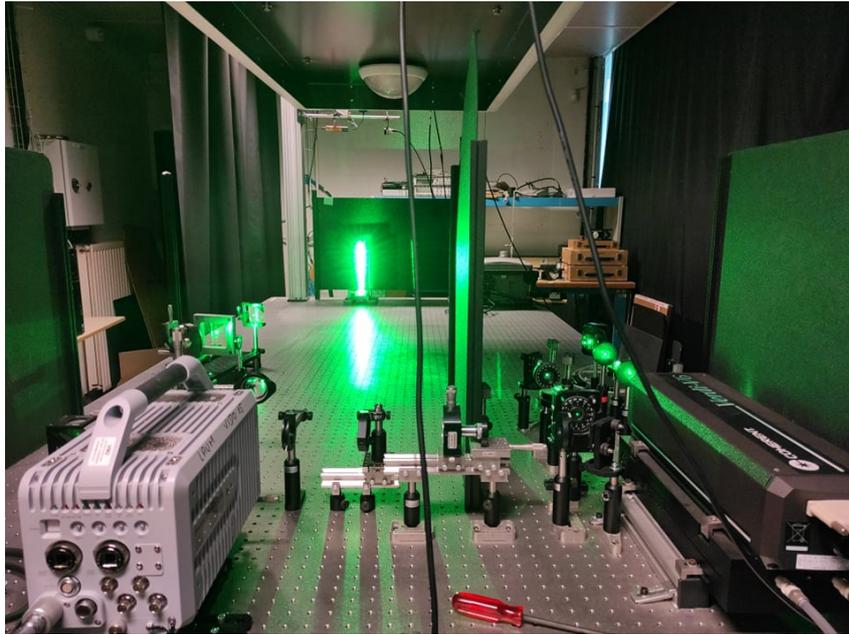


FIGURE 1.10 – Photographie d'un montage expérimental.

L'onde objet est étendue spatialement pour illuminer la structure en utilisant un DOE (Diffractive Optical Element) [62] dédié. Le DOE a été conçu avec 8 sous-zones, chacune d'elles produisant une forme particulière de faisceau laser [63]. La figure 1.11 (b) illustre la diversité des formes qui peuvent être produites avec le DOE : zone carrée ou elliptiques, faisceaux rectangulaires étroits ou larges (verticaux et horizontaux). Une telle mise en forme du faisceau augmente l'efficacité photométrique du montage en évitant la perte de luminosité que l'on rencontre généralement avec des lentilles classiques et des assemblages de miroirs [64].

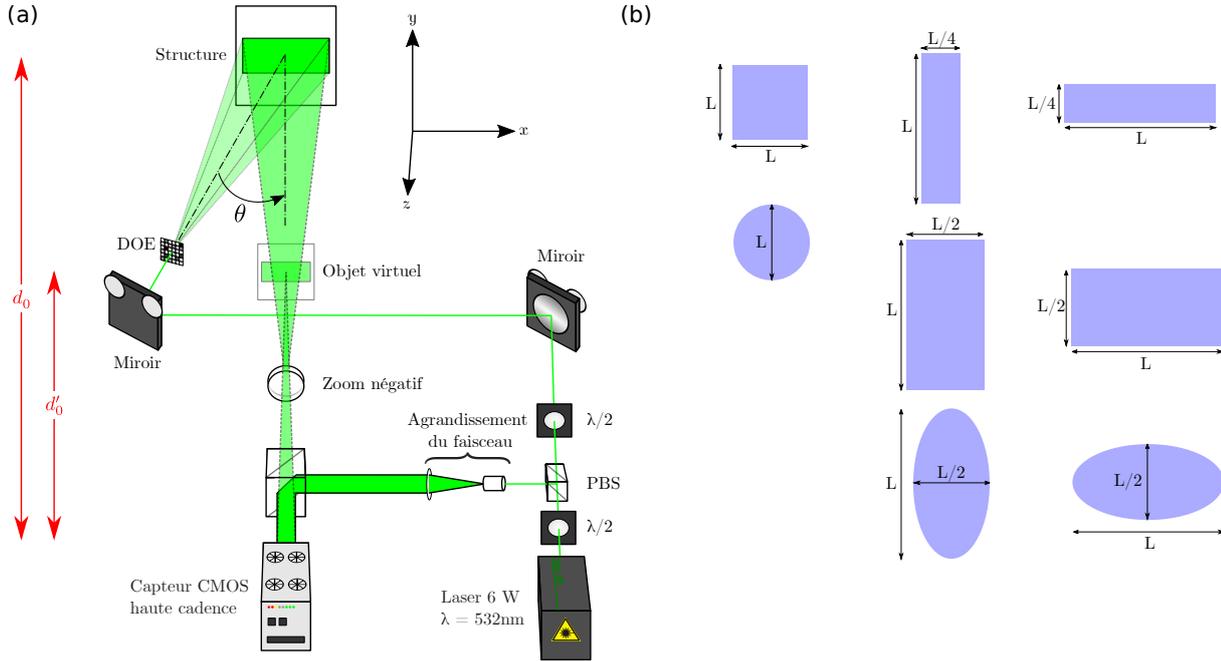


FIGURE 1.11 – Montage expérimental utilisé pour les mesures par holographie plein champ (a) (PBS : Polarizing Beam Splitter, DOE : Diffractive Optical Element, $\lambda_0/2$ lame séparative à demi-longueur d’onde) et schéma des différents motifs d’éclairage produit par le DOE (b).

Un zoom négatif composé d’une ou d’un assemblage de lentilles négatives peut être placé en amont du capteur afin de créer un objet virtuel plus petit [65, 66] et ainsi dépasser la limite de taille de l’écartement qu’imposent les dimensions de l’objet. La reconstruction de l’hologramme sur un objet virtuel plus petit que l’objet original possède l’avantage d’effectuer une reconstruction à une distance plus faible $d_r = d'_0$ et permet alors de respecter les conditions de Shannon pour l’enregistrement d’hologrammes dans le cadre de mesures de grands objets qui imposeraient une distance de reconstruction grande [67]. Le plan physique sera alors reconstruit en mettant à l’échelle les coordonnées de référence par l’utilisation d’un facteur de grandissement g_{opt} .

Les expérimentations par holographie numérique qui seront réalisées dans cette thèse utiliseront en grande majorité cette configuration de montage. Le motif d’éclairage, la focale du zoom négatif, et la distance d_0 seront adaptés à chaque problématique. Les paramètres de la caméra à savoir la fréquence d’échantillonnage temporelle et la résolution spatiale seront de plus adaptées au type de configurations expérimentales (un signal basse fréquence ne requiert pas une fréquence d’échantillonnage conséquente ce qui permet de réduire le coût en mémoire de la mesure). Le temps d’exposition sera réglé dans

chaque cas à $1 \mu s$ pour éviter l'apparition d'un phénomène d'intégration trop long (temps moyenné [68]).

1.6.1 Méthodes de débruitage

Différentes méthodes de débruitage existent, les plus utilisées de manière générale sont des filtres fréquentiels agissant en atténuant de l'information dans le domaine de fréquence. Ils agissent par bande de fréquence (passe haut, passe bas ou passe bande) et peuvent également être stylisés (filtre de Bessel, Butterworth, Chebyshev...). Ces filtres sont opérationnels lorsqu'il s'agit d'étudier un signal en dessous ou au-dessus d'une certaine fréquence de coupure par élimination de l'information. De plus, le bruit présent sur la partie non filtrée est quant à lui persistant. Dans le cadre d'étude en hautes fréquences et hauts nombres d'onde avec la caméra ultra-rapide, ce genre de filtre n'est pas idéalement le plus adapté. Différentes méthodes de filtrage spatial seront utilisées dans ce manuscrit.

Filtre Médian

Le filtre médian est considéré comme un filtre de référence [69] pour tester et comparer des méthodes de débruitage plus avancées. Une fenêtre glissante va venir parcourir l'ensemble de la carte, de cette manière le point central de la carte sera déduit en fonction de la valeur médiane des valeurs présentes dans la fenêtre. Cette action aura pour effet de perdre des points de mesure sur les bords du signal équivalents à la taille de la demi fenêtre utilisée. Il est donc conseillé de choisir une taille de fenêtre "raisonnable". Dans notre cas d'utilisation, la taille de la fenêtre a été fixée à 7 pixels afin d'obtenir un filtrage efficace et de réduire les artefacts sur les bords des cartes de données.

Algorithme WFT2F

L'algorithme WFT2F (pour 2D Windowed Fourier Transform Filter) [70, 71] est utilisé pour le débruitage spatial des cartes de vibration enroulées, il s'avère également efficace sur des mesures holographiques [72]. Cet algorithme réduit le bruit de mesure dans le domaine fréquentiel en imposant un palier permettant le filtrage. Cette méthode de débruitage est particulièrement efficace pour une étude vibratoire car elle se base sur une méthode utilisant une transformée de Fourier fenêtrée (WFT) d'un signal en deux dimensions

$w(x, y)$:

$$W_w(x_i, y_i, \nu_x, \nu_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} w(x, y) G(x - x_i, y - y_i) \exp(-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)) d\nu_x d\nu_y \quad (1.26)$$

Cette transformée est de plus pondérée par une fenêtre spatiale définie par :

$$G(x, y) = g(x - x_i, y - y_i) \exp(j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)), \quad (1.27)$$

avec $g(x, y)$ une fenêtre gaussienne normalisée définie par :

$$g(x, y) = \frac{\exp\left(-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x} + \frac{y^2}{2\sigma_y}\right)\right)}{\sqrt{\pi\sigma_x\sigma_y}}, \quad (1.28)$$

et $\sigma_{x/y}$ les paramètres caractérisant la taille de la fenêtre. Une fois cette opération de transformée de Fourier fenêtrée (WFT) réalisée, un filtrage est réalisé en imposant un seuil T sur cette dernière de manière à isoler l'information utile :

$$\bar{W} = \begin{cases} W_w & \text{si } |W_w| \geq T \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (1.29)$$

Le seuillage ainsi effectué va permettre de conserver les informations harmoniques tout en éliminant le bruit résiduel indépendant de la fréquence.

Méthode Deep-Learning

Depuis une dizaine d'années, l'apprentissage machine, et plus précisément l'apprentissage profond, s'est révélé être un outil très efficace dans le traitement des signaux et des images. Au cœur de ce nouvel outil se trouve le réseau neuronal convolutif (CNN) qui intègre plusieurs avancées fondamentales des dernières décennies : analyse par ondelettes et multi résolution, algorithmes de réduction et de seuillage, représentations parcimonieuses, correspondance de blocs et apprentissage par dictionnaire [73, 74]. Ces dernières années, plusieurs applications de l'apprentissage profond en optique ont vu le jour. L'approche de l'apprentissage profond a été appliquée à la réduction du bruit et à l'amélioration de la qualité des images tomographiques [75, 76, 77].

Le débruitage par méthode de Deep-Learning (ou DL) a déjà été abordé au LAUM [77] et présente des résultats convaincants. Le réseau utilisé [78] a été adapté pour être entraîné avec un ensemble de modèles de franges comprenant des conditions de bruit de speckle

réalistes, de la même manière que ce qui est habituellement rencontré dans l'imagerie holographique. Les résultats montrent que l'approche d'apprentissage profond a obtenu des performances comparables en termes d'écart type de l'erreur de phase à la méthode WFT2F.

L'utilisation de la méthode de Deep-Learning utilisée dans cette thèse n'a pas vocation au développement de la méthode de débruitage mais simplement de son utilisation. Nous n'entrerons donc pas dans les détails de son implémentation mais les résultats obtenus par la méthode seront simplement interprétés. Les méthodes de Deep-Learning sont de plus en constante expansion, les résultats présentés ici seront probablement dépassés dans un futur proche.

1.6.2 Méthode de déroulement de cartes de phase en deux dimensions

Après débruitage, le déroulement des cartes de phase peut être appliqué. L'algorithme utilisé se base sur un critère au sens des moindres carrés [79] particulièrement utilisé dans le cadre de mesure par interférométrie. Cet algorithme possède la particularité de dérouler les signaux si ces derniers ne possèdent pas une quantité trop importante de bruit et est notamment utilisé dans le cadre de mesures holographiques [80] perturbées par un bruit de speckle.

Finalement, les étapes de post-traitement peuvent être schématisées comme représenté dans la figure 1.12.

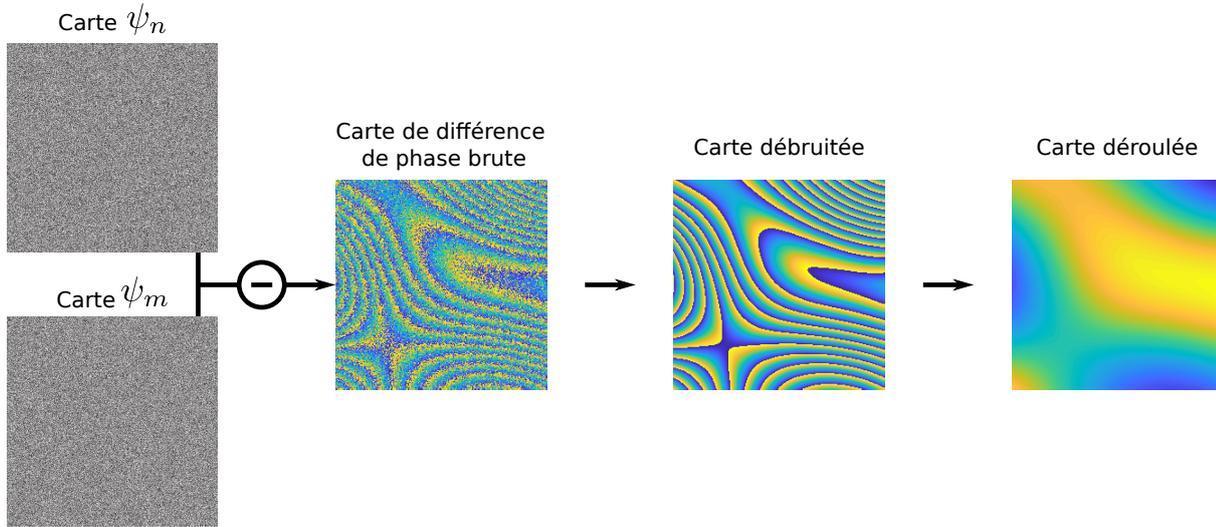


FIGURE 1.12 – Exemple d’extraction de carte de vibration après les étapes de différence de phase, de débruitage et de déroulement.

1.6.3 Impact fréquentiel des méthodes de débruitage

Les méthodes de débruitage présentées dans la section 1.6.1 sont appliquées sur chaque carte de phase. En combinant une série temporelle de cartes on peut alors extraire pour chaque point un signal temporel.

Dans le cas de mesures de vibration par holographie numérique ultra-rapide il est relativement visible que les battements d’une structure en basse fréquence sont correctement restitués après passage d’un des algorithmes de débruitage (les amplitudes en basse fréquence possèdent un niveau relativement haut). L’impact en hautes fréquences est cependant plus discutable, il est moins naturel de prévoir l’impact des méthodes de débruitage dans le domaine des hautes fréquences. Afin de quantifier l’impact des méthodes sur une étude par transformée de Fourier, cette partie propose de comparer les réponses en fréquences de signaux temporels obtenus à partir de cartes préalablement traitées par les trois méthodes de débruitage proposées dans la section 1.6.1. Ces signaux sont de plus comparés avec la réponse d’un accéléromètre placé au même endroit.

En observant ainsi les pics de résonance d’une structure poutre pour différentes méthodes de débruitage il sera possible de déduire les fréquences maximales d’exploitation des méthodes de débruitage.

Dispositif expérimental

La structure testées pour réaliser l'expérimentation est une poutre encastrée en aluminium de 26,6 cm de hauteur par 2,34 cm de largeur. L'épaisseur est de 0,49 cm et l'encastrement se termine à 3.2 cm de sa base. La terminaison de la poutre possède un profil type trou-noir acoustique (TNA) [81, 82] permettant d'augmenter significativement le nombre de modes observés. La structure d'une poutre TNA est illustré par le schéma de la figure 1.13 (a).

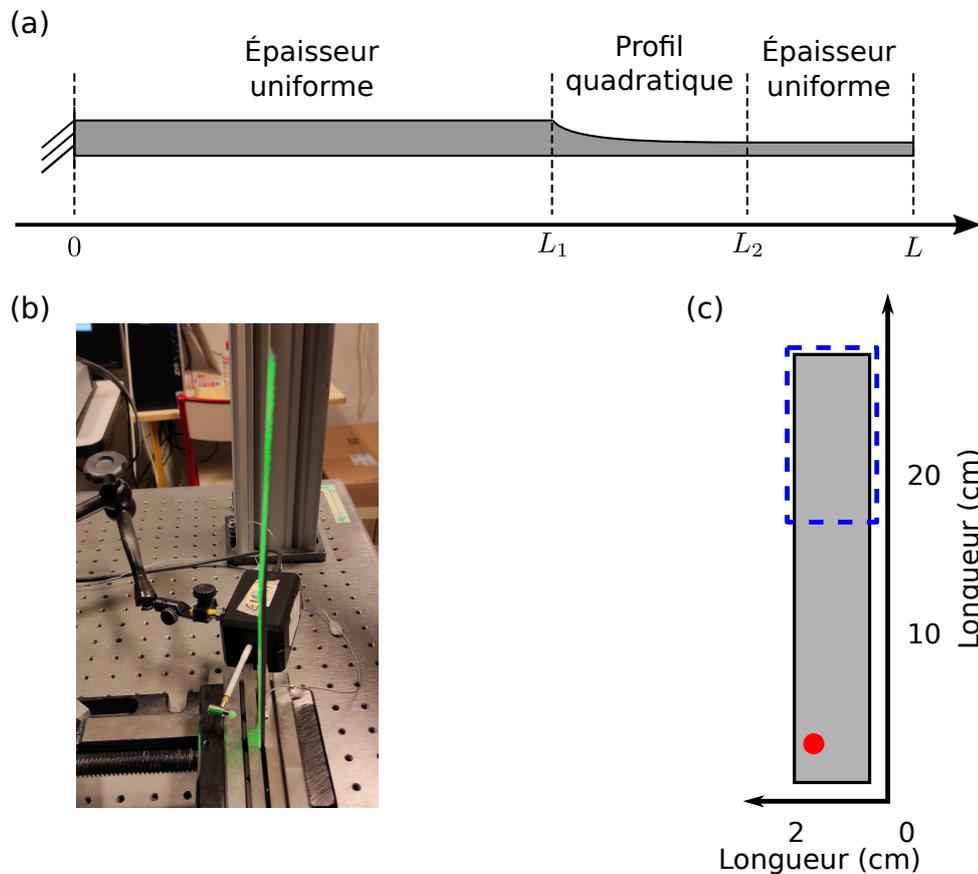


FIGURE 1.13 – Schéma du profil de la poutre TNA (a), photographie du dispositif expérimental (b) et représentation schématique du dispositif avec la position de l'excitation (point rouge) ainsi que la poutre TNA (cadre bleu pointillé) (c).

La poutre possède une terminaison dont l'épaisseur décroît selon un profil quadratique (fonction polynomiale par exemple). L'exemple traité ici possède de plus une terminaison uniforme à son extrémité principalement due aux difficultés d'usinage. Le signal capturé

sera proche de la base de la structure en ne considérant pas celui de la partie TNA. La figure 1.13 (b) présente la photographie de la poutre, du dispositif d'excitation ainsi que l'accéléromètre en arrière-plan. La figure 1.13 (c) présente quant à elle une représentation schématique de la poutre où le point d'excitation (confondu avec la position de l'accéléromètre de l'autre côté de la poutre) est représenté par le point rouge et la zone de terminaison TNA par le cadre bleu pointillé.

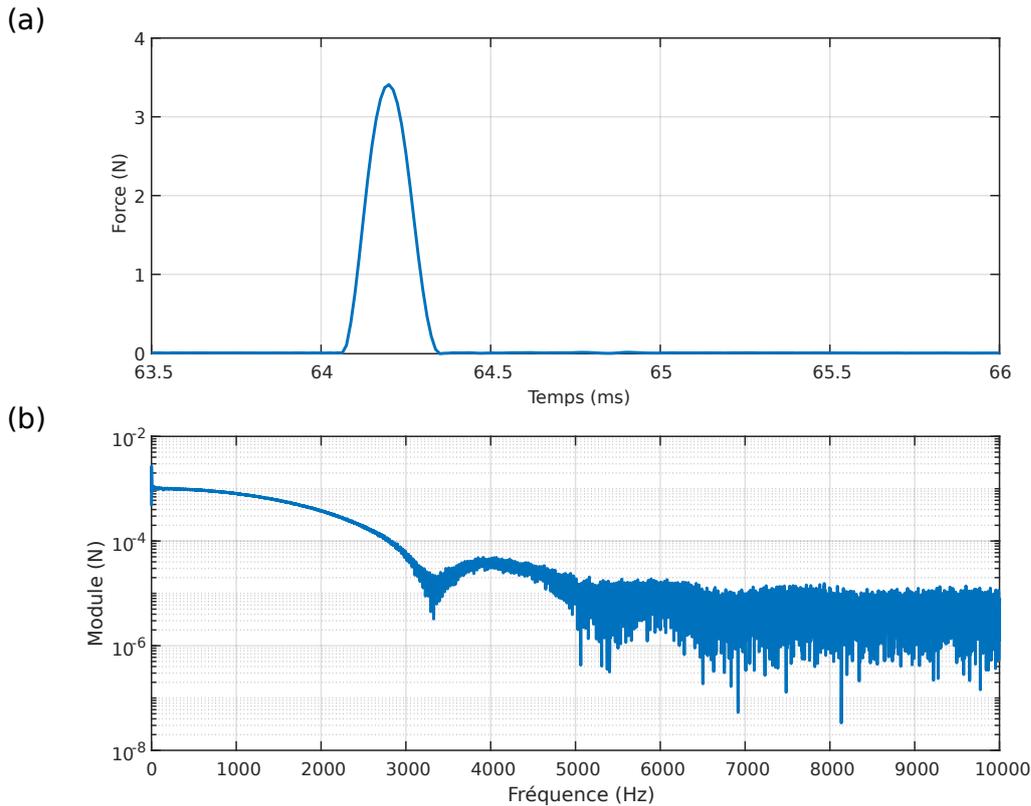


FIGURE 1.14 – Visualisation temporelle du signal de force injectée dans la structure (a) et module de la transformée de Fourier (en échelle logarithmique) du signal temporel (b).

L'excitation est réalisée par un marteau d'impact mécanique muni d'un embout en caoutchouc. Cet embout va naturellement limiter la fréquence maximale d'excitation mais convient aux mesures holographique en évitant de créer une pente trop importante lors de l'excitation (qui peut causer un trop grand nombre de sauts de phase si celle-ci est trop élevée). Le marteau est placé proche de la zone d'encastrement sur le bord de la structure afin d'exciter les modes de flexion et de torsion de la poutre. Un accéléromètre est placé en face du point d'impact du marteau et servira de mesure de référence. Le signal temporel

du signal de force est visible sur la figure 1.14 (a) et l'analyse de Fourier du signal de force sur la figure 1.14 (b). Le signal du marteau injecte une force maximale de 3,4 N et possède une réponse allant jusqu'à 3 kHz.

Résultats

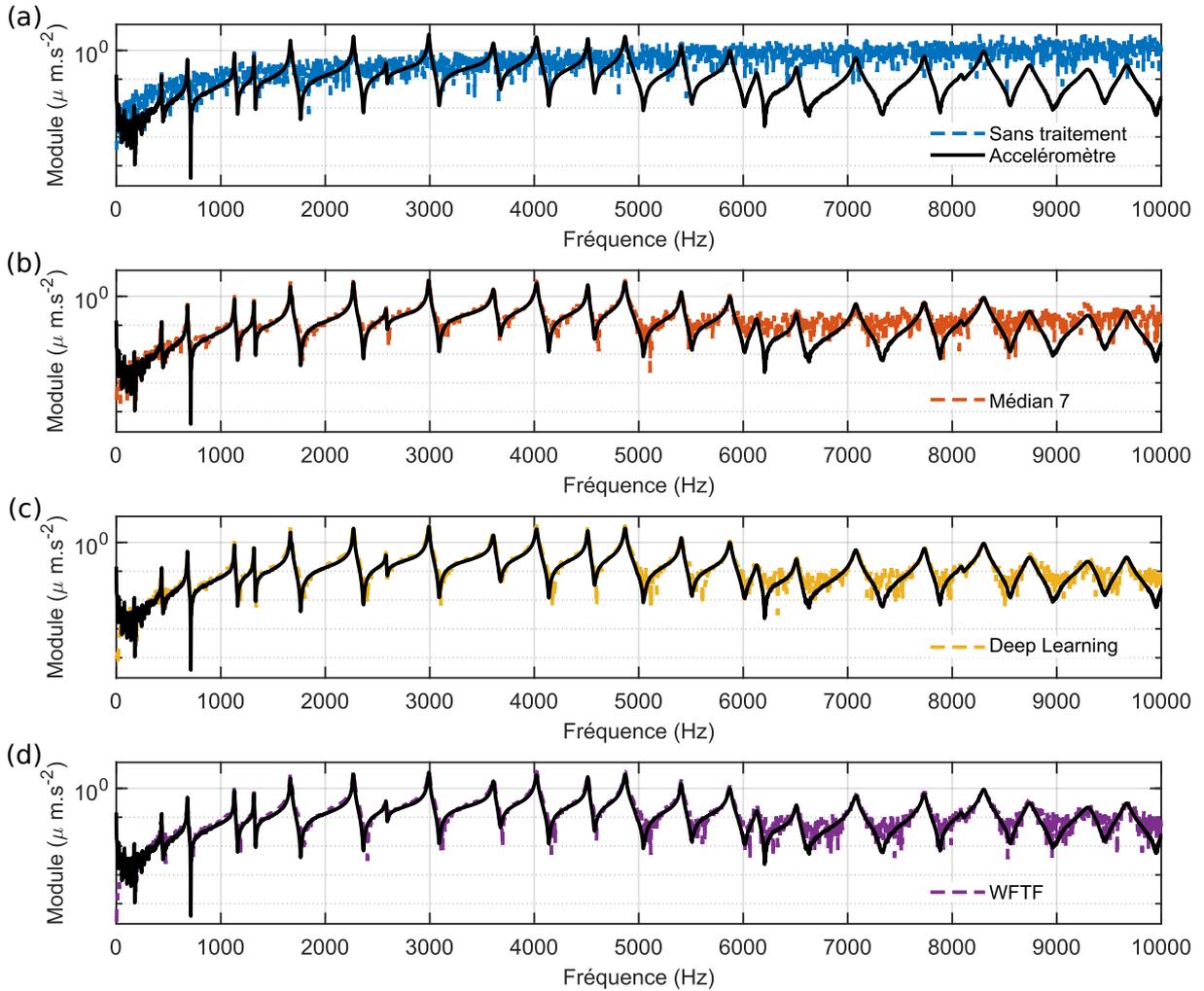


FIGURE 1.15 – Comparaison des transformées de Fourier de l'accélération des signaux holographiques non traités (a), traités par un filtre médian (b), un filtre par réseaux de neurones (c), un filtre WFT2F (d) avec un accéléromètre (courbe noire).

La fréquence d'acquisition de la caméra est fixée à 40 kHz. Tandis que le signal d'accéléromètre est échantillonné à 80 kHz. La dérivée du signal holographique extrait est

utilisée ici. Le signal holographique obtenu étant une vitesse, une multiplication du signal par la pulsation $\omega = 2\pi f$ à chaque fréquence est réalisée afin de comparer les accélérations. Le signal holographique est visualisé sans traitement ou filtré. Le premier filtre est un filtre médian de taille de fenêtre de 7 pixels, le second un filtre par réseaux de neurones après 10 itérations de débruitage et le dernier par le filtre WFT2F d'une taille de fenêtre de 30 pixels. L'analyse de Fourier est réalisée sur un temps de 0,4 seconde pour les deux méthodes de mesure. La comparaison des transformées de Fourier pour les signaux holographiques et l'accéléromètre est visible sur la figure 1.15(a), (b), (c) et (d).

La limite fréquentielle de l'accéléromètre étant de 10 KHz, c'est cette limite qui sera choisie pour la représentation. La mesure holographique sans débruitage possède un plancher de bruit relativement haut et ne permet pas une étude propre des modes à l'exception des très basses fréquences. L'utilisation d'une méthode de débruitage s'avère donc ici primordiale. Le filtre médian permet d'abaisser le plancher de bruit de manière efficace. Les filtres par réseaux de neurones et WFT2F sont quant à eux très efficaces en permettant par exemple l'identification correcte des antirésonances jusqu'à 5 kHz. Ces méthodes permettent de plus d'identifier des pics de résonance au-delà de cette fréquence là où le débruitage par un filtre médian ne le peut pas.

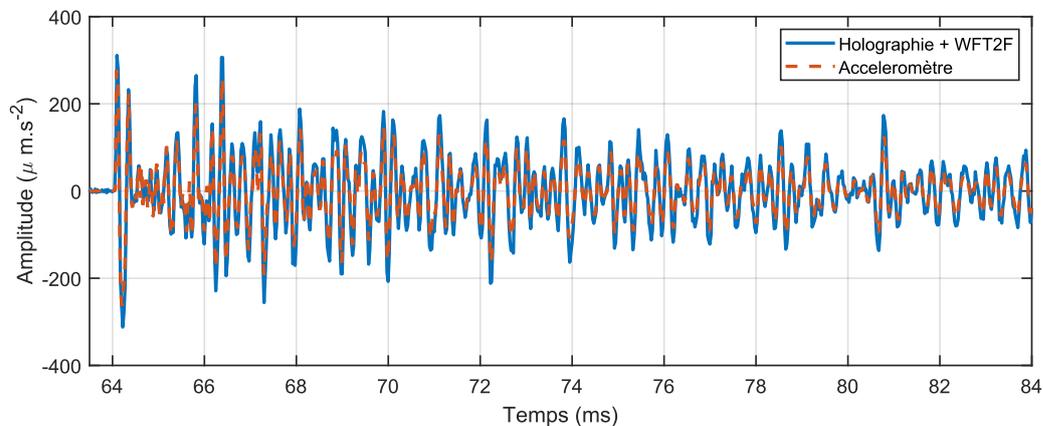


FIGURE 1.16 – Comparaison des signaux d'accélération obtenu par l'accéléromètre et par holographie numérique ultra-rapide traitée avec l'algorithme WFT2F.

En abaissant de plancher de bruit des mesures, l'utilisation d'un algorithme de débruitage apporte donc un réel intérêt dans une étude vibratoire et permet l'observation de phénomènes impossibles à détecter jusqu'à là sans post-traitement des mesures. Les méthodes les plus adaptées semblent être les méthodes par WFT2F et d'apprentissage

profond. Les méthodes de Deep-Learning étant encore jeunes et en plein développement, la méthode de débruitage par WFT2F sera donc privilégiée dans le cadre de cette thèse. Les actions réalisées sont de plus connues et contrôlables. Une comparaison temporelle de la dérivée du signal holographique traité par l'algorithme WFT2F et du signal par accéléromètre est présenté dans la figure 1.16. On retrouve un profil très similaire entre les deux méthodes de mesure.

1.6.4 Erreurs dues au traitement et correction des données

La grande quantité de bruit présent dans les mesures amène parfois à l'apparition d'erreur de débruitage lorsque celui-ci est trop important. Ce problème se manifeste par l'apparition de sauts de phases singuliers qui s'interrompent brusquement comme illustré sur la figure 1.17 (b).

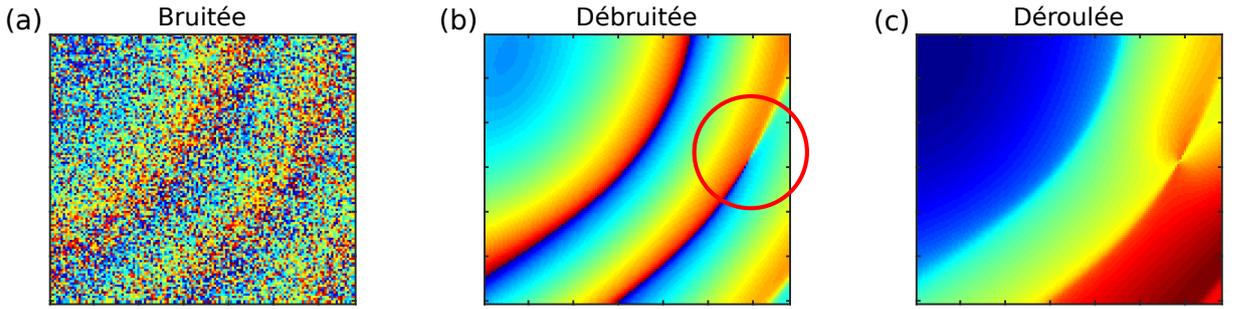


FIGURE 1.17 – Image bruitée de référence (a), localisation d'un saut de phase raté après débruitage par l'algorithme WFT2F (b) et visualisation de la phase déformée après déroulement (c).

Ces phénomènes peu naturels d'un point de vue vibratoire impactent directement les analyses vibratoires de l'objet. Ce phénomène est bien connu dans le domaine de l'interférométrie radar dont les problématiques sont similaires. Des algorithmes de déroulement ont déjà été mis au point dans le cadre de problématiques similaires [83] mais nécessitent cependant l'utilisation de cartes à valeurs complexes. Cette approche se base sur la détection de résidus $r(i, j)$ à partir d'une carte $W(i, j)$:

$$r(i, j) = \nabla \otimes \nabla W(i, j) \quad (1.30)$$

$$= \nabla_j W(i + 1, j) - \nabla_j W(i, j) - \nabla_i W(i, j + 1) + \nabla_i W(i, j) \quad (1.31)$$

avec ∇_x l'opérateur différentiel discret appliqué à $W(i, j)$ dans la direction x . Les va-

leurs données par les résidus sont égales soit à -1, 1 ou 0 [84]. Cet estimateur va alors nous permettre d'identifier les zones impactées par les erreurs de débruitage. Ce dernier sera alors extrapolé pour obtenir une reconstruction approximative (cependant sans disparités) de la vibration. Plusieurs interpolations sont possibles, dans un premier temps l'interpolation peut être réalisée sur la carte déroulée en éliminant les zones autour des points problématiques, il faut cependant dans ce cas prendre en compte la propagation de l'erreur dans le déroulement qui peut demander d'éliminer une zone assez grande de la carte finale. Une autre manière de procéder est d'interpoler la carte enroulée directement, cependant les sauts de phase sont très difficilement interpolables. Afin de palier ce soucis l'interpolation peut être réalisée sur le cosinus et le sinus de la carte enroulée éliminant ainsi les sauts de phase, une reconstruction est alors possible après coup par $\Phi(x, y) = \text{arg}(\cos(\Phi(x, y)) + 1j \sin(\Phi(x, y)))$. Cette interpolation ne peut cependant pas non plus se faire de manière indépendante, en effet le cosinus et le sinus des cartes sont liés et une opération effectuée sur une carte va directement devoir impacter la seconde pour ne pas se retrouver avec une nouvelle erreur résiduelle due à deux interpolations différentes.

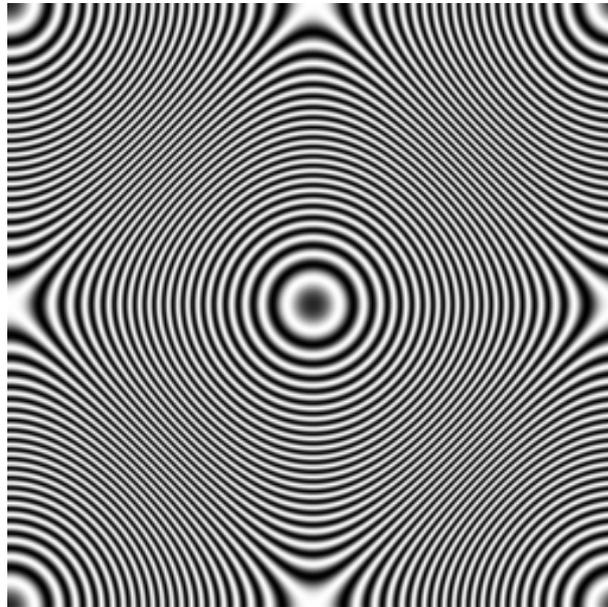


FIGURE 1.18 – Exemple de motif de franges utilisées pour la réalisation de la transformée de Hilbert, la haute densité de franges permet l'obtention d'une erreur minimale de la méthode [85].

Pour cela une transformée de Hilbert peut-être appliquée sur le sinus et le cosinus

de chaque carte permettant ainsi deux reconstructions sans sauts de phase. Plusieurs stratégies ont déjà été mises en place pour réaliser l'opération en passant par exemple par une opération en spirale de phase [86]. Dans les cas d'études réalisés la transformée est appliquée sur des cartes possédant un nombre de franges élevées comme le motif de la figure 1.18 ce qui n'est pas le cas idéal des mesures holographiques.

1.7 Conclusion

Ce chapitre présente les bases de l'holographie numérique ultra-rapide. Cette méthode repose sur un double principe de diffraction et d'interférence d'ondes lumineuses pour capturer et permettre la reconstruction d'hologrammes. Différentes technologies de caméra existent pour la réalisation des enregistrements holographiques. La caméra utilisée dans cette thèse possède un capteur CMOS. L'impact de cette technologie sur les mesures holographiques est étudié plus en profondeur dans le chapitre 2.

La vibration est extraite par l'étude de la phase Doppler de celui-ci, les paramètres du montage doivent être judicieusement choisis en amont. L'extraction nécessite une différence de phase pour obtenir la vibration instantanée de la structure qui est communément réalisée successivement afin d'extraire la vitesse de la vibration. La phase de l'hologramme étant enroulée il est aussi nécessaire de réaliser des opérations de post traitement, à savoir un débruitage des cartes de phase et un déroulement. Plusieurs opérations de débruitage sont possibles comme la méthode par Deep Learning ou l'algorithme WFT2F qui sont des méthodes robustes. Ce point sera étudié plus en détail dans le chapitre 3.

Les cartes de vibration plein champ extraites pourront être utilisées en entrée de l'algorithme de résolution inverse (présenté dans le chapitre 4) et des résultats de cette application dans différents régimes de fonctionnement (harmonique, temporel) sont fournis dans le chapitre 5.

BRUIT DE PHASE INDUIT PAR LA DÉCORRÉLATION DE SPECKLE ENTRE DEUX INSTANTS

Table des matières

2.1	Introduction	38
2.2	Observations et modèle de bruit	38
2.3	Calcul du coefficient de corrélation complexe	44
2.4	Évaluation de $\langle AA^* \rangle$	45
2.5	Influence de la pente locale de la topologie de surface	47
2.6	Expression de μ	48
2.7	Calcul de la transformée de Fourier de la PSF	49
2.7.1	Impact de la taille des pixels sur $ \mu $	50
2.8	Confrontation à des simulations	53
2.8.1	Estimation du bruit	55
2.8.2	Comparaison entre les données simulées et la théorie	55
2.9	Validation expérimentale de la formulation	56
2.9.1	Expérimentation sur une caméra <i>Imaging Source DMK 51BU02.H</i>	58
	Résultats	59
2.9.2	Expérimentation sur une caméra <i>Photron SAX2</i>	61
	Forme du capteur utilisé	62
	Résultats	63
2.10	Conclusion	66

2.1 Introduction

Le procédé holographique présenté dans cette thèse est basé sur une différence de phase (successives ou non) permettant de mesurer l'état de déformation d'un objet lorsqu'il est soumis à une charge [54], à une contrainte ou lorsque des phénomènes vibratoires apparaissent [87]. Cette différence de phase entre deux instants de la mesure va alors induire une décorrélation des champs conduisant à l'apparition de bruit de speckle dans les mesures obtenues. La densité de probabilité est connue et est pilotée par le module du coefficient de corrélation complexe $|\mu|$. Si le modèle de bruit de mesure de l'holographie numérique est bien connu [88], les causes de celui-ci le sont beaucoup moins. La prise en compte du bruit présent dans les mesures est importante car elle conditionne les différents post-traitements et analyses apportés aux mesures comme par exemple le type de débruitage qui doit être utilisé, ou l'exploitation des mesures nécessitant par exemple une étude préalable du bruit de mesure [89, 90].

La décorrélation du speckle a été discutée dans plusieurs articles, par exemple dans [91, 92, 93, 94, 95], pour le cas des changements de longueur d'onde. La décorrélation dans les interféromètres de speckle a été discutée du point de vue de la visibilité des franges dans les franges de corrélation [96, 97, 98]. Ce chapitre présente un modèle analytique de l'évolution du bruit de phase en considérant le modèle théorique du coefficient de corrélation complexe dans le cas de l'interférométrie holographique numérique de Fresnel. La formulation ainsi déduite est ensuite comparée à la fois à des simulations et à des résultats expérimentaux permettant de valider l'approche proposée.

2.2 Observations et modèle de bruit

Les figures 2.1 (a) et 2.1 (b) présentent une comparaison entre une image de mesure issue de l'holographie numérique avant et après l'opération de débruitage tandis que la figure 2.1 (c) se concentre sur le bruit résiduel après l'opération de débruitage. On peut observer que le bruit de speckle n'apparaît pas de manière uniforme sur la mesure mais dépend de l'élévation. D'une manière simple, ce bruit est plus présent sur les grands déplacements et moins présent là où il n'y a pas de déplacement. Ce phénomène est dû à la décorrélation des champs entre deux instants, l'objet s'étant déplacé entre ces deux moments.

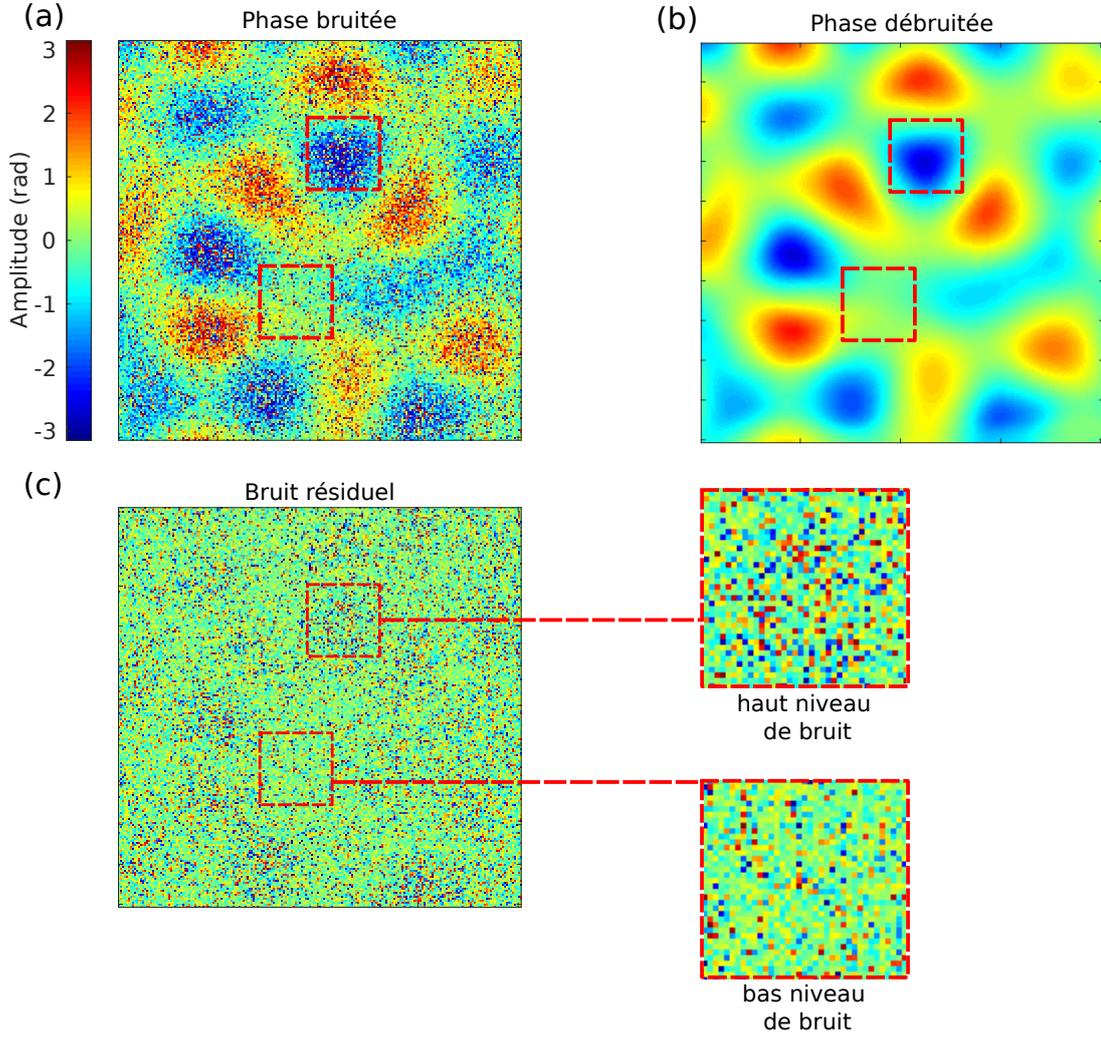


FIGURE 2.1 – Comparaison entre une mesure holographique bruitée (a) et débruitée (b) avec comparaison du bruit résiduel (c).

La caractérisation de ce bruit a déjà été étudiée [99] et la densité de probabilité de ce bruit est connue [88] :

$$p(\epsilon) = \frac{1 - |\mu|^2}{2\pi} (1 - \beta^2)^{-3/2} \left(\beta \sin^{-1}(\beta) + \frac{\pi\beta}{2} + \sqrt{1 - \beta^2} \right), \quad (2.1)$$

avec $\beta = |\mu| \cos(\epsilon)$. Dans l'équation (2.1), μ est le facteur de cohérence complexe des speckles et ϵ est le support de la densité de probabilité. L'information de phase étant enroulée, le support ϵ est compris dans l'intervalle $[-\pi, \pi]$. Cette loi est pilotée par la valeur $|\mu|$, module du facteur de cohérence qui va venir conditionner la forme de la densité de

probabilité. En traçant la densité de probabilité pour différentes valeurs de $|\mu|$, on obtient la cartographie de la figure 2.2.

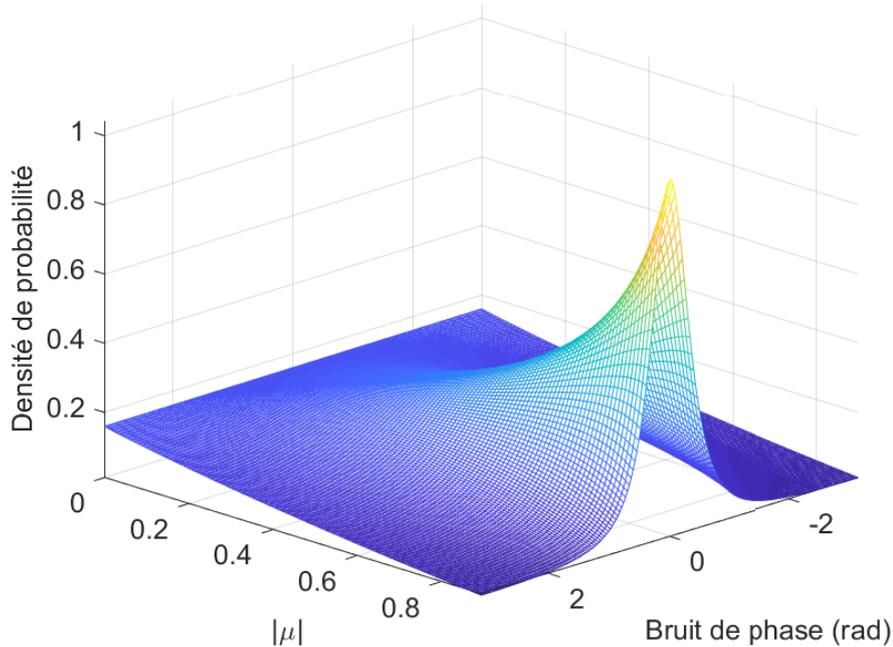


FIGURE 2.2 – Modèle théorique de la densité de probabilité du bruit de speckle.

À mesure que le facteur de cohérence diminue, on observe un "étalement" de la densité de probabilité du bruit de speckle. En soit, plus la valeur de $|\mu|$ est élevée, moins le signal est bruité et plus la loi du bruit tendra vers celle d'un profil Gaussien. Au contraire si le facteur de cohérence baisse, le signal sera de plus en plus bruité et le bruit se retrouve de plus en plus uniformément réparti dans l'intervalle compris entre $-\pi$ et π .

En prenant pour exemple une mesure de vibration au contraste de pente élevé visible en figure 2.3 (a) et en extrayant le bruit sur une multitude de facette (Fig. 2.3 (b)) on peut alors observer que l'écart-type du bruit (Fig. 2.3 (c)) est plus bas dans les zones où la pente observée est faible et plus élevé là où la pente est plus élevée (principalement lorsque les franges sont plus resserrées). De la même manière, en estimant le coefficient de corrélation de speckle (Fig. 2.3 (d)) sur ces mêmes patches de pente, on peut observer que le coefficient $|\mu|$ est plus élevé dans les zones de faible pente.

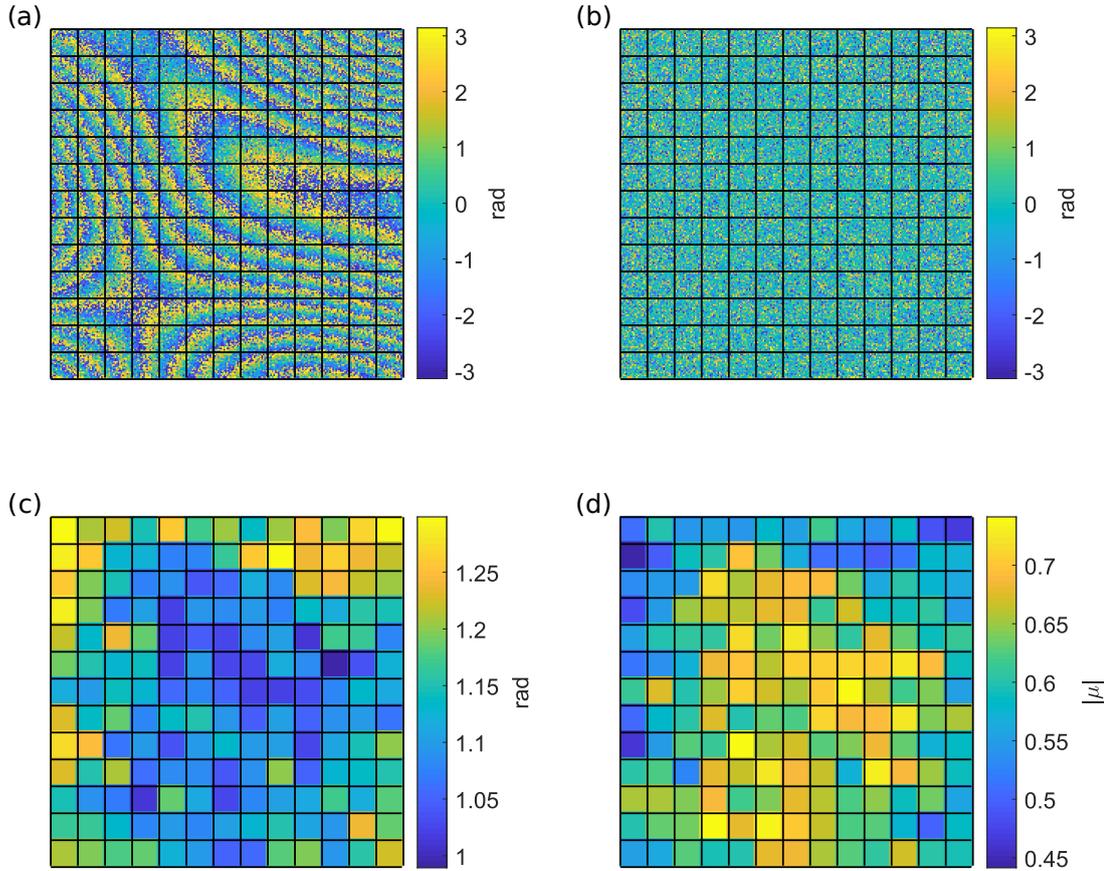


FIGURE 2.3 – Propriété non stationnaire du bruit de décorrélation de speckle. Motifs de franges modulo 2π (a), carte de bruit résiduel provenant de (a) (b), écart-type du bruit pour chaque patch (c), module du facteur de cohérence pour chaque patch (d) ; les grilles dans les sous figures (a), (b), (c) et (d) indiquent les limites de chaque patch dans les données traitées.

L'écart-type σ_ϵ du bruit de décorrélation dépend du module du facteur de cohérence entre les deux champs de speckle [100]. Cette relation n'est pas triviale, mais une formule approximative de σ_ϵ valable pour $|\boldsymbol{\mu}| \in [0.7; 1]$ a été fournie par Picart *et al.* [101] :

$$\sigma_\epsilon = \frac{7}{4}(1 - |\boldsymbol{\mu}|)^{\frac{2}{5}}. \quad (2.2)$$

La connaissance des paramètres influençant $|\boldsymbol{\mu}|$ est donc extrêmement importante pour pouvoir prédire l'écart-type du bruit dans les cartes de phase Doppler. Le bruit de speckle introduit dans les mesures est de plus dépendant du système optique du montage mis en place. La configuration utilisée lors de cette thèse ne contient pas de système de lentilles d'imagerie au plan capteur. La moitié de la propagation se déroule de manière physique

de l'objet vers la matrice de capteurs et l'autre moitié de manière numérique via la reconstruction de Fresnel du signal échantillonné. Ce montage peut être schématisé comme sur la figure 2.4.

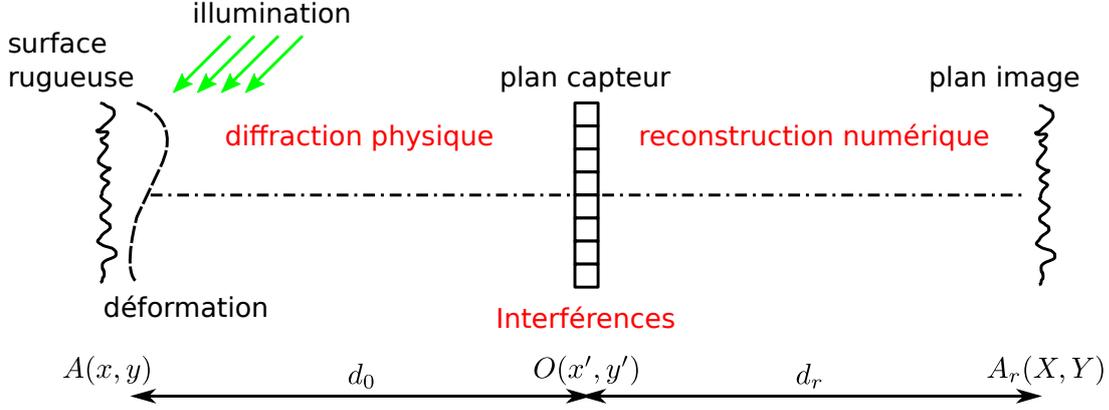


FIGURE 2.4 – Schéma du dispositif de propagation holographique numérique.

Le front d'onde partant de la surface de l'objet va se propager jusqu'à la surface du capteur CMOS situé à une distance d_0 de l'objet. Le champ ainsi propagé s'exprime sous la forme d'une transformée de Fresnel (décrit en équation (1.10)). Le champ impactant la matrice de pixels va interférer avec une onde de référence. Après isolation, l'onde objet va être re-projeté dans un espace numérique à une distance $d_r = -d_0$ au moyen d'une transformée de Fresnel numérique (donnée par l'équation (1.21)). Cette numérisation va impacter le signal ainsi reconstruit. Cet impact peut être quantifié par la réponse impulsionnelle du système optique (appelé PSF), tel que le champ image $A_r(X, Y)$ peut être formulé sous la forme d'un produit de convolution de la PSF avec le champ objet :

$$A_r(X, Y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \text{PSF}(X - x, Y - y) A(x, y) dx dy. \quad (2.3)$$

La formulation générale de la PSF d'un tel système est décrite par Picart *et al.* [68, 67] (\otimes signifiant produit de convolution) :

$$\begin{aligned} \text{PSF}(x, y) = & \tilde{W}_{ab}(x, y) \otimes \tilde{W}_{d_R}(x, y) \otimes \Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y) \otimes \tilde{W}_{NM}^*(x, y, d_R) \\ & \otimes \delta \left(x + \lambda u_R d_R - x_0 \frac{d_R}{d_0}, y + \lambda v_R d_R - y_0 \frac{d_R}{d_0} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ainsi la réponse impulsionnelle du système s'exprime comme la convolution successive

d'une suite de facteurs détaillée dans la suite. Le terme $\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y)$ représente une fonction porte détaillée dans l'équation (2.7) et les termes $[u_R, v_R]$ sont les fréquences spatiales du plan capteur. Le facteur $\tilde{W}_{ab}(x, y)$ représente l'aberration créée par l'onde de référence si celle-ci est défocalisée. Il s'exprime tel que :

$$\tilde{W}_{ab}(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp[-j\Delta\Psi_{ab}(x', y')] \times \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(xx' + yy')\right] dx' dy'. \quad (2.5)$$

Dans l'équation (2.5), $\Delta\Psi_{ab}(x', y')$ est une fonction représentant les aberrations du front d'onde de référence. En considérant notre onde de référence centrée sur le plan capteur tel que $x'_0 = y'_0 = 0$ et que l'onde de référence est parfaitement plane à la surface du plan capteur à savoir $\Delta\Psi_{ab}(x', y') = 0$, ce terme peut se simplifier sous la forme d'un opérateur de Dirac tel que $\tilde{W}_{ab}(x, y) = \delta(x, y)$.

