HAL
open science

Manipulation d'atomes de Rydberg par contrôle quantique

Arthur Larrouy

To cite this version:

Arthur Larrouy. Manipulation d'atomes de Rydberg par contrôle quantique. Physique Quantique [quant-ph]. Sorbonne Université, 2020. Français. NNT : 2020SORUS388 . tel-03599611

HAL Id: tel-03599611

https://theses.hal.science/tel-03599611

Submitted on 7 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Spécialité : Physique

École doctorale n°564: Physique en Île-de-France

réalisée

au Laboratoire Kastler Brossel

sous la direction de Jean-Michel RAIMOND

présentée par

Arthur LARROUY

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Sujet de la thèse :

Manipulation d'atomes de Rydberg par contrôle quantique

soutenue le 29 mai 2020

devant le jury composé de :

M.	Fedor JELEZKO	Rapporteur
M.	Patrick CHEINET	Rapporteur
Mme	Christiane KOCH	Examinatrice
Mme	Maria CHAMARRO	Examinatrice
M.	Jean-Michel RAIMOND	Directeur de thèse
M.	Sébastien GLEYZES	Membre invité

Il dit non avec la tête
Mais il dit oui avec le cœur
Il dit oui à ce qu'il aime
Il dit non au professeur
Il est debout
On le questionne
Et tous les problèmes sont posés
Soudain le fou rire le prend
Et il efface tout
Les chiffres et les mots
Les dates et les noms
Les phrases et les pièges
Et malgré les menaces du maître
Sous les huées des enfants prodiges
Avec des craies de toutes les couleurs
Sur le tableau noir du malheur
Il dessine le visage du bonheur

Charles Baudelaire

Table des matières

Introduction **iii**

I Élements de théorie des atomes de Rydberg **1**
- I.1 L'atome d'hydrogène . . . 2
  - I.1.1 L'atome d'hydrogène en champ nul . . . 2
    - a) Description dans la base des états sphériques . . . 2
    - b) Description dans la base des états paraboliques . . . 3
    - c) Vecteur de Runge-Lenz . . . 5
  - I.1.2 L'atome d'hydrogène en présence d'un champ électrique statique . 7
    - a) Calcul dans la base parabolique . . . 8
    - b) Expression en terme de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ . . . 9
  - I.1.3 L'atome d'hydrogène couplé à un champ radiofréquence en présence d'un champ électrique statique . . . 11
    - a) Hamiltonien de couplage . . . 11
    - b) États cohérents de spin . . . 13
    - c) Fonction Q d'un moment cinétique et sphère de Bloch généralisée . . . 14
    - d) Champ radiofréquence de polarisation σ^- . . . 16
- I.2 L'atome de rubidium . . . 18
  - I.2.1 L'atome de rubidium en champ nul . . . 18
  - I.2.2 L'atome de rubidium en présence d'un champ électrique statique . 19

II Dispositif expérimental **21**
- II.1 Description du montage expérimental . . . 21
- II.2 Préparation et détection des atomes . . . 22
  - II.2.1 Excitation des atomes vers un état de Rydberg . . . 22
  - II.2.2 Circularisation des atomes . . . 25
    - a) Oscillations de Rabi . . . 25
    - b) Passage adiabatique . . . 27
  - II.2.3 Détection des atomes par ionisation . . . 29
- II.3 Manipulation de l'état interne des atomes . . . 30
  - II.3.1 Le champ microonde . . . 31
    - a) Génération du champ microonde . . . 31
    - b) Principe des sondes microondes . . . 32
  - II.3.2 Le champ radiofréquence . . . 34

III Calibration des outils expérimentaux **37**
III.1 Mise en place d'un premier passage adiabatique 37
III.2 Optimisation de la polarisation du champ généré par H et N 42
III.2.1 Procédure et résultat de la première optimisation 42
a) Interaction d'un atome de Rydberg de grand moment angulaire avec un champ radiofréquence désaccordé et de polarisation quelconque 42
b) Procédure d'optimisation de la polarisation du champ radiofréquence 44
III.3 Optimisation du passage adiabatique 47
III.4 Calibration de l'amplitude du champ radiofréquence 55
III.5 Détection quantitative des niveaux d'intérêt 58
III.5.1 Mesure des populations des niveaux de moment angulaire élevé . . 58
III.5.2 Détection quantitative des niveaux de bas m 61

IV Préparation d'atomes de Rydberg circulaires **67**
IV.1 Présentation générale de la théorie du contrôle quantique 67
IV.2 Préparation d'atomes de Rydberg circulaires 71
IV.2.1 Résultat de la méthode de Krotov 71
IV.2.2 Premiers essais de circularisation 74
IV.2.3 Optimisation de la forme de l'impulsion 75
IV.2.4 Mesure des populations de l'état préparé 77
IV.3 Cohérence de la préparation optimale 80
IV.3.1 Principe 80
IV.3.2 Cas du niveau $|50C\rangle$ 81
a) Explication qualitative de la démarche 81
b) Optimisation empirique des impulsions F et B en deux plateaux 84
IV.3.3 Mesure de la cohérence 87
a) Réalisation de franges d'interférences et phases des impulsions 87
b) Mesure de la sensibilité au champ électrique de la superposition 90
c) Évolution de la visibilité en fonction de la sensibilité . . . 90

V Préparation d'un état « chat de Schrödinger » **93**
V.1 Préparation de la superposition $|52C\rangle - |52,m = 1\rangle$ 93
V.1.1 Interprétation 94
V.1.2 Implémentation directe de l'impulsion 95
V.1.3 Normalisation de la population de $|52, m = 1\rangle$ 96
V.1.4 Adaptation de l'impulsion aux contraintes expérimentales 97
a) Optimisation de la seconde partie de l'impulsion 98
b) Optimisation de la première partie de l'impulsion 100
V.1.5 Application de l'impulsion optimisée 101
V.2 Cohérence de l'état préparé 101
V.2.1 Première optimisation : minimisation de la population de $|52,m = 3\rangle$ 103

V.2.2 Maximisation du contraste des franges 103
V.2.3 Mesure de la cohérence de la superposition 107
V.2.4 Fidélité de la préparation 110
V.3 Réinterprétation de ces résultats en terme d'électrométrie 111
V.3.1 Limite quantique standard 111
V.3.2 Métrologie quantique 113
V.3.3 Sensibilité 115
V.3.4 Résultats expérimentaux précédents 116
V.3.5 Contrôle optimal et métrologie 118

Conclusion **121**

A Estimation de la perte d'efficacité des sondes due à la dérive du champ électrique **129**

Bibliographie **133**

Introduction

L'étrangeté du monde quantique est un sujet qui a passionné des générations de physiciens pendant plus d'un siècle. Des expériences de pensées d'Einstein et Schrödinger qui fondèrent la mécanique quantique, aux premières mises en évidences expérimentales d'états « chat de Schrödinger » et à l'observation de leur décohérence [1] ou de la non-localité [2], la mécanique quantique n'a eu de cesse de fasciner les physiciens du vingtième siècle. De par son caractère contre intuitif, elle remet en question notre conception classique du monde et l'interprétation de son formalisme est sujet à débats depuis sa création [3]. En dépit de ces problèmes d'ordre épistémologiques, nous sommes aujourd'hui capables de tirer profit de ces aspects contre-intuitifs et de les utiliser comme des *ressources*. Les progrès expérimentaux de la seconde moitié du vingtième siècle nous permettent aujourd'hui de construire des systèmes quantiques ayant non pour but d'étudier le comportement de la nature, mais bien d'*utiliser* ses propriétés contre intuitives en tant qu'outils technologiques : c'est la seconde révolution quantique. La plus en vogue de ces nouvelles (futures) technologies est l'ordinateur quantique [4, 5, 6, 7, 8], promettant de résoudre des problèmes qui prendraient un temps infini pour nos ordinateurs classiques. Bien que l'ordinateur quantique universel ne soit pas encore à l'ordre du jour en raison de la complexité de contrôler individuellement un grand nombre de qubits tout en s'affranchissant de la décohérence, de nombreux progrès récents on été effectués [9]. En plus de cette arlésienne, d'autres applications technologiques majeures peuvent être évoquées. Par exemple, la communication quantique [10] utilise des systèmes quantiques pour transférer de l'information de manière sécurisée ou pour vérifier l'authenticité d'un message. La métrologie quantique est une autre de ces applications : ici, on utilise l'état non-classique du « mètre » pour mesurer une grandeur physique plus rapidement ou avec une meilleure sensibilité qu'avec une méthode classique [11, 12]. Enfin, la simulation quantique, dont la paternité du concept revient à Feynman [13, 14], permet d'étudier le comportement de systèmes quantiques en simulant leur dynamique avec un autre système physique que l'on contrôle totalement.

Comme nous pouvons le voir, cet enjeu nécessite d'être capable de maîtriser des systèmes de plus en plus gros. Les ordinateurs quantiques nécessitent toujours plus de qubits, les simulateurs quantiques toujours plus de particules. L'augmentation de la taille de ces systèmes est en soi un défi technologique : en effet, plus la taille d'un système est importante, plus la décohérence de ce dernier est rapide [15], ou plus le contrôle de ses éléments individuellement est complexe [16, 17]. Une des approches parmi les plus prometteuses pour pallier à ces problèmes est le contrôle quantique optimal (*optimal control theory* dans la littérature, abrégé en OCT dans ce manuscrit) [18] qui est un outil permettant de trouver des méthodes *optimales* de préparation d'états arbitraires. Par optimale, nous

entendons des méthodes permettant une fidélité de préparation la plus importante possible, pour des durées les plus courtes possibles tout en restant robustes aux fluctuations induites par l'environnement. Cet outil très versatile peut en principe s'appliquer à toutes sortes de systèmes : des atomes neutres [19] aux centres colorés du diamant [20, 21], en passant par les photons [22, 23] et les ions [24]. Ces nombreuses applications théoriques ont été suivies, plus récemment et à un rythme plus lent, d'implémentations expérimentales, tout d'abord sur des systèmes à un ou deux qubits [25, 26, 27, 28, 29]. On a pu aussi voir apparaître des applications à des systèmes plus complexes. En effet, pour des espaces de Hilbert plus importants, comme l'oscillateur harmonique [30, 31] ou des ensembles d'atomes froids [15, 32], la théorie du contrôle quantique optimal commence à remplacer les protocoles conventionnels en fournissant des alternatives plus rapides [33] à des processus de préparation standards [34].

La théorie du contrôle quantique fournit des algorithmes prenant pour entrées des variables expérimentales (par exemple, l'amplitude d'impulsions que l'on est en mesure d'envoyer dans l'expérience) ainsi que le but que l'on souhaite atteindre (souvent la préparation d'un état quantique précis du système) et va fournir en réponse les valeurs que doivent prendre au cours du temps les variables expérimentales pour atteindre ce but de la meilleure façon possible. Cette meilleure façon possible est définie par l'expérimentateur ou l'expérimentatrice et consiste la plupart du temps à préparer des états dont la préparation est non-triviale [15], ou d'augmenter la rapidité ou la fidélité de préparation par rapport à des processus déjà existant [33]. Dans ce but, un « indice de performance » est défini préalablement, par exemple la fidélité de l'état préparé, que l'on traite comme une fonction de l'impulsion que l'on envoie dans l'expérience. On y ajoute généralement des contraintes, par exemple sur la bande passante ou l'amplitude maximale, afin de correspondre à ce qui est effectivement réalisable dans un dispositif expérimental réel. L'algorithme va alors trouver l'impulsion qui minimise cette fonctionnelle, c'est-à-dire qui va maximiser la fidélité de préparation tout en minimisant les ressources utilisées.

Durant cette thèse nous avons appliqué la théorie du contrôle optimal à la préparation d'états circulaires et non-classiques d'atomes de Rydberg. Les atomes de Rydberg sont des atomes très excités qui ont, par conséquent, un nombre quantique principal n très élevé. Ce sont des atomes « géants », puisque leur taille croît comme n^2. Il en résulte des propriétés très intéressantes, notamment de très grands dipôles entraînant un couplage très important au champ électromagnétique et entre atomes. En raison de ces propriétés, les atomes de Rydberg sont depuis une dizaine d'année sur le devant de la scène et suscitent un grand intérêt dans le domaine de l'information [35] et de la simulation quantique [36]. En effet, la portée et l'intensité des interactions de Van Der Vaals [37] en font de très bons candidats pour la réalisation de portes quantiques et d'états intriqués [38, 39]. De plus, l'excitation d'un atome de Rydberg unique au sein d'un gaz est rendue possible par l'effet de blocage dipolaire [38]. Cette excitation, alors délocalisée produit des corrélations spatiales à l'intérieur de ce gaz. Les atomes de Rydberg se retrouvent donc au cœur des problématiques actuelles de la physique quantique.

Le groupe dans lequel cette thèse a été effectuée a derrière lui un longue histoire de l'utilisation de ces atomes. En particulier, le groupe a acquis une grande maîtrise de la préparation d'états circulaires, c'est-à-dire d'états de Rydberg de moment cinétique orbital maximal [40, 41]. En raison de l'absence de couplage optique vers l'état fondamental, ces atomes circulaires bénéficient d'un long temps de vie en comparaison d'états

de Rydberg « simples ». De plus, leur fort couplage au champ électromagnétique a permis d'atteindre le régime du « couplage fort » en étant placés à l'intérieur de cavités microondes supraconductrices de très grand facteur de qualité. Ces derniers se sont donc révélés être de puissants outils expérimentaux pour l'électrodynamique quantique en cavité [42]. Ces expériences ont permis de mettre en évidence expérimentalement certaines des propriétés quantiques de la lumière, comme la quantification du champ [43, 44], la mesure non-destructive du nombre de photons dans une cavité [45, 46], l'observation de sauts quantiques [47, 48], ou l'utilisation de la rétroaction quantique pour stabiliser des états de Fock du champ électromagnétique [49]. Encore plus récemment, le groupe s'est orienté vers l'utilisation des atomes de Rydberg pour la simulation quantique [50]. En effet, les atomes de Rydberg circulaires sont aussi de très bons candidats : il est difficile de piéger des atomes de Rydberg en utilisant des lasers en raison de leur forte probabilité de photoionisation. En revanche, les atomes circulaires sont beaucoup moins sensibles à ce phénomène et il est donc possible de les piéger. Le groupe a récemment utilisé un faisceau laser dans un mode transverse Laguerre-Gauss (un faisceau « creux ») et utilisé la force pondéromotrice induite par la lumière afin de piéger l'électron des atomes [36]. Un piège à deux dimensions a été ainsi réalisé, permettant le maintien des atomes jusqu'à 10 ms. Ces avancées récentes ouvrent la voie à un simulateur quantique basé sur des atomes de Rydberg circulaires : généraliser ce principe à un réseau de pinces optiques [51], permettrait de simuler un réseau de particules de spin 1/2 dont la dynamique est régie par un Hamiltonien XXZ dont tous les paramètres sont contrôlés. Ainsi, il devient possible d'étudier par exemple des transitions de phase quantiques ou certain phénomènes hors équilibre.

La métrologie quantique est un autre domaine dans lequel les atomes de Rydberg circulaires sont de très bon outils. Une fois préparés dans des états non-classiques adéquats, on peut tirer profit de leur fort couplage à leur environnement électromagnétique afin de mesurer des champs avec une excellente sensibilité. L'architecture du dispositif sur lequel j'ai travaillé durant cette thèse permet la génération de champs radiofréquence de très bonne pureté de polarisation et permet ainsi de naviguer dans la structure caractéristiques des niveaux Stark de l'atome de Rydberg de Rubidium, représentée sur la figure .1. Ceci rend possible la préparation d'états non classiques de l'atome : ce dispositif a tout d'abord été utilisé pour la mise en évidence expérimentale de l'effet Zénon dynamique [52]. La dynamique de l'atome est confinée à une portion restreinte de l'espace de Hilbert en le soumettant à une mesure continue, ce qui permet de générer des états « chats de Schrödinger » de l'atome. Ensuite, le groupe a tiré profit des propriétés de l'atome de Rydberg, comme son très grand moment dipolaire électrique, pour faire de la métrologie des champs électriques [53, 54]. Ces expériences sont basées sur la préparation d'une superposition d'états de dipôles électriques très différents afin de mesurer des champs électriques statiques ou variables dans le temps avec une sensibilité au delà de la limite quantique standard. Enfin, nous avons aussi utilisé l'atome comme une sonde extrêmement sensible aux champs magnétiques en préparant une superposition de deux états circulaires de moments cinétiques opposés, tirant profit de la différence de nombres quantiques magnétiques de l'ordre de 100 entre ces deux états [55].

La possibilité de naviguer au sein de la multiplicité Rydberg de manière bien contrôlée est donc d'un intérêt majeur pour la métrologie. Puisque l'on est alors capable de préparer des états non-classiques avec un seul atome, nous pourrions en principe appliquer ces

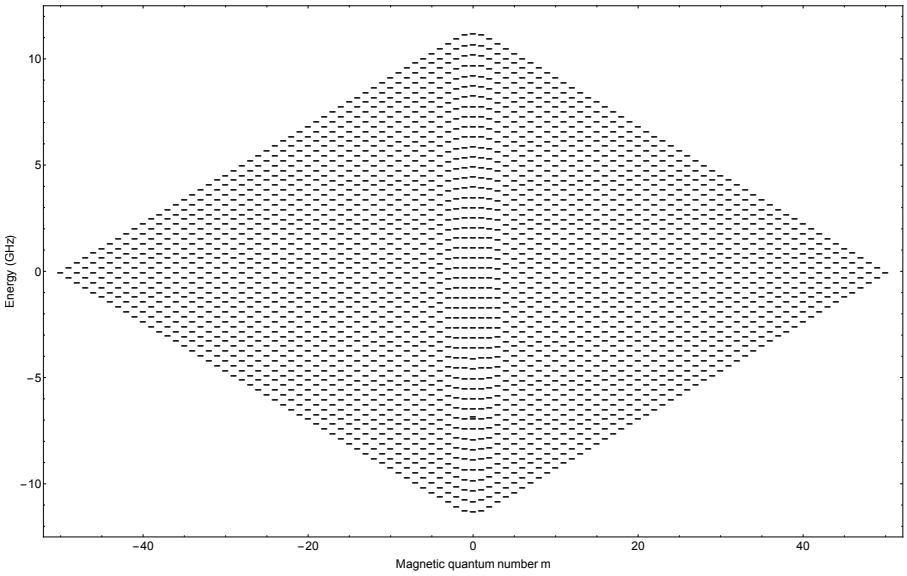


Fig. .1 *Représentation des niveaux d'énergie des états Stark de la multiplicité $n = 51$ l'atome de Rydberg placé dans un champ électrique statique $F = 2{,}345\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$. Les niveaux sont ordonnés selon leur nombre quantique magnétique m. Figure tirée de [56].*

méthodes sur des ensembles d'atomes piégés et ainsi encore augmenter la sensibilité de ces mesures. Cependant, il se pose des problématiques nouvelles lorsque l'on s'intéresse à ces ensembles d'atomes, notamment la décohérence, qui se fait de plus en plus rapide à mesure que l'on augmente la taille du système. C'est ici qu'entre en jeu, pour le groupe, la théorie du contrôle quantique optimal. Les états Stark de l'atome de Rydberg de Rubidium sont très bien connus et l'on est capable de modéliser l'hamiltonien du couplage entre l'atome et le champ radiofréquence avec un très bon accord avec la réalité. Ce dernier se prête alors très bien à des approches impliquant le contrôle optimal. En effet, S. Patsch *et. al.* ont proposé une méthode de préparation d'atomes circulaires à la fois rapide et efficace [57]. Cette méthode se base sur un algorithme appelé « méthode de Krotov » [58] qui permet, en simulant la dynamique de l'atome soumis à un champ radiofréquence d'amplitude variable, de trouver une impulsion de forme optimale pour préparer des états arbitraires de l'atome. Nous avons travaillé en collaboration avec elle et son groupe à la mise en œuvre expérimentale de cette publication théorique, puis étendu ces travaux à la préparation d'un état non-classique analogue à celui utilisé dans [53].

Le premier chapitre de cette thèse est dédié à la description des éléments de physique atomique qui seront utiles à la compréhension des manipulations effectuées sur les atomes de Rydberg. Nous y décrivons la physique de l'atome d'hydrogène, plus particulièrement des états propres d'une multiplicité Rydberg de nombre quantique principal n. Nous y présentons ces états dans les bases sphériques et paraboliques. Ensuite, cette courte étude est étendue à l'application d'un champ électrique statique à l'atome, ce qui lève la dégénérescence de la multiplicité et rend caduque l'utilisation de la base sphérique. Par la suite, y est détaillé le comportement de ce système lorsqu'un champ radiofréquence est appliqué et nous étudions plus spécifiquement l'effet de la polarisation σ^+ et σ^- d'un

tel champ. Nous utilisons ici la base parabolique comme outil permettant de décrire le couplage atome-champ de la même manière qu'un moment cinétique auquel on applique des rotations, permettant une comphérension très intuitive de la dynamique du système. Enfin, on étend cette analyse à la description de l'atome de Rubidium et au modèle du *défaut quantique* qui est une adaptation phénoménologique du modèle hydrogénoïde à l'atome de Rubidium.

Le deuxième chapitre se consacre à la description du dispositif expérimental que nous utilisons pour manipuler les atomes de Rydberg. Afin de réduire au maximum le nombre de photons thermiques dans l'environnement des atomes, les atomes sont à l'intérieur d'un cryostat refroidi à 4 K par de l'hélium liquide. L'expérience consiste en un jet thermique d'atomes de Rubidium, excités dans leur état de Rydberg par trois photons à 780 nm, 776 nm et 1258 nm. Nous décrivons ensuite le principe de la préparation d'atomes dans un état circulaire, soit par passage adiabatique ou par oscillation de Rabi, impliquant une impulsion radiofréquence d'amplitude constante. Enfin, nous montrons le principe de la détection des atomes par ionisation sélective et comment rendre encore plus sélective cette détection en utilisant des « sondes microondes », qui sont des impulsions transférant les atomes d'un niveau donné vers un autre d'une multiplicité différente.

Le troisième chapitre, plus technique, détaille en profondeur les méthodes utilisées pour les expériences de ce manuscrit. Nous y décrivons comment calibrer les populations des niveaux préparés avec une précision suffisante et comment les normaliser. Pour cela, nous avons aussi besoin de générer un champ radiofréquence de polarisation σ^+ très pure et la procédure de réglage de cette polarisation y est décrite. Enfin, nous montrons aussi comment évaluer les efficacités des sondes microondes que nous utilisons, par des méthodes impliquant une compréhension précise de la dynamique de l'atome de Rydberg.

Le quatrième chapitre décrit finalement une des expériences-clés de ce manuscrit : la préparation d'atomes de Rydberg circulaires grâce au contrôle quantique. Premièrement, nous donnons une explication de la méthode de Krotov utilisée par Patsch *et. al.* [57] permettant de mettre en forme les impulsions optimales. Nous montrons ensuite les résultats expérimentaux résultant de l'implémentation directe de cette impulsion, puis les adaptations de cette dernière que nous avons dû effectuer afin de rendre l'impulsion compatible avec les contraintes expérimentales. Ces modifications ont pu être réalisée grâce à une bonne compréhension de l'action de l'impulsion sur les atomes et nous permettent finalement d'atteindre une efficacité de préparation d'atomes circulaires de 96,2 %. À la suite de cela, nous vérifions la cohérence de cette préparation en mesurant le contraste de franges d'interférences d'une superposition d'états à laquelle on applique l'impulsion de circularisation. Nous extrapolons la visibilité *intrinsèque* de ces franges d'interférence, qui donne une valeur égale à l'unité, dans la limite de la précision de nos mesures.

Le cinquième et dernier chapitre, dans la continuité du précédent, montre l'implémentation expérimentale de la théorie du contrôle quantique pour préparer un état « chat de Schrödinger » de l'atome de Rydberg. Comme au chapitre précédent nous devons modifier l'impulsion théorique afin de pallier aux contraintes expérimentale. Cette modification est effectuée grâce à notre compréhension de l'action de l'impulsion sur la dynamique de l'atome. Nous évaluons la fidélité de l'état préparé à $F > 93\,\%$ [59]. Cet état, superposition d'un état circulaire et d'un état de faible nombre quantique magnétique ($m = 1$), est un état utilisable pour la métrologie du champ électrique comme dans [53]. Nous réinterprétons finalement les résultats décrits dans les chapitres IV et V en termes d'électrométrie et

en déduisons la sensibilité métrologique des états que nous préparons à l'aide du contrôle quantique.

Chapitre I

Élements de théorie des atomes de Rydberg

Les atomes de Rydberg sont des atomes fortement excités. Dans le cas des alcalins, l'unique électron de valence se trouve donc à grande distance du coeur. Le nombre quantique principal n décrivant l'état de tels atomes est très élevé et il en résulte une exacerbation des propriétés de l'atome : long temps de vie, grand dipôle et une très grande sensibilité aux champs électriques et magnétiques.

La fonction d'onde de l'électron est alors localisée loin du cœur atomique et l'électron ressent un potentiel Coulombien attractif provenant des Z charges du noyau et écranté par les $Z-1$ charges des électrons du cœur. On peut donc en première approximation décrire l'atome en utilisant le modèle de l'atome d'hydrogène, ayant l'avantage d'être soluble analytiquement et donnant une bonne intuition physique du comportement de l'atome de Rydberg. On peut ensuite obtenir une description plus exacte des atomes de Rydberg alcalins en introduisant des correction au modèle hydrogénoïde.

Le modèle de l'atome d'hydrogène sera tout d'abord détaillé dans une première partie de ce chapitre. Premièrement, nous verrons comment décrire les états propres de l'hydrogène en champ nul, dans plusieurs bases différentes : d'abord la base sphérique, qui est la plus naturelle étant donné la symétrie sphérique du problème, puis la base des états paraboliques, qui se révèlera utile dans par la suite. Deuxièmement, nous étudierons comment sont modifiés ces états propres en présence d'un champ électrique statique, brisant la symétrie sphérique et justifiant l'utilisation de la base parabolique, qui devient alors privilégiée. De plus, nous verrons comment décrire l'état de l'atome de Rydberg comme produit tensoriel de deux moments cinétiques, facilitant la compréhension du couplage de l'atome aux champs radiofréquences (RF) et notamment du rôle joué par la polarisation de ces derniers.

Finalement, nous présenterons les corrections à apporter au modèle hydrogénoïde afin de décrire l'atome de rubidium (modèle du *défaut quantique*).

I.1 L'atome d'hydrogène

I.1.1 L'atome d'hydrogène en champ nul

Un atome d'hydrogène est constitué d'un proton de masse m_p et de charge $+q$ (où q est la charge élémentaire) et d'un électron de masse m_e et de charge $-q$. Ces deux particules sont donc liées par l'interaction Coulombienne

$$\mathbf{F}_{p\to e} = -\frac{e^2}{r^2}\mathbf{u}_{p\to e} \tag{I.1}$$

où $e^2 = q^2/4\pi\epsilon_0$, r la distance entre les deux particules et $\mathbf{u}_{p\to e}$ le vecteur unitaire orienté du proton vers l'électron. Puisque le système étudié est composé de deux particules, on travaille, comme il est d'usage, dans le référentiel de son centre de masse et l'on étudie le mouvement de la particule fictive de masse

$$\mu = \frac{m_p m_e}{m_p + m_e} \tag{I.2}$$

appelée masse réduite. L'hamiltonien de cette particule fictive peut alors s'écrire, en négligeant les différents effets relativistes ,

$$\hat{H} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2\mu} + \hat{V}(\hat{\mathbf{r}}) \tag{I.3}$$

avec $\hat{V}(\hat{\mathbf{r}}) = -e^2/r$. Il est à noter que le rapport m_p/m_e est d'environ 1800. Ainsi, la particule fictive que nous venons d'introduire correspond avec une assez bonne approximation à l'électron et le centre de masse du système est presque confondu avec la position du proton. Cependant, nous allons garder la description de l'électron en terme de de particule fictive de masse μ afin de garder une bonne précision dans les calculs.

On cherche les solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire correpondante, c'est-à-dire les fonctions d'ondes $\psi(\mathbf{r})$ vérifiant

$$\hat{H}\psi = E\psi. \tag{I.4}$$

Afin de simplifier la résolution de cette equation aux valeurs propres, on introduit d'autres constantes du mouvement, desquelles résulte une base privilégiée dans laquelle sont exprimés les vecteurs propres. Usuellement, la base sphérique est utilisée, en raison de la symétrie du problème. Cependant, nous verrons que l'ont peut aussi résoudre cette équation dans la base parabolique, qui se révèlera particulièrement utile pour décrire l'atome en présence d'un champ électrique externe.

a) Description dans la base des états sphériques

La force exercée par le proton sur l'électron étant centrale, le moment cinétique de l'électron $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$ est une constante du mouvement. Pour s'en convaincre, il suffit d'exprimer l'hamiltonien de manière à faire apparaître $\hat{\mathbf{L}}$:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}r + \frac{1}{2\mu r^2}\hat{\mathbf{L}}^2 + V(\hat{r}). \tag{I.5}$$

On voit donc que l'intégralité de la dépendance angulaire de l'hamiltonien est contenue dans le terme $\hat{\mathbf{L}}^2$, qui commute donc avec l'hamiltonien. De plus, puisque $\hat{\mathbf{L}}$ n'agit que sur les variables angulaires, ses trois composantes commutent avec tout opérateur n'agissant que sur la variable radiale. Les trois composantes de $\hat{\mathbf{L}}$ commutent donc avec l'hamiltonien, on peut donc écrire que

$$\left[\hat{H}, \hat{\mathbf{L}}\right] = 0 \tag{I.6}$$

et ainsi $\hat{\mathbf{L}}$ est bien une constante du mouvement. On peut alors choisir arbitrairement une de ses composantes et écrire le système d'équations aux valeurs propres suivante :

$$\hat{H}\psi = E\psi \tag{I.7}$$

$$\hat{\mathbf{L}}^2\psi = l(l+1)\hbar^2\psi \tag{I.8}$$

$$\hat{L}_z\psi = m\hbar\psi \tag{I.9}$$

$$\tag{I.10}$$

où l et m sont respectivement les nombres quantiques azimutal et magnétique. Alors, ψ peut se décomposer en produit d'une fonction radiale et d'une fonction angulaire :

$$\psi(r,\theta,\phi) = R(r)Y_l^m(\theta,\phi) \tag{I.11}$$

avec $Y_l^m(\theta,\phi)$ une harmonique sphérique et $R(r)$ une fonction d'onde radiale, dépendant de n et l et satisfaisant l'équation

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}r + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r)\right]R(r) = ER(r). \tag{I.12}$$

Cette équation correspond à une équation de Schrödinger unidimentionnelle pour une particule de masse μ évoluant dans un potentiel effectif $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r)$, se décomposant en un terme attractif Coulombien et un terme centrifuge et dont la fonction d'onde est décrite par $rR(r)$. Les solutions de cette équations sont notées $R_{nl}(r)$ et s'expriment à l'aide des polynômes de Laguerre. Les énergies propres associées à ces fonctions d'ondes radiales sont données par la formule de Bohr

$$E_{nl} = E_n = -\frac{E_1}{n^2} \tag{I.13}$$

où $E_1 = \frac{\mu e^4}{2\hbar^2}$ est l'énergie du niveau fondamental, qui vaut environ 13,6 eV. On remarque que les énergies des niveaux de l'atome d'hydrogène ne dépendent que du nombre quantique principal n et que chaque niveau est n^2 fois dégénéré.

Des fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène sont représentées à la Fig. I.1. On remarque aisément les symétries par rapport aux plans $x = 0$, $y = 0$ et $z = 0$, ce qui induit la nullité du dipôle moyen $\hat{\mathbf{d}} = q\hat{\mathbf{r}}$ associé aux états sphériques $|n, l, m\rangle$.

b) Description dans la base des états paraboliques

Il est aussi possible de résoudre analytiquement l'équation de Schrödinger en coordonnées paraboliques (ξ, η, ϕ) définie de la manière suivante :

$$\xi = r + z = r(1 + \cos(\theta)) \tag{I.14}$$

$$\eta = r - z = r(1 - \cos(\theta)) \tag{I.15}$$

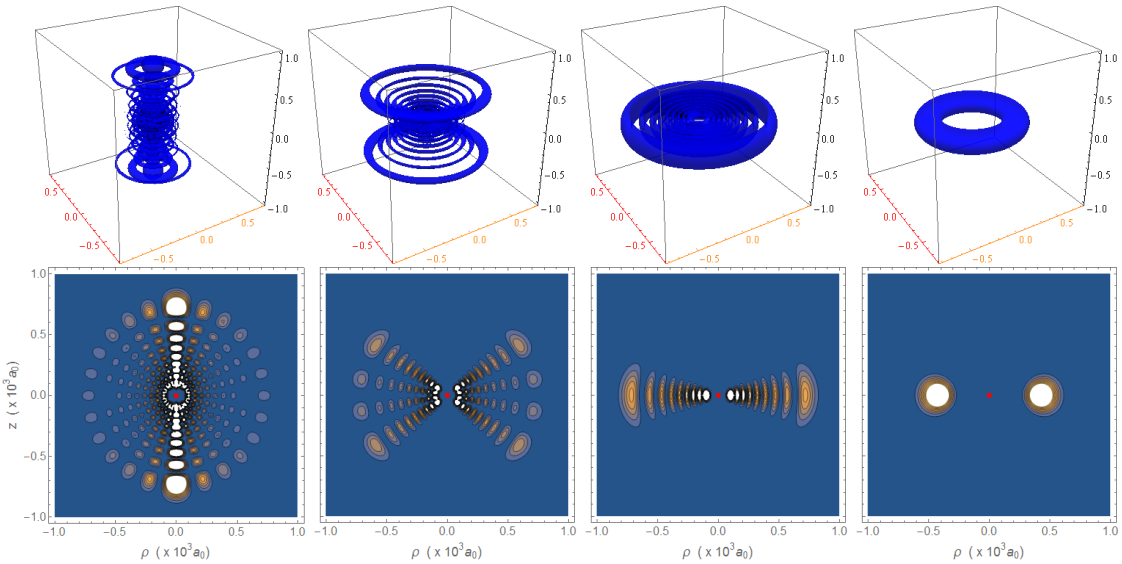


Fig. I.1 *Densités de probabilité associées aux fonctions d'ondes d'états sphériques de l'atome d'hydrogène pour $n = 21$. De gauche à droite : $|n,l,m\rangle = |21,12,0\rangle$, $|n,l,m\rangle = |21,12,9\rangle$, $|n,l,m\rangle = |21,12,12\rangle$ et $|n,l,m\rangle = |21,20,20\rangle$. La première ligne correspond à des représentations en 3 dimensions des fonctions d'ondes, l'axe de quantification étant l'axe vertical (Oz). L'unité des axes est $10^3 a_0$. Les surfaces représentées délimitent les zones de l'espace dans lesquelles la densité de probabilité est supérieure à $1{,}5 \cdot 10^{-9} a_0^{-3}$. La deuxième ligne correspond à une projection de la première sur le plan $(zO\rho)$, ρ étant le rayon en coordonnées cylindriques (ρ, ϕ, z). La couleur varie de 0 (bleu) à $5 \cdot 10^{-9} a_0^{-3}$ (blanc). La densité de probabilité $|\psi|^2$ est invariante selon ϕ, cette variable n'intervenant que dans un terme de phase $e^{im\phi}$ dans l'expression de la fonction d'onde. Tiré de [60].*

et ϕ la longitude de la base sphérique. Les surfaces définies par ξ ou η constant sont des paraboloïdes de révolution autour de l'axe z, ce qui rend ce système de coordonnées souhaitable pour décrire des systèmes à symétrie cylindrique, comme l'est l'atome d'hydrogène en présence d'un champ électrique statique.

Les solutions de l'équation de Schrödinger sont aussi séparables exprimées dans la base parabolique. De plus, en raison de la symétrie cylindrique, l'opérateur $\hat{L}_z$ commute avec l'hamiltonien et on peut chercher des solutions qui sont aussi états propres de $\hat{L}_z$, prenant la forme

$$\psi(\mathbf{r}) = u_1(\xi) u_2(\eta) e^{im\phi}. \tag{I.16}$$

On obtient deux équations différentielles indépendantes sur u_1 et u_2. Leur résolution implique d'introduire deux nouveaux nombres quantiques n_1 et n_2, appelés nombres quantiques paraboliques, qui sont des entiers positifs tels que

$$n = n_1 + n_2 + |m| + 1. \tag{I.17}$$

Ainsi, n_1 et n_2 prennent leur valeurs entre 0 et $n - |m| - 1$. Les fonctions d'ondes para-

boliques sont notées

$$\psi(\mathbf{r}) = u_{n_1,m}(\xi)u_{n_2,m}(\eta)e^{im\phi}, \tag{I.18}$$

avec $u_{n_1,m}(\xi)$ et $u_{n_2,m}(\eta)$ s'exprimant grâce à des fonctions hypergéométriques confluentes [61]. Les états propres de la base parabolique peuvent être notés $|n_1, n_2, m\rangle$, mais il est souvent plus pratique d'utiliser la notation $|n, n_1, m\rangle$ ou $|n, n_2, m\rangle$. Des fonctions d'ondes paraboliques sont représentées à la figure I.2. Il est à noter que la symétrie par rapport au plan $z = 0$ est brisée, ce qui induit un dipôle moyen non-nul. De plus, on remarque qu'échanger les valeurs de n_1 et n_2 revient à effectuer une symétrie par rapport au plan $z = 0$.

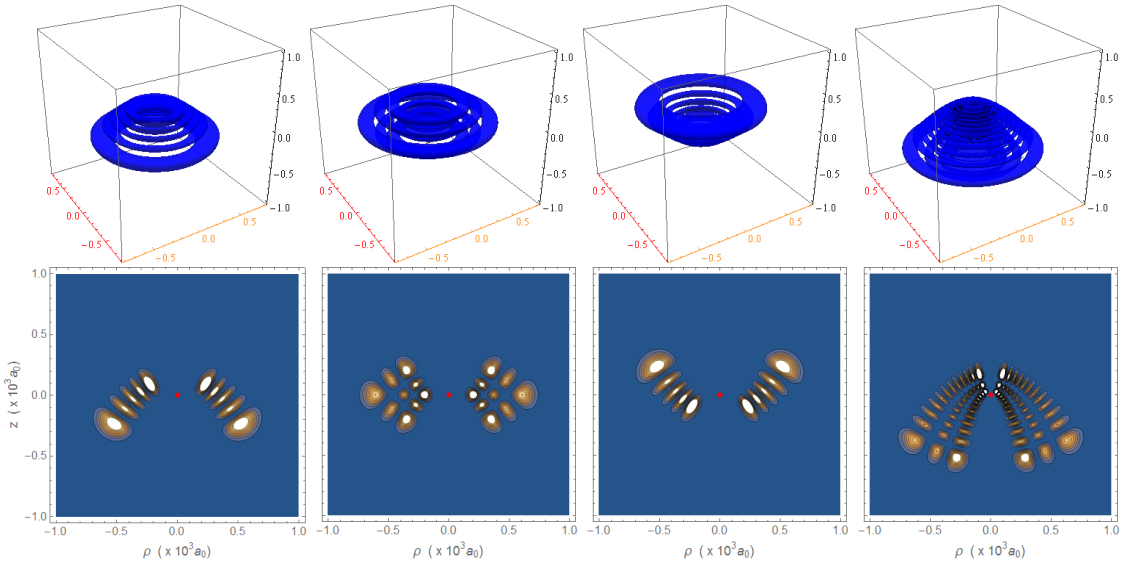


Fig. I.2 *Densitéss de probabilités associées à des fonctions d'ondes d'états paraboliques de l'atome d'hydrogène pour $n = 21$: de gauche à droite : $|n_1,n_2,m\rangle = |0,4,16\rangle$, $|n_1,n_2,m\rangle = |2,2,16\rangle$,$|n_1,n_2,m\rangle = |4,0,16\rangle$ et $|n_1,n_2,m\rangle = |2,10,7\rangle$. Ces densités de probabilité sont tracées dans les mêmes conditions qu'en Fig. I.1. Les trois premières montrent l'influence de n_1 à m constant et la dernière montre l'effet de m. Tiré de [60].*

c) Vecteur de Runge-Lenz

Le vecteur de Runge-Lenz, initialement utilisé en mécanique céleste, est une constante du mouvement qui, on le verra par la suite, fournit une autre méthode pour exprimer les états propres de la base parabolique. L'avantage de cette dernière est de fournir une description plus intuitive de l'état de l'atome. En mécanique classique, cette constante du mouvement est définie par

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - \mu k \frac{\mathbf{r}}{r} \tag{I.19}$$

où k caractérise l'interaction gravitationnelle en $-k\mathbf{r}/r^3$. Le vecteur de Runge-Lenz est contenu dans le plan de l'orbite et est orienté dans la direction définie par l'axe foyer-

périhélie. De plus, il est lié à l'excentricité ϵ de la trajectoire par la relation

$$\epsilon = \frac{A}{\mu k}. \tag{I.20}$$

En mécanique quantique, l'opérateur de Runge-Lenz se définit par

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{2}\left(\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{L}} - \hat{\mathbf{L}} \times \hat{\mathbf{p}}\right) - \mu e^2 \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r} \tag{I.21}$$

et on peut montrer que l'on a

$$\left[\hat{H}, \hat{\mathbf{A}}\right] = 0. \tag{I.22}$$

La restriction de l'opérateur de Runge-Lenz à un sous-espace d'énergie E_n, notée $\mathbf{A}_n$, peut être renormalisée, définissant ainsi

$$\hat{\mathbf{a}} = \frac{1}{\sqrt{-2\mu E_n}} \hat{\mathbf{A}}_n \tag{I.23}$$

qui possède la même dimension qu'un moment cinétique. On peut alors construire deux opérateurs $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ à partir de ce dernier, définis par

$$\hat{\mathbf{J}}_1 = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{L}} - \hat{\mathbf{a}}) \tag{I.24}$$

$$\hat{\mathbf{J}}_2 = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{a}}) \tag{I.25}$$

satisfaisant les relations de commutation de deux moments cinétiques indépendants. Les valeurs propres associées à $\hat{\mathbf{J}}_1^2$ et $\hat{\mathbf{J}}_2^2$ sont donc de la forme $j_1(j_1+1)\hbar^2$ et $j_2(j_2+1)\hbar^2$ avec $j_1 = j_2 = (n-1)/2 = j$ entier ou demi-entier.

$\hat{\mathbf{J}}_1^2$, $\hat{\mathbf{J}}_2^2$, $\hat{J}_{1,z}$ et $\hat{J}_{2,z}$ forment un ensemble complet d'observables qui commutent (E.C.O.C.). Ainsi, on peut choisir comme base des états de l'atome d'hydrogène la base $\{|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle\}$, avec $\hbar m_1$ et $\hbar m_2$ les valeurs propres de $\hat{J}_{1,z}$ et $\hat{J}_{2,z}$. Pour plus de simplicité et étant donné la relation $j_1 = j_2 = (n-1)/2 = j$, on peut utiliser la notation équivalente $\{|n, m_1, m_2\rangle\}$, plus intuitive.

Lien avec la base parabolique On peut montrer que la base parabolique introduite au paragraphe précédent s'identifie avec $\{|n, m_1, m_2\rangle\}$. En effet, les états $|n, m_1, m_2\rangle$ sont des états propres de $\hat{L}_z$ et $\hat{a}_z$:

$$\hat{L}_z |n, m_1, m_2\rangle = (m_1 + m_2)\hbar |n, m_1, m_2\rangle \tag{I.26}$$

$$\hat{a}_z |n, m_1, m_2\rangle = (m_2 - m_1)\hbar |n, m_1, m_2\rangle \tag{I.27}$$

où la différence $m_2 - m_1$ est parfois appelée *nombre quantique d'excentricité*. Or, il est possible de démontrer que l'on a aussi

$$\hat{L}_z |n, n_1, m\rangle = m\hbar |n, n_1, m\rangle \tag{I.28}$$

$$\hat{a}_z |n, n_1, m\rangle = (n_2 - n_1)\hbar |n, n_1, m\rangle . \tag{I.29}$$

qui montrent que l'on peut identifier les deux bases que nous venons obtenir, puisqu'elles sont toutes deux obtenues à partir de l'E.C.O.C. composé de $\hat{H}$, $\hat{L}_z$ et $\hat{a}_z$, à condition que

$$n_1 = j + m_1 \text{ et } n_2 = j + m_2 \text{ pour } m \leq 0, \tag{I.30}$$

$$n_1 = j - m_2 \text{ et } n_2 = j - m_1 \text{ pour } m \geq 0, \tag{I.31}$$

puisqu'au sein d'un E.C.O.C, un état est entièrement défini par ses nombres quantiques. Ainsi, les fonctions d'ondes paraboliques obtenues au paragraphe b) correspondent aux états $|n,m_1,m_2\rangle$.

Lien avec la base sphérique On peut aussi, avec cette nouvelle description en termes de deux moments cinétiques, faire plus aisément le lien entre base parabolique et base sphérique. En effet, la base parabolique est construite à partir des observables $\hat{\mathbf{J}}_1^2$, $\hat{J}_{1,z}$, $\hat{\mathbf{J}}_2^2$ et $\hat{J}_{2,z}$,et peut être notée $|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle$. On peut alors construire, à partir de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ une nouvelle base à l'aide des observables $\hat{\mathbf{J}}_1^2$, $\hat{\mathbf{J}}_2^2$, $\left(\hat{\mathbf{J}}_1 + \hat{\mathbf{J}}_2\right)^2$ et $\hat{J}_{1,z} + \hat{J}_{2,z}$. Or, par définition de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$, on a $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{J}}_1 + \hat{\mathbf{J}}_2$. Ainsi, cette nouvelle base correspond à la base sphérique $\{|n,l,m\rangle\}$, puisque $j_1 = j_2 = (n-1)/2$. On peut donc passer de l'une à l'autre en utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan $\langle j_1, m_1, j_2, m_2 | j_1, j_2, l, m\rangle$ par

$$|n,l,m\rangle = \sum_{m_1,m_2} |j_1, m_1, j_2, m_2\rangle \langle j_1, m_1, j_2, m_2 | j_1, j_2, l, m\rangle . \tag{I.32}$$

I.1.2 L'atome d'hydrogène en présence d'un champ électrique statique

Lorsque l'atome d'hydrogène est soumis à un champ électrique statique, l'hamiltonien devient

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W} \tag{I.33}$$

où $\hat{H}_0$ correspond à l'hamiltonien de l'atome d'hydrogène défini à l'équation I.3 et où

$$\hat{W} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{F} = q\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{F} \tag{I.34}$$

correspond au potentiel d'interaction atome/champ. Dans les expériences que nous effectuons, un champ électrique statique uniforme $\mathbf{F} = F\hat{u}_z$ est appliqué selon l'axe (Oz) afin d'imposer un axe de quantification. Dans ces conditions, le terme d'interaction devient

$$\hat{W} = qF\hat{z}. \tag{I.35}$$

On remarque que la symétrie sphérique est brisée : $\hat{\mathbf{L}}^2$ n'est alors plus une constante du mouvement, l n'est plus un bon nombre quantique et la base sphérique n'est plus adaptée à la résolution du problème. Cependant, il reste une symétrie cylindrique autour de l'axe (Oz), $\hat{L}_z$ reste donc une constante du mouvement et m un bon nombre quantique.

Lorsque le champ électrique statique est appliqué, on constate une modification des niveaux d'énergie, appelé *effet Stark* et cet effet peut être calculé à l'aide de la base parabolique explicitée au paragraphe précédent. Cependant, ce problème ne peut être résolu analytiquement et une approche perturbative sera utilisée dans ce manuscrit.

a) Calcul dans la base parabolique

Effet Stark linéaire Le calcul de l'effet Stark linéaire s'effectue aisément dans la base parabolique. En effet, le premier ordre de la perturbation peut être restreint à une multiplicité de n donné. On peut montrer qu'au sein d'une multiplicité, l'opérateur dipôle est proportionnel à $\hat{\mathbf{a}}$, les deux étant liés par la relation [62]

$$\hat{\mathbf{r}} = -\frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} \hat{\mathbf{a}}. \tag{I.36}$$

Or, $\hat{\mathbf{a}}$ est diagonal dans la base parabolique, on a donc :

$$\langle n, n_1, m | \hat{z} | n, n_1, m \rangle = -\frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} \langle n, n_1, m | \hat{a}_z | n, n_1, m \rangle = \frac{3}{2} n a_0 \left(n_1 - n_2 \right). \tag{I.37}$$

Ainsi, les états de la base parabolique restent états propre de l'hamiltonien perturbé au premier ordre et l'on observe seulement un déplacement des énergies propres de ces états. On remarque que ce déplacement est proportionnel à l'excentricité $n_2 - n_1$ de l'état considéré. Ce résultat s'interprète aisément : le déplacement Stark linéaire est proportionnel à l'opérateur dipôle électrique, qui est d'autant plus grand que la trajectoire est excentrée. En effet, classiquement, le dipôle décrit la répartition des charges positives et négatives du système. Lorsque $n_1 = n_2$, la répartition moyenne de la charge est centrée sur l'atome : le dipôle est donc nul. Au contraire, lorsque la trajectoire de l'électron est fortement elliptique, sa position moyenne est différente de celle du noyau le dipôle électrique est grand.

La correction à l'énergie des niveaux au premier ordre s'écrit donc :

$$E = E_n + E_n^{(1)}, \text{ avec } E_n^{(1)} = \frac{3}{2} n q a_0 F \left(n_1 - n_2 \right) \tag{I.38}$$

La Figure I.3 représente les énergies des n^2 niveaux d'une multiplicité de n donné, sous l'effet d'un champ électrique statique. Les niveaux sont triés par nombre quantique magnétique m croissant. Il est à noter que cette levée de dégénérescence n'est que partielle, les niveaux de même $n_1 - n_2$ restant dégénérés. La levée de dégénérescence est par contre totale pour tout m donné. De plus, l'espacement entre deux niveaux de même m est le même quelle que soit la valeur de m et est proportionnelle à n. Il est notable que les niveaux de faible m sont plus fortement déplacés que les niveaux de m élevé. Cela peut aussi s'expliquer à l'aide de l'argument classique précédemment utilisé : plus m est petit, plus l'ellipticité de la trajectoire associée peut être grande.

Effet Stark quadratique Pour calculer le deuxième ordre de la perturbation due à l'effet Stark, il est nécessaire de prendre en compte l'intégralité de l'espace de Hilbert. Dans ce cas, l'opérateur $\hat{z}$ n'est plus diagonal dans la base parabolique et les fonctions d'ondes décrites au paragraphe I.1.1 b) ne sont donc que des corrections au premier ordre, ne décrivant pas les nouveaux états propres à l'ordre suivant. Nous allons tout de même continuer de nommer les états propres du système à l'aide des nombres quantiques paraboliques, tout en calculant les corrections au deuxième ordre des énergies. Celles-ci sont données par

$$E_n^{(2)} = \sum_{n' \neq n, n_1', m'} \frac{| \langle n', n_1', m | \hat{W} | n, n_1, m \rangle |^2}{E_n - E_n'}. \tag{I.39}$$

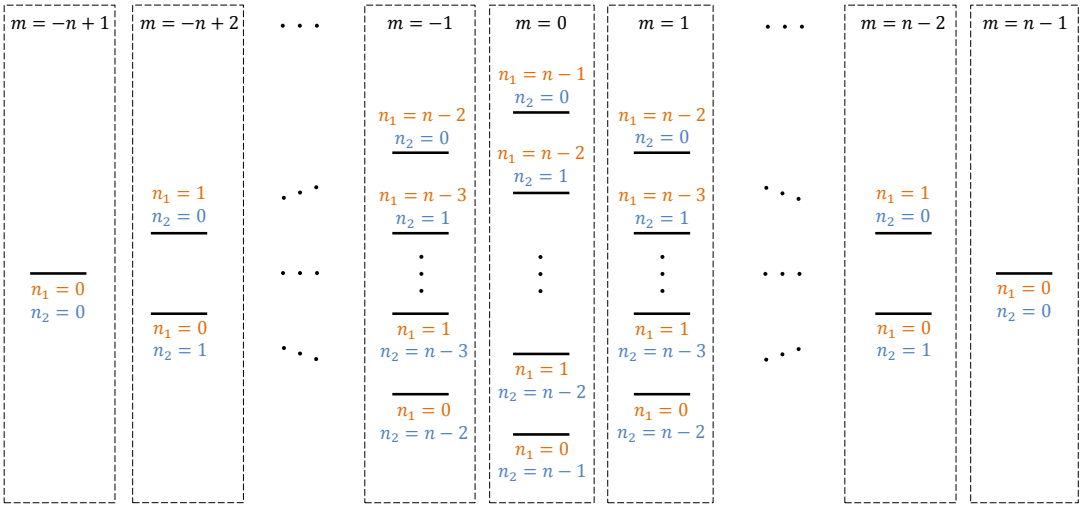


Fig. I.3 *Énergies des états paraboliques $|n, n_1, n_2, m\rangle$ de l'atome d'hydrogène par rapport à leur énergie en champ nul. Les niveaux sont triés par ordre de m croissants. Pour chaque m, les $n - |m|$ niveaux correspondants se séparent en échelles de niveaux équidistants. Chaque niveau est annoté de ses nombres quantiques n_1 et n_2.*

Étant donné la relation de commutation entre $\hat{z}$ et $\hat{L}_z$, le calcul de cette somme peut être restreint à $m = m'$. Le calcul donne [63]

$$E_n^{(2)} = -\frac{1}{32}\frac{(qa_0F)^2}{E_1}n^4\left(17n^2 - 3\left(n_1 - n_2\right)^2 - 9m^2 + 19\right), \tag{I.40}$$

avec E_1 l'énergie de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, définie en I.3. L'expression de la correction à l'ordre 2 dépend de m : les niveaux qui étaient encore dégénérés à l'ordre 1 ne le sont donc plus (sauf deux niveaux de mêmes n_1 et n_2 et $m = -m'$). Étant donné le signe de ce terme, l'effet Stark quadratique fait baisser systématiquement les énergies des niveaux considérés. En effet, pour un m donné, la multiplicité $n+1$ est plus proche en énergie et contient plus de niveaux de même m que la multiplicité $n-1$. Sa contribution est donc plus importante.

b) Expression en terme de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$

Il est intéressant de décrire l'effet d'un champ électrique statique suivant ce formalisme, car il se révèlera par la suite plus adapté à la description de l'atome interagissant avec un champ radiofréquence.

Effet Stark linéaire Au premier ordre, la perturbation est toujours restreinte à la multiplicité et, d'après la définition de $\hat{\mathbf{a}}$ et I.37, peut s'écrire

$$\hat{W}^{(1)} = \hbar\omega_{at}(\hat{J}_{1,z} - \hat{J}_{2,z}), \tag{I.41}$$

avec ω_{at} la fréquence atomique donnée par

$$\omega_{at} = \frac{3}{2}\frac{qna_0}{\hbar}F. \tag{I.42}$$

Ainsi, l'hamiltonien décrit l'énergie de deux moments cinétiques $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ de pulsations propres ω_{at} et $-\omega_{at}$, proportionnelles au champ électrique. Ce dernier reste donc séparable lorsqu'un champ électrique statique est appliqué et les deux moments cinétiques $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ restent indépendants.

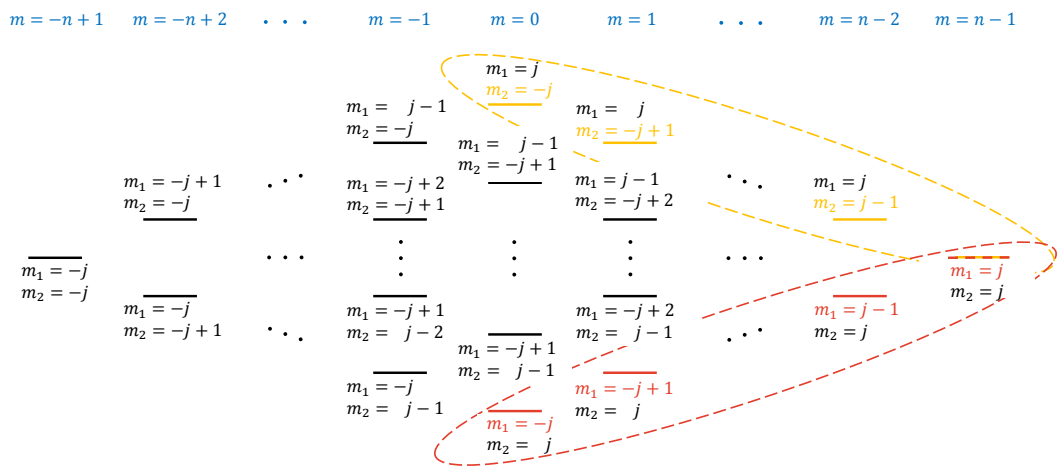


Fig. I.4 *Énergies des états paraboliques $|j_1, m_1, j_2, m_2\rangle$ de l'atome d'hydrogène par rapport à leur énergie en champ nul. Les niveaux sont triés par ordre de m croissants. Comme en Fig. I.3, pour chaque m, les $n-|m|$ niveaux correspondants se séparent en échelles de niveaux équidistants. Chaque niveau est annoté de ses nombres quantiques m_1 et m_2.*

En Fig. I.4 sont représentés les niveaux d'énergie d'une multiplicité sous l'effet d'un champ électrique statique. La diagonale définie par un m_1 (resp. m_2) donné représente l'échelle de spin définie par $\hat{J}_{2,z}$(resp. $\hat{J}_{1,z}$). À l'exception de la dénotation des niveaux représentés, cette figure est identique à la Fig. I.3.

Effet Stark quadratique De même que précédemment, l'effet Stark quadratique nécessite de prendre en compte les multiplicités voisines. Dans ces conditions, les nouveaux états propres ne sont plus les états $|j_1,m_1,j_2,m_2\rangle$. Cependant, nous allons garder cette notation pour désigner ces nouveaux états, puisque ceux-ci se « connectent » aux $|j_1,m_1,j_2,m_2\rangle$ lorsque le champ est suffisamment faible pour rendre l'effet Stark quadratique négligeable. Garder cette notation implique d'introduire dans l'hamiltonien le terme

$$\hat{W}^{(2)} = -\frac{1}{72}\frac{\hbar\omega_{at}^2}{E_1}n^2\left(\left(19+17n^2\right) - 12\left(\hat{J}_{1,z}^2 + \hat{J}_{2,z}^2 + \hat{J}_{1,z}\hat{J}_{2,z}\right)\right) \tag{I.43}$$

qui introduit une variation d'énergie

$$E_n^{(2)} = -\frac{1}{72}\frac{\hbar\omega_{at}^2}{E_1}n^2\left(\left(19+17n^2\right) - 12\left(m_1^2 + m_2^2 + m_1m_2\right)\right). \tag{I.44}$$

I.1.3 L'atome d'hydrogène couplé à un champ radiofréquence en présence d'un champ électrique statique

Cette section est dédiée à la description du couplage entre un atome de Rydberg d'hydrogène dans un champ électrique statique et un champ radiofréquence. Son but est de fournir une description qualitative permettant de comprendre plus aisément les expériences effectuées dans le cadre de cette thèse pour des atomes de Rubidium. C'est pourquoi dans cette partie nous allons négliger l'effet Stark quadratique et supposer que l'atome d'hydrogène est fidèlement représenté par les deux moments angulaires $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$. Il est tout de même à noter que dans de nombreux cas, comme nous le verrons dans les chapitres ultérieurs, en raison des amplitudes de radiofréquences utilisées élevées par rapport aux déviations à l'harmonicité des échelles $\hat{J}_{1,z}$ et $\hat{J}_{2,z}$ induites par l'effet Stark quadratique, cette description en terme d'atome d'hydrogène soumis uniquement à l'effet Stark linéaire reste valide.

De plus, les expériences sont effectuées avec en utilisant des champs électriques statiques de l'ordre du $\mathrm{V\,cm^{-1}}$, pour des valeurs de n de l'ordre de 50. Dans ces conditions, l'écart entre les multiplicités est de plusieurs dizaines de GHz et ω_{at} est dans le domaine radiofréquence (100 MHz). On peut alors calculer le couplage de l'atome à un champ radiofréquence en négligeant le couplage entre différentes multiplicités.

a) Hamiltonien de couplage

En présence d'un champ électrique statique, nous avons vu que l'hamiltonien s'écrivait, à l'aide des opérateur $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$,

$$\hat{H} = H_0 + \hbar\omega_{at}(\hat{J}_{1,z} - \hat{J}_{2,z}). \tag{I.45}$$

Cet hamiltonien décrit donc deux moments cinétiques $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ dont les pulsations propres valent respectivement ω_{at} et $-\omega_{at}$. Ainsi, en appliquant un champ électromagnétique de fréquence $\omega_{rf}/2\pi$ proche de la fréquence propre de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$, il est possible d'effectuer des transitions entre différents niveaux d'énergie de la multiplicité.

Lorsqu'un tel champ est appliqué, il faut ajouter à l'hamiltonien le terme

$$\hat{W}_{rf} = q\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{F}_{rf}(t) \tag{I.46}$$

où $\mathbf{F}_{rf}(t)$ représente le champ radiofréquence, pouvant se décomposer sur les trois polarisations π, σ^+ et σ^- :

$$\mathbf{F}_{rf,\sigma^+} = \frac{1}{2}F_{rf,\sigma^+}e^{-i\omega_{rf}t}\left(\mathbf{u}_x + i\mathbf{u}_y\right) + c.c. \tag{I.47}$$

$$\mathbf{F}_{rf,\sigma^-} = \frac{1}{2}F_{rf,\sigma^-}e^{-i\omega_{rf}t}\left(\mathbf{u}_x - i\mathbf{u}_y\right) + c.c. \tag{I.48}$$

$$\mathbf{F}_{rf,\pi} = \frac{1}{2}F_{rf,\pi}e^{-i\omega_{rf}t}\mathbf{u}_z + c.c. \tag{I.49}$$

et le terme de couplage peut se décomposer en trois termes correspondant à l'interaction

entre l'atome et chacune des trois polarisations

$$\hat{W}_{rf,\sigma^+} = \frac{1}{2} q F_{rf,\sigma^+} e^{-i\omega_{rf}t} (\hat{x} + i\hat{y}) + h.c. \tag{I.50}$$

$$\hat{W}_{rf,\sigma^-} = \frac{1}{2} q F_{rf,\sigma^-} e^{-i\omega_{rf}t} (\hat{x} - i\hat{y}) + h.c. \tag{I.51}$$

$$\hat{W}_{rf,\pi} = \frac{1}{2} q F_{rf,\pi} e^{-i\omega_{rf}t} \hat{z} + h.c. \tag{I.52}$$

On a vu à l'équation I.36 que l'opérateur dipôle est proportionnel à l'opérateur de Runge-Lenz lorsque nous nous restreignons à une multiplicité. Dans ces conditions, il est aisé de calculer les éléments de matrices de l'opérateur et donc des différents termes d'interaction de l'hamiltonien. Premièrement, $\hat{W}_{rf,\pi}$ est proportionnel à $\hat{z}$ et les états paraboliques sont des états propres de ce dernier. En effet, on a vu que

$$\hat{z} \left| j_1, m_1, j_2, m_2 \right\rangle = \frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} (n_1 - n_2) \left| j_1, m_1, j_2, m_2 \right\rangle . \tag{I.53}$$

Ainsi, la composante π du champ radiofréquence ne peut induire de transitions entre différents niveaux Stark. De plus, puisque $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{J}}_2 - \hat{\mathbf{J}}_1$, on a les relations suivantes :

$$\hat{x} + i\hat{y} = \frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} \left(\hat{J}_1^+ - \hat{J}_2^+ \right) \tag{I.54}$$

$$\hat{x} - i\hat{y} = \frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} \left(\hat{J}_1^- - \hat{J}_2^- \right) \tag{I.55}$$

avec $\hat{J}^{\pm}{+}_1 = \hat{J}_{1,x} \pm i\hat{J}_{1,y}$ et $\hat{J}^{\pm}{+}_2 = \hat{J}_{2,x} \pm i\hat{J}_{2,y}$ les opérateurs d'échelle de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$. Ainsi, on peut expliciter les composantes σ^+ et σ^- du terme d'interaction :

$$\hat{W}_{rf,\sigma^\pm} = \frac{\hbar\Omega^\pm}{2} e^{-i\omega_{rf}t} \left(\hat{J}_1^\pm - \hat{J}_2^\pm \right) + \frac{\hbar\Omega^\pm}{2} e^{+i\omega_{rf}t} \left(\hat{J}_1^\pm - \hat{J}_2^\pm \right) \tag{I.56}$$

avec $\hbar\Omega^\pm = \frac{3}{2} n \frac{a_0}{\hbar} F_{rf,\sigma^\pm}$, qui se réarrangent en

$$\hat{W}_{rf,\sigma^+} = \frac{\hbar\Omega^+}{2} \left(e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^+ + e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^- \right) - \frac{\hbar\Omega^+}{2} \left(e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^+ + e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^- \right) \tag{I.57}$$

$$\hat{W}_{rf,\sigma^-} = \frac{\hbar\Omega^-}{2} \left(e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^+ + e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^- \right) - \frac{\hbar\Omega^-}{2} \left(e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^+ + e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^- \right) . \tag{I.58}$$

Ici, il convient de remarquer que certains termes sont négligeables. En effet, effectuer une transition $\Delta m_1 = +1$ (resp. $\Delta m_2 = +1$) fait augmenter (resp. diminuer) l'énergie de l'atome d'une quantité $\hbar\omega_{at}$. Ainsi, pour $\omega_{rf} \approx \omega_{at}$, ce processus est résonnant lorsqu'un photon est absorbé (resp. émis) et anti-résonnant lorsqu'un photon est émis (resp. absorbé). Dans l'approximation du champ tournant, on a finalement :

$$\hat{W}_{rf,\sigma^+} = \frac{\hbar\Omega^+}{2} \left(e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^+ + e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_1^- \right) \tag{I.59}$$

$$\hat{W}_{rf,\sigma^-} = \frac{\hbar\Omega^-}{2} \left(e^{+i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^+ + e^{-i\omega_{rf}t} \hat{J}_2^- \right) . \tag{I.60}$$

Ainsi, la composante σ^+ du champ radiofréquence n'agit que sur le moment cinétique $\hat{\mathbf{J}}_1$, laissant $\hat{\mathbf{J}}_2$ inchangé et la composante σ^- n'agit que sur le moment cinétique $\hat{\mathbf{J}}_2$,

laissant $\hat{\mathbf{J}}_1$ inchangé. En contrôlant la polarisation du champ radiofréquence appliqué à l'atome, on peut alors naviguer dans l'intégralité de la multiplicité de Rydberg en agissant indépendamment sur $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$.

