



HAL
open science

Modélisation stochastique du comportement vibratoire d'un stator électrique avec quantification expérimentale de la variabilité

Hussein Issa

► **To cite this version:**

Hussein Issa. Modélisation stochastique du comportement vibratoire d'un stator électrique avec quantification expérimentale de la variabilité. Vibrations [physics.class-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2021. Français. NNT : 2021COMP2612 . tel-03590588

HAL Id: tel-03590588

<https://theses.hal.science/tel-03590588v1>

Submitted on 28 Feb 2022

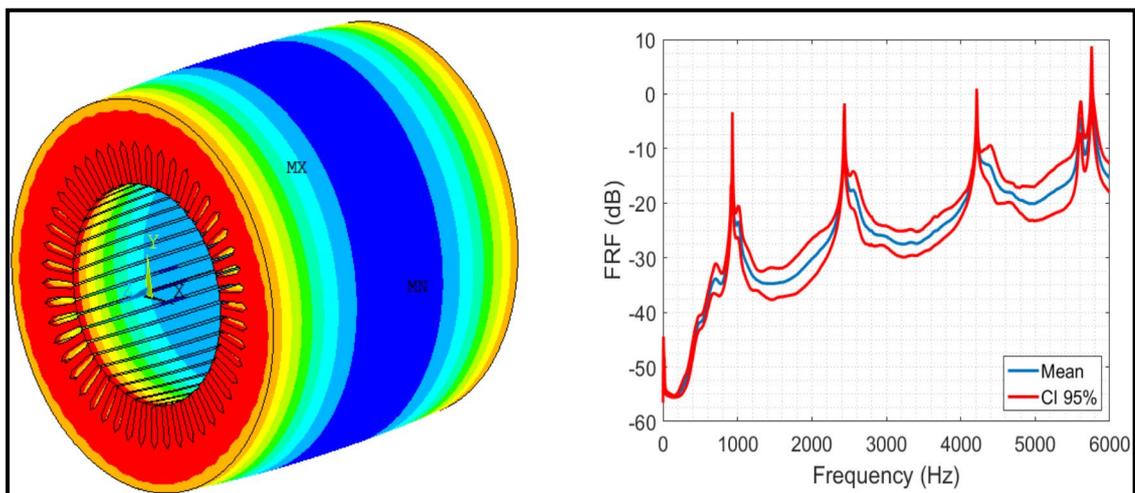
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Par **Hussein ISSA**

Modélisation stochastique du comportement vibratoire d'un stator électrique avec quantification expérimentale de la variabilité

Thèse présentée
pour l'obtention du grade
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 25 mai 2021

Spécialité : Mécanique Numérique : Unité de recherche en Mécanique - Laboratoire Roberval (FRE UTC - CNRS 2012)

D2612

Thèse soutenue le 25 Mai 2021 devant le jury composé de :

Emeline Sadoulet-Reboul (Rapporteur)

Mohamed Guessasma (Rapporteur)

Nicolas Dauchez (Président)

Frédéric Druesne (Directeur de thèse)

Jaafar Hallal (Directeur de thèse)

Laetitia Duigou

Hassan Shraim

Jean-Daniel Chazot

Mohamad Hammoud

Vincent Lanfranchi

Samuel Koechlin

A ma famille

*A l'amour de ma mère, au soutien de mon
père, à la motivation de mes frères*

*A mes directeurs de thèse et à la belle ville
de Compiègne*

إلى عائلتي

إلى والدي المحبة، ووالدي الذي دعمني دائماً، وإخوتي المنذفين لاجلي

إلى مديري رسالتي وإلى مدينة كوبيين الجميلة

Remerciements

Un peu plus de trois ans se sont écoulés depuis le début de ce projet de recherche en collaboration entre l'Université de Technologie de Compiègne (UTC) et l'Université Internationale de Beyrouth (BIU).

Je remercie tout d'abord l'Université Internationale de Beyrouth (BIU) de m'avoir accordé une bourse de thèse qui a permis de réaliser mes travaux de recherche.

Cette aventure n'aurait pas été possible et aussi riche sans l'implication de certaines personnes que je tiens à remercier ici.

Je tiens à remercier chaleureusement mes directeurs de thèse, Frédéric Druesne et Jaafar Hallal pour leur aide et leur gentillesse dans les moments les plus agréables et les plus difficiles de cette thèse, pour leurs conseils, pour leurs encouragements constants et pour leur soutien. J'ai beaucoup appris à leurs côtés et je leur adresse toute ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Jean-Daniel Chazot, Mohamad Hammoud et Vincent Lanfranchi pour leurs conseils, leurs suggestions, leurs commentaires et pour les nombreuses heures de discussions enthousiastes qui ont contribué à améliorer ma compréhension et mon appréciation de mon sujet de thèse.

Un merci tout particulier à la société Nidec Leroy-Somer, qui a nous fourni des stators de moteur électrique sur lesquels les essais expérimentaux ont été effectués. Merci pour la confiance accordée à notre équipe et à notre travail.

Je tiens également à remercier tous les membres du jury pour avoir accepté de faire partie de ce jury, un merci tout particulier à Emeline Sadoulet-Reboul et Mohammad Guessasma pour avoir rapporté mon manuscrit de thèse.

Sans pouvoir tous les nommer, je salue aussi mes collègues de l'équipe mécanique numérique et de l'équipe vibration et acoustique, et tous mes amis qui ont partagé mon quotidien. Un merci tout particulier aussi à Félix Foucart et Yorick Buot de l'Épine qui m'ont soutenu et sont restés à mes côtés dans tout le travail expérimental.

Enfin, ma gratitude va à ma famille, qui m'a apporté un soutien fort, et qui m'a encouragé à aller aussi loin dans mes études. Ma mère, mon père et mes frères, un immense merci du fond du cœur pour votre soutien.

Table des matières

Remerciements	ii
Résumé	xii
Introduction	1
1 État de l'art	3
1.1 Moteurs électriques et procédé de fabrication	3
1.1.1 Moteur électrique DC	4
1.1.2 Moteur électrique AC	5
1.1.3 Processus de fabrication	8
1.2 Sources de vibrations dans le moteur électrique	10
1.2.1 Sources aérodynamiques	10
1.2.2 Sources électromagnétiques	10
1.2.3 Sources mécaniques	13
1.3 Etude expérimentale et modélisation des machines électriques	16
1.3.1 Approche expérimentale	16
1.3.2 Approche analytique	18
1.3.3 Modélisation éléments finis	19
1.4 Modélisation de la variabilité et des incertitudes	21
1.4.1 Sources d'incertitudes	21
1.4.2 Types d'incertitudes	23
1.4.3 Quantification des incertitudes probabilistes	23
1.4.4 Mécanisme de propagation des incertitudes	25
1.4.5 Approche probabiliste - Méthodes stochastiques	25
1.4.6 Approche possibiliste - Méthodes non stochastiques	28
2 Caractérisation expérimentale d'un stator	31
2.1 Structure étudiée	31
2.1.1 Caractérisation du module de Young dans la direction de l'empilement des tôles	34
2.2 Caractérisation expérimentale du comportement vibratoire	36
2.2.1 Protocole de mesure	37

2.2.2	Étude préliminaire	40
2.2.3	Contrôle de la qualité des données de mesure	46
2.2.4	Estimateur des FRF	47
2.3	Quantification expérimentale de la variabilité	48
2.3.1	Masse volumique	49
2.3.2	Fréquences propres	50
2.3.3	Déformées modales	50
2.3.4	Fonction de réponse en fréquence	52
2.4	Conclusion	53

3 Modélisation stochastique et identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains **55**

3.1	Aspect théorique de la modélisation stochastique	56
3.1.1	Analyse modale	56
3.1.2	Réponse en fréquence	56
3.2	Modélisation éléments finis du stator	58
3.2.1	Modèle 3D monobloc et modèle 3D à 5 blocs	59
3.2.2	Convergence du maillage	61
3.2.3	Validation des modèles 3D monobloc et à 5 blocs	63
3.2.4	Choix de modélisation 3D du stator	66
3.3	Choix de modélisation stochastique du stator	66
3.3.1	Paramètres incertains de type matériau	66
3.3.2	Paramètres incertains de type géométrique	68
3.3.3	Méthode de Monte Carlo	68
3.4	Variabilité des fréquences propres et des modes propres	71
3.4.1	Influence des modélisations monobloc et à 5 blocs sur la variabilité des fréquences propres	71
3.4.2	Analyse de la variabilité des fréquences propres	72
3.4.3	Analyse de la variabilité des modes propres	75
3.5	Variabilité des réponses en fréquence	76
3.5.1	Base modale	76
3.5.2	Analyse de la variabilité des réponses en fréquence	78
3.6	Identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains .	80
3.6.1	Méthodologie	82
3.6.2	Application au modèle de stator	85
3.6.3	Validation de la méthodologie d'identification pour le modèle 3D du stator	87
3.7	Coût des simulations numériques	89
3.8	Conclusion	91

ANNEXE	93
A Effet de paramètres géométriques sur le comportement vibratoire du stator	93
A.1 Introduction	93
A.2 Effet de la taille des paquets de tôles du stator	94
A.3 Effet de la géométrie du pied de dent	97
A.3.1 Structure et paramètre géométrique étudiés	97
A.3.2 Modélisation éléments finis du stator	99
A.3.3 Sensibilité à la forme du pied de dent	99
A.3.4 Analyse de variabilité	103
Conclusion et perspectives	107

Table des figures

1.1	Exemple de moteur électrique [1]	4
1.2	Caractéristiques des moteurs électriques DC et AC	4
1.3	Représentation d'un moteur électrique DC	5
1.4	Représentation du moteur triphasé	6
1.5	Moteur AC synchrone à aimant permanent [2]	6
1.6	Rotors de moteurs à induction AC	7
1.7	Tôles laminées et découpées d'un stator	8
1.8	Bobines de cuivre montées dans les encoches d'un stator	9
1.9	Effet magnétostrictif	11
1.10	Exemple distribution du flux magnétique dans une coupe de stator et rotor d'un moteur électrique	12
1.11	Induction magnétique au niveau de l'entrefer	13
1.12	Exemple de défauts mécaniques provoquant des vibrations dans le moteur électrique	15
1.13	Modélisation par éléments finis de moteurs électriques	19
1.14	Illustration du couplage multi-physique électromagnétique-vibratoire [3]	21
2.1	Description de la structure feuilletée	32
2.2	Représentation du stator composé de 5 paquets de tôles orientés à 90° entre voisins	33
2.3	Principe général d'un essai avec une méthode par ultrasons	35
2.4	Réponse d'impulsion de force (N) et d'accélération (g) dans le domaine temporel (<i>ms</i>) aux points d'émission et de réception respectivement	36
2.5	Schéma général d'un essai vibratoire expérimental	37
2.6	Instruments de mesure de la réponse	38
2.7	Bloc de diagramme FRF	39
2.8	Configuration expérimentale de l'analyse modale du stator	40
2.9	Maillage expérimental composé de 40 noeuds du stator	41
2.10	Configurations expérimentales de l'analyse modale des plots en caoutchouc	42
2.11	Fonctions de réponse en fréquence des plots en caoutchouc	43

2.12	Méthode de la bande passante à -3dB	43
2.13	Courbes FRF pour 2 nœuds après permutation des emplacements d'excitation et de mesure	45
2.14	Courbes FRF pour 3 mesures identiques dans le cadre de la vérification de la répétabilité	45
2.15	Courbe FRF et courbe de cohérence correspondante pour un test sur le stator 1	47
2.16	Figure schématique des estimateurs de FRF	48
2.17	Courbes FRF pour les estimateurs H_1 , H_2 et H_v	48
2.18	Dix stators Nidec Leroy-Somer théoriquement identiques	49
2.19	Quatre premières déformées modales expérimentales pour le stator 1	51
2.20	Valeurs moyennes expérimentales de MAC entre les bases modales des 10 stators	51
2.21	Moyenne des FRFs expérimentales et intervalle de confiance à 95% quantifiés sur les 10 stators	53
3.1	Modèles 3D mono bloc et à 5 blocs du stator, respectivement sans et avec prise en compte de l'orientation des 5 paquets	60
3.2	Maillage M4 composé de 18432 éléments finis hexaédriques du modèle 3D monobloc de stator	62
3.3	Courbes de convergence des 6 premières fréquences propres (Hz) en fonction du nombre de nœuds du modèle 3D monobloc de stator	63
3.4	Six premiers modes propres nominaux du modèle 3D monobloc . .	65
3.5	Valeurs de MAC pour les bases modales des modèles 3D monobloc et à 5 blocs, par rapport à la base modale expérimentale du stator 1	65
3.6	Loi de distribution normale et troncatures associées	67
3.7	Valeurs moyennes des six premières fréquences propres en fonction du nombre de tirages aléatoires pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho,$ $\nu_{LT}) = 10\%$	69
3.8	Coefficient de variation des six premières fréquences propres en fonction du nombre de tirages aléatoires pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho,$ $\nu_{LT}) = 10\%$	70
3.9	Lois de distribution Gaussienne tronquées par un nombre de tirages aléatoires $n_t = 200$ et $n_t = 1000$	70
3.10	Distributions des deux premières fréquences propres avec $n_t =$ 200 et $n_t = 1000$ pour les modes propres (2,0) et (2,1) - $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho, \text{ and } \nu_{LT}) = 10\%$	71

3.11	Coefficient de variation (%) de la première fréquence propre associée au mode (2,0) pour CoV = 5% (a) et CoV = 10% (b) sur les paramètres incertains de type matériau pour les modèles 3D monobloc et à 5 blocs	72
3.12	Six premières fréquences perturbées en fonction du vecteur aléatoire pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho) = 10\%$	74
3.13	Valeurs de MAC moyennes entre les modes nominal et perturbé pour 3 niveaux de variabilité d'entrée $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$	76
3.14	Représentation du maillage du stator dans le plan xy pour une force unitaire radiale d'excitation sur le nœud d'une dent et pour une observation de la réponse sur un nœud du diamètre extérieur .	77
3.15	Courbes FRF nominales calculées pour une base modale tronquée à f_{max} et à $2f_{max}$, ainsi que pour la base modale complète	78
3.16	Moyenne des FRF et intervalles de confiance à 95% pour un niveau de variabilité CoV=10% pour chacun des paramètres matériau E_{Tx}, E_{Ty}, E_L et ρ pris individuellement	79
3.17	Moyenne des FRF et intervalles de confiance à 95% pour un $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L \text{ et } \rho) = 10\%$	80
3.18	Coefficients de variation expérimentaux et numériques des 4 premières fréquences propres, respectivement pour un échantillon expérimental de 10 stators et un échantillon numérique de 200 tirages aléatoires avec $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, \rho) = 5\%$. .	81
3.19	Méthodologie pour l'identification du niveau de variabilité de chaque paramètre incertain P_j	83
3.20	Comparaison des coefficients de variation expérimentaux et numériques (%) des fréquences propres suite à l'identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains pour les 4 premiers modes radiaux	88
3.21	Moyennes et intervalles de confiance à 95% des FRF expérimentales et numériques des 4 premiers modes radiaux purs (2,0), (3,0), (4,0) et (0,0)	89
3.22	Coefficients de variation expérimentaux et numériques (%) des amplitudes des FRF suite à l'identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains	89
3.23	Nombre de FLOPS d'une analyse modale déterministe en fonction du nombre de nœuds du maillage	90
A.1	Représentation schématique d'un stator composé de 5 paquets de taille h_i avec $i=1, 5$	95

A.2	Six premières fréquences propres (Hz) du stator pour les 4 configurations de tailles de paquets	96
A.3	Description du stator d'un moteur WRSM	98
A.4	Paramètre géométrique du pied de dent en forme de triangle isocèle de côté X	99
A.5	Maillage optimal du stator composé d'éléments tétraédriques à 4 noeuds	99
A.6	Cinq configurations de pied de dent correspondant à différentes valeurs du paramètre géométrique X_i avec $i=1, 5$	100
A.7	Trois premières fréquences propres (Hz) du modèle de stator correspondant aux modes propres $(2, 0)$, $(2, 1)$ et $(3, 0)$ pour les configurations $i=1, 5$	101
A.8	Trois premières déformées modales pour la configuration $i=4$ du stator	101
A.9	Valeurs de <i>MAC</i> entre les bases modales des configurations $i=2, 5$ et celle de la configuration 1 du stator	102
A.10	Courbes FRF du modèle 3D de stator sur la gamme de fréquences 0 - 7000 Hz pour les configurations $i=1, 5$	103
A.11	Valeurs de <i>MAC</i> moyennes entre les modes nominal et perturbés pour 3 niveaux de variabilité d'entrée $CoV(X_4) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$ - Configuration 4 avec pied de dent du stator	105
A.12	Moyennes FRF et intervalles de confiance à 95 % pour 3 niveaux de variabilité d'entrée $CoV(X_4) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$ - Configuration 4 avec pied de dent du stator	106

Liste des tableaux

2.1	Dimensions nominales globales du stator	32
2.2	Modules d'élasticité (GPa) caractérisés expérimentalement par Nidec Leroy-Somer dans les directions x du laminage, y transverse au laminage et à 45°	34
2.3	Masse moyenne des stators (Kg) et coefficient de variation de la masse (%)	49
2.4	Moyenne et coefficient de variation pour les 4 premières fréquences propres expérimentales des 10 stators	50
2.5	Quantités statistiques des FRFs pour les 4 premiers modes expérimentaux	53
3.1	Maillages utilisés pour l'étude de convergence	62
3.2	Erreurs relatives (%) sur les fréquences propres pour les différents maillages par rapport au maillage de référence M7	64
3.3	Six premières fréquences propres nominales des modèles 3D monobloc et 3D à 5 blocs et écarts relatifs en (%) avec les moyennes des fréquences propres expérimentales	64
3.4	Coefficient de variation (%) des six premières fréquences propres obtenus pour le modèle 3D à 5 blocs par la méthode MCS pour différents cas de paramètres incertains et pour 3 niveaux de variabilité sur ces paramètres matériau	73
3.5	Coefficients de variation d'entrée (%) choisis arbitrairement pour les 3 paramètres incertains matériau dans les 3 simulations MCS	85
3.6	Coefficients de variation (%) des paramètres matériau incertains E_{Tx} et E_{Ty} obtenus à l'aide de la méthodologie d'identification	87
3.7	Différences relatives (%) entre les niveaux de variabilité des fréquences propres expérimentales et ceux des fréquences propres numériques pour les 4 premiers modes radiaux	88
3.8	Temps (secondes) d'une analyse modale déterministe en fonction du nombre de nœuds du maillage	90
3.9	Temps (secondes) des simulations MCS complètes pour l'analyse modale et pour le calcul de la réponse en fréquence pour le maillage optimal à 27600 noeuds	91

A.1	Hauteur h_i de chaque paquet $i= 1, 5$ et hauteur cumulée dans les directions x et y pour 4 configurations	96
A.2	Différences relatives (%) entre les six premières fréquences propres des configurations 2, 3 et 4 par rapport à celles de la configuration de référence 1	97
A.3	Dimensions nominales du stator	98
A.4	Propriétés matériau du stator	98
A.5	Valeurs des 3 premiers pics des FRF en dB pour les configurations $i= 1, 5$	103
A.6	Moyennes et coefficients de variation des 3 premières fréquences propres pour 3 niveaux de variabilité d'entrée - Configuration 4 avec pied de dent du stator X_4	104

Résumé

Dans un contexte où les technologies modernes se doivent d'oublier les énergies fossiles, l'industrie des moteurs électriques alimente de plus en plus les machines industrielles et également celles pour le grand public. Le moteur électrique a connu une belle évolution au fil des dernières décennies, la maîtrise des performances vibratoires et acoustiques de ces machines reste toutefois un défi à relever. En associant l'expertise du laboratoire Roberval de l'Université de Technologie Compiègne en mécanique numérique, vibration et acoustique, avec le département de génie mécanique de l'Université internationale de Beyrouth, cette thèse vise à améliorer les connaissances actuelles sur le comportement vibratoire des machines électriques, en particulier du stator. Une approche expérimentale a tout d'abord été développée pour caractériser le comportement vibratoire et la variabilité d'un stator industriel. Une modélisation stochastique de ce stator a ensuite été proposée à l'aide de la méthode des éléments finis et d'une approche paramétrique, des propriétés matériau et géométrique ont été considérées incertaines. Enfin, une méthodologie à étapes a été développée pour identifier les niveaux de variabilité de ces paramètres d'entrée à l'aide d'un dialogue entre la modélisation et la simulation d'une part, et les résultats expérimentaux d'autre part.

Abstract

In a context of reduction of fossil fuels used, modern technologies increasingly supply electrical machines for industry and for devices at home. The evolution of electric motor and it's using are significant over the past decade, the management of the vibratory and acoustic performance for these machines remains a challenge. By associating the skills of the Roberval laboratory of the University of Technology of Compiègne in computational mechanics, vibration and acoustics, with the mechanical engineering department of the International University of Beirut, this thesis aims to improve the current knowledge on the vibration behavior of electric machines, in particular the stator. An experimental approach has been first developed to characterize the vibration behavior and the variability for industrial stator. A stochastic model of this stator has been then proposed using the finite element method and a parametric approach, material and geometric properties are considered as uncertain parameters. Finally, a methodology has been developed to identify the levels of variability for these input parameters using a dialogue between modeling and simulation on the one hand, and experimental results on the other.

Introduction

Depuis l'invention du moteur électrique au 19^{ème} siècle, il est devenu un cheval de bataille du monde industriel moderne. Le moteur électrique est utilisé dans les domaines de l'industrie automobile, aéronautique, des transports et de l'industrie des équipements de la vie quotidienne. En particulier, une volonté de remplacer graduellement les moteurs à combustion automobiles par des moteurs électriques est maintenant engagée, pour préserver les ressources pétrolières et pour réduire la pollution résultant des émissions de gaz à effet de serre.

L'utilisation accrue du moteur électrique dans l'automobile, ainsi que le respect des normes associées toujours plus exigeantes, nécessitent ainsi de nouvelles compétences, notamment concernant l'émission de bruit due aux vibrations mécaniques. Une expertise relativement récente du groupe motopropulseur électrique et de son comportement mécanique a dû être développée. La modélisation numérique et la simulation du comportement dynamique de cette structure ont contribué à cela. Cette structure est un assemblage d'une grande complexité réalisé à l'aide d'outils de fabrication automatisés adaptés à la production de moteurs électriques. La nature des différentes pièces composant le moteur est très différente en termes de géométrie, physique et matériau. Une telle complexité induit inévitablement des incertitudes aléatoires dans la production de moteurs théoriquement identiques. La modélisation numérique de ces structures doit donc tenir compte de ces incertitudes afin d'améliorer la prédictivité du modèle, et afin d'obtenir un intervalle de confiance lié aux choix de conception.

Cette thèse vise à contribuer à ce défi par la modélisation stochastique d'un stator de moteur électrique industriel. Leroy Somer, membre du groupe Nidec et fabricant de moteurs électriques notamment, nous a fourni plusieurs stators d'un même moteur. A l'aide d'une campagne expérimentale, le comportement vibratoire des stators a été analysé pour ensuite construire un modèle éléments finis représentatif de cette structure, en tenant compte des incertitudes sur les propriétés matérielles et géométriques.

Le présent manuscrit est divisé en 3 chapitres, chacun correspondant à des contributions spécifiques. Le chapitre 1 présente tout d'abord un état de l'art sur

les moteurs électriques et les sources de vibration et de bruit dans ces moteurs. Les approches expérimentale, analytique et numérique sont ensuite introduites pour l'étude du comportement dynamique. La modélisation de la variabilité et des incertitudes est également abordée. Le chapitre 2 propose une caractérisation expérimentale du comportement vibratoire du stator industriel, ainsi qu'une quantification de la variabilité. Les fréquences propres, les modes propres et la réponse en fréquence de la structure feuilletée sont analysés. Le chapitre 3 concerne la modélisation stochastique du stator. Des choix de modélisation par éléments finis sont discutés pour construire un modèle représentatif, une approche paramétrique et des simulations de Monte Carlo sont utilisées. Des analyses de variabilité sont effectuées en tenant compte des incertitudes sur les propriétés matériau et les effets sur le comportement vibratoire du stator sont discutés. Un dialogue est ensuite proposé entre la modélisation numérique et les résultats expérimentaux pour identifier les niveaux de variabilité des paramètres matériau. Cette méthodologie d'identification est ensuite validée à l'aide des mesures expérimentales sur l'échantillon des stators industriels. En complément de ce chapitre 3, une annexe présente deux études concernant l'influence de paramètres géométriques sur le comportement vibratoire d'un stator. La première étude porte sur l'effet de la taille des paquets de tôles du stator Leroy-Somer sur les fréquences propres. La seconde étude illustre une analyse de sensibilité et de variabilité de la géométrie du socle dentaire, et de son effet sur le comportement vibratoire d'un autre stator. Une conclusion et des perspectives clôturent le manuscrit.

Chapitre 1

État de l'art

Le premier chapitre du manuscrit propose un état de l'art. Tout d'abord, les moteurs électriques et le procédé de fabrication sont introduits. Puis, une description des sources de vibrations dans ces moteurs est présentée. Les modélisations des machines électriques sont ensuite discutées d'un point de vue expérimental, analytique et numérique. Enfin, une bibliographie sur la modélisation de la variabilité et des incertitudes est proposée.

1.1 Moteurs électriques et procédé de fabrication

Un moteur électrique est un dispositif qui convertit l'énergie électrique en énergie mécanique par un mouvement de rotation [4], au contraire d'un générateur électrique ou d'un alternateur. Le premier moteur électrique a sans doute été inventé par le physicien hongrois Anyos Jedlik en 1828, mais le mérite revient au scientifique britannique Michael Faraday qui a le premier proposé la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique par des moyens électromagnétiques [5]. Le couple du moteur électrique est en effet généré par le passage du courant dans une bobine induisant un champ magnétique. Dans de nombreuses applications industrielles, les moteurs électriques fournissent toujours plus de solutions, allant du petit moteur de montre à quartz au moteur de plus d'un million de chevaux alimentant un navire.

Un moteur électrique se compose de deux parties principales, un stator fixe à l'intérieur duquel un rotor tourne autour de son axe comme présenté sur la figure 1.1. Les moteurs électriques se distinguent par le type de signal électrique qui les alimente, soit deux grandes classes : le moteur électrique DC (Direct current) basé sur le courant continu et le moteur AC (Alternating Current) fonctionnant en courant alternatif. Le schéma de la figure 1.2 présente les caractéristiques des 2 classes de moteurs, les moteurs DC avec ou sans balais, et les moteurs AC synchrones ou asynchrones.

permettre une rotation régulière et continue. Les moteurs à courant continu fonctionnent à vitesse fixe et tension fixe.

La direction et l'amplitude de la force électromagnétique induisant la rotation du moteur sont données par la force de Laplace [8], présentée dans l'équation suivante :

$$F = B \times i \times L \quad (1.1)$$

avec F la force, B la densité de flux magnétique, i le courant et L la longueur du fil. La direction de cette force est orthogonale à la direction du courant circulant à travers le fil et à la direction du champ magnétique.

Les machines DC offrent un rendement énergétique élevé et peuvent fonctionner dans une plage de vitesse importante, mais elles sont coûteuses à produire et à entretenir.

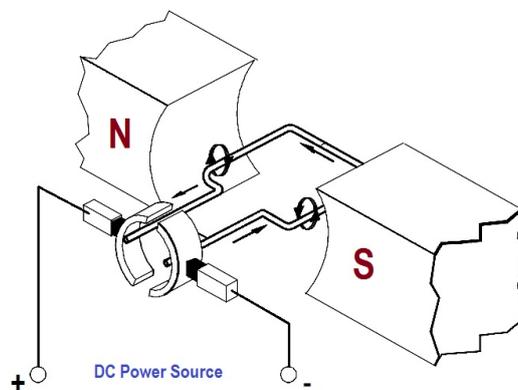


FIGURE 1.3 – Représentation d'un moteur électrique DC

1.1.2 Moteur électrique AC

Le moteur AC est entraîné par un courant alternatif et le convertit en puissance mécanique en utilisant un phénomène d'induction électromagnétique. La principale différence entre les moteurs DC et AC se situe au niveau du stator, où respectivement les aimants permanents et les bobines y sont disposés. Pour le moteur AC, le champ magnétique rotatif est produit par les bobines du stator. Ce concept peut être illustré pour les moteurs triphasés en considérant trois bobines placées autour du rotor (figure 1.4a). Chaque bobine est connectée à une phase d'une alimentation triphasée (figure 1.1.4b). Le courant traversant chaque bobine varie de manière sinusoïdale avec le temps, avec un déphasage $\pm 2\pi/3$ entre les bobines (figure 1.4c). Les moteurs AC peuvent être classés en 2 catégories : le moteur synchrone et le moteur asynchrone (encore appelé moteur à induction). Ces deux moteurs ont la même configuration de stator pour produire le champ magnétique rotatif. Cependant, la génération du champ magnétique est différente au niveau du rotor.

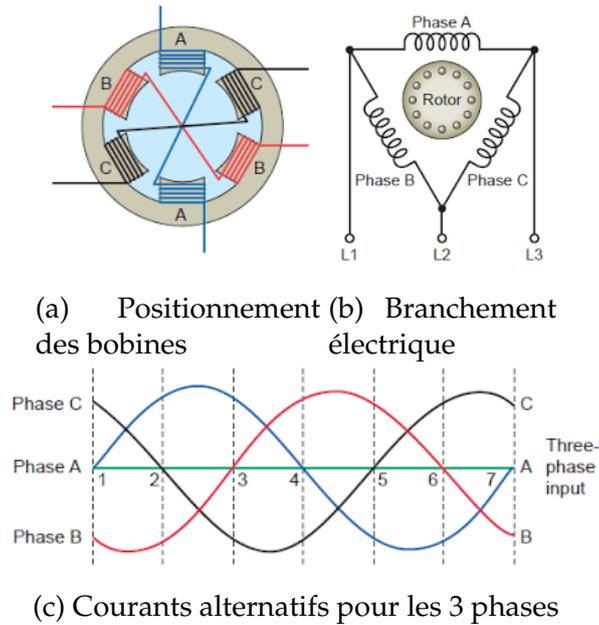


FIGURE 1.4 – Représentation du moteur triphasé

Moteur synchrone

Pour un moteur synchrone, le champ magnétique du rotor est généré à partir d'une bobine et d'une source d'alimentation en courant continu. Lorsque le moteur est de petite ou moyenne taille (figure 1.5), des aimants permanents sont couramment utilisés pour générer le champ magnétique du rotor. Pour une source de tension alternative triphasée appliquée aux bobines du stator décalées de 120 degrés, les courants triphasés circulant dans ces bobines produisent un champ magnétique tournant. Le couple induit conduit à la rotation du rotor dans le même sens que le champ magnétique tournant [9], d'où l'appellation synchrone. Une machine synchrone présente plusieurs atouts, notamment un rendement élevé, une densité de puissance, une réponse dynamique et un bon facteur de puissance.

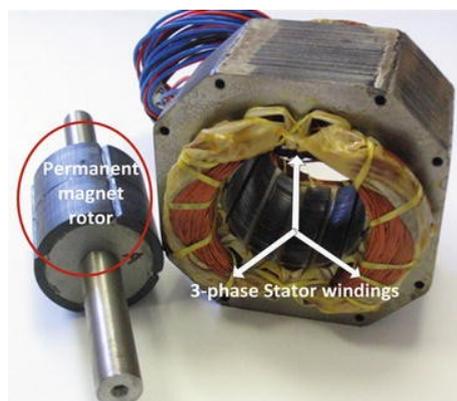


FIGURE 1.5 – Moteur AC synchrone à aimant permanent [2]

Moteur à induction (asynchrone)

Pour un moteur à induction, le champ magnétique du rotor est produit par un courant alternatif transmis au stator par induction électromagnétique. Le rotor d'un moteur à induction a un noyau de fer cylindrique composé de tôles d'acier. En général, il existe deux types de rotors utilisés dans les moteurs à induction : le rotor à cage d'écureuil et le rotor bobiné (figure 1.6).

Le rotor à cage d'écureuil a un noyau en fer laminé avec des encoches pour placer des conducteurs vrillés, qui peuvent être une barre de cuivre, d'aluminium ou d'alliage. Ces barres sont court-circuitées aux deux extrémités par des bagues comme illustré à la figure 1.6a. Ce rotor tire son nom de la ressemblance de sa structure avec une cage d'écureuil. Les conducteurs du rotor ne sont pas forcément parallèles à l'arbre, ils sont parfois inclinés pour réduire le couple de denture et permettre au moteur de fonctionner silencieusement. En raison de sa conception simple et robuste, environ 95% des moteurs à induction utilisent le rotor à cage d'écureuil. Le rotor bobiné (figure 1.6b) est quant à lui composé d'un ensemble de bobines triphasées, généralement connectées en Y et liées aux bagues collectrices sur l'arbre du rotor, elle peuvent donc être accessibles à travers les balais. En raison de cette configuration, la résistance du rotor peut être modifiée en connectant des résistances externes aux bobines du rotor via les balais. Cela permet de faire varier les caractéristiques couple-vitesse du moteur à induction selon les besoins.

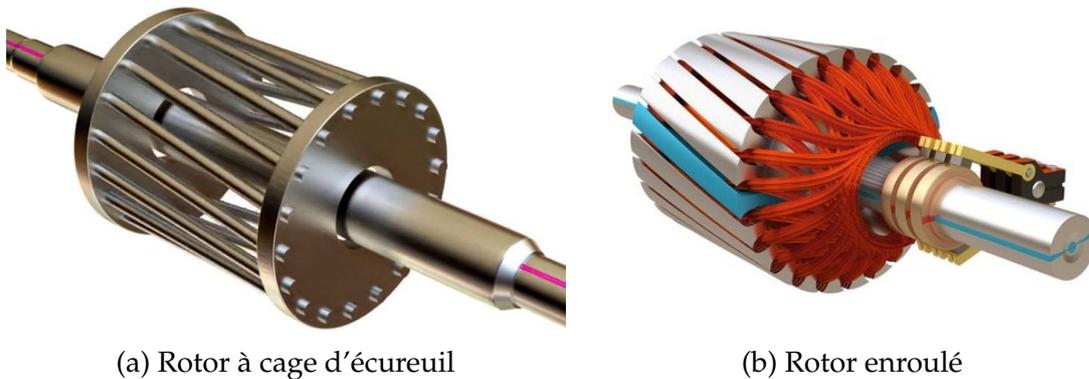


FIGURE 1.6 – Rotors de moteurs à induction AC

La mise sous tension du stator crée un flux magnétique rotatif dans l'entrefer. Lorsque le champ magnétique tournant est lié aux conducteurs dans le rotor, des forces électromagnétiques sont induites dans les conducteurs. Un couple est alors produit sur les conducteurs porteurs de courant dans le champ magnétique tournant. Grâce à ce couple induit, le rotor tourne dans le même sens que le champ magnétique tournant. Dans les moteurs asynchrones, le rotor ne tourne pas à la même vitesse que le champ magnétique tournant du stator, ce

qui explique l'utilisation du nom alternatif de «moteur asynchrone».

1.1.3 Processus de fabrication

Un moteur électrique est composé d'un stator et d'un rotor cylindriques séparés par un entrefer, mais la configuration de ces parties diffère entre les moteurs. Cette variété induit un processus de fabrication unique pour chaque type de moteur. Une discussion générale sur le processus de fabrication est proposée ici. La figure 1.1 illustre un moteur électrique constitué d'un stator, d'un rotor, de bobines, d'un arbre et d'un carter ; chacune de ces pièces nécessite un processus de fabrication différent. Le stator et le rotor sont constitués d'un noyau de fer, issu d'un empilement de tôles (figure 1.7) de faible épaisseur (de 0,3 à 0,6 mm selon l'application) pour réduire les pertes par courants d'Eddy [10]. Le noyau de fer est fabriqué à partir d'un matériau ferromagnétique tel qu'un acier au silicium, un fer doux ou encore un alliage de nickel pour produire un flux magnétique et réduire les pertes par hystérésis. Les matières premières sont produites sous forme de bobine de tôle laminée à haute température. L'épaisseur de la tôle est ensuite réduite par plusieurs opérations de laminage à froid. Les propriétés magnétiques souhaitées sont données à la tôle par un recuit. Une fine couche d'isolant est souvent déposée pour éviter la transmission du courant à travers les tôles d'acier entraînant des pertes et de la chaleur. Des opérations de découpage et de poinçonnage de la bobine métallique sont ensuite effectuées. Pour le stator, la forme extérieure des tôles est principalement cylindrique, et la forme intérieure est constituée d'encoches dentelées (jusqu'à 72 encoches et parfois plus) pour intégrer le bobinage de cuivre. Plusieurs stratégies de découpe et de poinçonnage sont présentées par Libert et Soulard [11] en fonction de la machine de découpe. Les tôles sont ensuite empilées manuellement par centaines (de 100 à 900 tôles selon l'application) formant le cœur ferromagnétique du stator. L'empilement est compacté par pression et l'assemblage est réalisé par agrafes ou par soudage.



FIGURE 1.7 – Tôles laminées et découpées d'un stator

Le rotor est également de forme cylindrique et composé de tôles laminées, mais les encoches sont extérieures et la géométrie intérieure est circulaire pour accueillir l'arbre. Le processus d'empilement et de fixation des tôles est une étape délicate car un défaut d'isolement entre les tôles entraîne une augmentation des pertes de courant de Foucault [12]. De plus, un empilement non robuste des tôles peut provoquer une rotation déséquilibrée et donc des vibrations du moteur.

Concernant les bobines électriques permettant de générer le champ magnétique, elle s'insèrent dans les encoches du stator feuilleté (figure 1.8). Ce bobinage est constitué de spires de cuivre, le fil de cuivre est entouré d'une fine couche isolante. L'opération d'insertion de ces fils de cuivre dans les encoches est complexe, des systèmes d'automatisation ont été développés à cet effet. Dans la fabrication du moteur électrique, cette opération est la plus délicate. Une fois les bobinages montés, les stator et rotor sont imprégnés de résine polymère, qui imbibe la bobine et comble également les éventuels vides entre les tôles du noyau ferromagnétique.



FIGURE 1.8 – Bobines de cuivre montées dans les encoches d'un stator

Le corps du rotor est fixé à un arbre en acier (figure 1.6) afin de transmettre le couple à l'application souhaitée, la conception de cet arbre tient compte de la vitesse de rotation et du couple. L'arbre est connecté à l'application à une extrémité et au ventilateur pour refroidir le moteur à l'autre extrémité. Enfin, le carter protège l'ensemble des pièces du moteur, mais joue également un rôle important de refroidissement. Le carter du moteur est une pièce moulée constituée d'un nombre élevé d'ailettes, qui avec le ventilateur contribuent à refroidir le moteur.

La description des différentes pièces formant un moteur électrique met en évidence une certaine complexité de l'assemblage, une hétérogénéité (tôles laminées, bobines de cuivre, isolant imprégné de résine), une multitude de types

de liaisons et un mixte entre des interventions manuelles et automatisées lors du processus de fabrication.

1.2 Sources de vibrations dans le moteur électrique

Compte tenu de l'usage répandu des machines électriques, en particulier récemment dans l'industrie automobile, la compréhension et la maîtrise de leur comportement vibratoire sont un enjeu. Le niveau sonore des appareils destinés au grand public est d'ailleurs un argument commercial, la machine et ses harmoniques de vibration balayent une gamme de fréquences propres potentiellement désagréables en raison de la plage de vitesse et du couple. La conception et la fabrication de machines électriques doivent tenir compte de normes en terme de bruit. De nos jours, les moteurs électriques à faible niveau de bruit rencontrent souvent du succès, cela passe par la compréhension et la maîtrise des sources de vibrations.

La vibration est un mouvement d'oscillations mécaniques autour d'une position d'équilibre [13, 14], conduisant à la vibration de particules d'air et la production d'ondes sonores définies comme du bruit. Les vibrations peuvent entraîner la défaillance d'un système dans un cas très défavorable ou encore induire un bruit perçu par l'oreille humaine causant de l'inconfort. Dans les moteurs électriques, les sources de vibrations et de bruit sont reconnues comme étant possiblement de trois types : aérodynamique, électromagnétique et mécanique [15, 16].

1.2.1 Sources aérodynamiques

Les bruits d'origine aérodynamique sont principalement générés par la turbulence de l'air produite par le mouvement de pièces en rotation [17]. Dans un moteur, le ventilateur de refroidissement est également une source de bruit [18]. Janda et al. [19] ont étudié par une analyse fréquentielle le bruit d'origine ventilatoire. Tout d'abord, le bruit aérodynamique est créé à partir d'un flux d'air turbulent à proximité des pales. Les pulsations sont inégales à la fois dans l'espace et dans le temps, le bruit créé par le flux d'air est un bruit large bande et contient toutes les composantes de la bande audible. De plus, il existe un bruit de raies discrètes lié à la fréquence de passage des pales.

1.2.2 Sources électromagnétiques

Les vibrations d'origine électromagnétique peuvent induire le niveau de bruit dominant d'un moteur électrique à courant alternatif, en particulier pour les faibles vitesses. Des vibrations du corps du moteur, par exemple, peuvent

être induites par les forces électromagnétiques. La compréhension du bruit d'origine magnétique est essentielle pour concevoir des machines "silencieuses", mais également pour diagnostiquer et résoudre les problèmes de bruit sur les machines existantes. En général, le bruit d'origine électromagnétique provient de déformations des parties actives du moteur électrique dans le domaine audible (20 Hz à 20 kHz), générées par deux sources d'excitation : la magnétostriction et les contraintes de Maxwell [20, 3].

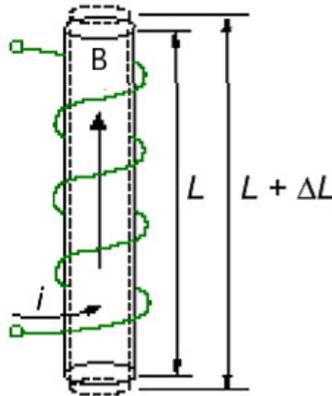


FIGURE 1.9 – Effet magnétostrictif

La magnétostriction est un phénomène de déformation du matériau ferromagnétique lorsqu'il est exposé à un champ magnétique. Le matériau a tendance à se dilater dans les directions parallèles aux lignes de flux et à se contracter perpendiculairement [21], comme le montre la figure 1.9. Les effets magnétostrictifs sur les machines électriques sont étudiés depuis plusieurs décennies, mais la littérature n'est pas unanime concernant la génération du bruit. Les chercheurs s'accordent à dire que la magnétostriction est active dans les transformateurs électriques avec des effets significatifs. Cependant, concernant les moteurs électriques, plusieurs scénarios existent. Alger [22], Hoole [23], Dupont et al. [24] et Humbert et al. [25] font l'hypothèse que la densité de flux varie à travers un cycle complet de valeurs autour de la périphérie du cœur. Ainsi, la magnétostriction a des effets quasi nuls sur la génération de vibrations dans les moteurs. Cette affirmation est étayée par les résultats de Delaere et al. [26] dans le cas d'une machine à induction, conduisant à l'observation que la magnétostriction a une influence négligeable sur la génération de vibrations. Ceci est par contre contredit par Fonteyn et al. [27] qui ont mené une étude sur les moteurs électriques asynchrones et en déduisent que les forces magnétostrictives sont responsables de la génération de bruit. D'autres comme Låftman [28], Vijayraghavan et Krishnan [29] ont également soutenu cette hypothèse.

La seconde source d'excitation électromagnétique provient des forces de

Maxwell qui se produisent aux interfaces magnétiques. Ces pressions sont concentrés dans l'entrefer, à l'interface entre le stator et le rotor conduisant à des déflexions qui se propagent sous forme de vibrations et rayonnement du bruit dans l'air.

