

## Développement et implémentation d'un protocole automatique de conduite d'essais hybrides de résistance au feu

Silvio Renard

#### ▶ To cite this version:

Silvio Renard. Développement et implémentation d'un protocole automatique de conduite d'essais hybrides de résistance au feu. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2021. Français. NNT: 2021BORD0137. tel-03607733

## HAL Id: tel-03607733 https://theses.hal.science/tel-03607733

Submitted on 14 Mar 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE PRÉSENTÉE POUR OBTENIR LE GRADE DE

# DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

# ECOLE DOCTORALE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR (SPI)

Mécanique

### Par Silvio Renard

Développement et implémentation d'un protocole automatique de conduite d'essais hybrides de résistance au feu

Sous la direction de : Stéphane MOREL

Soutenue le 16/04/2021

#### Membres du jury:

M. Christian LA BORDERIE	Professeur des Universités	Université de Pau et	Rapporteur
		des Pays de l'Adour	
M. Emmanuel FERRIER	Professeur des Universités	Université de Lyon 1	Rapporteur
M. Patrick BAMONTE	Associate Professor	Politecnico di Milano	Examinateur
M. Nicola TONDINI	Associate Professor	Université di Trento	Examinateur
M. Jean-Marc FRANSSEN	Professeur des Universités	Université de Liège	Co-encadrant
Mme. Fabienne ROBERT	Docteure	CERIB	Co-encadrant
M. Jean-Christophe MINDEGUIA	Maître de conférences	Université de Bordeaux	Co-encadrant

# Développement et implémentation d'un protocole automatique de conduite d'essais hybrides de résistance au feu

Résumé: Les essais de résistance au feu conventionnels des éléments de construction adoptent des conditions aux limites mécaniques conçues pour être conservatives, ce qui dans certains cas conduit à des résultats pouvant être exagérément défavorables pour l'élément testé. Pour pallier ce problème, la solution serait d'effectuer des essais sur des structures entières mais la grande difficulté de mise en œuvre associée à leurs coûts prohibitifs les rendent extrêmement rares. Dans ce contexte, l'approche dite de «sous-structuration», ou « essais hybrides », apparaît comme une solution pertinente. L'idée est de définir ces conditions limites appliquées à un élément de structure par la résolution en temps réel d'un modèle numérique modélisant le comportement de l'ouvrage environnant. Ainsi seule une partie de l'ouvrage global est testée expérimentalement (sous-structure physique) tandis que le comportement global du reste de l'ouvrage est appréhendé numériquement (sous-structure numérique). Développée dès le début des années 1970 et depuis couramment utilisée dans le contexte des essais de résistance aux séismes des structures, cette technique n'a pas pu être directement appliquée aux essais de résistance au feu. Les essais hybrides de résistance au feu en sont toujours aujourd'hui au stade de la recherche et il n'existe aucune méthode réputée fiable et efficace pour les réaliser. Ces travaux de thèse ont pour objectif de permettre l'utilisation effective de cette technique au sein du laboratoire d'essai de résistance au feu du CERIB. Pour atteindre ce but, un cadre théorique général est formalisé, qui permet le développement d'une procédure d'essai applicable à tout type de structure et prenant en compte les contraintes expérimentales inhérentes à un laboratoire d'essai au feu. En effet, les techniques utilisées jusqu'alors nécessitaient une très grande précision dans la mesure des déplacements, qui n'est plus nécessaire grâce à la nouvelle procédure proposée. Elle présente l'autre avantage de ne plus nécessiter l'estimation de la raideur de l'élément testé. L'estimation de ces paramètres difficiles à acquérir et sujets à de fortes variations au cours de l'essai n'est donc pas requise. Cette procédure est par la suite validée numériquement, grâce au développement d'une plateforme de simulation d'essai hybride. La pertinence de la technique proposée est ainsi démontrée à travers la simulation de deux cas test représentatifs. La mise en pratique de cette procédure nécessite son implémentation au sein du dispositif expérimental. Elle est réalisée grâce au développement d'un programme de conduite d'essai hybride, à même de s'interfacer avec les dispositifs existants du laboratoire. Cette implémentation ainsi que les développements théoriques sont alors mis à l'épreuve avec la réalisation de tests simples à température ambiante. Enfin, pour valider ces développements, un essai hybride à 3 degrés de liberté et à pleine échelle est conçu et mis en œuvre. L'élément réellement testé est une poutre en béton armé et la structure environnante est modélisée en temps réel par le logiciel de calcul aux éléments finis SAFIR. Lors de cet essai, les performances de la procédure se sont avérées satisfaisantes et ont permis de mieux reproduire le comportement mécanique global de la poutre prise dans l'ensemble de sa structure environnante en comparaison avec un essai conventionnel. Ces résultats démontrent le réel potentiel et intérêt de la réalisation d'essais de résistance au feu hybrides, pouvant accompagner l'évolution de l'ingénierie incendie des prochaines années.

Mots clés: Essai hybride, Sous-structuration, Essai de résistance au feu

# Development and implementation of an automatic methodology for hybrid fire testing

**Abstract:** Conventional fire resistance tests of building elements adopt mechanical boundary conditions designed to be conservative, which in some cases lead to results which may be unfavorable for the tested element. To overcome this problem, the solution would be to carry out tests on entire structures, but the great difficulty of implementation associated with their prohibitive costs make them extremely rare. In this context, the approach known as of «sub-structuring», or «hybrid tests», appears as a relevant solution. The idea is to define the boundary conditions applied to the structural element by the real-time resolution of a numerical model of the surrounding structure. Thus, only a part of the total structure is tested experimentally (physical substructure) while the total behavior of the remaining of the structure is apprehended numerically (numerical substructure). Developed in the early 1970s and commonly used in the context of earthquake resistance testing of structures, this technique could not be directly applied to fire resistance testing. Hybrid fire tests are still at the research stage today and there is no known reliable and efficient method for carrying them out. The objective of this thesis is to enable the effective use of this technique within the fire resistance testing laboratory of the CERIB. To achieve this goal, a general theoretical framework is formalized, which allows the development of a test procedure applicable to any type of structure and taking into account the experimental constraints inherent of a fire test laboratory. Indeed, the techniques used until now required very high precision in the measurement of displacements, which is no longer necessary thanks to the new procedure proposed. It has the other advantage of no longer requiring an estimate of the stiffness of the tested element. The estimation of these parameters which are difficult to acquire and which are subject to strong variations during the test is therefore not required. This procedure is then validated numerically, thanks to the development of an hybrid fire test simulation platform. The relevance of the proposed technique is thus demonstrated through the simulation of two representative test cases. Putting this procedure into practice requires its implementation within the experimental set-up. It is carried out thanks to the development of an hybrid test driving program, able to interface with the existing devices of the laboratory. This implementation as well as the theoretical developments are then put to the test, with simple tests at room temperature. Finally, to validate these developments, an hybrid fire test with 3 degrees of freedom and at full scale is designed and implemented. The element actually tested is a reinforced concrete beam and the surrounding structure is modeled in real time by the SAFIR finite element software. During this test, the performance of the procedure proved to be satisfactory, enabling a better reproduction of the overall mechanical behavior of the beam taken in its surrounding structure compared to a conventional test. These results demonstrate a real potential and interest of carrying out hybrid fire resistance tests, which may accompany the evolution of fire engineering in the coming years.

**Keywords:** Hybrid fire testing, Substructuring, Fire resistance test

**Unité de recherche :** I2M - Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux - UMR 5295 I2M, Avenue d'Aquitaine 33170 Gradignan

# Table des matières

1.	Introduction			
	1.1.	Conte	xte	9
		1.1.1.	Exemple	10
		1.1.2.	Sous-structuration	11
		1.1.3.	Principaux éléments d'une démarche d'essai au feu hybride	14
	1.2.	État d	e l'art	15
		1.2.1.	Approche historique, simulations hybrides sismiques	15
		1.2.2.	Essais de résistance au feu hybrides	16
		1.2.3.	Évolution de l'état de l'art durant les travaux de thèse	28
	1.3.	Object	tifs de la thèse	31
	1.4.	Organ	isation du manuscrit	31
2.	Dév	eloppe	ment du cadre théorique	33
	2.1.	Sous-s	structuration	34
		2.1.1.	Conditions d'interface	34
		2.1.2.	Traitement des sous-structures indéterminées	41
		2.1.3.	Discrétisation de la frontière entre les deux sous-structures	46
	2.2.	Procéd	dure de contrôle	47
		2.2.1.	Procédure de contrôle en déplacement	47
		2.2.2.	Procédure de contrôle en force	51
		2.2.3.	Procédure de contrôle en déplacement par asservissement	
			des forces hors équilibres	52
		2.2.4.	Contrôleur adaptatif pour la procédure de contrôle par as-	
			servissement des forces hors équilibres	54
		2.2.5.	Procédure de contrôle adaptative par asservissement des	
			forces hors équilibres	59
	2.3.	Concl	usion	60
3.	Valid	dation	numérique	61
	3.1.	Progra	amme de simulation d'essai hybrides simplifié Héraclès	61
		_	Principe général	61
		3.1.2.	Simulation des capteurs et des actionneurs	62
			Gestion du temps	66

		3.1.4. Procédure de simulation	67		
	3.2.	Étude de cas numérique 1	68		
		3.2.1. Description de la structure	68		
		3.2.2. Sous-structuration	69		
		3.2.3. Paramètres du contrôleur et de la simulation	70		
		3.2.4. Résultats	71		
	3.3.	Étude de cas numérique 2	76		
		3.3.1. Description de la structure	76		
		3.3.2. Sous-structuration	79		
		3.3.3. Paramètres du contrôleur	88		
		3.3.4. Résultats	91		
	3.4.	Conclusion	97		
4.	Impl	émentation au sein du dispositif Prométhée	99		
	4.1.	Dispositif d'essai Prométhée	99		
		4.1.1. Description générale	99		
		4.1.2. Pilotage du système de chargement mécanique	100		
	4.2.	Programme de conduite d'essai hybrides Héraclès11	102		
	4.3.	Mesure des déplacements à partir de capteurs à fils	104		
	4.4.	Utilisation du contrôleur adaptatif pour un contrôle en force des			
		vérins	104		
	4.5.	Utilisation du contrôleur adaptatif pour un contrôle en position des			
		vérins	108		
	4.6.	Essai hybride à température ambiante sur une poutre en bois	116		
	4.7.	Essai hybride à température ambiante sur une poutre en acier	119		
	4.8.	Conclusion	127		
5.	Essa	i de résistance au feu hybride à 3 degrés de liberté	129		
	5.1.	Conception de l'essai	129		
		5.1.1. Mesure de la position de l'interface de la PS	129		
		5.1.2. Imposition des variations de la position d'interface de la PS	132		
		5.1.3. Mesure des efforts d'interface de la PS	133		
	5.2.	Paramétrage de l'algorithme de contrôle	133		
	5.3.	Mise en œuvre de l'essai	135		
		5.3.1. Corps d'épreuve	135		
		5.3.2. Chargement mécanique	138		
		5.3.3. Mesure de la position	142		
		5.3.4. Mise en place de l'essai au feu	144		
	5 4	Déroulement prévu de l'essai	147		

	5.5.	Résultats	148	
		5.5.1. Températures et observations durant l'essai	148	
		5.5.2. Ruine de la poutre	155	
		5.5.3. Performances du contrôleur hybride	157	
		5.5.4. Comparaison avec un essai conventionnel de résistance au feu	ı164	
	5.6.	Conclusion	166	
6.	Conclusion générale			
	6.1.	Conclusion	169	
	6.2.	Perspectives	170	
Bil	oliogi	raphie	173	
A.	Mes	ure des déplacements à partir de capteurs à fils	183	
	A.1.	Calcul de la position	183	
		A.1.1. Application numérique	187	
	A.2.	Calcul du déplacement	188	
	A.3.	Précision de la mesure	189	

## 1. Introduction

#### 1.1. Contexte

Pour minimiser les conséquences humaines, environnementales et économiques des incendies, des mesures de prévention doivent être mises en place. L'une d'entre elles est de s'assurer d'une résistance au feu suffisante des ouvrages.

La résistance au feu est l'aptitude d'un élément de construction à assurer sa fonction durant l'occurrence d'un incendie. On s'intéressera ici plus particulièrement aux éléments porteurs et de compartimentage. Leurs fonctions sont généralement séparées en trois catégories :

- la fonction porteuse (R);
- l'étanchéité aux flammes (E);
- l'isolation thermique (I).

La satisfaction de ces critères permet notamment la mise en sécurité des personnes, la facilitation de l'intervention des services de secours ou le maintien des fonctions des ouvrages environnant un sinistre.

Une meilleure connaissance du comportement au feu des produits, éléments de construction et des ouvrages, permet de garantir les performances de ceux-ci avec de moins en moins d'incertitude. Elle peut être mise à profit en augmentant le niveau de sécurité des ouvrages tout en réduisant leurs coûts, aussi bien environnemental qu'économique. Afin de proposer des solutions de plus en plus optimisées et dans un contexte d'évolution permanente des techniques constructives et d'utilisation de plus en plus courante de matériaux innovants, les essais de résistance au feu sont indispensables pour prouver la performance des éléments de construction.

Ces essais conventionnels sont habituellement réalisés en Europe selon la série de normes d'essais de résistance au feu des éléments porteurs EN 1365. Ils adoptent des conditions aux limites mécaniques constantes dans le temps (généralement une charge mécanique constante) et conçues pour être conservatives, ce qui dans certains cas conduit à des résultats pouvant être exagérément défavorables pour l'élément testé. Par exemple la norme EN 1365-3 traite des essais d'éléments de type poutres et préconise des conditions simplement appuyées lorsque des conditions

réalistes ne peuvent être prescrites. Pour obtenir des conditions aux limites mécaniques plus réalistes, la solution serait d'effectuer des essais au feu sur des structures entières. De tels essais peuvent être relevés dans la littérature [1] [2] [3] mais la grande difficulté de mise en œuvre associée à leurs coûts prohibitifs les rendent extrêmement rares. Dans ce contexte, l'approche dite de « sous-structuration », ou «essais hybrides», apparaît comme une solution pertinente. L'idée est de définir des conditions (mécaniques) limites réalistes appliquées à un élément de structure par la résolution en temps réel d'un modèle numérique simulant le comportement thermomécanique de l'ouvrage environnant. Ainsi seule une partie de l'ouvrage global est testée expérimentalement (sous-structure dite physique, ou PS dans la suite du manuscrit) tandis que le comportement global du reste de l'ouvrage est appréhendé numériquement (sous-structure dite numérique, ou NS dans la suite du manuscrit). Dans le but de réaliser ce type d'essais innovants, le CERIB (Centre d'Étude et de Recherche de l'Industrie du Béton) s'est doté d'un équipement dénommé Prométhée capable de solliciter mécaniquement selon plusieurs directions le corps d'épreuve, durant toute la phase de montée en température du four de résistance au feu.

#### **1.1.1.** Exemple

Pour illustrer les sujets abordés dans les différentes sections de ce manuscrit, on définit un cas test. On cherchera à connaître les performances de résistance au feu d'un bâtiment lors d'un incendie se déclarant dans une de ses cellules. Ce cas test permet de mettre en évidence les principales difficultés pouvant être rencontrées durant le développement et la réalisation d'un essai hybride. Il s'agit d'une version légèrement modifiée du cas test de l'essai hybride initialement prévu (mais non réalisé) dans [4].

Le cas test étudié est un immeuble de bureaux de trois étages (+ RDC) de 3 m chacun, comprenant quatre travées longitudinales de 5,6 m et deux travées transversales de 4 m. La structure porteuse est constituée d'une ossature en béton armé composée de poteaux, de poutres et de solives en liaison complète, telle qu'illustrée en figure 1.1. Les différents planchers et la toiture ne sont pas collaborants dans le sens longitudinal et les cloisons sont coupe-feu et non porteuses. Plus de détails, concernant en particulier le ferraillage des poutres, sont donnés plus loin dans le manuscrit (3.3).

L'objectif est de vérifier la résistance au feu de la structure lors d'un incendie. L'hypothèse de scénario de feu retenue sera celle d'un feu conventionnel dans le troisième compartiment du dernier étage comme illustré sur la figure 1.1, dans lequel un fort potentiel calorifique est présent, associé à des conditions favorables à l'apparition rapide d'un embrasement généralisé. L'agression thermique sera donc

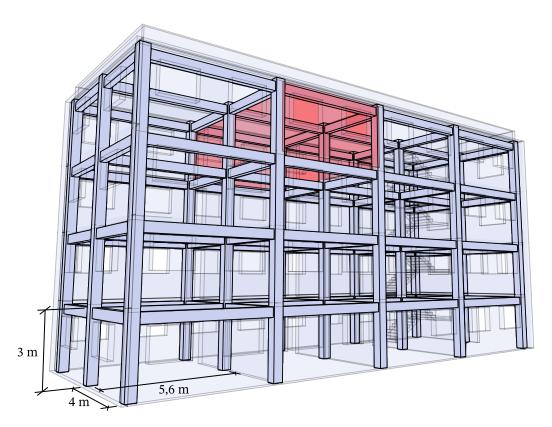


FIG. 1.1. : Structure globale du cas test. Le compartiment subissant une agression thermique est mis en évidence en rouge.

modélisée par un feu suivant la courbe normalisée ISO 834 [5].

Afin de vérifier la résistance au feu du bâtiment, l'étude portera sur la file longitudinale centrale comme illustré en figure 1.2. Nous travaillerons uniquement dans le plan de ce portique.

#### 1.1.2. Sous-structuration

Si l'on souhaite connaître précisément le comportent de la structure en situation d'incendie, la solution la plus évidente serait de construire un corps d'épreuve à l'échelle réelle de la structure complète, et de la tester au feu. Bien que cette méthode ait déjà été employée, elle présente de sérieux désavantages en termes de coûts et de complexité de mise en œuvre.

Une autre solution envisageable est la modélisation et la simulation de la structure au moyen, par exemple, d'un logiciel de calculs aux éléments finis. Cette démarche est cependant assortie d'une forte incertitude, en particulier pour les éléments soumis au feu (incertitudes sur les modèles thermiques et mécaniques, ainsi

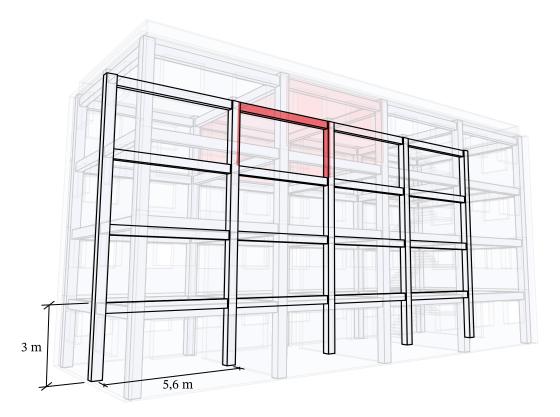


FIG. 1.2. : Portique longitudinal qui sera analysé. Les surfaces subissant une agression thermique sont mises en évidence en rouge (une face interne et une partie des faces latérales de chaque poteau porteur, la sous-face et les deux faces latérales de la poutre).

que sur leurs paramètres matériaux associés).

Lorsque cette incertitude est considérée comme trop grande, il est parfois possible de définir un essai portant uniquement sur la partie de structure dont le comportement est le plus incertain durant le feu, ici la poutre mise en évidence sur la figure 1.2. Se pose alors la question des conditions aux limites mécaniques qu'il faudrait appliquer à la poutre, celles-ci devant être représentatives du comportement mécanique de la structure environnante. En effet, cette dernière subit elle-même les effets du feu, de façon directe (les poteaux porteurs de la poutre sont eux aussi exposés au feu) et indirecte (la rigidité de la poutre va évoluer du fait de son élévation de température, modifiant ses conditions d'équilibre global avec le reste de la structure). Quand il existe de fortes interactions entre l'élément étudié et la structure environnante (i.e. en présence d'encastrements par exemple), la définition *a priori* de ces conditions aux limites passives peut s'avérer impossible autrement qu'en construisant une réplique de la structure environnante.

La technique de l'essai hybride ou sous-structuration se pose alors comme une voie médiane, permettant de combiner les avantages pratiques d'un essai sur un élément seul et le réalisme d'un essai sur une structure complète. Elle répond à cette problématique en décomposant la structure en deux parties : une sous-structure physique (PS) constituée de la poutre dans notre cas test, et une sous-structure numérique (NS) simulant le reste de la structure (2D). Cette décomposition est illustrée sur la figure 1.3. La PS sera donc physiquement testée au feu alors que la NS sera simulée numériquement.

Sous-structure physique (PS)

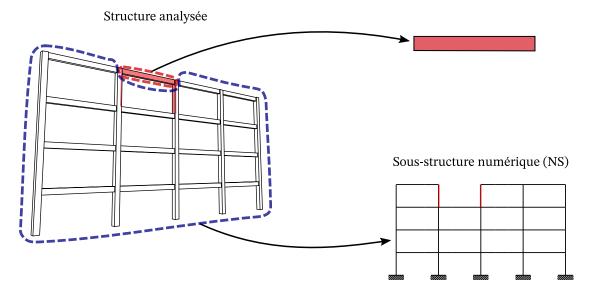


FIG. 1.3. : Décomposition de la structure à analyser en deux sous-structures.

Une fois cette sous-structuration définie, le challenge est de s'assurer que les deux sous-structures se comportent bien de la même manière que le ferait la structure complète. Pour cela, il faut s'assurer sur toute la durée de l'essai au feu que les conditions d'équilibre et de compatibilité entre les deux sous-structures soient satisfaites. Ces conditions s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{PS} = \mathbf{u}_{NS} \\ \mathbf{f}_{PS} = -\mathbf{f}_{NS} \end{cases}$$
 (1.1)

avec  $\mathbf{u}_{PS}$  et  $\mathbf{u}_{NS}$  la position de la PS et de la NS respectivement, au niveau de leur frontière commune et  $\mathbf{f}_{PS}$  et  $\mathbf{f}_{NS}$  les forces de la PS et de la NS respectivement, au niveau leur interface.

En dehors d'une situation accidentelle comme un incendie, les valeurs de positions et de forces aux interfaces restent relativement constantes. En revanche lors

de l'incendie, celles-ci vont évoluer dans le temps. Ainsi, une boucle de rétroaction entre ces différentes valeurs doit être mise en place, afin d'assurer l'équilibre et la compatibilité de chaque sous-structure.

#### 1.1.3. Principaux éléments d'une démarche d'essai au feu hybride

Les principaux composants nécessaires à la réalisation d'un essai hybride de résistance au feu sont :

- 1. la sous-structure physique (PS), qui correspond à la partie de la structure non simulée, mais réellement testée au feu (pour notre cas test, la poutre);
- 2. le four d'essai, permettant de soumettre la PS à une agression thermique (la courbe ISO 834-1 ici).
- 3. le système d'actionneurs mécaniques, dont les principaux composants sont généralement des vérins hydrauliques ou électriques. Est aussi inclus dans cette définition le système de transmission des forces et des déplacements. Ce système de transmission est constitué au sens large des différents éléments mécaniques permettant de transmettre le travail des vérins à la PS;
- 4. le système de mesure et d'acquisition des données mécaniques dont le but est principalement d'acquérir les différentes mesures à partir desquelles seront déduites les valeurs de  $\mathbf{u}_{PS}$  et  $\mathbf{f}_{PS}$  par le programme de conduite d'essai hybride. Pour notre étude, nous utiliserons des capteurs de déplacement à fil ainsi que des capteurs de force;
- 5. le programme de conduite de l'essai hybride, capable de communiquer avec la NS et la PS par l'intermédiaire du système des actionneurs mécaniques et du système de mesure et d'acquisition des données. Il effectue les actions nécessaires pour satisfaire au mieux l'équation 1.1 durant tout l'essai;
- 6. la sous-structure numérique (NS) dont le comportement thermomécanique doit être simulé en temps réel au cours de l'incendie. Dans la cadre de cette étude, nous utilisons le logiciel de calcul aux éléments finis SAFIR [6];

Ces différents éléments sont illustrés figure 1.4. On y retrouve la PS (1) au sein du dispositif expérimental (2), (3) et (4). Celui-ci est contrôlé par le programme de conduite d'essai hybride (5) à partir d'une simulation de la NS en temps réel (6).

Cette structure est relativement commune à tout essai au feu s'inscrivant dans une démarche hybride. Avant de décrire les développements et implémentations effectués durant cette thèse, nous proposons dans le paragraphe suivant un état de l'art des principales études ayant porté sur la réalisation d'essai au feu hybrides.

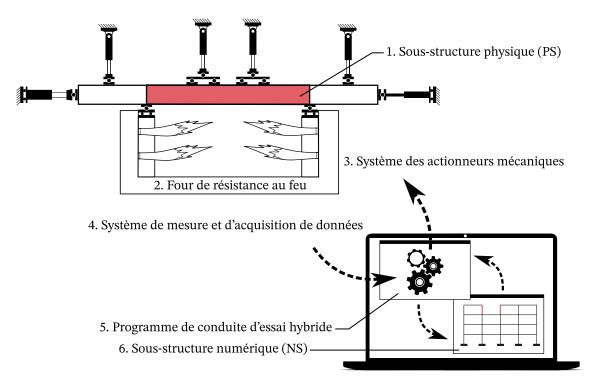


FIG. 1.4. : Principaux composant nécessaires à la réalisation d'un essai hybride de résistance au feu

#### 1.2. État de l'art

#### 1.2.1. Approche historique, simulations hybrides sismiques

La démarche d'essais hybrides a tout d'abord été développée dans le contexte des essais de comportement sismique des structures. Cela peut s'expliquer par un manque de tables vibrantes assez grandes pour effectuer des essais sur des structures à échelle réelle.

Le concept des essais hybrides, alors appelés *on-line testing*, a pour origine les travaux de Hakuno et al., publiés en 1969 [7] portant sur la résistance des structures aux séismes. Partant du constat que les lois de comportement des matériaux ne sont pas assez fiables lorsque ceux-ci deviennent non linéaires, il est difficile d'effectuer un calcul correct du comportement global de la structure. Il est alors proposé de remplacer les éléments de structures non linéaires par des éléments expérimentaux. Ils correspondent aux parties de structure concernées par un endommagement et on inclut ainsi autant d'expériences que nécessaires dans la boucle de calcul. Les premiers essais mettent en évidence de grandes erreurs expérimentales dues au manque de précision du calculateur analogique ainsi qu'aux imperfections

du dispositif.

Les premiers résultats concluants sont issus des travaux de Takanashi et al. [8] publiés en 1975. L'utilisation d'un ordinateur a alors permis l'intégration numérique discrétisée en temps des équations du mouvement. Ainsi les essais ne se déroulent plus en temps réel mais en temps dilaté, laissant le temps aux actionneurs de répondre correctement à la consigne. Ces premiers essais n'utilisent pas le concept de sous-structuration, les structures sont construites et testées dans leur intégralité et la partie numérique ne concerne alors que la simulation des efforts inertiels et d'amortissement. Un historique de ces premiers développements est présenté dans [9], [10] et [11]. Le concept de sous-structuration ne sera développé que plus tard en 1985 par Dermitzakis et Mahin [12] et pour la première fois effectué par Nakashima et al. en 1990 [13]. Les simulations hybrides en temps réel permettront de tester des corps d'épreuves dont le comportement est dépendant de la dynamique du test, pour la première fois effectué par Nakashima et al. en 1992 [14]. Enfin les simulations hybrides géographiquement distribuées conceptualisés par Campbell et Stojadinović en 1998 [15] proposent de réaliser des simulations hybrides géographiquement distribuées, comportant plusieurs sous-structures physiques, pouvant se situer dans des laboratoires d'essais différents.

