



**HAL**  
open science

# Modélisation modale de la transduction de patch magnétostrictif pour le rayonnement d'ondes élastiques guidées en vue du contrôle de santé intégré de structures fines

Guillaume Cousin

► **To cite this version:**

Guillaume Cousin. Modélisation modale de la transduction de patch magnétostrictif pour le rayonnement d'ondes élastiques guidées en vue du contrôle de santé intégré de structures fines. Acoustique [physics.class-ph]. Université Polytechnique Hauts-de-France, 2021. Français. NNT : 2021UPHF0045 . tel-03573761

**HAL Id: tel-03573761**

**<https://theses.hal.science/tel-03573761>**

Submitted on 14 Feb 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de doctorat**  
**Pour obtenir le grade de Docteur de**  
**l'UNIVERSITÉ POLYTECHNIQUE HAUTS-DE-FRANCE**  
**et l'INSA HAUTS-DE-FRANCE**

Discipline, spécialité selon la liste des spécialités pour lesquelles l'École Doctorale est accréditée :  
**Électronique, Acoustique et télécommunication**

**Présentée et soutenue par Guillaume COUSIN.**

**Le 14/12/2021, à Saclay**

**École doctorale :**

École Doctorale Polytechnique Hauts-de-France (ED PHF)

**Équipe de recherche, Laboratoire :**

Université Paris-Saclay, CEA LIST, Département imagerie et simulation pour le contrôle, Laboratoire de simulation modélisation acoustique.

Institut d'Électronique de Microélectronique et de Nanotechnologie – Département Opto-Acousto-Électronique (IEMN DOAE – UMR 8520).

**Modélisation modale de la transduction de patch magnétostrictif pour le rayonnement d'ondes élastiques guidées en vue du contrôle de santé intégré de structures fines.**

**JURY**

**Président du jury**

- M. Jenot, Frédéric. Professeur des Universités. UPHF (IEMN-DOAE)

**Rapporteurs**

- Mme. Potel, Catherine. Professeur des Universités. Université du Mans (LAUM)

- M. Cegla, Frederic. *Reader*. Imperial College London (Dept. of Mechanical Engineering)

**Examineurs**

- M. Lhémy, Alain. Directeur de recherche. CEA LIST (DISC/LSMA)

- M. Guy, Philippe. Maître de Conférences. Université de Lyon (LABEX-CEYLA/LVA)

**Directeur de thèse**

- M. Grondel, Sébastien. Professeur des Universités. UPHF (IEMN-DOAE)





Cette thèse a été préparée au **CEA/LIST/DISC/LSMA**

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives  
Institut LIST | CEA Saclay Digitéo Labs  
Bât. 565 – PC 120  
F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex  
France

## Remerciements

Je ne me serais incontestablement jamais lancé dans ce projet doctoral sans avoir croisé, dans ma vie, un certain nombre de personnes. Elles ont joué un rôle important pour moi : elles m'ont encouragé, m'ont rassuré. Merci à tous mes enseignant·e·s qui ont alimenté cette lumière et entretenu ma curiosité.

Merci à vous Justine, Arnaud et Rafael d'avoir été et d'être ces exemples de docteur·e dans mon cercle proche.

Merci énormément à toi Sébastien d'avoir posé ce dernier poids qui a fait irrémédiablement pencher cette balance. Merci pour ton accompagnement, tes encouragements de ces trois dernières années de thèse mais aussi pour les trois années précédentes.

Merci infiniment à toi Alain de m'avoir accueilli au CEA, de m'avoir ouvert sur une discipline qui m'était jusqu'alors quasiment inconnue : l'acoustique physique. Merci pour ta confiance, merci pour ces échanges. Je pense regretter à jamais de ne plus pouvoir venir aussi facilement à ton bureau pour te poser ces petites questions, rassurer mes doutes et ancrer ma compréhension du sujet.

Je souhaite remercier tous mes collègues qui ont rendu cette expérience agréable, épanouissante, intéressante. Je souhaite remercier plus particulièrement celles et ceux que j'ai le plus côtoyé au quotidien. Merci à toi Célia, Tom, Arnaud, Olivier, Samar, Paul, Hajer, Clément, Marion, Bastien, Jordan, Abdellahi, Imanol, Amond, Clarisse, Lola, Éléa, Sanjay, Rémi, Alexandre, Jean-François, Patrick, Maxance, Georges, Vivek, Alverède, Camille, Flavien, Gerardo, Marie, Arthur. Merci à vous toutes et tous pour ces trois années rondement menées.

Merci aux copines et aux copains de la navette Christine, Sandrine, Séverine et Yann qui ont fait de ces trajets quotidiens un moment de détente. Merci à toi Manu de nous avoir conduit dans ces slaloms de la vallée de Chevreuse.

Je souhaite également remercier les membres du jury. Je remercie Mme Catherine POTEL et M. Frédéric CEGLA d'avoir rapporté sur mon manuscrit, M. Frédéric JENOT pour avoir présidé le jury et M. Philippe GUY pour avoir été examinateur.

Je remercie également mes deux chef·fes successif·ve·s, Mme Clarisse POIDEVIN et M. Moustapha HAFEZ pour leur accueil au sein du DISC. Merci aussi à mes deux chefs de laboratoire consécutifs MM. Sylvain CHATILLON et Edouard DEMALDENT pour leur suivi au long de mon travail doctoral et plus particulièrement à Edouard DEMALDENT pour m'avoir aidé dans la simulation par éléments finis de champs magnétiques ; lesquels ne figurent malheureusement pas dans ce manuscrit.

Au sein du DISC, je souhaite montrer également ma reconnaissance à M. Alexandre IMPERIALE pour sa collaboration avec ONDO, M. Christophe REBOUD pour son support sur l'utilisation de CIVA CF, MM. Sanjay SHARMA et Valentin SEREY pour leur aide dans l'utilisation de COMSOL et MM. Philippe BREDIF, Alexandre CHARAU, Jérôme LAURENT qui m'ont aidé à réaliser la validation expérimentale en un temps record.

Mes remerciements vont aussi aux CETIM, et plus particulièrement à Mme Fan ZHANG et M. Quang Anh VU pour ces échanges constructifs autour des patchs et de leur savoir-faire.

Je remercie aussi MM. Laurent DANIEL et Mathieu DOMENJOD du GeePs pour ces échanges sur la mesure des paramètres magnétoélastiques des matériaux magnétostrictifs.

Pour finir je souhaite remercier mes parents, mes deux sœurs, ma famille et mes ami·e·s Anastasia, Matheus, Mathieu, Emilie, Cécile.

Mes non-remerciements vont à ce virus et ses autres variants.

Je ferme cette section de remerciements avec cette première figure 0, laquelle ne sera pas analysée pour laisser libre toutes interprétations au lecteur·rice.



Figure 0 : Œuvres de Pénélope et Clémentine, toutes deux 7 ans.

## Table des matières

<b>Remerciements</b> .....	<b>3</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>9</b>
Contexte de l'étude sur les patches magnétostrictifs pour le CND et le SHM.....	9
Problématiques détaillées de la thèse .....	13
Description de l'organisation du manuscrit.....	14
<b>CHAPITRE 1</b> .....	<b>17</b>
<b>Détermination des sources primaires de transduction électromagnétique acoustique au sein d'un patch magnétostrictif.</b> .....	<b>17</b>
1.1. Description du processus de magnétisation et des propriétés de magnétostriction des matériaux utilisés dans les configurations de patches magnétostrictifs.....	17
1.1.1. Introduction à la magnétisation des milieux ferromagnétiques .....	17
1.1.2. Description de la magnétostriction des matériaux ferromagnétiques. ....	20
1.2. Rappel sur les outils de modélisation servant au calcul des sources de transduction dans un patch magnétostrictif.....	22
1.2.1. Présentation de la méthode de calcul du tenseur de contraintes de Maxwell et des déformations de magnétostriction .....	22
1.2.2. Présentation de l'approche multi-échelles de [Daniel- <i>et-al</i> _2011] pour la modélisation des comportements magnétique et magnétoélastique anhystériques des matériaux ferromagnétiques. ....	23
1.2.3. Présentation de la plateforme logicielle CIVA et de son module CIVA CF .....	26
1.3. Présentation de résultats de calcul de source de transduction pour des configurations de patch magnétostrictif issus de la littérature. ....	28
1.3.1. Étude des sources de transduction avec un CMPT de [Yoo- <i>et-al</i> _2014] .....	29
1.3.2. Étude des sources de transduction dans le cas d'un EMAT magnétostrictif de [Ribichini- <i>et-al</i> _2011].	33
1.4. Résumé du chapitre .....	37
<b>CHAPITRE 2</b> .....	<b>39</b>
<b>Évaluation des hypothèses de modélisation d'une bande magnétostrictive collée sur un guide d'ondes ultrasonores avec la formulation de Thomson-Haskell</b> .....	<b>39</b>
2.1. Construction d'un modèle de type Thomson-Haskell à deux dimensions pour prédire la propagation d'ondes planes dans un tri-couche semi-infini. ....	41
2.1.1. Étude des déplacements particuliers des ondes planes et des contraintes associées dans un solide isotrope à deux dimensions.....	41
2.1.2. Construction des matrices de transfert dans un solide isotrope à deux dimensions. ....	43
2.1.3. Propagation d'ondes planes dans un milieu tri-couche à deux dimensions et semi-infini. ....	45
2.1.4. Conclusions .....	46
2.2. Comparaison des résultats de prédiction des sources secondaires dans un tri-couche semi-infini entre un modèle de type Thomson-Haskell à deux dimensions et un modèle utilisant la méthode des éléments finis.	

2.2.1.	Étude de la propagation d'ondes planes d'incidence normale associées à une source primaire de contraintes dans un milieu tri-couche à deux dimensions semi-infini.....	47
2.2.2.	Étude de la propagation d'ondes planes d'incidence quelconque associées à une source primaire de contraintes dans un milieu tri-couche à 2D semi-infini.....	51
2.2.3.	Conclusions .....	53
2.3.	Comparaison des prédictions de rayonnement ultrasonore dans un guide d'onde entre un modèle hybride utilisant une formulation de Thomson-Haskell à deux dimensions reliée à la technique de pinceau modal et un modèle éléments finis.....	55
2.3.1.	Étude du rayonnement d'ondes guidées d'une source primaire de contrainte périodique finie dans un guide d'ondes ultrasonores fini.....	56
2.3.2.	Étude du rayonnement d'ondes guidées dans un guide d'ondes ultrasonores fini par une source primaire de contraintes inspirée d'une bobine à méandres.....	58
2.3.3.	Conclusions .....	60
2.4.	Résumé du chapitre .....	61
<b>CHAPITRE 3.....</b>		<b>63</b>
<b>Adaptation de la formulation de Thomson-Haskell pour prédire le rayonnement à trois dimensions d'ondes guidées ultrasonores par une source de contraintes élastiques située à la surface supérieure d'une bande magnétostrictive.....</b>		<b>63</b>
3.1.	Construction d'une formulation de Thomson-Haskell à trois dimensions adaptée pour relier le modèle d'EMAT à celui du pinceau modal.....	64
3.1.1.	Rappels sur les méthodes d'EMAT et de pinceau modal et positionnement du problème à résoudre. 64	
3.1.2.	Étude des déplacements particulières des ondes planes et des contraintes associées dans un solide isotrope 3D.....	65
3.1.3.	Construction des matrices de transfert dans un solide élastique isotrope à 3D.....	67
3.1.4.	Propagation d'ondes planes dans un milieu tri-couche à 3D semi-infini.....	68
3.1.5.	Conclusions .....	69
3.2.	Validation de l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 3D.....	70
3.2.1.	Présentation de l'étude par la méthode des éléments finis du rayonnement d'une source primaire de contraintes arbitraire dans un milieu tri-couche semi-infini à 3D.....	70
3.2.2.	Comparaison des résultats de simulation du modèle par EF et de la formulation de TH à 3D ..	71
3.3.	Solution développée pour résoudre le problème des singularités de la formulation de TH à 3D.....	74
3.3.1.	Rappel des travaux de la littérature et positionnement de la problématique .....	74
3.3.2.	Description de la méthode choisie pour exprimer la formulation de TH dans les cas singuliers	74
3.3.3.	Validation de la solution proposée avec le logiciel EF Ondomatic en 2D pour deux configurations distinctes	75
3.3.4.	Conclusion.....	78
3.4.	Résumé du chapitre .....	79
<b>CHAPITRE 4.....</b>		<b>81</b>
<b>Caractérisation expérimentale du rayonnement ultrasonore de PM sur un guide d'ondes.....</b>		<b>81</b>

4.1.	Analyse du rayonnement ultrasonore d'ondes guidées dans le cas d'une configuration de PM issue de la littérature.....	82
4.1.1.	Étude des sources de transduction générées par la configuration de [Oh- <i>et-al</i> _2013].....	83
4.1.2.	Étude du rayonnement ultrasonore d'ondes guidées généré par la configuration de [Oh- <i>et-al</i> _2013] 86	
4.2.	Etude expérimentale d'une configuration représentative d'un PM afin de rayonner des ondes guidées <i>SH</i> 89	
4.2.1.	Description de la configuration choisie et du dispositif expérimental de mesure .....	89
4.2.2.	Modélisation de la configuration choisie.....	91
4.2.3.	Comparaison des mesures avec les simulations .....	94
4.3.	Résumé du chapitre .....	100
	<b>Conclusion.....</b>	<b>101</b>
	<b>Perspectives.....</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie.....</b>	<b>105</b>
	<b>Annexe A – [Cousin-<i>et-al</i>_2021] .....</b>	<b>111</b>
	<b>Annexe B - Écriture des formulations TH.....</b>	<b>129</b>
B1.	Obtention de la matrice <b><i>Dm</i></b> pour la formulation de TH à 2D .....	129
B2.	Obtention de la matrice <b><i>Dm</i></b> pour la formulation de TH à 3D .....	130
B3.	Expressions des matrices de transfert pour la formulation TH à 3D .....	132
B4.	Passage de la formulation TH à 3D à la formulation TH à 2D .....	133





## INTRODUCTION

### Contexte de l'étude sur les patches magnétostrictifs pour le CND et le SHM.

Dans le domaine du contrôle non-destructif (CND) et du contrôle de santé intégré (SHM pour « *Structural Health Monitoring* »), les ondes guidées (OG) sont généralement excitées et captées par un ou plusieurs transducteurs dans la structure à inspecter. Ces OG en se propageant dans la structure peuvent ensuite interagir avec des défauts potentiels et l'analyse des signaux mesurés aide alors à vérifier l'intégrité de la structure. Il existe différents types de transducteurs permettant de générer des OG, tels que les transducteurs électromagnétiques acoustiques (EMAT), les transducteurs piézoélectriques (PZT) et les patches magnétostrictifs (PM). Dans la littérature, on remarque parfois qu'une certaine confusion persiste quant à la définition des EMAT et des PM du fait que les uns et les autres possèdent des caractéristiques communes et mettent en œuvre des phénomènes de transduction de nature semblable.

Pour mémoire, on qualifie de transducteur acoustique magnétostrictif, un transducteur qui repose sur l'exploitation de la magnétostriction, c'est-à-dire sur le phénomène de couplage magnétoélastique originellement découvert par [Joule\_1847]. Dans le domaine du CND, cette appellation peut faire référence aussi bien à un EMAT qu'à un PM. Dans cette étude, on différencie l'EMAT du PM en fonction du lieu où siègent les phénomènes de transduction, comme cela est illustré par la figure 1. Ces phénomènes de transduction sont de nature magnétoélastique et peuvent par conséquent se contrôler avec un aimant (1) et une bobine (2). Pour un EMAT (figure 1b), les phénomènes de transduction se produisent directement dans la structure à inspecter (5) tandis que pour un PM (figure 1a), ces derniers se produisent très majoritairement dans une fine bande fabriquée à partir d'un matériau magnétostrictif (3) et couplée à la structure à contrôler (5). Le couplage peut se faire mécaniquement ou à l'aide d'un couplant, par exemple de la colle (4). Dans les deux situations les phénomènes de transduction entraînent la propagation d'ondes élastiques (6).

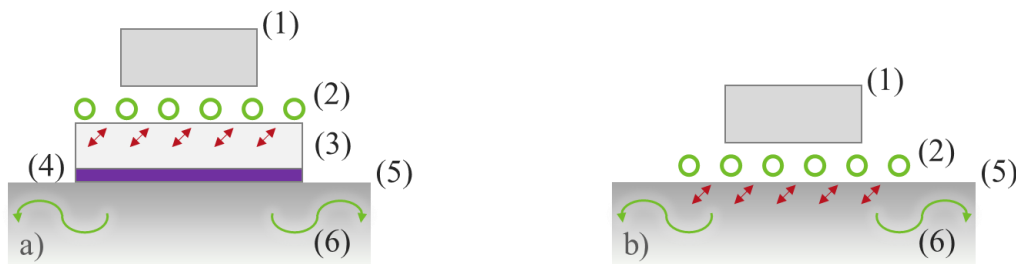


Figure 1 Illustration schématique du principe de fonctionnement a) d'un PM et b) d'un EMAT.

Dans un PM, un champ d'excitation magnétique dynamique généré par une bobine excite la bande magnétostrictive tandis qu'une induction magnétique statique est produite à l'aide d'aimants permanents ou d'électroaimants, de façon à imposer un point de fonctionnement magnétique sur la bande magnétostrictive. Cette bande magnétostrictive peut être prémagnétisée en passant un aimant le long de sa surface ; l'aimant est ensuite retiré et la bande magnétostrictive génère son propre champ d'excitation magnétique statique [Kwun-*et-al*\_2002]. La capacité des matériaux magnétostrictifs à se déformer lors d'une variation de champ peut se décrire quantitativement à l'aide de leurs courbes de magnétostriction. Pour comparer différents matériaux, on se limite souvent à la comparaison des valeurs de déformation de magnétostriction à saturation, notée  $\lambda_{sat}^{ms}$ , plutôt qu'à celle des courbes de magnétostriction. Ainsi, on sait que plus cette valeur est grande, plus la capacité du matériau à se déformer sera grande. Cette évaluation omet cependant la notion de point de fonctionnement mentionnée plus haut.

Un article pionnier de [Kwun\_1998] fait état des premières applications et utilisations de transducteurs magnétostrictifs pour la génération d'ondes guidées ; on trouve également un article de synthèse (*review* article en anglais) plus récent sur l'emploi des PM [Kim-Kwon\_2015]. De cette littérature, il ressort un certain nombre de conclusions sur les avantages de cette technique : en premier lieu, les auteurs rappellent que l'inspection par

OG est une méthode rapide pour le contrôle de grandes structures ; ainsi dans le cas de contrôle de tubes, le mode de torsion fondamental est particulièrement intéressant en raison de sa nature non dispersive. Or, il se trouve que les PM sont des transducteurs générant des ondes de torsion de plus grande amplitude [Ribichini-*et-al*\_2011] qu'en exploitant directement la magnétostriction de la structure à inspecter avec un EMAT (à supposer bien sûr que la structure soit ferromagnétique). En second lieu, cette technique est également une alternative peu chère et robuste [Bertoncini-*et-al*\_2012] qui s'avère pertinente dans différents contextes industriels [Lee-*et-al*\_2017, Berthelot-Walaszek\_2008, Kwun-Duffer\_2008]. Ainsi, les PM sont adaptés pour générer d'autres modes guidés [Lee-Kim\_2002] comme les modes longitudinaux [Kuansheng-*et-al*\_2010, Liu-*et-al*\_2016, Fang-Tse\_2018], ou des modes de torsion d'ordre plus élevé [Park-*et-al*\_2019]. L'étude de la littérature montre également que le contrôle par méthode vibratoire peut se faire aussi avec des PM [Cho-*et-al*\_2007]. En troisième lieu, un autre avantage majeur des PM est leur fonctionnalité sur une grande étendue de température. Les PM sont en effet des solutions de contrôle adéquates lors des températures inférieures à  $-40^{\circ}\text{C}$  [Bertoncini-*et-al*\_2010], mais aussi à des températures de  $200^{\circ}\text{C}$  [Vinogradov-*et-al*\_2017] voire à des températures supérieures à  $700^{\circ}\text{C}$  [Pernia-*et-al*\_2019].

Pour répondre aux besoins de l'industrie en termes de contrôle, des configurations de PM sont développées spécifiquement pour des applications particulières [Kwun\_2014, Kim-Kim\_2007], comme par exemple la détection de défauts dans des guides enfouis [Fang-Tse\_2018], et tous les paramètres de conception sont étudiés et font l'objet d'optimisations. Le matériau de la bande magnétostrictive [Yoo-*et-al*\_2014], sa forme et ses dimensions, sont des paramètres sur lesquels le concepteur peut jouer afin de produire des ondes de grande amplitude. Le choix des aimants et des bobines qui excitent la bande magnétostrictive sont aussi sujets à des conceptions variées, que ce soit pour améliorer les performances ou donner des directivités spécifiques aux transducteurs. Ainsi, la directivité des sources peut être maîtrisée, en favorisant telle ou telle interférence constructive [Kim-Kim\_2006], ce qui passe par la maîtrise de la circulation des champs d'excitation magnétiques statique et dynamique dans la bande magnétostrictive [Sun-*et-al*\_2008], ou par la réduction de l'influence du champ démagnétisant [Fang-Tse\_2018]. A titre d'illustration de ce propos, on présente ci-après quelques exemples de conceptions de PM trouvés dans la littérature.

Pour rappel, les PM ont été développés initialement pour le contrôle de tubes avec un premier brevet de [Kwun-*et-al*\_2002], qui traite de transducteurs magnétostrictifs et pas uniquement des PM. Une des méthodes exposées dans le brevet (figure 2) consiste à coupler mécaniquement, par exemple avec une sangle (410, 412) une fine bande magnétostrictive (402) autour du tube (300, 400). Une bobine (342, 346, 406) encerclant également le tube (300, 400) sert à actionner la bande magnétostrictive pour générer et recevoir les ondes guidées comme illustré par la figure 2. Les adaptateurs des bobines sont montrés également (314, 320, 408). Un générateur (322) produit un courant continu dans les bobines (326 & 324) qui magnétise le tube (300) dans la direction de son axe, si la méthode n'implique pas de bande (402) prémagnétisée.

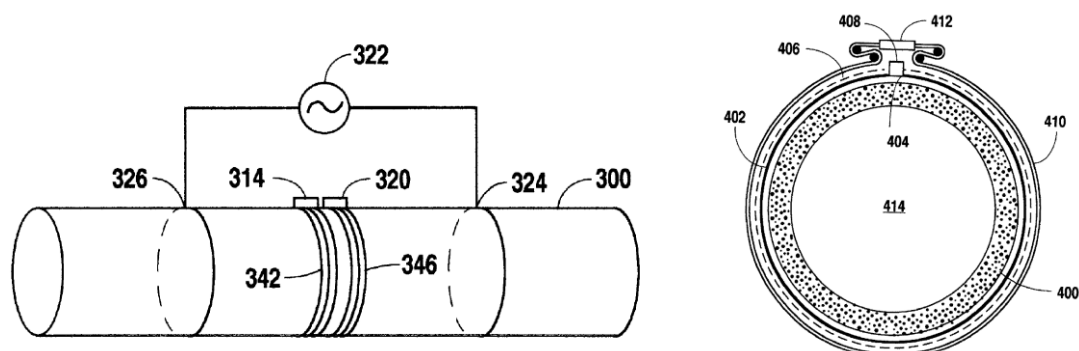


Figure 2 Schémas issus de [Kwun-*et-al*\_2002] illustrant la génération d'OG dans des tubes

Ce dépôt de brevet faisait suite à de nombreuses publications sur les transducteurs magnétostrictifs parmi lesquelles celles de l'équipe du *Southwest Research Institute* (SwRI), qui montraient la faisabilité de produire et de détecter des OG longitudinales, de torsion et de flexion [Kwun-Teller\_1994], ou celle de détecter la

corrosion [Kwun-Holt\_1995] et s'intéressaient à la sensibilité des transducteurs magnétostrictifs dans le cas des tubes [Kwun-et-al\_1995]. Une publication postérieure de [Kwun-et-al\_2003] a également prouvé que les PM peuvent être installés de manière permanente sur une structure nécessitant des contrôles fréquents, ce qui confirme que les PM sont adaptés à un contexte de SHM.

Après avoir constaté certains inconvénients de la configuration de l'équipe du SwRI, l'équipe de l'université nationale de Séoul [Kim-et-al\_2005] a proposé une première amélioration. Les inconvénients majeurs portaient sur le fait d'une part, que la bande magnétostrictive devait être régulièrement remagnétisée lorsque le PM était installé de manière permanente sur la structure et d'autre part, que des modes guidés non désirés pouvaient être engendrés en fonction de l'amplitude du champ d'excitation magnétique statique par rapport au champ d'excitation magnétique dynamique. Afin de remédier à ces inconvénients, l'alternative proposée par [Kim-et-al\_2005] est illustrée par la figure 3a.

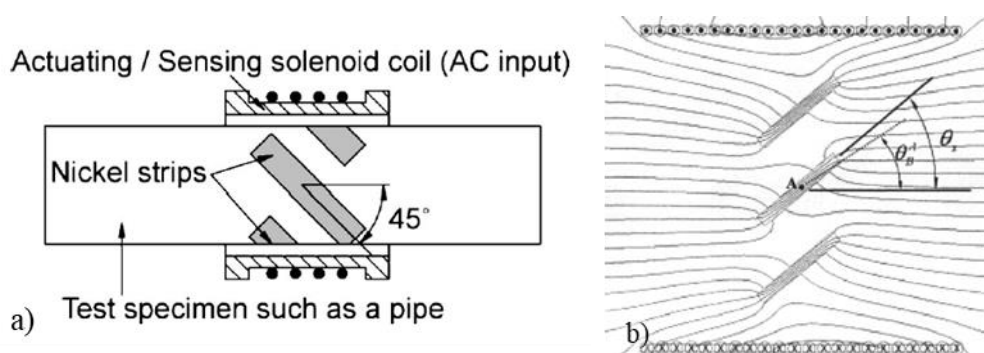


Figure 3 a) Schéma du PM de [Kim-et-al\_2005] pour générer et mesurer des ondes de torsion dans un tube et b) Lignes de champ magnétique circulant dans trois bandes magnétostrictives simulées avec le logiciel ANSYS, [Cho-et-al\_2005]

Avec cette configuration [Kim-et-al\_2005] ont démontré qu'ils pouvaient magnétiser la bande magnétostrictive plus facilement et générer des ondes de torsion de plus grande amplitude que celle des ondes créées par le PM proposé par l'équipe de SwRI. Pour leur part, [Cho-et-al\_2005] ont étudié expérimentalement les variations de l'amplitude des ondes de torsions en fonction de l'angle de la bande de nickel dans la configuration de [Kim-et-al\_2005]. Ils ont confirmé expérimentalement qu'on obtient une amplitude maximale pour une orientation de  $40^\circ$ . Ce phénomène s'explique par le fait que les déformations se produisent majoritairement dans la direction de l'orientation du champ magnétique  $\theta_A^B$  qui n'est pas tout à fait la direction de la bande magnétostrictive  $\theta_S$ . La figure 3b illustre ce point.

Dans le but d'optimiser la circulation du champ magnétique dans la bande magnétostrictive et donc de maximiser l'amplitude du champ d'excitation magnétique, [Chan-et-al\_2005] ont ensuite mené une étude d'optimisation topologique avec le logiciel ANSYS [ANSYS]. Leur analyse a abouti à la conception présentée à la figure 4a. Toutefois, cette configuration engendre également des modes guidés non désirés. Pour réduire la génération de modes non désirés tout en maximisant l'amplitude du champ magnétique dans le patch, [Chan-et-al\_2006] ont alors proposé une deuxième configuration illustrée par la figure 4b. Cette nouvelle solution a été validée expérimentalement à partir de l'analyse de l'amplitude des ondes de torsion émises à différentes fréquences, alors qu'aucun mode non désiré n'était plus généré.

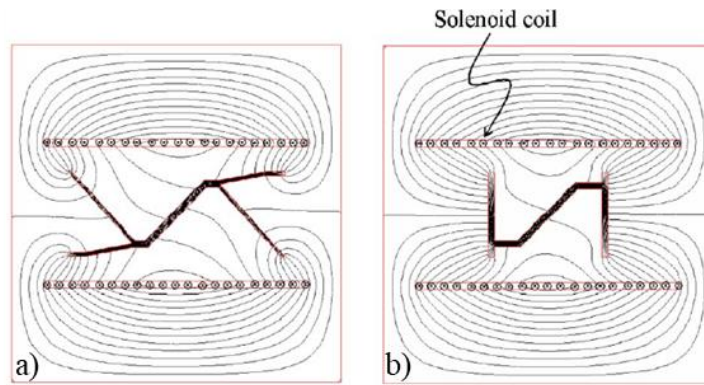


Figure 4 a) Illustration des lignes de champs circulant dans un PM V-shaped [Chan-*et-al*\_2005] et b) Illustration des lignes de champs circulant dans un PM Z-shaped [Chan-*et-al*\_2006]

Dans la littérature, on retrouve d'autres configurations de PM pour le contrôle de tube : on peut citer notamment la configuration de [Vinogradov\_2009] qui permet de générer des amplitudes plus élevées que celles obtenues par le PM de [Kwun-*et-al*\_2002] d'après l'étude expérimentale de [Kim-*et-al*\_2011a]. Cette configuration consiste à enrouler un fil autour de la bande magnétostrictive afin de produire un champ magnétique statique plus important qu'avec la méthode de prémagnétisation. De son côté, la société Innerspec a également développé son propre PM [Owens-*et-al*\_2016] et son opérabilité a été vérifiée dans le travail de [Garcia-*et-al*\_2016]. Pour terminer ce tour de littérature sur le contrôle des tubes, on peut noter qu'il existe également des configurations composées de matrices (« *array* » en anglais) de PM comme dans [Liu-*et-al*\_2016, Kuansheng-*et-al*\_2010], ces configurations favorisant la localisation axiale et angulaire des défauts [Kim-*et-al*\_2011b].

Rappelons cependant ici que les développements de PM ne se cantonnent pas uniquement aux contrôles de tubes ; les PM sont en effet également une solution pertinente pour le contrôle de plaques. Ainsi, on peut trouver par exemple aussi bien des configurations de PM générant un mode *SH0* de manière omnidirectionnelle [Liu-*et-al*\_2018a], qu'au contraire, des PM directifs [Liu-*et-al*\_2018b] dont la directivité se contrôle par rotation du transducteur à l'aide de moteur [Vinogradov\_2018] ou plus simplement avec des bobines disposant de différents canaux d'alimentation [Lee-Kim\_2015].

A titre d'illustration, [Cho-*et-al*\_2006b] ont étudié la génération du mode *SH0* et *S0* d'une configuration de PM, nommée OPMT représentée sur la figure 5. Ils ont développé un modèle théorique analytique au premier ordre pour prédire le rayonnement de la source en faisant des hypothèses simplificatrices sur la direction et l'amplitude des champs d'excitation magnétique statique et dynamique et ont ensuite confirmé expérimentalement les prédictions de ce modèle. Pour leur part, [Lee-*et-al*\_2007] ont approfondi ce premier modèle en permettant la prise en compte d'un angle entre les champs d'excitation magnétique statique et dynamique à l'aide de la rotation de la bobine en forme de huit. Les résultats ont d'ailleurs ensuite donné lieu à une validation expérimentale.



Figure 5 Illustration de l'*Orientation Adjustable Path-type Magnetostrictive Transducers* (OPMT) [Lee-*et-al*\_2007]

La modélisation du comportement des PM a également fait l'objet de quelques recherches afin de pouvoir prendre en compte l'ensemble des phénomènes mis en jeu. Ainsi, les premiers travaux de [Kim-Jung\_2005, PerezAparicio-Sosa\_2004] ont permis tout naturellement le développement d'un modèle par éléments finis adapté pour la simulation de transducteurs magnétostrictifs. [Oh-et-al\_2013] ont ensuite proposé d'approfondir l'étude en concevant un modèle capable également de tenir compte de la magnétisation de la bande magnétostrictive pour le calcul de la matrice de magnétostriction. Dans une autre recherche, [Lee-Kim\_2015] ont préféré se focaliser sur le développement d'un modèle semi-analytique des PM. Cette approche plus physique les a aidés à montrer les erreurs qui peuvent parfois être commises lorsque des hypothèses simplificatrices sont proposées pour le champ d'excitation magnétique statique.

Afin d'aller plus loin et être capables de prédire non seulement le comportement des PM mais aussi son rayonnement ultrasonore, [Kim-et-al\_2015] ont choisi pour leur part d'adapter le modèle par élément finis défini précédemment. L'extension proposée offre en effet l'avantage de pouvoir convertir la source de transduction à la surface du PM en une distribution équivalente de contraintes à la surface de la structure inspectée. Il est ensuite aisé de coupler ce modèle avec d'autres méthodes adaptées pour le rayonnement ultrasonore dans des guides d'ondes.

Notons enfin que la modélisation est un outil essentiel dans une démarche de conception de PM puisqu'il doit pouvoir servir à analyser les performances des sources choisies. A titre d'exemple, [Ribichini-et-al\_2011] se sont appuyés sur un modèle par éléments finis [Ribichini-et-al\_2010] afin de comparer quantitativement trois méthodes pour générer des OG de type SH0. Ils ont d'ailleurs démontré avec succès que le PM permettait de générer des OG de type SH0 de plus forte amplitude qu'avec un EMAT.

En résumé, le tour d'horizon de la littérature que nous avons effectué a permis de montrer que l'un des enjeux majeurs de la conception de PM est le contrôle de leurs sélectivités modales ainsi que de leurs directivités. Comme les phénomènes associés à l'excitation des OG, à leur propagation, à leur dispersion et à leur captation sont complexes, des outils de simulations capables de gérer cette complexité et de proposer une conception optimale de transducteurs sont indispensables. Pour répondre à ces enjeux, nous avons vu que quelques recherches avaient été développées sur des approches analytiques au premier ordre, des modèles semi-analytiques, ou des méthodes par éléments-finis. On peut néanmoins faire le constat qu'à ce jour, les approches analytiques et semi-analytiques trouvées dans la littérature se focalisent uniquement sur une configuration particulière et ne sont pas nécessairement transposables à une autre configuration de PM tandis que les méthodes par éléments-finis bien que performantes restent des méthodes coûteuses en temps de calcul et ne sont pas adaptées à des usages intensifs.

Par rapport à ce contexte, on peut mentionner ici que l'élaboration d'outils numériques facilitant la mise en œuvre et l'interprétation de techniques CND et SHM est au cœur de l'activité du département DISC du CEA LIST avec en particulier le développement de la plateforme logicielle industrielle CIVA [Extende]. Parmi les tous derniers développements menés au DISC, les travaux de Bastien Clause [Clause\_2018] ont consisté à concevoir un modèle de calcul analytique de sources de transduction dans les structures ferromagnétiques générées par EMAT, tandis que les travaux de Jordan Barras [Barras\_2020] ont démontré qu'il était possible de prédire le rayonnement d'OG par une source quelconque de contrainte à la surface d'un guide d'ondes ultrasonores. Aussi, si l'on était capable de mettre en commun ces méthodes, on pourrait alors imaginer résoudre la problématique du rayonnement ultrasonore des PM.

## **Problématiques détaillées de la thèse**

Dans ce cadre, la présente étude a pour objectif de relier les modèles existants afin de prédire le rayonnement d'OG par des PM en prenant en considération l'ensemble des phénomènes influant sur la transduction des PM. Plus précisément, l'outil de simulation développé doit être capable de tenir compte de l'influence des champs magnétiques, du comportement magnétoélastique des bandes magnétostrictives, ainsi que de leur couplage avec la structure à inspecter afin de pouvoir faciliter la conception et l'optimisation de ces transducteurs.

## Description de l'organisation du manuscrit

La thèse est organisée en quatre chapitres comme suit.

L'objet du premier chapitre sera tout d'abord de présenter les moyens de simulation dont on dispose pour calculer les sources de transduction au sein de la bande magnétostrictive. Pour cela, nous décrirons les phénomènes magnétiques et magnétoélastiques dans les matériaux ferromagnétiques, puis nous exposerons la théorie mise en œuvre dans le modèle d'EMAT de [Clausse\_2018], et montrerons comment cette approche peut être réutilisée pour simuler les sources de transduction générées dans un PM. En particulier, nous soulignerons ici le fait que ce modèle s'appuie sur l'emploi du module CIVA CF (pour courants de Foucault) pour déterminer les champs d'excitations magnétiques statique et dynamique et qu'ensuite, le modèle EMAT fait aussi appel à la méthode multi-échelles (MME) simplifiée de [Daniel\_2011] pour prédire les comportements magnétiques et magnétoélastiques des matériaux ferromagnétiques. A la fin de ce chapitre, nous fournirons quelques résultats de calcul de source de transductions de configurations de PM issues de la littérature. Ces sources de transduction équivalentes de contraintes à la surface supérieure de la bande magnétostrictive seront ensuite simulées avec le modèle EMAT afin de démontrer tout l'intérêt de cette approche.

Le second chapitre sera consacré au développement d'un modèle capable de simuler la transmission de contraintes élastiques à travers la bande magnétostrictive et la couche de couplant jusqu'à la surface du guide d'ondes ultrasonores à inspecter. Dans ce but, le modèle sera basé sur l'approche de Thomson-Haskell (TH) et sur des hypothèses particulières de conditions aux limites. De façon plus précise, l'idée sera de développer une formulation de TH à deux dimensions (2D) afin de tenir compte de la nature périodique des sources, mais on montrera aussi la possibilité de tenir compte d'une source non périodique. Dans ce chapitre, on cherchera dans un premier temps à prouver la validité des hypothèses et des approximations faites pour cette approche. L'emploi de la formulation de TH à 2D suppose en effet que le PM, que l'on représente par un milieu tricouche, est infini dans le plan, tandis que la structure à inspecter est assimilée à un milieu semi-infini afin de pouvoir réutiliser une même source dans différentes applications sachant que les épaisseurs de la bande magnétostrictive et du couplant sont généralement petites par comparaison avec celles des guides d'ondes ultrasonores usuels. Dans un second temps, l'outil numérique développé à partir de la formulation de TH à 2D sera validé à l'aide d'un calcul par éléments finis. Pour terminer, nous testerons également la validité des hypothèses de modélisation de cet outil de simulation dans le cas d'un rayonnement d'OG par des sources arbitraires à la surface supérieure d'un PM de dimensions finies.

Tout l'enjeu du troisième chapitre sera de proposer une formulation de TH étendue à trois dimensions (3D) qui puisse relier le modèle d'EMAT avec la méthode du pinceau tout en s'appuyant sur les mêmes hypothèses simplificatrices qu'au chapitre deux. Sachant que le modèle du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer requiert comme entrée de connaître les composantes de la transformée de Fourier spatiale de la source à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores, il sera nécessaire d'employer le même formalisme lors de la formulation de TH à 3D. L'idée sera, comme dans le chapitre deux, de convertir la source primaire de contraintes élastiques à la surface du PM en une source de contraintes secondaire équivalente à la surface du guide d'ondes ultrasonores. Une nouvelle fois, on s'appuiera sur un calcul par éléments finis afin de valider la formulation de TH à 3D. Cette fois-ci, on verra également qu'il existe certaines valeurs de nombre d'ondes pour lesquelles la formulation de TH à 3D ne converge pas et nous proposerons alors des solutions spécifiques pour résoudre ce problème.

L'ensemble des blocs nécessaire à la modélisation étant construit, le quatrième chapitre sera dédié à la validation expérimentale des prédictions de rayonnement d'OG pour différentes configurations de sources PM. En particulier, on consacra une grande partie de ce chapitre à la conception d'une source de PM générant principalement des ondes transverses horizontales dans une plaque, puisque le comportement dans ce type de structure est semblable à celui des ondes de torsion dans les tubes. D'un point de vue expérimental, comme le vibromètre laser à balayage qui sera employé, ne permet pas de mesurer directement la propagation des ondes à polarisation horizontale, on développera une technique ingénieuse consistant à les observer de manière indirecte. Plus précisément, on s'intéressera aux conversions de modes de ces ondes sur les bords de la plaque

car ces dernières peuvent être détectées avec le dispositif expérimental employé. La comparaison systématique ensuite des prédictions et des mesures sous forme de cartographie servira à démontrer tout le potentiel de l'outil de simulation développé dans le cadre de cette thèse.





## CHAPITRE 1

### Détermination des sources primaires de transduction électromagnétique acoustique au sein d'un patch magnétostrictif.

Ce chapitre est une synthèse de travaux antérieurs développés pour permettre d'une part, la modélisation de traducteurs électromagnétiques acoustiques [Clausse\_2018] (en anglais « electromagneto-acoustic transducer » ou EMAT) et d'autre part, d'effectuer le calcul des sources de transduction dans un patch magnétostrictif (PM) [Kim-Kwon\_2015]. Plus précisément, l'objectif est de décrire les enjeux et les moyens mis en œuvre à chaque étape de la modélisation de sources primaires de transduction au sein d'un PM sachant que des briques de calcul existent déjà pour les EMATs et que l'on souhaite les réutiliser.

Le plan de ce chapitre sera le suivant : les matériaux employés dans la conception de PMs sont ferromagnétiques ; on reviendra donc dans un premier temps sur les caractéristiques et les propriétés de ces matériaux en se focalisant plus particulièrement sur la magnétostriction. Dans un second temps, on présentera les différentes sources de transduction que l'on peut rencontrer dans un PM et point essentiel, on montrera que ces sources sont de même nature que celles rencontrées dans une pièce ferromagnétique inspectée par des EMATs lesquelles sont décrites par un modèle récemment développé par [Clausse\_2018]. Soulignons ici que la simulation de ces phénomènes de transduction requiert également la maîtrise des propriétés magnétiques et magnéto-élastiques des matériaux, c'est pourquoi on présentera également le modèle de [Daniel\_2011] que l'on utilise pour les prédire. Ces deux méthodes de calcul, c'est-à-dire celle liée à la source de transduction d'une part, et celle correspondant aux propriétés magnétiques et magnéto-élastiques d'autre part, requièrent la maîtrise des champs magnétiques. Le point de départ de la résolution du problème nécessitera donc de connaître les champs d'excitation magnétique statique et dynamique, lesquels seront calculés avec le module CIVA CF (pour courant de Foucault) développé en interne au CEA [Extende]. Dans une troisième partie, on présentera donc également cet outil. Pour finir, des résultats de calcul de sources de transduction seront proposés et ce, pour différentes configurations typiques de PMs.

#### 1.1. Description du processus de magnétisation et des propriétés de magnétostriction des matériaux utilisés dans les configurations de patches magnétostrictifs.

L'enjeu de cette partie est de donner les notions nécessaires à la compréhension du fonctionnement des PM. Sans surprise, cette partie traitera de la notion de magnétostriction, laquelle sera introduite après la notion de magnétisation. Comme nous avons déjà montré dans le chapitre d'introduction que les configurations courantes de PM intègrent des aimants permanents afin de magnétiser le patch ou que le patch est pré-magnétisé, on s'attachera dans ce chapitre plutôt à décrire ce processus de magnétisation ainsi que son influence sur la magnétostriction.

##### 1.1.1. Introduction à la magnétisation des milieux ferromagnétiques

Le but de cette section est d'explicitier la notion de magnétisation et le processus qu'elle implique à l'échelle microscopique à travers une mise en équation.

Pour rappel, la magnétisation d'un milieu est définie à l'aide de la susceptibilité magnétique  $\chi$  qui est une propriété du matériau sans dimension. En particulier, cette susceptibilité magnétique relie le champ d'excitation magnétique  $H$  d'un milieu au champ d'aimantation magnétique  $M$  de la pièce comme suit :

$$M = \chi \cdot H . \quad (111.a)$$

La densité de flux magnétique  $B$  également appelée champ d'induction magnétique se déduit quant à elle à partir de la perméabilité magnétique du milieu  $\mu$  et du champ d'excitation magnétique  $H$  tel que :

$$B = \mu \cdot H, \quad (111.b)$$

avec  $\mu = \mu_0(1 + \chi) = \mu_0\mu_r$ ,  $\mu_0$  étant la perméabilité magnétique du vide et  $\mu_r$  la perméabilité magnétique relative du milieu.

On définit donc le comportement magnétique des matériaux à l'aide des variables  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{H}$  et des propriétés  $\mu$  et  $\chi$ . Notons en outre que le comportement des matériaux plongés dans un champ d'excitation magnétique extérieur peut être divisé en deux groupes selon que leur microstructure est aléatoire ou structurée.

Intéressons-nous en premier lieu au groupe pour lequel la microstructure est aléatoire. Pour ce cas, on distingue deux classes de matériaux : les matériaux dits « diamagnétiques » et les matériaux dits « paramagnétiques » [Clausse\_2018]. Par définition, ces matériaux s'aimantent de manière réversible, dans le sens où leur magnétisation disparaît quand le champ d'excitation magnétique extérieur n'est plus appliqué. Leur susceptibilité magnétique est très faible, elle est par exemple de l'ordre de  $-10^{-5}$  pour l'eau<sup>1</sup>. En outre, les matériaux diamagnétiques s'aimantent de façon à s'opposer au champ magnétique extérieur imposé ; c'est le cas de l'eau, tandis qu'à l'inverse, les matériaux paramagnétiques s'aimantent constructivement dans le sens du champ appliqué.

Si on analyse maintenant le groupe des matériaux dont la microstructure est structurée, on trouve notamment les matériaux ferromagnétiques. Parmi les matériaux ferromagnétiques on en retrouve qui exhibent de fortes propriétés de magnétostrictions. On les emploie donc pour faire des PM afin de générer des ondes de grandes amplitudes. Rappelons ici que la structure des matériaux ferromagnétiques a été décrite par [Weiss\_1907] qui a introduit la notion de « domaine de Weiss » pour expliquer que ces matériaux présentent une aimantation nulle macroscopiquement mais sont localement aimantés. Cette description de la structure en domaines a été par la suite validée par [Barkhausen\_1919] puis démontrée par [Heisenberg\_1931] qui a pu les observer à l'aide d'une méthode spécifique de microscopie. A titre d'exemple, la figure 111.1 montre une image obtenue de cette façon. On y observe les différents grains d'un aimant néodyme. Sur cette figure, les domaines de Weiss sont les rayures claires et foncées visibles dans les grains et la frontière qui sépare chaque domaine est appelée « paroi de Bloch » d'après le physicien [Bloch\_1932].



Figure 111.1 Observation d'un échantillon d'aimant néodyme au microscope par effet Kerr magnéto-optique [Gorchy].

Chaque domaine étant magnétisé dans une direction, la somme des moments magnétiques des domaines donne la magnétisation macroscopique du milieu. La figure 111.2 illustre de manière schématique le processus de magnétisation en différentes étapes. À l'état désaimanté (1), la somme des magnétisations spontanées de chaque domaine est nulle. Puis, lorsque l'on applique un champ d'excitation magnétique au milieu, les parois de Bloch se déplacent. Le domaine qui a l'orientation la plus proche de la direction du champ d'excitation magnétique est favorisé. Les premiers déplacements de paroi de Bloch se font de manière réversible (2), c'est-à-dire que si le champ d'excitation magnétique disparaît, les parois reviennent à leur place initiale. En revanche, les déplacements dits irréversibles (3) ne disparaissent pas après suppression du champ d'excitation magnétique : on considère alors que le matériau est magnétisé. À la saturation de la magnétisation (4-5), les moments magnétiques des domaines tendent à s'orienter dans la direction du champ appliqué (5). La réorientation des moments magnétiques des domaines de Weiss et le mouvement des parois se font simultanément. L'analyse de la courbe indique que le mouvement des parois de Bloch est le phénomène prédominant en début de magnétisation. Enfin notons que des sauts brusques de la magnétisation appelés « bruit Barkhausen » peuvent être observés (6) lors de ce processus.

<sup>1</sup> Le diamagnétisme de l'eau a notamment donné lieu à l'expérience iconique de la lévitation d'une grenouille soumise à un fort champ magnétique [Berry-Geim\_1997].

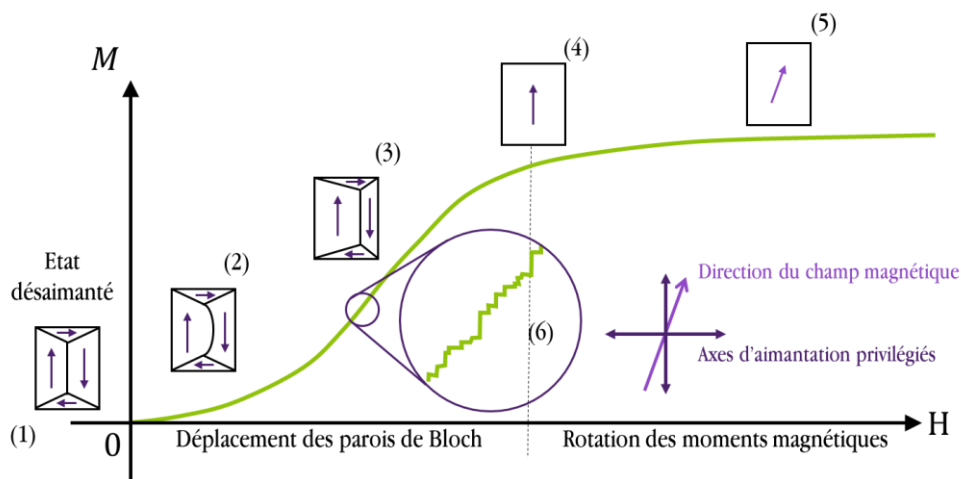


Figure 111.2 Représentation schématique du processus de magnétisation avec le déplacement des parois de Bloch et de la rotation des moments de magnétisation, inspirée de [Clausse\_2018].

Bien que l'on ait montré que le processus de magnétisation se déroule à l'échelle microscopique, il doit être indiqué que ce qui nous intéresse pour notre étude, c'est bien la résultante macroscopique de ce phénomène. Dans ce but, on montrera dans le §1.2.2 comment ce calcul s'opère à l'aide du modèle multi-échelles (MME) de [Daniel\_2011].

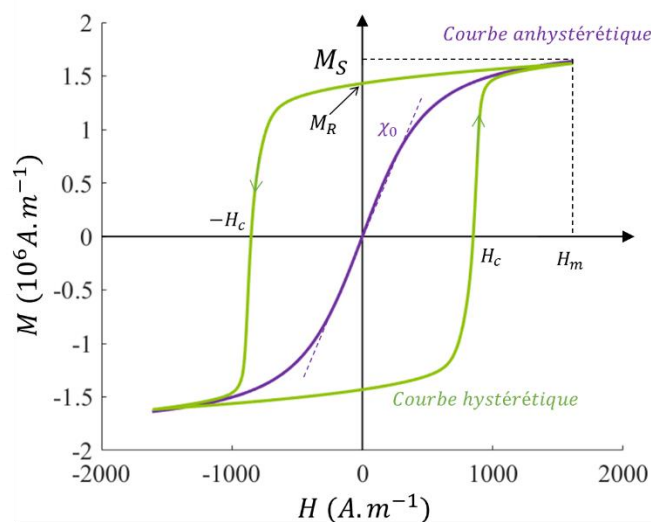


Figure 111.3 Présentation d'une part, de la courbe de magnétisation hystérétique d'un échantillon de FeCo résultant des mesures de P. Fagan [Fagan-et-al\_2021] et d'autre part, de la courbe de magnétisation anhystérétique du FeCo calculée à l'aide du modèle multi-échelles de L. Daniel [Daniel\_2011].

Rappelons ici que l'état magnétique d'un matériau ferromagnétique dépend de son passé magnétique, notamment à cause des déplacements irréversibles des parois de Bloch. Pour illustrer ce propos, on a choisi de tracer en vert sur la figure 111.3 la courbe expérimentale de magnétisation hystérétique d'un échantillon de FeCo [Fagan-et-al\_2021]. Après analyse de cette courbe, on peut remarquer que la dépendance entre le champ d'aimantation magnétique  $M$  et le champ d'excitation magnétique  $H$  est non-linéaire. Par conséquent, la variable  $\chi$  n'est pas une constante mais varie avec le champ d'excitation magnétique  $H$ . Il en va de même pour la perméabilité  $\mu$  qui dépend du champ d'excitation magnétique  $H$ .

Pour simplifier, on modélise souvent le comportement des matériaux ferromagnétiques à l'aide d'une courbe anhystérétique, et c'est de cette manière que l'on va procéder. Ainsi, la courbe en violet de la figure 111.3

montre la courbe de magnétisation anhystérétique du FeCo calculée à partir du modèle MME de L. Daniel [Daniel\_2011]. Lorsque le patch est pré-magnétisé, on considère alors que son état de magnétisation correspond à la valeur de magnétisation rémanente noté  $M_R$  sur la figure. Le champ d'excitation magnétique coercitif noté  $H_c$  définit le champ qui doit être appliqué pour changer l'orientation magnétique du matériau une fois qu'il a été magnétisé à saturation. Ce qui différencie les matériaux ferromagnétiques dits « doux » comme le FeCo des matériaux ferromagnétiques dits « durs » comme les aimants permanents du type néodyme est lié en particulier à cette valeur de champ coercitif.

La magnétisation à saturation  $M_S$  est l'aimantation maximale atteinte par le matériau. On verra que c'est un paramètre du modèle MME avec  $\chi_0$  la susceptibilité magnétique à l'origine de la courbe d'aimantation anhystérétique. Pour finir, on peut ajouter que le mécanisme ici est présenté de manière simplifiée. En effet la magnétisation d'un matériau peut dépendre de l'axe selon lequel le champ extérieur est appliqué. Il existe donc un axe d'aimantation privilégié comme illustré par la figure 111.2. Cet axe dépend des axes cristallographiques des matériaux, on parle alors d'anisotropie magnéto-cristalline. A titre d'exemple, l'anisotropie magnéto-cristalline du FeCo a été étudiée par Shih [Shih\_1934].

Dans cette section, on a exposé de façon très synthétique le processus de magnétisation aussi nous encourageons le lecteur intéressé à se référer à l'état de l'art complet donné par [Clausse\_2018]. Cette partie bibliographique étant réalisée, on va pouvoir dorénavant explorer le principe de magnétostriction et l'influence de l'état magnétique des matériaux sur le couplage magnéto-élastique.

### 1.1.2. Description de la magnétostriction des matériaux ferromagnétiques.

Le but ici est de décrire les déformations engendrées par la magnétostriction. Par définition, cet effet correspond au couplage magnétique et élastique d'un milieu au sens large. La première mention de magnétostriction date de [Joule\_1847] qui étudia la variation relative des déformations d'un barreau de fer et d'acier soumis à un champ d'excitation magnétique. La magnétostriction dans le sens d'un changement de magnétisation qui implique une déformation, peut être référencée sous le terme de « *Joule effect* » dans la littérature en anglais, ou magnétostriction de Joule. Lorsque l'on a un effet de magnétostriction dans le sens inverse, c'est-à-dire qu'une déformation élastique implique une modification de l'aimantation, on parle alors d'effet Villari [Villari\_1865]. On peut faire référence également à l'effet de Wiedemann [Lee\_1955] dans le cas d'une déformation en torsion : beaucoup de configurations de PM reposent sur ce principe dans le but de générer des ondes guidées de torsion [Kim\_2015].

L'ensemble de ces effets est étudié afin d'être diminué dans certaines applications. Les effets de magnétostriction peuvent être en effet une source de bruits et de vibrations pouvant compromettre les structures sur le long terme, en particulier dans le cas des machines tournantes synchrones [Zhu-et-al\_2013]. A l'inverse, on peut également analyser ce phénomène dans le but de l'exploiter : c'est le cas de notre recherche où l'on s'intéresse aux déformations de magnétostriction, déformations que l'on supposera isochores, c'est-à-dire où le volume se conserve.

Généralement, on note la déformation de magnétostriction  $\varepsilon^{ms}$  et on la retrouve aussi sous la notation  $\Delta L/L$  ou  $\lambda^{ms}$ . Ces grandeurs désignent la variation relative de longueur d'un matériau. Dans les essais de caractérisation des matériaux, on différencie usuellement les déformations  $\varepsilon_{\parallel}^{ms}$  dans la direction de l'excitation magnétique, des déformations dans le sens transverse  $\varepsilon_{\perp}^{ms}$ . La conséquence directe de l'hypothèse de déformations isochores se traduit par l'égalité suivante :

$$\varepsilon_{\perp}^{ms} = -\varepsilon_{\parallel}^{ms}/2. \quad (112.a)$$

Dans son travail de doctorat, [Rouge\_2013] a vérifié expérimentalement la validité de cette relation sur différents types de matériaux ferromagnétique dont le FeCo, ce qui confirme l'hypothèse de déformation isochore pour les matériaux étudiés. A titre d'exemple, la figure 112.2a montre les déformations de magnétostriction hystérétique du FeCo reprises et adaptées de [Rouge\_2013]. Tout comme l'aimantation magnétique  $M$ , les déformations de magnétostriction ont un comportement non-linéaire et hystérétique. A

l'instar de ce que nous avons fait pour l'aimantation magnétique  $\mathbf{M}$ , on considère pour simplifier que les déformations sont anhystériques. La figure 112.2b, adaptée de [Williams\_1932], donne les déformations anhystériques du FeCo. Sur cette courbe, on observe très clairement que les déformations liées à la magnétostriction dépendent du matériau. Ainsi, on peut remarquer que le Nickel se contracte dans le même sens que le champ d'excitation magnétique, tandis que le FeCo à l'inverse se dilate.

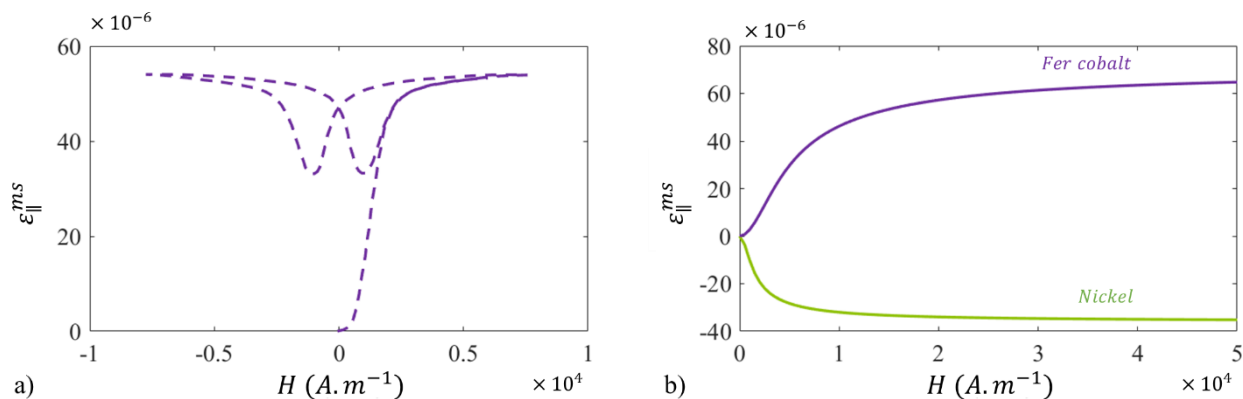


Figure 112.2 a) Courbe de magnétostriction hystérique du FeCo [Rouge\_2013], b) Courbes de magnétostriction anhystériques du FeCo et du Nickel adaptées respectivement de [Williams\_1932] et de [Lee\_1955].

Après analyse des courbes, on peut noter que la première montée de déformation de magnétostriction (figure 112.a) de [Rouge\_2013] est plus rapide que sur celle (figure 112.b) de [Williams\_1932]. Cela peut s'expliquer par des différences dans la mise en œuvre expérimentale.

Dans cette section, nous avons résumé brièvement le principe de magnétostriction. Pour de plus amples informations, le lecteur est invité se référer à un état de l'art plus complet disponible dans les ouvrages de thèse de [Clausse\_2018] et de [Rouge\_2013]. Dorénavant, on va s'intéresser à la manière de modéliser les comportements magnétiques et magnétoélastiques. Notamment, il s'agira de comprendre comment déterminer les sources de transduction dans une pièce ferromagnétique à partir des calculs de champs électromagnétiques réalisés avec le module CIVA CF.

## 1.2. Rappel sur les outils de modélisation servant au calcul des sources de transduction dans un patch magnétostrictif.

L'objectif de cette partie est de présenter les modèles et les outils qui sont utilisés pour calculer les sources primaires de contraintes à la surface supérieure d'un patch magnétostrictif. Dans un premier temps, on rappellera les travaux de [Clausse\_2018] qui ont permis d'aboutir à la formulation des sources de transduction créées par un EMAT en milieu ferromagnétique. Point essentiel pour la suite et déjà mentionné en introduction de ce chapitre, on verra que les phénomènes de transduction que l'on observe pour les EMATs sont de même nature que ceux qui apparaissent dans les PMs dans la mesure où l'on ne néglige aucun des phénomènes présents. L'étude comparative menée par [Clausse\_2018] des modèles comportementaux des matériaux ferromagnétiques conduira à la sélection du modèle multi-échelles (MME) de [Daniel\_2011], que l'on exposera. Enfin nous présenterons le module CIVA CF qui est l'outil de simulation central autour duquel les modèles s'articulent. Plus précisément, c'est l'entrée requise pour le MME. Ainsi le module CIVA CF sera employé afin de calculer le champ d'excitation magnétique dynamique créé par des géométries de bobines quelconques ainsi que le champ d'induction magnétique généré par des aimants permanents.

### 1.2.1. Présentation de la méthode de calcul du tenseur de contraintes de Maxwell et des déformations de magnétostriction

On s'intéresse ici au modèle de calcul de sources de transduction par EMAT dans un milieu ferromagnétique. Ce choix est motivé par le fait que les formulations développées n'utilisent pas d'hypothèses *a priori* sur les configurations rencontrées, ainsi le modèle EMAT pourra être aisément adapté pour calculer les sources de transduction produites par un PM.

Dans de nombreux travaux publiés sur le comportement des EMATs rayonnant dans un milieu ferromagnétique, on remarque que les forces de Lorentz sont très souvent séparées des forces de magnétisation. Néanmoins, la séparation arbitraire des forces de Lorentz et des forces de magnétisation est à l'origine de confusions et d'incohérences, c'est ce que soulignent [Seher-Nagy\_2016] dans leur article. Ils comparent de multiples formulations de la littérature, qu'ils analysent théoriquement et numériquement. Ils constatent ainsi que cette démarche de modélisation peut mener à des erreurs inacceptables et qu'il est préférable de travailler avec la formulation du tenseur de contraintes électromagnétiques de Maxwell. C'est la raison qui a amené [Clausse\_2018] à se tourner vers cette solution dans son travail de thèse sur les EMATs.