Le second terme $\tilde{W}_{d_R}(x, y)$ représente l'erreur sur la focalisation qui est amenée lors de la reconstruction numérique du champ. Ce dernier s'exprime comme :

$$\tilde{W}_{d_R}(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_R}\right)(x'^2 + y'^2)\right] \times \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda d_R}(xx' + yy')\right] dx' dy' \quad (2.6)$$

Cette expression devient à son tour un opérateur de Dirac lorsque la distance de reconstruction d_r est égale à la distance objet-plan capteur. Le terme $\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y)$ représente la fonction d'intégration des pixels, elle s'exprime comme une fonction porte spatiale :

$$\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y) = \frac{1}{\Delta_x} \frac{1}{\Delta_y} \text{rect}\left(\frac{x}{\Delta_x}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{\Delta_y}\right). \quad (2.7)$$

Les valeurs $\Delta_x = \xi_x p_x$ et $\Delta_y = \xi_y p_y$ représentent le remplissage des pixels de la matrice avec ξ_x et ξ_y les facteurs de remplissage des pixels. Dans le cas de pixels infiniment petits, cette expression aussi peut s'exprimer comme une fonction de Dirac. Cette approximation n'est cependant pas applicable à la caméra utilisée, la taille des pixels étant non négligeable (d'une taille de 20 μm). Le dernier terme est celui de la fonction de filtrage de la transformée de Fresnel numérique qui s'exprime telle que :

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{NM}(x, y, d_0) = \exp\left[-j\pi(N-1)\frac{xp_x}{\lambda d_0} - j\pi(M-1)\frac{yp_y}{\lambda d_0}\right] \\ \times \frac{\sin(\pi N xp_x / \lambda d_0)}{\sin(\pi xp_x / \lambda d_0)} \frac{\sin(\pi M yp_y / \lambda d_0)}{\sin(\pi yp_y / \lambda d_0)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dans le cas où le facteur $\frac{xp_x}{\lambda d_0} \ll 1$, les rapports de sinus peuvent être approximés à

$\frac{\sin(\pi N x p_x / \lambda d_0)}{\sin(\pi x p_x / \lambda d_0)} \simeq N \text{sinc}(x p_x / \lambda d_0)$. La dernière fonction de Dirac correspond à la fonction de localisation. Dans le cas de l'holographie dite "en ligne" (in line), l'ordre de la localisation s'annule ($u_r = v_r = 0$). Au final la *PSF* du système "parfait" peut se simplifier :

$$\text{PSF}(x, y) = \Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y) \otimes \tilde{W}_{NM}(x, y). \quad (2.9)$$

On rappelle aussi que les conditions de Shannon imposent que la distance de reconstruction d_0 se doit d'être proportionnelle au pas de pixel, soit dans le cas de l'holographie "in-line" :

$$d_0 = \frac{\max(p_x, p_y)}{\lambda} \max(L_x, L_y), \quad (2.10)$$

connaissant les dimensions de la surface étudiée $[L_x, L_y]$.

2.3 Calcul du coefficient de corrélation complexe

Pour une meilleure lisibilité des équations, une notation vectorielle sera adoptée ici, par exemple un point positionné dans le plan objet sera positionné en \mathbf{x} et un autre positionné dans le plan image sera positionné en \mathbf{X} . Soit $A(\mathbf{x})$ l'amplitude complexe issue de la surface de l'objet après éclairage par le spot laser et $A_r(\mathbf{X})$ le champ de speckle en sortie du système optique.

Le coefficient de corrélation complexe des deux champs est décrit par l'intensité mutuelle des deux champs $A_r(\mathbf{X}_1, t_1)$ et $A_r(\mathbf{X}_2, t_2)$ obtenus pour deux instants successifs ou non t_1 et $t_2 = t + \Delta_t$ [102, 100] :

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\langle A_r(\mathbf{X}_1) A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle}{\sqrt{\langle |A_r(\mathbf{X}_1)|^2 \rangle \langle |A_r(\mathbf{X}_2)|^2 \rangle}}, \quad (2.11)$$

où $\langle \dots \rangle$ définit la moyenne statistique. Les deux termes de l'équation (2.11) obéissent à la condition [100] :

$$\langle A_r(\mathbf{X}_1) A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle \leq \sqrt{\langle |A_r(\mathbf{X}_1)|^2 \rangle \langle |A_r(\mathbf{X}_2)|^2 \rangle}, \quad (2.12)$$

ce qui signifie que l'expression du coefficient de corrélation complexe est normalisée par cette valeur où aucun mouvement de la structure n'est observé. Pour déterminer l'expres-

sion de $\boldsymbol{\mu}$, l'estimation de $\langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle$ est nécessaire. On a alors :

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= \\ &\langle \iint_{-\infty}^{+\infty} A(\mathbf{x}_1)A^*(\mathbf{x}_2)\text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1)\text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2)d\mathbf{x}_1d\mathbf{x}_2 \rangle \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \langle A(\mathbf{x}_1)A^*(\mathbf{x}_2) \rangle \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1)\text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2)d\mathbf{x}_1d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.13)$$

De cette façon, la moyenne statistique est appliquée uniquement au facteur non déterministe soit $\langle A(\mathbf{x}_1)A^*(\mathbf{x}_2) \rangle$.

2.4 Évaluation de $\langle AA^* \rangle$

Selon Ruffin *et al.* [91, 103], l'amplitude de l'objet peut être exprimée par la formule $A(\mathbf{x}) = a(\mathbf{x}) \exp(i\psi(\mathbf{x}))$ et la phase s'écrit comme :

$$\psi(x, y) = k(\cos(\theta_e) + \cos(\theta_o))(h_z(x, y) + \rho(x, y)) + k(\sin\theta_e + \sin\theta_o)x, \quad (2.14)$$

avec $k = 2\pi/\lambda$, θ_e et θ_o les angles d'illumination et d'observation de la surface (se référer à la figure 1.3) [103]. Afin de simplifier l'équation (2.14), on note $\Omega_z = k(\cos(\theta_e) + \cos(\theta_o))$ et $\Omega_x = k(\sin(\theta_e) + \sin(\theta_o))$, de sorte qu'elle se réduit à :

$$\psi(x, y) = \Omega_z\rho(x, y) + \Omega_z h_z(x, y) + \Omega_x x. \quad (2.15)$$

L'illumination de la surface de l'objet est ici considérée comme constante $a(\mathbf{x}) = a$. La hauteur de la surface à tout instant est $h_z(\mathbf{x})$, tandis que $\rho(\mathbf{x})$ correspond à la rugosité de la surface de l'objet.

La figure 2.5 représente les notations de la hauteur de surface et de la rugosité. La hauteur de la surface peut changer entre les instants t_1 et t_2 à cause de la déformation de la surface dans le cas où l'objet est soumis à des charges (pneumatiques, acoustiques, mécaniques, thermiques, etc.).

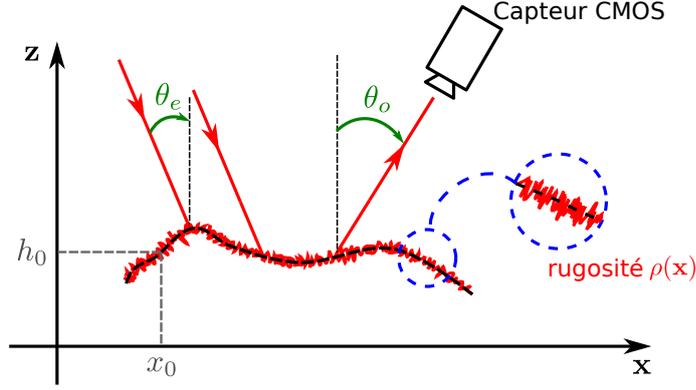


FIGURE 2.5 – Notations pour la surface de l'objet.

La rugosité $\rho(\mathbf{x})$ est aléatoire et une approche statistique doit être envisagée, alors que $h_z(\mathbf{x})$ est déterministe car elle ne dépend que de la hauteur et de la déformation de la surface. Il s'ensuit :

$$\begin{aligned} \langle A(\mathbf{x}_1)A^*(\mathbf{x}_2) \rangle &= a^2 \exp(i\Omega_z(h_z(\mathbf{x}_1) - h_z(\mathbf{x}_2)) + i\Omega_x(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)) \\ &\quad \times \langle \exp(i\Omega_z(\rho(\mathbf{x}_1) - \rho(\mathbf{x}_2))) \rangle, \end{aligned} \quad (2.16)$$

et donc,

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= a^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Omega_z(h_z(\mathbf{x}_1) - h_z(\mathbf{x}_2))) \exp(i\Omega_x(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)) \\ &\quad \times \langle \exp(i\Omega_z(\rho(\mathbf{x}_1) - \rho(\mathbf{x}_2))) \rangle \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1) \text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.17)$$

La fonction caractéristique jointe de la rugosité aux deux instants peut être exprimée comme suit [103, 93] :

$$\langle \exp(i\Omega_z(\rho(\mathbf{x}_1) - \rho(\mathbf{x}_2))) \rangle = \exp\left(-S_q^2 \Omega_z (1 - R_{hh}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2))\right). \quad (2.18)$$

Dans l'équation (2.18) R_{hh} est la fonction d'autocorrélation de la rugosité de surface normalisée. Si l'écart-type de rugosité S_q est supérieur à la longueur d'onde λ [104] et que la largeur de l'autocorrélation de la rugosité est inférieure à la largeur du PSF du système optique, l'équation (2.18) peut être exprimée comme une distribution de Dirac $\delta(\mathbf{x})$. On

obtient après un développement limité de la fonction exponentielle [91, 103, 105, 93] :

$$\langle \exp(i\Omega_z(\rho(\mathbf{x}_1) - \rho(\mathbf{x}_2))) \rangle = \boldsymbol{\delta}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2). \quad (2.19)$$

Finalement, il vient :

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= a^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Omega_z(h_z(\mathbf{x}_1) - h_z(\mathbf{x}_2))) \\ &\times \exp(i\Omega_x(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)) \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1) \text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2) \boldsymbol{\delta}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Il s'ensuit que la corrélation croisée des deux champs $A_r(\mathbf{X}_1)$ et $A_r(\mathbf{X}_2)$ ne dépend pas de la rugosité de la surface de l'objet, mais seulement de la différence d'élévation entre les deux instants.

2.5 Influence de la pente locale de la topologie de surface

La déformation de l'objet peut être considérée comme une variation locale linéaire de la forme de la surface autour de sa position initiale. Afin d'évaluer l'équation (2.20) et d'obtenir l'expression de $\boldsymbol{\mu}$ en fonction de la variation linéaire entre les deux instants consécutifs, on considère le cas de la déformation de la surface hors du plan selon $h_z(x, y, t) = h_0 + \alpha_x(t)x + \alpha_y(t)y$. Pour la déformation dans le plan, les coordonnées changent selon la formule suivante $x_0 + \beta_x(t)x$. Ainsi, $(\alpha_x(t), \alpha_y(t))$ sont les pentes locales dues à la déformation hors du plan et $\beta_x(t)$ est celle due à la déformation dans le plan. Il vient alors (pour la fluidité de calcul, on notera $h_z(\mathbf{x}, t) = h_0 + \alpha(t)\mathbf{x}$) :

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= a^2 \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Omega_z(\alpha(t_1)\mathbf{x}_1 - \alpha(t_2)\mathbf{x}_2)) \\ &\times \exp(i\Omega_x(\beta_x(t_1)\mathbf{x}_1 - \beta_x(t_2)\mathbf{x}_2)) \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1) \text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2) \boldsymbol{\delta}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2, \end{aligned} \quad (2.21)$$

donnant,

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= a^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Omega_z(\alpha(t_1)\mathbf{x}_1 - \alpha(t_2)\mathbf{x}_2)) \\ &\quad \times \exp(i\Omega_x(\beta_x(t_1)\mathbf{x}_1 - \beta_x(t_2)\mathbf{x}_2)) \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1) \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Comme la deuxième intégration est aussi un produit de convolution, on obtient :

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\Omega_z(\alpha(t_1)\mathbf{x}_1 - \alpha(t_2)\mathbf{x}_2)) \exp(i\Omega_x(\beta_x(t_1)\mathbf{x}_1 - \beta_x(t_2)\mathbf{x}_2)) \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_1) \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_1 \\ &= \exp(i\Omega_z(\alpha(t_1) - \alpha(t_2)) \mathbf{x}_2) \exp(i\Omega_x(\beta_x(t_1) - \beta_x(t_2)) \mathbf{x}_2) \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_2), \end{aligned} \quad (2.23)$$

et ensuite

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= a^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \text{PSF}(\mathbf{X}_1 - \mathbf{x}_2) \text{PSF}^*(\mathbf{X}_2 - \mathbf{x}_2) \\ &\quad \times \exp(i(\Omega_z(\alpha(t_1) - \alpha(t_2)) + \Omega_x(\beta_x(t_1) - \beta_x(t_2))) \mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2. \end{aligned} \quad (2.24)$$

L'intégrale dans l'équation (2.24) est la transformée de Fourier du produit des deux PSF évaluée à la fréquence spatiale $\mathbf{u} = \frac{\Omega_z}{2\pi}(\alpha(t_1) - \alpha(t_2)) + \frac{\Omega_x}{2\pi}(\beta_x(t_1) - \beta_x(t_2))$ selon l'état de déformation aux temps t_1 et t_2 . En notant $\Delta\alpha_{12} = \alpha(t_1) - \alpha(t_2)$ et $\Delta\beta_{12} = \beta_x(t_1) - \beta_x(t_2)$ les pentes locales dans le plan et hors du plan dues à la déformation de la surface entre les instants t_1 et t_2 , nous avons :

$$\begin{aligned} \langle A_r(\mathbf{X}_1)A_r^*(\mathbf{X}_2) \rangle &= \\ &= a^2 [p(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_1)] \otimes [p^*(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_2)]_{\mathbf{u}=\frac{1}{2\pi}\Omega_z\Delta\alpha_{12}+\frac{1}{2\pi}\Omega_x\Delta\beta_{12}}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

où $p(\mathbf{u})$ est la transformée de Fourier de $\text{PSF}(\mathbf{X})$.

2.6 Expression de μ

Pour plus de clarté, on note $\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \frac{\Omega_z}{2\pi}\Delta\alpha_{12} + \frac{\Omega_x}{2\pi}\Delta\beta_{12}$. En utilisant les équations (2.11) et (2.25) on obtient l'expression du coefficient de corrélation complexe des deux champs

qui s'exprime comme un produit de convolution :

$$\boldsymbol{\mu} \propto a^2 [p(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_1)] \otimes [p^*(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_2)]_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_{\alpha\beta}}, \quad (2.26)$$

où \mathbf{N} représente N, M . Cette expression n'est pas facilement manipulable en l'état, sauf lors du calcul numérique de la convolution pour des cas particuliers. Cependant, une expression approximative du module du coefficient de corrélation complexe peut être fournie en considérant la matrice du capteur comme une fonction paire et à valeur réelle (ce qu'elle est *a priori*). Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} |\boldsymbol{\mu}| &\propto a^2 \left| [p(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_1)] \otimes [p^*(-\mathbf{u}) \exp(-2i\pi\mathbf{u}\mathbf{X}_2)]_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_{\alpha\beta}} \right| \\ &= \frac{p(\mathbf{u}) \otimes p(\mathbf{u})_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_{\alpha\beta}}}{p(\mathbf{u}) \otimes p(\mathbf{u})_{\mathbf{u}=0}}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Le module $|\boldsymbol{\mu}|$ dépend de la variation de la pente entre deux instants $\Delta\alpha_{12}$ et $\Delta\beta_{12}$. De plus, $|\boldsymbol{\mu}|$ est directement proportionnel à l'auto-corrélation de la fonction analogique-numérique de l'holographie numérique de Fresnel.

2.7 Calcul de la transformée de Fourier de la PSF

La PSF du système étant liée à la convolution de deux fonctions (Eq. (2.9)), sa transformée de Fourier est la multiplication de la transformée de Fourier des deux fonctions. Pour la fonction pixel [68], on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{TF} [\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(\mathbf{x})] &= \frac{1}{\Delta_x} \mathcal{TF} \left[\text{rect} \left(\frac{\mathbf{x}}{\Delta_x} \right) \right] \\ &= \text{sinc}(\pi\Delta_x \mathbf{u}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

De même avec $\mathbf{U}_x = \frac{\mathbf{N}p_x}{\lambda d_0}$, on obtient pour la fonction de filtrage de la transformée de Fresnel :

$$\begin{aligned} \mathcal{TF} [\tilde{W}_{NM}(\mathbf{x})] &= \mathbf{N} \times \mathcal{TF} \left[\exp \left[-i\pi(\mathbf{N}-1) \frac{\mathbf{x}p_x}{\lambda d_0} \right] \text{sinc}(\pi\mathbf{x}\mathbf{N}p_x/\lambda d_0) \right], \\ &= \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{U}_x} \text{rect} \left(\frac{\mathbf{u} - \frac{\mathbf{N}-1}{2\mathbf{N}} \mathbf{U}_x}{\mathbf{U}_x} \right). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Les deux termes de l'équation (2.27) deviennent alors :

$$p(\mathbf{u}) \simeq \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{U}_x} \text{sinc}(\pi \Delta_x \mathbf{u}) \text{rect}\left(\frac{\mathbf{u} - \mathbf{U}_x/2}{\mathbf{U}_x}\right), \quad (2.30)$$

Comme les deux fonctions de Dirac décalées vont se compenser après la convolution, on arrive enfin à :

$$|\boldsymbol{\mu}| = \frac{\text{sinc}(\Delta_x \mathbf{u}) \text{rect}\left(\frac{\mathbf{u} - \mathbf{U}_x/2}{\mathbf{U}_x}\right) \otimes \text{sinc}(\Delta_x \mathbf{u}) \text{rect}\left(\frac{\mathbf{u} + \mathbf{U}_x/2}{\mathbf{U}_x}\right)}{\int_0^{U_x} \text{sinc}(\pi \Delta_x \mathbf{u})^2 d\mathbf{u}}, \quad (2.31)$$

Notons que le paramètre clé $\mathbf{U}_x = \mathbf{N}\mathbf{p}_x/\lambda d_0$ inclu dans l'équation (2.31) est la fréquence de coupure de l'holographie numérique de Fresnel et fait référence à l'inverse de ce qui est habituellement considéré comme la résolution spatiale de la reconstruction holographique numérique, $\rho_x = 1/\mathbf{U}_x = \lambda d_0/\mathbf{N}\mathbf{p}_x$. Elle dépend uniquement de la distance idéale de reconstruction au foyer, du pas des pixels et du nombre de pixels de l'hologramme enregistré. Lorsque \mathbf{U}_x augmente (capteur étendu), $|\boldsymbol{\mu}|$ a tendance à être élevé pour un même état de déformation, ce qui signifie que l'écart-type du bruit est faible. Mais lorsque \mathbf{U}_x diminue (capteur étroit), $|\boldsymbol{\mu}|$ diminue également et l'écart-type du bruit augmente. Cela signifie que la décorrélation de phase en holographie numérique de Fresnel est étroitement liée à la taille du capteur utilisé pour enregistrer les hologrammes. Plus la taille du capteur est grande, plus la décorrélation est faible. Inversement, plus le capteur est étroit, plus le bruit de phase dans les données est élevé.

2.7.1 Impact de la taille des pixels sur $|\boldsymbol{\mu}|$

Le coefficient de corrélation se révèle donc être l'auto corrélation de la fonction $\frac{N}{\rho_x} \text{sinc}(\Delta_x \mathbf{u}) \text{rect}\left(\frac{\mathbf{u}}{\rho_x}\right)$. Celle-ci est constituée d'une fonction sinus cardinal et d'une fonction rectangle. Si la convolution de deux fonctions rectangle est aisée, celle d'un sinus cardinal tronqué par la fonction rectangle avec cette même fonction est plus compliquée. Pour une taille de pixels fixée, la taille de la fenêtre rectangle (qui est reliée à la résolution d'enregistrement dans la direction considérée) sera le terme qui pourra varier dans l'équation. Ainsi en comparant la taille de la fenêtre rectangle par rapport au sinus cardinal, plusieurs limites peuvent être établies. La figure 2.6 présente différentes tailles de la fenêtre rectangle en fonction du rapport $\frac{u}{U_{max}}$ permettant de normaliser l'axe des abscisses.

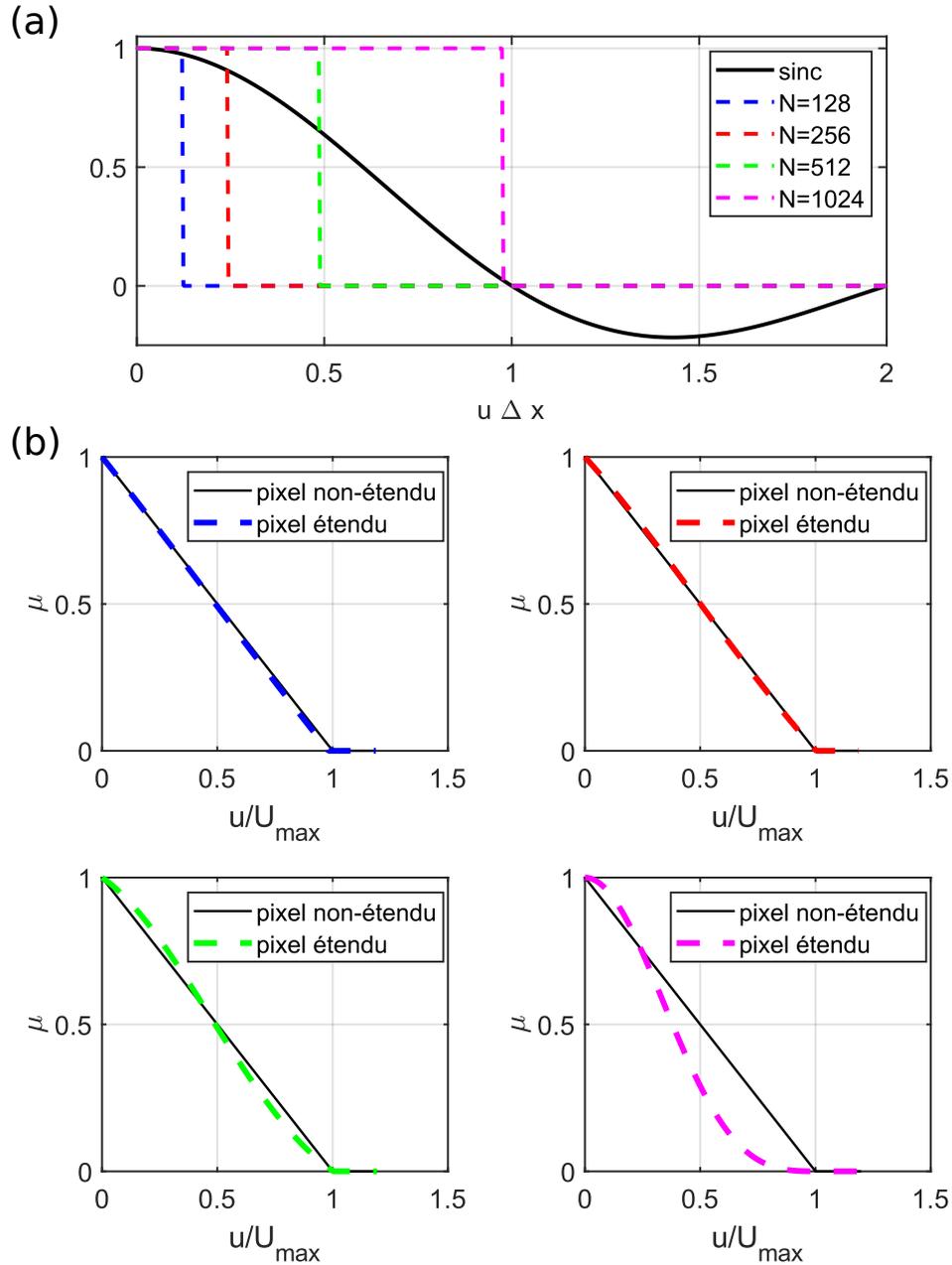


FIGURE 2.6 – Comparaison de la fonction rect à partir de la largeur du capteur et de la fonction sinc à partir des pixels étendus pour $N = (128, 256, 512, 1024)$ (a), variation de $|\mu|$ pour les quatre cas $N = (128, 256, 512, 1024)$ (b). Le code couleur pour N dans (a) est conservé dans (b).

Il est possible de tenter de fournir une approximation de la convolution. Plusieurs ordres de la série de Taylor peuvent être utilisés pour approximer la fonction. En fonction

de l'ordre de l'approximation, la formulation sera différente :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{sinc}(x) &\simeq 1, && \text{à l'ordre 1,} \\
 &\simeq 1 - \frac{(\pi x)^2}{3!}, && \text{à l'ordre 3,} \\
 &\simeq 1 - \frac{(\pi x)^2}{3!} + \frac{(\pi x)^4}{5!}, && \text{à l'ordre 5,} \\
 &\simeq 1 - \frac{(\pi x)^2}{3!} + \frac{(\pi x)^4}{5!} - \frac{(\pi x)^6}{7!}, && \text{à l'ordre 7,} \\
 &\simeq 1 - \frac{(\pi x)^2}{3!} + \frac{(\pi x)^4}{5!} - \frac{(\pi x)^6}{7!} + \frac{(\pi x)^8}{9!}, && \text{à l'ordre 9.}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

La figure 2.7 présente plusieurs niveaux d'approximations comparés au sinus cardinal. Une limitation de 10% d'erreur permet de déterminer la limite de l'ordre d'approximation.

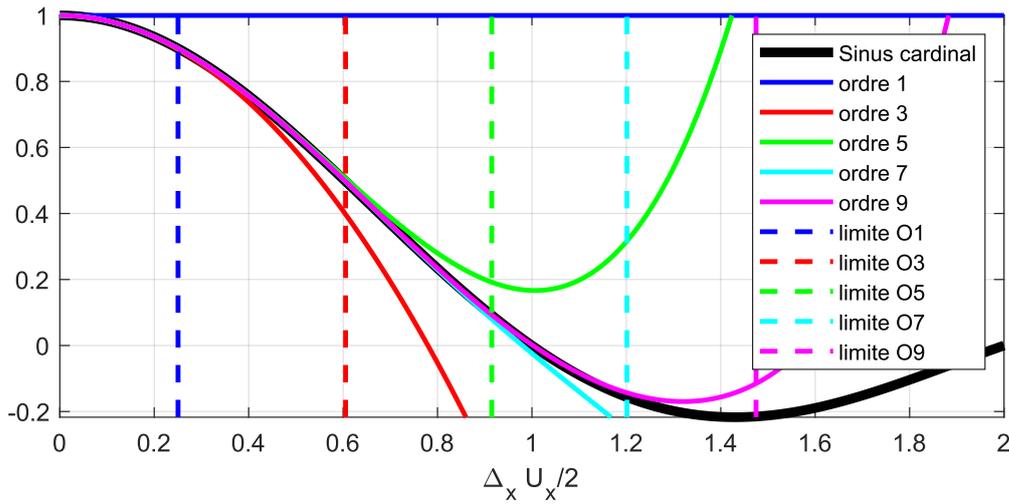


FIGURE 2.7 – Comparaison de plusieurs approximations d'une fonction sinus cardinal avec détermination de la limitation de l'approximation si la différence excède 10% d'erreur.

On peut en déduire par approche graphique que, par exemple, pour des réglages typiques de la caméra utilisée dans cette thèse (pixels de $20 \mu\text{m}$ avec un facteur de remplissage de 58% et une résolution d'enregistrement de 512×512 pixels) qu'une approximation à l'ordre 3 est suffisante pour obtenir une estimation de la courbe.

De cette manière il est possible d'exprimer une approximation du facteur de cohérence $|\mu|$. Par exemple, à l'ordre 1 où l'on considère un capteur non-étendu pour lequel le

remplissage des pixels n'impacte pas le résultat final :

$$|\mu(u, v)| = \begin{cases} \frac{1}{U_x U_y} [U_x - |u|] [U_y - |v|] & , \text{ pour } |u| \leq U_x \text{ et } |v| \leq U_y \\ 0 & , \text{ sinon} \end{cases} \quad (2.33)$$

Ici, u et v sont les fréquences spatiales respectivement dans les directions x et y avec $u = \frac{\Omega_z \Delta \alpha_x}{2\pi} + \frac{\Omega_x \Delta \beta_x}{2\pi}$ et $v = \frac{\Omega_z \Delta \alpha_y}{2\pi}$. Il est cependant plus compliqué d'approcher des ordres plus élevés à cause de la complexité de calcul que cela engendre. Quelques exemples pour des ordres d'approximations plus élevés sont détaillés dans l'annexe A.

On peut observer que $|\mu|$ présente une anisotropie en fonction des dimensions du capteur et des franges. Cela signifie que $|\mu|$ dépend de l'inclinaison de la pente de déformation par rapport à la longueur de la matrice du capteur. Pour le cas unidimensionnel, l'hypothèse des pixels non étendus peut être supposée par $1/\Delta_x \gg Np_x/\lambda d_0$, et peut également être exprimée par $\sqrt{\xi_x} Np_x^2/\lambda d_0 \ll 1$. Ce rapport dépend des paramètres expérimentaux. Si d_0 augmente, c'est-à-dire si la distance entre le capteur et l'objet augmente, le rapport diminue et la surface étendue des pixels a une influence réduite. Cela correspond au cas où la résolution spatiale de l'image reconstruite est beaucoup plus grande que la largeur des pixels. Ainsi, plus l'objet est éloigné, moins l'influence de la largeur des pixels sur la décorrélation de phase est importante. Évidemment, ces règles vont dans l'autre sens lorsque l'objet se rapproche du capteur. Cela signifie que l'influence de la largeur des pixels sur la décorrélation de phase est plus importante dans ce cas.

2.8 Confrontation à des simulations

Des simulations d'images de phase réalistes sont réalisées afin de synthétiser des cartes de phase issues de l'interférométrie de Fresnel holographique numérique avec corruption par le bruit de décorrélation de speckle. Le schéma de base de la simulation est représenté sur la figure 2.8 qui correspond à l'implémentation numérique de l'équation de convolution de l'holographie numérique de Fresnel (Eq. (2.3)).

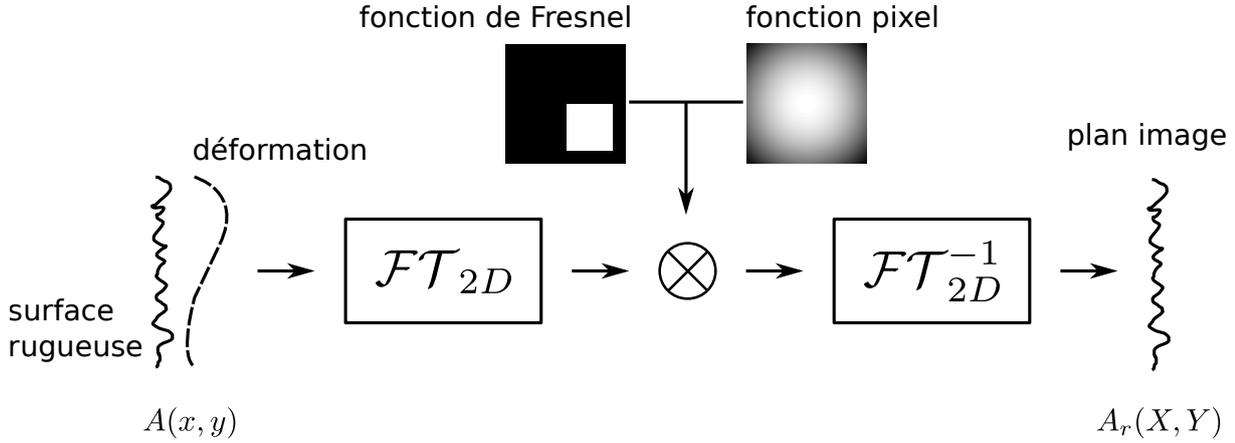


FIGURE 2.8 – Schéma numérique pour simuler les cartes de phases Doppler en considérant la PSF de l'holographie numérique de Fresnel.

Le calcul est effectué à l'aide de transformées de Fourier rapides (FFT). La transformée de Fourier du plan objet initial est multipliée par la transformée de Fourier de la PSF de l'équation (2.30). Une transformée de Fourier de ce plan ainsi filtré donnera alors le plan image bruité de la déformation. Pour le plan objet, une surface plane avec une rugosité gaussienne (écart-type à 10λ) est simulée numériquement. L'objet soumis à une déformation de surface est alors modélisé comme un plan avec une certaine pente additionnée avec la rugosité obtenue précédemment. L'amplitude de la pente est pilotée par le paramètre $\Delta\alpha$ et une orientation est décrite par l'angle ϕ , de sorte que la déformation soit donnée par $S(x, y) = \Delta\alpha \cos(\phi)x + \Delta\alpha \sin(\phi)y$.

Afin d'imiter une situation en pratique réelle, les paramètres sont choisis comme suit : $d_0 \simeq 300$ mm, $\lambda = 0,532$ μm , $p_x = 20$ μm , $M = 512$ et $N = 256$ pixels. Le capteur est volontairement choisi de forme rectangulaire afin de mettre en évidence l'anisotropie du bruit, qui dépend de l'orientation des franges. Pour la simulation, les pixels sont considérés comme non étendus (facteur de remplissage proche de zéro). Les fréquences de coupures sont définies tel que $U_{max} \simeq 32$ mm^{-1} et $V_{max} \simeq 64$ mm^{-1} . En considérant un éclairage à incidence normale (angle $\theta = 0$ sur la figure 1.3), la fréquence spatiale de la pente est égale à $u = 2\Delta\alpha/\lambda$. Les pentes sont choisies de manière à ce que les fréquences spatiales correspondantes soient dans la plage maximale $[0, \sqrt{U_{max}^2 + V_{max}^2}]$. Cela conduit à $\Delta\alpha \in [0; 0,0085]$. L'orientation du motif de franges est ajusté en faisant varier l'angle ϕ de 0 à 360°. La phase Doppler bruitée est finalement obtenue en calculant la différence entre deux cartes de phase à partir du calcul décrit dans la figure 2.8.

2.8.1 Estimation du bruit

Les cartes de bruit sont extraites en calculant la différence entre la phase originale sans bruit et la phase bruitée. L'écart-type et la densité de probabilité du bruit sont estimés. Avec l'équation (2.1), les données sont ajustées à l'équation théorique afin d'estimer la valeur de $|\mu|$ par un critère aux moindres carrés.

2.8.2 Comparaison entre les données simulées et la théorie

La figure 2.9 présente les déformations de surface sous forme de pentes dans leurs versions sans et avec bruit le long de 4 angles de direction ϕ dans la plage $[0 - \pi/2]$.

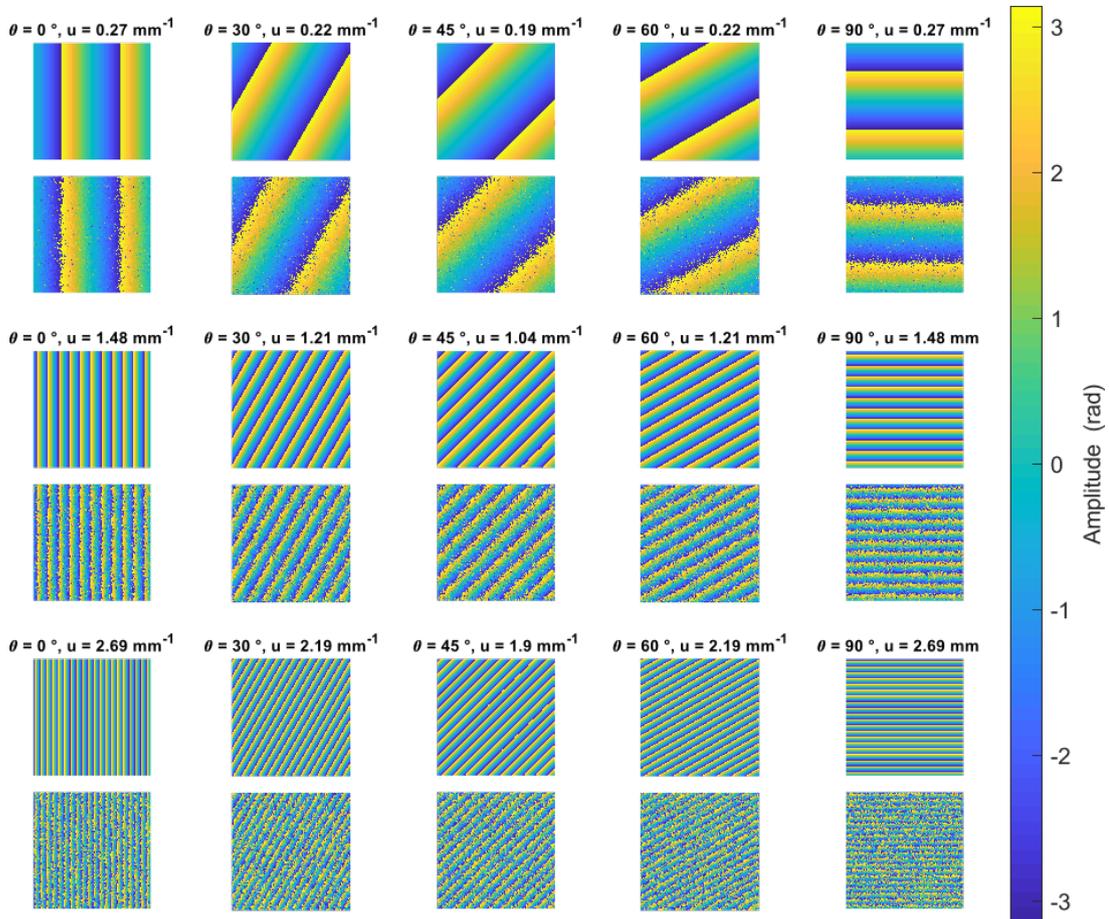


FIGURE 2.9 – Cartes de phase Modulo 2π pour différentes fréquences spatiales et orientations, les déformations de surfaces bruitées et non bruitées de la simulation sont affichées pour chaque cas.

La figure 2.10 montre les comparaisons entre les valeurs de $|\mu|$ estimées à partir des

cartes de phase bruitées simulées et celles obtenues avec la théorie à partir de l'équation (2.31). Comme on peut l'observer, la simulation est en très bon accord avec l'expression théorique. Cela confirme que le bruit de décorrélation est sensible à l'orientation des franges lorsque le capteur présente une asymétrie comme un format rectangulaire.

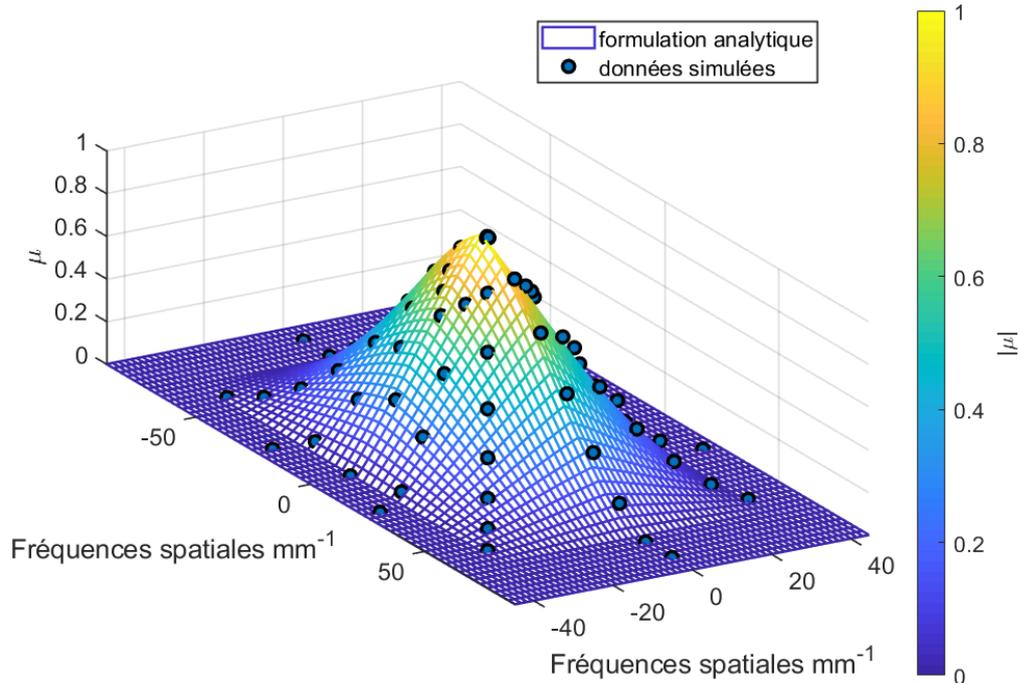


FIGURE 2.10 – Comparaison entre l'expression analytique de l'équation (2.31) et les résultats de la simulation pour différentes valeurs de l'amplitude et de l'orientation de la pente.

2.9 Validation expérimentale de la formulation

Dans cette section, une comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux est fournie pour deux types de caméra possédant des capteurs différents (technologie utilisée, résolution et organisation différentes). Dans un premier temps, les mesures sont effectuées de manière statique permettant d'avoir des mesures précises du niveau de bruit. Ces essais sont réalisés sur une poutre encastree soumise à un déplacement statique à son extrémité. Lorsqu'elle est soumise à une force, l'expression du déplacement d'une poutre

s'exprime comme une fonction cubique. Ainsi, en coupant de petites parties de la poutre, il sera possible d'obtenir une pente quasi-linéaire. De cette façon, la déviation de la poutre sera obtenue pour les deux orientations. La première image capturée sera choisie lorsque la vis n'est pas en contact avec la poutre et ensuite chaque déplacement sera estimé par rapport à cette image de référence.

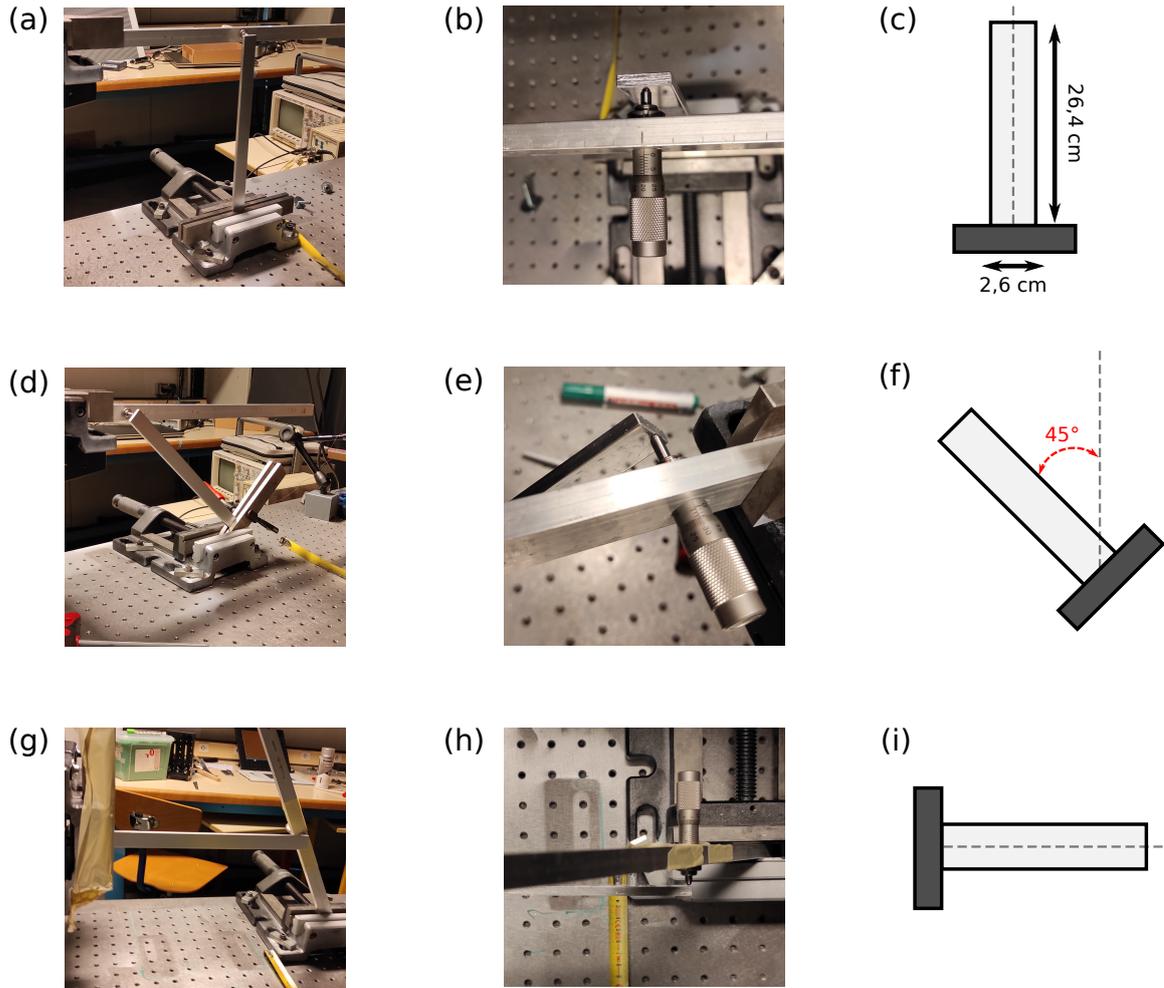


FIGURE 2.11 – Photographies du montage utilisé pour la détermination du niveau de bruit en fonction de l'inclinaison : vue générale de la poutre verticale (a), vue de dessus avec mise au point sur la vis de précision (b) et schéma de la poutre verticale (c); poutre inclinée à 45 degrés (d), vue de dessus avec mise au point sur la vis de précision (e) et schéma de la poutre inclinée (f); poutre horizontale (g), vue de dessus avec mise au point sur la vis de précision (h) et schéma de la poutre horizontale (i).

La poutre choisie est une poutre rectangulaire en aluminium de 26,34 cm de haut, 2,03 cm de large et 0,49 cm d'épaisseur et est placée dans trois positions, à 0 degré, à 45

degrés et enfin à 90 degrés. Ces trois configurations sont idéales pour tester l’anisotropie du système étudié. Les figures 2.11 (a),(b),(d),(e),(g) et (h) montrent quelques photographies du montage tandis que les schémas de la poutre en aluminium sont donnés dans les figures. 2.11 (c), (f) et (i). Les cartes de phases obtenues sont débruitées à l’aide de l’algorithme WFT2F présenté dans la section 1.6.1. Cette algorithme ayant la particularité d’opérer dans le domaine de Fourier, il sera parfaitement adapté au débruitage de franges dans une seule et même direction.

2.9.1 Expérimentation sur une caméra *Imaging Source DMK 51BU02.H*

Le montage expérimental est celui présenté dans la figure 2.13. La surface de l’objet et le capteur de la caméra sont éclairés par un laser vert continu (de longueur d’onde $\lambda = 532$ nm) de 6 W de puissance maximale. La lumière émise par le laser est divisée par un séparateur de faisceau polarisant (PBS) pour produire les faisceaux de référence et d’illumination. Le capteur est un capteur CCD *SONY ICX274AL* (voir la section 1.4) provenant d’une caméra *Imaging Source dmk 51buc02*.



FIGURE 2.12 – Photographie de la caméra *Imaging Source dmk 51buc02*.

La taille des pixels du capteur est de $p_x = p_y = 4,4 \mu\text{m}$ et la résolution maximale est de 1600×1200 pixels. Le temps d’exposition est fixé à 1 ms (temps d’exposition minimal de la caméra). Le schéma expérimental diffère légèrement de celui présenté en figure 1.11 et ne contient pas de zoom négatif, la taille des pixels permettant d’observer l’objet dans des distances à l’échelle d’un banc optique. Le montage expérimental utilisé dans cette partie est représenté dans la figure 2.13

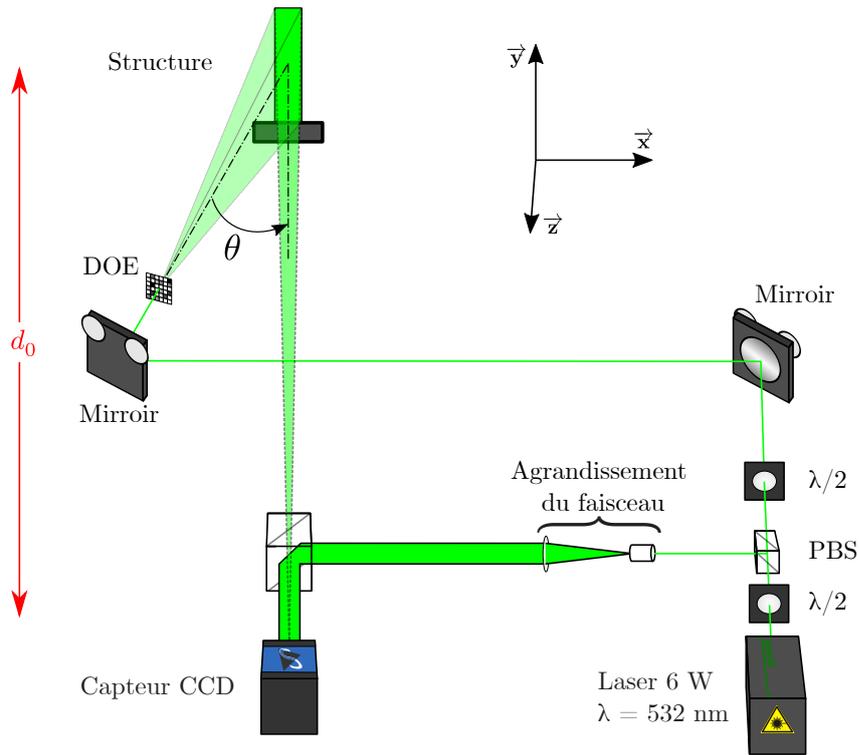


FIGURE 2.13 – Schéma expérimental utilisé pour la capture d'hologrammes par une matrice de pixels de taille réduite.

Résultats

La Figure 2.14 montre l'amplitude de l'hologramme et quelques exemples de déplacement de la poutre de flexion pour les trois directions. Les profils de déplacement sont ensuite utilisés pour l'extraction du bruit avant et après les opérations de débruitage par l'algorithme WFT2F et le déroulement des mesures.

Le profil théorique de $|\mu|$ est représenté sur la figure 2.15 (a) et les trois directions testées sont mises en évidence. Les figures 2.15 (b), (c) et (d) montrent la comparaison entre le profil théorique $|\mu|$ et les résultats expérimentaux respectivement pour la poutre horizontale, la poutre inclinée et la poutre verticale.

Les résultats montrent un très bon accord entre la formulation théorique et les expériences traitées. Expérimentalement, il est très difficile d'obtenir un coefficient $|\mu|$ inférieur à 0,3. L'algorithme de débruitage atteint sa limite et il n'est pas possible d'aller plus loin. Une deuxième difficulté est due au nombre de points définissant le saut de phase. Lorsque le cas de 4 points par saut de phase est atteint, il est très difficile de débruiter le signal.

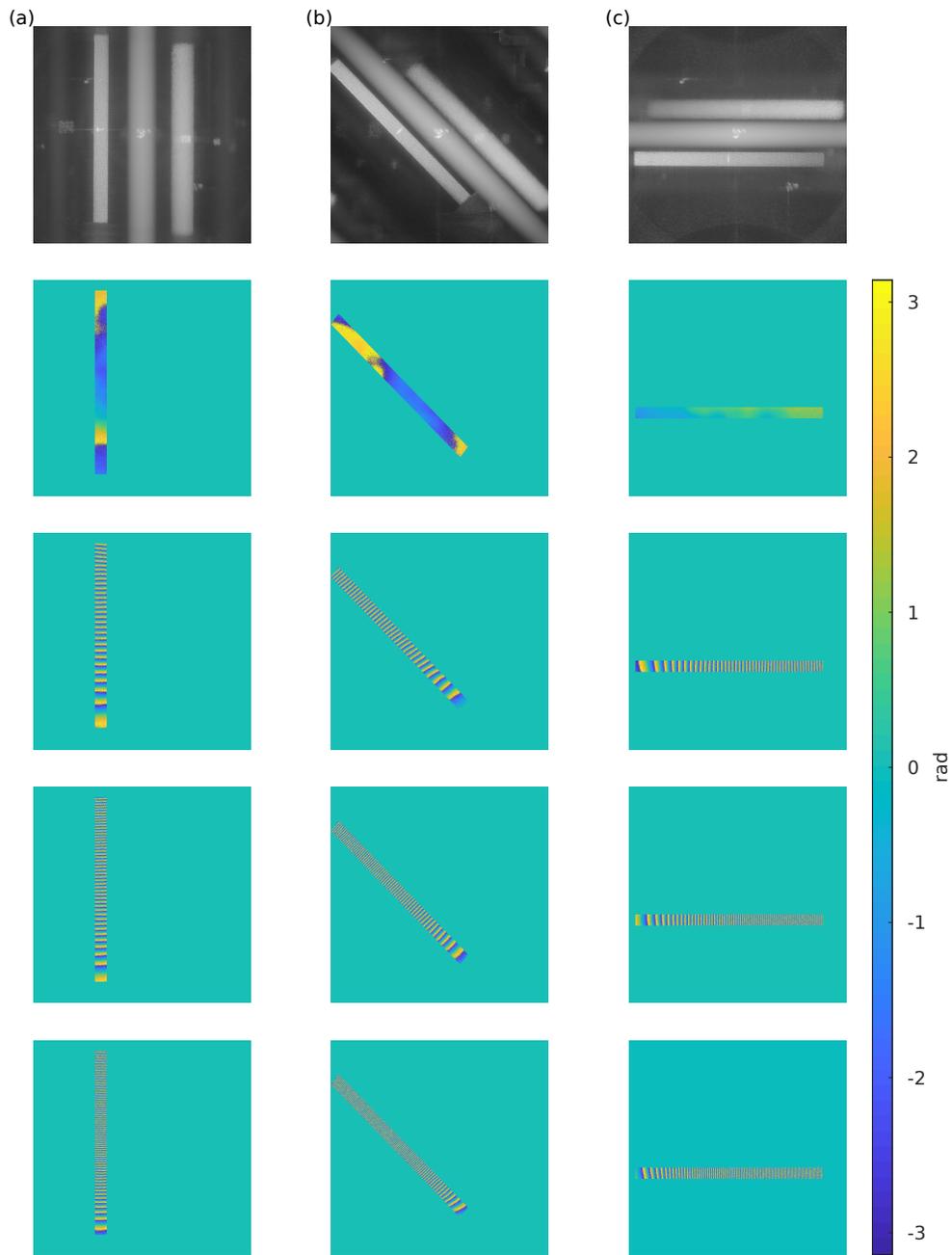


FIGURE 2.14 – Profils d’amplitude et de déplacement de la poutre verticale (a), de la poutre inclinée (b) et de la poutre horizontale (c) dans quatre configurations de flexion mesurées avec la caméra *Imaging Source*.

Il faut alors un grand nombre de points de reconstruction pour bien reconstruire le signal, ce qui entraîne un temps de traitement long (dépassant plusieurs heures de calcul).

La cadence du capteur présenté ici ne dépasse pas les 12 images par secondes. Dans le cas de mesures de vibration par holographie la cadence d'acquisition de ces capteurs est insuffisante, des capteurs plus performants en terme de cadence d'acquisition doivent être utilisés.