#### 1.2.2. Essais de résistance au feu hybrides

Les premiers développements concernant l'application de la méthode de sousstructuration dans le domaine de l'ingénierie incendie sont effectués en 1989 par Kiel [16], vraisemblablement sans connaissance de son utilisation alors en cours dans le domaine des essais sismiques. Il propose la construction d'un dispositif d'essai en mesure de contrôler deux nœuds à six degrés de libertés appelé *Intelligenten Prüfmaschine* (machine d'essais intelligente) illustrée figure 1.5-(a). Une version ne contrôlant qu'un nœud sera réalisé par la suite dans le cadre du même projet tel que décrit par Hosser et al. [17] [18] mais trop de difficultés expérimentales, notamment dans les capacités de l'ordinateur à commander l'essai ont été rencontrées et le projet ne fut pas poursuivi. Une illustration de ce système de chargement baptisé SALM (*Several Axis Loading Machine*) est présentée dans [19], repris figure 1.5-(b).

Korzen et al. seront les premiers à publier sur le sujet en 1999 [20] [21]. La procédure est définie comme suit : la force mesurée sur la PS est imposée sur la NS et un nouveau déplacement est ainsi calculé. Ce déplacement est ensuite imposé à la PS comme illustré figure 1.6-(b). L'installation expérimentale, présentée dans [19], et illustré en figure 1.6-(a), est composée d'un four de résistance au feu et d'un système d'actionneurs capable de contrôler les extrémités d'une poutre sur six degrés de libertés.

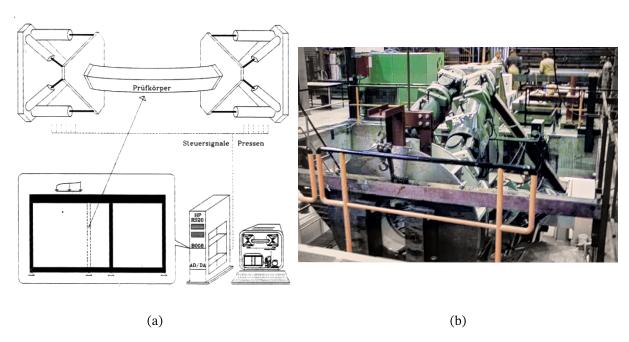


Fig. 1.5. : (a) Interaction entre les composants de la machine d'essais intelligente [16].

(b) Le dispositif de chargement SALM [19].

La méthode d'essai est basée sur une double boucle : une boucle interne assurant l'asservissement du déplacement de la PS à un déplacement de consigne et une boucle externe mettant à jour régulièrement ce déplacement de consigne sur la base du calcul de sous-structuration comme illustré figure 1.7.

D'autres résultats seront présentés par les mêmes auteurs en 2002 [22]. Il s'agit d'observer le comportement d'un poteau en acier subissant une montée en température linéaire au sein d'une structure froide environnante. L'interaction entre la PS est la NS est limitée à un seul degré de liberté correspondant à la composante verticale du déplacement en tête de poteau. Les autres actionneurs sont pilotés de façon à maintenir les déplacements nuls. La NS quant à elle est ici simplement modélisée comme étant une raideur constante c<sup>mod</sup>. On peut observer figure 1.8-(b) en rouge une bonne concordance entre les valeurs de consigne et les résultats : la PS, sur son degré de liberté axial, a une condition équivalente à un ressort de raideur c<sup>mod</sup> durant tout l'essai.

Une méthode similaire sera utilisée par la suite pour plusieurs autres campagnes expérimentales et notamment en conjonction avec des résultats issus d'essais où la raideur c<sup>mod</sup> n'était pas imposée par un système d'actionneurs, mais une par une structure réelle. Ces essais ont pu être réalisés avec des PS constituées d'un poteau en acier (2012) [23] et en béton armé (2013) [24], la NS étant toujours modélisée

## Entire Building





(a)

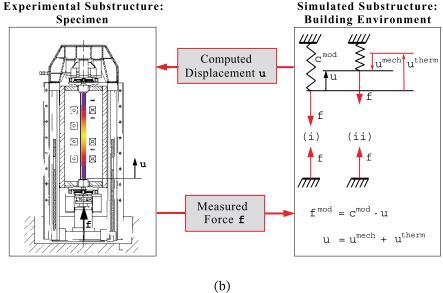


FIG. 1.6.: (a) L'installation expérimentale [19].

(b) La sous-structuration tel que présentée par Korzen et al. [22]. La décomposition du déplacement en  $\upsilon^{mech}$ , déformation mécanique et  $\upsilon^{therm}$  déformation thermique est artificielle et non mesurable, seulement  $\upsilon$  est pris en compte pour l'essai hybride.

comme un ressort à raideur constante dans le temps.

Une extension de cette technique d'essai à des frontières à plusieurs degrés de libertés a été développée par Robert en 2008 [25]. Quelques résultats seront par la suite communiqués en 2010 par Robert et al. [26]. Le dispositif expérimental étant le même que celui qui sera utilisé dans le cadre des travaux présentés dans cette thèse, il fera l'objet d'une présentation plus en détails dans la suite du manuscrit (en section 4.1). La procédure est duale à celle présentée par Korzen et al. [21], car ici la position mesurée sur la PS est imposée sur la NS et une nouvelle

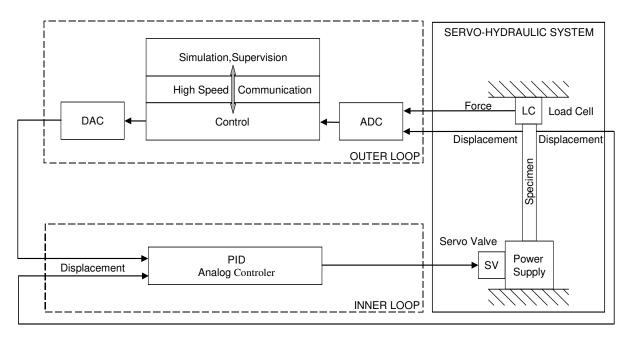


FIG. 1.7. : Contrôle de l'essai hybride tel que présenté par Korzen et al. [21], utilisant une boucle d'asservissement en position imbriquée dans la boucle de simulation hybride.

force d'interface est ainsi calculée; cette force d'interface est ensuite imposée à la PS. Comme lors des études Korzen, la NS est simplement modélisée par une raideur constante. La frontière possédant plusieurs degrés de liberté, cette raideur n'est plus un scalaire mais une matrice, calculée au préalable, à partir des résultats d'une simulation mécanique aux éléments finis. Un essai hybride est réalisé avec comme corps d'épreuve une dalle en béton armé, tel qu'illustré en figure 1.9-(a). La dalle est chargée en travée par des vérins hydrauliques pour simuler les charges d'exploitations, repérées « P » sur les figures 1.9-(a) et 1.9-(b). Des chargements sont aussi imposés en console, repérés «  $F_{zc}$  » et «  $F_{zd}$  » sur les figures 1.9-(a) et 1.9-(b), maintenus constants dans le temps, dans le but de recréer les moments sur appuis d'extrémité de la dalle. Les chargements repérés «  $N_{xa}$  » et «  $N_{xb}$  » ne sont pas mis en place. L'interaction entre la PS et la NS est réalisée par les trois actionneurs repérés «  $N_{ya}$  » «  $N_{yb}$  » et «  $N_{yc}$  », dont l'évolution est illustrée figure 1.10. La NS est modélisée par une matrice de raideur diagonale à coefficients constants. L'essai sera stoppé après trois heures d'exposition au feu ISO en l'absence de ruine.

Mostafaei et al. présentent en 2009 [27] [28] une technique d'essai similaire basée elle aussi sur la commande en force de la PS à partir de la mesure de sa position. Se plaçant dans le cadre d'une approche de conception performantielle de poteaux en béton armé, la prise en compte de la structure environnante est indispensable.

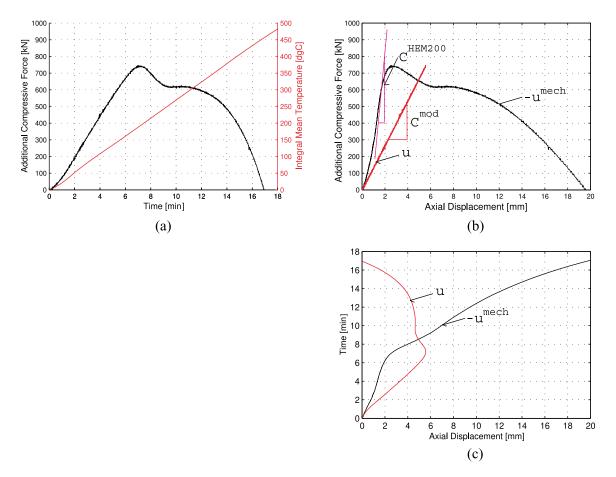


FIG. 1.8.: Résultats de l'essai hybride présentés par Korzen et al. [22]. En (a) la mesure de la variation de la force de compression en tête de poteau ainsi que la température moyenne de celui-ci au cours du temps. En (b) la mesure de la variation de la force de compression en tête de poteau cette fois-ci en fonction du déplacement axial mesuré au cours de l'essai. En (c) le temps d'essai en fonction du déplacement axial mesuré.

Dans le but de simplifier l'essai, ils optent eux aussi pour la modélisation de la NS par une raideur constante. Différentes méthodes de détermination de cette constante sont proposées, en observant la modélisation de la structure complète ou avec un calcul analytique simplifié. Un cadre plus général est présenté en 2013 [29], décrivant une méthode de test applicable à des éléments de type poteau au sein d'une structure globale. Ce cadre est développé selon l'hypothèse qu'aucun chargement n'est appliqué à l'élément constituant la PS à l'exception de ses extrémités, reliés à la NS. Dans le but de simplifier les conditions aux limites appliquées à l'élément testé, il est proposé de remplacer les deux moments/rotations en extré-

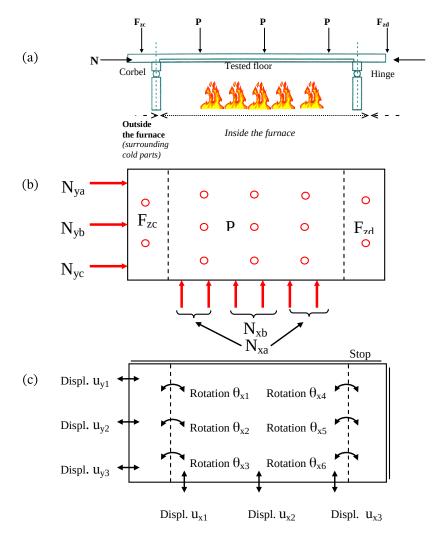


FIG. 1.9.: Configuration générique d'un essai de dalle [26].

- (a) Vue en coupe.
- (b) Vue de dessus des différentes forces applicables par le dispositif d'essai.
- (c) Vue de dessus des principaux déplacement mesurés.

mités de poteaux par une translation de la tête du poteau, en encastrant ses deux extrémités comme illustré figure 1.11-(a). Ainsi il est considéré que le moment est exactement identique en valeur et inverse en signe entre les deux extrémités de la PS. La vérification de la pertinence de cette approximation est effectuée pour deux positions de la PS au sein d'un cas particulier de structure globale, avec la comparaison d'une simulation numérique effectuant ou non cette simplification.

Cette méthode de simplification ne sera pas appliquée lors de l'essai réalisé [30]

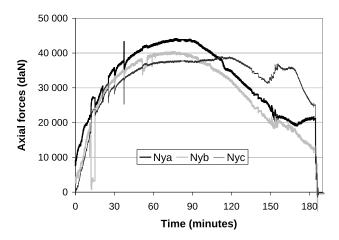


FIG. 1.10.: Évolution des efforts normaux imposés à la dalle testée [26].

avec un seul degré de liberté, les rotations et translations étant complètement empêchées. En effet le scénario de feu retenu se situant sur un axe de symétrie de la structure d'une part et une ruine par flambement étant exclue d'autre part, seul le degré de liberté vertical de la PS a besoin d'être en interaction avec la NS. Le dispositif expérimental utilisé est illustré figure 1.11-(b).

Contrairement aux essais de Korzen et Robert, ici la procédure de contrôle n'est pas automatisée, entraînant un pas de temps conséquent de 5 min . La précision est cependant annoncée comme étant raisonnable, mais sans données permettant de vérifier cette affirmation. La principale nouveauté réside dans l'utilisation d'une NS calculée au moyen d'une simulation aux éléments finis et non d'une raideur constante.

Une approche radicalement différente est effectuée par Whyte et al. en 2014 [31] [32]. Il est proposé d'adapter les techniques des simulations hybrides sismiques aux essais hybrides de résistance au feu, notamment grâce au développement de l'ensemble de logiciels open source OpenFresco [33] et Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees) [34]. Whyte et al. modifient donc ces outils pour permettre la réalisation d'essais thermomécaniques. Grace à la réutilisation du formalisme développé pour les simulations hybrides sismiques, Whyte et al. sont en mesure de présenter le premier cadre général pour la réalisation d'essais hybrides de résistance au feu. Cette approche a aussi l'avantage de créer un cadre commun et ainsi permettre la simulation hybride suivi d'un essai hybride sur le même corps d'épreuve, sans changer de logiciel. Une autre nouveauté est le développement du couplage non seulement mécanique mais aussi thermique entre la NS et la PS. La technique de sous-structuration est basée sur la résolution des équations de la dynamique en assignant aux nœuds et aux éléments de la simulation une masse et un taux d'amortissement arbitraire afin d'obtenir une solution sta-

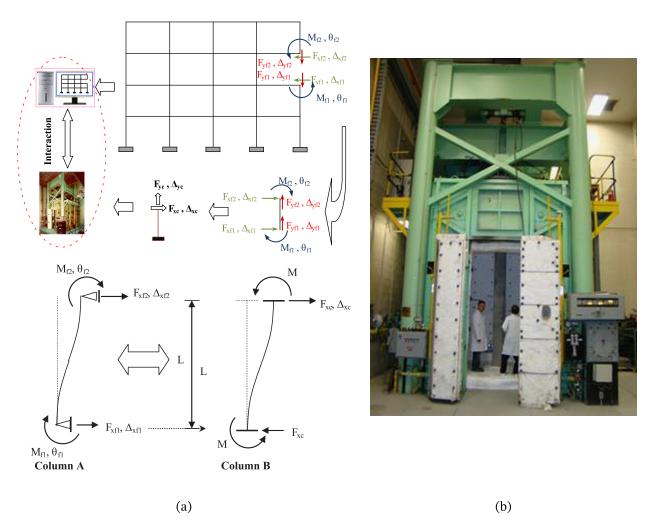


FIG. 1.11. : (a) Méthode de test équivalente pour un essai de poteau [29]. (b) Dispositif expérimental utilisé [30].

tique satisfaisante. De plus, selon les méthodes habituellement utilisées en essais hybrides sismiques (tests pseudo-dynamiques), l'essai se déroule en temps simulé et non en temps réel. Ainsi, la vitesse maximale de déplacement de l'actionneur est fixée, de même que celui de la montée en température à une valeur inférieure à celle qui serait observée en temps réel. Ces essais à un degré de liberté sont effectués à petite échelle sur une machine de traction équipée d'un four électrique de faible puissance, tel qu'illustré en figure 1.13.

L'algorithme, incluant trois boucles d'asservissement imbriquées (figure 1.14) tirant avantage des derniers développements des simulations hybrides sismiques en temps réel, est par la suite implémenté par [35].

Cette modification permet en théorie à cette méthodologie d'être appliquée en

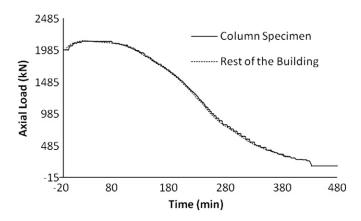


FIG. 1.12. : Force à la frontière du côté de la NS et de la PS lors de l'essai hybride de Mostafaei [30].

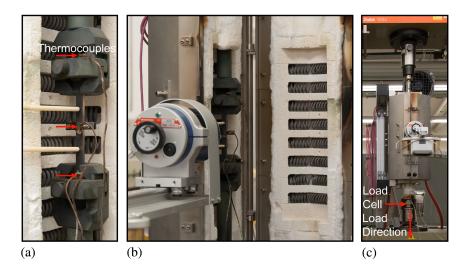


FIG. 1.13. : Dispositif expérimental utilisé par Whyte et al. [35].

- (a) Corps d'épreuve dans les mors de la machine de traction.
- (b) Système de mesure de la déformation par pointaux.
- (c) Vue globale du dispositif avec la porte du four fermée.

temps réel. Mais dû aux limitations du dispositif expérimental, les essais sont toujours menés à  $1/24^e$  du temps réel.

Les principales difficultés relevées sont liées à la déformation continue du corps d'épreuve sous l'effet de sa dilatation thermique qui peut induire de fortes erreurs entre deux pas de temps. De plus, l'algorithme d'intégration utilisé est très sensible au pas de temps utilisé, pouvant dans certains cas diverger si le temps entre la mesure des forces de réaction et l'imposition du déplacement calculé est trop long. Des optimisations ont été réalisées pour prévenir cette divergence mais celles-ci

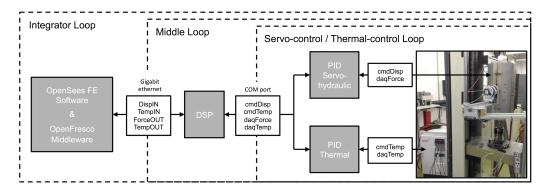


FIG. 1.14. : Éléments du contrôle de l'essai hybride défini par Whyte et al., comportant trois boucles imbriquées [35].

induisent une oscillation permanente du chargement du corps d'épreuve ce qui n'est pas désirable. La perspective est de réduire le pas de temps de calcul, celui-ci était défini à 0,25 s en temps simulé dans les essais présentés et d'adapter les schémas d'intégrations aux problèmes thermomécaniques. Une autre amélioration envisagée par les auteurs est d'utiliser un contrôle mélangé, capable de passer d'un asservissement en position à un asservissement en force sur le même degré de liberté, selon les conditions de l'essai.

Schulthess et al. présentent en 2015 [36] un algorithme possédant, de manière similaire à Whyte et al., un pas de temps thermique au sein de la procédure de contrôle. La mise a l'équilibre mécanique est effectuée en de multiples sous-itérations, en mesurant la raideur tangente à chacune d'entre elles.

Sauca et al. ont démontré et présenté en 2016 [37] que la procédure de contrôle utilisée par Mostafaei [29] était conditionnellement stable. Les auteurs montrent en effet que la stabilité, dans le cas linéaire à un degré de liberté, est très fortement dépendante du rapport entre les raideurs de la PS,  $K_{PS}$  et celle de la NS  $K_{NS}$ . Deux procédures de « première génération » sont définies : la procédure de contrôle en force et la procédure de contrôle en déplacement.

La procédure de contrôle en force est la suivante :

- 1. mesure de la position de la PS,  $\mathbf{u}_{PS}$ ;
- 2. application de la position mesurée à la NS,  $\mathbf{u}_{NS} = \mathbf{u}_{PS}$ ;
- 3. calcul de la force de réaction de la NS,  $\mathbf{f}_{NS} = \mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{u}_{NS}$ ;
- 4. imposition de la force de réaction à la PS,  $\mathbf{f}_{PS} = \mathbf{f}_{NS}$ .

La procédure de contrôle en déplacement est la suivante :

1. mesure de la force de réaction de la PS,  $\mathbf{f}_{PS}$ ;

- 2. application de la force mesurée à la NS,  $\mathbf{f}_{NS} = \mathbf{f}_{PS}$ ;
- 3. calcul de la position de la NS,  $\mathbf{u}_{NS} = \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{f}_{NS}$ ;
- 4. imposition de la position à la PS,  $\mathbf{u}_{PS} = \mathbf{u}_{NS}$ .

La procédure de contrôle en déplacement de la PS n'est stable qu'à condition que le rapport  $\frac{K_{NS}}{K_{PS}} > 1$ , et donc que la PS soit moins raide que la NS. À l'inverse, la procédure de contrôle en force n'est stable qu'à condition que le rapport  $\frac{K_{NS}}{K_{PS}} < 1$  et donc que la PS soit plus raide que la NS. Ceci est problématique car lors d'un incendie (ou d'un essai au feu), le rapport de raideur peut s'inverser, rendant donc l'hybridation potentiellement instable.

Une nouvelle procédure inspirée de la méthode FETI (finite element tearing and interconnect), inconditionnellement stable est proposée, sous réserve que les valeurs de  $K_{PS}$  et  $K_{NS}$  soient connues. Elle est définie en remplaçant les étapes 3 et 4 de la procédure de contrôle en déplacement par :

3. imposition de la position à la PS,  $\mathbf{u}_{PS} = (\mathbf{K}_{PS} + \mathbf{K}_{NS})^{-1} \times \mathbf{f}_{NS}$ .

Tondini et al. [38], également inspirés par la méthode FETI, présentent une méthode similaire, basée sur l'utilisation de multiplicateurs de Lagrange. Celleci est aussi inconditionnellement stable sous réserve que les valeurs de  $K_{PS}$  et  $K_{NS}$  soient connues. Elle présente aussi l'avantage d'être utilisable dans le cas de sous-structures flottantes (concept qui sera expliqué plus en détails en 2.1.2) de par l'ajout de positions virtuelles non appliqués aux sous-structures. Elle est définie comme suit :

0. Calcul de la matrice jacobienne modifiée :

$$\overline{DA} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{NS} & \mathbf{0} & -\mathbf{B}_{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{PS} & -\mathbf{B}_{P} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{N} & \mathbf{B}_{P} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{N}\mathbf{R}_{N} & \mathbf{B}_{P}\mathbf{R}_{P} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{N}^{T}\mathbf{B}_{N}^{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{P}^{T}\mathbf{B}_{P}^{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

avec **B** des matrices booléennes de connectivité et **R** des vecteurs portant les modes rigides de la PS et de la NS.

1. calcul du résidu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{NS} - \mathbf{f}_{NS,ext} - \mathbf{B}_{N}^{T} \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{f}_{PS} - \mathbf{f}_{PS,ext} - \mathbf{B}_{P}^{T} \boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{B}_{N} \left( \mathbf{u}_{NS} + \mathbf{T}_{N} \boldsymbol{\alpha}_{N} \right) + \mathbf{B}_{P} \left( \mathbf{u}_{PS} + \mathbf{T}_{P} \boldsymbol{\alpha}_{P} \right) \\ \mathbf{T}_{N}^{T} \left( \mathbf{f}_{NS} + \mathbf{B}_{N}^{T} \boldsymbol{\lambda} \right) \\ \mathbf{T}_{P}^{T} \left( \mathbf{f}_{PS} + \mathbf{B}_{P}^{T} \boldsymbol{\lambda} \right) \end{bmatrix}$$

avec  $\mathbf{f}_{,ext}$  les forces extérieures exercées sur les nœuds,  $\lambda$  le vecteur des multiplicateurs de Langrange,  $\mathbf{T}_N = \ker(\mathbf{K}_{NS})$ ,  $\alpha$  les vecteurs correspondants aux positions virtuelles au sein des modes rigides de la PS et de la NS;

2. calcul de l'itération de Newton-Raphson modifiée :

$$\left[egin{array}{c} \Delta \mathbf{u}_{NS} \ \Delta \mathbf{u}_{PS} \ \Delta \lambda \ \Delta lpha_N \ \Delta lpha_D \end{array}
ight] = -\overline{D} \overline{\mathbf{A}}^{-1} \mathbf{A}$$

3. mise à jour de la solution :

$$\left[egin{array}{c} \mathbf{u}_{NS} \ \mathbf{u}_{PS} \ \lambda \ lpha_{R} \ lpha_{P} \end{array}
ight] = \left[egin{array}{c} \mathbf{u}_{NS} \ \mathbf{u}_{PS} \ \lambda \ lpha_{R} \ lpha_{R} \end{array}
ight] + \left[egin{array}{c} \Delta \mathbf{u}_{NS} \ \Delta \mathbf{u}_{PS} \ \Delta \lambda \ \Delta lpha_{N} \ \Delta lpha_{N} \end{array}
ight]$$

4. imposition de  $\mathbf{u}_{PS}$  à la PS et retour à 1.

Un cas test numérique est présenté et de bonnes performances sont atteintes avec un pas de temps de 100 ms.

Sauca et al. [39] [4] [40] effectuent une étude extensive de la procédure de test utilisée par Mostafaei [29] et de la nouvelle procédure de contrôle proposée par [37]. Une application à un essai à plusieurs degrés de liberté est tentée mais non réussie. Cet échec peut être attribué à une procédure de contrôle nécessitant des capteurs bien plus performants en termes de résolution que ceux utilisés mais surtout aux défauts d'implémentation de la méthode au sein du dispositif d'essai Prométhée (dispositif également utilisé dans le cadre de la présente thèse).

Plusieurs problématiques expérimentales sont soulignées dans ces travaux. L'une d'entre elles est la présence systématique de degrés de liberté très raides dans les essais hybrides de résistance au feu, contrairement aux simulations hybrides sismiques. Ces ddl très raides se traduisent expérimentalement, lors d'un asservissement en position des actionneurs, par de fortes oscillations de la force exercée sur le corps d'épreuve. Comme la précision des capteurs de déplacement est limitée le contrôleur assurant l'asservissement en position, dans le cadre de l'utilisation d'actionneurs hydrauliques, fait osciller la position à l'intérieur de cette erreur. Ces oscillations se traduisent par une oscillation de la force exercée par l'actionneur sur le corps d'épreuve proportionnelle à la raideur de celui-ci. Dans l'exemple développé durant les travaux de Sauca [4] et repris dans le cadre cette thèse, une

erreur de l'ordre de 40  $\mu$ m entraîne des oscillations mesurées d'au moins 19 kN. Par ailleurs, un autre phénomène a été mis en évidence lors d'un contrôle en déplacement de la PS: de très grands efforts dus à la dilatation empêchée de la PS peuvent se développer entre deux pas de temps, le déplacement étant maintenu constant. Il est donc nécessaire d'effectuer des itérations rapides, ce qui exclut l'utilisation de logiciels complexes pour la simulation de la NS.

#### 1.2.3. Évolution de l'état de l'art durant les travaux de thèse

Qureshi et al. en 2018 [41] développent une méthode de contrôle prenant en compte la rigidité sécante de la PS dans l'algorithme de contrôle. En 2019, Qureshi et al. [42] montrent qu'un essai hybride est nécessaire pour déterminer la résistance au feu de poteaux métalliques, celui-ci doit être réalisé en incluant les non-linéarités de la NS. Ils montrent la faisabilité d'un contrôle en force au moyen d'une prise en compte de la rigidité sécante de la PS développée dans [41].

Wang et al. effectuent en 2018 et 2019 [43] [44] avec succès plusieurs essais hybrides à un degré de liberté, à pleine échelle sur des poteaux en acier et une NS simulée en éléments finis. La figure 1.15 illustre les différentes étapes de la méthode proposée ainsi que les éléments constitutifs de l'essai.

