



Design inverse de l'apparence de matériaux multicouches

Mégane Bati

► To cite this version:

Mégane Bati. Design inverse de l'apparence de matériaux multicouches. Traitement des images [eess.IV]. Université de Bordeaux, 2021. Français. NNT : 2021BORD0396 . tel-03572376

HAL Id: tel-03572376

<https://theses.hal.science/tel-03572376>

Submitted on 14 Feb 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ECOLE DOCTORALE
MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE
SPÉCIALITÉ : INFORMATIQUE

Par **Mégane BATI**

Design inverse de l'apparence de matériaux multicouches

Sous la direction de : **Romain PACANOWSKI**
Co-directeur : **Pascal BARLA**

Soutenue le 16 décembre 2021

Membres du jury :

Xavier GRANIER	Professeur	IOGS	Président
Nicolas HOLZSCHUCH	Directeur de Recherche	Inria Grenoble Rhône-Alpes	Rapporteur
Lionel SIMONOT	Maître de conférences	Université de Poitiers	Rapporteur
Stéphane JACQUEMOUD	Professeur	Université de Paris	Examineur
Romain PACANOWSKI	Chargé de Recherche	Inria Bordeaux Sud-Ouest	Directeur
Pascal BARLA	Chargé de Recherche	Inria Bordeaux Sud-Ouest	Co-directeur

Design inverse de l'apparence de matériaux multicouches

Résumé : Les images de synthèses sont de plus en plus réalistes, au point d'être parfois indistinguables de photographies, en partie grâce à la plausibilité des matériaux représentés. En particulier, les matériaux multicouches permettent une apparence variée, telle que les feuilles, les céramiques émaillées ou les peintures de voitures. Dans cette thèse, nous nous restreignons à l'étude des matériaux dont les couches sont épaisses, pour lesquels la propagation de la lumière peut être modélisée par les lois de l'optique géométrique. Des modèles permettent de prédire rapidement cette apparence à partir des paramètres physiques des différentes couches, par exemple les rugosités des interfaces, les indices de réfraction des milieux ou encore l'absorption dans les couches. Le contrôle de l'apparence finale est alors réalisé en modifiant les paramètres physiques un à un, par essai-erreur. Ce processus est fastidieux car les paramètres sont nombreux et agissent tous sur l'apparence finale. Notre objectif est d'offrir un contrôle plus direct des propriétés d'apparence.

Dans cette thèse, nous étudions d'abord les modèles analytiques de matériaux multicouches répondant à nos hypothèses, afin de s'assurer de leur exactitude. Nous sélectionnons le plus précis, le modèle de Belcour, afin de l'inverser. Nous proposons ensuite une méthode permettant, à partir de propriétés d'apparence que sont la couleur et la netteté des reflets, de calculer un ensemble de configurations de paramètres physiques produisant cette apparence. En effet, plusieurs ensembles de paramètres physiques différents peuvent donner une apparence similaire, que nous appelons classes d'équivalence. Nous proposons donc une méthode permettant de naviguer dans ces classes d'équivalence, ce qui permet d'explorer l'apparence des matériaux multicouches.

Mots-clés : Matériaux multicouches, Apparence, BRDF, Design inverse

Inverse design of layered material appearance

Abstract : Computer generated images are becoming more and more realistic, to the extent that they are sometimes indistinguishable from photographs, in part due to the plausibility of the materials represented. In particular, layered materials allow a wide range of appearance, such as leaves, glazed ceramics or car paints. In this thesis, we restrict ourselves to the study of materials with thick layers, in which the propagation of light can be modeled by the laws of geometrical optics. Some models can be used to predict quickly this appearance from the physical parameters of the different layers, for example the roughness of the interfaces, the refractive indices of the media or the absorption in the layers. The final appearance is then controlled or designed by modifying the physical parameters one by one, through a process of trial and error. However, this task is tedious because the parameters are numerous and they all affect the final appearance. Our goal is then to provide a more direct control of the appearance properties.

In this thesis, we first study two analytical models of layered materials that meet our assumptions, to ensure their accuracy. Based on this analysis, we select the most accurate one, which is the model of Belcour, to invert it. We then propose a method allowing, from appearance properties such as color and sharpness of reflections, to compute automatically a set of physical parameter configurations producing this expected appearance. Indeed, several sets of different physical parameters can yield a similar appearance, which we call an equivalence class. Therefore, we propose a method to navigate through these equivalence classes, allowing us to explore the space of layered material appearance.

Keywords : Layered material, Appearance, BRDF, Inverse design

Unité de recherche

Laboratoire de Photonique, Numérique et Nanosciences (UMR 5298)
Institut d'Optique d'Aquitaine, 1 rue François Mitterrand, 33400 Talence, France

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier Lionel Simonot et Nicolas Holzschuch d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Leurs retours ont été précieux pour améliorer la qualité de ce manuscrit. Je remercie également Xavier Granier et Stéphane Jacquemoud, membres du jury, pour leurs questions.

Cette thèse n'aurait pu avoir lieu sans mes encadrants, Pascal et Romain, qui m'ont guidée et soutenue tout au long de ce parcours. Merci pour tout votre investissement, tant sur le plan scientifique qu'administratif ou humain, ce qui m'a permis de rester sereine ! Je remercie également Laurent Belcour pour ses nombreux retours tout au long de la thèse, mais aussi d'avoir proposé ce fameux modèle qui m'a donné du travail pendant 3 ans !

Je remercie toute l'équipe Manao, pour sa bienveillance et les moments passés ensemble. C'était très agréable de faire partie d'une équipe avec des projets si variés et enthousiasmants. Merci aux non-permanents pour tous les moments partagés, aussi bien au bar qu'en virtuel. En particulier, je souhaite remercier ceux avec qui j'ai eu la chance de partager un bureau : Corentin, Alban et David. J'ai apprécié nos discussions et blagounettes (parfois à mes dépens !). Je remercie également Camille, pour son soutien constant et ses précieux conseils.

Enfin, je remercie mes parents et plus généralement ma famille, pour m'avoir soutenue, aidée et supportée tout au long de mes études et en particulier pendant la thèse. Merci à Guillaume pour sa présence indéfectible à mes côtés, à 200 comme à 6500 kilomètres.

Financement. Ces travaux ont été financés par l'ANR VIDA, ANR-17-CE23-0017.

Matériel utilisé. Ce manuscrit utilise les cartes d'environnement **Wells** et **Labo**, propriétés de Bernhard Vogl, les scènes **Material preview** de Jonas Pilo, **Globe** de Guo et al. [GHZ18] et les modèles **Chess** et **Maneki-neko** de RescueStudios11 et Laccolith disponibles sur Blendswap.

Publications

- [BBB20] L. Belcour, M. Bati, and P. Barla. Bringing an accurate fresnel to real-time rendering : a preintegrable decomposition. *SIGGRAPH'20 Courses*, 2020.
- [BBP21] M. Bati, P. Barla, and R. Pacanowski. An inverse method for the exploration of layered material appearance. *ACM Trans. Graph.*, 40(4), July 2021.
- [BPB19a] M. Bati, R. Pacanowski, and P. Barla. Comparative study of layered material models. In R. Klein and H. Rushmeier, editors, *Workshop on Material Appearance Modeling*. The Eurographics Association, 2019.
- [BPB19b] M. Bati, R. Pacanowski, and P. Barla. Numerical Analysis of Layered Materials Models. Research report, Institut d'Optique Graduate School ; Université de Bordeaux ; CNRS ; INRIA, June 2019.

Table des matières

Introduction	1
Nomenclature	4
I. Analyse des modèles d'apparence de matériaux multicouches	5
1. Etat de l'art des matériaux multicouches	7
1.1. Mise en contexte	7
1.2. Modélisation d'interfaces et milieux	12
1.2.1. Définitions	12
1.2.2. Description d'une interface	14
1.2.3. Caractérisation d'un milieu	18
1.3. Modèles de matériaux multicouches	21
1.3.1. Interfaces lisses	21
1.3.2. Interfaces rugueuses	22
1.3.3. Diffusion	24
1.3.4. Modèles spécifiques	27
1.4. Méthodes numériques	28
1.4.1. Simulation du transport lumineux	28
1.4.2. LayerLab	29
1.5. Récapitulatif	29
2. Analyse de modèles de matériaux multicouches	31
2.1. Démarche	31
2.2. Simulateur	35
2.3. Étude du modèle de Weidlich et Wilkie	41
2.4. Étude du modèle de Belcour	49
2.5. Discussion et travaux futurs	54
2.5.1. Améliorations du simulateur	54
2.5.2. Limites de l'étude	54
2.5.3. Travaux futurs	55
2.6. Récapitulatif	55

II. Méthode pour l'exploration de l'apparence des matériaux multicouches	57
3. Positionnement vis-à-vis de méthodes existantes	59
3.1. Travaux précédents	60
3.2. Notre approche	66
3.2.1. Hypothèses	67
3.2.2. Contributions	68
3.2.3. Choix d'implémentation	69
3.3. Contexte technique	70
3.3.1. Empilement d'interfaces lisses	70
3.3.2. Empilement d'interfaces rugueuses	71
3.4. Récapitulatif	72
4. Méthode inverse pour un empilement lisse	73
4.1. Méthode d'inversion	73
4.1.1. Lobe issu d'une interface	74
4.1.2. Lobe issu de deux interfaces diélectriques	77
4.2. Résultats	84
4.3. Discussion	86
4.3.1. Obtention de paramètres spectraux	86
4.3.2. Plus de deux couches par lobe	86
4.3.3. Contrôle de la transmission	87
4.3.4. Contrôle des angles rasants	89
4.4. Récapitulatif	90
5. Méthode inverse pour un empilement rugueux	93
5.1. Inversion d'un lobe unique	93
5.1.1. Lobe produit par une couche	93
5.1.2. Lobe issu de deux couches	95
5.1.3. Résultats	99
5.2. Inversion de lobes multiples	102
5.2.1. Inversion d'un lobe issu d'une seule couche	103
5.2.2. Inversion d'un lobe issu de deux couches	105
5.2.3. Résultats	107
5.3. Discussion	113
5.4. Récapitulatif	115

III. Extension de notre méthode	117
6. De l'exploration au design	119
6.1. Contraintes sur un seul lobe	119
6.1.1. Bornage de l'énergie dans le cas lisse	120
6.1.2. Prise en compte de la variance dans le bornage de l'énergie	122
6.1.3. Variance	123
6.1.4. Prototype	123
6.2. Contraintes entre lobes	127
6.2.1. Contraintes sur les énergies de deux lobes issus d'une seule couche . . .	127
6.2.2. Contraintes sur les variances de deux lobes issus d'une seule couche . .	128
6.3. Pistes d'amélioration	131
6.3.1. Contrôle artistique	131
6.3.2. Contraintes physiques	132
6.4. Récapitulatif	134
7. Empilements sur base diffusante	135
7.1. Contexte	135
7.2. Inversion d'une base diffuse sous un vernis monocouche	137
7.3. Pistes d'amélioration	142
7.3.1. Extension à un vernis multicouche	142
7.3.2. Diffusion dans les milieux	142
7.4. Récapitulatif	143
Conclusion	145
Bibliographie	151
A. Dérivation du modèle de Belcour	i
B. Détails techniques de la méthode inverse	iii
C. Rendus de Monte Carlo	iv
D. Reproductibilité des résultats	x

Introduction

La synthèse d'images est utilisée dans de nombreux secteurs, aussi variés que les films d'animation ou la conservation du patrimoine. Le domaine tend à produire des images de plus en plus *réalistes*, tant et si bien qu'il devient parfois difficile de les distinguer de photographies. Ceci est possible notamment grâce à la modélisation de phénomènes physiques toujours plus complexes et donc de matériaux de plus en plus plausibles. Les matériaux utilisés et leur degré de réalisme diffèrent en fonction du domaine d'application considéré, chacun ayant des besoins spécifiques. En particulier, la plausibilité physique est importante dans les domaines : de la conservation du patrimoine, où la numérisation d'artefacts nécessite souvent la mesure de leur matériau ; de l'automobile qui requiert des matériaux manufacturés spécifiques ; et du médical qui s'intéresse en particulier aux matériaux des tissus biologiques. A l'opposé, dans les films d'animation, la plausibilité physique est moins prépondérante que la facilité d'édition d'un matériau pour en changer les propriétés de réflexion de la lumière ; et de manière analogue, les jeux vidéo favorisent les matériaux dont l'apparence peut être obtenue très rapidement. Dans tous les cas, les matériaux peuvent être décrits par leurs paramètres physiques optiques.

Nous nous intéressons en particulier aux matériaux *multicouches*. Ils existent sous différentes formes dans notre vie quotidienne : les feuilles, la peau, les matériaux vernis ou encore les émaux entrent dans cette catégorie. Néanmoins, nous ignorons les matériaux dont les couches sont minces (de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres) telles que les bulles de savon ou les métaux oxydés, produisant des couleurs iridescentes. Nous considérons plutôt les matériaux composés de couches épaisses, plus communs, qui sont alors régis par les lois de l'*optique géométrique*. Ils offrent une large variété d'apparences, comme illustré en figure 1.



Figure 1 – Les matériaux multicouches offrent une apparence variée, ici illustrés par de la céramique, une peinture de voiture ou encore des feuilles.

L'apparence d'un matériau est définie mathématiquement par la *fonction de distribution de réflectance bi-directionnelle* (BRDF en anglais). Celle-ci représente la proportion de lumière réfléchi par un matériau pour une direction de lumière et une direction d'observation. Elle décrit donc les propriétés optiques intrinsèques du matériau. Néanmoins, de manière générale, l'apparence d'un objet ne dépend pas uniquement du matériau qui le compose, mais aussi de sa forme et des conditions d'éclairage. Il faut alors distinguer les effets potentiellement visibles, donnés par la BRDF, de l'apparence effective, obtenue dans une scène précise. Afin de ne pas traiter cette question perceptuelle délicate, nous nous restreignons à la notion de BRDF plutôt que d'apparence. Dans cet espace de la BRDF, un matériau multicouche peut être représenté par une ou plusieurs composantes visuelles, appelées lobes. Ils correspondent au flou, à la coloration, ou à l'intensité des reflets de l'environnement lumineux produits par le matériau. Par exemple, la peinture de voiture au centre de la figure 1 est composée de deux lobes : l'un offrant une réflexion achromatique de l'environnement lumineux et l'autre rouge.

La manière la plus directe d'obtenir la BRDF d'un matériau multicouche est de mesurer directement son rayonnement. Cependant, si l'on souhaite varier ses paramètres physiques, il faut alors réaliser une nouvelle mesure de BRDF, ce qui est coûteux. Une alternative consiste donc à mesurer les propriétés physiques du matériau, c'est-à-dire les propriétés microscopiques des interfaces et optiques des milieux. Elles peuvent ensuite être utilisées pour obtenir la BRDF du matériau multicouche grâce à des modèles (flèche bleue en figure 2), ou encore par simulation. Les modèles analytiques présentent toutefois l'avantage d'établir un lien mathématique entre les paramètres physiques des couches et la BRDF résultant de l'empilement. Dans l'immense majorité des cas, l'édition ou *design* de la BRDF d'un matériau multicouche est ainsi réalisée en modifiant directement ses paramètres physiques et en observant leur impact sur la BRDF ou directement dans une image de synthèse. L'utilisateur itère alors par essai-erreur jusqu'à l'apparence souhaitée. Ce processus est fastidieux, notamment parce qu'il peut y avoir

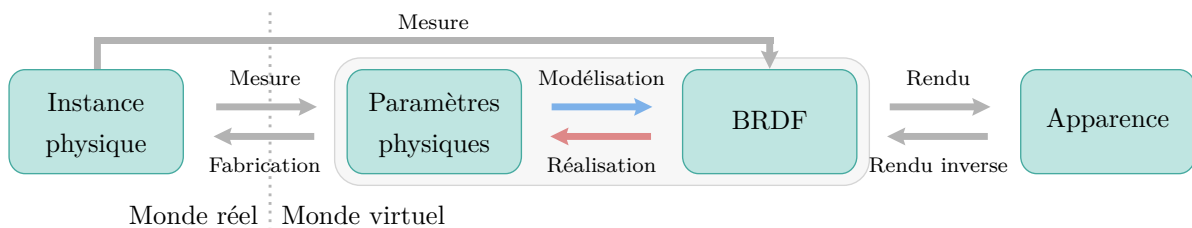


Figure 2 – Il existe plusieurs étapes afin de reproduire virtuellement l'apparence d'un matériau multicouche réel. L'apparence dépendant de multiples conditions (forme, lumière et matière), nous lui préférons la BRDF, *fonction de distribution de réflectance bi-directionnelle*, qui caractérise uniquement le matériau. Dans cette thèse, nous nous concentrons sur les deux étapes au centre (boîte grisée) : en partie I, l'étude des modèles permettant l'obtention de la BRDF à partir des paramètres physiques des couches (flèche bleue) ; et en parties II et III nous proposons une méthode inverse et ses extensions, retrouvant plusieurs jeux de paramètres physiques à partir de propriétés de BRDF (flèche rouge).

de nombreux paramètres physiques. À l'inverse, nous souhaitons manipuler directement ces propriétés de BRDF plutôt que les paramètres physiques (flèche rouge en figure 2). Dans cette thèse, nous omettons la dernière étape consistant à fabriquer un matériau réel à partir de ses paramètres physiques, qui représente un autre domaine de recherche actif. De même, nous nous concentrons sur les propriétés optiques du matériau, et ne considérons pas d'autres facteurs comme la forme des objets ou l'éclairage qui peuvent affecter l'apparence au travers du rendu.

Nous répondons à cette problématique en trois parties :

- I. Analyse.** Nous décrivons tout d'abord comment la BRDF d'un empilement de couches peut être obtenue. En particulier, nous présentons différents modèles de matériaux multicouches qui établissent un lien entre paramètres physiques et BRDF, au chapitre 1. De tels modèles nécessitent toutefois de sacrifier une part d'exactitude au profit d'une formulation simple. Nous nous questionnons donc au chapitre 2 sur le modèle le plus adapté à nos hypothèses et nous nous assurons qu'il est suffisamment correct. De cette analyse, nous concluons que le modèle de Belcour [Bel18] répond à nos attentes.
- II. Méthode inverse.** Ensuite, nous inversons ce modèle, afin de contrôler l'énergie et la variance de lobes de BRDF, correspondant visuellement à la couleur et au flou des reflets de l'environnement. Nous commençons par détailler nos hypothèses de travail, ainsi que notre méthodologie au chapitre 3. Ensuite, nous présentons notre méthode d'inversion, d'abord dans le cas où les couches sont lisses, au chapitre 4, et produisent donc un lobe unique. Une difficulté survient du fait que plusieurs configurations de paramètres physiques différents peuvent mener à une apparence similaire. Nous regroupons celles-ci sous le terme de *classe d'équivalence*, partageant alors les mêmes propriétés d'énergie à incidence normale, c'est-à-dire lorsque la vue est perpendiculaire à la surface. Toutefois, pour toute autre direction de vue, il existe des différences visuelles entre ces configurations physiques. Nous naviguons donc au sein de la classe d'équivalence, afin de les explorer. Ensuite, nous étendons cette méthode d'inversion au cas de couches potentiellement rugueuses. Nous étudions alors l'inversion d'un lobe rugueux unique au chapitre 5, et expliquons comment contrôler plusieurs lobes en pratique.
- III. Extensions.** Nous proposons ensuite deux pistes d'amélioration distinctes de la méthode proposée. Tout d'abord, nous présentons les problématiques à résoudre pour la mise en place d'une interface graphique, permettant la navigation dans la classe d'équivalence d'un lobe unique, au chapitre 6. De plus, nous illustrons les difficultés de la mise en place d'un prototype fonctionnel pour un nombre arbitraire de lobes. Enfin, nous étudions la possibilité de considérer une couche de base dite *lambertienne*, diffusant la lumière de manière identique dans toutes les directions. Ce type de matériau typique des plastiques n'étant pas pris en compte dans le modèle de Belcour [Bel18], son inversion n'est donc pas directe.

Nomenclature

Angles et vecteurs

$\Omega, \Omega^+, \Omega^-$	sphère, hémisphère supérieur et inférieur
θ, ϕ	coordonnées sur la sphère unité
$(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b})$	repère local à une surface : (normale, tangente, binormale) avec $\mathbf{b} = \mathbf{n} \times \mathbf{t}$
ω_i, ω_o	directions de lumière et de vue
\mathbf{h}	direction médiane de lumière et de vue
θ_i	angle sous la i -ème interface (avec θ_0 l'angle incident)

BRDF

λ	longueur d'onde (en m)
L	luminance ou radiance (en $\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$)
f_r^m, f_t^m	BRDF/BTDF utilisant le modèle m (en sr^{-1})
$d\omega$	angle solide différentiel
F	réflectance de Fresnel
D	distribution de microfacettes
G	distribution d'ombrage et de masquage
ρ_d, FGD	albédo directionnel

Paramètres physiques

N	nombre d'interfaces
α_i	rugosité (distribution de GGX) de la i -ème interface
η_i	partie réelle de l'indice de réfraction sous la i -ème interface
κ_i	partie imaginaire de l'indice de réfraction sous la i -ème interface
τ_i	profondeur optique sous la i -ème interface
ρ	albédo Lambertien (e.g., $\rho = k_d/\pi$, avec $k_d \in [0, 1]$)

Propriétés de lobes

K	nombre de lobes
R_k, σ_k	énergie et variance du k -ème lobe, $k \in [1..K]$
R_{ij}, T_{ij}	réflectance/transmittance depuis le milieu i vers j
R'_{ij}	réflectance depuis le milieu i vers j atténuée par τ_i
$\sigma_{ij}^R, \sigma_{ij}^T$	variance réfléchie/transmise du milieu i vers j
$\tilde{\sigma}_{ij}$	variance non normalisée (e.g., $\tilde{\sigma}_{ij}^R = R_{ij}\sigma_{ij}^R$)
$f(\alpha)$	fonction de conversion de rugosité α à variance σ (modèle de Belcour [Bel18])

Première partie

Analyse des modèles d'apparence de matériaux multicouches

Chapitre 1.

Etat de l'art des matériaux multicouches

Dans ce premier chapitre, nous introduisons les notions et travaux importants qui mènent à la modélisation de l'apparence des matériaux multicouches. Nous commençons par introduire la notion de *BRDF* en section 1.1, élément essentiel de l'apparence d'une surface dans le contexte de l'informatique graphique. Nous expliquons ensuite en section 1.2 comment la modéliser dans le cas d'une interface ou d'un milieu uniques. Enfin, nous présentons les modèles et méthodes numériques en sections 1.3 et 1.4 permettant d'obtenir la *BRDF* d'un matériau multicouche, afin de choisir ensuite parmi eux la technique la plus utile au design inverse.

1.1. Mise en contexte

Simulation du transport lumineux dans une scène. Les images de synthèse sont obtenues par simulation de la propagation de la lumière dans un monde virtuel, processus appelé *rendu*, et s'inspirant de la physique. Le monde virtuel est décrit par une *scène 3D* composée de différents objets, de sources lumineuses et d'une caméra afin d'en capturer une photo virtuelle. La lumière étant une onde, elle peut être caractérisée par sa phase et son amplitude, et sa propagation est alors décrite par les lois de l'optique ondulatoire. Néanmoins, en informatique graphique, l'optique géométrique reste la norme pour l'heure, afin de modéliser le comportement de la lumière dans une scène. Elle est alors décrite comme un ensemble de rayons lumineux dont la direction et la quantité d'énergie évoluent en fonction des différentes interactions dans la scène.

Suivant la technique de *tracer de lumière*, illustrée en figure 1.1a, ces rayons sont envoyés depuis les sources lumineuses et se propagent au gré des différents objets heurtés. Ils sont réfléchis différemment en fonction des matériaux déposés sur les surfaces tels que le verre ou le plastique. Les rayons ayant atteint la caméra permettent d'obtenir l'image de synthèse finale. On parle d'éclairage *direct* lorsque les rayons rencontrent un seul objet avant d'atteindre la caméra. Dans le cas où plusieurs objets sont rencontrés, on parle d'éclairage *global*. Toutefois, la caméra représentant généralement une surface très petite dans une scène bien plus vaste, elle récolte peu de rayons. En pratique, c'est donc plutôt le *lancer de rayon* illustré en figure 1.1b qui est implémenté : les rayons sont propagés depuis la caméra pour atteindre les sources lumineuses. La méthode originelle lance un premier rayon dans la scène, qui en génère plusieurs

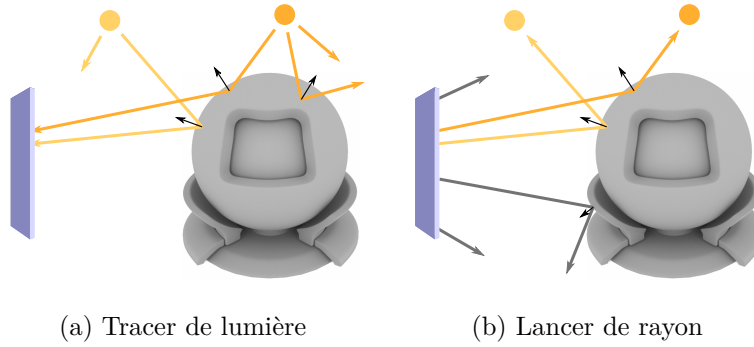


Figure 1.1 – Dans une scène, bien que (a) la physique voudrait que les rayons se propagent de la source de lumière vers la prise de vue, c'est en pratique (b) l'inverse qui est généralement réalisé dans un moteur de rendu par souci d'efficacité.

au moment où il interagit avec une surface, renvoyés dans toutes les directions. Ensuite, ces rayons heurtent des sources de lumière ou bien d'autres surfaces, auquel cas plusieurs rayons sont produits à nouveau. Leur quantité augmente ainsi de manière exponentielle, ce qui est coûteux à calculer. Une variante, appelée *path-tracing*, consiste à ne propager qu'un seul rayon à chaque interaction, grâce à des techniques stochastiques de type *Monte Carlo*. Toutefois, elles nécessitent un grand nombre de rayons pour obtenir une image *convergée*, ou non bruitée. Cette convergence constitue un point critique en pratique.

En particulier, cette méthode est peu adaptée pour reproduire le phénomène de caustique, concentration de la lumière réalisée notamment par les verres ou les piscines. Dans ce cas, des techniques de *lancer de rayon bidirectionnel* [LW93, VG95] connectent alors des chemins propagés depuis les lumières (figure 1.1a) et la vue (figure 1.1b). Par opposition à ces techniques dérivées du lancer de rayon, il existe aussi des méthodes de *radiosité*, qui discrétisent la scène spatialement et y stockent l'éclairage entrant. Ne faisant pas l'objet de cette thèse, nous ne détaillons pas ces méthodes alternatives.

Caractérisation de l'apparence des matériaux. Ces différentes méthodes ont pour but d'atteindre l'équilibre lumineux dans une scène, qui peut être formulé mathématiquement grâce à la notion de luminance énergétique L , *radiance* en anglais, exprimée en $Wm^{-2}sr^{-1}$. Elle indique la puissance par unité de surface du rayonnement émis ou reçu en un point et dans une direction donnée par unité d'angle solide. L'équation du rendu [Kaj86] décrit alors la radiance L_o propagée depuis une surface de normale \mathbf{n} , à partir de la radiance propre émise L_e et la radiance réfléchie dans la direction ω_o , par :

$$L_o(\omega_o) = L_e(\omega_o) + \int_{\Omega^+} f_r(\omega_i, \omega_o) L_i(\omega_i) (\omega_i \cdot \mathbf{n}) d\omega_i. \quad (1.1)$$

La radiance réfléchie dans la direction ω_o est donc obtenue par intégration sur l'ensemble des directions ω_i définies sur l'hémisphère supérieur Ω^+ . Le terme f_r caractérise la réflectance du matériau et est défini dans la suite. Malheureusement, la récursivité observée dans cette équation complique grandement le rendu, puisque chaque radiance L_i s'exprime à son tour par cette

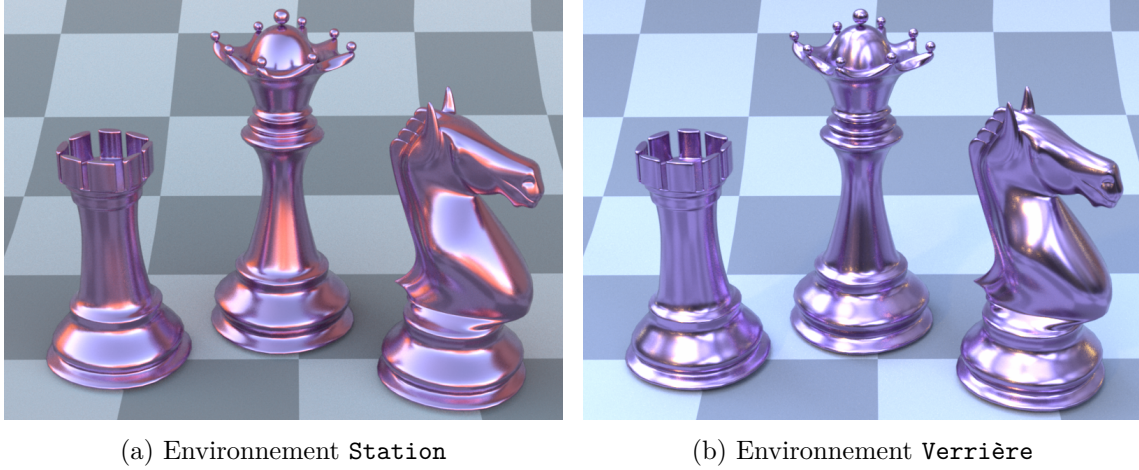


Figure 1.2 – Un même matériau est représenté sur trois objets de forme différente, dans deux environnements lumineux distincts. La lumière ici chaude (a) ou froide (b) a un impact global sur l'apparence, la forme de l'objet, convexe ou concave (en haut de la tour), impacte les inter-réflexions.

équation. Cette équation met donc en évidence les nombreux facteurs impactant l'apparence d'un objet dans une scène : sa forme, le matériau qui le compose ou encore l'environnement lumineux dans lequel il est placé. La figure 1.2 illustre ces apparences variées : un même matériau est assigné à trois objets de formes différentes, dans deux environnements lumineux distincts.

Au contraire, dans la suite de ce manuscrit, nous nous intéressons aux matériaux de manière isolée, et donc en particulier à la *fonction de distribution de réflectance bi-directionnelle* (BRDF), notée f_r . Elle représente la réflectance d'une surface depuis une direction de lumière ω_i vers une direction de vue ω_o , toutes deux définies sur l'hémisphère unité supérieur Ω^+ . La BRDF est donc une fonction à quatre dimensions, $f_r(\omega_i, \omega_o)$, qui peut aussi s'écrire $f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_o, \phi_o)$ en coordonnées sphériques, avec $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ et $\phi \in [0, 2\pi]$. Les angles sont alors définis dans le plan tangent $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b})$ à la surface de normale \mathbf{n} . La BRDF est définie par angle solide $d\omega = d\theta \cos \theta d\phi$, et son unité est le stéradian inverse sr^{-1} . Cette fonction a été introduite par Nicodemus [Nic65], reliée à la notion de radiance par la formule :

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{dL_o(\omega_o)}{L_i(\omega_i)(\omega_i \cdot \mathbf{n})d\omega_i}. \quad (1.2)$$

La BRDF possède les trois propriétés suivantes :

- *positivité* : $f_r(\omega_i, \omega_o) \geq 0, \forall (\omega_i, \omega_o)$;
- *réciprocité* de Helmholtz : $f_r(\omega_i, \omega_o) = f_r(\omega_o, \omega_i), \forall (\omega_i, \omega_o)$;
- *conservation d'énergie* : $\int_{\Omega^+} f_r(\omega_i, \omega_o)(\omega_o \cdot \mathbf{n}) d\omega_o \leq 1, \forall \omega_i$.

De plus, on parle de BRDF *isotrope* lorsque la réflectance est invariante par rotation du matériau autour de la normale \mathbf{n} . Elle se réduit alors à trois dimensions, $f_r(\theta_i, \theta_o, \Delta\phi = |\phi_i - \phi_o|)$. Le

cas général, *anisotrope*, peut être illustré par un métal rayé qui est alors perçu différemment lorsqu'on le tourne : en particulier quand la lumière est perpendiculaire ou bien alignée avec la direction des rayures. Enfin, il peut être utile d'intégrrer la BRDF sur l'ensemble des directions sortantes ω_o , pour obtenir son *albédo directionnel* :

$$\rho_d(\omega_i) = \int_{\Omega^+} f_r(\omega_i, \omega_o) (\omega_o \cdot \mathbf{n}) d\omega_o. \quad (1.3)$$

Nous présentons trois exemples de BRDF simples et isotropes en figure 1.3 pour illustrer ce concept. Une BRDF miroir renvoie la lumière uniquement dans la direction spéculaire notée ω_s , par opposition à une surface lambertienne qui diffuse la lumière dans toutes les directions de manière égale. Toutefois, ces deux cas sont des idéaux et il existe une multitude de comportements intermédiaires, comme le lobe rugueux au centre, utilisant ici le modèle de GGX (cf. éq. 1.15 à 1.17). La BRDF étant une fonction à quatre dimensions, nous fixons généralement l'élévation de la lumière ω_i et observons une coupe de l'hémisphère des directions de sortie. Nous utilisons la représentation polaire du plan d'incidence $(\omega_i, \mathbf{n}, \omega_s)$ et la vue orthographique, projection de la BRDF dans le plan de la surface (\mathbf{t}, \mathbf{b}) , illustrées en figure 1.4.

De manière analogue, la fonction de distribution de transmittance bidirectionnelle (BTDF), $f_t(\omega_i \in \Omega^+, \omega_o \in \Omega^-)$, indique la radiance transmise par une surface, d'un milieu i vers o définis par leur indice de réfraction η (voir section 1.2). La réciprocité s'exprime différemment [Vea98],

$$\frac{f_t(\omega_i, \omega_o)}{\eta_i^2} = \frac{f_t(\omega_o, \omega_i)}{\eta_o^2}. \quad (1.4)$$

La BRDF et BTDF forment ensemble la fonction de distribution de diffusion (BSDF), définie sur la sphère complète Ω . Il faut aussi tenir compte du couple (f_r, f_t) dans « l'autre sens », c'est-à-dire du milieu o vers i , pour caractériser complètement la diffusion d'une surface.

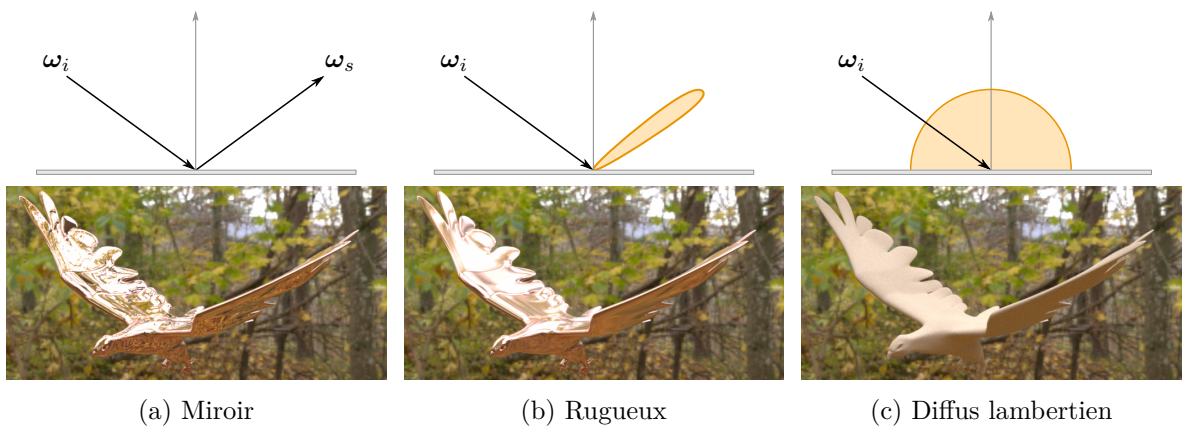


Figure 1.3 – Exemples de BRDF simples : (a) miroir, (b) rugueuse (GGX) et (c) diffuse lambertienne. La vue polaire en coupe de la BRDF (en haut) est donnée pour une élévation de lumière ω_i arbitraire. Elle représente la valeur du modèle mathématique utilisé, pour chaque direction de vue ω_o dans le plan d'incidence, ω_s indiquant la direction miroir. Le rendu associé (bas) indique l'apparence obtenue.

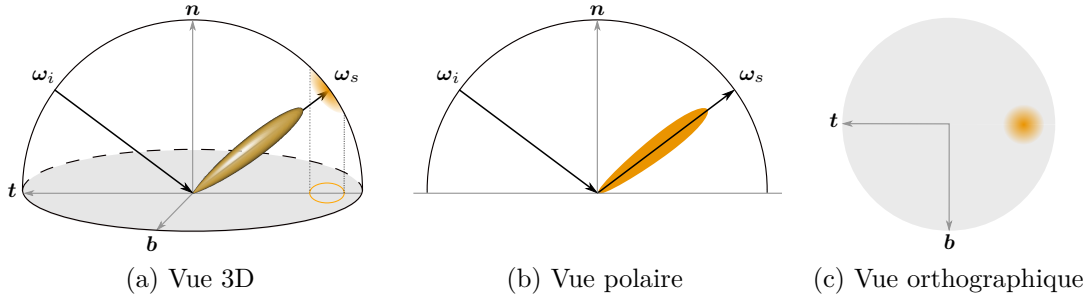


Figure 1.4 – Différentes représentations *en coupe* de la BRDF à quatre dimensions. La vue en 3D (a) est généralement projetée sur : (b) le plan d’incidence (ω_i, n, ω_s) en vue polaire et (c) le plan (t, b) en vue orthographique.

Mesure d’apparence. Outre les modèles simples illustrés en figure 1.3, la BRDF peut être obtenue par mesure, à l’aide d’un *goniospectrophotomètre*. Différentes configurations lumière - vue sont réalisées autour d’un échantillon à numériser, à l’aide de LED par exemple et d’une caméra. La BRDF mesurée pour ces différentes configurations est stockée dans une table, ensuite utilisée au moment du rendu.

Une des problématiques de la mesure est de réussir à reconstruire un signal correct à partir de données forcément trop éparées car discrètes. Concrètement, le pic spéculaire représente un challenge car une très forte quantité d’énergie est présente sur une petite zone de la sphère. Pour obtenir des données utilisables, il faut donc un fort échantillonnage angulaire de cette zone. La base de MERL [MPBM03] résout ce problème en stockant la centaine de matériaux isotropes mesurés dans le format de Rusinkiewicz [Rus98]. Celui-ci s’appuie sur le vecteur médian $\mathbf{h} = \frac{\omega_i + \omega_o}{\|\omega_i + \omega_o\|}$ et le vecteur de différence $\mathbf{d} = \text{rot}_{\mathbf{b}, -\theta_h} \text{rot}_{\mathbf{n}, -\phi_h} \omega_i$ défini à l’aide du plan tangent à la surface ($\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{b}$). La représentation se compose de 3 axes : $(\theta_h, \theta_d, \phi_d)$. L’idée principale est de se placer dans le référentiel du pic spéculaire ω_s , direction privilégiée dans le cas des matériaux brillants à miroirs. La densité d’échantillons peut donc augmenter dans cette zone d’intérêt, par opposition à une mesure complètement uniforme, toutes deux comparées en figure 1.5. Les travaux de Burley [Bur12] ont montré que la visualisation des données suivant les axes (θ_h, θ_d) à ϕ_d fixé permet de localiser certains effets typiques des matériaux, telle que les effets de Fresnel, détaillés dans la section suivante ou de rétro-réflexion. Cette représentation est toutefois mal définie lorsque $\omega_i = -\omega_o \in (\mathbf{t}, \mathbf{b})$.

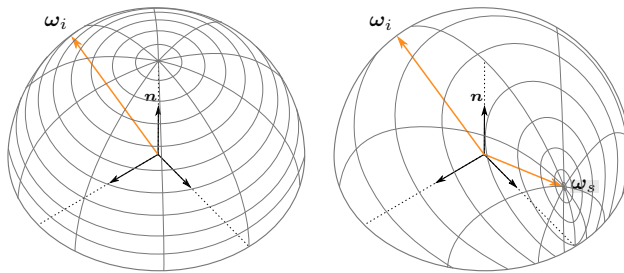


Figure 1.5 – En comparaison de la paramétrisation classique $(\theta_i, \theta_o, \Delta\phi)$ (gauche), la paramétrisation de Rusinkiewicz $(\theta_h, \theta_d, \phi_d)$ (droite) se place dans le référentiel du pic spéculaire ω_s .

Toutefois, les mesures sont longues à réaliser, environ trois heures par élément de la base de MERL [MPBM03]. Ce temps est rédibitoire pour acquérir des matériaux anisotropes de manière spectrale, c'est-à-dire à différentes longueurs d'onde. D'autres méthodes, notamment celle de Dupuy et Jakob [DJ18] s'appuient sur des a priori de BRDF pour réduire le temps d'acquisition et mesurer de tels matériaux. Par exemple, ils mesurent spectralement un échantillon isotrope en deux heures et demi, et il faut deux à trois jours dans le cas anisotrope. De nombreuses autres méthodes d'acquisition de BRDF existent, en partie regroupées dans l'étude de Guarnera [GGG⁺16].

L'utilisation de mesures de BRDF lors du rendu assure que le matériau choisi soit *physiquement réaliste*. Malheureusement, la mesure englobe toutes les composantes de la BRDF d'un coup : pour les matériaux multicouches, la réponse est d'un bloc. Dans le cas de l'édition de propriétés d'apparence qui nous intéresse, si l'on souhaite varier un paramètre physique, il faut alors fabriquer l'échantillon tangible, le mesurer puis recommencer. Ce processus d'essai-erreur est encore plus long que celui présenté en introduction. La mesure physique ne peut donc servir lors du processus de design mais peut valider le résultat a posteriori. Nous avons donc choisi de nous appuyer sur un autre type d'approche : la modélisation de la structure physique du matériau multicouche pour obtenir la BRDF. Dans la suite, nous considérons des interfaces et milieux formant une structure physique de plus en plus élaborée.

1.2. Modélisation d'interfaces et milieux

1.2.1. Définitions

Nous nous intéressons aux matériaux multicouches, que nous considérons composés d'interfaces et de milieux. Les *interfaces* représentent la frontière entre deux milieux. Celles-ci sont décrites de manière statistique et non explicitement. Par exemple dans le cas d'une interface rugueuse, détaillée en section 1.2.2, sa géométrie n'est pas fournie, mais plutôt une description statistique de ses caractéristiques, la rugosité dans ce cas. Les *milieux* sont définis par la vitesse de propagation de la lumière en leur sein, aussi appelé indice de réfraction $\eta(\lambda) = \frac{\nu(\lambda)}{c}$, c étant la célérité dans le vide et ν la vitesse de phase du matériau dans le milieu à une longueur d'onde λ donnée. La variation spectrale de l'indice est illustrée en figure 1.6 pour un diélectrique (verre BK7) et un conducteur (cuivre). Dans le cas diélectrique, l'indice de réfraction varie lentement dans le visible, ce qui peut être négligé en première approximation. Dans le cas d'un métal ou conducteur, cette variation lui confère sa couleur. L'indice de réfraction est complexe $\eta + i\kappa$, où κ correspond à l'extinction dans le matériau. En informatique graphique, l'indice de réfraction coloré est généralement représenté par un triplet Rouge, Vert, Bleu (RGB). Pour l'heure, ces valeurs sont choisies sans réel lien avec la physique, comme critiqué par Hoffmann [Hof19].

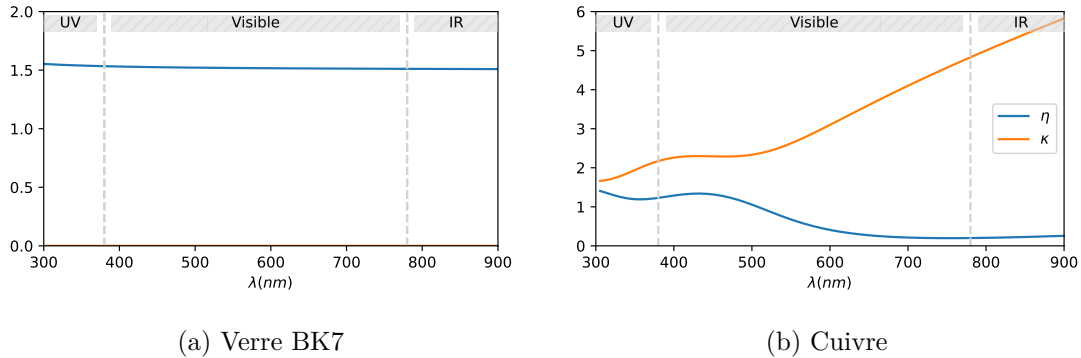


Figure 1.6 – Variation spectrale de l'indice de réfraction ($\eta + i\kappa$) (a) d'un verre et (b) d'un métal. Dans le cas du diélectrique, $\kappa \simeq 0$, et l'indice η peut être considéré constant dans le domaine visible séparé des ultraviolets et infrarouges par les pointillés verticaux. Source : refractive-index.info

Une alternative plus physiquement réaliste, mais aussi plus coûteuse que son homologue RGB, consiste donc à réaliser le rendu de manière spectrale. De plus, cela permet de tenir compte de changements de la longueur d'onde durant la propagation, permettant ainsi de reproduire l'apparence de matériaux fluorescents [WND⁺14]. En effet, en recevant une longueur d'onde non visible par exemple dans les ultraviolets, ceux-ci ré-émettent une radiation à une autre longueur d'onde dans le visible. Cela permet d'atteindre des couleurs saturées, impossibles à reproduire sans ce phénomène [JWH⁺19]. Pour l'observer, il faut donc un rendu à la fois spectral et sur un spectre plus large que le visible. L'image de synthèse est créée à partir de la réponse spectrale, intégrée sur les fonctions de sensibilité illustrées en figure 1.7 pour imiter la vision humaine.

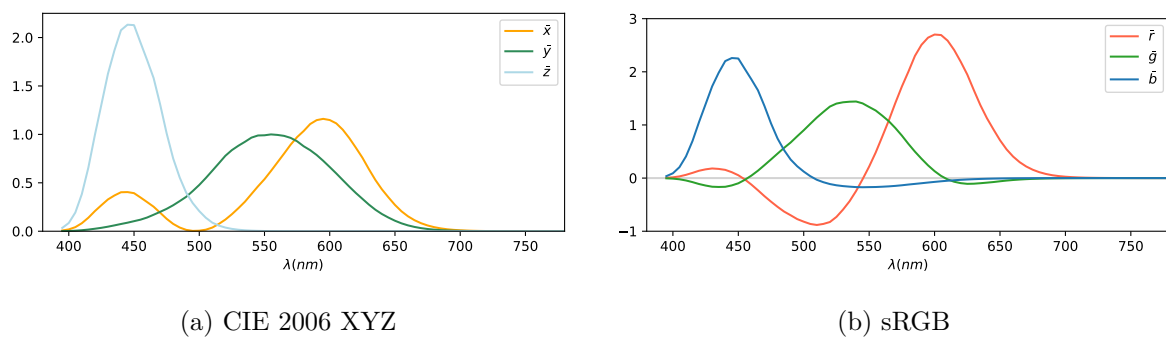


Figure 1.7 – Le système visuel humain n'est pas sensible à toutes les longueurs d'onde de manière uniforme. Les fonctions de sensibilité (a) indiquent comment un signal spectral est perçu, et (b) peuvent être converties en RGB. Lorsque le rendu est réalisé de manière spectrale, le spectre obtenu pour chaque pixel de l'image peut être transformé en couleur, en intégrant sa convolution avec (a) les fonctions de sensibilité. Le triplet XYZ résultant est ensuite converti en RGB à l'aide d'une matrice de passage.

1.2.2. Description d'une interface

Interface lisse. A l'interface entre deux milieux d'indices de réfraction (η_0, η_1) , la lumière est *réfléchie* et *transmise*, comme l'illustre la figure 1.8. La direction réfléchie ω_s , dite spéculaire, conserve l'élévation de départ, pour une surface de normale \mathbf{n} , elle s'écrit :

$$\omega_s = \omega_i - 2(\mathbf{n} \cdot \omega_i)\mathbf{n}. \quad (1.5)$$

Le rayon transmis est lui modélisé par la loi de Snell,

$$\eta_1 \sin \theta_1 = \eta_0 \sin \theta_0. \quad (1.6)$$

Cette direction transmise ω_t s'écrit aussi :

$$\omega_t = \frac{\eta_0}{\eta_1} \omega_i + \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} \cos \theta_0 - \sqrt{1 - \frac{\eta_0^2}{\eta_1^2} (1 - \cos^2 \theta_0)} \right) \mathbf{n}. \quad (1.7)$$

La proportion d'énergie réfléchie au passage du milieu 0 vers 1 est modélisée par les équations de Fresnel,

$$R_{01s}(\theta_0) = \left| \frac{\eta_0 \cos \theta_0 - \eta_1 \cos \theta_1}{\eta_0 \cos \theta_0 + \eta_1 \cos \theta_1} \right|^2 \quad \text{et} \quad R_{01p}(\theta_0) = \left| \frac{\eta_1 \cos \theta_0 - \eta_0 \cos \theta_1}{\eta_1 \cos \theta_0 + \eta_0 \cos \theta_1} \right|^2, \quad (1.8)$$

avec R_{01s} et R_{01p} les réflexions polarisées parallèle et perpendiculaire. Pour un environnement lumineux polarisé aléatoirement, leur moyenne donne la réflexion de Fresnel suivante :

$$R_{01}(\theta_0) = \frac{R_{01s}(\theta_0) + R_{01p}(\theta_0)}{2}. \quad (1.9)$$

La transmission est simplement liée à la réflexion par la relation :

$$T_{01}(\theta_0) = 1 - R_{01}(\theta_0). \quad (1.10)$$

De plus, il existe la symétrie suivante : $T_{01}(\theta_0) = T_{10}(\theta_1)$, où la transmission du milieu 1 vers 0 est évaluée à l'angle réfracté θ_1 , obtenu par la loi de Snell (éq. 1.6).

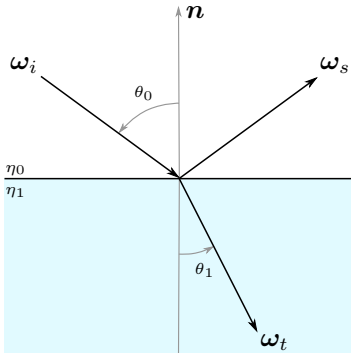


Figure 1.8 – Illustration de la loi de Snell au passage d'un milieu d'indice de réfraction η_0 vers η_1 . La lumière d'élévation θ_0 est transmise dans la direction θ_1 . Elle est réfléchie dans la direction miroir ou spéculaire $\theta_s = -\theta_0$.

Les termes de réflectances polarisées et leur moyenne sont illustrés en figure 1.9 pour un diélectrique et un conducteur dans l'air. On observe une différence maximale entre les deux polarisations à l'angle de Brewster car la polarisation perpendiculaire s'annule dans le cas diélectrique. Le cas de la réflexion du verre vers l'air met en avant le phénomène de *réflexion totale interne*, souvent noté TIR. En effet, à partir d'un certain *angle critique*, l'équation de Snell 1.6 n'est plus valide : $\theta_c = \arcsin\left(\frac{\eta_1}{\eta_0}\right)$. Passé cet angle, la réflexion est totale $R = 1$ et la transmission impossible $T = 0$. Cet angle apparaît quand $\frac{\eta_1}{\eta_0} < 1$, c'est-à-dire $\eta_0 < \eta_1$, illustré ici par l'interface verre-air. Enfin, le cas de la transmission dans un matériau conducteur n'est pas détaillé car il n'est pas pertinent dans notre cadre, l'onde *évanescence* engendrée n'existant que sur une très courte distance dans le conducteur.

A incidence normale, c'est-à-dire pour $\theta_0 = 0$, la direction transmise n'est pas déviée : $\theta_1 = 0$. Cette propriété simplifie l'équation de Fresnel,

$$R_{01} = \left(\frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1}\right)^2 \quad \text{et} \quad (1.11)$$

$$T_{01} = \frac{4\eta_0\eta_1}{(\eta_0 + \eta_1)^2} \quad \text{dans le cas diélectrique,} \quad (1.12)$$

$$R_{01} = \frac{(\eta_0 - \eta_1)^2 + \kappa_1^2}{(\eta_0 + \eta_1)^2 + \kappa_1^2} \quad \text{dans le cas conducteur.} \quad (1.13)$$

En outre, cette simplification est utilisée dans l'approximation de Fresnel par Schlick [Sch94] :

$$R_{01}^{Schlick}(\theta) = R_{01} + (1 - R_{01})(1 - \cos\theta)^5 \quad (1.14)$$

Cette approximation est correcte lorsque l'indice est de valeur moyenne : $1.2 \geq \eta_1/\eta_0 \geq 3$. Cette formulation a longtemps été utilisée, et sa forme linéaire la rend plus pratique que l'équation complète 1.9, notamment dans le contexte du rendu interactif.

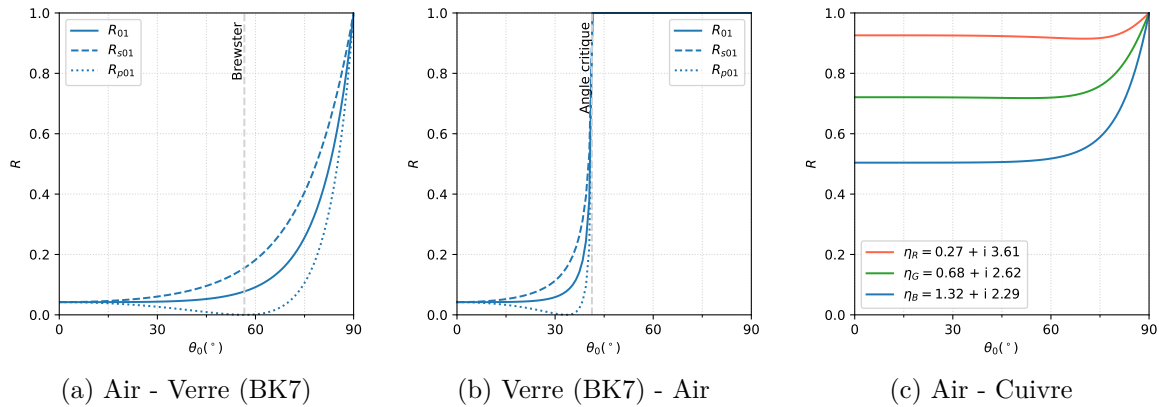


Figure 1.9 – Réflectances de Fresnel polarisées parallèlement, perpendiculairement ou moyennée. Elles sont illustrées de l'air vers un verre (a), dans le sens inverse (b) et de l'air vers un métal (c), en fonction de l'élévation de lumière θ_0 . Le terme de Fresnel tend vers 1 aux angles rasants (réflexion totale).

Interface rugueuse. Nous avons décrit le cas d'une interface parfaitement lisse, qui représente cependant un cas idéal. En réalité, les interfaces lisses peuvent souffrir d'imperfections entraînant une faible rugosité. Cela peut impacter l'apparence finale du matériau de manière différente en fonction de leur amplitude. Une faible rugosité, de l'ordre de la longueur d'onde, engendre un phénomène de *diffraction*. Les théories physiques de Beckmann-Kirchoff [BS63] et Harvey-Shack [Kry06] modélisent cette rugosité et ont été adaptées à l'informatique graphique par différents auteurs [HTSG91, Sta99, LKYU12, HP17]. Ces travaux exposent des matériaux avec des variations de couleur intéressantes. Ces modèles tant physiques que graphiques n'ont pas fait l'objet d'une bibliographie approfondie dans ce manuscrit. Nous nous intéressons plutôt aux interfaces d'une rugosité très supérieure à la longueur d'onde.

Ce type de rugosité est modélisé par la *théorie des microfacettes* [TS67] introduite en informatique graphique par Cook-Torrance [CT82]. Elle repose sur la représentation d'une interface rugueuse de normale macroscopique \mathbf{n} comme une collection de facettes miroirs à l'échelle microscopique. Le modèle initial tient compte d'un rebond unique sur celles-ci. Pour une direction de lumière ω_i et de vue ω_o , seules les facettes bien orientées permettent de réfléchir la lumière de ω_i vers ω_o directement. Ce sont celles dont la normale est alignée avec le vecteur médian $\mathbf{h} = \frac{\omega_i + \omega_o}{\|\omega_i + \omega_o\|}$, aussi utilisé dans la représentation de Rusinkiewicz [Rus98] (en section 1.1). Comme le montre la figure 1.10, même si les facettes sont correctement orientées, elles peuvent être dans l'ombre ou inaccessibles depuis le point de vue. La BRDF est formulée :

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{F_\lambda(\omega_i \cdot \mathbf{h}) D(\mathbf{h}) G(\omega_i, \omega_o, \mathbf{h})}{4|\omega_i \cdot \mathbf{n}| |\omega_o \cdot \mathbf{n}|} \quad (1.15)$$

Le terme de *Fresnel* F indique la proportion d'énergie réfléchi par une facette individuelle, à une longueur d'onde λ donnée. Dans les faits, cette dépendance est cachée par la valeur de l'indice de réfraction. Le terme de *distribution des normales* D indique la proportion de facettes dont la normale est alignée avec le vecteur médian \mathbf{h} . Le terme de *géométrie* G indique la proportion de facettes effectivement visibles et éclairées. Il diminue dès lors que la surface devient très rugueuse et l'observation ou la direction d'éclairement rasante.

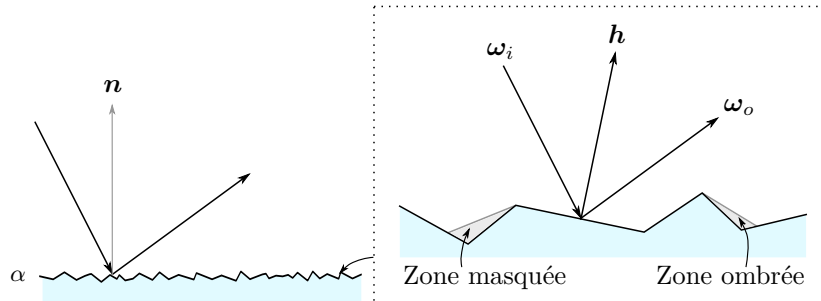


Figure 1.10 – La rugosité α d'une interface peut être représentée par une collection de facettes miroir à l'échelle microscopique (zoom). Les facettes de normale \mathbf{h} contribuent à la BRDF, une sous-partie pouvant toutefois être inatteignable depuis la lumière ou la vue (en gris).

En pratique, différentes fonctions sont utilisées pour représenter la distribution des normales, telles que celle de Beckmann, von Mises Fisher ou GGX [WMLT07]. Elles offrent une apparence variée et sont plus ou moins pratiques à utiliser en fonction de leurs propriétés d'intégration. Le modèle de GGX décrit la distribution à partir d'un paramètre de rugosité α comme

$$D(\mathbf{h}) = \frac{\alpha^2 \chi^+(\mathbf{h}, \mathbf{n})}{\pi \cos^4 \theta_h (\alpha^2 + \tan^2 \theta_h)^2}. \quad (1.16)$$

Pour chaque distribution de normales, le terme de géométrie associé doit être calculé. Pour cela, il faut en plus introduire une contrainte sur le profil de la microsurface. Il existe deux hypothèses dominantes pour calculer G : le modèle à *V-cavités* ou celui de Smith [Smi67]. Le modèle à V-cavités suppose que chaque facette est composée de deux faces symétriques, en forme de V. La surface est constituée d'un ensemble de cavités plus ou moins larges. Toutefois, ce modèle est moins physiquement réaliste que celui de Smith [Hei14]. Ce dernier fait l'hypothèse que les facettes ne sont pas corrélées : la surface n'est donc pas continue en terme de hauteur. Le terme de géométrie est généralement scindé en deux parties indépendantes $G(\omega_i, \omega_o, \mathbf{h}) \simeq G_1(\omega_i, \mathbf{h}) G_1(\omega_o, \mathbf{h})$. Dans le cas de GGX, le terme de géométrie d'ombrage ou de masquage en fonction du sens accordé à ω s'écrit

$$G_1(\omega, \mathbf{h}) = \chi^+ \left(\frac{\omega \cdot \mathbf{h}}{\omega \cdot \mathbf{n}} \right) \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \alpha^2 \tan^2 \theta_\omega}}. \quad (1.17)$$

Le modèle à microfacettes tient compte d'un unique rebond sur chaque facette. Cette simplification représente toutefois une perte d'énergie importante pour les fortes rugosités. Des procédures analogues au lancer de rayon [HHdD16] ou des modèles analytiques approchés [FA19, Tur18, KC17] permettent de rectifier le modèle à microfacettes dans ce cas.

En pratique, dans un moteur de rendu, lorsqu'un rayon tape une surface modélisée par des microfacettes, une normale de facette \mathbf{h} est tirée aléatoirement. Celle-ci permet ensuite de calculer une direction de réflexion grâce à l'équation 1.5, pour continuer la propagation de la lumière dans la scène. Si la normale de la facette \mathbf{h} est tirée de manière uniforme, de nombreuses configurations sont invalides, car elles renvoient la lumière ω_s sous l'hémisphère, dans Ω^- . Au contraire, un *échantillonnage préférentiel* ou *d'importance* permet de réduire la variance, en tirant moins souvent ces facettes invalides. Les travaux de Walter et al. [WMLT07] décrivent bien cette procédure, en échantillonnant $D(\mathbf{h})|\mathbf{n} \cdot \mathbf{h}|$, et donnent les formules nécessaires à l'implémentation pratique. Il est important de disposer d'un tel échantillonnage préférentiel pour l'utilisation pratique d'un modèle de BRDF. Afin d'améliorer la convergence, Heitz [Hei14] introduit la notion de *distribution de normales visibles*. Le tirage de \mathbf{h} tient alors compte de la direction de lumière ω_i pour éviter de tirer des normales situées dans l'ombre. Par réciprocité de la BRDF, il est possible de faire le contraire, évitant les normales non visibles depuis la vue ω_o . La procédure est détaillée par Heitz et al. [Hd14] dans le cas de Beckmann et améliorée pour celui de GGX [Hei18] par la suite.

Par opposition aux distributions continues présentées à présent, il existe aussi des interfaces composées d'éléments discrets. Par exemple, la présence de rayures [YHW⁺18] ou de paillettes [JHY⁺14, CCM19] à la surface d'un objet nécessitent des modèles spécifiques.

1.2.3. Caractérisation d'un milieu

Milieu homogène. Comme défini précédemment, un milieu est caractérisé par un indice de réfraction $\eta(\lambda)$ qui varie spectralement. Cette variation spectrale est souvent faible pour les diélectriques, toutefois elle peut mener au phénomène de *dispersion* si le milieu est suffisamment épais. C'est le cas d'un prisme en verre qui, pour une lumière blanche incidente, disperse le spectre angulairement. Ce phénomène a été modélisé par Cauchy [Cau36] puis Sellmeier [Sel72]. Dans ce manuscrit, l'attention étant portée aux matériaux multicouches dont les épaisseurs sont relativement fines à l'échelle macroscopique (bien qu'épaisses au niveau microscopique), le phénomène de dispersion peut être négligé. En effet, si les couches sont distinguables à l'échelle macroscopique, il est alors nécessaire de les modéliser séparément car leur géométrie a de l'importance. En effet, aux bords de l'objet, il est possible que la lumière n'entre que dans la couche supérieure si elle est épaisse, ce qui impacte l'apparence finale. L'encapsulation du transport lumineux au sein d'une même BRDF n'a pas de sens dans ce cas.

Il existe aussi des milieux dont l'indice de réfraction varie spatialement, alors modélisés par des *gradients d'indice*. De ce fait, il n'y a pas de réflexion de Fresnel due au passage d'une interface à l'autre. Ce type de matériau est utile pour maximiser la transmission, mais difficile à réaliser en pratique [MLS⁺20].

Enfin, un milieu peut être imparfait, composé d'inclusions de différents matériaux. La loi de Maxwell-Garnett [Gar04] permet de modéliser ce phénomène par un indice de réfraction effectif. Cette loi ne fonctionne que si les inclusions sont mineures.

Milieu absorbant. Certaines peintures sont caractérisées par la présence de pigments ou particules. Les plus simples à modéliser absorbent la lumière sans aucune ré-émission, comme illustré en figure 1.11a. Un milieu absorbant homogène peut être modélisé par la loi de Beer-Lambert-Bouguer lorsqu'il est dilué, c'est-à-dire faiblement peuplé. Le coefficient d'absorption σ_a , exprimé en m^{-1} , est relié à la densité de particules et leur section efficace unitaire, c'est-à-dire leur rayon d'action. La radiance atténuée L_1 par le parcours d'une radiance initiale L_0 dans un milieu d'épaisseur d , pour une direction ω_i , est modélisée :

$$L_1(\omega_i) = L_0(\omega_i) e^{-\frac{\tau}{|\omega_i \cdot n|}} \quad \text{avec} \quad \tau = \sigma_a d \quad (1.18)$$

où τ représente la profondeur optique, variant spectralement. Elle est liée à la partie imaginaire de l'indice de réfraction κ , aussi appelé *coefficient d'extinction*, comme détaillé en note 1.1. La loi de Beer-Lambert-Bouguer est valide pour une faible absorption σ_a et suppose que les événements d'absorption dans une couche sont indépendants des événements passés.

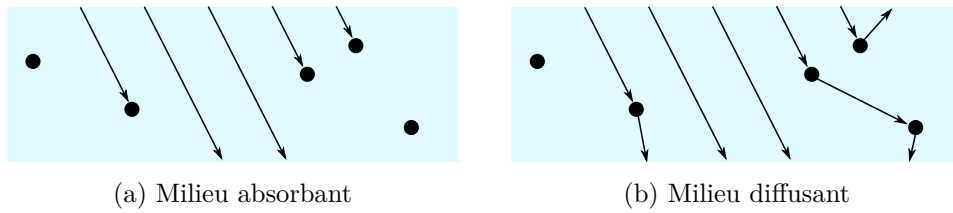


Figure 1.11 – Lorsqu’un milieu est composé de particules, la lumière peut être (a) absorbée ou (b) diffusée. La fréquence de ces événements dépend respectivement des coefficients d’absorption σ_a et de diffusion σ_s , liés à la densité et nature des particules. Dans le cas d’une diffusion, sa direction est changée par la fonction de phase de la particule rencontrée.

Basées sur des probabilités conditionnelles, il existe aussi des lois *non* exponentielles pour modéliser l’absorption dans les milieux [Lar07, BRM⁺18]. De manière similaire, une répartition non homogène de particules, par exemple les chromophores au fond ou bien aux bords des cellules d’une feuille impactent son apparence à l’échelle macroscopique [EVWG04]. Leur mise en œuvre étant plus complexe, nous nous restreignons par la suite à la loi de Beer-Lambert-Bouguer.

Milieu diffusant. Toutefois, il existe aussi des milieux composés de particules qui, lorsqu’elles reçoivent de la lumière, la ré-émettent, comme illustré en figure 1.11b. Il faut alors tenir compte de cette interaction, qui peut modifier la direction de la lumière entrante. La diffusion dans ces milieux est décrite par l’équation de transfert radiatif (ETR). Cette équation complexe peut être évaluée stochastiquement à la manière du rendu dans une scène, en section 1.1, ou de la simulation de transport lumineux dans un matériau multicouche (voir section 2.2). Bien qu’approximatifs, les modèles offrent un gain de temps comparé à la résolution de l’ETR.

La BRDF du milieu diffusant dépend alors en plus du coefficient de diffusion σ_s . Avec les coefficients d’absorption, ils forment celui d’atténuation $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$. Plus ce dernier est faible, plus le milieu est transparent. La *fonction de phase* décrit la distribution angulaire de lumière sortante suivant l’angle de lumière incidente. Les particules peuvent propager la lumière *vers l’avant*, *vers l’arrière* ou de manière *isotrope*, c’est-à-dire identiquement dans toutes les directions. Cette fonction de phase est généralement modélisée par les modèles d’Henye-Greenstein [HG41], de Rayleigh [LR99] ou de Mie [Mie08] en fonction de la taille des particules. La diffusion de Rayleigh concerne les particules de petite taille devant la longueur d’onde (rayon $r \ll \lambda$). La théorie de Mie est valide quelque soit le rayon des particules, mais celles-ci doivent nécessairement être sphériques. Les coefficients σ et la fonction de phase dépendent de la longueur d’onde, ce qui peut générer des diffusions colorées.

Le modèle de Henye-Greenstein [HG41] est souvent utilisé en informatique graphique. La fonction de phase des particules est alors décrite par le *paramètre d’anisotropie* $g \in [-1, 1]$, illustré en figure 1.12. Il indique si la diffusion est favorisée vers l’arrière ($g < 0$) ou l’avant ($g > 0$), le cas $g = 0$ représentant une diffusion isotrope.

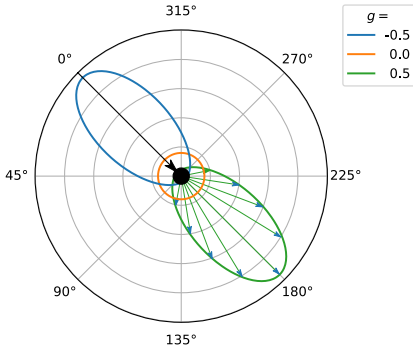


Figure 1.12 – Lorsqu'un rayon de lumière rencontre une particule sa direction peut changer selon la fonction de phase du milieu. Dans le modèle de Henyey-Greenstein [HG41], celle-ci est paramétrée par son anisotropie g . Lorsque $g < 0$ (en bleu), la diffusion se fait généralement vers l'arrière, $g = 0$ (en orange) de manière isotrope et $g > 0$ (en vert) vers l'avant.

La présence de diffusion dans les milieux nécessite généralement d'étendre le concept de BRDF à celui de BSSRDF [JMLH01], tenant compte spatialement des positions d'entrée et de sortie dans le matériau. En effet, la présence de diffusion peut entraîner un *transport latéral* de la lumière. Par exemple, si de la peau est éclairée par un laser, elle réfléchit la lumière sur une zone plus large, il y a diffusion latérale.

Note 1.1 – Lien entre absorption et coefficient d'extinction

Nous avons décrit les milieux par leur profondeur optique τ et leur indice de réfraction η réel ($\kappa = 0$). En fait, τ est lié au coefficient d'extinction par la relation :

$$\tau = \frac{4\pi}{\lambda} \kappa d \quad (1.19)$$

où d est l'épaisseur du milieu et λ la longueur d'onde. Ainsi, $\kappa = 0 \Leftrightarrow \tau = 0$. Dans cette note, nous justifions pour quelles raisons nous considérons ces deux hypothèses à première vue contradictoires : $\kappa = 0$ et $\tau \neq 0$.

En pratique, nous pouvons faire l'approximation que $\forall \kappa \in [0, 0.01]$, $\kappa \approx 0$, car la réflectance de Fresnel change très peu dans ce domaine. En effet, en se plaçant dans les pires conditions, c'est-à-dire $\kappa_1 = 0.01$, avec $\eta_1 = 1.1$ dans l'air ($\eta_0 = 1$), la réflectance de Fresnel est déviée du cas purement diélectrique d'au plus 0.001 quel que soit l'angle d'incidence considéré. Pour des valeurs de η_1 supérieures, la déviation diminue. Cette approximation a donc un impact négligeable sur la réflectance de Fresnel.

