



**HAL**  
open science

# Extension de l'approche locale de la rupture ductile aux sollicitations cycliques de grandes amplitudes

Al Mahdi Remmal

► **To cite this version:**

Al Mahdi Remmal. Extension de l'approche locale de la rupture ductile aux sollicitations cycliques de grandes amplitudes. Mécanique [physics]. Sorbonne Université, 2021. Français. NNT : 2021SORUS273 . tel-03599680

**HAL Id: tel-03599680**

**<https://theses.hal.science/tel-03599680v1>**

Submitted on 7 Mar 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Titre de la thèse

# **Extension de l'approche locale de la rupture ductile aux sollicitations cycliques de grandes amplitudes**

## **Composition du jury**

<i>Rapporteurs</i>	Claude STOLZ	directeur de recherche au CNRS, GeM Institut, Ecole Centrale de Nantes	
	Jacques BESSON	directeur de recherche à Mines Paristech	
<i>Examineurs</i>	Djimédo KONDO	professeur à Sorbonne Université	président du jury
	Véronique AUBIN	directrice de recherche à CentraleSupélec	
	Léo MORIN	Maitre de Conférence aux Arts et Métiers	
	François DI PAOLA	chargé de recherche au CEA Saclay	
<i>Invités</i>	Amine BENZERGA	professeur à Texas AM	
	Jean-Michel BERGHEAU	professeur à l'ENISE	
<i>Directeurs de thèse</i>	Jean-Baptiste LEBLOND	professeur à Sorbonne Université	
	Stéphane MARIE	Fellow Expert à Framatome	



---

**EXTENSION DE L'APPROCHE LOCALE DE LA RUPTURE DUCTILE AUX SOLLICITATIONS CYCLIQUES DE GRANDES AMPLITUDES****Résumé**

Garantir l'intégrité des structures tout au long de leurs durées de vie est un sujet industriel majeur, en particulier pour les installations nucléaires. La démonstration de sûreté des équipements constitutifs des circuits primaires et secondaires doit couvrir l'ensemble des sollicitations possibles, y compris les situations très exceptionnelles, comme les séismes. Il est dès lors nécessaire de pouvoir justifier de la tenue mécanique des tuyauteries primaires et secondaires comportant un défaut sous chargement cyclique.

Pour un chargement monotone, plusieurs cadres théoriques existent pour prédire la propagation des fissures, notamment les approches locales ou les approches énergétiques. Dans le cadre des approches locales, la rupture ductile des alliages métalliques survient suite à la nucléation, la croissance et la coalescence de microcavités. La première partie de cette thèse est dédiée à l'étude expérimentale du comportement de cavités, d'éprouvettes de laboratoires et d'une structure représentative d'une tuyauterie secondaire de centrale nucléaire soumises à des chargements cycliques. Cette étude est réalisée sur deux types de matériau, un acier ferritique représentatif des aciers utilisés dans les tuyauteries secondaires de centrales nucléaires et un matériau modèle en acier inoxydable. Cette étude expérimentale est complétée par des essais in-situ de tomographies par rayons X menés sur des éprouvettes axisymétriques entaillées chargées de manière cyclique.

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à une étude théorique de l'influence des chargements cycliques sur les modèles de croissance de cavités. Dans un premier temps, le modèle de croissance de MORIN, MICHEL et LEBLOND, 2017 est implémenté numériquement dans un code de calcul éléments finis afin de comparer ses prédictions avec les résultats de simulations micromécaniques. On montre qu'une meilleure prise en compte des effets de l'élasticité est indispensable pour prédire correctement la croissance d'une cavité soumise à un chargement cyclique. Dans un second temps, à partir de l'équation exacte d'évolution du taux de porosité incluant les déformations élastiques et plastiques, une amélioration du modèle pour prendre en compte les effets de l'élasticité est proposée.

Enfin, dans la troisième partie, une étude numérique de la rupture ductile cyclique est menée à travers la simulation du comportement d'éprouvettes de laboratoires et de structures de type tuyauterie. Ces simulations permettent de valider les prédictions du modèle proposé ainsi que sa pertinence pour prédire le comportement de structure soumises à un chargement cyclique de grandes amplitudes.

**Mots clés :** gurson, cyclique, rochet, porosité, tomographie, micromécanique

---

### Abstract

Ensuring the integrity of components throughout their lifespan is a major industrial issue, especially for nuclear facilities. The safety assessments of components constituting the primary and secondary circuits must cover all possible situations, including very exceptional ones, such as earthquakes. It is therefore necessary to be able to justify the integrity of primary and secondary pipes containing a defect submitted to cyclic loadings.

For a monotonic loading, several theoretical frameworks exist to predict crack growths, such as local approaches or global ones. As part of local approaches, ductile rupture of metal alloys occurs as a result of nucleation, growth and coalescence of cavities in the metallic matrix. The first part of this thesis is dedicated to the experimental study of the behavior of cavities, laboratory test specimens and a representative structure of a secondary nuclear power plant piping subjected to cyclic loadings. This study is carried out on two types of materials, a ferritic steel representative of the steels used in secondary pipes of nuclear plants and stainless steel material made through heat induced pressure. This experimental study is complemented by in-situ X-ray tomography tests conducted on axisymmetric notched tensile specimens loaded cyclically.

The second part of this thesis is devoted to a theoretical study of the influence of cyclic loadings on void growth models. First, the void growth model of Morin et al., 2017 is implemented in a finite element computational code to compare its predictions with the results of micromechanical simulations. It is shown that a better consideration of the effect of elasticity is essential to correctly predict the growth of a void subjected to cyclic loadings. Then, through determining the exact equation of porosity rate including elastic and plastic strains, an improvement of Morin et al's model is proposed in order to take into account the effects of elasticity.

Finally, in the third part of this thesis, a numerical study of cyclic ductile rupture is conducted through simulations of the behavior of laboratory test specimen and a pipe mock-up. These simulations validate the predictions of the proposed model and its relevance to predict the behavior of structures subjected to cyclic loading of large amplitudes.

**Keywords:** gursion, cyclic, ratcheting, porosity, tomography, micromechanics

---

# Remerciements

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur C. Stolz et Monsieur J. Besson qui ont accepté d'analyser en détail ce travail pour en être rapporteurs. Je remercie également chaleureusement Monsieur D. Kondo, Président du jury, avec qui j'ai eu au cours de cette thèse de nombreux et fructueux échanges, ainsi que Madame V. Aubin et Messieurs F. Di Paola, L. Morin, A. Benzerga et J.M. Bergheau qui m'ont fait l'honneur de prendre part au jury de cette thèse.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à Jean-Baptiste Leblond et à Stéphane Marie qui m'ont guidé pour mener à bien ce travail de thèse. Je réalise la chance incroyable d'avoir pu apprendre et travailler à vos côtés. Votre bienveillance et votre investissement m'ont permis de "rechercher" sereinement et d'évoluer humainement. Merci infiniment donc pour votre encadrement, votre confiance, votre enthousiasme, et tout le reste !

Ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien de Framatome, qui au-delà d'avoir financé ces travaux, m'a offert un cadre de travail exceptionnel tout au long de la thèse. Merci à l'ensemble des personnes de Framatome qui m'ont accompagné, notamment à Gilles Perrin, ainsi qu'aux membres du département DTIMM de m'avoir accepté en leur sein et en particulier à Pierre Challot, François Roch, Benoit Lefever, Laurent de Baglion et Arnaud Blouin qui ont veillé, avec le soutien appuyé de Stéphane Chapuliot, à parfaire ma formation technique et humaine bien au-delà de la mécanique de la rupture.

Un merci plus particulier à Sanjooram Paddea de The Open University et à Miguel Yescas qui m'ont aidé notamment dans la réalisation des essais de tomographie à l'ESRF. Je tiens aussi à remercier les équipes des Centres Techniques de Framatome, plus particulièrement Thomas Geneves, Julien Chapuis et Luc Doremus, qui m'ont grandement aidé dans la partie expérimentale de cette thèse.

Enfin, un grand merci à Rémi Lacroix sans qui les simulations numériques menées dans ces travaux n'auraient pu aboutir.

J'adresse aussi mes remerciements aux équipes du Laboratoire d'Intégrité des Structures et de Normalisation du CEA de Saclay qui ont accepté de m'accueillir et de me supporter pendant la réalisation de certains essais, et plus particulièrement à Myriam Bourgeois, Yann Kayser, Olivier Ancelet et Grégory Perez.

Enfin, merci à ma famille, à ma mère et à Rania pour le soutien affectif quotidien qu'ils m'ont apporté. Un merci plus particulier à Lyne qui aura, à sa manière, contribué à la finalisation de ces travaux.



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
Contexte industriel...	1
Contexte scientifique...	2
Défis...	3
Plan de thèse...	4
<b>I Étude expérimentale du comportement ductile et du comportement des cavités sous chargement cyclique</b>	<b>7</b>
<b>Introduction : Programmes d'essais de rupture ductile cyclique</b>	<b>9</b>
Conclusions des principaux programmes expérimentaux de rupture ductile cyclique	10
Présentation succincte des principales études existantes	10
Présentation du chargement sismique expérimental	12
Résultats du chargement alterné de structures fissurées	13
Plan de la partie	16
<b>Chapitre 1 Présentation des matériaux étudiés et du programme d'essai</b>	<b>17</b>
1.1 Présentation du premier matériau d'étude : l'acier Tu42C	18
1.1.1 Caractéristiques en traction et en fatigue oligocyclique	18
1.1.2 Essais de fatigue oligocyclique	19
1.1.3 Essais de déchirure sur éprouvettes Compact Tension	21
1.1.4 Essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées	25
1.1.5 Essai de flexions quatre points alternées réalisé sur une maquette de tube à échelle 1	31
1.2 Présentation du matériau modèle et des essais mécaniques menés : l'inox 316L	36
1.2.1 Fabrication	37



1.2.2	Caractérisations de la microstructure et des inclusions sur la maquette 3806 . . . . .	41
1.2.3	Essais réalisés . . . . .	46
<b>Chapitre 2</b>	<b>Tomographie <i>ex et in-situ</i></b>	<b>57</b>
2.1	Présentation de la méthode expérimentale . . . . .	57
2.1.1	Principes de la tomographie par rayons X . . . . .	57
2.1.2	Acquisition d'images . . . . .	59
2.1.3	Mise en évidence de la germination, de la croissance et de la coalescence par analyse d'images . . . . .	62
2.2	Analyse des résultats obtenus . . . . .	68
2.2.1	Caractérisation post-mortem . . . . .	69
2.2.2	Caractérisation <i>in-situ</i> avec interruption du chargement . . . . .	77
2.3	Conclusion . . . . .	94
<b>II</b>	<b>Modèles de croissance : influence du chargement cyclique sur la rupture ductile</b>	<b>95</b>
<b>Introduction :</b>	<b>Étude bibliographique des modèles de croissances de cavités</b>	<b>97</b>
	Modèle de GURSON, 1977 . . . . .	98
	Modèle GTN . . . . .	99
	Limites du modèle vis à vis des chargements cycliques . . . . .	101
	Extension du modèle de Gurson aux chargements cycliques . . . . .	105
	Plan de la partie . . . . .	109
<b>Chapitre 3</b>	<b>Modèle de Chaboche avec effet de mémoire simplifié</b>	<b>111</b>
3.1	Introduction . . . . .	111
3.2	Modélisation des effets d'écrouissage . . . . .	112
3.2.1	Plasticité indépendante du temps . . . . .	112
3.2.2	Écrouissage cinématique . . . . .	114
3.2.3	Écrouissage isotrope . . . . .	116
3.3	Modèle de Chaboche avec effet de mémoire CHABOCHE, DANG VAN et CORDIER, 1979 . . . . .	118
3.4	Modèle simplifié . . . . .	120
3.5	Conclusion . . . . .	122
<b>Chapitre 4</b>	<b>Implémentation numérique et application d'un modèle de rupture ductile cyclique</b>	<b>125</b>
4.1	Introduction . . . . .	125
4.2	De l'analyse limite classique à l'analyse limite séquentielle . . . . .	127
4.2.1	Introduction . . . . .	127
4.2.2	Analyse limite classique . . . . .	128
4.2.3	Analyse limite séquentielle (LEBLOND, KONDO, MORIN et REMMAL, 2018) . . . . .	131
4.2.4	Conclusion . . . . .	133
4.3	Modèle de rupture ductile sous chargement cyclique . . . . .	134
4.4	Implémentation numérique du modèle . . . . .	139

4.4.1	Généralités . . . . .	139
4.4.2	Équations du problème de projection locale . . . . .	140
4.4.3	Algorithme de résolution . . . . .	142
4.4.4	Mise en oeuvre pratique . . . . .	143
4.5	Simulations micromécaniques de croissance de cavités . . . . .	144
4.5.1	Principes des calculs . . . . .	144
4.5.2	Résultats des simulations . . . . .	146
4.5.3	Comparaison des résultats obtenus avec le modèle MLP et des calculs micromécaniques . . . . .	155
4.5.4	Synthèse des calculs numériques . . . . .	158
<b>Chapitre 5</b>	<b>Un modèle macroscopique pour les matériaux élasto-plastiques poreux</b>	<b>159</b>
5.1	Effets de l'élasticité . . . . .	160
5.2	Expression exacte du taux de porosité pour une sphère creuse élasto-plastique . . . . .	162
5.2.1	Correction du module de compressibilité élastique en présence de porosité dans le cadre HPP . . . . .	163
5.2.2	Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre HPP . . . . .	164
5.2.3	Définition d'une nouvelle dérivée objective par ajout d'un terme correctif à la dérivée de Jaumann . . . . .	165
5.2.4	Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre des grandes transformations . . . . .	166
5.2.5	Validation de l'équation d'évolution exacte de la porosité exacte par exploitation des calculs micromécaniques . . . . .	168
5.3	Prise en compte de l'élasticité dans le modèle de MORIN, MICHEL et LEBLOND, 2017 . . . . .	169
5.3.1	Introduction d'une porosité effective . . . . .	170
5.3.2	Comparaison des prédictions du modèle avec les calculs micromécaniques . . . . .	171
5.4	Conclusion . . . . .	174
<b>III</b>	<b>Simulation numérique de la rupture ductile cyclique par approche locale</b>	<b>175</b>
<b>Chapitre 6</b>	<b>Validation numérique du modèle</b>	<b>177</b>
6.1	Détermination des paramètres du modèle pour l'acier ferritique Tu42C . . . . .	178
6.1.1	Détermination du comportement cyclique et en traction monotone . . . . .	178
6.1.2	Détermination des paramètres d'endommagement . . . . .	191
6.2	Simulation des essais de déchirures cycliques sur éprouvettes CT . . . . .	197
6.3	Simulation de l'essai de déchirure cyclique sur tube . . . . .	203
6.4	Conclusion . . . . .	212

<b>Chapitre 7 Application au sein de l'IDFS</b>	<b>215</b>
7.1 Présentation du programme d'essai . . . . .	216
7.2 Simulation des essais M2, C4 et C5 . . . . .	222
7.3 Conclusion . . . . .	230
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>233</b>
Conclusion générale . . . . .	233
Perspectives . . . . .	235
<b>Bibliographie</b>	<b>237</b>
<b>Chapitre A Annexes à l'introduction de la Partie II</b>	<b>243</b>
A.1 Cas de la sphère creuse sous chargement hydrostatique . . . . .	243
A.2 Preuve de l'Argument 1 . . . . .	244
A.3 Preuve de l'Argument 2 . . . . .	245
<b>Chapitre B Matériaux standards généralisés</b>	<b>247</b>
<b>Chapitre C Annexes au Chapitre 4</b>	<b>251</b>
C.1 Principe de l'algorithme de pilotage en triaxialité constante . . . . .	251
<b>Chapitre D Annexes au Chapitre 5</b>	<b>255</b>
D.1 Choix de la forme de la fonction $\beta(f)$ . . . . .	255
D.2 Programme cœur - Modèle utilisé dans le cadre de ces travaux de thèse . . . . .	259
<b>Table des matières</b>	<b>275</b>

# Liste des tableaux

1.1	Composition chimique de l'acier inoxydable de type 316L. . . . .	37
2.1	Porosité locale et globale pour les différents niveaux de chargements atteints.	72
4.1	Jeux de paramètres utilisés pour les simulations micromécaniques avec un écoulement cinématique non-linéaire de type ARMSTRONG et FREDERICK, 1966.	151
6.1	Paramètres retenus pour la courbe cyclique réduite de l'acier Tu42C. . . . .	179
7.1	Composition chimique de STS410 - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	216
7.2	Synthèse des essais monotones disponibles - tiré du rapport du CRIEPI. . .	218
7.3	Synthèse des essais cycliques disponibles - tiré du rapport du CRIEPI. . . .	218
7.4	Paramètres de comportement pour l'acier STS410. . . . .	222



# Table des figures

1	Courbe du moment en fonction de la rotation pour des tubes fissurés soumis à des chargement monotones ou cycliques - Tirée de SCHMIDT, WILKOWSKI et MAYFIELD, 1991 . . . . .	9
2	- Tirée de RUDLAND, SCOTT et WILKOWSKI, 1996 . . . . .	11
3	- Tirée de RUDLAND, BRUST et WILKOWSKI, 1996 . . . . .	11
4	Illustration des paramètres de simulation d'un chargement sismique lors d'un pilotage en force et déplacement - Tirée des travaux de B. Tranchand . . . . .	12
5	Comparaison des courbes de comportement global d'éprouvettes en acier SA333 Gr.6 sous sollicitations monotones et cycliques provenant d'essais sur éprouvettes CT25 à rapport de charge $R = 0,8; -0,5$ et $-1,2$ - Tirée de SINGH et al., 2003 . . . . .	14
6	Comparaison des courbes de comportement global d'éprouvettes en acier SA333 Gr.6 sous sollicitations monotones et cycliques provenant d'essais sur tubes fissurés à incréments de déplacement $\delta = 0,65mm$ et $2,6mm$ - Tirée de GUPTA, BHASIN, VAZE, GHOSH et KUSHWAHA, 2007 . . . . .	15
1.1	Courbes de traction conventionnelle, rationnelle et extrapolée de l'acier Tu42C à $20^{\circ}C$ . . . . .	19
1.2	Boucles d'hystérésis des 10 premiers cycles des quatre essais de fatigue oligocyclique à déformation totale imposée $\Delta\epsilon = 1,2,4$ et $5\%$ . . . . .	20
1.3	Evolution de l'amplitude des contraintes au cours des cycles pour les essais de fatigue oligocyclique . . . . .	21
1.4	Schéma de pilotage des essais de déchirure cyclique sur éprouvette CT . . . . .	22
1.5	Courbes de comportement Force (normalisée par la largeur effective de l'éprouvette) - CMOD et faciès de CT12 en acier Tu42C - Essais monotones (les décharges partielles ont été retirées pour améliorer la lisibilité des différentes courbes) . . . . .	22
1.6	Courbe Force - CMOD pour un essai de déchirure cyclique sur éprouvette CT12 - $R = -1, \delta = 0,2mm$ . . . . .	23
1.7	Courbes enveloppes Force - CMOD d'essais de déchirure sur éprouvette CT12 - Monotone et cyclique pour un rapport de charge $R = -1$ et différents incréments $\delta = 0,15mm; 0,2mm$ et $0,4mm$ . . . . .	24
1.8	Courbes de différences de potentiel en fonction du CMOD pour des essais de déchirure sur CT12 - Monotone et cyclique pour un rapport de charge $R = -1$ et différents incréments $\delta = 0,15mm, 0,2mm$ et $0,4mm$ . . . . .	25
1.9	Dispositif d'essais IMEC avec profilométrie laser au laboratoire LISN - CEA . . . . .	26
1.10	Géométrie globale de l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique - Rayon d'entaille $R_e = 1$ . . . . .	27
1.11	Détail du rayon d'entaille $R_e = 1$ . . . . .	27

1.12	Détail du rayon d'entaille $R_e = 2$ . . . . .	27
1.13	Détail du rayon d'entaille $R_e = 4$ . . . . .	27
1.14	Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille $R_e = 1$	28
1.15	Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille $R_e = 2$	28
1.16	Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille $R_e = 4$	29
1.17	Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture dans le dispositif IMEC .	29
1.18	Force en fonction de la contraction surfacique . . . . .	30
1.19	Rayon d'entaille en fonction de la contraction surfacique . . . . .	30
1.20	Dispositif d'essai pour l'essai de flexion quatre points alternée sur un tube avec une fissure circonférentielle traversante . . . . .	31
1.21	Illustration du schéma de pilotage de l'essai tube . . . . .	32
1.22	Vues de l'entaille du tube . . . . .	33
1.23	Courbe Force - CMOD central de l'essai de déchirure cyclique sur tube . .	34
1.24	Vues des faciès de rupture : (a) Vue globale d'une partie de tube, (b) Vue dans le plan $(\theta, z)$ et (c) Vue de la préfissuration dans le plan $(r, z)$ . . . . .	35
1.25	Vue de dessus du faciès de rupture. . . . .	36
1.26	Propagation mesurée en fonction du nombre de cycle. . . . .	36
1.27	Clichés MEB de la poudre d'acier inoxydable de type 316L. . . . .	37
1.28	Clichés MEB de la poudre d'alumine ( $Al_2O_3$ ). . . . .	38
1.29	Clichés MEB du mélange des poudres d'acier inoxydable et d'alumine. . . .	39
1.30	Enregistrement du cycle appliqué en pression et en températures aux ma- quettes 3805 et 3806. . . . .	40
1.31	Enregistrement du cycle appliqué en pression et en température à la maquette 3807. . . . .	40
1.32	Cliché des maquettes 3805, 3806 et 3807. . . . .	41
1.33	Tranche de la maquette utilisée pour la caractérisation. . . . .	42
1.34	Observation au microscope optique de la matrice en acier inoxydable et des particules dispersées en son sein. . . . .	42
1.35	Exemple de particules observées en microscopie optique. . . . .	43
1.36	Examen EDS des particules observées. . . . .	44
1.37	Examen EDS des particules observées. . . . .	44
1.38	Examen EDS d'une particule d'alumine. . . . .	45
1.39	Maquette 3806 - Estimation de la fraction de particules dans la matrice par analyse d'image. . . . .	46
1.40	Géométrie de l'éprouvette de traction monotone en acier inoxydable. . . .	47
1.41	Striction de l'éprouvette de traction en cours de chargement. . . . .	48
1.42	Éprouvette de traction rompue après l'essai. . . . .	49
1.43	Courbe de traction conventionnelle obtenue pour l'acier inoxydable de type 316L. . . . .	49
1.44	Eprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille $R_e = 1\text{ mm}$ rompue après essai. . . . .	50
1.45	Eprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille $R_e = 2\text{ mm}$ rompue après essai. . . . .	50
1.46	Eprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille $R_e = 4\text{ mm}$ rompue après essai. . . . .	51
1.47	Courbes de force en fonction de la contraction surfacique pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydables. . . . .	51

1.48	Courbes du rayon en fond d'entaille en fonction de la contraction surfacique pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydable. . . . .	52
1.49	Maquette 3805 - Essais de fatigue oligocyclique - Courbes contraintes-déformations pour le premier cycle. . . . .	53
1.50	Maquette 3805 - Essais de fatigue oligocyclique - Courbes contraintes-déformations à mi-vie. . . . .	53
1.51	Essais de fatigue oligocyclique - Comparaison des courbes contraintes-déformations du premier cycle entre les éprouvettes prélevées dans la maquette 3807 et l'éprouvette de référence pour une amplitude de déformation $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ . . . . .	54
1.52	Essais de fatigue oligocyclique - Comparaison des courbes contraintes-déformations le cycle à mi-vie entre les éprouvettes prélevées dans la maquette 3807 et l'éprouvette de référence pour une amplitude de déformation $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ . . . . .	55
1.53	Essais de fatigue oligocyclique - Comparaison des courbes contraintes maximales en fonction du nombre de cycle pour les éprouvettes de fatigue testées. . . . .	56
2.1	Principe de l'acquisition de données par tomographie à rayons X - image inspirée de LIMODIN et al., 2011. . . . .	58
2.2	Géométrie retenue pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydable et en acier ferritique. . . . .	59
2.3	Image avant application du seuil pour discriminer les cavités de la matrice. . . . .	60
2.4	Application d'un seuil permettant de discriminer entre les cavités et la matrice. . . . .	61
2.5	Image obtenue après application du seuil - Blanc : cavités, Noir : matrice. . . . .	61
2.6	Reconstruction 3D d'une tomographie par rayons X à l'aide du logiciel Avizo. . . . .	62
2.7	Illustration de la germination - Gauche : Particule rompue dans une matrice d'aluminium 6061 avec des inclusions d'alumine $Al_2O_3$ (KANETAKE, NOMURA et CHOI, 1995) - Droite : Décohésion à l'interface avec la matrice dans une matrice de cuivre avec des particules de CuCr (ARGON, IM et SAFOGLU, 1975). . . . .	63
2.8	Observation expérimentale de la croissance des cavités - Micrographie d'une éprouvette de traction rompue (tirée de BENZERGA et LEBLOND, 2010). . . . .	65
2.9	Observation expérimentale de la croissance des cavités - Micrographie de cavités issues de la décohésion entre la matrice en cuivre et des particules d'oxydes de cuivre (tirée de PARDOEN, DOGHRI et DELANNAY, 1998). . . . .	65
2.10	Observation expérimentale de la croissance des cavités - Observations microscopiques <i>in-situ</i> pendant un essai de traction sur un acier ductile (tirée de BOUCHARD et al., 2008). . . . .	66
2.11	Observation expérimentale de la croissance des cavités - Reconstruction d'images de croissance de cavités (sombres) après germination au niveau de particules de zirconium (tirée de WECK, WILKINSON et MAIRE, 2008). . . . .	66
2.12	Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence par striction du ligament interne (tirée de BENZERGA, BESSON et PINEAU, 1999). . . . .	67
2.13	Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence en cisaillement (tirée de BENZERGA, 2000). . . . .	67
2.14	Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence en colonnes aussi appelée "Necklace coalescence" (tirée de BENZERGA, 2000). . . . .	68
2.15	Réalisation des tomographies à différents niveaux de chargements (points oranges) - Un spécimen différent a été utilisé pour chaque niveau de chargement. . . . .	69



2.16	Installation de la ligne ID17 de l'ESRF pour réalisation des tomographie par rayons X post-mortem. . . . .	70
2.17	Courbe contrainte - déformation de l'essai de traction uniaxiale de deux éprouvettes axisymétriques entaillées. . . . .	71
2.18	Macrographie après chargement et observation de la rupture des particules d'alumine. . . . .	71
2.19	Coupe 2D à différents niveaux de chargements - De gauche à droite : Après traction, au Cycle 2, au Cycle 6 et au Cycle 7. . . . .	73
2.20	Coupe 2D du spécimen chargé jusqu'au Cycle 8. . . . .	73
2.21	Cliché de l'éprouvette axisymétrique entaillée chargée jusqu'au Cycle 8 - La fissure en bord d'entaille est visible à l'oeil nu. . . . .	75
2.22	Reconstruction 3D de l'éprouvette axisymétrique entaillée chargée jusqu'au Cycle 8 - Mise en évidence la fissure en bord d'entaille. . . . .	76
2.23	Observation de la rupture d'une éprouvette axisymétrique entaillée avec un rayon d'entaille de 2mm - Tiré de PIRONDI, BONORA, STEGLICH, BROCKS et HELLMANN, 2006. . . . .	76
2.24	Observation de la fissuration d'une éprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille 10mm - Tiré de PIRONDI, BONORA, STEGLICH, BROCKS et HELLMANN, 2006. . . . .	77
2.25	Essai de référence pour une éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique Tu42C. . . . .	78
2.26	Dispositif d'essai pour la réalisation des tomographies <i>in-situ</i> . . . . .	79
2.27	Cliché du logiciel d'acquisition/pilotage. . . . .	80
2.28	Acier Inoxydable 316L - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée à l'état initial. . . . .	81
2.30	Chargement en force appliqué sur l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier inoxydable lors de la tomographie <i>in-situ</i> . . . . .	81
2.29	Acier Inoxydable 316L - Formes des cavités. . . . .	82
2.31	Acier Inoxydable 316L - Valeur de la contraction surfacique au cours des différents cycles. . . . .	83
2.32	Acier Inoxydable 316L - Coupe 2D - Zone d'étude du comportement des cavités (Hauteur de la zone d'intérêt : 0,75mm). . . . .	83
2.33	Acier Inoxydable 316L - Évolution du diamètre équivalent des 20 plus grosses cavités, des 50 plus grosses cavités et de l'ensemble des cavités dans la zone d'intérêt. . . . .	84
2.34	Acier Inoxydable 316L - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt. . . . .	85
2.35	Acier Inoxydable 316L - Evolution du paramètre $\lambda_{moyen}$ pour les 20 plus grosses cavités, pour les 50 plus grosses cavités et pour l'ensemble des cavités de la zone d'intérêt. . . . .	86
2.36	Acier Inoxydable 316L - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt pour les cycles de tractions et l'essai de traction simple. . . . .	87
2.37	Acier Ferritique Tu42C - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée à l'état initial. . . . .	88
2.38	Acier ferritique Tu42C - Formes des cavités. . . . .	89
2.39	Acier ferritique Tu42C - Coupe 2D - Zone d'étude du comportement des cavités (Hauteur de la zone d'intérêt : 0,9mm). . . . .	89

2.40	Acier ferritique Tu42C - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée au cinquième cycle en traction. . . . .	90
2.41	Acier ferritique Tu42C - Valeur de la contraction surfacique au cours des différents cycles. . . . .	91
2.42	Chargement en force appliqué sur l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique lors de la tomographie <i>in-situ</i> . . . . .	91
2.43	Acier ferritique Tu42C - Évolution du diamètre équivalent des 20 plus grosses cavités, des 50 plus grosses cavités et de l'ensemble des cavités dans la zone d'intérêt. . . . .	92
2.44	Acier ferritique Tu42C - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt. . . . .	92
2.45	Acier ferritique Tu42C - Évolution du paramètre $\lambda_{moyen}$ pour les 20 plus grosses cavités, pour les 50 plus grosses cavités et pour l'ensemble des cavités de la zone d'intérêt. . . . .	93
3.1	Schématisation d'un écrouissage purement isotrope - à gauche : dans l'espace des contraintes, à droite : courbe contrainte-déformation plastique - tiré de CHABOCHE, 1986. . . . .	113
3.2	Schématisation d'un écrouissage purement cinématique - à gauche : dans l'espace des contraintes, à droite : courbe contrainte-déformation plastique - tiré de CHABOCHE, 1986. . . . .	114
3.3	Courbe cyclique réduite de plusieurs matériaux et leur description par une loi d'ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 à un ou deux centres - Trait : Loi cinématique, points : résultats expérimentaux - tiré de CHABOCHE, 2008. . . . .	116
3.4	Modélisation de l'écrouissage isotrope - évolution de la contrainte normalisée en fonction de la déformation plastique cumulée, pour l'acier inoxydable 316L à température ambiante - tiré de GOODALL, HALES et WALTERS, 1981. . . . .	118
3.5	Réponse expérimentale de l'acier inoxydable 316L à température ambiante pour 5 amplitudes croissantes de déformations - CHABOCHE, DANG VAN et CORDIER, 1979. . . . .	119
4.1	Cellule élémentaire discrétisée radialement. . . . .	135
4.2	Chargement appliqué à la sphère creuse pour les simulations micromécaniques. . . . .	144
4.3	Maillage de la sphère creuse dans sa configuration initiale. . . . .	145
4.4	Évolution de la déformation équivalente algébrique en fonction du temps - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	147
4.5	Évolution de la porosité normalisée en fonction du temps - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	147
4.6	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	148
4.7	Évolution de la triaxialité en fonction du pas de temps - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	148
4.8	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	149
4.9	Évolution de la triaxialité en fonction du pas de temps - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	149
4.10	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation algébrique équivalente pour un matériau rigide-parfaitement plastique - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	150

4.11	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage cinématique linéaire - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	151
4.12	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage cinématique non-linéaire (Jeu 1) - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	152
4.13	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage cinématique non-linéaire (Jeu 2) - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	153
4.14	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage mixte isotrope et cinématique - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	154
4.15	Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écrouissage isotrope - $ T  = 3$ et $q = 1 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	156
4.16	Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écrouissage cinématique linéaire - $ T  = 2$ et $q = 1,08 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	156
4.17	Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écrouissage cinématique non-linéaire (Jeu 1) - $ T  = 2$ et $q = 1,08 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	157
4.18	Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écrouissage mixte - $ T  = 3$ et $q = 1 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet. . . . .	157
5.1	Evolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - Comparaison des comportements élastoplastique parfait et rigide-plastique parfait - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$ . . . . .	160
5.2	Evolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - Comparaison des comportements élastoplastique à écrouissage isotrope et rigide à écrouissage isotrope - $ T  = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$ . . . . .	161
5.3	Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - Prédiction du modèle modifié en considérant la déformation totale dans l'équation d'évolution de la porosité, pour un matériau plastique-parfait - $ T  = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$ . . . . .	162
5.4	Conditions aux limites du problème considéré - Sphère creuse élastique soumise à un chargement hydrostatique en HPP. . . . .	163
5.5	Comparaison entre porosités calculée et théorique - Cas élastoplastique. . . . .	169
5.6	Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique parfait - $ T  = 3$ et $q = 1 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$ - Pointillés : Modèle ; Trait plein : Calcul micromécanique. . . . .	172
5.7	Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique à écrouissage isotrope - $ T  = 3$ et $q = 1 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$ - Pointillés : Modèle ; Trait plein : Calcul micromécanique. . . . .	173

5.8	Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique à écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick (Jeu de paramètres n°2) - $ T  = 2,5$ et $q = 1 - \frac{\bar{E}_{eq}^{max}}{E} = 0,1$ - Pointillés : Modèle; Trait plein : Calcul micromécanique. . . . .	173
6.1	Acier Ferritique Tu42C - Traction - Comparaison des résultats de la simulation numérique (loi de comportement cyclique) et des résultats expérimentaux. . . . .	179
6.2	Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\Delta\epsilon = \pm 0,5\%$ . . . . .	180
6.3	Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ . . . . .	181
6.4	Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\Delta\epsilon = \pm 2\%$ . . . . .	182
6.5	Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\Delta\epsilon = \pm 2,5\%$ . . . . .	183
6.6	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE1 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	184
6.7	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	184
6.8	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE4 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	185
6.9	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 - Sensibilité au paramètre $\gamma_3$ de la loi de comportement. . . . .	185
6.10	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 2D en déformations planes sans endommagement - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	187
6.11	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue globale du maillage utilisé. . . . .	188
6.12	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail au niveau des goupilles. . . . .	189
6.13	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail latérale au niveau de la zone d'endommagement. . . . .	189
6.14	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail de dessous du plan de symétrie de la zone d'endommagement. . . . .	190
6.15	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D sans endommagement - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	191
6.16	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE1 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	193
6.17	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	193
6.18	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE4 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique. . . . .	194
6.19	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 2D en déformations planes - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux pour un comportement monotone. . . . .	194

6.20	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 3D - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux pour un comportement monotone. . . . .	195
6.21	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 3D - Comparaison des faciès de rupture de la simulation numérique et de l'éprouvette. . . . .	196
6.22	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 3D - Courbe Avancée de fissure-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux pour un comportement monotone. . . . .	197
6.23	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 7 (fin du demi-cycle de traction) - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	199
6.24	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 7 (fin du demi-cycle de compression) - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	200
6.25	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 9 (Traction) - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	201
6.26	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	202
6.27	Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Courbe Avancée de fissure-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux - $\delta = 0,2mm$ . . . . .	202
6.28	Dispositif d'essai pour l'essai de flexion quatre points alternée sur un tube avec une fissure circonférentielle traversante. . . . .	203
6.29	Acier Ferritique Tu42C - Tube en flexion quatre points - Modèle 3D - Vue globale du maillage utilisé. . . . .	204
6.30	Acier Ferritique Tu42C - Tube en flexion quatre points - Modèle 3D - Vue globale du plan de symétrie incluant la zone d'endommagement. . . . .	205
6.31	Acier Ferritique Tu42C - Tube en flexion quatre points - Modèle 3D - Vue de détail de la zone d'endommagement. . . . .	206
6.32	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Comparaison des courbes F-CMOD prédites par le modèle et obtenue expérimentalement. . . . .	207
6.33	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Comparaison des courbes Avancée de fissure-CMOD prédites par le modèle et obtenue expérimentalement. . . . .	208
6.34	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 1 (fin du demi-cycle de traction). . . . .	208
6.35	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 1 (fin du demi-cycle de compression). . . . .	209
6.36	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 2 (fin du demi-cycle de traction). . . . .	209
6.37	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 2 (fin du demi-cycle de compression). . . . .	210
6.38	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 3 (fin du demi-cycle de traction). . . . .	210
6.39	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 3 (fin du demi-cycle de compression). . . . .	211

6.40	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 4 (fin du demi-cycle de traction).	211
6.41	Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Comparaison des fronts de fissure. . . . .	212
7.1	IDFS - Dispositif d'essai pour l'essai de flexion quatre points alternée sur un tube - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	216
7.2	IDFS - Dimension du tube et vue schématique des types d'entailles - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	217
7.3	IDFS - Loi de comportement en traction pour l'acier STS410 - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	217
7.4	IDFS - Cas M2 - Courbes Force - LPD et Force - CMOD - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	219
7.5	IDFS - Cas M2 - Courbe Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	219
7.6	IDFS - Cas C4 - Courbe Force - LPD - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	220
7.7	IDFS - Cas C5 - Courbe Force - LPD - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	220
7.8	IDFS - Cas C5 - Courbe Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	221
7.9	IDFS - Cas C4 et C5 - Évolution du CMOD en fonction du nombre de cycle - tiré du rapport du CRIEPI. . . . .	221
7.10	IDFS - (a) Résultats des essais de fatigue oligocyclique sur l'acier STS410 pour 3 amplitudes de déformations - (b) Détail du comportement au cours des cycles. . . . .	223
7.11	IDFS - Simulation des cycles des essais de fatigue oligocyclique d'amplitude $\Delta\epsilon = \pm 2\%, \pm 4\%$ et $\pm 8\%$ . . . . .	223
7.12	IDFS - Simulation des cycles de l'essai de fatigue oligocyclique d'amplitude $\Delta\epsilon = \pm 4\%$ . . . . .	224
7.13	IDFS - Comparaison des courbes de traction. . . . .	224
7.14	IDFS - Maillage du tube utilisée et vue de détail dans la zone d'intérêt. . .	225
7.15	IDFS - Cas M2 - Distribution de la porosité dans la zone d'intérêt pour modéliser l'avancée de fissure. . . . .	226
7.16	IDFS - Cas M2 - (a) Courbe Force - LPD, (b) Courbe avancée de fissure $\Delta a$ - LPD. . . . .	227
7.17	IDFS - Cas M2 - Comparaison des courbes Force - CMOD obtenues par les participants. . . . .	228
7.18	IDFS - Cas M2 - Comparaison des forces maximales obtenues par les participants. . . . .	228
7.19	IDFS - Cas M2 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - nombre de cycles obtenues par les participants. . . . .	229
7.20	IDFS - Cas C4 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - nombre de cycles obtenues par l'ensemble des participants. . . . .	229
7.21	IDFS - Cas C5 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD obtenues par l'ensemble des participants. . . . .	230
C.1	Logigramme expliquant la détermination de l'intervalle de dichotomie. . .	252
C.2	Logigramme expliquant la détermination l'incrément de déformation $de_x$ . . .	253

D.1	$\beta = 3$ - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écouissage isotrope - $ T  = 3$ , $q = 1$ et $E = 150GPa$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	256
D.2	$\beta = 5$ - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écouissage isotrope - $ T  = 3$ , $q = 1$ et $E = 150GPa$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	256
D.3	$\beta = 10$ - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écouissage isotrope - $ T  = 3$ , $q = 1$ et $E = 150GPa$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	257
D.4	Comparaison des prédictions du modèle pour deux formes de fonctions $\beta$ différentes pour l'écouissage isotrope - $ T  = 2$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	258
D.5	Comparaison des prédictions du modèle pour deux formes de fonctions $\beta$ différentes pour un écouissage cinématique non linéaire à deux centres - $ T  = 2$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	258
D.6	Comparaison des prédictions du modèle pour deux formes de fonctions $\beta$ différentes pour l'écouissage isotrope - $ T  = 3$ - $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . . . . .	259

# Introduction générale

## Contexte industriel...

Garantir l'intégrité des structures tout au long de leur durée de vie est un sujet industriel majeur, en particulier pour les installations nucléaires. La démonstration de sûreté des équipements constitutifs des circuits primaires et secondaires doit couvrir l'ensemble des sollicitations possibles, y compris celles improbables, comme les séismes. Il est dès lors nécessaire de pouvoir justifier de la tenue mécanique des tuyauteries primaires et secondaires comportant un défaut sous chargement cyclique.

Le risque sismique est aujourd'hui pris en compte pour tous les réacteurs nucléaires. En France, l'Autorité de Sûreté Nucléaire (ASN) a dicté les principes généraux pour prendre en compte les séismes par application des Règles Fondamentales de Sûreté (RFS) 2001-01. La réglementation impose une démarche très conservatrice pour le dimensionnement face au risque sismique : le séisme le plus important historiquement est retenu, l'épicentre est considéré sous l'installation nucléaire et la magnitude de ce séisme est artificiellement augmentée.

L'étude de la rupture ductile, mode dominant de rupture des alliages métalliques à température moyenne et élevée, se révèle alors indispensable pour prédire le comportement de la déchirure dans l'hypothèse de la présence d'un défaut de grandes dimensions dans les composants de tuyauteries. Prédire ce comportement pour les tuyauteries de réacteurs à eau pressurisée est aujourd'hui un enjeu important et un défi difficile pour l'industrie nucléaire, en particulier pour les sollicitations cycliques de grandes amplitudes. Comprendre les phénomènes sous-jacents à la rupture ductile, notamment pour un chargement cyclique, est indispensable pour dimensionner au mieux les structures.

Du point de vue du chargement, le séisme est un phénomène dynamique générant des oscillations d'amplitudes et de fréquences variables, dont la modélisation numérique est toujours complexe. Plusieurs travaux (MIURA et al., 1994, RUDLAND, SCOTT et WILKOWSKI, 1996) ont montré que seuls les 20 à 30 premiers cycles composant les spectres sismiques sont d'amplitude suffisante pour être endommageant. Ils ont aussi montré que l'effet dynamique du chargement est négligeable devant son amplitude permettant alors de se focaliser sur des chargements quasi-statiques plutôt que dynamiques dans l'étude du dimensionnement au



séisme.

## Contexte scientifique...

D'un point de vue micromécanique, l'endommagement ductile survient en trois étapes (GARRISON JR et MOODY, 1987) : (i) une étape de germination : formation de cavités au niveau d'inclusions ou de particules de seconde phase par décohérence de l'interface particule-matrice, ou par rupture de ces inclusions ; (ii) une phase de croissance : les cavités grossissent et se déforment par écoulement plastique de la matrice environnante ; (iii) une étape de coalescence : les cavités voisines se rapprochent et finissent par se rejoindre pour former une fissure macroscopique entraînant la rupture de la structure. Les modèles de mécanique de la rupture qui cherchent à modéliser ces phénomènes sont appelés modèles d'approches *locales*, qui reposent sur un passage *micro-macro* à l'aide de procédures d'homogénéisation.

Les premiers travaux de modélisations de la rupture ductile monotone sont dûs à McCLINTOCK, 1968 et J. RICE et TRACEY, 1969, qui ont étudié par analyse limite la croissance d'une cavité cylindrique ou sphérique dans un milieu infini rigide parfaitement plastique. C'est une dizaine d'années plus tard qu'apparaît le modèle de GURSON, 1977, base théorique commune d'une grande majorité de modèles d'approches locales de la rupture ductile. Fondé sur une analyse-limite approchée d'une sphère creuse considérée comme un *volume élémentaire poreux* typique, il propose un modèle macroscopique de comportement d'un matériau poreux ductile dépendant de la porosité. Adapté aux matériaux parfaitement-plastique du fait du cadre de l'analyse limite-classique. Le modèle de GURSON, 1977 a été étendu à de nombreux cas pour prendre en compte l'écrouissage, les changements de formes des cavités et aussi pour mieux prendre en compte la coalescence. Le modèle initial et ses extensions ont rencontré un grand succès dans la reproduction de résultats expérimentaux de rupture ductile dans le cas de chargements *monotones*.

En ce qui concerne la rupture ductile cyclique, la physique en jeu est moins comprise et maîtrisée. Les analyses micromécaniques de la rupture ductile cyclique sous chargement cyclique ont débuté dans les années 90 par des calculs numériques par éléments finis de GILLES, JULLIEN et MOTTET, 1992, simulant la microstructure poreuse soumise à un chargement sous triaxialité des contraintes constante en valeur absolue. Ces calculs ont mis en évidence un comportement particulier des cavités soumises à un chargement cyclique appelé *effet de rochet de la porosité*, soit l'augmentation graduelle avec le nombre de cycles de la valeur moyenne de la porosité au cours d'un cycle, qui est un bon candidat à la réduction observée, pour un niveau de chargement donné, de la ductilité sous chargement cyclique étudiée par SCHMIDT, WILKOWSKI et MAYFIELD, 1991 et KOBAYASHI, KUSUMOTO et NAKAZAWA, 1992. Les conclusions de GILLES et al., 1992 ont été rapidement confirmées par DEVAUX, GOLOGANU, LEBLOND et PERRIN, 1997 sur la base de nouveaux calculs plus précis.

Les limites de l'approche heuristique des effets d'écrouissage des modèles de GURSON, 1977 ont aussi été établies par DEVAUX et al., 1997, dont les travaux ont d'une part mis en évidence l'importance primordiale des effets d'écrouissage sur le phénomène de rochet de la porosité, et d'autre part montré que ce phénomène ne peut-être modélisé avec le modèle classique de GURSON, 1977, ce qui le rend inutilisable dans le cadre de chargements cycliques.

Des améliorations de la modélisation de l'écrouissage dans le cadre du modèle de GURSON, 1977 ont cependant été présentées par LEBLOND, PERRIN et DEVAUX, 1995, le principe étant d'abandonner l'approche heuristique de Gurson au profit d'une extension rigoureuse de son analyse micro-mécanique au cas des matériaux écrouissables. Bien que cette extension n'ait pas été conçue pour les chargements cycliques, DEVAUX et al., 1997 ont presque immédiatement tenté d'appliquer le modèle résultant à la reproduction de leurs résultats de leurs simulations micromécaniques sous chargement cyclique. Les résultats du modèle de LEBLOND et al., 1995 appliqué aux chargements cycliques furent assez mitigés : il reproduit bien l'effet de rochet de la porosité observé mais de manière très imprécise.

Ce n'est que récemment que le travail de LEBLOND et al., 1995 a été repris par LACROIX, LEBLOND et PERRIN, 2016 et amélioré en vue de son application aux chargements cycliques. L'amélioration a conduit à introduire, en chaque *point de matière* du milieu homogénéisé, une *micro-sphère* sous-jacente discrétisée radialement servant à calculer et à stocker l'état d'écrouissage dans chacune des couches sphériques ainsi définies. Cette amélioration a permis de reproduire de manière très satisfaisante les résultats des simulations micro-mécaniques de sphères creuses *élastiquement rigide* soumises à des chargements cycliques dans le cadre d'un écrouissage isotrope.

## Défis...

Même si beaucoup de progrès ont été fait dans la modélisation de la rupture ductile dans les quarante dernières années, il reste encore beaucoup de défis à relever notamment dans le cadre de la rupture ductile cyclique, parmi lesquels (et cette liste est évidemment non-exhaustive) :

1. *La caractérisation expérimentale du comportement des cavités soumises à un chargement cyclique.* Plusieurs programmes expérimentaux d'envergure ont été réalisés pour mieux comprendre la rupture ductile cyclique. Les essais sur CT et Tubes lors d'IPIRG, le programme du CRIEPI, etc... Ces programmes ont montré que pour un niveau de chargement donné, la ductilité apparente est fortement réduite lorsque ce niveau de chargement est appliqué de manière cyclique plutôt que monotone. Le comportement des cavités a cependant été très peu étudié expérimentalement, notamment du fait de la complexité des essais vu les chargements à imposer. L'effet de rochet de la porosité, bon candidat à l'explication de la réduction de la ductilité, est un résultat

- purement numérique. Le développement des techniques de tomographies in-situ permet aujourd'hui d'aller observer le comportement des cavités sur des éprouvettes de laboratoires, que ce soit en tension ou en compression. La compréhension du comportement micromécanique des cavités soumises à un chargement cyclique est indispensable pour valider théoriquement les modèles de croissances et pouvoir vérifier la pertinence des hypothèses sur lesquels ils reposent.
2. *Le développement d'un modèle de croissance prenant en compte les effets d'écroutissage et reproduisant l'effet de rochet de la porosité.* De nombreuses analyses micromécaniques, dans la lignée de celle de DEVAUX et al., 1997, ont été réalisées par BESSON et GUILLEMER-NEEL, 2003, BROCKS et STEGLICH, 2003, RABOLD et KUNA, 2005, STEGLICH, PIRONDI, BONORA et BROCKS, 2005, MBIAKOP, CONSTANTINESCU et DANAS, 2015 et CHENG, DANAS, CONSTANTINESCU et KONDO, 2017 parfois pour des volumes élémentaires plus complexes ; des comparaisons avec des modèles d'endommagement ont été proposées. Cependant, les résultats de ces modèles n'étaient pas significativement meilleurs que ceux présentés par DEVAUX et al., 1997, la prise en compte rigoureuse de l'écroutissage restant un problème ouvert. Si le modèle de GURSON, 1977 a récemment été étendu aux écroutissages mixtes par MORIN et al., 2017 pour des matériaux rigides-écroutissables, à travers le formalisme de l'analyse limite séquentielle (YANG, 1993, LEU, 2007, LEBLOND, KONDO, MORIN et REMMAL, 2018), la prise en compte de l'élasticité qui joue un rôle dans l'effet de rochet de la porosité, comme précisé par DEVAUX et al., 1997, reste une problématique majeure à traiter. Les travaux récents de CHENG et al., 2017 s'attaquent à cette problématique en postulant une séparation des phases élastiques et plastiques, chacune évaluée séparément bien que la présence de plasticité n'a aucune raison d'impliquer une absence d'élasticité.
  3. *La simulation numérique de la rupture ductile sur des spécimens de laboratoire et des structures industrielles.* La validation des modèles par la simulation d'essais sur éprouvettes de laboratoire et sur des structures à échelle 1 ou  $\frac{1}{2}$  est importante. Dans le cas de sollicitations cycliques, simuler numériquement la déchirure ductile après l'identification d'une loi de comportement appropriée et des bons paramètres d'endommagement est toujours un défi. Outre les problèmes classiques résultant des modèles d'approches locales (verrouillage volumique, dépendance aux maillages, etc.), la gestion des éléments endommagés doit être correctement menée pour respecter la physique du phénomène, notamment lors d'une phase de compression faisant intervenir du contact.

## Plan de thèse...

Dans cette thèse, nous nous efforcerons d'apporter des réponses aux défis qui viennent d'être soulevés. Ce manuscrit est organisé de façon thématique en trois parties consacrées (1)

à une étude expérimentale du comportement micromécanique des cavités, (2) aux modèles de croissances adaptés aux sollicitations cycliques et finalement (3) l'étude numérique de la rupture ductile cyclique sur des éprouvettes de laboratoire et sur des maquettes représentatives d'une tuyauterie de centrale nucléaire.

La **Partie I**, expérimentale, est consacrée à l'étude du comportement micromécanique de cavités soumises à des chargements cycliques à travers l'étude de leurs comportement dans un matériau modèle en acier inoxydable et dans un acier ferritique représentatif des tuyauteries secondaires de centrales nucléaires :

- Dans le **Chapitre 1**, nous présenterons les matériaux étudiés et notamment le matériau modèle fabriqué dans le cadre de la thèse par Compaction Isostatique à Chaud. Ce matériau modèle, au plus proche des hypothèses théoriques faites dans la dérivation du modèle présenté au Chapitre 5, permettra de valider le modèle en comparant ses prédictions aux résultats expérimentaux obtenus.
- Le **Chapitre 2** est consacré à la présentation du programme d'essais mené, notamment les résultats des tomographies ex-situ et in-situ menées sur des éprouvettes axisymétriques entaillées afin de faire varier la triaxialité au sein de l'éprouvette. Les résultats expérimentaux, obtenus par différentes techniques d'analyse d'image, seront présentés et le comportement des cavités observé sera comparé aux prédictions du modèle.

La **Partie II** est consacrée à l'étude de l'influence du chargement cyclique sur les modèles de *croissance* :

- Dans le **Chapitre 3**, nous étudierons les lois de comportements cycliques et proposeront un modèle de type Chaboche (CHABOCHE, DANG VAN et CORDIER, 1979) dans lequel l'effet de mémoire est pris en compte au travers d'une variable interne scalaire plutôt que tensorielle. Ce modèle "simplifié" nous permettra ensuite d'identifier des lois de comportements appropriées pour les différents matériaux étudiés dans le cadre de cette thèse et pourra notamment être utilisé dans le modèle de croissance développé dans le Chapitre 4 et Chapitre 5.
- Le **Chapitre 4** est consacré à l'implémentation dans un code de calcul par éléments finis du modèle de Morin-Leblond (MORIN et al., 2017) qui permet de mieux prendre en compte l'écrouissage dans un modèle de croissance de type Gurson pour des matériaux **rigides**-écrouissables par le biais de l'analyse-limite séquentielle (YANG, 1993, LEU, 2007, LEBLOND et al., 2018) afin de l'appliquer à des problèmes de rupture ductile cyclique. Les prédictions du modèle seront dans un premier temps comparées à des calculs micromécaniques de croissance de cavités sphériques dont la matrice suit différentes lois d'écrouissage, complétant les résultats présentés par LACROIX et al., 2016 pour l'écrouissage isotrope. Ces comparaisons mettront en évidence l'effet de rochet de la porosité ainsi que l'impact du type et des paramètres d'écrouissage sur l'évolution de la porosité.

- Le critère présenté au Chapitre 4 sera ensuite adapté au **Chapitre 5** aux matériaux élastoplastiques. En effet, comme le montrent les calculs micromécaniques l'élasticité joue un rôle majeur dans l'effet de rochet de la porosité. Il faut dès lors la prendre en compte dans le critère de Morin-Leblond, ce que ne permet pas l'analyse-limite séquentielle. Nous commencerons d'abord par déterminer l'équation *exacte* du taux de porosité - incluant les déformations plastiques et les déformations élastiques - avant de proposer un modèle de croissance prenant en compte les différents types d'écroutissage et l'élasticité.

Enfin, la **Partie III** est consacrée à l'étude numérique de la rupture ductile à travers la simulation du comportement d'éprouvettes de laboratoire et de maquettes représentatives de véritables structures industrielles.

- Le **Chapitre 6** est consacré à l'étude numérique de l'acier ferritique Tu42C.
- Enfin, le **Chapitre 7** présentera les résultats obtenus dans le cadre du Benchmark sur les modèles de rupture ductile cyclique organisé par le Central Research Institute of Electric Power Industry (CRIEPI), proposant une base expérimentale large et variée permettant de tester les prédictions du modèle présenté au Chapitre 5 à plusieurs types d'essais cycliques sur tuyauteries.

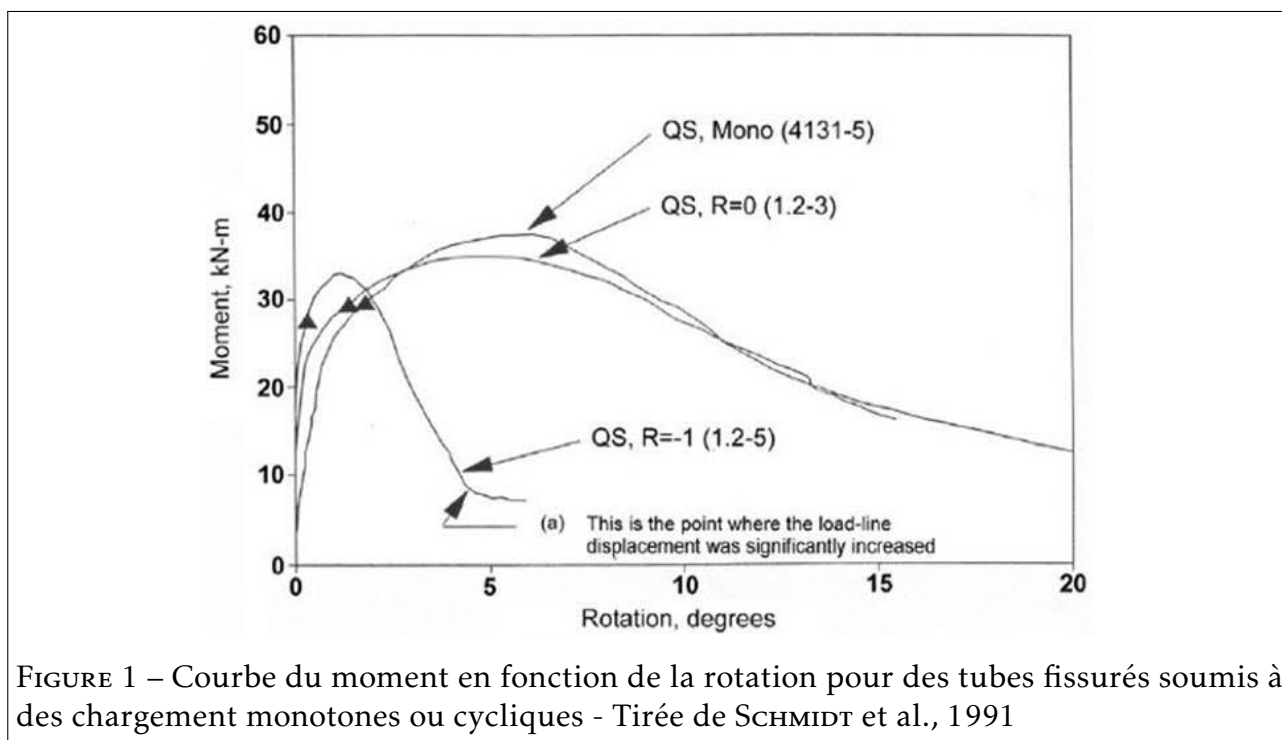
## **Première partie**

# **Étude expérimentale du comportement ductile et du comportement des cavités sous chargement cyclique**



# Introduction : Programmes d'essais de rupture ductile cyclique

Les programmes expérimentaux étudiant la rupture ductile sous chargement cyclique ont connu un essor et suscité un intérêt particulier dans les années 90 avec le programme IPIRG SCHMIDT et al., 1991 comportant des essais de flexions alternées sur tubes fissurés et sur éprouvettes Compact Tension (CT) KOBAYASHI et al., 1992. Ces essais ont clairement mis en évidence une réduction de la ductilité pour un niveau de chargement donné si ce chargement est appliqué de manière cyclique. De plus, les résultats de SCHMIDT et al., 1991 mettent en évidence le rôle important que joue l'écrouissage dans cette réduction de ductilité : l'effet est beaucoup plus important pour des aciers inoxydables que pour des aciers faiblement alliés moins écrouissables.



Plusieurs programmes ont été menés pour étudier la déchirure sous chargement cyclique de forte amplitude. Outre la mise en évidence de l'effet néfaste du chargement cyclique, les études menées avaient pour but de mieux comprendre les phénomènes en jeu et de doter les



ingénieurs de critères déterministes et moins conservatifs pour mieux prendre en compte les chargements sismiques dans le dimensionnement des circuits primaires et secondaires.

## **Conclusions des principaux programmes expérimentaux de rupture ductile cyclique**

### **Présentation succincte des principales études existantes**

**Le programme IPIRG (Integrity Piping International Research Group).** Ce premier groupe de recherche a été créé en réunissant les acteurs internationaux de l'industrie nucléaire et notamment, pour la France, le CEA, EDF et Framatome. Ce programme a étudié les risques, pour un grand nombre de chargements, liés à la propagation de fissures dans les tuyauteries et en particulier sous chargements sismiques. C'est la seconde partie de ces études, IPIRG II, qui contient la majorité des travaux concernant le risque sismique. Les conclusions de cette première étude d'envergure sur le chargement cyclique ont été publiées par RUDLAND, BRUST et WILKOWSKI, 1996.

En termes de matériaux d'étude, les auteurs ont utilisé un acier ferritique A106 grade B soudé ou non, un acier inoxydable de type 304 soudé ou non : tous ces matériaux sont représentatifs des circuits des réacteurs à eau sous pression américains.

Dans le cadre du programme IPIRG, les essais ont tout d'abord été réalisés sur structures notamment sur des tubes fissurés, des éprouvettes CT ont ensuite été prélevées sur ces tubes pour préciser les analyses dans le programme IPIRG II. L'ensemble de ces essais a été effectué sous différents types de chargements alternés, les résultats ont permis de dégager les chargements les plus néfastes pour les fissures.

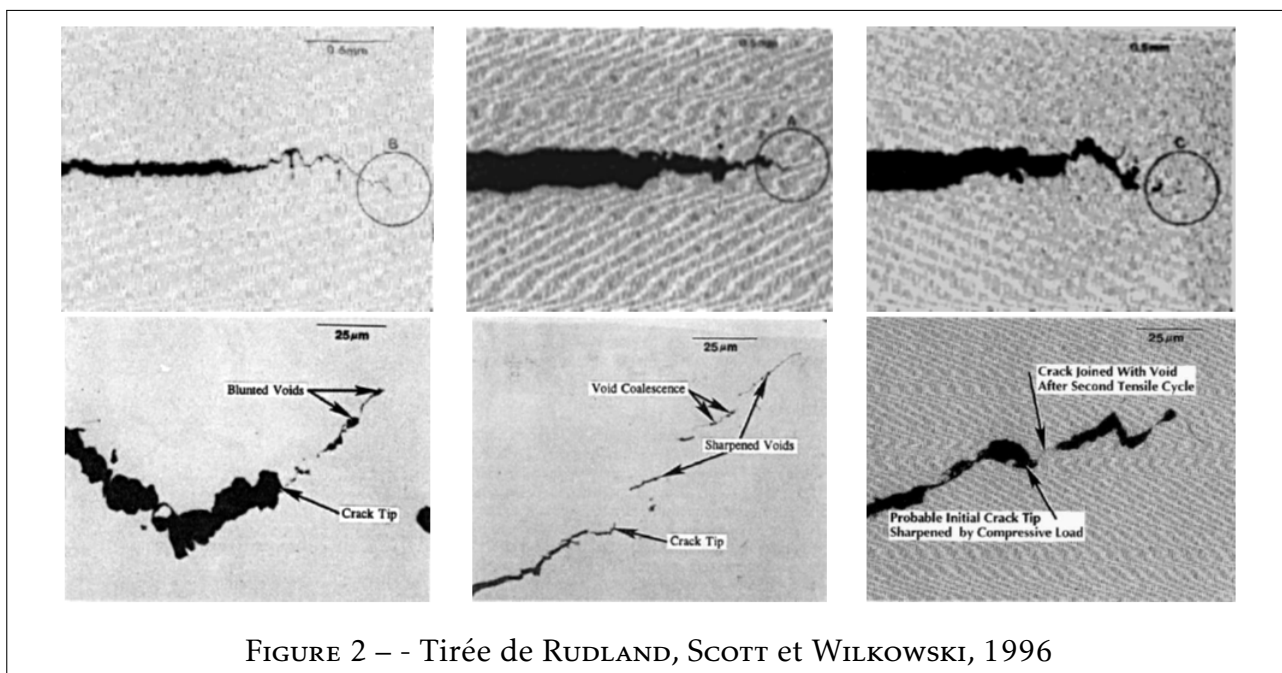


FIGURE 2 -- Tirée de RUDLAND, SCOTT et WILKOWSKI, 1996

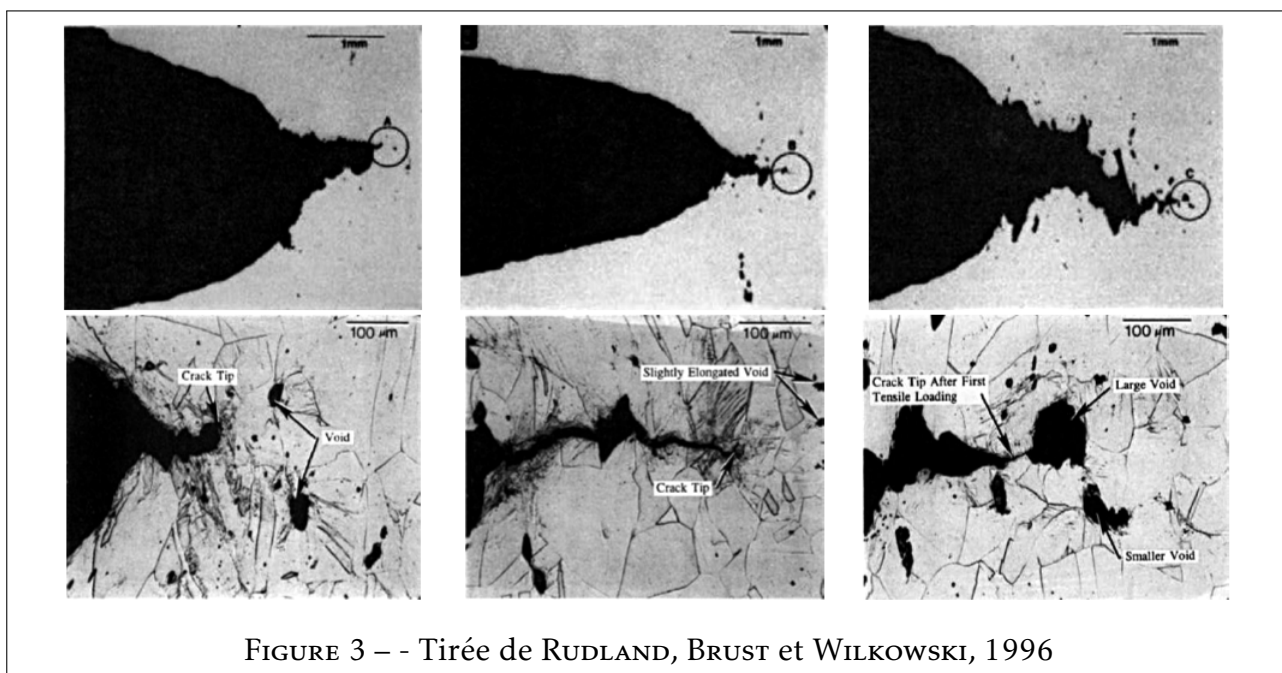


FIGURE 3 -- Tirée de RUDLAND, BRUST et WILKOWSKI, 1996

Le programme mené par le Central Research Institute of the Electric Power Industry (CRIEPI). Le CRIEPI s'est lui aussi intéressé au phénomène de la déchirure cyclique. L'étude menée entre 1991 et 1997 est inspiré des travaux menés dans le cadre du programme IPIRG, et contient aussi aussi des essais sur éprouvettes CT et sur tubes avec fissure traversante sous sollicitations cycliques. Le matériau étudié est l'acier ferritique STS140 utilisé dans la boucle de refroidissement des réacteurs à eau légère japonais (MIURA et al., 1994, MIYAZAKI et al., 1995 MIURA et al., 1996, MIURA, KASHIMA, MIYAZAKI et KANNO, 1997).

Une présentation de ces programmes est donnée au Chapitre 7.

**Le programme mené par le Bhabha Atomic Resarch Center (BARC).** Enfin, le dernier programme d'envergure concernant la fuite avant rupture sous chargement sismique a été dirigé par le BARC. Plusieurs matériaux ont été étudiés comme l'acier ferritique SA333 Gr. 6 et un acier austénitique, le SS304LN. Le premier est utilisé dans les circuits primaires des réacteurs à eau lourde pressurisée indiens et le second est susceptible d'être utilisé dans les circuits primaires des réacteurs avancés à eau lourde utilisant du thorium comme combustible au lieu de l'uranium. Les travaux ont porté à la fois sur des essais sur éprouvettes de laboratoire et sur des tubes, soudés ou non, avec des défauts circonférentiels traversants.

Le nombre d'essais réalisés sur tubes a permis d'étudier des types de chargements cycliques différents dont certains résultats sont présentés figures 5 et 6.

## Présentation du chargement sismique expérimental

Physiquement, le séisme est un phénomène dynamique complexe générant des oscillations d'amplitudes et de fréquences variables. Dans l'optique de développer un critère simple de déchirure cyclique, objectif premier des différentes études menées, ces différents programmes ont permis d'en extraire les composantes les plus nocives en étudiant plusieurs types de sollicitations.

Plusieurs travaux ont montré que seuls les 20 à 30 premiers cycles composant les spectres sismiques étaient d'amplitude suffisante pour être endommageant. Également, ils ont montré que l'effet dynamique des cycles est négligeable devant leur amplitude. Il en découle que l'ensemble des programmes cités se sont focalisés sur des chargements quasi-statiques. Ces chargements caractérisés par deux grandeurs : le rapport de charge  $R$ , défini par la fraction entre la force maximale et la force minimale atteinte au cours d'un cycle  $R = \frac{F_{max}}{F_{min}}$ , d'une part et par l'incrément de déplacement imposé  $\delta$  entre deux cycles. Ce type de chargement est présenté figure 4.

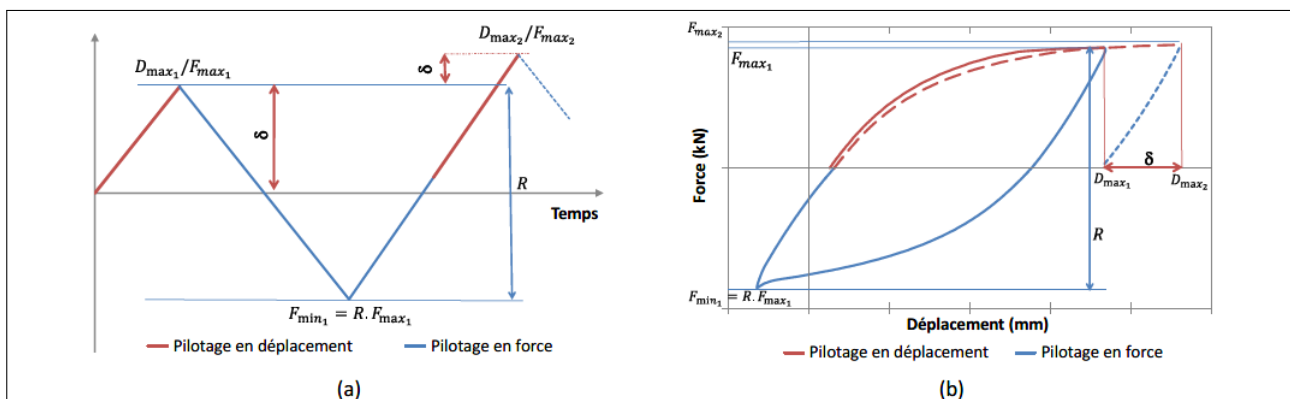


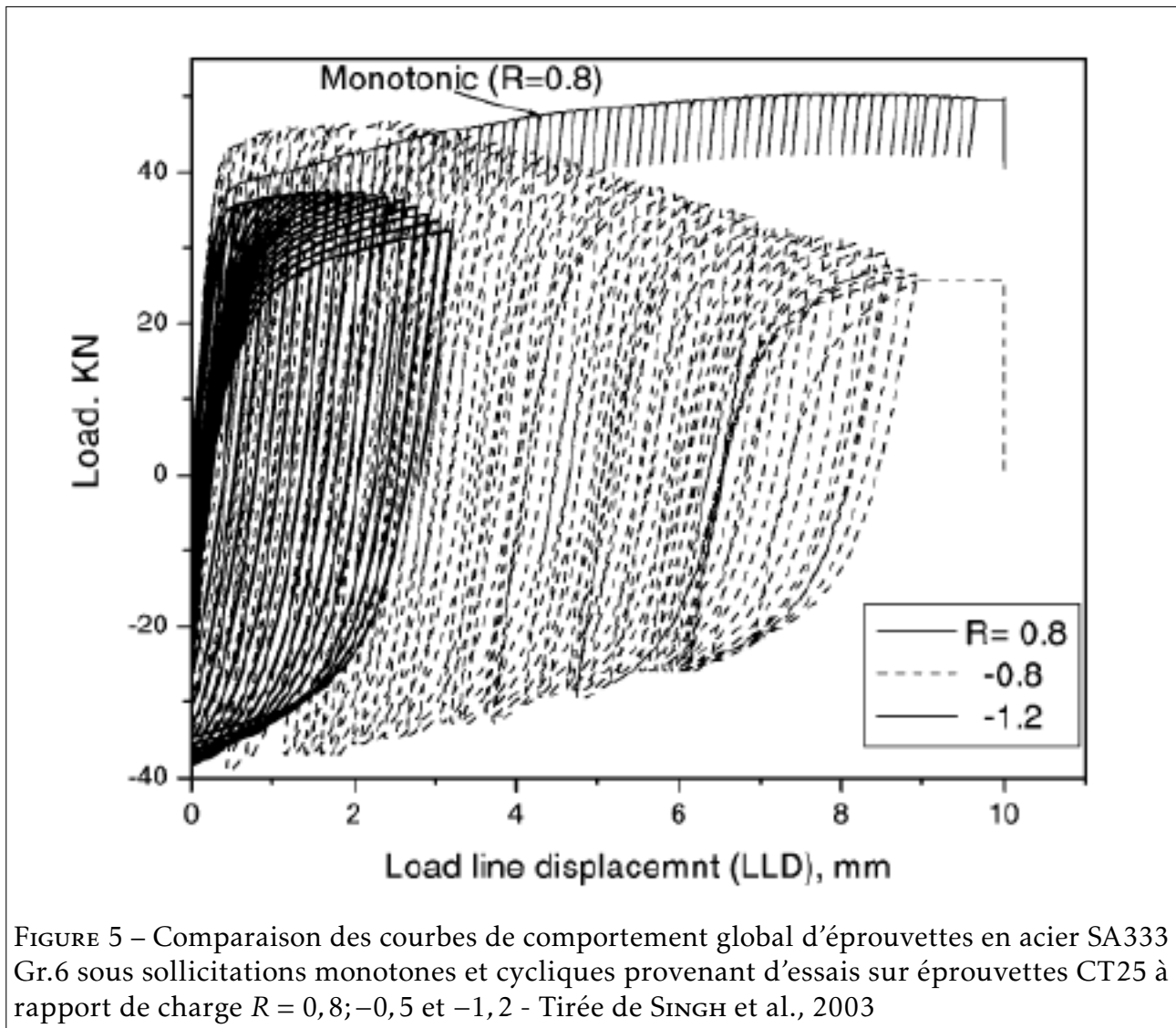
FIGURE 4 – Illustration des paramètres de simulation d'un chargement sismique lors d'un pilotage en force et déplacement - Tirée des travaux de B. Tranchand

## Résultats du chargement alterné de structures fissurées

Les essais menés dans ces différentes études mettent en avant une propagation plus rapide de la fissure sous l'effet des cycles lorsque le rapport de charge imposé  $R$  est négatif en comparaison avec le cas de chargement monotone quelle que soit la structure étudiée : éprouvette CT ou tube fissuré.

En effet, la propagation de fissure entraîne une diminution du chargement maximum admissible par la structure. Les figures 5 et 6 montrent que le chargement des essais cycliques diminue plus vite que le chargement des essais monotones. Cette diminution (de la force ou du moment de flexion) est principalement liée à une propagation plus importante de la fissure. Les deux facteurs étudiés, le rapport de charge  $R$  et l'incrément de déplacement  $\delta$  influent sur cette réduction de ductilité.

Le rapport de charge est le premier facteur qui influence la propagation de la fissure sous régime cyclique. En effet, il joue directement sur la plastification en pointe de fissure lors des phases de compression. Le rapport de charge  $R = -1$  étant le cas limite enveloppe dans le traitement du cas sismique. Le second facteur, l'incrément de déplacement  $\delta$ , influence la propagation de fissure qui, en fonction de la valeur choisie, peut influencer sur le domaine isotrope du cycle précédent. L'influence de ces deux paramètres a été étudiée dans les différents programmes, en particulier la figure 5 montre, pour des essais réalisés sur éprouvettes CT, l'effet du rapport de charge  $R$ .



D'autre part, la figure 6 montre l'effet de l'incrément de déplacement  $\delta$  (pour un rapport de charge fixé à  $R = -1$ ) pour des essais de déchirure sur tubes fissurés. Les résultats sont présentés pour deux valeurs :  $\delta = 0,65\text{mm}$  (courbe rouge) et  $\delta = 2,6\text{mm}$  (courbe bleue). Ces résultats sont comparés aux résultats obtenus pour un chargement monotone.

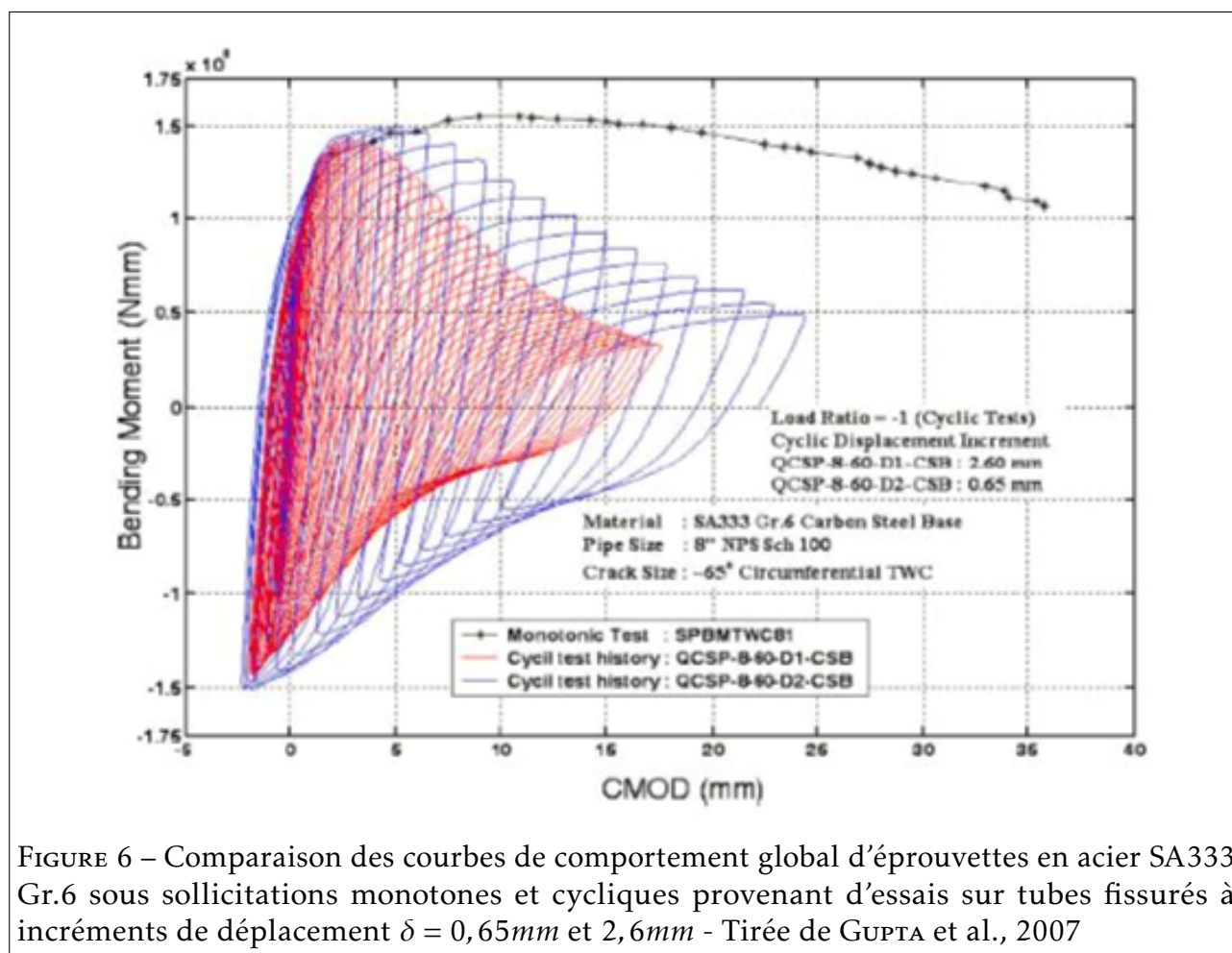


FIGURE 6 – Comparaison des courbes de comportement global d'éprouvettes en acier SA333 Gr.6 sous sollicitations monotones et cycliques provenant d'essais sur tubes fissurés à incréments de déplacement  $\delta = 0,65\text{mm}$  et  $2,6\text{mm}$  - Tirée de GUPTA et al., 2007

Cette analyse du comportement global est la même pour les trois études : globalement, les cycles entraînent une baisse de la résistance de la structure fissurée due à la propagation importante de la fissure. Il reste à quantifier cette nocivité.

Pour cela, les trois études précitées ont proposé de mettre en place des outils de mesures de la ténacité sous sollicitation cyclique afin de quantifier la nocivité des cycles sur la propagation des fissures. Le but étant de se doter d'outils capables de comparer le comportement de structures fissurées sous sollicitation monotone ou cyclique et d'avoir des outils capables d'assurer la transférabilité entre analyse sur éprouvettes de laboratoires et structures comme les tubes fissurés. Les auteurs des différentes études se sont tournés vers des approches énergétiques, dites approches globales, notamment vers l'intégrale  $J$  comme outil de mesure des sollicitations en pointe de fissure. Pour cela, plusieurs déclinaisons empiriques ont été proposées pour s'affranchir des hypothèses empêchant son utilisation pour des chargements cycliques.

Ces modélisations par approche globale ne sont pas détaillées dans ce manuscrit dans lequel ce sont les modèles d'approche locale de la rupture ductile cyclique qui sont étudiés dans le détail en Partie II.

## Plan de la partie

- Le Chapitre 1 est consacré à la présentation du programme d'essai mené dans le cadre de cette thèse, avec des essais complémentaires au programme mené dans le cadre des travaux de thèse de Benoit Tranchand, succinctement présenté, sur l'acier ferritique Tu42C et le programme d'essai mené dans le cadre de cette thèse sur un matériau modèle, composé d'une matrice d'acier inoxydable de type 316L comportant des inclusions d'alumine, fabriqué par Compaction Isostatique à Chaud (CIC).
- Le Chapitre 2 est consacré à la présentation des résultats des essais de tomographie ex-situ et in-situ mené à l'ESRF sur des éprouvettes axisymétriques entaillées soumises à des chargements monotones et cycliques afin d'étudier expérimentalement le comportement des cavités soumises à un chargement cyclique.

# Présentation des matériaux étudiés et du programme d'essai

La rapide introduction des programmes expérimentaux menés montre la difficulté à évaluer une courbe de résistance pertinente à la déchirure dans le cadre de chargements complexes comme les chargements cycliques. Cependant, les programmes d'essais menés étaient adaptés à l'approche globale, tout comme celui sur le matériau Tu42C mené dans le cadre des travaux de thèse de Benoit Tranchand. Ce chapitre vient présenter le programme d'essais mené dans le cadre de cette thèse, adapté aux futurs calculs numériques présentés Partie III fondés sur l'approche locale de la rupture ductile dont le cadre théorique est présenté Partie II. Des essais complémentaires sur éprouvettes axisymétriques entaillées ont été menés pour permettre de déterminer les paramètres de notre modèle théorique. D'autre part, un programme d'essais complet a été mené sur un matériau modèle, composé d'une matrice d'acier inoxydable de type 316L comportant des inclusions d'alumine, fabriqué par Compaction Isostatique à Chaud afin d'étudier expérimentalement le comportement des cavités soumises à un chargement cyclique.

L'objectif des différents programmes d'essais menés est triple. Tout d'abord, l'objectif est d'avoir les données nécessaires pour déterminer les paramètres du modèle développé dans le cadre de cette thèse et présenté Partie II, à savoir la loi de comportement du matériau et les paramètres d'endommagement. Ensuite, l'objectif est de pouvoir déterminer si les hypothèses du modèle sont suffisantes pour reproduire le comportement observé lors des différents essais menés sur les éprouvettes de laboratoires et prédire le comportement d'essais sur tuyauteries. Enfin, le dernier objectif est d'avoir une étude plus précise du comportement des cavités soumises à un chargement cyclique notamment par le biais des essais de tomographies menés et présentés au Chapitre 2.

Ainsi pour les deux matériaux étudiés en profondeur dans le cadre de cette thèse, à savoir l'acier ferritique Tu42C et l'acier inoxydable de type 316L, un ensemble d'essais de déchirure cyclique est réalisé dont le protocole est inspiré de celui mis en place par Benoit Tranchand.



## 1.1 Présentation du premier matériau d'étude et des essais menés : l'acier ferritique Tu42C

Le matériau étudié est l'acier ferritique Tu42C, dont les différentes éprouvettes seront prélevées sur un tube. Il est présent dans le circuit secondaire des réacteurs REP.

Le tube a été approvisionné selon les spécifications imposées par le code RCC-M M1141 Niveau 2 dans le cadre des travaux de thèse de Benoit Tranchand au sein du CEA. Ce tube a un diamètre externe de 219,1mm pour une épaisseur de 16,1mm. L'ensemble des résultats présentés pour cet acier ferritique (hormis les essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées) sont issus des travaux de thèse de Benoit Tranchand.

BLOUIN, 2012, T. H. NGUYEN, 2009 et LE CORRE, 2006 ont aussi étudié ce matériau au cours de leur thèse au sein du CEA. Les propriétés chimiques métallurgiques et microstructurales de ce matériau sont détaillées dans les travaux de LE CORRE, 2006 notamment. On synthétise dans cette section les différents résultats obtenus, notamment les courbes expérimentales obtenus par Benoit Tranchand. Les paragraphes suivants synthétisent les résultats obtenus utiles dans la suite du manuscrit.

### 1.1.1 Caractéristiques en traction et en fatigue oligocyclique

Les caractéristiques en traction ont été déterminées à nouveau dans les travaux de Benoit Tranchand. Elles ont été déterminées à l'aide d'une éprouvette de traction cylindrique lisse de diamètre de 7,7mm prélevée dans le sens longitudinal du tube. Comme précisé dans ses travaux, les essais ont été réalisés sur une machine servo-mécanique équipée de nappes lasers, le système de mesure ayant le nom d'IMEC. Ces nappes lasers permettent de mesurer en temps réel le profil de l'éprouvette (dispositif développé et breveté au CEA par ANCELET et MATHERON, 2010). La mesure de profil en temps réel permet de caractériser la loi de comportement à de grands niveaux de déformations, à l'aide de formules telles que celles définies par BRIDGMAN, 1952. L'inconvénient de ce montage est l'imprécision de la mesure du module d'élasticité lié à la prise en compte de l'élasticité du montage puisqu'il n'y a pas de mesure de déformation locale. Ainsi la détermination de ce module a été réalisée à partir des essais de fatigue oligocyclique.

On présente figure 1.1 les courbes de comportement en traction du matériau. Elles mettent en évidence :

- Un module d'élasticité estimé à 204 GPa par les essais de fatigue uniaxiale ;
- Un plateau de Lüders qui s'étend sur une plage de 2,4% de déformations à environ 310 MPa ;
- Une limite d'élasticité de 310 MPa ;
- Une limite à rupture de 465 MPa ;

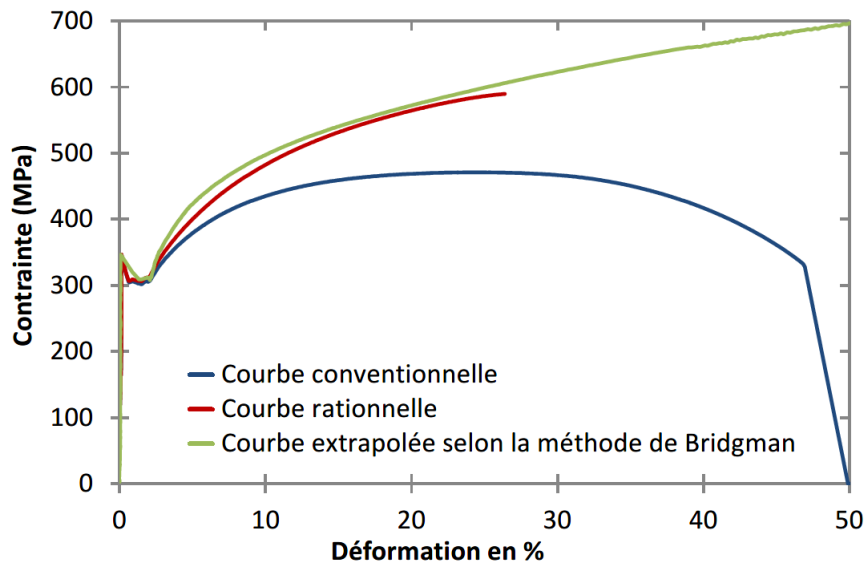


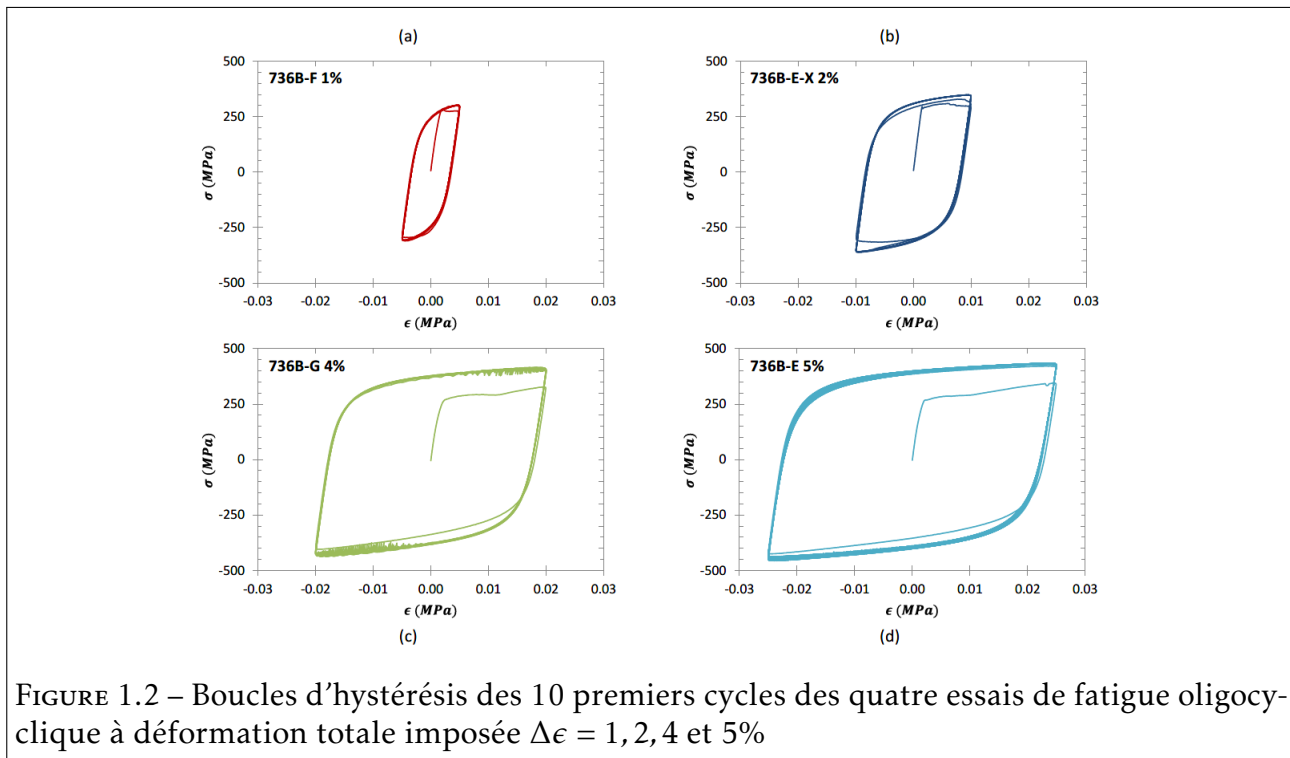
FIGURE 1.1 – Courbes de traction conventionnelle, rationnelle et extrapolée de l'acier Tu42C à 20°C

Nous retiendrons dans la suite, comme préconisé par Le Corre, 2007, un coefficient de Poisson égal à  $\nu = 0,3$  dont la valeur est cohérente avec les profils obtenus par les nappes lasers lors de la phase élastique.

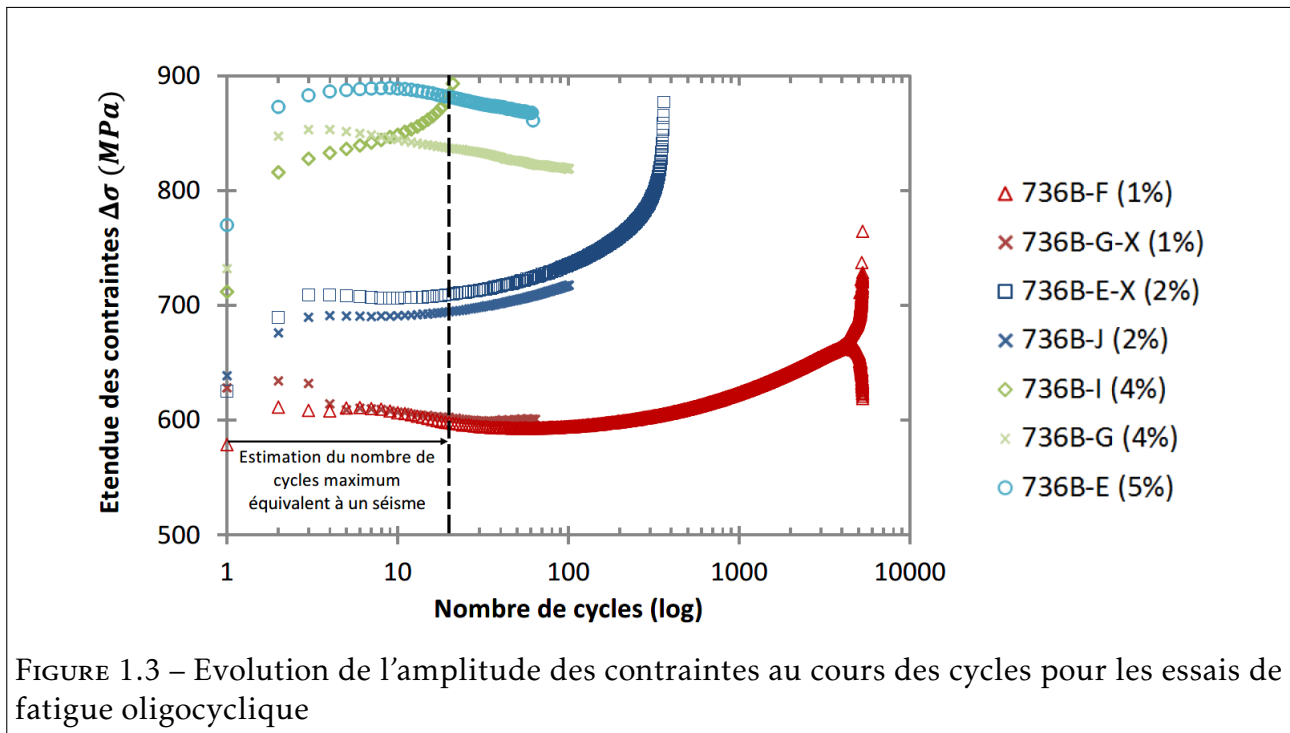
### 1.1.2 Essais de fatigue oligocyclique

L'enjeu de l'exploitation des essais de fatigue oligocyclique n'est pas d'obtenir une durée de vie en fatigue, mais bien une estimation du comportement cyclique de l'acier ferritique Tu42C dans l'optique de simuler les essais de déchirure ductile cyclique qui ont été menées. Il est rappelé que pendant l'essai de déchirure cyclique, la gamme de sollicitations rencontrée dans l'éprouvette est très large. De plus aux abords de la pointe de fissure, les niveaux de déformations sont bien supérieures à ceux caractérisés par des essais de fatigue oligocyclique.

Peu d'essais de fatigue ont été publiés sur ce type d'acier ferritique en dehors de ceux réalisés par Benoit Tranchand et présentés ci-dessous. Au total, sept essais de fatigue uniaxiale ont été réalisés pour différents niveaux de déformations totales  $\Delta\epsilon = \epsilon_{max} - \epsilon_{min}$  de 1%, 2%, 4% et 5%. Les résultats obtenus sont présentés figure 1.2.



La figure 1.3 présente l'évolution de l'étendue des contraintes  $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$  calculée pour chaque essai. Sur cette même figure issue des travaux de Benoit Tranchand, il est représenté par une ligne discontinue verticale le nombre de cycle maximal pris en compte pour simuler un séisme. Seuls les cycles majeurs et suffisamment endommageant du séisme sont pris en compte dans les études de sûreté MIURA et al., 1994, RUDLAND, SCOTT et WILKOWSKI, 1996. La littérature considère qu'une secousse sismique est composée d'environ 20 cycles majeurs et possiblement endommageant. Le premier point, représentant une valeur basse, est dû au palier de Lüders qui se situe à 300MPa, et qui n'est pas jamais dépassé lors du premier cycle. Après ce premier cycle, une quasi-stabilisation est observée jusqu'au vingtième cycle, au delà le durcissement observé correspond au flambage de l'éprouvette qui s'est produit lors de la réalisation des essais.

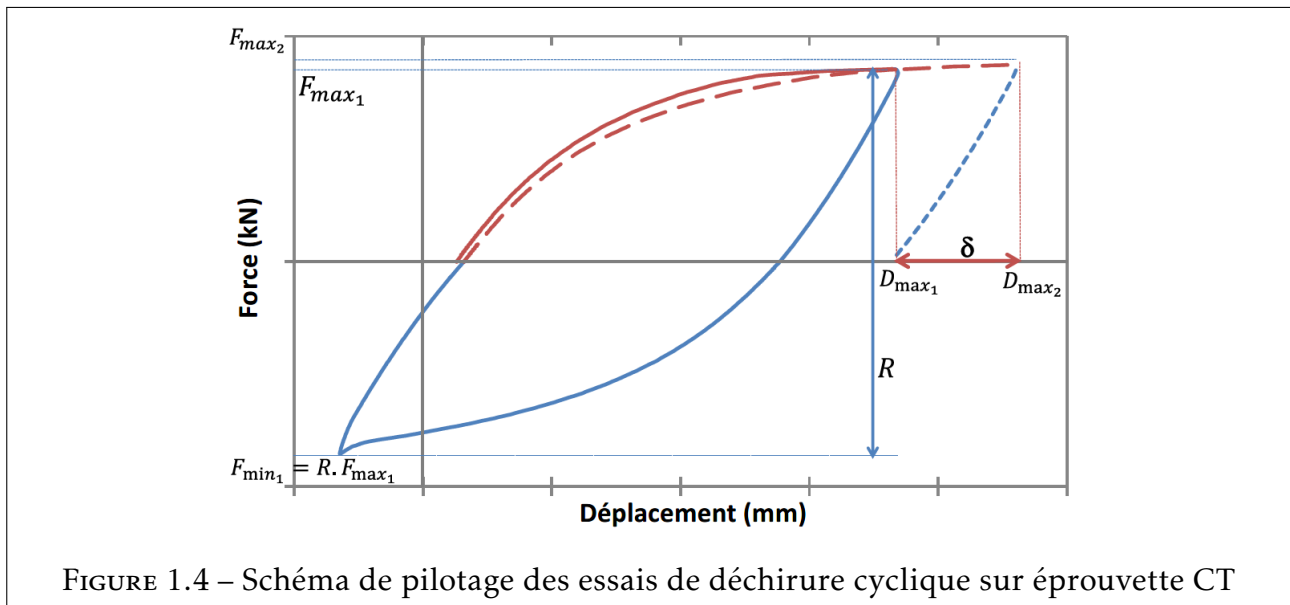


### 1.1.3 Essais de déchirure sur éprouvettes Compact Tension

Les résultats présentés ci-dessous ont été obtenus sur des éprouvettes CT12 prélevées dans le cadre des travaux de Benoit Tranchand. La géométrie des éprouvettes est celle préconisée par les normes ASTM E1820 et EN ISO 12135 pour une épaisseur  $B = 12\text{mm}$ . L'ensemble des éprouvettes testées a été pré-fissuré par fatigue. Une mesure par différence de potentiel (DDP), couplée à une mesure par complaisance élastique, a été utilisée pour détecter l'ouverture de la fissure et sa propagation (et sa fermeture dans le cas cyclique).

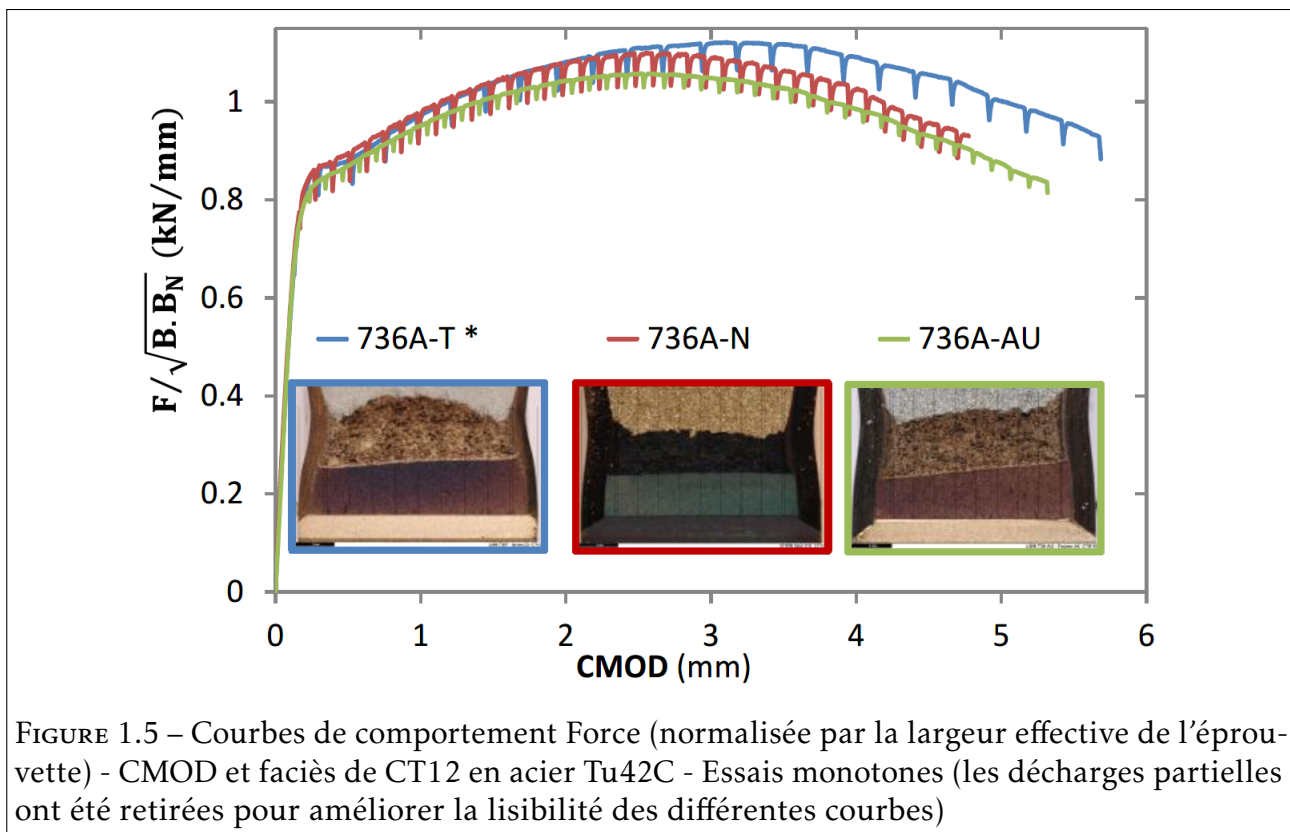
Pour les essais cycliques, la méthode de pilotage a été inspirée des pilotages réalisés dans le cadre des programmes expérimentaux présentés en introduction. Les rapports de charge qui ont été étudiés sont  $R = -0,5$  et  $R = -1$ , les incréments de déplacements sont  $\delta = 0,15\text{mm}$  –  $\delta = 0,2\text{mm}$  et  $\delta = 0,4\text{mm}$ .

La figure 1.4 illustre le type de pilotage utilisé. La partie bleue étant un pilotage en contrôle de force, la partie rouge en contrôle de déplacement. Pour les essais cycliques, seule la mesure par différence de potentiel a servi à évaluer la longueur de fissure au cours des essais de déchirure cyclique, les complaisances étant mesurées uniquement dans le cas monotone.



### Essais de déchirure monotone

Trois éprouvettes de déchirure monotone ont été interprétées au regard des critères de rectitude des fronts de fissure précédemment cités. Les courbes de comportement global et les faciès associés de ces éprouvettes obtenus lors d'un essai de déchirure sont donnés ci-dessous figure 1.5.



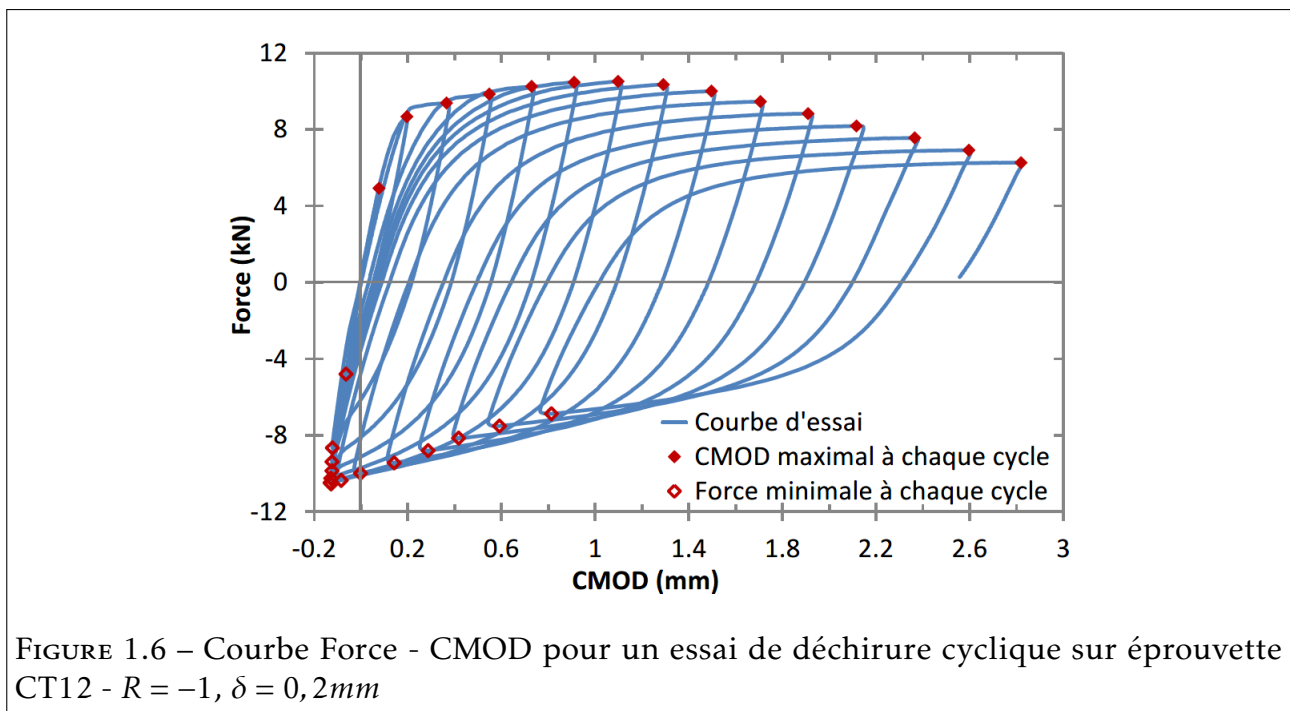
Les trois éprouvettes montrent le même comportement attestant une bonne reproductibilité des essais :

- L'entrée en plasticité débute par un palier étroit lié au palier de Lüders du matériau ;
- La charge croît ensuite du fait de l'écroutissage du matériau ;
- La propagation de la fissure se développe ensuite, conduisant à une diminution de la réponse en force de l'éprouvette.

Comme pour Benoit Tranchand, l'essai de l'éprouvette référencée 736A-N sera considéré comme l'essai de référence dans la suite du manuscrit lors de la détermination des paramètres du modèle. En effet, l'éprouvette présente le front de fissure le plus droit, que ce soit en pré-fissuration ou lors de la déchirure, ce qui présente un intérêt pour la modélisation en 2D de son comportement.

### Essais de déchirure cyclique

Ce paragraphe vise à présenter les résultats des essais cycliques sur éprouvettes CT menés dans le cadre de la thèse de Benoit Tranchand et qui sont exploités dans ce manuscrit. La figure 1.6 présente la courbe Force - CMOD d'un essai cyclique dont on cherchera à reproduire le comportement par simulation numérique, référence 736A-Q, et dont les paramètres d'essais sont  $R = -1$  et  $\delta = 0,2\text{mm}$ . Les 15 cycles de l'essai sont présentés, les valeurs maximales et minimales atteintes sont indiquées pour chaque demi-cycle de traction et de compression.



Pour cet essai, la force maximale est atteinte au 7e cycle pour décroître ensuite. De manière similaire, le rapport de charge étant imposé, la force minimale est atteinte au 7e cycle en compression. L'augmentation des valeurs en force au cours des premiers cycles

résulte de l'écrouissage, tandis que la diminution observée de la force au cours des cycles est directement liée à la déchirure.

### Résultats obtenus

La figure 1.7 compare les résultats obtenus avec une sensibilité au paramètre  $\delta$  pour un rapport de charge  $R = -1$  avec ceux obtenus pour un chargement monotone. Pour améliorer la lisibilité, seuls les points correspondant à la force maximale atteinte pour chaque cycle sont représentés.

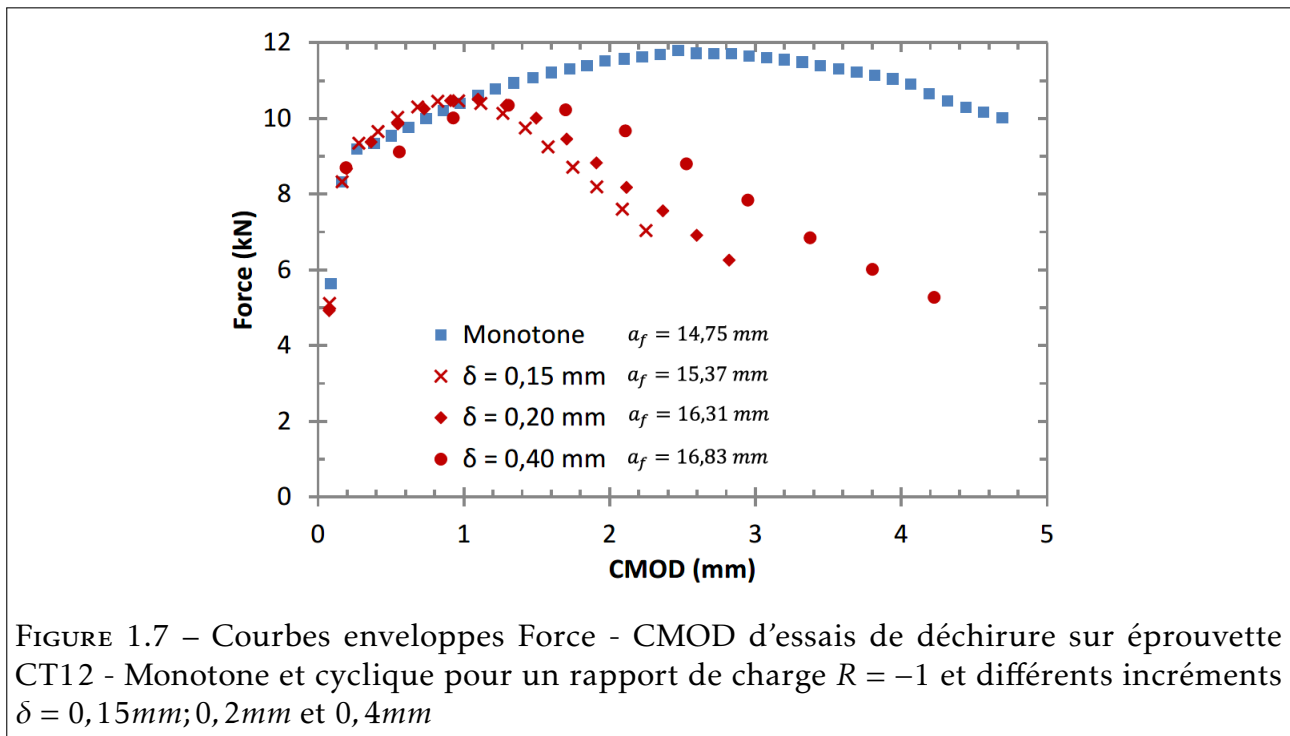
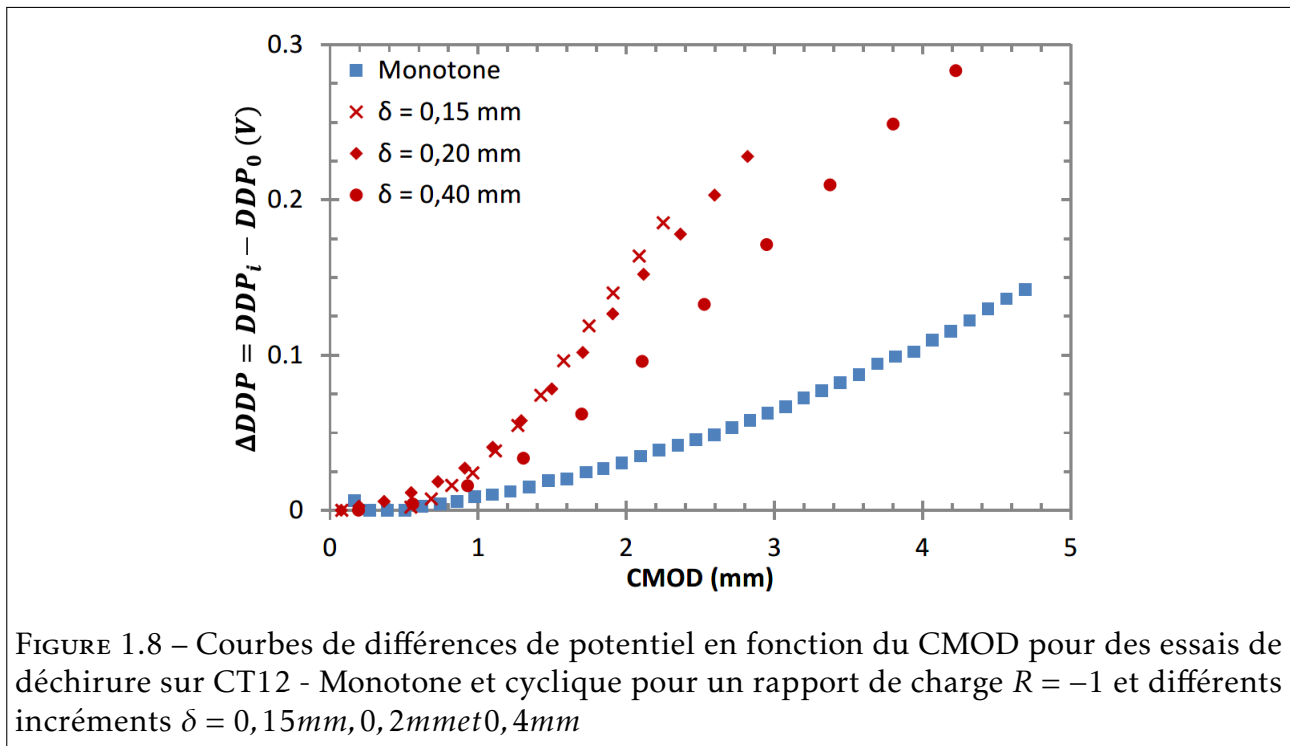


FIGURE 1.7 – Courbes enveloppes Force - CMOD d'essais de déchirure sur éprouvette CT12 - Monotone et cyclique pour un rapport de charge  $R = -1$  et différents incréments  $\delta = 0,15$  mm; 0,2 mm et 0,4 mm

La première observation, qui rejoint les résultats mis en évidence par les programmes internationaux préalablement présentés, est une chute significative et systématique de la force maximale à partir d'une valeur de CMOD d'environ 1 mm pour l'ensemble des essais cycliques. Pour l'essai monotone, cette diminution de la force se produit à partir d'une ouverture d'environ 2,5 mm.