La procédure diffère de celle utilisée par Mostafaei et al.[30], Sauca et al. [37] et Qureshi et al. [41] et est plus proche de celle proposée par Tondini et al. [38]. Elle inclut aussi un système d'interpolation-extrapolation pour compenser les erreurs dues à la dilatation empêchée entre deux itérations d'une part et pour compenser les erreurs dues à la déformation de la structure de chargement d'autre part. En effet, contrairement à Sauca [4], la position de la PS n'est pas directement mesurée mais déduite de la sortie de tige du vérin hydraulique. Pour ce faire, une compensation de la déformation du cadre d'essai est prise en compte dans l'algorithme de contrôle. Cette compensation a une influence négative sur la stabilité de l'essai et est stabilisée en surestimant la raideur du dispositif de chargement dans l'algorithme de compensation.

Une nouvelle approche consistant à traiter l'essai hybride comme un problème d'automatique, en déduisant une représentation d'état, est développée par Mergny et al. [45] [46]. Il est montré qu'il y a une équivalence entre la méthode de contrôle utilisée précédemment et un contrôle proportionnel. L'erreur systématique de ce type de contrôle, déjà remarqué par Sauca [4] est souligné dans le cas de l'utilisation de pas de temps longs nécessaires lors de l'utilisation d'une NS à base d'éléments finis non linéaires. La solution proposée est l'adoption d'un contrôle de type proportionnel intégral. Son utilisation est illustrée figure 1.16. La problématique des oscillations des degrés de liberté raides ne sera pas rencontrée grâce à l'utilisation d'actionneurs électriques, capable de rester immobiles une fois le déplace-

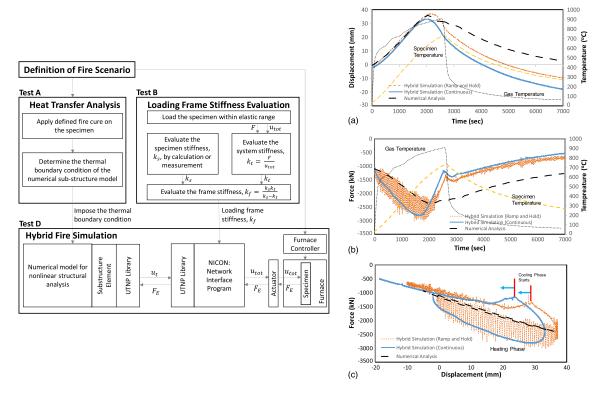


FIG. 1.15.: Interaction entre les éléments de la procédure. et résultat des essais effectués, Wang et al. [44]. En (a) le déplacement au cours du temps, en (b) les efforts au cours du temps et en (c) les efforts en fonction du déplacement mesuré.

ment de consigne atteint.

Grolimund propose en 2019 [47] l'utilisation de deux méthodes distinctes pour la réalisation d'essais : une méthode statique en temps réel et, au moment de la ruine, une méthode pseudo-dynamique permettant de mieux appréhender les mécanismes de ruine.

Schulthess et al. annoncent en 2020 [48] [49] avoir développé la première méthode rigoureuse en vue de la réalisation d'essais hybrides, appelés ici «analyse au feu consolidée». Ils confirment les résultats de Mergny et al. [45] et Sauca et al. [37] quant à la dépendance de la procédure proportionnelle au pas de temps utilisé. Une méthode de contrôle mixte est proposée, basée sur une itération séparée en un pas de temps thermique et un pas de temps mécanique. Durant le pas de temps thermique, la force à l'interface de la PS est maintenue constante. À la fin de ce pas de temps, la position de l'interface est ramenée à celle qu'elle était au début du pas de temps thermique et la PS et la NS sont mises à l'équilibre avec des itérations de Newton Ralphson. Afin d'améliorer la convergence, la raideur tangente de la

PS est estimée en direct durant les itérations et un système prédicteur-correcteur est mis en place, permettant de lancer les calculs de la NS en utilisant une mesure extrapolée de la PS. Une fois la précision voulue atteinte, un nouveau pas de temps thermique est effectué.

Abbiati et al. [50] présentent une méthode d'essai hybride en temps réel basé sur l'utilisation de la technique de relaxation dynamique. Son efficacité est illustrée avec un essai hybride virtuel montrant les bonnes performances de la méthode proposée. L'objectif poursuivi est l'implémentation de la technique pour la réalisation d'un essai hybride réel à pleine échelle.

Une nouvelle approche est exposée par Qureshi et al. en 2020 [51], qui considèrent, de même que Mergny et al. [45] le système comme un problème d'automatique. La NS est alors ici totalement incluse au sein du contrôleur : celui-ci est paramétré, grâce à l'identification au préalable des caractéristiques du système d'actionneurs, de manière à avoir la même réponse dynamique qu'aurait la NS. Ainsi, la connaissance des propriétés mécaniques de la PS ne sont plus nécessaires pour effectuer l'essai, au prix de l'utilisation de systèmes d'actuation de très hautes performances (haute vitesse et réponse rapide).

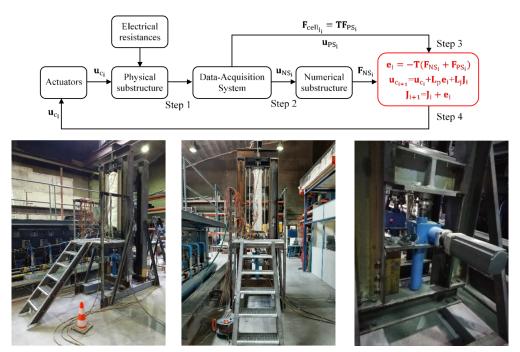


FIG. 1.16. : Procédure de contrôle utilisée par Mergny et Franssen et dispositif expérimental d'essais à échelle intermédiaire [52].

Enfin, Mergny et Franssen réalisent en 2020 [52] avec succès plusieurs essais à échelle intermédiaire comportant jusqu'à trois degrés de liberté avec le système

illustré figure 1.16.

A l'issu de cet état de l'art, nous pouvons constater que les essais hybrides au feu font toujours l'objet de travaux de développement, sans encore à ce jour présenter de méthodes réputées fiables et efficaces quels que soient la structure étudiée, sa raideur par rapport à la structure environnante, le nombre de degrés de libertés aux interfaces, etc. Expérimentalement, les études ont souvent montré que la réalisation d'un essai hybride est particulièrement sensible aux méthodes de mesure des déplacements et/ou forces, ainsi qu'à la vitesse de dialogue avec la NS (problématique des pas de temps en particulier). Toutes ces problématiques soulevées constituent autant de challenges, auxquels cette présente thèse entend apporter une contribution. Dans ce contexte, nous présentons dans le prochain paragraphe les principaux objectifs de la thèse.

#### 1.3. Objectifs de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans la continuité et sur le même dispositif expérimental «Prométhée» que des travaux de Sauca [4]. Si ces précédents développements n'ont pas abouti à la réalisation effective d'un essai hybride, ils ont cependant permis l'identification des principaux problèmes pouvant être rencontrés durant de tels essais, et ont servi de base à la définition des objectifs de la présente thèse.

Les principaux objectifs sont alors définis :

- 1. Établissement d'un cadre théorique général permettant le développement d'une procédure de conduite d'essais hybrides de résistance au feu robuste et applicable à tout type de structure. Le caractère imparfait du dispositif expérimental et notamment du système d'actuation et de capteurs devra être pris en compte;
- 2. Validation théorique et expérimentale (à température ambiante) de ces développements.
- 3. Mise en œuvre pratique du nouveau protocole sur le dispositif Prométhée;
- 4. Réalisation d'un essai au feu hybride sur la poutre du cas test (figure 1.4), à 3 degrés de liberté.

### 1.4. Organisation du manuscrit

Ce manuscrit est organisé en six chapitres en incluant la présente introduction. Le chapitre 2 est entièrement consacré au premier objectif de la thèse, présentant le développement d'une méthode générale pour résoudre le problème de la sous-structuration. Une nouvelle procédure de contrôle y est proposée et décrite, que nous jugeons plus robuste aux imprécisions des systèmes de mesures, et adaptée à des corps d'épreuve dont le comportement au feu est inconnu. Le chapitre 3 est dédié à la vérification numérique des développements théoriques effectués au chapitre 2 (objectif n°2). Un logiciel de simulation d'essai hybride « virtuel » est conçu et utilisé dans le cadre de deux cas test réalistes, permettant de prédire les performances de la procédure de contrôle. Une fois cette vérification effectuée, le chapitre 4 décrit succinctement l'implémentation pratique du protocole sur le dispositif Prométhée du CERIB (objectif n°3). Enfin, le chapitre 5 présentera la réalisation d'un essai hybride au feu à échelle réelle, et à 3 degrés de liberté, de la poutre précédemment identifiée sur le cas test (objectif n°4). Le chapitre 6 résumera les conclusions des différents développements et donnera les possibles axes d'amélioration de ces travaux.

## 2. Développement du cadre théorique

Le système étudié est le bâtiment complet, dans la situation d'un incendie. La question posée sur ce système est la résistance au feu de ce bâtiment. Pour répondre à cette question il est nécessaire de modéliser ce système. Comme expliqué dans l'introduction, le modèle le plus précis est un modèle expérimental qui serait une copie conforme du système étudié. Cela reviendrait donc à construire l'ouvrage complet et d'y appliquer le feu considéré. Un modèle plus facile à mettre en œuvre mais dont la justesse est plus complexe à montrer serait un modèle mathématique de ce bâtiment et du feu. On peut ainsi distinguer deux approches de modélisation : la modélisation physique et la modélisation mathématique.

Le principe d'un essai hybride est de combiner les deux approches pour l'étude d'un même système. Une partie du système est modélisée expérimentalement et l'autre numériquement. Un essai hybride peut donc être utilisé pour résoudre un problème défini sur un domaine trop grand pour être résolu expérimentalement et qui est trop complexe sur une partie de ce domaine pour être simulé numériquement. Dans le cas d'un essai hybride de résistance au feu, la décomposition du système se fait alors au niveau du domaine étudié : on effectue un essai sur une partie seulement du domaine, le reste étant numériquement modélisé.

Pour cela il est nécessaire de définir une méthode permettant de séparer ce domaine, appelé sous-structuration. Les méthodes présentées dans l'état de l'art ne prennent pas en compte explicitement la présence de chargements appliqués sur la PS dans le cas général ailleurs que sur les nœuds d'interface avec la NS.

Dans un premier temps, il est donc proposé un cadre théorique plus global permettant de prendre en compte ces chargements, ainsi qu'une méthode de simplification afin de réduire au minimum le nombre de degrés de liberté pilotés de la frontière de la PS.

Les difficultés observées par Whyte et al. [32], dans des conditions expérimentales extrêmement favorables comparées à celles des essais prévus dans le cadre de cette thèse ne nous ont pas encouragé à poursuivre l'adaptation des algorithmes généralement utilisés en simulations hybrides sismiques aux problèmes thermomécaniques. Ces travaux montrent que l'implémentation des techniques à l'état de l'art du cadre des simulation hybrides sismiques n'est pas suffisant et donc la nécessité de développer des algorithmes spécifiques pour la réalisation d'essais au feu. On peut aussi noter que la licence des logiciels OpenFresco et OpenSees, faci-

litant l'intégration de ces algorithmes n'est pas compatible avec un usage commercial, ce qui est pourtant l'objectif du partenaire industriel finançant ces travaux de thèse.

Les procédures de contrôles de l'état de l'art ne sont pas satisfaisantes et aucune de celles-ci n'est adaptée aux objectifs fixés. Premièrement leurs performances sont très fortement dépendantes de nombreux paramètres issus de la PS, dont le comportement est par définition mal connu. Enfin, dans le cadre de PS raides, elles nécessitent un système de mesure de position très précis, difficile à mettre en œuvre dans le contexte d'essais de résistance au feu. Une nouvelle procédure de contrôle satisfaisant ces exigences doit donc être développée.

#### 2.1. Sous-structuration

L'idée de base d'un essai hybride de résistance au feu est de séparer une structure trop grande pour être testée dans sa totalité en plusieurs sous-structures. Ces sous-structures étant résolues séparément, il est nécessaire de mettre en place une procédure qui assure que la structure ainsi décomposée se comporte de la même façon que la structure complète. In-fine, on cherche ici à savoir à savoir quelles informations doivent transiter entre les deux sous-structures durant l'essai hybride.

#### 2.1.1. Conditions d'interface

On peut voir un essai de résistance au feu hybride comme une résolution par décomposition de domaine, avec un domaine physique relié à un domaine numérique par leurs conditions aux limites. On résout alors l'équation à l'intérieur de chaque domaine en propageant de manière itérative les conditions aux limites calculées entre les différents domaines. On a donc plusieurs solveurs opérants sur le même problème : un solveur par éléments finis pour la NS, un «solveur» physique pour la PS et un solveur d'interface pour joindre ces deux solutions. Il s'agit alors de trouver quelles conditions aux limites imposer à la frontière entre les sous-domaines.

Historiquement, c'est Hermann Amandus Schwarz, qui introduisit une méthode de décomposition de domaine dans le but de prouver l'existence et l'unicité de la solution de l'équation de Poisson sur des domaines complexes [53]. Nous rappelons ci-après les principes généraux de son algorithme.

#### Algorithme de Schwartz

On souhaite trouver la solution d'un problème aux limites avec des conditions de Dirichlet :

$$\begin{cases} \Delta u = f & \text{sur } \Omega \\ u = g & \text{sur } \partial \Omega \end{cases}$$

#### avec u la solution du problème et f et g ses conditions aux limites.

Le domaine  $\Omega$  est séparé en deux sous-domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  tels que  $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega$ ,  $\Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \emptyset$  et  $\partial \Omega_1 \cup \Omega_2 \neq \partial \Omega_2 \cup \Omega_1$ . Ainsi, les deux sous domaines possèdent une zone de recouvrement comme illustré figure 2.1.

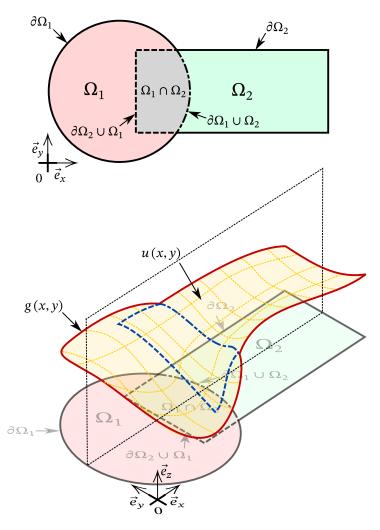


FIG. 2.1. : Décomposition d'un domaine complexe en deux domaines possédant une zone de recouvrement.

Pour trouver la solution du problème sur  $\Omega$ , on résout alternativement jusqu'à la convergence le problème sur les domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  en mettant à jour les conditions aux limites de l'un selon les résultats obtenus précédemment sur l'autre.

Pour une itération i :

$$\begin{cases} \Delta u_{1,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{1,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_1 \cap \overline{\Omega_2} \\ u_{1,i} = u_{2,i-1} & \text{sur } \partial \Omega_1 \cup \Omega_2 \end{cases}$$

puis

$$\begin{cases} Du_{2,i+1} = f & \operatorname{sur} \Omega_1 \\ u_{2,i+1} = g & \operatorname{sur} \partial \Omega_2 \cap \overline{\Omega_1} \\ u_{2,i+1} = u_{1,i} & \operatorname{sur} \partial \Omega_2 \cup \Omega_1 \end{cases}$$

jusqu'à ce que  $\frac{u_1-u_2}{u_1+u_2}<\varepsilon$  sur  $\Omega_1\cap\Omega_2$ ,  $\varepsilon$  pouvant être choisi arbitrairement petit. Les différentes étapes de cette méthode sont illustré figure 2.2.

Cette méthode est difficilement applicable au cas d'essais hybrides En effet ici la solution sur un des domaines est issue d'une simulation numérique et l'autre d'une structure réelle testée. Dans ces conditions, il est improbable que les deux solutions  $u_1$  et  $u_2$  soient égales sur  $\Omega_1 \cap \Omega_2$  simplement en imposant  $u_1 = u_2$  sur  $\partial \Omega_1 \cup \Omega_2$  et  $\partial \Omega_2 \cup \Omega_1$ . Une autre difficulté pourrait venir de la faible vitesse de convergence de ce type d'algorithme, fortement dépendante de la taille du recouvrement entre les deux sous-structures [54].

### Méthode Neumann-Dirichlet (force-déplacement)

Comme vu précédemment, une méthode de liaison hybride efficace implique que les domaines numériques et physiques puissent n'être reliés que par leurs bords ( $\Omega_1 \cap \Omega_2 = \partial \Omega_1 \cap \partial \Omega_2 = \Gamma_{1,2}$ ). Le domaine  $\Omega$  est alors séparé en deux sous-domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  tels que  $\Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega$ , et  $\partial \Omega_1 \cup \Omega_2 = \partial \Omega_2 \cup \Omega_1$  comme illustré figure 2.3.

Une autre famille de méthodes apparaît alors plus adaptée à ce type de problèmes : les méthodes Neumann–Dirichlet qui sont basées sur la résolution d'un des sous-domaines avec l'imposition de conditions de Dirichlet sur  $\Gamma_{1,2}$  et de l'autre avec des conditions de Neumann. Pour une itération i, on commence par résoudre le problème sur le domaine  $\Omega_1$  avec une condition de Dirichlet  $u_{\Gamma,\,i-1}$  imposée sur la frontière  $\Gamma_{1,2}$ :

$$\begin{cases} \Delta u_{1,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{1,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_1 \\ u_{1,i} = u_{\Gamma,i-1} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

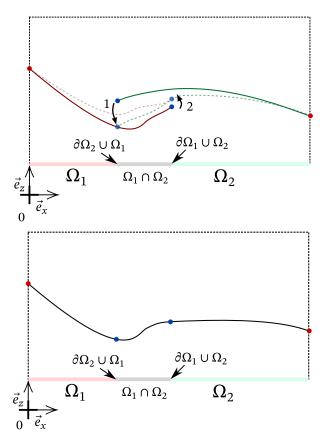


FIG. 2.2. : Vue en coupe selon le plan illustré figure 2.1 d'une itération de l'algorithme de Schwartz et de la solution une fois convergé.

Ensuite la valeur du flux  $\frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1}$  à la frontière  $\Gamma_{1,2}$  issue du calcul précédent est imposée à la frontière du second domaine  $\Omega_2$ :

$$\begin{cases} \Delta u_{2,\,i+1} = f & \text{sur } \Omega_2 \\ u_{2,\,i+1} = g & \text{sur } \partial \Omega_2 \\ \frac{\partial u_{2,\,i}}{\partial n_2} = -\frac{\partial u_{1,\,i}}{\partial n_1} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

La valeur de  $u_{\Gamma}$  est alors mise à jour avec une fonction cmd de la valeur  $u_{\Gamma_2,i}$  de  $u_{2,i}$  sur  $\Gamma_{1,2}$ :

$$u_{\Gamma_1, i} = cmd\left(u_{2, i}, ...\right)$$

Cela peut être fait en utilisant par exemple le paramètre de relaxation  $\alpha$ :

$$u_{\Gamma_1,i} = cmd\left(u_{2,i},u_{\Gamma,i-1},\alpha,\right) = (1-\alpha) \cdot u_{\Gamma,i-1} + \alpha \cdot u_{\Gamma_2,i}$$

La stabilité et la convergence de cette méthode dépend fortement du choix de la

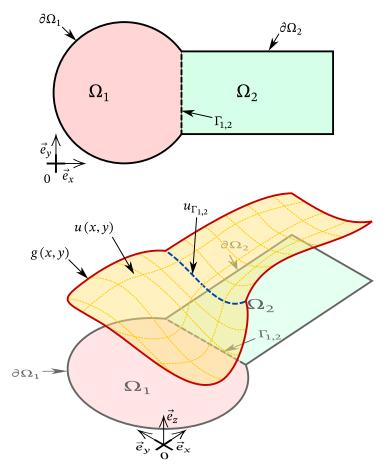


FIG. 2.3. : Décomposition d'un domaine complexe en deux domaines sans zone de recouvrement.

fonction cmd et ainsi dans ce cas particulier du paramètre  $\alpha$  défini selon les caractéristiques du problème.

### Méthode Neumann-Neumann (force-force)

On résout les deux sous-domaines avec l'imposition de conditions de Neumann sur  $\Gamma_{1,2}$ : on impose explicitement la continuité de la dérivée de la solution à l'interface :  $\frac{\partial u_1}{\partial n_1} = -\frac{\partial u_2}{\partial n_2} = \frac{\partial u}{\partial n}$  sur  $\Gamma_{1,2}$ .

Pour une itération i la condition de Neumann  $\frac{\partial u}{\partial n}$  est imposée sur la frontière  $\Gamma_{1,2}$  des deux sous-structures :

$$\begin{cases} \Delta u_{1,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{1,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_1 \\ \frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1} = \frac{\partial u}{\partial n_{i-1}} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \Delta u_{2,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{2,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_2 \\ \frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2} = -\frac{\partial u}{\partial n_{i-1}} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

La valeur de  $\frac{\partial u}{\partial n}$  est alors mise à jour avec une fonction cmd des valeurs  $u_{\Gamma_1,i}$  de  $u_{1,i}$  sur  $\Gamma_{1,2}$  et  $u_{\Gamma_2,i}$  de  $u_{2,i}$  sur  $\Gamma_{1,2}$  solution des systèmes ci-dessus :

$$\frac{\partial u}{\partial n_{i}} = cmd\left(\frac{\partial u}{\partial n_{i-1}}, u_{\Gamma_{1}, i}, u_{\Gamma_{2}, i}, \ldots\right)$$

De même que pour le paramètre de relaxation  $\alpha$  évoqué pour la méthode Neumann–Dirichlet précédemment, la définition de cet opérateur est dépendante des caractéristiques du problème étudié.

### Méthode Dirichlet-Dirichlet (déplacement-déplacement)

La version duale de l'algorithme précédent, de façon similaire à l'algorithme de Schwartz, consiste à résoudre les deux sous-domaines avec l'imposition de conditions de Dirichlet sur  $\Gamma_{1,2}$ . On impose explicitement que la valeur de u soit égale à l'interface :  $u_1 = u_2 = u_\Gamma$  sur  $\Gamma_{1,2}$ 

Pour une itération i :

$$\begin{cases} \Delta u_{1,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{1,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_1 \\ u_{1,i} = u_{\Gamma,i-1} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \Delta u_{2,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{2,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_2 \\ u_{2,i} = u_{\Gamma,i-1} & \text{sur } \Gamma_{1,2} \end{cases}$$

La valeur de  $u_{\Gamma}$  est alors mise à jour avec une fonction cmd des valeurs  $\frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1}$  et  $\frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2}$  solution des systèmes ci-dessus :

$$u_{\Gamma,i} = cmd\left(u_{\Gamma,i-1}, \frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1}, \frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2}, \ldots\right)$$

Encore une fois, la définition de cet opérateur est dépendante des caractéristiques du problème étudié.

### Méthode mélangée

Plus spécifique au domaine des essais hybrides, il s'agit ici de permettre le changement du type de contrôle en cours de simulation et ainsi de passer d'une méthode à l'autre au cours du temps selon certains critères [55]. La méthode ne change cependant pas au cours d'une même itération. Il est aussi possible de contrôler différentes parties de la frontière selon différentes méthodes [56].

Pour une itération i, on résout un premier sous-domaine avec des conditions de Dirichlet sur une partie de son interface  $\Gamma_{1,2}^a$  et des conditions de Neumann sur une autre  $\Gamma_{1,2}^b$ :

$$\begin{cases} \Delta u_{1,i} = f & \text{sur } \Omega_1 \\ u_{1,i} = g & \text{sur } \partial \Omega_1 \\ u_{1,i} = u_{\Gamma,i-1} & \text{sur } \Gamma_{1,2}^a \\ \frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1} = -\frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2} & \text{sur } \Gamma_{1,2}^b \end{cases}$$

En-suite la valeur du flux  $\frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1}$  à la frontière  $\Gamma^a_{1,2}$  issue du calcul précédent est imposée à la frontière du second domaine  $\Omega_2$ . De même pour la valeur de  $u_{\Gamma,i}$  à la frontière  $\Gamma^b_{1,2}$  aussi solution du précédent calcul :

$$\begin{cases} \Delta u_{2,i+1} = f & \text{sur } \Omega_2 \\ u_{2,i+1} = g & \text{sur } \partial \Omega_2 \\ \frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2} = -\frac{\partial u_{1,i}}{\partial n_1} & \text{sur } \Gamma_{1,2}^a \\ u_{1,i} = u_{\Gamma,i} & \text{sur } \Gamma_{1,2}^b \end{cases}$$

Les valeurs de  $u_{\Gamma}$  et de  $\frac{\partial u}{\partial n}$  sont alors mises à jour avec une fonction cmd des valeurs de  $u_{2,i}$  sur  $\Gamma^a_{1,2}$  et  $\frac{\partial u_{2,i}}{\partial n_2}$  sur  $\Gamma^b_{1,2}$ :

$$u_{\Gamma_1, i} = cmd\left(u_{2, i}, \frac{\partial u_{2, i}}{\partial n_2}, \ldots\right)$$

#### 2.1.2. Traitement des sous-structures indéterminées

Dans le cas des essais hybrides au feu, les accélérations subies par les sous-structures sont négligeables ( $\mathbf{a}\approx 0$ ) et beaucoup trop faibles pour être prises en compte. Ainsi, il est possible que dans certain cas la PS ou la NS prises séparément ne soient plus stables : un déplacement de l'interface selon une certaine direction n'engendre pas de variation de la force de réaction ( $\mathbf{f} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a} \approx 0$ ). Dans ce cas la sous-structure seule est totalement libre de se déplacer selon une certaine direction et est donc indéterminée, la solution n'est plus unique.

Dans le cas test que nous souhaitons traiter dans cette présente étude, la PS est une structure indéterminée. En effet on peut observer sur la figure 1.3 qu'une fois la sous-structuration effectuée, contrairement à la NS qui est toujours rattachée à un point fixe (le sol), la PS n'est plus rattachée à rien. Pour la réalisation d'un essai hybride réel, il sera cependant nécessaire de fixer sa position.

Dans la suite on cherchera a donner une définition plus rigoureuse de ce concept et de trouver une méthode pour lever cette indétermination.

#### Partie de structure indéterminée

Soit U l'espace vectoriel des déplacements possibles de la frontière à partir d'une position initiale de la structure et F l'espace vectoriel des variations des forces de réaction correspondantes à ces déplacements.

On définit la fonction  $\mathcal K$  de U vers F qui associe au déplacement de l'interface d'une structure  $\mathbf u$  la variation de la force de réaction correspondante  $\mathbf f$  en négligeant les forces dynamiques :

$$\mathcal{K} : \begin{array}{ccc} U & \rightarrow & F \\ \mathbf{u} & \mapsto & \mathcal{K}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} \end{array}$$

On fait maintenant l'hypothèse que la fonction  $\mathcal{K}$  est injective : à un vecteur  $\mathbf{u}$  est associé un unique vecteur  $\mathbf{f}$ . Le vecteur  $\mathbf{u}$  étant un déplacement entre une position initiale et une position finale, pour ce même déplacement, nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'avoir une force différente.