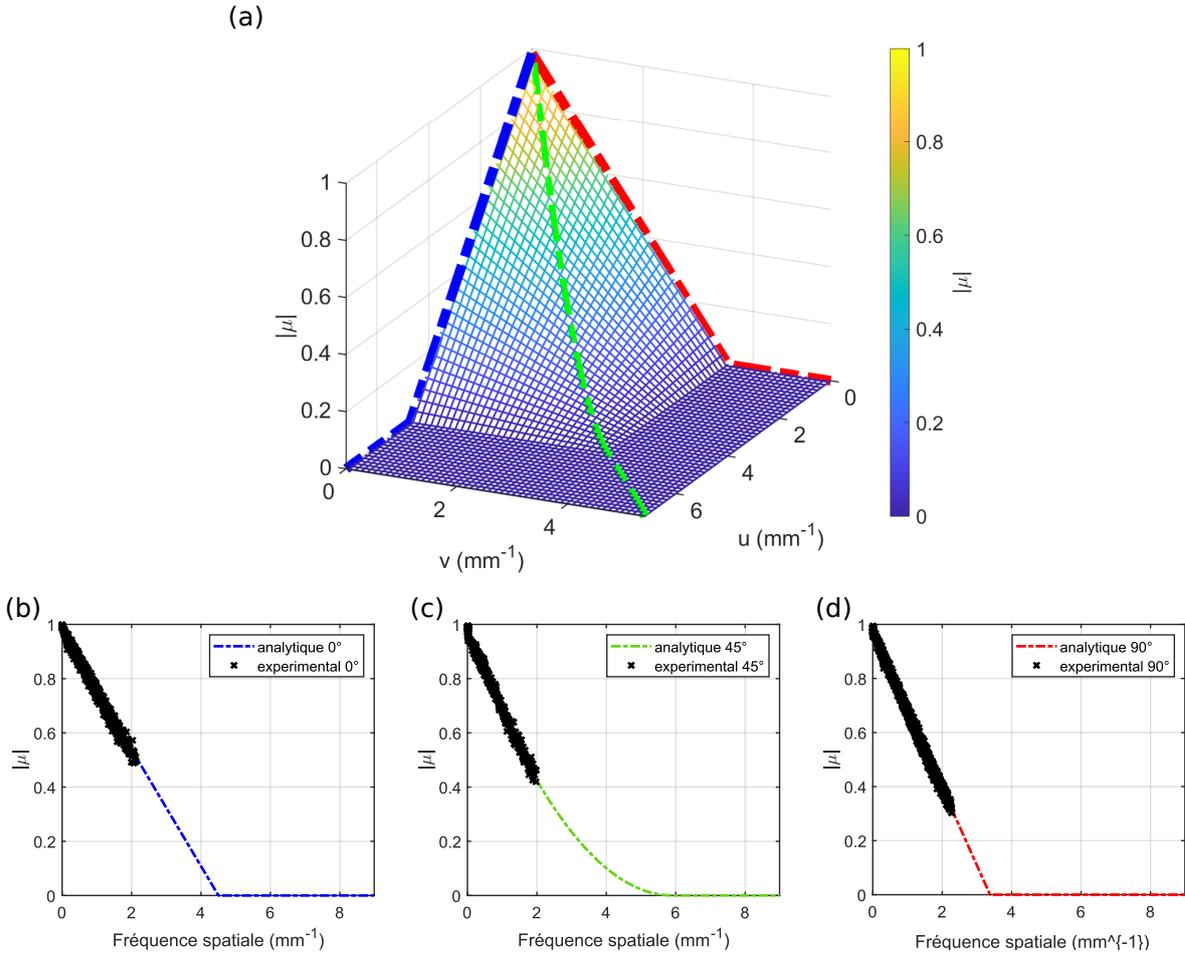


FIGURE 2.15 – Profil théorique du facteur de cohérence du bruit de speckle dans le cas d'un capteur *SONY ICX274AL* (a) et comparaison avec le bruit expérimental obtenu à partir de la mesure de la poutre verticale (b), de la poutre horizontale (c) et de la poutre inclinée à 45 degrés (d).

2.9.2 Expérimentation sur une caméra *Photron SAX2*

L'holographie numérique ultra-rapide utilise des caméras ultra-rapides. En prenant un nombre d'images conséquent, ces caméras doivent obligatoirement réduire le temps d'exposition des capteurs. Afin de compenser ces phénomènes, la matrice de capteur

utilisée possède des pixels dits de "grande taille" pour emmagasiner le plus de photons possible en un temps relativement réduit. Utilisées communément pour prendre des captures d'impacts (impacts routier, explosions ...), ces caméras nécessitent un fort éclairage pour capturer la scène. Dans le cadre de l'holographie numérique, le faisceau de référence vient directement impacter la matrice de capteur rendant la capture plus aisée. La grande taille de ces pixels va amener une situation particulière dans laquelle le sinus cardinal de l'équation (2.31) ne sera plus négligeable. De plus la technologie de cette caméra est un capteur CMOS combinant une aire de surface photosensible à une aire de composant électronique sur chaque pixel. Le facteur de remplissage du capteur sera alors lui aussi un paramètre important.

Forme du capteur utilisé

La conception exacte du CMOS du capteur de la caméra *Photron SAX2* est sous un format propriétaire. Seules quelques informations nous sont alors accessibles. Le facteur de remplissage de la surface active est connu comme étant de 58% de la surface du pixel, cependant la distribution de la surface active n'est pas homogène dans une direction. La seule source d'information à laquelle nous avons accès est représentée dans le schéma de la figure 2.16.

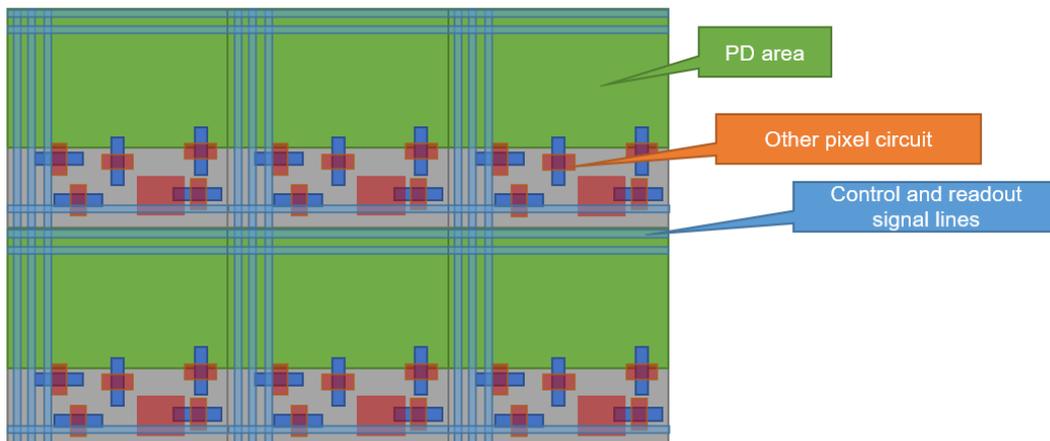


FIGURE 2.16 – Schéma de la forme du capteur de la caméra *Photron SAX2* (courtoisie Photron).

De plus, nous savons que la distribution de la surface active n'est pas forcément rectangulaire sur les axes horizontal et vertical mais de forme polygonale (les coins des pixels

étant chanfreinés). N'ayant pas accès à la structure exacte des pixels, seul un schéma simplifié peut alors être utilisé. Conformément au schéma de la figure 2.16, on peut estimer le remplissage du pixel dans la direction "x" comme étant de 95% et celui dans la direction "y" de 61%. De cette manière, le même type de manipulation est réalisé au moyen de la caméra *Photron*.

Résultats

L'expérimentation est réalisée comme suivant le schéma de la figure 1.11 dans des conditions similaires à celles d'une mesure de vibration. La résolution de la caméra est fixée à 512×512 pixels et le temps d'exposition est fixé à $1 \mu s$. La puissance du laser est quant à elle fixée à 3,50 W. La distance entre l'objet et le plan capteur est de 2,435 m et un zoom divergent de -100 mm de distance focale est placé à 265 mm du capteur. Ces paramètres amènent à une distance de reconstruction de 337 mm et un grossissement optique de $g_{opt} \sim 0,031$. Les résolutions spatiales dans l'image reconstruite sont alors respectivement données le long des directions x et y par $L_x = L_y \simeq 9,06$ mm.

La figure 2.17 nous montre que les profils obtenus avec la photron sont légèrement plus bruités qu'avec la caméra précédente. Dans le cas de la mesure avec une telle taille de pixels, l'ordre -1 de l'interférence est complètement dilué sur l'ordre +1 (cela ramène au point abordé dans la section 1.4). Cet ordre dilué pourtant négligeable, aura une contribution (minime) dans le bruit de fond [55]. Les résultats de la comparaison entre le bruit expérimental obtenu avec la caméra *Photron SAX2* et l'équation (2.31) en tenant compte de l'approximation réalisée sur le remplissage des pixels est visible sur la figure 2.18. Les résultats obtenus pour la caméra *Photron* sont moins concordant que ceux obtenus pour la caméra *Imaging Source*, les pixels étant plus gros, l'effet de bruit est plus présent dans les expérimentations. Néanmoins, il est possible d'observer que les résultats sont proches des valeurs théoriques attendues. Malgré la simplification effectuée, les mesures pour la poutre horizontale et inclinée indiquent que l'approximation réalisée n'est pas hors de propos. Les résultats de la poutre verticale sont cependant plus éloignés. Cette différence peut s'expliquer par la disposition inhomogène de la surface photosensible sur le capteur (comme la figure 2.16 peut le laisser entendre). Les éléments présents peuvent venir perturber les mesures et générer une source de bruit supplémentaire. Dans l'ensemble, les résultats de la figure 2.15 et de la figure 2.18 démontrent que les approches réalisées permettent d'obtenir une formule juste de l'estimation du bruit de mesure de phase holographique en fonction de la pente de la déformée vibratoire.

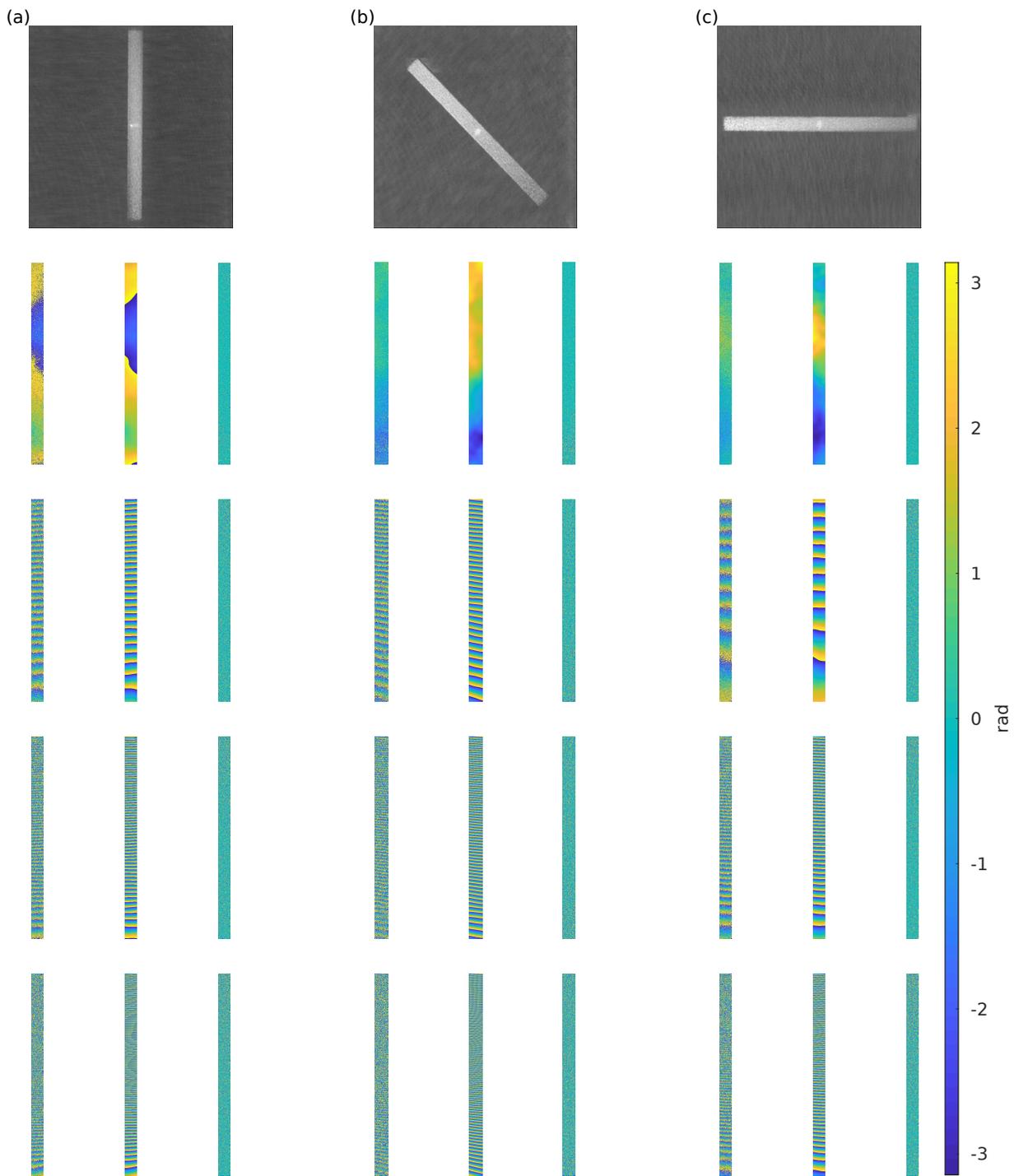


FIGURE 2.17 – Profils d’amplitude et de déplacement de la poutre verticale (a), de la poutre inclinée (b) et de la poutre horizontale (c) dans quatre configurations de flexion mesurées avec la caméra *Photron SAX2*

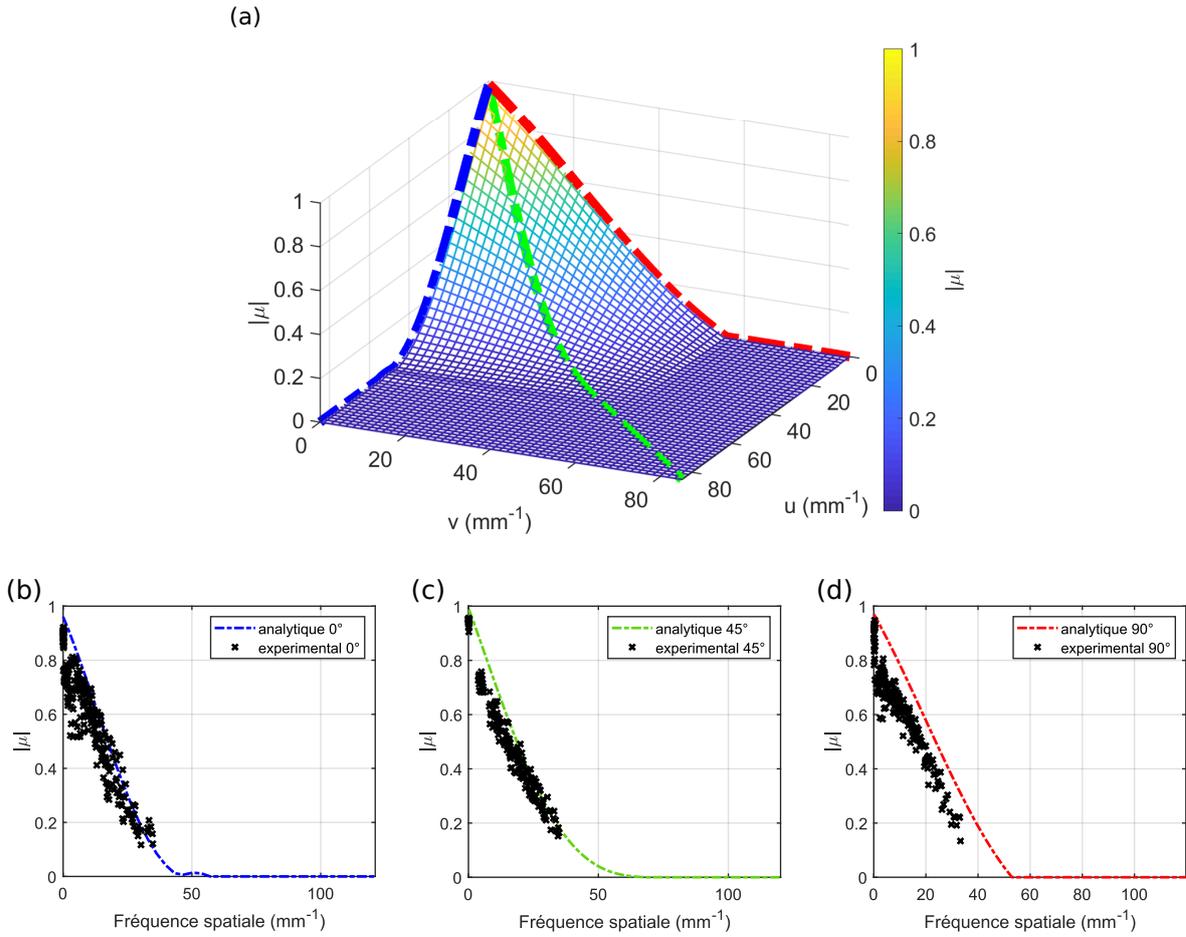


FIGURE 2.18 – Profil théorique du facteur de cohérence du bruit de speckle dans le cas du capteur de la caméra *Photron SAX2* (a) et comparaison avec le bruit expérimental obtenu à partir de la mesure de la poutre verticale (b), de la poutre horizontale (c) et de la poutre inclinée à 45 degrés (d).

2.10 Conclusion

Ce chapitre présente une expression théorique du module du facteur de cohérence contrôlant la décorrélation du bruit de speckle dans les mesures issues de l'interférométrie holographique numérique. Comme résultat principal, le coefficient de corrélation dépend des caractéristiques géométriques du montage, telles que le nombre de pixels de la matrice d'enregistrement, la taille et le pas de ces mêmes pixels, la longueur d'onde d'illumination, la distance entre l'objet et le capteur et la pente locale de la déformation de la surface entre les deux instants considérés. L'analyse théorique montre que la décorrélation est anisotrope et dépend à la fois de l'orientation locale des franges de phase et des largeurs du capteur. La théorie est confrontée à des simulations réalistes qui confirment la pertinence de l'analyse proposée. Des expériences sont réalisées dans le cas d'une poutre mécanique soumise à une flexion avec une force de charge. A partir des hologrammes reconstruits numériquement, les diagrammes de franges de phase pour trois orientations différentes de la poutre mécanique sont traités et les pentes locales des déformations de surface induites sont évaluées. A partir de ces données, le module du facteur de cohérence complexe est estimé. Les résultats expérimentaux confirment le très bon accord avec la modélisation théorique et démontrent la caractéristique anisotrope du bruit de phase de décorrélation en holographie numérique de Fresnel.

L'interprétation de la théorie peut être abordée du point de vue des fréquences spatiales. Dans la configuration de Fresnel, on peut considérer que le capteur, du fait de son extension spatiale limitée, se comporte comme un filtre passe-bas et atténue les hautes fréquences spatiales correspondant aux fortes pentes de la déformation de la surface. Il s'ensuit que le bruit de décorrélation du speckle est lié à la fonction de transfert de modulation de l'holographie numérique de Fresnel et que ce bruit augmente si la pente locale de la déformation de la surface augmente. L'imagerie holographique, en tant que filtrage linéaire entre l'objet physique et l'image reconstruite numériquement, perturbe la propagation des fréquences spatiales liées à la pente de la déformation et ceci a pour conséquence l'augmentation de la décorrélation du speckle dans la phase Doppler. Par conséquent, l'atténuation entraîne un bruit de phase dans le motif de franges de phase mesuré entre les deux instants considérés.

RECONSTRUCTION DES CHAMPS DE DÉFORMÉES VIBRATOIRES

Table des matières

3.1	Introduction	67
3.2	Principe de reconstitution des déformées opérationnelles de la structure . .	68
3.3	Vérifications de l'algorithme	71
	Critère d'erreur : écart-type	71
	Critère de ressemblance : critère de MAC	71
3.4	Simulation d'un jeu de données vibratoire	72
3.5	Application de la méthode sur des données simulées	74
3.6	Application de la méthode sur des données mesurées	77
3.7	Comparaison des performances avec une transformée de Fourier	82
3.8	Conclusion	84

3.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de proposer une méthode de reconstruction des déformées opérationnelles de structure adaptée à la haute densité de points de mesure de l'holographie numérique. La capacité de la méthode à pouvoir reconstruire les champs des déplacements en amplitude et en phase est testée par l'utilisation de plusieurs critères d'erreurs. Les résultats du schéma de traitement proposé peuvent être utilisés non seulement pour réaliser des analyses modales mais aussi pour de multiples post-traitements (caractérisation de matériaux [106], identification d'efforts [107, 108], etc.). L'algorithme présenté ici ne nécessite qu'une courte séquence temporelle d'hologrammes numériques pour la reconstruction des données de vibration. La validation de l'approche proposée est effectuée par comparaison des résultats expérimentaux avec un vibromètre laser à balayage [109] ainsi qu'avec des simulations réalistes. Plusieurs critères d'erreur sont utilisés

pour déterminer la capacité de l'algorithme de reconstruire l'amplitude et la phase des déformées opérationnelles de la structure.

3.2 Principe de reconstitution des déformées opérationnelles de la structure

L'holographie numérique fournit des mesures de vibration de la partie réelle d'un signal relatif au déphasage optique du laser utilisé. Ce déplacement s'exprime par différence de cartes optiques. Considérant l'écriture de la phase optique obtenue à tout instant t_1 [44] :

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta\varphi_m \sin(\omega_0 t_1 + \varphi_0 + \alpha\pi), \quad (3.1)$$

où $\Delta\varphi_m$ est l'amplitude maximale à la pulsation ω_0 (de période $T_0 = 1/f_0$, f_0 étant la fréquence d'excitation) et φ_0 est la phase de la vibration. On définit de plus le rapport de temps moyenné $\alpha = \Delta T/T_0$ avec ΔT le temps d'exposition. Idéalement, afin d'éviter l'apparition stroboscopique de distorsions sur les mesures réalisées, ce ratio doit être le plus bas possible de manière à ne pas réaliser de moyenne temporelle sur le signal enregistré. Lorsque $\alpha \ll 1$, le régime d'enregistrement équivaut donc à "geler" l'objet à l'instant où l'enregistrement est effectué. Ce facteur va de plus induire un biais dans l'extraction de la phase optique par addition d'un facteur $\alpha\pi$ dans l'équation (3.1). La phase $\Delta\varphi_m$ est, quant à elle, liée à l'amplitude de vibration physique U_z (hors du plan) par l'intermédiaire du vecteur de sensibilité du montage optique. Ainsi le champ de déplacement complexe est obtenu selon l'équation suivante :

$$\hat{U}_z = \frac{\lambda\Delta\varphi_m}{2\pi(1 + \cos\theta)} \exp(i\varphi'_0). \quad (3.2)$$

Dans l'équation (3.2), λ est la longueur d'onde optique du laser utilisé et θ l'angle d'éclairage de l'objet. Dans le cas de mesures holographiques réalisées successivement, la phase optique reconstruite à un instant $t_n > t_1$ sera exprimée tel que :

$$\psi_n = \Delta\psi_0 + \Delta\varphi_m \sin(\omega_0 t_1 + \varphi_0 + 2(n-1)\beta\pi + \alpha\pi), \quad (3.3)$$

avec le rapport cyclique $\beta = \frac{T_e}{T_0}$ où T_e est la période d'enregistrement du capteur ($T_e = \frac{1}{f_e}$). Les cartes optiques extraites en holographie sont obtenues par soustraction de deux cartes

optiques simultanées. On peut alors exprimer cette différence à l'instant t_n tel que :

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_n &= \psi_{n+1} - \psi_n, \\ &= 2\Delta\varphi_m \sin(2\beta\pi) \cos(\omega_0 t_1 + \varphi_0 + \alpha\pi + 2(n+1)\beta\pi).\end{aligned}\quad (3.4)$$

En posant $\varphi'_0 = \omega_0 t_1 + \varphi_0 + \alpha\pi$ la phase de l'excitation mécanique, cette équation peut être divisée en deux parties :

$$\begin{aligned}\Delta\Psi(x, y, t_n) &= 2\Delta\varphi_m \sin(\beta\pi) \cos(\varphi'_0) \cos((2n-1)\beta\pi) \\ &\quad - 2\Delta\varphi_m \sin(\beta\pi) \sin(\varphi'_0) \sin((2n-1)\beta\pi).\end{aligned}\quad (3.5)$$

On pose a_1 et a_2 dans l'équation (3.5) tels que :

$$a_1 = 2\Delta\varphi_m \sin(\beta\pi) \cos(\varphi'_0), \quad (3.6)$$

$$a_2 = 2\Delta\varphi_m \sin(\beta\pi) \sin(\varphi'_0). \quad (3.7)$$

Ces deux termes permettent d'exprimer le critère des moindres carrés minimisant l'erreur sur un total de N mesures :

$$\epsilon(a_1, a_2) = \sum_{n=1}^{n=N} [\Psi_n - a_1 \cos(2(n+1)\beta\pi) + a_2 \sin(2(n+1)\beta\pi)]^2 \quad (3.8)$$

La minimisation de l'erreur passe par l'annulation de ses deux dérivées, c'est à dire $\frac{\partial\epsilon(a_1, a_2)}{\partial a_1} = \frac{\partial\epsilon(a_1, a_2)}{\partial a_2} = 0$. Ainsi, un système linéaire peut être déduit :

$$\sum_{n=1}^N [a_1 \cos^2(2n\beta\pi) - a_2 \cos(2n\beta\pi) \sin(2n\beta\pi)] = \sum_{n=1}^N [\Delta\Psi_n \cos(2n\beta\pi)] \quad (3.9)$$

$$\sum_{n=1}^N [a_1 \cos(2n\beta\pi) \sin(2n\beta\pi) - a_2 \sin^2(2n\beta\pi)] = \sum_{n=1}^N [\Delta\Psi_n \sin(2n\beta\pi)] \quad (3.10)$$

Ce système peut être ramené sous une forme matricielle tel que $\mathbf{a}^T \mathbf{X} = \mathbf{B}$ (où T signifie transposée) avec

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \cos(\beta\pi) & -\sin(\beta\pi) \\ \cos(3\beta\pi) & -\sin(3\beta\pi) \\ \cos(5\beta\pi) & -\sin(5\beta\pi) \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \cos((2n_s - 1)\beta\pi) & -\sin((2n_s - 1)\beta\pi) \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

et

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N [\Delta\Psi_n] \\ \sum_{n=1}^N [\Delta\Psi_n] \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

L'estimation de $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ est déduit de la fonction de coût suivante :

$$\mathbf{J} = (\Delta\boldsymbol{\psi} - \mathbf{X}\mathbf{a})^T \mathbf{I} (\Delta\boldsymbol{\psi} - \mathbf{X}\mathbf{a}), \quad (3.13)$$

qui lors du calcul de $\partial\mathbf{J}/\partial\mathbf{a}$, amène à une solution optimale :

$$\mathbf{a}_{opt} = (\mathbf{X}^T \mathbf{I} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{I} \Delta\boldsymbol{\psi}, \quad (3.14)$$

où \mathbf{I} est la matrice d'identité. Ce faisant, il est possible de retrouver l'amplitude et la phase de l'onde mécanique tel que :

$$\Delta\varphi_m = \frac{\sqrt{(a_1^2 + a_2^2)}}{2 \sin(\beta\pi)}, \quad (3.15)$$

$$\varphi'_0 = \tan^{-1} \left(\frac{a_2}{a_1} \right). \quad (3.16)$$

Dans le cadre d'excitations en régime stationnaire, connaissant le temps d'exposition du capteur, la fréquence d'excitation et la fréquence d'acquisition de la caméra, il est ainsi possible de remonter aux informations complexes d'amplitude et de phase de la vibration. Dans la suite, cet algorithme est nommé *VibMap*.

3.3 Vérifications de l'algorithme

Cette partie propose d'étudier la convergence de différents critères d'erreurs qui permettront de démontrer la capacité de l'algorithme à restituer l'amplitude et la vibration de la déformée opérationnelle de la structure.

Critère d'erreur : écart-type

Une manière simple d'observer les différences entre deux déformées est de s'intéresser à l'erreur entre la carte de déformée restituée et une déformée de référence. Les amplitudes peuvent varier grandement entre les fréquences testées (notamment sur les pics de résonance). Les études suivantes se concentreront sur l'étude de l'écart-type de l'erreur relative entre une carte de référence et une carte traitée par l'algorithme. Plus ce critère sera bas, plus la reconstruction fournie par l'algorithme sera fidèle. Afin de se rendre mieux compte de l'impact de ce critère, l'écart-type sera normalisé par l'amplitude de la vibration (écart-type relatif).

Critère de ressemblance : critère de MAC

Un autre évaluateur appelé critère de MAC [110, 111, 112] (pour Modal Assurance Criterion) est proposé ici. Ce critère se base sur l'orthogonalité des modes de structure. Si ces modes sont complètement différents, le produit scalaire de ces deux modes sera nul, donc le MAC tend vers 0, et dans le cas d'une ressemblance parfaite, il tendra vers 1. Le critère MAC est défini pour un ensemble $p, q \in (1, n_{op})$ de n_{op} de déformées opérationnelles, organisées en vecteur colonne, où $\{\Phi_A\}$ sont mesurés avec l'instrument/méthode A et $\{\Phi_B\}$ avec l'instrument/méthode B , comme suit [110] :

$$MAC(p, q) = \frac{\{\Phi_A\}_p^T \{\Phi_B\}_q}{\left(\{\Phi_A\}_p^T \{\Phi_B\}_p\right) \left(\{\Phi_A\}_q^T \{\Phi_B\}_q\right)}. \quad (3.17)$$

Dans ce chapitre, le critère de MAC sera utilisé de deux manière. D'une part on observera l'évolution du critère en fonction du nombre de périodes en entrée de l'algorithme afin d'observer la convergence. D'autre part il sera utilisé pour réaliser un "MAC" de la structure. En observant le résultat sur une grande série de modes, il sera possible d'obtenir une estimation sur une large plage de fréquence (ici sur une plage $[0 - 20]$ kHz) et ainsi de déterminer la capacité de l'algorithme à restaurer correctement les déformées.

Ces critères seront déterminés par rapport à une carte de référence pour un jeu de données simulées et un jeu de données expérimentales. La référence de la partie simulée se basera sur la carte de vibration fournie la simulation. La carte de la partie expérimentale quant à elle, est obtenue par une mesure avec un vibromètre à balayage fournissant une mesure robuste.

3.4 Simulation d'un jeu de données vibratoire

Les données simulées peuvent être calculées à partir d'une méthode de synthèse en ondes forcées présentant l'avantage d'obtenir une solution exacte de la réponse du système sans avoir les impacts d'une troncature modale comme cela peut être le cas lors d'une synthèse par addition de modes [113]. Cette méthode est particulièrement adaptée dans le cas des mesures holographiques possédant une haute résolution spatiale où le nombre de modes à prendre en compte est important. L'expression en ondes forcées peut être facilement obtenue dans le cas d'un mouvement en 1 dimension (dans le cas de l'étude d'une poutre par exemple), mais est plus compliqué en 2 dimensions (par exemple une plaque). L'approche proposée ici est le calcul par une somme de modes dans une direction et par ondes forcées dans l'autre, cette opération permettant d'alléger le calcul en limitant à une seule somme la synthèse modale. L'expression de la déformée opérationnelle hors plan U_z dans le cas d'une plaque simplement appuyée sur ses bords est donnée par [113] :

$$\hat{U}_z(x, y, \omega) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} (A_{1n} \sin(k_n y) + c_{1n} \sinh(\gamma_n y)) \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x\right), & \text{pour } y \in [0; y_0] \\ \sum_{n=1}^{\infty} (A_{2n} \sin(k_n (y - L_y)) + c_{2n} \sinh(\gamma_n (y - L_y))) \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x\right), & \text{pour } y \in [y_0; L] \end{cases} \quad (3.18)$$

Dans l'équation (3.18), $k_n = \sqrt{\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} - \left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2}$ et $\gamma_n = \sqrt{\sqrt{\frac{\rho h \omega^2}{D}} + \left(\frac{n\pi}{L_x}\right)^2}$ sont respectivement le nombre d'onde progressif et le nombre d'onde évanescent. Le paramètre h est l'épaisseur de la plaque considérée et D représente la raideur. Les valeurs A_{1n} , C_{1n} , A_{2n}

et C_{2n} sont obtenues par inversion du système d'équation suivant :

$$\begin{pmatrix} \sin(k_n y_0) & \sinh(\gamma_n y_0) & -\sin(k_n(y_0 - L_x)) & -\sinh(\gamma_n(y_0 - L_x)) \\ k_n \cos(k_n y_0) & \gamma_n \cosh(\gamma_n y_0) & -k_n \cos(k_n(y_0 - L_x)) & -\gamma_n \cosh(\gamma_n(y_0 - L_x)) \\ -k_n^2 \sin(k_n y_0) & \gamma_n^2 \sinh(\gamma_n y_0) & k_n^2 \sin(k_n(y_0 - L_x)) & -\gamma_n^2 \sinh(\gamma_n(y_0 - L_x)) \\ -k_n^3 \cos(k_n y_0) & \gamma_n^3 \cosh(\gamma_n y_0) & k_n^3 \cos(k_n(y_0 - L_x)) & -\gamma_n^3 \cosh(\gamma_n(y_0 - L_x)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1n} \\ C_{1n} \\ A_{2n} \\ C_{2n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-2A_0}{DL_x} \sin\left(\frac{n\pi}{L_x} x_0\right) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

La source considérée est positionnée en $[x_0, y_0]$ sur une plaque de dimensions $[L_x, L_x]$. L'inversion du système est réalisée grâce à la *Symbolic Math Toolbox* de l'environnement *Matlab*. Le signal temporel simulé découle ainsi de la vibration de la carte de déformée opérationnelle par :

$$U_z(x, y, t) = \Re \left\{ \hat{U}_z(x, y, \omega) \exp(j\omega t) \right\}. \quad (3.20)$$

Le signal temporel peut être obtenu de manière discrète en choisissant une fréquence d'échantillonnage f_e et en définissant une multitude d'instantanés tel que $t_n = \frac{n}{f_e}$. Ces simulations sont réalisées en respectant le critère de Shannon imposant $f_e \geq 2f_0$. La plaque simulée est en aluminium et les caractéristiques de la plaque ainsi que celles de l'excitation sont répertoriées dans le tableau 3.1.

Dimensions $L_x \times L_y$ [cm ²]	30 × 30	Position de la source $[x_0, y_0]$ [cm]	[20; 20]
Module d'Young E [GPa]	70	Facteur de perte η_E [s]	1×10^{-3}
Densité ρ [kg/m ³]	$2,7 \times 10^{-3}$	Épaisseur [mm]	2
Coefficient de poisson ν	0,33		

TABLE 3.1 – Paramètres de la plaque et de l'excitation utilisée pour simuler les vibrations d'une plaque en aluminium.

Afin d'enlever tout impact des effets de bords de la plaque, une zone rectangulaire est découpée dans les intervalles $x \in [2-28]$ cm et $y \in [10-20]$ cm. Les amplitudes d'excitation sont fixées à 3 N, 5,5 N et 0,25 N respectivement pour trois fréquences testées, 6353,5 Hz, 14858 Hz et 19846,5 Hz. La simulation du bruit sur les mesures est réalisée au moyen

de la méthode décrite dans la section 2.8 avec $U_z(x, y, t_n)$ comme donnée d'entrée. Les paramètres de la caméra *Photron SA-X2* sont utilisés pour réaliser la simulation.

3.5 Application de la méthode sur des données simulées

Les données sont simulées avec la méthode décrite dans la section précédente. Avec les données simulées, plusieurs simulations sont menées. Le procédé est décrit dans la figure 3.1.

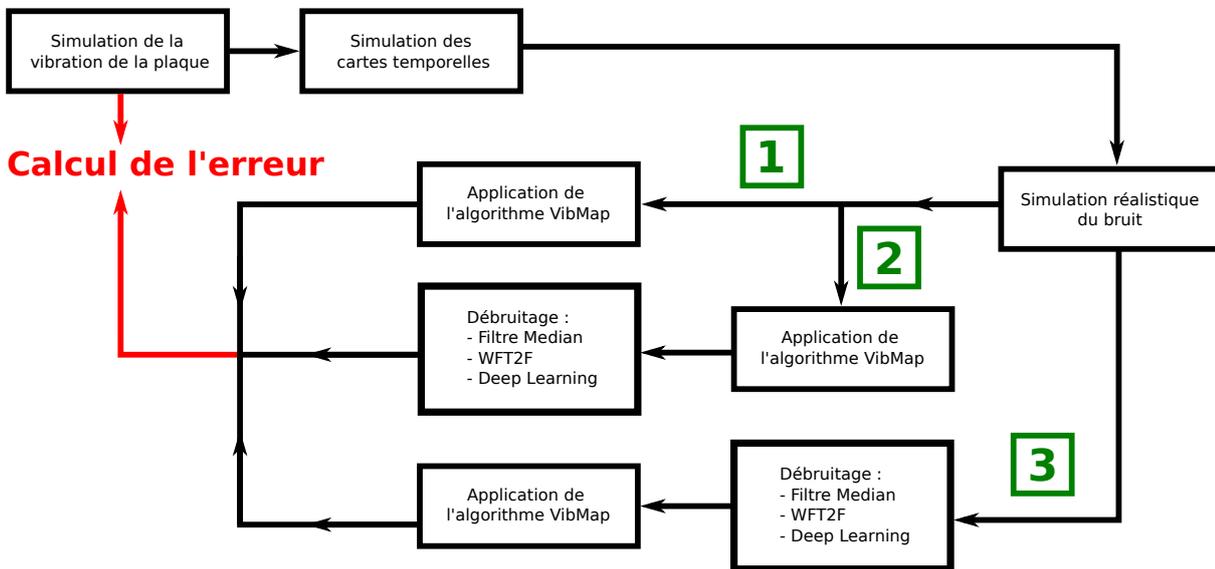


FIGURE 3.1 – Schéma de la chaîne de traitement des données simulées.

Trois jeux de données sont donc simulés correspondant aux fréquences de 6353,5 Hz, 14858 Hz et 19846,5 Hz. Les fréquences d'échantillonnages utilisées sont respectivement de 20 kHz, 30 kHz et 40 kHz. Ces simulations sont ensuite bruitées et plusieurs traitements sont réalisés. Dans un premier temps les simulations bruitées sont entrées telles quelles dans l'algorithme puis sont débruitées. Dans un second temps le jeu de données bruitées est débruité puis utilisé dans l'algorithme de reconstruction. Trois types de filtres sont utilisés pour la mesure, un filtre médian, un filtre WFT2F et enfin un filtre fonctionnant par méthode de Deep-Learning. Les principes de ces trois algorithmes sont décrits dans la section 1.6.1. Les résultats sont comparés à la solution obtenue par l'équation (3.18)

par l'utilisation des critères d'erreurs présentés dans la section 3.3. Ces résultats sont représentés en fonction du nombre de périodes utilisées en entrée de l'algorithme. Sept jeux de données correspondant aux résultats bruts, pré traités et post-traités sont alors comparés avec la carte simulée initialement. La comparaison de l'évolution de l'écart type et du critère MAC en fonction du nombre de périodes en entrée de l'algorithme pour les trois fréquences est présentée dans la figure 3.2.

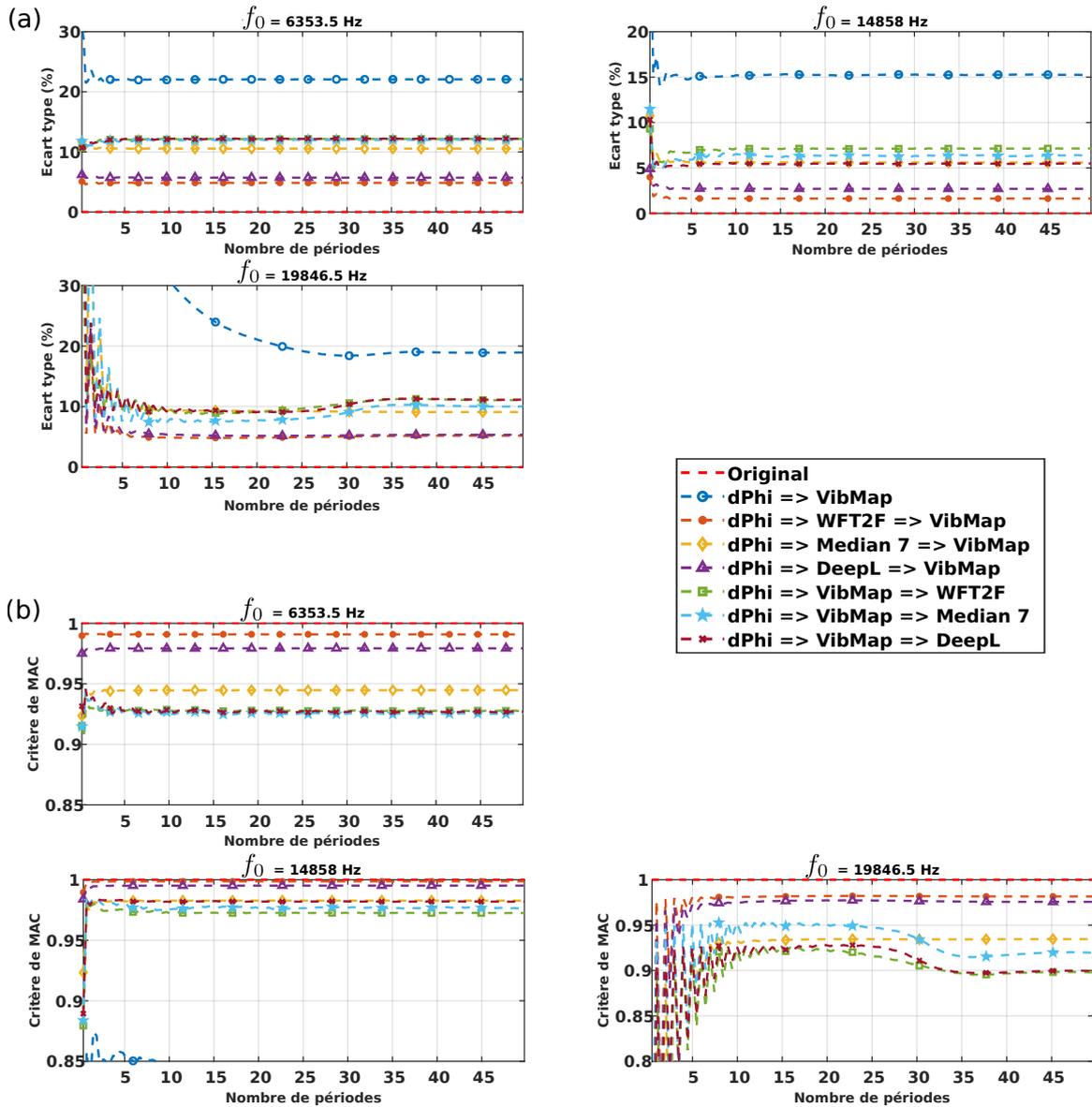


FIGURE 3.2 – Comparaison de l'écart-type (a) et du critère de MAC (b) pour les fréquences 6353,5 Hz, 14858 Hz et 19846,5 Hz sur des données simulées pour chaque type de traitement utilisé.

Une comparaison supplémentaire est réalisée dans la figure 3.2 avec l'utilisation en entrée des cartes non bruitées (courbe rouge pointillée) montrant que l'algorithme ne nécessite que deux cartes de phase (quelle que soit la fréquence testée et la fréquence d'échantillonnage utilisée) pour converger vers la restitution de la solution exacte. En comparant les autres courbes, on peut observer que l'algorithme ne nécessite que peu de périodes pour obtenir un résultat stable (environ 10 périodes dans le cas le moins arrangeant). En présence d'opérations de post-traitement, l'algorithme nécessite relativement peu de périodes pour donner des résultats corrects (5 à 10 périodes maximum sont nécessaires en fonction de la fréquence testée). La méthode de débruitage la plus efficace consiste à prétraiter les mesures avec un algorithme de débruitage (l'algorithme WFT2F semble être le plus efficace), puis à appliquer l'algorithme *VibMap* sur les cartes traitées. *A contrario*, le traitement le moins avantageux dans ce cas d'étude est de ne pas appliquer de post-traitement aux mesures (ce qui n'est que peu étonnant).

Dans ce dernier cas de figure (pour lequel l'algorithme doit traiter les données en présence de bruit) les résultats varient en fonction du niveau de bruit présent dans les mesures. Si le bruit est relativement faible, la qualité de la reconstruction sera normalement meilleurs. La figure 3.3 (a) présente l'évolution de l'écart-type de l'erreur tandis que la figure 3.3 (b) présente l'évolution du critère de MAC pour des données sans pré ou post-traitement en fonction du niveau de bruit de speckle présent dans les mesures.

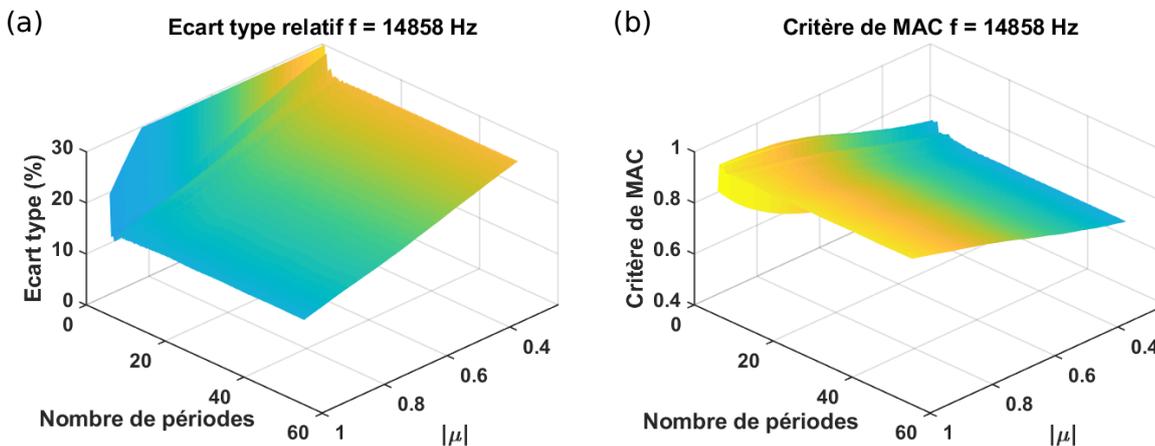


FIGURE 3.3 – Comparaison entre l'écart-type de l'erreur (a) et le critère de MAC (b) sur les mesures traitées avec la fonction algorithmique *VibMap* en fonction du nombre de périodes et du bruit présents dans les mesures.

On peut observer pour les deux critères que lorsque le niveau de bruit baisse, les

déformées reconstruites sont plus fidèles aux originales. Le nombre minimal de périodes à apporter à l'algorithme pour atteindre une convergence reste de plus relativement faible (environ une dizaine de périodes) puis se stabilise ne nécessitant pas l'apport de plus d'images à l'algorithme.

3.6 Application de la méthode sur des données mesurées

Les analyses réalisées précédemment sont réitérées sur des données acquises par holographie numérique. Des photographies de la plaque en aluminium sont présentées en figure 3.4 (a) tandis qu'un schéma est présenté en figure 3.4 (b).

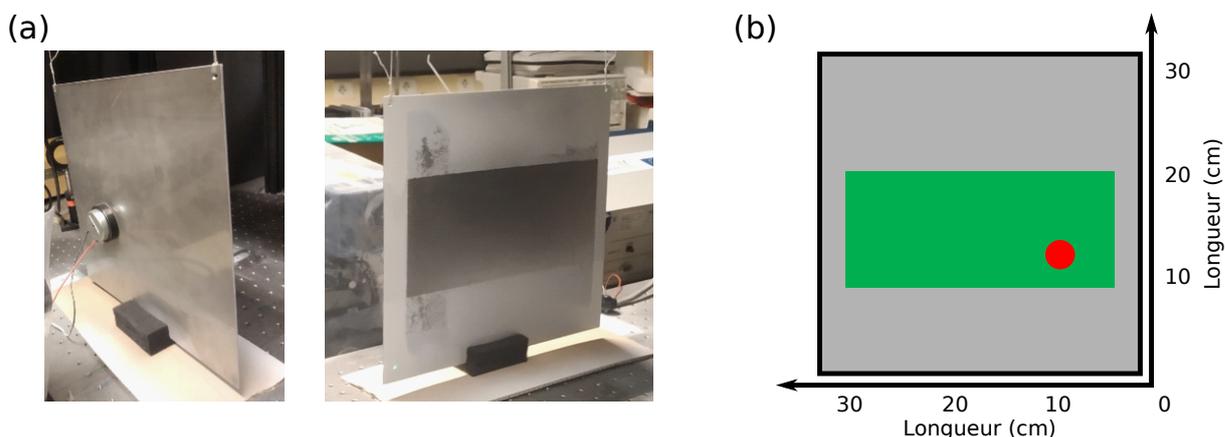


FIGURE 3.4 – Photographies du montage avec la plaque fixée au banc et le haut-parleur (a) et schéma de la plaque testée (b), le vert est la zone mesurée par holographie et le point rouge indique l'emplacement de la source.

Le dispositif expérimental est celui décrit dans la section 1.6. En ajustant le zoom négatif pour capturer des hologrammes à partir d'une zone rectangulaire de $25,6 \times 12,6 \text{ cm}^2$, la distance focale du zoom négatif en amont du capteur est réglée à -75 mm , ce qui donne une distance de reconstruction $d'_0 = -300 \text{ mm}$. Dans la configuration utilisée, la distance entre le plan initial de l'objet et le plan du capteur est d'environ 263.5 cm et le grossissement optique est de $g_{opt} \sim 0,0294$. Les hologrammes numériques sont enregistrés à une résolution spatiale de 512×512 pixels, et avec les paramètres expérimentaux, les résolutions spatiales dans l'image reconstruite sont respectivement données le long des

directions x et y par $L_x = L_y \simeq 464,04 \mu\text{m}$. Le temps d'exposition du capteur est réglé à $1 \mu\text{s}$ et la puissance du laser est ajustée à 3 W.

De la même manière que dans la partie précédente, le schéma de la chaîne de mesure est présenté en figure 3.5. Les mêmes opérations de traitements que dans la partie précédente sont utilisées, à savoir l'utilisation des données de mesures brutes, pré traitées et post-traitées.

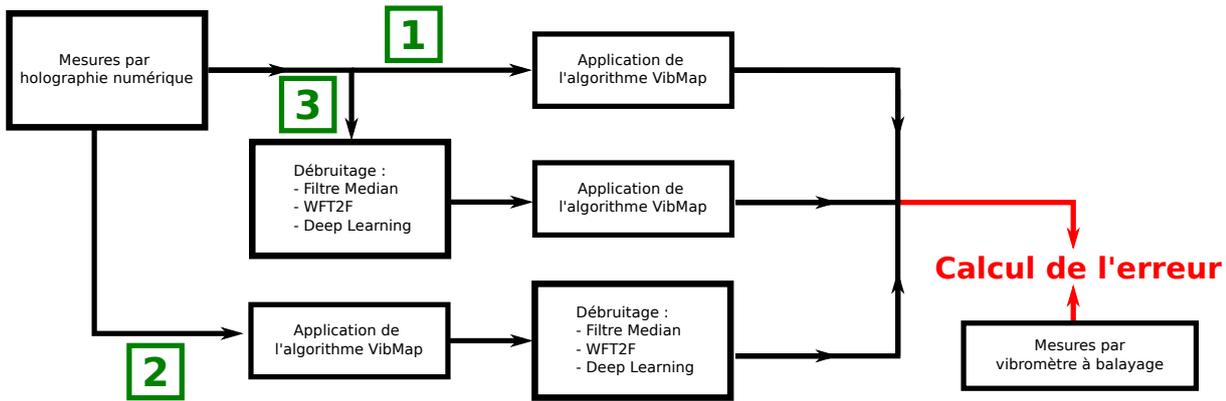


FIGURE 3.5 – Schéma de la chaîne de traitement des données expérimentales.

La mesure de référence utilisée ici est obtenue par l'utilisation d'un vibromètre laser à balayage. Les mesures effectuées par holographie contenant un nombre très important de points de mesure sont ici sous-échantillonnées pour correspondre à la résolution des mesures au vibromètre à balayage. La comparaison des différents critères d'erreurs pour les 3 fréquences présentées dans la partie précédente est présentée dans la figure 3.6.

Dans ce cas de figure, les critères d'erreur ne sont pas aussi bas (et les critères de la MAC ne sont pas aussi élevés) que ceux obtenus avec les mesures simulées. Deux points peuvent être soulevés à cet égard. D'une part, les mesures effectuées avec un vibromètre à balayage (malgré la haute précision permise) comportent du bruit et donc contribuent à l'erreur. D'autre part les mesures holographiques contiennent elles aussi des erreurs liées à toute la chaîne de mesure (système optique, système d'enregistrement, etc.) et ne sont pas non plus parfaites. Malgré cela, les critères démontrent que les mesures reconstruites restent proches des mesures de référence et l'algorithme ne nécessite qu'une poignée de période pour reconstruire le signal (entre environ 15 et 20 périodes seulement).

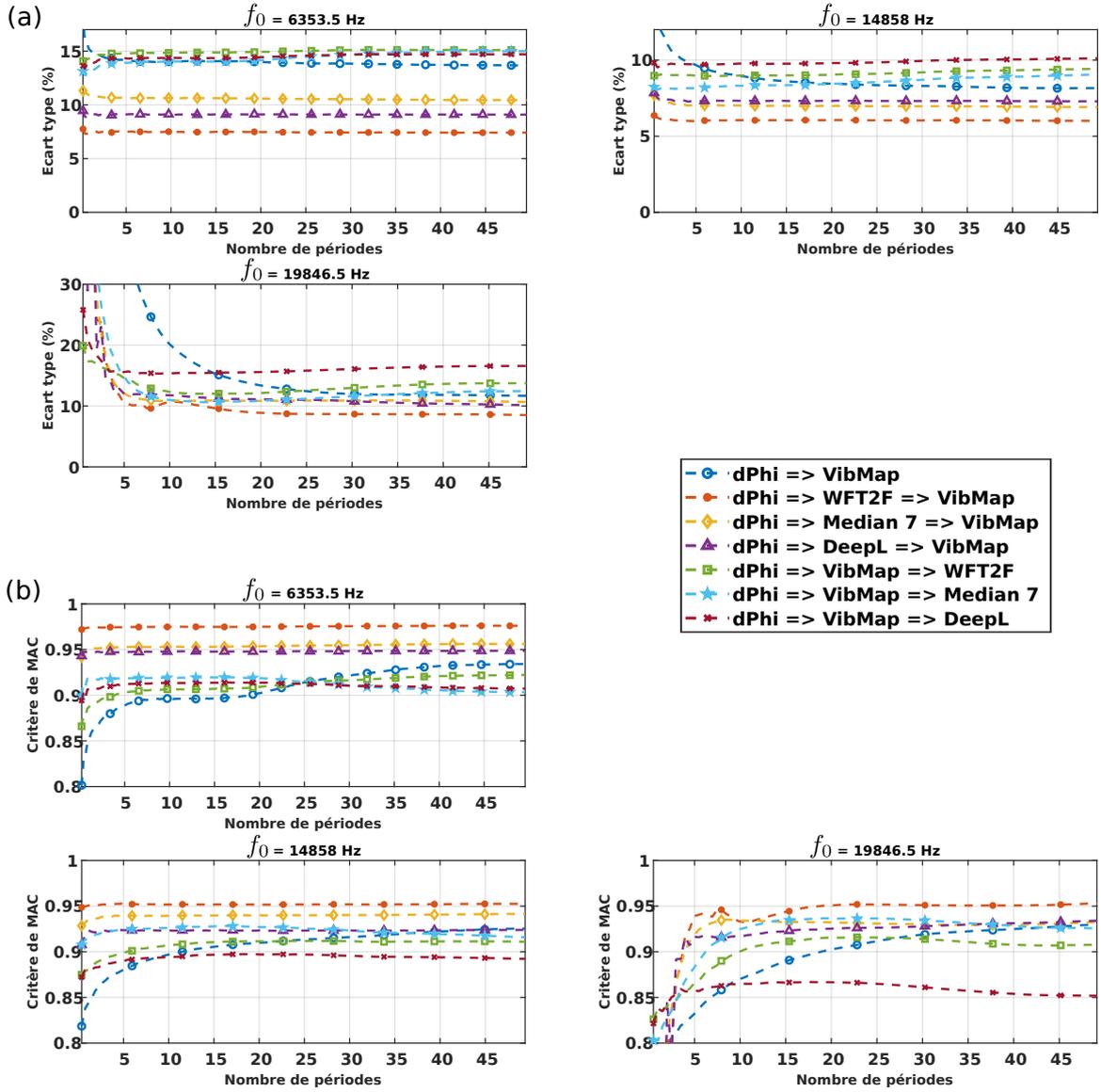


FIGURE 3.6 – Comparaison de l'écart-type et du critère MAC pour les fréquences 6353.5 Hz (a), 14858 Hz (b) et 19846.5 Hz (c) sur les données mesurées pour chaque type de traitement utilisé.

On peut voir dans les cas simulé et mesuré, que la méthode de débruitage la plus adaptée est l'algorithme WFT2F suivi de près par la méthode de débruitage par Deep-Learning. Une comparaison directe de trois fréquences mesurées et traitées par WFT2F par rapport aux résultats obtenus par un vibromètre à balayage est présentée en figure 3.7.