Notons cependant que différentes formulations existent dans la littérature pour exprimer le tenseur de contraintes électromagnétiques de Maxwell. Dans leur article, [Seher-Nagy\_2016] en comparent quatre. Si les trois premières formulations des amplitudes des ondes générées pour une configuration d'EMAT sont en accord, la dernière formulation diffère en raison d'une approximation négligeant les sources magnétiques au sein de la pièce ferromagnétique. Par conséquent, [Seher-Nagy\_2016] recommande de s'appuyer sur une formulation du tenseur de Maxwell déduite à partir du principe des travaux virtuels. L'expression qui en découle [Clausse\_2018] pour la contrainte électromagnétique  $\sigma^{em}$  est alors la suivante :

$$\sigma^{em} = \frac{\mathbf{B} \otimes \mathbf{H} + \mathbf{H} \otimes \mathbf{B}}{2} + \omega_G^m \mathbf{I}, \quad (121.a)$$

avec  $\otimes$  représentant le produit tensoriel,  $\omega_G^m$  la différentielle de la co-énergie magnétique libre,  $\mathbf{I}$  l'identité,  $\mathbf{B}$  la densité de flux magnétique et  $\mathbf{H}$  le champ d'excitation magnétique.

Dans le cas particulier des milieux ferromagnétiques doux, on a l'expression suivante [Clausse\_2018] :

$$\sigma^{em} = \mu_0 (1 + \chi(\|\mathbf{H}\|)) \mathbf{H} \otimes \mathbf{H} - \mu_0 \left( \frac{\|\mathbf{H}\|^2}{2} + \int_{h=0}^{\|\mathbf{H}\|} \chi(h) h dh \right) \mathbf{I}, \quad (121.b)$$

Cette équation suggère que nous connaissons les variations de la susceptibilité magnétique  $\chi$  en fonction du champ d'excitation magnétique  $\mathbf{H}$ . On montre donc que pour évaluer le tenseur de contraintes de Maxwell, la connaissance du comportement magnétique est nécessaire. Les densités de forces électromagnétiques

volumiques  $\mathbf{f}^{em}$  et le terme de traction magnétique  $\mathbf{t}^{em}$  sont ensuite obtenus à partir du tenseur des contraintes de Maxwell comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{f}^{em} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^{em} \\ \mathbf{t}^{em} = [\boldsymbol{\sigma}^{em}]_{\delta\Omega} \cdot \mathbf{n} \end{cases}, \quad (121.c)$$

avec  $\nabla$  l'opérateur nabla, et  $\mathbf{n}$  la normale extérieure au domaine  $\Omega$ .

La détermination des déformations de magnétostriction pose moins de problème sur le plan théorique dans la mesure où l'on dispose du comportement du matériau. Elle est calculée séparément, de manière classique, dans le sens où l'estimation des déformations de magnétostriction est obtenue sur la base de l'approximation piézomagnétique [Kim-Kwon\_2015]. Dans cette approximation, on suppose que le champ d'excitation magnétique dynamique est faible devant le champ d'excitation magnétique statique ( $\|\mathbf{H}_d\| < \|\mathbf{H}_s\|$ ). Cette hypothèse nous autorise à écrire les déformations de magnétostriction comme un développement de Taylor à l'ordre 1 autour de la valeur de l'excitation magnétique statique :

$$\varepsilon_{ij}^{ms}(\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_d) = \varepsilon_{ij}^{ms}(\mathbf{H}_s) + d_{ijk}^{ms}(\mathbf{H}_s)H_{dk} + o(\|\mathbf{H}_d\|^2) \quad (121.d)$$

avec  $d_{ijk}^{ms}(\mathbf{H}_s) = \delta\varepsilon_{ij}^{ms} / \delta H_k |_{\mathbf{H}_s}$  les constantes piézomagnétiques. Les indices correspondent à la notation d'Einstein, en dehors de l'indice  $d$  qui fait référence au champ d'excitation magnétique dynamique. L'estimation des constantes piézomagnétiques s'effectuera par dérivation de la déformation de magnétostriction calculée à l'aide du modèle utilisé pour décrire le comportement magnétique et magnétoélastique § 1.2.2. Soulignons le fait ici que l'expression présentée n'utilise pas *a priori* sur la configuration ou sur la pièce ferromagnétique utilisée.

Par la suite, il est aisé d'obtenir l'expression d'une force dynamique de magnétostriction équivalente à partir de l'équation (121.d), en ne conservant pas le terme correspondant à la déformation statique :

$$\mathbf{f}^{ms} = \nabla \cdot \{-\mathbb{C} : [d^{ms}(\mathbf{H}_s) \cdot \mathbf{H}_d]\}, \quad (121.e)$$

avec  $\mathbb{C}$  le tenseur des rigidités élastiques.

Une fois que les sources volumiques de transduction électromagnétiques  $\mathbf{f}^{em}$  et magnétostrictives  $\mathbf{f}^{ms}$  sont calculées, elles sont converties en sources équivalentes de contraintes à la surface supérieure du matériau ferromagnétique [Clausse-Lhemery\_2016] avant d'être simplement additionnées avec la traction magnétique de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}^{tot}(t) = \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{em}(t) + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{ms}(t) + \mathbf{t}^{em}(t). \quad (121.f)$$

avec  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{em}$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{ms}$  et  $\mathbf{t}^{em}$  représentant respectivement les sources équivalentes de contraintes électromagnétiques, magnétostrictives et de traction magnétique à la surface de pièce. .

Comme on a pu le voir, les équations présentées n'utilisent pas d'hypothèses *a priori* sur les configurations rencontrées. Ainsi, le modèle de calcul de source de transduction par EMAT peut être également employé pour modéliser les sources transductions dans le matériau magnétostrictif constitutif d'un PM. Il est cependant nécessaire de connaître le comportement magnétique du matériau ferromagnétique et l'état de magnétisation dans lequel la transduction a lieu. C'est l'objet de la prochaine section.

### 1.2.2. Présentation de l'approche multi-échelles de [Daniel-et-al\_2011] pour la modélisation des comportements magnétique et magnétoélastique anhystérétiques des matériaux ferromagnétiques.

L'enjeu ici est de présenter le modèle mis en œuvre pour calculer les comportements magnétique et magnétoélastique anhystérétiques des matériaux ferromagnétiques. Pour simuler les comportements magnétiques et les couplages magnétoélastiques d'un grain ferromagnétique, une première solution est d'avoir recours à la théorie du micromagnétisme exposée dans [Brown\_1966]. Cette théorie étudie l'équilibre



énergétique libre mise en jeu à l'échelle microscopique en fonction des moments magnétiques atomiques  $\mathbf{m}$ . L'énergie libre notée  $W$  se décompose comme une somme d'énergies traduisant les différentes interactions de la manière suivante :

$$W(\mathbf{m}) = W_{ex}(\mathbf{m}) + W_{an}(\mathbf{m}) + W_{ma}(\mathbf{m}) + W_{\sigma}(\mathbf{m}) \quad (122.a)$$

avec :

- $W_{ex}$  l'énergie d'échange, cette énergie rendant compte des interactions spin-spin entre atomes voisins. C'est cette énergie qui contribue au développement de domaines de Weiss présentés dans le §1.1.1.
- $W_{an}$  l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline qui traduit le fait qu'il existe un axe de magnétisation privilégié.
- $W_{ma}$  l'énergie magnétostatique qui se divise en deux contributions : la première reflète l'énergie potentielle magnétique procurée au matériau quand on applique un champ magnétique extérieur ; c'est l'énergie de Zeeman tandis que la deuxième contribution exprime les interactions magnétiques à longue distance au sein du milieu ; elle transcrit l'action du champ démagnétisant. [Hubert-Schäfer\_1998].
- $W_{\sigma}$  l'énergie élastique correspondant aux déformations élastiques dans un milieu ferromagnétique. Cette énergie contient notamment les effets de magnétostriction.

Cette décomposition permet de comprendre que ce sont les interactions microscopiques qui jouent un rôle prépondérant sur les propriétés des matériaux ferromagnétiques. Néanmoins, la détermination de ces différents termes est coûteuse en temps de calcul et nécessite une connaissance fine de la microstructure des matériaux modélisés. Cette approche n'est pas adaptée au contexte de modélisation de source de transduction par EMAT ou dans un PM.

Dans son étude, [Clause\_2018] a comparé deux autres solutions pour la modélisation des comportements macroscopiques anhystériques des matériaux ferromagnétiques, à savoir l'approche phénoménologique de Sablik-Jiles-Atherton (SJA) [Sablik-Atherton\_1993] et le modèle multi-échelle (MME) de [Daniel\_2011]. L'auteur Bastien Clause a notamment montré que le principal frein à l'utilisation du modèle SJA tient au fait que ce dernier nécessite sept paramètres d'entrée devant être interpolés à partir d'essais expérimentaux pour modéliser le comportement magnétique et magnétoélastique sous contrainte mécanique. En revanche, la méthode multi-échelle (MME) quant à elle ne requiert que trois paramètres d'entrée, qui sont : la magnétisation à saturation  $M_S$ , la déformation de magnétostriction à saturation  $\lambda_S$  et un paramètre d'ajustement  $A_S$  de la pente de magnétisation que l'on retrouve facilement  $A_S = 3\chi_0/\mu_0 M_S^2$  [Daniel\_2011]. C'est pourquoi le MME a été choisi pour simuler les comportements magnétique et magnétoélastique anhystériques des matériaux ferromagnétiques.

Lorsque l'on analyse de plus près cette méthode, on peut montrer que la MME se base sur des changements d'échelles pour prédire le comportement macroscopique des matériaux ferromagnétiques. En outre, les variables nécessaires à l'expression des énergies locales des domaines, c'est-à-dire l'excitation magnétique locale  $\mathbf{H}_{\alpha}$  et les contraintes mécaniques  $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha}$ , sont déterminées en amont. Comme le bilan énergétique est fait à l'échelle des domaines magnétiques, de multiples simplifications sont permises. Ainsi, à l'équilibre magnétique, l'énergie d'échange  $W_{ex}$  est nulle dans un domaine. Cela entraîne par voie de conséquence que, l'énergie libre s'écrit donc comme la somme des trois énergies restantes en fonction de l'orientation de la magnétisation  $\mathbf{m}_{\alpha}$  de chaque domaine :

$$W^{\alpha}(\mathbf{m}_{\alpha}) = W_{an}^{\alpha}(\mathbf{m}_{\alpha}) + W_{ma}^{\alpha}(\mathbf{m}_{\alpha}) + W_{\sigma}^{\alpha}(\mathbf{m}_{\alpha}), \quad (122.b)$$

Si l'on suppose également que le matériau est isotrope, dans ce cas l'énergie anisotropique magnéto cristalline s'annule :  $W_{an}^{\alpha} = 0$ .

Pour passer à l'échelle du grain, on choisit de décomposer ce dernier en domaines orientés de manière aléatoire [Dahia-et-al\_2015], la somme des moments de magnétisation des domaines devant être nulle à l'état désaimanté. Concrètement, on discrétise la sphère unité afin de décrire les orientations possibles de la

magnétisation. La figure 122.1a donne un exemple de cette représentation schématique dans laquelle le grain est discrétisé en six domaines élémentaires de magnétisation d'orientations différentes.

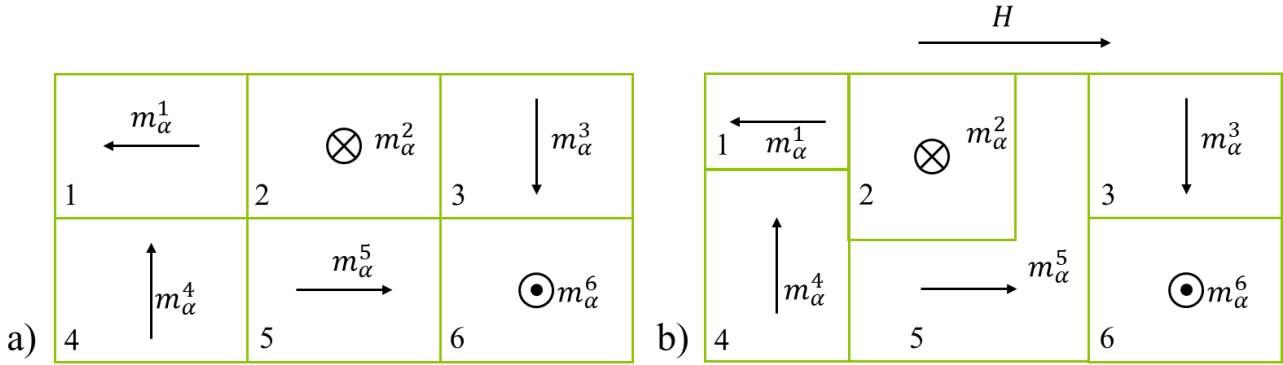


Figure 122.1 Représentation schématique d'un grain en six domaines élémentaires adaptée de [Daniel\_2003] a) à l'état désaimanté. b) Soumis à une excitation magnétique dans la direction  $H$ .

Lorsque l'on applique un champ d'excitation magnétique  $H$  sur le grain, l'équilibre est modifié et les parois séparant les domaines se déplacent. Une fois l'équilibre retrouvé, la taille des domaines a varié, comme illustré par la figure 122.1b. Cette variation de volume des domaines est décrite par une approche statistique à l'aide d'une loi de type Boltzmann [Daniel\_2003]. La loi statistique définit la fraction volumique  $f_\alpha$  d'un des domaines à partir de l'énergie  $W_\alpha$  de chaque domaine avec la variable d'ajustement  $A_s$  de la manière suivante :

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A_s \cdot W_\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-A_s \cdot W_\alpha)}. \quad (122.c)$$

En plus de cette discrétisation des domaines, on pourrait également procéder à une minimisation des énergies par rotation des orientations de magnétisation [Buiron-et-al\_1999]. La rotation des orientations de magnétisation n'est cependant pas prise en compte dans la MME que nous mettons en œuvre car en pratique la rotation des orientations de magnétisation apparaît en fin de processus de magnétisation, c'est-à-dire uniquement pour un champ d'excitation magnétique intense.

La transition à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER) se fait ensuite par homogénéisation des grandeurs. Ici, on choisit d'utiliser une version simplifiée de cette étape d'homogénéisation : ainsi on définit la magnétisation et la déformation de magnétostriction du VER de la façon suivante :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \int_V f_\alpha M_s \mathbf{m}_\alpha dV \text{ et } \boldsymbol{\varepsilon}^{ms} = \frac{1}{V} \int_V \frac{3\lambda_s}{2} f_\alpha (\mathbf{m}_\alpha \otimes \mathbf{m}_\alpha - \frac{1}{3} \mathbf{I}) dV. \quad (122.d)$$

Dans des modélisations plus complètes par approche multi-échelles pour la modélisation de comportement magnétique et magnétoélastique anhystérétique des matériaux ferromagnétiques, il serait possible de prendre en compte des effets à l'échelle macroscopique comme ceux liés à la géométrie au sens large ou aux procédés de fabrication [Daniel\_2003]. Pour avoir plus de détails sur cette approche, le lecteur est invité à se référer à la publication récente de [Daniel-et-al\_2020].

Au cours de cette section, on a montré comment modéliser à partir de trois paramètres simples à retrouver dans la littérature ou lors d'essais expérimentaux le comportement magnétique et magnétoélastique de matériaux ferromagnétiques isotropes. Il s'agit d'un modèle simplifié qui a ses limites en termes de précision [Dahia-et-al\_2015], mais celles-ci sont contrebalancées par une facilité de mise en œuvre, une capacité à prédire l'effet de sollicitations mécaniques, ainsi que par une description tridimensionnelle. Dans la prochaine section, On va pouvoir expliquer comment sont calculés les champs d'excitation magnétique dans le milieu ferromagnétique à l'aide du module CIVA CF.

### 1.2.3. Présentation de la plateforme logicielle CIVA et de son module CIVA CF

Actuellement, le développement de la plateforme logicielle CIVA [Extende] est au cœur des études menées au département DISC (Département imagerie et simulation pour le contrôle) de l'institut LIST (Laboratoire d'Intégration des Systèmes et Technologies) du CEA Tech. Cette plateforme est un outil de modélisation à destination des industriels et acteurs du CND. Elle comporte différents modules dont celui dénommé CIVA CF qui est dédié à la simulation du CND par courants de Foucault.

Les contrôles par courants de Foucault consistent à mesurer les variations d'impédance d'une bobine parcourue par un courant, située à proximité de la surface de l'objet à contrôler. Ce type de contrôle est principalement un contrôle de surface en raison de la faible pénétration des champs électro-magnétiques. L'ordre de grandeur de la pénétration des champs électro-magnétiques est déterminé par l'épaisseur de peau  $\delta_p = 1/\sqrt{\pi\mu\sigma f}$ , avec  $\mu$  la perméabilité magnétique,  $\sigma$  la conductivité électrique et  $f$  la fréquence de contrôle. Pour répondre aux besoins des applications de contrôle, ce module permet de simuler à l'aide du modèle de [Theodoulidis\_2005] les variations fréquentielles et spatiales du champ d'excitation magnétique statique ou dynamique ainsi que le champ électrique et les densités de courant induits dans les pièces en présence ou non de défauts. En outre, ce module offre l'avantage de prédire la signature d'un défaut selon sa nature et sa géométrie vis-à-vis de la bobine excitatrice [Reboud-et-al\_2009].

La variable électrique qui régit le champ magnétique régénéré par une bobine est le courant. Cependant, cette variable est moins facile d'accès que la tension. Pour cette raison, le module intègre également la possibilité de prendre en compte le système électronique raccordé à la bobine afin de pouvoir utiliser la tension du système comme donnée d'entrée de la modélisation. On peut ajouter que pour ces applications mais aussi pour les contrôles par EMAT ou par PM, le système électronique doit être adapté à la fréquence du contrôle : on parle d'adaptation d'impédance. En effet, une bobine réagit comme un filtre passe-bas, or on souhaite maximiser le courant circulant dans la bobine. La procédure classique d'adaptation d'impédance consiste à ajouter un condensateur en série avec la bobine, le système électrique devenant alors un filtre passe bande. On adapte ensuite le condensateur de sorte que la fréquence de résonance du système électrique corresponde à la fréquence de contrôle.

En ce qui concerne les bobines, le module CIVA CF intègre les géométries usuelles présentées à la figure 123.1 et les calculs sont purement analytiques. La durée des simulations dépend de la finesse du maillage, de ses dimensions, de la discrétisation de la bobine etc mais le temps de calcul des champs magnétiques dynamiques avec ce module reste très compétitif par rapport à des modélisations de type éléments finis. Rappelons qu'une option dans le module permet de donner un premier maillage et qu'ensuite c'est à l'utilisateur de servir de son savoir-faire pour déterminer celui qui est le plus adapté. Des codes non intégrés à la version commerciale permettent également de définir une géométrie quelconque et d'employer les mêmes modèles de calcul de champ que précédemment.

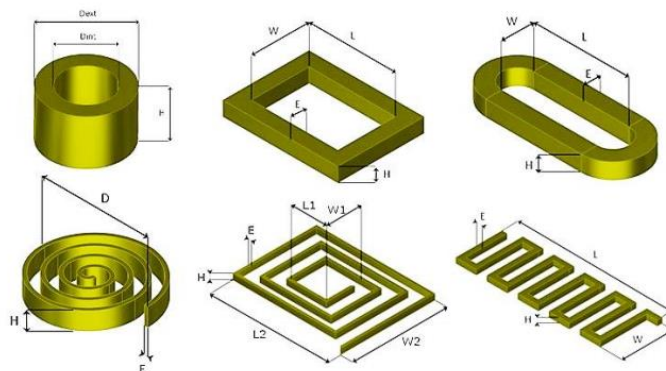


Figure 123.1 Géométries usuelles de bobines dans le module CIVA CF

Les aimants permanents sont quant à eux simulables sous forme parallélépipédique [Xiao-Fan-*et-al*\_2004] ou sous forme cylindrique, le champ d'excitation magnétique statique est alors calculé de manière analytique. Des articles de la littérature des PM cherchent à optimiser le champ d'excitation magnétique statique de façon à maximiser la génération des ondes de torsion tout en assurant l'uniformité de ce champ en termes d'amplitude et de direction [KyungHoSun\_2008]. Pour simplifier, on peut néanmoins considérer le champ d'excitation magnétique statique comme étant uniforme et constant. Cette hypothèse permet dans un premier temps de se focaliser sur la conception des bobines par exemple, et d'étudier dans un second temps le champ d'induction statique. En outre, elle nous évite d'avoir à effectuer une simulation par la MME en chaque point, réduisant encore le temps de calcul. C'est un point essentiel lorsque l'on optimise la géométrie de bobine en vue de maximiser la génération d'un mode guidé.

Un inconvénient de ces calculs analytiques de champs est qu'ils ne prennent pas en compte le caractère non-linéaire des matériaux ferromagnétiques, c'est-à-dire que les simulations se font à conductivité et à perméabilité constantes. La solution consiste alors, étant donné que l'on suppose le champ d'excitation magnétique statique uniforme et constant, de prendre des valeurs de conductivité et de perméabilité calculées pour chaque valeur du champ d'excitation magnétique statique considérée.

Dans cette section, on a présenté l'outil qui permet de simuler les champs d'excitation magnétiques statiques et dynamique. On peut dorénavant calculer les sources de transduction dans un PM avec la chaîne de modélisation décrite ici. Dans la prochaine section, on illustrera ce calcul à l'aide de quelques configurations sélectionnées dans la littérature.

### 1.3. Présentation de résultats de calcul de source de transduction pour des configurations de patch magnétostrictif issus de la littérature.

L'objectif de cette partie est d'étudier, à l'aide des outils numériques exposés précédemment, différentes configurations de PM que l'on retrouve usuellement dans la littérature. Nous nous attacherons en particulier à montrer l'influence de l'orientation relative des champs sur les différentes contributions des phénomènes de transduction. Nous verrons également l'influence sur les performances de transduction de l'incertitude commise sur le paramètre de perméabilité.

Dans leur article, [Yoo-*et-al*\_2014] étudient la directivité des ondes émises par des sources de PM. Plus précisément, ils comparent la directivité de PMs composés de trois matériaux (Nickel, Galfenol polycristallin, Galfenol hautement texturé) et ce, pour deux configurations de systèmes composés de bobine/aimants permanents. Les résultats obtenus montrent que les deux PMs composés de Galfenol sont plus directifs que celui en nickel en raison de leur anisotropie. Un exemple d'une des deux configurations, appelée CMPT (*Circumferential magnetostrictive patch transducer*) dans l'article, est illustrée à la figure 13.1. Elle est composée d'une bobine de forme annulaire de diamètre  $D=25.4\text{mm}$  (1 pouce) et de hauteur  $h=1.27\text{mm}$  (0.05pouces) et d'un aimant permanent cylindrique de diamètre  $D/4$  et  $3.175\text{mm}$  de hauteur. Dans cette configuration, le champ d'excitation magnétique dynamique généré par la bobine est dans la même direction que le champ d'excitation magnétique statique induit par l'aimant.

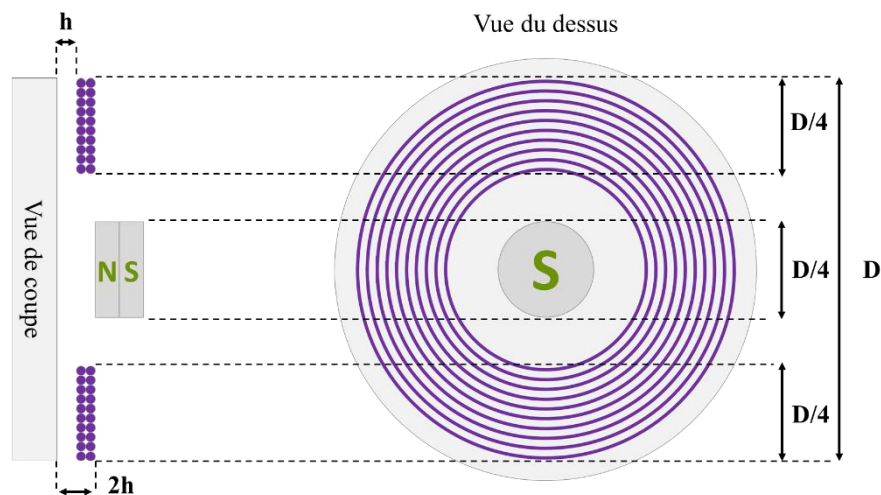


Figure 13.1 Représentation schématique du CMPT de [Yoo-*et-al*\_2014] composé d'une bobine de forme annulaire de diamètre  $D=25.4\text{mm}$  (1 pouce) et de hauteur  $h=1.27\text{mm}$  (0.05pouces) et d'un aimant cylindrique de diamètre  $D/4$  et  $3.175\text{mm}$  d'hauteur.

D'autres travaux ont également vu le jour. Pour leur part, [Ribichini-*et-al*\_2011] ont choisi d'analyser deux configurations d'EMAT dans le but de générer des ondes guidées de torsion dans une pièce à l'aide soit des forces de Lorentz, soit des déformations de magnétostriction générées directement dans la pièce ou bien par l'intermédiaire dans une bande magnétostrictive collée à la pièce. Une expression quantitative des performances de ces configurations est ainsi proposée à l'aide d'une modélisation par éléments finis. A titre d'exemple, la figure 13.2 illustre la configuration conçue dans le but d'utiliser la magnétostriction pour générer des ondes de torsions. Cette configuration comprend une bobine à méandres dont le pas entre deux fils correspond à une demi-longueur d'onde de l'onde de torsion qu'ils souhaitent générer ainsi qu'un aimant en U. Cette fois-ci, le champ d'excitation magnétique dynamique généré par les longs fils de la bobine à méandres est perpendiculaire au champ d'excitation magnétique statique induit par l'aimant en U.

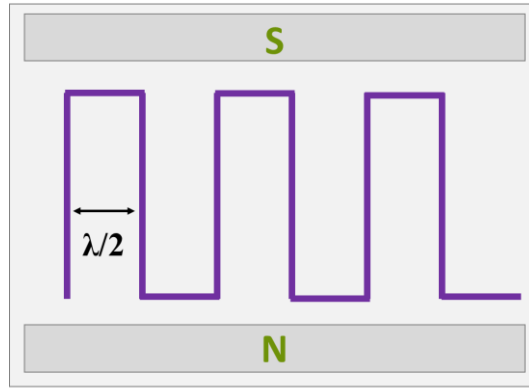


Figure 13.2 Représentation schématique en vue du dessus de l'EMAT magnétostrictif de [Ribichini-*et-al*\_2011] afin d'exciter des ondes de torsion de longueur d'onde  $\lambda$ .

Par la suite, on propose de s'inspirer de ces deux configurations afin d'étudier les différentes contributions et orientations des phénomènes de transduction. Sachant que l'orientation relative de l'excitation magnétique par rapport à l'induction magnétique peut exercer une influence sur le poids respectif des contributions, on a choisi ces deux configurations pour les différentes orientations relatives des champs. Le tableau 13.3 résume les constantes des matériaux que l'on emploiera dans cette partie.

	CIVA CF		MME		
	$\sigma$ (MS/m)	$\mu_r$	$M_{sat}$ (kA/m)	$\lambda_{sat}$ (ppm)	$\chi_0$
<i>Nickel</i>	14.3	110	530	-42	460
<i>Fer Cobalt</i>	10	1000	1860	68	3230

Tableau 13.3 Résumé des constantes des matériaux utilisés pour les simulations avec le modèle EMAT [Clause\_2018]

### 1.3.1. Étude des sources de transduction avec un CMPT de [Yoo-*et-al*\_2014]

Le but de cette section est d'analyser les phénomènes de transduction qui apparaissent dans le cas d'un patch de nickel excité par une configuration de type CMPT [Yoo-*et-al*\_2014]. On étudiera également l'influence que peut avoir une variation de perméabilité relative du nickel sur la valeur de l'amplitude des sources équivalentes. Pour rappel, la géométrie de l'aimant permanent utilisé par [Yoo-*et-al*\_2014] est décrite par la figure 13.1. L'aimant permanent est de qualité N52 [Supermagnete] ce qui constitue un intervalle de champ d'induction magnétique de rémanence. Le champ d'induction magnétique de rémanence correspond à  $B_R = \mu_0 M_R$ , avec  $M_R$  la magnétisation rémanente présentée dans le §1.1.1. Le constructeur pour l'aimant sélectionné donne une valeur du champ d'induction magnétique de rémanence plus précise,  $B_R = 1.48T$ . La valeur du champ d'induction magnétique à entrer dans le module CIVA CF correspond à celle au centre de la surface inférieure de l'aimant. Comme l'aimant est de géométrie simple, cette valeur se calcule par l'application numérique de l'équation suivante :

$$B_z(z = 0) = \frac{B_R}{2} \left[ \frac{h_m}{\sqrt{R^2 + h_m^2}} \right], \quad (131.a)$$

avec  $h_m$  la hauteur de l'aimant et R son rayon. Notons ici que l'axe  $\vec{z}$  est l'axe de symétrie de l'aimant cylindrique.

On simule ensuite le comportement de l'aimant permanent à l'aide d'une bobine cylindrique de même géométrie infiniment fine. Dans ce but, on ajuste le courant continu circulant dans cette bobine de façon à avoir un champ d'induction magnétique de 0.5233T, par application numérique de l'équation 131.a dans l'air à la surface inférieure de cette nappe de courant [Ravaud-*et-al*\_1997], puis on détermine à l'aide du module CIVA CF la valeur de magnétisation du nickel imposée par l'aimant. Pour rappel, les constantes des matériaux employées

pour cette simulation sont résumées dans le tableau 13.3 tandis que la figure 131.1 illustre la configuration sur la plateforme logicielle CIVA.

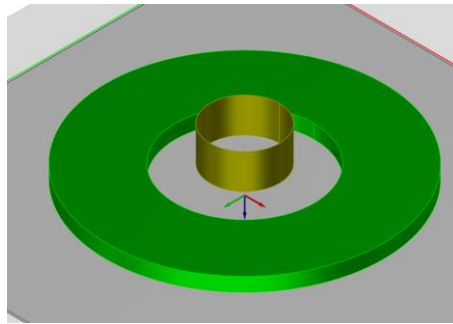


Figure 131.1 Représentation de la géométrie du CMPT simulé sous la plateforme logicielle CIVA, avec un aimant cylindrique et une bobine.

La figure 131.2 donne la norme des trois composantes du champ d'induction magnétique statique calculée à la surface supérieure du patch. L'analyse des résultats permet de remarquer que la magnétisation du patch suivant l'axe  $\vec{z}$  est principalement localisée sous l'aimant permanent (figure 131.2 c) tandis que l'aimantation sous la grande bobine cylindrique est orientée suivant l'axe  $\vec{r}$  ((figures 131.2a et 131.2b). Ceci est cohérent avec le fait que les lignes de champs générés par un aimant sortent, par convention, par le pôle nord avant de tourner pour envelopper l'aimant et rejoindre le pôle opposé. Les distributions de l'induction magnétique étant montrées en valeur absolue, on ne peut pas ici faire la distinction entre le pôle nord du sud.

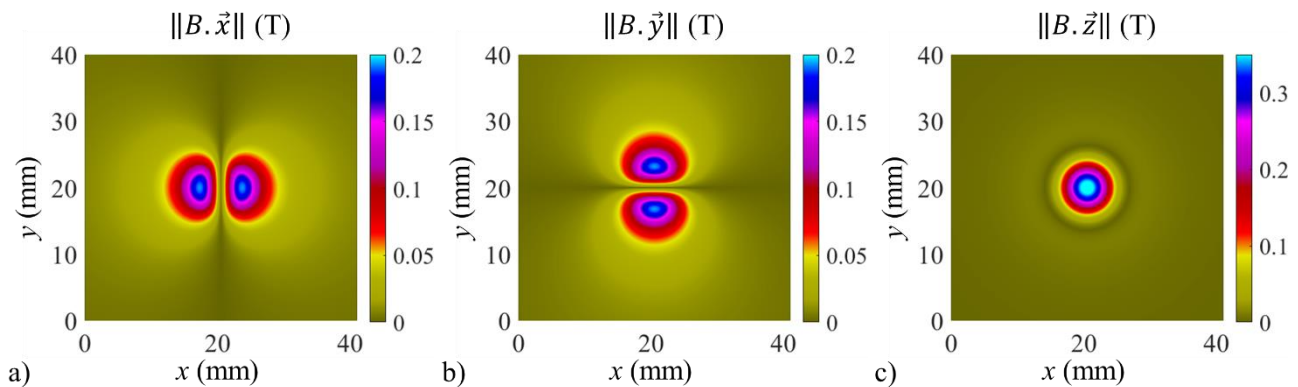


Figure 131.2 Calcul des normes des trois composantes du champ magnétique statique à la surface supérieure du patch en Tesla a)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{z}\|$  à l'aide du module CIVA CF.

Si on considère les paramètres matériaux donnés dans le tableau 13.3 pour le nickel, l'épaisseur de peau a une valeur de  $28.4\mu\text{m}$  à 200kHz. La zone de calcul dans l'épaisseur du patch est supérieure à 3 épaisseurs de peau comme suggéré par [Ribichini-*et-al*\_2011]. La figure 131.3 montre la norme des trois composantes du champ d'excitation magnétique dynamique circulant à la surface supérieure du patch à 200kHz, normalisée à 1.

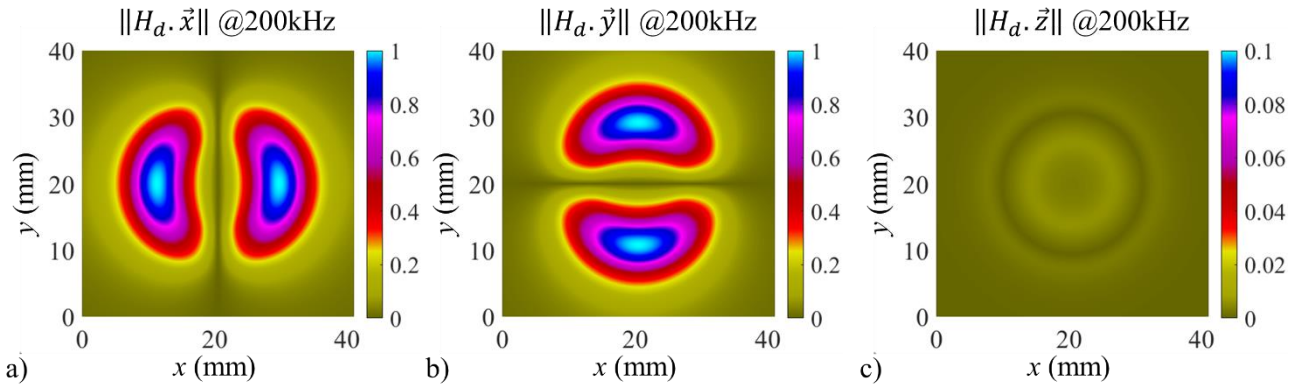


Figure 131.3 Calcul de la norme des trois composantes du champ d'excitation magnétique dynamique à la surface supérieure du patch à 200 kHz. a)  $\|H_d \cdot \hat{x}\|$ , b)  $\|H_d \cdot \hat{y}\|$ , c)  $\|H_d \cdot \hat{z}\|$  à l'aide du module CIVA CF.

Comme présenté au §1.2.1, les champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique sont les données d'entrée de calcul de source de transduction du modèle EMAT [Clause\_2018]. Ces sources de transduction volumique sont ramenées ensuite sous la forme de contraintes surfaciques équivalentes. Compte tenu de la complexité des opérateurs en jeu dans la modélisation des sources présentée dans le §1.2.1, les descriptions que l'on va faire des résultats peuvent difficilement être rattachées à une interprétation physique détaillée des phénomènes en jeu. La figure 131.4 illustre les trois composantes de contraintes équivalentes imputées à la magnétostriction, la normalisation étant réalisée par rapport à la somme des trois contributions liées aux effets magnétostrictifs, de forces électromagnétiques et de traction magnétique ( $\tilde{\sigma}^{ms}$ ,  $\tilde{\sigma}^{em}$ ,  $t^{em}$ ) données à l'équation 121.f.

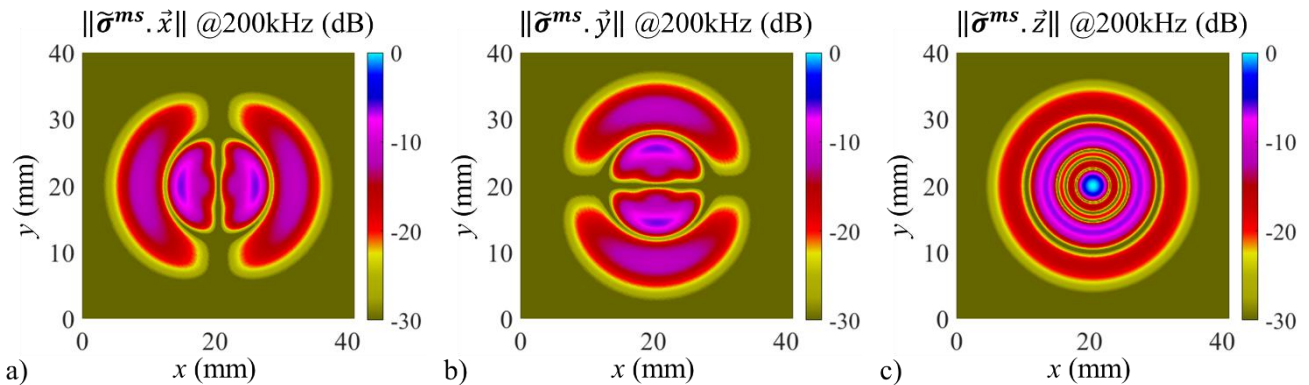


Figure 131.4 Calcul de la norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues à la magnétostriction à 200 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \hat{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \hat{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \hat{z}\|$  à l'aide du modèle EMAT de [Clause\_2018].

On a vu aux figures 131.2 et 131.3 que l'induction et l'excitation magnétique sont orientés dans les mêmes directions. On s'attend donc à observer des déformations dans le même sens où l'excitation magnétique est appliquée. C'est ce que l'on observe à la figure 131.4, on remarque la présence de deux premiers lobes au centre de la source et deux autres lobes secondaires cette fois-ci plus sur l'extérieur de la source. La présence des premiers lobes au centre, où l'excitation magnétique y est plus faible que sur l'extérieur, s'explique par une magnétisation plus optimale. On parle de magnétisation plus optimale dans le sens où les coefficients piezomagnétostrictifs y sont plus élevés qu'au niveau des lobes extérieurs. On s'intéresse ensuite aux autres contributions. Ainsi, la figure 131.5 donne les trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi que la traction magnétique  $t^{em}$  toujours orientée suivant l'axe  $\hat{z}$ . On applique la même normalisation que celle précédemment appliquée aux composantes de la magnétostriction. La dynamique des différentes barres de couleur permettant d'analyser les valeurs en dB est adaptée de façon à bien faire apparaître les différentes contributions. Grâce à ces figures, on



montre que ces phénomènes de transduction sont bien négligeables par rapport à ceux de la magnétostriction car leur amplitude est d'une valeur mille fois inférieure.

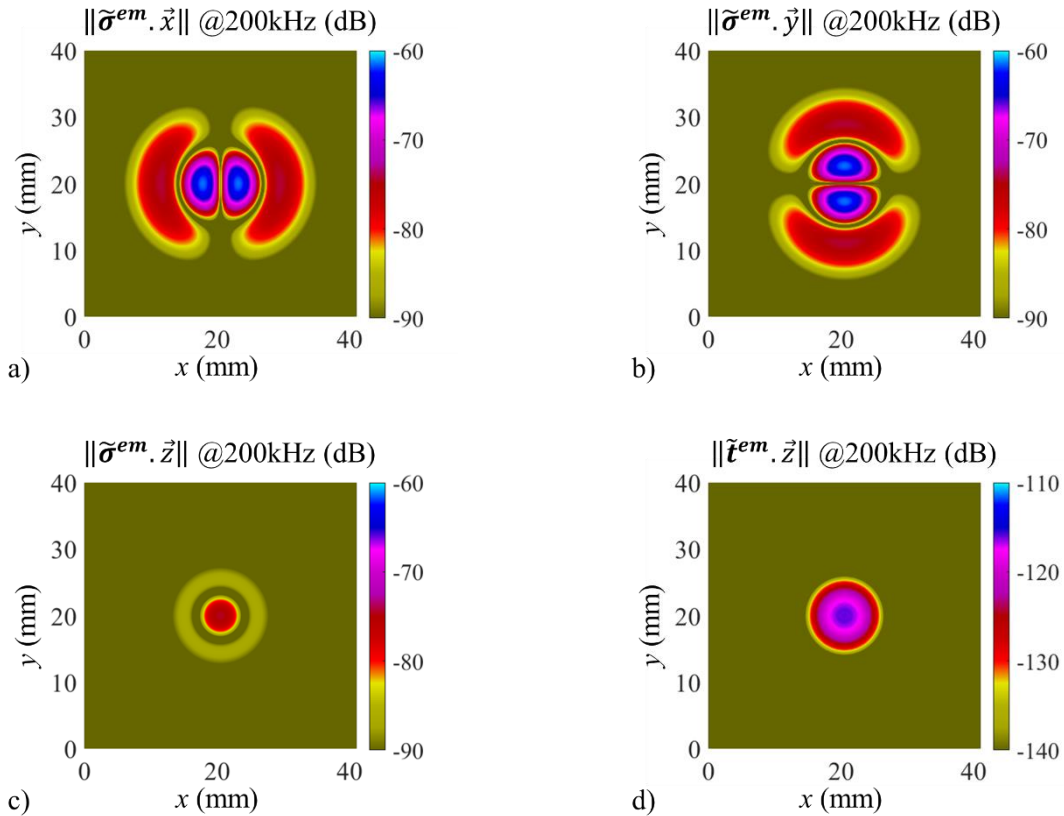


Figure 131.5 Calcul de la norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi qu'à la traction magnétique  $t^{em}$  à 200 kHz a)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \hat{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \hat{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \hat{z}\|$ , d)  $\|t^{em} \cdot \hat{z}\|$  à l'aide du modèle EMAT de [Clausse\_2018].

Les distributions des densités de forces électromagnétiques ramenées à la surface à la figure 131.5a-c sont en accord avec le produit tensoriel des deux champs magnétiques. La traction magnétique présentée à la figure 131.5d correspond à l'action à la fois de l'induction magnétique et de l'excitation magnétique normale à la surface du PM, donc suivant l'axe  $\hat{z}$ . La distribution que l'on relève est donc en accord avec ce que l'on attend. Comme expliqué précédemment, les calculs de champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique sous le module CIVA CF se font à perméabilité constante mais une valeur constante ne permet pas de représenter correctement le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques. Pour un état de magnétisation d'un matériau ferromagnétique, on pourrait se reporter sur une courbe afin de choisir une valeur adéquate, toutefois comme le patch n'est pas magnétisé de manière uniforme sous la bobine générant le champ dynamique, la perméabilité n'est également pas constante du point de vue spatial. Afin de quantifier l'erreur commise sur l'amplitude des sources de transduction, on a donc choisi d'effectuer deux autres simulations en faisant varier la perméabilité du nickel de plus ou moins 10%. La figure 131.6a montre la cartographie selon les axes  $x$  et  $y$  de la distribution de la somme des contraintes surfaciques équivalentes  $\tilde{\sigma}_{yz}$  normalisée. Sur cette figure, la ligne blanche indique la position suivant  $x$  pour laquelle la figure 131.6b est tracée. En outre, cette figure 131.6b permet d'illustrer les amplitudes de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  pour trois valeurs de perméabilité magnétique différentes. La référence ici est la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  obtenue avec une perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  de 110. Globalement les trois courbes se superposent même si on observe une différence d'amplitude au niveau des maxima. D'ailleurs, on peut remarquer que c'est pour une perméabilité plus faible, c'est-à-dire à  $\mu_r = 99$  ici, que l'amplitude de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  est la plus élevée tandis qu'à l'inverse, la perméabilité la plus élevée conduit à une amplitude de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  plus faible. Soulignons ici le fait que

plus la perméabilité est élevée, plus l'épaisseur de peau est faible. Les déformations de magnétostriction s'effectuant sur une plus faible épaisseur, cela peut expliquer une plus faible amplitude de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$ . Si l'on compare les amplitudes des contraintes  $\tilde{\sigma}_{yz}$  à la position  $y=14.6\text{mm}$ , on peut conclure qu'une variation de plus ou moins dix pourcents (10%) de la perméabilité engendre une incertitude de dix pourcents (10%) sur l'amplitude de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  en ce point.

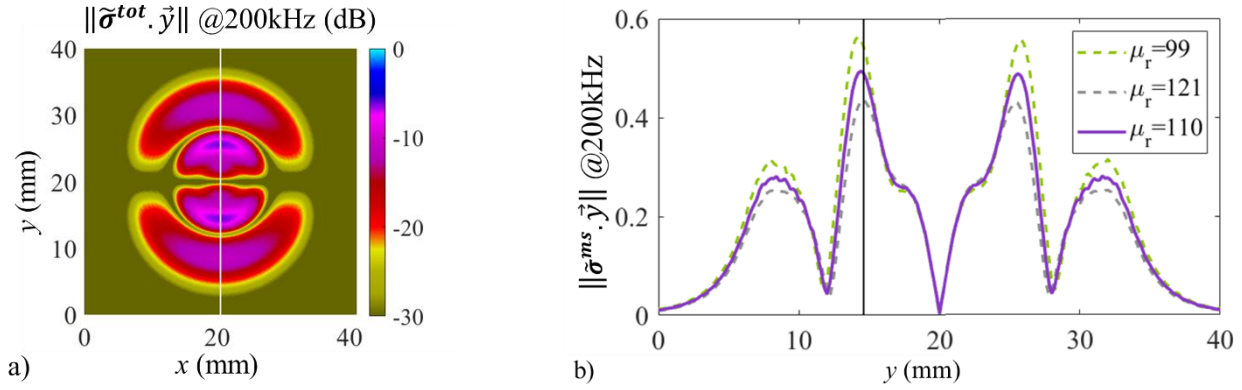


Figure 131.6 Calcul de la a) distribution des contraintes surfaciques équivalentes totales  $\tilde{\sigma}_{yz}$  en dB selon les axes x et y et b) de la variation de l'amplitude  $\tilde{\sigma}_{yz}$  suivant une coupe centrée sur la source pour trois valeurs distinctes de perméabilité relative du nickel à l'aide du modèle EMAT de [Clause\_2018].

Au cours de cette section, on a montré les champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique engendrés par un CMPT à 200kHz. Dans cette configuration, la magnétostriction est prédominante, ce qui justifie le fait que seule cette dernière soit prise en compte dans l'article de [Yoo-*et-al*\_2014]. Autre point important, on a pu noter qu'une incertitude de dix pourcents sur la perméabilité relative du nickel, supposée constante, engendre une incertitude de dix pourcents également sur l'amplitude des sources de transduction. Dans la section qui suit, une analyse similaire va être proposée cette fois-ci pour une configuration dont l'induction magnétique est orientée orthogonalement par rapport à l'excitation magnétique. On observera alors si le poids respectif des contributions change fortement de la configuration que l'on vient d'étudier.

### 1.3.2. Étude des sources de transduction dans le cas d'un EMAT magnétostrictif de [Ribichini-*et-al*\_2011].

L'objectif ici est d'analyser des phénomènes de transduction dans un patch élaboré à partir d'un alliage de Fer-Cobalt en proportion égale et excité par une configuration de type EMAT magnétostrictif [Ribichini-*et-al*\_2011]. Afin de reproduire la géométrie de l'aimant permanent utilisé par [Ribichini-*et-al*\_2011], on a sélectionné cette fois-ci un aimant parallélépipédique de qualité N40 chez [Supermagnete], le Q-60-30-15-N. L'idée est d'en employer deux et de refermer le champ avec un troisième aimant de même qualité. On modélise ainsi un aimant en U par superposition des trois aimants. Pour un aimant parallélépipédique, la valeur du champ d'induction magnétique sur la face du pôle se calcule par l'application numérique de l'équation suivante :

$$B_z(z = 0) = \frac{B_R}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{LW}{2H\sqrt{4H^2 + L^2 + W^2}} \right) \right], \quad (132.a)$$

avec  $L$  la longueur,  $W$  la largeur et  $H$  la hauteur dans l'axe de magnétisation. Pour l'aimant Q-60-30-15-N, son champ d'induction magnétique est de  $B_z(z = 0) = 0.355\text{T}$  pour un champ d'induction magnétique rémanent  $B_R = 1.26\text{T}$ . La figure 132.1 illustre la configuration simulée sur la plateforme logicielle CIVA. Si l'on considère les paramètres matériaux donnés dans le tableau 13.3 pour le Fer-Cobalt, l'épaisseur de peau est de  $11.3\mu\text{m}$  à 200kHz. La profondeur de la zone de calcul est de  $80\mu\text{m}$  ce qui correspond à un peu plus de 7 épaisseurs de peau.

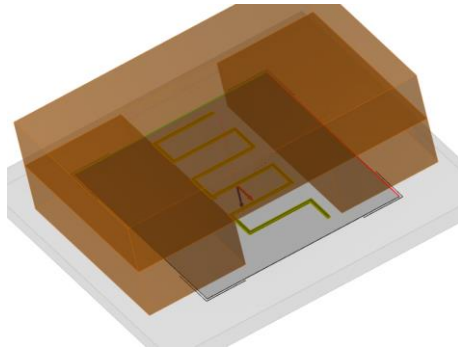


Figure 132.1 Représentation de la géométrie de l'EMAT magnétostrictif simulée sous la plateforme logicielle CIVA, la zone plus grisée indiquant la zone de calcul.

A l'instar de l'étude précédente, la figure 132.2 donne la distribution du champ d'induction magnétique statique à la surface supérieure du patch, les contours des aimants étant affichés en noir. Sur la figure 132.2b, on peut observer que sous la bobine à méandres, le patch est magnétisé suivant la direction  $\vec{y}$ .

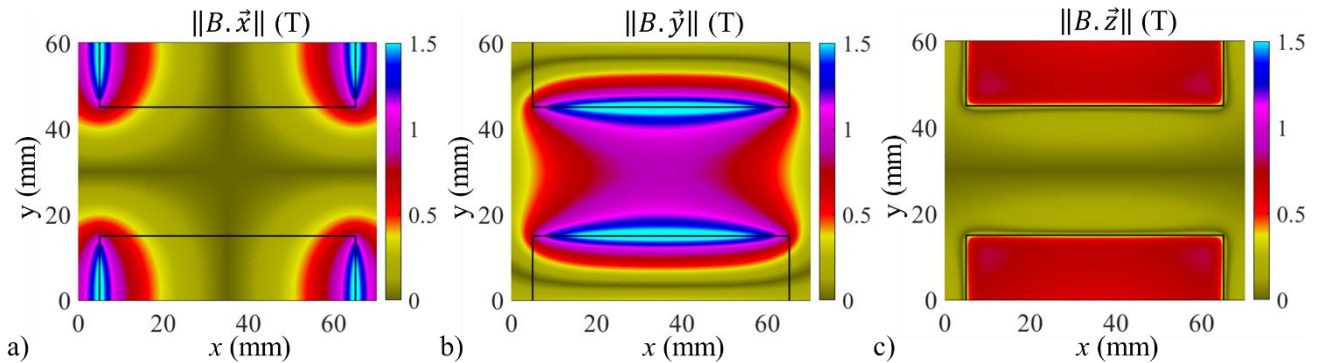


Figure 132.2 Calcul des normes des trois composantes du champ d'induction magnétique statique à la surface supérieure du patch en Tesla a)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\mathbf{B} \cdot \vec{z}\|$  à l'aide du module CIVA CF.

La figure 132.3 montre ensuite la norme des trois composantes du champ d'excitation magnétique dynamique à la surface supérieure du patch à 200kHz, normalisée à 1. La bobine à méandre est surélevée de 1 mm de la surface du patch. On n'a pas cherché à ajuster la dimension de l'inter-fil selon une longueur d'onde ici car on ne s'intéresse pas pour le moment aux ondes générées par le patch contrairement aux chapitres suivants mais uniquement aux sources électro-magnéto-élastiques. On remarque que le champ d'excitation magnétique dynamique généré est principalement perpendiculaire à la direction du fil électrique, ce qui est cohérent avec les équations de Maxwell.

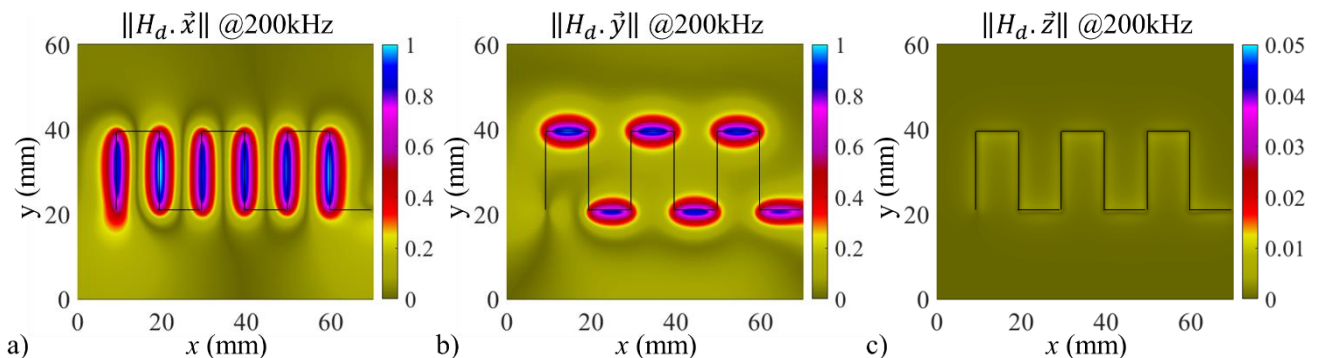


Figure 132.3 Calcul des normes des trois composantes du champ d'excitation magnétique dynamique à la surface supérieure du patch à 200 kHz. a)  $\|H_d \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|H_d \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|H_d \cdot \vec{z}\|$  à l'aide du module CIVA CF.

Comme exposé précédemment, la complexité des opérateurs en jeu dans la modélisation des sources présentée dans le §1.2.1, les descriptions que l'on va faire des résultats peuvent difficilement être rattachées à une interprétation physique détaillée des phénomènes en jeu. La figure 132.4 montre les trois composantes de contraintes équivalentes résultant de la magnétostriction. Une fois encore, la normalisation est faite par rapport à la somme des trois contributions ( $\tilde{\sigma}^{ms}$ ,  $\tilde{\sigma}^{em}$ ,  $t^{em}$ ) présentées à l'équation 121.f. Si on observe attentivement la figure 132.4b qui représente la distribution de la contrainte surfacique équivalente due à la magnétostriction suivant l'axe  $\vec{y}$ . Compte tenu de la magnétisation, cette composante de source de contrainte surfacique due à la magnétostriction correspond à la fois à l'action de l'excitation magnétique suivant l'axe  $\vec{x}$  mais aussi suivant l'axe  $\vec{y}$  (figure 132.3a et 132.3b).

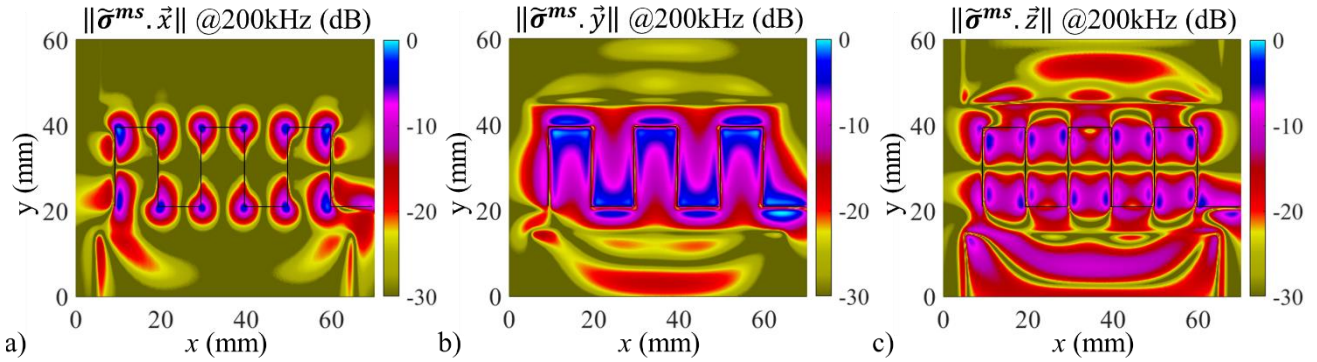


Figure 132.4 Calcul de la norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues à la magnétostriction à 200 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{z}\|$  à l'aide du modèle EMAT de [Clausse\_2018].

La figure 132.5 présente les trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi que la traction magnétique  $t^{em}$  toujours orientée suivant la normale à la surface, l'axe  $\vec{z}$ . Comme dans l'étude précédente, la dynamique de la barre de couleur est adaptée de façon à montrer ces contributions. De ces résultats de simulations, on peut conclure que ces phénomènes de transduction sont négligeables par comparaison avec ceux liés à la magnétostriction : en effet, leurs amplitudes sont cette fois-ci plus de cent fois inférieures à l'amplitude de la contribution de la magnétostriction. Les distributions des densités de forces électromagnétiques ramenées à la surface à la figure 132.5a-c sont en accord avec le produit tensoriel des deux champs magnétiques. L'induction magnétique est moins intense au centre, entre les deux aimants. On remarque donc que les contraintes suivant l'axe  $\vec{x}$ , à la figure 132.5a sont concentrés en proximité des aimants. La traction magnétique présentée à la figure 131.5d correspond à l'action à la fois de l'induction magnétique et de l'excitation magnétique normale à la surface de la bande magnétostrictive, donc suivant l'axe  $\vec{z}$ . La distribution que l'on relève est donc en accord avec ce que l'on attend. Les distributions observées sont beaucoup plus complexes que dans le cas précédemment étudié de [Yoo-et-al\_2014], ce qui renforce l'intérêt et la nécessité de disposer d'un tel outil de calcul pour prédire les sources.

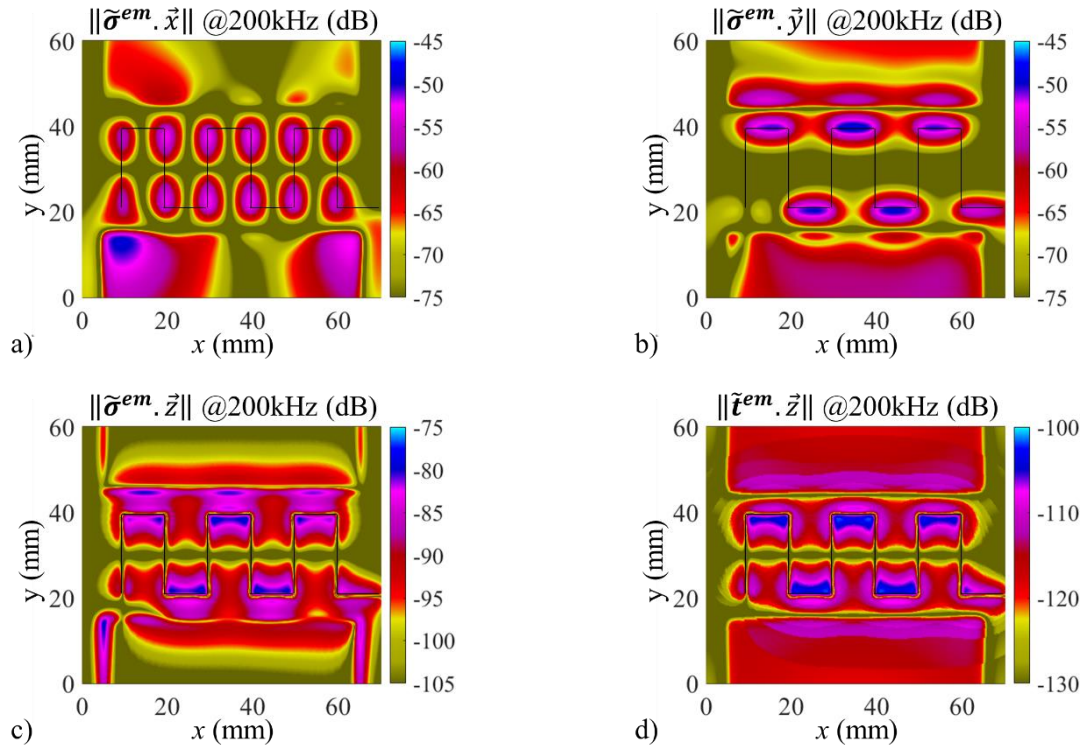


Figure 132.5 Calcul de la norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi qu'à la traction magnétique  $\tilde{t}^{em}$  à 200 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{z}\|$ , d)  $\|\tilde{t}^{em} \cdot \vec{z}\|$  à l'aide du modèle EMAT de [Clausse\_2018].

Pour finir, la figure 132.6a illustre la distribution de la somme de contraintes surfaciques équivalentes  $\tilde{\sigma}_{yz}$  normalisée selon les axes x et y ; tandis que la figure 132.6b propose les résultats de cette distribution pour une position selon y fixée sur la courbe précédente par une ligne blanche. Une nouvelle fois, on présente les amplitudes de la contrainte  $\tilde{\sigma}_{yz}$  pour trois valeurs de perméabilité, la courbe initiale étant obtenue avec une perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  de 1000. On retrouve les mêmes conclusions que dans la configuration précédente puisque des variations sont observées uniquement au niveau des maxima de contraintes avec des écarts similaires.