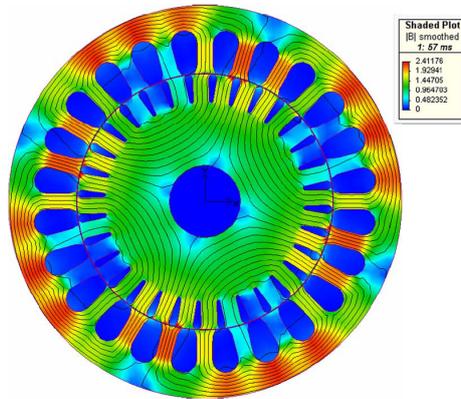


FIGURE 1.10 – Exemple distribution du flux magnétique dans une coupe de stator et rotor d'un moteur électrique

La contrainte de Maxwell se développe lorsque le flux magnétique traverse l'interface entre l'air et un matériau infiniment perméable dans la direction perpendiculaire à la surface du matériau [23] (figure 1.10). Cette contrainte est une densité de force magnétique par unité de surface, elle est dirigée dans la direction du flux et son amplitude est obtenue comme suit [30]

$$p = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (1.2)$$

où B est la densité de flux magnétique et μ_0 est la perméabilité de l'air. Mais l'entrefer entre le stator et le rotor n'est pas perméable à l'infini. La densité de flux magnétique à l'interface contient donc des composantes radiales B_r et tangentielles B_t comme présenté dans la figure 1.11, conduisant à des contraintes de Maxwell radiales et tangentielles exprimées respectivement par :

$$p_r = \frac{B_r^2 - B_t^2}{2\mu_0} \quad (1.3)$$

$$p_t = \frac{B_r^2 B_t^2}{2\mu_0} \quad (1.4)$$

Le flux magnétique traversant la surface du stator du côté de l'entrefer n'est pas constant en espace et en temps pour plusieurs raisons : effets des fentes du rotor et du stator, excentricité de l'entrefer, effets de saturation, et distribution des courants du stator et du rotor. Ainsi, les contraintes de Maxwell résultantes seront également variables en espace et en temps conduisant à la génération de

vibrations. Il a été largement reconnu dans la littérature, que les contraintes dynamiques de Maxwell représentent la cause principale des vibrations et du bruit des machines électriques tournantes [25, 26, 31].

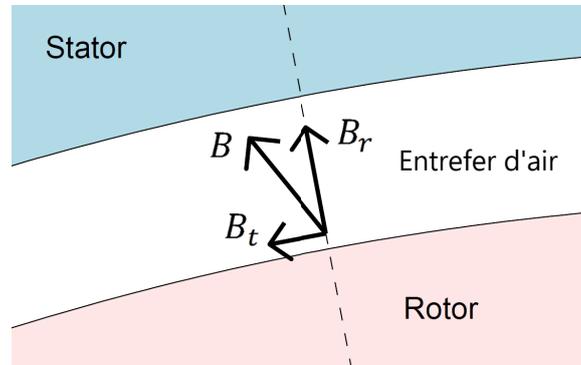


FIGURE 1.11 – Induction magnétique au niveau de l'entrefer

Pendant plusieurs décennies, de nombreux chercheurs ont étudié les effets électromagnétiques sur le comportement vibratoire des machines électriques. Les premières approches analytiques, étudiant les forces électromagnétiques et leurs effets sur la génération de vibrations et de bruit dans les machines électriques tournantes, ont été proposées par Jordan [32] et Moore [33]. Puis, des approches analytiques du comportement vibro-acoustique de moteurs électriques ont été proposées par Timar et al. [34], Gieras et al. [35] et Yang [36], pour calculer les forces radiales de l'entrefer magnétique à partir des caractéristiques géométriques et électriques de la machine, pour un modèle simple du stator. Les travaux [37, 38, 39, 40] peuvent également être cités concernant les modèles analytiques dans ce domaine.

Plus récemment, la méthode des éléments finis a permis de lever certaines limites des modèles analytiques, avec notamment la modélisation multi-physique et un couplage magnéto-mécanique. Un premier modèle éléments finis 2D a été développé par [41, 42] avec l'étude du contenu harmonique des excitations magnétiques et des fréquences propres d'un moteur. D'autres auteurs [43, 44, 45, 46] ont proposé un couplage magnéto-mécanique à l'aide d'un modèle éléments finis pour comprendre les forces magnétiques agissant sur les matériaux magnétiques.

1.2.3 Sources mécaniques

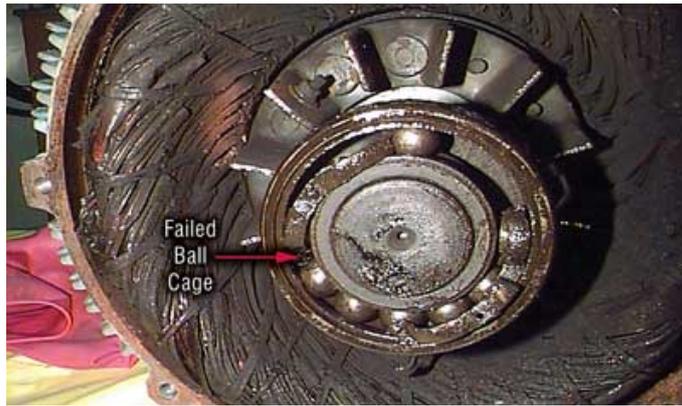
Dans les moteurs électriques, les vibrations générées par les sources mécaniques sont principalement liées à la structure mécanique du moteur. Selon Lakshmikanth [47], les sources mécaniques de vibration dans le moteur électrique peuvent être distinguées en 3 catégories : les pièces massives du

moteur, la charge connectée à l'arbre moteur, et les auxiliaires pouvant être un roulement ou une interaction entre pièces (équilibrage).

La charge et les auxiliaires sont parfois dépendants, mais ils sont ici discutés séparément. La charge est souvent une cause majeure de vibrations dans le moteur électrique, elle conduit à la présence de réponses vibratoires harmoniques dans le moteur selon Szabo [48]. Dans une étude sur un moteur à induction, Obaid et al. [49] montrent que la charge est une source majeure de vibrations avec une dépendance à la vitesse. Araujo [50] a également montré que dans certains cas, les vibrations sont transmises par la charge agissant sur l'arbre du moteur. Cela se produit, dans la plupart des cas, avec un mauvais équilibrage ou une mauvaise connexion des accouplements qui conduisent à une répartition inégale de la charge sur l'arbre du moteur.

Les auxiliaires sont des sources mécaniques de vibration dans le moteur électrique lorsque une défaillance apparaît. Par exemple, un défaut ou une usure des roulements (figure 1.12a) de l'arbre du rotor induit des vibrations avec une signature vibratoire particulière. Devaney et Eren [51] ont montré que des défauts sur une bague extérieure ou intérieure d'un roulement, ainsi que sur une bille, provoquent des vibrations de la machine. La vibration mécanique provoquée par un défaut de roulement entraîne une excentricité de l'entrefer et donc des variations de densité de flux affectant les inductances de la machine qui produisent les harmoniques du courant du stator. Ceci a également été soutenu par Bate [52], qui montre que les défauts de roulement sont interdépendants des vibrations magnétiques et conduisent à des vibrations mécaniques. En plus de cela, cet auteur montre que les défauts sur des roulements produisent des impacts pouvant exciter des résonances dans la machine. Un défaut d'arbre (figure 1.12b) peut également être une source de vibrations mécaniques du moteur électrique. Selon Finely et al. [53], les gradients de température autour du rotor peuvent conduire à une flexion de l'arbre qui se traduit par des vibrations excessives à la 2^{ème} harmonique de fréquence de rotation. Cela a été soutenu expérimentalement par Khaire [54] avec une étude où les vibrations de l'arbre du rotor sont mesurées à l'aide d'un analyseur FFT. Les résultats ont prouvé que l'arbre fléchi à l'extrémité de l'accouplement présente un pic dominant à 1 et 2 fois la fréquence de rotation, quelque soit la vitesse de rotation de l'arbre. D'autres auxiliaires comme le désalignement de l'arbre [55, 56] ou encore l'excentricité [57, 58] peuvent être une source mécanique de vibrations.

Enfin, les pièces massives du moteur sont considérées comme le troisième type de sources mécanique de vibrations. Par exemple, le rotor lui-même peut être une source de vibrations dans le moteur. Cependant, la géométrie et les propriétés matérielles de ces pièces massives sont également importantes. En



(a) Défaut de roulement



(b) Arbre fléchi d'un rotor

FIGURE 1.12 – Exemple de défauts mécaniques provoquant des vibrations dans le moteur électrique

effet, ces caractéristiques conditionnent la réponse vibratoire de la structure. Des dispersions sur la géométrie et les propriétés matériau peuvent être constatées à l'issu d'un processus de fabrication. Dans la section 1.1.3, la conception et les étapes principales de fabrication d'un moteur électrique ont illustré que de telles dispersions pouvaient être obtenues, induisant ainsi possiblement des dispersions sur le comportement dynamique de la machine. A l'aide de modèles éléments finis, Yin et al. [59] ont étudié l'effet du module de Young sur les fréquences propres d'un stator de moteur de véhicule électrique, à courant continu, sans balais, à aimant permanent et avec bobinage de cuivre concentré. Les auteurs ont montré que les fréquences propres correspondant aux déformées modales radiales et axiales dépend de module de Young dans la direction radiale, et que le module de Young axial affecte uniquement les fréquences propres des déformées modales avec déformation axiale. De plus, lorsque le bobinage de cuivre est modélisé, il est montré que les fréquences propres sont proportionnelles au coefficient de Poisson. Tang et al. [60, 61] ont utilisé une méthode non destructive basée sur les ondes ultrasonores afin d'identifier les propriétés du matériau d'un stator SRM de moteur à réluctance commutée afin de mieux caractériser les fréquences propres du modèle numérique qui sont dépendantes du module de Young. Une autre démarche a été appliquée par Chai et al [62] avec une formulation analytique et empirique pour déterminer les propriétés matériau d'un stator. Les caractéristiques vibratoires sont bien sûr dépendantes de la géométrie et des propriétés matériau de la structure. Cai et Pillay [63] ont étudié les fréquences propres et les déformées modales pour 4 géométries de stator d'un moteur à réluctance commutée de 5 hp et 8/6 pôles en vibration libre, ils ont montré que l'épaisseur de la culasse du stator a une influence sur les modes du second ordre. L'assemblage des différentes pièces du moteur peut également avoir un effet sur

le comportement vibratoire. Les travaux de Chauvicourt et al. [64] ont en effet montré que la technique d'assemblage du paquet de tôles du stator est importante, notamment la disposition des cordons de soudure a une influence sur la rigidité. Les auteurs ont réparti les cordons de soudure de manière à améliorer la rigidité axiale et transverse du stator conduisant à améliorer l'amortissement modal d'un facteur 7 et à réduire l'amplitude de la réponse de 9 dB. Dans le moteur électrique, les effets de la géométrie sont aussi à associer aux caractéristiques magnétiques du stator et du rotor. Le Besnerais et al. [65, 66] ont vérifié, expérimentalement et numériquement, que le nombre d'encoches du stator et du rotor peuvent être responsables de niveaux de bruit magnétique élevés pendant le démarrage et le freinage. Dans une autre publication, Le Besnerais et Farzam [67] ont montré que, dans les moteurs synchrones à aimants permanents, les inégalités géométriques ont des effets indirects sur le comportement vibratoire à travers les asymétries magnétiques, par exemple dans les stators modulaires et l'aimantation inégale des aimants permanents.

Les sources de vibrations dans les machines électriques sont donc principalement de type aérodynamique, électromagnétique et/ou mécanique. La complexité des moteurs électriques, en termes de conception et de fabrication, contribuent à induire ces vibrations, à rendre délicate les mesures expérimentales des caractéristiques vibratoires et à faire des choix de modélisation numérique des composants d'une machine.

1.3 Etude expérimentale et modélisation des machines électriques

Dans cette section, un état de l'art est présenté sur l'étude expérimentale, les modélisations analytique puis numérique du comportement vibratoire des machines électriques.

1.3.1 Approche expérimentale

Les études expérimentales sur la dynamique des machines électriques ont toujours apporté une contribution majeure à la compréhension des phénomènes vibratoires des structures. La maîtrise de ces phénomènes directement liée aux performances de la machine. On peut distinguer deux types d'essais expérimentaux : une analyse vibratoire d'une structure en condition libre avec des excitations imposées connues et une analyse vibratoire d'une machine en fonctionnement.

L'analyse modale d'une structure permet d'estimer les fréquences propres, les modes propres, l'amortissement modal et les fonctions de réponse en fréquence (FRF). L'analyse modale est apparue dans les années 1940, mais la première campagne expérimentale pour étudier les vibrations d'un moteur électrique est proposée par Verma et Girgis [68, 69] dans les années 1970. Les auteurs ont mesuré les fréquences propres, les modes propres et le spectre de fréquences de stators. Ils ont également étudié l'effet des dents du stator, du bobinage et des nervures de ventilation du châssis, sur les fréquences de résonance du stator en testant plusieurs modèles de stator. Dans une autre étude, Verma et Girgis [70, 71] ont mesuré les caractéristiques vibratoires d'un stator pour un gros moteur électrique, en montrant que certaines fréquences de résonance se situaient dans une gamme susceptible de générer du bruit. Singal et al. [72, 73, 74] ont également réalisé des études expérimentales pour caractériser le comportement vibratoire de différents stators de moteurs électriques, de petite et grande longueurs. Les résultats ont montré que les amplitudes de vibrations du stator de grande longueur ne sont pas uniformes sur la longueur et que l'emplacement du point d'excitation est important pour exciter plus ou moins les fréquences de résonance symétriques et antisymétriques. D'autres études, Wang et Lai [75] et Neves et al. [76], se concentrent uniquement sur les mesures vibratoires de stators. Rosca et al. [77] ont étudié séparément le comportement des stator, rotor et châssis d'un moteur électrique à induction triphasé à cage d'écureuil, puis le comportement de l'assemblage. Sur une plage de fréquences de 0 à 2000 Hz, quatre fréquences propres sont obtenues pour le stator et sept pour le moteur. Les résultats montrent ainsi que les mesures de vibrations réalisées séparément sur les pièces du moteur électrique ne sont pas complètement représentatives du comportement vibratoire du moteur.

Le second type d'essais expérimentaux vise à représenter les caractéristiques vibratoires du moteur électrique dans ses conditions de fonctionnement. Sarrazin et al. [78] ont effectué différentes mesures vibratoires et de bruit sur un moteur à réluctance commuté multiphasé d'un véhicule électrique hybride. L'analyse modale a été réalisée pour vérifier les modes de vibration dominants et, pour différentes conditions de charge. Les mesures ont été effectuées pour étudier la relation entre les profils de courant, les forces magnétiques radiales et les vibrations mécaniques et acoustiques.

L'objectif des mesures vibratoires sur machines dans les conditions de fonctionnement est généralement la détection de défauts mécaniques ou magnétiques, pour déterminer la source des vibrations. La détection précoce de défauts permet bien sûr d'éviter toute détérioration et de réduire les coûts de maintenance. Agoston [79] a identifié les défauts d'un moteur à induction en surveillant l'amplitude et la phase de la vibration. Dans une autre étude,

Agoston [80] a utilisé des jauges de déformation pour évaluer les vibrations de moteurs à induction. En analysant le spectre fréquence-amplitude, l'auteur a vérifié que les vibrations sont dues à des défauts dans le bâti du moteur. Enfin, nous citons encore quelques travaux de recherche [81, 82, 83] visant à détecter des défauts dans les machines électriques à l'aide de mesures vibratoires lors du fonctionnement du moteur.

1.3.2 Approche analytique

Les premiers efforts entrepris sur la modélisation et l'analyse vibratoire des moteurs électriques au moyen d'une approche analytique remontent au début du XXe siècle. Den Hartog [84] a proposé un modèle analytique de type anneau pour la détermination des caractéristiques vibratoires d'un stator. Erdelyi [85] et Frohne [86] ont modélisé un stator par un cylindre mince. Ces modèles analytiques concernent des géométries très simples, ils négligent la flexion et l'inertie de rotation. Une approche analytique a été proposée par Jordan et al. [87] pour le calcul des fréquences propres avec prise en compte des effets du cisaillement et de l'inertie de rotation. Cassoret et al [88] ont étudié l'influence du nombre de pôles sur les vibrations et le bruit d'un moteur à réluctance commutée. L'amplitude des vibrations induites par les forces magnétiques est estimée par des relations analytiques basées sur la théorie des faisceaux. La même théorie a également été utilisée par Le Besnerais et al [89] et Schlensok et al [90] pour l'estimation du comportement vibratoire de machines à induction. Verma et Girgis [91] ont étudié, toujours de manière analytique, les effets de la géométrie des entailles des dents sur le comportement dynamique de stators.

La modélisation analytique des dents et du bobinage du stator est un défi. Une première proposition a été faite par Pavlovsky et al. [92] en modélisant le stator par un anneau épais, les dents et le bobinage sont représentés par une masse ajoutée. Ce choix de modélisation est également fait par Verma et al. [93] et Wang et Williams [94]. Pour modéliser la flexion, le cisaillement et l'inertie de rotation, Ellison et Yang [95] ont présenté une approche pour calculer les fréquences propres d'un stator à culasse épaisse, composé de dents et d'un bobinage. La méthode proposée conduit à des résultats analytiques acceptables en comparaison à des résultats expérimentaux.

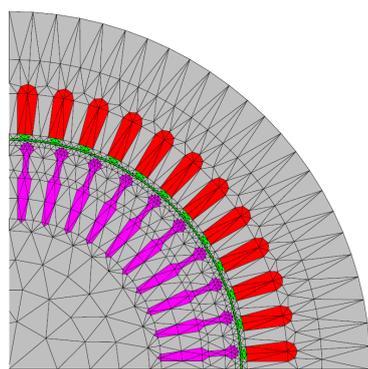
On peut encore citer plusieurs travaux de recherche pour l'analyse analytique des vibrations dans les moteurs électriques [53, 96, 97, 98]. Enfin, un apport significatif dans cette littérature est proposé par McCloskey et al [99]. Les auteurs ont présenté un modèle analytique pour calculer la réponse vibratoire d'une machine électrique. Le stator et le bobinage sont modélisés par une double enveloppe cylindrique et la direction axiale du stator est prise en compte.

Étant donné que le bobinage diffère d'une machine à l'autre, cette contribution est précieuse pour la modélisation des moteurs électriques dont les types sont nombreux.

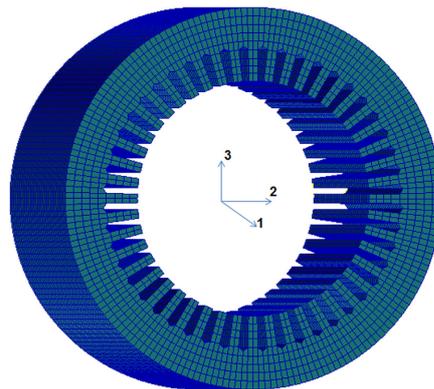
1.3.3 Modélisation éléments finis

La modélisation analytique est notamment limitée à certaines géométries simples. L'évolution des ordinateurs et le développement de logiciels a permis le développement de la modélisation numérique pour représenter la chaîne multi-physique des moteurs électriques. En particulier, la modélisation éléments finis aide à comprendre les phénomènes physiques, en privilégiant toujours un modèle simplifié représentatif afin de maîtriser le temps de calcul.

Dans le domaine des moteurs électriques, les premiers modèles numériques pour évaluer le comportement vibratoire de stator ont été introduits dans les années 1970 par Shumilov [100] et Yang [101]. La modélisation par éléments finis permet de prendre en compte les détails géométriques du stator et du rotor, comme illustré par la figure 1.13a avec un maillage 2D. Concernant la modélisation 2D, Finch [102] et Garvey et al [103] ont représenté le stator par un simple anneau, ce choix fait l'hypothèse que seules les déformées modales radiales pures sont importantes. Ishibashi et al [104] ont également fait ce même choix de modélisation 2D, mais en considérant les dents du stator. Watanabe et al. [105] ont proposé une évaluation de l'effet des dents et du bobinage, modélisés par masse ajoutée, sur les fréquences propres et la réponse vibratoire de stators modélisés en 2D.



(a) Maillage 2D d'un stator et d'un rotor



(b) Maillage 3D d'un stator [3]

FIGURE 1.13 – Modélisation par éléments finis de moteurs électriques

La modélisation 3D permet de représenter les phénomènes hors plan, à partir d'un maillage 3D comme celui du stator de la figure 1.13b. Un grand nombre de chercheurs ont proposé une modélisation 3D du comportement vibratoire de

moteur électrique, certains d'entre eux sont maintenant cités. Wang et Lai [75] ont utilisé une modélisation 3D d'un moteur électrique à induction, comprenant le stator, le carter, le bâti et les flasques, en considérant le matériau isotrope puis orthotrope. Les résultats sont comparés à des mesures expérimentales montrant une bonne concordance, en particulier lorsque l'on considère un matériau orthotrope. D'autres auteurs, comme Hallal [3], Millithaler [20] et Li et al. [106], ont modélisé uniquement le stator en considérant des matériaux isotropes ou orthotropes équivalents. En effet, la modélisation de l'assemblage complet d'un moteur est complexe, notamment en terme de modélisation des liaisons mécaniques entre les différentes pièces, ceci reste un défi majeur. Schlensok et al. [90, 107] ont modélisé la connexion entre le stator et son bâti au moyen d'éléments ressorts, et ont analysé le comportement vibro-acoustique d'un moteur. Les auteurs ont introduit une procédure d'optimisation du nombre d'éléments ressort à l'interface, tout en découplant le comportement du bâti de celui du stator en imposant une raideur faible aux ressorts.

Les moteurs électriques mettent également en évidence un caractère multi-physique à modéliser. Ainsi, un couplage d'un modèle éléments finis 2D électromagnétique à un modèle éléments finis 3D mécanique est une bonne pratique pour évaluer le bruit magnétique d'un moteur [108]. La figure 1.14 illustre le couplage multi-physique électromagnétique-vibratoire pour un stator électrique. Pour un moteur synchrone à rotor bobiné, Pellervy et al [109] ont développé une méthode de couplage entre un modèle éléments finis 2D électromagnétique et un modèle éléments finis 3D mécanique, permettant de calculer le bruit électromagnétique dans les machines électriques pour différents courants d'alimentation, cette approche a conduit à évaluer la forte influence des harmoniques d'alimentation sur le niveau acoustique d'une machine synchrone. Le même type d'approche de couplage électromagnéto-mécanique a été développé par Druesne et al [110] et Hallal [3], les forces magnétiques sont obtenues par un modèle 2D et couplées au modèle éléments finis 3D pour l'analyse vibratoire afin d'obtenir les fréquences propres, les modes propres et les FRF d'un stator. Fonteyn et al [27] ont utilisé un modèle magnéto-mécanique pour un moteur à induction afin de simuler l'effet de la magnétostriction et de la contrainte électromagnétique dans le fer, le modèle est basé sur les lois d'équilibre de l'électromagnétisme, de la mécanique et de la thermodynamique. Lahio et al [111] ont introduit le couplage entre la force électromagnétique et l'excentricité du rotor, ils ont identifié plusieurs facteurs affectant le couplage magnéto-mécanique, tels que la vitesse critique minimale du rotor, la longueur de l'entrefer et la dimension du rotor. Ces exemples de couplage multi-physique, contribuent à améliorer la prédictivité des modèles éléments finis dans le domaine des machines électriques. Pour cette raison, d'autres chercheurs

[112, 113, 114, 115] encore ont utilisé ce type de couplage magnéto-mécanique.

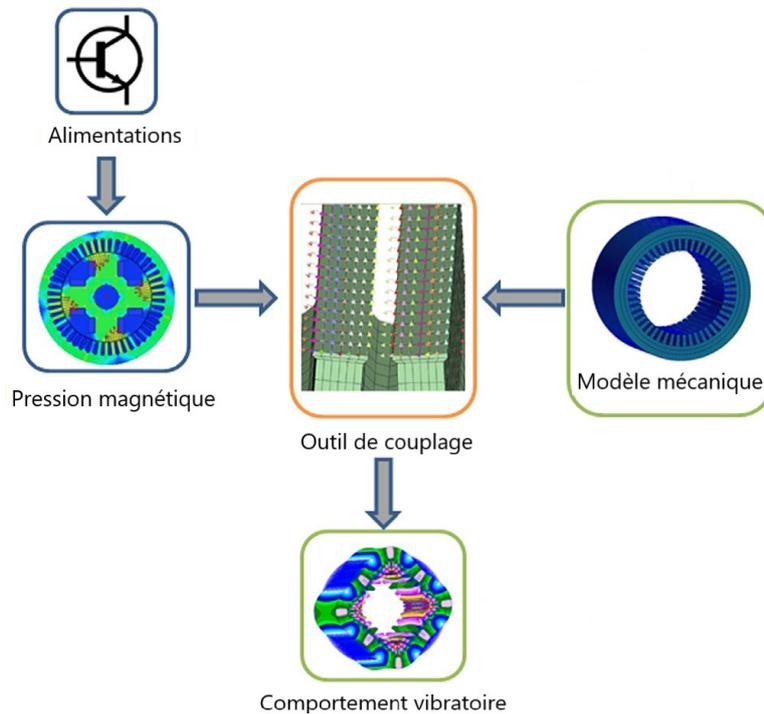


FIGURE 1.14 – Illustration du couplage multi-physique électromagnétique-vibratoire [3]

1.4 Modélisation de la variabilité et des incertitudes

Dans cette section, les sources d'incertitudes et les types d'incertitudes sont tout d'abord introduits. Puis, la quantification des incertitudes et leurs mécanismes de propagation sont discutés. Ensuite, différentes méthodes permettant de modéliser et de propager la variabilité et les incertitudes sont présentées. Les incertitudes dans les structures peuvent en effet être représentées par différentes classes de méthodes [116]. L'approche peut être probabiliste, possibiliste ou floue. Les méthodes paramétriques peuvent être distinguées des méthodes non paramétriques. Les méthodes stochastiques et les méthodes non stochastiques, associées respectivement aux approches probabiliste et possibiliste, sont ensuite introduites dans cette section.

1.4.1 Sources d'incertitudes

Les différentes sources d'incertitudes doivent être identifiées pour être ensuite quantifiées et modélisées. En ingénierie mécanique, les sources potentielles d'incertitudes sont nombreuses, elles peuvent être liées au système conçu, aux données expérimentales et/ou à la modélisation.

Incertitudes liées au système conçu

Les incertitudes liées à la conception d'un système peuvent provenir des tolérances de conception et de fabrication, des propriétés des matériaux, des méthodes de fabrication, ou encore des liaisons et des charges. Toutes ces sources d'incertitudes sont difficiles à considérer. Dans les modèles stochastiques, les propriétés matériaux et géométriques d'une structure sont souvent représentées par des paramètres incertains regroupant plusieurs sources d'incertitudes, notamment celles liées aux procédés de fabrication.

Incertitudes de mesure

Concernant les données expérimentales, les incertitudes peuvent résulter d'un dispositif d'essai, d'un protocole de mesure ou de l'environnement (température). Les essais expérimentaux induisent une incertitude de mesure. Pour les systèmes industriels complexes, le risque d'imprécision sur les mesures est important, notamment en raison des nombreux capteurs et systèmes d'acquisition. Afin de réduire les incertitudes de mesure, les essais sont répétés et reproduits. La condition de répétabilité consiste à mesurer des quantités physiques par un protocole de mesure, par les mêmes opérateurs et pendant une courte période de temps; l'instrumentation est inchangée, les mesures sont répétées plusieurs fois. La condition de reproductibilité consiste à mesurer les quantités physiques par un protocole de mesure, pendant une période moyenne, en démontant et en remontant l'instrumentation plusieurs fois.

Incertitudes dans la modélisation

Un modèle numérique est toujours une représentation plus ou moins simplifiée d'une structure ou d'un système réel. La prédiction numérique induit forcément un décalage entre la réalité et sa représentation simplifiée. Les incertitudes de modélisation sont rarement prises en compte car elles sont difficiles à quantifier. Elles sont en lien avec les choix et hypothèses de modélisation, le logiciel de modélisation utilisé ou encore la modélisation d'une loi de comportement. On peut distinguer les incertitudes liées au modèle physique de celles liées au modèle numérique. Le choix d'une loi de comportement non linéaire peut introduire une incertitude sur la modélisation physique, son traitement numérique peut induire une incertitude sur le modèle numérique. Le manque de connaissance ou d'expérience peut aussi mener à des incertitudes dans la modélisation.

1.4.2 Types d'incertitudes

La variabilité peut se définir par un phénomène physiquement mesurable et de ce fait analysé, alors que l'incertitude est un aspect de la connaissance. La terminologie utilisée ici est aussi utilisée en analyse des risques [117, 118]. Lorsque les sources d'incertitudes se portent sur les paramètres, on distingue souvent deux types d'incertitudes [119] : les incertitudes aléatoires et les incertitudes épistémiques. Ces deux types d'incertitudes correspondent aux définitions respectives de la variabilité et de l'incertitude.

Incertitude aléatoire

La variabilité représente la dispersion d'un paramètre du système étudié. Elle est inhérente au système. Elle ne peut être réduite qu'en modifiant ce système. Ce concept est parfois nommé variabilité aléatoire, incertitude aléatoire, ou encore incertitude stochastique. L'incertitude aléatoire est historiquement liée à la théorie des probabilités pour la modélisation et la quantification de l'incertitude. Ce type d'incertitude peut provenir de l'incertitude concernant des paramètres environnementaux ou l'homogénéité d'un matériau. Par exemple, les rafales de vent sur une éolienne peuvent être considérées comme des incertitudes aléatoires. On peut mieux les caractériser en équipant l'éolienne d'une instrumentation afin de mesurer les rafales de vent. Mais, ces incertitudes resteront irréductibles car elles proviennent de la stochasticité environnementale.

Incertitude épistémique

L'incertitude est définie par le manque de connaissance ou l'ignorance du modélisateur. L'incertitude n'est donc pas inhérente au système. Elle peut donc être réduite par l'acquisition de connaissance supplémentaire. Ce concept est parfois nommé imprécision, ou encore incertitude épistémique. L'incertitude épistémique peut être représentée par une modélisation par intervalles (définition de l'intervalle de variation d'un paramètre et distribution de probabilité inconnue), par une modélisation probabiliste (distribution de probabilité à loi normale ou uniforme), par une modélisation possibiliste (logique floue), ou encore par une modélisation par la théorie de l'évidence (fonction de croyance).

1.4.3 Quantification des incertitudes probabilistes

Avant de propager les incertitudes à travers le modèle, à l'aide d'une méthode stochastique dans le cadre probabiliste, elles doivent être quantifiées.

Cette étape de quantification des incertitudes est une étape amont à la propagation des incertitudes, elle concerne la modélisation des incertitudes sur les paramètres d'entrée du modèle. Cette quantification des incertitudes s'appuie souvent sur des mesures et/ou des observations. La construction d'un modèle probabiliste nécessite des choix, classiquement de type paramétrique des incertitudes. Ces différents choix concernent l'identification des paramètres incertains, le choix de la dépendance ou de l'indépendance entre eux, ainsi que la modélisation des paramètres en variables ou champs aléatoires. Ces paramètres incertains sont associés à une loi de distribution et à un niveau de variabilité.

Paramètres incertains

Le choix des paramètres incertains peut se faire à l'aide d'une étude de sensibilité [120], mais potentiellement tous les paramètres sont incertains. La modélisation des paramètres incertains peut être représentée par variables ou champs aléatoires. Le procédé de fabrication doit permettre de décider si les paramètres incertains ont une variation spatiale. Si la propriété matériau ou géométrique est incertaine mais constante dans l'espace, elle est modélisée par une variable aléatoire. Lorsque la propriété incertaine a une variabilité dans l'espace, elle est modélisée par un champ aléatoire.

Certains paramètres incertains ont une variation spatiale, des champs aléatoires [121] sont alors introduits. La description du champ aléatoire $H(x, \theta)$ est modélisée par un nombre fini de variables aléatoires X_i , avec x et θ représentant respectivement l'espace et l'aléa. La discrétisation spatiale du champ aléatoire consiste à approximer $H(x, \theta)$ par un champ approché défini avec la moyenne des variables aléatoires X_i et un vecteur aléatoire. Différentes méthodes de discrétisation ont été développées, on peut distinguer trois groupes : la méthode de discrétisation par point [122], la méthode de discrétisation par moyenne [121] ou la méthode de développement en séries [123, 124].

Loi de distribution

Avec une approche probabiliste, les paramètres incertains d'entrée sont définis par des lois statistiques. Plusieurs distributions sont possibles [125], elles peuvent être Gaussienne, log-normale ou encore uniforme. Le choix de la distribution dépend des caractéristiques du modèle d'incertitude [126]. De nombreux paramètres physiques sont bien représentés par une distribution Gaussienne. Par exemple, Hills et al. [127] proposent une analyse statistique pour des véhicules automobiles nominalemeent identiques, il est montré que la distribution des fonctions de transfert acoustique correspond à une fonction de

densité de probabilité Gaussienne. La distribution Gaussienne est en effet très souvent utilisée pour modéliser des phénomènes aléatoires [128]. Afin d'éviter les valeurs extrêmes et non physiques, la loi Gaussienne est généralement tronquée.

Enfin, l'analyse probabiliste d'un modèle nécessite de définir un niveau de variabilité des paramètres d'entrée. Le choix du coefficient de variation de ces paramètres incertains s'appuie idéalement sur des mesures expérimentales. Sans cette quantification, plusieurs analyses probabilistes du modèle numérique peuvent être réalisées avec notamment un niveau de variabilité en entrée modéré puis élevé afin d'évaluer le comportement de la réponse stochastique du modèle.

1.4.4 Mécanisme de propagation des incertitudes

Une fois l'étape de quantification des incertitudes réalisée, la méthode stochastique permet de propager les incertitudes à travers le modèle afin d'estimer les quantités statistiques d'intérêt. L'analyse probabiliste du modèle physique évalue ainsi le niveau de variabilité en sortie. Cette réponse stochastique permet d'affiner les paramètres de conception. En effet, le mécanisme de propagation des incertitudes met souvent en évidence des phénomènes de compensation ou d'amplification, en fonction notamment du nombre et du type de paramètres. La bonne nouvelle est que la variabilité des différents paramètres peut mener à une compensation de la variabilité du comportement statique ou vibratoire, soit un niveau de variabilité de sortie bas par rapport à celui d'entrée.

1.4.5 Approche probabiliste - Méthodes stochastiques

L'approche probabiliste est de type paramétrique lorsque les paramètres incertains du modèle sont représentés par des variables ou champs aléatoires. Ces paramètres sont décrits au moyen de distributions (normale, log-normale, uniforme). Les densités de probabilité peuvent être basées sur des résultats expérimentaux provenant d'échantillons ou sur le bon sens physique du modélisateur. L'approche paramétrique est pertinente pour modéliser les incertitudes aléatoires dans le cadre de la théorie des probabilités. Elle permet de représenter la variabilité des propriétés matériaux et géométriques. Dans l'approche probabiliste de type paramétrique, Stefanou [129] distingue trois méthodes stochastiques : la méthode des éléments finis stochastiques par perturbation, la méthode spectrale des éléments finis stochastiques et la simulation de Monte Carlo. Ahmad [130] montre une étude comparative intéressante entre la méthode des éléments finis stochastiques par perturbation

(Perturbation Stochastic Finite Element Method, PSFEM), la méthode spectrale des éléments finis stochastiques (Spectral Stochastic Finite Element Method, SSFEM) et des simulations de Monte Carlo. Cette étude a été menée pour évaluer la variabilité des premières valeurs propres d'un modèle de barre de plateforme pétrolière. Il est montré que la PSFEM est la méthode la plus rapide mais qu'elle est limitée à un coefficient de variation en entrée inférieur à 15%. La SSFEM peut être appliquée sans soucis lorsque le niveau de variabilité est élevé, mais le coût de calcul augmente fortement, en restant toutefois inférieur à celui des simulations de Monte Carlo. Ces méthodes, avec une approche probabiliste de type paramétrique, ne permettent pas de prendre en compte les incertitudes de modélisation, souvent dues au manque d'expérience ou de connaissances. Soize [131, 132] propose une approche probabiliste non paramétrique, utilisant la théorie des matrices aléatoires et le principe du maximum d'entropie (maximisation du niveau d'incertitude). L'approche non paramétrique ne fait pas d'hypothèse sur la loi de distribution du paramètre incertain.

Méthode des Éléments Finis Stochastiques par Perturbation

La méthode des éléments finis stochastiques par perturbation utilise une méthode simple de perturbation entre les caractéristiques de la réponse aléatoire et les paramètres incertains du modèle. La méthode PSFEM consiste en un développement en série de Taylor de la matrice de rigidité autour de sa valeur moyenne déterministe. Cette méthode permet de calculer la moyenne et la variance, ainsi que les moments d'ordre supérieur en augmentant l'ordre des séries. Cambou [133] introduit la perturbation au premier ordre dans les modèles par éléments finis, il défend l'hypothèse en statique de linéarité locale des déplacements en considérant la variabilité de plusieurs paramètres mécaniques. Baecher et Ingra [134] évaluent les déplacements incertains d'une fondation infinie. La technique des perturbations est sujette aux conditions d'existence et de validité des séries de Taylor [124]; son champ d'application est donc limité aux cas où les variables varient peu. L'utilisation de la méthode PSFEM est compatible avec la plupart des logiciels éléments finis permettant d'obtenir les sensibilités au premier ordre. Kaminski [135, 136] propose une perturbation au second ordre afin d'augmenter la précision des quantités statistiques. Une variante de la méthode PSFEM est proposée par Elishko et Ren [137] permettant d'appliquer des niveaux élevés de variabilité. Cette méthode exige une approche intrusive dans le code éléments finis, car elle utilise la matrice de rigidité perturbée. Les travaux de Falsone et Impollonia [138] proposent une méthode en statique basée sur la résolution d'un problème aux valeurs propres en utilisant les matrices nominales et perturbées, ainsi qu'une

méthode en dynamique [139]. La précision, la convergence et l'efficacité de calcul de la méthode PSFEM sont comparées avec celles de la méthode d'expansion de Neumann et de la méthode de Monte Carlo par Shinozuka et Deodatis [140]. Les méthodes par perturbation montrent des résultats fiables et précis pour des niveaux de variabilité relativement faibles. Benaroya et Rehak [116] passent en revue les applications de la méthode des éléments finis stochastiques par perturbation.

Méthode Spectrale des Éléments Finis Stochastiques

La méthode spectrale des éléments finis stochastiques fait l'objet de nombreuses publications depuis les années 90, soit plusieurs bibliographies [141, 142, 143, 144], soit encore un bilan des différents développements [145]. Les champs stochastiques du modèle sont décomposés sur la base d'espace avec la décomposition de Karhunen-Loève [123], dans laquelle les variables aléatoires forment une base orthonormée de l'aléa. La discrétisation de la dimension aléatoire est réalisée avec une famille de polynômes, en particulier le chaos polynomial [124]. Afin d'approximer une représentation de la réponse du modèle, un ensemble de coefficients déterministes est à calculer. La matrice de rigidité est développée sur la base du chaos, la méthode SSFEM peut être de ce fait intrusive. Les méthodes SSFEM de type Galerkin sont en effet intrusives et nécessitent la modification de la "boîte noire" éléments finis. Des alternatives non intrusives ont été proposées par Berveiller et al. [146]. Ces méthodes encapsulent des modèles déterministes dans un environnement de procédures stochastiques, des surcouches sont ajoutées aux codes éléments finis déterministes classiques.

Simulation de Monte Carlo

Les méthodes de type Monte Carlo, dont le nom est en rapport avec les jeux de hasard pratiqués à Monte-Carlo, sont proposées par Ulam et al. [147] et Metropolis et al. [148]. L'utilisation des simulations de Monte Carlo (Monte Carlo Simulations, MCS) en ingénierie émerge dans les années 60 avec les ordinateurs. Ces méthodes d'échantillonnage sont très répandues et détaillées dans de nombreux ouvrages tels que Hammersley et Handscomb [149] ou Fishman [150]. La méthode de Monte Carlo est souvent considérée comme une méthode de référence pour sa robustesse et sa fiabilité. L'idée est d'obtenir un échantillon d'observations de la grandeur d'intérêt. Un grand nombre n de réalisations déterministes est nécessaire, la vitesse de convergence de la méthode est assez lente, de l'ordre de $n^{-1/2}$. De ces observations, les quantités statistiques sont obtenues pour caractériser la fonction de densité de probabilité

de la réponse. L'intérêt des tirages de Monte Carlo est de conserver le modèle éléments finis incluant le savoir-faire (modélisation et code de calcul) de l'industriel. Cette méthode d'échantillonnage est coûteuse en temps de calcul pour un modèle à grand nombre de degrés de liberté. Différentes améliorations de MCS ont été proposées. La structure même de cette méthode permet une parallélisation aisée des opérations, soit des résolutions de systèmes déterministes sur plusieurs processeurs, ce qui réduit ainsi assez fortement les temps de calcul [151]. Ou encore, la technique de l'Hypercube Latin, introduite par McKay et al. [152], permet une réduction significative du coût de calcul en conservant le même niveau de prédiction. Sa propriété de stratification permet de réduire assez nettement le nombre de tirages requis [153].

Méthode non paramétrique

Pour des systèmes mécaniques complexes, Soize [132] propose de prendre en compte les incertitudes sur les paramètres et les incertitudes de modélisation avec une approche non paramétrique, les paramètres incertains ne sont pas directement modélisés par des variables ou champs stochastiques. Les incertitudes sont prises en compte de façon globale en modélisant directement les matrices du modèle dynamique par des matrices aléatoires, formées à partir du principe du maximum d'entropie, la théorie des matrices aléatoires est utilisée. Cette approche probabiliste est intéressante pour la prise en compte de l'incertitude et de la variabilité associées aux choix de modélisation de la structure. Eddhahak-Ouni et al. [154] proposent une approche stochastique pour évaluer la dispersion de la pression artérielle dans la carotide humaine prenant en compte la variabilité de paramètres géométrique et matériau. Le principe du maximum d'entropie est utilisé pour développer des fonctions de densité de probabilité pour chaque variable aléatoire. Des simulations numériques de Monte Carlo sont effectuées pour analyser l'influence de chaque variable aléatoire sur la pression artérielle. Chentouf et al. [155] proposent une approche hybride pour modéliser les incertitudes aléatoires et les incertitudes épistémiques sur un stator de moteur électrique ferroviaire, en y associant une réduction de modèles par sous-structuration.

1.4.6 Approche possibiliste - Méthodes non stochastiques

Modélisation par intervalles

Les incertitudes modélisées par des intervalles permettent de résoudre des problèmes mécaniques à paramètres incertains et bornés. Dans un contexte où la distribution de probabilité est difficile à connaître, l'arithmétique des intervalles

permet de prendre en compte à la fois des erreurs physiques, des erreurs expérimentales et des erreurs dues aux machines de calcul. Les idées principales du calcul par intervalles sont données par Moore [156], avec une arithmétique permettant de propager les intervalles d'incertitude à travers tout le modèle. Le calcul par intervalles a des propriétés spéciales en comparaison à l'arithmétique classique. En particulier, si une variable intervalle revient plusieurs fois dans une expression, il est très probable que le résultat sera surestimé, soit une surestimation des niveaux d'incertitude des sorties. La méthode des intervalles est utilisée dans le domaine vibro-acoustique par Dimarogonas [157]. Dessombz et al. [158] associent la méthode des intervalles à un problème de dynamique des structures discrétisé par la méthode des éléments finis, en considérant que les paramètres varient peu et sont spatialement peu corrélés.