Ainsi, considérer $\kappa_{\max} = 0.01$ au lieu de 0 dans la relation 1.19 permet d'obtenir une profondeur optique τ_{\max} non nulle. Considérant le cas le plus défavorable, $\lambda = 0.78\mu m$, la longueur d'onde maximale dans le domaine visible, la profondeur optique maximale est liée linéairement à d (μm) par : $\tau_{\max} \approx 0.16d$. Cette contrainte s'avère peu restrictive dans notre cas, où l'épaisseur est un degré de liberté. En effet, d peut raisonnablement aller jusqu'à $1000\mu m$ auquel cas τ_{\max} atteint la valeur 160. Ainsi pour une très faible valeur de κ , qui n'a que peu d'impact sur la réflectance, de fortes absorptions τ peuvent être obtenues. Dans ce manuscrit, nous utilisons des profondeurs optiques faibles (< 5).

1.3. Modèles de matériaux multicouches

Les matériaux multicouches se composent d'interfaces et de milieux, que nous venons de définir. Dans cette section, nous nous intéressons aux différents modèles permettant de les combiner pour obtenir la BRDF d'un matériau multicouche. Toutefois, nous laissons de côté les méthodes non physiquement réalistes, par exemple basées sur une combinaison linéaire de modèles plus simples à une interface tel que celui de Dai [DWL⁺09] ou Goergiev [GPA⁺19]; ou encore le modèle empirique à deux couches de Burley [Bur12].

1.3.1. Interfaces lisses

Un empilement d'interfaces uniquement lisses permet déjà d'obtenir une apparence intéressante. Dans ce cas, la BSDF est obtenue grâce aux *équations d'ajout* [Sto62], appelées *adding equations* en anglais, illustrées en figure 1.13. Le transport de la lumière peut être découpé en différents chemins en fonction des interfaces rencontrées. Ces équations se généralisent aux milieux absorbants régis par la loi de Beer-Lambert-Bouguer. La BSDF de l'empilement s'écrit :

$$\begin{aligned} R_{02}(\theta_0) = & R_{01}(\theta_0) + \\ & T_{01}(\theta_0) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} R_{12}(\theta_1) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} T_{10}(\theta_1) + \\ & T_{01}(\theta_0) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} R_{12}(\theta_1) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} R_{10}(\theta_1) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} R_{12}(\theta_1) e^{\frac{-\tau_1}{\cos \theta_1}} T_{10}(\theta_1) + \dots \end{aligned}$$

θ_1 suivant la loi de Snell (équ. 1.6), R et T celle de Fresnel (équ. 1.9). En réalité les équations s'appliquent séparément pour chaque polarisation, ensuite moyennées pour obtenir le résultat en lumière non polarisée. Nous présentons ici une approximation, qu'il serait intéressant d'évaluer. Pour clarifier les notations, nous définissons la réflectance du milieu 1 vers 2 atténuée par la profondeur optique τ_1 du milieu absorbant :

$$R'_{12}(\theta) = R_{12}(\theta) e^{-2\frac{\tau_1}{\cos \theta}} \quad (1.20)$$

Le facteur 2 dans l'exponentielle indique que l'absorption est comptée pour un aller-retour. Cette somme peut s'écrire sous forme géométrique, de raison $R_{10}(\theta_1)R'_{12}(\theta_1) < 1$, obtenant ainsi une forme close malgré les *inter-réflexions* dans le milieu 1. Les équations d'ajout s'écrivent :

$$R_{02}(\theta) = R_{01}(\theta_0) + \frac{T_{01}(\theta_0)R'_{12}(\theta_1)T_{10}(\theta_1)}{1 - R'_{12}(\theta_1)R_{10}(\theta_1)} \quad (1.21)$$

$$T_{02}(\theta) = \frac{T_{01}(\theta_0)T_{12}(\theta_1)}{1 - R'_{12}(\theta_1)R_{10}(\theta_1)} \quad (1.22)$$

De la même manière, ces équations peuvent être représentées sous forme matricielle appelées *matrices de transfert* [Abe48, Yeh05], tenant en plus compte de la phase. Cette méthode plus générale puisqu'elle considère la lumière comme une onde, permet de gérer les interférences constructives et destructives qui apparaissent lorsque les couches sont *minces*. De tels matériaux

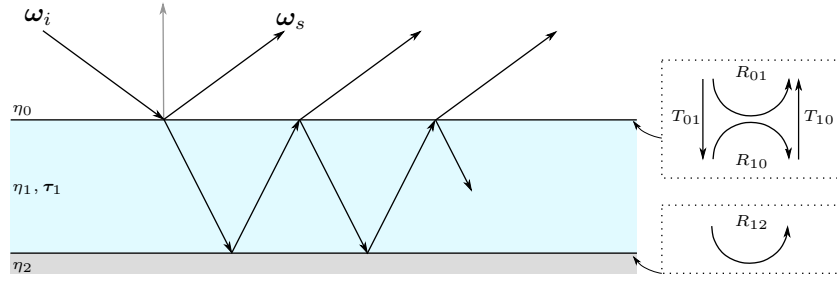


Figure 1.13 – Réflexions dans un empilement de deux couches lisses, illustrant l'équation d'ajout 1.21.

multicouches exhibent une variation angulaire de couleur très rapide, comme les bulles de savon par exemple. La technique de Belcour et Barla [BB17] permet un rendu exact, sans crânelage et efficace de ces couleurs tout en évitant un rendu spectral, grâce à une intégration spectrale analytique. Basée sur la théorie des microfacettes, la méthode ne gère pas correctement les fortes rugosités, mais a été étendue à ce cas ultérieurement [KGK19]. Spécifiques au rendu, d'autres méthodes [IA00, HKYM01] tiennent en plus compte de faibles rugosités dans l'empilement, de l'ordre de la longueur d'onde. Ces effets de couleur, bien que caractéristiques des matériaux multicouches, ne sont pas étudiés dans la suite de ce manuscrit. Nous nous intéressons plutôt aux empilements contenant des interfaces très rugueuses devant la longueur d'onde.

1.3.2. Interfaces rugueuses

Les travaux de Weidlich et Wilkie [WW07] sont pionniers dans ce domaine. Le modèle est générique et s'accommode d'une BRDF quelconque pour décrire les interfaces, c'est-à-dire n'importe quel modèle à microfacettes (eq. 1.15) ou base lambertienne, contrairement aux autres dans cette catégorie. La formulation ressemble à l'équation d'ajout, sans toutefois considérer les inter-réflexions dans les milieux. De plus, la transmission d'un lobe par une interface rugueuse est mal gérée par le modèle. Pour contrebalancer ce problème, Elek [Ele10] propose un subterfuge dans son implémentation temps-réel. Néanmoins, nous verrons dans le chapitre 2, que cela ne suffit pas à approcher correctement la BRDF.

Dans le cas d'un empilement de couches rugueuses, la première interface engendre un lobe transmis rugueux. L'interface suivante reçoit alors une distribution de lumière, au lieu d'un faisceau collimaté dans le cas lisse. Pour connaître la distribution de lumière renvoyée par la base, le modèle de Guo [GQGP17] étend la notion de distribution de normales pour tenir compte d'une distribution de lumière entrante. Par opposition, le modèle de Weidlich et Wilkie ainsi que la modification d'Elek ne réalisent pas cette étape, considérant une lumière collimatée sur la base, ce qui les rend très approximatifs. Le modèle de Guo s'appuie sur la théorie des microfacettes et décrit D comme une distribution de *von Mises Fisher* (vMF), paramétrée par une moyenne et une concentration. Cette représentation facilite les calculs, car le produit de deux vMF donne une vMF dont les paramètres sont obtenus aisément. Toutefois, cette

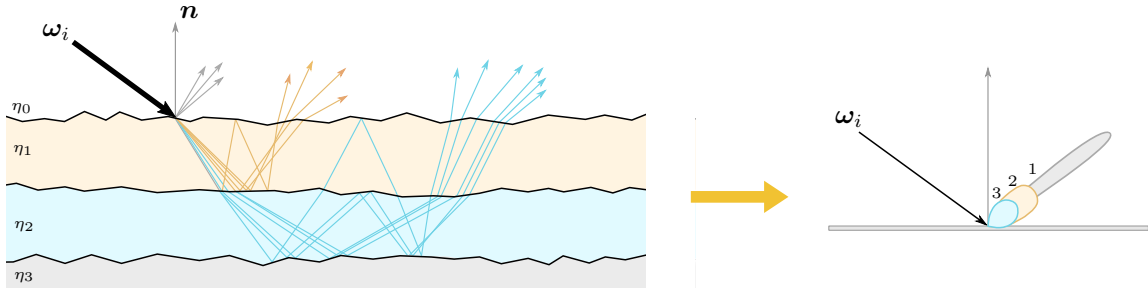


Figure 1.14 – Le modèle de Belcour représente (à gauche) les rayons ayant atteint une profondeur par (à droite) un lobe. La BRDF finale est la somme de ces lobes.

distribution n'est pas adaptée pour décrire les métaux [Bel18]. De plus, afin de tenir compte des inter-réflexions dans l'empilement, le modèle considère explicitement chaque rebond : les auteurs montrent que seul le premier contribue en pratique à la BRDF finale.

Enfin, le modèle de Belcour [Bel18] gère à la fois la rugosité des interfaces, et les rebonds multiples au sein des milieux. La rugosité des interfaces est modélisée par la distribution de GGX et les milieux peuvent être diffusants. Toutefois, seule la propagation vers l'avant et non vers l'arrière est considérée. Pour une direction de lumière ω_i , ce modèle regroupe tous les chemins ayant atteint une certaine profondeur k en un même lobe, d'énergie R_k et variance σ_k . Il considère que chaque interface produit un unique lobe. La BRDF finale est la somme de ces lobes, elle est évaluée pour une direction de vue ω_o comme

$$f_r^B(\omega_i, \omega_o) = \sum_{k=1}^K R_k(\theta_0) \cdot f_k^{DG}(f^{-1}(\sigma_k(\theta_0)), \omega_i, \omega_o) \quad (1.23)$$

avec f_k^{DG} la BRDF suivant le modèle à microfacettes de GGX (éq. 1.15 à 1.17), en excluant le terme de Fresnel. f est la fonction de passage de rugosité de GGX α à la variance du lobe σ . La méthode modélise donc des groupes de chemins par des lobes (avec une énergie, une variance et une direction), mis à jour à chaque événement dans les couches : réflexion, transmission, absorption et diffusion avant. Le modèle s'appuie sur les équations d'ajout (éq. 1.21) pour calculer l'énergie des lobes résultants, remplaçant les réflectances de Fresnel par l'albédo directionnel (éq. 1.3) appelé *FGD* et dépendant aussi de la rugosité de l'interface. De plus, il corrige empiriquement l'énergie pour tenir compte de la réflexion totale dans les milieux, comme détaillé en section 5.3. Belcour dérive ses propres équations d'ajout pour la variance. Le modèle est décliné en deux versions, appelées *avant* (éq. 1.23) et *symétrique*. Dans ce dernier cas, les directions ω_i et ω_o sont toutes deux données en entrée puis le vecteur médian \mathbf{h} calculé. Cette direction \mathbf{h} est ensuite transportée dans les couches, ce qui n'a pas vraiment de sens physique mais l'avantage de forcer la réciprocité de la BRDF. Ce modèle est détaillé au chapitre 2.

Tous ces modèles sont décrits pour des interfaces isotropes, et seul le modèle de Belcour a été explicitement étendu à l'anisotropie [YYTM19, WB20]. Les caractéristiques de ces différents modèles, ainsi que LayerLab présenté en section 1.4.2, sont résumées dans la table 1.1.

Propriétés	[WW09], [Ele10]	[GQGP17]	[Bel18] (fwd sym)	[JdJM14], [ZJ18]
Dirac	✓	✓	✓	✗
Interfaces rugueuses	✓	vMF	GGX	Beckmann MERL*
BTDF	✗	✓	✓ ✗	✓
Milieux	absrp.	absrp.	absrp., diff. avant	✓
Lambert	✓	✗	✗	✓
Inter-réflexions	✗	✓ [†]	✓	✓
Réciprocité	✓	✗	✗ ✓	✓

Table 1.1 – Propriétés de modèles analytiques de matériaux multicouches et du système LayerLab.

*Les interfaces représentées dans le format de MERL [MPBM03] sont définies en réflexion uniquement.

†Les auteurs donnent la formule pour incorporer les inter-réflexions, mais ne proposent aucun résultat.

1.3.3. Diffusion

Multicouche avec base lambertienne

Un empilement dont la base est diffuse lambertienne représente un cas particulier assez étudié dans la littérature. Les modèles génériques de Weidlich et Wilkie [WW07] ou bien de Holzchuch et Pacanowski [HP17] qui s'en inspirent pour dériver un modèle de diffraction ainsi que celui de Guo [GQGP17] fonctionnent avec une base diffuse, mais souffrent d'approximations. Le fait qu'aucune direction ne soit privilégiée après un rebond sur une base diffuse simplifie le calcul pratique de la BRDF. Il existe donc des méthodes spécifiques à ce type d'empilement, que nous détaillons de manière plus technique au chapitre 7.

Dans le cas d'interfaces lisses sur une base diffuse, le modèle de Simonot et al. [SHH06] est exact. Sa formulation simple permet de tenir compte d'un nombre arbitraire de couches lisses au-dessus d'une base diffuse. Ce type de configuration entraîne de plus un transport latéral important [SHG⁺18] lorsqu'il est éclairé par une lumière directionnelle intense comme un laser.

La BRDF d'une *unique* interface rugueuse sur une base diffuse lambertienne est obtenue de manière exacte par Simonot et al. [SHHM16] à l'aide d'une méthode à flux, décrite en section 1.3.3. Ce modèle analytique n'est pas de forme close en raison de plusieurs intégrales. En effet, il nécessite l'albédo directionnel transmis par la première interface depuis le milieu ambiant ainsi que la réflectance bi-hémisphérique dans le sens opposé, obtenue en intégrant l'albédo directionnel (éq. 1.3) sur toutes les directions. Antérieurement, un modèle similaire a été implémenté dans la classe `Rough_plastic` de Mitsuba [Jak10]. Toutefois, nous n'avons pas trouvé de documentation détaillant le précalcul des intégrales stockées dans des tables, il est donc difficile d'assurer que les deux modèles sont identiques. Le cas général d'un nombre arbitraire d'interfaces rugueuses sur une base diffuse n'est pas traité dans Mitsuba, et approché par le modèle de Simonot [SHHM16].

Autres interfaces diffuses

Il existe d'autres types d'interfaces diffusantes regroupées dans la figure 1.15, où se mêlent simples interfaces et matériaux multicouches. Une alternative au modèle lambertien est celui d'Oren-Nayar [ON94]. Il s'appuie sur la théorie des microfacettes, détaillée en partie 1.2.2, à la différence que les facettes ne sont pas des miroirs mais des interfaces lambertiennes. Ce modèle peut donc représenter un « lambertien rugueux », aussi dérivé par Heitz et Dupuy [HD15]. Sur le même principe, Meneveaux et al. [MBT⁺18] proposent un modèle de BRDF dans le cas où ces facettes sont interfacées avec du vernis. Ce modèle n'est pas multicouche car sur chaque facette, les interfaces du vernis et de la base lambertienne sont corrélées.

Une autre approche, proposée par d'Eon [d'E21], considère la matière comme une collection de sphères lambertiennes à l'échelle microscopique. Celui-ci tient compte des inter-réflexions entre les sphères baignant directement dans l'air. Si l'on souhaite considérer ce type de matériau au sein d'un empilement multicouches, les sphères sont alors plongées dans un nouveau milieu, ce qui modifie les inter-réflexions entre elles. Cette problématique pourrait être généralisée au cas des *matériaux poreux* tels que le sable, dont l'apparence change drastiquement dès lors qu'ils sont mouillés. Certains modèles s'intéressent à l'ajout d'une couche d'eau sur une base [JLD99]. Toutefois, dès lors qu'elle est poreuse, des modèles dédiés sont nécessaires [MDG00, HPMG06]. Dans cette thèse, nous considérons que les couches sont bien distinctes et la porosité des matériaux n'est donc pas traitée.

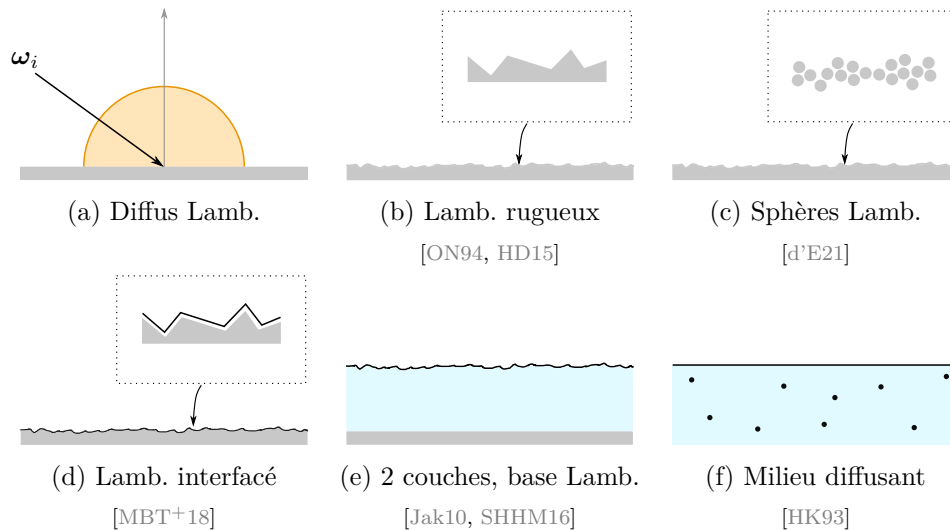


Figure 1.15 – Une BRDF diffuse peut être obtenue par différentes configurations physiques. (a) La diffusion lambertienne représente un idéal, l'approximation d'un milieu (f) extrêmement diffusant. Elle peut être étendue au cas d'une interface lambertienne rugueuse (b et c). Dans ce manuscrit, nous considérons que les matériaux multicouches (e) sont composés d'interfaces décorrélées, et non (d) qu'il s'agit d'une seule interface de réflectance plus complexe.

Méthodes à flux

Précédemment, nous avons présenté différents modèles de BRDF de matériaux multicouches, mais il existe aussi des méthodes reposant sur des calculs de flux lumineux pour établir la propagation de la lumière dans les couches. La première méthode de ce type a été introduite par Kubelka-Munk [KM31], elle modélise grâce à deux flux la propagation de la lumière dans un empilement éclairé de manière diffuse. Dans ce cas, les flux ascendants et descendants modélisés sont diffus lambertiens.

Plus généralement, ces techniques expriment les flux entrants et sortants d'un matériau multicouche à l'aide de *matrices de transfert*. Cette méthodologie, évoquée en section 1.3.1 par les équations d'ajout sur des intensités, est en fait générique et peut aussi s'appliquer à des flux. Par ailleurs, la technique peut être étendue à des flux spéculaires, c'est-à-dire à quatre flux (e.g., [RGT01]) : deux diffus et deux spéculaires, ascendants ou descendants, ce qui est utile lorsque l'éclairage n'est pas collimaté. Toutefois ces méthodes ne permettent pas d'obtenir une BRDF générique : elle est nécessairement constituée d'une composante purement spéculaire et d'une seconde diffuse lambertienne.

Afin d'obtenir une BRDF plus complexe, Simonot et al. [SHHM16] étendent cette méthode à quatre flux pour tenir compte de la BSDF du premier élément diffusant de la pile. Le flux descendant après celui-ci est considéré parfaitement diffus, ce qui peut être une approximation forte lorsque l'élément est faiblement diffusant (par exemple une interface de faible rugosité). Par contre, le flux diffus remontant des couches inférieures et traversant cet élément diffusant ressort de manière directionnelle. Cela signifie qu'il est possible d'obtenir d'une BRDF finale pas uniquement spéculaire ou diffuse, mais un lobe intermédiaire. Toutefois, ce modèle n'est pas de forme close en raison des multiples intégrales à calculer pour estimer le passage d'un flux spéculaire à diffus par exemple. Néanmoins, toutes ces méthodes souffrent de fixer a priori la nature et le nombre de flux dans l'empilement de couches. Pour un nombre différent de lobes en sortie, il faut proposer une nouvelle dérivation complexe.

Récemment, Randrianandrasana et al. [RCL21] s'inspirent du modèle de Belcour [Bel18] et l'étendent aux milieux diffusants grâce à une méthode à six flux. La variance des lobes est cette fois représentée par le paramètre d'anisotropie g de la fonction d'Henye-Greenstein [HG41]. Les équations d'ajout sur les variances ainsi dérivées sont similaires à celles sur l'énergie (éq. 1.21), représentées dans un formalisme à flux. Cette méthode permet d'obtenir jusqu'à trois lobes pour un milieu, illustrés en figure 1.16, l'ensemble des lobes étant ensuite sommé comme dans le modèle de Belcour. Pour un milieu, deux lobes sont alignés avec la direction spéculaire, tenant respectivement compte de la lumière diffusée vers l'avant et de celle qui a traversé l'empilement. Le troisième lobe est aligné avec la direction de lumière entrante, en *rétro-diffusion*, afin de tenir compte de la lumière diffusée vers l'arrière, direction privilégiée lorsque $g < 0$.

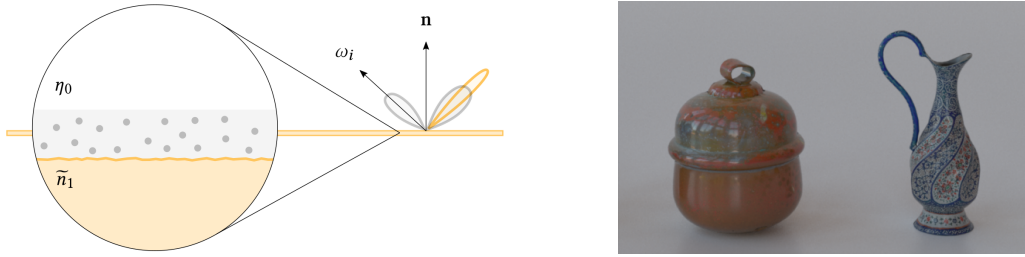


Figure 1.16 – Le modèle de Randrianandrasana [RCL21] représente un milieu diffusant par trois lobes (à gauche), dont l’un est aligné avec la direction de lumière incidente ω_i et les deux autres alignés avec la direction spéculaire. Il permet notamment de reproduire l’apparence de poteries (à droite).

1.3.4. Modèles spécifiques

Il existe des modèles de BRDF de matériaux multicouches pour des configurations physiques spécifiques, recensés dans la présente section.

Le modèle PROSPECT [JB90] est dédié aux feuilles et modélise leur apparence en s’appuyant lui aussi sur les matrices de transfert. La feuille est découpée en un ensemble de couches empilées dont l’épaisseur est fixe. Le modèle calcule les flux diffus entre les différentes couches, mais traite à part la première interface dont la réponse n’est pas forcément spéculaire mais peut être aussi rugueuse. Il s’intéresse en particulier à l’absorption spectrale des feuilles qui ont un sens physiologique. L’*inversion* de ce modèle permet ainsi de retrouver différentes concentrations de constituants des feuilles. Toutefois, le modèle PROSPECT, son inversion et ses nombreuses améliorations ne sont pas détaillés dans ce manuscrit car notre intérêt se porte moins sur les propriétés spectrales de la BRDF que sa décomposition en plusieurs lobes.

Le modèle de Gu [GRBN07] s’intéresse aux contaminations (poussières, saletés, etc) à la surface d’un matériau lisse et transparent. Le modèle tient compte d’un seul milieu lisse sous la contamination, et étend les travaux d’Hanrahan-Krueger [HK93]. La variation spatiale de la contamination est prise en compte par une texture.

De nombreux modèles s’intéressent aux peintures de voiture, contenant notamment des paillettes. Ils s’appuient généralement en partie sur des données mesurées [RMS⁺08]. Ershov et al. [EKM01] proposent une formulation générale de la BRDF pour tenir compte de ces inclusions ainsi que de pigments sphériques. Les auteurs proposent de plus un modèle simplifié et rapide pour une peinture bi-couche constituée d’un vernis avec des paillettes et d’un substrat composé de pigments. Il est intéressant de noter que le modèle relie les effets visuels de *brillance*, *scintillement* et *teinte* à certaines familles de chemins lumineux. Le modèle de Guillén et al. [GMG⁺20] modélise quant à lui l’apparence de peintures perlescentes. Ces dernières sont composées de paillettes elles-même multicouches dans un substrat, qui génèrent des couleurs chatoyantes, représentées en figure 1.17.

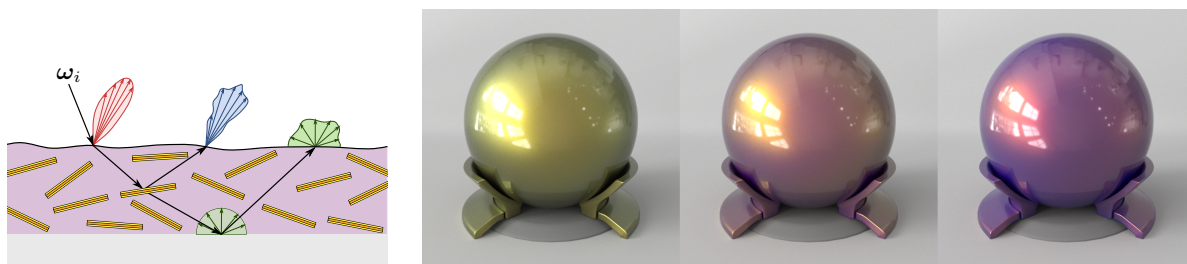


Figure 1.17 – Le modèle de Guillén [GMG⁺20] représente (à gauche) des milieux multicouches contenant des paillettes au-dessus d’une base diffuse lambertienne. Il peut gérer un nombre arbitraire de couches. Ces configurations physiques permettent d’obtenir (à droite) des couleurs chatoyantes, ici en variant uniquement l’épaisseur des paillettes entre 70 et 90nm. Chaque paillette est composée de silice vernie par du dioxyde de titane, et elles sont plongées dans du polyéthylène téréphtalate (PET). Leur densité affecte aussi la couleur obtenue. Redessiné à partir de [GMG⁺20].

1.4. Méthodes numériques

1.4.1. Simulation du transport lumineux

Pour obtenir une solution de référence de la BRDF d’un matériau multicouche, il est possible de simuler la propagation de la lumière en son sein. De la même manière que nous avons présenté la propagation de la lumière dans une scène, il est possible de le faire dans un empilement de couches. Nous considérons que ces couches sont décrites de manière statistique, c’est-à-dire que la géométrie explicite n’est pas fournie. Pour une direction de lumière entrante ω_i , lorsque celle-ci heurte une interface, elle peut être réfléchie ou transmise aléatoirement. Les probabilités dépendent du changement d’indice entre les deux milieux suivant la loi de Fresnel (éq. 1.9). Dans le cas où la surface est rugueuse, la normale d’une facette \mathbf{h} est tirée aléatoirement, suivant une fonction d’importance, comme explicité en partie 1.2.2. En contre-partie, l’énergie portée par le rayon est affectée pour tenir compte de cet échantillonnage préférentiel. Si le rayon est transmis, sa direction est affectée suivant la loi de Snell (éq. 1.6). Il se trouve ensuite dans un milieu pouvant être vide, constitué de particules absorbantes ou diffusantes. Dans ce dernier cas, de la même manière, on tire aléatoirement la rencontre avec une particule en fonction de la densité du milieu. S’il y a collision, la direction de diffusion est tirée proportionnellement à la fonction de phase. Les rayons qui sortent de l’empilement en réflexion ou transmission contribuent respectivement à la BRDF et BTDF.

Une telle simulation doit aussi tenir compte des positions (x, y) dans l’espace. Pour s’en affranchir, l’approximation d’indépendance de la position, *position-free* en anglais, est souvent réalisée pour ne considérer que la profondeur dans le matériau. Les différentes méthodes de simulation dans les matériaux multicouches [GQGP17, XWHM20, GGN20] privilégient les chemins ayant les plus fortes contributions. Elles sont directement utilisées au moment du rendu et non pour obtenir des données de BRDF.

1.4.2. LayerLab

Enfin, la méthode LayerLab [JdJM14] permet aussi de s'affranchir d'une simulation complète. Cette méthode est basée sur les équations d'ajout et les matrices de transferts, décrites en partie 1.3.1. Toutefois, elle diffère des méthodes à flux détaillées en partie 1.3.3, pourtant basées sur les mêmes concepts. La principale différence réside dans le fait que LayerLab combine des interfaces et milieux décrits pour une résolution angulaire donnée. La BRDF est donc exprimée dans une base dite de Fourier, mais qui nécessite de nombreux coefficients pour décrire le pic spéculaire. Par opposition, les méthodes précédentes, qu'elles soient de forme close ou non, ne dépendent pas en entrée d'une telle discrétisation angulaire. La méthode LayerLab est toutefois bien plus générale, intégrant par exemple la diffusion dans les milieux, notamment la présence de paillettes [EOO16], ou encore les interfaces anisotropes [ZJ18]. La diffusion dans les milieux est approchée par la méthode d'*adding-doubling* [van80]. Celle-ci considère une couche du milieu diffusant si fine qu'il existe au plus un événement de diffusion à l'intérieur. Cette hypothèse simplifie les calculs, en évitant la problématique des diffusions multiples dans le milieu. Ces dernières sont obtenues en doublant successivement l'épaisseur des couches, multipliant la matrice obtenue par elle-même.

La méthode numérique LayerLab permet donc d'obtenir la BRDF de matériaux variés grâce à ses nombreuses extensions. Toutefois, son utilisation pour relier les paramètres physiques à la BRDF finale ne peut être réalisée que de manière numérique.

1.5. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons introduit les principaux concepts de l'informatique graphique utiles à la bonne compréhension de ce manuscrit. Notamment, nous retenons la notion primordiale de BRDF qui caractérise l'apparence des matériaux, indistinctement de leur forme. Nous avons présenté différentes techniques pour obtenir une telle fonction : par la mesure, la modélisation ou encore l'utilisation de méthodes numériques. Bien que la mesure assure que la BRDF soit physiquement réaliste, elle ne permet pas de relier rapidement la structure physique à l'apparence. Concrètement, la variation d'un paramètre physique nécessite une nouvelle mesure, coûteuse en temps. De la même manière, les méthodes numériques permettent difficilement de relier les paramètres physiques à leur impact sur la BRDF. Elles offrent toutefois une solution de référence pour valider les modèles. Les modèles relient directement les paramètres physiques à l'apparence finale. Cependant, les approximations qu'ils réalisent laissent un doute sur leur capacité à prédire la BRDF correctement.

Chapitre 2.

Analyse de modèles de matériaux multicouches

Dans le chapitre précédent, nous avons évoqué de nombreux modèles de BRDF pour les matériaux multicouches. Toutefois, seuls ceux présentés en section 1.3.2 gèrent à la fois les interfaces rugueuses et un nombre arbitraire de couches. En perspective du design inverse, nous devons choisir parmi ces modèles et s'assurer de leur validité. Cependant, dans ces articles, les modèles sont validés en *espace image* : en se comparant à une référence sur une image rendue. Comme nous l'avons évoqué dans le chapitre précédent, la forme de l'objet et l'environnement lumineux impactant l'apparence, cette comparaison peut être biaisée. En effet, il est possible de trouver un environnement lumineux qui réduise la différence entre le modèle et la référence. Dans ce chapitre, nous étudions donc dans l'*espace de la BRDF*, invariant à l'environnement et lumineux et la forme de l'objet, deux modèles de matériaux multicouches [WW07, Bel18] afin de bien cerner leurs limites de validité. Nous commençons par justifier nos choix pour cette étude en section 2.1. Ensuite, nous présentons le simulateur de BRDF de matériaux multicouches servant de référence en section 2.2. Enfin, nous détaillons les limites du modèle de Weidlich et Wilkie [WW07] (section 2.3) puis de celui de Belcour [Bel18] (section 2.4).

2.1. Démarche

Choix des modèles de BRDF. Nous souhaitons étudier les modèles de BRDF de matériaux multicouches épais optiquement, potentiellement rugueux et dont le nombre de milieux et d'interfaces peut varier. Dans la section 1.3.2, nous avons principalement présenté trois modèles répondant à ces caractéristiques [WW07, GQGP17, Bel18]. Dans la suite, nous n'étudions toutefois pas le modèle de Guo [GQGP17] en raison de l'utilisation d'une distribution de von Mises Fischer, et non GGX, pour représenter les interfaces rugueuses. Nous montrons dans la note 2.1 qu'elles sont trop différentes en terme de rendu pour passer de l'une à l'autre à l'aide d'une fonction de correspondance. Pour cette raison, nous ne souhaitons pas nous appuyer sur ce modèle durant la procédure de design inverse et l'ignorons donc dans le présent chapitre. De même, nous nous concentrons sur le modèle isotrope de Belcour et ne considérons pas ses extensions anisotropes [YYTM20, WB20]. Toutefois, ces dernières s'appuyant sur des hypothèses proches voire identiques au modèle initial, leurs limites le sont aussi.

Choix pour l’obtention d’une référence. Dans ce chapitre, nous nous inspirons des travaux de Ngan [NDM05], qui comparent différents modèles de BRDF afin de déterminer lequel représente au mieux les données mesurées de MERL [MPBM03]. Pour chaque matériau de la base, les paramètres de chaque modèle sont obtenus par *ajustement*, modifiant itérativement les paramètres de sorte à minimiser la différence de BRDF entre le modèle et les données. Dans notre étude, nous ne nous appuyons pas sur des mesures mais sur une simulation pour obtenir la BRDF de référence d’un empilement de couches données. Cela offre plusieurs avantages : les mêmes paramètres sont utilisés pour les modèles et la simulation sans étape d’ajustement. On suppose que la lumière est parfaitement collimatée et que le transport latéral est négligeable. Enfin, la diffusion lumineuse peut être étudiée par couche, en regroupant les chemins ayant subi les mêmes interactions avec les interfaces et milieux.

Nous avons fait le choix d’une simulation stochastique de Monte-Carlo décrite en section 2.2 plutôt que d’utiliser le système LayerLab [JdJM14] présenté précédemment en section 1.4.2. En effet, LayerLab nécessite un grand nombre de coefficients dans le cas d’une interface lisse pour éviter de voir apparaître des artefacts. En ce qui concerne les interfaces rugueuses, elles y sont décrites par la théorie des microfacettes. La distribution de normales D de Beckmann s’exprime de manière analytique dans la base choisie. Cependant, pour les autres distributions, c’est-à-dire celle de GGX dans notre cas, il faut utiliser le format de MERL. Or, à notre connaissance, celui-ci ne semble fonctionner qu’en réflexion et non en transmission, le rendant utilisable uniquement pour une couche opaque. Enfin, LayerLab tient compte de toutes les inter-réflexions dans un milieu d’un coup. Il ne permet pas de séparer les contributions des différents groupes de chemins, ce qui peut s’avérer utile pour étudier finement la BRDF. Pour ces différentes raisons, nous préférons utiliser une simulation stochastique. Toutefois, nous utilisons LayerLab pour étudier la diffusion du modèle de Belcour, en section 2.4, en se plaçant dans le cas où ces limites ne s’appliquent pas.

Configurations physiques considérées. En pratique, nous restreignons notre étude à trois catégories de matériaux multicouches. Elle se différencie par la nature de leur interface de base : diffuse lambertienne, conductrice ou diélectrique. Dans la suite, nous notons les paramètres physiques chromatiques en gras, qui sont exprimés en RGB plutôt que spectralement. Une interface lambertienne est paramétrée par son albédo diffus $\rho = k_d/\pi$ avec $k_d \in [0, 1]^3$. Les interfaces rugueuses s’appuient sur le modèle à microfacettes avec une distribution de GGX [WMLT07], paramétrées par une rugosité α et un indice de réfraction complexe $\eta + i\kappa$, avec η et $\kappa \in \mathbb{R}^+$. Nous ignorons toutefois les inter-réflexions au sein des interfaces, puisqu’aucun des modèles étudiés ne les gère correctement. Nous restreignons donc les rugosités à des valeurs intermédiaires ($\alpha \leq 0.2$, choisi arbitrairement) pour lesquelles les inter-réflexions ont un impact relativement faible. Les couches diélectriques sont quant à elles considérées achromatiques, d’indice de réfraction η . Enfin, les milieux sont paramétrés par leur profondeur optique $\tau = \sigma_a d$,

qui couple le coefficient d'absorption σ_a à l'épaisseur de la couche d . En effet, nous nous appuyons uniquement sur la loi de Beer-Lambert-Bouguer et ne considérons pas la diffusion dans les milieux, puisque seul le modèle de Belcour l'implémente de manière tronquée, comme illustré en section 2.4.

En particulier, dans cette étude, nous considérons un vernis potentiellement coloré et rugueux déposé sur une couche de base, dont les paramètres sont illustrés en figure 2.1. La base peut être éventuellement colorée (cas lambertien et conducteur) et rugueuse (cas conducteur et diélectrique). Lorsque la base est diélectrique, nous comparons aussi la BTDF obtenue à une simulation de référence. Nous choisissons une configuration physique simple, à deux couches seulement. Ce nombre réduit de couches permet de limiter les paramètres physiques ainsi que les différents chemins dans les couches, simplifiant l'analyse. Au total, 60 matériaux composent cette base de données, dont 12 à base diffuse, qui correspondent à un aspect de *plastique*, 36 à base conductrice, correspondant à des *métaux vernis* et 12 à base diélectrique, correspondant à des *lamelles* dans l'air. La convention de nommage des configurations est donnée en note 2.2. De plus, les métaux vernis peuvent être séparés en sous-catégories en fonction des rugosités des interfaces, suivant la nomenclature de Weidlich et Wilkie [WW07] : *peinture métallique* ($\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 \neq 0$), *métal dépoli* ($\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 = 0$) et *patine métallique* ($\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 \neq 0$). Le modèle de Belcour n'est pas évalué sur les configurations à base lambertienne ni celui de Weidlich et Wilkie sur les bases diélectriques. La base conductrice étant commune aux deux modèles, la page 44 regroupe leurs comparaisons.

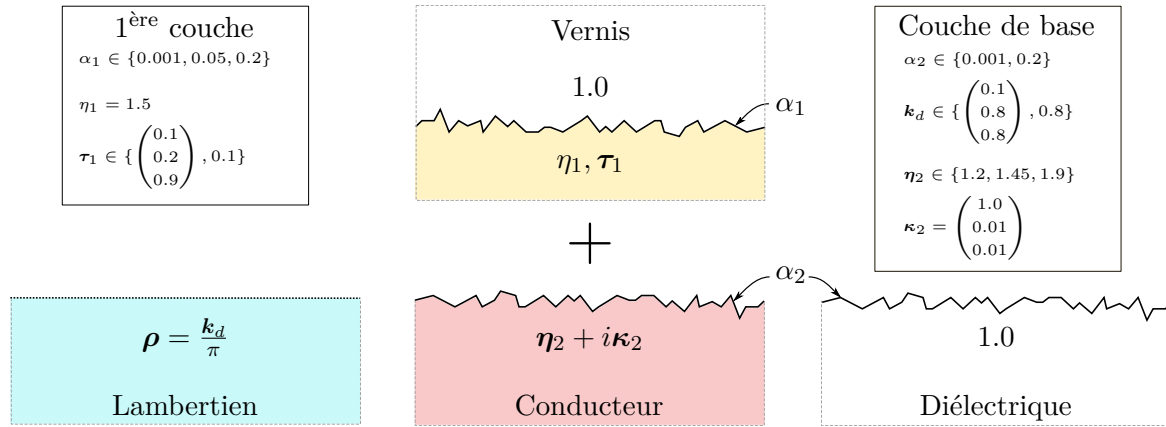


Figure 2.1 – Configurations physiques considérées dans notre étude. La première couche agit comme un vernis sur une base lambertienne, conductrice ou diélectrique. L'albédo ρ et la profondeur optique τ_1 sont chromatiques ou achromatiques. Le coefficient d'extinction κ_2 est toujours chromatique. Les rectangles colorés indiquent la teinte de la configuration chromatique.

Note 2.1 – Queues de distribution du modèle de Guo [GQGP17]

Le modèle de Guo [GQGP17] s'appuie sur la théorie des microfacettes et la distribution des normales de von Mises Fisher (vMF) pour décrire une interface rugueuse :

$$D_{vMF}(\mathbf{h}) = \frac{K}{4\pi \sinh(K)} \frac{e^{K \cos \theta_h}}{\coth(K) - \frac{1}{K}} \quad (2.1)$$

Nous avons trouvé une relation empirique entre le paramètre de concentration K de la distribution de vMF et la rugosité α de GGX :

$$K(\alpha) = \frac{6.28733102798}{\pi \alpha^2} - 1.05268783401. \quad (2.2)$$

Elle donne une approximation raisonnable pour les valeurs usuelles $\alpha \in]0, 0.4]$. Comme illustré en figure 2.2, la distribution de vMF D_{vMF} (en bleu) décroît rapidement alors que celle de GGX D_{GGX} [WMLT07] (en orange) a une décroissance plus progressive. Cet effet visuel est important, même pour une seule interface de rugosité intermédiaire, comme illustré par les rendus encadrés ($\alpha = 0.2, \eta = 1.5$). Pour cette raison, nous avons décidé de ne pas ajouter ce modèle à notre analyse.

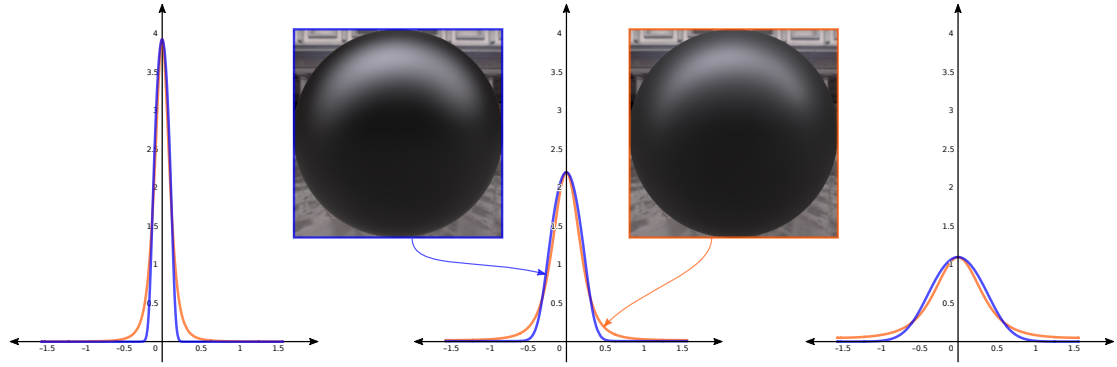


Figure 2.2 – Comparaisons entre les distributions de vMF (en bleu) et de GGX (en orange). De gauche à droite, $\alpha \in \{0.08, 0.2, 0.4\}$ et $K \in \{312, 49, 11\}$ selon l'équation 2.2

Note 2.2 – Convention de nommage des matériaux

Nom	τ	ρ
P_1	Ch	Ch
P_2		Ac
P_3	Ac	Ch
P_4		Ac

(a) Base lambertienne

Nom	τ	η_1
M_1	Ch	1.9
M_2		1.45
M_3	Ac	
M_4		1.9
M_5	Ch	1.2
M_6	Ac	

(b) Base conductrice

Nom	τ	α_1
S_1	Ch	0.2
S_2	Ac	
S_3	Ch	0.001
S_4	Ac	

(c) Base diélectrique

Table 2.1 – Nommage des matériaux en figure 2.1. Ch/Ac : coloré/achromatique.

2.2. Simulateur

Présentation. Nous avons implémenté un goniospectrophotomètre virtuel afin d’obtenir une BRDF de référence pour évaluer les modèles multicouches disponibles, dont le principe est illustré en figure 2.3. Il simule le transport de la lumière dans un empilement de couches puis réalise une estimation de densité de la BRDF sur l’hémisphère des directions sortantes. Dans sa version actuelle, il est limité aux matériaux isotropes et sans diffusion puisque nous avons restreint les modèles étudiés à cette hypothèse. La simulation du transport lumineux s’appuie sur un lancer de rayon de Monte-Carlo : S rayons sont envoyés sur un empilement de couches depuis une direction de lumière ω_i^m avec $m \in [0..M - 1]$, M étant le nombre de directions de lumière total. Seule son élévation est utilisée, car l’isotropie du matériau permet de forcer $\phi_i = 0$, réduisant la dimensionnalité. Ces rayons se propagent de manière uni-directionnelle jusqu’à ce qu’ils sortent du matériau en réflexion ou en transmission. Ils sont finalement accumulés dans un hémisphère discrétisé. Cette accumulation dépend uniquement de leur direction, bien que la position (x, y) nécessaire à la BSSRDF est simple à implémenter. Une estimation de densité permet d’obtenir une coupe de BRDF f_r^m ou de BTDF f_t^m pour une élévation lumineuse m donnée. L’ensemble des coupes pour les M directions de lumière constitue la BRDF complète simulée f_r^* , respectivement BTDF f_t^* . Le processus est parallélisé pour chacune des M directions. Nous détaillons ensuite ces différentes étapes.

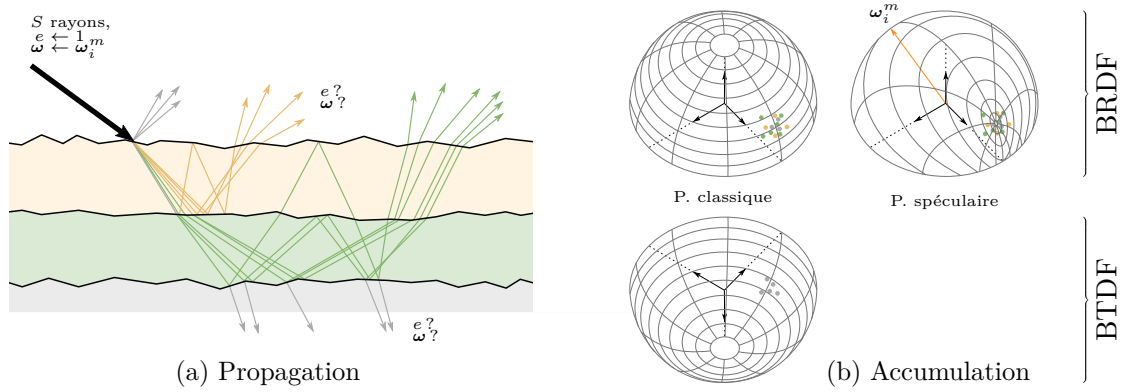


Figure 2.3 – Lors de la simulation, les rayons se propagent dans les couches (a). Lorsqu’ils sortent du matériau en réflexion ou transmission, ils sont accumulés dans une structure de données qui représente l’hémisphère (b) selon une paramétrisation classique ou privilégiant la direction spéculaire.

Propagation stochastique. Nous commençons par détailler le processus de propagation de la lumière dans les couches. Un grand nombre de rayons S est envoyé sur l’empilement de couches, définies par leurs paramètres physiques en figure 2.1. La simulation se fait de manière distincte pour chaque canal de couleur. Au départ, chaque rayon est envoyé avec une énergie unitaire et une direction ω_i^m . Au gré de la propagation dans les couches, ces deux informations sont

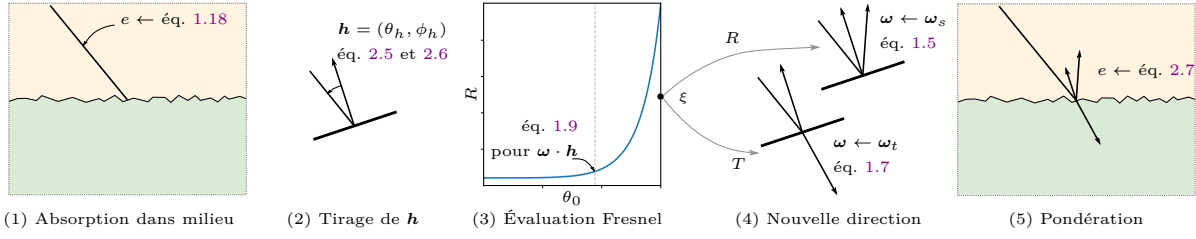


Figure 2.4 – L'énergie e et la direction ω d'un rayon sont mis à jour lors du passage d'un milieu ou d'une interface.

misés à jour, ainsi que la profondeur atteinte. Nous décrivons dans ce paragraphe les différentes interactions possibles avec les interfaces et milieux, aussi illustrées en figure 2.4.

Dans un milieu n , la propagation d'un rayon est simple puisque l'atténuation est décrite par la loi de Beer-Lambert-Bouguer (équ. 1.18). En traversant un milieu, l'énergie du rayon est donc atténuée suivant cette loi et sa direction inchangée. Le rayon peut ainsi se propager jusqu'à l'interface avec un nouveau milieu, noté $n + 1$.

Le cas des interfaces est géré de manière stochastique, c'est-à-dire par tirage aléatoire. Dans la suite, nous notons ξ un nombre aléatoire tiré uniformément dans l'intervalle $[0, 1]$, l'intervalle est ouvert pour éviter les erreurs numériques. Le cas de l'interface avec une base lambertienne est le plus simple à gérer. La direction sortante est tirée aléatoirement suivant une loi cosinus et son énergie impactée par l'albédo diffus de la manière suivante :

$$\omega \leftarrow (\theta = \arcsin \sqrt{\xi_1}, \phi = 2\pi\xi_2) \quad (2.3)$$

$$e \leftarrow e \times k_d(\lambda). \quad (2.4)$$

Dans le cas général d'une interface rugueuse basée sur la théorie des microfacettes, la normale $\mathbf{h} = (\theta_h, \phi_h)$ de la facette rencontrée par le rayon est tirée aléatoirement. Nous pourrions simplement calculer \mathbf{h} à partir de $\theta_h = \frac{\pi}{2}\xi_1$, de manière uniforme. Toutefois, ce dernier cas engendre de nombreuses normales dont la probabilité d'apparition est faible, par exemple θ_h proche de $\frac{\pi}{2}$. Une méthode d'échantillonnage préférentiel permet de réduire le tirage de ces normales rares pour favoriser les plus courantes et augmenter la convergence. La méthode de Walter [WMLT07] propose donc une telle stratégie, tirant \mathbf{h} suivant $D(\mathbf{h}) |\mathbf{h} \cdot \mathbf{n}|$.

$$\theta_h = \arctan \left(\frac{\alpha \sqrt{\xi_1}}{\sqrt{1 - \xi_1}} \right) \quad (2.5)$$

$$\phi_h = 2\pi\xi_2 \quad (2.6)$$

Pour ne pas biaiser la simulation, il faut toutefois pondérer l'énergie du rayon :

$$e \leftarrow e \times \frac{|\omega_i \cdot \mathbf{h}| G(\omega_i, \omega_o, \mathbf{h})}{|\omega_i \cdot \mathbf{n}| |\mathbf{h} \cdot \mathbf{n}|} \quad (2.7)$$

où ω_i est la direction du rayon dans le milieu n avant toute interaction et ω_o après, et G le terme de géométrie. La formule est identique que ω_o soit la direction réfléchie dans le milieu

n ou transmise dans le milieu $n + 1$. La technique d'échantillonnage des normales visibles de Heitz [Hd14], améliorée pour GGX [Hei18] est encore plus efficace pour tirer \mathbf{h} . En pratique, bien que les versions de Walter [WMLT07] et Heitz [Hei18] soient implémentées dans le simulateur, c'est la seconde qui est utilisée pour la simulation, *dont le code est directement fourni par les auteurs*. Il nécessite alors la direction du rayon en entrée.

Une fois que la facette \mathbf{h} est fixée, le rayon peut être réfléchi ou transmis une fois de plus de manière aléatoire. Le rayon initialement de direction ω_i dans le milieu n , est réfléchi par la facette de normale \mathbf{h} si $\xi_3 < R_{n,n+1}(\omega_i \cdot \mathbf{h})$, qui est la réflectance de Fresnel entre les deux milieux (éq. 1.9). Dans ce cas, sa direction est mise à jour en réflexion (éq. 1.5), sinon elle l'est en transmission dans le milieu $n + 1$ (éq. 1.7). Les cas dégénérés où la normale réfléchit un rayon vers le milieu $n + 1$ ou le transmet vers le milieu n engendrent une énergie nulle.

Le cas d'une base conductrice, indexée N , est traité à part. Nous considérons qu'un rayon ne peut être transmis dans un conducteur : il est systématiquement réfléchi par la microfacette. L'énergie est alors mise à jour $e \leftarrow e \times R_{N-1,N}(\omega_i \cdot \mathbf{h})$ et la direction $\omega \leftarrow \omega_s$ (éq. 1.5).

Discretisation de l'hémisphère de sortie. Nous venons de décrire les différentes interactions d'un rayon avec les interfaces et milieux. La propagation s'arrête quand le rayon sort de l'empilement en réflexion (dans le milieu 0) ou en transmission (dans le milieu N). Une fois sorti, l'énergie qu'il transporte est stockée en fonction de sa direction, qui est définie sur l'hémisphère positif Ω^+ en réflexion et négatif Ω^- en transmission. L'hémisphère est discrétisé suivant deux paramétrisations différentes (figure 2.3b), par le même nombre de cellules, 90×360 .

La *paramétrisation classique* représente une discrétisation uniforme de l'hémisphère de sortie. Un rayon de lumière sortant y est stocké en fonction de ses coordonnées sphériques $\omega_o = (\theta_o, \phi_o)$, indépendamment de la direction de lumière initiale. Nous stockons ϕ_o qui est identique à $\Delta\phi = |\phi_o - \phi_i|$ car $\phi_i = 0$, la BRDF étant isotrope. La paramétrisation classique permet de bien représenter les réflexions diffuses. Par contre, elle capture mal le pic spéculaire, dans la direction ω_s^m pour un élévation de lumière m . En effet, ce dernier étant extrêmement fin il nécessite une grande discrétisation pour le représenter correctement. Souhaitant conserver un nombre de cellules réduit, nous optons dans ce cas pour une autre discrétisation plus adaptée.

La seconde paramétrisation, dite *spéculaire*, basée sur les travaux de Rusinkiewicz [Rus98], n'est pas indépendante de l'élévation de lumière considérée. Le rayon sortant ω_o est d'abord associé au vecteur médian $\mathbf{h}(\omega_i^m, \omega_o)$, et le rayon est accumulé aux coordonnées $(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\theta_h, \phi_h)$. Le stockage de $\sqrt{\frac{\pi}{2}}\theta_h$ et non θ_h permet d'ajouter plus de cellules autour de la direction spéculaire. Il est emprunté au stockage des données du format utilisé dans la base de MERL [MPBM03]. En effet, en réflexion, la direction spéculaire est privilégiée pour bon nombre de matériaux, excluant toutefois le cas diffus lambertien. En transmission, il n'existe pas de telle direction privilégiée. La direction principale d'un lobe transmis dépend directement des indices des milieux par la loi de Snell (éq. 1.6). La paramétrisation spéculaire n'a donc pas de sens concernant la BTDF.

Il n'est donc pas possible de proposer une direction invariante telle que la direction spéculaire, qui fonctionnerait quelque soit le matériau sous-jacent. Dans ce cas, nous privilégions donc la paramétrisation classique.

Étant données leurs caractéristiques, nous utilisons la paramétrisation classique pour les matériaux globalement rugueux ($\alpha_1 = 0.05$ ou 0.2) et spéculaire sinon ($\alpha_1 = 0.001$).

Estimation de densité. En sortie de la simulation, l'énergie portée par le rayon est stockée dans la paramétrisation choisie en fonction de sa direction ω_o (et aussi de ω_i^m dans le cas spéculaire). Ce processus correspond à l'accumulation sur l'hémisphère discrétisé du flux de photons virtuels sortant de l'empilement. La BRDF est liée aux flux entrant $d^2\Phi_i$ et sortant $d^2\Phi_o$ par la relation :

$$f_r(\omega_i, \omega_o) = \frac{d^2\Phi_o}{d^2\Phi_i} \frac{1}{\cos \theta_o d\omega_o}. \quad (2.8)$$

Outre le ratio des flux, la relation tient compte de l'angle solide $d\omega_o$.

Dans notre simulateur, la BRDF est calculée par tranche, c'est-à-dire par élévation de lumière m simulée. À partir des S rayons constituant le flux incident, la BRDF est calculée au centre $\omega_o = (\theta_o, \phi_o)$ de chaque cellule de la paramétrisation :

$$f_r^m(\omega_o) = \frac{d\Phi_r^m(\omega_o)}{S} \frac{J}{\cos \theta_o \sin \theta_o d\theta_o d\phi_o} \quad (2.9)$$

où $d\Phi_r^m(\omega_o)$ indique l'énergie stockée dans la cellule concernée, et J est un *jacobien*, utile lorsqu'un changement de variables est réalisé. Dans le cas de la paramétrisation classique, les angles (θ_o, ϕ_o) au centre des cellules sont directement accessibles et le jacobien n'est donc pas utile ($J = 1$). Par contre, la paramétrisation spéculaire nécessite un changement de variables : à partir du centre de la cellule \mathbf{h} et de l'élévation ω_i^m , la direction sortante ω_o est calculée (éq. 1.5). Ainsi $J = \frac{1}{4|\omega_i \cdot \mathbf{h}|}$. De plus, la paramétrisation n'étant pas linéaire sur θ , le terme $d\theta$ n'est pas constant, pour une élévation m il vaut : $d\theta = \frac{\pi}{2\Delta\theta^2}(2m + 1)$.

À cette étape, il est possible de vérifier ou de forcer la symétrie bilatérale. En effet, elle implique une symétrie de la BRDF de part et d'autre du plan d'incidence. Il est donc possible de moyenner une cellule c à son symétrique $\phi = 2\pi - \phi_c$. Cette opération fonctionne avec les deux paramétrisations considérées car elle est indépendante de θ .

Mesure des erreurs. Afin de réaliser une comparaison entre modèle et simulation, nous devons intégrer la réponse des modèles sur la même paramétrisation que la simulation, de résolution identique. Pour cela, nous discrétisons à nouveau chaque cellule de la paramétrisation utilisée pour la simulation en 5×5 sous-cellules. Pour chaque sous-cellule, la BRDF ou BTDF est évaluée en son centre et multipliée par l'angle solide associé. Leur réponse est ensuite sommée pour former la BRDF ou BTDF de la cellule de la paramétrisation considérée. Ces données brutes sont directement utilisées pour comparer la BRDF du modèle à la simulation. Lors du

rendu, l'intégration du modèle et la simulation sont réalisées pour un nombre plus élevé de directions de lumière M , typiquement 30. Pour éviter les discontinuités visuelles lors du rendu, pour un couple (ω_i, ω_o) , les deux coupes de BRDF correspondant aux directions ω_i^m les plus proches de ω_i sont interpolées. Lorsque la paramétrisation spéculaire est choisie, le vecteur médian \mathbf{h} de (ω_i, ω_o) , est utilisé lors de l'interpolation.

Les comparaisons qualitatives sont réalisées en représentant une coupe de BRDF de manière polaire ou orthographique, comme décrit au chapitre précédent, en figure 1.4. Nous visualisons plutôt $\ln(1 + \sqrt{f_r})$ que la BRDF directement et associons à chaque modèle une couleur : rouge pour le modèle de Weidlich et Wilkie [WW07], orange pour la variante d'Elek [Ele10], rose pour la correction proposée (équ. 2.13) et enfin bleu clair ou foncé pour les variantes directe et symétrique du modèle de Belcour [Bel18]. Les données simulées servant de référence sont visualisées en pointillés noirs.

De plus, une comparaison quantitative est aussi réalisée pour confronter les modèles entre eux. Nous utilisons comme métrique la *racine de l'erreur quadratique moyenne* (RMSE), ou *Root Mean Squared Error* en anglais, pour un canal de couleur et un modèle x :

$$E_r^x = \frac{1}{\sqrt{M}} \sqrt{\sum_{m=0}^{M-1} \int_{\Omega^+} \|f_{r02}^*(\omega_i^m, \omega_o) - f_{r02}^x(\omega_i^m, \omega_o)\|^2 \cos \theta_o d\omega_o} \quad (2.10)$$

avec $f_{r02}^*(\omega_i^m, \omega_o)$ la simulation réalisée pour une direction de lumière ω_i^m donnée et l'intégrale sur l'hémisphère Ω^+ est discrétisé suivant la paramétrisation choisie. Par concision, nous moyennons l'erreur des trois canaux de couleur. De plus, *nous ignorons le rebond direct sur la première interface* dans le calcul d'erreur pour deux raisons : cette réflexion peut être calculée analytiquement et on évite ainsi de sur-représenter la composante spéculaire par rapport aux réflexions plus diffuses dans le calcul d'erreur RMSE. Dans le cas des diélectriques, l'erreur est calculée en transmission de manière analogue (équ. 2.10). L'intégration de la BTDF f_{t02} se fait alors sur l'hémisphère inférieur Ω^- .

Une difficulté de la paramétrisation spéculaire est qu'en fonction de la lumière incidente, une partie des cellules est potentiellement située sous l'hémisphère, partiellement ou entièrement. Ces cellules sont ignorées à la fois pour la simulation et le modèle comparé. Dans ce cas, l'erreur ne considère pas certaines configurations extrêmement rasantes.

Nous affichons l'erreur RMSE en figure 2.5, où nous comparons l'ensemble des modèles sur toutes les configurations physiques considérées. Nous commentons ces erreurs dans les deux parties dédiées qui suivent, la section 2.3 étant dédiée à l'analyse du modèle de Weidlich et Wilkie [WW07] ainsi que ses variantes, et la section 2.4 au modèle de Belcour [Bel18].

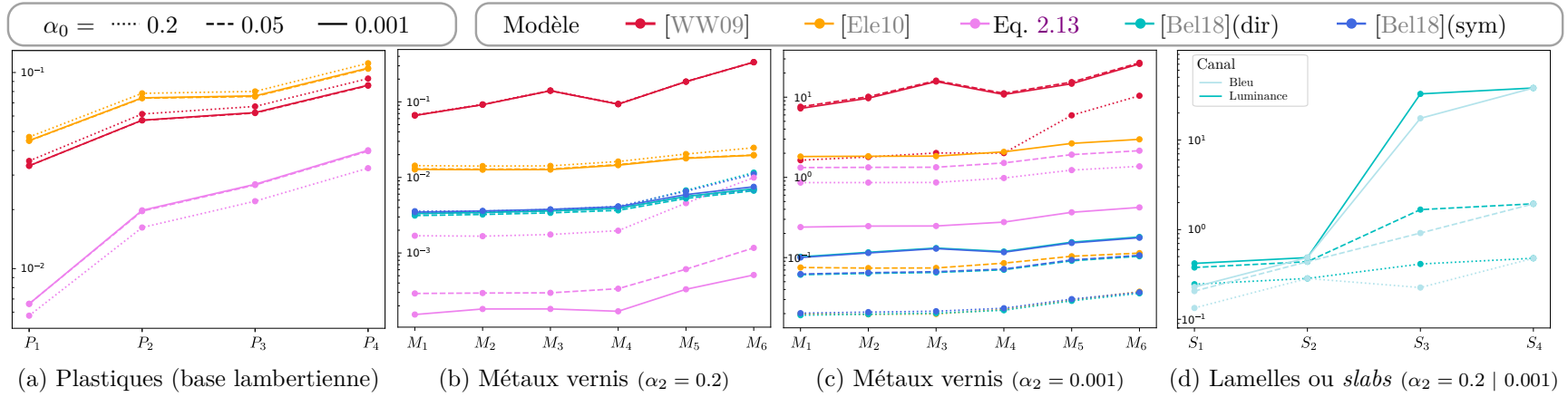


Figure 2.5 – Erreur RMSE pour chaque catégorie de la figure 2.1 (voir légende en haut). La réflexion de la première interface est ignorée pour les bases lambertienne et conductrice (a,b,c). (d) L’erreur en transmission est calculée sur la BTDF uniquement. Les erreurs sont moyennées sur les canaux de couleur sauf mention spéciale et affichées en échelle logarithmique. Le nommage de l’axe horizontal est décrit en note 2.2. Sur les plastiques (a), le modèle de Weidlich et Wilkie est plus précis que celui d’Elek. Sur les métaux vernis avec $\alpha_2 = 0.2$ (b), le modèle de Belcour donne les meilleurs résultats (ses variantes sont similaires). Sur les métaux vernis avec $\alpha_2 = 0.001$ (c), celui d’Elek atteint des erreurs proches de celles de Belcour pour $\alpha_1 = 0.05$, même indistinguable pour $\alpha_1 = 0.2$. L’équation 2.13 améliore globalement l’erreur mais le modèle de Belcour reste plus correct pour $\alpha_2 = 0.001$. Sur les lamelles (d), c’est-à-dire lorsque la base est de l’air, l’erreur du modèle de Belcour augmente quand la rugosité α_1 et/ou α_2 diminue.

2.3. Étude du modèle de Weidlich et Wilkie

Présentation. Le modèle original de Weidlich et Wilkie [WW07], brièvement présenté en section 1.3.2, s'accommode de tout type et nombre d'interfaces grâce à une approche récursive. Considérant une paire d'interfaces, le modèle est défini comme :

$$f_{r_{02}}^{WW}(\omega_i, \omega_o) = f_{r_{01}}(\omega_{i_0}, \omega_{o_0}) + T_{01} f_{r_{12}}(\omega_{i_1}, \omega_{o_1}) e^{-\tau_1 \left(\frac{1}{|\omega_{i_1} \cdot \mathbf{n}|} + \frac{1}{|\omega_{o_1} \cdot \mathbf{n}|} \right)} \times t \quad (2.11)$$

$$t = (1 - G) + T_{10}G \quad (2.12)$$

Le terme t tient compte de la réflexion totale interne dans les couches, incluant le terme de géométrie G de la théorie des microfacettes. Le modèle de BRDF multicouche $f_{r_{02}}^{WW}$ est obtenu par combinaison des BRDF de celle des deux interfaces $f_{r_{01}}$ et $f_{r_{12}}$. Tandis que la première est évaluée dans les directions $\omega_{i_0} := \omega_i$ et $\omega_{o_0} := \omega_o$, la seconde est évaluée dans les directions transmises ω_{i_1} et ω_{o_1} obtenues par la loi de Snell (éq. 1.6). Lorsque n couches sont considérées, l'équation permet d'obtenir $f_{r_{0n}}^{WW}$ à partir de $f_{r_{01}}$ et $f_{r_{1n}}$. L'équation 2.11 est alors appliquée de manière récursive pour calculer $f_{r_{1n}}(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$, puis $f_{r_{2n}}(\omega_{i_2}, \omega_{o_2})$, etc.

Ce modèle réalise plusieurs approximations évidentes : il ignore les inter-réflexions dans les couches et ne permet pas d'obtenir la BTDF de l'empilement $f_{t_{02}}$. Une approximation plus subtile réside dans le choix de la normale utilisée pour calculer la transmission de Fresnel aussi bien que les directions transmises $(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$ par la loi de Snell. En effet, il est possible d'utiliser la normale géométrique \mathbf{n} ou le vecteur médian \mathbf{h}_0 , c'est-à-dire la normale de la facette de l'interface supérieure. Différentes options ont été choisies dans les variantes du modèle [WW09, Ele10], répertoriées dans le tableau 2.2. Bien que les deux s'appuient sur \mathbf{h}_0 pour la transmissivité, elles diffèrent dans le calcul des rayons réfractés. Dans le cas limite où la première interface est lisse, l'utilisation de \mathbf{h}_0 n'a pas de sens, sauf lorsque $\mathbf{h}_0 = \mathbf{n}$, ce qui est problématique concernant la variante de Weidlich et Wilkie. Le tableau indique de plus les rayons réfractés $(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$ utilisés en pratique. Étonnamment, la variante des auteurs n'utilise pas les rayons réfractés pour évaluer la BRDF de la base $f_{r_{12}}$ du milieu 1 vers 2. D'après les auteurs, c'est en fait une coquille dans l'implémentation. Nous l'avons conservée en l'état, pour deux raisons : l'information nous est parvenue a posteriori et en outre, la version d'Elek utilise les rayons correctement réfractés, tout comme notre correction en fin de section (éq. 2.13). Par ailleurs, cette coquille est sans conséquence lorsque la base est diffuse.

Le calcul de G dans le terme de réflexion totale interne t diffère aussi. De plus, la variante d'Elek modifie la rugosité de l'interface de base $\alpha_2 \leftarrow \max(\alpha_1, \alpha_2)$. Dans une version plus récente [WW11], une modification similaire est proposée¹. Étant spécifique au paramètre de brillance de la distribution de Blinn, nous ne considérons pas cette modification dans notre étude. Le but de ces heuristiques est de compenser la sous-estimation de rugosité des interfaces supérieures du modèle original [WW07]. En effet, puisqu'une paire *unique* de rayons

1. slide 46, page 8 de [WW09], ou page 39 de [WW11].

Variante	T_{01}	$(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$	$f_{r_{12}}$	t
[WW09]	h_0	h_0	$(\omega_{i_0}, \omega_{o_0})^*$	$G(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$
[Ele10]	h_0	n	$(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$	$G(\omega_{i_0}, \omega_{o_0})$
Variante éq. 2.13	n	n	$(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$	$G(\omega_{i_0}, \omega_{o_0})$

Table 2.2 – Comparaison des variantes du modèle de Weidlich et Wilkie [WW07]. Les deux premières colonnes indiquent la normale utilisée dans les formules de Fresnel et Snell, et les deux dernières la paire de rayons réfractés $(\omega_{i_1}, \omega_{o_1})$ utilisée en pratique. *coquille d’après les auteurs.

est transmise au travers de la première interface, qu’elle soit rugueuse ou lisse n’a pas tellement d’impact sur l’évaluation de la BRDF de la base. A moins que cette rugosité soit en quelque sorte réincorporée dans la rugosité des couches suivantes, ce que proposent les variantes.

Étude des limites. Les erreurs RMSE produites par la comparaison des variantes du modèle de Weidlich et Wilkie à la simulation de référence sont répertoriées en figure 2.5. Les variantes s’accommodent uniquement des configurations à base opaque (lambertienne ou conductrice dans notre cas). Concernant les configurations à base lambertienne, l’erreur RMSE est calculée en fonction des chemins internes uniquement. Le modèle de Weidlich et Wilkie présente une erreur RMSE plus faible que la variante d’Elek sur cette catégorie de matériaux. L’erreur augmente dès lors que la valeur de ρ augmente ou τ_1 diminue, favorisant les inter-réflexions dans le vernis. Toutefois, en observant les coupes de BRDF illustrées en figure 2.6, aucun modèle ne surpasse l’autre de manière évidente. Comme prévu, le pic spéculaire est identique pour les deux variantes, mais les lobes diffus diffèrent en intensité, couleur et forme, entre eux comme avec la référence. Peut-être de manière étonnante, les deux modèles surestiment l’intensité diffuse, bien qu’ils ignorent les inter-réflexions dans les milieux. La surestimation du modèle d’Elek est plus prononcée, ce qui explique la différence d’erreur relevée. Toutefois, cette variante préserve la couleur verte résultant de la base diffuse colorée placée sous un vernis absorbant. Le modèle de Weidlich et Wilkie, produit un lobe plus jaunâtre. Les formes des lobes diffèrent aussi de la référence : ils ne sont pas symétriques radialement autour de la normale n (le plus visible aux angles rasants). Le comportement est globalement similaire, quelle que soit la valeur de α_1 . La forme du lobe du modèle de Weidlich et Wilkie est plus proche de la référence lorsque $\alpha_1 = 0.001$, et celui d’Elek lorsque $\alpha_1 = 0.2$.