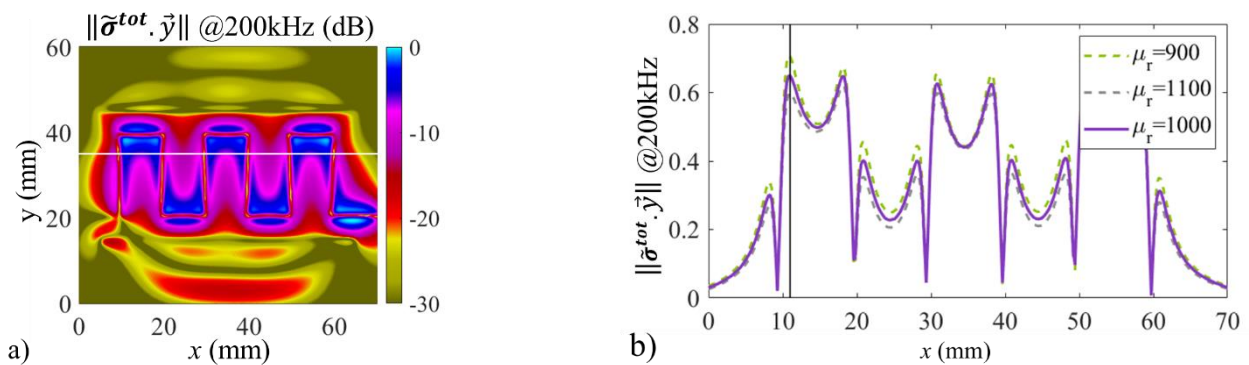


Figure 131.6 Calcul a) de la distribution des contraintes surfaciques équivalentes totales  $\tilde{\sigma}_{yz}$  en dB et b) de la variation de l'amplitude  $\tilde{\sigma}_{yz}$  pour trois valeurs de perméabilité relative du nickel suivant un plan de coupe centré sur la source à l'aide du modèle EMAT de [Clausse\_2018].

Dans cette section, nous avons réalisé une étude sur les champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique engendrés par un EMAT magnétostrictif à 200kHz. A l'instar des résultats obtenus pour le CMPT, on a montré que dans cette configuration la magnétostriction était également prédominante, ce qui

justifie le fait de ne prendre en compte que cet effet dans l'article de [Ribichini-*et-al*\_2011]. On a également vu qu'une incertitude de dix pourcents (10%) sur la perméabilité relative du Fer Cobalt, supposée constante, engendre une incertitude d'un peu moins de dix pourcents (9%) sur l'amplitude des sources de transduction.

#### 1.4. Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés dans un premier temps à décrire les mécanismes résultant de la magnétisation d'un matériau ferromagnétique, puis dans un second temps à réfléchir à la formulation théorique la plus adaptée pour représenter ces phénomènes. En particulier, on s'est intéressé au phénomène de magnétostriction qui est un couplage entre l'état magnétique du matériau et sa déformation. Plus globalement, on a également vu que les comportements magnétique et magnétoélastique des matériaux ferromagnétiques sont non-linéaires et hystérétiques.

Par la suite, nous avons brièvement redonné les grandes lignes du modèle EMAT développé par [Clause\_2018] qui permet de calculer les sources de transduction dans un matériau ferromagnétique à partir des champs magnétiques statiques et dynamiques puis de les convertir en source de contraintes équivalentes surfaciques. Exprimé à l'aide du tenseur de contraintes électromagnétiques de Maxwell et du tenseur des déformations de magnétostriction, ce modèle a l'avantage de prendre en compte tous les phénomènes de transduction dans un matériau ferromagnétique, sans avoir aucun *a priori* sur les configurations à traiter. Notons également qu'il se nourrit de deux autres modèles que nous avons décrits. Le premier, la MME de [Daniel\_2011], nous offre la possibilité de tenir compte du comportement non-linéaire anhystérétique des matériaux ferromagnétiques. Tandis que le second implanté dans le module CIVA CF, évalue les champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique de configurations paramétrables de bobines et d'aimants. Ces trois modèles sont adaptés aux matériaux ferromagnétiques et peuvent être interfacés afin de simuler les sources de transduction à la surface d'un PM.

A l'aide de ces modèles, on a choisi de tester deux configurations issues de la littérature, le CMPT de [Yoo-*et-al*\_2014] et l'EMAT magnétostrictif de [Ribichini-*et-al*\_2011]. Les résultats de simulation ont permis d'analyser les champs d'induction magnétique statique et d'excitation magnétique dynamique générés par ces configurations ainsi que les sources de transductions ultrasonores surfaciques. On souhaitait observer le poids relatif des contributions de transduction lorsque l'excitation magnétique et l'induction magnétique sont orientées différemment l'une de l'autre. Point essentiel pour la suite, on a montré que la magnétostriction était bien prédominante sur ces deux configurations, ce qui autorise en première approximation à négliger les densités de forces électromagnétiques, hypothèse communément utilisée dans la littérature traitant de ce type de problème.



## CHAPITRE 2

### Évaluation des hypothèses de modélisation d'une bande magnétostrictive collée sur un guide d'ondes ultrasonores avec la formulation de Thomson-Haskell

Dans le but de simuler le rayonnement ultrasonore de patches magnétostrictifs (PM) et ensuite celui de réseaux de PMs au sein d'une structure, la méthodologie choisie consiste à relier le modèle EMAT [Clausse\_2018] aux modèles de propagation d'ondes guidées (OG) ultrasonores. Plus précisément, il s'agit de redistribuer la source primaire de contraintes à la surface supérieure de la bande magnétostrictive vers une source secondaire équivalente située à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores que l'on désire inspecter. Le point de départ repose sur le fait que les différents modèles de rayonnement d'ondes guidées ultrasonores développés au CEA que l'on cherche à réutiliser dans nos travaux, prennent pour hypothèse une distribution des sources de contraintes sur la surface du guide d'ondes ultrasonores. Pour opérer ce transfert de la surface supérieure de la bande magnétostrictive à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores, nous allons employer la formulation dite de Thomson-Haskell (TH) [Thomson\_1950 ; Haskell\_1953]. Cette méthode permet de relier les contraintes, les déplacements et les amplitudes des ondes planes ultrasonores montantes et descendantes dans des structures multicouches à l'aide de matrices de transfert. Afin d'appliquer cette méthode à notre problème, on choisit de décrire la bande magnétostrictive collée sur le guide d'ondes ultrasonores par une superposition de trois couches représentant respectivement la bande magnétostrictive, le couplant et le guide d'ondes ultrasonores comme illustré par la figure 2.1.

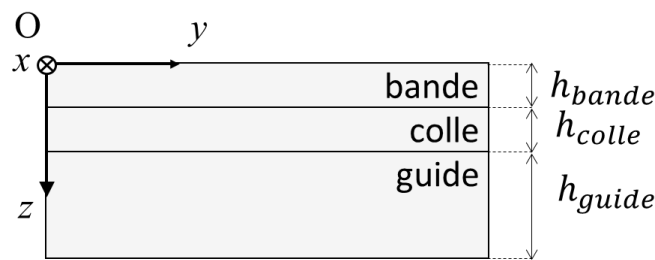


Figure 2.1 Description schématique de la bande magnétostrictive collée sur un guide d'ondes ultrasonores à l'aide d'une superposition en trois couches d'épaisseurs respectives  $h_{bande}$ ,  $h_{colle}$  et  $h_{guide}$ .

Afin de pouvoir appliquer la formulation de TH au cas du (PM), il conviendra de vérifier au préalable les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Dans la description schématique associée à la formulation de TH, on suppose par exemple que le système multicouche est infini dans le plan  $x\widehat{O}y$ , or, le PM est en réalité de dimensions finies dans le plan, c'est-à-dire qu'il ne recouvre pas le guide d'ondes ultrasonores sur toute sa surface. Ainsi, des ondes ultrasonores sont *a priori* réfléchies aux bords du PM et peuvent potentiellement perturber la transduction. La première hypothèse choisie consiste à considérer que ces contributions ont un effet négligeable sur la transduction. Sa validité ne pourra être testée qu'*a posteriori* par la comparaison avec des résultats obtenus en considérant un PM de géométrie finie (NB : ces résultats pourront être calculés ou mesurés).
- Par ailleurs, nous souhaitons considérer le guide d'ondes ultrasonores comme un milieu semi-infini afin que la source secondaire de contraintes équivalentes puisse être réutilisée pour tout guide d'ondes ultrasonores de même élasticité et ce, quelle que soit sa géométrie et donc son épaisseur. Cette seconde hypothèse revient à considérer que la rétroaction du milieu de propagation sur le PM ne dépend que des seules caractéristiques élastiques du milieu et donc que l'effet des ondes ultrasonores réfléchies est négligeable sur la transduction. Un argument en faveur de cette hypothèse est que l'épaisseur du guide d'ondes ultrasonores est généralement très grande comparée à celles du PM et de la colle, cependant les ondes ultrasonores réfléchies à la surface inférieure du guide d'ondes ultrasonores sont susceptibles



de perturber la transduction du PM. Dans une géométrie à deux dimensions (2D), ces ondes ultrasonores sont d'amplitude maximale du fait de la cohérence liée à la symétrie. C'est donc le cas 2D qui est le plus susceptible de remettre en cause cette hypothèse.

Afin de valider ces deux hypothèses de modélisation, tout l'enjeu de ce chapitre sera de vérifier que les perturbations de transduction générées par les ondes ultrasonores réfléchies sur les bords du PM et par la rétroaction du milieu de propagation peuvent être négligées dans le cadre d'une modélisation de rayonnement d'OG ultrasonores au sein d'une structure.

Pour atteindre cet objectif, la démarche privilégiée sera tout d'abord de construire un modèle reposant sur une formulation de TH à 2D et de l'utiliser pour simuler la propagation d'ondes planes ultrasonores dans un tri-couche semi-infini. La construction du modèle reposant sur une formulation de TH à 2D s'opèrera en trois étapes. Dans un premier temps, on exprimera dans un solide isotrope à 2D les déplacements particuliers et leurs contraintes associées en utilisant les ondes planes ultrasonores comme solution générale de l'équation de l'élastodynamique. Dans un second temps, ces équations seront ordonnées de façon à déterminer les matrices de transfert de la formulation de TH à 2D. Dans un troisième temps, on considèrera comme condition aux limites que le troisième milieu, c'est-à-dire celui correspondant au guide d'ondes ultrasonores, est un milieu semi-infini, ceci afin de simuler la propagation des ondes planes ultrasonores de la surface supérieure du PM vers la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores.

Afin de valider définitivement les hypothèses simplificatrices mentionnées précédemment, les résultats de simulation des ondes planes ultrasonores obtenus avec le modèle reposant sur une formulation de TH à 2D dans un tri-couche semi-infini devront être ensuite confrontés à ceux simulés dans les mêmes conditions à l'aide d'une autre méthode. Pour cela, nous effectuerons des calculs à l'aide de la méthode des éléments finis (EF) dans des conditions où les réflexions des ondes planes ultrasonores sur les bords du PM et à la surface du guide d'ondes ultrasonores pourront également être négligées. Cette confrontation sera faite systématiquement pour des chargements dans un plan à 2D suivant l'axe  $\vec{z}$  et  $\vec{y}$ , et ce, à différentes valeurs de fréquences et pour différentes valeurs de nombres d'ondes incidents. Il convient de préciser ici que l'on imposera le nombre d'onde incident à l'aide de la périodicité du chargement.

Une fois le modèle de formulation de TH à 2D validé pour la propagation des ondes planes au sein du tricouche semi-infini, nous pourrons alors tester ces mêmes hypothèses simplificatrices pour cette fois-ci pour simuler le rayonnement d'OG ultrasonores. Pour cela, nous effectuerons de nouveaux calculs à l'aide de la méthode des EF en considérant cette fois-ci un PM de dimension finie sur un guide d'ondes ultrasonores d'épaisseur finie. Il s'agira de confirmer le fait que de négliger avec le modèle de Formulation TH à 2D les perturbations de transduction générées par les différentes ondes réfléchies, reste toujours valable pour prédire le rayonnement d'OG ultrasonores.

## 2.1. Construction d'un modèle de type Thomson-Haskell à deux dimensions pour prédire la propagation d'ondes planes dans un tri-couche semi-infini.

L'enjeu de cette partie est de construire un modèle de type TH à 2D capable de simuler la propagation d'ondes planes dans un tri-couche semi-infini à 2D.

Dans ce but, on choisit de décrire les ondes planes dans un solide isotrope à 2D et on construit les matrices de transfert de couches à partir de leurs déplacements particuliers et de leurs contraintes associées. En supposant un contact parfait entre les couches, il est possible de combiner les matrices de transfert afin de relier la surface supérieure de la première couche à la surface supérieure de la dernière couche. Avant de résoudre le système, il est nécessaire d'imposer une condition aux limites particulière en considérant la dernière couche comme un milieu semi-infini.

### 2.1.1. Étude des déplacements particuliers des ondes planes et des contraintes associées dans un solide isotrope à deux dimensions.

Dans cette partie, on cherche à exprimer les déplacements particuliers d'ondes planes et leurs contraintes associées dans un solide isotrope à 2D (Voir figure 2.1) afin de construire le modèle de formulation de TH à 2D. La méthode sélectionnée repose sur une formulation similaire à celle développée initialement par Thomson et Haskell [Lowe\_1995]. Ce qui différencie les formulations entre elles, ce sont les choix du référentiel, de l'orientation des interfaces et de l'organisation des vecteurs d'état.

Pour s'attaquer à ce problème, il est nécessaire en premier lieu de s'appuyer sur l'équation fondamentale de l'élastodynamique [DeBelleval-et-al\_2006a] qui permet de décrire les variations spatiales et temporelles du déplacement particulière  $\mathbf{u}$  dans un solide :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{u}(\mathbf{r}, t), \quad (\text{Eq. 211.a})$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes,  $\rho$  la densité du milieu,  $\mathbf{r} = (y, z)^T$  un vecteur position quelconque de l'espace 2D,  $t$  le temps et  $T$  la transposée. Soulignons ici le fait que l'on a choisi de donner l'équation sans force extérieure agissant sur le milieu.

La loi de Hooke [DeBelleval-et-al\_2006a] en milieu (Eq 211.b) permet de relier le tenseur des contraintes au déplacement particulière à l'aide du premier coefficient de Lamé  $\lambda$  et du module de cisaillement  $\mu$  comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk}(\mathbf{u}) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}), \quad (\text{Eq. 211.b})$$

avec  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker et  $\varepsilon(\mathbf{u})$  le tenseur des déformations (Eq. 211.c). On écrit également la relation qui existe dans un milieu solide entre la déformation et le déplacement particulière [DeBelleval-et-al\_2006a] :

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{Eq. 211.c})$$

A partir de ces trois premières équations, on peut donc écrire l'équation de propagation d'un champ ultrasonore dans un solide isotrope sous la forme suivante :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}(\mathbf{r}, t) = (\lambda + 2\mu) \nabla(\text{div } \mathbf{u}) - \mu \text{rot rot } \mathbf{u}. \quad (\text{Eq. 211.d})$$

La décomposition de Helmholtz, qui utilise les propriétés mathématiques de l'analyse vectorielle, met en évidence deux solutions particulières de  $\mathbf{u}$  tel que :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \text{grad } \phi(\mathbf{r}, t) + \text{rot } \boldsymbol{\psi}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}_P(\mathbf{r}, t) + \mathbf{u}_S(\mathbf{r}, t) \quad (\text{Eq. 211.e})$$

Le déplacement particulaire de l'onde plane monochromatique longitudinale, noté  $\mathbf{u}_P$  pour « *pressure*<sup>2</sup> » en anglais ; et le déplacement particulaire de l'onde plane monochromatique transversale, noté  $\mathbf{u}_S$  pour « *shear*<sup>2</sup> » en anglais sont des solutions particulières du déplacement particulaire dans un solide isotrope.

Par la suite, les symboles (-) et (+) serviront à différencier respectivement les ondes se propageant vers le haut de celles qui se propagent vers le bas :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_P^\pm = a_P^\pm \mathbf{P}_P^\pm e^{i(\omega t - \mathbf{k}_P^\pm \cdot \mathbf{r})} \\ \mathbf{u}_S^\pm = a_S^\pm \mathbf{P}_S^\pm e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S^\pm \cdot \mathbf{r})} \end{cases} \quad (\text{Eq. 211.f})$$

avec  $a_P^\pm$  et  $a_S^\pm$ ,  $\mathbf{P}_P^\pm$  et  $\mathbf{P}_S^\pm$ ,  $\mathbf{k}_P^\pm$  et  $\mathbf{k}_S^\pm$  les amplitudes, les vecteurs de polarisation et les vecteurs d'onde des ondes planes respectivement longitudinales et transversales, et  $\omega$  la pulsation. Pour rappel, le vecteur d'onde définit le sens de propagation de l'onde et le vecteur de polarisation définit la direction du déplacement particulaire engendré par la propagation de l'onde.

Pour le cas des ondes longitudinales, comme ces dernières dérivent d'un potentiel scalaire  $\phi$ , leur vecteur de polarisation  $\mathbf{P}_P^\pm$  est colinéaire à leur vecteur d'onde  $\mathbf{k}_P^\pm$ . A l'inverse les ondes transversales provenant du rotationnel du potentiel vecteur  $\boldsymbol{\psi}$ , leur vecteur de polarisation  $\mathbf{P}_S^\pm$  est orthogonal à leur vecteur d'onde  $\mathbf{k}_S^\pm$  [DeBelleva-et-al\_2006a]. Ainsi, le produit scalaire du vecteur de polarisation  $\mathbf{P}_S^\pm$  et du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_S^\pm$  est nul.

Ces deux ondes parcourent le milieu isotrope aux vitesses respectives  $v_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$  et  $v_S = \sqrt{\mu/\rho}$ . Une condition nécessaire pour satisfaire les lois de Snell-Descartes c'est que la projection des nombres d'onde aux interfaces, donc  $k_y$ , soient égaux. Aussi, leurs vecteurs d'ondes se définissent de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{k}_P^\pm = (k_y, \pm k_z^P) \\ \mathbf{k}_S^\pm = (k_y, \pm k_z^S) \end{cases} \quad (\text{Eq. 211.g})$$

avec leurs nombres d'onde dans la direction  $\vec{z}$  donnés par :

$$\begin{cases} k_z^P = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_P^2} - k_y^2}, \\ k_z^S = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_S^2} - k_y^2}. \end{cases} \quad (\text{Eq. 211.h})$$

NB : il est essentiel de noter que l'on prendra toujours la solution avec la partie imaginaire négative afin de garantir que les ondes sont évanescentes dans le sens de propagation.

À partir des expressions des vecteurs d'ondes et des propriétés géométriques<sup>3</sup> reliant leurs nombres d'onde avec leurs vecteurs de polarisation, on peut définir les vecteurs de polarisation comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_P^\pm = (k_y, \pm k_z^P), \\ \mathbf{P}_S^\pm = (\mp k_z^S, k_y). \end{cases} \quad (\text{Eq. 211.i})$$

<sup>2</sup> L'appellation *Primary* et *Secondary* existe aussi.

<sup>3</sup>  $\mathbf{P}_P^\pm$  colinéaire à  $\mathbf{k}_P^\pm$  ;  $\mathbf{P}_S^\pm$  orthogonal à  $\mathbf{k}_S^\pm$

Classiquement, les vecteurs de polarisation sont normalisés. Ici, le facteur de normalisation de ces vecteurs sera contenu dans les termes d'amplitudes des ondes.

Il est possible dorénavant d'exprimer les contraintes associées aux déplacements particuliers, c'est-à-dire les contraintes continues à l'interface entre les couches, à partir de la loi de Hooke en milieu isotrope (Eq. 211.b) et de l'expression des déplacements particuliers des ondes donnée (Eq. 211.f). Pour cela, on réécrit la loi de Hooke de manière détaillée tel que :

$$\begin{cases} \sigma_{yz} = \mu \left( \frac{\partial}{\partial z} u_y + \frac{\partial}{\partial y} u_z \right) \\ \sigma_{zz} = \lambda \left( \frac{\partial}{\partial y} u_y + \frac{\partial}{\partial z} u_z \right) + 2\mu \frac{\partial}{\partial z} u_z \end{cases} \quad (\text{Eq 211.j})$$

puis le déplacement particulière suivant  $\vec{y}$  et ses dérivées :

$$\begin{cases} u_y = a_p^\pm k_y e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^P z)} \mp a_s^\pm k_z^S e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^S z)} \\ \frac{\partial}{\partial y} u_y = -i a_p^\pm k_y^2 e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \pm i a_s^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \frac{\partial}{\partial z} u_y = \mp i a_p^\pm k_y k_z^P e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + i a_s^\pm (k_z^S)^2 e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \end{cases} \quad (\text{Eq 211.k})$$

et enfin le déplacement particulière suivant  $\vec{z}$  et ses dérivées :

$$\begin{cases} u_z = \pm a_p^\pm k_z^P e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^P z)} + a_s^\pm k_y e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^S z)} \\ \frac{\partial}{\partial y} u_z = \mp i a_p^\pm k_y k_z^P e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} - i a_s^\pm k_y^2 e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \frac{\partial}{\partial z} u_z = -i a_p^\pm (k_z^P)^2 e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp i a_s^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \end{cases} \quad (\text{Eq 211.l})$$

De ces équations découle alors l'expression finale des contraintes continues aux interfaces associées aux déplacements particuliers des ondes planes, tel que :

$$\begin{cases} \sigma_{yz} = \mu i a_p^\pm [\mp 2k_y k_z^P] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + \mu i a_s^\pm [\{k_z^S\}^2 - k_y^2] e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \sigma_{zz} = -i a_p^\pm [\lambda(k_y^2 + \{k_z^P\}^2) + 2\mu\{k_z^P\}^2] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp 2\mu i a_s^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)}. \end{cases} \quad (\text{Eq 211.m})$$

Les déplacements particuliers des ondes planes dans un solide isotrope à 2D ainsi que leurs contraintes associées étant définies, il est maintenant possible de déduire les matrices de transfert.

### 2.1.2. Construction des matrices de transfert dans un solide isotrope à deux dimensions.

L'objectif de cette sous-partie est de construire les matrices de transfert de la formulation de TH dans un solide isotrope à 2D à partir des équations de déplacement particulière des ondes planes et de leurs contraintes associées afin de simuler la propagation des ondes planes dans un tri-couche à 2D.

Pour rappel, les matrices de transfert se définissent à partir de deux vecteurs d'états : le premier vecteur d'état décrit les déplacements et les contraintes continues aux interfaces des couches tel que :

$$(\mathbf{u} \ \boldsymbol{\sigma})^t = [u_y \ u_z \ \sigma_{yz} \ \sigma_{zz}]^t, \quad (\text{Eq 212.a})$$

tandis que le second vecteur d'état contient les amplitudes de déplacement des ondes planes comme suit :

$$\mathbf{A} = [a_p^+ \ a_p^- \ a_s^+ \ a_s^-]^t \quad (\text{Eq. 212.b})$$

A l'aide des équations (Eq 211.h), (Eq 211.l) et (Eq. 211.m), on peut ensuite relier le vecteur contraintes-déplacements à l'altitude  $z$  au vecteur  $\mathbf{A}$  à l'altitude  $z_0$  avec la première matrice d'état  $D_m$ , l'indice  $m$  faisant référence au matériau dans lequel on considère le champ élastodynamique :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_z = D_m(z - z_0) \begin{pmatrix} a_P^+ \\ a_P^- \\ a_S^+ \\ a_S^- \end{pmatrix}_{z_0} e^{i(\omega t - k_y y)}. \quad (\text{Eq. 212.c})$$

Après un calcul rappelé en annexe **B**, on peut montrer que la matrice  $D_m$  s'exprime de la manière suivante :

$$D_m(z - z_0) = \begin{pmatrix} k_y g_P & k_y / g_P & -k_z^S g_S & k_z^S / g_S \\ k_z^P g_P & -k_z^P / g_P & k_y g_S & k_y / g_S \\ -2\mu i k_y k_z^P g_P & 2\mu i k_y k_z^P / g_P & i\rho B g_S & i\rho B / g_S \\ -i\rho B g_P & -i\rho B / g_P & -2\mu i k_y k_z^S g_S & 2\mu i k_y k_z^S / g_S \end{pmatrix}, \quad (\text{Eq. 212.d})$$

avec  $g_P = e^{-ik_z^P(z-z_0)}$  et  $g_S = e^{-ik_z^S(z-z_0)}$  les propagateurs respectivement de l'onde longitudinale, et de l'onde transversale,  $B = \omega^2 - 2v_S^2 k_y^2$  étant une variable introduite pour simplifier l'écriture que l'on retrouve dans [Boulay\_2017] et dans [Lowe\_1995].

Pour construire la matrice de transfert entre les vecteurs d'état de deux interfaces différentes, on choisit d'introduire la matrice  $E_m$  comme suit :

$$E_m = D_m(0) = \begin{pmatrix} k_y & k_y & -k_z^S & k_z^S \\ k_z^P & -k_z^P & k_y & k_y \\ -2\mu i k_y k_z^P & 2\mu i k_y k_z^P & i\rho B & i\rho B \\ -i\rho B & -i\rho B & -2\mu i k_y k_z^S & 2\mu i k_y k_z^S \end{pmatrix}. \quad (\text{Eq. 212.e})$$

On inverse ensuite cette matrice de façon à relier cette fois-ci le vecteur d'amplitudes  $\mathbf{A}$  et le vecteur contraintes-déplacements à une même altitude. Il en résulte alors l'expression suivante :

$$\begin{pmatrix} a_P^+ \\ a_P^- \\ a_S^+ \\ a_S^- \end{pmatrix}_{z_0=z} = E_m^{-1} e^{-i(\omega t - k_y y)} \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{z=z_0}. \quad (\text{Eq. 212.f})$$

avec la matrice  $E_m^{-1}$  qui est de la forme décrite ci-dessous :

$$E_m^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{k_y}{k_S^2} & \frac{B}{2k_z^P \omega^2} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^P k_S^2} & \frac{i}{2\mu k_S^2} \\ \frac{k_y}{k_S^2} & -B & -ik_y & i \\ \frac{-B}{2k_z^S \omega^2} & \frac{k_y}{k_S^2} & \frac{-i}{2\mu k_S^2} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^S k_S^2} \\ \frac{B}{2k_z^S \omega^2} & \frac{k_y}{k_S^2} & \frac{-i}{2\mu k_S^2} & \frac{-ik_y}{2\mu k_z^S k_S^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{Eq. 212.g})$$

On peut dorénavant relier les vecteurs contraintes-déplacements sur la face supérieure d'une couche à l'altitude  $z_0$  avec sa face inférieure à l'altitude  $z$  à partir des deux matrices (Eq. 212.c) et (Eq. 212.f) grâce à la matrice de transfert :  $L_m(z - z_0) = D_m(z - z_0) E_m^{-1}$ . L'expression finale est donc la suivante :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_z = L_m(z - z_0) \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{z_0}. \quad (\text{Eq. 212.h})$$

Connaissant l'expression de la matrice de transfert issue de la formulation de TH pour une couche d'un solide isotrope à 2D, il sera ensuite aisé de généraliser cette relation à l'ensemble des couches composant la structure

étudiée. Il sera alors possible grâce à l'expression obtenue de simuler la propagation des ondes planes au sein du milieu tri-couche à 2D. C'est l'objet de la section qui suit.

### 2.1.3. Propagation d'ondes planes dans un milieu tri-couche à deux dimensions et semi-infini.

Pour notre cas d'étude, on choisit d'assimiler le PM collé sur le guide d'ondes ultrasonores à un milieu tri-couche isotrope semi-infini comme illustré par la figure 2.1.2. Par conséquent, la première étape est de relier, à l'aide du modèle de formulation de TH à 2D, l'état élastodynamique à la surface supérieure du PM à celui à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores. La seconde étape consiste à redistribuer la source primaire de contraintes à la surface supérieure du PM vers une source secondaire équivalente de contraintes à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores.

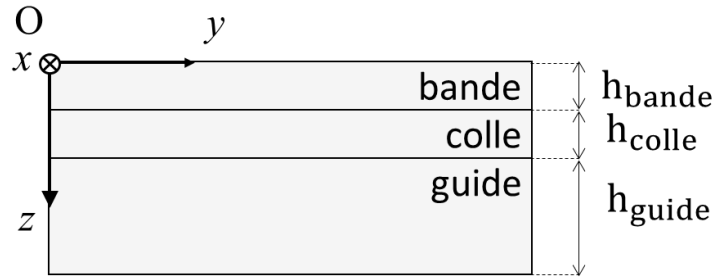


Figure 213.1 Description schématique en deux dimensions d'une bande magnétostrictive collée sur un guide d'ondes ultrasonores semi-infini.

Pour cela, on va combiner les matrices de transfert des deux premières couches afin de relier le vecteur contraintes-déplacement à la surface supérieure de la bande magnétostrictive avec celui de la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores. Cette opération est rendue possible puisque l'on suppose un contact solide-solide parfait entre les couches ce qui entraîne par voie de conséquence une continuité aux interfaces entre les quantités contenues dans le vecteur contraintes-déplacements.

A l'aide de l'équation 212.h, on détermine tout d'abord la matrice de transfert du PM comme suit :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{h_{\text{bande}}} = L_{\text{bande}}(h_{\text{bande}}) \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_0 \quad (\text{Eq 213.a})$$

Ensuite, on exprime la matrice de transfert de la colle de la même manière :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{h_{\text{bande}}+h_{\text{colle}}} = L_{\text{colle}}(h_{\text{colle}}) \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{h_{\text{bande}}} \quad (\text{Eq 213.b})$$

On peut alors relier les vecteurs contraintes-déplacements de la surface supérieure du PM avec celui de la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores en utilisant les équations 213.a et 213.b, ce qui donne le résultat suivant :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_{h_{\text{bande}}+h_{\text{colle}}} = L_{\text{colle}}(h_{\text{colle}}) L_{\text{bande}}(h_{\text{bande}}) \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_0 \quad (\text{Eq. 213.c})$$

Pour propager une source primaire de contraintes à la surface supérieure de la bande en une source secondaire équivalente à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores, l'équation 213.c cependant ne suffit pas car

le système reste sous-déterminé. Afin de lever cette difficulté, on choisit de ne pas s'intéresser à la détermination des ondes remontantes dans le milieu du guide d'ondes ultrasonores considéré. D'un point de vue physique, on prend comme hypothèse que le milieu est semi-infini, la surface inférieure étant rejetée à l'infini, cela empêche toute onde qui s'y réfléchirait d'interférer avec les ondes descendantes se propageant dans ce même milieu. Au niveau mathématique, il suffit donc d'imposer que l'amplitude des ondes remontantes dans le milieu est nulle. Ainsi, on peut directement écrire que :

$$\begin{pmatrix} a_p^+ \\ a_p^- = 0 \\ a_s^+ \\ a_s^- = 0 \end{pmatrix}_{h_{\text{bande}} + h_{\text{colle}}} = E_{\text{guide}}^{-1} L_{\text{colle}}(h_{\text{colle}}) L_{\text{bande}}(h_{\text{bande}}) \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_0 e^{-i(\omega t - k_y y)}. \quad (\text{Eq. 213.d})$$

On pose  $H = E_{\text{guide}}^{-1} L_{\text{colle}}(h_{\text{colle}}) L_{\text{bande}}(h_{\text{bande}})$  et on réécrit le système en conservant seulement les lignes où les amplitudes des ondes remontantes sont nulles. On obtient alors :

$$0 = \begin{bmatrix} H_{21} & H_{22} \\ H_{41} & H_{42} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_y \\ u_z \end{pmatrix}_0 + \begin{bmatrix} H_{23} & H_{24} \\ H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_0. \quad (\text{Eq. 213.e})$$

Puis, on inverse le système que l'on vient de formuler afin d'obtenir les déplacements en fonction des contraintes à la surface supérieure du PM tel que :

$$\begin{pmatrix} u_y \\ u_z \end{pmatrix}_0 = - \begin{bmatrix} H_{21} & H_{22} \\ H_{41} & H_{42} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{23} & H_{24} \\ H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix}_0 \quad (\text{Eq. 213.f})$$

Une fois cette opération effectuée, on dispose du vecteur contraintes-déplacements complet à la surface supérieure du PM. On peut maintenant utiliser l'équation 213.c pour déterminer la source secondaire de contraintes équivalente à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contraintes à la surface supérieure du PM.

#### 2.1.4. Conclusions

Dans cette section, nous nous sommes attachés à construire un modèle de formulation de TH à 2D afin de décrire la propagation des ondes planes dans un tri-couche semi-infini, de la surface supérieure de la première couche à la surface supérieure de la dernière couche, et ce, à partir de la source primaire de contrainte. Il reste à démontrer désormais que ce modèle fonctionne.

## 2.2. Comparaison des résultats de prédiction des sources secondaires dans un tri-couche semi-infini entre un modèle de type Thomson-Haskell à deux dimensions et un modèle utilisant la méthode des éléments finis.

L'enjeu de cette partie est de montrer que l'outil développé avec le modèle de formulation de TH à 2D est adapté pour le calcul d'une source secondaire de contraintes à partir d'une source primaire de contraintes dans un tri-couche semi-infini et ce, à différentes fréquences et pour différents nombres d'ondes. Pour cela, nous proposons de comparer les prédictions du modèle de formulation de TH2 à 2D avec celles obtenues à l'aide d'un modèle par éléments finis (EF) développé au CEA. Pour ce modèle qui est référencé sous le nom Ondomatic [Imperial-Demaldent\_2019], le maillage et le pas de temps optimal sont gérés directement par le code de calcul. Il convient alors de rentrer la géométrie et les paramètres d'élasticité utilisés pour représenter les différentes couches (voir Tableau 2.2). Notons également que le contenu de cette section a déjà fait l'objet d'une publication dans [Cousin-et-al\_2021] et que le lecteur pourra s'y référer pour toute information supplémentaire

	$\lambda$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\rho$ (kg.dm <sup>-3</sup> )	$h$ (mm)
Bande Magnétostrictive (Nickel)	136.4	83.6	8.9	0.20
Colle (Epoxy)	1.27	0.597	1.17	0.20
Guide d'ondes ultrasonores (Acier)	146	75.2	7.85	-

Tableau 2.2 Description des paramètres et des épaisseurs des matériaux utilisés pour modéliser la bande magnétostrictive collée sur le guide d'ondes ultrasonores avec le code éléments finis Ondomatic.

Afin de déterminer des signaux temporels de la source secondaire à l'aide du modèle de formulation de TH décrit en section 2.1, un outil numérique a été développé et implanté sous le logiciel Matlab [Cousin-et-al\_2021]. Il est important de souligner que cet outil numérique procède à une transformée de Fourier temporelle de la source primaire avant d'appliquer le modèle de formulation de TH sur chaque composante du domaine fréquentiel. Une transformée de Fourier inverse permet ensuite de calculer le signal temporel de la source secondaire équivalente.

La validation repose sur plusieurs cas d'études de complexité croissante. Le premier cas d'étude concerne une incidence normale tandis que le second cas généralise l'analyse pour une incidence quelconque des contraintes normales des ondes planes de la source primaire. Un troisième cas d'étude est proposé pour simuler le cas d'une source primaire de contraintes transverses dont les ondes planes associées sont d'incidence quelconque.

### 2.2.1. Étude de la propagation d'ondes planes d'incidence normale associées à une source primaire de contraintes dans un milieu tri-couche à deux dimensions semi-infini.

Le but ici est de montrer que l'outil développé avec le modèle de formulation de TH à 2D est adapté pour prédire une source secondaire de contraintes à partir d'une source primaire à laquelle sont associées des ondes planes d'incidence normale dans un milieu tri-couche à 2D semi-infini. Nous verrons que la fréquence et la direction de la contrainte imposée jouent un rôle prépondérant sur l'amplitude et la phase de la source secondaire, ce qui renforce l'intérêt de disposer d'un outil permettant de la calculer.

Pour traiter le cas particulier de la propagation d'ondes planes en incidence normale, les ondes planes  $P$  et  $S$  doivent être en premier lieu découplées. On utilise ensuite la formulation de TH présentée dans [Cousin-et-al\_2021] et disponible en annexe A. Il s'agit de reprendre les équations présentées au §2.1.1 et de les simplifier sachant que  $k_y = 0$  puis de construire les matrices de transfert correspondant au cas d'incidence normale, c'est-à-dire écrire d'une part la matrice de transfert  $D_{m,P}^0$  qui relie le déplacement particulière et la contrainte normale ( $u_z, \sigma_{zz}$ ) aux amplitudes des ondes  $P$  montantes et descendantes ( $a_P^-, a_P^+$ ), et d'autre part la matrice de transfert  $D_{m,S}^0$  qui relie le déplacement particulière et la contrainte dans le plan ( $u_y, \sigma_{yz}$ ) aux amplitudes des ondes  $S$  montantes et descendantes ( $a_S^-, a_S^+$ ).



Afin de pouvoir considérer le domaine de calcul pour la méthode éléments finis comme infini dans la direction  $\vec{y}$  et semi-infini dans la direction  $\vec{z}$ , il est nécessaire de définir avec précaution les dimensions du système étudié. Ces dimensions sont en fait fortement corrélées avec la distance parcourue  $L = v_p/T_{max}$  par l'onde la plus rapide, c'est-à-dire l'onde longitudinale, pendant la durée de la fenêtre temporelle utilisée pour la simulation  $T_{max}$ .

Sur la figure 221.1, on peut remarquer d'une part, que la source primaire de contrainte est chargée sur toute la surface supérieure du PM, et d'autre part que les points d'observation se situent au centre et selon l'épaisseur qui va de la surface supérieure du PM à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores. Le fait que la source primaire de contraintes s'étende sur toute la surface entraîne forcément une création des premiers échos dès le début de la simulation sur les bords droit et gauche. Par voie de conséquence le choix d'une dimension égale à  $2L$  est requise dans la direction  $\vec{y}$  afin d'éliminer leur influence. En outre, pour que les échos provenant du bord inférieur du guide d'ondes ultrasonores apparaissent au point d'observation situé au centre et sur la face supérieure du guide d'ondes, l'onde longitudinale doit effectuer un aller-retour entre la surface d'excitation et le point de calcul. C'est la raison pour laquelle, nous avons sélectionné une dimension de  $L/2$  dans la direction  $\vec{z}$  pour pouvoir considérer ce milieu comme semi-infini. Cette stratégie de modélisation par éléments finis n'est pas économe en ressources numériques mais elle a l'avantage de répondre précisément aux mêmes hypothèses de modélisation que celles utilisées pour la formulation de TH à 2D.

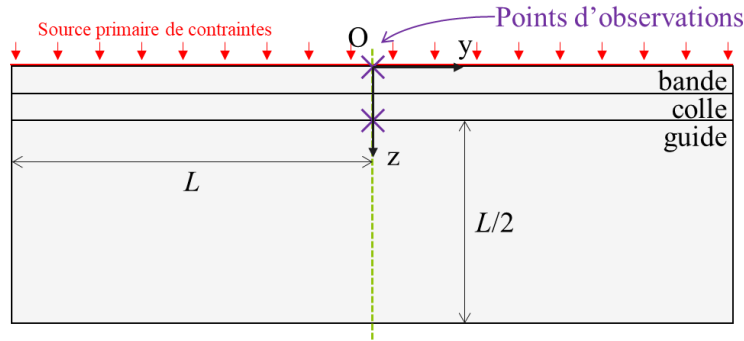


Figure 221.1 Représentation du domaine de calcul de la modélisation par éléments finis permettant de se placer dans les mêmes hypothèses simplificatrices que la formulation de Thomson-Haskell à deux dimensions.

Par la suite, on choisit de définir la source de contrainte primaire à l'aide des amplitudes  $A_{yz}$  et  $A_{zz}$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{yz}(t) = A_{yz} \cdot E(t) \\ \sigma_{zz}(t) = A_{zz} \cdot E(t). \end{cases} \quad (\text{Eq. 221.a})$$

Il est essentiel de souligner que c'est le choix d'une contrainte invariante dans la direction  $\vec{y}$  qui permet d'associer la source primaire de contrainte à des ondes planes d'incidence normale. Notons également que l'excitation temporelle  $E(t)$  sélectionnée correspond à une série de 4 cycles de sinusoïde fenêtrés par une fonction sinus définie par l'équation 221.b :

$$E(t) = \sin(\omega t) \sin\left(\frac{\omega}{8} t\right) \Pi(t), \text{ avec } \Pi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, \frac{8\pi}{\omega}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{Eq. 221.b})$$

avec  $\omega = 2\pi f$  la pulsation temporelle,  $t$  le temps et  $\Pi(t)$  la fonction rectangulaire. A titre d'exemple, la figure 221.2 illustre cette excitation temporelle pour une fréquence centrale  $f = 350\text{kHz}$ .

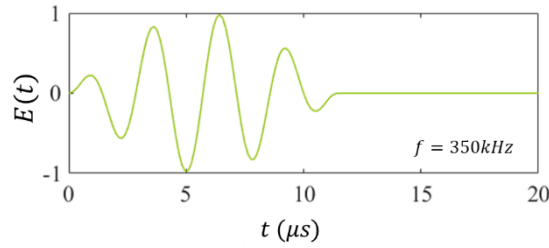


Figure 221.2 Excitation temporelle  $E(t)$  pour  $f = 350kHz$ .

Deux simulations sont ensuite proposées afin d'observer séparément les influences d'une contrainte transverse  $\sigma_{yz}$  puis d'une contrainte normale  $\sigma_{zz}$  au niveau de la source primaire. On choisit donc pour la première simulation,  $(A_{yz}, A_{zz}) = (1,0)$  et  $(A_{yz}, A_{zz}) = (0,1)$  pour la seconde simulation. Le signal d'excitation temporelle de la source primaire de contraintes est identique dans les deux cas de figure, la fréquence  $f$  étant de 350kHz.

Les figures 221.3a et 221.3b illustrent les résultats de simulation obtenus au niveau de la sources secondaire équivalente (c'est-à-dire sur la face supérieure du guide d'ondes ultrasonore) dans le cas d'une contrainte transverse  $\sigma_{yz}$  puis d'une contrainte normale  $\sigma_{zz}$  de la source primaire. Notons ici que les signaux temporels en pointillé violet sont calculés à l'aide du code éléments finis Ondomatic tandis que les traits pleins verts proviennent des prédictions de la formulation de TH à 2D.

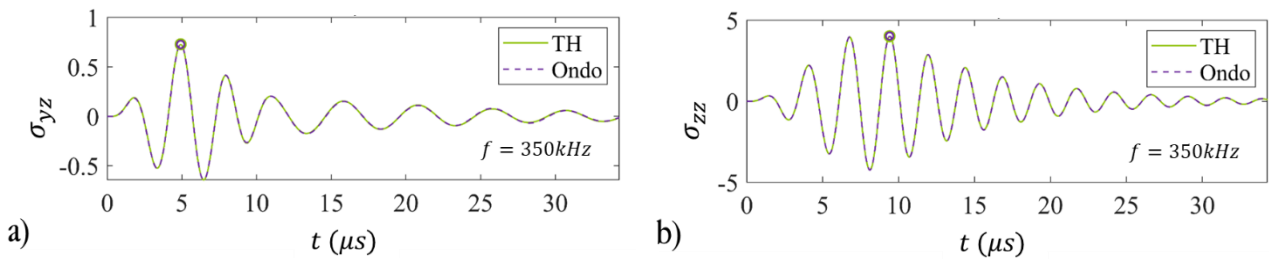


Figure 221.3 Dépendance temporelle des contraintes secondaires au point central d'observation. a) allure de la contrainte tangentielle lorsque la source primaire de contrainte est tangentielle. b) allure de la contrainte normale lorsque la source primaire de contrainte est normale. Comparaison entre la formulation de Thomson Haskell en vert et la méthode éléments finis du code Ondomatic en violet.

Après analyse des résultats, il s'avère que les prédictions de l'allure temporelle des sources de contraintes secondaires obtenues par les deux méthodes de calcul sont en parfaite corrélation. Ces résultats illustrent le fait que le rayonnement d'une contrainte normale ou d'une contrainte transversale avec la même excitation temporelle peut conduire à des formes d'ondes très différentes, ce qui renforce le besoin d'un outil de simulation pour prédire de tels effets.

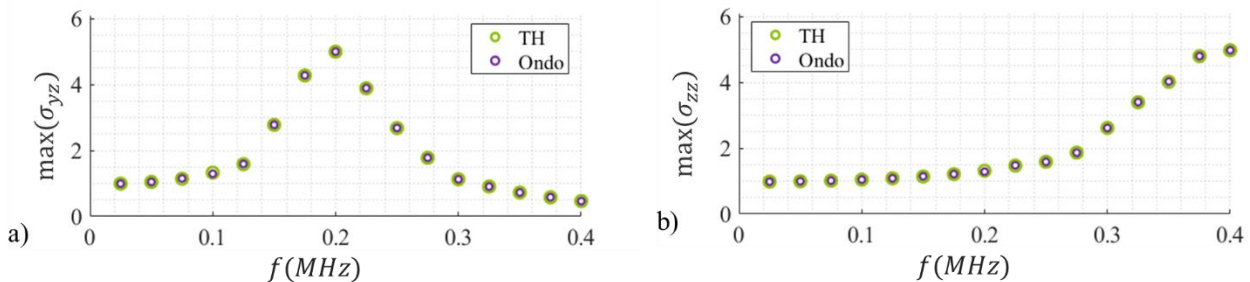


Figure 221.4 Calcul des maxima d'amplitude des sources de contraintes secondaires en fonction de la fréquence. a) pour la contrainte tangentielle engendrée par des sources primaires de contrainte tangentielle. b) pour la contrainte normale engendrée par des sources primaires de contrainte normale.

Ensuite, on réitère les simulations en faisant varier la fréquence et en calculant à chaque fois les maximums d'amplitudes observés sur les signaux temporels [voir figures 221.4 a) et b)]. De plus, on utilise le même code de couleur que précédemment. Ainsi les cercles verts sur les figures 221.4 a) et b) indiquent les maxima prédits par la formulation de TH à 2D, tandis que les cercles violets donnent les résultats prédits par le code éléments finis. Une nouvelle fois, les prédictions sont en parfait accord, et ce, quelle que soit la fréquence considérée. Bien que l'amplitude de la source primaire soit identique dans tous les cas, on peut remarquer que l'amplitude maximale de la source secondaire dépend de la fréquence et peut atteindre des valeurs cinq fois plus élevées que celle de la source primaire pour certaines fréquences. A titre d'exemple, sur les deux formes d'onde présentées figure 221.3, à la fréquence de 350 kHz, celle correspondant à la contrainte tangentielle figure 221.3 a) est d'amplitude inférieure à celle de la contrainte excitatrice. *A contrario*, celle correspondant à la contrainte normale figure 221.3 b) est environ 4,5 fois plus importante que celle de la contrainte excitatrice. On note que dans ce dernier cas, le nombre d'oscillations temporelles est plus important, ce qui semble indiquer un comportement résonant. On peut donc conclure de cette analyse qu'il est indispensable d'avoir un outil numérique pour estimer l'influence de la fréquence sur l'amplitude de la source secondaire.

Dans cette section, on a montré d'une part, que l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 2D est adapté pour prédire une source secondaire de contraintes à partir de sources primaires associées à des ondes planes d'incidence normale dans un tri-couche semi-infini et d'autre part, que la fréquence et la direction de la contrainte imposée ont une forte influence sur l'amplitude et la phase de la source secondaire, et au-delà, sur la dépendance temporelle de cette source dans le cas d'une source primaire ayant une bande passante finie. Il apparaît donc indispensable de disposer d'un tel outil permettant de prédire ces influences. L'étape suivante est de vérifier que l'on peut calculer une source secondaire dans le cas d'une source primaire associée à des ondes planes d'incidence quelconque.

### 2.2.2. Étude de la propagation d'ondes planes d'incidence quelconque associées à une source primaire de contraintes dans un milieu tri-couche à 2D semi-infini.

Dans cette section, nous choisissons de traiter le cas d'une source primaire de contraintes associées à des ondes planes d'incidences quelconques. Par définition, la source primaire est dite associée à des ondes planes d'incidence oblique car elle possède une périodicité spatiale correspondant à celle qu'aurait la projection sur le plan source d'une onde en incidence oblique. La contrainte, source primaire, est donc décrite de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{yz}(y, t) = A_{yz}E(t)\cos(k_y y) \\ \sigma_{zz}(y, t) = A_{zz}E(t)\cos(k_y y), \end{cases} \quad (\text{Eq. 222.a})$$

avec  $A_{yz}$  et  $A_{zz}$  les amplitudes des contraintes,  $k_y$  la pulsation spatiale de la source et  $E(t)$  l'excitation temporelle donnée à l'équation 221.a. Quand  $k_y$  tend vers 0, on se retrouve dans le cas traité précédemment au § 2.2.1, de la propagation d'ondes planes d'incidence normale associées à une source primaire de contraintes dans un milieu tri-couche à 2D semi-infini.

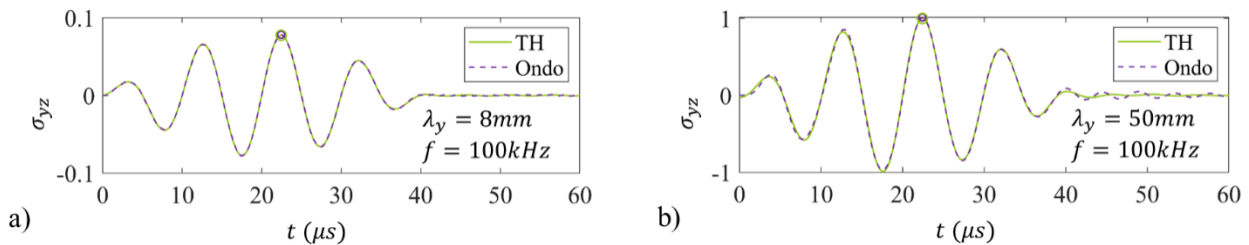
La stratégie de dimensionnement du domaine de calcul pour la modélisation par éléments finis utilisée au § 2.2.1 (dimensions suffisamment grandes, afin de considérer, aux points d'observation et dans la fenêtre temporelle simulée, que l'espace est infini dans la direction  $\vec{y}$  et semi-infini dans la direction  $\vec{z}$ ) ne peut plus être reproduite pour tous les cas en raison d'un coût numérique trop élevé. Outre la contrainte classique sur la longueur d'onde  $\lambda_s = 2\pi/k_s$  de l'onde plane la plus lente, c'est-à-dire l'onde transversale, le maillage est également contraint par la périodicité  $k_y = 2\pi/\lambda_y$  de la source primaire. On n'est évidemment pas sans savoir que le maillage utilisé pour la modélisation par la méthode des éléments finis a un effet direct sur l'espace mémoire occupé lors de la simulation et qu'il circonscrit en plus le pas de temps utilisé. Pour les cas où la longueur d'onde de la périodicité de la source primaire est plus grande que celle de l'onde transversale  $\lambda_y \geq \lambda_s(f)$ , la même stratégie de modélisation que dans la sous-partie 2.2.1 pourrait être employée. Cependant, nous avons fait le choix pour la suite d'utiliser une stratégie de modélisation unique pour toutes les valeurs de  $k_y$ .

Cette stratégie est la suivante : pour réduire l'espace mémoire à occuper quand le maillage est très fin, on décide de diminuer la longueur du PM ainsi que la hauteur de la troisième couche correspondant au guide d'ondes ultrasonores. En outre, afin de pouvoir considérer le domaine de calcul par éléments finis de taille finie comme modèle d'une pièce infinie dans la direction  $\vec{y}$  et semi-infinie dans la direction  $\vec{z}$ , on ajoute des couches parfaitement adaptées dites PML [Berenger\_1994] pour « *Perfectly Matched Layers* » en anglais. La difficulté liée à cette stratégie réside dans le paramétrage des PML. Les PML absorbent en effet l'énergie des ondes incidentes mais peuvent parfois amplifier les ondes réfléchies. Il faut donc trouver le bon compromis entre les facteurs d'amortissement dans la direction  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  et la longueur de ces PML.

En général, les contrôles par ondes guidées (OG) se font principalement à basse fréquence, c'est-à-dire, pour les épaisseurs typiques de pièces industrielles concernées, autour de la centaine de kilohertz. C'est la raison pour laquelle on effectue des vérifications à différentes fréquences autour de cette valeur. Dans ce sens, on a réalisé des simulations aux fréquences respectives suivantes :  $f = 50\text{kHz}$ ,  $f = 100\text{kHz}$  et  $f = 200\text{kHz}$ . Afin de conforter la validité de l'outil numérique basé sur la formulation de TH, on choisit alors un intervalle de la pulsation  $k_y = 2\pi/\lambda_y$  plus grand que les valeurs typiques de nombre d'ondes d'OG que l'on pourrait avoir dans un guide d'ondes ultrasonores. En d'autres termes, cela revient à sélectionner une valeur de  $k_y$  suffisamment petite pour que les ondes planes associées soient suffisamment évanescentes dans la direction  $\vec{z}$  pour pouvoir considérer qu'elles ne traversent pas la première couche.

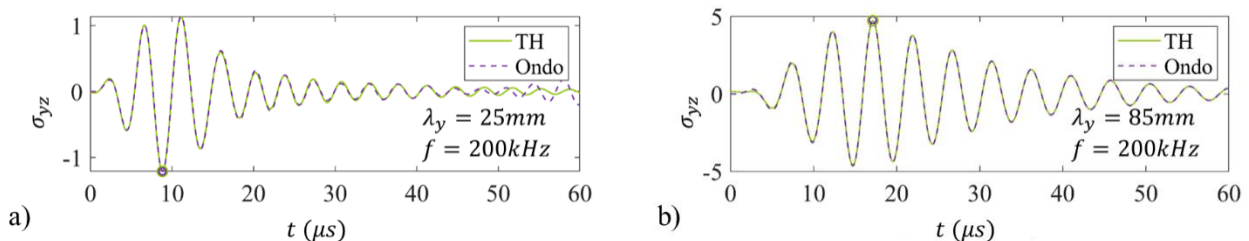
Comme dans la section précédente, on choisit d'étudier séparément l'action des contraintes transverse et normale. Dans le premier cas d'étude, les amplitudes des contraintes valent  $(A_{yz}, A_{zz}) = (1, 0)$  et dans le second  $(A_{yz}, A_{zz}) = (0, 1)$ . Sur les deux cas d'études, on peut remarquer que la variation de  $k_y$  a une forte influence

sur l'amplitude. A titre d'exemple, on remarque que l'amplitude du signal figure 222.2a est presque 13 fois inférieure à celle donnée à la figure 222.2b. dans le cas d'une contrainte transverse avec des longueurs d'ondes de 8mm et 50mm. Une nouvelle fois, on remarque que les résultats des prédictions donnés par les deux méthodes sont en excellent accord même si la modélisation par éléments finis prédit un amortissement moins important que la formulation de TH à 2D sur la figure 222.2b après 40 $\mu$ s. Cette différence doit provenir *a priori* des PML dont l'efficacité n'est pas toujours optimale, mais reste très marginale dans l'ensemble.



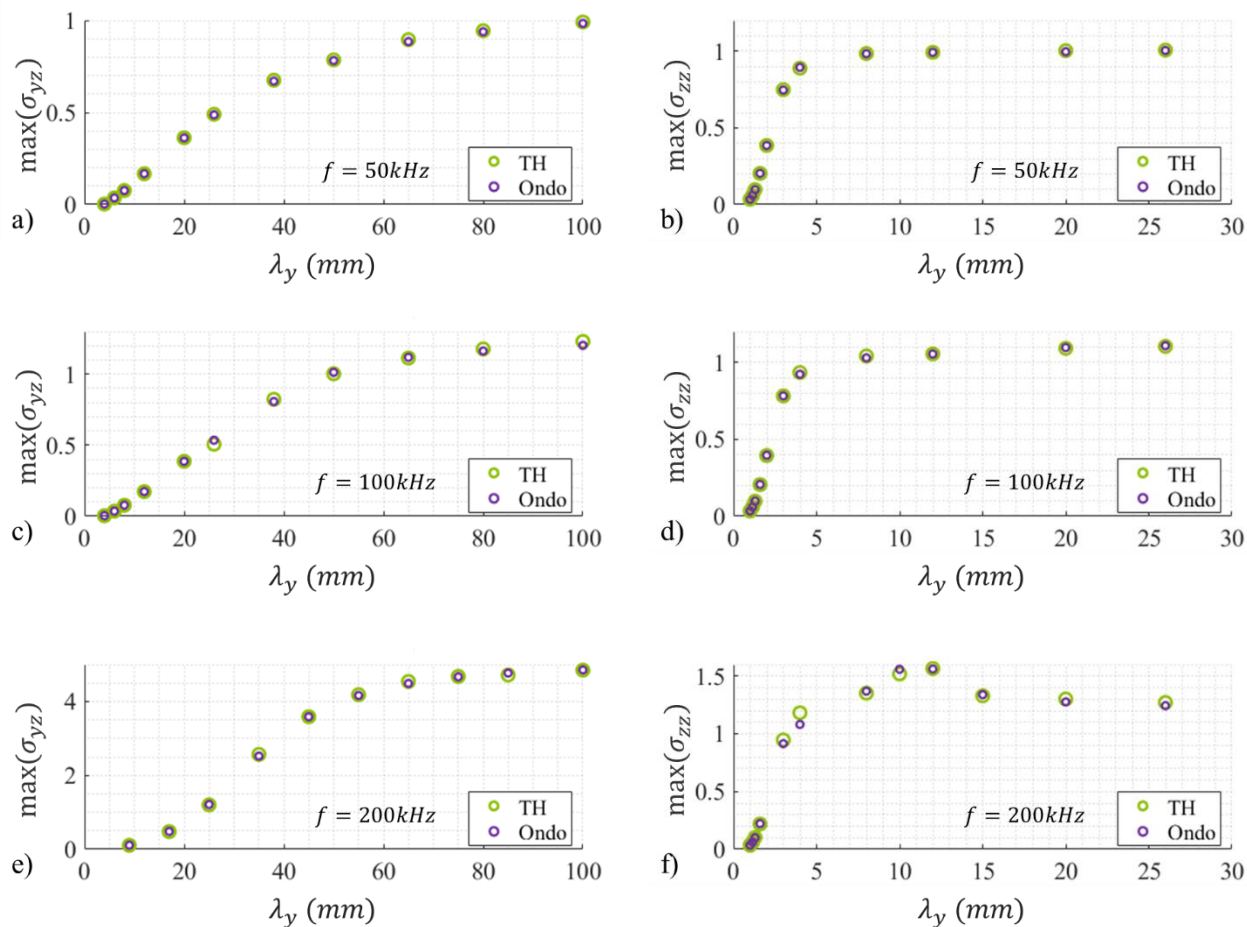
Figures 222.2 Signal de l'excitation temporelle de la source secondaire de contrainte transverse simulée par la méthode éléments finis et la formulation de TH à une fréquence de 100 kHz pour deux longueurs d'ondes : a) 8mm et b) 50 mm.

On choisit ensuite de simuler le cas d'une fréquence où la dépendance temporelle de la source secondaire présente une résonance (cf. les figures 221.4), et ce, toujours pour deux longueurs d'ondes différentes (25 mm et 85 mm). Après analyse des résultats des figures 222.3a et 222.3b, on peut remarquer que la variation du nombre d'onde  $k_y$  exerce une influence sur l'amortissement de cette oscillation. Pour comparer les facteurs d'amortissements, on observe le nombre de périodes nécessaires pour que l'amplitude soit inférieure à un seuil fixé arbitrairement à dix pour cent de l'amplitude maximale. Sur la figure 222.3a, l'amplitude maximale est de 1,22, c'est-à-dire qu'il faut six périodes et demie pour descendre sous le seuil tandis que sur la figure 222.3b, l'amplitude maximale est à 4,77, c'est-à-dire qu'il faut huit périodes pour descendre sous le seuil. Pour obtenir une comparaison plus fine mais non nécessaire, on pourrait extraire l'enveloppe temporelle de ces signaux et comparer leurs facteurs d'amortissements. Comme précédemment, on retrouve une excellente corrélation entre les signaux temporels prédits par la formulation de TH à 2D et par la méthode des éléments finis.



Figures 222.3 Signal de l'excitation temporelle de la source secondaire de contrainte transverse simulée par la méthode éléments finis et la formulation de TH à une fréquence de 200 kHz pour deux longueurs d'ondes : a) 25mm et b) 85 mm.

Par la suite, on réitère les simulations et ce pour différentes fréquences. Les figures 222.4a-f résument l'ensemble des résultats obtenus. Chaque point sur la courbe correspond au maximum d'amplitude du signal temporel de la source secondaire, le code de couleur restant identique aux simulations précédentes. On peut noter l'excellent accord obtenu entre les deux méthodes. On peut remarquer que l'allure des courbes est logique puisque l'amplitude de la contrainte transmise diminue avec le paramètre  $\lambda_y$ , ce qui est logique puisque les ondes sont évanescentes pour les faibles valeurs de  $\lambda_y$ . On constate également qu'à mesure que  $\lambda_y$  augmente on se rapproche du cas précédemment traité dans le §2.2.1.



Figures 222.4 Représentation des amplitudes maximales des signaux temporels des sources secondaires des contraintes transverses a) b) c) et normales d) e) f) en fonction de leurs périodicités spatiales calculées suivant les deux approches (éléments finis et formulation de TH) aux trois fréquences suivantes : 50 kHz, 100 kHz et 200 kHz.

Dans cette section, on a donc montré que l’outil numérique développé avec la formulation de TH à 2D est également adapté pour prédire une source secondaire de contraintes à partir d’une source primaire de contraintes associées à des ondes planes d’incidences quelconques. Il ressort également de cette étude le fait que l’incidence des ondes planes associées à la source primaire a une forte influence sur l’amplitude et la phase de la source secondaire.

### 2.2.3. Conclusions

Suite aux différentes simulations réalisées, on peut donc conclure que l’outil numérique développé avec la formulation de TH à 2D est parfaitement adapté pour prédire une source secondaire de contraintes à partir de sources primaires associées à des ondes planes d’incidence normale et quelconques dans un milieu tri-couche semi-infini. La validité a été démontrée au moyen de comparaisons effectuées avec des résultats simulés avec un code éléments finis temporel, donc reposant sur des calculs très différents de la formulation de TH à 2D. D’un point de vue physique, on a observé que la fréquence, la direction de la contrainte imposée et l’incidence des ondes planes associées à la source primaire ont une forte influence sur l’amplitude et la phase de la source secondaire. Ces dépendances prédites à l’aide de l’outil développé attestent de la nécessité d’avoir recours à une modélisation quantitative des effets de propagation dans le PM.

Cette première étape franchie, il s'agit dorénavant de vérifier si l'on peut également se servir de la formulation de TH à 2D dans un milieu tri-couche semi-infini pour prédire le rayonnement d'OG dans un guide 2D, *i.e.*, un milieu de propagation d'épaisseur finie.

### 2.3. Comparaison des prédictions de rayonnement ultrasonore dans un guide d'onde entre un modèle hybride utilisant une formulation de Thomson-Haskell à deux dimensions reliée à la technique de pinceau modal et un modèle éléments finis.