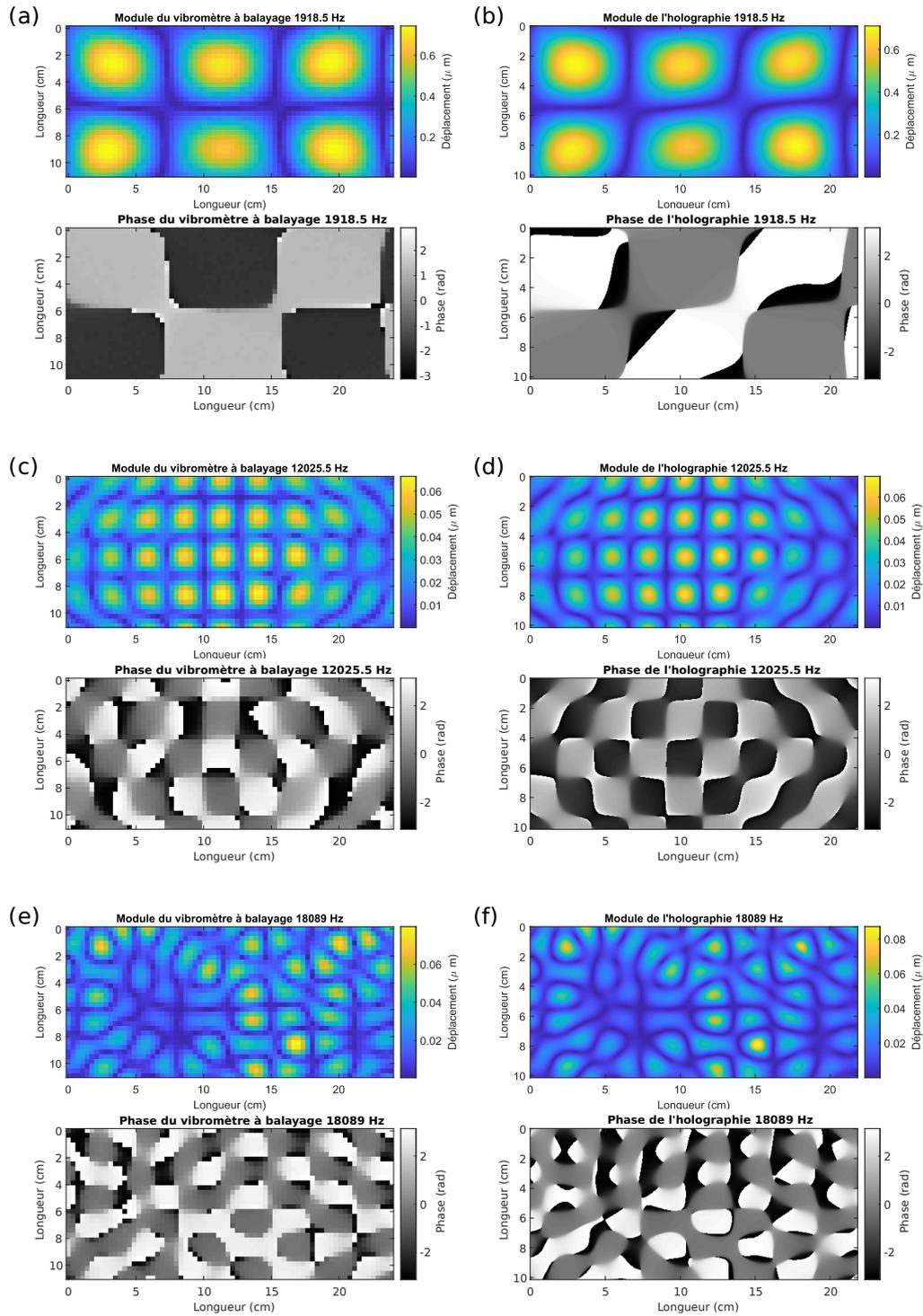


FIGURE 3.7 – Valeurs absolues et phase de la déformation opérationnelle de la plaque mesurée avec un vibromètre ponctuel à 1918.5 Hz (a), 12025.5 Hz (c) et 18089 Hz (e) et holographie numérique à 1918.5 Hz (b), 12025.5 Hz (d) et 18089 Hz (f).

En réalisant une reconstruction des déformées opérationnelles à un intervalle quasi régulier tous les 1000 Hz autour des fréquences de résonance, on peut dresser un diagramme de MAC comparant les mesures holographiques aux mesures vibrométriques. Ce diagramme est présenté dans la figure 3.8.

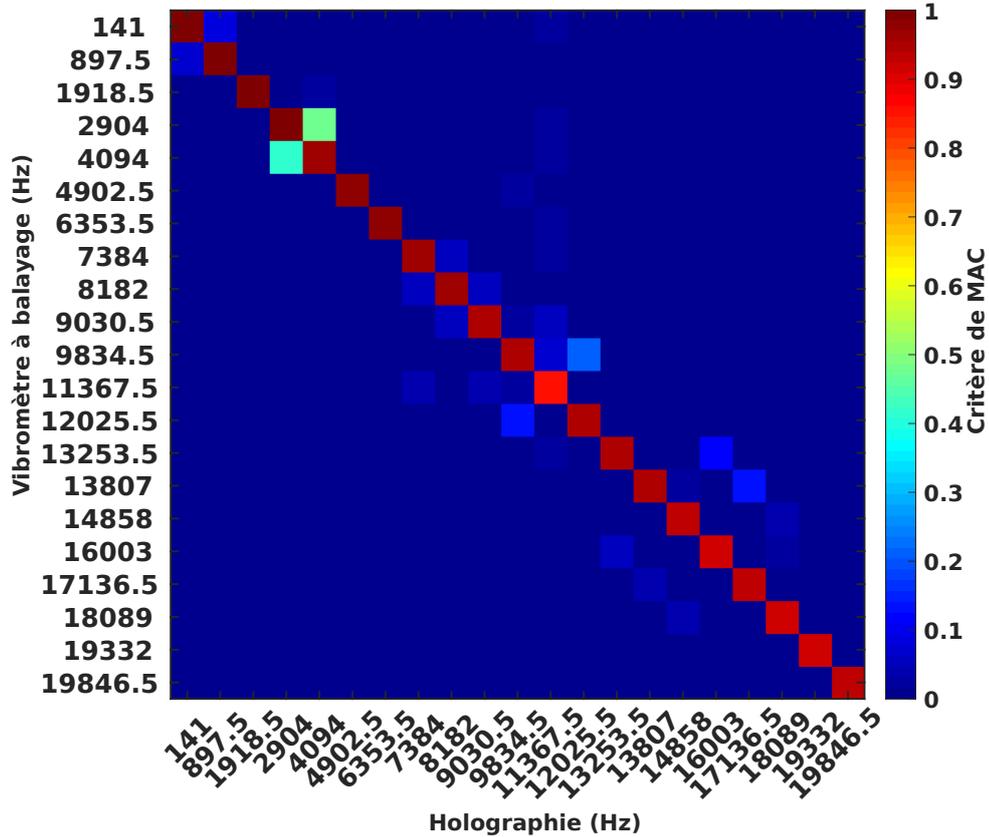


FIGURE 3.8 – Critère de MAC entre les mesures ponctuelles par vibromètre à balayage et les mesures plein champ holographiques traitées avec l’algorithme VibMap.

Dans l’ensemble, la diagonale du diagramme du critère de MAC reste très proche de un témoignant de la proximité des mesures holographiques avec les mesures vibrométriques sur toute la plage de fréquences située entre 100 Hz et 20 kHz. Une comparaison similaire à la figure 3.7 est visible en annexe C en présentant la comparaison des déformées pour les 21 fréquences utilisées dans la figure 3.8.

Les résultats obtenus tant pour les données simulées que pour les données expérimentales démontrent que l’algorithme permet la restitution des déformées opérationnelles dans le cadre de mesures par holographie numérique avec une grande fidélité et ce, pour un

faible nombre de données apportées. Par exemple à 19846.5 Hz, un signal échantillonné à 40 kHz ne nécessitera qu'environ 40 cartes temporelles pour pouvoir être restitué. Dans le cadre de mesures à haute densité de points (notamment en holographie) cela correspond à une économie de mémoire et de temps de traitement considérable pour une reconstruction complète.

Les résultats présentés dans les parties précédentes montrent que cette méthode peut s'avérer intéressante par rapport à une technique classique dite de Fourier. En effet cette dernière est soumise à une problématique de fenêtrage et d'étalement fréquentiel qui vont venir grandement impacter le résultat lors de mesures avec peu de données temporelles. La partie suivante se concentre sur la comparaison de temps de calcul entre l'algorithme *VibMap* et une transformée de Fourier utilisée plus classiquement dans le domaine de l'analyse vibratoire.

3.7 Comparaison des performances avec une transformée de Fourier

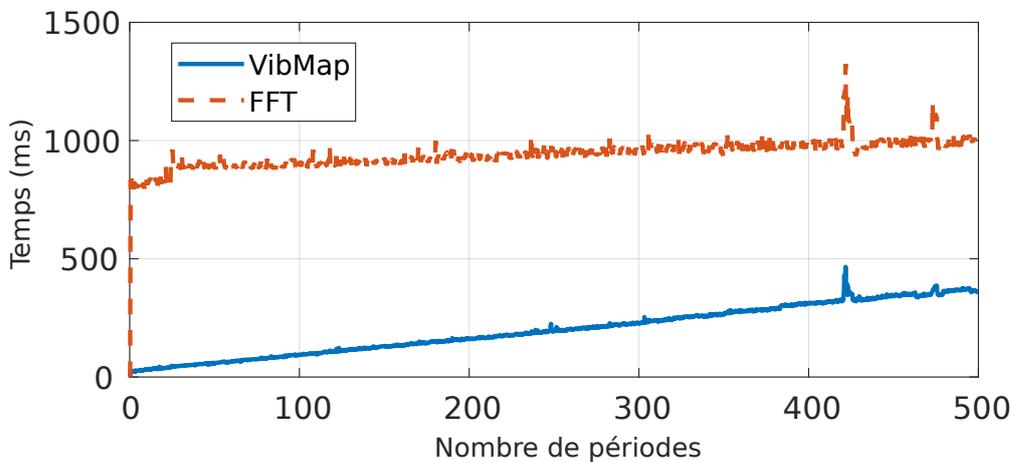


FIGURE 3.9 – Comparaison des temps de calculs entre l'algorithme *VibMap* et la transformée de Fourier sur des données simulées.

Dans un premier temps le temps de calcul de l'algorithme *VibMap* est comparé avec une transformée de Fourier dans le cadre de la reconstruction d'une carte de vibration simulée. Les données simulées correspondent à une fréquence de 10000 Hz simulée avec les

mêmes paramètres que dans la section 3.5 sans étape de bruitage ou de post-traitement. La comparaison des temps de calculs en fonction du nombre d'images entrées dans l'algorithme est présentée en figure 3.9. La transformée de Fourier est réalisée avec un nombre de points $N_{fft} = 40000$ points permettant d'avoir une précision fréquentielle de 1 Hz avec la fréquence d'échantillonnage de 40 kHz.

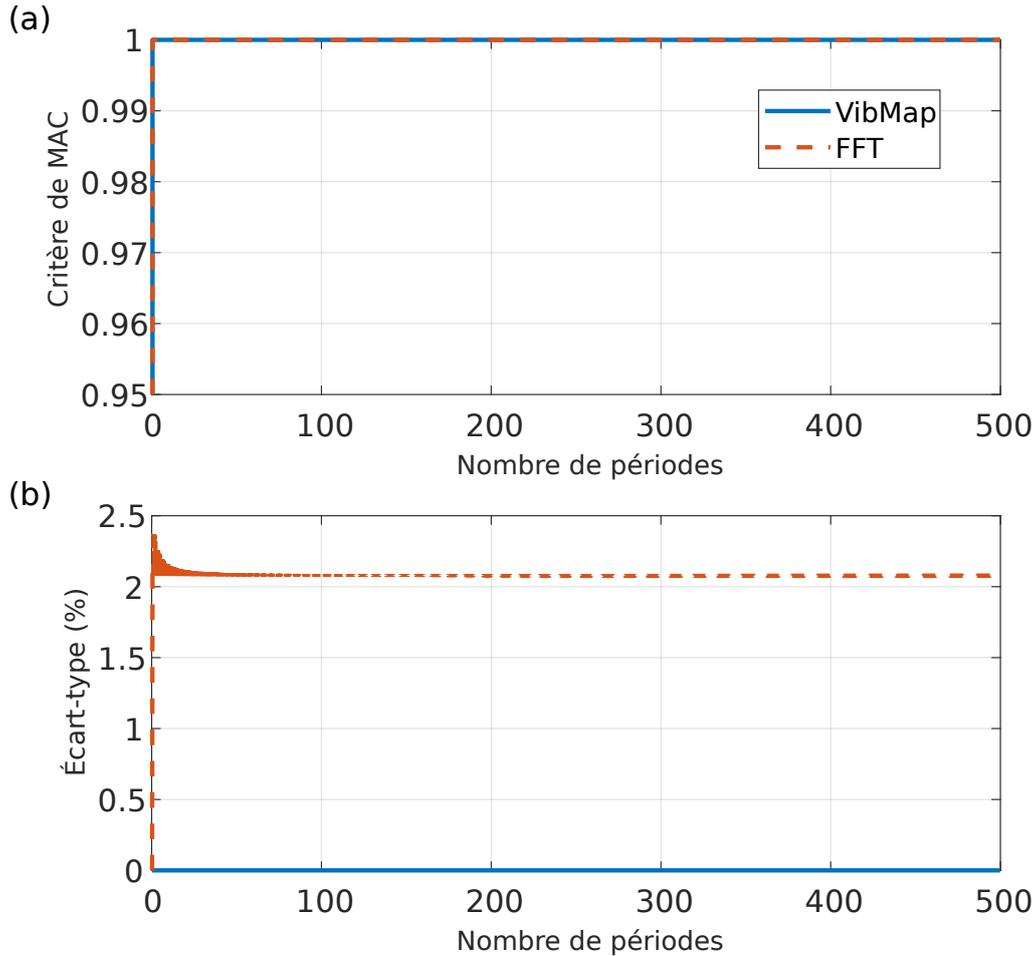


FIGURE 3.10 – Comparaison du critère de MAC (a) et de l'écart type relatif de l'erreur (b) sur des cartes simulées entre l'algorithme *VibMap* et la transformée de Fourier en fonction du nombre de périodes utilisée en entrée des algorithmes.

Le temps de calcul de l'algorithme *VibMap* croît linéairement tandis que la reconstruction par transformée de Fourier est plus élevée mais stable au cours du temps. Ce résultat reste logique du fait que la quantité de donnée utilisée avec l'algorithme *VibMap* croît avec le nombre de périodes contrairement à la méthode de Fourier qui calcule la trans-

formée de Fourier sur un nombre d’images constant. Dans le cadre d’une reconstitution de déformée opérationnelle comme vu précédemment et demandant environ 20 périodes pour fonctionner de manière optimale, l’algorithme *VibMap* sera plus pertinent en terme de temps de calcul. Les mêmes critères que ceux précédemment observés sont maintenant utilisés pour la comparaison entre l’algorithme *VibMap* et la transformée de Fourier et son présentés dans la figure 3.10.

Le critère de MAC présenté en figure 3.10 (a) converge immédiatement pour les deux méthodes de mesure montrant que les déformées reconstruites par les deux algorithmes sont très proches. Cependant le critère d’erreur de la figure 3.10 (b) montre que l’erreur associée à la reconstruction par FFT est légèrement plus élevée que pour l’algorithme *VibMap*. Ceci est dû, soit à la définition fréquentielle de la transformée de Fourier qui n’est pas assez fine, soit à cause de la fenêtre utilisée (ici une fenêtre rectangle) qui va alors légèrement disperser l’énergie autour du pic reconstruit dans l’analyse de Fourier. Cette dernière peut être améliorée en augmentant le sur-échantillonnage de la transformée au détriment du temps de calcul qui sera plus long. On peut cependant rappeler que l’algorithme *VibMap* n’est effectif que dans le cas de la reconstruction de la forme et de l’amplitude d’une seule fréquence contrairement à la transformée de Fourier qui peut reconstruire toutes les déformées sur la plage de fréquence étudiée.

3.8 Conclusion

Les figures 3.2 et 3.6 montrent que la méthode de traitement *VibMap* permet de reconstruire des déformées opérationnelles d’une structure avec une grande fidélité conformément aux références (synthèse de champ ou mesure par vibromètre à balayage). Un certain nombre d’images est nécessaire pour faire converger le critère utilisé (environ 20 périodes au maximum à la plus haute fréquence testée). Ce nombre peut cependant varier en fonction de la méthode de débruitage utilisée. En général, il est plus intéressant de supprimer d’abord le bruit des mesures et la méthode WFT2F semble être la plus efficace, suivie par la méthode de débruitage par Deep-Learning. Cette dernière étant en développement constant, il est intéressant de garder un œil sur cette méthode pour une utilisation future.

Sur la figure 3.8, on observe que le critère MAC (qui permet de donner un avis sur la qualité de la reconstruction spatiale de la déformation) est relativement constant et proche de la valeur idéale de 1 pour les valeurs diagonales. Les mesures holographiques

sont donc cohérentes avec les mesures obtenues par la vibrométrie laser pour toute la bande de fréquences étudiée.

L'approche *VibMap* peut être comparée à la reconstruction des vibrations basée sur l'analyse de Fourier qui est plus couramment utilisée dans des utilisations en vibroacoustique. L'approche de Fourier nécessite cependant une longue séquence temporelle en entrée pour obtenir un pas fréquentiel suffisant dans l'analyse. Dans le cas de mesures holographiques, cela nécessiterait beaucoup de cartes de phase temporelle, ce qui induit le traitement d'une énorme quantité de données (en raison de la haute résolution spatiale). L'utilisation d'un zero-padding dans l'analyse de Fourier augmente également le temps de calcul, même si cela augmente la précision de l'estimation de l'amplitude de crête. Le temps de calcul de la méthode *VibMap* varie linéairement avec le nombre de périodes alors que celui de l'analyse de Fourier reste constant et généralement plus long.

L'algorithme de reconstruction pourrait être adapté à d'autres types de mesures comme la vibrométrie laser par exemple dans le cas d'étude harmonique. La généralisation de la méthode à des cas d'étude harmonique est aussi possible et pourra permettre l'analyse de large bandes de fréquences (analyse avec plusieurs fréquence ou utilisation de chirp) permettant par exemple de réaliser des analyses vibratoires plus poussées.

ÉTAT DE L'ART ET APPROPRIATION DE LA MÉTHODE DE RÉOLUTION INVERSE

Table des matières

4.1	Introduction	88
4.2	Principe de fonctionnement de la méthode de Résolution Inverse	91
4.3	Principe générale de la résolution inverse	92
4.3.1	Approximation des dérivées	92
4.3.2	Simulation numérique	93
4.3.3	Problématiques en présence de bruit	95
4.3.4	Résolution inverse filtrée fenêtrée	96
4.3.5	Résolution inverse régularisée par approches bayésienne	99
	Mise en équation des dérivées spatiales sous forme matricielle	99
	Théorème de Bayes	101
	Régularisation du terme η^2	104
4.4	Pertinence des méthodes de régularisation	105
4.4.1	Prérequis	106
4.4.2	Performance des algorithmes	107
	Facteur de qualité	110
	Estimation de la force	111
	Espérance et position de la force	113
4.5	Limitation techniques des méthodes	115
4.6	Conclusion	116

4.1 Introduction

Les sources générant la vibration des structures peuvent être de différentes natures physiques. Par exemple, elles peuvent être causées par des forces et/ou des moments ponctuels appliqués sur une structure. On peut citer par exemple la fluctuation des pressions de paroi due à des ondes acoustiques et/ou des écoulements turbulents ou encore des forces distribuées dues à des champs magnétiques, etc. Les caractéristiques temporelles et fréquentielles de ces sources peuvent également être très différentes puisqu'elles peuvent provenir de phénomènes stationnaires ou transitoires, avec des propriétés de corrélation spatiale plus ou moins élevées. De nombreuses approches expérimentales visent à identifier la nature, la localisation ou la quantité de force appliquée. En 1960, Widrow *et al.* [114] proposent une approche basée sur un algorithme des moindres carrés (LMS pour Least mean squares) qui a par exemple été réadaptée par Stürm *et al.* en 2013 [115]. Cet algorithme permet de quantifier temporellement le niveau de force appliquée moyennant la connaissance de sa position dans une structure. Une application récente a été abordée par Amirarahmadi *et al.* [116] dans le cas de l'identification d'une force transitoire causée par des humains marchant sur une structure. En 1992, Fink *et al.* [117] proposent une approche basée sur l'inversion temporelle et la réémission d'un signal capturé dans la structure étudiée. La position de la force est alors retrouvée par convergence des signaux réémis dans la structure. Adaptée à des sources ponctuelles, cette méthode donne une localisation efficace de la position de la source. En 2012, Chen *et al.* [118, 119] ont démontré qu'il était possible de réaliser une quantification précise de l'intensité de la force pour les signaux de choc. Une autre méthode, basée sur les réponses impulsionnelles de structure, a été développée par Carne *et al.* en 1992 [120] basée sur la somme des accélérations pondérées (SWAT pour Sum of Weighted Accelerations Technic) consistant à isoler l'accélération du corps rigide par l'utilisation d'un filtre modal et à la combiner avec les propriétés de masse de la structure pour revenir à la force. Cette méthode est également adaptée aux forces ponctuelles et a déjà été appliquée aux essais d'impact [121]. En 1998, Kamer *et al.* [122] développent une méthode reposant sur l'inversion de filtres temporels (ISF pour Inverse Structural Filter) basée sur les réponses de la structure pour quantifier les profils de force ponctuels temporels. Une amélioration de cette méthode appelée "delayed multi-step ISF" (DMISF) a été développée en cas de réponse instable du filtre [123, 124]. Une comparaison entre les méthodes ISF et SWAT a de plus été réalisée par Allen *et al.* en 2006 [125] sur des signaux de marteau d'impact montrant une

plus grande complexité dans l'implémentation des méthodes ISF et DMISF. Récemment, le champ de recherche s'est intensifié autour des méthodes d'identification utilisant des filtres récurrents, comme les filtres de Kalman [126], les estimations bayésiennes [127] ou les algorithmes basés sur le retard temporel [128]. Une autre branche très active se concentre également sur le développement ou l'utilisation de nouvelles stratégies de régularisation telle que la régularisation spatio-temporelle [129] ou la régularisation type " \mathcal{L}_q " [130]. Dans ces travaux, la localisation et la nature des forces ne sont pas nécessairement connues *a priori*.

Les méthodes mentionnées ci-dessus ne répondent qu'en partie aux problèmes de l'identification des forces. Elles sont pour la plupart adaptées à des sources ponctuelles uniquement, dont la position doit souvent être connue, et doivent alors posséder une ou plusieurs informations sur la force *a priori*. Une autre famille de méthodes inverses existe cependant, basée sur l'utilisation de l'équation de mouvement de la structure étudiée. Dans cette catégorie de méthodes, on retrouve par exemple la méthode des champs virtuels (VFM) [131] ou la résolution inverse (RI ou FAT en anglais pour "Force Analysis Technique") [89], également appelée méthode RIFF (pour Filtrée et Fenêtrée). Ces deux méthodes sont intéressantes dans le sens où elles permettent une identification locale sur la structure avec un minimum de connaissance préalable sur cette structure (conditions aux limites par exemple).

La méthode des champs virtuels a été appliquée aux plaques, en utilisant la formulation faible de l'équation de Kirchhoff-Love [132]. La première application de cette méthode appliquée à l'identification de force est réalisée en 2008 par Avril *et al.* [133]. L'existence de dérivées spatiales dans l'équation du mouvement conduit à une amplification du bruit de mesure dans les nombres d'onde élevés. Ce problème est minimisé par l'expression du principe des travaux virtuels réduisant l'ordre des dérivées (du 4^{ème} ordre au 2^{ème} ordre dans le cas de l'équation des plaques). La zone d'intégration nécessite cependant d'être judicieusement choisie. La méthode RIFF a été utilisée quant à elle sur des cas de poutres [89], de plaques [107], ou encore de coques cylindriques [134]. Elle est basée sur la formulation forte de l'équation de mouvement où les dérivées spatiales sont approximées par des schémas aux différences finies. Une formulation par éléments finis de la méthode RIFF [135, 136] a également été développée afin d'étendre l'application de la méthode à des structures aux géométries plus complexes. La source d'excitation est alors caractérisée par la reconstruction de la distribution de force incluant la force/moment ponctuel (distribution de Dirac et/ou sa dérivée première), les pressions distribuées, etc. Comme

pour la VFM, le bruit de mesure est amplifié dans le domaine des nombres d’onde élevés. Plusieurs méthodes ont été développées pour régulariser ce problème. La régularisation la plus simple consiste à appliquer un filtrage sur la force reconstruite. Ce dernier peut être appliqué par une convolution spatiale à la distribution de la force reconstruite. Ce filtrage est appliqué au moyen d’un filtre passe-bas dans le domaine des nombres d’onde, où un paramètre de régularisation pilote le nombre d’onde de coupure du filtre [89, 107]. Une autre méthode de régularisation appelée Résolution Inverse Corrigée (RIC ou CFAT pour Corrected Force Analysis Technique en anglais) [137], consiste à tirer profit du filtrage passe-bas du nombre d’onde induit par les schémas de différences finies. Cette régularisation a l’avantage de s’autoréguler sans intervention de l’utilisateur, mais son domaine de validité fréquentiel est beaucoup plus restreint et dépend de l’espacement entre les points de mesure. Récemment, une régularisation basée sur le théorème de Bayes [138] a été proposée permettant une régularisation automatique de la méthode sans intervention de la part de l’utilisateur [139, 140, 90]. Elle peut aussi donner de meilleurs résultats en prenant en compte des informations *a priori* plus fines telles que la parcimonie pour les efforts ponctuels.

Sous réserve d’un nombre suffisant de points de mesure, la VFM et la méthode RIFF permettent de localiser et de quantifier la distribution de force. La capacité de ces méthodes à résoudre un problème en régime stationnaire ou transitoire dépendra alors du type de données à fournir en amont des méthodes. Dans plusieurs études, les méthodes ont été utilisées dans le domaine fréquentiel pour des problèmes stationnaires [107, 108]. Plus récemment, ces méthodes ont été appliquées au domaine temporel [141, 142, 143, 144, 145], afin d’obtenir directement la dépendance temporelle de la distribution des forces. Les données d’entrée (champ de vitesse ou de déplacement) doivent alors être acquises dans le domaine temporel de manière synchrones. Ce type de données peut être fourni par une antenne d’accéléromètres [146], mais leurs masses impliquent que ces mesures deviennent intrusives. L’utilisation d’un vibromètre laser à balayage permettra des mesures sans contact, mais son utilisation est restreinte aux seules excitations répétables (en régime harmonique ou marteaux de chocs soigneusement calibrés) [145].

Ce chapitre présente le principe de la résolution inverse à travers une série d’exemples et présente également deux moyens de régularisation (filtrage/fenêtrage et régularisation bayésienne). Un comparatif de ces mesures est présenté dans la seconde partie de ce chapitre présentant les avantages et les inconvénients des deux méthodes.

4.2 Principe de fonctionnement de la méthode de Résolution Inverse

Le principe du problème inverse en vibroacoustique est de remonter à des informations en amont sur une structure (causes) à partir des résultantes de ces dernières (conséquences) comme schématisé dans la figure 4.1. Dans le cas de la résolution inverse, l'excitation appliquée sur la structure peut être recherchée à partir d'un champ des déplacements, moyennant en contrepartie la connaissance de certains paramètres.

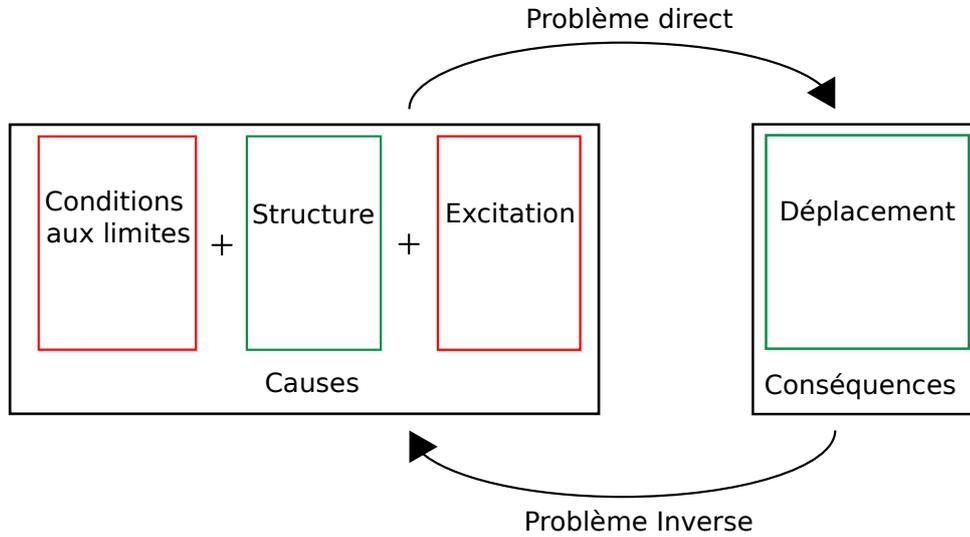


FIGURE 4.1 – Schéma d'explication du principe de la méthode inverse, les informations entourées en vert sont connues tandis que les informations entourées en rouge sont inconnues au problème, dans le cas de la résolution inverse, la connaissance des conditions aux limites n'est pas nécessaire.

Cette méthode de résolution inverse développée par Pezerat et Guyader [147], est une méthode locale de reconstruction de force. Différents types de traitement seront détaillés dans ce chapitre en présentant la méthode de résolution inverse (RI), sa version régularisée par filtrage et fenêtrage (RIFF) et enfin sa version régularisée par approches bayésiennes (RIB). Le point de départ de ces différentes méthodes s'appuie sur l'équation générale de propagation des ondes de flexion modélisées par le déplacement hors plan $U_z(x, y, t)$ au cours du temps [113, 148] pour une plaque en présence d'une force excitatrice $F(x, y, t)$:

$$D\nabla^4 U_z(x, y, t) + 2\zeta D \frac{\partial \nabla^4 U_z(x, y, t)}{\partial t} + \rho h \frac{\partial^2 U_z(x, y, t)}{\partial t^2} = F(x, y, t), \quad (4.1)$$

avec h l'épaisseur de la structure et D la rigidité de structure. Un terme d'amortissement visqueux $\frac{\partial \nabla^4 U_z(x,y,t)}{\partial t}$ est ajouté afin de prendre en compte la perte d'énergie de la propagation des ondes. ζ est un coefficient exprimant le taux d'amortissement. Enfin l'opérateur ∇^4 représente l'opérateur différentiel double Laplacien qui dans notre cas est égal à $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$.

4.3 Principe générale de la résolution inverse

Le régime stationnaire traduit l'état de vibration d'une plaque à partir d'une excitation pouvant comprendre une ou plusieurs fréquences fixes. Pour une fréquence, le régime harmonique nous permet d'écrire la forme de l'excitation tel que $F(x, y, t) = F(x, y) \exp(j\omega t)$ avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation d'excitation. L'invariance temporelle et la linéarité du problème induit que l'expression du déplacement s'écrit lui-même selon la forme harmonique $U_z(x, y, t) = U_z(x, y) \exp(j\omega t)$, les dérivées temporelles sont alors facilement simplifiables. On obtient alors la nouvelle équation [89] :

$$D\nabla^4 U_z(x, y, \omega) + 2j\omega\zeta D\nabla^4 U_z(x, y, \omega) - \rho h\omega^2 U_z(x, y, \omega) = F(x, y, \omega) \quad (4.2)$$

L'expression de la force apparaît alors simplement comme l'expression du membre de droite de l'équation (4.2). Une simple application des dérivées spatiales ∇^4 permet de retrouver la force appliquée à l'objet. En pratique, les données sont fournies sur un maillage discret.

4.3.1 Approximation des dérivées

À partir de la connaissance d'un champ des déplacements U_z discret, les dérivées sont approximées par des développements centrés au premier ordre tels que :

$$\frac{\partial^4 U_z(x, y, \omega)}{\partial x^4} = \delta_{4x}^{i,j} \simeq \Delta_x^{-4} [1 \quad -4 \quad 6 \quad -4 \quad 1] [U_z^{i-2,j} \quad U_z^{i-1,j} \quad U_z^{i,j} \quad U_z^{i+1,j} \quad U_z^{i+2,j}]^T, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^4 U_z(x, y, \omega)}{\partial y^4} = \delta_{4y}^{i,j} \simeq \Delta_y^{-4} [1 \quad -4 \quad 6 \quad -4 \quad 1] [U_z^{i,j-2} \quad U_z^{i,j-1} \quad U_z^{i,j} \quad U_z^{i,j+1} \quad U_z^{i,j+2}]^T, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial^4 U_z(x, y, \omega)}{\partial x^2 \partial y^2} = \delta_{2x2y}^{i,j} \simeq \Delta_x^{-2} \Delta_y^{-2} [1 \quad -2 \quad 1 \quad -2 \quad 4 \quad -2 \quad 1 \quad -2 \quad 1] \begin{bmatrix} U_z^{i+1,j+1} & U_z^{i+1,j} & U_z^{i+1,j-1} & U_z^{i,j+1} & U_z^{i,j} & U_z^{i,j-1} & U_z^{i-1,j+1} & U_z^{i-1,j} & U_z^{i-1,j-1} \end{bmatrix}^T. \quad (4.5)$$

$U_z^{i,j}$ décrit ici le déplacement de la plaque à une fréquence précise au point i, j de la matrice. Δ_x et Δ_y sont les pas spatiaux entre déplacements respectivement dans les directions x et y . Le schéma aux différences finies centré ne permet pas d'application aux bords de la structure, il est cependant possible d'appliquer un schéma décentré sur les bords pour compléter les dérivées. L'expression de la distribution de force appliquée à la poutre s'exprimera globalement alors comme :

$$F_{RI}^{i,j}(\omega) = D(\delta_{4x}^{i,j} + \delta_{4y}^{i,j} + 2\delta_{2x2y}^{i,j}) + 2j\omega\zeta D(\delta_{4x}^{i,j} + \delta_{4y}^{i,j} + 2\delta_{2x2y}^{i,j}) - \rho h \omega^2 U_z^{i,j}, \quad (4.6)$$

Ainsi, pour chaque fréquence étudiée, la force pourra être reconstruite sous forme de distribution de force (en $[N.m^{-1}]$ dans le cas d'une structure $1D$ et $[N.m^{-2}]$ pour une structure $2D$). Une intégration spatiale de ce profil de distribution de force permet par exemple d'obtenir la valeur de force injectée dans la structure.

4.3.2 Simulation numérique

Des simulations sont réalisées pour vérifier la pertinence de cette méthode de résolution. Un champ de déplacement est simulé sur une plaque carrée excitée par un point source dont les coordonnées (x_0, y_0) sont connues. Ce champ de déplacement est simulé selon la méthode décrite dans la section 3.4 du chapitre 3 afin de synthétiser ici la vibration d'une plaque en acier dont les paramètres sont listés dans le tableau 4.1.

Dimensions $L_x \times L_y$ [cm ²]	30 × 30	Position de la source $[x_0; y_0]$ [cm]	[12, 4; 12]
Module d'Young E [GPa]	210	Facteur de perte η_E [s]	1×10^{-3}
Masse volumique ρ [kg/m ³]	$7,5 \times 10^3$	Épaisseur [mm]	1,5
Coefficient de poisson ν	0,27		

TABLE 4.1 – Paramètres de la plaque en acier utilisée pour la simulation du champ de déplacement.

La fréquence d'excitation choisie est de 756 Hz et l'excitation injecte une force de 1 N dans la structure. La figure 4.2 (a) présente le module déplacement de la structure alors que la figure 4.2 (b) présente sa phase pour la fréquence choisie. Cette simulation est réalisée avec un maillage de 512×512 pixels. Le profil de force obtenu après application de la résolution inverse est visible quant à lui sur la figure 4.2 (c) avec un zoom sur le point d'application de la force.

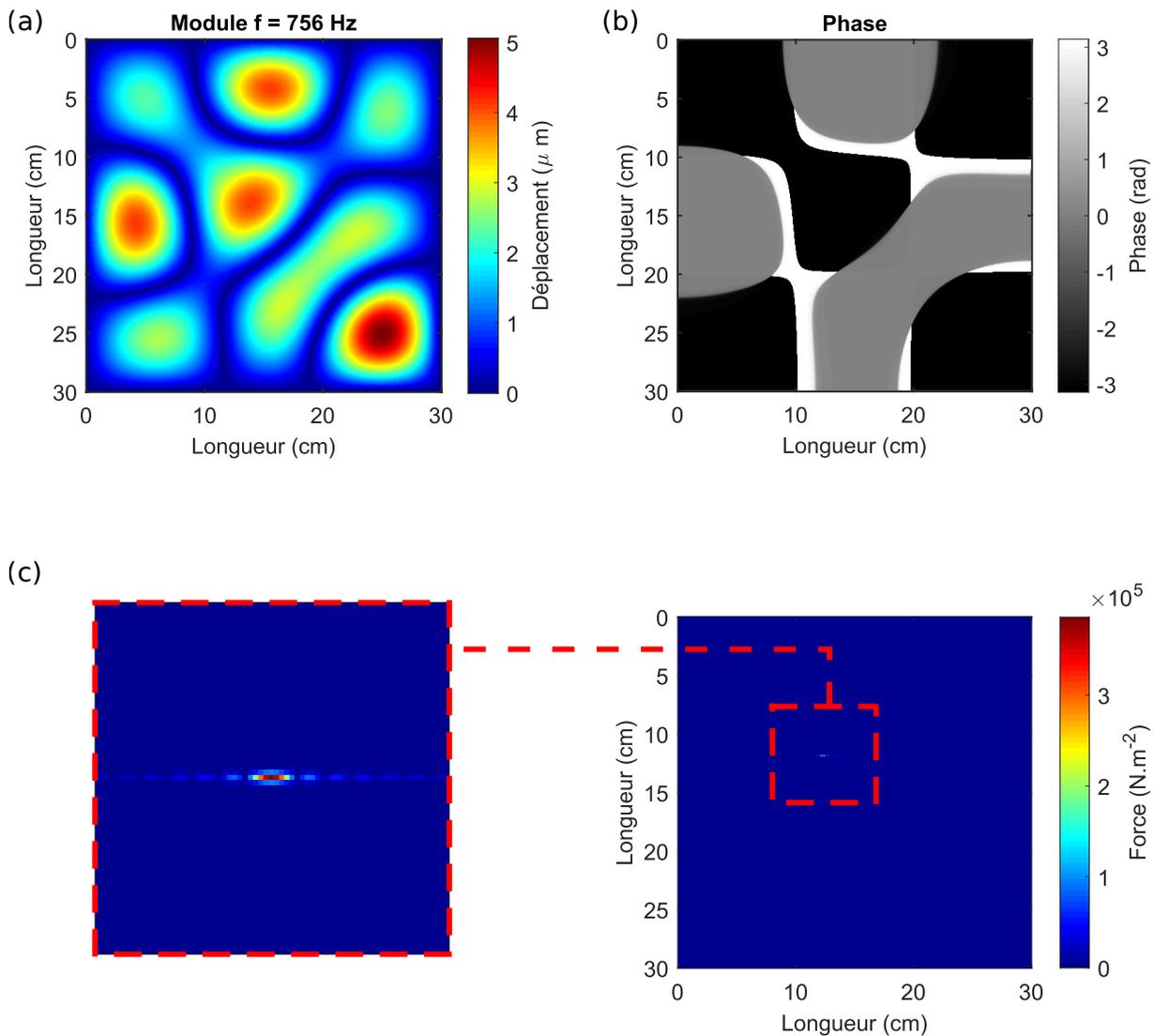


FIGURE 4.2 – Valeur absolue du champ des déplacements (a), phase du champ des déplacement (b) et distribution de force reconstruite par reconstruction par résolution inverse (c) pour une plaque excitée à 756 Hz dont les caractéristiques sont données au tableau 4.1.

Le profil de force obtenu est ici une pression et nous permet de localiser le point d'application de notre excitation. Ce dernier nécessitera d'être intégré sur la surface afin d'en extraire la quantité de force émise dans la structure. La valeur de force retrouvée dans notre cas est de 1.001 N correspondant au résultat attendu. On peut noter que le profil de force de la figure 4.2 (c) comporte un profil décroissant sur les extrémités dans la direction x . Ce phénomène est dû à la méthode de synthèse par ondes semi-forcée, l'effet de la troncature modale utilisée pour la simulation dans la direction x est visible sur le résultat.

4.3.3 Problématiques en présence de bruit

Les mesures effectuées dans un cadre réel comportent cependant du bruit. Celui-ci, dans le cas d'application de la résolution inverse va être amplifié par les dérivées spatiales appliquées au champ de déplacement. Pour illustrer ce phénomène un bruit complexe n est maintenant ajouté au déplacement simulé $U_z^n = U_z + n$ tel que :

$$n = 10^{-\frac{RSB}{20}} \frac{(N_1 + jN_2)}{\sqrt{(2)}} \sigma_w, \quad (4.7)$$

avec N_1 et N_2 , deux variables aléatoires de même dimension que U_z et échantillonnées à partir d'une gaussienne multivariée centrée réduite. σ_w est l'écart type du champ de déplacement et RSB est le rapport signal sur bruit. La figure 4.3 (a) présente un déplacement bruité dont le rapport signal sur bruit équivaut à 20 dB et la figure 4.3 (b) présente la résolution inverse obtenue sans méthode de régularisation. La méthode ne permet pas de retrouver la force exercée sur la plaque lorsque le champ est bruité (même à des niveaux relativement bas). Ce phénomène d'amplification de bruit par les dérivées noie le signal de force dans un bruit empêchant toute analyse. Un traitement doit alors être apporté afin d'en extraire le signal de force utile. La figure 4.3 (c) montre les spectres en nombre d'onde des signaux de force reconstruit de la figure 4.2 (c) et de la figure 4.3 (b), il est possible d'observer que la majeure partie du signal de force est concentrée dans les bas nombres d'ondes et que la majorité du bruit se situe dans les hauts nombres d'ondes. Le schéma aux différences finies introduit un filtrage naturel dans le domaine des nombres d'ondes. Cependant celui-ci n'est pas assez important pour permettre un filtrage efficace de ces mesures.

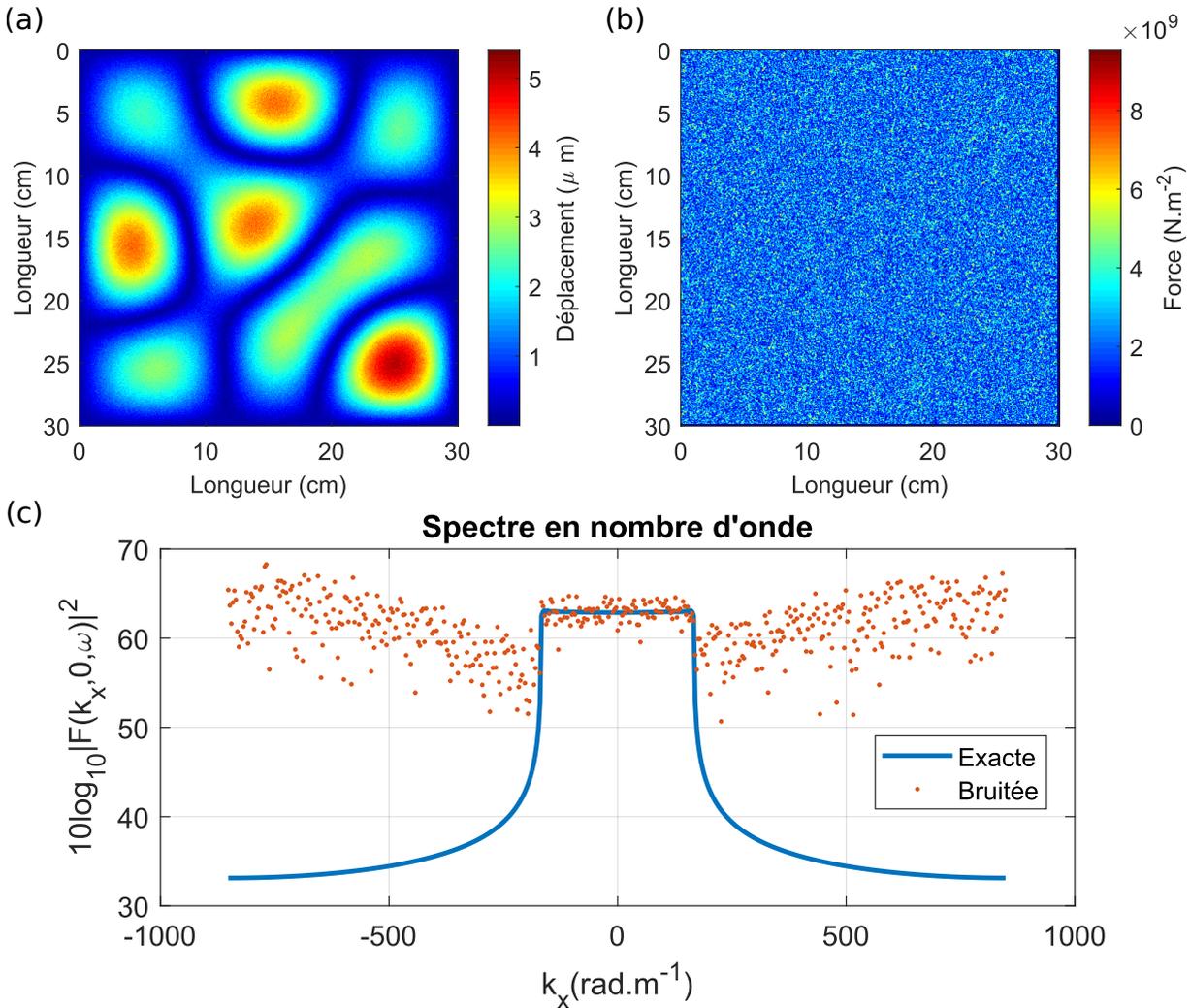


FIGURE 4.3 – Valeur absolue du champ des déplacements bruité (a) et distribution de force reconstruite par reconstruction par résolution inverse (b) pour une plaque excitée à 756 Hz dont les caractéristiques sont données au tableau 4.1 et spectre en nombre d'onde des signaux de forces (c) de la résolution bruités en (b) et de la résolution exacte de la figure 4.2 (c).

Une première régularisation de cette méthode est alors d'appliquer un filtre sur le champ de force reconstruit dans le domaine des nombres d'onde.

4.3.4 Résolution inverse filtrée fenêtrée

Le filtrage choisi est un filtre spatial passe bas réalisé par un produit de convolution dont la réponse du filtre utilisé ici est un sinus cardinal pondéré par une fenêtre de

Hanning [147] :

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(k_c x) \sin(k_c y) \left[1 + \cos\left(\frac{k_c x}{2}\right)\right] \left[1 + \cos\left(\frac{k_c y}{2}\right)\right]}{4\pi^2 xy} & \text{pour } x \text{ et } y \in \left[-\frac{2\pi}{k_c} : \frac{2\pi}{k_c}\right] \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.8)$$

Dans l'équation (4.8), k_c est appelé le nombre d'onde de coupure. Ce filtre possède la particularité d'avoir une réponse finie et d'être neutre [107] (l'intégration de ce filtre est égale à 1). Il permet de calculer la valeur d'amplitude de la force que l'on cherche à retrouver par intégration. Le nombre d'onde de coupure du filtre doit alors être ajusté de manière manuelle en fonction du niveau de bruit contenu dans les mesures (Pezerat préconise d'utiliser un nombre d'onde de coupure proportionnel au nombre de d'onde de flexion tel que $k_c = ak_f$ [147]).

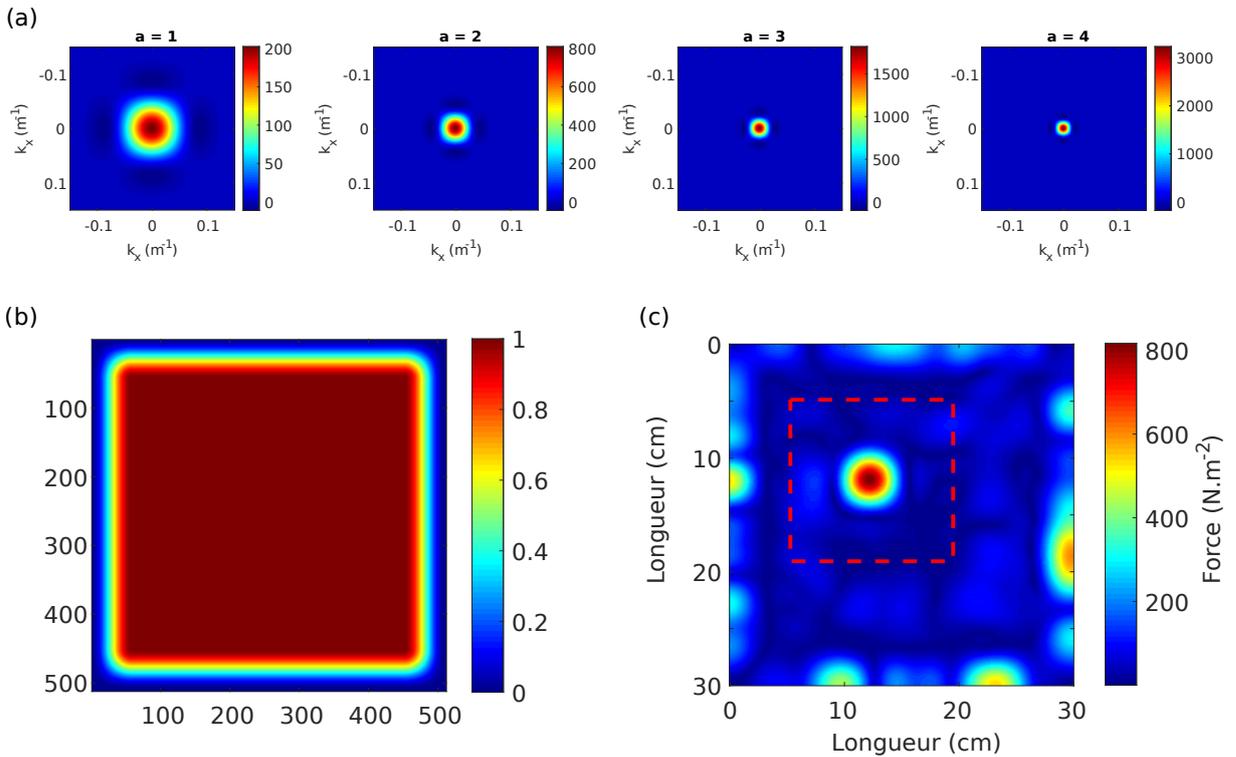


FIGURE 4.4 – Profil du filtre en nombre d'onde pour différentes valeurs du paramètre a définissant la fréquence de coupure du filtre (a), fenêtre de Tukey appliqué sur les bords du signal (b) et résolution inverse filtrée fenêtrée appliqué avec un filtre donc le paramètre de régularisation est de $a = 2$.

Si la régularisation est trop faible, le signal sera toujours impacté par le bruit. Dans

le cas contraire une régularisation trop forte amènera à un étalement du profil de force reconstruit et une trop grande partie de l'information spectrale de la force sera perdue. Une représentation de la réponse spatiale de ce filtre en deux dimensions pour différentes valeurs de a est visible sur la figure 4.4 (a).

Le bruit induit par les dérivées est d'autant plus important sur les bords du signal à cause de la troncature spatiale de la distribution de force bruitée reconstruite. La troncature est une singularité qui ne peut pas être éliminée par lissage spatial. On applique donc une fenêtre spatiale "lissante" avant l'opération de filtrage. La fenêtre choisie est une fenêtre de Tukey en 2 dimensions possédant des longueurs de fenêtres de la taille d'une longueur d'onde de coupure λ_c :

$$U_z(x, \omega) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{r} \left[x - \frac{\lambda_c}{2Lx} \right] \right) \right] & \text{pour } x \text{ et } y \in \left[0 : \frac{\lambda_c}{2Lx} \right], \\ 1 & \text{pour } x \text{ et } y \in \left[\frac{\lambda_c}{2Lx} : 1 - \frac{\lambda_c}{2Lx} \right], \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{r} \left[x - 1 + \frac{\lambda_c}{2Lx} \right] \right) \right] & \text{pour } x \text{ et } y \in \left[1 - \frac{\lambda_c}{2Lx} : 1 \right]. \end{cases} \quad (4.9)$$

Cette fenêtre est représentée sur la figure 4.4 (b). En appliquant un filtre dont la longueur d'onde de coupure équivaut à 2 fois le nombre d'onde de flexion ($a = 2$) et en appliquant au préalable la fenêtre de Tukey équivalente sur les bords des résultats de la figure 4.3 (b) le résultat de la figure 4.4 (c) est obtenu. Le profil de force reconstruit correspond à nouveau à l'emplacement initialement retrouvé avec la reconstruction exacte, cette dernière possède cependant un étalement spatial plus important proportionnel à la taille du filtre utilisé. Afin d'estimer la quantité de force injectée dans la structure, le signal ici doit être intégré. L'intégration réalisée ici va alors devoir respecter les conditions imposés par le filtre [147], à savoir être effectuée sur une surface de fenêtre autour du point d'application $[x_0, y_0]$ tel que $L_{fenX} = \frac{4\pi}{ak_f} + 4\Delta_x$ et $L_{fenY} = \frac{4\pi}{ak_f} + 4\Delta_y$:

$$F_{RIF}(\omega) = \int_{x_0 - L_{fenX}/2}^{x_0 + L_{fenX}/2} \int_{y_0 - L_{fenY}/2}^{y_0 + L_{fenY}/2} F(x, y, \omega) dx dy. \quad (4.10)$$

L'aire d'intégration est représentée par le cadre pointillé rouge de la figure 4.4 (c). La valeur de force ainsi retrouvée est de $F_{RIF} = 1.03$ N, toujours très proche de la valeur attendue. Le filtrage permet donc de retrouver la force exercée sur une surface avec un champ de déplacement bruité. Une autre approche de résolution a été mise en avant plus récemment par Faure dans sa thèse [149], consistant à réaliser une approche bayésienne pour optimiser la régularisation en s'adaptant au bruit considéré.

4.3.5 Résolution inverse régularisée par approches bayésienne

La régularisation bayésienne appliquée à la résolution inverse est appliquée directement sur les opérateurs de dérivés. La méthode se base sur des approches statistiques pour prendre en compte le bruit et plus exactement sa densité de probabilité dans la régularisation.

Mise en équation des dérivées spatiales sous forme matricielle

Cette méthode se base sur une formulation matricielle de l'équation de mouvement, la régularisation étant opérée précisément sur cette matrice. Les dérivées ainsi définies dans les équations (4.3), (4.4) et (4.5) doivent alors être exprimées sous forme matricielles. Dans le cas d'un mouvement en une dimension selon l'axe x , l'expression de la dérivée peut être approximée telle que :

$$\frac{\partial^4 U_z(x, \omega)}{\partial x^4} \simeq \mathbf{D}_x \mathbf{U}_z = \begin{pmatrix} 6 & -31 & \frac{137}{2} & \frac{-243}{3} & \frac{107}{2} & -19 & \frac{17}{6} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 6 & -31 & \frac{137}{2} & \frac{-243}{3} & \frac{107}{2} & -19 & \frac{17}{6} & \ddots & \vdots \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \vdots & \ddots & \frac{17}{6} & -19 & \frac{107}{2} & \frac{-243}{3} & \frac{137}{2} & -31 & 6 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{17}{6} & -19 & \frac{107}{2} & \frac{-243}{3} & \frac{137}{2} & -31 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_z^1 \\ U_z^2 \\ U_z^3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ U_z^i \\ \vdots \\ \vdots \\ U_z^{n-1} \\ y \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Ainsi, la multiplication de la matrice de dérivée par le vecteur de mouvement calculera la dérivée en chaque point du signal U_z . Dans le cas d'une matrice en 2 dimensions Faure propose d'appliquer les dérivées en déroulant la matrice de déplacement selon les colonnes et ainsi appliquer différents schémas sur le vecteur déplacement déroulé [149]. Par exemple, la dérivée selon l'axe y peut s'illustrer comme représenté dans le schéma de la figure 4.5.

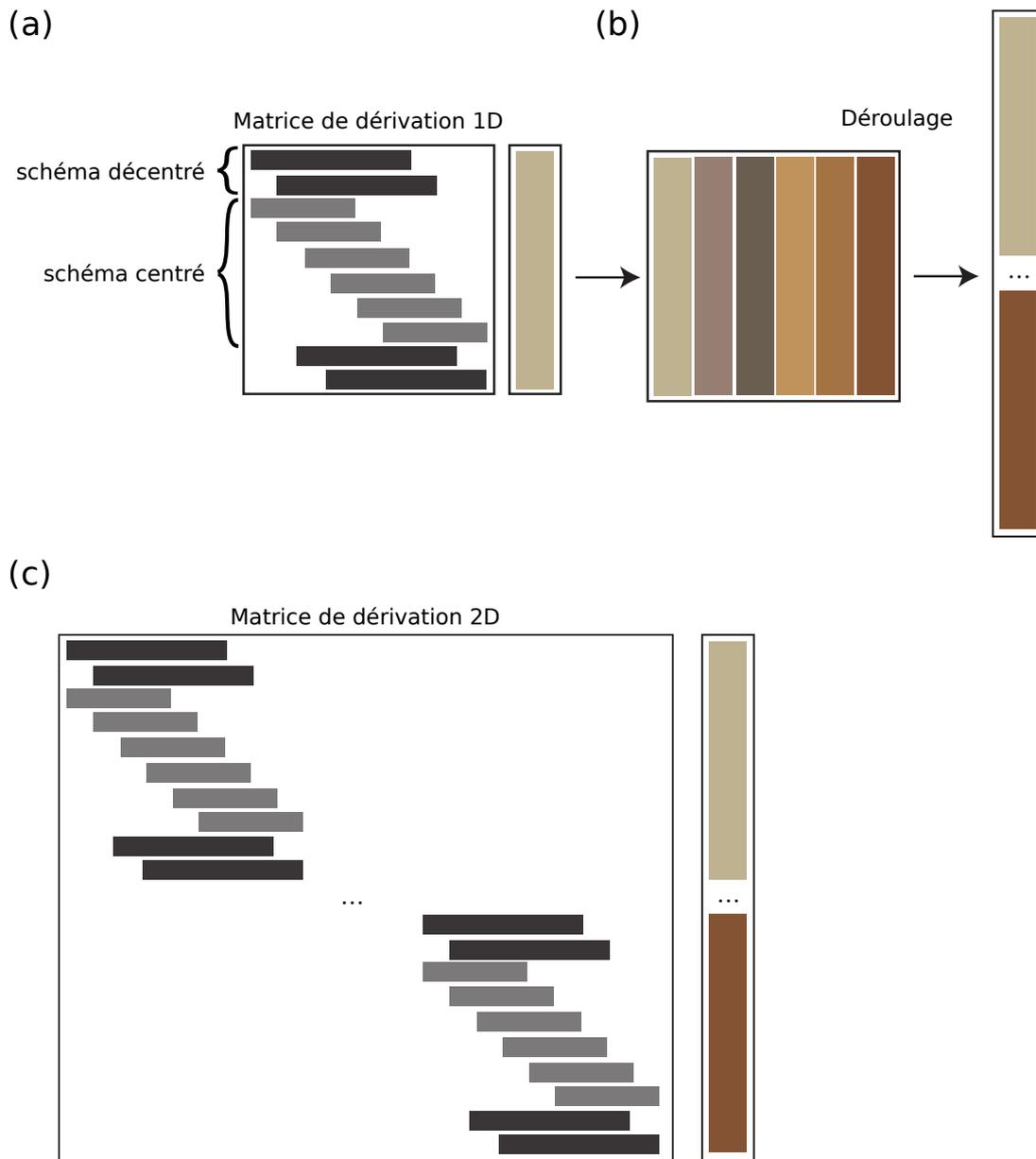


FIGURE 4.5 – Matrice de dérivation appliqué à un signal en 1 dimension (a), déroulement d'un signal en 2 dimensions pour obtenir un vecteur de déplacement (b), duplication du schéma de dérivation dans une matrice de dérivation et application de la dérivée sur le signal déroulé (c) en (b).