La seconde observation provient de la comparaison des essais cycliques entre eux. Les différentes valeurs de propagations finales,  $a_f$ , sont indiquées sur la figure. Ces dernières ont été mesurées post-mortem. Il est bien vérifié que plus l'incrément de déplacement  $\delta$  est petit (accentuant alors le caractère cyclique du chargement), plus la ductilité apparente de la structure est réduite et la propagation de la fissure importante. Ce phénomène de propagation plus importante de la fissure à CMOD donné pour les valeurs de  $\delta$  les plus faibles a été mis en évidence par les mesures de DDP que Benoit Tranchand a conduites et qui sont présentées figure 1.8.



#### 1.1.4 Essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées

En complément du programme de caractérisation mené sur le Tu42C par Benoit Tranchand dans le cadre de ses travaux de thèse, des essais complémentaires sur éprouvettes axisymétriques entaillées ont été réalisés afin d'avoir des données expérimentales quantifiant l'effet de la triaxialité sur la rupture ductile. Ces essais monotones ont été réalisés au laboratoire LISN du CEA sur le dispositif de mesure IMEC.



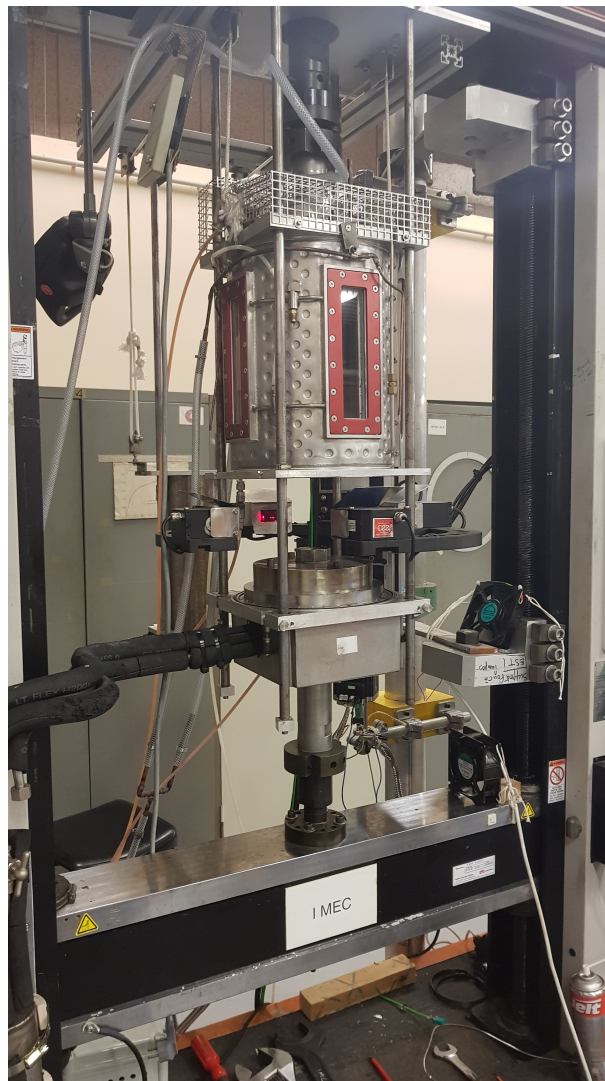


FIGURE 1.9 – Dispositif d'essais IMEC avec profilométrie laser au laboratoire LISN - CEA

### Géométrie des éprouvettes testées

Des éprouvettes avec trois rayons d'entailles différents ( $R_e = 1$ ,  $R_e = 2$  et  $R_e = 4$ ) ont été usinées puis testées. Pour chaque rayon d'entaille, un seul essai a été mené, pour lequel le temps de mesure, la force, le déplacement du vérin et le profil de l'ensemble de l'éprouvette (zone entaillée incluse) ont été enregistrés.

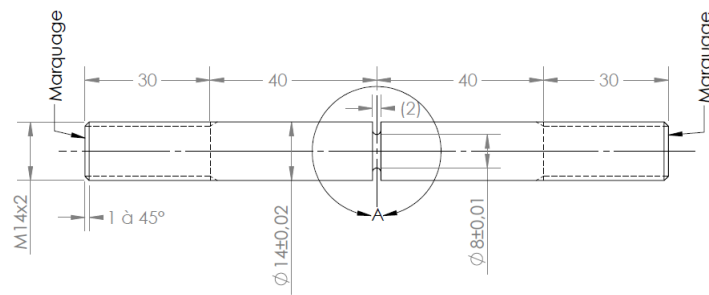


FIGURE 1.10 – Géométrie globale de l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique - Rayon d'entaille  $R_e = 1$

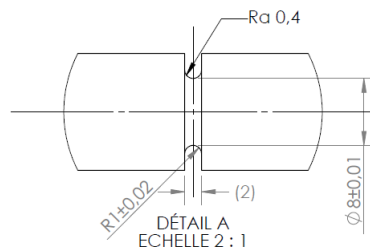


FIGURE 1.11 – Détail du rayon d'entaille  $R_e = 1$

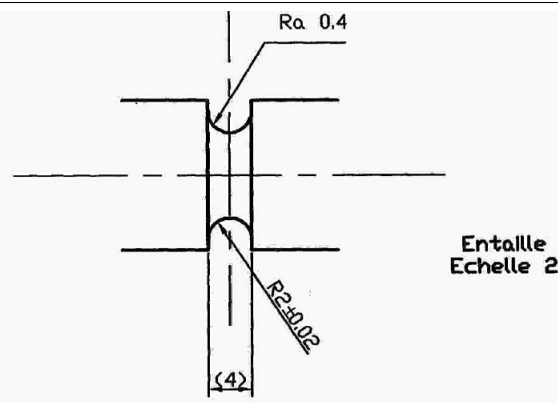


FIGURE 1.12 – Détail du rayon d'entaille  $R_e = 2$

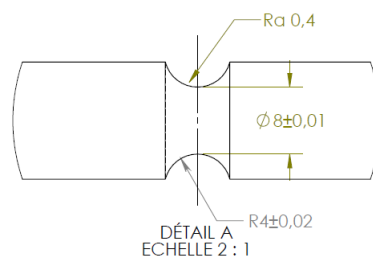


FIGURE 1.13 – Détail du rayon d'entaille  $R_e = 4$

### Résultats d'essais

Des images des éprouvettes rompues et les résultats des essais de traction sur les éprouvettes axisymétriques entaillées sont présentés ci-dessous. L'évolution de la force en fonction de la contraction surfacique (correspondant au rapport  $\frac{S_0-S}{S_0}$  avec  $S_0$  la surface initiale en fond d'entaille et  $S$  cette même surface actualisée) est bien cohérente avec les attendues théoriques : l'éprouvette avec le rayon d'entaille le plus faible (et donc la plus grande triaxialité au centre l'éprouvette) atteint les forces les plus élevées et rompt en premier pour une contraction surfacique de 41%. L'éprouvette avec un rayon d'entaille  $R = 2\text{mm}$  a rompu pour une contraction surfacique de 44% et l'éprouvette avec un rayon d'entaille de  $R = 4\text{mm}$  a rompu pour une contraction surfacique de 50%.

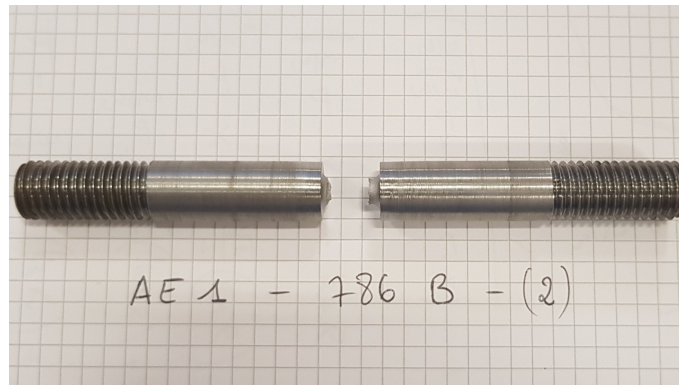


FIGURE 1.14 – Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille  $R_e = 1$

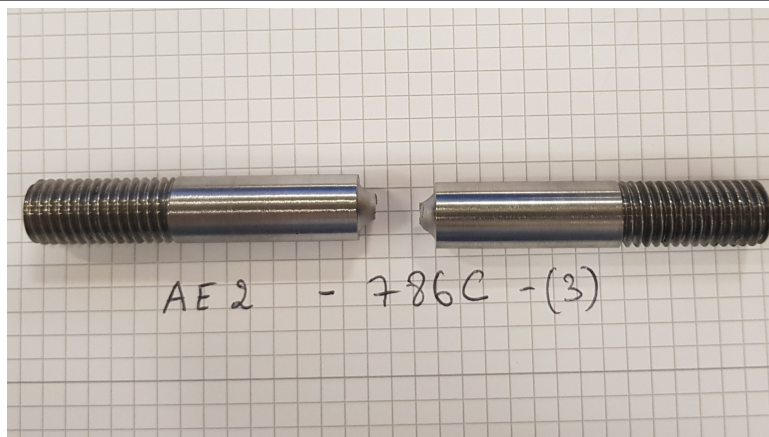


FIGURE 1.15 – Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille  $R_e = 2$



FIGURE 1.16 – Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture - Rayon d'entaille  $R_e = 4$

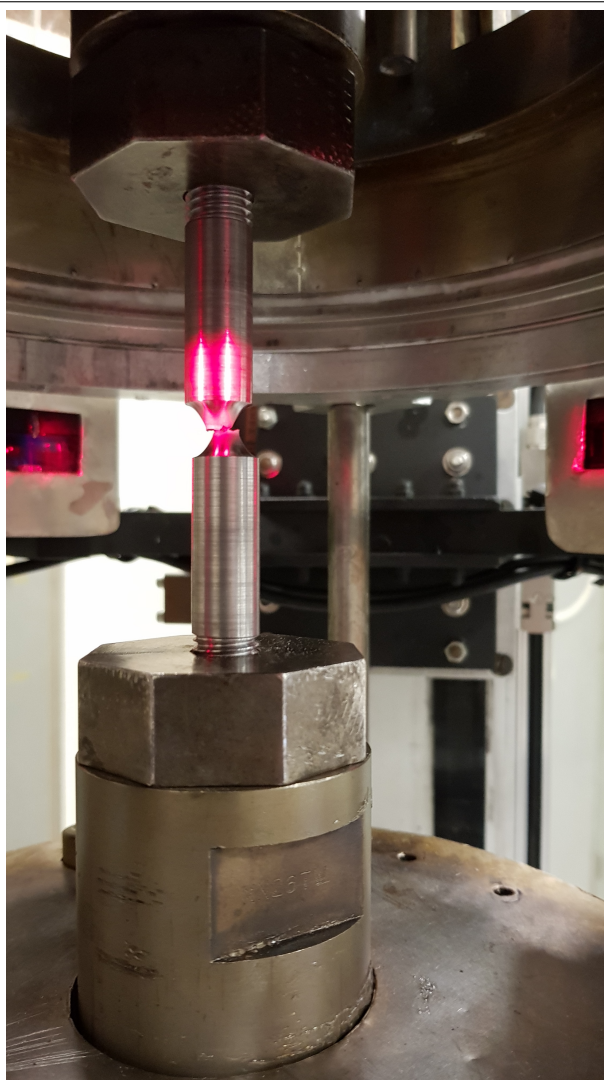


FIGURE 1.17 – Éprouvette axisymétrique entaillée après rupture dans le dispositif IMEC

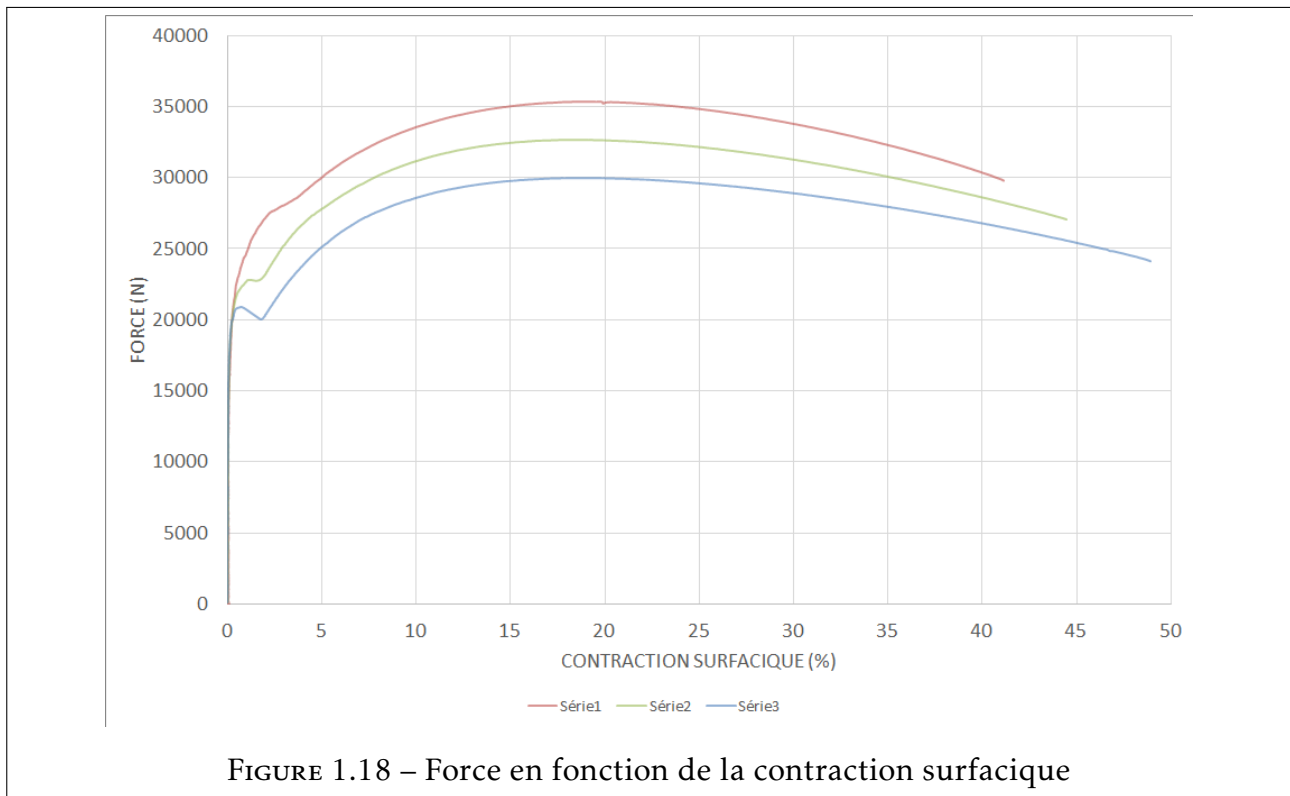


FIGURE 1.18 – Force en fonction de la contraction surfacique

Enfin, nous présentons ci-dessous l'évolution des rayons d'entaille en fonction de la contraction surfacique déduit de la profilométrie laser réalisé en cours d'essai. On note que le rayon d'entaille initialement de 1mm augmente au cours de l'essai alors que pour les deux autres éprouvettes, celui-ci diminue.

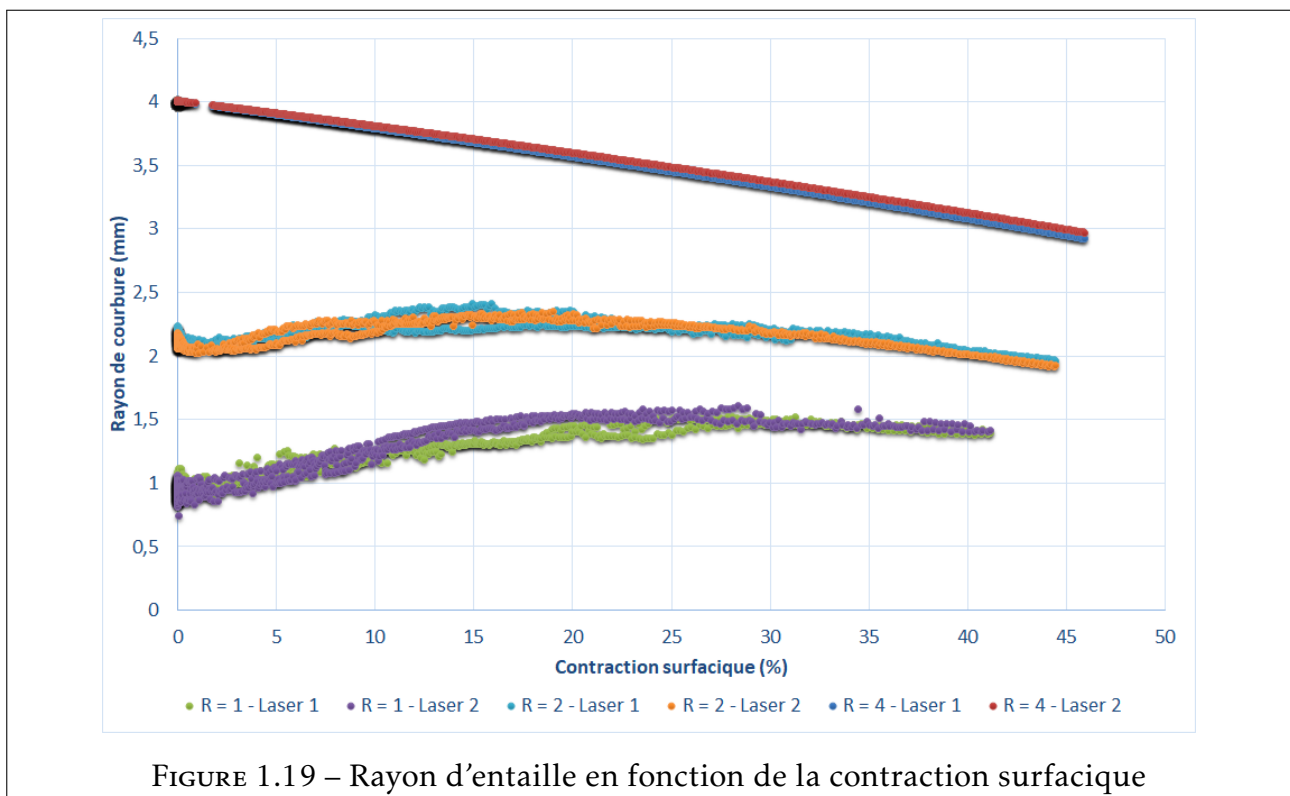


FIGURE 1.19 – Rayon d'entaille en fonction de la contraction surfacique

### 1.1.5 Essai de flexions quatre points alternées réalisé sur une maquette de tube à échelle 1

Un essai de déchirure cyclique sur structure fissurée a aussi été réalisé par Benoit Tranchand dont les résultats seront exploités par simulations numériques. Afin de se rapprocher des études de fonctionnement accidentel issues du contexte de fuite avant rupture dans les centrales nucléaires, la structure choisie est un tube avec une fissure circumférentielle traversante. Le chargement appliqué est un moment de flexion pure alterné, obtenu à l'aide d'un banc de flexion quatre points. De la même façon que pour les essais réalisés sur éprouvettes Compact Tension, le chargement est simplifié comparativement à un chargement sismique et exécuté de manière quasi-statique.

#### Présentation des conditions d'essais

Les caractéristiques géométriques de la maquette tubulaire utilisée proviennent des travaux de Le Corre, 2007.

Cette maquette tubulaire a été entaillée par usinage puis préfissurée en fatigue avant de subir le chargement de flexion pure alterné. L'essai a été réalisé sur une presse hydraulique d'une capacité de 2500kN. La moitié d'un tube, soit 1500 mm, a été utilisé pour l'essai. Des rallonges y ont été soudées afin d'obtenir un bras de levier suffisant. Ces rallonges sont en acier ferritique de nuance E355 et mesure 3000 mm. Le dispositif d'essai est présenté figure 1.20.

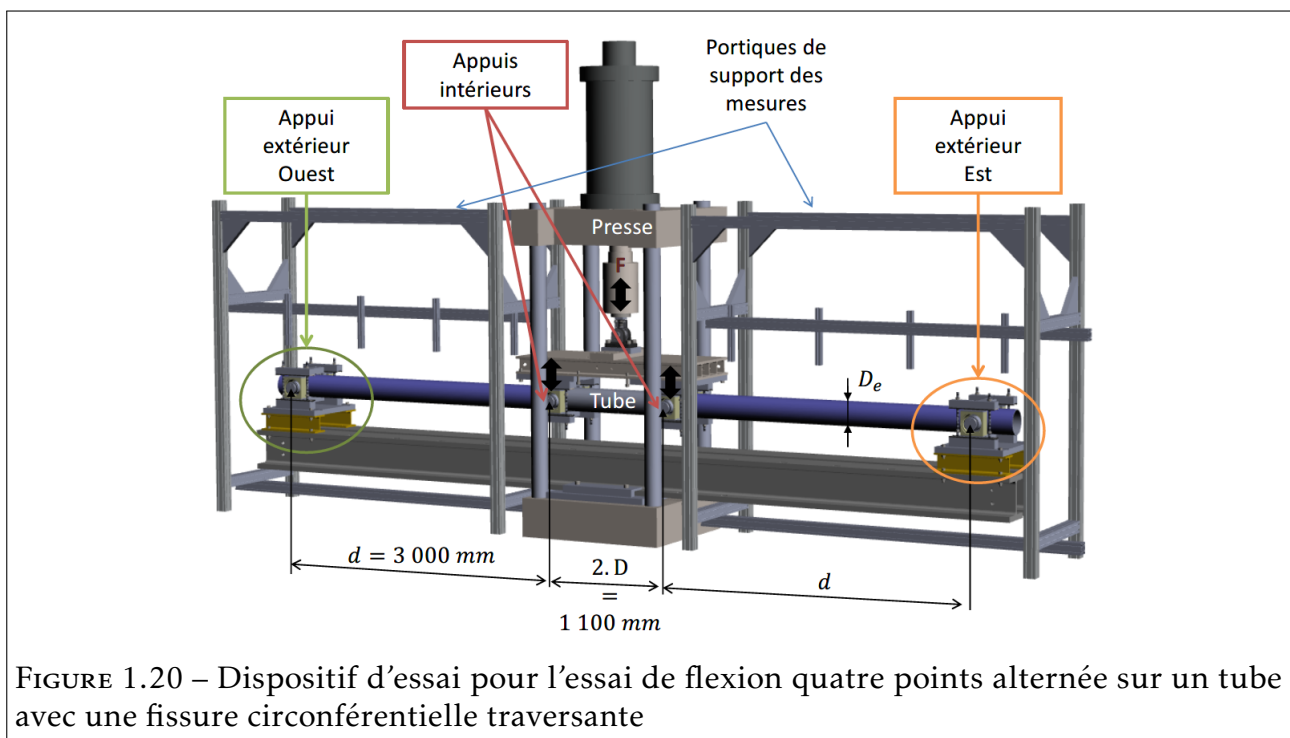
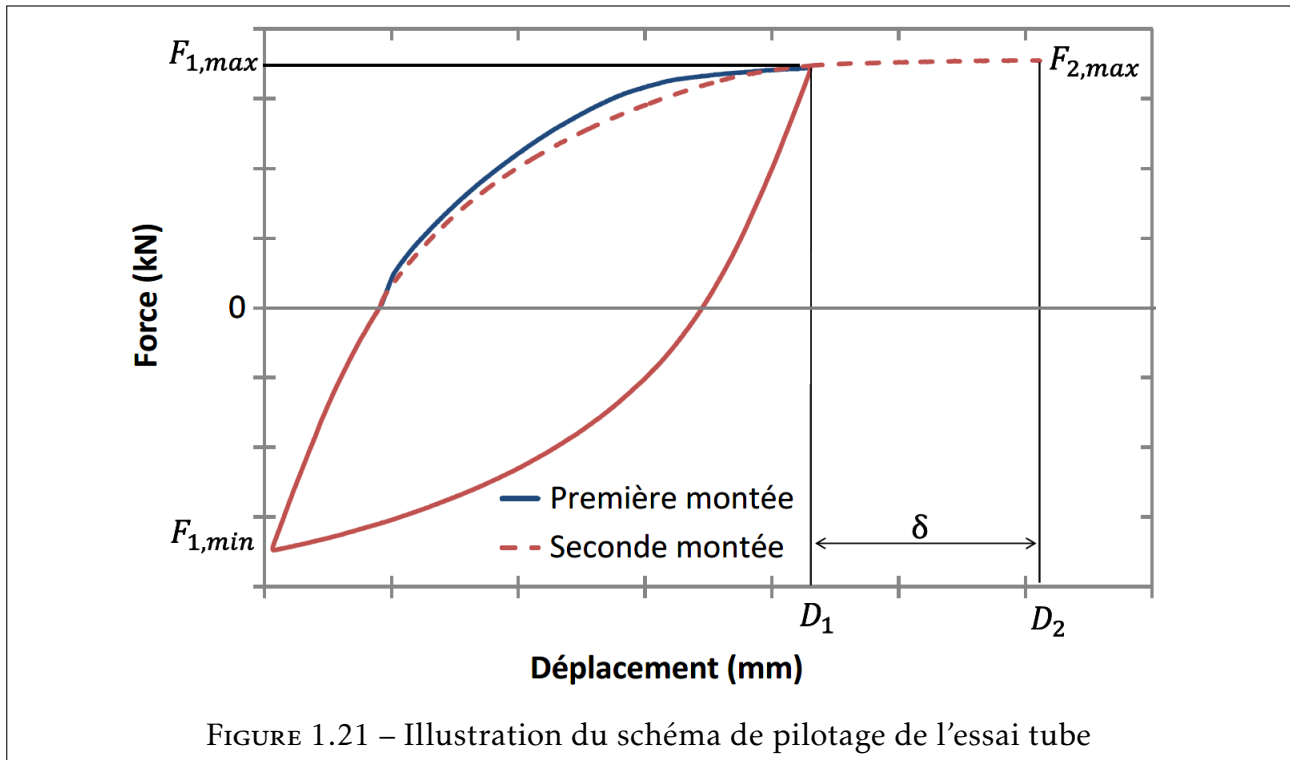


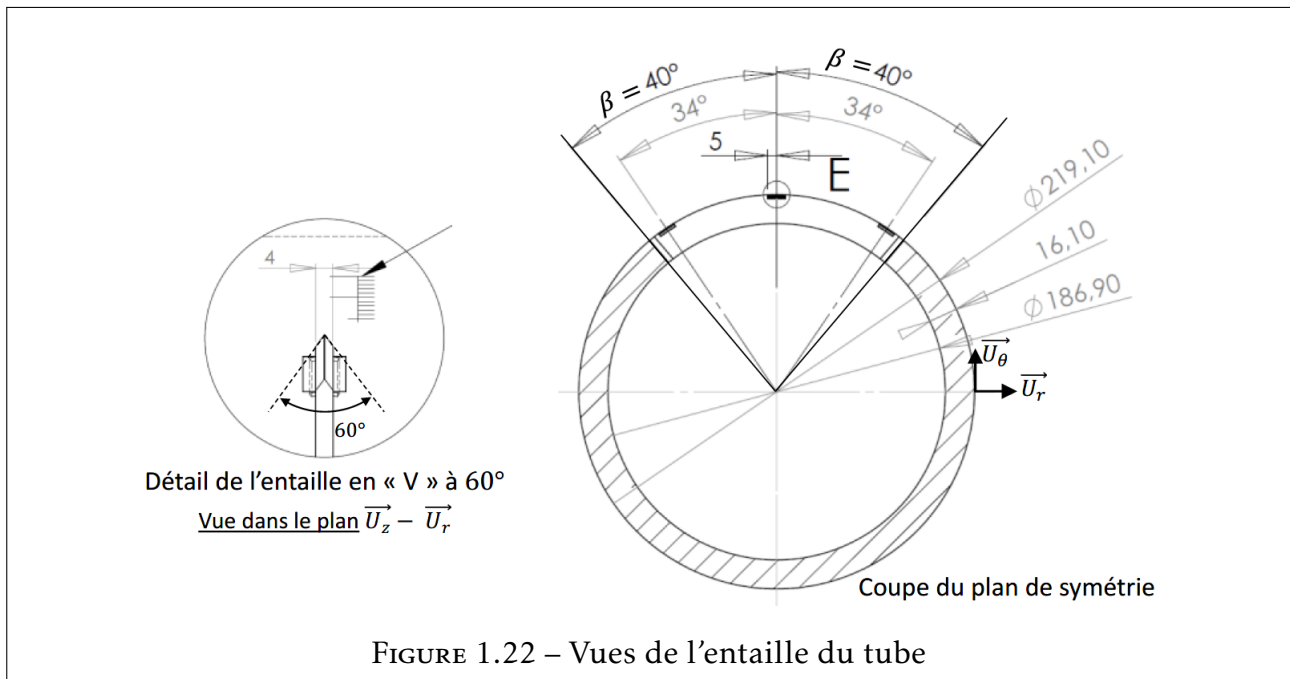
FIGURE 1.20 – Dispositif d'essai pour l'essai de flexion quatre points alternée sur un tube avec une fissure circumférentielle traversante

Le pilotage de l'essai est réalisé selon les mêmes principes que celui des éprouvettes CT :

- Un premier déplacement  $\delta$  est imposé,
- Au déplacement  $\delta$ , la force  $F_1$  atteinte est relevée en fin du demi-cycle de traction,
- Un demi-cycle de compression est alors réalisé jusqu'à une force  $RF_1$
- Une fois la force minimale atteinte, le déplacement est de nouveau inversé pour atteindre une valeur de  $2\delta$  et ainsi de suite.



La géométrie de l'entaille, présentant un angle d'entaille de  $40^\circ$  et une largeur de 4mm usinée en V parallèlement au plan de symétrie est présentée figure 1.22.

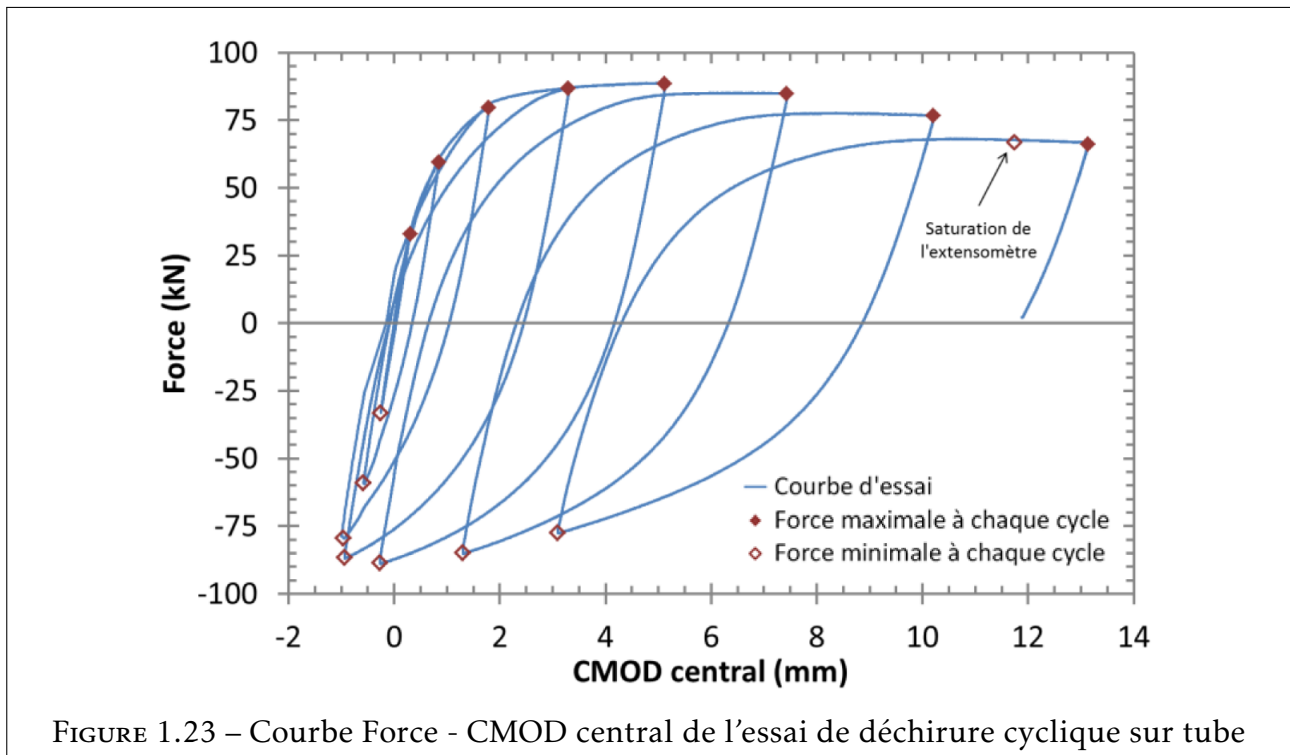


### Résultats de l'essai

La multiplicité des moyens de mesure mis en œuvre a permis d'avoir une vue très détaillée de l'essai.

Le comportement global du tube est présenté à travers la courbe de force en fonction de l'ouverture centrale présentée figure 1.23. Les huit boucles d'hystérésis de l'essai sont indiquées. La valeur du rapport de charge  $R = -1$  imposée entre la force maximale atteinte en traction et la force minimale atteinte en compression est bien vérifiée.





Une analyse optique des faciès a été menée suite à l'essai mettant en évidence deux phénomènes qui se sont produits pendant l'essai, à savoir du cisaillement et la fermeture de la fissure.

La figure 1.24 présente une vue globale d'une partie du tube et des vues plus précises du faciès pour d'autres parties. Ces vues mettent en évidence une propagation hors plan due à un cisaillement important. La propagation ne s'est donc pas produite en mode I pur mais plutôt en mode mixte, un phénomène qu'une simulation à l'aide de modèles d'approche locale de la rupture ductile peut reproduire. Ce phénomène de cisaillement a aussi été observé dans les essais réalisés par le BARC comme illustré en chapitre introductif de la partie dans lequel le matériau utilisé, un acier ferritique SA333 Gr6, est plus ductile que l'acier ferritique Tu42C.

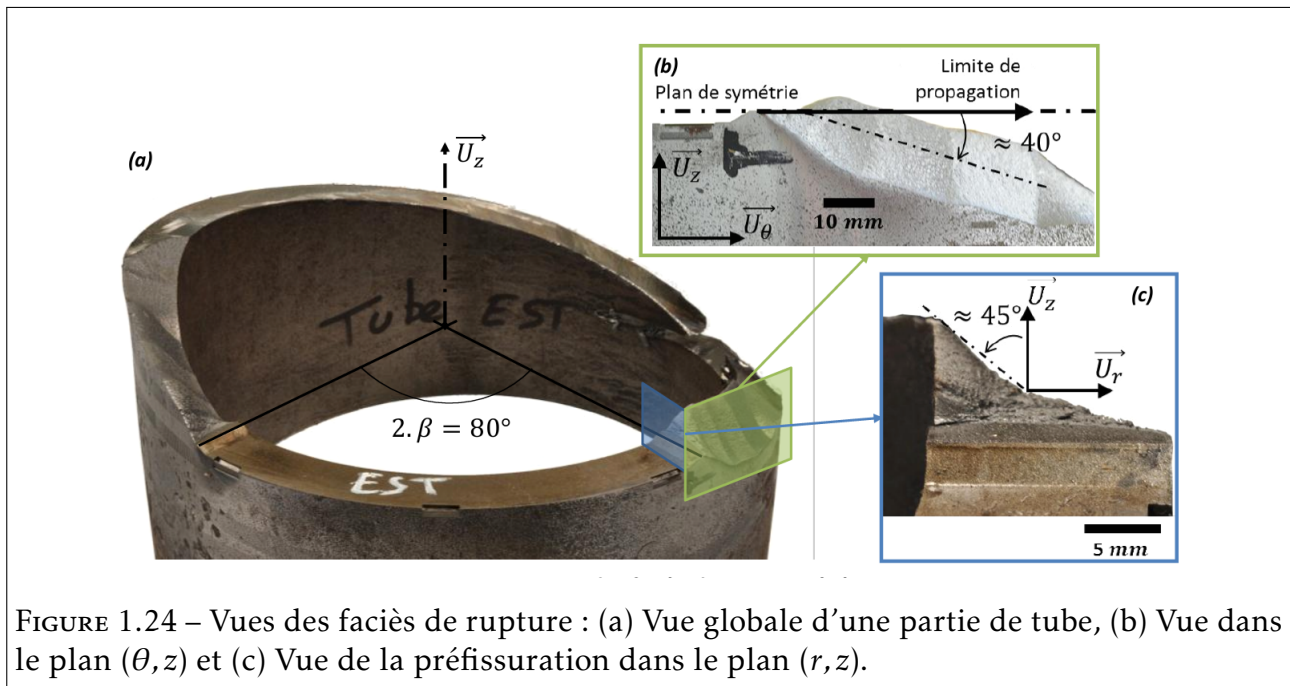
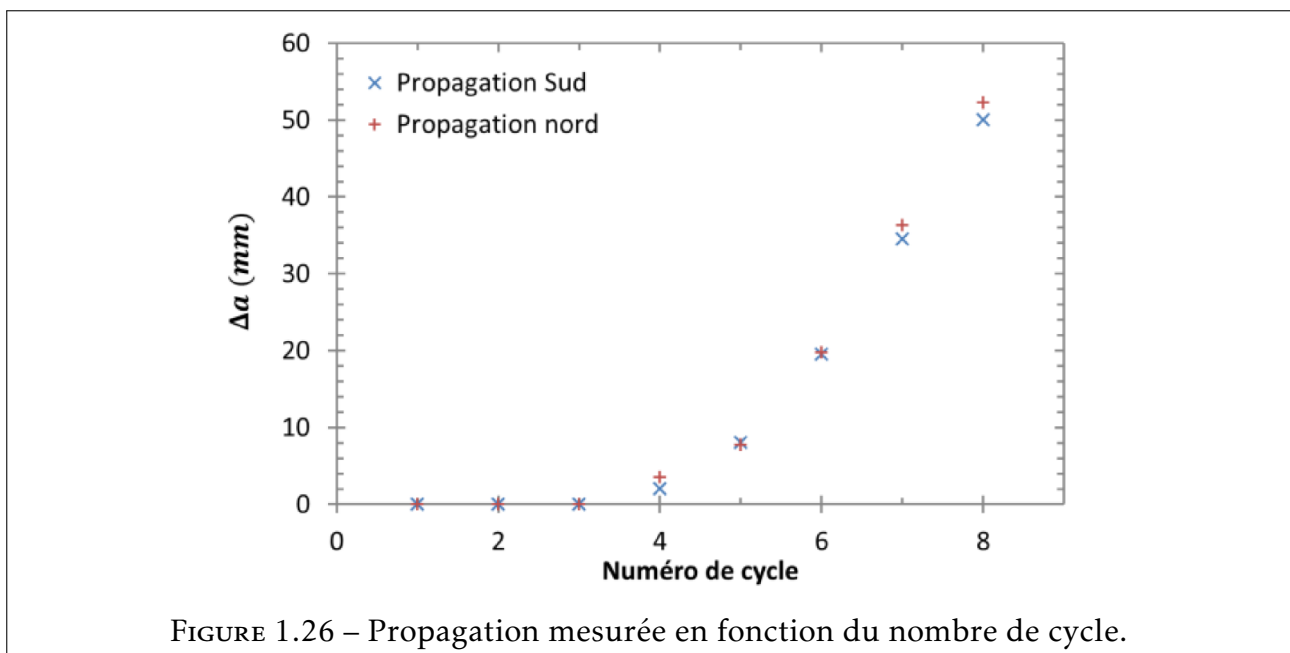
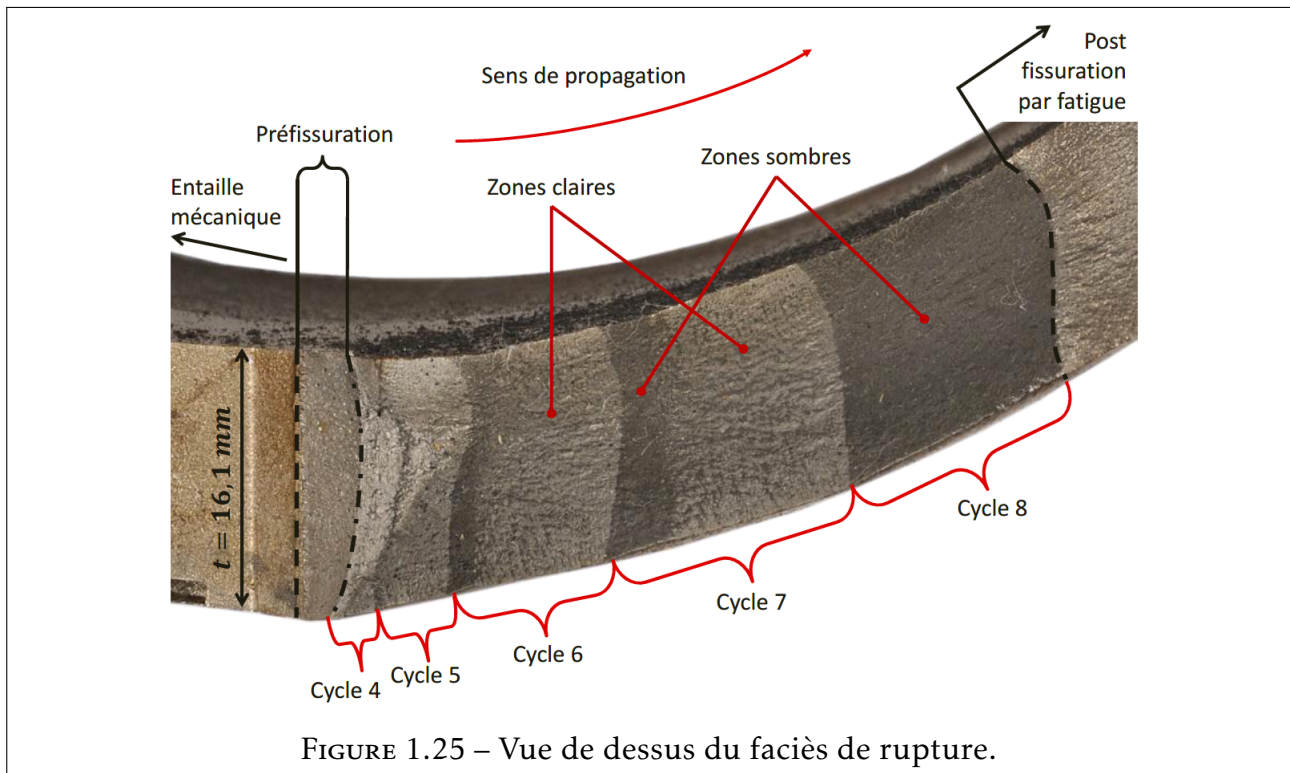


FIGURE 1.24 – Vues des faciès de rupture : (a) Vue globale d'une partie de tube, (b) Vue dans le plan  $(\theta, z)$  et (c) Vue de la préfissuration dans le plan  $(r, z)$ .

L'observation du faciès de rupture figure 1.25 permet de constater une alternance de zones claires et de zones sombres sur le faciès. Par une analyse d'images prises par des caméras au cours de l'essai, Benoit Tranchand conclut que les limites entre zones sombres et claires correspondent à des propagations en fin de cycle. Les zones claires sont les zones matées durant la phase de compression du cycle. Cette hypothèse a été validée par observation MEB des faciès dans les travaux de Benoit Tranchand. Cette hypothèse majeure dans la mesure de la propagation de fissure a été retenue pour déterminer la propagation de la fissure en fonction du nombre de cycles présentée figure 1.26.



## 1.2 Présentation du matériau modèle et des essais mécaniques menés : l'acier inoxydable de type 316L

Dans le but de disposer d'un matériau d'étude dont les caractéristiques liées à la rupture ductile sont contrôlées (taux de porosité, homogénéité de la répartition des inclusions,

propriétés mécaniques, comportement cyclique), le Centre Technique de Framatome a été sollicité pour réaliser des maquettes en acier inoxydable de type 316L avec des inclusions d'alumine  $Al_2O_3$ . Le choix des inclusions d'alumine a été fait car l'interface avec l'acier inoxydable est réputée peu résistante, ainsi ces particules se comporteront comme des cavités dès lors qu'un chargement sera appliqué.

### 1.2.1 Fabrication

Afin de contrôler la porosité dans la matrice, il a été décidé de fabriquer ce matériau par Compaction Isostatique à Chaud (CIC) en mélangeant des poudres d'acier inoxydable et d'alumine.

#### Poudre d'acier inoxydable

La poudre utilisée présente une granulométrie inférieure à  $500\mu m$ . Les observations menées par microscopie électronique révèlent des particules sphériques avec une distribution granulométrique large, comme présenté Figure 1.27.

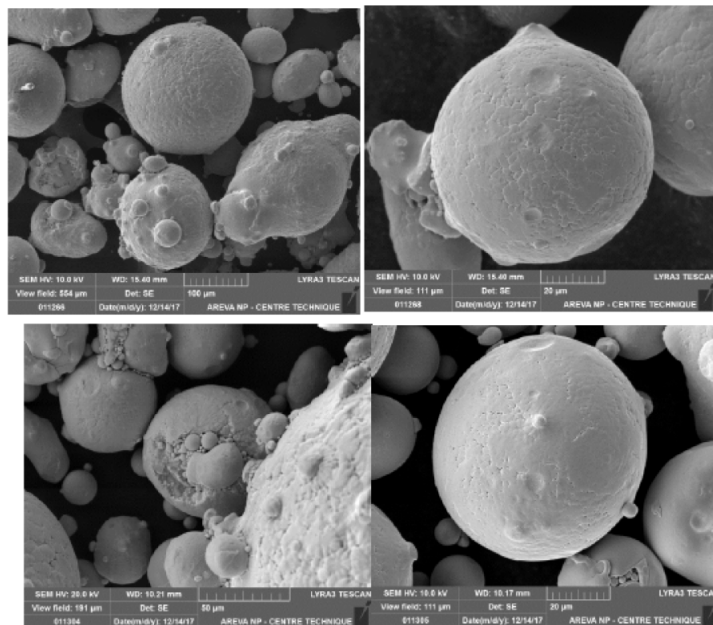


FIGURE 1.27 – Clichés MEB de la poudre d'acier inoxydable de type 316L.

La composition chimique de l'acier inoxydable à l'origine de la poudre est indiquée ci-dessous.

TABLEAU 1.1 – Composition chimique de l'acier inoxydable de type 316L.

Éléments chimiques	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni
Fraction massique	0,015	0,83	1,88	0,008	0,008	17,7	11,9

Éléments chimiques	Mo	Co	Ti	Cu	Al	Nb	N
Fraction massique	2,44	0,022	0,003	0,034	0,006	0,001	0,059

### Poudre d'alumine

Une poudre d'alumine de granulométrie similaire à la poudre d'acier inoxydable a été choisie pour faciliter le mélange entre ces deux poudres et limiter les risques de ségrégation. C'est donc une distribution granulométrique entre 50 $\mu\text{m}$  et 150 $\mu\text{m}$  qui a été retenue. Les observations menées par microscopie électronique montrent des agglomérats d'alumine anguleux avec une distribution granulométrique resserrée autour de 100 $\mu\text{m}$ , comme présenté Figure 1.28.

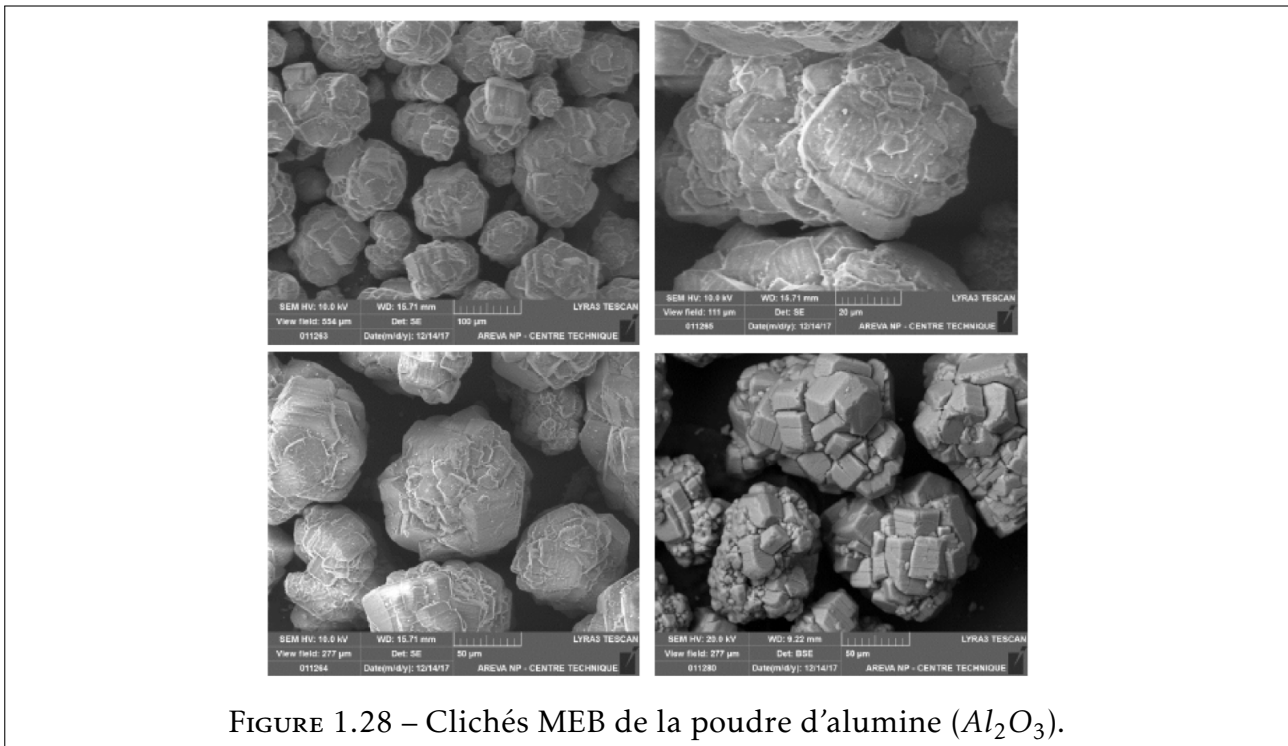


FIGURE 1.28 – Clichés MEB de la poudre d'alumine ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ).

### Mélange des poudres

Comme précisé auparavant, trois maquettes cylindriques ont été constituées :

- La maquette référencée 3805 constituée de poudre d'acier inoxydable seulement. Cette maquette a vocation à caractériser les propriétés de la matrice en absence de porosité : propriétés de traction, comportement cyclique et en fatigue, essais de ténacité ;
- La maquette référencée 3806 constituée de poudre d'acier inoxydable avec une fraction volumique d'alumine de  $10^{-3}$  ;
- La maquette référencée 3807 constituée de poudre d'acier inoxydable avec une fraction volumique d'alumine de  $10^{-4}$ .

Le choix de la fraction volumique d'alumine de la maquette 3807 a été fait afin d'avoir des porosités initiales représentatives des valeurs que l'on peut trouver dans la littérature expérimentale ou numérique. Le choix de la fraction volumique d'alumine de la maquette 3806 permet de comparer les résultats et d'obtenir des données supplémentaires pour valider le modèle numérique avec une porosité initiale dix fois plus élevée.

L'équipe Welience de l'Université de Bourgogne a été sollicitée pour réaliser les mélanges. Il a été choisi de réaliser deux batchs de 2,5kg par maquette, chacun mélangé pendant 24h pour obtenir une distribution isotrope des inclusions. Le détail du mélange de chaque batch est le suivant :

- Pour la maquette 3806 : 2498,8g de poudre d'acier inoxydable et 1,250g de poudre d'alumine ;
- Pour la maquette 3807 : 2499,9g de poudre d'acier inoxydable et 0,125g de poudre d'alumine.

Des prélèvements des mélanges ont été réalisés et caractérisés par microscopie électronique. Les images acquises en électrons rétrodiffusés indiquent la présence de particules d'alumine entourées de particules de poudre d'acier inoxydable, confirmant le caractère satisfaisant du mélange. Ces images sont présentées Figure 1.29.

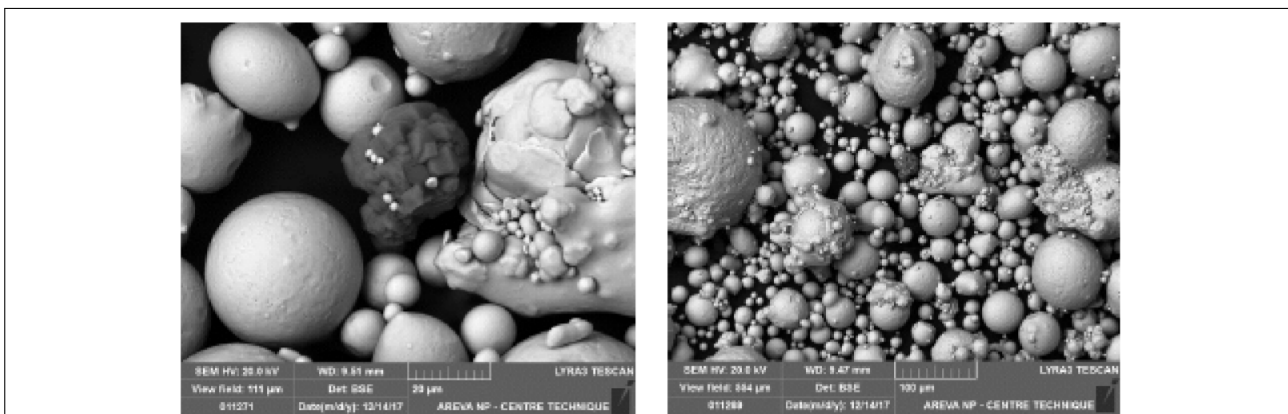


FIGURE 1.29 – Clichés MEB du mélange des poudres d'acier inoxydable et d'alumine.

L'assemblage des lopins pour fabrication a ensuite été réalisé par soudage TIG avec une protection endroit et envers à l'argon. Le lopin est ensuite rempli d'un mélange de poudre puis est mis sous vide avant d'être queusoté avec une pince de 350 bar pour la compaction isostatique à chaud. La maquette 3805 étant exclusivement de poudre d'acier inoxydable, ces étapes n'ont pas posé de problème de réalisation particulier, le lopin pour cette maquette a donc été assemblé au Centre Technique et le niveau de pression après la mise sous vide était de  $2,7 \cdot 10^{-6}$  mbar, jugé satisfaisant.

Pour les lopins des maquettes 3806 et 3807, l'assemblage des maquettes a été réalisé dans les locaux de l'Université de Bourgogne afin de limiter les risques liés au mélange pendant le transport. Selon la même procédure que pour le lopin de la maquette 3805, une soudure puis

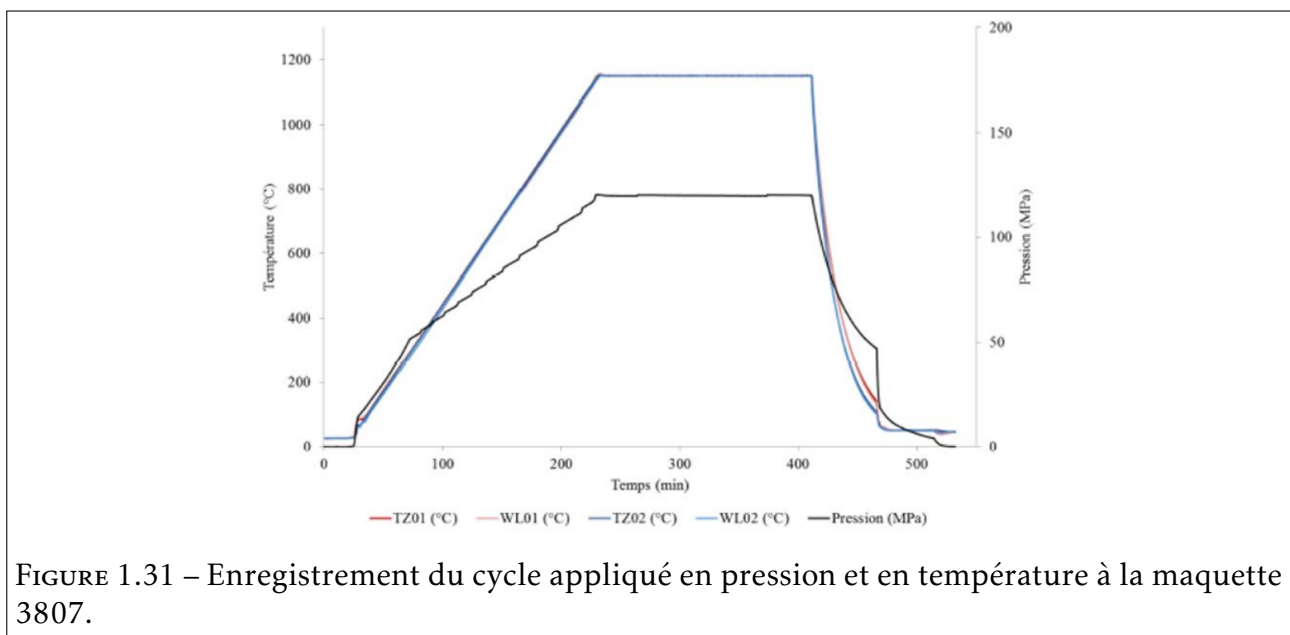
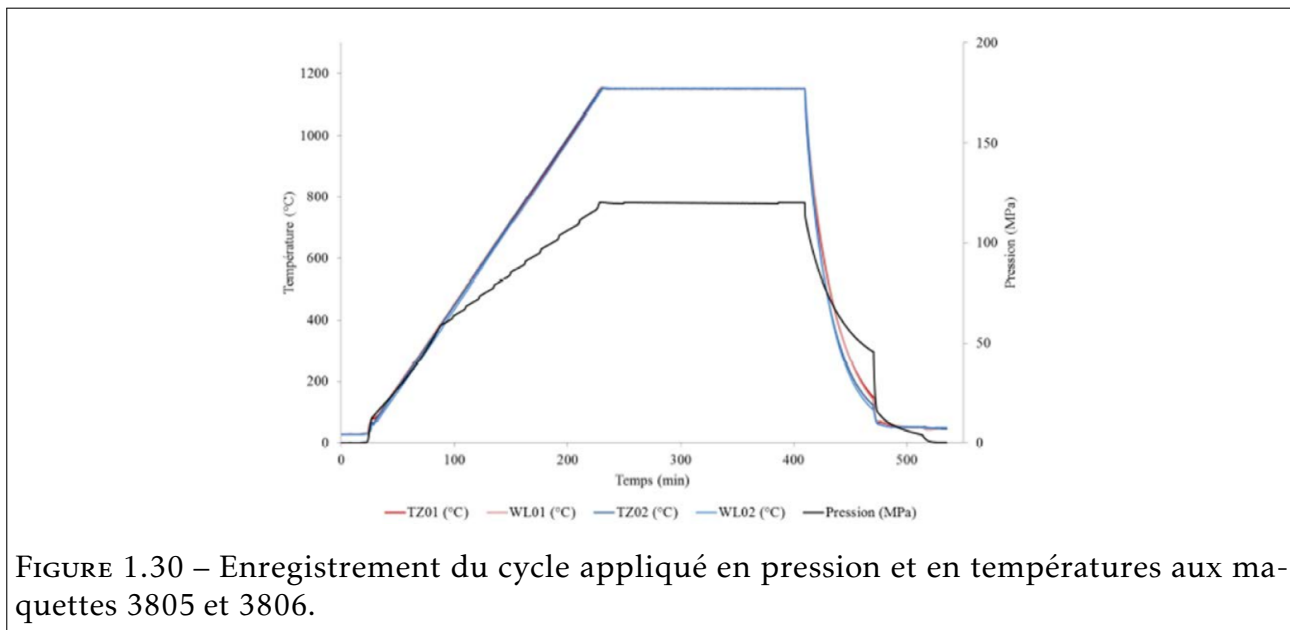
une mise sous vide ont été réalisées. Les deux lopins ont ensuite été queusotés avec la pince 350 bar.

### Cycle de compaction isostatique à chaud

Le cycle de compaction isostatique à chaud a été réalisé dans les locaux de l'Université de Bourgogne selon les consignes suivantes :

- Montée en température et en pression jusqu'à 1150°C et 1200 bars en 3h30;
- Maintien à 1150°C et 1200 bars pendant 3h;
- Refroidissement libre.

Les enregistrements des deux cycles appliqués sont présentés Figures 1.30 et 1.31.



### Résultats obtenus

Les maquettes obtenues sont présentées figure 1.32 qui montre une densification satisfaisante.

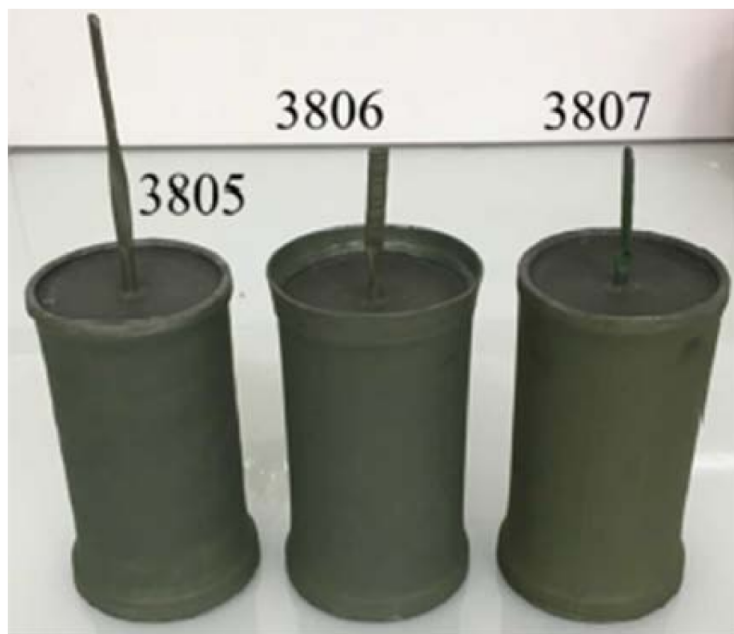


FIGURE 1.32 – Cliché des maquettes 3805, 3806 et 3807.

Bien que les observations menées en microscopie électronique sur les mélanges de poudre aient confirmé l'efficacité du mélange pour disperser l'alumine dans la poudre d'acier inoxydable, une caractérisation de la maquette 3806 par microscopie optique et électronique est présentée dans la section suivante afin de quantifier la fraction volumique d'alumine, leur répartition dans la matrice et valider la fabrication.

#### 1.2.2 Caractérisations de la microstructure et des inclusions sur la maquette 3806

La partie inférieure de la maquette 3806 a été découpée afin de mener les caractérisations métallurgiques. Une portion a été extraite d'un échantillon de la maquette 3806 préalablement découpé comme indiqué en figure 1.33. La portion a été enrobée à chaud dans une résine conductrice chargée de carbone. La surface a ensuite été préparée par polissage mécanique et la finition du polissage a été réalisée avec des pâtes diamantées de  $6\mu\text{m}$  et de  $2\mu\text{m}$ . L'échantillon poli a ensuite été nettoyé.



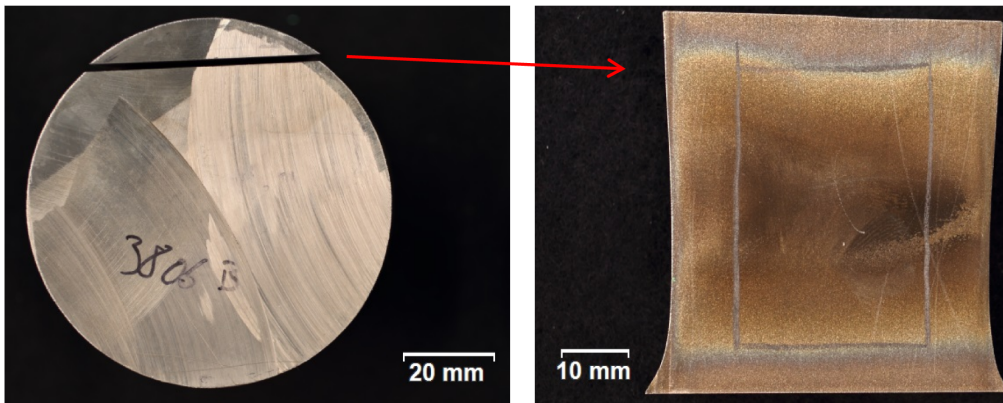


FIGURE 1.33 – Tranche de la maquette utilisée pour la caractérisation.

### Examens optiques

Les observations effectuées à l'aide de la microscopie optique ont permis de révéler la présence de particules dispersées dans la matrice métallique d'acier inoxydable. Ces particules peuvent contenir des noyaux centraux de contraste sombre plus ou moins prononcé, tandis que certaines ne présentent pas de noyaux.

Ces noyaux, dont l'identification par examen optique dépend de la distance au centre de la particule dans la coupe considérée, sont caractérisés ci-dessous par MEB et EDS.

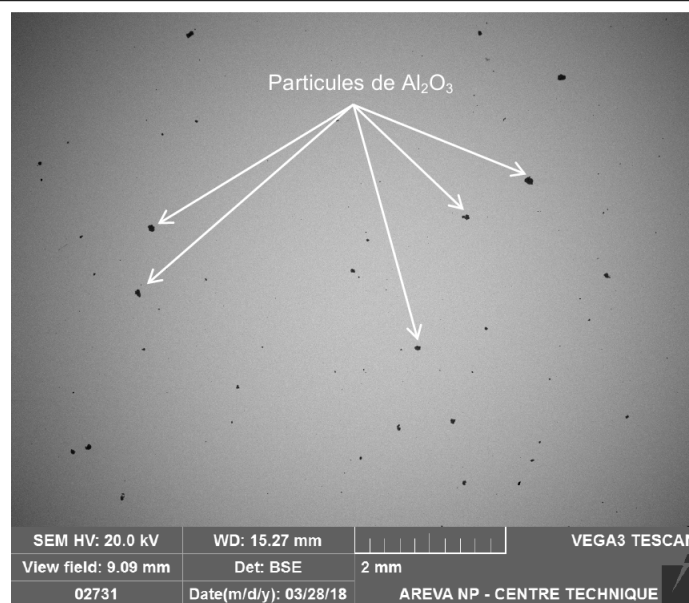
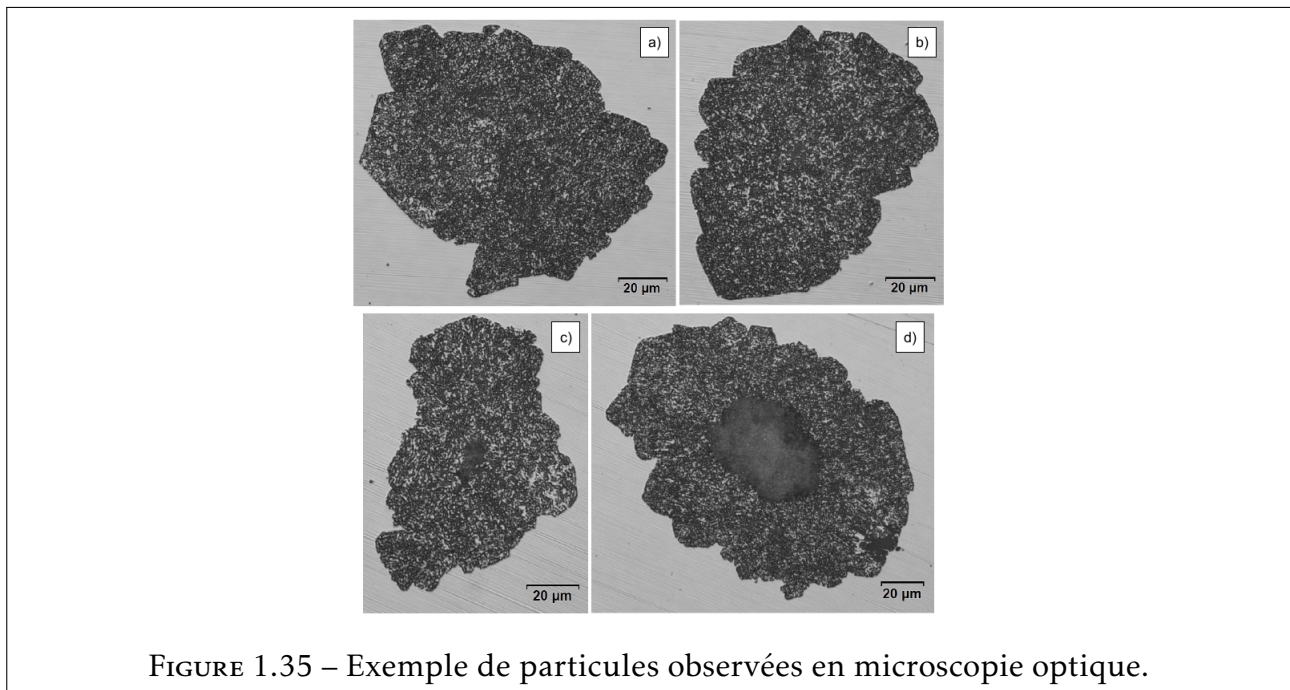


FIGURE 1.34 – Observation au microscope optique de la matrice en acier inoxydable et des particules dispersées en son sein.



### Observations en microscopie électronique à balayage

L'échantillon précédemment observé en optique a été caractérisé au MEB avec un détecteur par électrons rétrodiffusés (Back Scattered Electrons - BSE) couplé à une analyse EDS :

- Le détecteur à électrons rétrodiffusés permet d'obtenir un contraste chimique de la zone observée ;
- L'analyse EDS a permis d'analyser de manière semi-quantitative la composition des particules décelées.

Les observations ainsi conduites révèlent le contraste sombre des particules observées préalablement en microscopie optique. Ce fait signifie la présence d'éléments chimiques plus légers au sein de particules que les éléments chimiques présents dans la matrice. Les particules observées sont réparties dans la matrice métallique de manière éparse comme indiqué en figure 1.34.

Les analyses EDS révèlent majoritairement la présence d'oxygène et d'aluminium dans les particules qui ressortent en sombre sur les clichés BSE. Ce sont donc bien des particules d'alumine  $Al_2O_3$ . Les compositions chimiques indiquées dans les figures 1.36, 1.37 et 1.38 sont données en pourcentage massique normalisé, le carbone ayant été retiré de l'analyse EDS.

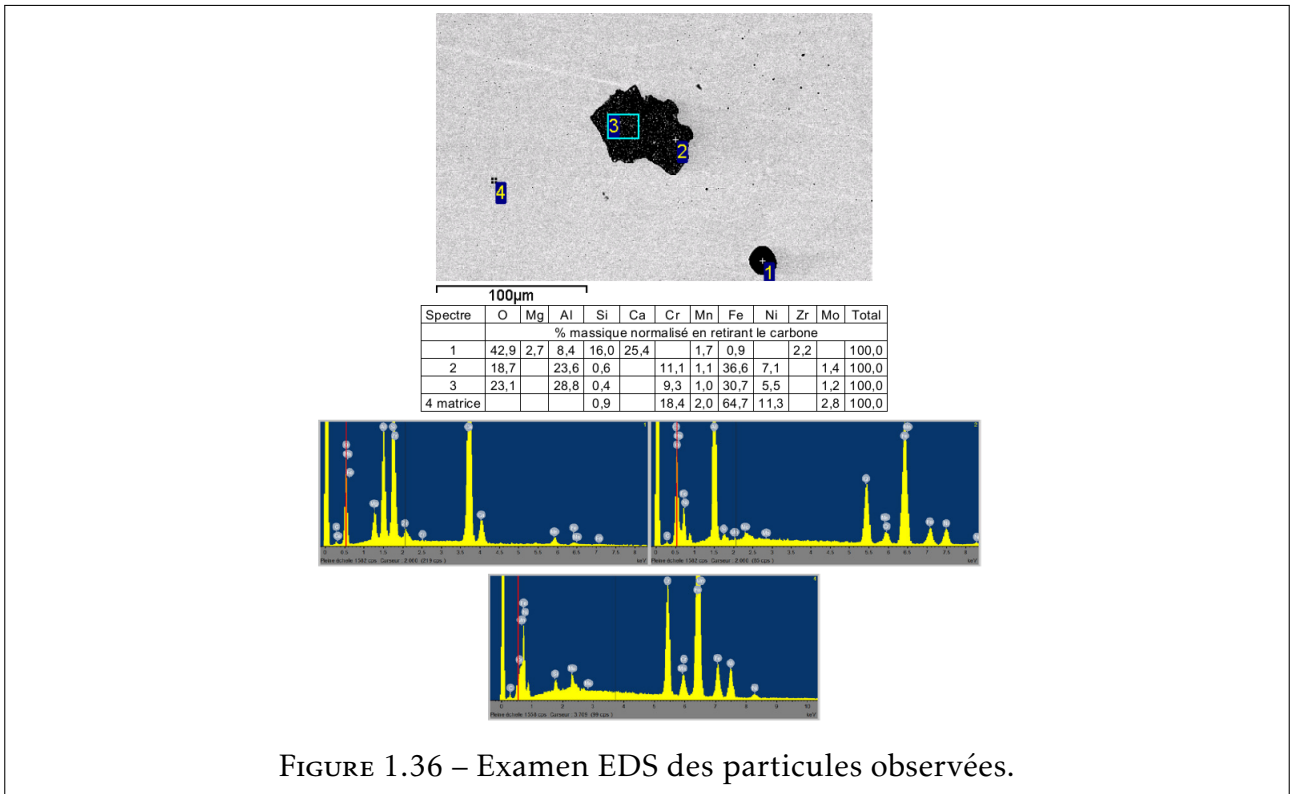


FIGURE 1.36 – Examen EDS des particules observées.

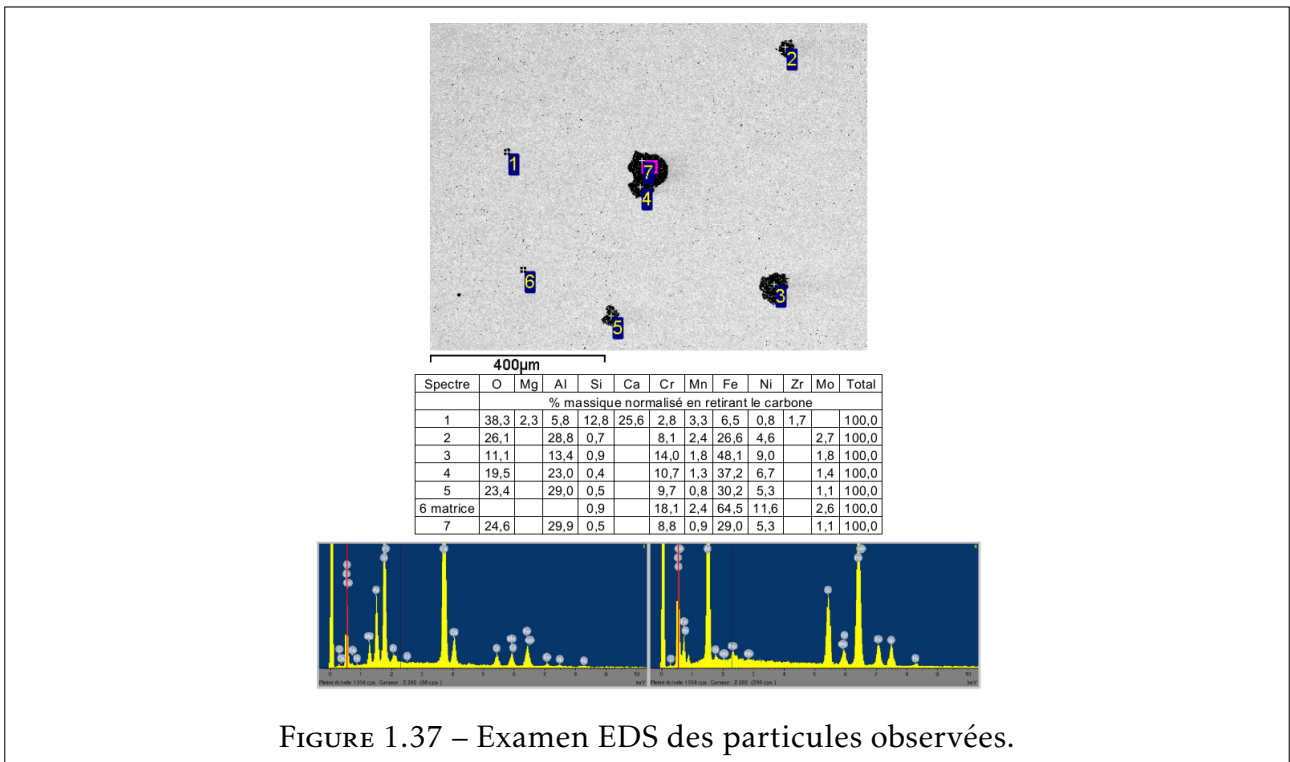


FIGURE 1.37 – Examen EDS des particules observées.

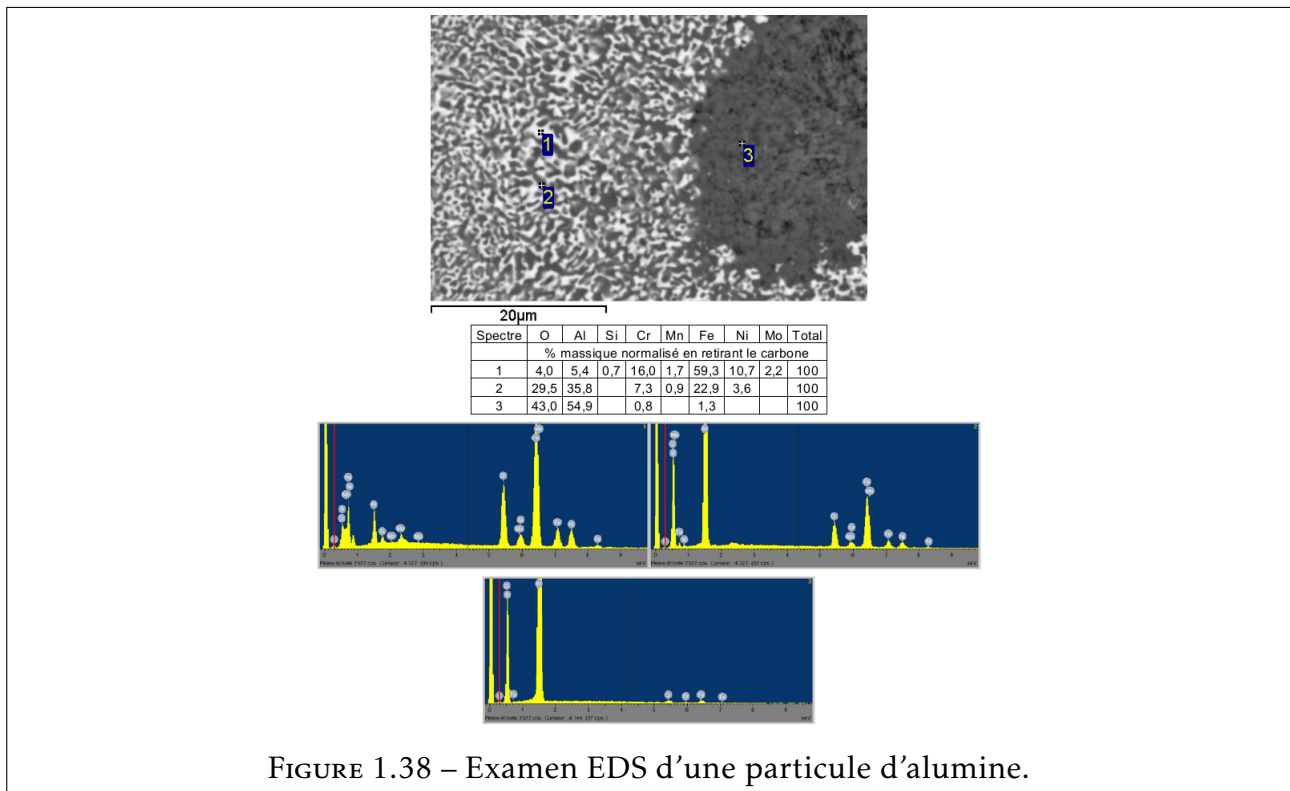


FIGURE 1.38 – Examen EDS d'une particule d'alumine.

Contrairement à ce qui était attendu en visant deux phases bien distinctes, les particules sont constituées d'un mélange de plusieurs phases :

- Le noyau est pratiquement de l'alumine pure, telle qu'introduite dans le mélange de poudres, contenant des traces de chrome et de fer ;
- Une phase sombre dans le mélange de phase contient moins d'oxygène et d'aluminium et une quantité relativement importante des éléments de la matrice métallique (notamment le chrome, le nickel, le manganèse et le fer). Ainsi, cette phase sombre peut représenter une sorte de produit de diffusion de l'alumine dans la matrice d'acier inoxydable, diffusion qui aurait pu se produire étant donné les différences de granulométrie entre les deux poudres et les conditions de température et de pression du procédé de compaction isostatique à chaud ;
- Une phase claire dans ce même mélange de phases qui contient peu d'oxygène et d'aluminium. Sa composition chimique étant très proche de celle de la matrice métallique présentée dans le tableau 1.1.

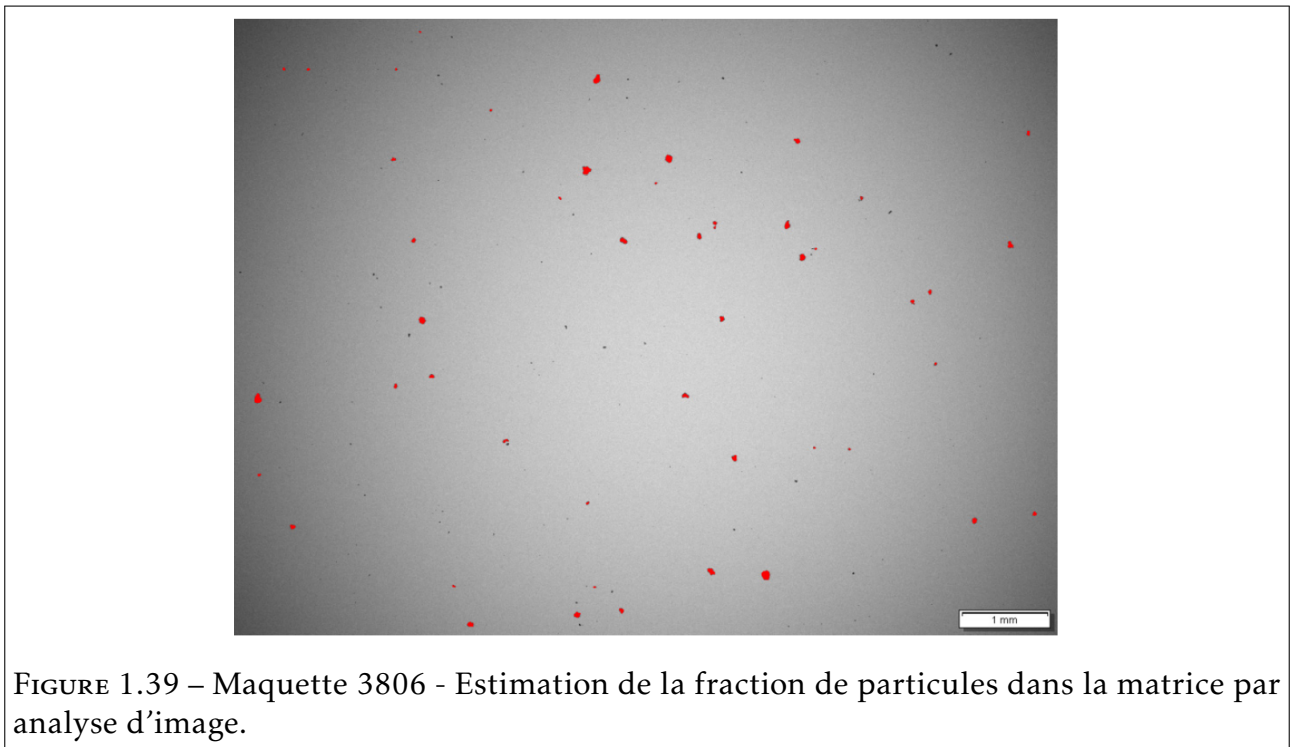
Les particules plus fines ont aussi été observées et analysées par EDS. Il s'agit d'inclusions contenant majoritairement de l'oxygène, du calcium, du manganèse et de l'aluminium avec parfois du silicium, du soufre et du zirconium. La présence de ces particules est liée à l'élaboration de l'acier, des procédés de désoxydation et de désulfuration.

### Mesures de la fraction de particules dans la matrice

La fraction des particules dans l'échantillon étudié a été estimée par analyses d'images MEB à l'aide du module *Analyse de phases* du logiciel Olympus Stream Motion 2.1 utilisé au Centre Technique. La section minimale d'une particule prise en compte dans l'estimation de la fraction de particules a été fixée à  $400\mu\text{m}^2$  (soit un diamètre équivalent d'environ  $23\mu\text{m}$ ) afin de ne prendre en compte que la fraction de particules d'alumine.

La fraction de particules dans l'échantillon étudié obtenue après le traitement d'image est d'environ 0,13% (soit  $1,3 \cdot 10^{-3}$ ) comme observé 1.39. La fraction de particules estimée est donc plus grande que la fraction volumique d'alumine introduite. Ceci peut-être expliqué par la différence entre les valeurs de fractions volumiques données et de fraction surfacique estimée, ainsi que par le nombre limité de zones observées (5 zones).

Cette donnée sera consolidée par l'exploitation de tomographies par rayons X présentées dans le chapitre 2.



### 1.2.3 Essais réalisés

Un programme complet de caractérisation de la matrice en acier inoxydable de type 316L a été conduit sur la maquette 3805. Ces essais visent à caractériser le comportement en traction, en fatigue oligocyclique afin de disposer de l'ensemble des données d'entrées nécessaires aux simulations numériques.

Des essais de fatigue complémentaires, à deux amplitudes différentes, ont aussi été conduits sur la maquette 3807 pour caractériser l'effet de la présence d'inclusions (et donc de

la porosité) sur le comportement cyclique.

La maquette 3806, base de la caractérisation métallurgique présentée précédemment, a été réservée pour la réalisation de tomographies par rayons X.

### Essai de traction

Un essai de traction a été réalisé sur une éprouvette prélevée dans la maquette 3805 à l'aide du système de mesure IMEC permettant une profilométrie laser déjà présenté Figure 1.9. La géométrie de l'éprouvette est présentée Figure 1.40 et un cliché de l'éprouvette en cours de chargement est présenté Figure 1.41 et après rupture Figure 1.42.

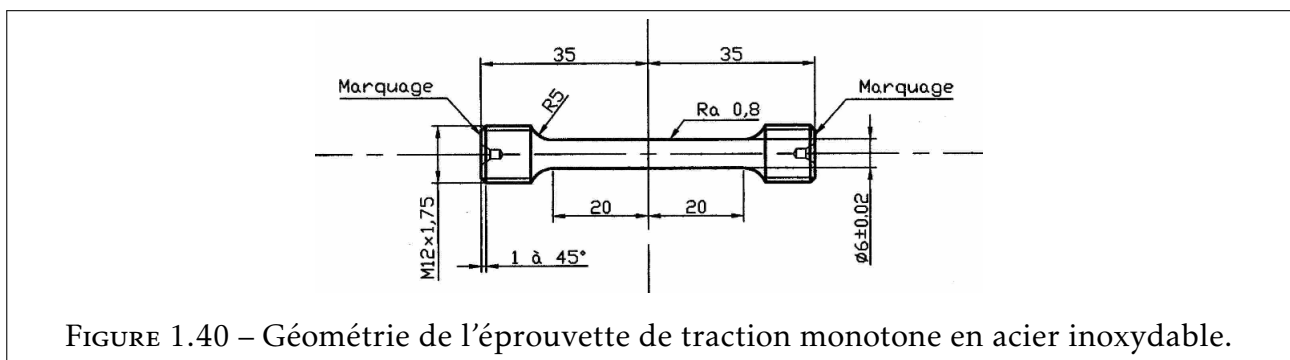


FIGURE 1.40 – Géométrie de l'éprouvette de traction monotone en acier inoxydable.

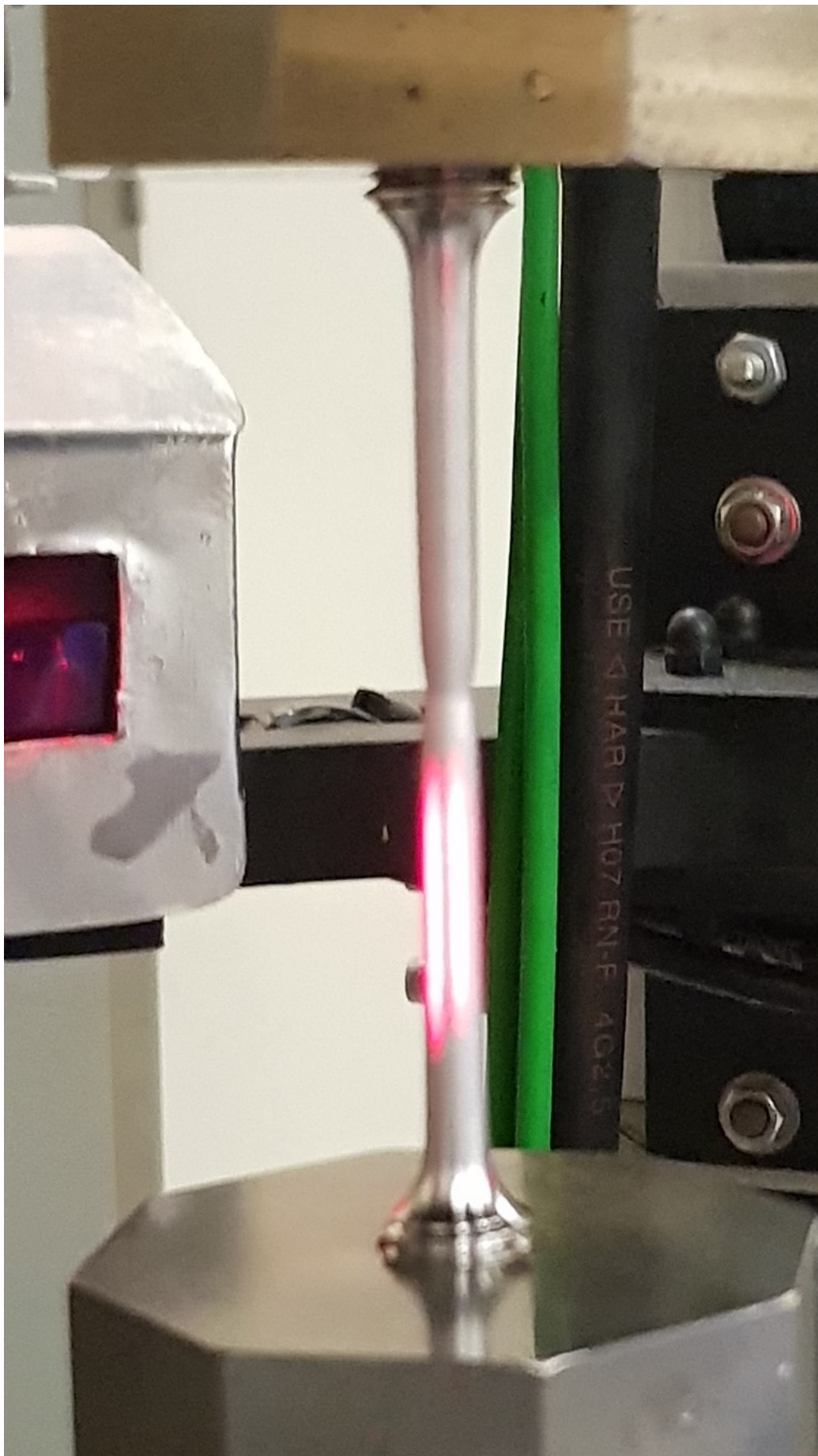
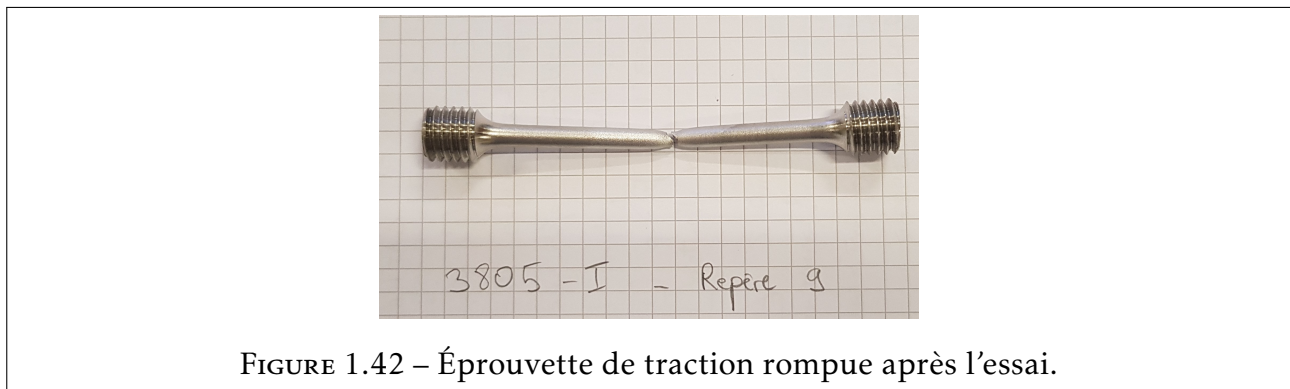
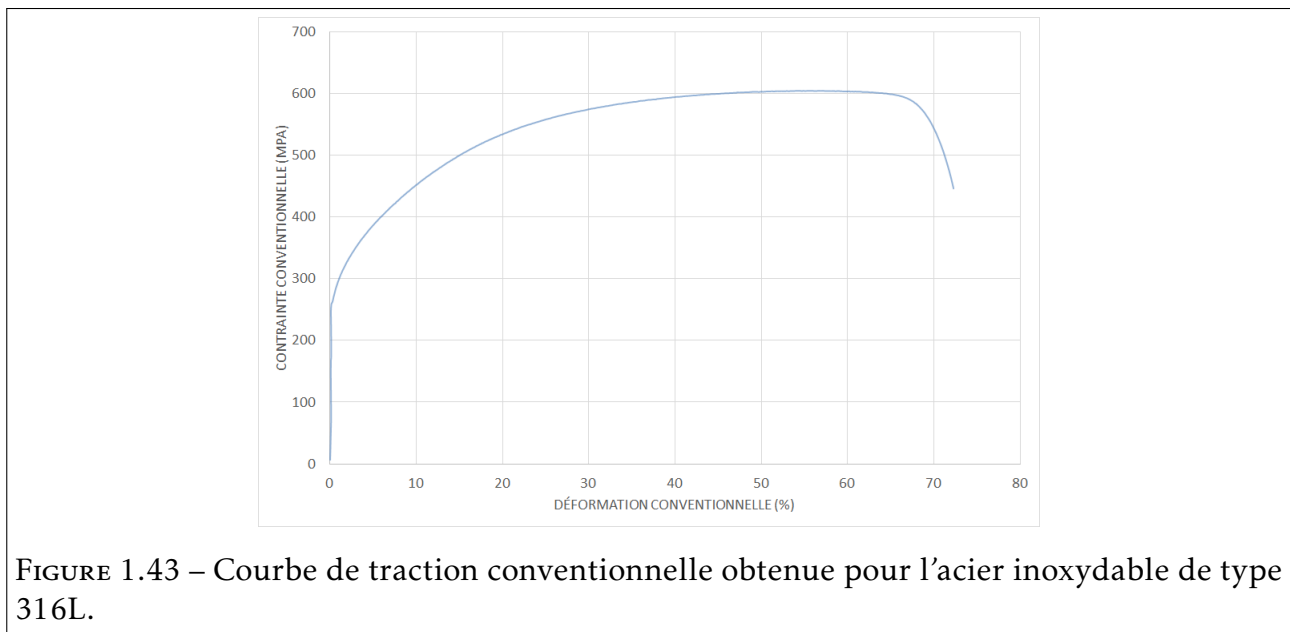


FIGURE 1.41 – Striction de l'éprouvette de traction en cours de chargement.



La courbe conventionnelle de traction obtenue est présentée figure 1.43. Les valeurs obtenues en  $R_{p0,2}$  et  $R_m$  sont bien conformes aux valeurs observées pour ce type d'acier fabriqué par compaction isostatique à chaud.



### Essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées

De manière analogue aux essais réalisés sur l'acier ferritique Tu42C, des éprouvettes axisymétriques entaillées sont testées. Les géométries sont légèrement différentes avec un diamètre de 4mm au centre de l'éprouvette en acier inoxydable, là où le diamètre au centre de l'éprouvette était de 8mm pour l'éprouvette en acier ferritique.

Les clichés des éprouvettes après rupture sont présentés figures 1.44, 1.45 et 1.46 et les résultats d'essais sont présentés figure 1.47 et 1.48.



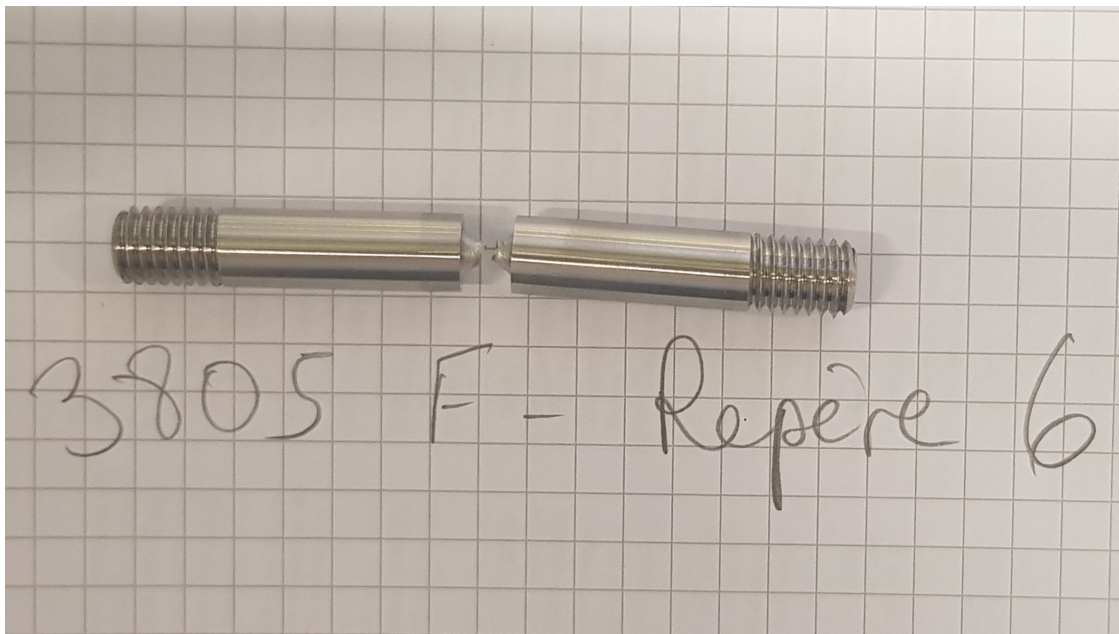


FIGURE 1.44 – Eprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille  $R_e = 1\text{mm}$  rompue après essai.

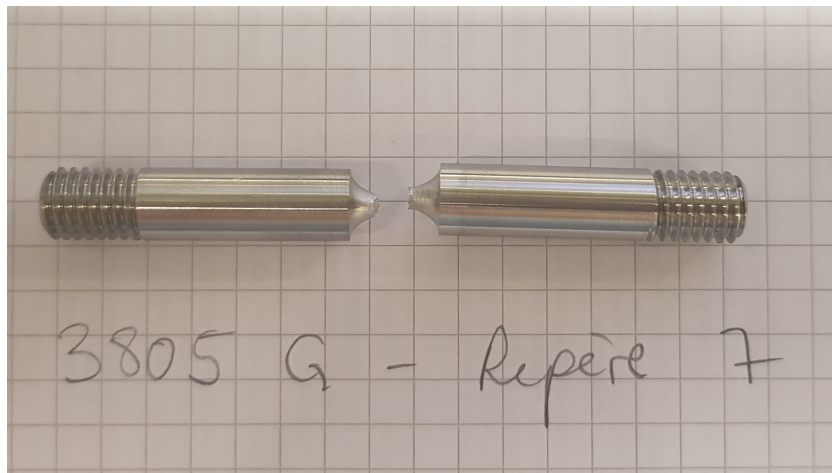


FIGURE 1.45 – Eprouvette axisymétrique entaillée de rayon d'entaille  $R_e = 2\text{mm}$  rompue après essai.



FIGURE 1.46 – Epreuve axisymétrique entaillée de rayon d'entaille  $R_e = 4\text{mm}$  rompue après essai.

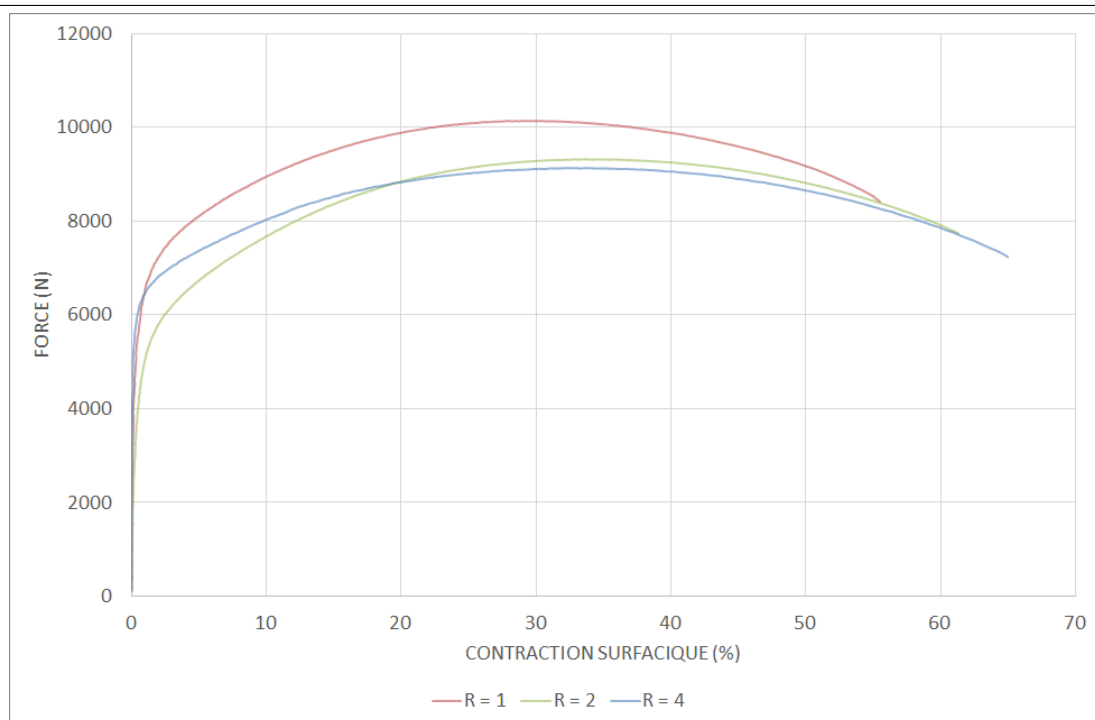


FIGURE 1.47 – Courbes de force en fonction de la contraction surfacique pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydable.

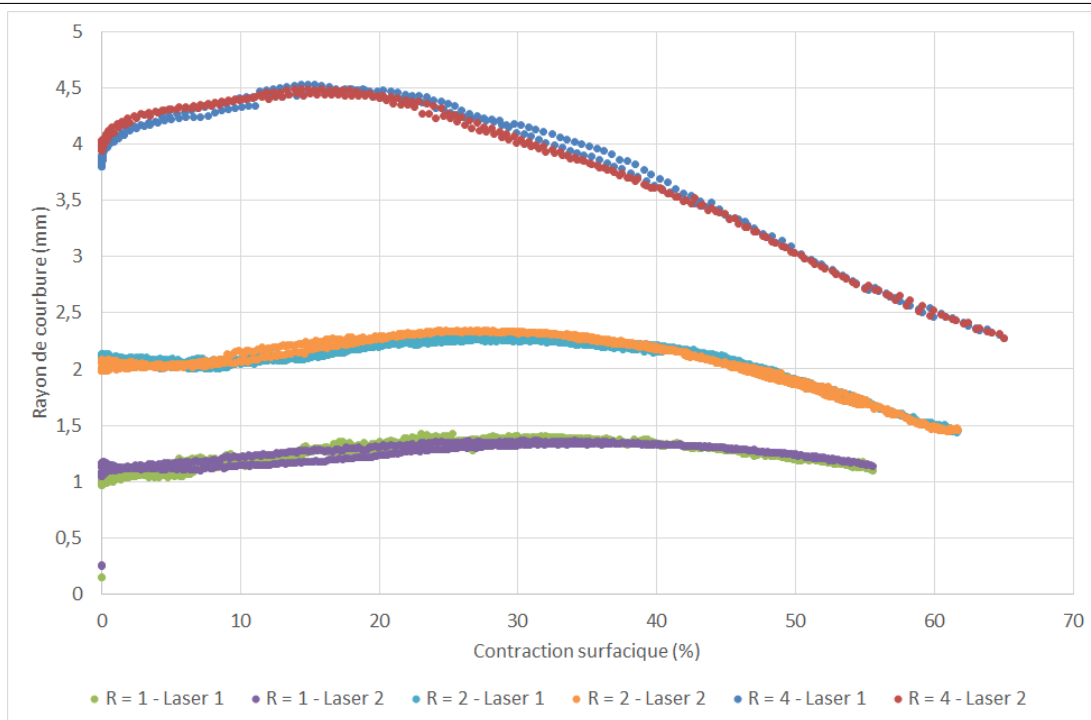


FIGURE 1.48 – Courbes du rayon en fond d'entaille en fonction de la contraction surfacique pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydable.

Si les contractions surfaciques à rupture atteintes sont bien conformes à l'attendu théorique, ce n'est pas le cas des niveaux de force atteints lors de l'essai. En effet, on observe que les éprouvettes de rayon d'entaille 2mm et 4mm atteignent pratiquement la même force maximale lors de l'essai. Cette différence peut s'expliquer par les conditions de chargement des éprouvettes, en effet, les éprouvettes de rayon d'entaille 1mm et 2mm ont vu un chargement en traction de  $0,1\text{mm}/\text{mn}$  alors que l'éprouvette avec un rayon d'entaille de 4mm a vu un chargement en traction de  $0,3\text{mm}/\text{mn}$  suite à une erreur de pilotage de l'essai. En augmentant la vitesse de chargement, on augmente le niveau de contrainte dans la matière et on peut donc atteindre des forces plus élevées comme c'est ici le cas pour l'éprouvette dont le rayon d'entaille est de 4mm. Un essai complémentaire avec la bonne vitesse de chargement devrait être réalisé pour confirmer cette interprétation.

### Essais de fatigue oligocyclique

Des essais de fatigue oligocyclique ont été menés afin de déterminer le comportement cyclique de la matrice à de faibles niveaux de déformations. Les quatre amplitudes de déformations testées sont  $\Delta\epsilon = \pm 0,3\%$ ,  $\pm 0,6\%$ ,  $\pm 1\%$  et  $\pm 2\%$ .

Les éprouvettes prélevées sont de longueurs réduites par rapport aux éprouvettes usuellement utilisées pour ces essais avec une longueur de 66mm. Ce choix a été dicté par la longueur disponible de matière dans la maquette 3805 qui était légèrement supérieur à 70mm.

Les premiers cycles obtenus pour chaque amplitude ainsi que les cycles à demi-vie (assimilé aux cycles stabilisés) sont présentés figure 1.49 et 1.50.

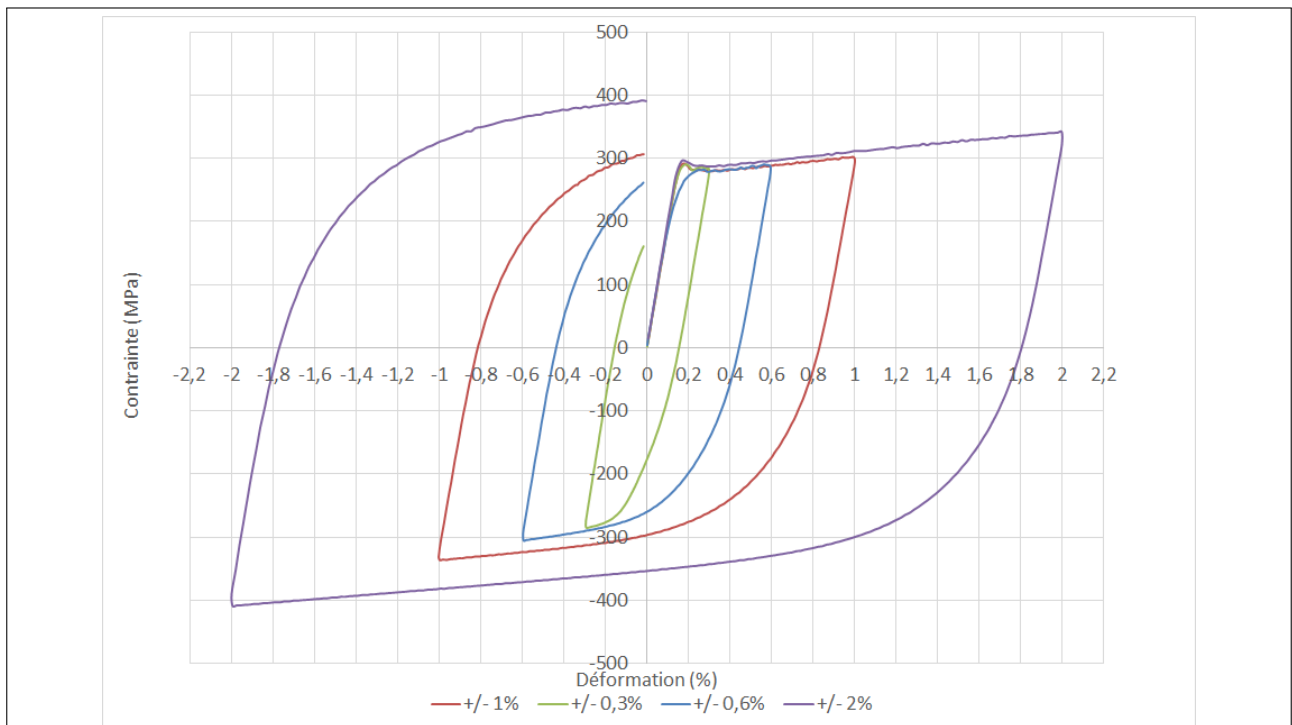


FIGURE 1.49 – Maquette 3805 - Essais de fatigue oligocyclique - Courbes contraintes-déformations pour le premier cycle.

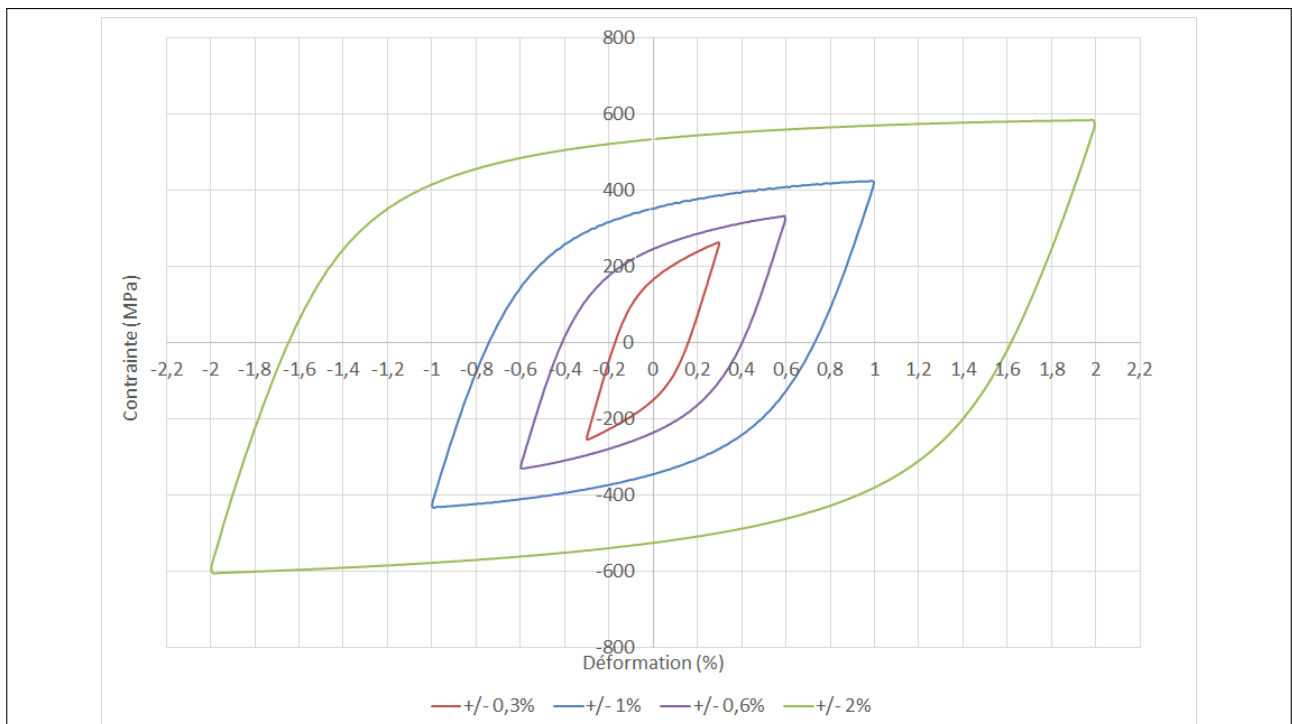


FIGURE 1.50 – Maquette 3805 - Essais de fatigue oligocyclique - Courbes contraintes-déformations à mi-vie.