Afin de pouvoir simuler le rayonnement ultrasonore d'un PM dans un guide d'ondes, il est nécessaire de coupler la formulation de TH à 2D avec le modèle de pinceau modal décrit par [Barras\_2020]. La formulation de TH à 2D sert à déterminer la source secondaire équivalente de contraintes qui s'applique sur la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores lors d'une excitation par un PM, tandis que le modèle de pinceau modal permet grâce à des approximations de l'acoustique géométrique, de calculer la propagation d'OG sur de longues distances plus rapidement qu'avec des modèles numériques classiques. On réfère ici le couplage entre la méthode TH et celle du pinceau modal sous le nom de THxPencil.

Tout l'enjeu de cette section est de s'assurer que les effets des ondes réfléchies à la surface inférieure du guide d'ondes ultrasonores ainsi que celles réfléchies sur les bords du PM peuvent bien être négligés lors de la modélisation du rayonnement ultrasonore dans un guide d'ondes. Cela revient à vérifier que les hypothèses énoncées au début du chapitre pour la formulation de TH à 2D peuvent être utilisées. Afin de vérifier la pertinence de ces hypothèses de modélisation, on choisit de comparer les résultats de simulation de la propagation d'OG par un PM calculés cette méthode Hybride avec ceux d'une modélisation par éléments finis qui ne néglige pas les réflexions. Rappelons ici que le modèle de rayonnement d'OG basé sur la méthode de pinceau modal a déjà fait auparavant l'objet de validations à l'aide du code aux éléments finis Ondomatic [Barras-et-al\_2020].

Le plan de cette étude s'effectuera en deux étapes : dans un premier temps, on s'attachera à confronter les prédictions des deux modèles en utilisant une source primaire périodique et apodisée sur les bords du PM. Puis, dans un second temps et de façon à s'approcher d'un cas plus réaliste, on proposera de simuler la source primaire en s'inspirant cette fois-ci d'une distribution de contraintes générée par une bobine à méandres sur un PM en nickel magnétisé.

La figure 23.1 illustre la géométrie éléments finis (EF) à 2D employée pour simuler le PM de dimensions finies sur un guide d'ondes ultrasonores de 5mm d'épaisseur et de 850mm de longueur. En outre, le tableau 23.1 résume l'ensemble des propriétés des matériaux sélectionnés pour effectuer ces simulations. Soulignons ici que pour mener à bien cette validation, on a choisi d'utiliser le code éléments finis Comsol [COMSOL] plutôt que le code Ondomatic pour une raison purement pratique. Au moment où cette validation a été réalisée, il n'existait pas en effet de version du code Ondomatic permettant de modéliser ce type de géométrie.

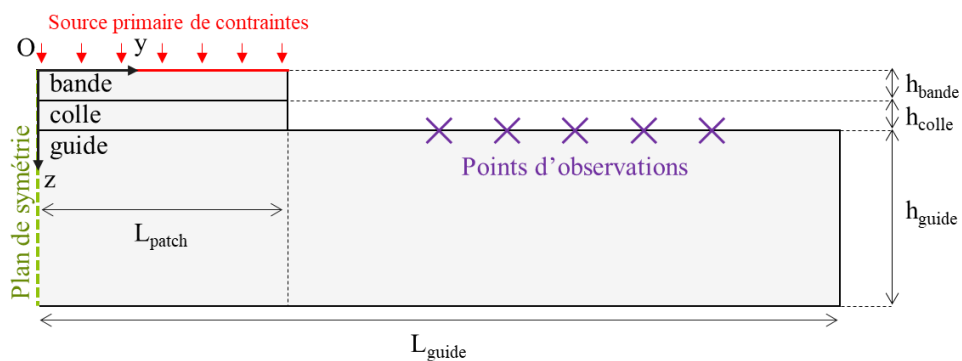


Figure 23.1 Représentation schématique du domaine de calcul éléments finis utilisé pour la simulation de la propagation d'OG.

Afin de diviser par deux l'impact mémoire et par voie de conséquence le temps de calcul pour la simulation, on choisit d'imposer un plan de symétrie sur le domaine de calcul éléments finis à 2D. De plus, on utilise des quadrangles structurés pour le maillage de la géométrie. Notons également que le pas du maillage suivant l'axe  $\vec{y}$  est sélectionné de sorte à être une dizaine de fois inférieur à la longueur d'onde de l'OG la plus lente à la



fréquence centrale, c'est-à-dire à la longueur d'onde du mode antisymétrique d'ordre zéro A0. Suivant l'axe  $\vec{z}$ , une seule couche de quadrangles pour la bande et pour la colle est requise tandis qu'une dizaine de couches sert à discrétiser le guide d'ondes ultrasonores. Le pas de temps est choisi afin de respecter la condition CFL (Courant-Friedrichs-Levy) [Courant-et-al\_1928]. La valeur du pas de temps doit être inférieure au temps de vol de l'onde la plus rapide sur une distance correspondant à la dimension plus petite du maillage. Une fois, le modèle éléments finis mis en place, il est possible de simuler les déplacements particuliers à la surface du guide et donc de comparer les résultats avec ceux prédits à l'aide du calcul de rayonnement par la méthode du pinceau modal.

Il faut toutefois préciser ici que la mise en œuvre de la méthode du pinceau modal est un calcul à 3D puisque le rayonnement d'OG s'effectue dans toutes les directions d'une plaque. Aussi pour que la comparaison quantitative des prédictions faites par les deux modèles soit possible, il est nécessaire de se ramener à un cas 2D. Dans ce sens, on a étendu la source dans la direction  $\vec{x}$  en répétant le motif décrit suivant  $\vec{y}$ . Pour la méthode hybride, le pinceau modal utilise alors les termes de la transformée de Fourier spatiale de la source secondaire aux coordonnées spectrales correspondant aux nombres d'ondes des modes propagatifs dans le guide d'ondes en acier de 5mm. Autrement dit, il suffit de ne calculer avec la formulation de TH à 2D que les composantes spectrales des sources correspondant aux modes qui nous intéressent, i.e. les modes propagatifs du guide à la fréquence considérée. Cela conduit par conséquent à un gain très important de temps de calcul.

	$\lambda$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\rho$ (kg.dm <sup>-3</sup> )	$h$ (mm)
Bande (Nickel)	136.4	83.6	8.9	0.20
Colle (Epoxy)	1.27	0.597	1.17	0.20
Guide (Acier)	146	75.2	7.85	5.0

Tableau 23.1 Description des paramètres et des épaisseurs des matériaux utilisés pour modéliser la bande collée sur le guide d'ondes ultrasonores

### 2.3.1. Étude du rayonnement d'ondes guidées d'une source primaire de contrainte périodique finie dans un guide d'ondes ultrasonores fini.

L'objet de cette section est de vérifier que l'outil numérique utilisant la formulation de TH à 2D est adapté pour le calcul de la source secondaire lorsque le PM est excité par une source primaire de contraintes arbitraire périodique et apodisée sur les bords du PM. Pour rappel, le calcul de la source secondaire équivalente de contraintes est primordial pour prédire le rayonnement d'OG d'un PM collé à la surface du guide d'ondes ultrasonores.

Pour résoudre ce problème, on définit la source primaire de contrainte de la manière suivante :

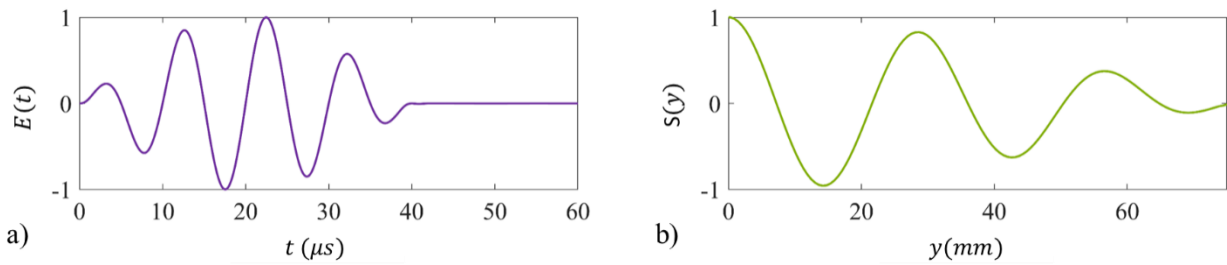
$$\begin{cases} \sigma_{yz}(y, t) = 1/2 E(t) S(y) \\ \sigma_{zz}(y, t) = -E(t) S(y), \end{cases} \quad (\text{Eq. 231.a})$$

avec  $E(t)$  l'excitation temporelle décrite par l'équation 221.b et  $S(y)$  l'excitation spatiale de la source. Cette dernière correspond au produit d'un cosinus de nombre d'onde  $k_y$  et d'une fenêtre de Hanning pour apodiser le cosinus au bord du PM. La figure 231.1b illustre cette fonction sur la demi-longueur du patch. On choisit ici une périodicité correspondant à la longueur d'onde de l'onde Rayleigh pour la source primaire de contrainte. Pour rappel, le nombre d'onde de Rayleigh s'obtient à partir de l'approximation de la vitesse  $V_R$  de ce type d'onde (Eq 231.b) dont la définition est donnée dans l'ouvrage de [Viktorov\_1967].

$$\frac{V_R}{V_T} \cong \frac{0.87+1.12\nu}{1+\nu}, \quad (\text{Eq. 231.b})$$

avec  $V_T$  correspondant à la vitesse de l'onde transverse et  $\nu$  au coefficient de Poisson. Si l'on considère une excitation temporelle  $E(t)$  à  $f = 100\text{kHz}$ , la longueur d'onde de Rayleigh vaut alors  $\lambda_R = 2\pi/k_R \cong 28.8\text{mm}$  en prenant en compte les constantes d'élasticité de l'acier. On choisit la longueur de bande pour avoir 5 périodes

à laquelle on ajoute arbitrairement quelques millimètres de marge soit  $L_{\text{bande}}=76\text{mm}$ , l'idée est que la longueur de la bande permette de contenir la source spatiale.

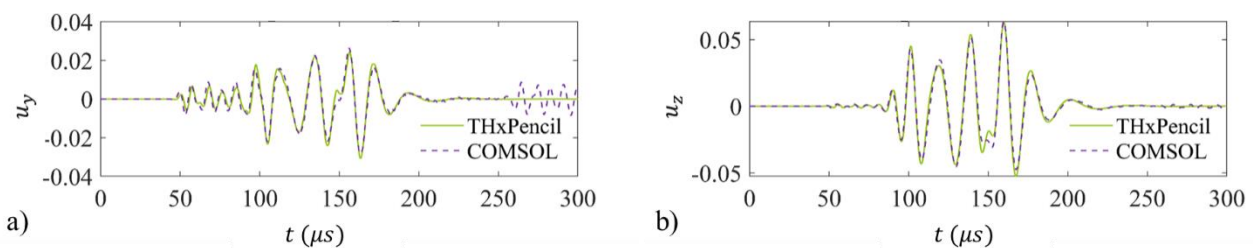


Figures 231.1 Représentation a) de la fonction temporelle  $E(t)$  et b) de la fonction spatiale  $S(y)$  définissant la source primaire de contraintes.

On sait que c'est dans le cas d'une source de périodicité  $k_R$  que les hypothèses de modélisation de l'outil numérique utilisant la formulation de TH seront le plus mis à l'épreuve. En effet, comme on suppose le guide comme semi-infini dans l'outil numérique utilisant la formulation de TH, on a donc des ondes de Rayleigh qui vont se propager. A l'inverse, le guide est bien de dimension finie dans la modélisation par éléments finis, ce qui implique leur absence. Aussi, la source secondaire de contrainte prédite par l'outil numérique utilisant la formulation de TH sera nécessairement différente de celle calculée dans la modélisation par éléments finis. Sachant que le pinceau modal donne un résultat en 3D et que la modélisation par EF est quant à elle en 2D, on normalise l'amplitude des déplacements avec l'énergie du signal temporel  $E_n$  que l'on établit de la manière suivante,

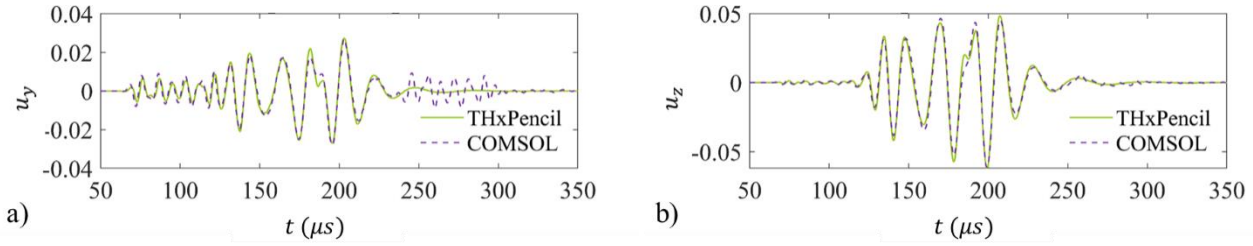
$$E_n^2 = \int (u_z^2 + u_y^2) dt . \quad (\text{Eq. 231.c})$$

Les figures 231.2 a et b montrent les déplacements particuliers  $u_y$  et  $u_z$  obtenus par les deux méthodes hybrides et éléments finis. Les traits pleins verts correspondent aux prédictions du pinceau modal faites à partir de la source secondaire de contraintes calculées avec la formulation de TH à 2D. Les traits en pointillés violets correspondent aux prédictions du modèle EF.



Figures 231.2 Simulation du déplacement particulière à la surface du guide d'ondes ultrasonores à 300mm de l'origine. Comparaison entre les résultats de la méthode hybride formulation de Thomson Haskell/modèle de pinceaux en vert et la méthode des éléments finis du code COMSOL en violet.

Sur ces figures, on remarque que le modèle de TH à 2D prédit bien le décalage temporel entre les sources primaire et secondaire à l'instar des résultats obtenus en section 2.2. Soulignons cependant que les prédictions sont en excellent accord jusqu'à l'instant  $t=250$   $\mu\text{s}$ , temps à partir duquel un paquet non prédit par la méthode hybride « THxPencil » apparaît dans les résultats calculés par la méthode des éléments finis. Ce résultat est logique car on a simulé le rayonnement des OG sans réflexion aux bords du guide avec la méthode hybride « THxPencil », ce qui revient à considérer le guide de dimension infinie. Le paquet d'ondes visible après  $250\mu\text{s}$  est donc bien un paquet réfléchi au bord droit du guide modélisé dans le calcul EF comme le montre la figure 231.3a car le paquet arrive plus tôt.



Figures 231.3 Simulation du déplacement particulière à la surface du guide d’ondes ultrasonores à 400mm de l’origine. Comparaison entre les résultats de la méthode hybride formulation de Thomson Haskell/modèle de pinceaux en vert et la méthode des éléments finis du code COMSOL en violet.

Après analyse des résultats, on voit que l’on est capable de prédire le rayonnement d’OG dans un guide d’ondes ultrasonores à l’aide d’une méthode hybride basée d’une part sur le pinceau modal et d’autre part sur la source secondaire calculée par grâce à la formulation de TH à 2D à partir d’une source de contraintes périodique et apodisée sur les bords du patch. On peut dorénavant s’attaquer au cas d’une source plus complexe.

### 2.3.2. Étude du rayonnement d’ondes guidées dans un guide d’ondes ultrasonores fini par une source primaire de contraintes inspirée d’une bobine à méandres

Pour permettre l’étude d’un cas plus représentatif d’un essai non destructif, l’idée a été de s’inspirer d’une source de contraintes transverses générée par une bobine à méandres. Cette distribution de contrainte a été calculée à l’aide du modèle EMAT développé dans la thèse de [Clausse\_2018]. Plus précisément, ce modèle utilise le champ magnétique dynamique calculé par le module CIVA CF et suppose que la bande est magnétisée suivant l’axe  $\vec{y}$  pour déterminer la distribution de contrainte représentée à la figure 232.1a. On peut également noter que la distance inter-fils de la bobine à méandres est choisie de façon à correspondre à la demi-longueur d’onde de l’OG que l’on souhaite générer. Ainsi, sur la figure 231.1a comme le but était de générer une onde de cisaillement à polarisation horizontale d’ordre zéro SH0 à la fréquence de 80kHz dans une plaque d’aluminium de 3mm, la longueur d’onde sélectionnée est de 44mm.

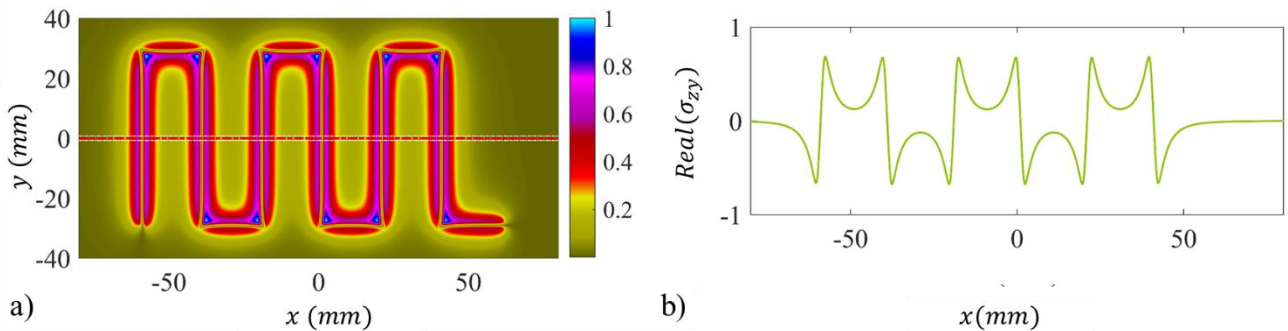


Figure 232.1 a) Distribution selon les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  de la norme de la contrainte  $||\sigma_{yz}||$  à la surface d’une bande magnétostrictive excitée par une bobine à méandres [Cousin-et-al\_2021] b) Distribution de la partie réelle de la contrainte  $Real(\sigma_{yz})$  suivant l’axe  $\vec{x}$  à l’ordonnée  $y = 0$ .

La figure 232.1b montre les variations de la partie réelle de la contrainte  $\sigma_{yz}$  suivant l’axe  $\vec{x}$  afin de rendre plus claire le déphasage de  $\pi$  entre les fils. Pour la modélisation par EF, on s’inspire de cette source en appliquant les variations de la contrainte  $\sigma_{yz}$  à l’axe  $\vec{y}$  car la validation doit être effectuée en 2D comme mentionné au paragraphe 2.3.1. De plus, on modifie également la distance inter-fil de sorte à ce qu’elle corresponde à chaque fois à la demi-longueur d’onde du mode que l’on souhaite exciter dans la plaque [Ribichini-el-al\_2011].

Enfin, on définit la source de contrainte de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{yz}(y, t) = E(t)M_S(y) \\ \sigma_{zz}(y, t) = 0 \end{cases} \quad (\text{Eq. 231.a})$$

avec  $E(t)$  l'excitation temporelle et  $M_S(y)$  l'excitation spatiale inspirée des bobines à méandres.

On peut remarquer que la fonction  $E(t)$  est légèrement modifiée par rapport à l'équation 221.b. Le signal comporte cette fois-ci 6 périodes afin de réduire la bande passante et la fréquence centrale est de 180kHz. On prend comme distance inter-fil la demi-longueur d'onde du mode antisymétrique d'ordre zéro A0 dans l'acier de 5mm, qui à cette fréquence vaut  $\lambda_{A0} = 12.5\text{mm}$ . On adapte la longueur du PM par rapport au nombre de périodes de bobine à méandres, c'est-à-dire que l'on prend autant de périodes que dans l'exemple de la bobine à méandres, et on ajoute quelques millimètres de marge, soit  $L_{\text{bande}}=21\text{mm}$ . Notons ici que la fonction  $M_S(y)$  est composée à l'aide de fonctions dérivables, afin d'éviter des problèmes numériques associés à l'utilisation de méthodes par EF. Les représentations de la dépendance temporelle  $E(t)$  et de la dépendance spatiale  $M_S(y)$  de la source primaire de contraintes sont illustrées respectivement sur les figures 231.2 a) et b).

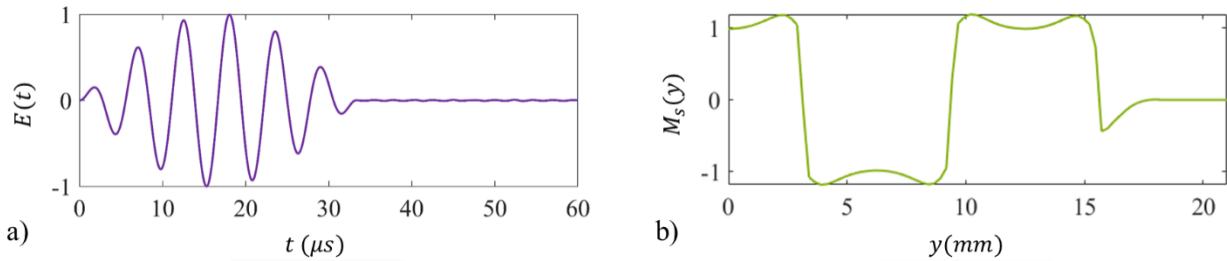


Figure 232.2 Représentations de a) la dépendance temporelle  $E(t)$  et b) de la dépendance spatiale  $M_S(y)$  de la source primaire de contraintes.

On procède ensuite à la simulation et les figures 231.3 a) et b) présentent les deux composantes du déplacement particulière  $u_y$  et  $u_z$  à la surface du guide d'ondes ultrasonores à une distance de 400mm du centre de la source. Le trait plein vert représente les composantes prédites par la méthode hybride « THxPencil » tandis que le trait en pointillé violet illustre les composantes calculées par le code éléments finis. Pour rappel, les amplitudes des signaux ont été normalisées par l'énergie du signal décrit à l'équation 231.c, car la modélisation avec le modèle de pinceau se fait en 3D en étendant la source dans la direction  $\vec{x}$ . Notons également que les signaux obtenus avec la méthode hybride « THxPencil » sont renormalisés de sorte que le premier paquet d'ondes soit en accord avec le résultat éléments finis.

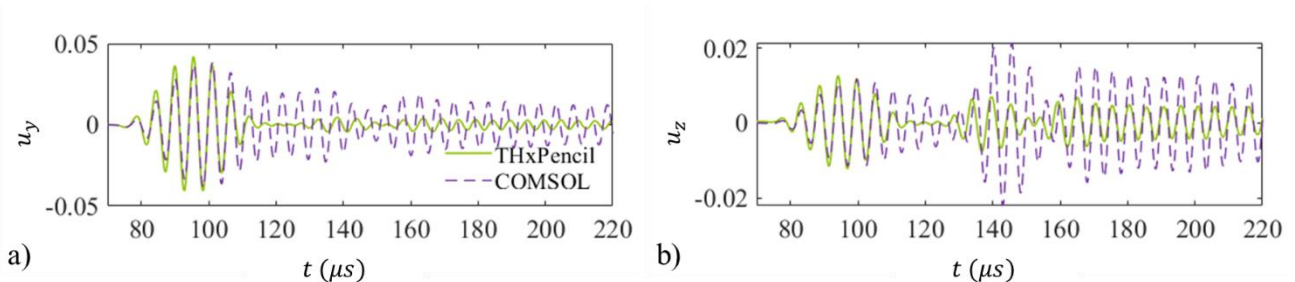


Figure 232.3 Composantes du déplacement particulière a)  $u_y$  et b)  $u_z$  à la surface du guide d'ondes ultrasonore à 400mm de l'origine calculées par la méthode hybride Thomson Haskell/ modèle des pincesaux et par la méthode des éléments finis.

Après observation de la figure 231.3 b), on note tout d'abord que les déplacements suivant  $\vec{z}$  ( $u_z$ ) calculés par les deux méthodes sont en accord pour le premier paquet d'ondes. On remarque également que le second paquet d'onde qui arrive au temps  $t= 130\mu\text{s}$  est quant à lui légèrement décalé. Si on analyse plus finement, le premier paquet d'onde correspond à l'onde guidée symétrique d'ordre zéro  $S_0$ , sa vitesse d'énergie étant de

$5.13\text{mm} \cdot \mu\text{s}^{-1}$  et une potentielle réflexion de ce premier paquet devrait arriver à  $t=255\mu\text{s}$  pour un point d'observation situé à 400mm de la source. Il est donc normal que l'on ne voit donc pas cette réflexion dans la fenêtre temporelle affichée ici. En outre, le premier paquet d'ondes semble également plus amorti dans le cas de la prédiction par la méthode hybride « THxPencil » que dans le cas de la prédiction par la méthode des EF, c'est-à-dire qu'il y a moins d'oscillation. En ce qui concerne les second et troisième paquets, c'est-à-dire ceux correspondant à l'onde guidée antisymétrique d'ordre  $A_0$ , l'amplitude prédite par le code éléments finis est aussi plus élevée que celle prédite par la méthode hybride « THxPencil ». L'analyse des déplacements  $u_y$  suivant  $\vec{y}$  illustrés à la figure 231.3 b), donne les mêmes conclusions, ce qui est logique puisque les modes symétriques et antisymétriques d'ordre zéro résultent des deux composantes de déplacement.

Une explication de la divergence des résultats entre la méthode hybride et la simulation éléments finis vient de notre difficulté à rendre compte des fortes variations spatiales de l'amplitude de la source sur la seconde méthode, car un maillage très fin est nécessaire. Idéalement, il faudrait réduire le pas du maillage au niveau de cette source complexe, un pas spatial plus lâche pouvant être adopté dans les zones de moindre variation (c'est-à-dire en dehors du PM, pour la propagation dans le guide d'ondes ultrasonores) pour limiter le nombre d'éléments. A ce stade, la diminution du pas spatial du maillage régulier que nous avons tentée pour la simulation par éléments finis, jusqu'à saturation de l'espace mémoire, n'a pas permis d'obtenir des courbes comparables et mériterait d'être conduite en s'appuyant sur un serveur de calcul plus puissant. Pour cette même source, nous avons mené d'autres études en faisant varier le paramètre  $L_{\text{bande}}$  ainsi que l'épaisseur du guide afin de confirmer ou non l'influence des réflexions aux différents bords sur la transduction du PM. Les résultats obtenus n'ont pas permis de dégager d'interprétation sur une plausible influence sur la transduction du PM.

### 2.3.3. Conclusions

Dans cette section, on a montré que l'on était capable de prédire le rayonnement d'OG par une source de contraintes arbitrairement périodique et apodisée sur les bords du PM à l'aide du couplage entre la méthode du pinceau modal et une formulation de TH à 2D qui permet le calcul de la source secondaire de contraintes équivalente à la surface du guide d'ondes ultrasonores. Ce résultat valide donc les hypothèses de modélisation pour ce type de source. En revanche, il s'avère que les prédictions des deux modèles du rayonnement d'OG pour le cas d'une source primaire complexe ne se superposent pas complètement. L'efficacité de la modélisation par EF d'une source présentant de fortes variations d'amplitude localement nécessite un maillage adapté, or le maillage régulier réalisé avec le logiciel Comsol ne rend pas correctement compte de la source contrairement à la méthode hybride. Compte tenu de l'étude qui a été menée sur la source simple, et de la complexité à modéliser une source complexe par la méthode EF, on peut conclure que la méthode hybride offre à priori plus de souplesse.

## 2.4. Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, on a proposé et développé une formulation 2D du modèle de Thomson-Haskell (TH) adapté à la modélisation d'un PM collé sur un guide d'ondes ultrasonores. Plus précisément, le PM rayonnant dans une pièce (un guide) est modélisé par une superposition de trois couches (bande, colle, guide d'ondes ultrasonores) infinies dans le plan. Afin de pouvoir réutiliser une même source pour des guides d'épaisseurs différentes, on a fait l'hypothèse que le guide était d'épaisseur infinie de sorte qu'aucune onde réfléchie revenant du fond de la pièce ne vienne perturber le fonctionnement de la source. La formulation de TH consiste alors à construire une matrice de transfert pour chaque couche en reliant l'amplitude des ondes planes qui s'y propagent avec les déplacements particuliers et les contraintes du milieu. Ces matrices de transfert sont ensuite combinées en supposant en contact solide-solide parfait aux interfaces des couches. Une fois la matrice de transfert globale obtenue, il est aisé de déduire la source secondaire à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contrainte à la surface supérieure du PM.

Afin de valider l'outil numérique reposant sur cette formulation de TH à 2D, une comparaison directe avec une simulation par EF effectuée avec le code Ondomatic a été proposée. De cette comparaison ressort comme conclusion principale le fait que les simulations par EF vérifient parfaitement les hypothèses de modélisation et ce, pour des sources associées à des ondes planes d'incidence normale et oblique quelconque à différentes fréquences. On peut également noter qu'au cours de cette étude des phénomènes de résonance ou au contraire des phénomènes de forte atténuation des ondes planes au sein du milieu multicouche ont été observées, ce qui renforce l'intérêt de disposer d'un outil permettant de prédire ces comportements non triviaux.

Fort de ces premiers résultats, on s'est ensuite attaché à vérifier que cette méthode pouvait s'appliquer pour l'étude de rayonnement d'OG d'une source primaire exercée sur un PM de dimensions finies collé sur un guide d'épaisseur finie. Cette étude a été menée d'une part, à l'aide d'un modèle par EF et d'autre part, avec l'outil numérique développé à partir de la formulation 2D de TH couplé avec le modèle de pinceau modal [Barras\_2020]. Dans le cas d'une source simple, les prédictions du rayonnement d'OG sont en excellent accord, ce qui permet de valider les hypothèses de la modélisation du PM pour cette configuration. Nous n'avons pas pu obtenir un accord dans le cas d'une source complexe, mais il s'avère que le maillage mis en œuvre dans la modélisation par EF n'était pas suffisant pour bien rendre compte de la complexité de la source et démontre tout l'intérêt de pouvoir travailler avec une méthode hybride moins gourmande en ressources numériques.

La méthode de TH ayant été validée dans le cas le plus exigeant, c'est-à-dire le cas 2D, on peut donc s'intéresser dorénavant à son extension afin de gérer le cas de sources primaires 3D quelconques. Une nouvelle fois, il s'agira ensuite de coupler cet outil à celui de la méthode du pinceau modal afin de prédire le rayonnement d'OG dans toutes les directions de l'espace.



## CHAPITRE 3

### **Adaptation de la formulation de Thomson-Haskell pour prédire le rayonnement à trois dimensions d'ondes guidées ultrasonores par une source de contraintes élastiques située à la surface supérieure d'une bande magnétostrictive.**

Dans le chapitre 2, nous avons proposé une formulation de Thomson-Haskell à deux dimensions (TH à 2D) couplée avec la méthode des pinceaux [Barras-*et-al*\_2020] afin de prédire le rayonnement ultrasonore dans un guide d'ondes ultrasonores à deux dimensions par une source de contraintes élastiques située à la surface supérieure d'une bande magnétostrictive. L'objectif de ce nouveau chapitre est d'une part, de généraliser la formulation de Thomson-Haskell pour le cas à trois dimensions (TH à 3D) et, d'autre part, d'utiliser cette formulation pour relier le modèle d'EMAT [Clausse\_2018] vu au chapitre 1 avec la méthode du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer [Barras-*et-al*\_2020], c'est-à-dire en champ lointain.

Pour atteindre, cet objectif, nous procéderons en trois temps :

-dans un premier temps, il sera nécessaire de développer une formulation de TH à 3D reposant sur le même formalisme que les modèles d'EMAT et de pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer. Il s'agira en particulier de déduire les composantes de la transformée de Fourier spatiale de la source ultrasonore secondaire à la surface supérieure du guide d'ondes en fonction de celles de la source primaire située à la surface de la bande magnétostrictive.

-dans un second temps, nous nous attacherons à valider l'outil numérique développé à partir de cette formulation de TH à 3D. Pour cela, nous proposerons de comparer les simulations réalisées avec cet outil avec celles effectuées par un calcul éléments finis (Ondomatic). Pour les simulations, on supposera que la source primaire de contraintes élastiques, c'est-à-dire celle située à la surface du patch magnétostrictif (PM) est périodique en temps et en espace. Aussi, la résolution du problème avec la formulation de TH à 3D s'effectuera à l'aide d'une première transformée de Fourier à deux dimensions dans le domaine spatial, et d'une deuxième à une dimension dans le domaine temporel comme suggéré par [Kausel-Roësset\_1981].

- en dernier lieu, il conviendra de vérifier le domaine de validité de la formulation TH à 3D car des singularités peuvent être rencontrées. Une étude de la littérature nous permet de situer notre problème et d'en donner une solution.



### 3.1. Construction d'une formulation de Thomson-Haskell à trois dimensions adaptée pour relier le modèle d'EMAT à celui du pinceau modal.

Le calcul du rayonnement ultrasonore en trois dimensions d'un PM au sein d'une structure nécessite comme expliqué en introduction une méthodologie adaptée : tout l'enjeu est en effet de pouvoir combiner le modèle d'EMAT proposé par [Clausse\_2018] avec celui du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer développé par [Barras-et-al\_2020]. Pour résoudre ce problème, le point essentiel est d'aménager la formulation de TH de façon à coupler les deux modèles précédents dans le cas à trois dimensions.

Pour cela, il est nécessaire de passer par les étapes suivantes :

-En premier lieu, il convient de redétailler le fonctionnement des modèles d'EMAT de [Clausse\_2018] et de pinceau modal de [Barras-et-al\_2020]. La mise en commun de ces méthodes par l'intermédiaire d'une formulation de TH à 3D exige en effet de comprendre comment elles sont élaborées.

-En second lieu, une fois les entrées et sorties nécessaires à chaque méthode définies, il s'agira de construire une formulation de TH à 3D qui permette de les associer.

#### 3.1.1. Rappels sur les méthodes d'EMAT et de pinceau modal et positionnement du problème à résoudre.

Comme cela a déjà été expliqué brièvement dans le chapitre 1, le modèle d'EMAT de [Clausse\_2018] sert à calculer la distribution des contraintes élastiques à la surface supérieure de la bande magnétostrictive. Cette distribution est exprimée dans le référentiel courant de la plateforme logicielle CIVA. La figure 311.1a donne un exemple simulé avec ce modèle de la distribution de la norme de la contrainte surfacique  $\|\sigma_{zy}\|$  à la surface d'une bande magnétostrictive excitée par une bobine à méandres à une fréquence 80kHz. La configuration de la bobine à méandres déjà étudiée dans l'article de [Cousin-et-al\_2021] (en Annexe A) est conçue afin de générer le mode guidé *SH0* (mode guidé de torsion fondamental) à la fréquence de 80kHz dans une plaque d'aluminium d'épaisseur égale à 3mm. Afin d'exciter principalement ce mode, la distance entre deux fils sélectionnée correspond à la demi-longueur d'onde de ce mode à 80kHz, comme suggéré par [Ribichini-et-al\_2011]. La figure 311.1b illustre la norme en dB de la transformée de Fourier spatiale de la contrainte  $\sigma_{zy}$  présentée à la figure 311.1a. Notons également que les trois cercles blancs indiquent les nombres d'ondes des modes fondamentaux dans une plaque d'aluminium d'épaisseur 3mm à la fréquence de 80kHz.

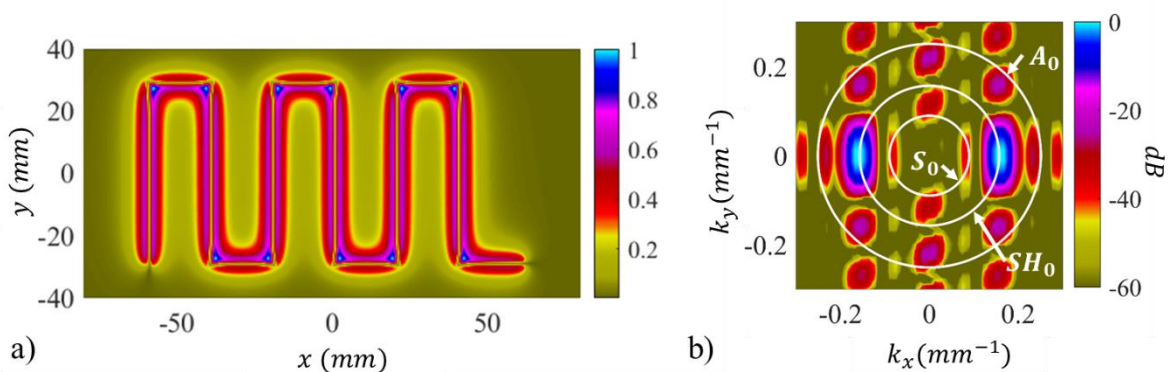


Figure 311.1 a) Distribution de la norme de la contrainte  $\|\sigma_{zy}\|$  à la surface d'une bande magnétostrictive excitée par une bobine à méandres [Cousin-et-al\_2021] b) Norme en dB de  $\|\widehat{\sigma_{zy}}\|$ , la transformée de Fourier spatiale de la contrainte élastique  $\sigma_{zy}$ .

La méthode du pinceau modal quant à elle est une méthode semi-analytique de calcul de propagation d'ondes guidées (OG) ultrasonores qui s'inspire de l'optique géométrique. Par définition, un pinceau est un objet mathématique constitué de rayons ayant pour origine un point source. Ces rayons symbolisent les trajets

d'énergie des ondes guidées ultrasonores existant dans le guide à une fréquence  $f$ . Son application aide donc à prédire les amplitudes des ondes guidées ultrasonores rayonnées par un point source. La méthode du pinceau modal appliquée à une source quelconque de contrainte surfacique se traduit par une intégrale de rayonnement ; c'est pourquoi, comme pour le rayonnement d'ondes de volume, il est possible d'en dériver une forme approchée sous l'approximation de Fraunhofer. Ainsi, sous l'approximation de Fraunhofer, la méthode des pinceaux utilise les composantes de la transformée de Fourier spatiale de la source à la surface du guide d'ondes ultrasonores pour prédire le rayonnement des OG [Barras\_2020].

L'expression des termes de la transformée de Fourier spatiale de la contrainte à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores  $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_{xz}, \hat{\sigma}_{yz}, \hat{\sigma}_{zz})$  en fonction des coordonnées spectrales  $(k_x, k_y)$  et de la fréquence  $f = \omega/2\pi$ , est rappelée ci-dessous :

$$\hat{\sigma}(k_x, k_y, \omega) = \int_t \int_x \int_y \sigma(x, y, t) e^{-i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy, \quad (\text{Eq 311.a})$$

Notons ici que les coordonnées spectrales  $(k_x, k_y)$  correspondent au nombre d'onde  $k_{OG} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  d'une onde guidée ultrasonore dont on doit calculer le rayonnement et que cette OG se propage dans une direction d'énergie précisée par l'angle  $\varphi_{i,c}$ . En général, on trace un rayon central qui part du centre de la source et finit au point de calcul de champ  $r_e$  comme schématisé sur la figure 311.2.

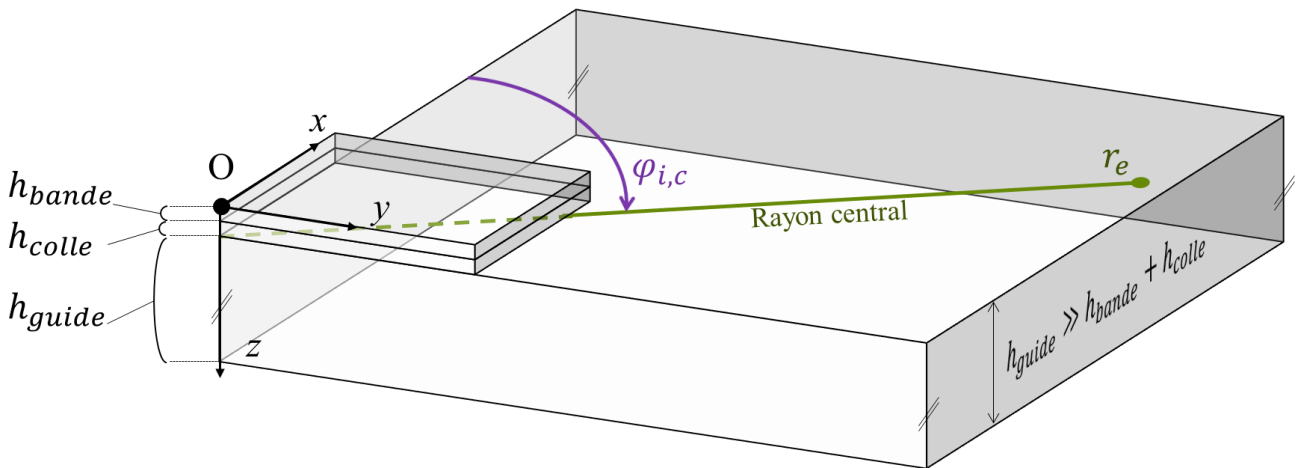


Figure 311.2 Représentation schématique d'un quart de bande magnétostrictive collée sur un guide d'ondes ultrasonores avec en légende le rayon central et l'angle  $\varphi_{i,c}$  associés au point de calcul de champ  $r_e$ .

Des deux modèles précédemment définis, ressort clairement une question : comment calculer l'entrée du modèle de pinceau à partir de la sortie du modèle d'EMAT ? Ce problème revient à être capable de déterminer la source secondaire de contrainte élastique située à la surface du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contraintes élastiques à la surface du patch magnétostrictif : c'est là que se situe tout l'intérêt de la mise en place d'une formulation de TH à 3D.

### 3.1.2. Étude des déplacements particuliers des ondes planes et des contraintes associées dans un solide isotrope 3D.

Afin de construire le modèle de TH à 3D, la première étape requise est de déterminer les déplacements particuliers des ondes planes dans un solide élastique isotrope à 3D ainsi que les contraintes associées. Pour ce faire, la méthode suivie est similaire à celle du chapitre 2, mais cette fois-ci appliquée au cas à trois dimensions. On verra que les nombres d'ondes (mais aussi les vecteurs de polarisation) des ondes planes que l'on va définir dans un solide à 3D sont différents du cas à 2D. Il est plus aisé de partir de la définition des nombres d'ondes et de suivre la méthode plutôt que de construire une troisième dimension à partir de la formulation à 2D que nous avons déjà développée. Il est possible de passer de la formulation à 3D à la formulation à 2D (Annexe B4) plus facilement que l'inverse.

Plus précisément, l'idée est de considérer dans l'équation 311.a que  $\hat{\sigma}(k_x, k_y, \omega)$  la contrainte élastique surfacique à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores comme étant la résultante de trois ondes planes qui se sont propagées depuis la surface supérieure de bande magnétostrictive. On dénombre donc une onde  $P$  pour « *pressure* », une onde  $SV$  pour « *shear vertical* » et une onde  $SH$  pour « *shear horizontal* ». Ces trois ondes planes sont des solutions particulières du déplacement particulière dans un solide élastique isotrope à 3D présentée à l'équation 211.d à une fréquence  $f$  donnée. On impose donc la projection de leurs nombres d'ondes sur le plan  $x\widehat{O}y$  à  $(k_x, k_y)^t$ . On appelle  $k_z^P$  le nombre d'onde suivant l'axe  $\vec{z}$  de l'onde plane  $P$  et  $k_z^S$  celui des ondes planes  $SV$  et  $SH$ . On résume les vecteurs nombre d'onde sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{k}_P^\pm = (k_x, k_y, \pm k_z^P), \\ \mathbf{k}_S^\pm = (k_x, k_y, \pm k_z^S). \end{cases} \quad (\text{Eq. 311.b})$$

Les symboles (-) et (+) servent à différencier les ondes se propageant respectivement vers le haut de celles qui se propagent vers le bas. Leurs nombres d'onde dans la direction  $\vec{z}$  est alors défini par :

$$\begin{cases} k_z^P = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_P^2} - k_y^2 - k_x^2}, \\ k_z^S = \sqrt{\frac{\omega^2}{v_S^2} - k_y^2 - k_x^2}. \end{cases} \quad (\text{Eq. 311.c})$$

NB :il est essentiel de souligner que l'on prendra par la suite toujours la solution avec la partie imaginaire négative afin de garantir que les ondes sont décroissantes dans leur sens de propagation.

À partir des expressions des vecteurs d'ondes et des propriétés géométriques reliant leur nombre d'onde à leur vecteur de polarisation, on définit ensuite les vecteurs de polarisation à l'équation 311.d. L'onde  $P$  dérivant d'un potentiel scalaire  $\phi$  (Eq. 211.e), cela implique que le vecteur de polarisation est colinéaire à la direction de propagation (du nombre d'onde). Les ondes  $S$  dérivent pour leur part d'un potentiel vecteur  $\boldsymbol{\psi}$  (Eq. 211.e) ce qui se traduit par deux polarisations orthogonales à la direction de propagation et donc à leur nombre d'onde. On a ainsi :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_P^\pm = (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t, \\ \mathbf{P}_{SV}^\pm = (\pm k_x k_z^S, \pm k_y k_z^S, -(k_x^2 + k_y^2))^t, \\ \mathbf{P}_{SH}^\pm = (k_y, -k_x, 0)^t. \end{cases} \quad (\text{Eq. 311.d})$$

Les vecteurs de polarisation sont généralement normalisés [Bruneau-Potel\_2006], le facteur de normalisation étant contenu ici dans les amplitudes des ondes planes  $A_P^\pm, A_{SV}^\pm, A_{SH}^\pm$  par souci de simplification. L'équation 311.e permet alors de calculer le déplacement particulière associé à ces ondes planes :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_P^\pm(t, x, y, z) = A_P^\pm (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_P^\pm \cdot \mathbf{r})}, \\ \mathbf{u}_{SV}^\pm(t, x, y, z) = A_{SV}^\pm (\pm k_x k_z^S, \pm k_y k_z^S, -(k_x^2 + k_y^2))^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S^\pm \cdot \mathbf{r})}, \\ \mathbf{u}_{SH}^\pm(t, x, y, z) = A_{SH}^\pm (k_y, -k_x, 0)^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S^\pm \cdot \mathbf{r})}. \end{cases} \quad (\text{Eq. 311.e})$$

Il est aisé ensuite d'exprimer les contraintes à l'aide de la loi de Hooke en milieu isotrope (Eq. 211.b) et des déplacements particuliers (Eq. 311.d). Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à l'annexe **B2** où sont résumés les calculs.

Les déplacements particuliers et les contraintes associées aux ondes planes ultrasonores dans un solide élastique isotrope à 3D étant définis, la prochaine étape concerne dorénavant la construction des matrices de transfert des couches à partir de ces équations.

### 3.1.3. Construction des matrices de transfert dans un solide élastique isotrope à 3D.

Le but ici est de construire les matrices de transfert de la formulation de TH dans un solide élastique isotrope à 3D à partir des équations de déplacement particulière des ondes planes et des contraintes associées. Ces matrices de transfert sont essentielles car elles nous serviront ensuite à simuler la propagation de ces ondes planes au sein du milieu tri-couche à 3D.

Pour rappel et comme cela a déjà été indiqué au chapitre 2, les matrices de transfert se définissent à partir des vecteurs d'états. Le premier vecteur contraintes-déplacements contient les déplacements et les contraintes continues aux interfaces des couches soit :

$$(\hat{\mathbf{u}} \ \hat{\boldsymbol{\sigma}})^t = (\hat{u}_x \ \hat{u}_y \ \hat{u}_z \ \hat{\sigma}_{xz} \ \hat{\sigma}_{yz} \ \hat{\sigma}_{zz})^t. \quad (\text{Eq 312.a})$$

tandis que le second vecteur contient les amplitudes des ondes planes soit :

$$\mathbf{A} = (A_P^+ \ A_P^- \ A_{SV}^+ \ A_{SV}^- \ A_{SH}^+ \ A_{SH}^-)^t. \quad (\text{Eq. 312.b})$$

Ajoutons ici que l'on considère un contact solide-solide parfait entre ces couches, ce qui revient à imposer la continuité des déplacements particulières  $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z)^t$  mais aussi celle des contraintes élastiques  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_{xz}, \hat{\sigma}_{yz}, \hat{\sigma}_{zz})^t$  aux interfaces. Ainsi, les équations du déplacement particulière dans un matériau en fonction des amplitudes des ondes planes peuvent alors être réécrites sous forme matricielle, telle que :

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{pmatrix}_z = \begin{pmatrix} k_x g_P & \frac{k_x}{g_P} & k_x k_z^S g_S & -\frac{k_x k_z^S}{g_S} & k_y g_S & \frac{k_y}{g_S} \\ k_y g_P & \frac{k_y}{g_P} & k_y k_z^S g_S & -k_y \frac{k_z^S}{g_S} & -k_x g_S & -\frac{k_x}{g_S} \\ k_z^P g_P & -\frac{k_z^P}{g_P} & -(k_x^2 + k_y^2) g_S & -\frac{k_x^2 + k_y^2}{g_S} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{A}_{z_0}, \quad (\text{Eq. 312.c})$$

avec  $g_P$  et  $g_S$  représentant respectivement les termes  $e^{-ik_z^P(z-z_0)}$  et  $e^{-ik_z^S(z-z_0)}$ .

Une écriture matricielle équivalente en fonction des amplitudes des ondes planes est donc également déduite pour les équations des contraintes continues à l'interface entre deux couches. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{xz} \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix}_z = \begin{bmatrix} -2i\mu k_x k_z^P g_P & 2i\mu k_x k_z^P / g_P & -i\rho k_x B g_S & -i\rho k_x B / g_S & -i\mu k_y k_z^S g_S & i\mu k_y k_z^S / g_S \\ -2i\mu k_y k_z^P g_P & 2i\mu k_y k_z^P / g_P & -i\rho k_y B g_S & -i\rho k_y B / g_S & i\mu k_x k_z^S g_S & -i\mu k_x k_z^S / g_S \\ -i\rho B g_P & -i\rho B / g_P & 2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) g_S & -2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) / g_S & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{A}_{z_0}, \quad (\text{Eq. 312.d})$$

avec  $\mu$ ,  $\lambda$  représentant les constantes de Lamé,  $\rho$  la densité du matériau et  $B = \omega^2 - 2v_S^2(k_x^2 + k_y^2)$  correspondant à une variable de simplification.

La fusion des deux matrices (Eq. 312c & Eq. 312d) en considérant le vecteur d'état  $(\hat{\mathbf{u}} \ \hat{\boldsymbol{\sigma}})^t = (\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z, \hat{\sigma}_{xz}, \hat{\sigma}_{yz}, \hat{\sigma}_{zz})^t$  permet de faire apparaître la première matrice de transfert  $D_m$  où l'indice  $m$  fait référence au matériau choisi,

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_z = D_m(z - z_0) \mathbf{A}_{z_0}. \quad (\text{Eq. 312.e})$$

La matrice  $D_m$  permet de déduire le vecteur d'état déplacements-contraintes à l'altitude  $z$  sachant que des ondes planes d'amplitudes données se sont propagée sur une distance  $z - z_0$  depuis l'altitude  $z_0$ . De la même manière que dans le chapitre 2, on construit une seconde matrice de transfert  $E_m$  que l'on inverse de sorte à relier le vecteur d'amplitudes  $\mathbf{A}$  et le vecteur contraintes-déplacements à une même altitude,

$$\mathbf{A}_{z_0=z} = E_m^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_{z=z_0}. \quad (\text{Eq. 312.f})$$

La matrice  $E_m^{-1}$  autorise la conversion du vecteur d'état déplacements-contraintes au vecteur d'état contenant les amplitudes des ondes planes à une même altitude. On relie ensuite au sein d'une même couche les vecteurs contraintes-déplacements située à l'altitude  $z_0$  avec ceux localisé à l'altitude  $z$  à partir des deux matrices de transfert données aux (Eq. 312.e et Eq. 312.f. On obtient donc :

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_z = L_m(z - z_0) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_{z_0}. \quad (\text{Eq. 312.g})$$

avec  $L_m(z - z_0) = D_m(z - z_0)E_m^{-1}$  représentant la matrice de transfert de la couche.

Les expressions des différentes matrices de transfert  $D_m$ ,  $E_m^{-1}$  et  $L_m$  sont présentées en annexe **B3** et le lecteur intéressé pourra donc s'y référer

Les matrices de transfert de la formulation de TH pour une couche d'un solide élastique isotrope à 3D étant déterminés, la prochaine étape consiste à combiner toutes les couches du système étudié entre elles afin de simuler la propagation des ondes planes.

### 3.1.4. Propagation d'ondes planes dans un milieu tri-couche à 3D semi-infini.

Pour simuler la propagation d'ondes planes dans un milieu tri couche à 3D, on s'appuie sur la même représentation que celle donnée par la figure 213.1 du chapitre 2. Sur cette figure, on assimile la bande collée sur le guide d'ondes ultrasonores comme un milieu tri-couche composé d'une première couche correspondant à la bande magnétostrictive, une seconde couche à la colle et une dernière couche au guide d'ondes ultrasonores.

À l'instar de ce qui a été fait dans le chapitre 2 dans le cas à deux dimensions, la démarche ensuite est d'exprimer les matrices de transfert  $L_m$  à la fois pour la bande et pour la colle, puis de les combiner en appliquant l'hypothèse de contact solide-solide parfait énoncée à la section précédente. Grâce à ce calcul, il est alors possible de relier les vecteurs contraintes-déplacement de la surface supérieure de la bande magnétostrictive à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores,

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_{h_{bande}+h_{colle}} = L_{colle}(h_{colle})L_{bande}(h_{bande}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_0. \quad (\text{Eq. 313.a})$$

Notons toutefois que pour transformer une source primaire de contraintes élastiques à la surface supérieure de la bande magnétostrictive en une source secondaire à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores, l'équation 313.a ne suffit pas car le système est sous déterminé. Une nouvelle fois, on prend comme hypothèse (voir chapitre 2) pour la condition aux limites CL que le guide d'ondes ultrasonores est un milieu semi-infini, ce qui équivaut à considérer qu'il n'y a pas de réflexion qui proviennent du fond du guide d'ondes, leurs amplitudes étant nulles. Ainsi, on obtient l'expression suivante :

$$\mathbf{A}_{h_{bande}+h_{colle}} = H^{SI} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_0, \quad (\text{Eq. 313.b})$$

avec  $H^{SI} = E_{guide}^{-1}L_{colle}(h_{colle})L_{bande}(h_{bande})$ .

On réécrit ensuite le système en ne conservant que les lignes où les amplitudes des ondes réfléchies par le fond du guide d'ondes ultrasonores sont nulles de sorte que :

$$\begin{pmatrix} A_p^- = 0 \\ A_{SV}^- = 0 \\ A_{SH}^- = 0 \end{pmatrix}_{h_{bande}+h_{colle}} = \begin{bmatrix} H_{21}^{SI} & H_{22}^{SI} & H_{23}^{SI} & H_{24}^{SI} & H_{25}^{SI} & H_{26}^{SI} \\ H_{41}^{SI} & H_{42}^{SI} & H_{43}^{SI} & H_{44}^{SI} & H_{45}^{SI} & H_{46}^{SI} \\ H_{61}^{SI} & H_{62}^{SI} & H_{63}^{SI} & H_{64}^{SI} & H_{65}^{SI} & H_{66}^{SI} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix}_0. \quad (\text{Eq. 313.c})$$

Puis on inverse le système que l'on vient d'écrire afin d'obtenir les déplacements en fonction des contraintes à la surface supérieure de la bande magnétostrictive sachant que le guide d'ondes ultrasonores est un milieu semi-infini,

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{pmatrix}_{z=0} = - \begin{bmatrix} H_{21}^{SI} & H_{22}^{SI} & H_{23}^{SI} \\ H_{41}^{SI} & H_{42}^{SI} & H_{43}^{SI} \\ H_{61}^{SI} & H_{62}^{SI} & H_{63}^{SI} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{24}^{SI} & H_{25}^{SI} & H_{26}^{SI} \\ H_{44}^{SI} & H_{45}^{SI} & H_{46}^{SI} \\ H_{64}^{SI} & H_{65}^{SI} & H_{66}^{SI} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{xz} \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix}_{z=0}. \quad (\text{Eq. 313.d})$$

Une fois cette opération effectuée, on dispose dorénavant du vecteur contraintes-déplacements complet à la surface supérieure de la bande magnétostrictive. Il ne reste plus qu'à utiliser l'équation 313.a pour obtenir la source secondaire de contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contraintes élastiques à la surface supérieure de la bande magnétostrictive.

### 3.1.5. Conclusions

Dans cette partie, la problématique était de proposer une formulation de TH à 3D adaptée afin d'associer le modèle d'EMAT avec le modèle du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer. Comme le modèle du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer s'appuie sur les composantes de la transformée de Fourier spatiale de la source ultrasonore à la surface supérieure du guide d'ondes, nous avons tout naturellement utilisé ce formalisme également pour la formulation de TH. En conséquence, nous avons choisi tout d'abord de définir les nombres d'ondes des trois ondes planes dans un matériau élastique isotrope à 3D de façon à ce que leur projection corresponde aux composantes de la transformée de Fourier spatiale de la source secondaire à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores. Une fois connu les nombres d'ondes et les polarisations de ces ondes planes se propageant dans le milieu élastique isotrope, il a été aisé de déterminer les déplacements particuliers et les contraintes élastiques associées à leur propagation. A partir de ces équations, on a ensuite construit successivement les matrices de transfert d'une couche puis celles du système complet en supposant un contact solide-solide parfait et en intégrant les conditions aux limites nécessaires. Enfin, on est arrivé à une formulation de TH à 3D qui nous permet de calculer directement la source secondaire de contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contraintes élastiques à la surface supérieure de la bande magnétostrictive.

### 3.2. Validation de l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 3D

Le but de cette partie est de valider quantitativement l'outil numérique développé à l'aide de la formulation de TH à 3D. L'idée est de choisir comme cas d'étude, celui du rayonnement ultrasonore d'une source primaire de contraintes arbitraires dans un tri-couche semi-infini à 3D puis de comparer les résultats de simulations obtenus par la formulation de TH à 3D avec ceux calculés par la méthode des EF. Notons de façon plus précise, que la source primaire est inspirée de la distribution de contraintes élastiques générée par une bobine à méandres sur une bande magnétostrictive.

#### 3.2.1. Présentation de l'étude par la méthode des éléments finis du rayonnement d'une source primaire de contraintes arbitraire dans un milieu tri-couche semi-infini à 3D.

Au préalable, il convient de rappeler que dans le paragraphe §2.3.2 du deuxième chapitre, l'étude par EF du rayonnement d'OG dans un guide à 2D par une source primaire inspirée d'une bobine à méandres n'a pas donné de résultats satisfaisants ou en tout cas des résultats comparables avec ceux de la formulation de TH à 2D en raison d'un maillage vraisemblablement pas suffisamment fin. Fort de cette expérience, nous avons choisi pour cette partie d'utiliser le logiciel EF Ondomatic développé au CEA LIST puisque l'outil de maillage est plus facilement maîtrisable que celui associé au logiciel COMSOL, et nous permet par conséquent une modélisation précise de la géométrie de la source.

Intéressons-nous dans un premier temps à la modélisation de la source sous le logiciel Ondomatic. Pour cela, on la définit en suivant le motif élémentaire d'une bobine à méandres. Ce motif élémentaire qui est illustré sur la figure 321.1 peut d'ailleurs être répété plusieurs fois si l'on souhaite simuler une source contenant plusieurs méandres. Chaque sous-domaine  $\Gamma^0, \Gamma_1, \Gamma_2$  de ce motif élémentaire est paramétrable indépendamment des autres : c'est-à-dire qu'on peut imposer une contrainte élastique différente selon chaque sous domaine et les contraintes élastiques imposées sont ensuite apodisées aux frontières des domaines. Notons également que les dimensions du motif  $E, \ell$  et  $W$  sont modulables : en effet, le maillage sous le logiciel Ondomatic est programmé de façon à garantir la convergence du calcul par éléments finis.

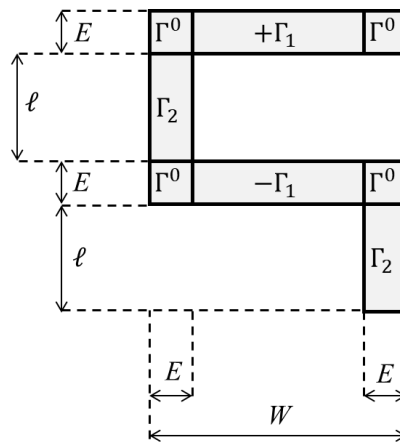


Figure 321.1 Représentation schématique par morceaux du motif élémentaire de la source primaire.

Dans notre cas, on choisit d'appliquer la contrainte élastique suivant la direction du motif élémentaire, ce qui revient à imposer principalement des contraintes tangentielles d'amplitude constante parallèlement aux fils, même si on peut observer également par cette méthode la génération de contraintes normales ponctuelles d'amplitudes plus faibles à l'intersection des morceaux du motif élémentaire. La figure 321.2 donne à titre d'exemple la distribution des trois composantes de la contrainte, c'est-à-dire les composantes tangentielles  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}$  et également la contrainte normale  $\sigma_{zz}$ . Précisons ici que les cartographies d'amplitude réalisées illustrent l'amplitude maximale en chaque point et que la fréquence centrale du signal d'excitation est égale à 50kHz.

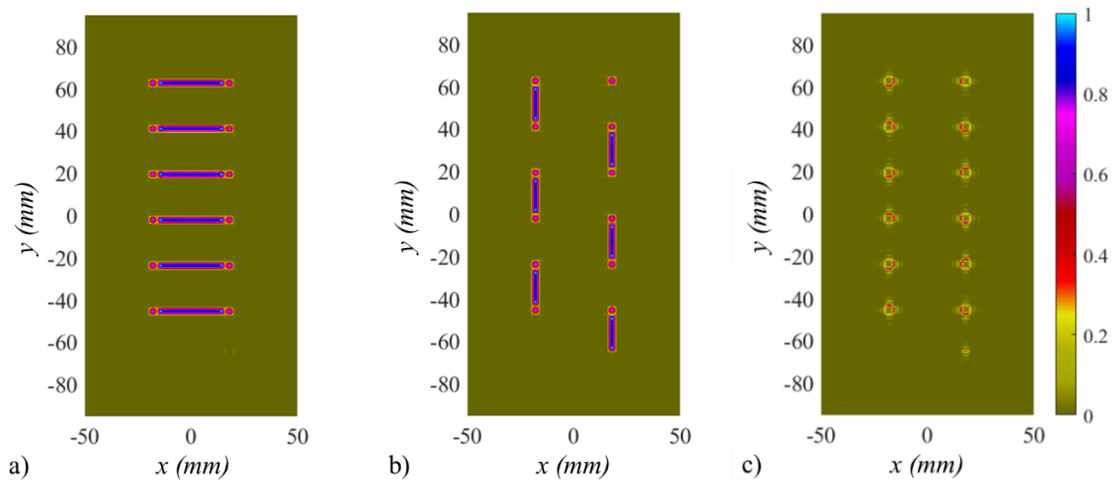


Figure 321.2 Distributions en valeurs absolues des contraintes à la surface supérieure de la bande magnétostrictive pour une fréquence de 50kHz : a) contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ , b) contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$ , c) contrainte normale  $\sigma_{zz}$ .

