

Etude des échanges énergétiques en convection thermique turbulente

David Dumont

► To cite this version:

David Dumont. Etude des échanges énergétiques en convection thermique turbulente. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2021. Français. NNT: 2021LYSEN057. tel-03550852

HAL Id: tel-03550852 https://theses.hal.science/tel-03550852

Submitted on 1 Feb 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Numéro National de Thèse : 2021LYSEN057

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée par l'École Normale Supérieure de Lyon

École Doctorale N° 206 Physique et Astrophysique de Lyon (PHAST)

Discipline : Physique

Soutenue publiquement le 25/10/2021, par : M. David DUMONT

Étude des échanges énergétiques en convection thermique turbulente

Devant le jury composé de :

M. Mathieu CREYSSELS M. Romain MONCHAUX Mme. Bérengère DUBRULLE M. Armànn GYLFASSON Mme. Anne SERGENT Mme. Francesca CHILLÀ M. Mickaël BOURGOIN M. Julien SALORT MCF Ass Prof DR Ass Prof MCF PU DR CR École Centrale de Lyon ENSTA-Paris Tech CEA Saclay Université de Reykjavick Sorbonne Université ENS de Lyon ENS de Lyon ENS de Lyon

Rapporteur Rapporteur Examinatrice Examinateur Examinatrice Directrice de thèse Co-encadrant Co-encadrant

 \grave{A} ma petite et grande famille,

Remerciements

Ces trois années de doctorat furent pour moi un moment d'épanouissement intellectuel et humain inédit. Les travaux expérimental et de recherche m'ont procuré une stimulation intellectuelle forte et continue tandis que la bienveillance régnant dans l'équipe et le laboratoire plus généralement ont rendu cet exercice très appréciable humainement parlant. Je souhaite ici remercier vivement toutes celles et ceux qui ont - de près ou de loin - participé à cette belle histoire.

Je n'aurais pu mener à bien ce projet sans l'encadrement de Francesca, Julien et Mica. Merci à vous trois pour vos conseils avisés toujours prodigués dans une bonne humeur communicative et de façon constructive. J'ai grandement apprécié cela lors des confinements où nous sommes malgré tout parvenu à garder contact, motivation et joie dans ces temps difficiles. Ces trois années ont été souvent intenses mais cette belle ambiance de travail a toujours compensé cela. Merci à Francesca pour les discussions physiques que nous avons eu tout au long de ces trois ans. Ton soucis de poser la question que l'on a mis sous le tapis m'a permis de repousser les limites de ma compréhension et d'améliorer d'autant nos résultats. Un immense merci à Julien pour ton encadrement quotidien, ses conseils techniques et numériques. Mes compétences en codage et notamment en python ont largement augmentées grâce à ton expertise dans ce domaine ! J'ai beaucoup aimé ton côté rigoureux dans l'écriture des codes, c'était formateur. Merci à Mica pour tes conseils éclairés et ton sourire à toute épreuve. J'ai apprécié la clarté de tes propos lors de nos discussions portant sur l'étude lagrangienne. Merci également d'avoir lancé une collaboration avec Àrmann même si la crise du covid a par la suite limité les interactions. Enfin merci à vous trois de m'avoir fait découvrir les conférences scientifiques, sources de stimulation forte et lieu de rencontre avec des chercheurs passionnés.

Merci également à Olivier pour tes conseils d'ancien doctorant et ta disponibilité!

Je remercie vivement Bérengère pour tes éclairages précieux et patients à propos de l'analyse énergétique échelle par échelle! Merci également à Laurent pour nos discussions fructueuses bien que tardives.

Quel plaisir de partager ses préoccupations avec un autre doctorant dans la même équipe ! Lucas, j'ai beaucoup apprécié que tu rejoignes l'équipe. D'un collègue de travail, tu es devenu un super copain ! Merci pour ta sympathie, ta simplicité dans les échanges et puis nos intérêts communs. J'espère qu'on ne se perdra pas de vue !

Au cours de cette thèse, j'ai largement participé à l'encadrement de stagiaires : Élian, Louis, Gareth et dans une moindre mesure Wandrille et Miguel. C'était chouette d'avoir un peu de sang neuf chaque été. Mention spéciale à Élian qui m'a beaucoup aidé à développer et tester la bibliothèque pour le suivi lagrangien. Je t'ai trop fait travailler pendant le confinement mais j'avoue que c'était très stimulant de travailler avec toi. Je suis très heureux que tu prennes en partie la suite de mon travail de thèse! Merci aux TP labo et notamment à Jules, Léonel et Grégoire : vous avez fait de superbes images avec les cristaux thermochromiques, et qui se retrouvent désormais dans ce manuscrit.

Si l'ambiance au sein de l'équipe était excellente, je souhaitrais souligner que l'ambiance au sein du laboratoire était également très appréciable. Je voudrais remercier ici chacun pour les sourires vi

communicatifs que j'ai reçu dans les couloirs. C'est une chance de travailler dans ces conditions. Je commencerai par remercier le service administratif pour la sympathie et l'efficacité du personnel. Nadine sache que ta voix chantante à proximité de ma salle de manip a souvent maintenu ma bonne humeur quand ma manip se mettait en grève de résultats. Merci Fatiha de ta patience face à mes erreurs lors des commandes, et à la simplicité de nos échanges. Sans l'atelier, comment aurais-je pu colmater les nombreuses fuites de mon expérience et fabriquer le dispositif pour mesurer la température ? Merci à Denis, Franck et Olivier et une mention particulière à Marc que j'ai beaucoup sollicité. Un grand merci d'avoir aussi pris le temps de répondre à mes questions bricolages! Je n'oublie pas non plus le service électronique où Pascal et Franck m'ont aussi bien aidé à chaque fois c'était nécessaire. Le soutien du PSMN m'a été indispensable pour traiter les grandes quantités de données en des temps raisonnables. L'ensemble des traitements numériques de cette thèse auraient demandé 15 ans de calcul sur un PC classique. Merci notamment à Loïs pour tes dépannages rapides et efficaces. Enfin, je souhaiterai remercier la direction du laboratoire à savoir Thierry puis Jean-Christophe pour leur écoute et leur soutien quant aux préoccupations des doctorants ou pour l'organisation des évènements pour les jeunes chercheurs.

Mais pour que le cerveau fonctionne correctement il faut Un esprit sain dans un corps sain comme disait Pierre de Coubertin : ce fut un plaisir de travailler dans le laboratoire le plus sportif de France! Le laboratoire regorge de sportifs toujours partant de faire découvrir leur sport. Une mention spéciale à l'équipe vélo : vous m'avez initié à ce sport et l'aventure Lyon-Fréjus est un de mes meilleurs souvenirs. Merci à Thierry, Philippe, Marc, Éric, Jérémy, Alizée, Paul et Félix sans oublier notre indispensable voiture balai conduite par Lucile et Amélie! Le foot du labo fût aussi l'occasion de se dépenser autour d'un ballon, tout en mélangeant permanents et non permanents, jeunes et moins jeunes. Je tiens à remercier mon plus fidèle compagnon de route Éric pour le meilleur (bataille acharnée pour passer le mont Verdun en tête) ou le pire (record de crevaisons lors d'une même sortie). Ce fut très plaisant de rouler ou courir au petit matin notamment!

Comment être efficace le ventre creux ? Le repas du midi est un rituel important du doctorant car cela lui permet de reprendre des forces avant de repartir résoudre ses problèmes expérimentaux. Une joyeuse pensée à l'équipe RU1130 qui a comblé ce rite quotidien par ses discussions enflammées (Ne jamais lancer Jérémy sur les trains !) ou les anecdotes des uns ou des autres. J'oubliais de remercier le restaurant universitaire qui a régalé mon estomac tout au long de mes années lyonnaises : votre recette de moussaka est tout simplement excellente !

Une mention spécifique pour mes co-bureaux incroyables, Alizée et Timothé : merci à Papi et Mamie pour nos rires quotidiens. Mamie le coup de la souris HS, je m'en souviendrai longtemps ! Nos goûters réguliers m'ont manqué depuis les confinements...

Au delà du travail en lui-même, j'ai bénéficié d'un environnement riche et diversifié autour de l'ENS.

Une mention tout particulière à l'équipe « Jolidon »(Éric, Benjamin C., Louisiane, Camille, Antoine, Benjamin G., Christopher, Alexandre, Jérémy, Théo et Louis) avec qui j'ai participé à cette aventure un peu folle. Ce fut de belles et longues soirées de travail mais ça valait le coup car le bouquin a fini par sortir et surtout car nous formons désormais une joyeuse bande de copains ! Et qui sait ? À quand le tome 2 ? L'article PID est presque prêt...

Merci à Camcam mon binôme éternel. Cette année d'agreg n'aurait pas été aussi fructueuse pour moi sans cela. Merci également d'avoir lancé et soutenu le projet Jolidon, sans toi c'eût été difficile. Les confinements successifs nous ont un peu éloignés mais l'amitié est intacte. J'ai hâte de venir vous voir à Bruxelles!

Merci à Jerem pour tes bons mots, tes connaissances ferroviaires et géographiques que tu diffuses avec un plaisir certain et partagé!

Merci à Marine, Lucile, Stéphane, Nono pour les soirées très sympas qu'on a passé ensemble

autour d'un repas, d'une console ou d'un match!

Un grand merci à Mathieu pour les entraînements hebdomadaires de foot et à toute l'équipe de l'ENS. On a certes perdu beaucoup de matchs mais l'important c'est de participer n'est-ce pas? Adriana, tes cours de danse m'ont permis de garder le rythme et d'apprendre tout simplement à danser. Un grand merci pour ces moments de détente chaque semaine!

Merci à tous les camarades de l'agreg que je n'ai pas encore cités et avec qui j'ai passé d'excellents moments : Clément et la course à pied avec des mal-voyants, merci de m'avoir fait rencontrer cette association ; Christopher et nos quelques repas en commun, bon vent vers les terres Mancelles ; Hélène et tes distributions de chatouilles, Sharam pour tes futsals nombreux et techniques ! À toutes celles et ceux que j'aurais oublié, merci du fond du coeur !

Enfin, quelques mots pour ma famille qui m'a accompagné depuis tout petit dans mes prenantes études. Merci à mes parents et à mon frère Samuel pour avoir supporté mes interminables discussions sur mon travail, les trop nombreux week-ends et soirées que j'ai passés à peaufiner un code ou finir un graphe. Je sais que cet acharnement n'était pas toujours justifié. Merci à toi Samsam de m'avoir préparé de bons petits plats pour me consoler après les journées où rien ne fonctionnait : tu sais que bien manger me réconforte toujours !

Pour finir, je concluerai ces remerciements par quelques mots pour celle qui partage mon quotidien : Amélie, merci infiniment d'être à mes côtés chaque jour!

Table des matières

Chapitre 1 - Introduction générale

I . Un problème si simple	1
1 . Une histoire de densité	1
2 . À l'origine de tous les échanges convectifs	2
II et pourtant si complexe	3
1 . Une modélisation : la convection de Rayleigh-Bénard	3
2 . Les équations du modèle	4
3. Des échelles multiples	5
4 . Dans quel but?	6
III . État de l'art en convection de Rayleigh-Bénard	7
1 . Étude globale	7
2 . Étude eulérienne	8
3 . Étude lagrangienne	9
4 . De la température au flux thermique	9
IV . Objectifs de la thèse	10

Chapitre 2 - Étude lagrangienne

I . Introduction	11
II . Caractérisation préliminaire de l'écoulement	12
1. Dispositif expérimental	12
2 . Rotation du rouleau de convection	15
III . 4D - Particle Tracking Velocimetry (4D-PTV)	17
1 . Dispositif expérimental	17
2. Des expériences à la reconstruction des trajectoires	18
3. Une calibration sans modèle	19
4 . Détection des particules et correspondance tri-dimensionnelle	21
5 . Vitesse d'acquisition et filtrage	22
IV . Étude statistique	24
1 . Écoulement moyen pseudo-eulérien	24
2 . Vitesse	25
3 . Accélération	27
4 . Influence du nombre de Rayleigh et de la zone de moyennage sur les statistiques .	28

V . Caractérisation lagrangienne	31
1 . Mesure de ε	32
2 . Fonctions de structure lagrangiennes	36
3 . Autocorrélation de l'accélération : mesure de τ_0 temps de dissipation la grangien	49
VI . Dispersion de paires	51
VII . Synthèse et perspectives.	53

Chapitre 3 - Étude énergétique échelle par échelle

I . Contexte théorique	57
1 . Transformation en ondelette \ldots 5	57
2 . Obtention de l'équation de Karmàn-Howarth	57
3 . Interprétation de D_I^ℓ et de $D_ u^\ell$	51
4 . Lois d'échelle	61
5 . Expression des différents termes	53
II . Étude préliminaire	64
1 . Analyse numérique $\ldots \ldots \ldots$	64
2 . Analyse physique	36
III . Les expériences et simulations en Rayleigh-Bénard	71
1 . Expériences	71
2 . Simulations numériques de Rayleigh-Bénard	73
IV . Lois d'échelles de D_I^ℓ et D_{ν}^ℓ	75
1 . Sans champ moyen	75
2.2D2C versus 2D3C	77
3 . Influence du nombre de Rayleigh 7	79
4 . Caractérisation spatiale des échanges énergétiques	30
5. Effet du champ moyen \dots δ	33
V . Influence de la rugosité des plaques horizontales	38
1 . Expériences Rugueux-Lisse	38
2 . Lois d'échelles de D^ℓ_I et de $D^\ell_ u$	90
3. Caractérisation spatiale des échanges énergétiques	91
VI . Analyse statistique	97
1 . Distributions des coefficients D^I et D^{ν}	97
2 . Étude des extrema et de leur topologie	01
VII . Synthèse et perspectives	04

Chapitre 4 - Mesure de température

I . Introduction	105
II . Mesure du champ de température par diffusion de Mie	106
1 . Principe général	106
2 . En pratique	107

III . Mesure du champ de température 2D par cristaux thermochromiques	110
1. Principe	110
2 . Dispositif expérimental	110
3. Les expériences	111
4 . Calibration en température	111
5 . Mesure simultanée de la vitesse et de la température	113
6 . Étude statistique du flux thermique	114
IV . Synthèse et perspectives	115

Chapitre 5 - Conclusion et perspectives générales	1	1	C	j
---	---	---	---	---

Annexes

I . Expression des termes de l'équation de Karmàn-Howarth-Monin	. 118
1. Expression du terme temporel $\partial_t E^\ell$. 119
2. Expression du terme de flux $\partial_i J_i$. 119
3. Expression du flux inter-échelles D^I_ℓ	. 120
4. Expression du terme visqueux D^{ℓ}_{ν}	. 122
5 . Expression du terme de couplage D_c^ℓ	. 123
II . Effets de bords	. 123
Bibliographie	. 126

1 Introduction générale

Sommaire

I . Un problème si simple	1
1 . Une histoire de densité	1
2 . À l'origine de tous les échanges convectifs	2
II et pourtant si complexe	3
1 . Une modélisation : la convection de Rayleigh-Bénard	3
2 . Les équations du modèle	4
3 . Des échelles multiples	5
4 . Dans quel but ?	6
III . État de l'art en convection de Rayleigh-Bénard	7
1 . Étude globale	7
2 . Étude eulérienne	8
3 . Étude lagrangienne	9
4 . De la température au flux thermique	9
IV . Objectifs de la thèse 1	.0

Décrire de façon exhaustive ce qu'est la convection thermique turbulente est difficile. Nous essayons seulement d'en présenter les principales caractéristiques, tout en détaillant quelques avancées majeures dans l'étude de ce système.

I. Un problème si simple...

I.1. Une histoire de densité

Quel est le point commun entre un réacteur chimique, l'atmosphère ou l'océan et les étoiles? Ces trois systèmes possèdent de forts gradients de température qui génèrent des variations locales de densité. C'est le point de départ de la physique étudiée dans cette thèse.

Une montgolfière décolle seulement si l'air qui est contenu dans son enveloppe est plus chaud que l'air extérieur. Au contraire, si cet air est plus froid que l'air extérieur, alors la montgolfière descend. En effet, la température d'un fluide affecte sa densité : Un fluide chaud se dilate et occupera à pression constante un volume plus important que lorsqu'il est froid. Ainsi, à pression constante, un fluide chaud est moins dense que s'il est froid.

Dans le cas de deux fluides de densité distinctes, on sait que le fluide le plus dense sera toujours sous le fluide moins dense à l'équilibre. C'est pourquoi l'huile d'olive - moins dense que le vinaigre - se trouve toujours au dessus de lui. Pour un même fluide, la portion chaude cherchera donc à se placer au dessus de la portion froide du fluide : c'est bien ce qui est observé lorsqu'on fait chauffer INTRODUCTION





la poussée d'Archimède.



Fig. 1.1 Déplacement d'une bulle de fluide (a) froid ou (b) chaud à partir de sa position initiale indiquée en pointillée. Le poids de cette bulle ainsi que la poussée d'Archimède sont indiqués.

de l'eau.

La quantification de ce phénomène est faîte à l'aide du principe d'Archimède. Considérant une bulle de fluide chaud de densité ρ_c et de volume V dans un fluide froid au repos de densité $\rho_f > \rho_c$, Archimède a partiellement montré que le fluide froid exerce une force verticale, opposée à la force de gravité [75] et s'écrivant

$$\boldsymbol{F}_{\text{Archimède}} = -\rho_f V \boldsymbol{g} \tag{1.1}$$

avec q la constante de la pesanteur. Qualitativement parlant, on dit que le fluide exerce une force égale à l'opposé du poids du fluide déplacé.

C'est ce qui est schématisé en Fig. 1.1. Dans le cas d'une bulle chaude dans un milieu froid (Fig. 1.1b), le poids de la bulle chaude est inférieur à la poussée d'Archimède : la résultante des forces est donc dirigée vers le haut; la bulle monte. Le même raisonnement explique pourquoi le fluide froid descend.

I.2. À l'origine de tous les échanges convectifs

De nombreux phénomènes sont mus par ces écarts de densité. Citons par exemple les courants marins causés par des variations de densité liées à la fois à des différences de température et de salinité : c'est la circulation thermohaline [72]. La répartition des vents dans l'atmosphère [83, 66] ou les écoulements de roche en fusion au sein des planètes et des étoiles [9, 7] sont également causés par des écarts de densité. À des échelles plus humaines, le fonctionnement des échangeurs thermiques pour les appareils numériques ou les habitations est complètement déterminé par la variation de densité des fluides en jeu [23]. Ces phénomènes sont plus largement désignés sous le terme de convection.

Bien souvent, la convection est couplée à d'autres processus physiques comme les variations de salinité pour les courants marins ou bien la rotation du référentiel de référence, un transfert radiatif et des réactions chimiques pour les étoiles [10]. D'autres paramètres tels que les champs magnétiques, la dispersion de particules au sein de l'écoulement ou bien la porosité du milieu considéré peuvent aussi entrer en jeu. Remarquons que ces échanges convectifs se réalisent sur une large gamme d'échelles allant de quelques centimètres pour la climatisation à plusieurs centaines de kilomètres quant aux courants océaniques ou atmosphériques.

Dans cette thèse, nous considérons uniquement un forçage thermique dans le cadre d'une convection thermique sans aucun couplage supplémentaire. Le forçage est supposé être suffisamment important pour que l'écoulement soit turbulent : on parlera donc de convection turbulente.

II. ... et pourtant si complexe

II.1. Une modélisation : la convection de Rayleigh-Bénard

Nous considérons ici le modèle de Rayleigh-Bénard qui décrit un fluide confiné entre deux plaques horizontales infinies, celle du bas étant chauffée et celle du haut étant refroidie. Les plaques basse et haute sont maintenues à des températures T_c et T_f constantes et telles que $\Delta T = T_c - T_f > 0$. La Fig. 1.2 schématise le système. En raison des écarts de densité, à proximité de la plaque chaude en bas, le fluide est chauffé et se met à monter. De la même façon, en haut à proximité de la plaque froide, le fluide est refroidi et voit sa densité augmenter, ce qui le force à descendre. Le fluide est ainsi mis en mouvement. Si la plaque chaude était placée en haut, l'écoulement serait stratifié (fluide froid en bas et fluide chaud en haut) et stable dans le temps. Ici, cela génère une instabilité car le fluide chaud est produit en bas et remonte. Il est ensuite refroidi et descend.

Le nombre de Rayleigh Ra et le nombre de Prandtl Pr sont des paramètres de contrôle de l'écoulement tandis que le nombre de Nusselt Nu caractérise la réponse du système. Ces trois nombres sont définis par

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa}, \qquad Pr = \frac{\nu}{\kappa}, \qquad Nu = \frac{QH}{\lambda\Delta T}.$$
 (1.2)

Le nombre de Rayleigh compare le forçage thermique aux phénomènes dissipatifs visqueux et thermique. En deçà d'un nombre de Rayleigh critique Ra_c de l'ordre de 1700, le transfert thermique se fait principalement par conduction thermique. Au delà de cette valeur critique, le transfert thermique est au contraire largement opéré par convection thermique. L'écoulement devient alors instable et s'organise autour de cellules de convection dites *cellules de Bénard*. Le nombre de Prandtl Pr correspond au ratio des dissipations visqueuse et thermique par rapport au transfert par conduction simple. Plus il est grand et plus le transfert thermique est important. Le Tab. 1.1 rassemble les valeurs des nombres de Rayleigh et de Prandtl ainsi que la hauteur caractéristique H pour quelques exemples de convection naturelle et les expériences présentées au cours de cette thèse. La variété des nombres en jeu montre à quel point la description de la convection est complexe.



Fig. 1.2 Schéma du modèle de la convection de Rayleigh-Bénard. La plaque du bas (resp. haut) est maintenue à la température $T_c > T_f$ constante (resp. T_f).

	Ra	Pr	Н
Convection mantellique	$10^7 - 10^9$	10^{23}	$700\mathrm{km}$
Convection océanique	$10^{24} - 10^{27}$	7	$1\mathrm{km}{-}4\mathrm{km}$
Refroidissement processeur	10^{6}	0.7	$1\mathrm{cm}{-}10\mathrm{cm}$
Ventilation intérieure	$10^8 - 10^{10}$	0.7	$1\mathrm{m}{-}10\mathrm{m}$
Convection solaire	$10^{20} - 10^{24}$	$10^{-7} - 10^{-3}$	$2 imes 10^5 { m km}$
Expériences	$10^9 - 10^{10}$	2-8	$30\mathrm{cm}{-40\mathrm{cm}}$

Tab. 1.1 Valeurs typiques des nombres de Rayleigh Ra, de Prantdl Pr ainsi que la dimension caractéristique H pour plusieurs phénomènes naturels et pour les expériences de cette thèse.

Toutefois à de tels nombres de Rayleigh, l'écoulement peut être complètement instable et très turbulent selon le nombre de Reynolds. C'est de la **convection thermique turbulente**. La nature turbulent d'un écoulement se caractérise notamment par le nombre de Reynolds *Re* qui compare les forces d'inertie aux forces visqueuses. Il est défini par

$$Re \equiv \frac{UL}{\nu} \tag{1.3}$$

avec U la vitesse typique du fluide, L une dimension caractéristique et ν la viscosité cinématique du fluide. La turbulence voit le jour quand l'énergie injectée dépasse ce que l'écoulement peut dissiper par viscosité. On définit à ce propos le taux de dissipation

$$\varepsilon \equiv \nu \langle \partial_k u_i \partial_k u_i \rangle = \frac{\nu^3}{H^4} Ra \frac{Nu - 1}{Pr^2}, \qquad (1.4)$$

en notant $\partial_k = \frac{\partial}{\partial x_k}$ la dérivée partielle selon la composante k et u_i les composantes de la vitesse. Nous utilisons ici la convention d'Einstein, les indices répétés sont donc sommés $(u_i u_i = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)$ pour i=1,2,3). Le taux de dissipation est l'énergie maximale que l'écoulement est capable de dissipation ε par viscosité. La seconde égalité peut se montrer analytiquement et relie le taux de dissipation ε aux nombres sans dimension caractérisant l'écoulement [10]. En turbulence homogène et isotrope, on montre par analyse dimensionnelle

$$Re = \frac{\sigma_u L}{\nu}$$
 et $\varepsilon \propto \frac{\sigma_u^3}{L}$ d'où $Re \propto \frac{\sigma_u^4}{\varepsilon \nu}$. (1.5)

avec σ_u la variance de la vitesse.

II.2. Les équations du modèle

L'évolution du fluide est régie par l'équation de Navier-Stokes qui s'écrit :

$$\rho \left[\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla} \right) \boldsymbol{v} \right] = -\boldsymbol{\nabla} p + \mu \Delta \boldsymbol{v} + \rho \boldsymbol{g}$$
(1.6)

avec ρ la masse volumique du fluide, \boldsymbol{v} sa vitesse, p la pression dans le fluide, μ sa viscosité dynamique et \boldsymbol{g} la constante de gravité. Si l'on considère des **variations faibles de la densité** (telles que $\delta \rho \ll \rho_0$) sous l'effet des fluctuations de température, l'approximation de Boussinesq nous permet d'écrire

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \alpha \left(T - T_0 \right) \right] \tag{1.7}$$

où $\rho_0 = \rho(T_0)$ avec T_0 la température moyenne du fluide, α étant le coefficient de dilation thermique. En outre, la force de pesanteur dérivant d'un potentiel, on a $\boldsymbol{g} = -\boldsymbol{\nabla}(gz)$, l'axe z étant ascendant verticalement. Toujours sous l'hypothèse des faibles variations de température ($\delta \rho \ll \rho_0$), on peut alors réécrire l'équation de Navier-Stokes sous la forme suivante :

4

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{\nabla} \right) \boldsymbol{v} \right] = -\boldsymbol{\nabla} \left(p + \rho_0 g z \right) + \mu \Delta \boldsymbol{v} + \rho_0 \alpha \boldsymbol{g} \left(T - T_0 \right).$$
(1.8)

Physiquement, on retrouve à gauche la dérivée convective. À droite, il y a le terme de pression hydrostatique. Il y a également un terme visqueux caractérisant les effets dissipatifs et un terme de forçage ou de flottabilité qui traduit la différence entre le poids du fluide et la poussée d'Archimède : si ce terme est positif $(T > T_0)$ alors le fluide est poussé vers le haut.

On suppose par ailleurs l'écoulement incompressible ce qui induit

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0. \tag{1.9}$$

Les écoulements en convection de Rayleigh-Bénard sont donc totalement déterminés par les Éq. 1.8 et 1.9.

II.3. Des échelles multiples

En convection turbulente, une grande variété de structure coexistent sur une large gamme d'échelles allant des couches limites à l'écoulement grande échelle. Deux types de couches limites existent : les couches limites visqueuse et thermique.

La couche limite visqueuse fait le lien entre une vitesse nulle aux parois et le profil de vitesse loin des plaques. Dans le cas d'un écoulement turbulent loin des plaques, la couche limite visqueuse correspond à l'écoulement laminaire proche des plaques. Selon le développement de la turbulence, la couche limite visqueuse peut être soit pleinement laminaire soit disposer d'une partie supérieure turbulente, comme schématisé en Fig. 1.3a. Le modèle de Prantdl-Blasius estime son épaisseur à $\delta_{\nu} = \frac{H}{Re^{1/2}}$.

La couche limite thermique est de première importance en convection thermique. En effet, le mélange au sein de l'écoulement assure l'homogénéité de la température à $T_m = \frac{T_c + T_f}{2}$. Il reste alors une zone limitée autour de la plaque chaude (resp. froide), où la température passe de T_c (resp. T_f) à T_m . Le gradient thermique est ainsi très grand dans la couche limite thermique. La Fig. 1.3b schématise le profil vertical de la température. Si l'on suppose que le transfert thermique



Fig. 1.3 (a) Schéma du développement d'une couche limite le long d'une paroi. Lorsque la couche limite devient turbulente, une sous-couche visqueuse apparaît (en rouge sur le schéma). (b) Schéma du profil de température dans une cellule de Rayleigh-Bénard turbulente ($Ra \ge 10^6$). L'intégralité du gradient de température est confiné dans les couches limites thermiques laissant au cœur une température homogène T_m . Figure tirée de [36].



Fig. 1.4 Instantané d'ombroscopie. Cette méthode permet de visualiser les variations d'indice optique liées dans ce cas aux variations de température. Plus précisément, l'intensité lumineuse est proportionnelle au laplacien de la température. De nombreuses structures sont visibles. Les contours d'un ensemble de panaches sont dessinés en noir. Le rouleau de convection est schématisé en violet.

y est principalement conductif, on peut en déduire son épaisseur. La conservation du flux de chaleur permet effectivement d'écrire

$$\delta_{\theta} = \frac{H}{2Nu}.\tag{1.10}$$

La Fig. 1.4 fournit une image instantanée d'ombroscopie qui donne un aperçu typique des variations d'indice optique (liées aux écarts de température). À proximité des plaques horizontales, l'écoulement semble parsemé d'un grand nombre de structures : ce sont des panaches dont on voit seulement les contours puisque l'ombroscopie donne accès au laplacien $\Delta T = \partial_i^2 T$ de la température. Ces panaches sont de taille très variable allant de la taille des couches limites jusqu'au tiers de la taille de la cellule. L'évolution temporelle de ces images montre l'existence d'un rouleau de convection schématisé par la flèche violette. Cet écoulement opère à grande échelle et subsiste dans le temps.

Enfin, cette image illustre la forte inhomogénéité et anisotropie de l'écoulement. Si de nombreux panaches sont visibles à proximité des plaques chaude et froide, on en voit quasiment pas au centre. De plus ces panaches sont advectés en partie par l'écoulement grande échelle et leur répartition à proximité des plaques n'est pas homogène : davantage de panaches sont visibles en bas à droite et en haut à gauche sur cette image.

II.4. Dans quel but?

Au delà de l'intérêt fondamental que représente la convection de Rayleigh-Bénard, l'étude de ce système est motivée par de nombreux points.

Tout d'abord, la compréhension des courants atmosphériques et océaniques est d'une importance capitale dans le cadre de l'étude du réchauffement climatique. Ces circulations, très complexes, transportent l'énergie thermique à l'échelle terrestre et sont responsables des climats locaux. Quantifier leur apport énergétique permettrait de prédire les climats de demain. Mieux comprendre le transfert d'énergie entre les deux plaques permettrait par ailleurs d'optimiser par exemple les échangeurs thermiques. Pour ce faire, une caractérisation précise des échanges énergétiques au sein de l'écoulement est nécessaire. Si la structure globale de l'écoulement est bien connue (un rouleau de convection), la structure locale reste mal connue. Existe-t-il des zones où le mélange est plus intense? Le transfert thermique est-il homogène? Ces questions sont de premières importance pour l'industrie chimique et ses réacteurs, gourmands en énergie. Mieux cerner la structure de l'écoulement permettrait d'optimiser le chauffage et de réduire d'autant la facture énergétique.

Dans le cadre du développement durable, l'étude de la dispersion de polluants dans un écoulement turbulent est également intéressante. Prédire de façon fine la dispersion de particules dans l'atmosphère présente un avantage certain pour les pouvoirs publics ou les industriels.

III. État de l'art en convection de Rayleigh-Bénard

III.1. Étude globale

La question du transfert d'énergie entre les deux plaques est centrale. Comment l'énergie cinétique et thermique est-elle transférée? Cette question a longtemps été abordée d'un point de vue global. Rappelons-nous que le nombre de Nusselt Nu caractérise l'efficacité du transfert thermique. L'évolution de ce nombre en fonction du nombre de Rayleigh Ra a fait l'objet de prédictions. Le premier modèle fût produit par Malkus [41, 42] et propose

$$Nu \sim Ra^{1/3}$$
. (1.11)

Shraiman et Siggia ont ensuite proposé un modèle plus raffiné [63, 62], supposant l'existence d'une couche limite turbulente et montrant la relation

$$Nu \simeq 0.27 P r^{-1/7} R a^{2/7}.$$
 (1.12)

Enfin, plus récemment Grossmann et Lohse ont développé un modèle basé sur l'idée que la moyenne du taux de dissipation se décompose en deux contributions : l'une issue du centre de l'écoulement et l'autre provenant des couches limites. On en déduit une série d'équations liant les nombres de Rayleigh, Nusselt, Prandtl et Reynolds ainsi que plusieurs constantes issues d'ajustements avec des données expérimentales [27].

La Fig. 1.5 présente l'évolution du ratio $Nu/Ra^{1/3}$ en fonction de log Ra. On observe effectivement un plateau avec une erreur de l'ordre de 20% sur plusieurs décades [10]. Les points sont issus de plusieurs expériences avec des rapports d'aspect, des conditions expérimentales et des dispositifs variés.

À très grand nombre de Rayleigh, la couche limite devient turbulente ce qui modifie les modèles précédents. Le seuil exact au delà duquel les propriétés de la couche limite change reste inconnu mais serait de l'ordre de $Ra \sim 10^{12}$ selon certains résultats expérimentaux. Kraichnan a ainsi proposé pour les très grands nombres de Rayleigh et Pr > 0.1, un autre régime, appelé régime ultime et pour lequel

$$Nu \sim Ra^{1/2} Pr^{1/2}.$$
 (1.13)

Grossman et Lohse ont également déterminé grâce à leur modèle un pré-facteur à cette équation dépendant notamment du nombre de Reynolds [27]. Ce régime signifie que l'énergie est mieux transférée entre les deux plaques que dans le régime classique, le transfert semble plus efficace. Toutefois, le Rayleigh critique, au delà duquel le régime ultime est observé, est bien trop élevé pour être atteint dans des dispositifs expérimentaux de taille raisonnable ou demande l'utilisation de fluide particuliers comme l'hélium liquide ou le SF₆. De plus, l'existence expérimentale de ce régime fait toujours débat.

Aujourd'hui la communauté s'oriente vers l'étude des échanges énergétiques à des échelles plus petites pour comprendre les transferts locaux.



Fig. 1.5 Évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh pour plusieurs expériences et simulations numériques. Les données sont ici compensées par $Ra^{1/3}$ pour les expériences : cercles cyan pour [21, 50], triangles verts pour [68], étoiles noires [73] et carrés oranges pour [1], losange violet pour [19]. Les cercles noirs et bleus proviennent de DNS [67]. La ligne rouge correspond au modèle de Grossmann-Lohse. Tiré de [10].

III.2. Étude eulérienne

En mécanique des fluides, deux caractérisations sont possibles selon le point de vue eulérien ou lagrangien. Dans le contexte eulérien, on considère le champ de vitesse, c'est à dire la valeur de la vitesse du fluide en tout point de l'espace et pour chaque instant t. Si on fait défiler le temps, nous verrons donc ces valeurs évoluer en chaque point de l'espace. Dans la description lagrangienne, on suit une particule de fluide fictive au cours du temps. Prenons un exemple simple. Imaginons une rivière pourvue d'un pont. Dans la description eulérienne, on connaît la vitesse de l'eau en tout point de la rivière. Dans la description lagrangienne, on suit une feuille et l'on connaît sa vitesse au cours du temps. Les deux approches sont complémentaires et le choix de l'une ou l'autre dépend de ce que l'on étudie.

Les principales lois de la turbulence ont été tout d'abord vérifiées à l'aide de mesures de la vitesse en un point donné. Les lois d'échelles attendues pour les spectres de puissance de la vitesse [25, 59] ou de façon équivalente pour les fonctions de structure spatiales ont ainsi pu être vérifiées par des mesures au fil chaud [11] notamment en soufflerie, où l'hypothèse de Taylor est raisonnablement valable. Des expériences qualitatives avaient été publiées plus d'un siècle auparavant par J-P. Marat en 1780 [43].

L'essor de l'informatique au début du XXI siècle et en particulier des caméras numériques a révolutionné les techniques expérimentales. Les méthodes de Particle Image Velocimetry (PIV) ont par exemple permis d'accéder aux champs de vitesse de l'ensemble des écoulements [28] sans utiliser l'hypothèse de Taylor, qui n'est généralement pas vérifiée en présence de champs moyens inhomogènes [84] comme en convection.

Une caractérisation fine comme l'étude des modes spatiaux (POD) est alors devenue possible : les écoulements se décomposent en plusieurs modes contribuant séparément au bilan énergétique global et ce pour plusieurs types d'écoulements [24, 14, 18].

Le rôle du rouleau de convection a pu être clarifié : le transport d'énergie thermique suit deux mécanismes selon la valeur du nombre de Prandlt : à petit $Pr \ll 1$, l'énergie thermique est principalement transportée par l'écoulement grande échelle. Au contraire à grand $Pr \gg 1$, les panaches sont le vecteur majoritaire de cette énergie et l'écoulement moyen est poloidal [8].

9

INTRODUCTION

III.3. Étude lagrangienne

La description la grangienne est cependant plus adaptée pour certaines études. Les questions portant sur le transport de particules, la dispersion de polluants ou la répartition de particules dans un écoulement turbulent se traitent plus facilement dans un contexte lagrangien. Le transport d'un scalaire est aussi intrinsèquement lagrangien [70]. En outre, les tourbillons ou les panaches observés en convection turbulente sont par nature lagrangiens. Leur compréhension semble plus aisée dans une description lagrangienne qui présente par ailleurs de nombreux avantages. Tout d'abord, cette approche est beaucoup plus naturelle pour caractériser la dispersion de particules au sein de l'écoulement. L'étude de la dispersion de paires de particules est d'un intérêt premier dans le cadre du développement durable si l'on considère des polluants par exemple. En outre, les questions portant sur le transport de particules ou la répartition de particules dans un écoulement turbulent se traitent plus facilement dans un contexte lagrangien. De plus, cette méthode permet de sonder plus facilement l'écoulement dans ses trois dimensions et non plus seulement dans un plan ou une série de plans. La caractérisation 3D de l'écoulement est ainsi plus aisée. Par ailleurs, les expériences eulériennes (PIV) ne donnent pas accès à toutes les échelles au même temps. Au contraire, le suivi lagrangien permet d'accéder à toutes les échelles au même temps si l'on parvient à suivre les particules sur des temps longs.

Le fort développement des puissances de calcul et des capacités de stockage au début des années 2000 a permis de nombreuses avancées dans ce domaine [74]. Des techniques de suivi optique [32, 82] ou acoustique [47] ont été mises au point et ont détecté des comportements statistiques particuliers. En outre, des modèles stochastiques de turbulence lagrangienne ont été développés et proposent des prédictions vérifiables expérimentalement [57]. Enfin, le suivi simultané de plusieurs particules donne accès aux statistiques multi-particules comme la dispersion de paires [6].

L'approche lagrangienne en convection thermique reste cependant très peu développée. La première expérience de suivi d'une particule instrumentée inertielle fut menée au laboratoire en 2007 [22] : la vitesse et la température étaient ainsi simultanément enregistrées. En 2012, des échelles plus petites furent enfin atteintes par le suivi de particules sub-millimétriques en convection de Rayleigh-Bénard [49, 36]. Néanmoins, nous manquons encore de données lagrangiennes dans un tel système.

III.4. De la température au flux thermique

En convection, l'énergie thermique joue également un rôle important et est le moteur principal de l'écoulement. Les études portant sur la vitesse de l'écoulement ne permettent pas de déterminer la part de ce type de transfert. De grands efforts ont été fait pour mesurer la température du fluide. Avec des thermomètres de taille variable, soit macroscopiques soit microscopiques pour atteindre les échelles les plus petites de la turbulence. Sous l'hypothèse de Taylor, il était ensuite possible d'explorer l'ensemble ou une partie de l'écoulement.

Des mesures eulériennes globales et quantitatives ont vu le jour avec l'essor de l'informatique. Les techniques de Laser Induced Fluorescence (LIF) par exemple permettent de mesurer la température dans un plan [56].

Déterminer le flux thermique à petite échelle revêt d'une grande importance dans la compréhension des échanges énergétiques au sein de l'écoulement. D'un point de vue global, l'énergie est transférée de la plaque chaude vers la plaque froide. Mais les échanges à petites échelles restent encore mal compris. Estimer la quantité d'énergie thermique transportée par les panaches nous fournirait quelques indices sur ces échanges. C'est pourquoi la vitesse et la température ont parfois été mesurées simultanément en combinant PIV et LIF [53] : les premières cartes eulériennes du flux thermique ont ainsi pu être établies. Par ailleurs, une particule instrumentée inertielle fut utilisée dès 2007 au sein de l'équipe pour obtenir une estimation de ce flux thermique tout au long de sa trajectoire [22]. Néanmoins la grande taille de cette particule ne permettait pas d'atteindre les petites échelles.

IV. Objectifs de la thèse

Au cours de cette thèse, nous avons tenté de répondre à plusieurs problématiques. Tout d'abord, nous avons mené une étude lagrangienne motivée par les questions suivantes : les modèles de turbulence lagrangienne sont-ils respectés en convection de Rayleigh-Bénard ? Le transport lagrangien est il affecté par l'anisotropie et l'inhomogénéité de l'écoulement ? Au Chapitre 2, nous comparons les caractérisations eulérienne et lagrangienne, puis nous évaluons la dépendance des constantes lagrangiennes du modèle de la turbulence en fonction du nombre de Reynolds.

Ensuite, nous souhaitions caractériser finement les transferts d'énergie à différentes échelles au sein de l'écoulement. Dans quel sens l'énergie est-elle transférée ? Est-ce homogène dans tout l'écoulement ? Quelle est la répartition spatiale de la dissipation par viscosité ? Quel est le rôle du champ moyen ? Quel est l'impact des rugosités sur les transferts énergétiques ? Nous apportons quelques éclairages à ces questions au Chapitre 3 en faisant une analyse échelle par échelle des transferts énergétiques tout en comparant expériences et simulations numériques.

Enfin, l'objectif de mesurer le flux thermique à petite échelle passe par la mesure simultanée de la vitesse et de la température. C'est ce que nous proposons au Chapitre 4 où nous détaillons des expériences préliminaires de Particle Image Velocimetry - Temperature (PIV-T) aboutissant à des cartes expérimentales du flux thermique.

2 Étude lagrangienne

Sommaire

I. Introduction	
II. Caractérisation préliminaire de l'écoulement	
III. 4D - Particle Tracking Velocimetry (4D-PTV) 17 1. Dispositif expérimental 17 2. Des expériences à la reconstruction des trajectoires 18 3. Une calibration sans modèle 19 4. Détection des particules et correspondance tri-dimensionnelle 21 5. Vitesse d'acquisition et filtrage 22	
IV. Étude statistique 24 1. Écoulement moyen pseudo-eulérien 24 2. Vitesse. 25 3. Accélération 27 4. Influence du nombre de Rayleigh et de la zone de moyennage sur les statistiques 28	
V. Caractérisation lagrangienne 31 1. Mesure de ε 32 a. Fonctions de structure eulériennes d'ordre deux S_{2,v_k}^E 32 2. Fonctions de structure lagrangiennes 36 a. Mesure de la constante universelle C_0 38 b. Mesure de constante de l'accélération a_0 38 c. Étude des corrélations eulériennes 40 d. Étude des corrélations lagrangiennes : mesure des temps typiques 41 e. Estimateurs de l'autocorrélation 41 f. Méthode de Machicoane ou comment vérifier la qualité du filtrage ? 45 g. Autocorrélation des vitesses : Mesure du temps intégral lagrangien T^L 45 3. Autocorrélation de l'accélération : mesure de τ_0 temps de dissipation lagrangien 49	, ,
VI . Dispersion de paires 51	
VII . Synthèse et perspectives	

I. Introduction

Les méthodes de mesure lagrangiennes sont apparues très récemment en raison de leur grande technicité. Pour suivre des traceurs dans un écoulement et accéder à leur vitesse voire à leur accélération, il est nécessaire de sur-échantillonner afin de limiter le bruit - inévitable - de mesure. Typiquement, en turbulence classique, cela revient à des fréquences de l'ordre du kHz même sans prendre en compte le suréchantillonnage. En convection, les écoulements sont assez lents et des fréquences de l'ordre quelques centaines de Hertz suffisent. Les premières caméras dotées de telles fréquences sont apparues dans les années 2000, ce qui permit l'essor des mesures lagrangiennes. Les innovations se sont succédées que ce soit dans l'étape cruciale de calibration du système (avec ou sans modèle de caméra), que dans la détection 3D des traceurs. Aujourd'hui de nombreux algorithmes existent et permettent soit de suivre un nombre réduit de particules longuement soit un grand nombre de particules pendant seulement quelques instants (Shake-The-Box). La première option est nécessaire si l'on cherche à connaître les statistiques lagrangiennes. La seconde est plus adaptée à la reconstruction du champ eulérien 3D [58].

Des premières expériences de suivi lagrangien ont été menées en convection de Rayleigh-Bénard au centre de l'écoulement et ont montré que les modèles de turbulence lagrangienne étaient perturbés par l'écoulement moyen [36]. Dans ce chapitre, les objectifs étaient doubles. Il s'agissait tout d'abord de mieux comprendre l'impact du champ moyen sur les statistiques lagrangiennes en visualisant l'ensemble de l'écoulement et non plus seulement son centre. En outre, nous souhaitions explorer la dépendance de ces statistiques en fonction du nombre de Rayleigh Ra ou plus exactement en fonction du nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor R_{λ} .

II. Caractérisation préliminaire de l'écoulement

De précédents travaux ont montré que le rouleau de convection influençait grandement les statistiques lagrangiennes [36]. Il était donc nécessaire de caractériser l'écoulement moyen avant de mener une étude lagrangienne, complexe à mettre en œuvre et chronophage. Pour ce faire, une étude eulérienne par Particle Image Velocimetry (PIV) a été réalisée en raison de sa mise en place plus simple. Les questions sont multiples : quel est exactement le champ moyen ? Quelle est sa dynamique temporelle ? Est-il possible de "fixer" le rouleau de convection dans un plan donné ? Nous détaillons ici cette étude puis nous comparons les conclusions aux caractérisations lagrangiennes.