Des essais ont aussi été réalisés sur des éprouvettes prélevées dans la maquette 3807 (fraction volumique de particules de  $10^{-4}$ ) afin d'étudier l'effet de la présence des particules sur le comportement cyclique des éprouvettes. Elles ont toutes deux été testées à une amplitude de déformations  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ . La comparaison des résultats obtenus entre les éprouvettes incluant des particules et les éprouvettes d'acier inoxydable est présentée figure 1.51 pour le premier cycle et figure 1.52 pour le cycle à mi-vie. Comme attendu, pour une fraction volumique de particule aussi faible, aucune différence notable n'est observée tant pour le premier cycle que pour le cycle à mi-vie.

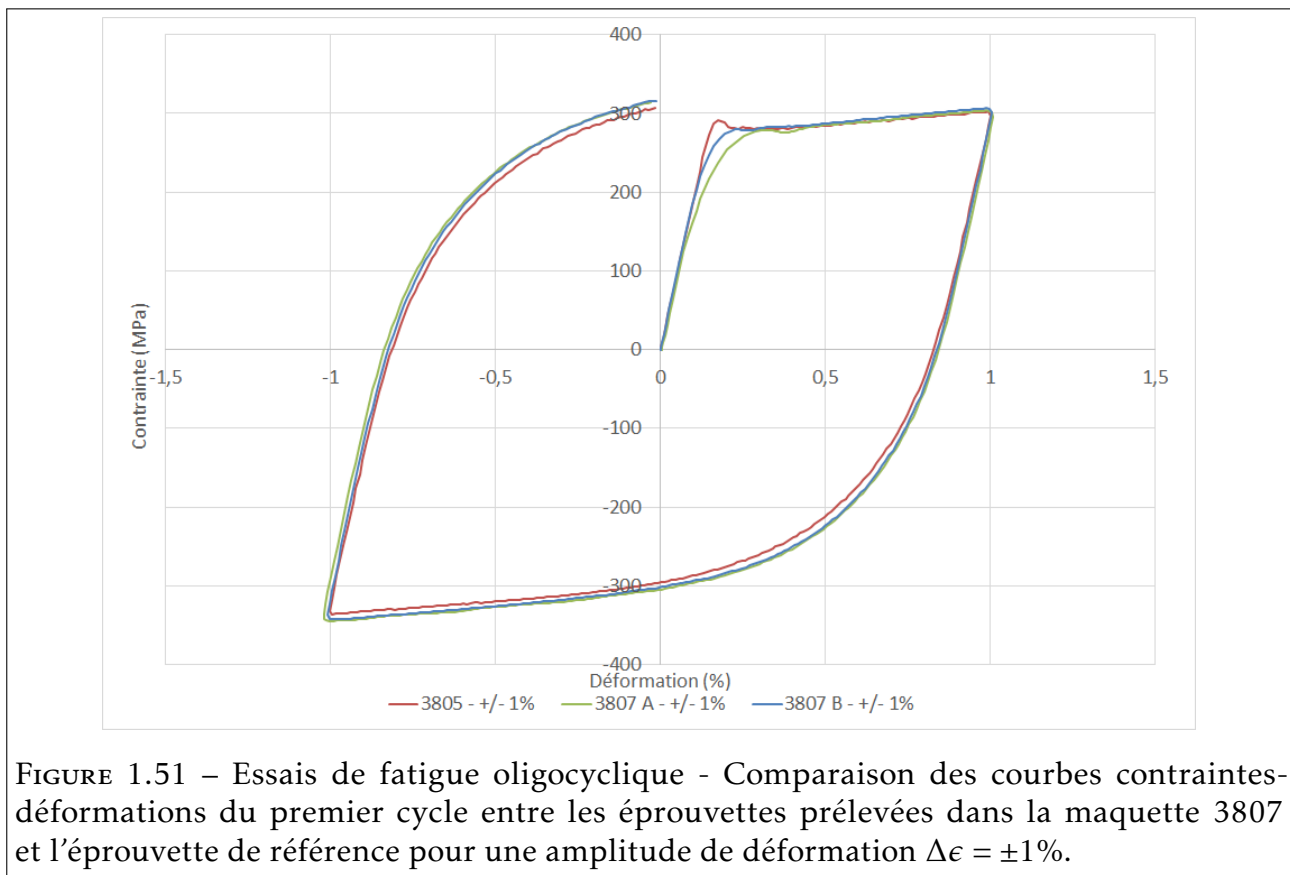
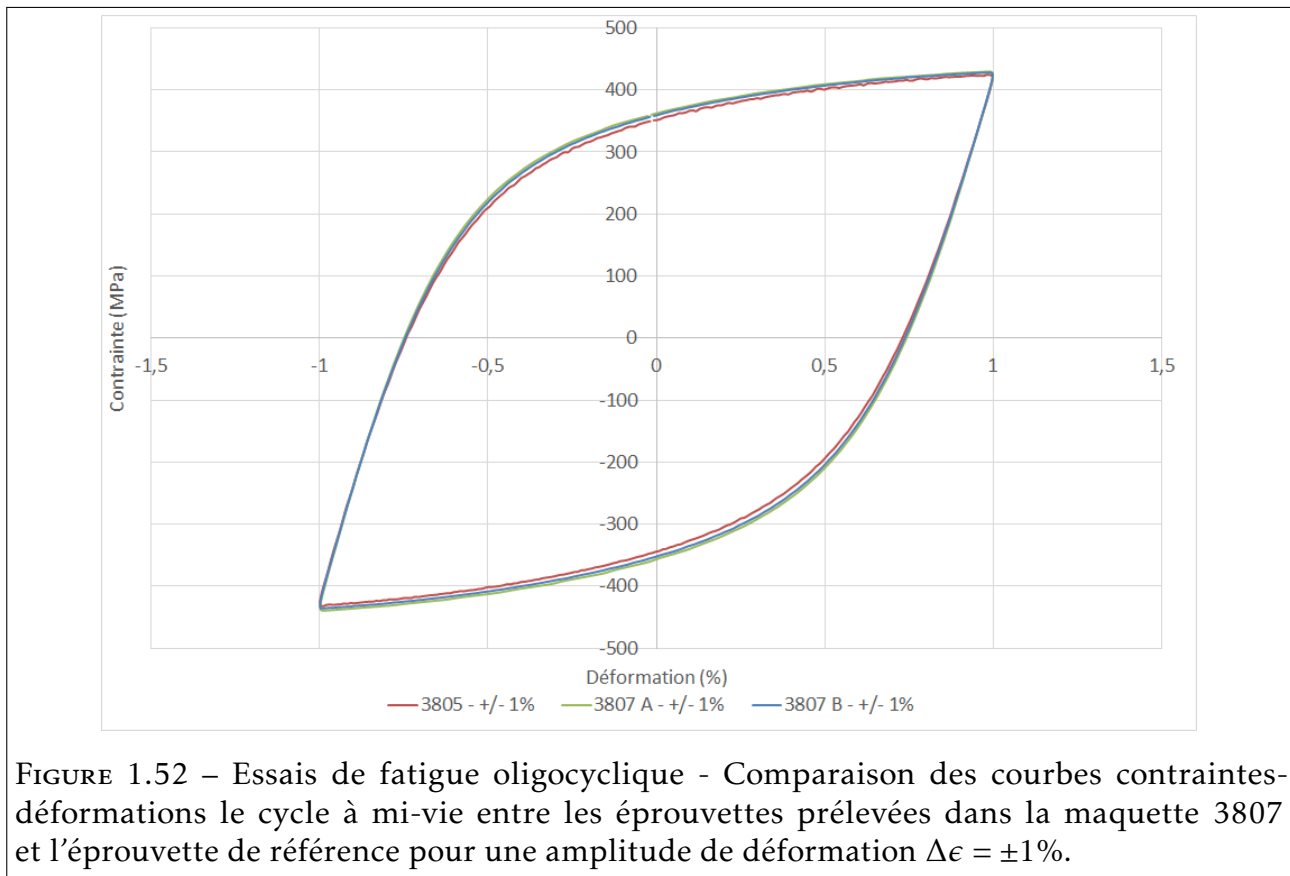


FIGURE 1.51 – Essais de fatigue oligocyclique - Comparaison des courbes contraintes-déformations du premier cycle entre les éprouvettes prélevées dans la maquette 3807 et l'éprouvette de référence pour une amplitude de déformation  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ .



Enfin, la figure 1.53 présente la courbe contrainte maximale en fonction du nombre de cycle. Elle donne une illustration de la durée de vie en fatigue du matériau pour une amplitude donnée. On notera que les éprouvettes prélevées dans la maquette 3807, bien qu'ayant un comportement similaire à celle prélevée dans la maquette 3805, ont une durée de vie bien moins importante avec une rupture au cycle 1203 pour l'éprouvette 3807 A, au cycle 1390 pour l'éprouvette 3807 B et au cycle 2250 pour l'éprouvette 3805 C, soulignant l'impact de la porosité sur la durée de vie en fatigue du matériau.

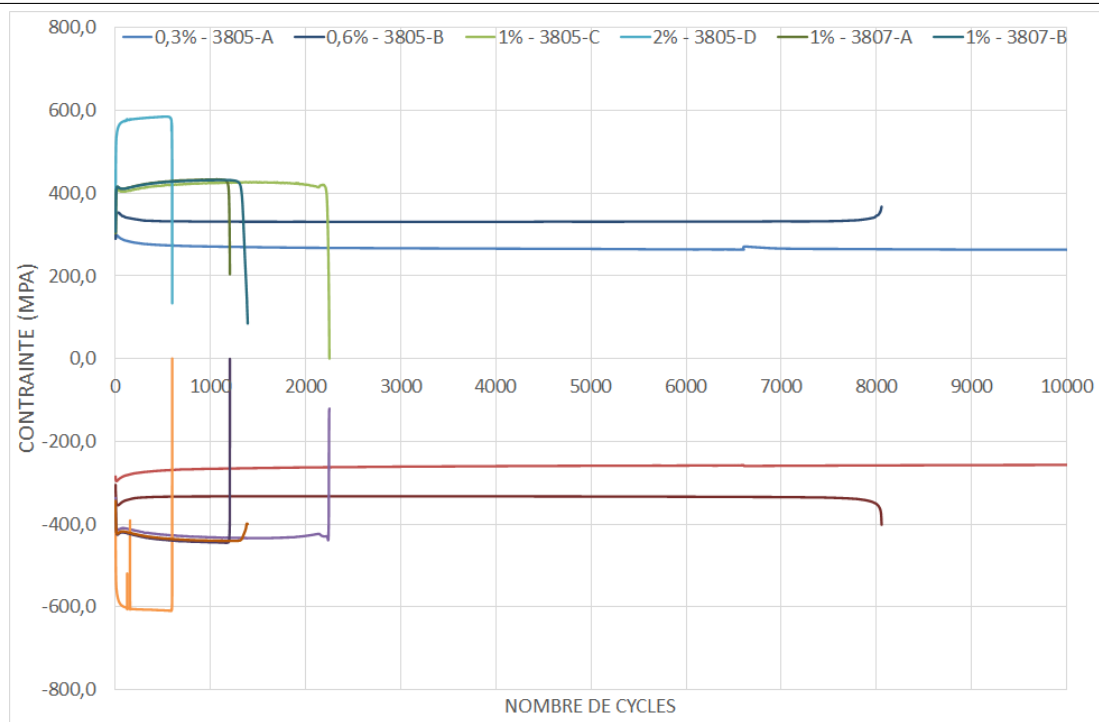


FIGURE 1.53 – Essais de fatigue oligocyclique - Comparaison des courbes contraintes maximales en fonction du nombre de cycle pour les éprouvettes de fatigue testées.

# Tomographie ex et in-situ, analyse d'images et évolutions des cavités pour un chargement cyclique

Un programme expérimental d'étude de l'endommagement ductile est présenté dans ce chapitre. L'étude est menée sur des éprouvettes axisymétriques entaillées en acier ferritique Tu42C et en acier inoxydable de type 316L. L'évolution de la porosité est caractérisée qualitativement et quantitativement par une analyse d'images obtenues par tomographies par rayons X.

## **2.1 Présentation de la méthode expérimentale**

### **2.1.1 Principes de la tomographie par rayons X**

Les principes de la tomographie par rayons X sont rappelés figure 2.1 de manière schématique. Pour obtenir une reconstruction en trois dimensions de l'objet étudié, une rotation incrémentale sur un même axe est appliquée en enregistrant une série de clichés en deux dimensions. En utilisant les algorithmes correspondants à la tomographie, cette série d'images est reconstruite afin de produire une image en 3D où chaque voxel (élément de volume correspondant à un pixel en 3D) représente l'absorption des rayons X au point de matière qu'il caractérise.



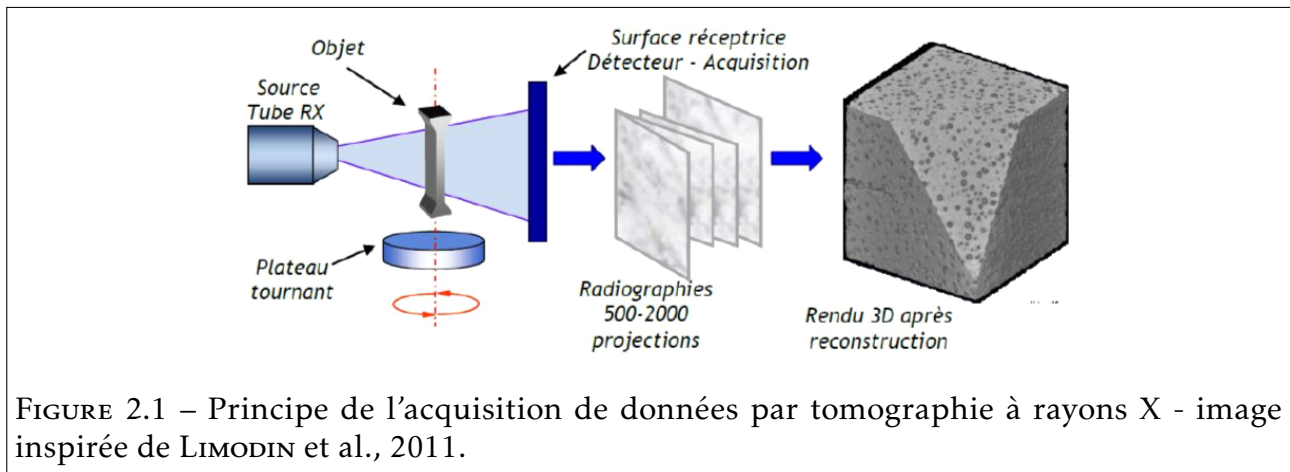


FIGURE 2.1 – Principe de l'acquisition de données par tomographie à rayons X - image inspirée de LIMODIN et al., 2011.

Deux types de contrastes peuvent être retrouvés dans les données acquises. Nous nous intéresserons uniquement à l'atténuation. L'atténuation des rayons X qui traversent la matière est une fonction logarithmique du coefficient d'absorption du matériau (au travers de son coefficient d'atténuation  $\mu$ ) et de la distance parcourue par le rayon. L'intensité  $I$  transmise au récepteur mesurée à un point de coordonnées  $(x, z)$  est reliée à l'intensité  $I_0$  du rayonnement X auquel est soumis l'échantillon par la relation :

$$I(x, z) = I_0(x, z) \exp(-\tau) \quad (2.1)$$

où  $\tau = \mu \rho t$  est l'absorption totale le long du trajet du rayon X dépendante de la densité du matériau  $\rho$  et de l'épaisseur de l'échantillon  $t$ .

La résolution spatiale de la tomographie par rayons X est limitée par la géométrie du faisceau de rayons X et des caractéristiques du détecteur utilisé. Ainsi, l'utilisation de synchrotron comme source de rayonnement X a grandement amélioré les performances de la tomographie par rayons X en permettant de caractériser des variations beaucoup plus faibles de l'absorption et donc d'avoir une caractérisation beaucoup plus fine de la structure interne des échantillons. D'autre part, l'utilisation d'un synchrotron permet d'obtenir un faisceau de rayons parallèles rendant la taille des voxels finaux obtenus dépendante uniquement des caractéristiques du détecteur utilisé.

La tomographie par rayons X étant une méthode non destructive, plusieurs reconstructions d'un même échantillon peuvent être réalisées de manière différente. Dans notre cas, deux méthodes de caractérisation différentes ont été utilisées :

- La caractérisation post-mortem : l'échantillon subit un chargement jusqu'à une déformation donnée puis il subit une décharge avant d'être caractérisé par tomographie. Cette méthode nécessite autant d'échantillons que d'état de déformation à caractériser, elle suppose donc une certaine reproductibilité du comportement étudié.
- La caractérisation *in-situ* avec interruption du chargement : l'échantillon subit un chargement jusqu'à une déformation donnée fixée puis il est caractérisé par tomo-

graphie. Le moyen de chargement est placé directement sur le faisceau. Pendant la tomographie, le chargement est stoppé afin de laisser la déformation constante. Pour les chargements cycliques, le chargement sera stoppé à la fin de certains demi-cycles de traction et de compression.

### 2.1.2 Acquisition d'images

Plusieurs faisceaux de l'Installation Européenne de Rayonnement Synchrotron (en anglais European Synchrotron Radiation Facility - ESRF) situé à Grenoble sont dédiés à la tomographie par rayons X. Dans le cadre de ces travaux, les acquisitions d'images ont été réalisées sur la ligne de lumière ID17 de l'ESRF avec une énergie de faisceau centrée autour de 120keV. La taille des voxels était de  $3\mu\text{m}$  avec un champ de vision de  $6\text{mm}\times 6\text{mm}$ . La reconstruction 3D repose sur 1275 projections en 2D acquises par une rotation de l'échantillon sur  $180^\circ$ .

Les propriétés de la ligne ID 17 permettent l'étude d'éprouvettes axisymétriques entaillées de géométrie standard indiquée en figure 2.2. L'épaisseur au centre de l'éprouvette est de 8mm et le rayon d'entaille est de 1mm. Le choix du rayon d'entaille est celui qui offre le meilleur compromis entre atteindre le plus haut niveau de triaxialité possible tout en étant capable d'utiliser un moyen de chargement portable pour la réalisation des essais *in-situ*. Le moyen de chargement est une machine de traction/compression transportable d'une capacité de  $\pm 25\text{kN}$  à assembler sur place. Dans un premier temps, une méthode de caractérisation post-mortem a été utilisée pour différentes éprouvettes chargées cycliquement à plusieurs niveaux de déformations. Puis, une caractérisation *in-situ* avec interruption de chargement a été conduite à l'aide de machine de traction/compression montée sur le plateau de rotation du faisceau.

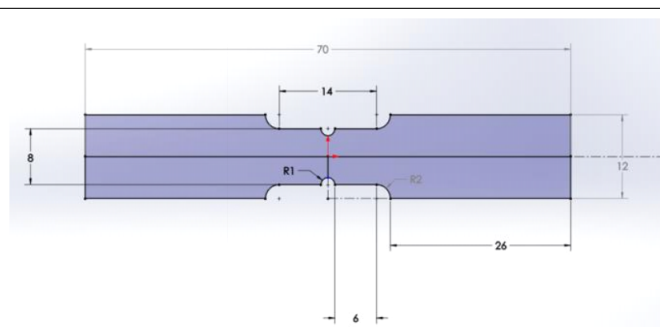


FIGURE 2.2 – Géométrie retenue pour les éprouvettes axisymétriques entaillées en acier inoxydable et en acier ferritique.

Les volumes bruts obtenus directement par reconstruction des séries d'images obtenues par tomographie nécessitent d'être analysés et traités afin de caractériser l'endommagement ductile et en particulier le comportement des cavités. L'ensemble des traitements est réalisé à l'aide du logiciel libre ImageJ utilisée pour l'analyse et le traitement d'images.

La première étape du traitement consiste à appliquer un seuil en niveau de gris afin de séparer la matrice des inclusions et des éventuelles cavités comme présenté figure 2.4. La valeur du seuil est déterminée par l'analyse de l'histogramme des niveaux de gris. Le résultat du seuil appliqué à l'image figure 2.3 est présenté figure 2.5. A partir de l'image obtenue par application d'un seuil, une analyse des volumes de cavité est réalisée à l'aide du logiciel ImageJ puis une visualisation 3D des cavités et des inclusions (considérée comme une représentation de l'endommagement) dans la matrice est réalisée à l'aide du logiciel Aviso<sup>®</sup>. Un exemple de cette visualisation est donné figure 2.6.

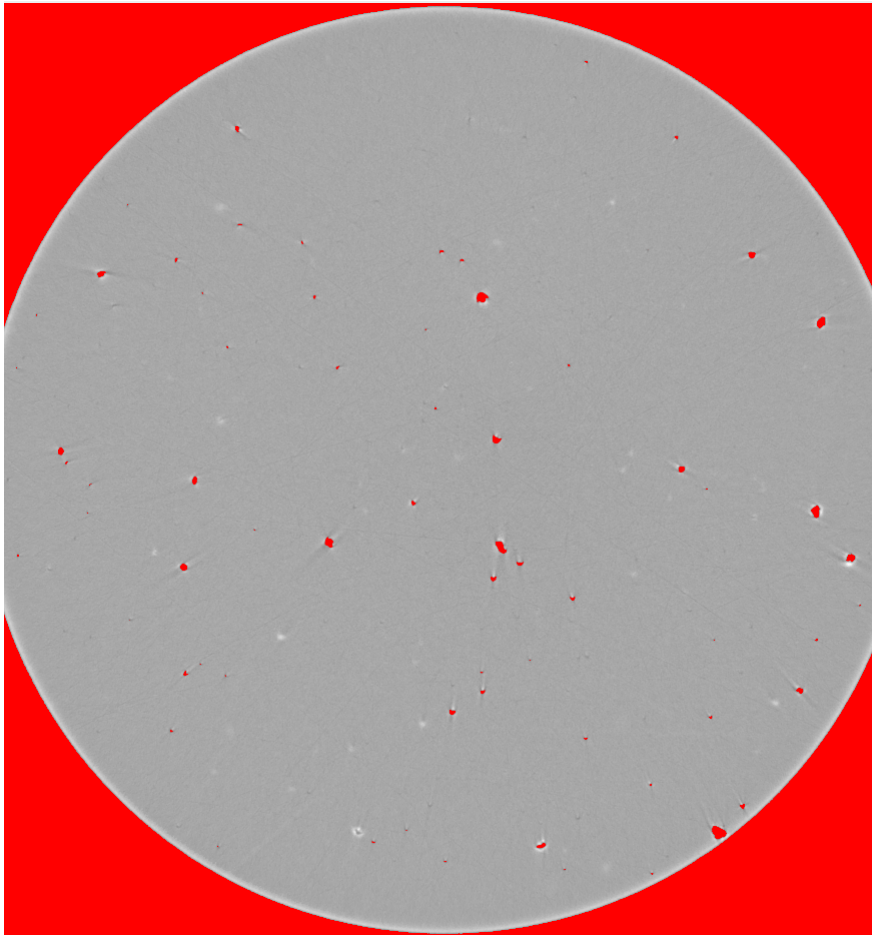
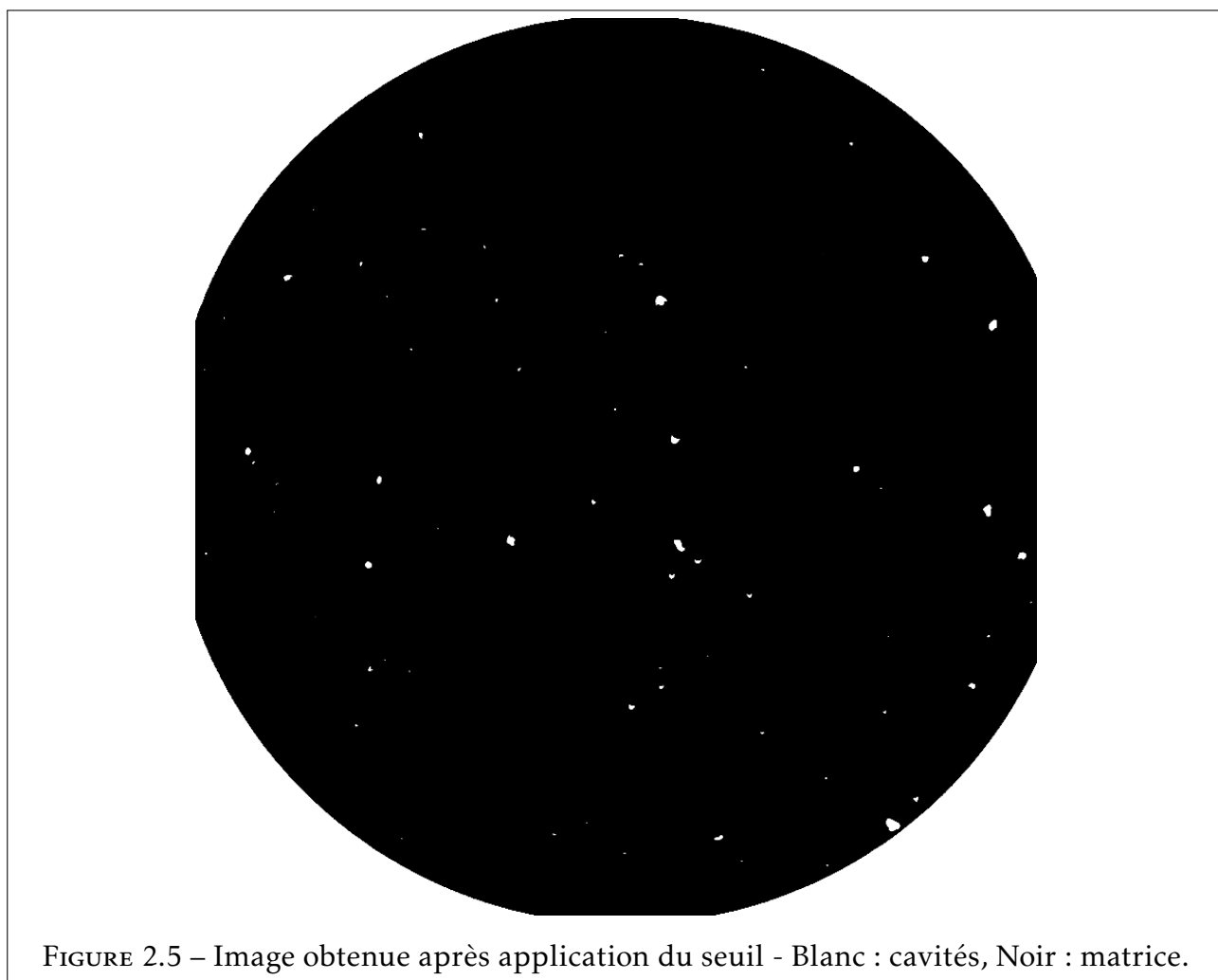


FIGURE 2.3 – Image avant application du seuil pour discriminer les cavités de la matrice.



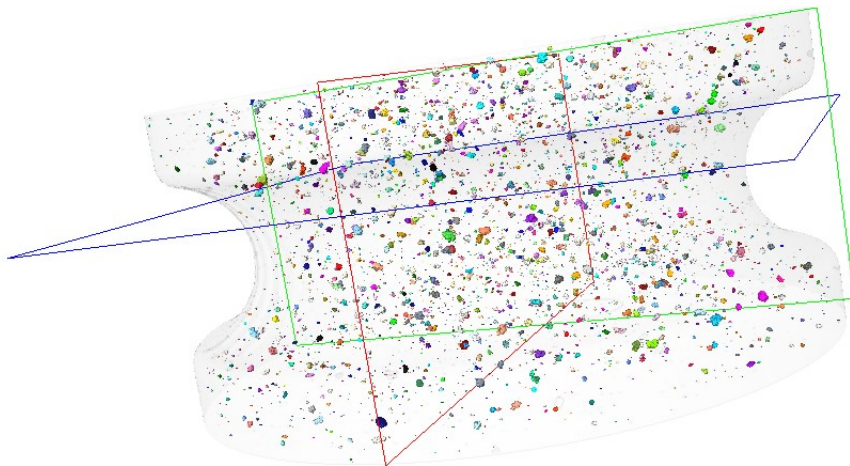


FIGURE 2.6 – Reconstruction 3D d’une tomographie par rayons X à l’aide du logiciel Avizo.

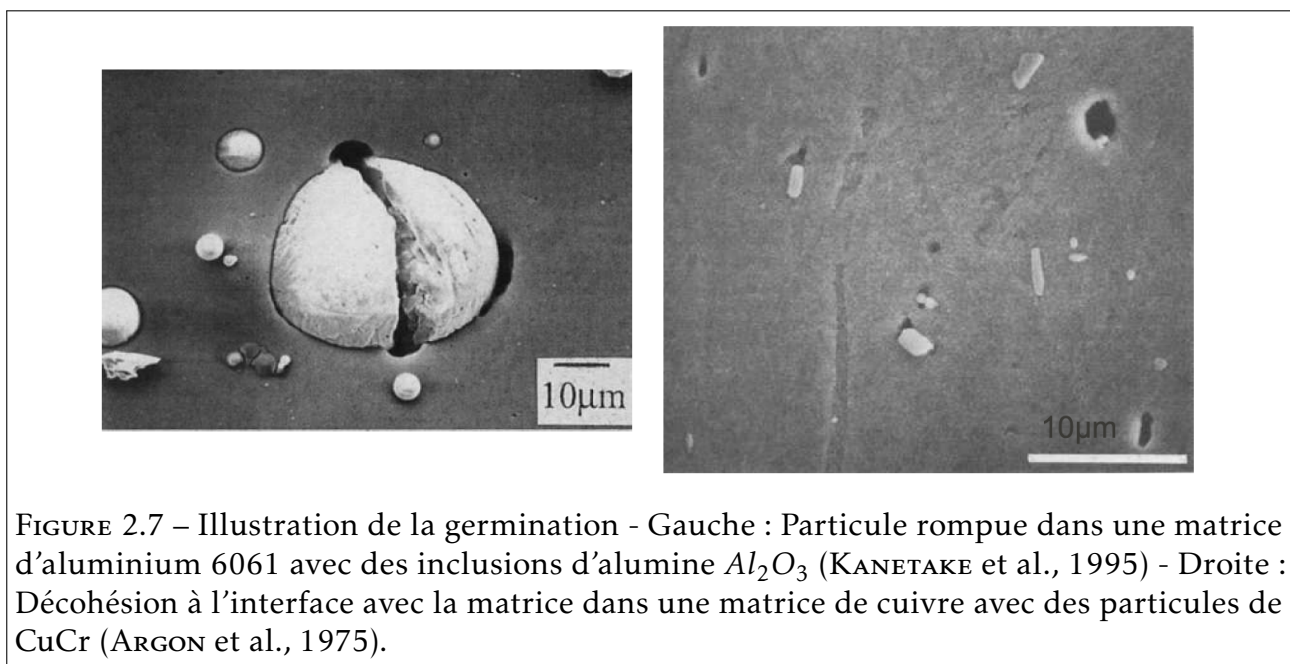
### 2.1.3 Mise en évidence de la germination, de la croissance et de la coalescence par analyse d’images

Une présentation succincte de la mise en évidence des différentes étapes de la rupture ductile par germination, croissance et coalescence des cavités est donnée ci-dessous. Cette présentation, loin d’être exhaustive, vise à donner quelques références sur ces sujets vastes et à donner quelques éléments de comparaison aux images présentées dans la section suivante.

#### Germination

Les premières observations de l’endommagement ductile ont montré que la germination pouvait être classée comme étant homogène ou hétérogène GOODS et BROWN, 1983. La germination homogène se produit à l’intérieur du grain et n’est pas associée à la présence d’une hétérogénéité ou d’une seconde phase dans la microstructure, alors que la germination hétérogène se produit par l’effet de déformations hétérogènes proches des inclusions, des joints de grains ou des précipités (PUTTICK, 1959, ARGON, IM et SAFOGLU, 1975, FISHER et

GURLAND, 1981, BEREMIN, 1981, GOODS et BROWN, 1983). La germination homogène a été observé dans des métaux dont la matrice est composé d'une phase pure homogène THOMPSON et WILLIAMS, 1978, cependant comme les matériaux présentent souvent une microstructure composée de plusieurs phases, la germination hétérogène est le mode de germination le plus courant. Pour ce cas le plus courant, des cavités apparaissent soit par rupture d'inclusions d'une seconde phase différente de la matrice, soit par décohésion à l'interface ou encore par cavitation dans la matrice proche des inclusions. Les mécanismes de germination les plus fréquents, à savoir la rupture d'inclusion et la décohésion à l'interface, sont illustrés figure 2.7. BABOUT, BRECHET, MAIRE et FOUGERES, 2004 ont montré que le mécanisme de germination dépendait fortement des propriétés d'écoulement plastique des différentes composantes de la microstructure. Utilisant des métaux à matrice composite, où les propriétés des inclusions et de la matrice pouvaient être contrôlées, ils ont démontré expérimentalement qu'une matrice souple favorisait les décohésions à l'interface alors qu'une matrice plus rigide favorisait le phénomène de rupture des inclusions.



De plus, il faut noter que la germination des cavités ne se produit pas à un instant donné mais progressivement au cours du chargement Cox et Low, 1974. L'une des raisons principales est probablement la distribution inhomogène des particules entraînant des concentrations de contraintes locales d'intensité différentes. La germination se produit aussi en priorité sur les inclusions les plus grandes, présentant statistiquement plus de défauts dans l'inclusion ou à son interface.

## Croissance

La croissance des cavités est indubitablement l'étape de l'endommagement ductile la plus étudiée, la détermination d'un modèle de croissance adaptée à la rupture ductile cyclique faisant l'objet de la Partie II de ce manuscrit. La croissance des cavités a d'abord été étudiée par observation métallographique de sections longitudinales d'éprouvettes rompues (PUTTICK, 1959, FLOREEN et HAYDEN, 1970, COX et LOW, 1974 et PARK et THOMPSON, 1988). Des exemples d'images optiques et d'images obtenues par microscopie optique à balayage sont donnés figures 2.8 et 2.9. La pertinence de ces mesures en deux dimensions est fortement dépendante de la qualité du polissage afin d'éviter de dégrader la taille et la distribution des cavités. La croissance des cavités peut aussi être observée directement à la surface d'une éprouvette par un essai de traction *in-situ* comme présenté figure 2.10.

L'utilisation relativement récente de la tomographie par rayons X a permis, à travers l'obtention de données quantitatives sur la taille et la morphologie en trois dimensions des cavités, de mieux appréhender le phénomène de croissance (BABOUT, MAIRE, BUFFIERE et FOUGERES, 2001, BOUCHARD et al., 2008, MAIRE, ZHOU, ADRIEN et DIMICHIEL, 2011). BUFFIERE, MAIRE, CLOETENS, LORMAND et FOUGERES, 1999 ainsi que BABOUT, MAIRE et FOUGERES, 2004 ont montré les avantages de la tomographie dans l'étude de la croissance pour quantifier un endommagement, permettant d'éviter les artefacts liés à une observation surfacique. La figure 2.11 montre la croissance des cavités dans un métal à matrice composite Weck, 2008. L'analyse en trois dimensions permet de distinguer les zones où la déformation est homogène de celles où elle est localisée.

Ces observations expérimentales de la croissance des cavités montrent que les cavités tendent à s'allonger dans la direction de la déformation principale. Cela est illustré figures 2.8, 2.10 et 2.11. Dans le cas où l'axe de la cavité n'est pas parallèle à la direction de la déformation principale, BENZERGA, BESSON et PINEAU, 2004, ont montré qu'une rotation de la cavité se produisait.

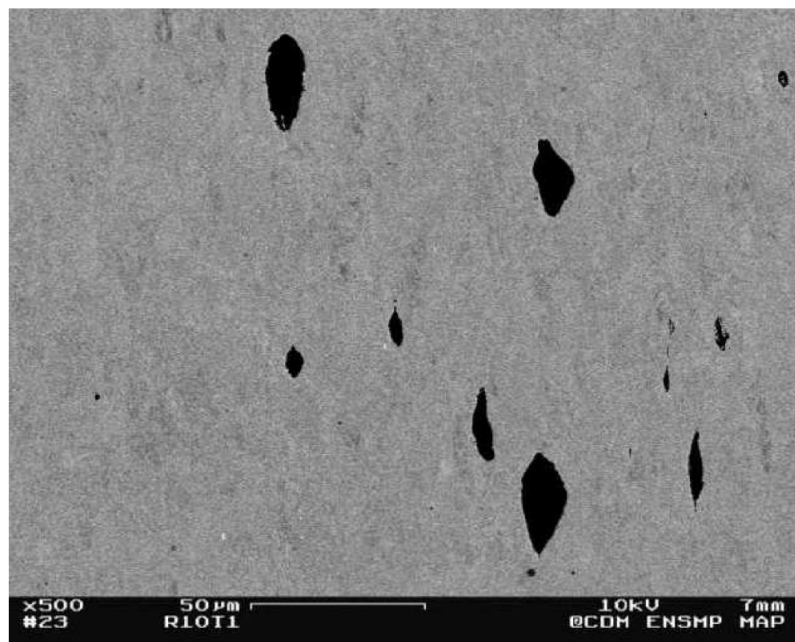


FIGURE 2.8 – Observation expérimentale de la croissance des cavités - Micrographie d'une éprouvette de traction rompue (tirée de BENZERGA et LEBLOND, 2010).

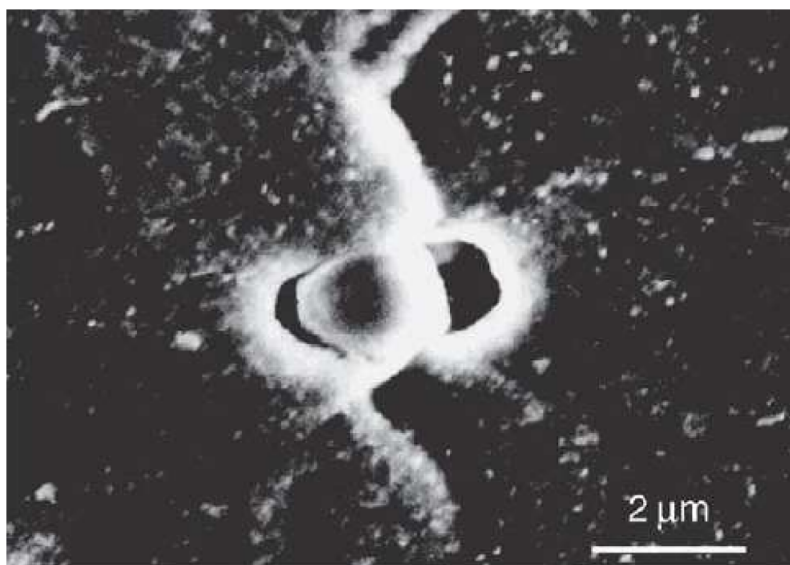


FIGURE 2.9 – Observation expérimentale de la croissance des cavités - Micrographie de cavités issues de la décohésion entre la matrice en cuivre et des particules d'oxydes de cuivre (tirée de PARDOEN et al., 1998).



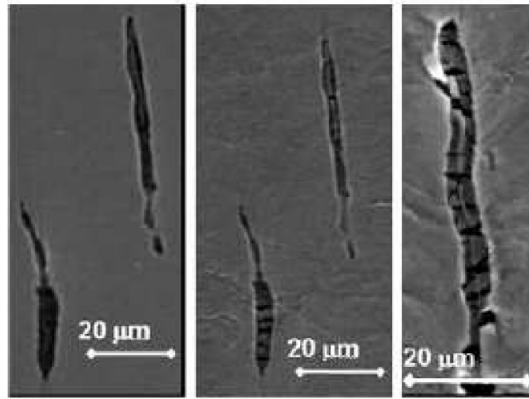


FIGURE 2.10 – Observation expérimentale de la croissance des cavités - Observations microscopiques *in-situ* pendant un essai de traction sur un acier ductile (tirée de BOUCHARD et al., 2008).

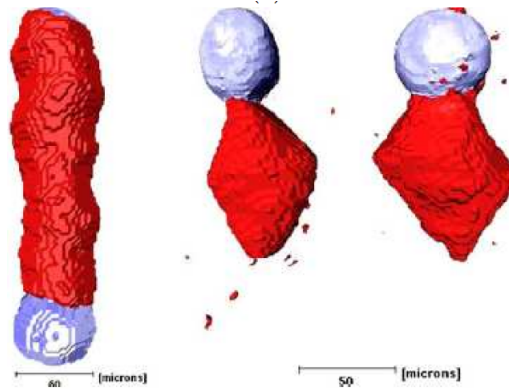


FIGURE 2.11 – Observation expérimentale de la croissance des cavités - Reconstruction d'images de croissance de cavités (sombres) après germination au niveau de particules de zirconium (tirée de WECK et al., 2008).

## Coalescence

Observer le phénomène de coalescence expérimentalement est particulièrement complexe. De ce fait, peu de résultats sont disponibles dans la littérature. La coalescence a été plus facilement observée dans des éprouvettes plates trouées (comme par exemple dans les travaux de DUBENSKY et KOSS, 1987 et MAGNUSEN, DUBENSKY et KOSS, 1988).

Ces observations expérimentales ont conduit à trois modes de coalescence, par striction interne (le plus courant), par cisaillement et par colonnes. Lors de la coalescence par striction interne, les cavités se rejoignent dans un plan perpendiculaire à la direction principale de chargement : le ligament inter-cavités se contracte de manière similaire à la striction d'une barre en traction. Lors de la coalescence en cisaillement, les cavités se rejoignent dans des bandes de cisaillement à  $45^\circ$  par rapport à la direction principale de chargement. Enfin, lors de la coalescence en colonnes, les cavités se rejoignent dans des bandes parallèles à la

direction de chargement. Ces trois modes de coalescence sont illustrés figure 2.12, 2.13 et 2.14 ci-dessous.

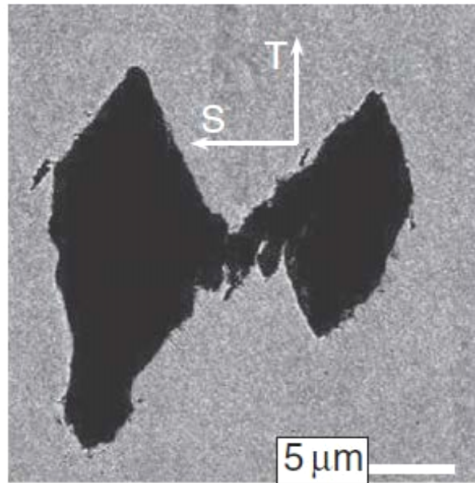


FIGURE 2.12 – Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence par striction du ligament interne (tirée de BENZERGA et al., 1999).

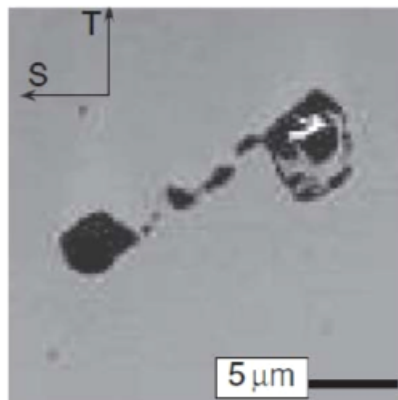


FIGURE 2.13 – Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence en cisaillement (tirée de BENZERGA, 2000).



FIGURE 2.14 – Modes de coalescence sous chargement vertical - Coalescence en colonnes aussi appelée "Necklace coalescence" (tirée de BENZERGA, 2000).

## 2.2 Analyse des résultats obtenus

Un programme complet d'étude par tomographie par rayons X du comportement des cavités soumises à un chargement cyclique a été conduit. L'objectif de ce programme est de collecter les données nécessaires à la caractérisation du comportement des cavités vis à vis d'un chargement cyclique, et de mettre en évidence l'effet de rochet de la porosité par une première analyse des résultats obtenus. Le matériau modèle en acier inoxydable de type 316L a été étudié à travers des essais monotones, une caractérisation post-mortem et une caractérisation *in-situ* avec interruption du chargement à la fin de demi-cycles de traction et aussi de compression. L'acier ferritique Tu42C a aussi été étudié par une méthode *in-situ*. La géométrie des éprouvettes a été indiquée précédemment figure 2.2.

### 2.2.1 Caractérisation post-mortem

Des tomographies par rayons X ont été menées sur plusieurs éprouvettes axisymétriques entaillées qui ont été chargées cycliquement à des niveaux différents. Le schéma de chargement retenu est présenté 2.15, l'essai ayant été mené sur une première éprouvette pour estimer le nombre de cycles avant rupture. Le comportement du matériau modèle, fabriqué par CIC en contrôlant la densité et l'homogénéité de la distribution des inclusions, est considéré suffisamment homogène pour supposer que l'ensemble des éprouvettes ont le même comportement. L'installation pour la réalisation des tomographies est présentée figure 2.16.

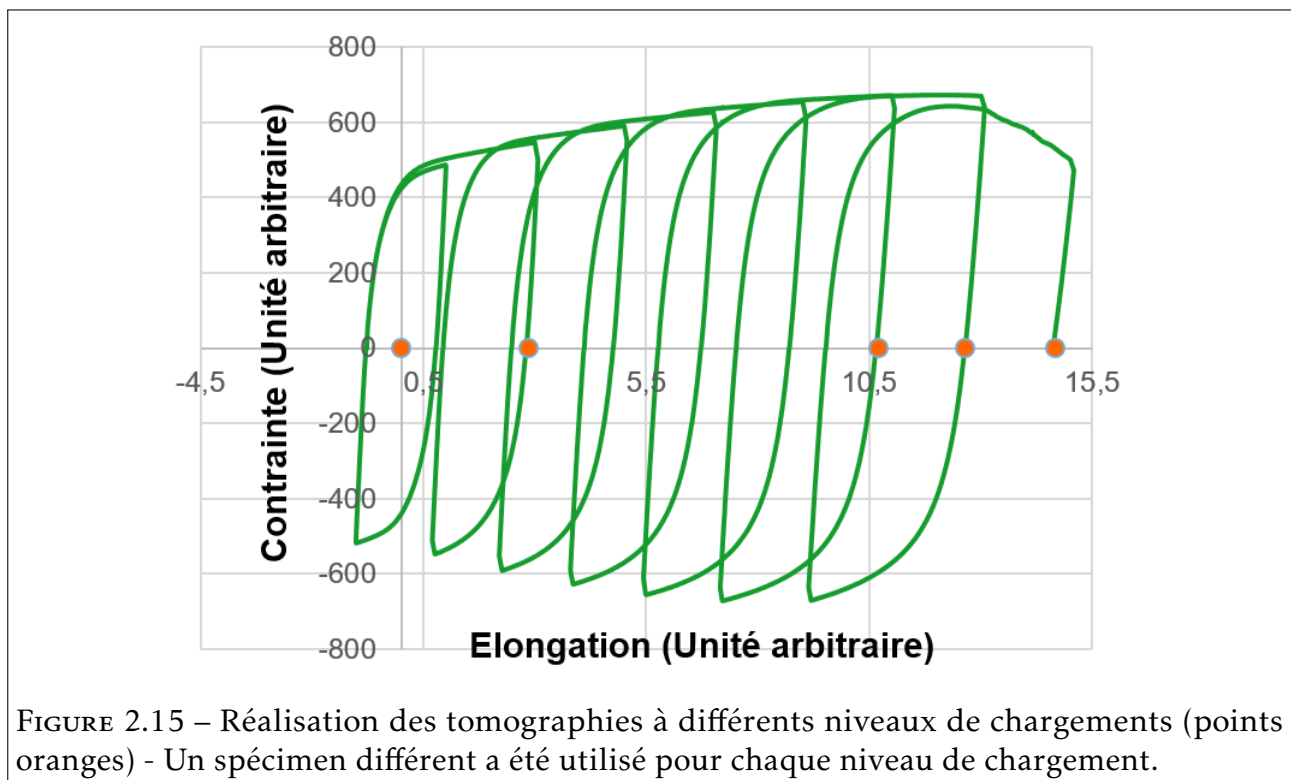


FIGURE 2.15 – Réalisation des tomographies à différents niveaux de chargements (points oranges) - Un spécimen différent a été utilisé pour chaque niveau de chargement.

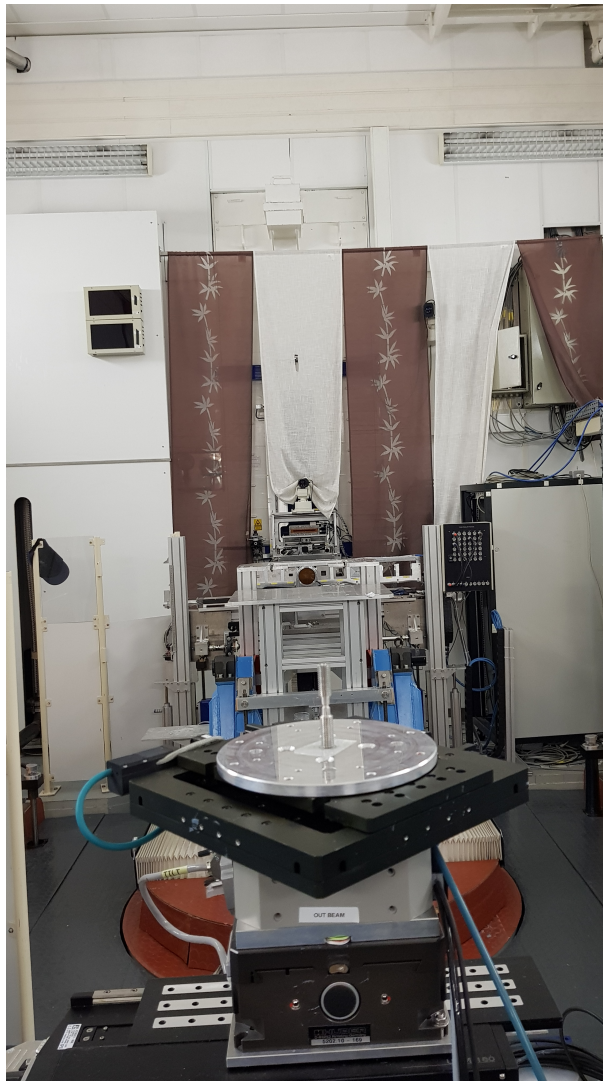


FIGURE 2.16 – Installation de la ligne ID17 de l'ESRF pour réalisation des tomographie par rayons X post-mortem.

D'autre part, un essai de traction monotone a été mené sur deux éprouvettes chargées jusqu'à une force donnée. La première éprouvette a été découpée afin de réaliser des macrographies et a été observée au microscope optique pour valider la pertinence de l'étude avant réalisation des tomographies, la seconde a été caractérisée par tomographie. Les résultats de ces essais de traction monotone sont présentés figure 2.17, la reproductibilité du comportement global de l'éprouvette y est montrée. Une macrographie réalisée sur l'une des éprouvettes est présentée figure 2.18 où l'on voit que la particule d'alumine a été rompue et la décohésion avec la matrice en acier inoxydable, bien que partielle, est bien observée.

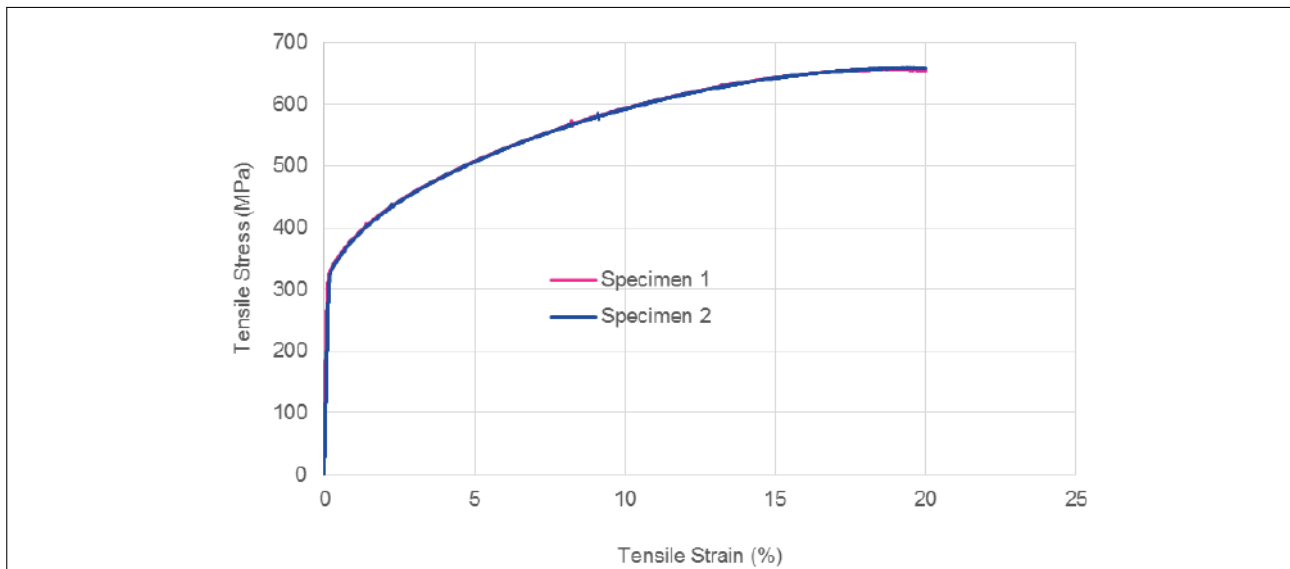


FIGURE 2.17 – Courbe contrainte - déformation de l'essai de traction uniaxiale de deux éprouvettes axisymétriques entaillées.

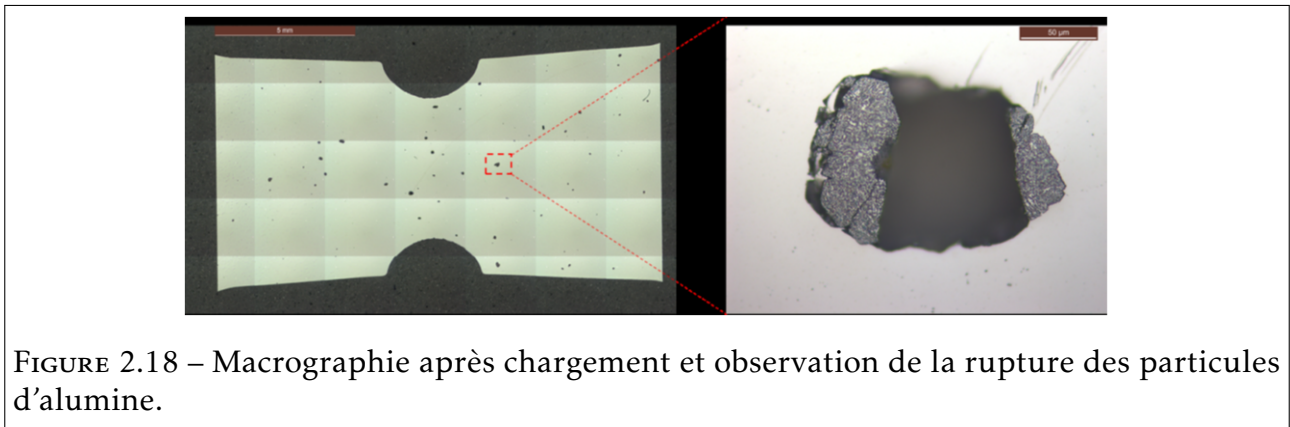


FIGURE 2.18 – Macrographie après chargement et observation de la rupture des particules d'alumine.

Le chargement appliqué et les tomographies réalisées (à chaque fois sur des éprouvettes différentes) sont présentés figure 2.15. Le trajet de chargement consiste en la répétition d'un demi-cycle de traction et d'un demi-cycle de compression selon le schéma suivant : un demi-cycle de traction est appliqué jusqu'à une déformation  $\epsilon_1$  et une force correspondante  $F_1$ , puis un demi-cycle de compression est appliqué jusqu'à une force  $RF_1$  où  $R$  est négatif, ensuite un demi-cycle de traction est appliqué jusqu'à une déformation  $\epsilon_2 = \epsilon_1 + \delta$  et une force correspondante  $F_2$  puis un demi-cycle de compression est appliqué jusqu'à une force  $RF_2$ , et ainsi de suite. Dans le cas précis du chargement présenté figure 2.15, les paramètres sont  $R = -1$  et  $\delta = 2\%$ .

Les différents niveaux de chargements testés sont les suivants :

- État de référence avant application d'un chargement
- Après 2 cycles : demi-cycle de traction jusqu'à 1% d'élongation, compression avec un rapport  $R = -1$ , demi-cycle de traction jusqu'à 3% d'élongation puis décharge.

Niveau de chargement	Porosité locale maximale (%)	Porosité globale (%)	Contrainte avant décharge élastique (MPa)
Après traction	0,67	0,43	660
Cycle 2	0,32	0,21	547
Cycle 6	0,54	0,48	672
Cycle 7	0,96	0,60	671
Cycle 8	2,4	12	502

TABLEAU 2.1 – Porosité locale et globale pour les différents niveaux de chargements atteints.

- Après 6 cycles : le schéma précédent est reproduit jusqu'à 11% d'élongation avant décharge
- Après 7 cycles : le schéma précédent est reproduit jusqu'à 13% d'élongation avant décharge
- Après 8 cycles : le schéma précédent est reproduit jusqu'à 15% d'élongation avant décharge (éprouvette proche de la rupture complète)

On s'est ainsi attaché à caractériser les cycles 6, 7 et 8 car l'éprouvette de référence a rompu au cours du 9e cycle. L'accent a donc été mis sur les derniers cycles pour étudier dans le détail le comportement des cavités avant rupture.

Pour chaque tomographie, la porosité globale (volumique) obtenue par intégration des fractions surfaciques de cavités et la porosité locale (fraction surfacique pour chaque coupe dans le volume) ont été déterminées sur une zone d'intérêt correspondant à un cylindre dont le diamètre correspond à la distance entre les entailles après 8 cycles et dont la hauteur correspond à la hauteur des entailles, les valeurs calculées sont synthétisées dans le tableau 2.1. Certaines coupes sont présentées figure 2.19 et figure 2.20.

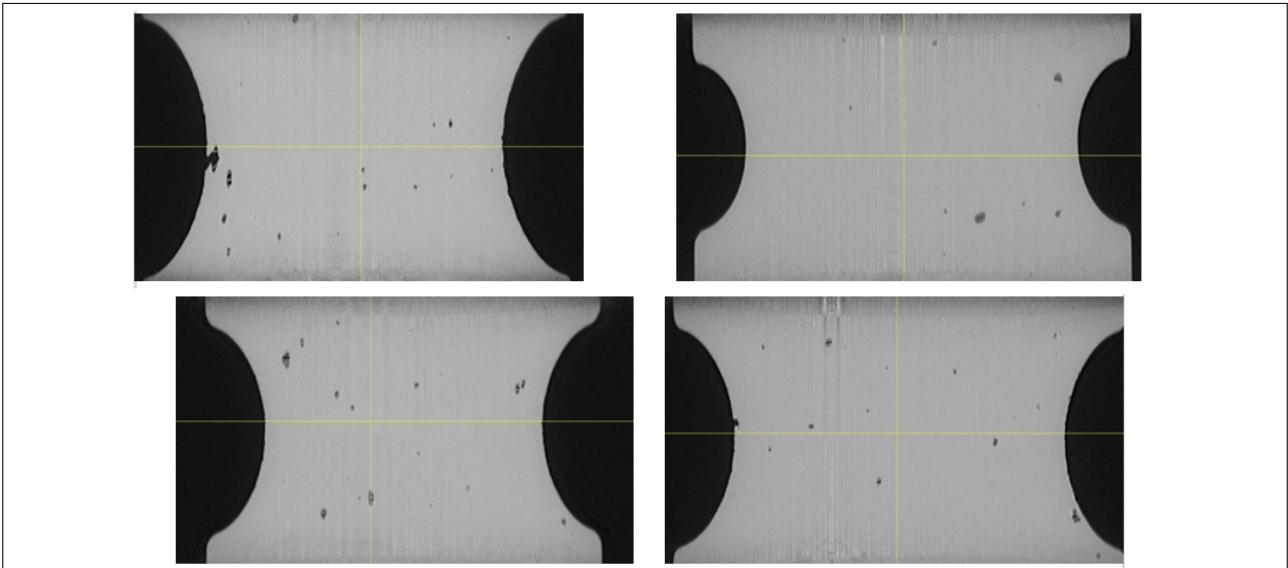


FIGURE 2.19 – Coupe 2D à différents niveaux de chargements - De gauche à droite : Après traction, au Cycle 2, au Cycle 6 et au Cycle 7.

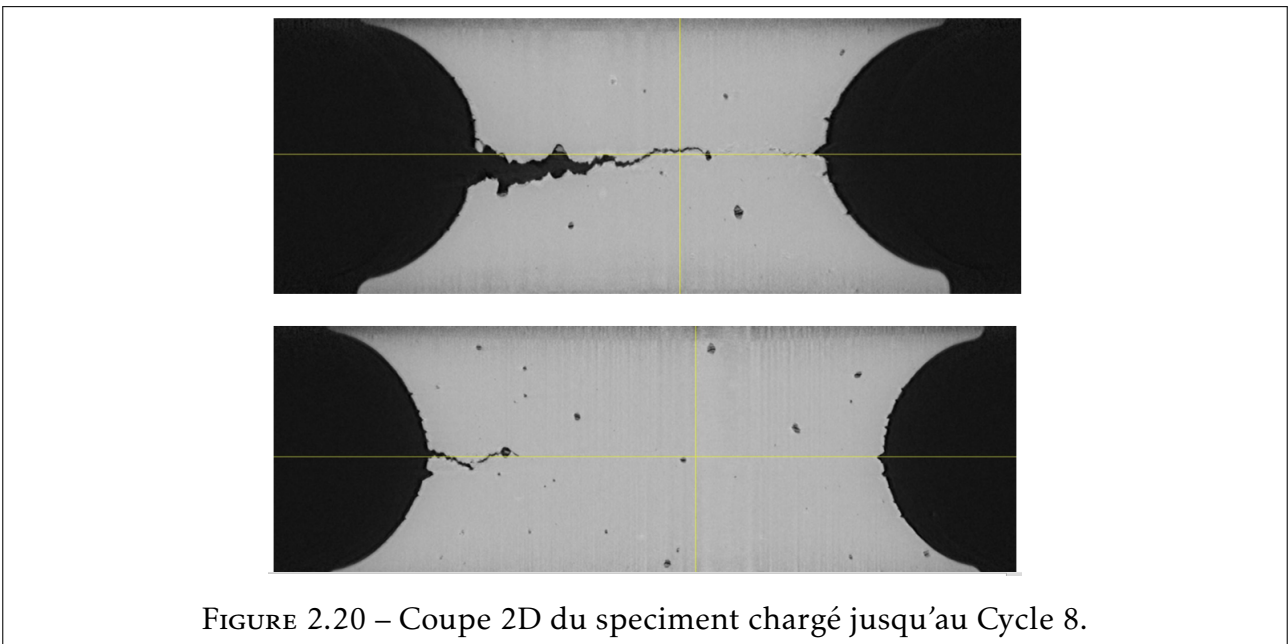


FIGURE 2.20 – Coupe 2D du spéciment chargé jusqu'au Cycle 8.

La caractérisation de la porosité après décharge ne permet pas de caractériser précisément le comportement des cavités soumises à une traction ou à une compression. La comparaison des valeurs obtenues avec celles obtenues sur l'essai de traction monotone semblent montrer une croissance plus rapide des porosités, cette observation ne pouvant être reliée directement au phénomène de rochet de la porosité, la triaxialité n'étant pas constante en valeur absolue dans l'éprouvette testée.

Un phénomène intéressant a été observé sur l'éprouvette proche de la rupture, il est présenté figure 2.21. En effet, le phénomène ici visible à l'oeil nu est confirmé sur la figure en 2D 2.20 et sur la reconstruction 3D figure 2.22 : la fissure semble avoir été initiée sur



la surface extérieure de l'entaille avant de se propager vers le centre de l'éprouvette. Cette observation traduit un phénomène qui n'est jamais observé pour un chargement monotone et pour les rayons d'entaille considérés pour lesquels la fissure est toujours initiée au centre de l'éprouvette (zone de triaxialité la plus élevée). Dans leurs travaux, PIRONDI, BONORA, STEGLICH, BROCKS et HELLMANN, 2006 ont testé plusieurs types d'éprouvettes dont des éprouvettes axisymétriques entaillées avec des rayons d'entailles de 2mm et de 10mm puis comparé les deux modèles : le modèle LPD de LEBLOND et al., 1995 et un modèle d'endommagement fondé sur les travaux de LEMAITRE, CHABOCHE et GERMAIN, 1985 et de PIRONDI et BONORA, 2003. Ainsi, ils mettent en évidence une compétition dans la rupture ductile cyclique entre l'accumulation de déformation plastique et les niveaux de triaxialité, compétition présente pour un petit rayon d'entaille comme par exemple un rayon d'entaille de 1mm ou de 2mm. Ils ont mis en évidence le fait que, quelque soit le jeu de paramètres pris en compte, le modèle LPD prédisait toujours la rupture au centre de l'éprouvette contrairement aux résultats des essais expérimentaux. Le modèle d'endommagement présenté permet d'arbitrer entre l'effet de l'accumulation de la déformation plastique et de la triaxialité, cependant des résultats moins satisfaisants sur la prédiction de la durée de vie de l'éprouvette sont obtenus.



FIGURE 2.21 – Cliché de l'éprouvette axisymétrique entaillée chargée jusqu'au Cycle 8 - La fissure en bord d'entaille est visible à l'oeil nu.

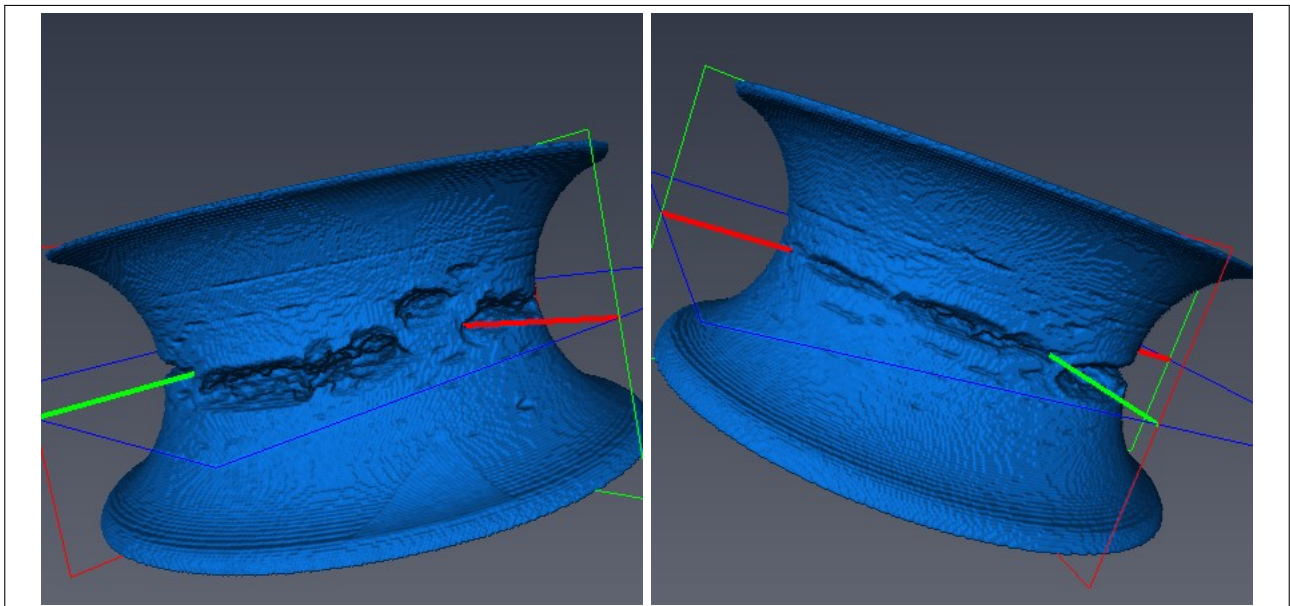


FIGURE 2.22 – Reconstruction 3D de l'éprouvette axisymétrique entaillée chargée jusqu'au Cycle 8 - Mise en évidence la fissure en bord d'entaille.

Ce résultat pour le modèle LPD est peu surprenant. En effet, comme précisé dans la Partie II, la grande majorité des modèles d'approches locales de la rupture ductile, dont le modèle LPD, sont inspirés par le modèle de GURSON, 1977 pour lequel la croissance des cavités est dépendante de manière prépondérante de la valeur de la triaxialité pour les rayons d'entailles considérées. Or, dans une éprouvette axisymétrique entaillée, la triaxialité est maximale en valeur absolue au centre de l'éprouvette, ce qui explique les prédictions du modèle indépendamment du chargement.

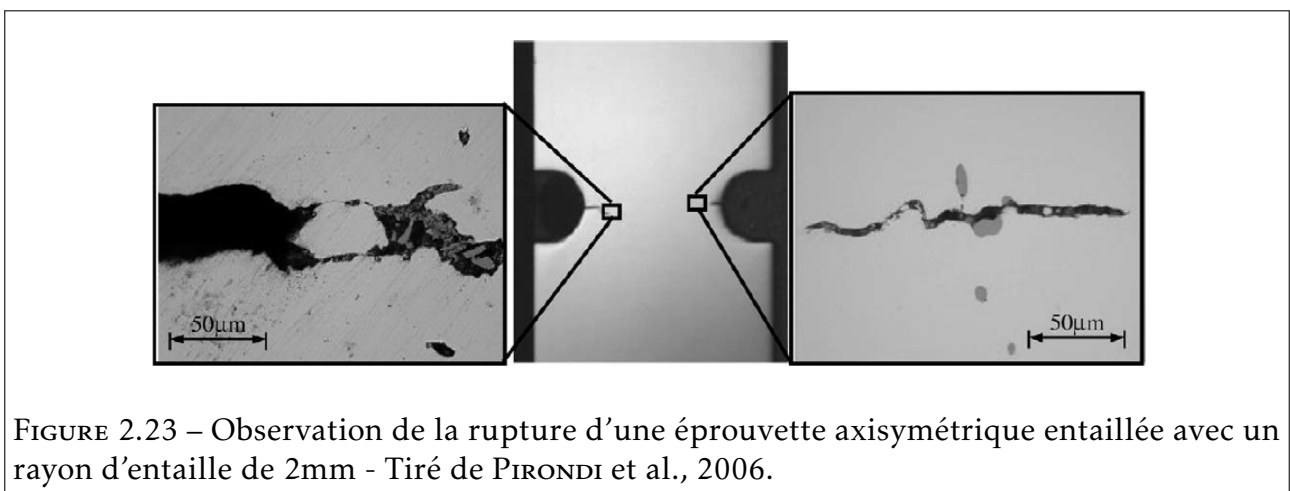


FIGURE 2.23 – Observation de la rupture d'une éprouvette axisymétrique entaillée avec un rayon d'entaille de 2mm - Tiré de PIRONDI et al., 2006.

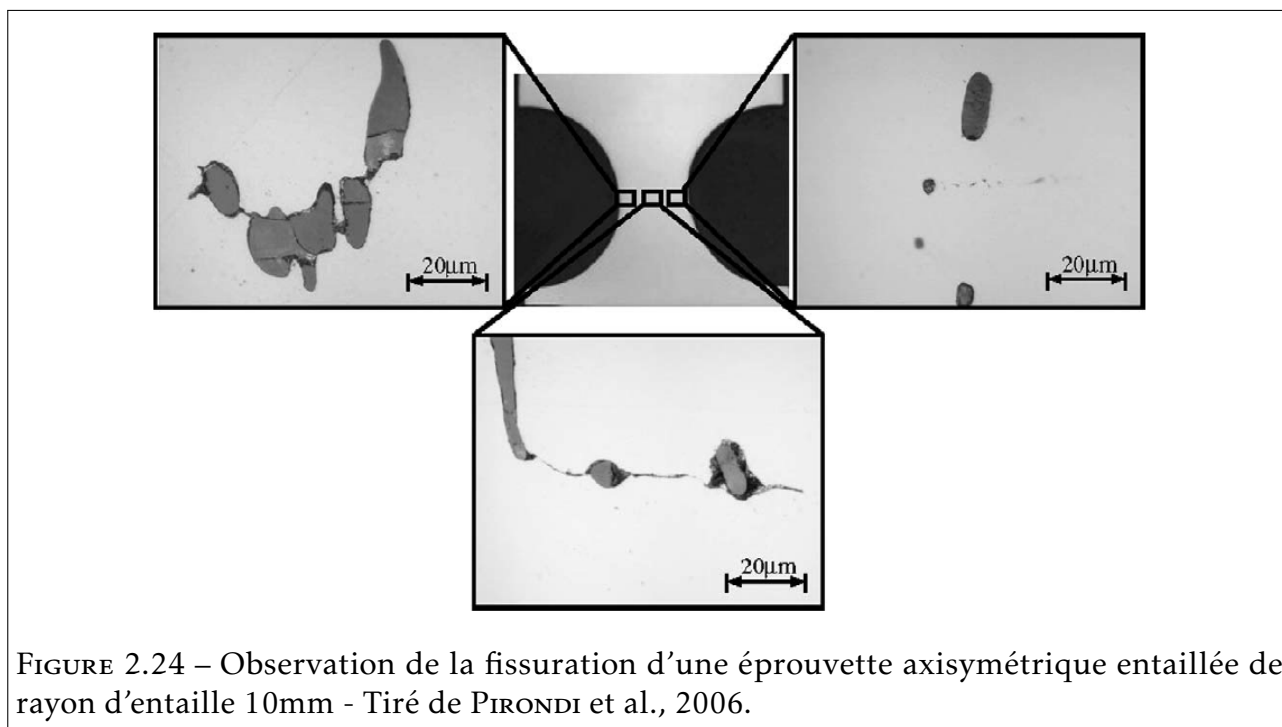


FIGURE 2.24 – Observation de la fissuration d’une éprouvette axisymétrique entaillée de rayon d’entaille 10mm - Tiré de PIRONDI et al., 2006.

Pour pouvoir observer plus précisément le comportement des cavités en traction, et surtout en compression, une caractérisation *in-situ* avec interruption de chargement a été conduite sur une éprouvette axisymétrique entaillée prélevée dans le matériau modèle, dont les résultats pourront être comparés avec ceux obtenus ici, et aussi sur une éprouvette axisymétrique entaillée en Tu42C. L’objectif de ce programme de caractérisation *in-situ* est de collecter les données nécessaires à l’étude du comportement des cavités soumises à un chargement cyclique, notamment lors des phases de compression complètes, et mettre en évidence de manière fine l’effet du chargement cyclique sur le comportement des cavités, idéalement en mettant en évidence l’effet de rochet de la porosité.

### 2.2.2 Caractérisation *in-situ* avec interruption du chargement

Le chargement appliqué pour les tomographies *in-situ* est le même que précédemment à la différence que le chargement est interrompu à la fin des demi-cycles de traction ou de compression que l’on vise à caractériser. La machine de traction/compression retenue n’étant pilotable qu’en force, le chargement retenu a été déterminé à partir d’essais préalables pris comme référence. La pertinence de ce choix a été validée lors du dépouillement des déformations effectivement appliquées aux éprouvettes, le comportement global de l’acier inoxydable et de l’acier ferritique étant reproductible.

Le chargement de référence appliqué à l’acier ferritique est présenté figure 2.25.

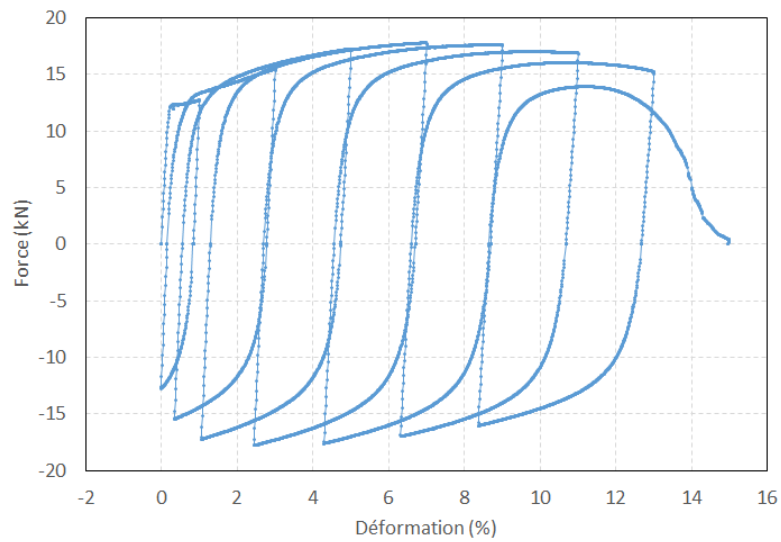


FIGURE 2.25 – Essai de référence pour une éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique Tu42C.

Le dispositif d'essai et un cliché du logiciel d'acquisition/pilotage sont présentés figures 2.26 et 2.27.

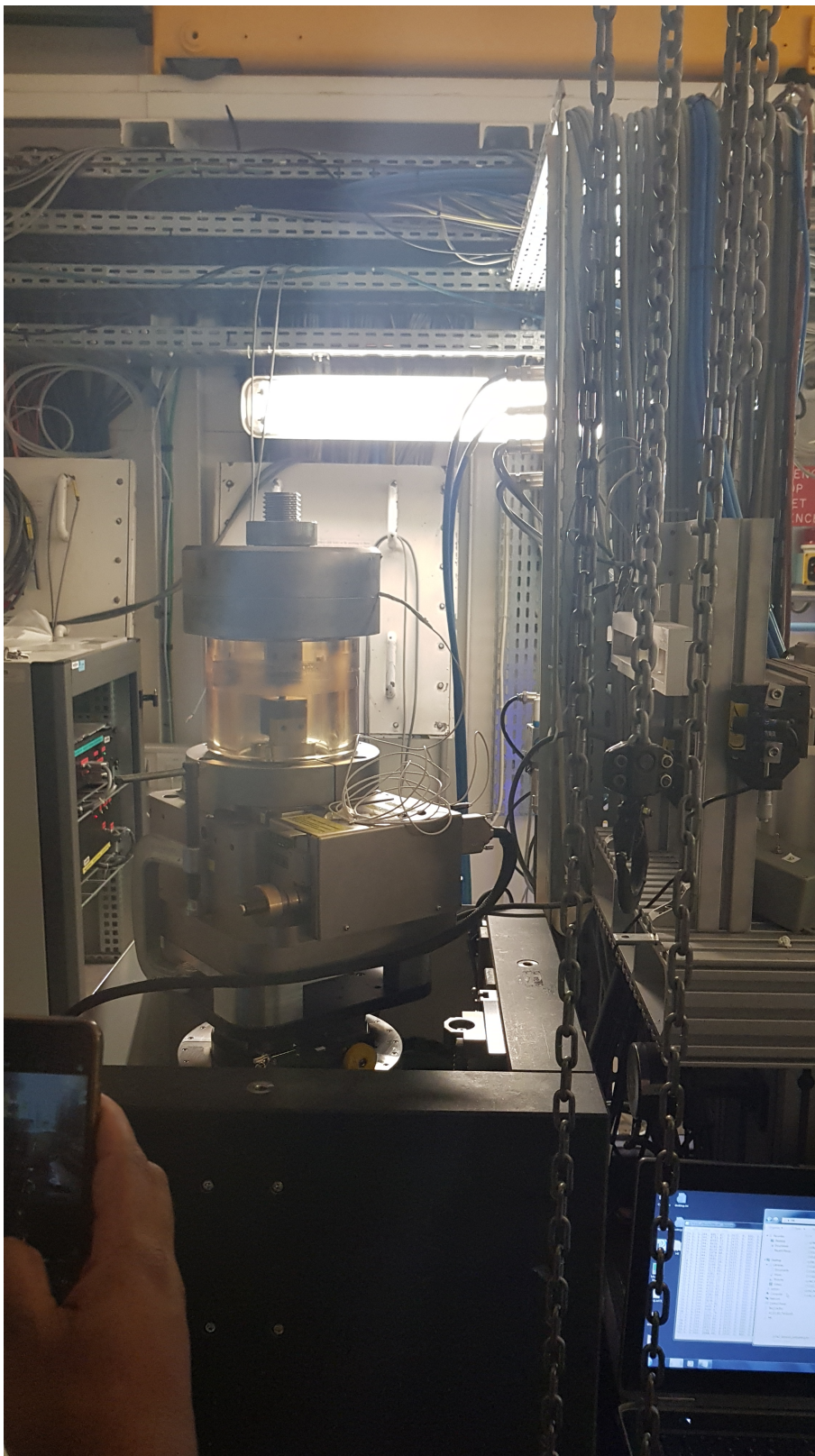


FIGURE 2.26 – Dispositif d'essai pour la réalisation des tomographies *in-situ*.

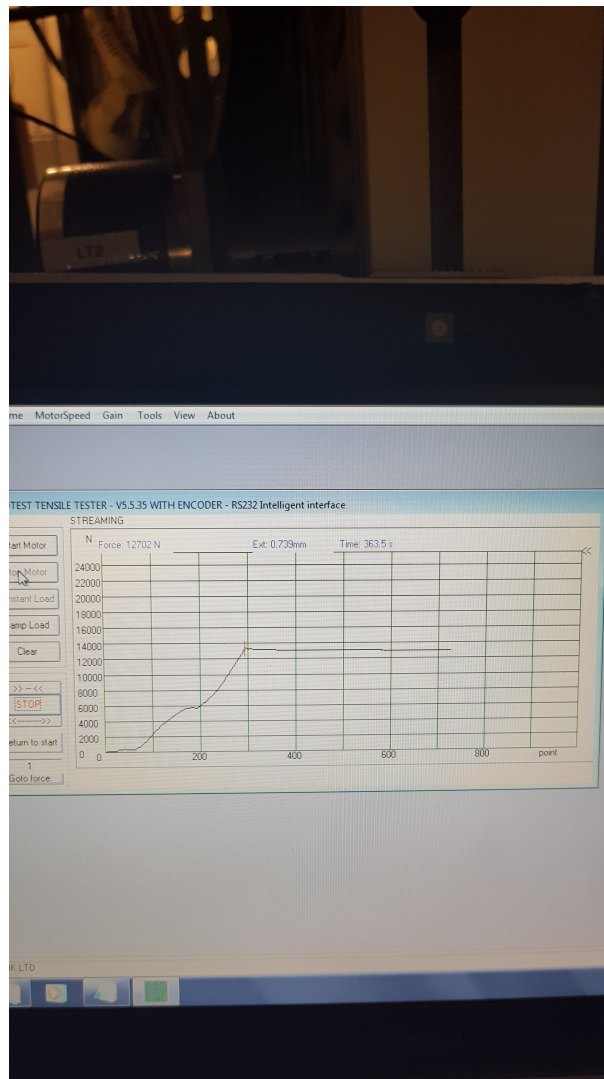


FIGURE 2.27 – Cliché du logiciel d'acquisition/pilotage.

### Éprouvettes en acier inoxydable de type 316L

L'analyse des images nous permet de quantifier qualitativement la germination, la croissance et la coalescence des cavités. Les reconstructions 3D des données acquises par tomographie par rayons X sur les éprouvettes en acier inoxydable 316L sont présentées figures 2.28 et 2.29. L'analyse des volumes de cavités de l'état de référence nous permet de caractériser la porosité initiale dans l'éprouvette qui est :  $f_0 = 1,5 \cdot 10^{-3}$ . Valeur cohérente avec les analyses en deux dimensions préalablement réalisées.

Les différents niveaux de chargement testés pour l'éprouvette axisymétrique entaillée sont indiqués figure 2.30. Les zones de maintien en force sont celles pour lesquelles une tomographie a été réalisée. La valeur de contraction surfacique au cours des cycles, calculée à partir de la section minimale de l'éprouvette, est indiquée figure 2.31.

Enfin, la zone d'étude du comportement des cavités, de dimensions et de position fixées

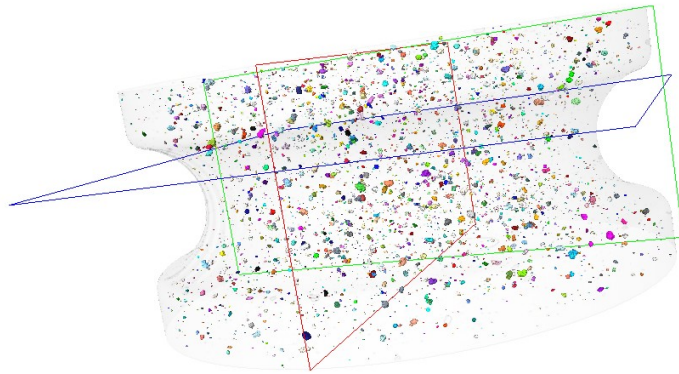


FIGURE 2.28 – Acier Inoxydable 316L - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée à l'état initial.

indépendamment du chargement, est précisée figure 2.32. Le volume de matière dans la zone d'étude est donc moins important pour les demi-cycles de traction et plus important pour les demi-cycles de compression.

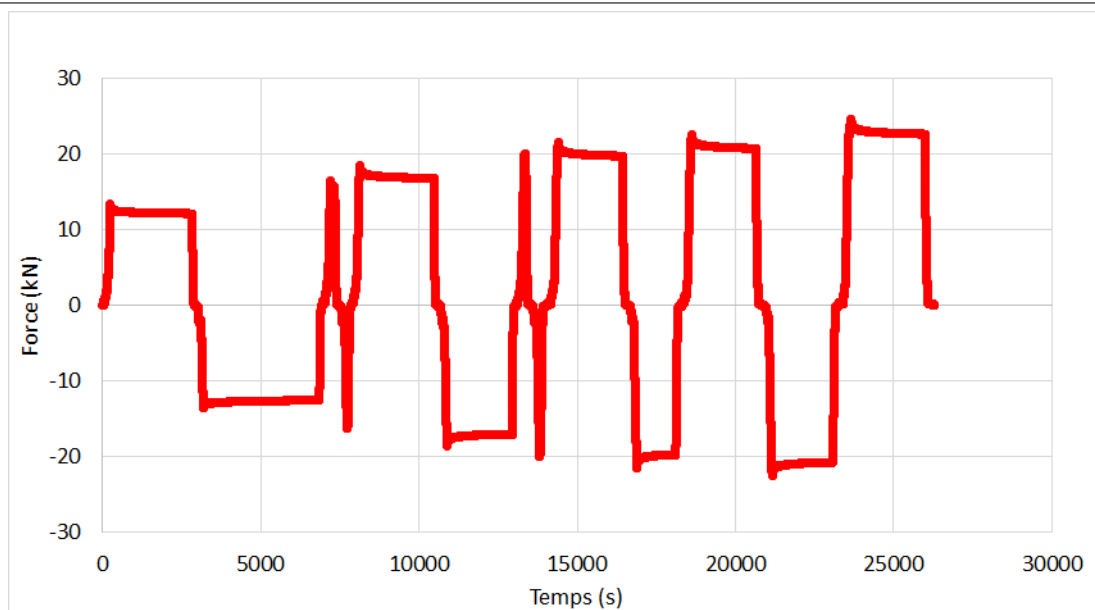


FIGURE 2.30 – Chargement en force appliqué sur l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier inoxydable lors de la tomographie *in-situ*.



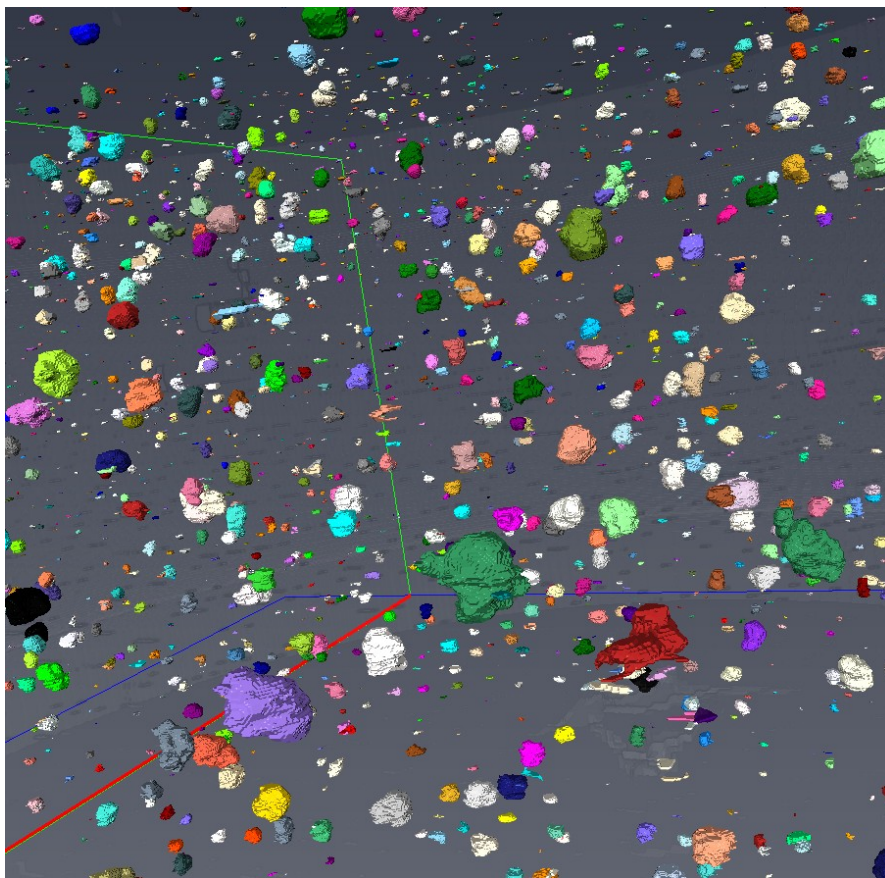
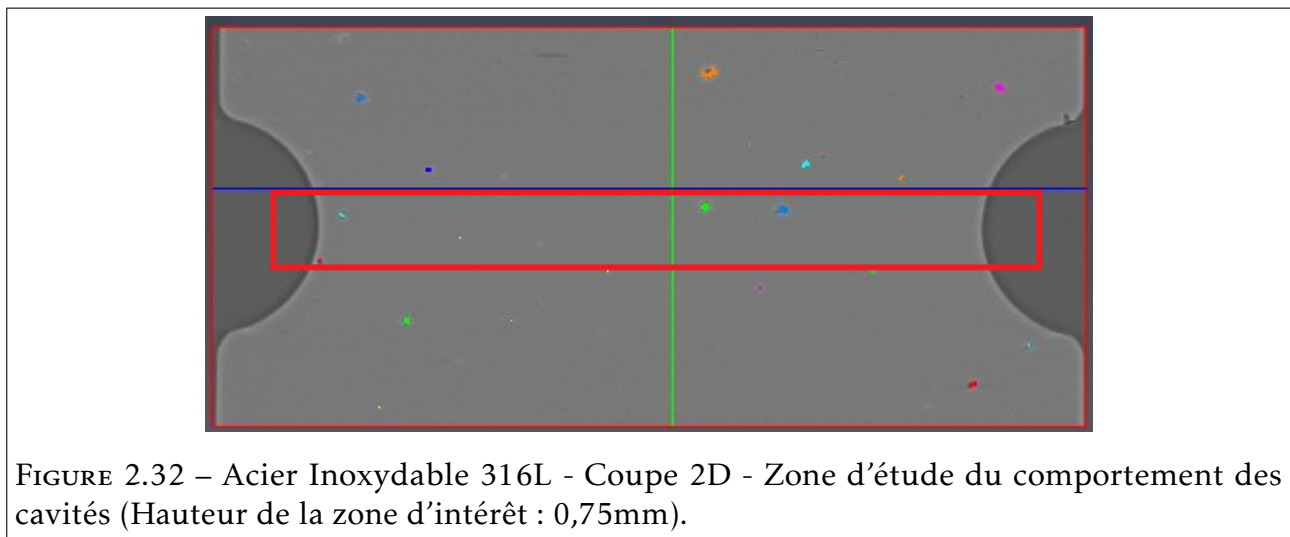
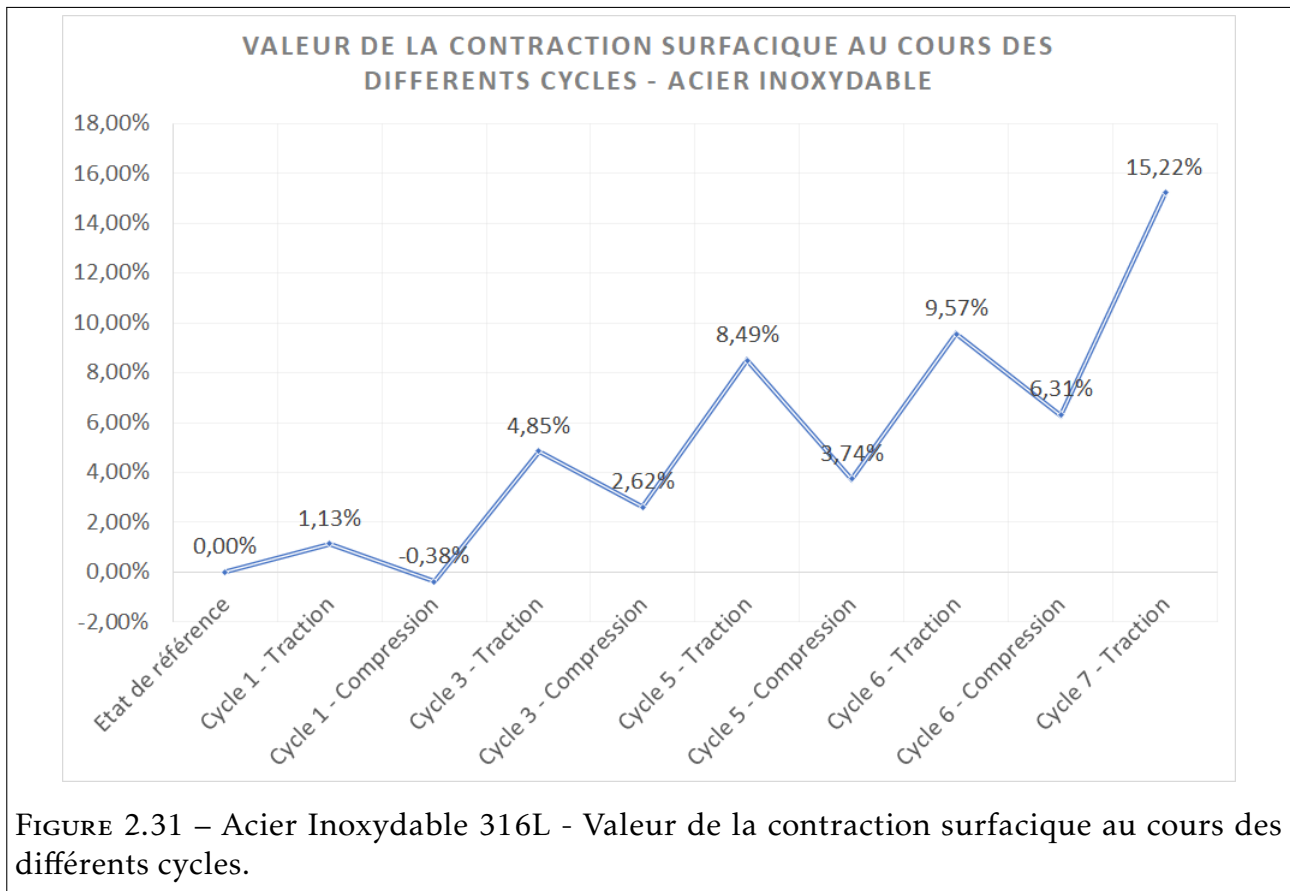


FIGURE 2.29 – Acier Inoxydable 316L - Formes des cavités.



Afin de caractériser la croissance globale des cavités, le nombre de cavités changeant régulièrement au cours des cycles du fait de la germination en traction et de la refermeture des petites cavités (sous le seuil de détection) en compression, une étude du diamètre équivalent sur les  $N$  cavités les plus grosses est menée. Nous présentons figure 2.33, l'évolution des  $N = 20$  et des  $N = 50$  plus grosses cavités en fonction de la contraction surfacique; évolution comparé avec le diamètre équivalent moyen de l'ensemble des cavités retenues.

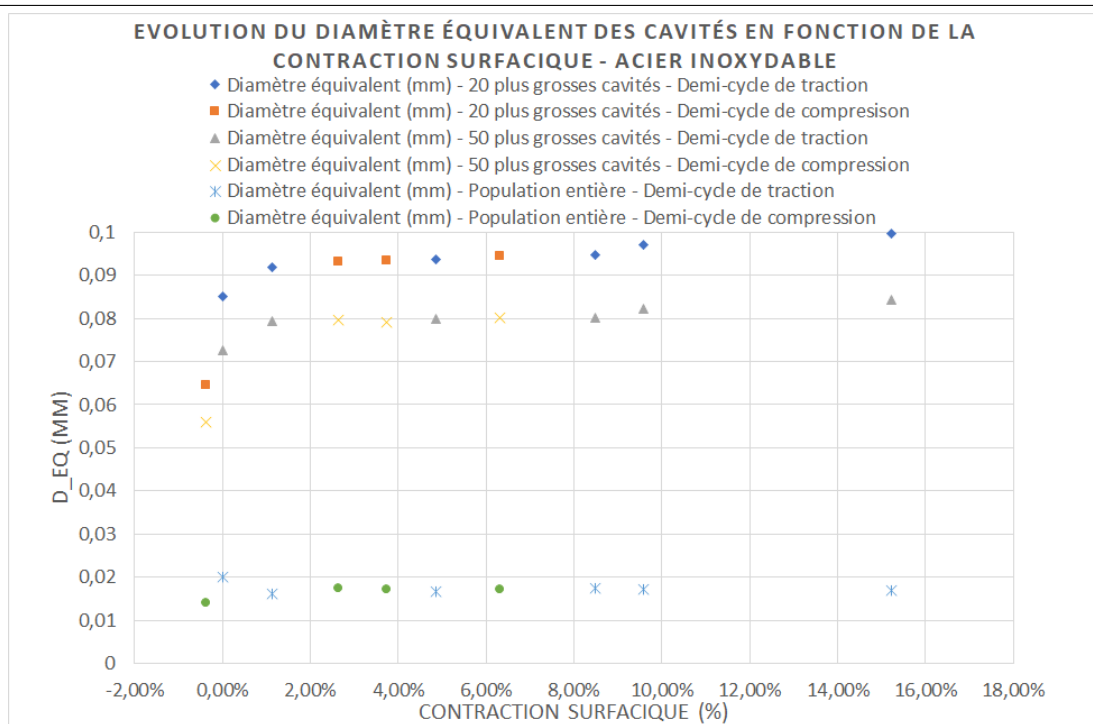


FIGURE 2.33 – Acier Inoxydable 316L - Évolution du diamètre équivalent des 20 plus grosses cavités, des 50 plus grosses cavités et de l'ensemble des cavités dans la zone d'intérêt.

En moyenne, le diamètre équivalent moyen des cavités les plus grosses se comporte comme attendu. Ce dernier augmente au cours des cycles et pour un même cycle, celui est plus important à la fin du demi-cycle de traction. Une anomalie est néanmoins relevée à la compression réalisée au troisième cycle pour laquelle le diamètre équivalent calculé pour l'ensemble de la population est le plus important de l'analyse, le diamètre équivalent des plus grosses cavités est aussi très proche de celui calculé pour le demi-cycle de traction qui le précédait. Ces différences s'expliquent par le fait que la compression à ce niveau de chargement, pour lequel la germination se produit, a permis de réduire le volume des cavités les plus petites et donc de réduire le nombre de cavités dont la taille est au-dessus du seuil de détection, ainsi seules les cavités les plus grosses sont détectées ce qui augmente la moyenne calculée. En effet, au troisième cycle, 3975 cavités sont au dessus du seuil de détection alors qu'en compression 3494 cavités sont détectées. D'autre part, les diamètres équivalents calculés sont bien cohérents avec les tailles de cavités observées par macrographie dans le cadre des essais *post-mortem*. Le diamètre équivalent moyen de la population totale des cavités reste constant du fait de la germination de nouvelles cavités. Une légère accélération est observée entre les deux derniers cycles de traction ce qui traduit le début de la coalescence. L'arrêt de l'essai à ce cycle, choisi afin d'éviter la rupture de l'éprouvette, ne permet pas de confirmer cette tendance uniquement sur la base de cette figure. Cette analyse globale de la taille des cavités permet de montrer l'augmentation de la taille des cavités ainsi que la germination de plus en plus importante de cavités au cours du chargement. Cette analyse

globale est affinée par l'observation de la distribution du nombre de cavités en fonction de leur taille.

L'analyse de la distribution des tailles de cavités au cours des cycles, présentée figure 2.34 amène plusieurs remarques :

- Les cavités les plus grosses sont plus nombreuses dans les cycles de traction, et leur nombre est croissant avec le nombre de cycles,
- L'augmentation globale du nombre de cavités de petites tailles en traction montrent le phénomène de germination de plus en plus important au cours des cycles,
- Lors des demi-cycles de compression deux phénomènes se produisent : les cavités les plus petites rétrécissent, voire passent sous le seuil de détection fixée, et ne sont plus prises en compte dans la distribution et les cavités plus grandes, rétrécissant elles aussi, viennent changer de classe de taille dans la distribution. Ainsi, même si le nombre de cavités de petites tailles semble constant entre les cycles de traction et les cycles de compression, ce ne sont pas les mêmes cavités qui sont comptabilisées dans ces différentes classes. L'écart du nombre de cavités détectées entre les différents cycles permet de s'en convaincre.
- Le nombre de cavités de très grandes tailles est relativement constant au cours des cycles, principalement car la coalescence dans la zone d'étude n'est pas très avancée.

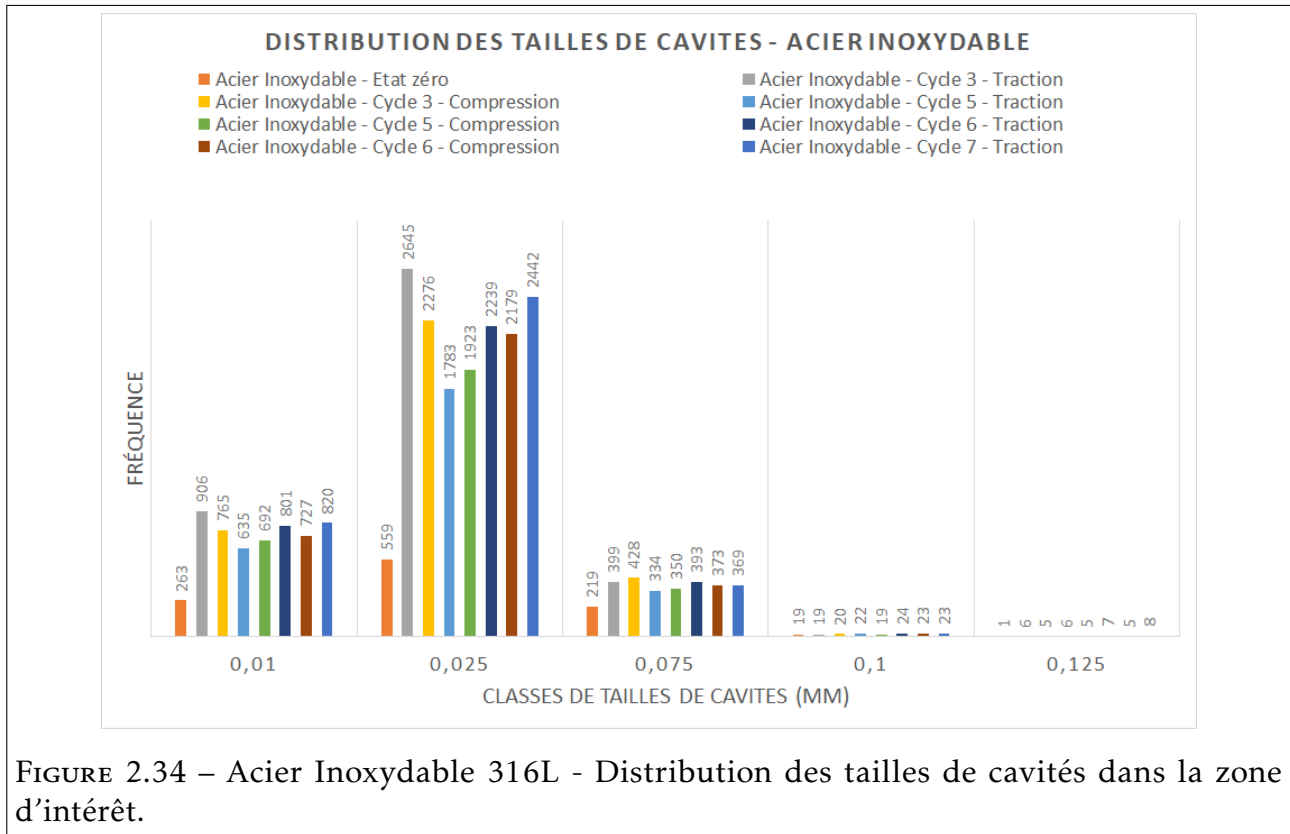


FIGURE 2.34 – Acier Inoxydable 316L - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt.

La coalescence, dont l'analyse des tailles de cavités a montré qu'elle était peu avancée dans l'éprouvette, peut-être globalement caractérisée dans l'éprouvette à travers la distance

$\lambda_{moyen}$  entre les cavités. Ce paramètre, représentatif de la distance moyenne entre les cavités, est calculé en faisant l'hypothèse que les cavités sont distribuées de manière homogène dans le volume étudié (hypothèse discutable pour l'acier ferritique Tu42C mais pertinente pour l'acier inoxydable étant donné la différence de procédés dans l'élaboration de ces deux matériaux). Dans ce cadre, cette valeur est définie à travers la densité (ici en  $m^3$ ) de particules  $N$  et le diamètre équivalent  $D_{eq}$  par :

$$\lambda_{moyen} = \frac{1}{N^{\frac{1}{3}}} - D_{eq} \quad (2.2)$$

L'évolution de ce paramètre en fonction de la contraction surfacique est présentée figure 2.35.

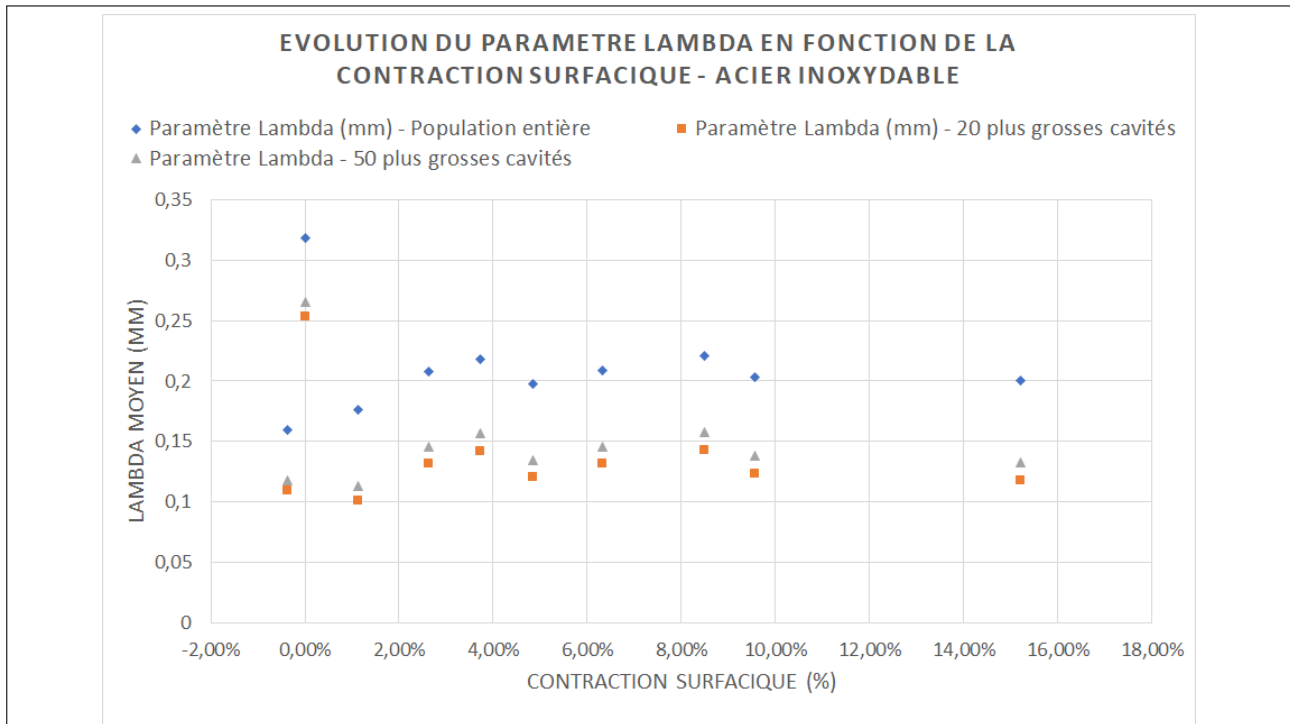


FIGURE 2.35 – Acier Inoxydable 316L - Evolution du paramètre  $\lambda_{moyen}$  pour les 20 plus grosses cavités, pour les 50 plus grosses cavités et pour l'ensemble des cavités de la zone d'intérêt.

Les valeurs calculées de  $\lambda_{moyen}$  montrent que la coalescence ne s'est globalement pas produite. En effet, la valeur moyenne de la distance minimale entre cavités, correspondant à la prise en compte des 20 plus grosses cavités seulement, est supérieure à  $100\mu m$ . Néanmoins, le paramètre étudié est un indicateur générale de la coalescence des cavités dans la zone d'étude mais ne permet pas d'avoir d'informations sur des coalescences locales. Pour cela, une analyse similaire devrait être conduite sur des groupes de cavités voisines afin de déterminer une grandeur  $\lambda_{local}$ . Cette analyse n'a pas été menée dans le cadre de ces travaux, dont l'analyse des données acquises a été limitée par les ressources informatiques disponibles.

Enfin, la distribution des tailles de cavités au cours des cycles de traction est comparée à celle des cavités obtenue lors de l'essai de traction monotone figure 2.36 pour lequel le niveau de contraction surfacique atteint est de 43% (pour la comparaison, l'état de référence a été arbitrairement considéré identique aux deux éprouvettes, ce qui est une hypothèse raisonnable étant donné le procédé de fabrication du matériau). Comme décrit précédemment, la germination est bien plus importante pour un chargement cyclique que pour un chargement monotone, néanmoins il n'y a pas d'impact sur les tailles de cavités constatées pour ces niveaux de chargement. En effet, la distribution des cavités montrent que les cavités d'une taille supérieure à 25µm sont en nombre comparable (même si ce nombre est légèrement supérieur dans le cas d'un chargement cyclique) alors que le nombre de cavités de taille inférieure à 25µm est bien plus important et augmente fortement au cours des cycles.

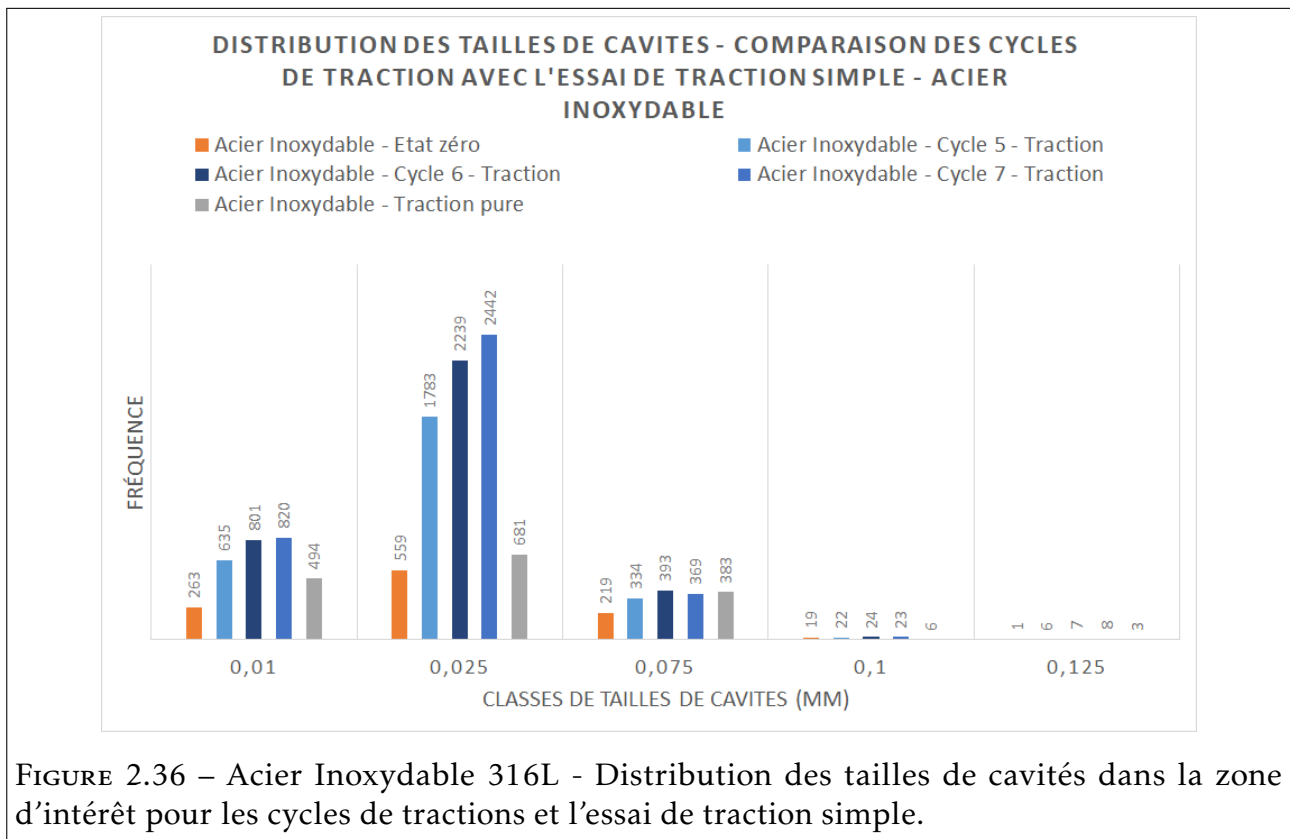


FIGURE 2.36 – Acier Inoxydable 316L - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt pour les cycles de tractions et l'essai de traction simple.

### Eprouvettes en acier ferritique Tu42C

Le même type d'analyse est reconduite sur l'acier ferritique Tu42C. Malheureusement, pour ce matériau, l'absence d'essai de traction monotone sous tomographie ne permet pas de réaliser les mêmes comparaisons que celles réalisées pour l'acier inoxydable. Néanmoins, l'analyse sur l'éprouvette axisymétrique entaillée chargée cycliquement permet de comparer les résultats avec ceux obtenus avec l'acier inoxydable 316L.