Pour étudier le rayonnement de la source primaire, on ajoute également des *PML* afin de considérer le domaine de calculs éléments finis comme infini dans la direction  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  et semi-infini dans la direction  $\vec{z}$ . Cette représentation de la géométrie EF avec les *PML* est illustrée sur les figures 321.3a et 321.3b à l'aide respectivement des vues de dessus et de côté.

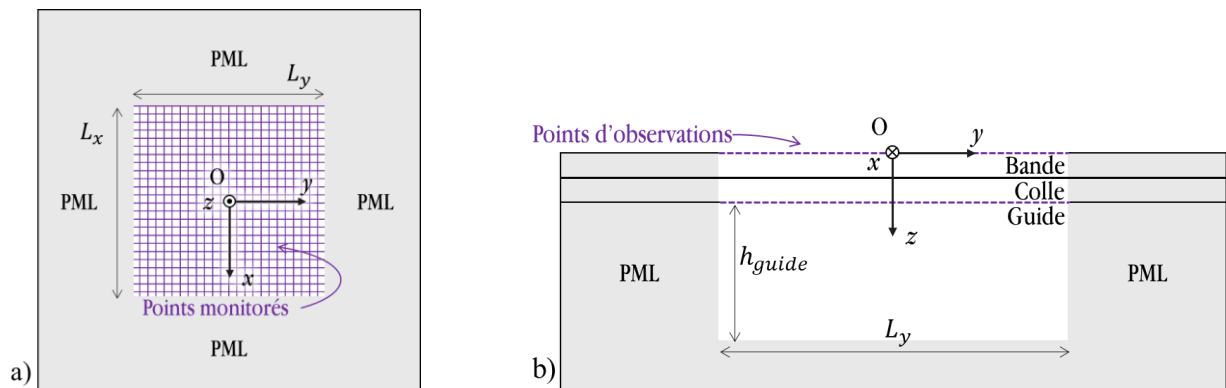


Figure 321.3 Représentation schématique des *PML* a) vue de dessus, b) vue de côté.

Le domaine de calcul par éléments finis étant prêt à l'emploi, on peut dorénavant comparer les résultats de simulation obtenus avec ceux de la formulation de TH à 3D.

### 3.2.2. Comparaison des résultats de simulation du modèle par EF et de la formulation de TH à 3D

L'enjeu de cette sous-partie est de vérifier la validité de l'outil numérique développé sur la base de la formulation de TH à 3D en proposant une confrontation de ses résultats avec ceux obtenus par la méthode des éléments finis.

Pour que la comparaison soit la plus précise possible, il convient d'utiliser dans les deux cas la même source primaire à la surface du guide d'ondes ultrasonores, c'est pourquoi on choisit d'imposer comme source primaire celle simulée par la méthode des EF sur la figure 321.2. Plus précisément, la distribution spatiale des contraintes élastiques de la source primaire à la surface supérieure de la bande magnétostrictive est extraite en s'appuyant sur une grille de points dont le pas spatial est régulier suivant les deux directions du plan. Une fois cette distribution obtenue, une double transformée de Fourier discrète est appliquée dans les domaines temporel et



spatial afin de déterminer les composantes de Fourier spatiales et temporelles de la source primaire. L’outil numérique développé pour la formulation de TH à 3D nous permet ensuite de déduire les composantes spatiales et temporelles de Fourier discrètes de la source secondaire à la surface supérieure du guide d’ondes ultrasonores. Il suffit alors d’appliquer des transformées de Fourier discrètes temporelle et spatiale inverses pour trouver la distribution temporelle et spatiale de la source secondaire. La figure 322.1 illustre les résultats obtenus. Comme on peut le voir, l’outil numérique basé sur la formulation de TH à 3D donne la distribution des trois composantes de contraintes élastiques en valeur absolue à la surface supérieure du guide d’ondes ultrasonores à l’instant où l’amplitude est maximale.

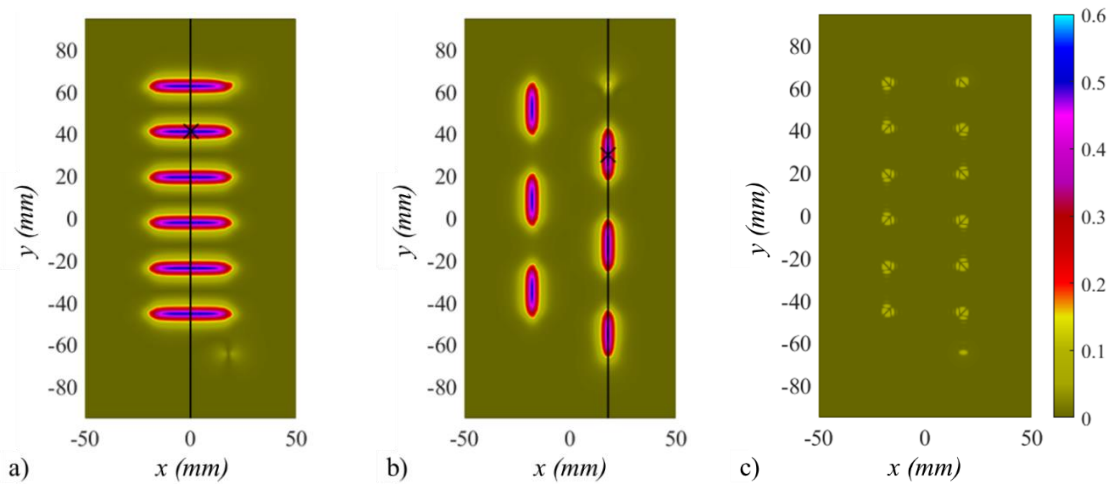


Figure 322.1 Distributions en valeur absolue des contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d’ondes ultrasonores à  $t=25\mu s$ , obtenues avec l’outil numérique basée sur la formulation de TH à 3D : a) contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ , b) contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$ , c) contrainte normale  $\sigma_{zz}$ .

A titre de comparaison, la figure 322.2 montre la même distribution calculée par la méthode des éléments finis. Après analyse des deux figures, on remarque que les résultats obtenus sont en excellent accord pour les trois composantes de contraintes élastiques. Autre point observé, la propagation à travers la bande magnétostrictive et la colle semble lisser les contraintes lorsque l’on passe de la source primaire à la source secondaire. Ceci est cohérent avec les observations qui ont déjà été faites au §2.2.2, les hautes fréquences spatiales sont plus atténuées que les basses fréquences spatiales ; le passage des trois couches à un effet de passe-bas.

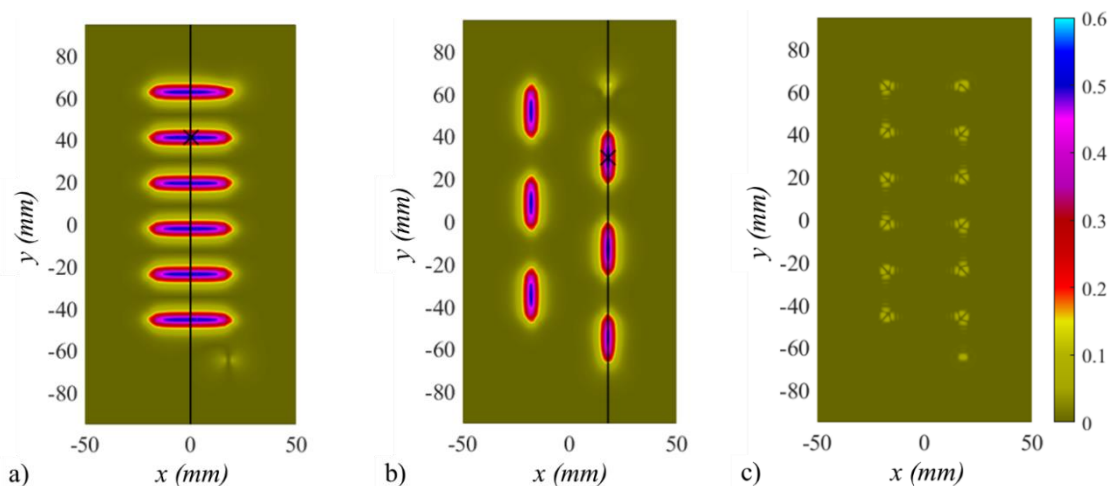


Figure 322.2 – Distributions en valeur absolue des contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d’ondes ultrasonores à  $t=25\mu s$ , obtenues avec le logiciel éléments finis Ondomatic. a) contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ , b) contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$ , c) contrainte normale  $\sigma_{zz}$ .

Des cartographies de contraintes élastiques à 3D précédentes, on peut aisément extraire une coupe à une position selon  $x$  fixée. A titre d'exemple, notre choix s'oriente pour les contraintes élastiques tangentielle  $\sigma_{xz}$  et  $\sigma_{yz}$  le long des deux lignes noires apparaissant sur les cartographies de la figure 322.2. Afin de faciliter une comparaison quantitative, on propose ensuite de superposer sur la figure 322.3 les prédictions données par la formulation de TH à 3D avec celles obtenues avec le logiciel EF Ondomatic.

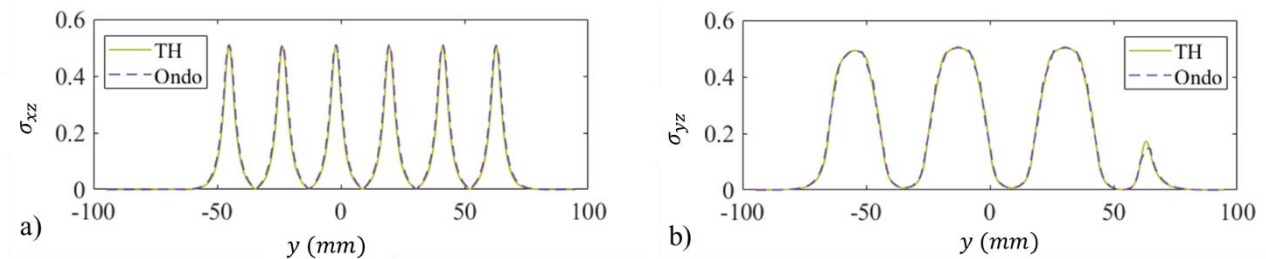


Figure 322.3 Superposition des prédictions de contraintes élastiques à  $t=25\mu s$  obtenues avec d'une part, la méthode basée sur la formulation de TH à 3D et d'autre part, avec le logiciel EF Ondomatic pour les deux lignes noires indiquées sur les figures précédentes 322.1 & 322.2 : a) contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ , b) contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$ .

Sur les figures 322.2a et 322.2b, on sélectionne deux points, de façon à tracer cette fois-ci les amplitudes des contraintes élastiques tangentielle  $\sigma_{xz}$  et  $\sigma_{yz}$  en fonction du temps. Les résultats sont présentés sur les figures 322.4a et 322.4b. Après analyse des courbes, on constate à nouveau la parfaite concordance des deux approches.

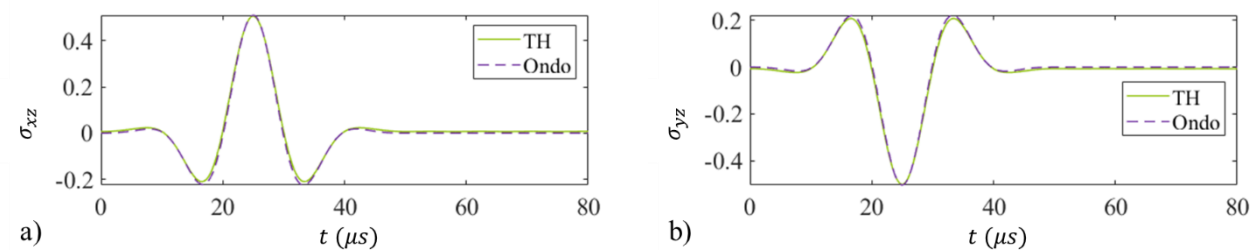


Figure 322.4 Signaux temporels de la contrainte aux points d'observations montrés à la figure 322.2 par une croix a) contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ , b) contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$ .

Le cas d'étude choisi semble démontrer que l'outil numérique développé à partir de la formulation de TH à 3D fonctionne puisque les résultats obtenus concordent parfaitement avec ceux simulés à partir des éléments finis. Néanmoins, pour que cette validation soit complète, il convient également de s'intéresser aux singularités qui peuvent apparaître dans le calcul lorsque l'on couple cette formulation de TH à 3D avec le modèle du pinceau modal. En effet, contrairement au cas où l'on utilise la formulation de TH seule et pour lequel la transformée de Fourier rapide nous fait éviter des nombres d'ondes où les matrices de transfert peuvent être singulières, des singularités peuvent apparaître lors du couplage des deux méthodes. Pour que la solution proposée soit entièrement satisfaisante, il est nécessaire que le calcul puisse être effectué y compris pour des nombres d'onde pour lesquels la formulation de TH n'admet pas de solution. C'est ce point que nous proposons de regarder dans la section suivante.

### 3.3. Solution développée pour résoudre le problème des singularités de la formulation de TH à 3D

L'objectif est de traiter les singularités qui peuvent être rencontrées lors de l'utilisation de l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 3D. Pour résoudre ce problème, on va dans un premier temps rappeler la littérature existante sur le sujet pour bien positionner le problème qui nous concerne. Dans un deuxième temps, on va montrer qu'ajouter une faible atténuation dans la couche représentant le guide d'ondes ultrasonores permet d'éloigner les singularités. Puis, dans un troisième temps, on va valider, en reprenant la méthodologie du §2.2.2, la méthode mise en œuvre pour éviter les singularités. Soulignons ici le fait que ce qui motive cette démarche en particulier, c'est une singularité située précisément là où le calcul doit être fait pour prédire le rayonnement du mode ultrasonore guidé  $SH_0$ .

#### 3.3.1. Rappel des travaux de la littérature et positionnement de la problématique

Tout d'abord, il est important de souligner que les singularités que l'on trouve en utilisant les formulations de TH sont parfaitement connues. Ces singularités sont en effet repérées lorsque l'on établit notamment les courbes de dispersion de modes ultrasonores dans des milieux stratifiés. Pour le lecteur intéressé, un état de l'art complet de ces méthodes de calcul de courbes de dispersions est proposé dans l'article de [Lowe\_1995].

Au-delà des questions posées par ces singularités, la littérature traite également de la problématique de stabilité numérique des formulations de TH connue sous le nom de « *large fd problem* » en anglais. Comme on l'a vu au §3.1.2 les matrices de transfert  $D_m$  et  $L_m$  contiennent des exponentielles pour représenter la propagation des ondes planes suivant l'axe  $\vec{z}$  et  $-\vec{z}$  (il s'agit des termes  $g_S, 1/g_S, g_P, 1/g_P$ ). Lorsque les ondes planes sont évanescentes, on a d'un côté des exponentielles croissantes et de l'autre des exponentielles décroissantes. La présence de ces deux termes au sein d'une même matrice engendre une grande perte de précision qui survient lors de multiplications matricielles. Plusieurs méthodes alternatives existent pour aborder ces cas notamment celles proposées par [Dunkin\_1965]. Dans l'usage courant de l'outil numérique que nous avons développé, ces pertes de précision ne seront pas rencontrées, c'est pourquoi la formulation développée ne tiendra pas compte de la littérature à ce sujet.

Compte tenu du fait que l'on a une couche semi-infinie dans la configuration que l'on modélise, on peut retrouver des singularités associées en particulier aux ondes de Rayleigh/Stoneley et de Love [Abdelkarim-et-al\_1999]. Dans la suite, on va s'intéresser plus particulièrement aux singularités provenant des variables situées sur les dénominateurs des différentes matrices de transfert.

#### 3.3.2. Description de la méthode choisie pour exprimer la formulation de TH dans les cas singuliers

Le but de cette section est d'identifier et de traiter les singularités qui peuvent être rencontrées au niveau du dénominateur des matrices de transfert, présentées dans l'article [Cousin-et-al\_2021] en annexe A. Parmi les variables qui peuvent annuler le dénominateur, on retrouve trois termes ; la pulsation temporelle  $\omega$ , les nombres d'ondes  $k_z^S$  et  $k_z^P$  qui correspondent à la projection sur l'axe  $\vec{z}$  des nombres d'onde des ondes planes et le terme  $(k_x^2 + k_y^2)$  qui fait référence à la norme au carré de la projection dans le plan horizontal du nombre d'onde des ondes planes.

Nous ne traiterons pas le cas statique qui se réfère à la singularité lorsque  $\omega \rightarrow 0$  car ce dernier ne rentre pas dans l'usage que l'on souhaite faire de l'outil numérique développé. Toutefois une solution est proposée par [Zhu-Rivera\_2002] et le lecteur intéressé pourra s'y référer.

Rappelons également que pour le cas où le terme  $(k_x^2 + k_y^2) \rightarrow 0$ , une reformulation a été présentée dans l'article de [Cousin-et-al\_2021] et a déjà été utilisée dans le §2.2.1 du chapitre 2 pour effectuer la validation. Par conséquent, le problème ayant déjà été résolu, nous n'étudierons pas non plus ce cas ici.

Maintenant, on peut s'attaquer au troisième cas, c'est-à-dire celui lorsque l'un des deux nombres d'onde  $k_z^P$  ou  $k_z^S$  est nul : on remarque alors que la matrice de transfert  $E_m^{-1}$  devient singulière. Pour ce cas précis, il convient de rappeler que le nombre d'onde du mode guidé ultrasonore  $SH0$  est égal au nombre d'onde  $k_S$  de l'onde transverse. Aussi, si l'on souhaite calculer le rayonnement du mode  $SH0$ , cela signifie donc que  $k_{SH0} = k_S = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ , ce qui implique l'annulation du terme  $k_z^S$ , tel que  $k_z^S = 0$ .

Si l'on observe les autres matrices de transfert, on s'aperçoit que ni la matrice de transfert  $D_m$  ni la matrice de transfert  $L_m = D_m E_m^{-1}$  ne sont en revanche affectées par cette singularité. En effet, si l'on effectue un développement limité à l'ordre 1 des termes concernés dans la matrice  $L_m$  (expression en Annexe **B3**), *i.e.* avec  $k_z^P$  ou  $k_z^S$  au dénominateur, on constate que la matrice  $L_m$  est bien définie en  $k_z^P = 0$  et  $k_z^S = 0$ . Tous ces termes ont en effet systématiquement les expressions  $(g_P - 1/g_P)$ , respectivement  $(g_S - 1/g_S)$ , en facteur :

$$(g_P - 1/g_P)/k_z^P = -2ih + o(k_z^P), \quad (331.a)$$

$$(g_S - 1/g_S)/k_z^S = -2ih + o(k_z^S). \quad (331.b)$$

Cette singularité est donc cantonnée à l'utilisation de la matrice  $E_{guide}^{-1}$ , qui est pourtant nécessaire à l'expression des conditions aux limites choisies. On rappelle que cette matrice  $E_m^{-1}$  fait le lien entre les amplitudes des ondes planes montantes et descendantes avec les contraintes et déplacements particuliers du milieu. Or, si un des nombres d'ondes projetés sur l'axe  $\vec{z}$  est nul, alors on ne peut plus différencier les ondes remontantes des ondes descendantes [Lowe\_1995], ce qui explique ces singularités.

Afin d'éviter les difficultés numériques que posent ces singularités, on applique une faible atténuation comme discuté par [Abdelkarim-et-al\_1999] dans la dernière couche représentant le guide d'ondes ultrasonores. On ajoute ici une atténuation viscoélastique pour éviter des singularités, mais cette atténuation peut servir à représenter le comportement réel de certains matériaux, où les ondes s'atténuent lorsqu'elles s'y propagent [Taupin\_2011]. Pour représenter cette atténuation viscoélastique, on ajoute une partie imaginaire aux constantes de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  [Taupin\_2011].

$$\tilde{\lambda}_{guide} = \lambda_{guide}(1 + j\eta), \quad (331.c)$$

$$\tilde{\mu}_{guide} = \mu_{guide}(1 + j\eta), \quad (331.d)$$

avec  $j = \sqrt{-1}$  et  $\eta$  le coefficient d'amortissement. L'ajout de cette partie imaginaire aux paramètres de Lamé a pour effet d'adjoindre une partie imaginaire à la vitesse des ondes dans le milieu, en l'occurrence dans le guide d'ondes ultrasonores. Par voie de conséquence, les ondes s'atténuent bien en se propageant et les termes  $k_z^P$  et  $k_z^S$  ne s'annulent plus, ce qui résout notre problème de singularité.

Dans cette section, on s'est attaché à analyser les cas où des singularités pouvaient être présentes dans la formulation de TH à 3D. On a ainsi vu que quatre variables peuvent s'annuler au dénominateur des matrices de transfert, l'annulation de ces variables rendant les matrices de transfert singulières. Pour traiter l'annulation des variables  $\omega$  ou de  $(k_x^2 + k_y^2)$ , deux références issues de la littérature et déjà validées ont été données. Pour le troisième cas, on propose d'ajouter une faible atténuation dans le guide d'ondes ultrasonores. L'avantage de cette solution est d'éloigner les singularités liées aux pôles correspondant aux ondes de Rayleigh/Stoneley et de Love. Maintenant que l'on a montré de quelle manière on peut contourner ces singularités, on va observer l'influence de l'ajout de cette atténuation sur les signaux temporels de sources secondaires et ce, dans deux configurations différentes. Ces configurations reprennent en partie la démarche développée dans le §2.2.2 du chapitre 2.

### 3.3.3. Validation de la solution proposée avec le logiciel EF Ondomatic en 2D pour deux configurations distinctes

Dans cette section, l'objectif est de vérifier que l'ajout d'une partie imaginaire sur les constantes d'élasticité du guide d'ondes ultrasonores ne perturbe pas significativement les prédictions de l'amplitude des sources. Pour ce faire, on choisit de comparer les résultats des prédictions des signaux temporels des sources secondaires réalisés avec l'outil numérique basée sur la formulation de TH à 3D avec ceux simulés par le logiciel EF Ondomatic.

Notons ici que les simulations par EF reprennent la méthodologie déjà exploitée dans le §2.2.2 du chapitre 2. D'ailleurs, les constantes matériaux utilisées pour effectuer cette validation se retrouvent dans le tableau 2.2 de ce chapitre. Pour résoudre le problème de singularité, on ajoute donc une atténuation  $\eta = 0,5\%$  dans le guide d'ondes ultrasonores, comme défini aux équations 331.c et 331.d. et on traite les résultats pour deux configurations différentes. On précise que la modélisation par EF n'inclue pas d'atténuation dans le guide d'ondes ultrasonores.

Pour faciliter l'analyse, l'équation 332.a permet de donner une formulation générale qui englobe les deux cas de sources primaires pour lesquelles les simulations sont réalisées. Elle est définie de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{xz}(x, y, t) = 0, \\ \sigma_{yz}(x, y, t) = E(t) \cos(k_y y), \\ \sigma_{zz}(x, y, t) = 0, \end{cases} \quad (\text{Eq. 332.a})$$

avec  $E(t)$ , l'excitation temporelle définie par l'équation 221.b et  $k_y$  la pulsation spatiale de la source. La fréquence centrale du signal est égale à 100kHz. Dans un premier temps, on choisit de simuler une source primaire associée au nombre d'onde de Rayleigh puis, dans un second temps, on propose d'étudier le cas d'une source primaire associée au nombre d'onde de l'onde plane transversale.

Les singularités qui sont observées se retrouvent à la fois dans la formulation 2D et 3D de TH. En effet, la formulation 3D de TH est équivalente à la formulation mise en œuvre dans le chapitre 2 si l'on impose  $k_x$  égal à zéro et que l'on enlève les lignes et colonnes qui correspondent au déplacement particulaire  $u_x$  et à la contrainte tangentielle  $\sigma_{xz}$ . C'est pourquoi, bien que la validation soit réalisée avec l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 2D dans le §2.2.2 on peut reprendre la même méthodologie pour valider l'ajout d'une partie imaginaire aux constantes d'élasticité du guide d'ondes ultrasonores dans l'outil numérique développé avec la formulation de TH à 3D.

Notons que si l'on n'a pas évoqué le problème posé par ces singularités au deuxième chapitre, cela est lié en partie au fait que l'on a utilisé la transformée de Fourier discrète pour décomposer le signal temporel de la source primaire en fréquence et que cette discrétisation ne tombe pas forcément sur cette une singularité.

Pour effectuer la validation de la solution proposée, la fenêtre temporelle simulée est plus grande que celle choisie au §2.2.2. du chapitre 2. En outre, des zéros sont ajoutés (la méthode du « *zero padding* » en anglais) sur le signal de la source primaire, ceci afin de diminuer le pas fréquentiel et ainsi de converger vers les fréquences où se trouvent ces singularités.

Dans le premier cas d'étude, on impose pour la source primaire donc  $k_x = 0$  et  $k_y = k_R$ , où  $k_R$  est le nombre de Rayleigh dans l'acier que l'on retrouve avec l'équation 231.b. A titre d'exemple, la figure 332.1 donne les signaux temporels de la source secondaire de contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$  simulés à la fois par EF et par le modèle de TH à 3D pour une fréquence de 100kHz. Notons que comme pour le chapitre 2, les traits en pointillé violet correspondent aux prédictions par EF tandis que ceux en traits pleins verts montrent les résultats du modèle de TH à 3D.

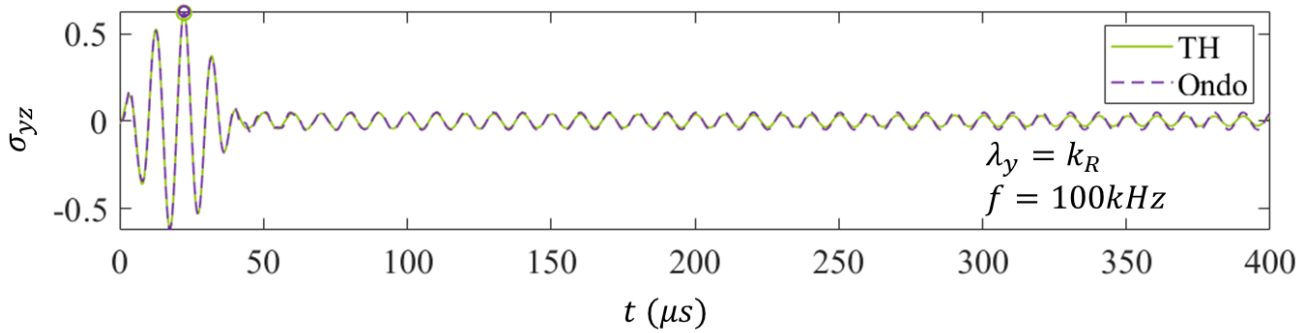


Figure 332.1 Dépendance temporelle de la contrainte secondaire  $\sigma_{yz}$  pour une source primaire au point central d'observation associée au nombre d'onde de Rayleigh. Comparaisons des prédictions obtenues par le logiciel EF Ondomatic (traits en pointillé violet) et par le modèle de TH à 3D (traits pleins verts).

Après analyse des courbes, on peut conclure que les prédictions de l'allure temporelle à la figure 332.1 des sources de contraintes secondaires calculées par les deux méthodes de calcul sont en excellent accord. L'ajout d'un terme d'atténuation suffisamment faible au sein de la formulation de TH à 3D a un effet négligeable sur le résultat tout en permettant le calcul au niveau de la singularité.

Pour s'assurer de la validité de la méthode, on impose un deuxième cas d'étude avec cette fois-ci comme condition pour les nombres d'ondes :  $k_x = 0$  et  $k_y = k_S$ , où  $k_S$  est le nombre de l'onde plane transversale dans l'acier calculé à la fréquence de 100kHz. La figure 332.2a donne le signal temporel de la source de contrainte tangentielle  $\sigma_{yz}$  simulé à la fois par EF et par la méthode de TH à 3D tandis que la figure 332.2b permet une comparaison plus poussée puisqu'elle montre la transformée de Fourier du signal précédent. Rappelons que nous utilisons toujours la même légende que sur la figure précédente pour tracer les différentes courbes.

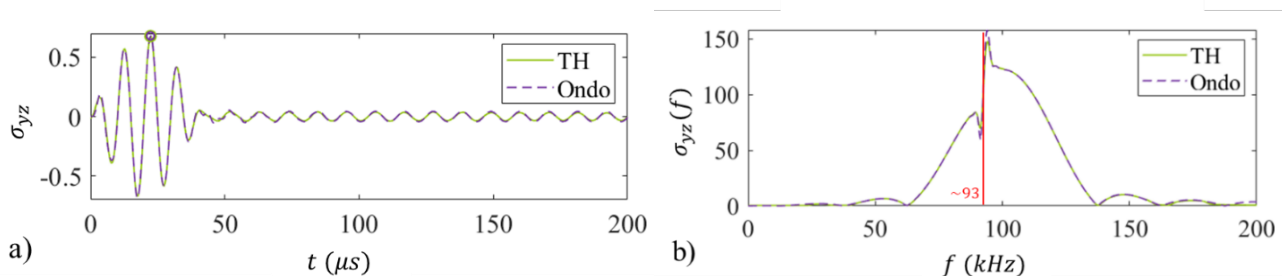


Figure 332.2 Dépendance temporelle et fréquentielle de la contrainte secondaire  $\sigma_{yz}$  pour une source primaire associée au nombre d'onde de l'onde plane transversale. a) Allure temporelle de la contrainte  $\sigma_{yz}$  secondaires au point central d'observation. b) : Allure du spectre de la contrainte normale pour la source primaire de contrainte normale. Comparaisons des prédictions obtenues par le logiciel EF Ondomatic (traits en pointillé violet) et par le modèle de TH à 3D (traits pleins verts).

On peut constater une nouvelle fois, que les prédictions de l'allure temporelle à la figure 332.2a des sources secondaires de contraintes calculées par les deux méthodes de calcul sont en excellent accord. Le signal prédit par l'outil numérique développé avec la formulation 3D de TH ne s'atténue en effet que très faiblement, si bien que cette atténuation est quasiment invisible sur la fenêtre temporelle considérée.

La figure 332.2b montre le spectre fréquentiel de ces signaux. Point intéressant, on note un pic qui n'est pas centré sur la fréquence centrale, ce pic correspondant aux oscillations observées sur les signaux temporels après 50 $\mu$ s dans la figure 332.a. Notre hypothèse est que ce pic est vraisemblablement lié à l'onde de Rayleigh. Aussi, afin de confirmer que ce pic correspond au pôle de Rayleigh, on choisit de reprendre l'approximation de la

vitesse de Rayleigh donnée par l'équation 231.b. Comme le nombre d'onde de la source imposée est celui de l'onde plane transverse à 100kHz qui vaut  $k_S = 0.2030mm^{-1}$  on vérifie bien que l'onde de Rayleigh a un nombre d'onde  $k_R = 0.2030mm^{-1}$  à une fréquence environ égale à 93.2kHz, valeur de la fréquence pour laquelle on observe le pic. Compte tenu de la largeur de la fenêtre fréquentielle et de la périodicité de la source, il n'est pas surprenant que l'on excite également l'onde de Rayleigh.

Dans cette section, on a vérifié que les prédictions des sources secondaires restaient quantitatives et ce, malgré l'ajout d'une partie imaginaire au niveau des constantes d'élasticité du guide d'ondes ultrasonores. De plus, on a montré que l'on observe une atténuation contrôlable en fin de signal sur la résonance à proximité du pôle de Rayleigh. Cette atténuation peut en effet être contrôlée avec le paramètre  $\eta$ . Dans la mesure où, par la suite, l'application ciblée par notre outil numérique est la prédiction de rayonnement d'OG dans un guide d'ondes ultrasonores, on considère que l'atténuation sur les ondes de Rayleigh, que l'on ne cherche pas à prédire, est négligeable. Ceci valide donc l'ajout d'une partie imaginaire faible sur les constantes d'élasticité du guide d'ondes ultrasonores pour éviter les problèmes numériques causés par la présence des singularités.

### 3.3.4. Conclusion

Au cours de cette étude, on a montré comment traiter le cas de différentes singularités dans la formulation de TH à 3D. Pour rappel, on a invité le lecteur à se référer à la littérature appropriée pour traiter le cas de deux singularités particulières, à savoir le cas statique lorsque  $\omega \rightarrow 0$  et celui où le terme  $(k_x^2 + k_y^2)$  qui fait référence à la norme au carré de la projection dans le plan horizontal du nombre d'onde des ondes planes s'annule. Pour le troisième cas rencontré, c'est-à-dire celui où les singularités correspondant aux pôles de Rayleigh/Stoneley et de Love et aux coupures correspondant au cas où  $k_z^S$  ou  $k_z^P$  s'annulent, on a proposé une solution pour contourner ce problème en considérant une faible atténuation viscoélastique dans le guide d'ondes ultrasonores. Cette atténuation viscoélastique est modélisée en ajoutant une partie imaginaire aux constantes d'élasticité du guide d'ondes ultrasonores. On a ensuite validé cette solution en comparant les prédictions de la source de contrainte secondaire obtenues à l'aide de l'outil numérique basée sur la transformation de TH à 3D avec celles prédites par EF.

### 3.4. Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, l'objectif principal était de proposer une formulation de TH à 3D afin d'être capable de déterminer la distribution de la source secondaire de contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores en fonction de la source primaire de contraintes élastiques appliquée à la surface supérieure de la bande magnétostrictive. Ce calcul de la source de contrainte au niveau du guide d'ondes ultrasonores est en effet essentiel pour la simulation du rayonnement d'OG à l'aide du pinceau modal puisque c'est l'entrée requise pour cette méthode.

Une fois le formalisme de TH à 3D développé, nous nous sommes attachés ensuite à vérifier les résultats obtenus en comparant ses prédictions avec celles calculées par le logiciel EF sous Ondomatic. Notons ici que les simulations par EF reprennent exactement les mêmes hypothèses de modélisation que celles employées pour la formulation de TH à 3D, c'est-à-dire que l'on peut considérer le guide d'ondes ultrasonores comme semi-infini dans la direction  $\vec{z}$  et le patch magnétostrictif comme infini dans les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  grâce à l'utilisation de *PML*. Soulignons également le fait que cette validation a été effectuée dans le cas d'une source primaire dont la distribution s'apparente au motif des fils d'une bobine à méandres. Après calcul, on a obtenu des résultats en parfaite concordance. En outre, on a remarqué que la source secondaire semblait lissée lors de la propagation des ondes planes au sein du patch magnétostrictif, c'est-à-dire lors du passage à travers les couches de la bande magnétostrictive et de la colle. Enfin, l'amplitude des contraintes transverses semblait plus atténuée que celle de la contrainte normale. On peut remarquer ici que de tels résultats ne peuvent être connus quantitativement qu'à l'aide d'un outil numérique adapté, or la prédiction quantitative des sources secondaires effectives est essentielle lorsque l'on simule le rayonnement d'OG par un patch magnétostrictif.

Pour terminer, on a également montré que des singularités pouvaient exister dans les formulations 3D et 2D de TH et que l'on devait donc résoudre ce type de problème. Ainsi, on s'est intéressé en particulier, à une singularité qui empêche le calcul direct du rayonnement du mode guidé *SH0*. En effet, pour ce cas précis, le nombre d'onde de l'onde plane transverse projeté sur l'axe  $\vec{z}$  situé au dénominateur de la matrice  $E_m^{-1}$  crée une singularité en s'annulant. Afin de résoudre le problème de calcul lié à cette singularité, on a proposé une solution innovante consistant à ajouter une atténuation dans la couche représentant le guide d'onde. Cette solution a ensuite été validée après comparaison des résultats obtenus avec ceux effectués par un calcul EF s'appuyant sur les mêmes hypothèses de modélisation.

Les outils numériques pour l'analyse du rayonnement d'un PM couplé à un guide d'ondes ultrasonores étant désormais en place, il ne reste plus qu'à les employer pour optimiser et tester des configurations expérimentales.





## CHAPITRE 4

### Caractérisation expérimentale du rayonnement ultrasonore de PM sur un guide d'ondes.

L'objectif de ce chapitre est de valider l'outil de simulation complet servant à modéliser le rayonnement d'OG par un PM. Dans une première partie, les calculs seront confrontés aux résultats expérimentaux et aux simulations déjà obtenus dans l'article de [Oh-*et-al*\_2013]. Dans une seconde partie, nous proposerons la mise en œuvre d'un montage expérimental pour l'étude du rayonnement généré par une configuration représentative d'un PM. Plus précisément, il s'agira avec la configuration sélectionnée d'exciter des ondes  $SH$  que l'on mesurera à l'aide d'un vibromètre laser. Le déplacement particulière hors plan détecté par ce dernier sera ensuite comparé avec la prédiction donnée par l'outil de simulation.

L'outil de simulation complet fait appel à différents modèles, comme illustré par la figure 4.1. Le premier bloc consiste à définir un agencement de bobines et d'aimants dans l'interface du logiciel CIVA, comme présenté dans le §1.2.3, puis à calculer les champs magnétiques statique  $H_s(x, y, z)$  et dynamique  $H_d(f, x, y, z)$  générés avec le module CIVA CF [Extende]. Nous verrons que des outils en phase de développement, pour le moment non disponibles dans la version commerciale du logiciel, aident à définir des géométries CAO (Conception Assistée par Ordinateur) de bobines. Une fois les champs magnétiques déterminés, on passe au second bloc, c'est-à-dire au calcul d'une part, du comportement magnétique et magnétoélastique ( $M_s(x, y, z)$ ,  $M_d(f, x, y, z)$ ,  $d^{ms}(x, y, z)$ ) du PM avec la MME simplifiée de [Daniel\_2011] et d'autre part, à l'estimation des sources de transduction volumiques et surfaciques électromagnétiques et de magnétostriction ( $\tilde{\sigma}^{tot}(f, x, y, z_{patch})$ ) à l'aide du modèle EMAT de [Clausse\_2018]. Le troisième bloc correspond à la formulation de TH à 3D que nous avons développée au chapitre 3 et permet de déduire les sources de contraintes surfaciques équivalentes à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores inspecté ( $\tilde{\sigma}^{tot}(f, k_m, \varphi_{i,c}, z_{guide})$ ). Cette source de contraintes surfaciques équivalentes à la surface du guide d'ondes ultrasonores est ensuite chargée dans un quatrième bloc appelé modèle du pinceau modal sous l'approximation de Fraunhofer [Barras\_2020]. En amont de ce dernier, deux blocs sont également employés afin de caractériser le comportement du guide d'ondes ultrasonores : le premier s'appuie une approche hybride intitulée *Semi-Analytical Finite Element (SAFE)* pour le calcul des courbes de dispersion dans le guide d'ondes ultrasonores ( $k_m(f, m)$ ) tandis que le second prend en compte les réflexions et conversions de modes sur les dimensions finies du guide d'ondes ultrasonores à l'aide de matrices de coefficients de réflexion  $r_{m,n}(f, \theta_{inc}, \theta_{ref})$  déterminées de façon analytique [Barras\_2020].

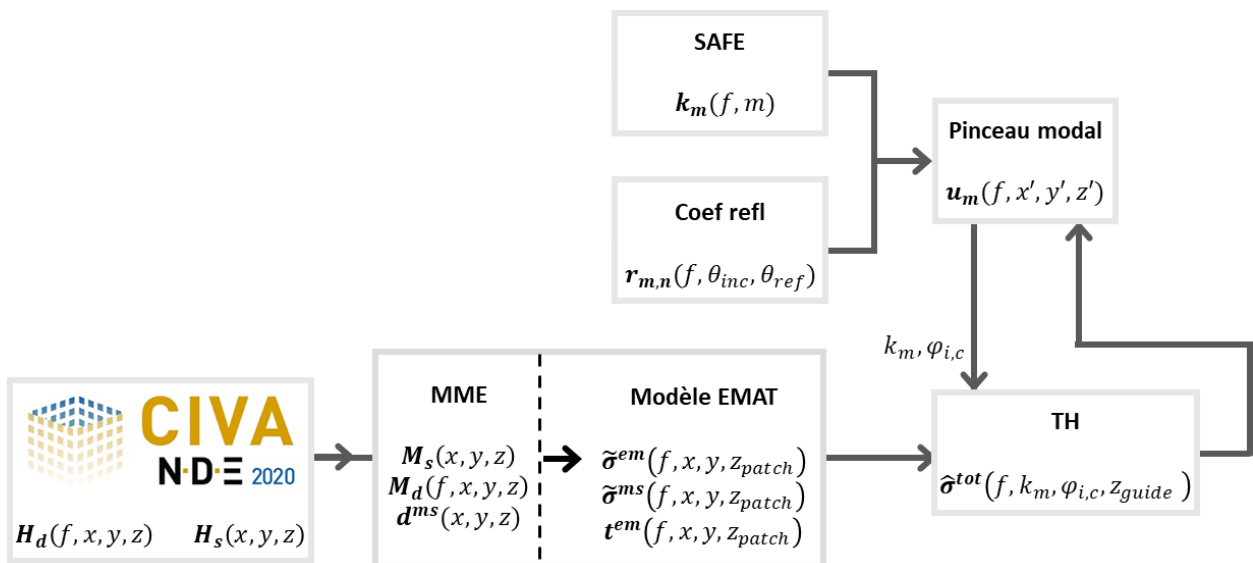


Figure 4.1 Représentation schématique du principe de fonctionnement du simulateur de rayonnement ultrasonore de PM sur un guide d'ondes.

#### 4.1. Analyse du rayonnement ultrasonore d'ondes guidées dans le cas d'une configuration de PM issue de la littérature

L'objet de cette section est de comparer les prédictions de l'outil de simulation complet développé dans cette thèse avec les résultats expérimentaux et simulés publiés dans l'article de [Oh-et-al\_2013]. Dans ce cadre, la configuration de PM étudiée par [Oh-et-al\_2013] est illustrée par la figure 41.1. Elle se compose de deux aimants qui magnétisent la bande magnétostrictive dans le plan tandis que le champ d'excitation magnétique dynamique généré par la bobine est en forme de huit. On peut noter également sur cette figure que le courant circule dans le même sens dans les deux fils situés au-dessus de la bande magnétostrictive circulaire de 5mm de rayon.

Avant de comparer les résultats, il convient de rappeler que les simulations réalisées par [Oh-et-al\_2013] reposent sur un calcul par éléments finis. Soulignons en outre que ce qui différencie principalement notre simulation de l'analyse menée par [Oh-et-al\_2013], c'est la prise en compte des effets de bords. Leur méthode de simulation leur permet en effet de considérer non seulement les effets de bords dans le calcul des champs d'excitation magnétiques dynamique et statique, mais aussi l'influence des bords du PM lors de la simulation du champ ultrasonore rayonné. De façon équivalente à notre outil de simulation, le modèle mentionné dans l'article évalue la matrice de coefficients piézo-magnétostrictifs en chaque point. De plus, le schéma de magnétostriction qu'ils emploient, fait également l'hypothèse de déformation isochore. En revanche, leur travail ne mentionne pas l'utilisation d'un quelconque couplant, c'est pourquoi on montrera dans nos résultats de simulation l'influence de ce paramètre. A toutes fins utiles pour le lecteur, le tableau 41.2 résume l'ensemble des constantes d'élasticité des matériaux utilisés pour les simulations.

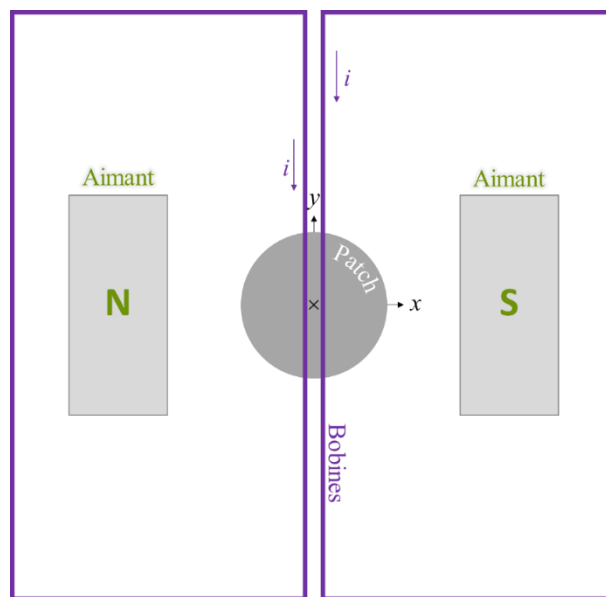


Figure 41.1 Représentation schématique de la configuration étudiée dans l'article de [Oh-et-al\_2013].

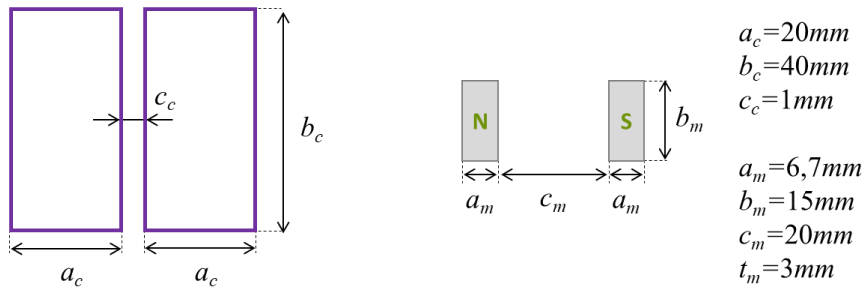
L'étude de cette configuration issue de la littérature présente un double intérêt : le premier intérêt est de pouvoir tester notre outil de simulation sur la base de résultats expérimentaux déjà disponibles et de le comparer en termes de performances avec un modèle existant. Le second intérêt est qu'il s'agit d'une configuration où les effets de bord sont importants car la bande magnétostrictive est plus petite que les bobines ; cette configuration aidera donc à tester la validité de l'approximation que nous avons choisie et qui consiste à ne pas prendre en compte ces effets.

	$E$ (GPa)	$\nu$	$\rho$ ( $kg \cdot dm^{-3}$ )	$h$ (mm)
Bande (Nickel)	207	0.31	8.88	0.15
Guide (Aluminium)	70	0.33	2.70	3.0

Tableau 41.2 Paramètres et géométries des matériaux utilisés pour la modélisation

#### 4.1.1. Étude des sources de transduction générées par la configuration de [Oh-et-al\_2013]

Le but de cette sous-section est de présenter comment on a implanté et simulé dans le logiciel CIVA la configuration proposée par l'article de [Oh-et-al\_2013]. En termes de géométrie, la bande magnétostrictive circulaire de  $5\text{mm}$  de rayon et de  $0.15\text{mm}$  d'épaisseur est surplombée par deux bobines et deux aimants placés respectivement à  $6\text{mm}$  et à  $8\text{mm}$  de sa surface. Les bobines rectangulaires de dimension  $20\times 40\text{mm}$  sont supposées de section fine ; elles sont espacées d'une distance  $c_c=1\text{mm}$ . Les deux aimants sont distants de  $c_m=20\text{mm}$  et sont positionnés de sorte à magnétiser la bande magnétostrictive dans le plan. Leurs dimensions sont indiquées sur la figure 411.1.



411.1 Représentation schématique de l'arrangement des bobines et des aimants du PM issue de l'article de [Oh-et-al\_2013].

Le paramètre du champ d'induction magnétique utilisé dans le logiciel CIVA, compte tenu de la géométrie des aimants se déduit simplement de l'équation 132.a du chapitre 1 et vaut  $B_z(z=0) = 0.13\text{T}$ . On reprend ici la valeur de perméabilité relative du nickel indiquée dans l'article qui vaut  $\mu_r = 250$ . Les autres constantes matériaux employées pour la simulation sont quant à elles résumées dans le tableau 13.3. Rappelons également qu'il n'est pas possible de simuler sous le logiciel CIVA la forme circulaire de la bande magnétostrictive, c'est pourquoi une fois la géométrie construite, on choisit d'effectuer un post-traitement pour lequel on impose à zéro les variables (champs magnétiques statique et dynamique, distributions de contrainte à la surface supérieure de la bande magnétostrictive) en dehors de la zone de la bande magnétostrictive. La figure 411.2 illustre la configuration conçue sous le logiciel CIVA.

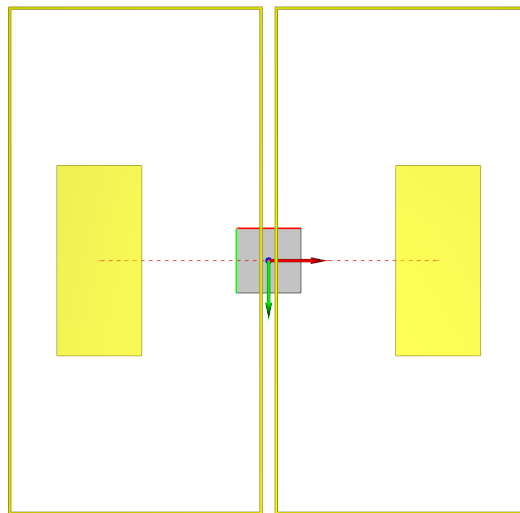


Figure 411.2 Aperçu de la configuration de [Oh-et-al\_2013] modélisée sous le logiciel CIVA, avec deux bobines et deux aimants.

Dans le cas d'une perméabilité relative de 250 et à une fréquence de  $300\text{kHz}$ , l'épaisseur de peau du nickel a une valeur égale à  $15\mu\text{m}$ . On choisit alors pour notre calcul d'effectuer des calculs de champs d'excitation magnétiques statique et dynamique sur quatre épaisseurs de peau, soit  $60\mu\text{m}$ . On rappelle que ce calcul doit se

faire sur au moins trois épaisseurs de peau [Ribchini-*et-al*\_2011]. A titre d'exemple, la figure 411.3a donne le résultat obtenu pour la norme de la composante du champ d'excitation dynamique circulant à la surface supérieure de la bande magnétostrictive à 300kHz suivant l'axe  $\vec{x}$ , normalisée à 1. On ne montre pas ici les autres composantes car elles sont négligeables. Les figures 411.3b, 411.3c et 411.3c affichent pour leur part la norme des trois composantes du champ d'induction magnétique statique à la surface supérieure de la bande magnétostrictive. Bien que la magnétisation de cette bande soit principalement orientée suivant l'axe  $\vec{x}$ , on remarque que la magnétisation suivant l'axe  $\vec{z}$ , simulée par le logiciel CIVA, n'est pas négligeable contrairement à ce qui est supposé dans l'article de [Oh-*et-al*\_2013]. Cette différence peut s'expliquer par plusieurs raisons : en premier, la modélisation réalisée sous le logiciel CIVA ne prend pas en compte les effets de bord de la géométrie de la bande magnétostrictive, en second, la modélisation (sous CIVA) n'est pas tout à fait adaptée aux cas de matériaux fortement perméables.

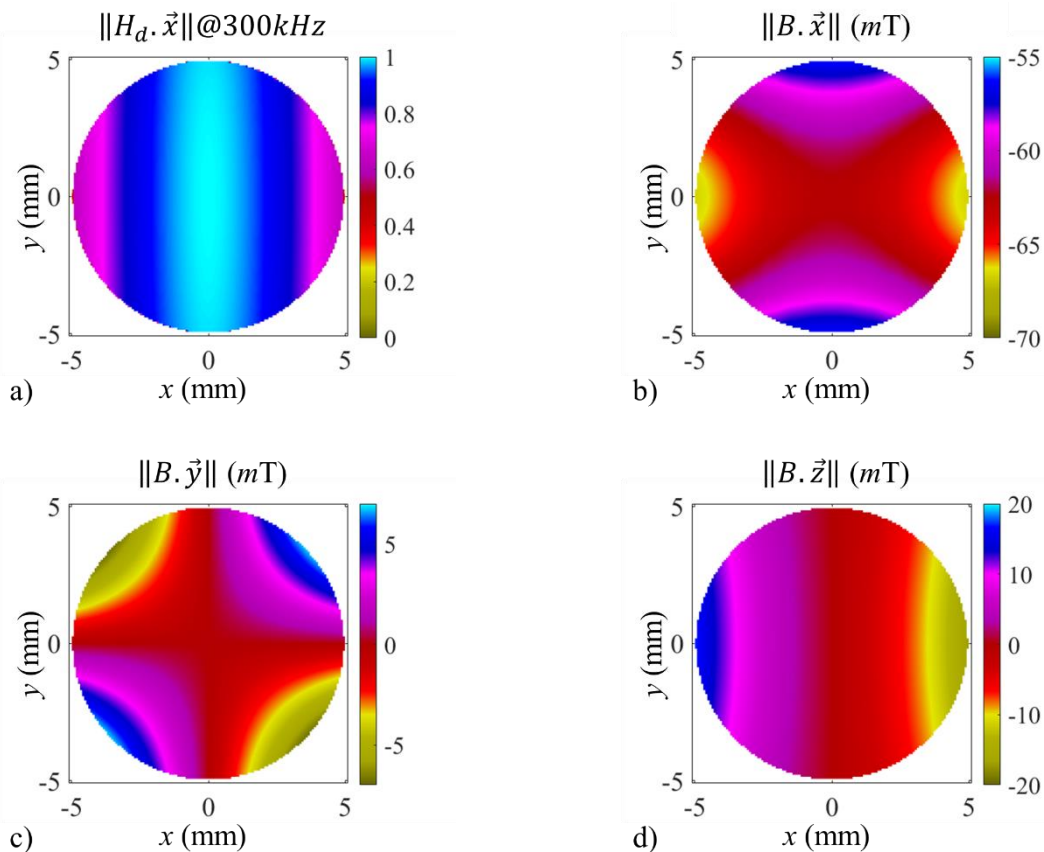


Figure 411.3 Normes en millitesla ( $mT$ ) pour la fréquence de 300 kHz et à la surface supérieure de la bande magnétostrictive de : a)  $\|H_d \cdot \vec{x}\|$  le champ d'excitation magnétique dynamique et b)  $\|B \cdot \vec{x}\|$ , c)  $\|B \cdot \vec{y}\|$ , d)  $\|B \cdot \vec{z}\|$  les trois composantes respectivement du champ d'induction magnétique statique.

La figure 411.4 donne les trois composantes des contraintes équivalentes imputées à la magnétostriction, tandis que la figure 411.5 illustre à la fois les trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi que la traction magnétique  $t^{em}$  toujours orientée suivant l'axe  $\vec{z}$ . Rappelons d'une part que la normalisation est réalisée en prenant en compte la somme des trois contributions ( $\tilde{\sigma}^{ms}$ ,  $\tilde{\sigma}^{em}$ ,  $t^{em}$ ) présentées à l'équation 121.f du chapitre 1 et d'autre part, que la dynamique des différentes barres de couleur est adaptée de façon à bien faire apparaître les différentes contributions. Après analyse des figures, on vérifie ici que les phénomènes de transduction liées aux densités volumiques de forces électromagnétiques et à la traction magnétique sont négligeables par rapport à celui de la magnétostriction car leurs amplitudes respectives sont inférieures d'un facteur d'au moins 200 par rapport à l'amplitude de la magnétostriction.

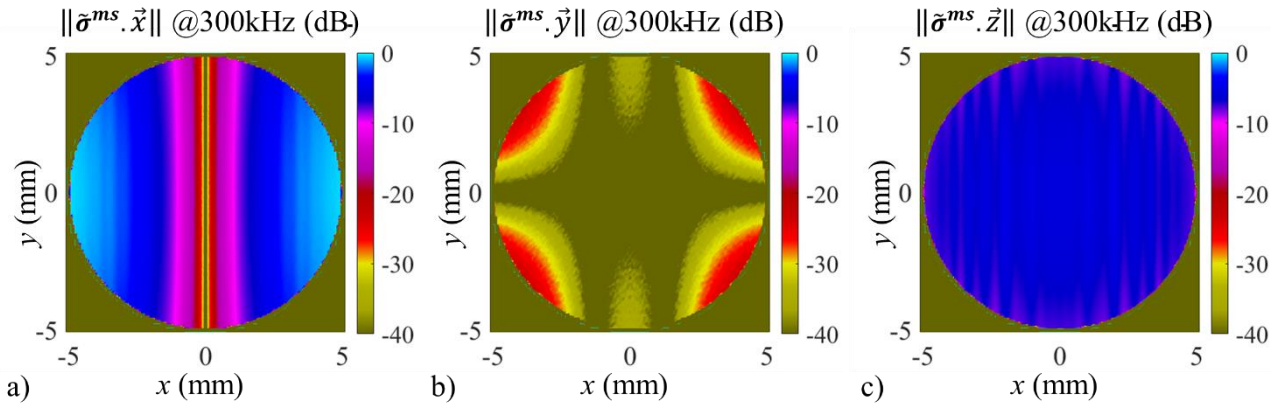


Figure 411.4 Norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues à la magnétostriction à la fréquence de 300 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{z}\|$ .

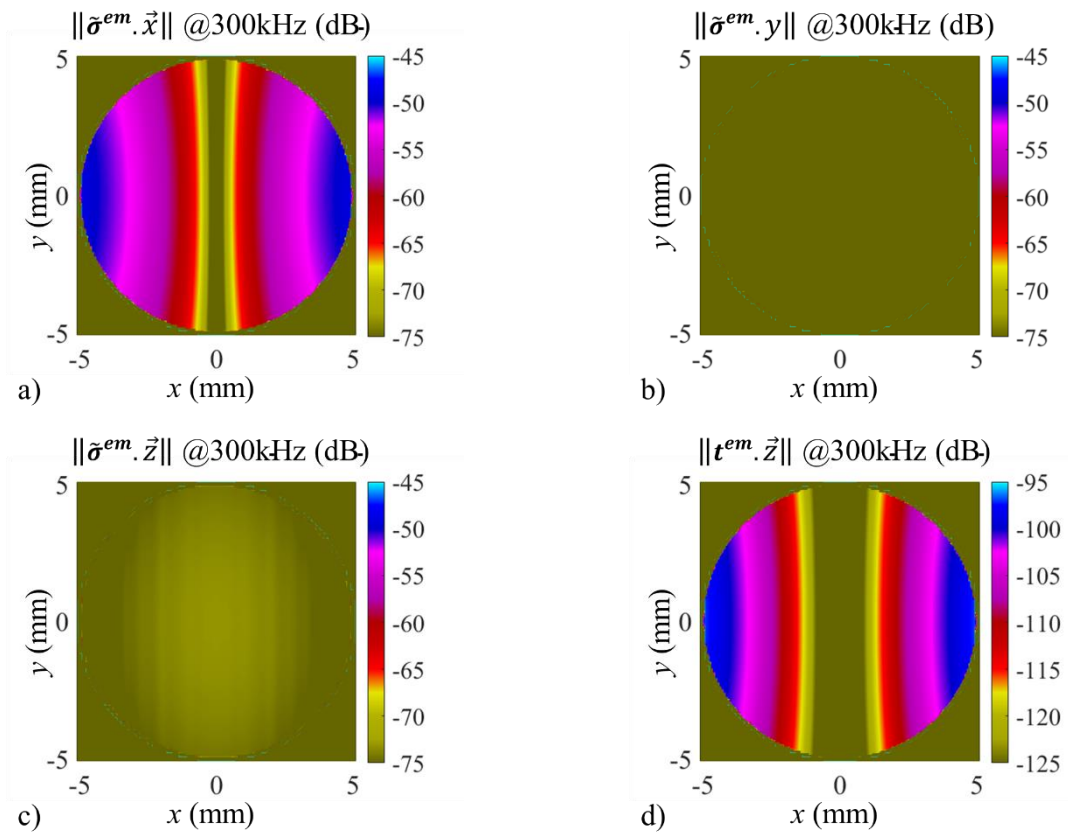


Figure 411.5 Norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi qu'à la traction magnétique  $t^{em}$  à la fréquence de 300 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{z}\|$ , d)  $\|t^{em} \cdot \vec{z}\|$ .

Dans cette sous-section, on a décrit la configuration étudiée dans l'article de [Oh-et-al\_2013] et on a montré comment elle était simulée dans le logiciel CIVA. Après avoir calculé les distributions de champs magnétiques avec ce logiciel, on a vérifié que les sources de transductions associées à la magnétostriction sont prédominantes par rapport aux autres phénomènes de transduction. On peut désormais s'intéresser au rayonnement ultrasonore du PM.

#### 4.1.2. Étude du rayonnement ultrasonore d'ondes guidées généré par la configuration de [Oh-et-al\_2013]

L'enjeu de cette partie est de tester l'outil numérique développé pour le rayonnement ultrasonore du PM. Dans un premier temps, nous confronterons ses prédictions avec celles simulées puis mesurées dans l'article de [Oh-et-al\_2013]. Nous étudierons en particulier quelle peut être la répercussion de l'hypothèse simplificatrice d'un champ uniforme suivant l'axe  $\vec{x}$  au niveau des prédictions de champ ultrasonore rayonné. Dans un second temps, nous analyserons également l'influence de l'ajout de couplant sur le rayonnement ultrasonore d'ondes guidées.

Dans leur étude, [Oh-et-al\_2013] ont choisi de modéliser le rayonnement ultrasonore du PM en régime harmonique. En outre, ils synthétisent leurs résultats en montrant l'amplitude du déplacement particulaire en valeur absolue suivant deux axes : ainsi, l'axe  $\vec{\xi}$  est orienté dans la direction de propagation des ondes guidées ultrasonores, tandis que  $\vec{\eta}$  correspond à l'axe perpendiculaire à la direction de propagation. Les points de mesures sont alors répartis sur un cercle centré sur la source, repérés par l'angle  $\alpha$  comme illustré sur la figure 412.1. Pour cette configuration, le déplacement particulaire selon l'axe  $\vec{\eta}$  correspond à la propagation du mode *SHO* alors que celui suivant l'axe  $\vec{\xi}$  est lié uniquement à la propagation du mode *SO*, les auteurs négligeant l'amplitude du mode ultrasonore guidé *AO* par rapport à l'amplitude du mode *SO*. L'amplitude de ces déplacements est ensuite normalisée à 1. Nous avons donc choisi d'illustrer nos résultats en s'appuyant sur la même méthodologie.