II.1. Dispositif expérimental

Afin de caractériser le champ moyen, nous avons chercher à mesurer celui-ci de façon précise. La dynamique du rouleau en convection de Rayleigh-Bénard est par nature assez lente. Pour des nombres de Rayleigh de l'ordre de $10^9 - 10^{10}$, le rouleau de convection a une vitesse typique de quelques centimètres par seconde. Étant donné les dimensions de la cuve, ce rouleau réalise un tour complet en quelques minutes. Lorsque la cuve est rectangulaire, le rouleau de convection est nécessairement confiné dans sa profondeur. Ceci n'est plus le cas pour des cuves cylindriques : le rouleau de convection tourne alors également autour de l'axe vertical sur des échelles de temps de l'ordre de plusieurs heures [79].

La Fig. 2.2a montre une vue du dessus du dispositif expérimental. Le principe de la Particle Image Velocimetry (PIV) est simple et nécessite des traceurs, un éclairage intense et une caméra. Tout d'abord des traceurs sont injectés dans l'écoulement à forte concentration. L'éclairage intense illumine les traceurs dans un plan ce qui rend visibles les mouvements du fluide dans ce plan. La caméra filme le déplacement des traceurs et en comparant deux images successives, on en déduit le déplacement moyen des traceurs en tout point de l'image initiale. Détaillons chaque composante de ce dispositif.

La cellule La cellule de convection, schématisée en Fig. 2.1 est composée d'une cuve octogonale en PMMA de 40 cm de diamètre et 30 cm de hauteur, remplie d'eau dégazée et dé-ionisée. Chaque côté de l'octogone mesure 16 cm de large. Une plaque d'aluminium est disposée au fond et est parcourue



Fig. 2.1 Schéma de la cellule octogonale.

par une résistance électrique d'impédance 50Ω permettant de chauffer le fluide en imposant une puissance allant jusqu'à 800 W. La plaque supérieure comporte un circuit de liquide réfrigérant intégré et relié à un bain thermique *Lauda Proline RP855* d'une puissance de 600 W. Les deux plaques sont anodisées en noir pour les préserver de la rouille mais également limiter les réflexions lumineuses parasites. La visualisation de l'écoulement est moins affectée par les aberrations optiques géométriques lorsque l'interface cuve-extérieur est plate. Aussi la géométrie octaédrique correspond au meilleur compromis.

Pour connaître la température des deux plaques, 4 (resp. 3) résistances de platine (Pt100) sont disposées dans la plaque du bas (resp. du haut). Enfin, la plaque du haut comporte 3 tubes servant à la fois de trop plein et d'accès pour injecter les traceurs dans l'écoulement.

La cellule étant octaédrique, on peut notamment s'attendre à ce que le rouleau de convection soit confiné entre deux côtés opposés de l'octogone. Aussi, nous avons mesuré le champ de vitesse eulérien dans un plan vertical toutes les 4s et ce pendant une quinzaine d'heure. Le délai de 4s entre deux mesures permet d'avoir des champs décorrélés.

L'éclairage L'éclairage est assuré par un laser Spectra-Physics Millenia eV de longueur d'onde 532 nm (vert) dont la puissance maximale est de 5 W. Un montage optique sépare le faisceau initial en deux faisceaux de même intensité puis les dirige vers deux miroirs oscillants situés de part et d'autre de la cellule. Les miroirs oscillants sont commandés par un signal triangulaire de 100 Hz généré par un générateur basse fréquence (GBF) Agilent 33220A. Les miroirs oscillent à la même fréquence et créent deux nappes verticales homogènes en intensité. Ces deux nappes sont superposées de sorte à n'en former plus qu'une d'épaisseur constante égale à (3 ± 1) mm. La réflexion de la lumière sur les traceurs implique une décroissance de l'intensité lumineuse à mesure que l'on s'éloigne de la source. C'est pour limiter cet effet que nous avons alimenté la nappe de chaque côté. La fréquence d'oscillation doit être un multiple de la fréquence d'échantillonnage de la caméra de sorte à garantir un éclairage homogène sur l'ensemble des images.

Les traceurs Les traceurs sont des sphères de verre Sphericel 110P8 de diamètre moyen 12 µm et de densité $(1,10 \pm 0,05) \cdot L$ 'écart de densité avec celle de l'eau est suffisamment faible pour que ces traceurs restent en suspension pendant plus de 15 h avant de tomber inexorablement au fond ou de s'accumuler en haut de la cuve. Ces traceurs sont mélangés avec de l'eau dégazée et dé-ionisée





(a) Schéma du dispositif expérimental vu du dessus. Le dispositif ne permet de visualiser que la zone centrale selon l'axe x et l'ensemble de l'écoulement selon la verticale y. Le plan est centré selon l'axe z.

(b) Visualisation typique. Chaque point blanc correspond à un traceur ou à un ensemble de traceurs.

Fig. 2.2 Dispositif expérimental utilisé pour les mesures de PIV et visualisations typiques.

complétée d'un peu de savon pour aider à la dissolution. Cette solution concentrée est ensuite injectée dans l'écoulement via les accès situés au sommet du dispositif. Une fois que les traceurs sont suffisamment dispersés (après quelques minutes), les acquisitions peuvent commencer.

La caméra Une caméra *Flares 2M360MCL* reliée à un système de stockage rapide (DVR Express Core de chez IO Industries) et dotée d'un objectif Tamron 8mm sert à enregistrer le mouvement des particules dans le plan laser. La mise au point est réalisée sur ce plan. La caméra fournit des images N&B en 16bits ce qui assure une résolution spatiale optimale.



Fig. 2.3 Principe de l'algorithme de PIV.

Particle Image Velocimetry (PIV) Le principe de l'algorithme de PIV est schématisé en Fig. 2.3. Les disques verts schématisent des blocs de particules. À l'instant t, le plan laser est pris en photo. À l'instant $t + \Delta t$ une seconde image est enregistrée. À droite, les deux images sont superposées et l'on voit le déplacement des disques entre t (disques clairs) et $t + \Delta t$ (disques foncés). L'image à t est découpée en petits carrés (carré rouge plein). Considérons l'un d'entre eux. On définit une zone de recherche (carré rouge en pointillés) autour de ce petit carré dans laquelle on déplace un second petit carré de même taille (en violet) jusqu'à trouver le maximum de corrélation

entre ces deux petits carrés : c'est la situation représentée à droite. Le vecteur séparant les deux petits carrés correspond au déplacement le plus probable (en orange) du petit carré. Connaissant la fréquence d'échantillonnage, on en déduit la vitesse.

	OctoA	OctoB	OctoC	Octo
T_{moy} (°C)	28,4	$28,\!6$	$28,\!6$	38,7
ΔT (K)	7,70	9,07	21,7	15,2
Ra	$4,\!85 imes 10^9$	$5,76 imes 10^9$	$1,\!38 imes 10^{10}$	$1,\!48 \times 10^{10}$
Pr	$5,\!61$	$5,\!59$	$5,\!60$	$4,\!46$
Nu	104	110	144	147
$\eta~({ m m})$	$8,\!45 imes10^{-4}$	$7,\!97 imes 10^{-4}$	$6{,}00 imes10^{-4}$	$5,\!22 imes 10^{-4}$
$\epsilon \ (m^2 \cdot s^{-3})$	$1,11 \times 10^{-6}$	$1,\!38 imes 10^{-6}$	$4,33 \times 10^{-6}$	$4,13 \times 10^{-6}$
Résolution (m)	3×10^{-3}	$2,8 \times 10^{-3}$	$2,8 imes 10^{-3}$	$2,5 imes 10^{-3}$

II.2. Rotation du rouleau de convection

Tab. 2.1 Paramètres principaux de trois expériences non inclinées (OctoA, OctoB et OctoC) ainsi que pour une expérience (Octo) où le dispositif expérimental est incliné de 2°.



Fig. 2.4 Champs de vitesse moyens pour 3 expériences distinctes. Les lignes blanches représentent les lignes de champ et la couleur correspond à la norme de la vitesse. Selon les expériences les rouleaux de convection sont plus ou moins bien définis.

La Fig. 2.4 montre les champs moyens mesurés pour plusieurs expériences à des nombres de Rayleigh très proches et dont les paramètres principaux sont rassemblés dans le Tab. 2.1. On constate que ce champ moyen est très variable d'une expérience à l'autre. Le rouleau de convection n'est pas toujours bien identifiable. Pour quantifier la présence ou l'absence de ce rouleau de convection, on utilise souvent la vorticité ψ définie à deux dimensions par

$$\psi_{2\mathrm{D}} = \langle (\boldsymbol{\nabla} \wedge \boldsymbol{v})_z \rangle_{\mathrm{espace}} = \left\langle \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right\rangle_{\mathrm{espace}}.$$
 (2.1)

Le sens de rotation du rouleau détermine le signe de la vorticité ψ_{2D} . Plus le fluide tourne vite et plus la vorticité est grande en valeur absolue. À partir des champs de vitesse, on peut mesurer l'évolution de la vorticité avec le temps : c'est



Fig. 2.5 Effet d'un défaut d'horizontalité sur la rotation du rouleau de convection.



Fig. 2.6 Évolution de la vorticité en fonction du temps pour les trois expériences de la Fig. 2.4. La vorticité instantanée est représentée en bleu et sa moyenne glissante sur 26 min en orange. La vorticité ψ_{2D} fluctue beaucoup et change parfois de signe. Le rouleau de convection n'est donc pas toujours dans le plan de mesure.

ce qu'indique la Fig. 2.6 pour les mêmes expériences qu'en Fig. 2.4. La vorticité fluctue sur des durées de l'ordre de l'heure et témoigne des fluctuations de rotation du rouleau de convection.



(a) Champ de vitesse moyen. Les lignes blanches indiquent les lignes de champ et la couleur représente la norme de la vitesse.

(b) Évolution de la vorticité ψ_{2D} au cours du temps. Elle est quasi constante donc le rouleau de convection tourne toujours dans le même sens et à la même vitesse.

Fig. 2.7 Expérience avec $Ra = 1,48 \times 10^{10}$ dans la configuration inclinée. (a) Champ de vitesse moyen et (b) évolution de la vorticité au cours du temps. Dans cette configuration, le champ moyen est piégé dans le plan de mesure et reste stable dans le temps.

Afin de piéger le rouleau de convection dans le plan de mesure, nous avons incliné la cuve de 2°. Cette inclinaison fixe le sens de rotation du rouleau de convection comme indiqué en Fig. 2.5 : à flux thermique constant, les panaches chauds (en rouge) à droite remontent vers la droite du fait de l'inclinaison. De même, les panaches froids en haut descendront à gauche. Ces deux effets imposent un sens de rotation trigonométrique au rouleau de convection. Il est également possible de piéger

le rouleau en chauffant légèrement une des parois verticales mais cela modifie l'injection d'énergie dans le système. Les mesures confirment ce piégeage : le champ moyen illustré en Fig. 2.7a est bien mieux défini, la vorticité ψ rapportée en Fig. 2.7b ne fluctue plus, garde un signe constant et a une valeur absolue plus grande. Le rouleau de convection est donc très stable dans le temps sous cette configuration. Aussi, nous conserverons cette configuration légèrement inclinée tout au long des mesures lagrangiennes afin que l'écoulement grande échelle soit constant et stable tout au long des expériences.

III. 4D - Particle Tracking Velocimetry (4D-PTV)

Dans le contexte lagrangien, on cherche à mesurer les trajectoires d'un ensemble de traceurs. Au sein d'un écoulement turbulent, on attend des propriétés particulières pour ces trajectoires. Mais comment mesurer quantitativement les déplacements des traceurs? Notre cerveau reconstruit la sensation de profondeur grâce aux images légèrement décalées produites par nos deux yeux. Si nous avions un seul œil, nous verrions un monde à deux dimensions. Pour distinguer trois dimensions, il faut au moins deux capteurs. L'idée est de reproduire cela à l'aide de plusieurs caméras et d'un ensemble de codes informatiques permettant de reconstruire les trajectoires des traceurs et même de mesurer leur vitesse et leur accélération à partir des images 2D des caméras. Nous appelons cette méthode **4D-Particle Tracking Velocimetry** (4D-PTV). Dans cette section, nous détaillons cette méthode.

III.1. Dispositif expérimental

Le dispositif est composé de la cellule octogonale décrite précédemment autour de laquelle sont disposées les caméras et le système d'éclairage. L'ensemble du dispositif est schématisé en Fig. 2.8.



Fig. 2.8 Schéma du dispositif expérimental complet. L'éclairage est assuré par 9 LED dessinées en orange. 4 caméras (en vert) sont disposées en pyramide le long de deux faces de l'octogone.

L'éclairage L'éclairage est assuré par 9 LED *Cree XLamp CXA3070* de 9000 lumens chacune et montées sur le bâti tout autour de la cuve pour limiter les réflexions parasites. Elles sont alimentées par un générateur de courant continu en 36 V et 3,4 A. Le flux lumineux total est ainsi de l'ordre de 81 000 lumens. Chaque LED émet également dans l'infrarouge. Pour assurer leur refroidissement, elles sont collées sur des dissipateurs thermiques doublés de deux petits ventilateurs. Pour éviter de trop chauffer les parois et de perturber ainsi l'écoulement, nous ne les allumons qu'au dernier moment.

Caméras Comme expliqué dans l'introduction, la détection 3D des traceurs nécessite au moins 2 caméras. En pratique, plus il y a de caméras et meilleure est la résolution de la détection. Nous

avons utilisé 4 caméras Flares-2M360-CL de chez IO Industries, disposées en pyramide comme indiqué en Fig. 2.8. Elles possèdent un capteur CMOS de 2048x1088 pixels. En enregistrant les images au format 16 bit, la fréquence d'acquisition maximale est de 170 Hz. Ces caméras sont reliées par deux câbles CameraLink à des baies appelées Core et contenant 4 disques SSD de 256Go à 512Go et paramétrés en RAID0. Ce paramétrage permet d'écrire simultanément sur les 4 disques et de multiplier d'autant la vitesse d'écriture. Les caméras sont contrôlées à l'aide du logiciel CoreView fournit par le fabricant. Les 4 caméras sont parfaitement synchronisées entre elles grâce à ce même logiciel. Des objectifs Tamron de focale 8 mm sont montés sur les caméras et sont dotés de filtres oranges Thorlabs FD1R. Ces filtres permettent de distinguer les traceurs fluorescents d'éventuelles impuretés. Pour chaque expérience, 6 ou 7 acquisitions de 4 minutes sont enregistrées ce qui représente environ 1To de données. Ces images sont ensuite transférées sur les baies du PSMN où nous réalisons l'ensemble de nos traitements. Comme nous le verrons plus tard, nos algorithmes sont capables de suivre quelques centaines de particules simultanément. Plus la concentration en traceurs est forte et plus les trajectoires reconstruites sont courtes car nos algorithmes confondent plus facilement les particules proches. Afin que les moyennes soient convergées aux grands temps, nous enregistrons plusieurs acquisitions puis nous moyennons sur les trajectoires de toutes ces acquisitions.

PSMN Le Pole Scientifique de Modélisation Numérique (PSMN), hébergé au sein de l'ENS de Lyon, met à notre disposition plus de 14000 cœurs ainsi que des espaces de stockage conséquents et à l'accès rapide. Sans cet écosystème, le traitement de ces données en des temps raisonnables ne serait pas possible : la reconstruction des trajectoires d'une expérience par un seul processeur mono-cœur demanderait environ un mois de calcul. J'ai mis à jour et harmonisé les codes de l'équipe, en y ajoutant toutes les fonctions nécessaires pour paralléliser au maximum chaque étape du traitement. L'ensemble de ces codes est désormais en libre accès sur la plateforme github (https://github.com/turbulencelyon/4d-ptv) et est utilisée par les équipes du Laboratoire de Physique et du LEGI.

Les particules Des billes de polystyrène *Cosphéric UVPMS-BR-0.995* de diamètre compris entre 212 µm et 250 µm, de densité 0.9953 sont utilisées comme traceurs. Éclairées en lumière verte, elles fluorescent dans le orange ce qui permet de les distinguer d'éventuelles impuretés. L'écart de densité par rapport à l'eau est suffisamment faible pour que les traceurs restent en suspensions pendant quelques dizaines de minutes. Nous ajoutons parfois des traceurs entre deux acquisitions. Avant leur introduction, les traceurs sont mélangés à une faible quantité de détergent pour limiter leur agrégation. Une fois les traceurs dispersés dans l'écoulement, les acquisitions peuvent commencer.

III.2. Des expériences à la reconstruction des trajectoires

Avant toute expérience, nous nous assurons que l'écoulement ait atteint son régime stationnaire. Celui-ci est atteint environ 5 h après le début de la mise en route des plaques chaudes et froides. Bien que les LEDs chauffent grandement les parois de la cellule, les fluctuations de température au sein des deux plaques sont de l'ordre de 0,1 °C tout au long des acquisitions.

1 expérience = 6 acquisitions de 4 min L'obtention de longues trajectoires requiert de suivre quelques centaines de particules tout au plus. Si trop de particules sont dispersées dans l'écoulement, nos algorithmes les confondent plus souvent rendant la reconstruction des trajectoires plu difficile. Aussi afin d'augmenter le nombre de trajectoires détectées, nous procédons pour chaque expérience à six acquisitions minimum de 4 min chacune. Les trajectoires sont ensuite reconstruites pour chaque acquisition puis rassemblées pour mener les études statistiques que nous détaillerons par la suite. En Fig. 2.9, nous montrons l'évolution du nombre de particules détectées en fonction du temps pour les six acquisitions de l'expérience A. Pour toutes les acquisitions de cette expérience, nous avons au plus 1000 particules détectées simultanément. Deux sauts sont visibles et correspondent



Fig. 2.9 Évolution du nombre de particules pour les six acquisitions de l'expérience A. Les sauts correspondent à des injections de particules entre deux acquisitions. Sans injection, on constate que le nombre de particules décroît sur des temps de plusieurs minutes.

à des injections de traceurs supplémentaires entre deux acquisitions. Sans injection, les particules tombent au fond ou montent en haut selon leur densité, ce qui réduit d'autant la densité de traceurs détectés. On constate que le nombre de particules est réduit de moitié en environ 15 minutes. Au total, nous avons enregistré 28 minutes de l'écoulement ce qui correspond à une vingtaine de temps de retournement du rouleau de convection : les moyennes devraient être suffisamment convergées ce qui sera confirmé par la suite.

Reconstruction des trajectoires À ce stade, nous n'avons donc un ensemble d'images issues des 4 caméras. Il reste à reconstruire les trajectoires et cela demande 4 étapes :

- 1. Détection des particules sur les images 2D,
- 2. Tracé des rayons entre les caméras et chaque particule détectée,
- 3. Détection des intersections entre les rayons (Matching),
- 4. Suivi des particules au cours du temps (Tracking),
- 5. Raccordement des trajectoires (Stitching).

Ces étapes sont schématisées en Fig. 2.10. Au préalable, une calibration spatiale est nécessaire. Détaillons ces étapes.

III.3. Une calibration sans modèle

La difficulté principale de cette méthode de 4D-PTV réside dans la correspondance entre les images 2D prises par chaque caméra et la reconstruction 3D. Une des méthodes classiques consiste à imaginer un modèle de caméra avec un nombre de paramètres variable, allant des propriétés de l'objectif à la nature de l'interface avec l'écoulement. Ces paramètres sont déterminés lors de la calibration du dispositif. Toutefois, cette méthode nécessite une bonne connaissance du matériel ainsi que de l'interface écoulement-caméra afin que le modèle de caméra soit suffisamment réaliste. Une autre approche est de ne pas pré-supposer de modèle et de considérer seulement les transformations permettant de transformer les images 2D en positions 3D. Cette approche fût développée il y a quelques années au Laboratoire par Miguel Lopez-Caballero, Romain Volk et Mickaël Bourgoin. La seule hypothèse est que, dans le milieu étudié, les rayons lumineux se déplacent en ligne droite.



Fig. 2.10 Processus général de la reconstruction des trajectoires. CenterFinding : détection des points sur chaque image de chaque caméra par un ajustement gaussien. Centers2Rays : Tracé de la correspondance particule-rayon à l'aide des données de la calibration spatiale. Matching : Recherche des intersections des rayons. Quand suffisamment de rayons se croisent avec une erreur inférieure à un certain seuil, me croisement correspond à une particule. Tracking : reconstruction des trajectoires par recherche du plus proche voisin ou en estimant la position des particules à l'instant suivant. Stitching : raccordement des trajectoires issues d'une même particule.

Dans ce cadre, le trajet du rayon lumineux entre sa sortie du milieu et son arrivée sur le capteur de la caméra n'a aucune importance. Pour un système astigmatique, un point de l'espace correspondra à un point sur le capteur. Toutefois, comme nous avons réglé les objectifs de sorte à avoir une grande profondeur de champ (pour que les traceurs soient nets peu importe leur position), un point sur le capteur CCD correspond à une ligne dans l'espace réel.

La calibration consiste alors à trouver la correspondance entre chaque pixel et la droite conjuguée dans l'espace réel. Pour ce faire, on utilise une mire de calibration faîte en PVC et comprenant des points espacés tous les 20 mm selon une maille régulière. Cette matière assure la planéité de la mire. Celle-ci est translatée selon dans la cellule après en avoir retiré le haut. La translation est assurée par un rail couplé à un pied à coulisse numérique et fixé sur la cuve. Il est capital que la mire ne tourne pas selon l'axe vertical au cours des translations.

Les points de la mire sont ensuite repérés sur chaque photo. On se retrouve avec deux jeux de coordonnées pour ces points : leurs coordonnées dans l'espace physique 3D et leur position sur chaque image. Ce double jeu permet de d'associer une droite dans l'espace réel à chaque pixel de chaque caméra. En pratique, cette étape détermine les transformations linéaires permettant de passer des coordonnées en pixel vers les coordonnées réelles.





Fig. 2.11 Histogramme de l'erreur de détection 3D pour une des acquisitions de l'expérience B. Cette erreur suit une loi gaussienne centrée autour de 0,4 mm. On choisit une erreur maximale supérieure au centre de la gaussienne.

Fig. 2.12 Densité intégrée de particules selon les trois directions x, y, z pour une des acquisitions de l'expérience B. Les traceurs sont globalement détectés de façon uniforme dans le volume de mesure.

III.4. Détection des particules et correspondance tri-dimensionnelle

Les particules réfléchissent la lumière des LEDs et forment des taches sur les images dont l'intensité est gaussienne. Pour repérer le centre des particules avec une précision sub-pixel, seules les taches présentant une telle intensité sont conservées par le biais d'un ajustement.

À l'aide des transformations linéaires obtenues lors de la calibration spatiale, on associe une droite à chaque particule détectée sur chaque image. À présent, nous avons donc un ensemble de droites dans l'espace réel dont les intersections correspondent aux particules. La détection des intersections est cependant une étape très coûteuse numériquement parlant. Une méthode astucieuse développée par Sanders et *al* consiste à découper l'espace physique en petits cubes appelés *voxels* [5]. Une fois l'ensemble des rayons tracés dans cet espace, on détermine les voxels traversés par plusieurs rayons. Pour chacun d'eux, il suffit alors de calculer la distance entre les rayons puis de la comparer à une distance seuil correspondant à l'erreur acceptable sur le croisement des rayons. Nous traçons en Fig. 2.11 l'histogramme de cette erreur pour l'expérience B. L'erreur est gaussienne et l'erreur maximale tolérée est de 0,7 mm.

La Fig. 2.12 montre les densités intégrées de particules selon les trois directions. On observe pour chacune d'entre elles un plateau : les particules sont donc détectées uniformément dans l'ensemble du volume de mesure. Il n'y a pas de zone de détection privilégiée.

Suivi temporel des particules Cette étape consiste à suivre les particules détectées au cours du temps soit par la méthode du plus proche voisin soit par du suivi prédictif. Le principe est simple : il s'agit d'associer aux particules détectées à l'instant t celles de l'instant t + dt. La méthode du plus proche voisin consiste à associer à la particule détectée à l'instant t la particule qui lui est la plus proche à l'instant suivant. C'est ce que nous faisons au début de la reconstruction. Une fois que nous connaissons la position de la particule sur quelques pas de temps, nous pouvons estimer sa vitesse instantanée puis prédire sa position à l'instant suivant. On gardera alors la particule de l'instant suivant qui est la plus proche de la position attendue.



Fig. 2.13 Histogramme des longueurs des trajectoires avant et après raccordement, pour une des acquisitions de l'expérience B. Après l'étape de raccordement, le nombre de petites trajectoires a légèrement diminué au profit des longues. La différence est toutefois très faible. Comme nous sommes intéressés uniquement par les statistiques aux temps longs, nous ne considérons pas les trajectoires dont la taille est inférieure à 0,6 s comme indiqué par la ligne verticale rouge : nous verrons en effet que l'obtention de la vitesse des particules diminue la taille de leur trajectoire.

Raccordement des trajectoires Il est courant de perdre (de ne pas détecter) une particule sur quelques pas de temps pour de nombreuses raisons : défaut d'éclairage, superposition de deux particules... Dans ce cas, le suivi temporel donnera deux trajectoires distinctes et plus petites en temps. L'étude lagrangiennes que nous entendons mener ici nécessite néanmoins de suivre les particules sur des temps longs tout en ayant beaucoup de trajectoires différentes afin d'assurer la convergence des moyennes. L'étape de raccordement des trajectoires consiste à refaire du suivi prédictif à chaque extrémité des trajectoires non plus seulement entre t et t + dt mais entre t et t + ndt avec n un entier positif variable. Nous présentons en Fig. 2.13 l'histogramme des tailles de trajectoires pour une des acquisition de l'expérience B avant et après cette étape de raccordement. L'impact de cette étape est très limité : seul une très faible fraction des trajectoires sont ainsi raccordées.

III.5. Vitesse d'acquisition et filtrage

Le choix de la fréquence d'échantillonnage est déterminant pour l'obtention de l'accélération des traceurs. En effet, on considère expérimentalement que l'intervalle de temps entre deux images successives doit être au moins 25 fois plus petit que le temps de Kolmogorov [46], définit par :

$$\tau_{\eta} = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \tag{2.2}$$

Pour les expériences dont nous discutons ici, ce temps est de l'ordre de 0.2-0.8s comme indiqué dans le Tab. 2.2. Le critère empirique impose donc une fréquence minimale de 125 - 30Hz. Aussi pour améliorer davantage la résolution temporelle des trajectoires, nous avons échantillonné à 150 Hz pour toutes les expériences. Ce sur-échantillonnage facilite le filtrage et la réduction du bruit de mesure. Notons qu'une étude précédente a montré que l'effet des panaches sur la visualisation est négligeable [36].

Le Tab. 2.2 rassemble les propriétés des trois expériences que nous présentons dans ce manuscrit.

CHAPITRE 2



Fig. 2.14 Variance de la norme de l'accélération a en fonction de la largeur du filtre τ_f (expérience B). Quand la largeur du filtre est petite, le bruit reste important d'où le pic à petit τ_f/τ_{η} . Si le filtre est trop large, on perd l'information physique indiquée par les pointillés noirs. En rouge, nous notons la taille du filtre choisie pour ces travaux.

Expérience	Ra	Pr	Nu	$\nu ~[{ m m}^2/{ m s}]$	$\varepsilon [{\rm m}^2/{\rm s}^3]$	$ au_{\eta}$ [s]	Re_{λ}	Re'_{λ}
A	$5,66 \times 10^{9}$	5,41	109	$8,01 \times 10^{-7}$	$1,32 \times 10^{-6}$	0,78	97 ± 25	50 ± 2
В	$1,\!64 imes10^{10}$	$4,\!38$	152	$6,65 imes 10^{-7}$	$4,\!69 imes 10^{-6}$	$0,\!38$	230 ± 50	97 ± 3
\mathbf{C}	$3,\!65 imes10^{10}$	$3,\!10$	195	$4{,}91\times10^{-7}$	$1{,}08\times10^{-5}$	$0,\!21$	313 ± 78	118 ± 2

Tab. 2.2 Caractéristiques des trois expériences de 4D-PTV présentées dans ce manuscrit. Sauf mention contraire, la plupart des résultats portent sur l'expérience B.

Le calcul de la vitesse et de l'accélération nécessite de filtrer les trajectoires afin de réduire le bruit qui est amplifié par l'étape de différentiation de la position. Pour ce faire, nous réalisons un filtrage gaussien tel que détaillé dans la thèse d'Olivier Liot [36]. Le choix de la taille du filtre est déterminé en regardant l'évolution de la variance de l'accélération en fonction de cette largeur comme illustré en Fig. 2.14. Le pic à petit τ_f correspond à l'amplification du bruit par différentiation. Vient ensuite une décroissance affine qui correspond au signal physique que nous recherchons [69]. Lorsque le filtre est trop large, le signal physique est filtré ce qui produit la forte chute observée à grand τ_f . Plusieurs études [46] ont montré qu'un filtre ayant une largeur correspondant au passage du pic causé par le bruit à la décroissance affine était l'optimum. En Sec. f, nous vérifierons que ce filtrage élimine le bruit sans affecter le signal physique.

La Fig. 2.15 indique le volume visualisé lors des expériences de suivi lagrangien. La quasi-totalité de l'écoulement est visible selon l'axe vertical tandis que les deux tiers de l'écoulement sont observés selon les directions horizontales x et z. En Fig. 2.16, nous présentons quelques trajectoires typiques reconstruites comme expliqué jusqu'à présent. Seulement $1/50^e$ des points sont représentés. La couleur traduit la vitesse des traceurs. Ces traceurs sont suivis sur des temps de l'ordre de la dizaine de seconde au maximum.
Volume visualisé



Fig. 2.15 Volume visualisé pour les expériences lagrangiennes.



Fig. 2.16 Exemple de trajectoires obtenues. La couleur indique la norme de la vitesse. Seuls $1/50^e$ des points sont tracés.



Fig. 2.17 Champ moyen pseudo-eulérien de la vitesse dans deux plans verticaux. La couleur traduit la composante transverse au plan de la vitesse. Les lignes de champs sont tracées en noir. Le rouleau de convection tourne autour d'un tore.

IV. Étude statistique

IV.1. Écoulement moyen pseudo-eulérien

Suivre un grand nombre de traceurs au sein d'un écoulement permet de déterminer les champs eulériens moyens de vitesse . Les mesures de suivi lagrangien permettent cela. À chaque instant,



Fig. 2.18 Champ moyen pseudo-eulérien de l'accélération dans deux plans verticaux. La couleur traduit la composante transverse au plan de l'accélération. Les lignes de champs sont tracées en noir.

nous connaissons la vitesse et l'accélération de plusieurs traceurs en différents points de l'écoulement. Le volume de mesure est séparé en petit cubes, dans lesquelles nous calculons la moyenne de la vitesse de tous les traceurs contenus dans ce cube tout au long de l'expérience. Nous avons montré que l'écoulement est stable temporellement sur plusieurs heures. Aussi, une expérience de 4D-PTV durant moins de 30 minutes, nous pouvons moyenner sur l'ensemble des acquisitions de chaque expérience. On obtient ainsi les champs 3D eulériens moyens de la vitesse et de l'accélération. Nous appellerons ces champs *pseudo-eulériens* par la suite pour les distinguer des champs eulériens obtenus par PIV. La Fig. 2.17 montre ce champ de vitesse moyen dans deux plans verticaux. Les lignes noires représentent les lignes de champs et la couleur traduit la composante transverse pour chaque plan. Le rouleau ainsi observé est très similaire à celui obtenu lors de la caractérisation par PIV et rapporté en Fig. 2.7a. Toutefois nous avons désormais une indication 3D de cet écoulement grande échelle. En moyenne, le fluide semble également décrire une boucle dans le plan ZY avec des vitesses similaires de l'ordre de 10 mm/s au maximum.

Selon la même méthode, les champs moyens d'accélération sont calculés puis représentés en Fig. 2.18 pour deux plans verticaux. Encore une fois, les lignes de champs sont indiquées en noir et la couleur représente l'accélération transverse à chaque plan. Les champs montrent une accélération centripète cohérente avec les champs moyens de vitesse.

IV.2. Vitesse

En turbulence homogène isotrope, les distributions de probabilité des vitesses suivent une loi gaussienne. Dans notre cas, l'écoulement grande échelle influence la turbulence ce qui se traduit par un écart à cette loi gaussienne. Pour distinguer les effets de l'écoulement du champ moyen et ceux liés aux fluctuations, nous étudierons deux types de grandeurs. Pour ce faire, écrivons le champ de



Fig. 2.19 PDF des composantes de la vitesse lagrangienne $v_{k=x,y,z}$ normalisées par leur moyenne quadratique (a) avec et (b) sans champ moyen (expérience B). En pointillés noirs, une gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type 1. En présence du champ moyen, les distributions dévient largement de la gaussienne en particulier pour les composantes x et z. Les distributions des fluctuations de vitesse sont plus proches de ce qui est attendu mais des écarts subsistent pour la composante verticale y.



Fig. 2.20 PDF des composantes de la vitesse eulérienne $v_{k=x,y}$ normalisées par leur moyenne quadratique (avec) et (b) sans champ moyen. En pointillés noirs, une gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type 1. La comparaison avec les distributions issues de l'expérience lagrangienne B est excellente.

vitesse \boldsymbol{u} sous la forme

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U} + \boldsymbol{u}' \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{U} = \langle \boldsymbol{u} \rangle_t$$
 (2.3)

où U est la moyenne temporelle du champ u et u' est le champ de fluctuations. On appellera par la suite champ entier ou champ avec champ moyen le champ u, et on nommera champ sans champ moyen ou champ de fluctuations la quantité u'.

La Fig. 2.19 illustre les distributions de vitesse avec et sans champ moyen pour chaque composante. Avec le champ moyen, les distributions de probabilités des vitesses s'écartent de la gaussienne. La double bosse est liée au champ moyen : les cartes du champ moyen présentées en Fig. 2.17 montrent que le fluide se déplace dans des directions opposées en bas et en haut de la cellule. Les distributions de probabilités des composantes v_x et v_z correspondent donc à la superposition de deux gaussiennes centrées sur les vitesses moyennes en bas et en haut pour chaque composante. Ces bosses n'apparaissent pas pour la composante verticale v_y car le volume de mesure ne contient pas suffisamment les bords verticaux où le fluide monte/descend principalement.

En revanche, dès que le champ moyen est retiré, les distributions des composantes x et z suivent parfaitement la loi gaussienne. Des écarts subsistent aux grandes vitesses pour la composante verticale. Les fortes fluctuations sont ainsi plus fréquentes que dans le cas d'une turbulence classique, peut-être en raison des panaches qui se déplacent principalement dans cette direction.

Ces observations sont cohérentes avec les distributions obtenues lors des mesures eulériennes par PIV. Ces mêmes distributions, avec et sans champ moyen, sont rapportées en Fig. 2.20 pour l'expérience Octo. Les distributions des fluctuations de vitesse s'écartent de la loi gaussienne au delà de trois fois la vitesse quadratique moyenne sur les deux types de distributions. Les grandes fluctuations sont plus nombreuses pour la composante verticale probablement en raison des panaches qui interagissent avec l'écoulement principalement dans cette direction.

IV.3. Accélération

Puisque l'on connaît également l'accélération en chaque point des trajectoires lagrangiennes, on peut s'intéresser à leurs distributions. C'est ce que nous représentons en Fig. 2.21. Le champ moyen semble peu affecter la distribution des accélérations. Les temps de corrélations de l'accélération étant très courts, cette dernière n'est donc pas sensible au champ moyen. Sans champ moyen, les distributions sont moins bruitées aux grandes fluctuations. Elles s'écartent d'une distribution gaussienne au delà de $3a_k^{RMS}$ conformément aux observations dans d'autres écoulements turbulents



Fig. 2.21 PDF des composantes de l'accélération $a_{k=x,y,z}$ normalisées par leur moyenne quadratique (a) avec et (b) sans champ moyen.

CHAPITRE 2

 $\mathbf{27}$



(a) Expériences lagrangiennes A, B et C.

Fig. 2.22 Définition par rapport à l'écoulement moyen des trois (a) volumes "Centre", "Bas" et "Droit" pour les expériences lagrangiennes A, B et C; (b) des zones "Centre", "Bas" et "Droit" pour l'expérience eulérienne Octo. Les zones ont été choisies pour être comparables entre les deux types d'expériences.

[48, 32]. C'est la signature de l'intermittence comme l'ont montré plusieurs études en convection thermique [36, 49].

IV.4. Influence du nombre de Rayleigh et de la zone de moyennage sur les statistiques

Jusqu'à présent les statistiques ont été calculées sur l'ensemble du volume de mesure. Afin de prendre en compte l'inhomogénéité de l'écoulement, on définit trois volumes au sein desquels l'écoulement est bien différent. Un premier volume est délimité au centre de l'écoulement. Le champ



Fig. 2.23 Distribution des fluctuations de vitesse issues de l'**expérience eulérienne** Octo pour les zones (a) Bas, (b) Centre et (c) Droit pour un nombre de Rayleigh de 1.5×10^{10} . Les courbes bleues et oranges correspondent aux composantes x et y respectivement.

moyen y est moins intense et une turbulence plus homogène et isotrope s'y développe. Deux volumes complémentaires, l'un centré en bas sur le rouleau de convection et un dernier centré à droite sur la partie verticale de l'écoulement grande échelle. Ces limites sont indiquées en Fig. 2.22 pour les expériences lagrangienne et eulérienne. L'influence du nombre de Rayleigh sur ces statistiques se pose également. En outre, puisque que nous avons compris le rôle du champ moyen sur ces statistiques, nous considérerons seulement les fluctuations de vitesse.



Fig. 2.24 Distribution des fluctuations de la vitesse des **expériences lagrangiennes** pour les volumes [(a),(b),(c)] "Centre", [(d),(e),(f)] "Bas" et [(g),(h),(i)] "Droit", et pour des nombres de Rayleigh de [(a),(d),(g)] 5,7 × 10⁹, [(b),(e),(h)] 1,6 × 10¹⁰ et [(c),(f),(i)] 3,7 × 10¹⁰. Les courbes bleues, oranges et vertes correspondent aux composantes x, y et z respectivement.

Statistique des fluctuations de vitesse Pour répondre à ces deux questions, à partir des expériences lagrangiennes, nous traçons les distributions des fluctuations de la vitesse en Fig. 2.24 normalisées par leur moyenne quadratique, pour le volume "Centre", "Bas" et "Droit" et pour des nombres de Rayleigh de 5.7×10^9 , 1.6×10^{10} et 3.7×10^{10} . La Fig. 2.23 montre ces mêmes distributions obtenues pour l'expérience eulérienne Octo pour les trois zones "Centre", "Bas" et "Droit" définies de façon similaire.

En premier lieu, nous constatons que les distributions eulériennes atteignent des valeurs de 10^{-7} soient 100 fois plus faibles que les distributions lagrangiennes. Il s'agit simplement d'une meilleure convergence liée au plus grand nombre d'échantillons produits par la PIV (environ 40 fois plus que pour les expériences lagrangiennes).

Ensuite, les distributions sont globalement très proches aux lois gaussiennes attendues. On observe cependant des écarts pour la composante verticale y dans les trois volumes mais seulement pour les expériences aux nombres de Rayleigh faible et intermédiaire de cette étude : ces écarts sont la signature du champ moyen qui est corrélé aux fluctuations[37]. Les distributions de l'expérience C à haut nombre de Rayleigh ne présentent pas de tels écarts, tout comme les observations de Li l'ont récemment montré [33]. À ce stade, la convergence des distributions ne nous permet pas de conclure quant à une éventuelle évolution monotone des ailes en fonction du Rayleigh ou de l'écoulement moyen dans la zone considérée. La vitesse verticale semble toutefois se distinguer des composantes horizontales qui suivent dans tous les cas la loi gaussienne.

Statistique des fluctuations d'accélération Les distributions des accélérations sont également éclairantes. On trace en Fig. 2.25 les distributions des fluctuations d'accélération pour les trois volumes définis précédemment ainsi que pour les trois nombres de Rayleigh. Plus le nombre de Rayleigh est grand et plus il existe de grandes fluctuations d'accélération. Ceci est cohérent avec l'augmentation de la turbulence de l'écoulement.

Toutes ces distributions sont symétriques et suivent une loi exponentielle dans tous les cas : l'écoulement est donc fortement intermittent comme nous l'avons déjà remarqué. Surprenamment, les composantes horizontales et verticale ont les mêmes distributions, même dans la zone Basse où les panaches sont très nombreux. Les propriétés des accélérations seraient ainsi fortement homogènes et isotropes [33], au contraire des vitesses [37]. Des simulations numériques de convection thermique turbulente ont toutefois exhibé des ailes différentes entre les composantes horizontales et verticale, ce qui fut attribué aux panaches se déplaçant principalement selon la verticale [61]. Tout comme Li et *al*, nous n'observons pas ici de telles différences. Précisons cependant que pour ces simulations numériques, les distributions étaient moyennées sur l'ensemble du volume modélisé, celui-ci possédant un rapport d'aspect égal à 2.



Fig. 2.25 Distribution des fluctuations d'accélération des **expériences lagrangiennes** pour les volumes [(a),(b),(c)] "Centre", [(d),(e),(f)] "Bas" et [(g),(h),(i)] "Droit", et pour des nombres de Rayleigh de [(a),(d),(g)] 5,7 × 10⁹, [(b),(e),(h)] 1,6 × 10¹⁰ et [(c),(f),(i)] 3,7 × 10¹⁰. Les courbes bleues, oranges et vertes correspondent aux composantes x, y et z respectivement.

V. Caractérisation lagrangienne

Depuis les années 80, les modèles stochastiques lagrangiens de dispersion turbulente ont été largement développés. Ces modèles supposent que la vitesse lagrangienne en turbulence 3D peut être représentée comme un processus Markovien pour des grands nombres de Reynolds. Cette hypothèse est partiellement vérifiée par les propriétés à petite échelle des accélérations lagrangiennes notamment. En utilisant seulement les propriétés de continuités et d'un processus Markovien, Thomson a proposé en 1987 [71] que la vitesse lagrangienne pouvait s'écrire de façon générale sous la forme d'une équation d'Ito,

$$dU_i = a_i(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{X}, t)dt + \sqrt{C_0 \varepsilon} d\mathcal{W}_i(t)$$
(2.4)

avec U(t) la vitesse lagrangienne d'une particule de fluide, X(t) sa position le long de la trajectoire, t le temps, C_0 la constante universelle présente dans le régime inertiel de la fonction de structure de vitesse lagrangienne $(S_2^L(\tau) = C_0 \varepsilon \tau)$, ε le taux de dissipation et $dW_i(t)$ le processus de Wiener incrémental. En pratique, un processus de Wiener correspond à un processus de marche aléatoire : la position est toujours connue mais la vitesse ne l'est pas toujours. Les indices *i* indiquent les trois directions de l'espace. Pour chaque écoulement, les termes a(U, X, t) sont contraints mais pas toujours complètement, par les statistiques eulériennes de l'écoulement.

Plusieurs points restent toutefois mal compris et en premier lieu la valeur de la constante C_0 . À des nombres de Reynolds suffisamment élevés, on attend que cette constante soit universelle en raison du concept d'isotropie locale défini par Kolmogorov et dont elle découle. C_0 devrait ainsi avoir la même valeur dans tous les écoulements. Pourtant, cette valeur semble dépendre des écoulements considérés probablement en lien avec des effets d'inhomogénéité ou d'anisotropie des écoulements étudiés, notamment expérimentalement. Par ailleurs, la dépendance de C_0 en fonction du nombre de Reynolds est toujours un sujet de recherche.

Estimer la valeur de C_0 en convection de Rayleigh-Bénard et dépendre son évolution sur une petite gamme de nombre de Reynolds est donc un sujet d'actualité. Après avoir mesuré le taux de dissipation ε , c'est ce que nous présentons dans cette section tout en estimant un certain nombre de grandeurs secondaires intervenant dans les modèles lagrangiens de turbulence.

V.1. Mesure de ε

Les mesures du taux de dissipation sont bien souvent délicates. Le suivi lagrangien propose au moins 3 estimations que nous détaillons ici. À partir des trajectoires lagrangiennes, nous calculons les champs eulériens dont on déduit les fonctions de structure eulériennes d'ordre 2, notées $S_{2,v_k}^{E,ps}$. Ces dernières permettent deux estimations distinctes à partir du régime dissipatif et du régime inertiel. Nous pouvons ainsi vérifier la valeur de la constante de Kolmogorov C_2 . Il est également possible de calculer ces fonctions de structure eulériennes à partir des dispersions de paire détaillées en sec. VI. Nous comparons l'ensemble de ces estimations à celles issues des mesures de PIV.

V.1.a. Fonctions de structure eulériennes d'ordre deux $S_{2,v_{i}}^{E}$

À partir des trajectoires lagrangiennes, il est possible de calculer les fonctions de structure eulériennes. Il suffit de se placer à un instant donné en considérant l'ensemble des positions occupées par les particules à cet instant. On connaît la vitesse des particules en ces points et l'on peut donc calculer les incréments de vitesse. En moyennant sur le temps et en échantillonnant la séparation entre les particules, on obtient les fonctions de structure pseudo-eulériennes appelées ainsi pour les distinguer des fonctions de structure obtenues par des mesures eulériennes. Il s'agit cependant des mêmes quantités. Le calcul des fonctions de structure pseudo-eulériennes de vitesse présente l'inconvénient de devoir calculer la vitesse des particules tout au long de leur trajectoire. Il existe cependant des méthodes pour s'affranchir de cette délicate étape, en utilisant notamment les propriétés de la dispersion de paire détaillées largement en sec. VI ou bien la méthode développée par N. Machicoane au cours de sa thèse (appelée par la suite méthode de Machicoane) dont nous discutons en sec. f. Rappelons simplement que nous mesurons l'éloignement relatif de deux particules au cours du temps : or aux temps courts, $\langle (\Delta - \Delta_0)^2 \rangle = S_2^E(\Delta_0)t^2 + \mathcal{O}(t^3)$ en notant Δ la séparation à l'instant t, et Δ_0 la séparation initiale. Le terme de croissance balistique en fonction de la séparation initiale donne alors directement la fonction de structure pseudo-eulérienne $S_{2,u_{k}}^{E}$. Dans tous les cas, les fonctions de structure eulériennes d'ordre 2 pour chaque composante sont calculées.