Théorie des ensembles flous

La logique floue est proposée par Zadeh [159] pour résoudre le problème de surestimation des incertitudes modélisées par des intervalles. La théorie des ensembles flous utilise des fonctions d'appartenance et fournit la valeur la plus probable d'une quantité d'intérêt et ses limites. Chaque valeur d'appartenance peut correspondre à un intervalle, pour chacune une analyse par intervalles est effectuée pour estimer la propagation des incertitudes. Le nombre de coupes peut donc être important pour obtenir une fonction d'appartenance précise de la grandeur de sortie. La logique floue est associée à des « degrés » de vérité, assignés à des propositions, allant de zéro (faux) à un (vrai). Ce type de logique autorise la prise en compte des jugements humains. La théorie de l'approche floue est appliquée par Rao et Sawyer [160] en simulation numérique avec l'introduction de la méthode des éléments finis flous; les paramètres incertains sont modélisés sous la forme d'intervalles flous à l'aide de fonctions de participation, les matrices élémentaires sont obtenues pour différentes coupures de ces intervalles flous, la réponse est calculée à l'aide de l'arithmétique des intervalles. Moens et Vandepitte [161] développent une technique calculant les enveloppes d'une série de courbes de réponse en fréquence en garantissant l'inclusion de la réponse réelle. Hanss [162] propose une méthode dite de transformation inspirée des plans d'expériences et Hanss et al. [163] s'intéressent à l'identification d'un modèle de liaison boulonnée.

Théorie des possibilités

La théorie des possibilités est populaire en modélisation des incertitudes épistémiques. Elle est basée sur la théorie des sous-ensembles flous [164], elle représente une partie de la logique floue [159]. Une distribution de possibilité est

associée à chaque paramètre pour décrire la possibilité que la valeur soit correcte. Cette théorie permet une représentation unique des incertitudes et des imprécisions à caractère flou. Nikolaidis et al. [165] définissent la notion de possibilité de mesurer le degré de certitude estimé par une personne qu'un événement puisse se produire, ou de vérifier que les informations disponibles ne contredisent pas l'hypothèse qu'un événement puisse se produire. La théorie des probabilités et la théorie des possibilités sont basées sur des distributions permettant de fournir une représentation de l'incertitude. Ces distributions peuvent paraître similaires mais les deux théories modélisent l'incertitude différemment. La théorie des possibilités est un ensemble d'axiomes conduisant au calcul possibiliste, fondamentalement différent du calcul probabiliste.

Théorie de l'évidence

L'utilisation de fonctions de croyance constitue une approche mixte entre les approches possibiliste et probabiliste. La théorie de l'évidence, ou encore théorie de Dempster [166] et Shafer [167], permet de différencier des cas d'information partielle à ceux d'information complète. L'incertitude est modélisée par l'affectation d'une probabilité basique et la construction de fonctions de croyance et de plausibilité. La propagation de l'incertitude est réalisée avec des analyses par intervalles pour toutes les combinaisons possibles des probabilités basiques. Cette théorie permet de modéliser l'incertitude épistémique, elle s'avère utile lorsqu'il n'est pas possible de déterminer les fonctions de densité de probabilité précisément, en raison d'un manque de connaissances. Les avantages de cette méthode sont une modélisation facile de l'incertitude épistémique basée sur des avis d'experts, des probabilités basiques sur les intervalles, et une possibilité de délimiter la probabilité réelle avec des bornes fines obtenues. Les inconvénients de la théorie de l'évidence sont le choix arbitraire d'une technique de combinaison et le coût élevé des analyses d'intervalles afin d'obtenir la propagation de l'incertitude.

Théorie des méconnaissances

La théorie des méconnaissances est introduite par Ladevèze et al. [168] dans le cadre de la conception robuste. Elle répond au problème de la validation des modèles en mécanique des structures en étendant le concept de coefficient de sécurité. Cette théorie permet d'intégrer les incertitudes et les défauts de modélisations, puis de calculer l'impact d'une méconnaissance sur une quantité d'intérêt sous la forme d'un intervalle d'appartenance dont les bornes sont probabilisées.

Chapitre 2

Caractérisation expérimentale d'un stator

Ce chapitre vise à caractériser expérimentalement le comportement vibratoire de stators de machine électrique fournis par l'industriel Nidec Leroy-Somer. Ces stators à bobinage distribué sont utilisés pour des machines à induction et des machines synchrones à aimants. En termes de produits, cela correspond aux gammes Imfinity (induction) et Dyneo+ [169]. A partir d'un échantillon composé de 10 stators théoriquement identiques, l'objectif est ici de quantifier les incertitudes liées à cette structure. La variabilité de la réponse vibratoire est ainsi étudiée par l'observation des fréquences propres, des déformées modales et des fonctions de réponse en fréquence.

A cet effet, les sections suivantes décrivent les étapes du processus expérimental. Tout d'abord, une description détaillée de la structure feuilletée, ainsi que ses propriétés matériau, sont proposées dans la section 2.1, où un test expérimental sur le stator est proposé pour caractériser le module d'Young dans la direction axiale. La caractérisation expérimentale du comportement vibratoire est ensuite présentée dans la section 2.2 avec toutes les études préalables nécessaires. Enfin, la section 2.3 illustre les résultats statistiques quantifiés pour les fréquences propres, déformées modales et fonctions de réponse en fréquence.

2.1 Structure étudiée

Dans cette section, la structure étudiée est présentée. Il s'agit d'un stator de machine électrique. Le stator a été fourni par la société Nidec Leroy-Somer [169] qui conçoit et fabrique des alternateurs industriels et des systèmes d'entraînement. Ce stator (figure 2.1a) est composé d'un empilement axial de 370 tôles maintenues par 8 agrafes, ses dimensions globales sont indiquées dans le tableau 1.1. Chaque tôle est constituée de l'acier M400 - 50A d'épaisseur de

650 μm et sa forme est composée de 48 dents (figure 2.1b).

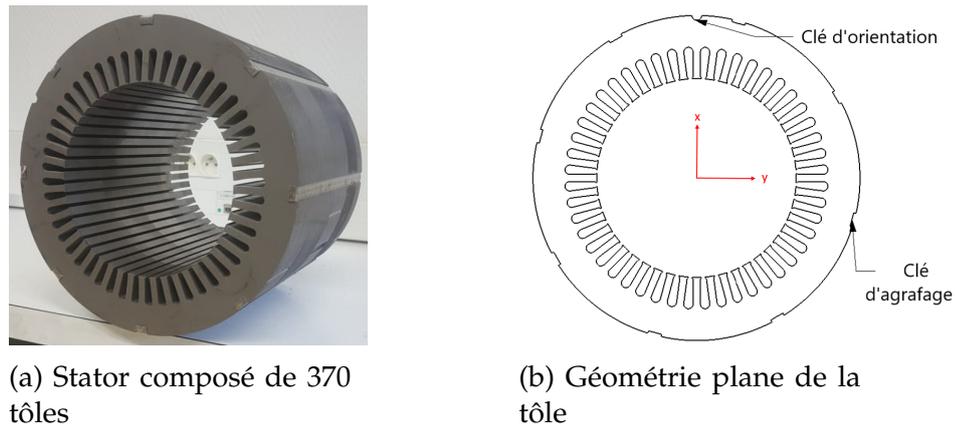


FIGURE 2.1 – Description de la structure feuilletée

La structure feuilletée du stator est de forme globale cylindrique et épaisse, elle est obtenue suite à différentes opérations de fabrication. Tout d’abord, une bobine de tôle d’acier est laminée à chaud. Elle subit ensuite plusieurs étapes de laminage à froid pour diminuer progressivement l’épaisseur jusqu’à la côte visée. Le recuit de la bobine se fait alors sous une pression contrôlée pour conférer à l’acier ses propriétés magnétiques nécessaires. Une opération de découpage de la tôle permet ensuite d’obtenir une forme circulaire composée de 48 dents et 48 encoches destinées à intégrer le bobinage de cuivre. Puis, un opérateur se charge d’empiler manuellement 5 paquets de tôles, chaque paquet de taille différente étant tourné de 90° afin d’obtenir une forme globale cylindrique droite. La figure 2.2 présente un schéma des 5 paquets orientés à 90° formant le stator, les premier et cinquième paquets ont la même orientation. Un repère sur la tôle (figure 2.1a) permet d’identifier l’orientation des paquets. Cet empilement est alors comprimé et l’assemblage est assuré au moyen de 8 agrafes, pour ce stator fourni. Une pratique est aussi de réaliser l’assemblage par soudure [170] pour d’autres modèles de stator.

Les différentes opérations de mise en forme et d’assemblage contribuent à obtenir une structure quelque peu complexe, avec des propriétés mécaniques différentes dans les 3 directions.

TABLE 2.1 – Dimensions nominales globales du stator

Paramètre	Dimension
Longueur	240 mm
Diamètre extérieur	270 mm
Diamètre intérieur	165 mm

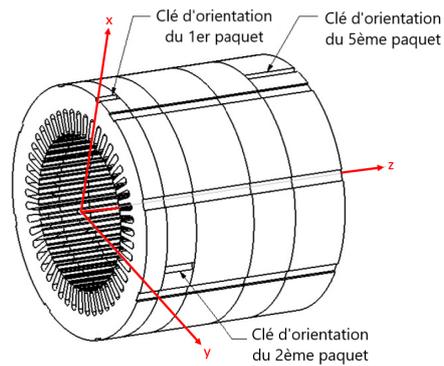


FIGURE 2.2 – Représentation du stator composé de 5 paquets de tôles orientés à 90° entre voisins

Dans les deux directions transverses de la tôle, le procédé de laminage induit des modules d'élasticité différents. Nidec Leroy-Somer a réalisé des essais de traction sur tôles d'acier M400 - 50A pour caractériser ces modules d'élasticité dans la direction du laminage et dans la direction transverse au laminage. Le tableau 2.2 liste la moyenne des modules de Young caractérisés sur tôles dans 3 directions. Le module de Young E_{Tx} concerne la direction du laminage, encore appelée direction transversale x . Le module de Young E_{Ty} concerne la direction transverse au laminage, encore appelée direction transversale y . Le module de Young E_{45} concerne la direction à 45° de chacune des 2 directions précédentes. Les valeurs de ces modules de Young mettent en évidence un écart de 13.4 % entre la direction du laminage et la direction transverse au laminage pour la tôle d'acier M400 - 50A. Cet écart n'est pas négligeable et met en évidence une anisotropie du matériau dans le plan de la tôle.

Dans la direction de l'empilement du stator, soit encore la direction axiale ou longitudinale, le module élastique n'est pas celui d'une seule tôle mais un module équivalent à l'empilement de 370 feuilles d'acier. Une valeur du module équivalent d'élasticité longitudinal de 2 GPa nous a été fourni, soit approximativement 1% du module dans la direction transverse. Suite à des réserves concernant cette valeur obtenue, nous avons mis au point un dispositif expérimental non destructif (section 2.1.1) basé sur la propagation des ondes afin de caractériser le module équivalent d'élasticité dans la direction de l'empilement des tôles. Les valeurs nominales des modules d'Young dans les 3 directions x , y et z (Figure 2.2) seront utilisées dans le chapitre 3 pour la modélisation numérique du stator.

TABLE 2.2 – Modules d'élasticité (GPa) caractérisés expérimentalement par Nidec Leroy-Somer dans les directions x du laminage, y transverse au laminage et à 45°

Paramètre	Valeur (GPa)
E_{Tx}	208.5
E_{Ty}	180.5
E_{45}	196.5

2.1.1 Caractérisation du module de Young dans la direction de l'empilement des tôles

La caractérisation des propriétés matériau (masse volumique et modules d'Young dans les 3 directions) a une grande importance pour construire par la suite un modèle numérique représentatif du comportement vibratoire. Le module d'élasticité concentre une attention particulière. Pour un acier de machine électrique, la valeur du module de Young (pour les 3 directions) est fréquemment prise égale à 207 GPa [93, 171]. Mais, l'acier M400 – 50A utilisé pour le stator Nidec Leroy-Somer n'est pas de ce type. Classiquement, le module d'Young est caractérisé à partir d'essais de traction, voire de compression, sur éprouvettes [172]. Pour une structure feuilletée, la caractérisation du module d'élasticité dans la direction axiale de l'empilement est moins classique. Un essai de compression dans la direction axiale serait à mettre au point sur ce stator, idéalement un essai non destructif. Les travaux de [172] ont proposé une approche itérative liant des essais expérimentaux aux fréquences propres théoriques d'une structure pour identifier la valeur équivalente du module de Young d'un empilement de tôles [172]. Cependant en raison de présence de la variabilité pour plusieurs paramètres, matériels et géométriques, cette méthode ne semble pas adaptée au cadre de notre étude. Une méthode non destructive par ultrasons a été introduite par [173] afin de caractériser le module de Young équivalent pour une structure stratifiée. Cette méthode est basée sur la mesure de la vitesse des ondes ultrasonores de propagation [174, 175]. La structure à caractériser est considérée comme un milieu homogène et elle est placée entre deux transducteurs piézoélectriques (émetteur et récepteur). Le temps de transit de l'onde dans la structure est alors mesuré. La figure 2.3 illustre le schéma de principe de l'expérience.

La vitesse d'onde c dans un milieu homogène dépend des caractéristiques du matériau. Dans le cas où la largeur de la structure est plus grande que la

longueur d'onde, la vitesse de l'onde ultrasonore est calculée comme suit :

$$c = \sqrt{\frac{(1 - \nu)E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)\rho}} \quad (2.1)$$

où E , ρ et ν représentent respectivement le module d'Young, la masse volumique et le coefficient de Poisson du matériau traversé par l'onde. Cependant, si la longueur de la structure est supérieure à la longueur d'onde, la vitesse de l'onde ultrasonore est :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2.2)$$

La vitesse de l'onde c peut être mesurée en déterminant le temps de passage de l'onde à travers un échantillon. Dans cette approche, un transducteur envoie les ondes et un autre les reçoit.

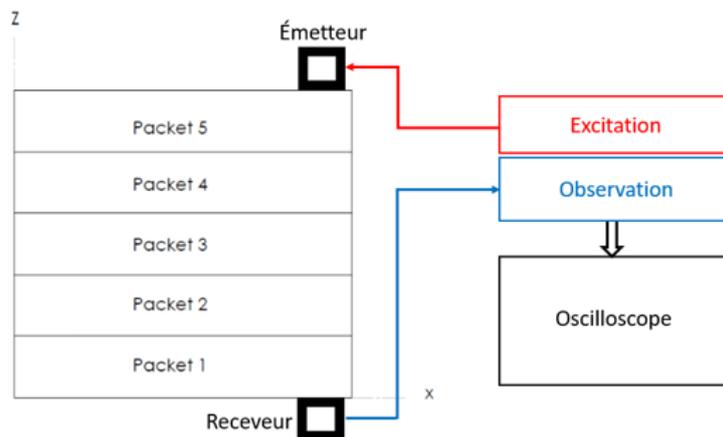


FIGURE 2.3 – Principe général d'un essai avec une méthode par ultrasons

Une campagne expérimentale, pour caractériser le module d'Young dans la direction axiale du stator Nidec Leroy-Somer, a été mise en œuvre. Les mesures sont effectuées à l'aide du logiciel d'acquisition LMS Neo Time pour une fréquence d'échantillonnage élevée de 204 800 Hz. Le pas de temps est réglé à $4.88 \mu s$, avec environ 170000 pas sur une durée d'acquisition de seulement 1 seconde. Un marteau est utilisé pour l'excitation avec un déclenchement de 50 N et un temps de pré-démarrage de 16 ms. La distance entre les points d'excitation et de réponse est de 146,5 mm dans la direction axiale. La figure 2.4 montre le signal de force et la réponse aux points d'émission et de réception.

Le temps, pour que l'onde traverse la distance entre les points d'émission et de réception, est quantifié à partir des graphiques avec une valeur de $82,96 \mu s$. La vitesse d'onde c obtenue est alors de $1765,9 m/s$. En utilisant l'équation 2.2 avec une masse volumique égale à $7800 kg/m^3$, la valeur du module de Young

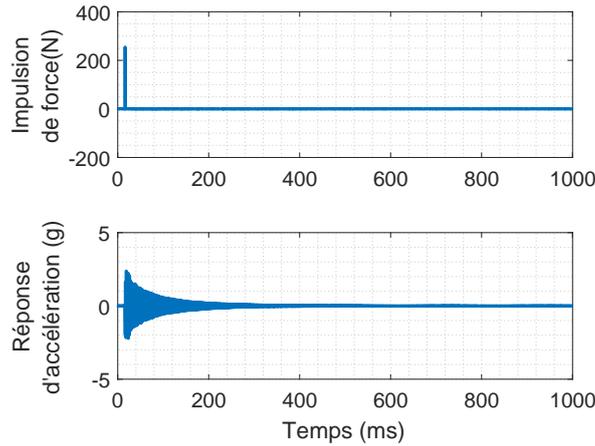


FIGURE 2.4 – Réponse d’impulsion de force (N) et d’accélération (g) dans le domaine temporel (*ms*) aux points d’émission et de réception respectivement

équivalent correspondant au stator dans la direction axiale est 24.4 GPa. Cette méthode a également été utilisée par Chentouf [176] et appliquée pour un échantillon de stator, le module de Young axial obtenu a une valeur de 26.5 GPa. Bien que le résultat converge avec les résultats de Chentouf [176], certaines incertitudes demeurent liées à la configuration expérimentale. Des incertitudes de mesure peuvent être présentes en raison de la complexité de la configuration. De plus, l’onde est très rapide, le test est effectué en 1 seconde, ce qui peut entraîner des incertitudes dans le traitement des données et des calculs.

2.2 Caractérisation expérimentale du comportement vibratoire

Des essais expérimentaux en statique ou quasi-statique pour caractériser des propriétés matériau ne sont pas suffisants pour l’étude du comportement dynamique d’une structure. Des techniques expérimentales sont utilisées pour caractériser le comportement vibratoire de la structure étudiée. L’analyse se fait alors en fréquence, la réponse vibratoire mesurée étant le produit de la fonction de transfert de la structure et du spectre de la force d’excitation. La mesure de la fonction de réponse en fréquence (FRF) supprime le spectre de force des données et décrit la réponse structurelle inhérente entre les points de mesure. À partir d’un ensemble de mesures de FRF prises à des points définis sur une structure, nous pouvons extraire les modes de vibration de la structure et décrire son comportement sur la base de ces modes. La technique utilisée pour ce faire est l’analyse modale expérimentale [177].

Cette section introduit la campagne expérimentale réalisée sur le stator par une méthode d’analyse modale pour caractériser son comportement vibratoire. Le

protocole de mesure, une étude préliminaire et le contrôle de la qualité des données de mesure sont présentés.

2.2.1 Protocole de mesure

L'approche expérimentale pour extraire les caractéristiques vibratoires d'une structure, par analyse modale, repose principalement sur trois étapes : la mise en place et la validation du protocole d'essais à réaliser, la réalisation des mesures des FRF et l'extraction des paramètres modaux. La figure 2.5 illustre schématiquement un essai vibratoire expérimental. La structure d'intérêt est excitée en un point et la réponse est mesurée à l'aide d'un capteur en un autre point. L'excitation peut se faire au moyen d'un marteau de choc équipé d'un transducteur de force, ou d'un pot vibrant pour exciter la structure à tester [178]. Le premier moyen, le marteau, se compose d'une pointe, d'un capteur de force, d'une masse d'équilibrage et d'une poignée. Les matériaux typiques pour la pointe sont le caoutchouc, le plastique ou l'acier. Pour augmenter la plage de fréquences de l'effort d'impulsion d'entrée sur la structure testée, le matériau de la pointe du marteau peut être choisi rigide. Le second moyen d'excitation, le pot vibrant, est électrodynamique, il se compose d'un aimant avec une bobine et d'un bloc mobile. La différence entre les 2 méthodes d'excitation est qu'avec le pot vibrant, nous caractérisons la réponse forcée, cependant avec le marteau de choc, la réponse impulsionnelle est caractérisée. Mais finalement, les deux conduisent à la même FRF. Parfois, comme dans le cas du stator, un pot vibrant est nécessaire pour exciter correctement la structure. Ce pot nécessite un montage spécifique, contrairement au marteau de choc plus facile à mettre en place. Ainsi, le choix du marteau de choc a été privilégié ici.

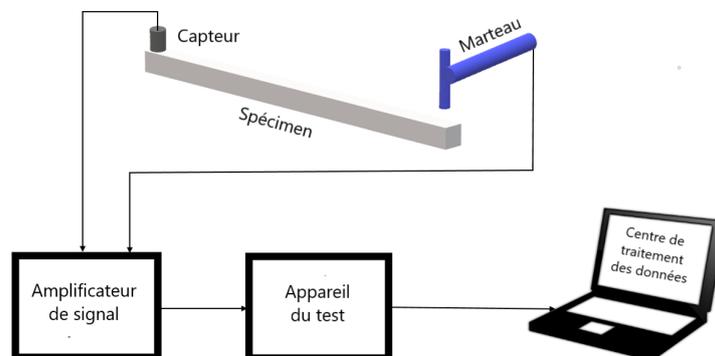


FIGURE 2.5 – Schéma général d'un essai vibratoire expérimental

Les matériels d'instrumentation de mesure et d'analyse de résultats sont divers. Le transducteur de vibration est le maillon critique de la chaîne de

mesure, car il transfère le signal vibratoire. Le capteur de vibration le plus polyvalent est l'accéléromètre piézoélectrique (figure 2.6a). Les propriétés de l'accéléromètre à choisir (masse, sensibilité et plage de fréquences) dépendent de la structure testée. Les accéléromètres peuvent mesurer les accélérations selon une direction, deux directions ou trois directions. Un accéléromètre triaxial mesure les accélérations dans 3 directions perpendiculaires simultanément. Le vibromètre laser est un autre type de mesure de réponse (figure 2.6b), cet instrument est approprié pour la mesure rapide sans contact. Un vibromètre à balayage permet en plus d'effectuer des mesures rapides sur plusieurs points. Il est principalement utilisé pour mesurer la vitesse sur des surfaces de réponses. Un vibromètre laser 3D permet de récupérer les vibrations selon les 3 axes, et il est souvent utile pour caractériser une structure complexe. Généralement, le choix de la méthode d'excitation et de l'instrument de mesure doit être adapté à la structure étudiée. Pour la campagne de mesures sur les stators, un marteau de choc est utilisé pour l'excitation. Afin d'assurer une large gamme de mesure de fréquence, la tête du marteau est choisie en acier. Ce matériau rigide raccourcit la durée de l'impact marteau - structure et conduit à étendre la plage de fréquence d'excitation avec une courte impulsion. Le marteau utilisé est un marteau de choc (modèle 086E80) équipé d'un capteur de force ICP de sensibilité 22,5 mV/N. Les réponses sont mesurées en utilisant un accéléromètre piézoélectrique ayant une sensibilité de 9,8 mV/g. Les FRF sont moyennées avec 2 mesures pour chaque nœud.



(a) Accéléromètre typique



(b) Vibromètre laser doppler à balayage

FIGURE 2.6 – Instruments de mesure de la réponse

Le capteur de force et l'accéléromètre nécessitent tous deux un amplificateur pour assurer une bonne transmission des signaux. Les données, soient les signaux amplifiés d'entrée et de sortie, sont ensuite transférées de l'amplificateur vers le système d'acquisition. Un logiciel permet alors l'analyse des données et l'extraction des paramètres modaux [179]. Le logiciel Simcenter

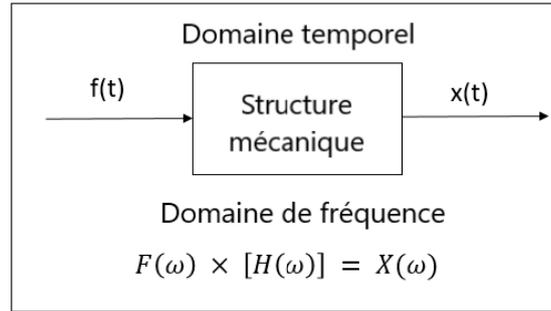


FIGURE 2.7 – Bloc de diagramme FRF

Testlab Impact Testing, anciennement *LMSTest.LabTM*, de la société Siemens [179] est ici utilisé. Le traitement réalisé (figure 2.7) permet d’obtenir la fonction de réponse en fréquence (FRF). Cette «fonction de transfert» FRF exprime la relation dans le domaine fréquentiel entre l’entrée et la sortie après application de la transformation de Fourier rapide (Fast Fourier Transform, FFT) [180]. Les paramètres modaux de la structure sont ensuite extraits avec la méthode Polymax [179], soient les fréquences propres, l’amortissement modal et les déformées modales. La matrice des FRF peut être représentée analytiquement en termes de paramètres modaux comme suit :

$$H_{pq}(j\omega) = \sum_{i=1}^m \left(\frac{r_{pqi}}{j\omega - \lambda_i} + \frac{r_{pqi}^*}{j\omega - \lambda_i^*} \right) \quad (2.3)$$

où pq sont les degrés de liberté mesurés et excités, i est l’indice du mode, m est le nombre de modes, $*$ désigne le conjugué complexe, ω est la pulsation modale et λ est le pôle complexe. Le numérateur r_{pqi} et son conjugué sont les résidus de la FRF et sont représentés par :

$$r_{pqi} = Q_i \phi_i(x_p, y_p) \phi_i^t(x_q, y_q) \quad (2.4)$$

$$r_{pqi}^* = Q_i^* \phi_i(x_p, y_p) \phi_i^t(x_q, y_q) \quad (2.5)$$

Les résidus sont le produit du facteur d’échelle modal Q_i et des déformations modales ϕ_i pour le mode i . Le dénominateur donne la fréquence modale ω et le pôle complexe λ_i , qui est lié à la fréquence modale ω_i et à l’amortissement modal c_i comme suit :

$$\lambda_i = c_i + j\omega_i \quad (2.6)$$

$$\lambda_i^* = c_i - j\omega_i \quad (2.7)$$

L’amortissement modal c_i est fonction de la fréquence modale ω_i et de

l'amortissement modal réduit ξ_i comme suit :

$$c_i = 2\xi_i\omega_i \quad (2.8)$$

La fonction de transfert $H_{pq}(j\omega)$ est donc décomposée sur la base modale extraite. On retrouve le comportement classique : lorsqu'on excite une structure proche de ses fréquences propres, la réponse est amplifiée.

2.2.2 Étude préliminaire

Afin de mener à bien une mesure de la fonction de réponse en fréquence conduisant à une extraction des propriétés modales, quelques tâches préliminaires sont nécessaires. Cela comprend l'étalonnage des capteurs, le choix du signal d'excitation et des emplacements de mesure (maillage), le choix des conditions aux limites, et enfin, la validation de la réciprocité, de l'invariance en temps et de la linéarité. Ces différentes tâches constituent une première étude préliminaire visant à calibrer et valider les dispositifs expérimentaux (figure 2.8).

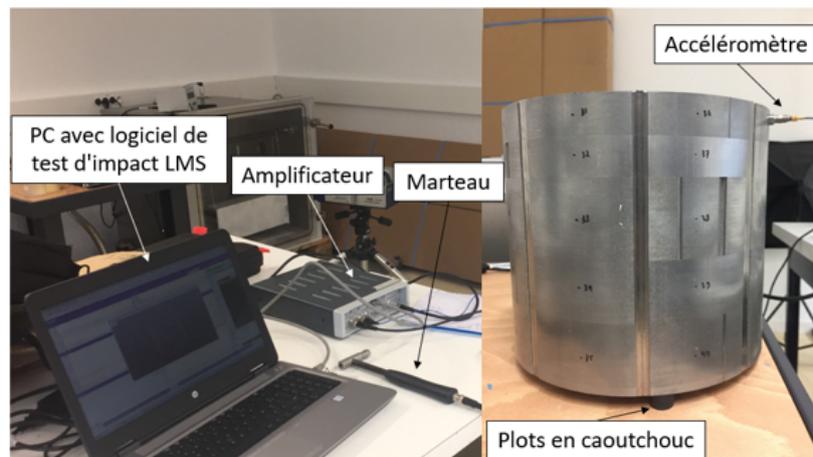


FIGURE 2.8 – Configuration expérimentale de l'analyse modale du stator

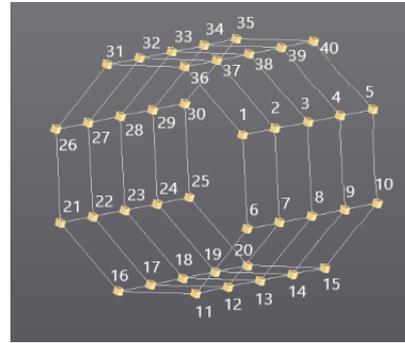
Maillage expérimental

Comme mentionné précédemment, l'analyse modale expérimentale nécessite une excitation sur un ou plusieurs points de la structure testée et la réponse est observée sur un ou plusieurs points. En d'autres termes, un maillage expérimental est nécessaire pour localiser les nœuds d'excitation et les nœuds de mesure de la réponse. Le maillage dépend des dimensions de la structure et de la complexité de sa géométrie. Dans le cas du stator étudié, la structure est de forme cylindrique droite et constituée de 5 paquets de tôles assemblés par 8 agrafes (figure 2.1b). Le maillage expérimental choisi pour ce stator (figure 2.9)

est un maillage cylindrique formé de 40 nœuds, avec 8 nœuds sur la circonférence (positionnés au milieu de 2 agrafes successives) et 5 nœuds dans l'axe (positionnés au milieu de la hauteur de chaque paquet).



(a) Nœuds d'excitation marqués sur le stator



(b) Maillage expérimental généré dans le logiciel LMS

FIGURE 2.9 – Maillage expérimental composé de 40 nœuds du stator

Choix des conditions aux limites

La réponse vibratoire d'une structure dépend de la masse, la rigidité et de l'amortissement, mais dépend également des conditions aux limites. De nombreux travaux [181, 182, 183, 184] ont en effet montré que les conditions aux limites avaient un effet sur le comportement vibratoire de la structure testée. Pour l'analyse modale expérimentale, une structure est généralement préparée avec des conditions aux limites de type libre. Ces conditions ne sont jamais réalisées parfaitement mais elles sont réalisées du mieux possible. Une méthode courante pour approcher les conditions aux limites de type libre consiste à suspendre la structure étudiée avec du matériel flexible tel que des ressorts ou des fils élastiques [185]. Cette méthode est efficace, en particulier pour des structures légères. Dans le cas d'une structure lourde, elle peut être placée sur une chambre à air gonflée ou sur quelques couches de matériau d'emballage poreux épais, ou encore sur des plots en caoutchouc. La masse du stator Nidec Leroy-Somer est proche de 50 kg. Les premiers essais suspendus ont mené à des problèmes de sécurité. Le stator a alors été placé sur 3 plots en caoutchouc pour se rapprocher des conditions de type libre (figure 2.8).

Les propriétés des plots en caoutchouc, la rigidité et l'amortissement, tant dans le sens axial que radial, sont mesurées expérimentalement. La figure 2.10 illustre les configurations expérimentales dans les directions axiale et radiale. Une masse de 16 kg est placée sur les plots en caoutchouc de forme cylindrique et est excitée au moyen d'un pot vibrant dans les directions axiale et radiale. Les réponses sont également mesurées dans les deux directions à l'aide de 2

accéléromètres piézoélectriques. L'effet des vibrations du sol est également vérifié par un autre accéléromètre.



(a) Direction axiale



(b) Direction radiale

FIGURE 2.10 – Configurations expérimentales de l'analyse modale des plots en caoutchouc

Les FRF sont extraites et représentées sur la figure 2.11. L'effet négligeable du bruit de fond peut être clairement observé. Les premières fréquences de résonance sont de 26 Hz dans la direction axiale et de 36 Hz dans la direction radiale. Ces fréquences sont utilisées pour le calcul des raideurs avec un modèle à 1 ddl [186] tel que :

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.9)$$

Ainsi, la rigidité peut s'écrire :

$$k = m(2\pi f_n)^2 \quad (2.10)$$

où, f_n est la fréquence de résonance, k est la rigidité des plots en caoutchouc et m est la masse placée sur les plots. Les plots cylindriques en caoutchouc de 8,5 g sont en caoutchouc naturel d'une longueur de 20 mm et d'un diamètre de 20 mm. En utilisant l'équation 2.10, les rigidités des plots en caoutchouc sont obtenues respectivement égales à 144 et 256 KN/m dans les directions axiale et radiale. Pour les coefficients d'amortissement, la méthode de la bande passante à -3dB (half bandwidth method) [187, 188], illustrée sur la figure 2.12, est utilisée pour les calculs. Cette méthode est couramment utilisée pour évaluer l'amortissement en utilisant des courbes de réponse en fréquence pour les structures très résonantes. Ici, la considération est de trouver deux pulsations ω_1 et ω_2 (autour

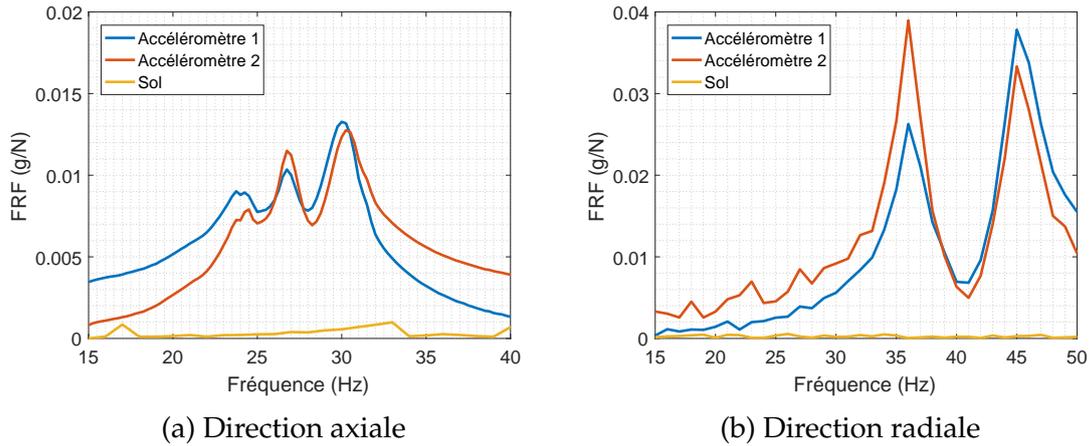


FIGURE 2.11 – Fonctions de réponse en fréquence des plots en caoutchouc

de la pulsation de résonance ω_r) pour lesquels :

$$|X(\omega_1)| = |X(\omega_2)| = (1/\sqrt{2})|X(\omega_r)| \quad (2.11)$$

ω_1 et ω_2 sont appelés points de fréquence à -3dB et leur bande passante $\Delta\omega$ est appelée bande passante à -3dB. L'équation suivante est alors utilisée pour le calcul du taux d'amortissement :

$$\zeta = \frac{\Delta\omega}{2\omega_r} \quad (2.12)$$

Les coefficients d'amortissement des plots en caoutchouc calculés en utilisant la méthode de la bande passante à -3dB sont de 0,027 et 0,057 pour les directions axiale et radiale respectivement. Les coefficients d'amortissement obtenus sont faibles, mais des résultats relativement proches sont obtenues dans la référence [189] pour des matériaux en caoutchouc.

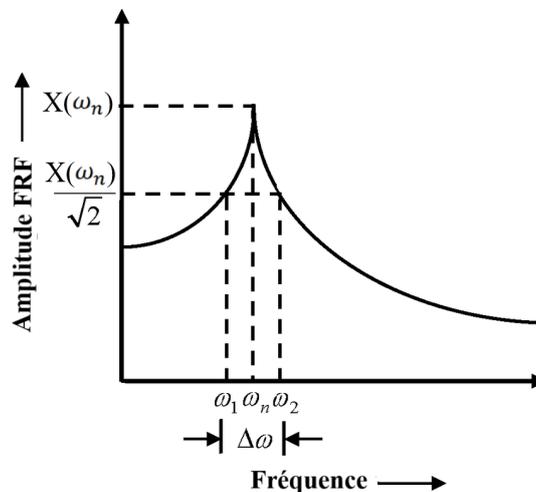


FIGURE 2.12 – Méthode de la bande passante à -3dB

Après avoir caractérisé expérimentalement les propriétés des plots en caoutchouc, des simulations numériques ont été ensuite effectuées. La première simulation a considéré le modèle 3D du stator avec des conditions aux limites libres. Dans une seconde simulation, les plots en caoutchouc utilisés expérimentalement sont modélisés par des ressorts 3D, connectés au stator à une extrémité et fixés de l'autre côté. Ce choix de modélisation est couramment utilisé dans plusieurs études [190, 191]. Les fréquences propres obtenues dans les 2 simulations sont comparées et donnent des résultats similaires. Un petit effet des plots en caoutchouc est visible sur les vibrations du stator à basse fréquence. Les plots en caoutchouc peuvent donc être utilisés dans le cadre d'une analyse modale expérimentale du stator avec une première fréquence propre proche de 1000 Hz.

Le choix des plots en caoutchouc est retenu pour les 10 stators, en veillant à ce que les 3 plots soient positionnés de la même manière pour chaque stator.

Validation de la réciprocité, de l'invariance temporelle et de la linéarité

La qualité de l'analyse modale repose essentiellement sur la qualité des FRF mesurées à partir de la réponse impulsionnelle. De plus, les propriétés modales obtenues à partir des FRF mesurées sont très sensibles. Cela signifie que la qualité des FRF mesurées est essentielle pour l'analyse modale expérimentale. Fondamentalement, la réciprocité, l'invariance temporelle et la linéarité doivent être vérifiées pour la structure étudiée afin d'obtenir des FRF mesurées fiables et donc des propriétés modales fiables. Cette vérification peut aussi permettre d'éliminer une erreur éventuelle de mesure de l'opérateur.

— Vérification de la réciprocité

La réciprocité consiste à vérifier que les données FRF d'une mesure sont identiques si l'on permute les emplacements de l'excitation et de la réponse. Cela a été vérifié pour le stator électrique qui est un assemblage de 370 feuilles empilées dans le sens axial, qui peut être considéré comme une structure non-homogène. Une excitation est effectuée sur le noeud 2 du stator 1 (Figure 2.9a) et la réponse est mesurée au noeud 5, la permutation est ensuite réalisée. La figure 2.13 présente les FRF obtenues, une correspondance acceptable est observée entre les 2 courbes. La réciprocité est globalement vérifiée avec quelques différences probablement dues à la non homogénéité de la structure.

— Vérification de la répétabilité

La répétabilité est un test souvent utilisé pour décrire la variation des mesures successives de la même variable prises dans les mêmes conditions (par exemple,

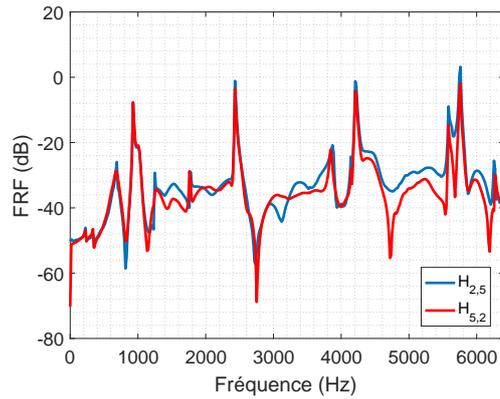


FIGURE 2.13 – Courbes FRF pour 2 nœuds après permutation des emplacements d’excitation et de mesure

même observateur, emplacement, capteur et procédure) afin de garantir que les résultats ne changent pas dans le temps. Le moyen le plus simple de s’assurer que le comportement dynamique de la structure et de l’ensemble du système de mesure est invariant dans le temps est principalement de vérifier la répétabilité de la mesure. En règle générale, les mesures FRF sont répétées plusieurs fois pour vérifier que l’on obtient toujours les mêmes courbes pour chaque mesure. Ce test apparemment trivial est nécessaire pour s’assurer que le comportement de la structure est constant, mais aussi que les conditions de test restent inchangées tout au long de la mesure.

Trois mesures successives sont ainsi réalisées sur le stator 1 dans des conditions identiques, pour une excitation en un point et une mesure en un autre point. Les FRF des 3 mesures, illustrées par la figure 2.14, conduisent à des courbes presque identiques en basses fréquences. De petites différences sont notées en hautes fréquences, souvent plus sensibles aux tests de répétabilité. On peut quand même considérer que globalement la stabilité du comportement de la structure et des conditions d’essai est assurée dans le temps.

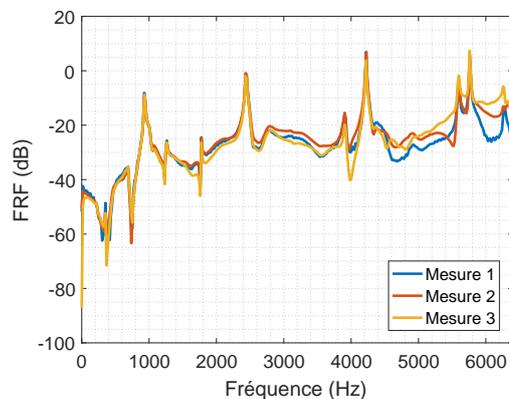


FIGURE 2.14 – Courbes FRF pour 3 mesures identiques dans le cadre de la vérification de la répétabilité

— Vérification de la linéarité

L'analyse modale expérimentale présuppose que le comportement de la structure est linéaire. La linéarité doit se traduire par des données FRF indépendantes des amplitudes d'excitation. Ceci peut être réalisé soit qualitativement, soit quantitativement. Qualitativement, les données FRF pour un point peuvent être mesurées à plusieurs reprises en gérant les amplitudes d'excitation, les courbes obtenues sont ensuite superposées pour effectuer la vérification. L'excitation du stator étudié est réalisée avec un marteau de choc, il est donc presque impossible de reproduire 2 fois avec la même amplitude de force. Toutefois, les courbes FRF de la figure 1.9, obtenues dans le cadre de la vérification de la répétabilité, montrent que les 3 réponses sont quasi identiques, alors que les amplitudes des excitations ne le sont pas. Bien qu'il existe des différences entre les courbes à hautes fréquences, mais, comme mentionné précédemment, cela peut être lié à certaines incertitudes de mesure. Cette correspondance entre ces courbes FRF permet donc de conclure que le stator se comporte de manière linéaire.

2.2.3 Contrôle de la qualité des données de mesure

Suite à l'étude préliminaire précédente et aux vérifications associées, il est maintenant nécessaire de s'assurer de la qualité des mesures des FRF pour l'analyse modale expérimentale. Pour cela, la fonction de cohérence est utilisée pour évaluer la qualité des mesures. Ce signal est lié à la fonction de réponse en fréquence et indique physiquement quelle partie de la réponse est attribuée à l'excitation. Cette fonction peut varier de zéro à un. Une bonne mesure nécessite une réponse vibratoire parfaitement corrélée à la force d'excitation, soit un graphe de cohérence proche de un sur toute la gamme de fréquence. Au contraire, une cohérence proche de zéro correspond à un mauvais rapport signal sur bruit, une erreur de mesure, un comportement non linéaire ou variable dans le temps de la structure, ou encore à une combinaison de ceux-ci [192]. La cohérence doit être surveillée pendant l'acquisition des données et doit être globalement proche de 1 sur toute la gamme de fréquences. Cependant, il est normal que la cohérence soit faible au niveau des anti-résonances [193], ou pour des nœuds structurels là où la réponse vibratoire est faible. La figure 2.15 représente une fonction de cohérence pour un test sur le stator 1. Sur toute la gamme de fréquences, la cohérence est proche de l'unité, sauf aux anti-résonances. Ce résultat atteste de la bonne qualité des données mesurées.