Dans le cas des métaux, le modèle d’Elek est cette fois plus précis. Son erreur est de valeur comparable à celle du modèle de Belcour quand $\alpha_2 = 0.05$ (et même identique pour $\alpha_1 = 0.2$). Ce phénomène s’explique par l’astuce sur la rugosité proposée pour évaluer la BRDF de la base. Les résultats qualitatifs sur les comparaisons de coupes de BRDF se trouvent à la fin du présent chapitre, en figures 2.7 à 2.9, où nous reprenons les configurations caractéristiques du papier original de Weidlich et Wilkie [WW07]. En figure 2.7, nous montrons une *peinture métallique*,

caractérisée par un vernis lisse sur une base conductrice rugueuse. Le modèle de Weidlich et Wilkie [WW09] exhibe un lobe achromatique supplémentaire aux angles rasants. Il s'explique par l'utilisation des rayons non réfractés pour évaluer la BRDF de la base. Le modèle d'Elek ne faisant pas cette approximation, il ne présente pas un tel artefact. La configuration *métal dépoli* illustrée en figure 2.8, est la plus problématique pour le modèle de Weidlich et Wilkie, en raison de sa coquille. Dans ce cas, la première interface est rugueuse mais la base lisse. Le modèle ignore la rugosité de la première interface, produisant un lobe de base trop fin (lobe rouge). La modification d'Elek sur α_2 tente de corriger le phénomène, mais elle n'est pas suffisante. Bien que la forme du lobe soit mieux capturée, elle s'éloigne légèrement de la référence à incidence normale. La couleur rouge de la BRDF est toutefois incorrecte sur l'ensemble des coupes. Les limites du modèle de Weidlich et Wilkie sont moins prononcées à incidence normale dans le cas d'une patine que d'un métal dépoli, même si les artefacts aux angles rasants sont présents. La *patine* en figure 2.9 est caractérisée par deux interfaces rugueuses. Le modèle d'Elek donne la même solution dans ce cas que le précédent de par son astuce. Aucun des deux ne reproduit correctement le lobe issu des réflexions sur la base métallique.

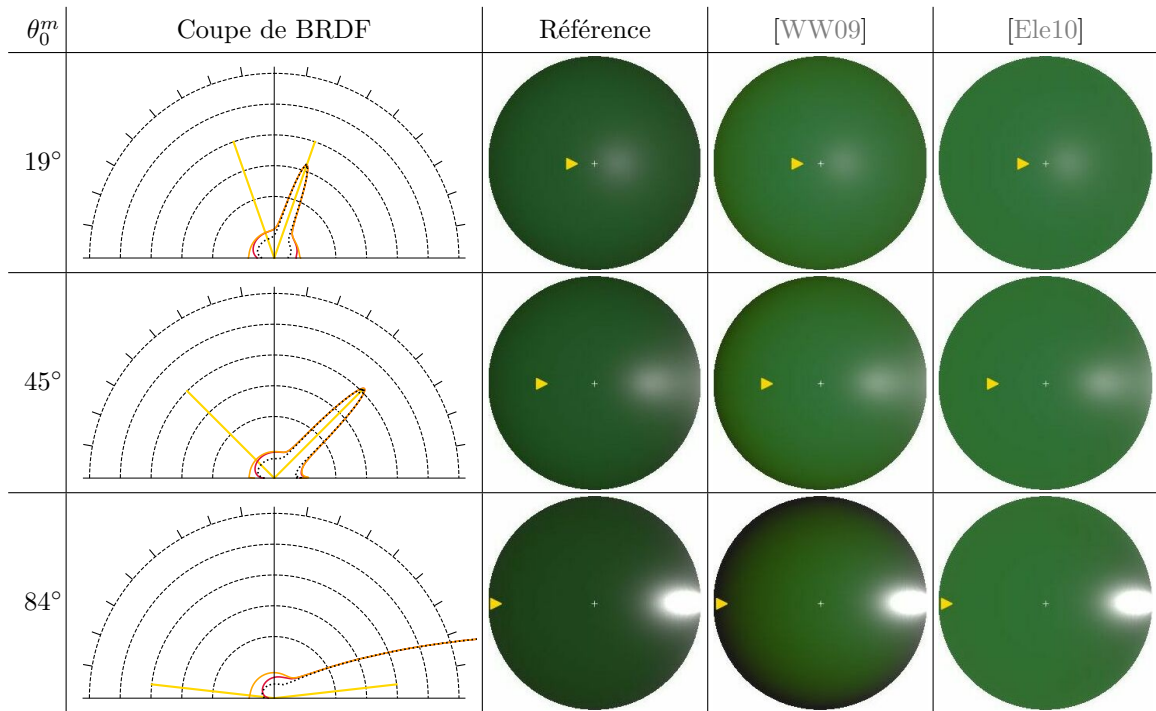


Figure 2.6 – Résultat d'évaluation sur une configuration plastique ($\alpha_1 = 0.05$, τ_1 et ρ colorés). La référence simulée est affichée en pointillés noirs, les modèles en couleur (rouge [WW09] et orange [Ele10]). La flèche jaune sur la vue orthographique de la coupe de BRDF indique la direction de lumière ω_i^m . Les modèles surestiment l'intensité du lobe diffus et diffèrent de la référence en terme de couleur et de forme.

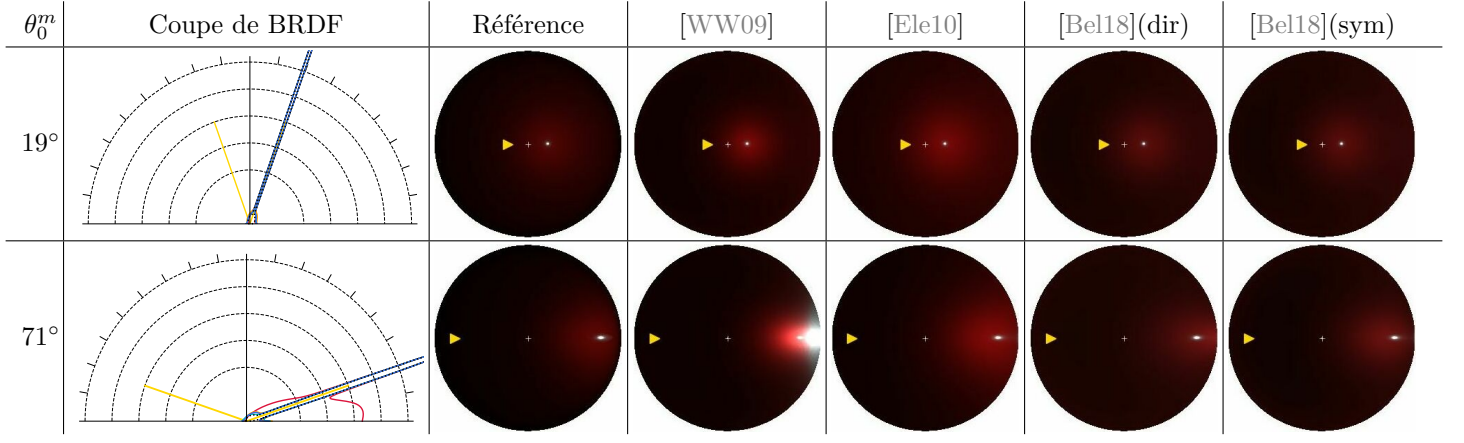


Figure 2.7 – Évaluation des résultats pour une peinture métallique ($\alpha_1 = 0.001$, τ_1 achromatique, $\alpha_2 = 0.2$, $\eta_2 = 1.45$). Quatre modèles de BRDF sont affichés en coupe (rouge [WW09], orange [Ele10], cyan [Bel18](dir) et bleu [Bel18](sym)). Le modèle de Weidlich et Wilkie montre des artefacts à incidence rasante, les autres modèles diffèrent par la largeur du lobe rouge de réflexion.

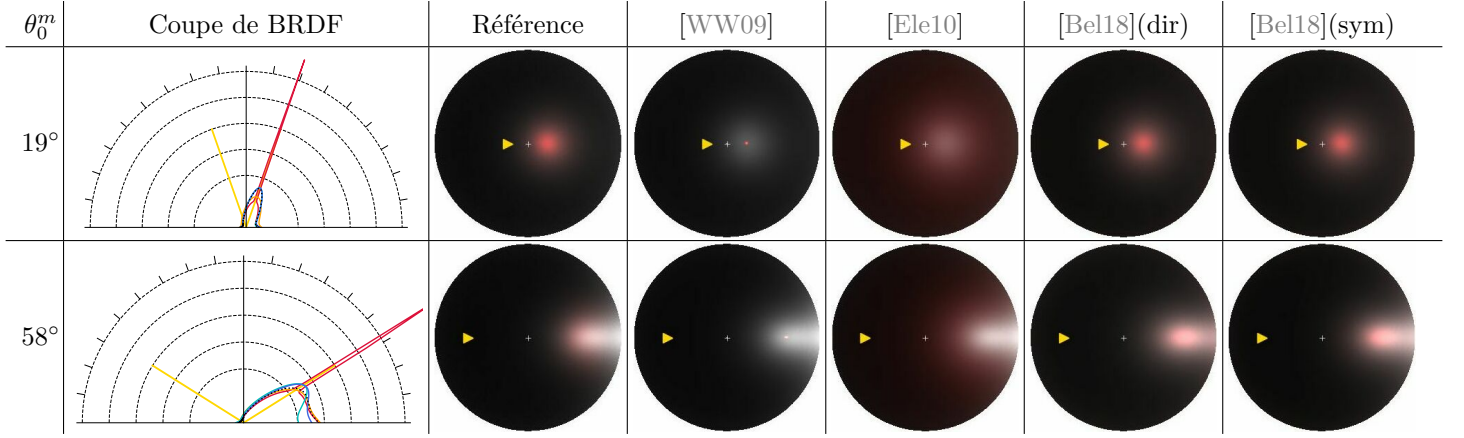


Figure 2.8 – Évaluation des résultats pour un métal dépoli ($\alpha_1 = 0.2$, τ_1 achromatique, $\alpha_2 = 0.001$, $\eta_2 = 1.45$). Le modèle de Weidlich and Wilkie ne peut reproduire le lobe rouge rugueux de référence. La variante d'Elek capture la forme de ce lobe, mais pas sa couleur. Le modèle de Belcour correct à incidence normale s'écarte de la référence aux angles rasants.

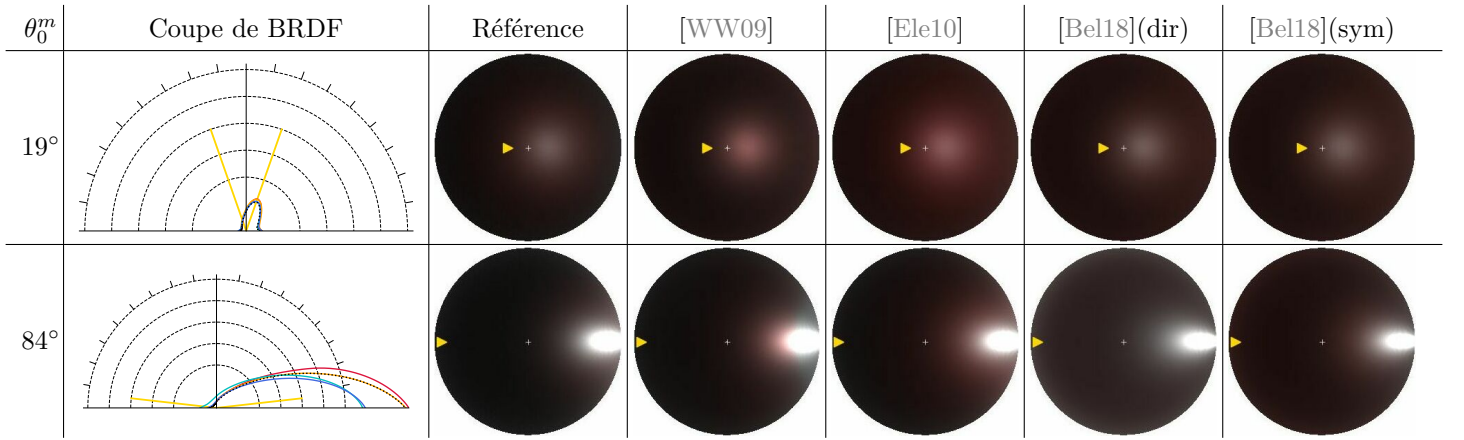


Figure 2.9 – Évaluation des résultats pour une patine métallique ($\alpha_1 = 0.2$, τ_1 achromatique, $\alpha_2 = 0.2$, $\eta_2 = 1.45$). Le modèle de Weidlich et Wilkie offre une meilleure approximation qu'en figure 2.8, mais toujours avec les artefacts à angles rasants de la figure 2.7. Par construction, le modèle d'Elek est identique sur la patine et le métal dépoli. Les deux modèles de Belcour s'écarterent de la référence à angles rasants, en terme de couleur et largeur de réflexion du lobe conducteur.

Analyse et correction. Pour résumer, les deux variantes du modèle de Weidlich et Wilkie diffèrent de la référence, notamment en surestimant l'intensité du lobe réfléchi sur la base. Ce comportement est inattendu puisque les inter-réflexions sont ignorées : les énergies devraient plutôt être sous-estimées. Cela s'explique par l'oubli d'un terme dans l'évaluation de la BRDF de la base f_{r12} : en plus d'utiliser les rayons réfractés $(\omega_{i1}, \omega_{o1})$, l'angle solide différentiel doit aussi être modifié. Un terme analytique qu'on appelle jacobien, doit être ajouté : $\frac{1}{\eta_1^2}$. Ce terme est notamment décrit par Hanrahan et Krueger [HK93], et détaillé en note 2.3.

Dans le cas des plastiques, le modèle de Weidlich et Wilkie [WW09] présente des variations angulaires de couleur et d'intensité particulièrement prononcées à angles rasants. Elles s'expliquent par le choix de la normale de référence, c'est-à-dire \mathbf{h}_0 , utilisée dans le calcul du terme d'atténuation. La teinte jaune du vernis explique les variations de couleur observées. Pour les matériaux métalliques, le lobe additionnel à angles rasants provient de la coquille qui utilise $(\omega_{i0}, \omega_{o0})$ plutôt que $(\omega_{i1}, \omega_{o1})$. De ce fait, la BRDF est évaluée à des configurations plus rasantes puisqu'elles ne subissent pas la déviation de direction de Snell dans le vernis. L'effet de Fresnel dominant aux angles rasants, la BRDF est donc plus forte et crée un pic remarquable. Cette coquille met en avant des effets de couleur détaillés dans la note 2.4. La variante d'Elek ne possède pas de telle limite, puisqu'elle utilise les bons vecteurs pour évaluer la BRDF de la base. Les deux utilisent \mathbf{h}_0 pour évaluer la transmissivité T_{01} , ce qui n'a pas de sens dès lors que l'interface supérieure est lisse. Nous proposons donc d'évaluer une autre variante, utilisant systématiquement la normale géométrique \mathbf{n} , à la fois dans les calculs de T_{01} et des rayons réfractés $(\omega_{i1}, \omega_{o1})$. Cette nouvelle variante corrige aussi l'intensité de la BRDF de base. Elle s'écrit donc :

$$f_{r02}^{WW}(\omega_i, \omega_o) = f_{r01}(\omega_{i0}, \omega_{o0}) + \frac{T_{01}T_{10}}{\eta_1^2} f_{r12}(\omega_{i1}, \omega_{o1}) e^{-\tau_1 \left(\frac{1}{|\omega_{i1} \cdot \mathbf{n}|} + \frac{1}{|\omega_{o1} \cdot \mathbf{n}|} \right)}, \quad (2.13)$$

le terme de réflexion totale interne t étant remplacé par la transmission $t = T_{10}$, par manque de justification physique de son utilité. Nous utilisons l'astuce d'Elek : $\alpha_2 \leftarrow \max(\alpha_1, \alpha_2)$.

Cette variante offre une erreur RMSE plus faible sur l'ensemble des configurations physiques. Cette réduction d'erreur s'explique principalement par la prise en compte du terme $\frac{1}{\eta_1^2}$, qui assombri le résultat par rapport à la référence, comme attendu. La BRDF est mieux modélisée dans le cas des métaux aussi, comme illustré en figures 2.10 et 2.11. Le résultat pour la peinture métallique semble identique à la référence et celui du verre dépoli améliore l'erreur donnée par la variante d'Elek pour $\alpha_1 = 0.001$. Pour d'autres valeurs de α_1 , les deux variantes diffèrent principalement en terme de couleur vis à vis de la référence.

Néanmoins, cette variante reste limitée, en premier lieu car les inter-réflexions sont ignorées et le résultat est donc trop sombre. De plus, l'astuce d'Elek sur la rugosité de la couche de base ne permet pas de bien gérer la transmission au travers des interfaces supérieures rugueuses. Enfin, l'équation 2.13 n'étend pas le modèle de Weidlich et Wilkie à la transmission (BTDF).

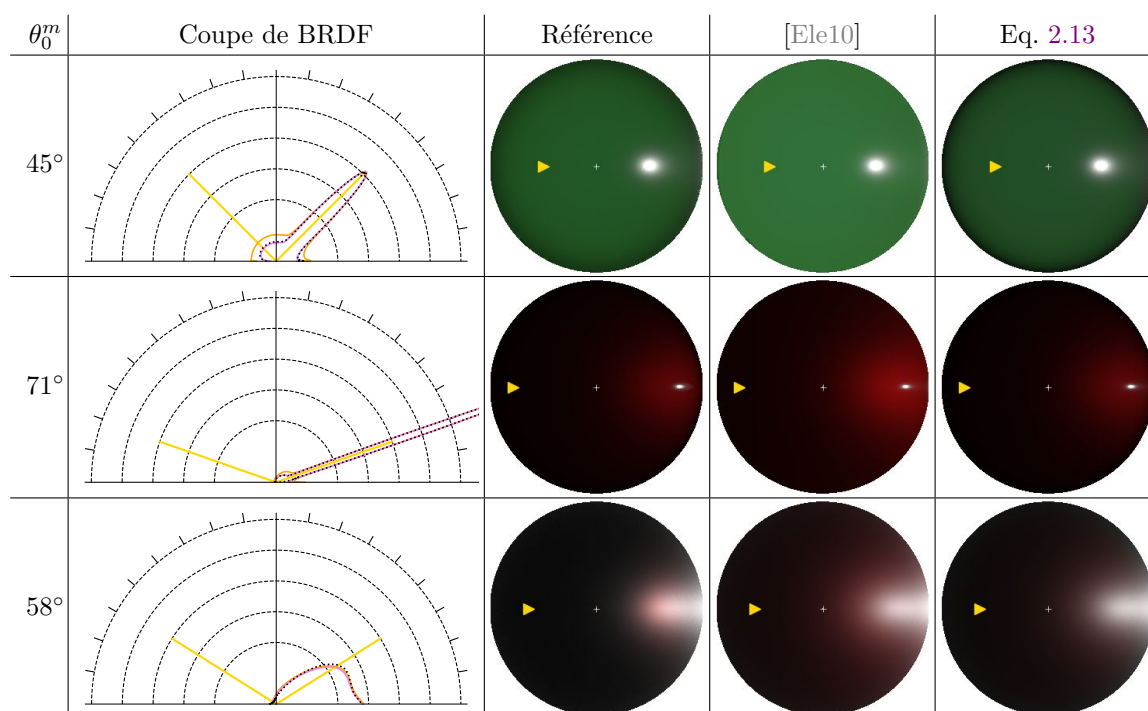


Figure 2.10 – Comparée à celle d’Elek, l’équation 2.13 (en rose), variante du modèle de Weidlich et Wilkie, est plus précise sur les plastiques (première ligne) et les peintures métalliques (seconde ligne). Les deux s’éloignent fortement de la référence pour les métaux dépolis (dernière ligne).

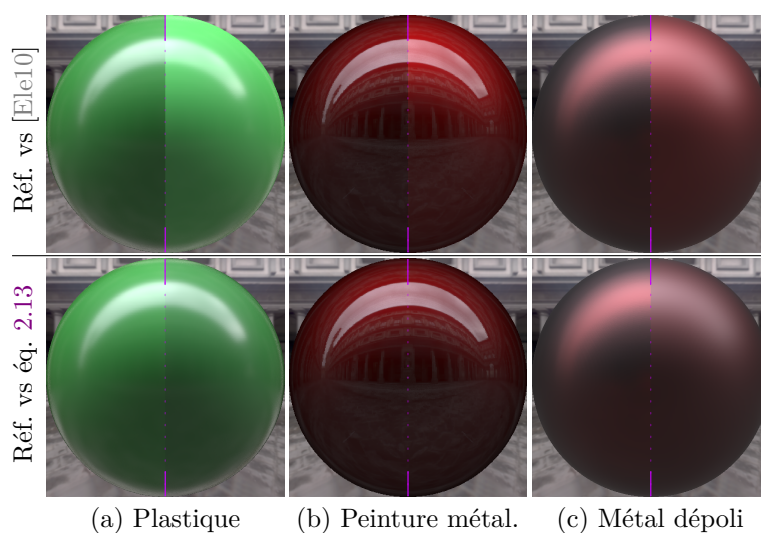


Figure 2.11 – Les différences de BRDF observées en figure 2.10 sont visibles sur les rendus, où la référence est toujours à gauche. L’équation 2.13 est plus proche de la référence pour le plastique (a), bien que plus sombre puisque les inter-réflexions ne sont pas prises en compte. Elle est indistinguishable de la simulation sur la peinture métallique (b) mais n’améliore pas la variante d’Elek sur le métal dépoli (c).

Note 2.3 – Dérivation du jacobien pour corriger le modèle de Weidlich et Wilkie [WW07]

Dans cette note, nous détaillons les calculs menant au jacobien de l'équation 2.13. Pour cela, afin de simplifier les notations, nous utilisons la notion d'éclairement E (en $W \cdot m^{-2}$) reliée à la luminance L par :

$$dE(\omega) := dL(\omega) \cos \theta d\omega \quad (2.14)$$

La BRDF de la couche de base est notée $f_{r_{12}}$. Dans le milieu ambiant, d'indice 0, elle est définie (cf. éq. 1.2) pour les directions $(\omega_{i_0}, \omega_{o_0})$ comme :

$$\begin{aligned} f_{r_{12}}(\omega_{i_0}, \omega_{o_0}) &:= \frac{dL(\omega_{o_0})}{dE(\omega_{i_0})} = T_{01} \frac{dL(\omega_{o_0})}{dE(\omega_{i_1})} \\ &= T_{01} J f_{r_{12}}(\omega_{i_1}, \omega_{o_1}) T_{10}, \end{aligned}$$

La première ligne est obtenue en utilisant $dE(\omega_{i_1}) = T_{01} dE(\omega_{i_0})$, et la seconde en remplaçant le terme $dL(\omega_{o_0})$ grâce aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} dE(\omega_{o_0}) &= T_{10} dE(\omega_{o_1}) \\ dL(\omega_{o_0}) \cos \theta_0 d\omega_{o_0} &= T_{10} dL(\omega_{o_1}) \cos \theta_1 d\omega_{o_1}; \\ dL(\omega_{o_0}) &= T_{10} J dL(\omega_{o_1}), \end{aligned}$$

où la définition de l'éclairement (éq. 2.14) permet d'obtenir la seconde ligne. De plus, nous introduisons le jacobien $J = \frac{\cos \theta_1 d\omega_{o_1}}{\cos \theta_0 d\omega_{o_0}}$. Si nous écrivons l'angle solide différentiel de manière explicite comme $d\omega := \sin \theta d\theta d\phi$, nous avons :

$$J = \frac{\cos \theta_1 d\theta_1 d\phi_1}{\cos \theta_0 d\theta_0 d\phi_0} \cdot \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_0}.$$

En utilisant la loi de réfraction de Snell, $\eta_0 \sin \theta_0 = \eta_1 \sin \theta_1$, le second terme du jacobien est donc égal à $\frac{\eta_0}{\eta_1}$. De plus, nous obtenons l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} \eta_0 \frac{d(\sin \theta_0)}{d\omega_{o_0}} d\omega_{o_0} &= \eta_1 \frac{d(\sin \theta_1)}{d\omega_{o_1}} d\omega_{o_1} \\ \eta_0 \frac{d(\sin \theta_0)}{d\theta_0 d\phi_0} d\theta_0 d\phi_0 &= \eta_1 \frac{d(\sin \theta_1)}{d\theta_1 d\phi_1} d\theta_1 d\phi_1 \\ \eta_0 \cos \theta_0 d\theta_0 d\phi_0 &= \eta_1 \cos \theta_1 d\theta_1 d\phi_1. \end{aligned}$$

Ainsi, le premier terme du jacobien est aussi égal à $\frac{\eta_0}{\eta_1}$ et donc $J = \frac{\eta_0^2}{\eta_1^2}$.

Note 2.4 – Variations franches de couleur

L'erreur du modèle de Weidlich et Wilkie met en avant des couleurs assez étranges dans le cas d'une base conductrice. Ces couleurs sont aussi visibles dans les simulations, dans une moindre mesure toutefois, principalement quand $\alpha_2 = 0.2$ (cf. fig. 2.15 - patine avec 2 rebonds). Cette teinte est subtile et nécessite un éclairage spécifique pour être mis en avant dans un rendu, comme en figure 2.12.

Cet effet est dû au choix des indices de réfraction $\eta_1 = 1.5$ et $\eta_2 = 1.2 + i(1, 0.01, 0.01)^T$. La couche de base agit comme un conducteur sur le canal rouge et un diélectrique sur les canaux vert et bleu. Il en résulte des comportements de Fresnel très différents, illustrés en haut de la figure 2.12, les courbes se croisant vers 51° . Lorsque la première interface est lisse, l'angle le plus rasant transmis dans le milieu correspond à l'angle critique $\theta_c \simeq 42^\circ$ (ligne pointillée verticale en figure 2.12). Dans ce cas, peu de variations de couleur sont observées. Lorsque la première interface est rugueuse, les rayons dépassent plus régulièrement cet angle, notamment 51° , en particulier après de multiples rebonds dans les couches. Cela permet d'observer des effets de couleur. De tels effets ne peuvent être obtenus par les modèles d'Elek [Ele10] ou Belcour [Bel18], car les directions ne peuvent dépasser l'angle critique, par construction. Le modèle de Weidlich et Wilkie permet d'atteindre ces angles, mais de manière erronée.

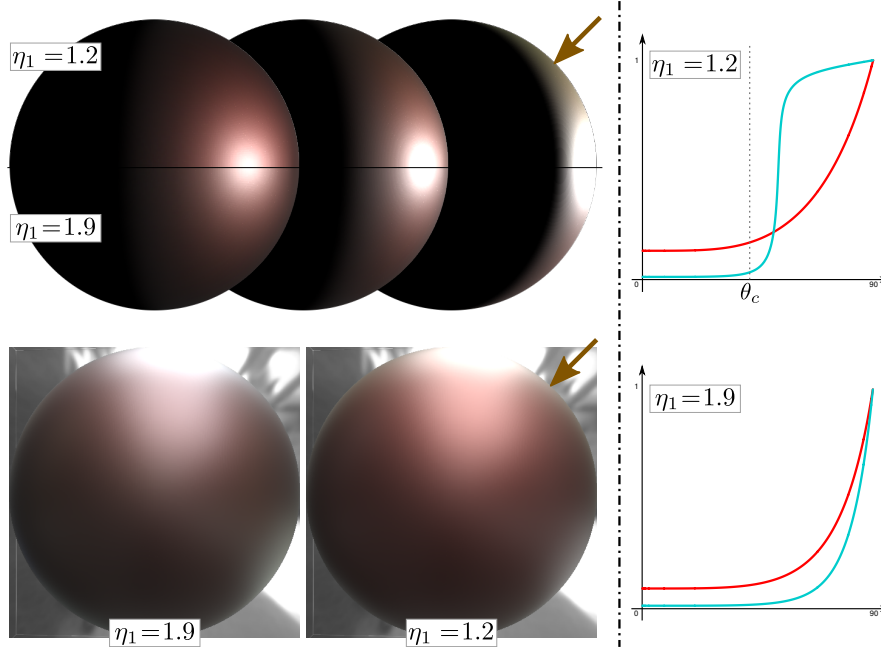


Figure 2.12 – Comparaison de deux patines ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0.2$, τ_1 coloré, différents η_2). Haut gauche : en utilisant $\eta_2 = 1.2$ une réflexion jaune apparaît en éclairant les angles rasants, absente quand $\eta_2 = 1.9$. Bas gauche : l'effet est subtil mais visible sur un rendu avec éclairage complexe. Droite : ces effets de couleur sont expliqués par les réflectances de Fresnel qui diffèrent entre canaux de couleur (la courbe cyan correspond aux canaux bleu et vert).

2.4. Étude du modèle de Belcour

Présentation. Le modèle de Belcour a été présenté dans le chapitre précédent, au paragraphe 1.3.2. Il modélise la BRDF d'un empilement de couches par une somme de lobes de GGX, chacun généré par l'interface la plus profonde atteinte. Nous rappelons l'équation 1.23 :

$$f_r^B(\omega_i, \omega_o) = \sum_{k=1}^K R_k(\theta_0) \cdot f_k^{DG}(f^{-1}(\sigma_k(\theta_0)), \omega_i, \omega_o) \quad (2.15)$$

Les lobes sont caractérisés par une direction centrale, une énergie R_k et une variance σ_k . Elles sont mises à jour au gré de la propagation dans les couches : c'est-à-dire au passage d'une interface de GGX ou d'un milieu absorbant ou diffusant. Le modèle ne permet donc pas de gérer une base lambertienne, qui nous intéresse pour les configurations plastiques de la figure 2.1. On peut penser contourner cette limite en modélisant une telle réflexion à l'aide d'un milieu très diffusant équivalent. Toutefois, le modèle ne tient compte que de la diffusion avant : un groupe de rayons entrant dans un milieu diffusant ne peut sortir qu'en transmission, pas en réflexion. Cette limite est discutée plus tard dans cette section, mais empêche l'utilisation de cette astuce pour imiter une base lambertienne.

Nous détaillons maintenant les approximations réalisées par ce modèle. Tout d'abord l'énergie R_k est mise à jour au passage d'une interface en fonction de son l'albédo directionnel FGD , calculé de manière découplée de la radiance entrante. Cet albédo FGD est stocké dans une table à quatre dimensions, paramétrée par l'élévation de lumière, la rugosité d'interface et l'indice de réfraction complexe. Le modèle de Belcour utilise la procédure de Heitz [HHdD16] pour calculer FGD^∞ , tenant compte des inter-réflexions dans les interfaces. Pour notre étude, nous avons recalculé une table FGD^2 sans tenir compte de ces rebonds multiples à cause d'erreurs numériques violant potentiellement les conditions de conservation d'énergie. En outre, le code fourni par Belcour utilise lui aussi FGD en pratique. Nous utilisons l'autre table précalculée (TIR), tenant compte de la réflexion totale interne, à la résolution fournie par l'auteur. La variance du lobe σ_k est elle aussi approchée. La fonction de conversion f de la rugosité α vers la variance σ représente aussi une source d'approximation en particulier pour les fortes rugosités.

Une autre limite du modèle direct de Belcour est sa non-réciprocité. Il propose donc une alternative symétrique par construction, qui s'appuie sur le vecteur médian \mathbf{h} de la première interface et l'utilise à la place de la normale géométrique \mathbf{n} dans ses calculs. Les termes R_k et σ_k de l'équation 2.15 sont alors symétriques par changement de ω_i par ω_o , rendant la BRDF réciproque. D'un point de vue physique, cette symétrisation a posteriori suppose que les rayons ω_i et ω_o partagent la même facette comme dans le modèle de Weidlich et Wilkie [WW07]. De plus, cette normale \mathbf{h}_0 est utilisée pour l'ensemble des événements intervenant sous la première interface. Malgré cette approximation, le modèle symétrique semble produire des résultats convaincants dans le papier original, nous l'incluons donc dans notre évaluation.

2. Code fourni par L. Belcour.

Études des limites. L'erreur RMSE obtenue avec le modèle de Belcour, illustrée dans la figure 2.5 (cf. b et c), indique qu'il est généralement plus correct que les variantes du modèle de Weidlich et Wilkie. Ces erreurs sont calculées en fonction des chemins internes uniquement car les variantes du modèle de Weidlich et Wilkie reproduisent exactement la BRDF de la première interface f_{r01} . Ce n'est pas le cas du modèle de Belcour : cette assertion est visible aux angles rasants des configurations illustrées en figures 2.8 et 2.9, où le modèle symétrique semble légèrement plus précis. Dans le cas de la peinture métallique (fig 2.7), le résultat des variantes de Belcour est proche de celle d'Elek : ils surestiment légèrement l'ouverture angulaire du lobe rouge dû à la base. Concernant le métal dépoli (fig. 2.8), le modèle de Belcour capture la forme du lobe précisément à incidence normale, même si elle s'en éloigne à des angles d'élévation relativement modérés, tout comme pour la patine métallique (fig. 2.9). Les modèles diffèrent de la référence en terme de couleur à incidence rasante, et les deux variantes entre elles aussi.

Le cas de la transmission est étudié plus en détail grâce au plugin `layered_dielec` implémenté par Belcour dans Mitsuba [Jak10]. Nous n'avons pas utilisé de table précalculée (*FGD* ni *TIR*). Dans ce cas, nous illustrons uniquement la BTDF aussi bien dans le calcul d'erreur (fig. 2.5) que de manière qualitative (fig. 2.13). L'erreur RMSE décroît avec α_1 et / ou α_2 . De plus, quand τ_1 est teinté en jaune (configurations S_1 et S_3) les erreurs sur le canal bleu diminuent. Ce phénomène s'explique par la réduction des inter-réflexions dans la couche absorbante. En figure 2.13, nous comparons les résultats pour une interface lisse sur une base rugueuse, avec un vernis teinté en jaune. Les lobes transmis ont une forme relativement complexe : le lobe

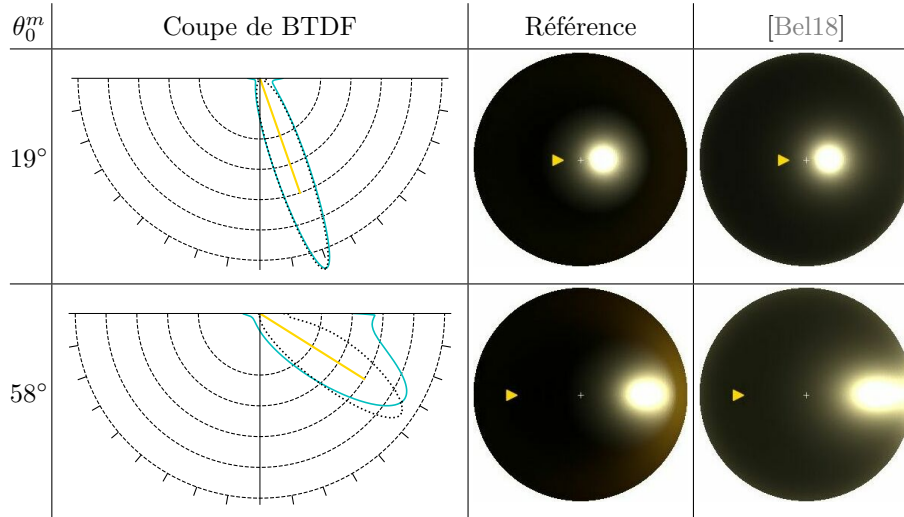


Figure 2.13 – Résultat d'évaluation sur une configuration transparente ($\alpha_1 = 0.001$, τ_1 coloré, $\alpha_2 = 0.2$). La BTDF du modèle de Belcour (en cyan) capture plutôt correctement la forme du lobe transmis à incidence normale, bien que les queues de distributions soient trop prononcées. Le lobe s'écarte significativement de la référence à angles rasants : le lobe est trop large, pointe vers une autre direction, et ne reproduit pas le lobe orange.

principal montre une décroissance très rapide en raison de la réflexion totale interne, alors que le lobe secondaire est très coloré aux angles rasants. Le modèle de Belcour reproduit correctement le lobe de référence et sa couleur à incidence normale, sauf au niveau des queues de distribution, moins prononcées dans la simulation. Par contre, à angles rasants, la forme du lobe modélisé s'éloigne significativement de la simulation, de même que sa direction centrale et les lobes secondaires ne sont pas présents. Les différents rebonds de la simulation sont affichés séparément en note 2.5.

Diffusion vers l'avant. Pour finir, nous illustrons la capacité de prédiction de la diffusion vers l'avant du modèle de Belcour. Par simplicité, nous utilisons LayerLab dont le code est fourni par les auteurs [Jak15] comme BRDF de référence plutôt que la simulation complète de l'équation de transfert radiatif (ETR). La configuration physique étudiée se compose d'un milieu diffusant bleu sur une base conductrice d'indice complexe $\eta = 1.5$ achromatique et $\kappa = (3, 0, 0)^T$ de couleur rouge et de rugosité $\alpha = 0.2$. Les paramètres du milieu sont constants $\sigma_s = (0.1, 0.1, 1.0)^T$ et $\sigma_a = 0.1$ achromatique. Son épaisseur d et le paramètre d'anisotropie g de la fonction de phase d'Henyeey-Greenstein [HG41] sont variables. Nous n'ajoutons pas d'interface entre l'air et le milieu pour se concentrer sur la diffusion du milieu uniquement. Les résultats sont donnés en figure 2.14a, où le modèle de Belcour ne reproduit que partiellement la

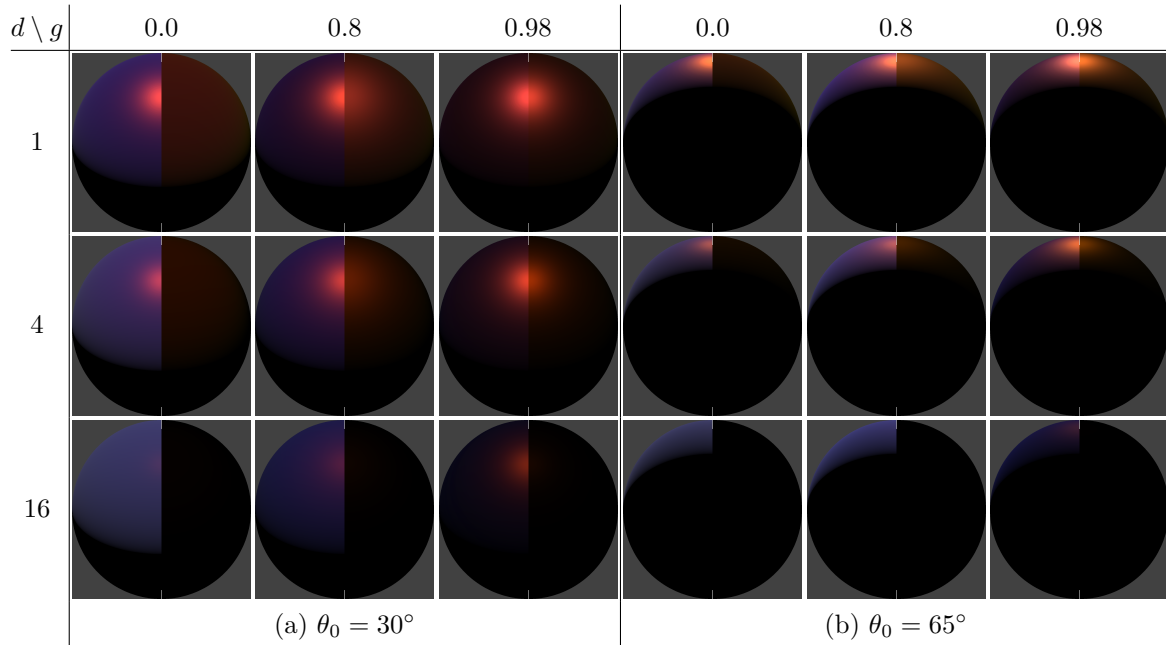


Figure 2.14 – Matériau composé d'une base conductrice rugueuse rouge et d'un milieu diffusant bleu de profondeur d et anisotropie g . Le matériau recouvre la surface d'une sphère éclairée par une seule source lumineuse d'élévation 30° avec la direction de vue (gauche) ou 65° (droite). La moitié gauche de chaque image montre la référence obtenue avec LayerLab [JdJM14] et la droite le modèle de Belcour.

simulation. Il est valide lorsque $g > 0.7$, et il n'est donc pas surprenant que les résultats soient meilleurs pour les fortes valeurs de g . Une limite fondamentale du modèle de Belcour est la non prise en compte du lobe propagé vers l'arrière, qui ignore un sous ensemble de chemins possibles. Ces chemins sont caractérisés par une teinte bleue : ce sont les rayons réfléchis par les particules qui n'ont pas atteint la base de couleur rouge. Cette limite est plus problématique aux angles rasants (fig. 2.14b) car les chemins lumineux traversent de plus grandes distances dans le milieu diffusant, augmentant la diffusion et la couverture bleue.

Analyse. Nous venons de voir que le modèle de Belcour s'éloigne de la référence principalement aux angles rasants. Concernant les matériaux métalliques, la réflexion de la première interface est approchée aux angles rasants, en particulier dès lors qu'elle est rugueuse. Une amélioration triviale consiste à évaluer la BRDF de la première interface en dehors de la somme, en utilisant directement le modèle à microfacettes (équ. 1.15). Les coupes de BRDF des figures 2.7 et 2.9 indiquent que la variante symétrique (en bleu) est légèrement plus précise que la directe (en cyan). Cette différence est due à l'utilisation de \mathbf{h}_0 par la variante symétrique pour évaluer FGD et non \mathbf{n} . De manière intéressante, les deux variantes ont une erreur comparable concernant les chemins internes (fig 2.5b). Dans ce cas, les erreurs restantes sont dues aux différences relativement faibles de forme et de couleur de BRDF aux angles rasants. La variante directe produit des couleurs désaturées tandis que la version symétrique surestime la saturation (fig. 2.9), expliqué là aussi par l'utilisation de FGD , cette fois en transmission. Concernant la forme des lobes, les deux variantes produisent une réflexion trop large par rapport à la référence, que nous attribuons à la projection sur un lobe de GGX. Dans le cas d'une base diélectrique, la différence de forme des lobes transmis est très prononcée (fig. 2.13). A incidence normale, l'utilisation du modèle de GGX augmente la largeur des queues de distribution. A angles rasants, la forme du lobe s'écarte encore plus de la référence à cause de l'accumulation de plusieurs approximations : la conversion de rugosité vers variance, la « fausse » réfraction rugueuse, etc. De plus, la direction principale des lobes réfractés diffère, à cause du manque d'un mécanisme de mise à jour de la direction principale. Dans son approche, Belcour considère que les rayons réfléchis et réfractés sont dirigés suivant la direction spéculaire. Enfin le lobe secondaire orange observé dans la référence est absent du modèle. Le modèle pourrait être plus précis en découpant ce cas en deux lobes distincts mais la forme GGX ne serait alors pas adaptée pour les inter-réflexions. De plus, cette modification complexifierait grandement les calculs des énergies et variances.

Note 2.5 – Segmentation de la BRDF en fonction du nombre de rebonds

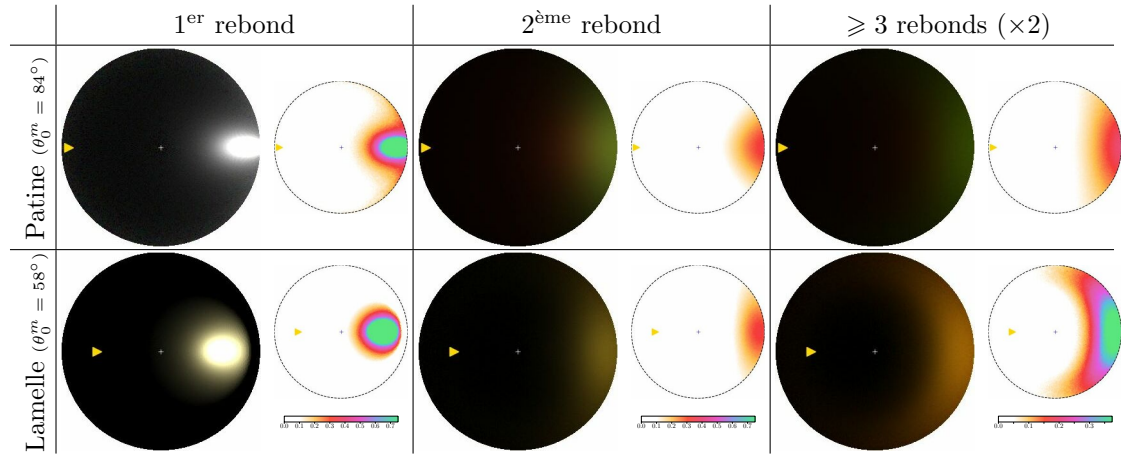


Figure 2.15 – Coupes de BRDF (haut) et BTDF (bas) à différents ordres sur une patine (de la figure 2.9 avec $\eta_2 = 1.2$) et une lamelle ou *slab* en anglais (de la figure 2.13). L'intensité des rebonds ≥ 3 est doublée dans un but de visualisation. Les iso-valeurs (en petit) révèlent la forme des lobes aux différents ordres. La forme et la couleur des lobes varient selon le nombre de rebonds des rayons dans le milieu. Leur reproduction exacte constitue un challenge et nécessite potentiellement un modèle différent pour chaque composante ou un modèle suffisamment complexe.

2.5. Discussion et travaux futurs

2.5.1. Améliorations du simulateur

De nombreuses pistes d'amélioration sont possibles pour le simulateur. Par exemple, nous avons choisi de reconstruire la BRDF par estimation de densité mais cela nécessite de choisir a priori une discrétisation de l'hémisphère. En effet, la discrétisation doit être suffisamment fine autour du pic spéculaire pour le représenter correctement. A la place, nous pourrions opter pour le stockage direct des directions et énergies des rayons puis une méthode de reconstruction différente. Le coût mémoire du stockage des rayons à la place de l'estimation de données est toutefois énorme car il dépend de la quantité S de rayons envoyés, alors que l'estimation de densité assure un espace mémoire fixe, dépendant de la discrétisation des paramètres $(\theta, \Delta\phi)$.

Dans notre étude, nous nous appuyons essentiellement sur les différences de BRDF dans les vues en coupe, et moins sur l'erreur RMSE. Dès lors que de plus nombreuses configurations physiques sont considérées, elle permet un résumé succinct, utile pour cibler les configurations à étudier plus en détail. Le choix d'une bonne métrique pour mesurer des différences de BRDF est important, elle doit être la plus cohérente avec la perception humaine. Plusieurs métriques ont été proposées notamment pour l'ajustement de données sur des modèles [NDM05, LKYU12, HP17].

2.5.2. Limites de l'étude

Les configurations étudiées, bien qu'assez simples, permettent d'obtenir une apparence variée illustrée en figure 2.16 à partir de deux couches seulement. Toutefois, l'étude pourrait être étendue à un plus grand nombre de couches pour évaluer le modèle de Belcour. D'autres comparaisons en espace image sont disponibles sur un nombre variable de couches, en annexe C.

En outre, une étude plus poussée du modèle de Belcour serait intéressante pour justifier quantitativement qu'il est précis à incidence normale. De plus, il serait intéressant de considérer les rebonds multiples au sein d'une interface [HHdD16], qui ont certainement peu d'impact pour les configurations de cette étude ($\alpha \leq 0.2$). Nous n'avons pas testé les limites du modèle de Belcour dans le cas de fortes rugosités.

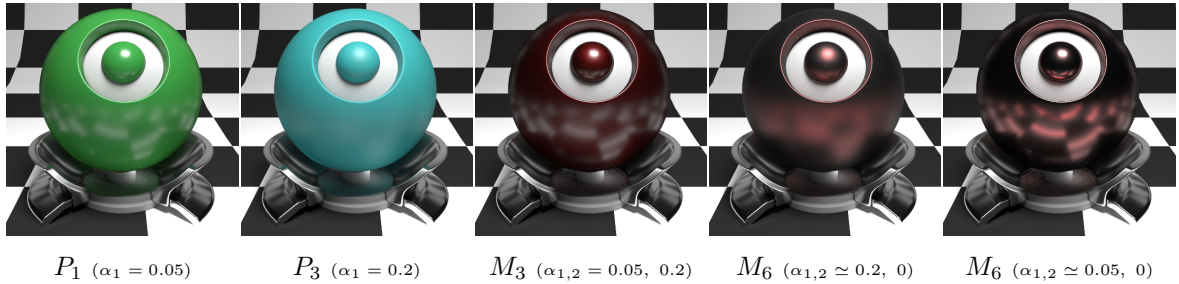


Figure 2.16 – Sous-ensemble de 5 matériaux parmi les 60 de la base, nommage détaillé en note 2.2.

2.5.3. Travaux futurs

Dans le cas d'une base diffuse, nous avons observé que le modèle de Weidlich et Wilkie prédit un résultat erroné en raison du manque d'inter-réflexions notamment, et le modèle de Belcour ne permet pas de gérer ce type de base. Pour ces empilements, il serait donc intéressant d'étudier d'autres modèles de la littérature, notamment le modèle de Simonot [SHHM16], qui gère un nombre arbitraire d'interfaces rugueuses sur une base lambertienne. Ce modèle semble limité dans le cas d'interfaces faiblement rugueuses, mais il représente peut-être une approximation correcte tout de même. De plus, nous souhaiterions étudier le domaine de validité du récent modèle de Randrianandrasana [RCL21] qui gère la diffusion dans les couches de manière plus exacte que Belcour. Nous aimerions analyser ces modèles en particulier car ils enrichissent l'espace des apparences de matériaux et leur inversion semble donc intéressante.

2.6. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons étudié en détail les modèles de Weidlich et Wilkie et sa variante d'Elek, ainsi que celui de Belcour. Le modèle de Weidlich et Wilkie, même une fois corrigé (équ. 2.13), ne permet pas de gérer correctement la rugosité, même très modérée, ni les inter-réflexions dans les couches. Ces deux limites sont rédhibitoires pour utiliser ce modèle à des fins de design inverse dans le cas d'un empilement de couches rugueuses.

Cette étude nous montre que le modèle de Belcour est bien plus précis pour prédire la BRDF d'un empilement multicouche rugueux. Toutefois, il présente certaines limites : la BRDF aux angles rasants s'éloigne de la référence, alors qu'elle est précise pour l'incidence normale. De plus, la diffusion dans les couches ne se faisant que vers l'avant, il ne vaut mieux pas l'utiliser pour des milieux diffusants lorsque $g < 0.7$. Nous avons de plus observé que la fusion des rebonds multiples dans un milieu en un lobe de même forme et couleur peut être erronée.

Dans la suite, nous choisissons donc de nous appuyer sur le modèle de Belcour pour le design inverse, comme nous le détaillons dans le prochain chapitre. Nous gardons toutefois en tête ces limites, en considérant qu'elles sont le prix à payer pour une inversion analytique et non numérique.

Deuxième partie

Méthode pour l'exploration de l'apparence des matériaux multicouches

Chapitre 3.

Positionnement vis-à-vis de méthodes existantes

Nous venons d'étudier deux modèles de matériaux multicouches et d'observer que le modèle de Belcour [Bel18] est précis, notamment à incidence normale. Ce modèle est donc un bon candidat pour prédire l'apparence d'un matériau à partir des propriétés physiques de ses couches. Toutefois, l'impact de ces paramètres (absorptions, rugosités, etc) sur l'apparence finale n'est pas simple à comprendre, comme l'illustre la figure 3.1. Elle montre qu'une modification de la saturation de la couleur peut être obtenue en variant différents paramètres physiques. Une manipulation de ces paramètres ne permet donc pas un contrôle direct de l'apparence finale.

Dans cette partie, nous proposons donc une méthode *inverse*, afin de contrôler des propriétés de BRDF et de retrouver les paramètres physiques qui produisent cette apparence souhaitée. A notre connaissance, seule la méthode d'Ershov [EDKM04] se place dans ce même cadre, celui des matériaux multicouches. Toutefois, de nombreuses méthodes abordent la problématique plus générale du contrôle de l'apparence de matériaux. Dans ce chapitre, nous détaillons ces différentes approches en section 3.1. Ensuite, nous présentons succinctement la nôtre, en particulier les hypothèses que nous considérons, ainsi que son positionnement par rapport au reste de la littérature en section 3.2. Enfin, nous rappelons le contexte technique préalable à la compréhension de notre procédure d'inversion, en section 3.3.

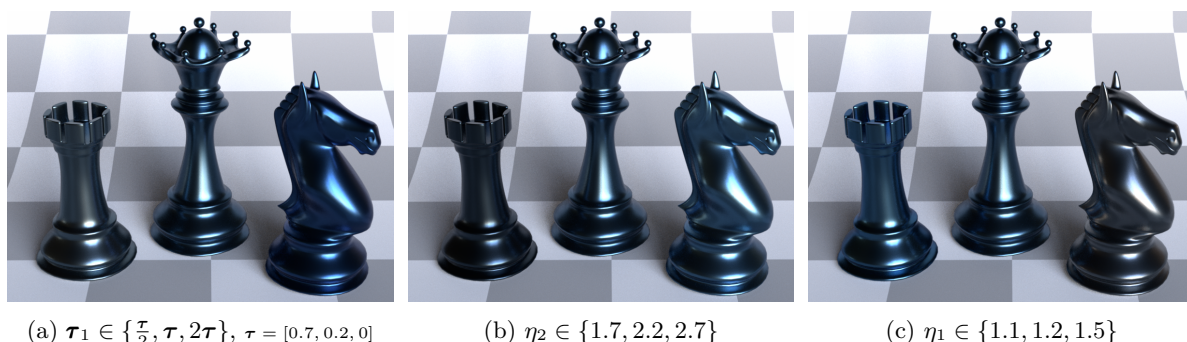


Figure 3.1 – Impact sur l'apparence de la manipulation des paramètres physiques d'un empilement de deux couches diélectriques. La plus faible valeur de paramètre est appliquée à la Tour et la plus élevée au Cavalier, la Reine servant de référence. La saturation de la couleur est affectée de manière (a) non linéaire par τ_1 , (b) globalement proportionnelle à η_2 , et (c) *inversement* proportionnelle à η_1 .

3.1. Travaux précédents

Dans cette section, nous réalisons un état de l'art des méthodes inverses, permettant de retrouver certaines propriétés de matériaux à partir de son apparence. De plus, nous abordons quelques méthodes d'édition de BRDF.

Rendu inverse. De manière générale, les méthodes de *rendu inverse* s'appliquent à retrouver les propriétés d'une scène macroscopique à partir d'une ou plusieurs images qu'elles soient de synthèse ou bien des photographies. Ces méthodes identifient alors les positions et formes de sources de lumière par exemple, la géométrie des objets ou les matériaux qui leur sont associé, (voir figure 3.2). Nombre de ces méthodes sont présentées dans les études de Patow [PP03] ou plus récemment celle de Schmidt et al. [SPN⁺16]. Elles y sont classées en fonction des propriétés à retrouver : sources de lumière, géométries des objets, matériaux ou leur combinaison.

Des techniques de *rendu différentiable* permettent de résoudre toutes les inconnues en même temps. Elles permettent de plus, de tenir compte de toute la complexité d'une scène : les ombres, l'éclairage global, la présence de caustiques, etc. À partir d'une image cible, ces méthodes souhaitent reconstruire la scène 3D qui permet de la reproduire. Elles partent d'une représentation initiale grossière de la scène, qui s'affine au fil des itérations. Pour chacune d'entre elles, les paramètres de la scène sont légèrement modifiés pour minimiser la différence entre l'image cible et le rendu de la scène. Le principe est résumé dans le cours de Zhao et al. [ZJL20], ainsi que les principales difficultés à résoudre. Les différentes avancées dans ce domaine sont répertoriées dans les travaux de Kato [KBM⁺20]. Nous nous intéressons uniquement à l'apparence produite par des matériaux multicouches, sans nous restreindre à une solution unique. Les méthodes différentielles sont donc trop générales par rapport à notre objectif, pour lequel différentes solutions spécifiques existent.

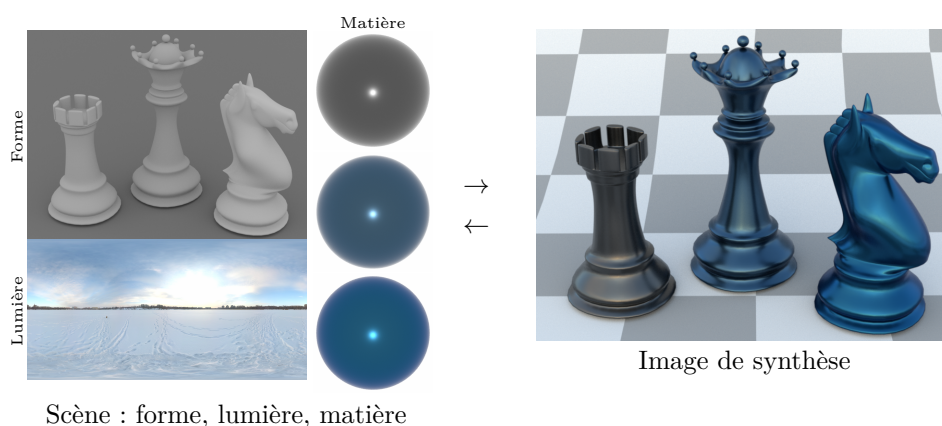


Figure 3.2 – À partir d'une image cible (à droite), les méthodes de rendu inverse retrouvent (à gauche) la scène permettant de la produire. Dans notre cas, nous nous intéressons au matériau uniquement et ignorons la forme et les propriétés des sources de lumière (ici représentées par une carte d'environnement).

Méthodes basées images. Un ensemble de méthodes basées images s'intéressent à retrouver des propriétés de BRDF variant spatialement. Pour cela, elles supposent que le modèle de BRDF est fixé, généralement un lobe de GGX, et estiment les variations spatiales de ses paramètres. Il s'agit dans ce cas des normales de la surface, l'albédo diffus, l'albédo spéculaire et la rugosité, exprimés sous forme de cartes illustrées en figure 3.3. Ces méthodes s'appuient sur une ou plusieurs photographies d'un matériau pour inférer ses propriétés (e.g., [RRFG17], [DAD⁺18]) et diffèrent entre elles à la fois par leur technique d'acquisition et de reconstruction. Elles nécessitent plus ou moins de photos du matériau en entrée ou bien sous des conditions et/ou angles d'éclairage précis. Ce type de méthodes est adapté à la pratique artistique, car l'édition des cartes est aisée et les variations spatiales des paramètres offrent une apparence variée. Toutefois, ces cartes représentent les variations spatiales des paramètres d'un seul lobe, ce qui n'est pas adapté pour représenter l'apparence des matériaux multicouches. En effet, ceux-ci offrent des reflets aux variations angulaires complexes et génèrent potentiellement plusieurs lobes. Ces méthodes ne sont donc pas adaptées à notre contexte.

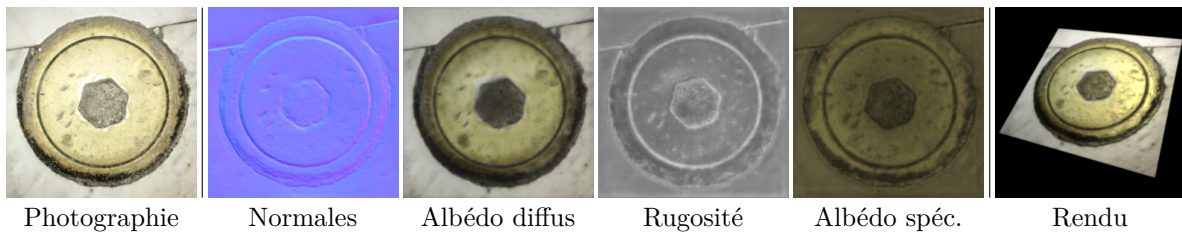


Figure 3.3 – Les méthodes basées images s'appuient sur une ou plusieurs photographies (à gauche) pour calculer des cartes de paramètres (au centre). Ces cartes sont utilisées lors du rendu (à droite) pour obtenir une BRDF variant spatialement. Source [DAD⁺18].

Mesures de propriétés physiques. À l'extrême opposé, les méthodes inverses sont fréquemment utilisées en optique, pour lesquelles les paramètres physiques sont retrouvés à partir de mesures de réflectance. Dans le cas de surfaces et de couches minces, la technique appelée *ellipsométrie* consiste à éclairer une surface plane et lisse par une lumière polarisée puis à mesurer les changements observés en sortie. Une description du principe est donnée par Cobet [Cob14] et illustré en figure 3.4. Par exemple, l'indice de réfraction complexe d'un conducteur peut être retrouvé en mesurant la réflectance polarisée d'une surface à des configurations d'angles rasants (e.g., [Que69, Que70]). Dans notre contexte d'application, nous pourrions penser reproduire ce processus : l'utilisateur fournirait ainsi une donnée d'entrée remplaçant la mesure. Cela est toutefois loin d'être intuitif, notamment en regard de la complexité d'assurer une entrée valide : cette étape est détaillée par Armaly [AOL72] pour une couche conductrice. Ce contrôle serait encore plus délicat dans le cas de matériaux multicouches.

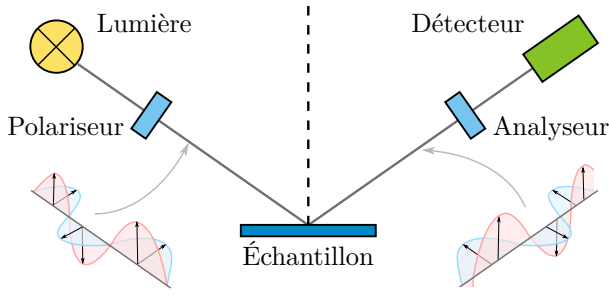


Figure 3.4 – La technique d’ellipsométrie permet de déduire certaines propriétés physiques d’un matériau à partir de mesures de l’onde lumineuse réfléchie par l’échantillon. Pour cela, la lumière est polarisée.

Une alternative consiste à manipuler d’autres paramètres, plus intuitifs que les paramètres physiques. Par exemple, l’indice de réfraction complexe d’un conducteur est mis en correspondance de manière bijective avec la réflectance à incidence normale et la teinte aux angles rasants du matériau par Gulbrandsen [Gul14]. Ces paramètres permettent un contrôle plus direct de la réflectance du matériau à incidence normale ou rasante que l’indice de réfraction complexe. Dans ce cas précis, il est possible d’obtenir une bijection entre paramètres visuels et physiques. Toutefois, par la suite nous montrons que le cas des matériaux multicouches est plus complexe.

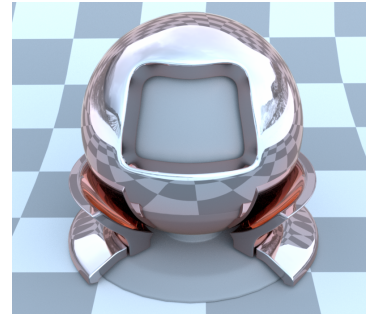
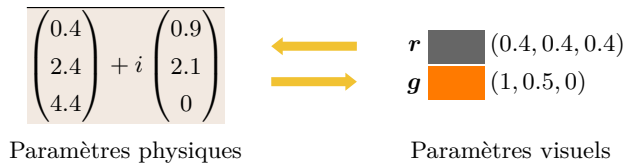


Figure 3.5 – Gulbrandsen [Gul14] propose de contrôler la réflectance à incidence normale \mathbf{r} et la teinte au bords \mathbf{g} d’une interface conductrice à la place de l’indice de réfraction complexe $\eta + i\kappa$ (à gauche). Ces deux teintes grise et orangée sont visibles respectivement au centre et aux bords de l’objet (à droite).

Méthodes d’ajustement. Les méthodes d’ajustement de données, ou *fitting* en anglais, recherchent les paramètres d’un modèle qui représentent au mieux des données mesurées. Ces données sont obtenues par différentes techniques d’acquisition présentées succinctement en section 1.1. Par exemple, Ngan et al. [NDM05] ont ajusté les données de la base MERL sur différents modèles pour estimer lequel est le plus adapté à les représenter. De même, Holzschuch [HP17] ajuste ces mêmes données sur un modèle qui inclut une composante de diffraction. L’ajustement peut servir à réduire la dimension des données en entrée par exemple et à supprimer des artefacts de mesure. Lorsque le modèle sous-jacent est manipulable de façon intuitive, par opposition aux modèles reposant sur des fonctions tabulées (e.g., [PSCS⁺12]) l’ajustement peut aussi permettre d’éditer une mesure en modifiant certains de ses para-

mètres [SJR18]. Cette méthode permet donc de relier l'apparence aux paramètres physiques s'il existe un modèle approprié mais pas de manipuler l'apparence à moins de disposer d'une multitude d'échantillons physiques ou de leur mesure.

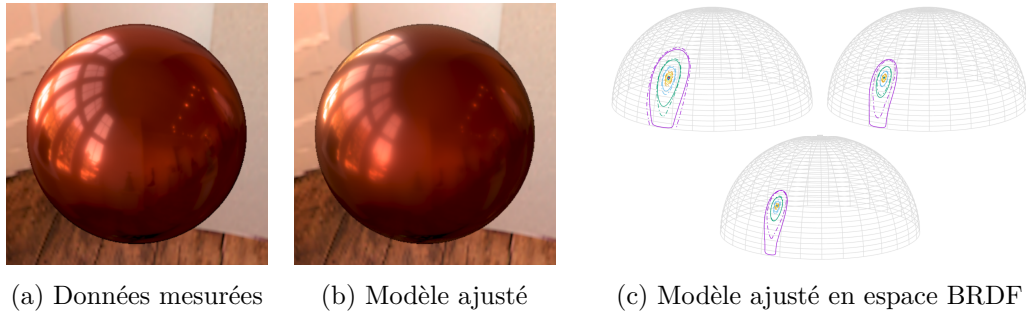


Figure 3.6 – Les méthodes d’ajustement recherchent les paramètres d’un modèle de BRDF pré-établi permettant de représenter au mieux des données mesurées (a et c, pointillés) à partir de celui-ci (b et c, ligne pleine). (c) Les isovalues de BRDF sont ici représentées sur les canaux Rouge, Vert et Bleu. Source [HP17], matériau `red-metallic-paint`.

Pour résoudre cette difficulté liée aux données en entrée, Zolnai-Feher [ZWW20] propose d’éditer une image rendue en lui appliquant différents filtres. Par exemple, il est possible de changer le contraste de l’image, de supprimer ou flouter le reflet spéculaire, grâce à un logiciel de retouche de photographies. À partir d’une telle image, la méthode retrouve ensuite les paramètres du modèle de Disney [Bur12] correspondant. Sa méthode d’ajustement s’appuie sur une optimisation, ainsi qu’un réseau de neurones pour obtenir un matériau de départ assez proche du résultat escompté. L’avantage de cette méthode est d’offrir une édition directe dans l’image. Elle est toutefois limitée au modèle sous-jacent, qui ne permet pas de tenir compte de matériaux multicouches plus complexes qu’un vernis transparent.

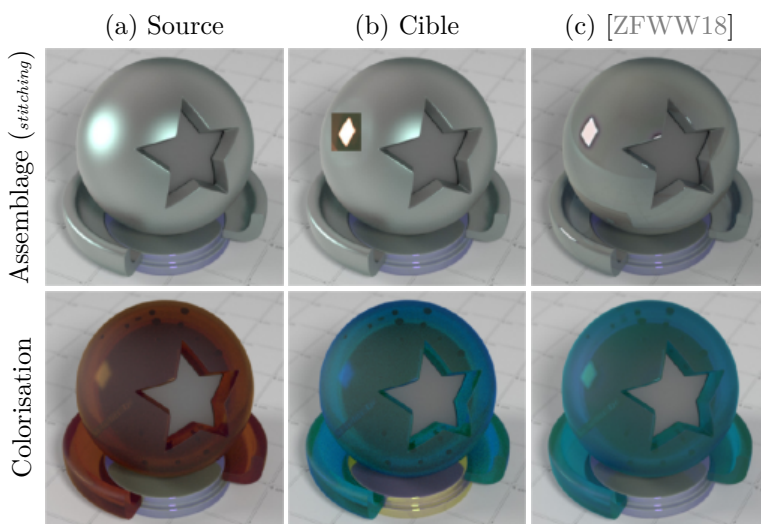


Figure 3.7 – La méthode de Zsolnai-Feher et al. [ZFWW18] retrouve les paramètres du modèle de Disney [Bur12] (c) à partir de manipulations sur des images (a vers b). Le flou du reflet (en haut) et la couleur du matériau (en bas) peuvent ainsi être édités dans un logiciel de retouche d’images.

Navigation, méthodes basées données. Les méthodes de *navigation* permettent de s'abstraire du modèle physique sous-jacent, pour explorer l'espace de la BRDF. Les solutions existantes s'appuient sur un ensemble de BRDF pré-établies. Celles-ci sont obtenues par des mesures [MPBM03] ou bien par des modèles [NDM06], pouvant même inclure la micro-géométrie d'une surface [WDR13]. Chaque BRDF est alors représentée comme un point dans un espace de haute dimension, l'espace des BRDF valides correspondant à une variété. Un tel espace à deux dimensions dans le cas de Soler et al [SSN18] est illustré en figure 3.8. Cette approche a été combinée à des traits perceptuels grâce à des expériences [SGM⁺16] pour permettre de réduire la dimensionnalité de l'espace. Les méthodes de navigation sont faciles à utiliser car elles permettent de rapidement converger vers une BRDF à partir d'interactions utilisateur simples. Toutefois, la BRDF elle-même n'est pas décrite par ses paramètres physiques mais par une pondération de BRDF pré-établies. Certaines méthodes peuvent ainsi produire une BRDF qui est l'interpolation entre la BRDF d'une seule couche et d'un multicouche, ce qui n'a pas d'interprétation physique claire.

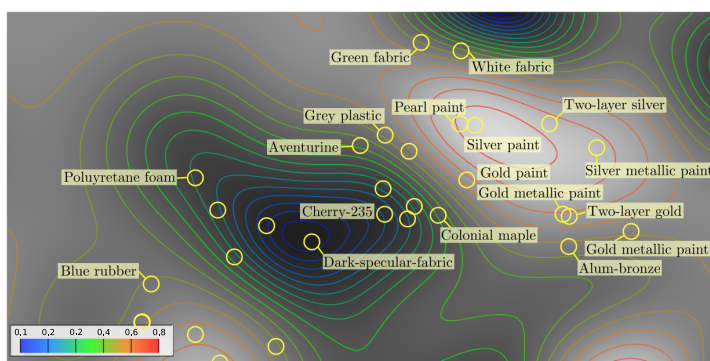


Figure 3.8 – Les méthodes de navigation représentent des données de BRDF de manière abstraite puis naviguent dans un espace à haute dimension. Ici, les données mesurées de MERL sont projetées dans un espace 2D, les lignes correspondant à des iso-valeurs d'albedo. Source [SSN18].