Deux régimes sont attendus pour ces fonctions :

— un régime dissipatif tel que

$$S_{2,v_k}^E(\ell_k) = \left\langle (\nabla u_k)^2 \right\rangle \ell_k^2 \quad \text{pour} \quad \ell \le \eta,$$
(2.5)

— un régime inertiel où

$$S_{2,v_k}^E(\ell_k) = \frac{11}{9} C_2(\varepsilon \ell_k)^{2/3} \quad \text{pour} \quad \eta \le \ell \ll L,$$
(2.6)

avec ℓ_k l'incrément pris dans la direction k, C_2 la constante de Kolmogorov, ε le taux local de dissipation visqueuse, η l'échelle de Kolmogorov et L l'échelle intégrale. Notons que le facteur 11/9 suppose que l'écoulement est isotrope aux échelles inertielles. Si l'on étudie les fonctions de structure longitudinales pour lesquelles l'incrément est colinéaire à la vitesse, la seconde équation reste valable sans ce facteur 11/9.



Fig. 2.26 Fonctions de structure pseudo-eulériennes d'ordre 2 (a) avec et (b) sans champ moyen. Les fonctions de structure obtenues par PIV sont indiquées par les lignes continues.

La Fig. 2.26 montre ces fonctions de structure pseudo-eulériennes d'ordre 2 avec et sans champ moyen pour les trois composantes x, y et z. Les régimes attendus sont indiqués en pointillés noirs et sont bien respectés pour les trois composantes concernant le régime inertiel et seulement pour la composante verticale y quant au régime dissipatif : nous y reviendrons par la suite. En Fig. 2.26b, sont ajoutées les fonctions de structure eulériennes issues de l'expérience *Tot* de PIV à un nombre de Rayleigh très proche et à partir des fluctuations de vitesse. L'accord avec les fonctions pseudoeulérienne est excellent aux échelles inertielles. Lorsque ces quantités sont calculées à partir des fluctuations de vitesse v'_k , le régime inertiel est respecté même à grande échelle contrairement au cas où le champ complet est utilisé. Ces écarts à grande échelle sont attendus et résultent du champ moyen comme cela a été montré [37]. En Fig. 2.27, les fonctions de structure obtenues par dispersion de paire sont très proches des fonctions de structure pseudo-eulériennes de la Fig. 2.26a comme attendu. La Fig. 2.28 présente les fonctions de structure longitudinales pseudo-eulériennes. Les régimes dissipatif et inertiel sont à nouveau visibles. En somme, toutes les estimations des fonctions de structure eulériennes sont cohérentes entre elles et les régimes attendus sont observés.

En revanche, à petite échelle, on observe des écarts entre les fonctions des composantes x et zd'une part et la composante verticale y d'autre part. La résolution spatiale de l'expérience est de





Fig. 2.27 Fonction de structure eulérienne obtenue par ajustement du régime balistique de la dispersion de paire. L'accord avec la Fig. 2.26a est excellent.

Fig. 2.28 Fonction de structure pseudo-eulériennes longitudinales avec (v) et sans champ moyen (v').

l'ordre de 2 mm ce qui explique les écarts en deçà de cette échelle. Mais pourquoi le régime dissipatif est-il aussi peu visible pour les composantes x et z?

Au sein du régime inertiel, les fonctions de structure des trois composantes sont identiques : la turbulence semble ainsi être isotrope à ces échelles et devrait donc l'être aux échelles plus petites. De plus, le régime dissipatif en ℓ^2 est clairement visible pour la composante verticale y sur une large gamme d'échelles et sur une gamme plus réduite pour les deux autres composantes x et z. Aussi, nous concluons que les écarts au régime dissipatif pour les composantes horizontales x et z sont des erreurs de mesure causées par une résolution spatiale moindre sur ces composantes. À l'heure actuelle, nous ne connaissons pas la raison de cette différence de résolution selon les composantes.

Chacun des régimes permet d'identifier ε_{local} . Nous nous baserons sur le comportement de la composante y aux petites séparations pour la caractérisation de la dynamique dissipative.

En effet, on sait que sous l'hypothèse d'isotropie

$$\varepsilon_{local} = 15\nu \left\langle \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)^2 \right\rangle.$$
(2.7)

En ajustant le régime dissipatif à petit ℓ , on peut donc en déduire le taux de dissipation local ε_{local} .

À l'aide d'un ajustement dans le régime inertiel, on peut aussi déterminer ε_{local} ou bien la constante de Kolmogorov C_2 en utilisant le taux de dissipation local issu de l'ajustement du régime dissipatif décrit par l'Éq. 2.5. Nous réalisons deux ajustements pour les deux régimes sur les fonctions de la composante verticale y pour laquelle le régime dissipatif est davantage visible. La Tab. 2.3 donne les valeurs de ε obtenues à partir des échelles dissipatives pour les trois expériences. La Fig. 2.29 présente les valeurs de C_2 alors obtenues à partir du régime inertiel pour les trois expériences A, B et C ainsi que les données rassemblées par Sreenivasan [65]. Les barres d'erreur correspondent aux erreurs d'ajustement des deux régimes. Cette constante C_2 semble varier légèrement aux petits R_{λ} . La correspondance avec les données de la littérature est correcte.

	$\begin{array}{l} \text{manip A} \\ \text{Ra} = 5,66 \times 10^{10} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{manip B} \\ \text{Ra}{=}1,64\times10^{10} \end{array}$	$\begin{array}{c} {\rm manip \ C} \\ {\rm Ra=}3,\!65\times10^{10} \end{array}$
$\frac{\varepsilon_{local}}{\varepsilon'_{local}}$	$\begin{array}{c} (4,30\pm0,03)\times10^{-7} \\ (3,85\pm0,05)\times10^{-7} \end{array}$	$\begin{array}{c} (6,37\pm0,04)\times10^{-7} \\ (7,13\pm0,03)\times10^{-7} \end{array}$	$\begin{array}{c} (2,25\pm0,02)\times10^{-6} \\ (2,42\pm0,02)\times10^{-6} \end{array}$

Tab. 2.3 Estimations de ε_{local} avec et sans champ moyen par ajustement du régime dissipatif. Les incertitudes proviennent de l'ajustement.

Puisque les régimes attendus coïncident quantitativement avec les observations, l'estimation du taux de dissipation ε_{local} peut être considérée comme correcte. Par la suite, nous utiliserons donc l'ajustement du régime dissipatif pour déterminer cette grandeur car il s'agit de sa définition. La Fig. 2.30 montre l'évolution du taux de dissipation local ε_{local} en fonction de R_{λ} avec et sans champ moyen.

Dans les deux cas, le taux de dissipation local ε_{local} est de l'ordre de 15-30% du taux de dissipation global ε ce qui est en bon accord avec les simulations numériques de Kunnen al[30]. En effet, le volume de mesure ne contient pas les couches limites là où la dissipation par viscosité est maximale. Le taux de dissipation moyen du volume de mesure est donc une fraction du taux global. Aucune dépendance claire en fonction de R_{λ} n'est visible. Des expériences complémentaires seraient nécessaires pour conclure.

Selon que le champ moyen est considéré ou non, la détermination de la valeur de R_{λ} change pour une même expérience puisque la vitesse quadratique est modifiée : c'est pourquoi les points avec et sans champ moyen n'ont pas la même abscisse. Pour les deux cas, nous obtenons un taux de dissipation local très similaire ; le régime dissipatif reste clairement établi comme nous avons vu en Fig. 2.26a car il existe à petite échelle, là où l'écoulement est relativement homogène et isotrope avec ou sans champ moyen. La mesure de ε_{local} par cette méthode dépend ainsi faiblement de la prise en compte ou non d'un champ moyen. Sur cette figure, le régime inertiel est également bien visible et correspond aux attentes d'une turbulence homogène isotrope.



Fig. 2.29 Évolution de la constante de Kolmogorov C_2 en fonction de R_{λ} . Les estimations issues des trois expériences A,B et C sont représentées en rouge. Les points bleus correspondent aux points rassemblés par Sreenivasan [65]. On observe la même dépendance aux petits R_{λ} .



Fig. 2.30 Évolution du taux de dissipation ε_{local} normalisé par ε en fonction de R_{λ} avec (en bleu) et sans (en orange) champ moyen. Le R_{λ} n'est pas identique selon que l'on considère ou non le champ moyen. Il n'y a pas d'évolution claire. Le taux de dissipation ε_{local} correspond à environ 15-30% du taux de dissipation global ε ce qui est en bon accord avec les simulations numériques de Kunnen *et al*[30].

V.2. Fonctions de structure lagrangiennes

Le modèle la grangien de la turbulence est déterminé par plusieurs constantes dépendant plus ou moins des propriétés de l'écoulement étudié. L'information multi-échelles est contenue dans les fonctions de structure d'ordre p définies par

$$S_{p,u_k}^L(\tau) = \langle (|\delta u_k(t,\tau)|)^p \rangle_{t,trajectoires} \qquad \text{avec} \qquad \delta u_k(t,\tau) = u_k(t+\tau) - u_k(t) \tag{2.8}$$

et où l'on note $\langle \cdot \rangle_{t,trajectoire}$ la moyenne sur le temps et sur l'ensemble des trajectoires. Si l'on considère la fonction de structure d'ordre deux (p = 2), deux régimes sont attendus :

— un régime balistique aux petits temps et tel que

$$S_{2,u_k}^L(\tau) = \sigma_{a_k}^2 \tau^2 \qquad \text{pour} \qquad \tau \ll \tau_\eta^L, \tag{2.9}$$

où la fonction de structure croît comme τ^2 proportionnellement à la variance de l'accélération pour la composante k. On note τ_{η}^L le temps caractéristique de la dynamique de l'accélération lagrangienne sur lequel nous reviendront plus tard. Dans ce régime, on considère que les particules se déplacent en ligne droite, à vitesse constante. Par ailleurs, l'analyse dimensionnelle suggère que

$$\sigma_a^2 = a_0 \frac{\varepsilon^{3/2}}{\nu^{1/2}} \qquad \text{soit} \qquad \varepsilon = a_0^{-2/3} \sigma_a^{4/3} \nu^3, \tag{2.10}$$

avec a_0 la constante de l'accélération. La relation de droite relie le taux de dissipation à la dynamique de la vitesse lagrangienne et à ses gradients temporels; c'est l'analogue lagrangien de la définition du taux de dissipation : $\varepsilon = 2\nu\Omega^2$ avec Ω l'enstrophie.

— un régime **inertiel** aux grands temps où

$$S_{2,u_k}^L(\tau) = C_0 \varepsilon \tau$$
 pour $\tau_\eta^L \ll \tau \ll T^L$ (2.11)

avec T^L le temps intégral lagrangien dont nous rediscuterons en sec. g.



Fig. 2.31 Fonction de structure la grangienne d'ordre 2 pour les trois composantes de la vitesse (a) avec et (b) sans champ moyen. Le régime balistique à petit temps et le régime inertiel à grand τ sont indiqués par les pointillés noirs. Le temps de Kolmogorov τ_{η} est représenté en pointillés rouges.

La Fig. 2.31 montre ces fonctions de structure d'ordre 2 pour les trois composantes de la vitesse avec et sans champ moyen. Les deux régimes attendus sont bien observés. Le régime inertiel est peu étendu car la turbulence est faiblement développée. En effet le nombre de Reynolds R_{λ} basé sur l'échelle de Taylor est de 97 si l'on considère les fluctuations de vitesse. D'après le modèle de Sawford, on peut montrer que la gamme des échelles temporelles lagrangiennes est telle que

$$\frac{T^L}{\tau_{\eta}^L} = R_{\lambda}^L \qquad \text{avec} \qquad R_{\lambda}^L \simeq 7.5 \times 10^{-6} R_{\lambda}^{3.3} \tag{2.12}$$

où T^L est le temps intégral lagrangien, τ_{η}^L le temps dissipatif lagrangien et R_{λ}^L l'analogue lagrangien du nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor R_{λ} . L'équation de droite, reliant R_{λ}^L et R_{λ} est une loi empirique basée sur des simulations numériques des années 80 et proposée par Sawford [57]. Cette loi est pourrait être revue aujourd'hui à l'aune des progrès numériques. Avec $R_{\lambda} = 97$, on a $\frac{T^L}{\tau_{\eta}^L} \sim 5$: le régime inertiel devrait être visible sur environ une demi-décade. C'est bien ce qui est observé en Fig. 2.31.

Remarquons que la séparation des échelles temporelles et spatiales a deux origines. Tout d'abord, dans l'approche eulérienne, on peut écrire

$$R_{\lambda} = \frac{T^E}{\tau_{\eta}} = \left(\frac{L}{\eta}\right)^{2/3} \tag{2.13}$$

avec T^E le temps intégral eulérien et L l'échelle intégrale. Cette égalité indique que les échelles temporelles sont moins séparées que les échelles spatiales. Ensuite, l'approche lagrangienne aboutit à

$$R_{\lambda} = \frac{T^E}{\tau_e t a} > R^L_{\lambda} = \frac{T^L}{\tau^L_{\eta}} \simeq \frac{T^L}{\tau_{\eta}}, \qquad (2.14)$$

	$\mathcal{Q}^2_{v_x} \; [mm^2/s^2]$	$\mathcal{Q}^2_{v_y} \; [mm^2/s^2]$	$\mathcal{Q}^2_{v_z} \; [mm^2/s^2]$
u	79,1	27,4	55,8
u'	18,0	16,4	20,1

Tab. 2.4 Moyennes quadratiques des composantes de la vitesse pour l'expérience B. Ces valeurs sont en accord avec le plateau observé pour les fonctions de structure lagrangiennes aux long temps.

l'inégalité étant causée par l'Éq. 2.12. Comme $\tau_{\eta}^{L} \sim \tau_{\eta}$, on se retrouve avec $T^{L} < T^{E}$. Les échelles inertielles sont plus restreintes en temps qu'en espace. Du point de vue physique, Kraichnan et al associe T^{E} au temps de vie des tourbillons et T^{L} au temps de passage d'une particule dans le tourbillon [29].

Avec ou sans champ moyen, à grand τ , les fonctions de structure lagrangiennes d'ordre 2 doivent tendre vers $2\mathcal{Q}_{v_k}^2$ où $\mathcal{Q}_{v_k} = \sqrt{\langle v_k^2 \rangle}$ est la moyenne quadratique de la composante k de la vitesse. Ce plateau n'est ici pas visible car nous n'avons pas suffisamment de statistiques à grand τ . Ces moyennes quadratiques sont calculées indépendamment et rassemblées dans le Tab. 2.4 avec et sans champ moyen. Les valeurs sont cohérentes avec la valeur des fonctions de structure aux longs temps.

Les fonctions de structure avec et sans champ moyen sont quasiment identiques à petite échelle. En effet, si le champ moyen est constant et uniforme dans l'espace, alors les fonctions de structure avec et sans champ moyen sont identiques par construction. Le champ moyen varie peu aux petites échelles ce qui explique l'identité des fonctions de structure à petite échelle. Au contraire, à grande échelle, le champ moyen varie dans l'espace et a une contribution non nulle aux fonctions de structure. Par ailleurs, le régime inertiel est attendu au delà de quelques τ_{η} ce qui est correspond aux observations puisque ce régime est visible à partir de $\tau \sim 1\eta - 5\tau_{\eta}$ avec ou sans champ moyen.

À partir du comportement dissipatif, nous allons maintenant déterminer les constantes C_0 et a_0 , caractéristiques de la turbulence lagrangienne. Ces constantes sont les deux paramètres intervenant dans les modèles stochastiques simples.

V.2.a. Mesure de la constante universelle C_0

L'ajustement du régime inertiel par l'Éq. 2.11, combiné aux valeurs de ε déterminées en sec. 1, fournit une estimation de la constante C_0 pour chaque composante, sans champ moyen et pour les trois expériences. La Fig. 2.32 montre l'évolution de cette constante en fonction de R_{λ} ainsi que la loi d'évolution empirique proposée en 1991 par Sawford [57] :

$$C_0 = 0.22 \times R_{\lambda}^{0.63}.$$
 (2.15)

Cette tendance a été observée pour $R_{\lambda} \leq 100$. Les barres d'erreur correspondent aux incertitudes d'ajustement. Nous obtenons des valeurs légèrement distinctes pour chaque composante mais les écarts restent dans les barres d'erreurs. C_0 est *a priori* indépendant de la direction de l'espace considérée. L'accord avec la loi de Sawford est qualitatif : C_0 semble augmenter avec R_{λ} mais les valeurs expérimentales sont plus petites que le modèle de Sawford. De plus, les points à $R_{\lambda} = 118$ s'écartent davantage du modèle. Soulignons qu'il n'y a pas de réel consensus quant à la validité de cette loi même en turbulence homogène isotrope. Des mesures complémentaires à d'autres R_{λ} seraient nécessaires pour conclure.

V.2.b. Mesure de constante de l'accélération a_0

En ajustant les fonctions de structure d'ordre 2 dans le régime balistique, on obtient une estimation de la variance des composantes de l'accélération σ_{a_k} . Par ailleurs, à l'aide du noyau gaussien détaillé en sec. 5, on calcule également l'accélération des traceurs dont on déduit ensuite la variance $\sigma_{a_k}^2$. Les valeurs obtenues par les deux méthodes pour les champs entiers sont rassemblées



Fig. 2.32 Évolution de C_0 en fonction de R_{λ} .

	$\sigma_{a_x}^2 \ [mm^2/s^2]$	$\sigma_{a_y}^2 \ [mm^2/s^2]$	$\sigma_{a_z}^2 \ [mm^2/s^2]$
Valeur ajustée	2.91	2.89	2.78
Calcul direct	3.13	2.92	3.19

Tab. 2.5 Comparaison des variances des composantes de l'accélération du champ entier obtenues par ajustement des fonctions de structure d'ordre deux et par calcul direct (expérience B). L'accord est très bon.

dans le Tab. 2.5. Cet accord est également vérifié lorsque l'on considère seulement les fluctuations de vitesse.

Par ailleurs, nous avons déjà vu la relation de Heisenberg-Yaglom indiquant que [82]

$$\sigma_a^2 = a_0 \left(\frac{\varepsilon^3}{\nu}\right)^{1/2} \tag{2.16}$$

avec a_0 une constante sans dimension caractéristique du régime dissipatif lagrangien. Pour une turbulence pleinement développée et dans la limite des grands nombres de Reynolds, on attend $a_0 \sim 6$ [82]. Or dans nos expériences, le nombre de Reynolds R_{λ} calculé avec l'échelle de Taylor λ est assez faible et varie entre 50 et 120. Des simulations numériques ont montré que sur cette gamme, a_0 augmentait de 0.8 à 2.7 [78]. Nous présentons en Fig. 2.33, l'évolution de a_0 en fonction de R_{λ} et ce pour chaque composante. Les barres d'erreurs correspondent aux incertitudes des ajustements. Les points issus des simulations numériques précédemment citées sont également reportés.

Pour chaque composante *i*, nous avons deux estimations de $a_{0,i}$ car la variance de l'accélération $\sigma_{a,i}$ peut s'obtenir de deux façons. L'ajustement du régime balistique des fonctions de structure lagrangiennes d'ordre deux S_{2,u_i}^L constitue la première méthode : nous en dérivons la constante notée $a_{0,i}$. En utilisant les moyennes eulériennes, on a également la variance $\sigma_{a,i}$ dont on déduit à nouveau la constante notée $a_{0,i}^E$.

Les valeurs obtenues pour chaque composante et selon les deux méthodes sont globalement du bon ordre de grandeur, et l'accord avec les simulations numériques est excellent. On observe une dispersion sur les valeurs en fonction de R_{λ} mais une étude systématique sur une gamme plus large de R_{λ} serait requise pour conclure.



Fig. 2.33 Évolution de a_0 pour chaque composante en fonction de R_{λ} . Les valeurs de la variance des composantes i = x, y, z de l'accélération $\sigma_{a,i}$ sont déterminées soit par ajustement du régime balistique de S_2^L , u_i soit par un moyennage eulérien de l'accélération. On en déduit a_0 selon l'Éq. 2.16 que l'on note respectivement $a_{0,i}$ et $a_{0,i}^E$. Les carrés bleus sont obtenus par des simulations numériques [Vedula2020].

V.2.c. Étude des corrélations eulériennes

L'autocorrélation eulérienne des composantes de la vitesse nous informe sur la corrélation spatiale du champ de vitesse. La distance de corrélation L_E qui en découle permet d'estimer ensuite le temps de corrélation eulérien

$$\Gamma^E = \frac{L_E}{\mathcal{Q}_v} \tag{2.17}$$

avec \mathcal{Q}_v la moyenne quadratique de la vitesse.

La Fig. 2.34 présente les autocorrélations pseudo-eulériennes et eulériennes (PIV) pour les composantes de la vitesse avec et sans champ moyen. Les corrélations eulériennes (PIV) sont en bon accord avec les corrélations pseudo-eulériennes. Les composantes x et z ont des comportements similaires mais distincts de la composante verticale y. Avec ou sans champ moyen, cette composante verticale y est corrélée sur une distance plus petite que pour les composantes x et z. En effet, les panaches générés par les deux plaques horizontales se déplacent principalement selon la verticale. Ils viennent fortement perturber l'écoulement selon cette direction et réduisent ainsi la corrélation de la vitesse dans cette même direction.

On définit la longueur de corrélation L_E par l'aire sous la courbe de la corrélation soit

$$L_E = \int_0^\infty R v_k v_k(\ell) \mathrm{d}\ell.$$
(2.18)

À l'aide de l'Éq. 2.17 et des moyennes quadratiques indiquées dans le Tab. 2.4, on obtient le temps intégral eulérien T^E pour chaque composante. L'autocorrélation eulérienne $R_{v_k v_k}(\ell)$ est accessible soit par calcul direct soit être déduite des fonctions de structure d'ordre deux S_{2,v_k}^E selon l'équation

$$R_{v_k v_k}^E(\ell) = 1 - \frac{S_{2, v_k}^E}{2\mathcal{Q}_{v_k}}$$
(2.19)

Nous évaluons donc la longueur de corrélation L_E via les deux méthodes puis nous présentons ici la moyenne des deux valeurs associée à leur différence comme incertitude.



Fig. 2.34 Autocorrélation pseudo-eulérienne des composantes de la vitesse (a) avec et (b) sans champ moyen. Les autocorrélations sans champ moyen issues des mesures eulériennes (PIV) sont indiquées en lignes continues et sont cohérentes avec les autres courbes. Les composantes x et y ont une corrélation similaire tandis que la composante verticale y l'est beaucoup moins.

L'évolution du temps intégral T^E en fonction de R_{λ} est reportée en Fig. 2.35 avec et sans champ moyen. Le temps intégral eulérien T^E décroît avec R_{λ} avec et sans champ moyen. Qualitativement, l'écoulement devenant de plus en plus turbulent, il est corrélé sur des échelles temporelles de plus en plus petites. Plus quantitativement, on peut exprimer le temps intégral lagrangien T^E en fonction de R_{λ} par analyse dimensionnelle

$$T^{E} = \frac{L_{E}}{Q_{v}} = \frac{L_{E}^{2}}{\nu} Re^{-1} \propto \frac{L_{E}^{2}}{\nu} R_{\lambda}^{-2}.$$
 (2.20)

Des ajustements en $\frac{a}{R_{\lambda}^2} + b$ sont proposés sur les deux graphes et semblent être compatibles avec les points expérimentaux. Néanmoins, les larges incertitudes invitent à la prudence.

Sans champ moyen, les composantes horizontales x et z sont corrélées sur des temps plus longs que pour la composante verticale y et ce indépendamment du R_{λ} . Selon la verticale, les panaches génèrent davantage de fluctuations, ce qui les décorrèle plus rapidement. Les champs entier et de fluctuations sont corrélés sur des temps similaires quoique légèrement plus faibles pour le champ entier : le champ moyen a ici peu d'impact.

V.2.d. Étude des corrélations lagrangiennes : mesure des temps typiques

V.2.e. Estimateurs de l'autocorrélation

L'estimation des fonctions d'autocorrélation est perturbée par la longueur variable des trajectoires [47]. En effet, l'estimateur traditionnel - dit biaisé par la suite - d'un signal s de longueur Tet de moyenne quadratique Q_s^2 s'écrit

$$R_{ss}(\tau) = \frac{1}{\mathcal{Q}_s^2(T-\tau)} \sum_{t=0}^{T-\tau} s(t+\tau)s(t) \quad \text{avec} \quad t \in [0, 1, ..., T-\tau].$$
(2.21)



 (7 ± 1) s. (7 ± 1) s.

Fig. 2.35 Évolution du temps intégral lagrangien issu de chaque composante en fonction de R_{λ} , (a) avec et (b) sans champ moyen. En pointillés, un ajustement en $aR_{\lambda}^{-2} + b$. Les valeurs des coefficients sont données dans les légendes.

Sous cette forme, on suppose que la moyenne quadratique Q_s^2 ne dépend pas de la longueur T du signal s. Si la variable s est statistiquement stationnaire, un calcul simple aboutit également à

$$R_{ss}(\tau) = 1 - \frac{S_{2,s}^{L}}{2Q_{s}^{2}}.$$
(2.22)

Mais les estimateurs décrits par les Éq. 2.21 et 2.22 sont-ils égaux dans nos expériences ? La Fig. 2.36 compare pour l'expérience B et pour chaque composante les fonctions d'autocorrélation lagrangiennes de la vitesse obtenues par ces deux estimateurs. Les deux courbes ne se chevauchent pas contrairement à nos attentes : ces estimateurs sont ainsi biaisés. Notons cependant que ce biais n'existent pas pour les fonctions d'autocorrélation. Deux questions se posent : d'où provient le biais ? Et comment s'en affranchir ?

Considérons une trajectoire : on connaît par exemple la vitesse d'une particule entre les instants t_1 et t_2 comme schématisé en Fig. 2.37. L'autocorrélation lagrangienne de la vitesse s'obtient en multipliant la vitesse prise à l'instant t par celle prise à l'instant $t + \tau$ pour la même trajectoire. On moyenne ensuite sur t et l'on répète l'opération pour plusieurs τ . La multiplication se fait en décalant l'origine temporelle de la trajectoire d'une durée égale à τ . Sur le schéma, la trajectoire initiale est représentée en haut et la trajectoire décalée est en bas. La moyenne ne peut être prise que sur les instants où les deux coexistent, c'est à dire seulement sur la zone orange. Nous avons représenté en jaune un *couple de points*, c'est à dire la vitesse aux instants t et $t + \tau$. De ce fait, on ne prend pas en compte la partie de la trajectoire initiale (resp. décalée) comprise entre $t_2 - \tau$ et t_2 (resp. t_1 et $t_1 + \tau$). La moyenne quadratique de la vitesse lagrangienne est notée $Q_{v(t)}^2(\tau)$ (resp. $Q_{v(t+\tau)}^2(\tau)$) lorsqu'elle est calculée sur le segment bleu entre t_1 et $t_2 - \tau$ (resp. vert entre $t_1 + \tau$ et t_2). Ces deux quantités sont ainsi moyennées sur des portions de trajectoires distinctes et dont ta taille dépend de τ .

La Fig. 2.38 présente ces deux quantités $Q_{v_k(t)}^2(\tau)$ et $Q_{v_k(t+\tau)}^2(\tau)$ en fonction de τ pour les trois



Fig. 2.36 Biais de l'autocorrélation lagrangienne de la vitesse. On compare les autocorrélations obtenues soit directement par l'estimateur biaisé, soit via la fonction de structure lagrangienne d'ordre deux d'après l'Éq. 2.22, et ce pour chaque composante (Expérience B). Les courbes issues des deux méthodes ne se superposent pas contrairement à ce qui est attendu. Les estimateurs sont donc biaisés. À droite, sont indiqués en fonction de τ , les nombres de trajectoires et de couples utilisés pour les moyennes. Les couples sont définis en rouges sur la Fig. 2.37. Au delà de $\tau = 12$ s, il n'y a plus assez de trajectoires, ce qui fausse les moyennes.



Fig. 2.37 Schéma explicatif du calcul de l'autocorrélation lagrangienne pour une trajectoire et des moyennes quadratiques. La moyenne ne peut être prise que sur la zone orangée. Les points jaunes symbolisent un *couple de point*, c'est à dire v(t) et $v(t + \tau)$ typiquement.

composantes de la vitesse (k = x, y, z). Ces deux quantités diffèrent et surtout dépendent de τ . Trois raisons expliquent cette dépendance.

Premièrement, pour un τ donné, la moyenne quadratique Q_{v_k} est moyennée sur les trajectoires de longueur au moins égale à τ . Aussi, pour des petits τ l'ensemble des trajectoires est pris en compte dans la moyenne. Au contraire pour de grands τ , seules les longues trajectoires sont moyennées entre elles. Or les longues trajectoires correspondent aux traceurs ayant une vitesse faible avec des mouvements assez lisses. Les traceurs avec des variations brusques de leur vitesse et des changements soudains de direction sont en effet plus difficilement détectés. Ce biais de détection engendre ainsi une dépendance en τ ou de manière équivalente en la taille des trajectoires [47].

Deuxièmement, lorsqu'un traceur se déplace du rouleau de convection vers le centre de l'écoulement ou inversement, il traverse des champs de vitesse aux propriétés bien distinctes. Pour de longues trajectoires, l'environnement aux temps courts est ainsi très différent de celui aux longs temps. Dans la description eulérienne, cela est causé par l'inhomogénéité de l'écoulement. Les temps de décorrélation lagrangiens sont reliés aux temps de décorrélation eulériens comme nous le verrons par la suite. Dans le contexte lagrangien, on appelle ce phénomène **instationnarité lagrangienne** qui existe même si l'écoulement est effectivement stationnaire temporellement. En 1957, Batchelor proposa une méthode pour étendre les travaux de Taylor portant sur la modélisation lagrangienne de la turbulence aux écoulements autosimilaires [2]. Pour ce faire, Batchelor définit un temps et un champ de vitesse compensés astucieusement. Il est possible de stationnarité artificiellement l'écoulement par une astuce similaire

$$u_s = \frac{u - \langle u \rangle_t}{\sigma_u}.\tag{2.23}$$

Ce faisant le champ de vitesse u_s est parfaitement stationnaire (à l'ordre : moyenne et variance) au sens lagrangien [80].

Troisièmement, au delà de $\tau = 12$ s, nous n'avons plus assez de trajectoires pour que la moyenne soit convergée comme illustré en Fig. 2.36. Aussi, puisqu'en deçà de cette limite, les deux moyennes quadratiques restent assez similaires, il semble raisonnable de penser que biais de détection induit un écart bien supérieur à celui causé par l'instationnarité lagrangienne dont l'effet est principalement visible aux longs temps.



Fig. 2.38 Moyennes quadratiques des composantes des vitesses (a) x, (b) y et (c) z à t et $t + \tau$ en fonction de τ . Les deux quantités sont bien distinctes et dépendent de τ (ou de façon équivalente de la longueur des trajectoires) en raison du biais de détection.

Pour s'affranchir des effets du biais de détection, nous avons recours à l'estimateur - non biaisé - suivant

$$R_{ss}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \sum_{t=0}^{T - \tau} \frac{s(t + \tau)s(t)}{\mathcal{Q}_{s(t)}(\tau)\mathcal{Q}_{s(t+\tau)}(\tau)} \quad \text{avec} \quad t \in [0, 1, ..., T - \tau].$$
(2.24)

Toutefois, nous devons considérer l'ensemble des trajectoires et non une seule. Adaptons l'estimateur non biaisé. Soit N trajectoires s^j ayant une longueur T_j . Pour calculer la corrélation $Rss(\tau)$, seules les trajectoires dont la taille est supérieure à τ sont prises en compte. L'estimation de l'autocorrélation du signal s sera donc le produit $s(t + \tau)s(t)$ moyenné sur le temps t le long de la trajectoire puis sur l'ensemble des trajectoires de taille supérieure à τ . Soit mathématiquement parlant

$$R_{ss}(\tau) = \frac{1}{\mathcal{Q}_{s(t)}(\tau)\mathcal{Q}_{s(t+\tau)}(\tau)N\tau} \sum_{j=1/T_j > \tau}^{N} \sum_{t=0}^{T_j - \tau} s^j(t+\tau)s^j(t) \quad \text{avec} \quad t \in [0, 1, ..., T - \tau] \quad (2.25)$$

où N_{τ} est le nombre de produits $s^{j}(t+\tau)s^{j}(t)$ impliqués dans la moyenne. Par la suite cet estimateur non biaisé sera utilisé pour déterminer les fonctions d'autocorrélation de la vitesse $(s = v_k)$ et de l'accélération $(s = a_k)$.

Par ailleurs, les fonctions d'autocorrélation de la vitesse se déduisent des fonctions de structure d'ordre deux via la relation

$$R_{ss}(\tau) = 1 - \frac{S_{2,s}^{L}(\tau)}{\mathcal{Q}_{s(t+\tau)}^{2}(\tau) + \mathcal{Q}_{s(t)}^{2}(\tau)}$$
(2.26)

En supposant que l'écoulement est stationnaire, on retrouve l'Éq. 2.22. C'est le cas pour nos expériences mais l'Éq. 2.22 constitue un estimateur biaisé car encore une fois la moyenne quadratique de la vitesse $Q_{v_k}^2$ dépend de τ . L'estimateur non biaisé correspond à la première ligne et est rigoureusement identique à celui décrit par l'Éq. 2.24.

V.2.f. Méthode de Machicoane ou comment vérifier la qualité du filtrage?

Les deux méthodes précédentes nécessitent de calculer la vitesse des particules le long des trajectoires. Or cette étape est délicate comme expliqué en sec. 5. Machicoane *et al* ont proposé une méthode alternative permettant de calculer les fonctions d'autocorrélation sans avoir besoin de procéder à un filtrage [40]. Présentons brièvement cette technique.

Méthode de Machicoane ou méthode des dt

Considérons la position d'un traceur au cours du temps à 1D telle que $x(t) = \hat{x} + b$ avec \hat{x} la position réelle et b le bruit de mesure. On définit les incréments temporels dx du signal x sur un pas de temps dt par $dx = x(t + dt) - x(t) = d\hat{x} + db$. On suppose que les incréments de position et de bruit sont décorrélés. Définissons également l'incrément d'ordre $2 d^2x = x(t+dt) + x(t-dt) - 2x(t)$. Écrivons enfin $C_{fg}(\tau) = \langle f(t)g(t+\tau) \rangle_t$ la fonction d'intercorrélation entre deux quantités f et g. On peut montrer que

$$C_{dxdx}(\tau, dt) = C_{\hat{v}\hat{v}}(\tau)dt^{2} + \frac{1}{2}[C_{\hat{v}\hat{a}}(\tau) + C_{\hat{a}\hat{v}}(\tau)]dt^{3} + C_{dbdb}(\tau, dt) + o(dt^{3}),$$

$$C_{d^{2}xd^{2}x}(\tau, dt) = C_{\hat{a}\hat{a}}(\tau)dt^{4} + \frac{1}{12}[C_{\hat{a}(d^{2}\hat{a}/dt^{2})}(\tau) + C_{(d^{2}\hat{a}/dt^{2})\hat{a}}(\tau)]dt^{6} + C_{d^{2}bd^{2}b}(\tau, dt) + o(dt^{6}).$$
(2.27)

La fonction d'autocorrélation de la vitesse $C_{\hat{v}\hat{v}}(\tau)$ s'obtient alors par un ajustement de $C_{dxdx}(\tau, dt)$ par un polynôme d'ordre 2. De même, la fonction d'autocorrélation de l'accélération $C_{\hat{a}\hat{a}}(\tau)$ se déduit de $C_{d^2xd^2x}(\tau, dt)$. Ces estimations sont exemptes de tout bruit de mesure à condition que celui-ci soit corrélé sur des échelles de temps plus petites que les temps de corrélation des positions, ce qui est toujours vérifié dans cette thèse.

Cette méthode est biaisée et ne peut donc être utilisée pour déterminer les temps de corrélation. Toutefois, la comparaison des fonctions d'autocorrélation obtenues par cette méthode à celles issues de l'estimateur biaisé décrit en Éq. 2.21 nous renseigne sur la qualité du filtrage gaussien utilisé pour calculer les vitesses et accélérations. La Fig. 2.39 compare ces deux types de fonctions d'autocorrélation pour les composantes de la vitesse à l'estimateur non biaisé de l'Éq. 2.24. Les courbes obtenues par l'estimateur non biaisé et par la méthode de Machicoane sont très similaires en particulier aux temps courts ; et prouvent que le filtrage gaussien a soustrait le bruit de mesure sans affecter la physique de la position des traceurs, conformément aux conclusions énoncées en sec. 5.

V.2.g. Autocorrélation des vitesses : Mesure du temps intégral la grangien T^L

Les autocorrélations des composantes de la vitesse avec et sans champ moyen calculées par l'estimateur non biaisé sont présentées en Fig. 2.40. Les composantes horizontales x et z ont des corrélations similaires. Avec le champ moyen, ces composantes sont logiquement corrélées sur des temps plus longs : les fluctuations présentent des corrélations temporelles plus faibles que celles du champ total. Au contraire, le champ moyen n'affecte pas la corrélation de la composante verticale. Rappelons-nous que les panaches ont principalement une vitesse verticale et perturbent le champ de vitesse dans cette direction. Le champ moyen n'est pas davantage corrélé que les fluctuations car ce sont elles qui dominent dans cette direction. Le champ moyen de la composante verticale est ainsi davantage perturbé que les autres composantes.

En outre, avec le champ moyen, les trois composantes sont corrélées sur des temps différentes ce qui traduit l'anisotropie à grande échelle de l'écoulement. À l'inverse, sans le champ moyen, les trois composantes ont des corrélations très proches : on retrouve l'isotropie des fluctuations. Quantifions ces différences de corrélation.

 $\mathbf{45}$



Fig. 2.39 Autocorrélation lagrangienne des composantes de la vitesse avec champ moyen (a) x, (b) y, et (c) z, estimé par l'estimateur biaisé (bleu), par la méthode de Machicoane (vert) et par l'estimateur non biaisé (orange). Les courbes obtenues par l'estimateur non biaisé ou par la méthode de Machicoane (biaisée) sont quasi-identiques ce qui indique que le filtrage a retiré le bruit sans affecter les signaux. La vitesse verticale est corrélée sur une échelle de temps plus réduit que les autres composantes, sûrement en raison des panaches.



Fig. 2.40 Autocorrélation des composantes de la vitesse avec et sans champ moyen calculées par l'estimateur non biaisé. Sans le champ moyen, les trois composantes sont corrélées de façon similaire. Avec le champ moyen, la composante verticale est corrélée sur des temps plus courts en raison des panaches dont la vitesse est principalement verticale.

Plusieurs définitions du temps intégral lagrangien existent pour une turbulence homogène isotrope. On considérera donc par la suite uniquement les corrélations des fluctuations de vitesse. Dans la limite $R_{\lambda} \to \infty$, la fonction de corrélation est supposée tendre vers une exponentielle [57]. On définit ainsi T_{∞}^{L} implicitement par

$$Rv_k v_k(\tau) = \exp(-\frac{|\tau|}{T_{\infty}^L}).$$
(2.28)

C'est le temps de corrélation lagrangien appelé temps intégral lagrangien. T_{∞}^{L} est relié au temps

intégral eulérien T^E précédemment défini par la relation [57]

$$T_{\infty}^{L} = \mathcal{T}^{L} = \frac{2}{C_{0}} \frac{T^{E}}{C_{\varepsilon}}, \quad \text{avec} \quad \mathcal{T}^{L} \equiv \frac{2}{C_{0}} \frac{\mathcal{Q}_{v_{i}}^{2}}{\varepsilon}.$$
 (2.29)

où C_{ε} est une constante de l'ordre de l'unité telle que $\varepsilon = C_{\varepsilon} \frac{\sigma_u^2}{T^E}$. En raison du biais de détection des longues particules, évoqué en sec. e, nous devons adapter l'expression de \mathcal{T}^L suivant

$$\mathcal{T}^{L} \equiv \frac{2}{C_0} \frac{\sqrt{\mathcal{Q}_{v_i}^2(t)\mathcal{Q}_{v_i}^2(t+\tau)}}{\varepsilon}.$$
(2.30)

Pour R_{λ} fini, on peut définir le temps de corrélation à partir des fonctions d'autocorrélation lagrangiennes tel que

$$T_{L,k} \equiv \int_0^\infty R_{v_k v_k}(\tau) \mathrm{d}\tau.$$
(2.31)

Toutefois, il nous est difficile en pratique d'utiliser cette définition car les fonctions d'autocorrélation lagrangiennes sont connues sur des temps trop courts : nous manquons de longues trajectoires pour les estimer correctement aux temps longs. Aussi elles atteignent rarement l'axe des abscisses ce qui fausse les temps obtenus. Dans le cadre des modèles stochastiques, les deux définitions sont reliées par l'équation [57]

$$T^{L} = T^{L}_{\infty} \left(1 + \frac{C_{0}^{2}}{4a_{0}} \frac{1}{\sqrt{Re}} \right) = T^{L}_{\infty} \left(1 + \frac{C_{0}^{2} \tau_{\eta}}{4a_{0}T^{E}} \right).$$
(2.32)

Sawford et al proposent une modélisation pour l'autocorrélation de la vitesse telle que

$$Rv_k v_k(\tau) = \frac{\beta_2 \exp(\beta_1 |\tau|) - \beta_1 \exp(\beta_2 |\tau|)}{\beta_2 - \beta_1},$$
(2.33)

avec

$$\beta_{1} = -\frac{1}{T_{\infty}^{L}}$$

$$\beta_{2} = -\frac{2a_{0}}{C_{0}}\frac{1}{\tau_{n}}.$$
(2.34)

Les inverses de β_1 et β_2 sont ainsi reliés aux temps caractéristiques T_{∞}^L et τ_{η} . L'exponentielle en β_2 décrit l'évolution aux temps courts de l'autocorrélation tandis que l'exponentielle en β_1 dépeint son comportement aux temps longs. En ajustant simultanément les autocorrélations de la vitesse et de l'accélération par ce modèle et celui décrit par l'Éq. 2.37, on détermine les deux coefficients β_1 et β_2 . Nous proposons en Fig. 2.41a et 2.42 de suivre l'évolution de ces deux coefficients en fonction de R_{λ} .

Commençons par β_1 ou plutôt $T_{\infty,i}^L = -1/\beta_{1,i}$ qui en découle et dont la dépendance en R_λ est dépendence par la Fig. 2.41a pour chaque composante *i*. Nous avons également tracé \mathcal{T}_i^L défini par l'Éq. 2.30 : conformément à l'Éq. 2.29 les deux quantités $T_{\infty,i}^L$ et \mathcal{T}_i^L sont identiques aux incertitudes près. On constate que le temps intégral lagrangien T^L décroît avec R_λ . En effet, lorsque la turbulence est davantage développée à grand R_λ , l'écoulement est corrélé sur des temps plus courts.

Puisque nous avons mesuré le temps intégral eulérien T^E en sec. c, nous pouvons désormais en déduire la constante C_{ε} implicitement définie par l'Éq. 2.29 en traçant le ratio $\frac{2}{C_0} \frac{T^E}{T_{\infty}^L}$. La Fig. 2.41b en illustre la progression en fonction de R_{λ} . Les points issus de simulations numériques de turbulence forcée ou décroissante sont aussi tracés et sont en excellent accord avec les points expérimentaux [64]. Nous obtenons ici des valeurs comprises entre 1 et 2 aux incertitudes près. Il n'est pas possible de conclure quant à une éventuelle variation en fonction de R_{λ} étant donné les incertitudes. Néanmoins, les travaux de Sreenivasan et *al* semblent indiquer une décroissance de C_{ε} en fonction de R_{λ} [64]. Plus récemment, la dépendance de C_{ε} en fonction du forçage et de la géométrie a été remarquée et modélisée [77]. À propos de β_2 , nous confrontons en Fig. 2.42 les valeurs obtenues par l'ajustement et notées $\beta_{2,i}^{exp}$ à celles prédites par l'Éq. 2.34 et notées $\beta_{2,i}^{th}$. Ces dernières sont calculées en utilisant les estimations de a_0 et C_0 détaillées précédemment pour chaque composante et pour chaque expérience. Les quantités ajustées sont plus petites qu'attendu, le temps caractéristique $1/\beta_2$ est donc trop grand. Il peut s'agir d'un effet résiduel du filtrage ou du modèle de Sawford pour lequel la dynamique de l'accélération n'est pas définie. Des modèles infinis plus sophistiqués pourraient être testés [81] dans ce sens.

La dynamique est toutefois la même pour les valeurs expérimentales et les prédictions puisque $\beta_{2,i}^{exp}$ et $\beta_{2,i}^{th}$ croissent avec R_{λ} . Souvenons-nous que le coefficient β_2 est proportionnel à $1/\tau_{\eta}$ et qu'il caractérise l'autocorrélation lagrangienne aux temps courts. À mesure que R_{λ} augmente, la turbulence se développe de plus en plus. Le temps de dissipation de Kolmogorov décroît donc ce qui implique que β_2 croît.