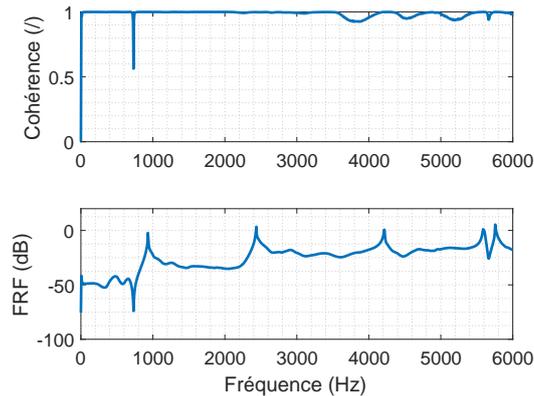


FIGURE 2.15 – Courbe FRF et courbe de cohérence correspondante pour un test sur le stator 1

2.2.4 Estimateur des FRF

Contrairement au calcul d'une FRF à partir d'un modèle d'éléments finis, la mesure d'une FRF peut ne pas renvoyer la même valeur chaque fois qu'une mesure est prise : les structures ne sont pas complètement linéaires et il peut y avoir de petites quantités de bruit d'instrumentation dans la mesure. Du bruit existe à la fois en entrée, sur la mesure de l'excitation, et en sortie sur la mesure vibratoire. Pour les fréquences de résonance, la réponse vibratoire est significative, de sorte que le rapport signal sur bruit en sortie est plus important qu'en entrée. À l'inverse, pour les fréquences d'anti-résonance, le rapport signal sur bruit en sortie est plus faible qu'en entrée. Pour les autres fréquences, il n'est pas possible de savoir a priori. À partir de là, il est possible de mesurer les FRF avec différents estimateurs pour réduire l'influence du bruit en entrée ou en sortie [194, 195, 196]. Trois estimateurs FRF sont généralement disponibles dans les systèmes d'acquisition, H_1 , H_2 et H_v , illustrés par la figure 2.16. L'estimateur H_1 , qui est le plus couramment utilisé, permet d'éliminer le bruit en sortie mais pas en entrée. Il est donc moins précis sur les résonances (figure 2.16a). Au contraire, l'estimateur H_2 élimine le bruit en entrée mais pas en sortie. Il est plus précis sur les anti-résonances (figure 2.16b). L'estimateur H_v (figure 2.16c) est une combinaison des deux estimateurs H_1 et H_2 . Il se rapproche de l'estimateur H_2 aux résonances et de l'estimateur H_1 aux antirésonances. L'estimateur H_v est donc un bon compromis.

Le stator 1, des stators Nidec Leroy-Somer, est testé en considérant les 3 estimateurs dans le but de choisir l'estimateur optimal. Les FRF sont illustrées dans la figure 2.17. On peut remarquer que les 3 courbes sont superposées en basses fréquences (<3000 Hz). Les différences deviennent plus explicites à des fréquences plus élevées mais uniquement dans les zones d'anti-résonance. Dans la suite on gardera donc l'estimateur H_1 pour limiter les erreurs très importantes

sur les antirésonances.

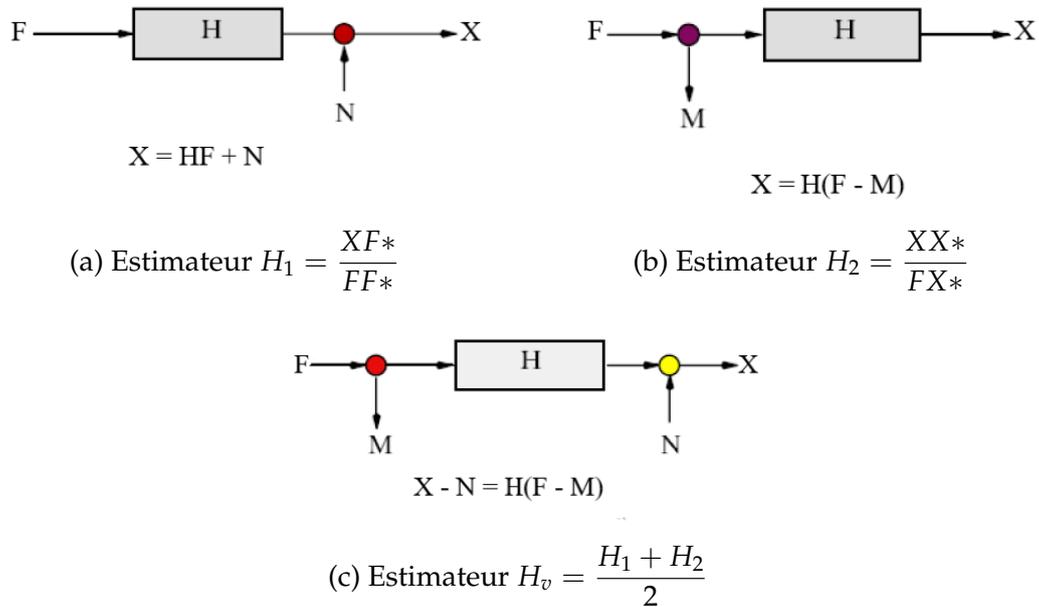


FIGURE 2.16 – Figure schématique des estimateurs de FRF

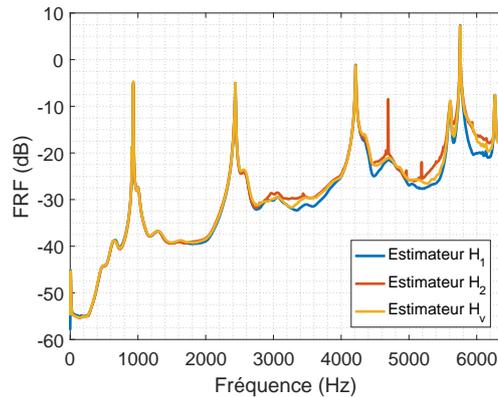


FIGURE 2.17 – Courbes FRF pour les estimateurs H_1 , H_2 et H_v

2.3 Quantification expérimentale de la variabilité

La conception et la fabrication de stators en acier, présentés dans la section 2.1, peuvent induire des incertitudes sur les propriétés matérielles et géométriques de la structure. Une vaste campagne expérimentale a ainsi été organisée pour évaluer la variabilité de la réponse vibratoire sur un échantillon de 10 stators théoriquement identiques (figure 2.18). Les fonctions de réponse en fréquence (FRF) sont mesurées avec un accéléromètre à position fixe, après excitation à l'aide d'un marteau de choc, pour le maillage expérimental à 40 noeuds (120 degrés de liberté). Les sous-sections suivantes présentent les

résultats de la quantification expérimentale de la variabilité pour la masse volumique, les fréquences propres, les déformations modales et les FRF.



FIGURE 2.18 – Dix stators Nidec Leroy-Somer théoriquement identiques

2.3.1 Masse volumique

Parmi les propriétés matérielles de la structure, la variabilité de la masse volumique est ici quantifiée pour les 10 stators. Tout d’abord, les stators sont pesés avec une balance Kern CKE (résolution de 0.5 g), le tableau 2.3 présente la valeur moyenne de la masse et le coefficient de variation (rapport de l’écart type sur la moyenne) résultant des mesures. Il en ressort que la masse des stators est caractérisée par une très faible variabilité.

TABLE 2.3 – Masse moyenne des stators (Kg) et coefficient de variation de la masse (%)

Masse moyenne (Kg)	$CoV_{exp}(m)(\%)$
51.31	0.1

Concernant la variabilité du volume, des mesures ont été effectuées sur le diamètre et la hauteur des 10 stators. La structure est constituée d’un empilement a priori du même nombre de tôles découpées avec précision, le diamètre des 10 stators a été mesuré et a montré une variabilité négligeable pour ce paramètre. L’opération d’empilement est manuelle, les hauteurs ont été mesurées, la moyenne est 240,18 mm et le coefficient de variation est égal à 0,04%, soit un niveau de variabilité quasi nul. La variabilité de la masse volumique peut donc être considérée égale à celle de la masse des stators, présentée dans le tableau 2.3. Les différentes opérations de mise en forme et d’assemblage d’un stator sont donc robustes concernant la masse volumique. Dès 1927, Cross et Hill [197] avait observé que la variabilité de la masse

volumique de l'acier est faible pour les aciers laminés, malgré les différents traitements subis par le matériau.

2.3.2 Fréquences propres

Avec les essais expérimentaux sur les 10 stators, les fréquences propres sont identifiées à partir des fonctions de réponse en fréquence sur la plage 0 - 6000 Hz sont extraites pour chaque stator, soit pour les 4 premiers modes propres de vibration purement radiaux. Le tableau 2.4 présente les grandeurs statistiques des fréquences propres quantifiées expérimentalement sur les 10 stators, c'est-à-dire la moyenne et le coefficient de variation CoV. La variabilité de sortie des fréquences propres est très faible pour les 4 modes propres radiaux, avec un $CoV < 1\%$.

TABLE 2.4 – Moyenne et coefficient de variation pour les 4 premières fréquences propres expérimentales des 10 stators

Fréquence	Mode	Valeur moyenne (Hz)	CoV(f) (%)
1	(2,0)	930	0.22
2	(3,0)	2435	0.19
3	(4,0)	4216	0.19
4	(0,0)	5765	0.15

Cette variabilité très faible peut être due à la dispersion de certaines propriétés matérielles ou géométriques entre les 10 stators, mais pourrait aussi être attribuée aux incertitudes de mesure. Celles-ci ont été réduites par la vérification des conditions aux limites, de la répétabilité des mesures, de la réciprocité, etc., mais il est très difficile de différencier les sources d'incertitudes menant à cette très faible variabilité des fréquences propres.

2.3.3 Déformées modales

A chaque fréquence propre est associé une déformée modale. La variabilité des déformées modales est ici discutée pour l'échantillon des 10 stators. Mottershead et Friswell [198] ont examiné plusieurs critères pour comparer deux bases modales. Une manière appropriée consiste à comparer chaque mode de vibration de deux modèles avec le critère d'assurance modale (MAC) [199]. L'indicateur MAC mesure les similitudes entre deux déformées modales. Une valeur de MAC égale à 1 met en évidence une correspondance parfaite entre les

déformées modales. Il s'exprime de la manière suivante :

$$MAC(\phi_{1,i}, \phi_{2,j}) = \frac{|\{\phi_{1,i}\}^T \{\phi_{2,j}\}|^2}{\{\phi_{1,i}\}^T \{\phi_{1,i}\} \{\phi_{2,j}\}^T \{\phi_{2,j}\}} \quad (2.13)$$

$\phi_{1,i}$ et $\phi_{2,j}$ sont respectivement la forme du $i^{\text{ième}}$ mode de la 1^{ière} base et la forme du $j^{\text{ième}}$ mode de la 2^{ème} base.

Pour l'analyse modale des structures Nidec Leroy-Somer, la figure 2.19 montre les 4 premiers modes propres expérimentaux pour le stator 1. Ces modes propres extraits sont purement radiaux. Les modes avec déformation axiale ne sont pas identifiés, cela est lié au fait que la structure est un cylindre droit très épais et feuilleté suivant son axe. Selon Batou et al. [200], certains modes propres peuvent toutefois manquer dans la base modale expérimentale ou même dans la base modale de calcul pour plusieurs raisons telles que la présence d'incertitudes dans la structure, voire dans les mesures. De plus, le croisement de modes est fréquent et doit être surveillé [201, 202].

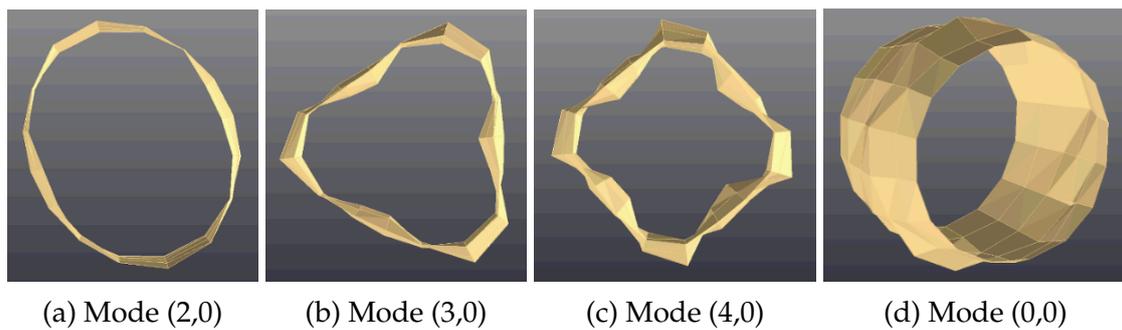


FIGURE 2.19 – Quatre premières déformées modales expérimentales pour le stator 1

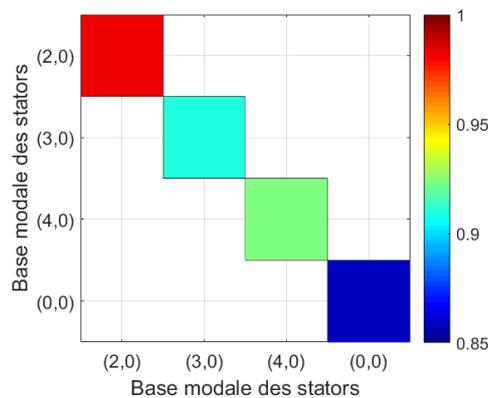


FIGURE 2.20 – Valeurs moyennes expérimentales de MAC entre les bases modales des 10 stators

Pour ces modes propres radiaux, les valeurs de MAC sont calculées pour évaluer la corrélation entre les bases modales des 10 stators. Chaque base

modale expérimentale des 10 stators est comparée aux 9 autres, ce qui donne des 45 valeurs de MAC pour chaque mode propre. Ensuite, pour chaque mode propre, la valeur moyenne des MAC est calculée et présentée sur la figure 2.20. Pour les 4 premiers modes radiaux, les valeurs de MAC obtenues sont comprises entre 0.86 et 0.98 en moyenne pour les 10 stators. Ces valeurs de MAC montrent une très bonne corrélation entre les bases modales des 10 stators et illustrent la stabilité modale de ce type de structure.

2.3.4 Fonction de réponse en fréquence

Afin d'être complet sur l'étude de la variabilité du comportement vibratoire des stators Nidec Leroy-Somer, après avoir étudié les fréquences propres et les modes propres, la variabilité de la fonction de réponse en fréquence (FRF) est maintenant discutée. Tout d'abord, des rappels et compléments sont donnés sur l'obtention des FRF. Comme décrit précédemment, la FRF est la relation entre l'entrée (force d'excitation) et la sortie (réponse de la structure) dans le domaine fréquentiel (figure 2.7). Les signaux de vibration (excitation et réponse) lors de l'excitation de chacun des 40 nœuds du maillage (figure 2.9) ont été mesurés par un accéléromètre fixé au nœud 1 et un capteur de force sur le marteau. Ces signaux sont traités à l'aide de la transformation de Fourier rapide FFT dans le logiciel LMS Impact Testlab. Pour chaque stator, on peut ensuite calculer la moyenne des 40 FRF. Cette stratégie est appliquée aux 10 stators pour quantifier la variabilité des FRF moyennes.

Concernant la variabilité des réponses en fréquence, pour la gamme de fréquences considérée 0 - 6000 Hz, la moyenne des FRF et les intervalles de confiance à 95 % sont illustrés sur la figure 2.21. Pour l'interprétation de ces résultats, on se focalise d'abord sur les zones de résonance représentées par les 4 pics des 4 premières fréquences propres. En effet, les pics sont les zones d'intérêt et la variabilité, représentée par le CoV calculé à partir des 10 courbes FRF, est quantifiée et répertoriée dans le tableau 2.5. Une forte variabilité est obtenue, atteignant jusqu'à 85 % pour le troisième pic (4216 Hz) correspondant au mode propre (4,0). Ces niveaux de variabilité sont a priori très élevés par rapport à ceux obtenus pour les fréquences propres. La réponse en fréquence est plus sensible aux incertitudes que les fréquences propres.

Maintenant dans les zones de non-résonance, la forte variabilité (de l'ordre de 10 dB) est certainement reliée à la variabilité de l'amortissement dans la structure feuilletée. Selon Arora [203], il existe un type d'amortissement structurel aux jonctions ou interfaces entre les pièces généralement appelé amortissement aux limites. Wood et Joachim [204] ont également conclu, après avoir étudié 12 voitures nominaleme

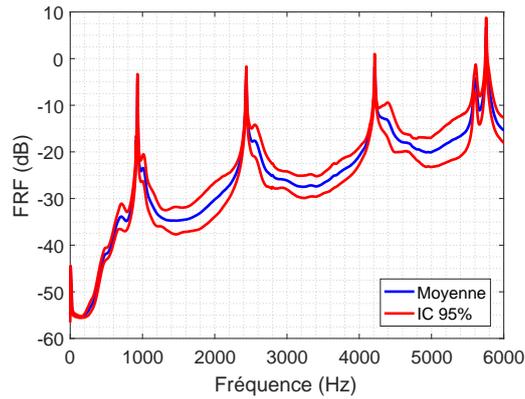


FIGURE 2.21 – Moyenne des FRFs expérimentales et intervalle de confiance à 95% quantifiés sur les 10 stators

liaisons (soudures et joints) est la principale source de variabilité des vibrations. Dans le domaine des machines électriques, Chauvicourt et al. [205], à travers des tests expérimentaux, ont prouvé que la technique d'empilement des noyaux de stator affecte l'amortissement dans le stator qui à son tour a un effet important sur la réponse en fréquence. Pour le stator étudié, l'amortissement peut être élevé car il est composé de 370 tôles avec 369 interfaces. Cet amortissement aux limites est complexe à mesurer, voire à modéliser numériquement. Cependant, la forte variabilité des FRF observée sur le stator est certainement influencée par le feuilletage axial de la structure.

TABLE 2.5 – Quantités statistiques des FRFs pour les 4 premiers modes expérimentaux

Fréquence	Mode	CoV(U) (%)
1	(2,0)	36
2	(3,0)	72
3	(4,0)	85
4	(0,0)	51

2.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté une campagne expérimentale sur un échantillon de 10 stators, fournis par Nidec Leroy-Somer, pour quantifier expérimentalement les incertitudes associées à cette structure du point de vue vibratoire.

Une description détaillée de la structure stratifiée, ainsi que de ses propriétés matérielles, ont été présentées. Il a été montré que le stator est composé de 5 paquets de tôles avec une orientation de 90° entre des paquets successifs. Cela a rendu délicat la caractérisation du module de Young axial. Un test expérimental

a été réalisé sur la base d'une méthode ultrasonore non destructive afin de caractériser le module de Young équivalent du stator dans le sens de l'empilement.

Le comportement vibratoire des stators est caractérisé par l'analyse modale à travers une campagne expérimentale. Le protocole de mesure a été d'abord présenté et discuté. Un ensemble d'études préliminaires a ensuite été réalisé pour garantir la stabilité, la robustesse, ainsi que la précision des mesures et des appareils. Un maillage expérimental de 40 nœuds, points d'excitation et mesures, a été défini sur la base de la structure avec 8 nœuds dans la direction radiale et 5 nœuds dans la direction axial. Le stator est placé sur 3 plots en caoutchouc pour se rapprocher des conditions aux limites libres. Ce choix est considéré après avoir quantifié expérimentalement les propriétés des plots en caoutchouc et vérifié numériquement les effets nuls des plots sur les vibrations du stator. La réciprocité, la répétabilité et la linéarité de la structure et des mesures sont vérifiées après réglage du marteau de choc et calibrage de l'accéléromètre piézoélectrique. La technique de contrôle de la qualité des mesures par vérification de la cohérence a également été présenté et le choix de l'estimateur H1 FRF considéré sur la base d'une étude de comparaison entre différents estimateurs.

En utilisant le marteau de choc pour exciter le stator, et en mesurant la réponse à travers l'accéléromètre piézoélectrique, les comportements vibratoires des stators ont été caractérisés. Des courbes FRF pour chaque stator ont été obtenues permettant d'extraire les fréquences propres et les modes propres. La variabilité des quatre premières fréquences propres a été calculée montrant une très faible variabilité sur les 10 stators. Les similitudes entre les différents modes propres sont vérifiées également à l'aide du critère MAC représentant une très bonne corrélation entre les modes des différents stators. Enfin la variabilité des FRF a également été étudié, montrant une très forte variabilité notamment dans les zones non résonantes.

Egalement, les masses des stators ont été mesurées avec une balance, ainsi que les volumes, cela a permis de quantifier une variabilité très faible de la masse volumique dans les stators.

Chapitre 3

Modélisation stochastique et identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains

La structure à modéliser est le stator Nidec Leroy-Somer décrit au chapitre précédent. Le stator est considéré comme étant la principale source de vibrations radiales des machines électriques. La modélisation par éléments finis de cette structure doit ainsi permettre de prédire les tendances du comportement vibratoire du moteur. Le stator fourni est composé de 5 paquets de tôles d'acier ferromagnétique empilées, d'un total de 370 tôles. Ces paquets sont orientés à 90° successivement entre eux et l'ensemble est maintenu par des agrafes. La structure est ainsi du type cylindre épais. Cette conception mène à des difficultés de modélisation numérique, des choix doivent être faits pour aboutir à un modèle simplifié mais représentatif du stator. En lien avec ces choix de modélisation, cet assemblage complexe induit des incertitudes sur les propriétés matériau du stator. Ce chapitre vise ainsi à proposer une modélisation numérique stochastique de la structure feuilletée, puis à identifier la variabilité des paramètres du modèle, en s'appuyant sur la quantification expérimentale de la variabilité de la réponse vibratoire caractérisée dans le chapitre précédent.

La section 3.1 introduit l'aspect théorique de la modélisation stochastique pour l'analyse modale et la réponse en fréquence. La section 3.2 présente deux choix de modélisation avec l'élément fini 3D solide pour l'analyse déterministe vibratoire du stator. La convergence du maillage éléments finis est démontrée dans la configuration nominale et la validation des deux modèles numériques est discutée en confrontant les résultats numériques aux résultats expérimentaux. La section 3.3 introduit les choix de modélisation stochastique, soit la définition des choix liés à l'étude de la variabilité et à la méthode de Monte Carlo utilisée pour propager les incertitudes. La variabilité des fréquences propres et des modes propres est ensuite étudiée dans la section 3.4.

Puis, la variabilité de la réponse en fréquence est discutée dans la section 3.5. Ces études de variabilité montrent la nécessité d'identifier les niveaux de variabilité des paramètres incertains du modèle numérique, une méthodologie d'identification est ainsi proposée dans la section 3.6, puis elle est validée à l'aide des résultats expérimentaux. Le coût des simulations numériques est présenté en section 3.7. Enfin, une conclusion clôture ce chapitre.

3.1 Aspect théorique de la modélisation stochastique

En vue d'étudier la variabilité du comportement vibratoire du stator, les fréquences propres et les réponses en fréquence sont choisies comme grandeurs d'intérêt. Dans cette section, les bases théoriques de la modélisation stochastique de ces grandeurs sont introduites.

3.1.1 Analyse modale

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, le problème déterministe aux valeurs propres pour l'analyse dynamique est décrit par l'équation suivante :

$$K\phi^i = \lambda^i M\phi^i \quad (3.1)$$

où K et M sont respectivement les matrices de rigidité et de masse, λ^i et ϕ^i sont les $i^{\text{ième}}$ valeur propre et mode propre respectivement.

Dans le cas non déterministe, certains paramètres mécaniques du modèle sont incertains et présentent une variabilité. Pour prendre en compte cette variabilité, les matrices de masse et de raideur sont perturbées avec un paramètre θ , et conduisent à des vecteurs propres et des valeurs propres perturbés tels que :

$$K(\theta)\phi^i(\theta) = \lambda^i(\theta)M(\theta)\phi^i(\theta) \quad (3.2)$$

La valeur propre ainsi obtenue mène à la fréquence propre perturbée qui constitue la quantité d'intérêt.

3.1.2 Réponse en fréquence

La formulation théorique non déterministe de la réponse en fréquence (FRF) est introduite ici dans le cadre de la méthode des éléments finis. Le champ de déplacement est discrétisé en utilisant des fonctions de forme polynomiale standards. L'équation du mouvement perturbée dans le domaine temporel pour

les vibrations forcées est alors décrite sous forme matricielle par :

$$M(\theta)\ddot{U}(\theta, t) + C(\theta)\dot{U}(\theta, t) + K(\theta)U(\theta, t) = f(t) \quad (3.3)$$

où $M(\theta)$, $C(\theta)$ et $K(\theta)$ sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité perturbées, $f(t) = f(\omega)e^{(i\omega t)}$ est la force harmonique déterministe et $U(\theta, t)$ est le vecteur des déplacements perturbés. La réponse forcée à une excitation harmonique est aussi harmonique, avec la même pulsation. L'équation de mouvement s'écrit donc :

$$[-\omega^2 M(\theta) + j\omega C(\theta) + K(\omega, \theta)]U(\theta) = f(\omega) \quad (3.4)$$

Le vecteur des déplacements perturbés $U(\theta)$, solution de l'équation 3.4, est la grandeur d'intérêt de la réponse en fréquence. Pour l'obtenir, il faut résoudre l'équation 3.4. Pour cela deux techniques [206] peuvent être utilisées : la méthode directe ou la technique de superposition modale. Nous choisissons cette dernière afin de pouvoir réduire le calcul avec une troncature modale. Le vecteur déplacement s'écrit donc :

$$U(\theta) = \Phi(\theta)H(\theta)\Phi^T(\theta)f(\omega) \quad (3.5)$$

où $f(\omega)$ est la force harmonique appliquée, $\Phi(\theta)$ est la matrice modale perturbée et $H(\theta)$ est la matrice de transfert perturbée exprimée par :

$$H(\theta) = [\Phi^T(\theta)(-\omega^2 M(\theta) + j\omega C(\theta) + K(\omega, \theta))\Phi(\theta)]^{-1} \quad (3.6)$$

La troncature au mode m est ensuite appliquée :

$$U(\theta) = \sum_{i=1}^m \phi^i q^i(\theta) = \hat{\Phi}(\theta)q(\theta) \quad (3.7)$$

avec $\hat{\Phi}(\theta)$ la matrice modale perturbée et tronquée au mode m , et $q(\theta)$ le vecteur des coordonnées modales perturbé et tronqué tel que :

$$q(\theta) = [\hat{\Phi}^T(\theta)(-\omega^2 M(\theta) + j\omega C(\theta) + K(\omega, \theta))\hat{\Phi}(\theta)]^{-1}\hat{\Phi}^T(\theta)f(\omega) \quad (3.8)$$

Concernant l'amortissement, il est ici considéré de type modal, et il est ajouté pour chaque mode propre.

3.2 Modélisation éléments finis du stator

Cette section vise à présenter deux choix de modélisation du stator, puis à vérifier et à valider les modèles numériques dans la configuration nominale. Pour introduire ces choix, un bref rappel de la conception de la structure et des éléments de bibliographie en termes de choix de modélisation sont tout d'abord décrits. Le stator industriel (section 2.1) est composé d'un feuilletage de 370 tôles d'acier. Cet empilement est formé de 5 paquets orientés à 90° successivement pour mener à un cylindre droit non déformé. Ce feuilletage induit des difficultés dans la modélisation de la structure et impose des choix de modélisation forts. La littérature est très étendue dans le domaine de la modélisation des structures multicouches, nous proposons ici quelques références pour l'élément de coque, l'élément solide-coque et l'élément 3D solide.

Une simple tôle est une structure mince et est généralement modélisée avec un élément fini plaque ou coque. La géométrie modélisée correspond alors à la surface moyenne. Ce choix de modélisation avec l'élément de coque est également approprié pour les structures composites multicouches, de type minces ou épaisses. Dans le cadre de l'analyse statique, Petrolo et al. [207] ont modélisé différentes structures composites minces avec l'élément de coque en montrant l'intérêt d'une théorie d'ordre élevé. En dynamique, Chazot et al. [208] ont modélisé un pare-brise, soit une structure sandwich à coeur viscoélastique, avec l'élément de coque associé à la théorie de zig-zag pour le calcul de la réponse harmonique.

Lorsque la structure est massive, le modèle volumique est plus approprié. Deux types d'éléments finis sont alors possibles, l'élément solide-coque et l'élément 3D solide. L'élément solide-coque est un compromis entre l'élément 3D solide et l'élément coque, il est basé sur une géométrie volumique mais avec des hypothèses de type coque pour le champ de déplacement. Hauptmann et al. [209] ont utilisé l'élément solide-coque avec des fonctions de forme linéaire et quadratique pour la modélisation de plaques minces et de poutres minces en acier afin de calculer leurs valeurs propres et modes propres. Cet élément convient également pour la modélisation de structures multicouches. Naceur et al. [210] ont modélisé une plaque composite multicouche mince orthotrope en utilisant des éléments solide-coque à 8 noeuds en association avec une surface de réponse adaptative pour un problème d'optimisation. Sadowski et Rotter [211] ont également proposé un élément solide-coque pour modéliser des cylindres épais composés d'un grand nombre de couches afin d'étudier le comportement au flambement plastique non linéaire.

L'autre possibilité basée sur un modèle géométrique 3D est de choisir l'élément 3D solide, qui peut également convenir à la modélisation de structures

multicouches. Chen et al. [212] ont exploité l'élément solide 3D à 8 nœuds pour modéliser une barre composée de couches d'alumine et d'alumine-zircone pour prédire la rupture, avec validation du modèle par des essais expérimentaux. Dans le cadre également de la validation des modèles numériques, Scigliano et al. [213] ont étudié le comportement vibratoire d'un pare-brise automobile, soit une structure sandwich composée d'une couche d'un polymère prise entre deux couches de verre, avec une modélisation 3D pour chacune des 3 couches.

Le stator étudié dans ce manuscrit est une structure feuilletée à grand nombre de couches, soit un empilement de plusieurs centaines de tôles. La géométrie globale est assimilable à un cylindre épais dans la direction radiale. Le diamètre et la longueur du stator sont du même ordre de grandeur. L'assemblage multicouches est ainsi une structure massive. La modélisation d'un stator de machine électrique mène donc à une homogénéisation associée avec l'élément 3D solide. Van der Giet et al. [214] ont caractérisé les propriétés matériau équivalentes d'un stator de moteur à induction et les ont ensuite utilisées dans une modélisation 3D homogénéisée. Millithaler et al. [215] ont également développé une méthode d'homogénéisation pour prédire les propriétés équivalentes d'une structure stratifiée, avec prise en compte de l'influence des précharges et des frottements. La structure est le stator d'une machine à réluctance commutée à 12 dents composé de 400 tôles d'acier. Le stator est modélisé avec l'élément 3D solide avec les propriétés matériau homogénéisées, validées à l'aide d'essais expérimentaux.

Pour le stator Nidec Leroy-Somer, deux modèles 3D de la structure feuilletée agrafée sont ici proposés : un modèle homogène monobloc et un modèle à 5 blocs homogènes correspondant aux 5 paquets de tôles orientés.

3.2.1 Modèle 3D monobloc et modèle 3D à 5 blocs

Le stator a une géométrie d'ensemble cylindrique, constante suivant son axe. Deux modèles 3D solide sont ainsi proposés pour la modélisation de la structure feuilletée en acier M400-50A, maintenue par des agrafes assurant l'assemblage du stator. Tout d'abord, les 5 paquets de tôles formant le stator (Figure 2.2) sont représentés par un volume unique, soit un modèle 3D monobloc homogène comme le montre la figure 3.1a. Ce choix de modélisation pour un stator de moteur électrique, même s'il semble simple, a déjà montré sa pertinence dans les travaux de Druesne et al. [110] avec notamment une validation du modèle numérique à l'aide d'essais expérimentaux. Le second modèle vise à prendre en compte l'orientation des 5 paquets de tôles, tournés de 90° successivement entre eux. En effet, les modules d'élasticité dans le sens du laminage de la tôle et dans

le sens transverse diffère de 13 %, d'après les essais réalisés (section 2.1). Ainsi, le modèle 3D à 5 blocs homogènes (Figure 3.1b) permet de représenter les propriétés matériau associées à l'orientation de chaque paquet. Pour les deux modélisations proposées, l'interface entre 2 paquets est supposée parfaite : la continuité du déplacement est assurée en chaque nœud du maillage éléments finis 3D. La Figure 3.1 illustre les deux modèles géométriques du stator d'axe z. Les directions x et y sont dans le plan des tôles et correspondent respectivement au sens du laminage et au sens transverse du laminage de la tôle.

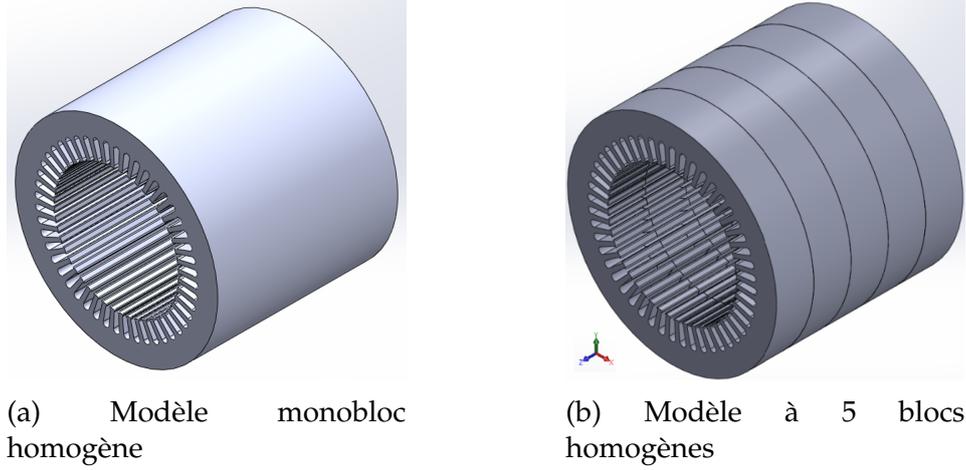


FIGURE 3.1 – Modèles 3D mono bloc et à 5 blocs du stator, respectivement sans et avec prise en compte de l'orientation des 5 paquets

Le matériau constitutif des modèles 3D est considéré comme linéaire homogène par bloc avec des propriétés orthotropes. Dans le domaine élastique, en tout point de la structure, les tenseurs de contrainte σ et de déformation ϵ sont liés par la loi de Hooke généralisée :

$$\sigma = C\epsilon \quad (3.9)$$

où C est la matrice d'élasticité, elle est exprimée avec :

$$C = \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu_{yz}\nu_{zy})}{E_{Ty}E_L\Delta} & \frac{\nu_{yx}+\nu_{zx}\nu_{zy}}{E_{Ty}E_L\Delta} & \frac{\nu_{zx}+\nu_{yx}\nu_{zy}}{E_{Ty}E_L\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xy}+\nu_{xz}\nu_{zy}}{E_{Tx}E_L\Delta} & \frac{(1-\nu_{zx}\nu_{xz})}{E_{Tx}E_L\Delta} & \frac{\nu_{zy}+\nu_{zx}\nu_{xy}}{E_{Tx}E_L\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xz}+\nu_{xy}\nu_{yz}}{E_{Tx}E_{Ty}\Delta} & \frac{\nu_{yz}+\nu_{xz}\nu_{yx}}{E_{Tx}E_{Ty}\Delta} & \frac{(1-\nu_{xy}\nu_{yx})}{E_{Ty}E_{Ty}\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G_{yz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{zx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\text{et } \Delta = \frac{(1-\nu_{xy}\nu_{yz}-\nu_{yz}\nu_{zy}-\nu_{zx}\nu_{xz}-2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{xz})}{E_{Tx}E_{Ty}E_L}$$

Cette loi de comportement est caractérisée par neuf coefficients élastiques : les modules de Young E_{Tx} et E_{Ty} dans les directions transverses x et y respectivement de la tôle, le module de Young E_L dans la direction axiale z du stator, les coefficients de Poisson ν_{yz} et ν_{zx} , ainsi que les modules de cisaillement G_{xy} , G_{yz} et G_{zx} .

Les valeurs nominales des modules de Young E_{Tx} et E_{Ty} sont données dans la section 2.1. Elles ont été obtenues suite à des essais expérimentaux sur une tôle d'acier M400-50A. Le comportement du matériau pour chaque bloc est considéré comme étant celui de la tôle dans les directions transverses x et y . Dans la direction axiale z du stator, la raideur est plus faible du fait de l'empilement de tôles. A l'aide d'une mesure expérimentale non destructive basée sur un test ultrasonore le module d'élasticité axial E_L a été caractérisé (section 2.4). Pour les modules de cisaillement, les valeurs sont calculées à l'aide de l'équation suivante :

$$G_{xy} = \frac{E_{Tx}}{2(1 + \nu_{xy})} \quad (3.11)$$

Pour le modèle 3D monobloc, les modules d'Young dans les 2 directions transverses sont donc les propriétés de la tôle d'acier M400-50A. Pour le modèle 3D à 5 blocs, chaque bloc a les propriétés transverses d'une tôle. Étant donné l'orientation de chaque paquet, le module d'Young E_{Tx} devient le module d'Young E_{Ty} et inversement pour deux blocs voisins. Le module d'élasticité axial E_L est inchangé pour les deux modèles 3D.

3.2.2 Convergence du maillage

Dans le cadre de la vérification du modèle numérique [213], une étude de convergence est nécessaire pour déterminer le maillage optimal. Tso et al. [216] ont montré une relation entre la taille de maille et la précision des résultats numériques pour une poutre en porte-à-faux modélisée en éléments 3D hexaédriques. Une comparaison est faite pour différentes discrétisations et méthodes d'intégration réduite. Pour l'analyse modale déterministe du stator, la convergence du maillage est à vérifier dans la gamme de fréquences d'intérêt.

Les deux modèles géométriques 3D du stator (Figure 3.1) sont maillés avec des éléments finis hexaédriques à 8 nœuds (avec 6 points d'intégration) à l'aide du mailleur du logiciel éléments finis ANSYS Mechanical 13.1 [217]. Sept maillages des deux géométries sont réalisés, les nombres de nœuds et d'éléments sont indiqués dans le Tableau 3.1. La figure 1.2 illustre le maillage M4 composé de 18432 éléments finis 3D. L'étude de convergence des deux modèles éléments finis est effectuée dans le cadre de l'analyse modale déterministe. Dans le code éléments finis ANSYS [218], l'analyse modale s'effectue avec un algorithme

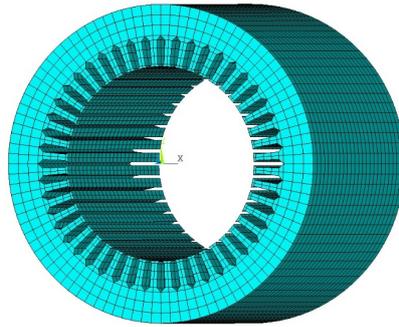


FIGURE 3.2 – Maillage M4 composé de 18432 éléments finis hexaédriques du modèle 3D monobloc de stator

itératif d'extraction des propriétés modales à l'aide de la technique Subspace et d'un solveur Sparse. Les courbes de convergence sont présentées pour les 6 premières fréquences propres du modèle 3D monobloc sur la Figure 3.3. Des résultats très similaires ont également été obtenus pour le modèle 3D à 5 blocs. Pour la convergence de chacune des 6 fréquences propres, les deux premiers maillages fournissent des valeurs numériques qui semblent indiquer que ces maillages sont trop grossiers. Les 4 maillages suivants permettent d'observer une convergence monotone par valeurs supérieures.

TABLE 3.1 – Maillages utilisés pour l'étude de convergence

Maillage	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
M1	2688	1152
M2	3456	1536
M3	6864	3456
M4	27600	18432
M5	52080	38880
M6	82656	63360
M7	159936	129024

Un critère de convergence est choisi pour les 6 premières fréquences propres nominales, soit une erreur maximale inférieure à 1%. Cette erreur relative est calculée par rapport au maillage de référence M7 (Tableau 3.2 pour modèle 3D monobloc), considéré suffisamment fin et composé de 159936 nœuds ou encore 479808 degrés de liberté. Le maillage M4 avec 27600 nœuds (Figure 3.2) satisfait le critère de convergence avec une erreur maximale de 0.48%, il est ainsi considéré optimal dans la configuration nominale pour les modèles 3D monobloc et à 5 blocs afin d'étudier les 6 premières fréquences propres. Pour les études de variabilité des sections 3.4 et 3.5 suivantes, ce maillage est également considéré optimal. En effet, d'après Mahjudin et al. [219] et Yin et al. [220], un maillage optimal dans la configuration nominale peut être conservé pour les

simulations non déterministes.

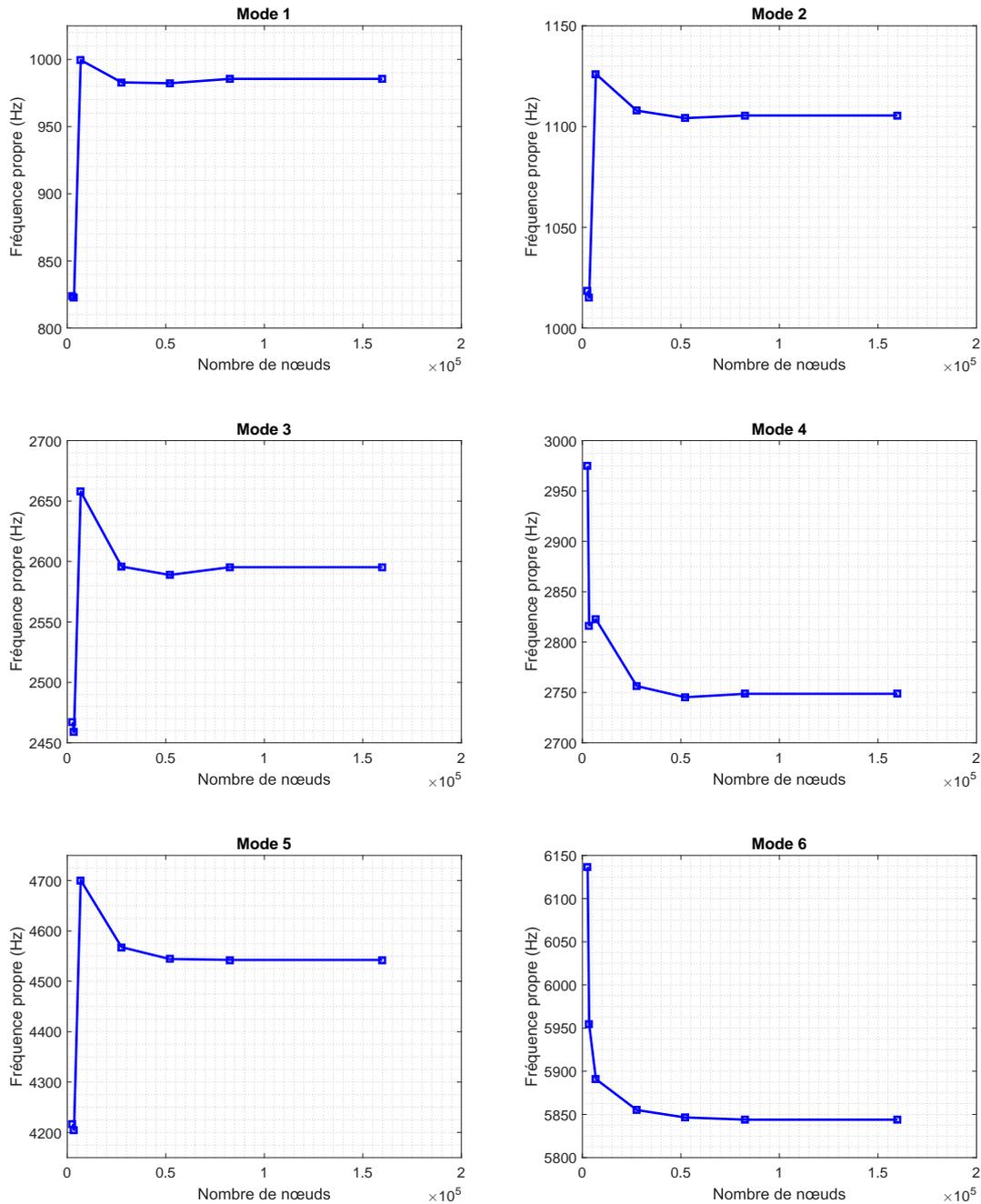


FIGURE 3.3 – Courbes de convergence des 6 premières fréquences propres (Hz) en fonction du nombre de nœuds du modèle 3D monobloc de stator

3.2.3 Validation des modèles 3D monobloc et à 5 blocs

La méthodologie de vérification et validation vise à améliorer la capacité prédictive des modèles éléments finis. La convergence numérique des modèles 3D monobloc et à 5 blocs a été vérifiée, avec notamment la sélection du maillage M4 pour l'analyse modale déterministe. La validation expérimentale de ces modèles 3D est maintenant présentée ici.