Correspondance de paramètres. Lorsque le modèle de BRDF analytique est connu au préalable, une approche plus directe consiste à réaliser une correspondance entre paramètres visuels et physiques, de manière analogue à celle de Gulbrandsen [Gul14]. Pour une seule interface rugueuse décrite par le modèle de Ward [War92], Pellacini [PFG00] introduit des paramètres plus intuitifs, obtenus par une étude utilisateur. Le contrôle de plusieurs lobes rugueux a été étudié dans le contexte de BRDF Shop [CPK06], utilisant pour cela une interface de peinture composée de brosses avec différents effets. La relation particulière entre une paire de lobes de BRDF menant à des reflets brumeux a été étudié par Barla et al. [BPV18]. Ils proposent dans ce cas une correspondance entre paramètres visuels et physiques, illustrés en figure 3.9, pour un contrôle plus aisé de l'effet de halo. Celui-ci est obtenu grâce à une seule interface générant deux lobes grâce à deux distributions de microfacettes mélangées. Cependant, toutes ces méthodes ont en commun qu'elles ne traitent que d'une seule interface, plus ou moins complexe.

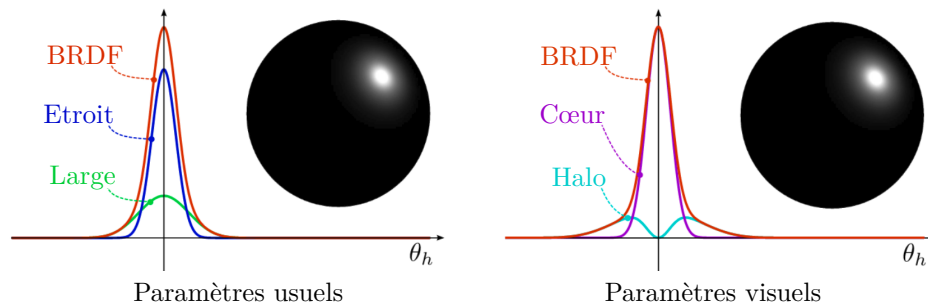


Figure 3.9 – La mise en correspondance de paramètres permet de contrôler plus facilement la BRDF, ici illustré sur l’effet de halo. Source [BPV18].

Inversion de l’apparence d’un matériau multicouche. A notre connaissance, seuls les travaux de Ershov [EDKM04] proposent une méthode d’inversion d’un modèle physiquement réaliste de matériaux multicouches [EKM01]. Toutefois, bien que le modèle soit plus général, l’inversion est restreinte à une configuration physique fixée. Le matériau considéré se compose d’un vernis ou liant constitué de paillettes miroir au dessus d’une base lambertienne. L’inversion repose sur des propriétés visuelles : *brillance*, *scintillement* et *teinte* permettent d’éditer une BRDF de départ. Elles sont illustrées en figure 3.10. Les paramètres physiques de l’empilement sont obtenus par une optimisation en deux étapes. Une telle optimisation présente toutefois l’inconvénient de pouvoir rester bloquée sur un minimum local. Au contraire, notre objectif consiste plutôt à parcourir l’ensemble des apparences de matériaux multicouches possible. Notre but est d’identifier de multiples configurations physiques qui mènent à une BRDF similaire.

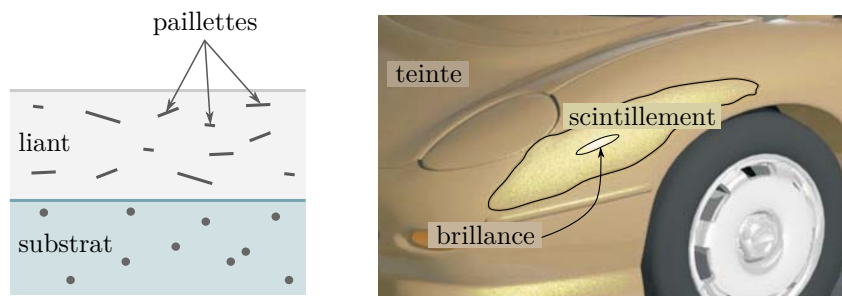


Figure 3.10 – La méthode de Ershov [EDKM04] permet de contrôler la teinte, le scintillement et la brillance d’un matériau (à droite) pour retrouver les paramètres physiques (à gauche) d’une configuration à deux couches. Elle est composée d’un liant contenant des paillettes et d’un substrat diffus. Redessiné à partir de [EDKM04].

3.2. Notre approche

Nous proposons d’explorer l’espace de l’apparence des matériaux multicouches par une méthode de correspondance inverse. À partir de propriétés de lobes en entrée, celle-ci calcule les paramètres physiques des couches qui donnent l’apparence souhaitée. Une telle correspondance explicite entre paramètres engendre deux difficultés principales. D’une part, les lobes sont inter-dépendants puisqu’ils correspondent à des ensembles de chemins lumineux propagés au travers de plusieurs interfaces. D’autre part, plusieurs configurations physiques distinctes peuvent mener à des lobes de BRDF similaires.

De ce fait, nous devons caractériser *explicitement* l’impact de la propagation des chemins de lumière sur les propriétés des lobes. La propagation dans un empilement de couches lisses est modélisée par les équations d’ajout [Sto62] qui relient paramètres physiques et réflectance de sortie. Ces équations sont étendues pour la variance par le modèle de Belcour [Bel18] (voir éq. 3.5), obtenant ainsi énergie et variance de lobes à partir du transport lumineux dans les couches, comme illustré en figure 3.11. Nous préférons ce modèle à celui de Guo [GQGP17] pour deux raisons : sa gestion de l’empilement de multiples couches est plus explicite et la distribution de GGX représente la rugosité des interfaces de manière physiquement plus plausible.

Nous pouvons donc préciser notre objectif : il revient à inverser le modèle de Belcour, pour retrouver les paramètres physiques de couches à partir de propriétés de lobes de BRDF, comme illustré par la figure 3.11. Toutefois, dans ce modèle, ces propriétés ne dépendent pas uniquement des paramètres physiques de l’empilement mais aussi de l’élévation de lumière incidente ω_i . Nous avons décidé de nous concentrer sur les lobes de BRDF à incidence normale ($\theta_i = 0$) et ce pour deux raisons : une telle incidence caractérise majoritairement l’apparence d’un matériau, comme le montrent nos résultats, et cette assertion simplifie les calculs. De plus, nous avons montré dans le chapitre précédent que le modèle de Belcour est précis à incidence normale et beaucoup moins à incidence rasante. Toutefois, pour les matériaux transparents, nous n’offrons de contrôle que sur les propriétés de réflexion. Ces choix sont discutés en sections 4.3 et 5.3.

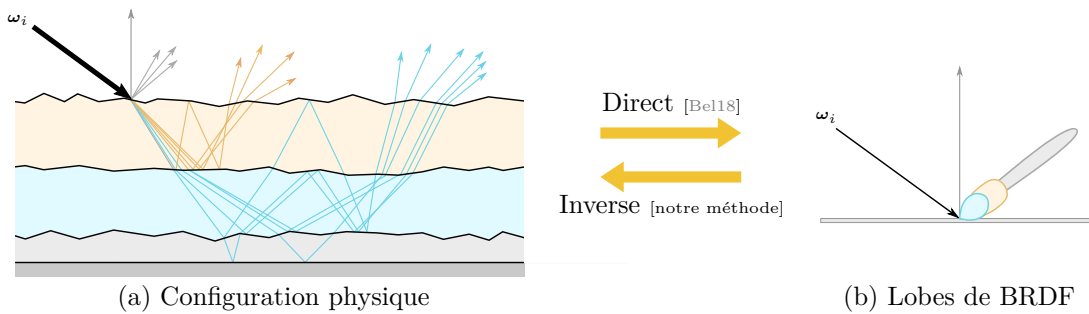


Figure 3.11 – Notre approche inverse le modèle de Belcour et retrouve les paramètres physiques des couches à partir de propriétés de lobes de BRDF. La réflexion de deux interfaces peut parfois produire deux lobes qui se confondent en un seul (ici en bleu). Pour un empilement de couches lisses, le modèle de Belcour est équivalent aux équations d’ajout [Sto62].

3.2.1. Hypothèses

Nous considérons un ensemble de couches diélectriques épaisses séparées par des interfaces potentiellement rugueuses, modélisées par la théorie des microfacettes avec une distribution de GGX. Les interfaces sont paramétrées par un indice de réfraction achromatique η et une rugosité α . La couche de base peut être conductrice, alors modélisée par un indice de réfraction complexe $\boldsymbol{\eta} + i\boldsymbol{\kappa}$. Les symboles gras indiquent que le paramètre est coloré (vecteur RGB). Les milieux entre deux interfaces peuvent être absorbants, paramétrés par la profondeur optique τ . Nous décidons de ne pas tenir compte de milieux diffusants puisque nous avons vu au chapitre précédent (section 2.4) que le modèle de Belcour ne reproduit pas correctement leur apparence.

Nous considérons qu'une configuration *physiquement plausible* doit respecter les contraintes suivantes : $\alpha \in [0, 1]$ et $\tau \in \mathcal{R}^+$; $\eta \in [1, \eta_{max}]$ pour les diélectriques ; $\kappa > 0$ et $\kappa \geq \eta$ pour les conducteurs (voir la section 4.1.1 pour plus de détails). Par ailleurs, le choix de cette dernière contrainte est discuté en section 6.3.2. Bien que des milieux diélectriques avec $\eta < 1$ existent, nous les ignorons car ils sont spécifiquement manufacturés.

Une *hypothèse centrale* de notre approche est de considérer que l'espace des matériaux est formé de *classes d'équivalence*. Ce sont des ensemble de configurations physiques qui génèrent des propriétés de lobe de BRDF identiques à incidence normale. Par exemple, plusieurs empilements d'interfaces lisses peuvent donner un lobe spéculaire de même réflectance à incidence normale, les différences seront seulement visibles aux angles rasants. Ce concept peut s'appliquer aux travaux de Gulbrandsen [Gul14], en considérant que la réflectance à incidence normale \mathbf{r} étant fixée, le paramètre \mathbf{g} permet de naviguer dans la classe d'équivalence en observant des différences aux angles rasants. Nous détaillons cette idée au chapitre suivant (section 4.1.1). En pratique, nous restreignons notre approche à deux interfaces par lobe au plus, ce qui nous semble un bon compromis entre nombre de paramètres physiques et effets visuels obtenus, comme discuté en section 4.3.2. Pour chaque lobe de BRDF, nous devons donc retrouver au plus six paramètres physiques dans le cas diélectrique : deux absorptions chromatiques $\tau_{0,1}$, deux indices de réfraction achromatiques $\eta_{1,2}$ et deux rugosités $\alpha_{1,2}$. Il y en a sept lorsque la base est conductrice, son indice de réfraction étant complexe ($\boldsymbol{\eta} + i\boldsymbol{\kappa}$). Plusieurs lobes peuvent être empilés pour former un matériau avec un nombre arbitraire de couches.

La figure 3.12 récapitule les configurations physiques considérées à une ou deux couches, avec une base diélectrique ou conductrice. Il est à noter que l'indice de réfraction du milieu ambiant η_0 est exclu car il est déjà fixé, soit par la couche immédiatement au-dessus ou par l'air $\eta_0 = 1$ pour la première. A l'opposé, τ_0 est toujours inclus dans les paramètres physiques considérés. En effet, il impacte les rayons lumineux réfléchis par les interfaces attachées au lobe courant, contrairement à τ_1 et τ_2 exclus respectivement dans les figures 3.12b et 3.12c, car ils impactent seulement les lobes propagés plus bas. Notre approche fonctionne pour des matériaux composés d'un nombre arbitraire de couches, en empilant plusieurs lobes issus d'une ou deux couches.

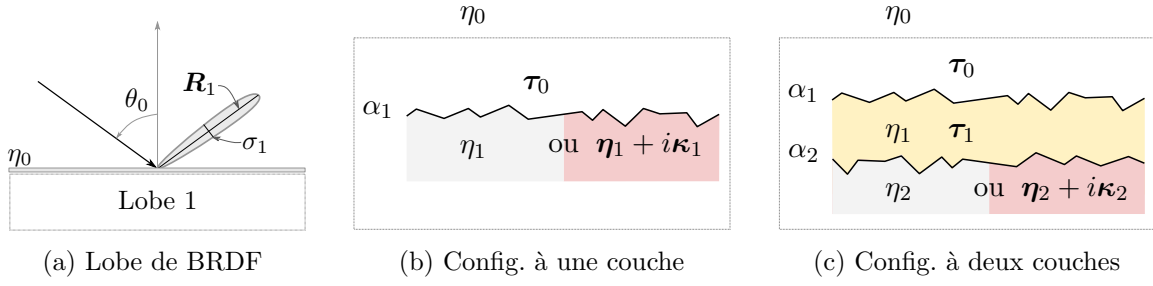


Figure 3.12 – Nous considérons que (a) chaque lobe de BRDF est dû à une (b) ou bien deux (c) couches. Dans chaque cas, la configuration physique est contrôlée par les rugosités α , les profondeurs optiques τ et les indices de réfraction η dans le cas diélectrique et $\eta + i\kappa$ pour une base conductrice. Il est à noter que l'indice de réfraction du milieu ambiant η_0 est en dehors puisque fixé.

3.2.2. Contributions

Après avoir rappelé quelques notions techniques préalables en section 3.3, nous dédions deux chapitres à la description de notre méthode inverse. Nos contributions sont organisées de la manière suivante :

- Dans un premier temps, nous étudions les empilements de couches lisses, produisant un lobe unique spéculaire, au chapitre 4. À partir d'une réflectance à incidence normale souhaitée, différents ensembles de paramètres physiques peuvent mener à une apparence similaire, que nous appelons *classe d'équivalence*. Nous illustrons ce concept et étudions les variations potentielles de réflectance aux angles rasants dans cette classe.
- En section 5.1 du chapitre suivant, nous considérons un lobe toujours unique, mais de variance non nulle, permettant d'observer des reflets flous. Nous étudions les configurations physiques menant à un seul lobe à partir d'une puis deux couches. L'intérêt d'un lobe issu de deux couches physiques réside dans son apparence plus variée. En effet, son énergie peut être colorée même lorsqu'il se trouve dans l'air grâce à l'absorption. Ce n'est pas le cas d'un lobe produit par une seule couche, car nous imposons que les diélectriques aient un indice de réfraction achromatique.
- Les matériaux multicouches contenant des interfaces rugueuses présentent généralement *plusieurs lobes*, distingués par leurs différentes variances. Nous expliquons en section 5.2, comment les contrôler en pratique tout en préservant leurs propriétés d'énergie et de variance à incidence normale.
- Enfin, nous explorons l'espace de l'apparence des matériaux multicouches grâce à notre méthode inverse en sections 4.2 et 5.1.3 pour un seul lobe et 5.2.3 lorsqu'il y en a plusieurs. Nous montrons ainsi que notre méthode offre un contrôle nouveau sur l'apparence comme illustré en figure 3.13 : la couleur, et le flou des réflexions sont directement manipulés ainsi que l'effet de halo, appelé *haze* en anglais. L'effet induit par l'action de vernissage, *coating* en anglais, ainsi que la teinte du vernis sont gérés précisément.

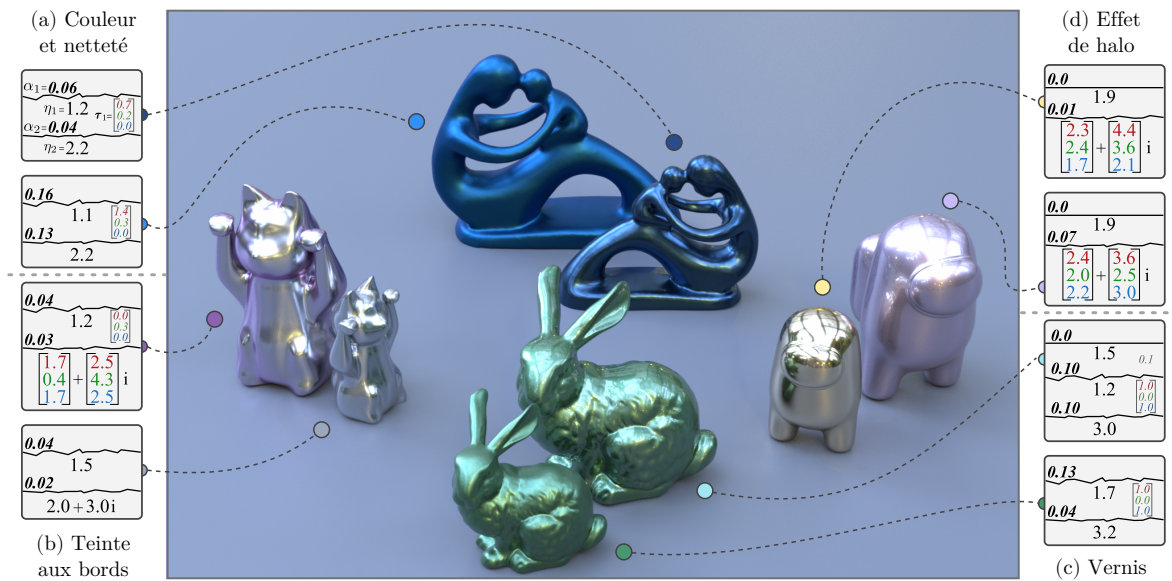


Figure 3.13 – Notre méthode permet de contrôler finement l’apparence de matériaux multicouches en calculant automatiquement les paramètres physiques. (a) Modification de la couleur et du flou des réflexions produites par un matériau diélectrique à deux couches. (b) Contrôle isolé de la teinte aux angles rasants obtenue par un matériau à deux couches dont la base est conductrice. (c) Ajout d’une couche de vernis transparent sur un matériau à deux couches diélectriques. Cette action ne modifie pas l’apparence sous-jacente. (d) Contrôle direct de la couleur et de l’effet de halo sur un matériau à deux couches dont la base est conductrice.

3.2.3. Choix d’implémentation

La procédure d’inversion présentée dans les chapitres 4 et 5 est implémentée en pratique dans un prototype Python. Il permet donc la correspondance entre propriétés de lobes et paramètres physiques. Puisque celle-ci n’est pas bijective, nous fournissons aussi du code permettant de naviguer dans une classe d’équivalence. Les rendus utilisés sont produits avec une version légèrement modifiée du plugin Mitsuba `Layered_forward` fourni par Belcour¹, sauf dans les cas mentionnés explicitement. Les paramètres physiques en entrée sont obtenus par notre méthode, et stockés dans un format XML dédié. Nous utilisons aussi une discrétisation différente du terme *FGD* pour notre méthode d’inversion. En effet, notre table étant restreinte à l’incidence normale $\theta_0 = 0$, sa résolution peut être augmentée sur les autres dimensions. En pratique, n’importe quelle méthode peut être utilisée pour le rendu. Nous fournissons aussi une comparaison du modèle de Belcour avec une simulation de Monte Carlo, utilisant le code de Gamboa et al. [GGN20]. Tous les détails d’implémentation sont présentés de manière approfondie en annexe B. De plus, lorsqu’ils ne sont pas spécifiés, les paramètres physiques des configurations sont répertoriés en annexe D dans un but de reproductibilité.

1. <https://belcour.github.io/blog/research/publication/2018/05/05/brdf-realtime-layered.html>

3.3. Contexte technique

Nous commençons par rappeler les formules d'optique utilisées pour le rendu de matériaux multicouches (flèche dans le sens direct de la figure 3.11). Nous détaillons tout d'abord le cas d'un empilement de couches lisses en section 3.3.1. Les formules décrivant la BRDF d'empilements de couches potentiellement rugueuses sont ensuite décrites en section 3.3.2. Chaque canal de couleur est considéré indépendamment dans ce contexte. Les notations sont illustrées en figures 3.12a et 3.14.

3.3.1. Empilement d'interfaces lisses

Nous nous intéressons aux empilements de couches lisses, composés d'interfaces et de milieux. La réflectance d'une interface lisse entre deux milieux d'indice de réfraction η_0 et $\eta_1 + i\kappa_1$, est caractérisée par l'équation de Fresnel ($\kappa_1 = 0$ pour les diélectriques). A incidence normale, elle est donnée par

$$R_{01} = \frac{(\eta_0 - \eta_1)^2 + \kappa_1^2}{(\eta_0 + \eta_1)^2 + \kappa_1^2}. \quad (3.1)$$

La loi de Beer-Lambert-Bouguer caractérise l'atténuation de la lumière à travers un milieu dilué d'épaisseur d entre deux interfaces. Considérant un rayon d'angle d'incidence θ et d'intensité I_0 , l'intensité transmise est donnée par $I = I_0 e^{-\tau/\cos\theta}$ où $\tau = \sigma_a d$ est la profondeur optique. En théorie, le coefficient d'absorption σ_a est relié au coefficient d'extinction κ . En pratique, nous ignorons cette relation, comme nous l'avons présenté dans la note 1.1.

La réflectance d'un empilement de couches lisses est obtenue de manière itérative en calculant la réflectance de deux couches grâce à l'équation d'ajout [Sto62] :

$$R_{02} = R_{01} + \frac{T_{01}R'_{12}T_{10}}{1 - R'_{12}R_{10}}. \quad (3.2)$$

L'équation est donnée à incidence normale uniquement ($\theta_0 = 0$). Dans ce cas, d'après la loi de Snell ($\forall n, \eta_0 \sin \theta_0 = \eta_n \sin \theta_n$), la lumière incidente en chaque couche n de l'empilement conserve $\theta_n = 0$. Nous supprimons donc la dépendance angulaire des termes, observée dans l'équation complète (eq. 1.21). Ici, R_{02} indique la réflectance de l'empilement des milieux 0 à 2, alors que les autres réflectances et transmittances sont calculées à partir des équations de Fresnel directement. Le terme R'_{12} représente la réflectance atténuée par la loi de Beer-Lambert-Bouguer :

$$R'_{12} = e^{-2\tau_1} R_{12}. \quad (3.3)$$

Des équations similaires existent pour calculer la transmission (T_{02}), de même que l'empilement inverse (R_{20}, T_{20}).

3.3.2. Empilement d'interfaces rugueuses

Un empilement de plusieurs interfaces rugueuses produit une BRDF qui n'est pas purement spéculaire. Dans le modèle de Belcour [Bel18], une telle BRDF est évaluée pour une paire de directions de lumière et de vue (ω_i, ω_o) :

$$\rho(\omega_i, \omega_o) = \sum_{k=1}^K R_k(\theta_0) \cdot \rho_k(f^{-1}(\sigma_k(\theta_0)), \omega_i, \omega_o), \quad (3.4)$$

avec $\theta_0 = \arccos(\omega_i \cdot \mathbf{n})$ et \mathbf{n} la normale de la surface.

Le modèle est défini comme une somme de K lobe de GGX (excluant la réflexion de Fresnel) notés ρ_k (cf. éq. 1.15). Chacun regroupe l'ensemble des chemins ayant atteint au plus l'interface k . L'énergie du k -ème lobe est écrite R_k , qui correspond exactement à la réflectance de Fresnel dans le cas d'un Dirac. Par simplicité, nous conservons la même notation pour l'énergie d'un lobe, indépendamment de sa variance σ_k . La rugosité équivalente de chaque lobe de GGX est obtenue à partir de la variance en utilisant $f^{-1}(\sigma_k)$, grâce à la *fonction de conversion de rugosité vers variance* $f(\alpha) = \frac{\alpha^{1.1}}{1 - \alpha^{1.1}}$, illustrée en note 3.1. Les deux paramètres R_k et σ_k dépendent de la direction de lumière ω_i , suivant le modèle *direct* de Belcour.

Le calcul des énergies des lobes $R_k(\theta_0)$ nécessite la prise en compte de la rugosité de l'interface considérée. Dans ce but, le modèle de Belcour utilise l'albédo directionnel *FGD* (cf. éq. 1.3) à la place de la réflectance de Fresnel de chaque interface dans l'équation 3.2. Un terme optionnel de réflexion totale interne peut être pris en compte au moment du calcul des énergies.

Le calcul des variances des lobes $\sigma_k(\theta_0)$ étant plus délicat, Belcour propose des équations d'ajout spécifiques pour propager les variances dans l'empilement de couches, à la fois en réflexion et en transmission. Dans le cas d'une paire d'interfaces séparées par un milieu absorbant, la variance réfléchie est donnée par $\sigma_{02}^R = \frac{\tilde{\sigma}_{02}^R}{R_{02}}$, où :

$$\tilde{\sigma}_{02}^R = \underbrace{R_{01}\sigma_{01}^R}_{1^{er} \text{ lobe}} + \underbrace{\frac{T_{01}R'_{12}T_{10}}{1 - R'_{12}R_{10}}\sigma_{02}}_{2^{nd} \text{ lobe}}. \quad (3.5)$$

où R'_{12} est la réflectance atténuée telle que définie par l'équation 3.3.

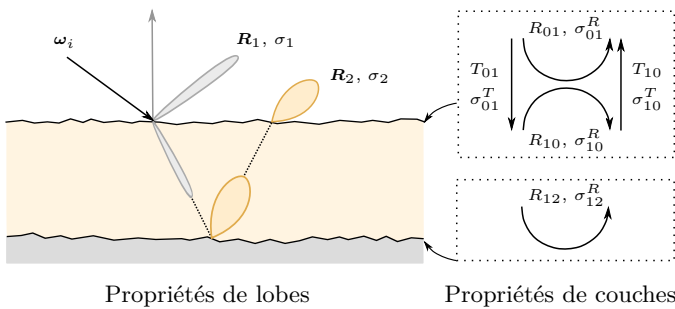


Figure 3.14 – Les propriétés de lobes (à gauche) peuvent être décrites à partir d'opérations sur les propriétés des couches (à droite), grâce aux équations d'ajout 3.2 et 3.5. De manière analogue à l'énergie (réfléchie R et transmise T), Belcour définit des opérateurs unitaires de réflexion et de transmission de la variance (cf. éq. 3.7).

Toutefois, au moment de l'évaluation finale de la BRDF (équation 3.4), les deux termes de l'équation 3.5 sont séparés car ils correspondent à deux lobes distincts. Ils sont normalisés pour obtenir $\sigma_1 = \sigma_{01}^R$ et $\sigma_2 = \sigma_{02}$. Dans l'équation 3.5, σ_{02} correspond à la variance du lobe atteignant l'interface du bas (indexée 2) vue au travers du reste de l'empilement dessus (milieux 0 et 1). Comme redérivée en annexe A, elle s'écrit :

$$\sigma_{02} = \sigma_{10}^T + \frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{01}^T + \frac{\sigma_{12}^R + R'_{12} R_{10} \sigma_{10}^R}{1 - R'_{12} R_{10}} \right), \quad (3.6)$$

où les opérateurs unitaires de réflexion et transmission entre les milieux i et $i + 1$ sont définis de la façon suivante :

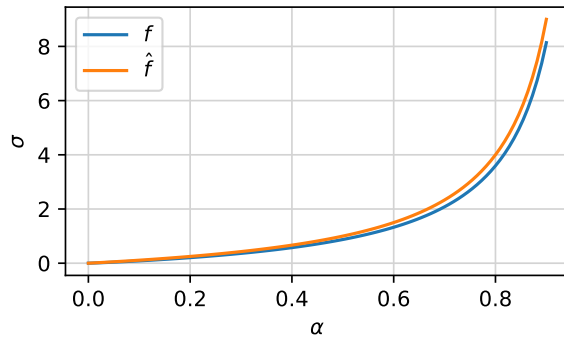
$$\begin{cases} \sigma_{i,i+1}^R = \sigma_{i+1,i}^R = f(\alpha_{i+1}), \\ \sigma_{i,i+1}^T = f\left(\frac{1}{2} \left| 1 - \frac{\eta_i}{\eta_{i+1}} \right| \alpha_{i+1}\right), \\ \sigma_{i+1,i}^T = f\left(\frac{1}{2} \left| 1 - \frac{\eta_{i+1}}{\eta_i} \right| \alpha_{i+1}\right). \end{cases} \quad (3.7)$$

3.4. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes approches existantes concernant l'inversion de l'apparence de matériaux. Toutefois, ces méthodes ne s'intéressent généralement pas au cas précis d'un matériau multicouche. Nous choisissons de fonder notre approche sur le modèle de Belcour, particulièrement bien adapté à notre problématique. Nous avons présenté nos principales hypothèses et contributions, ainsi que le contexte technique préalable à la compréhension de notre méthode. Les deux prochains chapitres sont dédiés à l'explication en détail de notre méthode d'inversion.

Note 3.1 – Détails techniques sur le modèle de Belcour

Figure 3.15 – Le modèle de Belcour s'appuie sur la fonction de correspondance entre rugosité et variance. Elle s'écrit $f(\alpha) = \frac{\alpha^{1.1}}{1-\alpha^{1.1}}$ et Belcour propose aussi une version approchée, calculée $\hat{f}(\alpha) = \frac{\alpha}{1-\alpha}$.



Chapitre 4.

Méthode inverse pour un empilement lisse

Dans ce chapitre, nous nous intéressons uniquement à la réflectance d'empilements de couches lisses. Cette configuration physique, bien qu'assez simple car elle génère un lobe unique dans la direction spéculaire, offre toutefois des variations aux angles rasants intéressantes, notamment en terme de couleur. Il s'avère que plusieurs configurations physiques, par exemple des empilements avec un nombre de couches différent, peuvent mener à une apparence similaire. Nous les regroupons au sein d'une *classe d'équivalence*, que nous étudions dans le cas d'un empilement composé d'une puis deux couches, en section 4.1.1 et 4.1.2. Cette classe d'équivalence est déterminée par les propriétés de réflectance de l'empilement à incidence normale. Toutefois, en naviguant dans cette classe, nous observons que les éléments peuvent différer à incidences rasantes, comme illustré en section 4.2. Enfin nous abordons quelques limites de notre méthode en section 4.3. Nous discutons notamment de son extension potentielle à l'obtention de paramètres spectraux au lieu de couleurs, représentées actuellement par des triplets RGB (notés en gras).

4.1. Méthode d'inversion

Nous commençons par considérer une BRDF composée d'un lobe unique (i.e., $K = 1$) et spéculaire ($\sigma_1 = 0$), que nous appelons un *lobe lisse* par abus de langage. Nous étudions le passage de sa propriété de réflectance \mathbf{R}_1 aux paramètres physiques des configurations illustrées en figure 3.12, avec $\alpha = 0$. Tout d'abord, nous étudions en section 4.1.1, l'inversion des paramètres physiques d'un lobe produit par une seule couche. Cette configuration étant simple, elle a déjà été étudiée dans la littérature lorsque le milieu ambiant est l'air : $\eta_0 = 1$, par exemple par Gulbrandsen [Gul14] dans le cas d'une interface conductrice. Ici, nous étudions l'impact de varier cet indice η_0 , qui peut arriver lorsque la couche est placée dans un autre milieu que l'air. Nous détaillons l'inversion des paramètres physiques dans le cas plus complexe où le lobe est produit par deux couches en section 4.1.2.

Quelque soit le nombre de couches, nous ignorons la profondeur optique du milieu ambiant τ_0 dans la suite, car il est possible de se ramener à une configuration équivalente en remplaçant \mathbf{R}_1 par $e^{2\tau_0} \mathbf{R}_1$ en supposant alors $\tau_0 = 0$.

4.1.1. Lobe issu d'une interface

Nous commençons par considérer un lobe produit par une seule interface (cf. figure 3.12a) dans le cas où elle est lisse, nous avons donc $\mathbf{R}_1 := \mathbf{R}_{01}$ et $\sigma_1 = 0$. Ainsi, dans cette section, nous souhaitons retrouver les indices de réfraction des milieux à partir de l'énergie du lobe.

Diélectriques. Considérant une simple interface diélectrique, un seul paramètre physique doit être retrouvé : η_1 . Pour une interface lisse (i.e., $\alpha_1 = \sigma_1 = 0$), étant donnés une réflectance achromatique $R_{01} \in [0, 1[$ et l'indice de réfraction du milieu ambiant η_0 , l'indice η_1 est obtenu par inversion de l'équation de Fresnel à incidence normale (c'est-à-dire l'équation 3.1 avec $\kappa_1 = 0$). Cela mène à deux racines :

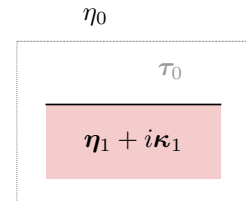
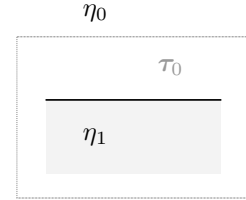
$$\eta_1 = \eta_0 \left(\frac{1 - \sqrt{R_{01}}}{1 + \sqrt{R_{01}}} \right) \quad \text{ou bien} \quad \eta_0 \left(\frac{1 + \sqrt{R_{01}}}{1 - \sqrt{R_{01}}} \right). \quad (4.1)$$

Lorsque $\eta_0 = 1$, seule l'une des deux racines est considérée, c'est-à-dire $\eta_1 > 1$. Toutefois, en augmentant η_0 , la plus petite des racines devient « valide » lorsque $\eta_0 > \frac{1+\sqrt{R_{01}}}{1-\sqrt{R_{01}}}$. Elles sont comparées en figure 4.1a où la plus petite est illustrée par une ligne pointillée, ainsi qu'en figure 4.2a, où leurs apparences sont confrontées sur un rendu. Nous imposons de plus que les indices de réfraction soient inférieurs à η_{max} , que nous fixons arbitrairement à $\eta_{max} = 4$ pour des raisons d'illustration dans ce manuscrit. Il en résulte que R_{01} doit aussi être limité à une valeur maximale, simplement obtenue par l'équation 3.1 avec $\kappa_1 = 0$ et $\eta_1 = \eta_{max}$. Nous avons sélectionné des valeurs de R_{01} dont la solution est dans ces bornes en figure 4.1a. Les configurations invalides sont systématiquement visualisées par des zones hachurées.

Une configuration à une seule couche peut aussi avoir une réflectance colorée \mathbf{R}_1 quand elle se trouve dans un milieu (d'indice η_0) différent de l'air, grâce à la profondeur optique colorée τ_0 de celui-ci. Dans ce cas, $\mathbf{R}_1 := e^{-2\tau_0} R_{01}$ et les étapes de l'inversion sont les suivantes.

- Tout d'abord, une attention particulière est portée au calcul de η_1 , qui doit être achromatique. Une solution simple consiste à utiliser le canal de couleur où la réflectance \mathbf{R}_1 est maximale à la place de R_{01} dans l'équation 4.1.
- La réflectance R_{01} est ensuite calculée grâce à l'équation de Fresnel (éq. 3.1).
- Enfin, l'absorption colorée τ_0 est obtenue en inversant la loi de Beer-Lambert-Bouguer : $\tau_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{R_{01}}{R_1}$.

Conducteurs. Dans le cas où la couche est conductrice, deux paramètres doivent être retrouvés : η_1 et κ_1 correspondant aux parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction. Bien qu'un conducteur soit coloré, chaque canal de couleur peut être traité indépendamment. Dans la suite, nous notons R_{01} la réflectance d'un canal arbitraire.



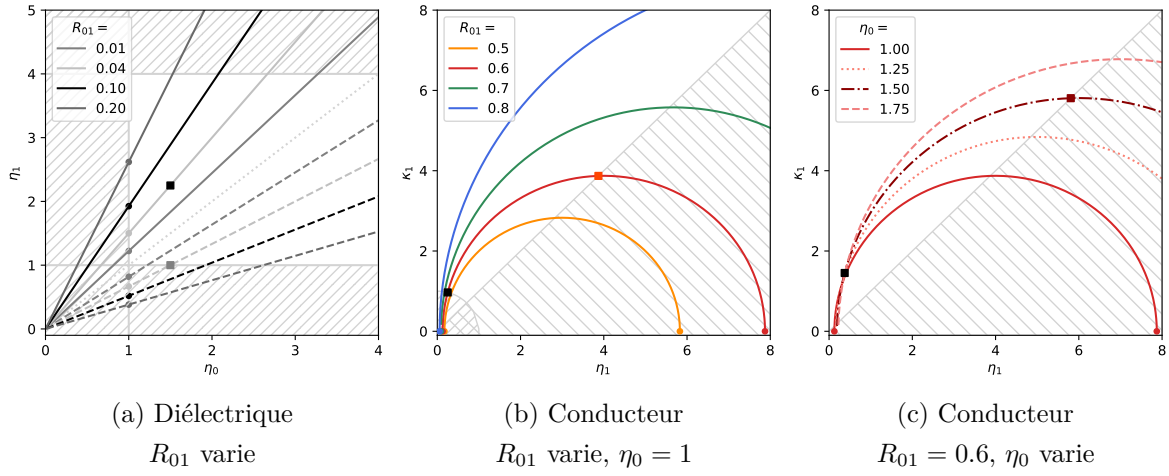


Figure 4.1 – Classe d'équivalence d'un lobe issu d'une couche lisse de réflectance à incidence normale R_{01} fixée dans un milieu ambiant d'indice de réfraction η_0 . Les paramètres physiques retrouvés sont η_1 pour les diélectriques (a) et (η_1, κ_1) pour les conducteurs (b,c). Les points indiquent les configurations diélectriques dans l'air. Les carrés indiquent les configurations retenues pour les rendus en figure 4.2(a-c).

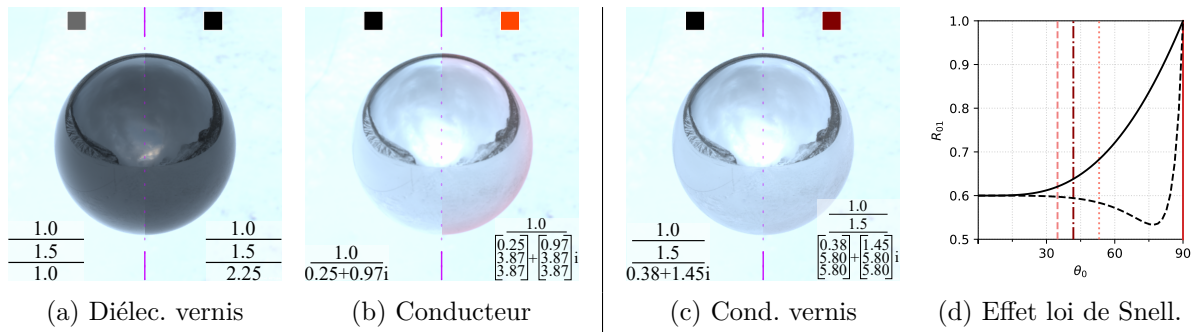


Figure 4.2 – Rendus comparant deux éléments d'une classe d'équivalence (gauche/droite) pour une réflectance à incidence normale de (a) $R_{01} = 0.04$ pour les diélectriques, (b,c) $R_{01} = 0.6$ pour les conducteurs. En (a), nous ajoutons un vernis transparent, il existe alors deux solutions diélectriques physiquement réalistes lorsque η_0 est suffisamment élevé. En (b), nous montrons un conducteur dans l'air avec une teinte rouge aux bords (équivalent aux travaux de Gulbrandsen [Gul14]). Nous ajoutons un vernis transparent en (c), tout en préservant la réflectance à incidence normale (manuellement, voir en section 5.2 pour une solution automatique). La teinte aux bords (moitié droite) devient beaucoup plus subtile. Cela s'explique par la loi de Snell, illustrée en (d), qui restreint le domaine des angles pour la réflectance de Fresnel sur la base (barres verticales, légende identique à la figure 4.1c).

Gulbrandsen [Gul14] a décrit la classe d'équivalence correspondante dans l'air. Pour cela, il inverse l'équation de Fresnel (éq. 3.1) à incidence normale, pour obtenir la valeur de κ_1 :

$$\kappa_1 = \eta_0 \sqrt{\frac{R_{01} \left(\frac{\eta_1}{\eta_0} + 1 \right)^2 - \left(\frac{\eta_1}{\eta_0} - 1 \right)^2}{1 - R_{01}}}. \quad (4.2)$$

Toutefois, pour une valeur de réflectance à incidence normale R_{01} donnée, il limite le domaine de η_1 à $\left[\eta_0 \frac{1-R_{01}}{1+R_{01}}, \eta_0 \frac{1+\sqrt{R_{01}}}{1-\sqrt{R_{01}}} \right]$. Le paramètre de teinte aux bords g , permet alors de parcourir cet ensemble, calculant ensuite κ_1 grâce à l'équation 4.2. L'effet de la variation de l'indice du milieu ambiant η_0 (fixé à $\eta_0 = 1$ dans les travaux de Gulbrandsen) est visualisé en figure 4.1c.

Dans notre approche, puisque nous distinguons clairement les diélectriques des conducteurs, nous devons éviter les configurations où κ_1 disparaît, illustrées par des points sur l'axe des abscisses en figure 4.1b. Pour cela, nous restreignons η_1 aux bornes suivantes :

$$\eta_{\max}^c = \eta_0 \frac{1 + R_{01} + \sqrt{6R_{01} - 1 - R_{01}^2}}{2(1 - R_{01})}, \quad (4.3)$$

$$\eta_{\min}^c = \eta_0 \frac{1 - R_{01}}{1 + R_{01}}. \quad (4.4)$$

La borne maximale est obtenue en imposant la contrainte physique $\kappa_1 \geq \eta_1$ (les calculs sont détaillés dans la note 4.1), qui est une condition de définition pour les conducteurs. Puisque la borne maximale η_{\max}^c peut être indéfinie dans l'équation 4.3, la réflectance doit au moins valoir $R_{01} > 3 - 2\sqrt{2} \approx 0.17$ afin que la racine offre une solution réelle. A l'opposé des diélectriques, les conducteurs ne peuvent donc pas produire de faibles réflectances. Concernant la borne minimale, nous avons choisi de nous appuyer sur la configuration où la teinte aux bords est maximale, dérivée par Gulbrandsen [Gul14].

Nous montrons les différences entre ces deux bornes sur une paire de rendus en figures 4.2b dans l'air ($\eta_0 = 1$) et 4.2c sous un vernis transparent ($\eta_0 = 1.5$). Dans ce dernier cas, la teinte colorée aux bords n'est que peu visible. Cela ne peut être expliqué par un changement des équations de Fresnel, qui dépendent uniquement du ratio $\frac{\eta_0}{\eta_1 + i\kappa_1}$. Dans notre exemple, elles donnent donc la même réflectance quelque soit η_0 car les équations 4.2 et 4.4 sont proportionnelles à η_0 . Le phénomène de disparition de la teinte aux bords s'explique plutôt par la loi de Snell dans ce cas. En effet, une portion plus restreinte de la courbe de Fresnel est atteignable lorsque η_0 augmente, symbolisée par les barres verticales en figure 4.2d. Ainsi, sur ce domaine de plus en plus restreint lorsque η_0 augmente, la différence entre les deux courbes noires diminue. Il en résulte que *la teinte aux bords disparaît presque sous un vernis*.

Illustration du concept de classe d'équivalence. Les concepts que nous utilisons dans notre approche peuvent être illustrés sur la méthode de Gulbrandsen. En effet, l'ensemble des couples (η_1, κ_1) qui donnent une certaine réflectance à incidence normale $r = R_{01}$ forment une classe d'équivalence. Le paramètre $g \in [0, 1]$ sert alors à parcourir cette classe, en garantissant

l'existence d'une solution. Par exemple, en figure 4.2c et d, le canal rouge (ligne pleine) représente une valeur de g différente des canaux vert et bleu, pour lesquels $g = 1$ (en pointillés). Cette classe d'équivalence contient donc des éléments dont la réflectance diffère aux angles rasants, permettant ces effets de couleur intéressants. Toutefois, il peut aussi arriver que les éléments soient très homogènes en terme d'apparence, lorsque R_{01} est élevé notamment. Comme décrit par Hoffman [Hof19], le paramètre g n'a alors que peu d'impact visuel.

4.1.2. Lobe issu de deux interfaces diélectriques

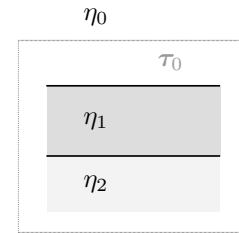
Nous étudions maintenant la production d'un lobe unique à partir d'une paire d'interfaces (figure 3.12b), et notons donc $\mathbf{R}_1 := \mathbf{R}_{02}$. La réflectance d'un lobe lisse issu de deux couches diélectriques est modélisée par l'équation d'ajout (éq. 3.2). Dans la suite de ce document, nous nous appuyons sur son inversion, donnée par :

$$R'_{12} = R_{12}e^{-2\tau_1} = \frac{R_{02} - R_{01}}{1 + (R_{02} - 2)R_{01}}, \quad (4.5)$$

où nous utilisons $R_{01} = R_{10} = 1 - T_{01} = 1 - T_{10}$ au cours de l'inversion. Dans la suite, nous augmentons progressivement la complexité du matériau, en considérant une absorption nulle, achromatique puis chromatique. Enfin, nous détaillons le cas spécifique d'une base conductrice.

Aucune absorption. Nous considérons tout d'abord $\tau_1 = 0$ par simplicité. Étant donné l'indice de réfraction du milieu ambiant η_0 , pour chaque valeur possible de η_1 , nous calculons :

- la réflectance de Fresnel de la première couche R_{01} (éq. 3.1) ;
- puis la réflectance de la couche de base R_{12} (éq. 4.5) ;
- et enfin, les racines η_2 (éq. 4.1).



La classe d'équivalence *non contrainte* résultante, notée \mathcal{E} est illustrée en figure 4.3a pour $\eta_0 = 1$. Puisque nous ignorons l'absorption, cette classe est une variété à une dimension dans un espace des paramètres physiques à deux dimensions.

Dans la figure 4.3a, les intersections avec la ligne verticale composée de tirets (où $\eta_1 = 1$) correspondent à la configuration à une seule couche, car $\eta_0 = 1$ est fixé. Les intersections de la classe d'équivalence avec la diagonale (où $\eta_1 = \eta_2$) correspondent aussi à ce cas. Les points A, C et E correspondent ainsi aux racines de l'équation 4.1. Enfin, les intersections avec la ligne pointillée noire horizontale (où $\eta_2 = \eta_0 = 1$) correspondent à une lamelle, ou *slab* en anglais.

Comme illustré en figure 4.3b, la diminution de la valeur de R_{02} provoque une rétraction de \mathcal{E} vers le point singulier (η_0, η_0) où $R_{02} = 0$, faisant effectivement disparaître les interfaces. Lorsque η_0 augmente, \mathcal{E} translate le long de la ligne diagonale, et augmente en taille, comme l'illustre la figure 4.3c. Ce décalage est cohérent avec la figure 4.1a, les deux racines η_1 étant proportionnelles à η_0 .

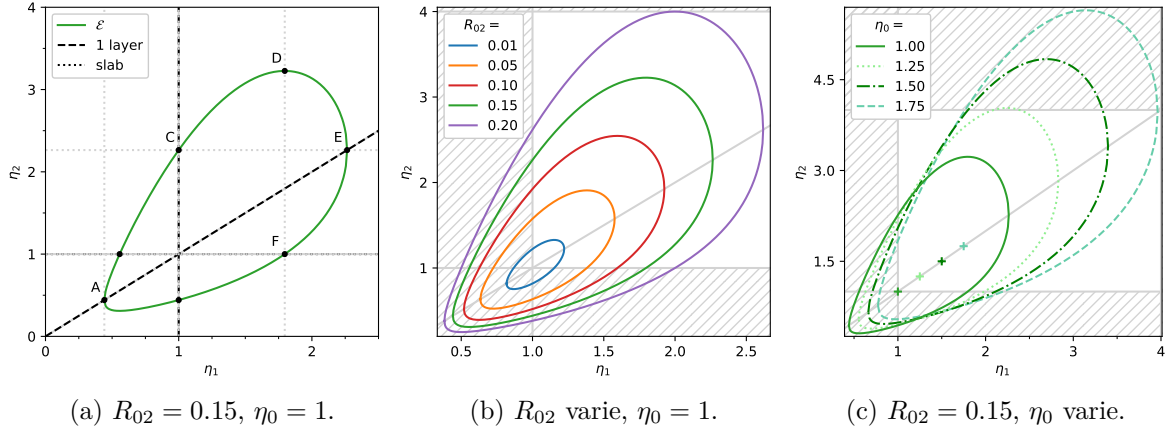


Figure 4.3 – Classe d’équivalence pour un lobe issu de deux couches (a) de réflectance à incidence normale fixée R_{02} , dans un milieu ambiant d’indice de réfraction η_0 . Les paramètres physiques considérés sont des paires (η_1, η_2) . (b) Diminuer R_{02} fait rétrécir la classe vers la configuration (η_0, η_0) . (c) Augmenter η_0 déplace les classes le long de la diagonale et les fait croître, augmentant potentiellement le nombre de configurations « invalides » (régions hachurées).

Cependant, tous les points sur l’isoligne \mathcal{E} ne sont pas atteignables sous nos hypothèses de travail, c’est-à-dire de matériau à l’état naturel. Par exemple, le point A de la figure 4.3a correspond à une configuration où les deux indices de réfraction sont inférieurs à 1. Ainsi, nous restreignons les indices (η_1, η_2) au domaine $[1, \eta_{\max}]^2$, ce qui a pour effet de borner \mathcal{E} dans les deux dimensions. Nous notons la classe d’équivalence résultante, qualifiée de *contrainte*, $\hat{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \cap [1, \eta_{\max}]^2$. Afin de parcourir la classe d’équivalence $\hat{\mathcal{E}}$, nous devons trouver un sous-ensemble \mathcal{N}_1 de valeurs de η_1 garantissant qu’il existe au moins un point atteignable dans $\hat{\mathcal{E}}$. Formellement, nous écrivons :

$$\mathcal{N}_1 = \{\eta_1 \mid \exists \eta_2, (\eta_1, \tau_1 = 0, \eta_2) \in \hat{\mathcal{E}}\}. \quad (4.6)$$

Pour certaines valeurs de R_{02} , la classe contrainte est vide : $\mathcal{N}_1 = \emptyset$. Ces configurations peuvent être évitées en bornant R_{02} grâce aux équations d’ajout (équ. 3.2) à partir des bornes de \mathcal{N}_1 . Le calcul pratique de \mathcal{N}_1 est détaillé dans le cas général d’interfaces rugueuses, au prochain chapitre, en section 5.1.2.

En comparaison d’un lobe produit par une seule couche, un lobe issu de deux couches permet d’atteindre de plus fortes réflectances tout en respectant les contraintes physiques que nous imposons. Par exemple, avec $\eta_{\max} = 4$, la réflectance maximale atteignable à incidence normale est respectivement 0.36 et 0.53 pour un lobe issu d’une ou deux couches. De plus, pour deux points dans une même classe d’équivalence $\hat{\mathcal{E}}$, la réflectance aux angles rasants peut différer. Ce résultat est visualisé en figure 4.4, montrant la différence de réflectance entre différents points de $\hat{\mathcal{E}}$ et la configuration à une seule couche (point E). La configuration *lamelle* (i.e., point F de la figure 4.3a) est celle qui maximise la réflectance aux angles rasants. En effet, dans ce

cas, les rayons rasants sur la première interface sont réfractés dans une direction qui *atteint l'angle critique*. La figure 4.6a compare sur un rendu les configurations à une ou deux couches donnant une même réflectance à incidence normale. Nous utilisons l'environnement **Glacier**, assez diffus, car il met en avant les différences aux angles rasants.

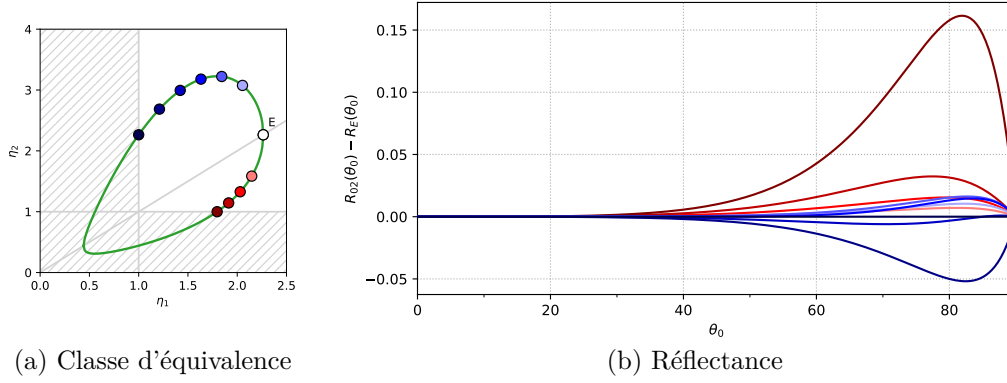


Figure 4.4 – Comparaison de la réflectance aux angles rasants pour différents points d'une même classe d'équivalence \mathcal{E} visualisée à gauche (a, $R_{02} = 0.15$, $\eta_0 = 1$). (b) Les courbes indiquent la différence de réflectance en chaque point avec la configuration à une seule couche (blanc). Aux angles rasants, la réflectance varie de manière non monotone le long de \mathcal{E} .

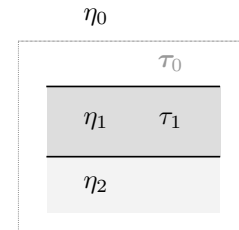
Absorption achromatique Nous considérons maintenant $\tau_1 > 0$ et achromatique. La classe d'équivalence non contrainte \mathcal{E} est calculée comme précédemment, excepté que cette fois R'_{12} est obtenu à la place de R_{12} dans l'équation 4.5, avec τ_1 un nouveau degré de liberté. La classe \mathcal{E} devient alors une variété à deux dimensions dans un espace des paramètres physiques à trois dimensions (cf. figure 4.5a).

Les bornes sur η_1 (i.e., les points A et E) sont préservées puisqu'elles correspondent à la configuration à une seule couche. Cet effet est mieux visualisé sur la figure 4.5b, où toutes les isolignes à τ_1 fixé ont la même projection sur l'axe η_1 .

Tout point qui se situe au-dessus ou en dessous de l'isoligne $\tau_1 = 0$ (en vert) et en dehors des régions hachurées correspond donc à une configuration physiquement réalisable. La figure 4.5c fournit une autre vue de \mathcal{E} avec différentes valeurs de R_{02} . Elle montre que τ_1 reste limité en magnitude par les contraintes sur les indices de réfraction. Par conséquent, nous n'avons pas besoin de limiter explicitement τ_1 . Pour naviguer dans la classe d'équivalence *contrainte* correspondante $\hat{\mathcal{E}}$, nous choisissons d'abord une paire (η_1, η_2) valide, puis en obtenons la valeur de τ_1 suivant l'équation 4.5 :

$$\tau_1 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{R_{12}}{R'_{12}} \right). \quad (4.7)$$

Afin de parcourir $\hat{\mathcal{E}}$, nous devons aussi trouver un sous-espace \mathcal{N}_2 des valeurs de η_2 qui garantisse



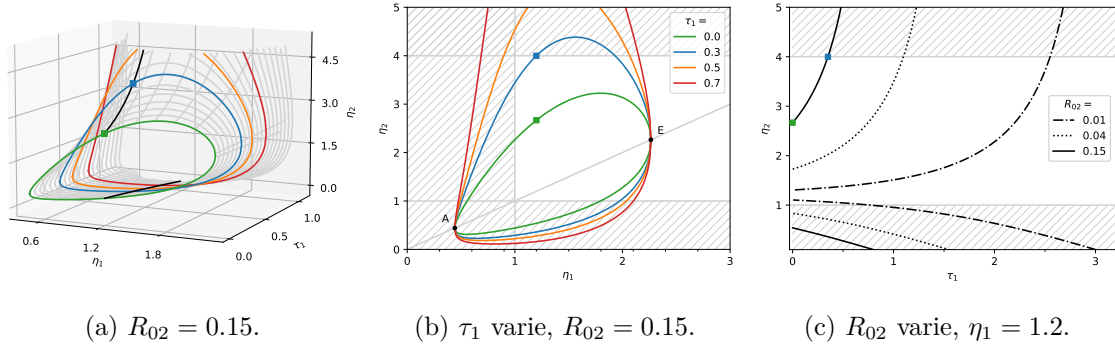


Figure 4.5 – Classes d'équivalence pour un lobe issu de deux couches diélectriques avec absorption (a) pour une réflectance à incidence normale R_{02} dans l'air ($\eta_0=1$). Les paramètres physiques considérés sont des triplets (η_1, τ_1, η_2) . Nous affichons la classe d'équivalence comme (a) une surface 3D, avec différentes coupes à τ_1 fixés en couleur, et une coupe à η_1 fixé en noir. Elles sont respectivement visualisées en (b) et (c). Nous montrons aussi (c) trois coupes à η_1 fixé pour différentes valeurs de R_{02} . Les carrés correspondent aux configurations des rendus en figure 4.6b.

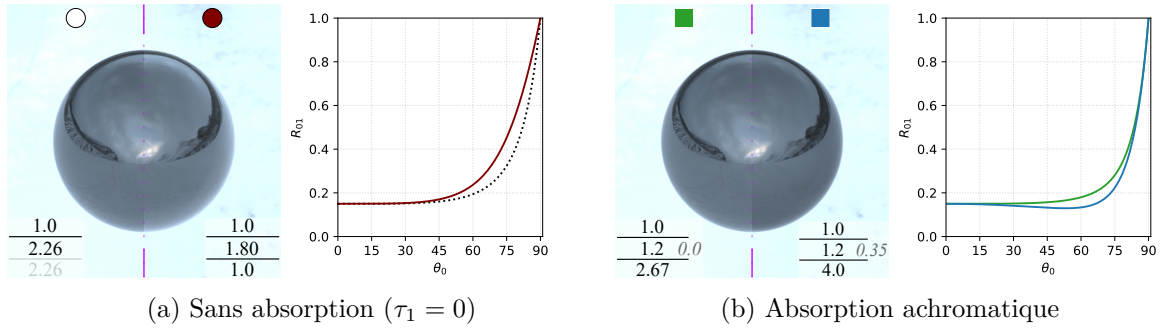


Figure 4.6 – Comparaison de deux éléments (gauche/droite) d'une même classe d'équivalence de réflectance à incidence normale $R_{02} = 0.15$. En (a), nous comparons deux paires d'indices correspondant aux configurations à une ou deux couches (point E / F). La moitié droite montre une réflectance plus forte à angles rasants. En (b), nous tenons compte de l'absorption achromatique τ_1 et comparons deux triplets de paramètres : la moitié droite est cette fois plus sombre en raison de l'absorption.

qu'il existe au moins un point dans la classe d'équivalence. Nous définissons formellement :

$$\mathcal{N}_2 = \{\eta_2 \mid \exists \tau_1 \geq 0, (\eta_1, \tau_1, \eta_2) \in \hat{\mathcal{E}}\}. \quad (4.8)$$

Les configurations avec de fortes valeurs de τ_1 ont une réflectance plus sombre aux angles rasants car les chemins lumineux parcourent de plus longues distances dans le milieu absorbant. Cet effet est illustré en figure 4.6b. Il est subtil dans le cas d'une absorption achromatique, mais beaucoup plus visible avec une absorption chromatique, comme décrit dans la section 4.1.2.

Ces différentes étapes sont regroupées dans l'algorithme 1. En raison des limites existantes sur R_{02} , τ_0 doit également être contraint à un sous-ensemble \mathcal{T}_0 donné par :

$$\mathcal{T}_0 = \max \left(0, \frac{1}{2} \ln \frac{[R_{\min}, R_{\max}]}{R_{02}} \right), \quad (4.9)$$

où R_{\min} et R_{\max} indiquent les limites de R_{02} . Concrètement dans le cas où la base est diélectrique, $\tau_{0\min} = R_{\min} = 0$. La réflectance R_{\max} est calculée en sélectionnant la valeur maximale de l'équation d'ajout (éq. 3.2) avec les arguments $(\eta_0, 1, \eta_{\max})$ et $(\eta_0, \eta_{\max}, 1)$.

Algorithme 1 : Inversion d'un lobe *lisse* et achromatique issu de deux couches.

Entrée : η_0, R_{02}

Sortie : $\hat{\mathcal{E}}$

$\hat{\mathcal{E}} = \emptyset$

Calculer \mathcal{T}_0

▷ éq. 4.9

pour tous les $\tau_0 \in \mathcal{T}_0$ **faire**

$R_{02} \leftarrow e^{2\tau_0} R_{02}$

 Calculer \mathcal{N}_1

▷ sct. 5.5

pour tous les $\eta_1 \in \mathcal{N}_1$ **faire**

 Calculer R_{01} à partir de (η_0, η_1)

▷ éq. 3.1

 Calculer R'_{12} en utilisant (R_{01}, R_{02})

▷ éq. 4.5

 Calculer \mathcal{N}_2

▷ déf. 4.8

pour tous les $\eta_2 \in \mathcal{N}_2$ **faire**

 Calculer R_{12} à partir de (η_1, η_2)

▷ éq. 3.1

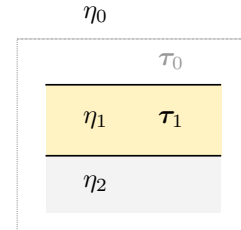
 Calculer τ_1 en utilisant (R_{12}, R'_{12})

▷ éq. 4.7

$\hat{\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{E}} \cup (\tau_0, \eta_1, \tau_1, \eta_2)$

Absorption chromatique. Nous traitons maintenant le cas général d'un empilement coloré, la réflectance du lobe \mathbf{R}_{02} donnée en entrée est alors spécifiée par canal de couleur. Dans le cas d'un lobe produit par deux couches diélectriques, la couleur est issue de l'absorption entre les couches uniquement.

Ainsi, la profondeur optique du milieu ambiant peut être colorée, $\tau_0 \in \mathcal{T}_0$, ce qui change uniquement la réflectance en entrée \mathbf{R}_{02} . Par contre, le fait que la profondeur optique τ_1 soit colorée est plus problématique. Nous avons une contrainte à résoudre : bien que τ_1 puisse différer par canal de couleur, les indices de réfraction diélectriques η_1 et η_2 doivent rester achromatiques. La classe d'équivalence finale satisfaisant ces contraintes est obtenue en réalisant l'intersection des classes *contraintes* pour chaque canal de couleur : $\hat{\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{E}}^R \cap \hat{\mathcal{E}}^G \cap \hat{\mathcal{E}}^B$. Un exemple est illustré en figure 4.7, où chaque classe d'équivalence contrainte est illustrée par la couleur du canal qu'elle représente et leur intersection $\hat{\mathcal{E}}$ en gris clair aux bords noirs. En pratique, la navigation dans cette classe d'équivalence contrainte est réalisée comme dans le cas achromatique. Les domaines des indices de réfraction sont simplement l'intersection de leur équivalent par canal de couleur : $\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_1^R \cap \mathcal{N}_1^G \cap \mathcal{N}_1^B$ et $\mathcal{N}_2 = \mathcal{N}_2^R \cap \mathcal{N}_2^G \cap \mathcal{N}_2^B$.



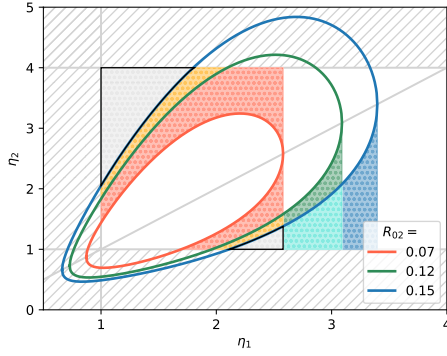


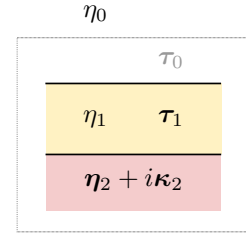
Figure 4.7 – Lorsque l’absorption est colorée, la classe d’équivalence $\hat{\mathcal{E}}$ est l’intersection (gris clair avec bords noirs) des classes contraintes par canal de couleur (représentées par leur couleur respective). Les lignes pleines indiquent les isolignes à $\tau_1 = 0$ pour chaque canal de couleur, ici dans le cas $\eta_0 = 1.5$.

Base conductrice Un lobe issu de deux couches dont la base est conductrice peut être rendu équivalent au cas diélectrique à incidence normale. L’indice de réfraction η_2 est alors remplacé par un indice de réfraction *coloré* équivalent $\tilde{\eta}_2$, qui n’est plus borné suivant η_{\max} .

Chaque canal de couleur de $\tilde{\eta}_2$ est calculé de manière indépendante. L’indice de réfraction complexe $\eta_2 + i\kappa_2$ de la base est alors simplement obtenu en naviguant dans la classe d’équivalence du conducteur (voir figure 4.1b) donnée par une réflectance $\frac{(\tilde{\eta}_2 - \eta_1)^2}{(\tilde{\eta}_2 + \eta_1)^2}$.

En pratique, c’est une procédure duale qui est implémentée. En effet, l’absorption τ_1 et l’indice de réfraction réel η_2 sont manipulés par l’utilisateur dans leur domaine de validité respectif et la valeur de κ_2 est calculée à l’aide de l’équation 4.2 à partir de R_{12} .

Dans ce cas, la profondeur optique τ_0 est calculée via l’équation 4.9 sur chaque canal, avec $R_{\min} = 0$ et $R_{\max} = 1$. En revanche, il faut s’assurer que le paramètre τ_1 choisi offre au moins une solution. Pour cela, il faut garantir que la réflectance de la base conductrice est suffisante, comme décrit en section 4.1.1. Le paramètre τ_1 est donc borné dans un domaine similaire à celui défini pour τ_0 (déf. 4.9), avec cette fois l’argument $R_{\min} = 3 - 2\sqrt{2}$.



Note 4.1 – Bornes des paramètres pour un lobe produit par une base conductrice

Par définition, la partie réelle de la permittivité relative complexe $\varepsilon_1 = \eta_1^2 - \kappa_1^2$ d'un conducteur est négative (voir page 745 [BWB⁺99]). Cela mène donc à la condition $\kappa_1 \geq \eta_1$, dont la validité est discutée en section 6.3.2. Par ailleurs, elle pourrait être supprimée, simplifiant ainsi la procédure qui suit.

À partir de cette condition, nous pouvons définir une borne supérieure η_{\max}^c . Elle est l'intersection de la classe d'équivalence du conducteur à R_{01} fixé (figure 4.1b) et de la ligne $\eta_1 = \kappa_1$. Ces contraintes mènent au polynôme de second ordre :

$$\begin{aligned} (1 - R_{01})\eta_1^2 &= R_{01}(\eta_1 + \eta_0)^2 - (\eta_1 - \eta_0)^2 \\ 2(R_{01} - 1)\eta_1^2 + 2\eta_0\eta_1(R + 1) + (R - 1)\eta_0^2 &= 0 \\ \Delta &= 4\eta_0^2(6R_{01} - R_{01}^2 - 1) \end{aligned}$$

Il a une solution lorsque $6R_{01} - R_{01}^2 - 1 > 0$ i.e. $R_{01} > 3 - 2\sqrt{2}$, indépendamment de η_0 . La solution finale η_{\max}^c est obtenue en considérant la racine la plus élevée du polynôme. Nous pouvons aussi considérer borner κ à une valeur arbitraire κ_{\max} , en particulier nous avons fixé $\kappa_{\max} = 6$. Considérant un conducteur $\eta_{\max} + i\kappa_{\max}$ dans un milieu ambiant η_0 , dont la réflectance à incidence normale vaut R_{01} , alors η_{\max} est obtenu en inversant l'équation de Fresnel (éq. 3.1). La borne est donc racine du polynôme :

$$\eta_{\max}^2 + 2\eta_0\eta_{\max}\frac{R_{01} + 1}{R_{01} - 1} + \eta_0^2 + \kappa_{\max}^2 = 0,$$

équivalent à :

$$\eta_{\max} = \frac{\eta_0(1 + R_{01}) - \sqrt{4\eta_0^2 R_{01} - (R_{01} - 1)^2 \kappa_{\max}^2}}{1 - R_{01}}.$$

4.2. Résultats

Si nous sélectionnons plusieurs matériaux d'une même classe d'équivalence, ils produisent la même réflectance à incidence normale. Toutefois, ils peuvent différer en s'éloignant de l'incidence normale ($\theta_0 \neq 0$), comme nous l'avons observé précédemment sur les rendus des figures 4.2 et 4.6. Le parcours d'une classe d'équivalence permet d'isoler et d'explorer les variations potentielles d'apparence autour des angles rasants. En figure 4.8 et 4.9, nous comparons deux paires de matériaux multicouches provenant d'une même classe d'équivalence. Nous utilisons l'environnement lumineux *Uffizi*, sa « source » de lumière large et rectangulaire permettant de bien visualiser les effets aux angles rasants.

La figure 4.8 illustre le cas d'un lobe issu de deux couches diélectriques. Les différences d'apparence sont très subtiles dans le cas achromatique, et deviennent plus notables dès lors que l'absorption est colorée. Le matériau acquiert dans ce cas une teinte violette aux angles rasants (carrés violets). Ce comportement est d'ailleurs identique, que l'empilement soit lisse ou qu'il contienne des interfaces rugueuses. Ce dernier cas fait l'objet du prochain chapitre.

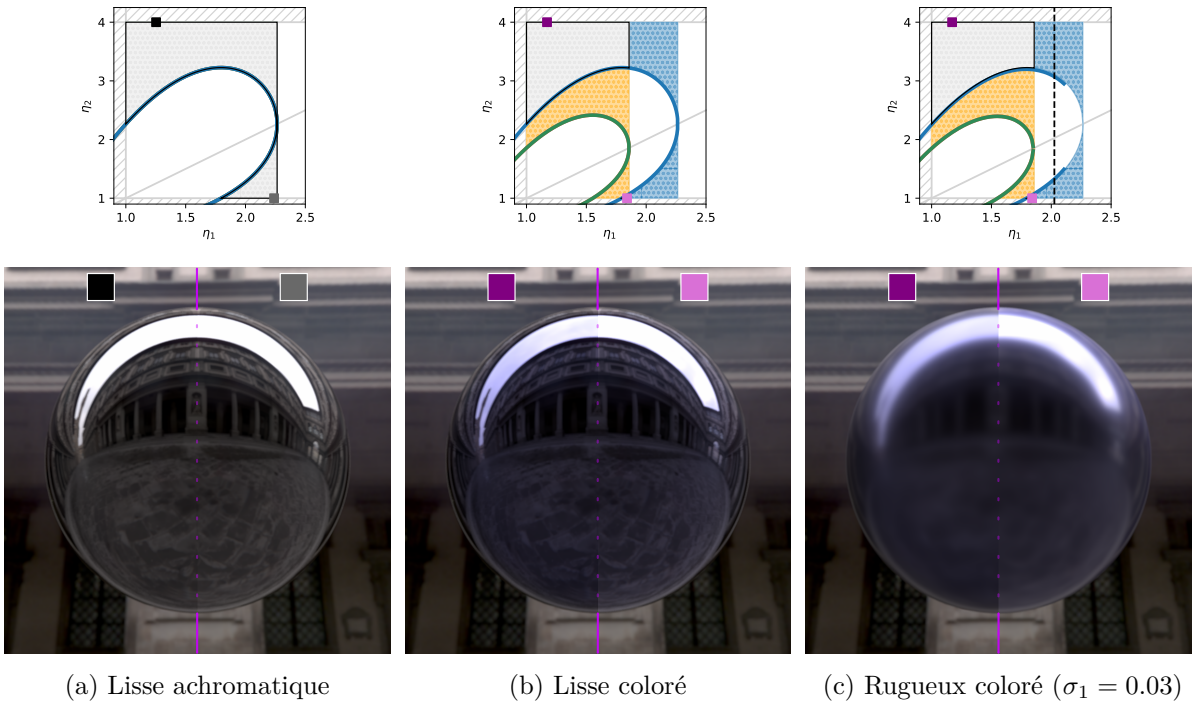


Figure 4.8 – La navigation dans une classe d'équivalence permet d'explorer les effets aux angles rasants de manière isolée. Pour chaque image, nous comparons deux éléments à deux couches de la classe d'équivalence (en haut), avec une valeur forte (carré sombre) ou faible (carré clair) de τ_1 . Les différences (gauche/droite) sont subtiles (a) lorsque le matériau est lisse et achromatique ($R_1 = 0.15$). Pour les configurations (b,c) colorées ($\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$), elles apparaissent aux angles rasants par la présence/absence de teinte violette, (c) indifféremment de la rugosité (détaillée au chapitre 5).