La figure 2.37 présente la reconstruction 3D des données acquises pour l'acier ferritique. Deux inclusions, dont la forme allongée suggère un sulfure de manganèse, de taille très

supérieures au reste de la population sont identifiées figure 2.38. Une seule de ces deux inclusions se trouve (partiellement) dans la zone d'intérêt présentée figure 2.39. D'autre part, un artefact apparaît dans la reconstruction 3D aux bases des entailles, la zone d'étude étant limitée et centrée sur l'éprouvette, ces artefacts ne sont pas de nature à perturber l'analyse. Enfin, la reconstruction 3D au cinquième cycle de traction est présentée figure 2.40.

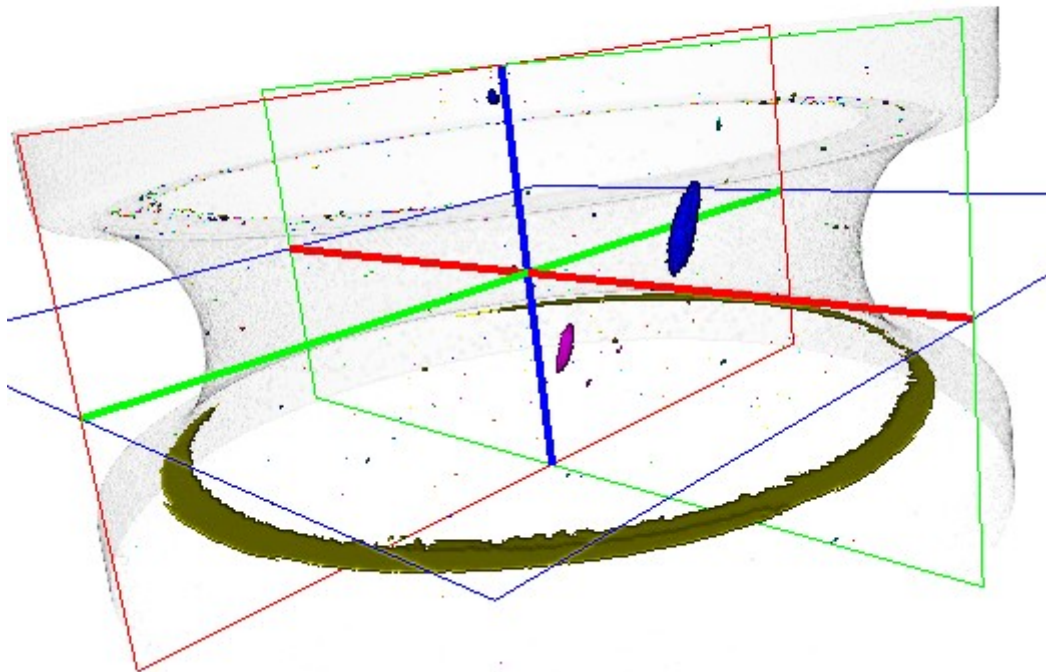
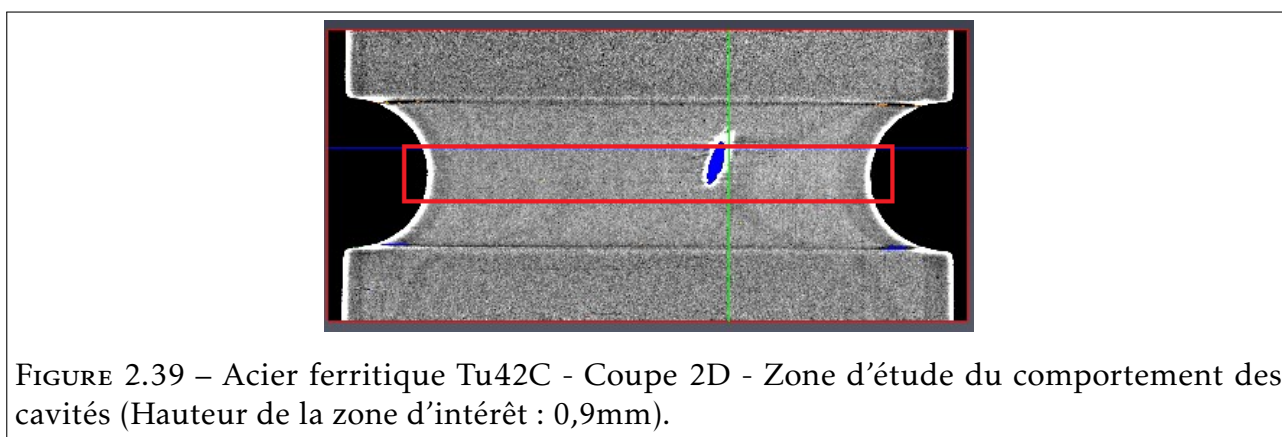
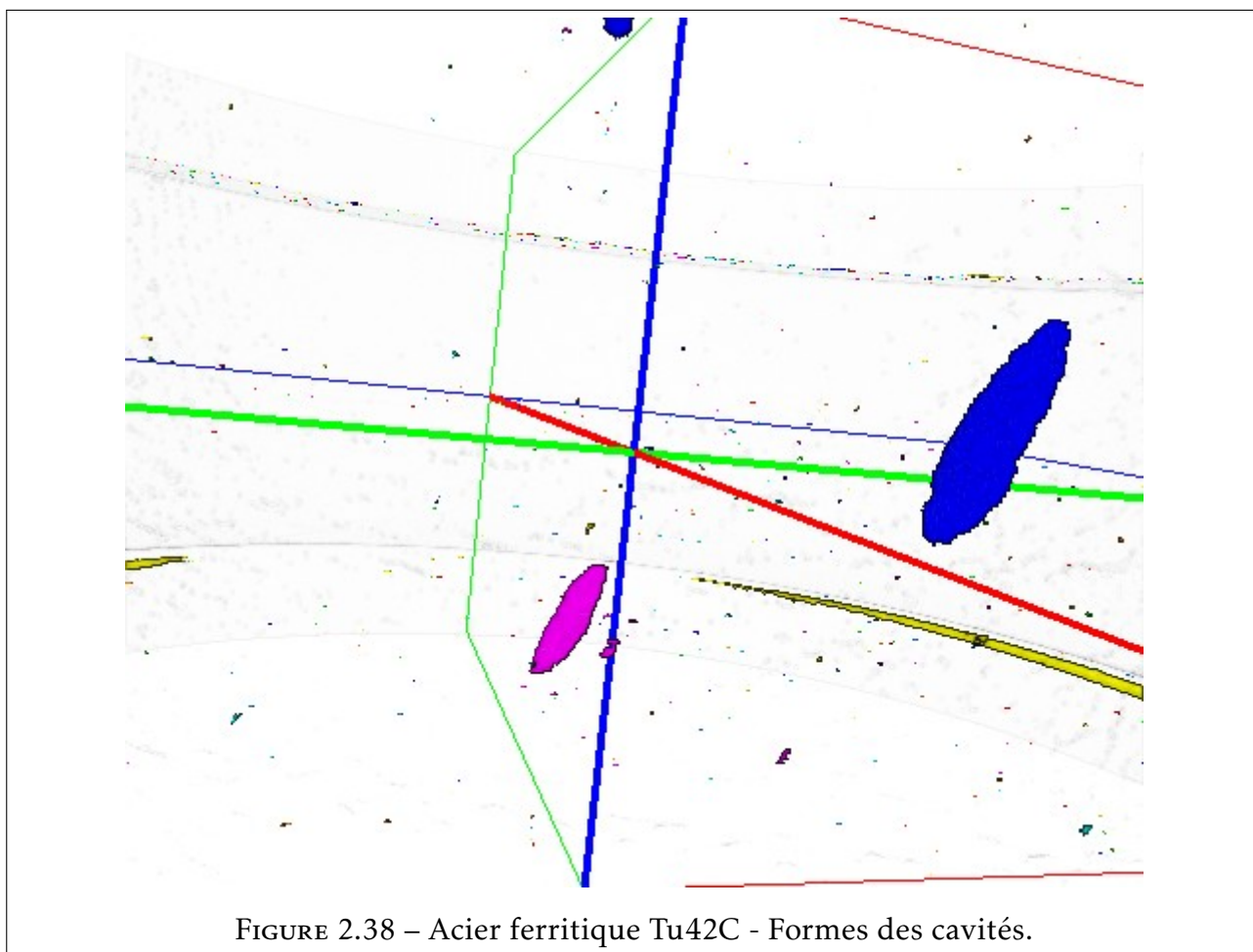


FIGURE 2.37 – Acier Ferritique Tu42C - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée à l'état initial.





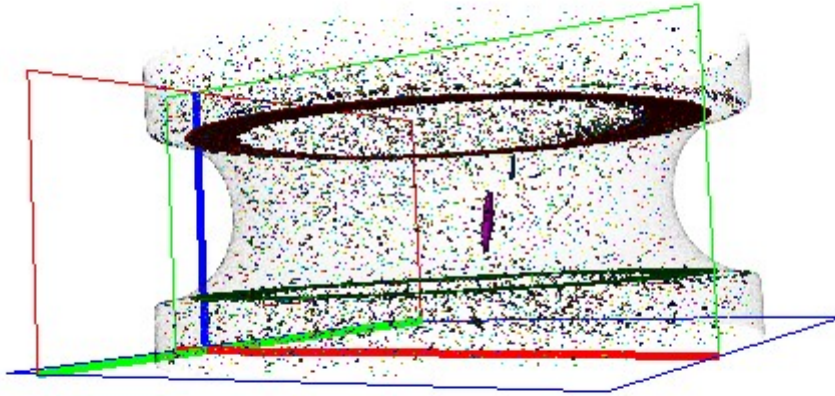


FIGURE 2.40 – Acier ferritique Tu42C - Reconstruction 3D de l'ensemble de la zone scannée au cinquième cycle en traction.

Les valeurs de contraction surfaciques atteintes au cours des cycles sont présentées figure 2.41 et les différents niveaux de chargements testés pour l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique Tu42C sont indiqués figure 2.42. Les zones de maintien en force sont celles pour lesquelles une tomographie a été réalisée. Les contraintes de temps à l'ESRF ont conduit à caractériser uniquement 5 états, incluant l'état de référence, pour l'acier ferritique (contrairement à l'acier inoxydable dont l'ensemble des cycles d'intérêts ont été tomographiés).

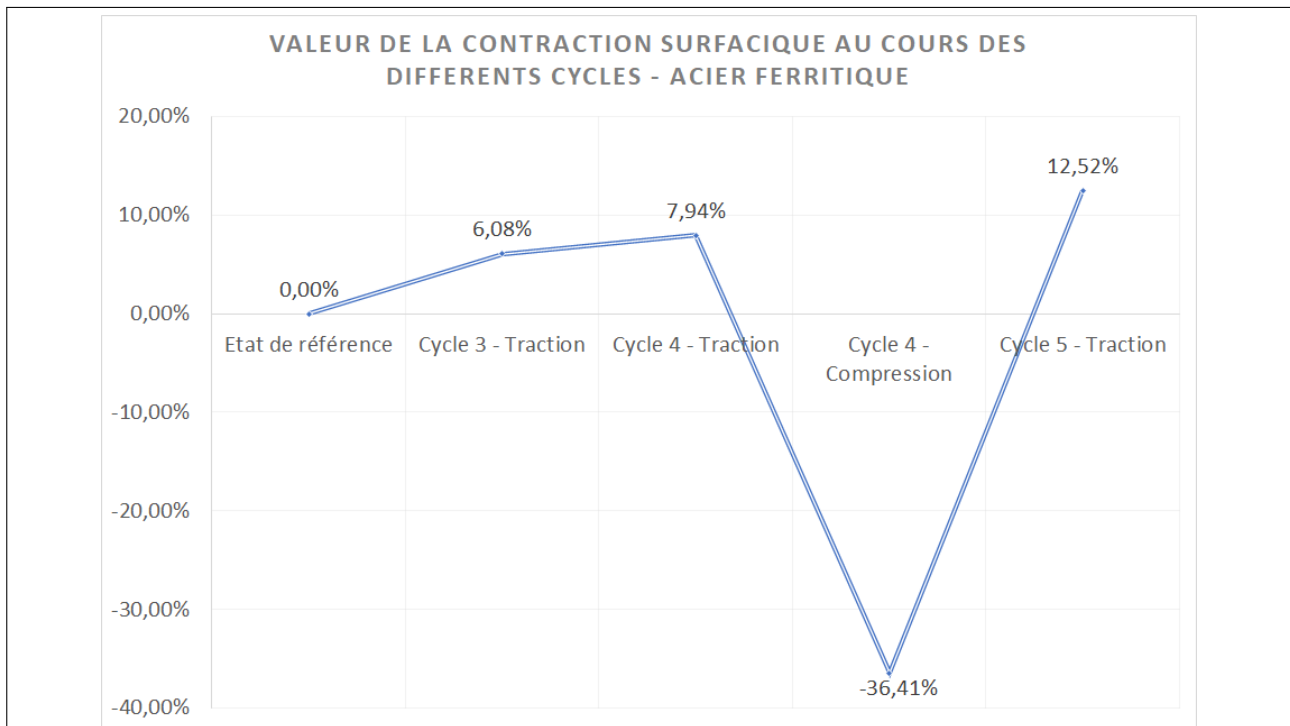


FIGURE 2.41 – Acier ferritique Tu42C - Valeur de la contraction surfacique au cours des différents cycles.

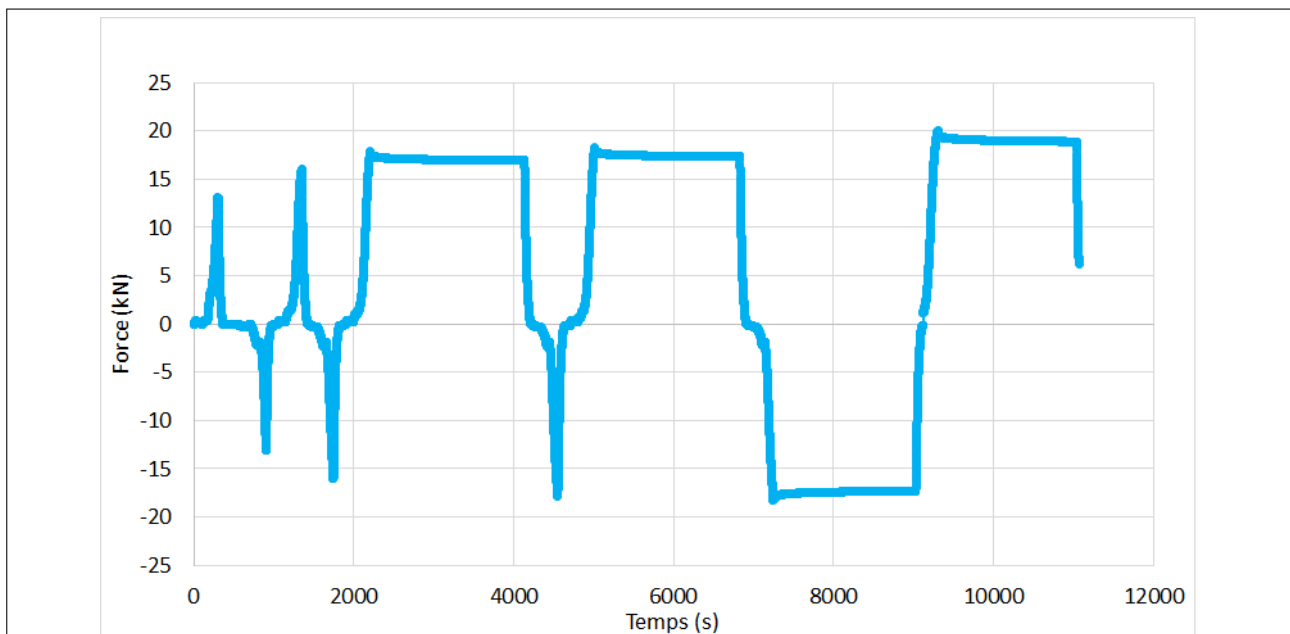


FIGURE 2.42 – Chargement en force appliqué sur l'éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique lors de la tomographie *in-situ*.

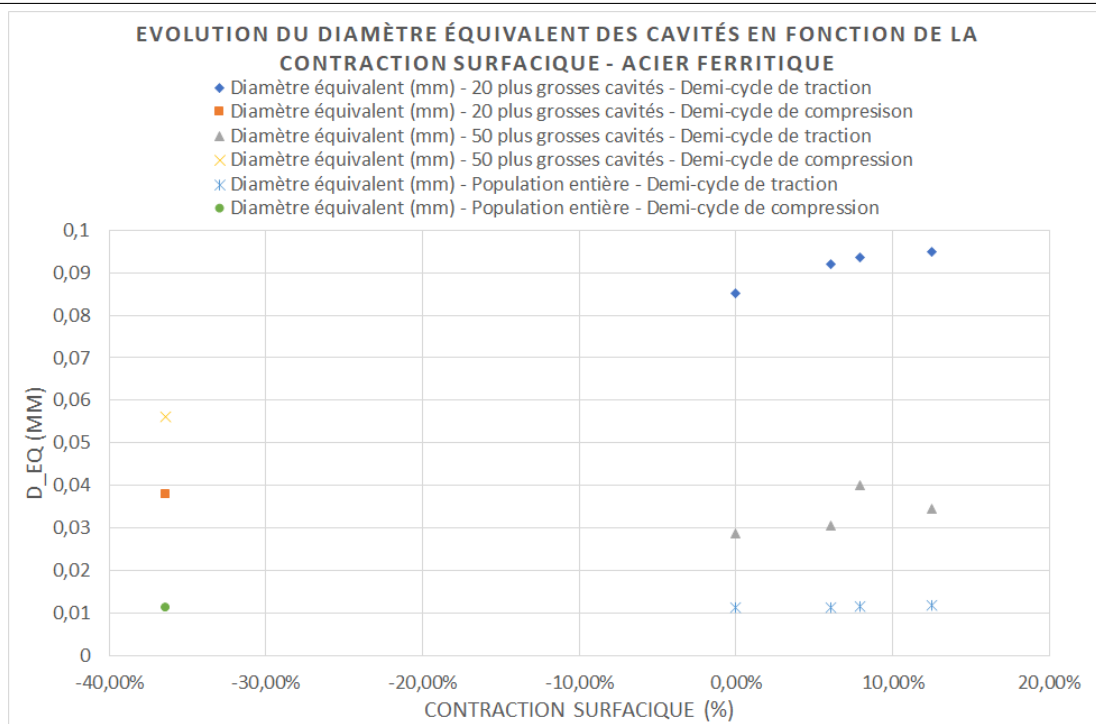


FIGURE 2.43 – Acier ferritique Tu42C - Évolution du diamètre équivalent des 20 plus grosses cavités, des 50 plus grosses cavités et de l'ensemble des cavités dans la zone d'intérêt.

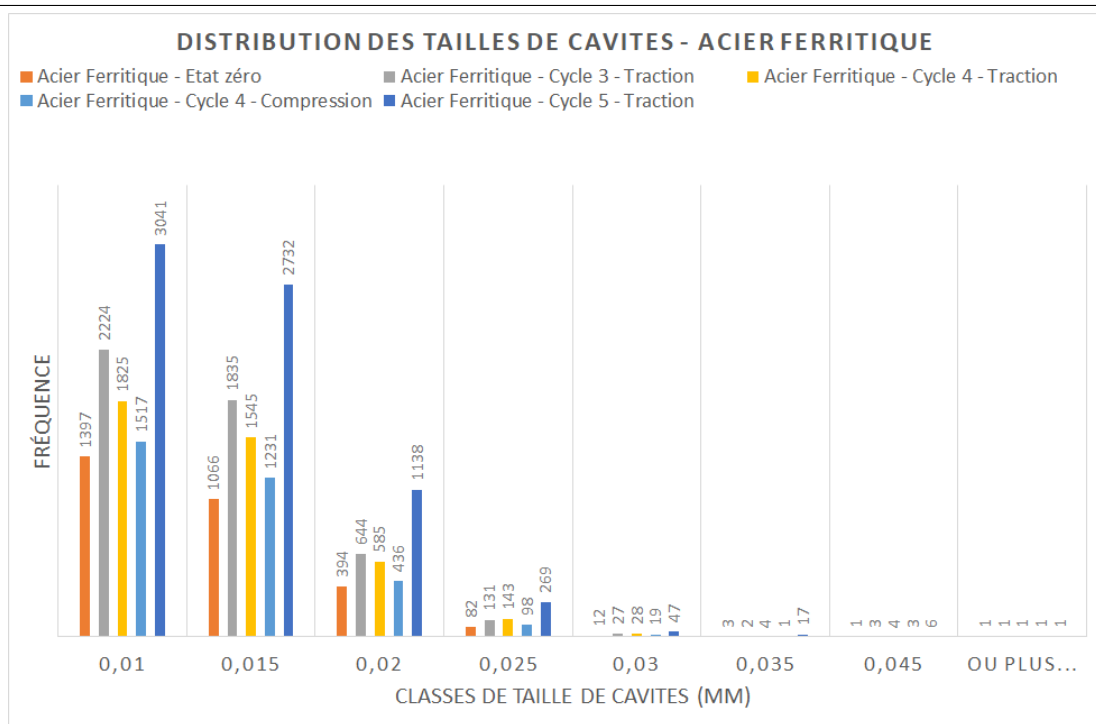


FIGURE 2.44 – Acier ferritique Tu42C - Distribution des tailles de cavités dans la zone d'intérêt.

L'analyse de l'évolution des diamètres équivalents des cavités identifiés, ou de leur distri-

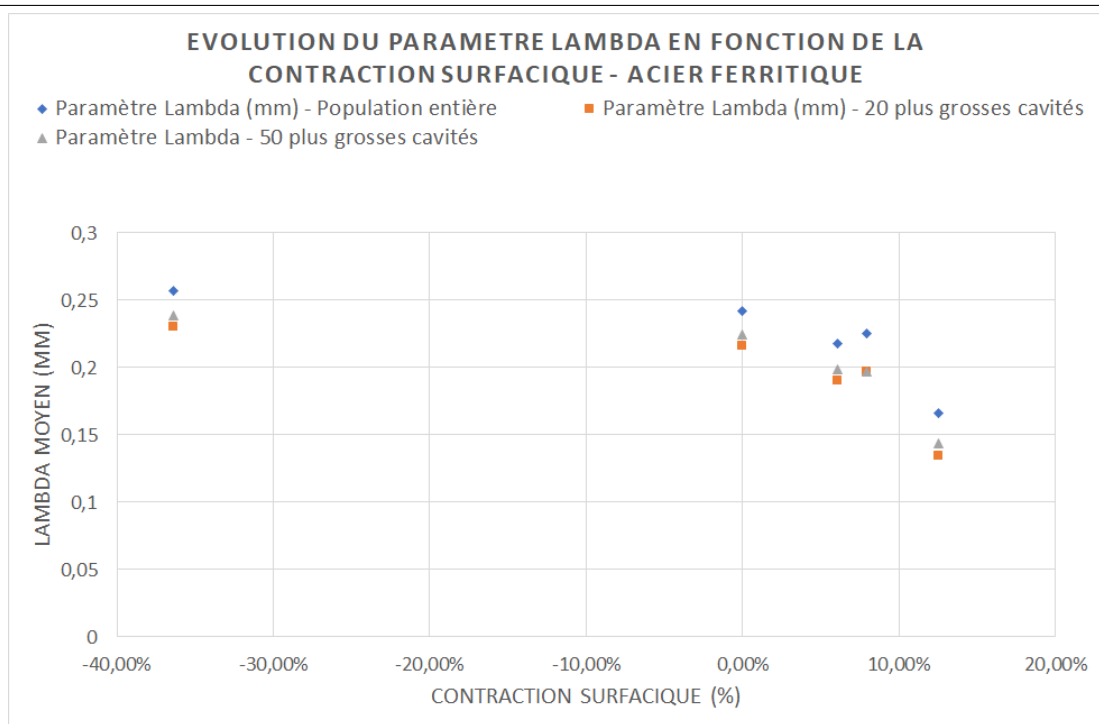


FIGURE 2.45 – Acier ferritique Tu42C - Évolution du paramètre  $\lambda_{moyen}$  pour les 20 plus grosses cavités, pour les 50 plus grosses cavités et pour l'ensemble des cavités de la zone d'intérêt.

bution, amènent les mêmes commentaires que dans le cas de l'acier inoxydable. Le diamètre équivalent des cavités les plus grosses croît, tandis que le diamètre équivalent de la population totale de cavités détectés reste constant, traduisant la germination au cours des cycles. La distribution des cavités présentée figure 2.44, montre une distribution de taille de cavités allant jusqu'à  $45\mu\text{m}$ , de taille bien plus faible que pour l'acier inoxydable. La cavité comptabilisée dans la catégorie « ou plus... » correspond à chaque fois à l'inclusion de sulfure de manganèse. Pour le demi-cycle de compression caractérisé, dont la contraction surfacique est particulièrement élevée (en valeur négative), le nombre de cavités détectées est plus faible que pour les cycles de traction et la distribution des tailles de cavités est plus faible que pour les autres cycles de traction. Le dernier cycle de traction caractérisé, montre une germination marquée avec l'apparition d'un nombre de cavités important qui s'accompagne d'une croissance importante des tailles de cavités.

Pour l'acier ferritique Tu42C aussi, les valeurs calculées de  $\lambda_{moyen}$  montre que la coalescence ne s'est globalement pas produite. En effet, la valeur moyenne de la distance minimale entre cavités, correspondant à la prise en compte des 20 plus grosses cavités seulement, est supérieure à  $150\mu\text{m}$  et donc bien supérieure à la taille des cavités, ce qui démontre l'absence de coalescence globale. L'analyse locale serait aussi à mener sur les données acquises pour l'acier ferritique Tu42C.

## 2.3 Conclusion

L'analyse menée dans ce chapitre permet de caractériser l'endommagement ductile d'une éprouvette axisymétrique entaillée en acier ferritique Tu42C et en acier inoxydable 316L soumise à un chargement cyclique. La tomographie par rayons X permet d'avoir des données précises au sein même de la matière de la germination, de la croissance et de la coalescence qui sont les étapes microscopiques de la déchirure ductile. De plus, la réalisation d'essais de tomographie *in-situ* avec un chargement cyclique de traction et de compression permet d'observer le comportement réel des cavités soumises à une traction comme on peut le retrouver dans la littérature, mais surtout en compression.

Les éprouvettes étudiées ont permis de mettre en évidence un phénomène déjà observé sur l'initiation de la fissure en bord d'entaille pour des rayons d'entailles "faibles" au lieu d'une initiation au coeur de l'éprouvette là où la triaxialité est la plus élevée. De plus, la comparaison avec l'essai de traction pure réalisé sur une éprouvette axisymétrique entaillée en acier inoxydable permet de mettre en évidence une différence importante de comportement entre le cas cyclique et le cas monotone.

De même, l'observation de l'évolution des cavités d'une même éprouvette au cours des cycles permet de montrer que la germination et la croissance sont bien plus importantes pour un chargement cyclique que pour un chargement monotone. En effet, le nombre de cavités est bien plus important à un niveau de chargement donné et les cavités sont en moyenne plus grosses. Ces conclusions s'appliquent aux deux matériaux caractérisés qualitativement, même si les porosités initiales sont différentes et que les comportements sont différents du fait de l'écroutissage distinct de ces deux types d'aciers.

Les différences de comportement observées sont probablement liées à l'effet de rochet de la porosité, qui correspond à l'augmentation graduelle avec le nombre de cycles de la valeur moyenne de la porosité au cours d'un cycle. Bien que ce phénomène soit lié à une triaxialité constante en valeur absolue lors du chargement, ce qui n'est pas le cas dans le cadre des chargements étudiés dans ce chapitre, c'est bien ce phénomène qui semble être la cause de la porosité plus importante, à niveau de chargement donné, pour des chargements cycliques. Ce phénomène physique sera étudié en détail en Partie II par le biais de simulations micromécaniques.

## **Deuxième partie**

### **Modèles de croissance : influence du chargement cyclique sur la rupture ductile**



# Introduction : Étude bibliographique des modèles de croissance de cavités

Durant la phase de croissance, les cavités grossissent sans interactions et se déforment par écoulement plastique de la matrice jusqu'à la phase de coalescence. Par conséquent, les porosités concernées sont faibles, et la plasticité est diffuse partout dans la matrice. Dans ce cadre, l'objectif des modèles de croissance est de pouvoir prédire, pour une microstructure donnée, quelle sera la relation entre les contraintes et les déformations à l'échelle macroscopique, et de faire évoluer cette microstructure. Ce sont donc des modèles micromécaniques qui doivent être composés d'un critère de plasticité dépendant de variables internes comprenant la porosité, d'une loi d'écoulement plastique et de lois d'évolution de ces variables internes.

L'homogénéisation permet d'effectuer la transition entre l'échelle de la microstructure et l'échelle macroscopique. Deux cadres mathématiques distincts ont été développés afin d'obtenir des modèles de croissance : le premier alliant analyse limite et homogénéisation, le second fondé sur une méthode dite « variationnelle » et issu des méthodes d'homogénéisation généralisant les bornes d'Hashin-Shtrikman aux composites non linéaires. Dans le premier, s'appuyant sur les travaux pionniers de GURSON, 1977, l'analyse limite et l'homogénéisation de HILL, 1951 sont donc combinés. Les cellules considérées ont une forme extérieure adaptée à celle de la cavité considérée (par exemple une sphère creuse avec un vide sphérique concentrique) et sont soumises à des conditions de taux de déformation homogène sur le bord. Cette modélisation permet, en première approximation, d'approcher un milieu poreux pour lequel la plasticité est diffuse. L'analyse limite permet ensuite de déterminer le comportement mécanique de la cellule. Ce cadre limite la classe des comportements envisagés au cas des matériaux élastiques parfaitement plastiques, c'est à dire sans écrouissage, mais a l'avantage de permettre de réaliser efficacement la transition micro-macro.

Dans le cadre de ces travaux, nous nous limiterons à présenter les principaux modèles de croissance de cavité issus de l'analyse limite. Les méthodes d'homogénéisation généralisant les bornes d'Hashin-Shtrikman aux composites non linéaires fondées sur les travaux de TALBOT et WILLIS, 1985, CASTAÑEDA, 1991 et MICHEL et SUQUET, 1992 ne sont pas étudiés; les résultats issus de l'homogénéisation que nous utiliserons seront rappelés en temps utile. Nous présenterons ensuite quelques méthodes proposées pour introduire un écrouissage



mixte (isotrope et cinématique) dans ce type de modèles.

## Modèle de GURSON, 1977

**Modèle primitif.** Le modèle de rupture ductile le plus utilisé est le modèle de GURSON, 1977. Dans ce modèle une sphère creuse de rayons intérieur  $a$  et extérieur  $b$  est considérée comme étant un volume élémentaire représentatif, et soumise à des taux de déformation homogène sur son bord extérieur. La matrice est supposée rigide-parfaitement plastique, de limite d'élasticité en traction simple  $\sigma_0$ , et obéit au critère isotrope de von Mises. Le champ de vitesse incompressible  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$  est composé d'une partie isotrope  $\mathbf{v}^{iso}(\mathbf{x})$  et d'un champ linéaire  $\mathbf{v}^{dev}(\mathbf{x})$  correspondant à un taux de déformation purement déviatorique homogène :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^{iso}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}^{dev}(\mathbf{x}) \quad (2.3)$$

avec :

$$\mathbf{v}^{iso}(\mathbf{x}) = \frac{b^3}{r^2} D_m^p \mathbf{e}_r ; \quad \mathbf{v}^{dev}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}^{p'} \cdot \mathbf{x} \quad (2.4)$$

Où  $D_m^p = \frac{1}{3} tr(\mathbf{D}^p)$  est la partie moyenne du taux de déformation macroscopique plastique (égal au taux de déformation macroscopique total en l'absence d'élasticité) et  $\mathbf{D}^{p'}$  sa partie déviatorique. L'analyse limite approchée réalisée par GURSON, 1977 permet d'aboutir au critère de plasticité macroscopique explicite suivant :

$$\phi(\Sigma, \sigma_0, f) = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\sigma_0}\right) - 1 - f^2 \leq 0 \quad (2.5)$$

Le critère de plasticité est complété par une loi d'écoulement macroscopique plastique obéissant à la propriété de normalité conservée lors du passage micro-macro :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \Sigma}(\Sigma, \sigma_0, f), \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} \phi(\Sigma, \sigma_0, f) = 0 \quad (2.6)$$

et par une équation d'évolution de la porosité résultant de l'incompressibilité plastique de la matrice, la part du taux de porosité lié à l'élasticité étant nulle en l'absence de cette dernière :

$$\dot{f} = (1 - f) tr(\mathbf{D}^p) \quad (2.7)$$

L'élimination de  $\dot{\lambda}$  de la loi d'écoulement, permet d'expliciter les grandeurs  $\frac{D_m^p}{D_{eq}^p}$  et  $\frac{\mathbf{D}^{p'}}{D_{eq}^p}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D_m^p}{D_{eq}^p} = \frac{1}{3} \frac{\dot{f}}{1-f} = \frac{f}{2} \frac{\sigma_0}{\Sigma_{eq}} \sinh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\sigma_0}\right) \\ \frac{\mathbf{D}^{p'}}{D_{eq}^p} = \frac{3}{2} \frac{\Sigma'}{\Sigma_{eq}} \end{array} \right. \quad (2.8)$$

## Modèle GTN

C'est de manière purement heuristique que seront introduits les divers raffinements dont il va être question ici.

Envisageons tout d'abord le cas d'une matrice écrouissable. Cette extension présente une grande importance pratique, tous les métaux présentant de l'écrouissage à des degrés divers. On supposera ici que la matrice peut-être décrite par le critère de von Mises avec écrouissage isotrope. Le critère de plasticité microscopique et la loi d'écoulement associée ont alors exactement la même forme qu'en plasticité parfaite à la seule condition de remplacer  $\sigma_0$  par  $\sigma(\epsilon_{eq}^p)$ , où cette notation désigne la fonction donnant la limite d'élasticité actuelle en traction simple en fonction de la déformation plastique cumulée définie par :

$$\epsilon_{eq}^p = \int_0^t d_{eq}^p(\tau) d\tau, \quad d_{eq}^p = \left( \frac{2}{3} \underline{d}^p : \underline{d}^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.9)$$

La démarche adoptée par GURSON, 1977 pour traiter le cas d'une matrice écrouissable n'est pas une véritable analyse micro-mécanique analogue à celle précédemment utilisée dans le cas de la plasticité parfaite; en particulier, elle néglige l'hétérogénéité de l'écrouissage dans le volume représentatif élémentaire. Elle consiste à remplacer le matériau réel par un matériau fictif présentant la même loi d'écrouissage  $\sigma(\epsilon_{eq}^p)$  mais un écrouissage uniforme « équivalent » : on note  $\bar{\epsilon}$  la valeur, à préciser, de la déformation équivalente de ce matériau fictif. La limite d'élasticité de ce dernier est donc uniforme et égale à :

$$\bar{\sigma} = \sigma(\bar{\epsilon}) \quad (2.10)$$

Il s'ensuit que le critère macroscopique est simplement celui de Gurson en remplaçant  $\sigma_0$  par  $\bar{\sigma}$  :

$$\phi(\Sigma, \bar{\sigma}, f) = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) - 1 - f^2 \leq 0 \quad (2.11)$$

Il reste à préciser la valeur de  $\bar{\epsilon}$ , ce que Gurson fait sous la forme d'une loi d'évolution; son idée consiste à identifier la dissipation plastique macroscopique du matériau réel  $\Pi(\mathbf{D}^p)$  avec celle du matériau fictif. Or la dissipation plastique microscopique de ce dernier vaut  $\bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}$  (équivalent de la formule  $\sigma_0 d_{eq}$  pour un écrouissage isotrope), et sa dissipation macroscopique vaut donc, compte tenu de la présence de vides de fractions volumiques  $f$ , où la dissipation est nulle,  $(1-f)\langle \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} \rangle_{\Omega-\omega} = (1-f)\bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}$ . La loi d'évolution de  $\bar{\epsilon}$  est donc donnée par :

$$(1-f)\bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} = \Sigma : \mathbf{D}^p \quad (2.12)$$

où l'on rappelle que  $\bar{\sigma} = \sigma(\bar{\epsilon})$ .

Examinons maintenant le problème de la prise en compte de la germination des cavités. Il convient d'abord de préciser la loi d'évolution de la porosité en présence de germination : la partition du taux de porosité  $\dot{f}$  en partie dues à la croissance et à la germination,  $\dot{f} = \dot{f}_c + \dot{f}_g$  est postulée, soit :

$$\dot{f}_c = (1 - f)tr(\mathbf{D}^p) \quad (2.13)$$

Il reste à proposer une expression du taux de germination  $\dot{f}_g$ . On fait généralement l'hypothèse que la germination est régie par la déformation plastique macroscopique, et plus précisément par la quantité  $\bar{\epsilon}$  introduite ci-dessus, qui en constitue une mesure scalaire ; ceci amène à supposer que :

$$\dot{f}_g = A\dot{\bar{\epsilon}} \quad (2.14)$$

Certains auteurs font l'hypothèse que  $A$  est une fonction croissante puis décroissante de  $\bar{\epsilon}$ .

Envisageons maintenant les interactions entre cavités. La sphère creuse considérée par Gurson dans son analyse micro-mécanique ne comporte qu'un seul vide. Implicitement, les effets d'interaction entre les cavités sont donc négligés dans le critère qui découle de cette analyse. TVERGAARD, 1981 a suggéré de tenir compte de ces interactions en multipliant la porosité par un facteur empirique  $q$  dans l'expression du critère, et de la loi d'écoulement le premier devenant donc :

$$\frac{\Sigma_{eq}^2}{\bar{\sigma}^2} + 2qf \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) - 1 - q^2 f^2 = 0 \quad (2.15)$$

En reprenant le raisonnement permettant d'obtenir la loi d'écoulement on voit aisément que cette dernière s'écrit maintenant (en l'absence de germination) :

$$\begin{cases} D_m^p = \frac{1}{3} \frac{\dot{f}}{1-f} = \frac{qf}{2} \frac{\bar{\sigma}}{\Sigma_{eq}} \sinh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\bar{\sigma}}\right) D_{eq}^p \\ \mathbf{D}'^p = \frac{3}{2} \frac{D_{eq}^p}{\Sigma_{eq}} \Sigma' \end{cases} \quad (2.16)$$

La première équation fait apparaître d'une manière très directe l'influence des interactions, via celle du paramètre  $q$ , sur la vitesse de croissance des cavités.

Du point de vue mécanique, la coalescence des cavités se manifeste par un affaiblissement rapide du matériau et une accélération de la croissance de la porosité. Needleman et Tvergaard (NEEDLEMAN et TVERGAARD, 1984) ont proposé de la modéliser de façon simple, sans se préoccuper des détails du processus de jonction des cavités, en remplaçant la véritable

porosité  $f$  dans le critère et la loi d'écoulement par une porosité fictive  $f^*$ , plus élevée, donnée par :

$$\begin{cases} f^* = f & \text{si } f \leq f_c \\ f^* = f_c + \delta(f - f_c) & \text{si } f \geq f_c \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $f_c$  et  $\delta$  sont des paramètres empiriques, dont le premier représente la porosité critique de début de coalescence, et le second un facteur accélérateur de la croissance de la porosité. La loi d'écoulement est alors la même que ci-dessus en remplaçant simplement  $f$  par  $f^*$  dans l'expression de  $D_m^p = \frac{1}{3} \frac{\dot{f}}{1-f}$  ; ce remplacement fait clairement apparaître l'accélération de la croissance des vides provoquée par la coalescence.

L'ensemble des équations précédentes définissent le modèle communément appelé modèle GTN (pour Gurson-Tvergaard-Needleman).

## Limites du modèle vis à vis des chargements cycliques

Le modèle de Gurson a surtout été appliqué pour des *chargements monotones*, et a rencontré un succès important pour retrouver les comportements observés lors d'essais de rupture ductile monotone. Le phénomène de rupture ductile sous *chargements cycliques* est quant à lui beaucoup moins bien compris malgré des programmes expérimentaux de plus en plus nombreux sur le sujet. Ces derniers ont montré que pour un niveau de chargement donné, la ductilité apparente est beaucoup plus faible lorsque ce chargement est atteint cycliquement. Une des principales pistes pour expliquer cette réduction de la ductilité est le phénomène dit de *rochet de la porosité* explicité via des simulations micromécaniques de croissance de cavités sous triaxialité constante par GILLES et al., 1992. La non pertinence du modèle de Gurson pour la rupture ductile cyclique a été démontrée par DEVAUX et al., 1997, et est la conséquence de deux manques majeurs du modèle :

- Le modèle de GURSON, 1977 et son extension par Tvergaard et Needleman supposent un chargement monotone et ne permettent pas de reproduire l'effet de rochet de la porosité. Ceci est lié au fait que l'extension heuristique proposée pour prendre en compte l'écrouissage ne permet pas de rendre compte de la répartition inhomogène de l'écrouissage dans la matrice, qui induit des conséquences importantes sur le comportement sous chargements cycliques.
- Le couplage élasto-plastique, et en particulier la prise en compte des effets de l'élasticité sur la croissance des cavités par écoulement plastique de la matrice, sont complètement négligés.

Nous revenons maintenant au problème fondamental de la définition du comportement homogénéisé des métaux ductiles poreux. La description des effets d'écrouissage, et en particulier de leur influence sur la croissance des cavités, par le modèle de Gurson présente

un certain nombre d'inconvénients dont quelques éléments détaillés ici sont directement repris des travaux de LEBLOND et al., 1995.

La solution, classique, du problème d'une sphère creuse constituée d'un matériau rigide-écrouissable et chargée en traction hydrostatique joue un rôle fondamental dans la suite. On note  $A$  et  $a$  les rayons intérieurs initial et actuel de la sphère,  $B$  et  $b$  les rayons extérieurs initial et actuel,  $R$  et  $r$  les coordonnées radiales initiale et actuelle d'un point matériel, c'est à dire suivi dans son mouvement. Les porosités initiale et actuelle valent :

$$f_0 = \frac{A^3}{B^3}; f = \frac{a^3}{b^3} \quad (2.18)$$

Le matériau est rigide-plastique et obéit au critère de Mises et à la loi d'écoulement associée. Il présente un écrouissage isotrope décrit par la fonction  $\sigma(\epsilon_{eq})$  donnant la limite d'élasticité en traction simple en fonction de la déformation équivalente cumulée. Le problème est de déterminer la valeur  $\Sigma_m^e$  de la contrainte de traction radiale qu'il faut exercer sur la surface externe pour provoquer l'écoulement, en fonction du paramètre de chargement : que l'on peut prendre identique au déplacement radial de cette surface, ou à tout autre paramètre lié.

Du fait de l'incompressibilité, on a à tout instant et pour tout  $r$  :  $r^3 - a^3 = R^3 - A^3$ . Il existe donc une quantité  $\Delta\omega$  ne dépendant que du temps, pouvant être considérée comme paramètre de chargement, telle que :

$$r^3 - R^3 = a^3 - A^3 = b^3 - B^3 \equiv \Delta\omega \quad (2.19)$$

Cette quantité peut être interprétée, au facteur  $\frac{4\pi}{3}$  près, comme le volume additionnel du vide (augmentation du volume de la cavité centrale par rapport à la situation initiale). Elle est bien sûr reliée à l'augmentation de la porosité car :

$$b^3 - B^3 = B^3 \left( \frac{b^3}{B^3} - 1 \right) = a^3 - A^3 = B^3 \left( \frac{a^3}{b^3} \frac{b^3}{B^3} - \frac{A^3}{B^3} \right) = B^3 \left( f \frac{b^3}{B^3} - f_0 \right) \quad (2.20)$$

d'où en éliminant  $\frac{b^3}{B^3}$  :

$$\Delta\omega = B^3 \frac{f - f_0}{1 - f} \quad (2.21)$$

Les champs de vitesse et de taux de déformation sont données, en coordonnées sphériques, par (en notant  $\dot{\omega}$  la quantité  $\frac{d}{dt}(\Delta\omega)$  pour alléger la notation) :

$$\underline{v}(\underline{x}) = \dot{r} \underline{e}_r = \frac{\dot{\omega}}{3r^2} \underline{e}_r; \quad \underline{d}(\underline{x}) = \underline{d}^p(\underline{x}) = \frac{\dot{\omega}}{3r^3} \left( -2\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\phi \otimes \underline{e}_\phi \right) \quad (2.22)$$

Le taux de déformation équivalent et la déformation équivalente cumulée valent donc :

$$d_{eq}^p = \left( \frac{2}{3} \mathbf{d} : \mathbf{d} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2\dot{\omega}}{3r^3} = \frac{2\dot{r}}{r} \quad (2.23)$$

$$\epsilon_{eq}^p = \int_0^t d_{eq}^p(\tau) d\tau = 2 \ln\left(\frac{r}{R}\right) = \frac{2}{3} \ln\left(\frac{r^3}{r^3 - \Delta\omega}\right) \quad (2.24)$$

Le critère s'écrit  $\sigma_{eq} = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} = \sigma(\epsilon_{eq}^p)$  et l'équation d'équilibre :  $\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} = \frac{2}{r}(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr})$ ; compte tenu des conditions aux limites  $\sigma_{rr}(a) = 0, \sigma_{rr}(b) = \Sigma_m^e$ , on obtient donc par intégration :

$$\Sigma_m^e = \int_a^b \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}(r) dr = 2 \int_a^b \sigma(\epsilon_{eq}^p(r)) \frac{dr}{r} = \frac{2}{3} \int_{a^3}^{b^3} \sigma\left(\frac{2}{3} \ln\left(\frac{r^3}{r^3 - \Delta\omega}\right)\right) \frac{dr^3}{r^3}$$

Cette formule fournit la solution du problème envisagé. Bien entendu, dans le cas parfaitement plastique, elle redonne le résultat fourni par le critère de Gurson dans le cas d'une matrice rigide-parfaitement plastique.

Le point de vue selon lequel une sphère creuse peut être considérée comme un volume élémentaire représentatif d'un milieu plastique poreux est celui de Gurson lui-même, puisque son modèle, dans le cas d'une matrice *parfaitement plastique*, a été obtenu grâce à une analyse-limite d'une telle sphère soumise à un chargement arbitraire; on rappelle que ce modèle reproduit en particulier la valeur exacte de la charge limite sous traction hydrostatique. Nous allons maintenant voir qu'en dépit de cela, ce modèle est, dans le cas d'une matrice *écrouissable*, incompatible avec la solution exacte que nous venons d'exposer. Ceci résulte de l'un quelconque des deux arguments suivants :

**Argument 1 :** La valeur  $\Sigma_{m,G}^e$  de la contrainte d'écoulement d'une sphère creuse constituée d'un matériau rigide-écrouissable chargée en traction hydrostatique déduite du modèle de Gurson, est différente de la valeur exacte  $\Sigma_m^e$  donnée ci-dessus.

**Argument 2 :** Les contraintes d'écoulement  $\Sigma_m^e, \Sigma_{eq}^e$  d'une sphère creuse constituée d'un matériau rigide-écrouissable sous chargement purement hydrostatique ou purement déviatorique, après écrouissage préalable sous chargement purement hydrostatique, ne peuvent s'exprimer à l'aide d'un seul paramètre  $\bar{\sigma}$ , comme le prétend le modèle de Gurson.

Ces deux résultats sont prouvés en annexe A, car nous allons nous attarder sur un troisième argument qui montre aussi que le modèle de Gurson n'est pas adapté en tant que telle à prendre en compte, dans le cas de chargements cycliques, l'écrouissage et ses conséquences sur la croissance de la porosité.

Nous allons considérer, dans un milieu poreux écrouissable (pouvant présenter de l'élasticité), un élément de volume soumis à un chargement proportionnel en contrainte : ceci signifie que le tenseur des contraintes macroscopique est de la forme  $\Sigma(t) = \lambda(t)\Sigma_0$  où  $\lambda(t)$  est un scalaire et  $\Sigma_0$  un tenseur fixé. Nous nous intéressons à l'évolution de la porosité, considérée comme une fonction de la déformation plastique macroscopique équivalente cumulée  $E_{eq}^p$  définie par :

$$\bar{E}_{eq}^p = \int_0^t \text{sgn}(\Sigma_m(\tau)) D_{eq}^p(\tau) d\tau, \quad D_{eq}^p \equiv \left( \frac{2}{3} \mathbf{D}'^p : \mathbf{D}'^p \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.25)$$

Avec ces éléments on peut présenter et prouver l'argument ci-dessous.

**Argument 3 :** Le modèle de Gurson prédit que la courbe  $f - \bar{E}_{eq}^p$  dépend uniquement de la porosité initiale  $f_0$  et de la triaxialité (fixée en valeur absolue)  $|T| \equiv \left| \frac{\Sigma_m}{\Sigma_{eq}} \right|$ , et pas de la fonction d'écrouissage  $\sigma(\epsilon_{eq}^p)$ .

**Preuve.** Soit  $X$  le rapport  $\frac{\Sigma_{eq}}{\sigma}$ . Le critère de Gurson fournit une relation entre cette quantité, la triaxialité et la porosité :

$$X^2 + 2f \cosh\left(\frac{3}{2}|T|X\right) - 1 - f^2 = 0$$

Il en résulte que  $X$  dépend uniquement de  $|T|$  et  $f$  et pas de la fonction d'écrouissage. De plus, la loi d'écoulement donne :

$$\frac{\dot{f}}{3(1-f)} = D_m^p = \frac{f}{2X} \sinh\left(\frac{3}{2}|T|X\right) \text{sgn}(\Sigma_m) D_{eq}^p$$

d'où il découle que :

$$\frac{df}{d\bar{E}_{eq}^p} = \frac{\dot{f}}{\text{sgn}(\Sigma_m) D_{eq}^p} = \frac{3f(1-f)}{2X} \sinh\left(\frac{3}{2}|T|X\right)$$

dépend uniquement de  $f, |T|$  et  $X$ , donc en fait uniquement de  $f$  et  $|T|$ . En intégrant, on prouve que  $f$  dépend uniquement de  $f_0, |T|$  et  $\bar{E}_{eq}^p$ , comme annoncé.

Ainsi, sous chargement cyclique à triaxialité constante en valeur absolue, le modèle de Gurson prédit que le point  $(\bar{E}_{eq}^p, f)$  parcourt toujours la même courbe. De ce fait, les demi-cycles de traction et de compression sont identiques, et il n'y a pas d'effet de rochet de la porosité.

## Extension du modèle de Gurson aux chargements cycliques

**Extension à l'écrouissage isotrope.** Les contradictions que nous avons relevées dans la section précédente montrent clairement que le modèle de Gurson n'est pas adapté aux cas de chargements cycliques. De plus, on a vu (grâce notamment à l'Argument 2) qu'il ne suffit pas de changer la valeur de  $\bar{\sigma}$  pour pallier les insuffisances du modèle de Gurson ; ce qui est en cause est une caractéristique plus fondamentale de ce dernier, à savoir la présence d'un seul et unique paramètre  $\bar{\sigma}$  dans le terme au carré et dans le cosinus hyperbolique. Ceci suggère d'introduire deux paramètres distincts dans ces termes, le critère devenant donc :

$$\frac{\Sigma_{eq}^2}{\Sigma_1^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\Sigma_2}\right) - 1 - f^2 = 0 \quad (2.26)$$

Dans cette expression  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont deux variables internes macroscopiques reliées à la distribution de l'écrouissage local au sein de la matrice déformée. Pour déterminer ces deux variables, une approximation de la solution analytique pour la sphère creuse a été déterminée (LEBLOND et al., 1995).

La solution approchée de LEBLOND et al., 1995 ne prend en compte que les changements de géométrie dus à la partie hydrostatique du chargement. A un instant quelconque  $t$ , le rayon intérieur  $a$  dans la configuration actuelle (relié à  $A$  dans la configuration initiale), le rayon extérieur  $b$  (relié à  $B$ ) et la coordonnée radiale du point considéré  $r$  (reliée à  $R$ ) vérifient du fait de l'incompressibilité :

$$a^3 - A^3 = b^3 - B^3 = r^3 - R^3 = \Delta\omega \quad (2.27)$$

Dans cette relation, la quantité  $\Delta\omega$  représente, au facteur  $\frac{4\pi}{3}$  près, le volume additionnel de vide, et vérifie donc comme précédemment :

$$\Delta\omega = \frac{f - f_0}{1 - f} B^3 \quad (2.28)$$

La détermination des expressions des variables  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  se fait en deux étapes, dans lesquelles des approximations supplémentaires sont introduites :

- **Approximation 1 :** Dans un premier temps,  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont déterminés comme des fonctions de l'état d'écrouissage de la matrice  $\sigma(\epsilon_{eq})$ . La quantité  $\epsilon_{eq} = \int_0^t d_{eq}(\tau) d\tau$  représente ici la déformation plastique cumulée microscopique.
- **Approximation 2 :** On fait des hypothèses sur les distributions de  $\epsilon_{eq}$  et de  $\sigma(\epsilon_{eq})$  dans la sphère creuse.

La première étape déduit les expressions de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  en fonction de l'état d'écrouissage de la sphère creuse, à partir d'estimations des charges-limites pour un chargement purement



déviatorique et pour un chargement purement hydrostatique. Les expressions trouvées sont les suivantes :

$$\Sigma_1 = \frac{1}{b^3 - a^3} \int_{a^3}^{b^3} \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}) dr^3 \quad \Sigma_2 = \frac{1}{\ln(b^3/a^3)} \int_{a^3}^{b^3} \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}) \frac{dr^3}{r^3} \quad (2.29)$$

Dans ces expressions le symbole  $\langle \cdot \rangle_{S(r)}$  représente la moyenne sur la surface sphérique de rayon  $r$ . On a ici remplacé approximativement  $\langle \sigma(\epsilon_{eq}^p) \rangle_{S(r)}$  par  $\sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)})$ . Il apparaît clairement que lorsque l'écouissage n'est pas uniforme, les valeurs de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont distinctes. Plus précisément, une analyse simple montre que  $\Sigma_2$  est plus grand que  $\Sigma_1$ .

La deuxième étape consiste à expliciter la loi d'évolution de  $\langle \epsilon_{eq} \rangle_{S(r)}$  :

$$\frac{d}{dt} \langle \epsilon_{eq} \rangle_{S(r)} = \langle d_{eq} \rangle_{S(r)} \simeq \sqrt{\langle d_{eq}^2 \rangle_{S(r)}} \simeq \sqrt{D_{eq}^{p2} + 4D_m^{p2} \frac{b^6}{r^6}} \quad (2.30)$$

où  $D_m^p = \frac{1}{3} tr(\mathbf{D}^p)$ . La dernière approximation vient des champs tests choisis par Gurson. Pour pouvoir intégrer cette expression analytiquement par rapport au temps, il est nécessaire d'introduire une hypothèse sur le rapport  $\frac{D_m^p}{D_{eq}^p}$ . LEBLOND et al., 1995 ont fait l'hypothèse que ce rapport était constant ce qui permet le calcul analytique de :

$$\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)} = \int_0^t \sqrt{D_{eq}^{p2} + 4D_m^{p2} \frac{b^6}{r^6}} d\tau \quad (2.31)$$

et finit de définir le modèle de LEBLOND et al., 1995.

Ce modèle proposé reproduit la solution exacte du problème de la sphère creuse constituée d'un matériau rigide-parfaitement plastique écouissable, et chargée hydrostatiquement. D'autre part, le modèle n'est pas sujet à l'inconvénient du modèle de Gurson dans le cas des chargements cycliques indiqué ci-dessous, car la quantité  $\frac{df}{dE_{eq}^p}$  dépend maintenant de la fonction d'écouissage  $\sigma(\epsilon_{eq}^p)$ .

Dans le cas de chargements cycliques, le modèle de LEBLOND et al., 1995 présente cependant des résultats mitigés, principalement du fait de l'hypothèse de chargement positivement proportionnel en déformation du volume élémentaire représentatif, qui n'est pas adaptée à ce type de chargement. Cette hypothèse simpliste n'est pas réaliste et a été introduite afin d'obtenir une expression analytique de  $\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}$ . Le développement des capacités de calcul permet aujourd'hui d'abandonner cette hypothèse ( $\frac{D_m^p}{D_{eq}^p} = \text{constante}$ ) pour calculer numériquement l'intégrale de l'équation 2.31.

Dans cet objectif, on présente ici une amélioration du modèle de LEBLOND et al., 1995 dans le cas des chargements cycliques par LACROIX et al., 2016. Dans leur proposition, tous les éléments du modèle de LEBLOND et al., 1995 présenté ci-dessus sont retenus, et aucune hypothèse n'est faite sur l'évolution du rapport  $\frac{D_m^p}{D_{eq}^p}$  dans le temps. Le calcul analytique

de  $\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}$  devient ainsi impossible, il faut donc procéder à un calcul numérique de cette intégrale. Pour cela, en reprenant une idée de HERVE et ZAOUÏ, 1993, on considère un modèle où le volume élémentaire représentatif, qui est toujours une sphère creuse, est composé de  $N$  couches concentriques. Ainsi, en chaque point de matière, une sphère creuse représentative est discrétisée à travers  $N + 1$  points (qui représentent dans les faits une subdivision de l'intervalle d'intégration) :

$$A = R_1 < R_2 < \dots < R_N < R_{N+1} = B \quad (2.32)$$

On définit aussi  $R'_i$  comme le milieu du segment  $[R_i, R_{i+1}]$  :

$$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, R'_i = \frac{1}{2} (R_i + R_{i+1}) \quad (2.33)$$

A un instant quelconque  $t$ , les positions dans la configuration actuelle  $r_i$  du point  $R_i$ , et  $r'_i$  du point  $R'_i$  sont :

$$\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket, r_i \equiv (R_i^3 + \Delta\omega)^{\frac{1}{3}} ; r'_i \equiv (R'_i{}^3 + \Delta\omega)^{\frac{1}{3}} \quad (2.34)$$

où l'on a comme précédemment  $\Delta\omega = \frac{f-f_0}{1-f} B^3$ . Les variables  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  du modèle sont alors données comme auparavant par :

$$\Sigma_1 = \frac{1}{b^3 - a^3} \int_{a^3}^{b^3} \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}) dr^3 \quad \Sigma_2 = \frac{1}{\ln(b^3/a^3)} \int_{a^3}^{b^3} \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(r)}) \frac{dr^3}{r^3} \quad (2.35)$$

soit après discrétisation :

$$\Sigma_1 = \frac{1}{b^3 - a^3} \sum_{i=1}^N \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_i) (r_{i+1}^3 - r_i^3) \quad \Sigma_2 = \frac{1}{\ln(b^3/a^3)} \sum_{i=1}^N \sigma(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_i) (\ln(r_{i+1}^3) - \ln(r_i^3)) \quad (2.36)$$

D'autre part, l'évolution de la nouvelle variable interne  $\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_i$  est donné par :

$$\frac{d}{dt} \langle \epsilon_{eq}^p \rangle_i = \sqrt{D^{p^2}_{eq} + 4D^{p^2}_m \frac{b^6}{r_i^6}} \quad (2.37)$$

Les variables internes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  s'expriment donc à l'aide des variables internes  $\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_i$  dont on connaît l'évolution à chaque instant.

**Extension à l'écroissage mixte.** Les extensions à l'écroissage cinématique, puis mixte, du modèle de GURSON, 1977 sont nombreuses. Par exemple, MEAR et HUTCHINSON, 1985 ont

introduit une grandeur cinématique macroscopique dans le critère :

$$\phi(\Sigma, \mathbf{X}, \sigma_0, f) = \frac{(\Sigma - \mathbf{X})_{eq}^2}{\sigma_F^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{(\Sigma - \mathbf{X})_m}{\sigma_F}\right) - 1 - f^2 \leq 0 \quad (2.38)$$

$\sigma_F$  étant une contrainte effective déterminant la taille du domaine d'élasticité macroscopique :

$$\sigma_F = (1 - r)\sigma_0 + r\bar{\sigma} \quad (2.39)$$

où  $\sigma_0$  est la limite d'élasticité initiale et  $\bar{\sigma}$  la même grandeur que celle considérée par GURSON, 1977 pour inclure l'érouissage isotrope dans son critère. Le paramètre  $r$ , destiné à rendre compte de la mixité de l'érouissage, est une constante choisie dans  $[0, 1]$ . Le choix  $r = 1$  correspond à un érouissage purement isotrope et renvoie directement au critère de GURSON, 1977 tandis que la valeur  $r = 0$  correspond à un érouissage purement cinématique.  $\mathbf{X}$  est le centre du domaine élastique macroscopique, qui comporte dans ce cas une partie hydrostatique  $X_m$ , déduite de l'identification suivante :

$$\frac{|\Sigma - \mathbf{X}|}{\sigma_F} = \frac{|\Sigma|}{\bar{\sigma}} \quad (2.40)$$

en traction simple monotone. La contrainte effective  $\sigma_F$  n'est donc pas liée à une distribution hétérogène de l'érouissage dans la matrice, et la loi d'évolution de  $\mathbf{X}$  est particulièrement complexe comme indiqué par LEBLOND et al., 1995 : cette grandeur est continuellement ajustée pour que le modèle isotrope (GTN) et le modèle cinématique donnent le même résultat pour des chargements proportionnels en contrainte. Cette identification revient implicitement à considérer que l'érouissage isotrope et l'érouissage cinématique suivent une même cinétique, ce qui n'est pas observé expérimentalement : en particulier, l'érouissage cinématique semble saturer plus rapidement que l'érouissage isotrope comme le montre LEMAITRE et al., 1985.

BECKER et NEEDLEMAN, 1986 ont montré que le critère de MEAR et HUTCHINSON, 1985 a tendance à accélérer la striction et la rupture et qu'il n'est pas valable dans le cas général des chargements non proportionnels ou cycliques.

LEBLOND et al., 1995, reprenant les travaux de MEAR et HUTCHINSON, 1985, ont généralisé leur modèle isotrope à un érouissage mixte en prenant en compte l'érouissage cinématique. Se référant à nouveau, pour déterminer le tenseur cinématique  $\mathbf{X}$ , à des solutions analytiques pour un chargement purement hydrostatique et pour un chargement purement déviatorique, ils ont proposé le critère suivant :

$$\phi(\Sigma, \mathbf{X}, \Sigma_1, \Sigma_2, f) = \frac{(\Sigma - \mathbf{X})^2}{(r\sigma_0 + (1 - r)\Sigma_1)^2} + 2f \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{(\Sigma - \mathbf{X})_m}{r\sigma_0 + (1 - r)\Sigma_2}\right) - 1 - f^2 \leq 0 \quad (2.41)$$

où  $r$  est la part cinématique de l'écroissage de la matrice et où les valeurs de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont les mêmes que pour un écroissage purement isotrope.

Récemment, l'idée de discrétisation spatiale d'une sphère creuse, présentée par LACROIX et al., 2016 dans le cas d'un écroissage isotrope a été reprise par MORIN et al., 2017 pour une extension à un écroissage mixte isotrope/cinématique. Ce modèle, qui est celui utilisé dans le cadre de cette thèse, est présenté en détail dans le Chapitre 4.

## Plan de la partie

- Le Chapitre 3 est consacré à la présentation d'une variante d'un modèle de Chaboche avec effet de mémoire. Cette variante remplace la variable interne tensorielle de « mémorisation » de Chaboche par une variable scalaire.
- Le Chapitre 4 est consacré à la présentation et à l'implémentation numérique dans un code de calcul par éléments finis du modèle de MORIN et al., 2017 et à la comparaison de ses prédictions avec des simulations micromécaniques de croissance de cavités, dans le cadre des hypothèses de l'analyse limite séquentielle, utilisées pour obtenir le critère, soit pour une élasticité très faible (matériau élastiquement raide).
- Le Chapitre 5 est dédié à une extension du critère de MORIN et al., 2017 aux matériaux élastoplastiques prenant en compte les effets de l'élasticité qui jouent un rôle majeur dans la rupture ductile cyclique. L'objectif est de formuler un modèle complet pour l'étude de la rupture ductile cyclique.



# Loi de comportement cyclique : modèle de Chaboche avec effet de mémoire "simplifié"

Ce chapitre est consacré à la présentation d'une variante du modèle de CHABOCHE et al., 1979, prenant en compte de manière simplifiée les effets de l'histoire cyclique des déformations dans la modélisation de l'érouissage.

## 3.1 Introduction

Les équations constitutives du matériau sont un des éléments essentiels pour mener des simulations numériques, en particulier pour les calculs de structure sous chargements cycliques. Elles fournissent la relation indispensable entre les contraintes et les déformations, relation linéaire dans le cas d'un comportement purement élastique, mais bien plus complexe lorsque la plasticité ou d'autres phénomènes sont pris en compte. Au sens métallurgique, les mécanismes d'érouissage consistent en une évolution de la microstructure causée par l'augmentation de la densité de dislocations, et qui se traduit par la formation de cellules d'érouissage et de sous-grains.

Dans ce chapitre, nous nous placerons dans le cadre de la mécanique des milieux continus, considérant que le volume élémentaire représentatif (VER) de notre matériau est soumis à un état de contrainte macroscopique uniforme. Cette hypothèse revient donc à négliger les hétérogénéités locales au niveau du VER, l'effet de ces hétérogénéités n'étant pris en compte qu'à travers certaines « variables internes ». De plus, étant donné l'utilisation qui sera faite de notre modèle, nous ne considérons que des lois d'érouissage mixtes indépendantes du temps, et des chargements quasi-statiques. Pour simplifier la présentation du modèle, on se place volontairement dans le cadre des petits déplacements et des petites transformations (hypothèse des petites perturbations, HPP).

Le but de ce chapitre est de présenter un modèle "simplifié" avec effet de mémoire des déformations extrémales, inspiré des travaux de CHABOCHE et al., 1979. Ce modèle servira à

reproduire le comportement des matériaux étudiés dans le cadre de cette thèse, c'est à dire aussi bien l'acier ferritique Tu42C que l'acier inoxydable 316L. L'organisation du chapitre est la suivante :

- La section 3.2 est consacrée à la présentation succincte des différentes modélisations classiques de l'érouissage cinématique et isotrope.
- La section 3.3 présente le modèle d'érouissage de Chaboche original avec effet de mémoire des déformations CHABOCHE et al., 1979
- La section 3.4 présente le modèle de Chaboche avec effet de mémoire "simplifié", qui sera utilisé pour modéliser le comportement cyclique des matériaux étudiés dans le cadre de cette thèse.

## 3.2 Modélisation des effets d'érouissage

La présentation de la modélisation des effets d'érouissage qui suit est volontairement succincte ; son but est seulement d'introduire les concepts nécessaires à la présentation du modèle retenu pour modéliser ces effets dans le cadre de cette thèse. Le lecteur intéressé par ces aspects pourra se référer à des travaux plus complets et spécialisés sur le sujet comme ceux de LEMAITRE et al., 1985, KHAN et HUANG, 1995 ou de Jacques BESSON, CAILLETAUD, CHABOCHE et FOREST, 2001.

### 3.2.1 Plasticité indépendante du temps

L'approche présentée dans cette section se fonde sur la décomposition de l'érouissage en une partie cinématique et une partie isotrope, obéissant chacune à des équations différentes. Dans le cadre d'une plasticité indépendante du temps, les principales équations sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^p & \text{Décomposition additive de la déformation totale } \boldsymbol{\epsilon} \\ \boldsymbol{\epsilon}^e = \mathbf{S} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} & \text{Loi d'élasticité} \\ f = \|\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}\|_H - \sigma_0 - R \leq 0 & \text{Domaine d'élasticité} \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}) & \text{Loi d'écoulement plastique} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

La surface de charge  $f = 0$  est alors définie par un critère de type Hill, à l'aide d'un tenseur d'ordre quatre  $\tilde{\mathbf{H}}$  à travers la forme quadratique suivante :

$$\|\boldsymbol{\sigma}\|_H = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \tilde{\mathbf{H}} : \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.2)$$

Dans les équations 3.1,  $\sigma_0$  est la « limite d'élasticité initiale », et caractérise la taille initiale du domaine d'élasticité. On suppose que l'on peut décrire l'érouissage induit par

l'écoulement plastique par une combinaison d'écrouissage cinématique et d'écrouissage isotrope. Le centre cinématique utilisé pour décrire l'écrouissage cinématique est noté  $\mathbf{X}$ , et le changement de la taille du domaine élastique, conséquence de l'écrouissage isotrope, est caractérisée par la variable  $R$ . Les figures 3.1 et 3.2 décrivent, dans l'espace des contraintes et dans le cas d'une tension-compression uniaxiale, la transformation de la surface de charge respectivement pour un écrouissage purement isotrope et pour un écrouissage purement cinématique.

Dans le cas particulier où le critère décrit par le tenseur de Hill est restreint à celui de von Mises, ce qui sera dorénavant le cas, l'équation de la surface de charge est la suivante :

$$f = (\sigma - \mathbf{X})_{eq} - R - \sigma_0 \leq 0 \quad (3.3)$$

avec

$$\begin{cases} (\sigma - \mathbf{X})_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma' - \mathbf{X}) : (\sigma' - \mathbf{X})} \\ \sigma' = \sigma - \frac{1}{3}tr(\sigma)\mathbf{I} \end{cases} \quad (3.4)$$

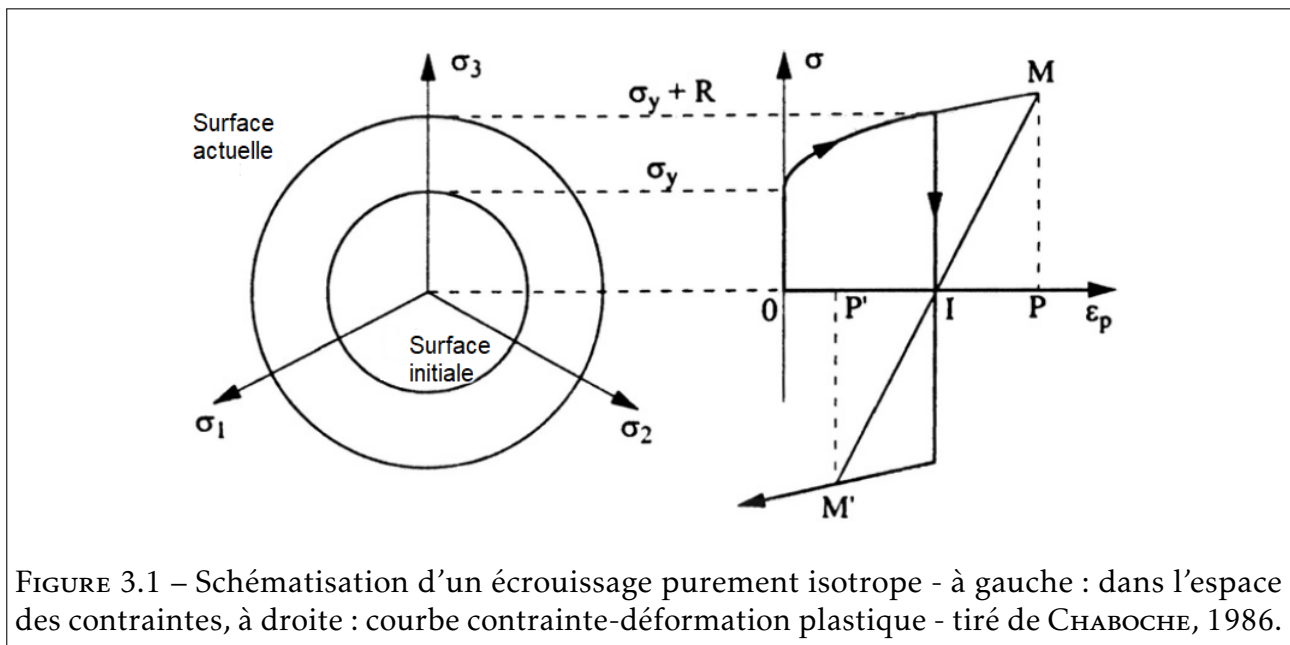


FIGURE 3.1 – Schématisation d'un écrouissage purement isotrope - à gauche : dans l'espace des contraintes, à droite : courbe contrainte-déformation plastique - tiré de CHABOCHE, 1986.

On rappelle que dans ces équations  $\sigma$  est le tenseur des contraintes de Cauchy,  $\sigma'$  son déviateur,  $\mathbf{I}$  le tenseur identité,  $\mathbf{X}$  le tenseur cinématique,  $\sigma_0$  la limite d'élasticité initiale du matériau et  $R$  sa variation (positive ou négative) au cours du temps.

L'écoulement plastique survient lorsque la condition  $f = 0$  est atteinte. Du fait de la règle de normalité, le taux de déformation plastique vaut :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{3}{2} \dot{\lambda} \frac{\sigma' - \mathbf{X}}{R + \sigma_0} \quad (3.5)$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique. Sa détermination utilise la condition  $\dot{f} = 0$  lors de



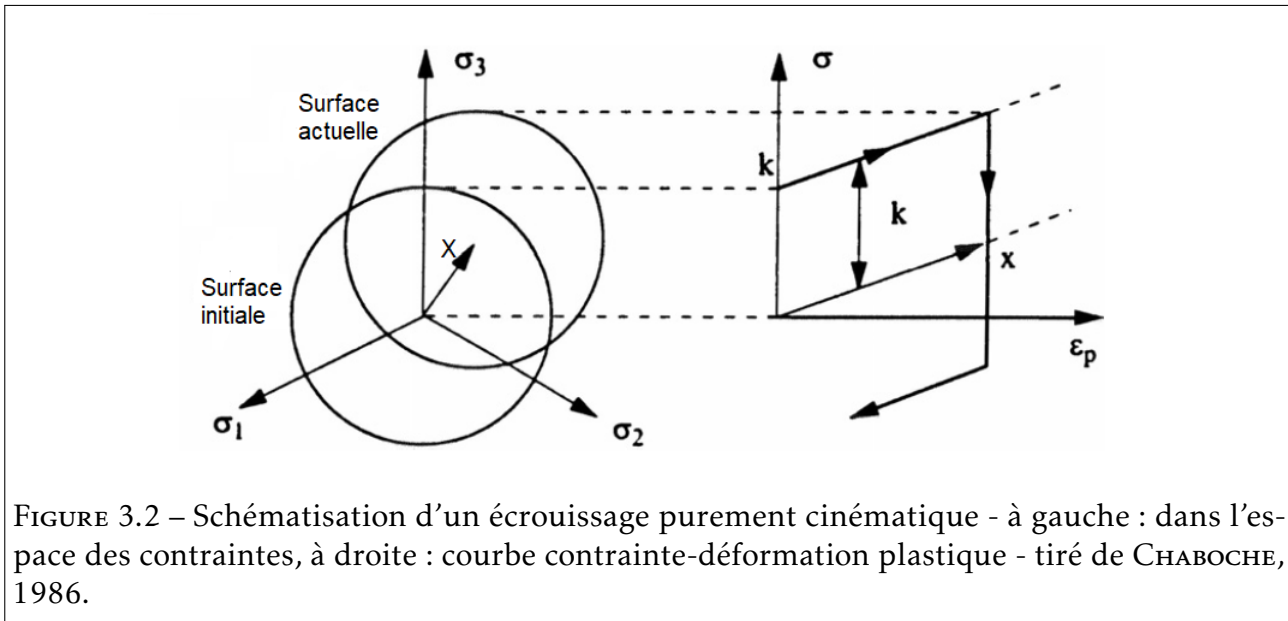


FIGURE 3.2 – Schématisation d'un écrouissage purement cinématique - à gauche : dans l'espace des contraintes, à droite : courbe contrainte-déformation plastique - tiré de CHABOCHE, 1986.

l'écoulement plastique.

### 3.2.2 Écrouissage cinématique

Très utilisée avec, entre autres, les travaux de CHABOCHE, 1977 et MARQUIS, 1979, la loi d'écrouissage cinématique non linéaire de ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 donne l'évolution du tenseur cinématique  $\mathbf{X}$  en fonction du taux de déformation plastique équivalent  $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^P : \dot{\epsilon}^P}$ . La non-linéarité s'exprime par l'ajout d'un terme de rappel dans la loi cinématique linéaire de PRAGER, 1949 :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon}^P - \gamma \mathbf{X} \dot{p} \quad (3.6)$$

où  $C$  et  $\gamma$  sont deux paramètres de la loi et où le cas  $\gamma = 0$  nous ramène à une loi d'écrouissage cinématique linéaire.

Pour un chargement monotone uniaxial, l'évolution du tenseur  $\mathbf{X}$  est alors exponentielle jusqu'à la valeur asymptotique  $\frac{C}{\gamma}$ . De manière générale, la solution résultant de l'intégration par rapport à  $\epsilon_p$  de l'équation 3.6 pour un chargement uniaxial est la suivante :

$$X = s \frac{C}{\gamma} + (X_0 - s \frac{C}{\gamma}) \exp(-s \gamma (\epsilon^P - \epsilon^{P_0})) \quad (3.7)$$

où  $s = \text{sgn}(\dot{\epsilon}^P)$  donne le « sens » d'écoulement de la déformation plastique,  $X_0$  et  $\epsilon_{p_0}$  sont respectivement les valeurs initiales de  $X$  et  $\epsilon^P$  au début de la phase de chargement (en traction ou compression) considérée.

Pour un chargement cyclique piloté par les déformations, on montre que la stabilisation se produit lorsque les valeurs minimales et maximales  $X_{min}$ ,  $X_{max}$  de  $X$  au cours d'un cycle

vérifient  $X_{min} + X_{max} = 0$ , soit :

$$\frac{\Delta X}{2} = \frac{X_{max} - X_{min}}{2} = X_{max} = \frac{C}{\gamma} \tanh\left(\gamma \frac{\Delta \epsilon^p}{2}\right) \quad (3.8)$$

où  $\Delta \epsilon^p$  désigne l'amplitude de variation de  $\epsilon^p$ .

La figure 3.3 donne quelques exemples de matériaux pour lesquels la courbe cyclique est décrite par l'équation 3.8 et donc avec  $\frac{\Delta \sigma}{2} = \frac{\Delta X}{2} + \sigma_0$ .

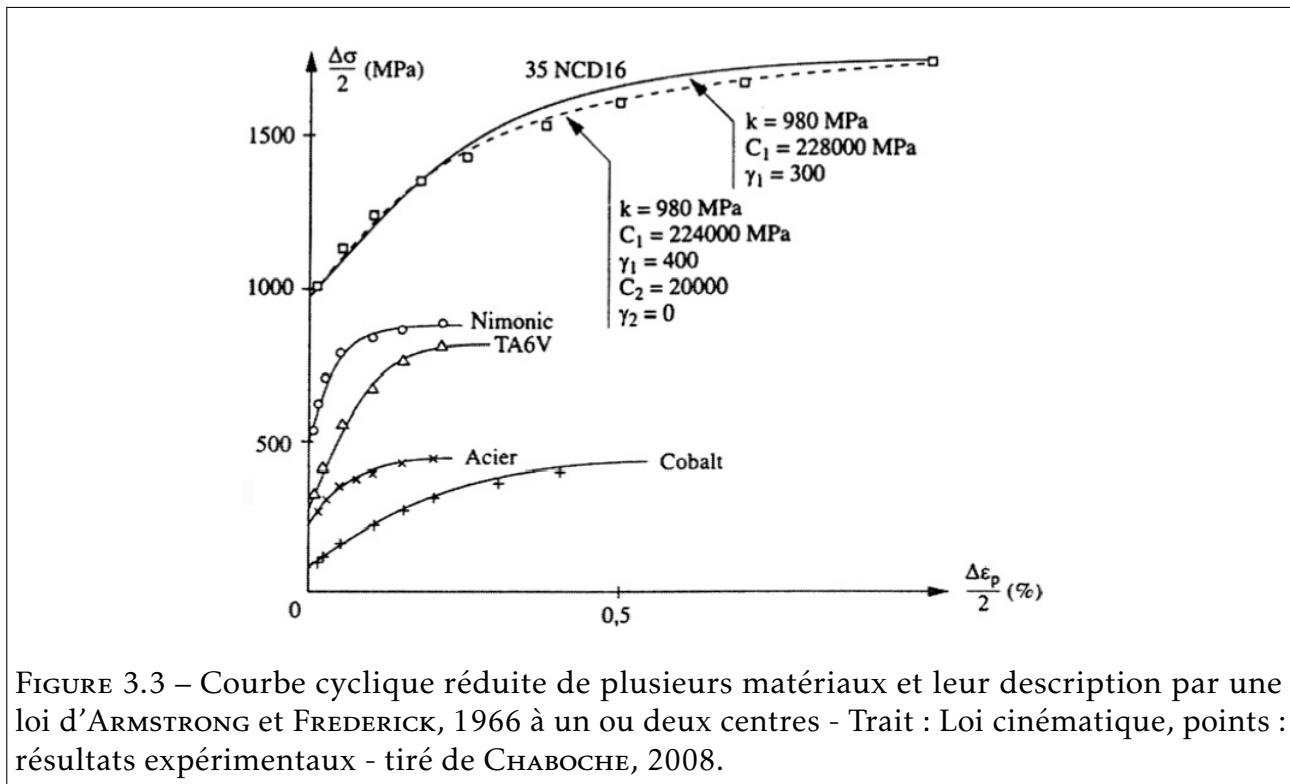
Les principaux avantages de la loi d'ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 sont (LEMAITRE et al., 1985, CHABOCHE, 1989) :

- La possibilité de résolution analytique de l'équation 3.6 dans le cas de chargements proportionnels (ce qui facilite l'identification des coefficients de la loi).
- La non-linéarité des évolutions de la loi contrainte-déformation ; la relation complexe liant le tenseur cinématique et le taux de déformation plastique permet de reproduire l'effet Bauschinger.
- La description du rochet de la déformation et des effets de relaxation de la contrainte moyenne sous chargements cycliques non-symétriques.

Cependant, la loi d'ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 mène à des surestimations des effets de rochet comme montré par (DAFALIAS, 1983, INOUE, IGARI, YOSHIDA, SUZUKI et MURAKAMI, 1985). Une généralisation de cette loi découle de la prise en compte, pour décrire le tenseur cinématique total  $\mathbf{X}$ , de plusieurs tenseurs cinématiques  $\mathbf{X}_i$  « partiels » obéissant à des lois distinctes (CHABOCHE et al., 1979, CHABOCHE et ROUSSELIER, 1983) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{X} = \sum_{i=1}^M \mathbf{X}_i \\ \forall i \in \llbracket 1, M \rrbracket, \quad \dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\epsilon}_p - \gamma_i \mathbf{X}_i \dot{p} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Comme indiqué par CHABOCHE, 2008, les termes de rappel  $\gamma_i$  doivent être suffisamment différents (au moins un rapport 5 à 10 entre eux) pour que l'utilisation des différents centres associés soit pertinente. L'utilisation de plusieurs centres permet de décrire une plus grande plage d'amplitude de déformation et de décrire plus précisément la transition élastique-plastique au cours des cycles. La figure 3.3 montre ainsi, pour l'acier 35NCD16, une amélioration significative dans le cas où deux centres sont utilisés, le second ne présentant pas de relaxation ( $\gamma_2 = 0$ ). Précisons que les paramètres introduits à travers les jeux  $C_i, \gamma_i$  ne doivent pas être considérés comme des paramètres matériaux traduisant une quelconque physique sous-jacente, mais bien comme une décomposition sous une forme simplifiée de la courbe cyclique (qui donne la contrainte stabilisée en fonction de l'amplitude des déformations plastiques) lorsque seul l'écrouissage cinématique est considéré.



### 3.2.3 Écrouissage isotrope

L'écrouissage isotrope, utilisé pour décrire le changement de taille du domaine élastique, correspond à des changements lents de ce domaine pendant la phase d'écoulement élastique. Cela est attesté par le faible changement de taille de la surface de charge pendant l'écoulement plastique monotone (MORETON, MOFFAT et PARKINSON, 1981); de plus, dans le cas cyclique, le nombre important de cycles généralement nécessaires pour obtenir une stabilisation des effets d'écrouissage (due à une évolution puis une stabilisation de l'écrouissage isotrope) varie entre 10 et 1000 cycles pour une amplitude de déformation plastique  $\epsilon_p$  de  $\pm 0,2\%$ , comme indiqué par CHABOCHE, 2008.

La variable interne associée à l'écrouissage isotrope est la déformation plastique cumulée  $p$ . Pour les modèles de plasticité indépendante du temps, deux méthodes sont généralement utilisées pour modéliser l'écrouissage isotrope :

**En changeant la taille de la surface de charge, à travers une relation liant  $R$  et  $p$ .** Une manière simple de le faire est de considérer l'équation suivante qui permet de contrôler la taille du domaine d'élasticité :

$$\dot{R} = b(Q - R)\dot{p} \quad (3.10)$$

où  $Q$  et  $b$  sont deux coefficients, le premier représentant la valeur asymptotique de  $R$  et le second contrôlant la vitesse de convergence vers cette valeur asymptotique (compris typiquement entre 0,5 à 50 pour reproduire l'ordre de grandeur du nombre de cycles

nécessaires à la stabilisation). En intégrant l'équation ci-dessus avec une valeur initiale nulle de  $R$ , on obtient :

$$R(p) = Q(1 - \exp(-bp)) \quad (3.11)$$

La figure 3.4, présentée par CHABOCHE, 1989 et reprise des travaux de GOODALL, HALES et WALTERS, 1981, compare les prédictions de la loi 3.10 avec des résultats obtenus au cours d'essais cycliques sur un acier inoxydable 316L. Elle présente plus précisément l'évolution de la réponse expérimentale en « contrainte normalisée » en fonction de la déformation plastique cumulée, que l'on peut relier directement au rapport  $\frac{R}{Q}$  :

$$\frac{\sigma_M - \sigma_{M_0}}{\sigma_{M_s} - \sigma_{M_0}} = \frac{R - R_0}{R_s - R_0} = \frac{R}{Q} = 1 - \exp(-bp) \quad (3.12)$$

où  $\sigma_M$  est la contrainte maximale actuelle,  $\sigma_{M_0}$  la contrainte maximale à la fin du premier cycle et  $\sigma_{M_s}$  la valeur de la contrainte stabilisée, liées à la variation maximale actuelle de la limite d'élasticité  $R$ , la variation maximale de la limite d'élasticité à la fin du premier cycle  $R_0$  et à la valeur de la variation de la limite d'élasticité stabilisée  $R_s$ . Cette relation montre que ce choix de modélisation de l'écrouissage isotrope implique que la contrainte normalisée  $\frac{\sigma_M - \sigma_{M_0}}{\sigma_{M_s} - \sigma_{M_0}}$  introduite dans l'équation 3.12 en fonction de la déformation plastique cumulée  $p$  est indépendante de l'amplitude des déformations plastiques. Cette propriété est bien vérifiée sur la figure 3.4.

**En changeant les valeurs des coefficients de la loi d'écrouissage cinématique.** On peut tout à fait supposer que les coefficients choisis  $C_i$  et  $\gamma_i$  pour la loi d'écrouissage cinématique sont des fonctions de la déformation plastique cumulée dans les équations 3.6 et 3.9, devenant ainsi  $C_i(p)$  et  $\gamma_i(p)$ . Ce couplage des écrouissages cinématique et isotrope a été proposé par MARQUIS, 1979 via l'introduction d'une fonction  $\Phi(p)$  :

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3} C \dot{\epsilon}_p - \Phi(p) \gamma \mathbf{X} \dot{p} \quad (3.13)$$

avec comme forme possible pour  $\Phi$  :

$$\Phi(p) = \Phi_\infty + (1 - \Phi_\infty) \exp(-bp) \quad (3.14)$$

D'autres formes pour cette fonction  $\Phi$  existent dans la littérature mais ne seront pas présentées ici. La forme donnée dans l'équation 3.14 implique une très légère dépendance de la contrainte normalisée  $\frac{\sigma_M - \sigma_{M_0}}{\sigma_{M_s} - \sigma_{M_0}}$  vis à vis de la déformation plastique cumulée  $p$ , dans un domaine qui reste dans la variabilité des mesures présentées figure 3.4.

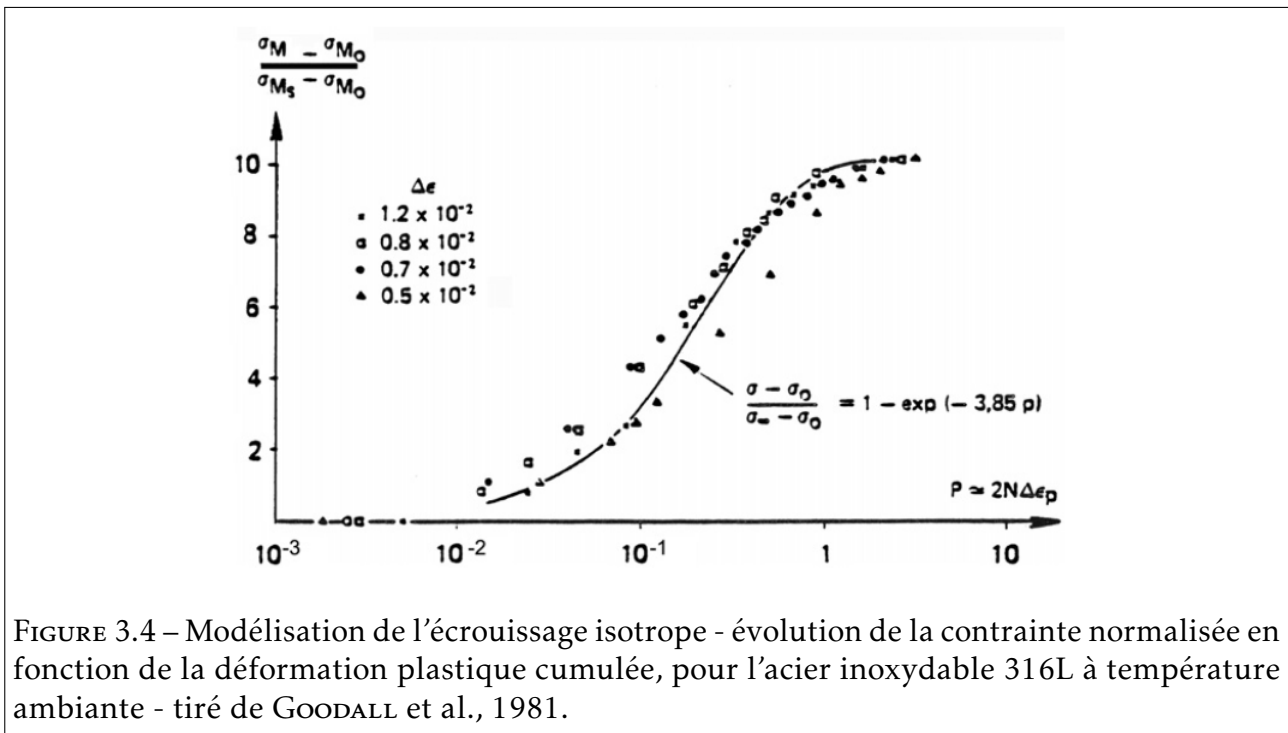


FIGURE 3.4 – Modélisation de l'écroutissement isotrope - évolution de la contrainte normalisée en fonction de la déformation plastique cumulée, pour l'acier inoxydable 316L à température ambiante - tiré de GOODALL et al., 1981.

### 3.3 Modèle de Chaboche avec effet de mémoire CHABOCHE et al., 1979

Plusieurs observations expérimentales ont montré que la valeur asymptotique des contraintes atteintes lors de chargements cycliques peut dépendre de l'histoire des chargements, particulièrement dans les aciers inoxydables comme cela est illustré sur la figure 3.5 (CHABOCHE et al., 1979, LEMAITRE et al., 1985). Pour ce type de matériau, la modélisation de l'écroutissement isotrope telle que présentée équation 3.10, ou même celle de l'écroutissement cinématique, ne permettent pas de décrire les effets de mémoire : les variables relatives à l'écroutissement cinématique se stabilisent et la valeur de  $R$  sature vers une valeur asymptotique  $Q$  unique. Or, dans ce genre de cas, la courbe cyclique stabilisée n'est pas unique et dépend clairement de l'histoire des chargements vus par le matériau.

Pour pallier ces défauts de modélisation de l'écroutissement, de nouvelles variables internes qui "mémorisent" la "déformation plastique maximale" atteinte précédemment ont été introduites par CHABOCHE et al., 1979. Le principe est de considérer une seconde surface de charge, la surface de "mémoire"  $F$ , dans l'espace des déformations plastiques, complètement analogue à la surface de charge définissant la frontière du domaine élastique, et définie par l'inégalité :

$$F = \frac{2}{3}(\epsilon_p - \zeta)_{eq} - \rho \leq 0 \quad (3.15)$$

où  $\frac{2}{3}(\epsilon_p - \zeta)_{eq}$  est une mesure de distance dans l'espace des tenseurs dans laquelle la norme utilisée  $\|\cdot\|_{eq}$  est celle relative aux contraintes. L'écoulement plastique dans ce domaine ne

change pas l'« état de la mémoire » caractérisé par les variables tensorielle  $\zeta$  et scalaire  $\rho$ . On associe à cette surface de mémoire une loi de normalité et l'on pose les lois d'évolution suivantes des nouveaux paramètres internes  $\zeta$  et  $\rho$  :

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \eta(\mathbf{n} : \mathbf{n}^*)\dot{p} \text{ si } F = 0 \text{ ou } 0 \text{ sinon} \\ \dot{\zeta} = \sqrt{\frac{3}{2}}(1 - \eta)H(F)(\mathbf{n} : \mathbf{n}^*)\mathbf{n}^*\dot{p} \end{cases} \quad (3.16)$$

où  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{n}^*$  les normales unitaires respectivement à la surface de charge  $f = 0$  et à la surface de mémoire  $F = 0$  :

$$\begin{cases} \mathbf{n} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{p}} \\ \mathbf{n}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\epsilon_p - \zeta}{\rho} \end{cases} \quad (3.17)$$

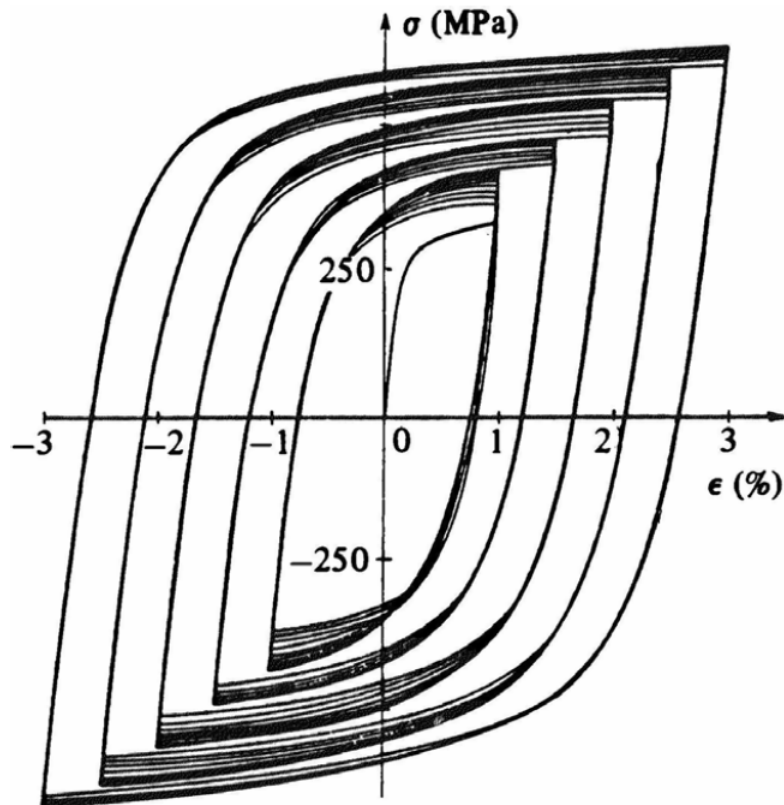


FIGURE 3.5 – Réponse expérimentale de l'acier inoxydable 316L à température ambiante pour 5 amplitudes croissantes de déformations - CHABOCHE et al., 1979.

Les équations 3.16 assurent les conditions  $F \leq 0, \dot{\rho} = 0$  si  $F < 0$ . Le coefficient  $\eta$  a été introduit par OHNO, 1982 dans le but de simuler une mémoire "progressive". La valeur particulière  $\eta = \frac{1}{2}$  a été utilisée pour les premiers développements considérant des chargements cycliques symétriques (CHABOCHE et al., 1979). Pour une amplitude fixée  $\Delta\epsilon_p$  de déformations plastiques (sous traction-compression), les équations 3.16 mènent à la réponse stabilisée

suivante :

$$\begin{cases} \rho = \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \\ \zeta = \epsilon_p^{moy} = \frac{\epsilon_p^{max} + \epsilon_p^{min}}{2} \end{cases} \quad (3.18)$$

Pour  $\eta = \frac{1}{2}$ , l'effet de mémorisation est instantané et l'état stabilisé est atteint après le premier cycle. L'effet de mémorisation est progressif dès lors que  $\eta < \frac{1}{2}$ . La dépendance entre la courbe cyclique vis à vis de l'amplitude de la déformation plastique est introduite en considérant un état asymptotique  $Q$  dans l'équation 3.10 dépendant de  $\rho$ , par exemple à travers l'équation :

$$Q(\rho) = Q_M + (Q_0 - Q_M)\exp(-2\mu\rho) \quad (3.19)$$

ou bien en spécifiant les différentes valeurs de  $Q(\rho)$  de manière discrète. Cela introduit de fait une dépendance de la taille  $R$  du domaine élastique vis à vis du paramètre interne de mémoire  $\rho$ , par le biais de l'équation 3.10 où  $Q$  est remplacé par  $Q(\rho)$ .

### 3.4 Modèle simplifié

Les avantages du modèle CHABOCHE et al., 1979 tel que présenté sont nombreux. Cependant, l'introduction de nouvelles variables internes, l'une tensorielle associée à une seconde surface de charge de « mémoire », et une scalaire, pour définir l'état de mémoire, rend le modèle complexe. L'objectif de cette section est de proposer une simplification originale de la prise en compte des effets de mémoire, en remplaçant la variable tensorielle  $\zeta$  et le domaine de réversibilité multidimensionnel qui lui est associé, par des variables scalaires et un simple segment de la droite réelle.

**Une variable interne scalaire pour prendre en compte l'histoire de l'amplitude des déformations.** Le choix fait par CHABOCHE et al., 1979 de suivre l'amplitude de variation de la déformation plastique à travers une variable tensorielle et une surface de charge supplémentaire, semble particulièrement adapté aux chargements non proportionnels, mais reste cependant complexe. Comme expliqué précédemment, l'introduction de l'effet de mémoire vient modéliser l'observation expérimentale que la valeur asymptotique des contraintes atteinte lors de chargements cycliques peut dépendre de l'histoire des chargements ; cette introduction permet de pallier la saturation de l'érouissage isotrope dans sa modélisation présentée dans la section 3.2.

Dans cette optique, la prise en compte de l'histoire des déformations plastiques peut se faire à travers l'introduction d'une variable scalaire  $\bar{\epsilon}$  définie par la loi d'évolution suivante :

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \text{sgn}(\text{tr}(\dot{\epsilon}))\dot{\epsilon}_{eq}^p \quad (3.20)$$

où  $\text{sgn}(\text{tr}(\dot{\epsilon}))$  désigne le signe de la trace du taux de déformation totale.  $\bar{\epsilon}$  est une sorte de

taux de déformation équivalente signée, évoluant positivement en "traction" et négativement en "compression".

On peut dès lors définir, en fonction de l'histoire des chargements, les deux variables suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\epsilon}_{min} = \min_{0 \leq \tau \leq t} \bar{\epsilon}(\tau) \\ \bar{\epsilon}_{max} = \max_{0 \leq \tau \leq t} \bar{\epsilon}(\tau) \end{cases} \quad (3.21)$$

On introduit alors la variable  $q$ , qui est une mesure possible de l'amplitude des déformations plastiques atteintes précédemment, et qui permet de définir notre état de mémoire, de manière analogue à la variable  $\rho$  introduite dans CHABOCHE et al., 1979 :

$$q = \frac{1}{2}(\bar{\epsilon}_{max} - \bar{\epsilon}_{min}) \quad (3.22)$$

On s'affranchit alors du tenseur  $\zeta$  et de la surface de charge multidimensionnelle  $F \leq 0$  pour définir l'état de mémoire du matériau; ces éléments sont remplacés par le simple segment  $[\bar{\epsilon}_{min}, \bar{\epsilon}_{max}]$ , dont la demi-longueur (analogue au rayon  $\rho$  dans la modélisation de Chaboche) vaut  $q$ . Le gain en simplicité, concrétisé par la considération de deux variables scalaires, est contrebalancé par la perte potentielle d'informations dans deux cas : (i) le cas de chargements purement déviatoriques et (ii) le cas de chargements non proportionnels, mais de tels chargements ne sont pas considérés dans le cadre de cette thèse. A noter que, dans le cadre d'une amplitude fixée  $\Delta\epsilon_p = \epsilon_{max}^p - \epsilon_{min}^p$  de déformation plastique en traction-compression, la valeur stabilisée de la variable  $q$  est la même que celle de  $\rho$  indiquée dans l'équation 3.18.

Le critère du modèle, similaire au précédent 3.3, devient alors en incluant cette nouvelle variable interne  $q$  dans la partie isotrope de l'érouissage :

$$f = (\sigma - \mathbf{X})_{eq} - R(p, q) \leq 0 \quad (3.23)$$

**Modélisation de l'érouissage isotrope.** La nouvelle équation différentielle proposée pour l'évolution de  $R$  est la suivante :

$$\dot{R} = b(Q(q) - R)\dot{p} \quad (3.24)$$

où  $Q(q)$  est alors la courbe cyclique réduite, et où  $R(0, 0) = Q(0) = \sigma_0$ .

**Modélisation de l'érouissage cinématique.** L'érouissage cinématique est modélisé par plusieurs centres présentant des lois d'évolution non-linéaires, comme dans le modèle CHABOCHE et al., 1979 :

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \sum_{i=1}^M \mathbf{X}_i \\ \forall i \in \llbracket 1, M \rrbracket, \quad \dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\epsilon}_p - \gamma_i \mathbf{X}_i \dot{p} \end{cases} \quad (3.25)$$



### 3.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter un modèle d'écrouissage mixte analogue à celui de CHABOCHE et al., 1979 prenant en compte les effets de mémoire cycliques, mais simplifié en se fondant sur des variables internes de mémoire scalaires plutôt que sur l'introduction d'une variable tensorielle et la définition d'une surface de charge supplémentaire.

Dans un premier temps, nous avons rappelé les hypothèses du modèle, nous affranchissant des phénomènes de viscosité que peuvent présenter certains matériaux et qui donnent lieu à la prise en compte de variables supplémentaires pour modéliser de manière satisfaisante le comportement cyclique viscoplastique.

Puis nous avons présenté les bases de la modélisation de l'écrouissage cinématique et isotrope. Ces modélisations simples, mais pertinentes pour une large classe de matériaux, permettent de reproduire certains effets importants observés expérimentalement, notamment la non-linéarité de la loi contrainte-déformation dans le cadre d'un écrouissage cinématique, permettant de reproduire l'effet Bauschinger, ainsi que la description du rochet des déformations ou encore les effets de relaxation de la contrainte moyenne pour des chargements cycliques non-symétriques. Ces modélisations présentent néanmoins de nombreux défauts pour la modélisation du comportement de matériaux du type acier inoxydable 316L, l'un des défauts majeurs étant la saturation de l'écrouissage isotrope vers une valeur asymptotique unique, qui ne permet pas de rendre compte du comportement observé expérimentalement lorsqu'on augmente l'amplitude des déformations appliquées après avoir obtenu, pour une amplitude donnée, le cycle stabilisé.

C'est pour pallier ces manques que CHABOCHE et al., 1979 ont proposé un modèle permettant de prendre en compte l'histoire des déformations en introduisant les effets de mémoire de la déformation. Pour cela, une nouvelle surface de charge dans l'espace des déformations plastiques a été introduite, par le biais d'une nouvelle variable interne tensorielle, et d'une variable scalaire, permettant ainsi de décrire le domaine de « mémoire » et son évolution grâce à une loi de normalité associée. Ce modèle a permis de reproduire de manière satisfaisante le comportement de l'acier inoxydable 316L en s'affranchissant de l'effet de saturation de l'écrouissage isotrope. Cependant, afin de disposer d'un modèle plus simple dans le cadre de cette thèse, une simplification, fondée sur la prise en compte de nouveaux paramètres internes scalaires plutôt que tensoriels pour rendre compte de l'histoire des déformations plastiques, a été introduite. Cette modélisation permet de bénéficier des mêmes avantages que le modèle présenté par CHABOCHE et al., 1979 en modélisant fidèlement le comportement cyclique de l'acier inoxydable 316L tout en allégeant sa complexité numérique et simplifiant aussi sa mise en oeuvre numérique. Ce modèle permet de s'appuyer sur une courbe cyclique

déterminée par plusieurs essais expérimentaux sous diverses amplitudes de déformations imposées, pour reproduire à la fois le comportement monotone et le comportement cyclique des matériaux considérés, comme cela est développé dans la Partie 3 de ce manuscrit.



# Implémentation numérique et application d'un modèle de rupture ductile cyclique

Ce chapitre est consacré à l'implémentation numérique et à l'application du modèle récent de MORIN et al., 2017 adapté à la rupture ductile cyclique. Après avoir rappelé les équations du modèle, on présente l'algorithme utilisé pour résoudre l'étape locale du problème élastoplastique, algorithme fortement inspiré de ENAKOUTSA, LEBLOND et PERRIN, 2007, permettant de réduire le problème à la résolution d'un système non-linéaire de deux équations portant sur deux inconnues. Cet algorithme a été implémenté dans le code de calcul SYSTUS® afin de comparer les prédictions du modèle avec les résultats de simulations micromécaniques de croissance de cavités.

## 4.1 Introduction

Comme souligné par les travaux de DEVAUX et al., 1997 et détaillé dans l'Introduction de cette Deuxième Partie, le modèle de GURSON, 1977, ainsi que son extension par TVERGAARD et NEEDLEMAN, 1984, sont incapables de reproduire le phénomène de rochet de la porosité, sous chargement cyclique l'évolution de la porosité étant stabilisée dès le premier cycle. Ce manque de ces modèles découle directement de la manière heuristique dont l'écroutissage a été introduit à travers une seule et même variable  $\bar{\Sigma}$  dans leurs critères.

Pour mieux rendre compte des effets de l'écroutissage et essayer de reproduire l'effet de rochet de la porosité, LEBLOND et al., 1995 ont étendu le modèle de GURSON, 1977 en introduisant deux paramètres distincts pour rendre compte de l'écroutissage. Proposant de meilleurs résultats qualitatifs que les modèles précédents, le modèle de LEBLOND et al., 1995 présente cependant l'inconvénient d'imposer l'hypothèse de chargement proportionnel en déformation, peu réaliste vis à vis des résultats expérimentaux. En 2016, LACROIX et al., 2016 ont étendu le critère précédent pour les matériaux rigides-plastiques à écroutissage isotrope

en s'inspirant de l'idée de HERVE et ZAOUI, 1993 d'introduire en chaque "point matériel" une sphère creuse élémentaire sous-jacente subdivisée en  $N$  couches sphériques concentriques. Les résultats de ce nouveau modèle ont été validés par comparaison de ses prédictions avec des calculs micromécaniques pour des matériaux présentant un écrouissage isotrope. Les résultats obtenus étaient particulièrement satisfaisants tant du point de vue qualitatif que quantitatif, notamment pour les grandes valeurs de la triaxialité pour lesquelles la cellule élémentaire initialement sphérique le restait effectivement.

Très récemment, MORIN et al., 2017 ont repris l'idée de LACROIX et al., 2016 pour l'appliquer aux cas de matériaux rigides-écrouissables présentant un écrouissage mixte isotrope/cinématique. Fondé sur la théorie de l'analyse-limite séquentielle (YANG, 1993, LEU, 2007, LEBLOND et al., 2018), le modèle proposé permet d'introduire rigoureusement l'écrouissage dans un modèle de type Gurson, à condition de négliger l'élasticité. Le critère fait dès lors apparaître quatre variables internes macroscopiques distinctes, deux liées à l'écrouissage isotrope et deux à l'écrouissage cinématique.

Le modèle de rupture ductile cyclique de MORIN et al., 2017 doit être validé avant de pouvoir envisager son utilisation. Outre la validation séparée de chacun des constituants du modèle, la comparaison des prédictions du modèle avec des simulations micromécaniques sur des problèmes d'évolution où le volume élémentaire ne reste pas sphérique, est cruciale pour pouvoir en évaluer la pertinence. Historiquement, le modèle de GURSON, 1977 a ainsi permis de reproduire les calculs micromécaniques de KOPLIK et NEEDLEMAN, 1988 pour des chargements axisymétriques à triaxialité élevée.

Le but essentiel de ce chapitre est donc de valider le modèle de MORIN et al., 2017 en comparant ses prédictions à des simulations micromécaniques. Ces simulations devront incorporer autant que possible les hypothèses faites pour obtenir le modèle, et donc considérer des matériaux élastiquement peu déformables (quasi-rigides). De plus, elles devront considérer, pour bien tester le modèle dans toute sa généralité, plusieurs types d'écrouissage (i) isotrope, (ii) cinématique linéaire, (iii) cinématique non-linéaire (ARMSTRONG et FREDERICK, 1966) et (iv) mixte (modèle de Chaboche simplifié avec effet de mémoire cyclique présenté précédemment). L'organisation du chapitre est la suivante :

- La section 4.2 est consacrée à la présentation succincte de la théorie de l'analyse-limite séquentielle.
- La section 4.3 présente la formulation du modèle complet de rupture ductile cyclique, fondé sur la fonction de charge et les équations d'évolution des variables internes de MORIN et al., 2017.
- La section 4.4 présente l'implémentation numérique du modèle, en se concentrant l'étape "locale" du problème elastoplastique numérisé.

- La section 4.5 est consacrée à la comparaison des prédictions du modèle de MORIN et al., 2017 à des simulations micromécaniques de croissance de cavités dans un milieu plastique soumis à un chargement cyclique de triaxialité constante en valeur absolue, pour différents types d'écoulement.

## 4.2 De l'analyse limite classique à l'analyse limite séquentielle

L'analyse limite séquentielle a été introduite comme une extension heuristique de l'analyse limite classique aux matériaux écoulements dans le cadre des grandes déformations et des grands déplacements. Elle permet donc de s'affranchir des hypothèses de plasticité parfaite et du cadre géométrique imposant des petites déformations et des petits déplacements. Nous présentons dans cette section le cadre d'application de l'analyse limite séquentielle, et nous montrons que cette dernière n'est applicable que dans la mesure où les effets de l'élasticité sont complètement négligés. Ainsi, l'intérêt de cette approche dépend entièrement de l'importance du couplage élasto-plastique dans les problèmes mécaniques que l'on cherche à traiter.

### 4.2.1 Introduction

L'analyse limite classique, très utilisée dans de nombreux problèmes, n'est applicable que pour des matériaux parfaitement plastiques, dans le cadre des petites déformations et des petits déplacements. Bien qu'elle soit très utile, il existe de nombreuses situations où le problème mécanique à traiter nécessite de s'affranchir de ces hypothèses, en considérant des matériaux écoulements, dans le cadre des grandes déformations et des grands déplacements. C'est dans cet objectif que YANG, 1993 a proposé une méthode heuristique pour s'affranchir des hypothèses de l'analyse limite classique en introduisant un nouveau cadre d'étude appelée **analyse limite séquentielle**. Ce nouveau cadre d'étude qui prend en compte à la fois les effets géométriques de grands déplacements et de grandes déformations, et les effets d'écoulement, a été développé essentiellement dans le contexte de méthodes numériques. Un cadre théorique rigoureux a été proposé par LEBLOND et al., 2018, dans lequel les hypothèses implicites sur lesquelles repose l'analyse limite séquentielle sont clairement énoncées, et comparées avec celles de l'analyse limite classique.

Succinctement, l'analyse limite séquentielle consiste à considérer un matériau écoulement, dans le cadre général des grandes déformations, comme une succession de matériaux parfaitement plastiques dans différentes configurations géométriques successives. Dans cette approche, à un instant de discrétisation donné, la géométrie et les paramètres d'écoulement

sont considérés comme momentanément fixés. A cet instant donné le matériau écrouissable, considéré dans le cadre géométrique global, se comporte alors comme un matériau parfaitement plastique en petites transformations, le rôle des changements de géométries et des évolutions des paramètres d'écrouissage étant de modifier la surface de charge et la loi d'écoulement à l'instant discrétisé suivant. Un critère de plasticité global ainsi qu'une loi d'écoulement globale peuvent alors être obtenus en utilisant les outils de l'analyse limite classique. L'évolution des paramètres d'écrouissage et de la configuration géométrique est obtenue *a posteriori*, en les actualisant à l'aide du champ de vitesse test utilisé dans l'analyse limite, à travers une intégration sur l'intervalle correspondant au pas de temps.

Ce nouveau cadre d'étude a permis quelques cas d'application, bien que les fondements théoriques de l'analyse limite séquentielle soient restés flous, voire non définis, remettant ainsi en cause la validité globale de l'approche. C'est pourquoi il est nécessaire de préciser les hypothèses implicites faites par l'analyse limite séquentielle, en comparant ses équations à celles du problème élasto-plastique global, mais aussi à celles de l'analyse limite classique, dont les résultats et les outils sont utilisés à chaque instant.

#### 4.2.2 Analyse limite classique

On considère un corps  $\Omega$  composé d'un matériau élastique-parfaitement plastique qui vérifie une loi d'écoulement associée au critère par la loi de normalité de Hill. L'évolution élasto-plastique de ce corps est considérée dans un cadre géométrique linéarisé, de sorte que les équations du problème puissent s'écrire en fonction du vecteur position dans la configuration initiale  $\mathbf{X}$ , du tenseur des déformations linéarisé  $\epsilon$  et du tenseur des contraintes de Cauchy  $\sigma$ . Avec ces hypothèses, ces équations s'écrivent (en négligeant les forces de masse pour simplifier) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{div}_{\mathbf{X}}(\sigma) = \mathbf{0} & \text{Équation d'équilibre} \\ \dot{\epsilon} = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}_{\mathbf{X}} \dot{\mathbf{u}} + {}^t\mathbf{grad}_{\mathbf{X}} \dot{\mathbf{u}}) & \text{Définition de } \dot{\epsilon} \\ \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p & \text{Décomposition additive de } \dot{\epsilon} \\ \dot{\epsilon}^e = \mathbf{S} : \dot{\sigma} & \text{Loi d'élasticité} \\ \dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma}(\sigma) & \text{Loi d'écoulement plastique} \\ f(\sigma) \leq 0, \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} f(\sigma) = 0 & \text{Conditions de Kuhn-Tucker} \\ C.L & \text{Conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Dans ces équations,  $\dot{\mathbf{u}}$  est le vecteur vitesse ( $\mathbf{u}$  est le vecteur déplacement),  $\dot{\epsilon}^e$  le taux de déformation élastique,  $\dot{\epsilon}^p$  le taux de déformation plastique,  $\mathbf{S}$  le tenseur de souplesse élastique,  $f(\sigma)$  le critère de plasticité (qui ne dépend que de  $\sigma$  en l'absence d'écrouissage) et  $\dot{\lambda}$  le multiplicateur plastique. Les conditions aux limites, symbolisées par les lettres "C.L", ne sont pas

explicitées et seront supposés dépendre linéairement d'un nombre fini de paramètres de chargements  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  définissant un « vecteur chargement »  $\mathbf{Q}$ . Les paramètres conjugués de type déplacement  $q_1, q_2, \dots, q_n$  définissant collectivement un « vecteur déplacement »  $\mathbf{q}$  sont définis de telle sorte que la puissance virtuelle des efforts extérieurs vaille  $\sum_{i=1}^N Q_i \dot{q}_i = \mathbf{Q} \cdot \dot{\mathbf{q}}$ .