Une structure est indéterminée lorsque le noyau  $U_t$  de  $\mathcal K$  n'est pas uniquement le vecteur nul,  $\ker(\mathcal K)=U_t\neq\varnothing$ , donc lorsqu'il existe  $U_t$  un sous-espace vectoriel de U tel que :

$$\begin{cases} \mathcal{K}(\mathbf{u}) = \mathcal{K}(\mathbf{u} + \delta \mathbf{u}_t) & \forall \delta \mathbf{u}_t \in U_t \\ \mathcal{K}(\mathbf{u}) \neq \mathcal{K}(\mathbf{u} + \delta \mathbf{u}_d) & \forall \delta \mathbf{u}_d \in (U_d = U \setminus U_t) \end{cases}$$
(2.1)

On appellera par abus de langage  $U_t$  l'espace de translation de la structure et  $U_d$  l'espace de déformation comme illustré figure 2.4.

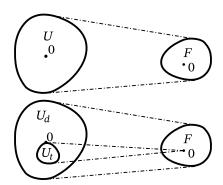


FIG. 2.4. : Illustration de l'application  $\mathcal{K}:U\to F$  dans le cas où  $U_t\neq\emptyset$ . Tout déplacement à l'intérieur de  $U_t$  n'entraîne aucune variation de  $\mathbf{f}$ .

Dans ce cas  $\mathcal{K}$  n'est pas bijective et le contrôle uniquement en force de la frontière n'est pas directement possible car  $\mathcal{K}^{-1}(\mathbf{f})$  n'a pas de solution unique et est défini à  $\delta \mathbf{u}_t$  près. Pour contrôler en force d'une sous-structure indéterminée, elle doit être rendue artificiellement isostatique au moyen de la définition d'un déplacement  $\mathbf{u}_t^*$  arbitraire.

Si ce problème ne se pose pas lorsque la sous-structure est pilotée en déplacement, il est intéressant de se servir de cette propriété de la sous-structure si elle existe. On peut remarquer que si  $U = U_t \Delta U_d \ (= U_t \backslash U_d \cup U_d \backslash U_t)$  il est possible de séparer  $\mathbf{u}$  en deux composantes linéairement indépendantes :  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_d$  avec  $\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{\parallel U_t}$  la projection orthogonale de  $\mathbf{u}$  sur  $U_t$  et  $\mathbf{u}_d = \mathbf{u}_{\parallel U_d}$ . En n'imposant que la composante  $\mathbf{u}_d$  on réduit la dimension de l'espace vectoriel dans lequel est effectué la commande de l'interface de cette sous-structure. Cela permet *in fine* de réduire le nombre effectif de ddl à contrôler du côté de la PS et les différentes erreurs expérimentale et numérique.

On définit alors la fonction  $\mathcal{K}_d$  de  $U_d$  vers F qui associe au déplacement de l'interface d'une structure  $\mathbf{u}_d$  la variation de la force de réaction correspondante  $\mathbf{f}$  en négligeant les forces dynamiques :

$$\mathcal{K}_{d} \ : \begin{array}{ccc} U_{d} & \rightarrow & F \\ \mathbf{u}_{d} & \mapsto & \mathcal{K}_{d}\left(\mathbf{u}_{d}\right) = \mathbf{f} \end{array} \ker \left(\mathcal{K}_{d}\right) = \emptyset$$

de sorte que  $\mathcal{K}^{-1}$  (**f**) ait une solution unique. Ce cas peut s'appliquer indifféremment à la PS ou à la NS.

### Application à une structure globale composée de deux sous-structures

On définit les deux applications suivantes correspondant aux deux parties de la structure :

$$\mathcal{K}_{PS} : \begin{array}{c} U \rightarrow F \\ \mathbf{u}_{PS} \mapsto \mathcal{K}_{PS}(\mathbf{u}_{PS}) = \mathbf{f}_{PS} \end{array} \quad U_{t,PS} = \ker(\mathcal{K}_{PS})$$

et

$$\mathcal{K}_{NS} : \begin{array}{c} U \rightarrow F \\ \mathbf{u}_{NS} \mapsto \mathcal{K}_{NS}(\mathbf{u}_{NS}) = \mathbf{f}_{NS} \end{array} \quad U_{t,NS} = \ker(\mathcal{K}_{NS})$$

On sait que même si prises séparément les différentes sous-structures ne sont pas nécessairement stables, dans le cas général, la structure totale elle, est stable. On a alors  $U_{t,PS} \cap U_{t,NS} = \emptyset$ . Les noyaux des applications  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$  étant ainsi distincts, tout déplacement entraînera une variation non nulle de la force d'interface soit du côté de la NS, soit de la PS soit des deux, illustré figure 2.5. Alors, un déplacement  $\mathbf{u} \in U_{t,PS}$  n'est pas dans le noyau de l'opérateur  $\mathcal{K}_{NS}$  et entraîne une variation de la force  $\mathbf{f}$  de réaction de la NS dans le sous-espace  $F_{t,PS}$ . De même un déplacement  $\mathbf{u} \in U_{t,NS}$  n'est pas dans le noyau de l'opérateur  $\mathcal{K}_{PS}$  et entraîne une variation de la force  $\mathbf{f}$  de réaction de la PS dans le sous-espace  $F_{t,NS}$ . Autrement dit, en définissant la fonction  $\mathcal{K}_{tot}$  de U vers F qui associe au déplacement de l'interface entre les deux sous-structures  $\mathbf{u}$  la variation de la force de réaction correspondante  $\mathbf{f}$  en négligeant les forces dynamiques :

$$\mathcal{K}_{tot} : \begin{array}{c} U \rightarrow F \\ \mathbf{u} \mapsto \mathcal{K}_{tot}(\mathbf{u}) = \mathbf{f}_{PS} + \mathbf{f}_{NS} \end{array}$$

avec:

$$\mathcal{K}_{tot}\left(\mathbf{u}\right) = \mathcal{K}_{PS}\left(\mathbf{u}_{d,PS}\right) + \mathcal{K}_{NS}\left(\mathbf{u}_{d,NS}\right)$$

La solution du système suivant assurant la compatibilité et l'équilibre est donc unique :

$$\begin{cases} \mathcal{K}_{tot}\left(\mathbf{u}\right) = \mathbf{f}_{PS} + \mathbf{f}_{NS} \\ \mathbf{u}_{NS} = \mathbf{u}_{PS} \\ \mathbf{f}_{NS} = -\mathbf{f}_{PS} \end{cases}$$

et alors:

$$\ker\left(\mathcal{K}_{tot}\right)=\emptyset$$

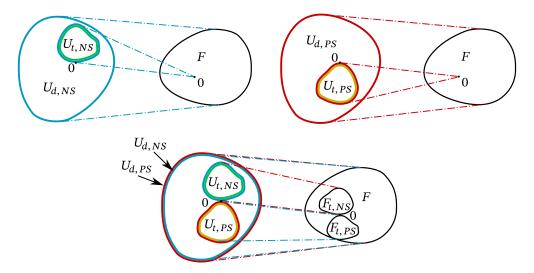


Fig. 2.5. : Illustration des applications  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$  dans les cas où  $U_{t,PS} \neq \emptyset$  et  $U_{t,NS} \neq \emptyset$ . La structure totale étant stable,  $U_{t,PS} \cap U_{t,NS} = \emptyset$ .

### Adaptation des conditions aux limites d'interfaces

Maintenant que la problématique est formellement décrite, il faudra trouver une méthode générale d'imposition des conditions aux limites telle que l'essai soit possible, donc sans indétermination.

Lors du contrôle en force d'une sous-structure indéterminée  $\Omega_1$ , on définit la valeur de la force  $\mathbf{f}_1 \propto \frac{\partial u_1}{\partial n_1}$  et de la position du corps rigide  $\mathbf{u}_{t,1}^*$  et on mesure en retour la valeur du vecteur  $\mathbf{u}_{d,1}$ :

$$\mathbf{u}_{d,\,1}=\mathcal{K}_{d,\,1}^{-1}\left(\mathbf{f}_{1}\right)$$

Cependant, comme vu en 2.1.1, il est nécessaire de connaître le vecteur  $\mathbf{u}_1$  pour permettre la propagation des conditions aux limites entre les sous-structures, avec :

$$\mathbf{u}_1 = \widetilde{\mathbf{u}_{t,1}}^{\text{inconnu}} + \mathbf{u}_{d,1}$$

De manière similaire, lors du contrôle en déplacement d'une sous-structure indéterminée  $\Omega_1$ , si la position de la frontière entre les deux sous-structures n'est définie que par  $\mathbf{u}_{d,1}$ , la composante  $\mathbf{u}_{t,1}\|_{U_{d,2}}$  correspondant à la projection orthogonale du vecteur  $\mathbf{u}_{t,1}$  dans l'espace des déformations  $U_{d,2}$  de la deuxième sousstructure  $\Omega_2$  est inconnue.

En faisant l'hypothèse qu'à tout moment avant la ruine, les sous-structures sont à l'équilibre statique, on a :

$$\sum \left(\mathbf{f}_1 + F_{ext,\,1}\right) = 0$$

On cherche donc  $\mathbf{u}_{t,1}$  tel que :

$$\left(\mathcal{K}_{2}\left(\mathbf{u}_{t,1||U_{d,2}} + \mathbf{u}_{d,1}\right) + F_{ext,1}\right)_{\|F_{t,1}} = 0$$
(2.2)

Cela implique dans le cas général d'ajouter une étape pour gérer les composantes manquantes de  $\mathbf{u}$  et ainsi résoudre l'équation 2.2. Plusieurs solutions sont alors possibles (la liste n'est vraisemblablement pas exhaustive) :

- l'imposition virtuelle de ces déplacements aux parties de structure indéterminées;
- 2. la modification du programme de calcul de la sous-structure ou de sa méthode de contrôle s'il s'agit d'une PS, afin de résoudre l'équation 2.2, en effectuant l'optimisation suivante :

$$\mathbf{u}_{t,1||U_{d,2}} = \underset{\mathbf{u}_{t,1||U_{d,2}}}{\arg\min} \left( \mathcal{K}_2 \left( \mathbf{u}_{t,1||U_{d,2}} + \mathbf{u}_{d,1} \right) + F_{ext,1} \right)_{\|F_{t,1}}$$
(2.3)

3. la modification du problème global avec la définition d'une structure totale équivalente, telle que

$$\mathcal{K}_{1}^{eq} : \begin{array}{c} U_{d,\,1} & \rightarrow & F \\ \mathbf{u}_{d,\,1} & \mapsto & \mathcal{K}_{1}^{eq}\left(\mathbf{u}_{d,\,1}\right) = \mathbf{f}_{1} \end{array} \ker \left(\mathcal{K}_{1}\right) = \varnothing$$

dans laquelle  $U_{t,PS} = \emptyset$ ;

4. être dans un cas particulier des méthodes Neumann-Dirichlet.

La première solution est celle utilisée dans [38]. Pouvant être mise en œuvre directement, elle n'est possible que lorsque la sous-structure indéterminée considérée est commandée en déplacement. Elle présente en outre le désavantage d'utiliser l'algorithme de liaison hybride pour la mise à l'équilibre d'une sous-structure unique ce qui est pré-senti comme susceptible de détériorer inutilement la précision du résultat.

La deuxième solution est celle adoptée par [57] dans le cas de PS indéterminées. Seulement les déplacements  $\mathbf{u}_{d,PS}\|_{U_{d,NS}}$ , autrement dit les déformations de la PS susceptibles d'engendrer des déformations de la NS, sont envoyés au programme de calcul de la NS. La minimisation des forces hors équilibre de la sous-structure indéterminée présentée équation 2.3 est effectuée avec un algorithme basé sur les multiplicateurs de Lagrange au sein même du logiciel éléments finis de calcul de la NS. Cette solution a comme avantage d'assurer l'équilibre de la NS indépendamment de l'algorithme de contrôle. Elle nécessite en revanche de lourdes modifications au sein du code de calcul utilisé pour la NS.

La troisième solution consiste en la modification des conditions aux limites et/ou des hypothèses de la structure totale de manière à obtenir des sous-structures au moins isostatiques lorsque prises séparément de la structure totale.

Il existe un cas particulier dans lequel une sous-structure indéterminée peut être prise en compte sans l'ajout de cette étape. Pour une décomposition de domaine de type force-déplacement (méthodes de Neumann-Dirichlet), la sous-structure pilotée en déplacement peut être indéterminée si la sous-structure pilotée en force ne l'est pas. Le cas le plus courant est lorsque la PS est contrôlée en déplacement et la NS en force. Il est donc nécessaire de mesurer  $\mathbf{u}_{NS} = \mathbf{u}_{d,NS} + \mathbf{u}_{t,NS}$  et de l'imposer (indirectement via la fonction cmd) à la PS. Comme vu précédemment, la valeur de  $\mathbf{u}_{t,NS} = \mathbf{u}_{PS||U_{t,NS}}$  n'est pas mesurable. Cependant, dans la vaste majorité des cas, la NS est au moins isostatique et donc  $U_{t,NS} = \emptyset$ , ainsi la plupart des méthodes de sous-structuration utilisées pour les simulations hybrides sont basées sur cette méthodologie.

### Sous-structures quasi indéterminées

On définit une sous-structure « quasi indéterminée » comme une sous-structure qui posséderait un sous-espace vectoriel  $U_{qt}$  de U tel qu'il faudrait une variation improbable de la valeur du vecteur  $\mathbf{u}_{qt} = \mathbf{u}_{\parallel U_{qt}}$  pour entraîner une modification significative du vecteur  $\mathbf{f}$ . Un cas typique est celui d'une sous-structure indéterminée subissant des charges gravitaires, les forces correspondantes exercées sur les nœuds d'interfaces sont invariantes à la translation mais pas dans le cas général à la rotation. Il est cependant souvent possible que cette variation due à la rotation de la sous-structure soit trop faible, et ainsi d'inclure la rotation dans l'espace vectoriel  $U_{at}$  qui sera traité comme inclus dans l'espace  $U_t$ .

Un cas concret d'utilisation de cette propriété sera proposé dans le chapitre suivant.

### 2.1.3. Discrétisation de la frontière entre les deux sous-structures

Dans le cade d'essais hybride, il n'est généralement pas matériellement possible d'imposer un déplacement  ${\bf u}$  arbitrairement défini sur le bord d'un domaine  $\Gamma$ . En effet les équipements expérimentaux sont souvent dotés d'un nombre fini d'actionneurs mécaniques. D'autre part cette limitation s'applique aussi dans une moindre mesure du côté de la simulation numérique : celle-ci sera dans la plupart des cas basée sur la théorie des poutres et donc dont les frontières sont discrétisées et non continues.

On choisit alors de discrétiser la frontière en un nombre fini de points dans le cadre d'une description lagrangienne du problème. Chacun de ces points peut être doté de plusieurs degrés de liberté correspondant à leurs positions dans l'espace des configurations de la frontière de la sous-structure. La totalité de ces degrés de liberté constitue une base de l'espace vectoriel U.

En deux dimensions d'espace, il est possible de donner à chaque point trois degrés de liberté, qu'on peut définir comme le vecteur de position du point ainsi qu'une grandeur scalaire correspondant à la rotation de ce point par rapport à sa position initiale :  $[x,y,\theta]$ . Par abus de langage, on appellera alors le vecteur  $[x,y,\theta]$  la position d'un point, qui est alors un vecteur à trois composantes correspondant à son déplacement par rapport à une position d'origine.

Dans cette section plusieurs méthodes rendant possible la sous-structuration ont été présentés. il reste cependant à définir à partir de ces développements une procédure effective de contrôle d'essai hybride.

### 2.2. Procédure de contrôle

L'objectif de cette section est de développer une procédure de contrôle qui pourrait répondre, partiellement ou totalement aux objectifs fixés : réduire la dépendance envers les caractéristiques de la PS et permettre un contrôle de degrés de liberté de grande raideur.

Dans un premier temps les deux principales procédures utilisées jusqu'alors dans la littérature seront décrites. Ensuite une procédure, associée à un contrôleur adaptatif, jugés plus robustes pour la réalisation d'essai réels est présentée.

### 2.2.1. Procédure de contrôle en déplacement

Deux principales procédures de contrôles sont présentes dans la littérature, dont la plus utilisée [40] [46] [43] est de type Neumann-Dirichlet et est couramment appelée « contrôle en déplacement ». Une illustration est donnée en figure 2.6.

Pour une itération i, la procédure est la suivante :

- 1. imposition d'un déplacement  $\mathbf{u}_{PS}^{i}$  à la PS;
- 2. après que le déplacement ait été appliqué, la force de réaction  $\mathbf{f}_{PS}^i$  correspondante à la frontière est mesurée :

$$\mathbf{f}_{PS}^{i}=\mathcal{K}_{PS}\left(\mathbf{u}_{PS}^{i}\right)$$

3. cette force de réaction est imposée à la NS et un nouveau déplacement  $\mathbf{u}_{NS}^i$  est ainsi calculé;

$$\mathbf{f}_{NS}^{i} = -\mathbf{f}_{PS}^{i} \tag{2.4}$$

$$\mathbf{u}_{NS}^{i} = \mathcal{K}_{NS}^{-1} \left( \mathbf{f}_{NS}^{i} \right)$$

4. à partir des nouveaux déplacements calculés par la NS  $\mathbf{u}_{NS}^i$ , une nouvelle valeur cible de  $\mathbf{u}_{PS}^{i+1}$  est calculée par la fonction cmd:

$$\mathbf{u}_{PS}^{i+1} = cmd(\mathbf{u}_{NS,i},...) \tag{2.5}$$

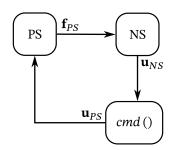


FIG. 2.6. : Procédure de contrôle en déplacement

On peut remarquer que les différentes sous-structures sont résolues de façon séquentielle : au sein de l'itération i, on utilise les résultats mesurés sur la PS lors de cette même itération i.

### Modèle simplifié

Afin de concevoir une fonction cmd adaptée à cette procédure, on fait le choix de simplifier les modèles de la PS et de la NS en linéarisant les fonctions  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$ :

$$\mathbf{f}_{PS}^{i} = \mathbf{K}_{PS} \times \mathbf{u}_{PS}^{i} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{u}_{NS}^{i} = \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{f}_{NS}^{i} \tag{2.7}$$

avec  $\mathbf{K}_{PS}$  et  $\mathbf{K}_{NS}$  les matrice de rigidité de la PS et de la NS, symétriques et définies positives.

Avec les équations 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7 :

$$\mathbf{u}_{PS}^{i+1} = cmd\left(-\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \left(\mathbf{K}_{PS} \times \mathbf{u}_{PS}^{i}\right)\right)$$

Il est donc nécessaire de trouver une fonction cmd telle que cette suite converge vers la solution (évidente dans ce cas)  $\mathbf{u}_{PS} = 0$ . Les algorithmes permettant ceci sont présentés dans la suite.

### Algorithme direct

Cette méthode, décrite comme « de première génération » dans [40] consiste à définir la fonction *cmd* comme :

$$cmd\left(\mathbf{u}_{NS}^{i}\right) = \mathbf{u}_{NS}^{i}$$

On a alors:

$$\mathbf{u}_{PS}^{i+1} = -\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \left(\mathbf{K}_{PS} \times \mathbf{u}_{PS}^{i}\right)$$

et donc:

$$\mathbf{u}_{PS}^{i} = \left(-\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}\right)^{i} \times \mathbf{u}_{PS}^{0}$$

Pour que cette suite converge, il faut que :

$$\lim_{n \to +\infty} \left( -\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} \right)^n = 0$$

et donc que le rayon spectral de  $\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$  soit inférieur à 1 autrement dit que l'application répétée de cet opérateur à n'importe quel vecteur donne une solution qui converge :

$$\rho\left(-\mathbf{K}_{NS}^{-1}\times\mathbf{K}_{PS}\right)<1$$

 $\mathbf{K}_{PS}$  et  $\mathbf{K}_{NS}$  étant définies positives,

$$\rho\left(-\mathbf{K}_{NS}^{-1}\times\mathbf{K}_{PS}\right)=\max\left(\lambda_{1},\lambda_{2},...,\lambda_{n}\right)$$

avec  $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$  les valeurs propres de  $-\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$ .

Cette méthode est donc stable uniquement dans le cas où  $\lambda_{max} < 1$  avec  $\lambda_{max}$  la plus grande valeur propre de  $-\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$ .

Ce résultat généralise celui développé dans [39] et est similaire aux résultats présentés plus tardivement dans [46].

### Algorithme stabilisé

La méthode décrite précédemment n'étant stable que dans certains cas de figure, il est utile de trouver un algorithme similaire mais qui serait inconditionnellement stable.

On introduit une matrice de relaxation  $\alpha$  dans le calcul du nouveau déplacement :

$$cmd\left(\mathbf{u}_{NS}^{i},\mathbf{u}_{PS}^{i-1}\right) = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha}) \times \mathbf{u}_{PS}^{i-1} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{u}_{NS}^{i}$$

On a alors:

$$\mathbf{u}_{PS}^{i+1} = (\mathbf{I} - \alpha - \alpha \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}) \times \mathbf{u}_{PS}^{i}$$

et donc:

$$\mathbf{u}_{PS}^{i} = \left(\mathbf{I} - \alpha - \alpha \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}\right)^{i} \times \mathbf{u}_{PS}^{0}$$

Pour que cette suite converge, il faut que :

$$\lim_{n \to +\infty} \left( \mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} \right)^n = 0$$

et donc que le rayon spectral de  $\mathbf{I} - \alpha - \alpha \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$  soit inférieur à 1 :

$$\rho\left(\mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}\right) < 1$$

### Cas d'un amortissement exact

On cherche maintenant une valeur de  $\alpha$  de manière à minimiser la valeur de  $\rho$  ( $\mathbf{I} - \alpha - \alpha \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$ ):

$$\rho \left( \mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{I} - \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} \times \left( \mathbf{I} + \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} \right) = \mathbf{I}$$

$$\Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha} = \left( \mathbf{I} + \mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS} \right)^{-1}$$

Ainsi, dans le cas d'un système linéaire, un amortissement sous forme de matrice permet de converger en une seule itération : le rayon spectral d'une itération est nul. Cela impose toutefois de connaître à l'avance la valeur précise de  $\mathbf{K}_{NS}$  et  $\mathbf{K}_{PS}$  au cours du temps. La solution employée est l'utilisation des raideurs mesurées en début d'essai  $\mathbf{K}_{NS}^*$  et  $\mathbf{K}_{PS}^*$ .

Durant l'essai hybride, il est très probable que la rigidité de la PS se dégrade plus rapidement que celle de la NS. Par exemple dans le cas test, la poutre exposée au feu se dégradera plus vite que la structure environnante. Dans ces conditions, l'algorithme décrit précédemment reste stable mais converge de plus en plus lentement. Cette vitesse de convergence peut être plus faible que celle du déplacement de la frontière dégradant dramatiquement la précision de la méthode, la solution calculée étant en permanence « en retard » sur la solution exacte.

### Influence du temps de calcul

Dans le cadre de cette procédure de contrôle en déplacement, le nouveau déplacement de la PS est calculé sur la base d'une mesure des forces de réactions effectuée avant le calcul de la NS. Lors d'un essai hybride, la PS va subir des déformations continues dues à l'élévation de sa température. Dans le cas d'une PS très raide, bloquer ces déformations peut créer une très grande erreur d'équilibre entre des deux sous-structures qui ne sera corrigée qu'au pas de temps suivant. Ce point est relevé dans [4] où il est montré que plus le pas de temps est grand, plus l'erreur d'équilibre est grande.

#### 2.2.2. Procédure de contrôle en force

Cette procédure de type Neumann-Dirichlet a été utilisée lors des essais de [26]. Contrairement à la procédure de contrôle en déplacement présentée précédemment, le rôle des deux sous-structures est inversé, et cette procédure est donc couramment appelé « contrôle en force ».

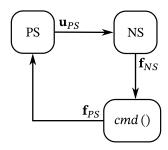


FIG. 2.7.: Procédure de contrôle en force

### Algorithme direct

Aussi décrite comme « de première génération » dans [40], cette méthode consiste à définir la fonction *cmd* comme :

$$cmd\left(f_{NS}^{\ i}\right) = \mathbf{f}_{NS}^{i}$$

On a alors:

$$\mathbf{f}_{PS}^{i+1} = -\mathbf{K}_{NS} \times \left(\mathbf{K}_{PS}^{-1} \times f_{PS}^{i}\right)$$

et donc:

$$\mathbf{f}_{PS}^i = \left(-\mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{K}_{PS}^{-1}\right)^i \times \mathbf{f}_{PS}^0$$

Pour que cette suite converge, il faut que :

$$\lim_{n \to +\infty} \left( -\mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{K}_{PS}^{-1} \right)^n = 0$$

et donc que le rayon spectral de  $\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$  soit inférieur à 1 :

$$\rho\left(-\mathbf{K}_{NS}\times\mathbf{K}_{PS}^{-1}\right)<1$$

 $\mathbf{K}_{PS}$  et  $\mathbf{K}_{NS}$  étant définies positives,

$$\rho\left(-\mathbf{K}_{NS}\times\mathbf{K}_{PS}^{-1}\right) = \max\left(\lambda_{1},\lambda_{2},...,\lambda_{n}\right)$$

avec  $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$  les valeurs propres de  $-\mathbf{K}_{NS}^{-1} \times \mathbf{K}_{PS}$ .

Cette méthode est donc stable uniquement dans le cas où  $\lambda_{max} < 1$  avec  $\lambda_{max}$  la plus grande valeur propre de  $-\mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{K}_{PS}^{-1}$ .

Durant l'essai hybride, il est très probable que la rigidité de la PS se dégrade plus rapidement que celle de la NS. Dans ces conditions, contrairement à la méthode de contrôle en déplacement, les valeurs propres deviennent négatives et il est possible d'atteindre une situation divergente.

### Stabilité apparente de l'algorithme direct

Ainsi, un essai contrôlé en force, même s'il est stable au démarrage thermique, est forcément amené à devenir instable au fur et à mesure de la dégradation de la sous-structure physique. Dans ce cadre la question se pose quant à la réussite apparente des premiers essais hybrides effectués sur le four Prométhée [26]. L'hypothèse est que certaines caractéristiques du dispositif expérimental ont joué en faveur d'une stabilité apparente, notamment l'aspect fini de la vitesse et de l'accélération des vérins. Ainsi en limitant la vitesse, et tout en autorisant une fréquence de mise à jour élevée, on obtient un comportement oscillatoire dont l'amplitude peut être assez réduite pour être confondue dans le bruit du système.

# 2.2.3. Procédure de contrôle en déplacement par asservissement des forces hors équilibres

Comme vu en 2.1.2, l'apparition de sous-structures indéterminées lors de la sous-structuration de la structure complète peut être un obstacle à la généralisation d'une procédure de contrôle. En effet la procédure de type Neumann-Dirichlet décrite précédemment n'est pas directement applicable au cas où la NS serait indéterminée. Une procédure de type Dirichlet-Dirichlet qui commanderait les deux sous-structures en déplacement semble donc plus désirable, laissant le choix soit d'utiliser la procédure de contrôle, soit d'optimiser l'essai et/ou le logiciel de simulation de la NS pour garantir l'équilibre et la compatibilité entre les sous-structures concernant les modes rigides. À la marge, un autre avantage d'un contrôle en déplacement est la possibilité de suivre un comportement mécanique adoucissant, impossible lors d'une commande en force.