Nous avons succinctement évoqué l'analogue lagrangien R_{λ}^{L} de R_{λ} en sec. 2. Sawford définit R_{λ}^{L} par la relation suivante

$$R_{\lambda}^{L} \equiv \frac{16a_{0}^{2}}{C_{0}^{4}}Re = \frac{\beta_{2}}{\beta_{1}} = \frac{T_{\infty}^{L}}{\tau_{\eta}^{L}}.$$
(2.35)

Le nombre de Reynolds lagrangien R_{λ}^{L} compare ainsi le temps intégral T^{L} au temps de Kolmogorov τ_{η} . Or le nombre de Reynolds correspond au rapport du temps intégral eulérien T^{E} et du temps de Kolmogorov. Ces deux nombres quantifient donc la séparation des échelles lagrangiennes et eulériennes. Pourtant, si le pré-facteur de l'Éq.2.35 est très différent de l'unité, alors les échelles lagrangienne et eulérienne auront des séparations très différentes. Pour les trois expériences A, B et C, ce pré-facteur varie de 2 à 7. Nous pouvons désormais tracer ce nombre de Reynolds lagrangien en fonction de R_{λ} pour chaque composante : c'est la Fig. 2.43. La loi empirique de Sawford régissant la relation entre les deux quantités (Éq. 2.12) est également représentée en rouge et est en bon accord avec les points expérimentaux.





(a) L'Éq. 2.29 est remarquablement bien vérifiée pour tout R_{λ} .

(b) Ratio $\frac{2T^E}{C_0 T_{\infty}^L} = C_{\varepsilon,i}$ en fonction de R_{λ} . L'accord avec les points issus de simulations numériques de turbulence homogène et isotrope [Sawford1998] est excellent.

Fig. 2.41 Évolution de (a) $T_{\infty,i}^L$ et de (b) $C_{\varepsilon,i}$ en fonction de R_{λ} pour chaque composante *i*.



Fig. 2.42 Évolution de $\beta_{2,i}$ en fonction de R_{λ} pour chaque composante *i*. Les valeurs issues des ajustements $\beta_{2,i}^{exp}$ sont plus faibles que les valeurs attendues $\beta_{2,i}^{th} = \frac{2a_0}{C_0\tau_{\eta}}$. Les deux quantités suivent croissent néanmoins en fonction de R_{λ} .

V.3. Autocorrélation de l'accélération : mesure de τ_0 temps de dissipation lagrangien

Pour un signal stationnaire on peut déduire l'autocorrélation de l'accélération à partir de celle de la vitesse par la relation

$$R_{a_k a_k}^L(\tau) = -\frac{\mathcal{Q}_{v_k}^2}{\mathcal{Q}_{a_k}^2} \frac{\mathrm{d}^2 R_{v_k v_k}^L}{\mathrm{d}\tau^2}.$$
 (2.36)

Le modèle de Sawford décrivant l'autocorrélation eulérienne de la vitesse $R_{v_k v_k}^L(\tau)$ par l'Éq. 2.33 impose donc

$$R_{a_k a_k}^L(\tau) = -\frac{\beta_1^2 \beta_2 \exp(\beta_1 |\tau|) - \beta_1 \beta_2^2 \exp(\beta_2 |\tau|)}{\beta_1 \beta_2 (\beta_2 - \beta_1)}.$$
(2.37)

C'est cette expression que nous utilisons pour ajuster les fonctions d'autocorrélation de l'accélération lagrangienne simultanément à celles de la vitesse.

On trace en Fig. 2.44 ces fonctions de corrélation lagrangienne de l'accélération avec et sans champ moyen pour l'expérience B. Aux petits temps ($\tau \sim 0.5$ s), on observe un léger écart à la décroissance exponentielle : il s'agit d'un résidu de bruit. Remarquons que l'écart est plus conséquent pour les composantes horizontales x et z et quasiment inexistant pour la composante verticale y.

Ces fonctions d'autocorrélation avec et sans champ moyen restent très similaires. Lorsque ce dernier est pris en compte, l'autocorrélation tend vers un plateau positif et coupe l'axe des abscisses à des temps plus grands que les deux autres composantes. En revanche, sans le champ moyen, cette particularité disparaît : on retrouve certainement ici le caractère isotrope des fluctuations. Quantifions désormais ces observations.

Il est courant de définir un temps typique τ_0 tel que $R_{a_k a_k}(\tau_0) = 0$: on parle de **temps dissipatif lagrangien**. C'est un autre temps caractéristique de la dynamique lagrangienne, qui est analytiquement relié à β_2 par la relation

$$\tau_0 = \frac{1}{\beta_2} \frac{R_\lambda}{2R_\lambda - 2} \ln R_\lambda^2 \tag{2.38}$$



Fig. 2.43 Évolution de l'analogue lagrangien R_{λ}^{L} de R_{λ} en fonction de R_{λ} pour chaque composante. Le modèle proposé par Sawford est représenté en rouge et est en bon accord.



Fig. 2.44 Autocorrélation de l'accélération (a) avec et (b) sans le champ moyen pour l'expérience B.

obtenue par le modèle de Sawford. Le modèle stochastique de Sawford prédit que l'autocorrélation lagrangienne de l'accélération devient négative pour $\tau \sim 2 - 3\tau_{\eta}$. La Fig. 2.45 propose l'évolution de ce temps dissipatif lagrangien en fonction de R_{λ} .

La dynamique en fonction de R_{λ} est claire : plus la turbulence est développée (grand R_{λ}) et plus le temps dissipatif lagrangien est court. Ceci est attendu et cohérent avec l'évolution de tous les temps caractéristiques (temps intégrals eulérien T^E et lagrangien T^L) en fonction de R_{λ} .

CHAPITRE 2



Fig. 2.45 Évolution de τ_0 en fonction de R_{λ} pour chaque composante. Les valeurs $\tau_{0,i}^{th}$ issues du modèle de Sawford et de l'Éq. 2.38 sont également reportées et sont en très bon accord avec les points expérimentaux

VI. Dispersion de paires

Jusqu'à présent nous avons étudié les statistiques à une particule. Les statistiques multiparticules sont néanmoins utiles pour comprendre les phénomènes de dispersion de polluants ou de mélange dans un écoulement. Nous allons maintenant nous restreindre aux statistiques à deux particules : on parle de **dispersion de paires**.

Considérons une paire de particules, éloignées d'une distance Δ_0 initialement comme représenté en Fig. 2.46. On notera $\Delta(t)$ le vecteur séparant les particules à l'instant t. Ces particules se dispersent avec le temps selon plusieurs régimes qui font l'objet de prédictions depuis 1926 [54, 51, 3]. Néanmoins les confirmations expérimentales dans des écoulements fortement turbulents n'ont été observées que récemment [6]. Les Éq. 2.39 définissent la norme de la séparation $D^2_{\Delta_0}(t)$ et de la projection $R^2_{\Delta_0 k}(t)$ de cette séparation sur chaque composante k.



Fig. 2.46 Principe de la dispersion de paire. On suit l'éloignement de deux particules à cours du temps. Leur séparation initiale est notée Δ_0 .

$$D_{\Delta_0}^2(t) = \left\langle (\boldsymbol{\Delta}(t) - \boldsymbol{\Delta}_0)^2 \right\rangle,$$

$$R_{\Delta_{0,k}}^2(t) = \left\langle (\boldsymbol{\Delta}_k(t) - \boldsymbol{\Delta}_{0,k})^2 \right\rangle.$$
(2.39)

 $\Delta(t)$ est le vecteur séparant les deux particules à l'instant t et Δ_0 est ce même vecteur à l'instant initial. De même, les composantes de ces deux vecteurs sont notées $\Delta_k(t)$ et $\Delta_{0,k}(t)$ respectivement.

Trois régimes sont attendus selon les temps considérés. Aux temps courts, le régime balistique ou de Batchelor impose

$$D_{\Delta_0}^2 \propto S_v^2(\Delta_0) t^2$$
 pour $t < t^* = (\frac{\Delta_0^2}{\varepsilon})^{1/3}$ (2.40)

avec $S_v^2(\Delta_0)$ la fonction de structure eulérienne de la vitesse pour une séparation Δ_0 .



Fig. 2.47 Dispersion de paire pour (a) des petites séparations initiales ($\Delta_0 = 3\eta, 7\eta, 11\eta, 19\eta$), (b) des grandes séparations initiales ($\Delta_0 = 21\eta, 41\eta, 81\eta, 161\eta, 242\eta$). (c) Nombre de paires de trajectoires utilisées lors du moyennage. Le régime balistique en τ^2 est observé pour toutes les séparations initiales. Pour les petites, on observe le régime diffusif turbulent en τ .

Au delà de t^* , le régime super-diffusif est attendu, dit de Richardson-Obuckov pour lequel

$$D_{\Delta_0}^2 = g\varepsilon t^3 \qquad \text{pour} \qquad t^* < t < T^L \tag{2.41}$$

avec T^L le temps intégral la grangien et g la constante de Richardson, qui est attendue universelle. Enfin pour de grandes séparations temporelles et spatiales, on attend un régime diffusif turbulent tel que

$$D_{\Lambda_0}^2 \propto \sigma_v^2 t$$
 pour $t > T^L$. (2.42)

On présente en Fig. 2.47, l'évolution des dispersions de paires $D^2_{\Delta_0}$ en fonction du temps t/t^* et pour des séparations initiales Δ_0 variées. Le nombre de paires de trajectoires utilisées pour le moyennage est également représenté. On constate qu'il n'y a plus assez de paires de trajectoires au delà de $t \sim t^*$ ce qui limite les échelles accessibles.

Le régime balistique est bien visible pour toutes les séparations initiales. En ajustant les points dans ce régime pour la dispersion de paire des composantes $R^2_{\Delta_{0,k}}$ (non représentées ici), on obtient directement les fonctions de structures eulériennes pour chaque séparation initiale Δ_0 . C'est ce qui était illustré en Fig. 2.27. Cette méthode a l'élégance de fournir les fonctions de structure eulériennes de la vitesse sans nécessiter un quelconque filtrage. Rappelons que l'étape de filtrage est critique : nous renvoyons le lecteur à la sec. 5 pour davantage de précision. L'accord avec les fonctions de structure pseudo-eulériennes (calculées à partir des expériences de suivi lagrangien) est excellent ce qui prouve à nouveau que le filtrage n'a pas détérioré la physique des trajectoires.

Le régime super-diffusif en t^3 n'est jamais observé. Le régime diffusif turbulent est observé seulement pour les petites séparations initiales pour lesquelles la gamme d'échelles temporelles accessibles est plus étendue à cause de la définition de t^* . En effet, les trajectoires sont reconstruites sur des temps allant jusqu'à une vingtaine de seconde. Mais t^* est proportionnel à de la séparation



Fig. 2.48 Dispersion de paire compensée $\frac{D_{\Delta_0}^2}{\varepsilon_{local}\tau^3}$ pour de petites séparations initiales. Un plateau est attendu et devrait correspondre à la constante de Richardson g.

initiale $\Delta_0^{2/3}$ à la puissance 2/3: pour les petites séparations initiales, t^*est petit donc le ratio t/t^* sera plus grand pour une taille de trajectoire donnée.

Dans le régime de Richardson, on a

$$D_{\Delta_0}^2 = g\langle \varepsilon \rangle_{loc} t^3, \tag{2.43}$$

avec g la constante de Richardson. En regardant l'évolution de $D^2_{\Delta_0}$ pour les plus petites séparations initiales, (voir Fig. 2.48) on peut estimer la valeur de g connaissant la valeur de ε_{local} mesurée en sec. 1. Le graphe compensé de la Fig. 2.48 devrait tendre vers un plateau. Ce plateau est assez peu défini mais on peut estimer que $g \sim [1 - 10]$. L'ordre de grandeur est correct puisqu'on attend $g \sim 2 - 4$ [38]. Les expériences ne sont pas suffisamment résolues spatialement pour obtenir une estimation plus précise. Des expériences sur des volumes plus restreints pourraient être menées à cet effet.

VII. Synthèse et perspectives

- ✓ Au cours de ce chapitre, nous avons mené plusieurs expériences de suivi lagrangien à trois nombres de Rayleigh différents. La plupart du volume de l'écoulement était ainsi visualisé avec une résolution spatiale de l'ordre de l'échelle de Kolmorogov η .
 - ⇒ La résolution spatiale de l'expérience pourrait être améliorée par l'emploi de caméras mieux résolues. Nous pourrions alors accéder aux échelles sub-Kolmogorov tout en visualisant l'ensemble de l'écoulement.
- \checkmark Les études statistiques menées à partir des expériences eulériennes de PIV et lagrangienne sont cohérentes et caractérisent à la fois le rouleau de convection ainsi que les fluctuations de vitesse ou d'accélération qui sont conformes aux attentes pour une turbulence homogène et isotrope.
 - ⇒ L'étude des statistiques sur des zones spécifiques de l'écoulement n'est pas assez convergée par manque de données. Pourtant cette étude permettrait certainement de mieux comprendre l'impact des panaches en se restreignant à des zones proches des parois. De même en s'intéressant à des zones à gauche ou à droite, là où le fluide se déplace princi-

palement selon la verticale, l'effet du rouleau de convection sur ces statistiques pourrait être quantifié [33].

- ✓ Nous avons caractérisé pleinement la dynamique dissipative et inertielle de l'écoulement. En considérant seulement les fluctuations de la vitesse on retrouve les comportements d'une turbulence homogène isotrope. Les modèles de la turbulence lagrangienne se basent sur deux paramètres que sont la constante universelle C_0 ainsi que la constante de l'accélération a_0 . Celles-ci font l'objet d'une étude systématique en fonction du nombre de Reynolds R_{λ} basé sur l'échelle de Taylor. Leur évolution est conforme aux observations numériques et expérimentales connues à ce jour [64].
 - ⇒ Les constantes C_0 et a_0 n'ont pu être mesurées que sur une courte gamme de R_{λ} déterminée par les limites de expérience. Réaliser de la convection thermique dans de l'hélium liquide permet d'atteindre des nombres de Rayleigh bien supérieurs : on pourrait *in fine* élargir la gamme de R_{λ} accessible.
- ✓ Ainsi, nous avons montré que l'écoulement en convection de Rayleigh-Bénard peut simplement se modéliser par les modèles de turbulence lagrangienne auxquels on associe un écoulement grande échelle. Le modèle stochastique à deux temps de Sawford décrit très bien la dynamique du système, qui est d'ailleurs principalement régie par les fluctuations de vitesse.
 - ⇒ Des modèles plus complexes ont récemment vu le jour et prennent davantage en compte la dynamique à petit temps [81]. Comparer les prédictions du modèle infini avec ces résultats expérimentaux serait digne d'intérêt.
- ✓ La constante C_{ε} a également été tracée en fonction de R_{λ} et son évolution est cohérente avec les simulations numériques.
 - ⇒ Cette constante semble dépendre de l'écoulement considéré ainsi que de sa géométrie [77]. On pourrait comparer les résultats de cette thèse à ceux obtenus pour de la convection thermique dans une cellule rectangulaire.
- \checkmark Les statistiques à deux particules (dispersion de paires) n'ont pu être pleinement étudiées en raison de la résolution spatiale insuffisante.
 - ⇒ Des expériences zoomées à différents endroits de l'écoulement mettraient en lumière l'impact des panaches ou du rouleau de convection sur ces statistiques.

Étude énergétique échelle par échelle

Sommaire

I . Contexte théorique	57
1 . Transformation en ondelette	57
2 . Obtention de l'équation de Karmàn-Howarth	57
3 . Interprétation de D_I^ℓ et de D_{ν}^ℓ	61
4 . Lois d'échelle	61
5 . Expression des différents termes	63
II . Étude préliminaire	64
1 . Analyse numérique	64
a. Effets de bords	64
b. Effets de bords et movennage spatial	65
2. Analyse physique	66
a . Convergence des movennes	66
b. Movennes temporelles : cartes spatiales	67
c . Moyennes spatio-temporelles	69
III . Les expériences et simulations en Rayleigh-Bénard	71
1. Expériences	71
a . Mesures Lisse-Lisse	72
2 . Simulations numériques de Rayleigh-Bénard	73
IV . Lois d'échelles de D_I^ℓ et D_{μ}^ℓ	75
1 . Sans champ moyen	75
2.2D2C versus 2D3C	77
3 . Influence du nombre de Rayleigh	79
4. Caractérisation spatiale des échanges énergétiques	80
5. Effet du champ moyen	83
a . Effet sur les lois d'échelle	83
b . Effet sur les cartes spatiales	86
V . Influence de la rugosité des plaques horizontales	88
1 . Expériences Rugueux-Lisse	88
2. Lois d'échelles de D_I^ℓ et de D_{ν}^ℓ	90
3. Caractérisation spatiale des échanges énergétiques	91
a . Transfert inter-échelles	91
b. Dissipation visqueuse	92
c . Écart-types des moyennes temporelles de D^ℓ_I et de $D^\ell_{ u}$	93

d . Interprétation énergétique	95
VI . Analyse statistique	97
1 . Distributions des coefficients D^I et D^{ν}	97
2 . Étude des extrema et de leur topologie)1
VII . Synthèse et perspectives)4

Introduction

Beaucoup de prédictions théoriques (Kolmogorov 41 et 62, Bolgiano) ont été énoncées pour des écoulements homogènes et isotropes. Or en convection de Rayleigh-Bénard, l'écoulement est fortement inhomogène et anisotrope à grande échelle, à cause de l'écoulement grande échelle bien établi. Ces prédictions ont néanmoins été vérifiées en se plaçant au centre de l'écoulement, appelé *bulk*, où la turbulence reste relativement homogène et isotrope. Toutefois, l'effet du champ moyen sur ces prédictions est encore un sujet de recherche.

Par ailleurs, on suppose généralement que les champs de vitesse sont suffisamment réguliers pour vérifier l'équation de Navier-Stokes. Pourtant, de forts gradients sont observés expérimentalement ainsi que des phénomènes d'intermittence. Ces phénomènes pourraient s'expliquer par l'existence de singularités au sein de l'écoulement où le champ de vitesse ne serait plus régulier [15]. Même dans le contexte des prédictions de Kolmogorov, le champ de vitesse présente des irrégularités car nous avons

$$|\langle (\delta \boldsymbol{u})^3 \rangle| \le \langle |\delta \boldsymbol{u}|^3 \rangle \tag{3.1}$$

en notant $\langle \cdot \rangle$ la moyenne statistique. Supposons qu'il existe un h et un C tels que $\forall x$ et $\ell \leq \ell_0$:

$$|\delta \boldsymbol{u}| \le C\ell^h. \tag{3.2}$$

Mathématiquement parlant, on dit que le champ de vitesse est uniformément Hölder continu avec l'exposant h^{1} . L'Éq. 3.1 devient alors

$$|\langle (\delta \boldsymbol{u})^3 \rangle| \le C^3 \ell^{3h} \tag{3.3}$$

Or, la loi des 4/5 impose que $|\langle (\delta \boldsymbol{u})^3 \rangle| \sim \ell$. Pour que l'inégalité de l'Éq 3.3 ainsi que la loi des 4/5, il faut que $h \leq 1/3$ sans quoi $|\langle (\delta \boldsymbol{u})^3 \rangle|$ tendra vers 0 plus rapidement que ℓ . Sous cette condition, le champ est irrégulier car les gradients qui évoluent en ℓ^{h-1} divergent dans la limite $\ell \to 0$. On dit que ces champs sont "rugueux" par opposition aux champs "lisses" dont l'exposant de Holder est h = 1 partout. L'étude de ces champs rugueux pose problème car les dérivées partielles des équations de Navier-Stokes par exemple ne sont plus correctement définies. Un outil permettant cette étude fut développé par Leray (1934) et appelé *formulation faible*. Il s'agit de lisser les champs de vitesse sur une échelle ℓ variable. Pour toute échelle ℓ , le champ lissé est suffisamment régulier pour utiliser les outils d'analyse classiques. L'extrapolation des comportements lorsque $\ell \to 0$ indique les propriétés du champ rugueux.

Enfin, cette décomposition en échelle dresse le bilan des échanges énergétiques pour l'échelle ℓ et détermine notamment le sens des transferts d'énergie entre les échelles supérieures et inférieures à ℓ . Chaque terme de ce bilan dépend notamment de la position x au sein de l'écoulement ce qui permet de caractériser la dépendance spatiale de ces échanges d'énergie. Par exemple, nous pouvons déduire une carte du taux de dissipation visqueuse ε mais également observer les cascades d'énergie directe et inverse selon la zone de l'écoulement considérée [17]. C'est ce bilan énergétique local qui nous intéressera dans ce chapitre.

^{1.} Pour plus de précisions, consulter [15] dont est inspirée cette introduction.

Après avoir présenté le contexte et les outils théoriques, nous caractérisons ces outils à l'aide notamment de simulations numériques. Nous interprétons les lois d'échelles obtenues expérimentalement en les confrontant à leurs équivalents numériques. Enfin, une étude statistique est menée pour mieux comprendre les échanges énergétiques en convection de Rayleigh-Bénard.

I. Contexte théorique

I.1. Transformation en ondelette

L'idée de la formulation faible consiste à raisonner non plus avec les champs de vitesse mais avec leur moyennes locales calculées sur une échelle ℓ variable. Ainsi, il devient possible d'établir des bilans échelle par échelle. L'outil permettant ce lissage local s'appelle *transformée en ondelette*. La transformée en ondelette u^{ℓ} d'un champ u en x à l'échelle ℓ via une fonction ϕ^{ℓ} est définie par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{u}^{\ell}(\phi, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{x}, \ell) = \int_{\mathbb{R}^3} \phi^{\ell}(\boldsymbol{y}) \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y}) \mathrm{d}^3 \boldsymbol{y}.$$
(3.4)

La fonction ϕ^ℓ doit vérifier l'égalité suivante :

$$\int_{\mathbb{R}^n} \phi^{\ell}(\boldsymbol{y}) \mathrm{d}^n \boldsymbol{y} = 1 \qquad \forall \ell \in \mathbb{N} \text{ à la dimension } n.$$
(3.5)

Cette fonction doit également être au moins différentiable deux fois pour que le champ u^{ℓ} vérifie l'équation de Navier-Stokes. Enfin, cette fonction doit être de support compact sur \mathbb{R}^3 , positive et localisée spatialement [15]. Dans cette thèse, la fonction ϕ^{ℓ} est toujours une fonction gaussienne [15, 12, 76] telle que

$$\phi^{\ell}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{(\pi\ell^2)^{n/2}} e^{-\boldsymbol{\xi}\cdot\boldsymbol{\xi}/\ell^2} \qquad \text{à la dimension } n.$$
(3.6)

Physiquement parlant, la transformée en ondelettes peut se comprendre comme une moyenne locale sur une échelle spatiale typique ℓ du champ u. La Fig. 3.1 illustre l'effet d'une transformation en ondelette de la composante u d'un champ de vitesse. Le champ de vitesse provient d'une simulation de turbulence homogène et isotrope du John Hopkins Turbulence Database dont nous discutons en sec. 2 . La Fig. 3.1b montre à la fois la transformée en ondelettes u^{ℓ} du champ u pour une échelle $\ell = 3, 1 \times 10^{-2}$ u·a (unité arbitraire) (plan horizontal) ainsi que pour un ensemble d'échelles comprises entre $\ell = 3, 1 \times 10^{-2}$ u·a et 1,9 u·a (plan vertical). Les extrema deviennent de plus en plus petits à mesure que l'échelle augmente. En effet, si l'échelle ℓ est grande, cela signifie que le moyennage est fait sur une zone étendue : les extrema sont donc lissés davantage et ont une valeur plus petite. Ceci est bien visible en Fig. 3.1c où sont représentées les transformées en ondelettes u^{ℓ} pour trois échelles ℓ . On remarque que pour une petite échelle ℓ (à gauche), la transformée u^{ℓ} ressemble beaucoup au champ u. Plus l'échelle ℓ est grande et plus la transformée u^{ℓ} est lissée et perd les fluctuations à courtes échelles. Autrement dit, cette transformation en ondelette permet de lisser le champ sur les échelles inférieures à ℓ : toute information aux échelles inférieures est perdue mais le champ sur les échelles en en comporte pas de singularités.

Notons que lorsque $\ell \to 0$, la transformée en ondelette u^{ℓ} tend vers le champ de vitesse u.

I.2. Obtention de l'équation de Karmàn-Howarth

Le traitement échelle par échelle discuté dans cette partie consiste en une analyse des échanges énergétiques au sein de l'écoulement. Ces échanges sont régis par une équation bilan, connue sous le nom d'équation de Karmàn-Howarth, et qui s'obtient à partir de l'équation de Navier-Stokes. Dans cette section, nous détaillons ce calcul comme l'ont fait Duchon et Robert [16]. Nous utiliserons la notation d'Einstein, autrement dit l'on somme tout indice répété. Aussi on aura par exemple $u_i u_i = u_1^2 + u_2^2 + u_3^3$ si l'on est à 3 dimensions.



(a) Champ de vitesse u provenant d'une simulation de HIT [34, 52].

(b) Transformée en ondelette u^{ℓ} à $\ell = 3.1 \times 10^{-2}$ (plan horizontal) et pour plusieurs échelles sur la gamme 0.031-1.9.



Fig. 3.1 Exemple de transformée en ondelette d'un champ u issu d'une simulation de turbulence homogène et isotrope dont nous discutons en sec. 2 . Plus l'échelle ℓ est grande et plus cet outil moyenne sur une zone étendue.

Commençons par calculer la transformée en ondelette de l'équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible; il vient

$$\frac{\partial u_i^\ell}{\partial t} + \partial_j \left(u_i u_j \right)^\ell = -\frac{1}{\rho} \partial_i p^\ell + \nu \partial^2 u_i^\ell + f_i^\ell, \qquad (3.7)$$
$$\partial_i u_i^\ell = 0.$$

L'expression exacte du terme de forçage f_i^{ℓ} dépend du système étudié. Introduisons le tenseur des contraintes de sous-maille (Reynolds stress tensor) τ_{ij} tel que

$$\tau_{ij}^{\ell} = (u_i u_j)^{\ell} - u_i^{\ell} u_j^{\ell} \tag{3.8}$$

qui traduit l'interaction des grandes échelles avec les petites échelles. Les Éq.3.7 deviennent alors en utilisant l'incompressibilité de l'écoulement

$$\frac{\partial u_i^\ell}{\partial t} + u_j^\ell \partial_j u_i^\ell = -\partial_j \tau_{ij}^\ell - \frac{1}{\rho} \partial_i p^\ell + \nu \partial^2 u_i^\ell + f_i^\ell,
\partial_i u_i^\ell = 0.$$
(3.9)

Par ailleurs, on peut réécrire

$$u_i^{\ell} u_j \partial_j u_i = u_j^{\ell} u_i \partial_i u_j,$$

= $\partial_i \left(u_j u_j^{\ell} u_i \right) - u_j u_i \partial_i u_j^{\ell} + u_j u_j^{\ell} \partial_i \widetilde{u_i}.$ (3.10)

où le dernier terme s'annule en raison de l'incompressibilité. On multiplie l'Éq 3.9 par u_i et l'équation de Navier-Stokes par u_i^{ℓ} puis l'on somme ces deux termes. Il vient

$$\partial_t \left(u_i u_i^\ell \right) + \partial_i T_i = \varepsilon^\ell + \nu u_i^\ell \partial^2 u_i + \nu u_i \partial^2 u_i^\ell + u_i^\ell f_i + u_i f_i^\ell$$
(3.11)

avec

$$T_{i} = u_{j}u_{j}^{\ell}u_{i} + \frac{1}{\rho}\left(u_{i}^{\ell}p + u_{i}p^{\ell}\right), \qquad (3.12)$$

$$\varepsilon^{\ell} = u_i u_j \partial_i u_j^{\ell} - u_j \partial_i \left[u_i u_j \right]^{\ell}.$$
(3.13)

Il convient à présent de ré-exprimer ces deux quantités différemment pour en faciliter l'interprétation physique.

Introduisons une quantité importante appelée incrément de vitesse et définie par

$$\delta \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{x}) = \boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{x}) - \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}). \tag{3.14}$$

On notera également la dérivée partielle selon la composante k de $\boldsymbol{\xi}$ par $\partial_{\boldsymbol{\xi}_k} \equiv \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\xi}_k}$. Nous allons réécrire tous les termes en fonction de cet incrément de vitesse.

Calculs intermédiaires

On notera $u_i^* = u_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi})$ et $u_i = u_i(\boldsymbol{x})$. Nous aurons donc $\partial_{\boldsymbol{\xi}_k} u_i = 0$. Calculons le terme

$$4D_{I}^{\ell}(\phi^{\ell}, \boldsymbol{x}) \equiv \int_{\mathbb{R}^{3}} \mathrm{d}^{3}\boldsymbol{\xi} \nabla_{\boldsymbol{\xi}} \phi^{\ell} \cdot \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{u} \left(\boldsymbol{\delta} \boldsymbol{u}\right)^{2}$$

$$= \int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \partial_{\xi_{k}} \phi^{\ell} \delta u_{k} \left(\delta u_{i} \delta u_{i}\right),$$

$$= -\int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \phi^{\ell} \partial_{\xi_{k}} \left(\delta u_{k} \delta u_{i} \delta u_{i}\right),$$

$$= -\int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \phi^{\ell} \partial_{\xi_{k}} \left[\left(u_{k}^{*} - u_{k}\right)\left(u_{i}^{*} - u_{i}\right)^{2}\right],$$

$$= -\int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \phi^{\ell} \partial_{\xi_{k}} \left[u_{k}^{*} u_{i}^{*} - 2u_{k}^{*} u_{i}^{*} u_{i} + u_{k}^{*} u_{i} u_{i} - u_{k} u_{i}^{*} u_{i}^{*} + 2u_{k} u_{i}^{*} u_{i} - u_{k} u_{i} u_{i}\right],$$

$$= -\partial_{k} \left[u_{k} u_{i} u_{i}\right]^{\ell} + 2u_{i} \partial_{k} \left[u_{k} u_{i}\right]^{\ell} - u_{i} u_{i} \partial_{k} d_{k}^{\ell} + u_{k} \partial_{k} \left[u_{i} u_{i}\right]^{\ell} - 2u_{k} u_{i} \partial_{k} u_{i}^{\ell} + 0.$$
(3.15)

Soit d'après l'Éq3.13

$$-\partial_i \left[u_i u_j u_j \right]^{\ell} + \partial \left(u_i \left[u_j u_j \right]^{\ell} \right) - 4D_I^{\ell} = 2\varepsilon^{\ell}.$$
(3.16)

Par ailleurs, on peut ré-exprimer les termes visqueux de l'Éq. 3.11 sous la forme

$$\partial_{j} \left(u_{i}^{\ell} \partial_{j} u_{i} - u_{i} \partial_{j} u_{i}^{\ell} \right) + u_{i} \partial^{2} u_{i}^{\ell} = \partial_{j} u_{i} \partial_{j} u_{i}^{\ell} + u_{i}^{\ell} \partial^{2} u_{i} - \partial_{j} u_{i} \partial_{j} u_{i}^{\ell} - u_{i} \partial^{2} u_{i}^{\ell} + u_{i} \partial^{2} u_{i}^{\ell},$$

$$= u_{i}^{\ell} \partial^{2} u_{i}$$

$$(3.17)$$
$$\frac{D_{\nu}^{\ell}\left(\phi^{\ell},\boldsymbol{x}\right)}{\nu} \equiv \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^{3}} \mathrm{d}^{3}\boldsymbol{\xi} \nabla^{2} \phi^{\ell} \left(\boldsymbol{\delta u}\right)^{2} = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \partial^{2} \phi^{\ell} \delta u_{i} \delta u_{i}, \\
= \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \phi^{\ell} \partial^{2} \left[(u_{i}^{*} - u_{i})^{2} \right], \\
= \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^{3}} \prod_{j} \mathrm{d}\xi_{j} \phi^{\ell} \partial^{2} \left[u_{i}^{*} u_{i}^{*} - 2u_{i}^{*} u_{i} + u_{i} u_{i} \right], \\
= \frac{1}{2} \partial^{2} \left[u_{i} u_{i} \right]^{\ell} - u_{i} \partial^{2} u_{i}^{\ell}.$$
(3.18)

Les quantités D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} dépendent du choix de la fonction ϕ^{ℓ} , de l'échelle ℓ et de la position \boldsymbol{x} si l'on considère un champ de vitesse $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ dépendant uniquement de la position \boldsymbol{x} . Si ce champ dépend également du temps, alors tous les termes dépendront également du temps. Par la suite, nous omettrons ces dépendances pour plus de clarté.

Ces résultats intermédiaires permettent d'écrire

$$\varepsilon^{\ell} + \nu u_i \partial^2 u_i^{\ell} + \nu u_i^{\ell} \partial^2 u_i = -\frac{1}{2} \partial_i \left[u_i u_j u_j \right]^{\ell} + \frac{1}{2} \partial_i \left(u_i \left[u_j u_j \right]^{\ell} \right) - 2D_I^{\ell} + \nu u_i \partial^2 u_i^{\ell} + \nu \left[\partial_j \left(u_i^{\ell} \partial_j u_i - u_i \partial_j u_i^{\ell} \right) + u_i \partial^2 u_i^{\ell} \right],$$
(3.19)

$$\varepsilon^{\ell} + \nu u_i \partial^2 u_i^{\ell} + \nu u_i^{\ell} \partial^2 u_i \stackrel{\text{Éq'}}{=} -\frac{1}{2} \partial_i \left[u_i u_j u_j \right]^{\ell} + \frac{1}{2} \partial_i \left(u_i \left[u_j u_j \right]^{\ell} \right) - 2D_I^{\ell} + \nu \partial_j \left(u_i^{\ell} \partial_j u_i \right) - \nu \partial_j \left(u_i \partial_j u_i^{\ell} \right) - 2D_\nu^{\ell} + \nu \partial^2 \left[u_i u_i \right]^{\ell}.$$

$$(3.20)$$

En réinjectant l'Éq3.20 dans l'Éq3.11, il vient

$$\partial_{t} \left(u_{i} u_{i}^{\ell} \right) + \partial_{i} \left[u_{j} u_{j}^{\ell} u_{i} + \frac{p^{\ell} u_{i} + p u_{i}^{\ell}}{\rho} \right]$$

$$= -\frac{1}{2} \partial_{i} \left[u_{i} u_{j} u_{j} \right]^{\ell} + \frac{1}{2} \partial_{i} \left(u_{i} \left[u_{j} u_{j} \right]^{\ell} \right) - 2D_{I}^{\ell} + \nu \partial_{j} \left(u_{i}^{\ell} \partial_{j} u_{i} \right) - \nu \partial_{j} \left(u_{i} \partial_{j} u_{i}^{\ell} \right)$$

$$- 2D_{\nu}^{\ell} + \nu \partial^{2} \left[u_{i} u_{i} \right]^{\ell} + u_{i}^{\ell} f_{i} + u_{i} f_{i}^{\ell}.$$

$$(3.21)$$

En multipliant l'Éq 3.21 par $\frac{1}{2}$ et en réarrangeant les termes, on obtient finalement le bilan local pour la quantité $E^{\ell} = u_i u_i^{\ell}/2$, appelé Équation faible de Karmàn-Howarth tel que

$$\partial_t E^\ell + \partial_i J_i^\ell = -D_I^\ell - D_\nu^\ell + D_c^\ell \tag{3.22}$$

avec

$$E^{\ell} = \frac{u_{i}u_{i}^{\ell}}{2},$$

$$J_{i}^{\ell} = u_{i}E^{\ell} + \frac{p^{\ell}u_{i} + pu_{i}^{\ell}}{2\rho} + \frac{1}{4}\left(\left[u_{i}u_{j}u_{j}\right]^{\ell} - u_{i}\left[u_{j}u_{j}\right]^{\ell}\right) - \frac{\nu}{2}\left(u_{j}^{\ell}\partial_{i}u_{j} - u_{j}\partial_{i}u_{j}^{\ell} + \partial_{i}\left[u_{j}u_{j}\right]^{\ell}\right),$$

$$D_{I}^{\ell} = \frac{1}{4}\int_{\mathbb{R}^{3}} d^{3}\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\nabla}\phi^{\ell} \cdot \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}\right)^{2},$$

$$D_{\nu}^{\ell} = \frac{\nu}{2}\int_{\mathbb{R}^{3}} d^{3}\boldsymbol{\xi}\nabla^{2}\phi^{\ell}\left(\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}\right)^{2},$$

$$D_{c}^{\ell} = \frac{u_{i}f_{i}^{\ell} + u_{i}^{\ell}f_{i}}{2}.$$
(3.23)

 et

Par la suite, par simplicité, nous désignerons cette équation sous le nom de Karmàn-Howarth (KH). Cette équation correspond à une version moyennée sur une boule de taille ℓ de l'équation de Kàrmàn-Howarth-Monin [20]. C'est l'équation bilan pour la fonction de corrélation de la vitesse E^{ℓ} . Cette quantité correspond à l'énergie du fluide aux échelles supérieures à ℓ : en effet, le champ u^{ℓ} est moyenné sur l'échelle ℓ et perd ainsi toute information aux échelles plus petites. L'évolution temporelle de E^{ℓ} est donc déterminée par un terme de flux J^{ℓ} , par deux termes dissipatifs D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} traduisant respectivement le flux d'énergie à travers les échelles et le terme visqueux, et enfin par un terme source D_c^{ℓ} issu du forçage. Le terme de forçage (appelé aussi terme de couplage) témoigne de l'injection d'énergie dans le système : en écoulement de von Karmàn, c'est la rotation des pâles qui génère ce terme ; en convection de Rayleigh-Bénard, c'est la présence d'une différence de température qui est à l'origine de ce terme. Dans ce cadre, on préfère parler de terme de couplage car c'est cela qui relie le champ de vitesse au champ de température.

Dans certaines références [15, 12], le terme de couplage n'apparaît pas : il est intégré dans le terme de flux qui n'est plus considéré comme nul mais comme égal à l'injection d'énergie dans le système.

Rappelons rapidement que tous les termes de cette équation dépendent de la position \boldsymbol{x} et du temps t si l'on considère un champ de vitesse dépendant de l'espace et du temps. Chaque terme peut ainsi être estimé pour chaque instant t et position \boldsymbol{x} .

Le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} présentent plusieurs aspects intéressants. Tout d'abord, leurs moyennes spatio-temporelles respectent des lois d'échelles universelles que l'on peut prédire ; c'est l'objet de la sec. IV. Les cartes de leur moyenne temporelle fournissent des indications sur la répartition spatiale des différents transferts énergétiques au sein de l'écoulement : nous en discutons en sec. 4. Enfin, les cartes instantanées nous informent sur la présence d'extrema locaux et leurs statistiques comme brièvement évoqué en sec.VI.

I.3. Interprétation de D_I^ℓ et de D_ν^ℓ

Le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} traduit le flux d'énergie à travers les échelles. Si $D_I^{\ell} > 0$ (resp. $D_I^{\ell} < 0$) alors le transfert se fait des grandes échelles vers les petites échelles (resp. des petites vers les grandes). C'est le schéma classique de la cascade d'énergie directe (resp. inverse) établie par Kolmogorov. L'énergie injectée à grande échelle, est transférée vers les petites échelles pour y être dissipée par viscosité. Cette quantité permet d'identifier les lieux où cette cascade est inversée, c'est à dire où l'énergie est transférée des petites échelles vers les grandes. En convection de Rayleigh-Bénard, l'énergie injectée au niveau des parois chaude et froide. Des panaches apparaissent et transportent l'énergie injectée sous forme d'énergie cinétique et thermique. Ces panaches sont très localisés spatialement : l'énergie est injectée dans l'écoulement à des échelles assez petites. L'étude des cartes de D_I^{ℓ} pourrait valider ou non cette idée.

À très petite échelle $D_I^{\ell} \to 0$ sauf au niveau des singularités. Le transfert inter-échelles est ainsi un excellent indicateur des irrégularités de l'écoulement et facilite la compréhension de la topologie autour de ces singularités [15, 12].

Le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} caractérise la dissipation de l'énergie par viscosité. C'est un terme de perte dans l'équation de KH. Suivant l'idée de la cascade énergétique, ce terme est maximal à petite échelle. Ses cartes spatiales indiquent la répartition du terme visqueux au sein de l'écoulement.

I.4. Lois d'échelle

Dans un premier temps, intéressons nous à la dépendance en l'échelle ℓ des termes de l'équation de Karmàn-Howarth. Pour ce faire, nous calculons leur moyenne statistique notée $\langle \cdot \rangle$. Expérimentalement, cette moyenne statistique correspond à une moyenne spatio-temporelle notée $\langle \cdot \rangle_{t,x}$. On obtient l'équation suivante :



Fig. 3.2 Dépendance des coefficients D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} en l'échelle ℓ . Prédictions issues d'analyses dimensionnelles.

$$0 = -\langle D_I^\ell \rangle - \langle D_\nu^\ell \rangle + \langle D_c^\ell \rangle. \tag{3.24}$$

En effet, par stationnarité, la moyenne de la variation d'énergie $\langle \partial_t E^\ell \rangle$ est nulle. De plus, le terme de flux $\langle \partial_i J_i^\ell \rangle$ doit également être nul pour des raisons de symétrie.

La dépendance en l'échelle ℓ du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} peut se prédire. En effet, à petite échelle, comme $u^{\ell} \stackrel{\ell \to 0}{\to} u$, nous avons

$$D_I^\ell \sim \ell^2, \tag{3.25}$$

$$D_{II}^\ell \sim \varepsilon.$$

Le transfert inter-échelles correspond ainsi au gradient du champ de vitesse tandis que le terme visqueux tend par définition vers le taux de dissipation ε : on attend ainsi un plateau pour D_{ν}^{ℓ} . À grande échelle, les lois d'échelles peuvent être multiples. Dimensionnellement parlant, nous avons

$$D_{I}^{\ell} \sim \frac{S_{3}}{\ell} \sim \ell^{3h-1},$$

$$D_{\nu}^{\ell} \sim \nu \frac{S_{2}}{\ell^{2}} \sim \ell^{2h-2}.$$
(3.26)

avec S_2 et S_3 les fonctions de structure d'ordre 2 et 3 respectivement. En prenant la moyenne statistique de l'équation faible de Kármán-Howarth-Monin, on obtient l'Éq 3.24 qui est l'analogue de la relation

$$0 = -\frac{15}{2}\nu \frac{dS_2}{d\ell} - \frac{5}{4}\frac{S_3}{\ell} + \varepsilon.$$
(3.27)

Le transfert inter-échelles s'apparente ainsi à la fonction de structure d'ordre 3 divisée par l'échelle ℓ . De même, le terme visqueux D^{ℓ}_{ν} correspond à la fonction de structure d'ordre 2 divisée par l'échelle au carré. En reprenant la majoration de l'incrément de vitesse indiquée par l'Éq 3.2, nous obtenons les équivalents en fonction de l'exposant de Hölder h.

Jusqu'à présent nous n'avons fait aucune hypothèse d'isotropie ou d'homogénéité de l'écoulement. Ces lois d'échelles sont donc valables pour tout écoulement anisotrope et inhomogène. Nous les représentons en Fig. 3.2. La valeur de l'exposant h est donc capitale! Nous pouvons comparer les lois mesurées avec les lois prédites par exemple par Kolmogorov en 1941. Ces lois correspondent au cas où h = 1/3 et sont indiquées sur le graphe.

Sous les hypothèses d'isotropie et d'homogénéité de l'écoulement, on attend ainsi une décroissance en $\ell^{-4/3}$ pour le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} et un plateau tendant vers le taux de dissipation ε pour D_{I}^{ℓ} .

Lois d'échelles en turbulence homogène isotrope Démontrons ici que la moyenne statistique du transfert inter-échelles $\langle D_I^{\ell} \rangle$ est égale au taux de dissipation visqueuse ε . Notons $\boldsymbol{\xi}$ l'incrément et $\boldsymbol{\xi}$ sa norme. Pour une turbulence homogène isotrope, on a d'après le [20]

$$\langle |\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})|^2 \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi}) \rangle = \left(-4C' - 16\frac{C}{\xi}\right) \boldsymbol{\xi}$$
 (3.28)

avec

$$C = -\frac{S_3(\xi)}{12}$$
(3.29)

où S_3 est la fonction de structure longitudinale d'ordre 3, qui ne dépend que de la norme ξ de l'incrément puisque nous sommes en turbulence homogène et isotrope.

Dans ce cadre, nous pouvons écrire

$$\langle D_I^{\ell} \rangle = \frac{1}{4} \int_{\mathbb{R}^3} \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\xi}} \phi^{\ell} \cdot \langle |\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi})|^2 \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{\xi}) \rangle = \frac{1}{4} \int_{\mathbb{R}^3} \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\xi}} \phi^{\ell} \cdot \left(\frac{4}{12} S_3(\boldsymbol{\xi}) + \frac{16}{12} \frac{S_3(\boldsymbol{\xi})}{\boldsymbol{\xi}}\right) \boldsymbol{\xi}$$

$$(3.30)$$

car dans ce cas, l'intégrale sur l'incrément $\boldsymbol{\xi}$ et la moyenne statistique $\langle \cdot \rangle$ commutent.