Dans un tel cadre, l'analyse limite classique étudie les « charges limites » d'une structure, c'est à dire les valeurs "maximales" que peut prendre le vecteur  $\mathbf{Q}$  des paramètres de chargement. Suivant DRUCKER, PRAGER et GREENBERG, 1952, ces chargements limites sont définis par les deux conditions :

$$\dot{\mathbf{Q}} = 0 \quad (4.2)$$

$$\dot{\mathbf{q}} \neq 0 \quad (4.3)$$

qui signifient que lorsqu'un chargement limite est atteint, le chargement ne varie plus, alors que la structure continue à se déformer.

Dans la suite nous allons revenir succinctement sur deux résultats majeurs de l'analyse limite.

**Un lemme de DRUCKER et al., 1952.** Même si l'approche présentée par HILL, 1951 était fondée sur l'hypothèse d'absence d'élasticité, DRUCKER et al., 1952 ont démontré que l'on pouvait s'affranchir de cette hypothèse. Cela découle du lemme suivant, qui montre en toute rigueur que l'élasticité ne joue plus de rôle lorsqu'un chargement limite est atteint :

**Lemme 4.2.1** *En un chargement limite  $\mathbf{Q}$ , on a :*

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega : \quad \dot{\epsilon}^e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \dot{\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

Ce lemme permet alors de réécrire les équations (4.1) de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{div}_{\mathbf{x}}(\sigma) = \mathbf{0} \\ \dot{\epsilon} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{grad}_{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{u}} + {}^t \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} \dot{\mathbf{u}}) = \dot{\epsilon}^p \\ \dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma}(\sigma) \\ f(\sigma) \leq 0, \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} f(\sigma) = 0 \\ C.L \end{array} \right. \quad (4.4)$$

où la condition  $\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{0}$  a été abandonnée, car elle ne joue aucun autre rôle que de permettre, suivant le lemme de DRUCKER et al., 1952, d'éliminer  $\dot{\epsilon}^e$  des équations.



**Un lemme de HILL, 1951.** On appelle ensemble des chargements potentiellement supportables, et l'on note  $\mathcal{K}$ , l'ensemble des chargements  $\mathbf{Q}$  tels qu'il existe un champ de contrainte  $\sigma(\mathbf{x})$  statiquement admissible avec  $\mathbf{Q}$  et plastiquement admissible (c'est-à-dire tel que :  $\forall \mathbf{x}, \sigma(\mathbf{x}) \in \mathcal{C}$  où  $\mathcal{C}$  désigne le convexe d'élasticité). Il résulte immédiatement de cette définition et de la convexité de  $\mathcal{C}$  que  $\mathcal{K}$  est convexe. De plus,  $\mathcal{K}$  contient évidemment l'origine.

Il est immédiat que tout  $\mathbf{Q}$  effectivement supportable (c'est à dire pouvant être obtenu au terme d'un trajet de chargement issu de l'origine) est potentiellement supportable. Dans l'hypothèse d'un comportement parfaitement plastique vérifiant le principe de HILL, 1951 on peut montrer l'implication réciproque : tous les chargements potentiellement supportables le sont effectivement. Cela découle essentiellement du lemme suivant :

**Lemme 4.2.2** *Pour tout chargement-limite  $\mathbf{Q}$ , et tout  $\mathbf{Q}^* \in \mathcal{K}$ , on a :*

$$(\mathbf{Q} - \mathbf{Q}^*) \cdot \dot{\mathbf{q}} \geq 0$$

où  $\dot{\mathbf{q}}$  désigne la vitesse correspondant, via la loi de comportement, au chargement-limite  $\mathbf{Q}$ .

Pour déterminer l'ensemble des chargements potentiellement (et donc effectivement) supportables, l'analyse limite se fonde sur deux approches très connues que l'on rappelle rapidement dans les deux paragraphes suivants.

**Approche par l'intérieur.** Supposons qu'on se fixe un chargement  $\mathbf{Q}_0$  et que l'on cherche la valeur « limite » (maximale)  $\lambda_p$  de  $\lambda$  telle que le chargement  $\lambda \mathbf{Q}_0$  soit potentiellement supportable. Si l'on a déterminé une valeur de  $\lambda$  et un champ  $\sigma(\mathbf{x})$  statiquement admissible avec  $\lambda \mathbf{Q}_0$  et plastiquement admissible, on est assuré que  $\lambda_p \geq \lambda$ . On parle par conséquent d'approche *par l'intérieur* de l'ensemble  $\mathcal{K}$  des chargements potentiellement supportables.

En pratique, il est souvent difficile de construire des champs statiquement admissibles intéressants (menant à une minoration significative de la charge limite); la difficulté est principalement de respecter les équations d'équilibre. On préfère donc la plupart du temps une autre approche, dite *par l'extérieur*, moins intuitive mais de mise en œuvre plus aisée.

**Approche par l'extérieur.** Définissons la dissipation plastique  $\pi(\dot{\epsilon})$  associée à tout tenseur  $\dot{\epsilon}$  symétrique de trace nulle par la formule :

$$\pi(\dot{\epsilon}) = \sup_{\sigma^* \in \mathcal{C}} (\sigma^* : \dot{\epsilon}) \quad (4.5)$$

Supposons qu'on ait construit un vecteur  $\dot{\mathbf{q}}$  et un champ de vitesse  $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$  incompressible<sup>1</sup> cinématiquement admissible avec  $\dot{\mathbf{q}}$ . On a alors, pour tout  $\mathbf{Q}^* \in \mathcal{K}$  :

$$\mathbf{Q}^* \cdot \dot{\mathbf{q}} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^* : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \, d\Omega \leq \int_{\Omega} \pi(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}) \, d\Omega \quad (4.6)$$

Cette inégalité fournit une "majoration" de  $\mathbf{Q}^*$ , d'où la terminologie d'approche *par l'extérieur* de l'ensemble  $\mathcal{K}$  des chargements potentiellement supportables.

**Équivalence des approches par l'intérieur et par l'extérieur.** Un des résultats fondamentaux de l'analyse-limite est l'équivalence entre l'approche par l'intérieur et celle par l'extérieur. Cette équivalence est vraie à condition de considérer tous les champs de vitesses incompressibles et cinématiquement admissibles possibles. Plus précisément, cette équivalence repose sur le résultat suivant : *Soit  $\mathcal{K}'$  l'ensemble des chargements  $\mathbf{Q}$  tels que pour tout  $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$  incompressible cinématiquement admissible :*

$$\mathbf{Q} \cdot \dot{\mathbf{q}} \leq \int_{\Omega} \pi(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^*) \, d\Omega$$

Alors  $\mathcal{K}' = \mathcal{K}$

Ainsi, l'approche par l'extérieur fournit bien la charge limite et non un majorant strict de cette dernière.

### 4.2.3 Analyse limite séquentielle (LEBLOND et al., 2018)

A la différence de l'analyse limite classique, on s'intéresse ici au problème plus général d'un corps  $\Omega$  composé d'un matériau élasto-plastique présentant de l'érouissage, et considéré dans un cadre géométrique général prenant en compte les grandes déformations et les grands déplacements. En reprenant les notations introduites dans LEBLOND et al., 2018, l'ensemble des paramètres d'érouissage locaux est noté  $\chi$  et le vecteur position local  $\mathbf{x}$ . Les équations d'évolution du problème, écrite dans le cadre Eulérien donc dans la configuration actuelle, sont en notant  $\mathbf{d}$  le taux de déformation Eulérien et  $\boldsymbol{\sigma}$  le tenseur des contraintes de Cauchy :

1. Cette restriction est due au fait que pour les critères usuels indépendants de la contrainte moyenne, la dissipation plastique  $\pi(\dot{\boldsymbol{\epsilon}})$  est infinie si  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$  n'est pas de trace nulle. Ainsi, utiliser un champ de vitesse compressible conduit à une majoration de l'équation 4.5 où le second membre vaut  $+\infty$ , sans intérêt.

$$\left\{ \begin{array}{ll}
\mathbf{div}_x(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0} & \text{Équation d'équilibre} \\
\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{grad}_x \mathbf{v} + {}^t\mathbf{grad}_x \mathbf{v}) & \text{Définition de } \mathbf{d} \\
\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p & \text{Décomposition additive de } \mathbf{d} \\
\mathbf{d}^e = \mathbf{S} : \frac{D\boldsymbol{\sigma}}{Dt} & \text{Loi d'élasticité faible} \\
\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) & \text{Loi d'écoulement plastique} \\
f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) \leq 0, \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) = 0 & \text{Conditions de Kuhn-Tucker} \\
\frac{D\boldsymbol{\chi}}{Dt} = \dots & \text{Évolution des paramètres d'écrouissage} \\
\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} & \text{Évolution de la géométrie} \\
C.L & \text{Conditions aux limites}
\end{array} \right. \quad (4.7)$$

Dans ces équations  $\mathbf{v}$  est le vecteur vitesse,  $\mathbf{d}^e$  la partie élastique du taux de déformation,  $\mathbf{d}^p$  la partie plastique du taux de déformation, et  $\frac{D}{Dt}$  représente une dérivée objective (par exemple celle de Jaumann). Par comparaison avec les équations de l'analyse limite classique, deux nouvelles équations sont présentes, et correspondent aux équations d'évolution des paramètres d'écrouissage et de la géométrie.

**Conditions de réduction aux équations de l'analyse limite.** Dans le cas général, il n'est pas possible de réduire le système d'équations du problème élasto-plastique global (4.7) au système d'équations définissant l'analyse limite (4.4). Cependant, dans le cas où l'on peut négliger complètement l'élasticité, c'est à dire considérer le cas limite dans lequel le tenseur de souplesse  $\mathbf{S}$  tend vers  $\mathbf{0}$ , le système se réduit à :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0} \\
\mathbf{div}_x(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0} \\
\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{grad}_x \mathbf{v} + {}^t\mathbf{grad}_x \mathbf{v}) = \mathbf{d}^p \\
\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) \\
f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) \leq 0, \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) = 0 \\
\frac{D\boldsymbol{\chi}}{Dt} = \dots \\
\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \\
C.L
\end{array} \right. \quad (4.8)$$

où la condition additionnelle  $\dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0}$  vient préciser que l'on s'intéresse seulement aux chargements  $\mathbf{Q}$  qui déforment effectivement la structure. Ainsi, si l'on considère uniquement les cinq premières équations du système obtenu ainsi que les conditions limites, on obtient le

sous-système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{q}} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{div}_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{d} = \frac{1}{2} (\mathbf{grad}_{\mathbf{x}} \mathbf{v} + {}^t \mathbf{grad}_{\mathbf{x}} \mathbf{v}) = \mathbf{d}^p \\ \mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) \\ f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) \leq 0, \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi}) = 0 \\ C.L \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Considéré sur un intervalle de temps fini, ce sous-système est incomplet car il ne précise pas comment les paramètres d'érouissage et la géométrie évoluent au cours du temps, alors que ces éléments ont un impact direct sur les équations du système. Cependant, à un instant donné, en considérant que l'état d'érouissage et la configuration géométrique sont entièrement définis à cet instant, le système d'équations présenté est complet et ne nécessite pas de spécifier ces lois d'évolution, car elles ne sont pas nécessaires à la résolution du système. En outre, le système (4.9) est complètement analogue au système d'équations de l'analyse limite classique (4.4), avec les correspondances  $\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{X}$ ,  $\mathbf{v} \leftrightarrow \dot{\mathbf{u}}$ ,  $\mathbf{d} \leftrightarrow \dot{\boldsymbol{\epsilon}}$  et  $\mathbf{d}^p \leftrightarrow \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ . De ce point de vue les paramètres d'érouissage et la géométrie jouent le rôle de simples paramètres dans le système (4.7). C'est cette analogie qui justifie - dans le cas restrictif, rappelons-le, où l'élasticité peut-être complètement négligée - la théorie de l'analyse limite séquentielle : on peut dès lors utiliser les résultats et les outils de l'analyse limite classique, en considérant les paramètres d'érouissage et la géométrie comme donnés et fixés, leur seul rôle étant de modifier la surface de charge et la configuration actuelle.

#### 4.2.4 Conclusion

L'analyse limite séquentielle présente deux avantages majeurs :

- Elle étend les résultats et les méthodes de l'analyse limite classique en prenant en compte les effets de l'érouissage, les grandes déformations et grands déplacements. Ce sont des aspects importants car ces phénomènes ont un impact majeur sur les problèmes où la plasticité est présente.
- Elle permet, par le biais d'une simple transposition, d'utiliser les procédures et les outils puissants de l'analyse limite classique. En particulier, elle permet l'application de l'approche par l'extérieur, qui est polyvalente et particulièrement efficace étant donné les possibilités étendues de choix des champs de vitesse tests.

Cependant cette théorie présente des défauts importants :

- Contrairement à l'analyse limite classique, elle n'est applicable que dans un cadre approximatif où l'élasticité est négligée. Cette hypothèse n'est en pratique jamais rigoureusement vérifiée. La validité approchée de la théorie doit donc être étudiée au cas par cas selon l'importance que joue le couplage élasto-plastique dans le problème que l'on cherche à résoudre.

- Sa justification du point de vue variationnel est incomplète; dans le cadre de sa procédure, elle requiert *a posteriori* des estimations *ad hoc* de l'évolution des paramètres d'écoulement et de la géométrie. La précision de ces estimations ne peut pas être évaluée par des arguments variationnels.

Ces avantages et inconvénients étant identifiés, l'analyse limite séquentielle fournit une réponse au problème de la définition de la surface de charge et de la loi d'écoulement de la structure à un instant donné, ainsi qu'à celui de l'évolution des variables internes.

En particulier, quand elle est associée à une homogénéisation d'un certain "volume élémentaire représentatif", elle permet d'obtenir un jeu complet d'équations constitutives pour des matériaux *rigides-écrouissables* hétérogènes, en particulier dans le cas des solides plastiques poreux, qui nous intéresse particulièrement dans l'étude de la rupture ductile.

### 4.3 Modèle de rupture ductile sous chargement cyclique

On considère ici le modèle de Morin-Leblond-Perrin (MORIN et al., 2017), que l'on notera dans la suite MLP, qui s'applique à une matrice rigide-écrouissable contenant des cavités sphériques. Ce modèle de croissance de cavités, qui consiste en un critère de plasticité macroscopique, une loi d'écoulement plastique associée par normalité, et des équations d'évolution des paramètres internes, va être décrit dans cette section.

**Positionnement du problème.** Pour obtenir le critère de plasticité macroscopique, on considère comme l'a fait GURSON, 1977, une cellule élémentaire sphérique  $\Omega$  de rayon  $b$  contenant une cavité sphérique concentrique  $\omega$  de rayon  $a$ . Nous considérons que cette cellule élémentaire est discrétisée radialement en  $N$  couches sphériques concentriques définies par les rayons  $r_1 = a \leq r_i \leq b = r_{N+1}$  pour  $i$  allant de 1 à  $N + 1$  comme présenté sur la figure 4.1. La porosité, correspondant à la fraction volumique de vide dans la cellule, est notée  $f = \frac{|\omega|}{|\Omega|} = \frac{a^3}{b^3}$ . Le matériau constitutif est considéré comme étant rigide-plastique (on néglige l'élasticité) et présente un écrouissage mixte cinématique et isotrope. Il obéit au critère suivant :

$$\phi(\sigma, \alpha, \bar{\sigma}) = (\sigma - \alpha)_{eq}^2 - \bar{\sigma} \leq 0, (\sigma - \alpha)_{eq}^2 = \frac{3}{2} (\sigma' - \alpha) : (\sigma' - \alpha) \quad (4.10)$$

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma}(\sigma, \alpha, \bar{\sigma}), \dot{\lambda} > 0 \quad (4.11)$$

Dans cette expression :

- $\sigma$  est le tenseur des contraintes de Cauchy,
- $\sigma'$  est le déviateur de ce tenseur,
- $\alpha$  est le tenseur déviatorique définissant le centre de la surface de charge,
- $\bar{\sigma}$  est la limite d'élasticité du critère,

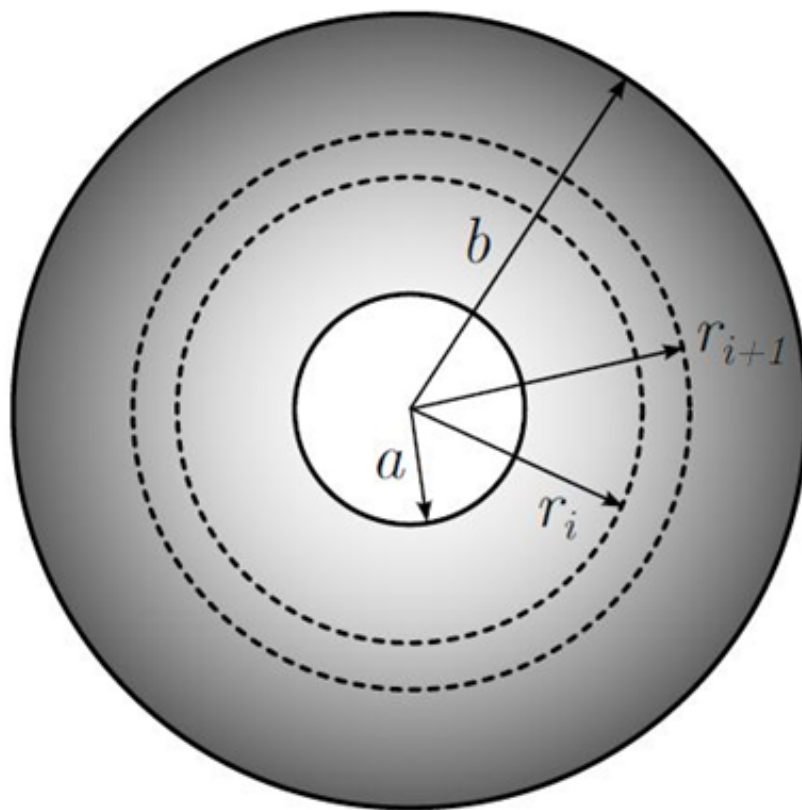


FIGURE 4.1 – Cellule élémentaire discrétisée radialement.

- $\mathbf{d}^p$  est le tenseur taux de déformation plastique (équivalent au taux de déformation totale, l'élasticité étant négligé),
- $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique.

**Critère de plasticité.** Par le biais de l'analyse limite séquentielle, MORIN et al., 2017 obtiennent un critère sous-forme paramétrique, grâce au calcul de la dissipation plastique macroscopique. Pour cela, deux hypothèses supplémentaires sont nécessaires pour calculer les parts de la dissipation plastique macroscopique  $\Pi$  dues à l'écouissage isotrope ( $\Pi^{iso}$ ) et à l'écouissage cinématique ( $\Pi^{cin}$ ) :

- $\mathbf{H}_1$  : La limite d'élasticité est supposée uniforme dans chaque couche  $i$  et vaut  $\bar{\sigma}^i$ . Cette valeur est calculée au centre de la couche  $\bar{r}_i = \frac{1}{2}(r_i + r_{i+1})$  grâce à la loi de comportement du matériau.
- $\mathbf{H}_2$  : Dans chaque couche  $i$ , la variable cinématique  $\boldsymbol{\alpha}^i$  est de la forme (qui doit être compatible avec la loi d'écouissage cinématique considérée) :

$$\boldsymbol{\alpha}^i = \mathbf{A}_1^i + A_2^i \left( -2\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r + \mathbf{e}_\theta \otimes \mathbf{e}_\theta + \mathbf{e}_\varphi \otimes \mathbf{e}_\varphi \right) \quad (4.12)$$

où  $\mathbf{A}_1^i$  est un tenseur déviateur constant et  $A_2^i$  un scalaire constant.

Une fois le critère obtenu sous forme paramétrique, on peut obtenir un **critère macroscopique explicite** sous la forme proposée par LEBLOND et al., 1995 :

$$\phi(\Sigma, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f) = \frac{(\Sigma - \mathbf{A}_1)_{eq}^2}{\Sigma_1} + 2qf \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m - A_2}{\Sigma_2}\right) - 1 - (qf)^2 \leq 0 \quad (4.13)$$

Dans cette expression :

- $\Sigma$  est le tenseur des contraintes macroscopique de Cauchy;
- $\Sigma_m$  est la partie moyenne du tenseur des contraintes macroscopique de Cauchy;
- $q$  est le coefficient de TVERGAARD, 1981;
- $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont des paramètres relatifs à l'écouissage isotrope dont la définition et la loi d'évolution sont données plus bas;
- $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  sont des paramètres relatifs à l'écouissage cinématique dont la définition et la loi d'évolution sont données plus bas.

$\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  sont donc des paramètres internes; l'analyse limite séquentielle en fournit des expressions sous forme de sommes sur les couches concentriques de la cellule élémentaire et dont la définition est :

$$\begin{cases} \Sigma_1 = \frac{1}{1-f} \sum_{i=1}^N \bar{\sigma}^i (f_{i+1} - f_i) \\ \Sigma_2 = \frac{1}{\ln f} \sum_{i=1}^N \bar{\sigma}^i \ln\left(\frac{f_i}{f_{i+1}}\right) \\ \mathbf{A}_1 = \sum_{i=1}^N \mathbf{A}_1^i (f_{i+1} - f_i) \\ A_2 = \sum_{i=1}^N 2A_2^i \ln \frac{f_{i+1}}{f_i} \\ f_i = \frac{r_i^3}{b^3} \end{cases} \quad (4.14)$$

L'analyse limite séquentielle nous permet ainsi d'obtenir un critère de plasticité, pour des matériaux rigides-écrouissables poreux, qui prend en compte de manière relativement rigoureuse l'écrouissage de la matrice. On notera les similitudes et les différences avec l'approche heuristique proposée par LEBLOND et al., 1995 pour introduire l'écrouissage dans le critère, où quatre paramètres (deux relatifs à l'écrouissage isotrope, deux relatifs à l'écrouissage cinématique) viennent remplacer l'unique paramètre  $\bar{\Sigma}$  introduit par Gurson. On retrouve ici ces quatre paramètres, mais ils dépendent d'un nombre beaucoup plus élevé de variables internes définies dans les couches.

**Loi d'écoulement macroscopique.** La loi d'écoulement est préservée dans le passage micro-macro (J. R. RICE, 1971, GURSON, 1977) et s'écrit donc nécessairement :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \Sigma}(\Sigma, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f), \quad (4.15)$$

où  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur plastique.

**Équation d'évolution des paramètres internes.** L'équation d'évolution de la porosité est classiquement déduite de l'incompressibilité de la matrice (en l'absence de compressibilité élastique) :

$$\dot{f} = (1 - f) \text{tr}(\mathbf{D}^p) \quad (4.16)$$

L'équation d'évolution des différents rayons de discrétisation  $r_i$  des couches concentriques s'obtient en supposant que la cellule reste sphérique au cours de l'histoire mécanique indépendamment des chargements appliqués :

$$\dot{\bar{r}}_i = \frac{\bar{r}_i}{f_i} D_m^p \quad (4.17)$$

On notera que cette loi d'évolution ne prend en compte que les changements de géométrie dus à la partie hydrostatique du chargement.

Pour ce qui est des paramètres internes macroscopiques  $\Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1$  et  $A_2$ , leurs évolutions se déduisent de l'évolution des paramètres internes d'écrouissage de chaque couche  $i$  que sont  $\bar{\sigma}^i, \mathbf{A}_1^i, A_2^i$ . Ces lois d'évolution sont toutes explicitées par MORIN et al., 2017 et sont décrites dans les paragraphes suivants.

**Évolution de l'écrouissage isotrope.** Notons  $g$  la fonction donnant la limite d'élasticité de la matrice  $\bar{\sigma}$  en fonction de la déformation plastique cumulée locale  $p$  :

$$\bar{\sigma} = g(p) \quad (4.18)$$

L'application de l'hypothèse  $\mathbf{H}_1$  se traduit alors par le calcul d'une limite d'élasticité



uniforme  $\bar{\sigma}^i$  dans chaque couche  $i$ , à partir d'une valeur moyenne de la déformation plastique cumulée  $\bar{p}^i$  dans cette couche, calculée en son centre  $\bar{r}_i$ . Ainsi :

$$\bar{\sigma}^i = g(\bar{p}^i), \quad \bar{p}^i = \int_0^t \bar{d}_{eq}^{p^i}(\tau) d\tau \quad (4.19)$$

où  $\bar{d}_{eq}^{p^i}$  est le taux de déformation plastique équivalent moyen à la position  $\bar{r}_i$ , associé aux champs de vitesse de Gurson choisis pour l'analyse limite ; on le calcule à l'aide de l'approximation classique de Gurson :

$$\bar{d}_{eq}^{p^i} = \langle d_{eq}^p \rangle_{S(\bar{r}_i)} \approx \sqrt{\langle d_{eq}^{p^2} \rangle_{S(\bar{r}_i)}} = \sqrt{D_{eq}^{p^2} + 4 \frac{b^6}{\bar{r}_i^6} D_m^{p^2}} \quad (4.20)$$

**Évolution de l'écrouissage cinématique.** Notons  $k$  la fonction donnant le taux local  $\dot{\alpha}$  du tenseur cinématique  $\alpha$ , en fonction de ce tenseur lui-même, du taux de déformation plastique  $d^p$ , de la déformation plastique cumulée  $p$  et du taux de déformation plastique équivalent  $d_{eq}^p$  :

$$\dot{\alpha} = k(\alpha, d^p, p, d_{eq}^p) \quad (4.21)$$

Notons que la fonction  $k$  doit être homogène de degré un vis-à-vis du taux de déformation pour respecter l'absence d'effets visqueux (comportement indépendant du temps).

Ici encore, afin de pouvoir calculer les valeurs respectives des grandeurs  $\mathbf{A}_1^i$  et  $A_2^i$ , une hypothèse doit être introduite en sus de  $\mathbf{H}_1$  et  $\mathbf{H}_2$ .

**H<sub>3</sub>** : Le taux  $\dot{\alpha}^i$  du tenseur cinématique  $\alpha^i$  dans la couche  $i$  dépend localement aussi du taux de déformation  $d^{p^i}$ , de la déformation plastique cumulée moyenne  $\bar{p}^i$  et du taux de déformation plastique équivalent moyen  $\bar{d}_{eq}^{p^i}$  à travers la formule :

$$\dot{\alpha}^i = k(\alpha^i, d^{p^i}, \bar{p}^i, \bar{d}_{eq}^{p^i}) \quad (4.22)$$

où le taux de déformation  $d^{p^i}$  est calculée au milieu de la couche sphérique  $i$  :

$$d^{p^i}(\theta, \varphi) = d^p(\bar{r}_i, \theta, \varphi) \quad \forall(\theta, \varphi) \quad (4.23)$$

et les valeurs moyennes  $\bar{p}^i$  et  $\bar{d}_{eq}^{p^i}$  sont définies, respectivement, par les équations (4.19) et (4.20).

L'équation (4.22), et donc l'hypothèse  $\mathbf{H}_3$ , postulent implicitement que la forme proposée pour  $\dot{\alpha}_i$  est compatible avec celle de  $\alpha_i$ , et donc avec l'hypothèse  $\mathbf{H}_2$ . Cela n'est évidemment pas le cas pour toutes les fonctions  $k$  possibles. Néanmoins la forme des équations (4.12) et (4.22) est compatible avec la loi d'écrouissage cinématiques non-linéaires d'ARMSTRONG et

FREDERICK, 1966, soit :

$$k(\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{d}^p, p, d_{eq}^p) = c(p)\mathbf{d}^p - \gamma(p)\boldsymbol{\alpha}d_{eq}^p \quad (4.24)$$

où  $c(p)$  est la « pente cinématique » et  $\gamma(p)$  est le « coefficient de relaxation » (qui peuvent tous deux dépendre de la déformation plastique cumulée  $p$ ). Pour une telle fonction  $k$ , les équations précédentes permettent d'obtenir les équations d'évolution des paramètres  $A_1^i$  et  $A_2^i$  :

$$\dot{A}_1^i = c(\bar{p}^i)\mathbf{D}^p - \gamma(\bar{p}^i)A_1^i \sqrt{D_{eq}^{p^2} + 4\frac{b^6}{r_i^6}D_m^{p^2}} \quad (4.25)$$

$$\dot{A}_2^i = c(\bar{p}^i)\frac{b^3}{r_i^3}D_m^p - \gamma(\bar{p}^i)A_2^i \sqrt{D_{eq}^{p^2} + 4\frac{b^6}{r_i^6}D_m^{p^2}} \quad (4.26)$$

## 4.4 Implémentation numérique du modèle

On se concentre dans cette section sur l'étape locale de l'algorithme élastoplastique, c'est à dire sur la projection du prédicteur élastique sur la surface de charge pour le modèle MLP précédemment décrit. Les équations discrétisées et l'algorithme présentés dans cette section sont une adaptation au modèle MLP de ceux décrits par ENAKOUTSA et al., 2007 pour le modèle de GURSON, 1977.

### 4.4.1 Généralités

HALPHEN et NGUYEN, 1975 et Q. S. NGUYEN, 1977 ont défini, dans le cadre de la théorie linéarisée (HPP), la classe des « matériaux standards généralisés » dont une description est donnée en Annexe B. Pour ces matériaux, les paramètres internes vérifient collectivement une loi de normalité étendue. Dans ces conditions, le problème de projection local a une solution unique, pourvu que les équations d'évolution des paramètres internes soient discrétisées en temps avec un schéma *implicite*.

En s'inspirant d'ENAKOUTSA et al., 2007, on peut montrer que le modèle MLP définit un matériau standard généralisé, pourvu que le cadre considéré soit celui de la théorie linéarisée et que la porosité soit constante. En pratique, ces restrictions ne sont pas réalistes pour des problèmes de rupture ductile, qui impliquent des déformations importantes et également une croissance de la porosité. Cependant, en suivant encore ENAKOUTSA et al., 2007, on remarque que :

- si, dans la loi d'hypo-élasticité, les termes additionnels dus à la dérivée objective du tenseur des contraintes de Cauchy sont discrétisés en temps avec un schéma *explicite* ;
- si, dans le critère et la loi d'écoulement, la porosité  $f$  considérée est celle de l'instant précédent ;

alors les équations du problème de projection locale sont exactement les mêmes que dans le cadre linéarisé et avec la porosité  $f$  fixée : le problème discrétisé en temps présente la même forme que si le matériau était standard généralisé.

Par conséquent, l'existence et l'unicité de la solution du problème de projection local sont assurées, pourvu que a) les évolutions de la déformation plastique soient discrétisées en temps avec un **schéma implicite**, b) les termes additionnels dus à la dérivée objective du tenseur des contraintes de Cauchy soient discrétisés en temps avec un **schéma explicite**; c) la valeur de la porosité  $f$  utilisée dans le critère et la loi d'écoulement soient celles du temps précédent (**schéma explicite**).

#### 4.4.2 Équations du problème de projection locale

Pour des raisons de simplicité, l'algorithme de projection sera présenté dans le contexte des petites transformations ; son extension aux grandes transformations ne soulève cependant aucune difficulté. Concernant le choix des notations, même si l'algorithme implémenté découle d'une homogénéisation, nous nous plaçons dans le cadre de la résolution de l'étape locale dans le code de calculs par éléments finis. Ainsi, les grandeurs macroscopiques deviennent microscopiques pour le point de Gauss élémentaire.

Les équations constitutives du modèle, avant la discrétisation en temps, s'écrivent donc :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Décomposition de la déformation totale :} & \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^p \\ \text{Loi d'élasticité :} & \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon}^e \\ \text{Critère de plasticité :} & \phi(\boldsymbol{\sigma}, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f) \leq 0 \\ \text{Loi d'écoulement et condition de consistantce :} & \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}(\boldsymbol{\sigma}, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f), \\ & \dot{\lambda} \geq 0, \dot{\lambda} \phi(\boldsymbol{\sigma}, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f) = 0 \\ \text{Lois d'écrouissage et d'évolution donnant :} & \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, \dot{f} \end{array} \right. \quad (4.27)$$

où  $\boldsymbol{\epsilon}^e$  est le tenseur de déformation élastique,  $\boldsymbol{\epsilon}^p$  le tenseur de déformation plastique et  $\mathbf{C}$  le tenseur d'élasticité.

La première étape consiste à utiliser les hypothèses sur  $\mathbf{A}_1$  (qui est un tenseur constant déviatorique) et  $A_2$  (qui est un scalaire constant) pour construire un tenseur  $\mathbf{A}$  dont le déviateur soit  $\mathbf{A}_1$  et la trace  $A_2$ . On définit ainsi le tenseur  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}_1 + \frac{A_2}{3} \mathbf{I} \quad (4.28)$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité. Le tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  local, qui dépend de la position, est caractérisé par les quantités constantes  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$ . Le tenseur  $\mathbf{A}$  résume  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  en un tenseur unique mais ne se confond pas avec le  $\boldsymbol{\alpha}$  local.

En définissant la grandeur  $\sigma^A$  comme :

$$\sigma^A \equiv \sigma - \mathbf{A} \quad (4.29)$$

on obtient alors :

$$\sigma_{eq}^A = (\sigma - \mathbf{A})_{eq} = (\sigma - \mathbf{A}_1)_{eq} \quad (4.30)$$

$$\sigma_m^A = \sigma_m - A_2 \quad (4.31)$$

On peut alors réécrire le critère de plasticité à l'aide de cette nouvelle variable comme suit :

$$\phi(\sigma, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, f) = \frac{(\sigma^A)_{eq}^2}{\Sigma_1^2} + 2qf \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m^A}{\Sigma_2}\right) - 1 - (qf)^2 \leq 0 \quad (4.32)$$

Après discrétisation en temps des équations, le problème de projection locale consiste à trouver l'état mécanique  $\mathcal{M}_{n+1}$  au temps  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  résultant d'un incrément de déformation totale connu (résultant d'une itération élastoplastique globale), connaissant l'état mécanique précédent  $\mathcal{M}_n$  au temps  $t_n$ . Il s'agit donc de déterminer  $\epsilon_{n+1}$ ,  $\epsilon_{n+1}^p$ ,  $\sigma_{n+1}$  ainsi que les différentes variables d'écoulement au temps  $t_{n+1}$ .

La première étape consiste à construire le tenseur  $\sigma^{Ae}$  à partir du prédicteur élastique  $\sigma^e$  :

$$\sigma^{Ae} = \sigma^e - \mathbf{A} \quad (4.33)$$

Les deux premières équations du problème de projection relient les parties déviatorique et moyenne du tenseur des contraintes  $\sigma^A$  final (plastiquement corrigé) à celles du prédicteur construit  $\sigma^{Ae}$  et de l'incrément de déformation plastique  $\Delta\epsilon^p$  :

$$\begin{cases} (\sigma^A)' = (\sigma^{Ae})' - 2G(\Delta\epsilon^p)' \\ \sigma_m^A = \sigma_m^{Ae} - 3K\Delta\epsilon_m^p \end{cases} \quad (4.34)$$

Dans ces équations, les notations  $\mathbf{X}'$  et  $X_m$  désignent respectivement les parties déviatorique et moyenne du tenseur  $\mathbf{X}$ , et les grandeurs  $G$  et  $K$  sont respectivement le module de cisaillement et le module de compressibilité élastiques.

L'équation suivante est celle du critère de plasticité. En théorie, du fait du caractère "mixte" explicite/implicite de l'algorithme, les quantités  $\sigma^A$ ,  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  devraient être prises au temps  $t_{n+1}$ , mais la quantité  $qf$  au temps  $t_n$ . Il est clair qu'une telle « contradiction » temporelle dégrade la précision du schéma numérique. Pour minimiser cette dégradation, on peut utiliser une estimation explicite de la porosité au temps  $t_{n+1}$  donnée par :

$$f \simeq f_n + \dot{f}_n \Delta t \quad (4.35)$$

Comme cette estimation reste constante durant tout l'algorithme de projection, utiliser  $f$  au lieu de  $f_n$  préserve le caractère explicite de notre algorithme vis-à-vis de la porosité.

Les deux équations suivantes découlent des parties déviatorique et moyenne de la loi d'écoulement discrétisée :

$$\begin{cases} (\Delta \epsilon^p)' = \Delta \lambda \frac{3}{\Sigma_1^2} (\sigma^A)' \\ \Delta \epsilon_m^p = \Delta \lambda \frac{qf}{\Sigma_2} \sinh\left(\frac{\sigma_m^A}{\Sigma_2}\right) \end{cases} \quad (4.36)$$

Enfin les dernières équations permettent d'obtenir la déformation plastique cumulée moyenne dans la couche  $i$ ,  $\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(\bar{r}_i)}$ , permettant de calculer  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  à partir de leurs expressions :

$$\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(\bar{r}_i)} = \langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(\bar{r}_i)} + \sqrt{(\Delta \epsilon_{eq}^p)^2 + 4(\Delta \epsilon_m^p)^2 \left(\frac{b}{r_n^i}\right)^6} \quad (4.37)$$

où  $\Delta \epsilon_{eq}^p = \left(\frac{2}{3}(\Delta \epsilon^p)' : (\Delta \epsilon^p)'\right)^{\frac{1}{2}}$ .

#### 4.4.3 Algorithme de résolution

Tout d'abord, on remarque qu'en associant les équations (4.34) et (4.36), on peut conclure que les tenseurs  $(\Delta \epsilon^p)'$ ,  $(\sigma^A)'$  et  $(\sigma^{Ae})'$  sont positivement colinéaires. Cette propriété implique alors que :

$$(\Delta \epsilon^p)' = \frac{3}{2} \frac{\Delta \epsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}^A} (\sigma^A)' = \frac{3}{2} \frac{\Delta \epsilon_{eq}^p}{\sigma_{eq}^{Ae}} (\sigma^{Ae})' \quad (4.38)$$

où  $\sigma_{eq}^{Ae}$  est la norme de Von Mises du tenseur  $\sigma^{Ae}$ . En réinjectant l'équation (4.38) dans l'équation (4.34), on obtient également :

$$\sigma_{eq}^A = \sigma_{eq}^{Ae} - 3G \Delta \epsilon_{eq}^p \quad (4.39)$$

Ensuite, en prenant la norme de Von Mises dans l'équation (4.36), on obtient :

$$\Delta \epsilon_{eq}^p = \Delta \lambda \frac{2}{\Sigma_1^2} \sigma_{eq}^A$$

En éliminant le multiplicateur plastique à l'aide de l'équation précédente et de (4.36), on obtient :

$$2\Sigma_2 \sigma_{eq}^A \Delta \epsilon_m^p - qf \Sigma_1^2 \sinh\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m^A}{\Sigma_2}\right) \Delta \epsilon_{eq}^p = 0 \quad (4.40)$$

On introduit maintenant une paramétrisation qui garantit le respect du critère de plasticité :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_{eq}^A}{\Sigma_1} \equiv X_{eq}(\varphi) \equiv (1 - qf) \cos(\varphi) \\ \frac{\sigma_m^A}{\Sigma_2} \equiv X_m(\varphi) \equiv \frac{2}{3} \operatorname{sgn}(\varphi) \operatorname{argcosh} \left[ 1 + \frac{(1 - qf)^2 \sin^2(\varphi)}{2qf} \right] \\ \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \quad (4.41)$$

Le signe de  $\varphi$  est introduit dans l'équation (4.41) pour couvrir les valeurs positives et négatives de  $\sigma_m^A$ .

Si l'incrément de déformation plastique est connu, alors les  $(\langle \epsilon_{eq}^p \rangle_{S(\bar{r}_i)})_{n+1}$  sont connus par (4.37) et donc également  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  par les équations (4.14), et le problème se réduit à résoudre, par exemple par une méthode de Newton, l'équation suivante en  $\varphi$  obtenue par combinaison des équations (4.34),(4.39),(4.40) et (4.41) :

$$2 \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} X_{eq}(\varphi) \frac{\sigma_m^{Ae} - \Sigma_2 X_m(\varphi)}{K} - qf \sinh\left(\frac{3}{2} X_m(\varphi)\right) \frac{\sigma_{eq}^{Ae} - \Sigma_1 X_{eq}(\varphi)}{G} = 0 \quad (4.42)$$

Les valeurs des incréments  $\Delta \epsilon_{eq}^p$  et  $\Delta \epsilon_m^p$  peuvent eux s'obtenir par une méthode de point fixe : partant de valeurs initiales, on en déduit  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\mathbf{A}_1$  et  $A_2$  par les équations (4.14), puis on obtient  $\varphi$  en résolvant (4.42), puis  $\sigma_{eq}^A$  et  $\sigma_m^A$  par (4.41), puis  $\Delta \epsilon_{eq}$  et  $\Delta \epsilon_m$  par (4.39) et par (4.34), et on réitère le calcul jusqu'à ce que les valeurs de  $\Delta \epsilon_{eq}$  et  $\Delta \epsilon_m$  ne varient plus.

L'algorithme proposé consiste ainsi en deux boucles de calculs couplées, la première cherchant les valeurs de  $\Delta \epsilon_{eq}^p$  et  $\Delta \epsilon_m^p$  par une méthode du point fixe, et la seconde (**à l'intérieur de la première**) résolvant l'équation (4.42) en  $\varphi$  par une méthode de Newton pour des valeurs données de  $\Delta \epsilon_{eq}^p$  et  $\Delta \epsilon_m^p$ . Une fois la convergence atteinte (sur  $\Delta \epsilon_{eq}^p$ ,  $\Delta \epsilon_m^p$  et  $\varphi$ ), on peut alors en déduire les valeurs de toutes les inconnues solutions du problème élasto-plastique local.

#### 4.4.4 Mise en oeuvre pratique

Cet algorithme a été implémenté par le biais d'une procédure utilisateur sur le logiciel SYSTUS d'ESI Group (~ 2100 lignes de code).

Pour cela un algorithme de projection indépendant du code éléments finis a été implémenté puis utilisé par le biais d'une procédure utilisateur (USLOIC dans le cas de SYSTUS). L'implémentation de cette procédure utilisateur a posé quelques difficultés, notamment pour la gestion des variables internes. En effet, dans le code de calcul par éléments finis choisis, la procédure utilisateur est dédiée à l'algorithme de projection locale au niveau d'un point de Gauss uniquement, la gestion des variables internes, dont le nombre est plus important que les possibilités de stockage par point de Gauss dans le code, de manière globale a donc dû être réalisée en dehors du code. De plus, afin de pouvoir mélanger les modèles dans un même maillage, la possibilité de considérer un nombre de variables internes sans limitation par point de Gauss a été implémentée à travers des allocations dynamiques et un stockage de ces variables internes en dehors du code de calcul.

## 4.5 Simulations micromécaniques de croissance de cavités

### 4.5.1 Principes des calculs

Dans cette section, nous allons comparer les prédictions du modèle MLP avec des calculs micromécaniques de croissance de cavités. Les calculs micromécaniques présentés ici, dont le prototype historique a été présenté dans le travail de KOPLIK et NEEDLEMAN, 1988, consistent en l'extension à d'autres types d'érouissages des calculs menés par LACROIX et al., 2016 pour un érouissage purement isotrope. Une cellule initialement sphérique  $\Omega$  de centre  $O$ , de rayon  $b$  contenant un vide initialement sphérique et concentrique  $\omega$  de rayon  $a$ , est soumise à un chargement cyclique axisymétrique d'axe  $Oy$ ; cette cellule est représentée sur la figure 4.2.

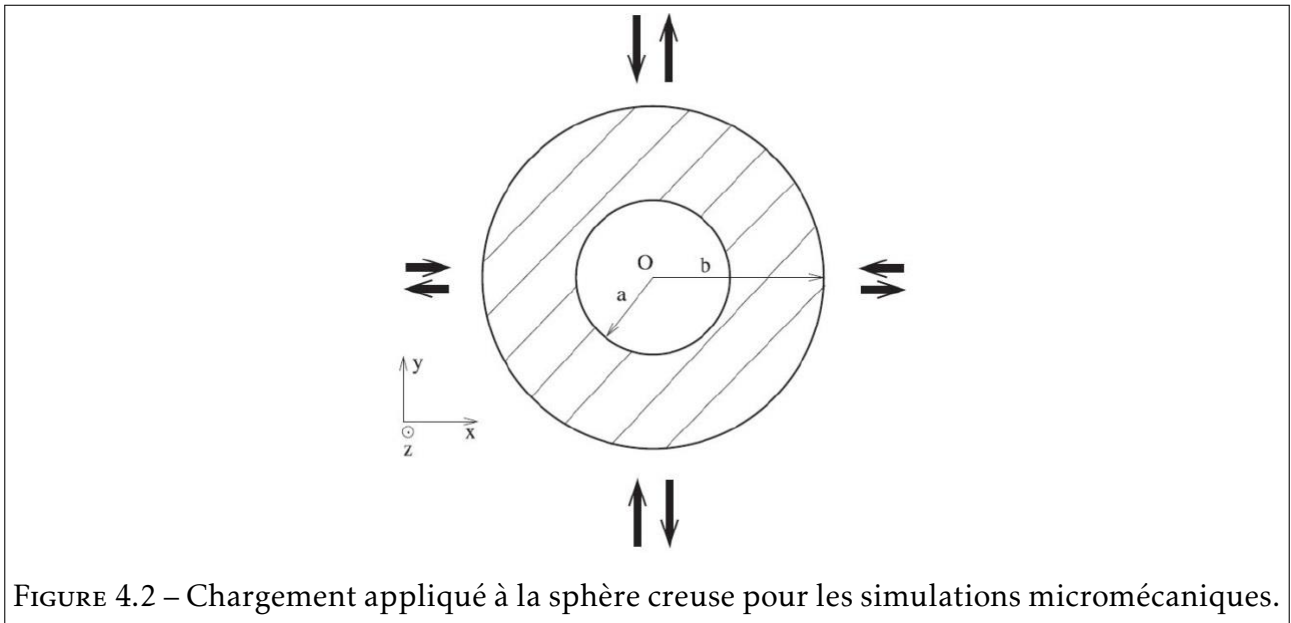


FIGURE 4.2 – Chargement appliqué à la sphère creuse pour les simulations micromécaniques.

Le chargement imposé vérifie des conditions de taux de déformation homogène au bord. Ces conditions aux limites, définies par Mandel et Hill, semblent logiques dans la mesure où elles ont été utilisées pour définir le modèle par homogénéisation. Dans notre cas, elles s'écrivent :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{x} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega, \quad D_{xx} = D_{zz} \neq D_{yy}, \quad D_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

où  $\mathbf{v}$  désigne le vecteur vitesse,  $\mathbf{x}$  la position dans la configuration actuelle et  $\mathbf{D}$  le taux de déformation macroscopique.

Les composantes non nulles de  $\mathbf{D}$  sont ajustées pendant le calcul afin d'imposer une triaxialité  $T$  constante en valeur absolue. Cette triaxialité est définie par :

$$T = \frac{\Sigma_m}{\Sigma_{eq}}$$

où  $\Sigma_m = \frac{1}{3}tr(\Sigma)$  et  $\Sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\Sigma' : \Sigma'}$ . La porosité est définie, comme précédemment, par :

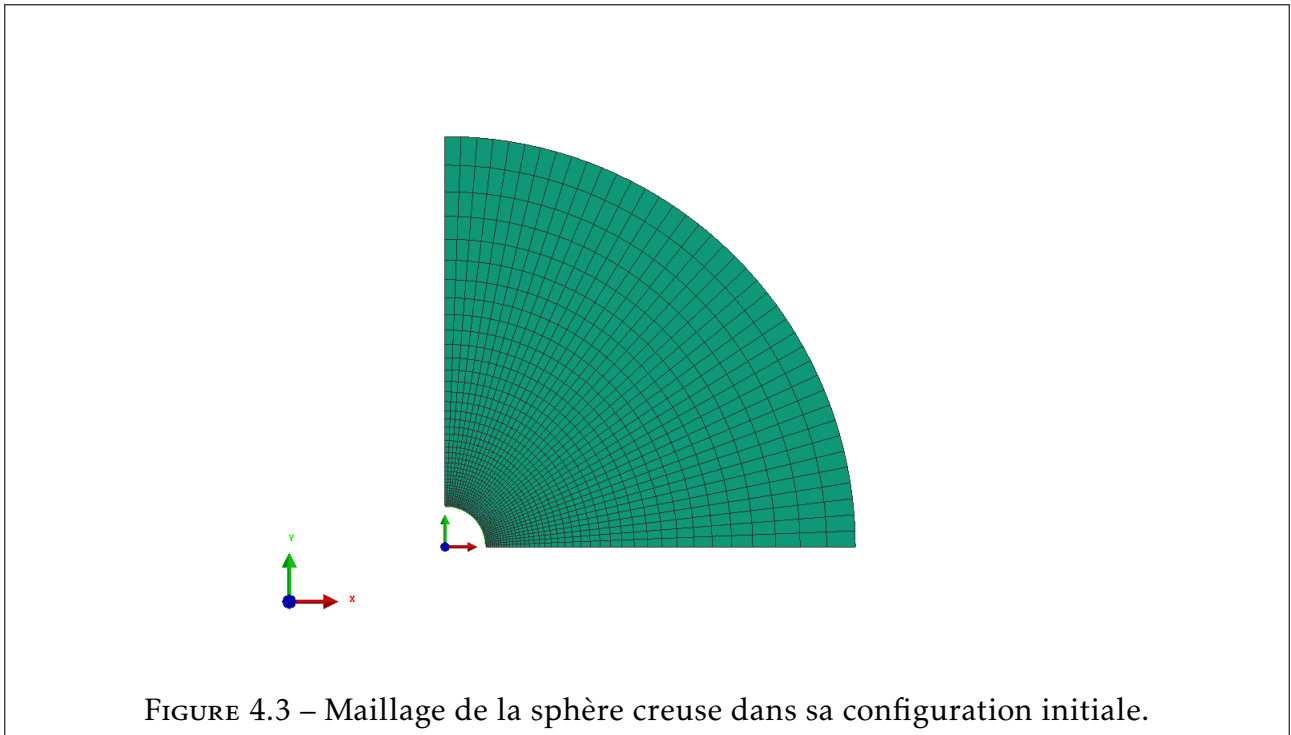
$$f = \frac{|\omega|}{|\Omega|} = \frac{a^3}{b^3}$$

où  $|X|$  désigne le volume occupé par le domaine  $X$ . Dans nos calculs, nous allons étudier l'évolution de la porosité en fonction de la *déformation plastique cumulée algébrique*  $\bar{E}_{eq}$ , que l'on définit par :

$$\bar{E}_{eq} = \int_0^t \text{sgn}(\Sigma_m(\tau)) D_{eq}(\tau) d\tau$$

On note que par définition,  $\bar{E}_{eq}$  croît dans les phases de traction et décroît dans les phases de compression, contrairement à la définition « classique » de  $E_{eq}$ . Chaque cycle simulé se compose de deux demi-cycles : le premier est en traction ( $\Sigma_m > 0, T > 0$ ) et implique une évolution de  $\bar{E}_{eq}$  depuis 0 jusqu'à une valeur arbitraire maximum  $\bar{E}_{eq}^{max}$  fixée. Le second demi-cycle est en compression ( $\Sigma_m < 0, T < 0$ ) et implique une décroissance de  $\bar{E}_{eq}$  depuis  $\bar{E}_{eq}^{max}$  jusqu'à 0. C'est cette déformation cumulée algébrique qui intervient dans l'argument 3 présenté dans l'Introduction de cette Deuxième partie.

Le maillage axisymétrique en deux dimensions utilisé est présenté Figure 4.3 dans sa configuration initiale. Par symétrie, on ne modélise que le quart supérieur droit de notre cellule, la porosité initiale choisie étant  $f_0 = 10^{-3}$ .



Les constantes élastiques du matériau choisies sont  $E = 1500$  GPa et  $\nu = 0.3$ . La valeur



de  $E$  est ainsi artificiellement augmentée pour que le matériau se comporte élastiquement de manière quasi-rigide. Tous ces choix (forme de la cellule élémentaire, constantes élastiques, conditions de chargement) ont été faits pour reproduire au mieux les hypothèses du modèle MLP. Les simulations sont menées pour différents types d'écroutissage : (i) isotrope (comme LACROIX et al., 2016), (ii) cinématique linéaire, (iii) cinématique non-linéaire de type ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 et (iv) mixte de type Chaboche simplifiée.

A chaque pas de calcul, les volumes de la cavité et de la sphère sont calculés à partir de la position des nœuds, en prenant en compte l'axisymétrie. On en déduit alors la valeur de la porosité. Les composantes non nulles du tenseur des contraintes macroscopique sont calculées par le biais de l'équation :

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega-\omega} \sigma_{ij}(\mathbf{x}) \, d\Omega$$

où  $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes « microscopiques » de Cauchy. Un algorithme de dichotomie est utilisé à chaque pas de temps pour ajuster la valeur de  $D_{xx}/D_{yy}$  afin d'obtenir la valeur désirée pour la triaxialité des contraintes. Plusieurs valeurs de triaxialité ont été considérées et nous présenterons ici les résultats pour  $|T| = 2$  et  $|T| = 3$ . La valeur maximale de la déformation plastique cumulée algébrique  $\bar{E}_{eq}^{max}$  a été fixée à  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ . Quatre cycles ont été simulés pour chaque calcul.

Toutes les simulations sont menées à l'aide du logiciel d'éléments finis SYSTUS d'ESI Group, en prenant en compte les grandes déformations et les grands déplacements.

## 4.5.2 Résultats des simulations

**Écroutissage isotrope.** On présente figure 4.4 l'évolution de la déformation algébrique équivalente  $\bar{E}_{eq}$ , et figure 4.5 la porosité normalisée  $\frac{f}{f_0}$ , en fonction du pas de temps. Durant chaque cycle, cette porosité normalisée augmente d'une valeur minimale à une valeur maximale, puis redécroit.

Les figures 4.4 et 4.5 sont présentées pour faciliter la compréhension des figures suivantes, plus importantes, qui présentent l'évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente macroscopique  $\bar{E}_{eq}$  (en éliminant le temps entre les deux représentations précédentes). Les figures (4.6) et (4.8) représentent ainsi l'évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique, pour un écroutissage isotrope et pour deux triaxialités différentes, dont le contrôle de la valeur est illustré sur les figures (4.7) et (4.9).

Ces calculs mettent en évidence le comportement particulier des cavités soumises à un chargement cyclique présenté en introduction et appelé *effet de rochet de la porosité* : c'est à dire l'augmentation graduelle avec le nombre de cycles de la valeur moyenne de la porosité

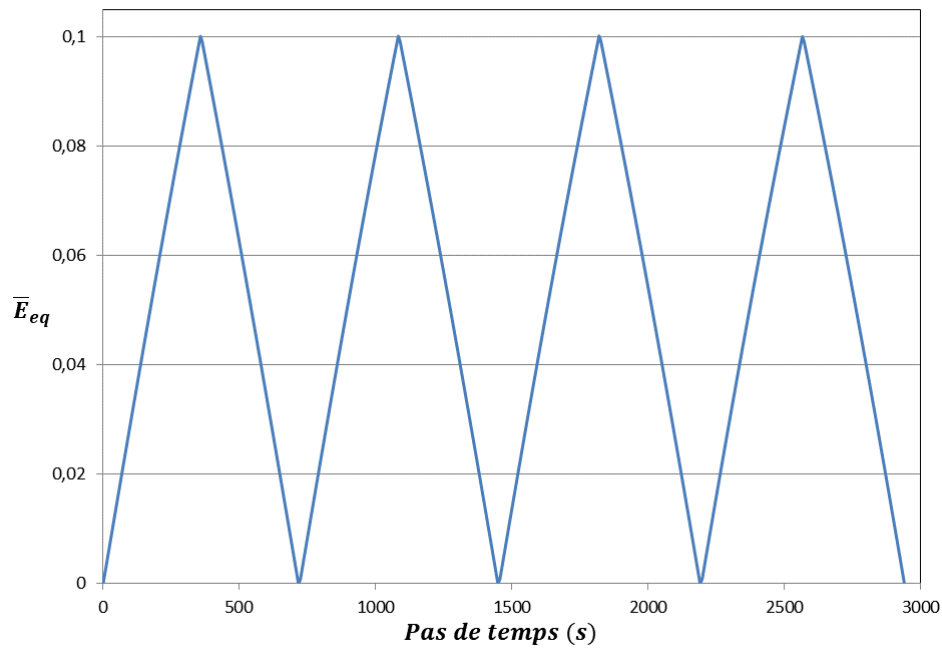


FIGURE 4.4 – Évolution de la déformation équivalente algébrique en fonction du temps -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

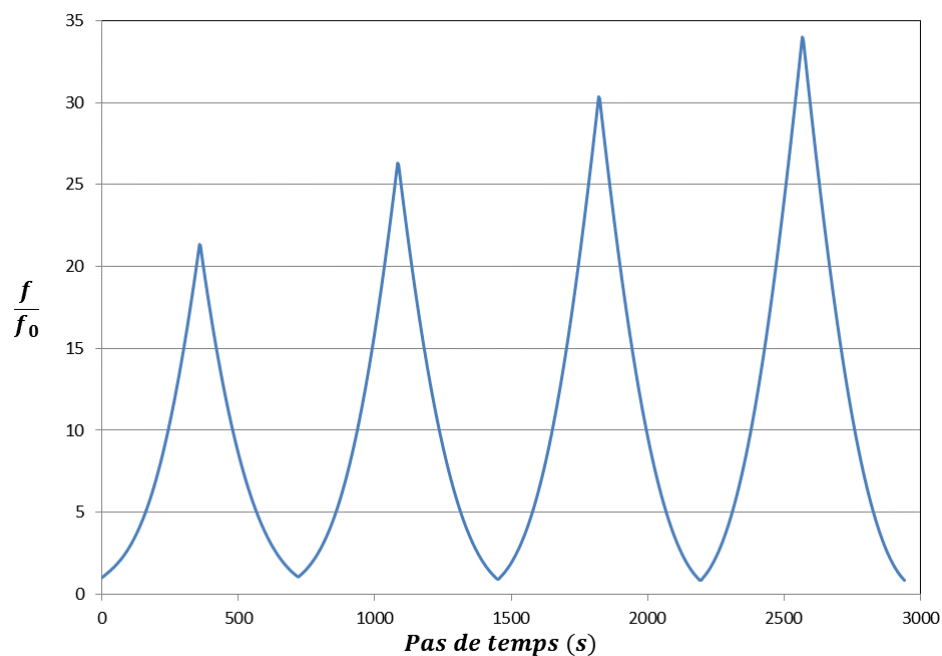


FIGURE 4.5 – Évolution de la porosité normalisée en fonction du temps -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

au cours d'un cycle. Rappelons que ce phénomène est un bon candidat à l'explication de la réduction observée, pour un niveau de chargement donné, de la ductilité apparente sous

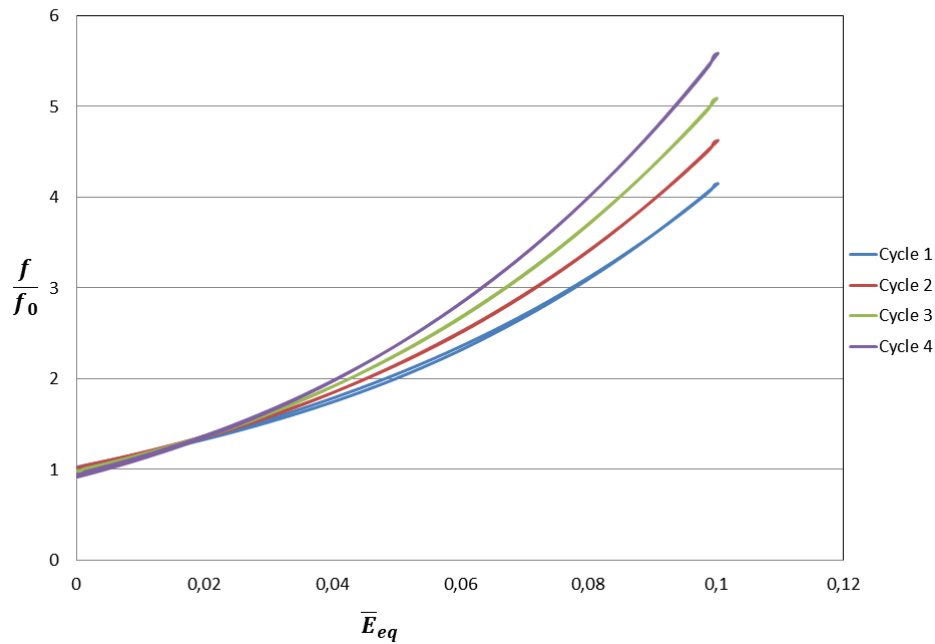


FIGURE 4.6 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique -  $|T| = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

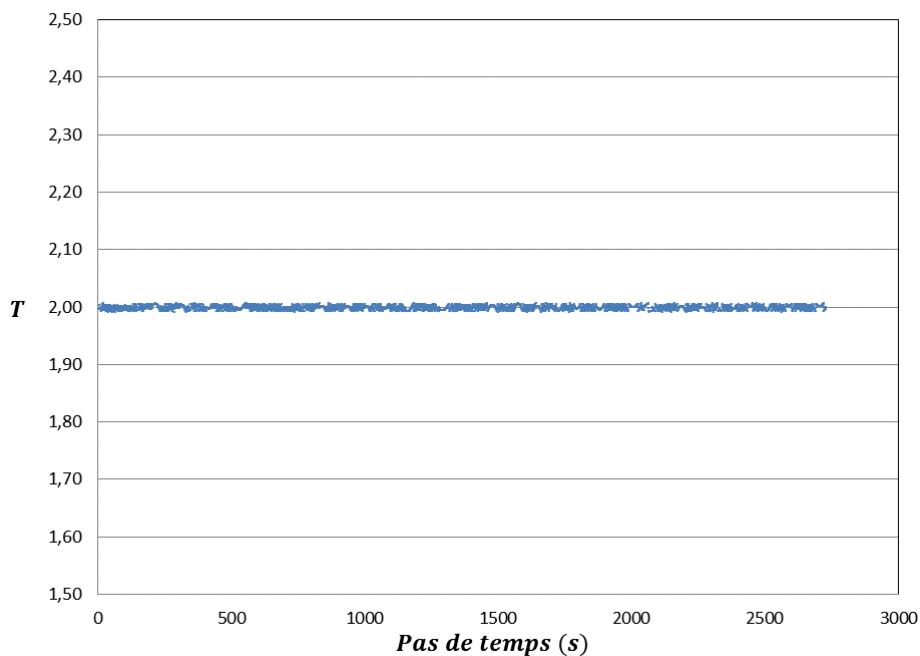


FIGURE 4.7 – Évolution de la triaxialité en fonction du pas de temps -  $|T| = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

chargement cyclique. L'effet de rochet de la porosité observé est évidemment plus important pour les grandes valeurs de la triaxialité, du fait de l'importance du taux de porosité. On a

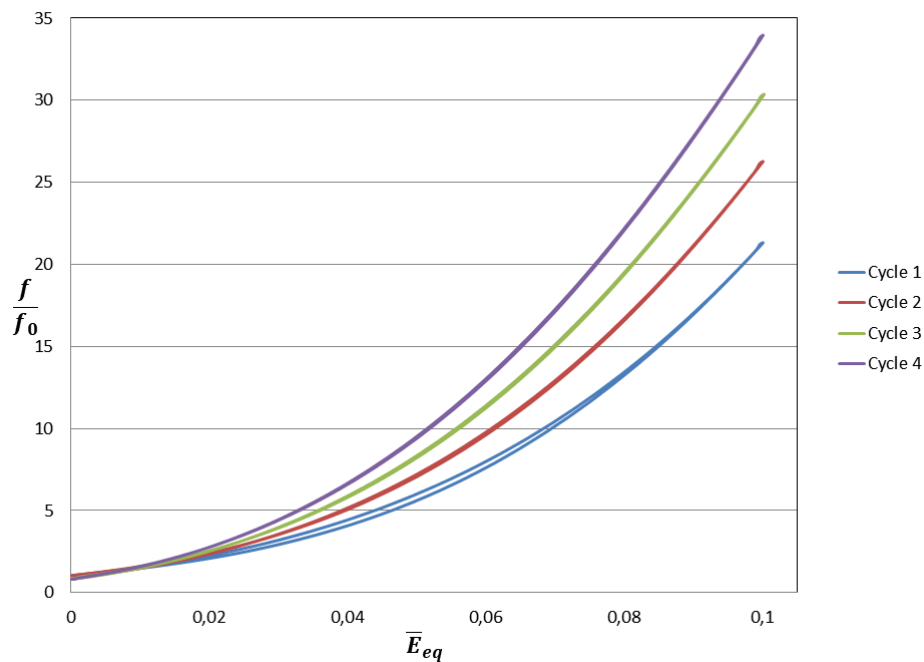


FIGURE 4.8 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

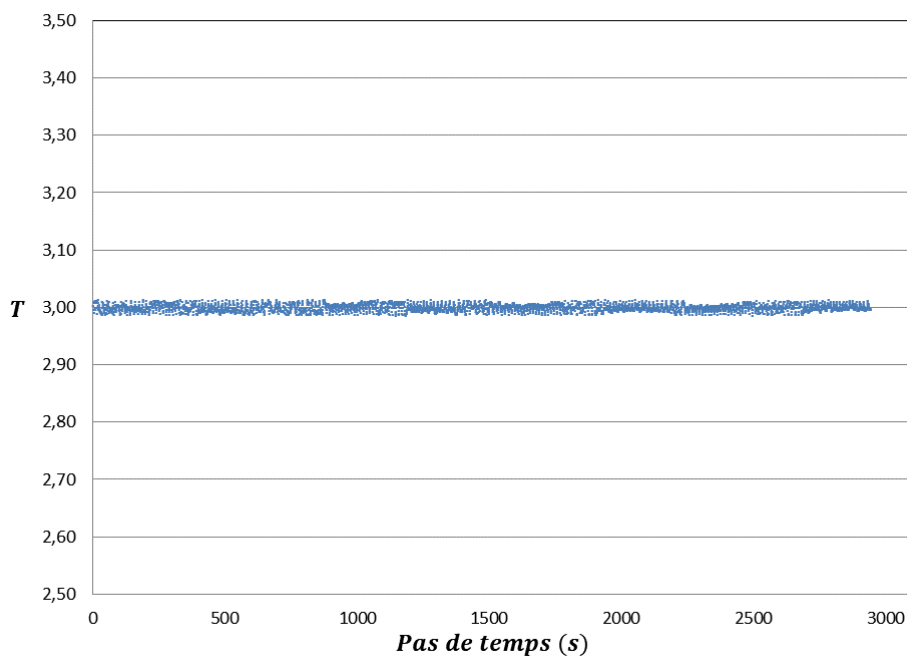


FIGURE 4.9 – Évolution de la triaxialité en fonction du pas de temps -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

vu plus haut que cet effet est la conséquence de l'écroutissage ou de l'élasticité : il n'y a aucun effet pour un matériau *rigide-parfaitement plastique*. Afin d'illustrer cet aspect, des résultats

complémentaires sont présentés figure 4.10, pour un matériau *plastique parfait* pour la valeur  $|T| = 3$ . On voit que pour un tel matériau, l'effet de rochet de la porosité n'est pas visible, ce qui amène deux remarques :

- On sait que l'élasticité peut générer un effet de rochet de la porosité, même en l'absence d'écrouissage. L'absence de cet effet sur la figure 4.10 montre que le choix de nos constantes d'élasticités nous permet de considérer notre matériau comme quasiment élastiquement rigide, ce qui était bien notre objectif.
- Les valeurs de triaxialité obtenues au cours du temps (présentées figures 4.7 - 4.9) sont suffisamment peu variables pour garantir l'absence d'asymétrie entre les phases de traction et de compression.

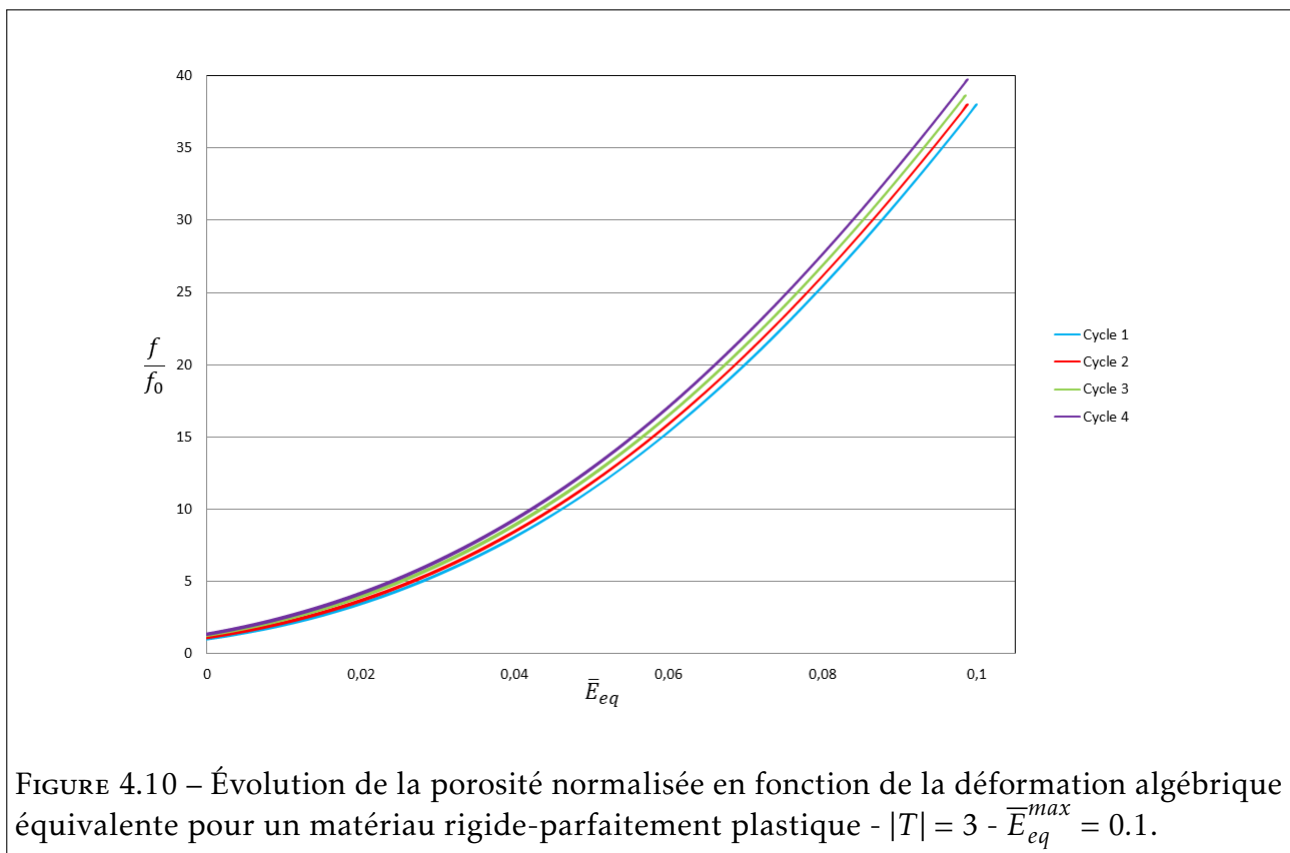


FIGURE 4.10 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation algébrique équivalente pour un matériau rigide-parfaitement plastique -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

Paramètres	Jeu 1	Jeu 2
$C_1$	1500	15315
$\gamma_1$	100	1965
$C_2$	-	1875
$\gamma_2$	-	-

TABLEAU 4.1 – Jeux de paramètres utilisés pour les simulations micromécaniques avec un écouissage cinématique non-linéaire de type ARMSTRONG et FREDERICK, 1966.

**Écouissage cinématique linéaire et non-linéaire.** Des calculs ont aussi été menés pour des écouissages cinématiques linéaire et non-linéaire (de type ARMSTRONG et FREDERICK, 1966). Les résultats sont présentés figures 4.11, 4.13 et 4.12 pour une triaxialité de 2.

Pour l'écouissage cinématique linéaire, la valeur de la "pente cinématique"  $C$  est  $C = 1500$  MPa. Pour l'écouissage cinématique non-linéaire, nous avons considéré deux jeux de paramètres différents présentés table 4.1, avec un ou deux centres cinématiques. Le premier a la même pente linéaire que celle testée pour l'écouissage cinématique linéaire, le second est un jeu de paramètres représentatif du comportement cyclique d'un acier ferritique.

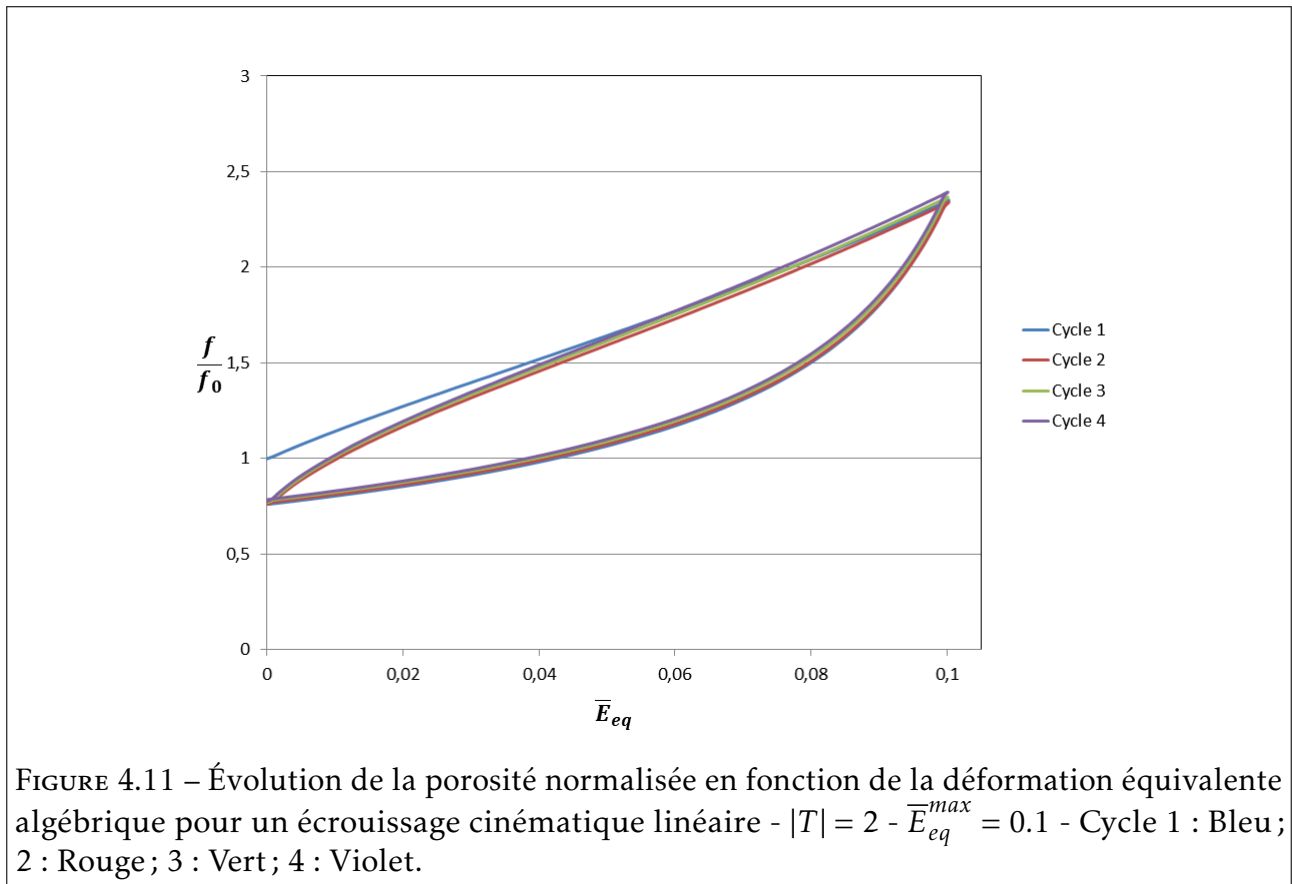
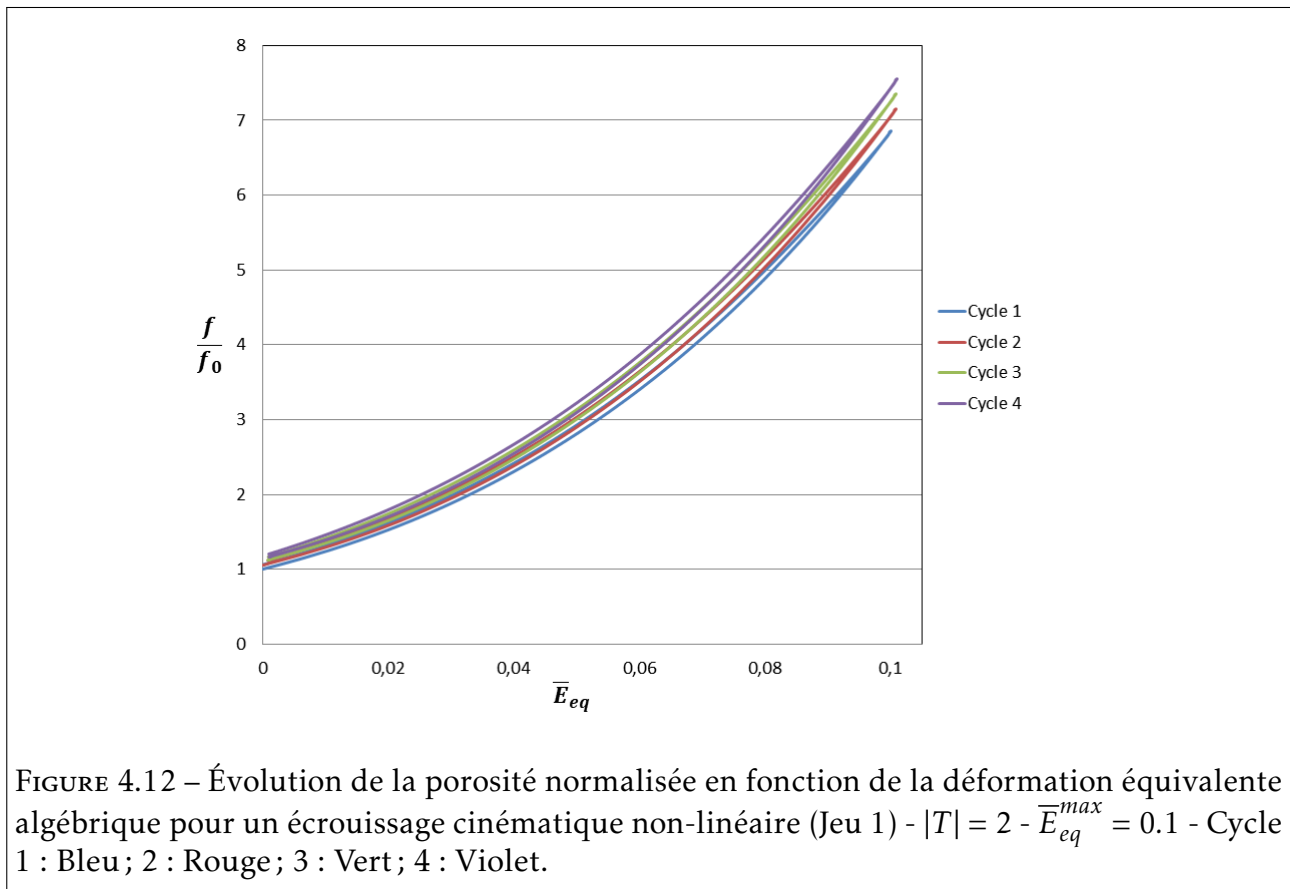


FIGURE 4.11 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écouissage cinématique linéaire -  $|T| = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

Le comportement de la porosité observé pour l'écouissage cinématique linéaire est très différent de celui observé pour l'écouissage isotrope. En effet, il n'y a pas de rochet de la

porosité, mais plutôt une évolution de la porosité en forme de « cloche » non-symétrique qui se stabilise au cours des cycles.



Pour le premier jeu de paramètres d'ARMSTRONG et FREDERICK, 1966 (où la pente cinématique est la même que celle considérée pour un écrouissage cinématique linéaire), on observe à nouveau un effet de rochet de la porosité, cependant ce dernier est beaucoup moins prononcé que pour un écrouissage isotrope, et les valeurs maximales de porosité atteintes sont bien plus faibles.

Pour le second jeu de paramètres, on retrouve le même comportement que celui observé pour un écrouissage cinématique linéaire.

On voit donc que l'évolution de la porosité dépend non seulement du *type* d'écrouissage mais aussi des *paramètres* d'écrouissages considérés. De plus, notons que dans le cas d'une évolution en "cloche" de la porosité, bien que dans le cas considéré la porosité maximale soit quasiment la même à tous les cycles, le caractère non-symétrique entre les demi-cycles de traction et de compression peut avoir un impact important dans les cas (non considérés) où le chargement cyclique imposé est lui-même asymétrique. En effet, on observe que la porosité décroît plus rapidement en compression qu'elle ne croît en traction. Ce comportement peut donc influencer la tenue à la rupture d'une structure composée d'un matériau présentant un type d'écrouissage conduisant à une évolution en cloche de la porosité.

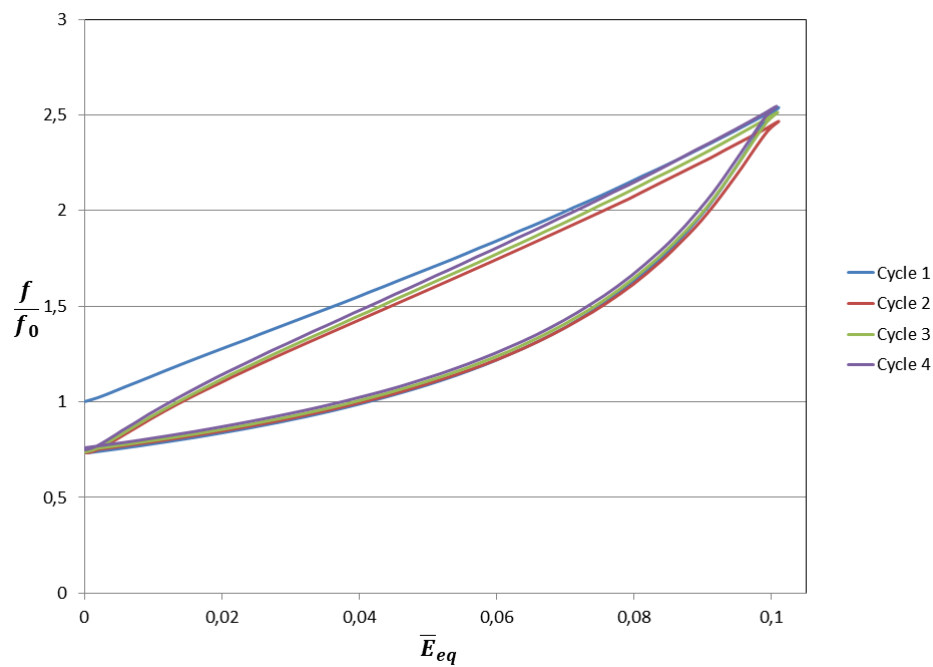


FIGURE 4.13 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage cinématique non-linéaire (Jeu 2) -  $|T| = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.



**Écrouissage mixte.** On présente enfin le résultat de nos simulations pour un écrouissage mixte, selon le modèle de Chaboche simplifié incluant l'effet de mémoire présenté au Chapitre 3. La loi de comportement est celle de l'acier A508, et les paramètres d'écrouissages cinématique sont ceux du second jeu de paramètres considéré plus haut. Même si l'amplitude macroscopique de déformation est fixée, localement à l'échelle d'une maille, les amplitudes de déformations sont différentes selon la position radiale de la maille et donc l'effet de mémoire joue bien un rôle dans la description du comportement pour ces calculs micromécaniques.

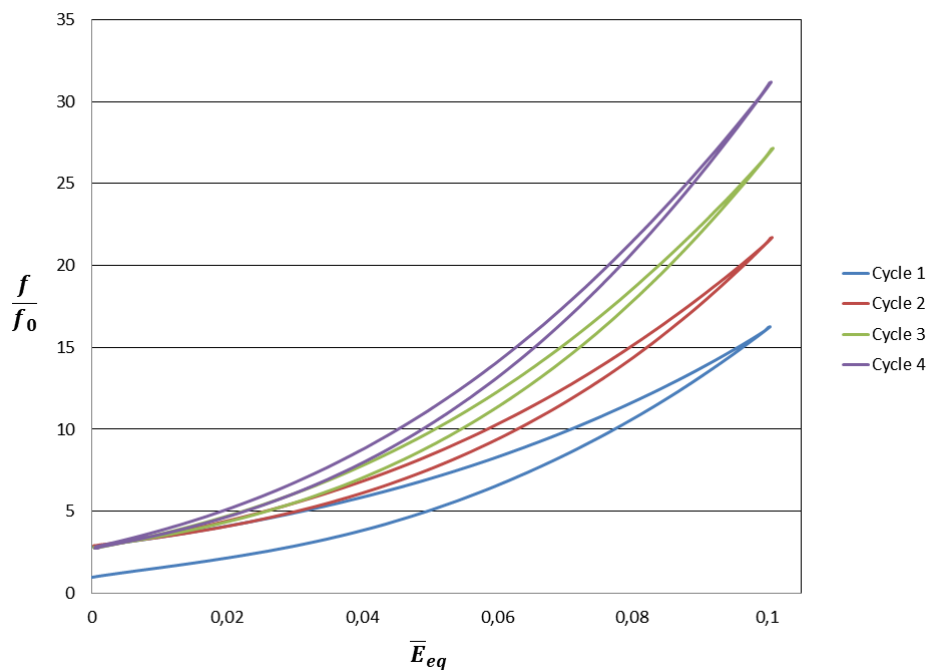


FIGURE 4.14 – Évolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique pour un écrouissage mixte isotrope et cinématique -  $|T| = 2 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

On observe ici à nouveau un effet de rochet de la porosité. Ce comportement, à la différence de ce qui a été observé pour les simulations micromécaniques avec un écrouissage cinématique, a toujours été observé pour un écrouissage mixte, quels que soient les lois de comportement et les paramètres d'écrouissage cinématique considérés.

### 4.5.3 Comparaison des résultats obtenus avec le modèle MLP et des calculs micromécaniques

La comparaison des résultats du modèle MLP avec ceux obtenus dans le cadre des calculs micromécaniques implique de faire un choix pour le paramètre de Tvergaard  $q$  utilisé dans le modèle. Ce paramètre a été introduit pour rapprocher les résultats du modèle de Gurson de ceux des calculs micromécaniques menés TVERGAARD, 1981. La nécessité de l'introduction de ce paramètre viendrait de la différence entre le volume élémentaire sphérique - pour lequel  $q = 1$  - et les géométries réelles des cavités au sein du matériau. Ainsi, le choix  $q = 1$  semble *a priori* approprié dans le cadre de notre étude; en effet les calculs micromécaniques ont été menés sur un volume élémentaire sphérique, comme utilisé par Gurson dans la définition de son modèle.

Cependant, LEBLOND et MORIN, 2014 ont montré que même pour une cellule sphérique, le modèle de Gurson nécessite l'introduction d'un paramètre  $q$ , proche de l'unité, pour prédire correctement le taux de porosité. Les valeurs optimales dépendent de la triaxialité, et sont de l'ordre de 1.13 pour  $T = 1$ , 1.08 pour  $T = 2$  et 1 pour  $T = 3$ . Nous adoptons ces valeurs pour nos calculs, soit  $q = 1.08$  pour  $T = 2$  et  $q = 1$  pour  $T = 3$ , car elles permettent effectivement de bien reproduire les résultats des simulations micromécaniques (*a minima* pour l'écroutissage isotrope comme l'ont montré LACROIX et al., 2016).

Les résultats des simulations pour le modèle MLP sont obtenus pour une discrétisation radiale comportant  $N + 1 = 41$  points définissant 40 couronnes sphériques prises en compte dans le modèle, ce qui correspond exactement au nombre d'éléments présents dans la direction radiale du maillage de la sphère creuse utilisé dans nos simulations micromécaniques. On présente figure 4.15, 4.16, 4.17 et 4.18 l'évolution de la porosité normalisée en fonction de  $\bar{E}_{eq}$  obtenue par les simulations micromécaniques (*en trait plein sur les figures*), et celles prédites par le modèle nouvellement implémenté (*en pointillé sur les figures*).

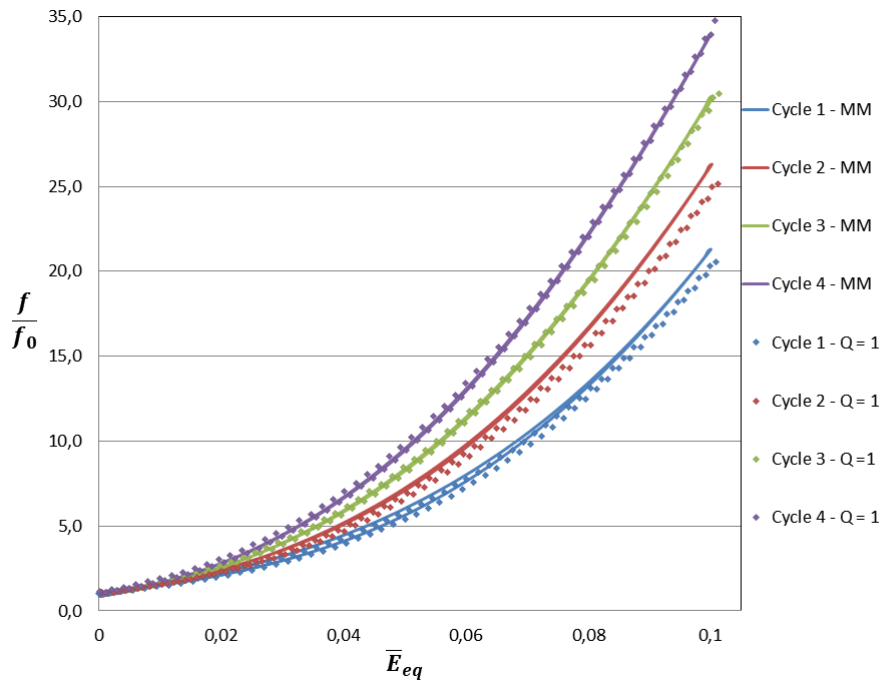


FIGURE 4.15 – Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroutissage isotrope -  $|T| = 3$  et  $q = 1$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

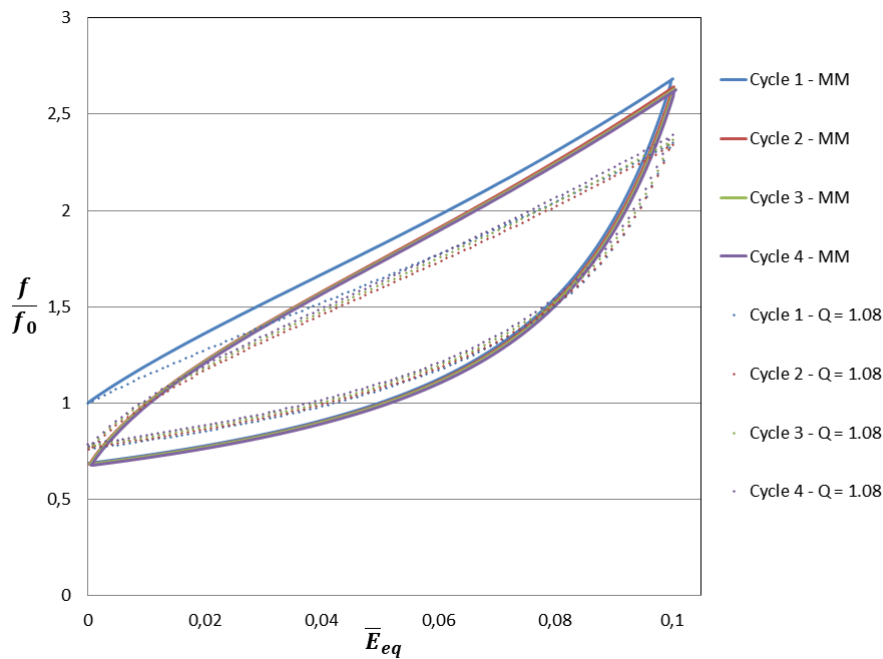


FIGURE 4.16 – Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroutissage cinématique linéaire -  $|T| = 2$  et  $q = 1,08$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

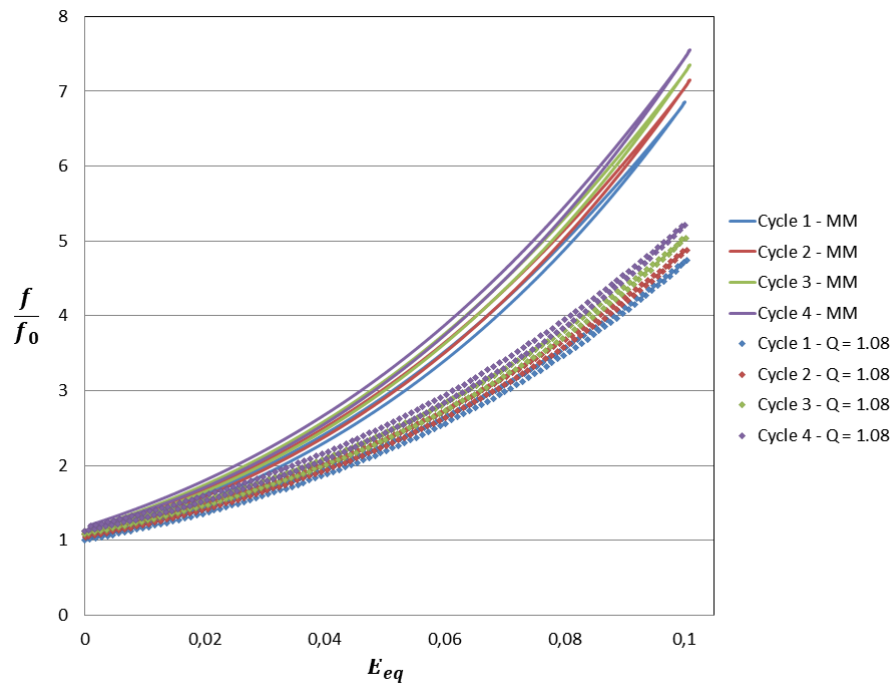


FIGURE 4.17 – Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroissage cinématique non-linéaire (Jeu 1) -  $|T| = 2$  et  $q = 1,08$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

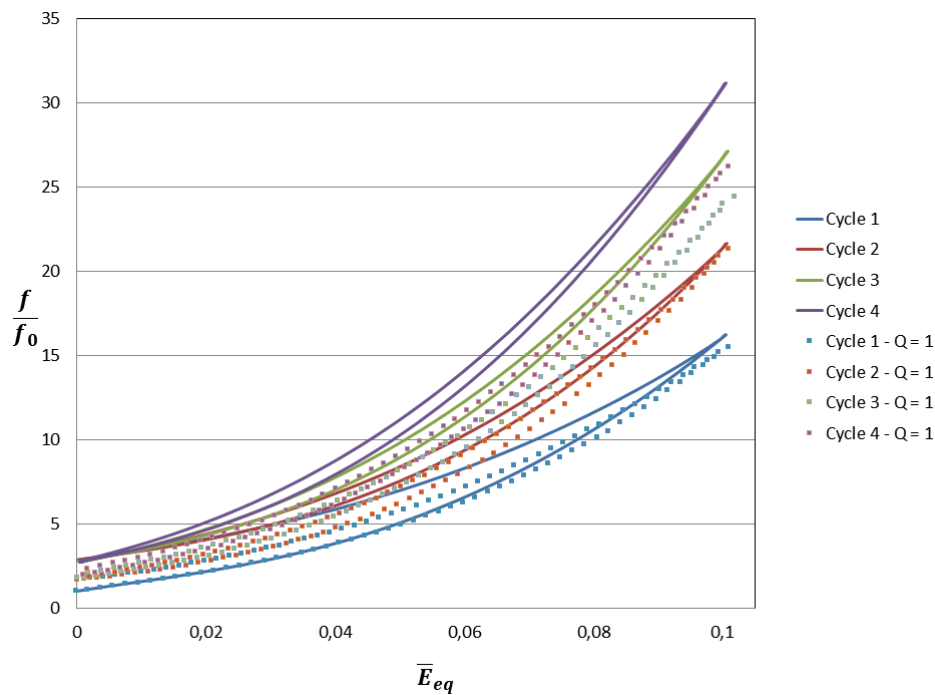


FIGURE 4.18 – Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroissage mixte -  $|T| = 3$  et  $q = 1$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$  - Cycle 1 : Bleu ; 2 : Rouge ; 3 : Vert ; 4 : Violet.

#### 4.5.4 Synthèse des calculs numériques

L'objectif des calculs numériques menés était double. Tout d'abord, nous avons mené des simulations micromécaniques pour mettre en évidence l'effet de rochet de la porosité sur une cellule élémentaire soumise à un chargement cyclique, et pour étudier l'influence du type et des paramètres d'écrouissage sur l'évolution de la porosité. Dans un second temps, nous avons comparé les résultats obtenus avec le modèle MLP aux résultats des simulations micromécaniques, avec un accord très satisfaisant ; un tel modèle pourrait rendre compte de la réduction de ductilité observée pour les structures soumises à des chargements cycliques.

Nous avons considéré, dans nos simulations numériques, un volume élémentaire initialement sphérique contenant une cavité sphérique concentrique. Les calculs sont menés pour des chargements cycliques avec des conditions de taux de déformation homogène au bord, pour des valeurs de triaxialité constante en valeur absolue. Ces simulations micromécaniques sont particulières du fait du choix d'un volume élémentaire sphérique et d'un module de Young très élevé. Ces particularités sont justifiées par la volonté de "coller" le plus possible aux hypothèses faites dans la définition du modèle MLP. Les résultats confirment l'effet de rochet de la porosité sous chargement cyclique à triaxialité des contraintes constante en valeur absolue, mais mettent aussi en évidence un autre comportement possible de la porosité : l'évolution en forme de « cloche » qui n'avait pas été observée jusque là.

Ces comportements différents et complexes sont fortement liés au type d'écrouissage et aux paramètres employés, et les résultats obtenus soulignent l'importance des effets d'écrouissage sur la prédiction de la rupture ductile en présence de chargements cycliques. Contrairement aux modèles précédents, le modèle MLP implémenté dans ce travail permet de reproduire ces différents comportements de manière convaincante dans le cadre des hypothèses de l'analyse-limite séquentielle, soit en éliminant artificiellement l'élasticité. Cependant, celle-ci peut jouer un rôle important sur l'effet de rochet de la porosité et doit donc impérativement être prise en compte, ce que nous nous efforçons de faire dans le chapitre suivant.

# Un modèle de plasticité macroscopique pour les matériaux élasto-plastiques poreux soumis à un chargement cyclique

Le but de ce chapitre est de proposer un modèle homogénéisé pour les matériaux poreux ductiles incorporant à la fois les effets d'écrouissage et les effets de l'élasticité. Pour cela, nous allons étendre le modèle récent de MORIN et al., 2017, pour des cavités sphériques dans une matrice *rigide-écrouissable*, à un modèle pour des cavités sphériques dans une matrice *élasto-plastique*. Ce chapitre, relativement court, s'inscrit dans la continuité du précédent. Après avoir explicité les effets de l'élasticité sur l'évolution de la porosité sous chargement cyclique par le biais de calculs numériques micromécaniques, nous allons prendre en compte l'influence de la porosité sur le module de compressibilité élastique, et déterminer l'équation exacte du taux de porosité prenant en compte les déformations plastiques *et élastiques*. Ensuite, nous proposerons une approche heuristique pour prendre en compte les effets de l'élasticité dans le modèle de MORIN et al., 2017, et enfin nous comparerons les prédictions du nouveau modèle avec des simulations micromécaniques.

L'organisation du chapitre est la suivante :

- La section 5.1 est consacrée au rôle majeur de l'élasticité dans la rupture ductile cyclique et à ses effets sur le phénomène de rochet de la porosité.
- La section 5.2 présente la démarche mise en place pour déterminer l'équation exacte du taux de porosité, incluant les déformations élastiques, pour une sphère creuse.
- La section 5.3 est consacrée à la prise en compte de l'élasticité dans le modèle de MORIN et al., 2017 par une approche heuristique, et à la validation de cette approche.

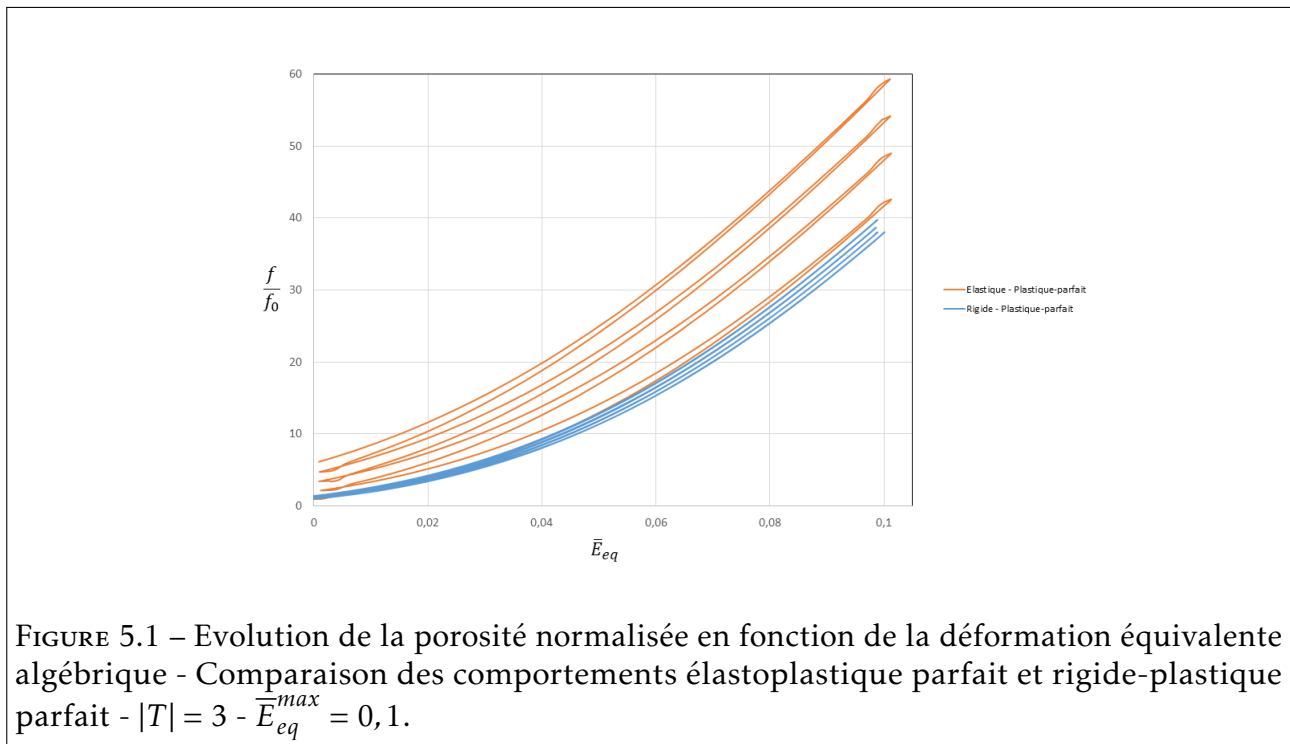


FIGURE 5.1 – Evolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - Comparaison des comportements élastoplastique parfait et rigide-plastique parfait -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0, 1$ .

## 5.1 Effets de l'élasticité

L'effet de l'élasticité dans le cas de la rupture ductile cyclique a été évoqué par DEVAUX et al., 1997, dont les travaux ont montré que l'effet de rochet de la porosité est la conséquence de l'élasticité et/ou de l'écroutissage, le couplage des deux pouvant exacerber le phénomène. L'effet de l'élasticité est souvent négligé dans l'étude de la rupture ductile. Si cette hypothèse se justifie dans le cas des chargements monotones, où l'élasticité joue un rôle mineur par rapport aux effets de la plasticité résultant des grandes valeurs de déformations atteintes, elle n'est plus valide dans le cas des chargements cycliques, comme l'indiquent les calculs micromécaniques illustrés sur les figures 5.1 et 5.2, qui comparent les résultats obtenus pour une matrice élastique et une matrice élastiquement rigide, dans le cas plastique-parfait et pour un écroutissage isotrope. Comme on l'observe sur ces figures, l'effet de l'élasticité est non négligeable sur l'évolution de la porosité au cours des cycles. En particulier, la porosité maximale atteinte pour un matériau élastique plastique-parfait est supérieure à celle obtenue pour un matériau rigide-isotrope. Négliger l'élasticité se révèle donc être une hypothèse abusive. Or le modèle de MORIN et al., 2017 repose sur l'analyse limite séquentielle qui néglige l'élasticité afin d'incorporer les effets de l'écroutissage. Ce modèle n'est donc pas adapté pour reproduire le comportement d'un matériau *élasto*-plastique soumis à un chargement cyclique.

Deux explications sont possibles pour expliquer le comportement de la porosité observé sur les figures 5.1 et 5.2 :

- L'existence d'une phase, au début de chaque demi-cycle, durant laquelle le volume élémentaire représentatif est partiellement élastique et partiellement plastique.

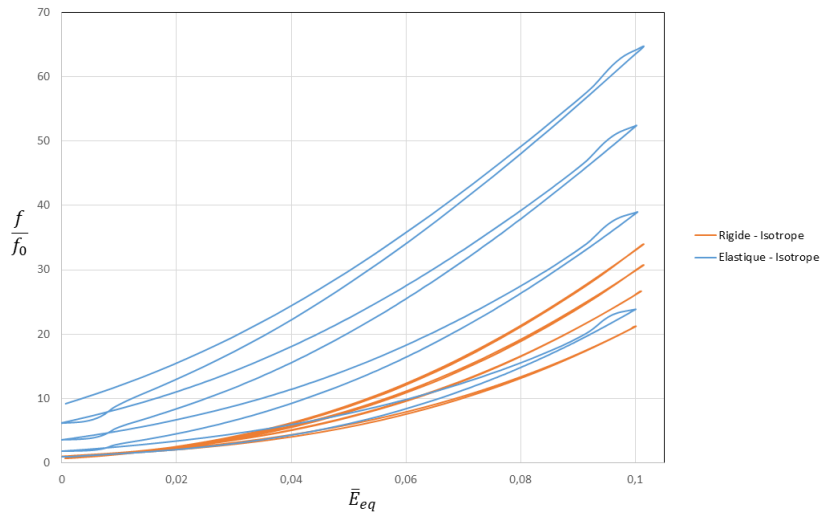


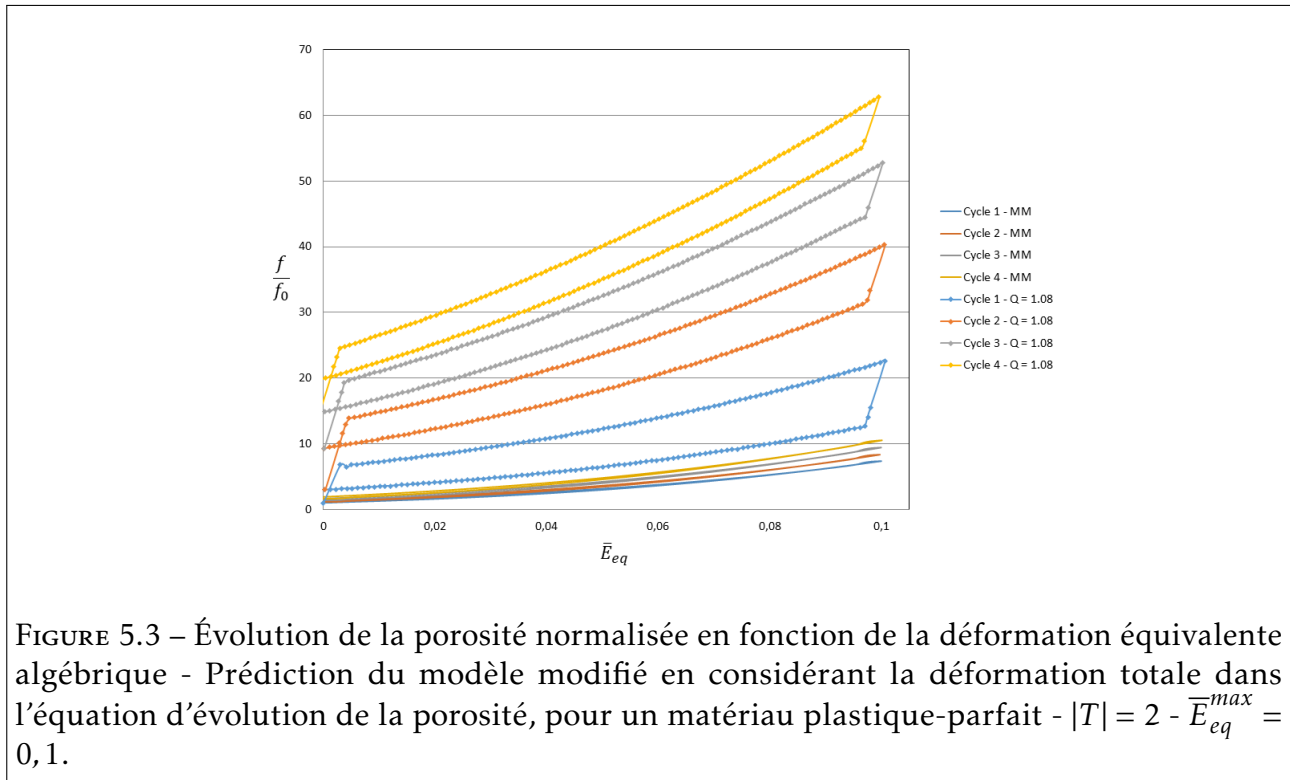
FIGURE 5.2 – Evolution de la porosité normalisée en fonction de la déformation équivalente algébrique - Comparaison des comportements élastoplastique à écoulement isotrope et rigide à écoulement isotrope -  $|T| = 3 - \bar{E}_{eq}^{max} = 0, 1$ .

- L'existence d'une légère augmentation élastique de la porosité au début du demi-cycle en traction, facilitant la croissance de la porosité par écoulement plastique de la matrice, puis une légère diminution élastique de la porosité au début du demi-cycle de compression, qui entrave similairement sa décroissance.

Si la première explication était la bonne, elle exigerait des modifications majeures du modèle proposé par MORIN et al., 2017. Cependant la dissymétrie entre les demi-cycles de traction et de compression est présente tout au long du chargement, et non uniquement au début de ces demi-cycles, ce qui semble exclure cette hypothèse. La deuxième explication peut être validée qualitativement en remplaçant le taux de déformation plastique  $\mathbf{D}^p$  par le taux de déformation total  $\mathbf{D}$  dans l'équation d'évolution de la porosité. Le résultat de cette modification est présenté figure 5.3 dans le cas d'un matériau élastique plastique-parfait.

On constate que la modification de l'équation d'évolution de la porosité permet de reproduire qualitativement l'effet de rochet qui découle du couplage élasto-plastique, cependant elle surestime grandement cet effet. Cette surestimation est la conséquence directe du choix fait dans l'équation d'évolution de la porosité, où la totalité de la déformation élastique est affectée au changement de volume de la cavité, alors qu'en réalité elle est répartie à travers la matrice du fait de la compressibilité élastique, et que seule une partie de cette déformation élastique induit une légère augmentation de la porosité. Dès lors, la prise en compte du couplage élastoplastique, négligé dans la quasi-totalité des autres modèles de rupture ductile (monotone ou cyclique), est inévitable pour obtenir un bon modèle permettant de prédire le comportement de structures soumises à des chargements cycliques. Signalons cependant que des travaux récents, décrits dans la section 5.3, sur la prise en compte du couplage





élastoplastique dans les modèles de rupture ductile ont récemment été réalisés par CHENG et al., 2017.

## 5.2 Expression exacte du taux de porosité pour une sphère creuse élastoplastique

Une étape préalable à l'introduction du couplage élastoplastique dans le modèle de MORIN et al., 2017 est la détermination de la part de la déformation élastique jouant un rôle dans l'évolution de la porosité, et donc la détermination exacte du taux de porosité. Pour cela, nous allons commencer par prendre en compte l'influence de la porosité sur le coefficient de compressibilité macroscopique d'une sphère creuse. Ensuite, nous nous placerons dans le cadre des hypothèses des petites perturbations (HPP) et obtiendront dans ce cadre par intégration l'équation exacte analytique du taux de porosité d'une sphère creuse, prenant en compte les déformations plastiques *et* élastiques. Enfin, nous nous placerons dans le cadre des grandes transformations et introduirons une dérivée objective, en suivant une idée développée dans STOLZ, 1987, STOLZ, 1997 et STOLZ, 1998, modifiée par l'ajout d'un terme correctif à la dérivée objective de JAUMANN, 1911, qui nous permettra d'étendre le résultat précédemment obtenu à un cadre géométrique général.

On considère encore une fois comme volume élémentaire représentatif une sphère  $\Omega$  contenant une cavité sphérique concentrique  $\omega$ .

### 5.2.1 Correction du module de compressibilité élastique en présence de porosité dans le cadre HPP

Introduisons un coefficient  $\alpha$  traduisant l'impact de la porosité sur le coefficient de compressibilité élastique macroscopique :

$$tr(\Sigma) = \alpha \frac{E}{1-2\nu} tr(\mathbf{E}) \quad (5.1)$$

où  $E$  et  $\nu$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson, et  $\mathbf{E}$  la déformation élastique macroscopique.

Les conditions aux limites du problème d'élasticité HPP à résoudre sont présentées figure 5.4.