Finalement, l'opérateur ∇^4 peut se mettre sous la forme de la somme de ces matrices. Ainsi, il sera ainsi possible d'exprimer la matrice de raideur par :

$$\mathbf{D}_k = D \left(\mathbf{D}_x^4 + \mathbf{D}_y^4 + 2\mathbf{D}_{2x2y} \right), \quad (4.12)$$

mais aussi la matrice d'amortissement :

$$\mathbf{D}_c = 2j\omega\zeta D \left(\mathbf{D}_x^4 + \mathbf{D}_y^4 + 2\mathbf{D}_{2x2y} \right), \quad (4.13)$$

et également la matrice de masse :

$$\mathbf{D}_m = -\rho S\omega^2 \mathbf{I}_N. \quad (4.14)$$

En remplaçant les dérivées de l'équation (4.2) du mouvement, on obtient alors l'expression de la force :

$$\begin{aligned} F(x, y, \omega) &= (\mathbf{D}_r + \mathbf{D}_c + \mathbf{D}_m) \hat{\mathbf{U}}_z(\omega) \\ &= \mathbf{D}_{\text{global}} \hat{\mathbf{U}}_z(\omega) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Avec D_{global} , l'opérateur de structure et $\hat{\mathbf{U}}_z(\omega)$ le vecteur du mouvement provenant de la matrice de mouvement déroulée selon l'axe y . La force retrouvée en présence d'un signal bruité $\hat{\mathbf{U}}_z^n = \hat{\mathbf{U}}_z + n$ s'exprimera comme :

$$\hat{\mathbf{F}}(\omega) = \mathbf{D}_{\text{global}} \hat{\mathbf{U}}_z(\omega) + \mathbf{D}_{\text{global}} \hat{\mathbf{n}}, \quad (4.16)$$

soit composé du signal désiré $\mathbf{D}_{\text{global}} \hat{\mathbf{U}}_z(\omega)$ avec une composante parasite $\mathbf{D}_{\text{global}} \hat{\mathbf{n}}$ équivalent à ce qui a été vu dans la partie précédente. Il est toujours possible de filtrer et de fenêtrer le signal pour minimiser l'impact du bruit. La régularisation bayésienne propose de considérer ce bruit dans l'expression du schéma aux différences finies.

Théorème de Bayes

La théorie bayésienne se base sur le théorème de Bayes montrant une relation entre deux probabilités conditionnelles [150] :

$$[a|b] = \frac{[b|a][a]}{[b]} \quad (4.17)$$

$$\propto [b|a][a] \quad (4.18)$$

Où la probabilité $[a|b]$ est la probabilité de l'évènement a connaissant b et est appelée la probabilité *a posteriori* (la postérieure). De la même manière, $[b|a]$ est la vraisemblance et $[a]$ est la probabilité *a priori* (ou priore). En appliquant ce théorème à la distribution

de force $\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{D}_{\text{global}}(\mathbf{U}_z(\omega) + \hat{\mathbf{n}}) = \mathbf{D}_{\text{global}}\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)$ et donc en remplaçant a dans l'expression précédente par la force $\mathbf{F}(\omega)$, on obtient :

$$[\hat{\mathbf{F}}(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}, \hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)] \propto [\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}, \hat{\mathbf{F}}(\omega)][\hat{\mathbf{F}}(\omega)]. \quad (4.19)$$

Cette expression est constituée des trois termes définis précédemment. Afin de résoudre ce problème, on se propose de traiter et de développer chacun de ces termes un à un.

Vraisemblance

L'expression de la vraisemblance $[\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}, \hat{\mathbf{F}}(\omega)]$ peut être simplifiée par [90] :

$$[\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}, \hat{\mathbf{F}}(\omega)] = [\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\hat{\mathbf{U}}_z(\omega)]. \quad (4.20)$$

Ici, le bruit est considéré comme ayant des statistiques gaussiennes $[\hat{\mathbf{n}}] \sim \mathcal{N}_c(n|0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_N)$ où \mathbf{I}_N est la matrice d'identité, σ_n^2 est la variance du bruit et \mathcal{N}_c est la distribution normale générale exprimée comme :

$$\mathcal{N}_c(X|\bar{u}, \Sigma) = \frac{1}{|\Sigma|\pi^N} \exp\left(- (u - \bar{u})^H \Sigma^{-1} (u - \bar{u})\right). \quad (4.21)$$

Dans l'équation (4.21), la distribution normale est supportée par u avec une valeur moyenne \bar{u} de dimensions $(N, 1)$ et la matrice de covariance Σ de dimensions (N, N) .

En ajoutant les données $\hat{\mathbf{U}}_z(\omega)$ au bruit, la vraisemblance peut être exprimée comme suit :

$$[\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\hat{\mathbf{U}}_z(\omega)] \propto \mathcal{N}_c(\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\hat{\mathbf{U}}_z(\omega), \sigma_n^2 \mathbf{I}_N). \quad (4.22)$$

Comme le montre [90], sachant que le support et la valeur moyenne de la distribution gaussienne peuvent être inter-changés par une transformation linéaire, après multiplication de l'équation avec la variable $\mathbf{D}_{\text{global}}$, l'équation (4.22) peut être réécrite comme :

$$[\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)|\hat{\mathbf{U}}_z(\omega)] \propto \mathcal{N}_c(\hat{\mathbf{F}}(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}\hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega), \mathbf{D}_{\text{global}}\sigma_n^2\mathbf{D}_{\text{global}}^H). \quad (4.23)$$

Cette formulation indique maintenant que la densité de probabilité de la vraisemblance est maintenant une gaussienne centrée sur la force.

Prieure

La prieure est l'information supposée liée à la force et à l'hypothèse inconnue. Cette dernière peut être exprimée grâce à une expression simplifiée basée sur la distribution gaussienne :

$$[\hat{\mathbf{F}}(\omega)] \propto \mathcal{N}_c(\hat{\mathbf{F}}(\omega)|0, \sigma_f^2 \mathbf{I}_N). \quad (4.24)$$

L'équation (4.24) signifie que la seule information supposée est que la force suit une distribution gaussienne choisie arbitrairement. Dans l'équation (4.24), σ_f^2 correspond à la variance de la force.

Postérieure

La postérieure peut être calculée à partir de la connaissance de la vraisemblance et de la prieure, grâce à l'expression bayésienne donnée par l'équation (4.19). Comme elle correspond à la multiplication de deux distributions gaussiennes, le résultat est donc également une distribution gaussienne dont l'expression est :

$$[\hat{\mathbf{F}}(\omega)|\mathbf{D}_{\text{global}}, \hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)] \propto \mathcal{N}_c(\hat{\mathbf{F}}(\omega)|\mu_f, \Sigma_f^2), \quad (4.25)$$

avec $\Sigma_f^2 = \left(\frac{\mathbf{D}_{\text{global}}^{-H} \mathbf{D}_{\text{global}}^{-1}}{\sigma_n^2} + \frac{1}{\sigma_f^2} \mathbf{I}_N \right)^{-1}$ et $\mu_f = \Sigma_f^2 \frac{\mathbf{D}_{\text{global}}^{-H}}{\sigma_n^2} \hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega)$. La force est ensuite évaluée par l'information MAP (maximum *a posteriori*) fournie par cette dernière distribution gaussienne :

$$\hat{\mathbf{F}}^{MAP}(\omega) = \mu_f = \frac{\left(\frac{\mathbf{D}_{\text{global}}^{-H} \mathbf{D}_{\text{global}}^{-1}}{\sigma_n^2} + \frac{1}{\sigma_f^2} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \mathbf{D}_{\text{global}}^{-H}}{\sigma_n^2} \hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega). \quad (4.26)$$

Des simplifications mathématiques peuvent être utilisées et la force estimée peut finalement être exprimée comme suit [90] :

$$\hat{\mathbf{F}}^{MAP}(\omega) = \mathbf{M} \left[\frac{\mathbf{s}_i}{\mathbf{s}_i^2 \eta^2 + 1} \right] \mathbf{V}^H \hat{\mathbf{U}}_z^n(\omega). \quad (4.27)$$

On peut retrouver $\mathbf{F}_{p,q}^{MAP}(\omega)$ en réorganisant le vecteur de force à partir de la formulation matricielle. Dans l'équation (4.27), \mathbf{M} et \mathbf{V} sont respectivement les vecteurs singuliers gauche et droit de $\mathbf{D}_{\text{global}}$ et \mathbf{s}_i le vecteur des valeurs singulières. Le coefficient η^2 est le rapport entre la variance du bruit et la force ($\eta^2 = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_f^2}$) qui ne peut être connue, car σ_f^2 et

σ_n^2 sont elles-mêmes inconnues. Le terme η^2 possède néanmoins l’avantage de regrouper à la fois σ_f^2 et σ_n^2 et sera donc le seul paramètre à être régularisé. Le terme $\mathbf{M} \left[\frac{\mathbf{s}_i}{\mathbf{s}_i^2 \eta^2 + 1} \right] \mathbf{V}^H$ de l’équation (4.27) peut être vu comme une modification de la matrice $\mathbf{D}_{\text{global}} = \mathbf{M} \mathbf{s}_i \mathbf{V}^H$.

Régularisation du terme η^2

Plusieurs stratégies de régularisation ont déjà été mises en places comme l’utilisation de courbes en L ou la Validation Croisée Généralisée (GCV). Une approche bayésienne de régularisation a été précédemment développée [139] et consiste à appliquer le théorème de Bayes vu précédemment sur le déplacement bruité en fonction des précisions sur la force injectée et le bruit tel qu’il est visible dans [90], on a :

$$\begin{aligned} [\sigma_n, \sigma_f | \hat{\mathbf{U}}_z^n] &\propto [\hat{\mathbf{U}}_z^n | \sigma_n, \sigma_f] [\sigma_n, \sigma_f] \\ &\propto \mathcal{N}_c \left(\hat{\mathbf{U}}_z^n | 0, \sigma_n \mathbf{I}_N + \sigma_f \mathbf{D}_{\text{global}}^{-1} \mathbf{D}_{\text{global}}^{-H} \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Cependant Faure propose dans sa thèse [149] de prioriser l’estimateur maximum a posteriori marginalisé (mMAP), plus adapté au problème. Il exprime ainsi une fonction de coût décrite par [139, 90] :

$$J_{mMAP}(\eta^2) = \sum_{i=1}^N \left[\ln(1 + \eta^2 \mathbf{s}_i^2) - \ln(\mathbf{s}_i^2) \right] + (N - 2) \ln \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\mathbf{s}_i^2 |\mathbf{V}^H \hat{\mathbf{U}}_z^n|^2}{1 + \eta^2 \mathbf{s}_i^2} \right] \right) \quad (4.29)$$

La figure 4.6 montre les résultats obtenus à partir de la simulation exposée dans la partie 4.3.2. La figure 4.6 (a) montre la fonction de coût J_{mMAP} où l’on voit nettement le minimum qu’on obtient pour $\eta^2 = 1.34 \times 10^{-21}$. Avec ce facteur η^2 optimisé, la distribution de force reconstruite est affichée en figure 4.6 (b).

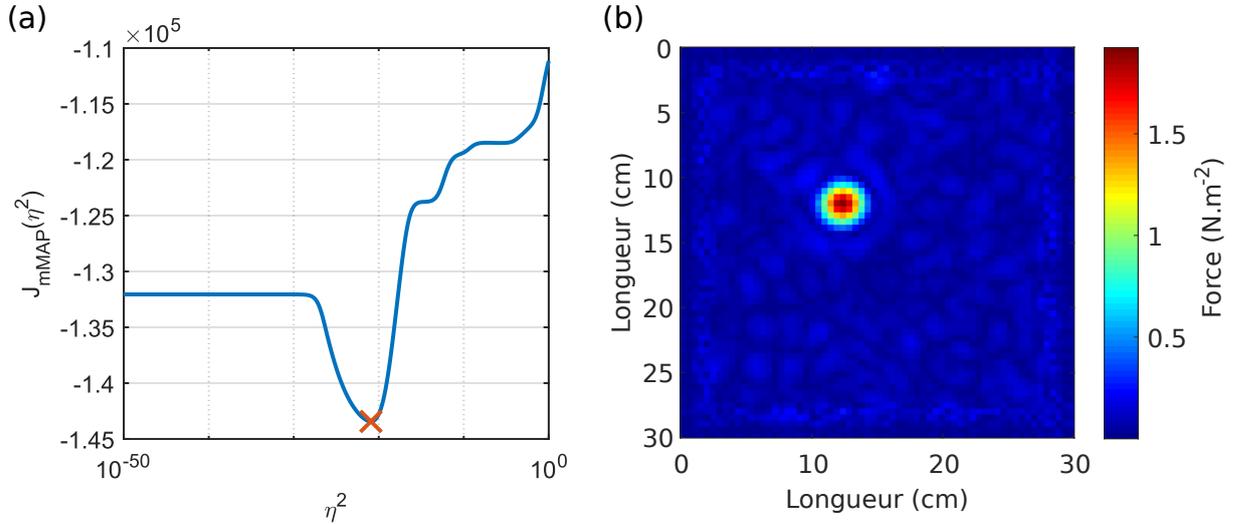


FIGURE 4.6 – Fonction de coût obtenue par l’estimateur mMAP (la croix rouge indique le minimum qui permet d’identifier le facteur η^2 optimisé) (a) et distribution de force obtenue par résolution bayésienne avec le facteur η^2 optimisé (b).

La distribution de force obtenue est proche des résultats de la figure 4.4 (c) grâce à un étalement du point d’application de force moins grand que par l’utilisation de la méthode RIFF. Il peut être intéressant de noter que le résultat de la figure 4.6 (b) possède une résolution moins élevée que les données simulées. Le calcul de la matrice de dérivation $\mathbf{D}_{\text{global}}$ est en effet long et le calcul de la SVD de cette matrice est coûteux en ressources nécessitant un redimensionnement préalable des données. Ce point sera abordé dans la section 4.5. Après intégration du profil de force, il est possible de retrouver une valeur de 1,1 N correspondant à la valeur attendue.

D’autres techniques de régularisation existent, basées sur la méthode de résolution inverse, comme la méthode de la résolution inverse corrigée (RIC) [137]. Cette technique possède aussi la faculté de se régulariser automatiquement en corrigeant le schéma aux différences finies et profite d’un filtrage passe bas intégré dans l’approximation des dérivées spatiales.

4.4 Pertinence des méthodes de régularisation

L’étude en régime stationnaire (mais aussi transitoire) nécessite de faire un choix dans la méthode utilisée. Les méthodes RIFF et RIC sont des méthodes de résolution éprouvées.

Dans le cas de la méthode RIC, plus l’espacement spatial est faible, plus la gamme de fréquences étudiée est élevée [137]. Cette méthode n’est donc pas adaptée aux mesures à haute résolution spatiale fournie par l’holographie numérique. La méthode bayésienne est pour son cas très récente et peu d’études se sont encore basées sur cette dernière pour la réalisation d’analyses poussées. Cette partie a pour but de comparer la méthode RIFF et la méthode RIB afin de dresser un tableau comparatif des deux méthodes et permettre ainsi de mettre en valeur les principaux atouts et faiblesse de chaque régularisation. Cela permettra de prévoir l’utilisation optimale des deux méthodes dans le cadre des travaux de cette thèse.

4.4.1 Prérequis

Comme expliqué dans la partie 4.3.3, plusieurs points caractéristiques des deux méthodes sont importants à prendre en compte. Le réglage de la régularisation de la méthode RIFF est réalisé manuellement en imposant un nombre d’onde de coupure et ainsi atténuer le bruit présent dans les hauts nombres d’onde de la distribution de force reconstruite. La densité de probabilité du bruit est donc peu important du moment que la composante indésirable se trouve dans les hauts nombres d’onde. Les algorithmes de méthode RIFF ont l’avantage d’être simples et rapides à calculer, ils peuvent se réaliser par l’intermédiaire de boucles ou directement par multiplications matricielles (selon le logiciel de calcul utilisé il est possible d’adapter la méthode).

La méthode RIB est ici développée avec l’hypothèse d’un bruit gaussien ou un bruit possédant une densité de probabilité possédant une allure gaussienne et permet d’identifier le nombre d’onde de coupure optimum de la méthode. La régularisation bayésienne utilise une formulation uniquement matricielle ce qui peut engendrer des problèmes de stockage de la matrice de dérivation (ex : dans le cas de cartes de déplacement en 2D qui nécessite des opérations lourdes si la résolution de la carte de déplacement est importante). De ce fait, l’utilisation de la régularisation bayésienne est généralement plus longue à réaliser que la méthode RIFF si la taille des données à traiter est grande. Ces précisions se révèlent importantes dans le cas de mesures holographiques à haute résolution spatiale et temporelle.

4.4.2 Performance des algorithmes

Cette section se concentre sur l'étude de paramètres permettant de faire ressortir diverses caractéristiques de courbes résolues en prenant par exemple en compte l'étalement spatial du pic obtenu (pour une force ponctuelle), sa plage de RSB utile ou la précision de la reconstruction. Les algorithmes de résolution inverse sont ici testés sur le déplacement d'une poutre 1D simulé en présence d'un bruit dont le RSB varie de 10 à 100 dB. Le déplacement est obtenu par une décomposition en ondes forcées afin de ne pas observer de troncature modale dans les reconstructions. Le mouvement de la poutre est ainsi calculé par l'équation [113, 148] :

$$U_z(x, \omega) = \begin{cases} \frac{A}{2k^3 E(1+j\eta_E)I} \left(\sin(kx) \frac{\sin(k(L-x_0))}{\sin(kL)} - \sinh(kx) \frac{\sinh(k(L-x_0))}{\sinh(kL)} \right), & \text{pour } x \in [0; x_0] \\ \frac{A}{2k^3 E(1+j\eta_E)T} \left(\sin(k(L-x)) \frac{\sin(kx_0)}{\sin(kL)} - \sinh(k(L-x)) \frac{\sinh(kx_0)}{\sinh(kL)} \right), & \text{pour } x \in [x_0; L] \end{cases} \quad (4.30)$$

Dans l'équation (4.30) A est l'amplitude de la force transmise, L est la longueur de la poutre, x_0 est la position de la source, k est le nombre d'onde de flexion, I est le moment quadratique de la poutre et S est la section de la poutre. Le déplacement d'une poutre en aluminium est simulé avec les paramètres présentés dans le tableau 4.2 à une fréquence de 500 Hz.

Longueur L [m]	1,5	Module d'Young E [N.m ⁻²]	70×10^9
Moment quadratique I [m ⁴]	$4/3 \times 10^{-11}$	Facteur de perte η_E	1×10^{-03}
Section S [m ²]	4×10^{-5}	Masse volumique ρ [kg.m ⁻³]	2700
Position de la source x_0 [m]	0,61	Force F_0 [N]	3

TABLE 4.2 – Caractéristiques de la poutre utilisée pour la simulation de déplacement.

La visualisation du déplacement est illustrée en figure 4.7 et la résolution inverse exacte appliqué à ce déplacement est visible sur la figure 4.8.

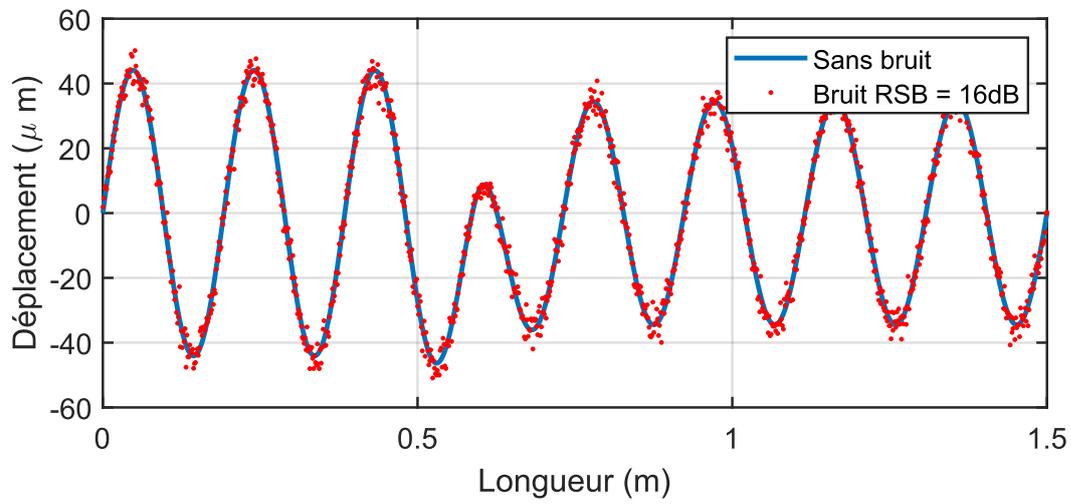


FIGURE 4.7 – Déplacement utilisé pour la comparaison de la résolution inverse sans bruit (en bleu) et bruité avec un bruit possédant une RSB de 16 dB (en rouge).

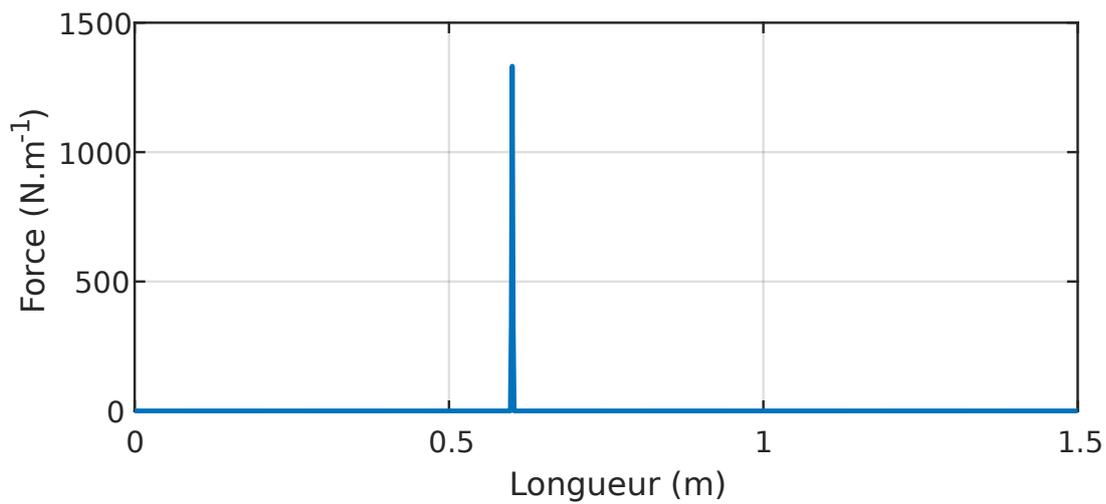


FIGURE 4.8 – Résolution inverse exacte appliquée sur le signal de la figure 4.7 non bruité.

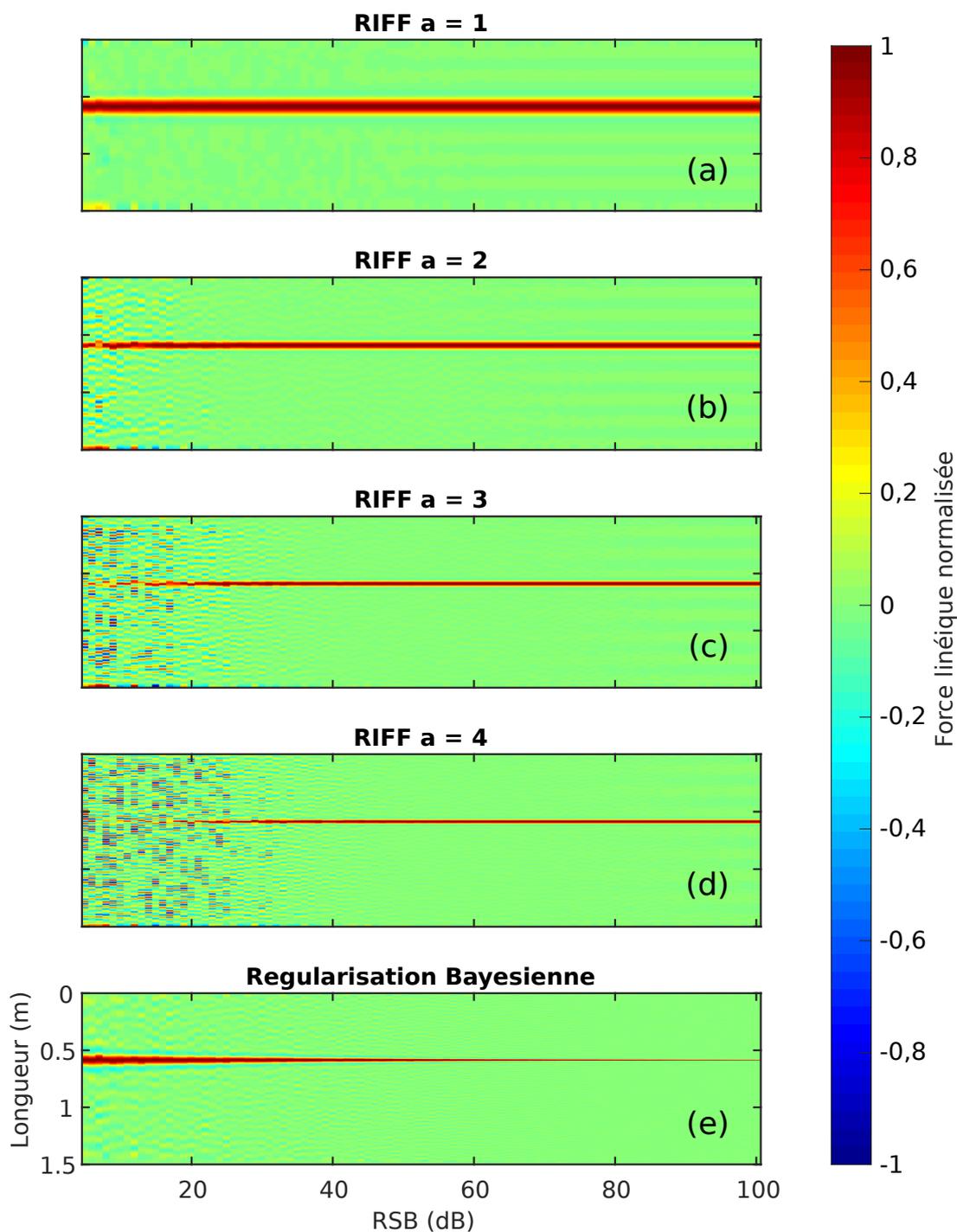


FIGURE 4.9 – Résolution inverse régulée par les 5 régularisations appliquées à un signal bruité sur une plage de RSB allant de 10 à 100 dB.

La force est bien localisée à l'endroit de son application, l'intégration de ce signal nous

permet d’obtenir une valeur de force de 3 N. La force est ainsi correctement identifiée. L’objectif est maintenant d’utiliser les différentes méthodes de régularisation afin d’obtenir une estimation correcte de la position et de la valeur de la force. Les deux méthodes testées seront les méthodes RIFF pour quatre valeurs du paramètre de régularisation a allant de 1 à 4 ainsi que la résolution inverse par approche bayésienne. Les résultats de chaque résolution sont présentés de manière normalisée pour chaque valeur de RSB. Cette visualisation permet notamment de déterminer à partir de quelle valeur de RSB le signal de force reconstruit se dégrade. Le résultat des différentes résolutions normalisées pour chaque RSB est visible sur la figure 4.9.

Les résultats obtenus pour la méthode RIFF présentent des perturbations pour des valeurs de RSB basses, ce nombre se réduit dès lors que la fréquence de coupure baisse. Cependant plus ce paramètre est bas et plus le pic est large, celui-ci est d’ailleurs de même largeur sur toute la plage de RSB utile (c’est à dire lorsque la résolution n’est pas perturbée). Les résultats obtenus pour la régularisation bayésienne ne présentent quant à eux pas de perturbations et la largeur du pic baisse à mesure que le RSB augmente. De plus, si aucun bruit n’est présent ($RSB = 100$ dB) la régularisation se confond presque avec la résolution exacte. Afin d’extraire les paramètres importants (précision, largeur du pic, etc.) plusieurs outils mathématiques seront utilisés afin d’en déduire la résolution la plus pertinente à notre problème.

Facteur de qualité

La régularisation apporte un étalement autour de la distribution de Dirac reconstruite. Il convient alors de quantifier cet étalement par la détermination d’un facteur de qualité qui correspond à la valeur trouvée entre deux plage d’un pic. Ce dernier est déterminé par un critère à -6 dB (c’est à dire lorsque le signal de force au sommet du pic est divisé par 4) afin de vérifier la présence de perturbations autour du pic. Plus ce pic sera fin, meilleure sera la précision sur la reconstruction obtenue. Le facteur de qualité est ainsi déterminé pour les résultats obtenus dans la figure 4.9 et est observable sur la figure 4.10 pour la plage de RSB testée.

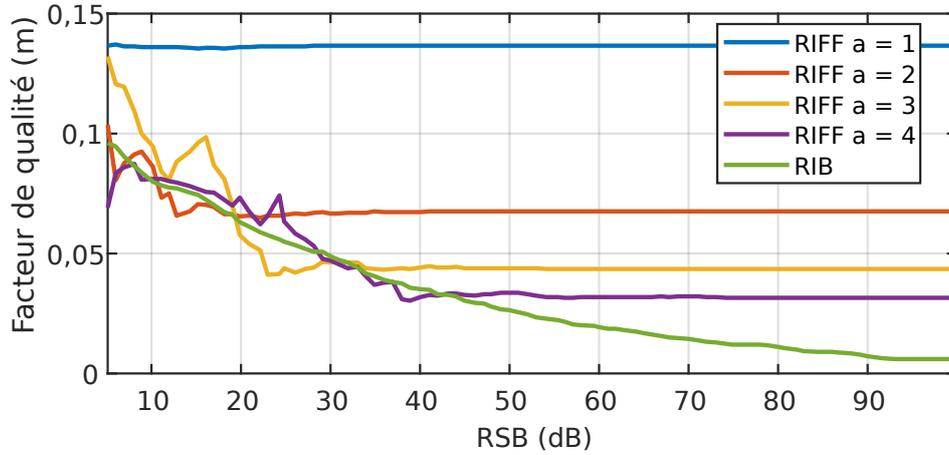


FIGURE 4.10 – Facteur de qualité déterminé pour les différentes valeurs de RSB sur les 5 résolutions.

Les résultats obtenus concordent avec les premières observations faites dans la figure 4.9, il est en effet possible d’observer que l’étalement du pic reconstruit par les méthodes RIFF converge vers une valeur constante sur la plage de RSB, tandis que la méthode RIB s’adapte au niveau de bruit présent dans les mesures. De plus, ce critère permet de déterminer le RSB minimal à chaque méthode pour pouvoir converger vers une valeur stable. De manière générale, la largeur du pic de la résolution bayésienne reste la plus basse sur toute la plage exploitable de RSB de chaque méthode.

Estimation de la force

La restitution correcte de la valeur de la force est une composante essentielle de la résolution inverse, de la même manière que vu précédemment la valeur de la force est quantifiée sur la plage de RSB testée précédemment. La force est obtenue par intégration du profil dans l’espace conformément aux conditions de l’équation (4.10) appliquée ici en une dimension. La méthode RIB n’étant pas limitée dans l’espace, l’étude sera réalisée sur la fenêtre la plus grande utilisée (lorsque $a = 1$). L’estimation de la force pour les différentes méthodes de régularisation est visible sur la figure 4.11 (a).

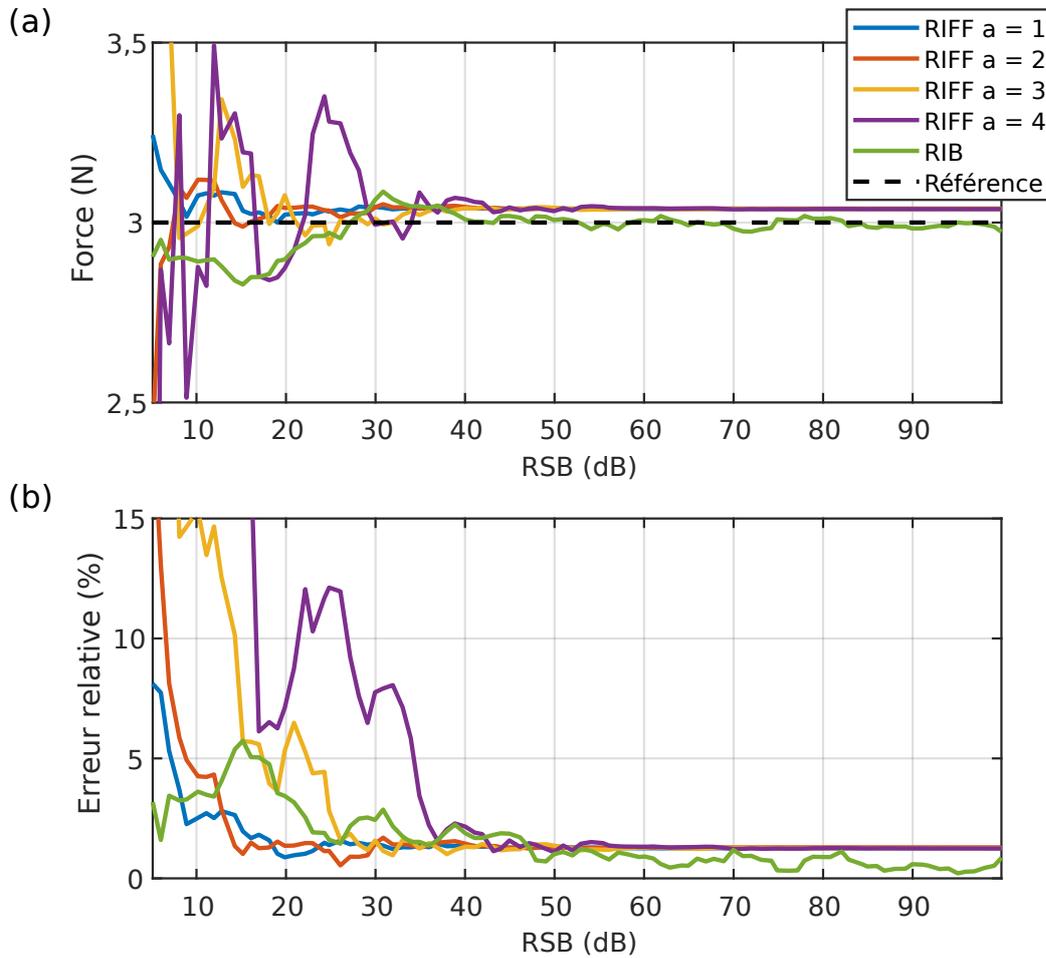


FIGURE 4.11 – Force déterminée pour les différentes valeurs de RSB sur les 5 résolutions (a) et erreur sur la quantité de force reconstruite (b).

L'erreur sur la force obtenue est de même calculée par :

$$Err = \frac{|F_0 - F_r|}{F_0}, \quad (4.31)$$

avec F_0 la valeur réelle de la force et F_r la valeur de la force retrouvée par les différentes méthodes de résolution. Les résultats sont visibles sur la figure 4.11 (b). L'erreur sur l'estimation de la force reste dans ce cas très faible (la plupart du temps inférieure à 5% de la valeur de référence). On peut observer que pour les hauts RSB, les régularisation RIFF tendent toutes à stabiliser la valeur de la force retrouvée proche de la valeur attendue là où la régularisation bayésienne n'est pas forcément stable. D'une manière générale

la force obtenue reste très proche de celle attendue lorsque les méthodes se mettent à converger. Cependant pour un RSB faible, la présence de nombreuses variations empêche la restitution correcte de la valeur de la force.

Espérance et position de la force

L'espérance mathématique appliquée aux résultats obtenus par les différentes résolutions inverses va nous permettre d'accéder à la position de la force compte tenu de la tendance gaussienne du résultat. L'espérance mathématique se définit comme :

$$P(f) = \int_x x f(x) dx, \quad (4.32)$$

avec $f(x)$ la distribution de force obtenue le long de la poutre. Le résultat du calcul de l'espérance se traduit comme étant le moment de bras de levier par rapport à l'origine du repère. La position estimée de la force se retrouve alors en divisant ce moment par la force reconstruite. La valeur de la position estimée de la force pour chaque résolution inverse en fonction de la valeur de RSB du bruit injecté est visible sur la figure 4.12 (a). L'espérance ainsi retrouvée tourne autour du point x_0 attendu. Les résultats des algorithmes RIFF convergent à partir d'un RSB minimum tandis que la régularisation bayésienne ne se stabilise pas sur une valeur précise mais tourne autour de la valeur de référence. De la même manière que précédemment, on peut exprimer l'erreur relative sur la position du pic obtenue. Celle-ci est visible sur la figure 4.12 (b). Les résultats montrent des tendances similaires à la figure 4.11 avec des RSB minimums de la méthode RIFF pour localiser le profil de force.

A partir des résultats précédents, il est possible d'estimer à partir de quelle valeur de RSB chaque méthode converge. Le seuil obtenu est environ de 10 dB pour la méthode RIFF avec un coefficient de régularisation de 1, de 20 dB pour un coefficient de 2, de 25 dB pour un coefficient de 3 et de 40 dB pour un coefficient de 4. L'erreur relevée par la méthode RIB est suffisamment faible sur la plage de RSB pour considérer la méthode valable sur toute la plage de fréquence testée.

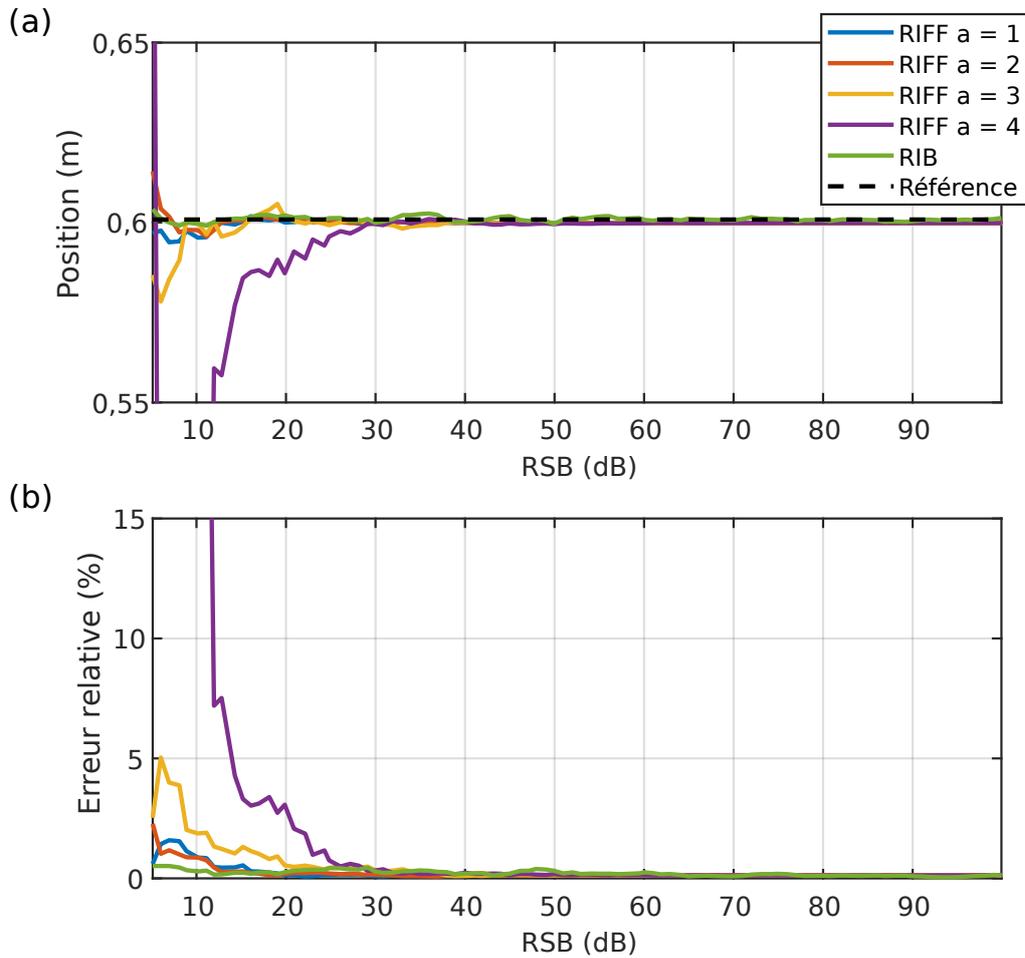


FIGURE 4.12 – Espérance sur la force déterminée pour les différentes valeurs de RSB sur les 5 résolutions (a) et erreur sur la position retrouvée (b).

Afin de synthétiser les résultats obtenus dans les parties précédentes, il est possible de réaliser un tableau comparatif des méthodes de régularisation. Ces observations sont listées dans le tableau 4.3. Au vue de ces résultats montrés plus hauts, la régularisation bayésienne semble être plus robuste que la méthode RIFF classique au prix d'un coût en calcul et une complexité algorithmique plus élevées et d'un temps de calcul plus long.

	RI	RIFF	RIB
Régularisation	Natuelle par le maillage	Manuelle	Automatique (courbe en L, GCV, approches Mmap)
Hypothèse de bruit	Aucune	Hauts nombres d'onde	Gaussien.
Précision sur le pic	Dirac	a=1, Valable sur toute la bande de fréquence, pic large	Valable sur toute la bande de fréquence, diminue en fonction du RSB présent dans les mesures
		a=2, >10 dB, pic large	
		a=3, >25 dB, pic fin	
		a=4, >30 dB, pic fin	
Précision de la localisation	Localisation exacte	a=1, Valable sur toute la bande de fréquence	Précise et stable sur toute la bande de RSB
		a=2, Valable sur toute la bande de fréquence	
		a=3, >10 dB	
		a=4, >25 dB	
Précision de l'estimation de force	Exacte	a=1, >10 dB	Précise et stable pour un RSB >15 dB
		a=2, >15 dB	
		a=3, >25 dB	
		a=4, >40 dB	
Plage de RSB exploitable	Très hauts RSB	a=1, >10 dB	[0,∞]
		a=2, >20 dB	
		a=3, >25 dB	
		a=4, >40 dB	
Complexité algorithmique	Schéma aux différences finies	Schéma aux différences finies, filtre Gaussien, fenêtre de Tukey	Expression matricielle du schéma aux différences finies, décomposition en valeurs singulière, détermination du η^2 optimal
Temps de calcul	Presque immédiat	Très rapide	- 189 fois plus long que RIFF en comptant le calcul de la SVD, - 24 fois plus long sans le compter

TABLE 4.3 – Comparaison des méthodes de régularisation de la méthode inverse.

4.5 Limitation techniques des méthodes

Les méthodes présentées ici sont appliquées sur des cas en une dimension afin de faciliter la comparaison. Le même type de raisonnement est cependant applicable en deux dimensions. Un autre facteur doit cependant être pris en compte qui est celui de la quantité de données à traiter. Si les cas d'applications de la méthode RIFF sont nombreux et ne présentent pas de soucis en terme de quantité de données (la méthode est rapidement applicable), la méthode de régularisation bayésienne demande plus de ressources. Cette dernière s'applique moins rapidement que RIFF et va nécessiter le stockage d'une matrice de dérivation ainsi que la réalisation d'une décomposition en valeur singulière de cette

même matrice. Les applications pratiques de la régularisation bayésienne ont jusque-là été mises en avant par C. Faure dans sa thèse [149] ou dans la littérature [140]. La majeure partie des cas d’applications est réalisée par l’utilisation d’un vibromètre à balayage pouvant fournir une quantité raisonnable de points de mesure. Dans le cas de mesures holographiques, la quantité de données peut devenir très vite importante due à la haute résolution spatiale et temporelle des mesures.

Pour fonctionner, la méthode bayésienne appliquée à un domaine spatial bi-dimensionnel va créer une matrice de dérivation dont les dimensions vont être égales au carré des dimensions de la mesure. Si par exemple on réalise une mesure de 200 par 200 pixels, la matrice de dérivation sera de 40000 par 40000 nécessitant 12,8 Go de stockage dans la mémoire de la machine. L’opération de SVD nécessitera un stockage d’autant plus important pour être réalisée. Typiquement, ces opérations viennent saturer la mémoire vive de l’ordinateur rendant cette opération délicate. Afin d’éviter une surcharge, le champ des déplacements à traiter peut-être sous-échantillonné. Ce faisant, on perd cependant l’intérêt de la haute résolution spatiale des mesures holographiques.

4.6 Conclusion

Ce chapitre présente la méthode de résolution inverse ainsi que deux de ses méthodes de régularisation que sont la régularisation par filtrage et fenêtrage ainsi que la régularisation par approche bayésienne. Ces deux méthodes de régularisation présentent des avantages et des inconvénients répertoriés dans le tableau 4.3. La méthode de régularisation par filtrage et fenêtrage pourra être utilisée comme méthode de référence en régime harmonique (en permettant une résolution avec un nombre de point de mesure important) et la régularisation bayésienne sera utilisée pour les résolutions en régime temporel en tirant partie de sa faculté à s’autoréguler.

APPLICATION DE LA RÉOLUTION INVERSE SUR DES MESURES HOLOGRAPHIQUES

Table des matières

5.1	Introduction	118
5.2	Application de la résolution inverse sur les mesures en régime harmonique .	118
5.2.1	Dispositif expérimental	118
5.2.2	Mesures obtenue par vibrométrie à balayage	120
5.2.3	Mesures par holographie numérique	122
5.2.4	Application de la résolution inverse	123
	Force identifiée à partir de vibrométrie à balayage	123
	Force identifiée à partir de données holographiques	125
5.2.5	Identification d'un moment de bras de levier par la méthode de résolution inverse.	128
5.3	Application de la résolution inverse en régime transitoire	131
5.3.1	Prise en compte des dérivées temporelles	131
5.4	Application à des mesures de chocs	133
5.4.1	Impact simple	134
5.4.2	Double impact	139
5.5	Application à une source mobile	141
5.5.1	Dispositif expérimental	141
5.5.2	Paramètres expérimentaux	142
5.5.3	Résultats	142
5.6	Conclusion	147

5.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de réaliser l'application de la résolution inverse sur des mesures de vibration réalisées par vibrométrie holographique dans différents régimes de fonctionnement. On s'intéressera au régime harmonique avec des cartes de vibration reconstruites selon la méthode étudiée dans le chapitre 3, et au en régime temporel où la propriété synchrone des mesures holographiques est avantageusement utilisée afin de répondre au problème de la résolution inverse dans le domaine temporel. L'utilisation de divers outils de mesure est mise en œuvre afin de permettre la vérification des résultats obtenus. La section 5.2 montre l'application de l'identification d'effort en régime harmonique dans le cadre de vibrations reconstruites par l'algorithme *VibMap* tandis que la section 5.3 décrit l'adaptation de la méthode à des mesures en régime temporel. Des applications sur des mesures de choc sont réalisées dans la section 5.4 et une application sur une bille roulante est enfin présentée dans la section 5.5.

5.2 Application de la résolution inverse sur les mesures en régime harmonique

Cette section se concentre principalement sur l'application de la résolution inverse en régime harmonique sur des cartes de déformées opérationnelles de la vibration. Plusieurs aspects seront étudiés comme la faisabilité de l'application de la résolution sur des mesures reconstruites par les algorithmes étudiés dans le chapitre 3. L'étude de la reconstruction d'excitations réalisées par un moment de bras de levier sera également abordée.

5.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est une plaque en aluminium. La structure est encastrée sur la partie basse et l'excitation est réalisée par un pot vibrant. Un capteur de force est positionné au point d'excitation afin de fournir une mesure de force de référence. Un matériau absorbant bitumineux de 5,5 mm d'épaisseur par 20 mm de largeur a été collé autour des bords de la plaque pour éviter des résonances trop marquées. Une photographie du dispositif est visible sur la figure 5.1 (a) et une représentation schématique de la plaque est visible sur la figure 5.1 (b).

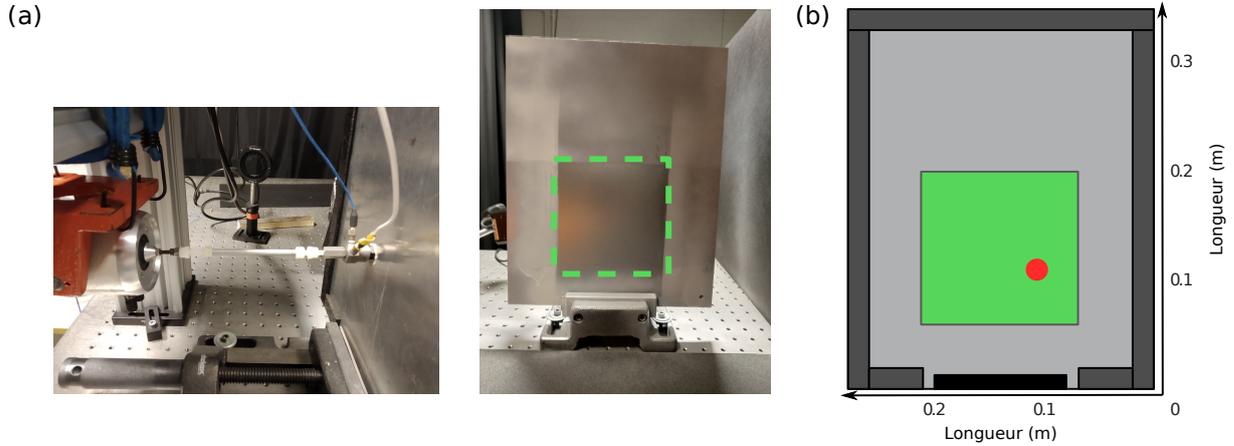


FIGURE 5.1 – (a) Photographies du montage avec la plaque fixée au banc avec le pot vibrant, (b) schéma de la plaque, le vert est la zone mesurée par holographie, le gris foncé est la zone d'encastrement, le gris clair montre la présence de la couche absorbante et le point rouge indique l'emplacement de la source.

Seule une partie du champ vibratoire de la plaque représenté en vert sur la figure 5.1 (b) est mesurée par holographie numérique ultra-rapide. Celle-ci englobe la position de la source. Les caractéristiques géométriques de la plaque sont répertoriées dans le tableau 5.1.

Longueur L_x [m]	0,28	Position du centre de l'excitation $[x_0, y_0]$ [m]	$[0,16 ; 0,1]$
Longueur L_y [m]	0,35	Longueur de la zone de mesure[m]	0,135
Épaisseur[m]	$0,65 \times 10^{-3}$	Diamètre du point d'excitation [m]	0,015
Module d'Young E [N.m ⁻²]	69×10^9	Masse volumique ρ [kg.m ⁻³]	2700
Facteur de perte ζ [s]	1×10^{-5}	Coefficient de Poisson	0,346

TABLE 5.1 – Paramètres de la plaque en aluminium utilisée lors des expérimentations en régime stationnaire.

Ces paramètres seront utilisés dans la résolution inverse appliquée par la suite. Une première comparaison entre les mesures des champs des déplacements est effectuée avec les résultats provenant d'un vibromètre laser à balayage (considéré ici comme la méthode de référence à la fois pour la comparaison des données de déplacement et pour la comparaison de la distribution des forces reconstruites) et les résultats de l'holographie.

5.2.2 Mesures obtenue par vibrométrie à balayage

Le maillage du vibromètre à balayage est représenté dans la figure 5.2. La zone centrale (plus fine) sera utilisée pour la comparaison avec l’holographie numérique. Le reste du maillage est utilisé pour obtenir une estimation globale des déformées. Le vibromètre utilisé est un PSV-500 de Polytec fournissant $65 \times 65 = 4225$ points de données sur le maillage central.

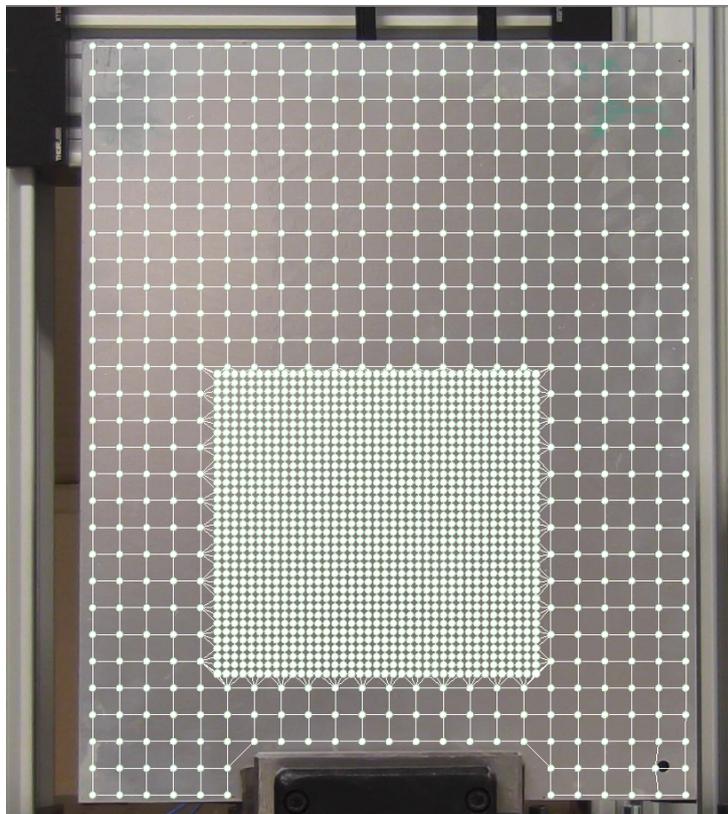


FIGURE 5.2 – Photographie de la plaque avec en superposition le maillage appliqué par le vibromètre. Le maillage plus fin au centre correspond à la zone capturée par le dispositif holographique.

La fonction de transfert de la plaque obtenue entre la mesure au vibromètre au point d’application de la force et le capteur de force est visible sur la figure 5.3.

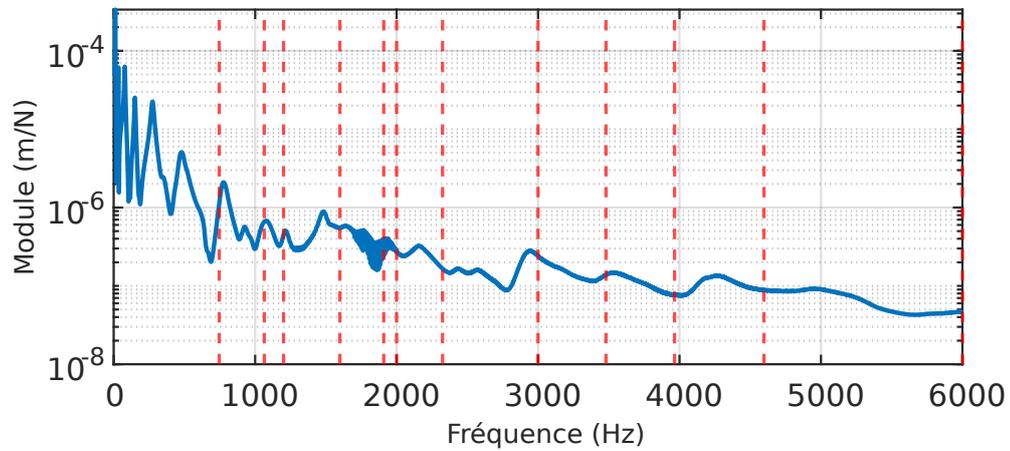


FIGURE 5.3 – Fonction de transfert en déplacement de la plaque mesurée par le vibromètre à balayage et le capteur de force de la tête d'impédance du dispositif d'excitation, les traits pointillés rouges correspondent aux fréquences testées.

Les pics de résonances sont comme attendu bien atténués. Un total de 12 fréquences sont choisies arbitrairement afin de ne pas tomber sur des pics de résonance. Ces fréquences correspondent à 746, 1065, 1201, 1599, 1909, 2000, 2325, 3000, 3480, 3965, 4597 et 6000 Hz. Ces fréquences sont indiquées par des traits pointillés rouges sur la figure 5.3. Quatre exemples du module des déformées opérationnelles (parmi les 12) sont donnés sur la figure 5.4 aux fréquences 746, 2000, 3480 et 6000 Hz.