Cette procédure est illustrée figure 2.8.

Pour une itération i, la procédure est la suivante :

1. imposition d'un déplacement  $\mathbf{u}^i$  à la PS et la NS :

$$\mathbf{u}_{NS}^i = \mathbf{u}_{PS}^i = \mathbf{u}^i$$

2. mesure ou calcul des forces de réactions  $\mathbf{f}_{PS}^i$  et  $\mathbf{f}_{NS}^i$  :

$$\mathbf{f}_{PS}^{i} = \mathcal{K}_{PS}\left(\mathbf{u}_{PS}^{i}\right)$$

$$\mathbf{f}_{NS}^{i} = \mathcal{K}_{NS} \left( \mathbf{u}_{NS}^{i} \right)$$

3. à partir des nouvelles forces de réaction à l'interface  $\mathbf{f}_{PS}^i$  et  $\mathbf{f}_{NS}^i$ , une nouvelle valeur cible pour  $\mathbf{u}^{i+1}$  est calculée par la fonction cmd:

$$\mathbf{u}^{i+1} = cmd(\mathbf{f}_{PS}^{i}, \mathbf{f}_{NS}^{i}, ...)$$

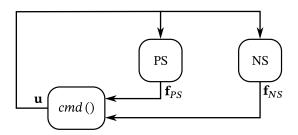


FIG. 2.8. : Procédure de contrôle en déplacement par asservissement des forces hors équilibres

### Modèle simplifié

De même que précédemment pour la procédure de contrôle en déplacement, on linéarise les fonctions  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$ , on a alors :

$$\mathbf{f}_{PS}^i = \mathbf{K}_{PS} \times \mathbf{u}_{PS}^i + \mathbf{f}_{extPS}$$

$$\mathbf{f}_{NS}^i = \mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{u}_{NS}^i + \mathbf{f}_{extNS}$$

avec  $\mathbf{f}_{extPS}$  le vecteur des forces extérieures appliqués à la PS,  $\mathbf{f}_{extNS}$  le vecteur des forces extérieures appliqués à la NS. On a alors :

$$\mathbf{u}^{i+1} = cmd\left(\mathbf{f}_{PS}^{i}, \mathbf{f}_{NS}^{i}, ...\right)$$

Dans le cadre de cette procédure de contrôle, la compatibilité est explicitement imposée entre les deux sous-structures lors de la première étape de l'itération. L'objectif de la fonction cmd est alors de trouver la valeur de  ${\bf u}$  permettant d'atteindre l'équilibre entre les deux sous-structures et ainsi de minimiser les forces hors équilibre  ${\bf f}$ :

$$\mathbf{f}^i = \mathbf{f}_{PS}^i + \mathbf{f}_{NS}^i$$

et donc:

$$\mathbf{f}^{i} = \mathbf{K} \times (\mathbf{u}^{i}) + \mathbf{f}_{ext}^{i} \tag{2.8}$$

avec  $\mathbf{f}_{ext}^i = \mathbf{f}_{extPS}^i + \mathbf{f}_{extNS}^i$  et  $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{PS} + \mathbf{K}_{NS}$ .

### Algorithme exact

De même qu'en 2.2.1, il est possible de définir une fonction cmd de façon à converger en une seule itération, soit  $\mathbf{f}^{i+1} = 0$  avec :

$$cmd\left(\mathbf{f}_{PS}^{i},\mathbf{f}_{NS}^{i},\mathbf{u}^{i-1}\right) = \mathbf{u}^{i-1} + \alpha \times \left(\mathbf{f}_{PS}^{i} + \mathbf{f}_{NS}^{i}\right)$$

on a alors:

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^{i-1} + \alpha \times (\mathbf{K}_{PS} \times \mathbf{u}_{PS}^i + \mathbf{K}_{NS} \times \mathbf{u}_{NS}^i)$$

La solution exacte est atteinte en une seule itération lorsque

$$\alpha = (\mathbf{K}_{PS} + \mathbf{K}_{NS})^{-1}$$

# 2.2.4. Contrôleur adaptatif pour la procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibres

La procédure de contrôle en déplacement par asservissement des forces hors équilibres présente les avantages de pouvoir être utilisée sur n'importe quelle structure et de ne pas diverger lors d'un phénomène d'adoucissement mécanique dans l'une des sous-structures. La valeur de  $\alpha$  st cependant nécessaire à l'application des procédures décrites précédemment mais cette valeur dépend des raideurs tangentes  $\mathbf{K}_{NS}$  mais aussi  $\mathbf{K}_{PS}$ , qui par définition est inconnue. La solution la plus courante est l'utilisation d'une valeur approchée. Cependant, une grande variation de ces raideurs tangentes est susceptible de se produire durant l'essai en raison de la dégradation thermique des matériaux, des lois de matériaux non linéaires ou de non-linéarités géométriques. Ceci peut donc conduire à une perte de précision voire à une divergence de la procédure. Aussi, avec les méthodologies existantes,

une bonne connaissance du comportement de la sous-structure physique est indispensable pour réussir un essai au feu hybride. Cette approche est en quelque sorte un paradoxe précisément parce que si ce comportement était connu, l'essai ne serait pas nécessaire.

On propose donc de développer un contrôleur adaptatif n'ayant pas besoin des valeurs des raideurs tangentes, inspiré de la technique de « commande robuste par modes glissants », une technique couramment utilisé dans les domaines de la robotique de la marine, de l'aéronautique ou de l'aérospatial

### Surface de glissement cible

L'idée d'un contrôleur par mode glissant est de faire en sorte que le système atteigne une surface prédéfinie dans l'espace des phases sur laquelle le système présente une dynamique souhaitable. Ensuite, le système est contraint à rester sur cette surface par le biais d'un effort de commande réagissant infiniment rapidement pour contrebalancer toute dérive. Cet état est appelé le mode glissant.

La surface choisie dans notre étude, couramment utilisée dans la littérature [58] et nommée  $\sigma$ , est décrite par l'équation suivante :

$$\sigma^i = c \cdot \mathbf{f}^i + \dot{\mathbf{f}}^i \tag{2.9}$$

avec c>0 une constante et  $\dot{\mathbf{f}}^i=\frac{1}{\Delta t}\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t}=\mathbf{f}^i-\mathbf{f}^{i-1}$  la dérivée temporelle par différence finie des forces hors équilibre adimensionnée par le pas de temps.

Par conséquent, si le système est contraint à rester sur la surface  $\sigma^i = 0 \ \forall i$ , la norme de **f** diminue d'un facteur 1/(c+1) à chaque itération i de l'algorithme de contrôle :

$$\mathbf{f}^{i+1} = \frac{1}{c+1} \cdot \mathbf{f}^i$$

### Conception de la loi de commande

La loi de contrôle doit assurer que la trajectoire du système atteigne à un moment donné la surface de glissement  $\sigma=0$  (condition d'atteinte) et qu'il y reste une fois qu'il l'a croisée  $\dot{\sigma}=0$  (condition de glissement). En raison de la nature imparfaite du système réel, le vrai mode glissant ne peut pas être atteint ( $\sigma\neq0$  et  $\dot{\sigma}\neq0$ ). Un équivalent pratique de cette définition est proposé dans [59] pour le cas imparfait : la trajectoire du système fini par traverser la surface de glissement et une fois traversée, la repasse à chaque pas de temps successif de telle sorte que la valeur de  $\sigma$  ne soit pas croissante. Ce comportement est appelé mode «quasi glissant» et pour atteindre ces conditions, un terme discontinu plus grand que la perturbation dans la loi de commande est nécessaire. La perturbation est la force

qui s'exerce sur le système et qui risque de lui faire quitter sa trajectoire sur la surface  $\sigma$ .

Néanmoins dans notre cas, deux problèmes se posent avec cette méthodologie. Premièrement, aucune estimation de la valeur absolue de la perturbation n'est facilement disponible. Deuxièmement, une telle commande discontinue induit des oscillations à haute fréquence (*chattering*) de la commande lorsque la trajectoire du système traverse la surface de glissement. Dans le cadre de la commande de vérins hydrauliques, ce phénomène pourrait exciter des résonances naturelles du système et cela n'est évidemment pas souhaitable. Pour éviter ce comportement, le degré relatif du système est artificiellement augmenté comme suggéré dans [60], en gardant la même discrétisation, la variable contrôlée  $\Delta \mathbf{v}^i$  étant un incrément de vitesse par pas de temps au lieu d'un incrément de déplacement :

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^{i} + \mathbf{v}^{i+1} \\ \mathbf{v}^{i+1} = \mathbf{v}^{i} + \Delta \mathbf{v}^{i} \end{cases}$$
 (2.10)

Alors 
$$\mathbf{u}^i = \sum_{j=0}^i \mathbf{v}_j = \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^j \Delta \mathbf{v}_k$$
.

De plus, le contrôle discontinu est remplacé par un contrôle continu en supposant que le système se comportera principalement comme un système linéaire. Cette dernière modification rendra la trajectoire du système incapable d'atteindre le vrai mode quasi-glissant car l'effort de commande peut alors être inférieur à la perturbation. Ainsi, la trajectoire du système ne traversera pas la surface de glissement à chaque pas de temps mais restera au voisinage de cette surface : le contrôleur peut être défini comme un pseudo contrôleur de mode glissant, car la loi de commande n'est pas conçue comme un mode quasi glissant.

Au lieu de cela, il sera réglé pour «imiter» son comportement. Pour faire converger le système vers la surface de glissement, la condition  $|\sigma^{i+1}|<|\sigma^i|$  doit être vérifié. A partir des équations 2.8 et 2.9, on peut déduire un intervalle  $]\Delta \mathbf{v}_{min}, \Delta \mathbf{v}_{max}[$  dans lequel cette condition est satisfaite avec  $\Delta \mathbf{v}_{min}$  le contrôle menant à  $\sigma^{i+1}=\sigma^i$  et  $\Delta \mathbf{v}_{max}^i$  étant le contrôle menant à  $\sigma^{i+1}=-\sigma^i$ :

$$\Delta \mathbf{v}_{min}^{i} = -\mathbf{K}^{-1} \times \left(\frac{c}{c+1} \cdot \dot{\mathbf{f}}^{i} + \dot{\mathbf{f}}_{ext}^{i+1}\right)$$
(2.11)

$$\Delta \mathbf{v}_{max}^{i} = -\mathbf{K}^{-1} \times \left( \frac{2 \cdot c}{c+1} \cdot \mathbf{f}^{i} + \frac{c+2}{c+1} \cdot \dot{\mathbf{f}}^{i} + \dot{\mathbf{f}}_{ext}^{i+1} \right)$$
(2.12)

De même, une loi de contrôle exacte  $\Delta \mathbf{v}_{th}$  conduisant à  $\boldsymbol{\sigma}^{i+1}=0$  peut être déduite :

$$\Delta \mathbf{v}_{th}^{i} = -\mathbf{K}^{-1} \times \left( \frac{c}{c+1} \cdot \mathbf{f}^{i} + \dot{\mathbf{f}}^{i} + \dot{\mathbf{f}}_{ext}^{i+1} \right)$$
 (2.13)

Une telle loi de contrôle suppose que les valeurs de  $\dot{\mathbf{f}}_{ext}^{i+1}$  et  $-\mathbf{K}^{-1}$  soient connues. Dans le cas général, le premier paramètre est toujours inconnu en raison de la

causalité du contrôle et le second est difficile à acquérir. La valeur de  $-\mathbf{K}^{-1}$  est considérée comme indisponible et seules les mesures du pas de temps précédent sont connues de l'algorithme.  $\mathbf{K}$  est dans notre cas une matrice de rigidité définie positive. Nous faisons l'hypothèse que dans le cadre d'une procédure itérative, sur l'exemple de l'itération Jacobi, l'utilisation des seuls éléments diagonaux de  $-\mathbf{K}^{-1}$  sera suffisante pour assurer la convergence. Ainsi, elle est remplacée dans la loi de contrôle par la matrice diagonale :

$$\mathbf{P}^i = \mathbf{I} \times \mathbf{p}^i$$

avec  $\mathbf{p}^i = [p^{i,1},...,p^{i,N}]^{\mathrm{T}}$  et  $p^{i,k}$  le  $k^{\mathrm{i\`{e}me}}$  élément du vecteur  $\mathbf{p}$  au  $i^{\mathrm{i\`{e}me}}$  pas de temps. De plus, on fait l'hypothèse que la valeur de  $|\dot{\mathbf{f}}_{max}^{i+1}|$  est petite comparée à celle de  $\left|\frac{c}{c+1}\cdot\mathbf{f}^i+\dot{\mathbf{f}}^i\right|$ .

Ainsi la loi de contrôle retenue est :

$$\Delta \mathbf{v}^{i} = \mathbf{P}^{i} \times \left(\frac{c}{c+1} \cdot \mathbf{f}^{i} + \dot{\mathbf{f}}^{i}\right) \tag{2.14}$$

### Procédure d'adaptation

Dans la loi de contrôle définie précédemment, la valeur de  ${\bf P}$  reste inconnue. Une estimation initiale est faite pour les valeurs de  $p^{i,k}$ , en prenant une valeur arbitrairement petite. Ensuite, elles sont adaptées à partir de l'observation du comportement du système. Ces valeurs doivent être augmentées jusqu'à ce que la trajectoire du système coupe la surface de glissement :

$$\operatorname{sign}(\sigma^{i-1,k}) \neq \operatorname{sign}(\sigma^{i,k}) \tag{2.15}$$

et diminuées lorsque cette surface est croisée.

Une suradaptation de  ${\bf p}$  peut parfois se produire : ses valeurs ont tendance à devenir très petites lorsque  ${\bf v}$  est presque constant ; ou trop grandes lorsque le système atteint la résolution des capteurs, ce qui entraîne des oscillations parasites et/ou une faible réactivité. De plus, des oscillations rapides et même des divergences peuvent être observées en présence d'un délai  $\Delta_{delay}$  ou de termes forts hors diagonale dans  ${\bf K}$ . Le délai  $\Delta_{délai}$  est défini comme le temps écoulé entre la mesure de  ${\bf f}_{PS}{}^i$  et  ${\bf u}_{PS}{}^i$  et la modification de la sortie du contrôle  ${\bf cmd}$  calculée à partir de ces valeurs.

Pour pallier ces limitations, l'adaptation de  ${\bf p}$  est effectué avec des conditions plus complexes :

1.  $sign(\sigma^{i-1,k}) \neq sign(\sigma^{i,k})$  la trajectoire du système coupe la surface de glissement;

- 2.  $\operatorname{sign}\left(\frac{c}{c+1}\cdot f^{i,k}+\dot{f}^{i,k}\right)\neq\operatorname{sign}\left(\sigma^{i,k}\right)$  un efforts excessif pourrait éloigner le système de la surface de glissement;
- 3.  $\left(\frac{f^{i,k}}{f_{min}^k}\right)^2 + \left(\frac{f^{i,k}}{f_{min}^k}\right)^2 < 1$  le système est considéré convergé, avec  $\mathbf{f}_{min}$  le plus petit incrément de force significatif;
- 4.  $\Delta \mathbf{v}^{i,k} < \Delta \mathbf{v}_{min}^{k}$  la variation de la sortie est petite, avec  $\Delta \mathbf{v}_{min}$  le plus petit incrément de vitesse significatif;
- 5.  $|\operatorname{atan2}(\mathbf{f}^{i,k},\dot{\mathbf{f}}^{i,k}) \operatorname{atan2}(\mathbf{f}^{i-1\,k},\dot{\mathbf{f}}^{i-1,k})| > \pi / T_{max}$  la trajectoire dans l'espace des phases est compatible avec des oscillations rapides, avec  $T_{max} \ge 2$ .
- 6.  $\operatorname{sign}(\Delta \mathbf{v}^{i-1,k}) \neq \operatorname{sign}\left(\left(1-\frac{\Delta t}{\Delta_{delay}}\right) \cdot \sigma^{i-1,k} + \left(\frac{\Delta t}{\Delta_{delay}}\right) \cdot \sigma^{i-2,k}\right)$  la surface de glissement n'a pas été croisée à cause d'un effort du contrôle.

Si les conditions 1 ou 5 sont satisfaites et non les contions 3, 4 et 6, la valeur de  $p^{i,k}$  est réduite :

$$p^{i+1,\,k}=p^{i,\,k}\,/\,a$$

Si les condition 1, 2, 3 et 5 ne sont pas satisfaites durant 2 pas de temps, a valeur de  $p^{i,k}$  est augmentée :

$$p^{i+1,k} = p^{i,k} \cdot a$$

Le paramètre d'adaptation a peut être vu comme une sorte de gain d'apprentissage faisant évoluer la valeur de  $\mathbf{p}$  dans un espace log discret.

### Discussion

La stabilité de ce contrôleur repose sur les conditions selon lesquelles le système contrôlé est considéré comme quasi linéaire et la structure modélisée par **K** est stable. En effet, de moins bons résultats peuvent être observés dans le cas d'un comportement fortement non linéaire comme illustré dans le chapitre suivant. En outre, l'hypothèse forte faite dans la conception de la loi de contrôle, en utilisant une matrice diagonale **P** est une limitation potentielle de l'applicabilité de cette méthode.

Le degré relatif du système simplifié est 0 et dans ce cas linéaire, la variation de la sortie du système contrôlé  ${\bf f}$  est proportionnelle à la dérivée en temps d'ordre zéro de la variable contrôlée  ${\bf u}$ . Même si ce contrôleur a été conçu avec un degré relatif 0, les variables de sortie interne sont des incréments de vitesse  $\Delta {\bf v}$  qui sont additionnés deux fois pour déduire la valeur de  ${\bf u}$ . Cela est équivalent, en temps continu, à une accélération intégrée deux fois. De plus, aucune information sur le système (ici  ${\bf K}$ ) n'est utilisée durant la conception. On peut alors faire l'hypothèse

que ce contrôleur est également utilisable pour un système non linéaire différentiable de degré 0, 1 ou 2 dont la matrice jacobienne varie lentement devant le pas de temps de la procédure de contrôle. Par conséquent, les valeurs internes  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  ou  $\Delta \mathbf{v}$  peuvent être utilisées comme sorties du contrôleur en fonction du degré relatif entre la variable contrôlée et  $\mathbf{f}$ .

## 2.2.5. Procédure de contrôle adaptative par asservissement des forces hors équilibres

Une version de cette procédure appliquée à un dispositif expérimental équipé d'actionneurs hydrauliques est illustré figure 2.9. On peut remarquer l'utilisation obligatoire d'une double boucle imbriquée pour l'asservissement en position des actionneurs.

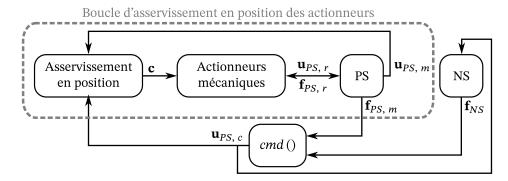


FIG. 2.9. : Procédure de contrôle en déplacement par asservissement des forces hors équilibres faisant apparaître la double boucle imbriquée pour l'asservissement en position des actionneurs.

Le contrôleur (la fonction cmd()) calcule les nouvelles positions de consigne  $\mathbf{u}_{PS,\,c}$  qui seront transmises à la NS et au système d'asservissement en position des actionneurs mécaniques. Celui-ci modifie la valeur de commande des actionneurs  $\mathbf{c}$  en fonction de la valeur de la position mesurée  $\mathbf{u}_{PS,\,m}$ .

Cependant, comme vu en 2.2.1, une correction du déplacement uniquement, et donc le maintien de la positon d'une structure en train de se dilater entre deux itérations, induit de très fortes variations des forces à sa frontière. De plus, dans le cadre de l'utilisation d'actionneurs hydrauliques ne pouvant matériellement pas être immobiles en charge, la position réelle  $\mathbf{u}_{PS,\,r}$  va varier au cours du temps avec une amplitude comparable à la résolution du capteur de position utilisé. En effet, étant donné la faible précision des capteurs de position comparée aux raideurs possibles des structures réelles, le seul asservissement en position peut aussi créer de très fortes variations des forces à la frontière de la PS.

Le principe d'un asservissement en position des actionneurs généralement utilisé dans les essais hybrides de la littérature n'est donc pas adapté aux degrés de liberté raides.

Une nouvelle procédure est alors mise en place, tirant partie des caractéristiques du contrôleur adaptatif précédemment développé et illustré figure 2.10. Ici la boucle imbriquée d'asservissement en position des actionneurs a été supprimée et le contrôleur commande directement la consigne du système d'actionneurs. La sortie d'ordre 1 du contrôleur adaptatif pourra être utilisée directement pour la consigne d'ouverture de servo-valve dans le cas d'un système hydraulique par exemple. La valeur  $\mathbf{u}_{PS,\,c}$  n'existe plus, et c'est la valeur  $\mathbf{u}_{PS,\,m}$  qui est par conséquent utilisée comme donnée d'entrée pour la NS.

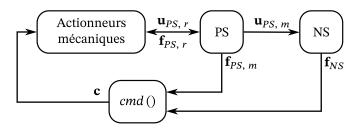


FIG. 2.10.: Procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibres.

### 2.3. Conclusion

Effectuer un essai hybride, c'est minimiser les erreurs d'équilibre et de compatibilité entre les deux sous-structures à tout instant de l'essai. Nous venons de présenter plusieurs méthodes de contrôle, en essayant de lister les avantages et inconvénients de chacune. Par exemple, on peut imposer successivement l'équilibre à une sous-structure et la compatibilité à l'autre ou inversement. Il est aussi possible d'imposer la compatibilité entre les deux sous-structures et de faire varier la position pour arriver à satisfaire l'équilibre. C'est dette dernière méthode qui a été retenue pour notre étude. Une méthode générale de sous-structuration a ensuite été développée, permettant de réduire au minimum, sous certaines conditions, le nombre de degrés de liberté contrôlés du côté de la PS tout en prenant en compte tous les efforts d'interface entre les deux sous-structures. Une nouvelle procédure de contrôle adaptative a ainsi été développée dans le but de permettre la réalisation d'essais hybrides dans un environnement «feu», c'est-à-dire avec une faible précision des capteurs au regard de la raideur des structures testés, et une mauvaise connaissance du corps d'épreuve (raideur initiale et évolution au cours du chauffage).

### 3. Validation numérique

Avant d'entreprendre la phase d'implémentation des développements théoriques du chapitre précédent dans le dispositif expérimental Prométhée, nous souhaitons effectuer une validation numérique de ceux-ci. Les capacités des actionneurs et des capteurs, ainsi que certaines sources d'incertitudes comme les bruits de mesure, certaines non-linéarités ou les temps de communication et de calcul seront pris en compte. Cela permettra de vérifier les performances réelles de la procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibre, associée au contrôleur adaptatif nouvellement développé. Le principe général du protocole de vérification numérique est de simuler (par logiciel de calcul thermo-mécanique) le comportement de la structure physique PS, et d'intégrer son comportement dans l'algorithme de contrôle. Dans ce chapitre, nous détaillerons en premier lieu le principe général du dispositif numérique mis en place pour tester l'algorithme de contrôle (3.1), puis nous l'appliquerons à deux cas-test : une structure simple poteau/poutre (3.2) puis la structure à portiques qui fera l'objet de l'essai au feu hybride final (3.3).

### 3.1. Programme de simulation d'essai hybrides simplifié Héraclès

### 3.1.1. Principe général

On peut observer figure 3.1 une version plus développée de la procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibres initialement présentée figure 2.10. Celle-ci fait apparaître explicitement les principaux éléments nécessaires au déroulement d'un essai hybride réel : les capteurs (forces et déplacement). Pour simuler numériquement ces composants, deux programmes sont utilisés.

D'une part, le logiciel SAFIR [6] assure la simulation des deux parties de structure, au moyen de deux instances simultanées, ayant soit :

- le rôle de PS (associée au four);
- le rôle de NS.

D'autre part, le programme « Héraclès », spécialement développé pour l'étude, simule :

- 1. le système de mesure et d'acquisition de données (capteurs de force et de position);
- 2. le système des actionneurs mécaniques;
- 3. le programme de conduite d'essai hybride, orchestrant les différents éléments et comportant l'implémentation du contrôleur.

Héraclès est responsable de la configuration et du lancement des deux instances de SAFIR et de leur communication en temps réel. Les échanges de données avec SAFIR sont effectués par l'intermédiaire du système développé pour les besoins de [46].

### 3.1.2. Simulation des capteurs et des actionneurs

Il serait trop simpliste de faire circuler dans notre algorithme de contrôle des signaux « parfaits ». Nous cherchons donc ici à simuler un comportement plus réalise des capteurs (bruit de mesure) et des actionneurs (réponse des servo-valves).

Les valeurs d'entrée de l'algorithme provenant de la sous-structure physique, (i.e. les mesures), sont altérées par du bruit puis quantifiées. La quantification permet de pendre en compte le caractère discret des valeurs mesurés par ceux-ci, dû au système de mesure (roue codeuse par exemple) et/ou à la résolution du convertisseur analogique-numérique.

De même, les valeurs de sortie allant à la sous-structure physique (i.e. les commandes des actionneurs) seront quantisées puis altérées par du bruit. Par conséquent, les signaux modifiés sont :

$$\mathbf{u}_{PS}^* = \Delta_U \cdot \text{round}\left(\frac{\mathbf{u}_{PS}}{\Delta_U}\right) + N_{\sigma_U}$$
$$\mathbf{f}_{PS}^* = \Delta_F \cdot \text{round}\left(\frac{\mathbf{f}_{PS}}{\Delta_U}\right) + N_{\sigma_F}$$

$$\mathbf{c}^* = \Delta_c \cdot \text{round}\left(\frac{\mathbf{c} + N_{\sigma_c}}{\Delta_{cmd}}\right)$$

avec :

 $\Delta_U$ ,  $\Delta_F$  et  $\Delta_{cmd}$  la taille du pas de quantification;

round une fonction qui à un nombre réel associe l'entier le plus proche;

 $N_{\sigma_U}, N_{\sigma_F}$  et  $N_{\sigma_{cmd}}$  des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et d'écarts type  $\sigma_U, \sigma_F$  et  $\sigma_{cmd}$ .

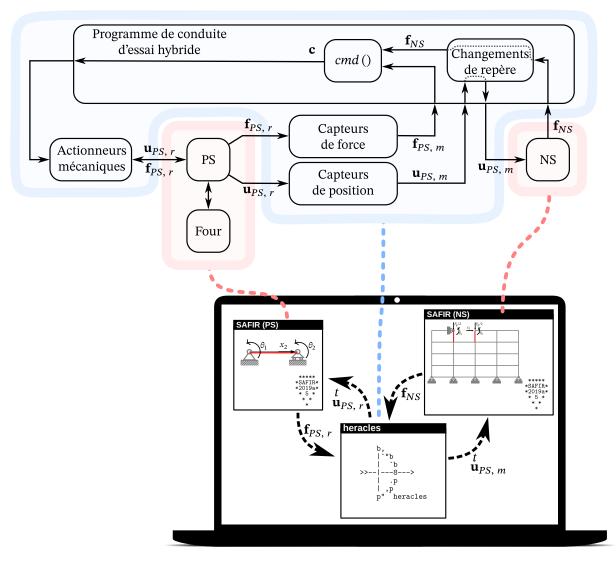


FIG. 3.1.: Version détaillée de la procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibre et principe général de la plateforme d'essai hybride virtuel. On peut remarquer qu'un changement de repère peut être appliqué lors de l'imposition des déplacement à la NS et la lecture des forces de réaction, en effet la PS et la NS ne sont pas nécessairement dans le même référentiel.