Il reste à passer en coordonnées sphériques (r, θ, Φ) puis à faire une intégration par partie pour obtenir enfin

$$\langle D_I^\ell \rangle = -4\pi \int_0^\infty \mathrm{d}r \phi^\ell \left[\frac{2}{3r} S_3(r) + \frac{7}{12} S_3'(r) + \frac{r}{12} S_3''(r) \right]. \tag{3.31}$$

Le facteur 4π provient de l'intégration sur les angles sphériques dont l'intégrande est indépendante. De plus, la loi des 4/5 impose

$$S_3(r) = -\frac{4}{5}\varepsilon r \tag{3.32}$$

en notant r la norme de l'incrément. Sachant que nous avons choisi

$$\phi^{\ell}(r) = \frac{1}{(\pi\ell^2)^{3/2}} e^{-r^2/\ell^2},\tag{3.33}$$

il en découle

$$\langle D_I^\ell \rangle = -4\pi \int_0^\infty \mathrm{d}r \frac{1}{(\pi\ell^2)^{3/2}} e^{-r^2/\ell^2} \left[-8/15 - 7/15 + 0 \right] \varepsilon \tag{3.34}$$

L'intégrale valant $1/(4\pi)$, on aboutit à

$$\langle D_I^\ell \rangle = \varepsilon \tag{3.35}$$

I.5. Expression des différents termes

En pratique nous ne disposons pas des champs de vitesse 3D mais seulement de champs 2D. Nous n'avons accès qu'aux deux composantes de la vitesse dans le plan de mesure. Aussi, il nous faut adapter les expressions des différents termes en prenant $u_j = 0$ avec u_j la composante qui nous est inconnue. Nous considérons également que les dérivées $\partial_i u_j$ sont nulles. Les expressions exactes qui en découlent et qui sont utilisées pour calculer chaque terme sont détaillées en annexe I. Le calcul numérique des différents termes de l'équation de Karmàn-Howarth a été réalisé à l'aide de codes adaptés de ceux de Bérengère Dubrulle et suivant les expressions détaillées en annexe.

II. Étude préliminaire

Avant de développer cette analyse sur nos champs de vitesse expérimentaux, il est nécessaire de vérifier le bon fonctionnement de nos codes calculant les différentes quantités de l'équation de KH. Nous caractérisons ici les effets de bords liés au calcul lui-même ainsi que l'influence de la résolution des champs de vitesse. Enfin, à l'aide d'une simulation numérique du John Hopkins Turbulence Database, nous vérifions que les comportements observés pour une turbulence homogène isotrope correspondent aux attentes.

II.1. Analyse numérique

II.1.a. Effets de bords

Les transformées en ondelettes sont des produits de convolution. D'un point de vue numérique, il est plus facile de passer dans le domaine de Fourier où cette opération se transforme en un simple produit. Les algorithmes de *Fast Fourier Transform* sont en effet très efficaces et le calcul global est ainsi plus rapide. En contrepartie, des problèmes aux bords apparaissent car les champs ne sont pas périodiques spatialement. De plus, les transformées en ondelettes requièrent la connaissance du champ de vitesse sur un disque autour du point d'étude, ce qui n'est pas le cas aux bords de la fenêtre de mesure. Afin d'estimer la *zone de confiance* sur laquelle les effets de bords sont négligeables, nous avons considéré deux champs appelés *linéaire* et *quadratique* selon leur dépendance spatiale, et définis par les équations suivantes :

$$u_{lin}(x, y) = axu_x + byu_y$$
$$u_{auad}(x, y) = ax^2u_x + by^2u_y$$



Fig. 3.3 Champs de test.

La Fig. 3.3 montre ces deux champs tests, élaborés numériquement. À partir de ces champs simples, les coefficients $D_{\ell}^{I,th}$ et $D_{\ell}^{\nu,th}$ sont calculés analytiquement et leurs expressions sont indiquées dans le Tab. 3.1.

La Fig. 3.4 montre la carte des différences relatives entre les prédictions théoriques et ce que l'algorithme renvoie pour D_I^{ℓ} pour plusieurs échelles ℓ . La couleur représente la différence relative entre $D_{I,th}^{\ell}$ et D_I^{ℓ} normalisée par $D_{I,th}^{\ell}$. Les carrés blancs délimitent la zone sur laquelle l'écart relatif est inférieur à 0.5% : on désignera cette zone sous le terme zone de confiance. On constate que cette zone centrale se rétrécit à mesure que l'échelle ℓ augmente. L'écart relatif est soit très



Fig. 3.4 Écart relatif à la prédiction théorique divisé par cette prédiction pour la quantité D_I^{ℓ} pour trois échelles ℓ . La zone où l'écart est inférieur à 0,5 % est délimité par les carrés blancs : elle se réduit quand l'échelle ℓ augmente car les effets de bords sont proportionnels à ℓ . On appellera cette zone zone de confiance.

faible (zone centrale) soit très important, il n'y a pas d'intermédiaire. Le choix du seuil à 0.5% ne modifie la taille de la zone d'étude que de quelques pixels puisque l'écart relatif explose très rapidement à mesure que l'on se rapproche des bords.

On retiendra en première approximation qu'à l'échelle ℓ , il faut enlever une bande de taille 2ℓ de chaque côté de la fenêtre de mesure pour éviter ces effets de bords. Ainsi la zone de confiance dépend de l'échelle considérée : plus l'échelle considérée est grande et plus la zone de confiance est réduite.

Par la suite, l'ensemble des traitements se feront uniquement sur la zone de confiance pour s'affranchir des effets de bords. Cette zone est toujours déterminée en calculant ces deux champs tests sur une fenêtre de même taille que les champs de vitesse étudiés, puis en prenant la plus grande zone où l'écart relatif reste inférieur à 0.5%.

L'étude des lois d'échelle nécessite de comparer les moyennes spatiales de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} pour plusieurs échelles ℓ . Dès lors, comment choisir la fenêtre de moyennage?

II.1.b. Effets de bords et moyennage spatial

Si l'on souhaite moyenner spatialement une des quantités de l'équation de KH, et ce pour différentes échelles, deux problèmes surgissent :

- Seuls les points contenus dans la zone de confiance doivent être considérés,
- Les moyennes doivent être prise sur la même zone pour toutes les échelles afin d'être comparables.

La forte inhomogénéité des écoulements considérés dans cette thèse impose le deuxième point. Pour satisfaire ces deux contraintes, nous procédons de la façon suivante :

- 1. On calcule la moyenne temporelle du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} . On obtient une carte pour chaque échelle entre ℓ_{min} et ℓ_{max} .
- 2. On détermine les limites de la zone de confiance d'une échelle notée ℓ_c .
- 3. On moyenne spatialement D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} sur cette zone, et pour chaque échelle allant de ℓ_{min} à ℓ_{max} .

$$\begin{array}{c|c} \text{Champ linéaire } \boldsymbol{u}_{lin}(x,y) & \text{Champ quadratique } \boldsymbol{u}_{quad}(x,y) \\ \hline D_{I,th}^{\ell} & -\frac{1}{4}(a+b)(3a^2-2ab+3b^2)\ell^2 & -\frac{1}{2}\ell^2[3a^3(15\ell^2x+4x^3)+a^2b(3\ell^2+4x^2)y+ab^2x(3\ell^2+4y^2)] \\ & +3b^3y(15\ell^2+4y^2)] \\ D_{\nu,th}^{\ell} & \nu\left(a^2+b^2\right) & 2\nu[a^2(3\ell^2+2x^2)+b^2(3\ell^2+2y^2)] \end{array}$$

Tab. 3.1 Expressions littérales du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} attendus pour les champs tests linéaires et quadratiques.

Mais quelles sont les contraintes sur ℓ_c et ℓ_{max} ? Il nous faut respecter $\ell_{max} \leq \ell_c$ pour ne pas subir les effets de bords. Dans la suite de ce chapitre, les moyennes spatiales expérimentales seront réalisées en prenant $\ell_{max} = \ell_c = 15d$ où d est la résolution de l'expérience.

Notons en outre que les effets de bords sont moins important dans deux cas : lorsque nous considérons seulement les fluctuations du champ de vitesse, et quand nous utilisons les simulations numériques de turbulence homogène isotrope (HIT) ou de convection de Rayleigh-Bénard. En effet, le champ de fluctuations est beaucoup plus homogène que le champ entier. La simulation HIT est par construction périodique spatialement ce qui limite ces effets de bords. Enfin, les champs issus des simulations numériques de convection de Rayleigh-Bénard sont nuls aux bords en raison de la viscosité et sont également très résolus spatialement ce qui diminue d'autant ces erreurs aux bords. Nous renvoyons le lecteur à l'Annexe II pour davantage de détails.

II.2. Analyse physique

Afin de vérifier le bon fonctionnement de nos codes calculant les différents termes de l'équation de Karmàn-Howarth (Éq. 3.23), nous avons utilisé une simulation de turbulence homogène isotrope mise à disposition par le John Hopkins Turbulence Database [34, 52]. Cet institut américain met notamment à disposition un certain nombre de données produites par des simulations numériques de turbulence isotrope avec des résolutions variées.

Nous utilisons ici une simulation 2π -périodique réalisée sur un grille de taille 1024^3 et dont les principales grandeurs sont rassemblées dans le Tab. 3.2. 5000 champs consécutifs représentant environ 10 secondes sont disponibles et utilisés pour le moyennage. Au cours de ce laps de temps, l'écoulement grande échelle fait 5 tours complets.

$$\frac{\nu}{1,85 \times 10^{-4}} \quad \frac{\varepsilon}{0.705} \quad \frac{\eta}{0.103} \quad \frac{L}{2,8 \times 10^{-3}} \quad \frac{L}{1.364}$$

Tab. 3.2 Caractéristiques de la simulation homogène isotrope du JHTDB [34, 52]. Sont indiquées les valeurs de la viscosité ν , de l'énergie cinétique totale E_{tot} , du taux de dissipation ε , de la longueur de Kolmogorov η et de l'échelle intégrale L. Tout est sans unité puisque les grandeurs de la simulations sont adimensionnées.

Deux études seront menées par la suite : la première s'intéressera à la répartition spatiale des différents termes de l'équation faible de Karmàn-Howarth. Il s'agit de déterminer si en moyenne dans le temps, quelle est la nature des échanges en tout point de l'écoulement. La seconde étude consiste à comparer l'évolution des moyennes statistiques (i.e. spatio-temporelles) en fonction de l'échelle ℓ aux lois d'échelles attendues pour une turbulence homogène et isotrope.

II.2.a. Convergence des moyennes

Les moyennes spatiales sont calculées sur environ 1000^2 points qui représentent des événements inter-dépendants : le champ de vitesse est en effet corrélé spatialement. En outre, les moyennes temporelles sont estimées à partir des 5000 instantanés consécutifs que la simulation nous fournit. Toutefois, étant donné que ces instantanés sont consécutifs, les champs de vitesse ne sont pas indépendants d'un instantané à l'autre. Au final, pour cette simulation de turbulence homogène isotrope, les moyennes spatio-temporelles sont estimées à partir d'environ 5×10^9 événements non indépendants.

Afin de déterminer quantitativement si ces moyennes sont convergées, on trace en Fig. 3.5, l'évolution des moyennes spatio-temporelles de 4 termes de l'équation de KH en fonction du pourcentage de réalisations utilisées pour calculer cette moyenne. Chaque graphique présente cette évolution pour plusieurs échelles ℓ_{η} . On dit que les moyennes sont convergées si des plateaux sont visibles sur ces graphiques. Aux petites échelles ℓ , c'est ce qui est observé pour les quatre termes. Pour les grandes échelles, la convergence est moins bonne car les effets de bords sont plus impor-



Fig. 3.5 Convergence des 4 termes de l'équation de KH. Évolution de la moyenne spatiotemporelle en fonction de la fraction de champs utilisés pour (de gauche à droite) $\partial_t E^{\ell}$, $\partial_i J_i^{\ell}$, D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} et ce pour 4 échelles différentes.



Fig. 3.6 Champs moyens des composantes de la vitesse et de la pression pour la simulation HIT.

tants, et la zone de confiance est ainsi plus petite : la moyenne est donc réalisée sur un nombre de points plus faible ce qui réduit sa convergence. Le terme de forçage D_c^{ℓ} est maintenu constant et égal à ε au sein de la simulation.

Les moyennes spatio-temporelles sont ainsi suffisamment convergées. Toutefois, les moyennes temporelles ne le sont pas comme le prouvent les champs de vitesse moyens représentés en Fig. 3.6 : les champs moyens de vitesse et de pression sont très inhomogène car il y a trop peu de pas de temps disponibles pour calculer les moyennes temporelles. L'interprétation de ces moyennes temporelles sera donc limitée.

II.2.b. Moyennes temporelles : cartes spatiales

Les zones de prédominance des différentes quantités nous sont indiquées par les moyennes temporelles qui procurent des cartes moyennes de chaque terme pour chaque échelle ℓ .

Transfert inter-échelles D_I^{ℓ} La Fig. 3.7 présente les cartes de $\langle D_I^{\ell} \rangle_t / \varepsilon$ pour différentes échelles ℓ . On s'attend à ce que D_I^{ℓ} soit positif car le transfert d'énergie doit se faire vers les petites échelles en turbulence homogène isotrope. À petite échelle, c'est ce qu'on observe, le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} est positif et assez uniforme. Mais à grande échelle, des zones où ce transfert est négatif apparaissent, en particulier au centre. Cela est du à la mauvaise convergence des moyennes temporelles que nous avons évoquée précédemment.



Fig. 3.7 Cartes moyennes de $\langle D_I^{\ell} \rangle_t / \varepsilon$ pour différentes échelles ℓ . On s'attend à des cartes uniformes et positives, ce qui n'est pas observé à grande échelle.



Fig. 3.8 Cartes moyennes de $\langle D_{\nu}^{\ell} \rangle_t / \varepsilon$ pour différentes échelles ℓ .

Dissipation visqueuse D_{ν}^{ℓ} La Fig. 3.8 montre des cartes de $\langle D_{\nu}^{\ell} \rangle_t / \varepsilon$ pour plusieurs échelles ℓ . Conformément aux lois d'échelles présentées par la suite en Fig. 3.11, le terme visqueux diminue à mesure que l'échelle ℓ augmente. À petite échelle, l'énergie est dissipée de façon homogène au sein de l'écoulement. Les cartes ne sont pas lisses en raison de la mauvaise convergence des moyennes temporelles.



Fig. 3.9 Cartes moyennes de $\langle \partial_i J_i^\ell \rangle_t / \varepsilon$ pour différentes échelles ℓ .

Flux inter échelles $\partial_i J_i^{\ell}$ La Fig. 3.9 exhibe les cartes du flux inter-échelles $\partial_i J_i^{\ell}$ pour 3 échelles ℓ . Aussi bien à petite qu'à grande échelle, ce flux présente des extrema de l'ordre de $\pm 8\varepsilon$ sans organisation spatiale particulière. À grande échelle, le centre semble avoir une contribution majoritairement positive. Ce terme n'est pas nul car il manque la composante transverse. La convergence

	$\langle D^{\ell,\delta}_{ u} angle$			
	H_{ν}	$h_{ u}$		
Simulation HIT	-1.4(1)	0.3(1)		
Kolmogorov 41	$-4/3 \simeq -1.33$	$1/3 \simeq 0.33$		

Tab. 3.3 Exposants des asymptotes en $\ell \to \infty$ pour $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ ainsi que les exposants de Hölder correspondants. Ceux attendus pour une turbulence homogène isotrope (Kolmogorov 41) sont également reportés. Les incertitudes sont notées entre parenthèses.

de ce terme, plus limitée que pour le terme visqueux ou le transfert inter-échelles, invite cependant à la prudence dans l'interprétation.



Fig. 3.10 Cartes moyennes de $\langle \partial_t E^\ell \rangle_t / \varepsilon$ pour différentes échelles ℓ .

Variation temporelle de l'énergie E^{ℓ} La Fig. 3.10 propose des cartes de la variation temporelle de l'énergie $\partial_t E^{\ell}$ pour 3 échelles ℓ . Il en ressort que les zones à la contribution positive sont similaires à toutes les échelles. E^{ℓ} étant la corrélation entre le champ \boldsymbol{u} et sa transformée en ondelette, $\partial_t E^{\ell}$ correspond à l'évolution de cette corrélation au cours du temps. Les cartes semblent indiquer que cette corrélation est renforcée à gauche et à droite et plutôt réduite au centre au cours du temps. Il s'agit en réalité du bruit produit par la simulation qui semble assez constant.

II.2.c. Moyennes spatio-temporelles

On s'intéresse tout d'abord aux moyennes spatio-temporelles de tous les termes de l'équation de Karmàn-Howarth 3.22. Rappelons que l'évolution de ces moyennes en fonction de l'échelle ℓ fait l'objet de prédictions, présentées en sec. 4. Nous souhaitons ici les confronter aux lois d'échelles obtenues pour cette simulation numérique. Elles sont représentées en Fig. 3.11.

La simulation numérique n'est pas suffisamment résolue pour que nous ayons accès aux échelles inférieures à 2η , nous ne verrons donc que les dépendances à grande échelle. Le plateau attendu aux petites échelles pour le terme visqueux n'est donc pas visible. En revanche, ce terme visqueux décroît en $\ell^{-4/3}$ dans le régime inertiel comme attendu. Un ajustement en loi de puissance détermine les pentes à grande échelle. Le Tab. 3.3 rassemble les valeurs des exposants H définis par

$$\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle \underset{\ell \to \infty}{\sim} \ell_{\nu}^{H} \underset{\text{Éq } 3.26}{\sim} \ell^{2h_{\nu}-2},$$

$$(3.36)$$

ainsi que les exposants de Hölder h_{ν} correspondants. Les exposants mesurés pour la simulation correspondent à ceux attendus pour une turbulence homogène isotrope.

Le transfert inter-échelles $\langle D_I^{\ell} \rangle$ présente un plateau à environ 0.5ε , soit à un facteur 2 près de ce qui était attendu. Il s'agit là d'un effet de dimensions dont nous discutons ensuite. En revanche,



(a) Lois d'échelles des différents termes de l'équation de Karmàn-Howarth. (b) Comparaison des lois d'échelle de D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} avec leurs équivalents issus des fonctions de structure.

Fig. 3.11 Évolution des moyennes spatio-temporelles des termes de l'équation de Karmàn-Howarth en fonction de l'échelle ℓ pour des champs 2D2C. Toutes les grandeurs sont adimensionnées par ε pour l'axe vertical, et par η pour les échelles.

nous constatons que les moyennes du flux $\langle \partial_i J_i^{\ell} \rangle$ et de la variation d'énergie $\langle \partial_t E^{\ell} \rangle$ ne sont pas nulles ni négligeables devant les autres termes. Il y a deux raisons à cela. D'une part, la composante transverse de la vitesse manque dans le bilan. C'est pourquoi le terme de flux n'est pas nul. D'autre part, la simulation génère du bruit qui est caractérisé par le terme d'énergie cinétique E^{ℓ} qui correspond mathématiquement à la corrélation de la vitesse et donc au bruit intrinsèque de la simulation.

Le terme de transfert inter-échelles $\langle D_I^{\ell} \rangle$ est similaire à $-\frac{S^3}{\ell}$ où S^3 est la fonction de structure longitudinale d'ordre 3. De même, le terme visqueux est équivalent à $\frac{15}{2\ell} \frac{dS^2}{d\ell}$. Nous traçons en Fig. 3.11b ces quantités. Seul un décalage vertical les différencie. Il manque en effet des termes prenant en compte la composante transverse de la vitesse. Ces comparaisons ne sont valables qu'en HIT et à 3D [12]. Les fonctions de structure respectent parfaitement les plateaux attendus à petite et grande échelle. De plus, leur évolution en fonction de l'échelle ℓ reste très similaire à celle de $\langle D_I^{\ell} \rangle$ et de $\langle D_{\nu}^{\ell} \rangle$.

Effet 2D2C, 2D3C vs 3D Nous avons calculé les différents termes de l'équation de KH à partir des composantes de la vitesse dans un plan : on parlera de données 2D2C. De ce fait, la composante transverse est inconnue est prise égale à zéro tout comme les dérivées dans cette direction. Si la composante transverse au plan est connue, on parle de données 2D3C. En turbulence homogène

isotrope, en écrivant la définition du taux de dissipation visqueuse ε , on peut montrer que

$$\varepsilon \equiv \frac{\nu}{2} \left\langle \sum_{i,j} \left(\partial_j u_i + \partial_i u_j \right)^2 \right\rangle,$$

$$\varepsilon^{2D2C} = \frac{4}{9} \varepsilon,$$

$$\varepsilon^{2D3C} = \frac{2}{3} \varepsilon.$$
(3.37)

Un pré-facteur est donc attendu devant ε selon les situations. C'est bien ce qui est observé en Fig. 3.11 puisque le plateau atteint par le terme de transfert inter-échelles D_I^{ℓ} est de l'ordre de 4/9. La Fig. 3.12 propose ces mêmes lois d'échelles calculés à partir des données 2D3C de la simulation HIT. On y constate que le plateau atteint par le terme $\langle D_I^{\ell} \rangle$ est de l'ordre de 2/3. Le terme visqueux est également plus grand d'un facteur similaire.



Fig. 3.12 Évolution des moyennes spatio-temporelles des termes de l'équation de Karmàn-Howarth en fonction de l'échelle ℓ pour des champs 2D3C. Toutes les grandeurs sont adimensionnées par ε pour l'axe vertical, et par η pour les échelles.

III. Les expériences et simulations en Rayleigh-Bénard

Maintenant que les outils sont compris et maîtrisés, nous les appliquons à plusieurs expériences et simulation de convection de Rayleigh-Bénard. Nous avons travaillé sur plusieurs jeux de données expérimentales et deux simulations numériques dont nous donnons les principales caractéristiques dans cette section. Expérimentalement nous mesurons des champs de vitesse mais le champ de température est inconnu. Les simulations numériques ont l'avantage de fournir toutes les grandeurs utiles (vitesse, pression et température) dans l'ensemble de l'écoulement et pas seulement dans un plan. Les deux sont donc complémentaires.

III.1. Expériences

Nous utilisons ici les expériences de PIV détaillées dans le chapitre précédent. Par cette méthode, nous obtenons les deux composantes de la vitesse du fluide dans le plan de la nappe laser, appelé plan de mesure. Nous avons utilisé plusieurs jeux de données. Tout d'abord, nous avons travaillé sur les champs de vitesse obtenus dans une cellule octogonale munies de parois lisses. Pour quantifier les effets de rugosités sur les plaques haute et basse, nous avons également étudié les champs de vitesse obtenus dans une cellule rectangulaire dont la plaque haute était lisse et celle du bas était rugueuse ou lisse selon les expériences. Ces dernières mesures avaient été réalisées par O. Liot lors de sa thèse au sein de l'équipe.

III.1.a. Mesures Lisse-Lisse

Nous avons exploité ici une partie des mesures de PIV détaillées au chap. 2. Nous n'avions ainsi accès qu'aux deux composantes du champs de vitesse dans le plan de mesure (2D2C). Nous présenterons seulement les résultats issus des 3 expériences inclinées, rappelons-le pour maintenir l'écoulement grande échelle dans le plan de mesure. Le Tab. 3.4 indique les principales caractéris-tiques de ces expériences.

	Octo	OctoCentre	OctoBas
T_{moy} (°C)	38,7	39,15	28,7
ΔT (K)	15,2	22,4	$15,\!87$
Ra	$1,\!48 imes 10^{10}$	$1,\!57 imes 10^{10}$	$1,\!43 imes 10^{10}$
Pr	$4,\!46$	$4,\!41$	$5,\!57$
Nu	147	150	145
$\eta~({ m m})$	$5,\!22 imes 10^{-4}$	$5,\!10 imes10^{-4}$	$5{,}91 imes10^{-4}$
$\epsilon \; (\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3})$	$4{,}13\times10^{-6}$	$4{,}44\times10^{-6}$	$4{,}55\times10^{-6}$
Résolution (m)	$2,5 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-4}$

Tab. 3.4 Paramètres principaux des trois expériences inclinées.

Trois expériences ont été menées afin d'accéder à différentes échelles de l'écoulement ainsi qu'à plusieurs zones de celui-ci. Une première expérience dite *globale* (Octo) visualise une grande partie de l'écoulement. Deux expériences supplémentaires dites *zoomées*, l'une au centre (OctoCentre) et l'autre en bas (OctoBas) permettent de se concentrer sur la zone centrale de l'écoulement (le bulk) ou bien sur l'écoulement grande échelle intense en bas du dispositif. Ces deux expériences ont une meilleure résolution spatiale mais une zone de visualisation plus réduite. Elles donnent accès aux petites échelles du système.



Fig. 3.13 Champs de vitesse moyen des expériences Octo, OctoCentre et OctoBas de gauche à droite. La couleur indique la norme de la vitesse et les lignes de champs sont représentées en blanc. Les rectangles noirs montrent les limites des deux expériences zoomées OctoCentre et OctoBas. L'écoulement grande échelle est bien visible.



(b) Composante verticale Q_V .

Fig. 3.14 Champs de vitesse quadratique moyenne des composantes (a) horizontale et (b) verticale pour les expériences Octo, OctoCentre et OctoBas de gauche à droite. Les échelles de couleur sont distinctes entre les deux graphes. Les rectangles noirs montrent les limites des deux expériences zoomées OctoCentre et OctoBas. Les cartes des expériences zoomées sont cohérentes avec la carte de l'expérience globale Octo.

La Fig. 3.13 montre les champs de vitesse moyen de ces trois expériences. Les lignes de champs, indiquées en blanc, soulignent l'écoulement grande échelle qui est bien développé. Les cartes des vitesses quadratiques moyennes pour les deux composantes horizontale et verticale sont illustrées en Fig. 3.14. Ces trois expériences ont été réalisées indépendamment à des nombres de Rayleigh quasi identiques mais les champs moyens sont cohérents. Les rectangles noirs délimitent les zones de visualisation des deux expériences zoomées et l'on voit que les champs moyens et les vitesses quadratiques de l'expérience Octo et des expériences zoomées OctoCentre et OctoBas sont similaires.

III.2. Simulations numériques de Rayleigh-Bénard

Au LIMSI, l'équipe d'A. Sergent et B. Podvin a développé au cours de la thèse de M. Belkadi des simulations numériques de convection de Rayleigh-Bénard, par éléments finis [4]. Ces simulations, notées SS-Ra5e09, SS-Ra2e09 par la suite modélisent l'écoulement observé entre deux plaques lisses dans un pavé de rapport d'aspect égal à 1 dans une direction et 1/2 dans l'autre, pour deux nombres de Rayleigh, 5×10^9 et 2×10^9 respectivement. Une troisième simulations ayant les mêmes caractéristiques mais possédant une plaque rugueux en bas est notée RS-Ra2e09. Pour

chaque simulation, l'équipe nous a gentiment donné accès à 5000 champs instantanés dans plusieurs plans verticaux et compris dans le régime stationnaire de la convection. Dans cette thèse, nous n'avons étudié que les instantanés du plan vertical central. La Fig. 3.15 donne une idée du volume simulé : les isosurfaces de la température instantanées y sont représentées ainsi que quelques lignes du champ de vitesse. L'écoulement est composé d'un grand rouleau de convection, stable dans le température. La Fig. 3.16 montre plus précisément le champ de vitesse moyen dans le plan vertical y = 0.25 avec les lignes de champs indiquées en blanc. Le principal avantage des simulations numériques du LIMSI est de nous fournir plus d'informations que les expériences de PIV. En effet, les 3 composantes du champ de vitesse (2D3C) ainsi que le champ de température sont connus et peuvent se comparer avec les expériences. La dissipation ε est également connue exactement contrairement aux expériences. Sauf indications contraires, nous présenterons toujours les données en 2D2C afin de pouvoir les comparer aux expériences.





Fig. 3.15 Schéma de la cellule ce Rayleigh-Bénard simulée. On a H = W = 1 et D = 0.5. Les rugosités considérées pour la simulation RS-Ra2e09 sont représentées en bas. Pour les autres simulations, cette plaque rugueuse est remplacée par une plaque lisse. En rouge est indiqué le plan central sur lequel nous travaillerons dans ce chapitre. Adapté de [4].

Fig. 3.16 Champ de vitesse moyen dans le plan vertical à y = 0.25 pour la simulation SS-Ra5e09. Les lignes de champs sont représentées en blanc. Le rouleau de convection est bien développé.

Le Tableau 3.5 donne les principales caractéristiques des simulations. On y retrouve que l'écoulement modélisé a un nombre de Rayleigh de 5×10^9 ou de 2×10^9 , soit assez proche de celui des expériences présentées précédemment. Il en est de même pour les nombres de Prandlt et de Nusselt. Les comparaisons entre ces simulations et les expériences auront donc du sens. Précisons enfin que le rapport d'aspect de la simulation et des expériences et identique et égal à 1. Dans le cas de la simulation rugueuse *RS-Ra2e09*, les rugosités sont des plots rectangulaires régulièrement espacés sur la plaque du bas et de côté égal à 12.5% de la hauteur de la cellule.

	Ra	Pr	Nu	$\eta~({ m m})$	$\epsilon \ (m^2 \cdot s^{-3})$
SS-Ra5e09	5×10^9	4,34	104	$9,84 imes 10^{-4}$	$3,06 imes 10^{-7}$
SS-Ra2e09	2×10^9	$4,\!34$	78	$1,\!33 imes10^{-3}$	$9,\!17 imes10^{-8}$
RS-Ra2e09	2×10^9	$4,\!34$	107	$1,23 \times 10^{-3}$	$1,26 \times 10^{-7}$

Tab. 3.5 Paramètres principaux des simulations numériques du LIMSI.

IV. Lois d'échelles de D_I^ℓ et D_ν^ℓ

On s'intéresse dans cette section aux moyennes spatio-temporelles du transfert inter-échelles et du terme visqueux. Nous avons établis en Sec. 4 les lois d'échelles attendues et il s'agit à présent de le vérifier expérimentalement et numériquement. Nous confrontons dans cette section les lois d'échelles observées pour les expériences et les simulations numériques en convection.

IV.1. Sans champ moyen

Les écoulements réels ne sont souvent que partiellement isotropes et homogènes. Parfois l'anisotropie et inhomogénéité sont introduites par le mouvement grande échelle, par exemple en présence d'un cisaillement constant. Dans ce cas, on peut tenter de s'affranchir de ces effets en soustrayant en chaque point le champ moyen, en espérant que les fluctuations à petite échelle soient décorrélées du champ moyen et soient donc localement homogènes et isotropes. Si cela est vérifié, alors les prédictions classiques sont valables. Nous avons donc ici fait ce choix et nous travaillons à partir des fluctuations de vitesse et non pas à partir du champ complet. Commençons donc par faire de même en présentant l'évolution des moyennes spatio-temporelles du transfert inter-échelles $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle$ et du terme visqueux $\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle$. Ces deux grandeurs sont calculées à partir des fluctuations de vitesse ce qui sera indiqué par l'emploi d'un δ en exposant.



(a) Lois d'échelle du transfert inter-échelles (carrés) et du terme visqueux (étoiles) pour la simulation SS-Ra5e09 (en gris et noir) et les deux expériences zoomée (en violet) et globale (en jaune). Les lois attendues sont indiquées en pointillés. En rouge, la moyenne du terme visqueux calculée sur la même zone que $D_I^{\ell,\delta}$ et $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ pour la simulation numérique. Les symboles gris (resp. noirs) sont issus des moyennes sur la zone délimitée par le carré blanc (resp. noir) en Fig. 3.17b ci-contre.

(b) Carte du terme visqueux ε_{ν} numérique moyennée temporellement sur le plan vertical central. Les traits blancs (resp. noirs) marquent la zone sur laquelle les moyennes spatiales de $D_I^{\ell,\delta}$ et de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ ont été calculées pour les points gris (resp. noirs). La zone en noir correspond approximativement à la zone de moyennage des expériences.

Fig. 3.17 Comparaison des lois d'échelles entre la simulation numérique (symboles vides) et les expériences (symboles pleins). À droite carte du taux de dissipation moyenné temporellement sur le plan vertical en utilisant les 3 composantes des fluctuations de vitesse.

La Fig. 3.17a illustre ces lois d'échelles calculées à partir de données 2D2C, soit les deux compo-

santes des fluctuations de vitesse dans le plan de mesure. Les points gris sont issus de la simulation SS-Ra5e09, et ceux violet et jaune correspondent aux expériences zoomée et globale respectivement. Rappelons que ces deux expériences ont des taux de dissipation et des longueurs de Kolmogorov quasi-identiques ce qui explique leur alignement. Les moyennes spatiales de la simulation numérique sont calculées à l'intérieur de la zone délimitée en blanc en Fig. 3.17b pour éviter les effets de bords. Les courbes expérimentales et numériques ont un comportement très similaires mais ne se superposent pas. Comprenons pourquoi.

Dissipation visqueuse À petite échelle, le terme visqueux suit la loi de puissance attendue pour la simulation car l'on résout correctement les gradients de vitesse. Ce n'est pas le cas pour les expériences, ce qui induit un léger écart dans ce domaine. Comme attendu le terme visqueux $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ tend vers un plateau à petite échelle. Ce plateau correspond au taux de dissipation ε_{local} moyenné sur la zone de confiance sur laquelle les moyennes spatiales sont calculées. Puisque $D_{\mu}^{\ell,\delta}$ est normalisée par le taux de dissipation global ε , ce plateau n'est pas égal à un. En effet, la carte du taux de dissipation moyen présentée en Fig. 3.17b montre clairement que les principales contributions sont situées aux abords des parois. En considérant seulement la zone de confiance indiquée en blanc, on se prive de ces zones où le terme visqueux est fort ce qui induit un taux de dissipation visqueuse ε_{local} réduit. Aussi, le plateau atteint par le terme visqueux n'est pas égal à 1. Pour la simulation et sur la zone de confiance blanche, on observe que $\varepsilon_{local} = 0.185\varepsilon$. Ceci est cohérent avec les simulations de Kunnen et al [30] qui prévoyait un rapport de l'ordre de 20% entre le taux de dissipation global ε et local ε_{local} au centre. Côté expérimental, la résolution spatiale est insuffisante pour que l'on puisse observer un plateau à petite échelle. On peut estimer le plateau à 0.07ε . En effet, la zone de confiance pour les expériences correspond approximativement à la zone indiquée en noir en Fig. 3.17b et ne comprenant que le centre de l'écoulement, le taux de dissipation local ε_{local} est plus faible. En considérant la zone noire pour les moyennes spatiales de la simulation, on obtient les points noirs en Fig. 3.17a qui sont alors très proches des points expérimentaux. Les lois d'échelles sont cohérentes avec celles observées en écoulement de Von Karmàn [12] ou pour des simulations numériques de convection de Rayleigh-Bénard [76].

Transfert inter-échelles À petite échelle, le transfert inter-échelles de la simulation numérique respecte bien la loi attendue et représentée en pointillés oranges. Au contraire, la courbe expérimentale présente une pente différente car la résolution de l'expérience n'est pas suffisante : il n'est pas possible de résoudre le gradient de vitesse et l'écart est dû au bruit.

À grande échelle, $D_I^{\ell,\delta}$ présente un plateau qui devrait s'approcher du taux de dissipation visqueuse local ε_{local} défini dans le paragraphe précédent. Pourtant, ce plateau atteint seulement à $0.1\varepsilon \simeq 0.5\varepsilon_{local}$ (resp. $0.07\varepsilon \simeq 0.5\varepsilon_{local}$) pour la simulation numérique (resp. l'expérience). Il semblerait que ce plateau soit toujours proche de $0.5\varepsilon_{local}$. Plusieurs explications sont possibles. Les effets de taille finie pourraient faire chuter $D_I^{\ell,\delta}$ à des échelles plus petites, abaissant de fait le plateau. Par ailleurs, la turbulence n'est pas assez développée pour la simulation numériqueComparer le transfert inter-échelles à la fonction de structure d'ordre trois pourrait éclaircir ce point.

La Fig. 3.18 qui présente l'évolution de $D_I^{\ell,\delta}$, de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ et des fonctions de structure longitudinales en fonction de l'échelle ℓ pour les expériences et la simulation SS-Ra5e09. Les fonctions de structure d'ordre 2 (resp. d'ordre 3) sont normalisées de sorte à converger vers 1 à petite échelle (resp. grande échelle) comme énoncé en sec. c. Nous montrons ici les fonctions de structure longitudinales selon l'horizontale (x) et la verticale (y).

À nouveau, l'évolution du transfert inter-échelles $D_I^{\ell,\delta}$ est très proche de celle de la fonction de structure d'ordre trois normalisée. Les fonctions de structure longitudinales horizontales et verticales sont très différentes car la physique est diffère dans les deux directions. Les mouvements verticaux sont principalement causés par les panaches tandis que les déplacements horizontaux sont dus à l'écoulement grande échelle. Il y a donc plus d'énergie disponible verticalement d'où un plateau



Fig. 3.18 Comparaison des lois d'échelles de $D_I^{\ell,\delta}$, $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ et des fonctions de structure d'ordre deux et trois, (a) pour les expériences, (b) et pour la simulation SS-Ra5e09.

plus élevé pour la fonction de structure verticale. Le transfert inter-échelles moyennant sur les deux directions, le plateau atteint à grande échelle est logiquement compris entre les deux plateaux des fonctions de structure pour les expériences. La Fig. 3.18b montre cependant qu'à grande échelle, $D_I^{\ell,\delta}$ chute à des échelles plus petites que S_3 , ce qui corrobore l'hypothèse des effets de taille finie.

Le terme visqueux $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ montre la même évolution que la fonction de structure d'ordre deux normalisée comme indiqué. Les fonctions de structure horizontale et verticale sont identiques, la dissipation par viscosité semble être égale dans les deux directions. La pente à grande échelle est identique. Notons que l'on retrouve le facteur 0.5 des plateaux de $D_I^{\ell,\delta}$ et de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ entre ceux des fonctions de structure d'ordre deux et trois. Comme pour la simulation HIT, puisque le terme de transfert inter-échelles et le terme visqueux sont calculés à partir de données 2D2C, il manque une partie des termes ce qui explique le facteur.

IV.2. 2D2C versus 2D3C

Nos expériences nous fournissent seulement 2 composantes du champ de vitesse puisque nous avons réalisé de la PIV. Dans la littérature, certaines références [12] ont néanmoins utilisé d'autres méthodes (SPIV) leur donnant accès aux 3 composantes de la vitesse dans le plan de mesure. La simulation numérique HIT a montré que selon le type de données, des pré-facteurs étaient attendus pour les valeurs des plateaux des différents termes. Mais qu'en est-il pour un système réel, où la turbulence n'est pas rigoureusement homogène et isotrope? Nous avons donc calculé les moyennes spatio-temporelles de tous les termes de l'équation de KHM en utilisant soit les deux composantes de la vitesse (2D2C) dans le plan de mesure soit les trois composantes (2D3C).

La Fig. 3.19 montre les évolutions des moyennes spatio-temporelles des cinq termes de l'équation de KH en fonction de l'échelle ℓ normalisée par la longueur de Kolmogorov η . Les cinq termes sont également divisés par ε . En gris sont représentées les lois d'échelles 2D2C et en noir celles en 2D3C. Les tirets rouges donnent le taux de dissipation local $\varepsilon_{local}^{2D3C}$ calculé à partir des gradients de vitesse sur la même zone de confiance et en 2D3C. Force est de constater que le nombre de composantes n'affecte pas variations des quantités avec l'échelle mais modifie la valeur des plateaux atteints par

le terme visqueux (resp. le transfert inter-échelle) à petite échelle (resp. grande échelle). Rappelons que le terme de couplage D_c^{ℓ} ne dépend que de la température et de la composante verticale de la vitesse qui est connue aussi bien à 2D2C qu'à 2D3C : on a donc $D_c^{\ell,2D2C} = D_c^{\ell,2D3C}$.

Dissipation visqueuse Notons \mathcal{D}_{ν} la limite du terme visqueux quand ℓ tend vers 0 et \mathcal{D}_{I} la valeur du plateau atteint par le transfert inter-échelles à grandes échelles. Nous avons déjà vu qu'en turbulence homogène isotrope, nous avions $\varepsilon_{2D3C} = \frac{2}{3}\varepsilon$. Par extension nous attendons donc

$$\mathcal{D}_{\nu}^{2D3C} \equiv \lim_{\ell \to 0} \langle D_{\nu}^{\ell} \rangle^{2D3C} = \frac{2}{3} \varepsilon_{local},$$

$$\mathcal{D}_{\nu}^{2D2C} \equiv \lim_{\ell \to 0} \langle D_{\nu}^{\ell} \rangle^{2D2C} = \frac{4}{9} \varepsilon_{local},$$

$$\frac{\mathcal{D}_{\nu}^{2D3C}}{\mathcal{D}_{\nu}^{2D2C}} = \frac{3}{2}.$$
(3.38)

Le dernière équation découle directement des deux premières. Le Tab. 3.6 rassemble les valeurs de ces plateaux observés en Fig. 3.19.



Fig. 3.19 Lois d'échelle de tous les termes de l'équation de KH à partir des champs 2D2C (gris) et 2D3C (noir) pour la simulation numérique SS-Ra5e09. Les pointillés rouges marquent la valeur du taux de dissipation local $\varepsilon_{local}^{2D3C}$, c'est à dire moyenné sur la même zone de confiance, et à 2D3C. Tout est normalisé par ε . Comme attendu pour une turbulence homogène et isotrope, on a $\varepsilon_{local}^{2D3C} = 0.33\varepsilon$

À 2D3C, le terme visqueux tend vers $\varepsilon_{local}^{2D3C}$. Pour résumer, deux effets sont à distinguer ici. D'une part la zone de moyennage, plus petite que l'ensemble de la cellule, et qui exclue les bords où la dissipation est intense : le taux de dissipation moyenné sur la zone est donc une fraction - inconnue a priori - du taux de dissipation global ε ; on parlera d'effet moyennage. Par ailleurs, le choix 2D2C/2D3C implique que $D_I^{\ell,\delta}$ et $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ convergent vers des fractions - connues et précisées par les Éq 3.38 établies pour une turbulence homogène et isotrope - de ε ; on parlera d'effet 2D3C/2D2C. _

	$\mathcal{D}_{ u}^{\delta}/arepsilon$	$\mathcal{D}_I^\delta / arepsilon$
2D3C	0.30(5)	0.12
2D2C	0.19(5)	0.10
2D3C/2D2C	1.6(1)	1.15

Tab. 3.6 Valeurs des plateaux atteints par $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ et $D_{I}^{\ell,\delta}$ pour la simulation SS-Ra5e09 sur la Fig. 3.19. Ces valeurs sont à comparer à celles des Éq 3.38. Les incertitudes sont notées entre parenthèses. Il n'y en a pas pour $D_{I}^{\ell,\delta}$ car on estime le plateau à partir de son maximum le long des échelles.

Ainsi, on a $\varepsilon_{local}^{2D3C} = 0.33\varepsilon$ en raison de l'effet moyennage. À 2D2C, $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ tend vers $0.19\varepsilon \simeq 4/9\varepsilon_{local}^{2D2C}$. Ici les deux effets se combinent. Le ratio des plateaux atteints par $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ à 2D3C et 2D2C vaut 1.6(1) ce qui est très proche des 3/2 attendus. Remarquons que les valeurs atteintes par les plateaux sont extrapolées à partir des premiers points aux petites échelles d'où les incertitudes importantes.

Transfert inter-échelles Pour une turbulence homogène isotrope, on attend les mêmes relations que l'Éq 3.38 pour $D_I^{\ell,\delta}$. Les valeurs des plateaux atteints par cette quantité sont rapportés dans le Tab. 3.6. Ces valeurs sont quasiment égales et ne respectent pas le ratio 3/2 attendu. La turbulence n'est peut-être pas complètement développée en raison du nombre de Reynolds trop faible ce qui expliquerait que le plateau est observé sur une courte gamme d'échelles. En conclusion, la valeur de ce plateau ne fournit qu'une estimation qualitative de ε .

IV.3. Influence du nombre de Rayleigh

En utilisant deux simulations numériques du LIMSI ayant deux nombres de Rayleigh différents, on cherche à comprendre son effet sur les lois d'échelles. Celles-ci sont présentées en Fig. 3.20. Les points en gris (resp. en beige) sont ceux de la simulation SS-Ra5e09 (resp. SS-Ra2e09) dont le nombre de Rayleigh est de 5×10^9 (resp. 2×10^9). À gauche, sont tracés les lois d'échelles du transfert inter-échelles et du terme visqueux tandis qu'à droite, on trouvera celles du terme de flux et du terme temporel. Les pointillés soulignent le niveau du taux de dissipation visqueuse local $\varepsilon_{local} = \frac{2}{3} \langle \varepsilon_{\nu} \rangle^{2D3C}$ comme détaillé dans la section précédente. Le Tab. 3.7 résume les valeurs exactes des différents plateaux.

Plus le nombre de Rayleigh est élevé et plus les courbes sont translatées vers les grandes énergies et les grandes échelles car la turbulence est davantage développée ce qui étend la gamme d'échelles inertielles. Ainsi, les plateaux de $D_I^{\ell,\delta}$ et de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ sont plus haut pour la simulation à Ra=5 × 10⁹. Le terme de couplage est constant entre les deux simulations, sûrement car les nombres de Rayleigh sont trop proches pour modifier grandement l'énergie disponible dans l'écoulement en particulier à petite échelle.

De plus, tous les termes chutent à des échelles plus grandes quand le nombre de Rayleigh est grand. La turbulence se développant davantage pour des grands nombres de Rayleigh, les plateaux attendus dans le régime inertiel sont ainsi mieux définis. Par ailleurs, le terme de couplage $D_c^{\ell,\delta}$ qui peut se comprendre comme la corrélation entre la vitesse verticale et la température, indique que

	$\mathcal{D}_{I}^{\delta}/arepsilon$	$\mathcal{D}_{ u}^{\delta}/arepsilon$	$\mathcal{D}_c^\delta/arepsilon$	$\langle \varepsilon_{\nu} \rangle_{local} / \varepsilon$
SS-Ra2e09	$7,96 imes10^{-2}$	0.168	0.215	0.21
SS-Ra5e09	0.103	0.185	0.212	0.22

Tab. 3.7 Valeurs des plateaux atteints par $D_I^{\ell,\delta}$, $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ et D_c^{ℓ} pour les deux simulations SS-Ra2e09 et SS-Ra5e09.