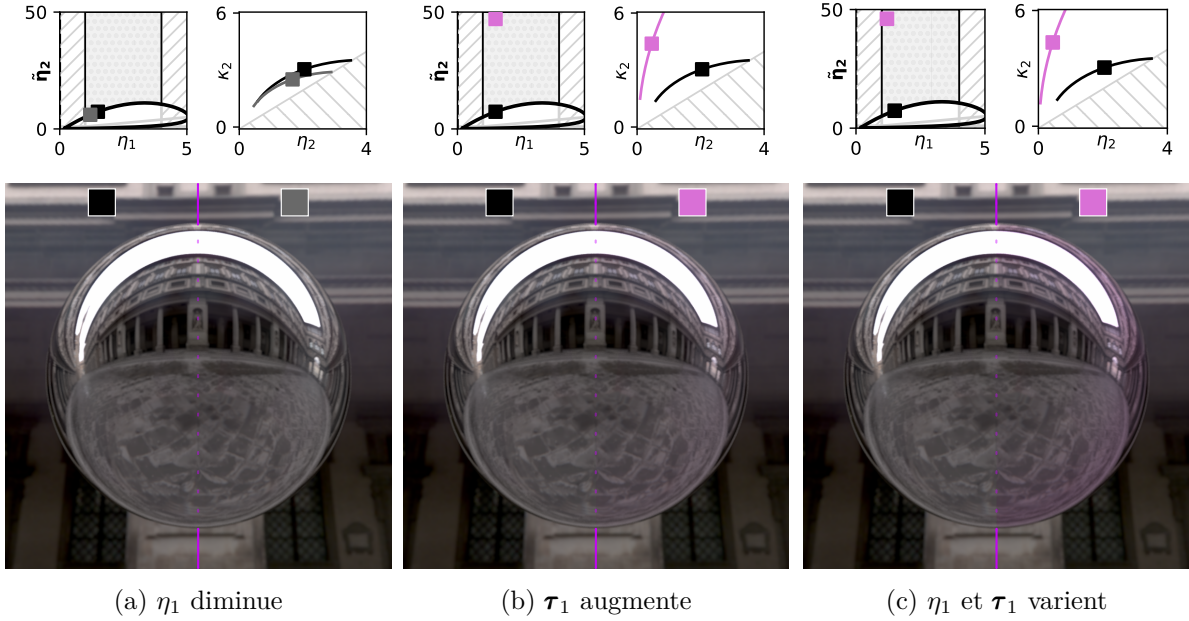


Figure 4.9 – Dans une classe d’équivalence conductrice, la teinte aux bords est plus apparente pour les faibles valeurs de η_1 et pour τ_1 élevé. Sur chaque image, nous comparons une paire de lobes produits par deux couches dont la base est conductrice, de la même classe d’équivalence ($R_1 = 0.45$, $\sigma_1 = 0.03$). Chaque comparaison est réalisée par rapport à la même configuration (carré noir). En (a), une valeur inférieure de η_1 (carré gris) mène à une différence peu notable (moitiés droite/gauche). En (b), nous augmentons τ_1 sur le canal vert uniquement, faisant apparaître une teinte rosée aux bords (carré rose). En (c), nous appliquons ces variations de η_1 et τ_1 conjointement, renforçant ainsi la teinte aux bords.

En figure 4.9, nous parcourons la classe d’équivalence d’un lobe issu de deux couches dont la base est conductrice. Dans ce cas, la classe d’équivalence est représentée différemment car elle contient une dimension supplémentaire. La première classe d’équivalence n’est pas bornée verticalement puisque l’indice effectif $\tilde{\eta}_2$ est utilisé. La seconde classe représente l’indice de réfraction complexe, dans laquelle nous choisissons systématiquement la configuration centrale puisque les variations que nous avons observées y sont extrêmement subtiles (similairement à la figure 4.2c). Nous avons sciemment choisi une énergie achromatique à incidence normale pour mieux visualiser la teinte colorée aux angles rasants. Comparé au matériau de référence (carré noir), les variations suivant η_1 produisent des différences extrêmement subtiles (carré gris), alors que les variations de τ_1 font apparaître une teinte rose aux angles rasants, plus prononcée dès lors que η_1 est diminué (carrés roses). La teinte est mieux perçue sur la figure 5.6 du prochain chapitre, équivalente à celle-ci mais avec une rugosité non nulle. En effet, ici la teinte se mélange aux variations de réflexion de l’environnement lumineux, plus difficile à isoler visuellement.

4.3. Discussion

Nous venons de présenter notre méthode inverse dans le cas d'un empilement de couches lisses. Nous proposons un ordre ainsi que des bornes pour choisir les paramètres physiques puis calculer le dernier, en l'occurrence la profondeur optique. Une extension à l'obtention de paramètres spectraux semble envisageable, comme détaillé en section 4.3.1. Bien que techniquement réalisable, l'extension à plus de deux couches lisses représente un intérêt limité, comme discuté en section 4.3.2. Notre méthode permet de manipuler directement la réflexion à incidence normale d'un empilement de couches. La transmission n'est actuellement pas considérée, ce qui est problématique lorsque le matériau est transparent. Ce contrôle n'est toutefois pas aisé, comme nous le présentons en section 4.3.3. De même, une manipulation directe de la réflectance aux angles rasants est une question difficile, abordée en section 4.3.4.

4.3.1. Obtention de paramètres spectraux

Nous pourrions étendre notre méthode à l'obtention de profondeurs optiques et indices de réfraction spectraux, qui ont plus de sens physique que leur équivalent RGB. Pour cela, la réflectance en entrée, ainsi que les autres paramètres actuellement donnés comme des vecteurs RGB doivent être spectraux. L'inversion peut ensuite être réalisée en calculant l'intersection des classes d'équivalence sur chaque canal. Toutefois, en laissant ainsi plus de degrés de liberté sur la réflectance d'entrée, la taille de la classe d'équivalence peut s'en trouver réduite, voire ne pas contenir de solution. Il faut donc un spectre dont les variations soient relativement lisses pour avoir des classes d'équivalences cohérentes. Puisqu'il n'est pas forcément souhaitable de fournir autant de données en entrée, une solution alternative serait de réaliser une conversion de ces données RGB vers le domaine spectral. Cette étape représente un domaine de recherche à part entière (e.g., [JH19]), car il existe plusieurs spectres qui mènent à une même réflectance, appelés *métamères*, surtout dès lors que l'éclairement est considéré.

4.3.2. Plus de deux couches par lobe

Notre méthode peut être étendue à un nombre plus important de couches par lobe, par analogie avec la méthodologie présentée dans ce chapitre. Cela permet d'augmenter la réflectance maximale de l'empilement à incidence normale ou encore les comportements extrêmes au niveau des angles rasants comme l'illustre la figure 4.10 (ignorant l'absorption dans les couches). Si on considère l'absorption, des variations plus importantes peuvent être observées aux angles rasants. Considérer qu'un lobe est produit par plus de deux couches implique de manipuler de plus nombreux paramètres physiques, par exemple η_1, η_2, η_3 ainsi que τ_1, τ_2 dans le cas à trois couches. La classe d'équivalence s'avère donc plus vaste à explorer manuellement. Un contrôle plus direct des angles rasants semble donc nécessaire pour mieux explorer cet espace, comme discuté en section 4.3.4. Dans notre expérience, l'inconvénient du grand nombre de paramètres

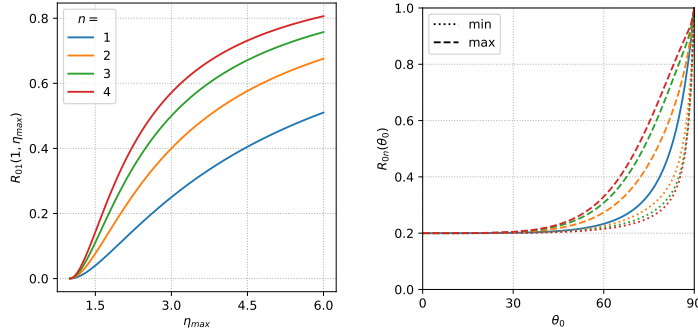


Figure 4.10 – En augmentant le nombre d’interfaces produisant un lobe n , (gauche) la réflectance maximale augmente, et (droite) les écarts potentiels aux angles rasants augmentent. L’absorption est ici ignorée.

physiques ne semble pas contrebalancé par des effets visuels majeurs, expliquant notre choix de se limiter à deux couches pour produire un lobe.

La problématique inverse est intéressante : elle consiste à simplifier le matériau afin de retrouver une configuration physique de réflectance similaire mais contenant moins de couches. Cette idée est analogue aux équations de similarité [ZRB14]. Ces dernières s’appliquent aux milieux diffusants paramétrés par un coefficient d’absorption, de diffusion et l’asymétrie de la fonction de phase, $\{\sigma_a, \sigma_s, g\}$, détaillés en section 1.2.3. À partir de ces paramètres physiques, elles calculent un second triplet qui donne une apparence similaire mais qui accélère la convergence du rendu. Dans notre cas, un nombre de couches moins élevé accélèrera aussi la convergence d’un rendu de Monte-Carlo. Une autre application à long terme peut concerner la fabrication, en offrant des configurations équivalentes dont les paramètres sont plus faciles à manufacturer.

4.3.3. Contrôle de la transmission

Notre méthode permet de contrôler la réflexion d’un empilement, alors que la transmission est obtenue comme effet de bord. La figure 4.11 illustre la différence d’apparence entre deux points d’une classe d’équivalence, dès lors que la transmission n’est pas ignorée. Néanmoins, il existe aussi des configurations pour lesquelles la différence n’est pas aussi flagrante. En effet, la réflectance R , la transmission T et l’absorption A d’un empilement quelconque sont liées par la relation $R + T + A = 1$. Ainsi, dans le cas où l’absorption est nulle : $T = 1 - R$. La réflectance R étant fixée à incidence normale au sein d’une classe, tous les éléments possèdent alors la même transmission T (cf. figure 4.12b). Deux éléments peuvent toutefois différer aux angles rasants, symétriquement à la réflexion précédemment illustrée en figure 4.4. La notion de classe d’équivalence garde donc son sens dans ce cas. Toutefois, dès lors que l’absorption est considérée ($A \neq 0$), alors $T = 1 - R - A$ diminue à incidence normale dès lors que A augmente en s’éloignant de l’isoligne $\tau_1 = 0$ (cf. figure 4.12c).

Par analogie avec la méthode inverse présentée, il est possible de déterminer une classe d’équivalence en transmission pour un lobe issu de deux couches, détaillée en note 4.2. Cependant,

il est plus difficile de contrôler réflexion et transmission à incidence normale simultanément. Le cas $R_{02} = 1 - T_{02}$ est simple car la classe d'équivalence correspond à l'isoline $\tau_1 = 0$. Dans le cas général, elle résulte de l'intersection entre les classes d'équivalence en réflexion et en transmission dont l'équation est donnée en note 4.2 pour un lobe issu de deux couches. Toutefois, aux valeurs de η_0 , R_{0n} et T_{0n} , il faut ajouter une contrainte supplémentaire : l'indice de réfraction du milieu de sortie η_n . La représentation utilisée actuellement n'est alors pas pratique car il faut y ajouter cette nouvelle contrainte, par exemple $\eta_2 = 1$ en figure 4.11.

Enfin, les contraintes en transmission ne peuvent être traitées comme celles sur la réflexion. En effet, le lobe transmis dépend de l'ensemble des couches, il ne peut donc être séparé en fonction des interfaces rencontrées aussi directement que le lobe réfléchi. Cette dépendance complique la mise en place d'une procédure itérative augmentant progressivement le nombre d'interfaces ou de lobes. De plus, l'extension d'une telle méthode au cas rugueux semble délicate puisque le modèle de Belcour est assez approximatif sur la transmission (voir section 2.4).

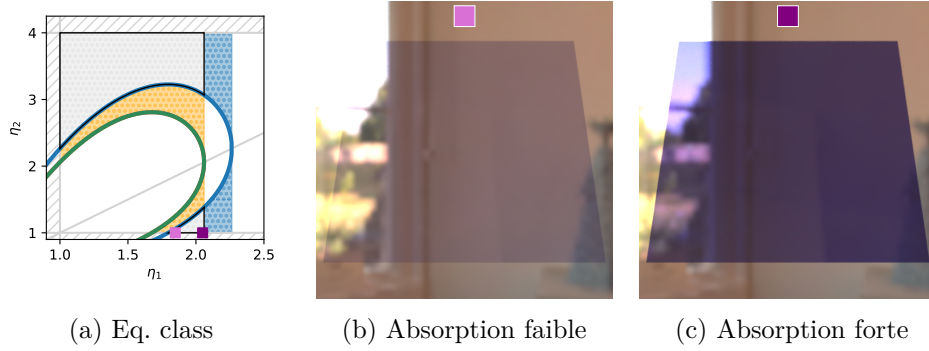


Figure 4.11 – Nous comparons deux ensembles de paramètres physiques (a) d'une classe d'équivalence ($\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$), pour un lobe issu de deux couches diélectriques. Bien que la réflexion soit identique et éditable, la transmission est obtenue comme effet de bord, dont l'apparence diffère entre (a) faible et (b) forte absorptions. Rendus réalisés avec le plugin `layered_dielectric` de Belcour.

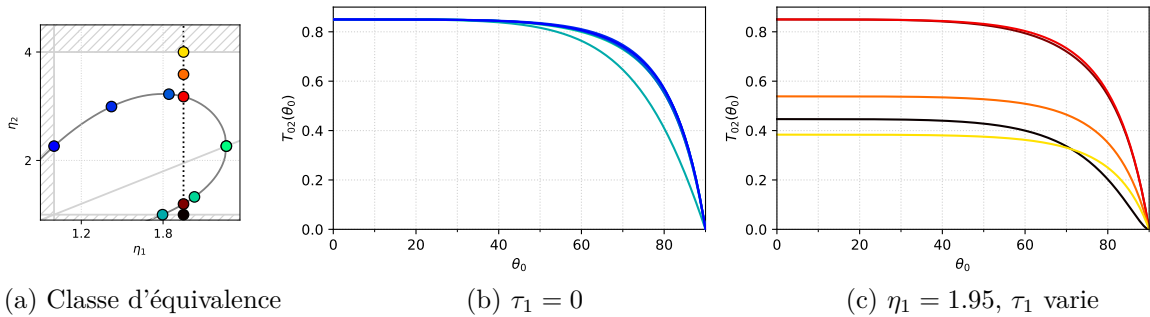


Figure 4.12 – La transmission à incidence normale d'un lobe issu de deux couches dont la réflectance est fixée (a, $R_{02} = 0.15$) est (b) constante sur l'isoline $\tau_1 = 0$ mais (c) varie lorsque η_1 est fixe. Sans absorption, (b) la transmission aux angles rasants varie symétriquement à la réflectance (cf. fig. 4.4.)

4.3.4. Contrôle des angles rasants

Nous nous sommes concentrés sur les propriétés des lobes à incidence normale, ce qui, rétrospectivement, semble raisonnable en raison des effets subtils aux angles rasants observés dans l'ensemble de nos résultats. En outre, c'est à incidence normale que le modèle de Belcour est le plus précis, comme nous l'avons vu au chapitre 2. Toutefois, la teinte aux angles rasants permet parfois de discriminer deux éléments d'une même classe. Notre méthode n'offre qu'un contrôle indirect de ces effets, par la navigation au sein de la classe d'équivalence. Dans cette section, nous détaillons les pistes étudiées pour offrir un contrôle plus direct de ces effets.

Nous avons montré en figure 4.4 que le comportement aux angles rasants le long de l'isoligne $\tau_1 = 0$ n'est pas linéaire. De plus, les variations ne sont pas identiques en fonction de la réflectance choisie. Il n'existe donc pas de parcours de cette isoligne qui permette, par analogie avec le paramètre g de Gulbrandsen, de contrôler la réflectance aux angles rasants.

Nous pourrions par exemple calculer une classe d'équivalence pour un autre angle θ_0 que l'incidence normale. Une difficulté apparaît du fait que tout autre angle que $\theta_0 = 0$ est alors affecté par la loi de Snell au passage d'un milieu. Ce changement dépend de l'indice de réfraction η_1 , que nous cherchons aussi à déterminer, si nous considérons une seule interface de réflectance R_{01} . En posant $\eta = \frac{\eta_1}{\eta_0}$, il faut donc inverser l'équation de Fresnel suivante, où chaque terme correspond à une polarisation :

$$R_{01} = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \theta_0 - \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_0}}{\cos \theta_0 + \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_0}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_0}/\eta^2 - \cos \theta_0}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta_0}/\eta^2 + \cos \theta_0} \right)^2 \quad (4.10)$$

Cependant, le choix d'un $R_{02}(\theta_0)$ pour contrôler une valeur spécifique aux angles rasants ne permet pas un contrôle global : il peut exister deux courbes de Fresnel avec la même valeur en un certain θ_0 mais qui diffèrent aux autres angles. Nous souhaiterions un contrôle similaire au paramètre g de Gulbrandsen, parcourant l'ensemble des configurations de la plus faible à la plus forte réflectance, dans l'idéal de manière linéaire. Pour ce faire, il est possible de déterminer les réflectances extrêmes de la classe d'équivalence, formant une *enveloppe*. De plus, elles peuvent être directement affichées en fonction de leur différence avec la configuration à une seule couche (point E). Toutefois, il ne suffit pas d'interpoler entre ces deux extrêmes pour trouver une courbe de Fresnel valide. En effet, en figure 4.13 nous illustrons la variation de position et valeur du maximum de différence entre une réflectance de Fresnel échantillonnée sur l'isoligne (encart) et le point E. Ce maximum ne varie pas de manière simple, ni similaire en fonction de la réflectance considérée. Ces variations, déjà compliquées lorsque l'on considère $\tau_1 = 0$, augmentent dès lors que l'absorption ou le nombre de couches augmente.

Finalement, une solution numérique semble la plus adaptée. Nous pourrions par exemple utiliser une base de fonctions pour parcourir l'espace des angles rasants. De manière analogue à nos travaux en collaboration avec Belcour [BBB20], une décomposition en base de fonctions grâce à une SVD permettrait d'obtenir quelques fonctions utiles à la représentation des données.

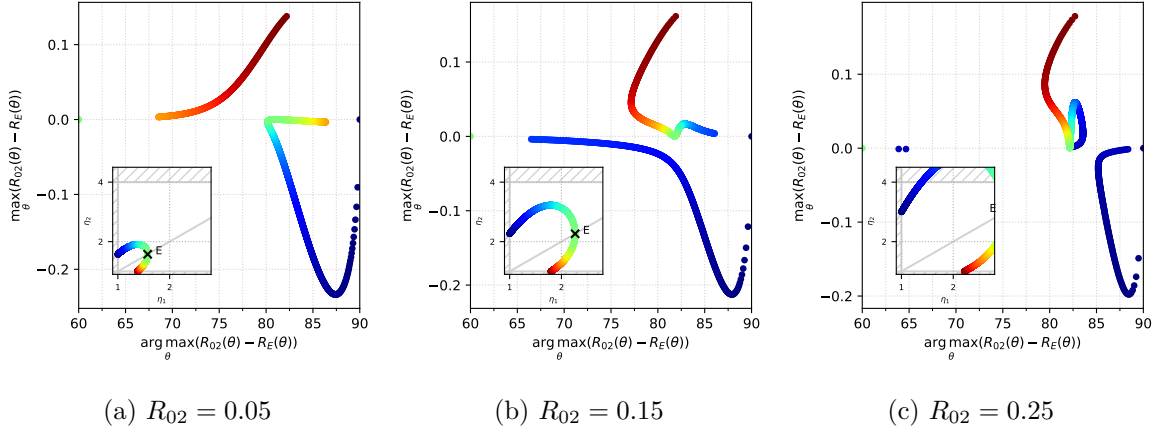


Figure 4.13 – Au sein de trois classes d'équivalence différentes, nous illustrons la variation de position et de valeur de l'écart maximal entre les courbes de Fresnel des configurations à une seule couche (point E) et deux couches (le long de l'isoligne $\tau_1 = 0$). Ce point varie différemment en fonction de la réflectance R_{02} qui augmente de gauche à droite.

Ensuite, en variant l'un des coefficients, nous pourrions parcourir les angles rasants, comme avec le paramètre g de Gulbrandsen. Il faut toutefois avoir peu de coefficients pour que ce contrôle soit pratique, et s'assurer que la courbe résultante corresponde bien à une réflectance atteignable physiquement. Enfin, il faut bien choisir les données d'entrées sur lesquelles appliquer la SVD.

4.4. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons présenté une procédure d'inversion permettant de contrôler la réflectance à incidence normale d'un empilement lisse. Cette information ne permet toutefois pas d'obtenir une configuration unique de paramètres physiques, mais plutôt une classe d'équivalence. Nous avons mené une étude analytique d'une telle classe dans le cas où l'empilement est composé d'une ou deux interfaces, qui nous permet de borner les paramètres physiques. Nous proposons un ordre pour choisir les paramètres dans leur domaine de validité puis calculons le dernier pour garantir une certaine réflectance à incidence normale. Nous avons montré qu'en parcourant une classe d'équivalence définie à incidence normale, il existe quelques éléments exhibant des différences aux angles rasants. Nous avons montré qu'un contrôle plus direct de ce comportement est difficile, de même que l'ajout de contraintes sur la transmission. Dans la suite, nous abordons la problématique plus générale d'empilements contenant des interfaces rugueuses.

Note 4.2 – Classe d'équivalence en transmission

Nous détaillons la classe d'équivalence à incidence normale en transmission d'un lobe issu de deux couches. La transmission est calculée grâce à l'équation d'ajout en transmission :

$$T_{02} = \frac{T_{01}T_{12} e^{-\tau_1}}{1 - R_{10}R_{12} e^{-2\tau_1}}. \quad (4.11)$$

Dans le cas où l'on souhaite contrôler la transmission plutôt que la réflexion, une fois η_1 et η_2 choisis, τ_1 est calculé en inversant l'équation d'ajout (4.11), solution du polynôme :

$$T_{02}e^{2\tau_1} - T_{01}T_{12}e^{\tau_1} + T_{02}R_{12}R_{01} = 0. \quad (4.12)$$

Cette classe d'équivalence est affichée en figure 4.14. L'isoligne $\tau_1 = 0$ est identique en réflexion et transmission, puisqu'elle correspond au cas $R_{02} = 1 - T_{02}$. Néanmoins, les configurations valides se projettent à l'intérieur de cette isoligne, et le domaine de validité de η_1 , \mathcal{N}_1 , dépend alors de τ_1 . Ces nouvelles bornes sont obtenues pour $\eta_1 = \eta_2$, inversant l'équation de Fresnel (éq. 4.1) avec $R_{02} = 1 - T_{02}e^{\tau_1}$. La valeur maximale de τ_1 est atteinte lorsqu'il n'y a aucune interface avec le milieu absorbant : $\tau_{max} = -\ln(T_{02})$. Toutefois, le contrôle de la transmission seule semble avoir des applications limitées. Il est plus logique de vouloir spécifier réflectance R_{02} et transmittance T_{02} simultanément. Les solutions correspondent alors à l'intersection des deux classes d'équivalence, qui n'est pas identique à l'intersection de leurs projections dans le plan (η_1, η_2) . En effet, il faut s'assurer que la valeur de τ_1 calculée coïncide dans les deux cas. Lorsque η_1 est choisi, les valeurs de τ_1 valides sont solutions du polynôme :

$$e^{2\tau_1}(R_{01} - R_{02}) - T_{02}T_{01}e^{\tau_1} + 1 + R_{01}(R_{02} - 2) = 0 \quad (4.13)$$

La valeur de η_2 est ensuite calculée en utilisant l'équation $R_{12} = \frac{(R_{02}-R_{01}) e^{-2\tau_1}}{1+(R_{02}-2)R_{01}}$ puis en inversant l'équation de Fresnel (4.1).

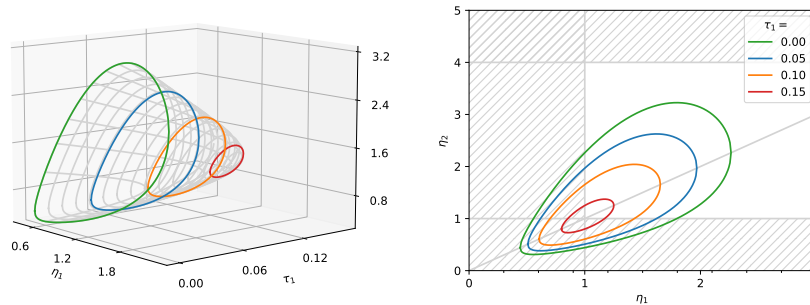


Figure 4.14 – Classe d'équivalence de transmission à incidence normale fixée, $T_{02} = 0.85$. L'isoligne $\tau = 0$ (en vert) est commune à la classe d'équivalence en réflexion $R_{02} = 1 - T_{02}$.

Chapitre 5.

Méthode inverse pour un empilement rugueux

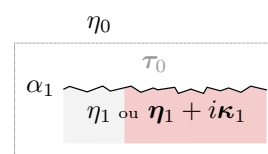
Nous souhaitons maintenant étendre la procédure présentée au chapitre précédent au cas d'un empilement contenant des interfaces rugueuses, avec pour objectif d'atteindre des apparences toujours plus variées. Pour cela, nous avons montré au chapitre 2 que le modèle de Belcour est un bon candidat. Il modélise les différentes composantes de la BRDF comme des lobes paramétrés par leur énergie et leur variance. Le calcul des énergies repose sur les équations d'ajout et Belcour dérive ses propres équations pour la variance. Dans ce chapitre, nous proposons donc de l'inverser, en s'appuyant sur la procédure décrite dans le cas lisse au chapitre précédent. Toutefois, plusieurs difficultés doivent être surmontées. Tout d'abord, les énergies et variances des lobes dépendent des mêmes paramètres physiques. Nous proposons donc un ordre de résolution de ces paramètres physiques, adaptant ainsi la navigation dans une classe d'équivalence lisse obtenue précédemment au cas rugueux, en section 5.1. Cette procédure permet ainsi de contrôler un lobe rugueux produit par deux couches physiques. Toutefois, contrairement aux empilements lisses, les empilements rugueux peuvent générer plusieurs lobes, distingués visuellement grâce à leurs différentes variances. Nous traitons donc le sujet de l'inversion de lobes multiples en section 5.2, d'un point de vue assez pratique. Enfin, nous discutons des différentes limites de l'approche liées à la rugosité en section 5.3.

5.1. Inversion d'un lobe unique

La procédure dérivée au chapitre précédent dans le cas d'un empilement de couches lisses peut être étendue au cas rugueux, et notamment la notion de classe d'équivalence. Comme précédemment, nous commençons par étudier un seul lobe isolé. Celui-ci peut être produit par une ou deux couches, faisant respectivement l'objet des sections 5.1.1 et 5.1.2.

5.1.1. Lobe produit par une couche

Nous considérons d'abord une seule interface par lobe et avons donc $\mathbf{R}_1 := \mathbf{R}_{01}$ et $\sigma_1 := \sigma_{01}^R$. Dans ce cas, la rugosité est simplement retrouvée à partir de la variance : $\alpha_1 = f^{-1}(\sigma_1)$.



Toutefois, une difficulté vient du fait que la réflectance à incidence normale dépend aussi de la rugosité, comme illustré en figure 5.1. Le terme FGD à incidence normale ($\theta_0 = 0$) y est tracé comme une fonction du ratio des indices de réfraction $\eta = \frac{\eta_1}{\eta_0}$ pour différentes valeurs de α . Il est à noter que dans l'air ($\eta_0 = 1$), $\eta > 1$ donc l'équation de Fresnel (éq. 3.1) reste valide comme l'indique la figure 5.1, et son inversion (éq. 4.1) aussi. Toutefois, pour $\eta < 1$, le terme FGD dépend de la rugosité α . Nous devons donc à la place inverser le terme FGD de manière numérique, qui mène une fois de plus à une ou deux racines valides.

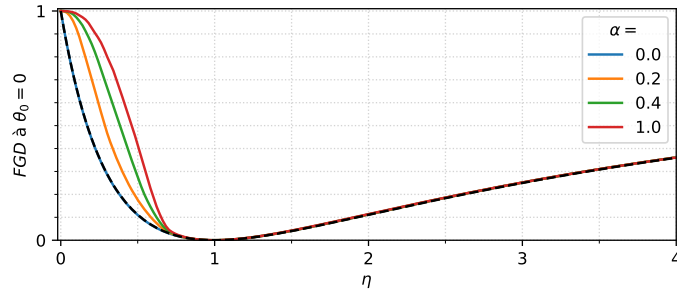


Figure 5.1 – Visualisation de la table FGD à $\theta_0 = 0$. L'équation de Fresnel 3.1, représentée en pointillés noirs, est une bonne approximation lorsque $\eta > 1$ et pour de faibles valeurs de α . Elle est trop incorrecte dès lors que $\eta < 1$ lorsque $\alpha > 0.1$.

Toutefois, lorsque la base est conductrice, nous n'avons pas trouvé d'impact de la rugosité sur l'énergie à incidence normale. Nous affichons une fois de plus la table FGD à différentes rugosités α en figure 5.2. L'espace étant de plus grande dimension, nous n'affichons que le bord du domaine, c'est-à-dire le long des contraintes $\kappa_1 = \eta_1$ et du cercle défini par Gulbrandsen. Ces couples ayant la plus faible valeur de κ_1 , ils sont les plus susceptibles de créer des différences. Ayant restreint le domaine de validité des paramètres physiques, nous n'observons pas d'impact significatif de la rugosité sur l'énergie et pouvons donc utiliser directement l'équation de Fresnel.

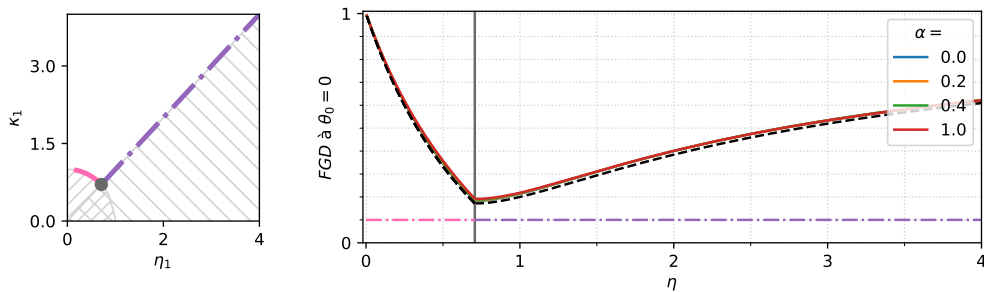
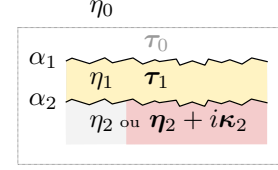


Figure 5.2 – Visualisation de la table FGD à $\theta_0 = 0$ dans le cas conducteur. Pour chaque η_1 , nous sélectionnons la valeur de κ_1 au bord du domaine (rose ou violet) et affichons la valeur de FGD correspondante à différentes rugosités α . Ayant restreint le domaine conducteur, la rugosité n'a pas d'impact significatif sur la réflectance.

5.1.2. Lobe issu de deux couches

Contrairement à la section précédente, nous nous retrouvons face au problème que R_1 et σ_1 sont tous deux affectés par les mêmes paramètres physiques, à savoir $\eta_1, \alpha_1, \tau_1, \eta_2 + i\kappa_2$ et α_2 (pour rappel, nous supposons que $\tau_0 = 0$). Cette dépendance est visible dans les équations d'ajout sur les réflectances (éq. 3.2) et sur les variances (éq. 3.6). Une solution afin de dissocier énergie et variance serait de présumer que la rugosité n'a aucun impact sur l'énergie à incidence normale. Cependant, ce n'est pas une hypothèse correcte, comme l'illustre la figure 5.1. Même si le milieu ambiant est l'air ($\eta_0 = 1$), nous ne pouvons garantir $\eta_1 > \eta_2$ dans l'empilement. Il faut alors de tenir compte de la rugosité α_2 dans le calcul de R_{12} , c'est-à-dire utiliser la table *FGD* au lieu des équations de Fresnel. En revanche, nous n'utilisons pas le terme *TIR* de Belcour pour des raisons techniques, que nous discutons en section 5.3.



Le principal défi d'une configuration diélectrique rugueuse issue de deux couches est de garantir qu'elle produise un *lobe unique* de variance désirée $\sigma_{02} > 0$ à incidence normale. Cela nécessite un choix approprié des rugosités des interfaces α_1 et α_2 , qui affectent également la façon dont l'énergie du lobe R_{02} est inversée pour obtenir des paramètres physiques.

Afin de *fusionner deux lobes en un seul* à incidence normale, nous imposons que $\sigma_{01}^R = \sigma_{02}$ dans l'équation d'ajout sur les variances (éq. 3.5). Il en résulte que la rugosité de l'interface du dessus est donnée par $\alpha_1 = f^{-1}(\sigma_{02})$. Cependant, puisque la rugosité affecte la réflectance, comme illustré en figure 5.1, une première modification de l'équation d'ajout inverse (éq. 4.5) est de calculer R_{01} à partir de α_1 .

Pour chaque valeur possible de η_1 , R_{01} est alors calculé à l'aide de la table *FGD*. Nous appliquons ensuite l'équation d'ajout inverse (éq. 4.5) pour obtenir la réflectance atténuée R'_{12} . La rugosité de l'interface de base $\alpha_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R)$ peut alors être calculée en inversant l'équation d'ajout de Belcour (éq. 3.6) :

$$\sigma_{12}^R = (1 - R_{10}R'_{12}) \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} (\sigma_{02} - \sigma_{10}^T) - \sigma_{01}^T \right) - R_{10}R'_{12}\sigma_{10}^R, \quad (5.1)$$

où l'ensemble des termes de variance sont définis par les opérateurs unitaires de Belcour (éq. 3.7). Pour compléter l'inversion des paramètres physiques, pour chaque valeur de η_2 , nous devons calculer R_{12} afin d'obtenir la valeur de τ_1 en évaluant l'équation 4.7. Une fois de plus, nous nous appuyons sur le terme *FGD*, remplaçant toutefois α_2 , par une variance effective $\alpha'_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R + \sigma_{01}^T)$, comme dans l'approche de Belcour. En effet, cette dernière tient compte de l'impact de la première interface sur la variance du lobe lumineux transmis.

Cette procédure mène à la classe d'équivalence contrainte \mathcal{E} , visualisée en figure 5.3 et comparée à la configuration lisse issue de deux couches (en noir). Afin d'obtenir la classe d'équivalence contrainte $\hat{\mathcal{E}}$, nous devons restreindre \mathcal{E} à des domaines de paramètres physiquement atteignables. Cela nécessite de s'assurer que $\sigma_{12}^R \geq 0$ en plus de la contrainte sur les indices

de réfraction. Pour une valeur de α_1 donnée, nous définissons un sous-ensemble de valeurs \mathcal{V} tel que $(\eta_1, \eta_2) \in \mathcal{V}$ produise une variance σ_{12}^R positive via l'équation d'ajout inverse sur la variance (éq. 5.1). La classe d'équivalence contrainte est donnée par $\hat{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \cap [1, \eta_{\max}]^2 \cap \mathcal{V}$. Malheureusement, nous n'avons pas trouvé de solution exacte pour \mathcal{V} . Toutefois, nous proposons une approximation en note 5.4, qui place une contrainte additionnelle $\eta_1 \leq \eta_{\max}^\sigma$, visualisée par la ligne pointillée verticale en figure 5.3. En pratique, nous utilisons cette contrainte pour restreindre le domaine \mathcal{N}_1 . Il est à noter que cette approximation n'est *pas conservative*. De ce fait, nous devons toujours nous assurer explicitement que $\sigma_{12}^R \geq 0$, mais la plupart des configurations invalides sont évitées. La procédure d'inversion pour trouver la classe $\hat{\mathcal{E}}$ dans le cas achromatique et diélectrique est résumé dans l'algorithme 2.

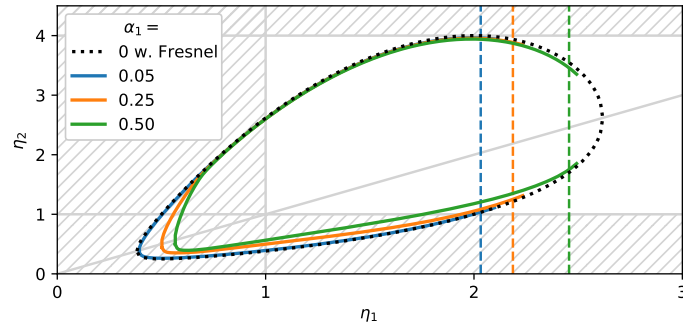
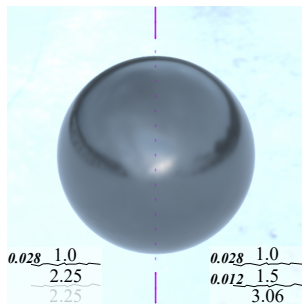
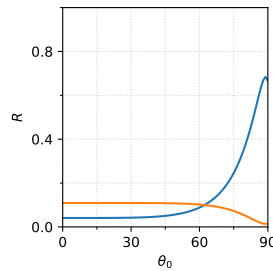


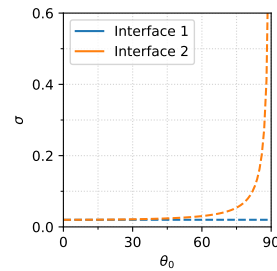
Figure 5.3 – Classe d'équivalence pour un lobe issu de deux couches diélectriques de variance $\sigma_1 = f(\alpha_1)$ et de réflectance $R_1 = R_{02} = 0.2$ à incidence normale dans l'air ($\eta_0 = 1$). Les paramètres physiques retrouvés sont $(\eta_1, \eta_2, \alpha_2)$. Lorsque la rugosité augmente, la classe dans le cas lisse (en pointillés noirs) est modifiée et peut être interrompue dès lors que $\alpha_2 < 0$. Nous approchons cette limite par une condition sur η_1 , illustrée par la ligne verticale composée de tirets.



(a) 1 ou 2 couches



(b) Énergies



(c) Variances

Figure 5.4 – Nous comparons deux éléments d'une même classe d'équivalence de réflectance et variance à incidence normale fixées, $R_{02} = 0.15$ et $\sigma_{02} = 0.02$. Les moitiés gauche / droite représentent un lobe produit par une ou deux couches respectivement. Elles sont presque indistinguables. Cela s'explique par une diminution de l'énergie du lobe de base (b, orange) aux angles rasants, ce qui masque l'augmentation de la variance (c, orange) en comparaison du lobe supérieur (en bleu).

Algorithme 2 : Inversion d'un lobe achromatique issu de deux couches diélectriques**Entrée** : $\eta_0, R_{02}, \sigma_{02}$ **Sortie** : $\hat{\mathcal{E}}$ $\alpha_1 = f^{-1}(\sigma_{02})$ ▷ avec $\sigma_{01}^R = \sigma_{02}$ $\hat{\mathcal{E}} = \emptyset$ Calculer \mathcal{T}_0

▷ éq. 4.9

pour tous les $\tau_0 \in \mathcal{T}_0$ **faire** $R_{02} \leftarrow e^{2\tau_0} R_{02}$ Calculer \mathcal{N}_1

▷ sct. 5.5

pour tous les $\eta_1 \in \mathcal{N}_1$ **faire** $R_{01} = FGD(\eta_1/\eta_0, \alpha_1)$ Calculer R'_{12} en utilisant (R_{01}, R_{02})

▷ éq. 4.5

 Calculer σ_{12}^R en utilisant $(\eta_0, \eta_1, R'_{12})$

▷ éq. 5.1

si $\sigma_{12}^R \geq 0$ **alors** $\alpha_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R)$ et $\alpha'_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R + \sigma_{01}^T)$ Calculer \mathcal{N}_2

▷ déf. 4.8

pour tous les $\eta_2 \in \mathcal{N}_2$ **faire** $R_{12} = FGD(\eta_2/\eta_1, \alpha'_2)$ Calculer τ_1 en utilisant (R_{12}, R'_{12})

▷ éq. 4.7

 $\hat{\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{E}} \cup (\tau_0, \alpha_1, \eta_1, \tau_1, \alpha_2, \eta_2)$

La classe d'équivalence contrainte $\hat{\mathcal{E}}$ est donnée pour des propriétés de lobe de BRDF à incidence normale. Aux angles rasants, les deux lobes issus de chaque interface peuvent ne plus fusionner en un seul. Néanmoins, comme l'illustre la figure 5.4 à gauche, les différences entre les configurations à une ou deux couches sont extrêmement subtiles près des bords de la sphère. La partie droite de la figure 5.4 fournit une explication à cette observation : concernant le lobe de base, *l'énergie diminue lorsque la variance augmente aux angles rasants*. Notre approche permet ainsi de reproduire un seul lobe de BRDF à partir de deux couches physiques. L'avantage d'un tel lobe comparé à son équivalent issu d'une seule couche n'est pas seulement qu'il permet un lobe plus intense mais aussi coloré (cf. figure 5.7 expliquée par la suite).

Milieux colorés. L'absorption dans les milieux permet l'apparition de couleurs et nécessite quelques ajustements. La profondeur optique du milieu ambiant peut être colorée, $\tau_0 \in \mathcal{T}_0$, ce qui change uniquement la réflectance en entrée R_{02} . En revanche, la coloration de la profondeur optique τ_1 est plus problématique. Tout d'abord, le terme R'_{12} est coloré dans l'équation d'ajout inverse (éq. 4.5). Il ne peut donc être directement utilisé pour obtenir la variance grâce à l'équation 5.1 puisque la rugosité α_2 et la variance associée σ_{12}^R doivent être scalaires. En pratique, nous choisissons le canal d'intensité maximale de R'_{12} . La variance du lobe σ_{02} désirée n'est alors atteinte que pour ce canal de couleur, les autres pouvant légèrement différer.

Navigation dans la classe d'équivalence contrainte. Précédemment, nous avons introduit la classe d'équivalence contrainte $\hat{\mathcal{E}}$ comme l'intersection de la classe *non* contrainte \mathcal{E} et de conditions sur les paramètres physiques. Ces conditions portent sur les indices de réfraction et la rugosité. La classe s'écrit ainsi $\hat{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \cap [1, \eta_{\max}]^2 \cap \mathcal{V}$.

Nous expliquons d'abord comment restreindre l'indice η_1 à un sous-ensemble \mathcal{N}_1 pour naviguer de manière directe dans $\hat{\mathcal{E}}$ en pratique. Ceci est réalisé en trois étapes (cf. fig. 5.5) :

1. Les deux points extrêmes A et E de \mathcal{E} sont projetés sur l'axe horizontal, menant à un premier intervalle $\mathcal{I}_1 = [\eta_1^A, \eta_1^E]$. Lorsque notre approximation est utilisée pour \mathcal{V} , \mathcal{I}_1 peut être restreint à $[\eta_1^A, \eta_{\max}^\sigma]$ si $\eta_{\max}^\sigma < \eta_1^E$, illustré en figure 5.5 à gauche (en violet).
2. Le second intervalle à considérer correspond simplement aux limites sur l'indice de réfraction : $\mathcal{I}_2 = \mathcal{N} = [1, \eta_{\max}]$, illustré en figure 5.5 au centre.
3. L'indice de réfraction doit aussi être borné suivant l'axe vertical (i.e., $\eta_2 \in \mathcal{N}$) dans le cas diélectrique. Comme le montre la figure 5.5 à droite, nous intersections \mathcal{E} avec la ligne $\eta_2 = 1$ ce qui produit deux points d'intersection P_1 et Q_1 . De manière analogue, nous calculons les points d'intersection P_{\max} et Q_{\max} de \mathcal{E} avec la ligne $\eta_2 = \eta_{\max}$. Le troisième intervalle est alors obtenu en projetant ces points sur l'axe horizontal : $\mathcal{I}_3 = [\eta_1^A, \max(\eta_1^{P_1}, \eta_1^{P_{\max}})] \cup [\min(\eta_1^{Q_1}, \eta_1^{Q_{\max}}), \eta_1^E]$.

L'intervalle final est l'intersection des trois : $\mathcal{N}_1 = \mathcal{I}_1 \cup \mathcal{I}_2 \cup \mathcal{I}_3$ (voir en bas de la figure 5.5).

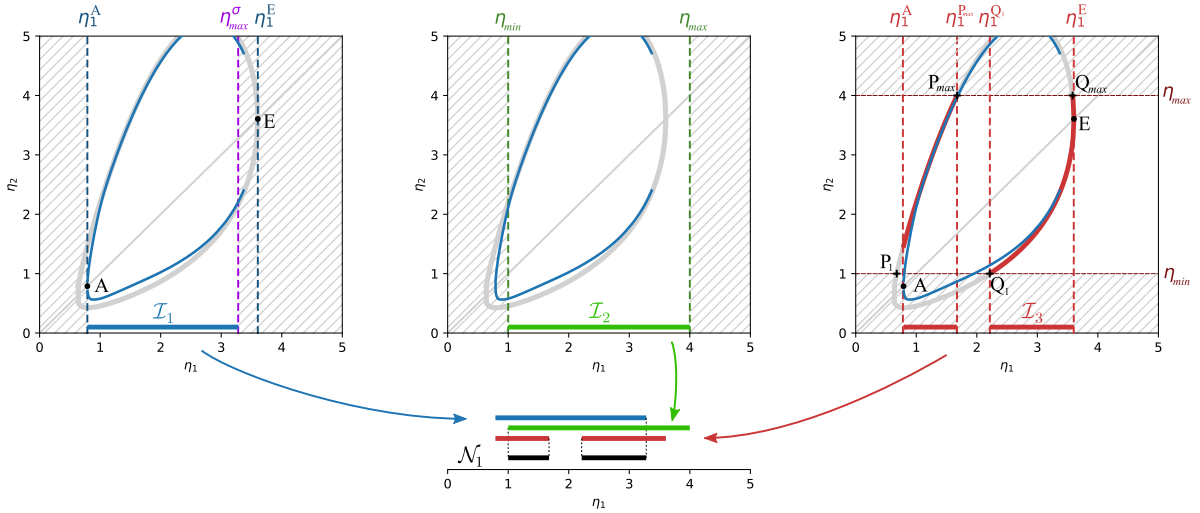


Figure 5.5 – Le domaine restreint \mathcal{N}_1 est obtenu par intersection de trois intervalles sur l'axe η_1 : \mathcal{I}_1 (gauche, en bleu), obtenu en projetant la classe d'équivalence non contrainte \mathcal{E} sur l'axe horizontal ; \mathcal{I}_2 (centre, en vert) qui correspond aux bornes sur l'indice de réfraction (i.e., \mathcal{N}) ; et \mathcal{I}_3 (droite, en rouge) obtenu en contraignant l'indice de réfraction η_2 au domaine \mathcal{N} . La dernière étape est la plus complexe, car elle peut engendrer un domaine disjoint. A cette étape, nous calculons les intersections avec la version *lisse* de la classe d'équivalence (en gris clair), une approximation conservative.

Les limites de l'indice η_1^A et η_1^E de l'étape 1 sont obtenues en inversant directement le terme FGD (par dichotomie), car ils correspondent au cas d'un lobe issu d'une seule couche diélectrique. En revanche, les limites de l'indice $\eta_1^{P_{1,\max}}$ et $\eta_1^{Q_{1,\max}}$ à l'étape 3 nécessitent des calculs supplémentaires. Ils sont obtenus en inversant l'équation d'ajout (éq. 4.5) avec $\tau_1 = 0$, la réflectance R_{02} et l'indice de réfraction η_0 étant donnés. Après simplifications, cela mène aux solutions :

$$\eta_1^P = \eta_\star - \sqrt{\eta_\star^2 - \eta_0\eta_2}, \quad (5.2)$$

$$\eta_1^Q = \eta_\star + \sqrt{\eta_\star^2 - \eta_0\eta_2}, \quad (5.3)$$

où $\eta_\star = \frac{2\eta_0\eta_2}{(\eta_0+\eta_2)(1-R_{02})}$, et $\eta_2 \in \{1, \eta_{\max}\}$. Dans le cas où aucune intersection n'est trouvée, nous positionnons la contrainte horizontale en haut ou en bas de la classe d'équivalence, c'est-à-dire suivant la valeur minimale ou maximale de η_2 .

Une fois le paramètre $\eta_1 \in \mathcal{N}_1$ choisi, nous devons alors identifier un sous-ensemble de valeurs de η_2 valides, appelé \mathcal{N}_2 . Elle se situe en dessous et au-dessus de la classe d'équivalence contrainte $\hat{\mathcal{E}}$. Tout d'abord, nous calculons la paire de points d'intersection entre \mathcal{E} et la ligne verticale positionnée à η_1 , menant à la paire d'indices $\{\eta_2^-, \eta_2^+\}$. Cette étape est une fois de plus réalisée en inversant le terme FGD . Alors, nous avons simplement $\mathcal{N}_2 = \mathcal{N} \setminus [\eta_2^-, \eta_2^+]$.

Nous revenons sur le calcul de ces domaines plus en détail au chapitre 6, notamment nous illustrons l'impact de l'approximation $\sigma_1 = 0$ dans le calcul de la dernière étape de la figure 5.5.

5.1.3. Résultats

Nous venons d'étendre le concept de classe d'équivalence au cas d'empilements rugueux. Le comportement d'un lobe issu de deux couches est similaire qu'il soit rugueux ou non. En figure 5.6, nous reproduisons la figure 4.9 du chapitre précédent, observant ainsi les mêmes effets de teinte aux bords. Cependant, il est à noter que l'indice de réfraction η_1 est cette fois plus contraint qu'auparavant. La classe d'équivalence lisse est représentée en pointillés, la rugueuse en trait plein et nous approchons son interruption par la ligne verticale composée de tirets.

Des changements d'apparence plus spectaculaires se produisent lorsqu'un matériau est poussé hors de sa classe d'équivalence initiale. Grâce à notre méthode inverse, cette action est facilement réalisable en modifiant les paramètres d'entrée R_1 et σ_1 du lobe, tandis que les paramètres physiques sont calculés automatiquement de sorte à produire l'apparence souhaitée. La figure 5.7 montre l'exemple d'un lobe diélectrique issu de deux couches, rendu dans l'environnement **Ennis**. Lorsque la saturation de la couleur ou la rugosité du matériau sont manipulés, les paramètres physiques des deux couches sont automatiquement mis à jour, pour produire un lobe unique. L'intérêt d'une telle approche inverse apparait dès lors qu'elle est comparée à la manipulation directe des paramètres physiques, illustrée en préambule de cette analyse (fig. 3.1).

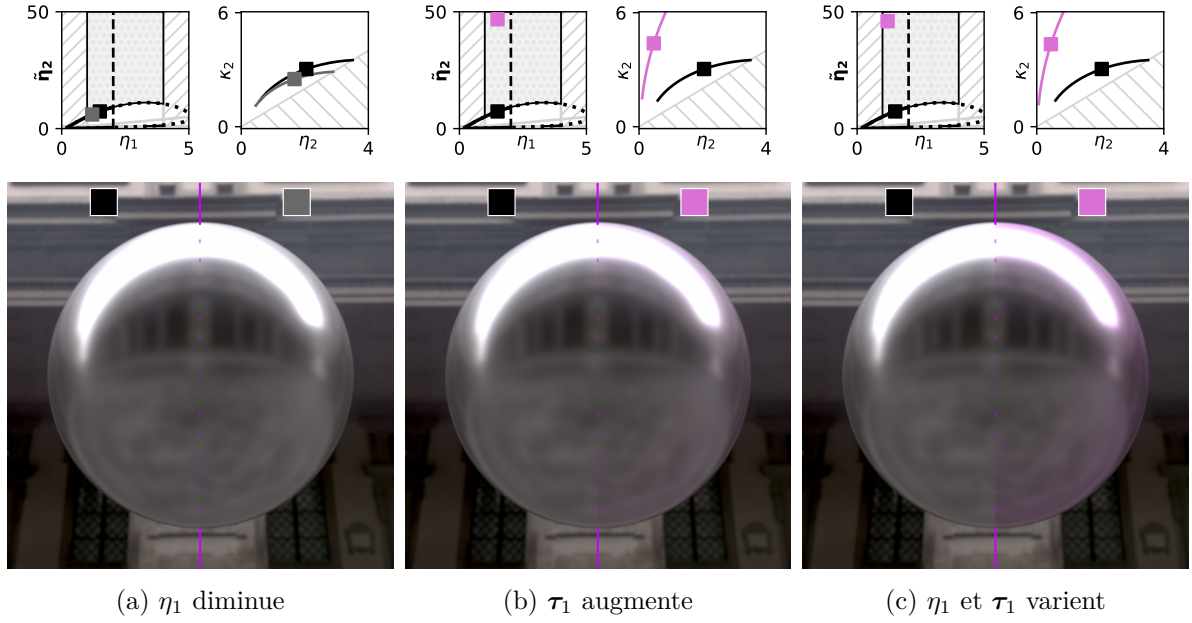


Figure 5.6 – Navigation dans la classe d'équivalence d'un lobe issu de deux couches dont la base est conductrice. Nous réalisons les mêmes variations que dans la figure 4.9, avec cette fois $\sigma_1 = 0.03$. Le comportement est identique : une diminution de η_1 et un fort τ_1 augmentent la teinte aux bords.

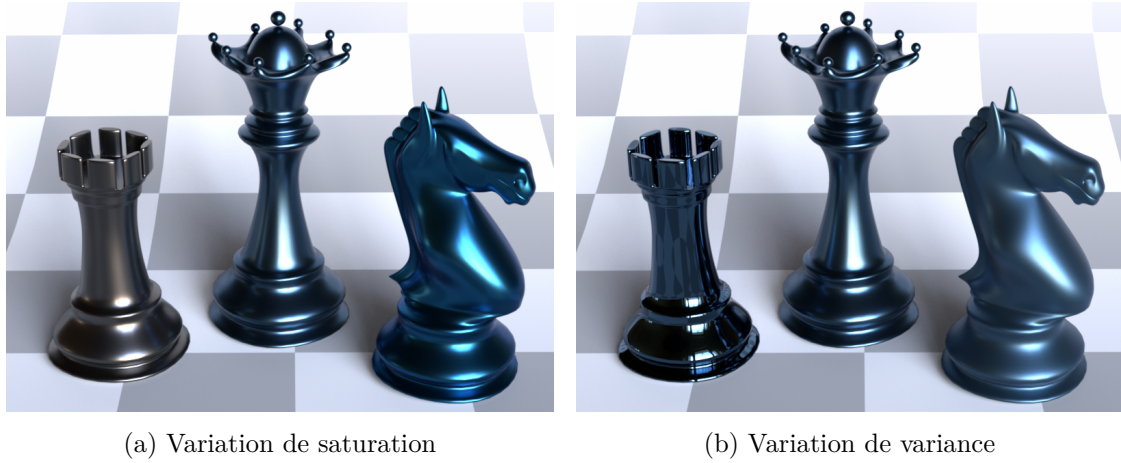


Figure 5.7 – Contrôle de la couleur et du flou des reflets. La Reine est composée de deux couches diélectriques ($\mathbf{R}_1 = [0.03, 0.06, 0.09], \sigma_1 = 0.05$). En (a), nous changeons la saturation de la couleur des autres pièces d'échec, en la diminuant sur la Tour ($\mathbf{R}_1 = 0.06$) ou l'augmentant sur le Cavalier ($\mathbf{R}_1 = [0.01, 0.06, 0.11]$, droite). En (b), nous changeons la variance du matériau, la diminuant ($\sigma_1 = 0$) ou l'augmentant ($\sigma_1 = 0.15$) sur la Tour et le Cavalier respectivement.

Note 5.1 – Bornes approchées pour la variance

Nous pouvons optionnellement approcher la limite $\sigma_{12}^R = 0$ en réalisant deux simplifications dans l'équation 5.1. Nous supposons $R_{10}R_{12} \approx 0$ et utilisons la fonction de conversion de rugosité vers variance $\hat{f}(\alpha) = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ à la place de f , proposée par Belcour. Le cas limite $\sigma_{12}^R = 0$ s'exprime alors $\frac{\eta_1}{\eta_0}(\sigma_{01}^R - \sigma_{10}^T) - \sigma_{01}^T = 0$. En notant $\eta = \frac{\eta_1}{\eta_0}$ et en utilisant l'équation des opérateurs unitaires de variance (éq. 3.7) avec \hat{f} , nous obtenons le polynôme cubique suivant :

$$\eta_\sigma^3(\alpha_1 - \alpha_1^2) + \eta_\sigma^2(-4 + \alpha_1 + 2\alpha_1^2) + \eta_\sigma(8 - 5\alpha_1 - \alpha_1^2) + 3\alpha_1 = 0. \quad (5.4)$$

Seules deux de ses racines sont supérieures à 1, parmi lesquelles nous sélectionnons la plus petite. En figure 5.8, nous affichons η_1 comme une fonction de α_1 pour différentes rugosités α_2 (courbes colorées) dans la configuration $\eta_0 = \eta_2 = 1$. La courbe rouge la plus sombre correspond à $\alpha_2 = 0$, limite au-dessus de laquelle aucune solution ne peut être trouvée. Cette figure indique que notre approximation, bien que non conservative, localise assez bien la contrainte physique.

Dans cette figure, nous affichons les isovaleurs de rugosité α_2 qui est calculée grâce à l'inversion de l'équation d'ajout sur la variance (éq. 5.1). Toutefois, ne connaissant pas l'énergie du lobe R_{02} , nous n'avons pas accès à la valeur R'_{12} . De plus, le terme R_{12} est évalué grâce à la table *FGD* avec les paramètres ($\eta = 1/\eta_1, \alpha = f^{-1}(\sigma_{12}^R + \sigma_{01}^T)$), il dépend lui aussi de la rugosité. Nous l'évaluons plutôt avec $\alpha = f^{-1}(\sigma_{01}^T)$, ce qui n'a pas d'effet sur la courbe $\alpha_2 = 0$, mais peut en avoir sur les autres valeurs.

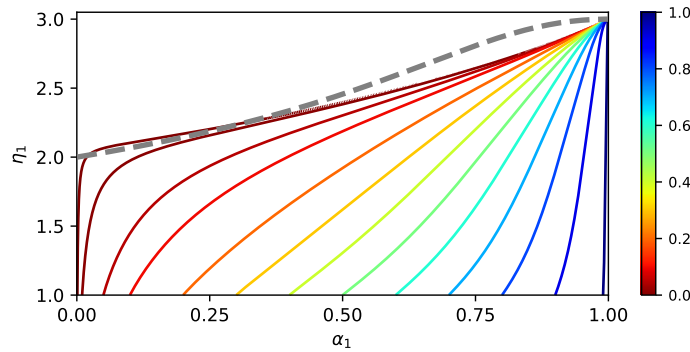


Figure 5.8 – Pour un lobe composé de deux couches, nous affichons en couleur la valeur de α_2 inversée via l'équation 5.1. Nous cherchons $\eta_{1 \max}$ tel que $\alpha_2 = 0$, représenté ici par la ligne rouge sombre, dans le cas particulier $\eta_0 = \eta_2 = 1$. Nous l'approchons de manière *non* conservative par la solution de l'équation 5.4 (en pointillés gris), en ignorant les inter-réflexions, c'est-à-dire $R_{10}R_{12} \approx 0$.

5.2. Inversion de lobes multiples

Nous considérons une pile de plusieurs lobes ($K > 1$) et supposons qu'ils suivent un ordre spécifique : le premier est issu d'une ou plusieurs des premières interfaces, le second d'une ou plusieurs des suivantes, etc. Malheureusement, les lobes ne peuvent pas être définis indépendamment puis combinés ensemble car chaque lobe est affecté par les interfaces situées au-dessus de lui. Par exemple, changer la rugosité de la première interface d'un empilement affecte *tous* les lobes d'un coup. Une solution logique consiste à définir les lobes de haut en bas : en commençant par le lobe supérieur, qui peut être traité comme dans la section précédente, puis en procédant itérativement sur les lobes inférieurs. Cependant, dans ce dernier cas, il faut tenir compte de l'effet des couches choisies précédemment, comme l'illustre la figure 5.9. Ce processus est décrit dans l'algorithme 3, tandis que les spécificités des lobes empilés issus d'une et deux couches sont détaillées respectivement dans les sections 5.2.1 et 5.2.2.

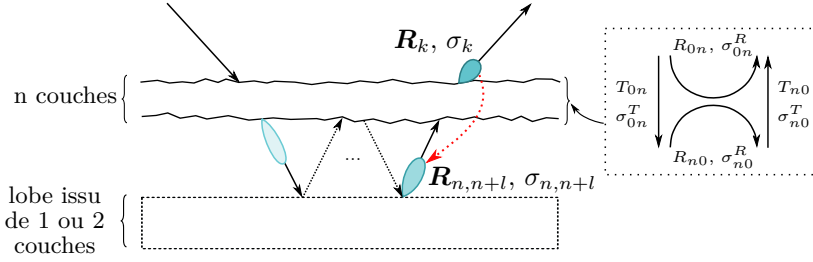


Figure 5.9 – L'inversion d'un lobe issu d'une ($l = 1$) ou deux ($l = 2$) couches sous une pile de n couches (à gauche) nécessite de calculer son énergie $R_{n,n+l}$ et sa variance $\sigma_{n,n+l}^R$ après les avoir parcourues. Pour cela, (à droite) la pile de n couches est résumée par des statistiques de lobes ascendantes/descendantes.

Algorithme 3 : Inversion de plusieurs lobes achromatiques

Entrée : $[R_k]$, $[\sigma_k]$, $[l]$, $k \in [1..K]$

Sortie : empilement \mathcal{S}

$\mathcal{S} = []$; $n = 0$

pour k de 1 à K **faire**

si $k = 1$ **alors**

$R_{0,l}, \sigma_{0,l}^R, \sigma_{0n}^T = R_0, \sigma_0, 0$

 ▷ 1er lobe ($n = 0$)

sinon

$R'_{n,n+l}, \sigma_{n,n+l}^R, \sigma_{0n}^T = \text{BaseStats}(R_k, \sigma_k, \mathcal{S})$

 ▷ algo. 4

si $l[k] = 1$ **alors**

$\mathcal{S} = \text{1-layerParams}(R'_{n,n+1}, \sigma_{n,n+1}^R, \sigma_{0n}^T, \mathcal{S})$

 ▷ algo. 5

$n += 1$

sinon

$\mathcal{S} = \text{2-layerParams}(R'_{n,n+2}, \sigma_{n,n+2}^R, \sigma_k, \mathcal{S})$

 ▷ algo. 6

$n += 2$

Dans la figure 5.9 et l'algorithme 3, nous utilisons $l[k] \in \{1, 2\}$ pour indiquer si le k -ième lobe est issu d'une ou deux couches, et nous écrivons simplement l en indice pour simplifier les notations. Contrairement aux algorithmes précédents (1 et 2) qui produisent une classe d'équivalence contrainte, le résultat de l'algorithme 3 est un empilement de couches explicites \mathcal{S} (c'est-à-dire un élément de la classe d'équivalence). Même si nous ne considérons que le cas achromatique dans cette section, une inversion chromatique suit le même processus. En outre, l'algorithme 3 suppose que le lobe de base (c'est-à-dire le K -ième) est diélectrique. Le cas d'un lobe à base conductrice est obtenu comme dans la section 4.1.2 par le biais d'un indice de réfraction équivalent $\tilde{\eta}_K$ pour récupérer l'indice de réfraction complexe de la dernière couche.

5.2.1. Inversion d'un lobe issu d'une seule couche

Nous considérons d'abord le cas d'un lobe produit par une seule couche, sous un empilement de n couches dont les paramètres physiques sont connus. Le cas où $n = 0$ est simple : il se résume au processus de la section 5.1.1, avec $\tau_0 = 0$ et $\eta_0 = 1$ puisque nous supposons que le milieu ambiant est l'air.

Dans le cas où $n > 0$, les propriétés utilisées pour contrôler le k -ième lobe issu d'une seule couche correspondent à l'énergie $R_k := R_{0,n+1} - R_{0n}$ et à la variance $\sigma_k := \sigma_{0,n+1}^R$. Le terme R_{0n} doit être soustrait car il est déjà incorporé dans le $(k-1)$ -ième lobe, et ne doit pas être compté deux fois. Comme illustré en figure 5.9 à gauche, ces propriétés caractérisent le lobe dans le milieu ambiant η_0 à l'extérieur de la pile, alors que notre méthode inverse s'attend à ce que l'énergie et la variance se trouvent dans le milieu η_n en dessous de la n -ième interface. Dans le cas d'un lobe issu d'une couche ($l = 1$), elles sont données respectivement par $R_{n,n+1}$ et $\sigma_{n,n+1}^R$.

Nous commençons par traiter l'énergie, nous devons calculer $R_{n,n+1}$ connaissant R_k et les paramètres physiques de la pile à n couches. Pour ce faire, nous utilisons le modèle de Belcour pour calculer les variances et les énergies réfléchies et transmises vers le haut et vers le bas. Comme l'illustre la figure 5.9 à droite, elles sont désignées par R_{0n}, σ_{0n}^R (resp. R_{n0}, σ_{n0}^R) pour la réflexion vers le haut (resp. vers le bas), et T_{0n}, σ_{0n}^T (resp. T_{n0}, σ_{n0}^T) pour la transmission vers le bas (resp. vers le haut). Contrairement à l'implémentation optimisée de Belcour, nous ne moyennons pas les statistiques des lobes sur les différents canaux de couleur, puisque cela rend l'inversion peu pratique. Nous écrivons R_k en utilisant l'équation d'ajout :

$$R_k = R_{0,n+1} - R_{0n} = \frac{T_{0n} R'_{n,n+1} T_{n0}}{1 - R'_{n,n+1} R_{n0}}, \quad (5.5)$$

où $R'_{n,n+1} = R_{n,n+1} e^{-2\tau_n}$ indique l'énergie atténuée, qui peut donc être inversée suivant :

$$R'_{n,n+1} = \frac{1}{\frac{T_{0n} T_{n0}}{R_k} + R_{n0}}. \quad (5.6)$$

Algorithme 4 : Calcul des statistiques de la base

Entrée : $R_k, \sigma_k, \mathcal{S}$

Sortie : $R'_{n,n+l}, \sigma_{n,n+l}^R, \sigma_{0n}^T$

Calculer $R_{0n}, R_{n0}, T_{0n}, T_{n0}$ avec \mathcal{S}

▷ [Bel18]

Calculer $\sigma_{0n}^R, \sigma_{n0}^R, \sigma_{0n}^T, \sigma_{n0}^T$ avec \mathcal{S}

▷ [Bel18]

Calculer $R'_{n,n+l}$ à partir de R_k

▷ éq. 5.6

Calculer $\sigma_{n,n+l}^R$ à partir de σ_k

▷ éq. 5.7

Pour retrouver la variance $\sigma_{n,n+1}^R$, nous généralisons l'équation d'ajout inverse sur les variances (éq. 5.1) au cas d'un empilement de n couches. L'équation s'écrit :

$$\sigma_{n,n+1}^R = (1 - R_{n0}R'_{n,n+1}) \left(\frac{\eta_0}{\eta_n} (\sigma_k - \sigma_{n0}^T) - \sigma_{0n}^T \right) - R_{n0}R'_{n,n+1}\sigma_{n0}^R. \quad (5.7)$$

Ces étapes sont résumées dans l'algorithme 4. Il décrit le cas général d'un lobe issu d'une ou deux couches, que nous notons l car nous l'utilisons à nouveau dans la section 5.2.2.

Les paramètres physiques de la $(n+1)$ -ième couche peuvent maintenant être calculés, comme le résume l'algorithme 5 (en supposant que $m = n$). Pour un indice de réfraction choisi η_{n+1} , l'énergie $R_{n,n+1}$ est calculée grâce à la table *FGD*, en utilisant σ_{0n}^T pour tenir compte de la variance transmise sur la $(n+1)$ -ième couche. La profondeur optique τ_n est calculée à partir de $R_{n,n+1}$ et $R'_{n,n+1}$ comme dans l'équation 4.7. La rugosité de la base α_{n+1} est directement obtenue à partir de la variance $\sigma_{n,n+1}^R$. Les trois paramètres physiques de la couche sont finalement ajoutés à l'empilement \mathcal{S} .

La figure 5.10 en haut illustre ce processus sur une configuration à deux lobes : un vernis diélectrique est appliqué sur une base conductrice colorée. Lorsque le vernis est ajouté sur la base, si les paramètres physiques de celle-ci sont conservés, son apparence est modifiée. En particulier, dans cet exemple, la variance du lobe est augmentée, ce qui entraîne des réflexions plus floues. Notre procédure inverse identifie les configurations physiques qui maintiennent les caractéristiques à incidence normale du lobe inférieur, préservant ainsi son apparence sous le vernis. Nous utilisons l'environnement lumineux **Ennis** car il permet de faire ressortir les différences autour de l'incidence normale grâce à sa source lumineuse fortement directionnelle.

Algorithme 5 : Calcul des paramètres d'un lobe issu d'une couche

Entrée : $R'_{m,m+1}, \sigma_{m,m+1}^R, \sigma_{0m}^T, \mathcal{S}$

Sortie : empilement \mathcal{S}

Choisir η_{m+1}

$R_{m,m+1} = FGD \left(\frac{\eta_{m+1}}{\eta_m}, f^{-1}(\sigma_{m,m+1}^R + \sigma_{0m}^T) \right)$

$\tau_m = \frac{1}{2} \log \left(\frac{R_{m,m+1}}{R'_{m,m+1}} \right)$

$\alpha_{m+1} = f^{-1}(\sigma_{m,m+1}^R)$

$\mathcal{S} += \{\eta_{m+1}, \tau_m, \alpha_{m+1}\}$

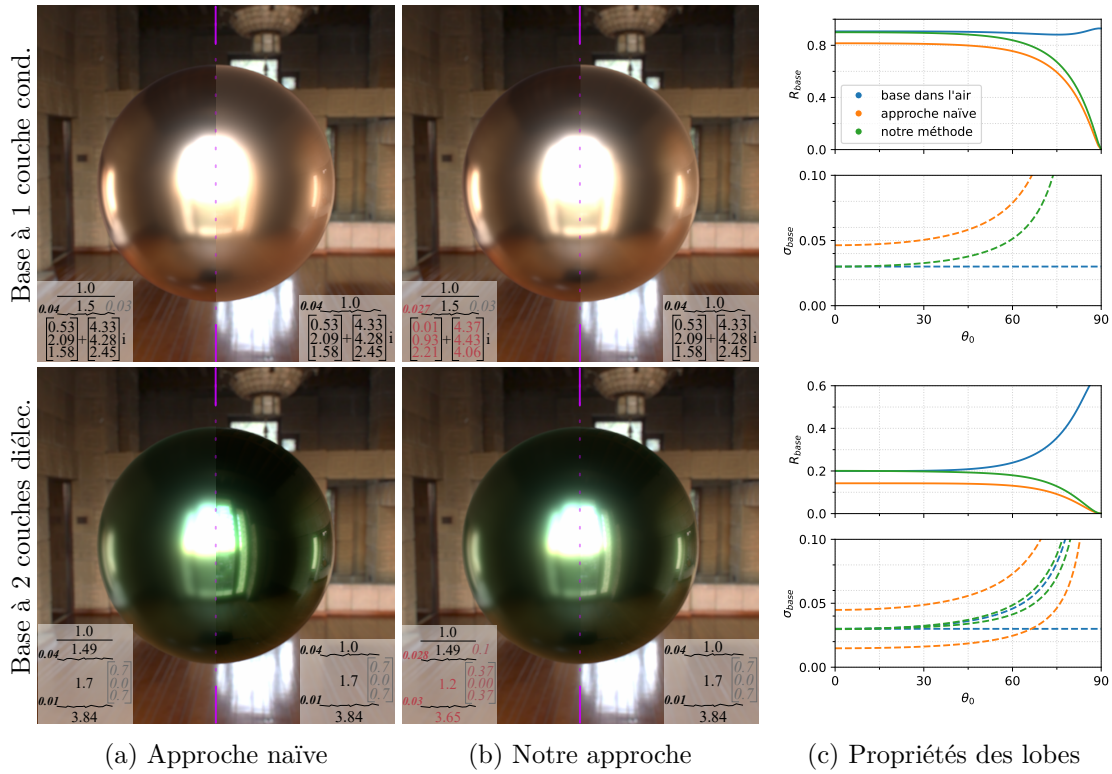


Figure 5.10 – Nous comparons un matériau avant et après (moitiés gauche/droite) l’ajout d’un vernis, soit (a) en modifiant directement les paramètres physiques, soit (b) en utilisant notre méthode pour préserver les propriétés initiales du lobe de base. Les encarts montrent les paramètres physiques, en rouge lorsqu’ils sont récupérés par notre méthode. En haut, un lobe issu d’une couche conductrice ($\mathbf{R} = [0.9, 0.7, 0.5]$, $\sigma = 0.03$) apparaît nettement plus flou s’il est vernis de façon naïve, comme le confirme l’augmentation de la variance du lobe de base (c, orange). En bas, un lobe issu de deux couches diélectriques ($\mathbf{R} = [0, 1, 0, 2, 0, 1]$, $\sigma = 0.03$) semble plus sombre et plus net s’il est vernis naïvement et se sépare même en deux lobes distincts comme le montrent les courbes de variance (c, orange).