On peut réécrire une nouvelle fois l'hamiltonien de l'atome restreint à la multiplicité, cette fois dans le référentiel tournant à la fréquence $\omega_{rf}/2\pi$ et en tenant compte cette fois-ci de la phase du champ radiofréquence :

$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2}\mathbf{\Omega}^+ \cdot \hat{\mathbf{J}}_1 - \frac{\hbar}{2}\mathbf{\Omega}^- \cdot \hat{\mathbf{J}}_2 \tag{I.61}$$

avec $\delta_\pm = \omega_{at} - \omega_{rf}$ et

$$\mathbf{\Omega}^\pm = \begin{pmatrix} -\Omega^\pm \sin(\phi^\pm) \\ \Omega^\pm \cos(\phi^\pm) \\ \delta_\pm \end{pmatrix}, \tag{I.62}$$

où $\phi^\pm$ correspond à phase de la composante $\sigma^\pm$ du champ radiofréquence, définie par $\phi^\pm = arg\left\{F_{rf,\sigma^\pm}\right\}$. Ainsi, puisque cet hamiltonien est indépendant du temps, son opérateur évolution s'écrit $\hat{U}(t) = \exp\left(-i\tilde{H}t/\hbar\right)$ et peut se décomposer en produit tensoriel de deux opérateurs évolutions, agissant respectivement sur $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$:

$$\hat{U}(t) = \hat{U}_1(t) \otimes \hat{U}_2(t) \tag{I.63}$$

avec

$$\hat{U}_1(t) = \exp\left(-i\frac{\mathbf{\Omega}^+}{2} \cdot \hat{\mathbf{J}}_1 t\right) \tag{I.64}$$

$$\hat{U}_2(t) = \exp\left(i\frac{\mathbf{\Omega}^-}{2} \cdot \hat{\mathbf{J}}_2 t\right). \tag{I.65}$$

$\hat{U}_1(t)$ (resp. $\hat{U}_2(t)$) correspond donc à une rotation de $\hat{\mathbf{J}}_1$ (resp. $\hat{\mathbf{J}}_2$) d'angle $\|\mathbf{\Omega}^+\| t$ (resp. $\|\mathbf{\Omega}^-\| t$ autour de la direction définie par $\mathbf{\Omega}^+/\|\mathbf{\Omega}^+\|$ (resp. $-\mathbf{\Omega}^-/\|\mathbf{\Omega}^-\|$).

b) États cohérents de spin

Un état dit « circulaire » correspond à un état de la forme $|j, m_1 = j, j, m_2 = j\rangle = |m_1 = j, m_2 = j\rangle$, c'est à dire de moment magnétique maximal ($m = n-1$) [1]. Lorsqu'un champ radiofréquence est appliqué à l'atome pendant une durée t, l'état de ce dernier devient

$$\hat{U}(t)\,|m_1 = j, m_2 = j\rangle = \hat{U}_1(t)\,|m_1 = j\rangle \otimes \hat{U}_2(t)\,|m_2 = j\rangle\,. \tag{I.66}$$

Considérons tout d'abord uniquement l'action de la composante σ^+ du champ radiofréquence (on peut traiter $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ séparément et les expressions sont symétriques pour $\hat{\mathbf{J}}_2$), dans la situation où $\delta = 0$. L'action de $\hat{U}_1$ correspond à une rotation d'un moment cinétique $j = \frac{n-1}{2}$, ce dernier se réécrit par conséquent de la forme

$$\hat{U}_1(t) = \hat{R}_{\theta,\phi} = \exp\left(-i\frac{\mathbf{\Omega}^+}{2} \cdot \hat{\mathbf{J}}_1 t\right) = \exp\left(-i\theta^+\left(-\sin(\phi^+)\hat{J}_{1,x} + \cos(\phi^+)\hat{J}_{1,y}\right)\right), \tag{I.67}$$

1. L'état $|j, m_1 = -j, j, m_2 = -j\rangle = |m_1 = -j, m_2 = -j\rangle$, correspondant à $m = -(n-1)$ est aussi un état circulaire de moment magnétique opposé, mais on se restreint ici aux $m \geq 0$ par souci de simplicité.

où $\theta^+ = \Omega^+ t$. Cette rotation est effectuée dans le plan vertical orthogonal à la direction définie par $(-\sin(\phi^+), \cos(\phi^+),0)$ et l'angle θ^+ est proportionnel à l'amplitude du champ radiofréquence et à la durée de l'impulsion. À l'issue de cette rotation, l'atome initialement préparé dans l'état circulaire (où $m_1 = j$, ce qui signifie que le moment cinétique $\hat{\mathbf{J}}_1$ pointe vers le « haut ») se trouve dans l'état

$$\hat{U}_1 \left|j,m_1 = j\right\rangle = \sum_{m_1=-j}^{+j} \binom{2j}{j+m_1} \left(\cos\frac{\theta^+}{2}\right)^{j+m_1} \left(\sin\frac{\theta^+}{2}\right)^{j-m_1} e^{i(j-m_1)\phi^+} \left|j,m_1\right\rangle, \quad \text{(I.68)}$$

correspondant à un « état cohérent de spin ». Cet état est noté $|\theta, \phi^+\rangle$ et est état propre de valeur propre maximale de l'opérateur $\hat{J}_{1,u} = \hat{\mathbf{J}}_1 \cdot \mathbf{u}_{\theta^+,\phi^+}$, c'est-à-dire la projection de $\hat{\mathbf{J}}_1$ dans la direction définie par (θ^+, ϕ^+). Il est à noter que l'état circulaire $|j, m_1 = j\rangle$ est un état cohérent de spin avec $\theta^+ = 0$.

Dans le cas où le désaccord δ^+ est non-nul, alors la rotation ne s'effectue plus autour d'un axe horizontal mais autour d'un vecteur orienté selon $(-\Omega^+ \sin(\phi^+), \Omega^+ \cos(\phi^+), \delta^+)$. L'état final sera toujours un état cohérent de spin $|\theta^+, \phi^+\rangle$ avec [55]

$$\theta^+ = \arccos\left(\cos^2\left(\arctan\left(\frac{\Omega^+}{\delta^+}\right)\right) + \sin^2\left(\arctan\left(\frac{\Omega^+}{\delta^+}\right)\right)\cos(\sqrt{\Omega^+ + \delta^+}t)\right). \quad \text{(I.69)}$$

Les états cohérents de spin sont des états semi-classiques, saturant l'inégalité de Heisenberg, c'est à dire d'incertitude minimale. En effet, en choisissant une base quelconque $(\mathbf{u}_{\theta^+,\phi^+},\mathbf{v},\mathbf{w})$, où $\mathbf{u}_{\theta^+,\phi^+}$ aligné dans la direction de l'état cohérent de spin, on a

$$\Delta\hat{J}_v \Delta J_w = \frac{\hbar}{2}\left\langle \hat{J}_u \right\rangle. \quad \text{(I.70)}$$

Ces états sont donc les états quantiques les plus proches d'un moment cinétique classique orienté dans la direction (θ^+, ϕ^+). Il est aisé de voir ici l'analogie entre ces états et les états cohérents d'un oscillateur harmonique : en plus de leur nature semi-classique, ces derniers sont obtenus par rotation de $|j,j\rangle$, tandis que les états cohérents de l'oscillateur sont obtenus par translation dans l'espace des phases de l'état fondamental de ce dernier.

c) Fonction Q d'un moment cinétique et sphère de Bloch généralisée

La représentation d'un moment cinétique $j = \frac{n-1}{2}$ se base sur la généralisation de la représentation traditionnelle d'un spin $s = 1/2$. En effet, tout état pur de ce dernier peut s'écrire, à une phase globale près, sous la forme

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|\uparrow\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{i\phi}|\downarrow\rangle. \quad \text{(I.71)}$$

Cet état peut être représenté par un point de coordonnées (θ, ϕ) sur une sphère appelée « sphère de Bloch », dont le pôle nord représente l'état $|\uparrow\rangle$ et le pôle sud l'état $|\downarrow\rangle$.

Dans le cas où $j > 1/2$, un couple de coordonnées ne suffisent plus à caractériser complètement l'état du moment cinétique. On doit alors construire des distributions qui associent à chaque point d'une sphère de Bloch généralisée une valeur réelle. Plusieurs de ces distributions existent [64], mais dans le cadre de ce travail, nous n'utilisons que les

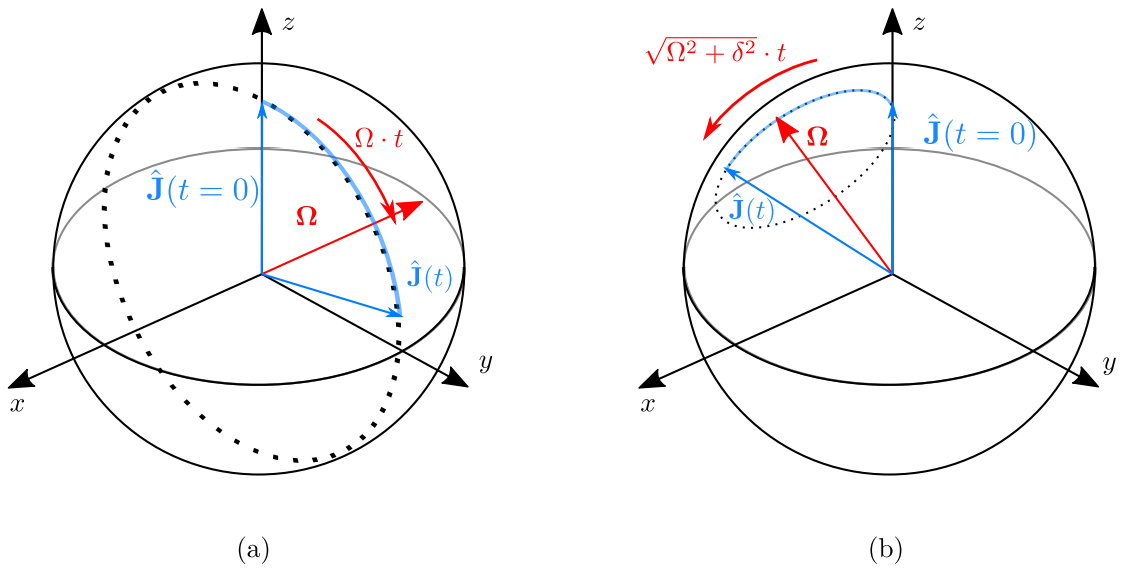


Fig. I.5 *Illustration qualitative de la dynamique d'un moment cinétique* $\hat{\mathbf{J}}$ *soumis à un champ radiofréquence. Les moments cinétiques sont représentés sur une sphère de Bloch généralisée, définie au parapgraphe I.1.3 c). (a) Le champ est résonnant avec la fréquence propre du moment cinétique* ($\delta = 0$) *et la rotation s'effectue autour du vecteur* $\mathbf{\Omega}$ *contenu dans le plan* (xOy)*, à une vitesse angulaire* $\Omega = \|\mathbf{\Omega}\|$*. À l'instant* t*, on a donc l'état cohérent de spin* $|\theta,\phi\rangle = |\Omega t, \pi/2\rangle$*. (b) Le champ n'est pas résonnant avec la fréquence propre du moment cinétique :* $\delta \neq 0$*.* $\mathbf{\Omega}$ *n'est donc plus contenu dans* (xOy) *et la vitesse de rotation vaut* $\sqrt{\Omega^2+\delta^2}$*. Les variables* θ *et* ϕ *définissant l'état du spin sont données par l'équation I.69.*

fonctions Q et la fonction de Wigner, que nous allons expliciter. Ces fonctions proviennent initialement de l'optique quantique et ont été adaptées à l'étude de moments cinétiques, en raison des nombreuses analogies entre ces deux systèmes [65].

La fonction-Q est une distribution de probabilité qui est définie pour un moment cinétique dont l'état est représenté par la matrice densité $\hat{\rho}$, par

$$Q(\theta,\phi) = \frac{2j+1}{4\pi} \langle \theta,\phi | \hat{\rho} | \theta,\phi \rangle . \tag{I.72}$$

Elle s'interprète donc comme le recouvrement entre l'état du moment cinétique $\hat{\rho}$ et l'état cohérent $|\theta,\phi\rangle$. Puisque les états cohérents de spin sont obtenus à partir d'une rotation de l'état de moment cinétique maximum $|j,+j\rangle$, on peut écrire

$$Q(\theta,\phi) = \frac{2j+1}{4\pi} \langle j,+j | \hat{R}^{\dagger}_{\theta,\phi} \hat{\rho} \hat{R}_{\theta,\phi} | j,+j \rangle \tag{I.73}$$

où $\hat{R}_{\theta,\phi}$ est définie à l'équation I.67. L'expression I.73 fournit par conséquent une méthode expérimentale de mesure de la fonction-Q d'un état quelconque du moment cinétique. Il suffit d'appliquer une rotation de paramètres (θ,ϕ) et de mesurer la population de l'état $|j,+j\rangle$ pour obtenir la valeur de $Q(\theta,\phi)$. La Figure I.6 montre des exemples de fonctions Q pour différents états.

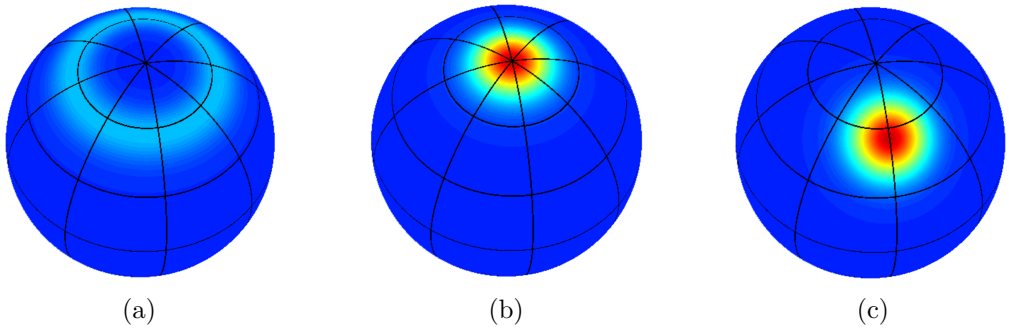


Fig. I.6 *Représentation de la fonction Q de trois états différents d'un spin $j = 25$.* (a) *État $|j, m_1 = 21\rangle$* (b)*État $|j_1, +j\rangle$, correspondant à un état circulaire.* (c) *État cohérent de spin, où $\theta = 0{,}6\,\mathrm{rad}$. L'état cohérent de spin est obtenu par rotation de l'état $|j_1,j_1\rangle$. Figure tirée de [60]*

.

La fonction de Wigner d'un moment cinétique est définie par

$$W(\theta, \phi) = \sum_{k=0}^{2j} \sum_{q=-k}^{+k} Y_{kq}(\theta, \phi)\, \rho_{kq} \tag{I.74}$$

où $Y_{kq}(\theta, \phi)$ désignent les harmoniques sphériques et $\rho_{kq} = \mathrm{Tr}\left(\hat{\rho}\hat{T}^{\dagger}_{kq}\right)$. $\hat{T}^{\dagger}_{kq}$ sont les opérateur multipolaires définis dans [64].

d) Champ radiofréquence de polarisation σ^-

Il est aisé de généraliser les résultats précédents à l'application d'un champ radiofréquence comportant une composante σ^-. En effet, celle-ci ne se couple qu'au moment cinétique $\hat{\mathbf{J}}_2$, indépendant de $\hat{\mathbf{J}}_1$. La situation est donc exactement la même pour ce dernier. D'après les équations I.66 et I.67, lorsqu'un champ radiofréquence résonnant de polarisation quelconque est appliqué à un état circulaire, on effectue une rotation de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ simultanément et l'état obtenu est décrit par

$$\hat{U}(t) = |\theta^+, \phi^+\rangle_{J_1} \otimes |\theta^-, \phi^-\rangle_{J_2} \tag{I.75}$$

où, comme pour $\hat{\mathbf{J}}_1$, $\theta^- = \Omega^- t$ et où $|\theta^-, \phi^-\rangle$ est un état cohérent de spin de $\hat{\mathbf{J}}_2$, orienté selon (θ^-, ϕ^-). De même, lorsque le champ n'est pas à résonance avec la fréquence propre de $\hat{\mathbf{J}}_2$, la rotation s'effectue autour du vecteur défini à l'équation I.62.

Les fonctions d'ondes associées à ces états correspondent aux fonctions d'ondes pour lesquelles la trajectoire de l'électron est la plus « proche » des orbites classiques, de moment cinétique orbital $\mathbf{L}$ et d'excentricité donnée par $\mathbf{a}$.

La figure I.7 représente des fonctions d'ondes associées à différents états cohérents de spin $|\theta^+, \phi^+\rangle \otimes |j, m_2 = j\rangle$, pour différentes valeurs de θ^+.

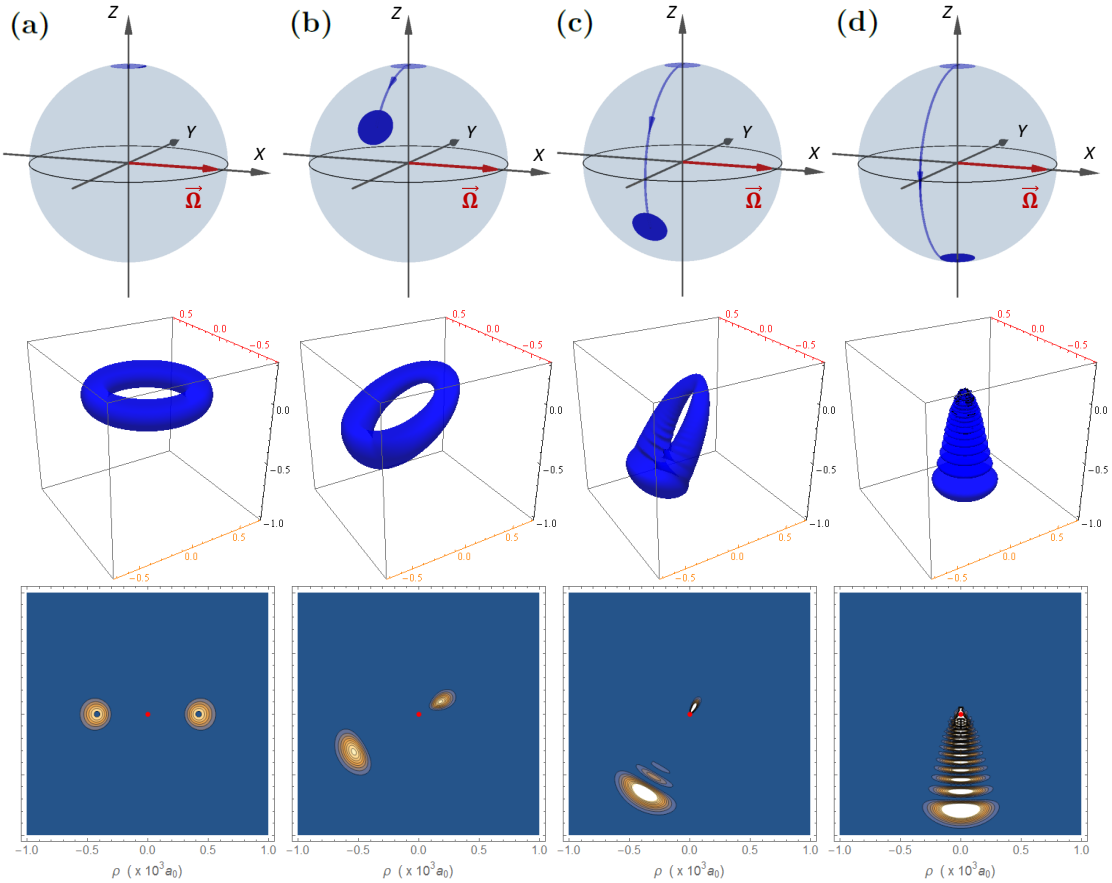


Fig. I.7 *Densités de probabilités associées aux fonctions d'onde d'états cohérents de spin de* $\hat{\mathbf{J}}_1$*, pour* $n = 21$ *et tels que* $m_2 = j$*. La première ligne est une représentation schématique de l'orientation de* $\hat{\mathbf{J}}_1$ *sur une sphère de Bloch généralisée. Les deuxièmes et troisièmes lignes sont des représentations des densités de probabilités avec les mêmes caractéristiques que la Fig. I.1. Les états représentés sont (a)* $|\theta = 0, \phi = 0\rangle = |j, m_1 = j\rangle$*, (b)* $|\theta = \pi/3, \phi = 0\rangle$*, (c)* $|\theta = 2\pi/3, \phi = 0\rangle$ *et* $|\theta = \pi, \phi = 0\rangle = |j, m_1 = -j\rangle$*. Figure tirée de [60].*

I.2 L'atome de rubidium

Le rubidium est un atome alcalin, de numéro atomique $Z = 37$. Il a donc un unique électron de valence, qui est dans l'orbitale $n = 5$ dans son état fondamental. Bien qu'hydrogénoïde, il existe tout de même une grande différence entre l'atome de rubidium et l'atome d'hydrogène qui réside dans la taille de son cœur ionique, constitué de 37 charges $+q$ et 36 charges $-q$ et d'extension spatiale non-négligeable. Ce dernier va induire plusieurs effets que nous décrirons par la suite, empêchant de résoudre analytiquement son hamiltonien.

Lorsque l'atome est dans un état de Rydberg $n \gg 1$, l'électron est en moyenne très éloigné du cœur. Les conséquences de la taille importante de ce dernier sont alors faibles et peuvent donc être traités comme des déviations au modèle hydrogénoïde. Celles-ci sont au nombre de deux : le cœur se polarise sous l'effet du champ électrique créé par l'électron de valence et il existe de plus un recouvrement entre les fonctions d'ondes des états de Rydberg de faible moment cinétique et l'extension du cœur ionique, induisant une pénétration du cœur par l'électron. Ces effets sont pris en compte de manière phénoménologique par la théorie du défaut quantique, décrite dans la section suivante.

I.2.1 L'atome de rubidium en champ nul

Les effets de la grande taille du cœur ionique de l'atome se comprennent assez intuitivement. Les fonctions d'ondes de faible moment cinétique orbital de l'atome de Rydberg étant fortement elliptiques l'électron est, au cours de sa trajectoire, sensible alternativement à un potentiel coulombien $-e^2/r$ lorsqu'il est loin du noyau et à un potentiel $-Ze^2/r$, beaucoup plus profond, lorsqu'il a pénétré le nuage électronique du cœur. De même, le nuage électronique du cœur se trouve déformé lorsque l'électron de valence de rapproche de lui, augmentant aussi la profondeur du potentiel. On s'attend alors à ce que les états de faible moment cinétique du rubidium soient plus liés que les états analogues de l'atome d'hydrogène, déplaçant vers le bas leurs niveaux d'énergie.

Un modèle possible et très utilisé pour décrire ces effets est celui du « défaut quantique ». Cette approche est phénoménologique et consiste en l'introduction d'un nombre quantique principal effectif n_{eff} tel que

$$E_{nlj} = -\frac{E_1}{n_{eff}^2} \tag{I.76}$$

avec

$$n_{eff} = n - \delta_{nlj} \tag{I.77}$$

où δ_{nlj} est une constante empirique appelée défaut quantique. Ce nombre quantique principal effectif se mesure par spectroscopie en champ nul et n'est pas nécessairement entier. La dépendance en n, l et j (nombre quantique associé à $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$, $\hat{\mathbf{S}}$ étant le spin de l'électron) de δ_{nlj} s'explique aisément. Le défaut quantique dépend évidemment de l, puisque c'est principalement l'intensité du potentiel centrifuge en $l(l+1)/r^2$ qui va déterminer à quel point la trajectoire va être proche du cœur. La dépendance en j n'intervient que pour $l < 4$. Pour ces niveaux, l'électron passe très près du noyau et il est nécessaire d'inclure des effets relativistes, bien plus importants pour le rubidium que pour l'hydrogène. La dépendance en n est assez faible et il est possible d'effectuer un développement

perturbatif :

$$\delta_{nlj} = \delta_0(l,j) + \frac{\delta_2(l,j)}{(n-\delta_0(l,j))^2} + \frac{\delta_4(l,j)}{(n-\delta_0(l,j))^4} + ... \tag{I.78}$$

où l'on voit que la dépendance en n n'apparaît qu'à partir du deuxième ordre.

Moment cinétique	Défaut quantique δ_{nlj}
$l = 0$	$\delta_{nlj} = 3.131145 + \frac{0{,}195}{(n-3{,}131145)^2}$
$l = 1,\ j = 1/2$	$\delta_{nlj} = 2{,}65486 + \frac{0{,}280}{(n-2{,}65486)^2}$
$l = 1,\ j = 3/2$	$\delta_{nlj} = 2{,}64165 + \frac{0{,}318}{(n-2{,}64165)^2}$
$l = 2,\ j = 3/2$	$\delta_{nlj} = 1{,}34807 - \frac{0{,}603}{(n-1{,}34807)^2}$
$l = 2,\ j = 5/2$	$\delta_{nlj} = 1{,}34642 - \frac{0{,}545}{(n-1{,}34642)^2}$
$l = 3,\ j = 5/2$	$\delta_{nlj} = 0{,}0165192 - \frac{0{,}085}{(n-0{,}0165192)^2}$
$l = 3,\ j = 7/2$	$\delta_{nlj} = 0{,}0165437 - \frac{0{,}086}{(n-0{,}0165437)^2}$
$l = 4$	$\delta_{nlj} = 0{,}004$
$l = 5$	$\delta_{nlj} = 0{,}001$
$l = 6$	$\delta_{nlj} = 0{,}0006$
$l = 7$	$\delta_{nlj} = 0{,}0003$

TABLE I.1 – Défaut quantique au second ordre du rubidium 85. Les valeurs entre $l = 0$ et $l = 3$ sont des valeurs expérimentales. Les valeurs correspondant à $l = 0,\ l = 1$ et $l = 2$ sont tirées de Meschede [66], $l = 3$ de Han *et al.* [67] et pour $l = 4{,}5{,}6{,}7$ de Nussenzveig [40].

Le tableau I.1 donne les valeurs du défaut quantique à l'ordre 2 du rubidium 85. On constate que plus le moment cinétique orbital augmente, plus le défaut quantique diminue, ce qui indique que plus l'électron est loin du noyau, plus le potentiel est proche d'un potentiel coulombien. De plus, pour $l \geq 4$ la contribution de la structure fine devient négligeable et l'on ne prend plus en compte le deuxième ordre du développement limité.

I.2.2 L'atome de rubidium en présence d'un champ électrique statique

L'opérateur de Runge-Lenz n'est plus diagonal en raison du défaut quantique. La base privilégiée pour calculer le spectre du rubidium reste donc la base sphérique. De plus, nous avons vu que le défaut quantique dépend du nombre quantique j pour les états de faible moment cinétique orbital. Il devient alors nécessaire de prendre en compte le spin de l'électron, c'est à dire d'effectuer le calcul en utilisant la base $\{|n, l, j, m_j\rangle\}$. Afin de calculer les énergies propres de l'atome en présence d'un champ électrique il convient alors de calculer les éléments de matrice de l'opérateur dipôle dans cette base, à partir des expressions des fonctions d'onde en champ nul. Afin de calculer celles-ci, on procède de manière similaire au calcul des fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène. En effet, le potentiel est toujours radial : on peut donc séparer la fonction d'onde en une composante radiale et une composante angulaire

$$\psi(r,\theta,\phi) = R'(r)Y'(\theta,\phi). \tag{I.79}$$

La partie angulaire est identique à celle de l'atome d'hydrogène et correspond aux harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta,\phi)$. En revanche, le potentiel est différent de celui de l'atome d'hydrogène, ce qui nous oblige à recalculer la partie radiale de la fonction d'onde. Puisque les modifications du potentiel n'interviennent que dans des régions proches du cœur, on définit une distance caractéristique r_0 matérialisant cette région. Pour $r > r_0$, le potentiel est coulombien et pour $r < r_0$, le potentiel est plus complexe en raison des interactions avec le cœur. Cependant, l'électron se trouve avec une probabilité très proche de l'unité dans la région $r > r_0$, ce qui rend la contribution de $r < r_0$ négligeable dans le calcul de éléments de matrice de l'opérateur dipôle. On cherche donc à connaitre la fonction d'onde uniquement dans la région située au delà de l'influence du cœur, là où le potentiel est coulombien. La fonction d'onde radiale est finalement calculée en utilisant la méthode de Numerov [68], en cherchant des solutions dont l'énergie correspond avec les valeurs fixées par le défaut quantique.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu l'essentiel du formalisme permettant de comprendre les différentes expériences réalisées dans le cadre de cette thèse. Nous avons premièrement décrit l'atome d'hydrogène en champ nul, ce qui a permis d'introduire les bases sphériques et paraboliques. Cette dernière se révèle particulièrement utile pour modéliser l'atome en présence d'un champ électrique statique. Ensuite, nous nous sommes servis de cette description pour traiter le couplage entre l'atome et le champ radiofréquence. Nous avons pu montrer qu'une multiplicité Rydberg couplée à un champ radiofréquence peut être représentée comme deux moments cinétiques $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ couplés respectivement aux composantes σ^+ et σ^- du champ RF. Cette représentation en termes de deux moments cinétiques se révèlera très pratique par la suite, offrant une compréhension beaucoup plus intuitive du comportement de l'atome. Enfin, nous avons succinctement décrit la modélisation de l'atome de rubidium en tant que déviation au modèle hydrogénoïde. Les niveaux de bas moments cinétique orbital voient leurs énergies modifiées en raison de l'influence du cœur ionique de l'atome, tandis que les niveaux de moments cinétiques élevés sont très proches de leurs homologues de l'atome d'hydrogène.

Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser au dispositif expérimental mis en place par plusieurs générations de doctorants nous permettant de réaliser les expériences de contrôle quantique.

Chapitre II
Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental se divise en trois parties : le four, duquel provient le faisceau d'atomes de rubidium, le cœur expérimental, dans lequel sont réalisées les expériences proprement dites et pour finir le détecteur, fournissant le signal atomique.

Ces deux dernières parties sont situées dans un cryostat refroidi à 4 K, réduisant fortement le rayonnement du corps noir environnant les atomes, ce qui permet d'avoir un temps de vie suffisant pour les états de Rydberg.

Dans ce chapitre seront décrites succinctement les trois parties du dispositif expérimental [1](II.1) et l'accent sera mis sur les différents outils utilisés pour préparer et détecter les atomes (II.2) et manipuler leur état interne afin de réaliser les expériences dont il est question dans cette thèse (II.3).

II.1 Description du montage expérimental

Les atomes proviennent d'un four, consistant en une cellule de rubidium chauffée à une température de 150 °C. La vapeur atomique ainsi générée est par la suite collimatée par une série de diaphragmes d'1 mm de diamètre et d'un trou d'environ 0,7 mm. Il en résulte un faisceau d'atomes traversant le cœur expérimental et le détecteur à environ $300\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

La Figure II.1 représente le cœur expérimental et le détecteur. Deux électrodes planes se faisant face de part et d'autre du faisceau atomique génèrent le champ statique fixant la fréquence Stark de l'atome de Rydberg. Ce champ définit donc l'axe de quantification z auquel on se réfèrera dans ce manuscrit. Autour de cet axe vertical se trouvent 4 électrodes dites en « anneau », permettant de pro duire un champ RF de polarisation contrôlée. Elles sont percées de trous de diamètre 6 mm afin de conserver un accès optique permettant l'excitation laser des atomes vers un état de Rydberg. Elles sont séparées spatialement les unes des autres par une distance d'environ 1 mm, afin de limiter le couplage capacitif entre elles. Les électrodes sont fixées sur des blocs d'araldite, un ploymère isolant, par des vis en laiton et maintenues par le dessus à l'aide de ressorts dont le rôle est d'absorber les contractions différentielles des différents matériaux lors de la mise à froid du cryostat.

Les deux électrodes planes sont isolées électriquement des autres, mais doivent être aussi en contact thermique avec le réservoir d'hélium liquide du cryostat. Pour cela, elles

1. Pour une description plus détaillée, voir les thèses d'Ardien Signoles [60] et Adrien Facon [69]

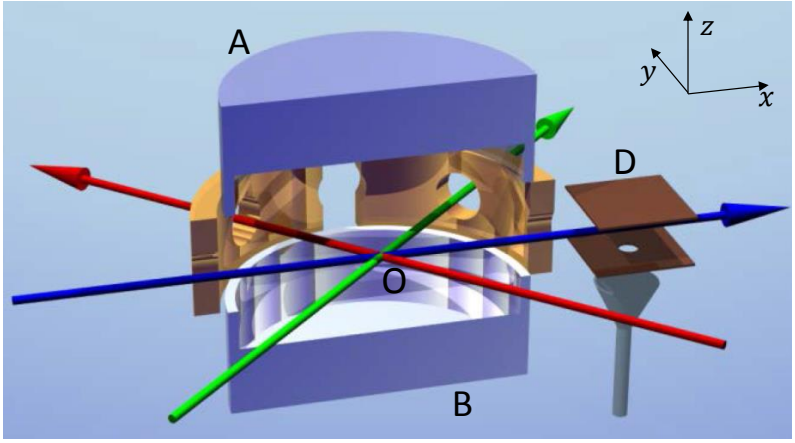


Fig. II.1 *Schéma du dispositif expérimental à l'intérieur du cryostat. Un faisceau d'atomes de rubidium (flèche bleue) provenant du four (non représenté) croise les lasers d'excitation (flèches rouge et verte) en O, puis traverse le détecteur en D. Les électrodes A et B permettent d'appliquer un champ statique vertical. En jaune, les électrodes dites en « anneau » connectées au circuit RF permettant de générer un champ de polarisation circulaire très homogène dans le plan* (Oxy)*, seulement deux sur les 4 sont visibles sur le schéma.*

sont montées sur des supports en saphir, un isolant possédant une bonne conduction thermique.

L'ensemble des électrodes sont en cuivre recouvert d'un fine couche d'or, empêchant leur oxydation et assurant la « propreté » des potentiels. De plus, une couche d'Aquadag (« Aqueous Delflocculated Acheson Graphite »), une solution de graphite colloïdal a été appliquée sur les faces internes des électrodes dans le but de réduire la présence de champs électriques parasites [70]. Cependant, aucun effet notable sur le temps de cohérence des atomes n'a été constaté, ceci semblant indiquer que ce dernier est limité par du bruit de champ électrique plutôt que par un dépôt de charges parasites.

II.2 Préparation et détection des atomes

Beaucoup des expériences réalisées au cours de ce manuscrit utilisent des atomes de Rydberg préparés initialement dans un état circulaire. Dans cette section seront décrites les méthodes utilisées pour effectuer l'excitation Rydberg des atomes, leur circularisation, puis leur détection par ionisation.

II.2.1 Excitation des atomes vers un état de Rydberg

L'excitation des atomes est représentée en Figure II.2(a). Le choix du niveau final de l'excitation répond à plusieurs critères. Premièrement, il doit être suffisamment proche du reste de la multiplicité Rydberg, afin que ce dernier puisse être rapproché de la multiplicité lorsque l'on applique un champ électrique. Les états s, p et d, en raison de leur grand défaut quantique, sont fortement décalés vers le bas de la multiplicité et ne sont donc pas souhaitables. Le niveau f, quant-à lui, est suffisamment proche de la multiplicité

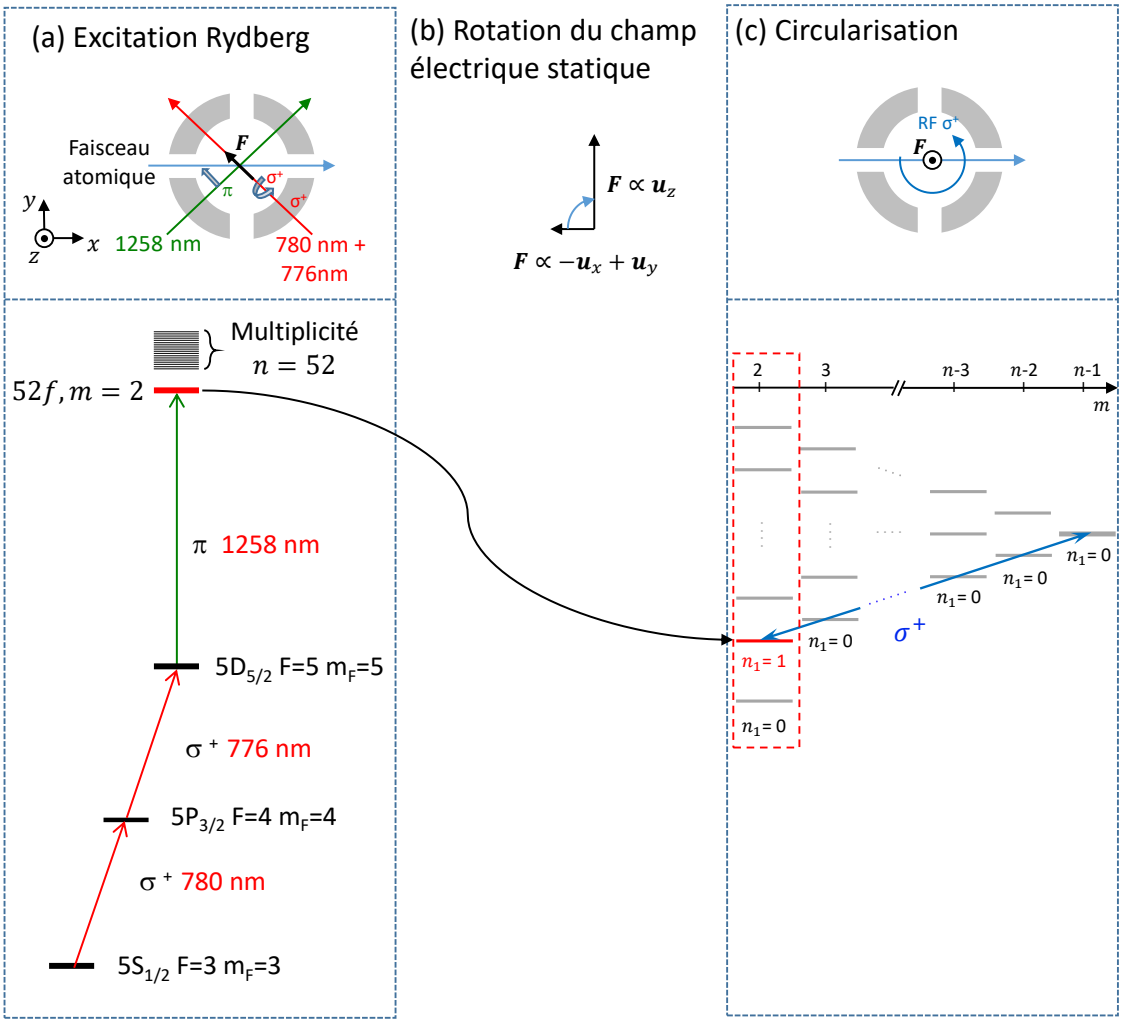
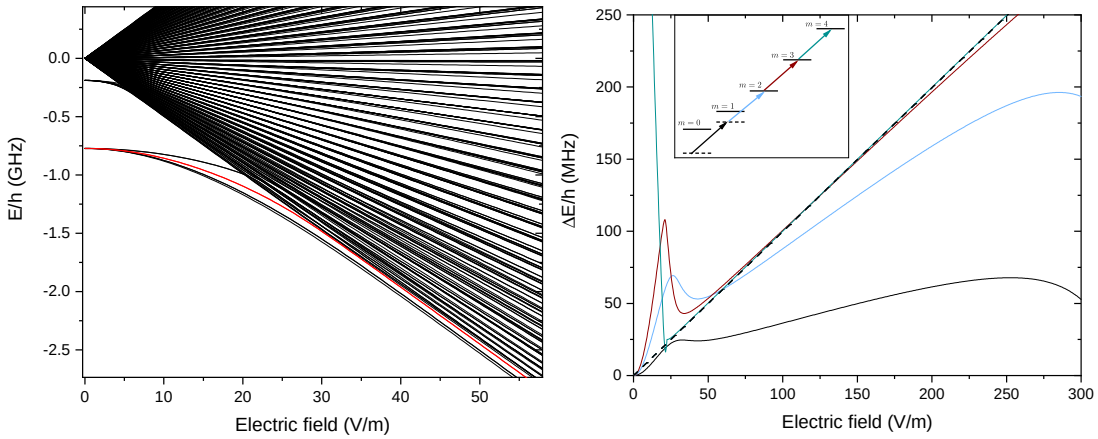


Fig. II.2 *Préparation d'atomes dans un état circulaire* $|52C\rangle$. *(a) Excitation laser des atomes vers l'état de Rydberg* $|52f, m = 2\rangle$, *consistant en l'absorption de 3 photons infrarouges. Un premier photon* σ^+ *à* 780 nm *permet de passer de l'état fondamental* $|5S_{1/2}, F = 3, m_F = 3\rangle$ *au premier niveau excité* $|5P_{3/2}, F = 4, m_F = 4\rangle$, *transféré vers* $|5D_{5/2}, F = 5, m_F = 5\rangle$ *grâce à l'absorption d'un photon* σ^+ *à* 776 nm. *Finalement, un dernier photon* π *à* 1258 nm *amène l'atome dans l'état de Rydberg* $|52f, m = 2\rangle$. *Cette excitation est effectuée sous un champ électrique statique faible* (0,236 V cm^{-1}), *permettant de résoudre les différents sous niveaux du niveau* $52f$, *ainsi que de définir l'axe de quantification. (b) Rotation et augmentation de la norme du champ électrique statique : le champ est lentement retourné afin de changer la direction de l'axe de quantification et sa norme est augmentée de sorte que* $|52f, m = 2\rangle$ *se joigne à la la multiplicité* $n = 52$. *(c)* Circularisation. *Une impulsion RF* σ^+ *résonnante avec la multiplicité est appliquée avec les électrodes en « anneau », permet de transférer la population du* $|52f, m = 2\rangle$ *vers l'état circulaire.*

($\Delta E = 772\,\mathrm{MHz}$ pour la multiplicité $n = 52$) pour qu'il la rejoigne pour des champs électriques statiques d'intensité modérées, de l'ordre de $25\,\mathrm{V\,m^{-1}}$,comme représenté sur la figure II.3a.



(a) (b)

Fig. II.3 (a) *Énergies des niveaux Stark de la multiplicité $n = 52$, pour $m_J = 1/2, 3/2, 5/2, 7/2$, soit $m = 0$,1,2,3,4 en négligeant la structure fine. En rouge, le niveau $52f, m = 2$ préparé par l'excitation laser, rejoignant la multiplicité pour un champ d'environ $30\,\mathrm{V\,m^{-1}}$.* (b) *Différences d'énergies des transitions $\Delta m = +1$ représentées en insert. Les transitions $m = 0 \leftrightarrow 1$ (noir) et $m = 1 \leftrightarrow 2$ diffèrent fortement des transitions correspondantes de l'atome d'hydrogène (représentées en pointillés avec le même code couleur). Il est à noter qu'à partir de la transition $m = 3 \leftrightarrow 4$, le rubidium est pratiquement hydrogénoïde.*

Pour des champs électriques statiques plus élevés, le niveau $|52, n_1 = 1, m = 2\rangle$, noté $|52f, m = 2\rangle$ devient quasi-hydrogénoïde : la transition $|52f, m = 2\rangle - |52, n_1 = 0, m = 3\rangle$ est à une fréquence très proche des transitions de la diagonale de niveaux $n_1 = 0$, $m \geq 3$ (voir Fig. II.3b). Puisque les niveaux de $m = 0$,1 sont fortement décalés en énergie à cause de leur grand défaut quantique, on peut, en appliquant une champ radiofréquence résonnant avec ces transitions et polarisé σ^+, préparer des atomes circulaires à partir de $|52f, m = 2\rangle$.

En raison des règles de sélection de l'opérateur dipôle électrique, une excitation à 3 photons est nécessaire pour préparer le niveau $|52f, m = 2\rangle$ à partir de l'état fondamental. En effet, l'excitation laser doit fournir à l'atome trois unités de moment angulaire orbital : l'excitation passe donc successivement par des nivaux s, p, d et f, avec $\Delta l = 1$ à chaque transition. De plus, puisque le niveau final a un nombre quantique magnétique $m = 2$ et que l'état fondamental de l'atome est $5S_{1/2}$, il est nécessaire d'augmenter la projection du moment angulaire orbital de deux unités lors de l'excitation. C'est pourquoi les deux premiers photons absorbés par l'atome (correspondant aux transitions à 780 et 776 nm, voir Fig. II.2 (a)) doivent être σ^+ et le troisième est un photon π, à 1258 nm.

Puisque les faisceaux laser se propagent dans le plan (Oxy), le champ électrique statique que l'on applique aux atomes pendant l'excitation doit être contenu dans ce plan, afin d'obtenir des polarisations σ^+ et π. C'est pourquoi, lors de l'excitation, un champ

électrique statique de faible intensité ($\approx 0{,}236\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$) est appliqué sur les deux électrodes RF situées dans l'axe de propagation des faisceaux laser à 780 et 776 nm. Ceux-ci ayant une polarisation circulaire, les atomes voient une lumière polarisée σ^+. Enfin, le dernier laser d'excitation se propageant perpendiculairement aux deux premiers, il suffit que sa polarisation soir rectiligne dans la direction de l'axe de quantification pour que les atomes voient la polarisation π nécessaire au troisième échelon d'excitation.

II.2.2 Circularisation des atomes

La préparation d'atomes circulaires est au cœur des travaux décrits dans ce manuscrit. Dans cette section, nous allons décrire les deux méthodes que utilisons habituellement : l'oscillation de Rabi et le passage adiabatique. La première consiste à appliquer à l'atome une impulsion radiofréquence résonnante avec l'échelle de niveaux couplés à la polarisation σ^+ afin de transférer la population de l'état de départ vers l'état circulaire. Cette méthode est relativement rapide, sa durée étant uniquement limitée par la puissance de RF disponible expérimentalement (≈ 100 ns pour nos expériences) mais est limitée en efficacité en raison de l'anharmonicité des niveaux d'énergie du rubidium. Pour s'affranchir du caractère non-hydrogénoïde de l'atome, nous utilisons aussi le passage adiabatique. Cette méthode consiste à faire varier adiabatiquement le désaccord entre la fréquence atomique et la RF, pour transférer la population dans l'état $|52f,m=2\rangle$ vers l'état $|52C\rangle$ avec une très grande fidélité. Cependant, cette procédure est beaucoup plus lente que l'oscillation de Rabi, puisque les atomes sont transférés adiabatiquement vers l'état circulaire. Elle nécessite une durée de quelques microsecondes, mais en contrepartie bénéficie d'une efficacité bien plus importante.

a) Oscillations de Rabi

Oscillation de Rabi pour un moment cinétique j Comme vu à la section I.1.3 a), un champ radiofréquence oscillant à la pulsation ω_{rf} polarisé σ^+ couple uniquement les transitions $\Delta m = +1$. Ainsi, un atome préparé initialement dans un état $|n, m_1, m_2 = j\rangle$, c'est à dire dans la diagonale de plus basse énergie de la multiplicité (voir Fig. I.4) telle que $m \geq 0$, ne pourra effectuer de transitions en dehors de celle-ci. L'évolution de l'état de l'atome est donc restreinte à ce sous-espace et on peut écrire l'hamiltonien de l'atome et du champ en représentation d'interaction

$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2}\mathbf{\Omega} \cdot \hat{\mathbf{J}}_1 \tag{II.1}$$

où $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\mathbf{\Omega}$ sont définis à la section I.1.3 a). Par la suite, nous utilisons donc la notation simplifiée $|n, m\rangle$ pour désigner l'état $|n, m_1, m_2 = j\rangle$ où l'on a $m = j + m_1$ avec $j = (n-1)/2$. l'oscillation de Rabi.

Il est alors aisé de préparer des atomes circulaires à partir d'un atome dans l'état $|n, m = 0\rangle$ qui correspondant à un état cohérent de spin $|\theta = \pi, \phi\rangle$. En utilisant un champ RF résonnant avec la fréquence atomique, on effectue le transfert $|n, m = 0\rangle \rightarrow |n, m = n-1\rangle$, c'est à dire $|\theta = \pi, \phi\rangle \rightarrow |\theta = 0, \phi\rangle$ en choisissant la durée de l'impulsion telle que $\Omega \cdot t_{rf} = \pi$. On peut donc en principe transférer l'intégralité de la population de $|n, m = 0\rangle$ vers $|n, m = n-1\rangle = |nC\rangle$. La figure II.4 représente l'évolution des populations de certains

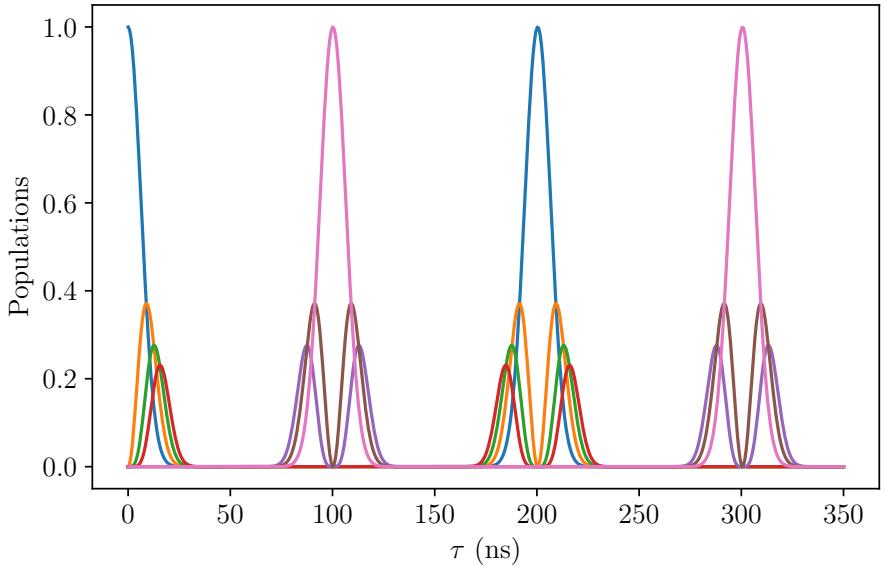


Fig. II.4 *Calcul numérique de l'évolution des populations des niveaux de* $|52,m = 0,1,2,3\rangle$ *respectivement en bleu, orange, vert et rouge ainsi que des niveaux* $|52C\rangle$ *(rose),* $|52e_1\rangle = |52,m = 50\rangle$ *(marron) et* $|52e_2\rangle = |52,m = 49\rangle$ *(violet) lorsqu'on applique une champ RF résonnant en fonction de sa durée* τ*, pour un atome assimilé à un moment cinétique parfait. L'atome est initialement dans l'état* $|52,m = 0\rangle$*.*

niveaux de la multiplicité $n = 52$, c'est à dire d'un moment cinétique $j = 51/2$, lorsqu'un champ résonnant est appliqué. On peut constater qu'il y a une rotation du moment cinétique $\hat{\mathbf{J}}_1$, les populations évoluant périodiquement. A chaque instant, l'atome est dans un état cohérent de spin $|\Omega t, \phi\rangle$, défini à l'équation I.68.

Oscillation de Rabi dans un atome de rubidium Dans un atome de rubidium, la situation est légèrement différente. En effet, en raison du défaut quantique, les états $m < 3$ de l'échelle de spin ne sont plus résonnants avec le champ radiofréquence. Pour $n = 52$, à un champ de $2{,}5\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$, les transitions correspondant aux niveaux $m = 0,1,2$ sont décalées respectivement de 71,1 MHz, 190,3 MHz et 244,8 MHz. Ainsi, comme décrit plus haut, les atomes sont préparés initialement dans le niveau $|52, m = 2\rangle$, qui est le niveau de plus basse énergie de l'échelle harmonique. La figure II.5 montre l'évolution des populations d'un atome de rubidium soumis à un champ radiofréquence dans des conditions similaires à celles de figure II.4. Le niveau de départ est le $|52, m = 2\rangle$. On constate qu'il n'est pas possible de peupler l'état circulaire avec une efficacité de 100%. Ceci montre les limites de la description de l'atome de rubidium par un grand moment cinétique : les états de faible m son décalés en énergie et leurs élements de matrices ne correspondent pas à ceux d'un grand moment cinétique. Premièrement, le couplage vers le $m = 1$ fait qu'une part non négligeable ($\approx 8\,\%$) de la population se retrouve « coincée » dans ce niveau. Deuxièmement, l'état initial a une topologie très différente d'un état cohérent de spin (voir Fig. I.6), il est donc impossible de passer de l'un à

l'autre en appliquant une simple rotation. On observe, par exemple, une pic résiduel de $|52,m = 49\rangle = |52e_2\rangle$ dans l'oscillation de Rabi.

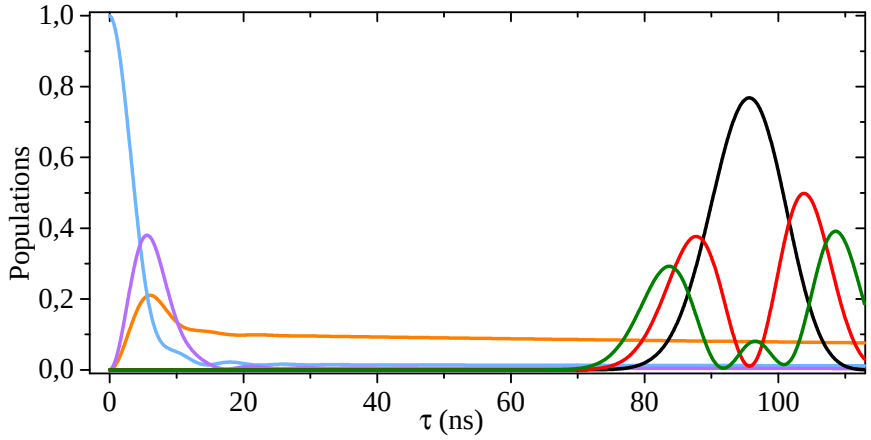


Fig. II.5 *Calcul numérique de l'évolution des populations des niveaux de* $|52,m = 1,2,3\rangle$ *respectivement en orange, bleu et violet ainsi que des niveaux* $|52C\rangle$ *(noir),* $|52e_1\rangle = |52,m = 50\rangle$ *(rouge) et* $|52e_2\rangle = |52,m = 49\rangle$ *(vert) lorsqu'on applique un champ RF résonnant en fonction de sa durée* τ*. L'atome est initialement dans l'état* $|52,m = 2\rangle$*.*

Cette méthode de circularisation, bien que limitée en efficacité, est tout de même utile pour sa rapidité, permettant de préserver la cohérence de superpositions d'états et a été utilisée dans [55] pour préparer une superposition de deux états circulaires de moment cinétiques opposés $|52C\rangle + |-52C\rangle$.

b) Passage adiabatique

Une autre méthode de préparation d'atomes circulaires est le passage adiabatique. Elle consiste à transférer adiabatiquement l'atome de $|52,m = 2\rangle$ vers $|52C\rangle$ en tirant profit de la structure des états habillés du système atome-champ. Les énergies des niveaux de la multiplicité $n = 52$ sont représentés dans le référentiel tournant à 230 MHz sont représentés sur la figure II.6a, en fonction de la valeur du champ électrique statique appliqué. On constate alors un croisement à environ $F = 230\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ qui correspond à la valeur du champ électrique à laquelle le champ RF est résonnant avec l'échelle de niveaux.

Lorsqu'un champ radiofréquence à 230 MHz est appliqué, les états propres du système atome+champ sont les états habillés, que l'on peut exprimer comme combinaisons linéaires des précédents états propres. La figure II.6b représente les énergies de ces nouveaux états dans le référentiel du champ radiofréquence en fonction de la valeur du champ électrique statique. On voit alors apparaître un anti-croisement, dont la largeur est proportionnelle à la fréquence de Rabi du champ RF.

Le passage adiabatique se déroule alors de la manière suivante : on se place initialement dans une champ électrique $F = 240\,\mathrm{V\,m^{-1}}$ et l'atome est dans l'état $|52,m = 2\rangle$. Ensuite, le champ RF est allumé lentement, de sorte que l'on va transférer adiabatique-

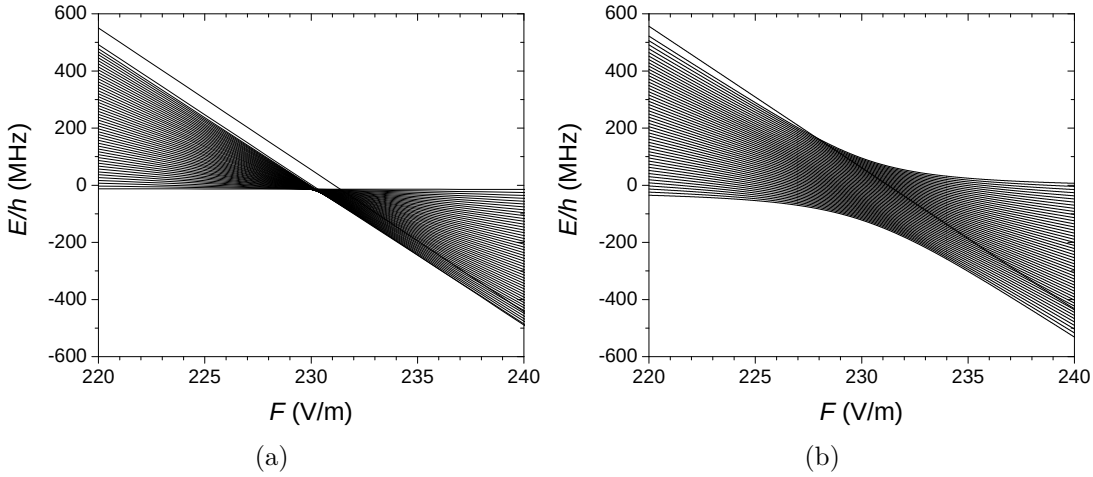


Fig. II.6 (a) *Énergies des niveaux Stark de la multiplicité* $n = 52$ *du rubidium dans le référentiel tournant à* 230 MHz*, en fonction de la valeur du champ électrique. Le croisement des niveaux a lieu pour* $F = 230\,\mathrm{V\,m^{-1}}$*.* (b) *Énergies des états habillés correspondant, c'est à dire en présence d'un champ RF (de fréquence* 230 MHz *dans le même référentiel. On constate la présence d'un anti-croisement à* $F = 230\,\mathrm{V\,m^{-1}}$*.*

ment $|52,m = 2\rangle$ vers l'état

$$|52,m = 2\rangle + \epsilon\,|52,m = 3\rangle + ... \tag{II.2}$$

où $\epsilon \ll 1$, qui est l'état propre de plus basse énergie à cette valeur du champ statique. Le passage adiabatique à proprement parler est ensuite effectué : pour une amplitude de RF constante, le champ électrique statique est diminué lentement jusqu'à atteindre la valeur de $220\,\mathrm{V\,m^{-1}}$. On suit alors adiabatiquement l'état habillé de plus basse énergie de la Fig. II.6b, dont la composition varie jusqu'à atteindre

$$|52C\rangle + \epsilon\,|52, m = 49\rangle + ... \tag{II.3}$$

lorsque le champ atteint $220\,\mathrm{V\,m^{-1}}$. Ainsi, en éteignant doucement le champ RF, l'état de l'atome se « branche » sur $|52C\rangle$. Étant donné le caractère adiabatique de cette procédure, les différentes étapes doivent être effectué lentement. Typiquement, les phases d'allumage et d'extinction du champ RF doivent respecter la condition [71, 72]

$$\frac{d\Omega}{dt} \ll \delta^2 \tag{II.4}$$

où Ω est la fréquence de Rabi du champ RF et δ le désaccord entre la fréquence de ce dernier et celle de l'échelle de niveaux au moment de l'allumage ou de l'extinction du champ RF. De plus, la phase de variation du champ statique (c'est-à-dire du désaccord entre l'atome et le champ) doit respecter

$$\frac{d\delta}{dt} \ll \Omega^2. \tag{II.5}$$

Cette procédure est en définitive beaucoup plus efficace que l'oscillation de Rabi (expérimentalement, nous préparons des atomes circulaires avec une pureté de 99,5 %, voir section III.3), mais dure typiquement plusieurs microsecondes, afin de respecter les conditions d'adiabaticité.

II.2.3 Détection des atomes par ionisation

En raison du nombre quantique principal très élevé des atomes de Rydberg, l'électron de valence est très proche de la limite d'ionisation et il est alors possible d'arracher ce dernier en appliquant des champ électriques de l'ordre de la centaine de $\mathrm{V\,cm^{-1}}$.

Le détecteur est composé de deux plaques se faisant face : l'une d'elles est reliée à la masse tandis qu'un potentiel négatif est appliqué sur la deuxième. La plaque reliée à la masse est percée d'un trou afin de laisser passer l'électron. La deuxième comprend une rampe située en face du trou, comme représenté sur la figure II.7. Cette rampe crée un gradient de champ électrique le long de parcours de l'atome dans le détecteur, permettant la détection sélective des différents niveaux d'énergie. En effet, différents niveaux, ionisés à des champs différents, vont s'ioniser à des positions différentes à l'intérieur du détecteur. En revanche, seuls ceux ionisés en face du trou vont traverser la plaque supérieure et finalement être détectés.

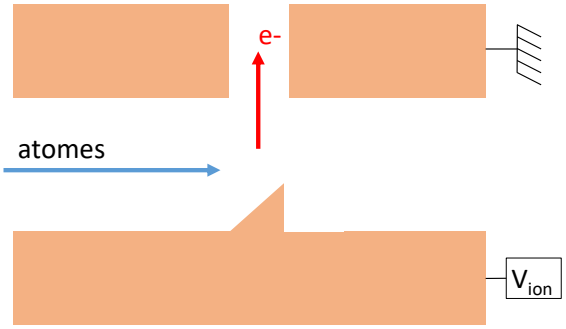
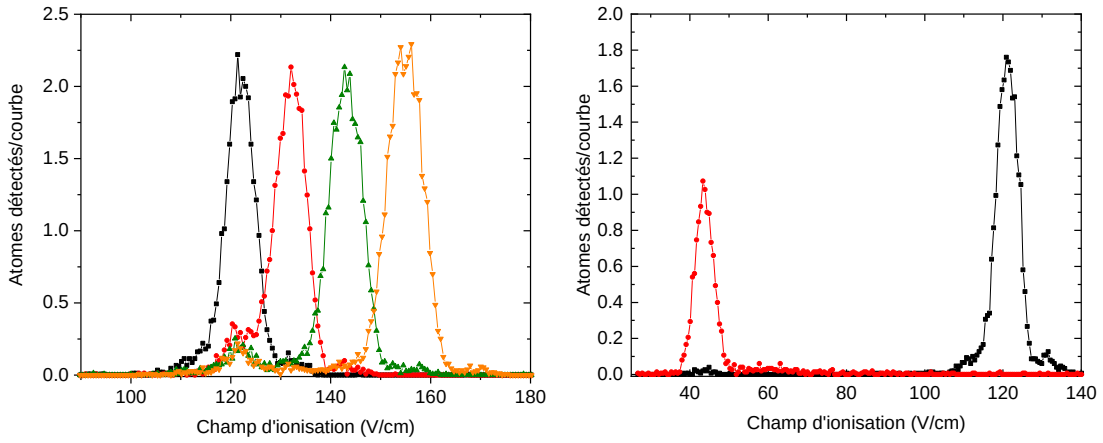


Fig. II.7 *Schéma des électrodes permettant l'ionisation des atomes de Rydberg. Le faisceau d'atomes de Rydberg provenant du coeur expérimental traverse le détecteur, composé de deux plaques entre lesquelles un tension est appliquée. La plaque supérieure, percée d'un trou, est reliée à la masse. Le potentiel d'ionisation $V_{ion} < 0$ est appliqué sur la plaque inférieure, comportant une rampe faisant face au trou. Cette dernière crée un gradient de champ électrique est permet de ne détecter que les atomes dont le seuil d'ionisation correspond au champ au niveau du trou.*

Une fois l'atome ionisé, l'électron est accéléré et guidé par des lentilles électrostatiques vers un *channeltron*, qui permet d'amplifier le signal électronique. Ce signal est converti en une impulsion TTL, correspondant à un « clic » de détection. Afin de détecter un niveau spécifique, il donc d'abord nécessaire de connaître son seuil d'ionisation. Pour ce faire, on prépare le niveau que l'on souhaite détecter et l'on fait varier la valeur du potentiel V_{ion} appliqué sur la plaque inférieure. On obtient le nombre d'atomes détectés en fonction du potentiel d'ionisation et l'on définit le seuil d'ionisation de cet état comme étant le

potentiel correspondant au maximum de comptes. De tels signaux sont représentés Figure II.8.