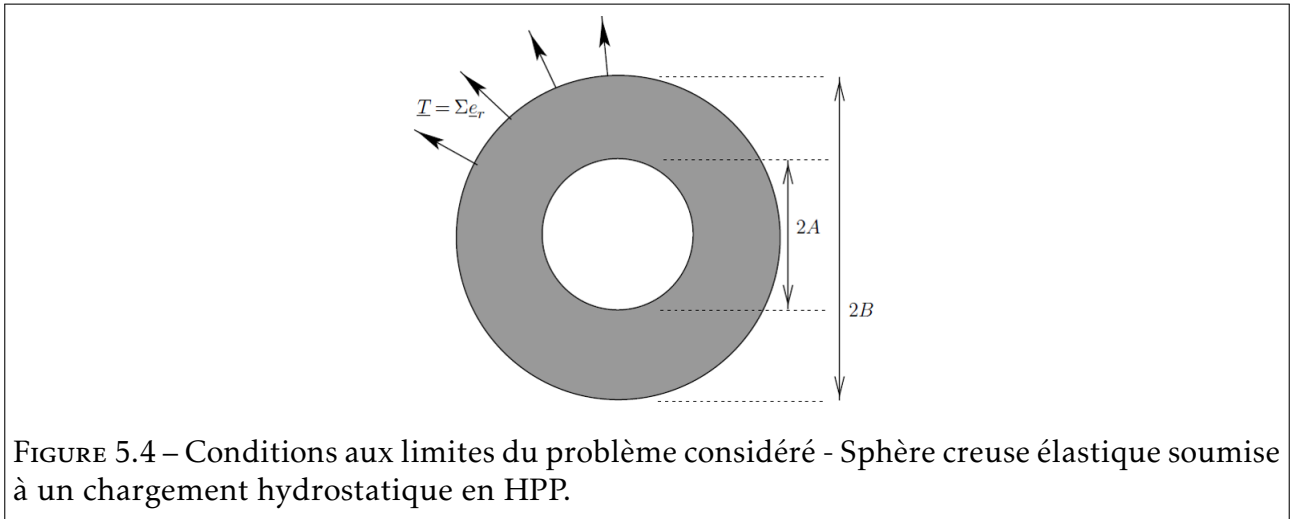


FIGURE 5.4 – Conditions aux limites du problème considéré - Sphère creuse élastique soumise à un chargement hydrostatique en HPP.

Le champ de déplacement solution du problème est le suivant :

$$\xi = r \frac{\Sigma}{1-f} \left( \frac{1-2\nu}{E} + \frac{(1+\nu)A^3}{2Er^3} \right) \mathbf{e}_r \quad (5.2)$$

On peut alors relier les traces des déformations et des contraintes macroscopiques :

$$tr(\mathbf{E}) = \frac{3\xi(B) \cdot \mathbf{e}_r}{B} = \frac{tr(\Sigma)}{1-f} \left( \frac{1-2\nu}{E} + \frac{1+\nu}{2E} f \right) \quad (5.3)$$

Par identification avec l'équation 5.1, on obtient la valeur analytique du coefficient  $\alpha$  pour une sphère creuse :

$$\alpha = \frac{2(1-2\nu)(1-f)}{2(1-2\nu) + (1+\nu)f} \quad (5.4)$$

### 5.2.2 Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre HPP

La sphère est ici considéré élastoplastique. L'introduction du coefficient  $\alpha$  nous permet alors de disposer d'une loi d'élasticité macroscopique obtenue par homogénéisation de la loi microscopique. Cette loi macroscopique est la suivante :

$$tr(\dot{\Sigma}) = \alpha \frac{E}{1-2\nu} tr(\mathbf{D}^e) \quad (5.5)$$

où  $\lambda_c$  et  $\mu_c$  sont les coefficients de Lamé corrigés du fait de la présence d'une cavité.

Nous pouvons dès lors déterminer l'expression de l'équation d'évolution de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre HPP. L'hypothèse de taux de déformation homogène au bord nous donne classiquement :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle_{\Omega} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma \, d\Omega \quad (5.6)$$

En prenant la dérivée temporelle de cette quantité intégrale, on obtient dans le cadre HPP la relation suivante :

$$\dot{\Sigma} = \langle \dot{\sigma} \rangle_{\Omega} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \dot{\sigma} \, d\Omega \quad (5.7)$$

Nous pouvons alors déterminer précisément la relation entre  $|\dot{\Omega}|$  et  $|\dot{\omega}|$  pour notre sphère creuse. Par définition du tenseur de taux de déformation, on a :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \int_{\Omega-\omega} tr(\mathbf{d}) \, d\Omega = |\dot{\omega}| + \int_{\Omega-\omega} [tr(\mathbf{d}^e) + tr(\mathbf{d}^p)] \, d\Omega \quad (5.8)$$

L'incompressibilité plastique de la matrice donne  $tr(\mathbf{d}^p) = 0$ , on a alors par la loi d'élasticité microscopique :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} \int_{\Omega-\omega} tr(\dot{\sigma}) \, d\Omega \quad (5.9)$$

La contrainte étant nulle dans la cavité, on peut élargir le domaine d'intégration à l'ensemble de la sphère dans l'équation précédente. Il en découle :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} \int_{\Omega} tr(\dot{\sigma}) \, d\Omega = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} |\Omega| \langle tr(\dot{\sigma}) \rangle_{\Omega} = |\dot{\omega}| + \alpha \frac{1-2\nu}{\alpha E} |\Omega| tr(\dot{\Sigma}) \quad (5.10)$$

Enfin, par la loi d'élasticité macroscopique :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \alpha |\Omega| tr(\mathbf{D}^e) \quad (5.11)$$

On peut alors déterminer le taux de porosité par dérivation temporelle de la définition de la

porosité  $f = \frac{|\omega|}{|\Omega|}$  :

$$\dot{f} = \frac{|\dot{\omega}|}{|\Omega|} - \frac{|\omega|}{|\Omega|} \frac{|\dot{\Omega}|}{|\Omega|} = \frac{|\dot{\omega}|}{|\Omega|} - f \operatorname{tr}(\mathbf{D}) \quad (5.12)$$

En injectant la relation 5.11 dans cette équation, on obtient l'expression exacte du taux de porosité en fonction des taux de déformation total et élastique :

$$\dot{f} = \frac{|\dot{\Omega}| - \alpha |\Omega| \operatorname{tr}(\mathbf{D}^e)}{|\Omega|} - f \operatorname{tr}(\mathbf{D}) = \operatorname{tr}(\mathbf{D}) - \alpha \operatorname{tr}(\mathbf{D}^e) - f \operatorname{tr}(\mathbf{D}) \quad (5.13)$$

expression qui peut être réécrite sous une forme plus agréable en explicitant le taux de déformation total en fonction des taux de déformation plastique et élastique :

$$\dot{f} = (1 - f) \operatorname{tr}(\mathbf{D}^p) + (1 - f - \alpha) \operatorname{tr}(\mathbf{D}^e) \quad (5.14)$$

### 5.2.3 Définition d'une nouvelle dérivée objective par ajout d'un terme correctif à la dérivée de Jaumann

La sphère creuse est désormais supposée élastoplastique, en grandes transformations. Dans ce cadre, la démarche présentée ci-dessus dans le cadre HPP n'est plus applicable. En effet, la relation 5.7 qui relie  $\dot{\sigma}$  à  $\dot{\Sigma}$  n'est plus valide en grandes transformations et doit être corrigée.

Pour déterminer l'équation d'évolution de porosité dans le cadre de notre procédure d'homogénéisation, nous allons définir une nouvelle dérivée objective et une nouvelle loi d'hypoélasticité correspondante. Ces éléments mèneront à une relation convenable entre  $\dot{\sigma}$  et  $\dot{\Sigma}$  permettant d'obtenir l'équation exacte d'évolution de la porosité par intégration, par une démarche similaire à celle décrite en 5.2.2.

Cette nouvelle dérivée objective est définie en reprenant l'idée de STOLZ, 1987 qui consiste à considérer la dérivée de Jaumann de la grandeur  $\frac{\sigma}{\rho}$ . On rappelle la définition de la dérivée de Jaumann :

$$\sigma^J = \dot{\sigma} + \sigma \cdot \omega - \omega \cdot \sigma \quad (5.15)$$

avec :

$$\omega = \frac{1}{2} \left( \operatorname{grad}(\mathbf{v}) - {}^t \operatorname{grad}(\mathbf{v}) \right) \quad (5.16)$$

où  $\mathbf{v}$  est le vecteur vitesse. On introduit alors la dérivée objective suivante :

$$\overset{\Delta}{\sigma} = \sigma^J + \sigma \operatorname{tr}(\mathbf{d}) \quad (5.17)$$

La définition de cette nouvelle dérivée objective permet d'introduire, par postulat, une

nouvelle loi heuristique d'hypoélasticité microscopique :

$$\overset{\Delta}{\sigma} = \lambda \text{tr}(\mathbf{d}^e) \mathbf{1} + 2\mu \mathbf{d}^e \quad (5.18)$$

où  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé. On a alors la relation suivante entre les taux de contrainte et de déformation élastique microscopiques :

$$\text{tr}(\overset{\Delta}{\sigma}) = \text{tr}(\sigma^J) + \text{tr}(\sigma) \text{tr}(\mathbf{d}) = \text{tr}(\dot{\sigma}) + \text{tr}(\sigma) \text{tr}(\mathbf{d}) = \frac{E}{1-2\nu} \text{tr}(\mathbf{d}^e) \quad (5.19)$$

On fait alors l'hypothèse que la forme de cette loi d'hypoélasticité se conserve par changement d'échelle. (Cette hypothèse n'est pas nécessaire dans le cadre HPP car on sait faire exactement l'homogénéisation de la loi d'élasticité microscopique, ce qui n'est plus le cas dans le cadre des grandes transformations). Ainsi, seuls les coefficients d'élasticité sont corrigés du fait de la présence de la porosité, la loi d'hypoélasticité macroscopique s'écrivant :

$$\overset{\Delta}{\Sigma} = \lambda_c \text{tr}(\mathbf{D}^e) \mathbf{1} + 2\mu_c \mathbf{D}^e \quad (5.20)$$

où  $\lambda_c$  et  $\mu_c$  sont les coefficients de Lamé corrigés. En prenant la trace des deux membres, on obtient alors la relation suivante entre les taux de contrainte et de déformation élastique macroscopiques :

$$\text{tr}(\overset{\Delta}{\Sigma}) = \text{tr}(\Sigma^J) + \text{tr}(\Sigma) \text{tr}(\mathbf{D}) = \text{tr}(\dot{\Sigma}) + \text{tr}(\Sigma) \text{tr}(\mathbf{D}) = \alpha \frac{E}{1-2\nu} \text{tr}(\mathbf{D}^e) \quad (5.21)$$

#### 5.2.4 Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre des grandes transformations

A l'aide de cette nouvelle dérivée objective et des lois d'hypoélasticité microscopique et macroscopique correspondantes, on peut alors essayer de déterminer l'expression exacte du taux de porosité pour une sphère. Avant cela, il faut déterminer la relation qui relie le taux de contrainte macroscopique  $\overset{\Delta}{\Sigma}$  à la moyenne du taux de contrainte microscopique  $\dot{\sigma}$ . La démarche présentée ici est une généralisation de celle présentée dans le cadre HPP en 5.2.2.

L'hypothèse de taux de déformation homogène au bord nous donne classiquement :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle_{\Omega} = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma \, d\Omega \quad (5.22)$$

En prenant la dérivée temporelle de cette quantité intégrale, on obtient :

$$\dot{\Sigma} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma \, d\Omega \right) = \frac{-|\dot{\Omega}|}{|\Omega|^2} \int_{\Omega} \sigma \, d\Omega + \frac{1}{|\Omega|} \frac{d}{dt} \left( \int_{\Omega} \sigma \, d\Omega \right) \quad (5.23)$$

Or, nous avons les deux relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{|\dot{\Omega}|}{|\Omega|} = tr(\mathbf{D}) \\ \frac{d}{dt} \left( \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} d\Omega \right) = \int_{\Omega} [\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} tr(\mathbf{d})] d\Omega \end{cases} \quad (5.24)$$

à l'aide desquelles l'équation 5.23 devient :

$$\dot{\Sigma} + \Sigma tr(\mathbf{D}) = \langle \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma} tr(\mathbf{d}) \rangle_{\Omega} \quad (5.25)$$

En prenant la trace de cette relation, on obtient :

$$tr(\dot{\Sigma}) = \langle tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) \rangle_{\Omega} \quad (5.26)$$

L'objet de l'introduction de la dérivée objective présentée précédemment était d'obtenir cette relation.

Nous pouvons alors essayer de déterminer précisément la relation entre  $|\dot{\Omega}|$  et  $|\dot{\omega}|$  pour notre sphère creuse. Par définition du tenseur de taux de déformation, on a :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \int_{\Omega-\omega} tr(\mathbf{d}) d\Omega = |\dot{\omega}| + \int_{\Omega-\omega} [tr(\mathbf{d}^e) + tr(\mathbf{d}^p)] d\Omega \quad (5.27)$$

L'incompressibilité plastique de la matrice donne  $tr(\mathbf{d}^p) = 0$ , on a alors par la relation 5.19 :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} \int_{\Omega-\omega} \left[ tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) \right] d\Omega \quad (5.28)$$

La contrainte étant nulle dans la cavité, on peut élargir le domaine d'intégration à l'ensemble de la sphère dans l'équation précédente. Il en découle :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} \int_{\Omega} tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) d\Omega = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} |\Omega| \langle tr(\dot{\boldsymbol{\sigma}}) \rangle_{\Omega} \quad (5.29)$$

Puis par la relation 5.26, on obtient :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \frac{1-2\nu}{E} |\Omega| tr(\dot{\Sigma}) = |\dot{\omega}| + \alpha \frac{1-2\nu}{\alpha E} tr(\dot{\Sigma}) \quad (5.30)$$

Et enfin, par la relation 5.21 :

$$|\dot{\Omega}| = |\dot{\omega}| + \alpha |\Omega| tr(\mathbf{D}^e) \quad (5.31)$$

On peut alors déterminer le taux de porosité par dérivation temporelle de la définition de la porosité  $f = \frac{|\omega|}{|\Omega|}$  :

$$\dot{f} = \frac{|\dot{\omega}|}{|\Omega|} - \frac{|\omega|}{|\Omega|} \frac{|\dot{\Omega}|}{|\Omega|} = \frac{|\dot{\omega}|}{|\Omega|} - f tr(\mathbf{D}) \quad (5.32)$$

En injectant la relation 5.31 dans cette équation, on obtient l'expression exacte du taux de porosité en fonction des taux de déformation total et élastique :

$$\dot{f} = \frac{|\dot{\Omega}| - \alpha|\Omega|tr(\mathbf{D}^e)}{|\Omega|} - ftr(\mathbf{D}) = tr(\mathbf{D}) - \alpha tr(\mathbf{D}^e) - ftr(\mathbf{D}) \quad (5.33)$$

expression qui peut être réécrite sous une forme plus agréable en explicitant le taux de déformation total en fonction des taux de déformation plastique et élastique :

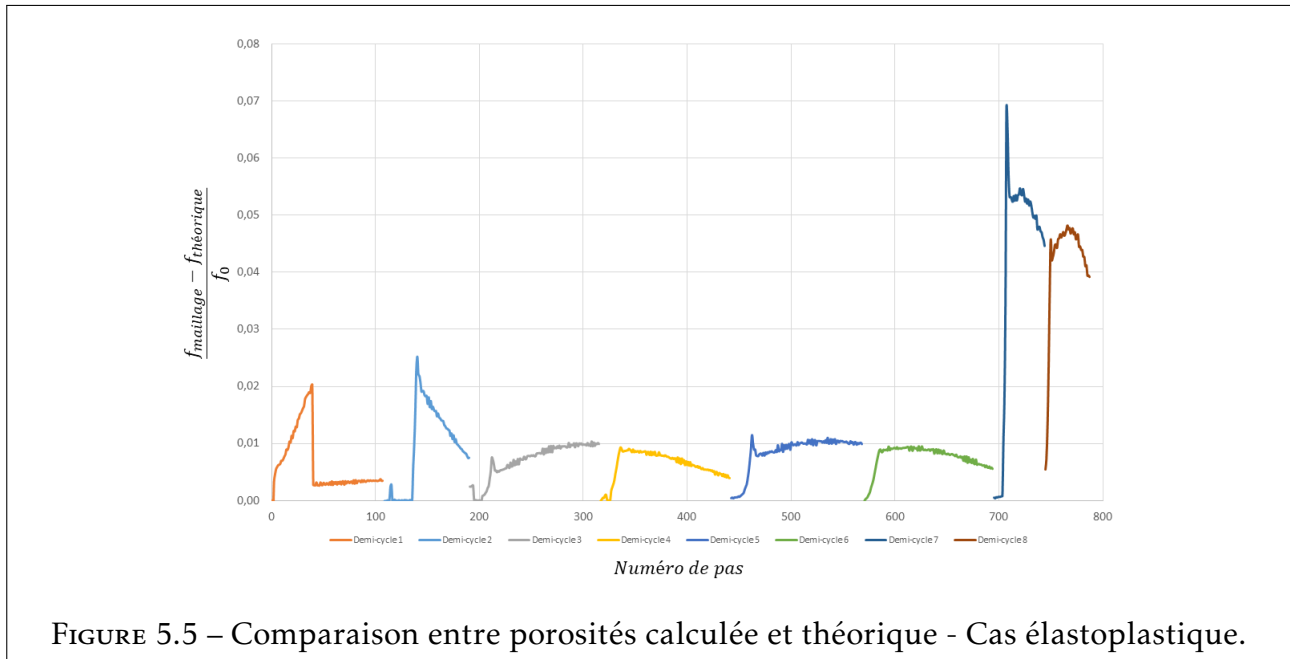
$$\dot{f} = (1 - f)tr(\mathbf{D}^p) + (1 - f - \alpha)tr(\mathbf{D}^e) \quad (5.34)$$

Le résultat obtenu amène quatre commentaires :

- Le résultat obtenu semble, de manière suprenante, nouveau alors que le raisonnement mené dans le cadre HPP est un raisonnement élémentaire. Sa généralisation au cadre des grandes transformations nécessite néanmoins d'introduire la bonne dérivée objective permettant d'avoir une relation convenable entre taux objectifs de contraintes microscopique et macroscopique et d'en déduire l'expression exacte de  $\dot{f}$  par intégration. L'expression s'avère être la même que ce soit dans le cadre HPP ou dans celui des grandes transformations.
- De manière évidente, il apparaît qu'en négligeant l'élasticité on retrouve l'expression classique du taux de porosité traduisant l'incompressibilité plastique de la matrice.
- On vérifie bien qu'en l'absence de porosité, celle-ci reste bien nulle pour un chargement purement élastique. En effet, si  $f = 0$  alors  $\alpha = 1$  (voir 5.4) et donc  $1 - f - \alpha = 0$ .
- Cette équation a été obtenue pour une sphère creuse. Cependant, comme le montre la procédure d'intégration utilisée pour obtenir ce résultat, la forme du volume élémentaire représentatif ne joue qu'à travers la valeur du coefficient  $\alpha$ , qui prend en compte la correction du module de compressibilité élastique macroscopique en présence de porosité. L'équation d'évolution de la porosité peut donc être généralisée à d'autres formes de cavités, dès lors que la relation 5.1 est vérifiée pour une certaine valeur du coefficient  $\alpha$ .

### 5.2.5 Validation de l'équation d'évolution exacte de la porosité exacte par exploitation des calculs micromécaniques

L'exploitation des résultats micromécaniques, comparés à la valeur théorique de la porosité, permet de vérifier la pertinence de l'équation exacte du taux de porosité déterminée dans la section précédente 5.2. Cette comparaison est menée pour évaluer l'impact des changements de forme du volume élémentaire dans les calculs micromécaniques vis à vis des valeurs obtenues avec l'expression obtenue théoriquement pour une sphère creuse.



La figure 5.5 présentée ci-dessous montre cette comparaison pour un écoulement isotrope, et une triaxialité fixée en valeur absolue à 3. On représente dans cette figure, la différence entre la porosité calculée directement sur la configuration déformée du maillage ( $f_{maillage}$ ), et la porosité calculée grâce à l'équation d'évolution exacte déterminée précédemment ( $f_{theorique}$ ), en normalisant par la porosité initiale ( $f_0$ ). La comparaison se fonde sur un calcul micromécanique pour un comportement élastoplastique avec écoulement isotrope. Pour cela, à chaque instant  $t$  de calcul postérieur à l'instant initial, on détermine successivement :

- $tr(\mathbf{D}^e)$  à partir des contraintes calculées aux instants  $t - \Delta t$  et  $t$ ,
- $tr(\mathbf{D}^p)$  en faisant la différence entre  $tr(\mathbf{D})$  et  $tr(\mathbf{D}^e)$  à l'instant  $t$ ,
- $f_{theorique}$  à l'instant  $t$  à partir des grandeurs calculées précédemment, de la valeur actualisée de  $\alpha$  et de  $f_{maillage}$  à l'instant  $t - \Delta t$  par l'intermédiaire de l'équation du taux de porosité,
- Enfin, la grandeur normalisée  $\frac{f_{maillage} - f_{theorique}}{f_0}$  est caractérisée.

Cette comparaison montre que l'équation exacte du taux de porosité est pertinente. Les écarts faibles constatés figure 5.5 au cours des cycles entre  $f_{maillage}$  et  $f_{theorique}$  découlent de la différence entre l'hypothèse faite théoriquement d'une géométrie sphérique, et la géométrie réelle de la cellule élémentaire considérée dans le calcul numérique.

### 5.3 Prise en compte de l'élasticité dans le modèle de MORIN et al., 2017

Malgré ses qualités, le modèle de MORIN et al., 2017 est incomplet car il ne peut, du fait même de sa construction, décrire l'effet important du couplage élasticité-plasticité dans le



phénomène de rochet de la porosité. Des théories d'homogénéisation encore en développement pour des matériaux hétérogènes non linéaires pourront peut-être, à l'avenir, décrire fidèlement les effets de ce couplage dans le cas des matériaux poreux, et en particulier ses conséquences sur l'effet de rochet de la porosité. D'ici là, il n'existe pas d'alternative autre que d'essayer d'introduire ce couplage à travers une approche heuristique, que ce soit pour le modèle de MORIN et al., 2017 ou pour un autre modèle découlant des travaux de GURSON, 1977.

Récemment, une première étape en ce sens a été proposée par CHENG et al., 2017 (indépendamment des travaux de MORIN et al., 2017). Pour prendre en compte les effets de l'élasticité, CHENG et al., 2017 font l'hypothèse d'une « séparation temporelle de phases » purement élastique d'une part, et purement plastique (en négligeant l'élasticité) d'autre part. Les taux de porosité au cours de chacune des phases,  $\dot{f}^e$  pour la phase élastique,  $\dot{f}^p$  pour la phase plastique, sont évalués séparément. Cette approche est approximative car en réalité la présence de plasticité n'implique pas l'absence d'élasticité; de ce fait la contribution du taux de porosité élastique  $\dot{f}^e$  n'a aucune raison de disparaître pendant la phase plastique. Cependant, malgré les approximations introduites par cette hypothèse, le modèle proposé par CHENG et al., 2017 était prometteur car il permettait de capter qualitativement les mécanismes influençant le rochet de porosité via un couplage élasto-plastique.

L'équation d'évolution exacte de la porosité déterminée ci-dessus permet de s'affranchir de l'hypothèse de séparation temporelle des phases formulée par CHENG et al., 2017, et de proposer une approche heuristique différente pour prendre en compte le couplage élasto-plastique dans le cadre du modèle de MORIN et al., 2017. Cette approche est présentée dans la suite de ce chapitre et validée par comparaison des prédictions du modèle avec des simulations micromécaniques.

### 5.3.1 Introduction d'une porosité effective

La première idée, immédiate, que l'on peut avoir dans le but d'introduire l'élasticité dans le critère est de conserver le modèle de MORIN et al., 2017 tel quel, et de se contenter d'utiliser l'équation d'évolution exacte de la porosité déterminée en 5.34. En faisant cela, on constate que le rochet de la porosité est exagérément amplifié. (C'est d'ailleurs ce qui a été fait pour tracer la figure 5.3, en amplifiant encore plus l'effet en prenant abusivement  $\alpha = 0$ .)

Cette idée, qui consiste simplement à conserver le critère du modèle MLP avec la vraie porosité  $f$  en tenant compte de la partie élastique du taux de porosité, n'est en réalité pas justifiée, car le critère dérive de l'analyse limite séquentielle, précisément valable seulement en l'absence d'élasticité.

On fait alors l'hypothèse heuristique qu'en présence d'élasticité, le critère de MORIN et

al., 2017 peut continuer à s'appliquer mais avec une porosité effective  $\bar{f}$ , qui diffère légèrement de la porosité vraie. Dans l'expression de la porosité effective, la partie élastique de la porosité est légèrement corrigée à travers un coefficient  $\beta(f)$  heuristique. L'expression de la porosité effective est alors définie par :

$$\bar{f} = f^p + \beta(f)f^e \quad (5.35)$$

Ainsi,  $\bar{f}$  est la somme de deux termes,  $f^p$  qui n'est pas modifié (ce qui permet de retomber exactement sur le modèle MLP dans le cas rigide-plastique), et  $\beta(f)f^e$  où  $f^e$  est multiplié par un coefficient ajustable. C'est ce second terme qui permet d'introduire le couplage élasticité-plasticité dans le modèle en remplaçant dans le critère la porosité vraie par la porosité effective :

$$\phi(\Sigma, \Sigma_1, \Sigma_2, \mathbf{A}_1, A_2, \bar{f}) = \frac{(\Sigma - \mathbf{A}_1)_{eq}^2}{\Sigma_1} + 2q\bar{f} \cosh\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m - A_2}{\Sigma_2}\right) - 1 - (q\bar{f})^2 \leq 0 \quad (5.36)$$

La loi de normalité macroscopique est aussi heuristiquement conservée.

### 5.3.2 Comparaison des prédictions du modèle avec les calculs micromécaniques

La comparaison des prédictions du modèle modifié avec les calculs micromécaniques doit nous permettre de vérifier la pertinence de la modification proposée, et de calibrer la valeur ou la forme du paramètre heuristique  $\beta(f)$ . Les calculs micromécaniques menés sont du même type que ceux présentés dans le Chapitre 4, mais en abandonnant l'augmentation artificielle du module d'Young pour retenir une valeur  $E = 150GPa$  plus proche des valeurs observées pour des aciers.

**Détermination de la forme de  $\beta(f)$ .** Plusieurs valeurs constantes et fonctions de  $f$  ont été testées pour  $\beta$ . Les prédictions du modèle modifié ont été comparées d'abord à des calculs pour un matériau élastique présentant une plasticité parfaite, afin de calibrer la valeur de  $\beta$ . Une fois la forme de  $\beta(f)$  déterminée pour une matrice élastique parfaitement plastique, le choix est validé en testant cette forme en présence de divers types d'érouissage comme présenté succinctement en Annexe D, et pour plusieurs valeurs de triaxialité.

Les différentes valeurs constantes et les différentes formes de  $\beta(f)$  testées sont présentées en Annexe 3 ainsi que la comparaison des résultats obtenus pour ces valeurs et formes de  $\beta(f)$  avec les calculs micromécaniques. La forme finalement retenue pour  $\beta(f)$ , fixée pour le reste du manuscrit, est la suivante :

$$\beta(f) = 11,5 \cdot \exp\left(-\frac{1}{4} \frac{f}{f_0}\right) + 1 \quad (5.37)$$

Les figures ci-dessous présentent la comparaison entre les calculs micromécaniques et les valeurs obtenues par le modèle, pour cette forme particulière de  $\beta(f)$ , pour différents types d'érouissage (plasticité-parfaite, érouissage isotrope et érouissage cinématique de type Armstrong-Frederick). Les résultats satisfaisants obtenus, permettant de reproduire le comportement de la porosité pour une matrice élastoplastique, valident le modèle construit dans ce chapitre et la forme retenue pour le coefficient heuristique  $\beta(f)$ .

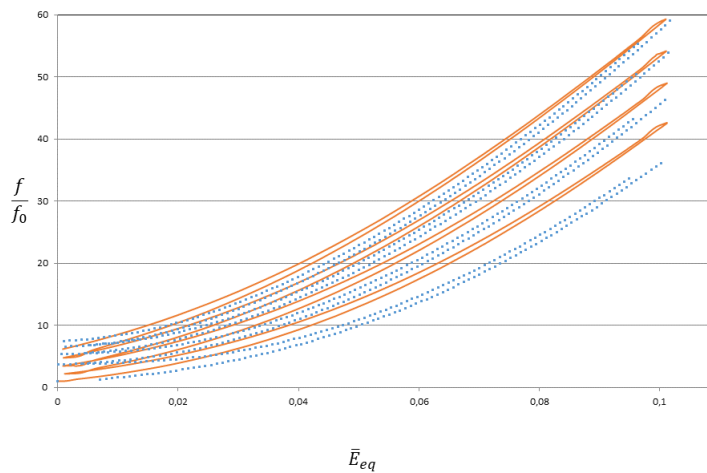


FIGURE 5.6 – Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique parfait -  $|T| = 3$  et  $q = 1$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$  - Pointillés : Modèle ; Trait plein : Calcul micromécanique.

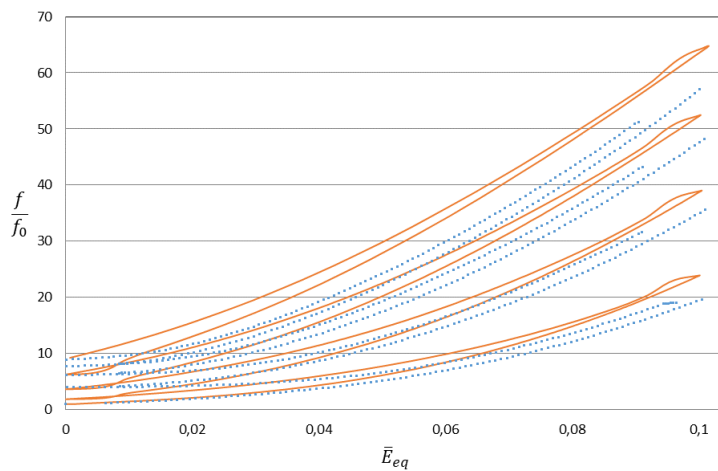


FIGURE 5.7 – Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique à écrouissage isotrope -  $|T| = 3$  et  $q = 1$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$  - Pointillés : Modèle; Trait plein : Calcul micromécanique.

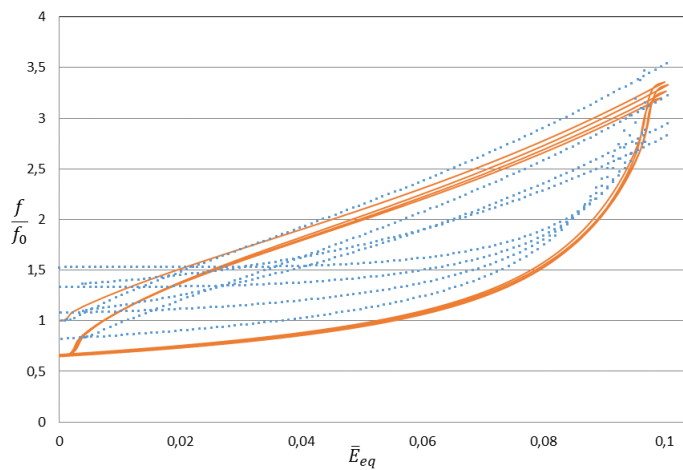


FIGURE 5.8 – Comparaison des prédictions du modèle modifié avec couplage élasticité-plasticité avec les résultats des simulations micromécaniques, pour un comportement élastoplastique à écrouissage cinématique de type Armstrong-Frederick (Jeu de paramètres n°2) -  $|T| = 2,5$  et  $q = 1$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0,1$  - Pointillés : Modèle; Trait plein : Calcul micromécanique.

## 5.4 Conclusion

Ce chapitre a étudié les effets de l'élasticité sur l'effet de rochet de la porosité, et plus généralement sur la rupture ductile cyclique. Dans les problématiques étudiées ici, l'élasticité joue un rôle majeur dans l'évolution de la porosité, à la différence de la rupture ductile sous chargement monotone où elle ne joue un rôle notable qu'au début du chargement.

La prise en compte des effets de l'élasticité dans le cadre de l'homogénéisation amène à considérer l'impact de la porosité sur les coefficients d'élasticité, et surtout déterminer l'équation d'évolution exacte de la porosité, incluant la part des déformations élastiques. Cette équation d'évolution a été déterminée dans le cas d'une sphère contenant une cavité sphérique, hypothèse compatible avec celle faites pour obtenir le modèle MLP. Pour cela, une dérivée objective obtenue par l'ajout d'un terme supplémentaire à la dérivée objective de Jaumann a dû être introduite.

Néanmoins, le rôle important joué par l'élasticité pose des difficultés de modélisation. En effet, l'analyse limite séquentielle sur laquelle est fondé le modèle de MORIN et al., 2017 néglige par hypothèse les effets de l'élasticité, et il n'y a pas de modèle (sauf celui de CHENG et al., 2017) permettant d'inclure ces effets dans un modèle d'approche locale. Il en découle que, pour l'instant, l'incorporation de l'élasticité dans un modèle d'endommagement ductile de type Gurson ne peut être réalisée que de manière heuristique.

Dans le cadre du présent travail, cette incorporation s'est faite par l'introduction d'une porosité effective pour laquelle le taux de porosité élastique a été heuristiquement multiplié par un coefficient  $\beta$  arbitraire et ajustable, lui même fonction de la porosité réelle. Il a été décidé de corriger le taux de porosité élastique car en l'absence d'élasticité, les résultats obtenus dans les chapitres précédents ont montré la validité et la robustesse théorique du modèle pour les matériaux rigides-écrouissables. Le modèle défini permet d'appréhender l'endommagement ductile pour des matériaux élasto-plastiques poreux sous chargements cycliques. Il a été validé par comparaison de ses prédictions avec les résultats de simulations micromécaniques.

Dans la partie suivante, le modèle ainsi défini sera utilisé pour simuler le comportement d'éprouvettes axisymétriques entaillées et d'éprouvettes Compact Tension (CT) testées en laboratoire. Deux matériaux seront étudiés, un acier ferritique de type Tu42C et un acier inoxydable de type 316L. De plus, le modèle sera utilisé pour simuler le comportement à la rupture de tuyauteries représentatives de celles du circuit secondaire d'une centrale nucléaire, soumises à des chargement cycliques.

## **Troisième partie**

### **Simulation numérique de la rupture ductile cyclique par approche locale**



## Validation numérique du modèle sur l'acier ferritique Tu42C et l'acier inoxydable 316L

L'étude numérique présentée s'appuie sur les résultats expérimentaux de la Partie I à l'aide du modèle développé dans le cadre de cette thèse.

Cette étude numérique, qui vise à statuer sur l'aptitude du modèle à prédire le comportement d'éprouvettes de laboratoire ainsi que de structures soumises à un chargement cyclique de grandes amplitudes, se déroule en trois étapes :

- L'identification des lois de comportement du matériau en se fondant sur les essais de fatigue oligocyclique, de traction et sur éprouvettes axisymétriques entaillées puis la validation de ces paramètres par simulation des essais cycliques réalisés sur éprouvettes CT, en particulier en comparant les premiers cycles pour lesquels l'influence de l'endommagement est nul.
- L'identification des paramètres d'endommagement du modèle (porosité initiale et de coalescence, valeur du paramètre de Tvergaard  $q$ , etc.) à partir des éléments disponibles puis validation de ces paramètres par simulation des essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées et sur éprouvette Compact Tension. Il est implicitement fait l'hypothèse que les paramètres d'endommagement sont les mêmes pour la modélisation des essais monotones et des essais cycliques.
- La validation du modèle par simulation numérique du comportement cyclique des éprouvettes de laboratoire et de l'essai structure.

Dans le cadre de ces travaux, le modèle de comportement cyclique utilisé est celui présenté au Chapitre 3, nécessitant d'identifier un certain nombre de paramètres. Les valeurs de porosité sont identifiées à partir de l'analyse d'images menées au Chapitre 2 et les paramètres d'endommagement par simulations des essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées et Compact Tension.



## 6.1 Détermination des paramètres du modèle pour l'acier ferritique Tu42C

Cette section présente la détermination des paramètres du modèle pour l'acier Tu42C avec une identification numérique du comportement cyclique du matériau et des paramètres d'endommagement.

Le module d'Young retenu est  $E = 200GPa$ , le coefficient de Poisson retenu est  $\nu = 0,3$ .

### 6.1.1 Détermination du comportement cyclique et en traction monotone

L'identification des paramètres relatifs au comportement cyclique se fait en plusieurs étapes. Tout d'abord, après avoir fixé le nombre de centres cinématiques, différents jeux de paramètres sont identifiés à partir des résultats des essais de fatigue oligocyclique à partir des valeurs de la courbe cyclique réduite. Les valeurs de la courbe cyclique réduite sont caractérisées pour chaque amplitude de déformation. En effet, le jeu de paramètres  $(C_i, \gamma_i)$  permettant de reproduire le comportement observé en fatigue oligocyclique n'est pas unique et est caractérisé pour de faibles niveaux de déformations, comparativement à ceux atteints en pointe de fissure, que l'on peut atteindre expérimentalement. L'objectif est donc d'identifier un modèle de comportement pour lequel la simulation des essais de déchirure est convenable, que le chargement soit monotone ou cyclique. L'optimisation vis-à-vis des jeux de paramètre a été réalisée en testant plusieurs valeurs.

#### Exploitation des essais de fatigue oligocyclique et de l'essai de traction monotone

Les différents jeux de paramètres identifiés à partir des essais de fatigue oligocyclique sont ensuite utilisés pour reproduire la courbe contrainte-déformation en traction et le comportement en traction monotone des éprouvettes axisymétriques entaillées. Ces essais permettent alors de sélectionner les paramètres les plus pertinents pour modéliser le comportement du matériau.

Dans le cas de l'acier ferritique Tu42C, plusieurs jeux de paramètres ont été testés dans le cadre d'une étude paramétrique. En définitif, la nécessité de trois centres cinématiques a été retenue pour reproduire le comportement cyclique du matériau. De plus, afin de s'affranchir du besoin de modéliser le palier de Lüders, la limite d'élasticité a été choisie volontairement inférieure à la valeur réelle. La valeur retenue pour la limite d'élasticité est  $\sigma_y = 170MPa$ .

Les valeurs retenues pour les trois centres cinématiques sont les suivantes :

- $C_1 = 72000MPa, \gamma_1 = 900,$
- $C_2 = 7500MPa, \gamma_2 = 200,$
- $C_3 = 1000MPa, \gamma_3 = 4.$

Enfin, le paramètre de mémoire  $b$  retenu a pour valeur  $b = 30$ . Les paramètres de la courbe

cyclique réduite, déterminés à partir des simulations des essais de fatigue oligocyclique, sont les suivants :

TABLEAU 6.1 – Paramètres retenus pour la courbe cyclique réduite de l'acier Tu42C.

$q$	0	0,005	0,01	0,02	0,025
$Q(q)$	170	330	370	430	445

Les résultats des simulations numériques obtenus à partir de cette identification sont présentés ci-dessous et comparés aux valeurs expérimentales obtenues lors de la réalisation des essais de fatigue oligocyclique et de traction.

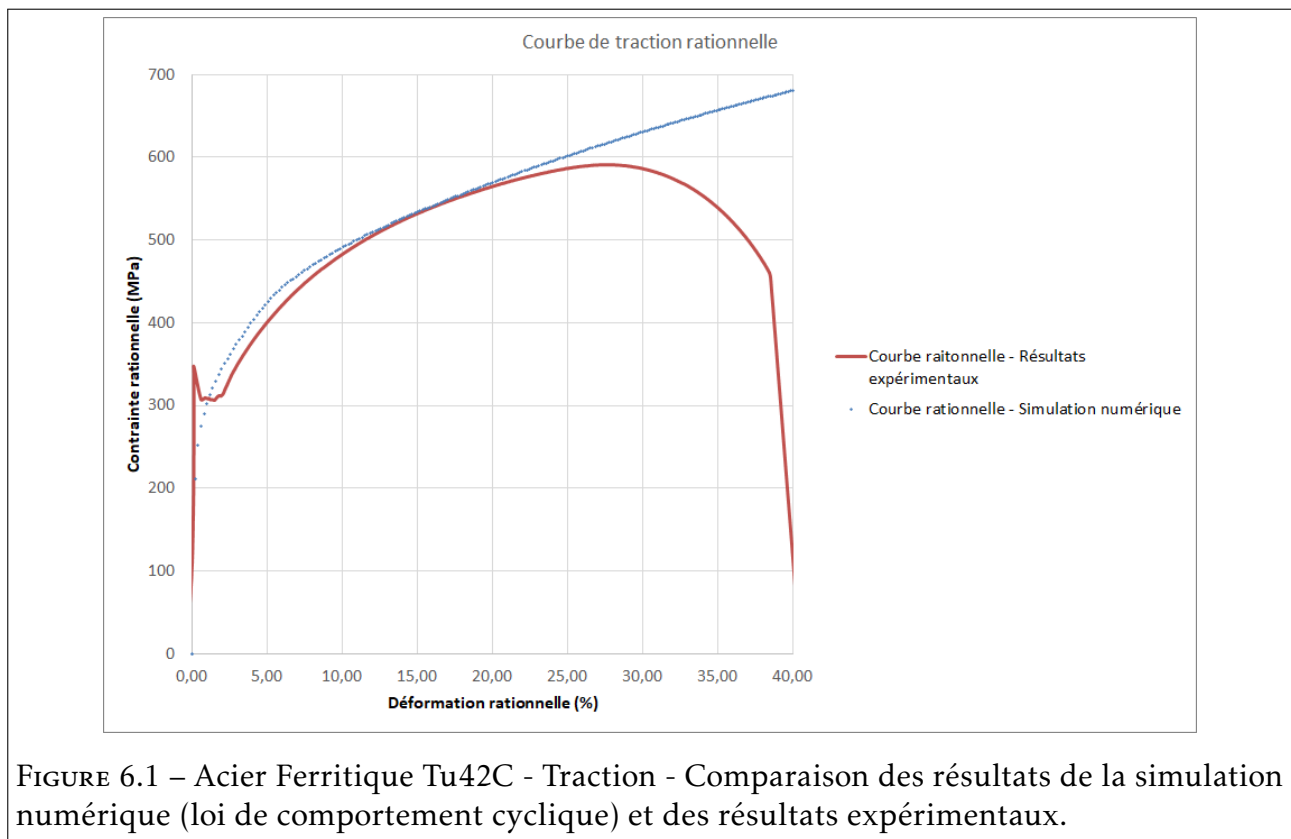


FIGURE 6.1 – Acier Ferritique Tu42C - Traction - Comparaison des résultats de la simulation numérique (loi de comportement cyclique) et des résultats expérimentaux.

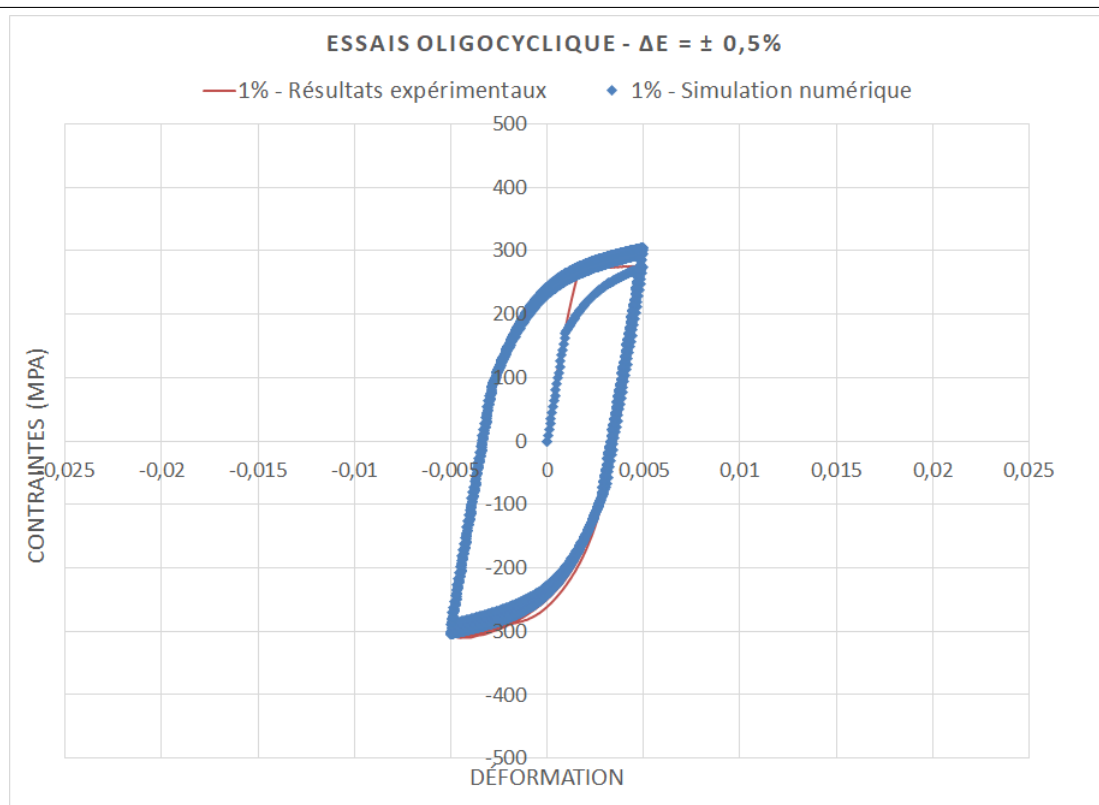


FIGURE 6.2 – Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\Delta\epsilon = \pm 0,5\%$ .

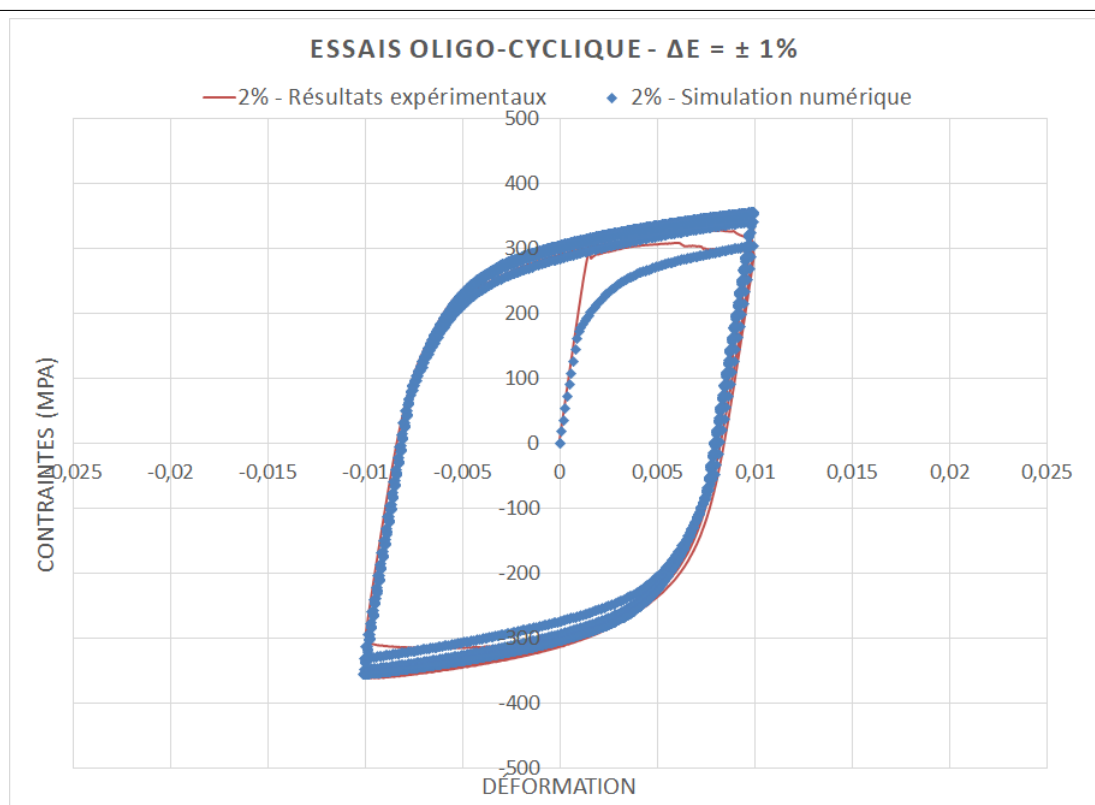


FIGURE 6.3 – Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ .

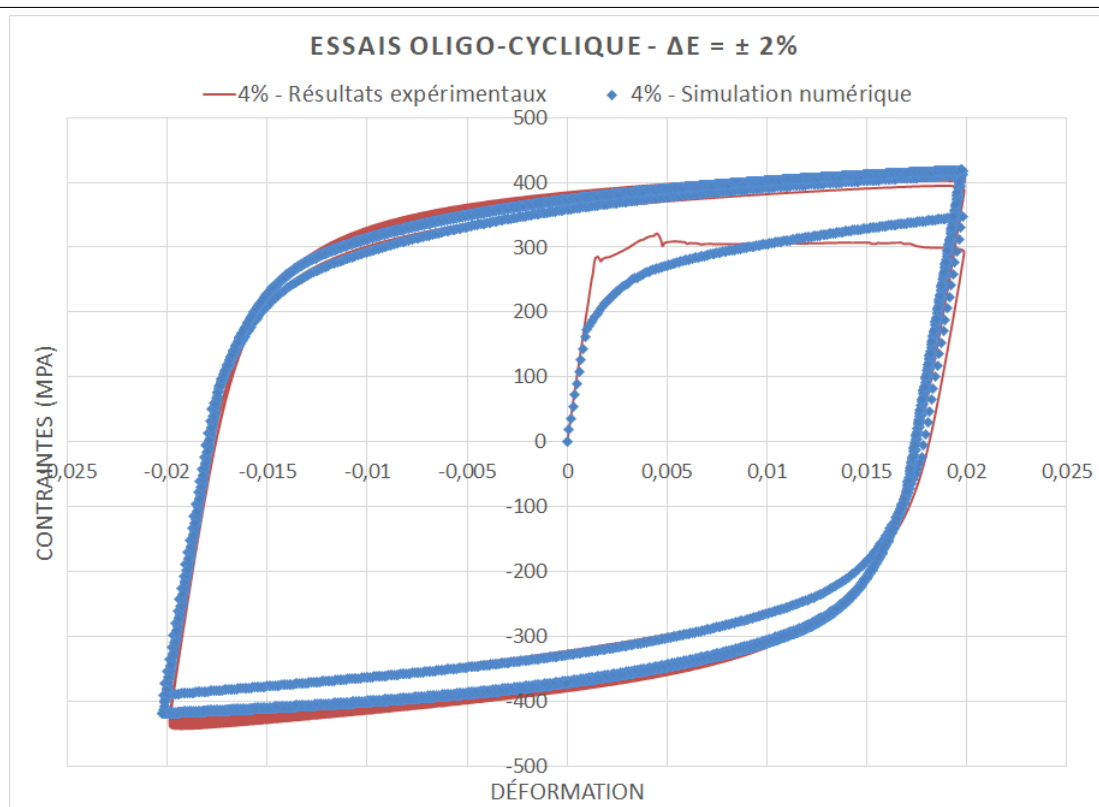


FIGURE 6.4 – Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\Delta\epsilon = \pm 2\%$ .

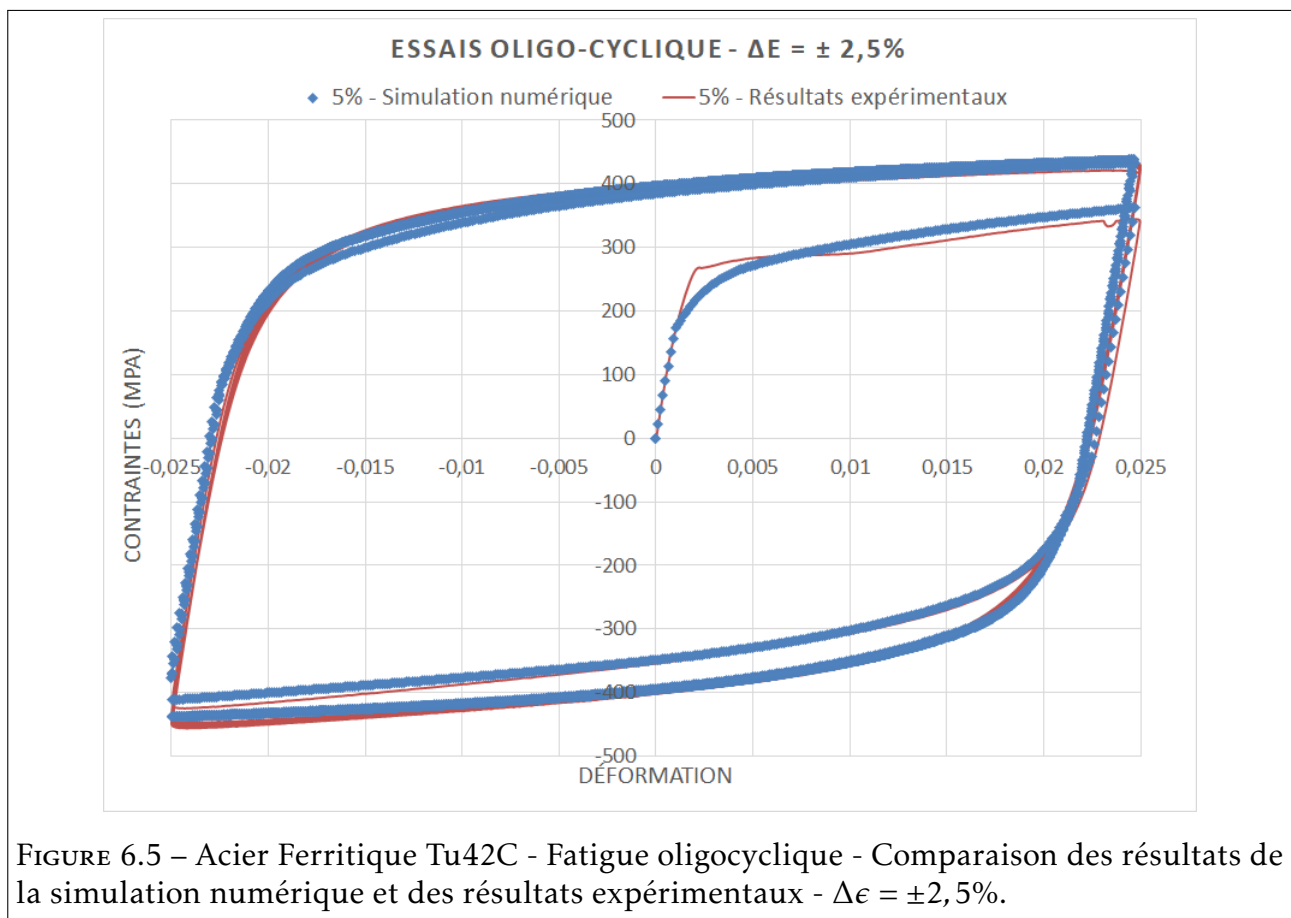


FIGURE 6.5 – Acier Ferritique Tu42C - Fatigue oligocyclique - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\Delta\epsilon = \pm 2,5\%$ .

Les paramètres retenus permettent donc de reproduire de manière très satisfaisante le comportement cyclique (à l'exception du premier cycle suite à un choix volontaire de ne pas modéliser le palier de Lüders) et le comportement en traction de l'acier ferritique Tu42C, comme présenté sur les figures 6.1, 6.2, 6.3, 6.4 et 6.5.

### Exploitation des essais monotones sur éprouvettes axisymétriques entaillées

Afin de vérifier la pertinence de ces paramètres vis à vis du comportement monotone de l'acier ferritique Tu42C, le comportement monotone des éprouvettes axisymétriques entaillées est modélisé pour les trois rayons d'entailles testées.

Les études de sensibilité aux paramètres du modèle de comportement ont mis en évidence l'influence du paramètre  $\gamma_3$  dans la bonne représentation du comportement de ces éprouvettes. En effet, pour une large plage de valeurs basses ( $\gamma_3 \leq 50$ ), l'influence du paramètre sur la courbe force-contraction surfacique est importante comme on le montre figure 6.9.

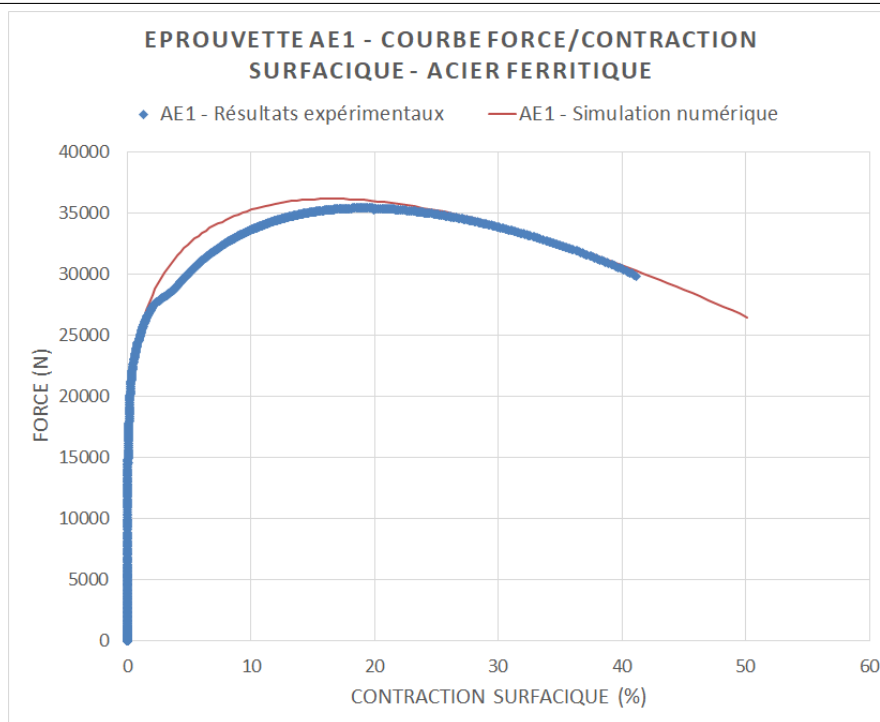


FIGURE 6.6 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE1 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique.

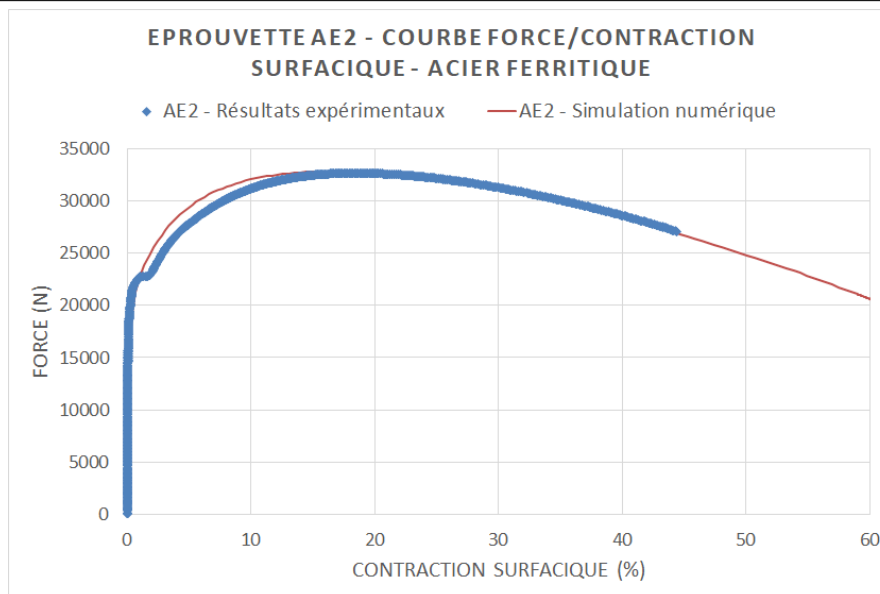


FIGURE 6.7 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique.

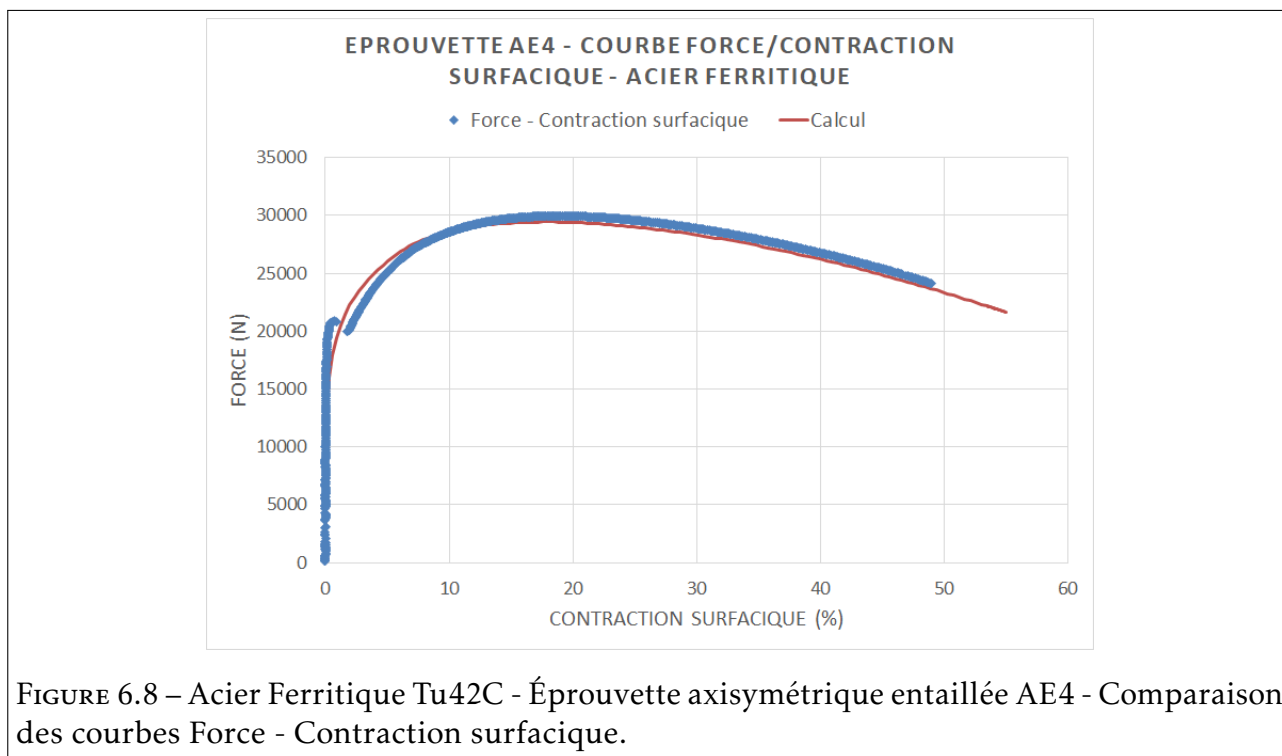


FIGURE 6.8 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE4 - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique.

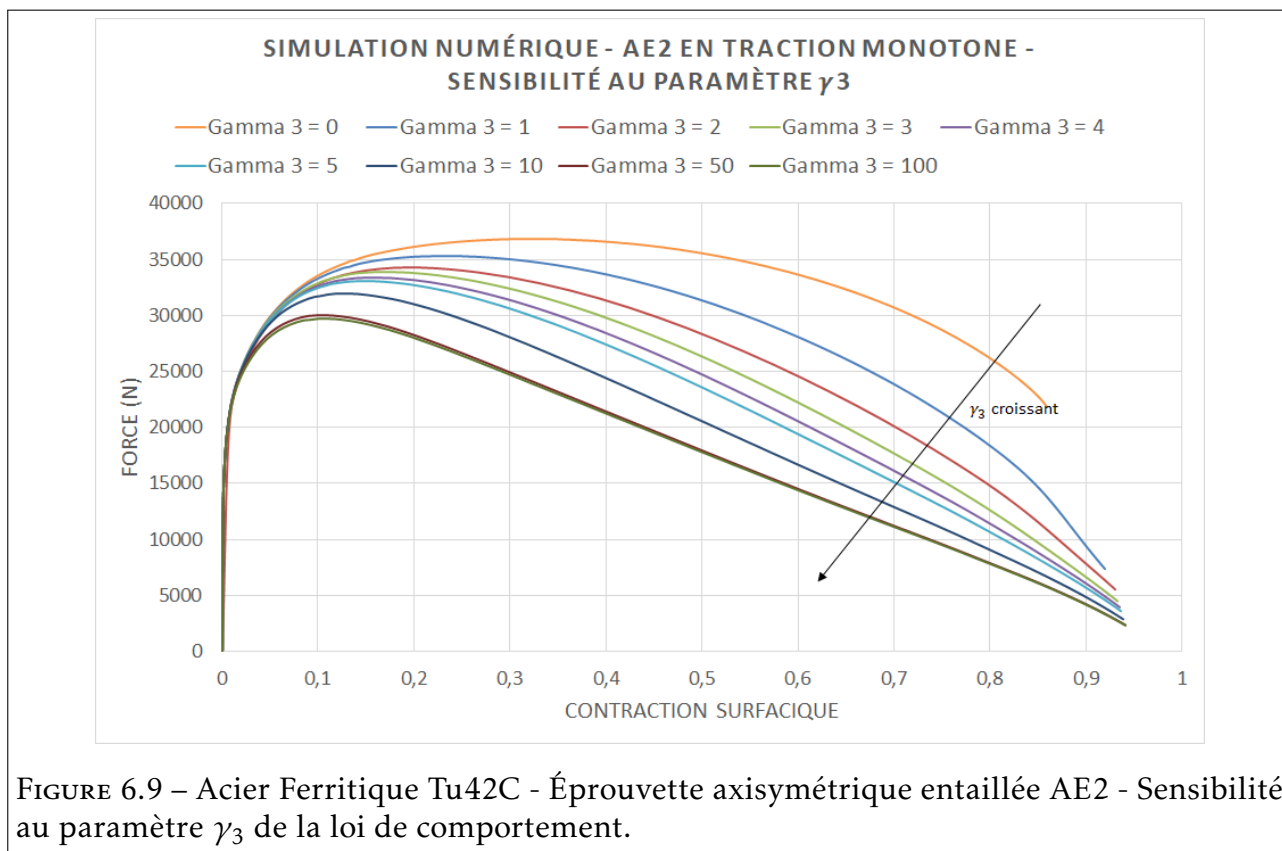


FIGURE 6.9 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 - Sensibilité au paramètre  $\gamma_3$  de la loi de comportement.

C'est cette étude de sensibilité qui nous a amené à considérer une valeur  $\gamma_3 = 4$  dans les paramètres du modèle.



### Exploitation des essais de déchirure monotones et cycliques sur éprouvettes CT12

Enfin, et pour finir de démontrer la pertinence des paramètres retenus pour modéliser le comportement de l'acier ferritique Tu42C, les prédictions du modèle sont comparées avec les résultats expérimentaux obtenus lors des essais de déchirure monotone et cyclique réalisés sur éprouvettes CT12. Seuls les premiers cycles, pour lesquels l'endommagement est négligeable, sont comparés.

Pour les simulations des essais de déchirures cycliques sur éprouvettes CT, un modèle 2D en déformations planes et un modèle 3D ont été retenus. Ces modèles sont les mêmes pour simuler le comportement monotone avec, pour simuler le comportement lors des demi-cycles de compression, l'ajout d'une condition de contact sur le plan de symétrie (ou la ligne de symétrie dans le cas 2D) de l'éprouvette et une modélisation de la partie de la goupille de chargement influençant la compression. Le même maillage est utilisé indépendamment du type de chargement. La modélisation du contact est faite en utilisant la fonctionnalité proposée par le logiciel de calcul par éléments finis Systus : un contact plan sans glissement est considéré.

Une routine de calcul visant à reproduire les conditions de chargement cyclique des essais a été implémentée. Sans difficultés particulières, il est néanmoins nécessaire de souligner deux étapes importantes et indispensables à la précision et à la convergence des calculs réalisés. Ces deux étapes, traitées à chaque fois par un algorithme de dichotomie sur les déplacements, sont :

- Une première étape lors du passage d'un demi-cycle de traction à un demi-cycle de compression (et réciproquement) lors de laquelle le déplacement conduisant à une force de 0N est déterminé. Le changement d'une demi-goupille à l'autre se faisant à la suite du pas de calcul menant à une valeur en force de 0N sur la demi-goupille utilisée pour le demi-cycle concerné.
- Une deuxième étape à la fin du demi-cycle de compression afin de déterminer le déplacement permettant d'atteindre la force cible déterminée à la fin du demi-cycle de traction.

Étant donné le nombre de cycle à simuler et le temps de simulation très important dans le cas du modèle 3D, les études paramétriques et de sensibilité du modèle aux différents paramètres mis en jeu ont été menées sur le modèle 2D. Les fronts de fissure des éprouvettes considérées étant droit, notamment pour l'éprouvette 736A-N prise en référence pour le comportement monotone, la conversion de la force obtenue en 2D se fait en la multipliant par le facteur  $(B_N \cdot B)^{\frac{1}{2}}$ . La comparaison des courbes Force - CMOD obtenues par le modèle 2D et par essai montre plusieurs points :

- Pour les premiers cycles réversibles, la valeur maximale de force simulée est inférieure à la valeur relevée durant l'essai. De plus, la pente élastique de la courbe est faible. Cette différence est la conséquence directe des choix qui ont été faits pour ne pas

simuler le palier de Lüders, dont la pertinence est remise en cause lors de la simulation des essais de déchirure. Ainsi, pour reproduire au mieux le comportement élastique du matériau sur les éprouvettes CT, le module d'Young et la limite d'élasticité seront modifiés, les valeurs retenues étant indiquées plus bas.

- La modélisation du contact lors des demi-cycles de compression est satisfaisante pour le modèle 2D, avec un comportement simulé proche de celui observé lors de l'essai.
- Au cours des cycles, la valeur maximale prédite s'éloigne des valeurs relevées lors de l'essai. Le comportement en compression à la suite du demi-cycle de traction semble satisfaisant malgré les différences entre les valeurs maximales de forces prédites. Plusieurs explications peuvent expliquer ces différences, le front de fissure sur l'éprouvette 736 Q n'est pas parfaitement droit même en l'absence d'endommagement, de ce fait la conversion de la force 2D peut-être surestimée. D'autre part, malgré la présence d'entailles latérales, l'hypothèse des déformations planes n'est pas parfaitement représentative du comportement de l'éprouvette CT en 3D. Pour vérifier ces points, une modélisation 3D sans endommagement est réalisée.

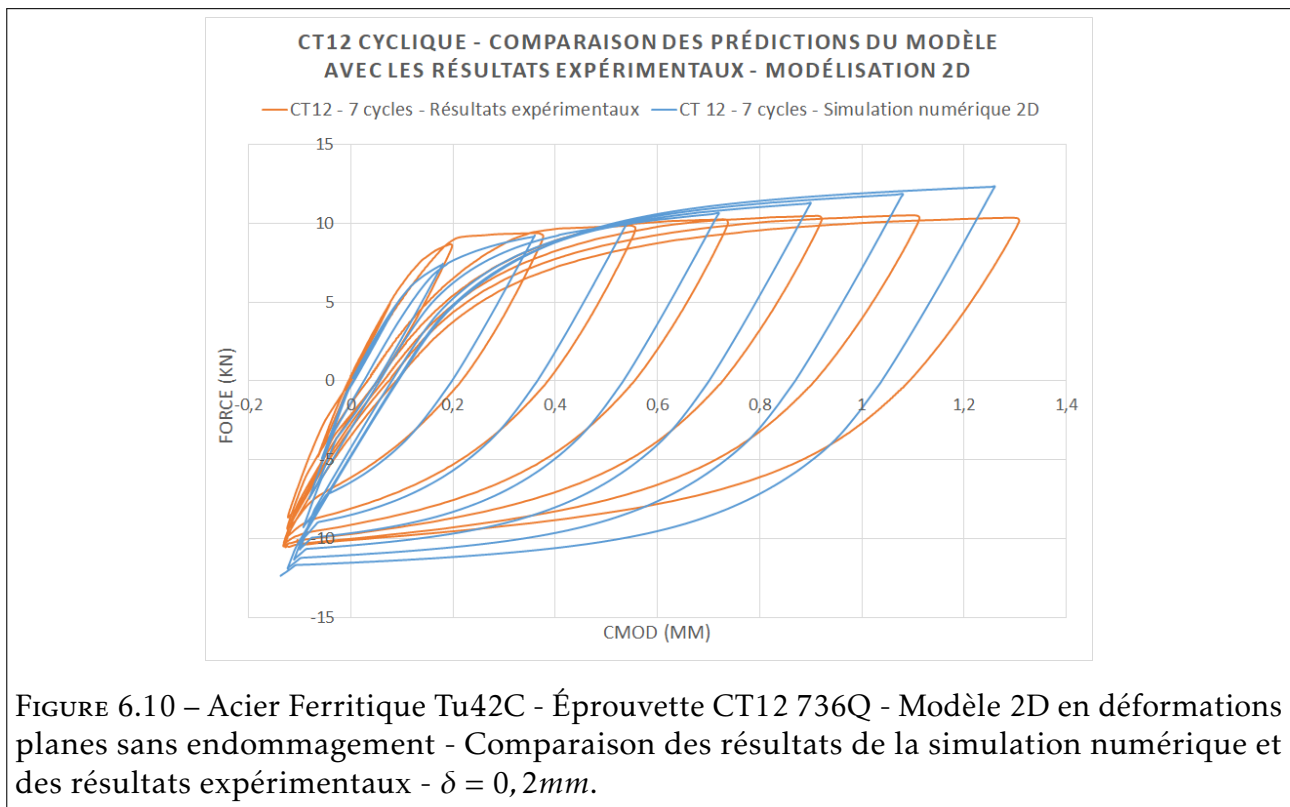


FIGURE 6.10 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 2D en déformations planes sans endommagement - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\delta = 0,2\text{mm}$ .

Le modèle 3D utilisé dans la suite est présenté ici avec les dimensions de l'éprouvette 736A-N dont le comportement monotone a été simulé et de l'éprouvette 736Q dont le comportement cyclique a été simulé. Le maillage de l'éprouvette 736Q est présenté figure 6.11. Une vue de détail de la modélisation de la goupille est donnée figure 6.12, la distance entre les deux parties de goupille modélisées étant de 0,2mm. Enfin, et même si la simulation

présentée figure 6.15 n'inclut pas l'endommagement, la zone d'intérêt d'étude est présentée figures 6.13 et 6.14. L'ensemble des paramètres plastiques identifiés est conservé pour la prédiction du comportement cyclique de l'éprouvette CT12. Néanmoins, au vu des résultats obtenus en 2D, les modules d'élasticités sont modifiés : le module d'Young est pris, comme au Chapitre 1, à  $E = 204GPa$  et la limite d'élasticité est prise à  $\sigma_y = 200MPa$  afin de simuler le plus fidèlement possible le premier demi-cycle de traction.

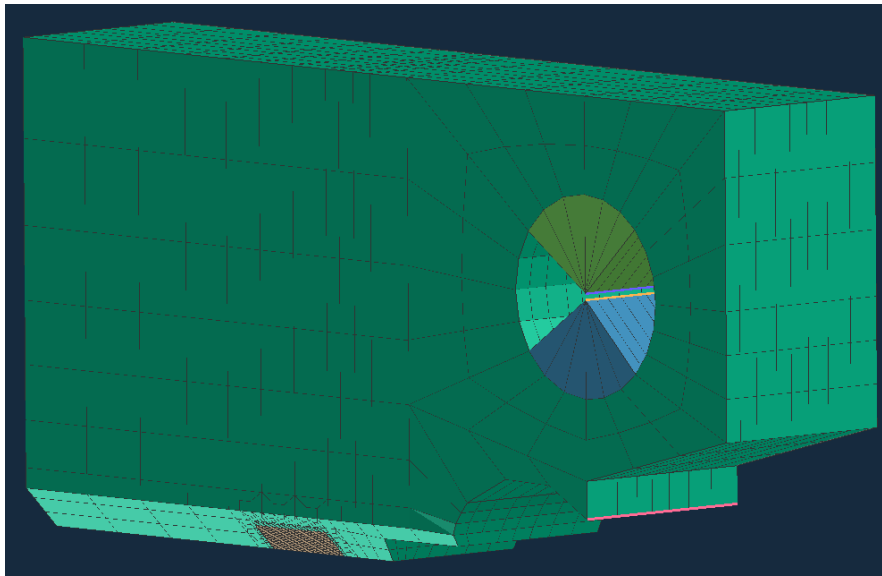


FIGURE 6.11 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue globale du maillage utilisé.

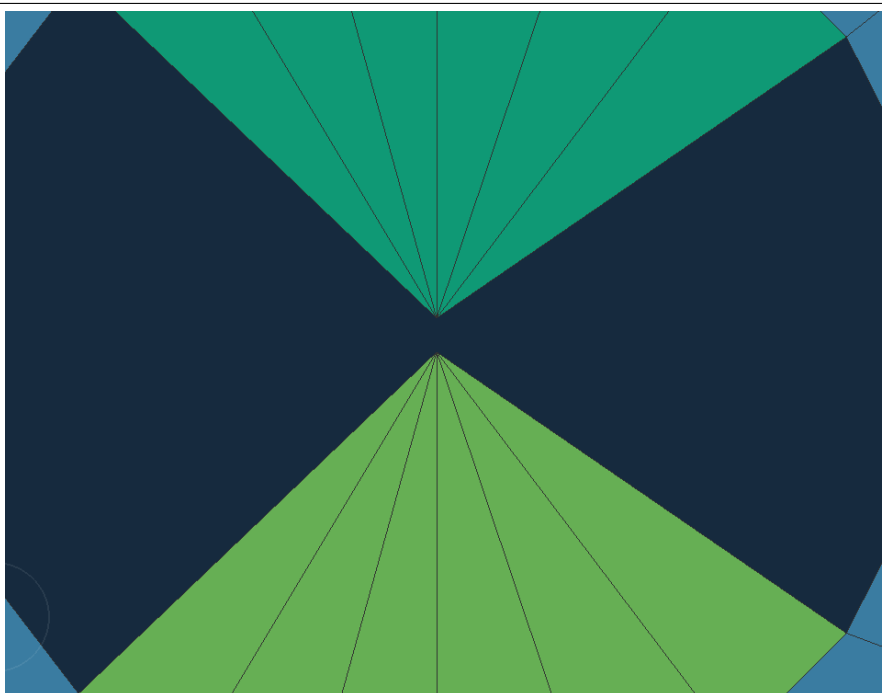


FIGURE 6.12 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail au niveau des goupilles.

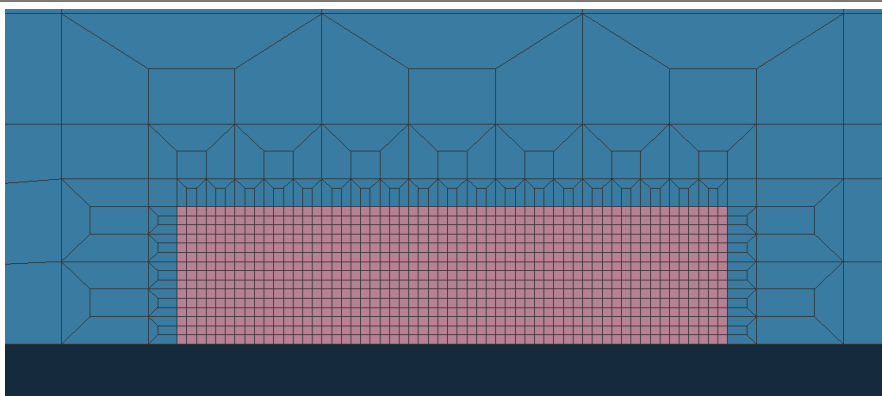


FIGURE 6.13 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail latérale au niveau de la zone d'endommagement.

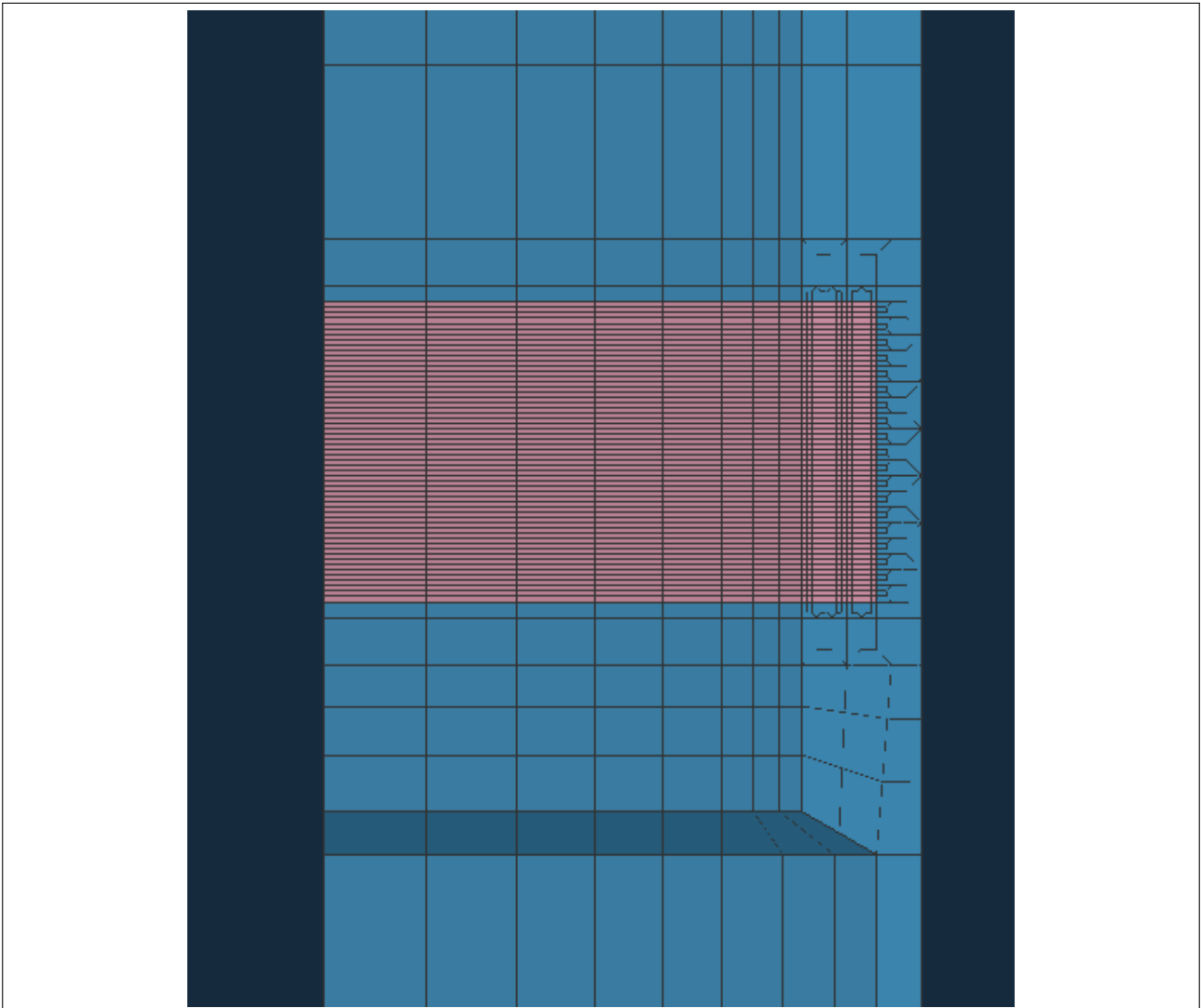


FIGURE 6.14 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D - Vue de détail de dessous du plan de symétrie de la zone d'endommagement.

La figure 6.15 présente la courbe Force-CMOD obtenue avec le modèle 3D et la compare aux résultats expérimentaux pour un modèle sans endommagement. La prédiction du comportement cyclique de l'éprouvette est satisfaisante, les valeurs maximales de force atteintes étant prédites et le comportement global cyclique étant reproduit. Cette simulation permet de définitivement valider les paramètres identifiés pour modéliser le comportement cyclique de l'acier ferritique Tu42C.

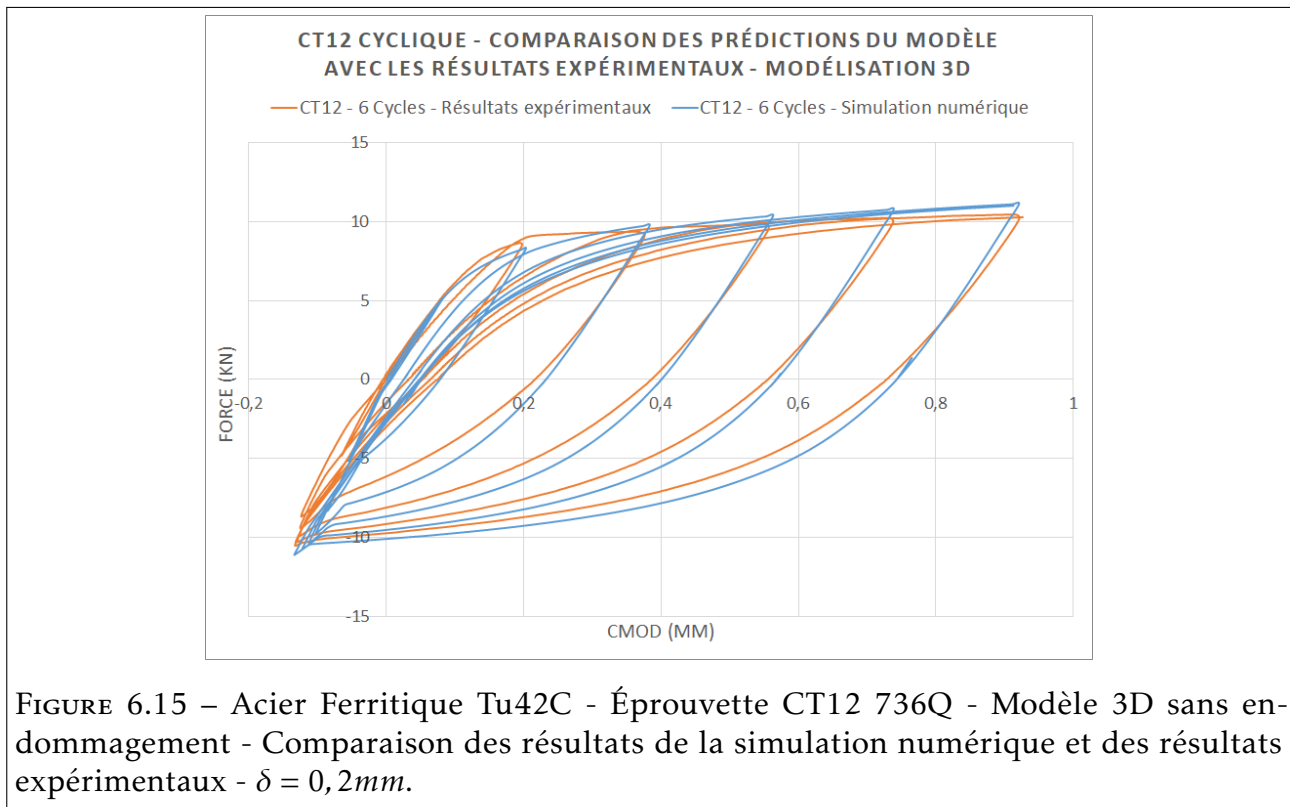


FIGURE 6.15 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D sans endommagement - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\delta = 0,2\text{mm}$ .

Les paramètres retenus sont donc pertinents pour modéliser le comportement de l'acier ferritique Tu42C. Le modèle de comportement est ainsi complètement déterminé et va nous permettre d'identifier les paramètres d'endommagement pour les simulations d'essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées et les simulations des essais de déchirure ductile monotone et cyclique.

### 6.1.2 Détermination des paramètres d'endommagement

Le modèle défini au Chapitre 5 introduit de nombreux paramètres : les mêmes que ceux du modèle GTN mais aussi un paramètre supplémentaire qui correspond au nombre de couches concentriques à considérer pour la cellule élémentaire. Ce dernier est fixé à 40 arbitrairement, qui est la même valeur que celle retenue pour les simulations micromécaniques. Le nombre de couches concentriques de la cellule élémentaire peut jouer très sensiblement sur le temps de calcul si le nombre retenu est trop grand.

Les différentes étapes permettant d'identifier les paramètres d'endommagement sont les suivantes (les paramètres de germination étant pris nuls dans le cadre des présents travaux) :

- La porosité initiale est déterminée à partir des analyses tomographiques. Celle-ci peut aussi être déterminée par microscopie optique, analyse chimique ou bien à partir de la composition chimique du matériau et de la formule de FRANKLIN, 1969. Certains auteurs (XUE, FALESKOG et HUTCHINSON, 2013, CAO, MAZIÈRE, DANAS et BESSON, 2015) considèrent même la porosité initiale comme un paramètre à ajuster numériquement.

Pour l'acier ferritique Tu42C,  $f_0$  est fixée à 0,0001.

- La valeur de  $q$  est fixée à 1,47 comme identifié par Perrin, 1991, proche de la valeur répandue de 1,5.
- Une première identification de  $f_c$  et  $\delta$  est réalisée par simulation de la rupture des éprouvettes axisymétriques entaillées.
- Les valeurs de  $f_c$  et  $\delta$  sont ensuite plus finement caractérisées à partir des courbes forces et de propagation de fissure en fonction du CMOD obtenus par les essais de déchirure monotone menés sur éprouvette CT. Une fois ces paramètres identifiés, ils sont validés en simulant la déchirure cyclique sur éprouvette CT.

Les résultats de l'identification selon les étapes décrites précédemment sont présentés ci-dessous. Les zones d'intérêts des éprouvettes dans le maillage sont discrétisées avec des mailles d'une taille de  $50\mu\text{m}$ . Les éprouvettes AE sont simulés par un modèle 2D axisymétrique afin de valoriser les symétries de l'éprouvette tandis que les éprouvettes CT sont simulées avec un modèle 2D en déformations planes et avec un modèle 3D.

La première étape de l'identification s'effectue à partir de la réponse globale des éprouvettes axisymétriques entaillées, puis celle-ci est affinée par simulation de l'essai de déchirure sur éprouvette CT. La préfissuration de l'éprouvette CT est prise en compte à travers les conditions aux limites appliquées aux mailles (et aux noeuds) du plan de symétrie, celles-ci restant libres sur toute la longueur de préfissuration. L'endommagement des points de Gauss dans les différentes mailles, conséquence du modèle d'approche locale retenu, permet d'avoir une représentation du front de fissure.

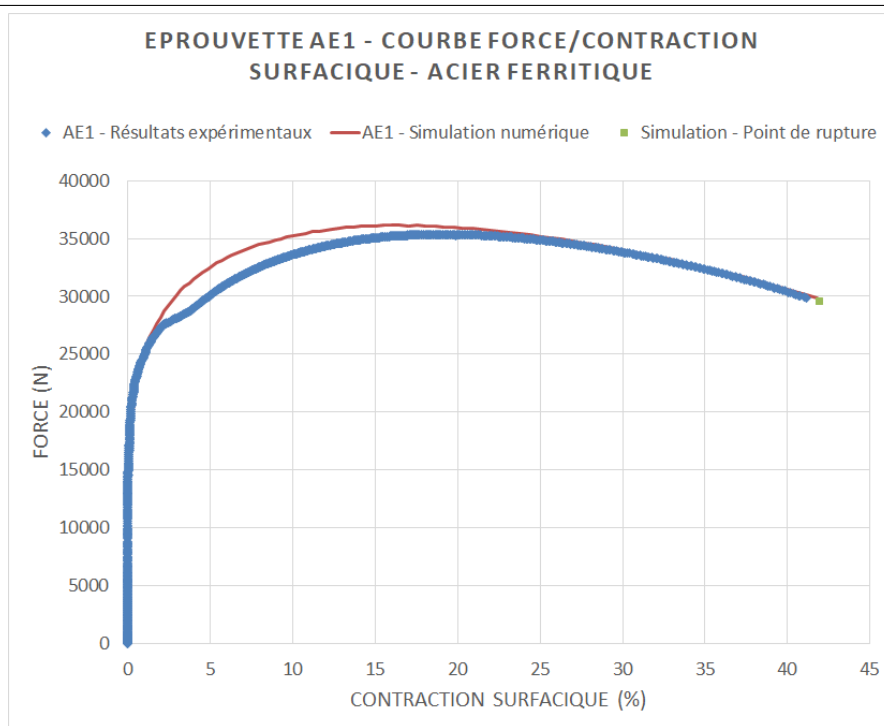


FIGURE 6.16 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE1 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique.

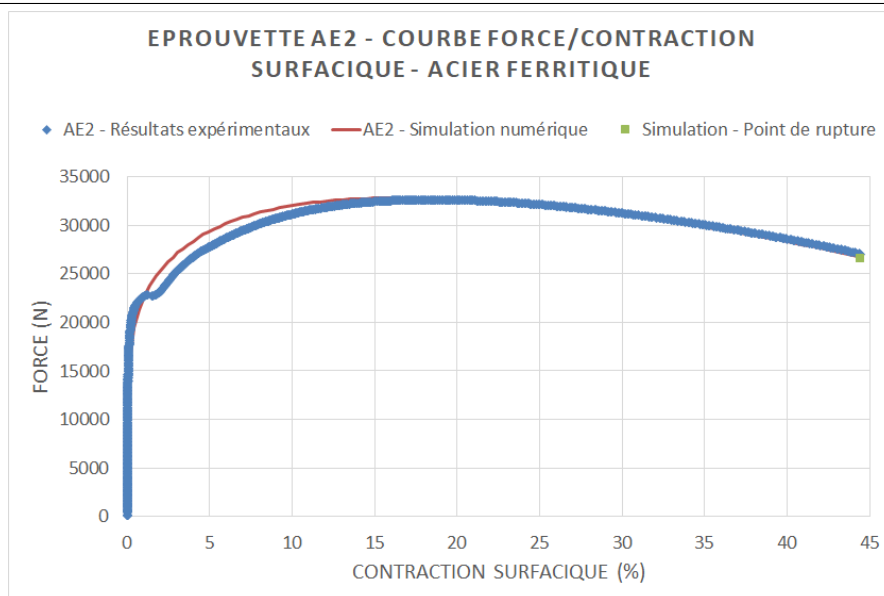


FIGURE 6.17 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE2 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction surfacique.



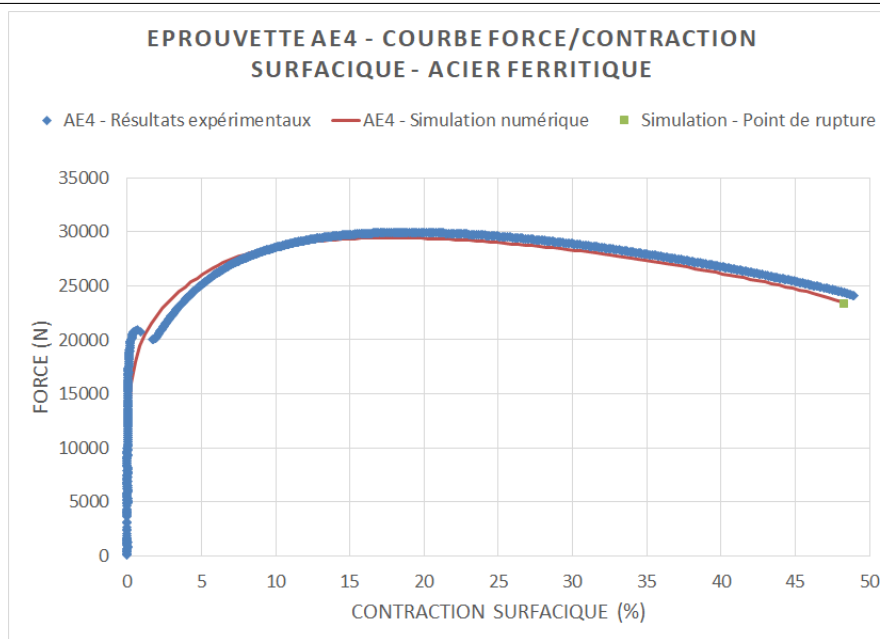


FIGURE 6.18 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette axisymétrique entaillée AE4 avec endommagement - Comparaison des courbes Force - Contraction superficielle.

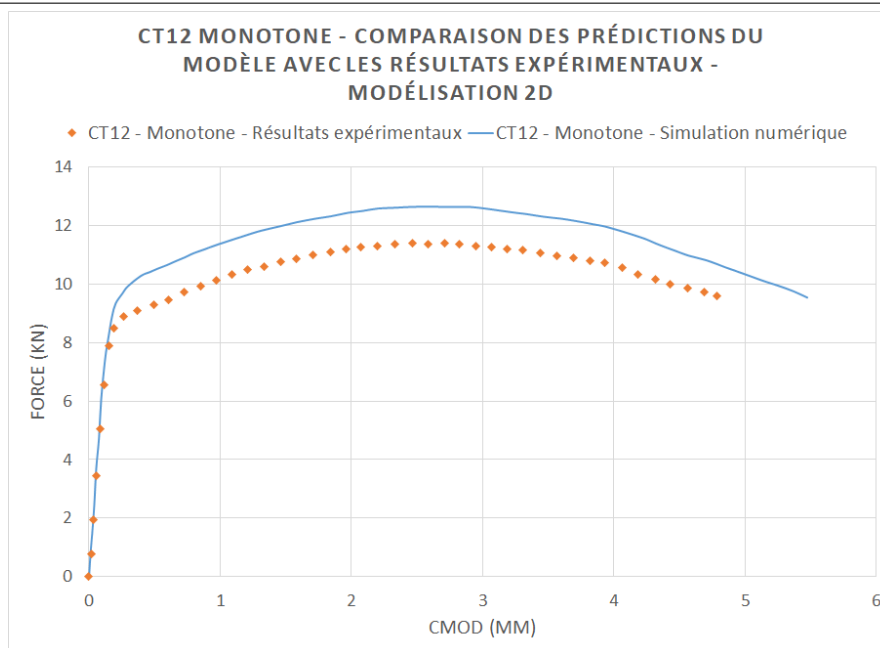


FIGURE 6.19 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 2D en déformations planes - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux pour un comportement monotone.

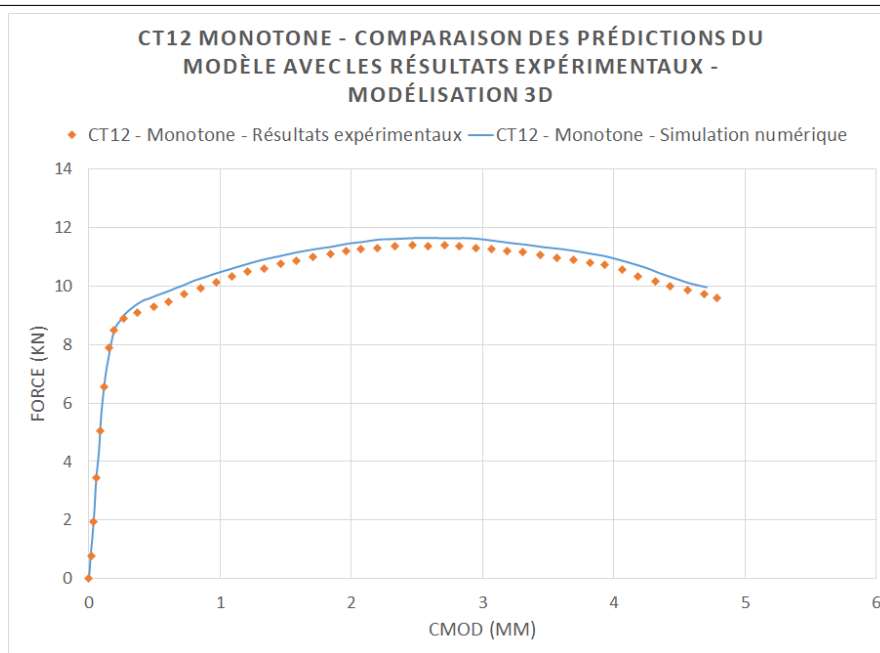


FIGURE 6.20 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 3D - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux pour un comportement monotone.

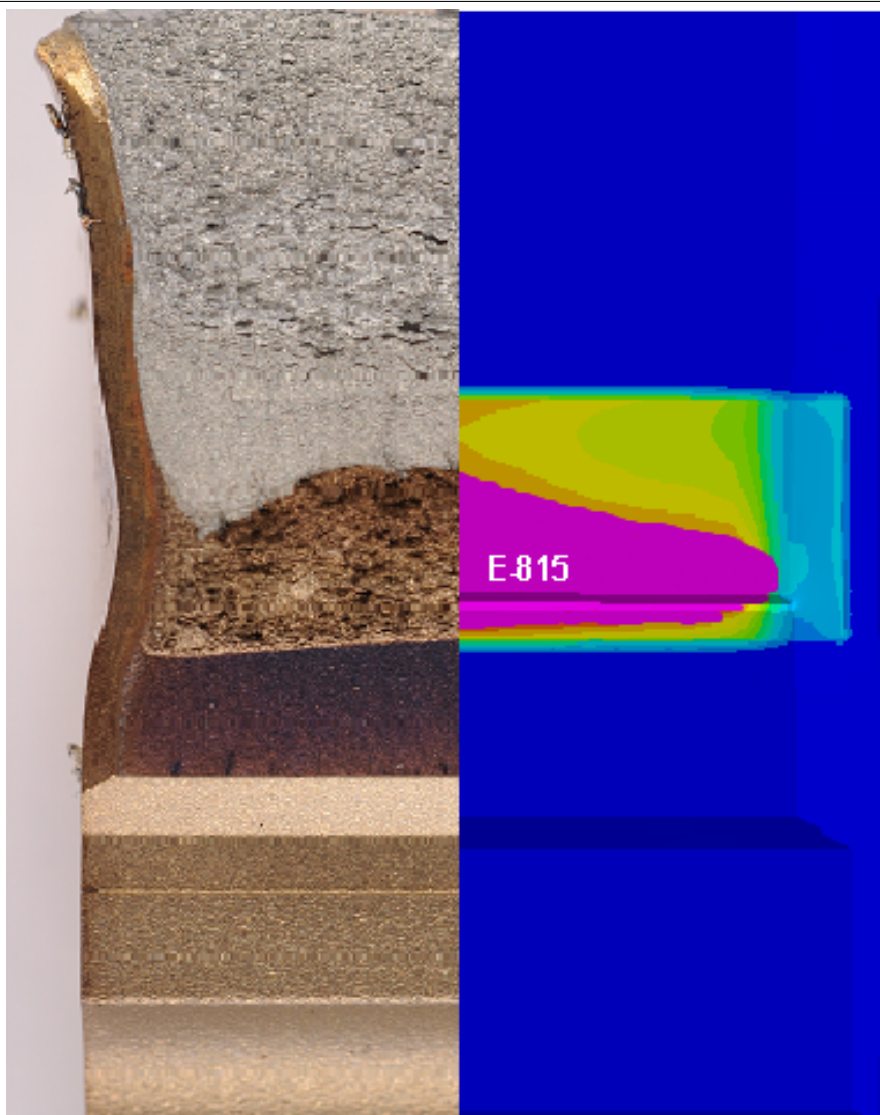
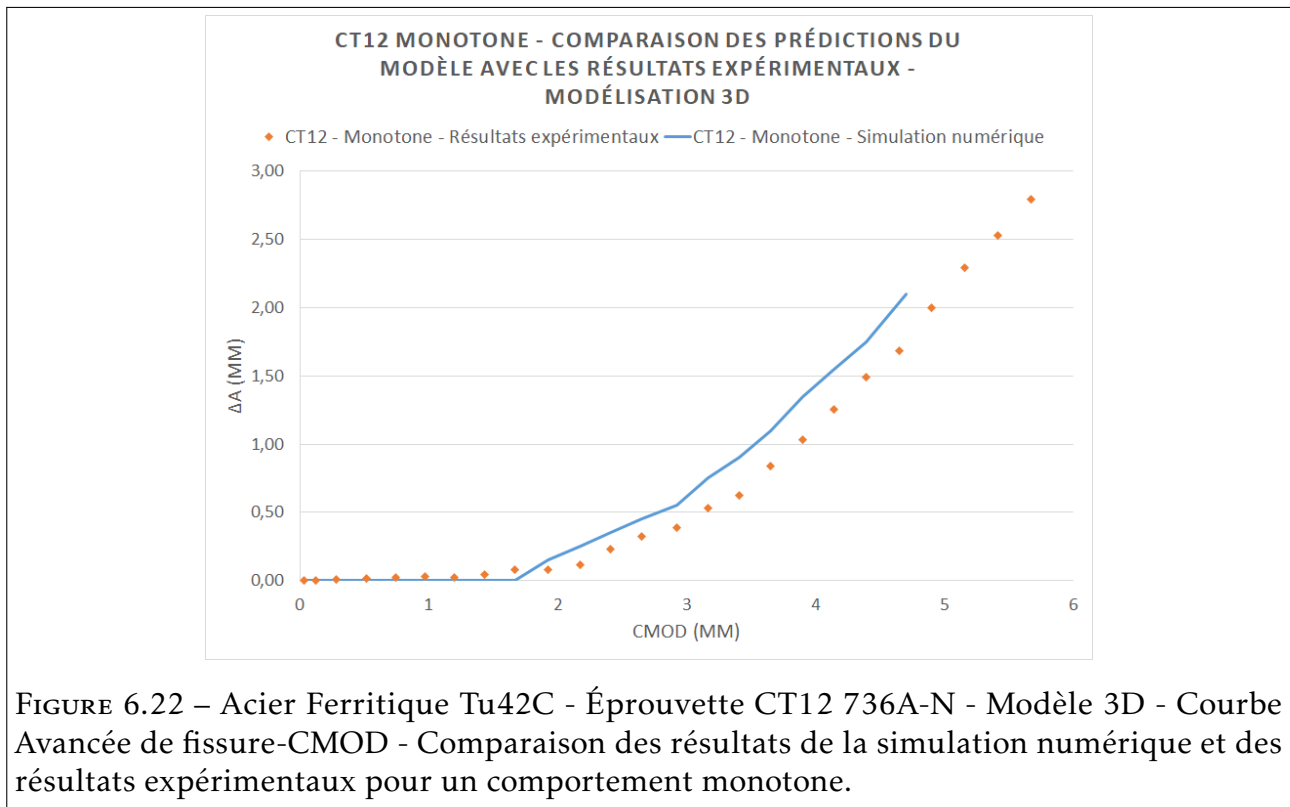


FIGURE 6.21 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736A-N - Modèle 3D - Comparaison des faciès de rupture de la simulation numérique et de l'éprouvette.



Les valeurs des paramètres retenus sont  $f_c = 0,003$  et  $\delta = 5$ , les résultats des calculs éléments finis obtenus avec ces valeurs sont présentés figure 6.16 à 6.19. Ils permettent de reproduire de manière satisfaisante le comportement des éprouvettes axisymétriques entaillées, dont le comportement est donné par le modèle élastoplastique et le point de rupture par les paramètres d'endommagement, ainsi que celui des CT pour un chargement de traction monotone. En particulier, pour le cas de la CT 736A-N retenue en référence pour le cas monotone, l'avancée de fissure en fonction du CMOD est fidèlement prédite par le modèle et la forme du front de fissure correspond à celle obtenue sur l'éprouvette comme présentée figure 6.21.

## 6.2 Simulation des essais de déchirures cycliques sur éprouvettes CT

Comme présenté précédemment, les simulations des essais de déchirures cycliques sur éprouvettes CT ont été menées en deux étapes : dans un premier temps pour vérifier que le modèle de comportement retenu permettait bien de modéliser les premiers cycles avant l'apparition de l'endommagement (figures 6.10 et 6.15) puis, dans un second temps, afin d'intégrer les paramètres d'endommagement déterminés lors des simulations des essais de déchirures monotones.

Etant donné le nombre de cycle à simuler et le temps de simulation très important

dans le cas du modèle 3D les études paramétriques et les sensibilités aux paramètres du modèle ont été menés sur le modèle 2D. Les figures 6.23 à 6.25 présentent la distribution de porosité au niveau du plan de symétrie (représentant la propagation de la fissure) pour ces mêmes instants. Enfin, la figure 6.26 présente la courbe Force-CMOD obtenue en intégrant l'endommagement. La reproduction des résultats obtenus au cours de l'essai simulé sont satisfaisants malgré une propagation de fissure limitée de l'ordre du millimètre, cohérente avec les données expérimentales.

Plusieurs remarques peuvent être formulées au regard des résultats obtenus :

- Le modèle utilisé permet une très bonne prédiction de la courbe Force - CMOD en intégrant l'endommagement, montrant la pertinence de la prise en compte de l'écroutissage dans le modèle et le bonne prise en compte des phénomènes de contact dans la modélisation,
- L'implémentation du modèle permet de modéliser, à travers une actualisation de la porosité à chaque pas de calcul (même pour les éléments rompus), le phénomène de fermeture de fissure en compression. Ce phénomène se traduit par une baisse globale de la distribution de porosité en compression,
- Les paramètres d'endommagement identifiés permettent, même si la propagation est limitée, de bien reproduire le comportement global de l'éprouvette.
- Le comportement des éléments rompus que l'on remet en compression entraîne d'importantes difficultés de convergence qui se produisent systématiquement au pas de calcul directement consécutif à la fin d'un demi-cycle de traction.

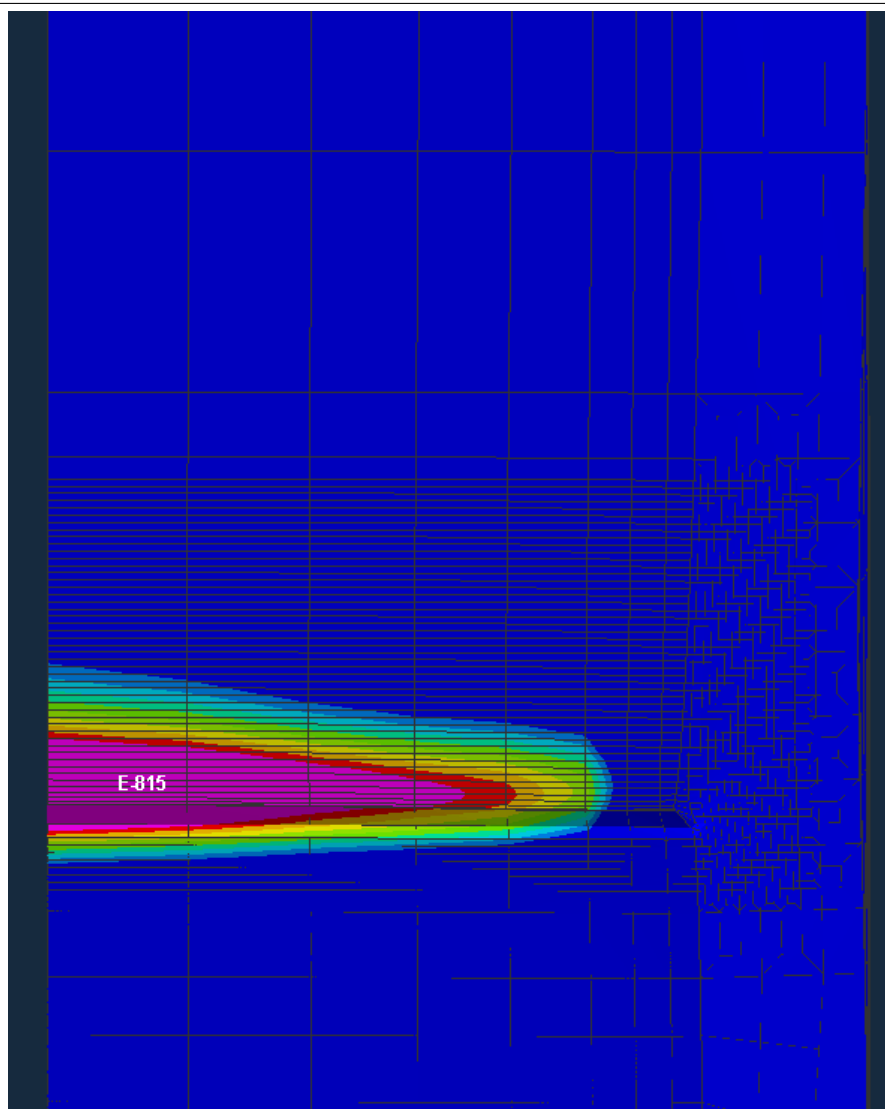


FIGURE 6.23 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 7 (fin du demi-cycle de traction) -  $\delta = 0,2mm$ .

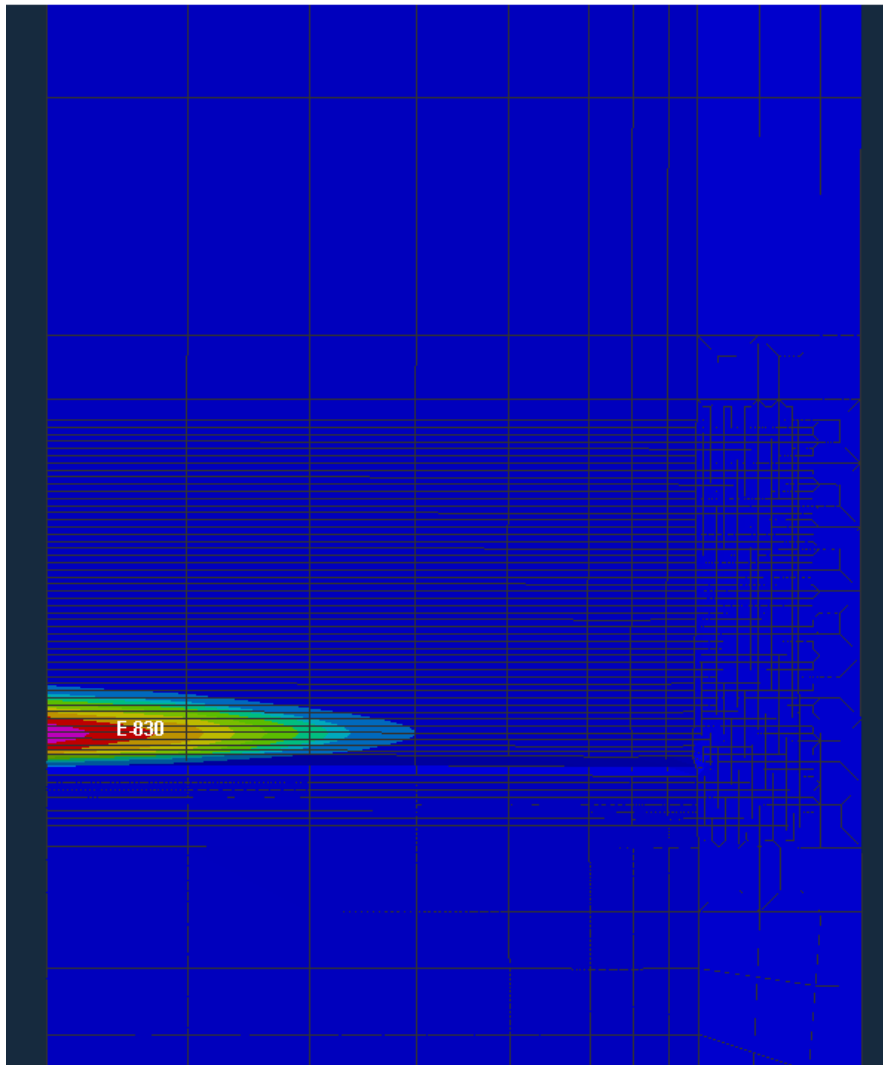


FIGURE 6.24 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 7 (fin du demi-cycle de compression) -  $\delta = 0,2\text{mm}$ .