5.2.2. Inversion d’un lobe issu de deux couches

De prime abord, on peut penser que le cas d’un lobe issu de deux couches empilées peut être rendu équivalent au cas d’une seule couche détaillé en section 5.2.1. Pour cela, il faudrait d’abord transformer le lobe issu de deux couches en un lobe issu d’une seule grâce aux équations d’ajout. Malheureusement, les équations d’ajout de la variance ne sont pas distributives et ce n’est donc pas possible dans le cas général, comme détaillé en note 5.2.

Les propriétés utilisées pour contrôler le k -ième lobe issu de deux couches correspondent à l’énergie $R_k := R_{0,n+2} - R_{0n}$ et à la variance $\sigma_k := \sigma_{0,n+2}^R$ dans l’air d’indice η_0 . Comme précédemment, nous commençons par récupérer les propriétés du lobe dans le milieu n : $R'_{n,n+2}$ et $\sigma_{n,n+2}^R$ grâce à l’algorithme 4, en utilisant cette fois $l = 2$. Le calcul des paramètres physiques pour un lobe issu de deux couches est ensuite décrit dans l’algorithme 6. L’indice de réfraction et la profondeur optique pour la $(n + 1)$ -ième couche sont directement choisis par l’utilisateur.

Algorithme 6 : Calcul des paramètres d'un lobe issu de deux couches

Entrée : $R'_{n,n+2}$, $\sigma_{n,n+2}^R$, σ_k , \mathcal{S}
Sortie : empilement \mathcal{S}

 Choisir η_{n+1} et τ_n
 $\alpha_{n+1} = f^{-1}(\sigma_{n,n+2}^R)$
 $\mathcal{S} += \{\eta_{n+1}, \tau_n, \alpha_{n+1}\}$

 Calculer \bar{R}_k

▷ éq. 5.8

 $R'_{n+1,n+2}, \sigma_{n+1,n+2}^R, \sigma_{0,n+1}^T = \text{BaseStats}(\bar{R}_k, \sigma_k, \mathcal{S})$

▷ algo. 4

 $\mathcal{S} = \text{1layerParams}(R'_{n+1,n+2}, \sigma_{n+1,n+2}^R, \sigma_{0,n+1}^T, \mathcal{S})$

 ▷ algo. 5

La rugosité $\alpha_{n,n+1}$ est calculée à partir de $\sigma_{n,n+2}^R$, puisque nous voulons que les deux interfaces aient la même rugosité. Nous nous trouvons maintenant dans une situation similaire à celle de la section 5.2.1, cette fois après avoir identifié un empilement de $(n+1)$ couches. Nous pouvons donc à nouveau nous appuyer sur l'algorithme 4 pour obtenir les statistiques des lobes sous la $(n+1)$ -ième couche. Ensuite nous utilisons l'algorithme 5 (en supposant que $m = n+1$) pour récupérer les paramètres physiques de la $(n+2)$ -ième couche. Enfin nous mettons à jour l'empilement de couches \mathcal{S} . Ces différentes étapes sont regroupées dans l'algorithme 6.

Cependant, il reste une subtilité : une fois la première interface du lobe produit par deux couches choisie, notée $n+1$, la réflectance cible de la couche de base $n+2$ doit être mise à jour. En effet, il faut écarter de l'énergie les chemins lumineux qui atteignent la $(n+1)$ -ième couche mais ne descendent pas plus bas. Ainsi, nous introduisons une variable temporaire $\bar{R}_k := R_{0,n+2} - R_{0,n+1}$ qui est notre énergie cible pour la couche de base, pouvant en pratique être calculée par :

$$\bar{R}_k = \sum_{i=0}^k R_i - R_{0,n+1}, \quad (5.8)$$

comme illustré en figure 5.11, où $R_{0,n+1}$ est obtenue par l'équation d'ajout utilisant *FGD*.

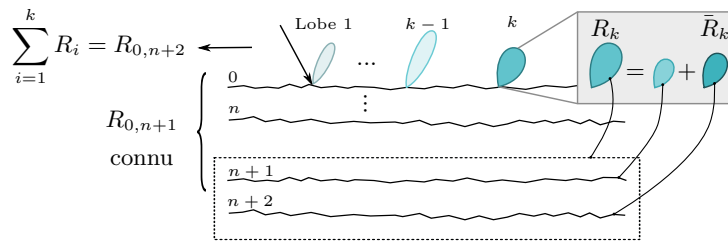


Figure 5.11 – Un lobe k issu de deux couches est inversé en deux étapes : en choisissant les paramètres physiques de la première couche, puis en inversant l'énergie résiduelle de la seconde, \bar{R}_k (voir encadré).

Comme le montre la ligne du bas de la figure 5.10, lorsque les paramètres physiques d'un lobe issu de deux couches diélectriques ne sont pas mis à jour lors de l'application d'un vernis au-dessus, l'apparence résultante est non seulement plus sombre, mais semble également plus

nette. En réalité, le lobe issu de deux couches est séparé en deux lobes distincts, comme le montrent les courbes en pointillés orange à droite de la figure. En revanche, la procédure décrite ci-dessus permet de trouver les paramètres physiques qui donnent les propriétés de lobe souhaitées, ce qui préserve l'aspect du lobe de base. L'apparence globale apparaît plus claire car nous observons alors deux lobes d'énergies \mathbf{R}_1 et \mathbf{R}_2 , au lieu d'un seul au départ (\mathbf{R}_2).

5.2.3. Résultats

Accentuation des effets de couleur. Des effets aux angles rasants plus ou moins subtils peuvent apparaître en naviguant dans la classe d'équivalence d'un lobe issu de deux couches, comme nous l'avons montré sur les figures 4.8, 4.9 et 5.6. Ces configurations illustrant l'apparence d'un lobe unique, elles sont placées dans l'air. Toutefois, dès lors qu'un lobe est placé sous un vernis, un nouveau degré de liberté apparaît : la profondeur optique chromatique de ce vernis. Nous la désignons par τ_0 pour maintenir la cohérence avec la figure de notations 3.12a. Ce paramètre est utilisé pour modifier l'énergie d'entrée : $\mathbf{R}_{02} \leftarrow e^{2\tau_0} \mathbf{R}_{02}$ (voir algorithmes 1 et 2). Comme le montre la figure 5.12, l'exploration de différentes valeurs de τ_0 permet d'obtenir des effets colorés marqués aux angles rasants, que l'interface de base soit diélectrique ou conductrice.

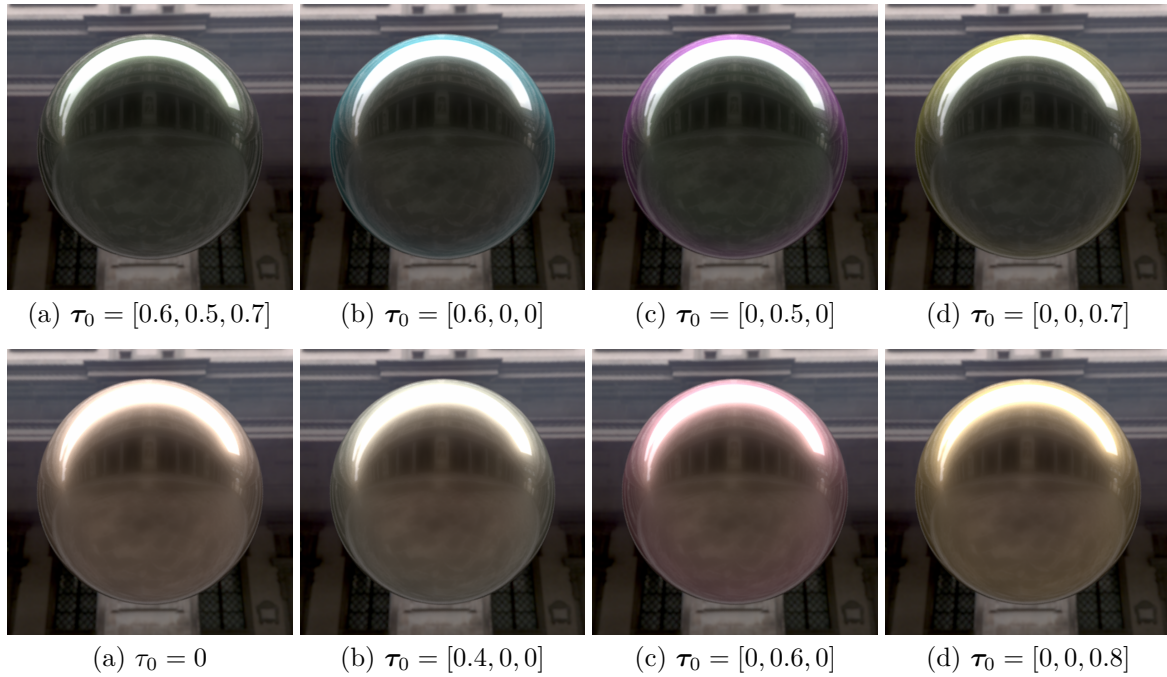


Figure 5.12 – *Illustration des effets aux angles rasants de la manipulation du paramètre τ_0 .* Nous considérons un vernis lisse ($R_1 = 0.04$) sur un lobe rugueux ($\sigma_2 = 0.05$) issu de deux couches diélectriques (haut, $\mathbf{R}_2 = [0.1, 0.12, 0.08]$) ou dont la base est conductrice (bas, $\mathbf{R}_2 = [0.4, 0.3, 0.2]$). Les paramètres physiques du lobe de base sont recalculés de sorte à conserver la réflectance à incidence normale lorsque τ_0 est changé, correspondant à l'absorption du vernis.

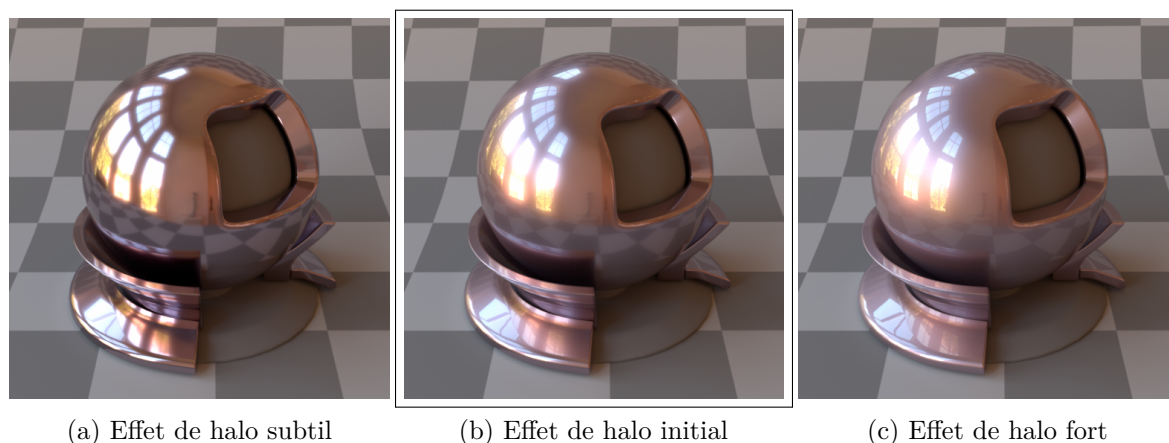


Figure 5.13 – *Contrôle de l'effet de halo.* À partir de deux lobes, (b) le premier issu d'une couche diélectrique lisse ($R_1 = 0.1, \sigma_1 = 0$) et le second d'une base conductrice ($\mathbf{R}_2 = [0.35, 0.25, 0.3], \sigma_2 = 0.04$), on obtient un aspect brumeux grâce à l'utilisation de différentes variances. La variance du lobe de base est facilement (a) diminuée ($\sigma_2 = 0.01$) pour produire un effet de halo subtil, ou (c) augmentée ($\sigma_2 = 0.1$) pour produire un fort effet de halo.

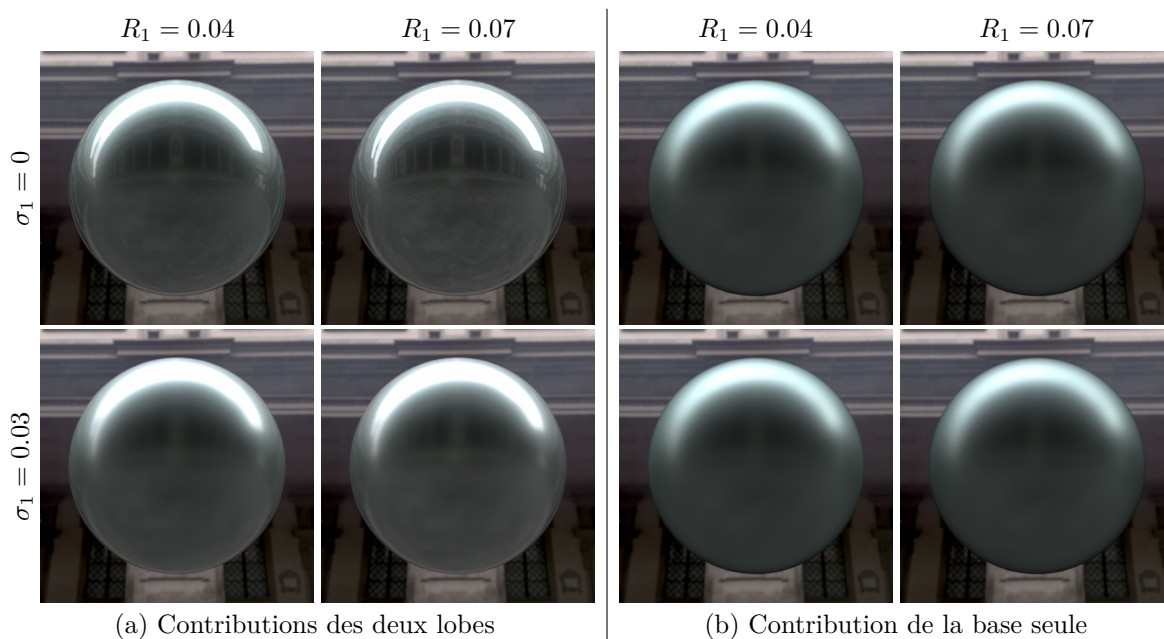


Figure 5.14 – *Contrôle de l'effet de halo avec un lobe de base issu de deux couches.* Nous considérons une couche de vernis appliquée deux couches qui produisent un seul lobe de base bleu et rugueux ($\mathbf{R}_2 = [0.15, 0.2, 0.18], \sigma_2 = 0.07$). En augmentant la variance σ_1 de la couche lisse (en haut) à 0.03 (en bas), et/ou sa réflectance R_1 de 0.04 (colonnes de gauche) à 0.07 (colonnes de droite), nous observons (a) des variations de l'aspect de halo ; pourtant notre méthode préserve (b) la réflectance et la variance de la couche de base à incidence normale.

Effet de halo. En terme d'apparence, le principal avantage d'avoir une BRDF composée de plusieurs lobes est de produire des reflets brumeux complexes, ou effets de halo. Nous utilisons ici les environnements lumineux *Wells* et *Labo* car ils contiennent plusieurs grandes zones lumineuses aux limites nettes qui mettent en avant ce phénomène. La figure 5.13 montre que l'étendue de l'effet de halo peut être contrôlée simplement par la variance du lobe de base. Nous l'illustrons dans ce cas pour deux lobes chacun produit par une interface, celle de base étant conductrice. Dans ce cas particulier, la même variation de halo peut être obtenue par manipulation directe des paramètres physiques. En effet, une fois la configuration brumeuse initiale produite, par exemple avec notre méthode (cadre noir), il suffit de varier α_2 pour reproduire la figure 5.13. Par contre, cette manipulation directe n'est pas possible si le lobe de base est issu de deux couches. Nous illustrons ce cas en figure 5.14. Notre méthode inverse permet de préserver l'énergie et la variance du lobe de base (à incidence normale) lorsque l'énergie ou la variance du vernis est modifiée. Dans ce cas, deux rugosités doivent être calculées puisque le lobe de base est issu de deux couches.

Échanges de propriétés. Par rapport à une interface unique décrite par un mélange de distributions de microfacettes [BPV18], un matériau multicouche offre la possibilité de choisir la couleur du lobe de base (et donc du halo) indépendamment. Dans l'article cité, les deux lobes partageant le même indice de réfraction, ils ont la même teinte. Notre approche permet d'obtenir deux couleurs distinctes notamment grâce à l'absorption dans les milieux. La figure 5.15 illustre avec une paire de matériaux, chacun composé de deux lobes : un vernis lisse issu de deux couches sur une couche de base diélectrique et rugueuse. Dans les deux cas, l'une des deux énergies est colorée et l'autre achromatique, ce qui donne des reflets ou bien des halos colorés. Ces effets sont plus visibles dans les encarts, zoomant sur les endroits de l'objet où les deux matériaux diffèrent le plus. Les contributions des deux lobes à la BRDF finale sont affichées séparément aux extrémités.

En figure 5.16, nous considérons une paire de matériaux composés de deux lobes, l'un achromatique et l'autre coloré, tous deux issus d'une seule couche, la base étant conductrice. Dans ce cas, nous intervertissons les variances des deux lobes (nous remplaçons σ_1 par σ_2), ce qui donne différents profils de réflexion de la lumière, mis en avant dans les encarts.

Lorsque le matériau multicouche est composé de plus d'un lobe, chacun d'eux possède sa propre classe d'équivalence qui peut être parcourue indépendamment. La modification de l'ordre des lobes offre alors un nouveau degré de liberté pour explorer les effets aux angles rasants. La figure 5.17 illustre cet aspect pour une paire de lobes dont l'ordre est interverti, ce qui donne deux variantes où la couleur aux angles rasants est soit rougeâtre, soit bleuâtre. En procédant ainsi, notre méthode inverse recalcule entièrement les classes d'équivalence, comme on peut le voir en comparant les deux extrémités de la figure.

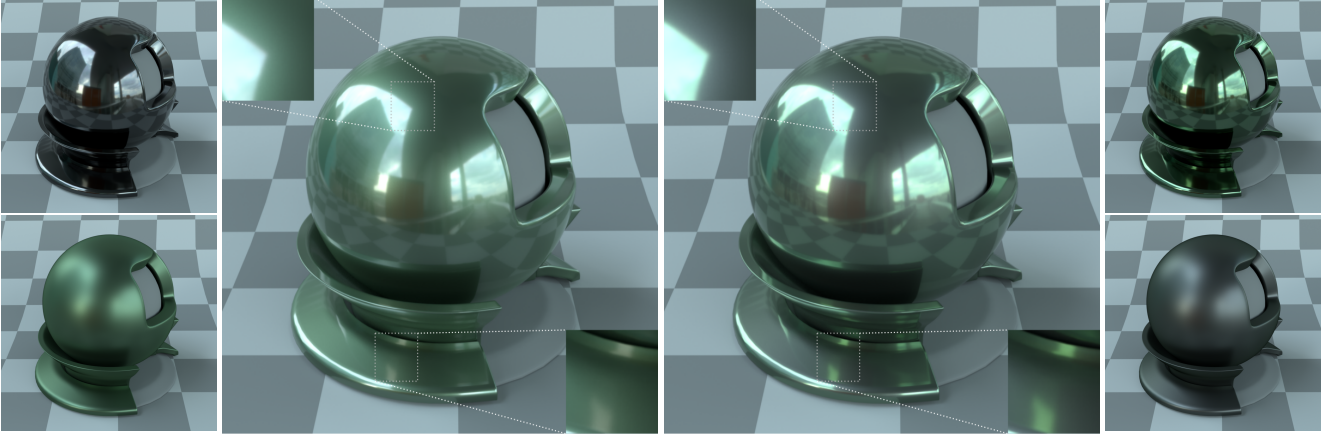


Figure 5.15 – Contrôle de la couleur de l'effet de halo. En partant (à gauche) d'un matériau initial composé de deux lobes ($\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.14, 0.09]$, $\sigma_1 = 0.005$, $R_2 = 0.09$, $\sigma_2 = 0.1$, base diélectrique), on obtient (à droite) un matériau où les énergies colorées \mathbf{R}_1 et \mathbf{R}_2 sont interverties. Les extrémités représentent les contributions de chaque lobe.

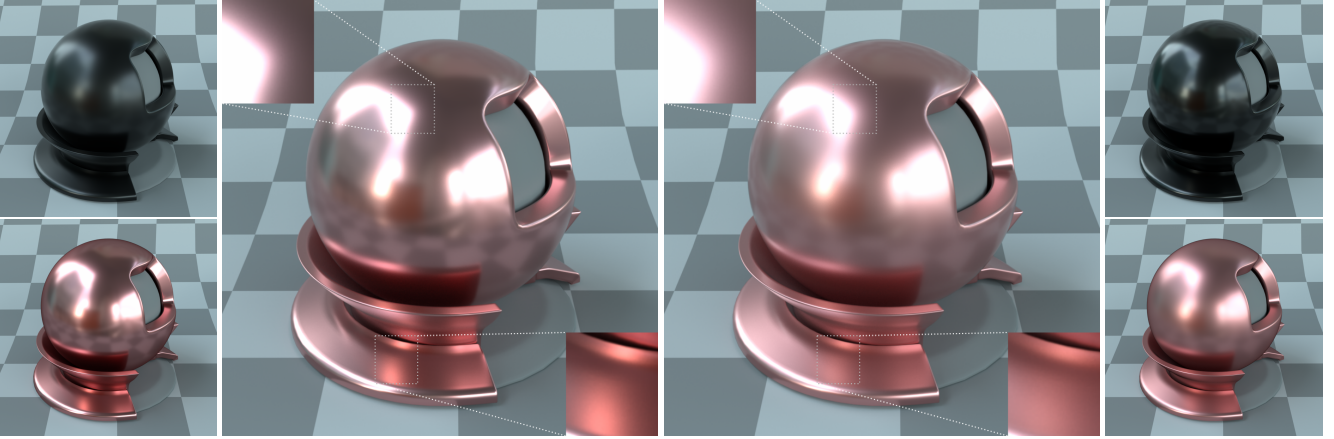


Figure 5.16 – Contrôle du profil de l'effet de halo. En partant (à gauche) d'un matériau composé de deux lobes ($R_1 = 0.04$, $\sigma_1 = 0.07$, $\mathbf{R}_2 = [0.6, 0.25, 0.25]$, $\sigma_2 = 0.03$, à base conductrice), on obtient (à droite) un matériau où les variances des lobes σ_1 et σ_2 sont perméutées. Les extrémités représentent les contributions de chaque lobe.

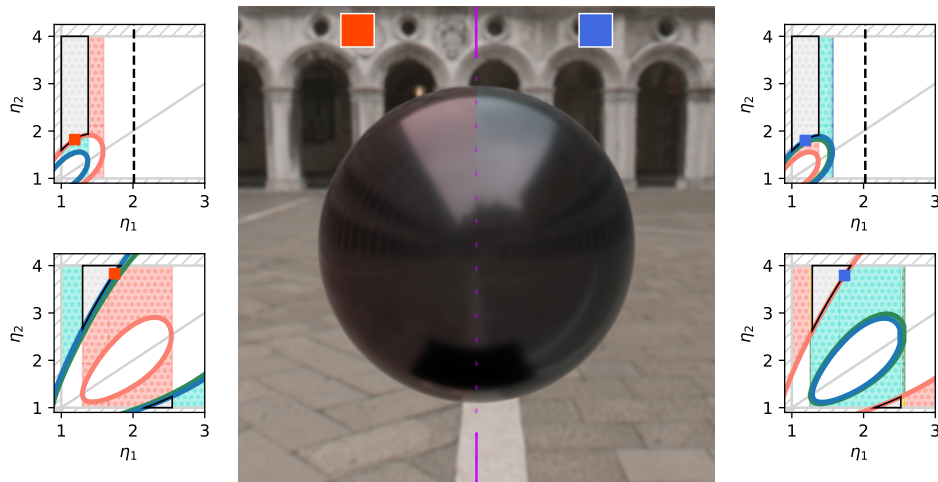


Figure 5.17 – La modification de l'ordre des lobes affecte les couleurs aux angles rasants. Chaque moitié est constituée de deux lobes issus de deux couches rugueuses : l'un bleu ($\mathbf{R}_b = [0, 0.025, 0, 0.045, 0.05]$, $\sigma_b = 0.028$), l'autre rouge ($\mathbf{R}_r = [0.052, 0.025, 0.025]$, $\sigma_r = 0.014$). La somme des deux lobes restant la même à incidence normale, les matériaux sont identiques au centre de la sphère. Lorsque (à gauche) le lobe bleu est au-dessus du lobe rouge, la teinte aux bords est rouge en raison des effets d'absorption. Néanmoins, (à droite) elle est bleue lorsque l'ordre des lobes est inversé.

Résultat à trois lobes. Bien qu’une gamme variée d’apparence puisse être obtenue avec deux lobes ($K = 2$), nous montrons sur la figure 5.18 un exemple avec trois lobes diélectriques ($K = 3$), sur une sphère et un **Aigle**, dans l’environnement lumineux **Forêt**. L’apparence résultante est similaire à un mélange additif des configurations à deux lobes $K = 2$, ce qui ouvre des voies intéressantes pour le mélange de BRDF de matériaux multicouches.

Pour réaliser cette figure, nous partons de la configuration $K = 3$ lobes (rangée du bas), puis supprimons l’un des lobes pour avoir $K = 2$ lobes. Sur la rangée du haut, nous montrons la configuration où le lobe bleu est supprimé, ce qui nécessite de recalculer les paramètres physiques. Le cas où le lobe jaune est supprimé (ligne centrale) est trivial puisque la suppression du lobe de base n’a pas d’impact sur les lobes au-dessus. Pour obtenir une solution, il est plus simple de considérer d’abord $K = 3$ lobes puis d’enlever un lobe, que de choisir deux configurations à $K = 2$ lobes et de les fusionner. En effet, ce procédé a plus de chance d’aboutir à une solution car les énergies et variances des différents lobes sont contraintes entre elles. Nous détaillons ce point au chapitre 6, où nous souhaitons contraindre les paramètres des lobes (énergies et variances), pour éviter que la classe d’équivalence résultante soit vide, ce qui peut arriver en pratique sinon.



Figure 5.18 – *Empilement de 3 lobes.* Les deux lignes supérieures montrent des matériaux composés de deux lobes. Le premier est toujours un vernis lisse d’une seule couche diélectrique ($R_1 = 0,03$, $\sigma_1 = 0$). Il est déposé sur (en haut) un lobe jaune produit par deux couches ($\mathbf{R}_Y = [0,1, 0,1, 0,06]$, $\sigma_Y = 0,05$) ou (au milieu) un lobe bleu issu d’une seule couche ($\mathbf{R}_B = [0,05, 0,05, 0,09]$, $\sigma_B = 0,01$). La dernière ligne combine ces trois lobes : le vernis lisse, le lobe bleu puis jaune.

Note 5.2 – Les équations d'ajout sur les variances ne sont pas distributives

Nous avons mentionné que deux couches formant un seul lobe ne peuvent être résumées au cas d'une seule couche en appliquant les équations d'ajout.

Plus précisément, une telle approche fonctionne dans le cas d'un lobe *lisse* issu de deux couches, mais pas dans le cas général impliquant des interfaces rugueuses. Cette assertion est due aux équations d'ajout sur les variances qui ne sont pas distributives : les appliquer de haut en bas, dans le sens inverse ou tout autre ordre ne donnent pas les mêmes résultats.

Cette observation est implicite dans le modèle de Belcour, qui fait le choix d'une approche du haut vers le bas pour une bonne raison : c'est la plus précise. En effet, en procédant de haut en bas, l'évaluation des n couches n'est affectée que par les $n - 1$ couches au-dessus, qui ont déjà été évaluées. L'énergie et la variance du lobe incident sont donc établies, ce qui n'est pas le cas de tout autre ordre d'évaluation.

5.3. Discussion

Dans cette section, nous discutons des différentes limites de notre approche, qu’elles soient intrinsèques ou bien relatives au modèle de Belcour. Nous détaillons dans le chapitre 6 les limites de notre approche en terme de contrôle. En effet, il arrive que les données d’entrée fournies par l’utilisateur soient incompatibles entre elles, engendrant une classe d’équivalence vide. En pratique, il est souhaitable d’éviter ces configurations pour une navigation plus simple dans l’espace des apparences. Enfin, dans le chapitre 7, nous discutons du design inverse d’un matériau à base diffuse, qui n’est pas supportée par le modèle de Belcour. Nous avons déjà discuté de certaines limites en section 4.3 du chapitre précédent, toujours valides dans le cas rugueux. Nous détaillons ici les limites en rapport avec la rugosité.

Anisotropie. Notre méthode inverse s’appuie uniquement sur des interfaces isotropes, c’est-à-dire dont l’apparence ne varie pas lorsque l’échantillon est tourné autour de la normale à sa surface. Nous avons fait cette hypothèse simplificatrice car elle est aussi réalisée par Belcour [Bel18] dans son modèle initial. Toutefois, celui-ci a été étendu a posteriori à la gestion d’interfaces anisotropes [WB20, YYTM19]. Cela permet de mieux distinguer les lobes lorsqu’ils ont des directions d’anisotropie différentes. Ces modèles représentent l’anisotropie par deux paramètres de rugosité sur deux axes perpendiculaires. Il est alors possible d’appliquer la méthode de Belcour sur chaque axe indépendamment [WB20]. De plus, la méthode de Yamaguchi [YYTM19] permet une orientation quelconque de ces axes entre les différentes couches. La formulation étant similaire au modèle original, il semble possible de l’inverser aussi.

Réflexion totale interne. Nous avons choisi d’ignorer le terme de réflexion totale interne (*TIR*) introduit par Belcour. Il peut toutefois être considéré au moment du rendu, de manière indépendante. Il tient compte du fait qu’une portion du lobe n’est pas transmise, pour les angles supérieurs à l’angle critique. L’énergie du lobe est alors modifiée pour tenir compte de cet effet de la façon suivante :

$$\begin{aligned} R_{10} &\leftarrow R_{10} + (1 - TIR) \times T_{10}, \\ T_{10} &\leftarrow TIR \times T_{10}. \end{aligned}$$

Dans le cas d’un empilement lisse, cette opération n’a toutefois pas de sens vis-à-vis des équations d’ajout (éq. 3.2). En pratique, la table *TIR* est évaluée à l’angle θ_1 , la rugosité $f^{-1}(\sigma_{01}^T + \sigma_{12}^R)$ et l’indice de réfraction $\frac{\eta_0}{\eta_1}$, et le terme $R_{10} = R_{01}$ n’est pas évalué par la table *FGD*. Nous voyons donc apparaître une dépendance de l’énergie R_{10} à la rugosité α_2 , ce qui est problématique vis-à-vis de l’ordre d’inversion que nous proposons. En effet, nous aurions besoin de α_2 afin d’inverser l’équation d’ajout (éq. 4.5) permettant de retrouver la réflectance atténuée R'_{12} (voir algo. 2). Pour inclure le terme *TIR* dans le calcul de la classe d’équivalence, il faudrait alors réaliser une approximation.

Inter-réflexions dans les interfaces. Lorsque la rugosité d'une interface est élevée, il faut tenir compte des inter-réflexions en son sein dans la théorie des microfacettes. En effet, elle fait l'hypothèse que les rayons sont réfléchis par un rebond unique sur des facettes miroir, dont une partie peut être à l'ombre ou cachée depuis la vue. Lorsque l'interface est très rugueuse, une grande partie des facettes se trouve ainsi inatteignable depuis la lumière et la vue directement. Par contre, la lumière dans ses cavités peut être réfléchi plusieurs fois et sortir dans la direction escomptée comme l'illustre la figure 5.19.

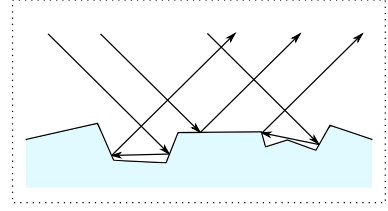


Figure 5.19 – Rebonds multiples au sein des interfaces.

En pratique, il existe différentes méthodes pour réintégrer cette énergie expliquée par les rebonds multiples dans les interfaces [HHdD16, Tur18, FA19], habituellement perdue lorsqu'on considère un rebond unique. Le modèle de Belcour lui-même propose une table FGD^∞ tenant compte de ces inter-réflexions, basée sur la procédure de Heitz [Hei14]. Nous n'en avons pas tenu compte dans notre inversion parce que notre étude préliminaire repose sur de relativement faibles valeurs de rugosité, le modèle de Belcour y étant plus précis (voir [Bel18]).

Néanmoins, nous affichons en figure 5.20 la forme de la classe d'équivalence d'un lobe issu de deux couches diélectriques, utilisant FGD^∞ au lieu de FGD . Nous reproduisons les résultats des figures 5.1 et 5.3 tenant compte cette fois des inter-réflexions. Nous observons que l'approximation lisse du domaine \mathcal{N}_1 n'est plus valide (cf. figure 5.20 en bas à droite) lorsque la rugosité est très forte. Toutefois, lorsque les lobes sont très rugueux, une plus grande portion peut être bloquée en réflexion totale interne. L'effet de la rugosité sur la classe d'équivalence est alors peut-être contrebalancé par l'utilisation de la table TIR , que nous n'avons pas trouvé utile pour de faibles rugosités.

Modèle alternatif de rugosité. Nous notons que la classe d'équivalence d'un lobe issu de deux couches rugueuses exclue la configuration à une seule couche, que nous avons appelé point E (voir fig. 5.20 en haut à droite, courbes orange et verte). Pourtant, puisque les deux couches fusionnent en une seule, quelle que soit la rugosité, ce point devrait toujours être solution. De même, le passage de $\alpha = 0$ à ε a un fort impact sur la forme de la classe d'équivalence alors que nous nous attendrions à une transition moins abrupte. Elle s'explique par la définition de la rugosité donnée par Belcour (éq. 3.7).

Une autre description de la rugosité est offerte par Randrianandrasana et collègues [RCL21], qui proposent notamment une méthode à deux flux, proche de celle de Belcour. Ils utilisent une fonction de Henyey-Greenstein [HG41], paramétrée par l'anisotropie de la fonction de phase g . L'utilisation de cette fonction permet de calculer la variance g des lobes grâce à des équations d'ajout très similaires à celle sur l'énergie. Il serait intéressant d'inverser un tel modèle et observer l'impact sur la classe d'équivalence d'un tel choix de rugosité. Néanmoins, les auteurs

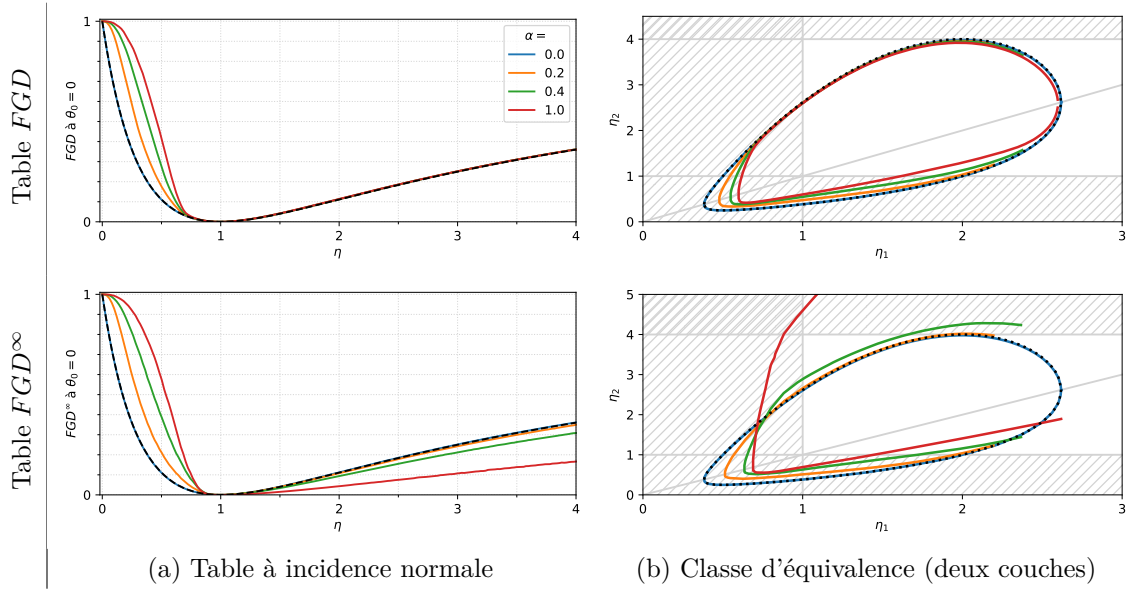


Figure 5.20 – Nous comparons (a) l’utilisation de FGD^∞ (en bas) à FGD (en haut) sur (b) la classe d’équivalence d’un lobe issu de deux couches diélectriques ($R_{02} = 0.2$). Pour une rugosité élevée ($\alpha > 0.4$), les tables diffèrent (à gauche) : FGD^∞ s’écarte de Fresnel (courbe noire) même pour $\eta > 1$. Par conséquent, la forme de la classe d’équivalence (en bas à droite, courbe verte) est déformée par rapport à la classe lisse (courbe noire). Nous utilisons une résolution de 100×250 pour FGD^∞ et $\eta \in [0, 5]$.

montrent que leur représentation n’est pas toujours plus précise que celle de Belcour, car elle s’adapte moins bien à la prise en compte des inter-réflexions dans un milieu entre deux interfaces. L’intérêt de leur modèle réside avant tout dans sa version à six flux, permettant de gérer des milieux diffusants.

5.4. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons proposé une procédure d’inversion de l’apparence d’un empilement de couches potentiellement rugueuses. À partir d’une énergie et d’une variance cibles, nous avons montré comment inverser un lobe produit par deux couches, étendant la procédure établie pour un empilement de couches lisses. Nous avons ensuite montré comment contrôler en pratique l’apparence de plusieurs lobes. Cela permet notamment un contrôle physiquement réaliste de l’effet de halo. Enfin, nous avons discuté de différentes limites liées à la rugosité. Parmi ces limites, nous choisissons d’en détailler deux différentes dans la prochaine partie : la mise en place d’un prototype garantissant l’existence d’une solution dans la classe d’équivalence au chapitre 6, ainsi que la prise en compte d’un nouveau type de base, diffuse lambertienne, au chapitre 7.

Troisième partie

Extension de notre méthode

Chapitre 6.

De l'exploration au design

Dans les chapitres précédents, nous avons proposé une méthode d'inversion permettant de contrôler des propriétés de lobe à incidence normale, telles que son énergie et sa variance. De plus, nous avons réalisé un prototype permettant d'explorer les variations d'apparence au sein d'une classe d'équivalence de configurations physiques partageant ces propriétés de lobe à incidence normale. Toutefois, dans les chapitres précédents, nous nous sommes intéressés à borner le domaine de validité des différents paramètres physiques (par exemple $\forall i \in [1, n], \eta_i \in \mathcal{N} = [1, \eta_{\max}]$) pour retrouver un ensemble donnant une certaine énergie et variance d'entrée. Néanmoins, la classe d'équivalence peut s'avérer régulièrement vide, ce qui n'est pas facile à manipuler dans un objectif de design, d'autant plus lorsqu'il y a plusieurs lobes. Dans ce chapitre, nous nous intéressons donc à contraindre les entrées utilisateur, pour garantir que la classe d'équivalence contienne au moins un élément. Dans le cas d'un seul lobe, nous détaillons ces contraintes d'énergie et de variance en section 6.1. De plus, notre méthode permet d'inverser un matériau multicouche composé de plusieurs lobes. Dans ce cas, toutes les combinaisons d'énergie et de variance ne sont pas compatibles : par exemple, il est impossible d'obtenir un lobe spéculaire placé sous un lobe rugueux. En section 6.2, nous présentons donc différentes contraintes afin de contrôler deux lobes simultanément. En particulier, nous illustrons la difficulté technique de mettre en place de telles contraintes sur un nombre arbitraire de couches. Enfin, nous évoquons des méthodes alternatives pour répondre à cette problématique de contrôle utilisateur et discutons des principales limites de notre approche, en section 6.3.

6.1. Contraintes sur un seul lobe

Nous étudions les contraintes sur l'énergie $\mathbf{R}_1 := \mathbf{R}_{02}$ et la variance $\sigma_1 := \sigma_{02}$ à incidence normale, d'un lobe issu de deux couches placé dans l'air. Nous commençons par détailler comment obtenir des énergies compatibles sur les trois canaux de couleur RGB dans le cas $\sigma_1 = 0$, en section 6.1.1, que nous étendons au cas rugueux en section 6.1.2. Nous conservons la notation d'énergie pour indiquer la réflectance de l'empilement dans le cas lisse. Ensuite, nous présentons la contrainte induite sur la variance par le choix préalable de l'énergie du lobe, en section 6.1.3.

6.1.1. Bornage de l'énergie dans le cas lisse

Nous avons montré que la classe d'équivalence \mathcal{E} est l'intersection des classes d'équivalences définies sur chaque canal de couleur indépendamment. Toutefois, si les énergies sont trop différentes, il peut arriver que leur intersection n'offre aucune solution, ce que nous souhaitons éviter afin de faciliter le contrôle de l'utilisateur. Pour cela, nous supposons que les énergies de tous les canaux sont connues sauf une, dont nous devons déterminer le domaine de validité. Nous illustrons notre propos en considérant que les énergies sur les canaux rouge et vert sont données, dont l'intersection est représentée en orange, et que celle du canal bleu doit être bornée, $R_B := R_{02,B}$. Il est à noter que la procédure est identique avec C canaux : les $C - 1$ forment un premier ensemble dont l'intersection permet de calculer de l'énergie du C -ème canal. Dans la suite, nous travaillons plutôt sur le domaine du paramètre η_1 que l'énergie R_{02} directement. De plus, nous considérons d'abord $\sigma_1 = 0$ pour expliquer la procédure.

Nous illustrons le propos suivant sur la figure 6.1. À partir des énergies des canaux de couleur connues (en orange), un premier domaine de validité de η_1 est calculé suivant la procédure décrite en section 5.1.2 avec deux canaux uniquement. L'intervalle résultant (orange, en bas) est potentiellement séparé en deux parties, noté $[m_1, M_1] \cup [m_2, M_2]$, à cause de la contrainte $\eta_2 \in \mathcal{N}$, sinon $m_2 = m_1$, $M_2 = M_1$. Alors, le domaine de validité de η_1 relatif à l'énergie R_B doit être compatible avec le premier : leur intersection ne doit pas être vide. Il peut aussi être scindé en deux parties (bleu, en bas), indexées 1 et 2. Les bornes de R_B sont donc calculées lorsqu'il existe un unique point d'intersection entre ces deux domaines (pointillés noirs) :

- (a) $R_{B,\min}^1$ est obtenu lorsque M_1 correspond au point A de la classe d'équivalence bleue, c'est-à-dire pour $\eta_1 = \eta_2$ solution minimale de l'équation de Fresnel inverse (équ. 4.1). Dès lors que la valeur de R_B est augmentée, l'isoline $\tau_1 = 0$ (courbe bleue), grossit et se rapproche de la forme de la classe orange, offrant alors une multitude de solutions. Néanmoins, il existe une exception lorsque $\eta_0 \in [m_1, M_1]$, auquel cas $R_{B,\min}^1 = 0$.
- (b) $R_{B,\max}^1$ est obtenu lorsque m_1 correspond au point d'intersection entre la classe d'équivalence \mathcal{E} et la contrainte $\eta_2 = \eta_{\max}$. Il est calculé par l'équation 5.2.
- (c) $R_{B,\min}^2$ est obtenu lorsque m_2 correspond au point E, c'est-à-dire pour $\eta_1 = \eta_2$ solution maximale de l'équation de Fresnel inverse (équ. 4.1), mais vaut 0 si $\eta_0 \in [m_2, M_2]$.
- (d) $R_{B,\max}^2$ est obtenu lorsque M_2 correspond au point F de la classe d'équivalence bleue, c'est-à-dire pour $\eta_2 = 1$. Il est calculé par l'équation 5.3.

En pratique, ces bornes sont calculées très simplement comme le montre l'algorithme 7 puisque nous avons uniquement besoin de leur réflectance. En terme d'interface graphique, nous calculons pour chaque canal de couleur le domaine de validité de sa réflectance en fonction des deux autres. Nous l'affichons sous forme de hachure au niveau du curseur, ou *slider* en anglais (voir fig. 6.3 décrivant notre prototype). Cette information est mise à jour dès que l'une des réflectances est manipulée et permet d'indiquer simplement les valeurs à éviter.

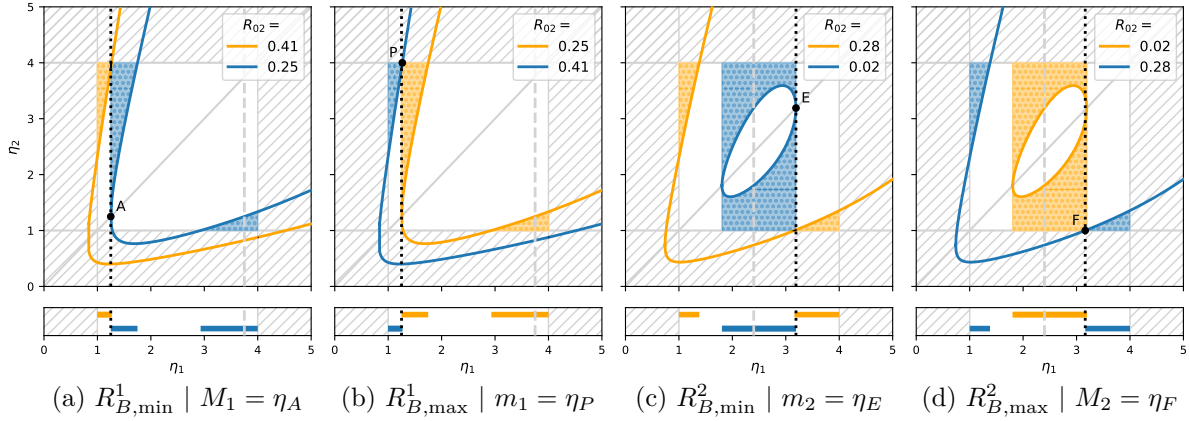


Figure 6.1 – Illustration des cas extrêmes où l'intersection des domaines de validité de η_1 en fonction des canaux rouge et vert (représentés en orange) avec le canal bleu donne une solution *unique* (pointillés noirs). Étant donné le domaine orange en bas, noté $[m_1, M_1] \cup [m_2, M_2]$, notre méthode calcule le domaine de validité de R_B . Les pointillés gris indiquent la valeur de η_0 .

Algorithme 7 : Calcul des bornes sur l'énergie d'un canal

Entrée : $\eta_0, \eta_{\max}, [m_1, M_1] \cup [m_2, M_2]$

Sortie : R_{\min}, R_{\max}

Initialiser $R_{\min}^1, R_{\max}^1, R_{\min}^2$ et R_{\max}^2 à *nan*

si m_1 et M_1 sont définis **alors**

$R_{\min}^1 = R_{01}(\eta_0, M_1)$	▷ éq. 3.1
si $\eta_0 \in [m_1, M_1]$ alors $R_{\min}^1 = 0$	
$R_{\max}^1 = R_{02}(\eta_0, m_1, \eta_{\max})$	▷ éq. 3.2

si m_2 et M_2 sont définis **alors**

$R_{\min}^2 = R_{01}(\eta_0, m_2)$	▷ éq. 3.1
si $\eta_0 \in [m_2, M_2]$ alors $R_{\min}^2 = 0$	
$R_{\max}^2 = R_{02}(\eta_0, M_2, 1)$	▷ éq. 3.2

$R_{\min} = \min(R_{\min}^1, R_{\min}^2)$

$R_{\max} = \max(R_{\max}^1, R_{\max}^2)$

Cas particulier d'une base conductrice. Dans le cas d'un lobe issu de deux couches dont la base est conductrice, il n'existe pas de contrainte entre les énergies des différents canaux de couleur, analogue au cas d'une base diélectrique, car l'indice de réfraction du conducteur $\eta_2 + i\kappa_2$ est chromatique. Par contre, nous avons montré précédemment (voir section 4.1.1) que la réflectance de la base R_{12} doit être suffisamment élevée pour trouver une solution valide (en particulier $R_{12} > 0.17$). Par chance, cette contrainte ne se répercute pas en terme de valeur minimale sur R_{02} , car la profondeur optique τ_1 permet de compenser grâce à la relation $R'_{12} = R_{12}e^{-2\tau_1}$. Nous forçons ensuite $\tau_1 \geq \tau_{\min}$ au moment de calculer les paramètres physiques. Nous affichons ce prototype en figure 6.4.

6.1.2. Prise en compte de la variance dans le bornage de l'énergie

Pour l'heure, nous avons considéré le cas lisse, mais la procédure peut être étendue à une variance quelconque $\sigma_1 \neq 0$. Lorsqu'un lobe est composé de deux couches, il faut s'assurer que $\alpha_2 \geq 0$. Pour cela, nous avons imposé $\eta_1 < \eta_\sigma$, dont la valeur est approchée par la plus petite racine positive de l'équation :

$$\eta_\sigma^3(\alpha_1 - \alpha_1^2) + \eta_\sigma^2(-4 + \alpha_1 + 2\alpha_1^2) + \eta_\sigma(8 - 5\alpha_1 - \alpha_1^2) + 3\alpha_1 = 0. \quad (6.1)$$

Cette borne est détaillée en note 5.4 du chapitre précédent et illustrée ici en figure 6.2 par les lignes verticales. Le domaine de validité de η_1 est calculé comme l'intersection du domaine obtenu dans le cas lisse (gris clair) avec la contrainte $\eta_1 < \eta_\sigma$ en pointillés. Ainsi l'intervalle $[m_1, M_1] \cup [m_2, M_2] \cap [0, \eta_\sigma]$ peut être réécrit sous la forme $[m'_1, M'_1] \cup [m'_2, M'_2]$, alors utilisé en entrée de l'algorithme 7. De plus, σ_1 est pris en compte dans le calcul du point A de chaque canal de couleur, affectant potentiellement la valeur m_1 , comme y décrit en section 5.1.2.

Dans notre prototype actuel, seul le point A est mis à jour en fonction de la variance σ_1 , les autres points caractéristiques étant approchés par leur équivalent lisse. En particulier, la définition du point F peut parfois se révéler limitante, lorsque la réflectance et la variance sont fortes. Nous illustrons cette limite en figure 6.2 à droite, où le domaine de validité de (η_1, η_2) réel (en vert) peut être plus étendu que celui considéré par notre méthode (encadré en rouge). Cela impacte non seulement le domaine de η_1 mais aussi celui l'énergie R_1 par ricochet, via l'algorithme 7. Cependant, il est important de noter qu'une fois η_1 choisi, le domaine de η_2 représente correctement le cas rugueux.

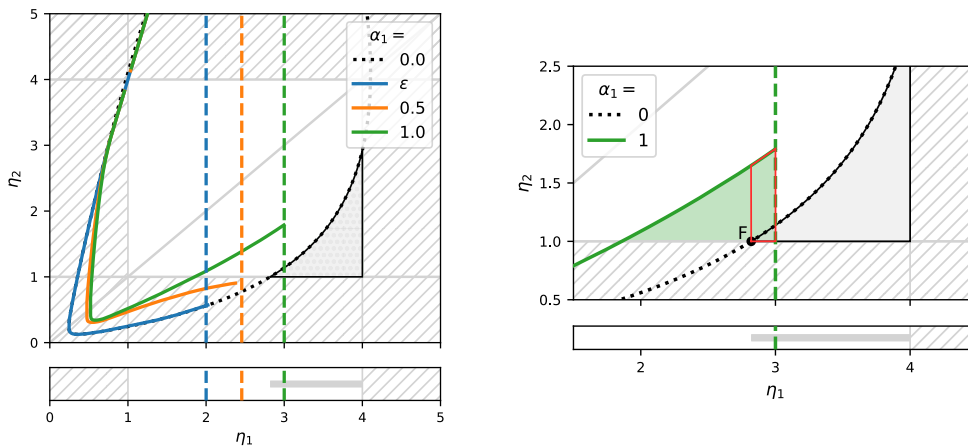


Figure 6.2 – A gauche, la classe d'équivalence ($R_1 = 0.37$, $\eta_0 = 1$) peut être vide à cause de la contrainte $\eta_1 < \eta_\sigma$ (pointillés verticaux) imposée par la variance $\sigma_1 = f(\alpha_1)$, ici lorsque $\alpha_1 = \epsilon$ ou 0.5. A droite, nous zoomons sur la courbe $\alpha_1 = 1$. Le domaine de validité de (η_1, η_2) réel (triangle vert) est approché par le quadrilatère rouge, les bornes sur η_1 étant obtenues à l'aide du cas lisse (triangle gris).

6.1.3. Variance

Nous venons de décrire la contrainte imposée sur R_1 par le choix préalable de la variance σ_1 . Nous souhaitons maintenant réaliser l'inverse, c'est-à-dire restreindre le domaine de validité de la variance σ_1 pour garantir l'existence d'une solution, étant donnée l'énergie du lobe R_1 .

En partie gauche de la figure 6.2, nous remarquons qu'il existe une contrainte sur σ_1 garantissant l'existence d'une solution. Dans cet exemple, les configurations $\alpha_1 = \varepsilon$ ou 0.5 ne permettent pas d'obtenir $\alpha_2 \geq 0$ par opposition à $\alpha_1 = 1$. Cette variance $\sigma_{1,\min} = f(\alpha_{1,\min})$ à partir de laquelle indice de réfraction η_1 n'est plus valide peut être estimée en inversant l'équation 6.1. Elle est alors calculée pour $\eta_1 = m_1$ ($= \eta_F$ pour l'exemple choisi) par :

$$\alpha_{1,\min} = \frac{\eta_1^2 + 2\eta_1 - 3 - \sqrt{\eta_1^4 - 12\eta_1^3 + 30\eta_1^2 - 12\eta_1 + 9}}{2\eta_1(\eta_1 - 1)}. \quad (6.2)$$

Cette contrainte représente une borne minimale sur la variance, bien que la configuration $\sigma_1 = 0$ soit *toujours* une solution valide. Nous avons donc une solution lorsque $\sigma_1 \in \{0\} \cup [f(\alpha_{1,\min}), \infty[$. Toutefois, il est préférable de choisir une faible valeur de variance pour que le modèle de Belcour soit correct. Cette borne apparaît donc rarement en pratique.

6.1.4. Prototype

À partir de l'inversion proposée au chapitre 5 et des bornes sur les énergies et variances que nous venons de présenter, nous avons mis en place deux prototypes pour le contrôle d'un lobe issu de deux couches lorsque la base est diélectrique ou bien conductrice. Ils sont affichés respectivement en figure 6.3 et 6.4. Ils sont implémentés en Python, permettant de naviguer dans une classe d'équivalence de manière interactive à l'aide de curseurs. Le code source est disponible ici : <https://hal.inria.fr/hal-03255469v1>, sans les bornes toutefois.

Les quatre premiers curseurs permettent de définir la classe d'équivalence à explorer, en contrôlant les propriétés du lobe à incidence normale (R_1 et σ_1). Nous nous assurons qu'il existe bien au moins une solution dans la classe choisie, en hachurant en noir les zones invalides des curseurs. Ces domaines « déconseillés » sont mis à jour en temps réel, lorsque les propriétés du lobe à incidence normale sont éditées. De plus, il existe d'autres curseurs, dont le nombre dépend de la configuration physique considérée, permettant de naviguer dans la classe d'équivalence en sélectionnant un élément. Par construction, ces curseurs sont définis entre 0 et 1, et offrent donc toujours une solution. Les paramètres (t_1, t_2) utilisés lorsque la base est diélectrique contrôlent les valeurs η_1 et η_2 , puis nous calculons ensuite τ_1 . Les paramètres $(n_1, \mathbf{t}, \mathbf{n})$ proposés lorsque la base est conductrice contrôlent les valeurs η_1 , τ_1 et η_2 , que nous utilisons pour calculer κ_2 .

Nous visualisons toujours la classe d'équivalence en haut à gauche, représentant les trois canaux de couleur. Nous n'avons pas utilisé les mêmes couleurs que dans les illustrations du manuscrit pour des raisons techniques, mais la transparence dans le cas diélectrique permet de localiser l'intersection des domaines sur les trois canaux de couleur, auparavant représentée en

gris clair. Notre méthode permet de sélectionner une configuration physique dans cet espace, représentée par le point gris clair dans cette zone. Dans le cas d'une base conductrice, la classe d'équivalence est représentée en deux parties, en haut de la figure 6.4. De plus, la configuration physique choisie est cette fois représentée par trois points dans l'espace $\tilde{\eta}_2$ (à gauche) représentant chaque canal de couleur, alignés sur un même axe vertical η_1 . Chaque point $\tilde{\eta}_2$ correspond ensuite à un complexe $\eta_2 + i\kappa_2$ (à droite), dont la forme change en fonction de la profondeur optique τ_1 choisie par le biais du curseur t . Par exemple, le canal rouge est ici fixé à $t_R = 0.2 \Rightarrow \tau_R \neq 0$, correspondant à la ligne pleine rouge en haut à droite, et nous affichons en pointillés rouge sa forme pour $\tau_R = 0$. Toutefois, il est à noter que la classe d'équivalence *rugueuse* (ligne pleine) est mal représentée dans le domaine $\tilde{\eta}_2$ uniquement (à gauche). Ce problème s'explique par la nécessité d'utiliser la table *FGD* pour l'obtenir, bien que celle-ci ne soit pas calculée pour de forts indices $\eta_2 > 4$. Cela n'impacte aucunement l'inversion des paramètres physiques, et la classe d'équivalence lisse (en pointillés) est représentative du cas rugueux. Le seul bémol de notre visualisation actuelle est de ne pas pouvoir observer si la contrainte *réelle* $\eta_1 < \eta_\sigma$ est correctement approchée par les pointillés verticaux noirs.

De plus, grâce au modèle direct de Belcour [Bel18], nous affichons l'énergie (ligne pleine) et la variance (en pointillés) de la configuration physique sélectionnée, pour toute élévation de lumière θ_0 . Elles sont visualisées sur les deux graphiques en bas du prototype diélectrique (fig. 6.3) et regroupées en un seul, en bas à gauche du prototype conducteur (fig. 6.4). Ces courbes étant affichées avec une table *FGD* de plus faible résolution pour parcourir l'ensemble des élévations θ_0 , il est possible dans le cas conducteur, d'observer des différences à incidence normale entre la cible (pointillés horizontaux) et le résultat de notre méthode (ligne pleine).

Enfin, nous affichons à droite un rendu de la configuration physique choisie. Il n'est pas mis à jour en temps réel au cours de l'exploration mais plutôt après avoir cliqué sur le bouton *Rendu*. Pour cela, notre méthode génère un fichier XML contenant la configuration physique sélectionnée, traduite ensuite en un fichier décrivant la scène à rendre. Nous utilisons le moteur de rendu Mitsuba [Jak10] avec le plugin de Belcour [Bel18] légèrement modifié, comme décrit en section 3.2.3. Le rendu pourrait être réalisé avec une simulation de Monte-Carlo [GHZ18] mais l'utilisation du modèle de Belcour permet d'obtenir un résultat approché rapidement.

Ces deux prototypes permettent de naviguer dans une classe d'équivalence pour explorer les effets atteignables aux angles rasants, garantissant qu'il existe toujours une solution pour les propriétés de lobes demandées. Nous n'avons pas développé de prototype semblable dans le cas de lobes multiples, pour plusieurs raisons. Les résultats que nous montrons au chapitre 5 sont obtenus en entrant les énergies et variances de lobes sous forme textuelle, sans visualiser la classe d'équivalence associée. En effet, l'inversion d'un lobe issu de deux couches telle que nous l'avons décrite doit être adaptée dans le cas où il est placé sous une ou plusieurs couches (voir section 5.2.2). De plus, nous montrons dans la suite qu'il est difficile de borner les curseurs d'énergie et de variance lorsque plusieurs lobes sont contrôlés simultanément.

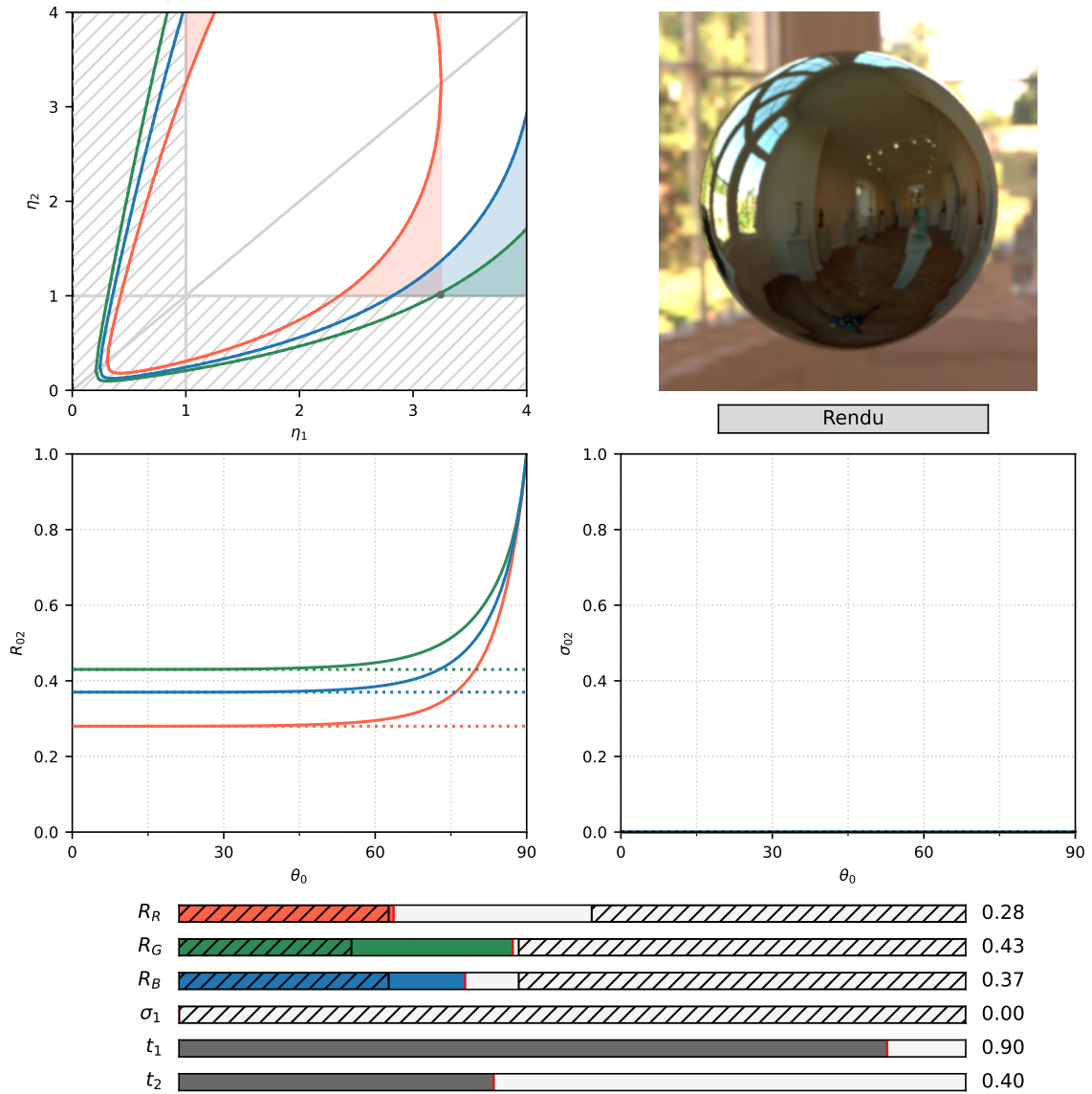


Figure 6.3 – Nous affichons notre prototype pour un lobe issu deux couches dont la base est *diélectrique*, placé dans l'air ($\eta_0 = 1$). Les paramètres physiques à retrouver sont (η_1, η_2, τ_1) , générant un lobe d'énergie et de variance (R_1, σ_1) choisies par l'utilisateur via des curseurs (en bas). Ceux-ci sont bornés de manière indicative par les hachures noires représentant les zones invalides, afin de garantir que l'énergie et la variance sont compatibles, c'est-à-dire que la classe d'équivalence est non vide. Ici $\sigma_1 = 0$ est la seule solution. Les autres curseurs permettent de naviguer dans la classe d'équivalence représentée en haut à gauche, par canal de couleur. Le point gris correspond à la solution valide sélectionnée par l'utilisateur via les curseurs (t_1, t_2) . Pour cette configuration, nous affichons au centre sa réflectance et sa variance, cette dernière étant nulle dans l'exemple. En haut à droite, un rendu est disponible, mis à jour de manière non interactive grâce au bouton *Rendu*.

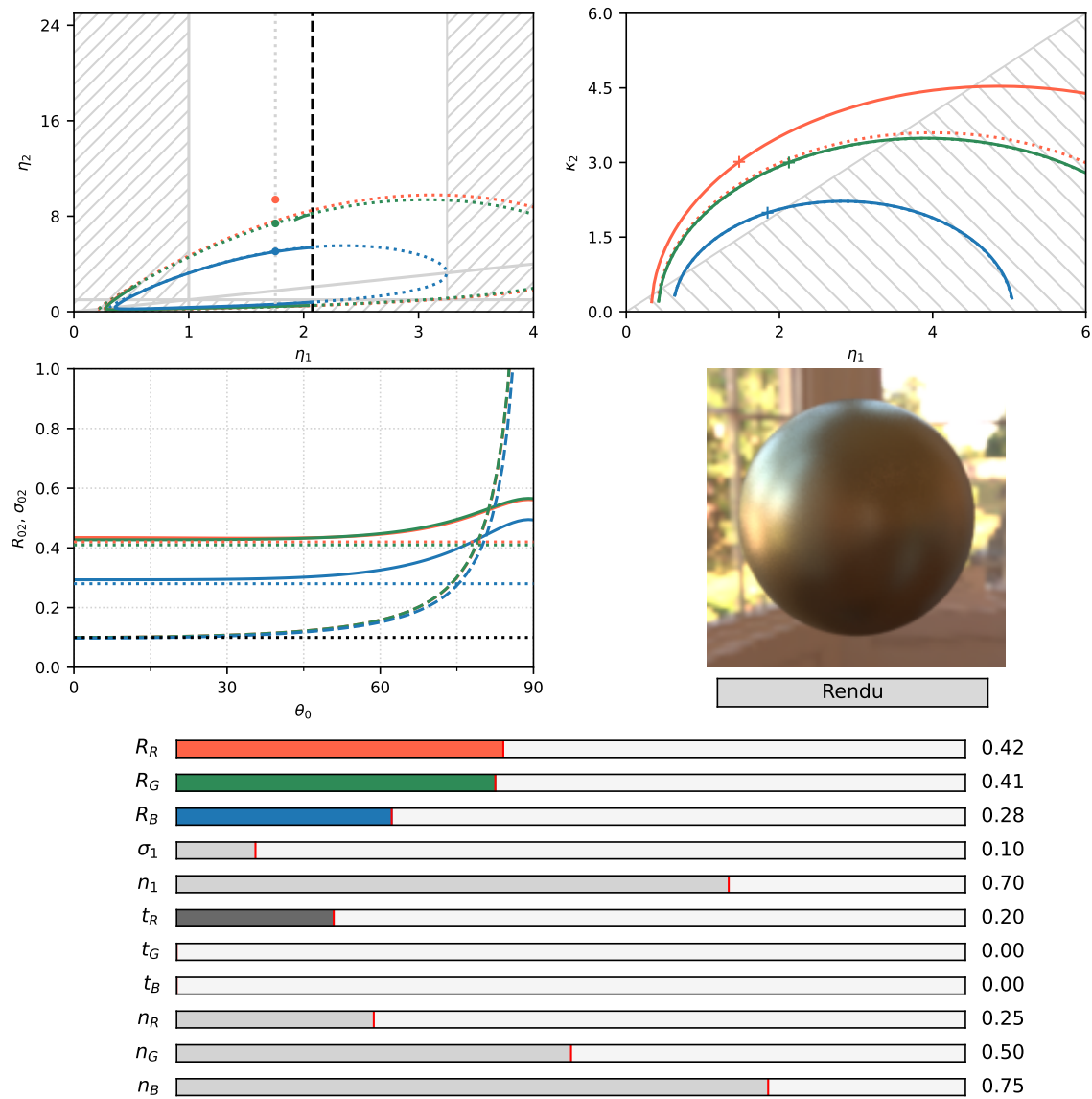


Figure 6.4 – Nous affichons notre prototype pour un lobe issu de deux couches dont la base est *conductrice*, placé dans l'air ($\eta_0 = 1$). Les paramètres physiques à retrouver sont $(\eta_1, \tau_1, \tilde{\eta}_2 = \eta_2 + i\kappa_2)$, générant un lobe d'énergie et de variance (R_1, σ_1) choisies par l'utilisateur via des curseurs (en bas). Ceux-ci ne sont pas bornés en fonction des valeurs des différents canaux. Comparé au prototype diélectrique (fig 6.3), la classe d'équivalence est représentée en deux parties, et nécessite plus de curseurs pour la parcourir puisque les paramètres physiques sont plus nombreux. La classe d'équivalence rugueuse (en haut, ligne pleine) est mal représentée, mais peut être approchée par le cas lisse (pointillés colorés) en tenant compte de la contrainte $\eta_1 \leq \eta_\sigma$ (pointillés verticaux noirs). Les pointillés en haut à droite indiquent la représentation de la classe d'équivalence rouge si $\tau_R = 0$. La réflectance et la variance de la configuration choisie sont regroupées dans le même graphique (en bas à gauche, respectivement en ligne pleine et *traits* pointillés). Elles sont évaluées de manière peu précise, la table *FGD* utilisée étant moins discrétisée que son équivalent pour l'inversion. Nous observons donc quelques différences entre les propriétés du lobe obtenues et celles attendues (pointillés horizontaux).