(a) (b)

Fig. II.8 (a) *Signaux d'ionisation pour des atomes initialement préparés dans différents états circulaires :* $n = 52$ *(noir),* $n = 51$ *(rouge),* $n = 50$ *(vert) et* $n = 49$ *(orange). On constate que plus le nombre quantique principal de l'atome est élevé, plus le champ d'ionisation est important, l'énergie de liaison de l'électron décroissant avec* n*.* (b) *Signaux d'ionisation pour des atomes préparés en* $|52C\rangle$ *(noir) et* $|52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ *(rouge). Le champ nécessaire pour ioniser* $|52, n_1 = 1, m = 2\rangle$ *est beaucoup plus faible que pour ioniser l'état circulaire de même* n*. Les différences d'efficacités de détections entre les deux états peuvent en partie s'expliquer par le faible temps de vie du* $|52f, m = 2\rangle$ *(*$\approx 100\,\mu$s*) par rapport au* $|52C\rangle$ *(*≈ 10 ms*) à* 4 K*, sachant que le temps de vol des atomes de Rydberg dans l'expérience est d'environ* 240 µs*.*

Comme attendu, les seuils d'ionisation dépendent de l'état de l'atome juste avant ionisation. Par exemple, on constate en Fig. II.8a que plus le nombre quantique principal n est élevé, plus l'atome est facilement ionisé, l'électron étant moins fortement lié au cœur de l'atome. Cependant, le seuil d'ionisation ne dépend pas uniquement de n : par exemple, le niveau $|52f, m = 2\rangle$ est détecté pour des champs inférieurs de moitié au $|52C\rangle$.

II.3 Manipulation de l'état interne des atomes

Les deux outils principaux pour la manipulation de l'état interne des atomes sont le champ micrroonde et le champ radiofréquence. Le premier permet d'effectuer des transitions d'une multiplicité n vers une multiplicité n'. Il sera décrit en II.3.1, tout d'abord sa génération en II.3.1a) et dans un second temps le principe des sondes microondes en II.3.1b), qui permettent de détecter des niveaux trop proches en énergie pour être discriminés uniquement avec leurs seuils d'ionisation. Le champ radiofréquence, quant-à lui, permet d'effectuer des transitions au sein d'une multiplicité. Sa polarisation est précisément contrôlée et permet de distinguer les transitions $\Delta m = \pm 1$. La génération de ce

champ est décrite en II.3.2 et la procédure d'optimisation de sa polarisation sera détaillée au chapitre III.

II.3.1 Le champ microonde

a) Génération du champ microonde

Pour $n \approx 50$, les transitions inter-multiplicités ont une fréquence d'environ 50 GHz. Pour générer des champs dans cette gamme de fréquence, des synthétiseurs Antitsu-MG3692 sont utilisés. Ils envoient une microonde à 12,5 GHz à des éléments non-linéaires qui rayonnent les harmoniques d'ordres supérieurs. La fréquence du signal est ensuite ajustée de telle sorte que la fréquence de sa quatrième harmonique corresponde à la transition souhaitée. La précision de ces synthétiseurs est inférieure au Hertz, ce qui, en comparaison des transitions microondes utilisées, est infiniment précis. Le facteur limitant la résolution est alors la durée des impulsions. Un schéma du circuit microonde est représenté sur la Fig. II.9 : les signaux à environ 12,5 GHz sont sommés deux à deux par des coupleurs 3 dB et la quatrième harmonique de chaque signal est générée par des quadrupleurs actifs.

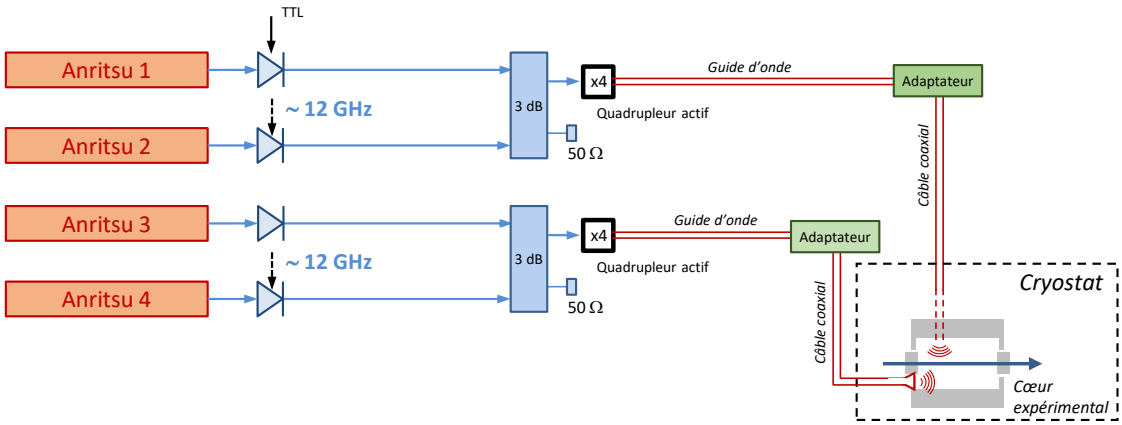


Fig. II.9 *Schéma du circuit microonde. Les signaux à environ 12,5 GHz des synthétiseurs sont additionnés deux à deux par des coupleurs 3 dB avant que la quatrième harmonique soit générée par un élément non-linéaire actif appelé quadrupleur. Ces signaux, de fréquences proches de 50 GHz sont ensuite amenés vers le cryostat par deux câbles coaxiaux distincts et reliés à deux antennes différentes rayonnant le champ microonde dans le cœur expérimental.*

Le champ de chacune des voies est ensuite envoyé dans le cryostat par deux câbles coaxiaux dont la fréquence de coupure est de 60 GHz, connectés à deux antennes rayonnant dans le cœur expérimental. Le champ ainsi créé se réfléchit aléatoirement sur les différents éléments à l'intérieur du cryostat, créant une structure complexe d'onde stationnaire dans les trois polarisations π, σ^+ et σ^-, dont la position des nœuds et des ventres n'est pas maîtrisée. Le fait d'avoir deux sources de microonde dans le cryostat permet tout de même d'avoir, pour chaque fréquence et polarisation donnée, deux structures d'ondes stationnaires distinctes, limitant ainsi les désavantages induits par le manque de contrôle sur celles-ci.

b) Principe des sondes microondes

Malheureusement, la détection des atomes par ionisation telle qu'elle est réalisée dans ce dispositif expérimental ne permet pas de distinguer deux niveaux trop proches en énergie. Cependant, deux niveaux de nombres quantiques principaux n et n' distincts se résolvent bien. On peut alors utiliser la microonde comme outil permettant de résoudre deux niveaux proches, en transférant la population de l'un d'eux vers une autre multiplicité. Ainsi, en mesurant les populations des deux multiplicités différentes, avec et sans l'impulsion microonde, on peut en déduire la population du niveau désiré.

En pratique, les niveaux que nous cherchons à détecter lors des expériences menées dans ce manuscrit sont par exemple un état circulaire d'un état elliptique, comme $|52C\rangle$ et $|52e_1\rangle = |52, m = 50\rangle$. Pour des champs électriques d'environ 2,5 V cm^{-1}, qui correspondent aux champs typiques de nos expériences, les transitions $|52C\rangle \to |50C\rangle$ et $|52e_1\rangle \to |50e_1\rangle$ ne sont séparées que d'environ 5 MHz. Il est alors largement possible de distinguer ces deux transitions pour des impulsions microondes de durées de l'ordre de la microseconde.

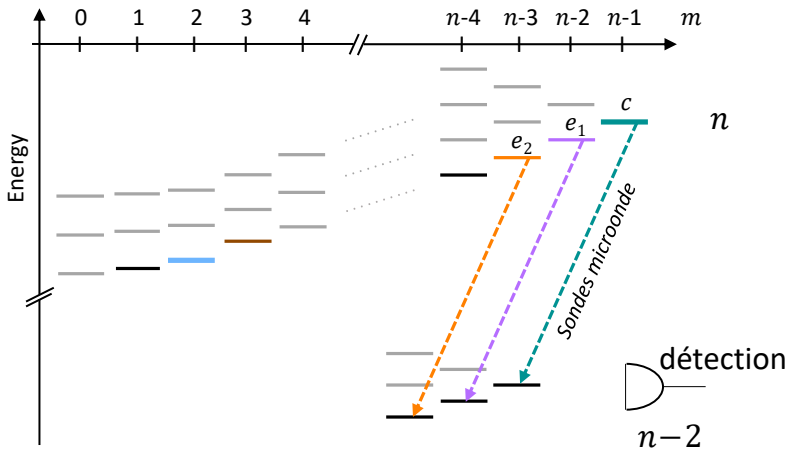


Fig. II.10 *Principe des sondes microondes : les niveaux nC, ne_1 et ne_2 sont envoyés alternativement vers les niveaux $(n-2)C$, $(n-2)e_1$ et $(n-2)e_2$ et ces derniers sont détectés. On peut alors connaître les populations de l'état initial de l'atome des niveaux nC, ne_1 et ne_2 individuellement.*

La procédure habituelle de paramétrage d'une sonde se divise en trois étapes. Premièrement, il est nécessaire de connaitre précisément la fréquence de la transition que l'on veut sonder. Bien que l'on puisse obtenir la valeur de cette fréquence par le calcul, il subsiste toujours une faible incertitude sur la valeur du champ électrique que voient les atomes au moment de l'impulsion microonde. C'est pourquoi il est nécessaire d'effectuer la spectroscopie de la transition. Les atomes sont tout d'abord préparés dans l'état de départ, puis l'impulsion microonde de fréquence variable est appliquée. Enfin, on détecte les atomes aux seuil de l'état de départ et au seuil de l'état d'arrivée. Une spectroscopie de la transition $|52C\rangle - |50C\rangle$ est représentée sur la figure II.11 (a).

Une fois la fréquence centrale de la transition obtenue, on peut effectuer une « carte de champ », permettant de mesurer la structure du mode d'onde stationnaire couplé à

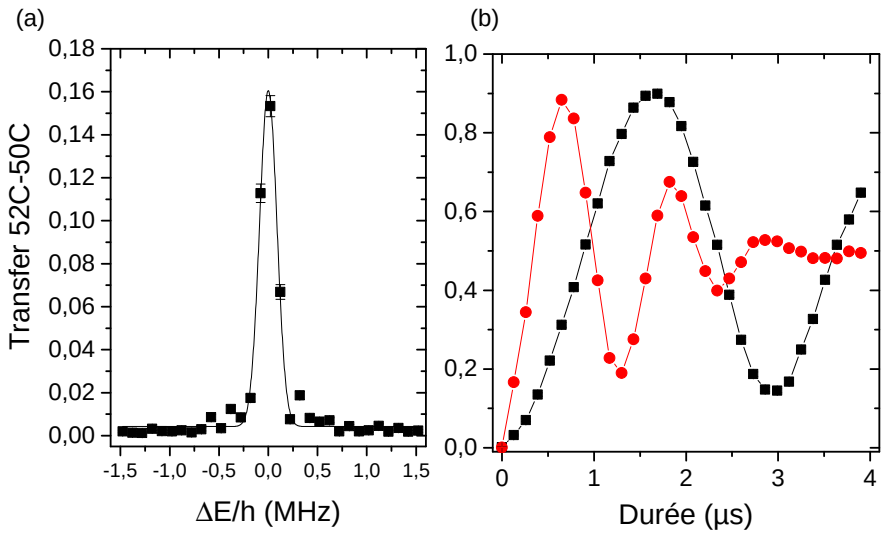


Fig. II.11 (a) *Signal spectroscopique de la transition* $|52C\rangle - |50C\rangle$*, permettant de déterminer la fréquence de celle-ci.* (b) *Oscillation de Rabi sur cette transition, à la fréquence déterminée par la spectroscopie. Les signaux noirs et rouges sont les taux de transfert de* $|52C\rangle$ *vers* $|50C\rangle$ *en fonction de la durée de l'impulsion microonde, pour deux amplitudes différentes.*

la transition, afin de choisir l'instant optimal de la sonde. Pour cela, on va appliquer à l'atome dans l'état de départ une impulsion relativement courte (typiquement 0,5 µs) à la fréquence de la transition, avec un délai variable entre la préparation de l'atome et le début de l'impulsion. Ainsi, pour une puissance de microonde suffisamment faible, le taux de transfert entre l'état de départ et l'état d'arrivée est proportionnel à la fréquence de Rabi du champ. Si l'amplitude de la microonde est telle que l'on fait plus qu'une impulsion π en 0,5 µs, le taux de transfert et l'amplitude du champ ne sont plus corrélés simplement. On effectue alors cette carte de champ pour deux amplitudes de microonde différentes.

Une fois la fréquence et l'instant de la sonde optimisés, il reste à déterminer la puissance et la durée de l'impulsion microonde permettant d'effectuer le transfert du niveau de départ vers le niveau d'arrivée avec le meilleure efficacité possible. Une fois l'atome préparé dans son état de départ, on applique une impulsion microonde de durée variable. En mesurant les populations des niveaux de départ et d'arrivée, on observe une oscillation de Rabi sur la transition choisie. On effectue des oscillations de Rabi pour des puissances différentes afin de maximiser le taux de transfert. L'efficacité des impulsions π microonde est en effet limitée par l'extension spatiale du paquet atomique, provenant de sa distribution de vitesse de largeur finie. De telles oscillations de Rabi sont représentées sur la Fig. II.11 (b).

.

II.3.2 Le champ radiofréquence

Principe des 4 électrodes en anneau Le contrôle du champ radiofréquence généré au niveau des atomes est un élément-clé des expériences décrites dans ce manuscrit, ainsi que dans celles précédemment réalisées dans [60, 69, 56]. Le premier niveau de contrôle est celui de la polarisation. En effet, la pureté de la polarisation (σ^+ ou σ^-) permet de choisir les transitions excitées par le champ. La manière retenue dans l'expérience pour réaliser une bonne pureté de polarisation est la suivante : les 4 électrodes en anneaux sont reliées à des synthétiseurs radiofréquences. Ainsi, chaque électrode va créer un champ de polarisation linéaire contenue dans le plan défini par les 4 électrodes en anneaux. En principe, ces polarisations sont orthogonales deux à deux et il suffirait d'appliquer une phase relative de $\pm\pi/2$ entre le champ de deux électrodes voisines afin de générer un champ σ^+, voir Fig. II.12(a).

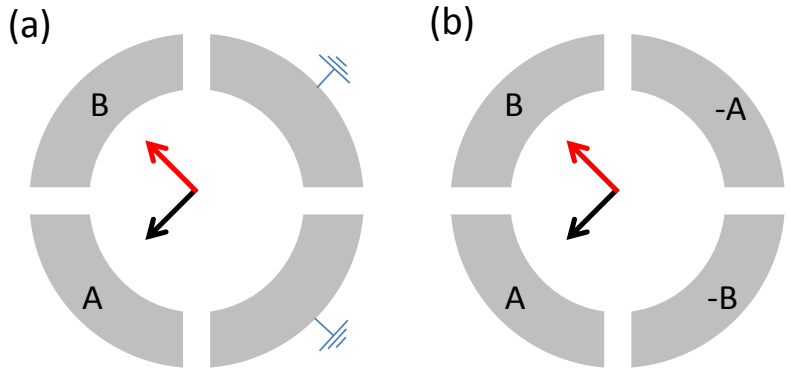


Fig. II.12 *Principe de la génération d'une radiofréquence polarisée σ^+ dans le dispositif expérimental. (a) représente un cas idéal où seulement deux électrodes sont utilisées, avec des amplitudes A et B. (b) afin d'améliorer l'homogénéité du champ RF, le potentiel appliqué sur deux électrodes se faisant face est déphasé de π en gardant la même amplitude.*

Cependant, la réalité est plus complexe : le champ créé par chaque électrode n'est en réalité pas homogène dans l'espace et les champs créés par deux électrodes voisines ne sont pas nécessairement orthogonaux deux à deux. De plus, en raison de différences dans les lignes de transmission reliant les synthétiseurs aux électrodes, les phases relatives des champs doivent être ajustées. Les procédures expérimentales d'optimisation de la polarisation sont décrites dans les sections III.1 et III.2.

Le circuit électrique permettant de générer la radiofréquence est représenté à la Fig. II.13. Le circuit se décompose en plusieurs sections. Celle notée (a) sur la Fig. II.13 permet de manière simple de générer un champ σ^+ avec seulement deux électrodes, peu homogène mais aisé à optimiser. La RF est générée par des cartes PCI (*Peripheral Component Interconnect*), dont les deux voies de phases contrôlables sont reliées aux électrodes 1 et 2. Le signal de chaque voie est ensuite mélangé au signal DC provenant d'une alimentation réglable dans le but d'ajuster leurs amplitudes relatives, puis finalement mélangé aux sorties d'un générateur de fonctions arbitraires (AWG, *Arbitrary Waveform Generator*), donnant su signal la forme et l'amplitude souhaitée. Cette radiofréquence, peu homogène,

est utilisée à 230 MHz dans le but de préparer aisément des atomes circulaires lorsqu'une pureté limitée (≈ 90 %) est suffisante.

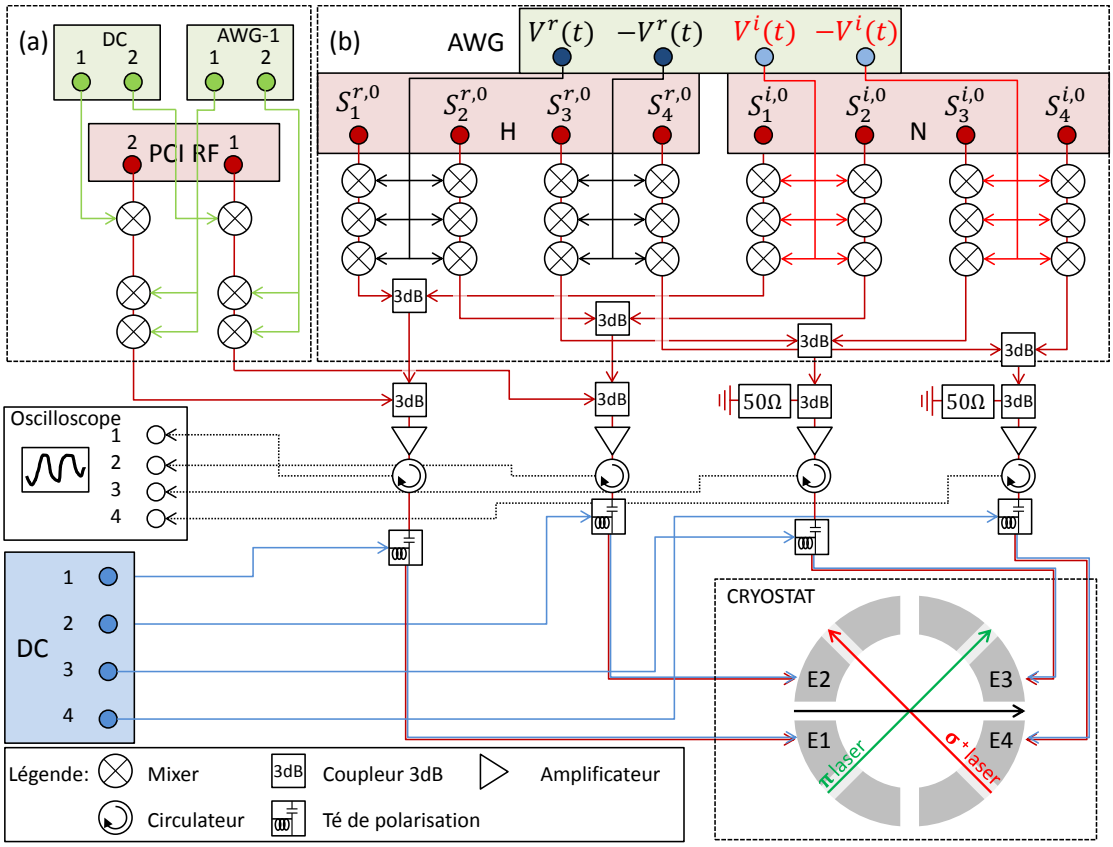


Fig. II.13 *Schéma descriptif du circuit RF. (a) Génération simple d'un signal RF avec seulement deux électrodes, la forme des impulsions est déterminée par un générateur de fonction arbitraire. (b) Génération du signal RF hautement polarisé. Les 4 voies de deux synthétiseurs H et N générant la porteuse à 250 MHz sont modulées en amplitude par un AWG de haute résolution temporelle. Les voies correspondant aux mêmes électrodes sont ensuite combinées deux à deux par des coupleurs 3 dB avant d'être amplifiées et de passer par un circulateur. Un té de polarisation est ajouté ensuite permettant d'appliquer des champs DC aux électrodes en anneaux. Les signaux sont ensuite connectés à ces dernières par des câbles coaxiaux.*

La section II.13(b) est la plus cruciale dans la réalisation des expériences décrites dans ce manuscrit. En effet, c'est cette partie du circuit qui permet la génération des impulsions provenant de la théorie du contrôle optimal. Deux synthétiseurs RF notés H et N et dotés de quatre voies chacun (notées $S_k^{r,0}$ pour H et $S_k^{i,0}$ pour N, avec $i = 1...4$) de phases et d'amplitudes réglables permettent de générer le champ à 250 MHz. Les signaux des 4 voies de chaque synthétiseurs sont ensuite mélangés avec les sorties d'un autre générateur de fonctions arbitraires (Tektronix AWG5012B) doté d'une résolution temporelle minimale de 0,8 ns, afin de moduler leurs amplitudes. Cet AWG est programmé par ordinateur et sa

résolution temporelle permet d'implémenter des impulsions arbitraires variant rapidement dans le temps. Ensuite, pour chaque voie k de H et N, les signaux $S_k^{r,0}$ et $S_k^{i,0}$ sont combinés à l'aide de coupleurs 3 dB et la résultante est connectée à l'électrode k correspondante.

Le reste du schéma décrit la connection de chacune des voies à l'électrode lui correspondant. Chacune d'entre elles comprend une amplification du signal, un T de polarisation permettant d'ajouter une composante DC au signal afin d'appliquer un champ statique horizontal au sein de l'expérience (notamment lors de l'excitation laser, voir II.2.1), ainsi qu'un circulateur connecté à un oscilloscope, permettant de visualiser les signaux réfléchis et isolant les sythétiseurs de ces réflexions.

La réglage de la polarisation du champ radiofréquence est effectué sur un signal atomique, selon deux procédures distinctes pour le champ issu des cartes PCI et celui issu des synthétiseurs H et N. Ces procédures sont décrites au chapitre III.

Chapitre III

Calibration des outils expérimentaux

La génération d'un champ radiofréquence dont la polarisation est précisément contrôlée est d'une importance primordiale pour la réalisation des expériences décrites dans ce manuscrit. Comme on l'a vu dans le paragraphe II.3.2, la structure des électrodes à l'intérieur du cryostat connectées à des synthétiseurs dont les amplitudes et phases sont entièrement paramétrables nous permet de générer un champ RF de polarisation arbitraire avec une grande homogénéité spatiale. Ainsi, il est possible de préparer les atomes dans un état circulaire avec une très grande fidélité par passage adiabatique, ou encore de mettre en place les impulsions issues de la théorie du contrôle quantique.

La préparation d'atomes circulaires avec une pureté importante joue par ailleurs un rôle crucial dans la calibration de la mesure des populations des différents niveaux d'énergie. En effet, si l'on veut évaluer la fidélité lors des tentatives d'implémentation de la théorie du contrôle quantique, il est nécessaire d'être capable d'estimer quantitativement les populations des niveaux d'énergie concernés, c'est-à-dire l'efficacité des sondes microondes utilisées et d'appliquer une normalisation correcte des populations que l'on mesure. Les atomes circulaires préparés par passage adiabatique vont ainsi jouer le rôle de norme par rapport à laquelle nous allons comparer le nombre d'atomes détectés dans les autres niveaux.

Dans ce chapitre, nous allons décrire en détail les différentes procédures permettant de régler une polarisation σ^+ du champ RF au cœur du cryostat, ainsi que les différentes méthodes de normalisation et de mesure des populations des niveaux impliqués dans les expériences.

III.1 Mise en place d'un premier passage adiabatique

Le moyen le plus efficace dont nous disposons pour préparer des atomes dans un état de Rydberg circulaire est l'utilisation d'un passage adiabatique [41]. Comme on l'a vu au chapitre II, nous disposons de deux manières différentes pour générer un champ radiofréquence σ^+. Premièrement, les cartes PCI génèrent un champ de pureté moyenne avec seulement deux électrodes, permettant d'atteindre une pureté de polarisation de seulement 95 %. En dépit de leur faible efficacité, celles-ci ont l'avantage d'être facilement réglables, d'une part en raison du faible nombre de degrés de libertés à ajuster (seulement une amplitude et une phase) et d'autre part parce que nous les utilisons toujours à la

même fréquence. Leur réglage ne change donc pratiquement pas d'un cycle de réchauffage-refroidissement du cryostat à l'autre.

Nous disposons aussi de l'ensemble constitué de l'AWG et des synthétiseurs (voir Fig. II.13 et III.4) qui permettent, au prix d'une procédure d'optimisation beaucoup plus conséquente que l'on détaillera par la suite, de générer un champ beaucoup plus pur. Nous utilisons donc comme source de radiofréquence les cartes PCI, reliées aux électrodes 1 et 2, pour mettre en place un premier passage adiabatique facile à mettre en œuvre, au prix d'une efficacité moyenne. Celui-ci nous permet de préparer les atomes dans l'état $|52C\rangle$, dans le but de les manipuler par la suite. Il est notamment utile pour des calibrations dans lesquelles la pureté de l'état circulaire n'est pas cruciale. Le réglage complet de ce passage adiabatique a déjà été décrit dans [69], mais il est tout de même nécessaire d'ajuster légèrement les paramètres de phase et d'amplitude des cartes PCI à chaque réchauffage et refroidissement du cryostat.

Ce passage adiabatique, représenté sur la Fig. III.1, consiste en une impulsion radiofréquence à 230 MHz divisée en trois temps et pendant laquelle le champ électrostatique est varié simultanément. L'atome est initialement dans l'état $|52,m=2\rangle$. Premièrement, pendant une durée $t_{rf}^{PCI} \approx 500$ ns, le champ électrostatique est constant et fixé à la valeur de 2,39 V cm^{-1}, correspondant à $\omega_{at} \approx 2\pi\times239$ MHz et à un désaccord $\delta = \omega_{at} - \omega_{rf}$ positif. L'amplitude du champ radiofréquence croît linéairement pendant cette même durée, permettant le couplage adiabatique de l'atome au champ RF. Ensuite, le champ électrostatique décroît linéairement pendant $t_E^{PCI} \approx 1{,}2$ µs jusqu'à atteindre la valeur de 2,19 V cm^{-1}, correspondant à $\omega_{at} \approx 2\pi\times218$ MHz et donc à $\delta < 0$. Le champ RF est pendant ce temps d'amplitude constante. C'est à ce moment là que le passage adiabatique à proprement parler est effectué : la variation du champ électrostatique induit une variation du désaccord de sorte que l'état conjoint de l'atome et du champ traverse l'anticroisement décrit à la section II.2.2 b). Enfin, le champ RF est éteint adiabatiquement, découplant l'atome du champ RF. Si le champ est parfaitement σ^+, l'atome est dans $|52C\rangle$ à la fin du passage adiabatique. Si la RF comporte une composante σ^-, alors la population de $|52C\rangle$ va diminuer.

La population de $|52C\rangle$ à la fin du passage adiabatique nous fournit un critère pour déterminer les phases et amplitudes des deux voies issues des cartes PCI correspondant à un champ radiofréquence σ^+ au niveau des atomes. Même si ces réglages changent un peu d'un refroidissement à l'autre, la proportion de σ^+ est suffisamment importante pour que l'on observe déjà un signal d'ionisation de $|52C\rangle$ au début de l'optimisation. Pour distinguer les atomes dans $|52C\rangle$ des autres états de haut m dans le signal d'ionisation, on utilise une sonde microonde sélective sur la transition $|52C\rangle \rightarrow |50C\rangle$ (voir II.3.1). On mesure ensuite la population de l'état $|50C\rangle$ qui est strictement proportionnelle à la population de $|52C\rangle$. L'optimisation va donc consister à maximiser le nombre d'atomes détectés à chaque séquence expérimentale dans l'état $|50C\rangle$ en faisant varier la phase de PCI2 (notée ϕ_2) et son amplitude (notée A_2). Afin de normaliser cette mesure et de prendre en compte d'éventuelles variations du nombre d'atomes de Rydberg préparés par laser, nous mesurons à la fois les populations détectées au seuil du $|50C\rangle$ et du $|52C\rangle$ après application de l'impulsion RF et de la sonde. Nous traçons ensuite le transfert de $|52C\rangle$ vers $|50C\rangle$ défini comme état le nombre de comptes au seuil du $|50C\rangle$ sur le nombre de comptes total détecté aux deux seuils. C'est ce dernier que nous utilisons comme critère à maximiser pour cette optimisation.

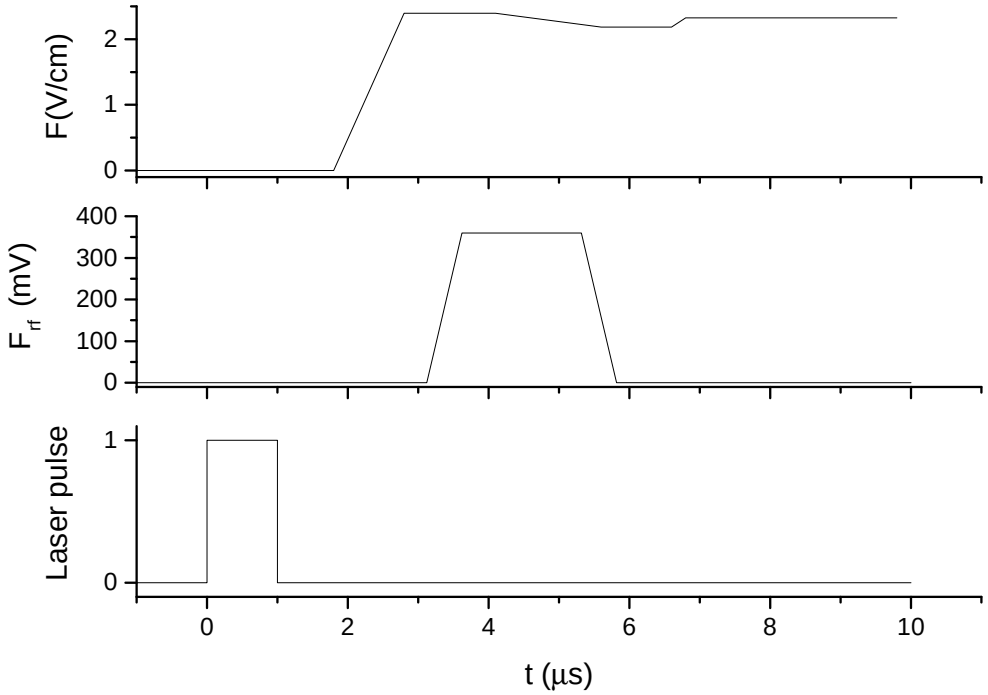
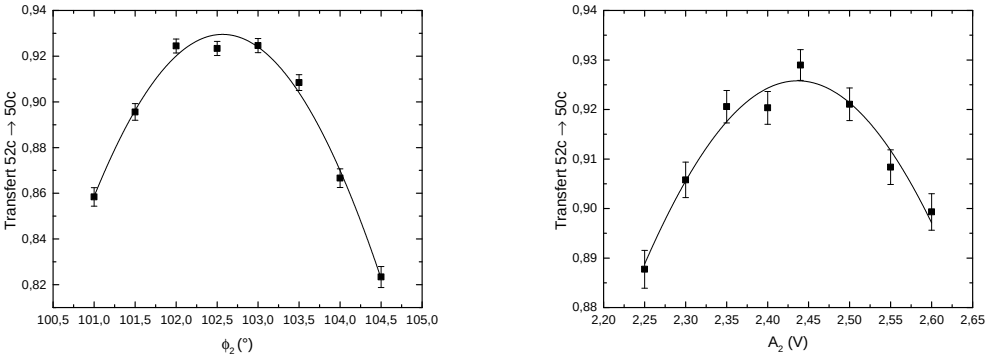


Fig. III.1 *Séquence expérimentale de circularisation par passage adiabatique* via *les cartes PCI. Dans l'ordre, sont représentés le champ électrostatique, l'enveloppe de l'impulsion radiofréquence programmées sur l'AWG et l'impulsion laser, marquant le début de la séquence.*

Ce processus permet, en quelques itérations, de converger vers une assez bonne pureté de polarisation du champ RF. Des courbes typiques d'optimisation sont représentées à la figure III.2.

L'optimisation de la polarisation sur le nombre d'atomes détectés dans l'état $|50C\rangle$ après l'application de la sonde ne permet cependant pas d'estimer la pureté de l'état préparé par le passage adiabatique, ni la pureté de la polarisation σ^+. En effet, lors de cette procédure, les efficacités de détection absolues des niveaux mesurés ne sont pas connues. Nous ne pouvons donc pas estimer précisément le nombre d'atomes dans l'état $|52C\rangle$ avant l'application de la sonde et encore moins estimer la proportion de ces derniers sur le nombre d'atomes total. Pour ce faire, on peut par exemple mesurer les populations d'au moins deux autres niveaux elliptiques : $|52e_1'\rangle$ et $|52e_1\rangle$. Si l'on suppose que la polarisation du champ RF est suffisamment σ^+ et que le passage adiabatique est adapté, alors l'essentiel de la population doit se trouver dans des états de m élevé, proches de l'état circulaire. La quantité de $|52e_1'\rangle$ est alors indicatrice de la proportion de σ^-. Ce dernier étant situé sur la deuxième diagonale ($m_2 = J - 1$) en partant du bas de la multiplicité, il ne peut être préparé à la fin du passage adiabatique qu'en présence d'une composante σ^- non-nulle du champ RF. La population de $|52e_1\rangle$ quant-à elle, est indicatrice de l'adiabaticité du processus réalisé. En effet, comme décrit à la section II.2.2



(a) (b)

Fig. III.2 *Exemple d'optimisation de la polarisation du champ généré par les cartes PCI.* (a) *Transfert entre les niveaux* $|52C\rangle$ *et* $|50C\rangle$ *en fonction de la phase de la voie 2 des cartes PCI et* (b) *en fonction de son amplitude. Les courbes en traits pleins représentent les ajustements gaussiens effectués pour le choix des paramètres optimaux.*

b), le niveau $|52,m=2\rangle$ est couplé au $|52C\rangle$ lorsque le passage adiabatique est effectué suffisamment lentement pour que l'état de l'atome suive l'anticroisement le plus bas en énergie de l'atome habillé. En revanche, si la condition d'adiabaticité n'est pas respectée, l'état de l'atome peut « rater » un anticroisement et alors $|52,m=2\rangle$ va se brancher sur $|52e_1\rangle$. Mesurer les populations de ces deux niveaux en plus de celle de l'état circulaire nous donne alors plus d'informations sur l'efficacité du passage adiabatique.

Lors de la mesure de ces populations, le seul moyen dont nous disposions pour les normaliser était de comparer les populations des niveaux au nombre total d'atomes de Rydberg préparés par laser. On peut alors exprimer les populations normalisées par

$$P_s = \frac{N_s}{N_{m=2}} \tag{III.1}$$

où N_s est le nombre d'atome détecté après la sonde et $N_{m=2}$ le nombre de $|52,m=2\rangle$ détectés après l'excitation laser. Or, en raison de la mauvaise efficacité de détection des niveaux de faible m (les atomes sont préparés dans $|52,m=2\rangle$), il est impossible en première analyse d'évaluer directement les populations des niveaux $|52C,e_1,e_2\rangle$. Notons que l'efficacité de détection de $|52,m=2\rangle$ est environ 4 fois plus faible que celle des niveaux circulaire et elliptiques, ce qui explique que l'on mesure des valeurs $P_s > 1$. Cette méthode permet toutefois de comparer les populations normalisées de $|52C\rangle$, $|e_1\rangle$ et $|e_1'\rangle$ puisque leurs sondes respectives ont des efficacités comparables et proches de l'unité [52]. Sur la figure III.3, qui les représente en fonction de l'amplitude programmée sur l'AWG définissant la forme de l'impulsion RF du passage adiabatique, elles sont par conséquent données en unités arbitraires. On remarque alors sur cette figure que la proportion d'états circulaires dans l'état préparé est beaucoup plus importante que celles des états elliptiques, ces dernières ne représentant qu'1 % à 10 % de la population de l'état circulaire. Ceci signifie que le passage adiabatique est déjà suffisamment bien optimisé et

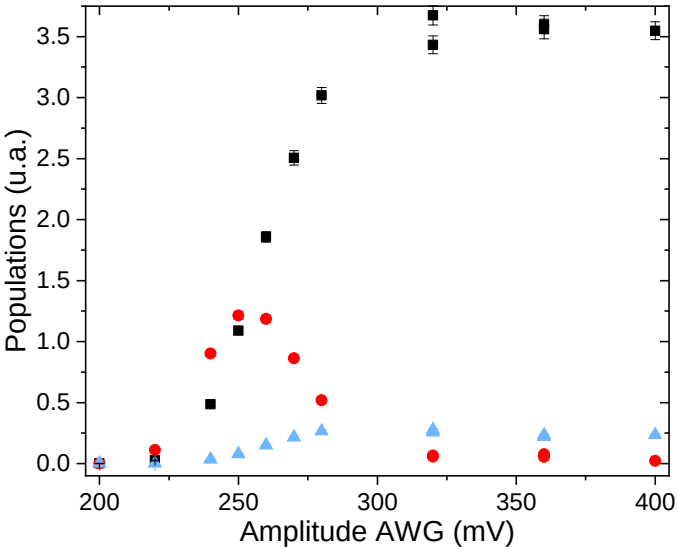


Fig. III.3 *Populations telles que définies à l'eq. III.1 des niveaux $|52C\rangle$ (carrés noirs), $|52e_1'\rangle$ (triangles bleus) et $|52e_1\rangle$ (disques rouges) en fonction de l'amplitude du passage adiabatique programmé sur l'AWG. Les populations sont détectées par des sondes microondes sélectives et la normalisation est effectuée en divisant le nombre d'atomes détectés dans chaque niveau par le nombre d'atomes de Rydberg préparés par l'excitation laser, qui sont détectés avec une efficacité moindre.*

qu'aucun autre niveau n'est peuplé significativement. On peut aussi estimer les valeurs réelles des populations des niveaux qui constituent l'état de l'atome par

$$P(x) = \frac{N_x}{N_c + N_{e_1} + N_{e_1'}} \tag{III.2}$$

où N_x représente le nombre d'atome détectés dans le niveau $x = c$, e_1, e_1'. À la valeur optimale d'amplitude programmée sur l'AWG définissant la forme de l'impulsion, 360 mV on mesure $P_c = 0{,}92(3)$, $P_{e_1} = 0{,}020(1)$ et $P_{e_1'} = 0{,}057(3)$. La population importante de $|52e'1\rangle$ peut s'expliquer par l'inhomogénéité du champ radiofréquence à l'échelle du paquet atomique. En effet, d'après les simulations effectuées dans [69], le champ généré par deux électrodes seulement est beaucoup moins homogène spatialement que lorsqu'il est généré avec les 4. Par conséquent, la pureté du champ σ^+ est globalement moins bonne.

Le manque d'efficacité de ce passage adiabatique n'est pas handicapant pour les expériences, puisque nous utilisons celui-ci uniquement comme moyen facile à mettre en place de préparer des atomes circulaires quand l'efficacité de leur préparation n'est pas cruciale. Il nous servira notamment dans la section III.2.1, couplé à l'utilisation d'une impulsion microonde de « purification » (c'est à dire transférant sélectivement des atomes préparés avec une faible pureté dans $|nC\rangle$ vers $|n'C\rangle$, avec $n' = n - 1$ ou $n - 2$), à préparer les atomes circulaires qui seront utilisés pour l'optimisation des paramètres des synthétiseurs permettant de générer une RF beaucoup plus pure. On verra aussi à la section III.5.2

que l'on peut se servir d'une version légèrement modifiée de ce passage adiabatique pour augmenter l'efficacité de détection des niveaux de bas m.

Remarque Par la suite, on se réfèrera à ce passage adiabatique sous le nom de « passage adiabatique PCI ».

III.2 Optimisation de la polarisation du champ généré par H et N

Comme décrit dans la section II.3.2, les impulsions RF obtenues grâce à la théorie du contrôle quantique sont implémentées à l'aide d'une autre partie du circuit RF, qui nous permet d'obtenir une plus grande homogénéité et une meilleure contrôlabilité du champ. Celui-ci est généré par deux synthétiseurs appelés H et N dotés de 4 sorties chacun dont les signaux sont modulés par un générateur de fonctions arbitraires de haute résolution temporelle et ensuite connectées aux électrodes RF (voir Fig. II.13 et III.4). Chaque voie de H et N génère un signal noté $S_k^{r,0}$ (pour H) et $S_k^{i,0}$ (pour N), avec $k = 1,2,3,4$, oscillant à 250 MHz. On a donc

$$S_k^{r,i,0} = A_k^{r,i} \cos(\omega t + \phi_k^{r,i}) \tag{III.3}$$

avec $\omega = 2\pi{\cdot}250\,\mathrm{MHz}$ et $A_k^{r,i}$ et $\phi_k^{r,i}$ l'amplitude et la phase respectives de la voie k de chaque synthétiseur. Il faut alors régler les paramètres $A_k^{r,i}$ et $\phi_k^{r,i}$ pour que le champ radiofréquence généré par chacun des deux synthétiseurs individuellement ait une polarisation σ^+.

Comme pour les cartes PCI, cette optimisation sera effectuée sur un signal atomique. Cependant, la méthode utilisée est différente : ici, nous ne disposons pas de préréglages de la polarisation et nous devons donc partir de zéro. En revanche, nous disposons d'atomes circulaires préparés grâce au passage adiabatique PCI. Nous allons implémenter premièrement une méthode décrite à la section III.2.1, qui nous fournira un premier réglage. Ensuite, celui-ci sera affiné sur les résultats d'un passage adiabatique (section III.3) qui nous permettra de préparer des atomes circulaires avec une très bonne pureté.

III.2.1 Procédure et résultat de la première optimisation

a) Interaction d'un atome de Rydberg de grand moment angulaire avec un champ radiofréquence désaccordé et de polarisation quelconque

Le but de cette optimisation est de trouver le jeu de paramètres des 4 voies de H (resp. N) générant un champ σ^+ à la fréquence $\omega_{rf} = 2\pi{\cdot}250\,\mathrm{MHz}$, résonnante avec la multiplicité $n = 52$ au champ $F = 2{,}5\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$. Pour cela, nous allons tirer profit du fait que nous sommes capables de préparer des atomes circulaires grâce au passage adiabatique PCI et implémenter une procédure d'optimisation basée sur la description d'une multiplicité Rydberg de nombre quantique principal donné en terme de deux grands moments cinétiques $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$, respectivement couplés aux composantes σ^+ et σ^- du champ électromagnétique (voir I.1.3). Cette procédure a pour avantage d'être beaucoup plus rapide que celle décrite dans [60] et permet d'optimiser à l'envi la composante σ^+ ou σ^- du champ RF [55] et ce à n'importe quelle fréquence [53]. On peut décrire l'action d'une

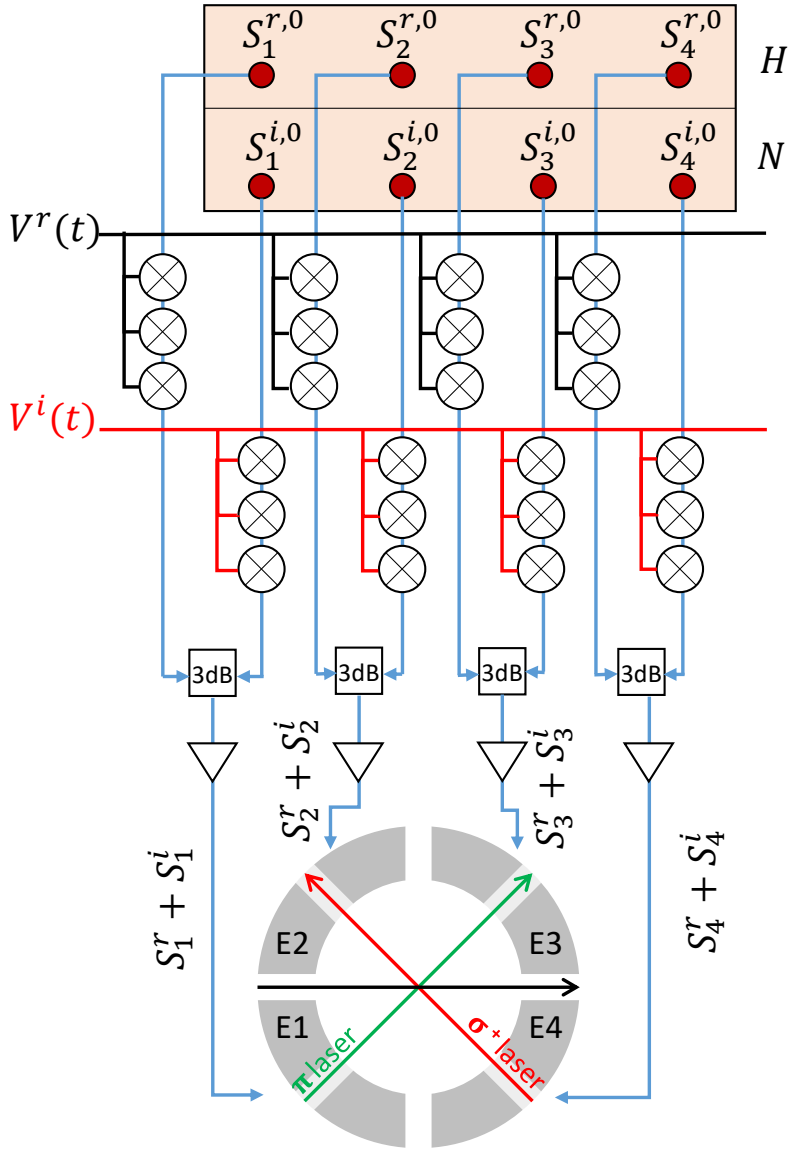


Fig. III.4 *Schéma du circuit électronique reliant les synthétiseurs H et N aux électrodes RF à l'intérieur du cryostat. Les signaux des 4 voies de H sont notés* $S_k^{r,0}$ *et ceux des 4 voies de N sont notés* $S_k^{i,0}$*, avec* $k = 1,2,3,4$*.* $V^r(t)$ *et* $V^i(t)$ *correspondent aux signaux des deux voies de l'AWG utilisé pour moduler* $S_k^{r,0}$ *et* $S_k^{i,0}$ *en amplitude, en utilisant 3 mixers pour chaque voie. Après les mixers, les signaux correspondant* $V^r(t) \cdot S_k^{r,0} = S_k^r$ *et* $V^i(t) \cdot S_k^{i,0} = S_k^i$ *sont combinés à l'aide de coupleurs 3 dB avant d'atteindre les électrodes RF. Cette figure correspond à une version simplifiée de la figure II.13 se concentrant uniquement sur les synthétiseurs H et N.*

impulsion RF résonnante de durée t_{rf} et de polarisation quelconque sur un état circulaire par, à une phase globale près,

$$|J,J\rangle \xrightarrow{t_{rf}} |\theta_1,\phi_1\rangle \otimes |\theta_2,\phi_2\rangle = |\mathbf{J_1}(t_{rf})\rangle \otimes |\mathbf{J_2}(t_{rf})\rangle \tag{III.4}$$

où $|\theta_1,\phi_1\rangle$ et $|\theta_2,\phi_2\rangle$ sont les états cohérents de spin résultant des rotations induites par les composantes σ^+ et σ^- du champ rf et $\mathbf{J_1}(t_{rf})$ et $\mathbf{J_2}(t_{rf})$ sont les vecteurs de Bloch généralisés dirigés respectivement selon (θ_1,ϕ_1) et (θ_2,ϕ_2).

Ainsi, pour une impulsion RF résonnante, l'atome peut théoriquement explorer la totalité de la multiplicité de Rydberg. Afin de limiter le nombre de niveaux à mesurer et de s'assurer que l'état de l'atome est confiné à des niveaux hydrogénoïdes, on peut simplement restreindre l'évolution de l'atome à des niveaux d'énergie de nombres quantiques m_1 et m_2 élevés en utilisant un champ RF hors résonance. Puisque la fréquence du champ RF est fixée, nous nous plaçons dans une multiplicité différente : au premier ordre, les fréquences propres de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ sont proportionnelles au nombre quantique n. Nous choisissons cette manière de procéder, plutôt que de simplement changer la valeur du champ électrique statique, car la méthode que nous utilisons pour préparer des atomes circulaires est le passage adiabatique PCI, qui est d'efficacité moyenne. Comme on l'a vu, l'état de l'atome après ce passage adiabatique n'est pas purement $|52C\rangle$. En revanche, on peut aisément transférer la population de $|52C\rangle$ vers $|51C\rangle$ avec une impulsion microonde sélective. Nous nous retrouvons donc avec un état purement $|51C\rangle$. Dans ces conditions, l'hamiltonien en représentation d'interaction peut s'écrire, en choisissant correctement les axes x et y :

$$\tilde{H} = \hbar\delta_+\hat{J}_{1,z} + \hbar\Omega_+\hat{J}_{1,x} - \hbar\delta_-\hat{J}_{2,z} - \hbar\Omega_-\hat{J}_{2,x} \tag{III.5}$$

où Ω_+ (resp. Ω_-) est la pulsation de Rabi de la composante σ^+ (resp. σ^-) du champ radiofréquence et où $\delta_+ = \omega_{\mathbf{J_1}} - \omega_{rf}$ et $\delta_- = \omega_{\mathbf{J_2}} - \omega_{rf}$ sont les désaccords associés à $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$. La formule III.5 est valable *a priori* à l'ordre 1 en champ électrique et on devrait avoir $\delta_+ = \delta_-$. Cependant, à cause de l'effet Stark quadratique, qui diminue l'énergie des niveaux $|51e_1'\rangle$ et $|51e_1\rangle$ d'une même quantité, nous devons tenir compte de cet ordre supérieur et nous introduisons des fréquences de précession effective (puisque $\hat{\mathbf{J}}_1$et $\hat{\mathbf{J}}_2$ restent près du pôle nord) $\omega_{\mathbf{J}_1} = \omega_c - \omega_{e_1}$ et $\omega_{\mathbf{J}_2} = \omega_{e_1'} - \omega_c$. On trouve alors $\delta_+ \approx 2\pi\times 4{,}85\,\mathrm{MHz}$ et $\delta_- \approx 2\pi\times 6{,}02\,\mathrm{MHz}$.

Cette différence de désaccord $\delta_\pm$ et de fréquence de Rabi $\Omega_\pm$ entre $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ se traduit par une dynamique différente pour chacun des deux moments cinétiques. En effet, sous l'action d'une impulsion radiofréquence , $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ effectuent un mouvement de précession autour d'axes respectifs ($\Omega_\pm$,0,$\delta_\pm$), à des vitesses angulaires données par $\sqrt{\Omega_\pm^2 + \delta_\pm^2}$. Une fois l'impulsion radiofréquence terminée, les deux moments cinétiques évoluent librement et cette évolution correspond à un mouvement de précession autour de l'axe z avec des vitesses angulaires $\delta_\pm$. Ces dynamiques différentes de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ sont par la suite exploitées afin d'optimiser la pureté de la polarisation du champ généré.

b) Procédure d'optimisation de la polarisation du champ radiofréquence

Dans le but d'obtenir un champ radiofréquence polarisé σ^+ avec une grande pureté, nous utilisons une procédure basée sur une forme d'interférométrie de Ramsey, représentée

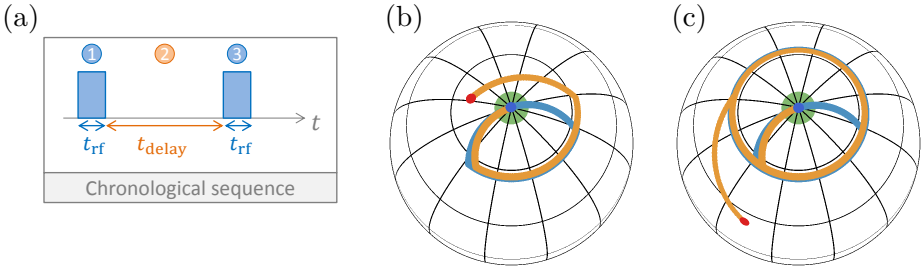


Fig. III.5 (a) *Séquence d'impulsions programmée sur le générateur de fonctions arbitraire pour l'optimisation de la polarisation. Deux impulsions radiofréquence sont appliquées avec un délai variable (orange).* (b) *et* (c) *Trajectoires de* $\hat{\mathbf{J}}_1$ *(en bleu) et* $\hat{\mathbf{J}}_2$ *(en orange) sur la sphère de Bloch pour deux délais distincts. La première impulsion va éloigner* $\hat{\mathbf{J}}_1$ *et* $\hat{\mathbf{J}}_2$ *des pôles nords de leurs sphères de Bloch respectives, puis ils précessent autour de la verticale avec des vitesses angulaires* δ_+ *et* δ_-*. La seconde impulsion est appliquée après un temps d'attente. En choisissant une durée* $\Delta t = \pi(\delta_- - \delta_+)^{-1}$ *,* $\hat{\mathbf{J}}_1$ *est ramené au pôle nord, tandis que* $\hat{\mathbf{J}}_2$ *s'en éloigne au maximum. Figure tirée de [56]*

figure III.5 et tirant profit de la différence de désaccord entre les deux échelles de spin $\mathbf{J_1}$ et $\mathbf{J_2}$.

Une paire d'impulsions radiofréquence identiques et de courte durée (40 ns) et séparées par un délai Δt variable est appliquée à un atome initialement préparé dans l'état $|51C\rangle = |J_1,J_1\rangle \otimes |J_2,J_2\rangle$. La première impulsion induit une rotation de $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$. Pendant le temps d'attente Δt, ils précessent autour de l'axe z avec des vitesses δ_+ et δ_-. Ainsi, lors de l'application de la seconde impulsion, $\hat{\mathbf{J}}_1$ et $\hat{\mathbf{J}}_2$ vont périodiquement être ramenés aux pôles nord de leurs sphères de Bloch respectives pour des délais $\Delta t \approx 2\pi k(\delta_\pm)^{-1}$, où k est un demi-entier et vont se trouver aux latitudes les plus faibles de leurs trajectoires pour des délais $\Delta t \approx 2\pi k'(\delta_\pm)^{-1}$, où k' est entier. Puisque $\delta_+ \neq \delta_-$ il est possible de trouver un délai pour lequel la seconde impulsion RF ramène $\hat{\mathbf{J}}_1$ au pôle nord et $\hat{\mathbf{J}}_2$ au plus bas de sa trajectoire simultanément. Ce délai vaut $\Delta t \approx \pi(\delta_- - \delta_+)^{-1}$ et dans ces conditions l'état de l'atome peut s'écrire à la fin de l'impulsion

$$|J_1,J_1\rangle \otimes |\theta_2, \phi_2\rangle \,, \tag{III.6}$$

c'est un état cohérent du spin $\hat{\mathbf{J}}_2$, dont l'angle θ_2 ne dépend que de la fréquence de Rabi Ω_- qui est directement proportionnelle à l'amplitude de la composante σ^- du champ radiofréquence. Nous avons accès à Ω_- en mesurant cet angle θ_2.

Expérimentalement, l'optimisation se fait par paire de voies des synthétiseurs : la paire de voies (H1, H2) est optimisée pour générer un champ σ^+ puis nous passons à la paire (H3, H4). La procédure est ensuite reprise à l'identique avec les voies du synthétiseur N.

Chaque paire de voies est optimisée de la manière suivante : un passage adiabatique PCI est appliqué à l'atome, préparant $|52C\rangle$, qui est transféré vers $|51C\rangle$ grâce à une impulsion microonde. Ensuite, la paire d'impulsions courtes est générée avec, par exemple, H1 et H2 (connectés aux électrodes E1 et E2, voir II.3.2) et nous faisons varier le délai Δt entre les deux impulsions en mesurant les populations des niveaux $|51C\rangle$, $|51,e_1\rangle$ et $|51,e_1'\rangle$

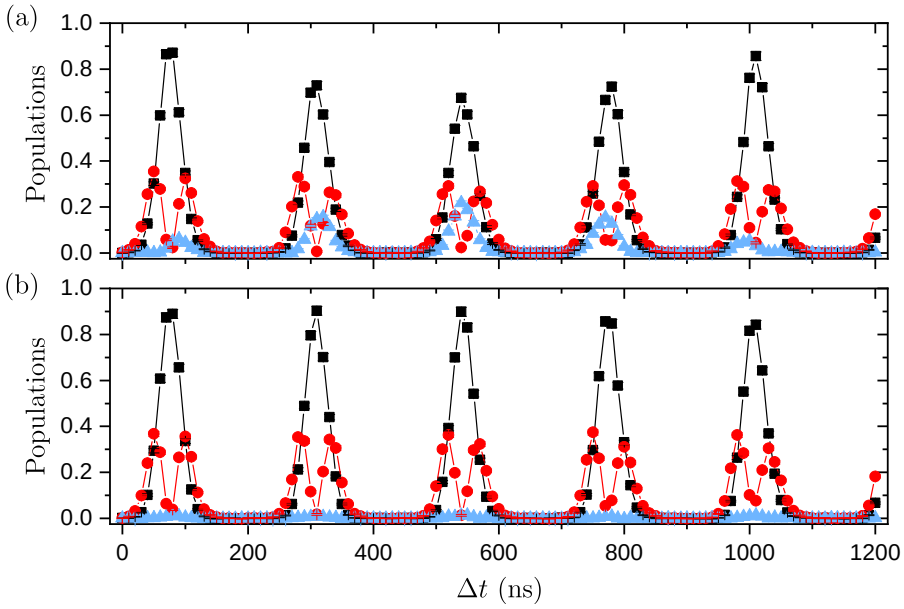


Fig. III.6 *Réalisation expérimentale de la procédure décrite en Fig.III.5. Les populations de* $|51C\rangle$ *(carrés noirs),* $|51e_1\rangle$ *(disques rouges) et* $|51e'_1\rangle$ *(triangles bleus) sont représentées en fonction du délai* Δt *entre deux impulsions de* 40 ns *réalisées avec* H_1 *et* H_2 *simultanément. Les traits pleins ne sont qu'une aide à la lisibilité. Les deux graphes sont réalisés avec deux déphasages distincts entre les voies* 1 *et* 2. (a) *est réalisée en utilisant les paramètres de phase optimisés décalés de* 20 %*, faisant apparaître une population non négligeable de* $|51, e'1\rangle$. (b) *est réalisée avec les paramètres optimaux de phase. On remarque que la population de* $|51, e'1\rangle$ *a pratiquement disparu. Le troisième pic de* $|51C\rangle$ *correspond au délai* $\Delta t \approx \frac{1}{2}(\delta_- - \delta_+)^{-1}$*, choisi pour la suite de l'optimisation.*

en utilisant des sondes microondes. Celles-ci sont représentées Fig. III.6 en fonction de Δt. La figure III.6 (a) est réalisée pour des paramètres non-optimaux, tandis que III.6 (b) a été réalisée après optimisation. Le troisième pic de $P(51c)$ correspond à $\Delta t = 540$ ns, proche de $\pi(\delta_- - \delta_+)^{-1}$. On se place par la suite à ce délai et l'on fait varier l'amplitude et la phase de la voie H2. Comme détaillé en II.3.2, les deux électrodes E1 et E2 génèrent des champs radiofréquences polarisés linéairement dans des directions orthogonales. Ainsi, avec le bon jeu d'amplitude A_2^r et de phase ϕ_2^r) du signal de la voie H2, la paire (E1, E2) génère un champ RF polarisé circulairement.

La Fig. III.7 montre la population $|51e'1\rangle$ en fonction de A_2^r et ϕ_2^r, pour $\Delta t \approx \pi(\delta_- - \delta_+)^{-1}$. Puisque la proportion de σ^- du champ généré est relativement faible, la population de $|51e'1\rangle$ croît avec θ_2. Par conséquent, le jeu de paramètres minimisant $P(51e'1)$ minimise aussi Ω_-. Plus de détails concernant cette procédure peuvent être trouvés dans [56].

Cette procédure est ensuite réitérée pour la paire (H3, H4). Ces deux paires génèrent donc un champ σ^+ et l'on règle finalement leurs phases respectives afin de maximiser l'amplitude du champ généré. Finalement, nous recommençons cette procédure pour les 4 voies de N.

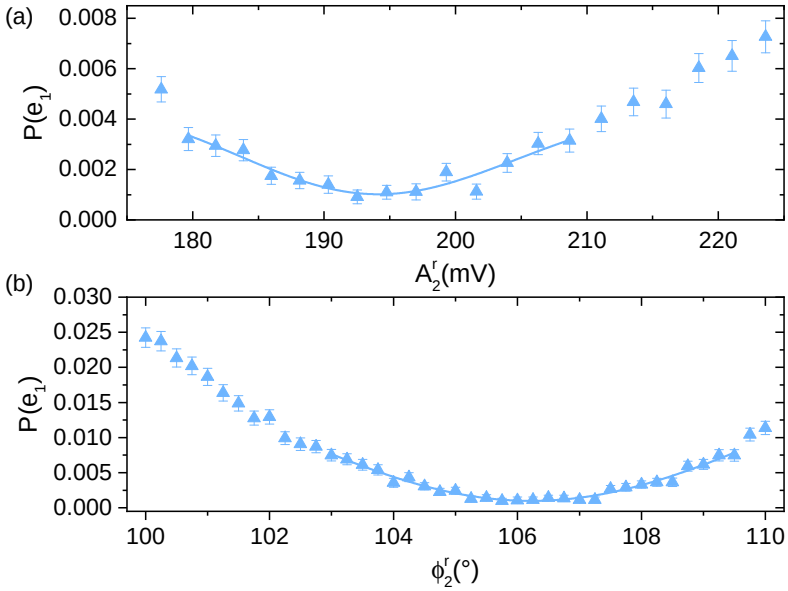


Fig. III.7 *Population de* $|51e_1'\rangle$ *après deux impulsions RF de* 40 ns *séparées par un délai* Δt *déterminé grâce à la méthode décrite précédemment, réalisées en utilisant les voies* H_1 *et* H_2*. L'amplitude* (a) *et la phase* (b) *de la voie* H_2 *sont variées en de sorte à minimiser la quantité de* $|51e_1'\rangle$ *mesurée. Les lignes pleines correspondent aux ajustement effectuées pour déterminer la position des minima de population.*

III.3 Optimisation du passage adiabatique

Afin de mesurer correctement l'efficacité des impulsions issues de la théorie du contrôle quantique, il est nécessaire d'estimer les populations avec la meilleure précision possible. Or, cette estimation n'est pas triviale : les populations mesurées en utilisant les sondes sont certes proportionnelles aux populations des niveaux sondés, mais il reste à normaliser ces mesures, ce qui est rendu complexe par les efficacités de détection relatives des différents niveaux et le taux de transfert fini des impulsions microondes.