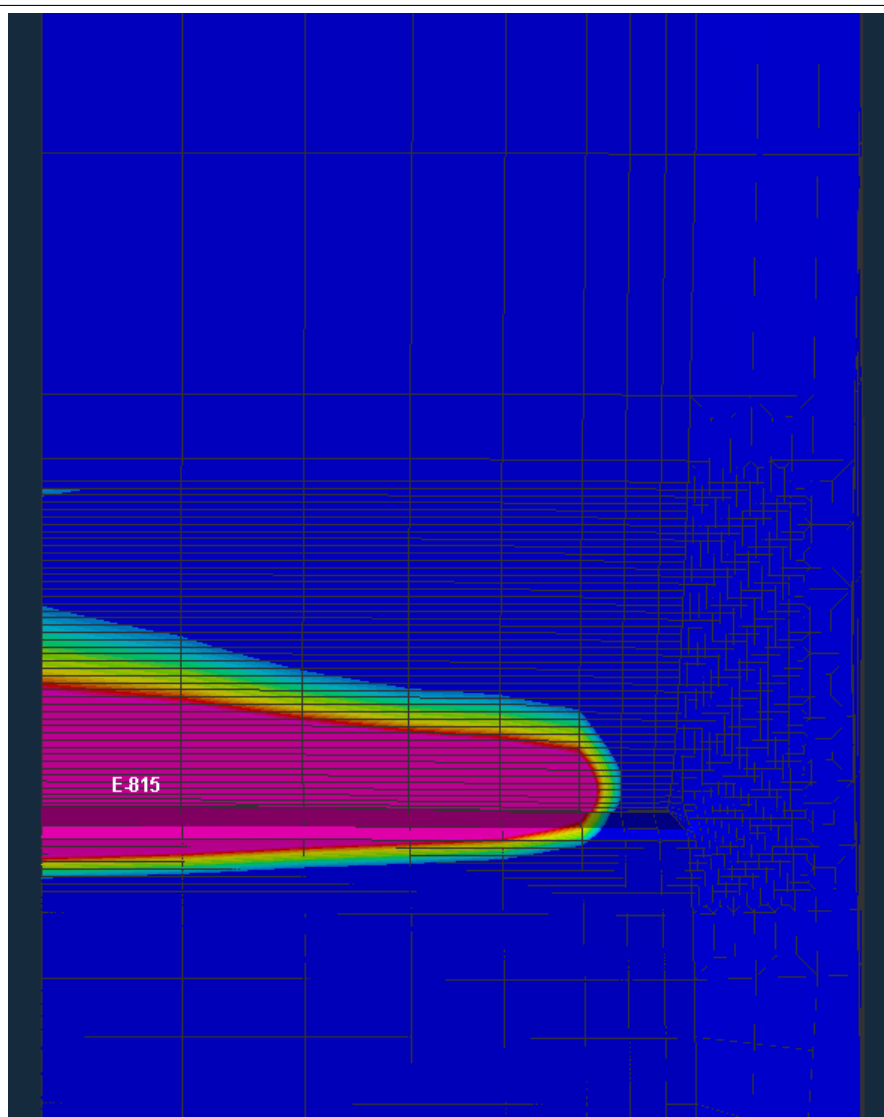


FIGURE 6.25 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 9 (Traction) -  $\delta = 0,2mm$ .



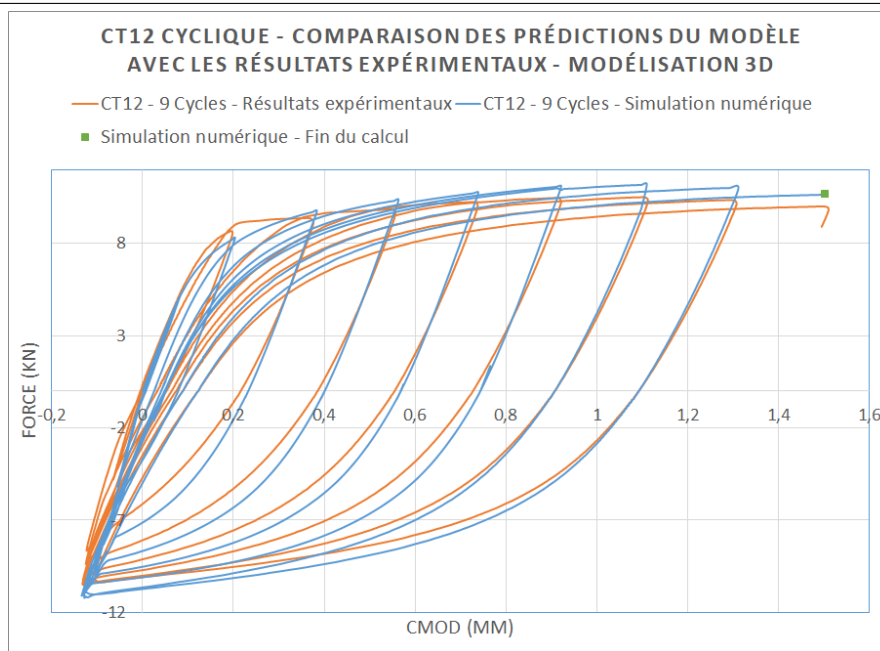


FIGURE 6.26 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Courbe Force-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\delta = 0,2\text{mm}$ .

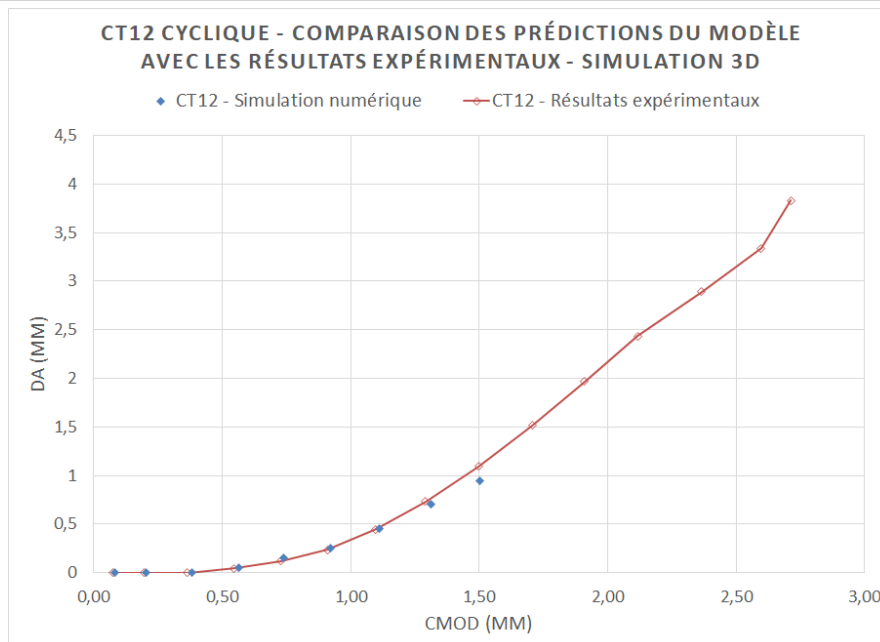
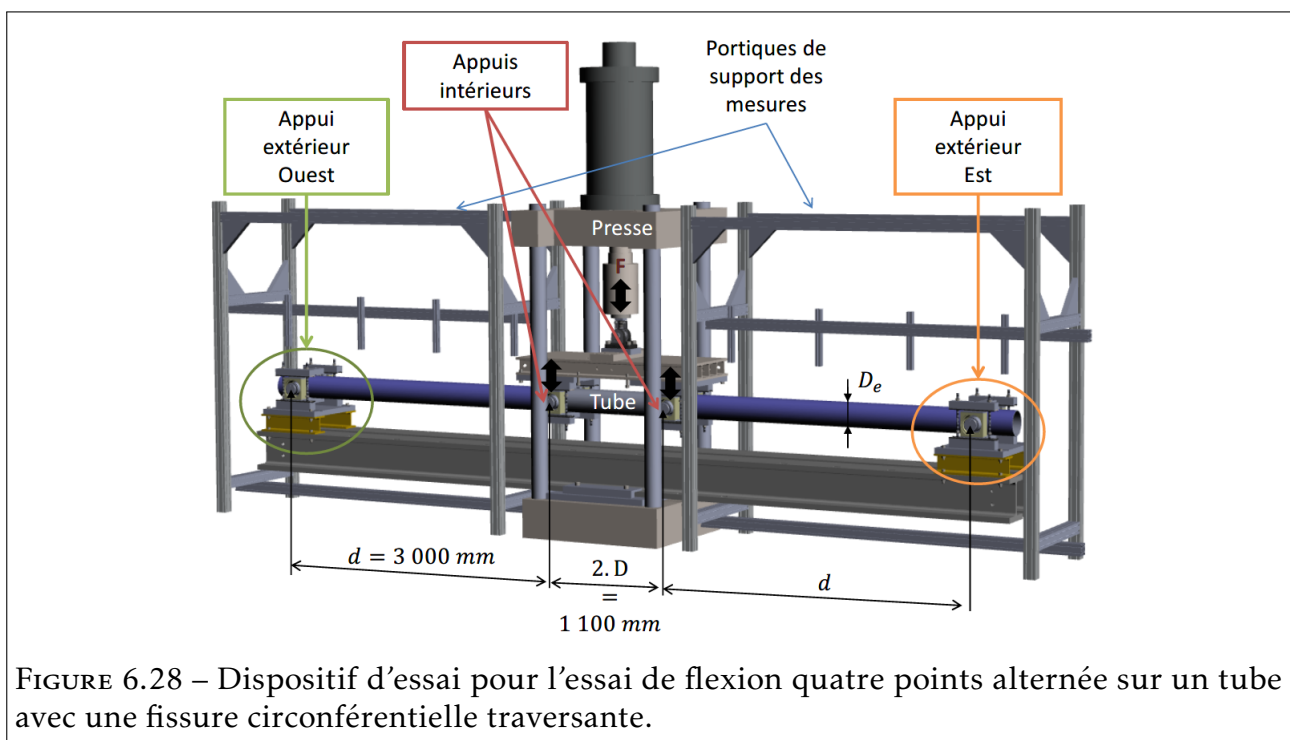


FIGURE 6.27 – Acier Ferritique Tu42C - Éprouvette CT12 736Q - Modèle 3D avec endommagement - Courbe Avancée de fissure-CMOD - Comparaison des résultats de la simulation numérique et des résultats expérimentaux -  $\delta = 0,2\text{mm}$ .

## 6.3 Simulation de l'essai de déchirure cyclique sur tube

L'ensemble des paramètres identifiés pour modéliser les essais cycliques et monotones réalisés sur éprouvettes de laboratoires nous permettent de disposer d'un jeu de paramètre représentatif du comportement de l'acier ferritique Tu42C. Ces paramètres sont utilisés afin de nous assurer, contrairement aux modèles globaux de la rupture, de la transposabilité du modèle à des structures industrielles et de vérifier que l'on peut correctement prédire le comportement d'une structure soumise à des sollicitations cycliques de grandes amplitudes, en l'occurrence un tube échelle 1/2 soumis à une flexion quatre points cycliques.

Le dispositif d'essai est rappelé figure 6.28.



Le maillage utilisé est présenté figure 6.29 et 6.30. Quatre appuis sont visibles : deux appuis intérieurs et deux extérieurs. Ces appuis permettent d'imposer les conditions aux limites afin de modéliser fidèlement le chargement de flexions quatre points alternées.

Une vue de détail de la zone d'endommagement est présentée figure 6.31.

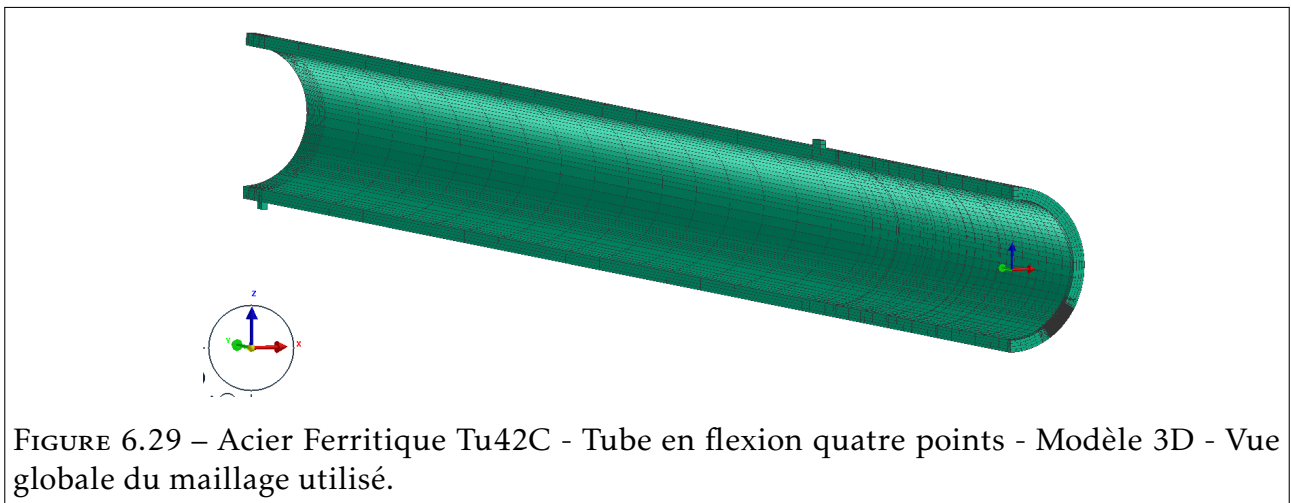
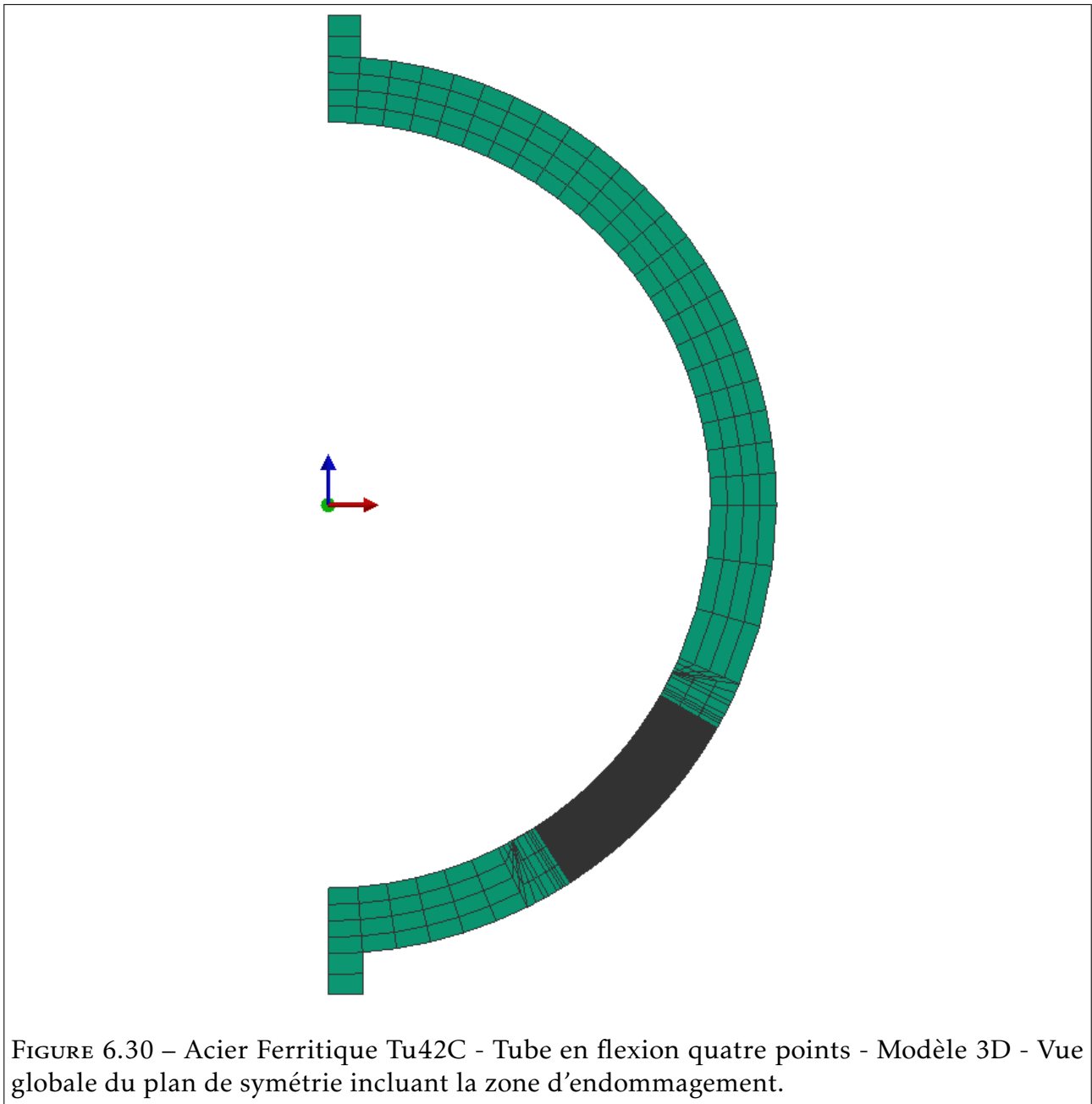


FIGURE 6.29 – Acier Ferritique Tu42C - Tube en flexion quatre points - Modèle 3D - Vue globale du maillage utilisé.



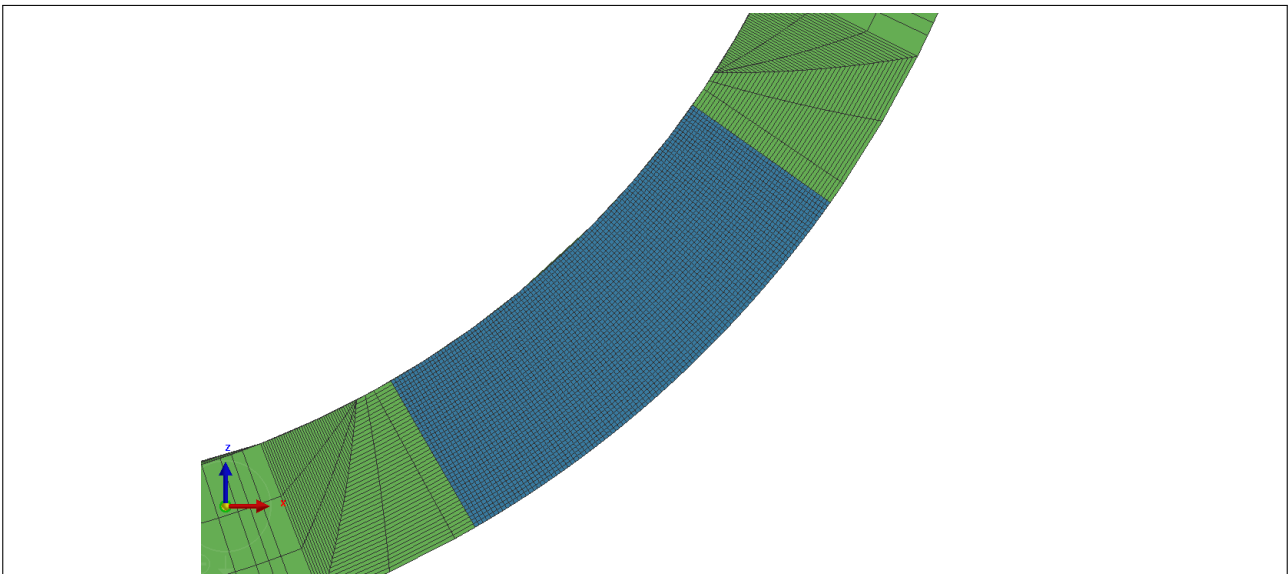


FIGURE 6.31 – Acier Ferritique Tu42C - Tube en flexion quatre points - Modèle 3D - Vue de détail de la zone d'endommagement.

Le chargement appliqué a été présenté au Chapitre 1 et, comme pour les éprouvettes CT, a été reproduit par le biais d'une routine de calcul dédiée pour lesquels les valeurs cibles sont les valeurs de CMOD relevées expérimentalement. Ici aussi, deux étapes sont primordiales, traitées à chaque fois par un algorithme de dichotomie sur les déplacements :

- Une première étape lors du passage d'un demi-cycle de traction à un demi-cycle de compression (et réciproquement) lors de laquelle le déplacement conduisant à une force de 0N est déterminée. Le changement des conditions aux limites sur les appuis se faisant à la suite du pas de calcul menant à une valeur en force de 0N sur l'appui intérieur utilisé pour le demi-cycle concerné.
- Une deuxième étape à la fin du demi-cycle de compression afin de déterminer le déplacement permettant d'atteindre la force cible déterminée à la fin du demi-cycle de traction.

Les prédictions du modèle sont comparées aux résultats expérimentaux figure 6.32. Comme pour les éprouvettes CT, la reproduction du comportement est satisfaisante, tant du point de vue des forces maximales atteintes que du comportement cyclique global. Dans le cas du tube, les difficultés de convergence une fois que l'endommagement s'est suffisamment développée apparaissent. En particulier pour le pas consécutif à la fin d'un demi-cycle de traction, pour lequel l'endommagement est localement maximal, pour lequel les éléments rompus sont remis en compression pour la première fois. En effet, ces nombreuses mailles rompues dont la contrainte est nulle entraînent une non convergence de par leur faible rigidité. Malgré ces difficultés, trois cycles complets et un demi-cycle de traction ont été modélisés.

La porosité dans la zone d'intérêt au cours des cycles est présentée dans les figures 6.34 à

?. On observe cette dernière croître et décroître avec l'alternance des demi-cycles de traction et de compression, traduisant indirectement l'ouverture et la refermeture des fissures, de manière analogue à ce qui a été observé sur éprouvette CT. La valeur maximale de la porosité affichée correspond à la porosité de rupture, même si la porosité continue d'être actualisée (devenant donc supérieure à la porosité de rupture) afin de pouvoir déterminer, lors de la mise en compression de la maille et de la diminution de porosité associée, si elle reste rompue ou non.

A la différence des résultats expérimentaux, la distribution de porosité est centrée dans l'épaisseur du tube et se propage dans le plan de symétrie. Ce résultat n'est pas surprenant, le tube étant constitué d'un matériau homogène et le chargement appliqué étant symétrique. On retrouve à la fin du demi-cycle de traction une distribution de porosité similaire au faciès de rupture observé au cycle 4 avec une propagation de fissure du même ordre de grandeur, validant l'identification des paramètres d'endommagement vis à vis de l'amorçage et des petites propagations. La comparaison entre le faciès de rupture expérimental (décrit en figure 1.25) et celui obtenu au 4e cycle par simulation numérique est présentée figure 6.41. Néanmoins, le fait de ne pas pouvoir simuler réellement l'avancée de fissure au cours des cycles est un frein à la validation globale du modèle, même si ce dernier semble qualitativement capturer les phénomènes physiques en jeu dans la rupture ductile cyclique.

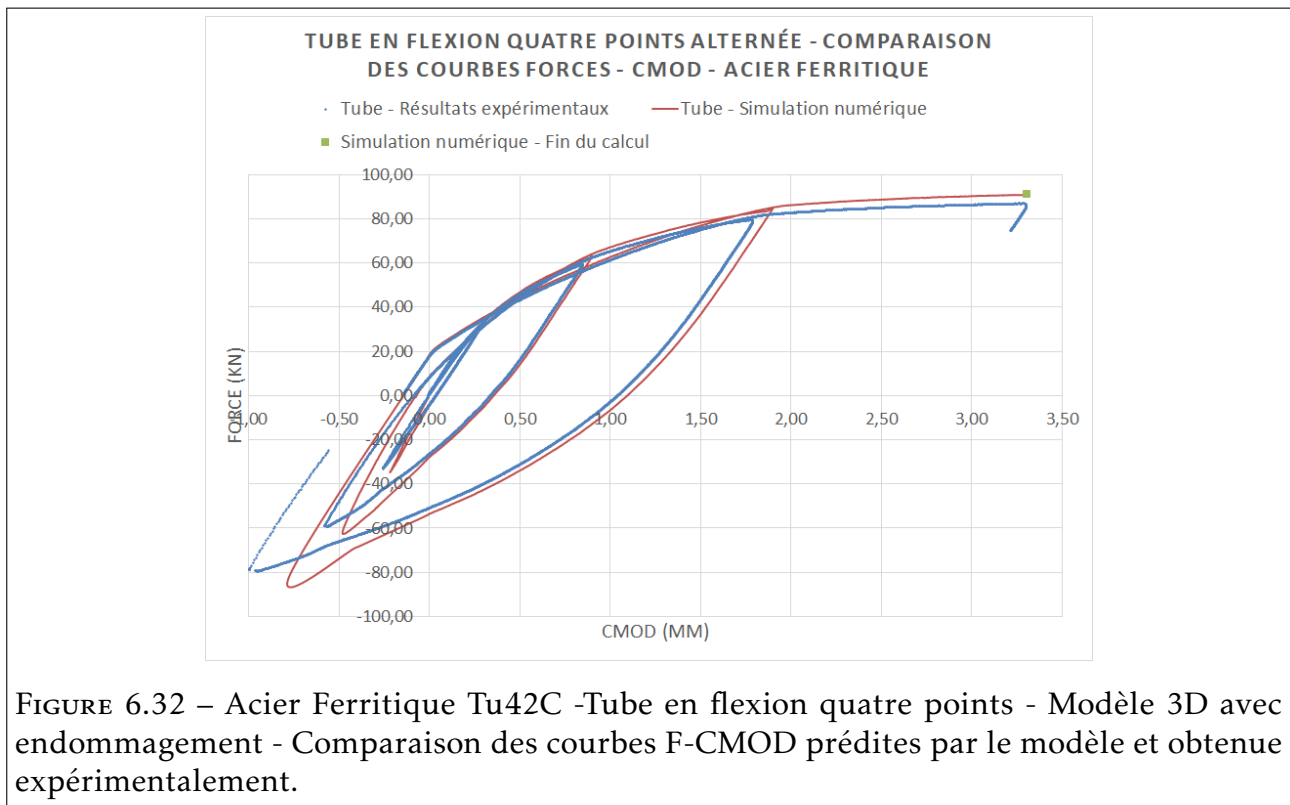


FIGURE 6.32 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Comparaison des courbes F-CMOD prédites par le modèle et obtenue expérimentalement.

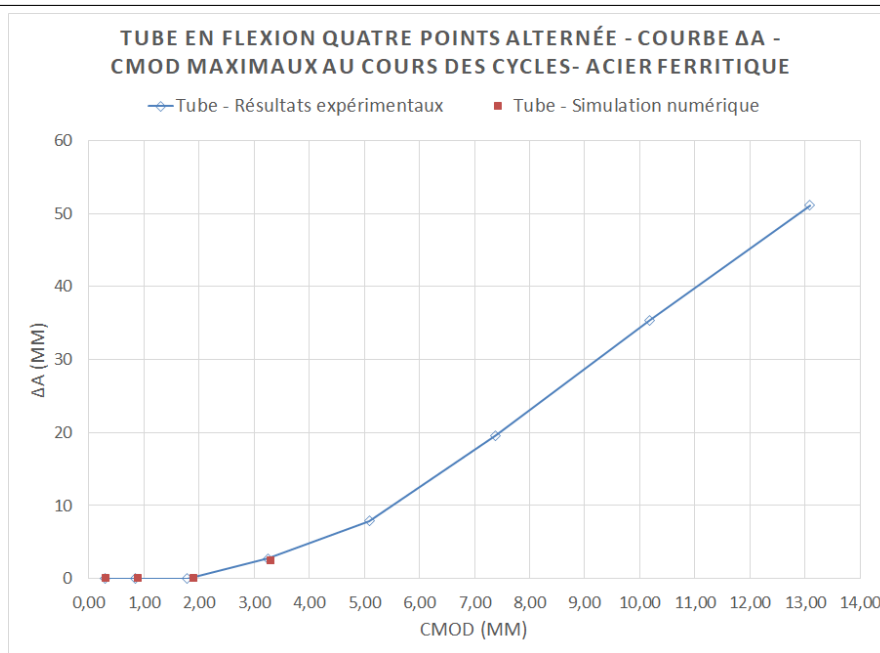


FIGURE 6.33 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Comparaison des courbes Avancée de fissure-CMOD prédites par le modèle et obtenue expérimentalement.

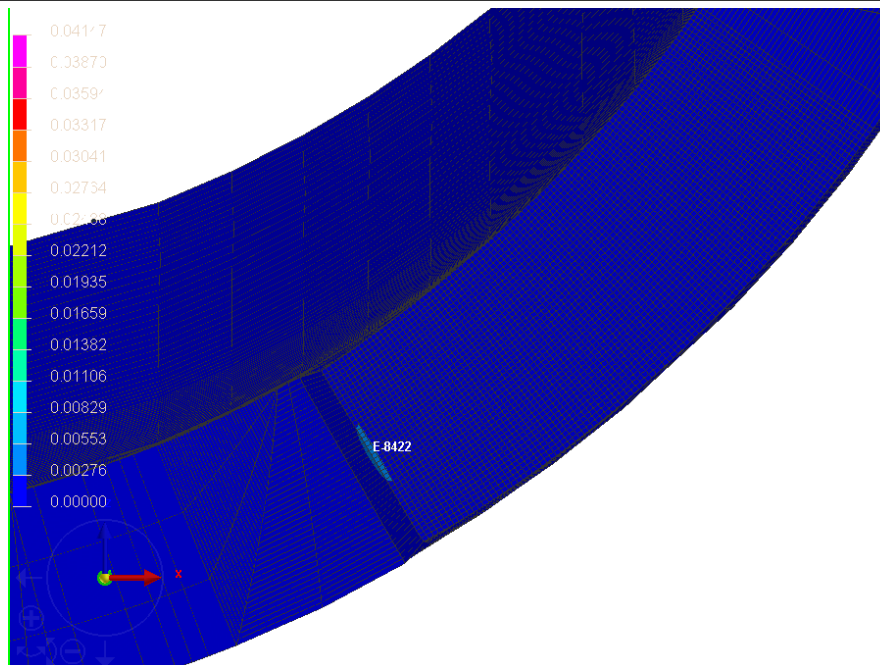
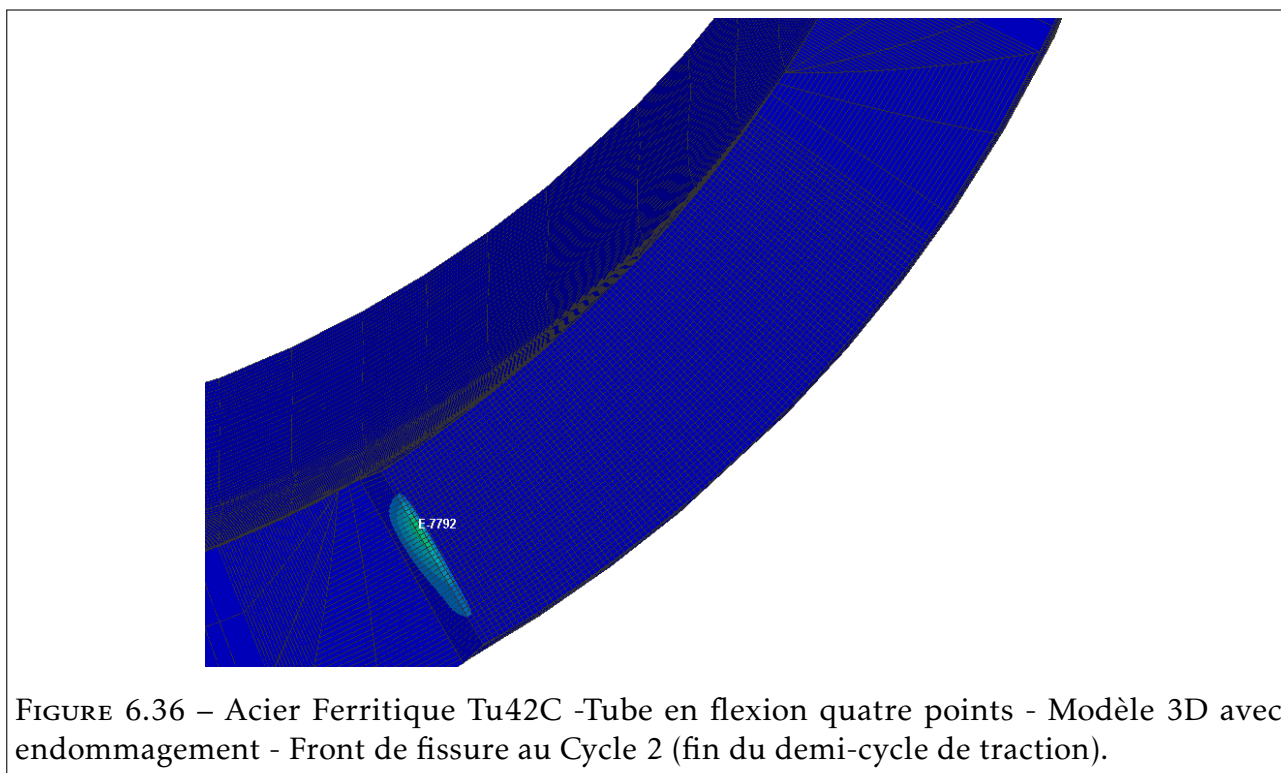
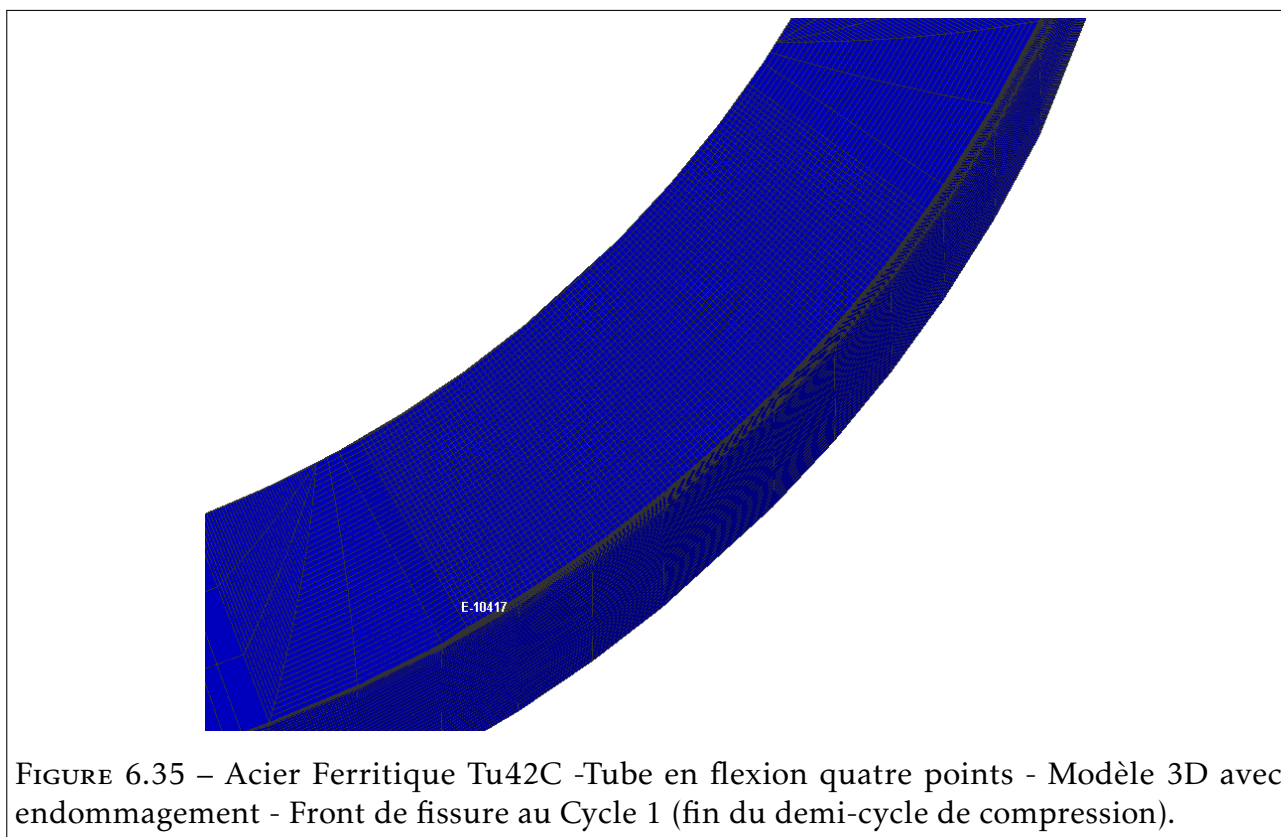


FIGURE 6.34 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 1 (fin du demi-cycle de traction).





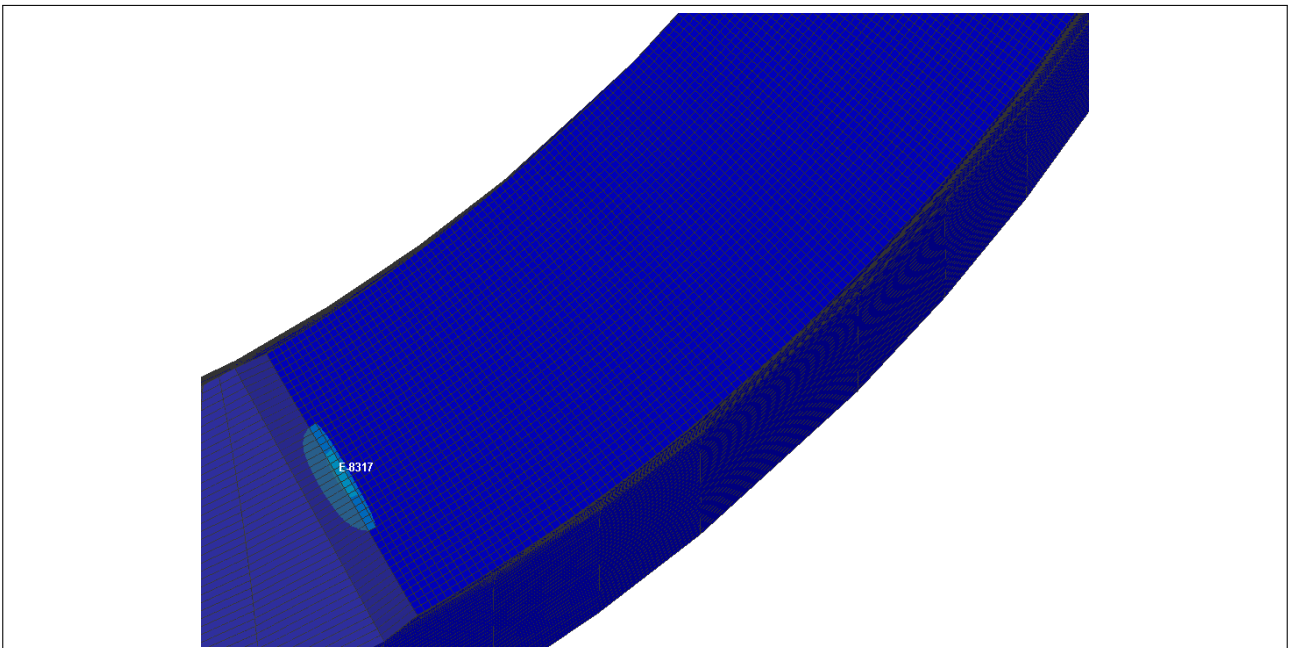


FIGURE 6.37 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 2 (fin du demi-cycle de compression).

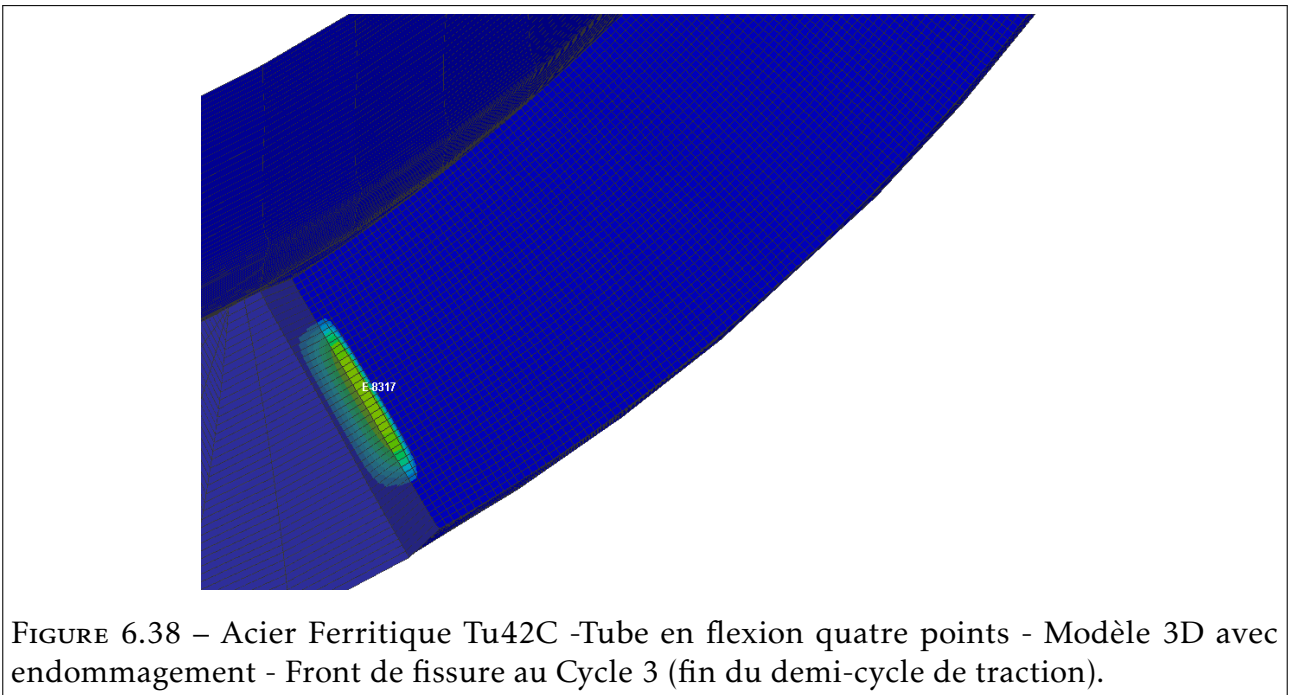


FIGURE 6.38 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 3 (fin du demi-cycle de traction).

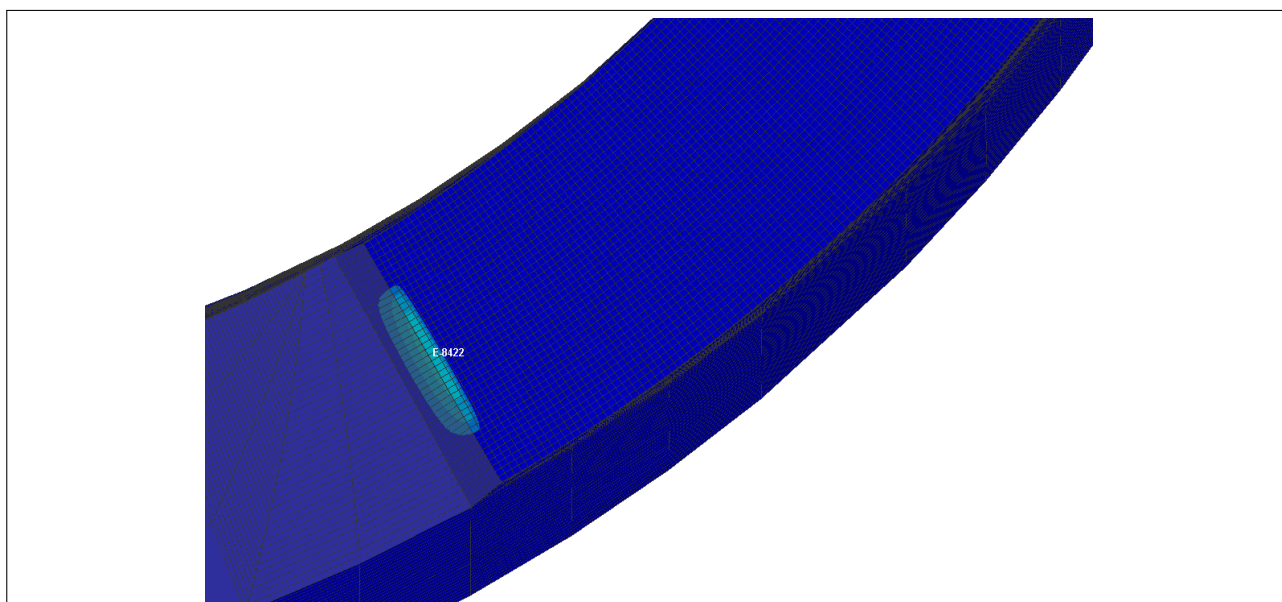


FIGURE 6.39 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 3 (fin du demi-cycle de compression).

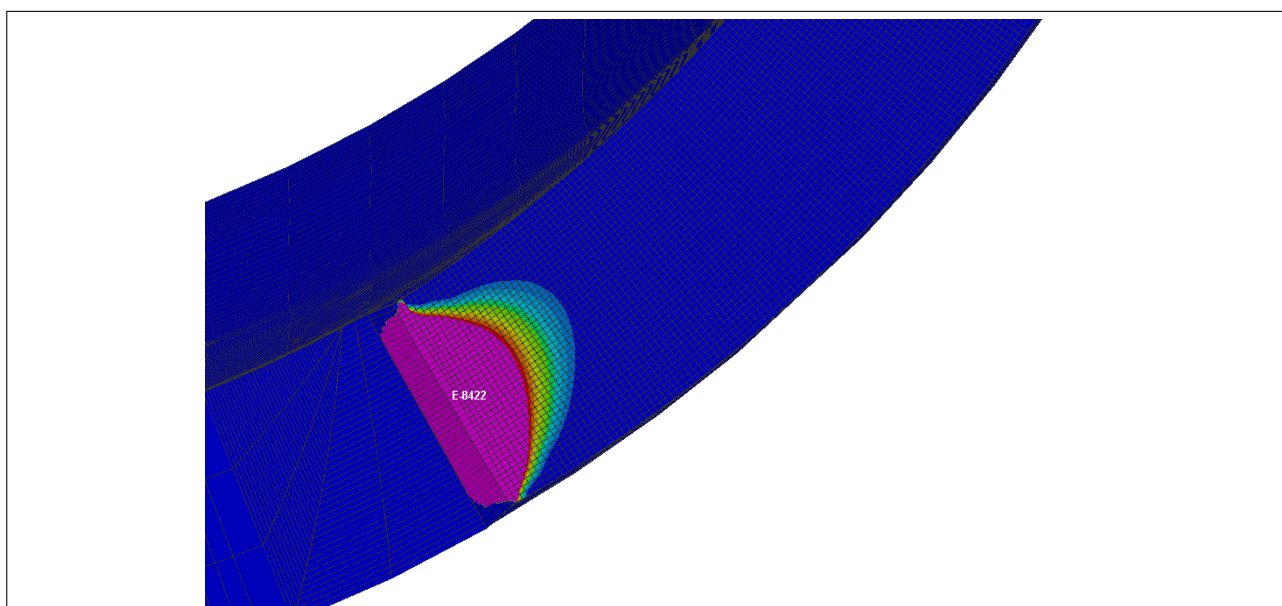
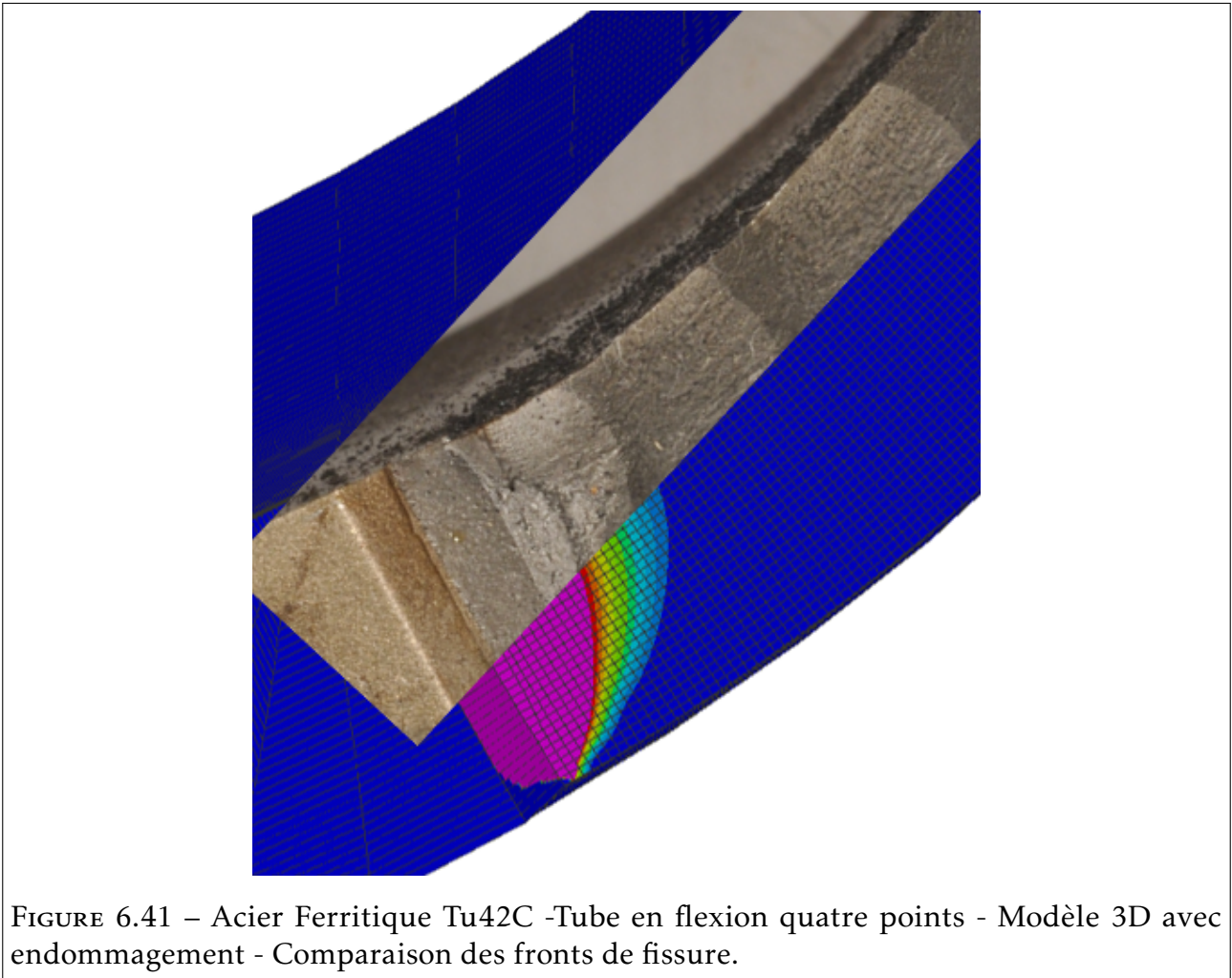


FIGURE 6.40 – Acier Ferritique Tu42C -Tube en flexion quatre points - Modèle 3D avec endommagement - Front de fissure au Cycle 4 (fin du demi-cycle de traction).



## 6.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif l'application du modèle développé dans le cadre de cette thèse, qui correspond à une extension heuristique du modèle récent de MORIN et al., 2017 afin de prendre en compte les effets de l'élasticité dans la modélisation de la rupture ductile cyclique.

Les paramètres du modèle présenté dans ce manuscrit, d'une part liés au comportement et d'autre part à l'endommagement, ont été déterminés. Le modèle ainsi défini a permis de prédire de manière satisfaisante le comportement monotone et cyclique d'éprouvettes de laboratoires ainsi que la rupture d'éprouvettes axisymétriques entaillées, d'éprouvettes CT et le comportement d'un tube soumis à un chargement de flexions alternées. Bien que les paramètres du modèle soient nombreux, leurs influences sur les résultats des simulations sont suffisamment différentes pour permettre une identification pertinente. En effet, la courbe cyclique réduite et les paramètres relatifs à l'écrouissage peuvent-être déterminés à partir d'essais de traction uniaxiale et de fatigue oligocyclique. Ces paramètres peuvent-être affinés en modélisant le comportement en traction d'éprouvettes axisymétriques entaillées,

notamment si les valeurs de  $\gamma$  retenues sont faibles. Une fois les paramètres relatifs au comportement identifiés, la détermination des paramètres d'endommagement est similaire à celle conduite pour un modèle d'approche locale, et peut-être réalisée, comme nous l'avons montré, sur des essais monotones ou cycliques. Les paramètres utilisés, déterminés à partir d'essais monotones sur éprouvettes axisymétriques entaillées et CT, se sont révélés pertinents pour prédire l'apparition et le début de l'avancée de fissure comme le montre les distributions de porosité présentées dans ce chapitre. Il résulte des simulations numériques conduites que le modèle présenté et développé dans le cadre de cette thèse permet de reproduire le comportement cyclique et à la rupture d'éprouvettes de laboratoire et de structures industrielles. La gestion de la porosité, qui continue à être actualisée même lorsqu'un élément est rompu, permet d'appréhender les phénomènes de fermeture de fissure. Néanmoins, la complexité de la modélisation du comportement cyclique qui nécessite de prendre en compte les phénomènes de contacts, couplée à la gestion d'éléments rompues lors de l'avancée de fissure, rend complexe la convergence des calculs réalisés. Les problèmes rencontrés, s'ils ne sont pas liés à la modélisation du contact, restent connus dans la littérature, notamment le verrouillage volumique dont l'impact peut-être limité en régularisant le champ d'endommagement par des éléments mixtes ou par des méthodes de délocalisation (la délocalisation par convolution a été implémentée mais n'a pas été utilisée dans les calculs). Il est aussi possible, afin de limiter la non-convergence conséquence directe de la mise en compression d'éléments rompus sur un plan de contact, de considérer les mailles rompues comme des mailles avec un comportement purement élastiques de faible rigidité. Ainsi, même si le modèle présenté semble prometteur pour prédire la rupture ductile de structures industrielles soumises à des chargements cycliques de grandes amplitudes, certains points restent à améliorer afin d'obtenir des prédictions plus complètes, intégrant la propagation de la fissure sur une distance de plusieurs millimètres.



## Application du modèle dans le cadre de l'IDFS, benchmark organisé par le CRIEPI

Peu avant le début de ces travaux de thèse, un benchmark sur la modélisation de la rupture ductile a été initié par le CRIEPI : l'IDFS (International cooperative research program on Ductile Fracture Simulation). La phase 1, dédiée à la modélisation de la rupture ductile monotone sur une tuyauterie soumise à un chargement de flexion quatre points, venait de se terminer. Plusieurs modélisations ont été utilisées lors de cette première phase : modèle GTN, modèle de LEBLOND et al., 1995, modélisation par XFEM, analyse couplée éléments finis/CTOA, modèle d'endommagement global dont le critère est fondé sur un couplage entre triaxialité et déformations plastiques ainsi qu'un modèle de périodynamique. L'objectif de la phase était de prédire la courbe Force - CMOD du tube ainsi soumis à un chargement monotone.

Sur la base des résultats obtenus lors de la phase 1, une seconde phase dédiée à la simulation de la rupture ductile cyclique a été organisée. Les participants à cette phase 2 sont les suivants :

- Korea University,
- Seoul National University of Science and Technology (SeoulTech),
- Sophia University,
- Tokyo University of Science (TUS),
- Kindai University,
- Framatome,
- Japan Atomic Energy Agency,
- Et le CRIEPI.

L'objectif de ce chapitre succinct est de présenter les résultats obtenus dans le cadre de ce benchmark en appliquant le modèle développé dans le cadre de cette thèse et de comparer ses prédictions avec les autres types de modèles utilisés pour simuler la déchirure ductile cyclique.

## 7.1 Présentation du programme d'essai

Chaque participant était libre de choisir le modèle à appliquer, dans l'objectif de comparer les résultats obtenus entre eux et avec les données expérimentales. Les données expérimentales ont été fournies par le CRIEPI, elles correspondent à plusieurs essais sur des tubes en acier STS410 (dont la composition chimique est donnée tableau 7.1) avec une fissure circonférentielle traversante, ou bien avec un défaut surfacique, soumis à des flexions quatre points alternées ou non. Le dispositif d'essai ainsi qu'une représentation schématique des fissures et défauts sont présentés figure 7.1 et 7.2. Le modèle décrit en Partie II a été appliqué pour simuler différentes configurations d'essais de flexions quatre points alternées.

TABLEAU 7.1 – Composition chimique de STS410 - tiré du rapport du CRIEPI.

Éléments chimiques	C	Si	Mn	P	S
Fraction massique	0,14	0,30	1,20	0,009	0,001

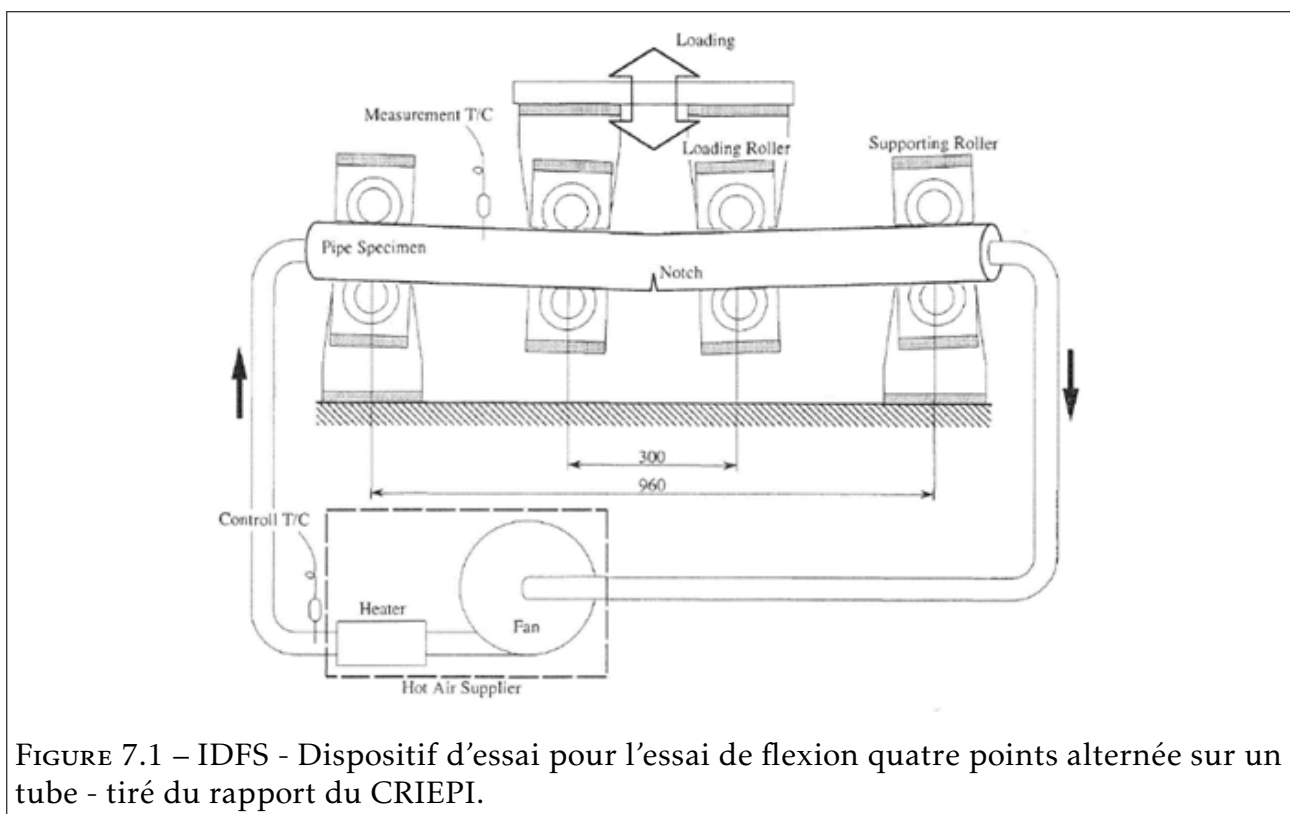


FIGURE 7.1 – IDFS - Dispositif d'essai pour l'essai de flexion quatre points alternée sur un tube - tiré du rapport du CRIEPI.

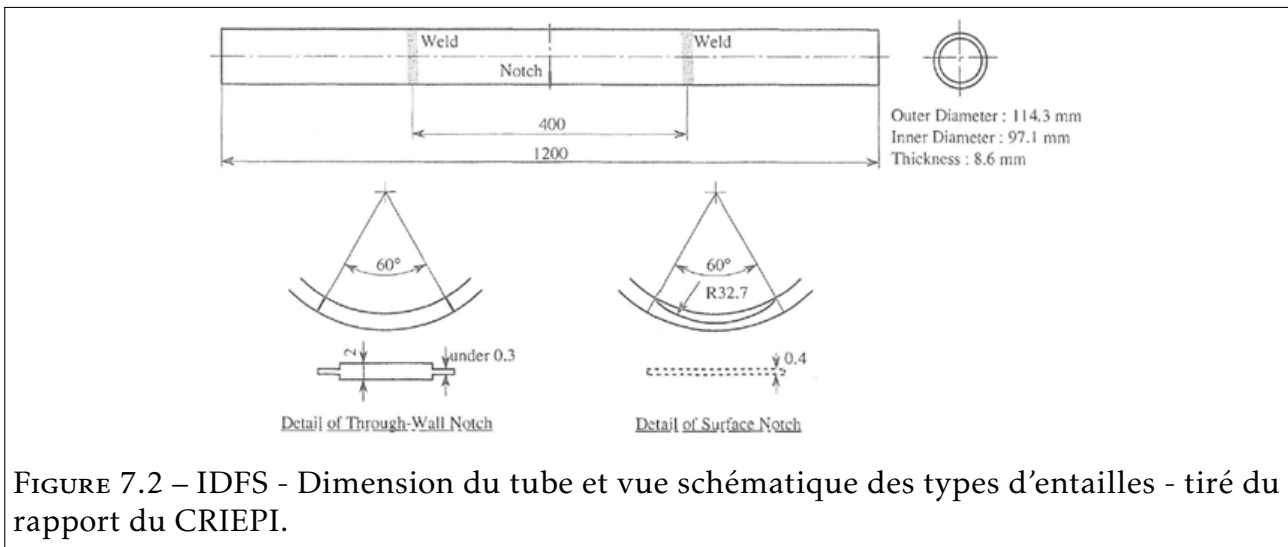


FIGURE 7.2 – IDFS - Dimension du tube et vue schématique des types d'entailles - tiré du rapport du CRIEPI.

La courbe de comportement en traction du matériau est aussi fournie et présentée figure 7.3. Pour chaque essai réalisé sur tubes, les grandeurs suivantes ont été mesurées expérimentalement :

- La force appliquée,
- Le CMOD,
- Le déplacement au niveau des appuis intérieurs (appelé LPD : *Load Point Displacement*),
- La propagation de la fissure.

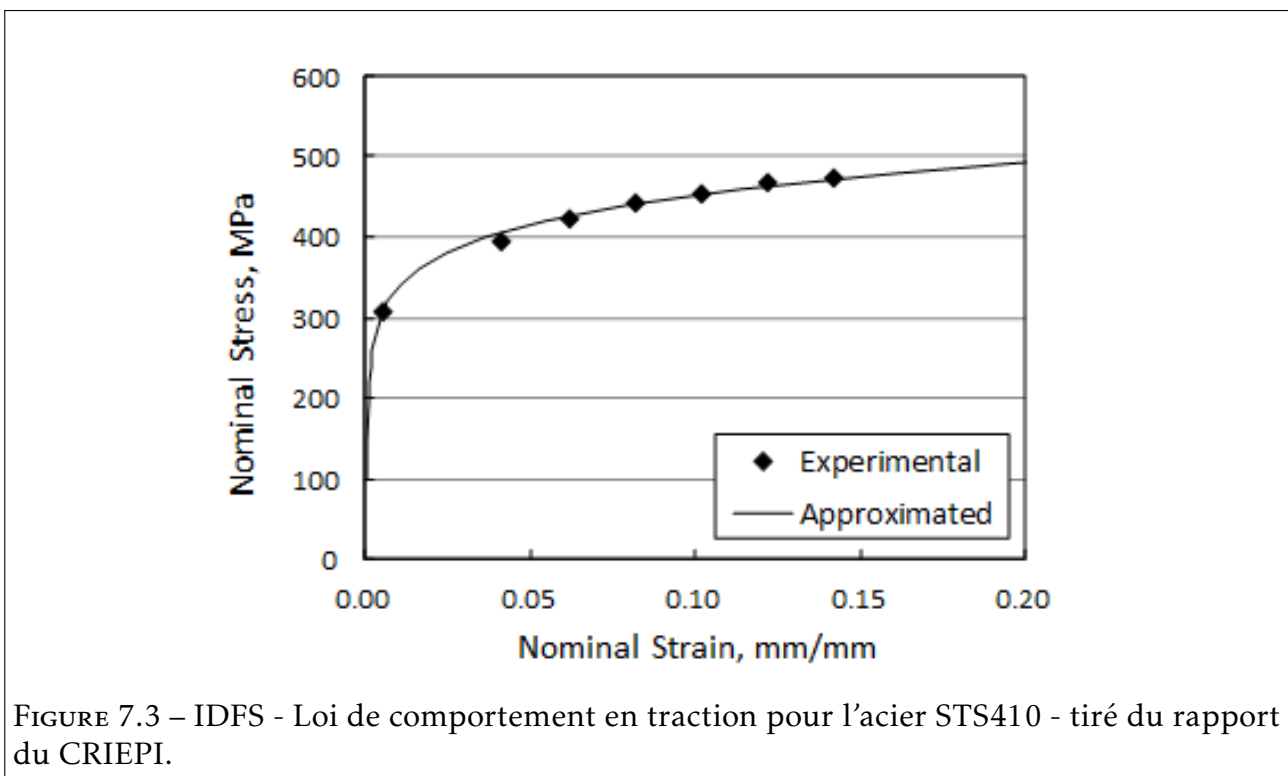


FIGURE 7.3 – IDFS - Loi de comportement en traction pour l'acier STS410 - tiré du rapport du CRIEPI.

C'est là l'ensemble des données d'entrée disponibles afin de modéliser le comportement monotone et cyclique des tubes. Les caractéristiques des différents essais exploités dans le



Référence de l'essai	Angle de défaut	Profondeur de défaut/Épaisseur	Vitesse de chargement	Force maximale appliquée
M2 (Obligatoire)	60°	1 (Traversant)	0,05 mm/s	176kN
M5 (Optionnel)	60°	0,5	0,05 mm/s	221kN

TABLEAU 7.2 – Synthèse des essais monotones disponibles - tiré du rapport du CRIEPI.

Référence de l'essai	Angle de défaut	Profondeur de défaut/Épaisseur	Amplitude de force appliquée	Cycle de rupture
C4 (Obligatoire)	60°	1 (Traversant)	±158kN	19
C5 (Optionnel)	60°	1 (Traversant)	±142kN	47
C6 (Obligatoire)	60°	1 (Traversant)	±127kN	97
C7 (Optionnel)	60°	1 (Traversant)	±122kN	108
C8 (Obligatoire)	60°	1 (Traversant)	±103kN	328
C9 (Optionnel)	60°	0,5	±182kN	42
CR1 (Optionnel)	60°	1 (Traversant)	+142/ - 69kN	154
CR2 (Optionnel)	60°	1 (Traversant)	+142/0kN	627

TABLEAU 7.3 – Synthèse des essais cycliques disponibles - tiré du rapport du CRIEPI.

cadre de la phase 2 de ce benchmark sont indiquées tableau 7.2 pour les essais monotones (M) et tableau 7.3 pour les essais cycliques (C). Les résultats expérimentaux obtenus pour certains essais sont aussi présentés figures 7.4, 7.6 et 7.7.

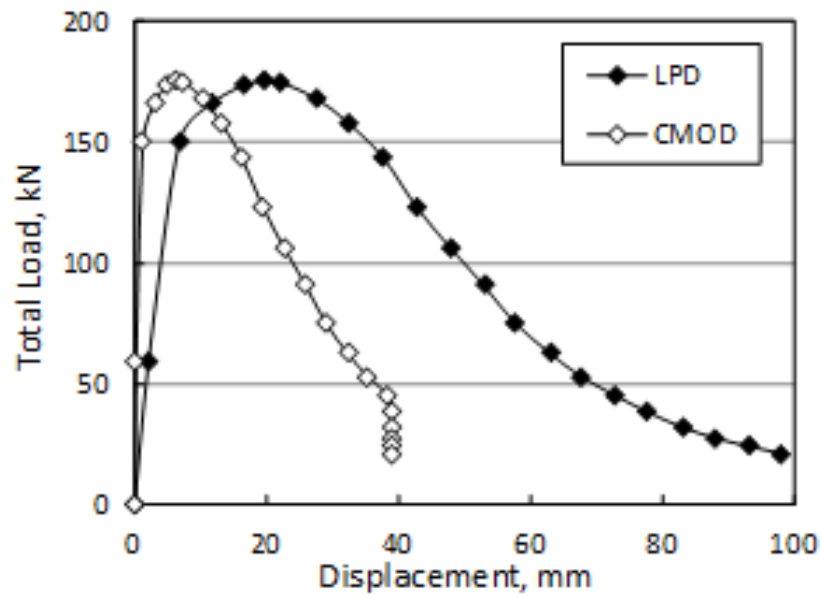


FIGURE 7.4 – IDFS - Cas M2 - Courbes Force - LPD et Force - CMOD - tiré du rapport du CRIEPI.

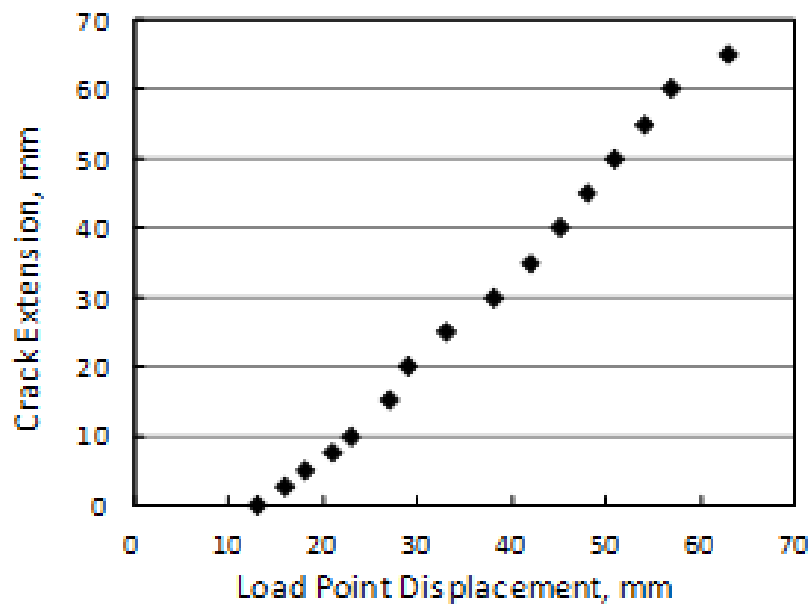


FIGURE 7.5 – IDFS - Cas M2 - Courbe Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD - tiré du rapport du CRIEPI.

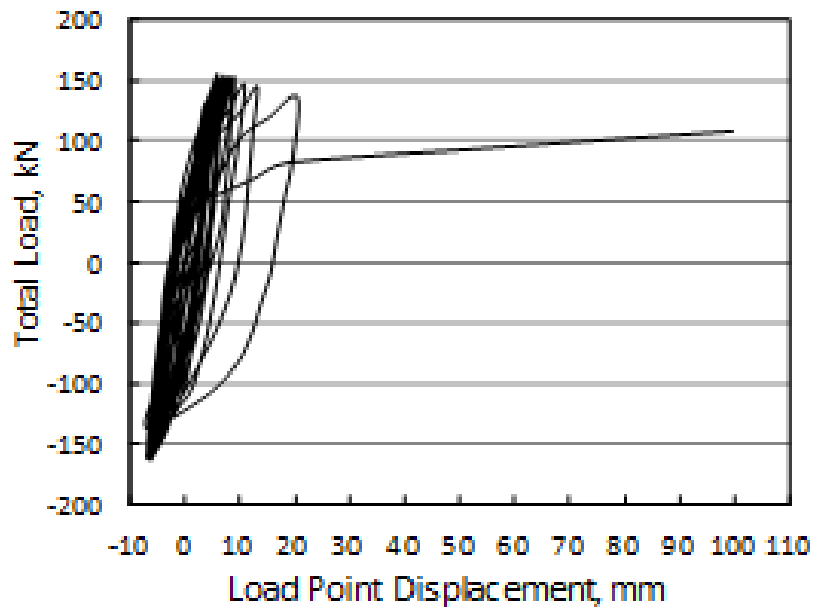


FIGURE 7.6 – IDFS - Cas C4 - Courbe Force - LPD - tiré du rapport du CRIEPI.

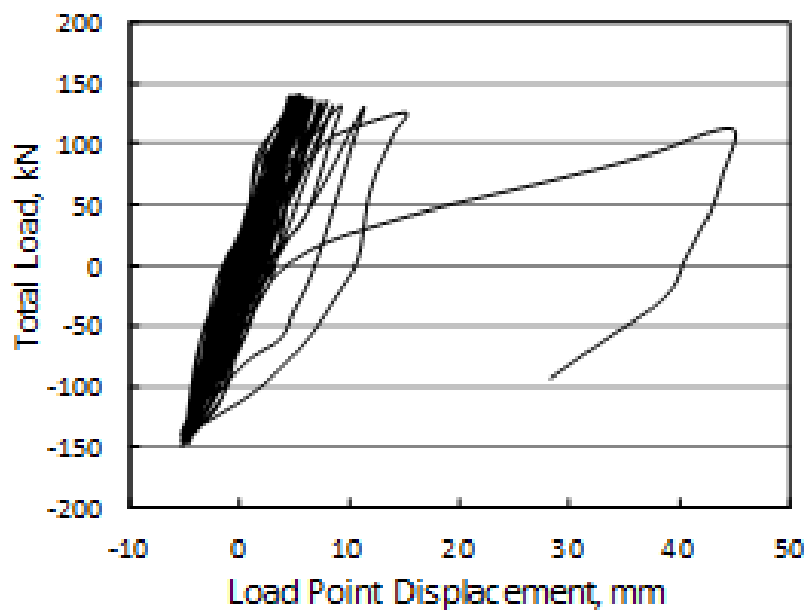


FIGURE 7.7 – IDFS - Cas C5 - Courbe Force - LPD - tiré du rapport du CRIEPI.

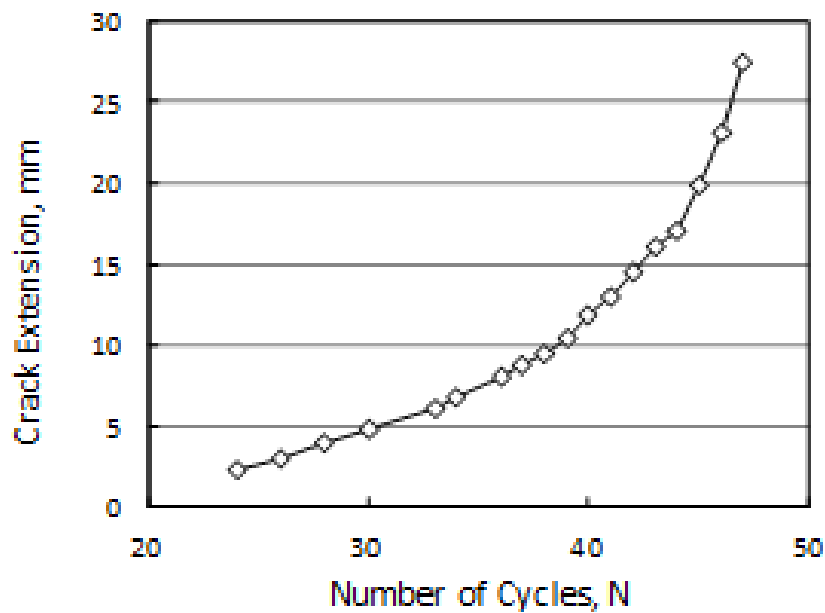


FIGURE 7.8 – IDFS - Cas C5 - Courbe Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD - tiré du rapport du CRIEPI.

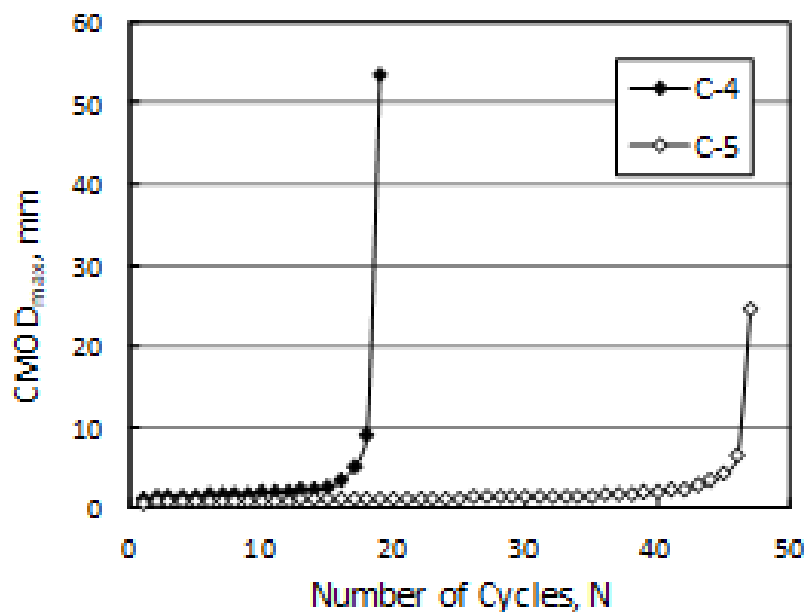


FIGURE 7.9 – IDFS - Cas C4 et C5 - Évolution du CMOD en fonction du nombre de cycle - tiré du rapport du CRIEPI.

Seuls les essais obligatoires sont présentés et simulés dans ce Chapitre, à savoir les cas M2, C4 et C5. La démarche pour déterminer les paramètres d'endommagement et les simulations numériques sont présentées dans les sections suivantes, et sont similaires à la démarche conduite au Chapitre 6 même si le nombre de données d'entrées est plus limité.

## 7.2 Simulation des essais M2, C4 et C5

Les données mises à disposition dans le cadre du benchmark pour prédire le comportement consiste en des essais de traction simple uniquement. Ces données ne suffisent pas à déterminer le comportement cyclique du matériau, et viser une identification directement à partir du comportement cyclique est complexe et peu pertinent. Des données sur le comportement cyclique de l'acier STS410, disponibles à Korea University, ont donc été exploitées. Les essais transmis correspondant aux cycles stabilisées obtenues pour plusieurs amplitudes de déformations :  $\Delta\epsilon = \pm 1\%$ ,  $\pm 4\%$  et  $\pm 8\%$ . De plus, le détail du comportement au cours des cycles pour l'essai d'amplitude  $\Delta\epsilon = \pm 4\%$  est aussi présenté figure 7.10.

Les paramètres du modèle de comportement sont ceux présentés au Chapitre 3 et déterminés au Chapitre 6 pour l'acier ferritique Tu42C. Les paramètres retenus pour modéliser le comportement de l'acier STS410 sont présentés tableau 7.4 et les résultats obtenus par simulation numérique sont présentés figures 7.11, 7.12 et 7.13.

Une fois le comportement déterminé à partir de l'essai de traction et des essais de fatigue oligocyclique, les paramètres d'endommagement doivent être déterminés. Sans résultats d'essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées ou sur éprouvette CT, l'identification s'est donc directement faite en modélisant le cas M2 correspondant au comportement monotone du tube. Ici aussi, le paramètre  $q$  a été pris égal à 1,47 et la porosité initiale a été prise égale à  $f_0 = 1 \cdot 10^{-4}$ . Une analyse paramétrique a été conduite sur plusieurs valeurs de  $f_c$  et de  $\delta$  afin de prédire le comportement du tube. Plusieurs couples  $(f_c, \delta)$  permettent de reproduire le comportement Force - CMOD du tube. Le couple finalement choisi l'a été sur la base de la courbe avancée de fissure - CMOD.

TABLEAU 7.4 – Paramètres de comportement pour l'acier STS410.

$C_1$ (MPa)	$\gamma_1$	$C_2$ (MPa)	$\gamma_2$	$C_3$ (MPa)	$\gamma_3$	$b$
69000	900	7000	100	900	2	5

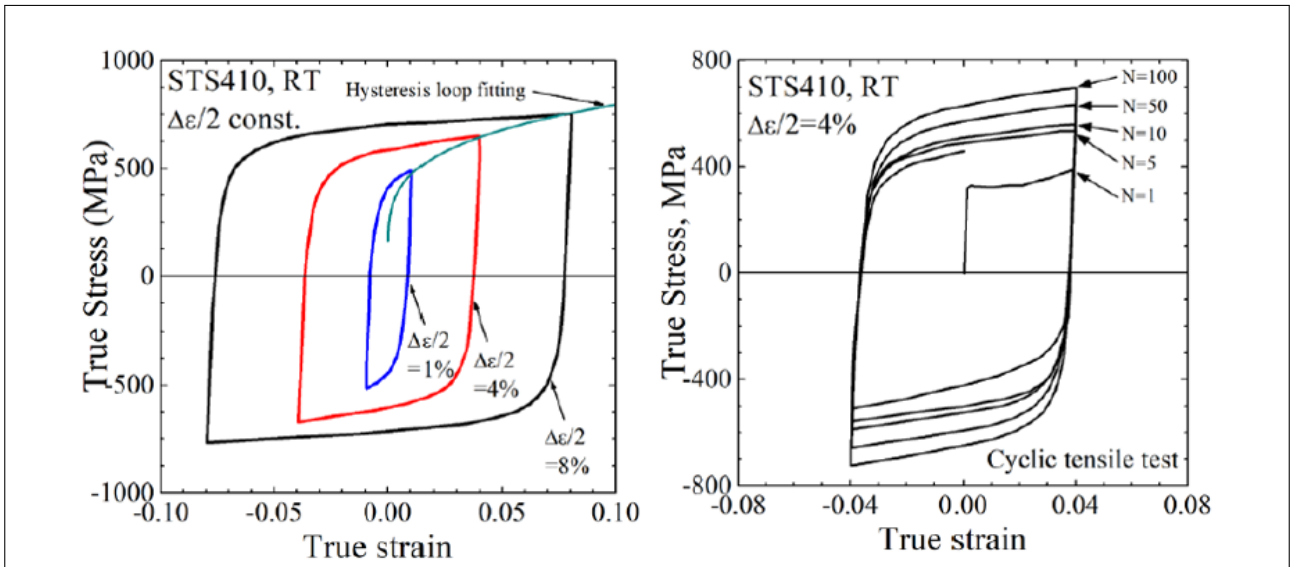


FIGURE 7.10 – IDFS - (a) Résultats des essais de fatigue oligocyclique sur l’acier STS410 pour 3 amplitudes de déformations - (b) Détail du comportement au cours des cycles.

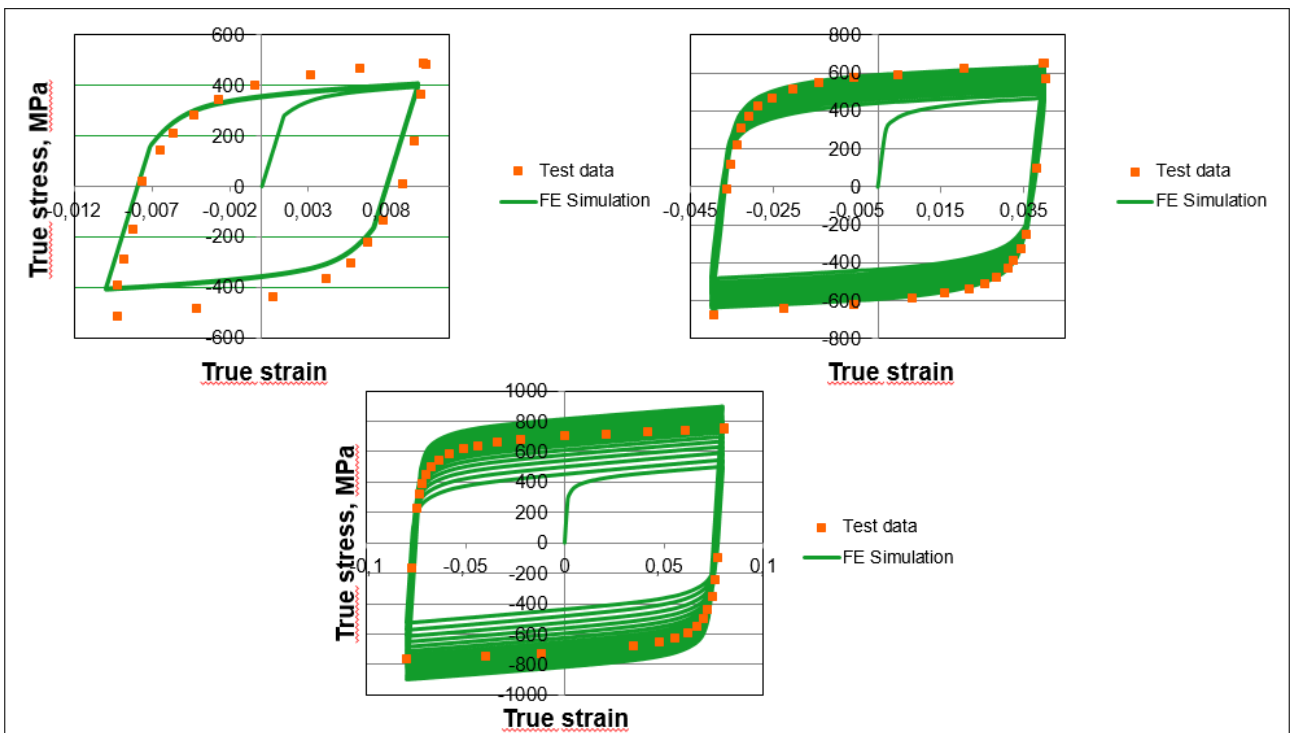
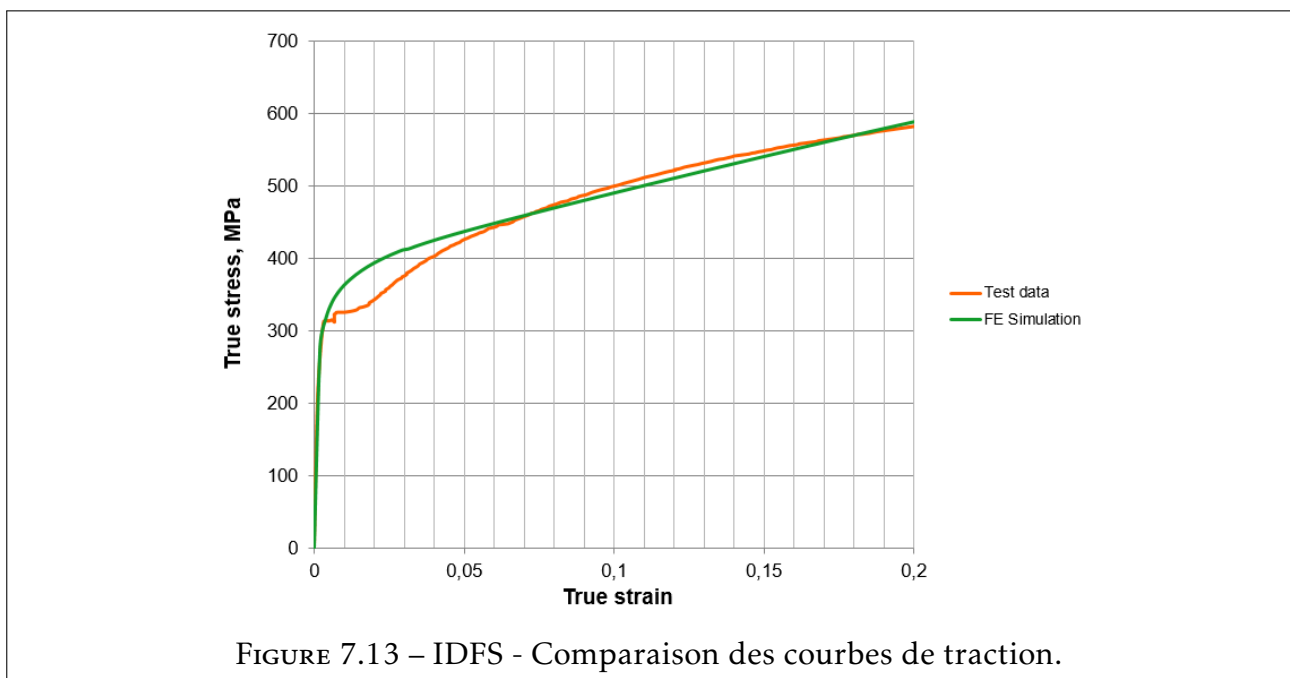
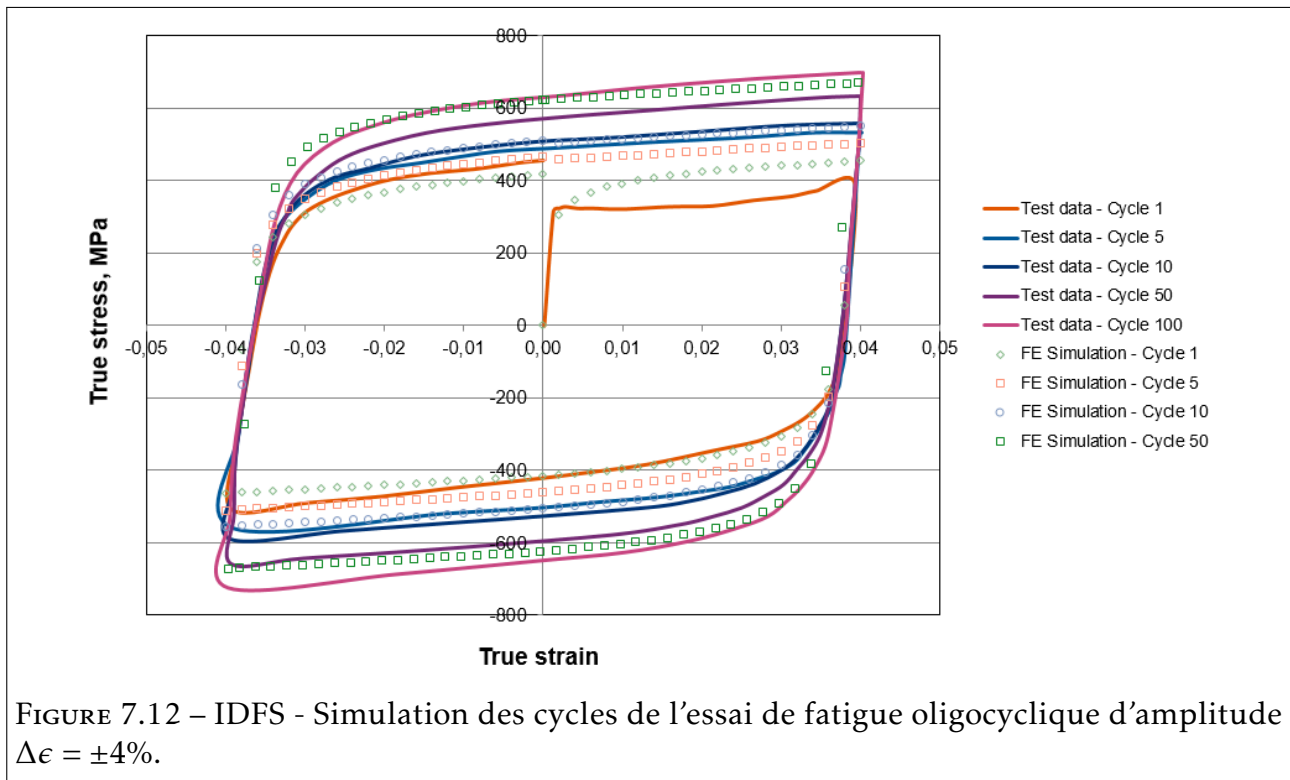


FIGURE 7.11 – IDFS - Simulation des cycles des essais de fatigue oligocyclique d’amplitude  $\Delta\epsilon = \pm 2\%$ ,  $\pm 4\%$  et  $\pm 8\%$ .



Le maillage utilisé est présenté figure 7.14, les mêmes éléments que ceux présentés au Chapitre 6 sont présents dans le maillage, la différence étant dans l'angle à considérer pour modéliser la fissure traversante circonférentielle et les distances des appuis, beaucoup plus faibles pour ce tube. Comme précédemment, une routine utilisateur est implémentée pour piloter les conditions aux limites et imposer les différents types de chargements. Le chargement est ici alterné et piloté uniquement en force, le rapport entre la force maximale

et minimale étant toujours  $R = -1$  pour les cycles simulés, à savoir C4 et C5. Du point de vue des simulations, le nombre de cycles à calculer pour obtenir un endommagement suffisant est très important pour les deux cycles simulés. Néanmoins, pour cette géométrie et ce niveau de chargement, la distribution de porosité se développe davantage que dans le cadre des simulations menées au Chapitre 6 permettant d'atteindre des propagations de l'ordre de la dizaine de millimètre pour un chargement cyclique.

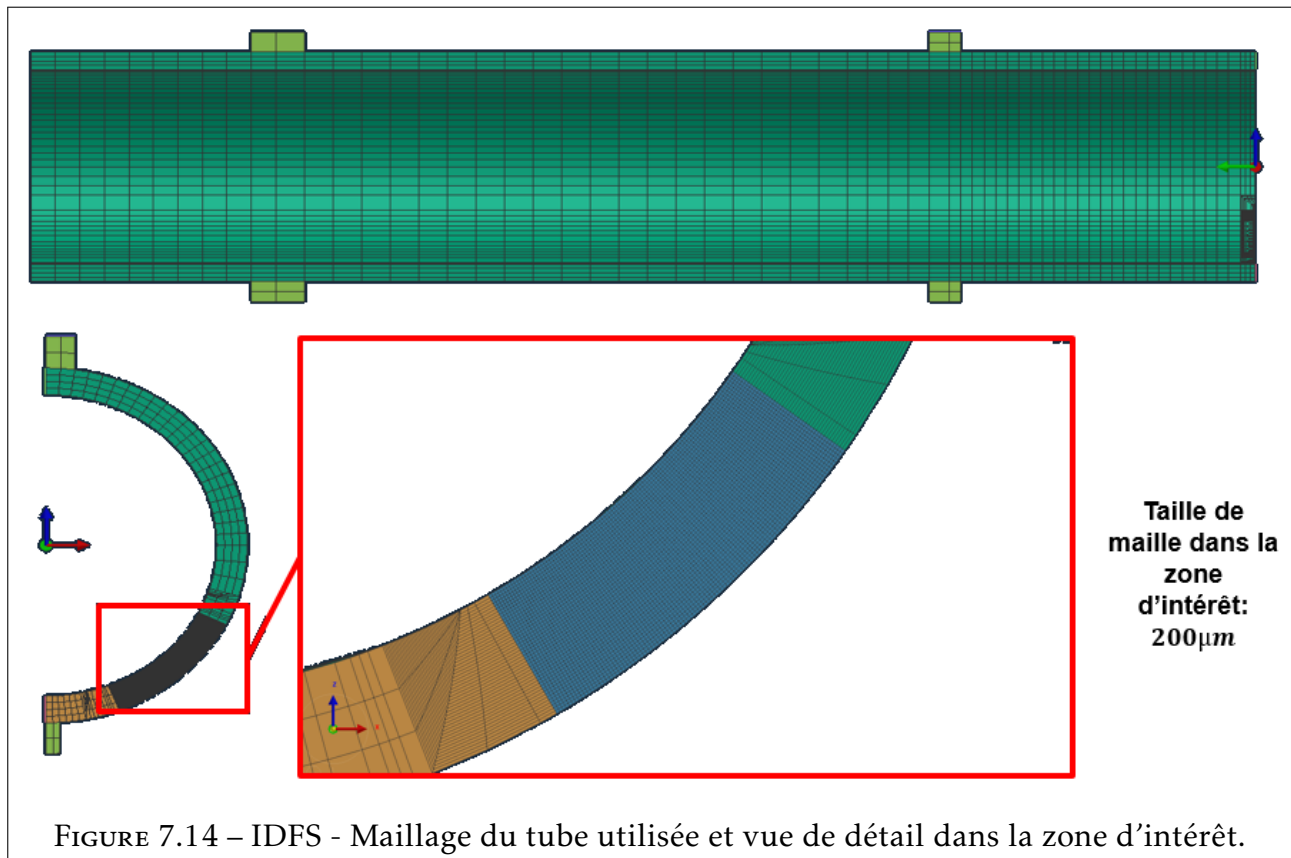


FIGURE 7.14 – IDFS - Maillage du tube utilisée et vue de détail dans la zone d'intérêt.

La figure 7.16 présente les résultats de la simulation du cas M2, avec les paramètres d'endommagement suivant :  $f_c = 3 \cdot 10^{-4}$  et  $\delta = 15$ . Le comportement du tube sous chargement monotone est prédit de manière satisfaisante, les valeurs calculées en force, en CMOD et en avancée de fissure correspondant aux valeurs expérimentales obtenues. Néanmoins, les paramètres d'endommagement ayant été déterminé sur cet essai, il est normal de trouver une bonne adéquation entre la simulation et les résultats expérimentaux pour l'endommagement. La simulation du comportement monotone permet néanmoins de valider en partie la loi de comportement précédemment déterminée. Les paramètres fixés pour la simulation du comportement monotone du tube sont utilisés pour la modélisation des essais cycliques C4 et C5.



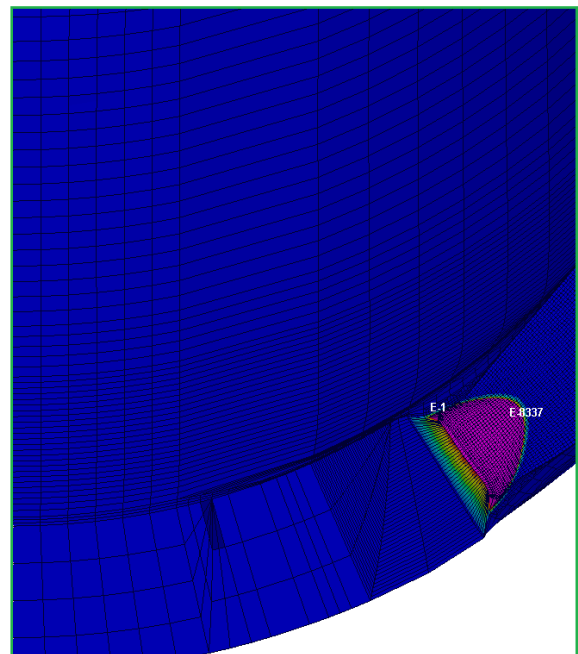
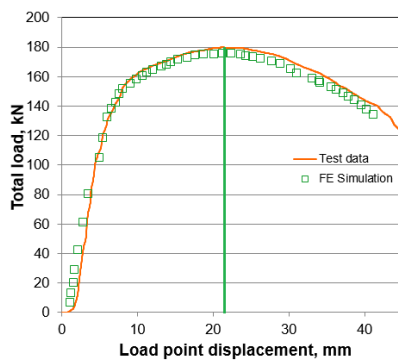
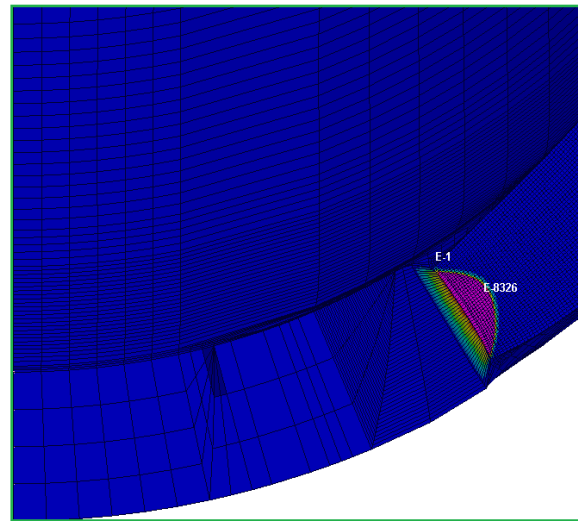
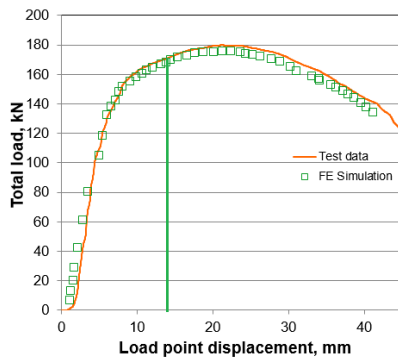
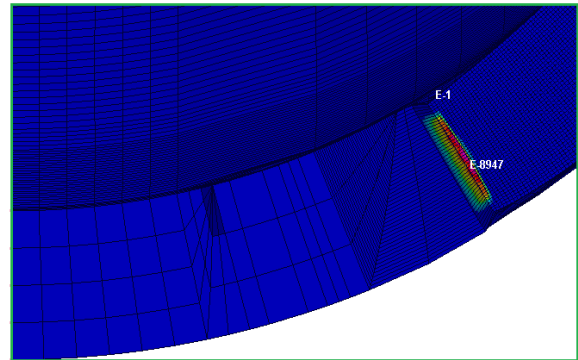
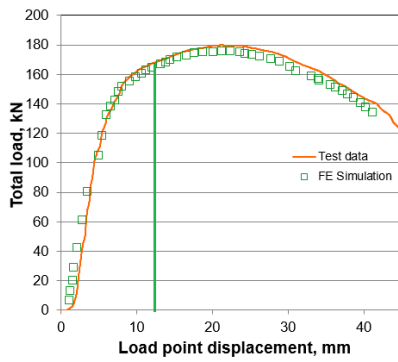


FIGURE 7.15 – IDFS - Cas M2 - Distribution de la porosité dans la zone d'intérêt pour modéliser l'avancée de fissure.

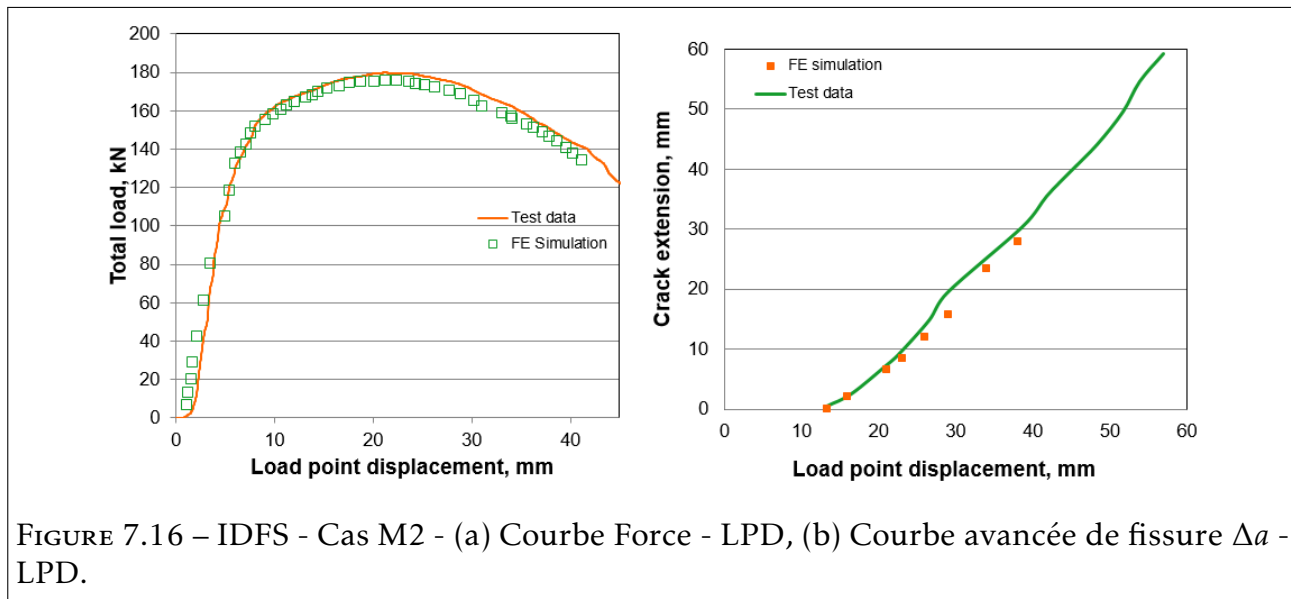


FIGURE 7.16 – IDFS - Cas M2 - (a) Courbe Force - LPD, (b) Courbe avancée de fissure  $\Delta a$  - LPD.

Les figures suivantes présentent pour les cas obligatoires la comparaison des différents modèles utilisés dans le cadre du benchmark. On observe que les résultats sont peu dispersés pour la simulation du cas monotone comme présenté figure 7.19, ce qui s'explique aussi par le fait que c'est l'essai pris comme référence pour adapter les paramètres d'endommagement du modèle. Ainsi, pour cet essai, les résultats obtenus sont homogènes et proches des résultats expérimentaux.

Les différences sont néanmoins plus marquées pour la modélisation de l'essai cyclique où les courbes représentant l'avancée de fissure sont présentées figures 7.20 et 7.21. En effet, selon le type de modèle utilisé, les propagations observées sont très différentes comme on peut le voir pour le cas C4 où les résultats expérimentaux ne sont pas indiqués. Pour le cas C5, il semble que les prédictions du modèle développé dans le cadre de cette thèse donnent des résultats très satisfaisants même si c'est celui pour lequel l'avancée de fissure est la plus faible. Ce dernier point est à souligner car le JAEA a utilisé un modèle GTN dans le cadre du benchmark et TUS le modèle de LEBLOND et al., 1995 sans option de régularisation, on pourrait donc s'attendre pour ces deux modèles aux mêmes limitations de convergence. En effet, dans le cas monotone, la propagation du modèle utilisé par TUS permet d'atteindre une propagation de l'ordre de 60mm correspondant à plus du double de celle obtenue dans les simulations numériques présentées figure 7.16 dont une telle propagation a été obtenue au prix de plusieurs reprises de calculs avec augmentation graduelle de la précision fixée en force. Cela pourrait donc traduire soit une conséquence directe de l'implémentation de l'algorithme de projection élasto-plastique présenté en Annexe D, soit une différence intrinsèque aux codes de calcul éléments finis utilisés.

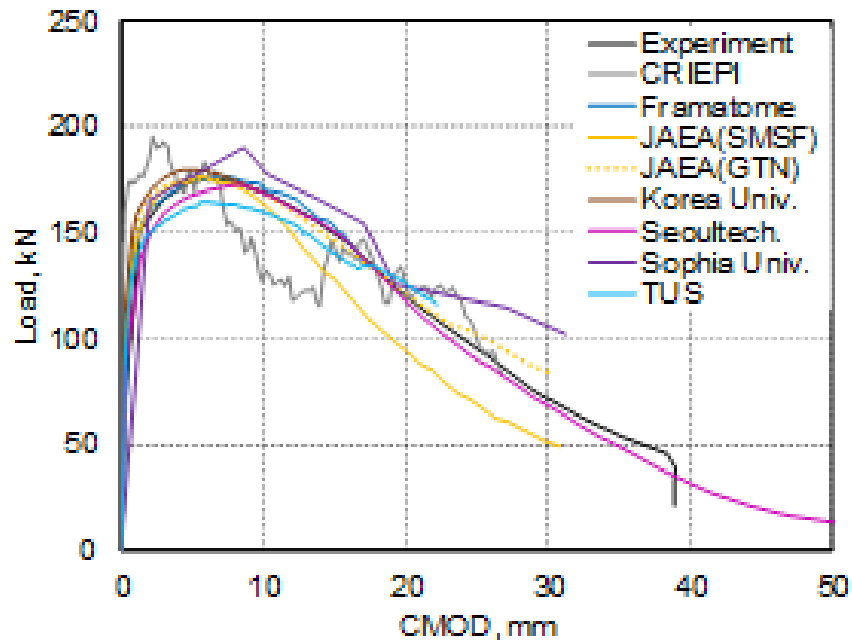


FIGURE 7.17 – IDFS - Cas M2 - Comparaison des courbes Force - CMOD obtenues par les participants.

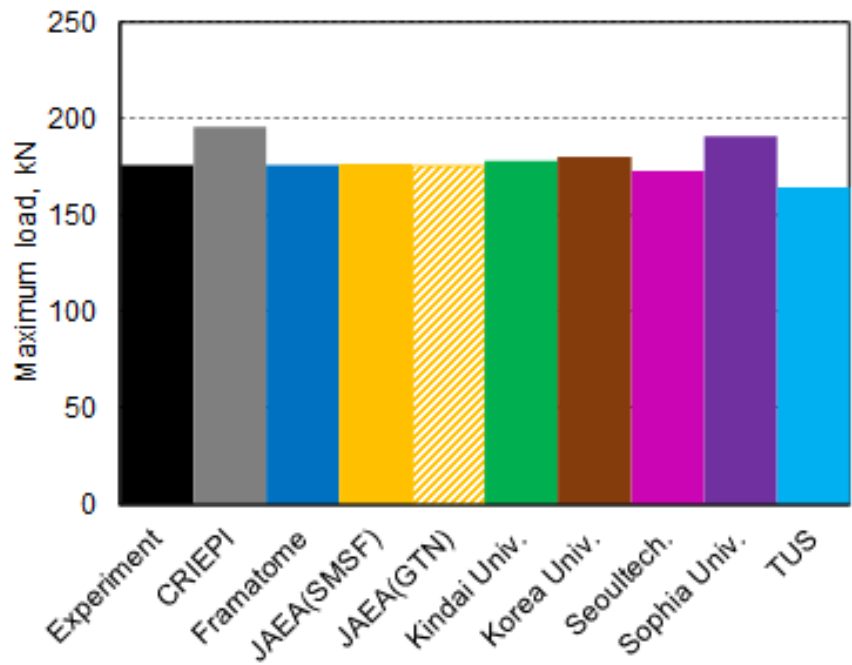


FIGURE 7.18 – IDFS - Cas M2 - Comparaison des forces maximales obtenues par les participants.

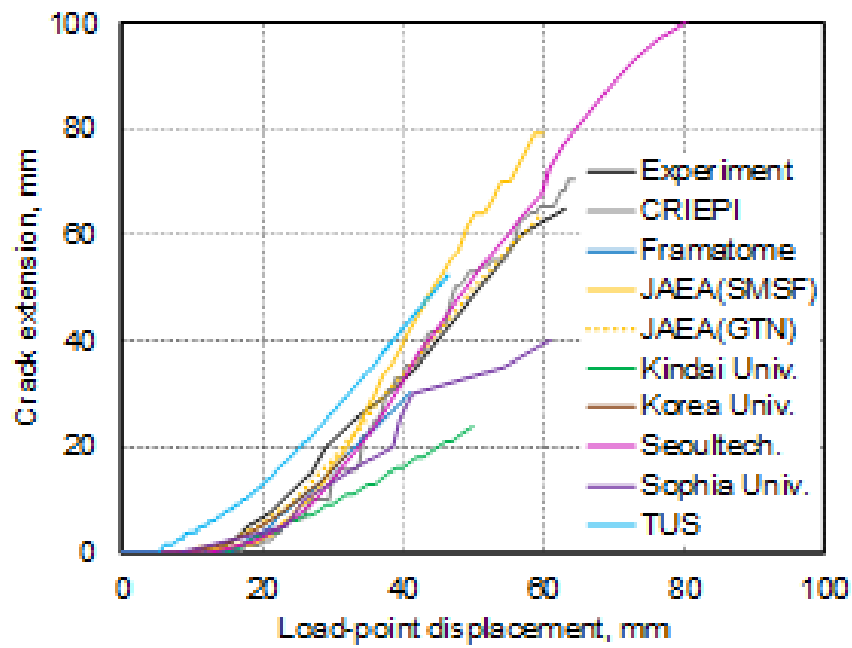


FIGURE 7.19 – IDFS - Cas M2 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - nombre de cycles obtenus par les participants.

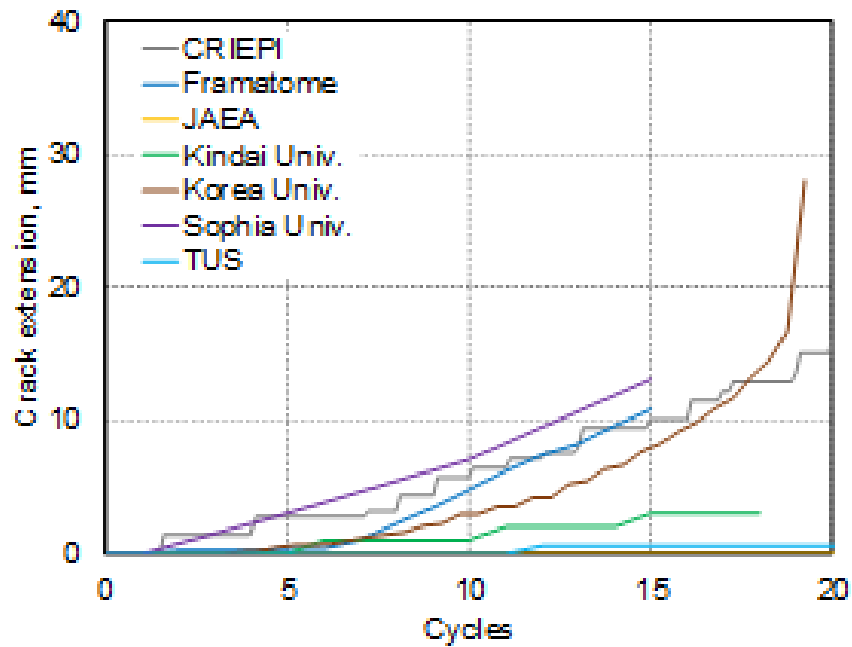


FIGURE 7.20 – IDFS - Cas C4 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - nombre de cycles obtenus par l'ensemble des participants.

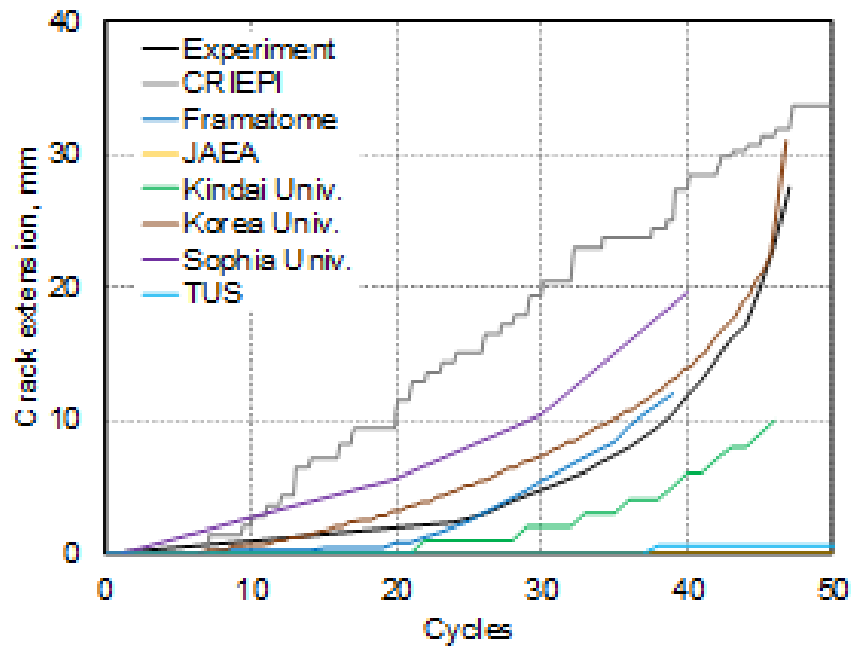


FIGURE 7.21 – IDFS - Cas C5 - Comparaison des courbes Avancée de fissure ( $\Delta a$ ) - LPD obtenues par l'ensemble des participants.