Un modèle arbitraire des actionneurs et des servo-valves est déduit à partir de la fiche technique [61] des appareils disponibles au Centre d'Essais au Feu du CERIB. Ce modèle n'a pas comme objectif d'être physiquement cohérent mais plutôt de correspondre aux caractéristiques annoncées dans la fiche technique de la servo-

valve de la manière la plus simple possible.

La commande d'entrée c est une consigne pour la position du tiroir de la valve, variant entre -1 et 1. Lorsque c = -1, la valve est totalement ouverte dans le sens de la rentrée du vérin. Lorsque c = 0, la valve est totalement fermée (au gain de pression près). Lorsque c = 1, la valve est totalement ouverte dans le sens de la sortie du vérin.

Le contrôle de cette position du tiroir de la valve est assuré par un contrôleur PID au sein même de la valve dont le temps de réponse est inférieur à 10 ms ce qui est faible comparé au pas de temps envisagé pour les essais hybrides. On considérera donc cette consigne immédiatement atteinte.

La vitesse  $v_{PS}$  du vérin hydraulique sera calculée selon la formule suivante :

$$v_{PS} = \tanh\left(\varphi|^{\alpha_Q}\right) \Big|^{\alpha_Q^{-1}} \cdot \frac{\left(Q_{nom} \cdot (\psi)\right|^{0.5}\right)}{A}$$

$$\varphi = k_Q \cdot c^* \cdot k_{P \, gain} \cdot \frac{P_{v \acute{e}rin}}{P_w}$$

$$\psi = \frac{\left(P_{v \acute{e}rin} + \mathrm{sign}(c^*) \cdot * P_{v \acute{e}rin}\right)}{P_{nom}}$$

avec:  $x|^{y}$  défini comme  $|x|^{y} \cdot \frac{x}{|x|}$ ;

 $P_w$  la pression du système hydraulique (Pa);

 $P_{nom}$  la pression nominale de la valve, utilisée pour déterminer le débit nominal

 $P_{v\acute{e}rin} = \frac{f_{PS}}{\Lambda}$  la pression à l'intérieur de la chambre du vérin hydraulique (Pa);  $f_{PS}$  la force entre l'actionneur et l'élément de structure (N);

A l'aire du piston du cylindre  $(m^2)$ ;

 $Q_{nom}$  le débit nominal de la servo-valve (m<sup>3</sup>/s);

 $k_Q$ ,  $\alpha_Q$  des paramètres arbitraires utilisés pour ajuster le comportement non linéaire de la courbe caractéristique du débit en fonction de la commande;

 $k_{P\,gain}$  un paramètre arbitraire utilisé pour ajuster le gain en pression de la vanne.

Les valeurs numériques utilisées pour la simulation des capteurs et des actionneurs sont données dans le tableau 3.1. Ces valeurs ont été choisies pour correspondre à celles observées sur les équipement couramment utilisés au Centre d'Essai au Feu du CERIB. On peut remarquer le paramètre  $\Delta_{IJ} = 3.9 \cdot 10^{-5}$  m qui rend impraticable l'asservissement en position des actionneurs, ou au prix de très grandes oscillations de la force exercée sur la PS.

Une illustration de la valeur de la vitesse du vérin selon ce modèle peut être vue sur la figure 3.2. Par exemple, dans le cas c = 1, la valve est totalement ouverte dans le sens de la sortie du vérin. Si la force exercée par le vérin correspond à celle que la pression hydraulique exerce sur le piston (-1220 kN) alors la vitesse de la sortie de la tige est nulle. Si la force exercée par le vérin est nulle, la tige sort avec une vitesse d'environ 2,5 mm/s. On peut remarquer la relation caractéristique en racine carrée entre la pression et le débit et donc entre la force exercée par le vérin et sa vitesse pour une consigne donnée (trais noirs épais). Dans le cas c=0, la valve est fermée et la vitesse de la tige reste très faible quelque soit la force exercée sur le vérin.

Le gain de pression (trait vert) est à peine visible à cette échelle, car il devient prédominant qu'aux faibles ouvertures de l'orifice. En effet pour maintenir le vérin immobile en présence d'une force, il est nécessaire que la valve soit très légèrement ouverte pour contrebalancer les fuites internes.

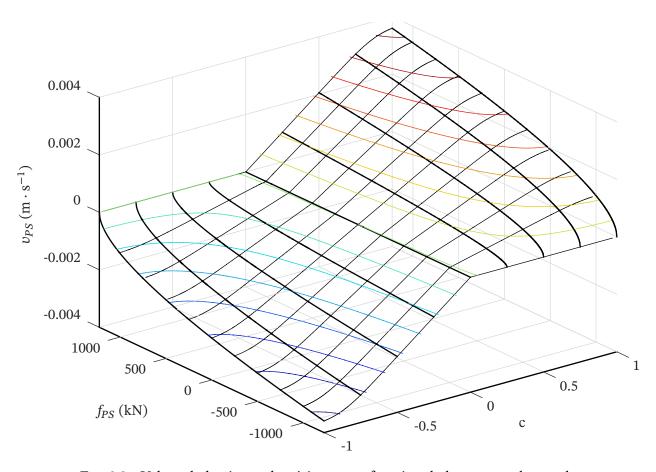


FIG. 3.2. : Valeur de la vitesse du vérin  $v_{PS}$  en fonction de la commande c et de la force entre l'actionneur et l'élément de structure  $f_{PS}$ , en utilisant les paramètres donnés dans le tableau 3.1.

TAB. 3.1.: Valeurs numériques	utilisées pour la simulation	des capteurs et des ac-
tionneurs.		

Paramètre	Valeur	Unité
$\Delta_U$	$3.9 \cdot 10^{-5}$	m
$\Delta_F$	$1 \cdot 10^2$	N
$\Delta_{cmd}$	$2\cdot 10^{-3}$	1
$\sigma_U$	$1 \cdot 10^{-6}$	m
$\sigma_{\!F}$	$5 \cdot 10^2$	N
$\sigma_{cmd}$	$1\cdot 10^{-3}$	1
$P_w$	$2,5 \cdot 10^7$	Pa
$P_{nom}$	$7 \cdot 10^6$	Pa
A	$4,9087 \cdot 10^{-2}$	$m^2$
$Q_{nom}$	$1,666 \cdot 10^{-5}$	$m^3/s$
$k_Q$	1,1326	1
$\alpha_Q$	5	1
$k_{Pgain}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	1

### 3.1.3. Gestion du temps

La valeur de la vitesse du vérin étant dépendante de la force exercée par celuici, le pas de temps de l'ensemble actionneurs-PS  $\Delta t_{PS}$  sera plus court que celui de la procédure de contrôle  $\Delta t$ . Ainsi, plusieurs itérations du calcul de l'ensemble actionneurs-PS sont effectuées à chaque pas de temps de la procédure de contrôle.

Lors d'un essai, l'écoulement du temps du côté de la PS n'est pas maîtrisable, il s'agit du temps réel. De plus on considère que, la PS étant un système physique, elle réagit instantanément à toute sollicitation. D'un autre côté, les différentes opérations d'acquisition de donnée, de calcul et de transmission des nouvelles consignes prennent du temps à être effectuées. Ce délai entre les valeurs mesurées sur la PS et la réaction correspondante du programme de conduite d'essai hybride doit être pris en compte.

Ainsi, en temps simulé, le temps de calcul de la PS par SAFIR sera défini comme nul et le temps cumulé de transfert, traitement des données et de calcul des nouvelles consignes défini à  $\Delta_{délai}$ .

### 3.1.4. Procédure de simulation

Pour compléter les éléments illustrés figure 3.1, qui ne suffisent pas à décrire le déroulement temporel des opérations effectuées, la procédure de simulation peut être décrite par le pseudo-code suivant :

```
1 lecture et vérification des paramètres de simulation ;
2 lancement d'une instance de SAFIR pour la NS;
3 lancement d'une instance de SAFIR pour la PS;
4 f_ps = calcul de la PS(u_ps = 0, t = 0) ;
 5 tant que (ruine PS non atteinte et ruine NS non atteinte)
   {
 6
7
     u_ps_m = simulation capteurs de position(u_ps) ;
     f_ps_m = simulation capteurs de force(f_ps) ;
8
9
     tant que (t < t_precedent + dt_delai)
10
       t = t + dt_PS;
11
12
       v_ps = simulation des actionneurs(c, f_ps) ;
13
       u_ps = u_ps + v_ps * dt_PS;
       f_ps = calcul de la PS(u_ps, t) ;
14
     }
15
16
     u_ps_m = changement de repère(u_ps_m) ;
17
     f_ns = calcul de la NS(u_ps_m, t_precedent)
18
     f_ns = changement de repère(f_ns) ;
19
     c = cmd(f_ps_m, f_ns);
20
     tant que (t < t_precedent + dt )
21
22
       t = t + dt_PS;
23
       v_ps = simulation des actionneurs(c, f_ps) ;
       u_ps = u_ps + v_ps * dt_PS ;
24
25
       f_ps = itération_PS(u_ps, t) ;
26
     }
27 }
```

On peut remarquer que durant le laps de temps  $\Delta t_{délai}$ , le système actionneurs-PS est simulé avec la consigne du pas de temps précédent (l. 9-15). De même la nouvelle consigne  $\mathbf{c} = cmd(\mathbf{f}_{PS}, \mathbf{f}_{NS})$  est calculée avec les valeurs de  $\mathbf{u}_{PS}$  et  $\mathbf{f}_{PS}$  (l. 7-8 et l. 19), comme si la simulation de la NS avait été lancée au temps  $t = t_{precedent}$  et n'avait abouti qu'au temps  $t = t_{precedent} + \Delta t_{délai}$ .

La fonction cmd() utilisée ici correspond au contrôleur adaptatif développé en 2.2.4. Le contrôle des actionneurs a en première approximation un degré relatif

de 1 par rapport aux forces hors équilibre : la variation de ces forces est proportionnelle à l'intégrale de la valeur de commande. On utilisera donc la variable  ${\bf v}$  comme variable de sortie  ${\bf c}$  du contrôleur.

Ce programme de simulation d'essai hybride va maintenant être appliqué à la réalisation de deux cas-test.

### 3.2. Étude de cas numérique 1

### 3.2.1. Description de la structure

La structure complète est composée d'une poutre simplement supportée à ses extrémités et encastrée à un poteau comme illustré par la figure 3.3. Nous nous plaçons dans le cas où le poteau représente la structure physique PS (qui aurait été testée lors d'un vrai essai hybride) et où la poutre représente la partie numérique NS. Comme nous sommes ici dans le cadre d'une vérification numérique, le comportement de la PS est approché par simulation, et non par expérimentation.

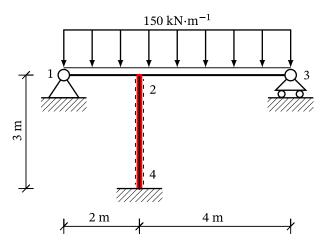


FIG. 3.3. : Structure complète, composé d'éléments de type HEA300 en acier S355. Le poteau est exposé toutes faces à un feu ISO-834-1. Un chargement linéique de  $150~\rm kN\cdot m^{-1}$  est appliqué sur la poutre.

Dans cette étude, on considère que le poteau est totalement exposé à un incendie (modélisé par un feu ISO-834-1) jusqu'à la ruine de la structure. La poutre n'est pas exposée au feu, mais son comportement mécanique (et le risque de ruine) est évidemment influencé par le comportement au feu du poteau.

Tout d'abord, une simulation thermo-mécanique de l'ensemble de cette structure est effectuée à l'aide du logiciel SAFIR. Les résultats provenant de cette simulation seront considérés comme la référence, et serviront donc de moyen de vérification de la performance de notre protocole de contrôle hybride.

### 3.2.2. Sous-structuration

Cette structure est séparée en deux parties, la NS illustrée sur la figure 3.4 et la PS (qui sera ici simulée numériquement) illustrée sur la figure 3.5.

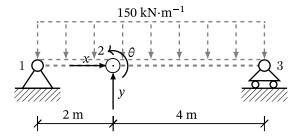


FIG. 3.4. : Sous-structure numérique, avec x, y et  $\theta$  repérant les directions des degrés de liberté du nœud d'interface.

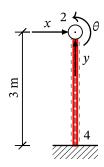


FIG. 3.5. : Sous-structure « physique », avec x, y et  $\theta$  repérant les directions des degrés de liberté du nœud d'interface.

Ici les deux sous-structures sont isostatiques lorsque prises séparément, la sous-structuration est alors triviale car  $U_{t,PS}$  et  $U_{t,NS}$ , les noyaux des opérateurs  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$  sont tous les deux nuls. La simulation hybride comporte trois degrés de liberté selon les directions x,y et  $\theta$  et aucun changement de repère n'est nécessaire.

Comme discuté précédemment, le rapport de rigidité entre les sous-structures semble jouer un rôle majeur sur le comportement de l'essai au feu hybride. La structure présentée a ainsi été conçue afin de maximiser ces rapports de rigidité. On peut donc remarquer que le rapport de rigidité entre la NS et la PS est très élevé dans la direction x (compression de la poutre vs flexion du poteau), très faible dans la direction y(flexion de la poutre vs compression du poteau) et autour de l'unité dans la direction  $\theta$  (flexion de la poutre vs flexion du poteau). De plus, ces rapports seront sujets à de fortes variations du fait de la dégradation des propriétés mécaniques du poteau au cours de la simulation, particulièrement sur la direction y.

TAB. 3.2. : Valeurs numériques utilisées pour les paramètres du contrôleur adaptatif.

Paramètres	Valeur	Remarque
С	0,3	Vitesse de convergence ciblée, cette valeur doit être positive.
$\mathbf{p}_0$	$\mathbf{I} \cdot 10^{-9}$	Une valeur initiale arbitraire du gain adaptatif.
а	1,3	Gain d'apprentissage de l'algorithme, dans le cas d'un délais égal au pas de temps $\Delta t_{d\acute{e}lai} = \Delta t$ , une valeur de 1,7 est mieux adaptée au cas où le $\Delta t_{d\acute{e}lai} = 0$ .
$T_{max}$	5	Période minimale, en nombre d'itérations, des oscillations autorisées.  Dans le cas $\Delta t_{délai} = 0$ cette valeur doit être > 2.  Dans le cas $\Delta t_{délai} = \Delta t$ cette valeur doit être > 4.
$\mathbf{f}_{min}$	[23900, 500, 1596]	Calculé comme $\max(\mathbf{K}_{NS}^* \times (\Delta_U^* + \sigma_U^*), \Delta_F^* + \sigma_U^*)$ , où * indique une valeur estimée. Ici, $\mathbf{K}_{NS}$ est la rigidité tangente de la NS au début du test, les autres valeurs sont données dans le tableau 3.1.
$\Delta \mathbf{v}_{min}$	$1\cdot 10^{-3}$	Il est estimé que toute modification de point de 0,1 % de la commande est faible.

Il est intéressant de noter ici qu'un algorithme classique de contrôle hybride basé sur un contrôle en force (2.2.2) aurait probablement montré une divergence, due à l'augmentation du rapport de rigidité entre la NS et la PS. Un algorithme classique de contrôle en déplacement (2.2.1) aurait vu quand à lui ses performances fortement dégradées (sans toutefois l'apparition d'une divergence) pour les mêmes raisons.

### 3.2.3. Paramètres du contrôleur et de la simulation

Comme vu en 2.2.4 le contrôleur adaptatif nécessite un certain nombre de paramètres. Les valeurs numériques de ceux-ci sont données dans le tableau 3.2. Les paramètres utilisés pour la simulation des e système de mesure et d'acquisition de données et des actionneurs mécaniques sont les mêmes que ceux présentés précédemment dans le tableau 3.1.

### 3.2.4. Résultats

### Structure complète

La simulation thermomécanique de la structure complète est d'abord effectuée afin d'avoir une référence, à laquelle comparer plus tard la simulation de l'essai hybride. Le comportement global de la structure au cours du temps est visible sur la figure 3.6. Dans un premier temps le poteau se dilate, ayant pour effet d'inverser la courbure de la poutre et donc du moment en tête de poteau. Ensuite, du fait de la dégradation des propriétés mécaniques du poteau, les efforts que le poteau exerce sur la poutre se réduisent jusqu'à la ruine. Celle ci est observée à  $t=1701~{\rm s}$  en raison du flambement du poteau.

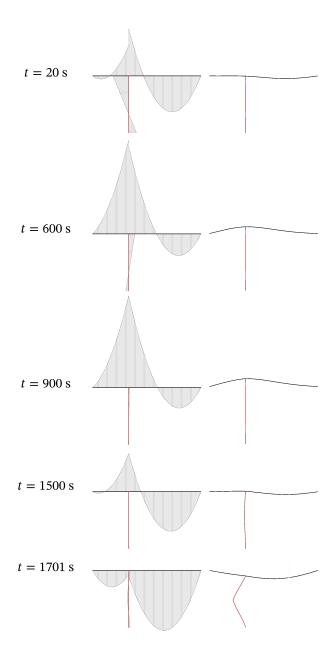


FIG. 3.6. : Aperçu du comportement global de la structure de l'étude de cas numérique 1, illustrant les moments fléchissant et les déformées exagérées 20 fois des éléments au cours du temps.

#### Simulation de l'essai hybride

La simulation est effectuée avec un pas de temps  $\Delta t=1$  s et un délai  $\Delta t_{délai}=1$  s. Pour chaque actualisation de la valeur de  ${\bf c}$  cinq pas de temps sont effectués

du côté de la PS. La comparaison entre les résultats obtenus par la simulation thermomécanique de la structure complète (simulation de référence) et ceux obtenus avec le programme de simulation d'essai hybride est illustrée figures 3.7 et 3.8. Les figures 3.9 et 3.10 illustrent l'évolution des efforts à l'interface entre les deux sous-structures.

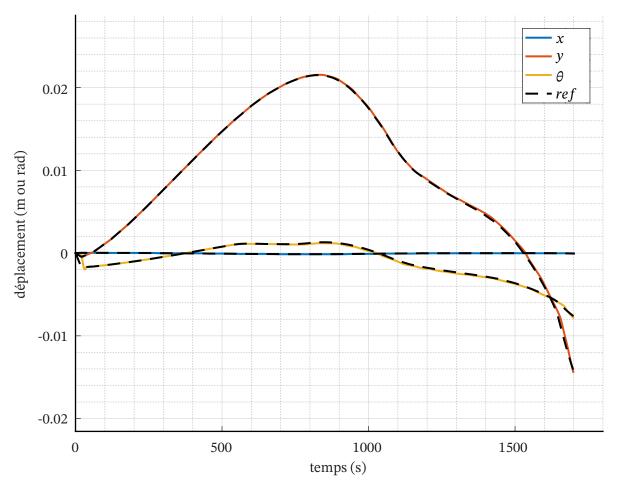


FIG. 3.7. : Déplacements à l'interface entre les deux sous-structures lors de l'essai hybride simulé et pour le cas de référence (simulation complète de la structure).

La figure 3.7 trace l'évolution des déplacements de la frontière entre les deux sous-structures. Si le comportement global est bien respecté, on peut noter de légères différences, explicitées sur la figure 3.8. Entre les temps t=40 s et t=700 s l'erreur en déplacement est inférieure à l'erreur des capteurs : la procédure de contrôle est plus performante que n'importe quelle procédure basée sur un asservissement en position de l'interface. Ce résultat peut être expliqué par le fait que

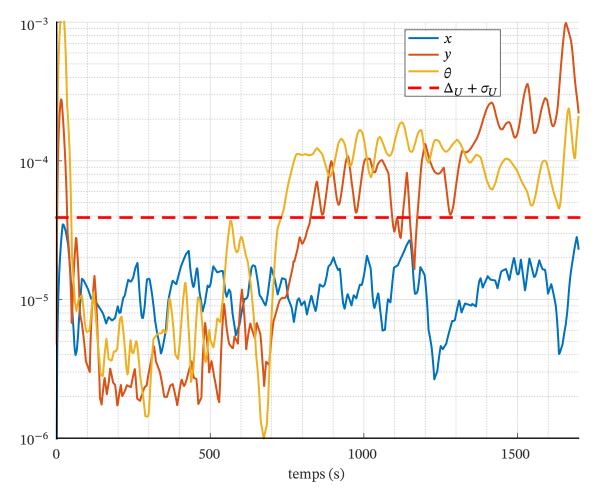


FIG. 3.8.: Enveloppes des erreurs absolues des déplacements de l'interface entre les deux sous-structures par rapport à la solution de référence (simulation de la structure complète, sans sous-structuration). En pointillés, une erreur possible des capteurs simulés.

le contrôleur réagit à une mesure des forces hors équilibre et n'a pas connaissance des valeurs des déplacements. Dans le cas linéaire, une erreur de  $\Delta_{\bf u}$  sur la position de la sous-structure numérique entraînera une erreur de  ${\bf K}_{NS} \times \Delta_{\bf u}$  et ainsi à une erreur de  ${\bf K}_{PS}^{-1} \times {\bf K}_{NS} \times \Delta_{\bf u}$  sur le déplacement physique de la sous-structure. Cet effet est prépondérant selon la direction où le rapport de rigidité entre la sous-structure numérique et la sous-structure physique est très faible (ici y) et s'estompe lorsque le rapport de rigidité est très élevé (ici x).

On peut voir sur la figure 3.9 l'évolution des efforts à l'interface entre la les deux sous-structure, du côté de la PS en traits pleins et du côté de la NS en traits pointillés. L'écart entre ces deux valeurs, les forces hors équilibre, est illustré en valeur

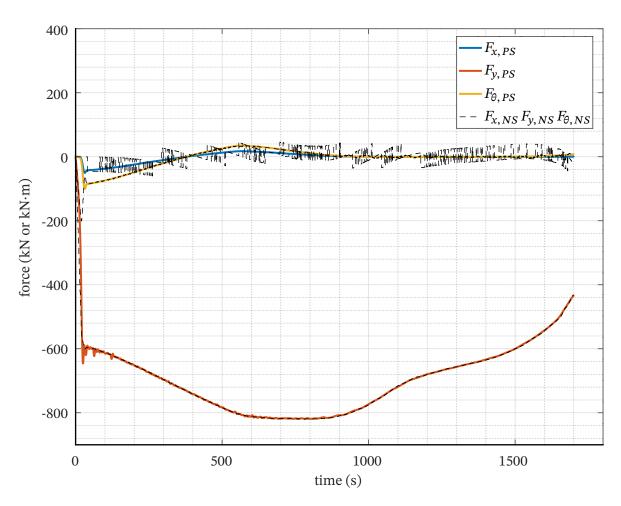


FIG. 3.9.: Efforts à l'interface entre les deux sous-structures.

absolue sur la figure 3.10. Pour plus de clarté, sur cette dernière figure seulement les courbes enveloppes de ces forces hors équilibre sont tracés (interpolation linéaire entre les maxima sur 120 s glissantes). Les effets de la quantification en valeurs discrètes de la mesure de position sur la PS sont clairement visibles dans la direction x. En effet un saut de déplacement même faible entraîne un saut de la force de réaction de la NS de grande amplitude étant donnée sa très grande raideur dans cette direction.

Une augmentation de l'erreur de déplacement peut être constatée à partir de  $t=700\,\mathrm{s}$  alors que les forces hors-équilibre entre les deux sous-structures ne montrent pas une telle augmentation. Cela est probablement dû à une forte non-linéarité des sous-structures numériques et physiques présentant des comportements plastiques. En effet, les erreurs dans le sens de la déformation plastique s'accumulent, car ces erreurs sont irréversibles. Néanmoins, le comportement de

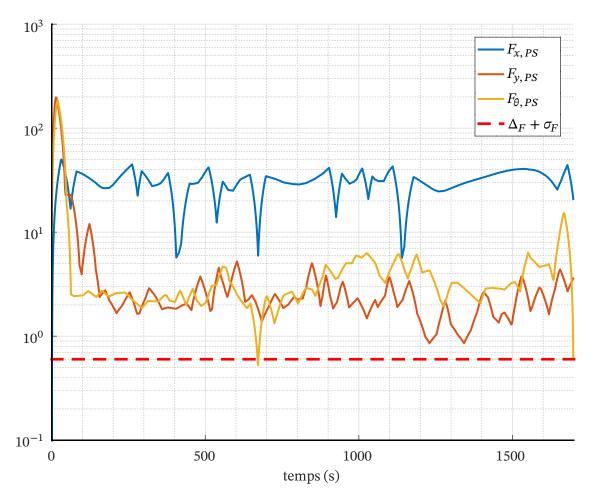


Fig. 3.10. : Enveloppes des forces hors équilibre absolues à l'interface entre les deux sous-structures. En pointillés, une erreur possible des capteurs simulés.

la structure est bien capturé, notamment le mécanisme et le temps de ruine, malgré les imperfections prises en comptes dans cette simulation.

# 3.3. Étude de cas numérique 2

#### 3.3.1. Description de la structure

La structure étudiée est la même que celle présentée dans l'exemple introductif 1.1.1, à savoir la structure à portiques en béton armé, où l'une des poutres du dernier étage constitue la sous-structure physique PS. Le comportement de cette dernière est donc approché par simulation dans cette phase de vérification numé-

Zones d'application	Force (kN·m <sup>-1</sup> )	
Poutres de toiture 1, 3 et 4	36,4	
Poutre de toiture 2	2,84	
Autres poutres	35	

TAB. 3.3.: Chargements verticaux distribués.

Points d'application	Force (kN)
Travée de la poutre de toiture 2	4.38,1
Sommet des poteaux extérieurs du dernier niveau	16
Sommet des autres poteaux extérieurs	74
Sommet des poteaux intérieurs du dernier niveau	8
Sommet des autres poteaux	56

TAB. 3.4.: Chargements verticaux ponctuels.

rique du protocole. Nous rappelons que cette poutre sera réellement testée au feu sous protocole hybride (chapitre 5).

Le ferraillage des éléments de la structure doit être renseigné dans le logiciel SAFIR afin d'approcher au plus près le comportement thermomécanique de la NS (et de la PS dans le cas présent de vérification numérique du protocole).

Les poteaux ont une section de  $40\times40$  cm et sont armés avec 8 aciers longitudinaux de diamètre  $3 \phi 16$  mm avec un enrobage nominal de 35 mm. Les poutres ont une section de  $40\times25$  cm et un enrobage nominal de 40 mm horizontalement et 30 mm verticalement. Elles ont différents types de renforcement longitudinaux comme illustré figure 3.11.

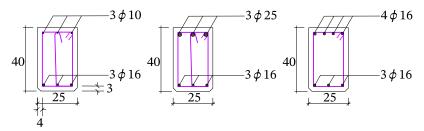


FIG. 3.11. : Sections des poutres transversales en travée, sur appuis et en rive.

Les chargements sont définis dans les tableaux 3.3, 3.4 et 3.5 et sont illustrés figures 3.12et 3.13.