TABLE 3.2 – Erreurs relatives (%) sur les fréquences propres pour les différents maillages par rapport au maillage de référence M7

Mode	Type de mode	M1	M2	M3	M4	M5	M6
1	(2,0)	16.5	16.6	-1.3	0.3	0.3	0.1
2	(2,1)	6.2	6.5	-1.4	-0.4	0.1	0
3	(3,0)	15	15.1	-2.2	0	0.2	0
4	(3,1)	8.9	9.1	-2.2	-0.4	0	0
5	(4,0)	5.1	5.3	-3.1	-0.5	0.1	0
6	(0,0)	-2.6	-0.4	-1.1	-0.1	0	0

Les 6 premières fréquences propres nominales obtenues pour le maillage M4 des modèles 3D monobloc et à 5 blocs sont reportées dans le Tableau 3.3. Une comparaison de ces fréquences propres numériques avec les moyennes des fréquences propres expérimentales (section 2.3.1 du chapitre 2) est effectuée avec le calcul des écarts relatifs Δf en (%). En terme de validation des modèles numériques, une bonne corrélation est obtenue entre les fréquences propres expérimentales et numériques avec une différence maximale de 8.42% pour le modèle 3D monobloc et de 6.9% pour le modèle 3D à 5 blocs.

TABLE 3.3 – Six premières fréquences propres nominales des modèles 3D monobloc et 3D à 5 blocs et écarts relatifs en (%) avec les moyennes des fréquences propres expérimentales

mode	Fréquences propres numériques (Hz)		Ecart relatifs Δf (%)	
	Monobloc	5 blocs	Monobloc	5 blocs
(2,0)	984	972	5.8	4.2
(2,1)	1109	1066	-	-
(3,0)	2599	2577	6.7	5.5
(3,1)	2759	2732	-	-
(4,0)	4571	4532	8.4	6.9
(0,0)	5860	5809	1.6	0.8

Afin de compléter la corrélation essai/calcul sur les fréquences propres, une comparaison des bases modales numériques et expérimentales est maintenant effectuée avec le critère d'assurance modale (MAC) [199]. L'indicateur MAC mesure les similitudes entre deux bases modales. Une valeur de MAC égale à 1 met en évidence une correspondance parfaite entre les déformées modales.

Pour l'analyse modale du modèle 3D monobloc en configuration nominale, la figure 3.4 montre les 6 premiers modes propres. Des déformées modales similaires sont obtenues pour le modèle 3D à 5 blocs. Expérimentalement, seuls les modes propres radiaux purs ont été observés, soient les modes propres (2,0), (3,0), (4,0) et (0,0) du stator 1 (figure 2.1). Les valeurs de MAC sont donc calculées pour les modes propres radiaux des modèles 3D monobloc et à 5 blocs,

par rapport à la base modale expérimentale du stator 1. La Figure 3.5 présente les valeurs obtenues avec l'équation 2.6. Les valeurs de MAC sont comprises entre 0.55 et 0.95 pour le modèle 3D monobloc, et entre 0.7 et 0.95 pour le modèle 3D à 5 blocs. Les bases modales numérique et expérimentale sont donc correctement corrélées, en particulier pour le modèle 3D à 5 blocs.

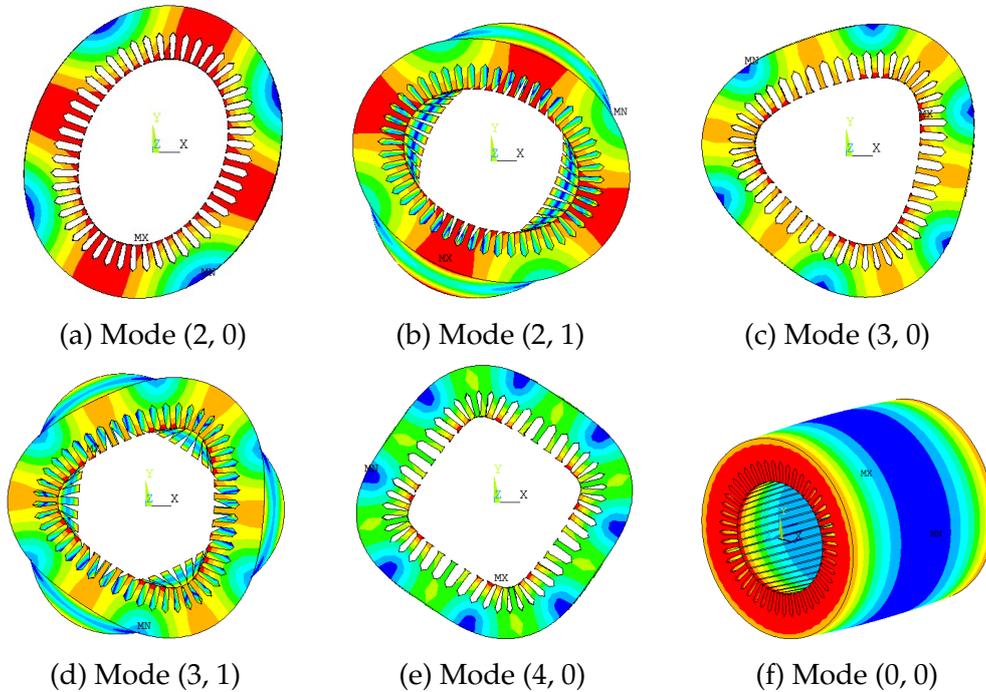


FIGURE 3.4 – Six premiers modes propres nominaux du modèle 3D monobloc

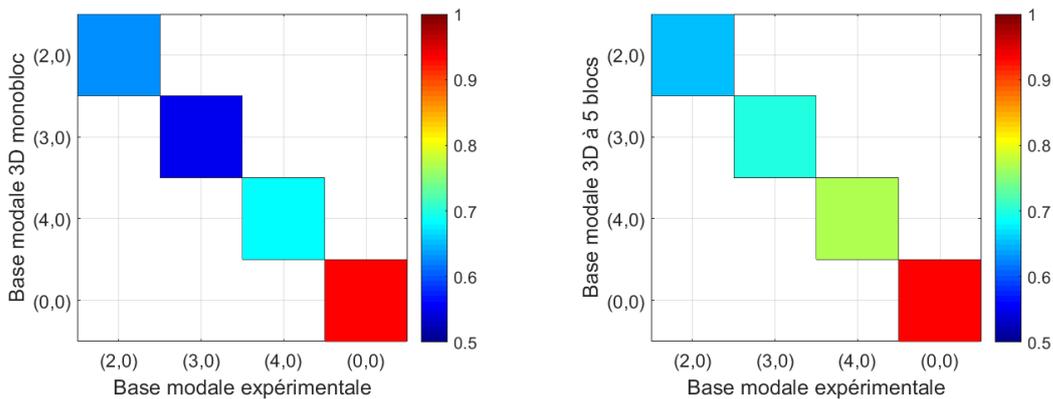


FIGURE 3.5 – Valeurs de MAC pour les bases modales des modèles 3D monobloc et à 5 blocs, par rapport à la base modale expérimentale du stator 1

En terme de validation des modèles numériques, la comparaison des résultats numériques des modèles 3D monobloc et à 5 blocs avec les fréquences propres expérimentales et les modes propres expérimentaux mène à une bonne corrélation. Le modèle 3D à 5 blocs prenant en compte l'orientation des 5 paquets contribue à réduire les écarts avec les résultats expérimentaux.

3.2.4 Choix de modélisation 3D du stator

Suite à la discussion précédente sur la validation des modèles numériques, la modélisation des 5 paquets de tôles orientés du stator en 5 blocs homogènes, en sachant que les modules de Young dans les deux directions transversales de la tôle sont différents, a une influence sur la simulation du comportement vibratoire du stator. Ce modèle mène à une meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux pour les fréquences propres numériques et des modes propres numériques. Il est à noter également que les temps de calcul pour les modèles 3D monobloc et à 5 blocs sont identiques, puisque les comparaisons présentées sont toujours pour un même nombre de degrés de liberté. Dans la configuration nominale étudiée, le choix de modélisation se porte donc sur le modèle 3D à 5 blocs. Pour les études de variabilité suivantes, une discussion sur le choix de modélisation stochastique sera proposée (section 3.4.1), sur la base des résultats numériques concernant la variabilité des fréquences propres.

3.3 Choix de modélisation stochastique du stator

La conception et le procédé de fabrication de la structure feuilletée du stator, composé de 5 paquets orientés, induisent des incertitudes sur les propriétés matériau en lien avec les choix de modélisation. Il est donc ici proposé de prendre en compte la variabilité dans la modélisation afin d'améliorer la prédictivité des modèles numériques 3D homogènes par bloc. Une approche paramétrique est ici choisie pour modéliser les incertitudes sur les propriétés matériau et sur d'autres propriétés géométriques. La propagation des incertitudes à travers le modèle éléments finis 3D est effectuée avec une méthode de Monte Carlo, dont les résultats des tirages aléatoires permettront de calculer les quantités d'intérêt perturbées. Le calcul de leur moyenne et de leur dispersion mènera à l'évaluation de la variabilité de la réponse vibratoire.

3.3.1 Paramètres incertains de type matériau

Dans le cas d'une approche paramétrique, les problèmes mécaniques non déterministes peuvent prendre en compte des incertitudes sur les propriétés matériau (module d'élasticité, coefficient de Poisson, masse volumique), les propriétés géométriques (section, épaisseur), le chargement, ou encore les conditions aux limites.

Le modèle présenté en section 3.2 pour décrire le comportement du stator industriel permet de considérer les propriétés matériau comme des paramètres incertains. Les modules de Young dans les 3 directions de l'espace, la masse

volumique, ainsi que le coefficient de Poisson, sont ainsi considérés comme étant des paramètres incertains pour analyser la variabilité de la réponse vibratoire du stator. Les paramètres incertains peuvent être modélisés par des variables aléatoires ou des champs aléatoires. Ici les paramètres matériau mentionnés précédemment sont modélisés par une variable aléatoire. L'observation du procédé d'assemblage des stators sur le site de production de Nidec Leroy-Somer a permis d'observer que chaque stator était fabriqué avec la même bobine de tôle. Chaque bloc des deux modèles 3D est donc composé d'un seul «matériau». En particulier, les modules de Young dans les deux directions transversales mènent à des propriétés différentes par bloc.

Pour la structure 3D monobloc, le modèle stochastique est composé de 5 paramètres incertains correspondant aux 3 modules de Young dans les 3 directions, à la masse volumique et au coefficient de Poisson.

Pour la structure à 5 blocs, le modèle stochastique est composé de 2x5 paramètres incertains correspondant aux 2 modules de Young (directions transversales x et y) pour les 5 paquets de tôles; de 3 paramètres incertains correspondant au module de Young axial, à la masse volumique et au coefficient de Poisson; soit un total de 13 paramètres incertains. Ces paramètres incertains sont modélisés par une variable aléatoire suivant une loi de distribution Gaussienne tronquée. Afin d'éviter les valeurs non physiques, la troncature est réalisée à $\pm 3\sigma$ de la valeur nominale μ (Figure 3.6), σ étant l'écart-type.

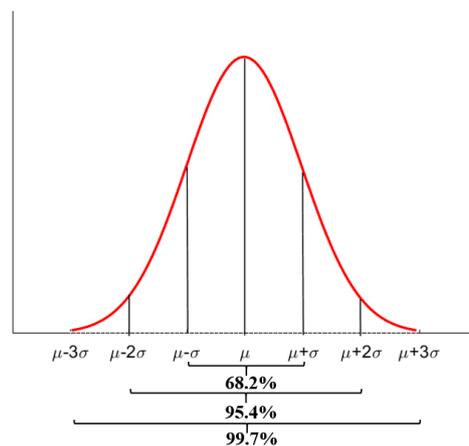


FIGURE 3.6 – Loi de distribution normale et troncatures associées

Il convient aussi de définir un niveau de variabilité associé aux paramètres incertains. Le choix du coefficient de variation (rapport de l'écart type σ sur la moyenne μ) de ces paramètres d'entrée du modèle numérique s'appuie idéalement sur des mesures expérimentales. Dans ce projet de recherche, des essais expérimentaux ont pu être menés et présentés dans le chapitre 2. Toutefois, la quantification expérimentale des incertitudes liées aux paramètres du modèle n'est pas directe. De ce fait, dans un premier temps, des niveaux de

variabilité des paramètres d'entrée sont choisis arbitrairement, $CoV=\{5\%, 10\%, 15\%\}$, pour analyser la variabilité de la réponse vibratoire du stator dans les sections 3.4 et 3.5. Dans un second temps (section 3.6), les niveaux de variabilité des paramètres sont identifiés à l'aide d'une méthodologie basée sur les mesures expérimentales sur l'échantillon des 10 stators industriels.

3.3.2 Paramètres incertains de type géométrique

La prise en compte de paramètres incertains de type géométrique est reportée dans l'annexe A. Deux études sont proposées, en considérant des paramètres géométriques d'un modèle de stator.

Une première étude est présentée afin d'analyser l'influence de la taille des 5 paquets de tôles du stator industriel sur sa réponse vibratoire.

Une seconde étude est proposée, portant sur l'influence du pied des dents sur le comportement vibratoire d'un autre stator, en termes de sensibilité et de variabilité.

Les stators industriels ont été réceptionnés au laboratoire Roberval un peu après le début de la thèse. En attendant, des travaux ont été réalisés sur un stator du même type que le stator Nidec LeroySomer, ils sont reportés dans la seconde étude de l'annexe A.

3.3.3 Méthode de Monte Carlo

Les choix concernant la modélisation des incertitudes étant effectués, il s'agit maintenant de propager ces incertitudes à travers les modèles éléments finis 3D du stator. Dans le cadre d'une approche probabiliste, la méthode de Monte Carlo est souvent considérée comme une méthode de référence pour sa robustesse et sa fiabilité. L'idée est d'obtenir un échantillon d'observations de la grandeur d'intérêt. Un grand nombre n_t de réalisations déterministes est nécessaire car la vitesse de convergence de la méthode est assez lente, de l'ordre de $n_t^{-1/2}$.

Les simulations de Monte Carlo sont fréquemment utilisées en ingénierie car elles permettent de conserver le modèle éléments finis incluant le savoir-faire (modélisation et code de calcul) de l'industriel. Toutefois, cette méthode d'échantillonnage est coûteuse en temps de calcul pour obtenir la convergence des quantités statistiques : fonction de densité de probabilité, moyenne, écart-type, coefficient de variation. Le coût numérique dépend des choix de modélisation (nombre de degrés de liberté) et du nombre de tirages aléatoires. Pour la structure étudiée, le stator d'une machine électrique, les choix de modélisation géométrique (section 3.2.1) et les maillages induits (section 3.2.2) ont menés à un système composé de 82800 degrés de liberté à résoudre. Le nombre de tirages est donc maintenant à bien choisir pour maîtriser le temps de

simulation des différentes études de variabilité.

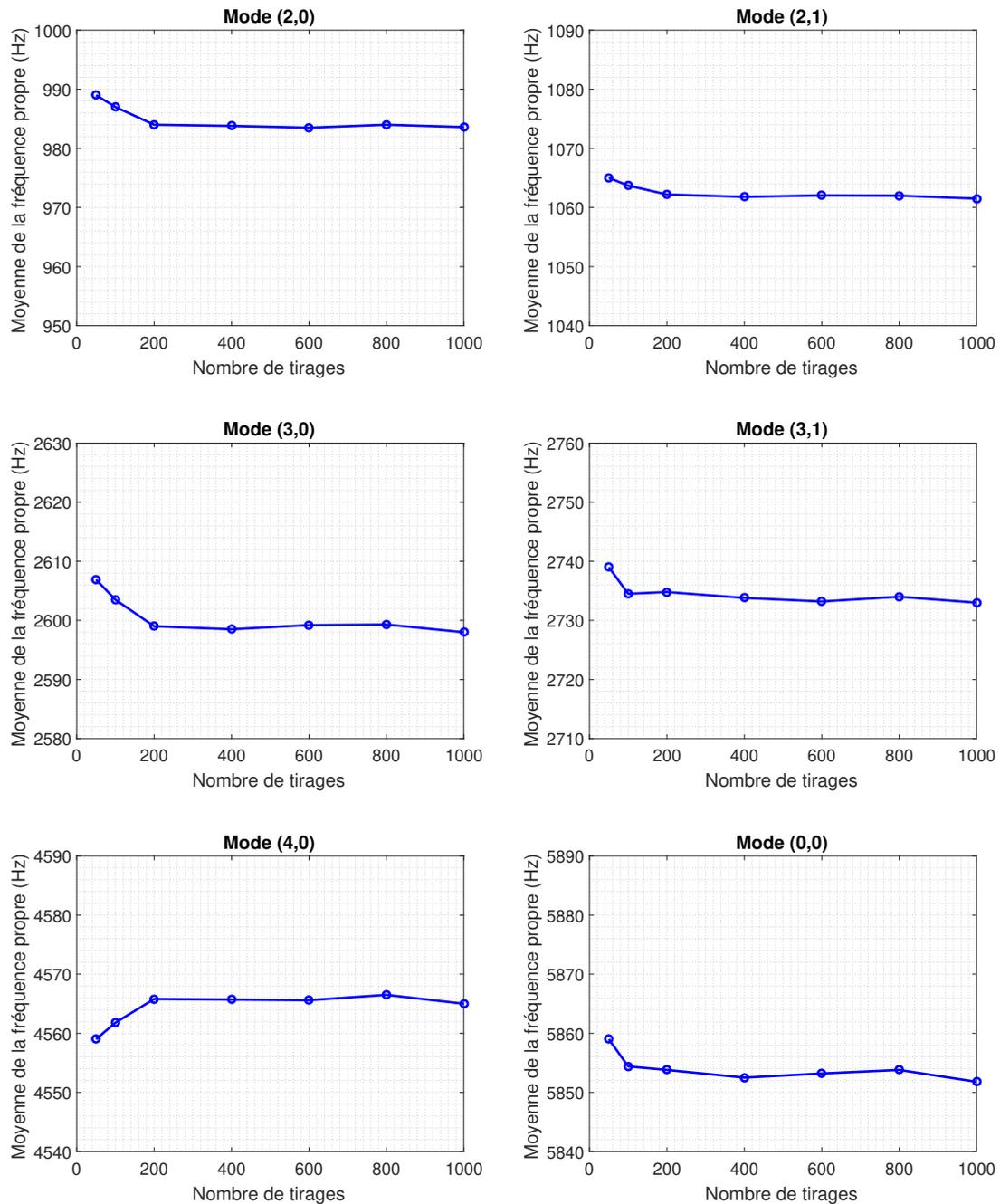


FIGURE 3.7 – Valeurs moyennes des six premières fréquences propres en fonction du nombre de tirages aléatoires pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho, \nu_{LT}) = 10\%$

Pour cela, une simulation de Monte Carlo, avec un nombre de tirages aléatoires $n_t = 1000$, est réalisée sur le modèle 3D monobloc en considérant toutes les propriétés matériau (E_{Tx} , E_{Ty} , E_L , ρ , et ν_{LT}) incertaines et suivant une loi de distribution Gaussienne tronquée avec un niveau de variabilité $\text{CoV} = 10\%$ sur la variable aléatoire. Les quantités statistiques obtenues pour cette simulation à 1000 tirages sont prises ici comme référence afin d'identifier un nombre de tirages optimal.

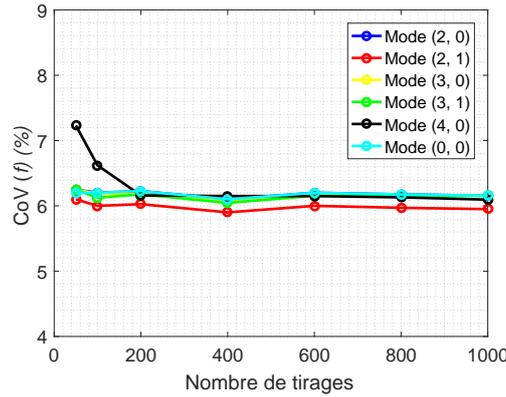


FIGURE 3.8 – Coefficient de variation des six premières fréquences propres en fonction du nombre de tirages aléatoires pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho, \nu_{LT}) = 10\%$

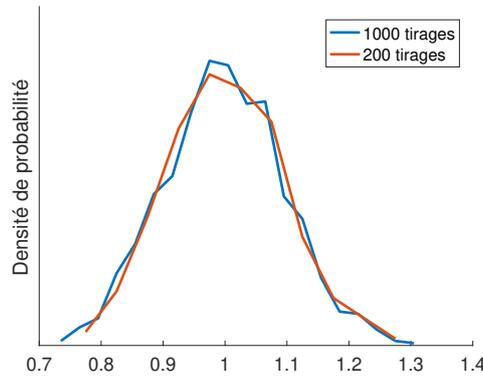


FIGURE 3.9 – Lois de distribution Gaussienne tronquées par un nombre de tirages aléatoires $n_t = 200$ et $n_t = 1000$

En fonction du nombre de tirages aléatoires, les valeurs moyennes et les coefficients de variation (%) des six premières fréquences propres (Hz) sont présentées respectivement sur les figures 3.7 et 3.8. L'observation de ces courbes montre qu'à partir de 200 tirages, les quantités statistiques sont bien estimées. La distribution de la variable aléatoire et les distributions des deux premières fréquences propres, respectivement pour les modes (2,0) et (2,1), sont présentées respectivement sur les figures 3.9 et 3.10 pour 200 et 1000 tirages aléatoires. Les distributions sont assez proches pour ces deux nombres de tirages. Il est donc décidé ici de choisir le nombre de tirages $n_t=200$ dans les différentes études de variabilité suivantes afin d'estimer la variabilité de la réponse vibratoire du stator.

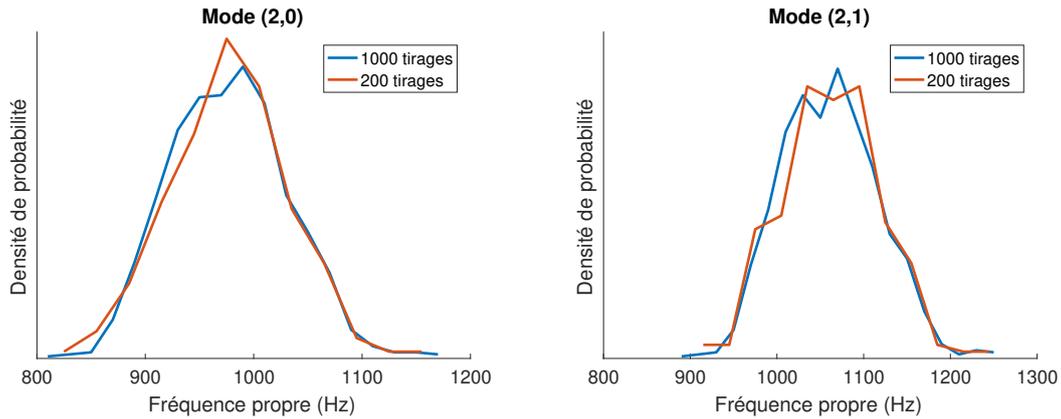


FIGURE 3.10 – Distributions des deux premières fréquences propres avec $n_t = 200$ et $n_t = 1000$ pour les modes propres (2,0) et (2,1) - $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho, \text{ and } \nu_{LT}) = 10\%$

3.4 Variabilité des fréquences propres et des modes propres

La propagation des incertitudes à travers les modèles numériques est ici réalisée par une simulation de Monte Carlo avec 200 tirages aléatoires afin d'étudier la variabilité des fréquences propres et des modes propres. Ce nombre de tirages a été vérifié comme étant suffisant pour estimer correctement la moyenne et l'écart type des fréquences propres. Les niveaux de variabilité d'entrée des paramètres du modèle numérique sont choisis arbitrairement. Trois coefficients de variation pour les paramètres incertains sont ici considérés, $\text{CoV} = \{5\%, 10\%, 15\% \}$, correspondant respectivement à des niveaux de variabilité faible, modéré et élevé. Tout d'abord, l'influence des choix de modélisation monobloc et à 5 blocs du stator sur la variabilité des fréquences propres est discutée. Puis, la variabilité des fréquences propres et des modes propres est analysée pour le modèle 3D à 5 blocs du stator.

3.4.1 Influence des modélisations monobloc et à 5 blocs sur la variabilité des fréquences propres

Les fréquences propres nominales des modèles 3D monobloc et à 5 blocs du stator ont été comparées précédemment aux fréquences propres expérimentales dans la section 3.2.3 (tableau 3.3). Nous cherchons maintenant à évaluer la représentativité des modèles stochastiques 3D monobloc et à 5 blocs. La variabilité de la fréquence propre associée au mode (2,0) est ainsi analysée en considérant les paramètres incertains suivants : les 2 modules de Young dans les deux directions transversales, le module de Young dans la direction axiale, le

coefficient de Poisson et la masse volumique. Ces paramètres incertains sont modélisés par une variable aléatoire, avec une loi de distribution tronquée (Figure 3.9). Les figures 3.11a et 3.11b montrent une comparaison des coefficients de variation obtenus pour la première fréquence propre associée au mode (2,0) avec deux niveaux de variabilité, $CoV = 5\%$ et $CoV = 10\%$. Globalement, pour tous les cas de paramètres incertains, les simulations de Monte Carlo sur les deux modèles stochastiques conduisent à des niveaux de variabilité comparables pour la première fréquence propre étudiée. Ceci a également été observé pour les 5 fréquences propres suivantes. Pour la plage de fréquences d'intérêt, les résultats statistiques des modèles stochastiques 3D monobloc et 5 blocs sont similaires et ces deux modèles semblent donc satisfaisants pour étudier la propagation des incertitudes liées aux propriétés matériau du stator. Toutefois, la corrélation essai/calcul en configuration nominale a montré que la modélisation 3D à 5 blocs permettait de réduire les écarts avec les résultats expérimentaux. Cette modélisation prenant en compte l'orientation des 5 paquets de tôles est donc retenue pour les études de variabilité suivantes.

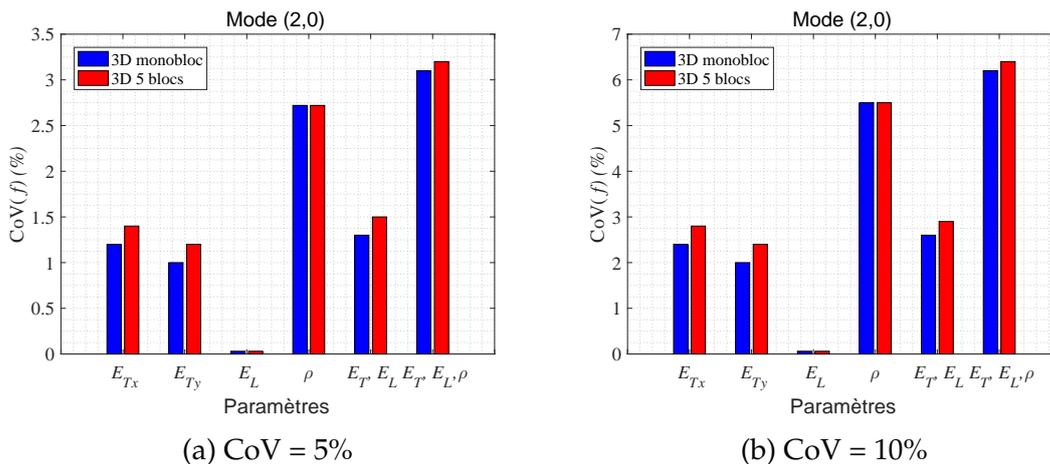


FIGURE 3.11 – Coefficient de variation (%) de la première fréquence propre associée au mode (2,0) pour $CoV = 5\%$ (a) et $CoV = 10\%$ (b) sur les paramètres incertains de type matériau pour les modèles 3D monobloc et à 5 blocs

3.4.2 Analyse de la variabilité des fréquences propres

La propagation des incertitudes est ici effectuée à travers le modèle 3D à 5 blocs du stator pour analyser la variabilité des fréquences propres pour différents cas de propriétés matériau incertaines. Chaque paramètre incertain est pris en compte individuellement, puis les paramètres sont combinés pour étudier leur interaction. Ces différents cas sont décrits dans le tableau 3.4. Le vecteur aléatoire de dimension 200 présenté sur la figure 3.9 est choisi pour représenter les paramètres incertains. Cette dimension correspond au nombre de tirages aléatoires optimal choisi dans la section 3.3.3.

TABLE 3.4 – Coefficient de variation (%) des six premières fréquences propres obtenus pour le modèle 3D à 5 blocs par la méthode MCS pour différents cas de paramètres incertains et pour 3 niveaux de variabilité sur ces paramètres matériau

Paramètres incertains	Nombre de paramètres incertains	Coefficient de variation (%)						
		Entrée	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
E_{Tx}	5	5	1.4	1.2	1.4	1.4	1.4	1.3
	5	10	2.8	2.4	2.8	2.8	2.8	2.6
	5	15	4.2	3.7	4.2	4.1	4.2	4.0
E_{Ty}	5	5	1.2	0.9	1.2	0.9	1.2	1.2
	5	10	2.4	1.8	2.4	1.8	2.4	2.5
	5	15	3.6	2.7	3.6	2.8	3.6	3.7
E_L	1	5	0.03	0.5	0.03	0.3	0.03	0.03
	1	10	0.03	1	0.03	0.6	0.03	0.1
	1	15	0.06	1.5	0.06	1.0	0.06	0.13
ρ	1	5	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7	2.7
	1	10	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5
	1	15	8.2	8.2	8.2	8.2	8.2	8.2
ν_{LT}	1	15	0.3	0.2	0.3	0.2	0.3	0.3
	1	10	0.9	0.6	0.9	0.6	0.9	1
	1	15	1.2	0.9	1.2	0.9	1.2	1.4
E_{Tx}, E_{Ty}, E_L	11	5	1.5	1.4	1.5	1.4	1.5	1.5
	11	10	2.9	2.8	2.9	2.8	2.9	2.9
	11	15	4.3	4.2	4.3	4.2	4.3	4.3
$E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho$	12	5	3.2	3.1	3.2	3.2	3.2	3.2
	12	10	6.4	6.3	6.4	6.4	6.4	6.4
	12	15	9.8	9.5	9.8	9.8	9.8	9.8

Au cours des simulations de Monte Carlo (MCS), le calcul des fréquences propres perturbées est suivi à l'aide de l'indicateur MAC [199] appliqué sur les modes propres calculés afin de suivre le croisement éventuel des fréquences propres et d'évaluer correctement les quantités statistiques. Les niveaux de variabilité obtenus, représentés par le coefficient de variation des fréquences propres $CoV(f)$, sont illustrés dans le Tableau 3.4 pour les niveaux de variabilité d'entrée $CoV(\text{Paramètres}) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$. Plusieurs observations sur le mécanisme de propagation des incertitudes à travers le modèle 3D à 5 blocs du stator sont à noter pour les six premières fréquences propres :

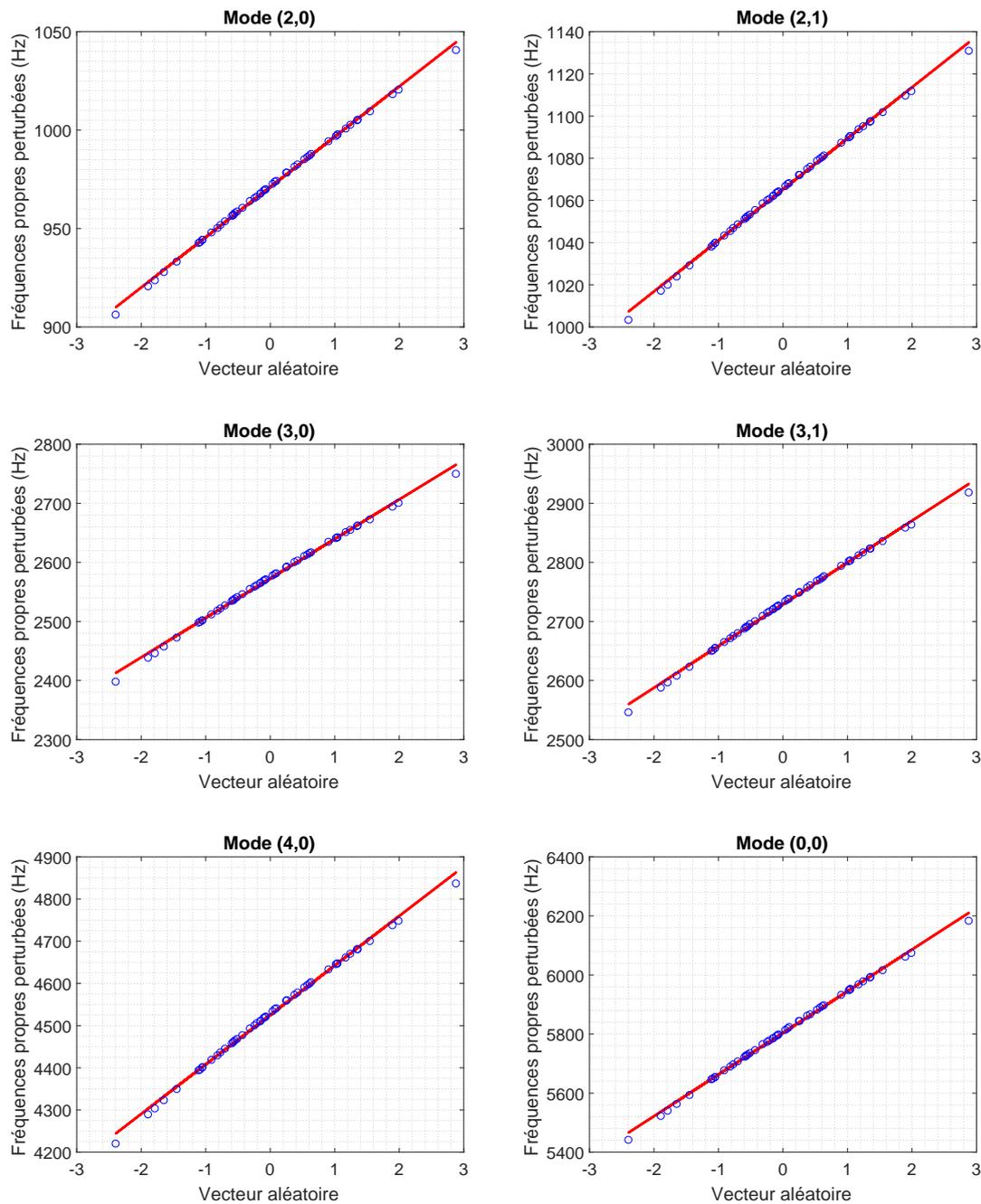


FIGURE 3.12 – Six premières fréquences perturbées en fonction du vecteur aléatoire pour $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho) = 10\%$

- Le niveau de variabilité en sortie est toujours inférieur à celui imposé en entrée sur le ou les paramètre(s) incertain(s),
- Parmi les paramètres étudiés individuellement, la masse volumique ρ , ainsi que les modules d'élasticité E_{Tx} et E_{Ty} , ont un impact sur la variabilité des fréquences propres du stator. La masse volumique mène au niveau de variabilité de sortie le plus élevé,
- Les effets du coefficient de Poisson ν et du module d'élasticité E_L dans la direction axiale du stator sont considérés comme non significatifs et ne seront pas conservés par la suite en tant que paramètre incertain,

- Lorsque tous les paramètres incertains sont étudiés de manière combinée, le niveau de variabilité le plus important est obtenu. Toutefois, les niveaux de variabilité obtenus pour chaque cas avec un paramètre individuel ne s'additionnent pas. Du point de vue du mécanisme de propagation des incertitudes, l'augmentation du nombre de variables aléatoires conduit ici à un phénomène de compensation [221]. Ce phénomène met l'accent sur la présence d'interactions entre les différents paramètres,
- Une relation quasi-linéaire est également constatée entre les coefficients de variation en entrée et en sortie.

En effet, ce dernier point est illustré avec la figure 3.12 pour le cas $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho) = 10\%$. Une relation quasi-linéaire est observée entre le vecteur des variables aléatoires modélisant les paramètres incertains et les 6 premières fréquences propres perturbées. Cette linéarité, également observée pour tous les cas de paramètres étudiés, sera exploitée dans la section 3.6 pour l'identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains.

3.4.3 Analyse de la variabilité des modes propres

Nous nous intéressons ici à l'analyse de la variabilité des modes propres. Les modes propres nominaux (Figure 3.4) et perturbés du modèle 3D à 5 blocs du stator sont comparés à l'aide de l'indicateur MAC [199] avec l'expression de l'équation 2.6. Pour les 6 premiers modes propres, la valeur de MAC est calculée entre le $i^{\text{ième}}$ vecteur propre nominal (indice 0) et le $j^{\text{ième}}$ vecteur propre perturbé (indice θ) de chaque tirage aléatoire. Pour 3 niveaux de variabilité différents en entrée et pour tirages aléatoires, les moyennes des valeurs de MAC entre le vecteur propre nominal et chaque vecteur propre perturbé sont calculées et sont reportées sur la Figure 3.13 pour les 6 premiers modes propres. Les valeurs obtenues sont toujours supérieures à 0.9, ce qui indique une très bonne correspondance entre le mode nominal et le mode perturbé pour chaque fréquence. Pour les 6 premiers modes propres du stator étudié, la stabilité modale est donc observée. Dans le cadre des travaux de Druésne et al. [110] sur la modélisation stochastique par éléments finis du comportement vibratoire d'un stator, l'hypothèse mécanique de stabilité modale a également été observée.

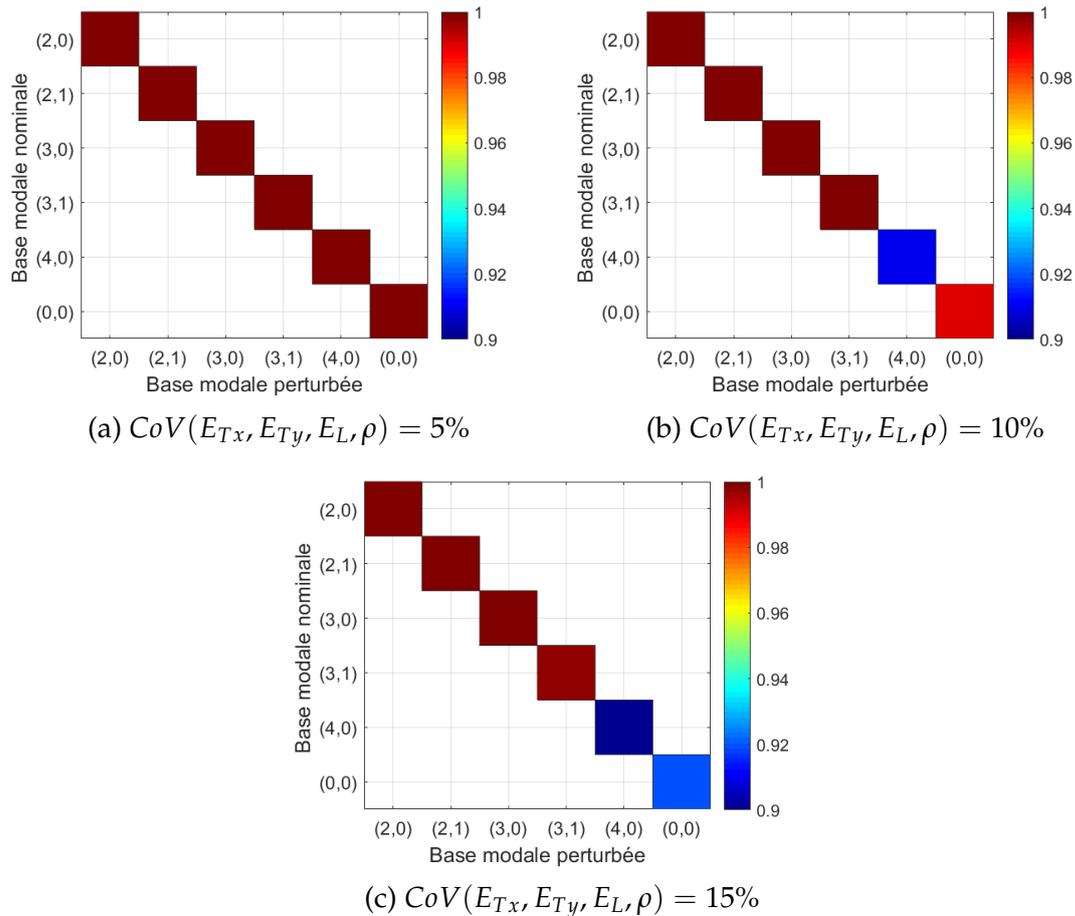


FIGURE 3.13 – Valeurs de MAC moyennes entre les modes nominal et perturbé pour 3 niveaux de variabilité d’entrée $CoV(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L, \rho) = \{5\%, 10\%, 15\% \}$

3.5 Variabilité des réponses en fréquence

Dans le cadre de l’étude de la variabilité du comportement vibratoire du stator électrique, la grandeur d’intérêt est maintenant la fonction de réponse en fréquence (FRF). Comme pour l’analyse modale non déterministe, les propriétés matériau sont considérées incertaines. La base modale utilisée pour le calcul de la réponse en fréquence est tout d’abord discutée. Puis, des simulations de Monte Carlo sont effectuées pour calculer les réponses vibratoires perturbées. Sur cet échantillon numérique obtenu, la variabilité de la réponse est évaluée pour le modèle 3D à 5 blocs du stator Nidec Leroy-Somer.

3.5.1 Base modale

Le nombre de modes propres d’un modèle d’éléments finis est théoriquement égal au nombre de degrés de liberté de ce modèle. La taille de la base modale pour réaliser le calcul de la fonction de réponse en fréquence dépend de l’approche retenue, généralement deux approches sont possibles.

Avec le code éléments finis Ansys [218], la résolution peut être directe avec le solveur "Direct Harmonic", la méthode est alors exacte mais elle est très coûteuse car elle utilise tous les modes de la base. Fréquemment, une technique de superposition modale, avec le solveur "MSUP", est utilisée avec une base modale tronquée (section 3.1.2) pour la gamme de fréquences d'intérêt. Cette approche entraîne ainsi une erreur dite de troncature. Pour limiter cette erreur de troncature, des techniques de correction statique [222] ou dynamique sont utilisées. Dans l'industrie, un choix pragmatique utilisé consiste à choisir une taille de base modale correspondant à 2 ou 3 fois la fréquence propre maximale de la plage d'intérêt. Dans le cadre du calcul de la réponse en fréquence du modèle 3D à 5 blocs homogènes, ce choix pragmatique est retenu. Dans la plage de fréquences d'intérêt, entre 0 et 6000 Hz, la base modale est composée de 11 modes propres, l'analyse éléments finis effectuée sur cette taille de base modale correspond alors à une troncature à $f_{max}= 6000$ Hz. Pour une troncature à 2 fois cette fréquence propre, soit $2f_{max}$, la base modale comporte 53 modes propres. Pour les deux troncatures à f_{max} et $2f_{max}$, la technique de superposition modale et la résolution directe sont utilisés pour le calcul des FRFs, pour une force d'excitation radiale unitaire sur une dent et une observation de la réponse sur un point de la circonférence extérieure du stator (Figure 3.14). L'amortissement modal est pris en compte dans le système comme présenté dans la section 3.1.2. Pour les structures en acier, le coefficient d'amortissement est classiquement de l'ordre de 2%, un amortissement modal est ainsi ajouté pour chaque mode propre.