Une solution à ce problème est de comparer les nombres d'atomes détectés dans les états que l'on mesure au nombre d'atomes que l'on détecte lorsqu'on prépare un état connu. Pour les états de grand nombre quantique magnétique ($|52C\rangle$ et $|52e_i\rangle$), nous avons choisi de comparer le nombre d'événements de détection à celui que l'on obtient après la préparation de $|52C\rangle$ à l'aide d'un passage adiabatique. En effet, en raison de la grande efficacité de celui-ci [41], on peut considérer que la totalité des atomes initialement dans un état de Rydberg sont transférés dans l'état circulaire. Cela nous permet de mesurer le nombre d'atomes total de chaque séquence expérimentale avec la même efficacité de détection que les états de grand moment cinétique. En revanche, nous avons besoin d'un passage adiabatique le plus efficace possible, c'est-à-dire d'un champ radiofréquence de polarisation σ^+ très pure et de caractériser précisément l'état préparé en fin de passage adiabatique. Le passage adiabatique que l'on effectue à l'aide des cartes PCI n'étant pas suffisamment efficace pour jouer ce rôle, nous allons utiliser les 4 voies d'un synthétiseur

pour mettre en place ce nouveau passage adiabatique de normalisation.

La mise en place de ce passage adiabatique se décompose en deux étapes : premièrement, il faut déterminer la forme de l'impulsion qui va maximiser la fidélité de l'état circulaire préparé. Ensuite, il est nécessaire d'ajuster les paramètres de phase et amplitude des voies des synthétiseurs H et N utilisées. En effet, l'optimisation précédente a été réalisée pour une amplitude donnée de RF. Or, en raison de la non-linéarité des mixers permettant la modulation en amplitude des voies de sorties des synthétiseurs par l'AWG, les phases de ces dernières peuvent changer légèrement en fonction de leurs amplitudes respectives, donnant lieu à des paramètres optimaux différents pour chaque amplitude. Puisque cet effet est assez faible, cela ne posera pas de problème majeur de polarisation lorsque l'on appliquera des impulsions courtes, lors de l'implémentation des impulsions calculées d'après la théorie du contrôle quantique. Puisque le passage adiabatique va servir de référence pour toutes les mesures de populations des niveaux de grand moment cinétique, nous avons choisi de faire une étape finale d'optimisation des phases et amplitudes de H et N sur celui-ci.

Comme on l'a vu, un passage adiabatique se décompose en trois phases. La première correspond à l'habillage adiabatique de l'atome par le champ RF, une deuxième où le désaccord est varié lentement afin de traverser l'anti-croisement des niveaux habillés et finalement une dernière pendant laquelle l'atome est déshabillé. Ces trois phases doivent être réalisées lentement, en respectant les conditions d'adiabaticité données à la section II.2.2b).

La forme et l'amplitude du passage adiabatique sont choisies afin de préparer l'atome dans $|52C\rangle$ avec une fidélité la plus proche possible de 100%, c'est à dire en choisissant le jeu de paramètres qui minimise le nombre d'atomes détectés dans les niveaux $|52e_1'\rangle$ et $|52e_1\rangle$. Le champ électrique, quant-à-lui, est varié de 2,625 V/cm à 2,395 V/cm en 1,5 µs de telle sorte à ce que la fréquence atomique parcoure une plage de 20 MHz autour de 250 MHz, qui correspond à la fréquence de la RF utilisée.

La procédure appliquée pour déterminer ces paramètres est empirique. En effet, une plage de désaccord de 20 MHz autour de la fréquence du champ en 1,5 µs est ce qui est habituellement utilisé dans nos expériences et qui a fait ses preuves par le passé. La durée et le profil de champ électrique fixés, il ne reste plus qu'à déterminer la forme et l'amplitude de l'impulsion radiofréquence. Celle-ci n'est pas nécessairement la même que pour le passage adiabatique effectué avec les cartes PCI et a donc été spécifiquement réoptimisée. Pour cela, nous partons d'une impulsion initiale et nous faisons varier différents paramètres en mesurant les populations des niveaux $|52C\rangle$, $|52e_1'\rangle$ et $|52e_1\rangle$. Ces paramètres sont en fait tous liés aux conditions d'adiabaticité : il est nécessaire d'avoir un champ suffisamment important pour bien séparer les niveaux habillés lors de l'anti-croisement, mais un champ trop élevé rend nécessaire un allumage plus lent de la radiofréquence pour rester adiabatique.

Pour un premier essai, nous avons choisi arbitrairement une impulsion légèrement plus longue que celle utilisées pour le passage adiabatique des cartes PCI, tout en gardant la même durée d'allumage. Nous avons donc $t_{rf} = 0{,}5$ µs et $t_E = 1{,}7$ µs. Puisque les amplitudes des champs créés par les cartes PCI et les synthétiseurs H et N ne sont pas directement comparables entre elles par rapport à ce qui est programmé sur leurs AWG respectifs, il est nécessaire de faire varier l'amplitude de l'impulsion RF pour déterminer quelle amplitude est optimale. Les populations de $|52C\rangle$, $|52e_1'\rangle$ et $|52e_1\rangle$ obtenues sont

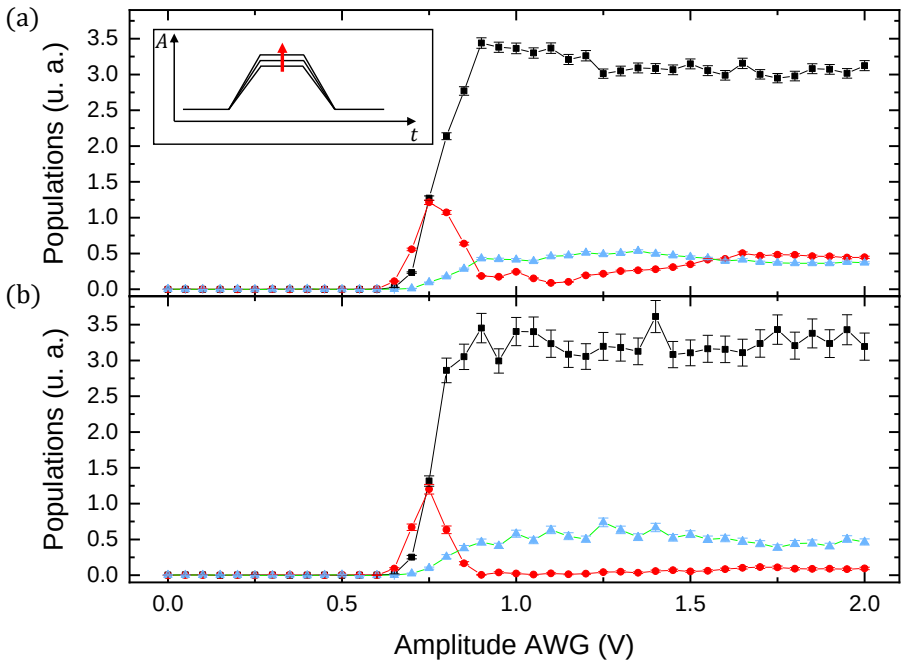


Fig. III.8 *Populations des niveaux circulaire (carrés noirs), e_1 (cercles rouges) et e_1' (triangles bleus), en fonction de l'amplitude du champ radiofréquence utilisé pour effectuer le passage adiabatique. Les lignes ne sont qu'une aide à la lisibilité.* (a) $t_{rf} = 0{,}5\,\mu s$ *et* $t_E = 1{,}7\,\mu s$. (b) $t_{rf} = 1\,\mu s$ *et* $t_E = 0{,}7\,\mu s$. *Les populations mesurées dans ces graphes sont normalisées par la quantité d'atomes de Rydberg préparés dans l'état* $|52, m = 2\rangle$, *qui ont une efficacité de détection bien moindre que les niveaux de grand* m. *Elles sont donc représentées en unités arbitraires, mais conservant les efficacités de détection relatives des niveaux.*

représentées Fig. III.8(a). Bien que les populations soient tracées en unités arbitraires, leurs efficacités de détection respectives sont similaires et l'on peut donc noter la forte population des niveaux elliptiques. La présence de $|52e_1'\rangle$ provient de la composante σ^- résiduelle du champ RF. Cela indique que l'optimisation réalisée précédemment n'est pas parfaitement adaptée pour des impulsions longues, probablement en raison du mouvement des atomes au sein du dispositif expérimental. De plus, la présence de $|52e_1\rangle$ indique que l'habillage de l'atome par le champ radiofréquence n'est pas fait adiabatiquement, il convient donc de rallonger la durée t_{rf}. La figure III.8(b) représente l'évolution des populations pour une durée t_{rf} augmentée à $1\,\mu s$ et $t_E = 0{,}7\,\mu s$, conservant la durée totale de l'impulsion. On note que la population du niveau $|52e_1\rangle$ a en effet diminué. En outre, il semble y avoir un minimum de population de $|52e_1'\rangle$ pour une amplitude programmée sur le générateur de fonction arbitraire de 1,7 V, correspondant à une amplitude du champ RF de 24 mV/cm environ [1].

Dans le but de réduire le plus possible la population de $|52e_1'\rangle$, on choisit cette amplitude pour l'impulsion RF et l'on ajuste les durées t_E et t_{RF} afin de maximiser la population de l'état circulaire et minimiser celle de $|52e_1\rangle$, la population de $|52e_1'\rangle$ n'étant

1. La calibration de l'amplitude du champ radiofréquence est explicitée à la section III.4.

que marginalement affectée par ces changements. La Fig. III.9 représente les populations mesurées en faisant varier t_{rf}. Les oscillations que l'on observe sur la population de $|52e_1\rangle$ sont les « restes » d'une oscillation de Rabi, due à la non-adiabaticité. Nous choisissons finalement la durée la plus longue possible en faisant en sorte de tomber sur un minimum de $|52e_1\rangle$. On trouve finalement un optimum pour $t_{rf} = 2{,}05\,\mu s$ et $t_E = 100\,ns$.

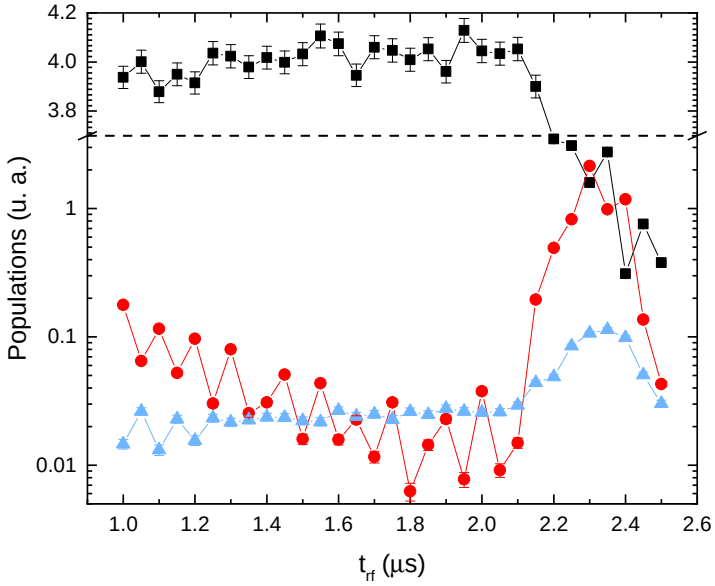


Fig. III.9 *Populations des niveaux circulaire (carrés noirs), e_1 (cercles rouges) et e_1' (triangles bleus), dans les mêmes unités arbitraires qu'en Fig. III.8, après un passage adiabatique pour lequel on fait varier la durée d'allumage t_{rf} pour $t_E = 0{,}1\,\mu s$, correspondant à l'optimum. Les populations sont tracées en échelle logarithmique sous la droite horizontale en pointillés par souci de lisibilité.*

Ce passage adiabatique a donc pratiquement une forme triangulaire. L'enveloppe du champ radiofréquence et la rampe de champ électrique finales sont représentées en figure III.10. On y voit l'enveloppe de l'impulsion programmée sur l'AWG (Fig. III.10b), ainsi que l'enveloppe « vue » par les atomes (Fig. III.10a). La déformation subie par l'impulsion s'explique par la non-linéarité de certains éléments du circuit RF, comme nous le verrons à la section III.4.

La forme optimisée du passage adiabatique a fait diminuer de beaucoup la population résiduelle de $|52,e_1\rangle$, signifiant que l'on a fait augmenter l'adiabaticité de celui-ci. Cependant, $|52e_1'\rangle$ reste encore présent et il est donc nécessaire de modifier les paramètres de phases et amplitudes des voies des synthétiseurs afin de supprimer la composante σ^- résiduelle du champ. Il y a en tout 8 paramètres que nous pouvons modifier afin d'ajuster la polarisation. Ce nombre est bien sûr trop élevé et il n'est pas question d'adopter la même démarche d'optimisation que pour la forme de l'impulsion. En revanche, il convient de remarquer que deux électrodes se faisant face (1 et 3, ou 2 et 4 sur les Fig. III.4 et III.11) sont supposées générer des champs de polarisations linéaires et orthogonales pour que le champ généré par les 4 électrodes ait une polarisation circulaire. On peut alors faire varier les phases et amplitudes respectives des champs générés par ces paires se faisant

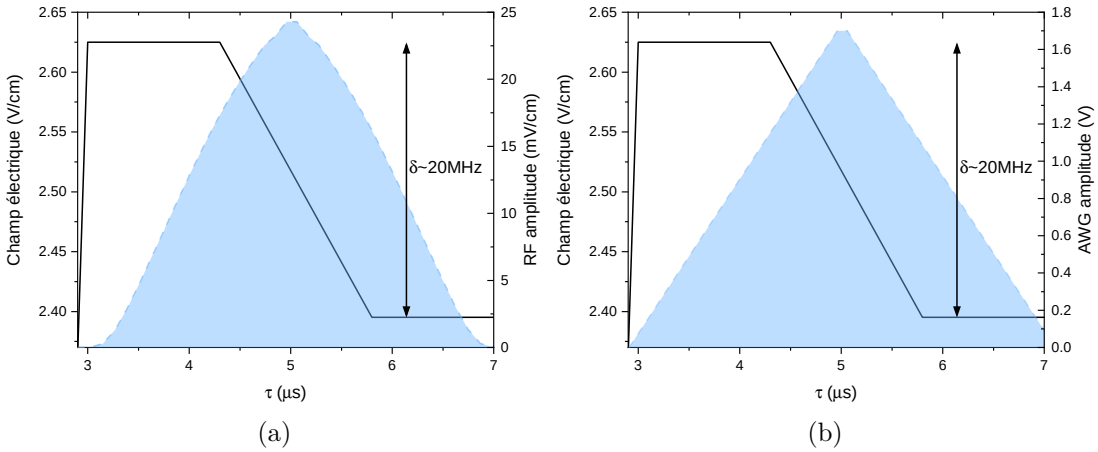


Fig. III.10 (a) *Champ électrique (noir) et amplitude du champ radiofréquence (bleu) appliqués à l'atome pendant le passage adiabatique.* (b) *Champ électrique (noir) et amplitude du signal de sortie de l'AWG mélangé aux 4 voies de N (bleu) appliqués à l'atome pendant le passage adiabatique.*

face en faisant varier simultanément les phases ou les amplitudes des voies 1 et 3, ou 2 et 4.

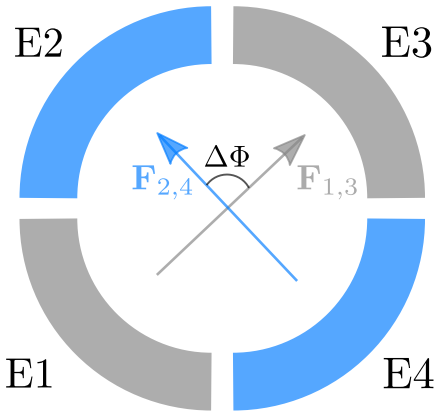


Fig. III.11 *Ajustement de la polarisation du champ radiofréquence. Chaque paire d'électrodes se faisant face crée un champ de polarisation linéaire, représentés par* $\mathbf{F}_{1,3}$ *et* $\mathbf{F}_{2,4}$*. L'interférence de ces deux champs donne une polarisation* σ^+ *lorsque qu'ils oscillent avec une différence de phase* $\Delta\Phi = \pi/2$ *et que leurs amplitudes sont égales. On peut alors faire varier ces paramètres en modifiant les amplitudes et phases de deux électrodes se faisant face.*

La figure III.12 représente les populations de $|52C\rangle$ et $|52e_1'\rangle$ lorsque les amplitudes et les phases des voies 2 et 4 de N sont variées simultanément. On constate que les valeurs optimales de ces amplitudes sont différentes de celles obtenues lors de l'optimisation de la section III.2, indiquées par un trait vertical sur la figure. Cependant, les phases ne varient que très peu. Il semble donc que la méthode précédente soit toujours correcte pour

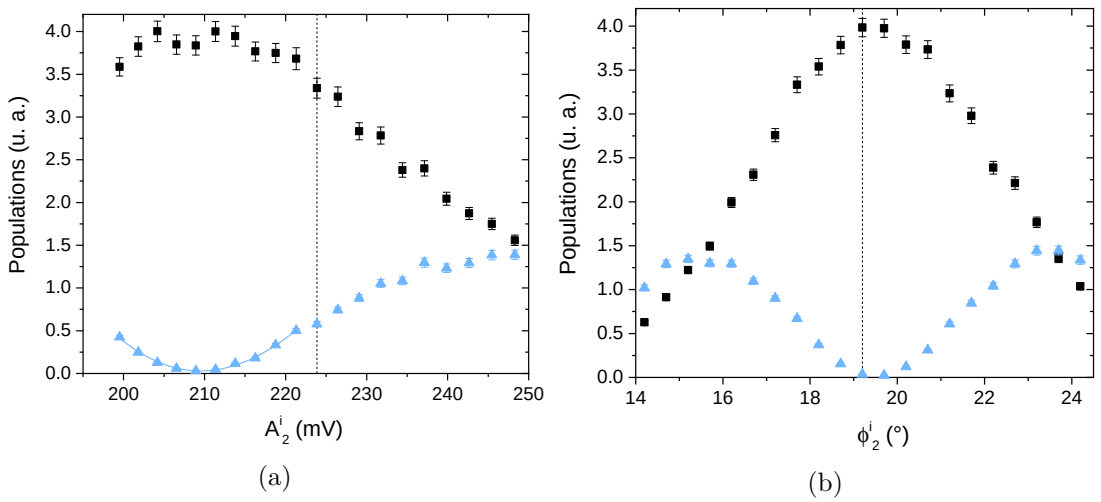


Fig. III.12 *Population des niveaux circulaire (carrés noirs) et e'_1 (triangles bleus) dans les mêmes unités arbitraires qu'à la Fig. III.8, en fonction des amplitudes et phases des voies 2 et 4 de N après un passage adiabatique réalisé avec ce synthétiseur. Les pointillés verticaux correspondent aux paramètre optimaux obtenus lors de la première optimisation de la polarisation du champ RF.* (a) *Les amplitudes des voies 2 et 4 de N sont variées simultanément et les populations sont tracées en fonction de l'amplitude de la voie 2. Le trait plein correspond à l'ajustement réalisé pour déterminer la nouvelle valeur optimale de phase.* (b) *Les phases des voies 2 et 4 de N sont variées simultanément et les populations sont tracées en fonction de la phase de la voie 2.*

l'optimisation des phases des 4 voies des synthétiseurs, mais que les amplitudes obtenues ne correspondent pas. Ce phénomène demeure inexpliqué à ce jour, mais a été observé à plusieurs reprises sur ce dispositif expérimental lors de thèses précédentes. Il semble y avoir un léger effet systématique que nous n'avons pas compris, qui fait que l'optimisation de la section III.2.1 ne donne pas les bons paramètres. En revanche, la compréhension de ce phénomène n'est pas cruciale, puisque l'on peut le compenser aisément et qu'il n'affecte que très marginalement les expériences.

La figure III.13 représente les populations lorsque l'amplitude de l'impulsion que l'on a optimisée est variée à forme constante et dont les paramètres de phase et amplitudes sont optimums. En comparant avec la Fig. III.8, on peut voir que le processus d'optimisation fonctionne bien et que les populations résiduelles de $|52,e_1\rangle$ et $|52,e'_1\rangle$ ont beaucoup diminué. Il reste alors à calibrer ces populations, afin de pouvoir utiliser ce passage adiabatique optimisé comme référence pour la mesure des populations.

Caractérisation de la fidélité de l'état préparé par passage adiabatique Pour pouvoir utiliser ce passage adiabatique optimisé comme norme pour les populations de grand moment cinétique, nous devons connaître avec précision la composition de l'état préparé grâce à celui-ci. Pour cela, allons mesurer les populations de $|52C\rangle$, $|52e_1\rangle$ et $|52e'_1\rangle$ à l'aide de sondes microondes. Ensuite, il faut comparer les nombres d'atomes mesurés à une référence nous permettant de transformer ces nombres bruts en populations

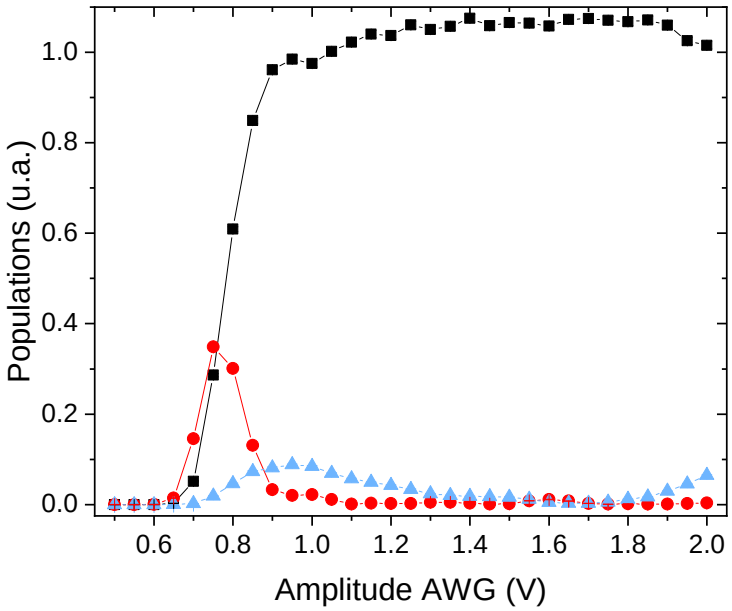


Fig. III.13 *Populations des niveaux circulaire (carrés noirs), e_1 (cercles rouges) et e_1' (triangles bleus), en fonction de l'amplitude programmée sur l'AWG du passage adiabatique après optimisation de l'impulsion, avec $t_E = 0{,}1\,\mu s$ et $t_{rf} = 2{,}05\,\mu s$. Les populations sont ici normalisées par le nombre d'atomes circulaires préparés par le passage adiabatique PCI. Les lignes ne sont qu'une aide à la lisibilité.*

normalisées. Dans ce but, nous choisissons de comparer ces grandeurs au nombre d'atomes circulaires préparés avec le passage adiabatique PCI, que l'on note $N(52C)_{\text{norme}}$. Ceci nous permet d'éliminer les fluctuations du nombre d'atomes de Rydberg excités à chaque séquence expérimentale.

La figure III.14 décrit les étapes successives d'une séquence expérimentale permettant de mesurer les populations de l'état préparé après le passage adiabatique. Une séquence est divisée en plusieurs sections ((b), (c) et (d) sur la figure) correspondant à un enchaînement préparation-manipulation-détection d'un atome donné. Chaque section permet alors d'évaluer un nombre ($N(52C)_{norme}$ pour (b), $N(52x)$ avec $x = C, e_1, e_1'$ pour (c) et $N(52x)_{\text{fond}}$ pour (d)) qui nous permettent d'évaluer les quantités p_c, p_{e_1} et $p_{e_1'}$, définies par

$$p_c = \frac{N(52C) - N(52C)_{fond}}{N(52C)_{norme}} \tag{III.7}$$

$$p_{e_1} = \frac{N(e_1) - N(e_1)_{fond}}{N(52C)_{norme}} \tag{III.8}$$

$$p_{e_1'} = \frac{N(e_1') - N(e_1')_{fond}}{N(52C)_{norme}} \tag{III.9}$$

où les $N(x)$ sont les nombres d'atomes détectés dans les niveaux $x = c$, e_1 et e_1'. Les trois nombres p_c, p_{e_1} et $p_{e_1'}$ sont proportionnels aux populations des dits niveaux. Nous avons effectué la mesure 31 fois réparties sur un mois et demi, dans le but de surveiller

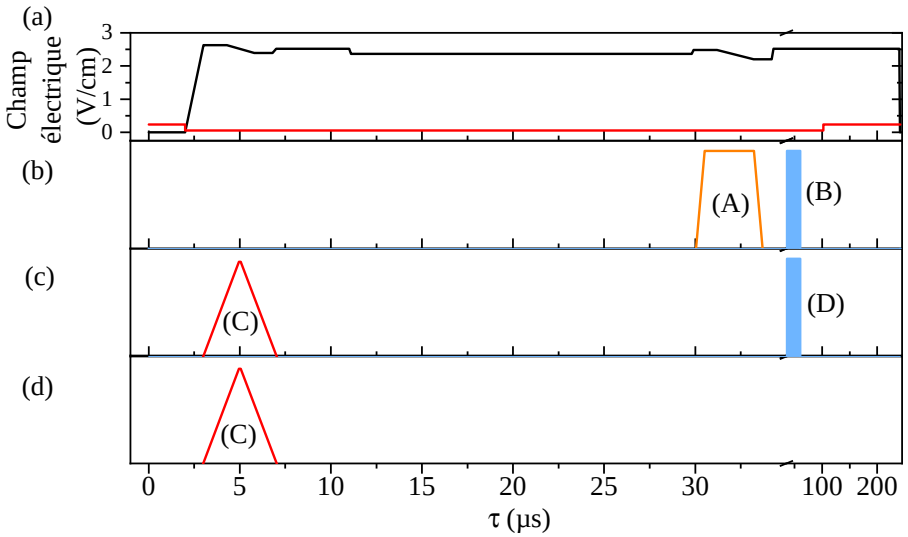


Fig. III.14 *Représentation d'une séquence expérimentale typique.* (a) *Champ électrique statique vertical (en noir) et horizontal (en rouge) appliqué. L'impulsion laser a lieu à* $\tau = 0\,\mu s$. (b) *Section « Norme ». L'impulsion (A) représente le passage adiabatique généré par les cartes PCI et (B) la sonde microonde circulaire.* (c) *Section « atome », correspondant au niveau dont on souhaite mesurer la population. (C) est le passage adiabatique généré par les synthétiseurs et (D) la sonde correspondante.* (d) *Section « fond », identique à la section « atome » sans la sonde, permettant de mesurer le nombre d'atomes détecté à ce seuil en l'absence de celle-ci.*

les dérives éventuelles des paramètres expérimentaux. Ces mesures sont compilées sur la figure III.15. Les nombres que nous utilisons finalement pour normaliser les populations lors des expériences ultérieures sont une moyenne des valeurs obtenues lors de cette série de mesures. Nous obtenons

$$p_{c,m} = 1{,}041(3) \tag{III.10}$$

$$p_{e_1,m} = 0{,}0016(1) \tag{III.11}$$

$$p_{e'_1,m} = 0{,}0040(3) \tag{III.12}$$

où l'indice m désigne le fait que ce sont les moyennes des mesures des p_x, avec $x = C, e_1, e'_1$. On peut alors noter que l'on a $p_{c,m} > 1$, ce qui est attendu, puisque le passage adiabatique réalisé avec les synthétiseurs H et N est plus efficace que celui des cartes PCI. En revanche, $p_{e_1,m}$ et $p_{e'_1,m}$ sont très faibles, indiquant que le passage adiabatique prépare des atomes circulaires avec une efficacité très proche de l'unité. On peut en déduire que les populations des autres niveaux de la multiplicité ne sont peuplés que de manière négligeable, ne contribuant donc pas au calcul de la fidélité de l'état préparé.

On peut alors supposer que l'intégralité des populations de l'état de l'atome sont réparties sur ces trois niveaux et ainsi

$$P_c + P_{e_1} + P_{e'_1} = 1 \tag{III.13}$$

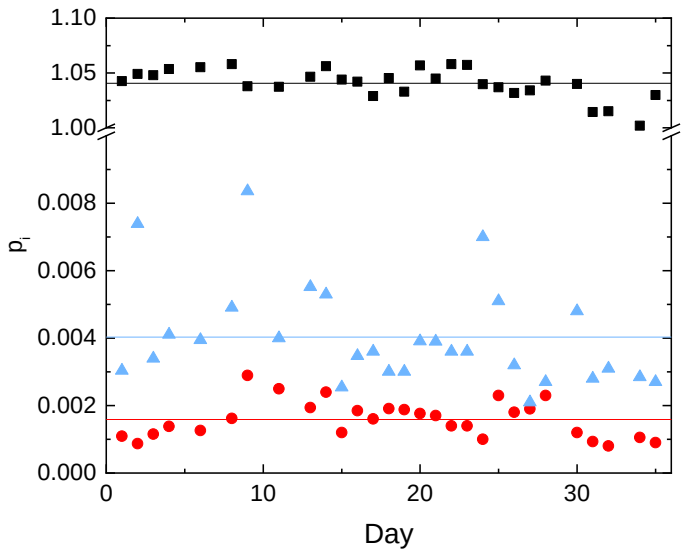


Fig. III.15 *p_c (carrés noirs), p_{e_1} (cercles rouges) et $p_{e'_1}$ (triangles bleus) après le passage adiabatique optimisé, en fonction du jour auquel la mesure a été réalisée. Les lignes horizontales correspondent aux valeurs moyennes $p_{c,m}$, $p_{e_1,m}$ et $p_{e'_1,m}$ de ces séries de mesures.*

avec P_c, P_{e_1} et $P_{e'_1}$ les populations des niveaux considérés. D'après les valeurs obtenues pour $p_{c,m}$, $p_{e_1,m}$ et $p_{e'_1,m}$, on obtient les populations de l'état préparé grâce au passage adiabatique :

$$P_c = 99{,}5(3)\% \tag{III.14}$$
$$P_{e_1} = 0{,}15(1)\% \tag{III.15}$$
$$P_{e'_1} = 0{,}39(3)\%, \tag{III.16}$$

et s'affranchir de la normalisation par le passage adiabatique PCI. Dans cette estimation, nous n'avons pas pris en compte les efficacités des sondes des niveaux $|52e_1\rangle$ et $|52e'_1\rangle$. Nous verrons par à la section III.5.1 que celles-ci on une efficacité très proche de l'unité. De plus, étant donné les très faibles populations de ces niveaux après l'application du passage adiabatique optimisé, la variation induite par la prise en compte de l'efficacité des sondes est négligeable.

III.4 Calibration de l'amplitude du champ radiofréquence

Une fois la polarisation du champ radiofréquence optimisée, il reste à mettre en correspondance l'amplitude des impulsions programmée par l'AWG à celle du champ radiofréquence dans le cryostat. En effet, pour implémenter les impulsions issues de la théorie du contrôle quantique, nous devons être capable de convertir l'amplitude $F_r(t)$ (resp. $F_i(t)$) théorique du champ radiofréquence en les valeurs de $V_r(t)$ (resp. $V_i(t)$), correspondant au signal délivré par l'AWG mélangé au signaux des voies de sorties des synthétiseurs (voir Fig. III.4).

Dans ce but, nous avons tout d'abord mesuré l'amplitude du champ radiofréquence au sein du cryostat pour une valeur d'amplitude programmée sur l'AWG. Puisque les seules sondes dont nous disposons au sein du cryostat se trouvent être les atomes, nous avons utilisé ces derniers pour effectuer cette mesure. Pour cela, nous préparons un atome dans l'état $|52C\rangle$. Comme on l'a vu précédemment, en appliquant une impulsion radiofréquence σ^+ résonnante de courte durée, l'état de l'atome devient un état cohérent du spin $\hat{\mathbf{J}}_1$, dont les populations sont connues et peuvent s'exprimer par

$$P_m(t) = \binom{n-1}{k} \left(\cos^2\left(\frac{\Omega_{rf}t}{2}\right)\right)^m \left(\sin^2\left(\frac{\Omega_{rf}t}{2}\right)\right)^{n-m-1} \tag{III.17}$$

où m correspond au nombre quantique magnétique du niveau considéré. On peut alors, en mesurant les populations des niveaux $|52C\rangle$ et $|52e_1\rangle$ en fonction de la durée d'une impulsion d'amplitude fixée, mesurer la fréquence de Rabi associée. La figure III.16 représente l'évolution de ces populations (en unités arbitraires) pour une impulsion d'amplitude $F^0_{r,i}$ correspondant à une consigne $V_{r,i} = 1{,}52\,\mathrm{V}$. En effectuant un ajustement de ces mesures grâce à l'équation III.17, on mesure deux fréquences de Rabi $\Omega_r\left(F^0_r\right) = 4{,}36\,\mathrm{MHz}$ pour le synthétiseur H et $\Omega_i\left(F^0_i\right) = 4{,}51\,\mathrm{MHz}$ pour N. Puisque le couplage de l'atome au champ radiofréquence a une valeur de $99\,\mathrm{MHz/(Vcm^{-1})}$, on en déduit que $F^0_r = 4{,}37(3)\,\mathrm{V/m}$ et $F^0_i = 4{,}53(2)\,\mathrm{V/m}$.

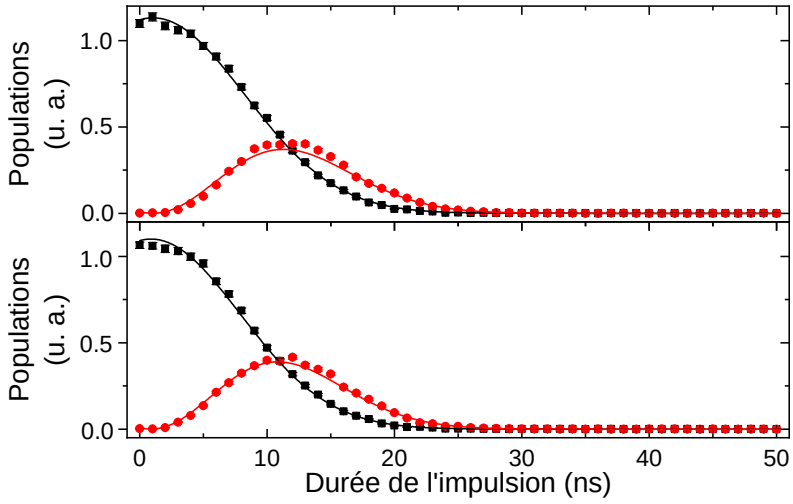


Fig. III.16 *Populations de $|52C\rangle$ (carrés noirs) et $|52e_1\rangle$ (cercles rouges) en fonction de la durée d'une impulsion effectuée pour une consigne $V_{r,i} = 1{,}52\,\mathrm{V}$. Les courbes en traits pleins correspondent aux ajustements nous permettant de mesurer les fréquences de Rabi correspondantes. La figure du haut correspond au synthétiseur H et celle du bas au synthétiseur N.*

Il reste alors à calibrer la non-linéarité de la réponse des mixers. Puisque la mesure directe de l'amplitude du champ *via* les atomes est relativement lourde, nous choisissons de ne pas mesurer cette réponse directement et préférons pour cela une autre approche. Nous disposons d'un oscilloscope connecté aux circulateurs de chaque voie du circuit (Fig. II.13) grâce auquel il est possible de mesurer un signal dont l'amplitude est proportionnelle

au champ présent dans le cryostat. La démarche est alors la suivante : pour chacune des 4 voies de chaque synthétiseur, nous programmons plusieurs impulsions d'amplitudes $V_{r,i}$ comprises entre 0 et 2,2 V et nous enregistrons l'amplitude crête-à-crête $V_{pp}^{r,i}(k)$ (avec $k = 1,2,3,4$ correspondant à la voie du synthétiseur) du signal affiché sur l'oscilloscope. Nous disposons ainsi d'une correspondance entre l'amplitude programmée et une grandeur proportionnelle au champ à l'intérieur du cryostat $V_{pp}^{r,i,k} = f_k(V_{r,i})$, représentée sur la figure III.17.

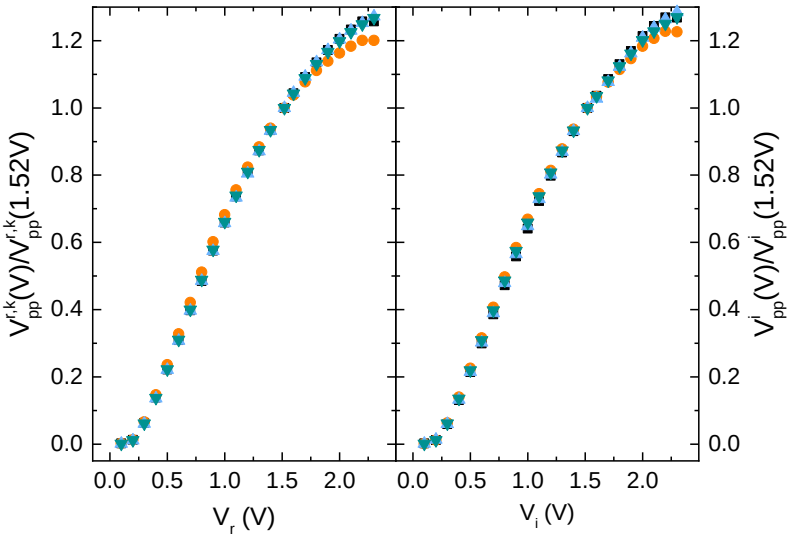


Fig. III.17 *Signaux $V_{pp}^{r,i,k} = f_k(V_{r,i})$ pour les voies $k = 1$ (carrés noirs), $k = 2$ (cercles oranges), $k = 3$ (triangles bleus ascendants) et $k = 4$ (triangles verts descendants). La figure de gauche correspond au synthétiseur H et la figure de droite au synthétiseur N. Le comportement des 4 voies est très similaire, hormis pour la voie 2 pour de grandes valeurs de $V_{r,i}$.*

Idéalement, les mixers devraient tous avoir une réponse identique, celle-ci devrait donc être indépendante de la voie k. En pratique, chaque voie a sa propre réponse. On observe une variation entre elles de l'ordre de 10 %, ce qui limite la précision avec laquelle nous sommes capables d'implémenter les impulsions théoriques et ce qui peut potentiellement expliquer que la pureté de la polarisation σ^+ varie avec l'amplitude.

Puisque l'on a mesuré l'amplitude du champ généré pour $V_{r,i} = 1{,}52$ V, on peut alors exprimer l'amplitude du champ radiofréquence en fonction de la tension programmée par

$$F_{r,i}(V_{r,i}) = \frac{V_{pp}^{r,i,k}(V_{r,i})}{V_{pp}^{r,i,k}(1{,}52V)} F_{r,i}^0. \tag{III.18}$$

Puisque les réponses des mixers des 4 voies sont différentes, il devient nécessaire de faire le choix d'une des 4 réponses afin d'effectuer la conversion entre la tension programmée sur l'AWG et l'amplitude du champ radiofréquence. Nous avons arbitrairement choisi celle de la voie 3, bien qu'il n'existe pas de raison de préférer cette voie aux autres.

III.5 Détection quantitative des niveaux d'intérêt

Pour caractériser la fidélité des états préparés grâce à l'implémentation des impulsions issues de la théorie du contrôle quantique, il est nécessaire de mesurer de manière précise les populations des différents niveaux impliqués dans ces expériences. Les principaux niveaux d'intérêt sont les suivants : pour les niveaux de moment angulaire important, l'état circulaire ainsi que les quatre premiers niveaux elliptiques $|52, e_i\rangle$ avec $i = 1,2,3,4$. La procédure de calibration de ces populations sera décrite à la section III.5.1. Pour les niveaux de faible m, nous désirons mesurer le $|52, m = 2\rangle$, qui est le niveau de départ préparé par l'excitation laser, ainsi que les niveaux $|52, m = 1\rangle$ et $|52, m = 3\rangle$. Le premier, comme on l'a vu à la section II.2.2, joue un rôle crucial dans la perte d'efficacité de la circularisation en raison du désaccord entre la transition $|52,m = 1\rangle - |52,m = 2\rangle$ et le reste de la multiplicité. Nous mesurons aussi le niveau $|52, m = 3\rangle$ parce qu'il est le premier niveau hydrogénoïde de la multiplicité.

La normalisation des populations mesurées n'est dans les deux cas pas triviale et nous utilisons pour cela des méthodes différentes selon que l'on mesure la population d'un état de grand moment cinétique ou non. Cependant la procédure globale se découpe de la même façon.

Afin de mesurer les populations de ces niveaux, la problématique est double : premièrement, il faut être capable de détecter individuellement ces derniers. Pour cela, il suffit d'utiliser des sondes microondes sélectives, dont le principe est décrit au paragraphe II.3.1b). En plus de cela, il faut transformer le nombre brut de d'atomes détectés dans ledit niveau en une population normalisée. Il convient donc de comparer ce nombre au nombre total de d'atomes détectés lors de chaque séquence expérimentale. Dans ce but, la méthode suivante a été retenue : une séquence expérimentale est définie par un enchaînement de plusieurs événements de préparation et détection des atomes appelés « sections » dans chaque niveau que l'on souhaite mesurer, comme décrit en figure III.18. La détection d'un niveau dans une séquence est divisée en trois sections, correspondant chacune à la préparation d'un nouvel atome de Rydberg. Usuellement, ces sections sont les suivantes : une « norme », puis l'atome dans l'état que l'on souhaite mesurer et enfin un « fond » correspondant aux atomes détectés au même seuil que celui du niveau que l'on veut détecter mais en l'absence de sonde. On obtient ensuite la population normalisée par

$$P(s) = \frac{\eta_n}{\eta_s} \times \frac{N_s - N_{\text{fond}}}{N_{\text{norme}}} \tag{III.19}$$

où s désigne le niveau dont on veut mesurer la population, les N_i les nombres bruts détectés après l'application des sondes pour les différents niveaux impliqués et $\eta_{n,s}$ les efficacités de détection (à la fois dues aux taux de transferts des sondes et à la détection par ionisation imparfaite) respectives du niveau « norme » et du niveau que l'on souhaite détecter. Toute la difficulté réside dans la mesure des efficacités de détection et le choix de la norme, puisque nous n'avons accès qu'à des efficacités relatives.

III.5.1 Mesure des populations des niveaux de moment angulaire élevé

Pour la détection des niveaux de grand moment cinétique orbital, le choix de la norme se tourne naturellement vers les atomes circulaires puisque l'on est capable de les préparer avec une fidélité importante. La section « norme » de la séquence correspondant

à la mesure des ces niveaux est représentée sur la Fig. III.18(b). Elle est constituée du passage adiabatique optimal réalisé dans la section III.3 transférant 99,47 % des atomes de Rydberg préparés dans l'état $|52C\rangle$. Une sonde $|52C\rangle \rightarrow |50C\rangle$ est ensuite appliquée et le seuil de détection fixé à celui de $|50C\rangle$. Le nombre d'atomes ainsi détecté $\mathscr{N}$, multiplié par l'efficacité du passage adiabatique peut donc être utilisé comme norme, c'est à dire $N_{\text{norme}} = \mathscr{N}/0{,}9947$.

La seconde, en Fig. III.18(c) représente le sa séquence de l'atome que l'on veut détecter. L'expérience (c'est à dire l'enchaînement d'impulsions RF et microondes potentiellement utilisées afin de manipuler l'atome) à proprement parler est effectuée, représentée par l'impulsion (C), avant d'appliquer une sonde microonde sélective de ce niveau, représentée en (D).

Enfin, la dernière séquence (Fig. III.18(d)) « fond » est identique à la précédente, mais est effectuée sans la sonde microonde. Ainsi, il est possible de détecter les atomes ne correspondant pas au niveau souhaité mais s'ionisant au même seuil.

Lors de la mesure de la population de l'état $|52C\rangle$, les efficacités de détection se simplifient puisque l'on détecte les mêmes niveaux en utilisant les mêmes sondes dans la section correspondant à la norme et à l'atome. On peut alors exprimer aisément la population normalisée de l'état circulaire par

$$P(s) = 0{,}9947 \times \frac{N_c - N_{\text{fond}}}{\mathscr{N}}. \tag{III.20}$$

Il reste ensuite à déterminer les efficacités de détection des autres niveaux que l'on souhaite mesurer. La mesure des efficacités absolues est trop complexe et l'on peut se contenter de mesurer uniquement ces efficacités relativement à la norme, puisque seulement le rapport de celles-ci intervient dans l'expression de la population normalisée. Pour déterminer ce rapport, nous tirons profit de la structure hydrogénoïde des niveaux de grand moment cinétique orbital. En effet, l'évolution des populations d'un tel atome soumis à une impulsion RF résonnante peut être décrit analytiquement, selon l'équation III.17. On peut donc, pour l'ajustement de cette fonction sur les données, ajouter un paramètre libre représentant le rapport des efficacités de détection et ainsi déterminer les efficacités de détections relatives [52].

Expérimentalement, on prépare un atome dans le niveau $|52C\rangle$ auquel on applique une impulsion radiofréquence résonnante de durée variable et l'on mesure les populations normalisées par le passage adiabatique optimal des différents niveaux circulaires et elliptiques à l'aide des sondes que l'on souhaite calibrer. Ces populations s'expriment en fonction de la durée t de l'impulsion à l'aide des fonction $P_m(t)$ définie à l'équation III.17. On va donc effectuer l'ajustement des populations mesurées à l'aide d'une fonction $A_m P_m(t)$, où A_m correspond au rapport η_n/η_s de l'équation III.19 pour les différents $|n,m\rangle$. Par construction, l'efficacité de détection du circulaire $A_{m=n-1}$ doit être égale à 1.

La figure III.19 représente la calibration des sondes pour les niveaux $|52C\rangle$ et $|52, e_i\rangle$ avec $i = 1,2,3,4$. Les points sont les populations détectées dans les niveaux $|50C\rangle$ et $|50, e_i\rangle$ après application des sondes correspondantes. Les traits pleins sont les ajustements effectués. Les efficacités de détection mesurées sont finalement proches de 1 et ont les valeurs suivantes :

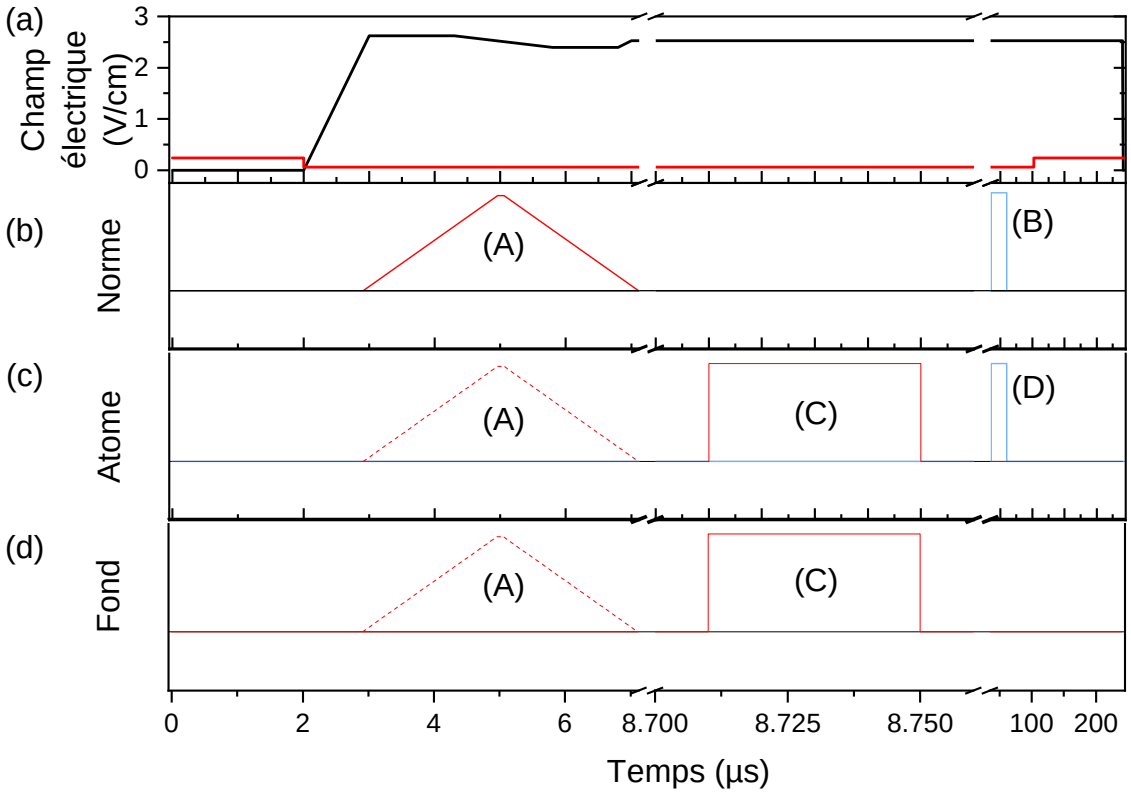


Fig. III.18 *Séquence expérimentale typique pour la mesure des populations des états de moment angulaire élevé.* **(a)** *Champ électrique statique. Une rampe de champ électrique permet d'effectuer le passage adiabatique optimal. Dans un second temps, la valeur du champ correspond à* $F \approx 2{,}5\,\mathrm{V\,cm^{-1}}$*, pour laquelle la multiplicité est résonnante avec la RF à* 250 MHz*. Enfin, le champ est mis à la valeur choisie pour définir la fréquence microonde.* **(b)** *Section « Norme ». L'atome est préparé dans l'état* $|52C\rangle$ *par un passage adiabatique représenté en* (A)*. Une sonde* $|52C\rangle \rightarrow |50C\rangle$ *est ensuite appliquée en* (B)*.* **(c)** *Section « Atome ». Elle correspond à l'atome subissant les manipulations constituant l'expérience et dont on veut mesurer la population (e.g.* $|52C\rangle$ *ou* $|52e_i\rangle$*,* $i = 1{,}2{,}3{,}4$*). L'enchaînent d'impulsions correspondant aux manipulations de l'atome est représenté sur le schéma par une impulsion RF* (C) *et d'un éventuel passage adiabatique ((*A*), pointillés) si la séquence doit démarrer dans l'état circulaire. Une sonde microonde* (D) $|52C\rangle \rightarrow |50C\rangle$ *ou* $|52e_i\rangle \rightarrow |50e_i\rangle$ *est ensuite appliquée à l'atome.* **(d)** *Section « Fond ». Cette séquence est identique à la section « Atome » mais est effectuée sans sonde microonde. Dans toutes les séquences, l'atome est détecté dans la multiplicité* $n = 50$*, au seuil correspondant au niveau d'arrivée des sondes employées.*

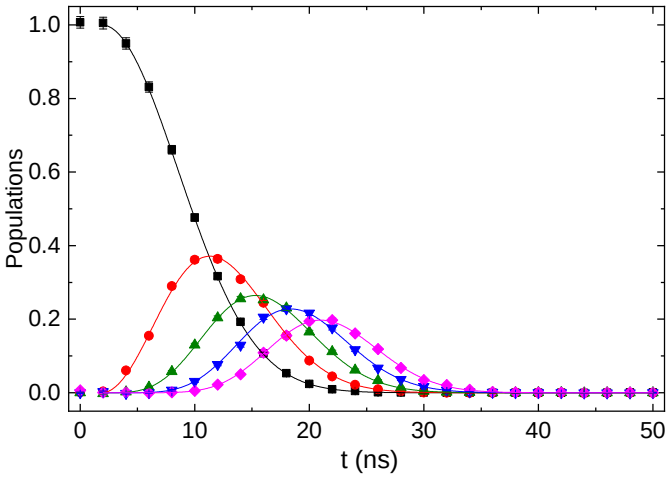


Fig. III.19 *Oscillation de Rabi permettant la calibration des efficacités de détection des niveaux de haut moment angulaire. L'atome est initalement préparé dans l'état* $|52C\rangle$ *et une impulsion RF de durée variable* t *est appliquée. Les populations mesurées correspondent au niveaux* $52C$ *(noir) et* $52e_i$ *(rouge, vert, bleu, magenta pour* $i = 1,2,3,4$*).*

État	Efficacité relative A_m
e_1	0.990(7)
e_2	0.95(1)
e_3	0.98(1)
e_4	0.96(1)

III.5.2 Détection quantitative des niveaux de bas m

La détection des niveaux de faible nombre quantique magnétique implique des problématiques différentes de celles concernant les niveaux hydrogénoïdes. Il existe deux différences majeures par rapport aux niveaux décrits dans le paragraphe précédent. La première est le faible temps de vie des niveaux de bas m ($\sim$100 µs contre $\sim$10 ms pour les niveaux de grands moments cinétiques), qui va réduire fortement le nombre d'atomes atteignant le détecteur après leur temps de vol (voir paragraphe II.2.3). Deuxièmement, nous ne disposons pas, comme pour les niveaux hydrogénoïdes, d'un modèle simple nous permettant de calibrer les efficacités de détection relative des niveaux de faible m.

Nous souhaitons ici mesurer les populations normalisées des niveaux $|52,m = 1,2,3\rangle$, dont l'expression est la même que pour les niveaux de grands moments cinétiques, définie à l'équation III.19. Nous avons vu que les efficacités η_i sont le produit de l'efficacité des sondes microondes en elles-mêmes et de l'efficacité de détection du niveau d'arrivée de la sonde, rendant la mesure des η_i complexe. Cependant, si le niveau d'arrivée de toutes les sondes est le même, alors il ne reste qu'à calibrer l'efficacité des impulsions microondes pour avoir une mesure des η_i, puisque la partie due à la détection se simplifie. C'est ce que nous avons mis en place pour les niveaux de faible m : les populations de $|52,m = 1,2,3\rangle$ sont normalisées par le nombre de $|52,m = 2\rangle$ préparés par l'excitation laser et les sondes employées vont envoyer les populations de tous ces niveaux vers $|51,m = 2\rangle$ uniquement,

comme représenté sur la figure III.20(1).

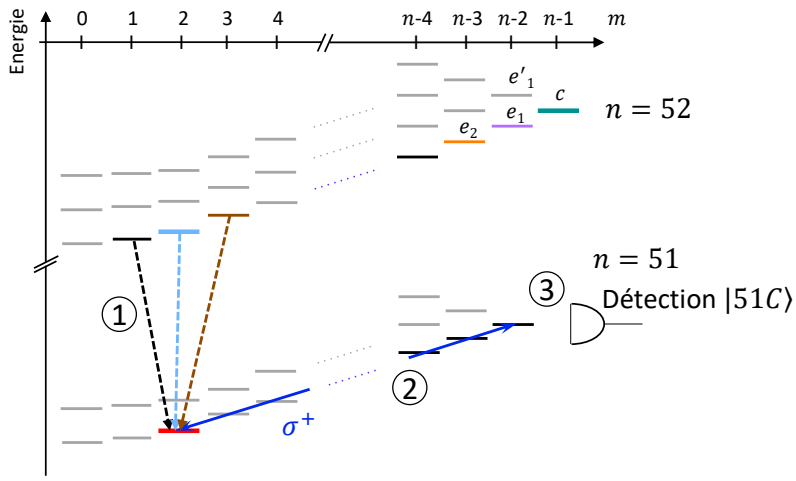


Fig. III.20 *Description du principe retenu pour la détection des niveaux* $|52, m = 1{,}2{,}3\rangle$ *(respectivement en noir, bleu et marron). Premièrement, une sonde microonde est appliquée sur la transition* $|52{,}m = 1{,}2{,}3\rangle \rightarrow |51{,}m = 2\rangle$ *permettant de transférer sélectivement le niveau à détecter dans* $|51{,}m = 2\rangle$ *(en rouge). Dans un deuxième temps, un passage adiabatique rapide permet de transférer la population de* $|51{,}m = 2\rangle$ *vers* $|51C\rangle$*, détecté avec une meilleure efficacité.*

Il reste ensuite à calibrer les 3 sondes microondes indépendamment, car leurs efficacités sont *a priori* différentes. L'efficacité la plus aisée à mesurer est celle effectuant le transfert $|52{,}m = 2\rangle \rightarrow |51{,}m = 2\rangle$. Il suffit en effet de mesurer la dépopulation du niveau $|52{,}m = 2\rangle$ préparé par l'excitation laser. Pour cela, nous comparons simplement le nombre d'atomes détectés au seuil du $|52{,}m = 2\rangle$ directement après l'excitation laser à ce même nombre une fois la sonde appliquée. Le rapport entre la population restante dans $|52{,}m = 2\rangle$ après la sonde et sans la sonde nous donne directement l'efficacité de celle-ci, indépendamment des efficacités de détection des niveaux impliqués. Cette calibration est représentée à la Fig. III.21b.

La mesure des efficacités des sondes $|52{,}m = 1{,}3\rangle \rightarrow |51{,}m = 2\rangle$ est légèrement plus complexe, puisqu'elle nécessite la préparation de ces derniers. Puisque l'excitation laser est optimisée pour la préparation de $|52{,}m = 2\rangle$, nous optons pour une préparation *via* des impulsions microondes à partir de $|52{,}m = 2\rangle$: une première impulsion transfère la population de $|52{,}m = 2\rangle$ vers $|51{,}m = 2\rangle$ qui est le niveau que nous allons détecter pendant les séquences expérimentales. Ensuite, la sonde elle-même est appliquée, effectuant le transfert $|51{,}m = 2\rangle \rightarrow |52{,}m = 1{,}3\rangle$. On peut alors comparer les populations de $|51{,}m = 2\rangle$ avec et sans les sondes et leur rapport nous donne leur efficacité. Cette procédure est représentée sur la figure III.21a pour la mesure de $|52, m = 1\rangle$ et III.21c pour $|52, m = 3\rangle$.

Ainsi, nous avons des mesures indépendantes pour les efficacités η_1, η_2 et η_3 et les

populations normalisées de ces différents niveaux s'expriment finalement par

$$P_1 = \frac{\eta_2}{\eta_1}\frac{N_1 - N_{fond}}{N_{2,norme}} \tag{III.21}$$

$$P_2 = \frac{N_2 - N_{fond}}{N_{2,norme}} \tag{III.22}$$

$$P_3 = \frac{\eta_2}{\eta_3}\frac{N_3 - N_{fond}}{N_{2,norme}}, \tag{III.23}$$

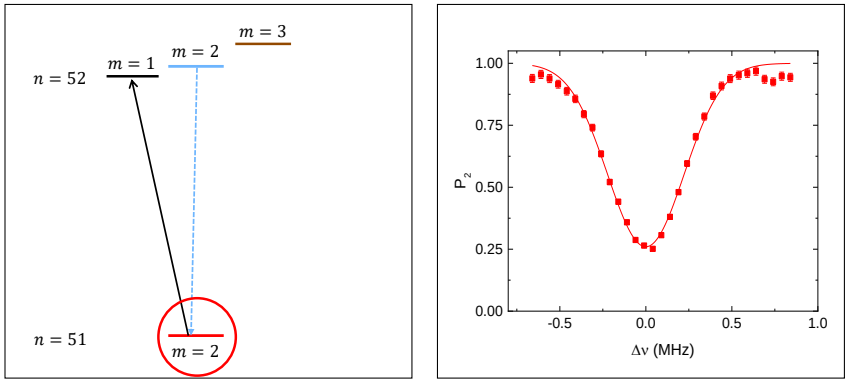
et les valeurs des η_i mesurées sont

η_1	0,74(1)
η_2	0,90(1)
η_3	0,91(1)

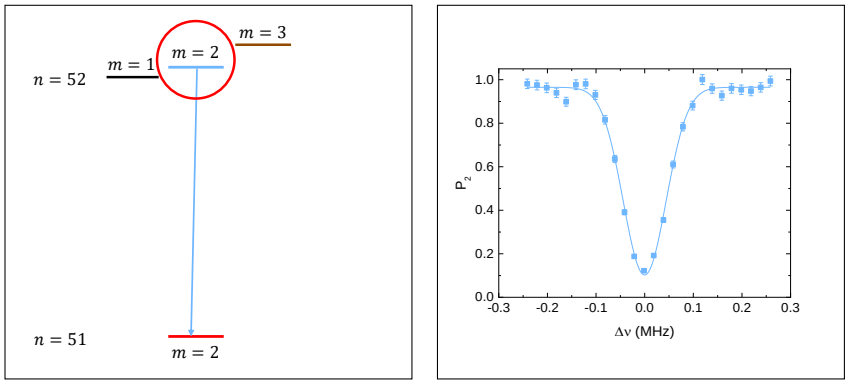
Toutefois, nous avons vu que les faibles temps de vie des niveaux de bas moment cinétique rendent leur détection plus ardue, un nombre non négligeable d'entre eux s'étant désexcités avant d'atteindre le détecteur. Une solution pour augmenter le nombre de comptes sur le détecteur et donc d'obtenir un bon rapport signal à bruit plus rapidement est de transférer la population de $|51,m = 2\rangle$ vers un niveau ayant un plus long temps de vie avant la fin de son temps de vol vers le détecteur. Pour cela, nous avons adapté le passage adiabatique effectué avec les cartes PCI décrit au paragraphe III.1 pour qu'il transfère la population de $|51,m = 2\rangle$ vers $|51C\rangle$ et c'est ce dernier qui est détecté en lieu et place de $|51,m = 2\rangle$ avec une bien meilleure efficacité. La figure III.20 résume la procédure de détection des niveaux de faible moment angulaire. Le (1) représente la sonde employée dont on connaît l'efficacité de transfert, en (2) l'application du champ radiofréquence effectuant le transfert vers $|51C\rangle$ et en (3) la détection de ce dernier par ionisation.

Remarque Il a été a remarqué après la prise de données que le champ électrique statique dérive sur des temps de l'ordre de quelques séquences expérimentales, résultant en une dérive de la fréquence centrale des sondes qui diminue leurs efficacités. Cette dérive a par la suite été caractérisée et une correction a été appliquée aux barres d'erreurs (excepté pour $|52,m = 2\rangle$ pour lequel l'efficacité de la sonde n'intervient pas). Pour cela, la variation de la fréquence centrale de la transition en fonction de la variation du champ électrique $\partial\nu/\partial F$ a été calculée pour chacune des transitions. Ensuite, nous avons estimé la dérive maximale de F et la variation du transfert des sondes en découlant. On en déduit finalement une barre d'erreur sur η_i/η_2, où $i = 1,3$.

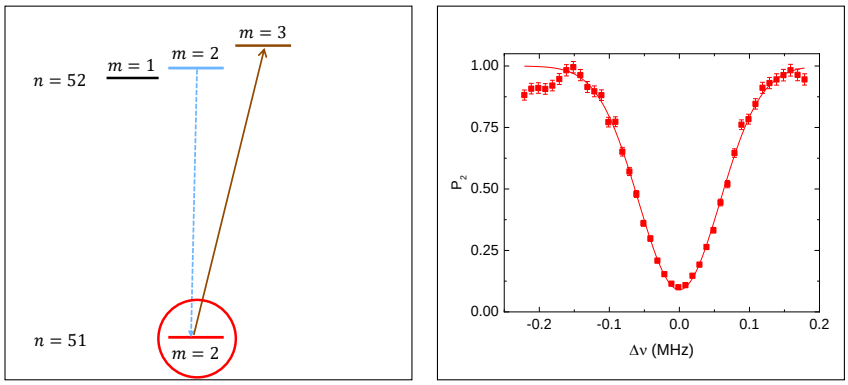
Par défaut, les barres d'erreurs des populations mesurées sont statistiques et lorsqu'une correction a dû être appliquée, cela sera précisé dans la légende du graphe correspondant. L'estimation de la déviation des fréquences centrales des sondes et la perte d'efficacité qui en résulte est décrite en annexe A. Toutefois, pour la dernière expérience de ce manuscrit, ce problème a été corrigé en changeant la manière de normaliser la population de $|52, m = 1\rangle$ (voir chapitre V).



(a)



(b)



(c)

Fig. III.21 *Calibration des sondes microondes. Colonne de gauche : transitions utilisées pour calibrer la sonde de chaque niveau. Les niveaux entourés de rouge correspondent aux niveaux détectés pour chaque calibration par passage adiabatique PCI. Colonne de droite : signaux spectroscopiques réalisés pour calibrer les sondes. Les points représentent le rapport entre le nombre d'atomes détecté dans le niveau d'arrivée après la sonde sur ce même nombre sans la sonde. Les trains pleins des ajustements gaussiens nous donnant l'efficacité de la sonde.* (a) *Sonde* $|52, m = 1\rangle \rightarrow |51, m = 2\rangle$. *On prépare* $|51, m = 2\rangle$ *en utilisant une première impulsion microonde (flèche en bleu et pointillés sur le schéma), puis on mesure la dépopulation de* $|51, m = 2\rangle$ *vers* $|52, m = 1\rangle$ *lorsque la microonde est appliquée.* (b) *Sonde* $|52, m = 2\rangle \rightarrow |51, m = 2\rangle$. $|52, m = 2\rangle$ *est préparé directement par l'excitation laser et sa dépopulations vers* $|51, m = 2\rangle$ *est directement mesurée en appliquant l'impulsion microonde de la sonde.* (c) *Sonde* $|52, m = 3\rangle \rightarrow |51, m = 2\rangle$. *On prépare* $|51, m = 2\rangle$ *en utilisant une première impulsion microonde (flèche en marron et pointillés sur le schéma), puis on mesure la dépopulation de* $|51, m = 2\rangle$ *vers* $|52, m = 3\rangle$ *lorsque la microonde est appliquée.*

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les principaux outils expérimentaux que nous utiliserons par la suite pour implémenter les impulsions issues de la théorie du contrôle quantique. Premièrement, nous avons vu comment contrôler et optimiser la polarisation du champ radiofréquence, afin que ce dernier ait une polarisation σ^+ la plus pure possible. Ensuite, nous avons décrit la mise en place d'un passage adiabatique dont nous avons maximisé l'efficacité et calibré le plus précisément possible cette dernière. Nous avons aussi détaillé la manière dont nous contrôlons l'amplitude du champ radiofréquence au sein de l'expérience, ce qui est nécessaire pour implémenter les impulsions que l'on souhaite. Enfin, nous avons vu comment normaliser et mesurer quantitativement les populations de différents niveaux impliqués dans les expériences réalisées dans les pages suivantes.