Les paramètres mécaniques des matériaux utilisés pour la simulation correspondent à un béton siliceux de  $f_{ck}=47$  MPa et un acier de  $f_{yk}=500$  MPa, dont le module d'élasticité est défini à E=200 GPa et le coefficient de Poisson  $\nu=0,3$ . Les

Niveau	Côté gauche	Côté droit	Intérieur
1 et 2	1,2 kN	0,8 kN	0,6 kN
3	1,4 kN	0,9 kN	0,6 kN
4	1,1 kN	0,75 kN	0,6 kN

TAB. 3.5.: Chargements horizontaux ponctuels

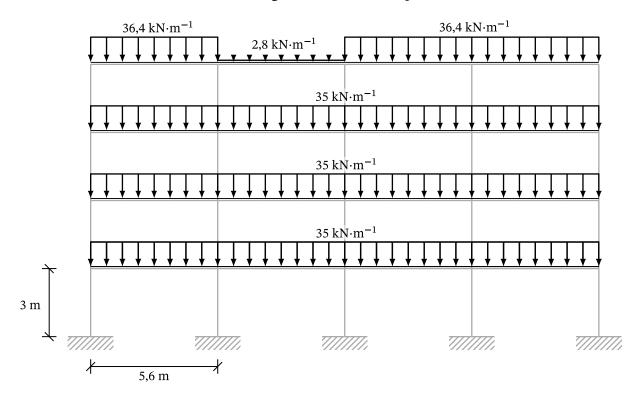


FIG. 3.12.: Chargements verticaux distribués.

lois de comportement sont conformes à celles décrites dans l'Eurocode 2 (EN1992-1-2).

La poutre est exposée sur trois côtés au feu ISO et la face supérieure est considérée comme adiabatique. Les deux poteaux sont exposés sur une face, plus 10 cm sur chaque côtés adjacents pour prendre en compte la moindre épaisseur de la cloison coupe-feu comparativement à celle du poteau. Les propriétés thermiques des matériaux utilisés pour la simulation sont elles aussi tirées de l'Eurocode 2 (EN1992-1-2) avec un coefficient de convection  $h_{fe}=25~{\rm W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$  sur les faces exposées et un un coefficient de convection  $h_{fne}=4~{\rm W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}}$  sur les faces non exposées. La masse volumique du béton est définie à 2300 Kg·m $^{-3}$ , sa teneur en eau de 1,5 % et sa conductivité thermique est définie selon l'annexe nationale française NF EN 1992-1-2.

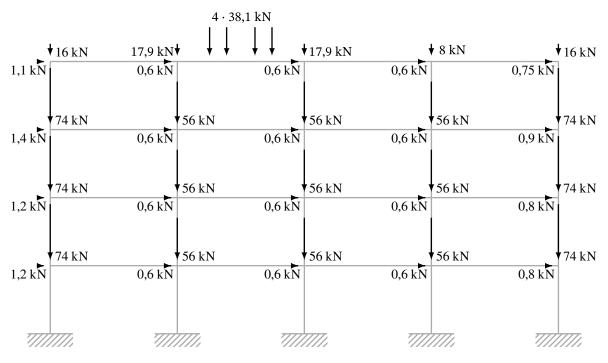


FIG. 3.13.: Chargements ponctuels.

#### 3.3.2. Sous-structuration

Comme montré dans l'exemple introductif, cette structure est séparée en deux au niveau des deux extrémités de la poutre exposée au feu. La frontière entre la NS et la PS est alors composée de deux points possédant chacun trois degrés de liberté illustré figure 3.14. On définit le vecteur des déplacements  $\mathbf{u}$  dans la base  $\{\vec{e}_{x,1},\vec{e}_{y,1},\vec{e}_{\theta,1},\vec{e}_{x,2},\vec{e}_{y,2},\vec{e}_{\theta,2}\}$  qui engendre U, l'espace vectoriel des déplacements possibles de l'interface. De même on définit le vecteur des forces de réactions correspondantes  $\mathbf{f}$  dans la base  $\{\vec{e}_{Fx,1},\vec{e}_{Fy,1},\vec{e}_{M,1},\vec{e}_{Fx,2},\vec{e}_{Fy,2},\vec{e}_{M,2}\}$  qui engendre F l'espace vectoriel des forces de réaction correspondantes :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \mathbf{f} = \begin{bmatrix} F_{x,1} \\ F_{y,1} \\ M_1 \\ F_{x,2} \\ F_{y,2} \\ M_2 \end{bmatrix}$$

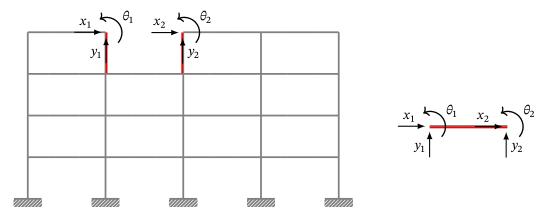


FIG. 3.14.: Problème initial comportant six degrés de liberté.

#### Réduction du nombre de ddl

**Calcul du noyau de**  $\mathcal{K}_{PS}$  L'espace vectoriel des déplacements possibles de la frontière entre les deux sous-structures U est l'espace engendré par les vecteurs de base :  $\{\vec{e}_{x,1},\vec{e}_{y,1},\vec{e}_{\theta,1},\vec{e}_{x,2},\vec{e}_{y,2},\vec{e}_{\theta,2}\}$ . Sans hypothèse supplémentaire, toutes les composantes de ce vecteur doivent être considérées comme linéairement indépendantes, et l'essai hybride comportera six degrés de liberté. Ceci peut avoir pour conséquence de compliquer la mise en place du dispositif expérimental.

Pour réduire le nombre de degré de liberté à contrôler, comme vu en 2.1, on cherche alors  $U_{t,PS}$  et  $U_{t,NS}$ , les noyaux des opérateurs  $\mathcal{K}_{PS}$  et  $\mathcal{K}_{NS}$ .

Le cas de  $\mathcal{K}_{NS}$  est trivial car la NS est ici hyperstatique même lorsqu'elle est prise séparément de la PS :

$$U_{t,NS} = \emptyset$$

Du côté de la PS, nous pouvons pré-sentir, en prenant exemple sur l'analyse par élément fini de type poutre, qu'il est possible d'avoir de bons résultats avec moins de six degrés de liberté pour une poutre réelle dans le plan. Nous allons donc chercher ici à réduire ce nombre.

Lors de l'essai au feu hybride, toutes les sous-structures sont considérées, avant la ruine, à l'équilibre statique ce qui implique :

- 1. la résultante des forces externes appliquées à une sous-structure est nulle;
- 2. la somme des moments des forces par rapport à un point et des moments externes appliqués à une sous-structure sont nuls.

$$\begin{cases} \vec{F} = \vec{0} \\ \vec{\phi} & \vec{\phi} \\ M_F + M = \vec{0} \end{cases}$$
 (3.1)

Avec:

$$\vec{F} = \int_{\Omega_{PS}} f(\mathbf{r}, \mathbf{u}) d\Omega_{PS}$$

$$\vec{M}_F = \int_{\Omega_{PS}} ((\mathbf{r} - \mathbf{x}_0) \times f(\mathbf{r}, \mathbf{u})) d\Omega_{PS}$$

$$\vec{M} = \int_{\Omega_{PS}} m(\mathbf{r}, \mathbf{u}) d\Omega_{PS}$$

 $ec{F}\,$  la somme des forces extérieures appliquées à la sous-structure ;

 $M_F$  la somme des moments des forces extérieures appliqués à la sous-structure par rapport au point  $\mathbf{x}_0$ ;

 $\overline{M}$  la somme des moments extérieurs appliqués à la sous-structure;

 $\Omega_{PS}~$  le domaine correspondant à la sous-structure considérée ;

f une fonction qui à tout point de  $\Omega_{PS}$  associe la force extérieure appliquée à la sous-structure en ce point, lorsque frontière de celle-ci est soumise à un déplacement  $\mathbf{u}$ ;

r la position dans la configuration déformée;

 $\mathbf{x}_0$  un point arbitraire de l'espace;

m une fonction qui à tout point de  $\Omega_{PS}$  associe un moment extérieur appliqué à la sous-structure en ce point, lorsque frontière de celle-ci est soumise à un déplacement  $\mathbf{u}$ ;

On sépare f et m de manière à différentier les forces et les moments appliqués sur la frontière  $\Gamma$  des autres :

$$f = f_{ext} + f_{\Gamma}$$

$$m = m_{ext} + m_{\Gamma}$$

Dès lors, les composantes  $f_{\Gamma}$  et  $m_{\Gamma}$  constituent le vecteur  $\mathbf{f}_{PS}$  défini en 2.1.2. On notera  $F_f$  le sous-espace vectoriel de F des forces de réaction et  $F_m$  le sous-espace vectoriel de F des moments de réaction, avec  $F = F_f \cup F_m$ . Alors :

$$f_{\Gamma} = \mathbf{f}_{\parallel F_f}$$
 et  $m_{\Gamma} = \mathbf{f}_{\parallel F_m}$ 

En reprenant 3.1:

$$\begin{cases} \vec{F}_{ext}\left(\mathbf{u}\right) + \vec{F}_{\Gamma}\left(\mathbf{u}\right) = \vec{0} \\ \overset{\hookrightarrow}{\sim} & \overset{\hookrightarrow}{\sim} \\ M_{ext}\left(\mathbf{u}\right) + M_{\Gamma}\left(\mathbf{u}\right) + M_{F,ext}\left(\mathbf{u}\right) + M_{F,\Gamma}\left(\mathbf{u}\right) = \vec{0} \end{cases}$$

avec:

$$\vec{F}_{ext}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega_{PS} \cap \Gamma} f_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\Omega_{PS}$$

$$\vec{F}_{\Gamma}(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma} \mathbf{f}_{\parallel F_f} d\Omega_{PS}$$

$$\overset{\hookrightarrow}{M}_{F, ext}(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma} \left( (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \times \mathbf{f}_{\parallel F_f} \right) d\Omega_{PS}$$

$$\overset{\hookrightarrow}{M}_{ext}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega_{PS} \cap \Gamma} m_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) d\Omega_{PS}$$

$$\overset{\hookrightarrow}{M}_{\Gamma}(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma} \mathbf{f}_{\parallel F_m} \Omega_{PS}$$

Dans le cas général, on ne connaît pas  $f_{ext}$  et  $m_{ext}$ . Ici cependant on sait que la PS n'est soumise qu'à des charges gravitaires, qui ne créent pas directement de moment, ont une composante selon  $\vec{e}_x$  dans le repère global nulle et sont invariantes à la translation :

$$m_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \Leftrightarrow \stackrel{\hookrightarrow}{M}_{ext}(\mathbf{u}) = \stackrel{\rightarrow}{0}$$
 (3.2)

$$f_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u})_{\parallel \vec{e}_x} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{ext}(\mathbf{u})_{\parallel \vec{e}_x} = \vec{0}$$
(3.3)

$$f_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = f_{ext}(\mathbf{x}, \mathbf{u} + \mathbf{c}_t) \Leftrightarrow \vec{F}_{ext}(\mathbf{u}) = \vec{F}_{ext}(\mathbf{u} + \mathbf{c}_t)$$
 (3.4)

avec  $\mathbf{c}_t$  un vecteur de translation de corps rigide de la sous-structure.

On peut déduire que le noyau de l'opérateur  $\mathcal{K}_{PS}$  sera l'ensemble des translations de la PS. Le nombre de ddl indépendants est donc réduit de deux du côté de la PS et il faudra alors un minimum de quatre actionneurs mécaniques pour effectuer cet essai. De plus on a montré que

$$F_{x, PS, 2} = -F_{x, PS, 1}$$

**Définition d'un référentiel local** On cherche maintenant à définir un nouveau repère dans lequel les composantes de  $\mathbf{u}$  sont projetées sur les sous-espaces  $U_{t,PS}$  et  $U_{d,PS}$  et donc en séparant les composantes en un vecteur  $\mathbf{u}_{t,PS} \in U_{t,PS}$  et un vecteur  $\mathbf{u}_{d,PS} \in U_{d,PS}$  comme illustré figure 3.15, avec :

$$\mathbf{u}'_{t,PS} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \mathbf{u}'_{d,PS} = \begin{bmatrix} \phi_m \\ l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

On notera:

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} \mathbf{u}'_{t,PS} \\ \mathbf{u}'_{d,PS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_m \\ l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

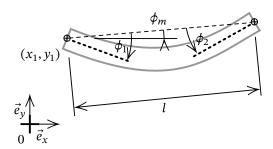


FIG. 3.15.: Position de la sous-structure physique dans son repère local.

On a alors:

$$\mathbf{u}' = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_m \\ l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ atan2 (x_2 - x_1, y_2 - y_1) \\ \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \theta_1 + \phi_m \\ \theta_2 + \phi_m \end{bmatrix}$$

et la transformation inverse:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_1 - \phi_m \\ x_1 + l \cdot \cos(\phi_m) \\ y_1 + l \cdot \sin(\phi_m) \\ \phi_2 - \phi_m \end{bmatrix}$$

Les deux premières composantes de  $\mathbf{u}'$ ,  $x_1$  et  $y_1$  sont donc incluses dans le sous-espace vectoriel  $U_{t,PS}$  défini en 2.1.2 et constituent le noyau de l'opérateur  $\mathcal{K}_{PS}$ .

De même que pour les déplacements, il est possible de redéfinir les forces et les moments extérieurs à la PS résultants aux points 1 et 2 dans un repère local à la poutre, dont l'axe x est aligné sur ces deux points comme illustré figure 3.16.

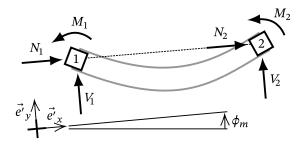


FIG. 3.16. : forces et moments extérieurs à la PS résultants aux points  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  dans le repère local.

On a alors:

$$\mathbf{f'} = \begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = T \times \mathbf{f}$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\phi_m) & -\sin(\phi_m) & 0 & 0 & 0 & 0\\ \sin(\phi_m) & \cos(\phi_m) & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \cos(\phi_m) & -\sin(\phi_m) & 0\\ 0 & 0 & 0 & \sin(\phi_m) & \cos(\phi_m) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(-\phi_m) & -\sin(-\phi_m) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(-\phi_m) & \cos(-\phi_m) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(-\phi_m) & -\sin(-\phi_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(-\phi_m) & \cos(-\phi_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Simplification des modes quasi indéterminés Il convient cependant de s'interroger sur la pertinence à conserver  $\phi_m$ , un degré de liberté correspondant à l'inclinaison de la poutre par rapport à l'horizontale compte tenu des potentielles difficultés expérimentales associées. On fait ici l'hypothèse que la variation probable de cette position sera trop faible pour engendrer une variation significative de  $\mathbf{f}_{PS}$ . Cette simplification peut être une hypothèse forte, par exemple dans le cas combiné d'un angle  $\phi_m$  et d'une grande excentricité des charges gravitaires ou le cas de charges gravitaires dépendantes de l'angle  $\phi_m$  (charges mobiles par exemple).

La simplification arbitraire suivante est réalisée : la troisième composante de  $\mathbf{u}'$  est aussi incluse dans le sous-espace vectoriel  $U_{t,PS}$ .

$$\mathbf{u}'_{t,PS} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_m \end{bmatrix} \mathbf{u}'_{d,PS} = \begin{bmatrix} l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

Ainsi, toute variation dans le sous-espace  $U_{t,PS}$  n'entraînera pas de variation des forces d'interface du côté de la PS :

$$\mathcal{K}_{PS}'(\mathbf{u}') = \mathcal{K}' \begin{pmatrix} \mathbf{u}' + \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_{\phi_m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \forall \{c_x, c_y, c_{\phi_m}\} \in \mathbb{R}^3$$

n.b. : ce n'est pas vrai du côté de la NS, où une variation de ces composantes entraînent une très grande variation des forces d'interface.

#### Conditions d'interface

Comme vu en 2.1.2, il n'est pas trivial d'imposer le vecteur  $\mathbf{u}_{d,PS}'$  à la NS.

La position de la PS étant définie à  $\mathbf{u}'_{t,PS}$  près, il serait idéalement nécessaire d'effectuer à chaque itération de la NS l'optimisation 2.3. Appliqué à notre cas :

$$\mathbf{u}_{d,NS} = \mathbf{u}_{d,PS} + (\mathbf{u}_{t,PS})_{\parallel U_{d,NS}}$$

$$\begin{split} \operatorname{avec} \left(\mathbf{u}_{t,PS}\right)_{\left\|U_{d,NS}\right.} &= \mathbf{u}_{t,PS} \left(\operatorname{car} U_{t,NS} = \varnothing\right) \operatorname{et}: \\ \mathbf{u}_{t,PS} &= \underset{\mathbf{u}_{t,PS}}{\operatorname{arg}} \min \left(\mathcal{K}_{NS} \left(\mathbf{u}_{t,PS} + \mathbf{u}_{d,PS}\right) + F_{ext,PS}\right)_{\left\|F_{t,PS}\right.} \end{split}$$

Afin d'éviter l'adaptation et l'utilisation d'une nouvelle méthode dans le code de calcul SAFIR, en plus d'hypothèses effectuées sur le comportement du système, une combinaison des solutions 3. modification du problème global et 4. cas particulier des méthodes Neumann-Dirichlet définies en 2.1.2 seront utilisées.

Les degrés de liberté correspondant dans la base de la PS à  $x_{PS,1}$ ,  $y_{PS,1}$  et  $\phi_{m,PS}$  auront des conditions d'interface de type Neumann-Dirichlet. Avec les hypothèses effectuées, ces degrés de liberté sont tous dans le noyau de l'opérateur  $\mathcal{K}'_{PS}$  et donc aucune variation des forces correspondantes ne sera considérée. Il en résulte inévitablement un découplage partiel des deux sous-structures selon ces degrés de liberté. La PS agit sur la NS, mais comme vu précédemment l'inverse n'est plus vrai : le couplage devient unidirectionnel et il n'y a donc plus de sens à assurer un couplage bidirectionnel. On fait maintenant l'hypothèse que la différence entre les moments  $M_1$  et  $M_2$  est assez faible devant la somme des forces gravitaires appliqués à la PS  $F_g$ :

$$\frac{\|M_1 + M_2\|}{l} \ll F_g$$

Et donc:

$$V_{PS, 1} \approx V_{PS, 2} \approx F_{\rm g}/2$$

Ainsi les forces  $V_{PS,1}$  et  $V_{PS,2}$  correspondantes seront appliqués à la NS.

Les degrés de liberté l,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  auront des conditions d'interface de type Dirichlet-Dirichlet. L'application de l à la NS n'est cependant pas directement possible : il serait nécessaire d'effectuer à chaque itération de la NS l'optimisation 2.3. Appliqué à notre cas, trouver  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  et  $y_2$  satisfaisant l'équilibre statique de la PS au sein de la NS et la compatibilité avec l:

$$l = \sqrt{\left(\left(x_2^{\text{init}} + x_2\right) - \left(x_1^{\text{init}} + x_1\right)\right)^2 + \left(\left(y_2^{\text{init}} + y_2\right) - \left(y_1^{\text{init}} + y_1\right)\right)^2}$$
(3.5)

les valeurs <sup>init</sup> étant les positions initiales des nœuds avant déformation.

On fait maintenant l'hypothèse que la valeur de  $((y_2^{\rm init}+y_2)-(y_1^{\rm init}+y_1))^2$  est négligeable devant  $((x_2^{\rm init}+x_2)-(x_1^{\rm init}+x_1))$  durant tout l'essai. Cela revient à dire que les sommets des poteaux supportant la poutre auront une position verticale proche tout au long de l'essai et que leurs différence sera petite comparée à la longueur de la poutre déformée . On peut alors simplifier 3.5 en :

$$l = (x_2^{\text{init}} + x_2) - (x_1^{\text{init}} + x_1)$$
(3.6)

Il est cependant toujours nécessaire de résoudre ce problème avec une implémentation spécifique au sein du programme de calcul de la NS.

#### Modification du problème global

Il est possible de trouver un problème global équivalent tel que le degré de liberté  $x_1$  soit supprimé. Cette nouvelle structure est illustrée sur la figure 3.17 où les déplacements selon le degré de liberté  $x_1$  sont explicitement bloqués. Pour assurer l'équivalence avec la structure initiale, les fondations sont libérées sur l'axe x et reliées entre elle par des éléments poutres virtuels très raides comparés au reste de la structure. Les forces internes d'origine sont restaurées au moyen d'une force appliquée sur cette fondation glissante, correspondante à la somme des forces exercées sur la structure selon cet axe et donc aux forces de réactions aux appuis (encastrements) d'origine.

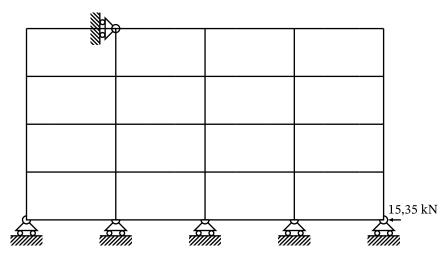


FIG. 3.17. : Structure globale équivalente permettant de supprimer le degré de liberté  $x_{NS,-1}$ .

Grâce à cette modification, l'équation 3.6 peut être simplifiée car la valeur de  $x_1$  est cette fois-ci connue et nulle :

$$l = x_2^{\text{init}} - x_1^{\text{init}} + x_2$$

#### Récapitulatif de la sous-structuration

Le système initial comportait six degrés de libertés (figure 3.14). Après simplification, un degré de liberté a été supprimé par une reformulation du problème global. Le système comporte trois degrés de liberté qui seront pilotés avec des conditions d'interface de type déplacement-déplacement. Les deux autres degrés de liberté restant sont les composantes  $y_1$  et  $\phi_m$ . On a montré plus haut que les variations de celles-ci n'auraient pas d'influence sur la force de réaction de la PS dans ces directions pendant l'essai. Ainsi, avec des conditions d'interface de type force

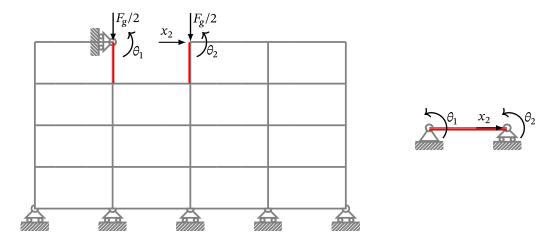


FIG. 3.18. : Problème simplifié comportant trois degrés de liberté.

(NS) - déplacement (PS), ces forces seront modélisés par des constantes (figure 3.18).

Selon ces hypothèses, les changements de repère entre le référentiel global et le référentiel local de la poutre pour les déplacements se simplifient alors :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

De même pour les changements de repère des forces :

$$\mathbf{f'} = \begin{bmatrix} N \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x,2} \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$$

et la transformation inverse:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} F_{x,2} \\ F_{y,1} \\ F_{y,2} \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ F_g/2 \\ F_g/2 \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$$

#### 3.3.3. Paramètres du contrôleur

Comme pour le cas précédent le contrôleur adaptatif nécessite un certain nombre de paramètres. Les valeurs numériques de ceux-ci sont données dans le tableau 3.6. Elles sont identiques à celles du cas 1, excepté pour la valeur de  $\mathbf{f}_{min}$  dépendante de la structure étudiée et  $\Delta \mathbf{v}_{min}$  qui a été réduite car plus réaliste quant aux capacités du dispositif expérimental.

TAB. 3.6. : Valeurs numériques utilisées pour les paramètres du contrôleur adaptatif.

<b>t11.</b>		
Paramètres	Valeur	Remarque
С	0,3	Vitesse de convergence ciblée, cette valeur doit être positive.
$\mathbf{p}_0$	$\mathbf{I} \cdot 10^{-6}$	Une valeur initiale arbitraire du gain adaptatif.
a	1,3	Gain d'apprentissage de l'algorithme, dans le cas d'un
		délai égal au pas de temps $\Delta t_{délai} = \Delta t$ , une valeur
		de 1,7 est mieux adaptée au cas où le $\Delta t_{délai} = 0$ .
$T_{max}$	5	Période minimale, en nombre d'itérations, des oscillations autorisées.
		Dans le cas $\Delta t_{d\acute{e}lai} = 0$ cette valeur doit être > 2.
		Dans le cas $\Delta t_{d\acute{e}lai} = \Delta t$ cette valeur doit être > 4.
$\mathbf{f}_{min}$	[1000, 1000,	Calculé comme max $(\mathbf{K}_{NS}^* \times (\Delta_U^* + \sigma_U^*), \Delta_F^* + \sigma_U^*)$ , où * indique une valeur estimée.
	1339]	Ici, $\mathbf{K}_{NS}$ est la rigidité tangente de la NS au début du test,
		les autres valeurs sont données dans le tableau 3.1.
$\Delta \mathbf{v}_{min}$	$1\cdot 10^{-5}$	Il est estimé que toute modification de point de 0,001 % de la commande est faible.

Les paramètres utilisés pour la simulation du système de mesure et d'acquisition de données et des actionneurs mécaniques seront revus selon le tableau 3.7. Les valeurs ont été de même modifiées par rapport au cas 1 pour plus de réalisme quant aux capacités du dispositif expérimental.

TAB. 3.7. : Valeurs numériques utilisées pour la simulation des capteurs et des actionneurs.

Paramètre	Valeur	Unité
Tarametre	vaicui	Office
	[ 3,9 · 10 <sup>-5</sup> ]	
$\Delta_U$	18.10-5	m
$\Delta_U$	$ \begin{array}{c c} 1,8 \cdot 10^{-5} \\ 1,8 \cdot 10^{-5} \end{array} $	111
Λ_	$2.5 \cdot 10^2$	N
$\Delta_F$	•	11
$\Delta_{cmd}$	$1 \cdot 10^{-5}$	1
$\sigma_U$	$2 \cdot 10^{-6}$	m
$\sigma_{\!F}$	$1 \cdot 10^3$	N
$\sigma_{cmd}$	$1\cdot 10^{-5}$	1
$P_{w}$	$2,5 \cdot 10^7$	Pa
$P_{nom}$	$7 \cdot 10^6$	Pa
A	$4,9087 \cdot 10^{-2}$	$m^2$
$Q_{nom}$	$1,666 \cdot 10^{-5}$	$m^3/s$
$k_Q$	1,1326	1
$\alpha_Q$	5	1
$k_{Pgain}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	1

#### 3.3.4. Résultats

#### Structure complète

De même que pour le cas 1, la simulation thermomécanique de la structure complète est d'abord effectuée afin d'avoir une référence, à laquelle comparer plus tard la simulation de l'essai hybride. Le comportement global de la structure au cours du temps est visible sur la figure 3.19. On peut constater que l'action du feu sur la poutre et les deux poteaux augmente fortement les moments sur appuis, avant que ceux-ci décroissent, avec la dégradation des propriétés des matériaux de la poutre. La ruine survient à  $t=11\,521\,\mathrm{s}$  en raison de la création de rotules plastiques au niveau des appuis de la poutre et à mi-travée.