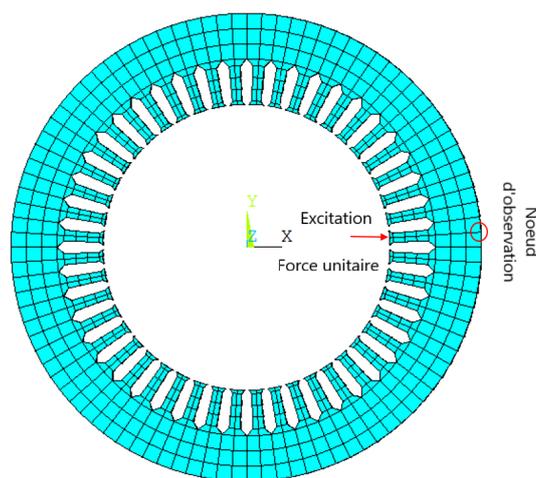


FIGURE 3.14 – Représentation du maillage du stator dans le plan xy pour une force unitaire radiale d'excitation sur le nœud d'une dent et pour une observation de la réponse sur un nœud du diamètre extérieur

Le tracé des 3 courbes FRF obtenues est présenté sur la Figure 3.15. Au

voisinage des pics de résonance, la comparaison des courbes FRFs montre une bonne correspondance entre les réponses calculées avec une base modale tronquée et la réponse calculée avec une base complète par la méthode directe. La troncature de la base modale à $2f_{max}$ mène toutefois à une réponse plus proche de la réponse directe en terme d'amplitude aux pics. Cette troncature est donc retenue pour le calcul des FRFs nominales et l'évaluation de la variabilité de ces réponses.

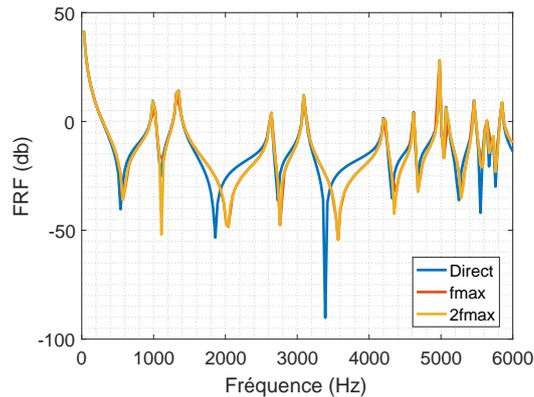


FIGURE 3.15 – Courbes FRF nominales calculées pour une base modale tronquée à f_{max} et à $2f_{max}$, ainsi que pour la base modale complète

3.5.2 Analyse de la variabilité des réponses en fréquence

Dans ce paragraphe, les incertitudes sont propagées à travers le modèle stochastique 3D à 5 blocs homogènes du stator électrique pour évaluer la variabilité de la réponse en fréquence. Les propriétés matériau choisies comme paramètres incertains sont : les modules de Young E_{Tx} , E_{Ty} et E_L , ainsi que la masse volumique ρ . Ces paramètres sont modélisés par une variable aléatoire suivant une loi Gaussienne tronquée et sont associés, d'une manière arbitraire, à un niveau de variabilité élevé $CoV = 10\%$. Les simulations de Monte Carlo sont effectuées pour 200 tirages aléatoires, les FRFs perturbées sont obtenues par superposition modale, avec une base modale tronquée à $2f_{max}$ (voir équation 3.7).

La variabilité des réponses en fréquence est évaluée entre 0 Hz et 6000 Hz avec la configuration présentée en figure 3.14. La méthode de Monte-Carlo permet d'estimer les quantités statistiques de variabilité : la moyenne des FRFs et les intervalles de confiance à 95% sont ainsi présentés sur la figure 3.16. Un intervalle de confiance à 95% permet d'avoir confiance en 190 tirages aléatoires sur 200, soit encore une marge d'erreur de 5%.

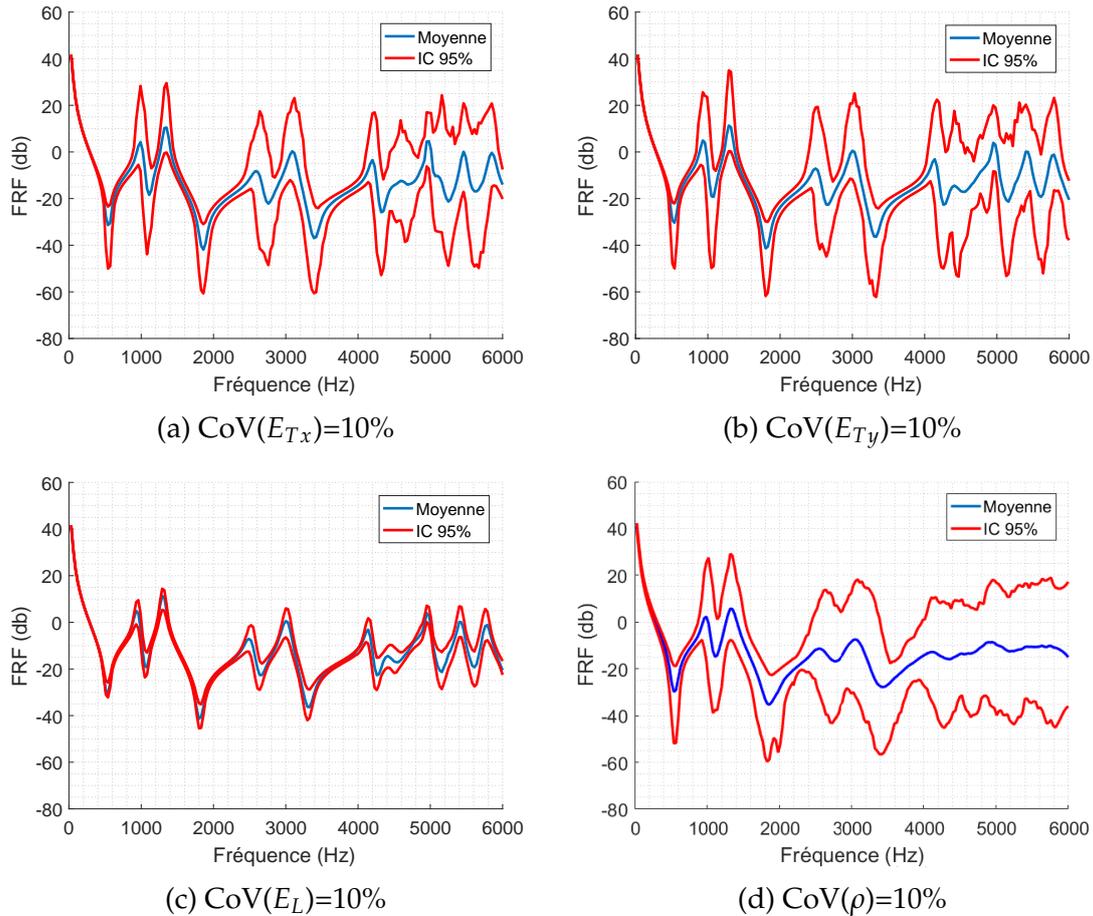


FIGURE 3.16 – Moyenne des FRF et intervalles de confiance à 95% pour un niveau de variabilité $CoV=10\%$ pour chacun des paramètres matériau E_{Tx} , E_{Ty} , E_L et ρ pris individuellement

Pour les différents cas de paramètres incertains étudiés à une unique variable aléatoire, les courbes FRF montrent que la variabilité de la réponse en fréquence augmente globalement à mesure que la fréquence augmente. Au voisinage des pics, l'intervalle de confiance est plus large, la variabilité est élevée. Lorsque le module de Young transverse E_{Tx} dans la direction x est considéré comme seul paramètre incertain, la variabilité de la réponse en fréquence (figure 3.16a) peut atteindre 40 dB à une fréquence d'environ 5800 Hz correspondant au mode de respiration (0,0). Un constat similaire (figure 3.16b) est fait pour le module de Young transversal E_{Ty} dans la direction y considéré comme seul paramètre incertain. La réponse vibratoire est très sensible à la variabilité des modules de Young transversal dans les deux directions radiales et orthogonales du stator. Le figure 3.16c représente les courbes de réponse en fréquence lorsque le module de Young E_L dans la direction axiale du stator est considéré comme un seul paramètre incertain. Dans la gamme de fréquences d'intérêt, les niveaux de variabilité obtenus sont faibles, la réponse en fréquence est donc peu sensible au paramètre matériau E_L dans le sens de l'empilement. Dans le cas toujours d'une

unique variable aléatoire, la variabilité la plus élevée est obtenue lorsque la masse volumique est considérée comme le seul paramètre incertain (figure 3.16d). La variabilité de la réponse en fréquence atteint alors jusqu'à 60 dB pour le mode de respiration (0,0).

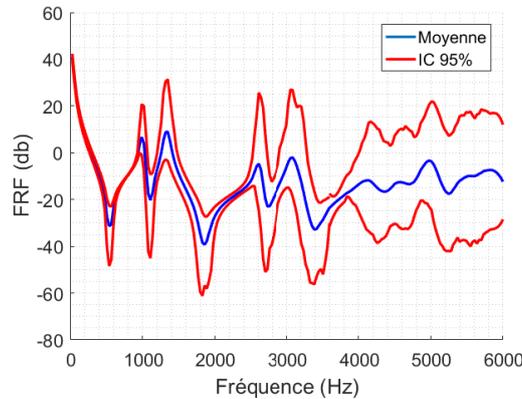


FIGURE 3.17 – Moyenne des FRF et intervalles de confiance à 95% pour un $\text{CoV}(E_{Tx}, E_{Ty}, E_L \text{ et } \rho) = 10\%$

La figure 3.17 illustre la réponse en fréquence lorsque toutes les propriétés matériau (E_{Tx} , E_{Ty} , E_L et ρ) sont considérées comme paramètres incertains. Les niveaux de variabilité obtenus pour chaque cas avec un paramètre individuel ne s'additionnent pas. L'augmentation du nombre de variables aléatoires conduit ici à un phénomène de compensation.

Dans le cadre de l'analyse modale non déterministe, ce phénomène avait également été relevé pour l'étude de la variabilité des fréquences propres (section 3.4).

3.6 Identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains

Les études de variabilité menées sur les fréquences propres et sur les FRF, respectivement dans les sections 3.4 et 3.5, ont permis de mettre en évidence les paramètres matériau influents pour le modèle 3D stochastique à 5 blocs homogènes du stator de l'industriel Nidec Leroy-Somer. Les niveaux de variabilité des paramètres d'entrée du modèle avaient été choisis arbitrairement $\text{CoV}=\{5\%, 10\%, 15\%\}$, afin d'étudier le mécanisme de propagation des incertitudes et d'analyser la variabilité de la réponse vibratoire. Auparavant, dans le chapitre 2, la variabilité expérimentale des fréquences propres a été quantifiée sur les 10 stators fournis par l'industriel. Pour les 4 premiers modes, si on compare directement sur la figure 3.18 les coefficients de variation expérimentaux et les coefficients de variation numériques des fréquences

propres avec $CoV=5\%$ sur tous les paramètres incertains du modèle numérique, on observe que les niveaux de variabilité d'entrée arbitrairement choisis surestiment fortement la variabilité de sortie. Cette comparaison n'est bien sûr pas fine, il s'agit maintenant d'identifier les niveaux de variabilité de chaque paramètre incertain du modèle numérique, afin de corrélérer les quantités statistiques expérimentales et numériques.

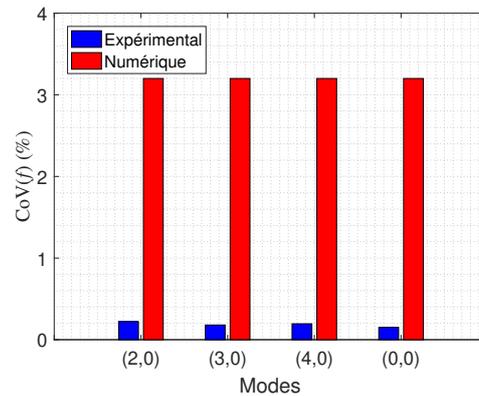


FIGURE 3.18 – Coefficients de variation expérimentaux et numériques des 4 premières fréquences propres, respectivement pour un échantillon expérimental de 10 stators et un échantillon numérique de 200 tirages aléatoires avec $CoV(E_{Tx}, E_{Ty}, \rho) = 5\%$

Une méthodologie simple pour identifier le niveau de variabilité d'un paramètre matériau, comme le module de Young, consiste à réaliser un essai mécanique de traction ou compression sur un échantillon d'un nombre suffisant d'éprouvettes théoriquement identiques [223]. Quelques dizaines d'éprouvettes peuvent être nécessaires pour estimer la variabilité du paramètre matériau. Cependant, pour des structures ou assemblages complexes, il est parfois difficile de définir une éprouvette représentative. Par exemple, pour une structure multicouche, un essai mécanique de traction ou compression dans la direction d'empilement peut être complexe pour la caractérisation du module de Young dans cette direction. De plus, certains essais expérimentaux sont destructifs.

Des travaux de recherche ont ainsi investigué l'identification des niveaux de variabilité de paramètres matériau à l'aide d'essais non destructifs. Sepahvand et al. [224] ont proposé un problème stochastique inverse pour identifier les quantités statistiques des paramètres matériau incertains, module de Young et module de cisaillement, pour une plaque stratifiée composite orthotrope. L'approche proposée est basée sur la méthode du chaos polynomial généralisé sans échantillonnage. Elle est développée pour identifier des propriétés élastiques incertaines à partir de données modales expérimentales de 100 plaques composites théoriquement identiques. En sachant que les champs aléatoires permettent de modéliser la variabilité dans l'espace, des travaux se

sont appuyés sur ce type de modélisation pour représenter les paramètres incertains. Debruyne et al. [225] ont estimé les champs aléatoires de paramètres matériaux (module de Young et module de cisaillement) d'une poutre sandwich thermoplastique en nid d'abeille constituée de tubes cylindriques en polypropylène et d'une peau constituée d'un tissage sergé symétrique en fibre de verre avec une matrice en polypropylène. En utilisant les résultats de l'analyse modale expérimentale sur 22 éprouvettes et un modèle d'éléments finis, les champs aléatoires des deux paramètres indépendants, sont estimés à l'aide d'un développement en série de Karhunen – Loève de la matrice de covariance conduisant à l'évaluation des niveaux de variabilité des paramètres. Dans un autre travail, Mehrez et al. [226, 227] ont construit les champs spatiaux du module de Young d'une poutre cantilever faite de tissu à armure sergé en fibre de verre et polypropylène. Les résultats de l'analyse modale sur 21 éprouvettes sont introduits dans un ensemble de problèmes inverses déterministes afin de reconstruire une base de données des champs spatiaux du module de Young. La base de données est ensuite utilisée pour construire un modèle stochastique avec des propriétés incertaines du matériau.

Une méthodologie d'identification va maintenant être proposée pour déterminer les niveaux de variabilité des paramètres incertains d'un modèle stochastique à l'aide d'essais expérimentaux de vibration. Cette méthodologie est ensuite appliquée au modèle stochastique 3D à 5 blocs du stator, puis la validation sera discutée avec les résultats expérimentaux sur les stators industriels.

3.6.1 Méthodologie

Une méthodologie à étapes est ici proposée pour identifier le niveau de variabilité de chaque paramètre incertain d'un modèle stochastique. Elle est basée sur la modélisation stochastique et les résultats de la simulation MCS d'une part, et sur la quantification de la variabilité expérimentale résultant de mesures vibratoires sur structures d'autre part. La méthodologie fait l'hypothèse de linéarité entre la variabilité des paramètres d'entrée et la variabilité des quantités d'intérêt de sortie. Cette hypothèse a en effet été observée par plusieurs travaux de recherche et pour différentes applications, un stator électrique [110], des plaques composites stratifiées [228], une plaque composite vrillée [229], un système de transmission par engrenage d'éolienne [230] ou encore pour des plaques circulaires viscoélastiques [231]. Dans ce manuscrit de thèse, il a été également observé, lors de l'analyse de la variabilité des fréquences propres (tableau 3.4 et figure 3.12), que les simulations de Monte Carlo conduisaient à des coefficients de variation proportionnels à ceux imposés aux paramètres incertains du modèle.

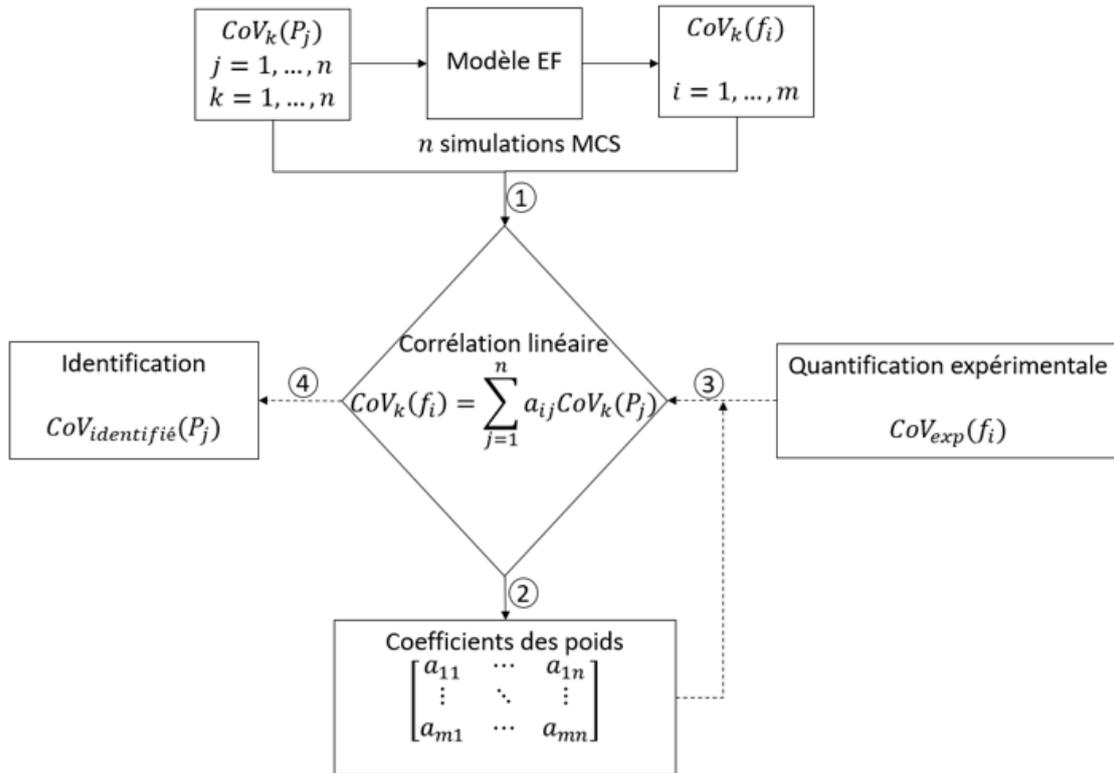


FIGURE 3.19 – Méthodologie pour l’identification du niveau de variabilité de chaque paramètre incertain P_j

Pour un modèle stochastique à n paramètres incertains, une corrélation linéaire est définie entre chaque coefficient de variation $CoV_k(P_j)$ pour chaque paramètre d’entrée P_j avec $j=1, n$ et $k=1, n$ et le coefficient de variation $CoV_k(f_i)$ calculé pour chaque fréquence propre f_i avec $i=1, m$. Cette corrélation s’exprime par l’expression suivante pour chaque mode i :

$$CoV(f_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} CoV(P_j) \quad (3.12)$$

Le coefficient a_{ij} représente le poids du paramètre incertain P_j pour le niveau de variabilité de la fréquence propre f_i du mode i . Il a été en effet remarqué (section 3.4.2) que lorsque plusieurs paramètres sont considérés comme incertains en même temps, cela conduit à des phénomènes de compensation, représentant ainsi une interaction entre les paramètres. Pour un modèle stochastique à n paramètres incertains, l’équation 3.12 correspond alors à un système à n équations pour la fréquence propre f_i .

La méthodologie d’identification est présentée sur la figure 3.19. La première étape de la méthodologie consiste à réaliser n simulations numériques correspondant aux n paramètres incertains, pour lesquels différents coefficients de variation $CoV_k(P_j)$ sont choisis arbitrairement (action 1 sur la figure 3.19).

Chaque simulation k permet de calculer le coefficient de variation $CoV_k(f_i)$ du paramètre P_j pour chaque fréquence propre f_i . Pour n paramètres incertains, la corrélation linéaire (équation 3.12) s'exprime alors par n systèmes à m équations correspondant à m fréquences propres. Chaque système nécessite une simulation MCS et est illustré par les équations 3.13, 3.14 et 3.15 pour les systèmes 1, k et n respectivement :

Simulation MCS 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} CoV_1(f_1) = a_{11}CoV_1(P_1) + \dots + a_{1j}CoV_1(P_j) + \dots + a_{1n}CoV_1(P_n) \\ \vdots \\ CoV_1(f_i) = a_{i1}CoV_1(P_1) + \dots + a_{ij}CoV_1(P_j) + \dots + a_{in}CoV_1(P_n) \\ \vdots \\ CoV_1(f_m) = a_{m1}CoV_1(P_1) + \dots + a_{mj}CoV_1(P_j) + \dots + a_{mn}CoV_1(P_n) \end{array} \right\} \quad (3.13)$$

Simulation MCS k :

$$\left\{ \begin{array}{l} CoV_k(f_1) = a_{11}CoV_k(P_1) + \dots + a_{1j}CoV_k(P_j) + \dots + a_{1n}CoV_k(P_n) \\ \vdots \\ CoV_k(f_i) = a_{i1}CoV_k(P_1) + \dots + a_{ij}CoV_k(P_j) + \dots + a_{in}CoV_k(P_n) \\ \vdots \\ CoV_k(f_m) = a_{m1}CoV_k(P_1) + \dots + a_{mj}CoV_k(P_j) + \dots + a_{mn}CoV_k(P_n) \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

Simulation MCS n :

$$\left\{ \begin{array}{l} CoV_n(f_1) = a_{11}CoV_n(P_1) + \dots + a_{1j}CoV_n(P_j) + \dots + a_{1n}CoV_n(P_n) \\ \vdots \\ CoV_n(f_i) = a_{i1}CoV_n(P_1) + \dots + a_{ij}CoV_n(P_j) + \dots + a_{in}CoV_n(P_n) \\ \vdots \\ CoV_n(f_m) = a_{m1}CoV_n(P_1) + \dots + a_{mj}CoV_n(P_j) + \dots + a_{mn}CoV_n(P_n) \end{array} \right\} \quad (3.15)$$

La seconde étape de la méthodologie (action 2 sur la figure 3.19) résout les systèmes k pour déterminer les $n \times m$ inconnues. Pour les paramètres incertains P_j et les fréquences propres f_i , la matrice A des poids a_{ij} est donc la suivante :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \\ a_{i1} & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \ddots & & \\ a_{m1} & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La troisième et dernière étape de la méthodologie (actions 3 et 4 sur la figure 1.19) consiste à identifier le niveau de variabilité $CoV_{identifiée}(P_j)$ pour chaque paramètre P_j . Pour cela, les résultats expérimentaux quantifiant la variabilité des fréquences propres (section 2.3.2) sont injectés dans les systèmes k , en considérant chaque coefficient de variation expérimental $CoV_{exp}(f_i)$ déterminé expérimentalement correspondant à la fréquence propre f_i . Les coefficients a_{ij} calculés à la seconde étape sont également pris en compte dans les systèmes k afin de viser l'identification du niveau de variabilité de chaque paramètre P_j du modèle stochastique.

3.6.2 Application au modèle de stator

Le stator électrique Nidec Leroy-Somer a fait l'objet d'une modélisation 3D stochastique (section 3.3) qui a permis de montrer l'influence des paramètres incertains matériau sur la variabilité des fréquences propres (section 3.4) et des FRF (section 3.5). La méthodologie, présentée dans la section précédente, est ici appliquée sur le modèle 3D à 5 blocs homogènes pour identifier le niveau de variabilité de chaque paramètre incertain, soient les modules de Young E_{Tx} et E_{Ty} dans les directions transversales x et y respectivement, ainsi que la masse volumique ρ . Dans la section 2.3.4, le niveau de variabilité de la masse volumique a été quantifié à l'aide de mesures de masse et de volume sur 10 stators. Cela limite le nombre d'inconnues à seulement 2, soient les modules de Young E_{Tx} et E_{Ty} . Toutefois, il est nécessaire de calculer le coefficient de corrélation a_{ij} entre la masse volumique et la fréquence propre i car les 3 paramètres matériau sont incertains d'une manière combinée.

TABLE 3.5 – Coefficients de variation d'entrée (%) choisis arbitrairement pour les 3 paramètres incertains matériau dans les 3 simulations MCS

Paramètres	$CoV_{num}(\%)$		
	E_{Tx}	E_{Ty}	ρ
Simulation 1	5	10	15
Simulation 2	10	15	5
Simulation 3	15	5	10

La première étape de la méthodologie d'identification réalise 3 simulations numériques MCS de type analyse modale sur le modèle stochastique 3D à 5 blocs homogènes avec des coefficients de variation d'entrée choisis arbitrairement (Table 3.5) pour les paramètres incertains matériau modélisés par une variables aléatoires. L'étape suivante utilise la corrélation linéaire (équation 3.12) entre les entrées et les sorties de ces simulations MCS. Les entrées sont les coefficients de variation $CoV(E_{Tx})$, $CoV(E_{Ty})$ et $CoV(\rho)$. Les sorties sont les coefficients de variation calculés $CoV(f_i)$ pour chaque mode i . On obtient un système de 3 équations à résoudre pour chaque mode i . Pour $i=1, 4$, soient les 4 premiers modes radiaux purs (2,0), (3,0), (4,0) et (0,0), la seconde étape mène ainsi à la matrice A de dimension 4×3 des poids a_{ij} comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} 0.48 & 0.018 & 0.14 \\ 0.48 & 0.018 & 0.14 \\ 0.48 & 0.018 & 0.14 \\ 0.45 & 0.02 & 0.15 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Il est remarqué que les 3 premières lignes de la matrice sont identiques, ceci signifie que les 3 paramètres incertains conduisent aux mêmes niveaux de variabilité pour les fréquences propres f_1, f_2 et f_3 , liées respectivement aux modes (2,0), (3,0) et (4,0). Cependant, dans les résultats expérimentaux présentés dans la section 2.3.2, les CoV pour les deuxième et troisième fréquences sont identiques mais différents de la première. Ainsi, leur valeur moyenne est utilisée à l'étape suivante.

La troisième et dernière étape consiste à utiliser les coefficients de variation expérimentaux $CoV_{exp}(f_i)$ (tableau 2.4) pour chaque fréquence propre f_i afin d'identifier les niveaux de variabilité $CoV_{identifiée}(P_j)$ des paramètres incertains P_j . La corrélation linéaire (équation 3.12) entre les coefficients de variation de ces paramètres matériau et les coefficients de variation expérimentaux des fréquences propres $CoV_{exp}(f_i)$ est appliquée en tenant compte de la matrice A des poids. Ainsi, avec les coefficients de variation expérimentaux (valeur moyenne du CoV pour les fréquences 1, 2 et 3, et le CoV de la fréquence 4), les niveaux de variabilité $CoV_{identifiée}(E_{Tx})$ et $CoV_{identifiée}(E_{Ty})$ des paramètres matériau E_{Tx} et E_{Ty} respectivement sont identifiés, ils sont listés dans le tableau 3.6.

Le niveau de variabilité des modules de Young E_{tx} et E_{ty} identifié est très faible. Cette variabilité quantifiée très faible peut être due à la dispersion des propriétés matériau ou géométriques mais peut aussi être attribuée aux incertitudes de mesure. Étant donné que les coefficients de variation sont inférieurs à 1%, il est difficile ici de différencier les sources d'incertitudes.

TABLE 3.6 – Coefficients de variation (%) des paramètres matériau incertains E_{Tx} et E_{Ty} obtenus à l’aide de la méthodologie d’identification

Paramètres	Coefficient de variation (%)
E_{Tx}	0.4
E_{Ty}	0.69

3.6.3 Validation de la méthodologie d’identification pour le modèle 3D du stator

Cette section vise à valider les niveaux de variabilité identifiés pour les paramètres incertains de type matériau. Pour ce faire, les coefficients de variation du module de Young transverse selon x et du module de Young transverse selon y , $CoV_{identifed}(E_{Tx})$ et $CoV_{identifed}(E_{Ty})$ respectivement, obtenus à partir de la méthodologie d’identification (tableau 3.6), en plus de celui lié à la masse volumique $CoV_{exp}(\rho)$ acquis expérimentalement, sont implémentés dans le modèle stochastique 3D à 5 blocs. Les 3 paramètres sont modélisés par une variable aléatoire suivant une loi Gaussienne tronquée. Une simulation de Monte Carlo est menée pour évaluer la variabilité des fréquences propres et des FRF (conditions de la figure 3.14). Les coefficients de variation expérimentaux et numériques des fréquences propres sont comparés sur la figure 3.20, ils montrent une bonne concordance. Les différences relatives entre ces niveaux de variabilité sont présentées et répertoriées dans le tableau 3.7. Pour les 4 modes radiaux purs, les écarts sont compris en 2 et 13%, en sachant que ces écarts sont calculés sur des valeurs très petites. Cette validation du modèle 3D stochastique est satisfaisante pour l’évaluation de la variabilité des fréquences propres, en sachant que les niveaux de variabilité sont faibles.

La comparaison des FRF expérimentales et numériques est présentée sur la figure 3.21 en terme de moyenne et d’intervalle de confiance à 95%. Pour la gamme de fréquences d’intérêt 0 - 6000 Hz, soit pour les 4 premiers modes radiaux purs (2,0), (3,0), (4,0) et (0,0), cette figure met en évidence les 4 pics associés aux 4 premières fréquences propres.

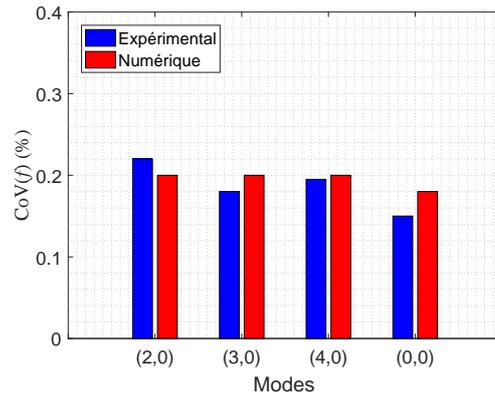


FIGURE 3.20 – Comparaison des coefficients de variation expérimentaux et numériques (%) des fréquences propres suite à l’identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains pour les 4 premiers modes radiaux

TABLE 3.7 – Différences relatives (%) entre les niveaux de variabilité des fréquences propres expérimentales et ceux des fréquences propres numériques pour les 4 premiers modes radiaux

Mode	Différence relative (%)
(2,0)	9
(3,0)	11
(4,0)	2
(0,0)	13

De manière générale, les résultats statistiques du modèle stochastique 3D à 5 blocs sont en bon accord avec la variabilité des FRF quantifiée expérimentalement. Les pics des courbes expérimentales et numériques sont à des fréquences très proches pour les modes (2,0), (3,0) et (0,0). Un décalage plus important est constaté pour le mode (4,0). La Figure 3.22 compare les niveaux de variabilité de l’amplitude des FRF pour les 4 pics. A l’exception du mode (2,0), les coefficients de variation expérimentaux et numériques sont proches, cette comparaison est satisfaisante.

Les niveaux de variabilité, identifiés par la méthode proposée dans la section 3.6, des paramètres incertains matériau mène donc à une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux sur le stator industriel et les simulations de Monte Carlo sur le modèle stochastique 3D à 5 blocs, pour les fréquences propres et les réponses en fréquence. La méthode d’identification est donc ici considérée validée suite à ces comparaisons expérimentales et numériques sur le stator Nidec Leroy-Somer.

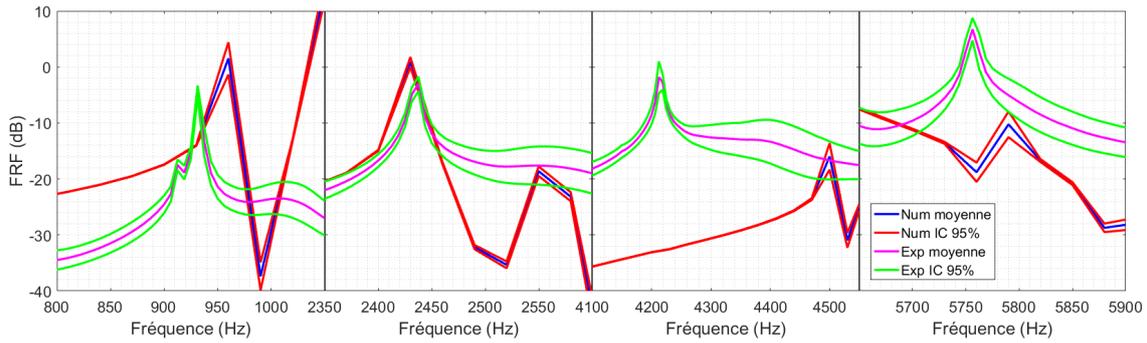


FIGURE 3.21 – Moyennes et intervalles de confiance à 95% des FRF expérimentales et numériques des 4 premiers modes radiaux purs (2,0), (3,0), (4,0) et (0,0)

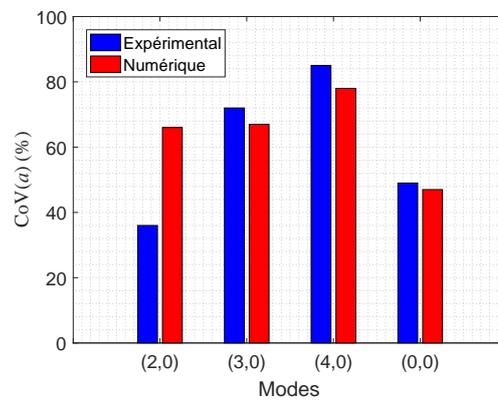


FIGURE 3.22 – Coefficients de variation expérimentaux et numériques (%) des amplitudes des FRF suite à l'identification des niveaux de variabilité des paramètres incertains

3.7 Coût des simulations numériques

La simulation de Monte Carlo est une approche probabiliste robuste mais coûteuse. Dans ce chapitre, un compromis a donc été cherché pour construire un modèle éléments finis représentatif avec un nombre de degrés de liberté raisonnable et également pour définir le nombre de tirages aléatoires MCS. Le coût numérique des études de variabilité des fréquences propres et des FRF, ainsi que de la méthodologie d'identification des niveaux de variabilité des paramètres sont présentés ici.

Le coût de l'algorithme d'une méthode numérique peut être évalué avec le nombre d'opérations à virgule flottante par seconde (FLOPS). Pour l'analyse modale déterministe, le coût est de l'ordre de idb^2 FLOPS [220], avec i le nombre de modes, d le nombre de degrés de liberté et b la demi-largeur de bande de la matrice de rigidité. L'analyse modale du modèle 3D à 5 blocs du stator a été effectué avec le solveur ANSYS et la méthode d'extraction «Subspace» [218]. La figure 3.23 montre le nombre de FLOPS pour un tirage aléatoire MCS appliqué

sur le modèle 3D à 5 blocs en fonction du nombre de noeuds du maillage. On observe que le nombre de FLOPS de l'analyse modale est effectivement représenté par une courbe d'ordre 2. Le coût numérique peut également être quantifié en temps, soit en secondes. Les différentes analyses numériques ont été effectuées sur un ordinateur HP équipé d'un processeur Intel (R) Core (TM) i5-250M @ 2,50 GHz.

Pour les différents maillages précédents, le temps de calcul de l'analyse modale déterministe est indiqué dans le tableau 3.8 en fonction du nombre de noeuds. Pour le maillage considéré optimal du stator, soit 27600 noeuds, le coût numérique d'un tirage MCS est raisonnable.

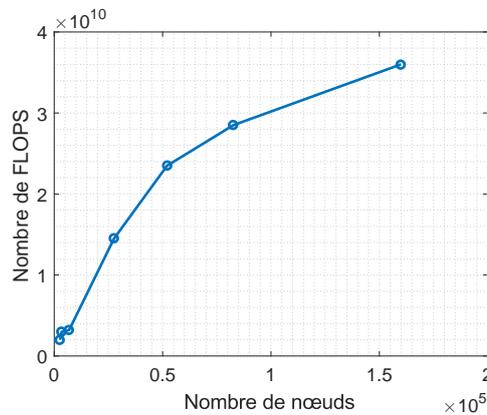


FIGURE 3.23 – Nombre de FLOPS d'une analyse modale déterministe en fonction du nombre de noeuds du maillage

TABLE 3.8 – Temps (secondes) d'une analyse modale déterministe en fonction du nombre de noeuds du maillage

Nombre de noeuds	Temps (secondes)
2688	7
3456	9
6864	10
27600	13
52080	23
82656	34
159936	76

Concernant le coût numérique de la réponse en fréquence (FRF), le temps de calcul est bien sûr supérieur à celui de l'analyse modale. Chaque tirage aléatoire nécessite l'inversion de la matrice de transfert H qui est coûteuse et qui représente la plus grande partie du coût numérique. Pour réaliser cela, le code ANSYS utilise la technique de superposition modale et le solveur "MSUP". Le coût d'un tirage aléatoire pour le maillage à 27600 noeuds est d'environ de 200

secondes.

Dans le cadre des analyses non déterministes réalisées pour la modélisation 3D stochastique du stator et le maillage optimal à 27600 noeuds, ces coûts numériques sont donc à multiplier par le nombre de tirages aléatoires MCS, choisi égal à 200. Le tableau 3.9 répertorie le coût numérique, en secondes, de la simulation MCS pour l'analyse modale et la fonction de réponse en fréquence. L'étude de variabilité des 4 premières fréquences propres mène à un temps de calcul d'environ de 2660 secondes, soit moins d'une heure de calcul. Le coût numérique de l'étude de variabilité des FRFs pour les 4 premiers modes propres est de 40000 secondes, soit moins d'une demi-journée de calcul pour la machine utilisée.

TABLE 3.9 – Temps (secondes) des simulations MCS complètes pour l'analyse modale et pour le calcul de la réponse en fréquence pour le maillage optimal à 27600 noeuds

	Coût (secondes)
Analyse modale	2700
FRF	40000

Enfin la quantification du coût de la méthodologie d'identification dépend du coût numérique précédent de l'analyse modale non déterministe et du nombre n de paramètres incertains à identifier. Cela induit n simulations MCS à n_t tirages aléatoires pour identifier les niveaux de variabilité des n paramètres incertains (figure 3.19). Le coût de la méthodologie d'identification est donc égal à $n_t \times n$. Pour le modèle 3D stochastique du stator électrique, le nombre de paramètres incertains est égal à 3. La méthodologie nécessite donc 3 simulations MCS, avec un total de 600 tirages aléatoires sur le modèle numérique, soit un coût numérique égal à 7980 secondes ou encore un peu plus de 2 heures de calcul pour la machine utilisée.

3.8 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la modélisation par éléments finis 3D d'un stator électrique fourni pour l'industriel Nidec Leroy-Somer. Etant donné la conception et la fabrication de cette structure feuilletée composée de 5 paquets de tôles orientées, des choix de modélisations ont été proposés pour mener à un modèle nominal représentatif dans le cadre de l'analyse vibratoire. La vérification de la convergence des modèles 3D monobloc homogène et 3D à 5

blocs homogènes a été présentée. La validation de ces deux modèles 3D a également été proposée à l'aide des résultats expérimentaux du chapitre 2. Le modèle 3D à 5 blocs homogènes, prenant en compte l'orientation des paquets de tôles, fournit l'écart le plus faible en termes de fréquences propres en comparaison avec les résultats expérimentaux.

Afin d'améliorer la prédictivité de ces modèles numériques, une modélisation 3D stochastique a été proposée. Les incertitudes sur les propriétés matériau du stator ont été représenté par des paramètres incertains modélisés par une variable aléatoire. Ces incertitudes ont été propagé à travers le modèle stochastique par des simulations de Monte Carlo avec un nombre de tirages aléatoires optimal. Cela a permis d'étudier la variabilité des fréquences propres, des modes propres et des FRF, et donc d'évaluer le mécanisme de propagation des incertitudes. Ces études de variabilité ont conduit à à mettre en évidence les paramètres influents, soient la masse volumique et les modules de Young transverses dans les directions x et y, et les paramètres non influents, soient le module de Young axial et le coefficient de Poisson. Il a été constaté également que le niveau de variabilité des fréquences propres est toujours inférieur à celui imposé sur les paramètres d'entrée, que les modes propres sont certains et que la variabilité des réponses en fréquence est par contre importante. Cette conclusion a également été observée lors de la campagne expérimentale sur les 10 stators industriels dans le chapitre 2.

Puis, une méthodologie a été proposée pour identifier les niveaux de variabilité des paramètres matériau du modèle numérique, avec un dialogue entre les essais expérimentaux et la modélisation 3D stochastique à 5 blocs homogènes du stator. Cette méthodologie repose sur l'hypothèse d'une relation linéaire vérifiée entre les niveaux de variabilité d'entrée et de sortie du modèle stochastique. Les niveaux de variabilité des paramètres matériau identifiés par la méthodologie ont été validés avec les résultats expérimentaux de la campagne de mesures vibratoires sur les 10 stators fournis. La méthodologie d'identification a mis en évidence que la variabilité des paramètres matériaux est très faible.

Enfin, le coût numérique des différentes analyses éléments finis a été présenté dans le cadre des simulations de Monte Carlo pour évaluer la variabilité de la réponse vibratoire du stator. L'évaluation du coût de la méthodologie d'identification a également été montré, ce coût étant proportionnel au nombre de paramètres incertains considérés. Les temps de calcul associés montrent un coût numérique raisonnable. Ces coûts numériques modérés sont liés au maillage optimal et au nombre de tirages aléatoires optimal, et ils pourraient être bien inférieurs avec l'utilisation d'une machine plus récente.

Annexe A

Effet de paramètres géométriques sur le comportement vibratoire du stator

A.1 Introduction

Cette annexe vise à étudier l'influence de paramètres géométriques sur le comportement vibratoire du stator d'une machine électrique. La géométrie et les propriétés matériau d'une structure déterminent la rigidité et la masse d'une structure, la réponse vibratoire en dépend également. Dans la littérature des structures de type coque, Del Prado et al. [232] ont étudié l'influence des propriétés matériau et de la géométrie sur les vibrations non linéaires et l'instabilité dynamique d'une coque cylindrique orthotrope simplement supportée et soumise à une charge latérale fonction du temps. Pour des coques coniques minces, Liew et al. [233] ont également présenté l'effet d'une torsion initiale et de la variation d'épaisseur de la coque sur la réponse vibratoire. Dans le domaine des machines électriques, la littérature n'est pas étendue concernant l'effet de paramètres géométriques sur le comportement dynamique. Pour un moteur électrique à aimant permanent, Jang et Lieu [234] ont analysé l'influence de la géométrie du bord de l'aimant sur la force magnétique et sur le comportement vibratoire de la structure. Le moteur à 4 pôles a été modélisé par un simple anneau sans dents en éléments finis coque. Il a été observé que la géométrie du bord de l'aimant affecte la transmission de la force au système. Enfin, Issa et al. [235] ont étudié, avec un modèle éléments finis 3D de stator l'effet de l'épaisseur de la culasse sur les fréquences propres pour un moteur synchrone à rotor bobiné. Pour une masse inchangée, l'étude a montré que la réduction de l'épaisseur de la culasse minimise la rigidité du stator, conduisant à la diminution des fréquences propres.