Chapitre IV

Préparation d'atomes de Rydberg circulaires

Les travaux décrits dans cette section ont été réalisés avec la collaboration de C. Koch et S. Patsch de l'université de Kassel. La partie théorique concernant l'optimisation de la préparation d'atomes circulaires a donné lieu à une publication [57] et a été mise en pratique puis étendue dans le cadre de cette thèse. La réalisation expérimentale des résultats de cet article a nécessité un certain nombre d'adaptations afin de se plier aux contraintes propres au dispositif, ainsi qu'un grand nombre d'interactions entre l'équipe de l'université de Kassel et la nôtre. Les résultats présentés dans ce manuscrit se concentrent donc sur ce qui a effectivement été réalisé dans le cadre de cette thèse. Le lecteur ou la lectrice intéressée par plus de détails concernant la partie théorique et l'optimisation peut se référer à [57], qui, bien que sensiblement différent, reste la base sur laquelle sont construites les expériences de ce manuscrit.

Dans ce chapitre, nous allons décrire la préparation d'atomes de Rydberg circulaires préparés grâce à la théorie du contrôle quantique optimal, permettant d'atteindre en une durée très courte une excellente efficacité de préparation. Nous atteignons en une centaine de nanosecondes une efficacité comparable à celle d'un passage adiabatique qui nécessite une durée dix fois plus longue.

IV.1 Présentation générale de la théorie du contrôle quantique

La théorie du contrôle quantique optimal correspond à un ensemble de méthodes permettant, pour un système quantique, de trouver la manière *optimale* d'atteindre un objectif donné [18]. Ici, l'objectif est la préparation d'atomes de Rydberg circulaires $|52C\rangle$ à partir de l'état $|52,m=2\rangle$ avec la meilleure fidélité possible en un minium de temps. Dans cette section, nous allons décrire la méthode employée par Patsch *et. al.* permettant de trouver une impulsion RF réaliste (par rapport aux contraintes expérimentales) qui transfère les atomes que l'on prépare dans $|52,m=2\rangle$ vers l'état circulaire correspondant.

La théorie du contrôle quantique se base sur le calcul de l'évolution temporelle du système, auquel on applique un jeu d'impulsions dépendantes du temps, avec un couplage

arbitraire au système. L'Hamiltonien total du système s'écrit alors

$$\hat{H}\left[\{\epsilon_k\}\right] = \hat{H}_0 - \sum_k \hat{\mu}_k \epsilon_k(t) \tag{IV.1}$$

où $\hat{H}_0$ correspond à l'Hamiltonien du système (dans notre cas, l'atome de Rydberg soumis à un champ électrique statique, défini à l'équation I.45). $\{\epsilon_k\}$ et $\{\hat{\mu}_k\}$ correspondent à un nombre arbitraire d'impulsions et de couplages. Dans le cas de notre expérience, les $\{\epsilon_k\}$ sont les amplitudes des quadratures du champ radiofréquence polarisé σ^+. Pour un jeu d'impulsions donné, il est aisé de calculer l'évolution du système et ainsi, à partir d'un état initial $|\Psi(t=0)\rangle$, de connaître l'état final $|\Psi(T)\rangle$.

Le but du contrôle quantique est de trouver un jeu d'impulsions $\{\epsilon_k\}$ permettant, à partir d'un état initial $|\Psi(t=0)\rangle$, d'atteindre un état cible $|\Psi_c\rangle$, sous un certains nombre de contraintes. Pour cela, on introduit une fonction-coût définie par [73]

$$J_T = 1 - \left|\langle\Psi(T)|\Psi_c\rangle\right|^2 \tag{IV.2}$$

ne dépendant que de l'état final du système après son évolution et donc des impulsions $\{\epsilon_k\}$. Maximiser le recouvrement entre l'état final $|\Psi(T)\rangle$ et l'état cible $|\Psi_c\rangle$, c'est à dire la fidélité, revient à minimiser la valeur de cette fonction-coût.

On peut aussi implémenter des contraintes, à la fois sur les impulsions (notées $g_a\left[\{\epsilon_k\}\right]$) et sur les états intermédiaires (notées $g_b\left[\{|\psi(t)\rangle\}\right]$). La fonction-coût peut donc se réécrire

$$J\left[\{|\psi\rangle\},\{\epsilon_k\}\right] = J_T\left[\{|\psi(T)\rangle\}\right] + \int_0^T \left(g_a\left[\{\epsilon_k\}\right] + g_b\left[\{|\psi(t)\rangle\}\right]\right) dt. \tag{IV.3}$$

La théorie du contrôle quantique fournit une grande variété de méthodes itératives afin de résoudre ce problème d'optimisation. Ces méthodes se divisent en deux catégories. Les premières se basent uniquement sur l'évaluation de la fonctionnelle J. En général aisées à implémenter, mais convergeant lentement, elles permettent une optimisation en boucle fermée : on peut fournir des données expérimentales en temps réel à l'algorithme qui tient compte de cette information pour ajuster les paramètres fournis à l'expérience [74]. Des exemples de cette première catégorie d'algorithmes sont le downhill simplex [75], CRAB [76], ou les algorithmes génétiques [77].

La seconde catégorie, dite à *descente de gradient* se base sur l'évaluation du gradient de la fonction-coût afin de trouver son minimum. Ces méthodes convergent en général beaucoup plus rapidement que les premières, mais l'évaluation du gradient est souvent non triviale. La méthode de Krotov [78] utilisée dans notre cas par le groupe de Christiane Koch [57] est une approche *séquentielle* et fonctionnant en boucle ouverte. L'adjectif séquentiel signifie ici que pour calculer une valeur d'une impulsion à un instant t, l'algorithme utilise les valeurs antérieures de cette même impulsion. L'optimisation en boucle ouverte veut dire que le calcul de l'optimum se fait indépendamment de mesures expérimentales : dès le départ, les contraintes dues aux limitations expérimentales doivent être suffisamment bien caractérisées et fournies comme entrées à l'algorithme, afin que ce dernier converge vers une solution réalisable compte tenu des imperfections du dispositif.

Une caractéristique particulière de la méthode de Krotov est qu'elle fait partie des algorithmes monotones [78], c'est-à-dire qu'à chaque itération la fonctionnelle décroît strictement :

$$J\left[\{|\psi\rangle\},\left\{\epsilon_k^{(i+1)}\right\}\right] < J\left[\{|\psi\rangle\},\left\{\epsilon_k^{(i)}\right\}\right] \tag{IV.4}$$

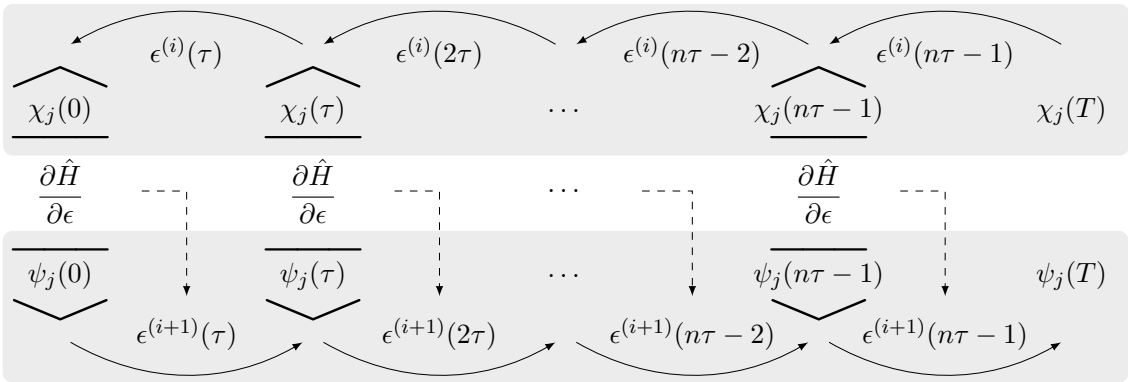


Fig. IV.1 *Schéma du processus d'optimisation de la méthode de Krotov. τ désigne le pas de temps utilisé et $T = n\tau$ est la durée totale de l'impulsion ϵ. La figure se lit en partant du coin en haut à droite, à partir du co-état $|\chi(T)\rangle$. La figure est adaptée de [74].*

où les exposants (i) et $(i+1)$ désignent les itérations correspondantes de l'algorithme.

Dans le cas du travail réalisé pour cette thèse, une seule impulsion radiofréquence est utilisée et les contraintes implémentées ne portent que sur cette dernière. On a donc

$$g_a\left[\epsilon\left(t\right)\right] = \frac{\lambda_a}{S\left(t\right)}\left(\epsilon\left(t\right) - \epsilon_{ref}\left(t\right)\right)^2 \tag{IV.5}$$

$$g_b\left[\{|\psi\left(t\right)\rangle\}\right] = 0 \tag{IV.6}$$

où $S\left(t\right)$ est une fonction comprise entre zéro et un permettant de s'assurer que $\epsilon(t)$ respecte les conditions aux limites que l'on souhaite comme par exemple sa durée et λ_a correspond à un poids à donner à la contrainte g_a. En général, ϵ_{ref} est défini comme l'impulsion obtenue lors de l'itération précédente de l'algorithme, g_a a donc pour effet de limiter la variation d'$\epsilon(t)$ à chaque itération. De plus, aucune contrainte sur les états intermédiaires n'est implémentée.

Le fonctionnement de l'algorithme, schématisé sur la figure IV.1 est le suivant : la première étape consiste en le choix d'une impulsion dite « d'essai » $\epsilon^{(0)}(t)$, que l'on applique à l'état initial $\left|\psi^{(0)}(0)\right\rangle$ pour obtenir $\left|\psi^{(0)}(T)\right\rangle$. De là, on calcule le « co-état » $\left|\chi^{(0)}(T)\right\rangle$ en évaluant le gradient de la fonctionnelle

$$\left|\chi^{(0)}(T)\right\rangle = -\left.\frac{\partial J_T}{\partial\left\langle\psi\right|}\right|_{\psi^{(0)}(T)}. \tag{IV.7}$$

Cet état, dont la fidélité est plus importante que celle de $\left|\psi^{(0)}(T)\right\rangle$, est ensuite rétro-propagé par $\epsilon^{(0)}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\chi^{(0)}(t)\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}^{\dagger(0)}\left|\chi^{(0)}\right\rangle, \tag{IV.8}$$

et l'on obtient $\left|\chi^{(0)}(0)\right\rangle$, qui correspond à un état duquel on aurait dû partir pour avoir une meilleure fidélité lorsque $\epsilon^{(0)}$ est appliquée. On cherche ensuite à modifier l'impulsion afin que la propagation de notre état initial $\left|\psi^{(0)}(0)\right\rangle$ soit le plus proche possible de celle

de $\left|\chi^{(0)}(0)\right\rangle$. En introduisant le pas de discrétisation du temps τ, tel que $T = n\tau$, on commence par évaluer $\epsilon^{(1)}(\tau)$ en utilisant l'équation

$$\epsilon^{(1)}[\tau] - \epsilon^{(0)}[\tau] = \frac{S(\tau)}{\lambda_a}\mathrm{Im}\left\{\left\langle \chi^{(0)}(0) \left| \frac{\partial \hat{H}[\epsilon]}{\partial \epsilon}\right|_{\epsilon^{(1)}} \right| \psi^{(1)}(0)\right\rangle\right\}, \tag{IV.9}$$

où $\left|\psi^{(1)}(0)\right\rangle = \left|\psi^{(0)}(0)\right\rangle$ est l'état initial de l'atome. On cherche ainsi à trouver la valeur de $\epsilon^{(1)}(\tau)$ qui va maximiser le recouvrement de la propagation de $\left|\psi^{(0)}(0)\right\rangle$ au premier pas de temps par $\epsilon^{(1)}$ et de $\left|\chi^{(0)}(0)\right\rangle$. Cette procédure est répétée pour chaque valeur du pas de temps τ. On peut donc plus généralement écrire, pour la première itération et pour $k = 0..N$ tel que $N\tau = T$:

$$\epsilon^{(1)}[(k+1)\tau] - \epsilon^{(0)}[(k+1)\tau] = \frac{S(k\tau)}{\lambda_a}\mathrm{Im}\left\{\left\langle \chi^{(0)}(k\tau) \left| \frac{\partial \hat{H}[\epsilon]}{\partial \epsilon}\right|_{\epsilon^{(1)}} \right| \psi^{(1)}(k\tau)\right\rangle\right\} \tag{IV.10}$$

où les $\left|\psi^{(1)}(k\tau)\right\rangle$ sont obtenus par la propagation de $\epsilon^{(1)}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\psi^{(1)}(t)\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}^{(1)}\left|\psi^{(1)}\right\rangle, \tag{IV.11}$$

et les $\left|\chi^{(0)}(k\tau)\right\rangle$ ont déjà été obtenus par rétro-propagation de $\epsilon^{(0)}$ à partir de $\left|\psi^{(0)}(T)\right\rangle$ en utilisant l'équation IV.8. Une fois que l'on a obtenu $\left|\psi^{(1)}(T)\right\rangle$, on passe à la seconde itération. Comme précédemment, on calcule $\left|\chi^{(1)}(k\tau)\right\rangle$ en évaluant le gradient de la fonctionnelle

$$\left|\chi^{(1)}(T)\right\rangle = -\left.\frac{\partial J_T}{\partial \langle\psi|}\right|_{\psi^{(1)}(T)}, \tag{IV.12}$$

que l'on rétroprogage et les étapes que l'on vient de décrire sont répétées.

Plus généralement, les équations gouvernant l'algorithme dont les suivantes :

$$\epsilon^{(i+1)}[(k+1)\tau] - \epsilon^{(i)}[(k+1)\tau] = \frac{S(k\tau)}{\lambda_a}\mathrm{Im}\left\{\left\langle \chi^{(i)}(k\tau) \left| \frac{\partial \hat{H}[\epsilon]}{\partial \epsilon}\right|_{\epsilon^{(i+1)}} \right| \psi^{(i+1)}(k\tau)\right\rangle\right\} \tag{IV.13}$$

est la formule permettant de calculer l'itération $i+1$ à l'instant $(k+1)\tau$ à partir de la valeur de $\epsilon^{(i)}[(k+1)\tau]$. $\left|\chi^{(i)}(k\tau)\right\rangle$ et $\left|\psi^{(i+1)}(k\tau)\right\rangle$ sont obtenus respectivement par la rétropropagation de $\epsilon^{(i)}$ et la propagation $\epsilon^{(i+1)}$ jusqu'à l'instant $k\tau$, tels que :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\chi^{(i)}(t)\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}^{\dagger(i)}\left|\chi^{(i)}\right\rangle \tag{IV.14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left|\psi^{(i+1)}(t)\right\rangle = -\frac{i}{\hbar}\hat{H}^{(i+1)}\left|\psi^{(i+1)}\right\rangle. \tag{IV.15}$$

La réduction de la fonctionnelle à chaque itération est assurée par le fait que l'on obtient à chaque itération un nouveau $\left|\chi^{(i)}(T)\right\rangle$ en évaluant son gradient :

$$\left|\chi^{(i)}(T)\right\rangle = -\left.\frac{\partial J_T}{\partial \langle\psi|}\right|_{\psi^{(i)}(T)}. \tag{IV.16}$$

impliquant que $\left|\chi^{(i)}(T)\right\rangle$ est toujours plus proche de l'état final souhaité que ne peut l'être $\left|\psi^{(i)}(T)\right\rangle$. En somme, l'algorithme cherche à chaque itération l'impulsion $\epsilon^{(i+1)}$ dont la propagation de l'état initial va « coller » le plus possible avec la rétro-propagation d'un état plus proche de l'état désiré que ne l'état celui obtenu par l'itération précédente. Le seuil de convergence de l'algorithme est fixé par $J = 10^{-2}$, puisque nous sommes limités expérimentalement par la précision avec laquelle nous mesurons les différentes populations.

IV.2 Préparation d'atomes de Rydberg circulaires

IV.2.1 Résultat de la méthode de Krotov

La procédure générale décrite à la section précédente a été appliquée à la préparation d'atomes circulaires par Patsch *et al.* [57]. Les travaux réalisés dans le cadre de cet article ont par la suite étés adaptés de manière plus adéquate à leur réalisation expérimentale, mais la méthode générale reste la même.

L'optimisation est effectuée sur une impulsion radiofréquence polarisée σ^+, que l'on définit à l'aide de ses deux quadratures $F_r(t)$ et $F_i(t)$:

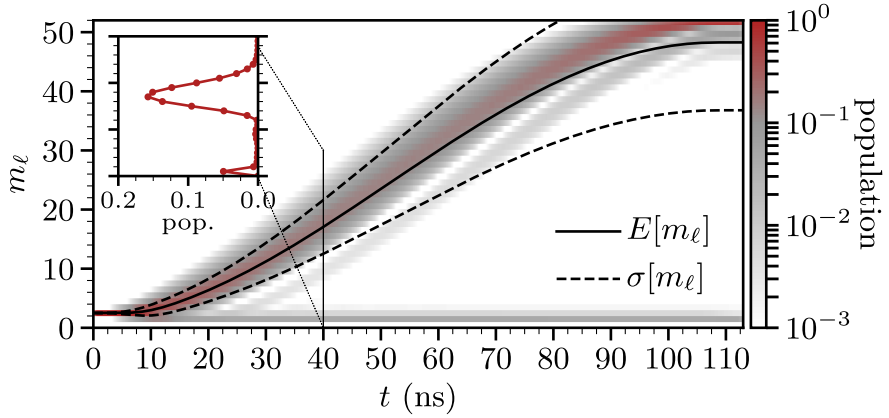
$$\mathbf{F}(t) = F_r(t)\left(\cos(\omega t)\mathbf{u}_x + \sin(\omega t)\mathbf{u}_y\right) + F_i(t)\left(-\sin(\omega t)u_x + \cos(\omega t)\mathbf{u}_y\right), \tag{IV.17}$$

avec $\omega/2\pi = 250\,\mathrm{MHz}$ la fréquence de la porteuse.

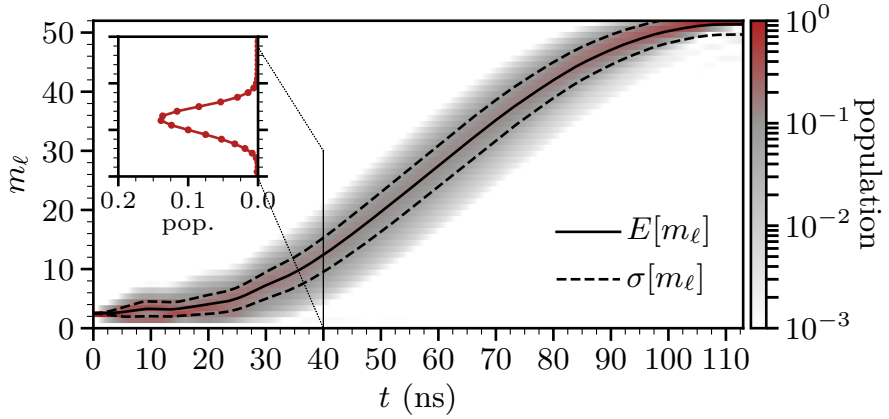
L'état initial considéré pour le processus d'optimisation est $|52, m = 2\rangle$ et la méthode de Krotov est appliquée en choisissant comme état cible $|52C\rangle$. L'essentiel de la dynamique se déroule dans la diagonale inférieure de la multiplicité de Rydberg, définie par $m_2 = j$. Afin de réduire le temps de calcul, l'optimisation a été effectuée en utilisant un espace de Hilbert restreint aux deux diagonales inférieures $m_2 = j$ et $m_2 = j - 1$. En effet, la seconde diagonale $m_2 = j - 1$ n'est que négligemment peuplée pendant l'évolution du système, il n'est pas nécessaire de prendre en compte l'intégralité de la multiplicité pour les calculs [57, 59].

L'impulsion d'essai $\epsilon^{(0)}$ choisie correspond à une impulsion radiofréquence polarisée σ^+ à la fréquence 250 MHz. Cette impulsion est d'amplitude constante avec des temps d'allumage et d'extinction d'une durée de 10 ns, matérialisés par une forme en sinus au carré. Sa durée totale est une donnée de l'optimisation : lorsque la durée choisie est trop courte, l'algorithme ne converge pas et la fonctionnelle J n'atteint pas le seuil fixé à 10^{-2}. Afin d'assurer une durée minimale pour l'impulsion finale obtenue, on effectue l'optimisation pour des durées croissantes, en ajustant l'amplitude de l'impulsion d'essai en conséquence pour effectuer une impulsion π. La durée la plus courte pour laquelle la convergence a été atteinte (c'est-à-dire pour laquelle la fidélité de l'état final atteint 99%) est de 113 ns, c'est donc la durée qui a été choisie pour l'impulsion. De plus, une contrainte sur la bande passante est introduite : le spectre de l'impulsion est restreint à une bande comprise entre 140 MHz et 360 MHz : le spectre de l'impulsion est tronqué à chaque itération par la fenêtre correspondante, dont les bords sont des sinus au carré de fréquence 20 MHz. Enfin, une contrainte limite aussi l'amplitude de l'impulsion à 2,5 V cm^{-1} afin de tenir compte de la puissance de RF disponible dans l'expérience.

La figure IV.2 représente les populations des niveaux au cours de la durée de l'impulsion d'essai (Fig. IV.2(a)) et au cours de l'impulsion optimale (Fig. IV.2(b)). À la fin de l'impulsion d'essai, la population de $|52C\rangle$ atteint 78,7 %, avec une population résiduelle de $|52, m = 1\rangle$ de 4,9 %. De plus les populations de l'état final se retrouvent distribuées sur un grand nombre de niveaux et l'on atteint finalement un nombre quantique magnétique moyen $m = 44.4$, au lieu de $m = 51$ pour un état circulaire. Après l'impulsion optimisée, la population de l'état circulaire atteint 99,0 %, comme attendu. L'essentiel des populations résiduelles se concentre dans des état de hauts moments cinétiques, notamment les niveaux $|52e_2\rangle$ et $|52e_3\rangle$, avec des populations respectives de 0,25 % et 0,24 %.



(a)



(b)

Fig. IV.2 *Populations des niveaux de la diagonale inférieurs de la multiplicité, triés par leur nombre quantique magnétique noté ici m_l au cours de l'évolution de l'atome sous l'effet de l'impulsion d'essai* (a) *et de l'impulsion optimisée* (b)*. Les populations sont représentées en échelle logarithmique. Les inserts correspondent à des coupes des populations à $t = 40$ ns, représentées en échelles linéaires. La ligne noire représente le nombre quantique magnétique moyen au cours de l'évolution et les lignes en pointillés l'écart-type correspondant. Figure réalisée par S. Patsch*

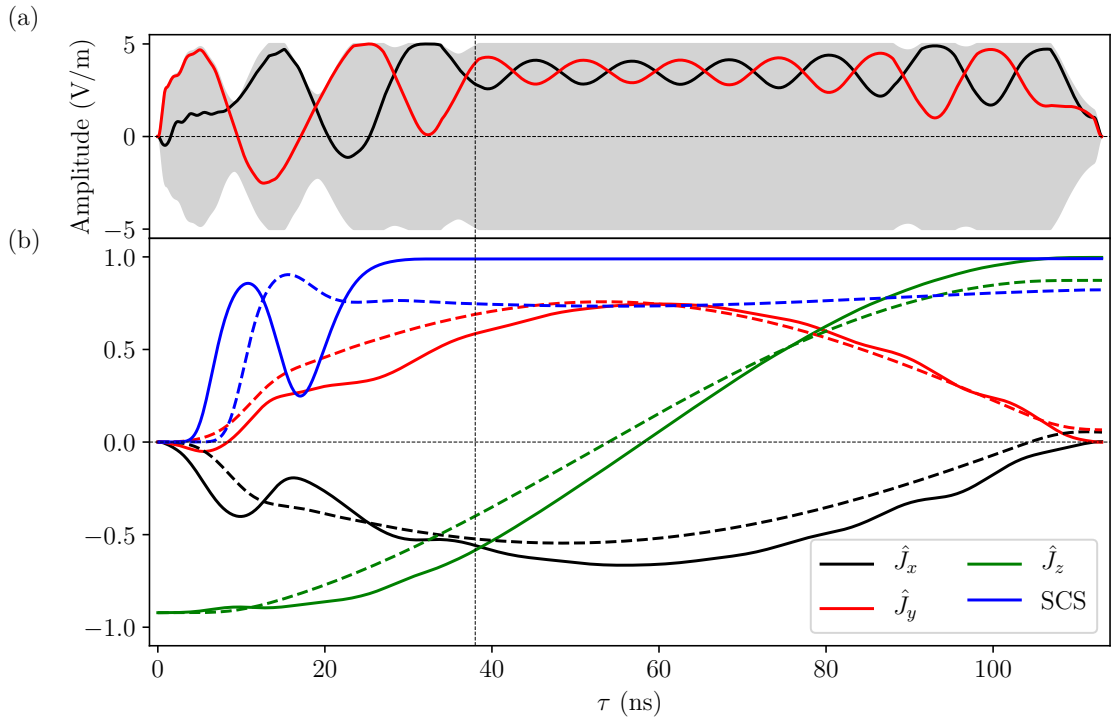


Fig. IV.3 *Impulsion radiofréquence obtenue* via *la méthode de Krotov et son effet calculé sur les atomes.* (a) *Lignes noires et rouges : amplitudes $F_r(t)$ et $F_i(t)$, avec l'enveloppe de l'impulsion en gris.* (b) *Comparaison de l'effet de l'impulsion obtenue par la théorie du contrôle optimal (en traits pleins) avec l'impulsion d'essai (pointillés). Respectivement en noir, rouge et vert, les valeurs moyennes des opérateurs $\hat{J}_{1,x}/J$, $\hat{J}_{1,y}/J$ et $\hat{J}_{1,z}/J$ de l'état de l'atome après après son évolution pendant une durée τ. En bleu, le recouvrement $|\langle\psi(\tau)|\theta,\phi\rangle|^2$, où $|\theta,\phi\rangle$ est l'état cohérent de spin calculé à partir des valeurs moyennes de $\hat{J}_x$, $\hat{J}_y$ et $\hat{J}_z$ de $|\psi(\tau)\rangle$.*

Les quadratures $F_r(t)$ et $F_i(t)$ de l'impulsion obtenue (définies à l'équation IV.17) sont représentées Fig. IV.3(a). L'impulsion optimisée se décompose en deux parties : la première, d'une durée de 40 ns, est fortement modulée en amplitude. Celle-ci permet de transférer l'état $|52,m=2\rangle$ en un état cohérent de spin, comme illustré à la figure IV.3(b). Ceci permet d'éviter qu'une part importante de la population ne se retrouve « coincée » dans l'état $|52,m=1\rangle$, comme c'est le cas lorsqu'une impulsion rectangulaire est employée. Le recouvrement de l'état de l'atome avec l'état cohérent de spin le plus proche atteint donc rapidement 99 %, alors qu'il se limite à 82 % à la fin de l'impulsion d'essai. La seconde partie de l'impulsion consiste donc en une simple rotation de cet état cohérent de spin vers l'état circulaire. Les oscillations des amplitudes des deux quadratures de l'impulsion lors de cette seconde partie ne sont que des artefacts provenant de la contrainte sur la bande passante implémentée dans l'algorithme.

Les résultats de l'optimisation par la méthode de Krotov montrent donc qu'il est

théoriquement possible de préparer des atomes circulaires en une durée très courte tout en gardant une grande fidélité, en respectant des contraintes expérimentales réalistes. Nous allons dans la suite détailler l'implémentation expérimentale de cette impulsion, ainsi que les ajustements ayant dû être effectués.

IV.2.2 Premiers essais de circularisation

Il est par la suite relativement aisé d'implémenter cette impulsion dans l'expérience. Les phases et amplitudes du champ délivré par les synthétiseurs H et N ont déjà été calibrées afin de générer deux champs de polarisation σ^+ en quadratures. Connaissant la conversion entre l'amplitude programmée sur le générateur de signaux arbitraires et celle du champ radiofréquence vu par les atomes, il ne reste qu'à inverser la relation III.18 pour trouver les valeurs $V_r(t)$ et $V_i(t)$ permettant de générer $F_r(t)$ et $F_i(t)$ au niveau des atomes. Par la suite, on va identifier les amplitudes $V_r(t)$ et $V_i(t)$ aux deux voies H et N, les deux notations pourront donc être utilisées indifféremment.

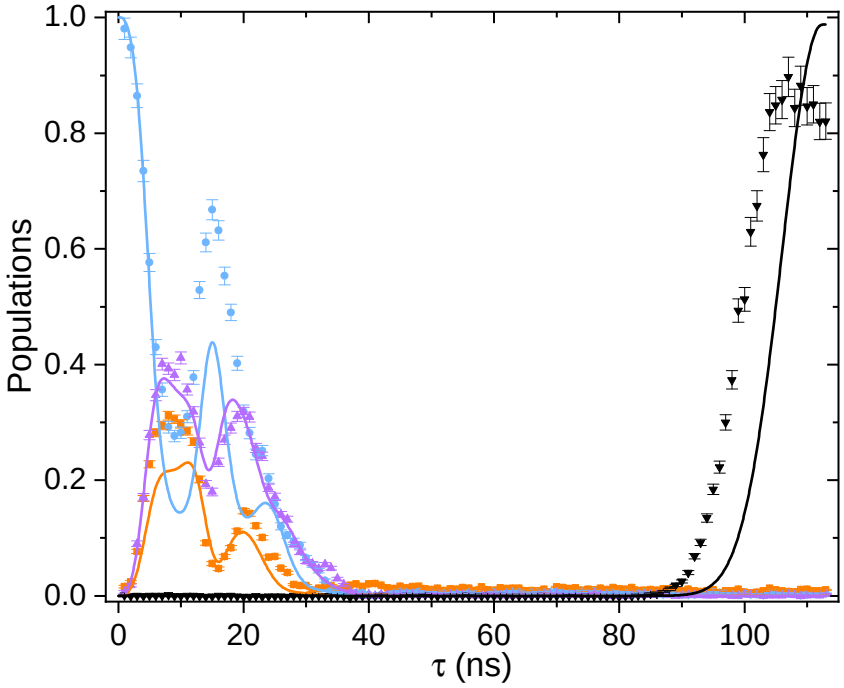


Fig. IV.4 *Évolution des populations des niveaux $|52, m = 1,2,3\rangle$ et $|52C\rangle$ (respectivement en orange, bleu, violet et noir) en fonction de la durée de l'impulsion radiofréquence optimisée appliquée sans corrections. Les points représentent les données expérimentales, les lignes pleines sont des simulations de l'effet de l'impulsion sur les atomes.*

L'impulsion optimisée est donc appliquée telle quelle sur un atome préparé dans $|52,m = 2\rangle$ lors d'un premier essai de circularisation. Dans le but de corriger une éventuelle imperfection de calibration du champ électrique, nous avons appliqué l'impulsion pour différents champs électriques. En effet, un éventuel désaccord entre la fréquence atomique et celle du champ RF modifie la phase de la rotation et fait ainsi « rater » le pôle

nord à l'état cohérent de spin. Il est cependant aisé de pallier à ce problème en faisant varier la valeur du champ électrostatique de l'expérience pour maximiser la population de $|52C\rangle$ à la fin de l'impulsion. Les populations des niveaux $|52, m = 1{,}2{,}3\rangle$ et $|52C\rangle$ au cours du temps est représenté sur la figure IV.4, à l'optimum du champ électrique. Bien que l'on observe un accord qualitatif avec les simulations, il est toutefois notable que les données expérimentales ne s'accordent pas parfaitement avec la théorie. Premièrement, l'amplitude de l'impulsion semble être trop élevée, puisque la population de $|52C\rangle$ augmente plus tôt que lors des simulations et n'atteint que la valeur de 0,88. En outre, les populations de $|52, m = 1\rangle$ et $|52, m = 2\rangle$ s'éloignent fortement de leur valeurs simulées aux alentour de 10 ns et l'on peut observer un pic de $|52, m = 2\rangle$ bien trop élevé, jusqu'à une population de 0,7. Ces différences entre les simulations et les observations expérimentales peuvent s'expliquer par une retranscription imparfaite de l'impulsion calculée au niveau des atomes. Afin de la retranscrire le plus fidèlement possible, il est nécessaire de mesurer la réponse en fréquence du circuit RF ainsi que celle du cryostat.

Il est tout de même notable qu'en dépit de ces imperfections du dispositif expérimental, l'état préparé est un état circulaire avec une fidélité de 88% celle du passage adiabatique de normalisation, contre $\approx 75\,\%$ pour une impulsion Rabi simple, ce qui montre que cette méthode de contrôle optimal est robuste aux imperfections expérimentales.

IV.2.3 Optimisation de la forme de l'impulsion

Afin d'obtenir une meilleure fidélité, il est nécessaire de modifier l'impulsion programmée pour compenser les différents problèmes évoqués ci-dessus. Pour cela, nous avons tout d'abord tenté de mesurer la réponse du circuit RF et du cryostat pour compenser son effet. Cependant, cette réponse est difficile à estimer puisque nous ne disposons pas de capteur qui permettrait de mesurer le champ créé directement au niveau des atomes. Plusieurs méthodes ont tout de même été essayées mais, pour différentes raisons techniques, aucune d'entre elles n'a apporté d'amélioration notable du transfert des atomes de $|52{,}m = 2\rangle$ vers $|52C\rangle$.

Il est tout de même possible d'augmenter la fidélité de l'état obtenu après l'impulsion en effectuant des optimisations empiriques sur les amplitudes de ses quadratures. Comme on l'a vu en IV.2.1, l'impulsion se découpe en deux phases jouant une rôle distinct dans la préparation de l'état $|52C\rangle$. On peut donc les optimiser séparément en veillant à ce que chacune d'entre elles remplisse sa fonction correctement.

Les premières quarante nanosecondes servent à préparer un état cohérent de spin, tandis que la seconde partie effectue la rotation classique vers le pôle nord de la sphère de Bloch. Il s'agit alors de s'assurer que les 40 premières nanosecondes de l'impulsion sont bien retranscrites dans l'expérience, c'est-à-dire préparer au mieux un état cohérent de spin à partir de $|52{,}m = 2\rangle$ et par la suite de choisir les paramètres adéquats de la rotation pour le transférer vers $|52C\rangle$.

Pour cela, un facteur multiplicatif λ est appliqué aux 40 premières nanosecondes des deux quadratures de l'impulsion, dans le but de compenser les imperfections de la calibration de l'amplitude du champ généré. Ensuite, puisque la seconde partie de l'impulsion n'effectue qu'une rotation d'un état cohérent de spin, on va la remplacer par un champ d'amplitude constante qui optimise la fidélité de la préparation d'atomes circulaires. On va induire ainsi une rotation définie par un vecteur $\mathbf{\Omega} = (\Omega_x, \Omega_y, 0)$ (contenu dans le plan

équatorial de la sphère de Bloch car le champ RF est résonnant) dont les composantes Ω_x et Ω_y sont proportionnelles aux deux quadratures $F_r(t)$ et $F_i(t)$. La procédure d'optimisation se déroule alors comme suit : pour une valeur donnée de λ, on fixe arbitrairement les valeurs de $F_r(t)$ et $F_i(t)$ pour $t > 40\,\text{ns}$ à des valeurs constantes, que l'on note F_r^c et F_i^c. Ensuite, les valeurs de F_r^c et F_i^c sont variées itérativement afin de maximiser le nombre d'atomes circulaires en fin d'impulsion. En d'autres termes, on ajuste les coordonnées du vecteur rotation $\mathbf{\Omega}$ pour « viser » correctement l'état circulaire à partir de l'état cohérent de spin préparé pendant les 40 premières nanosecondes de l'impulsion. Ainsi, à chaque valeur de λ correspond un couple (F_r^c,F_i^c) maximisant la préparation d'atomes circulaires. Or, en supposant que la seconde partie de l'impulsion réalise une rotation parfaite, la proportion d'atomes circulaires en fin d'impulsion donne une limite inférieure au recouvrement de l'état préparé au début de l'impulsion avec un état cohérent de spin parfait. Ainsi, la valeur de λ maximisant le nombre d'atomes circulaires préparés maximise aussi le recouvrement entre un état cohérent de spin et l'état de l'atome à la fin des 40 premières nanosecondes de l'impulsion. Cette optimisation est représentée à la figure IV.5.

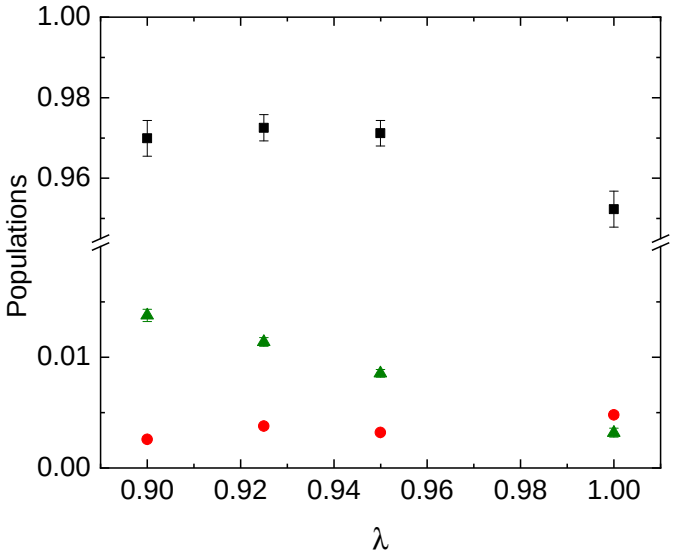


Fig. IV.5 *Populations des niveaux $|52C\rangle$ (noir), $|52e_1\rangle$ (rouge) et $|52e_2\rangle$ (vert) pour différents facteurs d'échelles λ. Á chaque valeur de λ correspond un couple $(F_r(t), F_i(t))$ constants pour $t > 40\,\text{ns}$ maximisant la population de l'état circulaire.*

Parmi les valeurs de λ préparant des atomes circulaires le plus efficacement (c'est-à-dire $0{,}90 \leq \lambda \leq 0.95$), nous avons choisi celle minimisant la somme des populations des niveaux $|52e_1\rangle$ et $|52e_2\rangle$, mesurés avec une plus grande précision, soit $\lambda = 0{,}95$. Les deux quadratures de l'impulsion finalement obtenues après cette optimisation sont représentées en rouge sur la figure IV.6, dans laquelle elles sont comparées à celles obtenues directement grâce à la méthode de Krotov (en noir).

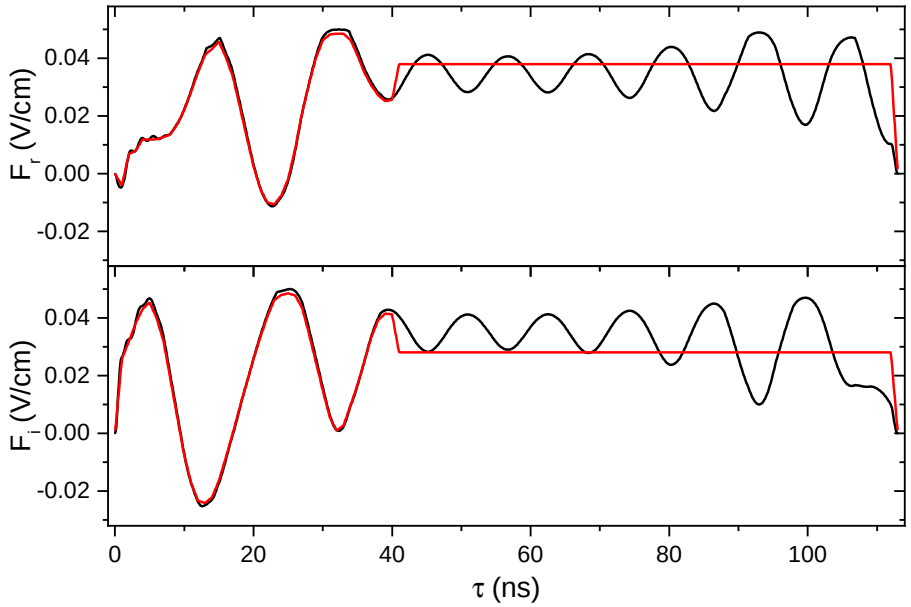


Fig. IV.6 *Comparaison des amplitudes des deux quadratures avant (noir) et après (rouge) optimisation. L'état cohérent est préparé à partir du* $|52, m = 2\rangle$ *en* 40 ns. *La rotation a lieu pendant le reste de la durée de l'impulsion, la hauteur des deux plateaux est ajustée pour maximiser le transfert vers l'état circulaire. Les quadratures* $F_r(t)$ *et* $F_i(t)$ *après optimisation sont inférées des valeurs de* $V_r(t)$ *et* $V_i(t)$ *grâce à la calibration vue au chapitre III. Le « lissage » de la première partie de l'impulsion optimisée par rapport à l'impulsion initiale est dû à l'échantillonnage à la nanoseconde introduit par l'AWG.*

IV.2.4 Mesure des populations de l'état préparé

L'optimisation de la phase de la rotation est sensible à la valeur du champ électrostatique vu par l'atome : en effet, compte tenu de la durée de l'impulsion (113 ns), un désaccord de quelques dizaines de kHz (quelques dizaines de mV/m, correspondant à la variation du champ électrique dans l'expérience sur une échelle de quelques jours) suffit à faire changer notablement la phase optimale. Les paramètres optimaux de la seconde partie de l'impulsion sont donc dépendants de la valeur du champ électrique, c'est pourquoi il est nécessaire d'ajuster finement la valeur de ce dernier dans l'expérience avant d'estimer la fidélité de l'état préparé.

Pour cela, on effectue une mesure des populations des niveaux $|m = 1{,}2{,}3\rangle$, $|52e_1\rangle$, $|52e_2\rangle$ et $|52C\rangle$ à la fin de l'impulsion optimisée en faisant varier la valeur du champ électrostatique sur une plage de $\sim 200\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, correspondant à $\delta\omega_{at} \sim 200\,\mathrm{kHz}$. Cette mesure, réalisée un grand nombre de fois pour plus de précision, est représentée à la figure IV.7.

À la fin de l'impulsion et pour le champ électrostatique optimal, la population des différents états de l'atome sont les suivantes :

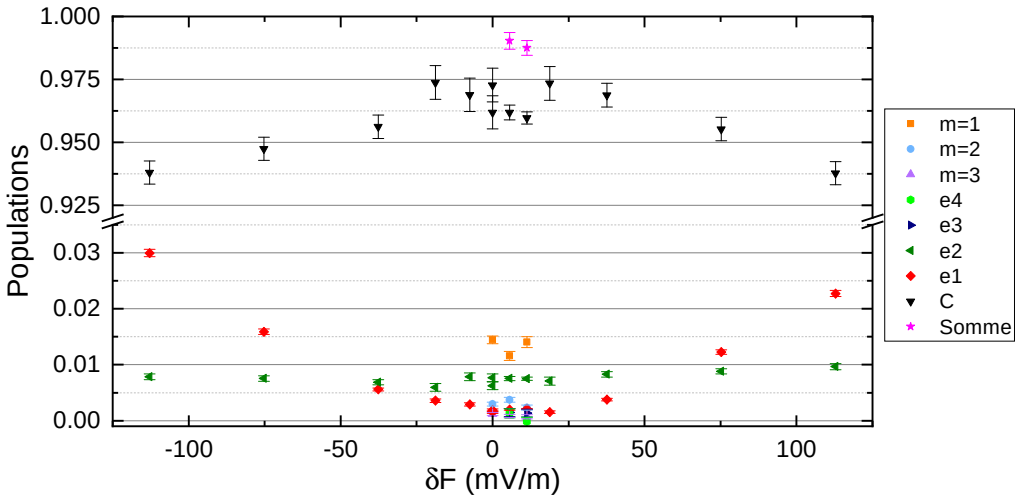


Fig. IV.7 *Populations des niveaux* $|52C\rangle$, $|52e_i\rangle$ *pour* $i = 1,2,3,4$, $|52, m = 1,2,3\rangle$ *après l'impulsion de circularisation pour différentes valeurs de champ électrique. Le* $\delta F = 0\,\mathrm{mV/m}$ *correspond à la valeur du champ programmée lors de l'optimisation de l'impulsion. La légende est indiquée sur le schéma. La population de* $|52e_4\rangle$ *apparaît négative pour* $\delta F = 11{,}28\,\mathrm{mV/m}$*, en raison de la méthode utilisée pour la mesurer : puisque l'on soustrait le fond (voir paragraphe III.5.1) au nombre d'atomes mesurés dans cet état, alors une valeur négative peut apparaître si la valeur de celui-ci est plus importante. Cela signifie que cet état, à la précision de la mesure près, n'est pas peuplé.*

P_c	96,2(3)%
P_{e_1}	0,20(1)%
P_{e_2}	0,74(4)%
P_{e_3}	0,15(7)%
P_{e_4}	0,13(8)%
$P_{m=1}$	1,16(8)%
$P_{m=2}$	0,37(4)%
$P_{m=3}$	0,08(3)%
Somme	99,1(3)%

Bien qu'inférieure à celle attendue théoriquement, la proportion d'atomes dans l'état circulaire est très importante, bien au delà de ce que l'on peut atteindre avec une simple impulsion Rabi, pour une durée comparable. De plus, la somme des populations mesurées indique que seulement 1 % de la population totale n'est pas mesurée, probablement répartie sur l'ensemble de l'échelle de niveaux.

Une fois la valeur de champ électrostatique optimale obtenue, on peut mesurer l'évolution des différentes populations au cours de la durée de l'impulsion. Cette mesure est représentée sur la figure IV.8. On peut ainsi constater le gain significatif par rapport à une impulsion carrée, dont l'efficacité est limitée ici à 79(1)%. On peut aussi noter un bon accord avec les simulations (en traits pleins sur le graphe) pour les populations de haut m, mais ce dernier reste limité pour les temps courts, c'est à dire pour les niveaux

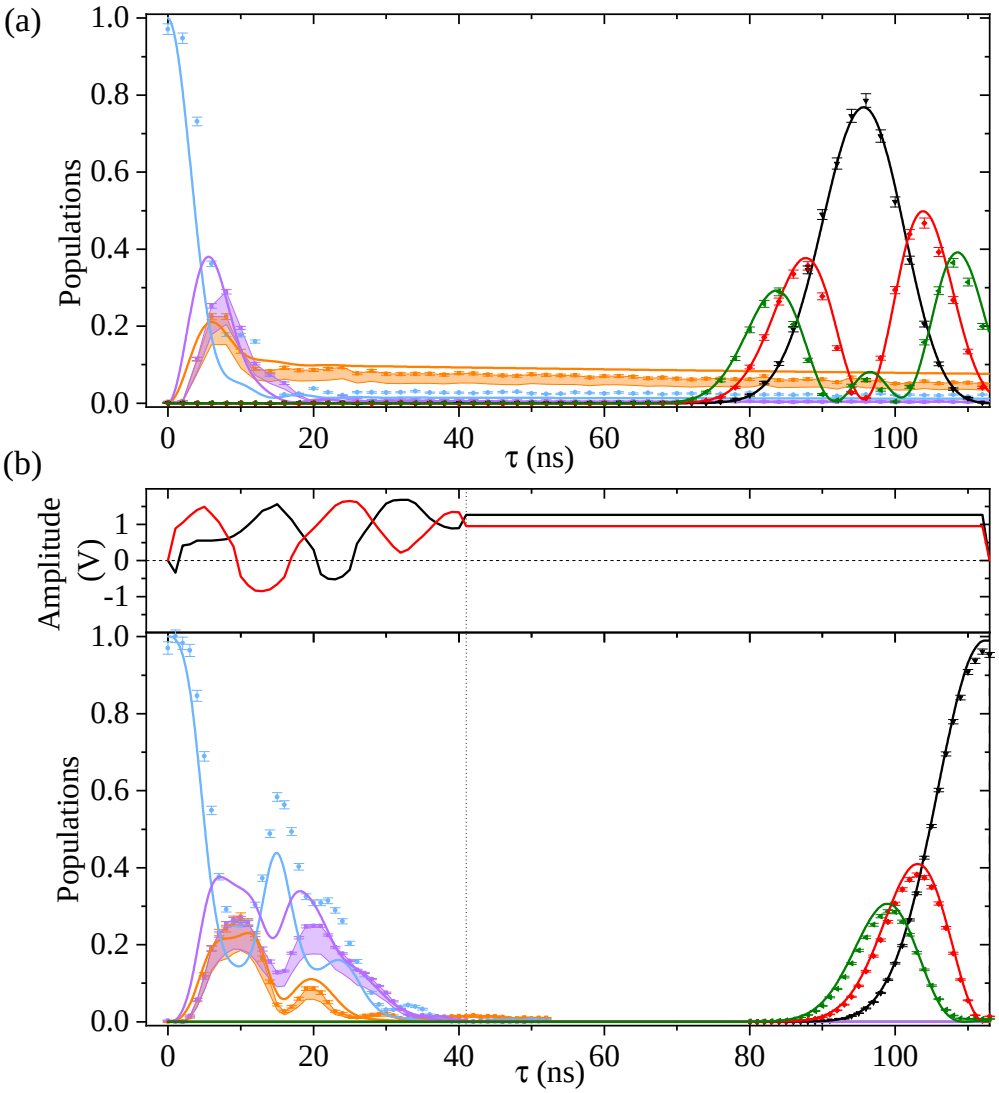


Fig. IV.8 *Évolution des populations des niveaux* $|52C\rangle$, $|52e_i\rangle$ *pour* $i = 1{,}2$, $|52, m = 1{,}2{,}3\rangle$ *au cours* (a) *d'une impulsion rectangulaire dont les amplitudes des quadratures valent* F_r^c *et* F_i^c *et* (b) *de l'impulsion optimisée. Le code couleur des différentes populations est le même qu'à la figure IV.7. Les traits pleins représentent des simulations de l'évolution de ces populations pour les impulsions utilisées. Les portions colorées sous les graphes représentent les barres d'erreurs corrigées des populations des niveaux* $m = 1$ *et* $m = 3$, *comme indiqué à la remarque de la section III.5.2. La courbe du haut de* (b) *représente les deux quadratures de l'impulsion programmée sur l'AWG.*

de faible m. Ce désaccord peut en partie s'expliquer par la manière dont est variée la durée de l'impulsion radiofréquence : pour chaque durée τ, nous appliquons aux atomes l'impulsion tronquée à cette durée (c'est-à-dire nulle pour $t > \tau$). Or, en raison de la réponse temporelle finie du cryostat et du circuit radiofréquence, le champ radiofréquence vu par les atomes met un certain temps à s'annuler. Lorsque l'atome est déjà dans un état cohérent, c'est à dire pour $\tau > 40\,\text{ns}$, cette durée d'extinction du champ n'implique qu'une rotation un peu plus importante de ce dernier. En revanche, son effet peut être beaucoup plus important pendant la première partie de l'impulsion.

IV.3 Cohérence de la préparation optimale

Si l'on veut pouvoir utiliser la préparation d'atomes circulaires décrite précédemment pour des applications utilisant des superpositions d'états, telles que l'électrométrie, alors il est nécessaire de s'assurer que l'impulsion obtenue précédemment préserve la cohérence de telles superpositions.

IV.3.1 Principe

La manière la plus immédiate de tester la cohérence de l'impulsion est d'appliquer cette dernière à une superposition d'état du type $|52, m = 2\rangle + |\psi_{aux}\rangle$, en utilisant un état $|\psi_{aux}\rangle$ non affecté par celle-ci. Si l'impulsion est cohérente, on devrait obtenir une superposition de la forme $|52C\rangle + e^{i\phi}\,|\psi_{aux}\rangle$, avec une phase ϕ bien définie. Cependant, il n'est pas évident de trouver un tel état $|\psi_{aux}\rangle$, puisque ce dernier doit être complètement insensible à l'application du champ RF et d'avoir un dipôle électrique similaire à $|52,m = 2\rangle$ afin de limiter l'effet du bruit électrique sur la superposition. Il est également nécessaire d'avoir une méthode de mesure de la phase ϕ.

En pratique, nous allons tester la cohérence en procédant en sens inverse : nous préparons initialement l'état $|52C\rangle$ à l'aide d'un passage adiabatique optimal, puis, en utilisant une impulsion microonde, la superposition $|52C\rangle + |50C\rangle$. Ici, $|50C\rangle$ joue le rôle d'état auxiliaire. La seconde étape est l'application de l'impulsion de circularisation renversée dans le temps (notée B, pour « backward ») à la superposition, réalisant

$$|52C\rangle + |50C\rangle \xrightarrow{\text{B}} |52, m = 2\rangle + |50C\rangle\,. \tag{IV.18}$$

Après une certaine durée τ, la superposition accumule une phase ϕ provenant la différence de polarisabilité de $|52, m = 2\rangle$ et $|52C\rangle$. On applique ensuite l'impulsion de circularisation (notée F, pour « forward ») :

$$|52, m = 2\rangle + e^{i\phi}\,|50C\rangle \xrightarrow{\text{F}} |52C\rangle + e^{i\phi}\,|50C\rangle\,. \tag{IV.19}$$

Enfin, on peut aisément vérifier la cohérence de cette superposition en referment l'interféromètre, c'est-à-dire en appliquant une seconde impulsion $\pi/2$ microonde de phase variable et en mesurant les populations de $|52C\rangle$ et $|50C\rangle$. La procédure est représentée à la figure IV.9. En l'absence de bruit de champ électrique, le contraste de ces franges de Ramsey nous donne directement la cohérence de la superposition [53].

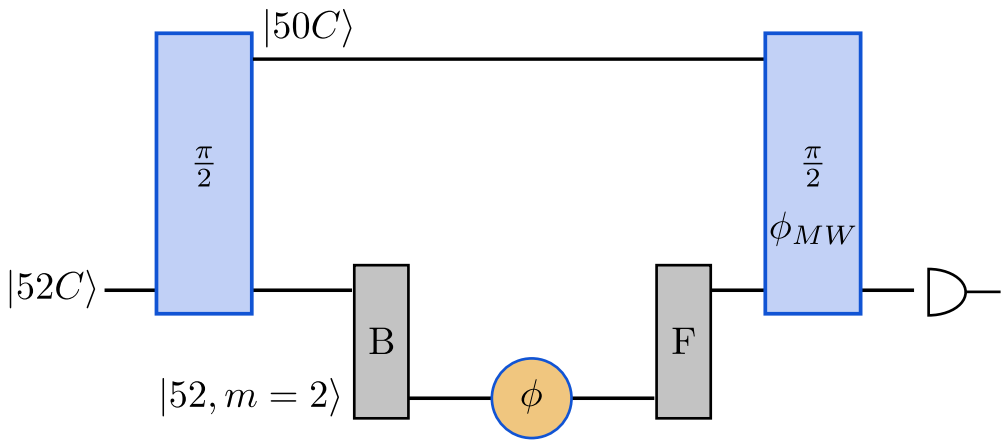


Fig. IV.9 *Schéma de la procédure de vérification de la cohérence de l'impulsion de circularisation. L'atome est initialement préparé en $|52C\rangle$, puis une impulsion $\pi/2$ microonde (en bleu sur le schéma) est appliquée afin de créer la superposition $|52C\rangle + |50C\rangle$. On applique ensuite séquentiellement les impulsions radiofréquences B et F (en gris). Entre les deux impulsions, l'atome est dans l'état $|52,m = 2\rangle + |50C\rangle$ et accumule une phase ϕ en raison de la différence de polarisabilité des deux membres de la superposition. Enfin, une dernière impulsion $\pi/2$ microonde de phase est appliquée et l'on peut observer des franges d'interférences en mesurant la population de $|52C\rangle$ pour différentes valeurs de cette phase. En l'absence de bruit de champ électrique, le contraste des franges obtenues correspond directement à la cohérence de la superposition.*

IV.3.2 Cas du niveau $|50C\rangle$

Dans la séquence d'interférométrie Ramsey décrite dans le paragraphe précédent, on a considéré que l'état $|50C\rangle$ n'est pas affecté par les impulsions radiofréquences B et F et qu'il servait donc de référence de phase. Or, la multiplicité $n = 50$ n'est désaccordée de la radiofréquence que de $\approx 10\,\mathrm{MHz}$, ce qui est du même ordre que la fréquence de Rabi associée à l'impulsion RF. Ainsi, $|50C\rangle$ va donc ressentir de manière non négligeable les effets de la RF. Une solution peut être d'apporter des modifications aux impulsions de manière à supprimer l'effet de ces dernières sur $|50C\rangle$, tout en maintenant leur efficacité dans la multiplicité $n = 52$.

a) Explication qualitative de la démarche

La méthode choisie pour annuler l'effet des impulsions sur $|50C\rangle$ s'inspire directement de la celle de Facon *et. al.* dans [53]. L'idée est de modifier l'impulsion de telle sorte que son action sur l'état $|50C\rangle$ soit telle que ce dernier revienne sur lui même, tandis que son effet sur $|52,m = 2\rangle$ reste inchangé. Pour cela, nous tirons profit de la description du couplage atome-champ en tant que grand moment cinétique et de la différence de désaccord entre les deux multiplicités. La méthode est décrite schématiquement sur la figure IV.10 et un peu plus en détails ci-après.

En effet, puisque le champ radiofréquence a une polarisation σ^+, on peut décrire

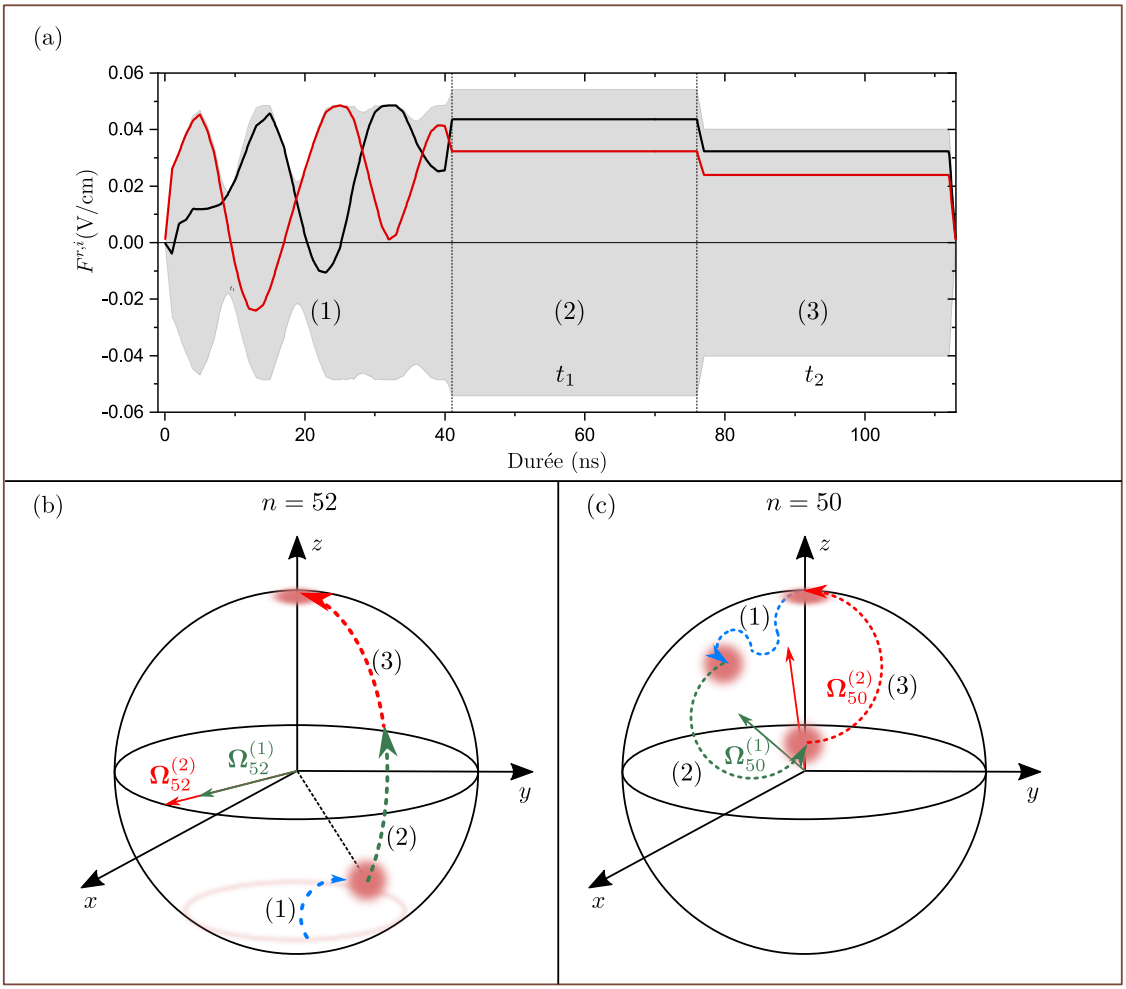


Fig. IV.10 *Représentation schématique de la méthode utilisée pour que* $|50C\rangle$ *serve d'état de référence.* (a) *Représente l'impulsion optimisée, et* (b) *et* (c) *son action sur* $|52,m = 2\rangle$ *et* $|50C\rangle$ *sur des sphères de Bloch généralisées. La seconde partie de l'impulsion est couplée en impulsions de même phases, mais d'amplitudes différentes, représentée en* (a)*. Puisque la phase de ces rotations est conservée, l'effet de l'impulsion dans la multiplicité* $n = 52$ *est inchangé. (voir* (b)*). En revanche, en raison d'un désaccord important dans la multiplicité* $n = 50$*, ces deux rotations sont effectuées autour de deux axes distincts (voir* (c)*). Les 40 premières nanosecondes vont transférer* $|50C\rangle$ *dans un état cohérent inconnu que l'on peut ramener au pôle nord en ajustant les durées et amplitudes de ces deux rotations tout en respectant les conditions IV.26 et IV.27 pour ne pas modifier l'effet sur le* $|52,m = 2\rangle$*.*

l'atome de Rydberg en terme de deux moments cinétiques $\mathbf{J_{52}}$ et $\mathbf{J_{50}}$, représentant respectivement les échelles de niveaux $m_2 = 51/2$ et $m_2 = 49/2$ des multiplicités $n = 52$ et $n = 50$. Dans la multiplicité $n = 50$, le champ radiofréquence n'étant pas résonnant, les niveaux impliqués vont tous être hydrogénoïdes et l'effet de la RF peut être simplement décrit par une rotation complexe de $\mathbf{J_{50}}$ proche du pôle nord de la sphère de Bloch associée. Pendant la première partie de l'impulsion F, dont les amplitudes des quadratures varient constamment, $\mathbf{J_{50}}$ effectue une rotation autour d'un vecteur $\mathbf{\Omega}_{50}(t)$ dépendant du temps défini par

$$\mathbf{\Omega}_{50}(t) = \begin{pmatrix} \Omega_{50}^{r}(t) \\ \Omega_{50}^{i}(t) \\ \delta_{50} \end{pmatrix} \tag{IV.20}$$

où les $\Omega_{50}^{r,i}(t)$ sont les pulsations de Rabi pour $\mathbf{J}_{50}$ associées aux quadratures $F_{r,i}(t)$ de l'impulsion et δ_{50} est le désaccord entre le champ radiofréquence et la multiplicité $n = 50$. Pendant la seconde partie, la rotation s'effectue autour d'un vecteur

$$\mathbf{\Omega}_{50} = \begin{pmatrix} \Omega_{50}^{r} \\ \Omega_{50}^{i} \\ \delta_{50} \end{pmatrix} \tag{IV.21}$$

dont les coordonnées ne dépendent plus du temps car les deux quadratures $F_{r,i}(t)$ ont une amplitude constante.