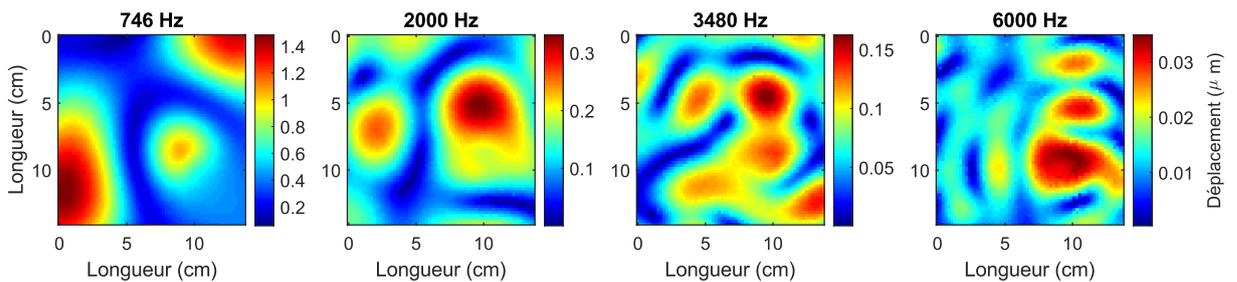


FIGURE 5.4 – Déformées opérationnelles de la plaque d'acier à 746 Hz, 2000 Hz, 3480 Hz et 6000 Hz mesurées par un vibromètre à balayage *PSV-500 Polytec*.

Ces quatre fréquences sont utilisées à titre d'exemple pour illustrer les comparaisons dans cette section.

5.2.3 Mesures par holographie numérique

Les mesures holographiques sont réalisées selon le montage décrit par la figure 1.11 du chapitre 1. La plaque est illuminée par un faisceau de forme carrée sur la zone de mesure représentée en vert dans la figure 5.1 (b). La cadence de la caméra est fixée à 12,5 kHz et le temps d'exposition est réglé à $1 \mu\text{s}$. La forme de la vibration est reconstruite en amplitude et en phase selon la méthode étudiée dans le chapitre 3. La résolution de la caméra est fixée à 512×512 pixels ce qui amène après découpage de la zone à une mesure possédant $463 \times 454 = 210202$ points de mesures.

La puissance du laser est fixée à 3 W et la focale du zoom négatif présent devant l'objectif est de -150 mm afin de permettre d'observer uniquement la zone éclairée. La distance de reconstruction est réglée à $d'_0 = -370$ mm et le grandissement optique est de $g_{opt} \simeq 0,164$ (la distance entre le plan objet et le plan capteur est quant à elle fixée à 2,26 m).

Les mesures holographiques sont prétraitées avec l'algorithme WFT2F conformément aux résultats observés dans le chapitre 3 puis déroulés. Les champs sont ensuite traités par l'algorithme *VibMap* décrit dans le chapitre 3. La visualisation de quatre déformées obtenues aux mêmes fréquences qu'en figure 5.4, sont indiqués en figure 5.5.

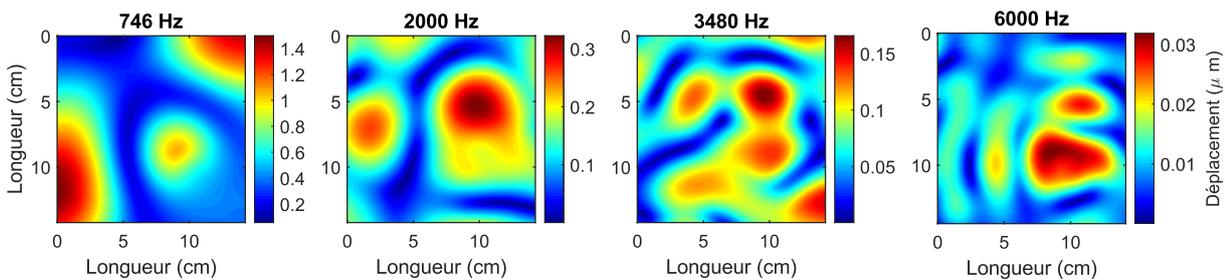


FIGURE 5.5 – Déformées opérationnelles de la plaque d'acier à 746Hz, 2000Hz, 3480Hz et 6000Hz mesurées par holographie numérique.

Les mesures de la figure 5.4 et 5.5 montrent des champs des déplacements très proches entre les deux méthodes de mesures. Les jeux de données fournis alimentent la résolution inverse.

5.2.4 Application de la résolution inverse

La méthode de résolution inverse est appliquée sur les données mesurées. La régularisation est réalisée au moyen des résolutions RIFF et RIB étudiées dans le chapitre 4. Ces deux régularisations sont facilement applicables dans ce cas d'étude.

Force identifiée à partir de vibrométrie à balayage

Les mesures au vibromètre à balayage fournissent ici une référence de la force reconstruite. La méthode RIFF nécessitant d'être régularisée manuellement, les valeurs du paramètre de régularisation sont choisies pour être proches de la résolution obtenue par l'approche Bayésienne. Ces valeurs sont listées dans le tableau. 5.2.

Fréquence (Hz)	746	1065	1201	1599	1909	2000	2325	3000	3480	3965	4597	6000
Paramètre de régularisation (k_c/k_f)	5	7	4	4	4	6	4	3	2	4	3	3

TABLE 5.2 – Valeurs du paramètre de régularisation de la méthode RIFF $a = \frac{k_c}{k_f}$ appliquée aux mesures vibrométriques.

Les résultats des parties réelles et imaginaires de la distribution des forces obtenues pour les quatre fréquences présentées dans la figure 5.4 sont présentés dans la figure 5.6.

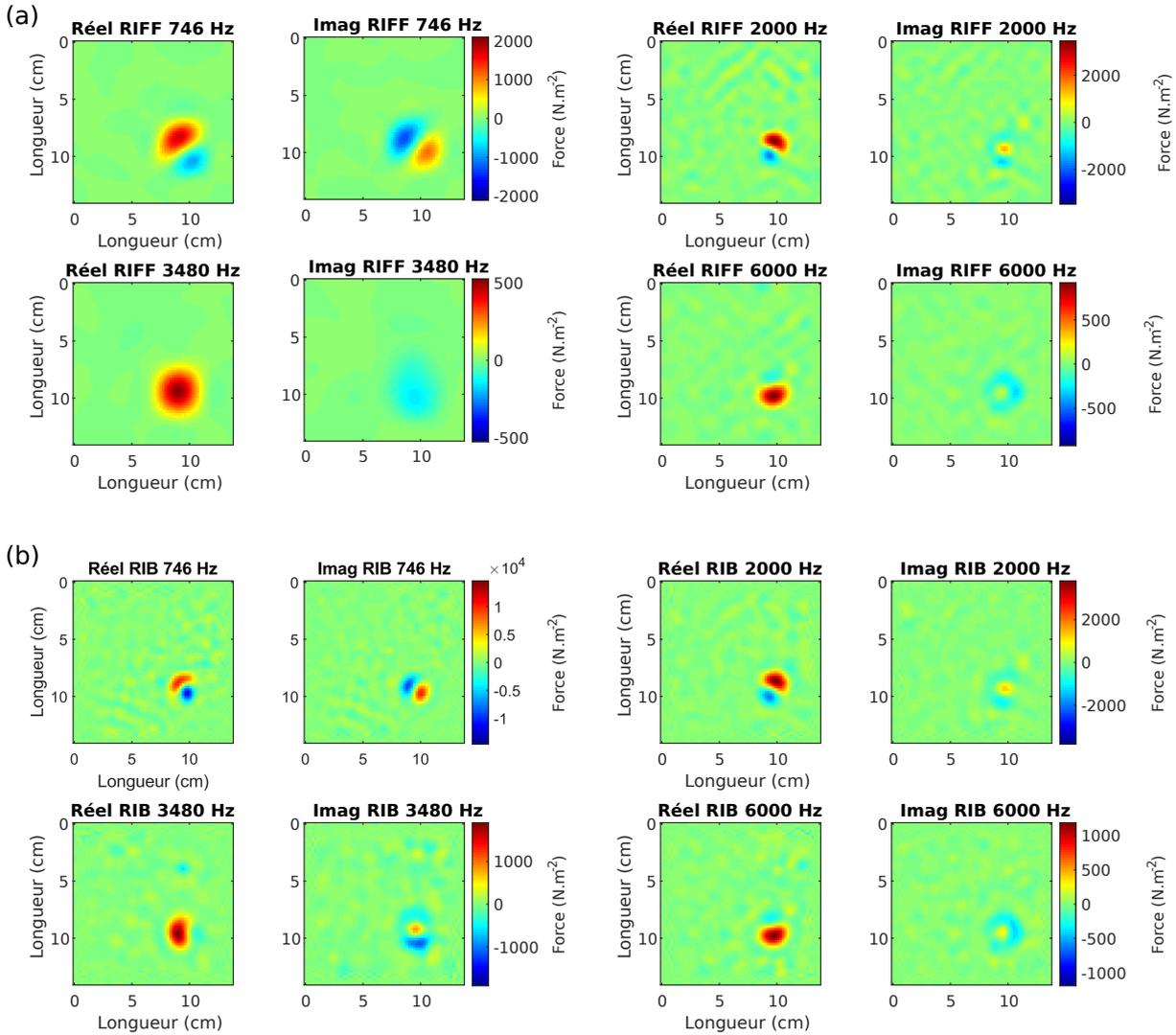


FIGURE 5.6 – Distributions de forces réelles et imaginaires (respectivement à gauche et à droite) obtenues par la résolution inverse en utilisant les déplacements mesurés par vibromètre à balayage pour les quatre fréquences pour la régularisation filtrée et fenêtrée (a) et pour la régularisation Bayésienne (b).

L'excitation de la force est retrouvée à l'endroit attendu montré dans la figure 5.1. On peut remarquer toutefois sur la figure 5.6 l'apparition de lobes négatifs et positifs dans la distribution de force reconstruite. Ce type de distribution spatiale est la signature de la présence d'une excitation par moment [151]. Ces effets apparaissent à la fois sur les résultats RIFF et sur les résultats RIB indiquant que ces moments observés ne sont pas des artefacts causés par une méthode de régularisation particulière. Ce type de résultat sera étudié plus en détail dans la section 5.2.5.

Force identifiée à partir de données holographiques

La résolution est ici effectuée sur les mesures holographiques. Afin de réaliser la régularisation Bayésienne sur la résolution inverse, les cartes de données holographiques sont réduites à 65×65 pixels pour obtenir des calculs plus légers (voir la section 4.5), cette résolution est choisie de manière à correspondre aux dimensions de la mesure par vibromètre à balayage. La régularisation filtrée-fenêtre de la résolution est réalisée à la pleine résolution spatiale holographique.

De la même manière que dans la section précédente, les différentes valeurs du paramètre de régularisation de l'approche RIFF sont choisies pour être proches du paramètre optimal obtenu par l'approche Bayésienne et sont listées dans le tableau 5.3.

Fréquence (Hz)	746	1065	1201	1599	1909	2000	2325	3000	3480	3965	4597	6000
Paramètre de régularisation (k_c/k_f)	5	6	4	4	4	6	3	3	4	4	3	2

TABLE 5.3 – Valeurs du paramètre de régularisation de la méthode RIFF $a = \frac{k_c}{k_f}$ appliquée aux mesures holographiques.

La figure 5.7 présente les résultats obtenus avec les données de l'holographie numérique de la figure 5.5.

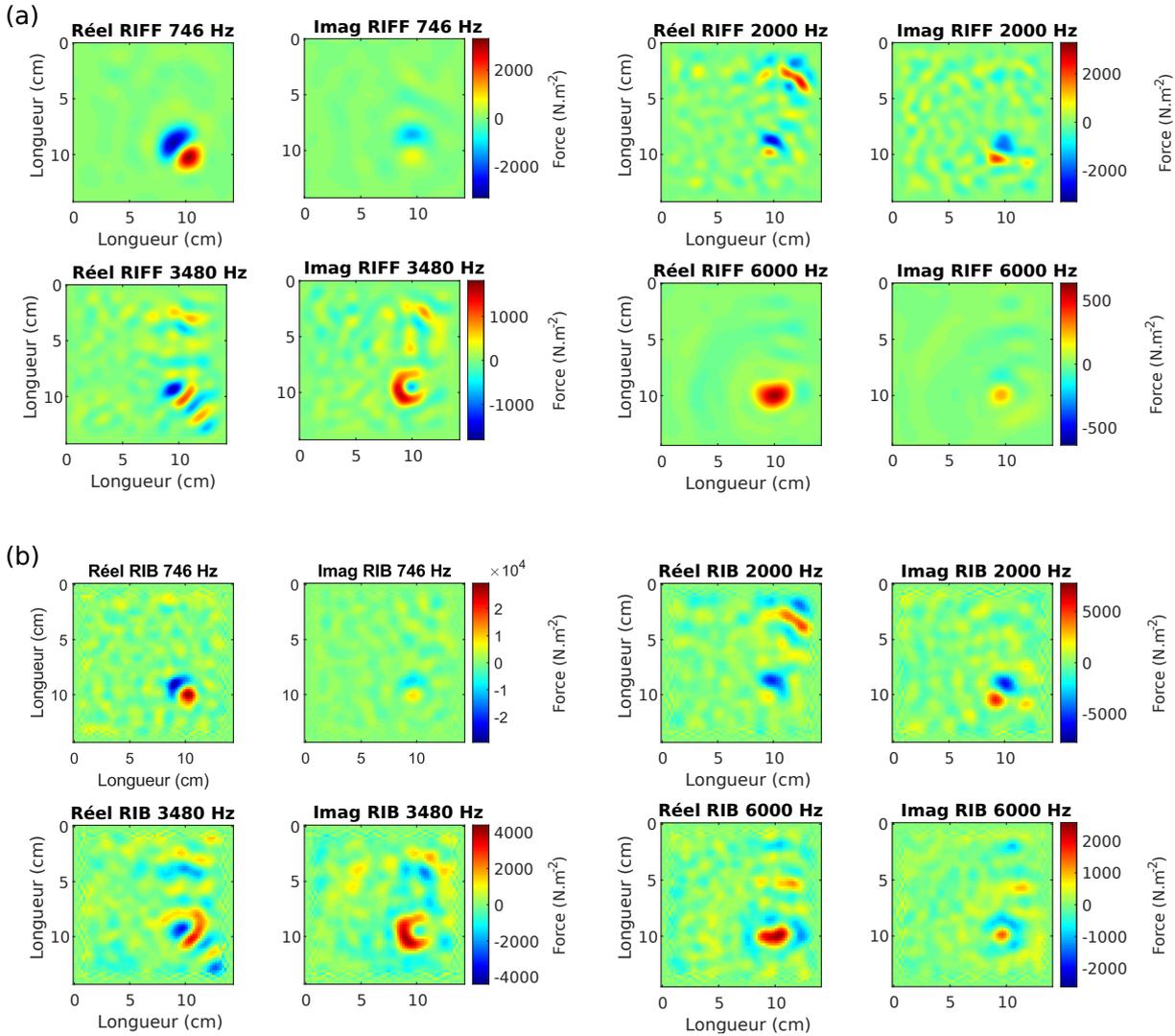


FIGURE 5.7 – Distributions de forces réelles et imaginaires (respectivement à gauche et à droite) obtenues par la résolution inverse en utilisant les déplacements mesurés par holographie numérique pour les quatre fréquences pour la régularisation filtrée et fenêtrée (a) et pour la régularisation Bayésienne (b).

Dans ce cas, la position de la force est également retrouvée à l'endroit prévu. La régularisation Bayésienne et la régularisation filtrée donnent des résultats similaires tant en termes de distribution spatiale que d'amplitude de la densité de la force. Les mesures n'étant pas réalisées de manière synchrone avec le vibromètre à balayage, un décalage de phase est observable ce qui explique certaines différences sur la distribution de force. Les résultats obtenus en figure 5.7 sont cependant légèrement plus perturbés que ceux de la figure 5.6. Cette différence peut s'expliquer par la présence d'artefacts de débruitage

(comme ceux présentés dans la section 1.6.4) et vont être amplifiées par les dérivées 4^{èmes}.

Le phénomène d'excitation par moment apparaît également dans les identifications par RIB. Afin de quantifier la valeur de la force appliquée à la structure, l'intégration spatiale de la distribution de la force et/ou du moment est nécessaire. Une intégration spatiale est appliquée de manière bidimensionnelle autour du point d'application de la force $[x_0, y_0]$. Pour l'identification de la force, l'intégration est donnée dans l'équation (4.10). Pour l'identification du moment, l'intégration doit intégrer un effet de bras de levier orienté et est explicité dans les sections suivantes (équation 5.1).

La position centrale de la force est ici localisée au point $x_0 = 9,6$ cm et $y_0 = 4,37$ cm. Pour la mesure vibrométrique, un pas spatial $\Delta_x = \Delta_y = 2,15$ mm est considéré tandis que pour les mesures holographiques, $\Delta_x = \Delta_y = 0,31$ mm. Les mesures holographiques possèdent un échantillonnage spatial plus fin que les mesures par vibrométrie à balayage. Dans le cas de la régularisation Bayésienne des mesures holographiques pour laquelle l'échantillonnage est réduit à 65×65 points de données, la fenêtre de calcul $L_x \times L_y$ considère le même pas que les mesures vibrométriques, soit $\Delta_x = \Delta_y = 2,15$ mm. Dans la pratique, l'intégration spatiale est réalisée par une méthode des trapèzes. Pour chaque méthode de mesure et de régularisation, l'intégration est calculée sur la même zone autour du centre de force. L'ensemble des valeurs estimées de la force est tracé sur la figure 5.8.

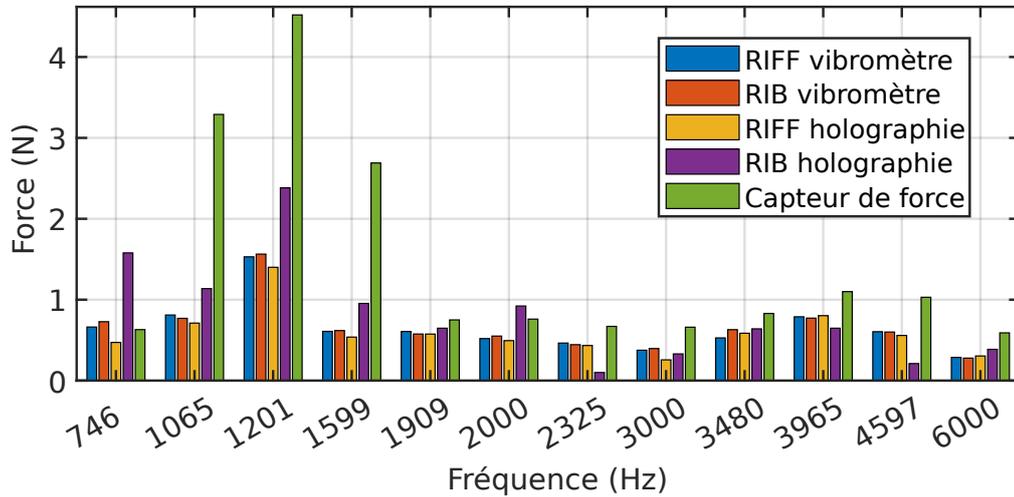


FIGURE 5.8 – Estimation des valeurs de force pour les différentes régularisations et les différents types de mesures pour les fréquences 746 Hz, 2000 Hz, 3480 Hz et 6000 Hz.

Les résultats de l'intégration spatiale montrent des quantités similaires dans la bande

de fréquence testée. Dans les quatre premières fréquences testées, on peut observer une disparité marquée avec les résultats obtenus par le capteur de force. Cependant les résultats suivent globalement tous la même tendance et restent proches de la valeur mesurée par le capteur de force. Cela confirme la capacité de la méthode de résolution inverse à identifier et à quantifier la force pour chaque méthode de régularisation appliquée aux données issues de l'holographie plein champ en régime harmonique.

5.2.5 Identification d'un moment de bras de levier par la méthode de résolution inverse.

Afin de quantifier le moment observé et de trouver la direction de celui-ci dans les figures 5.7 et 5.6, une autre intégration spatiale est effectuée. Pour cela, la distribution complexe des forces est multipliée par une fonction de direction $D(x, y, \theta) = (x - x_0) \cos(\theta) + (y - y_0) \sin(\theta)$ dont le centre (x_0, y_0) est situé au point d'attache du pot vibrant :

$$m(\theta, \omega) = \int_{x_0-L_x/2}^{x_0+L_x/2} \int_{y_0-L_y/2}^{y_0+L_y/2} D(x, y, \theta) F(x, y, \omega) dx dy. \quad (5.1)$$

L'amplitude du moment peut être estimée ainsi pour toutes les directions θ . Les estimations de la partie réelle, imaginaire et du module du moment $m(\theta, \omega)$ pour chaque direction $\theta \in [0, 2\pi]$ sont présentées en figure 5.9.

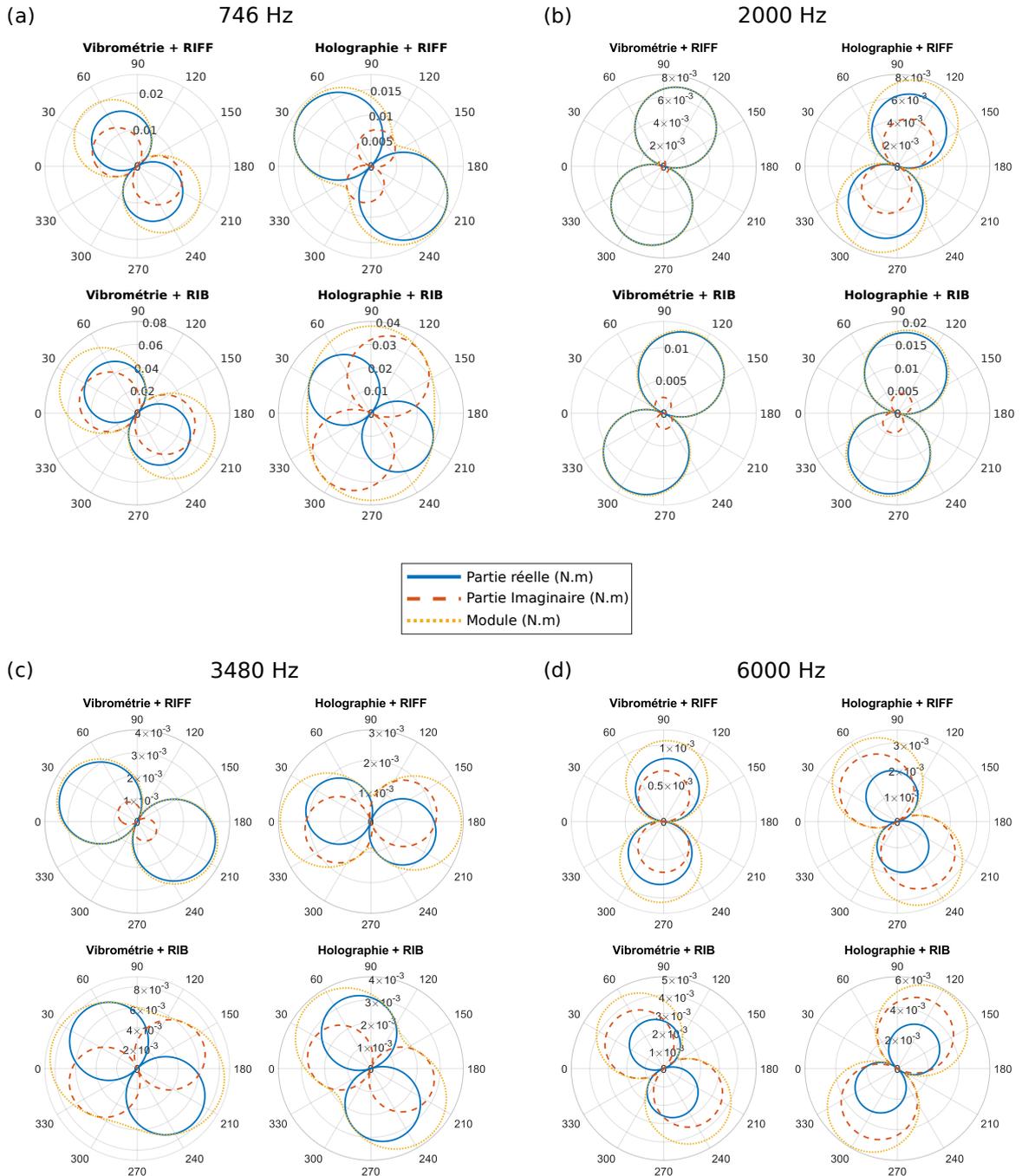


FIGURE 5.9 – Partie réelle, imaginaire et module du moment estimé pour les régularisations filtrées/fenêtrées (RIFF) et Bayésiennes (RIB) appliquées aux données vibrométriques et holographiques pour les fréquences de 746 Hz (a), 2000 Hz (b), 3480 Hz (c) et 6000 Hz (d).

Pour les fréquences d'excitation considérées, la figure 5.9 montre que les parties réelles

et imaginaires du moment estimé ne sont pas toujours orientées dans la même direction et n'ont pas les mêmes valeurs maximales. Le fait que les parties réelle et imaginaire soient observées dans des directions différentes indique que l'orientation du moment tourne autour du point d'excitation comme schématisé en figure 5.10. L'orientation changeante du moment peut s'expliquer mécaniquement par le déplacement du pot vibrant autour d'un axe perpendiculaire à la plaque.

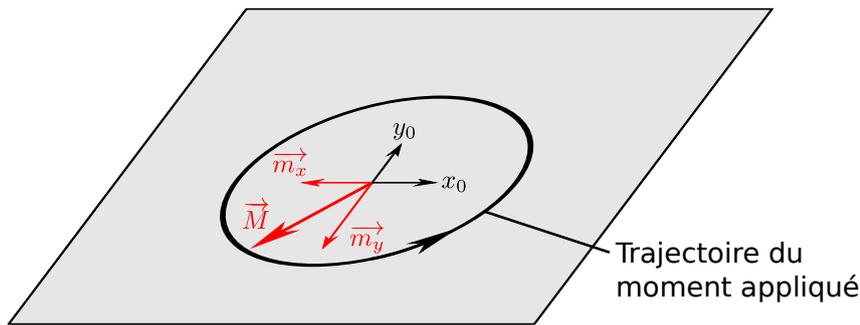


FIGURE 5.10 – Schéma de l'application d'un moment de bras de levier par le pot vibrant.

Les valeurs maximales du module de chaque moment pour les 12 fréquences sont répertoriées dans la figure 5.11.

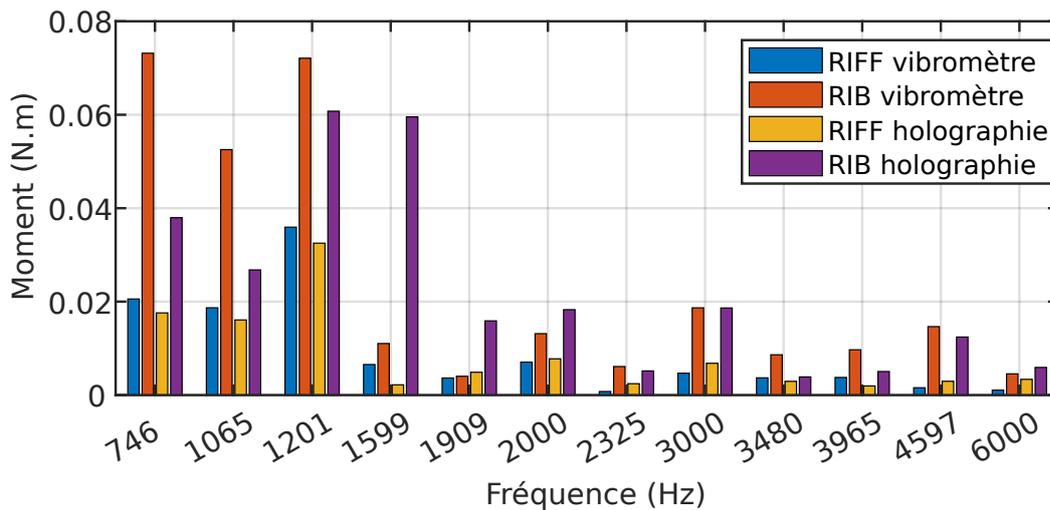


FIGURE 5.11 – Comparaison du module estimé du moment pour les différentes méthodes de régularisation de la résolution inverse pour les 12 fréquences testées.

Le module des moments obtenu à partir de l'holographie numérique présente des disparités plus importantes que les forces estimées indiquées dans la figure 5.8. La régularisation Bayésienne tend à obtenir des valeurs des moments plus grandes que la régularisation par filtrage et fenêtrage (surtout appliquées aux mesures holographiques comme par exemple à 1599 Hz). La régularisation filtrée et fenêtrée s'avère être la méthode de régularisation la plus robuste. Malgré cela, les résultats obtenus avec chaque méthode de régularisation conservent la même tendance générale et permettent d'identifier efficacement la direction, ainsi que la valeur du moment injecté dans la structure. Des études plus approfondies doivent être menées pour déterminer l'origine de ce moment. Des expériences futures pourraient être mises en place pour comparer le mouvement réel du pot vibrant et la direction du moment estimé par la méthode de résolution inverse.

5.3 Application de la résolution inverse en régime transitoire

L'holographie optique fournissant une haute résolution des mesures à la fois dans le domaine spatial et temporel, elle permet le suivi et l'étude d'ondes non répétables au cours de leur existence via des mesures synchrones en chaque point. Dans cette partie, les informations sont traitées en régime transitoire nécessitant une nouvelle approche dans la prise en compte des dérivées temporelles de l'équation du mouvement.

5.3.1 Prise en compte des dérivées temporelles

Dans le cadre d'une résolution inverse en régime temporel, deux problématiques principales se posent. D'une part la prise en compte des dérivées temporelles et d'autre part la régularisation de la méthode en présence de bruit.

Les dérivées temporelles peuvent facilement être approchées par un schéma aux différences finies au même titre que les dérivées spatiales. Différentes méthodes de régularisations peuvent être appliquées en régime temporel, par exemple par l'utilisation de régularisation de Tikhonov [145] ou par régularisation Bayésienne [64]. Ces régularisations fonctionnent cependant par l'utilisation d'un nombre restreint de données. L'utilisation d'une régularisation dans un domaine spatial en deux dimensions et temporel nécessitera une matrice de dérivation et des opérations encore plus lourdes que celles précédemment évoquées dans la section 4.5. La méthode proposée ici se base sur une approche fréquen-

tielle où les dérivées temporelles sont approchées par une transformée de Fourier sachant que :

$$\mathcal{TF} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = j\omega \mathcal{TF}(u). \quad (5.2)$$

En adaptant l'équation du mouvement (4.1) pour le cas de mesures de vitesses instantanées par holographie (eq. (1.25)) et en appliquant une transformée de Fourier, on obtient la nouvelle équation de notre système (sachant que $\hat{V}_z^{p,q}(\omega)$ est la transformée de Fourier du champ de vitesse $V_z^{p,q}(t)$) :

$$\hat{F}^{p,q}(\omega) = \left(\frac{D \left(\delta_{4x}^{p,q} + \delta_{4y}^{p,q} + 2\delta_{2x2y}^{p,q} \right)}{j\omega} + 2\zeta D \left(\delta_{4x}^{p,q} + \delta_{4y}^{p,q} + 2\delta_{2x2y}^{p,q} \right) + j\omega \rho h \right) \hat{V}_z^{p,q}(\omega). \quad (5.3)$$

De cette façon, l'équation (5.3) peut être réécrite avec la formulation matricielle de manière similaire à l'équation (4.15) :

$$\tilde{F}(x, y, \omega) = (D_k + D_c + D_m) \tilde{V}(x, y, \omega) \quad (5.4)$$

$$= D_{globale} \tilde{V}(x, y, \omega). \quad (5.5)$$

Dans ce cas, les nouvelles matrices de raideur, d'amortissement et de masse s'écrivent sous la forme :

$$D_k = \frac{D}{j\omega} \left(DG_x^4 + DG_y^4 + 2DG_{2x2y} \right), \quad (5.6)$$

$$D_c = 2\zeta D \left(DG_x^4 + DG_y^4 + 2DG_{2x2y} \right), \quad (5.7)$$

$$D_m = j\omega \rho h I_N. \quad (5.8)$$

L'utilisation de cette méthode présente l'avantage d'être relativement simple à implémenter. En effet il suffit de résoudre le problème à chaque fréquence pour retrouver la quantité de force en amplitude et en phase, puis d'effectuer une simple transformée de Fourier inverse pour revenir au résultat initial. Notons toutefois que pour effectuer cette opération, il faut que les mesures enregistrées soient synchrones, ce qui est effectivement le cas des mesures holographiques. De plus, cette opération nécessite la régularisation de la résolution pour chaque fréquence résolue. Ce point gênera par exemple l'utilisation de la méthode RIFF qui nécessite une régularisation manuelle et donc apporte une charge pour l'utilisateur. La propriété autorégulante de la méthode Bayésienne sera ici avantageusement utilisée pour régulariser le problème à toutes les fréquences testées. Cette méthode

peut alors être appliquée à l'identification de phénomènes vibratoires instationnaires.

5.4 Application à des mesures de chocs

Dans cette section, le régime d'excitation transitoire est obtenu en utilisant un marteau d'impact. Ce type d'excitation permettra de juger la capacité de la méthode proposée à reconstruire un signal émis à partir d'une source unique ou composée.

Les mesures par marteau d'impact sont communément réalisées pour l'étude et l'analyse modale. Idéalement, l'impact réalisé au marteau d'impact se rapproche d'une distribution de Dirac temporelle qui a la particularité de posséder une bande de fréquence large et ainsi permettre des analyses sans utiliser de dispositifs d'excitation imposants comme un pot vibrant. Certains systèmes de marteau d'impact peuvent même être appliqués sur de grandes structures par l'utilisation de maillets d'impacts. Les études réalisées en laboratoire peuvent utiliser des marteaux d'impacts mécaniques en essayant d'obtenir plusieurs excitations reproductibles extrêmement similaires, cependant malgré la grande précision du matériel de mesure ces excitations ne sont pas exactement répétables et donc peu adaptées à des mesures point par point comme dans l'utilisation des vibromètres laser à balayage.

L'étude plein champ réalisée par holographie numérique permet le suivi temporel du choc émis par le marteau et la résolution inverse permet la localisation et la quantification de ce signal de force. La plaque utilisée dans la section 5.2 est ainsi excitée par un marteau d'impact. Deux photographies du montage sont visibles sur la figure 5.12 (a) tandis qu'un schéma est présenté en figure 5.12 (b). Le marteau d'impact utilisé dans cette expérience est par ailleurs équipé d'un capteur de force. Le contenu fréquentiel d'un tel choc dépend de la dureté de la pointe du marteau. Avec le marteau employé, la bande passante en fréquence est au maximum de 10 kHz. Ainsi, la cadence de la caméra ultra-rapide doit être adaptée pour remplir les conditions de Nyquist-Shannon. Dans les parties suivantes, la résolution spatiale du capteur est fixée à 512×512 pixels et la fréquence d'images est fixée à 40 kHz (fréquence maximale pour cette résolution spatiale).

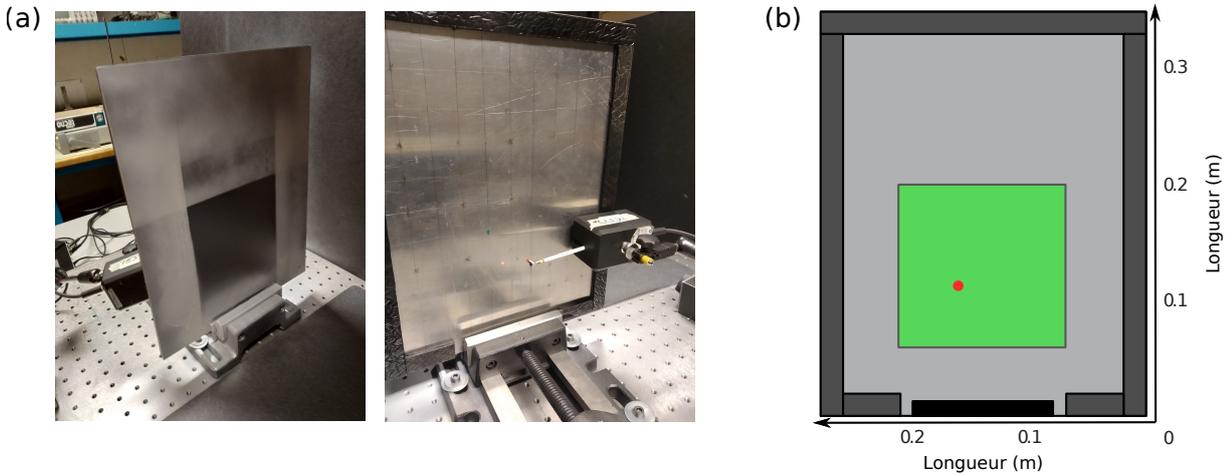


FIGURE 5.12 – Dispositif expérimental pour l’excitation transitoire, (a) photographies de la plaque fixée au banc avec le marteau d’impact, (b) schéma de la plaque, vert : zone mesurée par holographie, gris foncé : zone d’encastrement, gris clair : couche absorbante, et le point rouge est l’emplacement de l’impact.

Après extraction, 193600 points de mesure sont obtenus. Les hologrammes numériques sont enregistrés pendant 0,1325 s, conduisant au traitement de 5300 hologrammes numériques. Un vibromètre laser mono-point est utilisé pour capturer la vitesse en un point de la structure et servira de référence pour l’évaluation de la reconstruction de la vibration. Deux cas d’études seront observés, d’une part lors d’un choc simple par marteau d’impact et, d’autres part le cas de deux impacts séparés par un temps très court.

5.4.1 Impact simple

Cette première partie se concentre sur la reconstruction du signal de force d’un impact isolé. L’impact est enregistré dans la zone de la plaque représentée sur la figure 5.12 (b) à l’instant $t = 0$. La visualisation de 16 instants autour du choc est fournie sur la figure 5.13.

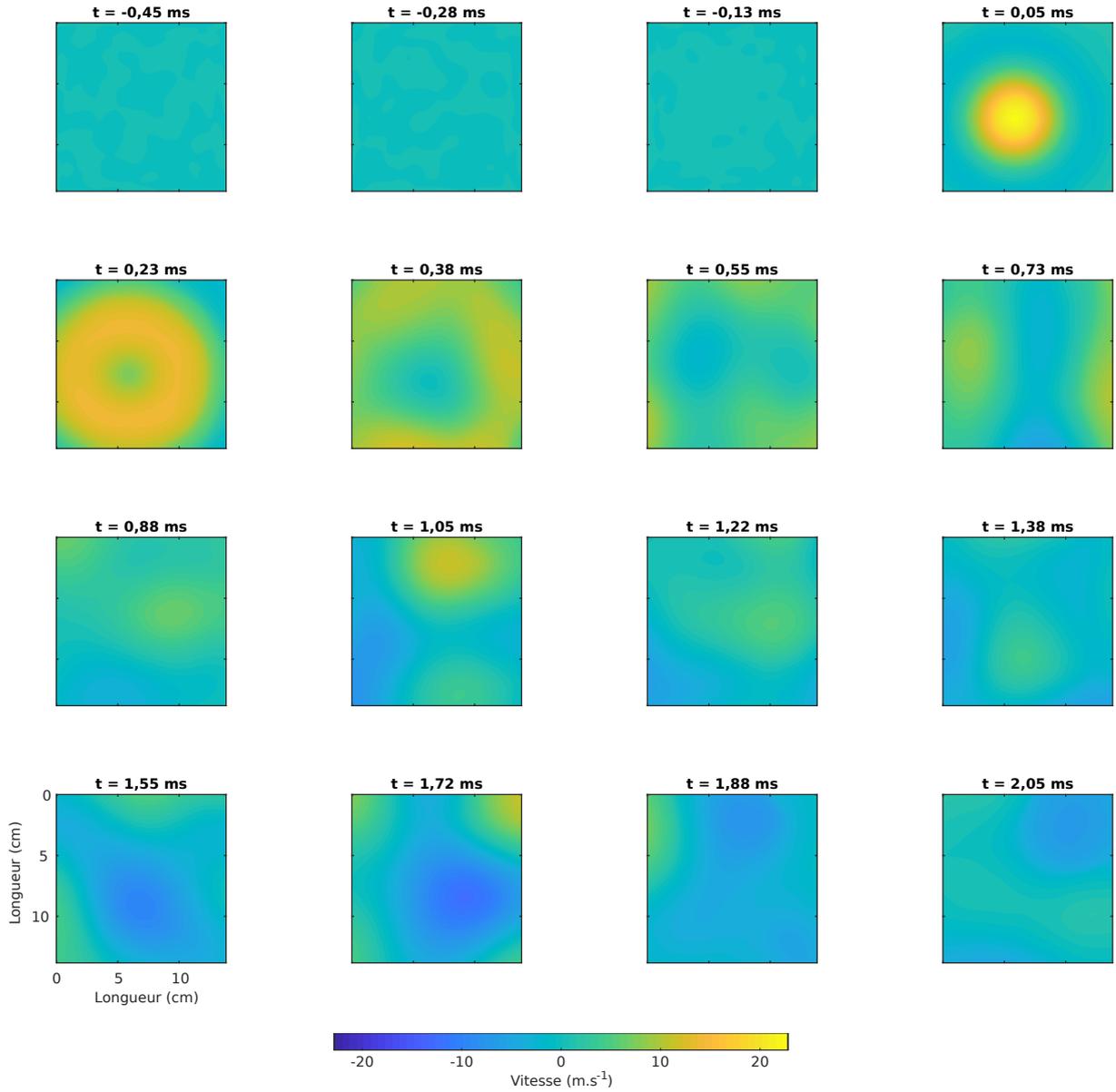


FIGURE 5.13 – Visualisation du profil de vitesse de la plaque sur 6 instants englobant temporellement l'apparition de la force, le choc est donné à 0 ms.

Le choc est bien visible à l'instant attendu. En figure 5.14 est représenté la vitesse vibratoire en un point obtenue par holographie et par le vibromètre laser mono-point.

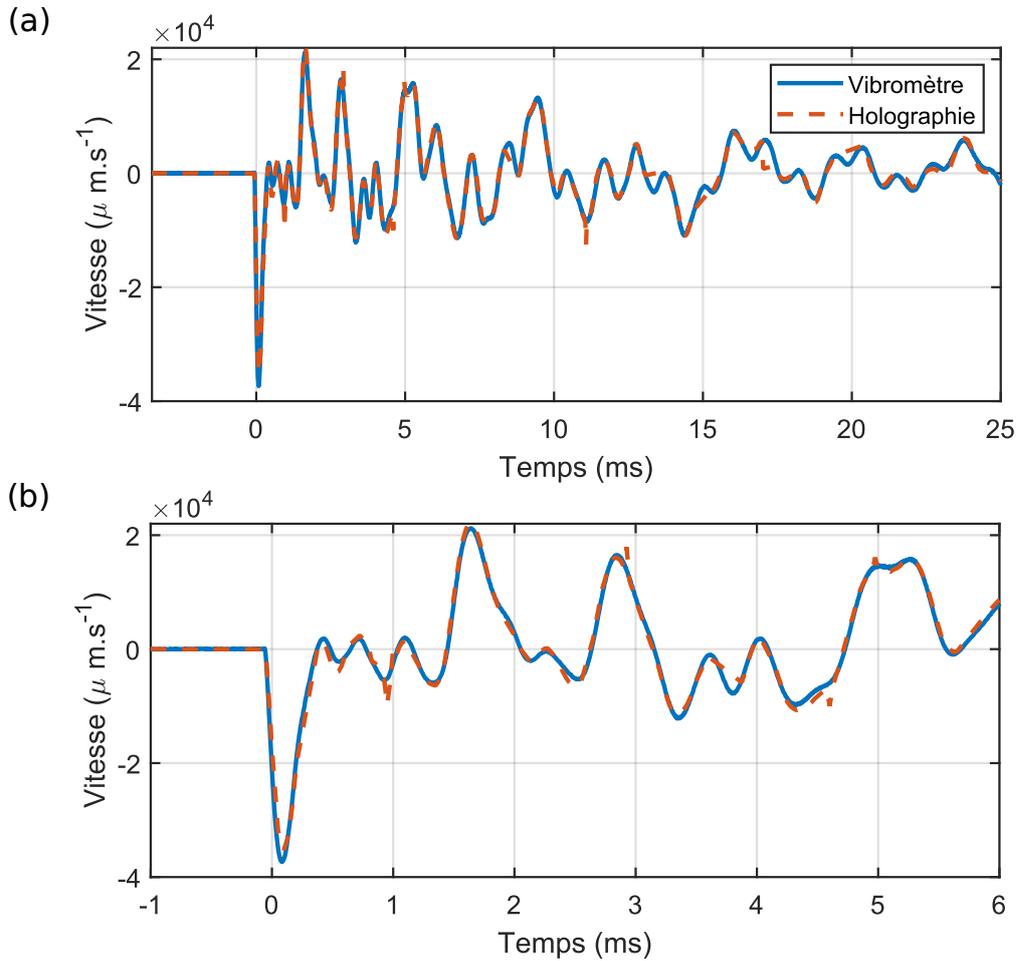


FIGURE 5.14 – Signaux de vitesse mesurés par un vibromètre laser mono-point et par la mesure holographique (a) avec un zoom sur les premiers instants du choc (b).

Le signal de vitesse retrouvé reste très proche de celui mesuré par le vibromètre. La résolution inverse Bayésienne est ensuite appliquée sur la transformée de Fourier de l'ensemble des signaux mesurés par holographie. La figure 5.15 fournit la densité de la force reconstruite pour les 16 instants présentés dans la figure 5.13.

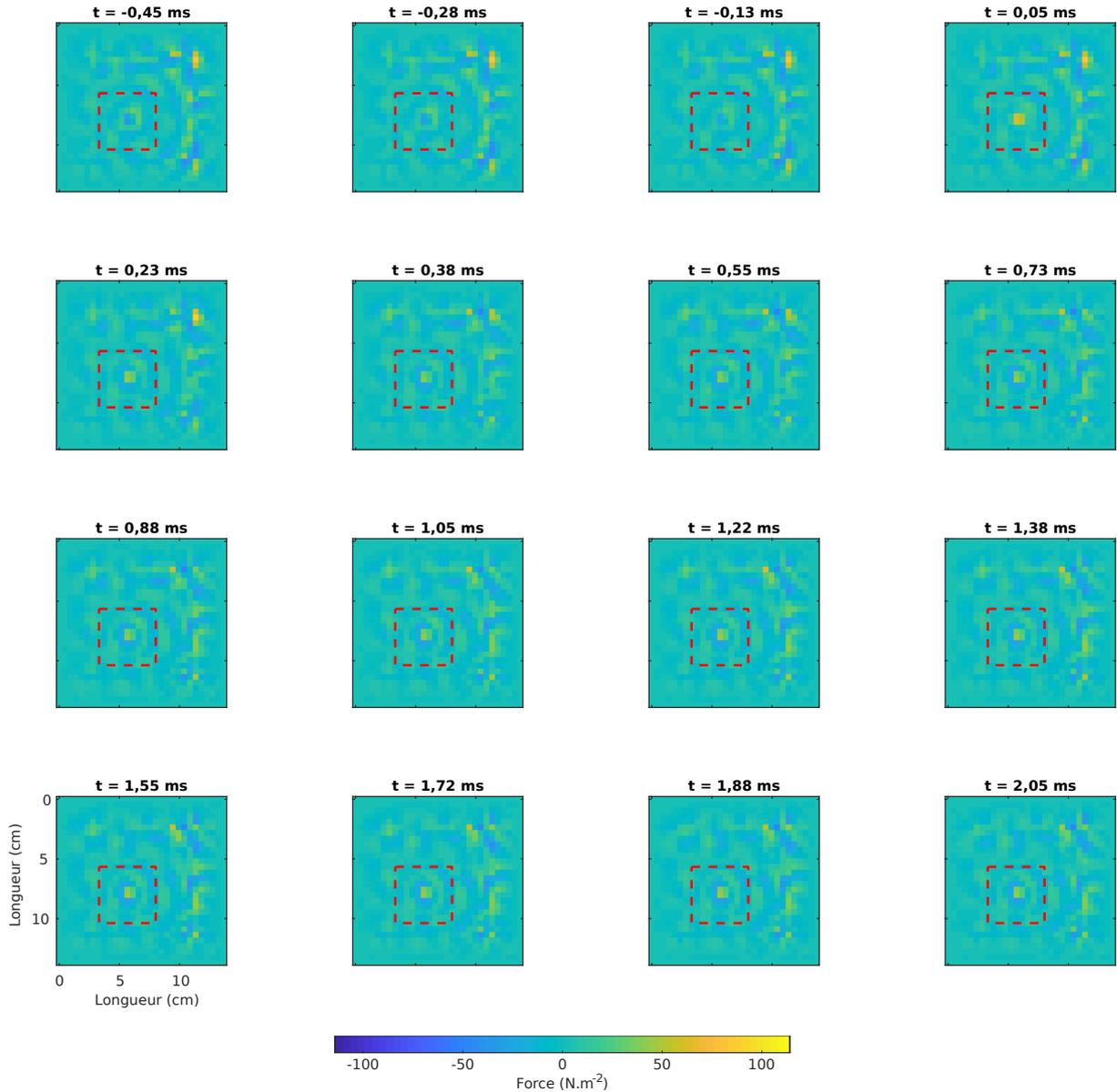


FIGURE 5.15 – Visualisation du profil de répartition de force obtenue par résolution inverse régulée par approche Bayésienne de la plaque sur 16 instants, le choc est donné à 0 ms.

On voit que le maximum de la force est obtenu à l'instant attendu et à l'endroit de l'impact. L'identification de la force est donc possible même pour une excitation transitoire variant dans le temps. Des artefacts apparaissent sur le côté droit de la zone de reconstruction. Ces artefacts sont dus au débruitage des mesures holographiques. Il en résulte des singularités lorsque le rapport signal/bruit local est faible. Ces artefacts sont

alors propagés dans la force reconstruite par l'effet du lissage du problème inverse. Pour évaluer l'amplitude de la force appliquée, une intégration spatiale autour du point central de la force est réalisée avec la méthode trapézoïdale dans la zone représentée par le carré pointillé rouge sur la figure 5.15.

Comme la zone d'intégration choisie n'est pas limitée dans le cadre de l'approche de résolution Bayésienne, elle a été choisie pour éviter toute contribution des artefacts de reconstruction. Après le calcul de la séquence temporelle d'identification de la force, le signal de la force obtenu est comparé à celui du capteur de force en figure 5.16.

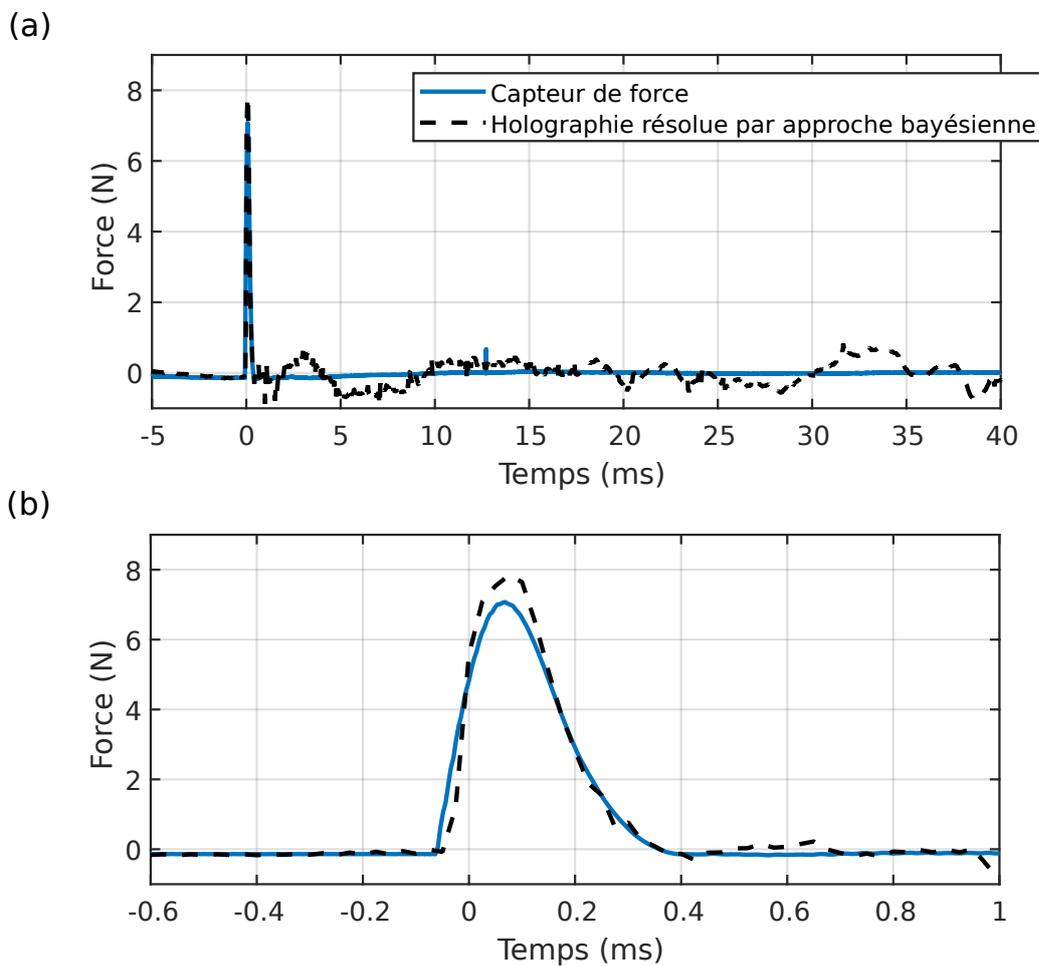


FIGURE 5.16 – Profil de la force obtenue par le capteur de force du marteau d'impact au cours du temps comparé au profil de force reconstruit par résolution inverse régulée par approche Bayésienne après filtrage (a) et zoom sur les premiers instants du choc (b).

Le signal de force reconstruit est très proche du signal délivré par le marteau d'impact.

L'instant du choc est retrouvé et très bien retranscrit. Un léger bruit est toutefois décelable après le choc. Il est généré par les erreurs amenées par le débruitage mais aussi par d'éventuelles erreurs dans le choix des paramètres structuraux utilisés dans le problème inverse.

5.4.2 Double impact

Un test est maintenant réalisé en ajoutant un second marteau d'impact. Ces impacts sont ajustés de manière à frapper l'un après l'autre à des instants proches. Une photographie des marteaux est visible sur la figure 5.17 (a) et un schéma de la plaque avec la position des deux impacts est donné sur la figure 5.17 (b).

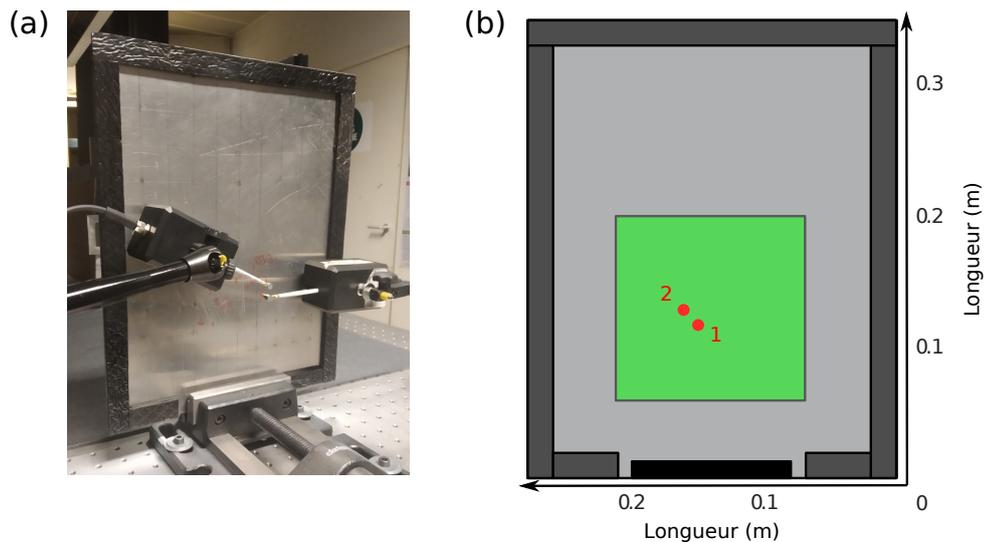


FIGURE 5.17 – Dispositif expérimental pour l'excitation transitoire par deux marteaux d'impact ; photographie de la plaque fixée au banc avec les marteaux d'impact (a), schéma de la plaque, vert : zone mesurée par holographie, gris foncé : zone d'encastrement, gris clair : couche absorbante, et les points rouges sont les emplacements des impacts (b).

De même que dans la partie 5.4.1, l'identification d'une force globale est réalisée par une intégration dans une zone encadrant les deux impacts. Le signal de la force reconstruite est tracé en figure 5.18.