Fig. 3.20 Comparaison des lois d'échelles des termes de l'équation de KH pour deux simulations numériques du LIMSI ayant des nombres de Rayleigh de 2×10^9 (beige) et de 5×10^9 (gris). Plus le nombre de Rayleigh est grand et plus les courbes sont translatées vers les grandes énergies et les grandes échelles.

ces deux quantités sont davantage corrélées à grande échelle à haut Rayleigh.

Nous exhibons en Fig. 3.21a les lois d'échelle du transfert inter-échelles et du terme visqueux pour plusieurs expériences ayant des nombres de Rayleigh compris entre 4.8×10^9 et 1.6×10^{10} . Toutes les courbes semblent se superposer et le nombre de Rayleigh semble ne jouer aucun rôle. La décroissance de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ à grande échelle respecte les prédictions de Kolmogorov. La Fig. 3.21b montre l'évolution du maximum du transfert inter-échelles en fonction du nombre de Rayleigh.

IV.4. Caractérisation spatiale des échanges énergétiques

Si l'on s'intéresse aux moyennes temporelles des termes de l'équation de KH, on obtient des cartes indiquant pour chaque échelle les régions de l'espace où chaque terme domine.

Transfert inter-échelle La Fig. 3.22 propose les cartes de $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_t / \varepsilon$ pour deux échelles distinctes de la simulation SS-Ra5e09. Le transfert inter-échelles est maximal dans les coins où le rouleau de convection frappe les plaques haute et basse : on parle de *zones de recirculation*. Comme $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_t > 0$, l'énergie suit la cascade de Kolmogorov et passe des grandes aux petites échelles.

Au contraire, à proximité des plaques haute et basse, le transfert inter-échelles est parfois négatif. L'énergie semble ainsi suivre une cascade inverse et être transférée vers les grandes échelles. Par ailleurs, on constate qu'à grande échelle $\ell/\eta = 39.5$, le transfert inter-échelle est négatif sur une bande plus épaisse à proximité des parois horizontales. Il s'agit d'une part d'un effet de l'ondelette qui corrèle les champs à une échelle de l'ordre de quelques ℓ . Mais d'autre part cela est cohérent avec la carte des écarts quadratiques moyens en température présentés en Fig. 3.23. Cette carte indique que la zone d'existence majoritaire des panaches coïncide avec la zone où le transfert interéchelles est négatif. L'énergie est en effet injectée dans la cellule à petite échelle via les panaches qui transfèrent ensuite leur énergie aux grandes échelles en entraînant le rouleau de convection. Ce qui se traduit par une cascade énergétique inverse.

Le long des parois verticales, l'énergie des bords intérieurs du rouleau est progressivement transférée vers les petites échelles tout au long de l'ascension ou de la descente du fluide. Enfin, au



(a) Lois d'échelles du transfert inter-échelles $D_I^{\ell,\delta}$ (carré) et du terme visqueux $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ (étoile) pour plusieurs expériences aux nombres de Rayleigh suivants : $Ra = 4.8 \times 10^9$ (vert), $Ra = 5.8 \times 10^9$ (orange), $Ra = 1.4 \times 10^{10}$ (bleu), $Ra = 1.5 \times 10^{10}$ (jaune), $Ra = 1.6 \times 10^{10}$ (violet). On considère toujours la même zone de moyennage.

(b) Évolution de la valeur du plateau $\mathcal{D}_{I}^{\delta}/(4/9\varepsilon)$ en fonction du nombre de Rayleigh. Ces valeurs sont estimées en prenant le maximum du transfert inter-échelles sur la Fig. 3.21a. On mesure ainsi le taux de dissipation local $\varepsilon_{local} \sim 0.08\varepsilon$ ce qui est cohérent avec les simulations de Kunnen et *al*.





Fig. 3.22 Moyennes temporelles du transfert inter-échelles pour plusieurs échelles pour la simulation SS-Ra5e09. En noir est indiquée la zone de confiance. À droite les lignes de champ de la vitesse sont rappelées. Soulignons qu'ici $D_I^{\ell,\delta}$ est calculé à partir des fluctuations de vitesse.



Fig. 3.23 Écart quadratique Q_T de la température pour la simulation SS-Ra5e09. Les filaments blancs occupent la zone où les panaches évoluent majoritairement. Cette carte est à comparer avec la carte du transfert inter-échelles $\langle D_I^{\ell} \rangle$ en Fig. 3.22 : les zones où ce transfert est négatif correspondent aux zones d'existence des panaches.

centre de l'écoulement, le transfert inter-échelle est minimal : le mélange y est moins important et il y a moins d'énergie disponible. Le transfert inter-échelle est positif ce qui est conforme à ce qui est attendu pour une turbulence homogène et isotrope.



Fig. 3.24 Moyennes temporelles du terme visqueux pour plusieurs échelles pour la simulation SS-Ra5e09. En noir est indiquée la zone de confiance. À droite les lignes de champ de la vitesse sont rappelées. Soulignons qu'ici $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ est calculé à partir des fluctuations de vitesse.

Dissipation visqueuse Il en est de même pour $\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle_t$ dont les cartes sont illustrées par la Fig. 3.24 pour les deux mêmes échelles et pour la simulation SS-Ra5e09. À nouveau la dissipation par viscosité est maximale dans les zones de recirculation. Les couches limites dissipent également une partie importante de l'énergie. Au centre, l'écoulement est plus calme et il y a moins d'énergie

disponible : la dissipation par viscosité y est donc plus faible.

La turbulence est intense dans les zones de recirculation et l'énergie en jeu est importante. On propose un bilan simplifié : le rouleau de convection transporte une quantité d'énergie $E_{rouleau}^{verticale}$. En rencontrant les parois planes, le fluide passe d'un déplacement vertical à un mouvement horizontal. Il perd une partie de son énergie par dissipation visqueuse mais aussi car de l'énergie est transférée aux petites échelles. Le bilan énergétique s'écrit donc

$$E_{rouleau}^{verticale} = \langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_t + \langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle_t + E_{rouleau}^{horizontale}.$$
(3.39)

L'énergie perdue dans ces zones de recirculation est ensuite compensée par l'apport énergétique des panaches tout au long du déplacement horizontal. Au final, l'énergie totale du rouleau est constante, ce qui permet sa persistance dans le temps.

IV.5. Effet du champ moyen

Jusqu'à présent, nous avons étudié les fluctuations de vitesse pour nous affranchir de l'impact du champ moyen sur les lois d'échelle. Dans cette section, nous quantifions cette influence. La présence d'un champ moyen modifie les lois d'échelle en particulier aux grandes échelles. Ceci est très visible sur la Fig. 3.25 montrant les lois d'échelle mesurées pour 3 expériences dont le champ moyen est différent. Peut-on quantifier cet écart entre les deux grandeurs calculées avec et sans le champ moyen ? C'est l'objet de cette section.



Fig. 3.25 Lois d'échelle de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} calculées sans champ moyen, pour 3 expériences inclinées : non zoomée (en jaune), zoomée en bas (en vert) et au centre (en violet). Pour l'expérience zoomée en bas, nous avons tracé $-\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle$ et $-\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle$ car ces grandeurs sont négatives. Si le champ moyen est très intense (OctoBas), il affecte les lois d'échelle à petit ℓ . Au centre, il ne joue aucun rôle. À grande échelle son impact est bien visible car les lois d'échelles avec et sans champ moyen diffère (courbes jaunes).

IV.5.a. Effet sur les lois d'échelle

Écrivons le champ de vitesse U sous la forme

$$\mathcal{U}(\boldsymbol{x},t) = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t) \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{U} = \langle \boldsymbol{\mathcal{U}} \rangle_t.$$
 (3.40)

Sous cette forme U(x) est le champ moyen, inhomogène et anisotrope en pratique, et u(x,t) est la fluctuation à la moyenne. On supposera que le champ moyen est grand devant les fluctuations, soit $||U|| \gg ||u||$. Cela se vérifie expérimentalement car nous avons un taux de turbulence de l'ordre de Ainsie en potent $A^* = A(x + \xi)$ on pout référrire

Ainsi - en notant $A_i^* = A\left(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi} \right)$ - on peut réécrire

$$D_{I}^{\ell}(\boldsymbol{U}) = D_{I}^{\ell}(\boldsymbol{U}) - \int d^{3}\boldsymbol{\xi} \phi^{\ell} \partial_{k} \left[2\left(U_{i}^{*} - U_{i}\right)\left(U_{k}^{*} - U_{k}\right)\left(u_{i}^{*} - u_{i}\right) + \left(u_{k}^{*} - u_{k}\right)\left(U_{i}^{*} - U_{i}\right)^{2} + \left(U_{k}^{*} - U_{k}\right)\left(u_{i}^{*} - u_{i}\right)^{2} + 2\left(U_{i}^{*} - U_{i}\right)\left(u_{k}^{*} - u_{k}\right)\left(u_{i}^{*} - u_{i}\right) \right] + D_{I}^{\ell,\delta}.$$

$$(3.41)$$

avec $D_I^{\ell}(U)$ la dissipation à travers les échelles calculée à partir du champ moyen, et $D_I^{\ell,\delta}$ cette même dissipation calculée à partir des fluctuations u.

De même, nous avons

$$D_{\nu}^{\ell}(\boldsymbol{U}) = D_{\nu}^{\ell}(\boldsymbol{U}) + \frac{1}{2} \int d^{3}\boldsymbol{\xi} \phi^{\ell} \left[(u_{i}^{*} - u_{i}) \partial^{2} (U_{i}^{*} - U_{i}) + 2\partial_{j} (U_{i}^{*} - U_{i}) \partial_{j} (u_{i}^{*} - u_{i}) + (U_{i}^{*} - U_{i}) \partial^{2} (u_{i}^{*} - u_{i}) \right] + D_{\nu}^{\ell,\delta}.$$
(3.42)

avec $D_{\nu}^{\ell}(\boldsymbol{U})$ le terme visqueux calculé à partir du champ moyen, et $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ le terme visqueux des fluctuations.

On peut calculer chaque terme des Éq. 3.41 et 3.42 séparément et en particulier les termes D_A^{ℓ} , calculé à partir du champ entier de vitesse, $D_A^{\ell}(U)$, calculé à partir du champ de vitesse moyen et $D_A^{\ell,\delta}$ calculé à partir des fluctuations de vitesse pour A = I ou $A = \nu$. C'est ce qui est représenté sur la Fig. 3.26 pour les expériences inclinées non zoomée (en jaune) et zoomée au centre (en violet) et sur la Fig. 3.27 pour la simulation SS-Ra5e09.

Au centre de la cellule (courbes violettes), l'écoulement moyen est peu intense, le transfert d'énergie à travers les échelles D_I^{ℓ} et le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} sont quasiment identiques lorsqu'ils sont calculés à partir du champ moyen ou à partir des fluctuations. De plus, aux petites échelles, l'effet du champ moyen n'est que peu visible car les fluctuations ressemblent beaucoup au champ de vitesse.

En revanche, si l'on considère l'ensemble de la cellule de convection, l'écoulement moyen n'est plus négligeable. Les lois d'échelle observées aux grandes échelles en témoignent. En effet, à petite échelle, c'est la quantité calculée à partir des fluctuations de vitesse qui prédomine. Le champ moyen n'intervient qu'à grande échelle : c'est lui qui est responsable de la chute du transfert d'énergie D_I^ℓ mais aussi du changement de pente observé pour le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} .

Rappelons que le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} s'apparente à la corrélation de la vitesse. La contribution du champ moyen à le terme visqueux est quasi-constant. En effet, le champ moyen est fortement corrélé mais à partir de 50 η pour les expériences et de 20 η pour la simulation, cette corrélation s'effondre. Au delà, la quantité calculée avec le champ moyen impose sa décroissance et implique une rupture de pente.

D'après ces graphes, remarquons que nous avons

1

$$D_{I}^{\ell} = D_{I}^{\ell}(\mathbf{U}) + D_{I}^{\ell,\delta} + \alpha \qquad \text{avec } \alpha \text{ une constante}$$

$$D_{\nu}^{\ell} \simeq D_{\nu}^{\ell}(\mathbf{U}) + D_{\nu}^{\ell,\delta}.$$
(3.43)



(a) $\langle D_I^\ell \rangle_{t,x}$ (carré), $\langle D_I^\ell(U) \rangle_t$ (losange) et $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_{t,x}$ (b) $\langle D_\nu^\ell \rangle_{t,x}$ (étoile), $\langle D_\nu^\ell(U) \rangle_t$ (losange) et $\langle D_\nu^{\ell,\delta} \rangle_{t,x}$ (cercle) en fonction de l'échelle ℓ . La ligne montre la (cercle) en fonction de l'échelle ℓ . La ligne montre la somme $\langle D_I^{\ell}(\mathcal{U}) + D_I^{\ell,\delta} \rangle_{t,\boldsymbol{x}}$. Tout est normalisé par ε .

somme $\langle D^{\ell}_{\nu}(\mathcal{U}) + D^{\ell,\delta}_{\nu} \rangle_{t,\boldsymbol{x}}$. Tout est normalisé par ε .

Fig. 3.26 Effet du champ moyen sur les lois d'échelles. Violet : expérience inclinée zoomée au centre; jaune : expérience inclinée globale. L'effet du champ moyen domine à grande échelle.



(a) $\langle D_I^\ell \rangle_{t,x}$ (carré), $\langle D_I^\ell(U) \rangle_t$ (losange) et $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_{t,x}$ (b) $\langle D_\nu^\ell \rangle_{t,x}$ (étoile), $\langle D_\nu^\ell(U) \rangle_t$ (losange) et $\langle D_\nu^{\ell,\delta} \rangle_{t,x}$ (cercle) en fonction de l'échelle ℓ . La ligne montre la (cercle) en fonction de l'échelle ℓ . La ligne montre la somme $\langle D_I^{\ell}(\boldsymbol{\mathcal{U}}) + D_I^{\ell,\delta} \rangle_{t,\boldsymbol{x}}.$

somme $\langle D_{\nu}^{\ell}(\mathcal{U}) + D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle_{t,\boldsymbol{x}}.$

Fig. 3.27 Effet du champ moyen sur les lois d'échelles pour la simulation numérique SS-Ra5e09. L'effet du champ moyen domine à grande échelle.

Autrement dit, les termes intermédiaires de l'Éq. 3.42 sont très petits aussi bien expérimentalement que numériquement. Au contraire, les termes intermédiaires de l'Éq. 3.41 semblent ainsi non nuls : les fluctuations de vitesse seraient corrélées avec le champ moyen.

C'est pourquoi les plateaux atteints par le transfert inter-échelles à grande échelle varient selon que D_I^{ℓ} ait été calculé à partir du champ de vitesse ou des fluctuations. Le Tab. 3.8 rapporte les valeurs de ces plateaux pour les expériences et la simulation numérique. On constate qu'avec le champ moyen, les plateaux sont toujours plus proches de ε . On pourrait s'attendre à ce que $D_I^{\ell,\delta}$

	$\mathcal{D}_I^\ell/arepsilon$	$\mathcal{D}_{I}^{\ell,\delta}/arepsilon$	$\mathcal{D}_{I}^{\ell,\delta}/\mathcal{D}_{I}^{\ell}$
Octo	$6,11 \times 10^{-2}$	$3,70 \times 10^{-2}$	0.61
SS-Ra5e09	0.112	0.103	0.92

Tab. 3.8 Valeurs des plateaux atteints par le transfert inter-échelles avec et sans champ moyen ainsi que leur ratio pour l'expérience Octo et la simulation SS-Ra5e09.

soit une fraction constante de D_I^{ℓ} mais les valeurs indiquées dans le Tab. 3.8 prouvent le contraire. Soulignons que les zones de moyennage pour les expériences et pour la simulation sont différentes et que le nombre de Reynolds Re est également différent.

IV.5.b. Effet sur les cartes spatiales

Afin de comprendre l'impact du champ moyen sur les transferts énergétiques, nous comparons les cartes du transfert inter-échelles $\langle D_I^\ell \rangle$ et du terme visqueux $\langle D_{\mu}^\ell \rangle$ avec et sans champ moyen pour l'expérience Octo et la simulation numérique SS-Ra5e09 à des échelles données.

Transfert inter-échelles Les cartes du transfert inter-échelles calculées à partir des fluctuations de vitesse ont déjà été interprétées en sec. 4. Nous les comparons en Fig. 3.28 avec les mêmes cartes calculées avec le champ entier de la vitesse. Ces cartes sont représentées pour la simulation SS-Ra5e09 et l'expérience Octo. Comme indiqué au début de ce chapitre, les effets de bords sont



(d) Sans champ moyen pour l'expérience Octo.

Fig. 3.28 Cartes du transfert inter-échelle dans le cas de l'expérience Octo (b et d) et de la simulation numérique du LIMSI SS-Ra5e09 (a et c) calculées (a et b) avec et (c et d) sans champ moyen. Les cartes expérimentales sont bien mieux convergées d'où leur meilleure homogénéité. Les effets de bords y sont également plus intenses puisque le champ n'est ni périodique ni nul aux bords contrairement au cas de la simulation numérique SS-Ra5e09. La zone de confiance pour l'échelle considérée est délimitée par le rectangle blanc. Le motif observé sur les cartes expérimentales à petite échelle est lié à un biais de PIV et n'a pas de signification physique.

plus important pour l'expérience à cause de la nature du champ de vitesse. En revanche, les cartes expérimentales sont mieux convergées temporellement car nous avons davantage de champs indépendants. Elles visualisent uniquement la zone centrale de l'écoulement. Les cartes expérimentales indique que l'énergie suit partout la cascade directe ce qui est en accord avec les cartes numériques.

Les cartes numériques étant mieux résolues, on peut pousser l'observation. On constate tout d'abord que le champ moyen affecte grandement ce type de transfert puisque les cartes avec et sans champ moyen sont nettement distinctes. Aux échelles présentées, on y observe des zones où ce terme est négatif à proximité des parois horizontales mais aussi verticales. Dans ces zones, l'énergie serait ainsi transférée des petites vers les grandes échelles. Nous avons déjà expliqué ce mécanisme au niveau des plaques horizontales par un transfert entre les panaches et l'écoulement grande échelle. Les zones observées autour des parois verticales correspondent aux parties verticales de l'écoulement et transfèrent progressivement leur énergie en se diluant dans le rouleau de convection au fur et à mesure de leur ascension / descente selon qu'ils soient chaud ou froid. Néanmoins, cette interprétation reste fragile car la présence d'un champ moyen inhomogène perturbe le bilan énergétique de l'équation de KH. Dans ce cas, le signe du transfert inter-échelles n'indique pas forcément le sens de la cascade énergétique mais peut dépendre du champ moyen comme les expressions du Tab. 3.1 l'ont montré.

Dissipation visqueuse La Fig. 3.29 montre les cartes du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} avec et sans champ moyen pour l'expérience Octo et la simulation SS-Ra5e09. Expérimentalement, seule la zone centrale est visualisée. C'est pourquoi la dissipation semble quasi-nulle partout. À nouveau, les effets de bords sont plus importants pour l'expérience : les zones de confiance sont indiquées en blanc. Les simulations numériques - mieux résolues et visualisant l'ensemble de l'écoulement - montrent que le terme visqueux est plus intense à proximité des parois. La dissipation par viscosité est en effet maximale autour des parois. Si l'on considère seulement les fluctuations de vitesse alors les zones



Fig. 3.29 Cartes du terme visqueux expérimental (b et d) et numérique (a et c) calculées (a et b) avec et (c et d) sans champ moyen. Les cartes expérimentales et numériques sont cohérentes car expérimentalement, seule la zone centrale est visualisée.



Fig. 3.30 Cartes moyennes de $\langle \partial_t E^\ell \rangle_t$ pour plusieurs échelles ℓ pour la simulation SS-Ra5e09. Ces cartes manquent de convergence.

de fortes dissipation correspondent aux zones de recirculation. La dissipation par viscosité dans cette partie de l'écoulement serait alors causée principalement par les fluctuations de vitesse, qui accroissent localement la turbulence. Au contraire, la dissipation à proximité des parois serait due au champ moyen, le rouleau de convection perdant une partie de son énergie par friction aux parois.

En présence d'un champ moyen inhomogène, le bilan énergétique décrit par l'équation de KH est affecté par le champ moyen, nous l'avons dit. Si l'interprétation de chaque terme est délicate, on sait néanmoins que le signe de $\partial_t E^\ell$ traduit le sens du transfert d'énergie. Nous montrons en Fig. 3.30, les cartes de $\langle \partial_t E^\ell \rangle_t$ pour la simulation SS-Ra5e09. Conformément aux lois d'échelle, ce terme est petit comparé au transfert inter-échelle et au terme visqueux. En revanche il est difficile de conclure quant à la distribution spatiale des transferts énergétiques. Ces cartes sont des moyennes temporelles et ne sont pas assez convergées. De plus, puisque nous travaillons sur les champs de vitesse 2D, il manque une dimension.

En conclusion, les cartes obtenues avec le champ de vitesse moyen sont délicates à interpréter. Par la suite, nous nous concentrerons sur les cartes issues des fluctuations de vitesse uniquement.

V. Influence de la rugosité des plaques horizontales

Des travaux précédents [39, 55] ont montré que la présence de rugosités sur les plaques chaude ou froide affectait la turbulence en convection de Rayleigh-Bénard. Les outils développés dans ce chapitre permettent de caractériser les échanges énergétiques au sein d'un écoulement. Nous avons ainsi souhaité poursuivre ces travaux portant sur l'influence des rugosités en utilisant ces outils sur deux jeux de données obtenues par O. Liot lors de sa thèse dans une cellule rectangulaire [36]. Dans cette section, nous comparons également nos résultats expérimentaux à ceux issus des simulations numériques détaillées en sec. 2.

V.1. Expériences Rugueux-Lisse

L'effet des rugosités sur les plaques chaude et froide est un sujet de recherche actif car cela perturbe grandement les couches limites, qui déterminent la plupart des phénomènes de convection. Aussi, deux jeux de données correspondant aux mesures détaillées dans le Tab. 3.9 sont analysés. Il s'agit de mesures du champ de vitesse par PIV dans un plan vertical, au centre de la cellule rectangulaire, réalisées par O.Liot [36]. En raison de la géométrie rectangulaire de la cellule, l'écoulement est confiné dans sa profondeur et le rouleau de convection est lui aussi bloqué dans le plan de mesure. Pour les deux expériences, la plaque froide en haut est lisse mais la plaque chaude en bas est soit lisse soit rugueuse, c'est à dire parsemée de plots rectangulaires de 20 mm de côté (soit 5% de la hauteur de la cellule) et régulièrement espacés. On remarquera que le taux de dissipation ε de l'expérience Rugueux-Lisse est légèrement plus grand que pour l'expérience Lisse-Lisse.

Plaques	Ra	Pr	Nu	$\epsilon \; (\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3})$	$\eta \ (\mathrm{mm})$
lisse-lisse	7×10^{10}	4,3	201,4	$8,35 \times 10^{-6}$	$0,\!43$
rugueux-lisse	$6,2 \times 10^{10}$	4,1	247	$8,82 \times 10^{-6}$	$0,\!41$

Tab. 3.9 Tableau récapitulatif des caractéristiques des expériences lisse-lisse et rugueuse-lisse traitées.



(a) Expérience Lisse-Lisse. Rotation dans le sens antihoraire.

(b) Expérience Rugueux-Lisse. Rotation dans le sens horaire.

Fig. 3.31 Champs de vitesse moyens des expériences Lisse-Lisse et Rugueux-Lisse. La couleur indique le norme de la vitesse. Les lignes blanches marquent les lignes de champ. Les sens de rotations des deux expériences sont opposés.





tale \mathcal{Q}_U .

de la composante verticale Q_V .

Fig. 3.32 Champs des vitesses quadratiques moyennes des composantes horizontale (a) et (b) et verticale (c) et (d) des expériences Lisse-Lisse (a) et (c) et Rugueux-Lisse (b) et (d).

Les champs de vitesse moyens sont représentés en Fig. 3.31. La norme de la vitesse est indiquée par la couleur et les lignes blanches sont les lignes de champs. Les sens de rotation des deux expériences sont opposés. Si la cellule est parfaitement horizontale, le sens de rotation du rouleau de convection est aléatoire. Une fois le rouleau établit, le sens de rotation ne change pas.

La norme de la vitesse est un peu plus petite que pour les mesures réalisées dans la cellule octogonale et illustrées en Fig. 3.13. Notons que pour ces expériences dans la cellule octogonale, la zone de visualisation ne comprend pas les parties gauche et droite de l'écoulement grande échelle, où la vitesse verticale est très importante. Aussi, si l'on considère les mêmes zones de l'écoulement, toutes les expériences présentent des vitesses similaires, ce qui est cohérent avec la proximité des nombres de Rayleigh. De plus, les écoulements dans la cellule rectangulaire et dans la cellule octogonale inclinée sont similaires.

La Fig. 3.32 rapporte les cartes des moyennes quadratiques des composantes horizontale et verticale pour les deux expériences. Les échelles de couleurs sont comparables pour chaque composante. On constate que les vitesses quadratiques moyennes sont plus importantes dans l'expérience Rugueux-Lisse ce qui semble indiquer que la turbulence y serait plus développée. Rappelons que le taux de dissipation ϵ est légèrement plus important pour cette expérience. Toutefois, il pourrait également s'agir d'un effet causé par la présence de rugosités. [36].

V.2. Lois d'échelles de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ}

La Fig. 3.33 montre le bilan énergétique en fonction de l'échelle ℓ pour les expériences Lisse-Lisse (vert) et Rugueux-Lisse (rouge). Y sont représentées les moyennes spatio-temporelles du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} sans champ moyen. Ces moyennes sont normalisées par le taux de dissipation global ε .



Fig. 3.33 Lois d'échelles de $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle$ et $\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle$ normalisées par ε pour les expériences Rugueux-Lisse (rouge) et Lisse-Lisse (vert).

Force est de constater que les courbes des deux expériences ne se superposent pas. Le transfert inter-échelles et le terme visqueux sont systématiquement plus hauts pour l'expérience Rugueux-Lisse que pour l'expérience Lisse-Lisse. Pourtant, les moyennes sont normalisées par le taux de dissipation ε . Intéressons-nous aux quantités calculées avec le champ moyen D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} . À petite échelle, le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} est plus importante en présence de rugosité. De même à grande échelle, le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} est plus grand avec une paroi rugueuse. Ces deux observations indiquent que les transferts énergétiques sont plus importants avec des rugosités et que la dissipation par viscosité y est également plus intense.

Si l'on considère les quantités calculées à partir des fluctuations des champs de vitesse, les mêmes conclusions s'imposent. Les rugosités semblent ainsi affecter les fluctuations de vitesse en leur conférant davantage d'énergie indépendamment du champ moyen. Ce surplus d'énergie est ensuite dissipée soit par viscosité, soit en étant transféré vers d'autres échelles.

Par ailleurs, les effets du champ moyen sont similaires à ceux évoqués en sec. 5. Il intervient à grande échelle, modifiant la décroissante en $\ell^{-4/3}$ de D_{ν}^{ℓ} et faisant chuter le transfert inter-échelles D_{I}^{ℓ} .

V.3. Caractérisation spatiale des échanges énergétiques

Quantifier ce surplus d'énergie au sein de l'écoulement et engendré par les rugosités de la parois basse est possible grâce aux cartes des moyennes temporelles de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} . Il devient possible d'identifier les zones où le transfert inter- échelles est intense. On peut également comprendre où l'énergie est majoritairement dissipée par viscosité.

V.3.a. Transfert inter-échelles

La Fig. 3.34 représente plusieurs cartes des moyennes temporelles du transfert inter-échelles $D_I^{\ell,\delta}$ issues des simulations et des expériences Rugueuse-Lisse et Lisse-Lisse et ce pour deux échelles ℓ . Les résolutions des expériences et des simulations étant légèrement différentes, nous n'avons pas exactement accès aux mêmes échelles. Pour les expériences, les zones de confiance définies précédemment sont représentées en noir. Toutefois, pour ces expériences, nous constatons que les effets de bords sont plus réduits. En effet, tout comme pour les simulations, les champs de vitesse aux bords sont quasi-nuls ce qui les rend quasi-périodiques. Les effets de bords causés par le passage dans le domaine de Fourier sont ainsi plus limités. De plus nous nous intéressons ici aux grandeurs issues des fluctuations de vitesse qui sont davantage périodiques par nature.

Nous souhaitons ici distinguer les différences engendrées par une plaque rugueuse placée en bas de la cellule.

Nous observons tout d'abord que le transfert inter-échelle rapporté au taux de dissipation ε est du même ordre de grandeur pour toutes les simulations et expériences. Il est un peu plus grand pour l'expérience Rugueuse-Lisse que pour l'expérience Lisse-Lisse car le taux de dissipation ε est légèrement plus important comme indiqué par le Tab. 3.9. De plus, il est toujours maximal et positif dans les zones de recirculation sans que cela soit affecté par la présence de rugosité.

Proche des parois horizontales, la zone où le transfert inter-échelles est négatif semble plus épaisse à $\ell/\eta = 10$ sous la configuration Lisse-Lisse. À plus grande échelle $\ell/\eta = 39$, ce transfert est encore plus intense. Les rugosités ont une taille de l'ordre de $\ell/\eta = 4$. L'absence de rugosité semble favoriser le transfert d'énergie des petites vers les grandes échelles. On a vu que les panaches étaient vraisemblablement les vecteurs de ce transfert. Sans rugosité, ce transfert serait plus efficace. Une hypothèse est que les rugosités génèrent des panaches plus petits et transportant moins d'énergie et qui perturbent moins le rouleau de convection, lui transférant ainsi moins d'énergie. Au contraire, l'emploi d'une plaque lisse formerait des panaches moins nombreux et plus intenses, transportant davantage d'énergie et venant percuter l'écoulement grande échelle plus violemment ce qui permettrait un transfert plus important. Néanmoins ces observations sont partiellement vérifiées expérimentalement : une zone où le transfert inter-échelle est négatif est bien visible à



Fig. 3.34 Comparaison des moyennes temporelles de $\langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_t / \varepsilon$ pour les simulations (a) Rugueux-Lisse (RS-Ra2e09), (c) Lisse-Lisse (SS-Ra2e09) et les expériences (b) Rugueuse-Lisse et (d) Lisse-Lisse. Les échelles de couleur sont identiques pour tous les graphes.

proximité des parois de l'expérience Rugueuse-Lisse mais pas pour la configuration Lisse-Lisse.

Expérimentalement on observe une zone où le transfert inter-échelle est négatif à proximité immédiate des zones de recirculation. Ces zones ne sont pas visibles dans les simulations. Il pourrait s'agir d'un effet de nombre de Rayleigh.

Enfin, au centre de l'écoulement, le transfert inter-échelle est plus homogène dans la configuration Rugueuse-Lisse aussi bien pour les simulations que pour les expériences.

V.3.b. Dissipation visqueuse

Nous étudions ici les moyennes temporelles du terme de dissipation visqueuse D_{ν}^{ℓ} , dont les cartes sont représentées en Fig. 3.35 pour les expériences et simulation Rugueux-Lisse (en haut) et Lisse-Lisse (en bas) et ce pour deux échelles ℓ .

Comme pour les cartes du transfert inter-échelles, la résolution spatiale des deux expériences étant légèrement différente, nous n'avons pas exactement accès aux mêmes échelles. Néanmoins, le terme visqueux est réparti de façon similaire pour les simulations et les expériences.

La répartition spatiale du terme visqueux n'est plus symétrique en présence de rugosité en bas de la cellule. Les rugosités engendrent une dissipation par viscosité augmentée sur une couche plus épaisse qu'en leur absence : on distingue clairement des extrema du terme visqueux sur la plaque du bas et dont la périodicité spatiale correspond à celle des rugosités. À l'échelle $\ell/\eta = 9.4$, en configuration Rugueuse-Lisse, le terme visqueux est intense sur une couche d'épaisseur de l'ordre de la taille des rugosités et sur une couche à peine visible en leur absence. La résolution spatiale des expériences ne permet malheureusement pas de visualiser cela.

Par ailleurs, la zone de recirculation proche de la plaque lisse semble plus intense et plus étendue sous la configuration Rugueuse-Lisse pour les simulations et les expériences. Cette zone semble dissiper davantage d'énergie quand le jet du rouleau de convection provient d'une plaque rugueuse. Nous ne savons pas l'expliquer pour l'instant.

Au centre de l'écoulement, il n'y a pas différences notables et la dissipation est toujours très



Fig. 3.35 Comparaison des moyennes temporelles de $\langle D_{\nu}^{\ell,\delta} \rangle_t / \varepsilon$ pour les simulations (a) Rugueux-Lisse (RS-Ra2e09), (c) Lisse-Lisse (SS-Ra2e09) et les expériences (b) Rugueuse-Lisse et (d) Lisse-Lisse. Les échelles de couleur sont identiques pour l'ensemble des simulations d'une part et pour les expériences d'autre part.

faible.

V.3.c. Écart-types des moyennes temporelles de D_I^ℓ et de D_ν^ℓ

Jusqu'à présent nous avons caractérisé le comportement moyen du transfert inter-échelles et du terme visqueux. Mais qu'en est-il de leur fluctuations dans le temps? Sont-elles stables dans le temps? Sont-elles uniformément réparties dans l'écoulement? Pour répondre à ces questions, nous définissons les écart-types temporels σ_I^ℓ et σ_{ν}^ℓ de ces deux quantités selon les équations

$$\sigma_{I} = \sqrt{\left\langle \left(D_{I}^{\ell} - \left\langle D_{I}^{\ell} \right\rangle_{t}\right)^{2} \right\rangle_{t}},$$

$$\sigma_{\nu} = \sqrt{\left\langle \left(D_{\nu}^{\ell} - \left\langle D_{\nu}^{\ell} \right\rangle_{t}\right)^{2} \right\rangle_{t}}.$$
(3.44)

Ces écarts-type dépendent donc de l'échelle ℓ considérée, et de l'espace. On obtient ainsi des cartes pour chaque échelle. Ces cartes sont rapportées en Fig. 3.36 pour les deux configurations et pour une petite échelle. On adimensionalise les écarts-type par ε . Les extrema locaux observés en configuration Lisse-Lisse sont des artefacts liés à la PIV et n'ont pas de sens physique.

Les écarts-type temporels σ_I^{ℓ} et σ_{ν}^{ℓ} sont plus importants en présence de rugosités. Les extrema observés en configuration Lisse-Lisse sont trois fois plus petits que ceux mesurés en Rugueux-Lisse. On retrouve les conclusions énoncées plus haut.

À proximité des parois verticales, les écarts-types du transfert inter-échelles et du terme visqueux sont très grands : les échanges énergétiques y sont très intenses et leur amplitude varie grandement. L'écart-type du transfert inter-échelles σ_I^{ℓ} atteint ainsi 10ε .



(b) Expérience Lisse-Lisse.

Fig. 3.36 Comparaison des écarts-type temporels σ_I^{ℓ} (resp. σ_{ν}^{ℓ}) pour les expériences Rugueux-Lisse (a) et Lisse-Lisse (b). Les échelles de couleur sont identiques pour les deux figures. Les zones de confiance théoriques sont indiquées en blanc. Les extrema locaux observés en (a) sont des artefacts de la PIV. Les écarts-type sont plus grands en présence des rugosités ce qui signifie que les échanges énergétiques varient davantage au cours du temps.

Les zones de recirculation montrent à nouveau qu'elles sont le lieu d'échanges énergétiques fluctuant dans le temps puisque les deux écarts-type y sont importants : les fluctuations des deux types de transfert y sont conséquentes.

Enfin, ces écarts-type sont également grands autour des parois chaude et froide. On imagine que les échanges varient beaucoup selon la présence ou l'absence de panache issu de la plaque chaude ou froide. On remarque que cette zone est plus fine autour de la plaque rugueuse que des plaques lisses.

Pour finir, au centre de l'écoulement, les écarts-type sont très faibles car les échanges énergé-



Fig. 3.37 Écarts-type temporels σ_I^{ℓ} et σ_{ν}^{ℓ} pour l'expérience Octo dans la cellule octogonale. La carte est cohérente avec la carte de la Fig. 3.36b puisqu'on ne visualise ici qu'une partie de l'écoulement privé des bras verticaux du rouleau de convection.

tiques y sont très réduits tout au long du temps.

On montre en Fig. 3.37 les cartes de ces mêmes écarts-type obtenus pour l'expérience Octo dans la cellule octogonale. La comparaison avec la Fig. 3.36 montre une grande similarité. Les effets de bords sont plus importants pour cette expérience Octo mais l'on voit qu'à l'intérieur de la zone de confiance (indiquée en blanc) on retrouve les écarts-types observés dans la configuration Lisse-Lisse en se privant des bras verticaux du rouleau de convection. Rappelons que pour l'expérience Octo, nous ne visualisons pas ces bras.

V.3.d. Interprétation énergétique

Les cartes présentées en Fig. 3.34 et Fig. 3.35 montrent qu'en présence de rugosités, les transferts énergétiques sont plus importants. Les zones de recirculations sont des espaces d'échanges intenses où l'énergie est dissipée par viscosité ou bien transférée à d'autres échelles. En présence de rugosités, la zone d'échange autour de la plaque chaude est réduite comparée à une même plaque lisse. Toutefois, les échanges énergétiques y sont plus intenses.

Les cartes des écarts-type temporels appuient ces conclusions et indiquent que les échanges énergétiques dans ces zones sont également grandement variables au cours du temps.

Rappelons qu'on attend

$$\langle D_{\nu}^{\ell} \rangle \xrightarrow[\ell \to 0]{} \varepsilon_{\nu}.$$
 (3.45)

Nous avons également montré que pour une turbulence homogène isotrope et sur l'intervalle $\ell/\eta \sim 10^1-10^2$

$$\varepsilon = \langle D_I^\ell \rangle + \langle D_\nu^\ell \rangle. \tag{3.46}$$

Nous reportons en Fig. 3.38 à la fois le taux de dissipation ε d'une part et la somme du transfert inter-échelle et du terme visqueux pour la simulation SS-Ra5e09 et pour deux échelles ℓ d'autre part. La somme du transfert inter-échelles et du terme visqueux est quasi-égale au taux de dissipation


(a) Carte de ε^{2D3C} moyen normalisé (b) Taux de dissipation expérimental ε^{exp} divisé par ε pour deux échelles ℓ . par ε .

Fig. 3.38 Comparaison entre la moyenne temporelle du taux de dissipation ε^{2D3C} et le taux de dissipation expérimental ε^{exp} défini par l'Éq 3.47 pour deux échelles ℓ . Les cartes sont très ressemblantes.

visqueuse ε_{ν} . La mesure de D_{I}^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} à petite échelle permet ainsi d'obtenir une carte du terme visqueux dans le plan de mesure. Nous définirons le taux de dissipation ε^{D} tel que

$$\varepsilon^D \equiv \langle D_I^{\ell,\delta} \rangle_t + \langle D_\nu^{\ell,\delta} \rangle_t. \tag{3.47}$$

La mesure du transfert inter-échelles $D_I^{\ell,\delta}$ et du terme visqueux $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ permet donc d'établir une carte du taux de dissipation visqueuse au sein de l'écoulement.



Fig. 3.39 Taux de dissipation expérimental défini par la somme $\langle D_I^\ell \rangle_t + \langle D_\nu^\ell \rangle_t$ pour l'expérience Rugueux-Lisse (à gauche) et Lisse-Lisse (à droite). Tout est normalisé par ε . Comme attendu, la dissipation est plus importante en présence de rugosités. En revanche, il nous est difficile d'interpréter ce que représente une dissipation négative.

Nous détaillons en Fig. 3.39 les cartes expérimentales du taux de dissipation expérimental ε^D obtenues en configuration Rugueux-Lisse (a gauche) et Lisse-Lisse (à droite).

La dissipation est plus importante en valeur absolue en présence des rugosités. C'est tout à fait normal puisque l'on observait cela à la fois pour le transfert inter-échelles et pour le terme visqueux.



Fig. 3.40 $\varepsilon^{exp} \equiv \langle D_I^{\ell} \rangle_t + \langle D_{\nu}^{\ell} \rangle_t$ pour les expériences globale Octo (à gauche), zoomée au centre OctoCentre (au milieu) et zoomée en bas OctoBas (à droite) pour la plus petite échelle ℓ disponible. Les lignes du champs de vitesse sont indiquées en gris. Les effets de bords sont bien visibles et sont exclus des zones de confiance délimitées par les rectangles noirs. Ces cartes sont compatibles avec le taux de dissipation de la simulation SS-Ra5e09 présenté en Fig. 3.38a

Toutefois, le taux de dissipation expérimental est parfois négatif dans la configuration Rugueux-Lisse. Cela s'explique par la prédominance du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} aux échelles considérées, qui est négatif, sa somme avec la dissipation par viscosité reste ainsi négative. Comme nous sommes à deux dimensions, il nous manque une composante donc $\varepsilon^D \neq \varepsilon$.

La Fig. 3.40 rassemble les cartes de ε^D pour les expériences globale Octo (à gauche), zoomée au centre OctoCentre (au milieu) et zoomée en bas OctoBas (à droite). Tout est normalisé par ε . Les maillages sont des artefacts liés à la PIV et n'ont pas de sens physique.

En faisant abstraction des artefacts liés à la PIV, on retrouve pour l'expérience globale Octo que la dissipation est grande dans les boucles de re-circulation et quasi-nulle au centre de l'écoulement. L'expérience zoomée au centre indique que la dissipation est minimale au centre et croît en s'éloignant du centre. Enfin, l'expérience zoomée en bas montre que la dissipation y est 50 fois plus importante qu'au centre. Elle est également homogène sur la zone visualisée. Ces observations sont en bon accord avec la carte du taux de dissipation issu de la simulation SS-Ra5e09 et rapporté en Fig. 3.38a.

VI. Analyse statistique

L'étude des cartes instantanées du transfert inter-échelles et du terme visqueux est également intéressante pour plusieurs raisons. L'étude des extrema de ces deux quantités permet de détecter et de caractériser d'éventuelles singularités de vitesse [31, 15]. En effet, autour d'une singularité, D_I^{ℓ} n'est pas nul quand l'échelle tend vers 0.

Dans un premier temps nous nous intéressons aux distributions de probabilités de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} . Ensuite, nous verrons que ces dernières nous permettent d'identifier des événements extrêmes dans les cartes instantanées.

VI.1. Distributions des coefficients D^I et D^{ν}

Nous nous intéressons ici aux distributions de probabilité des coefficients D_l^I et D_l^{ν} . Il s'agit des histogrammes normalisés par le nombre de points utilisés pour les calculer. Ces histogrammes sont estimés sur la zone de confiance d'une échelle ℓ_c supérieure à toutes les échelles pour lesquelles on étudie l'histogramme : ces histogrammes ne sont donc pas sensibles aux effets de bords.

Ces distributions sont représentées en Fig. 3.41 pour l'expérience globale Octo. Elles s'affinent



Fig. 3.41 Distributions de probabilités du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} (à gauche) et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} (à droite) pour l'expérience globale Octo. Distributions calculées sur la zone de confiance de l'échelle $\ell_c/\eta = 72.9$. Les abscisses sont normalisées par ε . Les distributions s'affinent quand l'échelle ℓ augmente.

à mesure que l'échelle ℓ augmente. Plus l'échelle ℓ est grande et plus la gamme de valeurs atteintes par D_I^{ℓ} et D_{ν}^{ℓ} est limitée. Cela s'explique par le moyennage à l'échelle ℓ . Plus l'échelle est grande et plus le moyennage est fait sur une grande zone : les variations extrêmes sont ainsi lissées de plus en plus. Pour s'affranchir de cet effet, on divise les abscisses de ces distributions de probabilité par les écarts-type σ_I ou σ_{ν} du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} ou du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} . La Fig. 3.42 présente ces distributions de probabilités normalisées pour l'expérience globale Octo.

Les distributions de probabilités du transfert inter-échelles sont légèrement asymétriques : il y a plus d'évènements positifs que d'évènements négatifs. La moyenne spatio-temporelle du transfert inter-échelles doit être positive ou nulle ($\langle D_I^\ell \rangle \geq 0$, cette asymétrie est attendue.

Les distributions du terme visqueux s'étendent largement du côté positif mais indique qu'il existe un nombre important d'extrema où le terme visqueux est négatif. On remarquera que cette distribution ressemble fortement à celle du nombre de Nusselt Lagrangien obtenu par le suivi lagrangien d'une particule instrumentée [36, 35]. On sait que le taux de dissipation ε peut s'exprimer



Fig. 3.42 Distributions de probabilités de D_I^{ℓ} (à gauche) et de D_{ν}^{ℓ} (à droite) normalisées par leur écarts-type pour l'expérience globale Octo. Tout est calculé sur la zone de confiance de l'échelle $\ell_c/\eta = 72.9$. Les distributions de D_I^{ℓ} sont asymétriques.

comme [10]

$$\varepsilon = \frac{\nu^3}{H^4} Ra \frac{Nu - 1}{Pr^2}.$$
(3.48)

Si seul le nombre de Nusselt varie dans le terme de droite, alors ces variations vont se refléter sur ε . Puisque le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} caractérise la dissipation par viscosité pour de petites échelles, alors il n'est pas surprenant que les distributions de D_{ν}^{ℓ} ressemblent à celles du nombre de Nusselt.

Ces distributions caractérisent l'écoulement central car la zone de confiance correspond peu ou prou au centre de l'écoulement, où l'écoulement moyen est peu intense. Mais ces distributions sont-elles affectées par un écoulement moyen plus important? De plus, nous n'avons accès pour cette expérience qu'à des échelles relativement grandes. Comment ces distributions évoluent-elles pour des échelles plus petites?