Il est important de remarquer que pendant cette seconde partie, il est possible de modifier la trajectoire de $\mathbf{J_{50}}$ sans altérer celle de $\mathbf{J_{52}}$. Soit $\hat{R}_{\Theta,\Phi}^{(52)}$ la rotation induite par l'impulsion pour $t > 40\,\text{ns}$, définie par

$$\Theta = \sqrt{(\Omega_{52}^{r})^2 + (\Omega_{52}^{i})^2} \cdot t_0 \tag{IV.22}$$

$$\Phi = \arctan\left(\frac{\Omega_{52}^{i}}{\Omega_{52}^{r}}\right) \tag{IV.23}$$

où les $\Omega_{52}^{r,i}$ sont les pulsations de Rabi associées aux quadratures $F_{r,i}$ de l'impulsion pour la multiplicité $n = 52$ et $t_0 = 73\,\text{ns}$ la durée de la seconde partie de l'impulsion. $\hat{R}_{\Theta,\Phi}^{(52)}$ peut se décomposer en deux rotations $\hat{R}_{\Theta_1,\Phi_1}^{(52)}$ et $\hat{R}_{\Theta_2,\Phi_2}^{(52)}$ sans altérer l'état final à condition que

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 \tag{IV.24}$$

$$\Phi = \Phi_1 = \Phi_2. \tag{IV.25}$$

Pour effectuer cette décomposition, il est alors nécessaire de modifier la seconde partie de l'impulsion en remplaçant le plateau défini par $F_{r,i}$ après les 40 premières nanosecondes par deux plateaux de durées respectives t_1 et t_2, de même phase et d'amplitudes différentes notées $F_{r,i}^{(1)}$ et $F_{r,i}^{(2)}$ de manière à ce que (voir Fig. IV.10)

$$\sqrt{(\Omega_{52}^{r})^2 + (\Omega_{52}^{i})^2} \cdot t_0 = \sqrt{(\Omega_{52}^{r,(1)})^2 + (\Omega_{52}^{i,(1)})^2} \cdot t_1 + \sqrt{(\Omega_{52}^{r,(2)})^2 + (\Omega_{52}^{i,(2)})^2} \cdot t_2 \tag{IV.26}$$

$$\frac{\Omega_{52}^{i}}{\Omega_{52}^{r}} = \frac{\Omega_{52}^{i,(1)}}{\Omega_{52}^{r,(1)}} = \frac{\Omega_{52}^{i,(2)}}{\Omega_{52}^{r,(2)}}. \tag{IV.27}$$

Une fois cette décomposition effectuée, la trajectoire de $\mathbf{J_{50}}$ sur sa sphère de Bloch est quant-à-elle modifiée, puisque les rotations $\hat{R}^{(50)}_{\Theta_1,\Phi_1}$ et $\hat{R}^{(50)}_{\Theta_2,\Phi_2}$ se font respectivement autour des vecteurs directeurs

$$\mathbf{\Omega}^{(1)}_{50} = \begin{pmatrix} \Omega^{r,(1)}_{50} \\ \Omega^{i,(1)}_{50} \\ \delta_{50} \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{\Omega}^{(2)}_{50} = \begin{pmatrix} \Omega^{r,(2)}_{50} \\ \Omega^{i,(2)}_{50} \\ \delta_{50} \end{pmatrix} \tag{IV.28}$$

et l'on a donc $\hat{R}^{(50)}_{\Theta,\Phi}\,|50C\rangle \neq \hat{R}^{(50)}_{\Theta_2,\Phi_2}\hat{R}^{(50)}_{\Theta_1,\Phi_1}\,|50C\rangle$.

Il existe une infinité de possibilités pour le choix des paramètres de cette décomposition, dans la limite des contraintes expérimentales. Cependant, il est possible d'en trouver une telle que l'on ait

$$|50C\rangle \xrightarrow{\text{F}} |50C\rangle \tag{IV.29}$$

à une phase globale près. Ce sont ces paramètres que nous allons chercher à déterminer empiriquement, en suivant un procédé décrit dans la section suivante.

b) Optimisation empirique des impulsions F et B en deux plateaux

Premièrement, nous commençons par effectuer l'optimisation de l'impulsion de circularisation (F). Nous disposons à priori de 6 paramètres à optimimser : les amplitudes $F^{(1)}_{r,i}$ et $F^{(2)}_{r,i}$ et durées t_1 et t_2 des deux plateaux de l'impulsion. Or, les deux conditions IV.26 et IV.27 donnent des relations liant les fréquences de Rabi des deux quadratures de l'impulsion initiale et celles des deux plateaux de l'impulsion modifiée. Puisque que sommes dans le cas d'un couplage dipolaire, le champ radiofréquence est proportionnel à la fréquence de Rabi et l'on peut traduire ces deux conditions en

$$\sqrt{(F_r)^2 + (F_i)^2} \cdot t_0 = \sqrt{(F^{(1)}_r)^2 + (F^{(1)}_i)^2} \cdot t_1 + \sqrt{(F^{(2)}_r)^2 + (F^{(2)}_i)^2} \cdot t_2 \tag{IV.30}$$

$$\frac{F_i}{F_r} = \frac{F^{(1)}_i}{F^{(1)}_r} = \frac{F^{(2)}_i}{F^{(2)}_r}. \tag{IV.31}$$

De plus, la durée totale de l'impulsion doit rester inchangée, c'est-à-dire :

$$t_0 = t_1 + t_2. \tag{IV.32}$$

Ainsi, il ne reste plus que deux paramètres libres pour réaliser l'optimisation, tous les autres étant liés par les trois conditions ci-dessus. Nous avons donc choisi arbitrairement de faire varier t_1 et $F^{(1)}_r$, en modifiant les autres paramètres selon :

$$F^{(1)}_i = F^{(1)}_r \frac{F_i}{F_r} \tag{IV.33}$$

$$F^{(2)}_r = \frac{F_r t_0 - F^{(1)}_r t_1}{t_0 - t_1} \tag{IV.34}$$

$$F^{(2)}_i = F^{(2)}_r \frac{F_i}{F_r}. \tag{IV.35}$$

Il est à noter que les relations précédentes concernent les amplitudes du champ et non celles programmées sur l'AWG. il est donc nécessaire de faire la conversion présentée en III.4 à chaque itération du processus d'optimisation.

Ce procédé est très simple. Nous choisissons un jeu de valeurs de t_1 comprises entre 25 et 55 ns, desquelles on déduit à chaque fois une valeur de t_2 puisque la durée de l'impulsion doit rester constante. Ensuite, des atomes son préparés alternativement en $|52, m = 2\rangle$ et en $|50C\rangle$ (à l'aide d'un passage adiabatique et d'une impulsion microonde résonnante sur la transition $|52C\rangle \rightarrow |50C\rangle$). Nous appliquons alors l'impulsion modifiée en faisant varier la valeur de $F_r^{(1)}$, $F_r^{(2)}$, $F_i^{(1)}$ et $F_i^{(2)}$ en respectant les conditions IV.33, IV.34 et IV.35. Nous mesurons les populations des niveaux circulaire et elliptiques usuels dans la multiplicité $n = 52$, afin de s'assurer que les conditions soient respectées, ainsi que la population de $|50C\rangle$, afin d'estimer les paramètres optimaux pour la nouvelle impulsion. De telles mesures sont représentées à la figure IV.11(a) pour $t_1 = 35$ ns et IV.11(b) pour $t_1 = 40$ ns, tracées en fonction de $V_r^{(1)}$.

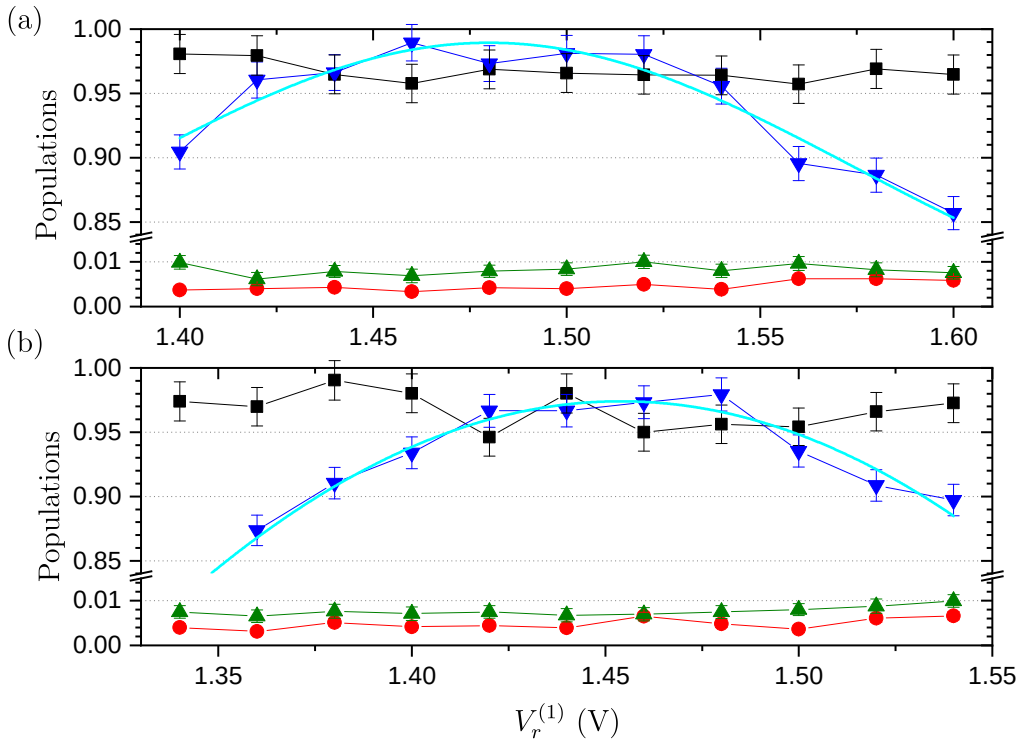


Fig. IV.11 *Populations des niveaux $|52C\rangle$ (noir), $|52e_1\rangle$ (rouge), $|52e_2\rangle$ (vert) et $|50C\rangle$ (bleu), en fonction de $V_r^{(1)}$, amplitude programmée sur l'AWG correspondant à $F_r^{(1)}$. Les populations $|52C\rangle$ et $|52e_i\rangle$ sont mesurées après avoir appliqué l'impulsion modifiée à $|52,m = 2\rangle$ et celle de $|50C\rangle$ après avoir appliqué l'impulsion à un atome dans ce même état. La ligne pleine cyan correspond à un ajustement permettant de mesurer le maximum de population dans $|50C\rangle$.* (a) $t_1 = 35$ ns, (b) $t_1 = 40$ ns.

Une fois ces données prises pour suffisamment de valeurs de t_1, les valeurs optimales

de $V_r^{(1)}$ correspondantes son relevées et l'on peut ensuite tracer la population maximale de $|50C\rangle$ obtenue en fonction de t_1 (Fig. IV.12). Un ajustement nous permet finalement de déterminer le jeu $(t_1, F_r^{(1)})$ optimal. Nous choisissons alors $t_1 = 36$ ns et $F^{(1)}$ =44 mV cm^{-1}. Ainsi, la population de $|50C\rangle$ mesurée après l'application de l'impulsion modifiée est de 97,7 %.

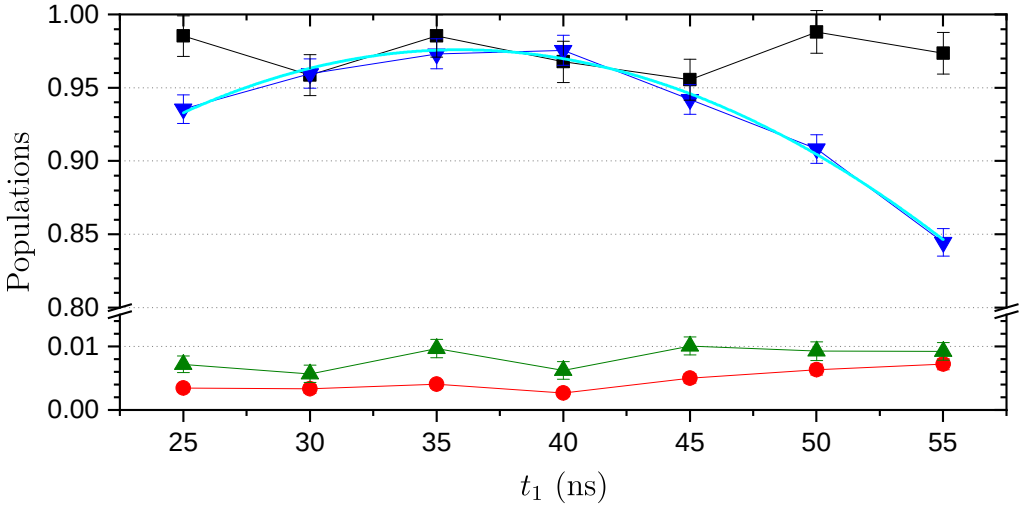


Fig. IV.12 *Populations des niveaux $|52C\rangle$ (noir), $|52e_1\rangle$ (rouge), $|52e_2\rangle$ (vert) et $|50C\rangle$ (bleu), en fonction de t_1, amplitude programmée sur l'AWG correspondant à $F_r^{(1)}$. Les populations tracées correspondent aux maxima obtenus lors de l'étape précédente de l'optimisation. La ligne pleine cyan correspond à un ajustement permettant de mesurer le maximum de population dans $|50C\rangle$.*

Il reste ensuite à effectuer la même optimisation pour l'impulsion B, transférant des atomes de $|52C\rangle$ vers $|52, m = 2\rangle$. La méthode d'optimisation est très similaire à celle utilisée pour F : les atomes sont alternativement préparés dans les états $|52C\rangle$ et $|50C\rangle$ et l'on va mesurer, après avoir appliqué B, les populations respectivement de $|52, m = 2\rangle$ et $|50C\rangle$, tout en faisant varier les paramètres de l'impulsion de la même manière qu'au paragraphe précédent. Cette procédure est illustrée à la figure IV.13. Finalement, on retient pour B $t_1 = 18$ ns et $F_r^{(1)} = 45$ mV cm^{-1}.

Il est à noter que l'efficacité de l'impulsion B n'est que de 90 % environ. Cette différence notable d'efficacité entre les impulsion F et B peut s'expliquer de la manière suivante : en raison de la réponse du cryostat et du circuit RF, la forme de l'impulsion vue par les atomes est différente de celle que l'on programme sur l'AWG. Or, ces modifications peuvent intervenir avec un certain retard sur l'impulsion (par exemple, dans le cas de réflexions à l'intérieur du cryostat). Dans ce cas, lors de l'optimisation de la rotation lors de la deuxième partie de F, ces perturbations vont être corrigées automatiquement. Ce n'est par contre pas le cas lors de l'optimisation de B, puisque la partie de l'impulsion la plus tardive correspond à celle la plus complexe et sur laquelle nous n'avons que peu de possibilités d'optimisation. Le rôle de cette partie étant de de transformer un état cohérent de spin en $|52,m = 2\rangle$, elle est la plus cruciale et c'est pourquoi on constate une perte d'efficacité. Ceci peut aussi expliquer le fait que l'on doive réoptimiser l'impulsion

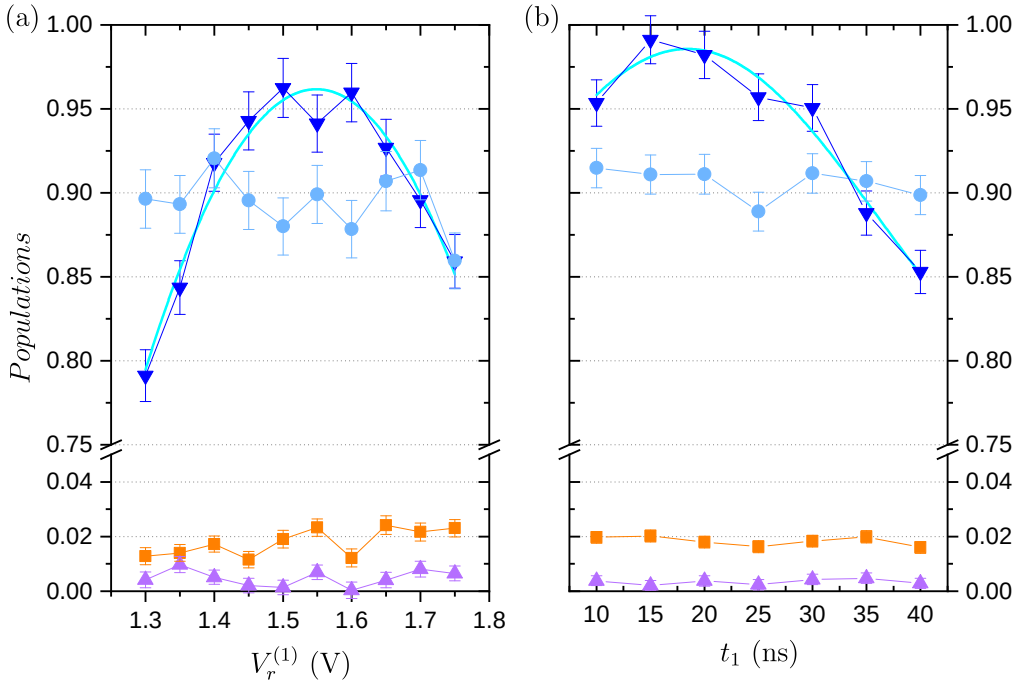


Fig. IV.13 *Populations des niveaux* $|50C\rangle$ *(bleu marine),* $|52, m = 1\rangle$ *(orange),* $|52, m = 2\rangle$ *(bleu clair) et* $|52, m = 3\rangle$ *(violet), après application de B.* (a) *En fonction de* $V_r^{(1)}$ *pour* $t_1 = 18\,\text{ns}$. (b) *Maxima des courbes obtenues en scannant la valeur de* $V_r^{(1)}$ *en fonction de* t_1. *Les lignes pleines cyan correspondent à des ajustements permettant de mesurer le maximum de population dans* $|50C\rangle$.

B et qu'un simple « renversement dans le temps » de F n'est pas suffisant.

IV.3.3 Mesure de la cohérence

Une fois l'optimisation des impulsions F et B effectuées, il est alors possible de mesurer la cohérence de celles-ci en mettant en œuvre la méthodes décrite au paragraphe IV.3.1.

a) Réalisation de franges d'interférences et phases des impulsions

Comme on l'a vu, l'efficacité des impulsions B et F est limitée. Ainsi, lorsque l'on applique l'impulsion B à $|52C\rangle$, l'état préparé n'est pas strictement $|52, m = 2\rangle$, et ne possède donc pas nécessairement de symétrie de révolution autour de l'axe de quantification comme l'auraient $|52, m = 2\rangle$ et $|52C\rangle$. En d'autres termes, au lieu de préparer $|52, m = 2\rangle$ à partir de $|52C\rangle$, on prépare une combinaison linéaire de plusieurs niveaux qui évoluent selon leur fréquences Stark respectives. C'est pourquoi l'effet de F sur un atome circulaire auquel on a appliqué B va dépendre de la phase relative entre les deux impulsions. Le désaccord entre la radiofréquence et les transitions entre niveaux de faible nombre quantique magnétique a pour effet de faire « tourner » l'état de l'atome dans le référentiel tournant à la fréquence du champ RF. Ainsi, la phase relative adéquate entre F et B dépend aussi du délai choisi entre les deux impulsions. Le choix de cette phase

relative et du délai entre les impulsions est décrit en annexe XXX.

Le premières franges d'interférences sont réalisées pour un délai court de 10 ns entre les deux impulsions, en suivant le protocole de la section IV.3.1. Un atome est préparé en $|52C\rangle$, puis une première impulsion $\pi/2$ microonde est appliqué sur la transition $|52C\rangle - |50C\rangle$. La paire d'impulsions B et F optimisées séparées par un délai de 10 ns est ensuite appliquée. Enfin, l'interféromètre est refermé à l'aide d'une deuxième impulsion $\pi/2$ microonde de phase variable. La population de $|52C\rangle$ est finalement mesurée. Cette population est représentée sur la figure IV.14 en fonction de la phase de la deuxième impulsion microonde.

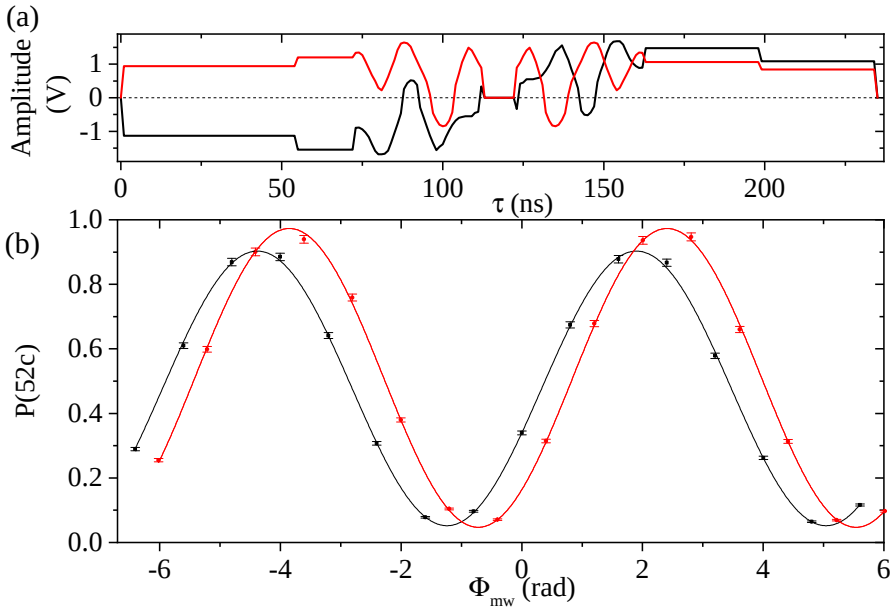


Fig. IV.14 (a) *Amplitudes des quadratures du champ radiofréquences programmées sur l'AWG $V_r(t)$ (en noir) et $V_i(t)$ (en rouge) pour la séquence d'interférométrie de Ramsey.* (b) *Population de $|52C\rangle$ en fonction de la phase de la deuxième impulsion microonde. En noir lorsque les impulsions B et F sont appliquées, séparées par un délais de* 10 ns. *En rouge, les mêmes franges réalisées sans impulsions radiofréquence. Les points représentent les populations mesurées et les lignes un ajustement sinusoïdal.*

La visibilité des franges obtenues est très satisfaisante (89,1(6)%) : lorsque ces mêmes franges sont réalisées sans les impulsions radiofréquences, la visibilité obtenue est de 90,8(7)%, indiquant toutefois une perte de cohérence due aux impulsions F et B.

Cette perte de contraste peut s'expliquer par deux effets simultanés : une perte de cohérence due uniquement aux impulsions B et F (par exemple en raison de bruit sur le champ radiofréquence) et l'effet du bruit sur le champ électrique fixant la fréquence atomique. Puisque l'on cherche à déterminer si l'impulsion de circularisation préserve les cohérences quantiques, il est nécessaire de quantifier l'effet du bruit sur la perte de contraste observée lorsque l'on applique B et F. Dès le premier instant de la paire d'im-

pulsions RF, l'état de l'atome est modifié et l'on peut écrire ce dernier sous la forme

$$|\psi(t)\rangle = |\psi_{52}(t)\rangle + |\psi_{50}(t)\rangle \,. \tag{IV.36}$$

Dans le référentiel tournant à 250 MHz, cette superposition va accumuler une phase proportionnelle à la différence d'énergie entre ses deux composantes et la fréquence de la micrroonde utilisée pour les franges d'interférences. La différence d'énergie entre les deux niveaux s'exprime à chaque instant t en fonction de la valeur du dipôle de la superposition noté $D(t)$

$$\Delta E(t) = -\left\langle \psi_{52}(t) \middle| e\hat{Z} \middle| \psi_{52}(t) \right\rangle F + \left\langle \psi_{50}(t) \middle| e\hat{Z} \middle| \psi_{50}(t) \right\rangle F \tag{IV.37}$$

$$= D(t)F \tag{IV.38}$$

où F est le champ électrique statique. On note alors $\phi_0(T)$ la phase quantique totale accumulée par la superposition et qui prend aussi en compte la phase de la radiofréquence, où T est la durée des impulsions F et B plus celle du délai d'attente T_0 (10 ns pour les franges de la figure IV.14). Ainsi, en l'absence de bruit de champ électrique, on peut exprimer la probabilité de détecter un atome dans l'état $|52C\rangle$ par

$$P_{52C}(\phi_{MW}, T) = \frac{1}{2}\left[P_0 + C_0 \cos\left(\phi_{MW} + \phi_0(T)\right)\right]. \tag{IV.39}$$

où P_0 et C_0 représentent respectivement la valeur moyenne des franges (qui peut être différente de 0,5 si les impulsions microondes ne sont pas parfaitement $\pi/2$) et le contraste intrinsèque des franges dû aux impulsions B et F. En revanche, en présence de bruit de champ électrique, le champ s'écrit $F + \delta F$, où δF est une variable aléatoire centrée inconnue. Ainsi, chaque atome subissant la séquence interférométrique voit un champ électrique différent et donc accumule une phase

$$\phi(T) = \phi_0(T) + \delta\phi(T) \tag{IV.40}$$

où l'on a

$$\delta\phi(T) = \int_0^T \frac{D(t)}{\hbar} dt \delta F \tag{IV.41}$$

$$= \alpha(T)\delta F \tag{IV.42}$$

où $\alpha(T)$ est la « sensibilité en phase » de la superposition. La phase de la superposition devient par conséquent elle aussi une variable aléatoire. Le signal interférométrique obtenu expérimentalement correspond donc à une moyenne sur un très grand nombre d'atomes de l'expression IV.39 :

$$P_{52C}(\phi_{MW}, T) = \left\langle \frac{1}{2}\left[P_0 + C_0 \cos\left(\phi_{MW} + \phi_0(T) + \alpha(T)\delta F\right)\right] \right\rangle, \tag{IV.43}$$

que l'on peut simplement réécrire

$$P_{52C}(\phi_{MW}, T) = \frac{1}{2}\left[P_0 + C_0 \left\langle \cos\left(\alpha(T)\delta F\right)\right\rangle \cos\left(\phi_{MW} + \phi_0(T)\right)\right] \tag{IV.44}$$

$$= \frac{1}{2}\left[P_0 + C_0 C(\alpha) \cos\left(\phi_{MW} + \phi_0(T)\right)\right], \tag{IV.45}$$

puisque le bruit est de moyenne nulle. Ici, on voit apparaître un terme supplémentaire $C(\alpha)$ induisant une réduction de contraste due au bruit. Pour un bruit de champ électrique donné, ce terme ne dépend que de la valeur de la sensibilité en phase de la superposition. Il apparaît alors une manière de mesurer la réduction de contraste C_0 provenant directement des impulsions, ce dernier terme correspondant aux contraste des franges pour une sensibilité nulle. L'idée est la suivante : en réalisant des franges d'interférences pour différents délais, c'est-à-dire pour différentes sensibilités en phase et en mesurant leur contraste, il devient possible d'extrapoler les résultats obtenus et d'obtenir la valeur de C_0.

b) Mesure de la sensibilité au champ électrique de la superposition

Puisque l'on ne peut connaître *a priori* avec certitude la valeur de la sensibilité en phase $\alpha(T)$ en raison de l'imperfection des impulsions, il est nécessaire de la mesurer pour chaque délai T pour lequel on veut mesurer le contraste. L'expression IV.45 montre que la phase des franges de Ramsey réalisées pour un champ électrique F_0 vaut $\phi_{MW} + \phi_0$. Pour un champ électrique $F_1 = F_0 + \Delta F$ cette phase s'écrit $\phi_{MW} + \phi_0 + \phi_1$ avec $\phi_1 = \alpha(T)\Delta F$. On peut alors exprimer le déphasage entre deux séries de franges de Ramsey réalisées aux champs F_1 et F_0 par

$$\Delta\phi = \alpha(T)\Delta F \tag{IV.46}$$

Le déphasage entre ces deux séries de franges est alors directement proportionnel à la sensibilité en phase $\alpha(T)$. Pour la mesurer, il suffit, pour chaque délai T, de réaliser deux séries de franges de Ramsey sous deux champs électriques différents dont la différence est connue. Le déphasage entre elles nous donne alors la valeur de α.

Cette mesure a été réalisée pour plusieurs valeurs du délai T_0 entre B et F de 10 à 334 ns et pour $\Delta F \approx 18{,}8\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, et est représentée sur la figure IV.15.

c) Évolution de la visibilité en fonction de la sensibilité

Une fois la sensibilité en phase mesurée pour chaque délai choisi, il suffit de tracer la visibilité $V = \frac{C_0 C(\alpha)}{2P_0}$ des franges correspondantes en fonction de α, pour en déduire la valeur de $V_0 = \frac{C_0}{2P_0}$. Les valeurs de visibilité obtenues sont représentées sur la Fig. IV.16.

Grâce à l'expression IV.45, il est possible d'extrapoler la valeur de la visibilité à sensibilité nulle. En effet, nous avons par le passé vu que le bruit de champ électrique est un bruit gaussien [54, 56]. On peut alors faire un ajustement des mesures de visibilité avec une expression du type $V_0 V(\alpha)$, où

$$V(\alpha) = e^{-\frac{\alpha^2}{2}\sigma_F^2} \tag{IV.47}$$

avec σ_F l'écart type du bruit de champ électrique et V_0 la visibilité des franges à sensibilité en phase nulle. Cet ajustement est effectué sur la figure IV.16 et l'on trouve $V_0 = 1{,}00(1)$ et $\sigma_F = 13{,}4(1)\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$. La valeur de V_0 indique donc que la perte de contraste observée est uniquement due au bruit de champ électrique statique et que la préparation d'atomes circulaire se fait sans perte de cohérence, à la précision de la mesure près.

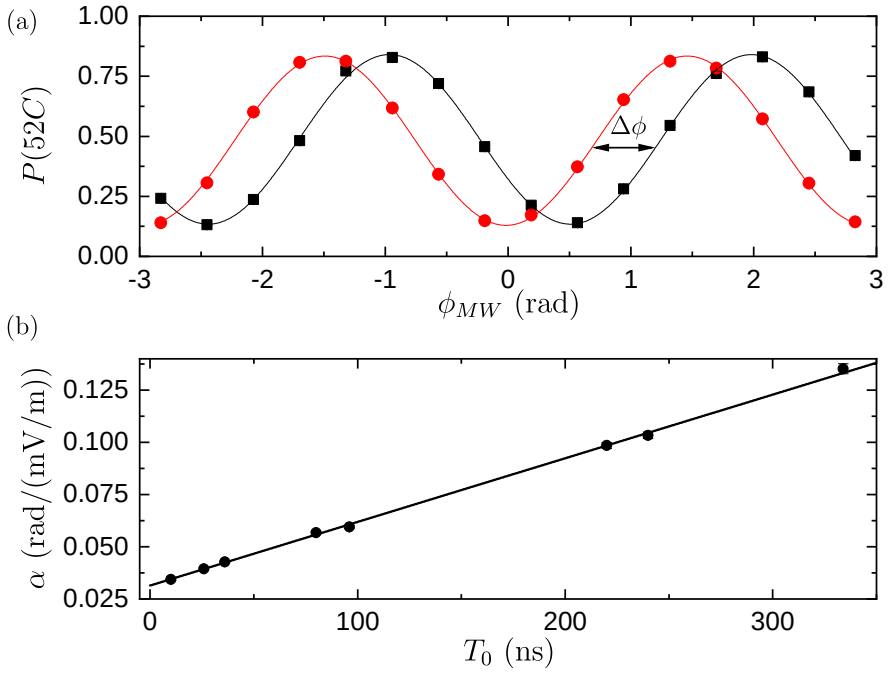


Fig. IV.15 (a) *Franges de Ramsey réalisées à F_0 (carrés noirs) et $F_1 = F_0 + \Delta F$ (disques rouges) avec $T_0 = 96$ ns. Les traits pleins sont des ajustements sinusoïdaux nous permettant de mesurer $\Delta\phi$.* (b) *Sensibilité en phase α en fonction du délai T_0 entre les impulsions B et F. La sensibilité n'est pas nulle pour $T_0 = 0$ puisque la superposition accumule une phase quantique pendant l'application des impulsions radiofréquence.*

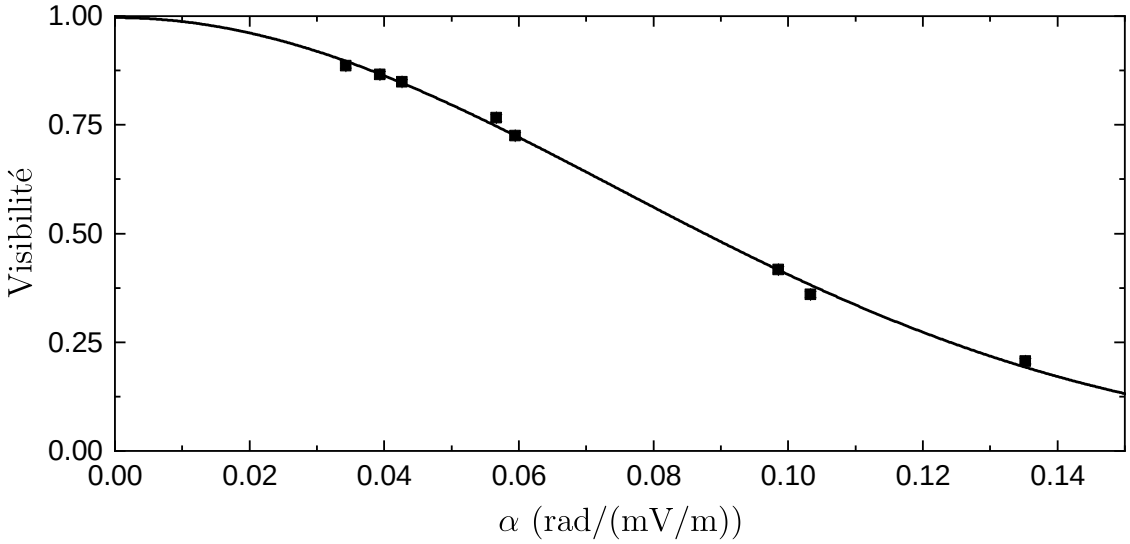


Fig. IV.16 *Visibilité des franges de Ramsey en fonction de la sensibilité en phase α correspondante. Les points représentent les valeurs mesurées pour les différents délais et la courbe en trait plein correspond à l'ajustement effectué pour extrapoler les mesures à $\alpha = 0$ en utilisant l'expression IV.47.*

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la réalisation expérimentale de la préparation d'un atome de Rydberg circulaire en utilisant la théorie du contrôle quantique. Bien que l'implémentation directe de l'impulsion ne donne que des résultats mitigés, notre bonne compréhension de l'action de l'impulsion RF sur les atomes nous a permis de l'optimiser empiriquement et d'atteindre une efficacité de préparation de 96,2 % en seulement 113 ns, contre plusieurs microsecondes en utilisant un passage adiabatique. Nous avons aussi montré que cette préparation se fait sans perte de cohérence, ouvrant la voie à des manipulations plus complexes des atomes de Rydberg.

Dans le chapitre suivant, nous allons détailler la préparation d'un état plus complexe dit « chat de Schrödinger », consistant en une superposition d'un état circulaire et d'un état de faible moment cinétique. L'intérêt de celle-ci est double : en premier lieu elle montre qu'il est possible de réaliser de préparer des états relativement complexes et arbitraires par le biais du contrôle quantique optimal. Deuxièmement, ce type de superpositions peut s'appliquer à la métrologie et l'on peut l'utiliser pour mesurer des champs électriques avec une très bonne sensibilité [53].

Chapitre V

Préparation d'un état « chat de Schrödinger »

La théorie du contrôle quantique est un outil très versatile, permettant en principe de préparer des états arbitraires dans la limite des contraintes expérimentales. Nous avons appliqué celle-ci à la préparation d'un état « chat de Schrödinger » $|52,m=1\rangle + e^{i\phi}|52C\rangle$, particulièrement adapté à l'électrométrie en raison de la très grande différence de dipôle entre ses deux composantes. Cette réalisation expérimentale permet d'une part de démontrer l'application de la théorie du contrôle quantique à la préparation de superpositions d'états avec une très bonne fidélité et d'autre part la préparation d'états métrologiques en un temps record.

V.1 Préparation de la superposition $|52C\rangle - |52,m=1\rangle$

L'impulsion réalisant la superposition est obtenue en utilisant la méthode de Krotov décrite à la section IV.1. Ici, l'état cible est défini comme $|52,m=1\rangle + e^{i\phi}|52C\rangle$, où la phase relative a été choisie arbitrairement égale à π pour l'optimisation. Comme précédemment, l'amplitude maximale de l'impulsion est restreinte à 2,5 V m^{-1}. En revanche, la contrainte sur la bande passante de l'impulsion est choisie différemment : en effet, puisque l'on chercher à préparer une partie de la superposition dans $|52,m=1\rangle$, la bande passante est élargie vers les basses fréquences en raison du désaccord d'environ 60 MHz de la transition $|52,m=2\rangle - |52,m=1\rangle$ par rapport au reste de la multiplicité. On choisit finalement 130 MHz$\leq \omega/2\pi \leq$320 MHz. La durée de l'impulsion la plus courte pour laquelle l'algorithme converge est plus longue que précédemment et vaut 150 ns. Les amplitudes des deux quadratures de l'impulsion obtenue ainsi que la simulation de son action sur un atome initialement dans l'état $|52,m=2\rangle$ sont respectivement représentées à la figure V.1(a) et V.1(b). L'état final obtenu correspond bien à une fidélité telle que $J = 10^{-2}$, puisque l'on a $P(52,m=1) = 0{,}49$ et $P(52C) = 0{,}50$ à la fin de l'impulsion. Il est à noter que les valeurs des quadratures de l'impulsion aux instants finaux et initiaux sont non nulles. Cet effet est provient d'un artefact dû à la coupure des fréquences hors de la bande imposée lors de la dernière itération de l'algorithme. Les simulations ont aussi été effectuées en ajoutant un point d'amplitude nulle à $t = -1$ ns et à $t = 151$ ns et en complétant les intervalles entre ces nouveaux points et le reste de l'impulsion par des sinus au

carré, afin de ne pas créer de discontinuités. Ces ajouts ne changent pas la dynamique des différentes populations et rendent réaliste l'implémentation expérimentale de l'impulsion.

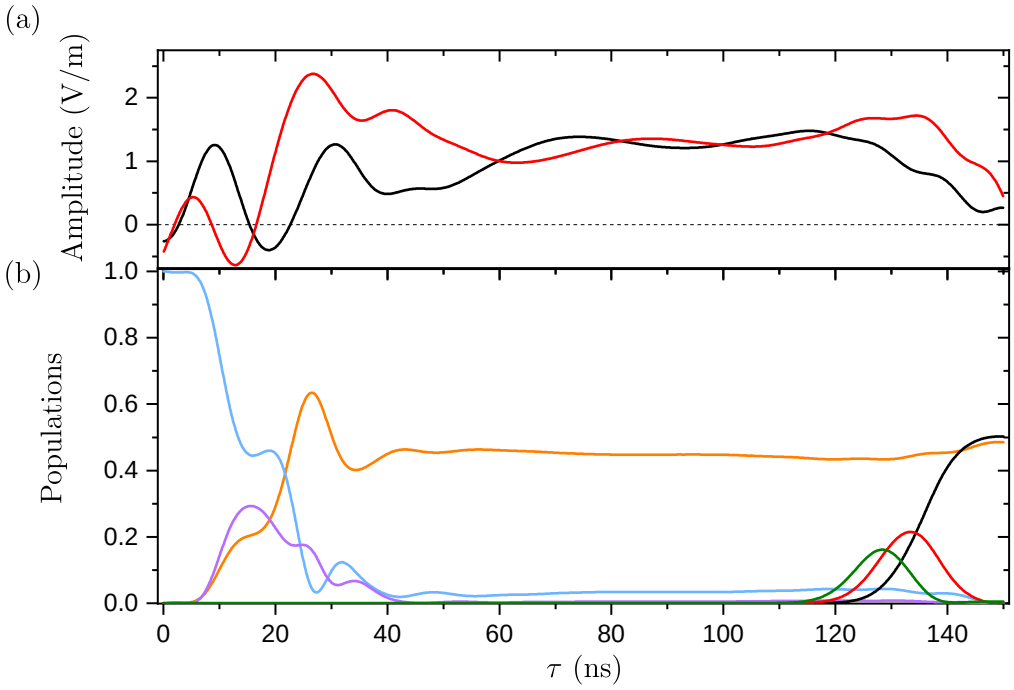


Fig. V.1 (a) *Amplitude des deux quadratures $F_r(t)$ (noir) et $F_i(t)$ (rouge) de l'impulsion réalisant la superposition d'états.* (b) *Simulation de l' évolution des populations des niveaux $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ en orange, bleu et violet, $|52e_2\rangle$ (vert), $|52e_1\rangle$ (rouge) et $|52C\rangle$ (noir).*

V.1.1 Interprétation

Comme pour l'impulsion de circularisation, il est possible d'interpréter physiquement l'action de cette nouvelle impulsion. La figure V.2(b) représente les états propres de l'Hamiltonien défini à l'équation I.61 dans le référentiel tournant à la fréquence du champ RF et dont les amplitudes dépendent du temps. L'échelle de couleur représente leurs populations respectives. On remarque alors que l'atome au départ préparé dans l'état $|52,m = 2\rangle$ est, au cours des 40 premières nanosecondes de l'impulsion, placé dans une superposition d'états d'apparence complexe. D'une part, on remarque qu'une moitié environ de la population totale se trouve dans un état propre dont l'énergie ne varie que très peu au cours de l'impulsion. Cet état est l'état habillé du système atome+champ qui se branche sur l'état $|52,m = 1\rangle$ lorsque le champ radiofréquence est éteint suffisamment lentement. L'autre partie des populations est quant-à elle, comme dans l'impulsion précédente, placée dans un état cohérent de spin. On peut observer ce phénomène plus clairement dans la figure V.2(a) : à $\tau = 40$ ns, l'insert représente la distribution gaussienne des populations, signature d'un état cohérent de spin. Cet état cohérent de spin est ensuite transféré vers l'état circulaire par une simple rotation sur la sphère de Bloch, laissant l'autre membre de la fonction d'onde non-affecté (l'état habillé est un état « noir » pour la RF). Le champ est

ensuite éteint progressivement, de sorte qu'à la fin de l'impulsion l'état cohérent de spin soit $|52C\rangle$ et que l'état habillé se branche sur $|52,m=1\rangle$.

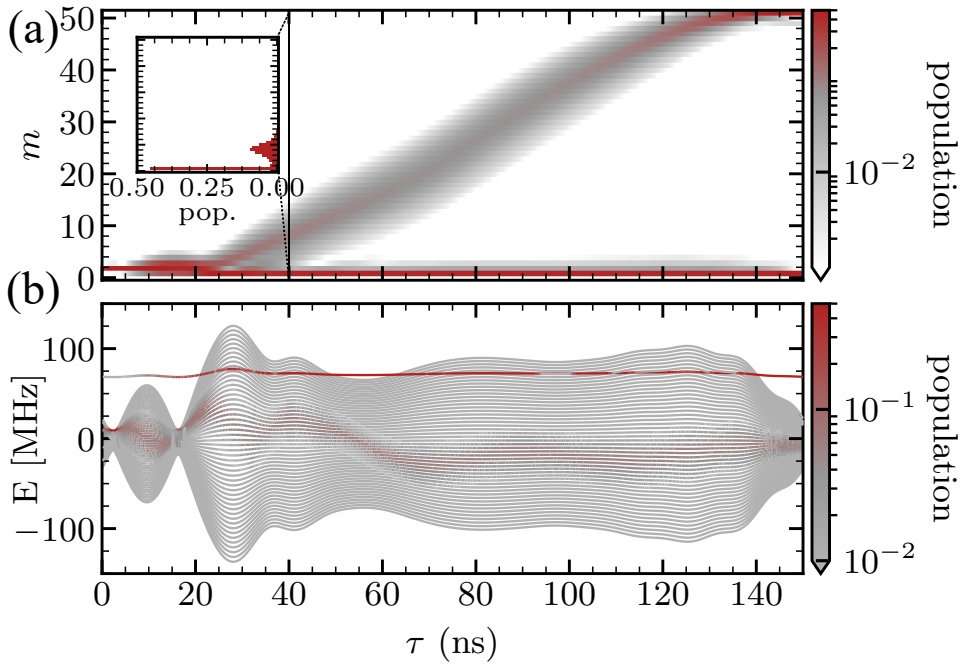


Fig. V.2 (a) *Populations calculées des niveaux de la diagonale inférieure de la multiplicité $n = 52$ au cours de l'application de l'impulsion, désignés par leur nombre quantique magnétique m, indiqué sur l'axe des ordonnées. L'insert détaille la distribution des populations à $\tau = 40$ ns. On peut y voir que l'essentiel des populations se trouve soit dans $|52,m=1\rangle$ soit dans un état cohérent de spin, comme le montre la distribution gaussienne.* (b) *Énergie des états propres de l'hamiltonien pendant l'impulsion. Les différentes populations au cours du temps sont données par la couleur indiquée dans la légende. Figure tirée de [59]*

V.1.2 Implémentation directe de l'impulsion

Comme précédemment, les deux quadratures de l'impulsion sont tout d'abord converties en signaux $V_r(t)$ et $V_i(t)$ que l'on programme sur l'AWG. Cette impulsion est ensuite appliquée directement sur les atomes afin d'en observer la dynamique.

La figure V.3 (a) représente l'évolution temporelle des populations mesurées ainsi que la même évolution simulée. Comme pour l'impulsion de circularisation, on constate un accord qualitatif avec les simulations malgré un certain nombre de désaccords entre la mesure et la théorie, probablement dûs aux mêmes raisons que précédemment. En particulier, on peut constater que l'état circulaire est atteint trop tôt. En revanche, la population de ce dernier atteint tout de même 45 % à son maximum et la population de $|52,m=1\rangle$ environ 43 % en fin d'impulsion, indiquant qu'en dépit des imperfections de la retranscription de l'impulsion dans l'expérience, nous sommes assez proches du résultat attendu. Puisque l'état circulaire atteint son maximum de population trop tôt (à $\tau = 137$ ns, au lieux des 153 ns de l'impulsion), on en conclut intuitivement que l'amplitude de l'impulsion vue

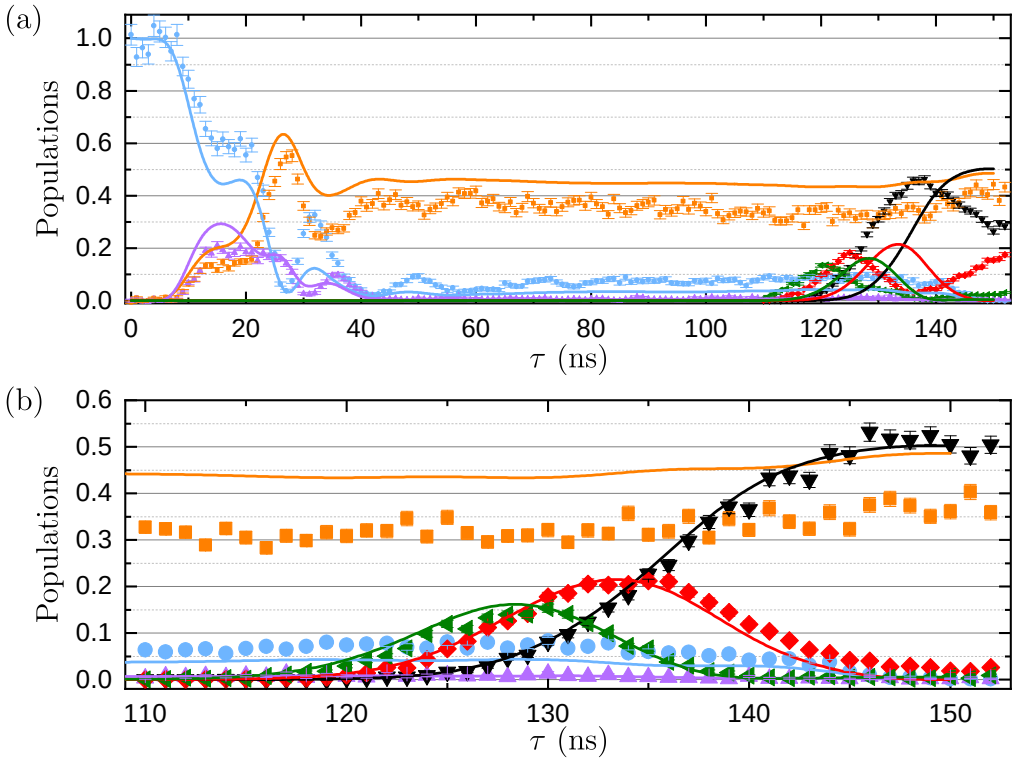


Fig. V.3 *Populations des niveaux* $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ *en orange, bleu et violet,* $|52e_2\rangle$ *(vert),* $|52e_1\rangle$ *(rouge) et* $|52C\rangle$ *(noir) en fonction de la durée de* (a) *l'impulsion implémentée telle quelle et* (b) *multipliée par un facteur* 92,5 %. *Les traits plein correspondent aux simulations de populations représentées à la figure V.1.*

par les atomes est trop élevée. On multiplie alors l'impulsion implémentée par un facteur de 92,5 % afin d'en observer l'effet sur l'évolution des populations. Cette expérience est représentée à la figure V.3 (b). On remarque alors que le comportement des populations des états circulaires et elliptiques est en bien meilleur accord avec les simulations que précédemment. En retour, on peut constater que la population du niveau $|52,m = 1\rangle$ est malheureusement plus basse. Cet effet s'explique probablement par le fait qu'en diminuant l'amplitude de la totalité de l'impulsion, on diminue de même l'amplitude des oscillations préparant l'état « noir » décrit à la section V.1.1, changeant ainsi sa composition et par conséquent la population finale de $|52,m = 1\rangle$. Il devient alors nécessaire de trouver une méthode permettant d'optimiser empiriquement la retranscription de l'impulsion dans l'expérience, ou du moins son effet, sans qu'il soit possbile de la mesurer directement.

V.1.3 Normalisation de la population de $|52, m = 1\rangle$

Avant l'optimisation de l'impulsion, il est nécessaire d'être capable de mesurer la population de l'état $|52,m = 1\rangle$ précisément. En effet, comme on l'a vu à la section III.5.2, la méthode utilisée lors des mesures précédentes, tributaire de l'incertitude sur l'efficacité de plusieurs sondes distinctes, souffre d'une précision relativement faible en raison de la dérive du champ électrique sur les temps longs. Puisque la population de $|52,m = 1\rangle$ de

l'état final obtenu après l'impulsion de circularisation est très faible, l'incertitude sur cette mesure l'est aussi et l'on peut tout de même évaluer la composition de l'état final avec une précision suffisante. En revanche, dans le cas de la préparation d'un état « chat de Schrödinger » la population de ce niveau atteint des valeurs d'environ 50 %, ce qui a pour effet d'induire une erreur absolue importante. Il devient alors nécessaire de normaliser la population de $|52,m=1\rangle$ indépendamment des autres états de faible m.

Pour cela, nous avons besoin d'avoir une mesure du nombre *total* d'atomes de Rydberg préparé lors de chaque séquence expérimentale, mais détectés avec la même efficacité que la population de $|52,m=1\rangle$. Dans ce but, il suffit alors de transférer la *totalité* des atomes préparés dans $|52,m=2\rangle$ dans $|52,m=1\rangle$ et mesurer ensuite ce nombre en utilisant la combinaison d'une sonde vers $n=51$ et d'un passage adiabatique adapté utilisé dans les expériences précédentes (voir section III.5). L'avantage de cette méthode est que la détection des atomes et celle de la norme est effectuée en utilisant la même sonde, ce qui compense la perte l'incertitude due à l'effet Stark différentiel des deux transitions utilisées dans la section III.5.2 en cas de dérive du champ électrique. Cependant, l'implémentation de cette méthode n'est pas triviale. En effet, comme on l'a vu, la transition $|52,m=2\rangle$-$|52,m=1\rangle$ est fortement désaccordée du reste de la multiplicité (environ 60 MHz). Or, le dispositif expérimental ne nous permet d'utiliser qu'une seule radiofréquence de bonne polarisation σ^+, à 250 MHz.

Cependant, il est possible de générer un champ RF résonnant sur la transition $m = 2-m = 1$ (à 190 MHz) en modulant de manière adéquate les deux quadratures du champ généré par les synthétiseurs. En effet, si l'on programme sur l'AWG deux enveloppes oscilllant à 60 MHz en quadrature, il est possible de générer un champ à 190 MHz, c'est-à-dire ne comportant que la différence des deux fréquences employées. Le champ généré est alors résonnant avec la transition $m = 2-m = 1$ et il devient donc possible de transférer la population de $|52,m=2\rangle$ vers $|52,m=1\rangle$. Cependant, le couplage au reste de la multiplicité reste non-nul. Il convient alors d'utiliser une faible amplitude de RF si l'on veut ne coupler entre eux que les deux niveaux susmentionnés.

La figure V.4 représente la préparation de $|52,m=1\rangle$ à partir de $|52,m=2\rangle$ qui sera par la suite utilisée comme normalisation de la population du premier. Pour une durée de 96 ns, la population de $|52,m=2\rangle$ n'est plus que de 0,3 %. Grâce à une simulation numérique prenant en compte l'amplitude du champ radiofréquence utilisée, nous sommes capables d'évaluer l'évolution des populations des autres niveaux de la multiplicité : $|52,m=1\rangle$ mis à part, le seul niveau affecté est le $|52,m=3\rangle$, dont la population reste toujours inférieure à 0,5 %. On en conclut alors que nous sommes capable de préparer les atomes dans l'état $|52,m=1\rangle$ avec une efficacité de plus de 99 %, nous permettant alors de normaliser correctement le nombre d'atomes détecté dans ce niveau lors des séquences expérimentales.

V.1.4 Adaptation de l'impulsion aux contraintes expérimentales

On a vu à la section V.1.2 qu'il est impératif de modifier l'impulsion programmée sur l'AWG afin qu'elle ait l'effet escompté sur les atomes, c'est à dire la préparation d'une superposition d'état $|52,m=1\rangle + e^{i\phi}|52C\rangle$ avec une fidélité la plus proche possible de l'unité. Au vu de l'interprétation faite de l'effet de l'impulsion au paragraphe V.1.1, deux éléments sont à optimiser simultanément. Premièrement, il est nécessaire de préparer une

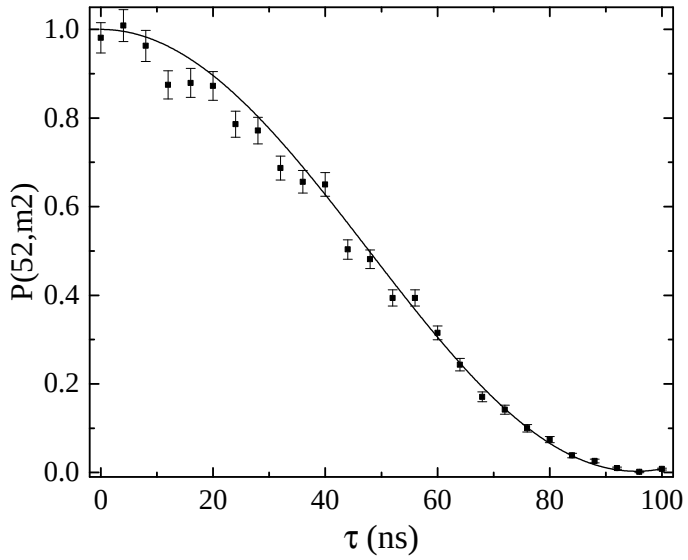


Fig. V.4 *Population de* $|52,m=2\rangle$ *en fonction de la durée* τ *de l'impulsion modulée à* 60 MHz. *La ligne pleine est un ajustement sinusoïdal. Pour une durée* $\tau = 96$ ns, *la population restante dans* $|52,m=2\rangle$ *est de* 0,3 %. *Le niveau* $|52,m=3\rangle$ *n'est pas peuplé significativement en raison de la faible amplitude de l'impulsion. Des simulations numériques nous permettent d'estimer une population de ce dernier inférieure à* 0,5 %, *indiquant que* $|52,m=1\rangle$ *est préparé avec une efficacité supérieure à* 99 % *grâce à cette méthode.*

superposition équilibrée d'un état cohérent de spin et de l'état « noir » garantissant une population de $|52,m=1\rangle$ proche de 50 %, puis d'optimiser la phase et l'amplitude de la RF pour effectuer la rotation de cet état cohérent de spin vers le pôle nord de la sphère de Bloch. Cette optimisation est donc naturellement effectuée en deux temps : tout d'abord, la fin de l'impulsion est modifiée dans la même optique qu'au chapitre précédent, c'est à dire optimiser la rotation de l'état cohérent préparé pendant la première partie de l'impulsion. Dans un deuxième temps, nous modifions la première oscillation des quadratures afin d'équilibrer les populations de $|52,m=1\rangle$ et $|52C\rangle$ à la fin de l'impulsion. Il est toutefois à noter que la deuxième étape nécessite de réajuster légèrement les amplitudes de la deuxième partie de l'impulsion puisque la phase de l'état cohérent préparé est modifiée lors de la deuxième étape.

a) Optimisation de la seconde partie de l'impulsion

Afin de rendre plus aisée la modification de l'impulsion et compte tenu de l'interprétation faite de son action sur les atomes, nous choisissons, comme au chapitre précédent, de « simplifier » la seconde partie de celle-ci. Cette dernière est constituée d'une part qui varie peu, puis d'une extinction lente, afin de « déshabiller » l'état noir suffisamment lentement pour qu'il se branche sur l'état $|52,m=1\rangle$. En tenant compte de ce fait, on va la remplacer par une partie variant linéairement en deux temps dont les valeurs sont obtenues par interpolation par rapport à une valeur fixée entre ces deux portions linéaires. Cette valeur constitue le paramètre sur lequel nous allons jouer, nous permettant ainsi

de n'avoir qu'un seul paramètre par quadrature sur lequel effectuer l'optimisation. La modification de l'impulsion est illustrée à la figure V.5. Qualitativement, la modification des aires des deux quadratures va permettre de régler les paramètres de la rotation et la variation lente le déshabillage adiabatique.

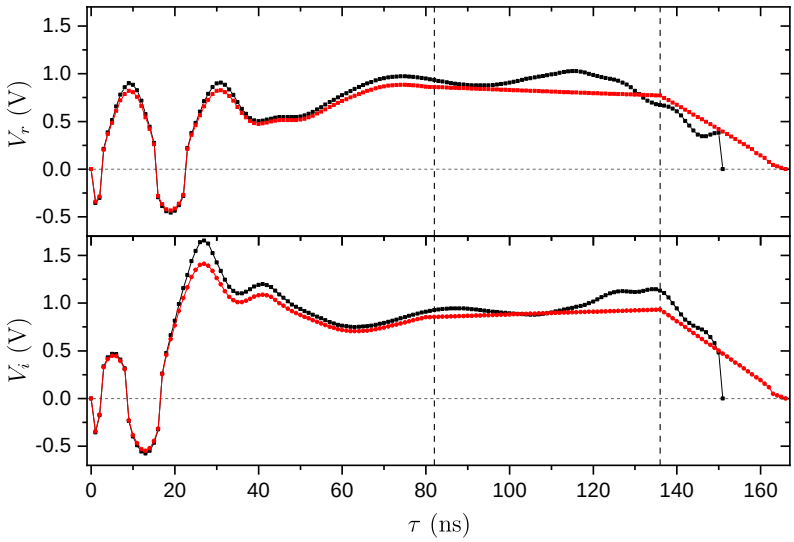


Fig. V.5 *Quadratures de l'impulsion $V_r(\tau)$ (panel du haut) et $V_i(\tau)$ (panel du bas) programmées sur l'AWG. En noir, les quadratures de l'impulsion convertie directement et en rouge la version modifiée après l'optimisation. Cette dernière est multipliée par un facteur 92,5 % avant sa conversion en volts programmées et profondément modifiée entre $\tau = 82$ ns et sa fin. Les points correspondent aux valeurs réellement programmées toutes les* ns *et les traits pleins ne sont qu'une aide à la lecture du graphe. Les barres verticales pointillées indiquent les parties modifiées de l'impulsion pour l'optimisation du transfert de l'état cohérent vers l'état circulaire.*

Plus précisément, en dehors du facteur multiplicatif appliqué avant la conversion, l'impulsion est inchangée pendant les premières 81 ns. Ensuite, nous avons choisi de fixer les valeurs des quadratures de celle-ci à $\tau = 136$ ns et la fin de l'impulsion à $\tau = 166$ ns, assurant une extinction du champ en 30 ns. Les valeurs prises entre ces trois points sont automatiquement interpolées linéairement toutes les nanosecondes. Ceci permet donc d'effectuer l'optimisation de la rotation de l'état cohérent en ne modifiant qu'un seul paramètre de l'impulsion par quadrature et donc en simplifiant grandement celle-ci.

La figure V.6 montre l'effet de la variation des valeurs de $V_r(\tau = 136\text{ns})$ (Fig.V.6 (a)) et $V_i(\tau = 136\text{ns})$ (Fig. V.6 (b)) sur la population de l'état circulaire en fin d'impulsion. On peut y voir que, comme lors de la circularisation, le changement des amplitudes respectives de deux quadratures fait varier la population de l'état circulaire. De plus, la population de $|52,m=1\rangle$ reste inchangée, ce qui semble confirmer l'interprétation de l'action de l'impulsion RF faite à la section V.1.1.

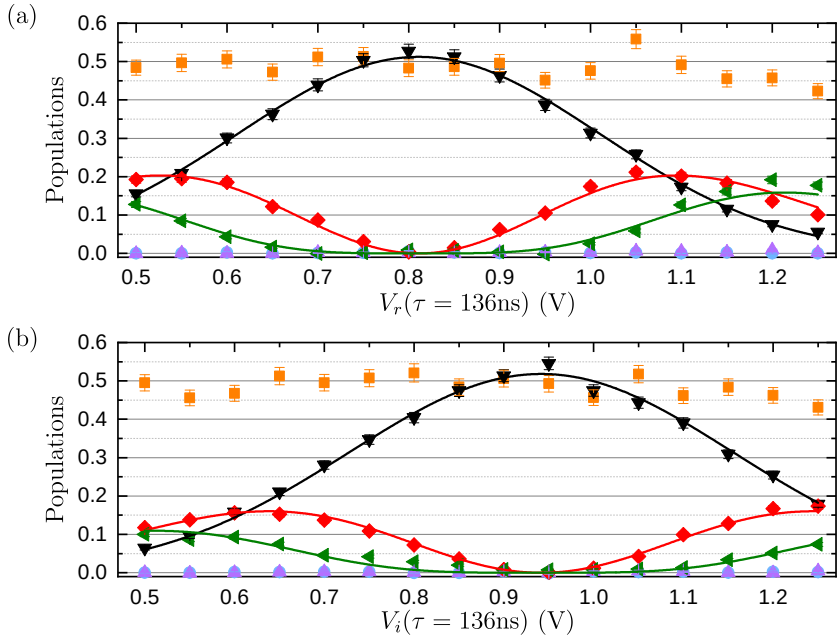


Fig. V.6 *Populations des niveaux* $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ *en orange, bleu et violet,* $|52e_2\rangle$ *(vert),* $|52e_1\rangle$ *(rouge) et* $|52C\rangle$ *(noir) en fonction de* (a) *la valeur de* $V_r(\tau = 136\ ns)$ *et* (b) *la valeur de* $V_i(\tau = 136\ ns)$*. Les lignes sont un ajustement correspondant aux populations d'un état cohérent. On remarque que la variation de* $V_r(\tau = 136\ ns)$ *et* $V_i(\tau = 136\ ns)$ *laisse la population de* $|52, m = 1\rangle$ *inchangée.*

b) Optimisation de la première partie de l'impulsion

Ici, il n'est plus suffisant d'appliquer un facteur d'échelle global à la première partie de l'impulsion. Nous avons en effet remarqué que la population de l'état « noir » - dont résulte la population finale de $|52, m = 1\rangle$ dépend fortement de l'amplitude de la première oscillation des enveloppes des quadratures de l'impulsion. Un facteur multiplicatif γ a été appliqué aux 4 premières nanosecondes de l'impulsion, remplaçant pendant cette durée $V_r(t)$ et $V_i(t)$ par $\gamma V_r(t)$ et $\gamma V_i(t)$. La figure V.7 représente l'effet de la variation de γ sur le populations d'intérêt. On voit que l'on fait varier la proportion de $|52, m = 1\rangle$ de l'état final. La diminution de la population de $|52C\rangle$ est plus rapide que l'augmentation de celle de $|52, m = 1\rangle$. En effet, la variation de γ fait probablement changer la phase relative entre l'état cohérent et l'état « noir » : il est donc nécessaire d'adapter la seconde partie de l'impulsion une fois de plus pour ajuster les paramètres de la rotation de l'état cohérent à cette nouvelle phase.

Nous choisissons $\gamma = 2{,}8$ afin que l'état final soit une superposition équilibrée de $|52, m = 1\rangle$ et d'un état cohérent de spin.