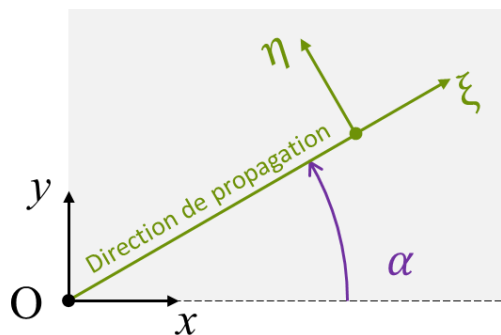


Figure 412.1 Représentation schématique des repères utilisés pour analyser le rayonnement ultrasonore du PM d'après [Oh-et-al\_2013]

Par la suite, on appellera « motif d'émission » la variation angulaire de l'amplitude des modes ultrasonores guidés générés par le PM et, nous simulerons de différente manière ces motifs d'émission afin de tester l'hypothèse simplificatrice d'un champ uniforme suivant l'axe  $\vec{x}$ . Ainsi, la source 1 sera calculée en prenant en compte les champs d'excitation magnétiques statique et dynamique estimés par le logiciel CIVA sur quatre épaisseurs de peau tandis que la source 2 sera estimée à partir uniquement du champ d'excitation dynamique sur quatre épaisseurs de peau, le champ statique étant supposé uniforme suivant l'axe  $\vec{x}$ . Les résultats qui serviront de référence à chaque fois pour les comparaisons sont les prédictions données dans l'article de [Oh-et-al\_2013] et qui ont été validées expérimentalement.

Intéressons-nous tout d'abord aux prédictions des motifs d'émissions réalisées en utilisant la source 1 (figure 412.2). On remarque tout de suite qu'elles sont en accord avec les résultats de simulation donnés dans l'article de [Oh-et-al\_2013], ce qui valide notre outil de simulation complet pour cette configuration. Notons également que la nécessité de prendre plusieurs épaisseurs de peau pour effectuer un calcul de source est une règle connue dans la littérature. Par exemple, il est suggéré de faire ce calcul sur au moins trois épaisseurs de peau dans l'étude de [Ribichini-et-al\_2011].

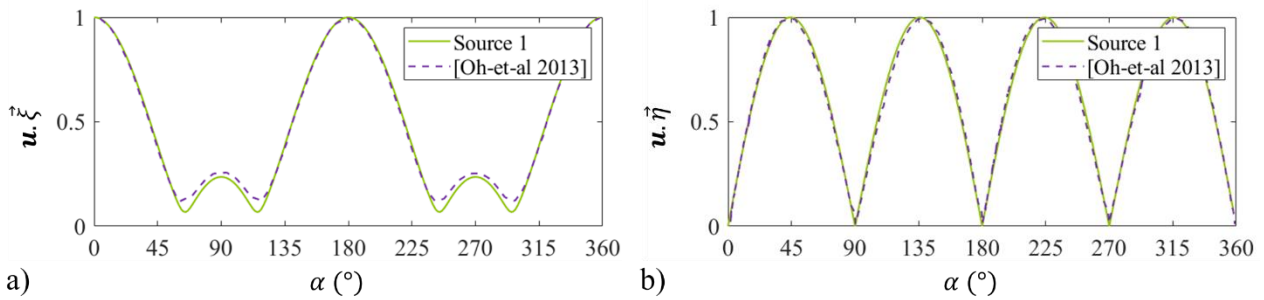


Figure 412.2 Comparaison des motifs de d'émission obtenus en utilisant la source 1 avec ceux de l'article de [Oh-et-al\_2013] pour les modes suivants : a)  $SO$ , b)  $SHO$ .

La figure 412.3 donne maintenant les prédictions des motifs d'émissions réalisées en utilisant la source 2 pour laquelle on suppose que le champ d'excitation magnétique statique est uniforme suivant l'axe  $\vec{x}$ . Comme on peut s'y attendre, les résultats ne sont pas aussi satisfaisants que précédemment. Bien que les prédictions du motif d'émission correspondant au mode  $SHO$  soient en accord avec celles de la source 1, l'hypothèse d'un champ d'excitation magnétique statique uniforme ne permet pas de saisir complètement le motif d'émission du  $SO$ . Cela s'explique par le fait que les aimants sont éloignés de la bande magnétostrictive, ce qui a très vraisemblablement une incidence sur la validité de l'hypothèse choisie. Aussi, dans le cadre d'une optimisation de géométrie de bobine pour la génération d'un mode spécifique, il conviendra toujours de vérifier cette uniformité du champ d'excitation magnétique par des premiers essais. Si cette hypothèse est confirmée, cela pourra conduire alors à un gain de temps non négligeable lors d'études visant à optimiser la conception d'un PM.

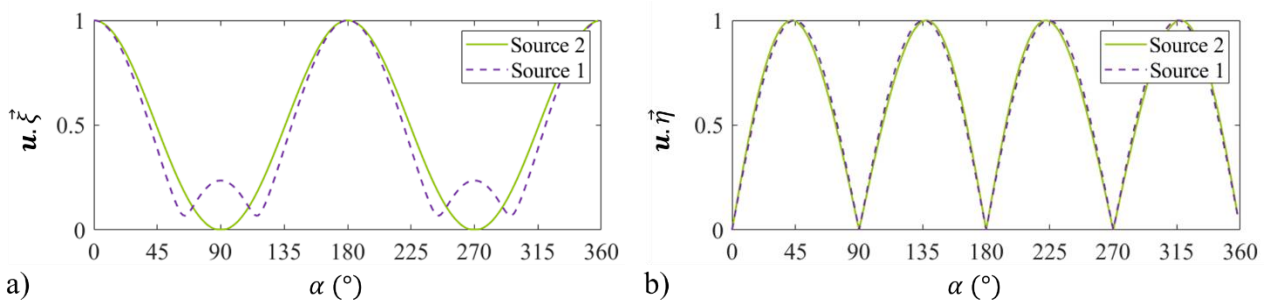


Figure 412.3 Comparaison des motifs de d'émission obtenus en utilisant les sources 1 et 2, afin d'illustrer l'influence de la non prise en compte de la distribution du champ magnétique statique sur les modes suivants : a)  $SO$ , b)  $SHO$ .

L'article de [Oh-et-al\_2013] ne mentionne l'emploi de couplant ni dans la simulation ni dans la validation expérimentale. Comme l'outil de simulation que nous avons développé permet de prendre en compte l'influence de l'épaisseur de couplant dans le calcul de champ modal, nous avons analysé son influence sur les résultats de rayonnement ultrasonore du PM. A titre d'illustration, la figure 412.4 donne les motifs d'émission du  $SO$  et du  $SHO$  en fonction de trois épaisseurs de couplant. Notons que c'est la source 1 qui a été utilisée pour réaliser ces courbes. On appelle par la suite « zones d'ombres » les portions angulaires où le rayonnement de la source est faible, voire nul. Après analyse des courbes obtenues, on peut remarquer en premier lieu que l'ajout de couplant n'a pas d'influence sur le motif et l'amplitude relative du mode  $SHO$  émis. En revanche, on s'aperçoit que le motif et l'amplitude relative du mode  $SO$  varient quelque peu avec l'ajout de couplant notamment dans les zones d'ombres dans le motif d'émission du PM.



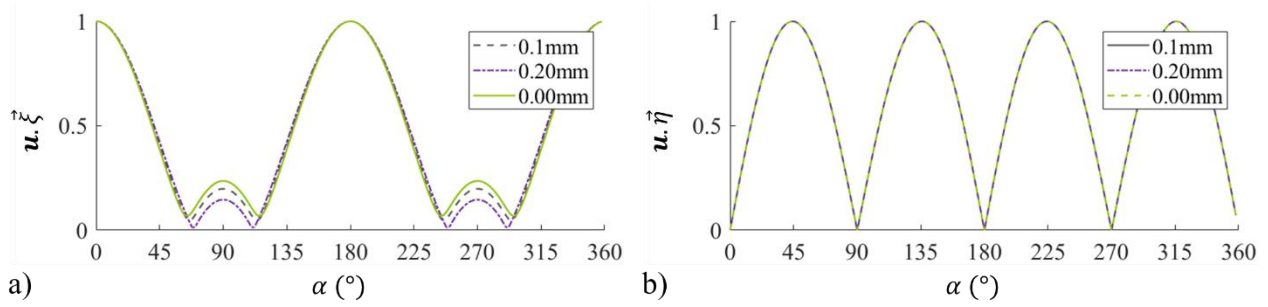


Figure 412.5 Comparaison des motifs de d'émission obtenus avec la source 1 pour différentes épaisseurs de couplant dans le cas des modes suivants : a)  $SO$ , b)  $SHO$ .

Dans cette section, la comparaison des simulations de l'outil que nous avons développé avec les prédictions données par [Oh-*et-al*\_2013] a servi à valider son utilisation. En outre, on a montré d'une part, que l'hypothèse d'un champ uniforme ne permet pas toujours de prédire correctement le motif d'émission du mode guidé  $SO$  et d'autre part, que l'épaisseur de couplant pouvait engendrer des perturbations sur le motif d'émission de ces ondes guidées ultrasonores. On peut donc désormais imaginer et tester nos propres configurations.

## 4.2. Etude expérimentale d'une configuration représentative d'un PM afin de rayonner des ondes guidées $SH$

L'objectif ici est de concevoir une configuration représentative d'un PM afin de rayonner des ondes guidées  $SH$  puis de la tester expérimentalement. Rappelons ici que le matériel à notre disposition ne nous permet que de mesurer le déplacement hors plan (de la surface supérieure du guide d'onde ultrasonore), or le déplacement particulière induit par la propagation d'ondes  $SH$  est contenu dans le plan. Aussi, l'idée que nous avons eu, a donc consisté à observer indirectement ce rayonnement  $SH$  en s'appuyant sur le fait que ces modes peuvent se réfléchir sur un bord en d'autres modes ( $A$  pour antisymétrique ou  $S$  pour symétrique) en fonction de l'angle d'incidence et de leur symétrie (soit  $p$  un entier ; les modes d'ordre pair  $SH_{2p}$  sont symétriques et les modes d'ordre impair  $SH_{2p+1}$  sont antisymétriques). La propagation des modes  $A$  et  $S$  induit en effet un déplacement particulière hors plan. Par conséquent, il suffit d'orienter la source vis-à-vis d'un bord de sorte que les ondes  $SH$  qu'elle génère, se convertissent en un mode dont la propagation provoque un déplacement hors plan mesurable avec notre matériel.

### 4.2.1. Description de la configuration choisie et du dispositif expérimental de mesure

Dans cette sous-partie, le but est d'une part, de présenter la configuration conçue pour rayonner des modes  $SHO$  et d'autre part, de décrire le montage expérimental développé pour les mesures. En outre, on définira précisément l'orientation du PM sur la plaque que nous avons sélectionnée afin d'observer indirectement le  $SHO$ . On mesurera en effet le déplacement hors plan du mode  $SO$  résultant de la conversion du mode  $SHO$  sur les bords de la plaque étudiée.

Pour la fabrication du PM, la bande magnétostrictive sélectionnée est réalisée en matériau **FeCo**. Ce produit de dimension 120x50.8x0.1016 (en mm) est commercialisé par la société *Guided Wave Analysis LLC*<sup>4</sup> et fourni par le CETIM de Senlis. Les constantes magnétiques et élastiques du matériau FeCo employées par la suite pour la modélisation sont données respectivement au chapitre 1 dans le tableau 13.3 et en fin de cette section dans le tableau 421.11. On choisit de coller cette bande magnétostrictive avec de l'époxy sur un guide d'ondes ultrasonores en **aluminium** de dimensions respectives égales à 600x600x3 (en mm). Rappelons ici que l'on peut estimer l'épaisseur de couplant en contrôlant le volume d'époxy déposé. Enfin, on a recours à une bobine de chez temate, la **T-L-M-0.400x2-1.000** pour compléter le dispositif de PM. Celle-ci comme le montre la figure 421.5a, est alimentée par un générateur PowerBox2 de temate. Précisons le fait que pour magnétiser de façon efficace la bande magnétostrictive, on superpose sur ces deux faces 3 aimants CS-Q-60-20-04-N de chez supermagnete et que des barreaux en acier sont ensuite disposés sur le dessus des aimants afin de refermer le champ magnétique.

Le déplacement hors plan est mesuré quant à lui à l'aide d'un vibromètre laser à balayage monté dans les locaux du DISC par deux ingénieurs de recherche A. Charau et J. Laurent. L'avantage de ce type d'appareil est de pouvoir effectuer des mesures en différents points sans manipulation et donc d'analyser la propagation des ondes sur une zone étendue. Ce dispositif, comme illustré figure 421.1b, est composé principalement du vibromètre MLV-I-120 de Polytec<sup>5</sup> et d'une tête galvanométrique GVS012/M de chez ThorLabs<sup>6</sup>. Les signaux collectés en chaque point sont moyennés sur 500 mesures. La fréquence de répétition est choisie égale à 20Hz de sorte que l'amplitude du courant soit élevée en raison de la puissance limitée du générateur, ce qui par voie de conséquence améliore le rapport signal sur bruit.

---

<sup>4</sup> Site web : [www.gwanalysis.com](http://www.gwanalysis.com)

<sup>5</sup> Site web : [www.polytec.com/eu](http://www.polytec.com/eu)

<sup>6</sup> Site web : [www.thorlabs.com](http://www.thorlabs.com)

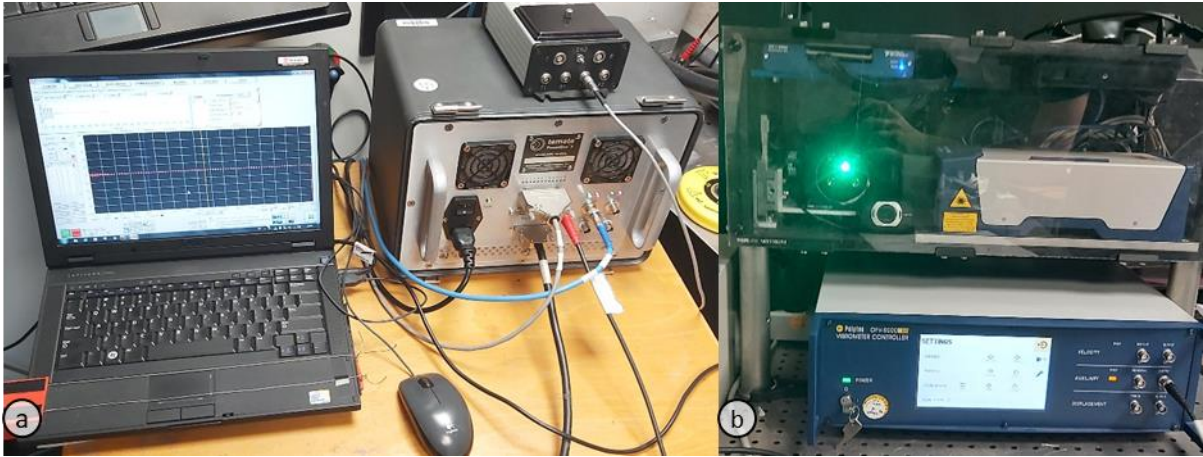


Figure 421.1 Photo du a) système d'excitation temate de la bobine du PM et du b) Vibromètre à balayage employé lors des mesures.

La figure 421.2a donne les courbes de dispersion calculées avec la méthode SAFE dans la plaque d'aluminium de 3mm. Plus précisément, on affiche sur ces courbes les variations de la longueur d'onde  $\lambda$  des modes en fonction de la fréquence. En outre, afin de maximiser la génération d'onde *SH* [Ribichini-*et-al*\_2011], on choisit la fréquence d'excitation de sorte que la longueur d'onde du *SH0* à cette fréquence corresponde à la dimension du motif à méandre de la bobine. Comme le motif de la bobine à méandre fait 10.16mm, on sélectionne donc une fréquence d'excitation égale à 315kHz. Un condensateur est ensuite ajouté en série de la bobine afin de réaliser l'adaptation d'impédance et ainsi maximiser le courant circulant dans celle-ci. La figure 421.2b montre la mesure du courant injecté dans la bobine réalisée à l'aide de la sonde de courant Tektronix TCP0030. Notons ici que le signal obtenu est filtré numériquement pour en supprimer le bruit de mesure avant de servir de paramètre d'entrée de la simulation.

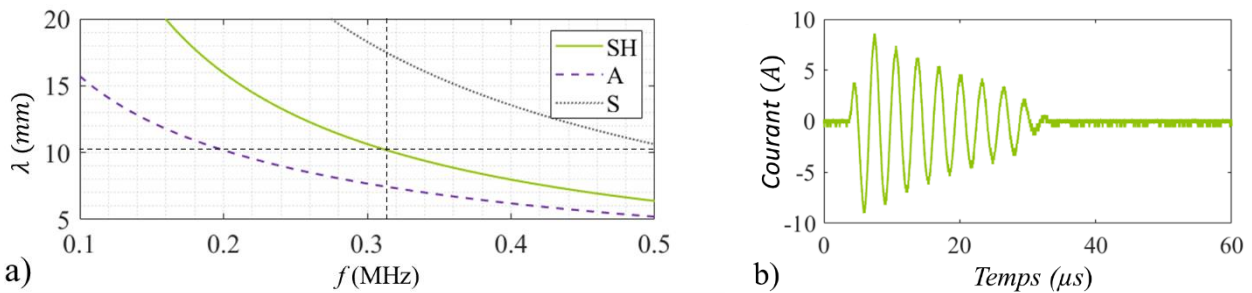


Figure 421.2 a) Courbes de dispersion calculées dans une plaque d'aluminium de 3mm : variation des longueurs d'onde  $\lambda$  (mm) des modes en fonction de la fréquence  $f$  (MHz). b) Signal mesuré avec la sonde de courant Tektronix TCP0030 du courant injecté dans la bobine (A).

L'idée de cette mesure expérimentale est d'observer indirectement le mode *SH0* après sa conversion sur un bord en un mode *S0*. Aussi, la figure 421.3 donne les caractéristiques suivantes pour calibrer au mieux le système : d'une part, la variation du taux de conversion du mode *SH0* en mode *S0* en fonction de l'angle d'incidence du mode *SH0* et d'autre part, la variation de l'angle du mode *S0* converti en fonction de ce même angle d'incidence. Sur la première courbe illustrée figure 421.3a, on remarque qu'il est possible d'orienter la source de façon à maximiser le taux de conversion du mode *SH0* en mode *S0*. Cependant, comme l'indique la figure 421.3b, plus on maximise ce taux de conversion, plus l'angle de réflexion du mode *S0* est grand, ce qui risque d'entraîner du fait des dimensions de la plaque, des réflexions supplémentaires du mode *S0* sur les autres bords. Un compromis doit être donc trouvé en orientant la source de façon à avoir une zone d'observation du mode *S0* qui soit suffisamment grande. Par voie de conséquence, l'angle d'incidence sélectionné pour la génération du mode *SH0* est de  $8.6^\circ \pm 0.2^\circ$ .

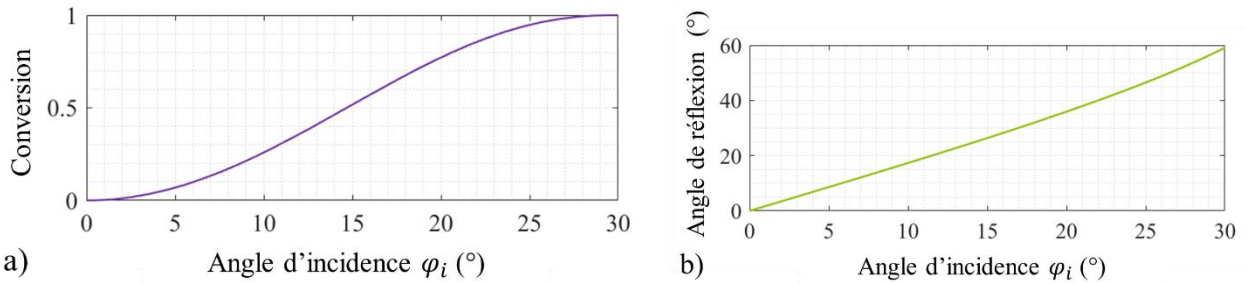


Figure 421.3 a) Variation du taux de conversion du mode SH0 en mode S0 en fonction de l'angle d'incidence. b) Variation de l'angle de réflexion du mode S0 converti en fonction de l'angle d'incidence.

L'agencement de la sonde magnétostrictive sur la plaque est illustrée à figure 421.4. L'orientation, la position et les dimensions de la bobine, des aimants, de la bande magnétostrictive et de la plaque sont représentées le plus fidèlement possible, à l'échelle. A titre d'indication, on a également tracé un trajet des ondes de type SH0 émises par le PM qui se convertissent lors de la réflexion en ondes de type S0. La zone quadrillée délimite la zone de mesure du déplacement particulaire hors plan réalisé sur la plaque avec le vibromètre à balayage. Le repère est centré ici au centre de la bobine.

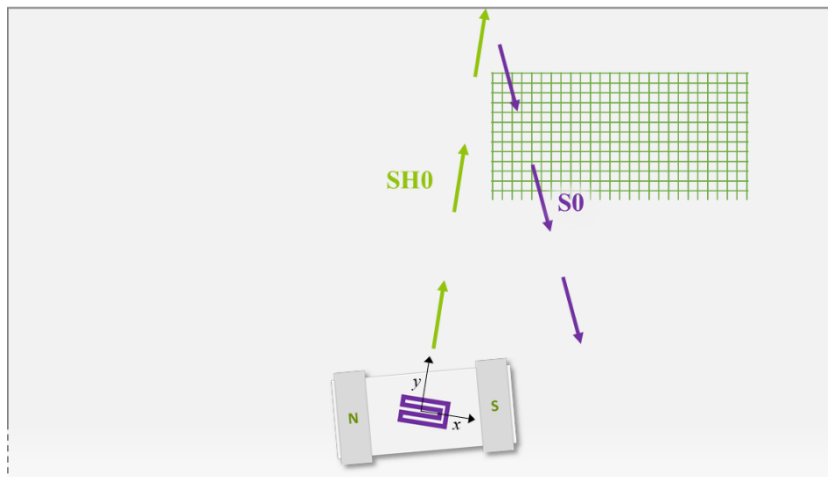


Figure 421.4 Représentation de schématique du dispositif expérimental mis en œuvre.

Dans cette section, nous nous sommes attachés à détailler dans un premier temps la configuration représentative d'un PM conçue pour rayonner des ondes de type SH. Nous avons notamment fait le choix de travailler avec une fréquence centrale du signal d'excitation égale à 315kHz, ceci afin de maximiser le rayonnement des ondes de type SH0 compte tenu de la géométrie de la bobine. Dans un second temps, nous avons exposé l'instrumentation employée pour ce montage expérimental. En particulier, on a décrit très précisément l'agencement des différents éléments du PM sur la plaque qui servent à observer indirectement le rayonnement des ondes de type SH0. Notons ici que la réalisation de cette partie expérimentale n'aurait pas été possible sans l'aide technique de Philippe Bredif et d'Alexandre Charau, ingénieurs de recherche au DISC.

Maintenant que le dispositif de mesure est en place, il ne reste plus qu'à présenter les étapes nécessaires à la simulation du rayonnement de ce PM au sein de la plaque testée. C'est l'objet de la section suivante.

#### 4.2.2. Modélisation de la configuration choisie

L'objectif de cette sous-section est d'exposer les différentes étapes requises pour la simulation du rayonnement du PM sur la plaque d'aluminium. Dans ce sens, la figure 422.1 rappelle tout d'abord l'agencement des aimants et de la bobine réalisée sous le logiciel CIVA tandis que les figures qui suivent, sont dédiées d'une part, à la modélisation CAO de la bobine temate sélectionnée pour calculer le champ magnétique dynamique dans la bande magnétostrictive et d'autre part, à l'analyse des contributions des différents phénomènes de transduction de cette configuration.

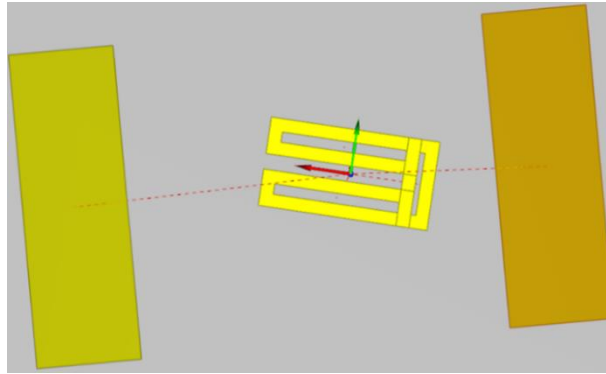


Figure 422.1 Aperçu sous le logiciel CIVA de la configuration expérimentale modélisée.

Rappelons dans un premier temps que la simulation de la bobine sous le logiciel CIVA peut se faire de différentes manières :

- La première solution exposée sur la figure 422.2b consiste à associer trois bobines rectangulaires. Ainsi, pour les zones où les bobines rectangulaires se superposent, le courant circule dans des directions opposées et les champs d'excitation magnétique dynamique générés s'annulent. Lorsque l'on simule le champ d'excitation magnétique dynamique donné avec l'assemblage des trois bobines rectangulaires, la solution est simple à mettre en œuvre et l'approximation semble cohérente (voir figure 422.3a).

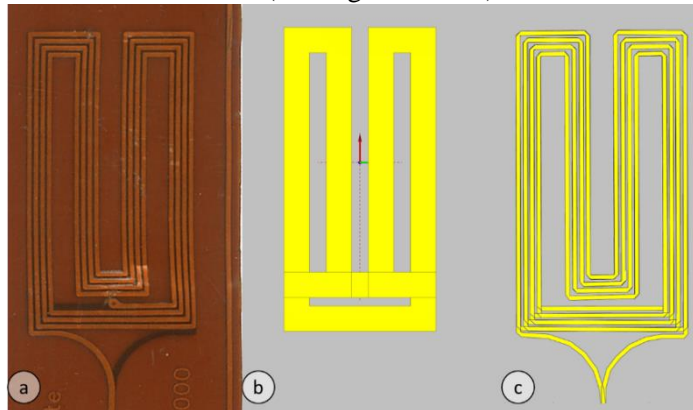


Figure 422.2 a) Photo de la bobine temate T-L-M-0.400x2-1.000 b) Aperçu sous le logiciel CIVA de la modélisation de la bobine temate à l'aide d'un assemblage de trois bobines rectangulaires c) Vue du modèle de bobine temate réalisée avec un outil CAO du logiciel CIVA (non intégré dans la version commerciale).

-Si l'on souhaite toutefois avoir une modélisation plus fidèle du champ d'excitation magnétique dynamique généré par la bobine temate, on se tourne alors vers une seconde solution, celle d'un modèle CAO. C'est d'ailleurs cette solution que nous avons privilégiée par la suite (voir figure 422.3b). Soulignons cependant que la modélisation CAO de la bobine temate est ajoutée de directement dans les codes sources du logiciel CIVA et que par conséquent la vue du modèle montrée à la figure 422.2c, est créée en dehors de l'interface de ce logiciel.

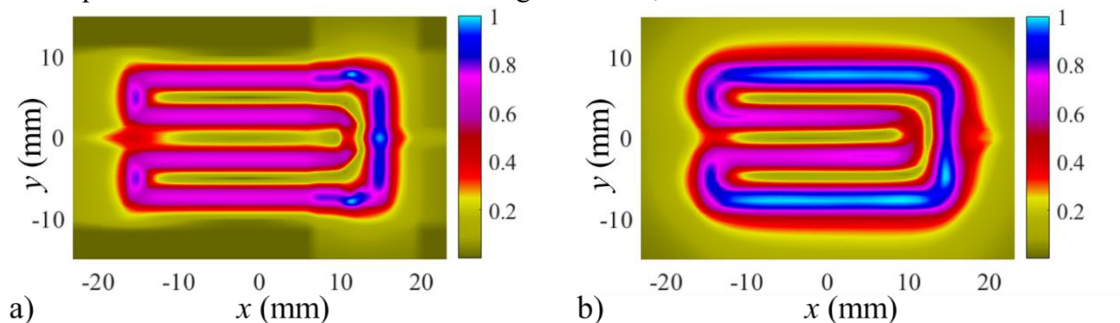


Figure 422.3 Norme du champ d'excitation magnétique dynamique normalisé à 1 circulant à la surface supérieure de la bande magnétique à la fréquence de 315kHz pour a) un assemblage de trois bobines rectangulaires b) une bobine définie par un outil CAO.

Une fois la bobine modélisée et le champ d'excitation magnétique dynamique calculé, l'étape suivante consiste à déterminer les contributions en contraintes de la magnétostriction (figure 422.4), de la force électromagnétique et de la traction magnétique (figure 422.5). La normalisation est faite comme précédemment sur la somme des trois contributions ( $\tilde{\sigma}^{ms}$ ,  $\tilde{\sigma}^{em}$ ,  $t^{em}$ ) présentées à l'équation 121.f. Une nouvelle fois, on montre que les phénomènes de transduction liés à la force électromagnétique et la traction magnétique sont négligeables comparés à la magnétostriction car leur amplitude est au moins 600 fois inférieure.

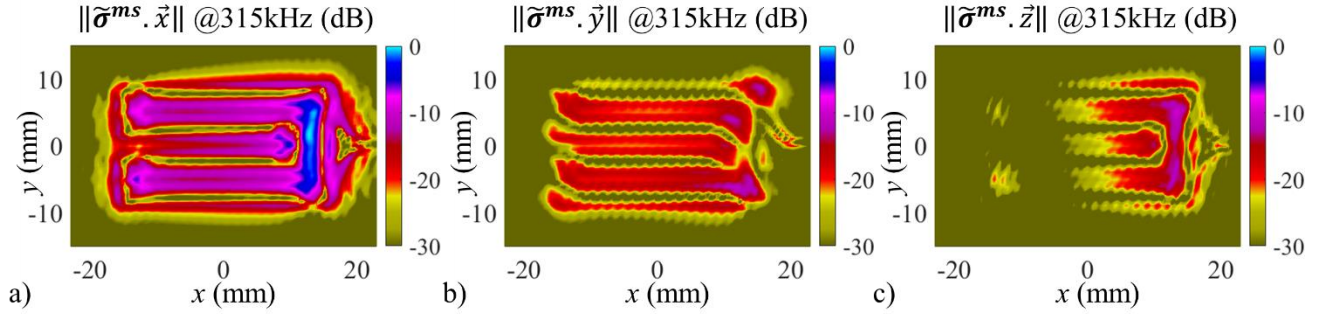


Figure 422.4 Norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues à la magnétostriction à la fréquence de 315 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{ms} \cdot \vec{z}\|$ .

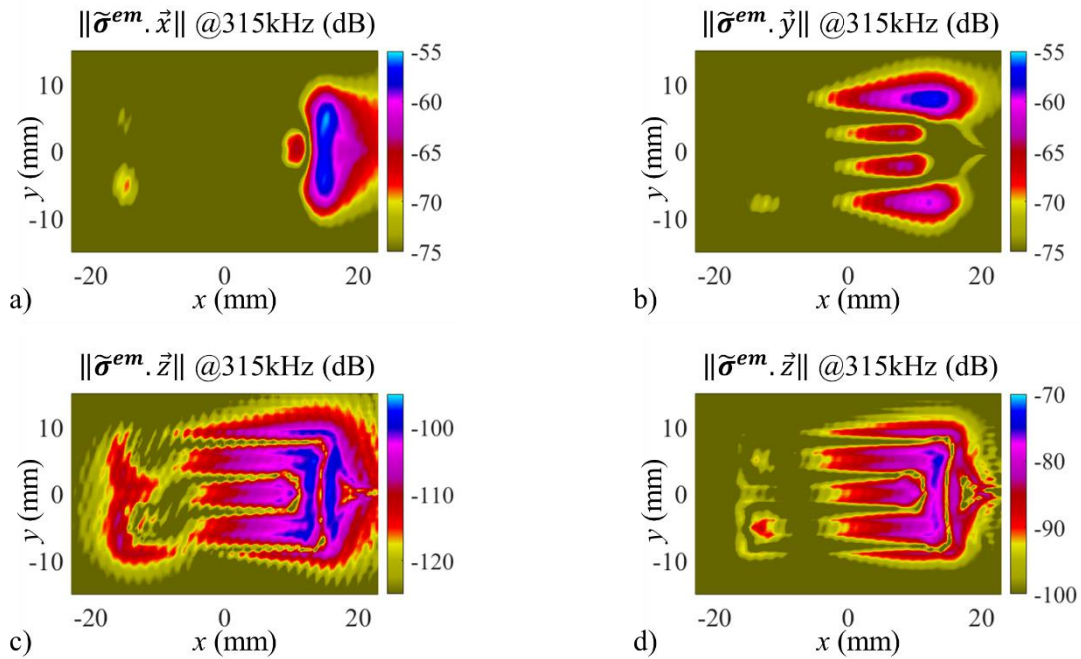


Figure 422.5 Norme en dB des trois composantes de contraintes surfaciques équivalentes dues aux densités volumiques de forces électromagnétiques  $\tilde{\sigma}^{em}$  ainsi qu'à la traction magnétique  $t^{em}$  à la fréquence de 315 kHz. a)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{x}\|$ , b)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{y}\|$ , c)  $\|\tilde{\sigma}^{em} \cdot \vec{z}\|$ , d)  $\|t^{em} \cdot \vec{z}\|$ .

La dernière étape est alors de calculer l'excitabilité de la source comme définie par [Barras\_2020], car cette grandeur permet de refléter la capacité d'un transducteur à émettre un mode sélectionné dans une direction donnée. L'angle  $\theta$  est défini par rapport à l'axe  $\vec{x}$  et est orienté dans le sens trigonométrique. Rappelons également que les courbes d'excitabilité montrées à la figure 422.6a sont normalisées à 1 par rapport au maximum d'excitabilité. Après analyse des courbes, on peut conclure d'une part, que la configuration établie génère principalement le mode guidé de type  $SH0$  dans la direction  $\vec{y}$  et d'autre part, que l'on a également deux autres modes guidés de moindre amplitude dans cette direction. Si l'on souhaite encore améliorer la sélectivité modale, il est possible de suivre la méthodologie de [Liu-et-al\_2016] qui proposent d'ajouter un feuillet métallique fortement perméable magnétiquement dans des zones spécifiques sous la bobine.

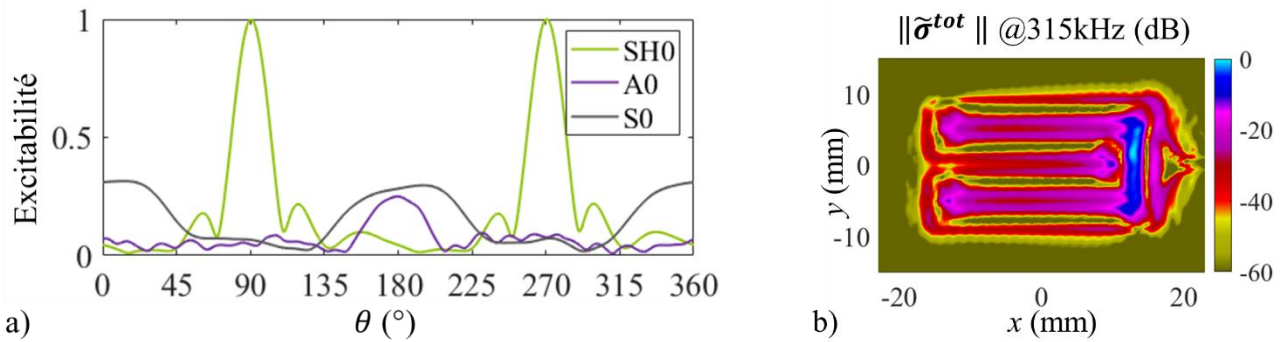


Figure 422.6 a) Excitabilité de la configuration de PM à la fréquence 315kHz sur une plaque d'aluminium de 3mm. b) Norme en dB de la distribution des contraintes surfaciques équivalentes totales.

Dans cette section, on a exposé les différentes étapes permettant d'aboutir à la simulation du rayonnement du PM sur la plaque d'aluminium. Ainsi, après avoir donné l'agencement des aimants et de la bobine sous le logiciel CIVIA, on a simulé les différents effets de transduction mis en jeu dans le PM et vérifié par la même occasion que c'était bien la magnétostriction qui était le phénomène de transduction prédominant dans cette configuration. Enfin, on a montré théoriquement que le PM choisi génère principalement des ondes de type *SH0* dans la direction  $\vec{y}$ . Il est donc possible désormais de simuler le déplacement particulière avec le modèle du pinceau modal et de le comparer aux mesures expérimentales.

	$\lambda$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\rho$ (kg.dm <sup>-3</sup> )	$e$ (mm)
<i>Fer Cobalt</i>	108	92.5	8.2	0.1016
<i>Epoxy</i>	1.27	0.597	1.17	0.025
<i>Aluminium</i>	58.2	26.6	2.69	3

Tableau 421.11 Résumé des constantes élastiques des matériaux utilisés pour les simulations.

### 4.2.3. Comparaison des mesures avec les simulations

Cette section est dédiée à l'analyse et à la comparaison des mesures et des simulations de la configuration décrite dans le §4.2.1. Afin de faciliter l'interprétation des courbes et des distributions de déplacements particulières, nous avons choisi de représenter sur la figure 423.1a, la variation de la vitesse des différents modes guidés en fonction de la fréquence. En outre, sont présentés sur la figure 423.1b les différents repères utilisés pour décrire les résultats. Notons ici que le centre de la source a pour coordonnées ( $x'=0, y'=13$ ) dans le référentiel de la plaque.

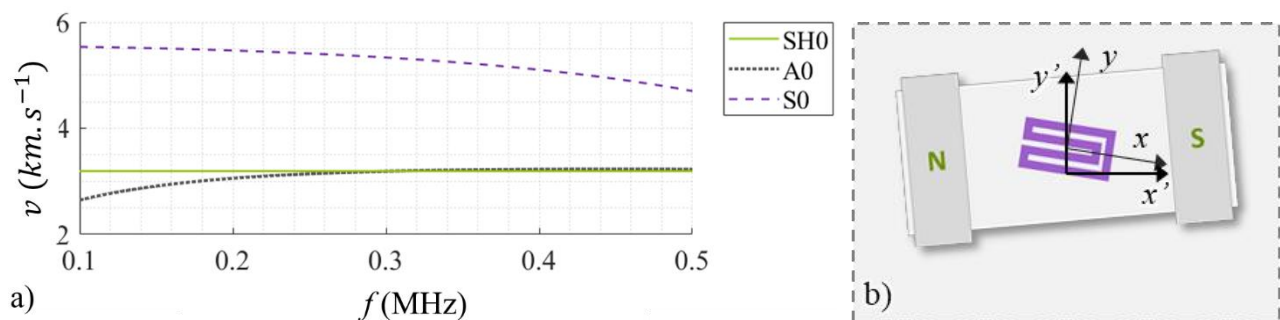


Figure 423.1 a) Courbes de dispersion dans une plaque d'aluminium de 3mm [variation des vitesses d'énergies ( $km.s^{-1}$ ) des modes en fonction de la fréquence  $f$  (MHz)]. b) Représentation schématique du centre de la plaque, du PM et des différents repères d'observation.

A titre d'illustration, la figure 423.2 donne un exemple de signal mesuré sur la plaque. Après analyse, on peut observer un bruit élevé en début du signal qui correspond en durée au signal injecté dans la bobine. La nature de ce bruit est vraisemblablement d'origine électronique et serait lié au mécanisme de déclenchement (trigger) reliant le générateur temate au vibromètre à balayage. À partir des vitesses de propagation des modes, on peut

également estimer les temps d'arrivée respectifs des différents modes. Comme le point d'observation montré figure 423.2 est situé à 204.24mm du centre de la source, cela signifie que les temps de vol des modes  $S0$  et  $A0$  sont respectivement de  $39\mu s$  et de  $64\mu s$ . On peut remarquer que l'amplitude du mode  $S0$  est sous le niveau du bruit de mesure tandis que l'arrivée du mode  $A0$  est plus visible sur ce signal non filtré.

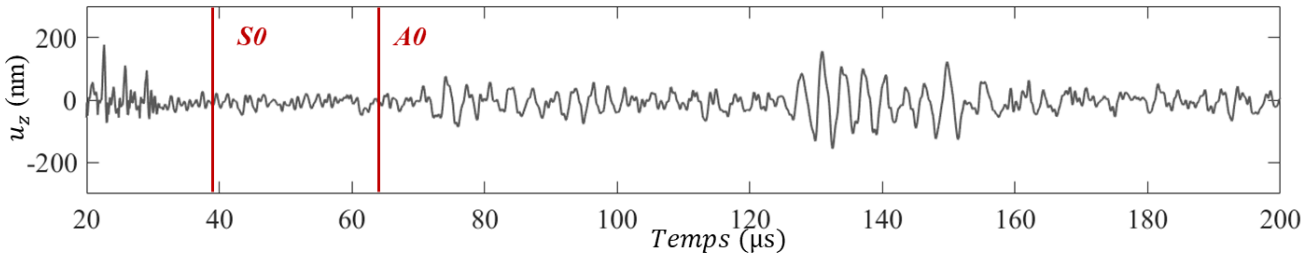


Figure 423.2 Variation temporelle du déplacement particulaire mesuré, non filtré, au point de coordonnées  $(x'=133, y'=168)$

Un traitement de signal est ensuite appliqué sur l'ensemble des signaux expérimentaux afin de réduire le bruit de mesure. Notons ici que l'on emploie le même traitement du signal sur les signaux simulés afin qu'ils puissent être comparés aux signaux expérimentaux. Précisons également que ce traitement s'effectue en deux temps. Ainsi, on utilise un premier filtre temporel  $H(t)$  de type *Heaviside*, tel que :  $H(t < 35\mu s \text{ ou } t > 250\mu s) \rightarrow 0$ , et  $H(t \geq 35\mu s \text{ et } t \leq 250\mu s) = 1$  de façon à éliminer la perturbation correspondant à l'excitation de la bobine tout en s'assurant que l'amplitude au début et à la fin du signal tende vers 0. Puis, on applique dans un second temps un filtre à bande étroite du type également *Heaviside*, centré sur 315kHz et de 200kHz de largeur de bande de fréquence de façon à améliorer la résolution du signal.

Etant donné la complexité des phénomènes mis en jeu, nous avons choisi de représenter les distributions simulées et mesurées du déplacement normal  $u_z$  pour différents pas de temps et sous forme de cartographies réalisées dans le repère  $(x', y')$ . Les différentes séquences temporelles permettent en effet une meilleure analyse des phénomènes de propagation, de réflexion et de conversion au sein de la plaque. De plus, si l'on souhaite bien comprendre ces cartographies, il est essentiel d'indiquer que les distributions du déplacement normal  $u_z$  affichées sur les figures 423.3 à 423.9 sont le fruit d'interpolations effectuées sur un maillage de points. Ainsi, le pas choisi pour les mesures est de 2mm selon  $x'$  et  $y'$  tandis qu'il est pris égal à 4mm pour les simulations. Le choix des dimensions du maillage du signal mesuré repose sur la longueur d'onde du mode  $A0$ , qui est de 7.42mm à la fréquence de 315kHz ; c'est le mode avec la plus petite longueur d'onde à cette fréquence. Le signal simulé est par essence non bruité, c'est pourquoi on utilise un maillage moins fin. Notons également que les amplitudes des déplacements hors plan mesurées sont montrées sur une échelle de -250nm à 250nm, tandis que celles simulées correspondent à des amplitudes relatives, leur dynamique étant adaptée afin de faciliter la comparaison avec les signaux expérimentaux.

La figure 423.3 réalisée au temps  $t=40.30\mu s$  permet d'illustrer l'apparition, au coin en bas à droite de la fenêtre d'observation, du mode guidé  $S0$  qui se propage le plus vite. Le temps d'arrivée du mode  $S0$  estimé précédemment sur la figure 423.2 est donc confirmé par l'observation de la figure 423.3.

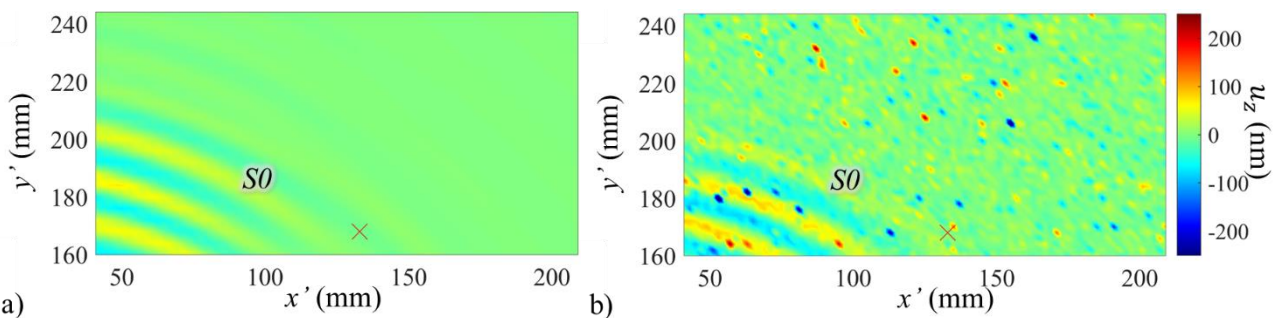


Figure 423.3 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=40.30\mu s$  a) simulée, b) mesurée.



Les figures 423.4, 423.5 & 423.6 réalisées respectivement à  $t = [62.38\mu s, 76.79\mu s, 86.39\mu s]$ , illustrent quant à elles l'apparition du mode guidé  $A0$  dans le coin en bas à droite de la fenêtre d'observation. D'un point de vue qualitatif, on peut apprécier les similitudes observées dans le motif d'émission du mode  $A0$  entre les résultats expérimentaux et ceux simulés. Notons également que l'émission directe du mode  $S0$  est toujours visible sur les figures 423.4 et 423.5 et que ce n'est qu'à partir de la figure 423.5 et à la figure 423.6, que l'on peut observer l'arrivée de la première réflexion sur le bord supérieur de la plaque du mode  $S0$  en mode  $S0$  (en haut sur la fenêtre d'observation).

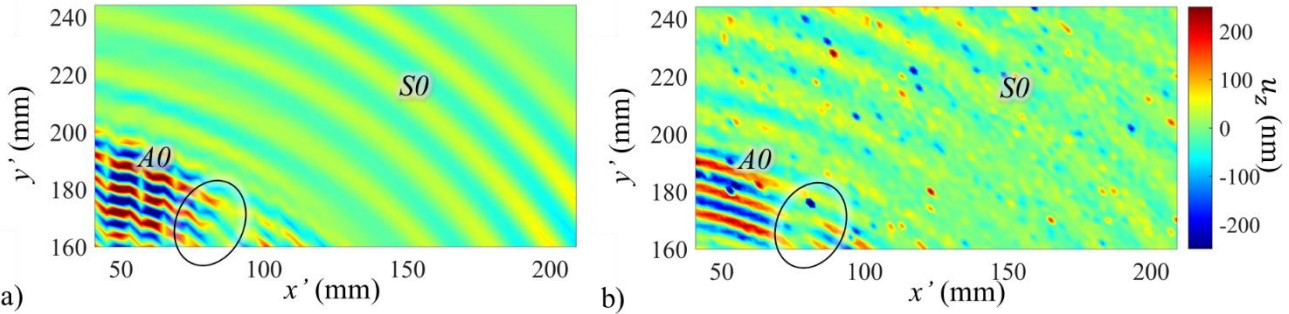


Figure 423.4 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=62.38\mu s$  a) simulée, b) mesurée.

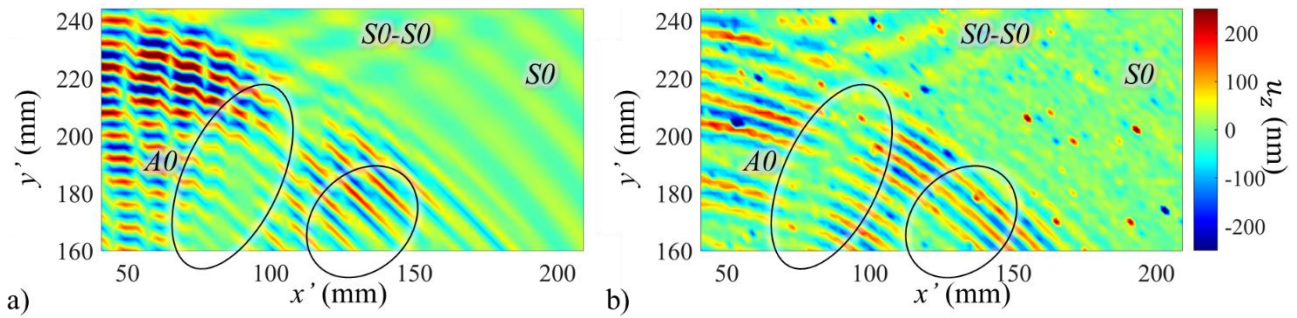


Figure 423.5 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=76.79\mu s$  a) simulée, b) mesurée.

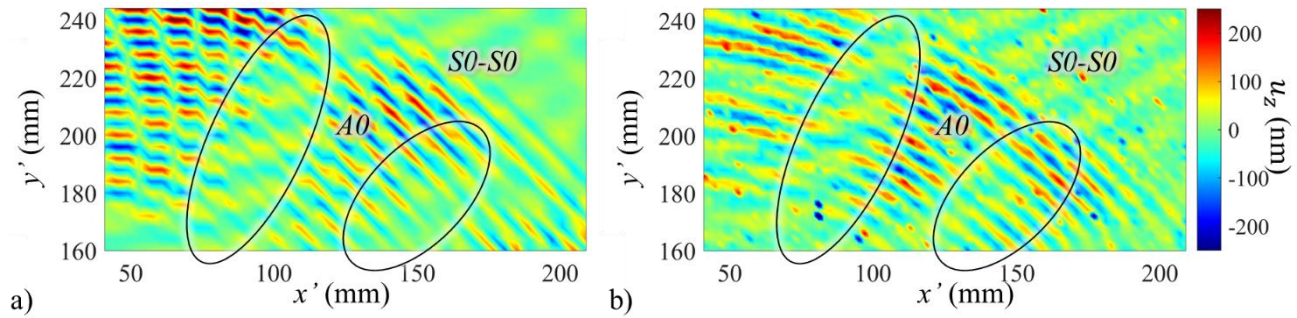


Figure 423.6 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=86.39\mu s$  a) simulée, b) mesurée.

Il faut attendre ensuite la figure 423.7 réalisée au temps  $t=115.19\mu s$  pour voir enfin la première réflexion du mode  $SH0$  en un mode  $S0$  sur le bord supérieur de la plaque en haut à gauche de la fenêtre d'observation. Sur cette cartographie, on peut également remarquer la fin du paquet en émission directe du mode  $A0$  dans le coin haut droit de la fenêtre d'observation. Autre point important que l'on peut souligner, il semble que les mesures de réflexion du mode  $S0$  en un mode  $S0$  sur le bord droit de la plaque sont de plus faible amplitude que dans le cas des signaux simulés. Cela signifie donc que le bord de la plaque réfléchit moins bien en réalité le mode  $S0$  que dans le cas de la prédiction. Ce résultat provient très certainement des conditions pures de réflexion sur un bord libre et parfaitement rectiligne que l'on a imposées dans le modèle.

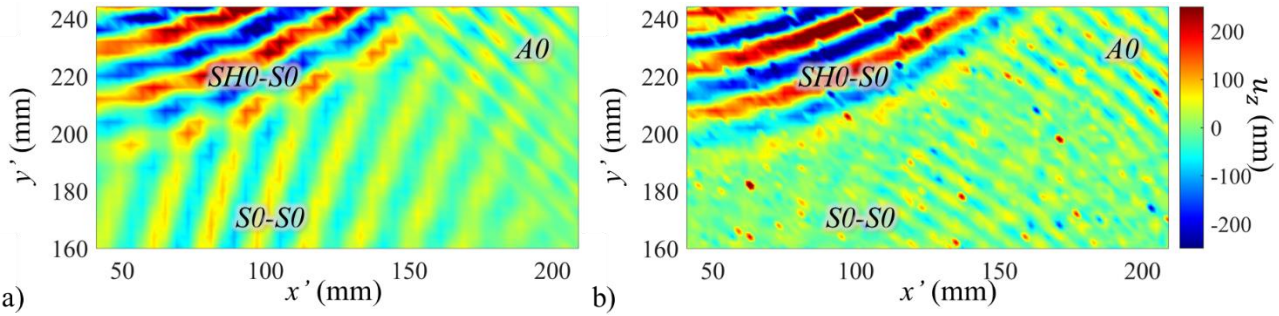


Figure 423.7 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=115.19\mu s$  a) simulée, b) mesurée.

Les premières interférences notables dans le signal mesuré apparaissent en haut à gauche de la fenêtre d'observation sur la figure 423.8 au temps  $t=129.59\mu s$ . En revanche, le maillage sur lequel les images sont interpolées ne permet pas de mettre correctement en évidence ce phénomène dans les signaux simulés. On peut toutefois noter également des interférences dans le signal simulé, entre la réflexion du mode  $S0$  en mode  $S0$  sur le bord droit qui se propage dans la direction  $-\vec{x}'$  avec la conversion du mode  $SH0$  en mode  $S0$  qui continue de se propager dans la direction  $-\vec{y}'$ .

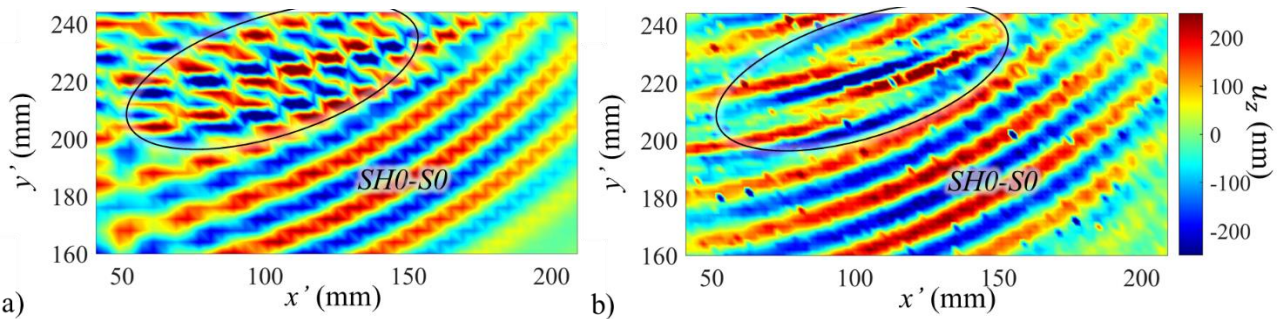


Figure 423.8 Distribution du déplacement normal  $u_z$  à  $t=129.59\mu s$  a) simulée, b) mesurée.

Globalement, l'analyse des cartographies montre que c'est le mode  $SH0$  converti en mode  $S0$  qui a l'amplitude la plus élevée, même si le mode  $A0$  est d'amplitude relativement comparable. D'après la figure 422.6, on aurait pu s'attendre à une plus grande excitabilité du mode  $S0$ , cependant ce terme d'excitabilité ne permet pas à lui seul de déduire les amplitudes relatives des modes sur une composante du déplacement. On peut en effet citer le cas du mode  $SH0$  dont l'énergie rayonnée n'est jamais portée par la composante normale. En outre, lorsque l'on trace les amplitudes relatives en émission directe de la composante hors plan des modes  $A0$  et  $S0$  (figure 423.9), on se rend compte très clairement que cette configuration de PM génère un champ de déplacement hors plan qui est principalement issu de la propagation du mode  $A0$ . Cela signifie par conséquent qu'à cette fréquence, l'énergie du mode  $S0$  est principalement portée par la composante longitudinale.

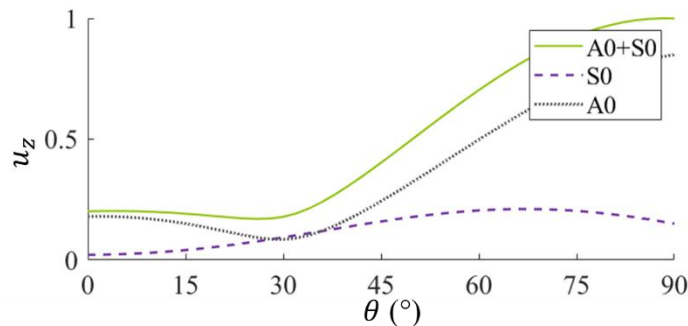


Figure 423.9 Variation angulaire du déplacement hors plan imputé à la propagation des modes  $A0$  et  $S0$  à 315kHz généré par le PM.

Si maintenant on s'intéresse de plus près à la comparaison entre les résultats simulés et mesurés, on peut estimer que l'on a obtenu une remarquable corrélation et ce, bien que les constantes d'élasticité et les irrégularités des bords de la plaque ne soient pas complètement maîtrisées.

Pour approfondir la comparaison entre les signaux expérimentaux et simulés, on choisit de représenter à la figure 423.11 les signaux temporels simulé et mesuré au point de coordonnées en  $(x'=133, y'=168)$ . Rappelons ici que ces signaux sont filtrés de la même manière que pour les distributions de déplacement particulaire précédemment montrées. L'amplitude du déplacement particulaire expérimental est donnée ici sur une plage de  $\pm 300nm$  tandis que l'amplitude du signal simulé est adaptée de façon à ce que la réflexion du mode *SH0* en mode *S0* corresponde à l'amplitude du signal expérimental.

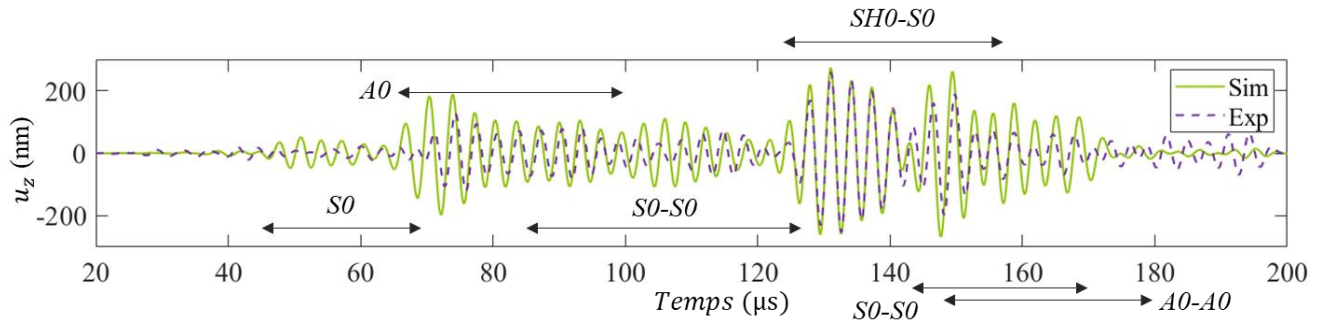


Figure 423.11 Signal temporel du déplacement particulaire  $u_z$  mesuré et simulé au point de coordonnées  $(x'=133, y'=168)$ .

À l'exception du mode *S0* et de la réflexion du mode *SH0* en mode *S0*, tous les autres paquets indiqués à la figure 423.11 résultent de la superposition de différentes séquences modales qui interfèrent. Après analyse des courbes simulées et mesurées, on remarque un bon accord au niveau de la phase des paquets d'ondes correspondant aux modes *S0* et *A0* directs. Le fait que l'amplitude mesurée pour le paquet correspondant au mode *S0* soit un peu plus faible qu'en simulation, découle très certainement du filtrage réalisé pour éliminer le bruit.

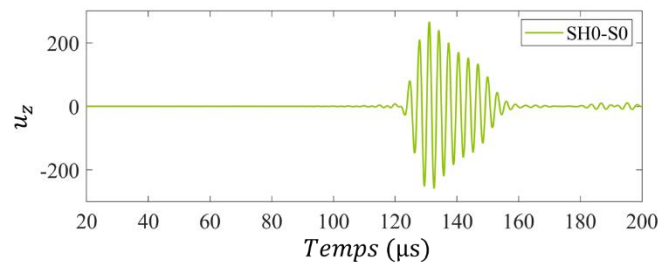


Figure 423.12 Signal temporel du déplacement particulaire  $u_z$  simulé au point de coordonnées  $(x'=133, y'=168)$  correspondant à la propagation du mode *S0* issue de la réflexion du *SH0* aux bords

Grâce à la simulation, il est également possible d'effectuer une analyse plus précise en s'appuyant sur une décomposition modale du signal. Ainsi, la figure 423.12 présente le signal du déplacement particulaire  $u_z$  au point de coordonnées  $(x'=133, y'=168)$  correspondant à la propagation du mode *S0* issue de la réflexion du mode *SH0* sur les bords tandis que les figures 423.13a et 423.13b donnent respectivement les signaux liés à la propagation et à la réflexion des modes *S0* et *A0*.

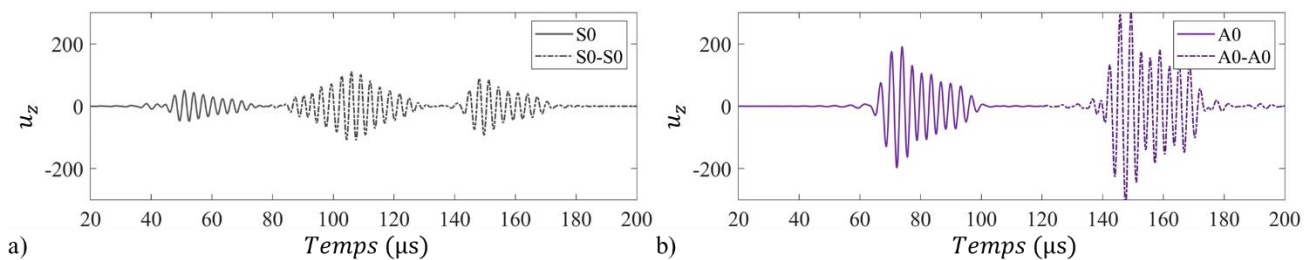


Figure 423.13 Signal temporel du déplacement particulaire  $u_z$  simulé au point de coordonnées  $(x'=133, y'=168)$  correspondant à la propagation du mode a) *S0* et b) *A0* et de leurs réflexions aux bords.