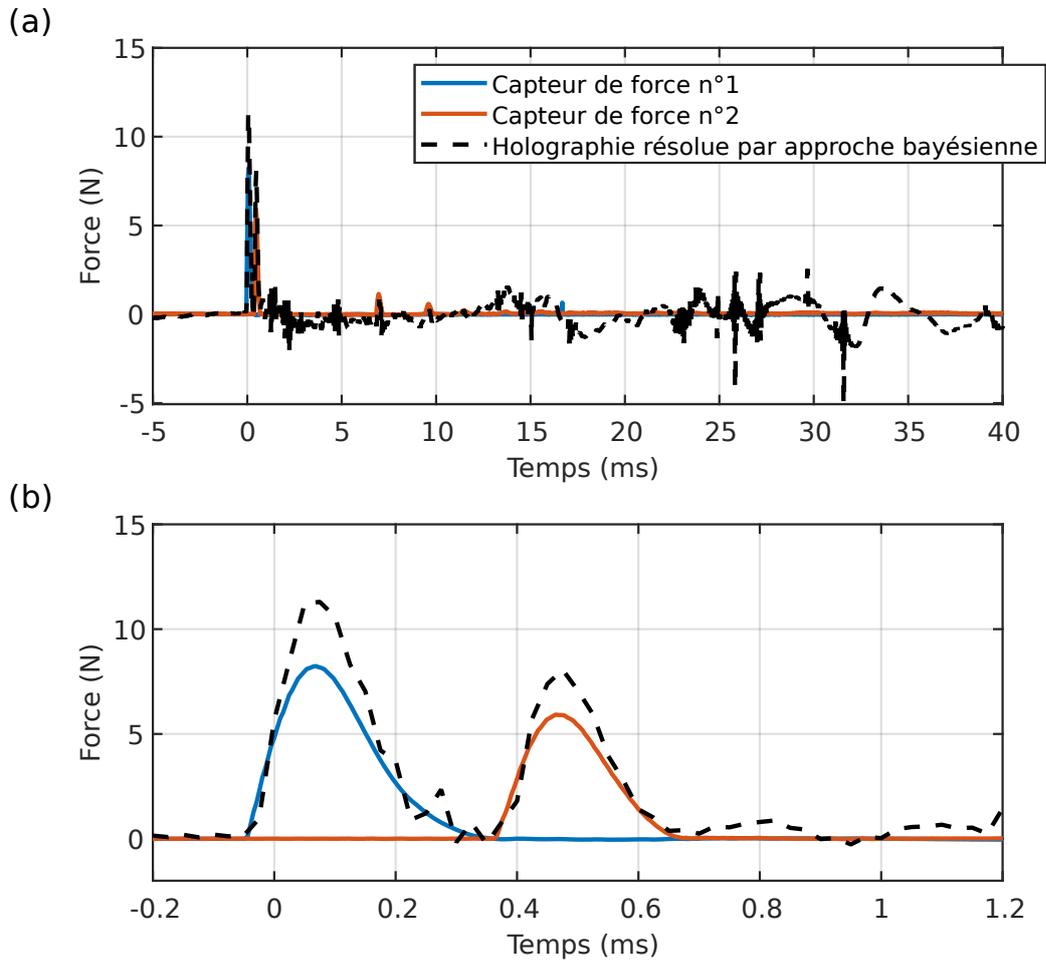


FIGURE 5.18 – Profils de force obtenus par les capteurs de force des deux marteaux d’impact au cours du temps comparés au profil de force reconstruit par résolution inverse régulée par approche Bayésienne après filtrage (a) et zoom sur les premiers instants du choc (b).

Les signaux reconstruits coïncident avec les signaux obtenus par les capteurs de force. Le résultat issu du problème inverse donne des valeurs plus élevées que prévu. Un bruit de fond est ici aussi décelable probablement pour les mêmes raisons évoquées dans la partie 5.4.1.

5.5 Application à une source mobile

5.5.1 Dispositif expérimental

L'utilisation de méthodes de mesure plein champ ouvre la possibilité d'étudier des phénomènes mobiles et non-répétables. S'il est possible dans une moindre mesure de répéter un choc plusieurs fois [145] certaines excitations sont difficilement reproductibles. Parmi elles, on peut citer le roulement des objets qui va alors dépendre de tout une série de paramètres initiaux. Dans cette section, il est proposé de présenter des résultats d'identification de force sur une excitation issue d'un roulement. Pour se faire, la plaque utilisée dans les parties 5.4.1 est à nouveau utilisée. Elle est placée à l'horizontale afin de permettre à une bille en acier de rouler à la surface. Une nouvelle zone de $14 \times 14 \text{ cm}^2$ située plus loin de la zone encadrée est mesurée. Deux illustrations du montage sont présentées dans la figure 5.19 (a).

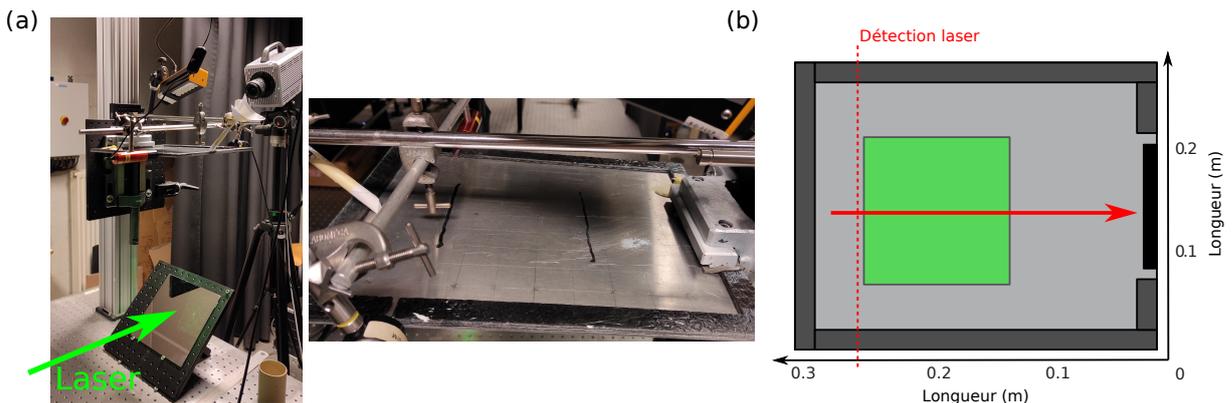


FIGURE 5.19 – Dispositif expérimental pour l'excitation par le roulement d'une bille, photographies de la plaque fixée au banc avec un miroir placé à 45° ainsi que la caméra d'acquisition secondaire filmant la bille et vue au-dessus de la plaque (a), schéma de la plaque, vert : zone mesurée par holographie, gris foncé : zone d'encastrement, gris clair : couche absorbante, la ligne rouge pleine indique la trajectoire supposée de la bille tandis que la ligne pointillée indique la ligne de détection du passage de la bille (b).

Un miroir est placé à 45 degré sous la plaque dans l'axe optique du montage. De cette manière la mesure holographique permet de reconstituer l'hologramme du montage lorsque la plaque n'est pas orientée face au capteur. Une bille est déposée sur la plaque et va rouler tout droit. Une seconde caméra rapide est placée au-dessus du montage afin de visualiser la position de la bille. Cette caméra est synchronisée avec la caméra utilisée dans le montage holographique de façon à suivre la position de la bille par rapport aux

mesures holographiques. Le déclenchement de l'acquisition est réalisé par un capteur laser juste avant l'arrivée de la bille au-dessus de la zone éclairée.

5.5.2 Paramètres expérimentaux

Les mesures holographiques sont réalisées conformément au montage présenté dans la figure 1.11. La fréquence d'acquisition des deux caméras est fixée à 10 kHz. La puissance du laser est fixée à 3 W illuminant la zone située à 2,75 m de l'objectif et un zoom négatif d'une distance focale de -250 mm est placé devant la matrice de capteur donnant une distance de reconstruction de 512 mm. L'excitation est réalisé par le roulement d'une bille métallique de 16,6 mm de diamètre pesant 8,52 g photographiée en figure 5.20.



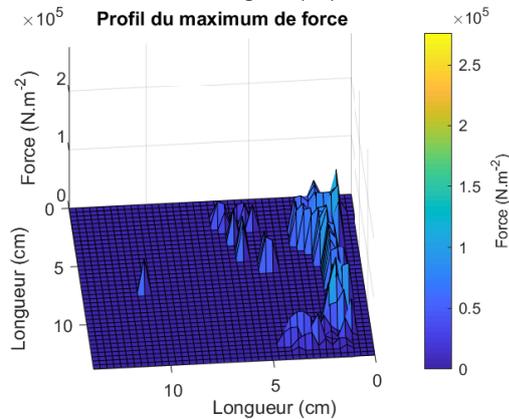
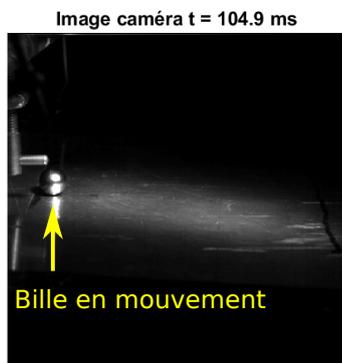
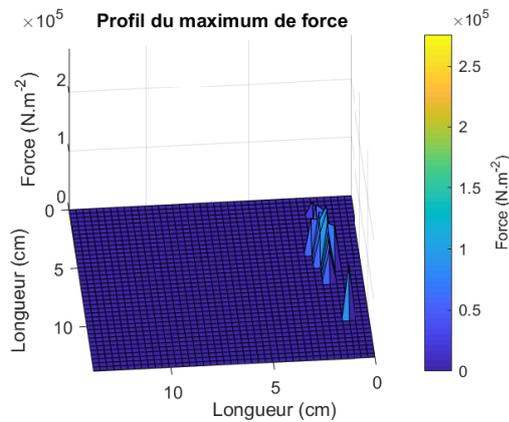
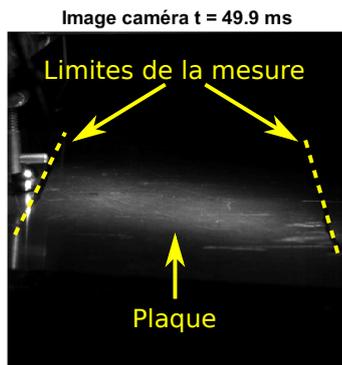
FIGURE 5.20 – Photographie de la bille utilisée pour l'excitation par roulement.

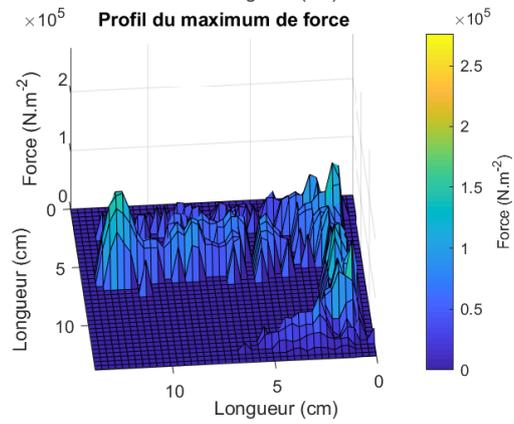
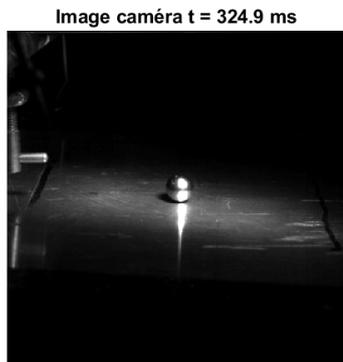
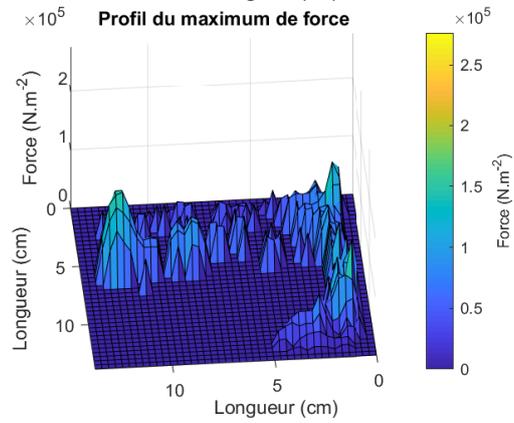
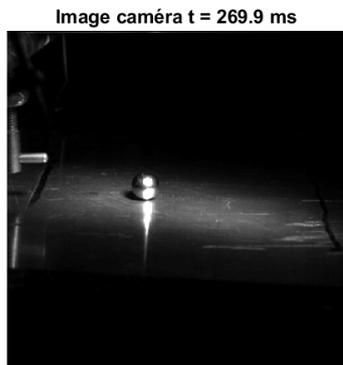
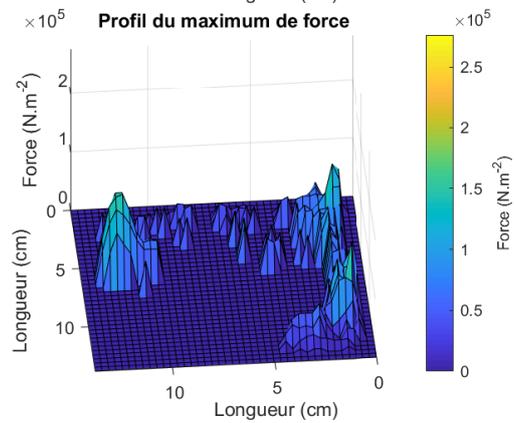
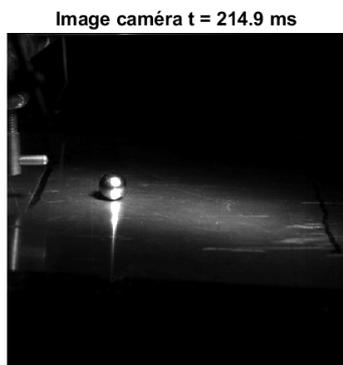
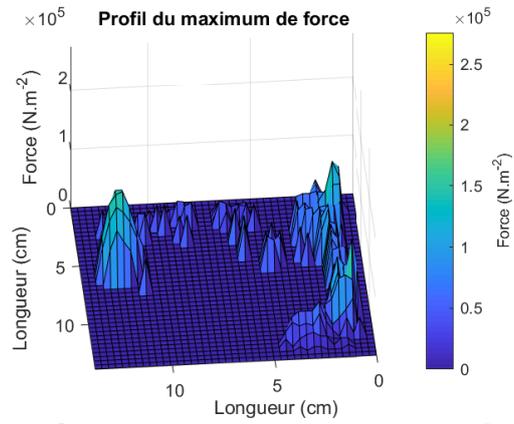
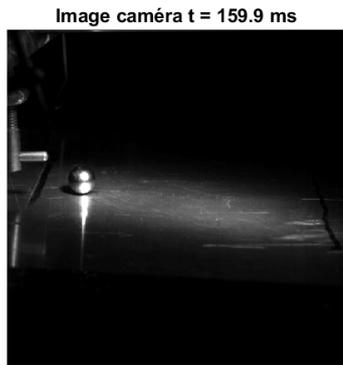
Le lâcher de la bille est réalisé en amont de la zone testée. Cette opération étant manuelle, il ne sera pas possible de répéter cette excitation à l'identique.

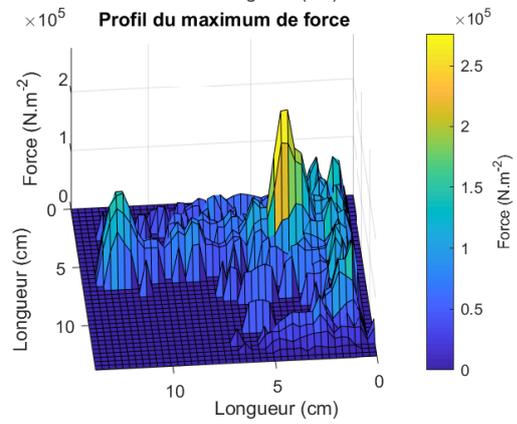
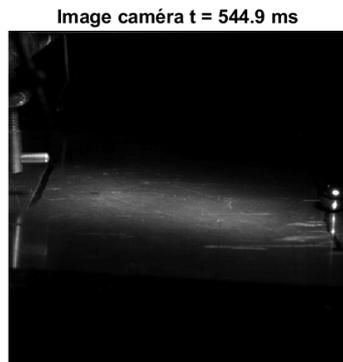
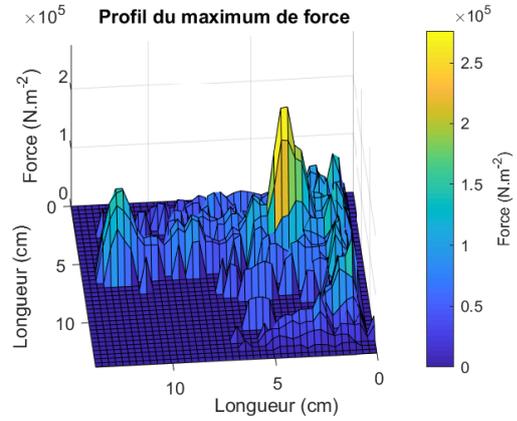
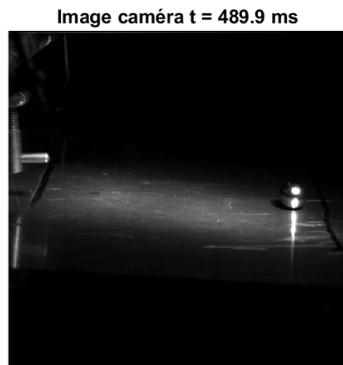
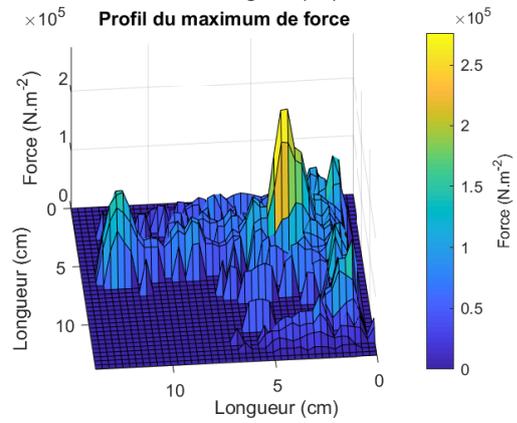
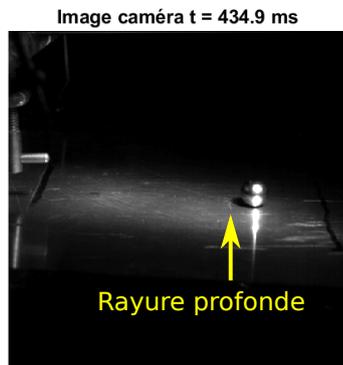
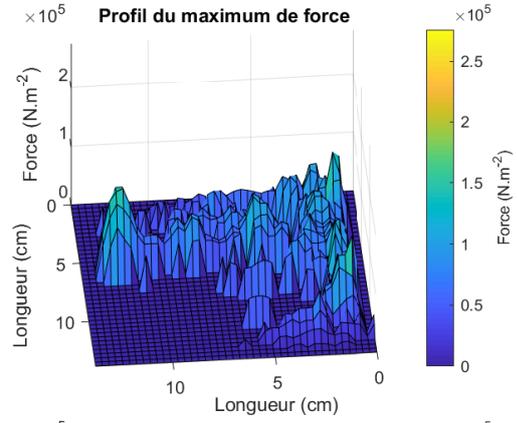
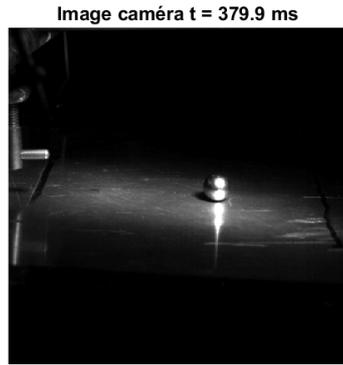
5.5.3 Résultats

Le roulement d'une bille étant constitué d'une multitude de petits rebonds, il est difficile d'observer image par image l'évolution du profil de force. Les figures 5.21 montrent sur la gauche le déplacement de la bille sur la plaque. La bille correspond à la tache blanche

qui se déplace sur la séquence de la gauche vers la droite. Bien que les images soient plutôt sombres, on distingue la plaque et ses bords. Les limites de la mesure holographique sont indiquées avec les traits jaune pointillés. Les figures 5.21 montrent sur la droite l'évolution du maximum du module de la répartition de force estimée par RIB pour les différents instants correspondant à la sélection d'images de la partie gauche. Cette évolution correspond à la représentation du cumul du maximum de force sur le champ reconstruit au cours du temps. Cette représentation est mise à jour au cours du temps avec les nouvelles valeurs de maxima pour un instant donné. Afin d'éliminer les composantes jugées comme faisant partie du bruit, un seuil minimum est imposé correspondant à 20% de l'amplitude maximale de force reconstruite (soit à $5,51 \times 10^4 \text{ N.m}^{-2}$). Sur les figures de force de la droite de la figure 5.21 on observe de légères perturbations causées par les imperfections de la mesure (de manière similaire à celles observés sur la figure 5.15).







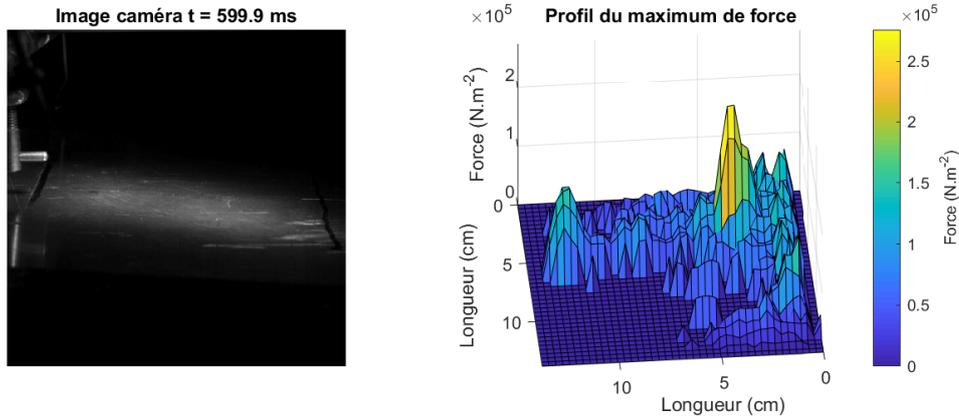


FIGURE 5.21 – Évolution temporelle de la position de la bille filmée par une caméra ultra-rapide (à gauche) et profil du maximum de la distribution de force (à droite) pour une successions d’instant.

L'évolution de la position des maxima de forces de la partie droite de la figure 5.21 coïncide avec les positions de la bille filmée par la seconde caméra montrant que la force est bien localisée dans le plan temps-espace. Les maxima de force observés ne possèdent pas tous la même amplitude témoignant des diverses irrégularités sur la surface de la plaque. Il est intéressant de noter qu'un pic plus élevé apparaît entre les images 3800 et 4350 (indiqué par une flèche jaune à 434,9 ms). En observant l'état de surface entre les deux images, on observe que la bille passe sur une rayure assez importante (visible à l'œil nu). Ce pic de force important est assurément créé par le rebond de la bille sur cette imperfection.

La figure 5.22 montre la carte finale de force obtenue après le passage de la bille sur la zone de mesure. L'instant d'apparition des différents maxima au cours du temps est superposé à cette carte par des points en nuance de gris. Ces points sont placés sur la position correspondante du maxima à chaque instant. Pour une meilleure lisibilité des résultats, un seuil de la position des maxima est imposé pour la lecture à 60 % de la position maximale. Les maxima de force suivent une trajectoire rectiligne comme observé sur la caméra de la partie gauche de la figure 5.21 et la position dans le temps de ces pics semble de plus évoluer linéairement.

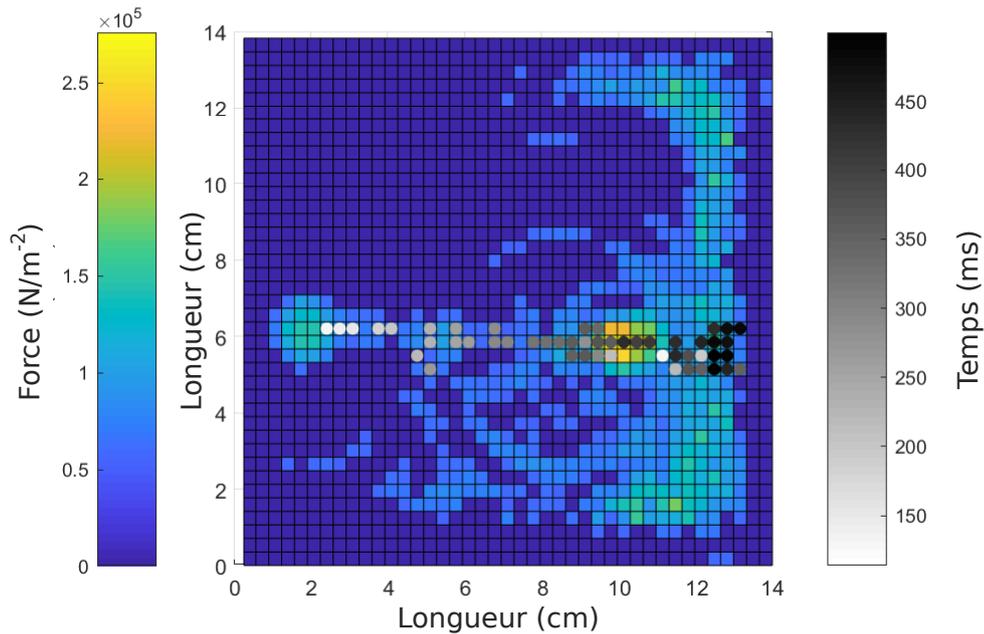


FIGURE 5.22 – Profil combiné du profil de force avec suivi de l'évolution temporelle et spatial des pics de force.

Les expérimentations menées dans la section 5.3 montrent qu'il est possible de reconstruire un large panel d'excitations en régime transitoire pour des sources ponctuelles ou mobiles.

5.6 Conclusion

Ce chapitre démontre que la vibrométrie holographique plein champ couplée à la méthode d'analyse des forces est adaptée à l'identification d'efforts tant pour des applications en régime harmonique que transitoire. L'approche proposée permet de localiser et de caractériser la source d'excitation, lorsque les données expérimentales sont obtenues sans contact de manière plein champ.

Dans le régime harmonique, la localisation spatiale de la force appliquée est bien retrouvée et la présence d'un moment d'excitation est également mise en évidence. La présence d'un tel moment dans l'excitation ouvre la voie à une étude plus approfondie du processus d'excitation afin de déterminer son origine. La comparaison avec les résultats obtenus par vibrométrie laser à balayage, considérée comme une méthode de référence,

révèle un très bon accord. Les quantités de force estimées avec les différentes approches d'identification d'efforts sont en relativement bon accord, bien que de légères divergences puissent être observées.

Dans le cas des excitations en régime transitoire, le caractère synchrone des mesures holographique nous permet ici de réaliser une approche par transformée de Fourier afin d'approcher les dérivées temporelles du problème inverse. Diverses méthodes de représentation sont utilisées ici afin de permettre une observation adaptée au cas d'étude.

Cette résolution permet de retrouver d'une part la position de la force (dans le temps et dans l'espace) mais aussi de la quantifier efficacement. En effet, le profil de force reconstruit par la résolution inverse est très similaire à celui obtenu avec le capteur de force.

L'application sur le cas de roulement nous permet d'identifier de manière correcte la position de la bille au cours du temps. La comparaison avec une seconde caméra ultra-rapide nous permet d'observer l'évolution du mouvement de la bille conforme à ce qu'il est possible d'observer avec l'identification de force. Certaines problématiques liées à l'holographie numérique viennent perturber la résolution. Ces problématiques liées aux méthodes de débruitage pourraient être en partie traitées par l'utilisation de nouveaux moyens de traitement comme par exemple le débruitage par Deep-Learning.

L'approche proposée ici ouvre la voie à l'étude de sources non répétables telles que la friction, l'abrasion mais aussi l'excitation aéroacoustique induite par des écoulements turbulents.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion

Les objectifs généraux de cette thèse étaient doubles. D'une part de contribuer au développement de la méthode de mesure d'holographie numérique ultra-rapide et d'autre part d'utiliser ces mesures holographiques afin de réaliser des identification d'efforts. Les principaux résultats sont les suivants.

- Il est démontré que le bruit présent dans les mesures holographiques n'est pas uniforme sur une carte de vibration mais dépend de l'élévation de la pente. Ce bruit de décorrélation est donc non gaussien et non stationnaire car amplitude-dépendant. Les études menées ont permis de montrer que le bruit de speckle possède une dépendance directe à la pente locale de la vibration mais aussi que ce bruit dépend des paramètres intrinsèques de la caméra. Ces paramètres sont le nombre de pixels utilisés pour la mesure, la taille des pixels ainsi que leur remplissage et la longueur d'onde du laser utilisé pour la mesure. Une formulation générale du coefficient de corrélation complexe du bruit de speckle a été démontrée. Ce modèle a été validé par une comparaison théorie/simulation/expérimentation confirmant la robustesse du modèle proposé pour deux technologies de caméra.
- J'ai présenté et évalué une méthode de traitement des données permettant de reconstruire des cartes de vibration à partir de mesures holographiques. J'ai démontré que les mesures holographiques fournissent des résultats cohérents sur une large bande de fréquences (au moins jusqu'à 20 kHz) en étant très fidèles à une méthode de mesure approuvée. L'algorithme présenté permet de plus le traitement d'une grande quantité de données en un temps plus court que celui requis pour une transformée de Fourier classique. De plus, il ne nécessite que quelques périodes pour restituer correctement les déformées.
- L'appropriation de la méthode de résolution inverse a permis de reconstruire la répartition d'efforts à partir des mesures holographiques. En régime harmonique, le profil de force est bien reconstruit comparativement à des résultats obtenus avec un vibromètre à balayage. Ces mesures ont permis de mettre en évidence la présence

d'un moment d'excitation dont l'estimation de la quantité et de l'orientation ont été données. Plusieurs applications en régime transitoire ont été présentées. Des mesures de chocs ont ainsi été reconstruites de manière fidèles comparativement à un capteur d'effort placé dans le marteau d'impact. Le suivi d'une bille en roulement sur une plaque a de plus été montré avec le suivi en aveugle de la position de la bille selon la répartition d'efforts appliqués sur la structure.

Ce travail de thèse pluridisciplinaire a conduit à la publication de 3 articles dans 3 revues internationales à comité de lecture de spécialités différentes : une publication dans une revue d'optique [152], une seconde dans une revue généraliste [153], et une dernière dans une revue spécialisée en mécanique et traitement du signal [154].

Perspectives

Diverses pistes ont été ouvertes au cours de cette thèse.

L'étude et le traitement des dislocations des cartes de vibration doit être abordé afin d'améliorer la mesure et éviter l'apparition d'artefacts lors d'opérations de post-traitement.

Le modèle de bruit peut être complété en prenant en compte d'autres paramètres de la mesure comme la défocalisation autour de la distance de reconstruction exacte.

Des applications de la mesure holographique à des problématiques de contrôle non-destructif peuvent aussi être envisagées, par exemple, pour l'identification de défauts de collage ou pour le suivi de la dynamique lente de matériaux complexes. L'approche apportée par mesure synchrone permettrait de déterminer le champ de déformation pendant le conditionnement et la relaxation d'un matériau et ainsi d'identifier des régions où les effets non linéaires de la relaxation sont les plus importants.

La régularisation Bayésienne peut de plus être adaptée à un profil de bruit de speckle présent dans les mesures par des approches MCMC (Monte Carlo par Chaînes de Markov) telles qu'initiales par C. Faure et ainsi s'adapter au caractère spécifique du bruit de décorrélation de speckle.

PRODUCTION SCIENTIFIQUE

Articles dans des revues internationales

- [152] E. Meteyer, F. Foucart, C. Pezerat, and P. Picart. *Modeling of speckle decorrelation in digital Fresnel holographic interferometry*. Opt. Express, September 2021.
- [153] E. Meteyer, S. Montresor, F. Foucart, J. Le Meur, K. Heggarty, C. Pezerat, and P. Picart. *Lock-in vibration retrieval based on high-speed full-field coherent imaging*. Scientific Report, 11(1) :7026, December 2021.
- [154] E. Meteyer, F. Foucart, M. Secail-Geraud, P. Picart, and C. Pezerat. *Full-field force identification with high-speed digital holography*. Mechanical Systems and Signal Processing, 164 :108215, February 2022.

Communications dans des conférences internationales

- E. Meteyer, P. Picart, and C. Pezerat, "Full-field holographic vibrometry for force identification in the harmonic and temporal domain," in Imaging and Applied Optics Congress, The Optical Society (Optical Society of America, 2020), paper HTh5H.1.
- E. Meteyer, P. Picart, & C. Pezerat, (2020, December). Vibration force identification by high-speed digital holography. In Forum Acusticum (pp. 585-586).

Communications dans des journées thématiques

Participations aux journées Jeunes Chercheurs en Acoustique-Vibration et Bruit (JJ-CAB).

- 15-16 nov. 2018 Le Mans (France)
- 14-15 nov. 2019, Besançon (France)
- 19-20 nov. 2020, Lyon (France)

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. Zenner and K. Hinkelmann. August Wöhler – founder of fatigue strength research : On the 200th anniversary of August Wöhler’s birth. *Steel Construction*, 12(2) :156–162, May 2019.
- [2] P. Bradshaw and R. B. Randall. Early detection and diagnosis of machine faults on the Trans Alaska pipeline. In *MSA session, ASME Conference, Dearborn, Mich*, 1983.
- [3] D. Dyer and R. M. Stewart. Detection of Rolling Element Bearing Damage by Statistical Vibration Analysis. *Journal of Mechanical Design*, 100(2) :229–235, April 1978.
- [4] R. B. Randall. Computer-aided Vibration Spectrum Trend Analysis for Condition Monitoring. *Maintenance Management International*, 5(3) :161–167, 1985.
- [5] L. E. Drain. *The laser Doppler technique*, volume 1. J. Wiley, Chichester [Eng.]; New York, 1980.
- [6] C. B. Scruby and L. E. Drain. *Laser ultrasonics techniques and applications*. CRC Press. 1990.
- [7] J. P. Monchalin. Progress Towards the Application of Laser-Ultrasonics in Industry. In D. O. Thompson and D. E. Chimenti, editors, *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation : Volumes 12A and 12B*, pages 495–506. Springer US, Boston, MA, 1993.
- [8] P. Castellini, G. M. Revel, and E. P. Tomasini. Laser Doppler vibrometry : A review of advances and applications. *The Shock and vibration digest*, 30(6) :443–456, 1998.
- [9] S. J. Rothberg, M. S. Allen, P. Castellini, D. Di Maio, J. J. J. Dirckx, D. J. Ewins, B. J. Halkon, P. Muyschondt, N. Paone, T. Ryan, H. Steger, E. P. Tomasini, S. Vanlanduit, and J. F. Vignola. An international review of laser Doppler vibrometry : Making light work of vibration measurement. *Optics and Lasers in Engineering*, 99 :11–22, December 2017.

-
- [10] W. N. MacPherson, M. Reeves, D. P. Towers, A. J. Moore, J. D. C. Jones, M. Dale, and C. Edwards. Multipoint laser vibrometer for modal analysis. *Applied optics*, 46(16) :3126, June 2007.
- [11] K. Sun, L. Yuan, Z. Shen, Z. Xu, Q. Zhu, X. Ni, and J. Lu. Scanning laser-line source technique for nondestructive evaluation of cracks in human teeth. *Applied optics*, 53(11) :2366, April 2014.
- [12] M. J. Connelly, P. M. Szecówka, R. Jallapuram, S. Martin, V. Toal, and M. P. Whelan. Multipoint laser Doppler vibrometry using holographic optical elements and a CMOS digital camera. *Optics Letters*, 33(4) :330, February 2008.
- [13] Y. Fu, M. Guo, and P. B. Phua. Multipoint laser Doppler vibrometry with single detector : principles, implementations, and signal analyses. *Applied Optics*, 50(10) :1280, April 2011.
- [14] M. Johansmann and J. Sauer. A New Tool for Three Dimensional Non-contact Vibration Measurements in Automotive Applications. pages 2005–26–052, January 2005.
- [15] T. J. Beberniss and D. A. Ehrhardt. High-speed 3D digital image correlation vibration measurement : Recent advancements and noted limitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 86 :35–48, March 2017.
- [16] T. Durand-Texte, E. Simonetto, S. Durand, M. Melon, and M. H. Moulet. Vibration measurement using a pseudo-stereo system, target tracking and vision methods. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 118 :30–40, March 2019.
- [17] T. Durand-Texte, M. Melon, E. Simonetto, S. Durand, and M. H. Moulet. Single-camera single-axis vision method applied to measure vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, 465 :115012, January 2020.
- [18] C. Devivier, F. Pierron, P. Glynne-Jones, and M. Hill. Time-resolved full-field imaging of ultrasonic Lamb waves using deflectometry. *Experimental Mechanics*, 56(3) :345–357, 2016.
- [19] M. T. Nguyen, Y. S. Ghim, and H. G. Rhee. Single-shot deflectometry for dynamic 3D surface profile measurement by modified spatial-carrier frequency phase-shifting method. *Scientific Reports*, 9(1) :3157, December 2019.
- [20] T. Kreis. *Holographic interferometry : principles and methods*. Number 1 in Akademie Verlag series in optical metrology. Akad.-Verl, Berlin, 1. ed edition, 1996.

-
- [21] P. Picart. *New techniques in digital holography*. Instrumentation and measurement series. ISTE Ltd ; John Wiley & Sons, Inc, London : Hoboken, NJ, 2015.
- [22] D. Gabor. A New Microscopic Principle. *Nature*, 161(4098) :777–778, May 1948.
- [23] E. N. Leith and J. Upatnieks. Wavefront Reconstruction with Diffused Illumination and Three-Dimensional Objects. *Journal of the Optical Society of America*, 54(11) :1295, November 1964.
- [24] P. Memmolo, M. Paturzo, B. Javidi, P. A. Netti, and P. Ferraro. Refocusing criterion via sparsity measurements in digital holography. *Optics letters*, 39(16) :4719–4722, 2014.
- [25] E. S. Fonseca, P. T. Fiadeiro, M. Pereira, and A. Pinheiro. Comparative analysis of autofocus functions in digital in-line phase-shifting holography. *Applied optics*, 55(27) :7663–7674, 2016.
- [26] S. K. Mohammed, L. Bouamama, D. Bahloul, and P. Picart. Quality assessment of refocus criteria for particle imaging in digital off-axis holography. *Applied optics*, 56(13) :F158–F166, 2017.
- [27] T. Zhang and I. Yamaguchi. Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography. *Optics Letters*, 23(15) :1221, August 1998.
- [28] C. J. Mann, L. Yu, C.-M. Lo, and M. K. Kim. High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography. *Optics Express*, 13(22) :8693, 2005.
- [29] V. Balasubramani, A. Kuś, H.-Y. Tu, C.-J. Cheng, M. Baczewska, W. Krauze, and M. Kujawińska. Holographic tomography : techniques and biomedical applications. *Applied Optics*, 60(10) :B65–B80, 2021.
- [30] P. Lehmann. Surface-roughness measurement based on the intensity correlation function of scattered light under speckle-pattern illumination. *Applied Optics*, 38(7) :1144, March 1999.
- [31] D. J. Schertler and N. George. Roughness determination by speckle-wavelength decorrelation. *Optics Letters*, 18(5) :391, March 1993.
- [32] E. Kolenovic, W. Osten, R. Klattenhoff, S. Lai, C. V. Kopylow, and W. Jüptner. Miniaturized digital holography sensor for distal three-dimensional endoscopy. *Applied Optics*, 42(25) :5167–5172, September 2003.
- [33] V. Lédl, P. Psota, F. Kaván, O. Matoušek, and P. Mokrý. Surface topography measurement by frequency sweeping digital holography. *Applied Optics*, 56(28) :7808, October 2017.

-
- [34] M. Fratz, T. Beckmann, J. Anders, A. Bertz, M. Bayer, T. Giebler, C. Nemeth, and D. Carl. Inline application of digital holography. *Applied Optics*, 58(34) :G120–G126, December 2019.
- [35] P. Picart, E. Moisson, and D. Mounier. Twin-sensitivity measurement by spatial multiplexing of digitally recorded holograms. *Applied Optics*, 42(11) :1947, April 2003.
- [36] Y. Morimoto, T. Nomura, M. Fujigaki, S. Yoneyama, and I. Takahashi. Deformation measurement by phase-shifting digital holography. *Experimental Mechanics*, 45(1) :65–70, 2005.
- [37] H. Xia, P. Picart, S. Montresor, R. Guo, J. C. Li, O. Y. Solieman, J. C. Durand, and M. Fages. Mechanical behavior of CAD/CAM occlusal ceramic reconstruction assessed by digital color holography. *Dental Materials*, 34(8) :1222–1234, 2018.
- [38] P. K. Rastogi. *Holographic interferometry*. Number v. 68 in Springer series in optical sciences. Springer, Berlin ; New York, 1994.
- [39] M. A. Kronrod, N. S. Merzlyakov, and L. P. Yaroslavskii. Reconstruction of a Hologram with a Computer. *Soviet Physics Technical Physics*, 17 :333, August 1972.
- [40] U. Schnars and W. Jüptner. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction. *Applied optics*, 33(2) :179–181, January 1994.
- [41] R. L. Powell and K. A. Stetson. Interferometric vibration analysis by wavefront reconstruction. *Journal of the Optical Society of America*, 55(12) :1593–1598, 1965.
- [42] K. A. Stetson and R. L. Powell. Interferometric Hologram Evaluation and Real-Time Vibration Analysis of Diffuse Objects. *Journal of the Optical Society of America*, 55(12) :1694, December 1965.
- [43] C. R. Hazell and S. D. Liem. Vibration analysis of plates by real-time stroboscopic holography. *Experimental Mechanics*, 13(8) :339–344, 1973.
- [44] J. Leval, P. Picart, J. P. Boileau, and J. C. Pascal. Full-field vibrometry with digital Fresnel holography. *Applied optics*, 44(27) :5763–5772, September 2005.
- [45] P. Picart, J. Leval, F. Piquet, J. P. Boileau, T. Guimezanes, and J. P. Dalmont. Tracking high amplitude auto-oscillations with digital Fresnel holograms. *Optics Express*, 15(13) :8263, June 2007.

-
- [46] I. Alexeenko, M. Gusev, and V. Gurevich. Separate recording of rationally related vibration frequencies using digital stroboscopic holographic interferometry. *Applied Optics*, 48(18) :3475, June 2009.
- [47] D. De Greef, J. Soons, and J. J. Dirckx. Digital stroboscopic holography setup for deformation measurement at both quasi-static and acoustic frequencies. *International Journal of Optomechatronics*, 8(4) :275–291, 2014.
- [48] G. Pedrini, H. J. Tiziani, and Y. Zou. Digital double pulse-TV-holography. *Optics and lasers in Engineering*, 26(2-3) :199–219, 1997.
- [49] G. Pedrini, P. H. Fröning, H. Fessler, and H. J. Tiziani. Transient vibration measurements using multi-pulse digital holography. *Optics & Laser Technology*, 29(8) :505–511, April 1998.
- [50] E. Foltete, J. Piranda, and J. L. Raynaud. Quantitative dynamical measurements for model updating using electronic speckle interferometry. In *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering*, volume 4359, pages 1305–1310. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2001.
- [51] J. P. Chambard, V. Chalvidan, X. Carniel, and J. C. Pascal. Pulsed TV-holography recording for vibration analysis applications. *Optics and Lasers in Engineering*, 38(3-4) :131–143, September 2002.
- [52] C. Trillo, A. F. Doval, D. Cernadas, O. López, J. C. López, B. V. Dorrió, J. L. Fernández, and M. Pérez-Amor. Measurement of the complex amplitude of transient surface acoustic waves using double-pulsed TV holography and a two-stage spatial Fourier transform method. *Measurement Science and Technology*, 14(12) :2127, 2003.
- [53] M. Georges, C. Thizy, P. Lemaire, G. Pauliat, G. Roosen, I. Alexeenko, G. Pedrini, S. Ryhon, N. Coates, R. Kelnberger, H. Schubach, and N. Rümmler. Double-pulsed holographic interferometry with photorefractive crystals for vibration and shock analysis. In *Photorefractive Effects, Materials, and Devices*, page 661, Sanya, Hainan, 2005.
- [54] S. Seebacher, W. Osten, and W. P. O. Jueptner. Measuring shape and deformation of small objects using digital holography. page 104, San Diego, CA, USA, July 1998.
- [55] J. Poittevin, P. Picart, C. Faure, F. Gautier, and C. Pézerat. Multi-point vibrometer based on high-speed digital in-line holography. *Applied optics*, 54(11) :3185–3196, April 2015.

-
- [56] L. Lagny, M. Secail-Geraud, J. Le Meur, S. Montresor, K. Heggarty, C. Pezerat, and P. Picart. Visualization of travelling waves propagating in a plate equipped with 2D ABH using wide-field holographic vibrometry. *Journal of Sound and Vibration*, 461 :114925, November 2019.
- [57] J. W. Goodman. *Introduction To Fourier Optics*. W.H.Freeman & Co Ltd, Englewood, Colo, January 2005.
- [58] T. Kreis. Computer-Aided Evaluation of Holographic Interferograms. In Pramod K. Rastogi, editor, *Holographic Interferometry : Principles and Methods*, pages 151–212. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1994.
- [59] P. Picart and J. C. Li. *Digital holography*. ISTE, London, 2012.
- [60] J. Poittevin. *Mesure du champ vibratoire d'une structure par holographie optique ultra-rapide*. These de doctorat, Le Mans Université, 2015.
- [61] J. Poittevin, P. Picart, F. Gautier, and C. Pezerat. Quality assessment of combined quantization-shot-noise-induced decorrelation noise in high-speed digital holographic metrology. *Optics Express*, 23(24) :30917, November 2015.
- [62] B. C. Kress and P. Meyrueis. *Applied digital optics : from micro-optics to nanophotonics*. Wiley, Chichester, U.K, 2009.
- [63] M. V. Kessels, M. El Bouz, R. Pagan, and K. Heggarty. Versatile stepper based maskless microlithography using a liquid crystal display for direct write of binary and multilevel microstructures. *J. Micro/Nanolith. MEMS MOEMS*, 6(3) :033002, July 2007.
- [64] J. Poittevin, C. Faure, J. Le Meur, P. Picart, C. Pezerat, and K. Heggarty. Combined digital-DOE holographic interferometer for force identification in vibroacoustics. In *Unconventional Optical Imaging*, volume 10677, page 106773A. International Society for Optics and Photonics, 2018.
- [65] U. Schnars and W.P. O. J. Jüptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms. *Measurement science and technology*, 13(9) :R85–R101, August 2002.
- [66] J. Mundt and T. M. Kreis. Digital holographic recording and reconstruction of large scale objects for metrology and display. *Optical Engineering*, 49(12) :125801, December 2010.
- [67] P. Picart and J. Leval. General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography. *Journal of the Optical Society of America*, 25(7) :1744–1761, July 2008.

-
- [68] P. Picart, J. Leval, D. Mounier, and S. Gougeon. Some opportunities for vibration analysis with time averaging in digital Fresnel holography. *Applied Optics*, 44(3) :337, January 2005.
- [69] J. S. Lim. *Two-dimensional signal and image processing*. Prentice Hall signal processing series. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1990.
- [70] Q. Kemao, W. Gao, and H. Wang. Windowed Fourier-filtered and quality-guided phase-unwrapping algorithm. *Applied Optics*, 47(29) :5420, October 2008.
- [71] Q. Kemao. Two-dimensional windowed Fourier transform for fringe pattern analysis : Principles, applications and implementations. *Optics and Lasers in Engineering*, 45(2) :304–317, February 2007.
- [72] S. Montrésor, P. Picart, O. Sakharuk, and L. Muravsky. Error analysis for noise reduction in 3D deformation measurement with digital color holography. *Journal of the Optical Society of America*, 34(5) :B9, May 2017.
- [73] Y. LeCun, Y. Bengio, and G. Hinton. Deep learning. *Nature*, 521(7553) :436–444, May 2015.
- [74] J. Krishnan, J. Bioucas-Dias, and V. Katkovnik. Dictionary Learning Phase Retrieval from Noisy Diffraction Patterns. *Sensors*, 18(11) :4006, November 2018.
- [75] T. Zeng, H. K.-H. So, and E. Y. Lam. Computational image speckle suppression using block matching and machine learning. *Applied Optics*, 58(7) :B39, March 2019.
- [76] G. Barbastathis. On the use of deep learning for computational imaging. In K. Dhoklakis and G. C. Spalding, editors, *Optical Trapping and Optical Micromanipulation XVII*, page 54, Online Only, United States, September 2020.
- [77] S. Montresor, M. Tahon, A. Laurent, and P. Picart. Computational de-noising based on deep learning for phase data in digital holographic interferometry. *APL Photonics*, 5(3) :030802, March 2020.
- [78] K. Zhang, W. Zuo, Y. Chen, D. Meng, and L. Zhang. Beyond a Gaussian Denoiser : Residual Learning of Deep CNN for Image Denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, 26(7) :3142–3155, July 2017.
- [79] H. Xia, R.-X. Guo, Z.-B. Fan, H.-M. Cheng, and B.-C. Yang. Non-invasive Mechanical Measurement for Transparent Objects by Digital Holographic Interferometry Based on Iterative Least-Squares Phase Unwrapping. *Experimental Mechanics*, 52(4) :439–445, April 2012.

-
- [80] H. Xia, S. Montresor, R. Guo, J. Li, F. Yan, H. Cheng, and P. Picart. Phase calibration unwrapping algorithm for phase data corrupted by strong decorrelation speckle noise. *Optics Express*, 24(25) :28713–28730, December 2016.
- [81] M.A Mironov. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval. *Soviet Physics Acoustics-USSR*, (34) :318–319, 1988.
- [82] A. Pelat, F. Gautier, S. C. Conlon, and F. Semperlotti. The acoustic black hole : A review of theory and applications. *Journal of Sound and Vibration*, 476 :115316, June 2020.
- [83] R. M. Goldstein, H. A. Zebker, and C. L. Werner. Satellite radar interferometry : Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 23(4) :713–720, July 1988.
- [84] D. J. Bone. Fourier fringe analysis : the two-dimensional phase unwrapping problem. *Applied Optics*, 30(25) :3627, September 1991.
- [85] K. G. Larkin. Uniform estimation of orientation using local and nonlocal 2-D energy operators. *Optics Express*, 13(20) :8097, 2005.
- [86] K. G. Larkin, D. J. Bone, and M. A. Oldfield. Natural demodulation of two-dimensional fringe patterns I General background of the spiral phase quadrature transform. *Journal of the Optical Society of America*, 18(8) :1862, August 2001.
- [87] J. Poittevin, F. Gautier, C. Pézerat, and P. Picart. High-speed holographic metrology : principle, limitations, and application to vibroacoustics of structures. *Optical Engineering*, 55(12) :121717, July 2016.
- [88] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Number 9 in Topics in applied physics. Springer, Berlin, 2., enlarged ed edition, 1984.
- [89] C. Pézerat and J. L. Guyader. Two inverse methods for localization of external sources exciting a beam. *Acta Acustica*, 3(1) :1–10, 1995.
- [90] C. Faure, F. Ablitzer, J. Antoni, and C. Pézerat. Empirical and fully Bayesian approaches for the identification of vibration sources from transverse displacement measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 94 :180–201, September 2017.
- [91] B. Ruffing and J. Fleischer. Spectral correlation of partially or fully developed speckle patterns generated by rough surfaces. *Journal of the Optical Society of America*, 2(10) :1637, October 1985.

-
- [92] U. Vry. Calculation of complex correlation coefficients of two speckle fields of different wavelengths and their application to two-wavelength-measurement techniques. *Journal of the Optical Society of America*, 5(1) :114–125, January 1988.
- [93] N. George. Speckle At Various Planes In An Optical System. *Optical Engineering*, 25(6) :256754, June 1986.
- [94] I. Yamaguchi, A. Yamamoto, and S. Kuwamura. Speckle decorrelation in surface profilometry by wavelength scanning interferometry. *Applied Optics*, 37(28) :6721–6728, October 1998.
- [95] M. Piniard, B. Sorrente, G. Hug, and P. Picart. Theoretical analysis of surface-shape-induced decorrelation noise in multi-wavelength digital holography. *Optics Express*, 29(10) :14720, May 2021.
- [96] G. A. Slettemoen. General analysis of fringe contrast in electronic speckle pattern interferometry. *Optica Acta : International Journal of Optics*, 26(3) :313–327, March 1979.
- [97] G. A. Slettemoen and J. C. Wyant. Maximal fraction of acceptable measurements in phase-shifting speckle interferometry : a theoretical study. *Journal of the Optical Society of America*, 3(2) :210, February 1986.
- [98] M. Owner-Petersen. Decorrelation and fringe visibility : on the limiting behavior of various electronic speckle-pattern correlation interferometers. *Journal of the Optical Society of America*, 8(7) :1082, July 1991.
- [99] M. Karray, P. Slangen, and P. Picart. Comparison between Digital Fresnel Holography and Digital Image-Plane Holography : The Role of the Imaging Aperture. *Experimental Mechanics*, 52(9) :1275–1286, November 2012.
- [100] J. W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications, Second Edition*. SPIE, 2007.
- [101] P. Picart, S. Montresor, O. Sakharuk, and L. Muravsky. Refocus criterion based on maximization of the coherence factor in digital three-wavelength holographic interferometry. *Optics Letters*, 42(2) :275, January 2017.
- [102] J. W. Goodman. *Statistical optics*. Wiley classics library. Wiley, New York, wiley classics library ed edition, 2000.
- [103] B. Ruffing. Application of speckle-correlation methods to surface-roughness measurement : a theoretical study. *Journal of the Optical Society of America*, 3(8) :1297, August 1986.

-
- [104] J. Uozumi and T. Asakura. First-order probability density function of the laser speckle phase. *Optical and Quantum Electronics*, 12(6) :477–494, November 1980.
- [105] N. George and A. Jain. Space and wavelength dependence of speckle intensity. *Appl. Phys.*, 4(3) :201–212, August 1974.
- [106] F. Ablitzer, C. Pézerat, J. M. Génevaux, and J. Bégué. Identification of stiffness and damping properties of plates by using the local equation of motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333(9) :2454–2468, April 2014.
- [107] C. Pézerat and J. L. Guyader. Force Analysis Technique : Reconstruction of Force Distribution on Plates. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(2) :322–332, March 2000.
- [108] A. Berry, O. Robin, and F Pierron. Identification of dynamic loading on a bending plate using the Virtual Fields Method. *Journal of Sound and Vibration*, 333(26) :7151–7164, December 2014.
- [109] A. Zanarini. Competing optical instruments for the estimation of Full Field FRFs. *Measurement*, 140 :100–119, July 2019.
- [110] R. J. Allemang. *Investigation of Some Multiple Input/Output Frequency Response Function Experimental Modal Analysis Techniques*. These de doctorat, University of Cincinnati, 1980.
- [111] R. J. Allemang and D. L. Brown. A correlation coefficient for modal vector analysis. volume 1, pages 110–116, 1982.
- [112] R. J. Allemang. The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. *Sound and vibration*, 37(8) :14–23, 2003.
- [113] J. L. Guyader. *Vibration in continuous media*, volume 441. Wiley Online Library, 2006.
- [114] B. Widrow and M. E. Hoff. Adaptive switching circuits. Technical report, Stanford Univ Ca Stanford Electronics Labs, 1960.
- [115] M. Sturm, A. Moorhouse, and W. Kropp. Robust calculation of simultaneous multi channel blocked force signatures from measurements made in-situ using an adaptive algorithm in the time domain. In *20th International Congress on Sound and Vibration (ICSV20)*, page 9, 2013.
- [116] N. Amiryarahmadi, W. Kropp, and K. Larsson. Application of LMS Algorithm to Measure Low-Frequency Transient Forces from Human Walking. *Acta Acustica united with Acustica*, 102(1) :23–34, January 2016.

-
- [117] M. Fink. Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 39(5) :555–566, September 1992.
- [118] C. Chen and F. G Yuan. Impact source identification in finite isotropic plates using a time-reversal method : theoretical study. *Smart Materials and Structures*, 19(10) :105028, September 2010.
- [119] C. Chen, Y. Li, and F. G. Yuan. Impact source identification in finite isotropic plates using a time-reversal method : experimental study. *Smart Materials and Structures*, 21(10) :105025, August 2012.
- [120] T. G. Carne, V. I. Bateman, and R. L. Mayes. Force reconstruction using a sum of weighted accelerations technique. In *Proceedings of the international modal analysis conference*, pages 291–291, 1992.
- [121] V. I. Bateman, T. G. Carne, D. L. Gregory, S. W. Attaway, and H. R. Yoshimura. Force Reconstruction for Impact Tests. *J. Vib. Acoust*, 113(2) :192–200, April 1991.
- [122] D. C. Kammer. Input force reconstruction using a time domain technique. *J. Vib. Acoust*, 120(4) :868–874, October 1998.
- [123] A. D. Steltzner and D. C. Kammer. Input force estimation using an inverse structural filter. In *17th International Modal Analysis Conference (IMAC17)*, volume 17, pages 954–960, 1999.
- [124] M. S. Allen and T. G. Carne. Delayed, multi-step inverse structural filter for robust force identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(5) :1036–1054, July 2008.
- [125] M. S. Allen and T. G. Carne. Comparison of inverse structural filter (ISF) and sum of weighted accelerations technique (SWAT) time domain force identification methods. In *Proceedings of 47 th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC, structures, structural dynamics and materials Conference*, 2006.
- [126] E. Lourens, E. Reynders, G. De Roeck, G. Degrande, and G. Lombaert. An augmented Kalman filter for force identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27 :446–460, February 2012.
- [127] O. Sedehi, C. Papadimitriou, D. Teymouri, and L. S. Katafygiotis. Sequential Bayesian estimation of state and input in dynamical systems using output-only measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 131 :659–688, September 2019.