Dans cette annexe, deux études sont proposées pour montrer l'influence de paramètres géométriques sur le comportement vibratoire du stator d'une machine électrique. Lors du procédé de fabrication d'un stator Nidec

Leroy-Somer, en particulier lors de l'empilement manuel de la structure feuilletée, il a été observé au chapitre 2 que les 5 paquets de tôles étaient de taille différente. Le modèle éléments finis 3D à 5 blocs homogènes du stator industriel, présenté au chapitre 3, est ici considéré pour observer l'effet de la taille des paquets sur les fréquences propres de la structure en section A.2. Dans l'attente de la réception de ces stators industriels, une étude a été menée pour observer l'influence de la géométrie du pied de dent sur le comportement vibratoire d'un stator pour un moteur synchrone à rotor bobiné. Dans la section A.3, les fréquences propres, les modes propres et les fonctions de réponse en fréquence du stator sont analysées en fonction de ce paramètre géométrique, en termes de sensibilité et de variabilité.

A.2 Effet de la taille des paquets de tôles du stator

Le stator Nidec Leroy-Somer fourni est constitué de 5 paquets de tôles d'acier M400 - 50A empilées, totalisant 370 tôles. Comme il est décrit dans le chapitre 2, l'empilement de ces tôles issues de la même bobine est réalisé manuellement. Les paquets sont orientés à 90° successivement les uns des autres et le tout est maintenu par 8 agrafes (figure 2.2). Ainsi, la taille de chaque paquet peut être sensiblement différente, ce qui a également été observé sur les 10 stators fournis. La figure A.1 illustre une représentation schématique du stator dans le plan xz pour les 5 paquets de taille h_i avec $i=1, 5$. De ces observations, 4 configurations représentatives ont été définies afin d'étudier l'influence des tailles de paquets sur le comportement vibratoire du stator. Cette étude semble pertinente car les modules d'élasticité dans le plan de la tôle sont différents dans les directions x et y avec l'effet du laminage. Les configurations choisies sont présentées par le tableau A.1, la somme des hauteurs h_i est toujours égale à la longueur nominale du stator, soit 240 mm. La configuration 1 correspond à celle du modèle 3D à 5 blocs homogènes de la section 3.4.2 du chapitre 3, pour laquelle les 5 paquets sont de même hauteur. En supposant le module d'élasticité E_{Tx} associé à la direction x pour le paquet 1, les paquets 3 et 5 ont donc la même orientation. Pour les paquets 2 et 4, le module E_{Tx} est associé à la direction y. Pour chaque configuration, le Tableau A.1 indique ainsi la hauteur de chaque paquet et la hauteur cumulée suivant la direction z pour les paquets orientés suivant la direction x et la direction y. La hauteur cumulée orientée suivant la direction x est égale à $h_1 + h_3 + h_5$. La hauteur cumulée orientée suivant la direction y est égale à $h_2 + h_4$.

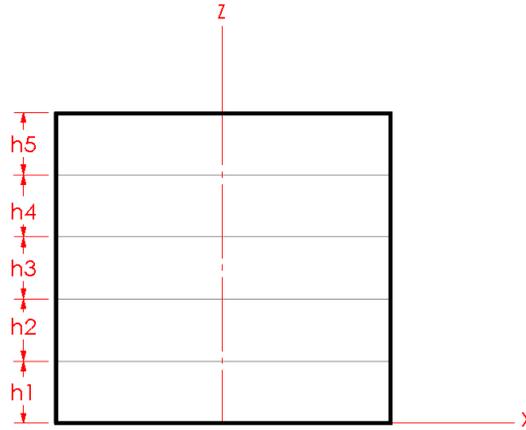


FIGURE A.1 – Représentation schématique d'un stator composé de 5 paquets de taille h_i avec $i=1, 5$

Pour chacune de ces 4 configurations, un modèle éléments finis 3D à 5 blocs homogènes est construit pour étudier la sensibilité des fréquences propres à la taille des paquets de tôles. Les résultats de l'analyse vibratoire libre-libre par éléments finis de ces 4 modèles sont reportés sur la figure A.2 pour les 6 premières fréquences propres. Il est observé que les fréquences varient peu entre les configurations 1, 2 et 3. Par contre, les fréquences propres de la configuration 4 sont plus basses, à l'exception de celle correspondant au mode (2,1). Ceci se justifie par les hauteurs cumulées des paquets orientés suivant la direction x et la direction y (tableau A.1). Le cumul des hauteurs de paquets est similaire pour les configurations 1, 2 et 3 dans chaque direction, alors que la hauteur cumulée dans la direction y est 3 fois plus grande que celle dans la direction x pour la configuration 4. L'orientation des paquets associée à des différences de tailles importantes de paquets a ainsi une influence sur les fréquences propres de la configuration 4. Toutefois, cette influence est très modérée. En effet, les différences relatives pour chacune des 6 premières fréquences propres sont présentées dans le tableau A.2, elles sont calculées pour les configurations 2, 3 et 4 par rapport à celles de la configuration 1. Par rapport à cette configuration de référence pour laquelle les 5 paquets sont de même hauteur, la différence relative est toujours inférieure à 1%. L'empilement manuel des 5 paquets de tôles orientés induit des tailles de paquet différentes, mais ceci n'a aucun effet sur les 6 premières fréquences propres du stator Nidec Leroy-Somer. Étant donné que le comportement vibratoire du stator est représentatif de celui du moteur, la précédente conclusion s'applique donc également à la machine électrique.

TABLE A.1 – Hauteur h_i de chaque paquet $i= 1, 5$ et hauteur cumulée dans les directions x et y pour 4 configurations

Configuration	Hauteur des paquets (mm)					Hauteur cumulée pour les directions (mm)	
	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	x	y
1	50	50	50	50	40	140	100
2	90	60	40	30	20	150	90
3	30	30	70	50	60	160	80
4	20	90	20	90	20	60	180

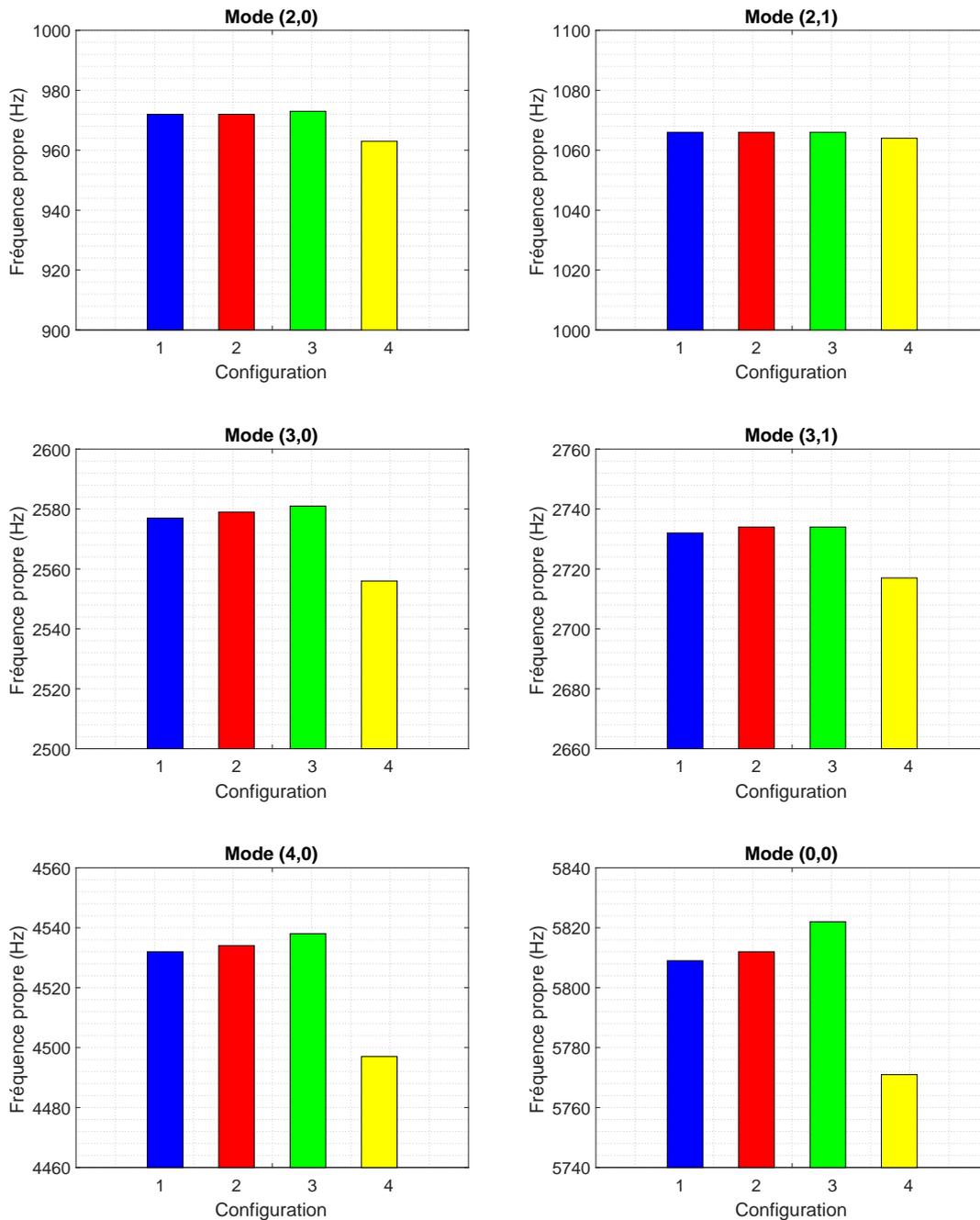


FIGURE A.2 – Six premières fréquences propres (Hz) du stator pour les 4 configurations de tailles de paquets

TABLE A.2 – Différences relatives (%) entre les six premières fréquences propres des configurations 2, 3 et 4 par rapport à celles de la configuration de référence 1

Configuration	Différence relative (%)					
	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
2	0	0	0.1	0.1	0	0.1
3	0.1	0	0.1	0.1	0.1	0.2
4	0.9	0.2	0.8	0.5	0.8	0.7

A.3 Effet de la géométrie du pied de dent

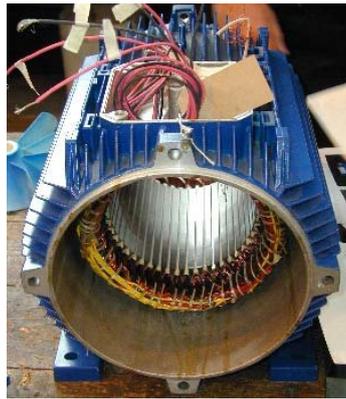
Il est maintenant proposé d'étudier l'influence de la géométrie du pied de dent sur le comportement vibratoire d'un stator de moteur synchrone à rotor bobiné. Tout d'abord, la structure est présentée, ainsi que le paramètre géométrique considéré. Le modèle éléments finis 3D associé est ensuite proposé. Puis, la sensibilité du comportement vibratoire du stator à différentes géométries du pied de dent est étudiée. Enfin, pour une configuration choisie parmi ces géométries, une étude de variabilité est réalisée en considérant un paramètre géométrique incertain et en propageant les incertitudes à travers le modèle numérique.

A.3.1 Structure et paramètre géométrique étudiés

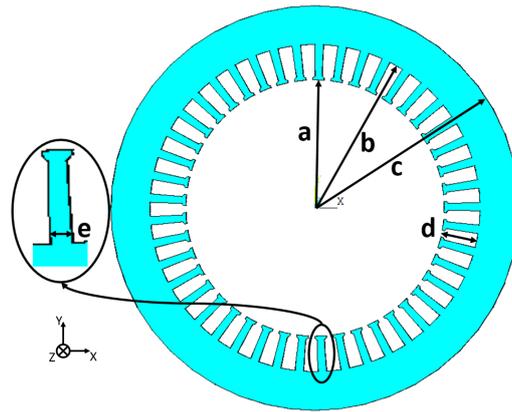
La structure étudiée est le stator d'un moteur synchrone à rotor bobiné (WRSM), de 7,5 kW, 4 pôles et 88% d'efficacité nominale. Cette machine se caractérise par son rendement élevé et sa capacité de surcharge par rapport à sa petite taille. La structure feuilletée (figure A.3a) est constituée d'un empilement axial de 330 tôles d'acier d'épaisseur 500 μm et maintenues par des agrafes. La masse de la structure est égale à 17 kg, ses dimensions globales sont indiquées dans le tableau A.3.

Les différentes opérations de fabrication et d'assemblage du stator mènent à considérer les propriétés matériau décrites dans le tableau A.4 comme celles d'un matériau homogène et orthotrope. Dans le plan de la tôle, le module de Young E_T est associé aux directions transversales x et y , et le module de Young E_L correspond à la direction d'empilement z du stator. Le coefficient de Poisson, la masse volumique et le module de cisaillement sont respectivement notés ν_{TT} , ρ et G_{LT} .

La structure feuilletée du stator est de forme générale cylindrique et épaisse, avec une couronne de dents sur le diamètre intérieur (figure A.3b). On se focalise sur la forme du pied de dent, pouvant être considéré comme un



(a) Stator d'une machine synchrone



(b) Schéma d'une section transversale du stator

FIGURE A.3 – Description du stator d'un moteur WRSM

paramètre de conception. De chaque côté du pied de dent, la forme est ici décrite par un triangle isocèle de côté X , comme illustré par la figure A.4. A partir de cette forme, différentes valeurs du paramètre X sont considérées dans la section A.3.3 pour observer l'influence de ce paramètre de conception sur le comportement vibratoire du stator. Puis, pour une valeur choisie de ce paramètre, celui-ci est modélisé par une variable aléatoire afin d'évaluer l'impact sur la variabilité de la réponse vibratoire dans la section A.3.4.

TABLE A.3 – Dimensions nominales du stator

Paramètre	Valeur
Longueur	165 mm
Rayon extérieur (a)	100 mm
Rayon intérieur (b)	63.3 mm
Rayon moyen (c)	80.8 mm
Hauteur de la dent (d)	17.5 mm
Largeur de dent (e)	5.5 mm

TABLE A.4 – Propriétés matériau du stator

Paramètre	Valeur
E_T	200 GPa
E_L	156 GPa
ν_{TT}	0.3
ρ	7500 Kg/m ³
G_{LT}	76.9 GPa

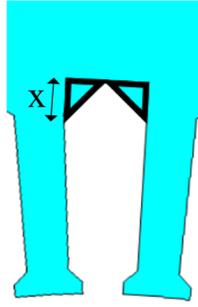


FIGURE A.4 – Paramètre géométrique du pied de dent en forme de triangle isocèle de côté X

A.3.2 Modélisation éléments finis du stator

Des choix de modélisation par éléments finis d'un stator ont été discutées dans le chapitre 3. La structure feuilletée étudiée (figure A.3 est ici modélisée par un monobloc homogène 3D. Le matériau est considéré comme homogène et orthotrope. Ainsi, la matrice d'élasticité C en tout point de la structure est représentée par l'équation 3.17 avec $E_{Tx} = E_{Ty}$. Le modèle géométrique 3D est discrétisé par des éléments finis tétraédriques à 4 nœuds [217] comme illustré sur la figure A.5. Dans le cadre de l'analyse modale déterministe, une étude de la convergence du modèle éléments finis est réalisée et mène à un maillage optimal composé de 13627 nœuds.

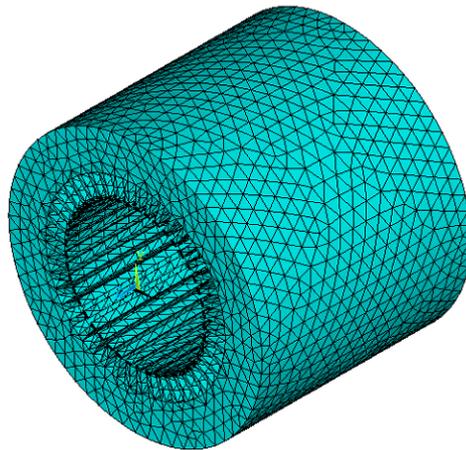


FIGURE A.5 – Maillage optimal du stator composé d'éléments tétraédriques à 4 noeuds

A.3.3 Sensibilité à la forme du pied de dent

Dans cette section, la sensibilité de la réponse vibratoire du stator à la forme du pied de dent est étudiée. La forme géométrique (figure A.4) est considérée

comme un paramètre de conception. Les fréquences propres, les modes propres et la réponse en fréquence du modèle éléments finis 3D du stator sont analysées pour discuter de leur sensibilité [120] à ce paramètre géométrique. Cinq configurations de pied de dent sont choisies correspondant à différentes valeurs X_i avec $i=1, 5$ et sont représentées sur la figure A.6.

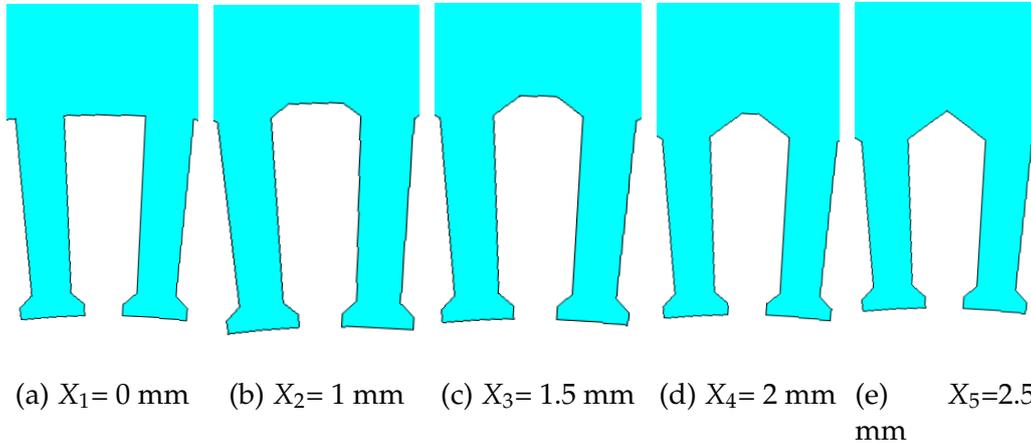


FIGURE A.6 – Cinq configurations de pied de dent correspondant à différentes valeurs du paramètre géométrique X_i avec $i=1, 5$

Fréquences propres

Pour ces 5 configurations de pied de dent, les 3 premières fréquences propres, associées respectivement aux modes propres (2, 0), (2, 1) et (3, 0), sont calculées. Les résultats numériques sont présentés sur la figure A.7. Un effet significatif sur les 3 premières fréquences propres est obtenu lors de l'ajout d'un pied de dent pour les configurations $i=2, 5$ par rapport à la configuration 1 sans pied, cela induit une baisse de la fréquence. Les 3 premiers modes propres sont des modes de culasse, le pied de dent a davantage d'effet sur la masse que sur la rigidité de la structure. Pour la comparaison des configurations $i=2, 5$ entre elles, la fréquence propre augmente lorsque la valeur du paramètre géométrique X_i augmente, l'effet de la rigidité l'emporte sur celui de la masse.

Modes propres

L'influence du pied de dent sur les modes propres du stator est maintenant étudiée. La figure A.8 présente les 3 premières déformées modales pour la configuration 4, les mêmes déformées sont observées pour les autres configurations. L'indicateur MAC [199] est utilisé pour comparer les modes propres des 5 configurations. La base modale de la configuration 1 est prise comme référence pour la comparaison. Les valeurs de MAC sont calculées en utilisant l'équation 2.6 et sont reportées sur la figure A.9. Pour les configurations $i=2, 5$, toutes les valeurs de MAC sont très proches de configuration 1, ce qui

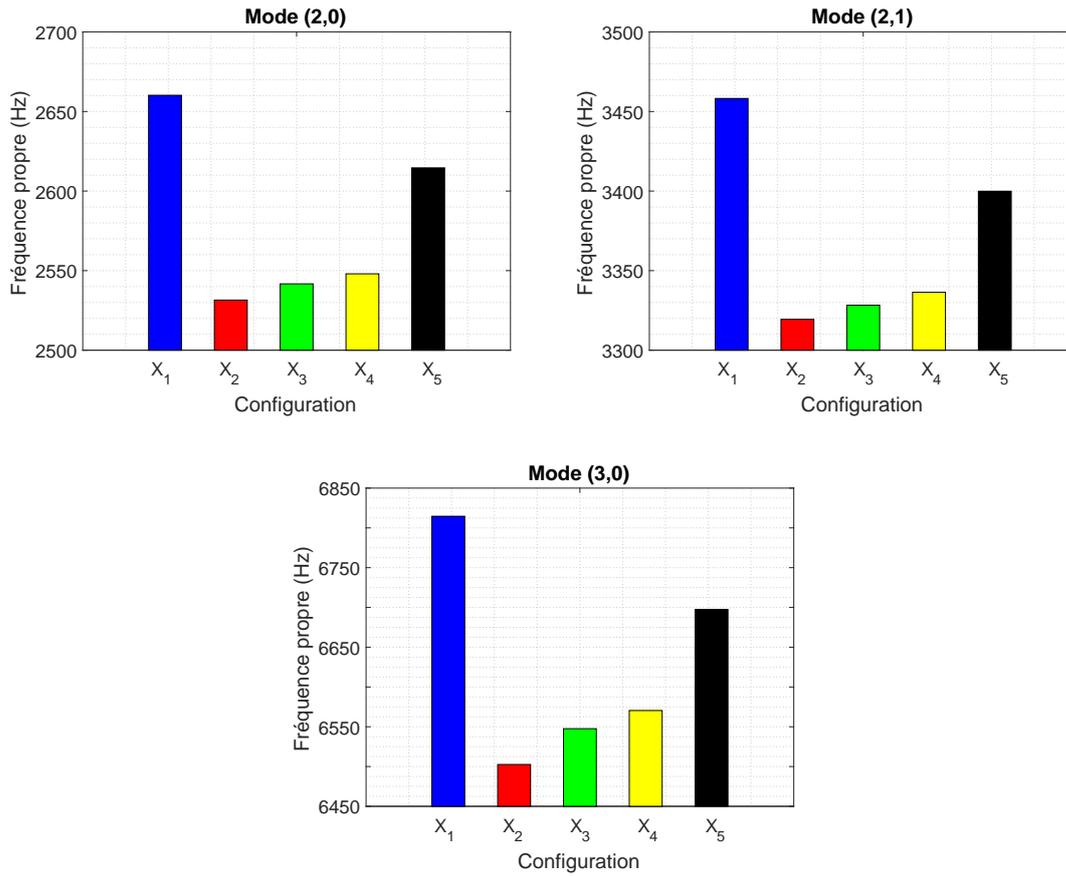


FIGURE A.7 – Trois premières fréquences propres (Hz) du modèle de stator correspondant aux modes propres (2, 0), (2, 1) et (3, 0) pour les configurations $i=1, 5$

met en évidence une correspondance parfaite entre les déformations modales. Les 3 premiers modes sont stables et ne sont pas sensibles à la forme du pied de dent. Ce paramètre géométrique a aucun effet sur les 3 premiers modes propres de culasse.

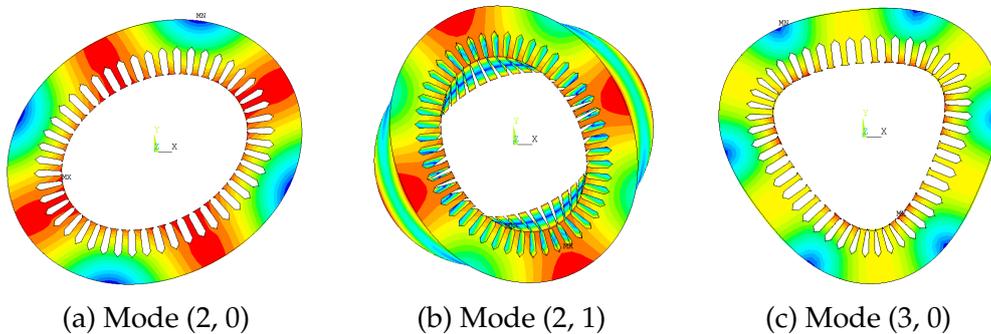


FIGURE A.8 – Trois premières déformées modales pour la configuration $i=4$ du stator

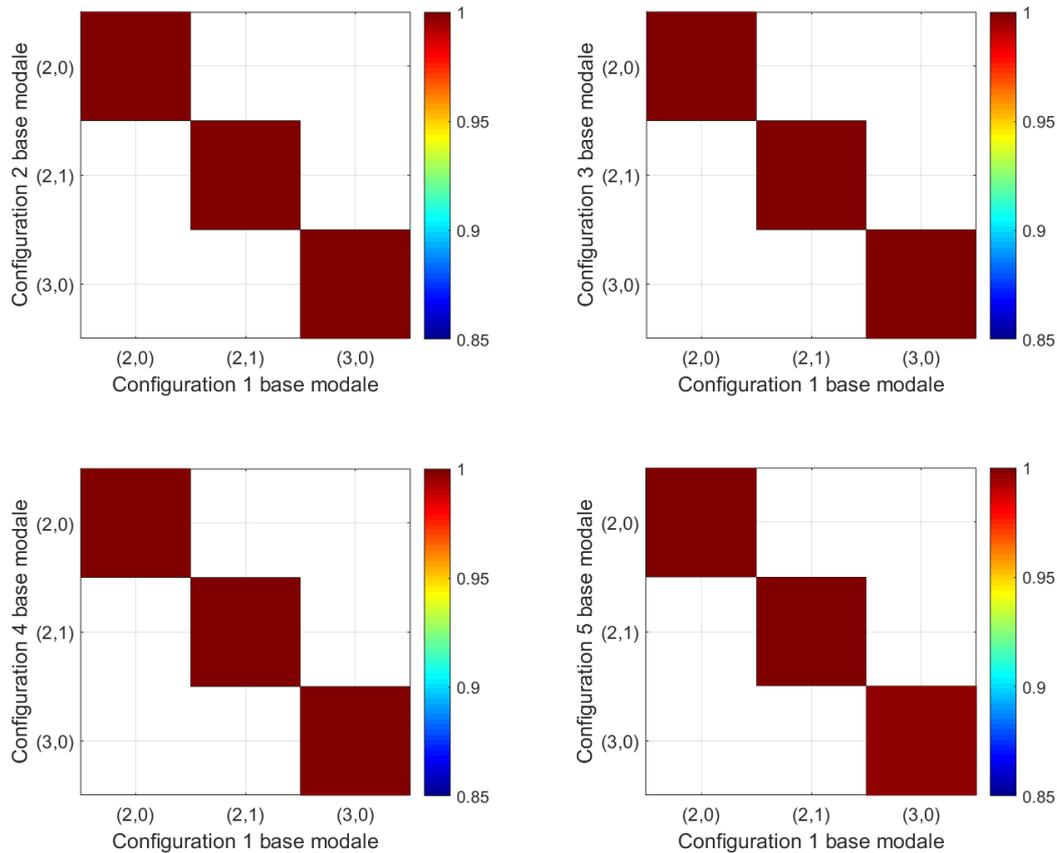


FIGURE A.9 – Valeurs de MAC entre les bases modales des configurations $i = 2, 5$ et celle de la configuration 1 du stator

Fonction de réponse en fréquence

Afin d’avoir une réponse vibratoire complète du modèle 3D de stator à la sensibilité du paramètre géométrique du pied de dent, les fonctions de réponse en fréquence (FRF) sont maintenant la grandeur d’intérêt. Une force d’excitation radiale unitaire est appliquée sur une dent et l’observation de la réponse est réalisée sur un noeud du diamètre extérieur du stator (principe de la figure 3.14). Pour les 5 configurations de la figure A.6, le calcul des FRF est réalisé par superposition modale, en utilisant une base modale tronquée à $2f_{max}$ pour la gamme de fréquences d’intérêt 0 - 7000 Hz. Les courbes FRF obtenues sont tracées sur la figure A.10, les 3 premiers pics représentant les fréquences propres des 3 premiers modes propres. Comme lors de l’analyse modale (section A.3.3), on constate que la modification du pied de dent a une influence sur la fréquence propre. Les valeurs des pics en dB sont reportées dans le tableau A.5 pour les 5 configurations. Concernant les amplitudes des FRF, des différences significatives sont révélées comme présenté dans le tableau A.5. Les différences maximales se situent autour du troisième pic. La différence minimale obtenue est de 2,4 dB. La différence maximale est de 25,3 dB, ce qui est très important. En général, le

comportement vibratoire du stator est sensible aux changements de géométrie du pied de dent.

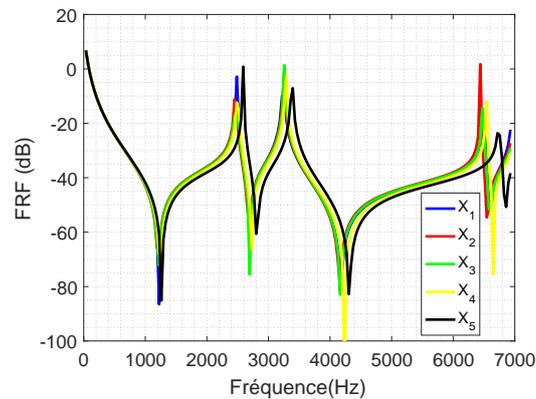


FIGURE A.10 – Courbes FRF du modèle 3D de stator sur la gamme de fréquences 0 - 7000 Hz pour les configurations $i= 1, 5$

TABLE A.5 – Valeurs des 3 premiers pics des FRF en dB pour les configurations $i= 1, 5$

Pic	Configuration					Différence	
	1	2	3	4	5	Min	Max
1	-2,8	-11,1	-15,8	-12,3	0,8	1,1	16,6
2	-8,5	-1,2	1,3	-2,4	-7,1	1,1	9,8
3	-17,3	1,7	-14,2	-11,8	-23,6	2,4	25,3

A.3.4 Analyse de variabilité

Afin d'améliorer la prédictivité du modèle numérique, la configuration 4 (figure A.6) est choisie pour réaliser une étude de variabilité sur la réponse vibratoire du modèle 3D. Le maillage optimal (section A.3.2) obtenu dans une configuration nominale est considéré valide [219, 220] pour cette étude de variabilité. Le modèle éléments finis 3D du stator devient stochastique, en considérant le paramètre géométrique X_4 du pied de dent est incertain. Celui-ci est modélisé par une unique variable aléatoire, en considérant la valeur nominale égale à 2 mm. Cette variable suit une loi de distribution Gaussienne tronquée. Trois niveaux de variabilité d'entrée sont choisis arbitrairement, $CoV(X_4)=\{5\%, 10\%, 15\%\}$, correspondant respectivement à des niveaux modérés, élevés et très élevés, pour analyser la variabilité de la réponse vibratoire du stator. Une approche probabiliste classique est associé au modèle stochastique, les incertitudes sont propagées à l'aide d'une simulation de Monte Carlo (MCS). Le nombre de tirages MCS égal à 50 a été validé en comparant les

résultats statistiques obtenus avec ceux pour un nombre de tirages égal à 1000. L'analyse vibratoire non déterministe permet ainsi de calculer les quantités perturbées : fréquences propres, modes propres et réponse en fréquence.

Fréquences propres

La variabilité des 3 premières fréquences propres du stator est évaluée en considérant le paramètre géométrique du pied de dent incertain. Afin d'éviter le croisement éventuel des fréquences propres lors des tirages MCS, les modes propres sont suivis à l'aide de l'indicateur MAC. Les quantités statistiques sont calculées pour discuter du niveau de variabilité des fréquences propres. Pour les modes propres $j= 1,3$, les moyennes $\mu(f_j)$ et coefficients de variation $CoV(f_j)$ des fréquences propres sont présentés dans le tableau A.6 pour trois niveaux de variabilité d'entrée $CoV(X_4)$. D'un point de vue mécanisme de propagation de l'incertitude géométrique à travers le modèle 3D du stator, on constate que les niveaux de variabilité des fréquences propres sont tous inférieurs à 1% quelque soit le coefficient de variation en entrée et le mode propre. Les valeurs moyennes des fréquences propres sont très proches des fréquences nominales (figure A.7). La variabilité de la géométrie du pied de dent a donc aucun effet sur les 3 premières fréquences propres pour cette configuration 4.

TABLE A.6 – Moyennes et coefficients de variation des 3 premières fréquences propres pour 3 niveaux de variabilité d'entrée - Configuration 4 avec pied de dent du stator X_4

Mode	(2, 0)		(2, 1)		(3, 0)	
	μ (Hz)	CoV(f) (%)	μ (Hz)	CoV(f) (%)	μ (Hz)	CoV(f) (%)
5	2561	0.29	3334	0.22	6572	0.27
10	2560	0.55	3333	0.44	6570	0.51
15	2563	0.79	3335	0.60	6575	0.75

Modes propres

La variabilité des 3 premiers modes propres du stator est étudiée en considérant le paramètre géométrique du pied de dent incertain. Pour les 3 niveaux de variabilité d'entrée, $CoV(X_4)= \{5\%, 10\%, 15\%\}$, des bases modales perturbées, correspondant aux tirages MCS, sont comparées à la base modale nominale (Figure A.8) à l'aide de l'indicateur MAC. La figure A.11 montre les valeurs moyennes de MAC pour les 3 premiers modes propres et pour les 3 différents niveaux de variabilité d'entrée. Les valeurs obtenues sont toujours

proches de 1, indiquant une correspondance parfaite entre les modes nominal et perturbé pour chaque fréquence. La stabilité modale est ainsi observée.

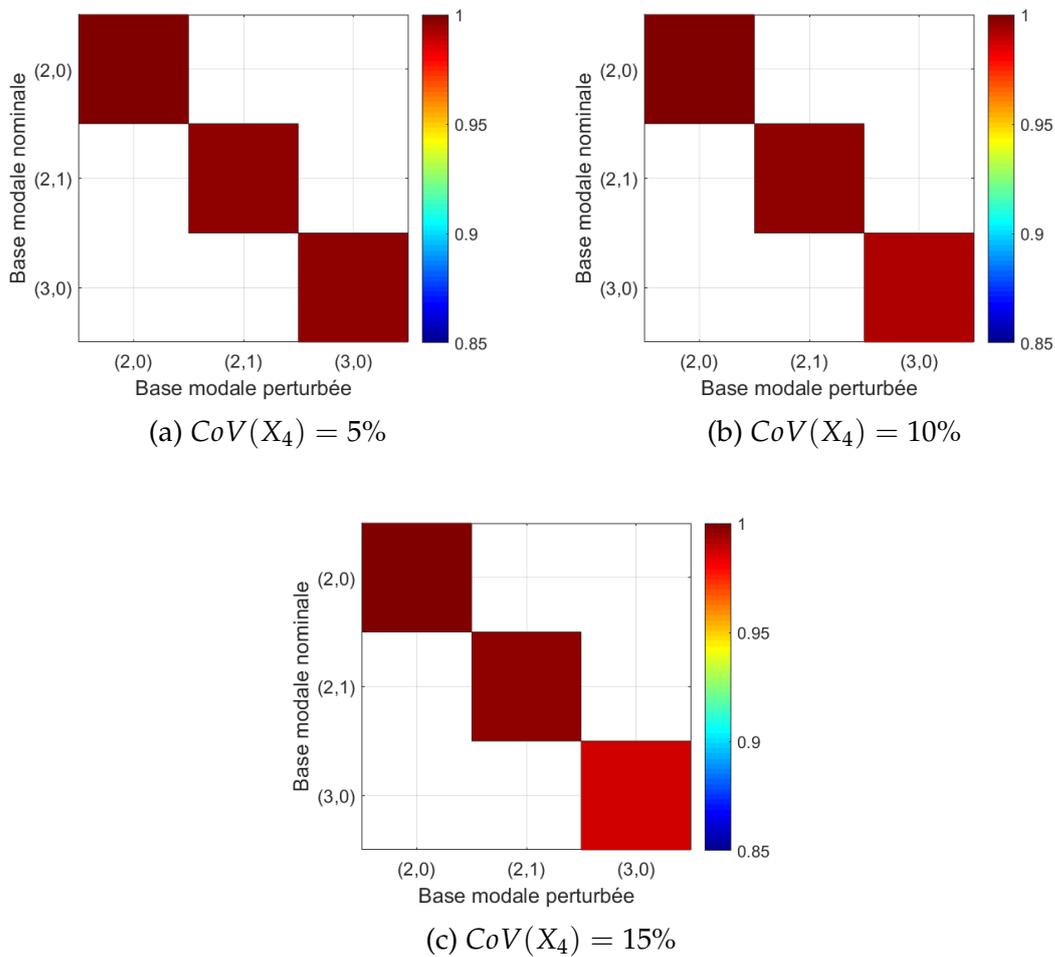
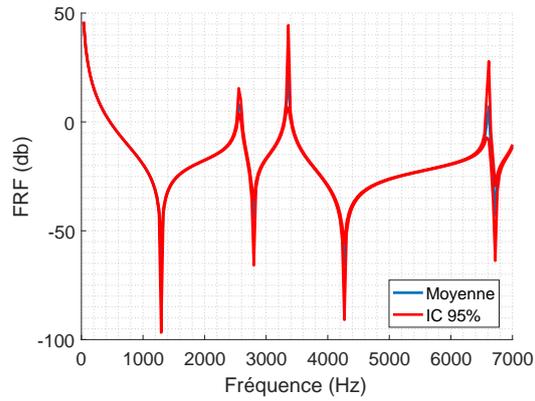


FIGURE A.11 – Valeurs de MAC moyennes entre les modes nominal et perturbés pour 3 niveaux de variabilité d'entrée $CoV(X_4) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$ - Configuration 4 avec pied de dent du stator

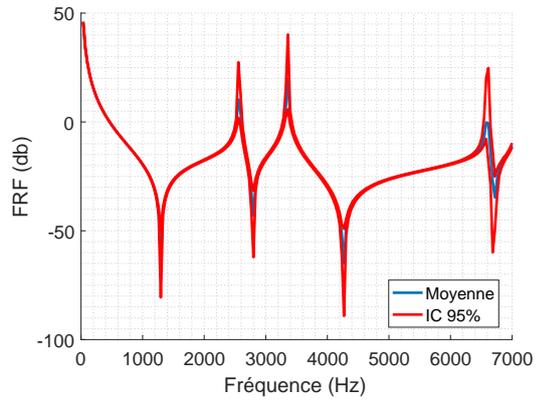
Fonction de réponse en fréquence

Enfin l'étude de la variabilité de la réponse vibratoire du stator pour le paramètre géométrique pied de dent incertain se termine par l'évaluation de la fonction de réponse en fréquence. Pour les niveaux de variabilité $CoV(X_4) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$ concernant la paramètre géométrique, les moyennes des FRF et les intervalles de confiance à 95% sont reportés sur la figure A.12 pour la gamme de fréquences 0 - 7000 Hz. L'observation de ces courbes montrent que la variabilité de la réponse en fréquence augmente globalement à mesure que la fréquence augmente. Avec des intervalles de confiance plus larges près des pics, la variabilité est très élevée. Elle atteint 36, 43 et 47 db autour du 3^{ème} pic pour respectivement les niveaux de variabilité 5, 10 et 15% du paramètre géométrique. Pour les 3 premiers modes de la configuration 4, la variabilité des

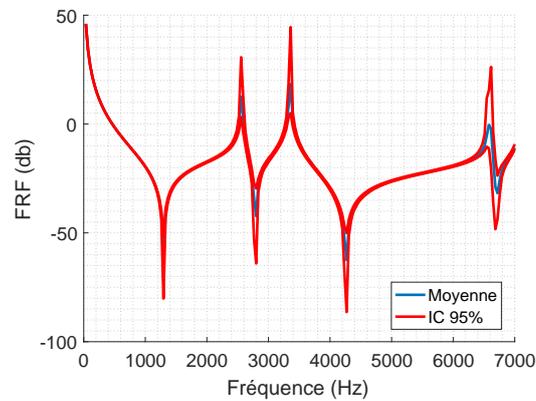
FRF sont donc importante lorsque le paramètre géométrique pied de dent du stator est incertain.



(a) $CoV(X_4) = 5\%$



(b) $CoV(X_4) = 10\%$



(c) $CoV(X_4) = 15\%$

FIGURE A.12 – Moyennes FRF et intervalles de confiance à 95 % pour 3 niveaux de variabilité d'entrée $CoV(X_4) = \{5\%, 10\%, 15\%\}$ - Configuration 4 avec pied de dent du stator

Conclusion et perspectives

Cette thèse visait à développer, à l'aide de caractérisations expérimentales, une modélisation numérique avancée du comportement vibratoire d'un stator de machine électrique en prenant en compte les incertitudes sur les propriétés matériau et géométrique. Afin d'atteindre cet objectif, trois chapitres et une annexe ont été proposés.

Le premier chapitre concernait un état des lieux des connaissances sur les moteurs électriques. Une description des différents types de moteurs électriques a été présentée. Les procédés de fabrication des pièces composant un moteur ont été commentés, mettant en évidence la complexité particulière de cet assemblage. Les sources de vibration et de bruit dans les moteurs électriques ont été discutées. Ces sources peuvent être clairement énumérées, mais elles sont difficiles à distinguer en terme de quantification. Ainsi, des hypothèses sont faites lors de la modélisation et d'étude du comportement vibratoire de moteur avec des approches expérimentale, analytique ou numérique. De plus, la modélisation de la variabilité et des incertitudes a été abordée dans ce premier chapitre. Les principales méthodes numériques permettant des analyses non déterministes, en particulier les méthodes probabilistes avec approche paramétrique, ont été présentées.