L'analyse de la forme des séquences modales prises à part sur la figure 423.13 montre qu'elles sont complètement différentes les unes des autres et qu'il suffirait donc qu'il y ait un décalage d'une demi-période pour observer des formes d'ondes plus proches du signal expérimental. Le premier paquet d'ondes  $SO-SO$  à la figure 423.11 n'est en effet pas en accord de phase avec la mesure entre  $100\mu s$  et  $110\mu s$ , puis on retrouve ensuite un accord en phase et en amplitude après les  $110\mu s$ . Etant donné la complexité de ces paquets d'interférences et les incertitudes liées à la mesure expérimentale, il apparaît quasiment improbable de prédire exactement le même signal que dans le cas expérimental. Cependant, on note, que le paquet d'ondes  $SHO-SO$  prédit pendant la durée sans interférences, se superpose parfaitement au signal expérimental. De plus, lorsque ce paquet interfère après  $140\mu s$  avec les réflexions des modes  $SO$  et  $AO$ , c'est-à-dire composées des deux séquences modales ( $SO-SO$  et  $AO-AO$ ), le signal expérimental et celui simulé restent en accord de phase. Par conséquent, on peut estimer ici que les prédictions données par l'outil de simulation sont en excellente corrélation avec les mesures.

De l'ensemble de ces observations, on peut dresser une liste des différents points d'amélioration. On pourrait dans un premier temps orienter la source de sorte que l'angle d'incidence du  $SHO$  soit plus important et ainsi augmenter le taux de conversion entre les modes  $SHO$  et  $SO$ . Dans un second temps, on pourrait également ré-usiner les bords de la plaque afin d'être plus proches des conditions de la simulation. Enfin, le scénario même de cette validation expérimentale pourrait être repensé car il implique de nombreuses réflexions et interférences de modes, ce qui complexifie grandement l'interprétation des résultats.

### 4.3. Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à démontrer que l'outil de simulation que nous avons développé était adapté pour la modélisation et la simulation du rayonnement ultrasonore par un patch magnétostrictif.

Pour ce faire, nous avons proposé dans un premier temps de simuler une configuration de PM déjà étudiée dans la littérature. Il s'agissait de la configuration proposée par [Oh-*et-al*\_2013] et pour laquelle l'auteur donnait non seulement des résultats de simulation mais aussi des résultats de mesures. L'analyse approfondie de cette configuration avec notre outil de simulation nous a aidé à mieux comprendre les phénomènes mis en jeu lors du rayonnement ultrasonore des PM. En particulier, on a pu ainsi démontrer que la magnétostriction est prédominante par rapport aux autres phénomènes de transduction et que l'hypothèse d'un champ d'induction magnétique statique uniforme ne permet pas toujours de prédire correctement le motif d'émission du mode guidé  $SO$ . On a également mis en avant l'influence de l'épaisseur de couplant sur le motif d'émission des ondes guidées.

Dans un deuxième temps et pour s'assurer de la validité de l'outil de simulation développé, on a proposé de concevoir et de fabriquer une structure de PM capable de rayonner principalement des ondes de type  $SH$ . Le dispositif de mesure expérimental que nous avons mis au point nous a servi à vérifier que le système fonctionnait bien dans le mode désiré. De plus, l'excellente corrélation observée entre les mesures et les prédictions a permis de définitivement valider l'outil de simulation.

## Conclusion

Pour rappel, tout l'enjeu de ce travail de thèse consistait à être capable de construire un outil de simulation complet afin de prédire le rayonnement ultrasonore d'ondes élastiques guidées (OG) par des patches magnétostrictifs (PM), tout en s'appuyant sur des modèles existants développés au laboratoire du CEA et en les adaptant à notre cas d'étude. Afin de faciliter la conception et l'optimisation de ces transducteurs, cet outil devait d'une part, prendre en considération l'ensemble des phénomènes participant à la transduction des PM et d'autre part, permettre de rendre compte quantitativement de l'influence à la fois des champs d'excitations magnétiques statiques et dynamiques en jeu, du comportement magnétoélastique des PM, ainsi que du couplage mécanique des PM avec la pièce dans laquelle ils rayonnent. On peut conclure ici que cet objectif a été atteint selon une démarche progressive que l'on a retranscrite dans les quatre chapitres du manuscrit.

Dans le premier chapitre, nous nous sommes en premier lieu attachés à décrire les mécanismes en jeu résultant de la magnétisation et de la magnétostriction d'un matériau ferromagnétique. En particulier, on a vu que les comportements magnétique et magnétoélastique des matériaux ferromagnétiques étaient non-linéaires et hystérétiques, ce qui explique que leur fonctionnement soit relativement complexe à modéliser. Dans un deuxième temps, on a présenté le modèle d'EMAT développé par [Clausse\_2018] qui permet de calculer l'ensemble des sources de transduction dans un matériau ferromagnétique et de les convertir en sources de contraintes équivalentes surfaciques, sans *a priori* sur les configurations à traiter. Notons ici que cette approche se nourrit de deux autres modèles que nous avons décrits, à savoir le module CIVA CF [Extende] et le modèle MME de [Daniel\_2003]. Ces trois modèles sont parfaitement adaptés aux matériaux ferromagnétiques et peuvent donc être utilisés pour modéliser les sources de transduction à la surface d'un PM. Pour finir, nous avons étudié deux configurations de PM issues de la littérature, le CMPT de [Yoo-et-al\_2014] et l'EMAT magnétostrictif de [Ribichini-et-al\_2011]. L'analyse des résultats a montré que la magnétostriction était bien prédominante dans ces deux configurations, ce qui nous a autorisé par la suite à négliger les densités de forces électromagnétiques, hypothèse largement répandue dans la littérature traitant des PM.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé et développé une formulation à deux dimensions (2D) du modèle de Thomson-Haskell (TH) adaptée à la modélisation d'un PM collé à une pièce susceptible de guider les ondes ultrasonores. Plus précisément, le PM rayonnant dans une pièce (un guide) était représenté par une superposition de trois couches (bande magnétostrictive, colle, pièce) supposées infinies dans le plan. Afin de pouvoir réutiliser une même source pour des guides d'ondes ultrasonores d'épaisseurs différentes, on a fait également l'hypothèse que la pièce était d'épaisseur infinie de sorte qu'aucune onde réfléchi sur le fond de la pièce ne vienne perturber le fonctionnement de la source. Ensuite, l'outil numérique reposant sur cette formulation de TH à 2D a été validé par une comparaison directe avec une simulation par EF (Ondomatic). De ces résultats, il ressort que des phénomènes de résonance ou au contraire des phénomènes de forte atténuation des ondes planes au sein du milieu multicouche sont observables, ce qui renforce l'intérêt de disposer d'un outil permettant de prédire ces comportements non triviaux. À la suite de cette étape, on a vérifié que cette méthode pouvait s'appliquer à l'étude de rayonnement d'OG d'une source primaire exercée sur un PM de dimensions finies collé sur un guide d'ondes ultrasonores d'épaisseur finie. Cette analyse a été menée d'une part, à l'aide d'un modèle par EF et d'autre part, avec l'outil numérique développé à partir de la formulation de TH à 2D couplée avec le modèle de pinceau modal [Barras\_2020] de rayonnement des OG. Dans le cas d'une source simple, les prédictions du rayonnement d'OG sont en excellent accord avec les résultats EF, ce qui valide les hypothèses de modélisation du PM faites pour cette configuration.

Dans le troisième chapitre, on a étendu la formulation de TH à trois dimensions (3D) afin de pouvoir déterminer la source secondaire de contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores à partir de la source primaire de contraintes élastiques à la surface supérieure de bande magnétostrictive. Notons ici que le calcul de la source secondaire de contraintes élastiques est primordial car c'est ce terme qui est employé dans le calcul du rayonnement d'OG à l'aide de la méthode du pinceau modal. Rappelons également que cette formulation de TH à 3D repose sur les mêmes hypothèses de modélisation que celles qui ont déjà été validées

au deuxième chapitre. L'outil numérique développé à partir de la formulation de TH à 3D a ensuite été validé en comparant de nouveau ses prédictions avec celles obtenues par un calcul par EF (Ondomatic). Soulignons ici le fait que cette validation est effectuée avec une source primaire qui reprend le motif des fils d'une bobine à méandres. Après analyse des résultats, on a observé d'une part, que la source secondaire était lissée par le passage à travers la bande magnétostrictive et la colle et d'autre part, que l'amplitude des contraintes transverses était plus atténuée que celle de la contrainte normale. De tels résultats ne peuvent être connus quantitativement qu'à l'aide d'un outil numérique adapté, c'est pourquoi la prédiction quantitative des sources secondaires effectives est nécessaire en vue de la prédiction quantitative du rayonnement d'OG par un PM. Pour terminer l'étude, on s'est intéressé aux singularités qui existent dans les formulations 3D et 2D de TH. En particulier, on a montré que la présence d'une singularité empêche le calcul direct du rayonnement du mode guidé de type *SHO*. Afin de résoudre le problème de calcul lié à cette singularité (ainsi que d'autres), nous avons proposé alors une solution consistant à ajouter une atténuation dans la couche représentant le guide d'ondes ultrasonores, puis nous avons validé cette solution en montrant l'effet sur le signal temporel de la source secondaire et en le comparant avec des simulations réalisées par EF.

Dans le quatrième et dernier chapitre, nous nous sommes focalisés dans un premier temps sur la configuration étudiée dans l'article de [Oh-*et-al*\_2013] et nous avons indiqué de quelle manière, on pouvait la modéliser dans le logiciel CIVA. Une fois encore, les résultats obtenus ont démontré que la magnétostriction était prédominante par rapport aux autres phénomènes de transduction. L'outil de simulation complet que nous avons développé dans cette thèse a ensuite fait l'objet d'une validation grâce à la comparaison des prédictions obtenues avec les résultats de simulation validés expérimentalement de [Oh-*et-al*\_2013]. En outre, on a pu vérifier avec notre outil de simulation que l'hypothèse d'un champ d'induction magnétique uniforme ne permet pas dans ce cas précis de prédire correctement le motif d'émission du mode guidé *SO*. De plus, on a mis également en avant l'influence de l'épaisseur de couplant sur le motif d'émission des ondes guidées. Dans un deuxième temps, nous avons pris la décision de concevoir et de tester une configuration représentative d'un PM dédié au rayonnement des ondes de type *SH*. Pour la validation expérimentale, nous avons donc dû travailler à la mise en place d'un dispositif de mesure permettant l'observation du mode *SHO* rayonné après sa conversion en mode *SO* sur un bord de la plaque. L'analyse des distributions du déplacement particulière hors plan en différents points a permis de vérifier que les signaux simulés et mesurés étaient en excellent accord, ce qui valide définitivement l'outil de simulation que nous avons développé.

En résumé, le simulateur global réalisé dans cette étude, permet de prédire le rayonnement d'OG par des PM en faisant appel à deux modèles existants adaptés au contexte des PM. Ainsi, un premier modèle de transduction en milieu ferromagnétique, initialement développé pour modéliser la transduction des EMAT [Clause\_2018], est utilisé pour calculer les sources dynamiques à la surface supérieure du PM. Puis, un second modèle, le pinceau modal de [Barras\_2020], est employé pour prédire le rayonnement d'OG à partir de la source de contraintes élastiques à la surface supérieure du guide d'ondes ultrasonores. Ces deux modèles sont reliés à l'aide d'un troisième en effectuant un minimum de calcul, en se basant sur une formulation de Thomson-Haskell. On a montré que ce lien pouvait se faire en ne tenant compte que des propriétés élastiques du matériau dans lequel on rayonne, c'est-à-dire sans avoir à connaître a priori l'épaisseur du guide d'ondes ultrasonores. Précision ici que chaque étape de construction de ce troisième modèle et chaque approximation que l'on a été amené à faire, ont été justifiées et validées.

L'originalité de ces travaux réside dans le fait que ce modèle global s'appuie sur des formulations semi-analytiques, qui sont fondamentalement modales, ce qui est parfaitement adapté à l'usage pouvant être fait du simulateur. Cet outil offre en effet comme principal avantage de minimiser le nombre de calculs puisque l'on ne s'intéresse ici qu'aux seules contributions d'ondes guidées propagatives parvenant aux points où l'on souhaite prédire le champ ultrasonore. En outre, il va de soi que cet outil peut s'intégrer naturellement au sein de la plateforme logicielle CIVA à laquelle il fait explicitement appel pour un certain nombre de calculs existants.

## Perspectives

Afin de poursuivre les recherches sur le sujet et continuer d'améliorer les performances de l'outil de simulation développé dans le cadre de cette thèse, plusieurs pistes peuvent être dégagées dans le futur.

A court terme, on prévoit que le simulateur global que nous avons développé, puisse être directement employé dans certaines configurations d'intérêts pour l'entreprise Vallourec, notamment par exemple en vue de mesurer les contraintes résiduelles dans des tubes à l'aide de PM. Il s'agira alors de concevoir de façon optimale les dispositifs de PM en fonction des structures étudiées et des modes sélectionnés pour l'inspection. Ce travail qui participera à l'évolution du simulateur et notamment à son utilisation pour des applications variées, fait d'ailleurs l'objet d'un dépôt de projet ANR dans le cadre de l'appel à projet 2022.

A moyen terme, ce travail de recherche va également se poursuivre avec le démarrage d'une thèse dédiée aux antennes de PM pour faire de l'imagerie ultrasonore par OG dans des plaques. Dans ce cadre, il sera nécessaire de compléter l'outil de simulation existant en intégrant également un modèle de réception du rayonnement ultrasonore par les PM. Notons ici que le développement de cette nouvelle fonctionnalité pourra s'appuyer sur le tout récent modèle de réception par EMAT d'ondes élastiques se propageant dans un milieu ferromagnétique mis en œuvre dans la thèse de [Abderahmane\_2021].

En parallèle de ces recherches fondamentales, le simulateur global développé au cours de cette thèse va pouvoir également faire l'objet d'une intégration dans la plateforme logicielle CIVA. Comme le simulateur est architecturé par blocs, des améliorations et des extensions pourront plus facilement être opérées sans à revoir complètement la démarche de modélisation. Ainsi, les principales extensions envisageables sont listées ci-après :

-En premier lieu, le modèle d'EMAT a été développé pour s'adapter avec une surface de pièce de géométrie quelconque. Aussi, si le PM est directement collé sur une surface courbe, le formalisme de TH pourra être facilement réutilisé à condition que les épaisseurs de la bande magnétostrictive et de la colle soient très petites par rapport au rayon de courbure.

-En second lieu, si l'on souhaite générer des ondes de volumes plutôt que des ondes guidées avec un PM, il suffira de remplacer le bloc correspondant au pinceau modal par OG par le modèle choisi pour le calcul du rayonnement des ondes de volume. Notons ici que des stratégies différentes de modélisation pour réaliser le couplage entre les divers blocs pourront être éventuellement nécessaires si le modèle de rayonnement sélectionné dépend du temps. En fonction des applications, une approche de modélisation dans le domaine temporel peut, en effet, s'avérer plus intéressante car moins coûteuse en temps de calcul.

-En troisième lieu, des extensions pour permettre la simulation du rayonnement ultrasonore des ondes guidées dans une pièce anisotrope sont également envisagées. Cela nécessite en particulier de construire la matrice de transfert dans le formalisme TH de façon à tenir compte de l'anisotropie de la pièce. Soulignons ici le fait qu'il n'y a pas de difficulté théorique à cette extension puisque le formalisme de TH repose sur la propagation des ondes planes, et que cette propagation en milieu anisotrope est un sujet parfaitement connu.





## Bibliographie

- [ANSYS] ANSYS Low-frequency Electromagnetic Analysis Guide (ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, 2003).
- [Abdelkarim-*et-al*\_1999] A. M. Abdelkarim, A. C. Vrouwenvelder, M. D. Verweij (1999). “Analysis of the dynamic response of layered, elastic media by means of the Fast Fourier Transform.” *HERON -ENGLISH EDITION-* **44**, pp. 109-125.
- [Abderahmane\_2021] A. Abderahmane. (2021) “Méthode d’imagerie par tomographie d’ondes élastiques guidées des contraintes multiaxiales d’une plaque ferromagnétique au moyen d’EMAT.” Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay.
- [Barkhausen\_1919] H. Barkhausen (1919). “Zwei mit Hilfe der neuen Verstärker entdeckte Erscheinungen.” *Phys. Z* **20**, pp. 401-403.
- [Barras\_2020] J. Barras. (2020). “Prédiction modale du rayonnement d’ondes élastiques guidées par une source quelconque dans une structure fine-application au contrôle non destructif.” Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay.
- [Barras-*et-al*\_2020] J. Barras, A. Lhémy, A. Impériale (2020). “Modal pencil method for the radiation of guided wave fields in finite isotropic plates validated by a transient spectral finite element method.” *Ultrasonics* **103** 106078.
- [Berenger\_1994] J. P. Berenger (1994). “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves.” *J. Comput. Phys.* **114**, pp. 185–200.
- [Berry-Geim\_1997] M. V. Berry, A. K. Geim (1997). “Of flying frogs and levitrons.” *Eur. J. Phys.* **18**, pp. 307-313.
- [Berthelot-Walaszek\_2008] F. Berthelot, H. Walaszek (2008). “Les ondes guidées : un contrôle rapide et global de structures de grande longueur dédié à la maintenance.” Actes du congrès COFREND 2008 publiés en ligne. <https://www.ndt.net/article/cofrend2008/papers/091.pdf>
- [Bertoncini-*et-al*\_2010] F. Bertoncini, M. Raugi, F. Turcu. (2010) “Application of Ultrasonic Guided Waves in the Field of Cryogenic Fluids”, Proceedings *Eur. Conf. NDT* 2010.
- [Bertoncini-*et-al*\_2012] F. Bertoncini, G. Giunta, M. Raugi, F. Turcu (2012). “Overview and Experimental Evaluation of Magnetostrictive Transducers for Guided Wave Inspection.” *NDT&E Int.* **17**, 13162.
- [Bloch\_1932] F. Bloch (1932). “Zur Theorie des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika.” *Z. Physik* **74**, pp. 295-335.
- [Boulay\_2017] N. Boulay. (2017). “Modélisation des capteurs d’émission acoustique en vue de la simulation d’un contrôle.” Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay.
- [Brown\_1966] W. F. Brown. (1966). *Magnetoelastic Interactions*. Springer-Verlag, Berlin.
- [Buiron-*et-al*\_1999] N. Buiron, L. Hirsinger, R. Billardon (1999). “A multiscale model for magneto-elastic couplings.” *J. Phys. IV*, pp. 139-141.
- [Cho-*et-al*\_2005] S. H. Cho, C. I. Park, Y. Y. Kim (2005). “Effects of the orientation of magnetostrictive nickel strip on torsional wave transduction efficiency of cylindrical waveguides.” *Appl. Phys. Lett.* **86**, 244101.
- [Cho-*et-al*\_2006b] S. H. Cho, J. S. Lee, Y. Y. Kim (2006). “Guided wave transduction experiment using a circular magnetostrictive patch and a figure-of-eight coil in nonferromagnetic plates.” *Appl. Phys. Lett.* **88**, 224101.

- [Cho-*et-al*\_2007] S. H. Cho, S. W. Han, C. I. Park, Y. Y. Kim (2007). “High-frequency torsional modal testing of a long cylinder by magnetostriction.” *Appl. Phys. Lett.* **91**, 071908.
- [Clausse\_2018] B. Clausse (2018). “Modélisation des traducteurs électromagnétiques acoustiques (EMAT) pour le contrôle non-destructif (CND) de milieux ferromagnétiques.” Thèse de doctorat. Université de Paris-Saclay.
- [Clausse-Lhemery\_2016] B. Clausse, A. Lhémy (2016). “Transformation of body force generated by non-contact sources of ultrasound in an isotropic solid of complex shape into equivalent surface stresses.” *Wave Motion* **60**, pp. 135-148.
- [COMSOL] COMSOL Multiphysics® v. 5.6. [www.comsol.com](http://www.comsol.com). COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- [Courant-*et-al*\_1928] R. Courant, K. O. Friedrichs, H. Lewy (1928). “Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik.” *Math. Ann.* **100**, pp. 32-74.
- [Cousin-*et-al*\_2021] G. Cousin, A. Lhémy, S. Grondel (2021). “A model to predict the elastic field radiated by a magnetostrictive patch transducer into an omnidirectional waveguide.” *J. Phys.: Conf. Ser.* **1761**, 012005.
- [Dahia-*et-al*\_2015] A. Dahia, E. Berthelot, Y. Le Bihan, L. Daniel (2015). “A model-based method for the characterisation of stress in magnetic materials using eddy current non-destructive evaluation.” *J. Phys. D: Appl. Phys.* **48**, 195002.
- [Daniel\_2003] L. Daniel (2003). “Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés.” Thèse de doctorat. ENS Cachan.
- [Daniel\_2011] L. Daniel (2011). “Approche multi-échelle du comportement électro-magnéto-mécanique.” Mémoire d’HDR. Université Paris-Sud 11.
- [Daniel-*et-al*\_2020] L. Daniel, L. Bernard, O. Hubert (2020). “Multiscale modeling of magnetic materials.” in Reference Module in Materials Science and Materials Engineering, Elsevier. hal-02777610.
- [DeBelleval-*et-al*\_2006a] J.-F. de Belleval, C. Potel et Ph. Gagniol. (2006) “Milieux homogènes et homogènes stratifiés. Modèles linéaires de propagation.” in Matériaux et acoustique 1 : propagation des ondes acoustiques 1 sous la direction de M. Bruneau et C. Potel . (Hermès Lavoisier Paris), pp.17-32.
- [DeBelleval-*et-al*\_2006b] J.-F. de Belleval, Ph. Gagniol et C. Potel. (2006) “Milieux homogènes et homogènes stratifiés. Modèles linéaires de propagation.” in Matériaux et acoustique 1 : propagation des ondes acoustiques 1. sous la direction de M. Bruneau et C. Potel (Hermès Lavoisier Paris), pp. 32-43.
- [Dunkin\_1965] J. W. Dunkin (1965). “Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies.” *Bull. Seism. Soc. Am.* **55**, pp. 335-358.
- [Extende] Site internet de extende : [www.extende.com](http://www.extende.com).
- [Fagan-*et-al*\_2021] P. Fagan, B. Ducharme, L. Daniel, A. Skarlatos (2021). “Magnetic Barkhausen noise: A simulation tool.” *AIP Advances* **11** 025322.
- [Fang-Tse\_2018] Z. Fang, P. W. Tse (2018). “Axial magnetized patch for efficient transduction of longitudinal guided wave and defect identification in concrete-covered pipe risers.” *Struct. Contr. Health Monit.* **25**, e2231.
- [Garcia-*et-al*\_2016] V. Garcia, C. Boyero, J. A. Jimenez (2016). “Corrosion detection under pipe supports using EMAT Medium Range Guided Waves.” in Proc. 19<sup>th</sup> World Conf. NDT, pp. 13-17.
- [Gorchy] Image des domaines magnétiques dans l’article wikipédia traitant des domaines de Weiss référencé comme : Par Gorchy travail personnel, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4459327>

- [Haskell\_1953] N. A. Haskell (1953). "The dispersion of surface waves on multilayered media." *Bull. Seism. Soc. Am.* **43**, pp 17-34.
- [Heisenberg\_1931] W. Heisenberg (1931). "Zur Theorie der Magnetostraktion und der Magnetisierungskurve." *Z. Physik* **69**, 287.
- [Hubert-Schäfer\_1998] A. Hubert and R. Schäfer (1998). "Magnetic domains: The Analysis of Magnetic Microstructures" Springer, Berlin.
- [Imperial-Demaldent\_2019] A. Imperiale, E. Demaldent (2019). "A macro-element strategy based upon spectral finite elements and mortar elements for transient wave propagation modeling." *Int. J. Num. Meth. Engng.* **119**, pp. 964-990.
- [Joule\_1847] J. P. Joule (1847). "On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars." *Philos. Mag.* **30**, pp 76-87.
- [Kausel-Roësset\_1981] E. Kausel, J. M. Roësset (1981). "Stiffness matrices for layered soils." *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, pp. 1743-1761.
- [Kim-Kwon\_2015] Y. Y. Kim, Y. E. Kwon (2015). "Review of magnetostrictive patch transducers and applications in ultrasonic nondestructive testing of waveguides." *Ultrasonics* **62**, pp 3-19.
- [Kim-et-al\_2005] Y. Y. Kim, C. I. Park, S. H. Cho, S. W. Han (2005). "Torsional wave experiments with a new magnetostrictive transducer configuration." *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, pp. 3459-3468.
- [Kim-et-al\_2011a] Y. G. Kim, H. S. Moon, K. J. Park, J. K. Lee (2011). "Generating and detecting torsional guided waves using magnetostrictive sensors of crossed coils." *NDT&E Int.* **44**, pp. 145-151.
- [Kim-et-al\_2011b] H. W. Kim, Y. E. Kwon, S. H. Cho, Y. Y. Kim (2011). "Shear-horizontal wave-based pipe damage inspection by arrays of segmented magnetostrictive patches." *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **58**, pp. 2689-2698.
- [Kim-et-al\_2015] H. J. Kim, J. S. Lee, H. W. Kim, H. S. Lee, Y. Y. Kim, (2014). "Numerical simulation of guided waves using equivalent source model of magnetostrictive patch transducers." *Smart Mat. Struct.* **24**, 015006.
- [Kim-Jung\_2005] J. Kim, E. Jung (2005). "Finite element analysis for acoustic characteristics of a magnetostrictive transducer." *Smart Mat. Struct.* **14**, 1273.
- [Kim-Kim\_2006] I. K. Kim, Y. Y. Kim (2006). "Wireless frequency-tuned generation and measurement of torsional waves using magnetostrictive nickel gratings in cylinders." *Sensors and Actuat. A*, **126**, pp. 73-77.
- [Kim-Kim\_2007] Y. Kim, Y. Y. Kim (2007). "A novel Terfenol-D transducer for guided-wave inspection of a rotating shaft." *Sensors and Actuat. A* **133**, pp. 447-456.
- [Kim-Kwon\_2015] Y. Y. Kim, Y. E. Kwon (2015). "Review of magnetostrictive patch transducers and applications in ultrasonic nondestructive testing of waveguides." *Ultrasonics* **62**, pp 3-19.
- [Kuansheng-et-al\_2010] H. Kuansheng, H. Songling, Z. Wei, W. Zheng, W. Shen, H. Zijing (2010). "A new frequency-tuned longitudinal wave transducer for nondestructive inspection of pipes based on magnetostrictive effect." In: Proceedings of the IEEE sensors application symposium, pp. 64-68.
- [Kwun\_1998] H. Kwun, K. A. Bartels (1998). "Magnetostrictive sensor technology and its applications." *Ultrasonics* **36**, pp. 171-178.
- [Kwun\_2014] H. Kwun (2014). "Magnetostrictive Sensor (MsS) Probe Development for Guided Wave Examination of Boiler Reheaters." EPRI, Palo Alto, CA: 2014. 3002003419.

- [Kwun-Duffer\_2008] H. Kwun, C. Duffer (2008). "Evaluation of Magnetostrictive Sensor (MsS) Technology for Detection of Cracking near High Crown Seals." EPRI, Palo Alto, CA : 2008. 1016874.
- [Kwun-et-al\_1995] H. Kwun, J. J. Hanley, A. E. Holt (1995). "Detection of corrosion in pipe using the magnetostrictive sensor technique." *in*: Proc. SPIE 2459, Nondestructive Evaluation of Aging Maritime Applications, pp. 140-148.
- [Kwun-et-al\_2002] H. Kwun, S. Y. Kim, J. F. Crane (2002). U.S. Patent No. 6,429,650. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- [Kwun-et-al\_2003] H. Kwun, S.-Y Kim, M.-S Choi, G.M. Light, (2003). "Guided-Wave Structural Health Monitoring of Piping in processing Plants" *in*: Proc. Struct. Health Monit. 2003, Stanford University, pp. 709-716.
- [Kwun-Holt\_1995] H. Kwun, A. E. Holt (1995). "Feasibility of under-lagging corrosion detection in steel pipe using the magnetostrictive sensor technique." *NDT&E Int.* **28**, pp. 211-214.
- [Kwun-Teller\_1994] H. Kwun, C. M. Teller (1994). "Magnetostrictive generation and detection of longitudinal, torsional, and flexural waves in a steel rod." *J. Acoust. Soc. Am.* **96**, pp. 1202-1204.
- [KyungHoSun\_2008] K. H. Sun, S. H. Cho, Y. Y. Kim (2008). "Topology design optimization of a magnetostrictive patch for maximizing elastic wave transduction in waveguides." *IEEE Trans. Magn.* **44**, pp.2373-2380.
- [Lee-et-al\_2017] P. H. Lee, C. J. Huang, J. C. Tu, S. T. Wang (2017). "Use of EMAT for Monitoring Pipe Support Corrosion Detected by an Internal PIG." *In Proc. APCNDT.* [https://www.ndt.net/events/APCNDT2017/app/content/Paper/87\\_Lee\\_Rev1.pdf](https://www.ndt.net/events/APCNDT2017/app/content/Paper/87_Lee_Rev1.pdf)
- [Lee-et-al\_2007] J. S. Lee, S. H. Cho, Y. Y. Kim, (2007). "Radiation pattern of Lamb waves generated by a circular magnetostrictive patch transducer." *Appl. Phys. Lett.* **90**, 054102.
- [Lee-Kim\_2002] H. Lee, Y. Y. Kim (2002). "Wave selection using a magnetomechanical sensor in a solid cylinder." *J. Acous. Soc. Am.* **112**, pp. 953-960.
- [Lee-Kim\_2015] H. Lee, Y. Y. Kim, (2015). "Semi-analytic formulation and its experimental verification to determine the radiation patterns of ultrasonic guided waves generated on a plate by a magnetostrictive patch transducer." *J. Mech. Sc. Tech.* **29**, pp. 5309-5316.
- [Liu-et-al\_2016] Z. Liu, Y. Hu, J. Fan, W. Yin, X. Liu, C. He, B. Wu (2016). "Longitudinal mode magnetostrictive patch transducer array employing a multi-splitting meander coil for pipe inspection." *NDT&E Int.* **79**, pp. 30-37.
- [Liu-et-al\_2018a] Z. Liu, Y. Hu, M. Xie, J. Fan, C. He, B. Wu (2018). "Development of an omni-directional shear horizontal mode magnetostrictive patch transducer." *AIP Conf. Proc.* **1949**, 200005
- [Liu-et-al\_2018b] Z. Liu, Y. Zhang, M. Xie, A. Li, W. Bin, C. He (2018). "A direction-tunable shear horizontal mode array magnetostrictive patch transducer." *NDT&E Int.* **97**, pp. 20-31.
- [Lowe\_1995] M. J. Lowe (1995). "Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media." *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **42**, pp. 525-542.
- [Oh-et-al\_2013] J. H. Oh, K. H. Sun, Y. Y. Kim (2013). "Time-harmonic finite element analysis of guided waves generated by magnetostrictive patch transducers." *Smart Mat. Struct.* **22**, 085007.
- [Owens-et-al\_2016] S. E. Owens, C. J. Borigo, J. L. Rose, B. Lopez (2018). U.S. Patent No. 10,119,942. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.

- [Park-*et-al*\_2005] C. I. Park, W. Kim, S. H. Cho, Y. Y. Kim(2005). “Surface-detached V-shaped yoke of obliquely bonded magnetostrictive strips for high transduction of ultrasonic torsional waves.” *Appl. Phys. Lett.* **87**, 224105.
- [Park-*et-al*\_2006] C. I. Park, S. H. Cho, Y. Y. Kim (2006). “Z-shaped magnetostrictive patch for efficient transduction of a torsional wave mode in a cylindrical waveguide.” *Appl. Phys. Lett.* **89**, 174103.
- [Park-*et-al*\_2019] C. I. Park, H. M. Seung, Y. Y. Kim (2019).” Bi-annular shear-horizontal wave MPT tailored to generate the SH1 mode in a plate.” *Ultrasonics* **99**, 105958.
- [PerezAparicio-Sosa\_2004] J. L. Pérez-Aparicio, H. Sosa (2004). “A continuum three-dimensional, fully coupled, dynamic, non-linear finite element formulation for magnetostrictive materials.” *Smart Mat. Struct.* **13**, 493.
- [Pernia-*et-al*\_2019] A. M. Pernía, H. A. Mayor, M. J. Prieto, P. J. Villegas, F. Nuño, J. A. Martín-Ramos (2019). “Magnetostrictive sensor for blockage detection in pipes subjected to high temperatures.” *Sensors* **19**, 2382.
- [Ribichini-*et-al*\_2010] R. Ribichini, F. Cegla, P. B. Nagy, P. Cawley (2010). “Quantitative modeling of the transduction of electromagnetic acoustic transducers operating on ferromagnetic media.” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **57**, pp. 2808-2817.
- [Ribichini-*et-al*\_2011] R. Ribichini, F. Cegla, P. B. Nagy, P. Cawley (2011). “Study and comparison of different EMAT configurations for SH wave inspection.” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **58**, pp. 2571-2581.
- [Rouge\_2013] C. Rouge. (2013). “Modélisation du rayonnement ultrasonore par un transducteur EMAT dans une pièce ferromagnétique.” Thèse de doctorat. Université Bordeaux I.
- [Sun-*et-al*\_2008] K. H. Sun, S. H. Cho, Y. Y. Kim (2008). “Topology design optimization of a magnetostrictive patch for maximizing elastic wave transduction in waveguides.” *IEEE Trans. Magn.* **44**, pp. 2373-2380.
- [Supermagnete] <https://www.supermagnete.fr/faq/Que-signifient-les-designations-N42-N45-N45H-etc>
- [Taupin\_2011] L. Taupin (2011). “Modélisation des méthodes ultrasonores de surveillance de structures aéronautiques instrumentées en vue de leur optimisation.” Thèse de doctorat. Ecole Polytechnique X.
- [Thomson\_1950] W. T. Thomson (1950). “Transmission of elastic waves through a stratified solid medium.” *J. Appl. Phys.* **21**, pp. 89-93.
- [Viktorov\_1967] I. A. Viktorov (1967). *Rayleigh and Lamb Waves*. Plenum Press, New York, pp 3.
- [Vinogradov\_2009] S. Vinogradov (2009). U.S. Patent No. 7,573,261. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- [Vinogradov\_2018] S. Vinogradov, A. Cobb, J. Bartlett, Y. Udagawa (2018). “Development of a novel omnidirectional magnetostrictive transducer for plate applications.” *AIP Conf. Proc.* **1949**, 090002
- [Vinogradov-*et-al*\_2017] S. Vinogradov, T. Eason, M. Lozev (2018). “Evaluation of magnetostrictive transducers for guided wave monitoring of pressurized pipe at 200 C.” *J. Press. Vessel Technol.* **140**, 021603.
- [Yoo-*et-al*\_2014] B. Yoo, S. M. Na, A. B. Flatau, D. J. Pines (2014). “Directional magnetostrictive patch transducer based on Galfenol’s anisotropic magnetostriction feature.” *Smart Mat. Struct.* **23**, 095035
- [Zhu-Rivera\_2002] L. Zhu, L. A. Rivera (2002). “A note on the dynamic and static displacements from a point source in multilayered media.” *Geophys. J. Int.* **148**, pp. 619-627.



## A model to predict the elastic field radiated by a magnetostrictive patch transducer into an omnidirectional waveguide

G Cousin<sup>1,2</sup>, A Lhémercy<sup>1</sup> and S Grondel<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Saclay, CEA LIST, F-91191, Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup> UPHF, F-59313, Valenciennes, France

E-mail: alain.lhemery@cea.fr

**Abstract.** Magnetostrictive patch transducers (MPT) can be used as sources or sensors of elastic guided waves in non-destructive testing and structural health monitoring methods. A tool for simulating them is under development to help designing optimal MPT for a given application. It requires the prior accurate modelling of transduction phenomena involved in such patches and of the GW fields they generate. A MPT is made of a thin magnetostrictive strip under a static magnetic field, glued to the waveguide under examination and excited by an alternative current circulating in a coil. In the strip where they take place, transduction phenomena are similar to those generated by an electro-magnetic acoustic transducer (EMAT) in a ferromagnetic medium. They involve magnetostrictive strain, magnetization force and surface traction and Lorentz force (Clausse *et al.* 2017 *J. Phys.: Conf. Ser.* **797** 102004), which can be transformed into equivalent surface stresses at the outer surface of the strip. A matrix model is developed to propagate the equivalent stresses from this outer surface to that of the waveguide. Once equivalent stress distributions are computed at this latter surface, a model (Barras *et al.* 2020 *Ultrasonics* **103** 1060782) is used to predict the MPT radiation into the waveguide. Overall, the chaining of these models constitutes a semi-analytical multi-physics model for GW radiation by MPT of high computing efficiency.

### 1. Introduction

In guided wave (GW) nondestructive testing (NDT) methods or structural health monitoring (SHM) methods, elastic waves are generated by one or several sources into a waveguide under examination, propagate and possibly interact with flaws and are received by one or several sensors. Various sources and sensors can be used such as electromagnetic acoustic transducer (EMAT), piezoelectric transducers or magnetostrictive patch transducers (MPT), depending on specific requirements relative to cases to handle. The scientific literature on these subjects together with the industrial use of such techniques describe all sort of arrangements of sources and sensors, possibly of different kinds for the radiation and for the reception (see reference [1] for a review on GW SHM).

Phenomena related to GW radiation, propagation, scattering and reception, are complex. Simulation able to handle such complexity is a very helpful tool to ease the design of optimal NDT/SHM methods and to accurately interpret experimental results. To be fully operational, a simulation tool must not only handle the complexity, but also be both accurate and computationally efficient enough to be used intensively. At CEA, the development of such simulation tools for various NDT/SHM techniques has been the subject of researches for decades for developing models, for implementing and validating them



Content from this work may be used under the terms of the [Creative Commons Attribution 3.0 licence](https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/). Any further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the title of the work, journal citation and DOI.

Published under licence by IOP Publishing Ltd

1



and subject of software developments (the CIVIA simulation platform; see [2] for modules relative to methods involving GW) to make these tools usable by NDT engineers and technicians.

Piezoelectric as well as EMAT transducers are currently modelled in CIVIA. For EMAT, the current (commercially available) version of CIVIA deals with nonmagnetic materials. However, a model of EMAT generating elastic waves in ferromagnetic media has been developed, validated [3, 4] and implemented in a laboratory version of CIVIA. This model accounts for the various electro-magneto-elastic phenomena that can lead to the excitation of elastic waves at ultrasonic frequency. These include Lorentz force, which takes place in any conducting medium, as well as dynamic magnetoelastic effects that take place only in magnetic media: magnetostrictive strain, magnetization force (to be treated together with Lorentz force [5]) and surface traction term related to magnetic field discontinuity at the surface of the ferromagnetic material [5]. The various bulk source terms can be transformed into equivalent surface stresses where the EMAT operates using a mathematical transformation detailed in [6], which is valid as long as bulk sources are at short distance of the surface, that is, at depths far shorter than the shortest wavelength of radiated elastic waves.

Magnetostrictive patch transducers (MPT) share many similarities with EMAT [7]. MPT are made of a thin strip of highly magnetostrictive material (such as Nickel, Fe-Co), which is pre-magnetized or magnetized by a permanent magnet or an electromagnet, and an electrical circuit (a coil) in which a HF current is injected. Transduction phenomena arise in a thin layer of the magnetostrictive strip rather than at the surface of the piece under examination when an EMAT is used. The thin strip is generally glued to the piece under examination. MPT can be very useful and are actually used in many SHM and generally speaking NDT configurations [7]. They constitute an effective alternative to piezoelectric transducers. Specifically, they can be designed to offer high modal selectivity in GW radiation.

The present paper aims at developing a model for predicting the GW field radiated by an arbitrary MPT. Specifically, we want to adapt the model for EMAT radiation in ferromagnetic media [3, 4] to model the patch behavior. Moreover, as MPT are mostly used in the context of methods involving GW, the MPT model to be developed must be easily adapted to different models developed at CEA for predicting GW field radiation, which assume sources described as distributions of surface stresses [8, 9].

In the first part of the present paper (Sec. 2 Theory), we want to i) show how the model of EMAT radiation into ferromagnetic media can be used to predict the dynamic sources generated in a patch, ii) study how these sources are modified by the multilayered structure of a patch glued to a waveguide, iii) find a way to describe the effective sources generated at the guide surface as distributions of equivalent surface stresses. It is shown that effective sources of surface stresses can be obtained semi-analytically using Thomson-Haskell [10, 11] approach of propagation in multilayered media. In the second part (Sec. 3, Validation), the semi-analytical model of equivalent sources is validated by comparing its predictions to results computed by an in-house finite-element code solving the time-dependent equation of elastodynamics [9]. Starting with a simple 1D case, we progressively consider more complex cases up to a realistic 3D MPT configuration. In the third part (Sec. 4, Application to a realistic MPT configuration), the MPT model is used to compute sources to be inputted in a recently developed model allowing the modal computation of GW radiated by arbitrary sources in a plate [8]. This demonstrates how an adequately designed MPT can be a highly selective source of one chosen mode among all the modes existing in the frequency range considered.

## 2. Theory

### 2.1. Operational principle of a magnetostrictive patch transducer

A magnetostrictive patch transducer (MPT) is made of two distinct elements: i) a ferromagnetic highly magnetostrictive thin strip (Ni, Fe-Co alloy) that is either glued to the part to be examined (in what follow, the waveguide) or in dry contact with it [7]. ii) a conductive wire, in which a HF time-dependent current is injected, which can be given various shapes as this is done for the electric circuit of an EMAT. The magnetostrictive strip is generally magnetized (static bias field): it is either pre-magnetized with a permanent magnet once the strip has been glued to the guide and before the electrical circuit is added, or magnetized by a permanent magnet and an electromagnet while in use.

As already pointed out in the introduction, transduction mechanisms of a MPT, in overall, are similar to those of an EMAT radiating in a ferromagnetic medium. More specifically, the same electro-magneto-elastic phenomena operate, all being local effects resulting from the generation of dynamic currents in a conductive magnetic and elastic medium under a static magnetic field as described in [3, 4]. The main difference is that these phenomena are induced by an EMAT in the piece itself, whereas they are induced in the magnetostrictive strip – a ferromagnetic medium – in the case of a MPT. In other words, the same transduction phenomena take place, leading to dynamic elastic sources directly in the piece where waves must propagate for its examination in the former case, but still external to the piece in the latter case.

The various phenomena can be of highly differing amplitudes depending on the frequency range of the excitation current circulating in the electrical circuit, on the conductivity and magnetic properties of the material where they are induced, on its magneto-elastic characteristics, but also depending on the geometrical arrangement of the wire (spiral, meander-coil, series of straight parallel wires etc) and on the characteristics of the static magnetic field (intensity, spatial distribution). As far as our contribution to the modelling of MPT is concerned, we entirely rely on the model developed in [3, 4] of EMAT radiation in ferromagnetic media. Only dynamic phenomena are taken into account as these are the only phenomena that are sources of elastic waves. They arise in the region of the ferromagnetic medium where the electro-magnetic field induced by the current circulating in the wire(s) is at its highest. This region is situated essentially below the trace of the wires at the surface of the ferromagnetic medium and extends over a depth that can be given as a few times the value of the skin depth.

The skin depth  $\delta_p = (\pi\mu_0\mu_r\sigma f)^{-1/2}$ , a frequency-dependent distance, is the depth above which the induced field is higher than  $1/e$  times the highest amplitude (at the surface itself). In the expression of skin-depth,  $\mu_0$  is the permeability of vacuum ( $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ ),  $\mu_r$  is the relative permeability of the material considered,  $\sigma$  is the conductivity and  $f$  is the frequency. Let us consider a strip made of pure Ni with a relative permeability of 600 and a conductivity of  $14.3 \times 10^6 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ . At a frequency of 100 kHz the skin depth equals  $21.5 \mu\text{m}$ . This means that at a depth of about  $100 \mu\text{m}$ , the amplitude is less than 1% of the value at the surface due to its exponential decrease and transduction phenomena become almost negligible. So, the bulk transduction phenomena actually arise in a very thin layer below the surface of the ferromagnetic medium. It has been shown [4, 6] that, as long as bulk sources are at depths much shorter than the wavelength of the generated elastic wave, it is possible mathematically to transform them into equivalent surface sources of stress (readers interested in details about this transformation are referred to [6]).

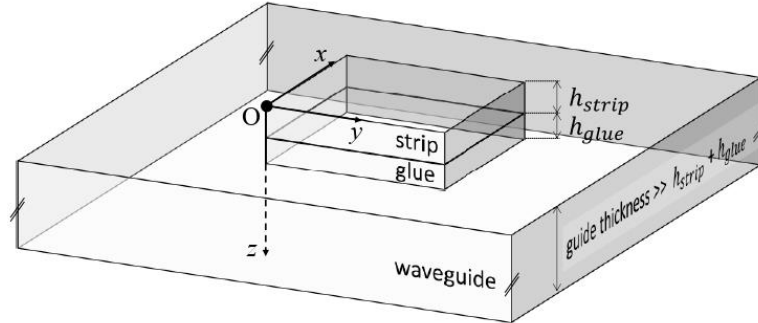
At this stage, the model for EMAT radiation in ferromagnetic media [3, 4] is used to predict the various electro-magneto elastic sources (bulk dynamic magnetization and Lorentz forces to be predicted together with dynamic magnetic surface traction and bulk magnetostriction strain). These sources depend on magnetization and magnetostriction curves specific of the material considered. These curves can be either measured or predicted. Here, Daniel's theory [13] is used to predict them. These predictions are made within CIVA module dedicated to eddy-current testing simulation, allowing easy computation of the electromagnetic static and dynamic fields involved in the EMAT source model, for arbitrary geometry of coil, arbitrary permanent magnet. From these electromagnetic static and dynamic fields, the bulk elastodynamic source are predicted [4]. Once these sources have been computed, they are transformed into equivalent sources of surface stress at the upper surface of the patch [6].

It is now necessary to study what this source of surface stress generates at the surface of the waveguide through the magnetostrictive strip and the glue layer.

## 2.2. Transferring dynamic stresses from the top of the magnetostrictive strip to the guide surface

The so-called Thomson-Haskell (TH) method was initially developed by Thomson [10], then slightly modified by Haskell [11]. This method enables to link a state-vector from one plane of a multi-layered medium of infinite extent to another such plane through the use of a transfer matrix to be computed. Its application is sometimes challenging due to possible bad conditioning of the matrix but many alternative methods (starting with [12]) were proposed to overcome these difficulties when required.

A MPT coupled to a planar guide can be modelled as a 3-layer-medium: the magnetostrictive strip, the glue layer and the waveguide, as shown on Fig. 1. In the present case of three layers with two thin ones (magnetostrictive strip and glue), the TH method is suitable to predict plane wave behaviour everywhere in this structure.



**Figure 1.** A MPT glued to a waveguide modelled as a 3-layer medium with perfect contact between two neighbouring layers.

At the top free surface of the magnetostrictive strip, the source of equivalent surface stress has been computed as described in the previous subsection.

The transfer matrix formulation relies on one mathematical ingredient and one assumption on continuity properties at the parallel interfaces between the various layers. The mathematical ingredient is the possibility to decompose, thanks to Fourier transformations, an arbitrary wave field in a multi-layered medium (here, parallel horizontal isotropic layers) into imbricated sums of harmonic plane elastic waves of elementary polarizations (transverse vertical or transverse horizontal and longitudinal). The assumption made on interface properties is that they are all considered as perfect solid-solid contact interfaces, leading to continuity of particle displacement and stress. By combining this ingredient and this assumption, a given incident plane wave of wavenumber  $\vec{k}$  ( $k_x, k_y, k_z$ ) will be reflected, transmitted and mode converted into a series of plane waves having the same horizontal wavenumber components ( $k_x, k_y$ ). This simply results from Snell-Descartes law at interfaces.

*2.2.1. Plane wave decomposition of particle displacement.* Let  $\vec{z}$  denotes the normal to the top surface of the waveguide. A wavefield can be decomposed in the spatial frequency and time frequency domain as sums of continuous plane waves. One possible decomposition is given by (e.g., field of particle displacement  $\mathbf{u}$ ):

$$\mathbf{u}(t, x, y) = \int_{\omega} \int_{k_x} \int_{k_y} \hat{\mathbf{u}}(\omega, k_x, k_y) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} d\omega dk_x dk_y \quad (1)$$

where the double spatial Fourier transform was calculated in a plane parallel to the guide top surface. Properties of plane elastic wave at oblique incidence on a planar interface between two isotropic media in perfect solid-solid contact are used. The wavefield is decomposed into waves of longitudinal (P) transverse vertical (SV) and transverse horizontal (SH) polarities, propagating upward (-) or downward (+). The projection on a planar interface of the wavenumber  $\vec{k}$  of transmitted and reflected waves is identical to that of the incident wave. The particle displacement can be written as a sum of six waves as

$$\hat{\mathbf{u}}(\omega, k_x, k_y) = \hat{\mathbf{u}}_P^+ + \hat{\mathbf{u}}_P^- + \hat{\mathbf{u}}_{SV}^+ + \hat{\mathbf{u}}_{SV}^- + \hat{\mathbf{u}}_{SH}^+ + \hat{\mathbf{u}}_{SH}^- \quad (2)$$

The various contributions in Eq. (2) are now written in more detailed as:

$$\hat{\mathbf{u}}_P^\pm = A_P^\pm \frac{(k_x, k_y, \pm k_z^P)^t}{\|(k_x, k_y, \pm k_z^P)^t\|} e^{i(\omega t - \vec{k}_P^\pm \cdot \vec{r})}, \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{SV}^\pm = A_{SV}^\pm \frac{(\pm k_x k_z^S, \pm k_y k_z^S, -(k_x^2 + k_y^2))^t}{\|(\pm k_x k_z^S, \pm k_y k_z^S, -(k_x^2 + k_y^2))^t\|} e^{i(\omega t - \vec{k}_S^\pm \cdot \vec{r})}, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_{SH}^\pm = A_{SH}^\pm \frac{(k_y, -k_x, 0)^t}{\|(k_y, -k_x, 0)^t\|} e^{i(\omega t - \vec{k}_S^\pm \cdot \vec{r})}, \quad (5)$$

where  $A_{P,SV,SH}^\pm$  denote the amplitudes of waves propagating upward or downward with the three possible polarizations, with  $\vec{k}_P^\pm = (k_x, k_y, \pm k_z^P)$ , with  $k_z^P = (\omega^2/v_P^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}$  that requires  $Im(k_z^P) \leq 0$  and with  $\vec{k}_S^\pm = (k_x, k_y, \pm k_z^S)$  and  $k_z^S = (\omega^2/v_S^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}$  that requires  $Im(k_z^S) \leq 0$ , and where  $\vec{r} = (x, y, z)^t$  is the position vector inside a homogeneous layer.

**2.2.2. State vector and propagation in a single medium.** The overall aim of Sec. 2.2. is to study the elastodynamic transfer of a known source at the top MPT surface to the guide surface. For this, it is necessary to express the elastic wave field anywhere in the multilayered medium by taking into account boundary conditions between layers. Since these conditions involve writing continuity equations for both particle displacement  $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z)^t$  and stress components  $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_{xz}, \hat{\sigma}_{yz}, \hat{\sigma}_{zz})^t$  (assuming perfect solid-solid contact at the interface between two layers), it is necessary to take together into account all these elastodynamic quantities.

In what follows, the state vector  $(\hat{\mathbf{u}} \ \hat{\boldsymbol{\sigma}})^t = (\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z, \hat{\sigma}_{xz}, \hat{\sigma}_{yz}, \hat{\sigma}_{zz})^t$  is considered. Stress and displacement components are assumed to be linked by linear relations (Hooke's law). Explicit use of Hooke's law applied to the displacement decomposed as made in Eq. (2) allows us to write the state vector at a given plane  $z_2$  as a function of wave amplitudes at a plane  $z_1$ . Note that the full demonstration of expressions that follow (including matrix expression appearing in Appendix A) is not given herein by lack of place. It is possible to show that these general 3D expressions simplify into Thomson-Haskell expressions when considering only 2D cases as initially derived in their papers. One can formally write the state vector at  $z_2$  as

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (z_2) = D_m(z_2 - z_1) \mathbf{A}(z_1), \quad (6)$$

where  $\mathbf{A} = (A_P^+ \ A_P^- \ A_{SV}^+ \ A_{SV}^- \ A_{SH}^+ \ A_{SH}^-)^t$ . The subscript "m" refers to the material of a given layer, its elastic characteristics being taken into account when expressing matrix  $D_m$  given in Appendix A. Now, the matrix  $E_m^{-1}$  is built so that  $E_m = D_m(0)$ . It enables to write:

$$\mathbf{A}(z_1 = z_2) = E_m^{-1} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (z_2 = z_1). \quad (7)$$

By combining Eqs. (6) and (7), one gets:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (z_2) = L_m(z_2 - z_1) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (z_1), \quad (8)$$

where  $L_m(z_2 - z_1) = D_m(z_2 - z_1) \cdot E_m^{-1}$ .

2.2.3. *Propagation through different media.* We can now express a matrix linking the two interfaces of interest for modelling the propagation into the patch (magnetostrictive strip and glue layer), namely, the top surface of the patch and the top surface of the waveguide. For this, Eq. (8) is used to express the state vector at the various interfaces of the multi-layered medium. For the magnetostrictive strip of height  $h_{strip}$  one has:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (h_{strip}) = L_{strip}(h_{strip}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (0), \quad (9)$$

reference  $z = 0$  being the top surface of the strip, as shown on Fig. 1. For the glue layer of height  $h_{glue}$ , one has:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (h_{strip} + h_{glue}) = L_{glue}(h_{glue}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (h_{strip}). \quad (10)$$

By combining Eqs. (9) and (10), one gets:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (h_{strip} + h_{glue}) = L_{glue}(h_{glue}) L_{strip}(h_{strip}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (0). \quad (11)$$

Equation (11) enables computing the state-vector at the waveguide surface from that at the patch top surface. The latter is however not fully determined at this stage, only stresses (here, the source of stress) being known. To compute the displacement at the surface of the patch, a boundary condition must be introduced that concerns the way waves propagate in the elastic waveguide.

2.2.4. *Boundary condition for the waveguide: the infinite half-space.* The input of the model is the stress  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  at  $z = 0$  while the particle displacement is unknown. To solve Eq. (11), supplementary conditions must be introduced. The possibility of momentarily considering that the waveguide (this being of finite thickness by definition) behaves as a half space has been studied. The thicknesses of the strip and of the glue layer are small compared with the thickness of typical waveguides to be considered in practice. In terms of wave contributions, considering the waveguide as being semi-infinite consists in saying that there exists no wave propagating upward (-) in the guide medium. Clearly, this means that the actual coupling of the MPT to the guide is not fully taken into account: it is assumed that waves generated in the guide cannot influence the MPT behaviour. Note that this assumption is almost always made, whatever the nature of the source to be modelled. It is the only way of predicting a complex transduction process independently of the geometry of the piece where the wavefield is studied. On the other hand, elastic characteristics of the piece are taken into account as the downward wave propagation in the piece medium is explicitly taken into account.

By combining Eqs. (7) and (11) and by applying Eq. (7) to the waveguide, wave amplitudes at the surface of the guide writes:

$$\mathbf{A}(h_{strip} + h_{glue}) = E_{waveguide}^{-1} L_{glue}(h_{glue}) L_{strip}(h_{strip}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}} \end{pmatrix} (0). \quad (12)$$

Let  $H^{SI}$  denote the product of matrices expressed as  $H^{SI} = E_{waveguide}^{-1} L_{glue}(h_{glue}) L_{strip}(h_{strip})$ . We now introduce the effect of the boundary condition discussed above by specifying that the amplitudes of waves in the guide propagating upward are set equal to zero at the MPT – guide interface (at  $z = h_{strip} + h_{glue}$ ). Therefore, Eq. (12) can be formally rewritten as:

$$\begin{pmatrix} A_P^- = 0 \\ A_{SV}^- = 0 \\ A_{SH}^- = 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{21}^{SI} & H_{22}^{SI} & H_{23}^{SI} & H_{24}^{SI} & H_{25}^{SI} & H_{26}^{SI} \\ H_{41}^{SI} & H_{42}^{SI} & H_{43}^{SI} & H_{44}^{SI} & H_{45}^{SI} & H_{46}^{SI} \\ H_{61}^{SI} & H_{62}^{SI} & H_{63}^{SI} & H_{64}^{SI} & H_{65}^{SI} & H_{66}^{SI} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{\sigma} \end{pmatrix} (0). \quad (13)$$

From Eq. (13), it is possible to express the particle displacement at the top surface of the patch ( $z = 0$ ):

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \end{pmatrix} (z = 0) = - \begin{bmatrix} H_{21}^{SI} & H_{22}^{SI} & H_{23}^{SI} \\ H_{41}^{SI} & H_{42}^{SI} & H_{43}^{SI} \\ H_{61}^{SI} & H_{62}^{SI} & H_{63}^{SI} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{24}^{SI} & H_{25}^{SI} & H_{26}^{SI} \\ H_{44}^{SI} & H_{45}^{SI} & H_{46}^{SI} \\ H_{64}^{SI} & H_{65}^{SI} & H_{66}^{SI} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{xz} \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix} (z = 0). \quad (14)$$

Thanks to Eq. (14), the state-vector at this surface is now complete. Equation (11) can further be computed to get the state-vector at the surface of the waveguide. The transfer from the top surface of the patch to the top surface of the waveguide is thus expressed the most general way by combining Eqs. (14) and (11).

Note that in the literature, contributions of SH plane-waves and those of SV and P plane-waves are generally treated as two bi-dimensional independent problems. Here, all the contributions were treated within the same matrix formulation. However, in the special case of a vertical wave motion (when  $k_x = k_y = 0$ ), matrix  $E$  cannot be built properly. A specific treatment of this particular case is given hereafter.

**2.2.5. Transfer matrix for vertical wave motion.** This special case arises for a uniform source of stress, corresponding to a purely 1D problem. It must be solved a different way. The particle displacement in the special case is readily given by:

$$u_x = k_z^S \left( A_{S_j}^+ e^{i(\omega t - k_z^S z)} - A_{S_j}^- e^{i(\omega t + k_z^S z)} \right), j = x \text{ or } y, \quad (15a)$$

$$u_z = k_z^P \left( A_P^+ e^{i(\omega t - k_z^P z)} - A_P^- e^{i(\omega t + k_z^P z)} \right). \quad (15b)$$

Equation for stress is determined using Eqs. (15) and Hooke's law. One gets

$$\begin{pmatrix} u_i \\ \sigma_{iz} \end{pmatrix} (z_2) = D_{m,s}^0(z_2 - z_1) \begin{pmatrix} A_{S_i}^+ \\ A_{S_i}^- \end{pmatrix} (z_1), i = x \text{ or } y \quad (16a)$$

$$\begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} (z_2) = D_{m,p}^0(z_2 - z_1) \begin{pmatrix} A_P^+ \\ A_P^- \end{pmatrix} (z_1), \quad (16b)$$

$$\begin{pmatrix} A_{S_i}^+ \\ A_{S_i}^- \end{pmatrix} (z_2 = z_1) = [E_{m,s}^0]^{-1} \begin{pmatrix} u_i \\ \sigma_{iz} \end{pmatrix} (z_1 = z_2), i = x \text{ or } y \quad (17a)$$

$$\begin{pmatrix} A_P^+ \\ A_P^- \end{pmatrix} (z_2 = z_1) = [E_{m,p}^0]^{-1} \begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} (z_1 = z_2), \quad (17b)$$

$$\begin{pmatrix} u_i \\ \sigma_{iz} \end{pmatrix} (z_2) = L_{m,s}^0(z_2 - z_1) \begin{pmatrix} u_i \\ \sigma_{iz} \end{pmatrix} (z_1), i = x \text{ or } y \quad (18a)$$

$$\begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} (z_2) = L_{m,p}^0(z_2 - z_1) \begin{pmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} (z_1). \quad (18b)$$

with  $L_{m,s}^0(z_2 - z_1) = D_{m,s}^0(z_2 - z_1)[E_{m,s}^0]^{-1}$  and  $L_{m,p}^0(z_2 - z_1) = D_{m,p}^0(z_2 - z_1)[E_{m,p}^0]^{-1}$ . Matrices appear with a superscript “0” added to differentiate them from those appearing in the general case. Their (simplified) expressions are also given in Appendix A.

Then, the same steps as those in subsections 2.2.3. and 2.2.4. can be followed straightforwardly to obtain the complete state vector at the guide surface as a function of the state vector at the patch surface.

**2.2.6. Summary.** The matrix model developed in Sec. 2.2. allows us to deal with any component of plane elastic wave propagating from the source surface (top surface of the patch) to the surface of the guide, and to quantitatively specify the amplitude of stress at the surface of the guide. The propagation through the strip and glue layers implicitly includes phenomena of multiple reflections on and transmissions through the various interfaces. The use of real-valued stiffness constants leads to straightforward verification of energy conservation, but the use of complex-valued constants is also possible to model energy lost due to viscoelasticity in the glue for example. All these wave phenomena result in spatial filtering effects so that the equivalent stress distributions resulting from transduction phenomena in the magnetostrictive strip and the stress distributions at the surface of the guide will differ. In the model, an assumption has been made that the guide has the same effect on patch behaviour as a semi-infinite medium of identical elastic characteristics. Under this assumption, stress distributions at the guide surface predicted by the present model, once computed for one given guide material, can be reused when dealing with other guides made of the same material. Next section show how the present model, based upon plane wave decomposition followed by a matrix formulation, is quantitatively accurate by comparing its predictions to predictions computed using a finite element code developed at CEA [9].

### 3. Validations

To validate the model presented in Sec. 2, results predicted using this approach are compared to results predicted using an in-house time-dependent finite element code [9]. The validation is performed by considering three cases of increasing complexity. The first case is that of a uniform normal stress distribution, a 1D problem. The second case considers a 2D spatially periodical distribution of stress. The last case is that of a synthetic source of stresses mimicking that generated by a meander coil in a patch, a full 3D problem. In all three cases, a 0.2-mm-thick magnetostrictive strip made of pure nickel is considered. It is glued to a waveguide through a 0.2-mm-thick glue (epoxy) layer. The waveguide is a 5-mm-thick plate made of steel. Elastic characteristics of the various media are given in Table 1. In each case modelled by FEM, the steel part is surrounded by perfectly matched layers to ensure that no upward waves arises from the bottom of the steel plate.