(b) Expérience zoomée en bas OctoBas.

Fig. 3.43 Distributions de probabilité du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} pour les expériences zoomées (a) au centre et (b) en bas. Les abscisses sont normalisées par les écarts-type σ_I et σ_{ν} respectivement. Tout est calculé sur la zone de confiance (a) $\ell_c/\eta = 10.4$ et (b) $\ell_c/\eta = 6.37$.

Aussi, pour répondre à ces questions, les distributions de probabilités obtenues pour les expériences zoomées au centre et en bas sont rapportées en Fig. 3.43 pour trois échelles ℓ .

Pour une échelle ℓ/η donnée, les distributions obtenues pour les deux expériences zoomées sont bien différentes. À l'échelle $\ell/\eta = 1.3 - 1.4$, la distribution est beaucoup plus étendue au centre qu'en bas. Les extrema seraient plus intenses au centre qu'en bas. Par ailleurs, on constate encore au centre que les distributions s'affinent quand l'échelle augmente. Cela n'est plus observé en bas où les distributions se superposent toutes, sans que l'échelle ℓ ne les affecte. Regardons nous des échelles trop proches? Les statistiques obtenues au centre pour des échelles similaires et qui pourtant influencent les distributions répondent par la négative. Reste donc l'hypothèse selon laquelle le fort écoulement moyen contraint ces statistiques à toutes les échelles.



Fig. 3.44 Distributions de probabilité du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} et du terme visqueux D_{ν}^{ℓ} pour les expériences (a) Rugueux-Lisse et (b) Lisse-Lisse. Les abscisses sont normalisées par les écarts-type σ_I et σ_{ν} respectivement. Tout est calculé sur les zone de confiance de l'échelle (a) $\ell_c/\eta = 66.0$ et (b) $\ell_c/\eta = 91.6$.

Influence de la rugosité La Fig. 3.44 montre les distributions de probabilités de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} pour les expériences Rugueux-Lisse et Lisse-Lisse.

Les distributions du transfert inter-échelles sont asymétriques pour les deux expériences. Il y a davantage d'extrema dans les valeurs négatives que das les positives. En revanche le pic central est atteint pour $D_I^{\ell} > 0$. Concernant le terme visqueux, le pic central de la distribution est du côté des valeurs positives. Enfin les distributions mesurées pour la configuration Lisse-Lisse sont plus étendues que celles de l'expérience Rugueux-Lisse.



VI.2. Étude des extrema et de leur topologie



Fig. 3.45 Cartes de D_I^{ℓ} (à gauche) et de D_{ν}^{ℓ} (à droite) autour des extrema typiques observés pour l'expérience zoomée en bas octoBas. L'extrema est indiqué par une croix noire. Les lignes de champ de la vitesse sont dessinées en blanc. Trois types de structures ressortent : (a) les spirales, (b) les chocs frontaux et (c) les séparations. Les deux premières structures sont observées dans les écoulements de Von Karmàn.



Fig. 3.46 Cartes de D_I^{ℓ} (à gauche) et de D_{ν}^{ℓ} (à droite) autour des extrema typiques observés pour la simulation SS-Ra5e09. L'extrema est indiqué par une croix noire. Les lignes de champ de la vitesse sont dessinées en blanc. Nous n'observons pas de structure similaires à ce que les expériences proposent.

À partir des PDFs de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} , on peut identifier les événements rares contribuant aux queues des PDFs. Les cartes de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} caractérisent alors la topologie des événements rares. Il faut pour cela regarder à une échelle l proche de l'échelle de Kolmogorov η [15].

Les expériences zoomées ont une résolution suffisante pour atteindre η . Aussi, nous montrons en Fig. 3.45 quelques extrema observés pour l'expérience zoomée en bas. Les cartes instantanées de D_I^{ℓ} (à gauche) et de D_{ν}^{ℓ} autour des extrema y sont reportées. Les extrema sont représentées par une croix noire. Les lignes du champ de vitesse sont indiquées en blanc. On retrouve des structures particulières autour de ces extrema. Nous observons par exemple des extrema là où le champ de vitesse forme des spirales (Fig. 3.45a), dans des zones où deux parties du fluide se rencontrent frontalement (Fig. 3.45b). Des extrema sont également vus lorsque le fluide se sépare soudainement, créant de fait une dépression au centre (Fig. 3.45c).

Nous présentons également en Fig. 3.46 quelques extrema observés sur la simulation SS-Ra5e09. Nous n'avons pas constaté d'extrema similaires à ceux obtenus expérimentalement. La simulation numérique est très résolue et nous disposons de 3 fois moins d'instantanés que pour les expériences, il est donc possible qu'on ne les détecte pas.

Des études plus poussées seraient nécessaires pour caractériser la topologie de ces extrema comme cela a été initié en écoulement de Von Karmàn [31, 12, 13].

VII. Synthèse et perspectives

- \checkmark Au cours de ce chapitre, une étude des échanges d'énergie échelle par échelle a été menée. Nous avons montré que l'énergie suivait une cascade inverse dans les zones d'émission des panaches, ces derniers transférant leur énergie au rouleau de convection.
 - \Rightarrow Des expériences zoomées dans ces zones permet traient de mieux caractériser ces échanges inversés.
- $\checkmark\,$ Nous avons montré que la dissipation par viscosité est plus intense dans les zones de recirculation et que la cascade d'énergie y est directe.
- ✓ Une carte de la dissipation par viscosité ε a été calculée et correspond aux cartes numériques obtenues par les simulations numériques du LIMSI ou par Kunnen et *al* [30].
 - \Rightarrow Des expériences systématiques en fonction du nombre de Rayleigh pourraient indiquer dans quelle mesure la répartition spatiale de cette dissipation par viscosité dépend de *Ra*.
- $\checkmark\,$ La présence de rugosité sur la plaque chaude affecte le transfert inter-échelles D_I^ℓ et le terme de dissipation D_ν^ℓ
 - \Rightarrow Des expériences avec une résolution augmentée à proximité des rugosités sont nécessaires pour aller plus loin.
- ✓ Les distributions de probabilités de D_{ν}^{ℓ} sont très proches de celles du nombre de Nusselt local comme cela a déjà été observé [35].
- \checkmark Les événements extrêmes sont rapidement recensés. Plusieurs d'entre eux sont observés expérimentalement mais jamais dans les simulations numériques.
 - \Rightarrow La résolution des expériences n'est pas suffisante pour conclure quant à ces événements extrêmes. Des expériences mieux résolues pourraient être menées en ce sens.

4

Mesure de température

Sommaire

I. Introduction
II . Mesure du champ de température par diffusion de Mie
1 . Principe général
2 . En pratique
a . Le dispositif expérimental
b . Diffusion de Mie par de fines gouttelettes d'eau 107
c . Diffusion de Mie par des micro-ballons
III . Mesure du champ de température 2D par cristaux thermochromiques 110
1. Principe
2 . Dispositif expérimental
3 . Les expériences
4 . Calibration en température
5 . Mesure simultanée de la vitesse et de la température
6 . Étude statistique du flux thermique
IV . Synthèse et perspectives

I. Introduction

Plusieurs questions restent ouvertes concernant le transport thermique à petite échelle : Quelle est le rôle des panaches dans ces transferts thermiques? Quelle fraction d'énergie transportent-ils? L'écoulement moyen intervient-il dans ce transfert? Ces questions sont de premières importance pour l'industrie chimique ou pour la modélisation du climat.

Au Chapitre.3, nous avons proposé quelques avancées dans les échanges énergétiques, à partir d'une étude basée sur les champs de vitesse. Pour comprendre les flux thermiques, encore faut-il parvenir à les mesurer expérimentalement. À cet effet, il est nécessaire de mesurer simultanément vitesse et température au même endroit. Quelques études eulériennes alliant PIV et LIF ont vu le jour dans la dernière décennie [53], et plus récemment des techniques combinant PIV et cristaux liquides thermochromiques ont été mises au point [45]. Dans le même temps, des expériences lagrangiennes permettant ces mesures simultanées ont été développées. Une approche originale consistait à utiliser une particule instrumentée de taille centimétrique dotée de plusieurs sondes de température et de même densité que le fluide environnant. La vitesse de cette particule était obtenue grâce à une caméra. Cette idée pionnière a permis de réaliser les premières mesures simultanées de vitesse et de température [73]. Néanmoins, la grande taille de l'instrument ne permettait pas d'accéder aux petites échelles de l'écoulement. C'est pourquoi, plusieurs équipes ont récemment tentés d'utiliser des cristaux thermochromiques (dont la couleur change avec la température) d'un diamètre inférieur au millimètre en les utilisant comme traceurs pour réaliser des expériences similaires mais tout en résolvant les petites échelles.

Ce chapitre est composé de deux parties indépendante. La première présente des travaux exploratoires en vue d'utiliser les propriétés de la diffusion de Mie pour remonter *in fine* à la température des traceurs. Au cours de la seconde partie, nous détaillons une série d'expériences de PIV-T utilisant les cristaux liquides sus-mentionnés.

II. Mesure du champ de température par diffusion de Mie

Dans cette section, nous cherchons à développer une nouvelle technique, permettant de mesurer la température de traceurs en tirant profit de la lumière qu'ils réfléchissent.

II.1. Principe général

L'idée de base est de tirer profit de la lumière réfléchie par les traceurs. En effet, considérons un traceur sphérique éclairé en lumière cohérente, typiquement par un laser. L'intensité diffusée dépend de l'angle d'observation et de la polarisation de la lumière incidente : c'est la diffusion de Mie. Le laser est polarisé verticalement. En utilisant un objectif, dont l'ouverture angulaire est de taille forcément finie, on capte une multitude d'angles et l'on observe des franges comme en Fig 4.1b. Il faut cependant ne pas faire la mise au point sur le traceur mais au contraire être défocalisé légèrement, les interférences étant localisées à l'infini. C'est pourquoi le traceur n'apparaît plus comme ponctuel mais forme un halo. Ce halo est parsemé de franges verticales.



(a) Dispositif étudié. Le laser est polarisé verticalement.



(b) Système typique de franges observés. Les différences d'interfranges sont ici dues à des diamètres différents.

Fig. 4.1 Schéma de principe de la mesure par diffusion de Mie. Images adaptées de [26].

Gustav Mie, un physicien allemand a fait en 1908 l'analyse théorique de ce phénomène [44]. On a donc des expressions analytiques - mais non triviales - décrivant l'intensité diffusée en fonction de l'angle d'observation. Un calcul supplémentaire donne l'expression de l'interfrange en fonction des paramètres importants, à savoir le diamètre de la particule d, la longueur d'onde du laser λ , l'indice optique de la particule n et l'angle d'observation ϕ . Cette expression est donnée par l'équation suivante :

$$d = \frac{2 \cdot \lambda}{\Delta \phi \cdot \left(\cos(\phi/2) + \frac{n \cdot \sin(\phi/2)}{\sqrt{1 + n^2 - 2n \cdot \cos(\phi/2)}}\right)}$$
(4.1)

où l'angle $\Delta \phi = \frac{i}{L}$ avec L la distance entre le capteur et la particule. L'interfrange *i* dépend donc de l'indice optique du traceur et de son diamètre. Les petites particules auront un interfrange plus grand tandis que les grandes particules auront de fins interfranges.

En utilisant des particules dont l'indice et le diamètre dépendent de la température, la mesure de l'interfrange nous renseignera sur leur température. Certes, la dépendance est faible : pour du polystyrène, matériau composant les traceurs utilisés pour le suivi lagrangien, les variations relatives de l'indice optique et du diamètre sont similaires et de l'ordre de 1×10^{-4} /K. Ces variations engendrent des écarts de l'ordre du pourcent sur l'interfrange. Puisque nous connaissons l'expression analytique de l'interfrange, un ajustement précis nous donnerait la température moyenne du traceur, ce qui peut s'assimiler à la température de son voisinage étant donné sa petite taille.

L'idée générale est séduisante, mais la mise en œuvre est un défi. En effet, de nombreuses questions restent en suspens : les franges seront-elles visibles ? La lumière diffusée par deux particules proches ne va-t-elle pas produire des interférences supplémentaires ? Les fluctuations des interfranges seront-elles détectables ?

II.2. En pratique...

II.2.a. Le dispositif expérimental

Une nappe laser est utilisée ainsi qu'une caméra/appareil photo pouvant tourner autour de la zone d'essai comme reporté sur la Fig 4.2. Ce dispositif permet de faire varier l'angle d'observation. La nappe laser est formée en utilisant une lentille cylindrique et toujours le laser émettant à 432 nm. La puissance du laser, les temps d'exposition et les ouvertures angulaires sont ajustés selon les besoins de sorte à obtenir des images suffisamment lumineuses. La plupart du temps, la puissance du laser est fixée à 5 W. On place sur la zone d'essai, selon les expériences, de la vapeur d'eau créée par un spray ou bien une cuve en verre contenant de l'eau et des micro-ballons.



Fig. 4.2 Dispositif expérimental utilisé pour la diffusion de Mie. En bleu est représentée la zone d'étude où l'on place soit de la vapeur d'eau ou une cuve d'eau ensemencée de particules. L'angle d'observation θ est variable ainsi que la distance de la caméra à la zone d'observation.

II.2.b. Diffusion de Mie par de fines gouttelettes d'eau

Dans un premier temps, nous avons utilisé un diffuseur pour produire de fines gouttes d'eau au niveau de la zone d'essai. La caméra filme leur chute qui se fait en moins d'une seconde. La Fig 4.3a montre une image typique prise par la caméra Flares avec un objectif de 35 mm et d'ouverture angulaire maximale égale à 8. Quelques franges sont visibles. Les particules sont un peu flou car le temps d'exposition a du être allongé afin de voir les particules. En effet, l'ouverture angulaire étant réduite, malgré le laser émettant à sa puissance maximale soit 5 W, nous manquons de lumière.



 (a) Caméra Flares avec un (b) Appareil photo avec obobjectif d'ouverture angu- jectif Zeiss d'ouverture angulaire 8.
 laire supérieure, égale à 2.

Fig. 4.3 Diffusion de Mie sur des gouttelettes d'eau pour deux appareils d'ouverture angulaire distinctes. On observe plus de franges lorsque l'ouverture angulaire est grande.



Fig. 4.4 Diffusion de Mie sur des gouttelettes d'eau pour deux appareils d'ouverture angulaire distinctes. On observe plus de franges lorsque l'ouverture angulaire est grande.

Afin de mesurer les variations d'interfranges très précisément, nous avons besoin d'observer un maximum de franges par particule. Le nombre de franges dépend de plusieurs paramètres. La taille de la particule est déterminante tout comme l'angle d'observation θ , l'ouverture angulaire de l'objectif et le nombre de pixels du capteur. En ce qui concerne l'angle d'observation, nous ne sommes actuellement pas capable de voir son effet sur le nombre de franges. En revanche, il est préférable de se placer dans une configuration proche de celle de la Fig 4.2, c'est à dire avec un angle $\theta \sim 30^{\circ}-45^{\circ}$, afin d'avoir un maximum de lumière diffusée, la diffusion avant étant bien plus importante que la diffusion arrière. Par ailleurs, les objectifs d'appareil photo ayant de meilleurs ouvertures angulaires, nous avons utilisé par la suite un appareil photo Nikon D3S avec un objectif Zeiss de 100 mm et d'ouverture angulaire modulable de 2 à 20. La Fig 4.3b montre une image typique. L'appareil photo prenant des images couleurs, on voit à présent des franges vertes puisque le laser est vert. L'objectif Zeiss ayant une plus grande ouverture angulaire, davantage de franges sont observées.

Toutefois, une grande ouverture angulaire permet de voir de nombreuses mais réduit la profondeur de champ. Un compromis est à trouver. La Fig 4.4 illustre ce dilemme : l'ouverture angulaire étant grande, il y a beaucoup de franges mais la profondeur de champ est réduite. Ceci est un mauvais compromis.

La taille des taches lumineuses dépend de la mise au point. Plus elle est éloignée du plan laser et plus les taches sont larges, rendant la détection des franges plus facile mais perturbant aussi la détection des positions des particules. C'est ce que l'on voit en Fig 4.4 à droite : la mise au point est faite au centre de la zone d'étude mais le plan laser est incliné à 45° par rapport à l'appareil photo. Aussi, à droite, là où le plan laser est plus proche de l'appareil photo, la mise au point est donc faite loin derrière le plan laser. Les gouttes apparaissent beaucoup plus grosses et se superposent. Cette superposition peut bien évidemment être évitée en produisant moins de gouttes.

Estimation de la taille des gouttelettes d'eau Il est possible à partir des images de la Fig 4.3 et l'équation 4.1 de déterminer le diamètre typique des gouttelettes d'eau produites par le spray. Tous les paramètres sont connus immédiatement mis à part l'angle $\Delta \phi$ qui demande quelques petits efforts. On utilisera l'image de la Fig 4.3a obtenue avec la caméra Flares. Son capteur CCD est un carré de 1 cm de côté et est composé de 1080 × 1080 pixels. On mesure sur l'image Fig 4.3a que l'interfrange moyen est de l'ordre de 6 pixels soit 6 × 10⁻⁵ m. Ce capteur était placé à 10 cm du centre de la zone d'étude. On a donc $\Delta \phi \sim \frac{6 \times 10^{-5}}{10 \times 10^{-2}} \sim 6 \times 10^{-4}$ rad. Grâce à l'équation 4.1, on estime le diamètre des gouttelettes d'eau à 80 µm.

II.2.c. Diffusion de Mie par des micro-ballons

La section précédente a montré que nous étions capable d'observer les franges créées par diffusion de Mie. Toutefois, ces gouttelettes ne nous seront d'aucune utilité dans nos cuves d'eau. De plus, rappelons-nous que nous cherchons à observer les fluctuations des interfranges. Aussi, nous avons poursuivi les tests avec des micro-ballons présentant un facteur de dilatation 1000 fois plus grand que les traceurs usuels : on attend ainsi des variations de l'interfrange supérieures au pourcent. Le fabricant donne peu d'information quant à leur composition si ce n'est que ce sont des sphères de plastique contenant un alcane aux propriétés particulières.

Ces micro-ballons sont injectés en très faible quantités (quelques microgrammes par litre d'eau) dans de l'eau dé-ionisée très pure. Comme pour les traceurs de PIV, un peu de savon liquide est ajouté pour éviter l'agrégation des micro-ballons. Une petite cuve rectangulaire contenant ce mélange est alors placée dans la zone d'étude. La Fig 4.5 montre une image typique obtenue avec l'appareil photo. Même si la concentration en micro-ballons est bien trop importante, on constate que la taille des interfranges est très supérieure à celles observées avec le spray. L'indice optique des micro-ballons n'étant pas donné par le fabricant, nous ne pouvons pas encore exclure que ce n'est pas du à un indice plus faible que celui de l'eau. Notons que toutes les poussières contenues dans l'eau diffusent la lumière pareillement aux micro-ballons : c'est pour cette raison que l'on



Fig. 4.5 Micro-ballons dans la cuve en verre. La concentration en micro-ballons est trop grande ce qui génère des interférences supplémentaires. Certaines franges sont visibles mais l'interfrange est beaucoup plus grand que pour les gouttelettes d'eau. L'interfrange n'est pas le même pour toutes les particules.

utilise de l'eau dé-ionisée très pure. Toutes les expériences sont réalisées à température ambiante de l'ordre de 25 °C. Le mélange est donc à l'équilibre thermique. Cependant, les interfranges ne sont pas identiques d'une particule à l'autre ce qui suggère une autre explication : les micro-ballons sont-ils plus petits que les gouttelettes ? Les micro-ballons sont-ils polydispersés ?

Quelle est la taille des micro-ballons ? À l'aide d'un microscope, nous avons visualisé un mélange très concentré de micro-ballons dans de l'eau. Nous avons identifié les micro-ballons sur les images obtenues pour en déterminer les rayons. La Fig 4.6a montre une détection typique. En violet sont tracés les contours et en jaune le centre des cercles détectés par le script python. On y voit que les micro-ballons n'ont pas tous la même taille. À partir d'une vingtaine d'images, nous avons tracé l'histogramme des rayons présenté en Fig 4.6b. Les micro-ballons sont donc très polydispersés, ce qui explique la variété des franges obtenues. De plus, ils sont beaucoup plus petits que les gouttelettes d'eau précédemment étudiées, et c'est pourquoi les interfranges sont plus grands, conformément à l'équation 4.1.





(a) Détection typique des micro-ballons par le script python. En violet les contours détectés et en jaune les centres des cercles.

(b) Distribution des rayons des micro-ballons. Le mélange est polydispersé et le rayon moyen est très faible (de l'ordre de $2 \mu m$) comparé au rayon des gouttelettes de l'ordre de $80 \mu m$.

Fig. 4.6 Polydispersité des micro-ballons.

Limitations expérimentales En chauffant les micro-ballons sous microscope, nous avons constaté que leur déformation n'était pas complètement réversible. Après un cycle de chauffage refroidissement dans les gammes de température $20 \,^{\circ}\text{C}-50 \,^{\circ}\text{C}$ qui nous intéressent, les micro-ballons ne reprennent pas leur taille initiale. Leur utilisation pour détecter les fluctuations de température au sein de l'écoulement est alors compromise.

Par ailleurs, nous n'avons pas réussi à atteindre la résolution spatiale nécessaire pour détecter les variations d'interfrange de l'ordre du pourcent.

III. Mesure du champ de température 2D par cristaux thermochromiques

Nous avons souhaité tester une autre technique récemment mise au point [45]. Cette technique permet de mesurer simultanément vitesse et température. Nous présentons ici des premières mesures avec des résultats préliminaires.

III.1. Principe

Les cristaux liquides sont largement utilisés pour les écrans de nos appareils numériques. En fonction du champ électrique auxquels ils sont soumis, leur couleur change. Il existe des cristaux liquides thermochromiques fonctionnant de façon similaire : selon leur température, ces cristaux changent de couleur. Plus précisément, il s'agit de cristaux liquides chirals et nématiques. Ils réfléchissent de façon sélective la lumière blanche incidente : nous les voyons donc de différentes couleurs. En combinant astucieusement plusieurs de ces cristaux, on est capable d'obtenir un matériau dont la couleur passe du rouge au bleu lorsque la température varie entre -30 °C et 120 °C sur une gamme que l'on peut choisir [**BookTLCMeasurementTechniques**].

La couleur des cristaux dépend à la fois de l'angle entre la lumière incidente et l'observateur, de la température et du spectre de la source lumineuse. Cette dépendance est propre à chaque mixture de cristaux [45]. Afin d'utiliser ces cristaux dans les écoulements, ils sont encapsulés dans des sphères dont le diamètre est de l'ordre de 20 µm. La densité de l'ensemble est déterminée par la quantité de cristaux liquides qui les remplit. On peut donc adapter cette densité pour que les micro-sphères soient isodenses avec le fluide de l'écoulement.

III.2. Dispositif expérimental

Dans un premier temps nous avons réalisé une mesure de la température dans un plan vertical. Pour ce faire, nous avons utilisé le dispositif schématisé en Fig. 4.7. Une petite cellule de Rayleigh-Bénard de section 170 mm x 70 mm pour une hauteur de 100 mm a été construite. La plaque horizontale du bas (resp. du haut) est chauffée (resp. refroidie) par un circuit d'eau intégré associé à un bain thermique. On impose donc la température de ces deux plaques.



Fig. 4.7 Schéma du dispositif expérimental. Une cellule de Rayleigh-Bénard de 10 cm de haut a été construite. Les plaques horizontales rouges et bleues sont chauffées et refroidie respectivement par deux bains thermiques. Une LED associée à un verre thermique (en vert) et à deux caches (en violet) permet d'obtenir une nappe blanche divergente dont l'épaisseur varie entre 0,4 cm-2 cm.

Créer une nappe de lumière blanche à partir de LED n'est pas aisé car il faut parvenir à faire converger les faisceaux de lumières très divergents. Nous avons opté pour un système simplifié en utilisant simplement une fente placée entre la LED et la cuve. Cela crée une nappe homogène mais avec une épaisseur variant de 0,4 cm après la fente jusqu'à 2 cm à l'autre extrémité de la cuve, comme visible sur le schéma en Fig. 4.7b.

Nous avons utilisé des cristaux liquides R20C10W de chez Hallcrest. Une caméra Ximea CB262CG-GP-X8G3 est placée perpendiculairement à la nappe de lumière blanche et la mise au point est effectuée sur cette nappe. La caméra dispose de 5120x5120 pixels dotée de filtres Bayer permettant de fournir des images couleurs 8 bits. À pleine résolution, la fréquence maximale d'enregistrement est de 80 Hz mais nécessite un système d'écriture ultra-rapide.

III.3. Les expériences

Dans cette section, nous présentons une expérience de convection de Rayleigh-Bénard. Les plaques basse et haute sont respectivement chauffée et refroidies et maintenues à température constante par deux bains thermiques. L'expérience RB visualise quasiment l'ensemble de l'écoulement, en particulier selon la verticale. Le Tab. 4.1 rassemble les caractéristiques de cette expérience.

$$\frac{T_{moy} [^{\circ}\text{C}] \quad \Delta T [^{\circ}\text{C}] \quad f [\text{Hz}] \quad \text{Durée [s]}}{\text{RB} \quad 22.5 \quad 13 \quad 15 \quad 1 \text{ min}}$$



III.4. Calibration en température

Nous discutons ici de la correspondance quantitative entre la couleur et la température. En sortie des caméras, la couleur est codée sur 3 valeurs R, G et B correspondant aux couleurs primaires. Chaque couleur est ainsi paramétrée par trois grandeurs. Mais comment trouver une fonction monotone entre ces trois paramètres et le paramètre température? Moller et *al* ont proposé d'utiliser les paramètres Teinte, Saturation et Valeur (HSV) pour coder la couleur [45]. Les paramètres de saturation et de valeur traduisent principalement l'intensité lumineuse et non pas la couleur ellemême; on attend qu'il dépendent peu de la température. Avec ce système, il suffit de connaître la relation liant la teinte à la température.



(a) 18 °C.

(b) 20 °C.

(c) 23 °C.

Fig. 4.8 Couleur des cristaux en fonction de la température du fluide. Les cristaux sont blancs/-rouges à 18 °C puis tendent vers le bleu à 23 °C en passant par du vert et du jaune pour des températures intermédiaires.

Pour déterminer la relation entre la teinte H et la température T, nous plaçons le fluide à plusieurs températures constantes et homogènes puis nous enregistrons plusieurs images. La Fig. 4.8 présente plusieurs de ces images instantanées pour trois températures allant de 18 °C à 23 °C. Les cristaux sont rouges/blancs à basse température puis deviennent bleus à 23 °C en passant par du jaune/vert pour des température intermédiaires. Sur chaque image, on constate également que la couleur n'est pas uniforme de gauche à droite : à gauche les particules sont plus rouge tandis qu'à droite elle tirent sur le bleu. Cette différence est due à l'angle entre la lumière incidente et l'observateur qui varie entre les deux côtés.





(b) Relation $\langle H \rangle_t = f(T)$ pour les différentes zones définies ci-contre.

(a) Définition des zones de calibration sur l'image instantanée de la Fig. 4.8c. 5 zones sont surlignées d'une couleur et leur relation H = f(T) sont reportées ci-contre.

Fig. 4.9 Principe de la calibration en température. (a) Discrétisation spatiale des images. (b) Évolution de la valeur de teinte H en fonction de la température pour 5 zones définies en (a). On voit que la dépendance en la température est quantitativement distincte selon les zones.

La relation entre la teinte H et la température T dépend donc en même temps de la position sur l'image. On notera $H = f(T, \mathbf{x})$. On élimine des éventuelles fluctuations de température en moyenner temporellement ces images instantanées prises à diverses température. Pour prendre en compte l'influence de cet angle, on calcule la relation $\langle H \rangle_t = f(T)$ sur un ensemble de petits carrés comme illustré en Fig. 4.9a. Ainsi, cette relation sera différente pour chaque petit carré. C'est ce qui est visible en Fig. 4.9b où la relation $\langle H \rangle_t = f(T)$ est tracé pour les cinq zones colorées de la Fig. 4.9a.

Deux points doivent être soulignés. Premièrement, les courbes issues des zones rouge, violette et bleue sont très différentes en raison de la forte variation de l'angle de visualisation entre ces trois zones. Deuxièmement, si l'on se place à un angle donné en considérant les trois zones verte, violette et jaune alors les trois courbes de calibration sont beaucoup plus similaire; l'angle de visualisation ne joue ici aucun rôle.

À partir d'une image instantanée, on en déduit alors le champ de température. Précisons que l'image initiale est légèrement floutée à l'aide d'un filtre gaussien de largeur 20 px pour lisser les fluctuations de densité de traceurs. La Fig. 4.10 montre l'image initiale et le champ de température qui en est déduit. La correspondance est excellente. Le panache chaud en bas à gauche est clairement visible et a une température supérieure à 23 °C. À droite, les panaches observés sont moins nets sur l'ensemble des expériences. La nappe de lumière blanche est à cet endroit beaucoup plus large, et l'on voit ainsi le champ de température sur une tranche de fluide plus épaisse (de l'ordre de 2 cm) que l'épaisseur typique d'un panache (de l'ordre de quelques millimètres). On observe

III. MESURE DU CHAMP DE TEMPÉRATURE 2D PAR CRISTAUX THERMOCHROMIQUES

cependant que le fluide y est plus froid en raison des panaches froids qui descendent.

Les points blancs correspondent aux échecs de la transformation teinte H vers température T pour deux raisons. Premièrement, la courbe H = f(T) est selon les endroits non monotone : c'est le cas de la zone rouge en Fig. 4.9a. Dans ce cas, il est possible d'attribuer deux valeurs de température T à une même teinte H ce qui pose problème. Deuxièmement, la couleur observée sur l'image instantanée peut être hors de la gamme des teintes calibrées. Là encore, on préférera ne pas considérer ces points.

III.5. Mesure simultanée de la vitesse et de la température

Nous savons à présent comment obtenir le champ de température. Rappelons nous que l'intérêt de cette mesure est d'en déduire le flux thermique local. Nous définissons celui-ci par

$$Q_{th} = vT \tag{4.2}$$

avec v la composante verticale de la vitesse et T la température. Il nous faut donc mesurer le champ de vitesse simultanément.



Fig. 4.10 Correspondance entre (a) une image brute et (b) le champ de température correspondant. Le panache chaud en bas à gauche est bien visible. Les points blancs indiquent que la correspondance entre la teinte H et la température T n'a pu être réalisée.



Fig. 4.11 Carte instantanée de la température avec le champ de vitesse correspondant issus de l'image instantanée de la Fig. 4.10a (expérience RB3). Le panache chaud monte à la vitesse typique de 1 cm/s.

Fig. 4.12 Carte instantanée du flux thermique Q_{th} pour l'image brute de la Fig. 4.10a (expérience RB3).

Puisque nous avons injecté un grand nombre de traceurs dans l'écoulement, le champ de vitesse est accessible par PIV comme au Chapitre. 2. Nous renvoyons le lecteur à ce chapitre pour le principe de cette méthode. La Fig. 4.11 illustre le champ de vitesse obtenu pour l'image instantanée présentée en Fig. 4.10b. Le champ de vitesse est parfaitement cohérent avec le champ de température. Le panache chaud se déplace vers le haut à une vitesse de l'ordre du centimètre par seconde.

Nous savons maintenant comment déterminer simultanément les champs de température et de vitesse dans un plan : on parlera par la suite de PIV-PIT (Particle Image Velocimetry - Particle Image Temperature.

Le flux thermique défini par l'Éq. 4.2 est désormais accessible. Nous présentons en Fig. 4.12 ce flux thermique instantané pour l'image brute de la Fig. 4.10a. Force est de constater que le transfert thermique est maximal au niveau du panache. En l'absence de panaches, le transfert thermique est quasi-nul. Les parties blanches correspondent aux endroits où la température n'a pu être déterminée comme expliqué précédemment.

Tentons pour terminer de caractériser le flux thermique par une courte étude statistique.

III.6. Étude statistique du flux thermique

Dans cette section, nous comparons les cartes expérimentales aux cartes fournies par les simulations numériques du LIMSI détaillées au Chapitre 3. En particulier, toutes les cartes numériques proviendront ici de la simulation SS-Ra5e09 dont les propriétés sont résumées au Tab. 3.5.

On trace en Fig. 4.13 le flux thermique moyen pour l'expérience RB3 et pour la simulation numérique du LIMSI SS-Ra5e09. Les deux cartes sont très similaires. Le flux thermique est intense à gauche et à droite dans les parties ascendante et descendante du rouleau de convection. Expérimentalement, la fenêtre de visualisation est plus petite que l'ensemble de la cellule, aussi, le rouleau de convection à droite n'est que partiellement visible. En dehors de ces zones gauche et droite, le flux thermique est quasi-nul en moyenne, notamment au centre et à proximité des parois horizontales car les panaches n'atteignent que peu souvent le centre de l'écoulement.



Fig. 4.13 Flux thermique moyen pour (a) l'expérience RB3 et (b) la simulation du LIMSI SS-Ra5e09. Les échanges thermiques ont principalement lieu dans les parties verticales de l'écoulement grande échelle.

Les cartes des variances du flux thermique pour la simulation SS-Ra5e09 et pour l'expérience sont représentées en Fig. 4.14. Au centre les variances sont nulles car le flux thermique y est quasiment constant, et même nul comme l'ont montré les cartes moyennes du flux présentées en Fig. 4.13. De même à proximité des parois chaude et froide, le flux thermique est nul et fluctue peu dans le temps.

Au contraire, dans les zones de recirculation, le flux thermique semble beaucoup fluctuer au



Fig. 4.14 Variance du flux thermique pour (a) l'expérience RB et (b) la simulation du LIMSI SS-Ra5e09. Le flux thermique fluctue intensément dans les zones de recirculation.

cours du temps puisqu'à ces endroits, sa variance est maximale. Nous avons vu au Chapitre 3 que ces zones étaient le lieu d'échanges énergétiques intenses. Ici, nous montrons que c'est également le cas pour l'énergie thermique. La carte expérimentale ne présente pas les mêmes maxima dans la zone de recirculation à droite car en raison de l'épaisseur plus importante de la nappe de lumière blanche à cet endroit, la température est mesurée non pas dans un plan mais dans un petit volume.

IV. Synthèse et perspectives

- \checkmark Au cours de ce chapitre, nous avons tenté de tirer partie de la diffusion de la lumière sur les traceurs pour mesurer leur température. Cette méthode s'est révélée infructueuse en raison de la déformation non réversible des traceurs utilisés.
 - ⇒ Les franges d'interférences sont néanmoins visibles avec des phénomènes de brouillage lorsque les traceurs sont proches. Nous ne connaissons pas à ce jour de traceurs dotés d'une déformation réversible en fonction de la température mais la méthode elle-même fonctionne.
- ✓ Nous avons également réalisé des expériences de PIV-PIT permettant la détection simultanée de la vitesse et de la température dans un plan vertical. Le flux thermique $Q_{th} = vT$ est ainsi déterminé.
 - \Rightarrow La précision de ces expériences exploratoires pourrait être augmentée par l'emploi d'une nappe de lumière blanche d'épaisseur constante, par exemple grâce à un laser blanc [45].
 - \Rightarrow Des expériences lagrangiennes permettant cette détection simultanée ont été initiées au cours de cette thèse sans aboutir à des résultats quantitatifs. De telles expériences permettrait de poursuivre la caractérisation lagrangienne en conditionnant sur la température par exemple, pour notamment mieux comprendre le rôle des panaches [60].
- \checkmark Une courte étude statistique du flux thermique montre que ce dernier est maximal à gauche et à droite de l'écoulement dans les jets montant et descendant du rouleau de convection. Les résultats expérimentaux sont comparés à une simulation numérique du LIMSI et l'accord est excellent.
 - ⇒ Une étude en fonction du nombre de Rayleigh pourrait être envisagée. Comment le flux thermique évolue-t-il avec le nombre de Rayleigh? Comment est-il réparti au sein de l'écoulement?

5

Conclusion et perspectives générales

Au cours de cette thèse, trois études complémentaires ont été menées en convection de Rayleigh-Bénard turbulente. Nous avons tout d'abord caractérisé expérimentalement la turbulence lagrangienne en vérifiant les modèles existant à l'aide de la détection des trajectoires des traceurs. Une étude des échanges énergétiques échelle par échelle a ensuite été présentée et compare des expériences eulériennes à des simulations numériques du LIMSI. Enfin, les échanges d'énergie thermique ont été étudiés grâce à une détection simultanée de la vitesse et de la température. Nous synthétisons ici les principaux résultats obtenus pour les approches lagrangienne et eulérienne tout en évoquant quelques perspectives.

Approche lagrangienne

- \checkmark Les études statistiques issues des expériences eulériennes de PIV et lagrangienne sont cohérentes et montrent que les fluctuations de vitesse ou d'accélération qui sont similaires aux attentes pour une turbulence homogène et isotrope. Le rouleau de convection n'affecte pas ces statistiques.
 - ⇒ L'influence des panaches pourrait être mieux comprise par une étude des statistiques sur des zones spécifiques de l'écoulement. Se restreindre aux zones d'émission des panaches ou bien là où le fluide se déplace principalement selon la verticale, tout en ayant de larges données permettant une meilleure convergence des moyennes, donnerait des indications quant à l'effet du rouleau de convection sur ces statistiques [33].
- ✓ Nous avons caractérisé pleinement la dynamique dissipative et inertielle de l'écoulement. Les fluctuations de la vitesse sont responsables des propriétés similaires à celle d'une turbulence homogène isotrope. La constante universelle C_0 ainsi que la constante de l'accélération a_0 sont les deux paramètres sur lesquelles les modèles de turbulence lagrangienne se basent. Celles-ci font l'objet d'une étude systématique en fonction du nombre de Reynolds R_{λ} basé sur l'échelle de Taylor. Leur évolution est conforme aux observations numériques et expérimentales connues à ce jour [64].
 - ⇒ Les caractéristiques du dispositif expérimental limite la gamme de R_{λ} sur laquelle les constantes C_0 et a_0 peuvent être déterminées. L'hélium liquide pourrait élargir la gamme de R_{λ} accessibles car réaliser de la convection thermique dans de l'hélium liquide permet d'atteindre des nombres de Rayleigh bien supérieurs.
- ✓ Ainsi, nous avons montré que l'écoulement en convection de Rayleigh-Bénard peut simplement se modéliser par les modèles de turbulence lagrangienne auxquels on associe un écoulement grande échelle. Le modèle stochastique à deux temps de Sawford décrit très bien la dynamique du système, qui est d'ailleurs principalement régie par les fluctuations de vitesse.
 - ⇒ Des modèles plus complexes ont récemment vu le jour et prennent davantage en compte la dynamique à petit temps [81]. Comparer les prédictions du modèle infini avec ces résultats expérimentaux serait digne d'intérêt.
- ✓ L'évolution de la constante C_{ε} en fonction de R_{λ} a été caractérisée et est cohérente avec les simulations numériques.

- \Rightarrow Les propriétés de l'écoulement ainsi que sa géométrie semble désormais affecter cette constante [77]. Les résultats de cette thèse pourrait être comparés à ceux obtenus pour de la convection thermique dans une cellule rectangulaire.
- \checkmark Les expériences de suivi lagrangien décrites dans ce manuscrit visaient à comprendre l'impact du rouleau de convection sur les statistiques. Une large partie de l'écoulement était donc visualisée. En contrepartie, la résolution spatiale était plus réduite que si un volume réduit avait été observé. Dès lors, les statistiques à deux particules (dispersion de paires) n'ont pu être pleinement étudiées.
 - ⇒ Le rôle des panaches ou du rouleau de convection sur ces statistiques pourrait être clarifié par des expériences zoomées dans des zones spécifiques.
- \checkmark Des expériences de suivi lagrangien combinées à une mesure simultanée de température à l'aide de cristaux liquides thermochromiques ont été initiées sans aboutir à des résultats quantitatifs pour l'instant.
 - ⇒ Conditionner l'étude statistique sur la température identifierait les propriétés des panaches chaud et froid.

Approche eulérienne

- \checkmark Nous avons montré que les échanges énergétiques étaient intenses dans les zones de recirculation. La dissipation par viscosité y est maximale ainsi que le flux thermique. L'énergie est transférée vers les petites échelles pour y être dissipée par viscosité conformément à la cascade de Kolmogorov.
- \checkmark Dans les zones d'émission des panaches, l'énergie est au contraire transférée vers les grandes échelles selon une cascade énergétique inverse. Les panaches émis semblent transférer leur énergie au rouleau de convection.
 - ⇒ Des expériences zoomées à proximités des parois seraient nécessaires pour confirmer cette observation.
- \checkmark Le flux thermique est maximal dans les parties ascendante et descendante du rouleau de convection. Il est quasiment nul au centre et au centre des parois chaude et froide.
 - ⇒ Les résolutions spatiale et en température des expériences pourraient être augmentées par l'emploi d'une nappe de lumière blanche constante et par l'optimisation des traceurs thermochromiques. On pourrait alors détecter plus précisément les panaches.
 - ⇒ Des statistiques conditionnées sur la température permettraient de séparer davantage l'impact des panaches et du rouleau de convection sur ces statistiques ainsi que sur les échanges énergétiques.
- ✓ Des cartes expérimentales du taux de dissipation visqueuse ε ont été proposées et correspondent aux cartes issues des simulations numériques du LIMSI et d'études précédentes [30].
 - ⇒ Comprendre comment évolue la répartition de ε au sein de l'écoulement en fonction du nombre de Rayleigh pourrait être intéressant.

6 Annexes

Sommaire

I . Expression des termes de l'équation de Karmàn-Howarth-Monin118
1 . Expression du terme temporel $\partial_t E^\ell$
2 . Expression du terme de flux $\partial_i J_i$
3 . Expression du flux inter-échelles D^I_ℓ
4. Expression du terme visqueux D^{ℓ}_{ν}
5 . Expression du terme de couplage D_c^ℓ
II . Effets de bords

I. Expression des termes de l'équation de Karmàn-Howarth-Monin

En pratique, nous ne disposons pas des champs de vitesse en 3D mais seulement de champs 2D. Nous avons deux ou trois composantes du champ de vitesse dans un plan 2D. Nous détaillons ici les expressions employées pour calculer ces quantités. Notons $\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3)$ les coordonnées dans l'espace et $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ les composantes de la vitesse. On dispose des champs de vitesse 2D dans le plan $r_2 = 0$ (r_1, r_3) . Ces champs dépendent des variables r_1, r_3 puisque nous disposons des champs dans des plans 2D. Les dérivées partielles selon x_2 sont donc nulles $(\partial_2 f = 0)$.

Nous ferons parfois la distinctions entre des champs 2D2C et 2D3C. Les champs 2D2C (resp. 2D3C) correspondent aux 2 (resp. 3) composantes de la vitesse dans le plan de mesure.

La transformée en ondelettes (TO) suivante sera très utile :

$$\int \mathrm{d}\boldsymbol{r} \left(f + ig\right) \boldsymbol{\nabla} \phi_{\ell}.$$
(6.1)

avec f et g deux fonctions que l
conques dépendant de r_1, r_3 et ϕ_ℓ la fonction de lis
sage. On peut montrer que

$$\int d\boldsymbol{r} \left(f + ig\right) \boldsymbol{\nabla} \phi_{\ell} = \frac{\sqrt{2\pi}}{A^3} \left[\partial_1 f^{\ell} + i\partial_3 f^{\ell} + i\partial_1 g^{\ell} - \partial_3 g^{\ell}\right]$$
(6.2)

Détail du calcul :

$$\int d\boldsymbol{r} \left(f + ig\right) \boldsymbol{\nabla} \phi_{\ell} = \int d\boldsymbol{r} \left(f + ig\right) \left(r_1 + ir_2\right) e^{-(A\boldsymbol{r})^2/2},\tag{6.3}$$

$$= \int \mathrm{d}r_1 r_1 e^{-(Ar_1)^2/2} \int \mathrm{d}r_3 f(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r'}) e^{(Ar_3)^2/2} \int \mathrm{d}r_2 e^{(Ar_2)^2/2}$$
(6.4)

$$+ i \int \mathrm{d}r_1 e^{-(Ar_1)^2/2} \int \mathrm{d}r_3 r_3 f(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r'}) e^{(Ar_3)^2/2} \int \mathrm{d}r_2 e^{(Ar_2)^2/2}$$
(6.5)

+
$$i \int dr_1 r_1 e^{-(Ar_1)^2/2} \int dr_3 g(\mathbf{r} + \mathbf{r'}) e^{(Ar_3)^2/2} \int dr_2 e^{(Ar_2)^2/2}$$
 (6.6)

$$-\int \mathrm{d}r_1 e^{-(Ar_1)^2/2} \int \mathrm{d}r_3 r_3 g(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r'}) e^{(Ar_3)^2/2} \int \mathrm{d}r_2 e^{(Ar_2)^2/2}$$
(6.7)

D'après les propriétés des intégrales gaussiennes, $\int dr e^{(Ar)^2/2} = \sqrt{2\pi}/A$. Par ailleurs, on a

$$\int dr_1 r_1 f(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r'}) e^{-(Ar_1)^2/2} = \underbrace{\left[-1/A^2 f(\boldsymbol{r}) e^{-(Ar_1)^2/2}\right]_{\mathbb{R}}}_{\mathbb{R}} + 1/A^2 \int dr \phi_\ell(\boldsymbol{r}) \partial_r f(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r'}), \quad (6.8)$$

$$=\frac{1}{A^2}\partial_r f^\ell.$$
(6.9)

avec f^ℓ la transformée en ondelettes de f.