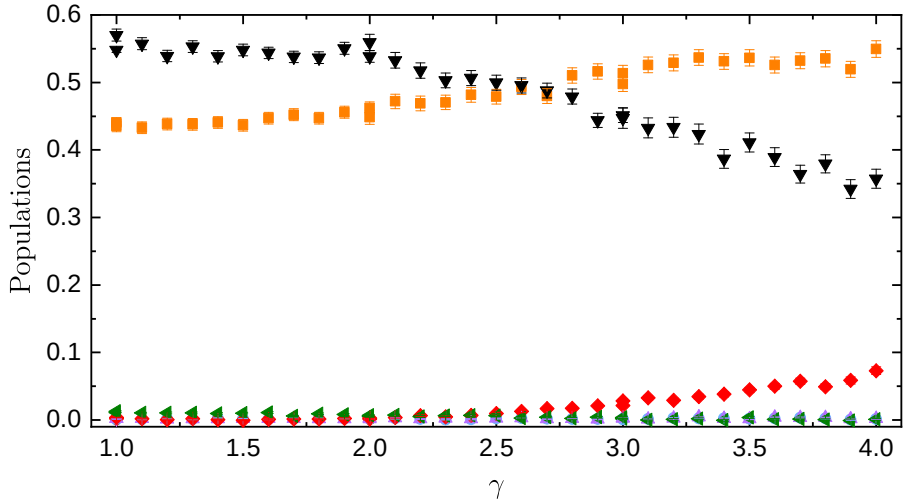


Fig. V.7 *Populations des niveaux* $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ *et* $|52C, e_1, e_2\rangle$ *selon le même code couleur qu'à la Fig. V.6 en fonction de la valeur du facteur multiplicatif* γ*. La variation de* γ *permet de modifier la proportion de* $|52, m = 1\rangle$ *à la fin de l'impulsion.*

V.1.5 Application de l'impulsion optimisée

Après avoir choisi la valeur de γ et réoptimisé la fin de l'impulsion en conséquence, nous l'appliquons à un atome initialement préparé dans l'état $|52, m = 2\rangle$ pour observer l'évolution dans le temps des populations.

La figure V.8 (b) représente les populations des niveaux d'intérêt pendant l'application de l'impulsion optimisée, dont les enveloppes des quadratures sont représentées sur la Fig. V.8 (a). L'accord avec les simulations est très correct. Les discordances que l'on peut observer sont probablement dues à la manière dont on varie la durée de l'impulsion. En effet, à chaque point de durée τ correspond une impulsion tronquée à cette durée. En raison de la réponse temporelle du cryostat et du circuit RF, cette troncature nette de l'impulsion n'est probablement pas bien retranscrite au niveau des atomes.

L'état final obtenu est une superposition bien équilibrée, puisque l'on mesure des populations de 48,4(8)% pour $|52, m = 1\rangle$ et 48(1)% pour $|52C\rangle$. Afin de démontrer que l'on est capable de réellement préparer l'état « chat de Schrödinger », il reste à évaluer la cohérence de cette superposition.

V.2 Cohérence de l'état préparé

La mesure de la cohérence de l'état préparé par l'impulsion optimisée se base sur une méthode similaire à celle utilisée pour l'impulsion de circularisation, c'est-à-dire la mesure du contraste de franges de Ramsey. Puisque l'impulsion prépare directement la superposition $|52, m = 1\rangle - |52C\rangle$ à partir de $|52, m = 2\rangle$, il suffit *a priori* d'appliquer l'impulsion optimisée ci-dessus (que l'on notera F^s) puis le renversement dans le temps

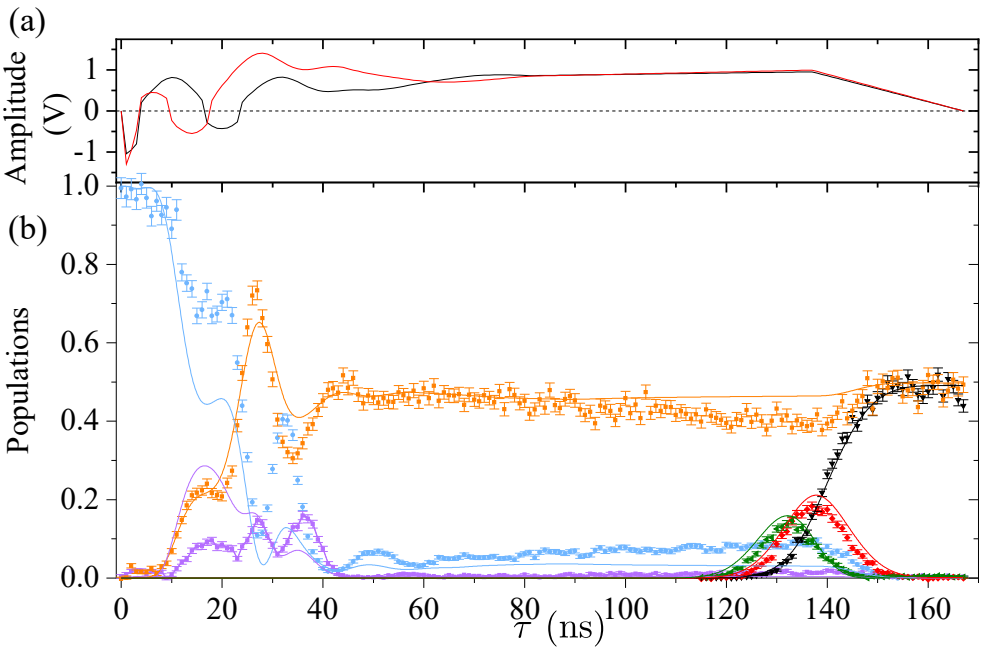


Fig. V.8 (a) *Enveloppe des quadratures V_r et V_i programmées sur l'AWG une fois l'impulsion optimisée.* (b) *Populations des niveaux $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ et $|52C, e_1, e_2\rangle$ selon le même code couleur qu'à la Fig. V.6 en fonction de la durée de l'impulsion τ. Les traits pleins correspondent à la simulation de la propagation de l'impulsion optimisée.*

de celle-ci (noté B^s). En principe, la superposition est préparée par l'application de F^s

$$|52,m = 2\rangle \xrightarrow{F^s} |52,m = 1\rangle - |52C\rangle \,. \tag{V.1}$$

Ensuite, pour un temps d'attente Δt, la superposition va accumuler une phase ϕ dans le référentiel tournant à 250 MHz. L'état de l'atome s'écrit alors

$$|\chi\rangle = |52,m = 1\rangle - e^{i\phi}\,|52C\rangle \,, \tag{V.2}$$

où $\phi = 2\pi \times \delta\Delta t$, δ correspondant à la différence entre la fréquence du champ RF et la fréquence moyenne de toutes les transitions de la diagonale inférieure de la multiplicité. En principe, l'action de B^s sur les états $|52C\rangle$ et $|52,m = 1\rangle$ donne

$$|52C\rangle \xrightarrow{B^s} |52,m = 2\rangle + |52,m = 2\rangle^{\perp} \tag{V.3}$$

$$|52,m = 1\rangle \xrightarrow{B^s} |52,m = 2\rangle - |52,m = 2\rangle^{\perp} \tag{V.4}$$

où $|52,m = 2\rangle^{\perp}$ est un état inconnu orthogonal à $|52,m = 2\rangle$. Lorsque l'on applique B^s à $|\chi\rangle$, on doit obtenir l'état

$$\left(1 + e^{i\phi}\right)|52,m = 2\rangle + \left(1 - e^{i\phi}\right)|52,m = 2\rangle^{\perp} \,. \tag{V.5}$$

Ainsi, en faisant varier le délai Δt entre les deux impulsions F^s et B^s, on devrait obtenir des franges lorsque l'on détecte la population de $|52,m = 2\rangle$. Comme à la section IV.3.3,

le contraste de ces franges va dépendre du bruit de champ électrique. On peut alors extrapoler le contraste à sensibilité nulle et donc la cohérence de la superposition, de la même manière que pour l'impulsion de circularisation. En théorie, $|52,m=2\rangle^{\perp}$ peut être n'importe quelle combinaison linéaire d'états de l'échelle de niveaux, avec $m \neq 2$. Toutefois, nous allons voir qu'en pratique, l'état $|52,m=2\rangle^{\perp}$ est très proche de $|52,m=1\rangle$. Pour tester la cohérence de l'état préparé, nous adoptons une démarche pragmatique et adaptons B^s de sorte que cet état $|52,m=2\rangle^{\perp}$ soit le plus proche possible de $|52,m=1\rangle$.

V.2.1 Première optimisation : minimisation de la population de $|52,m=3\rangle$

La première étape pour la réalisation de ces franges d'interférences, est, comme au chapitre précédent, l'adaptation de l'impulsion renversée dans le temps. Pour les mêmes raisons que dans le cas de l'impulsion de circularisation, les paramètres optimaux de B^s ne sont pas les mêmes que ceux de F^s. L'optimisation est effectuée après l'application de l'impulsion F^s optimisée. Tout d'abord, on prépare la superposition V.1 en appliquant F^s. Ensuite, on applique B^s sans délai. Lorsque l'on applique cette séquence de deux impulsions où B^s correspond à F^s renversé dans le temps, on note que l'on a

$$|\langle 52,m=3|52,m=2\rangle^{\perp}|^2 \approx 2\%. \tag{V.6}$$

Dans ces conditions, cette population résiduelle de $|52,m=3\rangle$ contribue à faire diminuer le contraste des franges d'interférences. L'idée est alors de faire varier les paramètres $V_r(\tau = 31 \text{ ns})$ et $V_i(\tau = 31 \text{ ns})$ de B^s (correspondant à ceux de la section V.1.4 a) pour F^s) afin de d'agir sur les populations constituant l'état $|52,m=2\rangle^{\perp}$. Cette optimisation de B^s a donc pour but de maximiser le recouvrement entre $|52,m=2\rangle^{\perp}$ et $|52,m=1\rangle$, pour avoir

$$|52,m=2\rangle^{\perp} \propto |52,m=1\rangle\,. \tag{V.7}$$

La figure V.9 représente deux étapes de cette optimisation. Y sont représentées les populations des niveaux $|52,m=1,2,3\rangle$ en fonction des valeurs des paramètres $V_r(\tau = 31 \text{ ns})$ et $V_i(\tau = 31 \text{ ns})$ de B^s. Lorsque l'optimum est atteint, on mesure une population de $|52,m=3\rangle$ de 0,3 %.

V.2.2 Maximisation du contraste des franges

Une fois l'optimisation de B^s effectuée, nous l'appliquons à des atomes préparés initialement en $|52C\rangle$ (avec un passage adiabatique optimal) et $|52,m=1\rangle$ (grâce à la méthode décrite au paragraphe V.1.3) afin de vérifier les équations V.3 et V.4. Lorsque l'on applique cette impulsion, nous remarquons qu'elle transfère $|52C\rangle$ vers $|52,m=2\rangle$ avec une probabilité $p_{c\to 2} = 0{,}61(2)$ et $|52,m=1\rangle$ vers $|52,m=2\rangle$ avec une probabilité $p_{1\to 2} = 0{,}28(2)$. Par ailleurs, nous mesurons aussi $p_{c\to 1} = 0{,}25(1)$ et $p_{1\to 1} = 0{,}56(2)$.

Schématiquement, nous nous retrouvons dans la situation suivante, représentée sur la Fig. V.10 (a) : l'impulsion B^s transfère effectivement $|52C\rangle$ vers un état

$$|\psi\rangle \approx \alpha\,|52,m=1\rangle + \beta\,|52,m=2\rangle\,, \tag{V.8}$$

et $|52,m=1\rangle$ vers un état orthogonal

$$|\psi\rangle^{\perp} \approx \beta^*\,|52,m=1\rangle + \alpha\,|52,m=2\rangle\,. \tag{V.9}$$

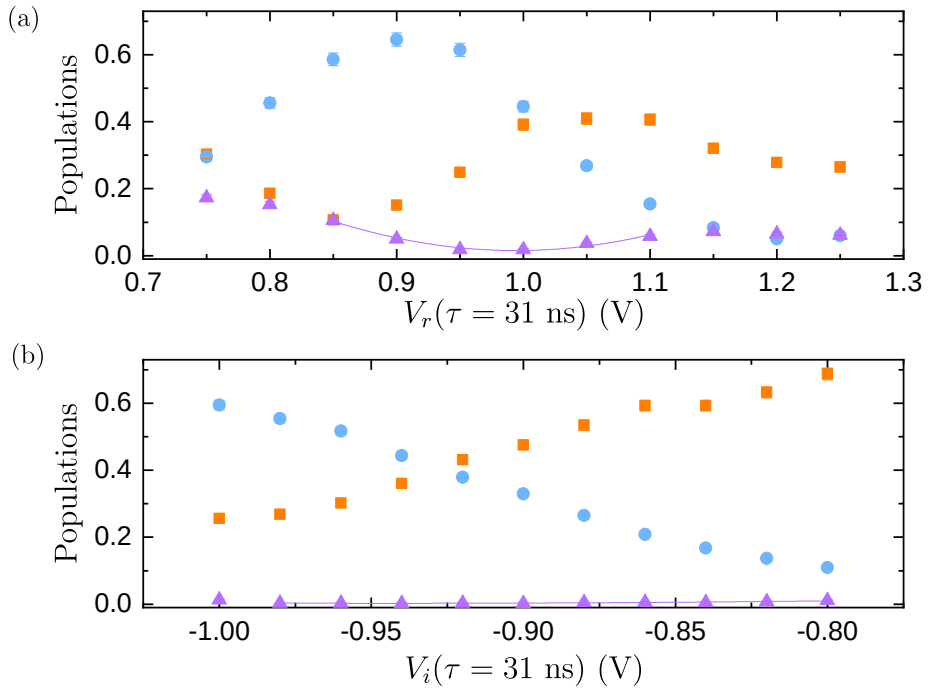


Fig. V.9 *Populations des niveaux* $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ *avec le même code couleur que sur la Fig. V.6, après l'application de* F^s *et* B^s *séparés par un délai nul. Les populations sont tracées en fonction de* (a) *la valeur de* $V_r(\tau = 31$ *ns*) *de* B^s *et* (b) *la valeur de* $V_i(\tau = 31$ *ns*) *de cette même impulsion. Les lignes sont des ajustements effectués pour trouver le minimum de population de l'état* $|52, m = 3\rangle$.

Puisque l'interférence que l'on souhaite mesurer a lieu entre les états $|52, m = 1\rangle$ et $|52, m = 2\rangle$, le contraste des franges que l'on va observer est maximal uniquement si les populations des deux niveaux sont équilibrées. On va alors appliquer une rotation de $|\psi\rangle$ et $|\psi\rangle^{\perp}$ afin d'égaliser les modules d'α et β, c'est-à-dire égaliser $p_{c\to 2}$ et $p_{1\to 2}$.

Pour effectuer cette rotation, nous appliquons une impulsion RF résonnante sur la transition $|52, m = 1\rangle - |52, m = 2\rangle$, générée de la même manière qu'à la section V.1.3. Nous devons toutefois choisir la phase et la durée adéquates de cette impulsion pour effectuer la rotation de la Fig. V.10 (a). La manière dont on génère cette impulsion rend difficile de choisir la phase correspondante. En revanche, nous pouvons jouer sur le délai avec lequel on l'applique après B^s. Varier le délai entre l'application de B^s et celle de la rotation est équivalent à modifier la phase de cette dernière : au lieu de modifier la phase la RF, on modifie la phase de l'état. En effet,dans le référentiel tournant à 250 MHz, correspondant à la fréquence de la porteuse modulée que l'on utilise pour la rotation (cf. V.1.3), l'état $|\psi\rangle$ va tourner à la fréquence égale au désaccord entre la transition $|52, m = 1\rangle - |52, m = 2\rangle$ et la fréquence de la porteuse, c'est-à-dire à 60 MHz. Notre objectif est donc de trouver le délai (et donc la phase) qui va nous permettre d'amener $|\psi\rangle$ et $|\psi\rangle^{\perp}$ sur l'équateur. Pour cela, on va cherche tout d'abord la phase qui permet d'amener $|\psi\rangle$ et $|\psi\rangle^{\perp}$ vers le pôle nord.

En définissant l'angle θ entre la direction de $|\psi\rangle$ et l'axe z sur la sphère de Bloch de

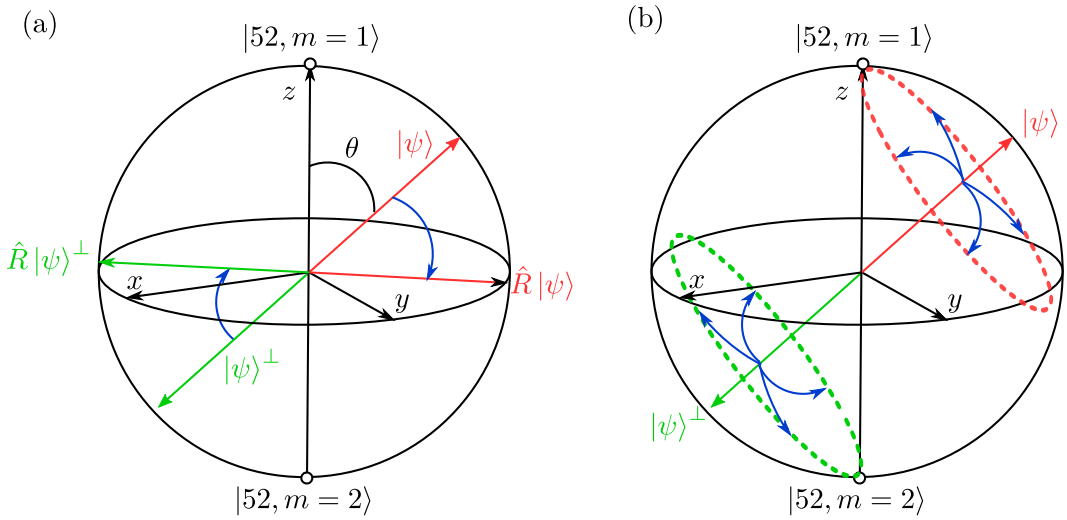


Fig. V.10 (a) *Représentation schématique sur une sphère de Bloch des états* $|\psi\rangle$ *et* $|\psi\rangle^{\perp}$ *obtenus après l'application de* B^s *sur un atome initialement dans* $|52C\rangle$ *et* $|52,m = 1\rangle$. *Afin de maximiser le contraste des franges d'interférences sur la population de* $|52,m = 2\rangle$, *on peut appliquer une rotation notée* $\hat{R}$ *sur le schéma pour ramener* $|\psi\rangle$ *et* $|\psi\rangle^{\perp}$ *à l'équateur de la sphère et égaliser* $p_{c\to 2}$ *et* $p_{1\to 2}$. (b) *Schéma de la procédure utilisée afin de déterminer le délai entre* B^s *et l'impulsion RF résonnante afin que cette dernière ait la phase adéquate pour effectuer* $\hat{R}$. *Les flèches bleues représentes les rotations effectuées pour différents délais et les cercles pointillés les trajectoires de* $|\psi\rangle$ *et* $|\psi\rangle^{\perp}$ *lorsque l'on réalise cette manipulation. Les données expérimentales correspondantes sont représentées sur la Fig. V.11. Les sphères de Bloch sont représentées dans le référentiel tournant à la fréquence de la transition* $|52,m = 1\rangle - |52,m = 2\rangle$.

la Fig. V.10 (a), nous avons

$$\theta = 2\arctan\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|. \tag{V.10}$$

Puisque nous n'avons accès qu'aux mesures de $p_{c\to 1,2}$ et $p_{1\to 1,2}$, nous pouvons exprimer θ par

$$\theta_{\psi} = 2\arctan\sqrt{\frac{p_{c\to 1}}{p_{c\to 2}}} \tag{V.11}$$

$$\theta_{\psi^{\perp}} = 2\arctan\sqrt{\frac{p_{1\to 2}}{p_{1\to 1}}}. \tag{V.12}$$

En théorie, θ_{ψ} et $\theta_{\psi^{\perp}}$ doivent être égaux. Cependant, nous mesurons expérimentalement $\theta_{\psi} \approx 1{,}14\,\mathrm{rad}$ et $\theta_{\psi^{\perp}} \approx 1{,}23\,\mathrm{rad}$, probablement en raison d'une population résiduelle de $|52,m = 3\rangle$ et de l'incertitude sur la mesure de ces populations. La figure V.4 nous permet de déduire la valeur de la fréquence de Rabi $\Omega_{1\to 2}$ associée à l'amplitude du champ RF utilisé. Nous mesurons $\Omega_{1\to 2} = 2\pi\times 5{,}4\,\mathrm{MHz}$. On choisit donc une impulsion de durée $T_{\psi} = \theta_{\psi}/\Omega_{1\to 2} = 36\,\mathrm{ns}$, afin de ramener $|\psi\rangle$ au pôle nord. Une fois la durée de l'impulsion déterminée, nous faisons varier le délai Δt entre la fin de B^s et le début de la

rotation. Pour chaque délai, nous préparons l'atome alternativement dans les états $|52C\rangle$ et $|52,m=1\rangle$ puis mesurons les populations de $|52,m=1,2,3\rangle$. Cette étape est représentée schématiquement sur la Fig. V.10 (b) et les résultats expérimentaux correspondants sur la figure V.11.

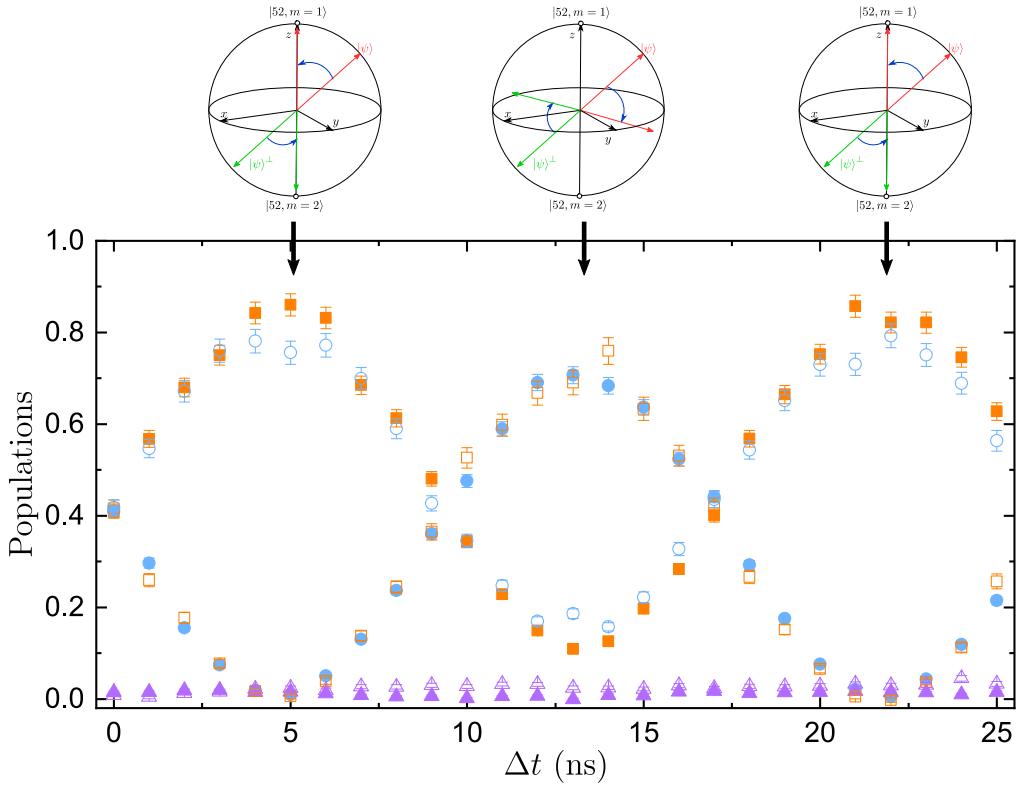


Fig. V.11 *Populations des niveaux $|52,m=1,2,3\rangle$ avec le même code couleur que sur la Fig. V.6 lorsque l'on réalise l'expérience représentée sur la figure V.10 (b). Les populations sont mesurées après que l'on applique B^s et une impulsion RF résonnante sur la transition $|52,m=1\rangle - |52,m=2\rangle$ de durée 36 ns, sur un atome initialement dans l'état $|52C\rangle$ (points pleins) et dans l'état $|52,m=1\rangle$ (points creux). Les sphères de Bloch représentées en haut du graphe donnent une représentation de l'état de l'atome à divers à divers délais.*

En observant la Fig. V.11, on peut voir que les populations de $|52,m=1\rangle$ (quand l'atome est préparé initialement dans $|52,m=1\rangle$) et de $|52,m=2\rangle$ (quand l'atome est préparé initialement dans $|52C\rangle$) sont maximales après un délai $\Delta t = 5$ ns. Cela signifie que pour ce délai, la rotation ramène $|\psi\rangle$ sur $|52,m=1\rangle$, c'est à dire au pôle nord de la sphère de Bloch et $|\psi\rangle^{\perp}$ sur $|52,m=2\rangle$, c'est à dire au pôle sud de celle-ci, le long du méridien qui relie $|\psi\rangle$ au pôle nord. Une demi-période plus tard, pour $\Delta t = 13$ ns, $|\psi\rangle$ et $|\psi\rangle^{\perp}$ ont tourné de 180° et la rotation induite par la RF va au contraire les éloigner du pôle nord pour les amener vers l'équateur (et au delà). C'est donc ce délai que nous allons choisir, puisqu'il permet de ramener $|\psi\rangle$ et $|\psi\rangle^{\perp}$ sur l'équateur de la sphère en utilisant une impulsion RF courte.

La figure V.12 représente les populations des niveaux $|52,m=1,2,3\rangle$ lorsque l'on ap-

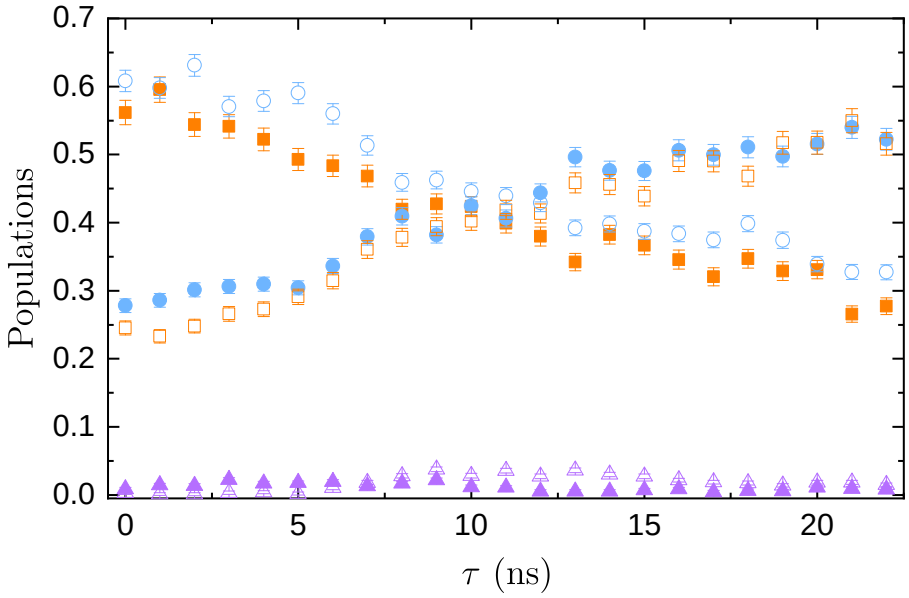


Fig. V.12 *Populations des niveaux* $|52, m = 1, 2, 3\rangle$ *avec le même code couleur que sur la Fig. V.6 mesurées après l'application de* B^s *et d'une impulsion RF résonnante sur la transition* $|52, m = 1\rangle - |52, m = 2\rangle$ *de durée* τ *variable, séparées par un délai* $\Delta t = 11$ ns.

plique B^s a un atome dans l'état $|52C\rangle$ (points pleins) et $|52, m = 1\rangle$ (points creux) suivi par une impulsion résonnante sur la transition $|52, m = 1\rangle - |52, m = 2\rangle$ de durée variable, toutes deux étant séparées par un délai $\Delta t_{rf} = 13$ ns. Pour une durée $\tau_{rf} = 11$ ns, les populations de $|52, m = 1\rangle$ et $|52, m = 2\rangle$ sont égalisées. On mesure finalement $p_{c\to 2} = p_{1\to 2} \approx 0{,}44$. De plus, la population résiduelle de $|52, m = 3\rangle$ n'est que très peu affectée par cette impulsion supplémentaire.

V.2.3 Mesure de la cohérence de la superposition

Une fois toutes ces procédures d'optimisation effectuées, on peut réaliser les franges à proprement parler et mesurer ainsi la cohérence de la superposition préparée par l'impulsion F^s. Pour cela, nous appliquons la série d'impulsions représentée sur la figure V.13 (a). F^S et B^s sont séparées par un délai variable Δt, permettant de varier le déphasage entre l'état de l'atome après F^s et l'impulsion B^s. Ensuite, une impulsion RF résonnante sur la transition $|52, m = 1\rangle - |52, m = 2\rangle$ de durée $\tau_{rf} = 11$ ns est appliquée après un délai $\Delta t_{rf} = 13$ ns, conformément à ce que l'on a vu à la section précédente. Une telle série de franges est représentée sur la figureV.13 (b). Nous obtenons une visibilité de 80(1) %, démontrant la cohérence de la superposition préparée.

Comme au chapitre précédent (voir section IV.3), la visibilité de ce signal interférométrique est limitée par le bruit de champ électrique. La mesure de la fidélité de l'état préparé nécessite alors de s'affranchir de l'effet de ce bruit. Dans ce but, nous allons procéder de la même manière que pour la mesure de la cohérence de la préparation d'états circulaires du chapitre IV. En effet, on a vu à l'équation IV.42 que la phase du signal

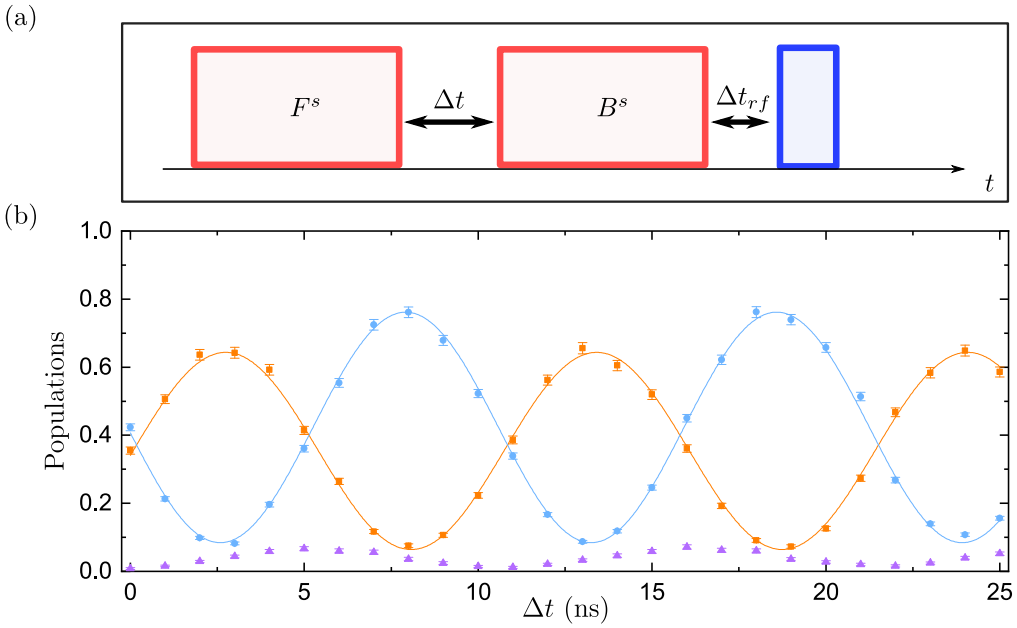


Fig. V.13 (a) *Schéma de la séquence d'impulsions RF utilisée pour la réalisation des franges d'interférences. Les impulsions F^s et B^s sont séparées d'un délai variable Δt et B^s est suivi, après un délai $\Delta t_{rf} = 11\,\mathrm{ns}$, par une impulsion résonnante sur la transition $|52,m=1\rangle - |52,m=2\rangle$ de durée $t_{rf} = 13\,\mathrm{ns}$.* (b) *Populations des niveaux $|52,m=1,2,3\rangle$ avec le même code couleur que sur la Fig. V.6 mesurées après l'application de la séquence décrite en* (a) *en fonction de Δt.*

interférométrique peut s'écrire

$$\phi = \phi_s + \alpha_s(\Delta t)F \tag{V.13}$$

où ϕ_s est la phase accumulée pendant l'application des impulsions RF et où $\alpha_s(\Delta t)F$ correspond à une phase accumulée pendant Δt en raison de la grande différence de dipôle entre les deux membres de la superposition. L'équation IV.45 décrit comment, en présence de bruit électrique, le contraste des franges diminue. Ainsi, la mesure de la sensibilité en phase α_s permet de mesurer le terme $C(\alpha_s)$ et de s'en affranchir.

Pour vérifier cette affirmation nous mesurons, comme au chapitre précédent, la visibilité des franges pour différentes sensibilités. Puisque le paramètre que l'on fait varier lorsque l'on réalise les franges est le délai entre les impulsions, la sensibilité dont on parle ici est moyennée sur l'ensemble des délais correspondant à une série de franges, dont le délai moyen est noté Δt_m. Cette dernière est mesurée de la même manière qu'au chapitre précédent, en réalisant des franges à deux champs électriques distincts F et $F+\Delta F$, avec $\Delta F = 18{,}8\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, comme sur la figure V.14 (a). On peut alors mesurer le déphasage $\Delta\phi$ induit par ΔF et en déduire $\alpha_s(\Delta t_m) = \Delta\phi/\Delta F$. La figure V.14 (b) montre cette mesure réalisée pour différents Δt_m. Les valeurs correspondantes de $\alpha_s(\Delta t_m)$ sont tracées en fonction de Δt_m sont représentées sur la figure V.14 (b).

Une fois cette mesure effectuée, la visibilité de chaque série de franges est tracée en fonction de la sensibilité en phase correspondante (Fig. V.15). Cette visibilité s'exprime

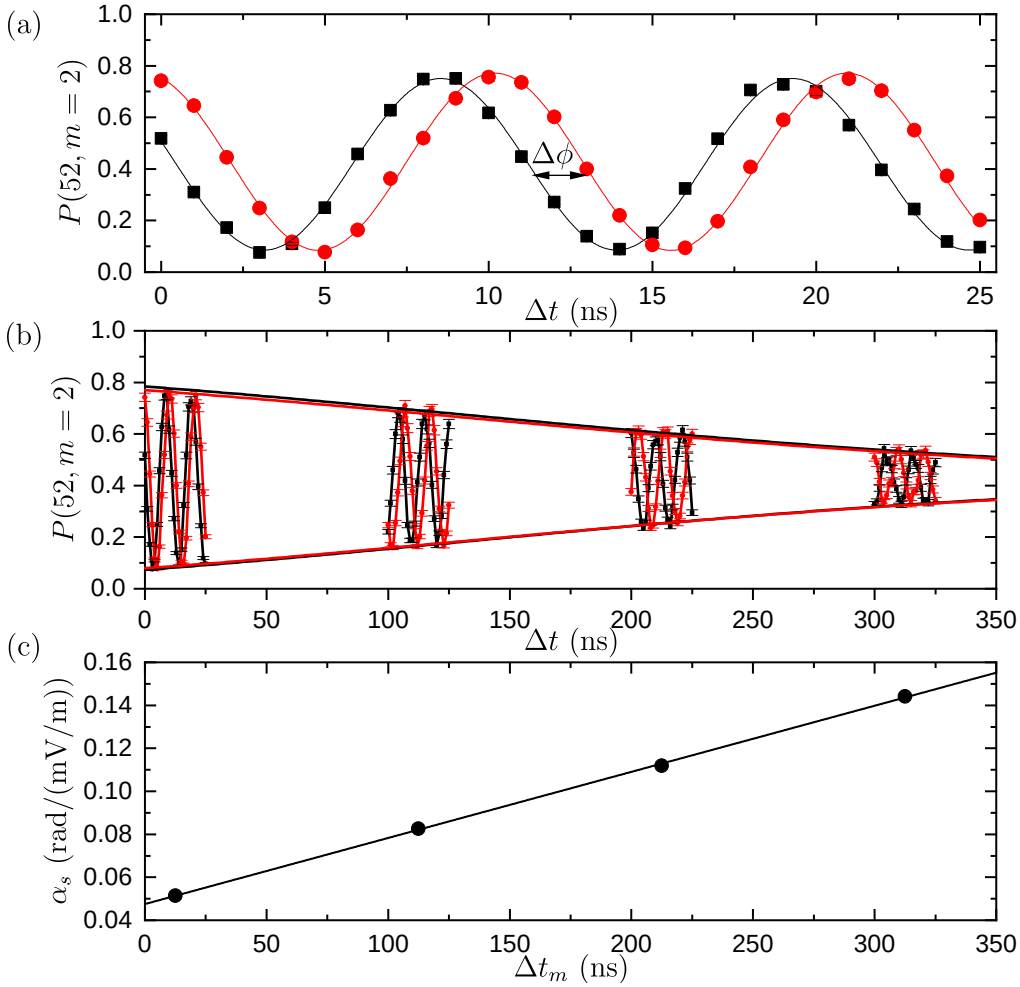


Fig. V.14 *Principe de la mesure de la sensibilité en phase α_s, analogue à celle présentée au paragraphe IV.3.3 b).* (a) *La population de $|52,m = 2\rangle$ est mesurée après l'application de la séquence d'impulsions RF de la Fig. V.13 (a) pour un champ statique F (noir) et $F + \Delta F$ (rouge). Les lignes sont des ajustements sinusoïdaux nous permettant de mesurer la visibilité et le déphasage $\Delta\phi$ de ces franges.* (b) *Cette étape est réalisée pour différents délais moyens Δt_m, représentée ici avec le même code couleur qu'(a). Les lignes sont des ajustements gaussiens correspondant à la visibilité de chaque série de franges.* (c) *Sensibilité en phase $\alpha_s = \Delta\phi/\Delta F$ mesurée pour les différents délais moyens Δt_m.*

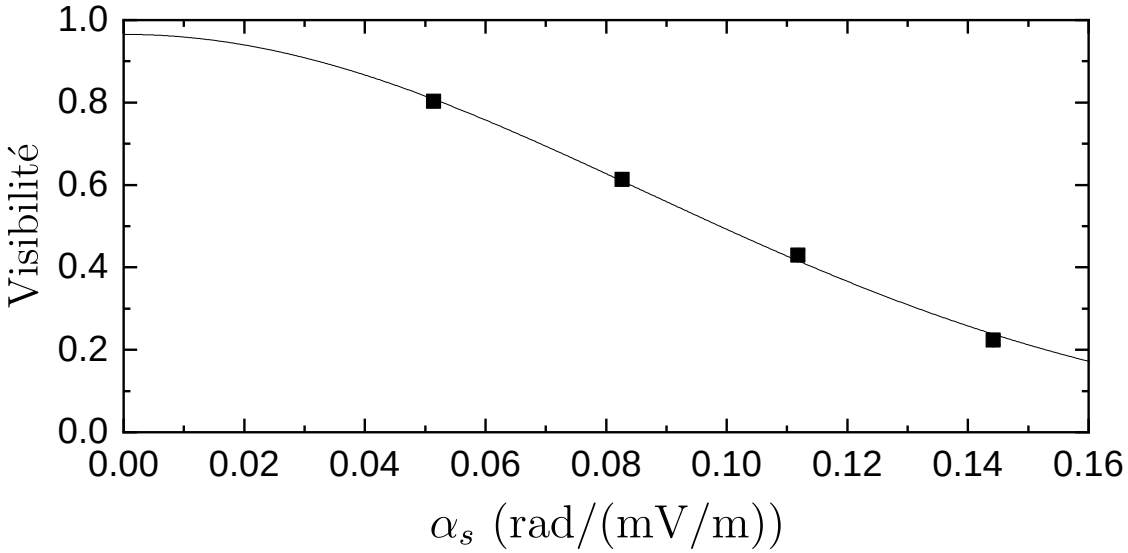


Fig. V.15 *Visibilité des franges obtenues en fonction de la sensibilité en phase α_s correspondante.*

comme précédemment par $V_0 V(\alpha_s)$ où

$$V(\alpha_s) = e^{-\frac{\alpha_s^2}{2}\sigma_F^2} \tag{V.14}$$

avec σ_F l'écart type du bruit de champ électrique. V_0 correspond donc à la visibilité des franges à « sensibilité nulle ». On effectue un ajustement correspondant à l'équation V.14 sur la Fig. V.15 afin d'extrapoler la valeur de V_0. Cette mesure donne $V_0 = 0{,}97(2)$, une valeur très satisfaisante. Nous mesurons aussi $\sigma_F = 11{,}6(1)\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, une valeur légèrement inférieure à celle mesurée au chapitre précédent, qui peut s'expliquer par les quelques mois et le cycle de réchauffage-refroidissement du cryostat séparant les deux séries de mesures.

V.2.4 Fidélité de la préparation

Les populations de l'état final et les mesures de visibilité permettent d'estimer la fidélité de l'état préparé. La fidélité d'un état quantique représenté par la matrice densité $\hat{\rho}$ par rapport à un état-cible noté $\hat{\sigma}$ s'exprime par

$$F(\hat{\rho},\hat{\sigma}) = \left[\mathrm{Tr}\sqrt{\sqrt{\hat{\sigma}}\hat{\rho}\sqrt{\hat{\sigma}}}\right]^2 . \tag{V.15}$$

Dans notre cas, où l'état cible est un état pur $|\psi_t\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|52C\rangle + |52,m=1\rangle)$, celle-ci s'exprime beaucoup plus simplement par

$$F = \langle\psi_t|\hat{\rho}|\psi_t\rangle . \tag{V.16}$$

De plus, on a

$$\hat{\rho} = P_c\,|52C\rangle\langle 52C| + P_1\,|52,m=1\rangle\langle 52,m=1| + C\sqrt{P_c P_1}\,(|52,m=1\rangle\langle 52C| + |52C\rangle\langle 52,m=1|) + \hat{\rho}^{\perp} \tag{V.17}$$

où P_1 et P_c désignent les populations mesurées dans les états $|52,m=1\rangle$ et $|52C\rangle$ lorsque l'on applique F^s, C désigne le « degré de cohérence » de la superposition, responsable de la perte de contraste de celle-ci et $\hat{\rho}^{\perp}$ les termes en dehors du sous-espace $\{|52C\rangle, |52,m=1\rangle\}$. Dans ces conditions, on peut réécrire la fidélité de l'état préparé comme

$$F = \frac{1}{2}\left(P_c + P_1 + 2C\sqrt{P_c P_1}\right). \tag{V.18}$$

Grâce aux mesures effectuées, on peut donner une borne inférieure à ce degré de cohérence. En effet, celui-ci est nécessairement supérieur à la visibilité des franges observées. Pour avoir une borne inférieure à ce terme, il suffit de donc de connaitre la perte de visibilité due au bruit pendant l'application de l'impulsion F^s uniquement : la sensibilité en phase de la superposition au moment de sa préparation est, par symétrie moitié inférieure à celle correspondant à $\Delta t_m = 0$. Si l'on appelle α_0 la valeur de l'ordonnée à l'origine de α_s sur la figure V.14 (c), c'est à dire $\alpha_s(\Delta t_m = 0)$, alors on a

$$C \geq V_0 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)^2 \sigma_F^2}. \tag{V.19}$$

Ainsi, on obtient

$$F \geq 93\%. \tag{V.20}$$

V.3 Réinterprétation de ces résultats en terme d'électrométrie

Les résultats précédents concernant les mesures de cohérence (sections IV.3.3 et V.2.3) peuvent être réinterprétés en termes d'électrométrie. En effet, ce dispositif expérimental a été utilisé à plusieurs reprises pour la métrologie des champs électriques [53, 54] et des champs magnétiques [55]. Puisque les états que l'on prépare lors de la mesure de la cohérence du processus de circularisation et avec l'impulsion décrite dans ce chapitre ressemblent fortement à ceux préparés dans [53, 56] pour mesurer des champs électriques avec une très grande sensibilité (superposition d'un état de Rydberg circulaire et d'un de faible moment cinétique et ayant un grand dipôle électrique), on peut les utiliser pour l'électrométrie.

V.3.1 Limite quantique standard

La méthode « classique » pour mesurer une grandeur à l'aide d'un moment cinétique se base sur l'interférométrie de Ramsey. La mesure que l'on effectue dans ces cas là est en fait la mesure de la fréquence propre du moment angulaire, qui dépend de la grandeur que l'on veut mesurer. On a vu l'on pouvait décrire, pour les niveaux de $m \geq 3$, l'atome de Rydberg couplé à un champ RF polarisé σ^+ comme un grand moment cinétique effectif avec $J = (n-1)/2$ (voir section I.1.3 b)) dont la fréquence propre est proportionnelle au champ électrique, avec

$$\omega_{at} = \frac{3}{2}\frac{qna_0}{\hbar}F \tag{V.21}$$

où q est la charge élémentaire, n le nombre quantique principal de la multiplicité de Rydberg, a_0 le rayon de Bohr et F le champ électrique appliqué à l'atome.

Le principe, représenté sur la Fig. V.16, est le suivant (i) l'atome est préparé dans un état circulaire (représentant l'état « spin vers le haut » noté $|J,J\rangle$) (ii) une première

impulsion RF de fréquence $\omega/(2\pi)$ est appliquée, préparant un état cohérent de spin $|\theta, 0\rangle$, avec $\theta = \pi/2$ (iii) l'atome évolue librement pendant un temps d'attente Δt, résultant en une précession du moment cinétique dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire ω dont l'état devient $|\theta,\phi\rangle$, où $\phi = (\omega_{at} - \omega)\Delta t$ (iv) une seconde impulsion $\pi/2$ est appliquée et l'état du moment cinétique est mesuré. Il est possible de déduire de cette mesure la valeur de ϕ.

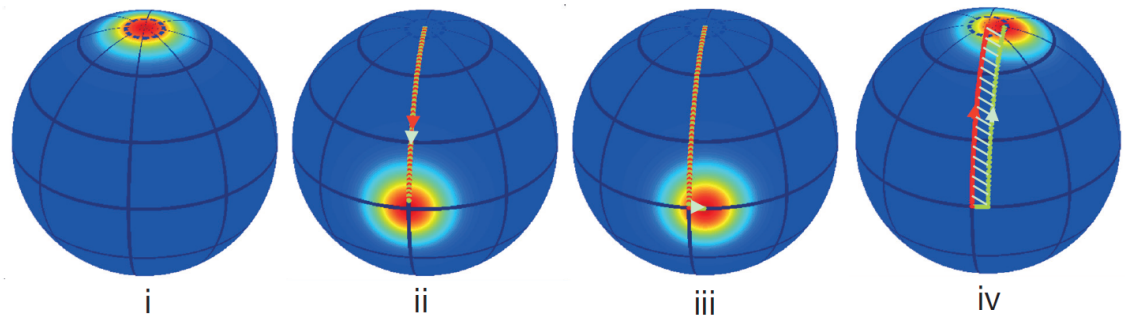


Fig. V.16 *Évolution du moment cinétique, représenté par sa fonction-Q sur une sphère de Bloch généralisée, dans le référentiel tournant à ω, pendant la séquence d'interférométrie Ramsey.* (i) *État initial $|J,J\rangle = |nC\rangle$.* (ii) *État cohérent $|\theta,0\rangle$ après la première impulsion RF, avec $\theta = \pi/2$.* (iii) *État cohérent $|\theta,\phi\rangle$ après le délai d'attente Δt, avec $\phi = (\omega_{at} - \omega)\Delta t$ avant la seconde impulsion radiofréquence.* (iv) *État final après la seconde impulsion RF. Les flèches rouge et verte correspondent aux trajectoires du moment cinétique lors de la séquence pour des fréquences de précession $\omega_{at} = \omega$ (vert) et $\omega_{at} = \omega + \delta\omega$ (rouge). Le mesure classique consiste à déduire la valeur de $\delta\omega$ du résultat de la mesure en (iv). La mesure non-classique consiste à déduire $\delta\omega$ de la valeur de la phase globale accumulée par le moment angulaire, proportionnelle à l'aire hachurée. Figure tirée de [53].*

En revanche, la précision de cette mesure est limitée par les fluctuations quantiques de la direction dans laquelle pointe le moment cinétique. Cette incertitude, notée $\Delta\Theta$ peut s'exprimer en utilisant l'équation I.70

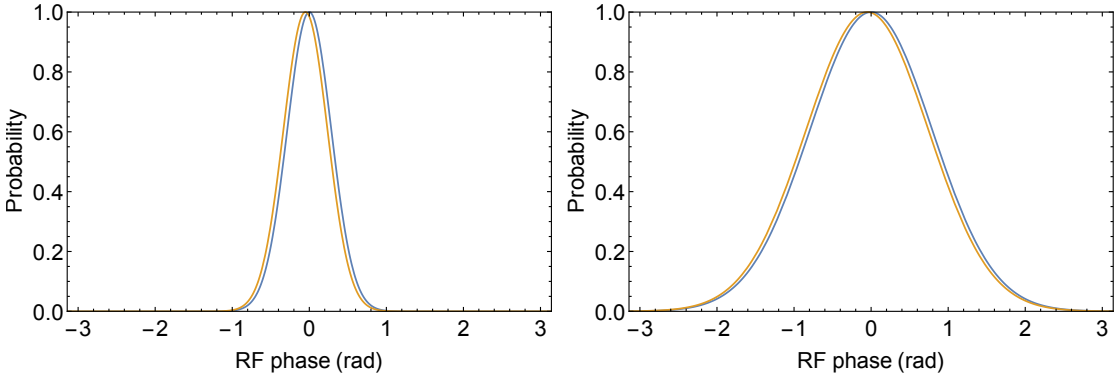
$$\Delta\Theta = \frac{\Delta\hat{J}_{v(,w)}}{\left\langle \hat{J}_u \right\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2J}} \tag{V.22}$$

où (**u**,**v**,**w**) désigne une base orthonormée, **u** ayant les mêmes sens et directions que l'état cohérent de spin. Cette incertitude sur la direction du moment cinétique limite la précision avec laquelle on peut mesurer l'angle de précession. On peut observer ce phénomène sur la Fig. V.17, qui représente la probabilité calculée de détecter l'atome dans l'état $|J,J\rangle$ après la séquence de métrologie, en fonction de la phase de la deuxième impulsion radiofréquence. La largeur des pics gaussiens observés va limiter la précision avec laquelle on va pouvoir mesurer ϕ. Ainsi, la sensibilité $\sigma_F^{(1)}$ de la mesure de champ électrique basée dur des états cohérents de spin est limitée par la *limite quantique standard*

(ou SQL). Celle-ci est définie par [53]

$$\sigma^{(1)}_{F,SQL} = \frac{1}{\Delta t\sqrt{2J}} \left|\frac{\partial\omega}{\partial F}\right|^{-1}. \tag{V.23}$$

$\sigma^{(1)}_{F,SQL}$ représente la meilleure sensibilité possible pour une mesure effectuée en utilisant un état semi-classique. Cette limite n'est toutefois pas fondamentale. En effet, la phase ϕ est une phase classique, correspondant à l'angle de précession du moment cinétique. On peut à la place mesurer la phase *quantique* Φ accumulée par le moment cinétique au cours de sa trajectoire, proportionnelle à l'aire hachurée sur la figure V.16 (iv), qui est beaucoup plus sensible aux rotations que ϕ [79]. En revanche, cette phase est une phase globale. Pour la mesurer, nous avons donc besoin d'une référence, soit un état $|\psi_{aux}\rangle$, de la même manière que pour la mesure de la cohérence de la préparation d'états circulaires à la section IV.3.1.



(a) (b)

Fig. V.17 *Probabilité calculée analytiquement de détecter l'état $|J,J\rangle$ pour un spin parfait après la séquence d'interférométrie Ramsey en fonction de la phase de la seconde impulsion RF lorsque $\omega_{at} = \omega$ (bleu) et $\omega_{at} = \omega + \delta\omega$ (rouge) avec $\delta\omega\Delta t = 0{,}05$ rad.* (a) *Pour $\theta = \pi/2$.* (b) *Pour $\theta = 162{,}4°$. Figure tirée de [56].*

V.3.2 Métrologie quantique

Le principe de la métrologie quantique avec un grand moment cinétique est assez simple. Une fois que l'on a choisi notre état de référence $|\psi_{aux}\rangle$ qui n'est pas affecté par les impulsions RF, il suffit « d'encapsuler » la procédure décrite au paragraphe précédent par des impulsions $\pi/2$ préparant l'atome dans l'état $|J,J\rangle + |\psi_{aux}\rangle$, comme représenté sur la figure V.18. Dans ces conditions, la phase relative entre $|\psi_{aux}\rangle$ et l'état final du moment cinétique après les deux impulsions RF correspond à la phase Φ, qui est une phase globale lorsque l'on emploie la méthode précédente.

La figure V.19 compare les signaux théoriques obtenus lorsque l'on fait varier la phase de la seconde impulsion microonde pour les méthodes classiques et non-classique, lorsque l'on détecte la population de l'état $|J,J\rangle$. En comparaison de la méthode classique, nous voyons apparaître des oscillations rapides et l'on garde l'enveloppe gaussienne de l'état

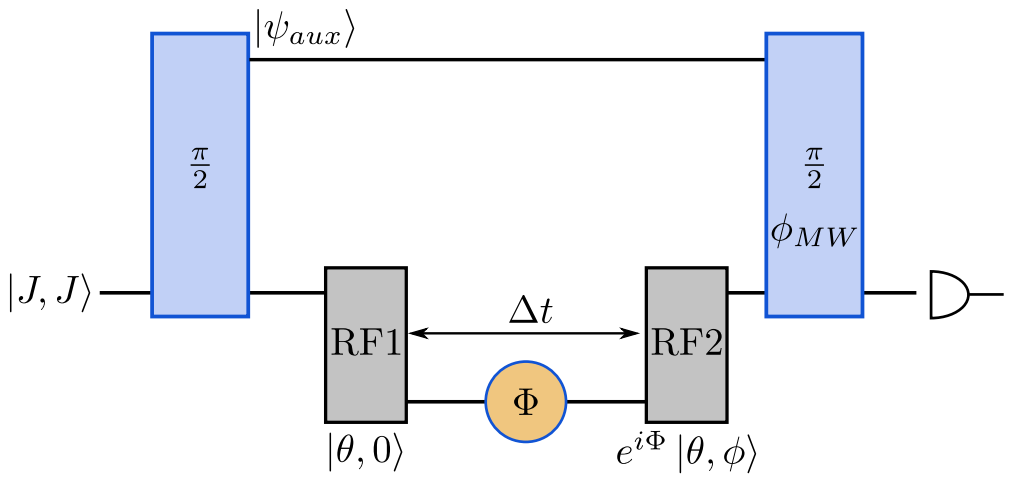


Fig. V.18 *Schéma de la méthode de métrologie non classique utilisée dans [53]. La séquence d'impulsions RF et la trajectoire du moment cinétique sont celles décrites au paragraphe V.3.1. On ajoute ici deux impulsions microondes $\pi/2$ préparant l'état $|J,J\rangle + |\psi_{aux}\rangle$, puis refermant l'interféromètre. On détecte finalement la population de $|J,J\rangle$ pour déterminer la valeur de Φ.*

cohérent de spin. Ces oscillations sont la signature du caractère non-classique de l'état préparé.

La probabilité de P_q de détecter l'atome dans l'état $|J,J\rangle$ à la fin de la séquence est donnée par

$$P_q(\phi_{RF},\phi_{MW}) = \frac{1}{4}\left|1 + e^{i\phi_{MW}}\,\langle J,J|\psi_f\rangle\right|^2 \tag{V.24}$$

où ϕ_{RF} et ϕ_{RF} désignent respectivement la phase relative des impulsions RF et celle des impulsions microonde. $|\psi_f\rangle$ est l'état final de l'atome après la séquence. Grâce à [65], on peut réécrire le recouvrement entre $|J,J\rangle$ et $|\psi_f\rangle$

$$\langle J,J|\psi_f\rangle = \langle J,J|R_{\theta,\pi+\phi_{RF}}|\,|\theta,\phi\rangle\rangle = \langle\theta,\phi_{RF}|\theta,\phi\rangle = |\langle\theta,\phi_{RF}|\theta,\phi\rangle|\,e^{i\Phi} \tag{V.25}$$

avec

$$\Phi = J\left[(\phi - \phi_{RF}) - \arctan[\cos\theta\tan((\phi - \phi_{RF})/2)]\right] \tag{V.26}$$

et $R_{\theta,\pi+\phi_{RF}}$ désigne la rotation effectuée grâce à la seconde impulsion RF. On peut alors exprimer P_q comme

$$P_q(\phi_{RF},\phi_{MW}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}P_c(\phi_{RF}) + \frac{1}{2}\sqrt{P_c(\phi_{RF})}\cos(\Phi - \phi_{MW}) \tag{V.27}$$

avec

$$P_c(\phi_{RF}) = |\langle\theta,\phi_{RF}|\theta,\phi\rangle|^2 \approx \exp(-J\sin^2\theta(\phi - \phi_{RF})^2/2) \tag{V.28}$$

représentant la probabilité de ramener l'état cohérent de spin dans l'état $|J,J\rangle$ après la seconde impulsion RF. Elle représente l'enveloppe des oscillations des figures V.19b et V.19d.

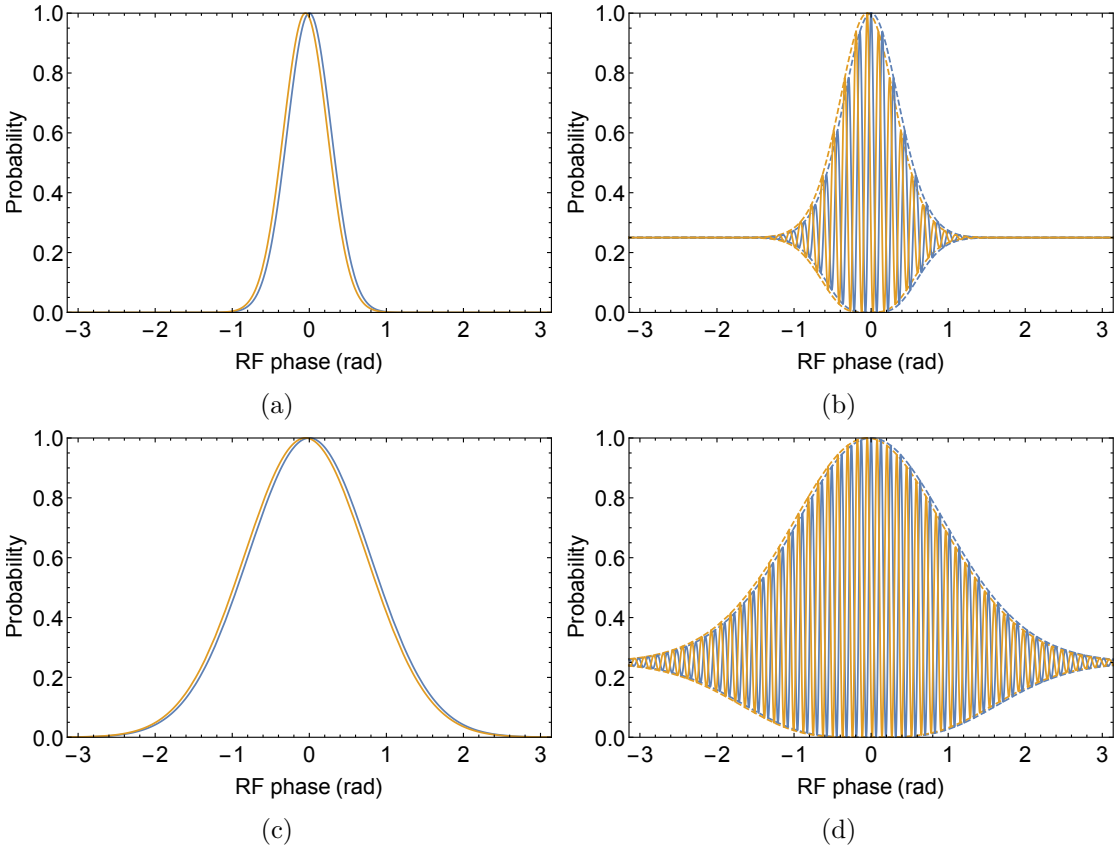


Fig. V.19 *Probabilité calculée analytiquement de détecter l'atome dans l'état* $|J,J\rangle = |nC\rangle$ *après la séquence d'interférométrie Ramsey en fonction de la phase de la seconde impulsion RF lorsque* $\omega_{at} = \omega$ *(bleu) et* $\omega_{at} = \omega + \delta\omega$ *(rouge) avec* $\delta\omega\Delta t = 0{,}05\,\mathrm{rad}$. (a) *et* (b) *pour* $\theta = \pi/2$. (c) *et* (d) *pour* $\theta = 162{,}4°$. (a) *et* (c) *correspondent à la méthode classique, tandis que* (b) *et* (d) *correspondent à la méthode de métrologie non-classique. Figure tirée de [56].*

V.3.3 Sensibilité

Pour mesurer une petite variation ΔF du champ électrique statique par rapport à sa valeur initiale F, nous devons maximiser le contraste du signal interférométrique obtenu lorsque l'on mesure la population de $|J,J\rangle$ en fin de séquence quand ϕ_{MW} est variée. L'expression V.27 nous indique que nous devons pour cela maximiser la valeur de $P_c(\phi_{RF})$ et nous choisissons pour cela $\phi_{RF} = \phi(F)$. De plus, lorsque nous réalisons ces expériences, nous nous plaçons le plus proche possible de la résonance, on peut alors considérer que $\omega = \omega_{at}(F)$, ce qui signifie que l'on a $\phi(F) = 0$. Nous pouvons alors écrire

$$P_q(0,\phi_{MW}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\Phi - \phi_{MW}), \tag{V.29}$$

où $\Phi = J(1-\cos\theta)\phi$. Nous observons alors des franges de Ramsey sur la transition $|J,J\rangle - |\psi_{aux}\rangle$. La phase de ces franges est alors donnée par Φ, l'on peut définir le facteur

$$\eta = \frac{\Phi}{\phi} = J(1-\cos\theta) \tag{V.30}$$

qui représente le gain en terme de sensibilité en phase (au sens de l'équation IV.42) par rapport à la méthode classique. Pour mesurer le déphasage dû à ΔF, nous nous plaçons à mi-frange (c'est-à-dire que $\phi_{MW} = \pi/2$) et mesurons la probabilité P_q de détecter l'atome dans l'état $|J,J\rangle$. La sensibilité de cette mesure est alors définie par :

$$\sigma_F^{(1),th} = \sigma_{P_q} \left|\frac{\partial P_q}{\partial \Phi}\right|^{-1} \left|\frac{\partial \Phi}{\partial F}\right|^{-1} = \frac{1}{J(1-\cos\theta)\Delta t} \left|\frac{\partial \omega_{at}}{\partial F}\right|^{-1} \tag{V.31}$$

où $\sigma_{P_q} = \sqrt{P_q(1-P_q)}$ est l'écart type du processus de Bernoulli associé à la mesure de l'état de l'atome, valant 1/2 puisque l'on se place à mi-frange. Nous pouvons voir que plus la valeur de θ est importante, plus la sensibilité est élevée. Pour $\theta = \pi$, la limite de Heisenberg [11] est atteinte, qui correspond à la meilleure sensibilité possible pour ce système et vaut

$$\sigma_F^{(1),HL} = \frac{1}{2J\Delta t} \left|\frac{\partial \omega_{at}}{\partial F}\right|^{-1}. \tag{V.32}$$

V.3.4 Résultats expérimentaux précédents

Cette mesure a été réalisée par Facon *et. al.* dans [53, 69], puis a été répliquée avec de meilleurs résultats suite à une amélioration du dispositif expérimental dans le cadre de la thèse d'E.K. Dietsche [56], à laquelle j'ai eu l'opportunité de participer. Nous ne présenterons ici que succinctement les résultats de [56], la lectrice ou le lecteur pouvant se référer aux références précédemment citées. L'expérience a été est réalisée en choisis-

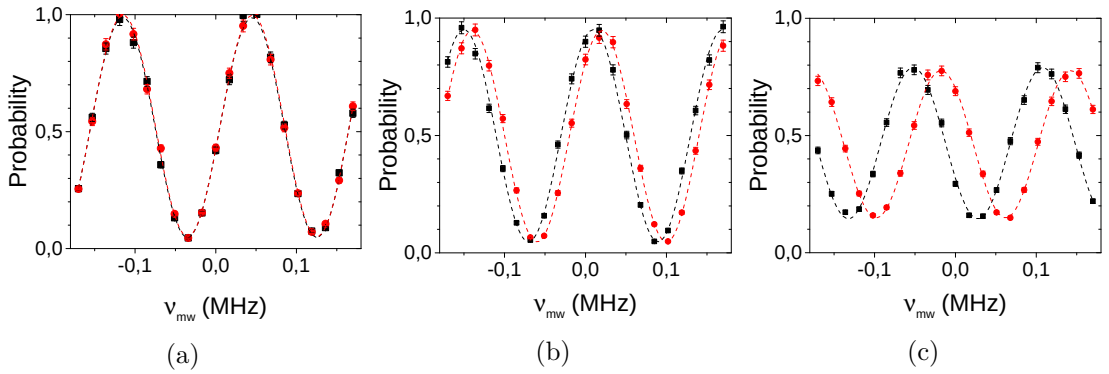


Fig. V.20 *Signaux $P_q(\phi_{RF},\phi_{MW})$ correspondant ici à la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|51C\rangle$ après la séquence d'interférométrie, où ϕ_{RF} est choisie de sorte à maximiser P_c, en fonction de $\nu_{MW} \propto \phi_{MW}$. Les mesures sont réalisées pour deux champs électriques distincts F (noir) et $F+\Delta F$ (rouge), avec $\Delta F = 18{,}8\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$.* (a) *sans impulsions RF,* (b) *avec deux impulsions RF séparées de* 20 ns *et* (c) *séparées de* 200 ns. *Figures tirées de [56].*

sant comme moment cinétique l'échelle de niveaux de la multiplicité $n = 51$ et comme état auxiliaire $|49C\rangle = |\psi_{aux}\rangle$. Des figures d'interférences typiques sont représentées sur la Fig. V.20. Elles on été réalisées pour deux champs électriques F et $F + \Delta F$, avec $\Delta F = 18{,}8\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$. Les franges de Ramsey sont réalisées en faisant varier la fréquence des impulsions microondes, ce qui revient à faire varier la phase dans le référentiel tournant à la fréquence de la transition $|51C\rangle - |49C\rangle$. Ces franges sont réalisées pour plusieurs valeur du délai Δt, ce qui nous permet d'en déduire le déphasage par unité de champ électrique, correspondant à la « sensibilité en phase » définie précédemment.