-
- [128] K. Maes, S. Gillijns, and G. Lombaert. A smoothing algorithm for joint input-state estimation in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 98 :292–309, January 2018.
- [129] M. Aucejo, O. De Smet, and J.-F. Deü. On a space-time regularization for force reconstruction problems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 118 :549–567, March 2019.
- [130] Q. Li and Q. Lu. Time domain force identification based on adaptive lq regularization. *Journal of Vibration and Control*, 24(23) :5610–5626, December 2018.
- [131] M. Grediac. Principle of virtual work and identification. *Comptes Rendus de L Academie des Sciences Serie Ii*, 309(1) :1–5, 1989.
- [132] A. E. H. Love. XVI. The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. (A.)*, 179 :491–546, December 1888.
- [133] S. Avril, F. Pierron, M. A. Sutton, and J. Yan. Identification of elasto-visco-plastic parameters and characterization of Lüders behavior using digital image correlation and the virtual fields method. *Mechanics of Materials*, 40(9) :729–742, September 2008.
- [134] M.C. Djamaa, N. Ouelaa, C. Pezerat, and J.L. Guyader. Reconstruction of a distributed force applied on a thin cylindrical shell by an inverse method and spatial filtering. *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5) :560–575, April 2007.
- [135] C. Renzi, C. Pézerat, and J.-L. Guyader. Vibratory source identification by using the Finite Element Model of a subdomain of a flexural beam. *Journal of Sound and Vibration*, 332(3) :545–562, February 2013.
- [136] C. Renzi, C. Pézerat, and J.-L. Guyader. Local force identification on flexural plates using reduced Finite Element models. *Computers & Structures*, 144 :75–91, November 2014.
- [137] Q. Leclère and C. Pezerat. Vibration source identification using corrected finite difference schemes. *Journal of Sound and Vibration*, 331(6) :1366–1377, March 2012.
- [138] T. Bayes and R. Price. An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53 :370–418, January 1763.

-
- [139] A. Pereira, J. Antoni, and Q. Leclère. Empirical Bayesian regularization of the inverse acoustic problem. *Applied Acoustics*, 97 :11–29, October 2015.
- [140] C. Faure, C. Pezerat, F. Ablitzer, and J. Antoni. Structure-borne noise source characterization from a bayesian point of view. *International Journal of Passenger Cars-Mechanical Systems*, 9(3) :1020–1026, June 2016.
- [141] R. Kaufmann, B. Ganapathisubramani, and F. Pierron. Full-Field Surface Pressure Reconstruction Using the Virtual Fields Method. *Experimental Mechanics*, 59(8) :1203–1221, October 2019.
- [142] R. Kaufmann, B. Ganapathisubramani, and F. Pierron. Reconstruction of surface-pressure fluctuations using deflectometry and the virtual fields method. *Experiments in Fluids*, 61(2) :35, February 2020.
- [143] R. Kaufmann, B. Ganapathisubramani, and F. Pierron. Surface Pressure Reconstruction from Phase Averaged Deflectometry Measurements Using the Virtual Fields Method. *Experimental Mechanics*, 60(3) :379–392, March 2020.
- [144] P. O’Donoghue, O. Robin, and A. Berry. Time-resolved identification of mechanical loadings on plates using the virtual fields method and deflectometry measurements. *Strain*, 54(3) :e12258, 2018.
- [145] N. Aujogue and A. Ross. Transient force analysis technique to identify time-varying loads and defects on plates. In *26th International Congress on Sound and Vibration (ICSV26)*, 2019.
- [146] C. Pezerat, O. Grosset, J. Carpentier, J. H. Thomas, and F. Ablitzer. Wall Pressure Identification by Using the Force Analysis Technique in Automotive, Naval and Aeronautic Applications. In *Flinovia—Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects-II*, pages 39–57. Springer International Publishing, Cham, 2019.
- [147] C. Pezerat. *Méthode d’identification des efforts appliqués sur une structure vibrante, par résolution et régularisation du problème inverse*. These de doctorat, INSA de Lyon, 1996.
- [148] A. W. Leissa. *Vibration of Plates*. Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics and Space Administration, 1969.
- [149] C. Faure. *Approches bayésiennes appliquées à l’identification d’efforts vibratoires par la méthode de Résolution Inverse*. These de doctorat, Le Mans Université, 2017.
- [150] T. Bayes and R. Price. An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. By the Late Rev. Mr. Bayes, FRS Communicated by Mr. Price, in a

Letter to John Canton, AMFRS. *Philosophical Transactions (1683-1775)*, pages 370–418, 1763.

- [151] C. Pezerat and J. L. Guyader. Localisation d’efforts appliqués sur des structures minces ; Régularisation du problème inverse (Localization of applied forces on thin structures ; regularization of the inverse problem). In *R.F.M. Revue française de mécanique*, pages 49–55, 1996.
- [152] E. Meteyer, F. Foucart, C. Pezerat, and P. Picart. Modeling of speckle decorrelation in digital Fresnel holographic interferometry. *Optics Express*, September 2021.
- [153] E. Meteyer, S. Montresor, F. Foucart, J. Le Meur, K. Heggarty, C. Pezerat, and P. Picart. Lock-in vibration retrieval based on high-speed full-field coherent imaging. *Scientific Reports*, 11(1) :7026, December 2021.
- [154] E. Meteyer, F. Foucart, M. Secail-Geraud, P. Picart, and C. Pezerat. Full-field force identification with high-speed digital holography. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 164 :108215, February 2022.

APPROXIMATION DE $|\mu|$ POUR DIFFÉRENTS ORDRES DU DÉVELOPPEMENT LIMITÉ

L'équation (2.31) peut être décrite sous forme polynomiale en approximant la fonction sinus cardinal conformément à ce qui est décrit dans l'équation (2.32).

L'approximation à l'ordre 1 se traduit par :

$$|\mu| \simeq \frac{\mathbf{U}_x - \mathbf{u}}{\mathbf{U}_x}, \quad (\text{A.1})$$

en augmentant les ordres on obtient à l'ordre 3 :

$$|\mu| \simeq \frac{\mathbf{U}_x - \mathbf{u}}{\frac{\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^5}{180} - \frac{\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x^3}{9} + \mathbf{U}_x} \left[6\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^4 - 9\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^3 \mathbf{u} + \Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^2 \mathbf{u}^2 \right. \\ \left. + \Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x \mathbf{u}^3 + \Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{u}^4 - 120\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x^2 + 60\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x \mathbf{u} - 120\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{u}^2 + 1080 \right] \frac{1}{1080}, \quad (\text{A.2})$$

et à l'ordre 5 :

$$\begin{aligned}
|\mu| \simeq & \frac{1}{\frac{\mathbf{D}_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^9}{129600} - \frac{\mathbf{D}_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^7}{2520} + \frac{2\mathbf{D}_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^5}{225} - \frac{\mathbf{D}_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x^3}{9} + \mathbf{U}_x} \left[\mathbf{U}_x - \mathbf{u} + \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^9}{129600} \right. \\
& - \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^8 \mathbf{u}}{28800} + \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^7 \mathbf{u}^2}{16800} - \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^6 \mathbf{u}^3}{21600} + \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{U}_x^5 \mathbf{u}^4}{72000} - \frac{\Delta_x^8 \pi^8 \mathbf{u}^9}{9072000} - \frac{\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^7}{2520} \\
& + \frac{\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^6 \mathbf{u}}{720} - \frac{7\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^5 \mathbf{u}^2}{3600} + \frac{\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^4 \mathbf{u}^3}{720} - \frac{\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{U}_x^3 \mathbf{u}^4}{2160} + \frac{\Delta_x^6 \pi^6 \mathbf{u}^7}{37800} + \frac{2\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^5}{225} \\
& - \frac{\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^4 \mathbf{u}}{45} + \frac{7\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^3 \mathbf{u}^2}{270} - \frac{\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x^2 \mathbf{u}^3}{60} + \frac{\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{U}_x \mathbf{u}^4}{120} - \frac{23\Delta_x^4 \pi^4 \mathbf{u}^5}{5400} - \frac{\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x^3}{9} \\
& \left. + \frac{\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x^2 \mathbf{u}}{6} - \frac{\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{U}_x \mathbf{u}^2}{6} + \frac{\Delta_x^2 \pi^2 \mathbf{u}^3}{9} \right]. \tag{A.3}
\end{aligned}$$

Le développement à des ordres supérieurs conduit à des équations d'une grande complexité et difficiles à utiliser pour des chiffreages.

RESTITUTION DE DÉFORMÉES SOUS-ÉCHANTILLONNÉES AVEC *VibMap*

Cette partie se propose de tester l'algorithme *VibMap* lors du traitement d'un signal sous-échantillonné. La simulation réalisée dans la partie 3.4 est ici réalisée pour différentes fréquences d'échantillonnage. Les paramètres de la simulation sont les mêmes que dans le tableau 3.1 et la fréquence de la vibration est fixée à 6353,5 Hz. La fréquence d'échantillonnage utilisée lors de la simulation balaye une plage de 0,1 à 3 fois la fréquence du signal. L'échantillonnage respecte le critère de Shannon si celui-ci est au moins deux fois supérieur à la fréquence de la vibration. Les résultats du critère d'erreur relatif en fonction du ratio fréquence d'échantillonnage sur fréquence du signal $\frac{f_e}{f}$ sont présentés dans la figure B.1 (a) et le critère de MAC dans la figure B.1 (b).

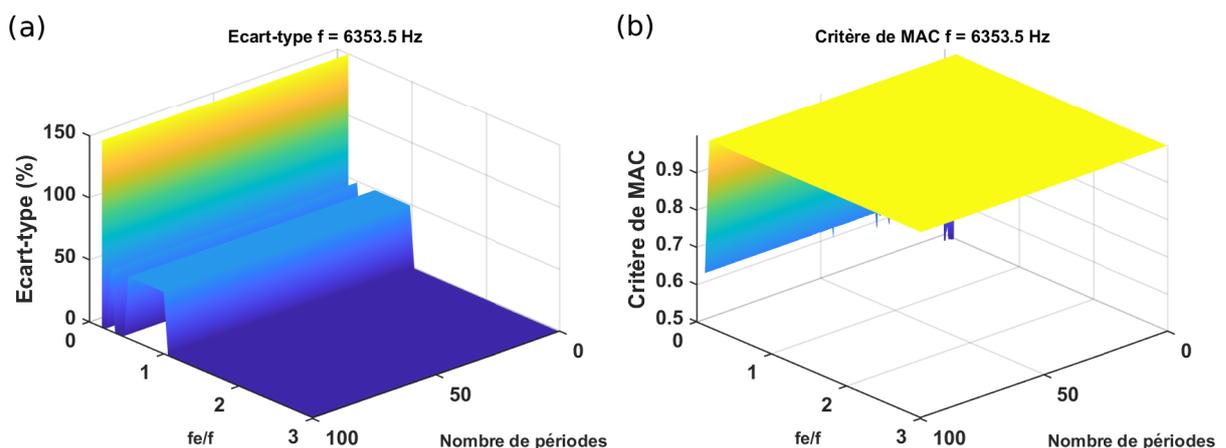
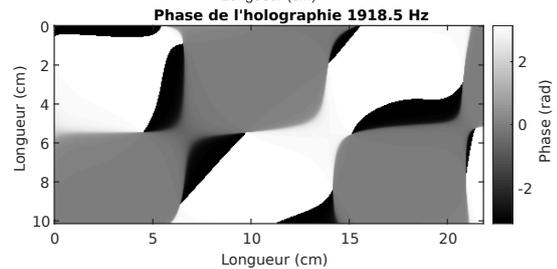
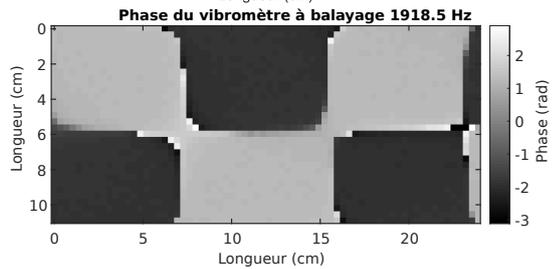
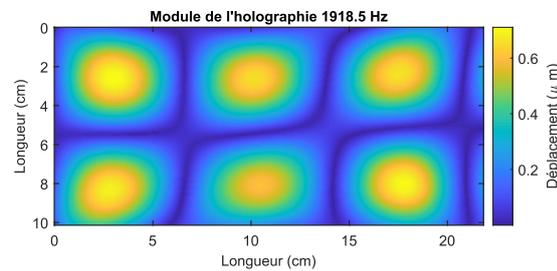
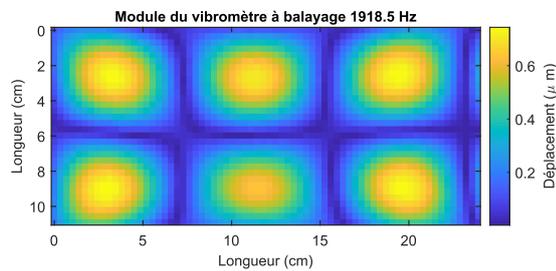
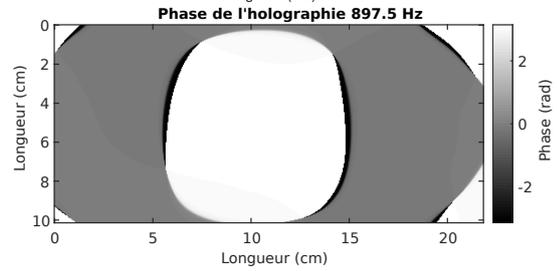
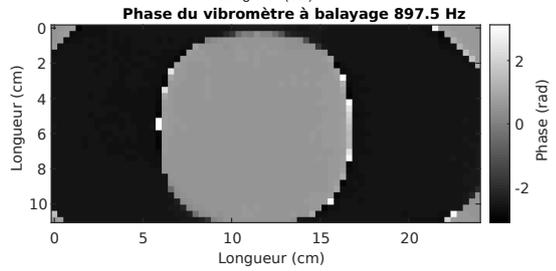
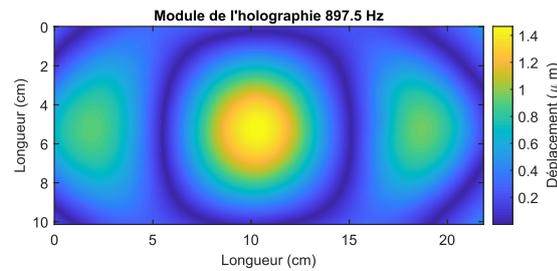
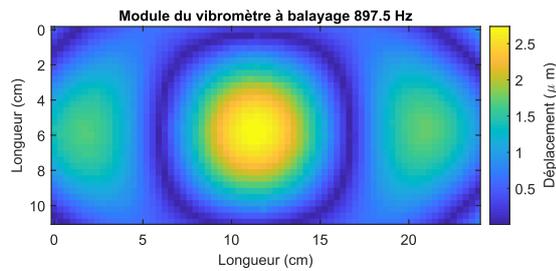
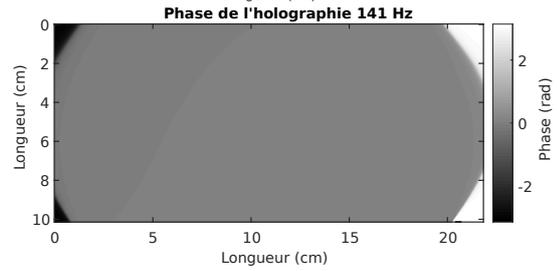
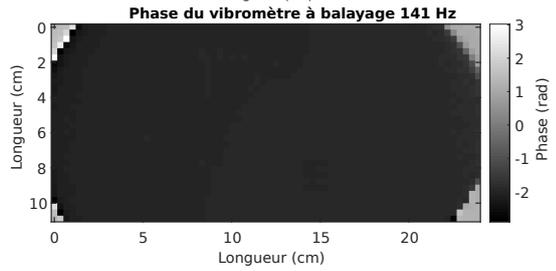
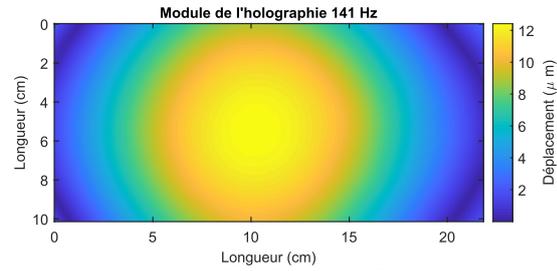
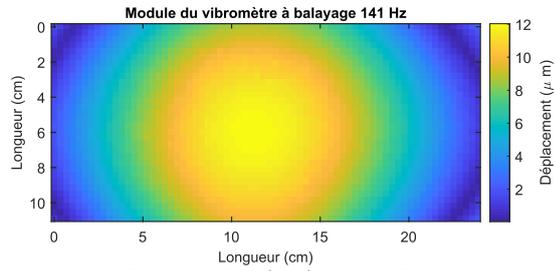


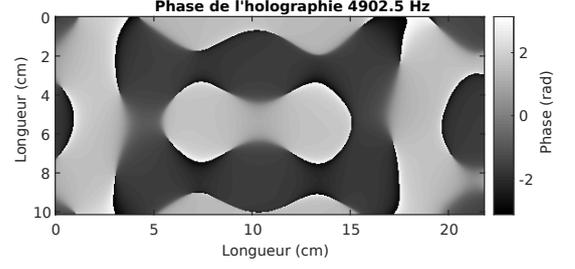
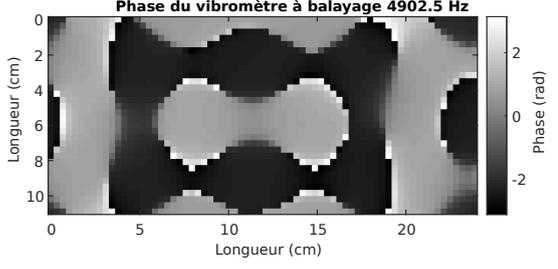
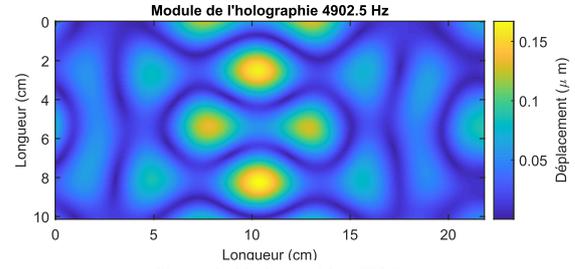
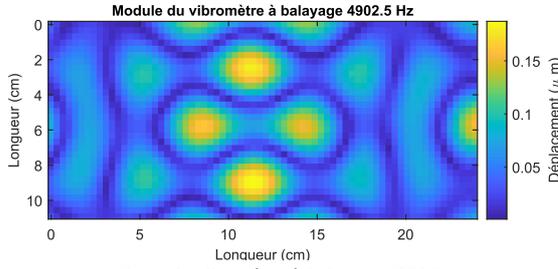
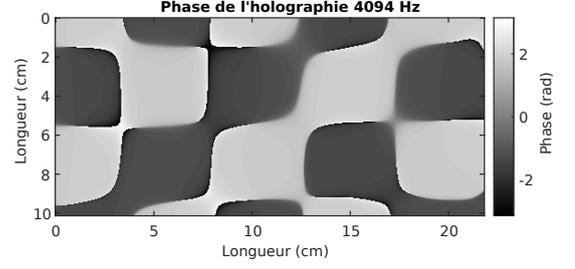
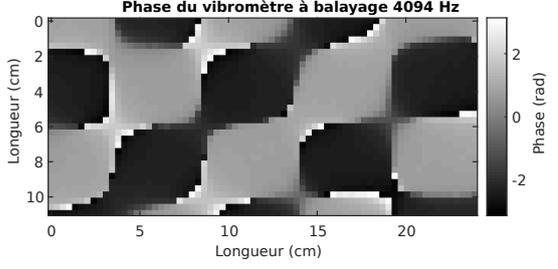
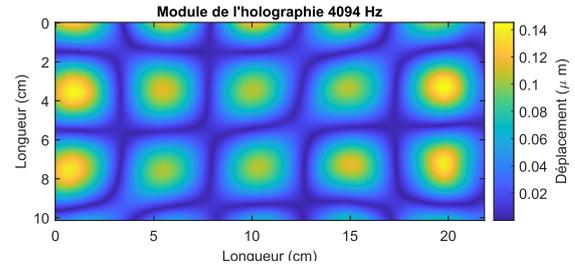
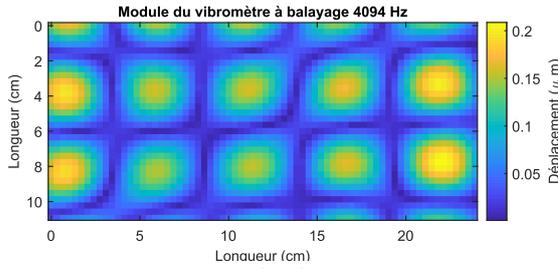
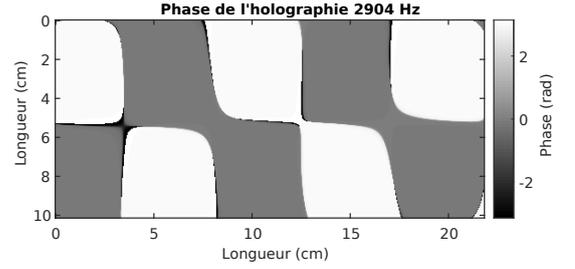
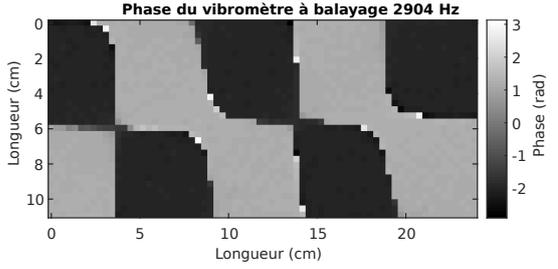
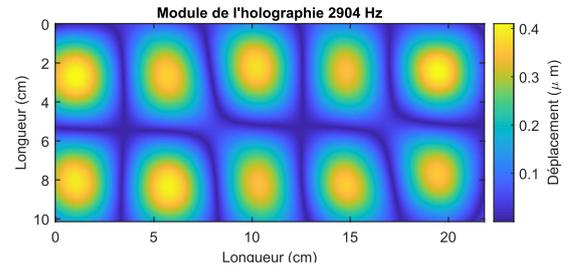
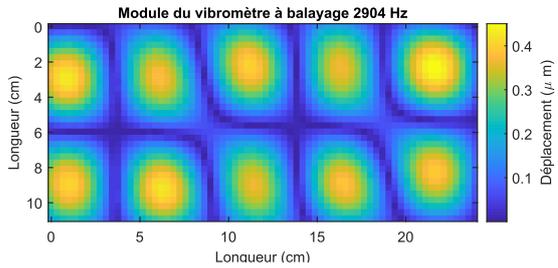
FIGURE B.1 – Comparaison entre l'écart-type de l'erreur (a) et le critère de MAC (b) sur les mesures traitées avec la fonction algorithmique *VibMap* en fonction du nombre de périodes et du rapport fréquence d'échantillonnage sur fréquence du signal.

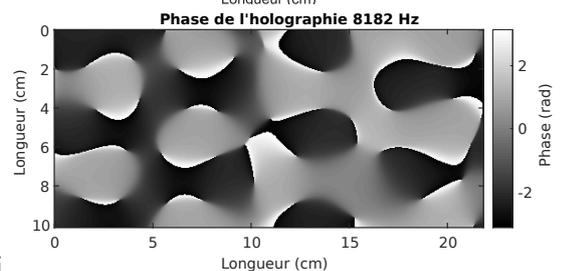
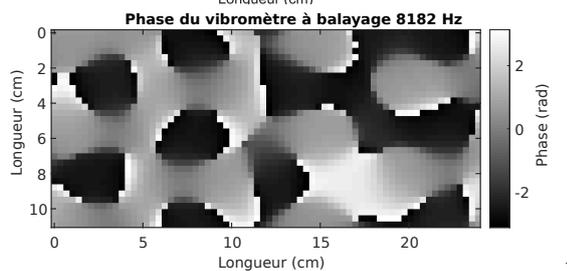
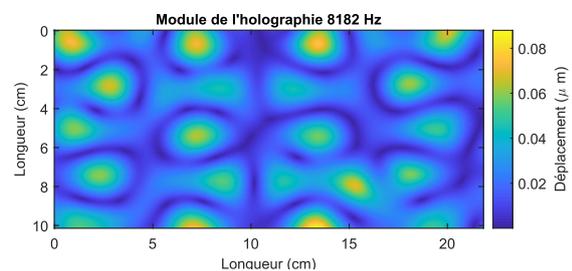
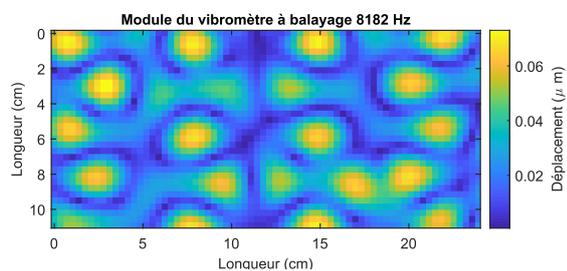
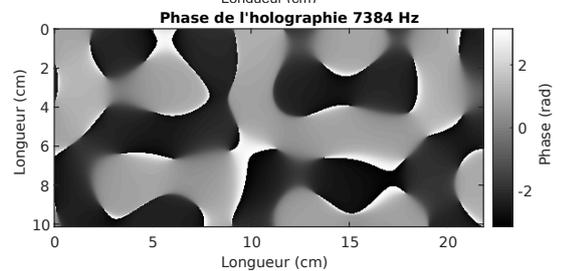
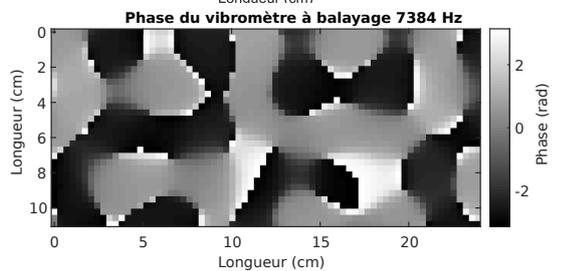
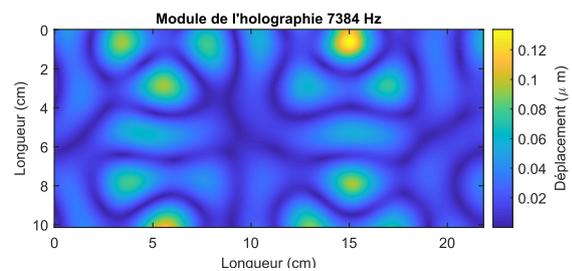
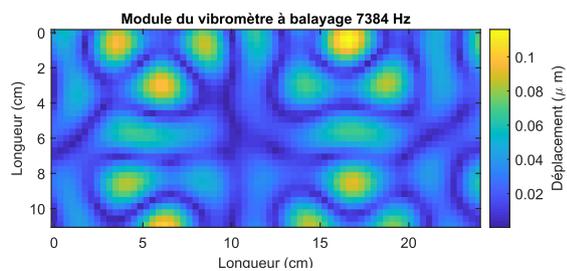
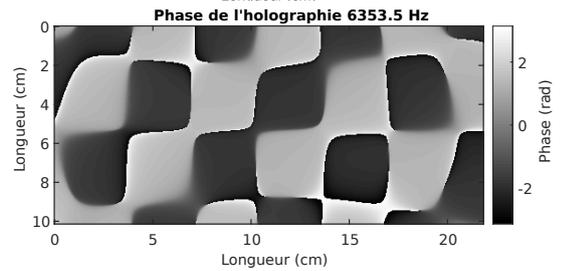
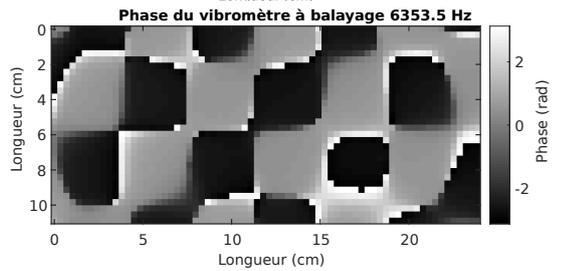
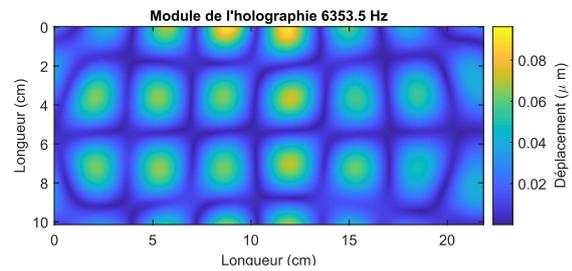
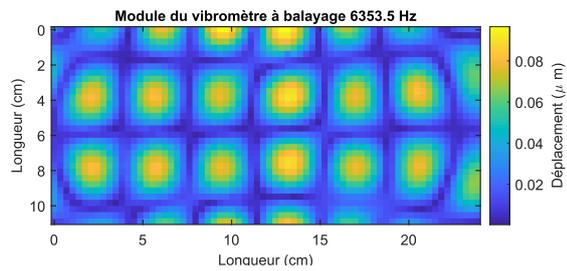
Le critère de MAC est à 1 sur la quasi-totalité de la plage de fréquences testées et ce quelque que soit le nombre de périodes. Ces résultats montrent que la déformée est correctement restituée. L'écart-type est très bas lorsque la fréquence d'échantillonnage est supérieure à 1 fois la fréquence d'excitation. De cette manière, il est possible de déduire que la déformée obtenue est identique à la mesure de référence lorsque le signal est au moins échantillonné à plus d'une fois la fréquence d'excitation réduisant par au moins deux la fréquence minimum du critère de Shannon.

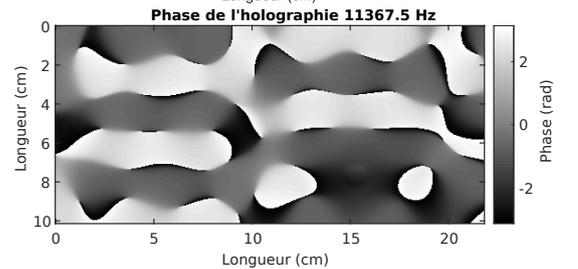
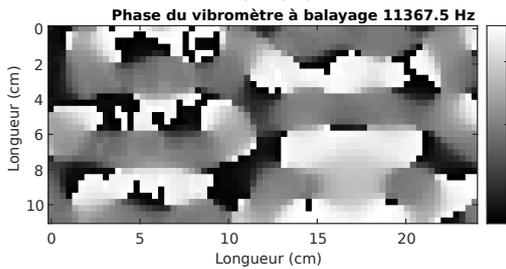
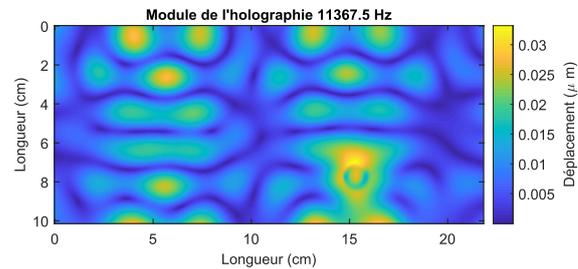
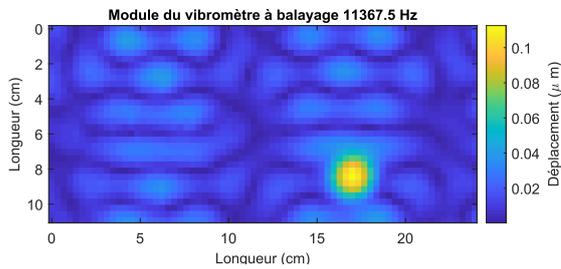
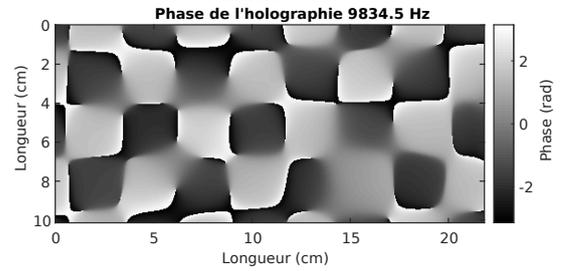
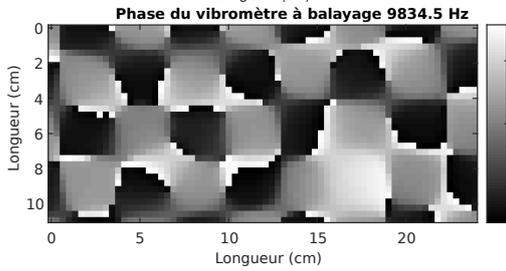
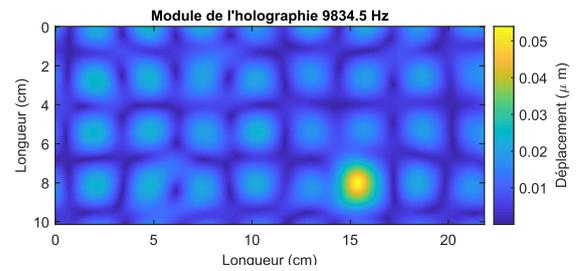
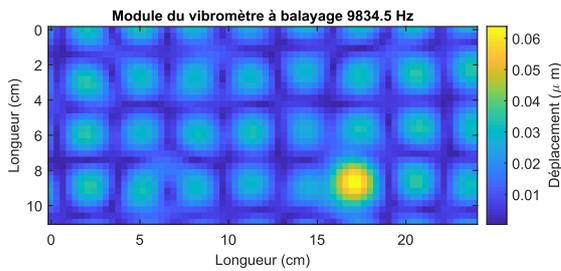
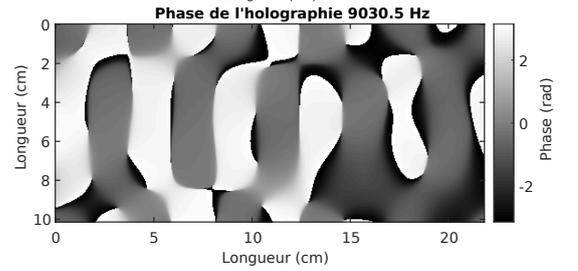
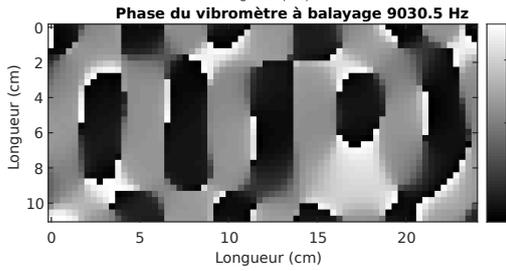
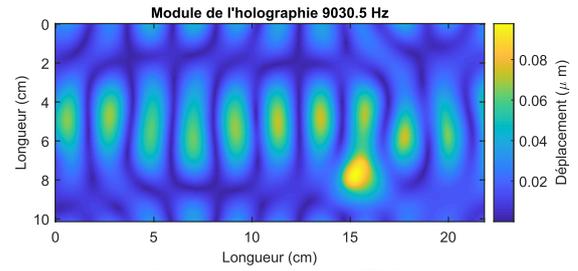
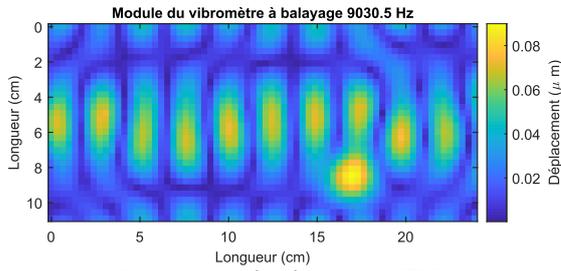
Ces résultats préliminaires montrent qu'il serait possible de réduire la quantité de données à traiter en holographie ultra-rapide.

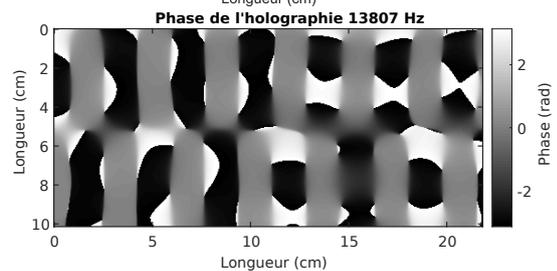
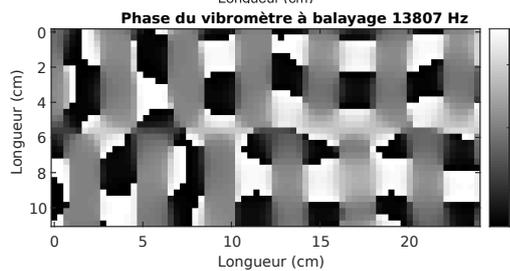
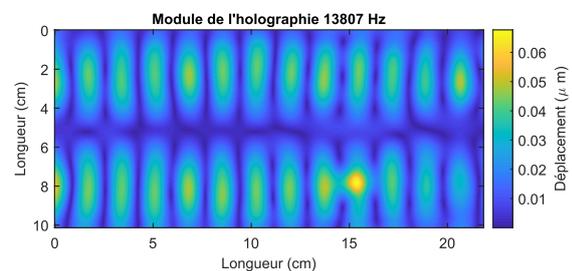
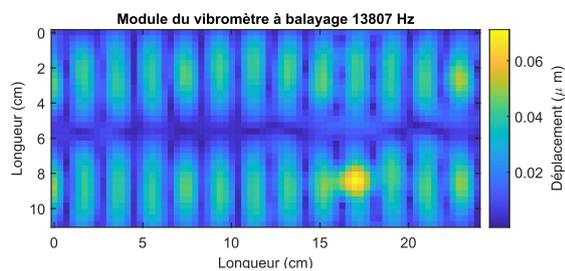
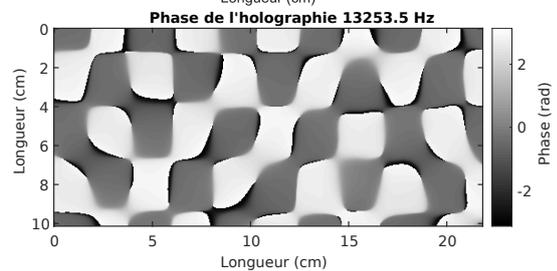
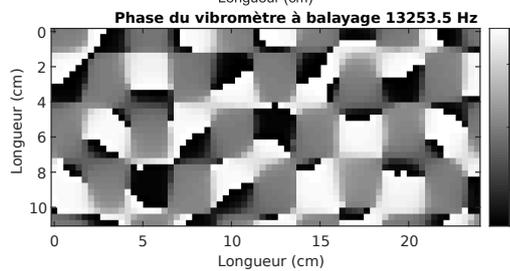
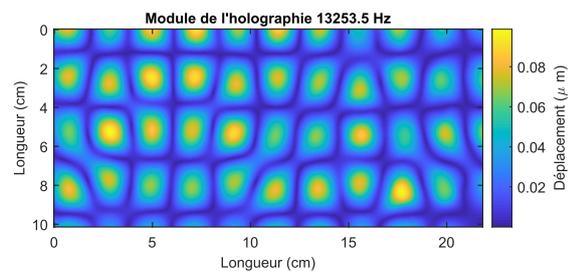
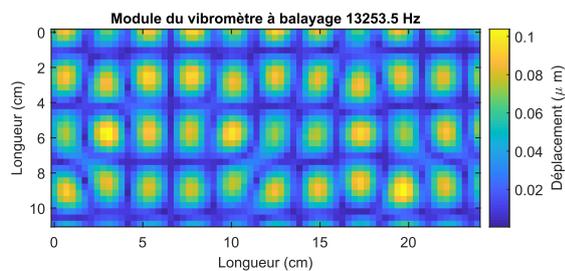
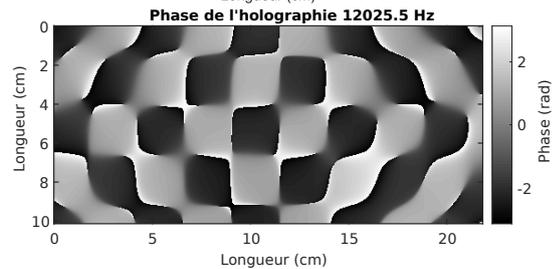
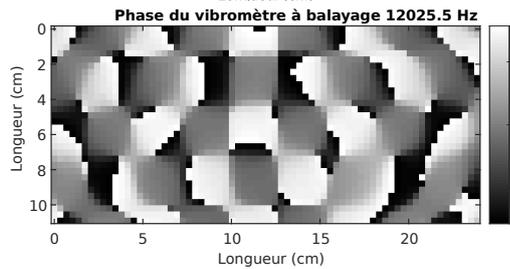
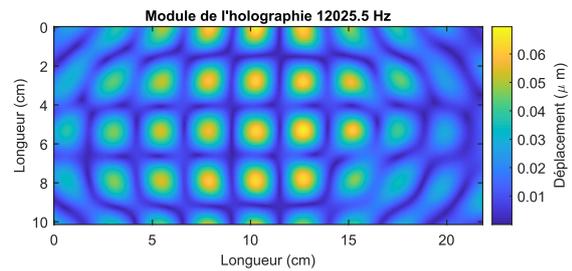
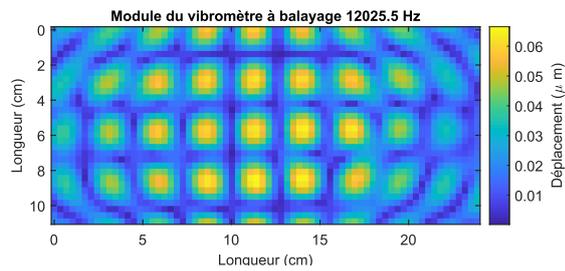
**VISUALISATION DES DÉFORMÉES
HOLOGRAPHIQUES ET VIBROMÉTRIQUES
POUR LE CRITÈRE DE MAC**

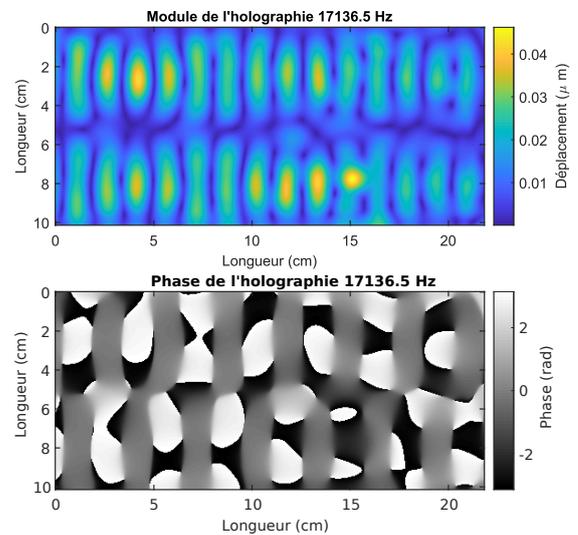
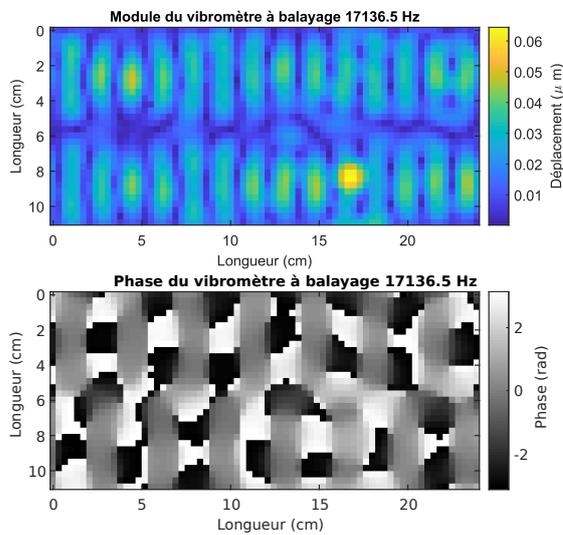
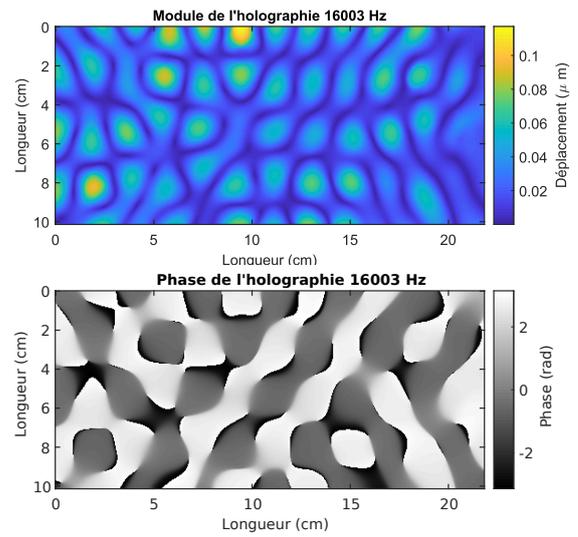
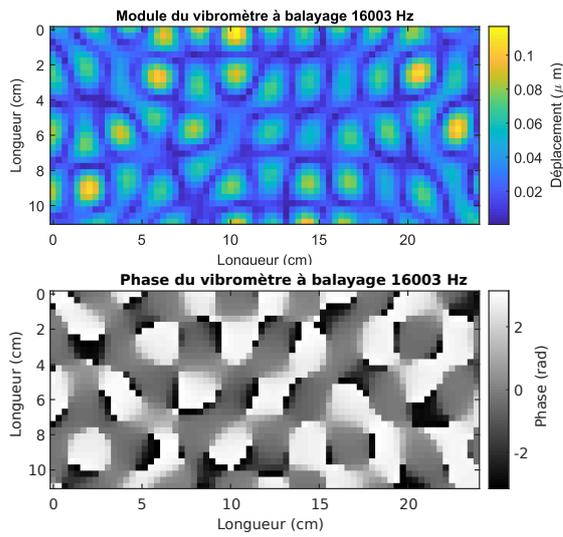
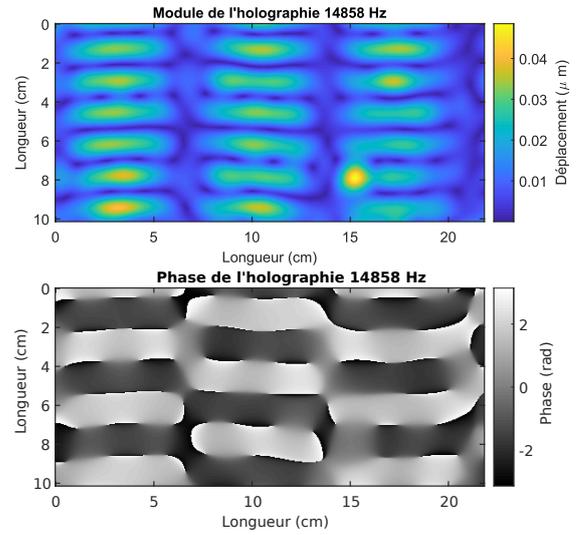
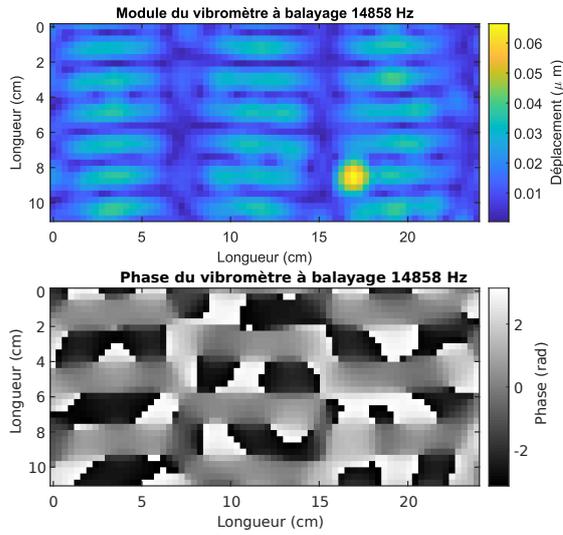


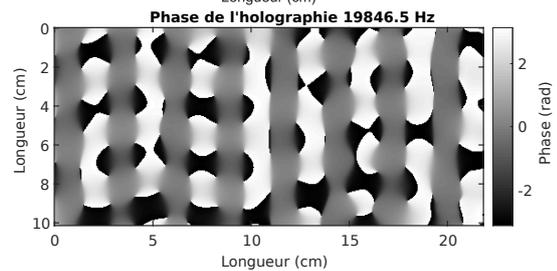
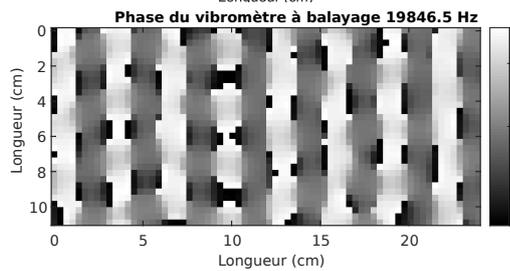
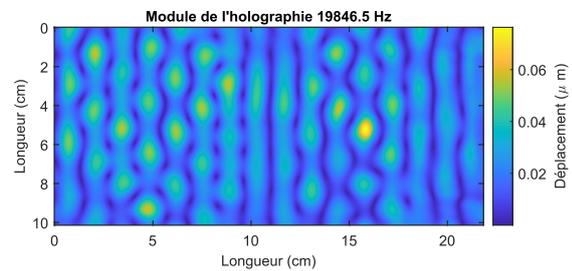
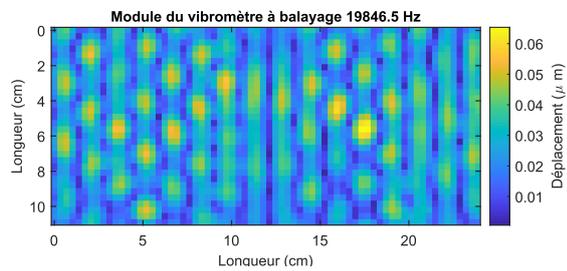
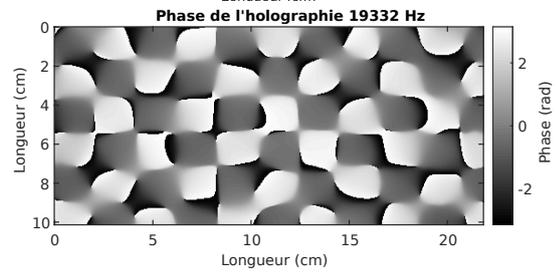
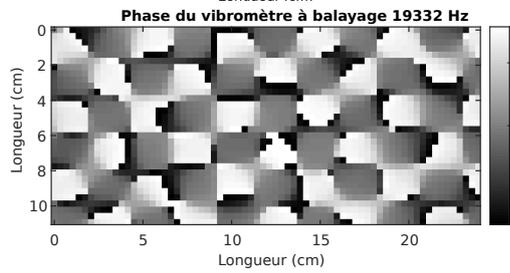
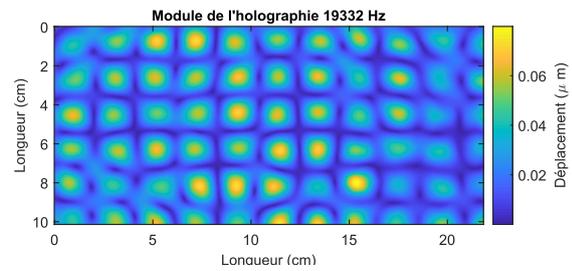
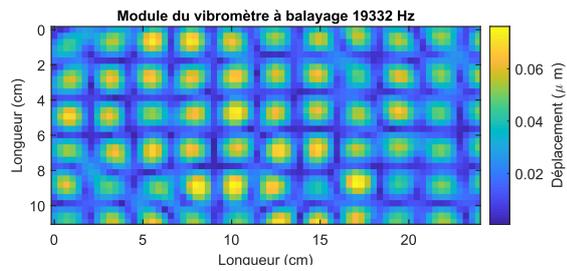
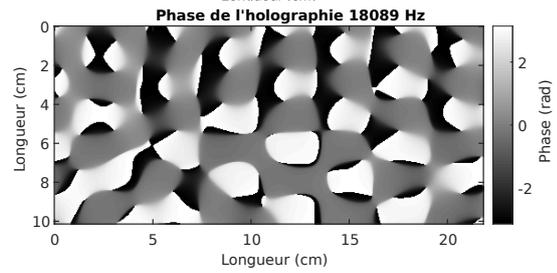
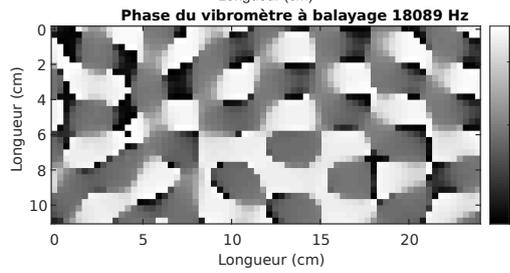
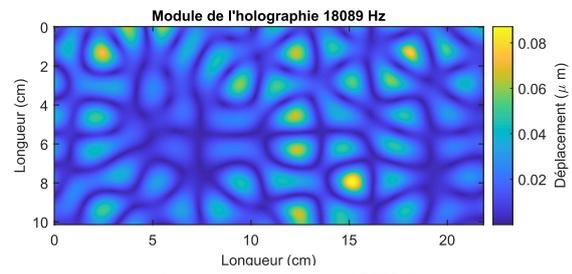
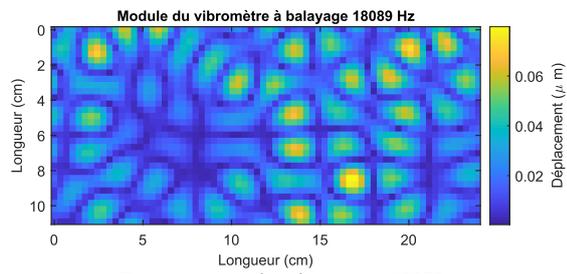












Titre : Identification d'efforts par vibrométrie holographique plein champ

Mot clés : Holographie optique ; mesures plein champ ; vibroacoustique ; sources instationnaires ; résolution inverse, identification d'efforts

Résumé : L'avènement de nouvelles technologies conduit à élargir le champ d'étude possible dans le domaine vibroacoustique et à étudier des excitations instationnaires et non-répétables qui nécessitent d'être caractérisées. Cependant les phénomènes résultant de ces excitations ne peuvent pas être mesurés de manière synchrone et non-intrusive avec des moyens expérimentaux classiques. Ce travail de thèse propose de coupler une technique de mesure vibratoire plein-champ, à haute résolution spatiale, sans contact et non-intrusive, l'holographie numérique ultra-rapide, à l'identification d'efforts pour différents régimes d'excitations de structures mécaniques. L'identification d'efforts est basée sur la méthode de résolution inverse (RI) où le champ des déplacements issu de la vibrométrie holographique numérique ultra-rapide est utilisé comme entrée dans l'équation de mouvement de la structure. Grâce aux mesures plein-champ de l'holographie numérique,

l'analyse de vibrations stationnaires et transitoires est effectuée à la fois dans le domaine spatial et dans le domaine temporel. Le maillage dense des points de données est utilisé pour résoudre le problème inverse de l'identification des forces, qui est régularisé selon une approche Bayésienne permettant une régularisation optimale et automatique de la méthode. Des résultats expérimentaux pour des tests en régimes stationnaires et transitoires sont présentés. Dans le cas d'une excitation en régime stationnaire, les résultats sont comparés à ceux obtenus avec un vibromètre à balayage et présentent une très bonne concordance entre les profils de force observés ainsi qu'entre les amplitudes, validant ainsi l'approche proposée. En régime transitoire, les profils de force mesurés sont comparés aux mesures effectuées à l'aide d'un capteur de force et montrent un bon accord entre les résultats obtenus.

Title: Force Identification by full-field holographic vibrometry

Keywords: Optical holography; full-field measurements; vibroacoustics; unsteady sources; inverse resolution, force identification

Abstract: The advent of new technologies leads to a broadening of the possible field of study in the field of vibroacoustics, leading to the study of unsteady and non-repeatable excitations that need to be characterised. However, the phenomena resulting from these excitations cannot be measured in a synchronous and non-intrusive manner with conventional experimental means. This PhD thesis proposes to combine a full-field, high spatial resolution, non-contact and non-intrusive vibration measurement technique, named ultra-fast digital holography, to the identification of stresses for different regimes of excitations of mechanical structures. Stress identification is based on the Force Analysis Technique (FAT) where the displacement field of ultra-fast digital holographic vibrometry is used as an input for the equation of motion of the structure. Thanks to the full-field measurements

from digital holography, the analysis of stationary and transient vibrations is carried out both in the spatial and temporal domain. The dense mesh of data points is used to solve the inverse problem of force identification, which is regularized according to a Bayesian approach allowing an optimal and automatic regularization of the method. Experimental results for steady state and transient excitations are presented. In the case of the steady-state regime, the results are compared with those obtained with a scanning vibrometer and show a fairly good agreement between the observed force profiles as well as for the amplitudes, thus validating the proposed approach. In the transient regime, the recovered force profiles are compared to the measurements made with a force sensor exhibiting a good agreement between the results.