### 7.3 Conclusion

Ce Chapitre présente une synthèse de la participation Framatome à l'IDFS qui est un benchmark organisé par le CRIEPI qui vise à comparer les performances de différents modèles de rupture ductile cyclique. L'identification des paramètres du modèle et les simulations numériques présentées sont similaires aux calculs réalisés au Chapitre 6 même si le nombre d'essais à exploiter pour identifier les paramètres du modèle sont particulièrement limités et que les chargements appliqués ainsi que les géométries des tubes testés sont différents.

La participation au benchmark a néanmoins permis de montrer la robustesse du modèle développé dans le cadre de cette thèse. En effet, même avec un nombre limité de données pour identifier les paramètres du modèle, la possibilité de déterminer les paramètres relatifs au comportement cyclique sur des éprouvettes de fatigue oligocyclique et de traction, et la possibilité de déterminer les paramètres d'endommagement sur une géométrie représentative des configurations à prédire a permis d'obtenir des résultats satisfaisants. Comparativement aux autres modèles, la comparaison de l'ensemble des modèles confrontés aux résultats expérimentaux (qui n'était pas accessible) montre, en particulier dans le cas C5, la bonne représentation de la rupture ductile cyclique des tubes par rapport aux données expérimentales.

Cependant, même si les résultats obtenus sont meilleurs en moyenne, il apparaît aussi que le modèle développé dans le cadre de cette thèse a des lacunes vis à vis de la propagation

---

de fissure, problématique générique aux modèles d'approches locales. S'il est possible que la régularisation de la porosité puisse améliorer la convergence globale comme annoncé au Chapitre 6, il apparaît que des améliorations peuvent aussi être attendues de la gestion des éléments rompus par le logiciel éléments finis, notamment en compression. En effet, dans le cadre du benchmark le modèle GTN et le modèle de LEBLOND et al., 1995 ont été utilisés. Ces deux modèles d'approches locales présentent les mêmes difficultés que celui implémenté dans le cadre de ces travaux de thèse : les éléments rompus ont une contrainte nulle et leur comportement en compression entraîne des difficultés importantes de convergence. Pour autant, les propagations atteintes par ces deux modèles sont bien supérieures à celles obtenues lors des simulations éléments finis menées. Il semble donc qu'il y ait des pistes d'améliorations dans le code de calcul par éléments finis utilisé afin d'avoir une meilleure gestion des éléments rompus.



# Conclusion générale et perspectives

## Conclusion générale

Cette thèse avait pour objectif l'étude de la rupture ductile cyclique des métaux par des modèles d'approches locales. Ces travaux s'intègrent dans les problématiques actuelles de la rupture ductile concernant (i) la prédiction de la rupture ductile dans le cas de séisme, (ii) le développement de modèle reproduisant le phénomène de rochet de la porosité ainsi que (iii) l'observation du comportement des cavités soumises à un chargement cyclique. Nous nous sommes efforcés de proposer des éléments de réponses à ces challenges sur des aspects expérimentaux, théoriques, numériques et également applicatifs. Les modèles théoriques développés ont systématiquement été évalués numériquement par comparaison avec des simulations micromécaniques avant d'envisager leur application. L'implémentation du modèle final proposé dans un code de calcul par éléments finis a aussi été réalisé afin de pouvoir appliquer ce modèle à des problèmes de rupture ductile cyclique sur éprouvettes de laboratoire et structures.

Dans la première partie, nous avons rappelé les résultats expérimentaux obtenus lors de travaux précédents et mené un programme expérimental complet sur deux matériaux permettant de caractériser les paramètres d'endommagement et d'observer le comportement des cavités dans la microstructure lorsque celles-ci subissaient un chargement cyclique. Dans le Chapitre 1, nous avons présenté les deux matériaux centraux dans le cadre de la thèse : l'acier ferritique Tu42C et le matériau modèle en acier inoxydable 316L fabriqué par compaction isostatique à chaud afin d'en contrôler la porosité et d'avoir un matériau dont l'état de référence est le même peu importe la zone de prélèvement des éprouvettes. Les essais de caractérisation du comportement du matériaux ont été présentés, ainsi que les essais de déchirure ductile monotone et cyclique sur éprouvettes Compact Tension et sur une maquette échelle 1 représentative d'une tuyauterie secondaire de centrale nucléaire en acier ferritique Tu42C (essais réalisés au CEA dans le cadre des travaux de thèse de Benoit Tranchand). Ces essais, qui permettent de déterminer l'ensemble des paramètres numériques nécessaires à la simulation du comportement d'une structure soumise à un chargement cyclique, permettent aussi d'avoir une caractérisation expérimentale à la fois de l'effet de la porosité et du caractère du chargement cyclique sur la durée de vie du matériau. Dans le Chapitre 2, nous avons



présenté les résultats d'un programme de tomographies par rayons X mené à la ligne de lumière ID17 de l'ESRF à Grenoble. Deux caractérisations, une *post-mortem* et une *in-situ*, des éprouvettes axisymétriques entaillées sélectionnés pour les tomographies ont été réalisées. L'exploitation des images permet de mettre en évidence l'influence du chargement cyclique sur la ductilité apparente du matériau, bien moins importante pour un niveau de chargement donné à celle observée pour un chargement monotone. De plus, le comportement des cavités soumises à une compression a pu être observé. Enfin, un phénomène qui avait déjà été observé a été obtenu avec l'apparition de fissures en bord extérieur des entailles des éprouvettes axisymétriques entaillées au lieu d'une apparition au coeur de l'éprouvette, là où la triaxialité est la plus élevée. Ce phénomène, résultant de la compétition entre plasticité et croissance de cavités, n'est observable que pour de faibles rayons d'entailles qui entraînent une plasticité élevée en bord extérieur d'entaille.

Dans la seconde partie, nous avons explicité l'influence du chargement cyclique sur les modèles de croissance et nous avons proposé un modèle de croissance prenant en compte le phénomène de rochet de la porosité. Dans le Chapitre 3, nous avons proposé un modèle de comportement cyclique avec effet de mémoire inspiré des travaux de CHABOCHE et al., 1979 mais dont l'expression des variables internes de mémoire a été simplifiée afin de permettre de modéliser le comportement cyclique d'un grand nombre de matériaux comme l'acier ferritique ou l'acier inoxydable 316L sur lequel il avait été initialement appliqué par CHABOCHE et al., 1979. Dans le Chapitre 4, nous avons implémenté puis appliqué un modèle de rupture ductile prenant en compte les effets de l'écrouissage MORIN et al., 2017 en négligeant l'élasticité. L'algorithme proposé de projection locale a été implémenté dans le code de calcul Systus® afin de pouvoir appliquer le modèle à des situations où le comportement ductile doit être modélisé pour un chargement cyclique. La première application a été dédiée à la comparaison des prédictions du modèle avec des calculs micromécaniques d'évolution de cellules élémentaires chargées de manière cyclique à triaxialité constante (DEVAUX et al., 1997, LACROIX et al., 2016) : le modèle a permis de reproduire les calculs numériques du point de vue de l'évolution de la porosité. Il a été mis en évidence que le phénomène de rochet, mis en évidence pour une matrice avec un écrouissage isotrope, dépendait tant du type d'écrouissage que des paramètres d'écrouissages avec la possibilité d'un comportement de la porosité « en cloche » au lieu d'un phénomène de rochet, voire les deux phénomènes combinés. Ces résultats ont permis de montrer les différents comportements possibles de la porosité et de confirmer leur importance dans la modélisation de la croissance des cavités. Afin de surmonter la limitation liée à l'hypothèse d'absence d'élasticité, nous avons développé dans le Chapitre 5 un critère incluant les effets du couplage élasto-plastique par une extension heuristique du critère de MORIN et al., 2017. Cette extension, heuristique pour le critère de plasticité, est cependant fondée sur la détermination exacte de l'équation de taux de porosité, incluant les déformations élastiques, dans le cas d'une sphère creuse. Dans ce cas aussi, le

modèle a été validé par comparaisons avec des simulations micromécaniques mettant en évidence le rôle important de l'élasticité dans la croissance de la porosité dans le cas de chargement cyclique.

Enfin, la troisième partie a été consacrée à l'application du modèle sur des éprouvettes de laboratoire et des structures. Nous avons appliqué au Chapitre 6 le modèle développé dans le cadre de cette thèse à un matériau représentatif de tuyauterie secondaire de centrale nucléaire, l'acier Tu42C, en modélisant son comportement monotone et cyclique et en caractérisant les paramètres d'endommagement associé à ce matériau. Les résultats obtenus, notamment sur éprouvettes CT chargées cycliquement, montrent la pertinence du modèle pour simuler le comportement ductile cyclique. Les phénomènes de fermeture de fissure ont pu être reproduit à travers une actualisation de la porosité en compression. Cependant, des difficultés importantes de convergence sont apparues lorsque le nombre d'éléments rompus augmente et que ces éléments sont mis en compression. Néanmoins, les résultats obtenus sur l'essai structure de flexions quatre points alternées sur une maquette représentative d'un tube échelle 1 de tuyauterie secondaire confirme l'intérêt du développement d'un tel modèle et la pertinence de son application, même si des améliorations doivent être implémentées afin de permettre une plus grande propagation de la fissure. Enfin, le Chapitre 7 a présenté les résultats obtenus dans le cadre de l'IDFS, un benchmark entre différents modèles de rupture ductile cyclique organisé par le CRIEPI au Japon. La démarche présentée au chapitre précédent a été reproduite afin de modéliser le comportement monotone et cyclique de plusieurs tubes en acier ferritique. Ici, les résultats obtenus par le modèle ont été particulièrement satisfaisants pour un modèle d'approche locale de la rupture ductile et en moyenne meilleurs que ceux obtenus par les autres modèles. Néanmoins, des améliorations au modèle développé vis-à-vis de la propagation de fissure probablement liées à la gestion des éléments rompus par le code par éléments finis sont à apporter ; d'autres modèles d'approches locales similaires (avec, donc, les mêmes problématiques de convergence lors de la mise en compression d'éléments rompus) ont en effet présenté des propagations bien plus importantes.

## Perspectives

Ces travaux laissent de nombreuses perspectives, aussi bien sur le plan théorique que sur le plan applicatif.

Pour compléter les travaux expérimentaux de la première partie, il serait intéressant d'aborder les points suivants :

- Les essais de tomographies *in-situ* mériteraient un traitement d'analyse d'image plus avancé, avec des études en 3D menées sur toute la hauteur des entailles et une étude plus précise de la croissance des cavités (lien avec la triaxialité, prise en compte des effets de formes) et une détermination fine des phénomènes de coalescence.

- Le procédé de fabrication des éprouvettes en acier inoxydable permet une excellente représentativité entre deux éprouvettes. Ainsi, la comparaison avec un essai monotone *in-situ* compléterait les données disponibles et permettrait de conclure expérimentalement sur l'effet du chargement cyclique pour les matériaux étudiés et ainsi mettre en évidence l'effet de rochet de la porosité.
- De même, d'autres types d'éprouvette (au moins avec un rayon d'entaille bien plus grand) doivent être étudiés afin de mieux comprendre la compétition entre plasticité et croissance de cavités et étudier plus finement le phénomène d'apparition de fissure en bord extérieur d'entaille.

D'autre part, le développement des modèles de croissance adapté à des chargements cycliques en est encore à ses débuts ; de nombreuses études restent à mener :

- Le modèle ne prend pas en compte de nombreux phénomènes observés par tomographie et par simulations micromécaniques, au premier titre le changement de forme des cavités qui ne restent pas sphériques au cours des chargements,
- La détermination du paramètre  $\beta$  introduit heuristiquement pourrait être améliorée par une exploitation plus approfondie des simulations micromécaniques, par exemple par une méthode inverse, même si l'influence sur les calculs numériques d'une telle modification semble limité,
- Le modèle proposé, permettant de modéliser de manière satisfaisante le phénomène de rochet de la porosité, ne permet pas de prédire l'apparition de fissure en bord extérieur d'entailles pour une éprouvette axisymétrique entaillée de rayon faible chargée cycliquement. A la différence du cas monotone, il apparait qu'une compétition entre plasticité et croissance de cavités importantes soit en jeu et non prise en compte dans le modèle tel qu'il est construit.

Enfin, du point de vue de l'implémentation numérique du modèle, des améliorations peuvent-être simplement apportées :

- Les problématiques de convergence, connues pour les modèles d'approches locales, sont ici exacerbées à travers la prise en compte du contact et la mise en compression d'éléments rompus. De nombreuses pistes permettraient d'améliorer cette lacune, que ce soit à travers des éléments de régularisation ou bien en transformant les éléments rompus en matériau élastique de faible rigidité. Cette seconde piste ne doit pas occulter l'actualisation de la valeur de porosité au cours du calcul afin de pouvoir prendre en compte le phénomène de fermeture des fissures lors de la compression.
- La comparaison des résultats obtenus dans le cadre du benchmark montre qu'indépendamment des pistes d'amélioration pour gérer au mieux la compression des éléments rompus, des optimisations intrinsèques de l'algorithme de projection élasto-plastique ou de son intégration dans le code éléments finis peuvent-être conduites.

# Bibliographie

- ANCELET, O. & MATHERON, P. (2010). Development of a new measurement system for tensile testing. In *Pressure Vessels and Piping Conference* (T. 49255, p. 861-869).
- ARGON, A., IM, J. & SAFOGLU, R. (1975). Cavity formation from inclusions in ductile fracture. *Metallurgical transactions A*, 6(4), 825.
- ARMSTRONG, P. J. & FREDERICK, C. (1966). *A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect*. Central Electricity Generating Board [and] Berkeley Nuclear Laboratories ...
- BABOUT, L., BRECHET, Y., MAIRE, E. & FOUGERES, R. (2004). On the competition between particle fracture and particle decohesion in metal matrix composites. *Acta materialia*, 52(15), 4517-4525.
- BABOUT, L., MAIRE, E., BUFFIERE, J. & FOUGERES, R. (2001). Characterization by X-ray computed tomography of decohesion, porosity growth and coalescence in model metal matrix composites. *Acta Materialia*, 49(11), 2055-2063.
- BABOUT, L., MAIRE, E. & FOUGERES, R. (2004). Damage initiation in model metallic materials : X-ray tomography and modelling. *Acta Materialia*, 52(8), 2475-2487.
- BECKER, R. & NEEDLEMAN, A. (1986). Effect of yield surface curvature on necking and failure in porous plastic solids. *Journal of Applied Mechanics*, 53(3), 491-499.
- BENZERGA, A. (2000). *Rupture ductile des tôles anisotropes. Simulation de la propagation longitudinale dans un tube pressurisé* (thèse de doct., Paris, ENMP).
- BENZERGA, A., BESSON, J. & PINEAU, A. (1999). Coalescence-controlled anisotropic ductile fracture. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 121(2), 221-229.
- BENZERGA, A., BESSON, J. & PINEAU, A. (2004). Anisotropic ductile fracture : Part I : experiments. *Acta Materialia*, 52(15), 4623-4638.
- BENZERGA, A. & LEBLOND, J. (2010). Ductile fracture by void growth to coalescence. *Advances in applied mechanics*, 44, 169-305.
- BEREMIN, F. (1981). Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel. *Metallurgical Transactions A*, 12(5), 723-731.
- BESSON, J. & GUILLEMER-NEEL, C. (2003). An extension of the Green and Gurson models to kinematic hardening. *Mechanics of materials*, 35(1-2), 1-18.
- BESSON, J. [Jacques], CAILLETAUD, G., CHABOCHE, J. & FOREST, S. (2001). *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermès Science Publ.
- BLOUIN, A. (2012). *Rupture des liaisons bimétalliques dans la transition fragile-ductile* (thèse de doct., Saint-Etienne, Ecole nationale d'ingénieurs).
- BOUCHARD, P.-O., BOURGEON, L., LACHAPELE, H., MAIRE, E., VERDU, C., FORESTIER, R. & LOGÉ, R. E. (2008). On the influence of particle distribution and reverse loading on damage mechanisms of ductile steels. *Materials Science and engineering : A*, 496(1-2), 223-233.
- BRIDGMAN, P. W. (1952). *Studies in large plastic flow and fracture : with special emphasis on the effects of hydrostatic pressure*. Harvard University Press.

- BROCKS, W. & STEGLICH, D. [Dirk]. (2003). Damage models for cyclic plasticity. In *Key Engineering Materials* (T. 251, p. 389-398). Trans Tech Publ.
- BUFFIERE, J.-Y., MAIRE, E., CLOETENS, P., LORMAND, G. & FOUGERES, R. (1999). Characterization of internal damage in a MMCp using X-ray synchrotron phase contrast microtomography. *Acta materialia*, 47(5), 1613-1625.
- CAO, T.-S., MAZIÈRE, M., DANAS, K. & BESSON, J. (2015). A model for ductile damage prediction at low stress triaxialities incorporating void shape change and void rotation. *International Journal of Solids and Structures*, 63, 240-263.
- CASTAÑEDA, P. (1991). The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39(1), 45-71.
- CHABOCHE, J. (1977). Viscoplastic Constitutive Equations for the Description of Cyclic and Anisotropic Behaviour of Metals, Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences. *Serie des Sciences Techniques*, 25(1), 33.
- CHABOCHE, J. (1986). Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *International Journal of plasticity*, 2(2), 149-188.
- CHABOCHE, J. (1989). Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International journal of plasticity*, 5(3), 247-302.
- CHABOCHE, J. (2008). A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International journal of plasticity*, 24(10), 1642-1693.
- CHABOCHE, J., DANG VAN, K. & CORDIER, G. (1979). Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel.
- CHABOCHE, J. & ROUSSELIER, G. (1983). On the plastic and viscoplastic constitutive equations—Part I : Rules developed with internal variable concept. *Journal of Vessel Technology*, 153-158.
- CHENG, L., DANAS, K., CONSTANTINESCU, A. & KONDO, D. (2017). A homogenization model for porous ductile solids under cyclic loads comprising a matrix with isotropic and linear kinematic hardening. *International Journal of Solids and Structures*, 121, 174-190.
- COX, T. & LOW, J. R. (1974). An investigation of the plastic fracture of AISI 4340 and 18 Nickel-200 grade maraging steels. *Metallurgical Transactions*, 5(6), 1457-1470.
- DAFALIAS, Y. (1983). Corotational rates for kinematic hardening at large plastic deformations.
- DEVAUX, J., GOLOGANU, M., LEBLOND, J. & PERRIN, G. (1997). On continued void growth in ductile metals subjected to cyclic loadings. In *IUTAM Symposium on Nonlinear Analysis of Fracture* (p. 299-310). Springer.
- DRUCKER, D., PRAGER, W. & GREENBERG, H. (1952). Extended limit design theorems for continuous media. *Quarterly of applied mathematics*, 9(4), 381-389.
- DUBENSKY, E. & KOSS, D. A. (1987). Void/pore distributions and ductile fracture. *Metallurgical Transactions A*, 18(11), 1887-1895.
- ENAKOUTSA, K., LEBLOND, J. & PERRIN, G. (2007). Numerical implementation and assessment of a phenomenological nonlocal model of ductile rupture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196(13-16), 1946-1957.
- FISHER, J. & GURLAND, J. (1981). Void nucleation in spheroidized carbon steels part 1 : experimental. *Metal Science*, 15(5), 185-192.
- FLOREEN, S. & HAYDEN, H. (1970). Some observations of void growth during the tensile deformation of a high strength steel. *Scripta Metallurgica*, 4(2), 87-94.
- FRANKLIN, A. (1969). Comparison between a quantitative microscope and chemical methods for assessment of non-metallic inclusions. *J Iron Steel Inst*, 207(2), 181-186.
- GARRISON JR, W. & MOODY, N. (1987). Ductile fracture. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 48(11), 1035-1074.

- GILLES, P., JULLIEN, B. & MOTTET, G. (1992). Analysis of cyclic effects on ductile tearing strength by a local approach of fracture. *Advances in Fracture/Damage Models for the Analysis of Engineering Problems*, 137, 269-284.
- GOODALL, I., HALES, R. & WALTERS, D. (1981). On constitutive relations and failure criteria of an austenitic steel under cyclic loading at elevated temperature. In *Creep in Structures* (p. 103-127). Springer.
- GOODS, S. & BROWN, L. (1983). The nucleation of cavities by plastic deformation. *Perspectives in Creep Fracture*, 71-85.
- GUPTA, S. K., BHASIN, V., VAZE, K., GHOSH, A. & KUSHWAHA, H. (2007). Effects of simulated seismic loading on LBB assessment of high energy piping.
- GURSON, A. L. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I—Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of engineering materials and technology*, 99(1), 2-15.
- HALPHEN, B. & NGUYEN, Q. S. (1975). Sur les matériaux standard généralisés. *Journal de mécanique*, 14, 39-63.
- HERVE, E. & ZAOUI, A. (1993). N-layered inclusion-based micromechanical modelling. *International Journal of Engineering Science*, 31(1), 1-10.
- HILL, R. (1951). LXXXVIII. On the state of stress in a plastic-rigid body at the yield point. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 42(331), 868-875.
- INOUE, T., IGARI, T., YOSHIDA, F., SUZUKI, A. & MURAKAMI, S. (1985). Inelastic behaviour of 214Cr-1Mo steel under plasticity-creep interaction condition : An interim report of the Bench Mark project by the subcommittee on inelastic analysis and life prediction of high temperature materials, JSMS. *Nuclear Engineering and Design*, 90(3), 287-297.
- JAUMANN, G. (1911). Closed system of physical and chemical differential laws. *Wien. Akad. Sitzungsberichte (Math-Nature Klasse)*, 129, 385-530.
- KANETAKE, N., NOMURA, M. & CHOH, T. (1995). Continuous observation of microstructural degradation during tensile loading of particle reinforced aluminium matrix composites. *Materials science and technology*, 11(12), 1246-1252.
- KHAN, A. S. & HUANG, S. (1995). *Continuum theory of plasticity*. John Wiley & Sons.
- KOBAYASHI, H., KUSUMOTO, T. & NAKAZAWA, H. (1992). The cyclic JR curve and upper-limit characteristic of fatigue-crack growth in 212Cr Mo steel. *International journal of pressure vessels and piping*, 52(3), 337-356.
- KOPLIK, J. & NEEDLEMAN, A. (1988). Void growth and coalescence in porous plastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 24(8), 835-853.
- LACROIX, R., LEBLOND, J. & PERRIN, G. (2016). Numerical study and theoretical modelling of void growth in porous ductile materials subjected to cyclic loadings. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 55, 100-109.
- LE CORRE, V. (2006). *Etude de la compétition déchirure ductile/rupture fragile : Application à la tenue mécanique des tubes en acier C-Mn et de leurs joints soudés*. (Thèse de doct.).
- LEBLOND, J., KONDO, D., MORIN, L. & REMMAL, A. (2018). Classical and sequential limit analysis revisited. *Comptes Rendus Mécanique*, 346(4), 336-349.
- LEBLOND, J. & MORIN, L. (2014). Gurson's criterion and its derivation revisited. *Journal of Applied Mechanics*, 81(5), 051012.
- LEBLOND, J., PERRIN, G. & DEVAUX, J. (1995). An improved Gurson-type model for hardenable ductile metals. *European Journal of Mechanics. A. Solids*, 14(4), 499-527.
- LEMAITRE, J., CHABOCHE, J. & GERMAIN, P. (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod Paris.

- LEU, S.-Y. (2007). Analytical and numerical investigation of strain-hardening viscoplastic thick-walled cylinders under internal pressure by using sequential limit analysis. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 196(25-28), 2713-2722.
- LIMODIN, N., RÉTHORÉ, J., ADRIEN, J., BUFFIÈRE, J.-Y., HILD, F. & ROUX, S. (2011). Analysis and artifact correction for volume correlation measurements using tomographic images from a laboratory X-ray source. *Experimental mechanics*, 51(6), 959-970.
- MAGNUSEN, P., DUBENSKY, E. & KOSS, D. (1988). The effect of void arrays on void linking during ductile fracture. *Acta Metallurgica*, 36(6), 1503-1509.
- MAIRE, E., ZHOU, S., ADRIEN, J. & DIMICHIEL, M. (2011). Damage quantification in aluminium alloys using in situ tensile tests in X-ray tomography. *Engineering Fracture Mechanics*, 78(15), 2679-2690.
- MARQUIS, D. (1979). Etude théorique et vérification expérimentale d'un modèle de plasticité cyclique. *Rapport de Master, Université Pierre et Marie Curie, Paris*, 6.
- MBIAKOP, A., CONSTANTINESCU, A. & DANAS, K. (2015). On void shape effects of periodic elastoplastic materials subjected to cyclic loading. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 49, 481-499.
- MCCLINTOCK, F. A. (1968). A criterion for ductile fracture by the growth of holes. *Journal of applied mechanics*, 35(2), 363-371.
- MEAR, M. E. & HUTCHINSON, J. (1985). Influence of yield surface curvature on flow localization in dilatant plasticity. *Mechanics of Materials*, 4(3-4), 395-407.
- MICHEL, J. & SUQUET, P. (1992). The constitutive law of nonlinear viscous and porous materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(4), 783-812.
- MIURA, N., FUJIOKA, T., KASHIMA, K., KANNO, S., HAYASHI, M., ISHIWATA, M. & GOTOH, N. (1994). Low cycle fatigue and ductile fracture for Japanese carbon steel piping under dynamic loadings. *Nuclear engineering and design*, 153(1), 57-69.
- MIURA, N., FUJIOKA, T., KASHIMA, K., MIYAZAKI, K., KANNO, S., HAYASHI, M., ... GOTOH, N. (1996). Evaluation of low-cycle fatigue crack growth and subsequent ductile fracture for cracked pipe experiments using cyclic J-integral. In *Fatigue and fracture-1996 : Volume 1. PVP-Volume 323*.
- MIURA, N., KASHIMA, K., MIYAZAKI, K. & KANNO, S. (1997). Effect of negative stress ratio on crack growth for cracked pipe subjected to cyclic loading with large-scale yielding. *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division(Publication) PVP. 350*, 231-240.
- MIYAZAKI, K., KANNO, S., HAYASHI, M., ISHIWATA, M., GOTOH, N., MIURA, N., ... KASHIMA, K. (1995). Fracture behavior under low cycle fatigue loadings in Japanese carbon steel welded pipe joints with a defect. In *Fatigue and fracture mechanics in pressure vessels and piping. PVP-Volume 304*.
- MORETON, D., MOFFAT, D. & PARKINSON, D. (1981). The yield surface behaviour of pressure vessel steels. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 16(2), 127-137.
- MORIN, L., MICHEL, J. & LEBLOND, J. (2017). A Gurson-type layer model for ductile porous solids with isotropic and kinematic hardening. *International Journal of Solids and Structures*, 118, 167-178.
- NEEDLEMAN, A. & TVERGAARD, V. [Vf]. (1984). An analysis of ductile rupture in notched bars. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 32(6), 461-490.
- NGUYEN, Q. S. (1977). On the elastic plastic initial-boundary value problem and its numerical integration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 11(5), 817-832.

- NGUYEN, T. H. (2009). *Prédiction de la non-rupture fragile dans un joint soudé en acier C-Mn dans le domaine de la transition fragile/ductile* (Theses, Ecole Centrale de Lille). Récupérée à partir de <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00578811>
- OHNO, N. (1982). A constitutive model of cyclic plasticity with a nonhardening strain region. *Journal of Applied Mechanics*, 49(4), 721-727.
- PARDOEN, T., DOGHRI, I. & DELANNAY, F. (1998). Experimental and numerical comparison of void growth models and void coalescence criteria for the prediction of ductile fracture in copper bars. *Acta Materialia*, 46(2), 541-552.
- PARK, I.-G. & THOMPSON, A. W. (1988). Ductile fracture in spheroidized 1520 steel. *Acta Metallurgica*, 36(7), 1653-1664.
- PIRONDI, A. & BONORA, N. (2003). Modeling ductile damage under fully reversed cycling. *Computational Materials Science*, 26, 129-141.
- PIRONDI, A., BONORA, N., STEGLICH, D., BROCKS, W. & HELLMANN, D. (2006). Simulation of failure under cyclic plastic loading by damage models. *International Journal of Plasticity*, 22(11), 2146-2170.
- PRAGER, W. (1949). Recent developments in the mathematical theory of plasticity. *Journal of applied physics*, 20(3), 235-241.
- PUTTICK, K. (1959). Ductile fracture in metals. *Philosophical magazine*, 4(44), 964-969.
- RABOLD, F. & KUNA, M. (2005). Cell model simulation of void growth in nodular cast iron under cyclic loading. *Computational materials science*, 32(3-4), 489-497.
- RICE, J. & TRACEY, D. M. (1969). On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 17(3), 201-217.
- RICE, J. R. (1971). Inelastic constitutive relations for solids : an internal-variable theory and its application to metal plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 19(6), 433-455.
- RUDLAND, D., BRUST, F. & WILKOWSKI, G. (1996). *The effects of cyclic and dynamic loading on the fracture resistance of nuclear piping steels. Technical report, October 1992–April 1996.* Nuclear Regulatory Commission.
- RUDLAND, D., SCOTT, P. & WILKOWSKI, G. (1996). *The effect of cyclic and dynamic loads on carbon steel pipe.* Nuclear Regulatory Commission.
- SCHMIDT, R., WILKOWSKI, G. & MAYFIELD, M. E. (1991). The international piping integrity research group (IPIRG) program-an overview.
- SINGH, P., RANGANATH, V., TARAFDER, S., PRASAD, P., BHASIN, V., VAZE, K. & KUSHWAHA, H. (2003). Effect of cyclic loading on elastic–plastic fracture resistance of PHT system piping material of PHWR. *International journal of pressure vessels and piping*, 80(10), 745-752.
- STEGLICH, D., PIRONDI, A., BONORA, N. & BROCKS, W. (2005). Micromechanical modelling of cyclic plasticity incorporating damage. *International Journal of Solids and Structures*, 42(2), 337-351.
- STOLZ, C. (1987). Anélasticité et stabilité. *Thèse de doctorat ès sciences mathématiques, Paris 6.*
- STOLZ, C. (1997). Large plastic deformation of polycrystals. In *Large Plastic Deformation of Crystalline Aggregates* (p. 81-108). Springer.
- STOLZ, C. (1998). Micro-macro transition in non linear mechanics. In *Continuum Mechanics and Discrete system 9.*
- TALBOT, D. & WILLIS, J. (1985). Variational principles for inhomogeneous non-linear media. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 35(1), 39-54.
- THOMPSON, A. W. & WILLIAMS, J. C. (1978). Nuclei for ductile fracture in titanium. *Advances in research on the strength and fracture of materials*, 343-348.



- TVERGAARD, V. (1981). Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. *International Journal of fracture*, 17(4), 389-407.
- TVERGAARD, V. & NEEDLEMAN, A. (1984). Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta metallurgica*, 32(1), 157-169.
- WECK, A., WILKINSON, D. & MAIRE, E. (2008). Observation of void nucleation, growth and coalescence in a model metal matrix composite using X-ray tomography. *Materials Science and Engineering : A*, 488(1-2), 435-445.
- XUE, Z., FALESKOG, J. & HUTCHINSON, J. W. (2013). Tension–torsion fracture experiments–Part II : Simulations with the extended Gurson model and a ductile fracture criterion based on plastic strain. *International Journal of Solids and Structures*, 50(25-26), 4258-4269.
- YANG, W. H. (1993). Large deformation of structures by sequential limit analysis. *International journal of solids and structures*, 30(7), 1001-1013.

## Annexes à l'introduction de la Partie II

### A.1 Cas de la sphère creuse sous chargement hydrostatique

*Les éléments ci-dessous sont ceux présentés dans l'introduction de la Partie II, ils sont rappelés en amont des preuves succinctes données pour les Arguments 1 et 2.*

On note  $A$  et  $a$  les rayons intérieurs initial et actuel de la sphère,  $B$  et  $b$  les rayons extérieurs initial et actuel,  $R$  et  $r$  les coordonnées radiales initiale et actuelle d'un point matériel, c'est à dire suivi dans son mouvement. Les porosités initiale et actuelle valent :

$$f_0 = \frac{A^3}{B^3}; f = \frac{a^3}{b^3}$$

Le matériau est rigide-plastique et obéit au critère de Mises et à la loi d'écoulement associée. Il présente un écrouissage isotrope décrit par la fonction  $\sigma(\epsilon_{eq})$  donnant la limite d'élasticité en traction simple en fonction de la déformation équivalente cumulée. Le problème est de déterminer la valeur  $\Sigma_m^e$  de la contrainte de traction radiale qu'il faut exercer sur la surface externe pour provoquer l'écoulement, en fonction du paramètre de chargement : le déplacement radial de cette surface ou tout autre paramètre lié.

Du fait de l'incompressibilité, on a à tout instant et pour tout  $r$  :  $r^3 - a^3 = R^3 - A^3$ . Il existe donc une quantité  $\omega$  ne dépendant que du temps, pouvant être considérée comme paramètre de chargement, telle que :

$$r^3 - R^3 = a^3 - A^3 = b^3 - B^3 \equiv \Delta\omega$$

Cette quantité peut être interprétée, au facteur  $\frac{4\pi}{3}$  près, comme le volume additionnel du vide (augmentation du volume de la cavité centrale). Elle est bien sûr reliée à l'augmentation de la porosité :

$$b^3 - B^3 = B^3 \left( \frac{b^3}{B^3} - 1 \right) = a^3 - A^3 = B^3 \left( \frac{a^3}{b^3} \frac{b^3}{B^3} - \frac{A^3}{B^3} \right) = B^3 \left( f \frac{b^3}{B^3} - f_0 \right)$$

Et donc :

$$\Delta\omega = B^3 \frac{f - f_0}{1 - f}$$

Les champs de vitesse et de taux de déformation sont donnés, en coordonnées sphériques,

par :

$$\underline{v}(\underline{x}) = \dot{r} \underline{e}_r = \frac{\dot{\omega}}{3r^3} \underline{e}_r; \quad \underline{d}(\underline{x}) = \frac{\dot{\omega}}{3r^3} (-2\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\phi \otimes \underline{e}_\phi)$$

Le taux de déformation équivalent et la déformation équivalente cumulée valent donc :

$$d_{eq} = \left( \frac{2}{3} \underline{d} : \underline{d} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2\dot{\omega}}{3r^3} = \frac{2\dot{r}}{r}$$

$$\epsilon_{eq} = \int_0^t d_{eq}(\tau) d\tau = 2 \ln\left(\frac{r}{R}\right) = \frac{2}{3} \ln\left(\frac{r^3}{r^3 - \Delta\omega}\right)$$

Le critère s'écrit  $\sigma_{eq} = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr} = \sigma(\epsilon_{eq})$  et l'équation d'équilibre :  $\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = \frac{2}{r}(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr})$ ; compte tenu des conditions aux limites  $\sigma_{rr}(a) = 0, \sigma_{rr}(b) = \Sigma_m^e$ , on obtient donc :

$$\Sigma_m^e = \int_a^b \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}(r) dr = \frac{2}{3} \int_{a^3}^{b^3} \sigma\left(\frac{2}{3} \ln\left(\frac{r^3}{r^3 - \Delta\omega}\right)\right) \frac{dr^3}{r^3}$$

Cette formule fournit la solution du problème envisagé. Bien entendu, dans le cas parfaitement plastique, elle redonne le résultat fourni par le critère de Gurson dans le cas d'une matrice rigide-parfaitement plastique.

Nous allons maintenant voir qu'en dépit de cela, ce modèle est, dans le cas d'une matrice écrouissable, incompatible avec la solution exacte que nous venons d'exposer. Ceci résulte de l'un quelconque des deux arguments suivants :

**Argument 1 :** La valeur  $\Sigma_{m,G}^e$  de la contrainte d'écoulement d'une sphère creuse rigide-écrouissable chargée en traction hydrostatique déduite du modèle de Gurson est différente de la valeur exacte  $\Sigma_m^e$  donnée ci-dessus.

**Argument 2 :** Les contraintes d'écoulement  $\Sigma_m^e, \Sigma_{eq}^e$  d'une sphère creuse rigide-écrouissable sous chargement purement hydrostatique ou purement déviatorique, après écrouissage préalable sous chargement purement hydrostatique, ne peuvent s'exprimer à l'aide d'un seul paramètre  $\bar{\sigma}$ , comme le prétend le modèle de Gurson.

## A.2 Preuve de l'Argument 1

Pour un chargement hydrostatique, le critère de Gurson donne  $\Sigma_{m,G}^e = -\frac{2}{3}\bar{\sigma} \ln(f)$ . A partir de l'équation d'évolution de  $\bar{\sigma}$ , on obtient :

$$3D_m = -\frac{3}{2} \frac{1-f}{\ln(f)} \dot{\bar{\sigma}}$$

L'équation d'évolution de  $f$  donne alors :

$$\dot{f} = 3(1-f)D_m = -\frac{3}{2} \frac{(1-f)^2}{\ln(f)} \dot{\bar{\sigma}} \Rightarrow \frac{d\bar{\sigma}}{df} = -\frac{2}{3} \frac{\ln(f)}{(1-f)^2}$$

On en déduit après intégration que :

$$\bar{\epsilon} = -\frac{2}{3} \frac{f}{1-f} \ln(f) + \frac{2}{3} \frac{f_0}{1-f_0} \ln(f_0) + \frac{2}{3} \ln\left(\frac{1-f_0}{1-f}\right)$$

Il se trouve que ce résultat est exactement la valeur moyenne de la déformation microscopique équivalente cumulée dans le problème de la sphère creuse discuté ci-dessus :

$$\begin{aligned} \langle \epsilon_{eq} \rangle_{\Omega-\omega} &= \frac{1}{b^3 - a^3} \int_{a^3}^{b^3} \frac{2}{3} \ln\left(\frac{r^3}{r^3 - \Delta\omega}\right) dr^3 \\ &= -\frac{2}{3} \frac{f}{1-f} \ln(f) + \frac{2}{3} \frac{f_0}{1-f_0} \ln(f_0) + \frac{2}{3} \ln\left(\frac{1-f_0}{1-f}\right) \end{aligned}$$

On en déduit que la valeur de la contrainte d'écoulement donnée par le critère de Gurson est telle que :

$$\frac{\Sigma_{m,G}^e}{-\frac{2}{3} \ln(f)} = \sigma(\bar{\epsilon}) = \sigma(\langle \epsilon_{eq} \rangle_{\Omega-\omega})$$

Tandis que la formule exacte calculée plus haut est :

$$\frac{\Sigma_m^e}{-\frac{2}{3} \ln(f)} = \frac{\int_{a^3}^{b^3} \sigma(\epsilon_{eq}(r)) \frac{dr^3}{r^3}}{\int_{a^3}^{b^3} \frac{dr^3}{r^3}}$$

### A.3 Preuve de l'Argument 2

Commençons par noter qu'en raison du fait que la mesure  $\frac{dr^3}{r^3}$  « favorise » le voisinage de la cavité où  $\sigma(\epsilon_{eq})$  est maximum, on a, pour un écoulement préalable sous chargement purement hydrostatique :

$$\frac{\Sigma_m^e}{-\frac{2}{3} \ln(f)} > \langle \sigma(\epsilon_{eq}) \rangle_{\Omega-\omega}$$

D'autre part, la contrainte d'écoulement sous chargement purement déviatorique, après le même écoulement préalable, ou même d'ailleurs après n'importe quel écoulement, vérifie :

$$\Sigma_{eq}^e \leq (1-f) \langle \epsilon_{eq} \rangle_{\Omega-\omega}$$

(On peut appliquer Cauchy-Schwartz à la norme de Mises pour le démontrer)

En combinant les deux inégalités précédentes, on conclut que :

$$\frac{\Sigma_m^e}{-\frac{2}{3} \ln(f)} > \frac{\Sigma_{eq}^e}{(1-f)}$$

Il apparaît là une contradiction avec le modèle de Gurson, qui attribue aux deux membres la même valeur  $\bar{\sigma}$ .



## Matériaux standards généralisés (tiré de HALPHEN et NGUYEN, 1975 et de ENAKOUTSA et al., 2007)

La théorie des matériaux standards généralisés ne s'applique que dans le cas des théories linéarisées. Nous présentons ici une synthèse des travaux de Halphen et de Nguyen (HALPHEN et NGUYEN, 1975) reprise de l'annexe des travaux de ENAKOUTSA et al., 2007. Les relations constitutives d'un matériau standard généralisé dépend de deux potentiels thermodynamiques. Le premier est l'énergie libre  $\psi(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha})$ , qui est une fonction du tenseur de déformation  $\underline{\epsilon}$  et d'une famille de paramètres internes que l'on regroupe dans le vecteur  $\underline{\alpha}$ . L'énergie libre est convexe en chacune de ces deux variables. Le tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$  et la force thermodynamique  $\underline{F}$  associée à  $\underline{\alpha}$  sont ainsi donnés par les relations suivantes :

$$\underline{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\epsilon}}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}) \quad (\text{B.1})$$

$$\underline{F} = -\frac{\partial \psi}{\partial \underline{\alpha}}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}) \quad (\text{B.2})$$

Le second potentiel thermodynamique est le potentiel de dissipation  $\phi(\underline{\dot{\alpha}})$ . La fonction  $\phi$  doit être convexe, positive et nulle pour  $\underline{\dot{\alpha}} = \underline{0}$ . Elle gouverne l'évolution des paramètres internes à travers les équations équivalentes :

$$\underline{F} \in \partial \phi(\underline{\dot{\alpha}}) \iff \underline{\dot{\alpha}} \in \partial \tilde{\phi}(\underline{F}) \quad (\text{B.3})$$

où  $\tilde{\phi}$  est la transformée de Legendre-Fenchel de  $\phi$ , et  $\partial \phi$  et  $\partial \tilde{\phi}$  les sous différentielles de  $\phi$  et  $\tilde{\phi}$ . Dans le cas d'un comportement indépendant du temps,  $\phi$  est une fonction positivement homogène de degré 1 en  $\underline{\dot{\alpha}}$ . Sa transformée de Legendre-Fenchel  $\tilde{\phi}$  est alors la fonction indicatrice d'un ensemble convexe fermé  $\mathcal{C}$  (qui représente en pratique le domaine de réversibilité) dans l'espace des forces thermodynamiques  $\underline{F}$ . Cet espace étant défini par une inégalité du type  $\Phi(\underline{F}) \leq 0$  pour une certaine fonction  $\Phi$ , la sous différentielle  $\partial \tilde{\phi}(\underline{F})$  est alors le vecteur nul si  $\underline{F}$  est à l'intérieur de  $\mathcal{C}$ , est l'ensemble vide si  $\underline{F}$  est en dehors de  $\mathcal{C}$ , et correspond à la demi-droite  $\left\{ \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{F}}(\underline{F}), \eta \geq 0 \right\}$  si  $\underline{F}$  est au bord du domaine  $\mathcal{C}$ . La loi d'évolution

(C.3) de  $\underline{\alpha}$  peut dès lors être ré-écrite :

$$\underline{\dot{\alpha}} = \eta \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{F}}(\underline{F}), \quad \eta = 0 \text{ si } \Phi(\underline{F}) < 0, \quad \eta \geq 0 \text{ si } \Phi(\underline{F}) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Ce qui revient à considérer que  $\underline{\alpha}$  obéit à une sorte de « loi de normalité étendue ». Les matériaux standards généralisés ont plusieurs propriétés intéressantes. Nous allons ici en présenter trois. La première est que l'équation d'évolution (C.3) en  $\underline{\alpha}$  garantit automatiquement la positivité de la dissipation  $\mathcal{D} = \underline{F} \cdot \underline{\dot{\alpha}}$ , et donc la consistance du point de vue thermodynamique du modèle. En effet, par la définition même de la sous différentiel de  $\phi$ , on a :

$$\underline{F} \in \partial \phi(\underline{\dot{\alpha}}) \Rightarrow \underline{F} \cdot (\underline{0} - \underline{\dot{\alpha}}) \leq \phi(\underline{0}) - \phi(\underline{\dot{\alpha}}) \Rightarrow -\underline{F} \cdot \underline{\dot{\alpha}} \leq -\phi(\underline{\dot{\alpha}}) \Rightarrow \mathcal{D} \geq \phi(\underline{\dot{\alpha}}) \geq 0$$

La seconde propriété est pratique du point de vue numérique : en supposant que l'équation d'évolution (C.3) en  $\underline{\alpha}$  est discrétisée en temps par un schéma **implicite**, le « problème de projection » qui consiste à déterminer la valeur de  $\underline{\alpha}(t + \Delta t)$  (ou, de manière équivalente, de  $\Delta \underline{\alpha} = \underline{\alpha}(t + \Delta t) - \underline{\alpha}(t)$ ) à partir des valeurs  $\underline{\underline{\epsilon}}(t)$ ,  $\underline{\underline{\alpha}}(t)$  et de  $\Delta \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t) - \underline{\underline{\epsilon}}(t)$ , est équivalent à minimiser la fonction :

$$\chi(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t), \Delta \underline{\underline{\alpha}}) = \psi(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t) + \Delta \underline{\underline{\alpha}}) + \phi(\Delta \underline{\underline{\alpha}}) \quad (\text{B.5})$$

par rapport à  $\Delta \underline{\underline{\alpha}}$ . Pour établir cette propriété, notons que la fonction  $\chi$  soit minimale au point  $\Delta \underline{\underline{\alpha}}$  signifie que :

$$\begin{aligned} \underline{0} \in \partial \chi(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t), \Delta \underline{\underline{\alpha}}) &\iff \underline{0} \in \frac{\partial \psi}{\partial \Delta \underline{\underline{\alpha}}}(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t) + \Delta \underline{\underline{\alpha}}) + \partial \phi(\Delta \underline{\underline{\alpha}}) \\ &\iff -\frac{\partial \psi}{\partial \Delta \underline{\underline{\alpha}}}(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t) + \Delta \underline{\underline{\alpha}}) \in \partial \phi(\Delta \underline{\underline{\alpha}}) \\ &\iff \underline{F} \in \partial \phi(\Delta \underline{\underline{\alpha}}) \end{aligned}$$

où  $\underline{F}$  correspond aux forces thermodynamiques au temps  $t + \Delta t$ . On retrouve ainsi la partie gauche de l'équation d'évolution (C.3) en  $\underline{\alpha}$ , discrétisée par un schéma implicite en temps. Comme les fonctions  $\psi(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t) + \Delta \underline{\underline{\alpha}})$  et  $\phi(\Delta \underline{\underline{\alpha}})$  sont convexes par rapport à  $\Delta \underline{\underline{\alpha}}$ , l'équivalence établie ci-dessus montre l'existence d'une solution, et son unicité dans le cas où l'énergie libre est strictement convexe en  $\underline{\alpha}$ . La troisième propriété, elle aussi pratique du point de vue numérique, est que la matrice tangente de l'itération élasto-plastique globale est symétrique. En considérant la forme de Voigt des déformations et des contraintes :  $\underline{\underline{\epsilon}} \equiv (\epsilon_i)_{1 \leq i \leq 6}$ ,  $\underline{\underline{\sigma}} \equiv (\sigma_i)_{1 \leq i \leq 6}$ , et en considérant le vecteur des paramètres internes  $\underline{\underline{\alpha}} \equiv (\alpha_p)_{1 \leq p \leq N}$ . La matrice tangente en question ici est alors  $(\frac{\partial \sigma_i}{\partial \epsilon_j})_{1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6}$ , où  $\underline{\underline{\sigma}}$  n'est exprimé qu'en fonction de  $\underline{\underline{\epsilon}}$  :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}})) \quad (\text{B.6})$$

Dans cette expression,  $\underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}}) = \underline{\underline{\alpha}}(t) + \Delta \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}})$  et  $\Delta \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}})$  minimise  $\chi(\underline{\underline{\epsilon}}(t + \Delta t), \underline{\underline{\alpha}}(t), \Delta \underline{\underline{\alpha}})$ . En différenciant l'équation (C.6) on obtient :

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \epsilon_j}(\underline{\underline{\epsilon}}) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_i \partial \epsilon_j}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}})) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_i \partial \alpha_p}(\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\alpha}}(\underline{\underline{\epsilon}})) \frac{\partial \Delta \alpha_p}{\partial \epsilon_j}(\underline{\underline{\epsilon}}) \quad (\text{B.7})$$

Pour évaluer  $\frac{\partial \Delta \alpha_p}{\partial \epsilon_j}$ , on différencie la condition  $\frac{\partial \chi}{\partial \Delta \alpha_p} = 0$ , donnant  $\Delta \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})$ , par rapport à  $\epsilon_j$ , en utilisant la définition (C.5) de  $\chi$  :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_i \partial \alpha_p}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \Delta \alpha_p \partial \Delta \alpha_q}(\Delta \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) \frac{\partial \Delta \alpha_q}{\partial \epsilon_j}(\underline{\epsilon}) = 0 \quad (\text{B.8})$$

Soit  $\underline{\underline{M}}$  la matrice inverse de la matrice hessienne  $\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \Delta \alpha_p \partial \Delta \alpha_q} \right)_{1 \leq p \leq N, 1 \leq q \leq N}$ . Par l'équation (C.8), on a :

$$\frac{\partial \Delta \alpha_q}{\partial \epsilon_j}(\underline{\epsilon}) = -M_{pq}(\Delta \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_j \partial \Delta \alpha_q}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) \quad (\text{B.9})$$

En réinjectant ce résultat dans l'équation (C.7), on obtient :

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \epsilon_j}(\underline{\epsilon}) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_i \partial \epsilon_j}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) - \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_i \partial \alpha_p}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) M_{pq}(\Delta \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \epsilon_j \partial \Delta \alpha_q}(\underline{\epsilon}, \underline{\alpha}(\underline{\epsilon})) \quad (\text{B.10})$$

ce qui montre clairement que la matrice  $\left( \frac{\partial \sigma_i}{\partial \epsilon_j} \right)_{1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6}$  est symétrique.





## Annexes au Chapitre 4

### C.1 Principe de l'algorithme de pilotage en triaxialité constante

Le programme de pilotage en triaxialité est une boucle sur les demi-cycles régit par les valeurs de  $\bar{E}_{eq}$  : tant que  $|\bar{E}_{eq}| \leq \bar{E}_{eq}^{max}$  on reste dans le demi-cycle. Le principe de l'algorithme de pilotage en triaxialité constante implémenté est présenté ici :

Au début du pas temps, à l'instant  $t$ , on suppose les grandeurs connues. L'objectif est de les déterminer au pas de temps  $t + \Delta t$ , tout en garantissant une valeur de triaxialité de  $T$ . Le calcul est réalisé dans le cadre d'une modélisation axisymétrique.

On décide de fixer l'incrément en déformation  $de_y$  et de chercher l'incrément de déformation  $de_x$  permettant d'atteindre une triaxialité  $T_{cible}$ . Pour cela on fixe la valeur de l'incrément d'incrément de déformation selon  $x$  :  $ddex$ , pour trouver un intervalle  $[de_x^{min}; de_x^{max}]$  tels que les triaxialité calculées pour chacun de ces incréments  $T_1 = T(de_x^{min}, de_y)$  et  $T_2 = T(de_x^{max}, de_y)$  encadrent  $T_{cible}$ . On réalise ensuite une dichotomie au sein de cet intervalle pour déterminer l'incrément  $de_x$  solution (c'est à dire donnant la valeur  $T_{cible}$  en triaxialité).

L'algorithme permettant de déterminer l'intervalle de la dichotomie est expliqué figure C.1.

L'algorithme de dichotomie permettant de trouver  $de_x$  (en respectant la valeur  $T_{cible}$  avec une précision de  $\epsilon$ ) est donné figure C.2.

Une fois les valeurs des incréments de déformations obtenus, on calcule les déformations puis on passe au pas de temps suivant.

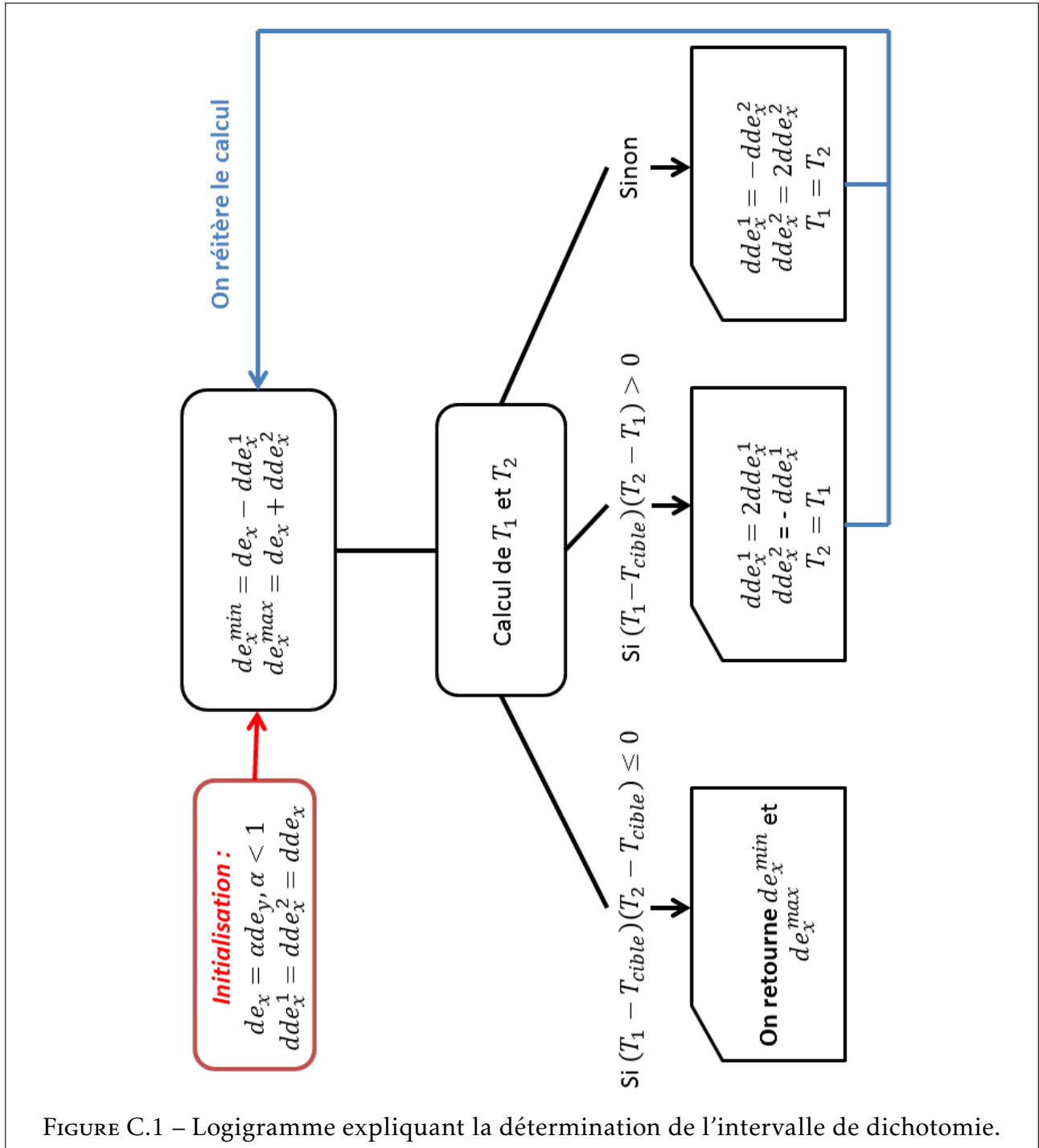


FIGURE C.1 – Logigramme expliquant la détermination de l'intervalle de dichotomie.

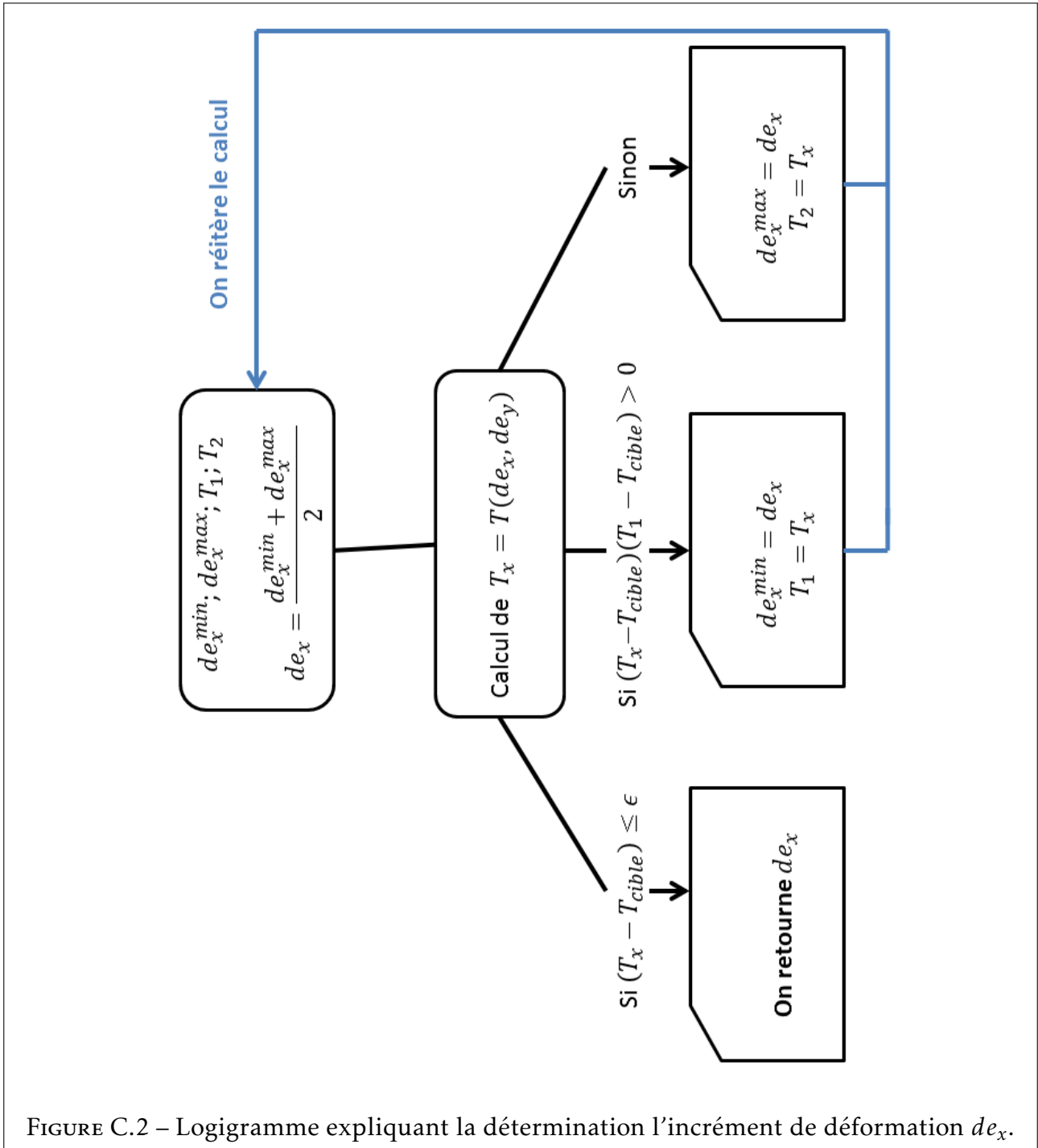


FIGURE C.2 – Logigramme expliquant la détermination l'incrément de déformation  $de_x$ .



## Annexes au Chapitre 5

### D.1 Choix de la forme de la fonction $\beta(f)$

Le choix de la fonction  $\beta(f)$  s'est fait de manière arbitraire en testant plusieurs formes possibles, en commençant par les valeurs constantes. Les valeurs constantes testées sont les suivantes :  $\beta = 1, 3, 4, 5$  et  $10$ , même s'il est clairement indiqué dans le Chapitre 5 pour quelle raison la valeur constante  $\beta = 1$  n'est pas pertinente. Les résultats obtenus pour les valeurs  $\beta = 3, 5$  et  $10$  pour un écrouissage isotrope avec une triaxialité  $|T| = 3$  sont présentées figure D.1 à D.3 . Les résultats obtenus n'étant pas satisfaisant, en particulier pour les porosités obtenues à la fin des demi-cycles de compressions, d'autres formes ont été testées à partir des enseignements tirés des résultats obtenus avec des valeurs constantes. En effet, les valeurs de porosité atteintes en début et fin de demi-cycle sont croissantes avec les valeurs de  $\beta$  considérées, introduisant de plus un écart important à la fin du demi-cycle de compression. Sachant que l'élasticité permet d'agrandir légèrement le volume de la cavité au début de la phase de traction afin de faciliter sa croissance plastique et qu'au début de la compression, elle réduit légèrement le volume pour rendre plus difficile la diminution du volume de la cavité, et au vu des résultats obtenus, il est clair qu'une dissymétrie doit être introduite en visant de grande valeurs de  $\beta$  au début des demi-cycles de traction afin d'atteindre les bonnes valeurs de porosité en fin de demi-cycle, et de plus faibles valeurs de  $\beta$  en début de demi-cycle de compression afin de pas réduire trop fortement la diminution de volume pendant la phase de compression.

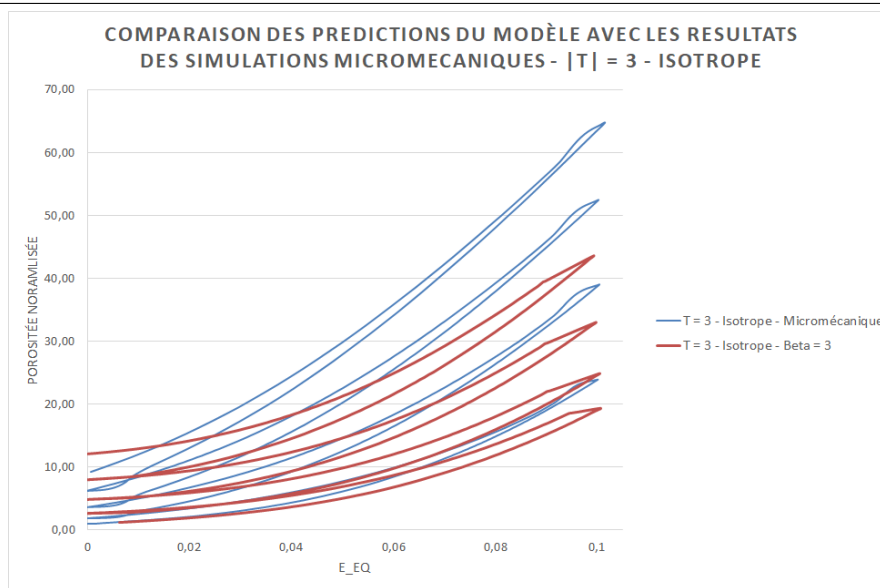


FIGURE D.1 –  $\beta = 3$  - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroutissage isotrope -  $|T| = 3$ ,  $q = 1$  et  $E = 150GPa$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

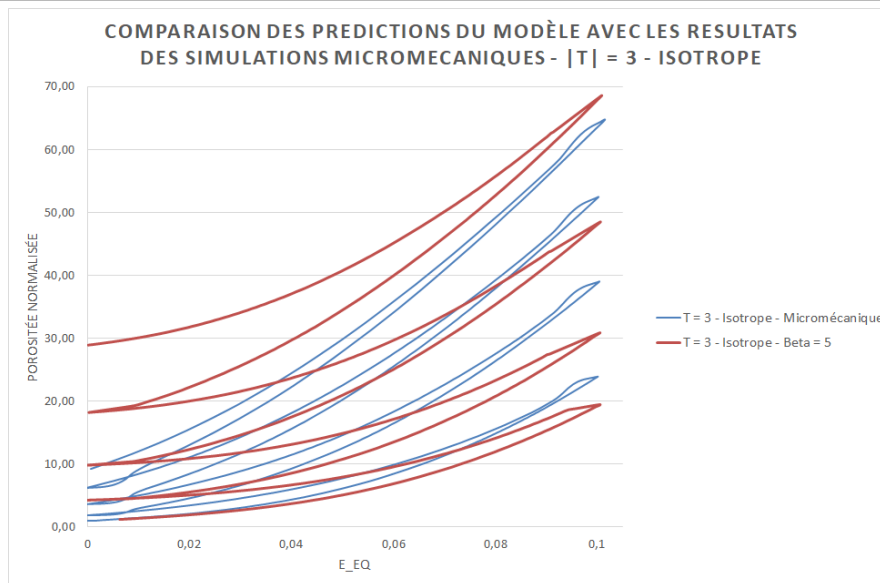


FIGURE D.2 –  $\beta = 5$  - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroutissage isotrope -  $|T| = 3$ ,  $q = 1$  et  $E = 150GPa$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

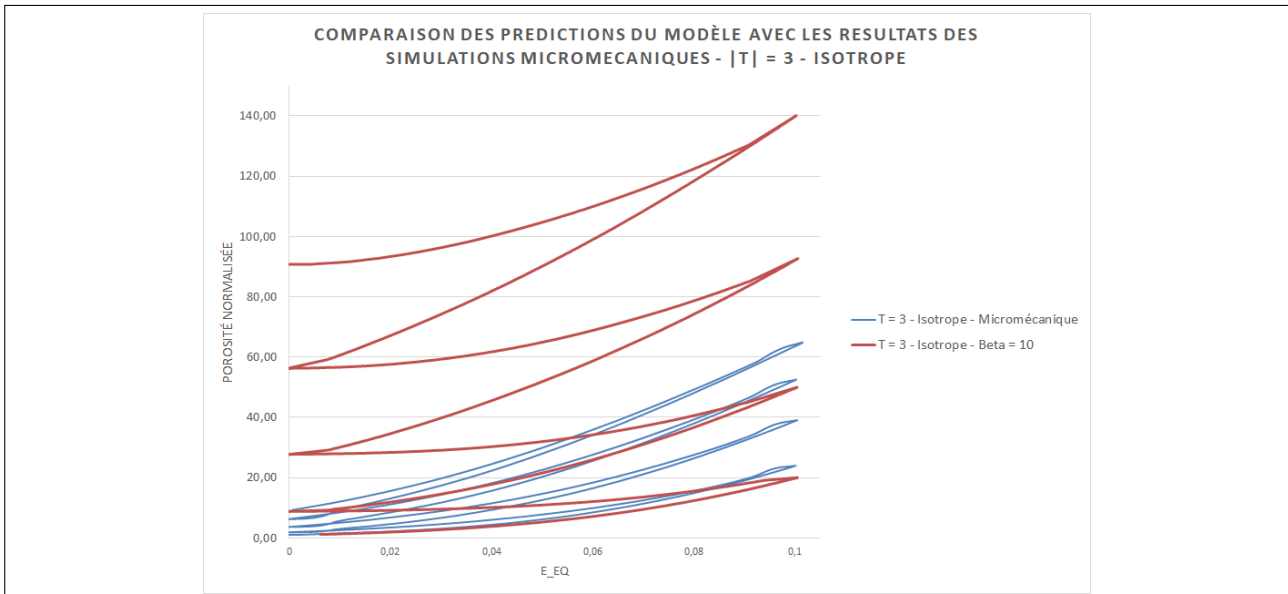


FIGURE D.3 –  $\beta = 10$  - Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des simulations micromécaniques pour l'écroutissage isotrope -  $|T| = 3$ ,  $q = 1$  et  $E = 150GPa$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

Fort de ces constats, il a été arbitrairement décidé que  $\beta$  devait être décroissante en fonction de la porosité  $f$ , bon indicateur pour prendre en compte le fait que plus la porosité est importante, moins il ne faut freiner la diminution de volume pendant la phase de compression. De plus, les valeurs obtenues en fin du premier demi-cycle de traction pour la valeur  $\beta = 10$  permettent d'obtenir quantitativement les bonnes valeurs de porosités pour plusieurs valeurs de triaxialités, il a donc été décidé que la valeur initiale retenue devrait être au moins égale à 10 pour espérer prédire les bonnes valeurs de porosités maximales.

Plusieurs fonctions décroissantes respectant ces différentes conditions ont été testées. Nous présentons ici les résultats obtenus pour deux types de fonction : (i) une décroissance linéaire et (ii) une décroissance exponentielle dont les prédictions sont similaires et dont la valeur minimale autorisée est de 1 :

$$\beta_1(f) = \max\left(11 - \frac{f}{f_0}; 1\right) \quad (D.1)$$

et

$$\beta_2(f) = 11,5 \cdot \exp\left(-\frac{1}{4} \frac{f}{f_0}\right) + 1 \quad (D.2)$$

Le choix d'une décroissance exponentielle traduit la volonté d'augmenter artificiellement la partie élastique de la porosité principalement au début des demi-cycles de traction, néanmoins les résultats obtenus pour ces fonctions  $\beta(f)$  sont très similaires, voire légèrement meilleure en comparaison des simulations micromécaniques pour  $\beta_1(f)$ , comme le montre les figures D.4, D.5 et D.6.



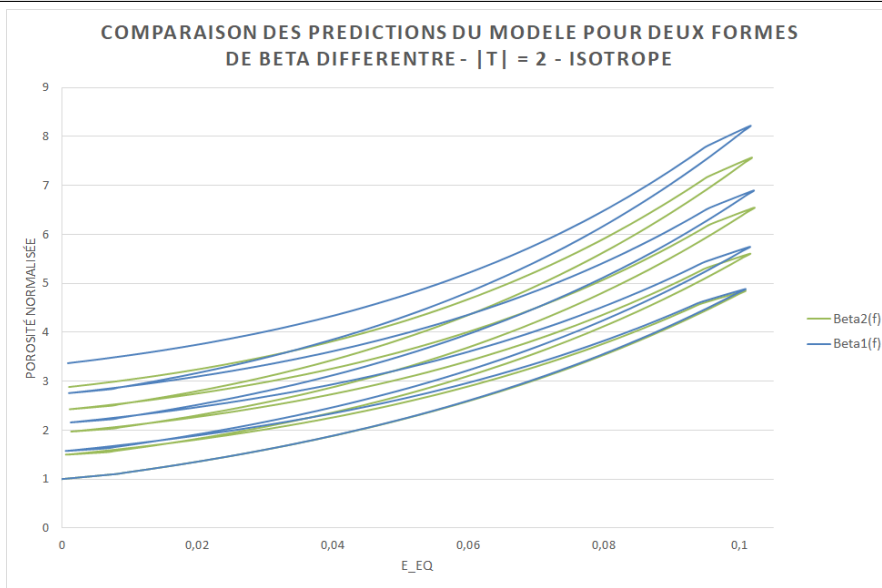


FIGURE D.4 – Comparaison des prédictions du modèle pour deux formes de fonctions  $\beta$  différentes pour l'écroutissage isotrope -  $|T| = 2$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .

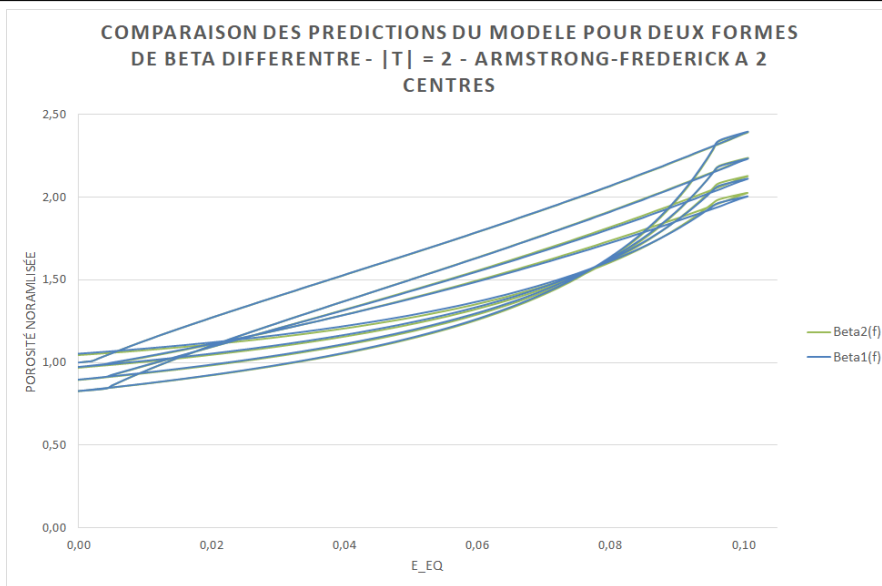


FIGURE D.5 – Comparaison des prédictions du modèle pour deux formes de fonctions  $\beta$  différentes pour un écroutissage cinématique non linéaire à deux centres -  $|T| = 2$  -  $\bar{E}_{eq}^{max} = 0.1$ .





```

C          is required
C          Remark: if not available in the calling
C                  programme, ICONV must be set to 1 there
C      I      INTEGER  ITGTMT      Code for calculation of the consistent tangent
C                                  matrix:
C                                  ITGTMT=0: Calculation of the consistent tangent
C                                          matrix is not required
C                                  ITGTMT=1: Calculation of the consistent tangent
C                                          matrix is required
C          Remarks: 1) If not available in the calling
C                    programme, ITGTMT must be set to 1
C                    there
C                    2) If ITGTMT=0, the tangent matrix
C                       TGIMAT is equated to the elastic
C                       stiffness matrix
C
C      I/O    REAL*8    SIG1        Stress tensor at time T+DT, stored in "Voigt's
C                                  stress vector form"
C                                  Input : elastic stress predictor
C                                  Output: plastically corrected stress tensor
C      I/O    REAL*8    DAMAGE      = QIV*FE : parameter characterizing damage -
C                                  value 0 when the material is sound, 1 when it is
C                                  completely destroyed
C                                  Input : damage at time T
C                                  Output: damage at time T+DT
C
C      O      REAL*8    INTPAR1     Vector containing internal parameters at time
C                                  T+DT (same conventions as for INTPAR0)
C      O      REAL*8    TGIMAT      Consistent tangent matrix (not programmed yet
C                                  - in practice a BFGS method not using this
C                                  matrix works well)
C      O      INTEGER   ERRINFO     Vector containing information about errors:
C                                  ERRINFO(1): error code:
C                                  =1, the number of points on the stress-strain
C                                      curve is too large
C                                  =2, the number of kinematic variables is too large
C                                  =21, the yield stress decreases
C                                  =3, the number of layers is too large
C                                  =4 or 5, error in subroutine YLDSTR:
C                                      =4, the first value of the equivalent strain
C                                          in the vector STRAIN is nonzero
C                                      =5, the first value of the yield stress in
C                                          the vector STRESS is zero
C                                  =6, the Newton iterations on PHI do not converge
C                                  =7, the fixed point iterations on hardening
C                                      do not converge
C                                  ERRINFO(2): number of current iteration on
C                                      hardening
C
C-----
C
C      Remarks:
C      1) The projection algorithm is implicit with respect to the components of
C          the plastic strain increment and the hardening parameters, but explicit
C          with respect to the porosities. The porosities used in the criterion and flow
C          rule are the porosities at time T, plus the explicit estimates of the
C          porosity increments between times T and T+DT.
C      2) Stress-type 2nd-rank 3*3 tensors SIG are stored in "Voigt's stress vector
C          form", that is as 6-vectors of components SIGXX,SIGYY,SIGZZ,SIGXY,SIGXZ,
C          SIGYZ. Deformation-type 2nd-rank 3*3 tensors DEF are stored in "Voigt's
C          deformation vector form", that is as 6-vectors of components DEFXX,DEFYY,
C          DEFZZ,2*DEFXY,2*DEFXZ,2*DEFYZ.
C-----
C
C      IMPLICIT NONE
C
C      INCLUDE 'dimens.par'
C
C      Arguments
C      REAL*8  ELDAT(2),PLDAT(NPLM),VOIDAT(8),SIG0(6),INTPAR0(NINTPM),
C      .        DFEXPLP,DFEXPLE,GRTRSF(3,3),SIG1(6),INTPAR1(NINTPM),

```

```

.      DAMAGE,TGTMAT(6,6)
INTEGER ICONV,ERRINFO(2),ITGTMT
C
C      Local variables
REAL*8  TEST,E,NU,LAMBDA,MU,FINIT,STRAIN(NCRVM),STRESS(NCRVM),
.      QTV,FC,DLT,FMAX,EN,SN,FPL,EPSB0(NLAYMX),SIGETM,SIGETD(6),
.      SIGETQ,DFPL,DEPSQ,DEPSM,EPSB1(NLAYMX),S1,S2,CRIT,
.      DDEPSQ,DDEPSM,SIGQ,SIGM,DSQ,DSM,PHI,COEF1,SQNMAX,SMNMAX,
.      PIS2,PI,SPHI,CPHI,SIGQN,SIGMN,DSQNDPHI,CH,SH,DSMNDPHI,
.      ERROR,SLOPE,DDEPSQ0,DDEPSM0,C1,C2,ACCUR,COEF2,
.      ARG,C(NVARKM),GAM(NVARKM),ALAY(3,3),ALAYC(3,3),
.      AL0(NLAYMX,NVARKM,6),AL1(NLAYMX,NVARKM,6),OMEGA(3,3),
.      DEPSP(6),A(6),SIG1A(6),SETM,B,EPSMAX0(NLAYMX),
.      EPSMIN0(NLAYMX),SIGL0(NLAYMX),EPSMAX1(NLAYMX),
.      EPSMIN1(NLAYMX),SIGL1(NLAYMX),SGN,EPSEQ0,DEPSMT,
.      CORR,FEL,F,FBAR,ALPHA,DFEL,BETA,EXPO,TANHYP,
.      TRDSIG,TRDTOT
C
INTEGER IRUPT,I,N,J,NCRV,NVARK,NLAYER,IERR,ITECR,ITPHI,NPHI,
.      ILAYER,K,M
C
REAL*8  EPS3,EPS4,EPS6,EPS7,LIMSUP
INTEGER NITECR,NITPHI
DATA    EPS3 /1.0D-3/, EPS4 /1.0D-4/,
.      EPS6 /1.0D-6/, EPS7 /1.0D-7/
.      LIMSUP / 100.D0 /
DATA    NITECR /20/, NITPHI /50/
C
C      Constants
C      *****
C
PIS2 = 2.0D0*ATAN(1.0D0)
PI   = 2.0D0*PIS2
C1   = 10.0D0*(-4.5D0)
C2   = 0.25D0
C
C      Initialization of error code
C      *****
C
ERRINFO(1) = 0
C
C      Initialization of rupture code
C      *****
C
IRUPT = 0
C
C      If, at time T, the damage parameter is unity or larger, the material
C      is considered as destroyed at time T+DT (irreversible destruction)
C      IF ( DAMAGE.GE.1.0D0 ) IRUPT = 1
C
C      Elastic data
C      *****
C
C      E,NU
E = ELDAT(1)
NU = ELDAT(2)
C
C      LAMBDA,MU
LAMBDA = E*NU/(1.D0+NU)/(1.D0-2.D0*NU)
MU      = E/2.D0/(1.D0+NU)
C
C      Initialization of the tangent matrix TGTMAT
C      *****
C      TGTMAT is equated to the elastic stiffness matrix
C      (uncorrected for the porosity)
C
DO I=1,3
DO J=1,3
TGTMAT(I+3,J) = 0.D0
TGTMAT(I,J+3) = 0.D0
IF (I.EQ.J) THEN
C      Diagonal components
TGTMAT(I,I) = LAMBDA + 2.D0*MU

```

```

TGIMAT(I+3,I+3) = MU
ELSE
C           Off-diagonal components
TGIMAT(I,J)      = LAMBDA
TGIMAT(I+3,J+3) = 0.D0
ENDIF
ENDDO
ENDDO
C
C           Plastic data
C           *****
C           Parameter B for evolution of isotropic yield stress
B = PLDAT(1)
C
C           Number of points on the stress-strain curve
NCRV = INT(PLDAT(2))
IF (NCRV.GT.NCRVM) THEN
ERRINFO(1) = 1
RETURN
ENDIF
C
C           Points on the stress-strain curve
DO I=1,NCRV
STRAIN(I) = PLDAT(2*I+1)
STRESS(I) = PLDAT(2*I+2)
ENDDO
C
C           Number of kinematic variables
NVARK = INT(PLDAT(2+2*NCRV+1))
IF (NVARK.GT.NVARKM) THEN
ERRINFO(1) = 2
RETURN
ENDIF
C
C           Parameters of kinematic variables
DO N=1,NVARK
C(N) = PLDAT(2+2*NCRV+2*N)
GAM(N) = PLDAT(2+2*NCRV+2*N+1)
ENDDO
C
C           Substraction of contribution of kinematic hardening from the
C           stress-strain curve
DO I=2,NCRV
DO N=1,NVARK
IF (GAM(N).EQ.0.D0) THEN
STRESS(I) = STRESS(I) - C(N)*STRAIN(I)
ELSE
IF (B.EQ.0.D0) THEN
C           Monotonic modelling
EXPO = 0.0D0
IF (GAM(N)*STRAIN(I).LE.LIMSUP)
.
EXPO = EXP(-GAM(N)*STRAIN(I))
STRESS(I) = STRESS(I) - C(N)/GAM(N)*(1.D0-EXPO)
ELSE
C           Cyclic modelling
TANHYP = 1.0D0
IF (GAM(N)*STRAIN(I).LE.LIMSUP)
.
TANHYP = TANH(GAM(N)*STRAIN(I))
STRESS(I) = STRESS(I) - C(N)/GAM(N)*TANHYP
ENDIF
ENDIF
ENDDO
C
C           Test : the yield stress must not decrease
IF (STRESS(I).LT.STRESS(I-1)) THEN
ERRINFO(1) = 21
RETURN
ENDIF
ENDDO
C
C           Data pertaining to voids
C           *****

```

```

C
C   Initialization of the porosity
FINIT = VOIDAT(1)
IF (INTPAR0(1).EQ.0.D0) INTPAR0(1) = FINIT
C
C   Tvergaard's Q-parameter
QTV = VOIDAT(2)
C
C   Critical porosity at the onset of coalescence and accelerating factor of
C   void growth
FC = VOIDAT(3)
DLT = VOIDAT(4)
C
C   Parameters pertaining to continuous nucleation
FMAX = VOIDAT(5)
EN = VOIDAT(6)
SN = VOIDAT(7)
C
C   Number of layers in the microscopic spherical cell
NLAYER = INT(VOIDAT(8))
IF (NLAYER.GT.NLAYMX) THEN
ERRINFO(1) = 3
RETURN
ENDIF
C
C   Traces of the increments of stress and total strain
C   *****
C   N.B. The trace of the increment of stress does not yet account
C   for the correction of the objective derivative
C   (performed later)
C
TRDSIG = SIG1(1)+SIG1(2)+SIG1(3)-SIG0(1)-SIG0(2)-SIG0(3)
TRDTOT = TRDSIG/(3.D0*LAMBDA+2.D0*MU)
C
C   Internal parameters at time T
C   *****
C
C   Plastic and elastic porosities
FPL = INTPAR0(1)
FEL = INTPAR0(2)
C
C   Isotropic variables in the various layers
IF (B.EQ.0.D0) THEN
C   Monotonic modelling
C   The absolute value is introduced because this parameter is conventionally
C   considered as negative in the case of elastic unloading
DO ILAYER=1,NLAYER
EPSB0(ILAYER) = ABS(INTPAR0(2+ILAYER))
ENDDO
ELSE
C   Cyclic modelling
CALL TRNSFR(INTPAR0(3),EPSB0,NLAYER)
CALL TRNSFR(INTPAR0(3+NLAYER),EPSMAX0,NLAYER)
CALL TRNSFR(INTPAR0(3+2*NLAYER),EPSMIN0,NLAYER)
CALL TRNSFR(INTPAR0(3+3*NLAYER),SIGL0,NLAYER)
C   Initialization of yield stresses in the layers
DO ILAYER=1,NLAYER
IF (SIGL0(ILAYER).EQ.0.D0) SIGL0(ILAYER) = STRESS(1)
ENDDO
ENDIF
C
C   Kinematic variables in the layers, including Jaumann's correction
IF (NVARC.GT.0) THEN
C   Increment of rotation of the material
DO I=1,3
DO J=1,3
OMEGA(I,J) = 0.5D0*(GRTRSF(I,J)-GRTRSF(J,I))
ENDDO
ENDDO
C
M = 4*NLAYER+2
DO ILAYER=1,NLAYER

```

```

DO N=1,NVARK
C      Transfer of INTPAR0 (Voigt's form) into ALAY (tensorial form)
ALAY(1,1) = INTPAR0(M+1)
ALAY(2,2) = INTPAR0(M+2)
ALAY(3,3) = INTPAR0(M+3)
ALAY(1,2) = INTPAR0(M+4)
ALAY(2,1) = ALAY(1,2)
ALAY(1,3) = INTPAR0(M+5)
ALAY(3,1) = ALAY(1,3)
ALAY(2,3) = INTPAR0(M+6)
ALAY(3,2) = ALAY(2,3)
C      Jaumann correction of ALAY (result in ALAYC)
CALL TRNSFR(ALAY,ALAYC,9)
DO I=1,3
DO J=1,3
DO K=1,3
ALAYC(I,J) = ALAYC(I,J) + OMEGA(I,K)*ALAY(K,J)
.
- ALAY(I,K)*OMEGA(K,J)
ENDDO
C      Correction of objective derivative of ALAY
ALAYC(I,J) = ALAYC(I,J) - ALAY(I,J)*TRDTOT
ENDDO
ENDDO
C      Transfer of ALAYC (tensorial form) into AL0 (Voigt's form)
AL0(ILAYER,N,1) = ALAYC(1,1)
AL0(ILAYER,N,2) = ALAYC(2,2)
AL0(ILAYER,N,3) = ALAYC(3,3)
AL0(ILAYER,N,4) = ALAYC(1,2)
AL0(ILAYER,N,5) = ALAYC(1,3)
AL0(ILAYER,N,6) = ALAYC(2,3)
C      DO I=1,6
C      AL0(ILAYER,N,I) = AL0(ILAYER,N,I) - AL0(ILAYER,N,I)*TRDTOT
C      ENDDO
C
M = M+6
ENDDO
ENDDO
C
ENDIF
C
C      Overall cumulated plastic strain (parameter governing nucleation)
C      The absolute value is introduced because this parameter is conventionally
C      considered as negative in the case of elastic unloading
EPSEQ0 = ABS(INTPAR0(3+N LAYER*4+N LAYER*N VARK*6))
C
C      Correction of FPL and FEL: explicit estimates of the porosities at time T+DT
C      *****
C
FPL = FPL + DFEXPLP
FEL = FEL + DFEXPLE
C
C      Real porosity : F
C      *****
C
F = FPL + FEL
C
C      ALPHA: corrective factor of the overall bulk modulus due to porosity
C      *****
C
ALPHA = 2.D0*(1.D0 - 2.D0*NU)*(1.D0 - F)
.
/(2.D0*(1.D0 - 2.D0*NU) + (1.D0 + NU)*F)
C
C      Elastic corrections of the bulk modulus and the elastic predictor
C      due to porosity
C      *****
C
LAMBDA = ALPHA*LAMBDA + 2.D0/3.D0*(ALPHA - 1.D0)*MU
CORR = TRDSIG/3.D0*(ALPHA - 1.D0)
SIG1(1) = SIG1(1) + CORR
SIG1(2) = SIG1(2) + CORR
SIG1(3) = SIG1(3) + CORR
C

```



```

C      Correction of objective derivative of stress
C      *****
C
DO I=1,6
SIG1(I) = SIG1(I) - SIG0(I)*TRDTOT
ENDDO
C
C      Mean-part of the elastic predictor (for final update of the porosity
C      in case of total damage)
C      *****
SETM = (SIG1(1)+SIG1(2)+SIG1(3))/3.D0
C
C      Mean-part of the increment of total strain and its sign (for final
C      update of the porosity and cyclic modelling of isotropic hardening)
C      *****
DEPSMT = TRDTOT/3.0D0
SGN      = 1.D0
IF (DEPSMT.LT.0.D0) SGN = -1.D0
C
C      Effective porosity : FBAR
C      *****
IF (FINIT .EQ. 0.D0) THEN
C      Precaution
BETA = 1.D0
ELSE
BETA = 1.D0
ENDIF
FBAR = FPL + BETA*FEL
C
C      Heuristic modelling of coalescence: if FBAR is larger than F_C,
C      it is replaced by F_C + DLT*(FBAR - F_C)
C      *****
C      This is equivalent to a suitable modification of Tvergaard's Q-parameter
IF (FBAR.GT.FC) QTV = DLT*QTV + (1.D0-DLT)*QTV*FC/FBAR
C
C      Case of closing of cavities
C      *****
CCCAR      IF ((F.LE.FINIT) .AND. (SETM.LT.0.D0)) QTV = 0.D0
C
C      Damage parameter
C      *****
DAMAGE = QTV*FBAR
IF (DAMAGE.GE.0.99D0) THEN
DAMAGE = 0.99D0
QTV      = DAMAGE/FBAR
C      DAMAGE = 1.0D0
C      IRUPT = 1
ENDIF
C
C      Case of total destruction
C      *****
IF (IRUPT.EQ.1) THEN
C      Total damage - the stress components must be set to zero, and the tangent
C      matrix possibly calculated
IF (ITGTMT.EQ.1) THEN
C      The tangent matrix is calculated with DAMAGE=0.99 (large but not total
C      damage) in order to avoid getting a zero result - the stress components
C      will be set to zero at the end
DAMAGE = 0.99D0
QTV      = DAMAGE/FBAR
ELSE
GOTO 100
ENDIF
ENDIF
C

```

```

C      Yield stresses and macroscopic kinematic variable in the absence of
C      hardening between times T and T+DT
C      *****
C
DO I=1,6
DEPSP(I) = 0.0D0
ENDDO
C
CALL S12A12(NCRV,STRAIN,STRESS,B,NVARK,C,GAM,FINIT,F,
.          DEPSP,SGN,NLAYER,EPSB0,EPSMAX0,EPSMIN0,SIGL0,AL0,
.          EPSB1,EPSMAX1,EPSMIN1,SIGL1,AL1,S1,S2,A,IERR)
IF (IERR.NE.0) THEN
ERRINFO(1) = IERR+3
ERRINFO(2) = 0
RETURN
ENDIF
C
C      Mean part, deviatoric part, and equivalent stress of the elastic
C      stress predictor minus macroscopic kinematic variable
C      *****
DO I = 1,6
SIG1A(I) = SIG1(I) - A(I)
ENDDO
CALL STRMDE(SIG1A,SIGETM,SIGETD,SIGETQ)
C
C      Yield criterion
C      *****
CRIT = (SIGETQ/S1)**2 + 2.0D0*DAMAGE*COSH(1.5D0*SIGETM/S2)
.      - 1.0D0 - DAMAGE**2
C
C      Elastic unloading
C      *****
IF (CRIT.LE.0.D0) THEN
IF (ICONV.EQ.1) THEN
C      Convergence of the global elastoplastic iterations achieved -
C      storage of the internal parameters at time T+DT
C      Porosities
DFEL = 3.D0*(1.D0-ALPHA-F)*DEPSMT
INTPAR1(1) = INTPAR0(1)
INTPAR1(2) = INTPAR0(2) + DFEL
C      Isotropic variables
IF (B.EQ.0.D0) THEN
C      Monotonic modelling
DO ILAYER=1,NLAYER
INTPAR1(2+ILAYER) = -1.D0*EPSB0(ILAYER)
ENDDO
ELSE
C      Cyclic modelling
CALL TRNSFR(EPSB0,INTPAR1(3),NLAYER)
CALL TRNSFR(EPSMAX0,INTPAR1(3+NLAYER),NLAYER)
CALL TRNSFR(EPSMIN0,INTPAR1(3+2*NLAYER),NLAYER)
CALL TRNSFR(SIGL0,INTPAR1(3+3*NLAYER),NLAYER)
ENDIF
C      Kinematic hardening parameters
IF (NVARK.GT.0) THEN
C
M = 4*NLAYER+3
DO ILAYER=1,NLAYER
DO N=1,NVARK
DO I=1,6
INTPAR1(M) = AL0(ILAYER,N,I)
M = M+1
ENDDO
ENDDO
ENDDO
C
ENDIF
C      Overall cumulated plastic strain (parameter governing nucleation)
INTPAR1(3+NLAYER*4+NLAYER*NVARK*6) = -1.D0*EPSEQ0

```

```

ENDIF
RETURN
ENDIF
C
C   Iterations on strain hardening (fixed point method)
C   *****
C
C   Initialization
DEPSQ = 0.D0
DDEPSQ = 0.D0
DEPSM = 0.D0
DDEPSM = 0.D0
C
IF (DAMAGE.GT.0.0D0) THEN
COEF1 = 6.D0*MU/(3.0D0*LAMBDA+2.0D0*MU)*(1.0D0-DAMAGE)
SQNMAX = 1.0D0-DAMAGE
SMNMAX = -2.0D0/3.0D0*LOG(DAMAGE)
ENDIF
C
C   Iterations
C   -----
DO ITECR=1,NITECR
C
C   Test on DAMAGE (=QTV*FBAR)
IF (DAMAGE.LE.0.D0) THEN
C   Von Mises's model
DSQ = SIGETQ - S1
DSM = 0.D0
ELSE
C   Model MLP
C
C   Calculation of PHI (Newton's method)
C   *****
C
C   Initialization
IF (SIGETQ/S1.LT.EPS4) THEN
PHI = PIS2
IF (SIGETM.LT.0.0D0) PHI = -PHI
ELSE
PHI = ATAN(SIGETM/S2/SMNMAX/SIGETQ*S1*SQNMAX)
ENDIF
C
C   Iterations
C   -----
DO ITPHI=1,NITPHI
SPHI = SIN(PHI)
CPHI = SQRT(1.0D0-SPHI*SPHI)
SIGQN = (1.0D0 - DAMAGE)*CPHI
SIGQ = SIGQN*S1
DSQNDPHI = -(1.0D0 - DAMAGE)*SPHI
CH = 1.0D0 + (1.0D0 - DAMAGE)**2/2.0D0/DAMAGE*SPHI**2
SH = CH*CH - 1.0D0
C   Precaution
IF (SH.LT.0.0D0) SH = 0.0D0
SH = SQRT(SH)
IF (PHI.LT.0.0D0) SH = -SH
SIGMN = 2.0D0/3.0D0*LOG(CH+SH)
SIGM = SIGMN*S2
IF (ABS(SH).LT.EPS6) THEN
DSMNDPHI = SQRT(DAMAGE)/(1.0D0 - DAMAGE)
ELSE
DSMNDPHI = SPHI/SH
ENDIF
DSMNDPHI = DSMNDPHI*2.D0/3.D0*(1.D0-DAMAGE)**2/DAMAGE*CPHI
DSQ = SIGETQ - SIGQ
DSM = SIGETM - SIGM
ERROR = COEF1*S2/S1*DSM*CPHI - DAMAGE*DSQ*SH
C   Precaution
IF (ABS(PHI).EQ.PIS2) ERROR = 0.0D0
SLOPE = DAMAGE*S1*SH*DSQNDPHI
.           -(COEF1*S2**2/S1*CPHI+1.5D0*DAMAGE*DSQ*CH)*DSMNDPHI
.           - COEF1*S2/S1*DSM*SPHI

```

```

C
C           Convergence test on PHI
IF (ABS(ERROR)/S1.LE.EPS7) GOTO 10
C
PHI = PHI - ERROR/SLOPE
C           Precaution
IF (SIGETM*PHI.LT.0.D0) PHI = 0.D0
C
C           PHI is put back into the interval (-pi/2,pi/2) if necessary
IF ((PHI.LT.-PIS2).OR.(PHI.GT.PIS2)) THEN
PHI = PHI + PIS2
NPHI = INT(PHI/PI)
IF (PHI.LT.0.) NPHI = NPHI - 1
PHI = PHI - NPHI*PI
PHI = PHI - PIS2
ENDIF
C
C           End of loop on iterations on PHI
C           -----
ENDDO
C
C           No convergence on PHI
ERRINFO(1) = 6
ERRINFO(2) = ITECR
RETURN
C
ENDIF
C
10   CONTINUE
C
C           Convergence on PHI (or direct calculation if DAMAGE=0)
C           *****
C           Update of DEPSQ and DEPSM
C           -----
C
DDEPSQ0 = DDEPSQ
DDEPSM0 = DDEPSM
DDEPSQ = DSQ/3.0D0/MU - DEPSQ
DDEPSM = DSM/(3.0D0*LAMBDA+2.0D0*MU) - DEPSM
C           Precaution
IF ((DDEPSQ0*DDEPSQ.LT.0.D0).OR.(DDEPSM0*DDEPSM.LT.0.D0)) THEN
DDEPSQ = DDEPSQ/2.0D0
DDEPSM = DDEPSM/2.0D0
ENDIF
DEPSQ = DEPSQ + DDEPSQ
C           Precaution
IF (ABS(DEPSQ).LT.EPS7) DEPSQ = 0.0D0
DEPSM = DEPSM + DDEPSM
C
C           Update of plastic strain increment
C           -----
C
COEF2 = 1.5D0/SIGETQ*DEPSQ
DO I=1,3
DEPSP(I) = COEF2*SIGETD(I) + DEPSM
DEPSP(I+3) = 2.0D0*COEF2*SIGETD(I+3)
ENDDO
C
C           Current yield stresses and macroscopic kinematic variable
CALL S12A12(NCRV,STRAIN,STRESS,B,NVARK,C,GAM,FINIT,F,
.           DEPSP,SGN,NLAYER,EPB0,EPBMAX0,EPBMIN0,SIGL0,AL0,
.           EPB1,EPBMAX1,EPBMIN1,SIGL1,AL1,S1,S2,A,IERR)
IF (IERR.NE.0) THEN
ERRINFO(1) = IERR+3
ERRINFO(2) = ITECR
RETURN
ENDIF
C
C           Elastic stress predictor minus macroscopic kinematic variable
DO I = 1,6
SIG1A(I) = SIG1(I) - A(I)

```

```

ENDDO
CALL STRMDE(SIG1A,SIGETM,SIGETD,SIGETQ)
C
C      Convergence test on hardening (includes a test on non-negativeness
C      of the plastic multiplier)
C      The values of C1 and C2 are adjusted in such a way that ACCUR=1.D-5 for
C      ABS(DEPSQ)+ABS(DEPSM)=1.D-2 and ACCUR=1.D-6 for ABS(DEPSQ)+ABS(DEPSM)=1.D-6
ACCUR = C1*(ABS(DEPSQ)+ABS(DEPSM))*C2
IF ( ( ((ABS(DEPSQ)+ABS(DEPSM)).LE.EPS6) .OR.
.      ((ABS(DDEPSQ)+ABS(DDEPSM)).LE.ACCUR) )
.      .AND. (DEPSQ.GE.0.0D0) ) GOTO 20
C
C      End of loop on iterations on hardening
C      -----
ENDDO
C
C      No convergence on hardening
ERRINFO(1) = 7
RETURN
C
20 CONTINUE
C
C      Convergence on hardening
C      *****
C
C      Stress tensor at time T+DT
C      *****
C
DO I = 1,3
SIG1(I) = SIG1(I) - 2.0D0*MU*DEPSP(I) - 3.0D0*LAMBDA*DEPSM
SIG1(I+3) = SIG1(I+3) - MU*DEPSP(I+3)
ENDDO
C
C      Internal parameters at time T+DT (if convergence of the global
C      elastoplastic iterations is achieved)
C      *****
C
IF (ICONV.EQ.1) THEN
C
C      Increments of porosities
C      Growth terms
DFPL = 3.0D0*(1.0D0-F)*DEPSM
DFEL = 3.0D0*(1.0D0-ALPHA-F)*(DEPSMT-DEPSM)
C
C      Nucleation term
IF ( (FMAX.GT.0.0D0) .AND. (SN.GT.0.0D0) ) THEN
ARG = - 0.5D0*((EPSEQ0-EN)/SN)**2
DFPL = DFPL + FMAX/SN/SQRT(2.0D0*PI)*EXP(ARG)*DEPSQ
ENDIF
C
C      Storage of internal parameters at time T+DT
C      -----
C      Porosities
INTPAR1(1) = INTPAR0(1) + DFPL
INTPAR1(2) = INTPAR0(2) + DFEL
C
C      Isotropic variables in the various layers
CALL TRNSFR(EPSB1,INTPAR1(3),NLAYER)
CALL TRNSFR(EPSMAX1,INTPAR1(3+NLAYER),NLAYER)
CALL TRNSFR(EPSMIN1,INTPAR1(3+2*NLAYER),NLAYER)
CALL TRNSFR(SIGL1,INTPAR1(3+3*NLAYER),NLAYER)
C
C      Kinematic variables in the layers
IF (NVARK.GT.0) THEN
C
M = 4*NLAYER+3
DO ILAYER=1,NLAYER
DO N=1,NVARK
DO I=1,6
INTPAR1(M) = AL1(ILAYER,N,I)
M = M+1
ENDDO

```

```

ENDDO
ENDDO
C
ENDIF
C
C      Overall cumulated plastic strain (parameter governing nucleation)
INTPAR1(3+N_LAYER*4+N_LAYER*N_VARK*6) = EPSEQ0 + DEPSQ
C
ENDIF
C
C      Tangent matrix
C      *****
C
IF (ITGTMT.EQ.1) THEN
C
C      Write instructions to compute the tangent matrix TGIMAT
C      In the present stage of the programme TGIMAT remains
C      identical to the elastic stiffness matrix
C
ENDIF
C
100 CONTINUE
C
C      Case of total destruction – all stress components are finally set to zero
C      *****
C
IF (IRUPT.EQ.1) THEN
C      The damage parameter is set to unity
DAMAGE = 1.0D0
C      All components of the stress tensor are set to zero
DO I=1,6
SIG1(I) = 0.D0
ENDDO
C      Increment of porosity, calculated with trace(sigma)=0 finally
C      (implicit plastic correction), and final porosities
DEPSM = SETM/(3.0D0*LAMBDA + 2.0D0*MU)
DFPL = 3.0D0*(1.0D0-F)*DEPSM
DFEL = 3.0D0*(1.0D0-ALPHA-F)*(DEPSMT-DEPSM)
INTPAR1(1) = INTPAR0(1) + DFPL
INTPAR1(2) = INTPAR0(2) + DFEL
C      The evolutions of other internal parameters are disregarded
CALL TRNSFR(INTPAR0(3),INTPAR1(3),4*N_LAYER)
IF (N_VARK.GT.0) THEN
M = 4*N_LAYER+3
DO ILAYER=1,N_LAYER
DO N=1,N_VARK
DO I=1,6
INTPAR1(M) = AL0(ILAYER,N,I)
M = M+1
ENDDO
ENDDO
ENDDO
ENDIF
INTPAR1(3+4*N_LAYER+N_LAYER*N_VARK*6) = EPSEQ0
ENDIF
C
RETURN
END

```









# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
Contexte industriel...	1
Contexte scientifique...	2
Défis...	3
Plan de thèse...	4
<b>I Étude expérimentale du comportement ductile et du comportement des cavités sous chargement cyclique</b>	<b>7</b>
<b>Introduction : Programmes d'essais de rupture ductile cyclique</b>	<b>9</b>
Conclusions des principaux programmes expérimentaux de rupture ductile cyclique	10
Présentation succincte des principales études existantes	10
Présentation du chargement sismique expérimental	12
Résultats du chargement alterné de structures fissurées	13
Plan de la partie	16
<b>Chapitre 1 Présentation des matériaux étudiés et du programme d'essai</b>	<b>17</b>
1.1 Présentation du premier matériau d'étude : l'acier Tu42C	18
1.1.1 Caractéristiques en traction et en fatigue oligocyclique	18
1.1.2 Essais de fatigue oligocyclique	19
1.1.3 Essais de déchirure sur éprouvettes Compact Tension	21
1.1.4 Essais sur éprouvettes axisymétriques entaillées	25
1.1.5 Essai de flexions quatre points alternées réalisé sur une maquette de tube à échelle 1	31
1.2 Présentation du matériau modèle et des essais mécaniques menés : l'inox 316L	36
1.2.1 Fabrication	37

1.2.2	Caractérisations de la microstructure et des inclusions sur la maquette 3806 . . . . .	41
1.2.3	Essais réalisés . . . . .	46
<b>Chapitre 2</b>	<b>Tomographie <i>ex et in-situ</i></b>	<b>57</b>
2.1	Présentation de la méthode expérimentale . . . . .	57
2.1.1	Principes de la tomographie par rayons X . . . . .	57
2.1.2	Acquisition d'images . . . . .	59
2.1.3	Mise en évidence de la germination, de la croissance et de la coalescence par analyse d'images . . . . .	62
2.2	Analyse des résultats obtenus . . . . .	68
2.2.1	Caractérisation post-mortem . . . . .	69
2.2.2	Caractérisation <i>in-situ</i> avec interruption du chargement . . . . .	77
2.3	Conclusion . . . . .	94
<b>II</b>	<b>Modèles de croissance : influence du chargement cyclique sur la rupture ductile</b>	<b>95</b>
<b>Introduction :</b>	<b>Étude bibliographique des modèles de croissances de cavités</b>	<b>97</b>
Modèle de GURSON, 1977 . . . . .		98
Modèle GTN . . . . .		99
Limites du modèle vis à vis des chargements cycliques . . . . .		101
Extension du modèle de Gurson aux chargements cycliques . . . . .		105
Plan de la partie . . . . .		109
<b>Chapitre 3</b>	<b>Modèle de Chaboche avec effet de mémoire simplifié</b>	<b>111</b>
3.1	Introduction . . . . .	111
3.2	Modélisation des effets d'écrouissage . . . . .	112
3.2.1	Plasticité indépendante du temps . . . . .	112
3.2.2	Écrouissage cinématique . . . . .	114
3.2.3	Écrouissage isotrope . . . . .	116
3.3	Modèle de Chaboche avec effet de mémoire CHABOCHE, DANG VAN et CORDIER, 1979 . . . . .	118
3.4	Modèle simplifié . . . . .	120
3.5	Conclusion . . . . .	122
<b>Chapitre 4</b>	<b>Implémentation numérique et application d'un modèle de rupture duc- tile cyclique</b>	<b>125</b>
4.1	Introduction . . . . .	125
4.2	De l'analyse limite classique à l'analyse limite séquentielle . . . . .	127
4.2.1	Introduction . . . . .	127
4.2.2	Analyse limite classique . . . . .	128
4.2.3	Analyse limite séquentielle (LEBLOND, KONDO, MORIN et REM- MAL, 2018) . . . . .	131
4.2.4	Conclusion . . . . .	133
4.3	Modèle de rupture ductile sous chargement cyclique . . . . .	134
4.4	Implémentation numérique du modèle . . . . .	139

4.4.1	Généralités . . . . .	139
4.4.2	Équations du problème de projection locale . . . . .	140
4.4.3	Algorithme de résolution . . . . .	142
4.4.4	Mise en oeuvre pratique . . . . .	143
4.5	Simulations micromécaniques de croissance de cavités . . . . .	144
4.5.1	Principes des calculs . . . . .	144
4.5.2	Résultats des simulations . . . . .	146
4.5.3	Comparaison des résultats obtenus avec le modèle MLP et des calculs micromécaniques . . . . .	155
4.5.4	Synthèse des calculs numériques . . . . .	158
<b>Chapitre 5</b>	<b>Un modèle macroscopique pour les matériaux élasto-plastiques poreux</b>	<b>159</b>
5.1	Effets de l'élasticité . . . . .	160
5.2	Expression exacte du taux de porosité pour une sphère creuse élasto-plastique . . . . .	162
5.2.1	Correction du module de compressibilité élastique en présence de porosité dans le cadre HPP . . . . .	163
5.2.2	Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre HPP . . . . .	164
5.2.3	Définition d'une nouvelle dérivée objective par ajout d'un terme correctif à la dérivée de Jaumann . . . . .	165
5.2.4	Détermination de l'équation d'évolution exacte de la porosité pour une sphère creuse dans le cadre des grandes transformations . . . . .	166
5.2.5	Validation de l'équation d'évolution exacte de la porosité exacte par exploitation des calculs micromécaniques . . . . .	168
5.3	Prise en compte de l'élasticité dans le modèle de MORIN, MICHEL et LEBLOND, 2017 . . . . .	169
5.3.1	Introduction d'une porosité effective . . . . .	170
5.3.2	Comparaison des prédictions du modèle avec les calculs micromécaniques . . . . .	171
5.4	Conclusion . . . . .	174
<b>III</b>	<b>Simulation numérique de la rupture ductile cyclique par approche locale</b>	<b>175</b>
<b>Chapitre 6</b>	<b>Validation numérique du modèle</b>	<b>177</b>
6.1	Détermination des paramètres du modèle pour l'acier ferritique Tu42C . . . . .	178
6.1.1	Détermination du comportement cyclique et en traction monotone . . . . .	178
6.1.2	Détermination des paramètres d'endommagement . . . . .	191
6.2	Simulation des essais de déchirures cycliques sur éprouvettes CT . . . . .	197
6.3	Simulation de l'essai de déchirure cyclique sur tube . . . . .	203
6.4	Conclusion . . . . .	212

<b>Chapitre 7 Application au sein de l'IDFS</b>	<b>215</b>
7.1 Présentation du programme d'essai . . . . .	216
7.2 Simulation des essais M2, C4 et C5 . . . . .	222
7.3 Conclusion . . . . .	230
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>233</b>
Conclusion générale . . . . .	233
Perspectives . . . . .	235
<b>Bibliographie</b>	<b>237</b>
<b>Chapitre A Annexes à l'introduction de la Partie II</b>	<b>243</b>
A.1 Cas de la sphère creuse sous chargement hydrostatique . . . . .	243
A.2 Preuve de l'Argument 1 . . . . .	244
A.3 Preuve de l'Argument 2 . . . . .	245
<b>Chapitre B Matériaux standards généralisés</b>	<b>247</b>
<b>Chapitre C Annexes au Chapitre 4</b>	<b>251</b>
C.1 Principe de l'algorithme de pilotage en triaxialité constante . . . . .	251
<b>Chapitre D Annexes au Chapitre 5</b>	<b>255</b>
D.1 Choix de la forme de la fonction $\beta(f)$ . . . . .	255
D.2 Programme cœur - Modèle utilisé dans le cadre de ces travaux de thèse . . . . .	259
<b>Table des matières</b>	<b>275</b>



## **Résumé**

Garantir l'intégrité des structures tout au long de leurs durées de vie est un sujet industriel majeur, en particulier pour les installations nucléaires. La démonstration de sûreté des équipements constitutifs des circuits primaires et secondaires doit couvrir l'ensemble des sollicitations possibles, y compris les situations très exceptionnelles, comme les séismes. Il est dès lors nécessaire de pouvoir justifier de la tenue mécanique des tuyauteries primaires et secondaires comportant un défaut sous chargement cyclique.

Pour un chargement monotone, plusieurs cadres théoriques existent pour prédire la propagation des fissures, notamment les approches locales ou les approches énergétiques. Dans le cadre des approches locales, la rupture ductile des alliages métalliques survient suite à la nucléation, la croissance et la coalescence de microcavités. La première partie de cette thèse est dédiée à l'étude expérimentale du comportement de cavités, d'éprouvettes de laboratoires et d'une structure représentative d'une tuyauterie secondaire de centrale nucléaire soumise à des chargements cycliques. Cette étude est réalisée sur deux types de matériau, un acier ferritique représentatif des aciers utilisés dans les tuyauteries secondaires de centrales nucléaires et un matériau modèle en acier inoxydable. Cette étude expérimentale est complétée par des essais in-situ de tomographies par rayons X menés sur des éprouvettes axisymétriques entaillées chargées de manière cyclique.

La deuxième partie de cette thèse est consacrée à une étude théorique de l'influence des chargements cycliques sur les modèles de croissance de cavités. Dans un premier temps, le modèle de croissance de MORIN, MICHEL et LEBLOND, 2017 est implémenté numériquement dans un code de calcul éléments finis afin de comparer ses prédictions avec les résultats de simulations micromécaniques. On montre qu'une meilleure prise en compte des effets de l'élasticité est indispensable pour prédire correctement la croissance d'une cavité soumise à un chargement cyclique. Dans un second temps, à partir de l'équation exacte d'évolution du taux de porosité incluant les déformations élastiques et plastiques, une amélioration du modèle pour prendre en compte les effets de l'élasticité est proposée.

Enfin, dans la troisième partie, une étude numérique de la rupture ductile cyclique est menée à travers la simulation du comportement d'éprouvettes de laboratoires et de structures de type tuyauterie. Ces simulations permettent de valider les prédictions du modèle proposé ainsi que sa pertinence pour prédire le comportement de structure soumise à un chargement cyclique de grandes amplitudes.

**Mots clés :** gursion, cyclique, rochet, porosité, tomographie, micromécanique

---

## Abstract

Ensuring the integrity of components throughout their lifespan is a major industrial issue, especially for nuclear facilities. The safety assessments of components constituting the primary and secondary circuits must cover all possible situations, including very exceptional ones, such as earthquakes. It is therefore necessary to be able to justify the integrity of primary and secondary pipes containing a defect submitted to cyclic loadings.

For a monotonic loading, several theoretical frameworks exist to predict crack growths, such as local approaches or global ones. As part of local approaches, ductile rupture of metal alloys occurs as a result of nucleation, growth and coalescence of cavities in the metallic matrix. The first part of this thesis is dedicated to the experimental study of the behavior of cavities, laboratory test specimens and a representative structure of a secondary nuclear power plant piping subjected to cyclic loadings. This study is carried out on two types of materials, a ferritic steel representative of the steels used in secondary pipes of nuclear plants and stainless steel material made through heat induced pressure. This experimental study is complemented by in-situ X-ray tomography tests conducted on axisymmetric notched tensile specimens loaded cyclically.

The second part of this thesis is devoted to a theoretical study of the influence of cyclic loadings on void growth models. First, the void growth model of Morin et al., 2017 is implemented in a finite element computational code to compare its predictions with the results of micromechanical simulations. It is shown that a better consideration of the effect of elasticity is essential to correctly predict the growth of a void subjected to cyclic loadings. Then, through determining the exact equation of porosity rate including elastic and plastic strains, an improvement of Morin et al's model is proposed in order to take into account the effects of elasticity.

Finally, in the third part of this thesis, a numerical study of cyclic ductile rupture is conducted through simulations of the behavior of laboratory test specimen and a pipe mock-up. These simulations validate the predictions of the proposed model and its relevance to predict the behavior of structures subjected to cyclic loading of large amplitudes.

**Keywords:** gursion, cyclic, ratcheting, porosity, tomography, micromechanics

---