Dans ces conditions, nous pouvons définir la sensibilité expérimentale par

$$\sigma_F^{(1)} = \sigma_{P_q} \left|\frac{\partial P_q}{\partial \Phi}\right|^{-1} \left|\frac{\partial \Phi}{\partial F}\right|^{-1} \approx \frac{1}{C}\frac{\Delta F}{\Delta\Phi - \Delta\Phi_0} \tag{V.33}$$

où C est le contraste des franges obtenues. Le déphasage $\Delta\Phi_0$ correspond à la phase accumulée *pendant* les impulsions RF. La figure V.21 représente la sensibilité mesurée en fonction du délai entre les impulsions RF pour plusieurs angles de Rabi θ.

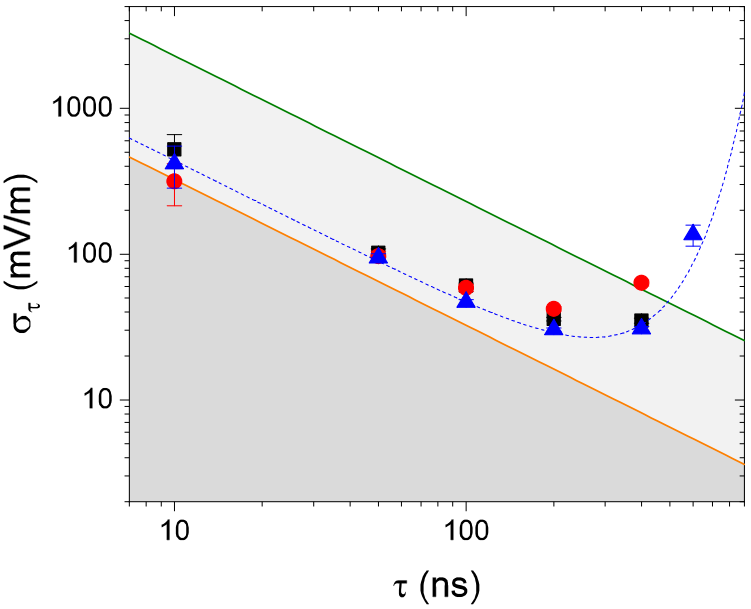


Fig. V.21 *Sensibilité de la séquence d'interférométrie en fonction du délai entre les impulsions RF pour trois valeurs de l'angle de Rabi : $\theta = 138{,}4 \pm 3.7°$ (bleu), $\theta = 148{,}2 \pm 5.5°$ (rouge) et $\theta = 162{,}4 \pm 4.0°$ (noir). La ligne verte correspond à la valeur de la limite quantique standard et la ligne orange à la limite de Heisenberg. En bleu, la sensibilité calculée pour un facteur $\eta = 48$, un contraste intrinsèque des franges $C_0 \approx 77\%$ et un bruit de champ électrique gaussien d'écart-type $12{,}5\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$. Figure tirée de [56]*

Pour des délais courts, entre 10 et 100 ns, nous obtenons une très bonne sensibilité, dépassant de presque 15 dB la limite quantique standard, se rapprochant fortement de la

limite de Heisenberg. Lorsque que le délai augmente, nous pouvons observer un phénomène de saturation. En effet, l'augmentation de la sensibilité en phase se traduit aussi par une plus grande sensibilité au bruit de champ électrique. Par le même mécanisme que celui décrit dans la section IV.3.3, cette sensibilité au bruit se traduit par une diminution du contraste, ce qui augmente la valeur de $\sigma_F^{(1)}$. Cet effet est bien modélisé par un bruit gaussien d'écart-type de 12,5 mV m^{-1}, associé à un contraste intrinsèque $C_0 \approx 77\,\%$ tel que défini à l'équation IV.45 , représenté par une ligne sur la figure V.21.

De plus, d'après la définition V.31, on s'attend à ce que la valeur de la sensibilité diminue lorsque θ augmente. Or, ce n'est pas ce que nous observons sur la Fig. V.21. Ceci est dû au caractère non-hydrogénoïde de l'atome de Rubidium. En effet, plus θ augmente, plus l'état de l'atome se trouve peuplé par des états de faible m, non hydogénoïdes. Ainsi, nous n'effectuons plus une simple rotation d'un état cohérent de spin, mais « déformons » l'état de l'atome en appliquant les impulsions RF. Ainsi, la valeur de P_c diminue, ce qui induit là aussi une diminution du contraste des franges de Ramsey. Afin d'obtenir la meilleure sensibilité possible, il convient donc de faire une compromis entre la sensibilité en phase gagnée en augmentant l'angle de Rabi de la rotation et la perte de contraste due au caractère non-hydrogénoïde de l'atome de Rubidium.

V.3.5 Contrôle optimal et métrologie

En regard des résultats précédents, il semble que l'on peut pallier au caractère non-hydrogénoïde de l'atome de Rubidium en appliquant les impulsions implémentées précédemment. En effet, dans la section IV.3.3, nous préparons un état très proche de $|52,m=2\rangle + |50C\rangle$, pouvant être utilisé pour la métrologie et disposant d'une meilleure sensibilité en phase, puisque correspondant à un angle de Rabi plus grand. Nous pouvons alors réinterpréter les résultats présentés sur les figures IV.15 et IV.16 afin de calculer les sensibilités $\sigma_F^{(1)}$ correspondantes. En effet, la sensibilité est donnée par l'équation V.32. Le terme de variation de phase $\Delta\Phi$ correspond en fait à la « sensibilité en phase » que nous avons défini à l'équation IV.42 et dont la mesure en fonction du délai entre les impulsions est représentée sur la figure IV.15 (b). Ainsi, la sensibilité s'exprime par

$$\sigma_F^{(1)}(\Delta t) = \frac{1}{C}\frac{\Delta F}{\alpha(\Delta t) - \alpha_0} \tag{V.34}$$

où α_0 correspond à la sensibilité en phase à délai nul, mesurée par l'ajustement effectué sur la Fig. IV.15 (b).

Cette sensibilité est représentée sur la figure V.22, normalisée par la valeur de la limite quantique standard, afin de pouvoir être comparée aux résultats précédents. On peut voir que l'électromètre réalisé est plus sensible que la SQL, avec un gain de 15,3 dB pour un délai $\Delta t = 26$ ns. Pour des délais supérieurs à 100 ns, nous n'observons pas de gain en sensibilité. Cette absence de gain peut s'expliquer par la sensibilité plus importante des franges : en effet, plus celles-ci sont sensibles, plus la perte de contraste due au bruit électrique est importante. Cette perte de contraste se traduit par une saturation due au bruit arrivant plus tôt. De plus, le bruit électrique est plus important que pour les résultats précédents (nous avions alors un écart-type de 12,5 mV m^{-1}). En revanche, pour des délais courts, nous pouvons observer un léger gain. Ce dernier vaut par exemple 1 dB environ pour $\Delta t = 50$ ns.

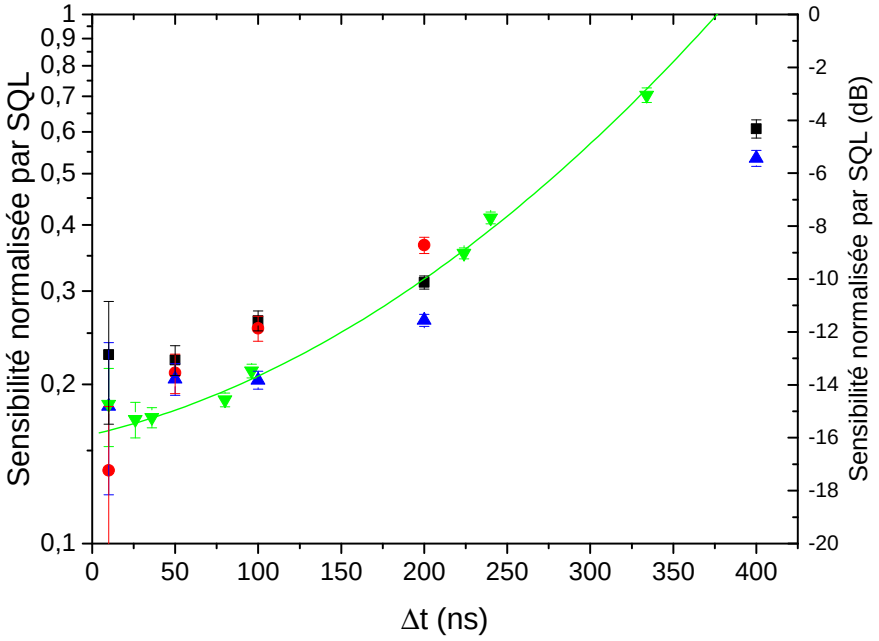


Fig. V.22 *Sensibilité normalisée* $\sigma_F^{(1)}/\sigma_{SQL}^{(1)}$ *en fonction du délai* Δt *entre les impulsions RF. Les points noirs, rouges et bleus correspondent aux résultats présentés sur la figure V.21 avec le même code couleur. En vert sont représentées les sensibilités issues de la mesure de la cohérence de la préparation décrite à la section IV.3.3. La ligne correspond à un modèle prenant en compte la perte de contraste due au bruit de champ électrique d'écart type* $13{,}4\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$ *et la sensibilité en phase de la superposition mesurée précédemment.*

Bien que n'apportant pas une avancée majeure en termes de sensibilité, cette expérience montre que nous pouvons d'ores et déjà utiliser le contrôle quantique pour la métrologie, avec des résultats satisfaisants. De plus, la préparation de l'état $|52C\rangle + |52,m = 1\rangle$ peut aussi s'avérer intéressante pour la métrologie. Cependant, sa sensibilité est moins bonne que les résultats présentés ici en raison du contraste plus faible des franges, de l'ordre de 80 %. En revanche, son implémentation pourrait être très utile dans le cas d'atomes piégés, puisqu'elle n'implique pas l'utilisation d'impulsions microonde qui rajoute une durée de plusieurs microsecondes à la séquence. Dans notre cas, le taux de répétition de la séquence est limité par les 300 µs de temps de vol des atomes entre leur excitation Rydberg et leur détection. Dans le cas d'atomes piégés, ce temps de vol irréductible n'aurait pas lieu et le taux de répétition de l'expérience pourrait être réduit de beaucoup en supprimant les impulsions microondes.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré qu'il était possible de préparer des états non-classiques arbitraires d'un atome de Rydberg à l'aide du contrôle quantique. En effet, nous avons réussi à mettre en place une impulsion préparant un état « chat de Schrödinger »

d'un atome de Rydberg en partant d'un état de faible moment angulaire, avec une fidélité supérieure à 93%. Pour ce faire, nous avons du étudier plus en détails l'action de l'impulsion théorique afin de l'adapter à notre dispositif expérimental. Grâce à cette bonne compréhension, nous avons pu modifier la forme de l'impulsion afin de préparer l'état désiré. De plus, nous avons dû ajouter des impulsions supplémentaires afin de mieux équilibrer les populations du signal interférométrique obtenu pour la mesure des cohérences de l'état préparé. Enfin, nous avons présenté le principe de la métrologie quantique, ainsi que des résultats obtenus au tout début de cette thèse. Nous avons réinterprété les résultats du chapitre précédent en terme de métrologie quantique et comparé ces derniers à la sensibilité obtenue précédemment. Ceci montre qu'il est possible d'utiliser l'OCT pour la métrologie quantique avec des atomes de Rydberg.

Conclusion

Durant cette thèse, nous avons démontré l'implémentation expérimentale du contrôle optimal dans le cas de la préparation d'états d'atomes de Rydberg circulaires, ainsi que d'un état non classique de l'atome. L'enjeu de cette préparation est la démonstration que le contrôle optimal peut s'appliquer aux atomes de Rydberg et ainsi aux applications présentes ou futures de ces systèmes. La préparation rapide et efficace d'atomes circulaires peut s'avérer cruciales pour des applications dans un simulateur quantique. De plus, puisque des états non-classiques de ces atomes sont des outils puissants pour la métrologie quantique, être capable de les préparer de manière optimale et avec une fidélité importante s'avère être aussi une grande avancée pour ce domaine.

Afin de mesurer la fidélité des états préparés grâce aux impulsions issues du contrôle quantique, nous avons eu besoin de mesurer précisément les populations de différents états de la multiplicité Stark de l'atome de Rubidium. Nous avons ainsi mis en place des techniques originales, utilisant des sondes microondes dont l'efficacité est calibrée à l'aide de la dynamique de l'atome couplé au champ radiofréquence pour les niveaux de grand nombre quantique magnétique m. Pour les niveaux de faible m, nous avons couplé l'utilisation de sondes microondes envoyant les niveaux $|52,m = 1,2,3\rangle$ tous vers le même niveau $|51,m = 2\rangle$ afin de s'affranchir des efficacités de détection relatives de niveaux différents. Nous avons en plus de ça augmenté l'efficacité de détection globale de ces niveaux en ajoutant un passage adiabatique adapté à la multiplicité $n = 51$ qui transfère $|51,m = 2\rangle$ vers $|51C\rangle$, dont la détection est bien plus efficace. Pour implémenter les impulsions RF de la théorie du contrôle optimal, nous avons eu besoin de générer un champ radiofréquence de polarisation σ^+ la plus pure possible. Nous devons de plus être capables de préparer des atomes circulaires le plus efficacement possible afin de normaliser les mesures de population et ainsi être capable de mesurer correctement les états préparés grâce aux impulsions issues de l'OCT. La méthode traditionnellement utilisée dans le groupe est le passage adiabatique. Nous atteignons une fidélité de préparation d'atomes circulaires de 99,5 % grâce à ce dernier.

Une fois ces pré-requis effectués, nous pouvons mettre en place les impulsions théorisées par S. Patsch *et. al.*. La première d'entre elles est faite pour préparer des atomes circulaires à partir du niveau $|52,m = 2\rangle$. L'implémentation initiale de cette impulsion ne donne qu'une efficacité de préparation de 88 %, en raison des imperfections expérimentales. Nous avons donc eu à modifier l'impulsion que nous programmons dans l'expérience afin de pallier à ces imperfections. La compréhension de la dynamique de l'atome soumis à l'impulsion RF nous a permis de modifier cette dernière et d'atteindre une bonne efficacité. En effet, nous avons pu décomposer l'impulsion initiale en deux parties, la première transformant l'état de Dicke $|52,m = 2\rangle$ en état cohérent de spin, qui est ensuite amené

vers l'état circulaire par une simple rotation. Cette décomposition nous a permis de simplifier grandement l'impulsion et ainsi de rendre beaucoup plus aisée son optimisation. Finalement, nous atteignons une pureté de préparation de 96,2(3) % en 113 ns, ce qui est une avancée considérable, puisque nous somme ainsi capable de préparer des atomes circulaires avec une efficacité comparable à celle d'un passage adiabatique avec une durée inférieure d'un ordre de grandeur. Il est tout de même nécessaire de vérifier si cette préparation est effectuée de manière cohérente. Pour cela, nous avons réalisé une expérience d'interférométrie en préparant une superposition $|52C\rangle + |50C\rangle$, puis en appliquant successivement l'impulsion RF renversée dans le temps et l'impulsion RF elle-même. Pour mesurer la cohérence, l'état $|50C\rangle$ ne doit pas être affecté par l'impulsion, ce qui n'est pas le cas initialement. Nous avons encore une fois utilisé notre compréhension de la dynamique de l'atome et du champ pour séparer en deux la seconde partie de l'impulsion pour la décomposer en deux rotations ramenant $|50C\rangle$ sur lui même, sans changer son action dans la multiplicité $n = 52$. Nous avons par la suite mesuré la visibilité intrinsèque de ces franges en supprimant l'effet du bruit électrique dans l'expérience grâce à l'extrapolation des données expérimentales. Nous mesurons donc une visibilité intrinsèque égale à l'unité, dans la limite de la précision de la mesure, ce qui indique une très bonne cohérence de la préparation d'états circulaire par cette méthode.

Deuxièmement, nous avons utilisé le contrôle optimal pour la préparation d'un état « chat de Schrödinger » $|52C\rangle + |52,m = 1\rangle$. De la même manière que précédemment, nous avons dû adapter l'impulsion théorique à l'expérience en tirant profit de notre compréhension de la dynamique du système. Ici, la première partie de l'impulsion prépare une superposition à poids égaux d'un état cohérent de spin et d'un état propre du système atome-champ se branchant sur l'état $|52,m = 1\rangle$ lorsque la RF est éteinte lentement. La seconde est comme précédemment une rotation amenant la composante état cohérent de spin vers l'état circulaire mais avec une extinction lente du champ pour s'assurer que l'état propre devienne $|52,m = 1\rangle$. L'impulsion est alors optimisée et nous préparons une superposition équilibrée avec des populations $P(52C) = 48(1)\,\%$ et $P(52,m = 1) = 48{,}4(8)\,\%$. Afin de mesurer la cohérence de celle-ci, nous avons réalisé des franges d'interférence en appliquant à l'atome l'impulsion et une version renversée dans le temps de celle -ci. La visibilité intrinsèque des franges est bonne et nous somme capable grâce à celle-ci d'estimer une borne inférieure à la fidélité de l'état préparé de 93 %.

Enfin, nous avons réinterprété les résultats de la mesure de la cohérence de la préparation d'atomes circulaires en terme d'électrométrie, afin de les comparer à des résultats obtenus au tout début de cette thèse. Nous atteignons dans le meilleur des cas une sensibilité de 15,3 dB sous la limite quantique standard en 26 ns de temps d'interrogation. Cette amélioration n'est pas exceptionnelle mais prouve néanmoins qu'il est possible d'appliquer l'OCT à la métrologie quantique.

L'objectif fixé initialement pour cette thèse est donc rempli. Nous avons avec succès implémenté les impulsions issues du contrôle quantique et montré une bonne efficacité de préparation des états désirés. En plus de ces travaux j'ai participé durant la dernière année de cette thèse à la modification du dispositif expérimental afin de remplacer les atomes de rubidium utilisé par du strontium. Ces modifications et certains résultats préliminaires obtenus sont décris dans la partie suivante, dédiée au perspectives futures de cette expérience.

Perspectives

De même que la plupart des expériences actuelles utilisant des atomes de Rybderg, les travaux présentés dans ce manuscrit emploient des atomes alcalins, ne présentant qu'un seul électron de valence. Une fois excité dans un état de Rydberg, l'atome ne dispose plus d'électron susceptible d'interagir avec la lumière, ce qui le rend transparent dans le domaine optique. Les techniques de refroidissement laser et d'imagerie couramment utilisées en physique atomique ne peuvent donc plus être appliquées. C'est en cela que l'emploi d'éléments alcalino-terreux devient intéressant : disposant de deux électrons de valence, ils permettent de profiter des atouts des atomes de Rydberg tout en ayant la possibilité d'interagir optiquement avec le cœur ionique. On peut alors utiliser cet électron pour le piégeage [80], le refroidissement ou encore l'imagerie [81, 82] des atomes de Rydberg. Toutefois, les états doublement excités de l'atome ne sont en général pas stables. En effet, l'électron de valence le plus proche du coeur, une fois excité, dispose de suffisamment d'énergie pour que l'atome s'auto-ionise en cas de collision des deux électrons [83, 84, 85]. Cette probabilité de collision décroit toutefois rapidement avec le moment cinétique orbital l de l'électron Rydberg, pour devenir négligeable pour des états circulaires. Ainsi, la préparation d'atomes alcalino-terreux circulaires est une étape importante pour la réalisation de technologies quantiques basées sur des atomes. Des états de grand moment cinétique l d'atomes alcalino-terreux ont déjà été préparés en utilisant des transferts microonde [86] ou des méthodes basées sur le glissement Stark [87], mais ces techniques semblent limitées à la préparation d'états de $l < 10$. C'est pourquoi, à la fin de ma thèse, nous avons décidé de mettre à profit l'expertise que nous avons acquise sur la manipulation des états de Rydberg dans le rubidium pour chercher à adapter notre méthode de préparation des états de Rydberg circulaires au strontium.

Pour cela, nous avons du adapter le dispositif expérimental. Ces modifications ont impliqué notamment l'utilisation d'un nouveau four atomique et de nouveaux lasers correspondant au schéma d'excitation Rydberg du strontium. L'excitation laser fonctionne de manière similaire à celle réalisée pour le rubidium : trois faisceaux laser à 45° du jet atomique fournissent trois photons à 461 nm, 767 nm et 896 nm, afin de préparer l'atome dans l'état $5s52f\ ^1F_3$ à partir de l'état fondamental $5s^2S_0$, en passant par les niveaux intermédiaires $5s5p\ ^1P_1$ et $5s5d\ ^1D_2$.

Une fois les atomes de strontium ainsi préparés dans un niveau de Rydberg de faible moment angulaire, nous procédons de même que pour le rubidium : nous appliquons un champ électrique statique à l'aide des deux électrodes planes afin de lever la dégénérescence entre les états de la multiplicité, avant d'utiliser un champ radiofréquence polarisé $\sigma+$ pour atteindre l'état de Rydberg circulaire. En raison de la présence du second électron de valence, la structure des niveaux d'énergie de faible moment angulaire est plus complexe que dans le cas des alcalins. Les défauts quantiques y sont notamment plus grands et nous avons des états singulets et triplets. Ainsi, contrairement au rubidium, l'état $5s52f$ ne devient hydrogénoïde que pour des champs élevés, de l'ordre de 400 V/m. C'est pourquoi nous appliquons une impulsion microonde (absente dans le dans le schéma d'excitation du rubidium, représentée figure V.23) pour transférer l'atome de strontium dans l'état $5s51g$, qui est à ce champ électrique le niveau $m = 2$ de plus basse énergie de la multiplicité $n = 51$. Le champ est ensuite réglé à $approx 100\,\mathrm{V\,m^{-1}}$, ce qui est suffi-

sant pour permettre au niveau $5s51g$ de rejoindre l'échelle harmonique de la multiplicité, correspondant à la diagonale inférieure sur la figure V.23. Nous appliquons enfin une impulsion RF de fréquence 110 MHz résonante avec cette échelle, qui transfère la population de $5s51g$ vers l'état circulaire $5s51C$.

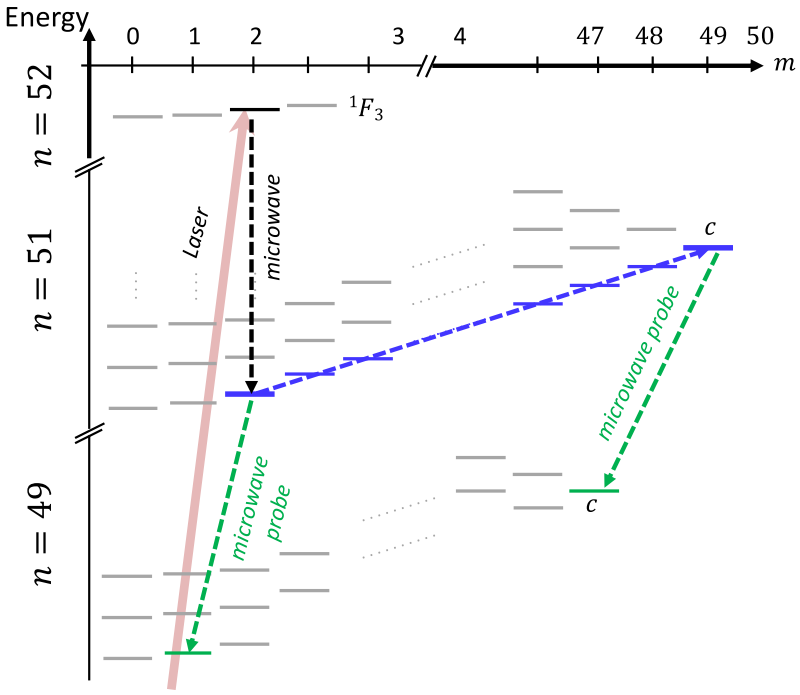


Fig. V.23 *Schéma de l'excitation de l'atome vers l'état de Rydberg $5s52f$ $^1F_3$, suivi du processus de circularisation. Une impulsion microonde (représentée par une flèche en pointillés noirs) transfère l'atome dans l'état $5s51g$, qui est l'état de nombre quantique $m = 2$ de plus basse énergie de la multiplicité $n = 51$ à ce champ électrique. Une impulsion RF σ^+ à 110 MHz est ensuite appliquée pour transférer l'atome vers l'état circulaire (flèches en pointillés bleus). La détection des niveaux $m = 2$ et circulaire est effectuée à l'aide de sondes microondes vers la multiplicité $n = 49$ (représentées en vert).*

La figure V.24 (a) représente le nombre d'atomes détectés (à l'aide de sondes microondes) dans les niveaux $5s51c$ et $5s51e_{1,2}$ en fonction de la durée de l'impulsion RF. Le maximum de population du circulaire est atteint au bout de 190 ns. La comparaison des signaux d'ionisation correspondant à cette durée réalisés avec et sans sonde circulaire (Fig. V.24 (b)) montre que les atomes circulaires représentent 85% des atomes de grand moment angulaire.

Une fois l'atome dans un état circulaire, nous excitons le cœur ionique afin de vérifier que l'atome ne s'auto-ionise pas. Pour cela, nous appliquons une impulsion laser à 422 nm, résonnante avec la transition $5S_{1/2} - 5P_{1/2}$ du coeur ionique Sr^+. La figure V.25 (a) représente le nombre d'atomes détectés au seuil de l'état circulaire après l'impulsion à 422 nm normalisé par ce nombre sans impulsion laser lorsque l'on fait varier la fréquence de celle-ci autour de la résonance du cœur. On constate que cette population ne varie pas, indiquant

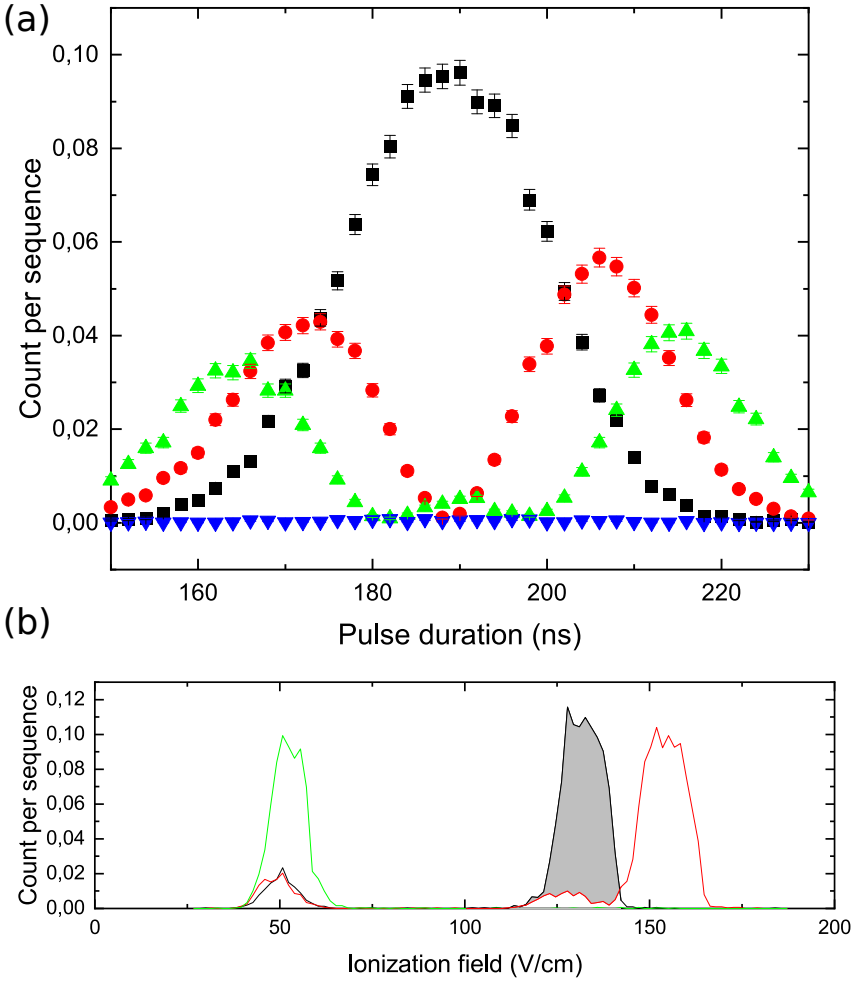


Fig. V.24 (a) *Nombre d'atomes par séquence expérimentale détectés dans les états* $5s51c$ *(en noir) et* $5s51e_{1,2}$ *(en rouge et vert) grâce à des sondes microondes.* (b) *Nombres d'atomes détectés lorsque l'on fait varier le champ d'ionisation. En vert en présence de l'excitation Rydberg vers l'état* $5s52f$ *et l'impulsion microonde vers l'état* $5s51g$*. En noir après l'ajout d'une impulsion RF résonnante de* 190 ns *qui transfère une partie de la population vers l'état* $5s51C$*. En rouge après la circularisation et l'application d'une sonde microonde* $5s51C - 5s49C$*. L'aire grisée représente la différence entre les signaux noir et rouge, qui correspond à la proportion d'atomes circulaires après l'application de l'impulsion RF, évaluée à* 85 %*.*

que les atomes ne s'auto-ionisent pas. Afin de vérifier que l'atome a bien interagi avec la lumière laser, nous appliquons dans un second temps une deuxième impulsion radiofréquence, qui va « décircularisier » les atomes, c'est-à-dire les transférer dans un état de bas m. Si le cœur a bien été excité vers le niveau $5P_{1/2}$, une partie des atomes va être pompée optiquement vers le niveau $4D_{3/2}$ (insert Fig. V.25 (b)) et ceux-ci doivent s'auto-ioniser rapidement une fois l'électron de Rydberg ramené vers un état de faible m. La figure V.25 (b) représente le nombre d'atomes détectés au seuil de l'état $m = 2$ après la deuxième impulsion RF en fonction de la fréquence de l'impulsion laser, normalisé par la population détectée dans ce même état en l'absence de laser à 422 nm. Autour de la résonance, nous constatons bien une diminution du nombre d'atomes détectés, dont l'importance croît avec la puissance du faisceau à 422 nm. Ce pic indique que le laser et l'atome ont bel et bien interagi sur la figure V.25 (a). La même expérience est réalisée en présence d'un faisceau « repompeur » à 1092 nm, résonnant avec la transition $4D_{3/2}$,$51C - 5P_{1/2}$,$51C$ dont les résultats sont représentés sur la figure V.25 (c). Nous observons un signal plat. Ce signal est donc la preuve que les atomes sont pompés optiquement dans le niveau $4D_{3/2}$,$51C$ lorsque le cœur est excité. Ces données nous permettent d'estimer une borne inférieure du temps de vie du niveau $4D_{3/2}$,$51C$ à 5 ms avant l'auto-ionisation de l'atome. Ceci correspondant au gain d'un ordre de grandeur par rapport à des résultats similaires ayant été obtenus avec des atomes de Rydberg de Baryum dont le temps de vie de l'état $5D_{3/2}$,$21C$ est estimé à 400 µs [88].

Ces premiers signaux démontrent d'une part notre capacité à préparer des atomes de strontium circulaires et ce en dépit de défauts quantiques particulièrement importants. Bien que l'efficacité de cette méthode de préparation semble limitée, l'expérience de cette thèse ouvre la voie à l'utilisation du contrôle quantique optimal pour la préparation d'atomes circulaires de strontium avec une grande fidélité. D'autre part, ils constituent aussi une nouvelle évidence que les niveaux doublement excités de l'état de Rydberg circulaire ne s'auto-ionisent pas, ce qui ouvre des perspectives fascinantes pour la physique des Rydberg alcalino-terreux.

À la suite de cette thèse, l'équipe a continué de travailler sur le strontium. Depuis lors, la spectroscopie microonde d'états singulets et triplets a été effectuée, rendant possible la mesure de la dynamique du spin de l'électron de cœur grâce à l'électron de Rydberg. Le groupe se dirige actuellement vers le refroidissement des atomes de strontium afin de pouvoir réaliser ces expériences avec des échelles de temps comparables au temps de vie des atomes. À plus long terme, ce dispositif pourrait être utilisé pour réaliser le piégeage et le refroidissement d'atomes de Rydberg de Strontium.

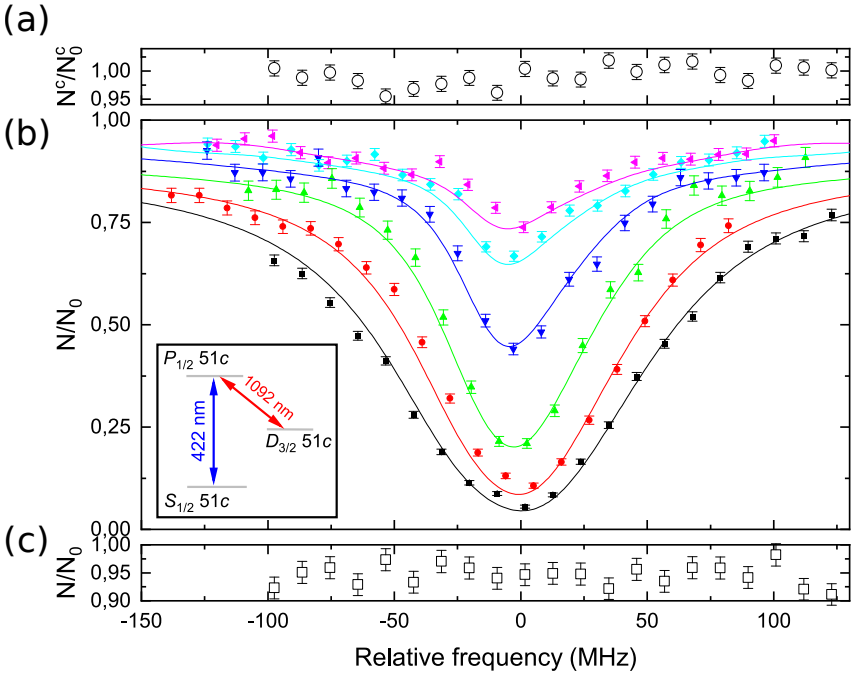


Fig. V.25 (a) *Nombre d'atomes détectés au seuil de l'état circulaire après l'impulsion à* 422 nm *et une impulsion RF de circularisation normalisé par ce même obtenu nombre sans impulsion laser, en fonction de sa fréquence du laser.* (b) *Nombre d'atomes détectés au seuil de l'état* $m = 2$ *lorsque l'on réalise la même expérience qu'au (a) à laquelle on ajoute une seconde impulsion RF, qui « décircularise » l'atome. Ce nombre est normalisé par le nombre d'atomes détectés dans l'état* $m = 2$ *après la même expérience sans laser à* 422 nm. *Les différentes courbes correspondent à différentes puissances de laser.* (c) *Même expérience qu'au (b), dans laquelle on ajoute une impulsion de repompeur à* 1092 nm *résonnante sur le transition* $5P_{1/2} - 4D_{3/2}$.

Annexe A

Estimation de la perte d'efficacité des sondes due à la dérive du champ électrique

La détection des niveaux de bas m est effectuée selon la méthode décrite à la section III.5.2. Celle-ci permet de ne pas avoir à tenir compte des efficacités de détection des différents niveaux puisque les états $|52,m = 1,2,3\rangle$ sont tous les trois transférés dans le niveau $|51,m = 2\rangle$ par des sondes dont les efficacités sont calibrées. De plus, l'utilisation d'un passage adiabatique pour transférer cette population vers l'état $|51C\rangle$ augmente notablement l'efficacité de détection. Tout au long du chapitre IV, les populations des niveaux $|52,m = 1,2,3\rangle$ sont normalisées par la population de $|52,m = 2\rangle$ que l'on prépare, détectée avec le même procédé. Nous pouvons donc exprimer les différentes populations normalisées (voir III.5.2) par

$$P_1 = \frac{\eta_2}{\eta_1}\frac{N_1 - N_{fond}}{N_{2,norme}} \tag{A.1}$$

$$P_2 = \frac{N_2 - N_{fond}}{N_{2,norme}} \tag{A.2}$$

$$P_3 = \frac{\eta_2}{\eta_3}\frac{N_3 - N_{fond}}{N_{2,norme}}, \tag{A.3}$$

où les η_i sont les efficacités de transfert des sondes, dont la mesure est décrite à la section III.5.2 et dont les valeurs sont

η_1	0,74(1)
η_2	0,90(1)
η_3	0,91(1)

Ces mesures d'efficacité sont effectuées à résonance, c'est-à-dire que les fréquences des sondes microondes sont égales aux différences d'énergies $|52,m = 1,2,3\rangle - |51,m = 2\rangle$. Lorsque l'on s'écarte de la résonance, soit en changeant la fréquence de la microonde soit en changeant la différence d'énergie entre les niveaux, l'efficacité de transfert diminue et les η_i prennent des valeurs différentes.

Après avoir pris les données du chapitre IV, nous nous sommes rendus compte que les séquences dans lesquelles nous faisons varier la durée d'une impulsion RF n'ont pas le même taux de répétition que les autres pour des raisons techniques. Cette différence de taux de répétition et donc de durée des séquences, induit des effets de charges qui font légèrement varier le champ électrique statique vu par les atomes, rendant caduques les calibrations d'efficacité de détection. Cette variation du champ statique est évaluée en mesurant la valeur de la transition $|52,m=2\rangle - |51,m=2\rangle$ en changeant le taux de répétition pour cette mesure. On estime cette variation à $\Delta F = 11{,}28\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$ au maximum. À cette variation de champ électrique correspond une variation de la valeur de la fréquence centrale des différentes transitions utilisées pour les sondes microondes. Ces variations, notées $\Delta\nu$, ont été mesurées et valent

Transition	$\Delta\nu$
$\|52,m=1\rangle - \|51,m=2\rangle$	53 kHz
$\|52,m=2\rangle - \|51,m=2\rangle$	42 kHz
$\|52,m=3\rangle - \|51,m=2\rangle$	22 kHz

Afin d'estimer les différentes variations d'efficacité de détection correspondantes, nous mesurons le taux de transfert de chacune des sondes utilisées lors des séquences. Pour cela, nous nous plaçons dans les mêmes conditions de durées et de puissances des sondes que pendant les séquences expérimentales et effectuons les spectroscopies des différentes transitions, représentées sur la figure A.1.

Ainsi, pour chaque sonde, nous obtenons l'efficacité correspondant à la dérive maximale du champ électrique. Ces efficacités, notées $\eta_{i,\Delta\nu}$, valent

$\eta_{1,\Delta\nu}$	0,72(3)
$\eta_{2,\Delta\nu}$	0,59(2)
$\eta_{3,\Delta\nu}$	0,85(2)

Puisque nous n'avons pas pu mesurer la variation du champ électrique au cours de chaque séquence, il nous a été impossible de corriger les populations mesurées de cette dérive. Nous avons choisi de tracer les populations en utilisant les valeurs d'efficacité de détection à résonance η_i dans les équations A.1 et A.3. En revanche, nous avons tout de même tracé ces mêmes populations obtenues en utilisant les valeurs $\eta_{i,\Delta\nu}$, nous donnant un encadrement représenté par une zone colorée, par exemple sur la figure IV.8.

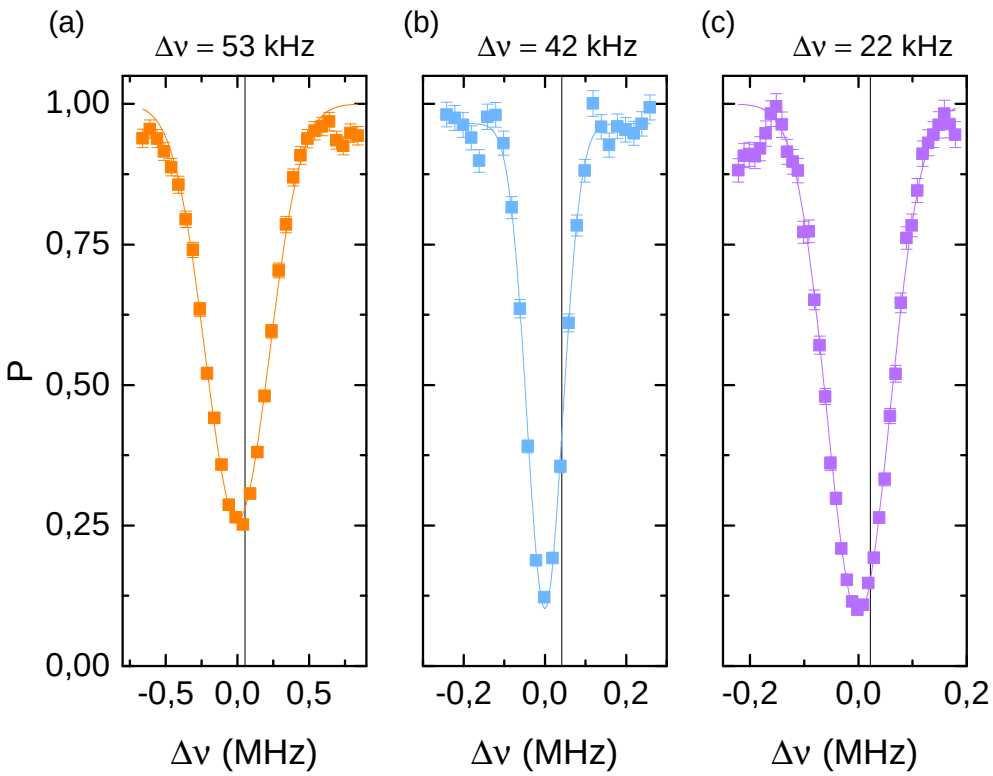


Fig. A.1 *Spectroscopies des transitions* $|52,m=1,2,3\rangle - |51,m=2\rangle$ *en utilisant les paramètres des sondes employées lors de la détection des populations des niveaux* $|52,m=1,2,3\rangle$. *Sont représentées les « dépopulations » des niveaux* (a) $|52,m=1\rangle$ (b) $|52,m=2\rangle$ (c) $|52,m=3\rangle$ *de la même manière que sur la figure III.21. Les lignes verticales représentent les fréquences centrales des transitions lorsque le champ électrique a dévié de* $11{,}28\,\mathrm{mV\,m^{-1}}$, *permettant d'estimer les efficacités des sondes dans ces conditions.*

Bibliographie

[1] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond & S. Haroche ; «Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement» ; Phys. Rev. Lett. **77**, p. 4887–4890 (1996). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.4887. iii

[2] A. Aspect, P. Grangier & G. Roger ; «Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell's Inequalities» ; Phys. Rev. Lett. **49**, p. 91–94 (1982). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.49.91. iii

[3] M. Jammer ; *The philosophy of quantum mechanics ; the interpretations of quantum mechanics in historical perspective.* (John Wiley and Sons Inc) (1974) ; ISBN 0471439584,9780471439585. iii

[4] D. P. DiVincenzo ; «Quantum Computation» ; Science **270**, p. 255–261 (1995). ISSN 0036-8075. https://science.sciencemag.org/content/270/5234/255 ; https://science.sciencemag.org/content/270/5234/255.full.pdf. iii

[5] A. Ekert & R. Jozsa ; «Quantum computation and Shor's factoring algorithm» ; Rev. Mod. Phys. **68**, p. 733–753 (1996). https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.68.733. iii

[6] D. Kielpinski, C. Monroe & D. J. Wineland ; «Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer» ; Nature **417**, p. 709–711 (2002). https://doi.org/10.1038/nature00784. iii

[7] B. E. Kane ; «A silicon-based nuclear spin quantum computer» ; Nature **393**, p. 133–137 (1998). https://doi.org/10.1038/30156. iii

[8] E. Knill, R. Laflamme & G. J. Milburn ; «A scheme for efficient quantum computation with linear optics» ; Nature **409**, p. 46–52 (2001). https://doi.org/10.1038/35051009. iii

[9] F. Arute, K. Arya, R. Babbush & et. al. ; «Quantum supremacy using a programmable superconducting processor» ; Nature **574**, p. 505–510 (2019). https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5. iii

[10] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel & H. Zbinden ; «Quantum cryptography» ; Rev. Mod. Phys. **74**, p. 145–195 (2002). https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.74.145. iii

[11] V. Giovannetti, S. Lloyd & L. Maccone ; «Advances in quantum metrology» ; Nature Photonics **5**, p. 222–229 (2011). https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.35. iii, 116

[12] C. L. Degen, F. Reinhard & P. Cappellaro ; «Quantum sensing» ; Rev. Mod. Phys. **89**, p. 035 002 (2017). https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.89.035002. iii

[13] I. M. Georgescu, S. Ashhab & F. Nori ; «Quantum simulation» ; Rev. Mod. Phys. **86**, p. 153–185 (2014). https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.86.153. iii

[14] R. P. Feynman ; «Simulating physics with computers» ; International Journal of Theoretical Physics **21**, p. 467–488 (1982). https://doi.org/10.1007/BF02650179. iii

[15] A. Omran, H. Levine, A. Keesling, G. Semeghini, T. T. Wang, S. Ebadi, H. Bernien, A. S. Zibrov, H. Pichler, S. Choi, J. Cui, M. Rossignolo, P. Rembold, S. Montangero, T. Calarco, M. Endres, M. Greiner, V. Vuletić & M. D. Lukin ; «Generation and Manipulation of Schrödinger Cat States in Rydberg Atom Arrays» ; Science **365**, p. 570–574 (2019). ISSN 0036-8075. iii, iv

[16] R. Blatt & C. F. Roos ; «Quantum Simulations with Trapped Ions» ; Nature Physics **8**, p. 277 (2012). iii

[17] F. Dolde, V. Bergholm, Y. Wang, I. Jakobi, B. Naydenov, S. Pezzagna, J. Meijer, F. Jelezko, P. Neumann, T. Schulte-Herbrüggen, J. Biamonte & J. Wrachtrup ; «High-Fidelity Spin Entanglement Using Optimal Control» ; Nature Communications **5**, p. 3371 (2014). iii

[18] S. J. Glaser, U. Boscain, T. Calarco, C. P. Koch, W. Köckenberger, R. Kosloff, I. Kuprov, B. Luy, S. Schirmer, T. Schulte-Herbrüggen, D. Sugny & F. K. Wilhelm ; «Training Schrödinger's Cat : Quantum Optimal Control. Strategic Report on Current Status, Visions and Goals for Research in Europe» ; The European Physical Journal D **69**, p. 279 (2015). iii, 67

[19] T. Keating, C. H. Baldwin, Y.-Y. Jau, J. Lee, G. W. Biedermann & I. H. Deutsch ; «Arbitrary Dicke-State Control of Symmetric Rydberg Ensembles» ; Physical Review Letters **117**, p. 213 601 (2016). iv

[20] M. Lapert, Y. Zhang, M. Braun, S. J. Glaser & D. Sugny ; «Singular Extremals for the Time-Optimal Control of Dissipative Spin 1/2 Particles» ; Physical Review Letters **104**, p. 083 001 (2010). iv

[21] F. Poggiali, P. Cappellaro & N. Fabbri ; «Optimal Control for One-Qubit Quantum Sensing» ; Physical Review X **8**, p. 021 059 (2018). iv

[22] A. V. Gorshkov, T. Calarco, M. D. Lukin & A. S. Sørensen ; «Photon Storage in Λ-Type Optically Dense Atomic Media. IV. Optimal Control Using Gradient Ascent» ; Physical Review A **77**, p. 043 806 (2008). iv

[23] L. Giannelli, T. Schmit, T. Calarco, C. P. Koch, S. Ritter & G. Morigi ; «Optimal Storage of a Single Photon by a Single Intra-Cavity Atom» ; New Journal of Physics **20**, p. 105 009 (2018). iv

[24] K. Singer, U. Poschinger, M. Murphy, P. Ivanov, F. Ziesel, T. Calarco & F. Schmidt-Kaler ; «Colloquium : Trapped Ions as Quantum Bits : Essential Numerical Tools» ; Reviews of Modern Physics **82**, p. 2609–2632 (2010). iv

[25] T. Häberle, D. Schmid-Lorch, K. Karrai, F. Reinhard & J. Wrachtrup ; «High-Dynamic-Range Imaging of Nanoscale Magnetic Fields Using Optimal Control of a Single Qubit» ; Physical Review Letters **111**, p. 170 801 (2013). ISSN 0031-9007, 1079-7114. iv

[26] G. Waldherr, Y. Wang, S. Zaiser, M. Jamali, T. Schulte-Herbrüggen, H. Abe, T. Ohshima, J. Isoya, J. F. Du, P. Neumann & J. Wrachtrup ; «Quantum Error Correction in a Solid-State Hybrid Spin Register» ; Nature **506**, p. 204 (2014). iv

[27] T. H. Taminiau, J. Cramer, T. van der Sar, V. V. Dobrovitski & R. Hanson ; «Universal Control and Error Correction in Multi-Qubit Spin Registers in Diamond» ; Nature Nanotech. **9**, p. 171 (2014). iv

[28] T. Nöbauer, A. Angerer, B. Bartels, M. Trupke, S. Rotter, J. Schmiedmayer, F. Mintert & J. Majer ; «Smooth Optimal Quantum Control for Robust Solid-State Spin Magnetometry» ; Physical Review Letters **115**, p. 190 801 (2015). iv

[29] B. E. Anderson, H. Sosa-Martinez, C. A. Riofrío, I. H. Deutsch & P. S. Jessen ; «Accurate and Robust Unitary Transformations of a High-Dimensional Quantum System» ; Physical Review Letters **114**, p. 240 401 (2015). iv

[30] S. van Frank, A. Negretti, T. Berrada, R. Bücker, S. Montangero, J.-F. Schaff, T. Schumm, T. Calarco & J. Schmiedmayer ; «Interferometry with Non-Classical Motional States of a Bose–Einstein Condensate» ; Nature Communications **5**, p. 4009 (2014). iv

[31] N. Ofek, A. Petrenko, R. Heeres, P. Reinhold, Z. Leghtas, B. Vlastakis, Y. Liu, L. Frunzio, S. M. Girvin, L. Jiang, M. Mirrahimi, M. H. Devoret & R. J. Schoelkopf ; «Extending the Lifetime of a Quantum Bit with Error Correction in Superconducting Circuits» ; Nature **536**, p. 441–445 (2016). iv

[32] S. van Frank, M. Bonneau, J. Schmiedmayer, S. Hild, C. Gross, M. Cheneau, I. Bloch, T. Pichler, A. Negretti, T. Calarco & S. Montangero ; «Optimal Control of Complex Atomic Quantum Systems» ; Scientific Reports **6**, p. 34 187 (2016). iv

[33] R. W. Heeres, P. Reinhold, N. Ofek, L. Frunzio, L. Jiang, M. H. Devoret & Robert J. Schoelkopf ; «Implementing a Universal Gate Set on a Logical Qubit Encoded in an Oscillator» ; Nature Commun. **8**, p. 94 (2017). iv

[34] Z. Leghtas, G. Kirchmair, B. Vlastakis, M. H. Devoret, R. J. Schoelkopf & M. Mirrahimi ; «Deterministic Protocol for Mapping a Qubit to Coherent State Superpositions in a Cavity» ; Physical Review A **87**, p. 042 315 (2013). iv

[35] D. Barredo, H. Labuhn, S. Ravets, T. Lahaye, A. Browaeys & C. S. Adams ; «Coherent Excitation Transfer in a Spin Chain of Three Rydberg Atoms» ; Phys. Rev. Lett. **114**, p. 113 002 (2015). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.113002. iv

[36] D. Barredo, V. Lienhard, P. Scholl, S. de Léséleuc, T. Boulier, A. Browaeys & T. Lahaye ; «Three-Dimensional Trapping of Individual Rydberg Atoms in Ponderomotive Bottle Beam Traps» ; Phys. Rev. Lett. **124**, p. 023 201 (2020). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.023201. iv, v

[37] L. Béguin, A. Vernier, R. Chicireanu, T. Lahaye & A. Browaeys ; «Direct Measurement of the van der Waals Interaction between Two Rydberg Atoms» ; Phys. Rev. Lett. **110**, p. 263 201 (2013). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.263201. iv

[38] M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac & P. Zoller ; «Dipole Blockade and Quantum Information Processing in Mesoscopic Atomic Ensembles» ; Phys. Rev. Lett. **87**, p. 037 901 (2001). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.037901. iv

[39] M. M. Müller, M. Murphy, S. Montangero, T. Calarco, P. Grangier & A. Browaeys ; «Implementation of an experimentally feasible controlled-phase gate on two blockaded Rydberg atoms» ; Phys. Rev. A **89**, p. 032 334 (2014). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.89.032334. iv

[40] P. Nussenzveig ; «Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique» ; Physique Quantique p. 174 (1994). iv, 19

[41] A. Signoles, E. K. Dietsche, A. Facon, D. Grosso, S. Haroche, J. M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «Coherent Transfer between Low-Angular-Momentum and Circular Rydberg States» ; Physical Review Letters **118**, p. 253 603 (2017). iv, 37, 47

[42] J. M. Raimond & S. Haroche ; *Exploring the Quantum* (Oxford Graduate Texts) (2006). v

[43] M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond & S. Haroche ; «Quantum Rabi Oscillation : A Direct Test of Field Quantization in a Cavity» ; Physical Review Letters **76**, p. 1800 (1996). v

[44] F. Assemat, D. Grosso, A. Signoles, A. Facon, I. Dotsenko, S. Haroche, J. M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «Quantum Rabi Oscillations in Coherent and in Mesoscopic Schr\"odinger "Cat" Field States» ; arXiv :1905.05247 [quant-ph] (2019)1905.05247. v

[45] G. Nogues, A. Rauschenbeutel, S. Osnaghi, M. Brune, J. M. Raimond & S. Haroche ; «Seeing a Single Photon without Destroying It» ; Nature **400**, p. 239–242 (1999). ISSN 0028-0836. v

[46] D. Tarhan, S. Huang & O. E. Müstecaplioğlu ; «Superluminal and ultraslow light propagation in optomechanical systems» ; Phys. Rev. A **87**, p. 013 824 (2013). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.013824. v

[47] S. Gleyzes, S. Kuhr, C. Guerlin, J. Bernu, S. Deleglise, U. Busk Hoff, M. Brune, J.-M. Raimond & S. Haroche ; «Quantum Jumps of Light Recording the Birth and Death of a Photon in a Cavity» ; Nature **446**, p. 297–300 (2007). ISSN 0028-0836. v

[48] C. Guerlin, J. Bernu, S. Deléglise, C. Sayrin, S. Gleyzes, S. Kuhr, M. Brune, J.-M. Raimond & S. Haroche ; «Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting» ; Nature **448**, p. 889–893 (2007). https://doi.org/10.1038/nature06057. v

[49] C. Sayrin, I. Dotsenko, X. Zhou, B. Peaudecerf, T. Rybarczyk, S. Gleyzes, P. Rouchon, M. Mirrahimi, H. Amini, M. Brune, J.-M. Raimond & S. Haroche ;

«Real-Time Quantum Feedback Prepares and Stabilizes Photon Number States» ; Nature **477**, p. 73–77 (2011). v

[50] T. L. Nguyen, J. M. Raimond, C. Sayrin, R. Cortiñas, T. Cantat-Moltrecht, F. Assemat, I. Dotsenko, S. Gleyzes, S. Haroche, G. Roux, T. Jolicoeur & M. Brune ; «Towards Quantum Simulation with Circular Rydberg Atoms» ; Physical Review X **8**, p. 011 032 (2018). ISSN 2160-3308. v

[51] D. Barredo, V. Lienhard, P. Scholl, S. de Léséleuc, T. Boulier, A. Browaeys & T. Lahaye ; «Three-Dimensional Trapping of Individual Rydberg Atoms in Ponderomotive Bottle Beam Traps» ; Phys. Rev. Lett. **124**, p. 023 201 (2020). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.124.023201. v

[52] A. Signoles, A. Facon, D. Grosso, I. Dotsenko, S. Haroche, J.-M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «Confined Quantum Zeno Dynamics of a Watched Atomic Arrow» ; Nature Physics **10**, p. 715–719 (2014). ISSN 1745-2473, 1745-2481. v, 40, 59

[53] A. Facon, E.-K. Dietsche, D. Grosso, S. Haroche, J.-M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «A Sensitive Electrometer Based on a Rydberg Atom in a Schrödinger-Cat State» ; Nature **535**, p. 262–265 (2016). ISSN 0028-0836, 1476-4687. v, vi, vii, 42, 80, 81, 92, 111, 112, 113, 114, 116

[54] E. K. Dietsche, A. Larrouy, J. M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «Quantum-Enabled Electrometer Measures Field Transients and Correlation Function» ; arXiv :1805.06870 [quant-ph] (2018)1805.06870. v, 90, 111

[55] E. K. Dietsche, A. Larrouy, S. Haroche, J. M. Raimond, M. Brune & S. Gleyzes ; «High-Sensitivity Magnetometry with a Single Atom in a Superposition of Two Circular Rydberg States» ; Nature Physics (2019). ISSN 1745-2473, 1745-2481. v, 14, 27, 42, 111

[56] E.-K. Dietsche ; *Quantum Sensing with Rydberg Schrödinger Cat States* ; Thesis ; Paris 6 (2017). vi, 34, 45, 46, 90, 111, 113, 115, 116, 117

[57] S. Patsch, D. M. Reich, J.-M. Raimond, M. Brune, S. Gleyzes & C. P. Koch ; «Fast and Accurate Circularization of a Rydberg Atom» ; Physical Review A **97** (2018). ISSN 2469-9926, 2469-9934 ; 1802.09504. vi, vii, 67, 68, 71

[58] A. Konnov & V. KrotovAutomat. Rem. Control **60** (1999). vi

[59] A. Larrouy, S. Patsch, R. Richaud, J. M. Raimond, M. Brune, C. Koch & S. Gleyzes ; «Fast Navigation in a large Hilbert Space using quantum optimal control» ; in preparation (2020). vii, 71, 95

[60] A. Signoles ; *Manipulations Cohérentes d'états de Rydberg Elliptiques Par Dynamique Zénon Quantique* ; Thesis ; Paris 6 (2014). 4, 5, 16, 17, 21, 34, 42

[61] H. A. Bethe & E. E. Salpeter ; *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms* (Academic Press, New York and Springer Verlag, Berlin) (1957). 5

[62] M. Englefield ; *Group Theory and the Coulomb Problem* (Wiley-Interscience) (1972). 8

[63] M. L. Zimmerman, M. G. Littman, M. M. Kash & D. Kleppner ; «Stark Structure of the Rydberg States of Alkali-Metal Atoms» ; Physical Review A **20**, p. 2251 (1979). 9

[64] G. S. Agarwal ; «Relation between Atomic Coherent-State Representation, State Multipoles, and Generalized Phase-Space Distributions» ; Physical Review A **24**, p. 2889–2896 (1981). ISSN 0556-2791. 14, 16

[65] F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore & H. Thomas ; «Atomic Coherent States in Quantum Optics» ; Physical Review A **6**, p. 2211 (1972). 15, 114

[66] D. Meschede ; «Centimeter-Wave Spectroscopy of Highly Excited Rubidium Atoms» ; JOSA B **4**, p. 413–419 (1987). 19

[67] J. Han, Y. Jamil, D. V. L. Norum, P. J. Tanner & T. F. Gallagher ; «Rb Nf Quantum Defects from Millimeter-Wave Spectroscopy of Cold Rb85 Rydberg Atoms» ; Phys. Rev. A **74**, p. 054 502 (2006). 19

[68] T. F. Gallagher ; *Rydberg Atoms* (Cambridge Univeristy Press) (1994) ; ISBN 0-521-02166-9. 20

[69] A. Facon ; *Chats de Schrödinger d'un Atome de Rydberg Pour La Métrologie Quantique* ; Thesis ; Paris 6 (2015). 21, 34, 38, 41, 116

[70] J. Neukammer, H. Rinneberg, K. Vietzke, A. König, H. Hieronymus, M. Kohl, H.-J. Grabka & G. Wunner ; «Spectroscopy of Rydberg Atoms at n 500 : Observation of Quasi-Landau Resonances in Low Magnetic Fields» ; Physical review letters **59**, p. 2947 (1987). 22

[71] L. Landau ; «On the theory of transfer of energy at collisions II» ; Phys. Z. Sowjetunion **2**, p. 118 (1932). 28

[72] C. Zener ; «Non-adiabatic crossing of energy levels» ; Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character **137**, p. 696–702 (1932). 28

[73] J. P. Palao & R. Kosloff ; «Optimal Control Theory for Unitary Transformations» ; Physical Review A **68**, p. 062 308 (2003). ISSN 1050-2947, 1094-1622. 68

[74] M. Goerz ; «Optimizing Robust Quantum Gates in Open Quantum Systems» ; p. 238. 68, 69

[75] J. A. Nelder & R. Mead ; «A Simplex Method for Function Minimization» ; The Computer Journal **7**, p. 308–313 (1965). ISSN 0010-4620, 1460-2067. 68

[76] T. Caneva, T. Calarco & S. Montangero ; «Chopped Random-Basis Quantum Optimization» ; Physical Review A **84**, p. 022 326 (2011). ISSN 1050-2947, 1094-1622. 68

[77] D. E. Goldberg ; *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* ; 1re édition (Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., USA) (1989) ; ISBN 978-0-201-15767-3. 68

[78] D. M. Reich, M. Ndong & C. P. Koch ; «Monotonically Convergent Optimization in Quantum Control Using Krotov's Method» ; The Journal of Chemical Physics **136**, p. 104 103 (2012). ISSN 0021-9606, 1089-7690. 68

[79] T. Tanaka, P. Knott, Y. Matsuzaki, S. Dooley, H. Yamaguchi, W. J. Munro & S. Saito ; «Proposed Robust Entanglement-Based Magnetic Field Sensor Beyond the Standard Quantum Limit» ; Physical Review Letters **115**, p. 170 801 (2015). ISSN 0031-9007, 1079-7114. 113

[80] J. Wilson, S. Saskin, Y. Meng, S. Ma, R. Dilip, A. Burgers & J. Thompson ; «Trapped arrays of alkaline earth Rydberg atoms in optical tweezers» ; (2019) ; 1912.08754. 123

[81] G. Lochead, D. Boddy, D. P. Sadler, C. S. Adams & M. P. A. Jones ; «Number-resolved imaging of excited-state atoms using a scanning autoionization microscope» ; Phys. Rev. A **87**, p. 053 409 (2013). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.053409. 123

[82] P. McQuillen, X. Zhang, T. Strickler, F. B. Dunning & T. C. Killian ; «Imaging the evolution of an ultracold strontium Rydberg gas» ; Phys. Rev. A **87**, p. 013 407 (2013). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.013407. 123

[83] J. Millen, G. Lochead & M. P. A. Jones ; «Two-Electron Excitation of an Interacting Cold Rydberg Gas» ; Phys. Rev. Lett. **105**, p. 213 004 (2010). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.213004. 123

[84] G. Fields, X. Zhang, F. B. Dunning, S. Yoshida & J. Burgdörfer ; «Autoionization of very-high-n strontium Rydberg states» ; Phys. Rev. A **97**, p. 013 429 (2018). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.97.013429. 123

[85] D. Wehrli, M. Génévriez & F. Merkt ; «Autoionization rates of core-excited magnesium Rydberg atoms in electric fields using the core fluorescence as a reference» ; Phys. Rev. A **100**, p. 012 515 (2019). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.100.012515. 123

[86] F. Niyaz, J. Nunkaew & T. F. Gallagher ; «Microwave spectroscopy of the Yb $6s(n+3)d \to 6sng$, $6snh$, and $6sni$ transitions» ; Phys. Rev. A **99**, p. 042 507 (2019). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.042507. 123

[87] L. Pruvost, P. Camus, J. M. Lecomte, C. R. Mahon & P. Pillet ; «High angular momentum 6pnl and 6dnl doubly excited Rydberg states of barium» ; Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **24**, p. 4723–4741 (1991). ISSN 0953-4075, 1361-6455. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0953-4075/24/22/011. 123

[88] F. Roussel, M. Cheret, L. Chen, T. Bolzinger, G. Spiess, J. Hare & M. Gross ; «Observation of Circular-Metastable Doubly Excited States of Barium» ; Phys. Rev. Lett. **65**, p. 3112–3115 (1990). https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.65.3112. 126