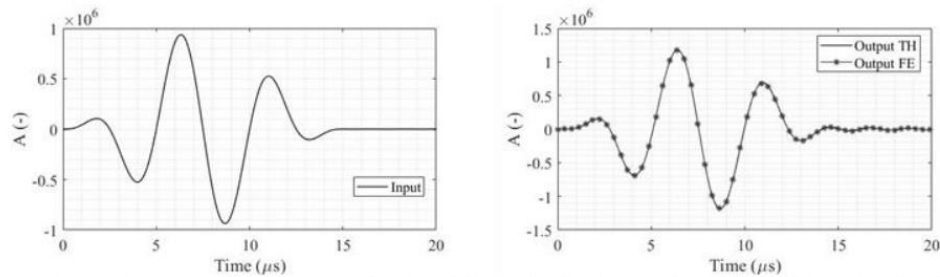
**Table 1.** Elastic constant and thickness of layers use to model the MPT

	$\lambda$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\rho$ (kg.dm <sup>-3</sup> )	$h$ (mm)
<b>Nickel</b>	136.4	83.6	8.9	0.20
<b>Epoxy</b>	1.27	0.597	1.17	0.20
<b>Steel</b>	146	75.2	7.85	–

#### 3.1. Uniform source (1D)

In the simple case of a uniform distribution of normal stress, the wavenumber associated with this source is unique and along the normal direction ( $k_x = k_y = 0$ ). The time dependency of the stress source considered in the computations as shown by Fig. 2 (left) is a sine function of 200 kHz weighted by a Hann window. As the distribution of stress is uniform at the top of the MPT, that at the top surface of the waveguide is uniform too (1D problem). Figure 2 (right) shows the time dependency of stress computed by the present model and the FE model.

The two signals superimpose perfectly. It can be concluded that in the simple case of uniform source, the present approach is valid.

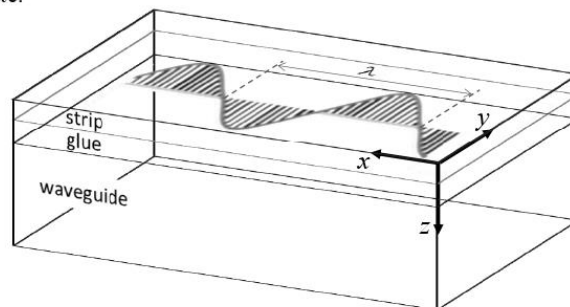


**Figure 2.** Time-dependencies of stress at the top of the MPT (left) and at the surface of the guide (right).

Two remarks can be made at this stage: 1) in the computation, the energy is conserved, as stiffness constants are real-valued. The stress amplitude is different at the two surfaces, as predicted by both models. Here, it is higher at the piece surface than at the top surface of the patch. At the same time, the amplitude of the particle velocity decreases. Even if the thicknesses of the magnetostrictive strip and of the glue layer are far smaller than the wavelength of plane-waves involved ( $2.4\text{ mm}$  for a  $P$  plane-wave at  $200\text{ kHz}$  in nickel,  $1.2\text{ mm}$  for a  $P$  plane-wave at  $200\text{ kHz}$  in epoxy), the propagation through these layers must be carefully taken into account for the quantitative prediction of wave generation by a MPT. 2) In the present case, a (1D) normal stress is considered, thus only a longitudinal wave is generated. It propagates at  $4500\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  in the magnetostrictive strip and at  $1450\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  in the glue layer, resulting in a  $0.18\mu\text{s}$  time delay between the two surfaces. Such a delay is hardly visible in Fig. 2 (between the top surface on left and the guide surface on right).

### 3.2. Periodical source (2D)

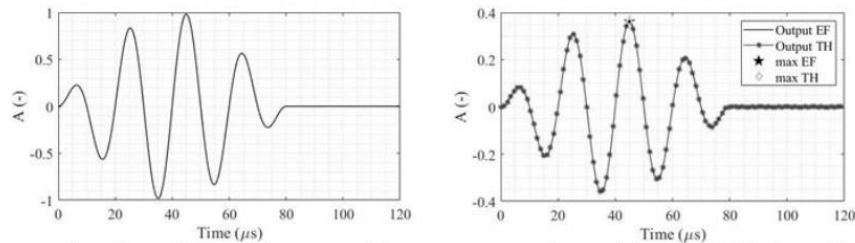
The second case of validation is that of a source defined as a spatially periodical distribution of tangential stress with a spatial period denoted by  $\lambda$ , as shown on Fig. 3. Such a source generates shear horizontal (SH) modes in a plate.



**Figure 3.** Schematic view of a spatially periodical source of  $\sigma_{yz}$  at the top surface of a MPT.

Figure 4 (left) shows the time-dependency of horizontal stress applied at the top surface of the strip (a sine function of  $50\text{ kHz}$  weighted by a Hann window). Figure 4 (right) shows the time dependency of the horizontal stress predicted by both the present model and by FE, at the surface of the waveguide, the source parameter  $\lambda$  being equal to  $20\text{ mm}$ . Again, the two predicted waveforms perfectly superimpose. Note that in the present case, the amplitude at the surface of the waveguide is lower than that at the top surface of the magnetostrictive strip, proving how these variations are highly dependent on the configuration considered.

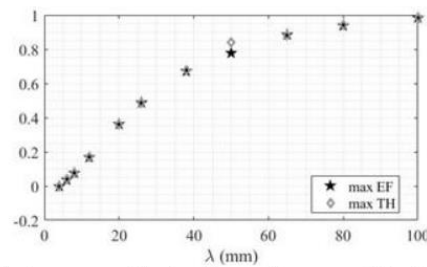




**Figure 4.** Time-dependency of the tangential stress at top surfaces of the strip (left), the guide (right).

To go further, a parametric study is carried out to show the influence of the source period onto the maximum amplitude of tangential stress transmitted at the top surface of the guide. This parametric study is easy to carry out with the present model as it is semi-analytical, whereas precautions must be taken in the FE computations so that the mesh of propagative media is perfectly adapted to the different sources considered (of varying size).

The amplitude is extracted from the full waveforms predicted by both models (Fig. 5).

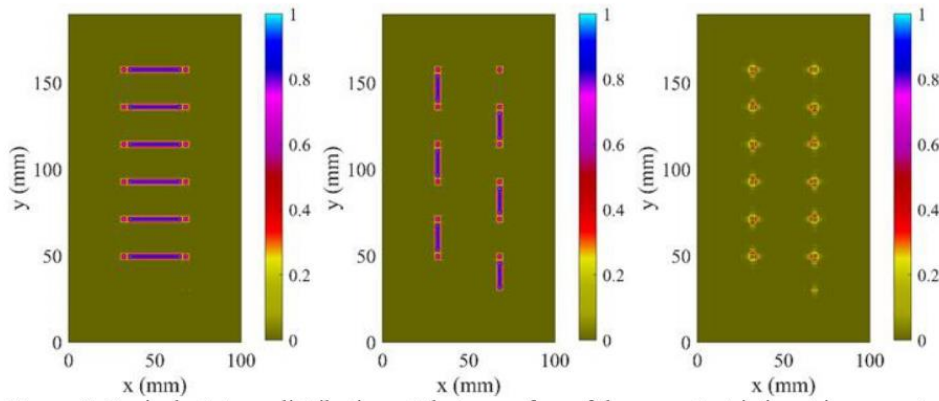


**Figure 5.** Maximum amplitude of waveforms predicted by the present model and by FE for an excitation centre-frequency of 50 kHz.

Whatever the value of parameter  $\lambda$ , both models are in excellent agreement. These results constitute a supplementary proof of the validity of the present model. It is important to note that the patch configuration operates a low-pass filtering of wavenumbers (higher amplitude of waves of longer wavelength).

### 3.3. Meander-coil-like source (3D)

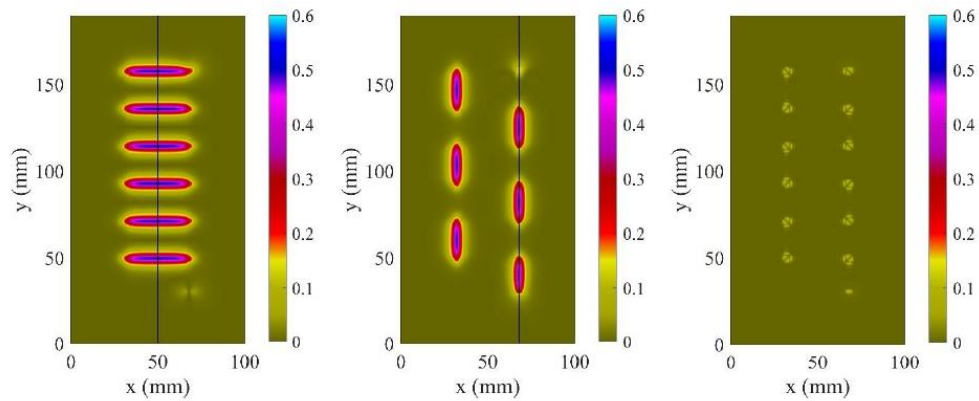
The last type of source used for the numerical validation is a meander-coil-like source. On Fig. 6, the three distributions of surface stresses that are the inputs of present simulations are displayed at the same amplitude scale. The interest of considering a synthetic source of simple definition (components of tangential stress parallel to the wires and of constant value and some normal stress at corners) is that it can be accurately defined on a FE mesh.



**Figure 6.** Equivalent stress distributions at the top surface of the magnetostrictive strip, computed by mean of source models [3-5]. From left to right:  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$

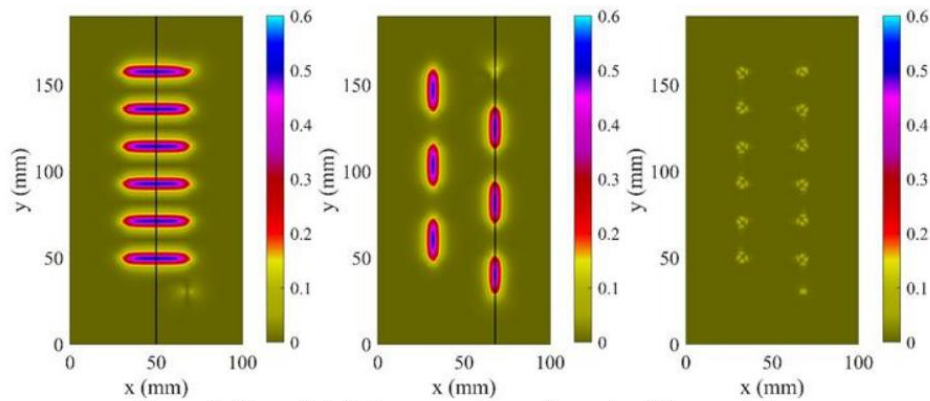
The outputs of both models are shown as maximum amplitude maps (absolute values) for the three components of surface stress at the guide surface. Figure 7 (resp. 8) shows the distributions computed using the present model (resp. FE model) at the surface of the waveguide.

Results are in excellent agreement for all the component of the stress. Compared to the source of stresses shown in Fig. 6, stresses at the guide surface are smoothed by the propagation through the strip and glue layers.



**Figure 7.** Stress distributions on the guide surface using the present approach.

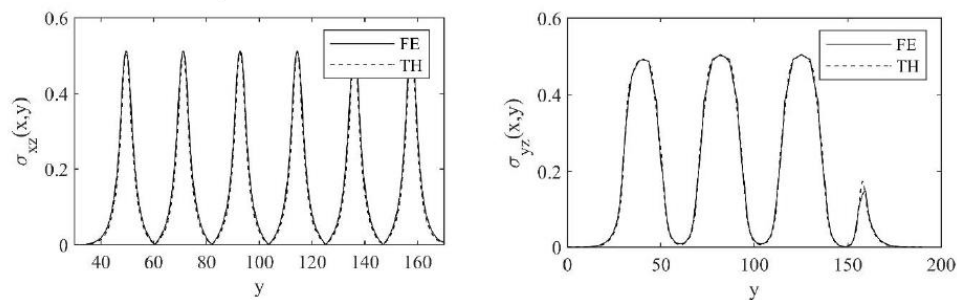
From left to right:  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$



**Figure 8.** Stress distributions on guide surface using FE computation.

From left to right:  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{zz}$

From previous results, amplitudes are extracted for points of the maps along the two vertical lines appearing on  $\sigma_{xz}$  and  $\sigma_{yz}$  results and superimposed (Fig. 9), allowing easier quantitative comparison.



**Figure 9.** Superimposition of stress results computed by the present model (TH) and by FE for points taken on lines shown in previous figures. Left:  $\sigma_{xz}$ . Right:  $\sigma_{yz}$ .

Again, results given with this example show that the multi-layered structure of a MPT leads to spatial filtering. The stress distributions at the waveguide surface are smoother (leading to low-pass spatial filtering of wavenumbers) and of lower amplitude than those at the top surface of the MPT.

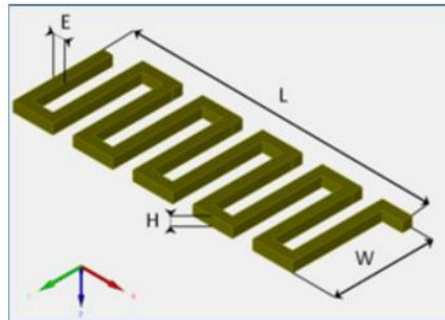
Other similar examples of excellent agreement of the two very different methods have been computed with different parameters (material properties, layer thicknesses, source shape, excitation frequency) but are not shown here for concision. Overall, they give us a great confidence in the ability of the present semi-analytical approach to quantitatively predict the complex wave phenomena in the MPT layered structure.

#### 4. Application to a realistic MPT configuration

The model to transfer distributions of stress from the top surface of a MPT to the surface of a waveguide being validated, it is now possible to chain the electromagneto-elastic model of sources in the magnetostrictive patch with a model of elastic wave radiation in a guide.

MPT are often used for their ability to generate and to be sensitive to shear horizontal modes in plate-like structures (or torsional modes in tubes). Therefore, such a case was chosen to illustrate how the overall modelling approach applies.

Characteristics of the coil geometry are shown on Fig. 10 and Table 2 gives the value of parameters used to define it. The spacing between two consecutive wires is equal to  $20\text{ mm}$  for an excitation frequency of  $80\text{ kHz}$ , corresponding to half the wavelength of the (non-dispersive) SH0 mode one wants to radiate preferentially. The value of  $40\text{ mm}$  for the wavelength was obtained from the dispersion curves shown on Fig. 11 for a  $3\text{-mm}$ -thick aluminium plate.

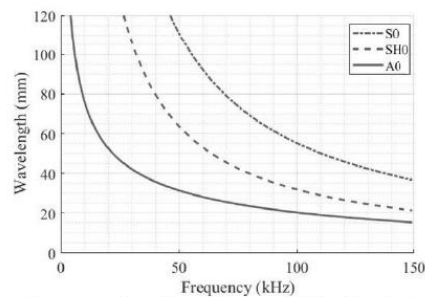


**Figure 10.** A meander-coil (as defined in CIV4 [2])

**Table 2.** Parameters of the meander coil

$E$ (mm)	$L$ (mm)	$H$ (mm)	$W$ (mm)
2	120	2	60

This means that for this coil,  $L = 3\lambda$ .



**Figure 11.** Dispersion curve for a traction free  $3.0\text{mm}$  thick Aluminium plate. As the wavelength is plotted, the curve for the SH0 mode is a simple hyperbola.

First, the EMAT model of electromagneto-elastic transduction is used to compute all the dynamic sources. These sources are transformed into equivalent surface stress distributions at the top surface of the MPT. Then, Thomson-Haskell calculation is used to transfer these distributions to the surface of the waveguide. Finally, in this section, these distributions are inputted in a simulation tool for predicting GW radiation in plate-like structures [8]. The ability to predict the radiation characteristics of a given MPT constitutes a very useful mean to optimize MPT design for a given application.

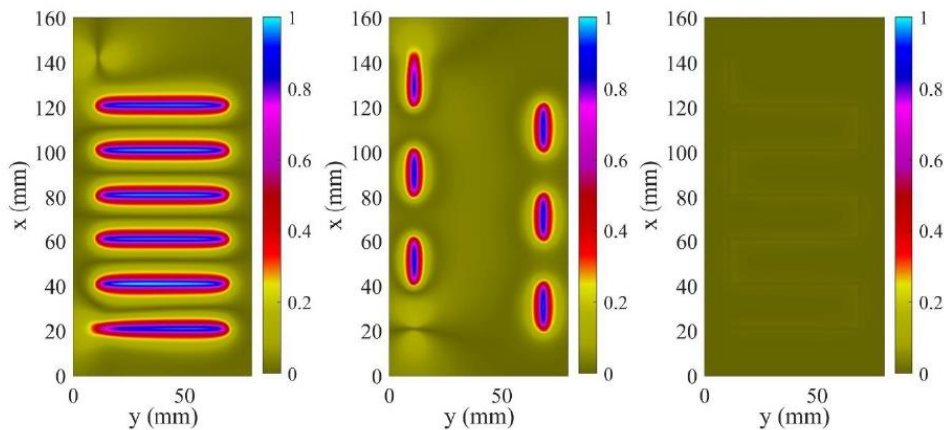
#### 4.1. Dynamic electromagneto-elastic sources

The magnetostrictive strip is made of nickel and is glued (epoxy) to a waveguide made of aluminium. The computation of the induced electromagnetic field in nickel is performed with CIV4 [2]. Electric and magnetic properties of Nickel given by Table 3, lead to a skin depth of  $19.2\mu\text{m}$  at  $80\text{ kHz}$ .

**Table 3.** Electric and magnetic properties of nickel

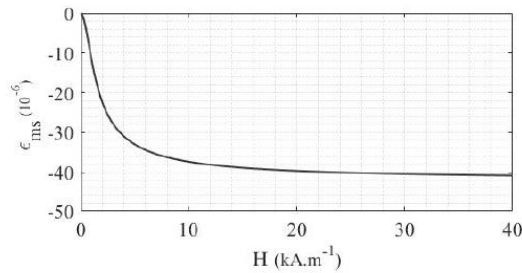
$\mu_r$	600
$\sigma$ ( $S.m^{-1}$ )	$14.3 \times 10^6$

So, no current is induced in the aluminium plate, considering the thickness of the strip is of 0.2 mm, that is, 10 times larger than the skin-depth. The resulting dynamic magnetic flux at a depth equal to a tenth of skin depth is shown on Fig. 12 (components normalized relatively to  $\|H_{dx}\|$ ).



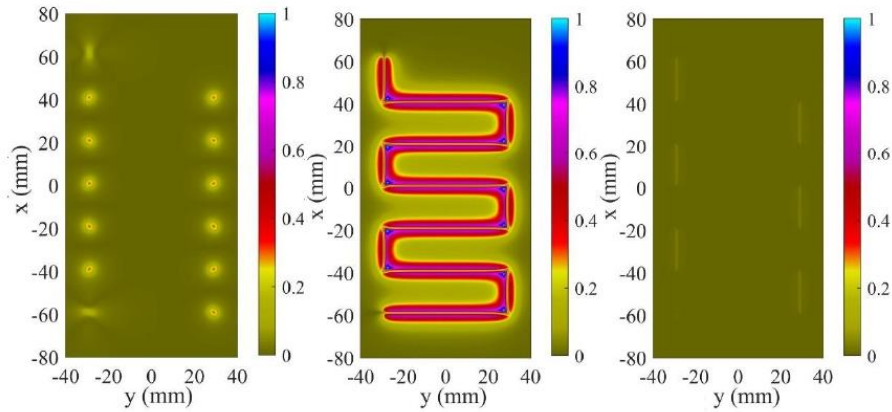
**Figure 12.** Dynamic magnetic flux: Left:  $\|H_{dx}\|$ , middle:  $\|H_{dy}\|$ , right:  $\|H_{dz}\|$ .

The static magnetic field is supposed to be uniform in the direction  $\vec{y}$  and its amplitude is equal 1.2 kA/m. The magnetostriction curve (strain vs. magnetic field) for nickel is shown on Fig. 13.



**Figure 13.** Quasi-static magnetostriction curve for nickel (strain dependency on magnetic field).

The EMAT model combined with the transformation of bulk dynamic sources into equivalent surface stresses computes the distributions of equivalent surface stress from all the electromagneto-elastic phenomena, magnetostrictive strain being predominant in this case. All the contributions are summed up and shown on Fig. 14.

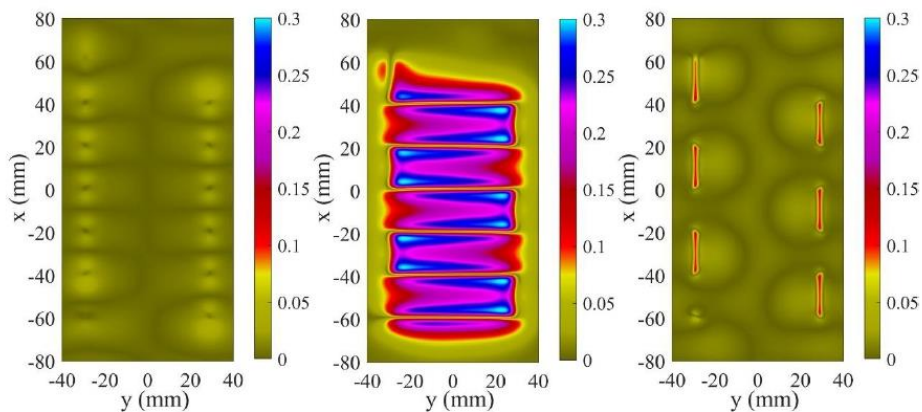


**Figure 14.** Stress distributions at the surface of the patch. From left to right:  $\|\sigma_{xz}\|$ ,  $\|\sigma_{yz}\|$ ,  $\|\sigma_{zz}\|$

Given these surface stress distributions, the Thomson-Haskell model presented above allows us to predict the equivalent surface stress distributions at the surface of the aluminium waveguide, shown in Fig. 15. Characteristics of the media of the MPT configuration are given in Table 4.

**Table 4.** Material properties and thickness of layers used

	$\lambda$ (GPa)	$\mu$ (GPa)	$\rho$ (kg.dm <sup>-3</sup> )	$h$ (mm)
<b>Nickel</b>	136.4	83.6	8.9	0.20
<b>Epoxy</b>	1.27	0.597	1.17	0.20
<b>Aluminum</b>	56.29	26.492	2.6	3.0



**Figure 15.** Stress distributions at the surface of the waveguide. From left to right:  $\|\sigma_{xz}\|$ ,  $\|\sigma_{yz}\|$ ,  $\|\sigma_{zz}\|$

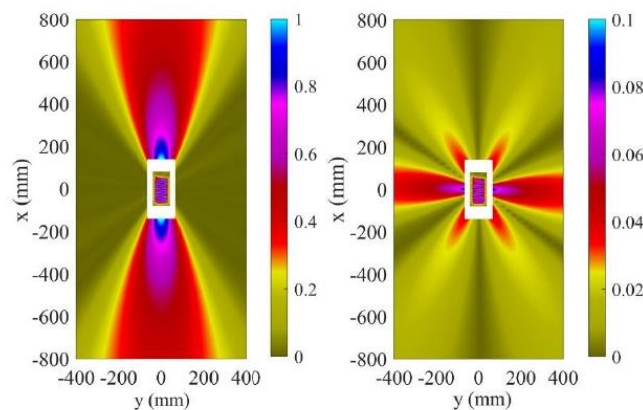
The overall transmission through the MPT layers – that accounts for the series of reflections at and transmissions through each interface – results in a smoothing effect of sharp variations of stress at the top surface. Normal stress component is however less affected than the other two components. The absolute amplitude used to scale stress maps at the guide surface in Fig. 15 is 3 times lower than that used to scale stress maps at the top surface of the MPT in Fig. 13. The ratio of transverse stress over normal stress at the surface of the MPT is higher than that at the guide surface as a result of this smoothing effect, normal stress component being less affected.

#### 4.2. GW field computation.

The distributions of stress at the guide surface are now taken as being the source terms of a GW field computation. The aim of computing the field radiated by this complex source is to check that the MPT, designed as described at the beginning of the section, actually radiates preferentially the  $SH0$  mode as expected. Such a computation is typical of what can be done thanks to the simulation to quantify the mode selectivity of the MPT.

Various tools are being developed at CEA to make this computation possible: a time-domain FE code [8] and a semi-analytic model (the so-called modal pencil method [8]). The second tool was chosen as it allows us to compute separately the various guided modes radiated into the waveguide.

The norm of particle displacement radiated by the MPT considered herein is mapped on Fig. 16, considering separately the  $SH0$  mode (left) and the  $S0$  mode (right). The colour bars are chosen to fit the full dynamic of the mode of highest amplitude, namely, the  $SH0$  mode. They are scaled to this highest value. For the  $S0$  map, the colour bar is taken to be a tenth of that of  $SH0$ . This shows that the maximum amplitude for  $S0$  radiation is more than 10 times lower than that of the  $SH0$  mode. The amplitude of  $A0$  radiation that is also radiated is so low that it has not been shown.



**Figure 16.** Modal radiation by the MPT given by the norm of particle displacement. Left:  $\|u_{SH0}\|$ , right:  $\|u_{S0}\|$

The  $SH0$  wave field can be described as consisting of two (almost) symmetrical lobes that are highly directive in the  $y$ -direction. The two lobes are not perfectly symmetrical relatively to the  $(x, z)$  plane as the coil that has been defined does not possess this symmetry.

The  $S0$  wave field is of far lower amplitude. However, the radiation of  $S0$  waves in the  $x$ -direction in the form of two lobes cannot be ignored and could probably be source of false alarms in some configurations where these contributions could be scattered by some features of the waveguide.

#### 5. Discussions and future work

Magnetostrictive patch transducers are often described as transducers similar to electro-magneto-acoustic transducers. If there are many papers in the literature (as reviewed in [7]) where the simulation of their behaviour has been studied, most of them make use of multi-physics FE simulations to study the influence of such or such parameter on wave fields MPT radiate.

Here, a semi-analytical model has been derived to adapt a model of EMAT source in ferromagnetic media to the case of MPT. The proposed model relies on local computation of wave propagation within the multi-layered patch structure using a method derived from the Thomson-Haskell method. It results in the prediction of the source of elastic waves the patch generates, given by three distributions of surface

stress at the surface of the piece where the MPT is glued. The method for transferring source terms from the patch surface to the guide surface appears to be both stable and accurate including in cases of complex sources.

Existing validated semi-analytical models [3, 4, 6, 8, 11, 12] were chained so that the modal GW field radiated by a MPT is predicted, given the intensity of current in a coil. The overall model allows one to very efficiently study the influence of the (numerous) parameters to be taken into account when designing a MPT for a given application.

To go further, experimental validations will be conducted to reinforce our confidence that the overall modelling approach is accurate and can be used for optimally design patches to be used in non-destructive evaluation or structural health monitoring methods.

In the present paper, guided wave propagation was considered only in plate-like structures. However, the same methodology can be easily adapted to other geometries of waveguide (tubes). Similarly, it can be adapted to methods relying on the radiation of bulk elastic waves, using the surface source of stress as the input of a model of radiation by arbitrary source [14].

## 6. Appendix A

This appendix details the expressions of matrices  $D$ ,  $E$  appearing in Sec. 2. All the variables are defined in Table A1.

$$D_m = \begin{bmatrix} k_x g_P & k_x/g_P & k_x k_z^S g_S & -k_x k_z^S/g_S & k_y g_S & k_y/g_S \\ k_y g_P & k_y/g_P & k_y k_z^S g_S & -k_y k_z^S/g_S & -k_x g_S & -k_x/g_S \\ k_z^P g_P & -k_z^P/g_P & -(k_x^2 + k_y^2)g_S & -(k_x^2 + k_y^2)/g_S & 0 & 0 \\ -2i\mu k_x k_z^P g_P & \frac{2i\mu k_x k_z^P}{g_P} & -i\rho k_x B g_S & -i\rho k_x B/g_S & -i\mu k_y k_z^S g_S & \frac{i\mu k_y k_z^S}{g_S} \\ -2i\mu k_y k_z^P g_P & \frac{2i\mu k_y k_z^P}{g_P} & -i\rho k_y B g_S & -i\rho k_y B/g_S & i\mu k_x k_z^S g_S & -\frac{i\mu k_x k_z^S}{g_S} \\ -i\rho B g_P & -i\rho B/g_P & 2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2)g_S & -\frac{2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{g_S} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_m^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_x}{k_S^2} & \frac{k_y}{k_S^2} & \frac{B}{2k_z^P \cdot \omega^2} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^P k_S^2} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^P k_S^2} & \frac{i}{2\mu \cdot k_S^2} \\ \frac{k_x}{k_S^2} & \frac{k_y}{k_S^2} & -B & -ik_x & -ik_y & i \\ \frac{k_x}{k_S^2} & \frac{k_y}{k_S^2} & \frac{B}{2k_z^P \cdot \omega^2} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^P k_S^2} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^P k_S^2} & \frac{i}{2\mu k_S^2} \\ k_x B & k_y B & -1 & ik_x & ik_y & i \\ \frac{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{-k_x B} & \frac{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{-k_y B} & k_S^2 & \frac{2\mu k_S^2 (k_x^2 + k_y^2)}{ik_x} & \frac{2\mu k_S^2 (k_x^2 + k_y^2)}{ik_y} & -\frac{2\mu \cdot k_z^S \cdot k_S^2}{i} \\ \frac{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{k_x B} & \frac{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{k_y B} & k_S^2 & \frac{2\mu k_S^2 (k_x^2 + k_y^2)}{ik_x} & \frac{2\mu k_S^2 (k_x^2 + k_y^2)}{ik_y} & \frac{2\mu k_z^S k_S^2}{i} \\ \frac{k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-k_x}{2(k_x^2 + k_y^2)} & 0 & \frac{ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & 0 \\ \frac{k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-k_x}{2(k_x^2 + k_y^2)} & 0 & \frac{-ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & 0 \end{bmatrix}$$

**Table A1.** Variable glossary

	Description	Parameter/Equation
$\omega$	angular frequency	model input
$k_x$	wavenumber in the direction $\vec{x}$	model input
$k_y$	wavenumber in the direction $\vec{y}$	model input



$h$	height separating two parallel planes	model parameter
$\mu$	Lamé coefficient	material parameter
$\lambda$	Lamé coefficient	material parameter
$\rho$	density	material parameter
$k^S$	wavenumber of a shear plane-wave	$k^S = \sqrt{\omega^2/v_S^2}$
$k_z^S$	wavenumber of a shear plane-wave in the direction $\vec{z}$	$k_z^S = \sqrt{\omega^2/v_S^2 - k_x^2 - k_y^2}$
$k_z^P$	wavenumber of a pressure plane-wave in the direction $\vec{z}$	$k_z^P = \sqrt{\omega^2/v_P^2 - k_x^2 - k_y^2}$
$g_s$	propagator of shear plane-wave along $z$	$g_s = e^{-ik_z^S h}$
$g_p$	propagator of pressure plane-wave along $z$	$g_p = e^{-ik_z^P h}$
$B$	simplification variable	$B = \omega^2 - 2\mu(k_x^2 + k_y^2)/\rho$
$v_s$	shear wave speed	$v_s = \sqrt{\mu/\rho}$
$v_p$	pressure wave speed	$v_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$

Expressions of matrices in the case of normal incidence:

$$D_{m,S}^0(h) = \begin{bmatrix} k_S g_S(h) & -k_S/g_S(h) \\ i\rho\omega^2 g_S(h) & i\rho\omega^2/g_S(h) \end{bmatrix} \quad D_{m,P}^0(h) = \begin{bmatrix} k_P g_P(h) & -k_P/g_P(h) \\ i\rho\omega^2 g_P(h) & i\rho\omega^2/g_P(h) \end{bmatrix}$$

$$[E_{m,S}^0]^{-1} = \frac{1}{\omega^2} \begin{bmatrix} \omega^2/(2k_S) & -i/(2\rho) \\ -\omega^2/(2k_S) & -i/(2\rho) \end{bmatrix} \quad [E_{m,P}^0]^{-1} = \frac{1}{\omega^2} \begin{bmatrix} \omega^2/(2k_P) & -i/(2\rho) \\ -\omega^2/(2k_P) & -i/(2\rho) \end{bmatrix}$$

## 7. References

- [1] Mitra M and Gopalakrishnan S 2016 *Smart Mater. Struct.* **25** 053001
- [2] Information on CIVA tool for guided wave testing: <http://www.extende.com/guided-wave-testing-with-civa>
- [3] Clause B, Lhémery A and Walaszek H 2017 *J. Phys.: Conf. Ser.* **797** 012004
- [4] Clause B 2018 *Modelling of electromagneto-acoustic transducers (EMAT) for the non-destructive testing of ferromagnetic media* PhD dissertation (Université Paris-Saclay, 2018SACLAX011) (in French)
- [5] Seher M and Nagy P 2016 *NDT&E Int.* **84** 1
- [6] Clause B and Lhémery A 2016 *Wave Motion* **60** 135
- [7] Seung H M and Kim Y Y 2016 *NDT&E Int.* **80** 6
- [8] Barras J, Lhémery A and Impériale A 2020 *Ultrasonics* **103** 106078
- [9] Impériale A and Demaldent E 2019 *Int. J. Numer. Meth. Engng.* **119** 964
- [10] Thomson W T 1950 *J. Appl. Phys.* **21** 89
- [11] Haskell N A 1953 *Bull. Seismol. Soc. Am.* **43** 17
- [12] Dunkin J W 1965 *Bull. Seismol. Soc. Am.* **55** 335
- [13] Daniel L, Hubert O, Buiron N and Billardon R 2008 *J. Mech. Phys. Solids* **56** 1018
- [14] Lhémery A 1994 *J. Acoust. Soc. Am.* **96** 3776

## Annexe B - Écriture des formulations TH

### B1. Obtention de la matrice $D_m$ pour la formulation de TH à 2D

On rappelle les équations déplacement particulière ( $u_y, u_z$ ) et des contraintes ( $\sigma_{yz}, \sigma_{zz}$ ) données aux équations 211.k, 211.l et 211.m que l'on écrit pour un vecteur position  $\vec{r} = (y, z - z_0)^t$ .

$$\begin{cases} u_y = a_p^\pm k_y e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp a_s^\pm k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ u_z = \pm a_p^\pm k_z^P e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + a_s^\pm k_y e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \sigma_{yz} = \mu i a_p^\pm [\mp 2k_y k_z^P] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + \mu i a_s^\pm [\{k_z^S\}^2 - k_y^2] e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \sigma_{zz} = -i a_p^\pm [\lambda(k_y^2 + \{k_z^P\}^2) + 2\mu\{k_z^P\}^2] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp 2\mu i a_s^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \end{cases} \quad (\text{Eq B1.a})$$

Pour rappel la variable de simplification  $B$  a pour équations,

$$B = \omega^2 - 2v_s^2 k_y^2. \quad (\text{Eq. B1.b})$$

On souhaite simplifier les termes en violet dans l'équation B1.a et on montre qu'elles se simplifient en  $\rho B$ .

$$\begin{aligned} \mu(\{k_z^S\}^2 - k_y^2) &= \mu(k_s^2 - k_y^2 - k_y^2) = \mu k_s^2 - 2\mu k_y^2 = \mu(\omega^2/v_s^2) - 2\mu k_y^2 = \mu \frac{\rho \omega^2}{\mu} - 2\mu k_y^2 = \rho \omega^2 - 2\mu k_y^2 \\ &= \rho(\omega^2 - 2\frac{\mu}{\rho} k_y^2) = \rho(\omega^2 - 2v_s^2 k_y^2) = \rho B \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda(k_y^2 + \{k_z^P\}^2) + 2\mu\{k_z^P\}^2 &= \lambda(k_y^2 + k_p^2 - k_y^2) + 2\mu(k_p^2 - k_y^2) = (\lambda + 2\mu)k_p^2 - 2\mu k_y^2 = (\lambda + 2\mu)(\omega^2/v_p^2) - 2\mu k_y^2 \\ &= (\lambda + 2\mu) \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu} - 2\mu k_y^2 = \rho \omega^2 - 2\mu k_y^2 = \rho(\omega^2 - 2\frac{\mu}{\rho} k_y^2) = \rho(\omega^2 - 2v_s^2 k_y^2) = \rho B \end{aligned}$$

On a donc,

$$\begin{cases} u_y = a_p^\pm k_y e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp a_s^\pm k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ u_z = \pm a_p^\pm k_z^P e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + a_s^\pm k_y e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \sigma_{yz} = \mu i a_p^\pm [\mp 2k_y k_z^P] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} + i a_s^\pm [\rho B] e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \\ \sigma_{zz} = -i a_p^\pm [\rho B] e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} \mp 2\mu i a_s^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} \end{cases} \quad (\text{Eq B1.c})$$

On souhaite faire apparaître les propagateurs  $g_p = e^{-ik_z^P(z-z_0)}$  et  $g_s = e^{-ik_z^S(z-z_0)}$  respectivement de l'onde longitudinale, et de l'onde transversale par la suite. On explicite alors la substitution des termes en exponentielle,

$$\begin{cases} e^{i(\omega t - k_p^\pm r)} = e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^P z)} = g_p^{\pm 1} e^{i(\omega t - k_y y)} \\ e^{i(\omega t - k_s^\pm r)} = e^{i(\omega t - k_y y \mp k_z^S z)} = g_s^{\pm 1} e^{i(\omega t - k_y y)} \end{cases} \quad (\text{Eq. B1.d})$$

On développe l'expression B1.c utilisant les propagateurs

$$u_y = a_p^+ [k_y g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_p^- [k_y / g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^+ [-k_z^S g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^- [k_z^S / g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} \quad (\text{Eq. B1.e})$$

$$u_z = a_p^+ [k_z^P g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_p^- [-k_z^P / g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^+ [k_y g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^- [k_y / g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} \quad (\text{Eq. B1.f})$$

$$\sigma_{yz} = a_p^+ [-2\mu i k_y k_z^P g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_p^- [2\mu i k_y k_z^P / g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^+ [i\rho B g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^- [i\rho B / g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} \quad (\text{Eq. B1.g})$$

$$\sigma_{zz} = a_p^+ [-i\rho B g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_p^- [-i\rho B / g_p] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^+ [-2\mu i k_y k_z^S g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} + a_s^- [2\mu i k_y k_z^S / g_s] e^{i(\omega t - k_y y)} \quad (\text{Eq. B1.h})$$

On a fait apparaître les termes de la matrice  $D_m$ , il convient maintenant de les organiser sous forme pour retrouver la formulation de la matrice présentée à l'équation 212.d.

## B2. Obtention de la matrice $D_m$ pour la formulation de TH à 3D

On rappelle les équations déplacement particulaire des ondes planes dans un solide isotrope données à l'équations 311.e que l'on écrit pour un vecteur position  $\vec{r} = (y, z - z_0)^t$ .

$$\begin{cases} \mathbf{u}_P^\pm(t, x, y, z) = A_P^\pm(k_x, k_y, \pm k_z^P)^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_P^\pm \cdot \vec{r})}, \\ \mathbf{u}_{SV}^\pm(t, x, y, z) = A_{SV}^\pm(\pm k_x k_z^S, \pm k_y k_z^S, -(k_x^2 + k_y^2))^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S^\pm \cdot \vec{r})}, \\ \mathbf{u}_{SH}^\pm(t, x, y, z) = A_{SH}^\pm(k_y, -k_x, 0)^t e^{i(\omega t - \mathbf{k}_S^\pm \cdot \vec{r})}. \end{cases} \quad (\text{Eq. B2.a})$$

On développe l'équation B2.a pour obtenir les équations du déplacement particulaire ( $u_x, u_y, u_z$ ) dans un solide isotrope généré par la propagation des trois ondes planes.

$$\begin{cases} u_x = A_P^\pm k_x e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \pm A_{SV}^\pm k_x k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} + A_{SH}^\pm k_y e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \\ u_y = A_P^\pm k_y e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \pm A_{SV}^\pm k_y k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} - A_{SH}^\pm k_x e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \\ u_z = \pm A_P^\pm k_z^P e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} - A_{SV}^\pm (k_x^2 + k_y^2) e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \end{cases} \quad (\text{Eq. B2.b})$$

On donne l'expression de la loi de Hooke dans un solide isotrope à 3D, elle peut être retrouvée à l'aide de l'expression générale donnée à l'équation 211.b.

$$\begin{cases} \sigma_{xz} = \mu \left( \frac{\partial}{\partial z} u_x + \frac{\partial}{\partial x} u_z \right) \\ \sigma_{yz} = \mu \left( \frac{\partial}{\partial z} u_y + \frac{\partial}{\partial y} u_z \right) \\ \sigma_{zz} = \lambda \left( \frac{\partial}{\partial x} u_x + \frac{\partial}{\partial y} u_y + \frac{\partial}{\partial z} u_z \right) + 2\mu \frac{\partial}{\partial z} u_z \end{cases} \quad (\text{Eq. B2.c})$$

On donne les différentes dérivées du déplacement particulaire  $u_x$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x} u_x = -A_P^\pm i k_x^2 e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \mp A_{SV}^\pm i k_x^2 k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} - A_{SH}^\pm i k_x k_y e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}, \quad (\text{Eq. B2.d})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u_x = \mp A_P^\pm i k_x k_z^P e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} - A_{SV}^\pm i k_x \{k_z^S\}^2 e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \mp A_{SH}^\pm i k_y k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}. \quad (\text{Eq. B2.e})$$

On en fait de même avec  $u_y$ ,

$$\frac{\partial}{\partial y} u_y = -A_P^\pm i k_y^2 e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \mp A_{SV}^\pm i k_y^2 k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} + A_{SH}^\pm i k_x k_y e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}, \quad (\text{Eq. B2.f})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_y = \mp A_P^\pm i k_y k_z^P e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} - A_{SV}^\pm i k_y \{k_z^S\}^2 e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \pm A_{SH}^\pm i k_x k_z^S e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}. \quad (\text{Eq. B2.g})$$

Idem avec  $u_z$ ,

$$\frac{\partial}{\partial x} u_z = \mp A_P^\pm i k_x k_z^P e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} + A_{SV}^\pm i k_x (k_x^2 + k_y^2) e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}, \quad (\text{Eq. B2.h})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_z = \mp A_P^\pm i k_y k_z^P e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} + A_{SV}^\pm i k_y (k_x^2 + k_y^2) e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}, \quad (\text{Eq. B2.i})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_z = -A_P^\pm i \{k_z^P\}^2 e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \pm A_{SV}^\pm i k_z^P (k_x^2 + k_y^2) e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}. \quad (\text{Eq. B2.j})$$

Des ces différentes expressions des dérivées du déplacement particulaire provoqué par la propagation d'ondes planes dans un solide isotrope à 3D, on exprime les contraintes à l'aide de l'équation B2.c.

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} = & A_P^\pm [\mp 2\mu i k_x k_z^P] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} + A_{SV}^\pm [-i k_x \mu (\{k_z^S\}^2 - (k_x^2 + k_y^2))] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \\ & + A_{SH}^\pm [\mp i \mu k_y k_z^S] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})}, \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.k})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yz} = & A_P^\pm [\mp 2\mu i k_y k_z^P] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} + A_{SV}^\pm [i k_y \mu (\{k_z^S\}^2 - (k_x^2 + k_y^2))] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \\ & + A_{SH}^\pm [\pm \mu i k_x k_z^S] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.l})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} = & A_P^\pm \left[ -i[(\lambda + 2\mu)\{k_z^P\}^2 + \lambda(k_x^2 + k_y^2)] \right] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^P)^t \cdot \vec{r})} \\ & + A_{SV}^\pm [\pm 2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2)] e^{i(\omega t - (k_x, k_y, \pm k_z^S)^t \cdot \vec{r})} \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.m})$$

On propose de simplifier les termes en violet à l'aide de la variable de simplification  $B$ . On rappelle son expression pour un solide isotrope à 3D,

$$B = \omega^2 - 2v_s^2(k_x^2 + k_y^2) \quad (\text{Eq. B2.n})$$

On simplifie donc,

$$\mu \left( \{k_z^S\}^2 - (k_x^2 + k_y^2) \right) = \mu \left( \frac{\omega^2}{v_s^2} - 2(k_x^2 + k_y^2) \right) = \rho \left( \omega^2 - 2v_s^2(k_x^2 + k_y^2) \right) = \rho B \quad (\text{Eq. B2.o})$$

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\{k_z^P\}^2 + \lambda(k_x^2 + k_y^2) &= (\lambda + 2\mu) \left\{ \frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} - (k_x^2 + k_y^2) \right\} + \lambda(k_x^2 + k_y^2) = \rho\omega^2 - 2\mu(k_x^2 + k_y^2) \\ &= \rho \left( \omega^2 - 2\frac{\mu}{\rho}(k_x^2 + k_y^2) \right) = \rho B \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.p})$$

Pour finir on écrit le déplacement particulaire et les contraintes dans un solide isotrope dans le domaine de Fourier spatiale et temporel, et on fait apparaître les propagateurs  $g_P = e^{-ik_z^P(z-z_0)}$  et  $g_S = e^{-ik_z^S(z-z_0)}$ .

$$u_x = A_P^+ [k_x g_P] + A_P^- [k_x / g_P] + A_{SV}^+ [k_x k_z^S g_S] + A_{SV}^- [-k_x k_z^S / g_S] + A_{SH}^+ [k_y g_S] + A_{SH}^- [k_y / g_S] \quad (\text{Eq. B2.q})$$

$$u_y = A_P^+ [k_y g_P] + A_P^- [k_y / g_P] + A_{SV}^+ [k_y k_z^S g_S] + A_{SV}^- [-k_y k_z^S / g_S] + A_{SH}^+ [-k_x g_S] + A_{SH}^- [-k_x / g_S] \quad (\text{Eq. B2.r})$$

$$u_z = A_P^+ [k_z^P g_P] + A_P^- [-k_z^P / g_P] + A_{SV}^+ [-(k_x^2 + k_y^2) g_S] + A_{SV}^- [-(k_x^2 + k_y^2) / g_S] \quad (\text{Eq. B2.s})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} = & A_P^+ [-2\mu i k_x k_z^P g_P] + A_P^- [2\mu i k_x k_z^P / g_P] + A_{SV}^+ [-i k_x \rho B g_S] + A_{SV}^- [-i k_x \rho B / g_S] \\ & + A_{SH}^+ [-i \mu k_y k_z^S g_S] + A_{SH}^- [i \mu k_y k_z^S / g_S] \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.t})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yz} = & A_P^+ [-2\mu i k_y k_z^P g_P] + A_P^- [2\mu i k_y k_z^P / g_P] + A_{SV}^+ [i k_y \rho B g_S] + A_{SV}^- [i k_y \rho B / g_S] \\ & + A_{SH}^+ [\mu i k_x k_z^S g_S] + A_{SH}^- [-\mu i k_x k_z^S / g_S] \end{aligned} \quad (\text{Eq. B2.u})$$

$$\sigma_{zz} = A_P^+ [-i \rho B g_P] + A_P^- [-i \rho B / g_P] + A_{SV}^+ [2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) g_S] + A_{SV}^- [-2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) / g_S] \quad (\text{Eq. B2.v})$$

Pour obtenir la matrice  $D_m$ , il ne reste plus qu'à organiser les équations B2.q-v sous forme matricielle. La section suivante en donne l'expression.

### B3. Expressions des matrices de transfert pour la formulation TH à 3D

$$D_m = \begin{bmatrix} k_x g_p & k_x / g_p & k_x k_z^S g_s & -k_x k_z^S / g_s & k_y g_s & k_y / g_s \\ k_y g_p & k_y / g_p & k_y k_z^S g_s & -k_y k_z^S / g_s & -k_x g_s & -k_x / g_s \\ k_z^P g_p & -k_z^P / g_p & -(k_x^2 + k_y^2) g_s & -(k_x^2 + k_y^2) / g_s & 0 & 0 \\ -2i\mu k_x k_z^P g_p & 2i\mu k_x k_z^P / g_p & -i\rho k_x B g_s & -i\rho k_x B / g_s & -i\mu k_y k_z^S g_s & i\mu k_y k_z^S / g_s \\ -2i\mu k_y k_z^P g_p & 2i\mu k_y k_z^P / g_p & -i\rho k_y B g_s & -i\rho k_y B / g_s & i\mu k_x k_z^S g_s & -i\mu k_x k_z^S / g_s \\ -i\rho B g_p & -i\rho B / g_p & 2i\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2) g_s & -2i\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2) / g_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. B3.a})$$

L'expression de la matrice  $E_m$  inverse est obtenue numériquement passant par une librairie symbolique.

$$E_m^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k_x}{k_z^S} & \frac{k_y}{k_z^S} & \frac{B}{2k_z^P \omega^2} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^P k_z^S} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^P k_z^S} & \frac{i}{2\mu k_z^S} \\ \frac{k_x}{k_z^S} & \frac{k_y}{k_z^S} & \frac{-B}{2k_z^P \omega^2} & \frac{-ik_x}{2\mu k_z^P k_z^S} & \frac{-ik_y}{2\mu k_z^P k_z^S} & \frac{i}{2\mu k_z^S} \\ \frac{k_x B}{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{k_y B}{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-1}{k_z^S} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-i}{2\mu k_z^S k_z^S} \\ \frac{-k_x B}{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-k_y B}{2\omega^2 k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-1}{k_z^S} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{i}{2\mu k_z^S k_z^S} \\ \frac{k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-k_x}{2(k_x^2 + k_y^2)} & 0 & \frac{ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & 0 \\ \frac{k_y}{2(k_x^2 + k_y^2)} & \frac{-k_x}{2(k_x^2 + k_y^2)} & 0 & \frac{-ik_y}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & \frac{ik_x}{2\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. B3.b})$$

On donne l'expressions des termes de la matrice  $L_m$  :

$$\begin{aligned} (L_m)_{11} &= \frac{k_x^2}{k_z^S} [(g_p + 1/g_p) - (g_s + 1/g_s)] + \frac{g_s + 1/g_s}{2} & (L_m)_{12} &= \frac{k_x k_y}{k_z^S} [(g_p + 1/g_p) - (g_s + 1/g_s)] \\ (L_m)_{13} &= k_x \left[ \frac{B}{2k_z^P \omega^2} (g_p - 1/g_p) - \frac{k_z^S}{k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] & (L_m)_{14} &= \frac{i}{2\mu k_z^S} \left[ \frac{k_x^2}{k_z^S} (g_p - 1/g_p) + \frac{k_z^S - k_x^2}{k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] \\ (L_m)_{15} &= \frac{ik_x k_y}{2\mu k_z^S} \left[ \frac{1}{k_z^P} (g_p - 1/g_p) - \frac{1}{k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] & (L_m)_{16} &= \frac{ik_x}{2\mu k_z^S} [(g_p + 1/g_p) - (g_s + 1/g_s)] \\ (L_m)_{21} &= (L_m)_{12} & (L_m)_{22} &= \frac{k_y^2}{k_z^S} [(g_p + 1/g_p) - (g_s + 1/g_s)] + \frac{g_s + 1/g_s}{2} \\ (L_m)_{23} &= \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{13} & (L_m)_{24} &= (L_m)_{15} \\ (L_m)_{25} &= \frac{i}{2\mu k_z^S} \left[ \frac{k_y^2}{k_z^P} (g_p - 1/g_p) + \frac{k_z^S - k_y^2}{k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] & (L_m)_{26} &= \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{16} \\ (L_m)_{31} &= k_x \left[ \frac{k_z^P}{k_z^S} (g_p - 1/g_p) - \frac{B}{2\omega^2 k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] & (L_m)_{32} &= \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{31} \\ (L_m)_{33} &= \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z^S} [(g_s + 1/g_s) - (g_p + 1/g_p)] + \frac{g_p + 1/g_p}{2} & (L_m)_{34} &= (L_m)_{16} \\ (L_m)_{35} &= \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{16} & (L_m)_{36} &= \frac{i}{2\mu k_z^S} \left[ k_z^P (g_p - 1/g_p) + \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_z^S} (g_s - 1/g_s) \right] \end{aligned}$$

$$(L_m)_{41} = \frac{(-2i\mu k_x^2 k_z^P)}{k_z^S} (g_p - 1/g_p) - \frac{i}{2(k_x^2 + k_y^2)} \left[ \frac{\rho k_x^2 B^2}{\omega^2 k_z^S} + \mu k_y^2 k_z^S \right] (g_s - 1/g_s)$$

$$(L_m)_{42} = -ik_x k_y \left[ \frac{2\mu k_z^P}{k_z^S} (g_p - 1/g_p) + \frac{1}{2(k_x^2 + k_y^2)} \left( \frac{\rho B^2}{\omega^2 k_z^S} - \mu k_z^S \right) (g_s - 1/g_s) \right]$$

$$(L_m)_{43} = \frac{i\mu k_x B}{\omega^2} [(g_s + 1/g_s) - (g_p + 1/g_p)]$$

$$(L_m)_{44} = (L_m)_{11}$$

$$(L_m)_{45} = (L_m)_{12}$$

$$(L_m)_{46} = (L_m)_{31}$$

$$(L_m)_{51} = (L_m)_{42}$$

$$(L_m)_{52} = \frac{-2i\mu k_y^2 k_z^P}{k_z^S} (g_p - 1/g_p) + \frac{-i}{2(k_x^2 + k_y^2)} \left( \frac{\rho k_y^2 B^2}{\omega^2 k_z^S} + \mu k_x^2 k_z^S \right) (g_s - 1/g_s)$$

$$(L_m)_{53} = \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{43}$$

$$(L_m)_{54} = (L_m)_{12}$$

$$(L_m)_{55} = (L_m)_{22}$$

$$(L_m)_{56} = \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{31}$$

$$(L_m)_{61} = (L_m)_{43}$$

$$(L_m)_{62} = \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{43}$$

$$(L_m)_{63} = \frac{-i\rho B^2}{2k_z^P \omega^2} (g_p - 1/g_p) - \frac{2i\mu k_z^S (k_x^2 + k_y^2)}{k_z^S} (g_s - 1/g_s)$$

$$(L_m)_{64} = \frac{k_x}{k_z^S} \left[ \frac{\rho B}{2\mu k_z^P} (g_p - 1/g_p) - k_z^S (g_s - 1/g_s) \right]$$

$$(L_m)_{65} = \frac{k_y}{k_x} (L_m)_{64}$$

$$(L_m)_{66} = (L_m)_{33}$$

## B4. Passage de la formulation TH à 3D à la formulation TH à 2D

Pour assurer le passage de la formulation TH à 3D à la formulation TH à 2D, il convient en premier lieux de supprimer les lignes et les colonnes correspondantes au déplacement particulière  $u_x$  et à la contrainte  $\sigma_{xz}$ . On impose  $k_x = 0$ .

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_x \\ \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_x g_P & k_x / g_P & k_x k_z^S g_S & -k_x k_z^S / g_S & k_y g_S & k_y / g_S \\ k_y g_P & k_y / g_P & k_y k_z^S g_S & -k_y k_z^S / g_S & -k_y g_S & -k_y / g_S \\ k_z^P g_P & -k_z^P / g_P & -(k_x^2 + k_y^2) g_S & -(k_x^2 + k_y^2) / g_S & 0 & 0 \\ -2i\mu k_x k_z^P g_P & 2i\mu k_x k_z^P / g_P & -i\rho k_x B g_S & -i\rho k_x B / g_S & -i\mu k_y k_z^S g_S & i\mu k_y k_z^S / g_S \\ -2i\mu k_y k_z^P g_P & 2i\mu k_y k_z^P / g_P & -i\rho k_y B g_S & -i\rho k_y B / g_S & i\mu k_x k_z^S g_S & -i\mu k_x k_z^S / g_S \\ -i\rho B g_P & -i\rho B / g_P & 2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) g_S & -2\mu i k_z^S (k_x^2 + k_y^2) / g_S & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_P^+ \\ A_P^- \\ A_{SV}^+ \\ A_{SV}^- \\ A_H^- \end{pmatrix}$$

On a donc,

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_y g_P & k_y / g_P & k_y k_z^S g_S & -k_y k_z^S / g_S \\ k_z^P g_P & -k_z^P / g_P & -(k_y^2) g_S & -(k_y^2) / g_S \\ -2i\mu k_y k_z^P g_P & 2i\mu k_y k_z^P / g_P & -i\rho k_y B g_S & -i\rho k_y B / g_S \\ -i\rho B g_P & -i\rho B / g_P & 2\mu i k_z^S (k_y^2) g_S & -2\mu i k_z^S (k_y^2) / g_S \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_P^+ \\ A_P^- \\ A_{SV}^+ \\ A_{SV}^- \end{pmatrix}$$

Et on donne les équivalences entre les amplitudes des ondes planes exprimées en 2D et en 3D. Pour rappel, nous avons choisi de ne pas normaliser les vecteurs de polarisation dans nos expressions par soucis de simplification, ce qui explique le fait que les amplitudes des ondes planes que l'on a formulées ne sont pas strictement équivalentes.

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_y \\ \hat{u}_z \\ \hat{\sigma}_{yz} \\ \hat{\sigma}_{zz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_y g_P & k_y / g_P & -k_z^S g_S & k_z^S / g_S \\ k_z^P g_P & -k_z^P / g_P & k_y g_S & k_y / g_S \\ -2i\mu k_y k_z^P g_P & 2i\mu k_y k_z^P / g_P & i\rho B g_S & i\rho B / g_S \\ -i\rho B g_P & -i\rho B / g_P & -2\mu i k_z^S k_y g_S & 2\mu i k_z^S k_y / g_S \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_P^+ = A_P^+ \\ a_P^- = A_P^- \\ a_S^+ = -k_y A_{SV}^+ \\ a_S^- = -k_y A_{SV}^- \end{pmatrix}$$

On retrouve bien l'expression de la matrice  $D_m$  de la formulation de TH à 2D.



Titre : Modélisation modale de la transduction de patch magnétostrictif pour le rayonnement d'ondes élastiques guidées en vue du contrôle de santé intégré de structures fines.

Mots clés : Patch magnétostrictif, Ondes guidées, Ondes élastiques, CND, SHM, modélisation modale, transduction

Résumé (1700-4000 caractères) :

Les patches magnétostrictifs qui sont des transducteurs électro-acoustiques permettant d'émettre et de recevoir des ondes élastiques dans les matériaux solides offrent une alternative particulièrement prometteuse par comparaison avec les transducteurs piézoélectriques, notamment en ce qui concerne la génération d'ondes élastiques guidées et spécifiquement pour leur utilisation en contrôle santé intégré. Par définition, un patch magnétostrictif est constitué d'une fine bande d'un matériau magnétostrictif couplée à la pièce dans laquelle sont créées des ondes élastiques. En outre, cette bande est magnétisée ou pré-magnétisée et excitée par une bobine dans laquelle circule un courant haute-fréquence. La conception de la géométrie de la bobine ainsi que la manière dont est magnétisée la bande et le choix du domaine fréquentiel d'excitation aident à créer différentes sources mécaniques dynamiques à la surface de la pièce.

Ce travail de thèse propose un modèle global de l'ensemble des phénomènes multi-physiques mis en jeu dans la transduction des patches magnétostrictifs, le but étant de créer un outil de simulation opérationnel pour optimiser les paramètres servant à créer les ondes guidées sélectionnées au sein de la plaque tels que les ondes de Lamb ou les ondes transverses de cisaillement à polarisation horizontale. Plus précisément, cette recherche s'intéresse à différents aspects, c'est-à-dire à la création des sources électro-magnéto-élastiques dans la bande magnétostrictive, aux ondes que ces sources créent et qui se propagent au sein du patch magnétostrictif et enfin aux ondes guidées rayonnées dans la pièce. Au niveau de la méthodologie choisie, le modèle global est développé suivant une approche modale et selon une stratégie optimale visant à minimiser les calculs numériques. Aussi, de nouveaux modèles d'interfaçage sont élaborés et adaptés afin d'assurer le couplage entre deux modèles existants développés au laboratoire, l'un, non-modal, dédié à la transduction électro-magnéto acoustique en milieu ferromagnétique, l'autre, modal, consacré au rayonnement d'ondes guidées par une source de contrainte à la surface d'une pièce. Le simulateur qui en résulte peut alors être exploité de façon intensive comme cela est requis dans le cadre de travaux de conception de sources ultrasonores pour une application donnée.

Dans la construction du modèle global de transduction d'ondes guidées par un patch magnétostrictif, différentes hypothèses et approximations sont proposées. Afin de vérifier leur pertinence et leur précision, chacune fait l'objet d'une analyse et d'une vérification détaillée. Le modèle global fait également l'objet de validations théoriques et expérimentales puisque l'on confronte systématiquement les résultats obtenus avec soit des simulations par éléments finis, soit des mesures. L'ensemble de ces comparaisons démontre la capacité du simulateur à traiter des configurations très variées.



Title: Modal modelling of transduction by magnetostrictive patch for elastic guided wave radiation in structural health monitoring of thin structures.

Keywords: magnetostrictive patch transducer, Guided Wave, Elastic Waves, NDT, SHM, Modal modelling, transduction

Summary (1700-4000 caractères):

Magnetostrictive patches, which are electro-acoustic transducers making it possible to emit and receive elastic waves in solid materials, offer a promising alternative to piezoelectric transducers, in particular with regard to the generation of guided elastic waves and specifically for their use in structural health monitoring. A magnetostrictive patch consists of a thin strip of magnetostrictive material coupled to the part in which elastic waves are to be generated. In addition, this strip is magnetized or pre-magnetized and excited by a coil in which a high-frequency current flows. The design of the coil geometry as well as the way the strip is magnetized and the choice of the excitation frequency range help to generate different dynamic mechanical sources at the piece surface.

This thesis work proposes a global model of all the multi-physical phenomena involved in the transduction of magnetostrictive patches, the goal being to create an operational simulation tool to optimize the parameters used to selectively generate guided waves in a plate such as Lamb waves or horizontally polarized shear waves. More precisely, this research is interested in different aspects, i.e. the creation of electro-magneto-elastic sources in the magnetostrictive strip, the waves that these sources create and that propagate within the magnetostrictive patch and finally to the guided waves radiated into the piece. The global model is developed according to a modal approach and according to an optimal strategy aimed at minimizing numerical calculations. New models are developed to ensure the chaining of two existing models developed in the laboratory, one, non-modal, dedicated to electro-magneto-acoustic transduction in a ferromagnetic medium, the other, modal, devoted to the radiation of guided waves by a source of stress at the surface of a part. The resulting simulator can then be used intensively as required in the context of ultrasonic source design work for a given application.

In deriving the global transduction model of guided waves by a magnetostrictive patch, different assumptions and approximations are made. In order to verify their relevance and accuracy, each of these assumptions is subject to detailed analysis and verification. The global model is also the subject of theoretical and experimental validations since the results obtained are systematically compared with either finite element simulations or measurements. Taken together, these comparisons demonstrate the simulator's ability to deal with a wide variety of configurations.