6.2. Contraintes entre lobes

Après avoir contraint l'énergie colorée et la variance d'un lobe unique afin d'obtenir des paramètres physiques plausibles, nous étudions le cas de lobes multiples dans la présente section. Par exemple, nous supposons que nous souhaitons éditer deux lobes d'énergies et variances (\mathbf{R}_1, σ_1) et (\mathbf{R}_2, σ_2) . Dans ce cas, si l'un des deux est fixé, alors il contraint nécessairement le second. Nous ne souhaitons pas présumer d'un ordre de design, et étudions donc les contraintes induites par le choix des propriétés du premier lobe sur le second, que nous appelons « *contrainte du haut vers le bas* », mais aussi le sens inverse, *du bas vers le haut*. Dans la suite nous considérons des lobes composés d'une seule couche et sans absorption afin de simplifier le propos. De plus, la configuration $\tau = 0$ représente généralement un cas extrême de la classe d'équivalence intéressant à étudier.

6.2.1. Contraintes sur les énergies de deux lobes issus d'une seule couche

Nous commençons par considérer deux lobes lisses, d'énergies R_1 et R_2 achromatiques, chacun composé d'une seule couche. Dans ce cas, les inconnues sont uniquement les indices de réfraction des milieux η_1 et η_2 , en supposant que le milieu ambiant η_0 soit déjà établi.

En figure 6.5, nous représentons ces contraintes dans l'espace (η_1, η_2) pour différentes valeurs de R_1 et R_2 . La contrainte sur R_1 correspond à deux valeurs η_1 en inversant l'équation de Fresnel (voir éq. 4.1), mais elles ne respectent pas nécessairement la condition $\eta_1 \in \mathcal{N}$, auquel

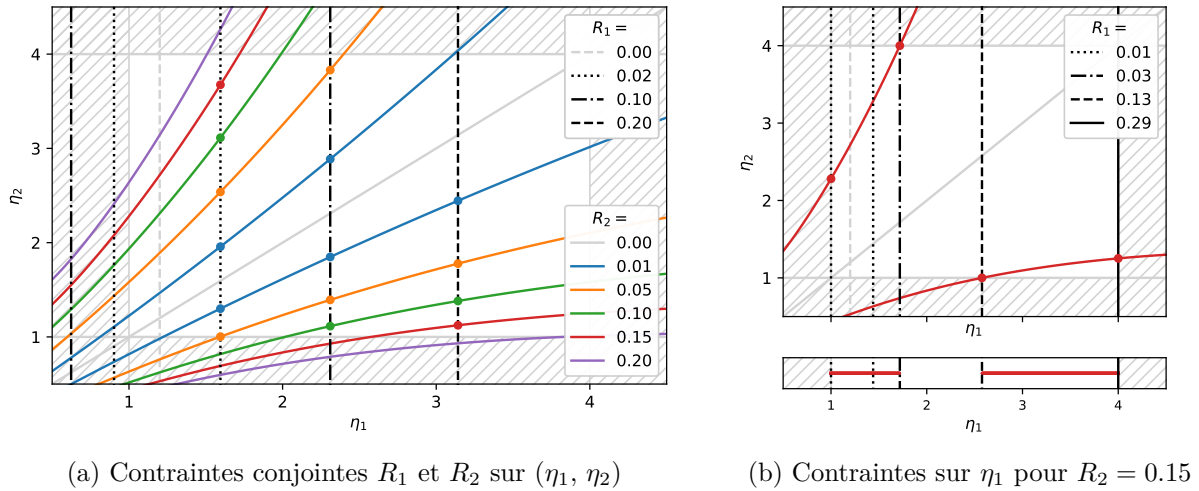


Figure 6.5 – Nous illustrons les paramètres physiques (η_1, η_2) générant deux lobes de BRDF, d'énergies R_1 et R_2 dans un milieu ambiant $\eta_0 = 1.2$. Les points de couleur (a) correspondent aux configurations respectant ces deux conditions, en faisant varier R_1 (lignes verticales noires) ou bien R_2 (lignes colorées). Il peut exister de zéro à quatre solutions pour un couple (R_1, R_2) . En sélectionnant $R_2 = 0.15$ (b), nous visualisons graphiquement le domaine de validité de η_1 (en rouge en bas) permettant d'obtenir cette énergie. Il mène à la contrainte $R_1 \in [0, 0.03] \cup [0.14, 0.29]$.

cas nous les ignorons. La contrainte sur la valeur de R_2 est représentée en ligne pleine colorée et engendre deux valeurs η_2 pour chaque valeur de η_1 , inversant une fois de plus l'équation de Fresnel. Si l'on fixe ces deux contraintes conjointement, il faut alors réaliser l'intersection de ces deux courbes, menant au plus à quatre solutions. Nous souhaitons donc éviter qu'il n'y ait aucune solution considérée valide, comme c'est le cas pour $R_2 = 0.2$ (en violet) sur la figure 6.5 à gauche, pour les énergies R_1 sélectionnées. Pour cela, nous fixons l'énergie à incidence normale de l'un des deux lobes et nous nous demandons dans quelle domaine choisir la seconde pour garantir l'existence d'une solution dite valide.

Contraintes du haut vers le bas. Lorsque le premier lobe R_1 est fixé, il est aisé de restreindre le second à une énergie à incidence normale R_2 atteignable. En effet, pour chacune des racines η_1 , l'énergie maximale R_2 est obtenue en évaluant l'équation d'ajout (éq. 3.2) avec les paramètres ($\eta_0, \eta_1, \eta_2 = 1$ ou η_{\max}). Ces deux points correspondent à l'intersection de la ligne verticale de valeur η_1 avec le domaine $\eta_2 \in \mathcal{N}$.

Contraintes du bas vers le haut. Nous souhaitons maintenant déterminer le domaine dans lequel l'énergie R_1 peut être choisie afin de garantir qu'il existe une configuration physique, $\eta_2 \in \mathcal{N}$, produisant un second lobe d'énergie R_2 . Supposons que R_2 soit fixé, nous illustrons sur la figure 6.5 à droite, le domaine de validité de η_1 (en rouge en bas), permettant alors de borner R_1 . Celui-ci est la projection sur η_1 de l'intersection entre l'isoligne de R_2 et le domaine \mathcal{N}^2 . Ces étapes sont décrites dans l'algorithme 8, qui s'appuie sur les formulations dérivées en note 6.1. La réflectance $R_1 = R_{01}$ est ensuite obtenue en évaluant l'équation de Fresnel (éq. 3.1) aux limites du domaine de η_1 , qui peut être disjoint comme l'illustre l'exemple. Il existe une subtilité lorsque $\eta_1 = \eta_0$ est inclu dans le domaine de validité, alors $R_{\min} = 0$.

Algorithme 8 : Calcul du domaine de η_1

Entrée : R_2, η_0, η_{\max}

Sortie : $[m_1, M_1] \cup [m_2, M_2]$ ou \emptyset

Calculer M_1 à partir de $(R_2, \eta_0, \eta_{\max})$

▷ éq. 6.6

si M_1 vaut nan **alors** l'intervalle $[m_1, M_1]$ n'existe pas

Calculer m_2 à partir de $(R_2, \eta_0, 1)$

▷ éq. 6.6

si m_2 vaut nan **alors** l'intervalle $[m_2, M_2]$ n'existe pas

6.2.2. Contraintes sur les variances de deux lobes issus d'une seule couche

Nous détaillons maintenant ces contraintes dans le cas de lobes non lisses. Comme l'indique la figure 6.6, toutes les variances σ_1 et σ_2 ne sont pas compatibles. Nous souhaiterions pouvoir fixer l'une ou l'autre et borner automatiquement la seconde pour garantir une solution.

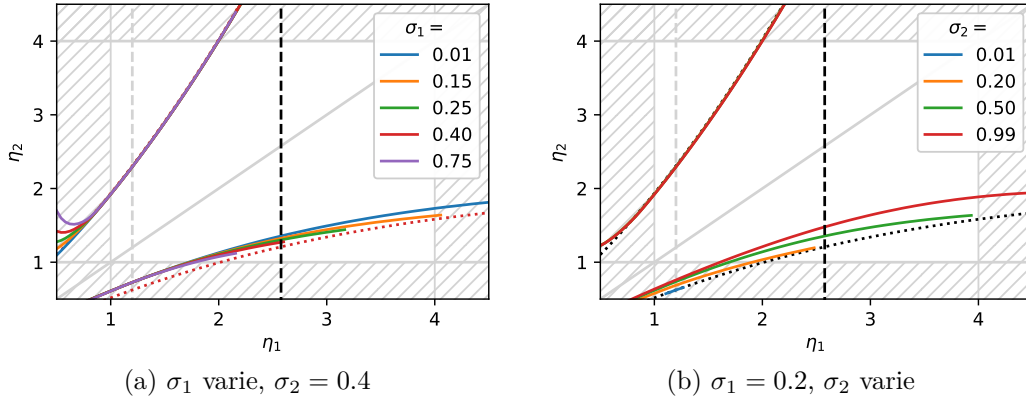


Figure 6.6 – Illustration des solutions (η_1, η_2) menant à $R_1 = 0.13$ et $R_2 = 0.1$ pour différentes variances (a) σ_1 et (b) σ_2 , avec $\eta_0 = 1.2$. Lorsque les deux variances sont incompatibles, il est possible (a) de diminuer la variance de la couche de vernis σ_1 ou (b) d'augmenter celle de la base σ_2 .

Contraintes du haut vers le bas. Tout d'abord, nous supposons que R_1 et σ_1 sont établis. Nous décrivons la contrainte appliquée à la variance σ_2 , en supposant que l'énergie R_2 est fixée. Elles sont obtenues de la manière suivante :

- l'énergie de la base R'_{12} est calculée grâce à l'équation 5.6, avec $k = 2$ et $n = 1$;
- elle est ensuite utilisée pour calculer les valeurs minimale et maximale de σ_2 grâce à l'équation 3.6 avec $\alpha_2 = 0$ ou 1. La valeur de η_2 n'a pas besoin d'être calculée explicitement, la réflectance R'_{12} étant suffisante.

Le cas contraire est plus difficile, où la variance σ_2 est établie et l'énergie R_2 doit être bornée :

- l'énergie maximale $R_{2,\max}$ est obtenue lorsque $\eta_2 = 1$ ou η_{\max} . Le modèle de Belcour (équ. 5.5) peut donc être appliqué sur l'empilement $(\eta_0, \alpha_1, \eta_1, \alpha_2, \eta_2 = 1 \text{ ou } 4)$.

Cependant, une difficulté survient du fait que $\alpha_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R)$ doit être calculé, puisque la valeur de R_{12} dépend aussi cette variable (à cause de la table FGD évaluée avec $\alpha'_2 = f^{-1}(\sigma_{12}^R + \sigma_{01}^T)$). Le terme σ_{12}^R peut être obtenu à partir de la variance σ_2 via l'équation 5.7 mais celle-ci implique de connaître au préalable la réflectance de la base $R'_{n,n+1} = R_{12}$ dans notre cas, ce que nous cherchons précisément à définir. Il faut donc réaliser une approximation, par exemple $\alpha_2 = 0$.

Contraintes du bas vers le haut. Le cas inverse, c'est-à-dire le calcul des contraintes induites par le second lobe sur le premier, est plus difficile. Nous devons déterminer la valeur de $\sigma_1 = f(\alpha_1)$ pour laquelle $\alpha_2 = 0$ c'est-à-dire $\sigma_{12}^R = 0$. À partir de l'équation 5.1, nous cherchons donc α_1 tel que :

$$\sigma_2 = \sigma_{10}^T + \frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{01}^T + \frac{R_{12}R_{10} \sigma_{10}^R}{1 - R_{12}R_{10}} \right) \quad (6.3)$$

La quasi-totalité des termes de cette équation dépendent de α_1 . Cette formule ne peut être inversée analytiquement sans réaliser d'approximation.

Note 6.1 – Inversion du paramètre η_1 lorsque deux lobes issus d'une couche sont empilés

Nous considérons deux lobes d'énergies R_1 et R_2 achromatiques issus d'une seule couche lisse. Dans ce cas, l'équation d'ajout modélise la réflectance de la base comme :

$$R_2 = \frac{T_{01}^2 R_{12}}{1 - R_{01} R_{12}}, \quad (6.4)$$

pouvant être inversée :

$$R_{12} = \frac{R_2}{(1 - R_{01})^2 + R_2 R_{01}}. \quad (6.5)$$

Ces équations ont déjà présentées au chapitre précédent sous la forme de l'équation 5.5 et 5.6. Nous souhaitons maintenant trouver la valeur η_1 , qui couplée un certain indice η_2 donné, génère la réflectance R_2 attendue. Pour cela, l'équation 6.4 peut être réécrite, η_1 étant solution du polynôme suivant :

$$\begin{aligned} & -R_2(\eta_0 + \eta_2) \times \eta_1^4 \\ & + \eta_0(4\eta_0 - 2R_2(\eta_0 + \eta_2)) \times \eta_1^3 \\ & - \eta_0(8\eta_0\eta_2 + R_2(\eta_0 + \eta_2)^2) \times \eta_1^2 \\ & + \eta_0^2\eta_2(4\eta_2 - 2R_2(\eta_0 + \eta_2)) \times \eta_1 \\ & - R_2\eta_0^3\eta_2(\eta_0 + \eta_2) = 0 \end{aligned} \quad (6.6)$$

Il y a généralement au plus une solution dite valide, $\eta_1 \in \mathcal{N}$.

6.3. Pistes d'amélioration

Nous présentons différentes pistes d'amélioration de notre méthode. Celles-ci peuvent être de différentes natures, en fonction de l'objectif visé, principalement un meilleur contrôle artistique en section 6.3.1 ou l'ajout de contraintes physiques supplémentaires, en section 6.3.2.

6.3.1. Contrôle artistique

Conclusions sur la méthode actuelle. Nous venons de présenter différentes méthodes afin de contraindre les énergies et variances entrées par l'utilisateur, pour s'assurer qu'il existe une configuration physique produisant un lobe avec de telles propriétés à incidence normale. Lorsqu'un seul lobe est considéré, ces contraintes sont assez simples à mettre en œuvre, ce qui devient bien plus complexe dès lors que plusieurs lobes sont contrôlés. Or c'est précisément la présence de plusieurs lobes qui permet la richesse visuelle d'apparences de matériaux multicouches. Dans ce cas, nous avons montré la difficulté d'obtenir des bornes de manière analytique. Elles pourraient être calculées par optimisation, mais cela ne serait pas cohérent avec la philosophie de notre méthode actuelle, ayant évité les optimisations pour l'inversion des paramètres physiques. De plus, il faut s'assurer que le calcul des bornes reste suffisamment rapide pour que l'interaction ne soit pas gênée, évitant toute latence. Nous avons donc plutôt opté pour des bornes approchées, pour l'heure calculées uniquement dans le cas de deux lobes composés d'une seule couche. La procédure décrite n'est pas suffisamment générique pour être appliquée à un nombre arbitraire de lobes, et contraindre l'un d'eux en fonction de propriétés d'autres lobes placés plus haut et plus bas dans la pile. De plus, l'édition actuelle est fastidieuse car les domaines de validité des énergies et de la variance sont alors réduits. Une telle procédure semble difficile à atteindre, c'est pourquoi une autre alternative semble à privilégier.

Autre approche : carte de plausibilité. La mise en place de contraintes répond initialement à la difficulté d'obtenir une solution dite valide, en particulier $\eta \in \mathcal{N}$. Une solution consiste donc à supprimer cette contrainte, pour faciliter l'exploration. Elle peut alors être remplacée par une indication sur la plausibilité de la configuration physique obtenue. Cette proposition s'inspire d'un noeud du logiciel Substance Designer d'Adobe [Ado21], indiquant sous forme de « carte de chaleur » la plausibilité d'une apparence métallique. Par exemple, nous pourrions colorer le domaine de validité de (η_1, η_2) non contraint proportionnellement à $\max(\eta_1, \eta_2)$. Toutefois, la contrainte sur la rugosité de l'interface de base d'un lobe issu de deux couches, $\alpha_2 \geq 0$, ne peut être supprimée et réduit elle-aussi la quantité de solutions. Dans ce cas, il vaut mieux utiliser un lobe issu d'une seule couche de réflectance équivalente, ce qui provoque une plus faible différence visuelle dès lors que le lobe considéré n'est pas le premier (le degré de liberté sur la profondeur optique τ_0 lui permettant d'être coloré). Une telle alternative ne permet pas de se soustraire aux contraintes induites par les variances entre les lobes, décrites dans ce chapitre.

Prise en compte d'aspects perceptuels. Une alternative afin d'augmenter la taille des classes d'équivalence est de prendre en compte la perception. Nous avons actuellement défini des classes d'équivalence en réalisant des inversions numériques de manière exacte. Cela nous permet de garantir que deux matériaux d'une même classe sont identiques à incidence normale, indépendamment de l'environnement lumineux et la forme, en omettant la transmission toutefois. Une approche alternative consiste à être moins rigoureux dans la définition des classes d'équivalence, au bénéfice d'augmenter leur taille. Pour ce faire, la prise en compte de critères perceptuels peut ainsi permettre d'offrir une marge de manœuvre sur la réflectance et la variance, s'assurant que le lobe en sortie n'est pas visuellement trop éloigné de la cible souhaitée.

6.3.2. Contraintes physiques

Nous avons imposé quelques contraintes *empiriques* sur les paramètres physiques afin d'éviter les indices de réfraction trop élevés pour les diélectriques, et les absorptions dans les milieux ou les rugosités d'interfaces négatives. Dans cette section, nous discutons de différentes pistes d'amélioration pour obtenir une inversion plus « physiquement réaliste ».

Domaine de validité d'un conducteur. Dans le cas des conducteurs, nous avons imposé une contrainte arbitraire sur η_{\min} , permettant d'éviter les configurations proches des diélectriques, c'est-à-dire $\kappa \approx 0$. Nous avons aussi imposé $\kappa \geq \eta$ comme « définition d'un conducteur », assumant qu'il n'est pas magnétique. Toutefois, ces contraintes ne sont pas forcément idéales pour décrire le comportement d'un conducteur. Nous affichons en figure 6.7 les indices de réfraction de différents matériaux, que nous aimerions regrouper par famille. Nous souhaiterions à partir de telles observations restreindre un peu plus l'espace (η, κ) des conducteurs considérés comme valides. Il est toutefois difficile de généraliser ces observations, puisque nous n'avons utilisé que les données à disposition sur le site refractiveindex.info. Par ailleurs, nous remarquons que plusieurs matériaux se trouvent dans la zone $\kappa < \kappa_{\min}$ ignorée (quart de cercle grisé), notamment le césium et le rubidium représentés en figure 6.8.

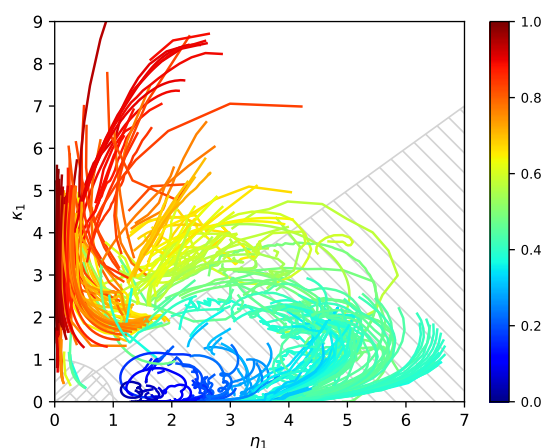


Figure 6.7 – Nous affichons les valeurs (η_1, κ_1) mesurées pour différents matériaux. Les lignes indiquent les valeurs d'un même matériau pour différentes longueurs d'onde, la couleur est la réflectance moyenne sur ces longueurs d'onde. Nous voyons qu'il existe bien des matériaux dans la zone hachurée en gris clair, ignorée par notre méthode car $\eta_1 \leq \eta_{\min}$ ou $\eta_1 \leq \kappa_1$. Ces données ne regroupent pas uniquement des conducteurs, mais aussi des semi-conducteurs et diélectriques. Source : refractiveindex.info.



Figure 6.8 – Cristaux métalliques de rubidium (au-dessus) et de césium (en dessous) scellés dans des ampoules sous vide. Ces matériaux sont ignorés par notre méthode actuelle car leur indices valent respectivement $\tilde{\eta}_{Cs} \in [0.53 + 0.32i, 0.28 + 1.7i]$ et $\tilde{\eta}_{Rb} \in [0.19 + 0.37i, 0.11 + 1.98i]$ entre les longueurs d'onde 380nm et 780nm (mesures de Smith [Smi70]). Source : commons.wikimedia.org, propriété de ErpingWu.

Paramètres colorés. Dans ce manuscrit, nous faisons l'approximation courante que les paramètres chromatiques sont décrit par un triplet RGB, plutôt définis spectralement. Les travaux de Hoffman [Hof19] ont montré que le passage de propriétés physiques spectrales (φ_λ) à RGB (φ_{RGB}) est généralement incorrect, en particulier dans le cas de l'indice de réfraction complexe. Nous pourrions par exemple supposer ces paramètres RGB sont obtenus par le processus : $\varphi_\lambda \longrightarrow R_\lambda \longrightarrow R_{RGB} \longrightarrow \varphi_{RGB}$. Cette solution consiste tout d'abord à passer par le spectre de réflectance R_λ , grâce à l'équation de Fresnel. Il est ensuite converti en RGB, en l'intégrant sur les fonctions de sensibilité 1.7a et en convertissant le triplet XYZ obtenu en RGB. Enfin, l'indice de réfraction peut être obtenu en inversant l'équation de Fresnel (eq. 4.1). Ces étapes ont pour but que les réflectances spectrales et RGB soient les plus proches possible, mais ne tient pas compte des spectres des sources lumineuses dans une scène, qui ont aussi un fort impact sur le rendu final.

Nous avons déjà discuté en section 4.3.1 de l'extension possible de notre méthode à l'obtention de paramètres physiques spectraux.

Vers plus de réalisme physique. Dans notre méthode, nous supposons que les indices de réfraction sont valides s'ils appartiennent au domaine $\mathcal{N} = [1, \eta_{\max}]$. En pratique, les milieux d'indice proche de $\eta_{gaz} = 1$ sont des gaz, l'eau a un indice d'environ $\eta_{eau} = 1.33$ et les matériaux denses conventionnels d'indices les plus faibles sont MgF_2 et CaF_2 , avec $\eta_{MgF_2} = 1.39$ et $\eta_{CaF_2} = 1.44$ [PKM⁺]. Pour plus de réalité physique, il faudrait tenir compte de cet aspect lors de l'inversion, par exemple en contraignant davantage \mathcal{N} . Nous abordons la question de milieux plus complexes, notamment participatifs en section 7.3.2 du prochain chapitre.

6.4. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes contraintes sur les énergies et variances de lobes permettant de garantir l'existence de solutions dans une classe d'équivalence. Nous avons d'abord présenté ces contraintes dans le cas d'un seul lobe composé de deux couches, que nous avons mises en place au sein d'un prototype. Nous avons ensuite étudié les restrictions des domaines pour deux lobes issus d'une seule couche, supposant que le premier est fixé ou bien le second. Nous avons vu que ces contraintes sont difficiles à calculer dans ce cas restreint et pourtant le plus simple. La procédure n'est pas facilement extensible à un nombre plus important de couches, où il faut alors pouvoir spécifier toutes les contraintes sauf une, potentiellement au milieu de l'empilement. Cette approche ne semble donc pas idéale pour permettre une meilleure édition et navigation dans les classes d'équivalences. Nous avons présenté dans ce chapitre d'autres limites de notre approche et détaillons l'une d'elle au prochain chapitre : la prise en compte d'une base diffuse lambertienne.

Chapitre 7.

Empilements sur base diffusante

Notre méthode d'inversion, présentée aux chapitres 4 et 5, n'est pas applicable aux bases diffuses lambertiennes, puisqu'elle repose sur le modèle de Belcour. Pourtant, ces dernières permettent une apparence intéressante, très différente d'une couche diélectrique ou conductrice. Dans ce chapitre, nous discutons donc de l'inversion d'un empilement de couches à base diffuse. Deux possibilités s'offrent alors à nous : l'adaptation du modèle de Belcour à la gestion d'une telle base, ou bien l'inversion d'un autre modèle en tenant compte spécifiquement. Nous commençons par rappeler ces derniers et leurs limites, en section 7.1. Ensuite, nous détaillons une procédure d'inversion d'une base diffuse placée sous une couche de vernis, en section 7.2. Enfin, nous discutons des pistes futures afin de tenir compte d'un vernis possédant un nombre de couches quelconque sur une telle base, en section 7.3.1 ou encore de la prise en compte de milieux diffusants, en section 7.3.2.

7.1. Contexte

Dans cette section, nous rappelons les différentes méthodes pour obtenir la BRDF d'un empilement de couches à base lambertienne. Elles sont citées dans la section 1.3.3 du chapitre dédié à l'état de l'art. Pour rappel, une base diffuse renvoie la lumière de manière uniforme dans toutes les directions, en fonction de son albédo $\rho = k_d/\pi$ avec $k_d \in [0, 1]$.

Nous pourrions par exemple utiliser un modèle générique, c'est-à-dire dont la vocation est plus générale, mais dont la base peut être diffuse : en particulier le modèle de Weidlich et Wilkie [WW07]. Toutefois, nous avons vu que ce modèle ne tient pas compte des inter-réflexions dans les milieux, dont nous avons montré l'importance au chapitre 2, et qu'il est limité dans sa gestion de la rugosité, dès lors que plusieurs couches rugueuses sont empilées. Il peut néanmoins se révéler très précis lorsque la profondeur optique de la couche contenant la base diffuse est suffisamment forte. En effet, seul le rebond direct sur la base diffuse contribue alors à la BRDF finale de manière significative, car les rebonds multiples sont absorbés.

Cependant, il existe des modèles tenant compte d'une base diffuse spécifiquement. Nous détaillons le cas où le vernis est composé de couches lisses, ou bien d'une seule couche rugueuse.

Vernis lisse. Lorsque l'empilement d'interfaces est parfaitement lisse, le modèle de Simonot [SHH06] est exact. Il permet de calculer la réponse d'un nombre n arbitraire de couches sur une base diffuse lambertienne d'albédo ρ . En utilisant les différentes formulations du papier, on peut étendre la formule au cas où la couche lambertienne est dans un milieu absorbant de profondeur optique τ_n . Nous notons θ_0 et θ'_0 les élévations de lumière et de vue pour lesquelles la BRDF est évaluée, dans le milieu d'indice η_0 , et θ_n , θ'_n dans le milieu n , calculés par la loi de Snell (éq. 1.6). La contribution à la BRDF de la couche de base uniquement est :

$$f_r(\theta_0, \theta'_0) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_n} \right)^2 T_{0n}(\theta_0) e^{-\tau_n / \cos \theta_n} T_{0n}(\theta'_0) e^{-\tau_n / \cos \theta'_n} \frac{k_d}{1 - \bar{R}'_{n0} k_d}, \quad (7.1)$$

où \bar{R}'_{n0} , l'albédo directionnel atténué, est défini par :

$$\bar{R}'_{n0} = \int_{\theta_0=0}^{\pi/2} R_{n0}(\theta) e^{-2\tau_n / \cos \theta} \sin 2\theta \, d\theta, \quad (7.2)$$

la réflectance $R_{n0}(\theta)$ étant calculée à partir des équations d'ajout 1.21. Ces équations correspondent à la fusion des équations (76), (79) et (82) du papier de Simonot.

De plus, cette équation peut être inversée pour retrouver l'albédo de la base diffuse. L'inversion est donnée pour $n = 1$ et $\tau_n = 0$, mais peut être étendue au cas général de la manière suivante :

$$k_d = \frac{f_r(\theta_0, \theta'_0)}{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_n} \right)^2 T_{0n}(\theta_0) e^{-\tau_n / \cos \theta_n} T_{0n}(\theta'_0) e^{-\tau_n / \cos \theta'_n} + \bar{R}'_{n0} f_r(\theta_0, \theta'_0)} \quad (7.3)$$

Vernis rugueux. Lorsque ces interfaces sont rugueuses, la BRDF peut être modélisée par la méthode de Simonot [SHHM16]. Elle tient compte de la modification de la forme du lambertien au passage des interfaces supérieures. Dans le cas d'une interface rugueuse unique sur une base diffuse, le modèle, noté (39) dans le papier original, est le suivant :

$$R(\omega_i, \omega_o) = \frac{1}{\pi} \left(\bar{T}_{01\alpha}(\omega_i) \bar{T}_{10\alpha}(\omega_o) \frac{k_d}{1 - \bar{R}_{10\alpha} k_d} \right), \quad (7.4)$$

les différents termes étant définis par :

$$\bar{T}_{01\alpha}(\omega_i) = \int_{\theta_o=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{\pi/2} T_{01\alpha}(\omega_i, \omega_o) \cos \theta_o \sin \theta_o \, d\theta_o \, d\phi \quad (7.5)$$

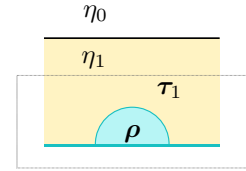
$$\bar{T}_{10\alpha}(\omega_o) = \int_{\theta_i=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{\pi/2} T_{10\alpha}(\omega_i, \omega_o) \cos \theta_i \sin \theta_i \, d\theta_i \, d\phi \quad (7.6)$$

où $R_{01\alpha}$ et $T_{01\alpha}$ sont calculés en utilisant le modèle à microfacettes de GGX [WMLT07] (éq. 1.15). $\bar{R}_{10\alpha}$ est calculé à partir du cas lisse $\alpha = 0$ pour compenser la perte d'énergie qui apparaît lorsque l'interface est très rugueuse, c'est-à-dire avec l'équation 7.2 pour $n = 1$ et $\tau_n = 0$ (cf. éq. 26 du papier original).

De plus, il est à noter que Mitsuba [Jak10] possède une classe `Rough_plastic`, modélisant une seule interface rugueuse sur une base lambertienne. Ce vernis est forcément transparent, ne tenant pas compte d'une absorption potentielle. Néanmoins, nous n'avons trouvé aucune documentation associée à cette implémentation. Enfin, le modèle de Meneveau [MBT⁺18] tient compte de configurations physiques similaires, à la différence que l'interface rugueuse considérée est composée de facettes elles-mêmes multicouches : une couche de vernis sur une base diffuse. Nous excluons ce modèle car nous ne souhaitons pas considérer la corrélation de normales entre les couches de vernis et de base, bien qu'il puisse représenter un point de comparaison intéressant. Néanmoins, à notre connaissance, aucun des modèles présentés ci-dessus n'est inversé de manière analogue à l'équation 7.3 pour retrouver l'albédo de la base.

7.2. Inversion d'une base diffuse sous un vernis monocouche

Nous considérons un empilement composé d'une seule couche lisse ($n = 1$) d'indice de réfraction η_1 et de profondeur optique τ_1 sur une base lambertienne d'albédo $\rho = k_d/\pi$. Nous traitons chaque canal de couleur indépendamment. La procédure d'inversion est :



- Nous supposons que les indices de réfraction du milieu ambiant η_0 et du vernis η_1 sont donnés. Le vernis générant un lobe achromatique de forme très distincte de la base diffuse, il peut donc avoir été inversé au préalable.
- L'utilisateur choisit ensuite une réflectance à incidence normale R_d qui doit être inférieure à la borne R_{\max} , pour garantir que la configuration physique retrouvée respecte les contraintes $k_d \in [0, k_{d\max}]$ et $\tau_1 \geq 0$. Nous gardons l'expression $k_{d\max}$ et fixons sa valeur à $k_{d\max} = 1$ dans les illustrations. Cette réflectance maximale est donc calculée à partir de l'équation 7.1 avec $\forall i, \theta_0 = \theta'_0 = 0, \tau_n = 0$ et $k_d = k_{d\max}$:

$$R_{\max} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} \right)^2 \frac{T_{01}(\theta_0=0)^2 k_{d\max}}{1 - \bar{R}'_{0n}(\tau=0) k_{d\max}}. \quad (7.7)$$

- Ensuite, nous souhaitons estimer la valeur de τ_{\max} pour la réflectance R_d choisie ; elle est atteinte lorsque $k_d = k_{d\max}$. Toutefois, l'équation 7.1 ne peut être inversée de manière analytique car l'intégrale \bar{R}'_{10} est tabulée et dépend aussi de la profondeur optique τ_1 (équ. 7.2). Cette estimation est donc réalisée de manière numérique, grâce à la fonction `optimize.root_scalar` de la librairie Python `scipy`. Nous cherchons τ_{\max} tel que :

$$R_d = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} \right)^2 \frac{T_{01}(\theta_0=0)^2 e^{-2\tau_{\max}} k_{d\max}}{1 - \bar{R}'_{10}(\tau_{\max}) k_{d\max}} \quad (7.8)$$

- L'utilisateur contrôle ensuite $g_d \in [0, 1]$, trivialement lié à τ_1 par la relation $\tau_1 = g_d \times \tau_{\max}$.
- L'albédo $\rho = \frac{k_d}{\pi}$ est alors calculé grâce à l'équation 7.3, se simplifiant à incidence normale.

Ainsi, nous garantissons l'existence d'une solution (τ_1, ρ) à partir d'une réflectance à incidence normale R_d et un paramètre de teinte aux bords g_d .

Nous affichons la classe d'équivalence de couples (τ_1, k_d) menant à une certaine réflectance R_d à incidence normale en figure 7.1a. Nous comparons la BRDF en deux points extrêmes de la classe d'équivalence $(\tau_{\min}, k_{d\min})$ et $(\tau_{\max}, k_{d\max})$, à la fois en vue polaire dans le plan d'incidence et en terme de rendu (cf. fig. 7.1b–d). Lorsque la lumière possède une élévation nulle (fig. 7.1b et d à gauche), nous observons que la réflectance est identique lorsque la vue est alignée avec la normale. Lorsque la lumière et la vue ne sont plus alignées à la normale, (fig. 7.1d), les deux configurations diffèrent, ce qui provoque une forte différence visuelle en terme de rendu (fig. 7.1c). Dans ce cas, il semble donc qu'une définition de la classe d'équivalence à partir d'une réflectance à incidence normale fixée R_d ne soit pas adaptée.

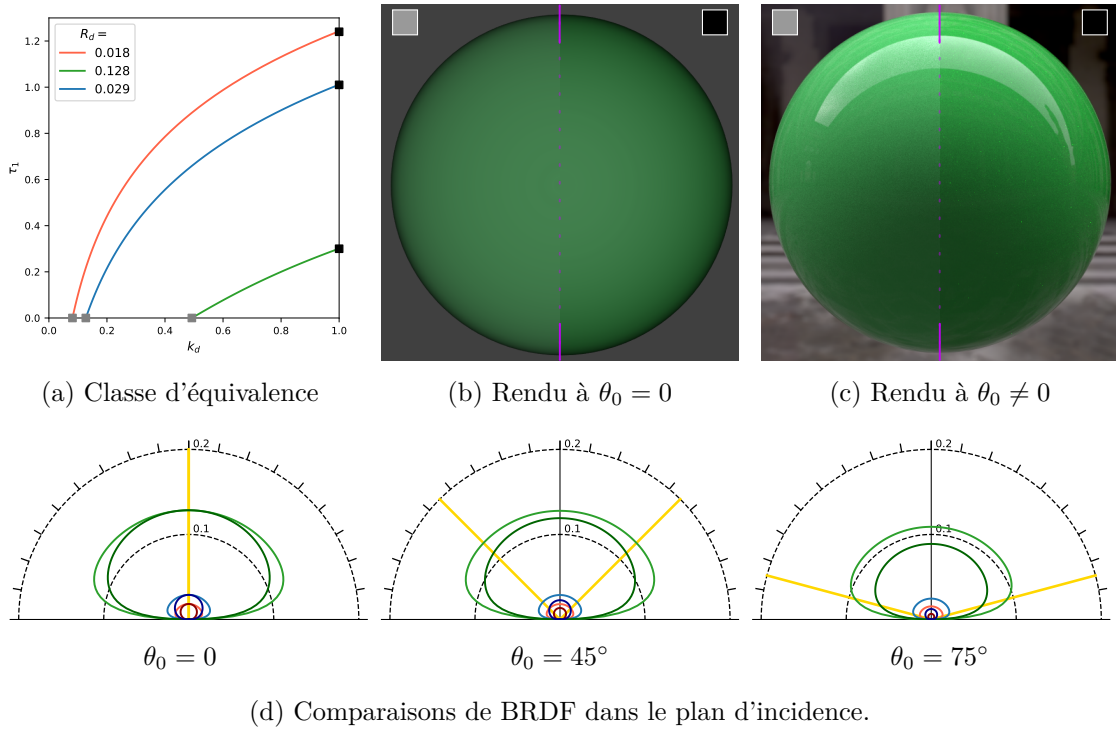


Figure 7.1 – Nous comparons deux points extrêmes (carrés gris et noir) de (a) la classe d'équivalence des couples (τ, k_d) menant à une réflectance à incidence normale R_d . Pour ces deux points, nous illustrons leur BRDF sur des rendus où la lumière est (b) alignée ou non (c) avec la vue, ainsi qu'en vue polaire du plan d'incidence (d), les lignes sombres indiquant la configuration avec (τ_1, k_d) maximaux. Ces deux ensembles de paramètres ont bien la même valeur de BRDF lorsque la lumière *et la vue* sont alignées avec la normale à la surface ($\theta_0 = \theta'_0 = 0$), mais diffèrent pour toute autre élévation. Les illustrations ne tiennent pas compte de la réflexion sur le vernis lisse, sauf (c) le rendu avec le plugin `Layered_ref` de Mitsuba [Jak10]. Le rendu (b) est obtenu avec le logiciel BRDF Explorer de Disney.

La définition de la classe d'équivalence actuelle n'est pas consistante avec notre méthode d'inversion définie au chapitre 5 dans le cas d'un lobe rugueux. En effet, nous utilisons ici sa valeur à incidence normale alors que notre méthode inverse s'appuie plutôt sur l'énergie du lobe. Il serait donc intéressant d'intégrer le modèle (éq. 7.1) sur l'hémisphère de vue, c'est-à-dire pour les élévations de vue θ'_0 . Cela impacterait le terme $T_{0n}(\theta'_0) e^{-\tau_n / \cos \theta'_n}$. Le paramètre k_d serait alors inversé de manière analogue à l'équation 7.3, en tenant compte de ce nouveau terme. Nous n'avons malheureusement pas réalisé cette étape par manque de temps, mais des effets de couleur intéressants sont déjà observable et probablement reproductibles avec la nouvelle procédure envisagée.

Maximisation des effets de couleur. Les variations de BRDF entre deux éléments de la classe d'équivalence sont subtiles. Ainsi, nous souhaitons déterminer la réflectance R_d permettant de maximiser ces effets de teinte aux bords. Pour chaque valeur R_d , nous calculons donc la réflectance des deux configurations extrêmes de la classe d'équivalence ($g_d = 0$ ou 1), à incidence normale ($\theta_0 = 0$ et $\theta'_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$). Nous sommes ensuite leur différence sur l'ensemble des élévations de vue θ'_0 , et nous affichons ces variations en figure 7.2 pour différents indices de réfraction du vernis η_1 , placé dans l'air $\eta_0 = 1$. Nous notons :

$$\Sigma = \sum_{\theta'_0=0}^{\Delta\theta} | f_{r,g_d=0}(\theta_0=0, \theta'_0) - f_{r,g_d=1}(\theta_0=0, \theta'_0) | \quad (7.9)$$

où f_{r,g_d} est calculé via l'équation 7.1 avec $n = 1$, ayant au préalable utilisé la procédure d'inversion avec les paramètres (R_d, g_d) pour calculer (τ_1, k_d) . Nous affichons différents éléments de la classe d'équivalence à $\eta_1 = 1.2$ maximisant les effets de teinte aux angles rasants en figure 7.3, c'est-à-dire pour $R_d = 0.1$.

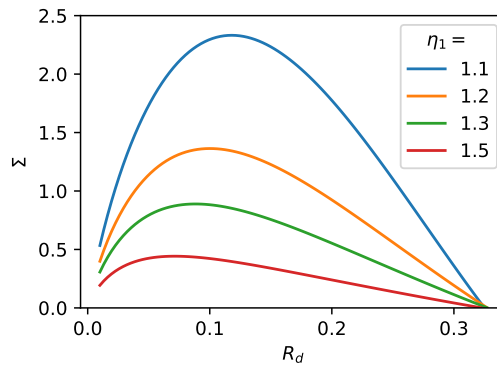


Figure 7.2 – Nous affichons la somme des différences entre les configurations (τ_1, k_d) minimale et maximale menant à une réflectance de la base diffuse R_d , notée Σ et définie par l'équation 7.9 avec $\Delta\theta = 100$. Elle est maximisée pour un vernis de faible indice de réfraction. A $\eta_1 = 1.2$, elle vaut $R_d = 0.1$, utilisées pour les rendus de la figure 7.3.

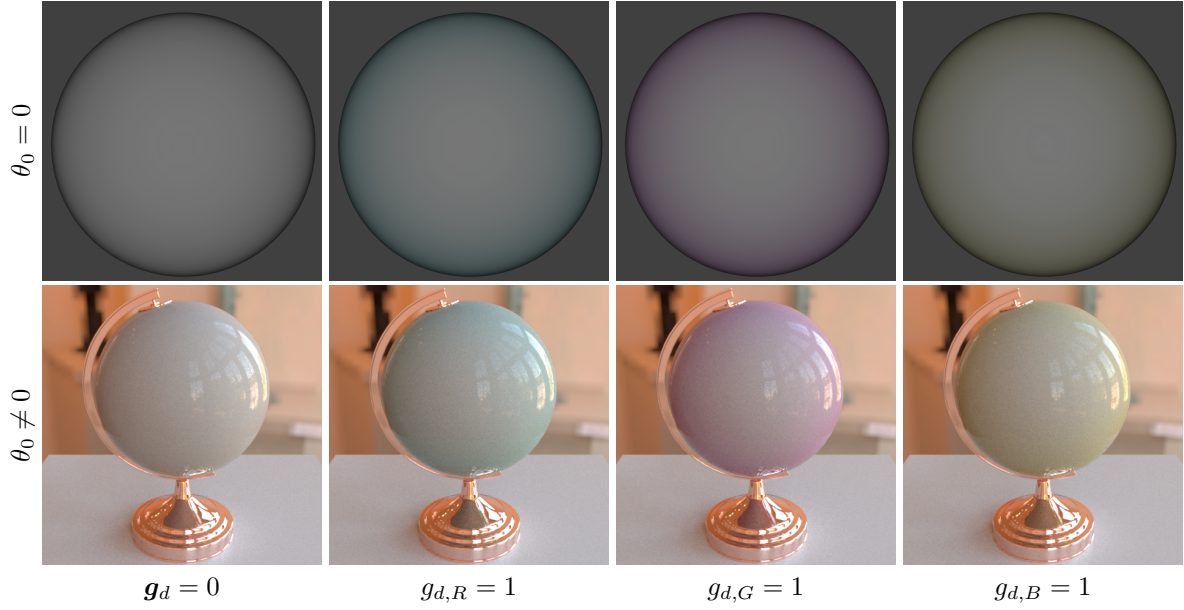
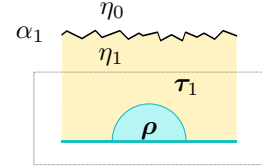


Figure 7.3 – Nous comparons différents éléments de la classe d’équivalence à $R_d = 0.1$, maximisant les effets de teinte aux bords à $\eta_1 = 1.2$. Nous commençons par un rendu de la configuration minimale à gauche et augmentons un seul canal R, G ou B au maximum. En haut, nous visualisons uniquement le lobe diffus éclairé par une seule lumière dans la direction de la vue. En bas nous affichons les deux lobes dans un environnement complexe où les sources de lumière principales ne viennent pas de la direction de vue, nous utilisons pour cela la méthode de Guo [GHZ18]. Source [GHZ18] (scène).

Extension de l’inversion à une couche rugueuse. En premier lieu, il convient d’étudier si la rugosité α_1 de la couche de vernis impacte ou non l’inversion des paramètres physiques à partir de la réflectance à incidence normale de la base R_d . Si ce n’est pas le cas, alors les formules utilisées pour une couche lisse pourraient être utilisées directement, ce qui simplifie les calculs d’intégrales et réduit donc le temps d’inversion. Néanmoins, nous savons qu’une perte d’énergie doit être observée lorsque les interfaces sont très rugueuses (voir annexe [SHHM16]). Nous avons choisi de ne pas conserver l’énergie par opposition au modèle de Simonot [SHHM16], afin de pouvoir valider l’implémentation du modèle grâce à des simulations, utilisant le simulateur présenté en section 2.2. Par ailleurs, les rendus de Monte-Carlo (e.g., [GHZ18]) ne conservent généralement pas l’énergie non plus. De plus, nous exprimons la table $\bar{T}_{10\alpha}$ en fonction de $\bar{T}_{01\alpha}$, faisant apparaître le ratio d’indices $\left(\frac{\eta_0}{\eta_1}\right)^2$.



Nous réécrivons donc le modèle de Simonot [SHHM16] (éq. 7.4), en tenant compte explicitement de la profondeur optique τ_1 du milieu contenant la base diffuse :

$$f_r(\theta_0, \theta'_0) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} \right)^2 \bar{T}'_{01\alpha}(\theta_0, \tau_1) \bar{T}'_{01\alpha}(\theta'_0, \tau_1) \frac{k_d}{1 - k_d \bar{R}'_{10\alpha}(\tau_1)}, \quad (7.10)$$

les intégrales étant définies par :

$$\bar{T}'_{01\alpha}(\theta_0, \tau) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left(\int_{\phi=0}^{2\pi} T_{01\alpha}(\theta_0, \theta, \phi) d\phi \right) e^{-\tau/\cos\theta} \cos\theta \sin\theta d\theta \quad (7.11)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}'_{10\alpha}(\tau) = & \int_{\theta_i=0}^{\pi/2} \int_{\theta_o=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} R_{10\alpha}(\theta_i, \theta_o, \phi) e^{-\tau/\cos\theta_i} e^{-\tau/\cos\theta_o} \\ & \times \cos\theta_i \sin\theta_i \cos\theta_o \sin\theta_o d\theta_i d\theta_o d\phi. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Afin d'inverser le modèle, comme précédemment, les paramètres η_0 et η_1 sont supposés connus, auxquels s'ajoute la rugosité de l'interface α_1 . Dans le cas où il existe de l'absorption dans les milieux, les termes de transmission $\bar{T}_{01\alpha}$ et $\bar{T}_{10\alpha}$ dépendent alors de τ_1 . La procédure d'inversion semble identique au cas lisse, bien que les intégrales soient plus fastidieuses à calculer. Pour une valeur de τ_1 choisie, alors

$$k_d = \frac{R_d}{\frac{1}{\pi} \left(\frac{\eta_0}{\eta_1} \right)^2 \bar{T}'_{01\alpha}(\theta=0, \tau_1)^2 + R_d \bar{R}'_{10\alpha}(\tau_1)}. \quad (7.13)$$

Nous illustrons cette procédure pour $R_d = 0.1$ en figure 7.4, en comparant deux ensembles de paramètres physiques, qui varient uniquement sur le canal de couleur rouge où nous comparons $g = 0$ et 1. Cette fois la réflectance à incidence normale diffère légèrement entre les deux configurations puisque la procédure nécessite le calcul de nombreuses intégrales. Celles-ci étant discrétisées, l'inversion est moins précise que dans le cas lisse.

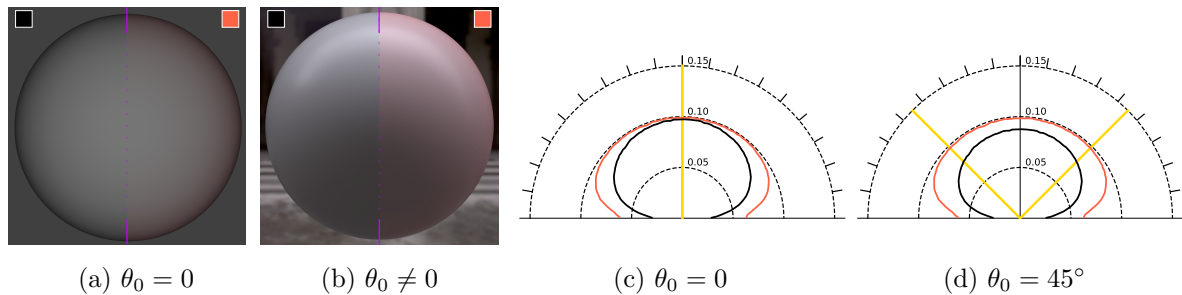


Figure 7.4 – Nous comparons deux ensembles de paramètres physiques tels que $R_d = 0.1$, placé sous un vernis rugueux ($\alpha_1 = 0.1$), d'indice de réfraction $\eta_1 = 1.2$, en espace image (a,b) ou de la BRDF (c,d). Nous sélectionnons la configuration d'absorption maximale sur l'ensemble des canaux, $g_d = 1$ (moitiés gauche, ligne noire) ; que nous comparons avec la configuration d'absorption minimale sur le canal rouge, $g_{d,R} = 0$ (moitiés droite, ligne rouge). Lorsque la position de la lumière et de la prise de vue sont alignées (a), les deux configurations sont identiques au centre de l'image, par construction. La teinte rouge aux angles rasants s'explique par une réflectance plus élevée du lobe diffus sur ce canal. Si l'on considère un environnement lumineux complexe (b), les deux configurations diffèrent partout car les énergies des deux configurations ne sont pas identiques à incidence normale (c) et rasante (d). La contribution du vernis à la BRDF finale est affichée uniquement dans le rendu (b).

7.3. Pistes d'amélioration

7.3.1. Extension à un vernis multicouche

Nous avons présenté une procédure d'inversion dans le cas d'une seule couche placée sur une base diffuse. Il serait intéressant de l'étendre à un empilement de *plusieurs* couches potentiellement rugueuses, toujours sur une base diffuse. En particulier, cela permettrait d'étendre notre méthode présentée aux chapitres 3 à 5 à de nouvelles configurations physiques, ajoutant plus de richesse visuelle par cette occasion. Pour cela, il faut cependant distinguer deux problèmes distincts : la modélisation d'un tel empilement et son inversion. Les deux ne nécessitent pas forcément les mêmes approximations et précalculs.

Tout d'abord concernant les modèles, la méthode à flux complète de Simonot [SHHM16] semble être un bon candidat, qui ne se limite pas à une seule interface rugueuse sur une base diffuse comme nous l'avons détaillé. Néanmoins, ce modèle n'est pas de forme close en raison des nombreuses intégrales à calculer, le rendant coûteux à évaluer. Ce point pourrait être éventuellement amélioré en étudiant plus en détail la littérature et les méthodes permettant de calculer rapidement ces intégrales (cf. éq. (49) [HHE14], ou éq. (12) [DI11]).

Une autre piste serait de résumer l'empilement de couches rugueuses constituant le vernis grâce à la méthode de Belcour [Bel18], puis de l'utiliser dans le modèle de Simonot [SHHM16] à une seule couche. Ainsi, nous remplacerions les termes $R_{10\alpha}$ et $T_{01\alpha}$ de l'équation 7.4 par R_{n0} et T_{0n} , obtenus par le modèle de Belcour pour résumer un empilement de n couches rugueuses.

7.3.2. Diffusion dans les milieux

Par ailleurs, il serait intéressant d'inverser l'apparence de matériaux multicouches contenant des milieux composés de particules diffusantes, utile pour les émaux par exemple. Pour cela, une fois de plus, il faut d'abord s'assurer d'avoir un modèle valide, qui dans ce cas permet d'approcher la RTE de manière correcte. Nous avons vu que ce n'est pas le cas du modèle de Belcour [Bel18] en section 2.4 qui ne tient compte que de la diffusion vers l'avant et omet donc les chemins propagés vers l'arrière. Récemment, les travaux de Randrianandrasana [RCL21] étendent la philosophie du modèle de Belcour aux milieux diffusants, utilisant pour cela une méthode différente, basée sur des flux. La BSDF d'une interface diffusante y est décrite par six lobes, trois étant obtenus en éclairant d'un côté de l'empilement et trois de l'autre. Les lobes correspondent aux chemins 1. rétro-propagés, 2. propagés vers l'avant après avoir interagi avec une particule diffusante et 3. uniquement atténués par l'absorption dans le milieu. Ce modèle semble donc intéressant à inverser, sachant toutefois que le modèle est parfois moins précis à incidence normale que celui de Belcour. Il pourrait permettre d'observer une classe d'équivalence à incidence normale dans le cas de milieux diffusants, concept par ailleurs fortement liée aux équations de similarité [ZRB14]. Toutefois, ces dernières utilisent une approximation d'intégrale

pour obtenir cette classe, et s'appuient sur des méthodes numériques. On peut se demander si cette approximation intégrale est un meilleur critère que le contrôle de la réflectance du lobe à incidence normale, illustré en section précédente. Dans le cas du modèle de Randrianandrasana, trois lobes étant générés par un seul milieu diffusant, il n'est probablement pas possible de contrôler leurs trois réflectances de manière absolue. Il serait intéressant d'en contraindre deux et d'observer le dernier comme sous-produit, afin de former une fois de plus des classes d'équivalence.

7.4. Récapitulatif

Dans ce chapitre, nous avons considéré l'extension de notre méthode à l'inversion d'un empilement de couches sur une base diffuse. Le modèle de Belcour ne tenant pas compte d'un tel empilement, il n'est pas possible de l'inverser directement. Nous avons donc proposé une méthode d'inversion s'appuyant sur le modèle analytique de Simonot [SHH06] dans le cas particulier d'une seule interface lisse sur une base diffuse. Dans ce cas, la notion de classe d'équivalence définie par sa réflectance à incidence normale semble moins adaptée que dans le cas précédent. Enfin, nous avons donné quelques pistes afin d'étendre cette procédure à un nombre d'interfaces plus important, celles-ci étant potentiellement rugueuses.

Conclusion

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'apparence de matériaux multicouches, caractérisée en particulier par le concept de BRDF qui permet de s'abstraire d'autres facteurs tels que la forme d'un objet et son éclairage. Nous nous sommes restreints aux matériaux dont les couches sont épaisses, pour lesquels la propagation de la lumière en leur sein suit les lois de l'optique géométrique, et n'avons pas considéré la diffusion dans les milieux. Nous résumons ici nos principales contributions en terme d'analyse des modèles de matériaux multicouches existants puis de design inverse. Dans un second temps, nous abordons les perspectives futures qu'il serait intéressant d'étudier.

Contributions

Analyse. Tout d'abord, nous avons étudié deux modèles analytiques permettant d'obtenir la BRDF d'un empilement à partir des propriétés physiques des couches. Pour cela, nous les avons comparés à une simulation stochastique de référence. Nous avons conclu que le modèle de Weidlich et Wilkie [WW07], tout comme ses variantes [Ele10], ne permet pas de restituer correctement la BRDF d'un tel matériau lorsque les interfaces sont rugueuses ou que les inter-réflexions dans les milieux ne sont pas négligeables. De plus, nous avons étudié un second modèle, celui de Belcour [Bel18] qui est plus précis dans ces deux cas. Nous avons noté qu'il est correct à incidence normale et généralement moins aux angles rasants. Il modélise par un lobe les familles de chemins ayant atteint une certaine profondeur dans le matériau. Bien que très pratique pour les calculs, cela n'est pas toujours adapté, comme nous l'avons montré sur la transmission, où les inter-réflexions, bien que regroupées sous un même lobe, peuvent en réalité avoir une forme très différente.

Méthode inverse. Malgré ces réserves, cette étude, nous a permis d'établir que le modèle de Belcour est un bon candidat pour obtenir la BRDF d'un empilement à partir des propriétés physiques de ses couches. Toutefois, ces paramètres ne sont pas simples à manipuler pour atteindre une BRDF cible. Nous avons donc proposé une méthode inverse partant de propriétés de BRDF et calculant automatiquement des paramètres physiques qui la produisent. Pour cela, nous avons inversé le modèle de Belcour à incidence normale, à partir de la couleur, l'intensité et la netteté des reflets exprimées sous forme d'énergie et de variance de lobes de BRDF.

Ces propriétés ne permettent toutefois pas d’identifier un unique jeu de paramètres physiques menant à cette apparence : il en existe plusieurs, que nous avons regroupé sous le terme de *classes d’équivalence*. Ces configurations diffèrent entre elles par leurs propriétés de réflexion de la lumière aux angles rasants. En particulier, nous avons exploré ces variations potentielles en considérant un empilement de deux couches menant à un seul lobe de BRDF, en naviguant dans ces classes d’équivalence. Nous avons ensuite étudié l’inversion pratique de multiples lobes, qui permet d’obtenir un contrôle direct de l’effet de halo d’un matériau. Par opposition aux méthodes existantes (e.g., [BPV18]), la nôtre permet de contrôler non seulement l’étendue de l’effet de halo, mais aussi les couleurs des réflexions étroite et brumeuse de manière distincte, ce qui n’est pas le cas de celle citée. De plus, notre méthode permet de varier la netteté et la couleur des reflets produits par le lobe correspondant à un vernis, sans affecter les propriétés de la base à incidence normale. Notre méthode souffre de plusieurs limites, parmi lesquelles nous avons choisi de détailler deux pistes d’amélioration.

Extensions. En premier lieu, nous avons proposé quelques contraintes permettant de garantir qu’il existe une solution à partir des propriétés de lobes (énergies, variances) souhaitées par l’utilisateur. Cette inexistence de solution s’explique par les contraintes physiques que nous avons considérées, principalement la restriction sur la valeur des indices de réfraction. Nous avons présenté un prototype permettant la navigation dans une classe d’équivalence pour un lobe composé de deux couches, que la base soit diélectrique ou bien conductrice. Néanmoins, nous avons illustré la difficulté de mettre en place un prototype générique tenant compte de plusieurs lobes. En effet, les différents lobes exerçant des contraintes mutuelles, il faut en tenir compte, mais celles-ci ne s’expriment pas de manière simple. Enfin, nous avons discuté de l’extension de notre méthode à l’inversion d’un matériau multicouche dont la base est diffuse lambertienne. Dans ce cas, les travaux de Simonot [SHH06] ont déjà inversé son albédo diffus, et nous proposons une procédure tenant compte de la profondeur optique du milieu dans lequel la base est placée. La méthode actuelle proposée n’est pas idéale car ne tient pas compte de l’énergie comme nous l’avons fait dans le cas rugueux mais plutôt de la BRDF pour une configuration précise de lumière et de vue. Pourtant, elle met en avant des effets de couleur significatifs, et cette voie semble donc intéressante à poursuivre.

Applications de notre méthode

La méthode que nous proposons est actuellement utilisée pour naviguer dans les classes d'équivalence et explorer les apparences potentielles de matériaux multicouches. Toutefois, nous avons vu que les classes d'équivalence sont globalement homogènes en terme d'apparence hormis lorsque la profondeur optique est très élevée et l'indice de réfraction faible. À partir d'une énergie et variance, il semble donc possible de choisir un seul représentant de la classe, de manière arbitraire, afin d'obtenir une solution par défaut. Cela permet d'exposer moins de paramètres à l'utilisateur, utile si le design de BRDF n'est pas la finalité de l'application.

La méthode inverse que nous avons mise en place pourrait être utilisée dans divers domaines. En effet, elle permet de s'abstraire des paramètres physiques des couches en manipulant plutôt les propriétés de lobes à incidence normale, puis de calculer ces paramètres dans un deuxième temps. Cela pourrait servir par exemple dans le contexte du *rendu inverse* présenté en section 3.1, et notamment pour la technique de *rendu différentiel* qui retrouve par optimisation les paramètres d'une scène 3D produisant une image rendue cible. Lorsqu'une scène contient un matériau multicouche, il serait intéressant de réaliser l'optimisation sur ses propriétés de lobes de BRDF plutôt que les paramètres physiques de ses couches directement. Cela permettrait de converger plus rapidement vers les énergies et variances de lobes souhaitées, puisque ces propriétés sont moins nombreuses.

De plus, il existe par exemple dans la base de MERL [MPBM03] des matériaux mesurés qui sont multicouches, dont il pourrait être intéressant de retrouver les paramètres physiques. Ainsi, il faudrait réaliser une étape d'ajustement pour trouver les énergies et variances de lobes composant la BRDF à incidence normale, ceux-ci suivant le modèle de GGX ou bien utiliser des informations sémantiques. Notre méthode pourrait être ensuite utilisée pour retrouver les paramètres physiques dans un second temps. Les applications sont ici les mêmes que pour toute autre méthode d'ajustement : l'édition de paramètres physiques pour varier l'apparence, la réduction de la taille mémoire des données, etc.

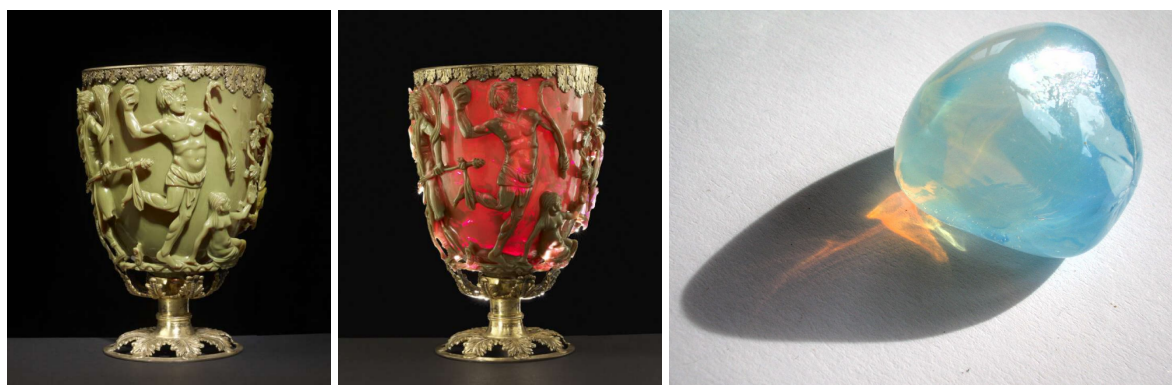
Enfin, notre méthode pourrait servir à la combinaison de BRDF, où plusieurs lobes seraient édités séparément, et l'on souhaiterait ensuite les fusionner. En effet, il est plus simple de manipuler les propriétés de couleur, intensité et netteté du flou des reflets que les paramètres physiques lors de l'édition. Une fois édités, les lobes de BRDF seraient fusionnés et notre méthode appliquée pour établir s'il existe une configuration physique permettant de l'obtenir. Ce principe est similaire à la figure 5.18 que nous avons réalisée dans le sens contraire : partant d'une configuration à trois lobes (en bas), nous avons observé deux configurations à deux lobes correspondantes séparément. Une difficulté cependant vient du fait qu'il faut guider l'artiste pour éviter que les entrées soient régulièrement incompatibles entre elles. De plus, notre méthode nécessite d'ordonner ces lobes, et il serait donc intéressant de fournir à l'utilisateur un ordonnancement conseillé, pour éviter de réaliser toutes les combinaisons d'ordre possible.

Vers des matériaux plus complexes

La difficulté de l'édition de l'apparence (BRDF) d'un matériau à partir de ses propriétés physiques n'est pas limitée aux matériaux multicouches que nous avons considéré dans ce document. Il serait donc intéressant de la décliner dans d'autres contextes que les hypothèses auxquelles nous nous sommes restreints, toujours dans le même objectif de contrôler l'apparence plutôt que les propriétés physiques.

En premier lieu, nous avons considéré la réflexion uniquement, ce qui n'est pas adapté pour les empilements transparents tels que les vitraux, où la transmission joue un rôle important dans l'apparence finale. Les matériaux que nous avons considéré dans cette étude produisent un seul lobe en transmission. Il serait intéressant de contrôler le flou et le changement de teinte opéré par l'empilement de couches sur l'environnement placé derrière l'objet. Dans ce cas, le comportement aux angles rasants importe peu puisque la réflexion domine l'apparence finale dans ces configurations angulaires.

Ensuite, nous avons ignoré la diffusion dans les milieux ainsi que le transport latéral qu'elle peut engendrer. Cependant, la diffusion est nécessaire pour représenter de nombreux matériaux tels que les émaux, la cire ou bien la peau. Il existe de nombreux modèles tenant compte de la diffusion dans les milieux, parmi lesquels celui de Randrianandrasana [RCL21] permet d'inclure de tels matériaux dans un empilement de couches, tout en étant générique. Il s'appuie pour cela sur le modèle de diffusion le plus simple (basé sur la fonction de phase de Henyey-Greenstein [HG41] et l'absorption de Beer-Lambert-Bouguer). Il existe aussi des phénomènes physiques complexes, comme le bleu de Tyndall ou la coupe de Lycurgue qui présentent des



(a) Coupe de Lycurgue

(b) Effet bleu de Tyndall

Figure 8.1 – Exemples de phénomènes colorés complexes dans un milieu, dûs à l'absorption ou la diffusion. (a) La coupe de Lycurgue a une teinte différente en réflexion (verdâtre) et en transmission (rouge), ici éclairée depuis l'intérieur. (b) La pierre pourtant bleue en réflexion présente une caustique orangée, expliquée par la diffusion de Rayleigh [LR99]. Propriétés (a) du British Museum, (b) d'optick sur [flickr.com](https://www.flickr.com/photos/optick/).

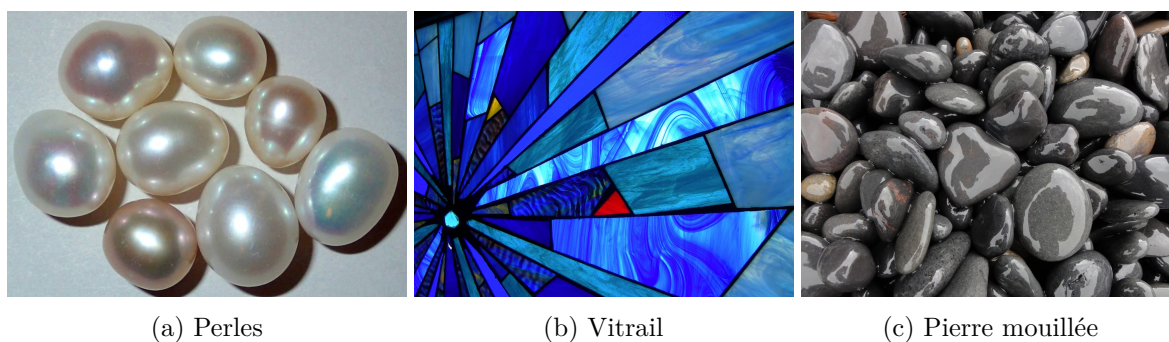


Figure 8.2 – Exemples de matériaux multicouches intéressants. Leur apparence ne peut être inversée par notre méthode actuelle. (a) Propriété de James St. John sur [flickr.com](https://www.flickr.com/photos/jstjohn/).

combinaisons d’absorption et de diffusion plus complexes, illustrées en figure 8.1. Le transport latéral reste généralement omis dans les modèles de matériaux multicouches car il complique les calculs. Il faut distinguer deux types de transports latéraux : lorsqu’il intervient dans la couche de base qui est potentiellement très épaisse et diffusante, comme la peau maquillée ou l’albâtre peint ; ou bien quand il s’opère dans les couches supérieures. Ce dernier cas, est étudié par Simonot [SHG⁺18] pour une base diffuse lambertienne vernie, où le transport latéral est mis en évidence par une source lumineuse forte et ponctuelle (laser). De manière générale, ce transport latéral est peu visible, mis à part le cas particulier des perles, où la diffusion latérale est due à des poches d’air découlant d’un agencement latéral imparfait de lamelles d’aragonite (e.g., [RK54]), visible en figure 8.2a.

De plus, nous avons supposé que les milieux sont homogènes, utilisant alors la loi de Beer-Lambert-Bouguer pour les modéliser. Cependant, il existe aussi des lois non-exponentielles pour modéliser l’absorption dans les milieux. Par ailleurs, dans le cas des feuilles, la répartition de chromophores absorbant la lumière impacte différemment son apparence lorsque ceux-ci sont placés aux bords ou bien au fond des cellules. Bien que leur nombre reste inchangé, leur répartition a donc un impact important. Outre cette non homogénéité en profondeur dans les couches, des variations spatiales peuvent être observées dans les matériaux multicouches, cette fois à l’échelle mésoscopique. C’est par exemple le cas d’émaux ou de vitraux, illustrés en figure 8.2b, dont l’épaisseur ou l’absorption peuvent varier spatialement. Ces variations sont généralement représentées sous forme de cartes, illustrées en figure 3.3. Afin d’éditer l’apparence d’un matériau dans ce cas, il est intéressant de disposer de peu de paramètres pour conserver un contrôle assez simple de l’apparence. L’utilisation de paramètres par défaut lors de l’inversion pour sélectionner arbitrairement un élément de la classe d’équivalence peut donc s’avérer utile. Il faut néanmoins s’assurer d’une certaine continuité des paramètres physiques choisis en chaque texel avec ses voisins.

Par ailleurs, nous avons considéré que les couches d’un empilement sont parfaitement planes et parallèles. Cette hypothèse est valide pour certains empilements de matériaux, tels que les

peintures de voiture par exemple, mais n'est pas toujours adaptée dans le contexte des tissus biologiques composés de différents types de cellules, tels que les feuilles. Il en est de même pour les matériaux granulaires, qui ne sont pas toujours abordables par une structuration en couches. La propagation de la lumière dans ces matériaux est alors plus complexe, ce qui impacte l'apparence finale.

Une autre voie intéressante est la prise en compte de matériaux poreux, dont les propriétés optiques sont affectées dès lors qu'ils sont plongés dans un autre milieu. En effet, notre approche considère que les couches sont indépendantes, mais ce n'est pas nécessairement le cas, en particulier pour les matériaux mouillés. Dans ce cas, la pénétration de l'eau, comme tout autre liquide, dans le volume du matériau affecte ses propriétés optiques [TBM86]. Nous illustrons l'apparence de pierres mouillées en figure 8.2c.

Enfin, les travaux présentés dans cette thèse ne peuvent être directement adaptés au cas de matériaux dont les couches sont minces, dont l'épaisseur est de l'ordre de quelques centaines de nanomètres. En effet, le caractère ondulatoire de la lumière doit alors être pris en compte, afin d'expliquer les couleurs chatoyantes observées, produites par la présence d'interférences constructives et destructives. Dans ce cas, le design inverse peut alors s'opérer sur la succession de couleurs obtenues pour retrouver les paramètres physiques la produisant. Par exemple, les empilements de couches minces périodiques, composés d'une alternance de deux milieux d'indice de réfraction et d'épaisseur fixes, pourraient être inversés pour retrouver ces paramètres ainsi que le nombre de périodes. Dans ce cadre, il existe probablement la même notion de classe d'équivalence qu'il peut être intéressant d'étudier. Le cas de paillettes interférentielles dans les milieux est lui aussi intéressant, provoquant des successions de couleurs variées en fonction de la nature et la distribution des paillettes, elles-mêmes multicouches [GMG⁺20].