La partie expérimentale de la thèse a été proposée dans le chapitre 2, pour l'échantillon de 10 stators fourni par la société Nidec Leroy-Somer. La structure feuilletée est un empilement de 5 paquets de tôles d'acier, orientés à 90° entre paquets voisins, l'assemblage est assuré au moyen de 8 agrafes. Les propriétés matériau ont fait l'objet de caractérisation, en particulier le module de Young dans la direction d'empilement. Une campagne expérimentale, basée sur la propagation d'ondes ultrasonores, a été réalisées pour la quantification de ce module d'élasticité. En vue de quantifier la variabilité du comportement vibratoire pour l'échantillon de 10 stators, une étude préliminaire a été effectuée, concernant le maillage, les conditions aux limites, ainsi que la vérification de la répétabilité, de la réciprocité et de la linéarité. L'étude de variabilité expérimentale a permis d'évaluer les niveaux de variabilité des fréquences propres, des modes propres et des réponses en fréquence (FRF) de la structure feuilletée. Un très faible niveau de variabilité a été obtenu pour les fréquences

propres du stator composé de 5 paquets de tôles agrafés, avec un nombre de tôles différent d'un paquet à l'autre. Une stabilité modale a été observée. Enfin, l'étude expérimentale des FRF a mis en évidence un niveau élevé de variabilité. Dans le cadre des analyses vibratoires déterministe et non déterministe, la modélisation par éléments finis du stator électrique a été développée au chapitre 3. Les choix de modélisation numérique ont été discutés en fonction de la conception et de la fabrication du stator. Le matériau a été modélisé par un comportement orthotrope homogène et la géométrie 3D du stator a été discrétisée par des éléments hexaédriques à 8 nœuds avec une vérification de la convergence. Deux modèles 3D ont été proposés, un modèle monobloc considérant un unique «matériau» et un modèle à 5 blocs considérant un «matériau» pour chacun des 5 paquets. Ce dernier modèle prenant en compte l'orientation des 5 paquets de tôles a permis de resserrer l'écart entre les résultats expérimentaux et numériques de la réponse vibratoire du stator. Dans le but d'améliorer la prédictivité des modèles numériques, les propriétés matériau ont ensuite été représentées par des paramètres incertains, modélisées par une variable aléatoire suivant une loi de distribution Gaussienne tronquée. La modélisation devenue stochastique a permis d'étudier le mécanisme de propagation des incertitudes. Un nombre optimal de tirages aléatoires a été choisi pour réaliser les simulations de Monte Carlo et propager les incertitudes à travers le modèle stochastique. Des études de variabilité ont été menées concernant les fréquences propres, les modes propres et les FRF. Ces études ont conduit à plusieurs conclusions. Tout d'abord, concernant l'influence de la variabilité des paramètres matériau sur les fréquences propres, la masse volumique et les modules de Young dans le plan des tôles sont des paramètres influents, le module de Young axial et le coefficient de Poisson n'ont pas d'effet significatif. Le niveau de variabilité des fréquences propres obtenu est toujours inférieur à celui imposé aux paramètres d'entrée. Les modes propres ne sont pas sensibles à la variabilité des propriétés du matériau. Par contre, un niveau de variabilité important est constaté concernant la réponse en fréquence, cette même observation avait été faite suite à la campagne expérimentale sur les stators. Enfin, le chapitre 3 se clôture par un dialogue original entre la modélisation et la simulation numérique d'une part, et les résultats expérimentaux d'autre part. Ce dialogue essai/calcul repose sur une méthodologie dont le but est d'identifier les niveaux de variabilité des paramètres matériau incertains du modèle. Sur la base d'une relation linéaire constatée entre les niveaux de variabilité d'entrée et de sortie du modèle stochastique, une corrélation est établie entre les résultats expérimentaux et numériques. Les niveaux de variabilité des paramètres matériau identifiés par la méthodologie ont ensuite été validés à l'aide des résultats expérimentaux

obtenus de la campagne de mesures vibratoires sur les 10 stators. Il est conclu que le niveau de variabilité de chacun des paramètres matériau est très faible. Une annexe complète ce manuscrit, elle est à associer au chapitre 3. L'influence de paramètres géométriques de stator sur son comportement vibratoire a été étudiée. Deux études ont été proposées. La première étude concerne le stator Nidec Leroy-Somer et le modèle éléments finis 3D à 5 blocs homogènes présenté au chapitre 3. L'effet de la taille des paquets de tôles sur les fréquences propres du stator a été analysé en terme de sensibilité. Il a été conclu que la taille différente pour chacun des 5 paquets de tôles n'a aucun effet sur les fréquences propres du stator. Une seconde étude a été proposée dans le but d'observer l'influence, en termes de sensibilité et de variabilité, de la géométrie du pied de dent sur le comportement vibratoire d'un stator de moteur synchrone à rotor bobiné. Du point de vue sensibilité, il a été observé que ce paramètre géométrique a une influence importante sur les fréquences propres et les FRF, mais les modes propres restent insensibles. La géométrie du pied de dent a ensuite été considérée comme un paramètre incertain modélisé par une variable aléatoire suivant une loi de distribution Gaussienne tronquée. L'étude de variabilité a montré un effet négligeable sur les premières fréquences propres et un niveau de variabilité important sur les réponses en fréquence pour le stator étudié.

Enfin, deux types de perspectives liées à ce travail de thèse sont proposées. La première perspective concerne la modélisation du moteur électrique soit une structure composée d'un grand nombre de pièces dont seul le stator a ici été étudié. En effet, le comportement vibratoire du stator est souvent considéré représentatif de celui du moteur. Toutefois, il semble pertinent d'inclure également dans la modélisation des composants comme le bobinage de cuivre ou encore le rotor, pour affiner les conclusions obtenues. A l'aide de l'expertise développée dans ce manuscrit concernant la modélisation stochastique, les choix de modélisation associés et la méthode d'identification de la variabilité des paramètres incertains, un modèle stochastique de ce type d'ensemble est envisageable. Des paramètres incertains de type matériau et géométrique serait pris en compte. Dans le cadre de la modélisation d'un assemblage, comme celui d'un moteur électrique, la seconde perspective concerne la modélisation des liaisons mécaniques entre les différentes pièces. La variabilité du comportement vibratoire d'un assemblage est en effet très sensible à la variabilité des liaisons. Une réflexion est donc à mener sur le choix de modélisation de ces liaisons mécaniques, en restant compatible avec une approche paramétrique. Ces deux perspectives permettraient d'améliorer la prédictivité du modèle stochastique à l'échelle du moteur électrique.

Bibliographie

- [1] C A Cezario, M Verardi, S S Borges, J C da Silva, and A A M Oliveira. Transient thermal analysis of an induction electric motor. In *18th International Congress of Mechanical Engineering*, pages 10–11. Ouro Preto Brazil, 2005.
- [2] K Vandenbroucke and M Metzloff. Abiotic stress tolerant crops : genes, pathways and bottlenecks. *Sustainable food production*. Springer, New York, pages 1–17, 2013.
- [3] J Hallal. *Études des vibrations d'origine électromagnétique d'une machine électrique : conception optimisée et variabilité du comportement vibratoire*. PhD thesis, Compiègne, 2014.
- [4] W Pums. The rise of the electric motor. *World Pumps*, 2016.
- [5] J C Michalowicz. Origin of the electric motor. *Electrical Engineering*, 67(11) :1035–1040, 1948.
- [6] B R Mehta and Y J Reddy. *Industrial process automation systems : design and implementation*. Butterworth-Heinemann, 2014.
- [7] K Lynch, N Marchuk, and M Elwin. *Embedded computing and mechatronics with the PIC32 microcontroller*. Newnes, 2015.
- [8] J O Bird and PJ Chivers. *Newnes engineering and physical science pocket book*. Newnes, 2014.
- [9] S-H Kim. *Electric motor control : DC, AC, and BLDC motors*. Elsevier, 2017.
- [10] D B Harrington. Turbine generators. 2003.
- [11] F Libert and J Soulard. Manufacturing methods of stator cores with concentrated windings. In *2006 3rd IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives-PEMD 2006*, pages 676–680. IET, 2006.
- [12] E Lamprecht, M Hömme, and T Albrecht. Investigations of eddy current losses in laminated cores due to the impact of various stacking processes. In *2012 2nd International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, pages 1–8. IEEE, 2012.
- [13] J J Talty. *Industrial Hygiene Engineering : Recognition, Measurement, Evaluation and Control*. William Andrew, 1998.

- [14] R Rayner. *Pump users handbook*. Elsevier, 1995.
- [15] B Cassoret. *Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau*. PhD thesis, Université d'Artois, 1996.
- [16] J-B Dupont, P Bouvet, and J-L Wojtowicki. Simulation of the airborne and structure-borne noise of electric powertrain : Validation of the simulation methodology. Technical report, SAE Technical Paper, 2013.
- [17] S R Krishna, A R Krishna, and K Ramji. Reduction of motor fan noise using cfd and caa simulations. *Applied acoustics*, 72(12) :982–992, 2011.
- [18] S Noda, S Mizuno, and K Suzuki. Fan noise and resonance frequency analysis in fan-cooled induction motor. *Proc. VSTech*, pages 41–46, 2005.
- [19] M Janda, O Vitek, and V Hajek. Noise of induction machines. *Induction Motors-Modelling and Control*, 558, 2012.
- [20] P Millithaler. *Dynamic behaviour of electric machine stators*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2015.
- [21] J-B Dupont, R Leneveu, C Clerc, R Louvriot, and D Lalevee. Approche multiphysique pour la simulation du bruit rayonné par un transformateur : prise en compte des effets magnétostrictifs. In *Congrès français de mécanique*. AFM, Association Française de Mécanique, 2015.
- [22] P L Alger. The magnetic noise of polyphase induction motors. *Electrical Engineering*, 73(6) :497–497, 1954.
- [23] S Ratnajeevan H Hoole. *Finite elements, electromagnetics and design*. Elsevier, 1995.
- [24] J-B Dupont, P Bouvet, and L Humbert. Vibroacoustic simulation of an electric motor : methodology and focus on the structural fem representativity. In *2012 XXth International Conference on Electrical Machines*, pages 3027–3033. IEEE, 2012.
- [25] L Humbert, P Pellerrey, and S Cristaudo. Electromagnetic and structural coupled simulation to investigate nvh behavior of an electrical automotive powertrain. *SAE International Journal of Alternative Powertrains*, 1(2) :395–404, 2012.
- [26] K Delaere, W Heylen, R Belmans, and K Hameyer. Finite element based expressions for lorentz, reluctance and magnetostriction forces. *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 2001.
- [27] K Fonteyn, A Belahcen, R Kouhia, P Rasilo, and A Arkkio. Fem for directly coupled magneto-mechanical phenomena in electrical machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 46(8) :2923–2926, 2010.

- [28] L Låftman. Magnetostriction and its contribution to noise in a pwm inverter fed induction machine. *Le journal de physique IV*, 8(PR2) :Pr2–567, 1998.
- [29] P Vijayraghavan and R Krishnan. Noise in electric machines : A review. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 35(5) :1007–1013, 1999.
- [30] N Sadowski, Y Lefèvre, M Lajoie-Mazenc, and J P A Bastos. Sur le calcul des forces magnétiques. *Journal de physique III*, 2(5) :859–870, 1992.
- [31] K Delaere, W Heylen, R Belmans, and K Hameyer. Comparison of induction machine stator vibration spectra induced by reluctance forces and magnetostriction. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2) :969–972, 2002.
- [32] H Jordan and G Elektromotoren. Essen : Verlag w, 1950.
- [33] C J Moore. *The measurement and calculation of acoustic noise radiated by small electrical machines*. PhD thesis, University of London, 1965.
- [34] P L TIMAR, A Fazekas, J Kiss, A Miklos, and SJ VANG. Noise and vibration of electrical machines. *Studies in electrical and electronic engineering*, 34, 1989.
- [35] J F Gieras, C Wang, and J C Lai. *Noise of polyphase electric motors*. CRC press, 2018.
- [36] SJ Yang. Low-noise electrical motor. 1981.
- [37] J-P Lecointe, R Romary, J-F Brudny, and T Czaplá. Five methods of stator natural frequency determination : case of induction and switched reluctance machines. *Mechanical systems and signal processing*, 18(5) :1133–1159, 2004.
- [38] S Vivier, A Ait-Hammouda, M Hecquet, B Napame, P Brochet, and A Randria. Vibro-acoustic optimization of a permanent magnet synchronous machine using the experimental design method. In *Recent Developments of Electrical Drives*, pages 101–114. Springer, 2006.
- [39] J Le Besnerais, M Hecquet, V Lanfranchi, and P Brochet. Multi-objective optimization of the induction machine with minimization of audible electromagnetic noise. *The European Physical Journal Applied Physics*, 39(2) :101–107, 2007.
- [40] J Le Besnerais. *Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines-low-noise design rules and multi-objective optimization*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2008.
- [41] R JM Belmans, D Verdyck, W Geysen, and R D Findlay. Electro-mechanical analysis of the audible noise of an inverter-fed squirrel-cage induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 27(3) :539–544, 1991.
- [42] M Benbouzid, G Reyne, S Derou, and A Foggia. Finite element modeling of a synchronous machine : electromagnetic forces and mode shapes. *IEEE Transactions on magnetics*, 29(2) :2014–2018, 1993.

- [43] K Delaere, W Heylen, R Belmans, and K Hameyer. Strong magnetomechanical fe coupling using local magnetostriction forces. *The European Physical Journal Applied Physics*, 13(2) :115–119, 2001.
- [44] A Belahcen et al. *Magnetoelasticity, magnetic forces and magnetostriction in electrical machines*. Helsinki University of Technology, 2004.
- [45] F Henrotte and K Hameyer. Computation of electromagnetic force densities : Maxwell stress tensor vs. virtual work principle. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 168(1-2) :235–243, 2004.
- [46] F Henrotte, M Felden, M van der Giet, and K Hameyer. Electromagnetic force computation with the eggshell method. In *Proc. 14th International IGTE Symposium*, 2010.
- [47] S Lakshmikanth. Noise and vibration reduction in pmsm-a review. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, 2(3) :405, 2012.
- [48] J Z Szabó. Vibration diagnostic test for effect of unbalance. In *2012 IEEE 16th International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES)*, pages 81–85. IEEE, 2012.
- [49] R R Obaid, T G Habetler, and R M Tallam. Detecting load unbalance and shaft misalignment using stator current in inverter-driven induction motors. In *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03.*, volume 3, pages 1454–1458. IEEE, 2003.
- [50] R E Araújo. *Induction motors : Modelling and control*. BoD–Books on Demand, 2012.
- [51] M J Devaney and L Eren. Detecting motor bearing faults. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 7(4) :30–50, 2004.
- [52] G H Bate. Vibration diagnostics for industrial electric motor drives. *Brüel and Kjaer application note*, 1980.
- [53] W R Finley, M M Hodowanec, and W G Holter. An analytical approach to solving motor vibration problems. In *Industry Applications Society 46th Annual Petroleum and Chemical Technical Conference (Cat. No. 99CH37000)*, pages 217–232. IEEE, 1999.
- [54] P Khaire. Experimental study to identify the vibration signature of bent shaft. *INTERNATIONAL JOURNAL OF ENGINEERING RESEARCH TECHNOLOGY (IJERT)*, 3(10), 2014.
- [55] SR Bognatz. Alignment of critical and non critical machines. *Orbit*, 4 :23–25, 1995.
- [56] A K Verma, S Sarangi, and MH Kolekar. Experimental investigation of misalignment effects on rotor shaft vibration and on stator current signature. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 14(2) :125–138, 2014.

- [57] F Lin, S Zuo, and W Deng. Impact of rotor eccentricity on electromagnetic vibration and noise of permanent magnet synchronous motor. *Journal of Vibroengineering*, 20(2) :923–935, 2018.
- [58] J Faiz and SMM Moosavi. Eccentricity fault detection—from induction machines to dfig—a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 55 :169–179, 2016.
- [59] H Yin, F Ma, X Zhang, C Gu, H Gao, and Y Wang. Research on equivalent material properties and modal analysis method of stator system of permanent magnet motor with concentrated winding. *IEEE Access*, 7 :64592–64602, 2019.
- [60] Z Tang, P Pillay, A M Omekanda, C Li, and C Cetinkaya. Young’s modulus for laminated machine structures with particular reference to switched reluctance motor vibrations. *IEEE transactions on industry applications*, 40(3) :748–754, 2004.
- [61] Z Tang, P Pillay, A M Omekanda, C Li, and C Cetinkaya. Effects of material properties on switched reluctance motor vibration determination. In *38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003.*, volume 1, pages 235–241. IEEE, 2003.
- [62] F Chai, Y Li, Y Pei, and Z Li. Accurate modelling and modal analysis of stator system in permanent magnet synchronous motor with concentrated winding for vibration prediction. *IET Electric Power Applications*, 12(8) :1225–1232, 2018.
- [63] W Cai and P Pillay. Resonant frequencies and mode shapes of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16(1) :43–48, 2001.
- [64] F Chauvicourt, C Faria, W Desmet, and J JC Gyselinck. Transversally asymmetric stiffness of laminated stator core : A solution for noise mitigation of electric machines. *IEEE transactions on energy conversion*, 34(2) :613–619, 2018.
- [65] J Le Besnerais, V Lanfranchi, M Hecquet, G Lemaire, E Augis, and P Brochet. Characterization and reduction of magnetic noise due to saturation in induction machines. *IEEE transactions on magnetics*, 45(4) :2003–2008, 2009.
- [66] J Le Besnerais, V Lanfranchi, M Hecquet, R Romary, and P Brochet. Optimal slot opening width for magnetic noise reduction in induction motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 24(4) :869–874, 2009.
- [67] J Le Besnerais. Effect of lamination asymmetries on magnetic vibrations and acoustic noise in synchronous machines. In *2015 18th International*

- Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pages 1729–1733. IEEE, 2015.
- [68] SP Verma and RS Girgis. Resonance frequencies of electrical machine stators having encased construction, part ii : Numerical results and experimental verification. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (5) :1586–1593, 1973.
- [69] RS Girgis and Sheo P Verma. Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines as affected by teeth, windings, frame and laminations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (4) :1446–1455, 1979.
- [70] SP Verma and RLS' Girgis. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. part 1 : Models, experimental procedure and apparatus. In *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, volume 128, pages 12–21. IET, 1981.
- [71] SP Verma and RS Girgis. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. part 2 : Experimental investigations and results. In *IEE Proceedings B (Electric Power Applications)*, volume 128, pages 22–32. IET, 1981.
- [72] RK Singal, K Williams, and SP Verma. Vibration behaviour of stators of electrical machines, part ii : Experimental study. *Journal of sound and vibration*, 115(1) :13–23, 1987.
- [73] RK Singal, K Williams, and SP Verma. The effect of windings, frame and impregnation upon the resonant frequencies and vibrational behavior of an electrical machine stator. *Experimental mechanics*, 30(3) :270–280, 1990.
- [74] RK Singal, K Williams, and SP Verma. Theoretical and experimental study of vibrational behaviour of laminated stators of electrical machines. *Mechanical systems and signal processing*, 6(6) :535–549, 1992.
- [75] C Wang and JCS Lai. Vibration analysis of an induction motor. *Journal of sound and vibration*, 224(4) :733–756, 1999.
- [76] CGC Neves, R Carlson, N Sadowski, JPA Bastos, NS Soeiro, and SNY Gerges. Experimental and numerical analysis of induction motor vibrations. *IEEE transactions on magnetics*, 35(3) :1314–1317, 1999.
- [77] I C Rosca, M Filip, and E Helerea. Three-phase squirrel-cage induction motor modal analyses. theoretical and experimental aspects. In *2012 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, pages 606–611. IEEE, 2012.
- [78] M Sarrazin, S Gillijns, J Anthonis, K Janssens, H van der Auweraer, and K Verhaeghe. Nvh analysis of a 3 phase 12/8 sr motor drive for

- hev applications. In *2013 World Electric Vehicle Symposium and Exhibition (EVS27)*, pages 1–10. IEEE, 2013.
- [79] K Ágoston. Fault detection of the electrical motors based on vibration analysis. *Procedia technology*, 19 :547–553, 2015.
- [80] K Ágoston. Vibration detection of the electrical motors using strain gauges. *Procedia technology*, 22 :767–772, 2016.
- [81] K Ágoston. Studying and measuring system for motor base unbalance. *Procedia Manufacturing*, 46 :391–396, 2020.
- [82] MKM Rahman, T Azam, and S K Saha. Motor fault detection using vibration patterns. In *International Conference on Electrical & Computer Engineering (ICECE 2010)*, pages 486–489. IEEE, 2010.
- [83] M Blodt, P Granjon, B Raison, and J Regnier. Mechanical fault detection in induction motor drives through stator current monitoring-theory and application examples. In *Fault detection*. IntechOpen, 2010.
- [84] JP Den Hartog. Vibration of frames of electrical machines. *Trans. ASME*, 50 :9–11, 1928.
- [85] E Erdelyi. Predetermination of sound pressure levels of magnetic noise of polyphase induction motors [includes discussion]. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III : Power Apparatus and Systems*, 74(3) :1269–1280, 1955.
- [86] H Frohne. On the main parameters which determine the noise-level of asynchronous machines. *PhD Thesis, Tech. Univ. of Hannover, W. Germany*, 1959.
- [87] H Jordan and H Frohne. Determination of resonance frequencies of stators of polyphase motors. *Larmbekämpfung*, 1 :137–140, 1957.
- [88] B Cassoret, J-P Lecoite, and J-F Brudny. Influence of the pole number on the magnetic noise of electrical ac machines. *Progress In Electromagnetics Research*, 33 :83–97, 2011.
- [89] J Le Besnerais, V Lanfranchi, M Hecquet, P Brochet, and G Friedrich. Prediction of audible magnetic noise radiated by adjustable-speed drive induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 46(4) :1367–1373, 2010.
- [90] C Schlensok, M van der Giet, M H Gracia, D van Riesen, and K Hameyer. Structure-dynamic analysis of an induction machine depending on stator-housing coupling. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 44(3) :753–759, 2008.

- [91] SP Verma and RS Girgis. Considerations in the choice of main dimensions of stators of electrical machines in relation to their vibration characteristics. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(6) :2151–2159, 1975.
- [92] H PAVLOVSKY. Vypocet vlastnich kmitoctu statorovych, svazku elektrickyh stroju, elektrickyh stroju. *Electrotech. Obz.*, 57 :305–311, 1968.
- [93] SP Verma, RK Singal, and K Williams. Vibration behaviour of stators of electrical machines, part i : Theoretical study. *Journal of sound and vibration*, 115(1) :1–12, 1987.
- [94] H Wang and K Williams. The vibrational analysis and experimental verification of a plane electrical machine stator model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 9(4) :429–438, 1995.
- [95] AJ Ellison and SJ Yang. Natural frequencies of stators of small electric machines. In *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, volume 118, pages 185–190. IET, 1971.
- [96] J Martinez, A Belahcen, and A Muetze. Analysis of the vibration magnitude of an induction motor with different numbers of broken bars. *IEEE transactions on industry applications*, 53(3) :2711–2720, 2017.
- [97] JF Hong, SM Wang, YG Sun, and HX Cao. A high-precision analytical method for fast calculation of motor vibration based on tooth modeling. In *2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, volume 1, pages 1691–1696. IEEE, 2020.
- [98] R Islam and I Husain. Analytical model for predicting noise and vibration in permanent-magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on industry applications*, 46(6) :2346–2354, 2010.
- [99] A McCloskey, X Arrasate, X Hernández, I Gómez, and G Almandoz. Analytical calculation of vibrations of electromagnetic origin in electrical machines. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 98 :557–569, 2018.
- [100] JA Shumilov. Calculating stator vibrations in electrical machines. In *Proceedings of the International Conference on Electrical Machines, London*, page B3, 1974.
- [101] SJ Yang. Finite element method in evaluating the stator natural frequencies of small machines. In *Proceedings of the International Conference on Electrical Machines*, 1978.
- [102] DJ Finch. *Vibration and noise response of electrical machine stator cores excited by magnetic forces*. PhD thesis, Aston University, 1976.
- [103] S D Garvey, JE Penny, MJ Friswell, and CN Glew. Modelling the vibrational behaviour of stator cores of electrical machines with a view to successfully predicting machine noise. 1997.

- [104] F Ishibashi, M Matsushita, S Noda, and K Tonoki. Change of mechanical natural frequencies of induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 46(3) :922–927, 2010.
- [105] S Watanabe, S Kenjo, K Ide, F Sato, and M Yamamoto. Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, (4) :949–956, 1983.
- [106] H Li, D Zhang, P Xu, C Cao, D Hu, X Yan, Z Song, and Z Hu. Analysis on the vibration modes of the electric vehicle motor stator. *Vibroengineering Procedia*, 22 :81–86, 2019.
- [107] C Schlensok, D van Riesen, M van der Giet, and K Hameyer. Deformation analysis of induction machines by means of analytical and numerical methods. *IEEE transactions on magnetics*, 44(6) :1498–1501, 2008.
- [108] M Van Der Giet, C Schlensok, B Schmulling, and K Hameyer. Comparison of 2-d and 3-d coupled electromagnetic and structure-dynamic simulation of electrical machines. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(6) :1594–1597, 2008.
- [109] P Pellerey, V Lanfranchi, and G Friedrich. Coupled numerical simulation between electromagnetic and structural models. influence of the supply harmonics for synchronous machine vibrations. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(2) :983–986, 2012.
- [110] F Druesne, J Hallal, P Lardeur, and V Lanfranchi. Modal stability procedure applied to variability in vibration from electromagnetic origin for an electric motor. *Finite Elements in Analysis and Design*, 122 :61–74, 2016.
- [111] A Laiho, T P Holopainen, P Klinge, and A Arkkio. Distributed model for electromechanical interaction in rotordynamics of cage rotor electrical machines. *Journal of sound and vibration*, 302(4-5) :683–698, 2007.
- [112] J Hallal, A H Rasid, F Druesne, and V Lanfranchi. Comparison of radial and tangential forces effect on the radial vibrations of synchronous machines. In *2019 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, pages 243–248. IEEE, 2019.
- [113] C Feng, C Zhu, and M Chen. Magneto-mechanical coupling analysis of asynchronous motor considering stator vibration. In *2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, pages 1–5. IEEE, 2019.
- [114] J Martinez, A Belahcen, and JG Detoni. A 2d magnetic and 3d mechanical coupled finite element model for the study of the dynamic vibrations in the stator of induction motors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 66 :640–656, 2016.

- [115] A Saito, H Suzuki, M Kuroishi, and H Nakai. Efficient forced vibration reanalysis method for rotating electric machines. *Journal of Sound and Vibration*, 334 :388–403, 2015.
- [116] H Benaroya and M Rehak. Finite element methods in probabilistic structural analysis : a selective review. 1988.
- [117] A C Cullen, H C Frey, and C H Frey. *Probabilistic techniques in exposure assessment : a handbook for dealing with variability and uncertainty in models and inputs*. Springer Science & Business Media, 1999.
- [118] H Christopher F and S R Patil. Identification and review of sensitivity analysis methods. *Risk analysis*, 22(3) :553–578, 2002.
- [119] W L Oberkampf, J C Helton, C A Joslyn, S F Wojtkiewicz, and S Ferson. Challenge problems : uncertainty in system response given uncertain parameters. *Reliability Engineering & System Safety*, 85(1-3) :11–19, 2004.
- [120] A Saltelli, S Tarantola, F Campolongo, and M Ratto. *Sensitivity analysis in practice : a guide to assessing scientific models*, volume 1. Wiley Online Library, 2004.
- [121] E Vanmarcke. *Random fields : analysis and synthesis*. World scientific, 2010.
- [122] A Der Kiureghian and JB Ke. The stochastic finite element method in structural reliability. *Probabilistic engineering mechanics*, 3(2) :83–91, 1988.
- [123] M Loeve. Van nostrand, princeton, nj. *Probability Theory*, 1955.
- [124] R G Ghanem and P D Spanos. Stochastic finite element method : Response statistics. In *Stochastic finite elements : a spectral approach*, pages 101–119. Springer, 1991.
- [125] F M Dekking, C Kraaikamp, H P Lopuhaä, and L E Meester. *A Modern Introduction to Probability and Statistics : Understanding why and how*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [126] H M Panayirci. *Computational strategies for efficient stochastic finite element analysis of engineering structures*. na, 2010.
- [127] E Hills, B R Mace, and N S Ferguson. Response statistics of stochastic built-up structures. 2004.
- [128] R V Field Jr. Stochastic models : theory and simulation. Technical report, Citeseer, 2008.
- [129] G Stefanou. The stochastic finite element method : past, present and future. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 198(9-12) :1031–1051, 2009.
- [130] J Ahmad. *Analyse modale des structures avec incertitudes par la méthode des éléments finis stochastiques spectrale*. PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2009.

- [131] C Soize. A nonparametric model of random uncertainties for reduced matrix models in structural dynamics. *Probabilistic engineering mechanics*, 15(3) :277–294, 2000.
- [132] C Soize. Maximum entropy approach for modeling random uncertainties in transient elastodynamics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(5) :1979–1996, 2001.
- [133] B Cambou. Application of first-order uncertainty analysis in the finite element method in linear elasticity. In *Proc. of 2nd Int. Conf. Application of Statistics and Structural Engineering, Aarchen*, pages 67–87, 1975.
- [134] G B Beacher and T S Ingra. Stochastic fem in settlement predictions. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 107(4) :449–463, 1981.
- [135] M Kaminski. Stochastic second-order perturbation approach to the stress-based finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, 38(21) :3831–3852, 2001.
- [136] M Kaminski. Stochastic perturbation approach to engineering structure vibrations by the finite difference method. *Journal of sound and Vibration*, 251(4) :651–670, 2002.
- [137] I Elishakoff and Y Ren. *Finite element methods for structures with large stochastic variations*, volume 7. Oxford University Press on Demand, 2003.
- [138] G Falsone and N Impollonia. A new approach for the stochastic analysis of finite element modelled structures with uncertain parameters. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(44) :5067–5085, 2002.
- [139] G Falsone and G Ferro. A method for the dynamical analysis of fe discretized uncertain structures in the frequency domain. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194(42-44) :4544–4564, 2005.
- [140] M Shinozuka and G Deodatis. Response variability of stochastic finite element systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 114(3) :499–519, 1988.
- [141] H G Matthies, C E Brenner, C G Bucher, and C G Soares. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-stochastic finite elements. *Structural safety*, 19(3) :283–336, 1997.
- [142] LA Bergman, M Shinozuka, CG Bucher, K Sobczyk, G Dasgupta, PD Spanos, G Deodatis, BF Spencer, RG Ghanem, A Sutoh, et al. A state-of-the-art report on computational stochastic mechanics. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 12(4) :197–321, 1997.
- [143] B Sudret and A Der Kiureghian. *Stochastic finite element methods and reliability : a state-of-the-art report*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California . . . , 2000.

- [144] J Li and S Liao. Response analysis of stochastic parameter structures under non-stationary random excitation. *Computational Mechanics*, 27(1) :61–68, 2001.
- [145] R Ghanem. Ingredients for a general purpose stochastic finite elements implementation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 168(1-4) :19–34, 1999.
- [146] B Sudret and A Der Kiureghian. Comparison of finite element reliability methods. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 17(4) :337–348, 2002.
- [147] S M Ulam et al. *Analogies between analogies : the mathematical reports of SM Ulam and his Los Alamos collaborators*, volume 10. Univ of California Press, 1990.
- [148] N Metropolis and S Ulam. The monte carlo method. *Journal of the American statistical association*, 44(247) :335–341, 1949.
- [149] J WALTER. Monte carlo methods-hammersley, jm, handscomb, dc, 1967.
- [150] GS Fishman. Monte carlo concepts, algorithms and applications. springer-verlag. 1996.
- [151] M Papadrakakis and A Kotsopoulos. Parallel solution methods for stochastic finite element analysis using monte carlo simulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 168(1-4) :305–320, 1999.
- [152] M D McKay, R J Beckman, and W J Conover. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 42(1) :55–61, 2000.
- [153] R Manteufel. Evaluating the convergence of latin hypercube sampling. In *41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, page 1636, 2000.
- [154] A Eddhahak-Ouni, I Masson, E Allaire, and M Zidi. Stochastic approach to estimate the arterial pressure. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 28(4) :712–719, 2009.
- [155] S-A Chentouf, N Bouhaddi, and C Laitem. Robustness analysis by a probabilistic approach for propagation of uncertainties in a component mode synthesis context. *Mechanical systems and signal processing*, 25(7) :2426–2443, 2011.
- [156] R E Moore. *Interval analysis*, volume 4. Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1966.
- [157] AD Dimarogonas. Interval analysis of vibrating systems. *Journal of Sound and Vibration*, 183(4) :739–749, 1995.

- [158] O Dessombz, F Thouverez, J-P Laîné, and L Jézéquel. Analysis of mechanical systems using interval computations applied to finite element methods. *Journal of Sound and Vibration*, 239(5) :949–968, 2001.
- [159] L A Zadeh. Information and control. *Fuzzy sets*, 8(3) :338–353, 1965.
- [160] S S Rao and J P Sawyer. Fuzzy finite element approach for analysis of imprecisely defined systems. *AIAA journal*, 33(12) :2364–2370, 1995.
- [161] D Moens and D Vandepitte. Envelope frequency response function calculation of un-certain structures. 2001.
- [162] M Hanss. The transformation method for the simulation and analysis of systems with uncertain parameters. *Fuzzy Sets and systems*, 130(3) :277–289, 2002.
- [163] M Hanss, S Oexl, and L Gaul. Identification of a bolted-joint model with fuzzy parameters loaded normal to the contact interface. *Mechanics Research Communications*, 29(2-3) :177–187, 2002.
- [164] D Dubois. Théorie des possibilités; applications a la représentation des connaissances en informatique. Technical report, 1988.
- [165] E Nikolaidis, S Chen, H Cudney, R T Haftka, and R Rosca. Comparison of probability and possibility for design against catastrophic failure under uncertainty. *J. Mech. Des.*, 126(3) :386–394, 2004.
- [166] A P Dempster et al. Upper and lower probabilities generated by a random closed interval. *The Annals of Mathematical Statistics*, 39(3) :957–966, 1968.
- [167] G Shafer. *A mathematical theory of evidence*, volume 42. Princeton university press, 1976.
- [168] P Ladevèze, G Puel, and T Romeuf. Lack of knowledge in structural model validation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 195(37-40) :4697–4710, 2006.
- [169] Nidec Leroy-Somer. <https://acim.nidec.com/motors/leroy-somer/about-us/leroy-somer>, 2021 (accessed January 3, 2021).
- [170] A Mayr, M Weigelt, J von Lindenfels, J Seefried, M Ziegler, A Mahr, N Urban, A Kühl, F Hüttel, and J Franke. Electric motor production 4.0—application potentials of industry 4.0 technologies in the manufacturing of electric motors. In *2018 8th International Electric Drives Production Conference (EDPC)*, pages 1–13. IEEE, 2018.
- [171] P Millithaler, É Sadoulet-Reboul, M Ouisse, J-B Dupont, and N Bouhaddi. Structural dynamics of electric machine stators : Modelling guidelines and identification of three-dimensional equivalent material properties for multi-layered orthotropic laminates. *Journal of Sound and Vibration*, 348 :185–205, 2015.

- [172] S A Long, Z Q Zhu, and D Howe. Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, 148(3) :257–264, 2001.
- [173] Z Tang, P Pillay, A M Omekanda, C Li, and C Cetinkaya. Measurement of young's modulus for switched reluctance motor vibration determination. In *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03.*, volume 3, pages 1590–1595. IEEE, 2003.
- [174] W M Lai, D H Rubin, D Rubin, and E Krempl. *Introduction to continuum mechanics*. Butterworth-Heinemann, 2009.
- [175] K F Graff. *Wave motion in elastic solids*. Courier Corporation, 2012.
- [176] S-H B Chentouf. *Simulation et essais dynamiques sur stators de moteurs de traction*. PhD thesis, 2011.
- [177] S Gade and H Herlufsen. 35 years with structural measurements at Brüel & Kjær. In *Sensors and Instrumentation, Volume 5*, pages 27–36. Springer, 2016.
- [178] Z-F Fu and J He. *Modal analysis*. Elsevier, 2001.
- [179] LMS Test. Lab, modal impact user manual [z]. *Beijing : LMS International*, 2009.
- [180] K G McConnell and P S Varoto. *Vibration testing : theory and practice*. John Wiley & Sons, 1995.
- [181] T J Anderson and A H Nayfeh. Natural frequencies and mode shapes of laminated composite plates : experiments and fea. *Journal of Vibration and Control*, 2(4) :381–414, 1996.
- [182] L Sinha, D Das, A N Nayak, and S K Sahu. Experimental and numerical study on free vibration characteristics of laminated composite plate with/without cut-out. *Composite Structures*, 256 :113051.
- [183] A Abd_Elsalam, M A Gohary, and H A El-Gamal. Modal analysis on tire with respect to different parameters. *Alexandria Engineering Journal*, 56(4) :345–357, 2017.
- [184] P h Trompette, D Boillot, and M-A Ravel. The effect of boundary conditions on the vibration of a viscoelastically damped cantilever beam. *Journal of Sound and Vibration*, 60(3) :345–350, 1978.
- [185] C A Geweth, S K Baydoun, F Saati, K Sepahvand, and S Marburg. Effect of boundary conditions in the experimental determination of structural damping. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 146 :107052.
- [186] D Inman. *Critical damping*. 2001.
- [187] G A Papagiannopoulos and G D Hatzigeorgiou. On the use of the half-power bandwidth method to estimate damping in building structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(7) :1075–1079, 2011.

- [188] J-T Wang. Investigation of damping in arch dam-water-foundation rock system of mauvoisin arch dam. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(1) :33–44, 2011.
- [189] Francisco P Léopore N and M B d Santos. A procedure for the parametric identification of viscoelastic dampers accounting for preload. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 34(2) :213–218, 2012.
- [190] W Thaijaroen and A J L Harrison. Nonlinear dynamic modelling of rubber isolators using six parameters based on parabolic spring, springpot, and smooth-slip friction element. *Polymer testing*, 29(7) :857–865, 2010.
- [191] M Böl and S Reese. Finite element modelling of rubber-like polymers based on chain statistics. *International journal of solids and structures*, 43(1) :2–26, 2006.
- [192] D Formenti. Excitation direction in modal testing-is it important? *SOUND AND VIBRATION*, 34(3) :14–+, 2000.
- [193] S Rao Singiresu et al. *Mechanical vibrations*. Addison Wesley Boston, MA, 1995.
- [194] Z Mao and M Todd. Statistical modeling of frequency response function estimation for uncertainty quantification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 38(2) :333–345, 2013.
- [195] Q Leclere, NB Roozen, and C Sandier. On the use of the hs estimator for the experimental assessment of transmissibility matrices. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 43(1-2) :237–245, 2014.
- [196] H Herlufsen. Modal analysis using multi-reference and multiple-input multiple-output techniques. *Brüel & Kjær, Application Note*, page 16, 2004.
- [197] H C Cross and E E Hill. *Density of hot-rolled and heat-treated carbon steels*. Number 562. US Government Printing Office, 1927.
- [198] J E Mottershead and M I Friswell. Model updating in structural dynamics : a survey. *Journal of sound and vibration*, 167(2) :347–375, 1993.
- [199] R J Allemang. The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. *Sound and vibration*, 37(8) :14–23, 2003.
- [200] A Batou, C Soize, and S Audebert. Model identification in computational stochastic dynamics using experimental modal data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 50 :307–322, 2015.
- [201] N C Perkins and CD Mote Jr. Comments on curve veering in eigenvalue problems. *Journal of Sound and Vibration*, 106(3) :451–463, 1986.
- [202] C Pierre. Mode localization and eigenvalue loci veering phenomena in disordered structures. 1988.

- [203] V Arora. Structural damping identification method using normal frfs. *International Journal of Solids and Structures*, 51(1) :133–143, 2014.
- [204] L A Wood and C A Joachim. Variability of interior noise levels in passenger cars. In *Vehicle Noise and Vibration. Papers read at the International Conference held at the Institution of Mechanical Engineers, London 5-7 June 1984.*, 1984.
- [205] F Chauvicourt, CT Faria, JC Gyselinck, H Van Der Auweraer, and W Desmet. Alternative lamination stacking technique of stator cores for improved structural damping of electric machines. In *Proceedings of ISMA 2018-International Conference on Noise and Vibration Engineering and USD 2018-International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics*, pages 4443–4457, 2018.
- [206] L Komzsik. *What every engineer should know about computational techniques of finite element analysis*, volume 38. CRC Press, 2009.
- [207] M Petrolo and E Carrera. Best theory diagrams for multilayered structures via shell finite elements. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 6(1) :4, 2019.
- [208] J-D Chazot, B Nennig, and A Chettah. Harmonic response computation of viscoelastic multilayered structures using a zpst shell element. *Computers & structures*, 89(23-24) :2522–2530, 2011.
- [209] R Hauptmann, S Doll, M Harnau, and K Schweizerhof. Solid-shell’elements with linear and quadratic shape functions at large deformations with nearly incompressible materials. *Computers & Structures*, 79(18) :1671–1685, 2001.
- [210] H Naceur, S Shiri, D Coutellier, and JL Batoz. On the modeling and design of composite multilayered structures using solid-shell finite element model. *Finite Elements in Analysis and Design*, 70 :1–14, 2013.
- [211] A J Sadowski and J M Rotter. Solid or shell finite elements to model thick cylindrical tubes and shells under global bending. *International Journal of Mechanical Sciences*, 74 :143–153, 2013.
- [212] CR Chen, J Pascual, FD Fischer, O Kolednik, and R Danzer. Prediction of the fracture toughness of a ceramic multilayer composite—modeling and experiments. *Acta materialia*, 55(2) :409–421, 2007.
- [213] R Scigliano, M Scionti, and P Lardeur. Verification, validation and variability for the vibration study of a car windscreen modeled by finite elements. *Finite Elements in Analysis and Design*, 47(1) :17–29, 2011.
- [214] M Van Der Giet and K Hameyer. Identification of homogenized equivalent materials for the modal analysis of composite structures in electrical machines. *IMechE*, 1 :437–448, 2008.

- [215] P Millithaler, E Sadoulet-Reboul, M Ouisse, J-B Dupont, and N Bouhaddi. Identification of representative anisotropic material properties accounting for friction and preloading effects : A contribution for the modeling of structural dynamics of electric motor stators. *Journal of Vibration and Control*, 24(2) :237–259, 2018.
- [216] C-F Tso, D P Molitoris, M Yaksh, et al. Mesh convergence studies for hexahedral elements d. Technical report, Idaho National Laboratory (INL), 2013.
- [217] Ansys. Ansys academic research mechanical, release 13.1.
- [218] INC Ansys. Theory reference, release 5.6. *ANSYS Inc., Canonsburg*, 1997.
- [219] M Mahjudin, P Lardeur, F Druesne, and I Katili. Stochastic finite element analysis of plates with the certain generalized stresses method. *Structural Safety*, 61 :12–21, 2016.
- [220] Q Yin, P Lardeur, and F Druesne. Performances assessment of the modal stability procedure for the probabilistic free vibration analysis of laminated composite structures. *Composite Structures*, 203 :474–485, 2018.
- [221] MB Boubaker, F Druesne, P Lardeur, F Barillon, and P Mordillat. Uncertain vibration analysis of an automotive car body modeled by finite elements with the modal stability procedure. In *International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA) and International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics (USD)*, 2012.
- [222] R H MacNeal. A hybrid method of component mode synthesis. *Computers & Structures*, 1(4) :581–601, 1971.
- [223] Simin Li, Emrah Demirci, and Vadim V Silberschmidt. Variability and anisotropy of mechanical behavior of cortical bone in tension and compression. *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 21 :109–120, 2013.
- [224] K Sepahvand and S Marburg. Identification of composite uncertain material parameters from experimental modal data. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 37 :148–153, 2014.
- [225] S Debruyne, D Vandepitte, and D Moens. Identification of design parameter variability of honeycomb sandwich beams from a study of limited available experimental dynamic structural response data. *Computers & Structures*, 146 :197–213, 2015.
- [226] L Mehrez, D Moens, and D Vandepitte. Stochastic identification of composite material properties from limited experimental databases, part i : Experimental database construction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27 :471–483, 2012.

- [227] L Mehrez, A Doostan, D Moens, and D Vandepitte. Stochastic identification of composite material properties from limited experimental databases, part ii : Uncertainty modelling. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27 :484–498, 2012.
- [228] S Dey, T Mukhopadhyay, SK Sahu, G Li, H Rabitz, and S Adhikari. Thermal uncertainty quantification in frequency responses of laminated composite plates. *Composites Part B : Engineering*, 80 :186–197, 2015.
- [229] PK Karsh, T Mukhopadhyay, and S Dey. Stochastic dynamic analysis of twisted functionally graded plates. *Composites Part B : Engineering*, 147 :259–278, 2018.
- [230] S Wei, J Zhao, Q Han, and F Chu. Dynamic response analysis on torsional vibrations of wind turbine geared transmission system with uncertainty. *Renewable Energy*, 78 :60–67, 2015.
- [231] M Shariyat, AA Jafari, and MM Alipour. Investigation of the thickness variability and material heterogeneity effects on free vibration of the viscoelastic circular plates. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 26(1) :83–98, 2013.
- [232] Z JGN del Prado, A L DP Argenta, F MA da Silva, and P B Gonçalves. The effect of material and geometry on the non-linear vibrations of orthotropic circular cylindrical shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 66 :75–86, 2014.
- [233] KM Liew, MK Lim, CW Lim, DB Li, and YR Zhang. Effects of initial twist and thickness variation on the vibration behaviour of shallow conical shells. *Journal of Sound and Vibration*, 180(2) :271–296, 1995.
- [234] GH Jang and DK Lieu. The effect of magnet geometry on electric motor vibration. *IEEE Transactions on Magnetism*, 27(6) :5202–5204, 1991.
- [235] H Issa, N Khishen, F Druesne, J Hallal, M Hammoud, and A Hallal. Effects of yoke thickness change on the vibration behavior of an electric machine. In *Mechanism, Machine, Robotics and Mechatronics Sciences*, pages 141–150. Springer, 2019.