Finalement l'Éq. $6.7~{\rm devient}$:

$$\int d\boldsymbol{r} \left(f + ig\right) \boldsymbol{\nabla} \phi_{\ell} = \frac{\sqrt{2\pi}}{A^3} \left[\partial_1 f^{\ell} + i\partial_3 f^{\ell} + i\partial_1 g^{\ell} - \partial_3 g^{\ell}\right]$$
(6.10)

I.1. Expression du terme temporel $\partial_t E^\ell$

Rappelons que

$$\partial_t E^\ell = \partial_t \left(\frac{u_i u_i^\ell}{2} \right). \tag{6.11}$$

Soit aussi bien à 2D qu'à 3D

$$\partial_t E^\ell = \frac{1}{2} \partial_t \left(u_1 u_1^\ell + u_2 u_2^\ell + u_3 u_3^\ell \right).$$
(6.12)

I.2. Expression du terme de flux $\partial_i J_i$

Rappelons que le flux spatial d'énergie est défini comme

$$J_{i} = u_{i}E^{\ell} + \frac{p^{\ell}u_{i} + pu_{i}^{\ell}}{2\rho} + \frac{1}{4}\left(\left[u_{i}u_{j}u_{j}\right]^{\ell} - u_{i}\left[u_{j}u_{j}\right]^{\ell}\right) - \frac{\nu}{2}\left(u_{j}^{\ell}\partial_{i}u_{j} - u_{j}\partial_{i}u_{j}^{\ell} + \partial_{i}\left[u_{j}u_{j}\right]^{\ell}\right).$$
 (6.13)

Pour obtenir le terme de flux de l'équation de Karmàn-Howarth, il suffit de dériver l'Éq. 6.13, soit

$$\partial_{i}J_{i} = \frac{1}{2} \left(u_{j}u_{j}^{\ell} \underbrace{\partial_{i}u_{i}}_{0} + u_{i}u_{j}^{\ell}\partial_{i}u_{j} + u_{i}u_{j}\partial_{i}u_{j}^{\ell}}_{0} \right) + \frac{1}{2\rho} \left(u_{i}\partial_{i}p^{\ell} + p^{\ell}\partial_{i}u_{i} + u_{i}^{\ell}\partial_{i}p + p\partial_{i}u_{i}^{\ell} \right)$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\partial_{i} \left[u_{i}u_{j}u_{j} \right]^{\ell} - \left[u_{j}u_{j} \right]^{\ell}\partial_{i}u_{i} - u_{i}\partial_{i} \left[u_{j}u_{j} \right]^{\ell} \right)$$

$$- \frac{\nu}{2} \left(\underbrace{\partial_{i}u_{j}^{\ell}\partial_{i}u_{j}}_{0} + u_{j}^{\ell}\partial^{2}u_{j} - \underbrace{\partial_{i}u_{j}\partial_{i}u_{j}^{\ell}}_{0} - u_{j}\partial^{2}u_{j}^{\ell} + \partial^{2} \left[u_{j}u_{j} \right]^{\ell} \right),$$

$$(6.14)$$

Expression de $\partial_i J_i$ à 2D À 2D, \boldsymbol{u} ne dépend que de (x_1, x_3) . L'Éq. 6.14 devient alors

$$\begin{aligned} \partial_{i}J_{i}^{2D} &= \frac{1}{2} \left(\underbrace{u_{1}u_{1}^{\ell}\partial_{1}u_{1} + u_{1}u_{2}^{\ell}\partial_{1}u_{2} + u_{1}u_{3}^{\ell}\partial_{1}u_{3} + u_{3}u_{1}^{\ell}\partial_{3}u_{1} + u_{3}u_{2}^{\ell}\partial_{3}u_{2} + u_{3}u_{3}^{\ell}\partial_{3}u_{3}}{fterm1a} \right. \\ &+ \underbrace{u_{1}u_{1}\partial_{1}u_{1}^{\ell} + u_{1}u_{2}\partial_{1}u_{2}^{\ell} + u_{1}u_{3}\partial_{1}u_{3}^{\ell} + u_{3}u_{1}\partial_{3}u_{1}^{\ell} + u_{3}u_{2}\partial_{3}u_{2}^{\ell} + u_{3}u_{3}\partial_{3}u_{3}^{\ell}}{fterm1b} \right) \\ &\frac{1}{2\rho} \left(\underbrace{u_{1}\partial_{1}p^{\ell} + u_{3}\partial_{3}p^{\ell} + u_{1}^{\ell}\partial_{1}p + u_{3}^{\ell}\partial_{3}p}{ftermp} \right) \\ &+ \frac{1}{4} \left(\underbrace{\partial_{1} \left[u_{1} \left(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2} \right) \right]^{\ell} + \partial_{3} \left[u_{3} \left(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2} \right) \right]^{\ell}}{fterm3a} \underbrace{- \frac{\nu}{2} \left(\underbrace{u_{1}^{\ell} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{1} + u_{2}^{\ell} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{2} + u_{3}^{\ell} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{3}^{\ell}}{fterm4a} \underbrace{- \frac{u_{1} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{1}^{\ell} - u_{2} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{2}^{\ell} - u_{3} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{3}^{\ell}}{fterm4a} \underbrace{- \frac{u_{1} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{1}^{\ell} - u_{2} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{2}^{\ell} - u_{3} \left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) u_{3}^{\ell}}{fterm4b} \underbrace{\left(\partial_{1}^{2} + \partial_{3}^{2} \right) \left[u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2} \right]^{\ell}}{fterm4c}} \right)$$

$$(6.15)$$

I.3. Expression du flux inter-échelles D_{ℓ}^{I}

 Soit

$$D_{\ell}^{I}(\phi^{\ell}, \boldsymbol{x}, t) = \frac{1}{4} \int \mathrm{d}^{3} \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{\xi}} \phi^{\ell}(\boldsymbol{\xi}) \cdot \delta_{\boldsymbol{\xi}} \boldsymbol{u}(\delta_{\boldsymbol{\xi}} \boldsymbol{u})^{2}, \qquad (6.16)$$

$$= \frac{1}{4} \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k} \phi^{\ell} \delta u_{k} \delta u_{j} \delta u_{j}.$$
(6.17)

avec $\delta u_i = u_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi}) - u_i(\boldsymbol{x}) \equiv u_i^* - u_i$. Notons bien que $\partial_k u_i = 0$ car le gradient porte sur la variable ξ_k .

Développons cette expression complètement :

$$D_{I}^{\ell} = \frac{1}{4} \int \prod_{i} d\xi_{i} \partial_{k} \phi^{\ell} \left(u_{k}^{*} - u_{k}\right) \left(u_{i}^{*} - u_{i}\right) \left(u_{i}^{*} - u_{i}\right),$$

$$= \frac{1}{4} \int \prod_{i} d\xi_{i} \left\{ \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k}^{*} u_{i}^{*} u_{i}^{*} - 2 \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k}^{*} u_{i}^{*} u_{i} + \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k}^{*} u_{i} u_{i} - \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k} u_{i}^{*} u_{i}^{*} + 2 \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k} u_{i}^{*} u_{i} - \partial_{k} \phi^{\ell} u_{k} u_{i} u_{i}\right)$$

$$(6.18)$$

$$(6.19)$$

En outre,

$$\int \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \partial_k \phi^\ell f \stackrel{IPP}{=} - \int \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \phi^\ell \partial_k f.$$
(6.20)

C'est pourquoi le dernier terme de l'Éq. 6.19 est nul : le terme $u_k u_i u_i$ est indépendant de $\boldsymbol{\xi}$ donc son gradient est nul.

Il en découle alors

$$D_{\ell}^{I} = \frac{1}{4} \left[-\partial_{k} [u_{k} u_{i} u_{i}]^{\ell} + 2u_{i} \partial_{k} [u_{k} u_{i}]^{\ell} - u_{i} u_{i} \partial_{k} u_{k}^{\ell} + u_{k} \partial_{k} [u_{i} u_{i}]^{\ell} - 2u_{i} u_{k} \partial_{k} u_{i}^{\ell} \right].$$

$$(6.21)$$

Jusqu'ici, nous n'avons pas fait d'hypothèse sur les dépendances du champs et du système : l'Éq. 6.21 est donc valable aussi bien à 2D qu'à 3D.

Calcul de D_I^{ℓ} **à 2D** Rappelons que nos mesures de PIV fournissent des champs 2D dans le plan y = 0. Nous avons donc accès au champ de vitesse $(u_1, 0, u_3)$ qui dépend uniquement de x_1 et de x_3 . Les dérivées partielles selon x_2 sont donc nulles $(\partial_2 f = 0)$. Le développement de l'Éq. 6.21 sous ces hypothèses amène à

$$D_{I}^{\ell,2D} = \frac{1}{4} \left\{ \underbrace{\underbrace{\partial_{1}[u_{1}(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})]^{\ell} + \partial_{3}[u_{3}(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})]^{\ell}}_{fterm1}}_{-2u_{1}\partial_{1}[u_{1}^{2}]^{\ell} - 2u_{2}\partial_{1}[u_{1}u_{2}]^{\ell} - 2u_{3}\partial_{1}[u_{1}u_{3}]^{\ell} - 2u_{1}\partial_{3}[u_{3}u_{1}]^{\ell} - 2u_{2}\partial_{3}[u_{3}u_{2}]^{\ell} - 2u_{3}\partial_{3}[u_{3}^{2}]^{\ell}}}_{-2fterm4 - 2fterm5 - 2fterm6}}_{+ (\partial_{1}u_{1}^{\ell} + \partial_{3}u_{3}^{\ell})(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}) - u_{1}\partial_{1}[u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} - u_{3}\partial_{3}[u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell}}_{-fterm2 + fterm3}}_{-fterm2 + fterm3}_{+ u_{1}^{2}\partial_{1}u_{1}^{\ell} + 2u_{1}u_{2}\partial_{1}u_{2}^{\ell} + 2u_{1}u_{3}\partial_{1}u_{3}^{\ell} + 2u_{3}u_{1}\partial_{3}u_{1}^{\ell} + 2u_{3}u_{2}\partial_{3}u_{2}^{\ell} + 2u_{3}^{2}\partial_{3}u_{3}^{\ell}}_{2fterm7 + 2fterm8 + 2fterm9}\right\}$$

$$(6.22)$$

Calcul de D_I^{ℓ} à **3D** On développe l'Éq. 6.21 à 3D. Il vient

$$D_{I}^{\ell,3D} = \frac{1}{4} \left\{ -\partial_{1} [u_{1}(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})]^{\ell} - \partial_{2} [u_{2}(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})]^{\ell} - \partial_{3} [u_{3}(u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})]^{\ell} \\ + 2u_{1}\partial_{1} [u_{1}^{2}]^{\ell} + 2u_{1}\partial_{2} [u_{2}u_{1}]^{\ell} + 2u_{1}\partial_{3} [u_{3}u_{1}]^{\ell} + 2u_{2}\partial_{1} [u_{1}u_{2}]^{\ell} + 2u_{2}\partial_{2} [u_{2}^{2}]^{\ell} + 2u_{2}\partial_{3} [u_{3}u_{2}]^{\ell} \\ + 2u_{3}\partial_{1} [u_{1}u_{3}]^{\ell} + 2u_{3}\partial_{2} [u_{2}u_{3}]^{\ell} + 2u_{3}\partial_{3} [u_{3}^{2}]^{\ell} \\ - (u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2})(\partial_{1}u_{1}^{\ell} + \partial_{2}u_{2}^{\ell} + \partial_{3}u_{3}^{\ell}) \\ + u_{1}\partial_{1} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} + u_{2}\partial_{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} + u_{3}\partial_{3} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} \\ - 2u_{1}^{2}\partial_{1}u_{1}^{\ell} - 2u_{1}u_{2}\partial_{2}u_{1}^{\ell} - 2u_{1}u_{3}\partial_{3}u_{1}^{\ell} - 2u_{2}u_{1}\partial_{1}u_{2}^{\ell} - 2u_{2}^{2}\partial_{2}u_{2}^{\ell} - 2u_{2}u_{3}\partial_{3}u_{2}^{\ell} \\ - 2u_{3}u_{1}\partial_{1}u_{3}^{\ell} - 2u_{3}u_{2}\partial_{2}u_{3}^{\ell} - 2u_{3}^{2}\partial_{3}u_{3}^{\ell} \right\}$$

$$(6.23)$$

I.4. Expression du terme visqueux D^ℓ_ν

Soit

$$D_{\nu}^{\ell}(\phi^{\ell}, \boldsymbol{x}, t) = \frac{\nu}{2} \int \mathrm{d}\boldsymbol{\xi} \nabla_{\boldsymbol{\xi}}^{2} \phi^{\ell}(\delta_{\boldsymbol{\xi}} \boldsymbol{u})^{2}$$
(6.24)

Avec la convention de sommation d'Einstein, il vient

$$D_{\nu}^{\ell} = \frac{\nu}{2} \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k}^{2} \phi^{\ell} \delta u_{j} \delta u_{j}, \qquad (6.25)$$

$$= \frac{\nu}{2} \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k}^{2} \phi^{\ell}(u_{j}^{*} - u_{j})(u_{j}^{*} - u_{j}), \qquad (6.26)$$

$$= \frac{\nu}{2} \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k}^{2} \phi^{\ell}(u_{j}^{*}u_{j}^{*} - 2u_{j}^{*}u_{j} + u_{j}u_{j})$$
(6.27)

$$\int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k}^{2} \phi^{\ell} f \stackrel{IPP}{=} [\partial_{k} \phi^{\ell} f] - \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \partial_{k} \phi^{\ell} \partial_{k} f, \qquad (6.28)$$

$$= -[\phi^{\ell}\partial_k f] + \int \prod_i d\xi_i \phi^{\ell}\partial_k^2 f$$
(6.29)

Ainsi, il vient

$$D_{\nu}^{\ell} = \frac{\nu}{2} \int \prod_{i} \mathrm{d}\xi_{i} \phi^{\ell} \left[\partial_{k}^{2} u_{j}^{*2} - 2u_{j} \partial_{k}^{2} u_{j}^{*} + \partial_{k}^{2} u_{j}^{2} \right], \qquad (6.30)$$

soit finalement l'expression générale du terme visqueux D_{ν}^{ℓ}

$$D_{\nu}^{\ell} = \frac{\nu}{2} \left[\partial_k^2 [u_j u_j]^{\ell} - 2u_j \partial_k^2 u_j^{\ell} \right].$$
(6.31)

Calcul de
$$D_{\nu}^{\ell}$$
 à 2D Comme précédemment, on se place à 2D de sorte que u dépende de (x_1, x_3) . L'Éq. 6.31 devient alors

$$D_{\nu}^{\ell,2D} = \frac{\nu}{2} \left\{ \underbrace{\partial_{1}^{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} + \partial_{3}^{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell}}_{lapu2s2} \underbrace{-2u_{1}\partial_{1}^{2}u_{1}^{\ell} - 2u_{1}\partial_{3}^{2}u_{1}^{\ell}}_{u_{1} \times nufieldx} \right.$$
(6.32)

$$\underbrace{-2u_2\partial_1^2 u_2^\ell - 2u_2\partial_3^2 u_2^\ell}_{u_2 \times nufieldy} \underbrace{-2u_3\partial_1^2 u_3^\ell - 2u_3\partial_3^2 u_3^\ell}_{u_3 \times nufieldz} \right\}$$
(6.33)

Calcul de D_{ν}^{ℓ} à 3D On développe l'Éq. 6.31 à 3D. On obtient

$$D_{\nu}^{\ell,3D} = \frac{\nu}{2} \left\{ \partial_{1}^{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} + \partial_{2}^{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} + \partial_{3}^{2} [u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + u_{3}^{2}]^{\ell} - 2u_{1}\partial_{1}^{2}u_{1}^{\ell} - 2u_{1}\partial_{2}^{2}u_{1}^{\ell} - 2u_{2}\partial_{1}^{2}u_{2}^{\ell} - 2u_{2}\partial_{2}^{2}u_{2}^{\ell} - 2u_{2}\partial_{3}^{2}u_{2}^{\ell} - 2u_{2}\partial_{3}^{2}u_{2}^{\ell} - 2u_{3}\partial_{1}^{2}u_{3}^{\ell} - 2u_{3}\partial_{1}^{2}u_{3}^{\ell} - 2u_{3}\partial_{2}^{2}u_{3}^{\ell} - 2u_{3}\partial_{3}^{2}u_{3}^{\ell} \right\}$$

$$(6.34)$$

I.5. Expression du terme de couplage D_c^{ℓ}

$$D_c^{\ell} = -\alpha g \left[\delta \theta u_3^{\ell} + \delta \theta^{\ell} u_3 \right] \tag{6.35}$$

avec $\delta\theta = \theta - \langle\theta\rangle$ l'écart à la température moyenne de l'écoulement. Remarquons que ce terme ne dépend que de la composante verticale de la vitesse et de la température. De plus, le terme de couplage sera identique pour des mesures 3D, 2D3C ou 2D2C du moment que la composante verticale de la vitesse est connue.

II. Effets de bords

Expérience D'après la sec. a, il faudrait assurer que $\ell_{max} \leq \ell_c$ pour s'affranchir des effets de bords. La Fig. 6.1 indique ce que les lois d'échelles deviennent quand cette condition n'est pas respectée. La Fig. 6.1a (resp. 6.1c) montre les lois d'échelles des moyennes spatio-temporelles pour l'expérience Octo avec (resp. sans) champ moyen, et ce pour différentes zones de moyennage illustrées en Fig. 6.1b (resp. 6.1d). Lorsque $\ell > \ell_c$, les symboles sont plus petits.

Le constat pour le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} semble simple : dès que $\ell_{max} > \ell_c$ (courbes orange, bleu et verte), cette quantité décroît fortement et devient négative. L'effet est d'autant plus important que $\ell_{max} \gg \ell_c$ (courbe orange). Cela modifie l'ordonnée du plateau atteint aux grandes échelles et fausse par la même occasion l'estimation du taux de dissipation visqueuse ε . Quand $\ell_{max} = \ell_c$, on observe toujours une décroissance à grande échelle (courbe rouge). Cela s'explique de deux façons. Rappelons que le transfert inter-échelles D_I^{ℓ} est équivalent à $\frac{S_3}{\ell}$. On attend donc une décroissance à grande échelle. Il peut également s'agir d'un manque de convergence de la moyenne spatiale due à la taille réduite de la zone de confiance. Comme nous le verrons en sec. a, la Fig. 3.5 montrant l'évolution des moyennes de D_I^ℓ et de D_{ν}^ℓ en fonction du pourcentage d'échantillons utilisés indique que les moyennes sont bien convergées. Toutefois à mesure que ℓ_c tend vers ℓ_{max} , les courbes convergent vers un seul plateau. Mais augmenter ℓ_c revient à réduire la zone de moyennage au seul centre de la fenêtre de mesure. Un compromis sera donc nécessaire. L'effet sur le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} est similaire. Lorsque la zone de moyennage est trop large (ie : ℓ_c trop petite), des déviations aux grandes échelles apparaissent. Sans champ moyen, les conclusions sont identiques bien que l'effet soit moins important car le champ de vitesse est alors davantage homogène. En conséquence, dans la suite de ce chapitre, les moyennes spatiales seront réalisées en prenant $\ell_{max} = 20d$ et $\ell_c = 15d$ où d est la résolution de l'expérience; ces paramètres correspondent à la courbe verte de la Fig. 6.1a. Ce choix est le meilleur compromis entre effets à grandes échelles limités et large zone de moyennage.

-5



(a) Lois d'échelle de D_I^ℓ (carré) et de D_ν^ℓ (étoile). Le moyennage spatial est fait sur les zones de confiance à différentes échelles : à $\ell/\eta = 24$ (orange), 49 (bleu), 73 (vert) et 97 (rouge). Au delà de l'échelle ℓ_c , les symboles sont plus petits.



(b) Moyenne temporelle de D_I^{ℓ} à l'échelle $\ell/\eta = 49$ avec en noir les limites des zones de confiance utilisées pour le moyennage spatial. De la plus grande à la plus petite, zones de confiance pour les échelles $\ell/\eta = 24, 49, 73, 97.$

30

20

X (cm)



(c) Lois d'échelle de $D_I^{\ell,\delta}$ (carré) et de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ (étoile). Le moyennage spatial est fait sur les zones de confiance à différentes échelles : à ℓ/η = 24 (orange), 49 (bleu), 73 (vert) et 97 (rouge). Au delà de l'échelle ℓ_c , les symboles sont plus petits.

(d) Moyenne temporelle de $D_I^{\ell,\delta}$ à l'échelle $\ell/\eta = 49$ avec en noir les limites des zones de confiance utilisées pour le moyennage spatial. De la plus grande à la plus petite, zones de confiance pour les échelles $\ell/\eta = 24, 49, 73, 97.$

Fig. 6.1 Influence des effets de bords sur les lois d'échelles de $D_I^{\ell,\delta}$ et de $D_{\nu}^{\ell,\delta}$ pour l'expérience globale inclinée avec [(a), (b)] et sans [(c), (d)] champ moyen.

25

20

10

 $\mathbf{5}$

10

Remarquons que les effets de bords se caractérisent par l'apparition de halos aux bords des champs. Notons que ces halos sont moins importants lorsque nous utilisons les fluctuations de vitesse en raison de la meilleure homogénéité du champ. Enfin, selon l'échelle de couleur choisie, certaines fluctuations peuvent générer des motifs visuellement significatifs bien qu'étant négligeables en pratique. Nous avons choisi l'échelle bwr sous Python qui nous semble limiter les artefacts.

Simulations numériques De façon générale, les effets de bords dans les simulations numériques de turbulence homogène isotrope ou de convection de Rayleigh-Bénard sont beaucoup moins visibles. La Fig. 6.2 montre les lois d'échelles des moyennes spatio-temporelles pour une simulation de turbulence homogène isotrope, détaillée en sec. 2. Cette fois-ci, plus la zone de moyennage est grande (courbe orange) et plus la chute du transfert inter-échelles D_I^{ℓ} survient aux grandes échelles. La chute du terme D_I^{ℓ} intervient simplement à une échelle de l'ordre de la taille de la fenêtre de moyennage : quand cette zone se réduit, la chute intervient à des échelles plus petites. L'effet sur le terme visqueux D_{ν}^{ℓ} est à nouveau négligeable puisqu'on y sonde les petites échelles. Cette simulation est parfaitement périodique d'où l'absence d'effets de bords. Par ailleurs, les effets de bords sont également réduits pour les simulations numériques de convection présentées par la suite : les champs de vitesse sont nuls aux bords en raison de la viscosité du fluide et sont ainsi identiques de part et d'autre du volume simulé.

Notons qu'en Fig. 6.2b, la carte de $\langle D_I^{\ell} \rangle$ est beaucoup moins lisse que la carte expérimentale présentée en Fig. 6.1b car la moyenne temporelle n'est pas convergée contrairement aux expériences.



(a) Lois d'échelle de D_I^{ℓ} (carré) et de D_{ν}^{ℓ} (étoile). Le moyennage spatial est fait sur les zones de confiance à différentes échelles : à $\ell/\eta = 24$ (orange, 998001 points), 49 (bleu, 853776 points), 73 (vert, 714025 points) et 97 (rouge, 665856 points). Au delà de l'échelle ℓ_c , les symboles sont plus petits.

X (cm) **(b)** Moyenne temporelle de D_I^{ℓ} à l'échelle $\ell/\eta = 49$ avec en noir les limites des zones de confiance utilisées pour le moyennage spatial. De la plus grande à la plus petite, zones de confiance pour les échelles $\ell/\eta = 24, 49, 73, 97$.

 $\mathbf{2}$

Fig. 6.2 Influence des effets de bords sur les lois d'échelles de D_I^{ℓ} et de D_{ν}^{ℓ} pour la simulation HIT. Le nombre total de points utilisés pour les moyennes (indiqués dans la légende de (a) pour chaque échelle) est relativement constant.

 $D_I^\ell\rangle_t/\epsilon$

7 Bibliographie

- AHLERS G. et al. In : J. Fluid Mech. 641 (2009). DOI : https://doi.org/10.1017/ S0022112009991959.
- G. K. BATCHELOR. "Diffusion in free turbulent shear flows". In : Journal of Fluid Mechanics 3.1 (1957), p. 67-80. DOI : 10.1017/S0022112057000488.
- G. K. BATCHELOR. "The application of the similarity theory of turbulence to atmospheric diffusion". In: Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 76.328 (1950), p. 133-146. DOI: https://doi.org/10.1002/qj.49707632804. eprint: https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/qj.49707632804.
- [4] Mebarek BELKADI. "Numerical modeling of turbulent convection in rough Rayleigh-Bénard cell". 2019SORUS030. Thèse de doct. 2019.
- [5] Mickaël BOURGOIN et Sander G. HUISMAN. "Using ray-traversal for 3D particle matching in the context of particle tracking velocimetry in fluid mechanics". In : *Review of Scientific Instruments* 91.8 (2020), p. 085105. DOI : 10.1063/5.0009357. eprint : https://doi.org/ 10.1063/5.0009357.
- [6] Mickaël BOURGOIN et al. "The Role of Pair Dispersion in Turbulent Flow". In : Science 311.5762 (2006), p. 835-838. ISSN : 0036-8075. DOI : 10.1126/science.1121726. eprint : http://science.sciencemag.org/content/311/5762/835.full.pdf.
- [7] R.J. BRAY, R.E. LOUGHHEAD et C.J. DURRANT. The solar granulation Durrant. 1984, p. 296.
- [8] M. BREUER et al. "Effect of inertia in Rayleigh-Bénard convection". In : Phys. Rev. E 69 (2 fév. 2004), p. 026302. DOI : 10.1103/PhysRevE.69.026302.
- [9] F.H. BUSSE. "Differential Rotation in Stellar Convection Zones". In : 159 (fév. 1970), p. 629.
 DOI : 10.1086/150337.
- F. CHILLÀ et J. SCHUMACHER. "New perspectives in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In : *The European Physical Journal E* 35.7 (juill. 2012), p. 58. ISSN : 1292-895X. DOI : 10.1140/epje/i2012-12058-1.
- [11] Geneviève COMTE-BELLOT et Stanley CORRSIN. "Simple Eulerian time correlation of fulland narrow-band velocity signals in grid-generated, 'isotropic' turbulence". In : Journal of Fluid Mechanics 48.2 (1971), p. 273-337. DOI: 10.1017/S0022112071001599.
- [12] P. DEBUE et al. "Dissipation, intermittency, and singularities in incompressible turbulent flows". In : *Phys. Rev. E* 97 (5 mai 2018), p. 053101. DOI : 10.1103/PhysRevE.97.053101.
- [13] P. DEBUE et al. "Three-dimensional analysis of precursors to non-viscous dissipation in an experimental turbulent flow". In : Journal of Fluid Mechanics 914 (2021), A9. DOI: 10.1017/ jfm.2020.574.
- Srikanth DEREBAIL MURALIDHAR et al. "Spatio-temporal proper orthogonal decomposition of turbulent channel flow". In : Journal of Fluid Mechanics 864 (2019), p. 614-639. DOI : 10.1017/jfm.2019.48.

- Bérengère DUBRULLE. "Beyond Kolmogorov cascades". In : Journal of Fluid Mechanics 867 (2019), P1. DOI : 10.1017/jfm.2019.98.
- [16] Jean DUCHON et Raoul ROBERT. "Inertial energy dissipation for weak solutions of incompressible Euler and Navier-Stokes equations". In : Nonlinearity 13.1 (déc. 1999), p. 249-255. DOI: 10.1088/0951-7715/13/1/312.
- [17] Davide FARANDA et al. "Computation and Characterization of Local Subfilter-Scale Energy Transfers in Atmospheric Flows". In : Journal of the Atmospheric Sciences 75.7 (2018), p. 2175-2186. DOI: 10.1175/JAS-D-17-0114.1.
- [18] Richard FERNANDES et Ronald ADRIAN. "Structure of turbulent Rayleigh-Benard convection". In : APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts. T. 53. APS Meeting Abstracts. Nov. 2000, JK.001, JK.001.
- [19] FLEISCHER A. S. et GOLDSTEIN R. J. In : J. Fluid Mech. 469 (2002). DOI : https://doi. org/10.1017/S002211200200174X.
- [20] Uriel FRISCH. Turbulence : The Legacy of A.N. Kolmogorov. Nov. 1995. ISBN : 9780521451031.
 DOI : 10.1017/CB09781139170666.
- [21] FUNFSCHILLING D. et al. In : J. Fluid Mech. 536 (2005). DOI : https://doi.org/10.1017/ S0022112005005057.
- [22] Y. GASTEUIL et al. "Lagrangian Temperature, Velocity, and Local Heat Flux Measurement in Rayleigh-Bénard Convection". In : *Phys. Rev. Lett.* 99 (23 déc. 2007), p. 234302. DOI : 10.1103/PhysRevLett.99.234302.
- [23] Leon R. GLICKSMAN. "Energy efficiency in the built environment". In : Physics Today 61.7 (2008), p. 35-40. DOI : 10.1063/1.2963035. eprint : https://doi.org/10.1063/1.2963035.
- [24] Laurent GRAFTIEAUX, Marc MICHARD et Nathalie GROSJEAN. "Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows". In : Measurement Science and Technology 12.9 (août 2001), p. 1422-1429. DOI : 10.1088/0957-0233/12/9/307.
- [25] H. L. GRANT, R. W. STEWART et A. MOILLIET. "Turbulence spectra from a tidal channel". In : Journal of Fluid Mechanics 12.2 (1962), p. 241-268. DOI : 10.1017/S002211206200018X.
- [26] Arne GRASSMANN et Franz PETERS. "Size Measurement of Very Small Spherical Particles by Mie Scattering Imaging (MSI)". In : Particle & Particle Systems Characterization 21.5 (), p. 379-389. DOI : 10.1002/ppsc.200400894. eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/ doi/pdf/10.1002/ppsc.200400894.
- [27] GROSSMANN S. et LOHSE D. In : J. Fluid Mech. 402 (2000). DOI : https://doi.org/10. 1017/S0022112099007545.
- [28] HYUN B. S. et al. "Assessment of PIV to measure mean velocity and turbulence in openchannel flow". In : *Experiments in Fluids* 35.3 (2003), p. 262-267. ISSN : 1432-1114. DOI : https://doi.org/10.1007/s00348-003-0652-7.
- [29] Robert H. KRAICHNAN. "Turbulent Thermal Convection at Arbitrary Prandtl Number". In : The Physics of Fluids 5.11 (1962), p. 1374-1389. DOI : 10.1063/1.1706533. eprint : https: //aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.1706533.
- [30] R. P. J. KUNNEN et al. "Numerical and experimental investigation of structure-function scaling in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In : *Phys. Rev. E* 77 (1 jan. 2008), p. 016302.
 DOI: 10.1103/PhysRevE.77.016302.
- [31] Denis KUZZAY et al. "New method for detecting singularities in experimental incompressible flows". In : *Nonlinearity* 30.6 (mai 2017), p. 2381-2402. DOI : 10.1088/1361-6544/aa6aaf.
- [32] LA PORTA A. et al. "Fluid particle accelerations in fully developed turbulence". In : *Nature* 409.6823 (2001), p. 1017-1019. ISSN : 1476-4687. DOI : https://doi.org/10.1038/35059027.

- [33] Xiao-Ming LI et al. "Lagrangian velocity and acceleration measurements in plume-rich regions of turbulent Rayleigh-Bénard convection". In : *Phys. Rev. Fluids* 6 (5 mai 2021), p. 053503.
 DOI: 10.1103/PhysRevFluids.6.053503.
- [34] Yi LI et al. "A public turbulence database cluster and applications to study Lagrangian evolution of velocity increments in turbulence". In : *Journal of Turbulence* 9 (2008), N31. DOI : 10.1080/14685240802376389. eprint : https://doi.org/10.1080/14685240802376389.
- [35] O. LIOT et al. "Simultaneous temperature and velocity Lagrangian measurements in turbulent thermal convection". In : Journal of Fluid Mechanics 794 (2016), p. 655-675. DOI : 10.1017/ jfm.2016.190.
- [36] Olivier LIOT. "Innovative approaches of turbulent thermal convection. Influence of roughness and Lagrangian study". Theses. Ecole normale supérieure de lyon ENS LYON, déc. 2015.
- [37] Olivier LIOT et al. "Inhomogeneity and Lagrangian unsteadiness in turbulent thermal convection". In : *Phys. Rev. Fluids* 1 (6 oct. 2016), p. 064406. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.1. 064406.
- [38] Olivier LIOT et al. "Pair dispersion in inhomogeneous turbulent thermal convection". In : *Phys. Rev. Fluids* 4 (9 sept. 2019), p. 094603. DOI : 10.1103/PhysRevFluids.4.094603.
- [39] Olivier LIOT et al. "Velocity fluctuations and boundary layer structure in a rough Rayleigh-Bénard cell filled with water". In : *Phys. Rev. Fluids* 2 (4 avr. 2017), p. 044605. DOI : 10. 1103/PhysRevFluids.2.044605.
- [40] Nathanael MACHICOANE et al. "Improvements on Particle Tracking Velocimetry : model-free calibration and noiseless measurement of second order statistics of the velocity field". In : (mai 2016).
- [41] MALKUS W. V. R. In : Proc. R. Soc. London, Ser. A 225 (1954). DOI : https://doi.org/ 10.1098/rspa.1954.0196.
- [42] MALKUS W. V. R. In : Proc. R. Soc. London, Ser. A 225 (1954). DOI : https://doi.org/ 10.1098/rspa.1954.0197.
- [43] J.-P. MARAT. Recherches physiques sur le feu. C.A. Jombert (Paris), 1780.
- [44] Gustav MIE. "Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen". In : Annalen der Physik 330.3 (), p. 377-445. DOI : 10.1002/andp.19083300302. eprint : https: //onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19083300302.
- [45] S MOLLER et al. "Influence of the illumination spectrum and observation angle on temperature measurements using thermochromic liquid crystals". In : *Measurement Science and Technology* 30.8 (juill. 2019), p. 084006. DOI : 10.1088/1361-6501/ab173f.
- [46] N. MORDANT, A.M. CRAWFORD et E. BODENSCHATZ. "Experimental Lagrangian acceleration probability density function measurement". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 193.1 (2004). Anomalous distributions, nonlinear dynamics, and nonextensivity, p. 245-251. ISSN : 0167-2789. DOI : https://doi.org/10.1016/j.physd.2004.01.041.
- [47] Nicolas MORDANT. "Mesure lagrangienne en turbulence : mise en uvre et analyse". 2001ENSL0199. Thèse de doct. 2001, 204 p.
- [48] Nicolas MORDANT, Emmanuel LÉVÊQUE et Jean-François PINTON. "Experimental and numerical study of the Lagrangian dynamics of high Reynolds turbulence". In : New Journal of Physics 6 (sept. 2004), p. 116-116. DOI : 10.1088/1367-2630/6/1/116.
- [49] Rui NI, Shi-Di HUANG et Ke-Qing XIA. "Lagrangian acceleration measurements in convective thermal turbulence". In : Journal of Fluid Mechanics 692 (2012), p. 395-419. DOI : 10.1017/ jfm.2011.520.
- [50] NIKOLAENKO A. et al. In : J. Fluid Mech. 523 (2005). DOI : https://doi.org/10.1017/ S0022112004002289.

- [51] A.M. OBUKHOV. "On the energy distribution in the turbulent flow spectrum". In : Ser. Geograf. Geo 5 (1941), p. 453-466.
- [52] Eric PERLMAN et al. "Data exploration of turbulence simulations using a database cluster". In: SC '07: Proceedings of the 2007 ACM/IEEE Conference on Supercomputing. 2007, p. 1-11. DOI: 10.1145/1362622.1362654.
- [53] Florent RAVELET, Rene DELFOS et Jerry WESTERWEEL. "Combined PIV-LIF measurements in a turbulent liquid-liquid Taylor Couette flow." In : APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts. T. 59. APS Meeting Abstracts. Nov. 2006, P1.010, P1.010.
- [54] Lewis Fry RICHARDSON et Gilbert Thomas WALKER. "Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph". In : Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character 110.756 (1926), p. 709-737. DOI: 10.1098/rspa.1926.0043. eprint: https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rspa.1926.0043.
- [55] E. RUSAOUËN et al. "Thermal transfer in Rayleigh-Bénard cell with smooth or rough boundaries". In : Journal of Fluid Mechanics 837 (2018), p. 443-460. DOI : 10.1017/jfm.2017.852.
- [56] SAKAKIBARA J. et ADRIAN R. J. "Measurement of temperature field of a Rayleigh-Bénard convection using two-color laser-induced fluorescence". In : *Experiments in Fluids* 37.3 (2004), p. 331-340. ISSN : 1432-1114. DOI : https://doi.org/10.1007/s00348-004-0821-3.
- [57] B. L. SAWFORD. "Reynolds number effects in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion". In : *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* 3.6 (1991), p. 1577-1586. DOI : 10. 1063/1.857937. eprint : https://doi.org/10.1063/1.857937.
- [58] SCHANZ DANIEL, GESEMANN SEBASTIAN et SCHRÖDER ANDREAS. "Shake-The-Box : Lagrangian particle tracking at high particle image densities". In : *Experiments in Fluids* 57.5 (2016), p. 70. ISSN : 1432-1114. DOI : https://doi.org/10.1007/s00348-016-2157-1.
- [59] J. SCHEDVIN, G. R. STEGEN et C. H. GIBSON. "Universal similarity at high grid Reynolds numbers". In : Journal of Fluid Mechanics 65.3 (1974), p. 561-579. DOI : 10.1017/ S0022112074001546.
- [60] Daniel SCHIEPEL, Daniel SCHMELING et Claus WAGNER. "Simultaneous tomographic particle image velocimetry and thermometry of turbulent Rayleigh–Bénard convection". In : Measurement Science and Technology 32.9 (mai 2021), p. 095201. DOI : 10.1088/1361-6501/abf095.
- [61] Jörg SCHUMACHER. "Lagrangian Dispersion and Heat Transport in Convective Turbulence". In : *Phys. Rev. Lett.* 100 (13 avr. 2008), p. 134502. DOI : 10.1103/PhysRevLett.100.134502.
- [62] SHRAIMAN B. I. et SIGGIA E. D. In : Phys. Rev. A 28 (1990). DOI : https://doi.org/10. 1103/PhysRevA.42.3650.
- [63] SIGGIA E. D. In : Annu. Rev. Fluid Mech. 26 (1994). DOI : https://doi.org/10.1146/ annurev.fl.26.010194.001033.
- [64] Katepalli R. SREENIVASAN. "An update on the energy dissipation rate in isotropic turbulence". In : *Physics of Fluids* 10.2 (1998), p. 528-529. DOI : 10.1063/1.869575. eprint : https://doi.org/10.1063/1.869575.
- [65] Katepalli R. SREENIVASAN. "On the universality of the Kolmogorov constant". In : Physics of Fluids 7.11 (1995), p. 2778-2784. DOI : 10.1063/1.868656. eprint : https://doi.org/ 10.1063/1.868656.
- [66] Bjorn STEVENS. "ATMOSPHERIC MOIST CONVECTION". In : Annual Review of Earth and Planetary Sciences 33.1 (2005), p. 605-643. DOI : 10.1146/annurev.earth.33.092203.
 122658. eprint : https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122658.
- [67] STEVENS R. J. A. M., LOHSE D. et VERZICCO R. In : J. Fluid Mech. 688 (2011). DOI : https://doi.org/10.1017/jfm.2011.354.

- [68] SUN C. et al. In : J. Fluid Mech. 542 (2005). DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112005006610.
- [69] Ndeye Fatimata Issaga Sy. "Turbulence de grille oscillante à basses températures". 2016GREAI062. Thèse de doct. 2016.
- [70] Geoffrey Ingram TAYLOR et William Napier SHAW. "I. Tidal friction in the Irish Sea". In : Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character 220.571-581 (1920), p. 1-33. DOI: 10.1098/rsta.1920.
 0001. eprint: https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rsta.1920.0001.
- [71] D. J. THOMSON. "Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows". In : Journal of Fluid Mechanics 180 (1987), p. 529-556. DOI : 10.1017/ S0022112087001940.
- S.A. THORPE. "RECENT DEVELOPMENTS IN THE STUDY OF OCEAN TURBULEN-CE". In : Annual Review of Earth and Planetary Sciences 32.1 (2004), p. 91-109. DOI : 10.1146/annurev.earth.32.071603.152635. eprint : https://doi.org/10.1146/ annurev.earth.32.071603.152635.
- [73] TISSERAND J. -. C. et al. In : Phys. Fluids 23 (2011). DOI : https://doi.org/10.1063/1. 3540665.
- [74] Federico TOSCHI et Eberhard BODENSCHATZ. "Lagrangian Properties of Particles in Turbulence". In : Annual Review of Fluid Mechanics 41.1 (2009), p. 375-404. DOI : 10.1146/ annurev.fluid.010908.165210. eprint : https://doi.org/10.1146/annurev.fluid. 010908.165210.
- [75] Traité des corps flottants. 287-212 av. J.-C.
- [76] Valentina VALORI et al. "Weak formulation and scaling properties of energy fluxes in threedimensional numerical turbulent Rayleigh-Bénard convection". In : Journal of Fluid Mechanics 885 (2020), A14. DOI : 10.1017/jfm.2019.1000.
- [77] J. Christos VASSILICOS. "Dissipation in turbulent flows". In : Annual Review of Fluid Mechanics 47.August (2015), p. 95-114. ISSN : 00664189. DOI : 10.1146/annurev-fluid-010814-014637.
- [78] Prakash VEDULA et P. K. YEUNG. "Similarity scaling of acceleration and pressure statistics in numerical simulations of isotropic turbulence". In : *Physics of Fluids* 11.5 (1999), p. 1208-1220. DOI: 10.1063/1.869893. eprint: https://doi.org/10.1063/1.869893.
- [79] Jos VERDOOLD, Mark J. TUMMERS et Kemo HANJALI Ć. "Oscillating large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In: *Phys. Rev. E* 73 (5 mai 2006), p. 056304. DOI: 10.1103/PhysRevE.73.056304.
- [80] Bianca VIGGIANO et al. "Lagrangian diffusion properties of a free shear turbulent jet". In : Journal of Fluid Mechanics 918 (2021), A25. DOI: 10.1017/jfm.2021.325.
- [81] Bianca VIGGIANO et al. "Modelling Lagrangian velocity and acceleration in turbulent flows as infinitely differentiable stochastic processes". In : Journal of Fluid Mechanics 900 (2020), A27. DOI: 10.1017/jfm.2020.495.
- [82] GREG A. VOTH et al. "Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence". In : Journal of Fluid Mechanics 469 (2002), p. 121-160. DOI : 10.1017/S0022112002001842.
- [83] J C WYNGAARD. "Atmospheric Turbulence". In : Annual Review of Fluid Mechanics 24.1 (1992), p. 205-234. DOI : 10.1146/annurev.fl.24.010192.001225. eprint : https://doi. org/10.1146/annurev.fl.24.010192.001225.
- [84] Quan ZHOU et al. "Experimental investigation of longitudinal space-time correlations of the velocity field in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In : Journal of Fluid Mechanics 683 (2011), p. 94-111. DOI: 10.1017/jfm.2011.249.
Étude des échanges énergétiques en convection thermique turbulente

Au cours de cette thèse, nous avons étudié expérimentalement le phénomène de convection thermique turbulente pour répondre à deux problématiques : Peut-on décrire la turbulence du système d'un point de vue lagrangien ? Comment l'énergie cinétique et thermique est-elle transférée au sein du système à petite échelle ?

Tout d'abord la turbulence du système a été caractérisée par des mesures de 4D-PTV permettant de suivre l'évolution 3D de traceurs lagrangiens au cours du temps. Nous avons montré que le modèle lagrangien de turbulence décrit correctement les fluctuations de vitesse. De plus, les modèles de dispersion de paires de particules semblent vérifiés dans cet écoulement.

Ensuite, nous avons mené un bilan énergétique échelle par échelle dans l'optique de déterminer la distribution spatiale des différents transferts d'énergie. En comparant expériences et simulations numériques, nous avons ainsi montré que dans les zones de recirculation, l'énergie est transférée vers les petites échelles en suivant la cascade directe pour y être dissipée par viscosité. Cette dissipation est d'ailleurs maximale dans ces zones. Au contraire, à proximité des parois chaude et froide, l'énergie semble suivre une cascade inversée en allant des petites vers les grandes échelles. De plus, nous proposons une quantification de l'impact du champ moyen sur ces bilans énergétiques.

Enfin, nous avons réalisé des mesures simultanées de vitesse et de température à l'aide de cristaux liquides thermochromiques. Nous avons ainsi pu estimer pour la première fois une carte du flux thermique au sein de l'écoulement tout en la comparant aux cartes issues des simulations numériques.

Energy transfer study in turbulent thermal convection

During this thesis, we study experimentally turbulent thermal convection in order to answer to two fondamental issues : can we describe the turbulence of the flow following lagrangian scheme? How is the energy transfered within the flow at small scale?

First of all, the turbulence of the flow is caracterised by 4D-PTV measurements that make possible to track tracers in 3D over time. We show that lagrangian turbulence model describes properly velocity fluctuations. Moreother, models for particle dispersion are observed in this flow.

Afterwards, we carry out a scale by scale energetic analysis to determine spatial distribution of thermal and kinetic energy flows. Comparing experiments and numerical simulations, we show that in the recirculation area, the energy goes from large scales to small scales following the Kolmogorov direct energy cascade, to be dissipated there by viscosity. This is why the dissipation is highest in these areas. On the contrary, close to hot and cold plates, the energy seems to follow an inverted energy cascade, going from small towards large scales. Besides, we propose a quantification of the impact of mean velocity field over these energy balances.

Lastly, we realise simultaneous measurements of velocity and temperature thanks to thermochromic liquid cristals. Thus, we estimate for the first time an experimental map of the thermal flux within the flow, whilst comparing it to maps provided by numerical simulations.