Dans cette thèse, nous avons montré qu'il est possible d'établir des classes d'équivalence sur des matériaux complexes. Cette observation suggère donc qu'il est envisageable d'en faire autant avec d'autres types de matériaux, dès lors qu'il existe un modèle approché adapté tel que celui de Belcour [Bel18] dans notre cas. Cela permet en premier lieu de comprendre l'espace des apparences atteignables par une classe de matériaux, mais cela ouvre aussi de nouvelles pistes de recherche applicative. En effet, nous pouvons nous demander comment choisir, parmi une classe d'équivalence, la configuration physique qui serait la plus simple à simuler dans un rendu, ou celle qui serait la plus adaptée à un processus de fabrication donné.

Bibliographie

- [Abe48] F. Abelès. Sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux stratifiés. *Ann. Phys.*, 12(3) :504–520, 1948.
- [Ado21] Adobe. Pbr basecolor / metallic validate. <https://substance3d.adobe.com/documentation/sddoc/pbr-basecolor-metallic-validate-159451051.html>, 2021. [accédé le 18/09/2021].
- [AOL72] B. F. Armaly, J. G. Ochoa, and D. C. Look. Restrictions on the inversion of the fresnel reflectance equations. *Appl. Opt.*, 11(12) :2907–2910, 1972.
- [BB17] L. Belcour and P. Barla. A Practical Extension to Microfacet Theory for the Modeling of Varying Iridescence. *ACM Trans. Graph.*, 36(4) :65, 2017.
- [Bel18] L. Belcour. Efficient rendering of layered materials using an atomic decomposition with statistical operators. *ACM Trans. Graph.*, 37(4) :73 :1–73 :15, 2018.
- [BPV18] P. Barla, R. Pacanowski, and P. Vangorp. A Composite BRDF Model for Hazy Gloss. *Computer Graphics Forum*, 37(4) :55–66, 2018.
- [BRM⁺18] B. Bitterli, S. Ravichandran, T. Müller, M. Wrenninge, J. Novák, S. Marschner, and W. Jarosz. A radiative transfer framework for non-exponential media. *ACM Trans. Graph.*, 37(6), December 2018.
- [BS63] P. Beckmann and A. Spizzichino. *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*. Pergamon Press ; [distributed in the Western Hemisphere by Macmillan, New York] goford, New York, 1963.
- [Bur12] B. Burley. Physically-based shading at disney. 2012.
- [BWB⁺99] M. Born, E. Wolf, A. B. Bhatia, P. C. Clemmow, D. Gabor, A. R. Stokes, A. M. Taylor, P. A. Wayman, and W. L. Wilcock. *Optics of metals*, page 735–789. Cambridge University Press, 7 edition, 1999.
- [Cau36] A. L. Cauchy. Sur la dispersion de la lumière. *Bulletin des sciences mathématiques*, 14(9), 1836.
- [CCM19] X. Chermain, F. Claux, and S. Mérillou. Glint rendering based on a multiple-scattering patch brdf. *Computer Graphics Forum*, 38(4) :27–37, 2019.
- [Cob14] C. Cobet. Ellipsometry : A survey of concept. In Karsten Hinrichs and Klaus-Jochen Eichhorn, editors, *Ellipsometry of Functional Organic Surfaces and Films*, Springer Series in Surface Sciences, pages 1–26. Springer, 2014.
- [CPK06] M. Colbert, S. Pattanaik, and J. Krivanek. Brdf-shop : creating physically correct bidirectional reflectance distribution functions. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 26(1) :30–36, 2006.

- [CT82] R. L. Cook and K. E. Torrance. A reflectance model for computer graphics. *ACM Trans. Graph.*, 1(1) :7–24, 1982.
- [DAD⁺18] V. Deschaintre, M. Aittala, F. Durand, G. Drettakis, and A. Bousseau. Single-image svbrdf capture with a rendering-aware deep network. *ACM Trans. Graph.*, 37(4), 2018.
- [d'E21] E. d'Eon. An analytic BRDF for materials with spherical lambertian scatterers. In *Eurographics Symposium on Rendering*, volume 40. Eurographics Association, 2021.
- [DI11] E. D'Eon and G. Irving. A quantized-diffusion model for rendering translucent materials. In *ACM SIGGRAPH 2011 Papers*, SIGGRAPH '11. Association for Computing Machinery, 2011.
- [DJ18] J. Dupuy and W. Jakob. An adaptive parameterization for efficient material acquisition and rendering. *ACM Trans. Graph.*, 37(6), 2018.
- [DWL⁺09] Q. Dai, J. Wang, Y. Liu, J. Snyder, E. Wu, and B. Guo. The dual-microfacet model for capturing thin transparent slabs. *Computer Graphics Forum*, 28(7) :1917–1925, 2009.
- [EDKM04] S. Ershov, R. Durikovic, K. Kolchin, and K. Myszkowski. Reverse engineering approach to appearance-based design of metallic and pearlescent paints. *The Visual Computer*, 20 :586–600, 2004.
- [EKM01] S. Ershov, K. Kolchin, and K. Myszkowski. Rendering pearlescent appearance based on paint-composition modelling. *Computer Graphics Forum*, 20(3) :227–238, 2001.
- [Ele10] O. Elek. Layered materials in real-time rendering. In *Central European Seminar on Computer Graphics*, CESC10, 2010.
- [EOO16] S. Ergun, S. Önel, and A. Ozturk. A general micro-flake model for predicting the appearance of car paint. In *Proc. of the Eurographics Symposium on Rendering : Experimental Ideas & Implementations*, EGSR '16, pages 65–71. Eurographics Association, 2016.
- [EVWG04] J. Evans, T. Vogelmann, W. Williams, and H. Gorton. *Chloroplast to Leaf*, volume 178, pages 15–41. 01 2004.
- [FA19] C. J. Fdez-Agüera. A multiple-scattering microfacet model for real-time image based lighting. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 8(1) :45–55, 2019.
- [Gar04] J. C. M. Garnett. Xii. colours in metal glasses and in metallic films. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 203(359-371) :385–420, 1904.
- [GGG⁺16] D. Guarnera, G.C. Guarnera, A. Ghosh, C. Denk, and M. Glencross. Brdf representation and acquisition. *Computer Graphics Forum*, 35(2) :625–650, 2016.
- [GGN20] L. E. Gamboa, A. Gruson, and D. Nowrouzezahrai. An efficient transport estimator for complex layered materials. *Computer Graphics Forum*, 39(2) :363–371, 2020.
- [GHZ18] Y. Guo, M. Hašan, and S. Zhao. Position-free monte carlo simulation for arbitrary layered bsdfs. *ACM Trans. Graph.*, 37(6), 2018.
- [GMG⁺20] I. Guillén, J. Marco, D. Gutierrez, W. Jakob, and A. Jarabo. A general framework for pearlescent materials. *ACM Trans. Graph.*, 39(6), 2020.

-
- [GPA⁺19] I. Georgiev, J. Portsmouth, Z. Andersson, A. Herubel, A. King, S. Ogaki, and F. Servant. A surface standard. <https://autodesk.github.io/standard-surface/>, 2019.
- [GQGP17] J. Guo, J. Qian, Y. Guo, and J. Pan. Rendering thin transparent layers with extended normal distribution functions. *IEEE Transactions on Visualization & Computer Graphics*, 23(9) :2108–2119, 2017.
- [GRBN07] J. Gu, R. Ramamoorthi, P. Belhumeur, and S. Nayar. Dirty glass : Rendering contamination on transparent surfaces. In *Eurographics Symposium on Rendering*, EGSR’07, page 159–170. Eurographics Association, 2007.
- [Gul14] O. Gulbrandsen. Artist friendly metallic fresnel. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 3(4) :64–72, 2014.
- [Hd14] E. Heitz and E. d’Eon. Importance sampling microfacet-based bsdfs using the distribution of visible normals. *Computer Graphics Forum*, 33(4) :103–112, 2014.
- [HD15] E. Heitz and J. Dupuy. Implementing a simple anisotropic rough diffuse material with stochastic evaluation. Research report, 2015.
- [Hei14] E. Heitz. Understanding the masking-shadowing function in microfacet-based brdfs. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 3(2) :48–107, 2014.
- [Hei18] E. Heitz. Sampling the ggx distribution of visible normals. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 7(4) :1–13, 2018.
- [HG41] L. G. Henyey and J. L. Greenstein. Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysics J.*, 93 :70–83, 1941.
- [HHdD16] E. Heitz, J. Hanika, E. d’Eon, and C. Dachsbacher. Multiple-scattering microfacet bsdfs with the smith model. *ACM Trans. Graph.*, 35(4) :58 :1–58 :14, 2016.
- [HHE14] M. Hébert, R. D. Hersch, and P. Emmel. *Fundamentals of Optics and Radiometry for Color Reproduction*, pages 1–57. American Cancer Society, 2014.
- [HK93] P. Hanrahan and W. Krueger. Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering. In *Proceedings of the 20th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH ’93, page 165–174. Association for Computing Machinery, 1993.
- [HKYM01] H. Hirayama, K. Kaneda, H. Yamashita, and Y. Monden. An accurate illumination model for objects coated with multilayer films. *Computers & Graphics*, 25(3) :391 – 400, 2001.
- [Hof19] N. Hoffman. Fresnel Equations Considered Harmful. In R. Klein and H. Rushmeier, editors, *Workshop on Material Appearance Modeling*. The Eurographics Association, 2019.
- [HP17] N. Holzschuch and R. Pacanowski. A Two-Scale Microfacet Reflectance Model Combining Reflection and Diffraction. *ACM Trans. Graph.*, 36(4) :12, 2017. Article 66.
- [HPMG06] K. Hnat, D. Porquet, S. Merillou, and D. Ghazanfarpour. Real-time wetting of porous media. *Machine Graphics & Vision*, 15(3) :401–413, January 2006.
- [HTSG91] X. D. He, K. E. Torrance, F. X. Sillion, and D. P. Greenberg. A comprehensive physical model for light reflection. In *Proceedings of the 18th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH ’91, page 175–186. Association for Computing Machinery, 1991.

- [IA00] I. Icart and D. Arquès. A physically-based brdf model for multilayer systems with uncorrelated rough boundaries. In *Proc. of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques 2000*, page 353–364. Springer-Verlag, 2000.
- [Jak10] W. Jakob. Mitsuba renderer. http://www.mitsuba-renderer.org/index_old.html, 2010. [accédé le 29/09/2021].
- [Jak15] W. Jakob. Layerlab : A computational toolbox for layered materials. In *SIGGRAPH 2015 Courses*, SIGGRAPH '15. ACM, 2015.
- [JB90] S. Jacquemoud and F. Baret. Prospect : A model of leaf optical properties spectra. *Remote Sensing of Environment*, 34(2) :75–91, 1990.
- [JdJM14] W. Jakob, E. d'Eon, O. Jakob, and S. Marschner. A comprehensive framework for rendering layered materials. *ACM Trans. Graph.*, 33(4) :118 :1–118 :14, 2014.
- [JH19] W. Jakob and J. Hanika. A low-dimensional function space for efficient spectral upsampling. *Computer Graphics Forum (Proceedings of Eurographics)*, 38(2), 2019.
- [JHY⁺14] W. Jakob, M. Hašan, L.-Q. Yan, J. Lawrence, R. Ramamoorthi, and S. Marschner. Discrete stochastic microfacet models. *ACM Trans. Graph.*, 33(4), 2014.
- [JLD99] H. W. Jensen, J. Legakis, and J. Dorsey. Rendering of wet materials. In *Rendering Techniques' 99*, pages 273–281. Springer Vienna, 1999.
- [JMLH01] H. W. Jensen, S. R. Marschner, M. Levoy, and P. Hanrahan. A practical model for subsurface light transport. In *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '01, page 511–518. Association for Computing Machinery, 2001.
- [JWH⁺19] A. Jung, A. Wilkie, J. Hanika, W. Jakob, and C. Dachsbacher. Wide gamut spectral upsampling with fluorescence. *Computer Graphics Forum*, 38(4) :87–96, 2019.
- [Kaj86] J. T. Kajiya. The rendering equation. In *Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '86, page 143–150. Association for Computing Machinery, 1986.
- [KBM⁺20] H. Kato, D. Beker, M. Morariu, T. Ando, T. Matsuoka, W. Kehl, and A. Gaidon. Differentiable rendering : A survey, 2020.
- [KC17] C. Kulla and A. Conty. Revisiting physically based shading at imageworks. In *ACM SIGGRAPH 2017 Courses*, 2017.
- [KGK19] T. Kneiphof, T. Golla, and R. Klein. Real-time image-based lighting of microfacet brdfs with varying iridescence. *Computer Graphics Forum*, 38(4), 2019.
- [KM31] P. Kubelka and F. Munk. An article on optics of paint layers. *Z. Tech. Phys*, 12(593-601) :259–274, 1931.
- [Kry06] A. Krywonos. Predicting surface scatter using a linear systems formulation of non-paraxial scalar diffraction. 2006.

- [Lar07] E. W. Larsen. A generalized boltzmann equation for non-classical particle transport. In *Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications*, 2007.
- [LKYU12] J. Löw, J. Kronander, A. Ynnerman, and J. Unger. Brdf models for accurate and efficient rendering of glossy surfaces. *ACM Trans. Graph.*, 31(1), 2012.
- [LR99] F.R.S. Lord Rayleigh. Xxxiv. on the transmission of light through an atmosphere containing small particles in suspension, and on the origin of the blue of the sky. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 47(287) :375–384, 1899.
- [LW93] E. P. Lafortune and Y. D. Willems. Bi-directional path tracing. In *Proceedings of 3rd International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (COMPUGRAPHICS '93)*, pages 145–153, 1993.
- [MBT⁺18] D. Meneveaux, B. Bringier, E. Tauzia, M. Ribardi re, and L. Simonot. Rendering rough opaque materials with interfaced lambertian microfacets. *IEEE Trans. on Visualization and Computer Graphics*, 24(3) :1368–1380, 2018.
- [MDG00] S. Merillou, J.-M. Dischler, and D. Ghazanfarpour. A brdf postprocess to integrate porosity on rendered surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 6(4) :306–318, 2000.
- [Mie08] G. Mie. Beitr ge zur optik tr ber medien, speziell kolloidaler metall sungen. *Annalen der Physik*, 330(3) :377–445, 1908.
- [MLS⁺20] F. Maudet, B. Lacroix, A. J. Santos, F. Paumier, M. Paraillous, S. Hurand, A. Corvisier, C. Dupeyrat, R. Garc a, F. M. Morales, and T. Girardeau. On the importance of light scattering for high performances nanostructured antireflective surfaces. *Acta Materialia*, 188 :386–393, 2020.
- [MPBM03] W. Matusik, H. Pfister, M. Brand, and L. McMillan. A data-driven reflectance model. *ACM Trans. Graph.*, 22(3) :759–769, 2003.
- [NDM05] A. Ngan, F. Durand, and W. Matusik. Experimental analysis of brdf models. In *Eurographics Symposium on Rendering*, EGSR '05, pages 117–126. Eurographics Association, 2005.
- [NDM06] A. Ngan, F. Durand, and W. Matusik. Image-driven navigation of analytical brdf models. In *Symposium on Rendering*, EGSR '06, page 399–407. Eurographics Association, 2006.
- [Nic65] F. E. Nicodemus. Directional reflectance and emissivity of an opaque surface. *Appl. Opt.*, 4(7) :767–775, 1965.
- [ON94] M. Oren and S. K. Nayar. Generalization of lambert’s reflectance model. In *Proceedings of the 21st Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, page 239–246. Association for Computing Machinery, 1994.
- [PFG00] F. Pellacini, J. A. Ferwerda, and D. P. Greenberg. Toward a psychophysically-based light reflection model for image synthesis. In *Proc. of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH '00, page 55–64. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000.

- [PKM⁺] D. J. Poxson, M.-L. Kuo, F. W. Mont, Y.-S. Kim, X. Yan, R. E. Welser, A. K. Sood, J. Cho, S.-Y. Lin, and E. F. Schubert. High-performance antireflection coatings utilizing nanoporous layers. *36(6)* :434–438.
- [PP03] G. Patow and X. Pueyo. A survey of inverse rendering problems. *Computer Graphics Forum*, 22(4) :663–687, 2003.
- [PSCS⁺12] R. Pacanowski, O. Salazar Celis, C. Schlick, X. Granier, P. Poulin, and A. Cuyt. Rational brdf. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 18(11) :1824–1835, 2012.
- [Que69] M. R. Query. Direct solution of the generalized fresnel reflectance equations. *J. Opt. Soc. Am.*, 59(7) :876–877, 1969.
- [Que70] M. R. Query. Errata : Direct solution of the generalized fresnel reflectance equations. *J. Opt. Soc. Am.*, 60(5) :705_1–705, 1970.
- [RCL21] J. Randrianandrasana, P. Callet, and L. Lucas. Transfer matrix based layered materials rendering. *ACM Trans. Graph.*, 40(4), 2021.
- [RGT01] C. Rozé, T. Girasole, and A. G. Tafforin. Multilayer four-flux model of scattering, emitting and absorbing media. *Atmospheric Environment*, 35(30) :5125–5130, 2001. Visibility, Aerosol and Atmospheric Optics.
- [RK54] C. V. Raman and D. Krishnamurti. The structure and optical behaviour of pearls. In *Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A*, volume 39, pages 215–222. Springer, 1954.
- [RMS⁺08] M. Rump, G. Müller, R. Sarlette, D. Koch, and R. Klein. Photo-realistic rendering of metallic car paint from image-based measurements. *Computer Graphics Forum*, 27(2) :527–536, April 2008.
- [RRFG17] J. Riviere, I. Reshetouski, L. Filipi, and A. Ghosh. Polarization imaging reflectometry in the wild. *ACM Trans. Graph.*, 36(6), 2017.
- [Rus98] S. Rusinkiewicz. A new change of variables for efficient BRDF representation. In *Rendering Techniques (Proc. Eurographics Workshop on Rendering)*, 1998.
- [Sch94] C. Schlick. An inexpensive brdf model for physically-based rendering. *Computer Graphics Forum*, 1994.
- [Sel72] W. Sellmeier. Ueber die durch die aetherschwingungen erregten mitschwingungen der körpertheilchen und deren rückwirkung auf die ersteren, besonders zur erklärang der dispersion und ihrer anomalien. *Annalen der Physik*, 223(11) :386–403, 1872.
- [SGM⁺16] A. Serrano, D. Gutierrez, K. Myszkowski, H. P. Seidel, and B. Masia. An intuitive control space for material appearance. *ACM Trans. Graph.*, 35(6), 2016.
- [SHG⁺18] L. Simonot, M. Hébert, M. Gérardin, C. Monpeurt, and T. Fournel. Halo and subsurface scattering in the transparent coating on top of a diffusing material. *J. Opt. Soc. Am. A*, 35(7) :1192–1203, 2018.
- [SHH06] L. Simonot, M. Hébert, and R. D. Hersch. Extension of the williams-clapper model to stacked nondiffusing colored coatings with different refractive indices. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(6) :1432–1441, 2006.

-
- [SHHM16] L. Simonot, R. D. Hersch, M. Hébert, and S. Mazaauric. Multilayer four-flux matrix model accounting for directional-diffuse light transfers. *Appl. Opt.*, 55(1) :27–37, 2016.
- [SJR18] T. Sun, H. W. Jensen, and R. Ramamoorthi. Connecting measured brdfs to analytic brdfs by data-driven diffuse-specular separation. *ACM Trans. Graph.*, 37(6), December 2018.
- [Smi67] B. Smith. Geometrical shadowing of a random rough surface. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 15(5) :668–671, 1967.
- [Smi70] N. V. Smith. Optical constants of rubidium and cesium from 0.5 to 4.0 ev. *Phys. Rev. B*, 2 :2840–2848, Oct 1970.
- [SPN⁺16] T. W. Schmidt, F. Pellacini, D. Nowrouzezahrai, W. Jarosz, and C. Dachsbacher. State of the art in artistic editing of appearance, lighting and material. *Computer Graphics Forum*, 35(1) :216–233, 2016.
- [SSN18] C. Soler, K. Subr, and D. Nowrouzezahrai. A versatile parameterization for measured material manifolds. *Computer Graphics Forum*, 37(2) :135–144, 2018.
- [Sta99] J. Stam. Diffraction shaders. In *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, SIGGRAPH ’99, page 101–110. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999.
- [Sto62] G. G. Stokes. Iv. on the intensity of the light reflected from or transmitted through a pile of plates. *Proc. of the Royal Society of London*, 11 :545–556, 1862.
- [TBM86] S. A. Twomey, C. F. Bohren, and J. L. Mergenthaler. Reflectance and albedo differences between wet and dry surfaces. *Appl. Opt.*, 25(3) :431–437, Feb 1986.
- [TS67] K. E. Torrance and E. M. Sparrow. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces*. *J. Opt. Soc. Am.*, 57(9) :1105–1114, 1967.
- [Tur18] E. Turquin. Practical multiple scattering compensation for microfacet models, 2018.
- [van80] H. C. van de Hulst. *Multiple Light Scattering*. Academic Press, New York, 1980.
- [Vea98] E. Veach. *Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation*. PhD thesis, 1998.
- [VG95] E. Veach and L. Guibas. Bidirectional estimators for light transport. In *Photorealistic Rendering Techniques*, pages 145–167. Springer Berlin Heidelberg, 1995.
- [War92] G. J. Ward. Measuring and modeling anisotropic reflection. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 26(2) :265–272, 1992.
- [WB20] P. Weier and L. Belcour. Rendering layered materials with anisotropic interfaces. *Journal of Computer Graphics Techniques (JCGT)*, 9(2) :37–57, 2020.
- [WDR13] H. Wu, J. Dorsey, and H. Rushmeier. Inverse bi-scale material design. *ACM Trans. Graph.*, 32(6) :163 :1–163 :10, 2013.
- [WMLT07] B. Walter, S. Marschner, H. Li, and K. Torrance. Microfacet models for refraction through rough surfaces. In *Eurographics Symposium on Rendering*, EGSR’07, page 195–206. Eurographics Association, 2007.

- [WND⁺14] A. Wilkie, S. Nawaz, M. Droske, A. Weidlich, and J. Hanika. Hero wavelength spectral sampling. *Computer Graphics Forum*, 33(4) :123–131, 2014.
- [WW07] A. Weidlich and A. Wilkie. Arbitrarily layered micro-facet surfaces. In *Proc. of the 5th International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques in Australia and Southeast Asia*, GRAPHITE ’07, page 171–178. ACM, 2007.
- [WW09] A. Weidlich and A. Wilkie. Exploring the potential of layered brdf models. In *ACM SIGGRAPH ASIA 2009 Courses*, SIGGRAPH ASIA ’09, pages 7 :1–7 :58. ACM, 2009.
- [WW11] A. Weidlich and A. Wilkie. Thinking in layers : Modeling with layered materials. In *SIGGRAPH Asia 2011 Courses*, SA ’11, pages 20 :1–20 :43. ACM, 2011.
- [XWHM20] M. Xia, B. Walter, C. Hery, and S. Marschner. Gaussian product sampling for rendering layered materials. *Computer Graphics Forum*, 39(1) :420–435, 2020.
- [Yeh05] P. Yeh. *Optical Waves in Layered Media*. Number v. 2 in Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2005.
- [YHW⁺18] L.-Q. Yan, M. Hašan, B. Walter, S. Marschner, and R. Ramamoorthi. Rendering specular micro-geometry with wave optics. *ACM Trans. Graph.*, 37(4), 2018.
- [YYTM19] T. Yamaguchi, T. Yatagawa, Y. Tokuyoshi, and S. Morishima. Real-time rendering of layered materials with anisotropic normal distributions. In *SIGGRAPH Asia 2019, Technical Brief*. ACM, 2019.
- [YYTM20] T. Yamaguchi, T. Yatagawa, Y. Tokuyoshi, and S. Morishima. Real-time rendering of layered materials with anisotropic normal distributions. *Computational Visual Media*, 6 :29–36, 2020.
- [ZFWW18] K. Zsolnai-Fehér, P. Wonka, and M. Wimmer. Gaussian material synthesis. *ACM Trans. Graph.*, 37(4) :76 :1–76 :14, 2018.
- [ZJ18] T. Zeltner and W. Jakob. The layer laboratory : A calculus for additive and subtractive composition of anisotropic surface reflectance. *ACM Trans. Graph.*, 37(4) :74 :1–74 :14, 2018.
- [ZJL20] S. Zhao, W. Jakob, and T.-M. Li. Physics-based differentiable rendering : From theory to implementation. In *ACM SIGGRAPH 2020 Courses*, SIGGRAPH ’20. Association for Computing Machinery, 2020.
- [ZRB14] S. Zhao, R. Ramamoorthi, and K. Bala. High-order similarity relations in radiative transfer. *ACM Trans. Graph.*, 33(4) :104 :1–104 :12, 2014.
- [ZWW20] K. Zsolnai-Fehér, P. Wonka, and M. Wimmer. Photorealistic Material Editing Through Direct Image Manipulation. *Computer Graphics Forum*, 39(4) :107–120, 2020.

Annexe A.

Dérivation du modèle de Belcour

Notre méthode d'inversion présentée au chapitre 5, s'appuie sur la formule d'ajout de variance de Belcour [Bel18]. Nous l'avons rappelée au chapitre 3 par l'équation 3.5 dont la redérivation pas à pas n'est pas présentée dans le papier originel. De plus, la formulation de l'article est différente de celle du code Mitsuba fourni, qui est plus claire. Nous redécrivons ci-dessous ces formules, correspondant aux équations 3.5 et 3.6.

La variance σ_i d'un faisceau lumineux incident est modifiée lorsqu'il rencontre une interface, qu'il soit réfléchi ou transmis :

$$\sigma_o^R = \sigma_i + \sigma_{12}^R \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_o^T = \frac{\eta_1}{\eta_2} \sigma_i + \sigma_{12}^T \quad (\text{A.2})$$

où σ_o^R et σ_o^T sont les variances des directions sortantes des faisceaux réfléchi et transmis respectivement, avec σ_{12}^R et σ_{12}^T donnés par l'équation 3.7 dans ce manuscrit.

Les équations de Belcour sont obtenues pour un empilement physique composé de deux interfaces. Nous considérons un faisceau sortant qui a été transmis par la première interface, réfléchi une fois par la seconde, puis transmis à nouveau par la première. Sa variance, notée σ_o^{TRT} , est calculée « en sens inverse ». Tout d'abord, nous considérons la dernière transmission :

$$\sigma_o^{TRT} = \frac{\eta_1}{\eta_0} \sigma_i + \sigma_{10}^T,$$

où nous avons utilisé l'équation A.2. En remplaçant la variance σ_i du faisceau incident par σ_o^R dans l'équation A.1, nous obtenons :

$$\sigma_o^{TRT} = \frac{\eta_1}{\eta_0} (\sigma_i + \sigma_{12}^R) + \sigma_{10}^T.$$

De même, remplacer la nouvelle variance incidente σ_i par σ_o^T dans l'équation A.2 mène à la relation :

$$\sigma_o^{TRT} = \sigma_i + \frac{\eta_1}{\eta_0} (\sigma_{01}^T + \sigma_{12}^R) + \sigma_{10}^T.$$

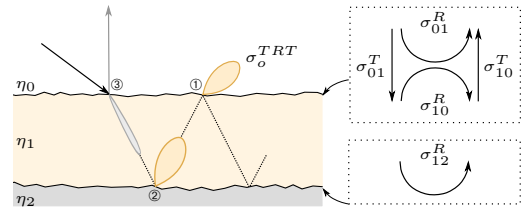


Figure 8.1 – Notations.

Dans cette dernière expression, on peut supposer que $\sigma_i = 0$, puisque cela correspond à un faisceau incident collimaté.

Si l'on considère n inter-réflexions entre les deux interfaces, alors

$$\sigma_o^{TR^nT} = \frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{01}^T + \sigma_{12}^R + n \left(\sigma_{12}^R + \sigma_{10}^R \right) \right) + \sigma_{10}^T.$$

L'équation d'ajout sur la variance non normalisée regroupe à la fois le lobe issu de la réflexion directe sur la première interface et le lobe correspondant à tous les chemins TRT. Elle tient compte des énergies respectives des lobes suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{02}^R &= R_{01} \sigma_{01}^R + \sum_{n=0}^{\infty} T_{01} R'_{12} (R'_{12} R_{10})^n T_{10} \sigma_o^{TR^nT} \\ &= R_{01} \sigma_{01}^R + T_{01} R'_{12} T_{10} \\ &\quad \times \left(\left(\frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{01}^T + \sigma_{12}^R \right) + \sigma_{10}^T \right) \sum_{n=0}^{\infty} (R'_{12} R_{10})^n \right. \\ &\quad \left. + \frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{12}^R + \sigma_{10}^R \right) \sum_{n=0}^{\infty} n (R'_{12} R_{10})^n \right), \end{aligned}$$

où $R'_{12} = e^{-2\tau_1 / \cos \theta_1} R_{12}$ représente la réflectance atténuée par l'absorption du milieu. En utilisant la forme close pour ces deux séries infinies $\left(\sum_{n=0}^{\infty} n a^n = \frac{a}{(1-a)^2} \right)$, nous obtenons l'équation finale non normalisée d'ajout des variances :

$$\tilde{\sigma}_{02}^R = R_{01} \sigma_{01}^R + \frac{T_{01} R'_{12} T_{10}}{1 - R'_{12} R_{01}} \times \left(\frac{\eta_1}{\eta_0} \left(\sigma_{01}^T + \sigma_{12}^R + \frac{R'_{12} R_{10}}{1 - R'_{12} R_{01}} \left(\sigma_{12}^R + \sigma_{10}^R \right) \right) + \sigma_{10}^T \right).$$

Notes sur la transmission. Nous avons observé que les variances transmises ne sont pas définies pour tous les indices de réfraction. Elles sont données par :

$$\begin{cases} \sigma_{10}^T &= f(\alpha_0 | 1 - \frac{\eta_1}{\eta_0} | / 2), \\ \sigma_{01}^T &= f(\alpha_0 | 1 - \frac{\eta_0}{\eta_1} | / 2). \end{cases}$$

Toutefois, f nécessite un argument inférieur à 1, menant aux conditions suivantes :

$$\begin{cases} \eta_1 \leq (2/\alpha_0 + 1)\eta_0 & \text{si } \eta_1 > \eta_0, \\ \eta_1 \geq \eta_0 / (2/\alpha_0 + 1) & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ces formules dépendent entièrement du choix de la fonction de correspondance f : une expression différente de cette fonction, comme par exemple la sigmoïde proposée par Weier et Belcour [WB20], n'engendre pas nécessairement les mêmes conditions.

Annexe B.

Détails techniques de la méthode inverse

Comme mentionné dans l'article, nous utilisons une version légèrement modifiée du plugin `Layered_forward` fourni par Belcour. Cependant, nous maintenons la constante de compilation `Use_best_fit` indéfinie dans le fichier `layered.hpp`. Cela a pour effet de considérer $f(\alpha) = \frac{\alpha}{1-\alpha}$ au lieu de $f(\alpha) = \frac{\alpha^{1.1}}{1-\alpha^{1.1}}$ pourtant utilisée dans notre méthode inverse. Néanmoins ce n'est pas un problème : en effet, notre méthode doit être générique et fonctionner quelle que soit la méthode de rendu utilisée (par exemple une simulation Monte Carlo avec la technique de Gamboa et al. [GGN20] dans l'annexe C).

Une différence avec la version originale du plugin est que nous ne faisons pas la moyenne des variances par canal de couleur. Nous gardons les variances séparées par canal de couleur pour chaque lobe afin d'être plus cohérent avec notre méthode inverse.

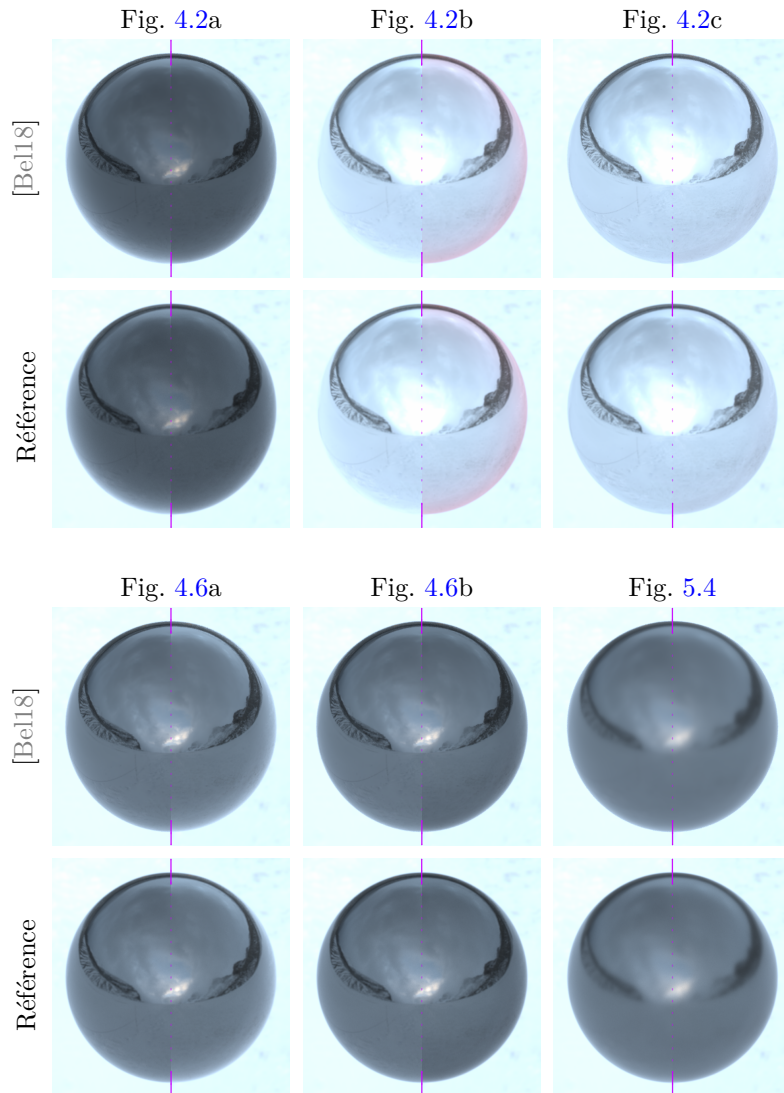
Une autre différence est que nous utilisons une table *FGD* de plus haute résolution, nécessaire pour reproduire avec précision les effets d'angle rasant. Par rapport à la table 4D originale $(\theta, \alpha, \eta, \kappa)$ dont la résolution est de 64^4 , nous utilisons une résolution de $64 \times 64 \times 256 \times 24$ (occupation mémoire de 100MB) pour les courbes dépendant de l'angle (par exemple, la figure 5.10) et de $64 \times 64 \times 512 \times 512$ (soit une occupation mémoire de 4.3GB) pour le rendu. De plus, nous échantillons le paramètre κ dans l'intervalle $[0, 6]$ au lieu de l'intervalle original $[0, 4]$ afin d'obtenir des conducteurs avec une réflectance plus élevée.

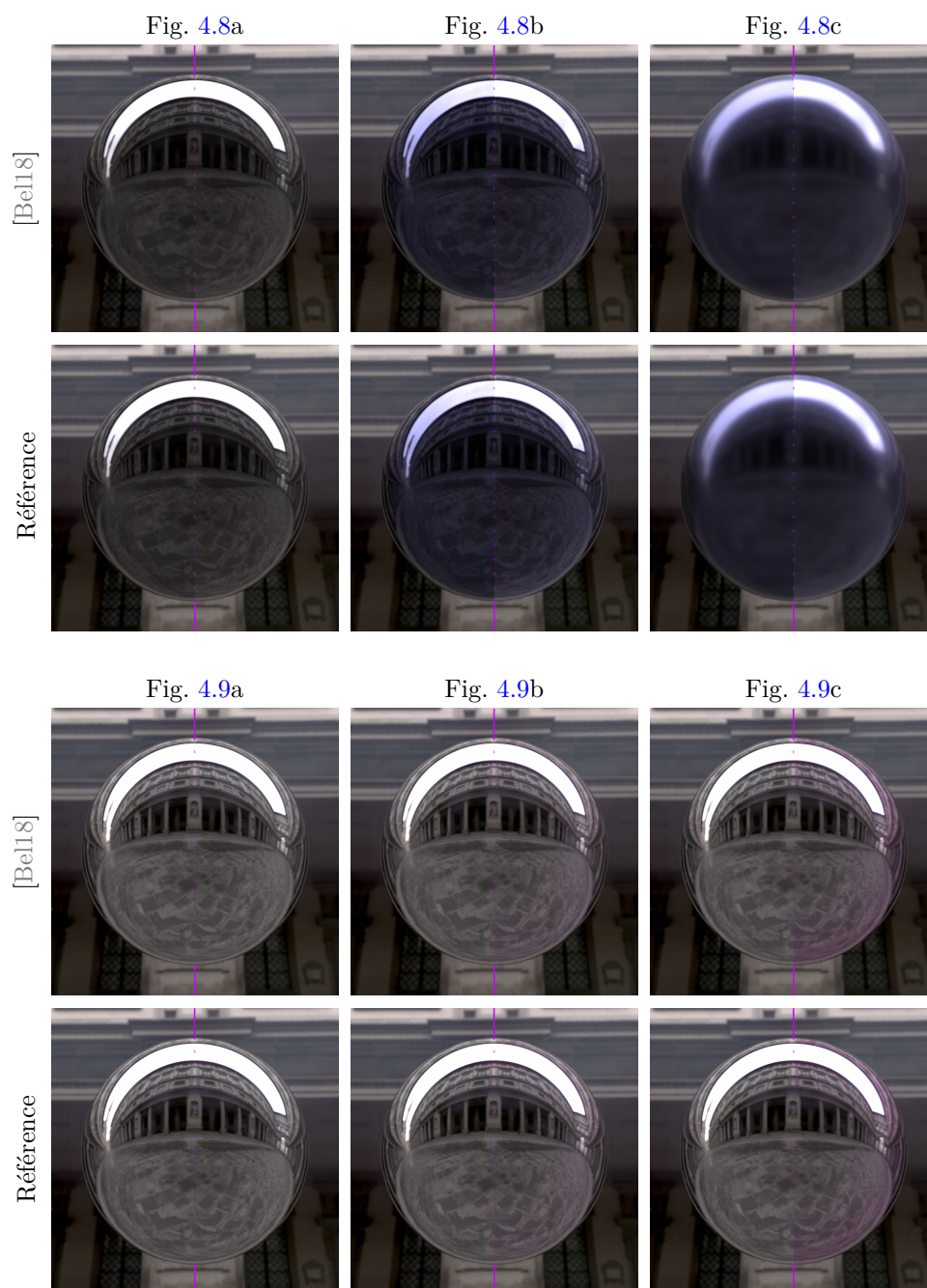
Lors du design inverse, nous utilisons une table *FGD* différente. En effet, nous n'avons besoin que des configurations à incidence normale, $\theta = 0$. De plus, nous ignorons le paramètre κ puisque nous nous basons sur l'équation de Fresnel et non *FGD* dans le cas conducteur. Par conséquent, la table *FGD* utilisée par notre méthode inverse est composée de deux dimensions (α, η) , de résolution 100×200 .

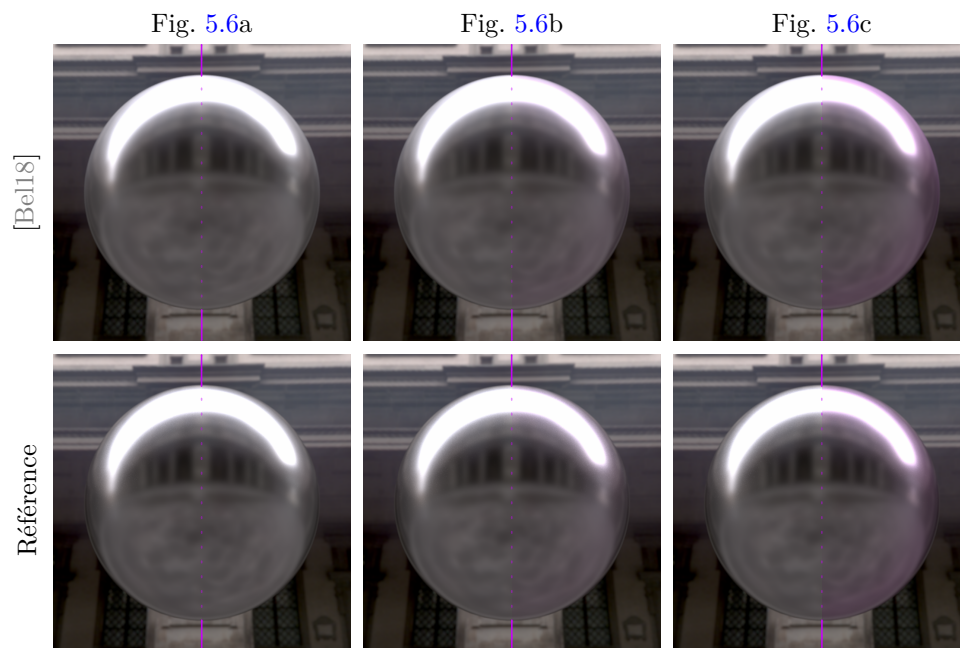
Annexe C.

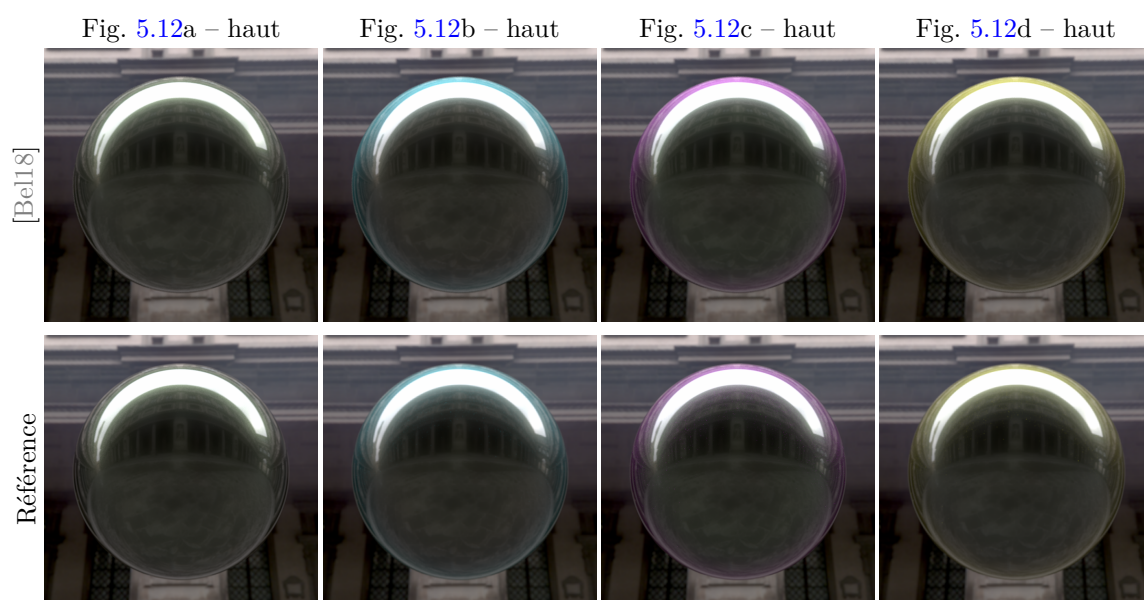
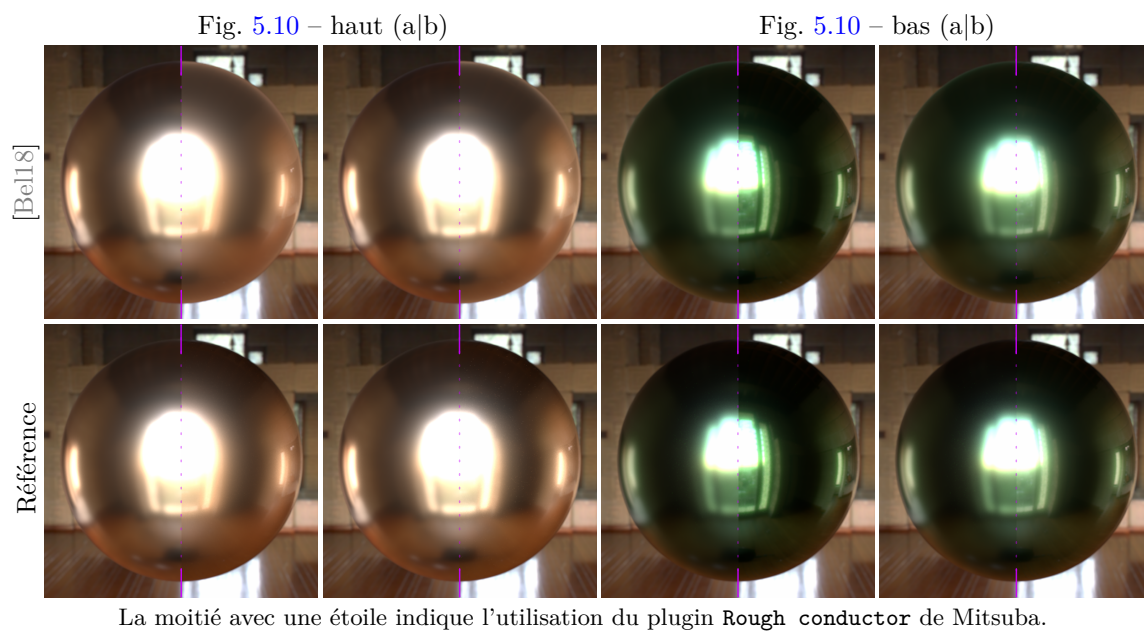
Rendus de Monte Carlo

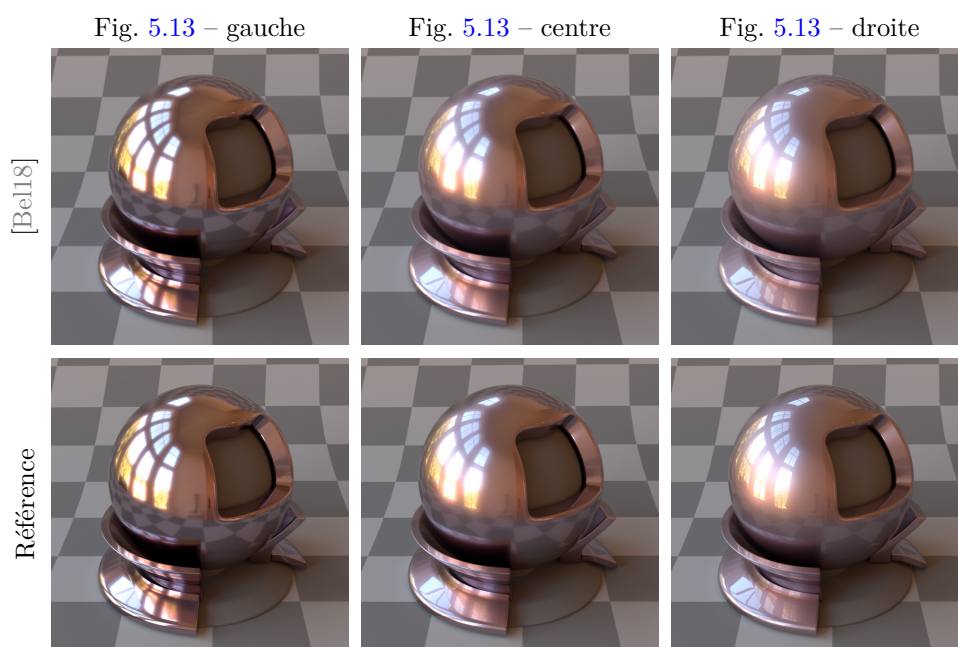
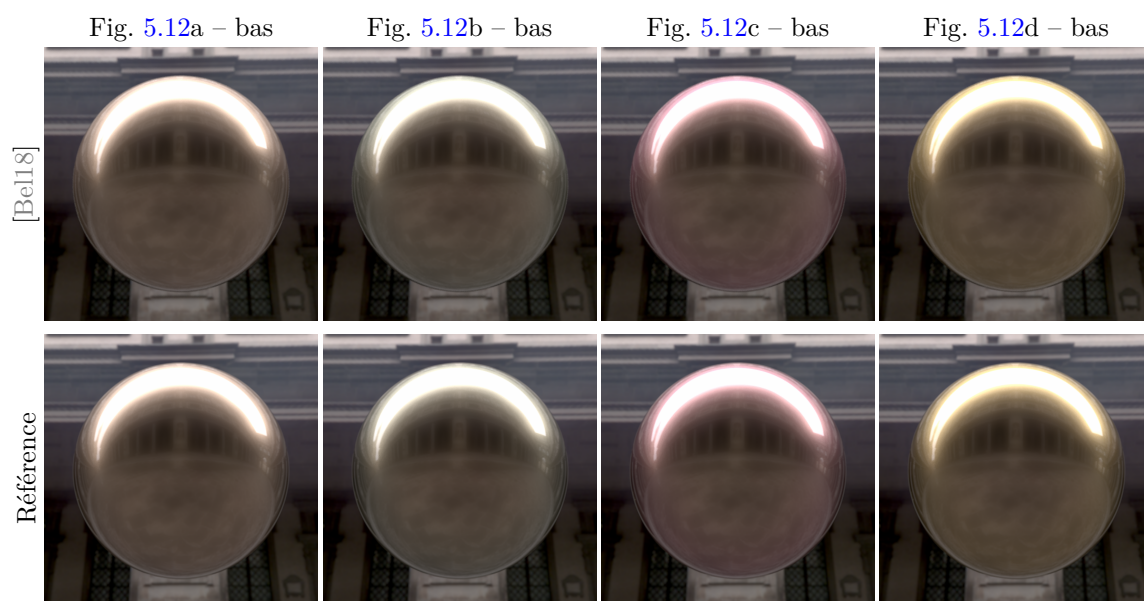
Nous comparons les rendus obtenus par le modèle `layered_forward` de Belcour [Bel18] et la simulation de Monte Carlo de Gamboa et al. [GGN20], implémentés dans le moteur de rendu Mitsuba [Jak10]. Le modèle de Belcour est précis dans le contexte dans lequel nous l'utilisons.

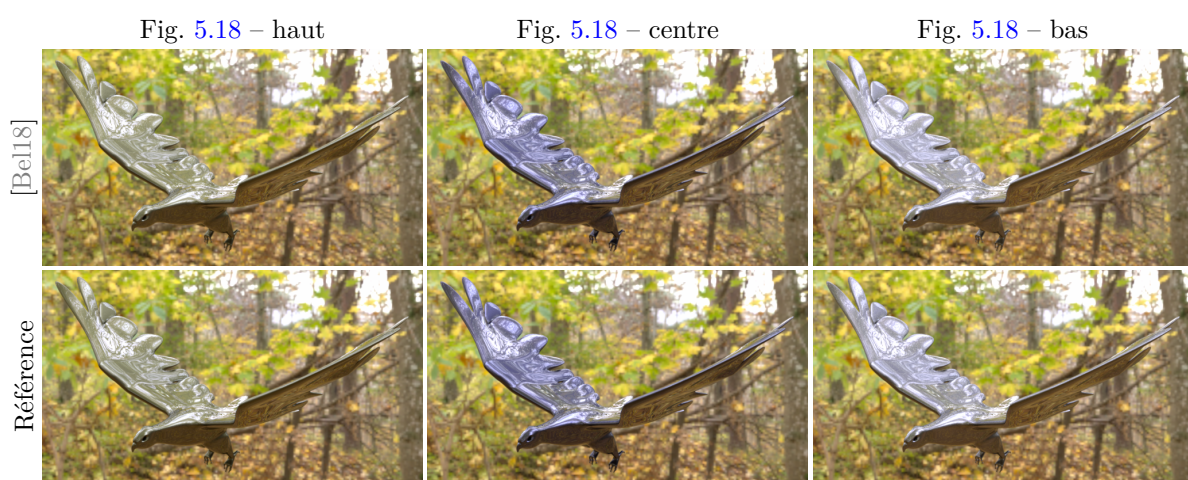
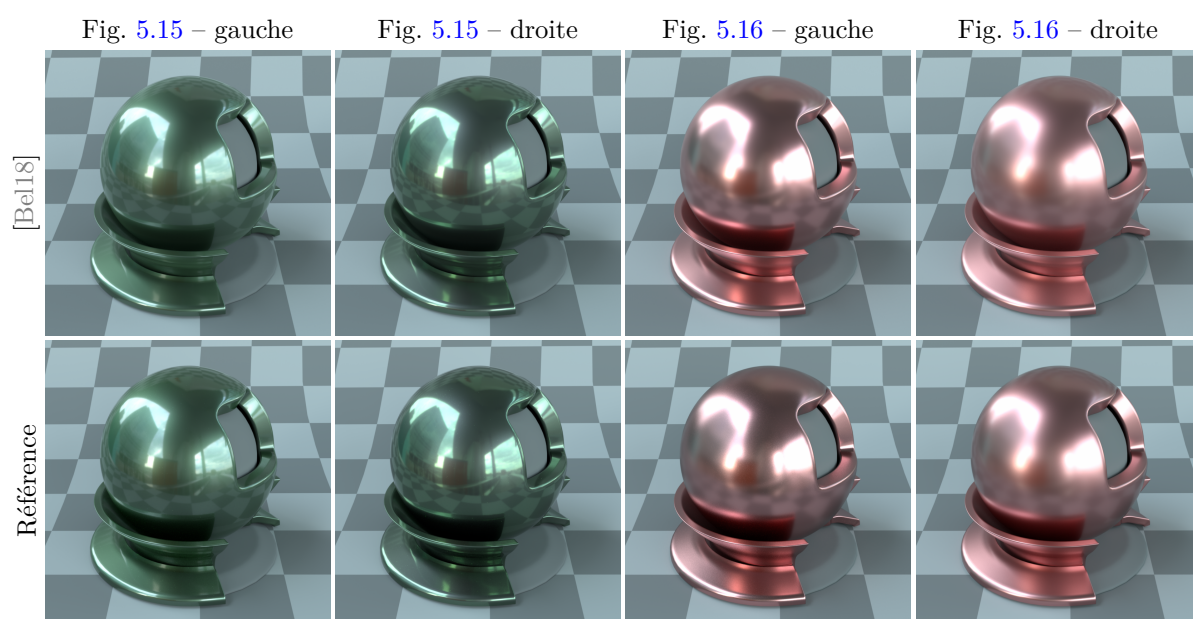
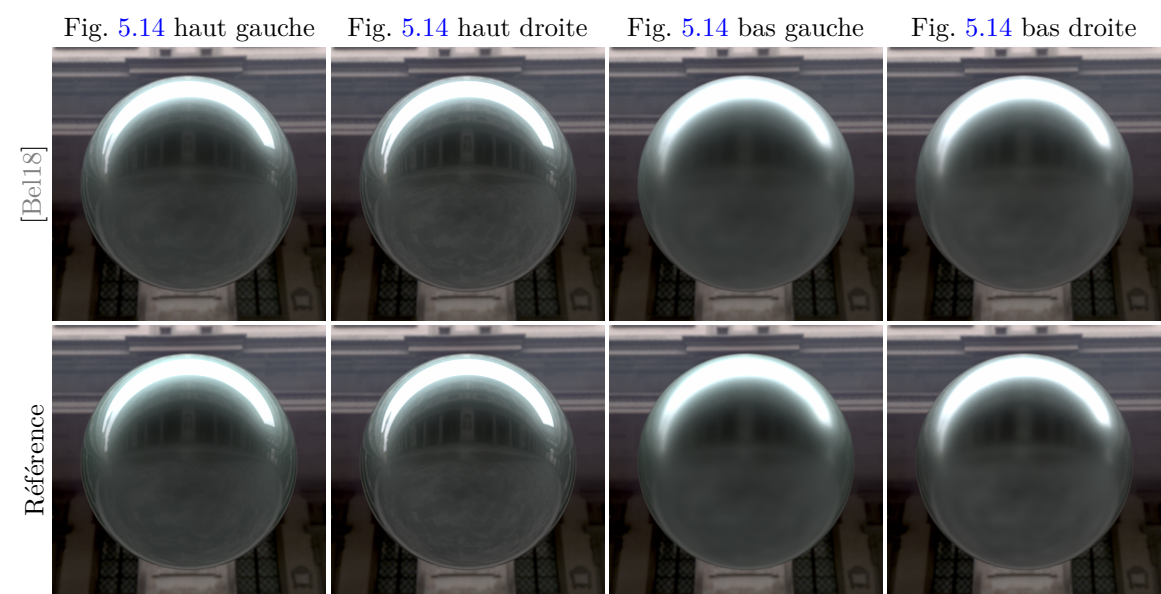












Annexe D.

Reproductibilité des résultats

Figure	Propriétés de lobe		Paramètres physiques
4.8a-g	$R_1 = 0.15$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.253, \alpha = 0$ milieu : $\tau = 0.336$ interface : $\eta = 4, \alpha = 0$
4.8a-d	$R_1 = 0.15$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 2.239, \alpha = 0$ milieu : $\tau = 1.681$ interface : $\eta = 1, \alpha = 0$
4.8b-g	$\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.171, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.633, 0.633, 0.367]$ interface : $\eta = 4, \alpha = 0$
4.8b-d	$\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.84, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [1.679, 1.679, 0.076]$ interface : $\eta = 1, \alpha = 0$
4.8c-g	$\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$	$\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.171, \alpha = 0.04$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.635, 0.635, 0.364]$ interface : $\eta = 4, \alpha = 0.031$
4.8c-d	$\mathbf{R}_1 = [0.09, 0.09, 0.15]$	$\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.849, \alpha = 0.04$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [3.601, 3.601, 0.103]$ interface : $\eta = 1, \alpha = 0.007$
4.9a-g	$R_1 = 0.45$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.5, \alpha = 0$ interface : $\eta = 2.048, \kappa = 3.04, \alpha = 0$
4.9a-d	$R_1 = 0.45$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0$ interface : $\eta = 1.676, \kappa = 2.508, \alpha = 0$
4.9b-d	$R_1 = 0.45$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.5, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.35, 0]$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.048, 0.461, 2.048],$ $\boldsymbol{\kappa} = [3.04, 4.388, 3.04],$
4.9c-d	$R_1 = 0.45$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.35, 0]$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [1.676, 0.444, 1.676],$ $\boldsymbol{\kappa} = [2.508, 4.343, 2.508],$

Figure	Propriétés de lobe	Paramètres physiques
4.11-b	$\mathbf{R}_1 = [0.12, 0.12, 0.15]$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.848, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.425, 0.425, 0.091]$ interface : $\eta = 1, \alpha = 0$
4.11-c	$\mathbf{R}_1 = [0.12, 0.12, 0.15]$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 2.049, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [2.033, 2.033, 0.535]$ interface : $\eta = 1, \alpha = 0$
5.6a-g	$R_1 = 0.45$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.5, \alpha = 0.04$ interface : $\eta = 2.047, \kappa = 3.038, \alpha = 0.016$
5.6a-d	$R_1 = 0.45$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.04$ interface : $\eta = 1.676, \kappa = 2.507, \alpha = 0.029$
5.6b-d	$R_1 = 0.45$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.5, \alpha = 0.04$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.35, 0]$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.047, 0.464, 2.047],$ $\boldsymbol{\kappa} = [3.038, 4.388, 3.038],$ $\alpha = 0.016$
5.6c-d	$R_1 = 0.45$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.04$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.35, 0]$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [1.676, 0.446, 1.676],$ $\boldsymbol{\kappa} = [2.507, 4.343, 2.507],$ $\alpha = 0.029$
5.7 Reine	$\mathbf{R}_1 = [0.03, 0.06, 0.09]$ $\sigma_1 = 0.05$	interface : $\eta = 1.209, \alpha = 0.063$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.682, 0.233, 0]$ interface : $\eta = 2.171, \alpha = 0.046$
5.7a Tour	$R_1 = 0.06$ $\sigma_1 = 0.05$	interface : $\eta = 1.324, \alpha = 0.063$ interface : $\eta = 1.994, \alpha = 0.038$
5.7a Cav.	$\mathbf{R}_1 = [0.01, 0.06, 0.11]$ $\sigma_1 = 0.05$	interface : $\eta = 1.111, \alpha = 0.063$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [1.363, 0.315, 0]$ interface : $\eta = 2.186, \alpha = 0.053$
5.7b Tour	$\mathbf{R}_1 = [0.03, 0.06, 0.09]$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.21, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.674, 0.231, 0]$ interface : $\eta = 2.174, \alpha = 0$
5.7b Cav.	$\mathbf{R}_1 = [0.03, 0.06, 0.09]$ $\sigma_1 = 0.15$	interface : $\eta = 1.209, \alpha = 0.157$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.683, 0.233, 0]$ interface : $\eta = 2.169, \alpha = 0.118$
5.10a	$\mathbf{R}_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$ $\mathbf{R}_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.01$	interface : $\eta = 1.917, \alpha = 0$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.398, 1.978, 2.214],$ $\boldsymbol{\kappa} = [3.567, 2.541, 3.051],$ $\alpha = 0.008$
5.10b	$\mathbf{R}_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$ $\mathbf{R}_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.04$	interface : $\eta = 1.917, \alpha = 0$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.398, 1.978, 2.214],$ $\boldsymbol{\kappa} = [3.567, 2.541, 3.051],$ $\alpha = 0.028$

Figure	Propriétés de lobe	Paramètres physiques
5.10c	$R_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$	interface : $\eta = 1.917$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.1$	interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.398, 1.978, 2.214]$, $\boldsymbol{\kappa} = [3.567, 2.541, 3.051]$, $\alpha = 0.063$
5.12a haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.1, 0.12, 0.08]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.62, 0.53, 0.73]$ interface : $\eta = 1.003$, $\alpha = 0.044$ interface : $\eta = 3.996$, $\alpha = 0.05$
5.12b haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.1, 0.12, 0.08]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.62, 0, 0]$ interface : $\eta = 1.004$, $\alpha = 0.044$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.647, 0.962]$ interface : $\eta = 3.997$, $\alpha = 0.05$
5.12c haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.1, 0.12, 0.08]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.53, 0]$ interface : $\eta = 1.003$, $\alpha = 0.044$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.78, 0, 0.963]$ interface : $\eta = 3.996$, $\alpha = 0.05$
5.12d haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.1, 0.12, 0.08]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0, 0.73]$ interface : $\eta = 1.005$, $\alpha = 0.044$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.778, 0.645, 0]$ interface : $\eta = 3.999$, $\alpha = 0.05$
5.12a bas	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.4, 0.3, 0.2]$ $\sigma_2 = 0.05$	interface : $\eta = 1.5$, $\alpha = 0.044$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.003, 1.618, 1.303]$, $\boldsymbol{\kappa} = [2.95, 2.143, 1.453]$, $\alpha = 0.043$
5.12b bas	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.4, 0.3, 0.2]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.42, 0, 0]$ interface : $\eta = 1.5$, $\alpha = 0.044$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [0.04, 1.618, 1.303]$, $\boldsymbol{\kappa} = [4.373, 2.143, 1.453]$, $\alpha = 0.043$
5.12c bas	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494$, $\alpha = 0$
	$R_2 = [0.4, 0.3, 0.2]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.56, 0]$ interface : $\eta = 1.5$, $\alpha = 0.044$ interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.003, 0.05, 1.303]$, $\boldsymbol{\kappa} = [2.95, 4.373, 1.453]$, $\alpha = 0.043$

Figure	Propriétés de lobe	Paramètres physiques
5.12d bas	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.4, 0.3, 0.2]$ $\sigma_2 = 0.05$	milieu : $\tau = [0, 0, 0.76]$ interface : $\eta = 1.5, \alpha = 0.044$ interface : $\eta = [2.003, 1.618, 0.05],$ $\kappa = [2.95, 2.143, 4.373],$ $\alpha = 0.043$
5.13a	$R_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$	interface : $\eta = 1.917, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.01$	interface : $\eta = [2.398, 1.978, 2.214],$ $\kappa = [3.567, 2.541, 3.051],$ $\alpha = 0.008$
5.13b	$R_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$	interface : $\eta = 1.917, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.04$	interface : $\eta = [2.398, 1.978, 2.214],$ $\kappa = [3.567, 2.541, 3.051],$ $\alpha = 0.028$
5.13c	$R_1 = 0.1$ $\sigma_2 = 0$	interface : $\eta = 1.917, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.35, 0.25, 0.3]$ $\sigma_2 = 0.1$	interface : $\eta = [2.398, 1.978, 2.214],$ $\kappa = [3.567, 2.541, 3.051],$ $\alpha = 0.063$
5.14a-g haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.494, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.15, 0.2, 0.18]$ $\sigma_2 = 0.07$	interface : $\eta = 2.509, \alpha = 0.059$ milieu : $\tau = [0.243, 0.0257, 0.101]$ interface : $\eta = 1.026, \alpha = 0.022$
5.14a-d haut	$R_1 = 0.04$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.494, \alpha = 0.04$
	$R_2 = [0.15, 0.2, 0.18]$ $\sigma_2 = 0.07$	interface : $\eta = 2.507, \alpha = 0.05$ milieu : $\tau = [0.244, 0.025, 0.101]$ interface : $\eta = 1.026, \alpha = 0.012$
5.14a-g bas	$R_1 = 0.07$ $\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.712, \alpha = 0$
	$R_2 = [0.15, 0.2, 0.18]$ $\sigma_2 = 0.07$	interface : $\eta = 2.829, \alpha = 0.052$ milieu : $\tau = [0.257, 0.054, 0.126]$ interface : $\eta = 1.064, \alpha = 0.021$
5.14a-d bas	$R_1 = 0.07$ $\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.712, \alpha = 0.04$
	$R_2 = [0.15, 0.2, 0.18]$ $\sigma_2 = 0.07$	interface : $\eta = 2.827, \alpha = 0.039$ milieu : $\tau = [0.258, 0.054, 0.126]$ interface : $\eta = 1.064, \alpha = 0.008$
5.15-g	$R_1 = [0.09, 0.14, 0.09]$ $\sigma_1 = 0.05$	interface : $\eta = 1.429, \alpha = 0.008$ milieu : $\tau = [0.309, 0, 0.309]$ interface : $\eta = 2.882, \alpha = 0.004$
	$R_2 = 0.09$ $\sigma_2 = 0.1$	milieu : $\tau = [0.026, 0.331, 0.026]$ interface : $\eta = 1.033, \alpha = 0.042$
5.15-d	$R_1 = 0.09$ $\sigma_1 = 0.05$	interface : $\eta = 1.429, \alpha = 0.008$ interface : $\eta = 2.365, \alpha = 0.004$
	$R_2 = [0.09, 0.14, 0.09]$ $\sigma_2 = 0.1$	milieu : $\tau = [0.228, 0.01, 0.228]$ interface : $\eta = 1.009, \alpha = 0.051$

Figure	Propriétés de lobe		Paramètres physiques
5.16-g	$R_1 = 0.04$	$\sigma_1 = 0.03$	interface : $\eta = 1.494, \alpha = 0.04$
	$\mathbf{R}_2 = [0.6, 0.25, 0.25]$	$\sigma_2 = 0.07$	interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.167, 1.453, 1.453]$, $\boldsymbol{\kappa} = [4.694, 1.784, 1.784]$, $\alpha = 0.048$
5.16-d	$R_1 = 0.04$	$\sigma_1 = 0.07$	interface : $\eta = 1.493, \alpha = 0.084$
	$\mathbf{R}_2 = [0.6, 0.25, 0.25]$	$\sigma_2 = 0.03$	interface : $\boldsymbol{\eta} = [2.167, 1.452, 1.452]$, $\boldsymbol{\kappa} = [4.692, 1.783, 1.783]$, $\alpha = 0$
5.17-g	$\mathbf{R}_1 = [0.052, 0.025, 0.025] \quad \sigma_1 = 0.014$		interface : $\eta = 1.189, \alpha = 0.02$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.0, 0.47, 0.47]$ interface : $\eta = 1.819, \alpha = 0.015$
	$\mathbf{R}_2 = [0.025, 0.045, 0.05] \quad \sigma_2 = 0.028$		interface : $\eta = 1.744, \alpha = 0.016$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.819, 0.052, 0.0]$ interface : $\eta = 3.828, \alpha = 0.017$
	$\mathbf{R}_1 = [0.025, 0.045, 0.05] \quad \sigma_1 = 0.028$		interface : $\eta = 1.189, \alpha = 0.038$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.447, 0.063, 0]$ interface : $\eta = 1.801, \alpha = 0.028$
	$\mathbf{R}_2 = [0.052, 0.025, 0.025] \quad \sigma_2 = 0.014$		interface : $\eta = 1.735, \alpha = 0$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0, 0.751, 0.815]$ interface : $\eta = 3.79, \alpha = 0$
5.18 haut	$R_1 = 0.03$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.413, \alpha = 0$
	$\mathbf{R}_2 = [0.1, 0.1, 0.06]$	$\sigma_2 = 0.05$	interface : $\eta = 1.273, \alpha = 0.084$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.303, 0.303, 0.564]$ interface : $\eta = 3.239, \alpha = 0.088$
5.18 cent.	$R_1 = 0.03$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.413, \alpha = 0$
	$\mathbf{R}_2 = [0.05, 0.05, 0.09]$	$\sigma_2 = 0.01$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.491, 0.491, 0.198]$ interface : $\eta = 3.104, \alpha = 0.046$
5.18 bas	$R_1 = 0.03$	$\sigma_1 = 0$	interface : $\eta = 1.413, \alpha = 0$
	$\mathbf{R}_2 = [0.05, 0.05, 0.09]$	$\sigma_2 = 0.01$	milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.491, 0.491, 0.198]$ interface : $\eta = 3.104, \alpha = 0.046$
	$\mathbf{R}_3 = [0.1, 0.1, 0.06]$	$\sigma_3 = 0.05$	interface : $\eta = 3.972, \alpha = 0.023$ milieu : $\boldsymbol{\tau} = [0.003, 0.003, 0.575]$ interface : $\eta = 1.006, \alpha = 0.009$

Figure	Propriétés de lobe	Paramètres physiques
7.1-g		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0$
	$R_d = [0.018, 0.128, 0.029]$	diffus : $\rho = [0.081, 0.492, 0.127]/\pi$
7.1-d		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0$
	$R_d = [0.018, 0.128, 0.029]$	milieu : $\tau = [1.24, 0.3, 1.01]$
		diffus : $\rho = 1/\pi$
7.3-a		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.005$
	$R_d = 0.1$	diffus : $\rho = [0.398, 0.398, 0.398]/\pi$
7.3-b		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.005$
	$R_d = 0.1$	milieu : $\tau = [0.41, 0, 0]$
		diffus : $\rho = [1, 0.398, 0.398]/\pi$
7.3-c		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.005$
	$R_d = 0.1$	milieu : $\tau = [0, 0.41, 0]$
		diffus : $\rho = [0.398, 1, 0.398]/\pi$
7.3-d		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.005$
	$R_d = 0.1$	milieu : $\tau = [0, 0, 0.41]$
		diffus : $\rho = [0.398, 0.398, 1]/\pi$
7.4-d		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.1$
	$R_d = 0.1$	milieu : $\tau = 0.41$
		diffus : $\rho = 0.98/\pi$
7.4-g		interface : $\eta = 1.2, \alpha = 0.1$
	$R_d = 0.1$	milieu : $\tau = [0, 0.41, 0.41]$
		diffus : $\rho = [0.4, 0.98, 0.98]/\pi$