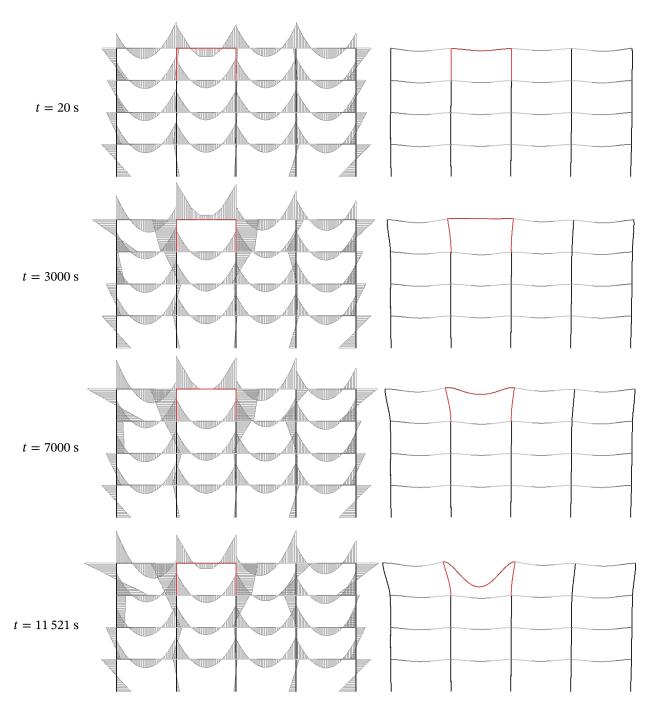


FIG. 3.19. : Aperçu du comportement global de la structure de l'étude de cas numérique 2, illustrant les moments fléchissant et les déformées exagérées 30 fois des éléments au cours du temps.

#### Simulation de l'essai hybride

La simulation est effectuée avec un pas de temps  $\Delta t = 2,5$  s et un délai  $\Delta t_{délai} = 2,5$  s. Ce pas de temps a été choisi car il constitue le temps de calcul maximal d'une itération de la NS sur l'ordinateur utilisé, ainsi la configuration est réaliste au regard d'un essai hybride réel du point de vue du pas de temps utilisé. Pour chaque actualisation de la valeur de  ${\bf c}$  cinq pas de temps sont effectués du côté de la PS. La comparaison entre les résultats obtenus par la simulation de la structure complète (simulation de référence) et ceux obtenus avec le programme de simulation d'essai hybride sont illustrés figures 3.20 et 3.21. Les figures 3.22 et 3.23 illustrent l'évolution des efforts à l'interface entre les deux sous-structures.

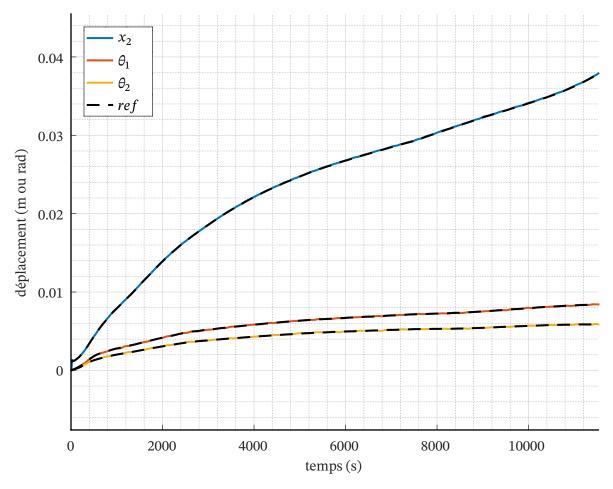


FIG. 3.20. : Déplacements à l'interface entre les deux sous-structures lors de l'essai hybride simulé et pour le cas de référence (simulation complète de la structure).

À l'exception des deux premières minutes de la simulation, on peut observer que

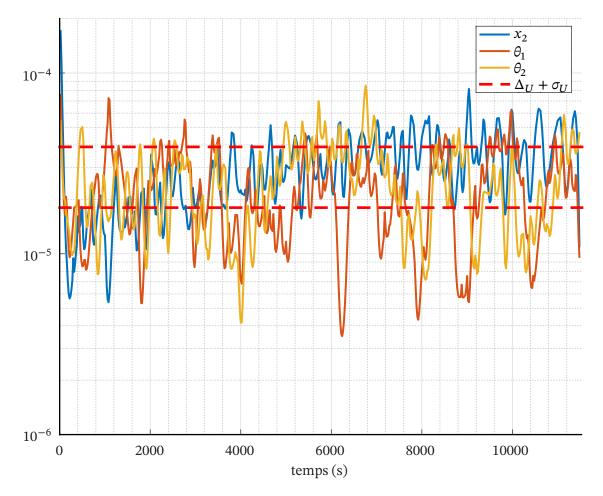


FIG. 3.21. : Enveloppes des erreurs absolues des déplacements de l'interface entre les deux sous-structures par rapport à la solution de référence (simulation de la structure complète, sans sous-structuration). En pointillés, une erreur possible des capteurs simulés.

les forces hors équilibre entre les deux sous-structures (figures 3.22 et 3.23) restent faibles. Ces bons résultats comparés à la solution de référence confirment de plus les choix faits pour les hypothèses de sous-structuration.

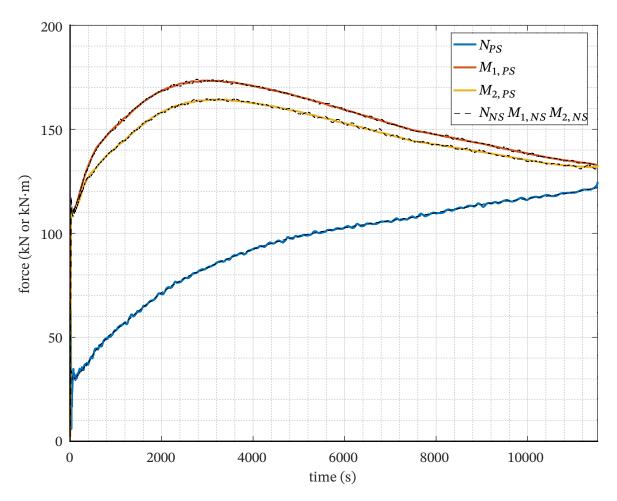


FIG. 3.22. : Efforts à l'interface entre les deux sous-structures.

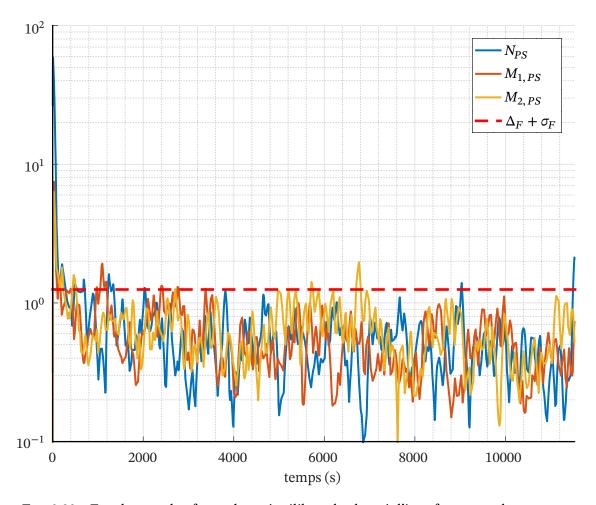


FIG. 3.23. : Enveloppes des forces hors équilibre absolues à l'interface entre les deux sous-structures. En pointillés, une erreur possible des capteurs simulés.

#### 3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, la conception et le fonctionnement d'Héraclès, un logiciel de simulation d'essais hybrides «virtuels» ont été présentés. Ce logiciel, utilisé en conjonction avec le programme SAFIR, constitue une plateforme d'essais hybrides virtuels, validée à travers la réalisation de deux cas tests.

Le premier a été conçu pour présenter des caractéristiques identifiées comme problématiques lors de la réalisation d'un essai hybride, notamment de très grands rapports de raideurs entre les sous-structures, ces rapports évoluant fortement au cours du temps. De plus, la grande raideur de certains degrés de liberté met en exergue les problématiques qui peuvent être liées à leur contrôle en déplacement.

Le deuxième cas test est celui présenté dans l'exemple introductif et qui présente des difficultés au niveau de la sous-structuration. En effet le système dans le référentiel global comporte six degrés de liberté qui ont été simplifiés à trois, sans perte significative de la précision des résultats.

La pertinence des méthodes développées dans le chapitre 2 concernant la démarche de sous-structuration d'une part, et de la procédure de contrôle de l'essai hybride d'autre part, est ainsi confortée par ces résultats. L'implémentation pratique de cette méthodologie d'essai au sein du dispositif expérimental Prométhée fera l'objet du prochain chapitre. Une fois implémentée dans Prométhée, la structure du 2<sup>ème</sup> cas-test fera l'objet d'un essai au feu hybride réel (chapitre 5).

# 4. Implémentation au sein du dispositif Prométhée

La mise en pratique de la procédure d'essai hybride de résistance au feu se fera sur le dispositif expérimental à grande échelle « Prométhée » du CERIB. Ce chapitre est dédié à l'implémentation au sein de ce dispositif des développements théoriques décrits dans les chapitres précédents. Dans un premier temps, une description sommaire de cet équipement est réalisée. Les développements effectués dans le cadre des travaux de cette thèse portent essentiellement sur le fonctionnement mécanique (actionneurs et capteurs de déplacement) de Prométhée. Ainsi le système de pilotage existant au sein duquel est implémenté le programme de conduite d'essais hybrides est exposé avec plus de détails. Le nouveau programme de conduite d'essai, baptisé « Héraclès11 » est alors présenté. Par la suite une méthode de mesure de la position dans le plan de la structure physique (PS) à partir des capteurs de position à fils utilisés est développée. Enfin, quelques expérimentations de vérification (à température ambiante) du contrôleur adaptatif utilisé par Héraclès11 sont décrites.

# 4.1. Dispositif d'essai Prométhée

#### 4.1.1. Description générale

Prométhée est un dispositif expérimental permettant de réaliser des essais normés et de recherche de résistance au feu, conçu pour permettre une grande variété de configurations (éléments verticaux ou horizontaux, plusieurs plans de chargement mécanique). Il est composé de deux éléments principaux : un four à brûleurs gaz et une plateforme modulaire de chargements et mesures mécaniques.

Dans le cadre d'essais nécessitant un chargement mécanique, les dimensions de l'enceinte du four de 6 m  $\times$  4 m  $\times$  3 m permettent de tester des éléments à pleine échelle. La puissance thermique totale de 16 MW, associée à un pilotage semi-automatique rend possible le suivi arbitraire d'une courbe température-temps avec des vitesses de montée en température élevées, pouvant atteindre par exemple celle de la courbe HCM [62].

La plateforme de chargement mécanique est composée de superstructures mo-



FIG. 4.1.: Vue globale de Prométhée

dulaires en acier, mises en place sur une dalle d'essais mécaniques. Les chargements sont assurés par 34 vérins hydrauliques à double effet, positionnés au sein de la structure de chargement selon les besoins de l'expérience. D'une capacité de 50 à 3000 KN, ils sont pilotés en 12 groupes indépendants, dont 10 équipés d'une mesure de force. De multiples configurations sont possibles et permettent de tester la résistance au feu d'une grande variété d'éléments porteurs, tel que des dalles, systèmes poteaux-poutres, murs, planchers, voussoirs de tunnels, etc.

#### 4.1.2. Pilotage du système de chargement mécanique

Les différents composants et leurs interactions sont illustrés figure 4.3. Dans une situation d'essai conventionnel, l'opérateur agissant sur le PC de supervision donne une valeur de consigne cible pour un vérin hydraulique. Le logiciel de supervision écrit alors cette consigne dans l'automate programmable industriel. Celui-ci commande la valve servo solénoïde correspondante de façon à atteinte la consigne en les comparant aux valeurs obtenues des capteurs. Dans le cas d'une commande en force les capteurs de pression sont utilisés. Pour une commande en position, les



FIG. 4.2. : Vue de quelques structures modulaires et vérins de Prométhée

inclinomètres ou les capteurs de position sont utilisés. En pratique, la valve servo solénoïde est commandée par un régulateur PID au sein de l'automate, qui compare la valeur de consigne et la valeur mesurée. Une reconfiguration de l'automate a été réalisée par un prestataire externe dans le but de permettre la commande directe des valves servo solénoïdes par notre algorithme de contrôle, sans passer par le régulateur PID. Ainsi, quand l'automate fonctionne dans ce mode, il est possible d'écrire directement des valeurs de consigne d'ouverture des valves désirées. Ces valeurs correspondent à la variable  $\bf c$  du chapitre précédent, autrement dit la variable de sortie du contrôleur adaptatif.

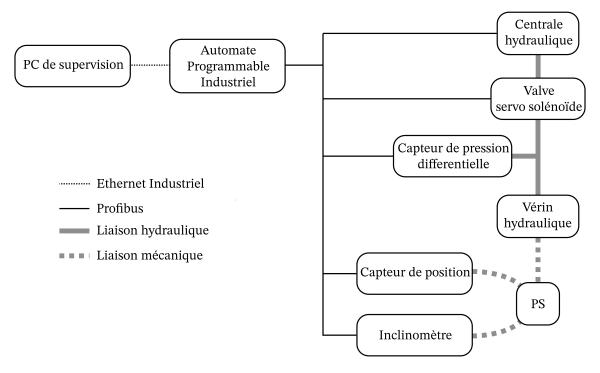


FIG. 4.3. : Principaux composants du système de chargement mécanique de Prométhée.

## 4.2. Programme de conduite d'essai hybrides Héraclès 11

Basé sur le programme Héraclès décrit dans le chapitre précédent, le développement du logiciel « Héraclès11 » a constitué une grande partie du travail de cette thèse. Ce programme de conduite d'essai hybride est installé sur un PC qui remplace, lors de la réalisation d'un essai hybride, celui de supervision habituellement utilisé.

Ses principales fonctions sont :

- assurer la communication avec l'automate, soit la lecture/écriture des données. Le décodage après lecture et l'encodage avant écriture de ces données doit aussi être réalisé, car le PC et l'automate ne fonctionnement pas avec le même format de données;
- assurer la supervision de l'automate, permettant par exemple le démarrage des différents éléments et le passage entre les modes d'asservissement en déplacement, en force ou en commande directe d'ouverture de valve;
- permettre l'implémentation de l'algorithme de contrôle;

- enregistrer les données issues des capteurs, des valeurs de consignes, ainsi que certaines variables internes à l'algorithme de contrôle;
- assurer la communication avec une instance du logiciel SAFIR simulant la NS;
- assurer la gestion du temps réel lors d'un essai hybride, afin que la PS et la NS soient synchronisées;
- assurer l'interaction avec l'utilisateur par l'intermédiaire d'une interface graphique, pour piloter les vérins individuellement ou contrôler le déroulement d'un essai hybride.

Le programme est codé en C++ en utilisant le framework Qt. Il est orienté objet avec un fonctionnement événementiel avec de multiples fils d'exécutions, ce qui permet aux différentes fonctionnalités de s'exécuter simultanément. Par exemple il est possible de modifier la valeur de consigne d'un vérin par l'intermédiaire de l'interface graphique (voir figure 4.4) alors que le programme est en train de lire des données de capteurs ou de communiquer avec SAFIR au même instant.

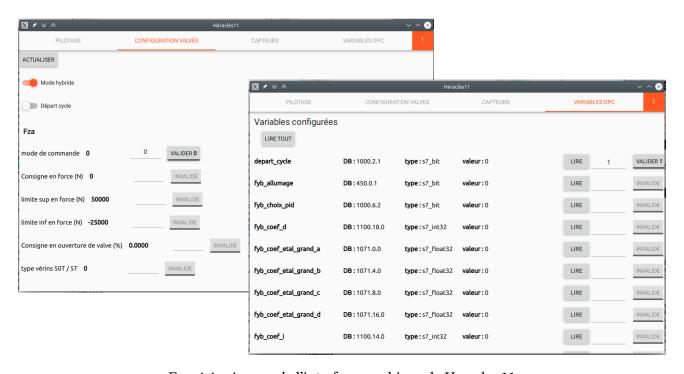


FIG. 4.4. : Aperçu de l'interface graphique de Heracles 11

### 4.3. Mesure des déplacements à partir de capteurs à fils

Notre protocole de contrôle nécessite de connaître la position dans le plan 2D de différents points caractéristiques de la structure (sur la PS). Ces positions sont déterminées à partir des mesures de capteurs à fils. Ces capteurs ne fournissent pas toujours une position exploitable directement pour l'essai hybride. En effet les valeurs mesurées correspondent à une distance par rapport à un point autour duquel le fil du capteur est libre de tourner. Par exemple sur la figure 4.5, on peut voir que pour une même valeur  $d_1$  lue par le capteur de position à fil D, le point mesuré peut se situer n'importe où dans le cercle de centre  $(x_D, y_D)$  et de rayon  $d_1$ . Il est donc apparu nécessaire de développer une méthode de post-traitement des mesures provenant des capteurs à fils, décrite en Annexe A.

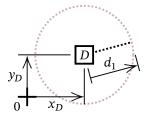


FIG. 4.5.: Mesure d'une position à partir d'un capteur à fil.

# 4.4. Utilisation du contrôleur adaptatif pour un contrôle en force des vérins

Pour effectuer de premiers tests réels d'application du contrôleur nouvellement développé et implémenté dans Prométhée, on conçoit une version simplifiée de la procédure d'essai hybride rappelé figure 4.6. L'idée ici est de concevoir une procédure qui permettrait un asservissement à une force de consigne variable  $\mathbf{f}_{\text{cons}}$ . Pour ce faire, cette valeur  $\mathbf{f}_{\text{cons}}$  est utilisée en lieu et place de la force de réaction de la NS  $\mathbf{f}_{NS}$ , initialement calculée à partir des déplacements mesurés sur la PS  $\mathbf{u}_{PS,\,m}$ . Cette procédure modifiée est illustrée figure 4.7.

Le montage expérimental réalisé (figure 4.8 et 4.9) est composé d'un vérin hydraulique (vérin vertical 1) d'une capacité de 500 kN, contraint à l'intérieur d'un cadre rigide. L'objectif de la manipulation est d'observer si la force de consigne, choisie par l'expérimentateur dans le programme de contrôle est atteinte par le vérin. Le contrôleur adaptatif fonctionne avec un pas de temps  $\Delta t = 1$  s et une précision  $\mathbf{f}_{min} = 250$  N.

On peut observer sur la figure 4.10 le comportement des forces de consigne et mesurée sur les 10 premières minutes de l'expérience. La tige du vérin n'est pas en-

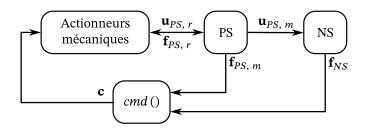


FIG. 4.6. : Procédure de contrôle par asservissement des forces hors équilibres.

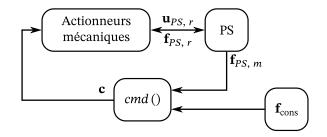


FIG. 4.7. : Procédure de contrôle modifiée pour l'asservissement à une force de consigne.

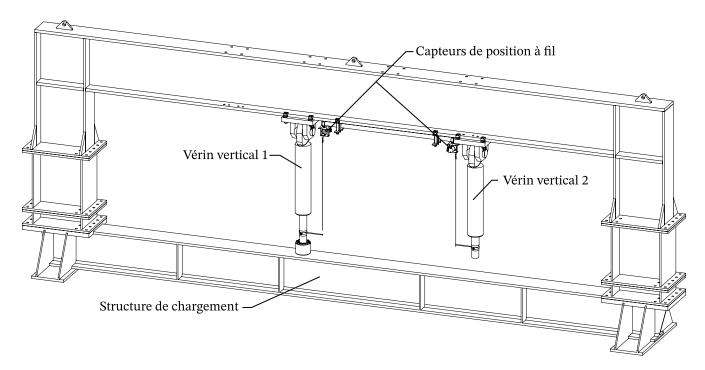


FIG. 4.8. : Montage réalisé pour le test des contrôles en force et en déplacement des vérins.



FIG. 4.9. : Vue du vérin vertical 1 ainsi que du capteur de déplacement.

core au contact de la partie basse du cadre et est progressivement sortie. Le contact est réellement atteint aux environs de 120 s. Par la suite, différents paliers de forces sont effectués jusqu'à environ la moitié de la capacité du vérin utilisé, comme illustré figure 4.11. Le pas de temps est ensuite réduit à  $\Delta t=0.3$  s à partir de 1020 s environ.

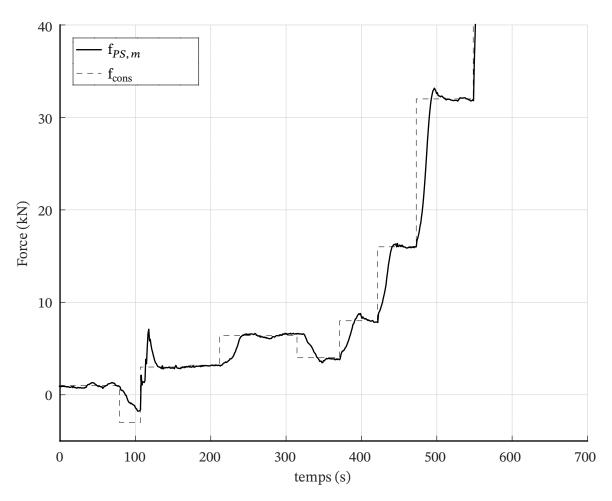


FIG. 4.10. : Force mesurée et force de consigne lors des 10 premières minutes du test d'asservissement en force.

On peut remarquer un régime transitoire relativement peu performant comparé à un PID classique. Le contrôleur n'est pas optimisé pour suivre correctement de tels sauts dans la valeur de consigne mais ce phénomène ne devrait pas être observable lors d'un essai hybride. Au bout de quelques itérations, les valeurs de consigne sont bien respectées. De plus aucune instabilité du contrôle n'est relevée durant tout le test, celui-ci est donc considéré comme concluant.

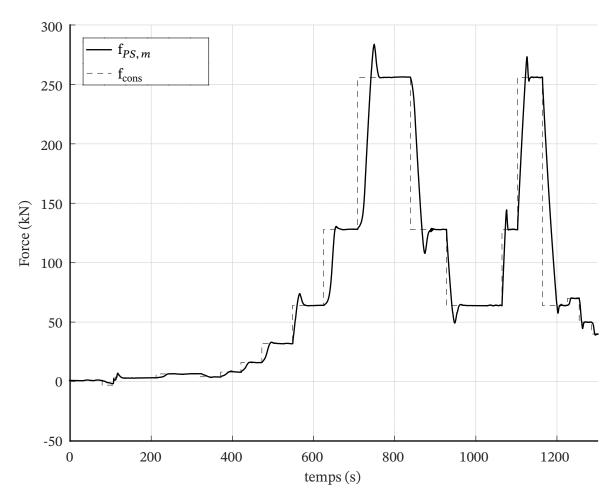


FIG. 4.11. : Force mesurée et force de consigne tout au long du test d'asservissement en force.

## 4.5. Utilisation du contrôleur adaptatif pour un contrôle en position des vérins

De manière similaire au test précédent, la procédure de contrôle est adaptée pour permettre l'asservissement à une position de consigne variable grâce au contrôleur adaptatif. Cette nouvelle procédure visible sur la figure 4.12 est implémentée au sein du programme de contrôle Héraclès11 pour que l'utilisateur soit en mesure de choisir la valeur de consigne  $\mathbf{u}_{\text{cons}}$  au cours de l'essai.

Le montage expérimental est le même que pour l'asservissement en force, déjà vu sur la figure 4.10, mais en utilisant cette fois le vérin vertical 2 (qui lui n'est pas au contact en partie basse avec le cadre d'essai). Le contrôleur adaptatif fonctionne avec un pas de temps  $\Delta t = 1$  s et une précision  $\mathbf{f}_{min} = 40 \ \mu \text{m}$ . Cette dernière valeur

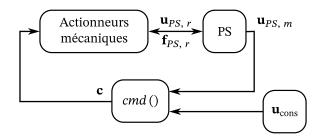


FIG. 4.12. : Procédure de contrôle modifiée pour l'asservissement à une position de consigne.

peut paraître déroutante, mais on rappelle que le contrôleur prend dans ce cas des valeurs d'entrée correspondant à des positions et non des forces comme lors de sa conception. Si son fonctionnement reste identique, le nommage des variables perd en revanche tout son sens. Le pas de temps est ensuite réduit à  $\Delta t = 0,3$  s à partir de 450 s environ.

Les positions mesurées et de consigne obtenues lors du test sont présentées sur la figure 4.13. De même que précédemment, les positions de consigne, en dehors du régime transitoire sont bien respectées. Le test est donc concluant du point de vue du contrôleur adaptatif.

La force mesurée par différence de pression entre les deux chambres du vérin au cours du test est tracée sur la figure 4.14. Au début du test, la tige est située à environ 20 cm du cadre et est donc libre se mouvoir. La force exercée par le vérin dans ces conditions est théoriquement nulle. Ces résultats montrent qu'il existe un fort frottement interne au vérin, certainement associé à diverses pertes de charges au sein des conduites hydrauliques en aval de la mesure différentielle de pression.

Ces phénomènes faussent totalement la mesure de la force exercée par le vérin particulièrement présent lorsque la vitesse de la tige est élevée. Quand cette vitesse est faible, ces erreurs se réduisent drastiquement comme illustré sur les figures 4.15 et 4.16. Les vitesses prévues lors de la réalisation d'essais hybrides de résistance au feu sont très faibles ce qui rend les erreurs observées ici acceptables.

On peut remarquer sur ces mêmes figures que la performance du contrôleur développé peut changer lors de l'essai, du fait que ses variables internes ne restent pas constantes au cours du temps.

Le vérin entre en contact avec la structure aux environs de 950 s. Cela a pour effet de changer totalement le comportement du système, la raideur «ressentie» par le vérin passe d'une valeur quasi-nulle à celle du cadre de chargement et ceci de façon discontinue. En dépit de ce changement, le contrôleur adaptatif asservit toujours correctement la position mesurée à la position de consigne, tel qu'explici-

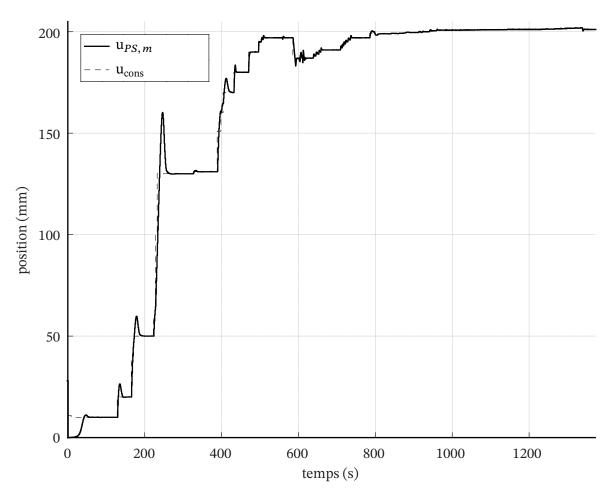


FIG. 4.13. : Position mesurée et position de consigne tout au long du test d'asservissement en position.

té figure 4.17. Le vérin étant en contact, toute augmentation de la sortie de la tige s'accompagne de l'augmentation de la force de réaction du cadre. Un autre phénomène est alors mis en évidence sur la figure 4.18, celui des oscillations liées à la résolution du capteur de déplacement utilisé. En effet le contrôle ne pouvant pas être plus précis que cette résolution, la valeur du déplacement oscille à l'intérieur de celle-ci, créant des oscillations de forces correspondantes proportionnelle à la raideur du système. Par exemple pour une valeur de consigne  $\mathbf{u}_{\rm cons} = 200,98$  mm, le capteur ne mesurera une valeur différente seulement une fois que l'erreur correspondant à un pas de la quantification est franchie, ici 201,00 mm si l'erreur est positive ou 200,04 mm si elle est négative. Dans ce cas, le vérin oscille inévitablement entre ces deux valeurs.

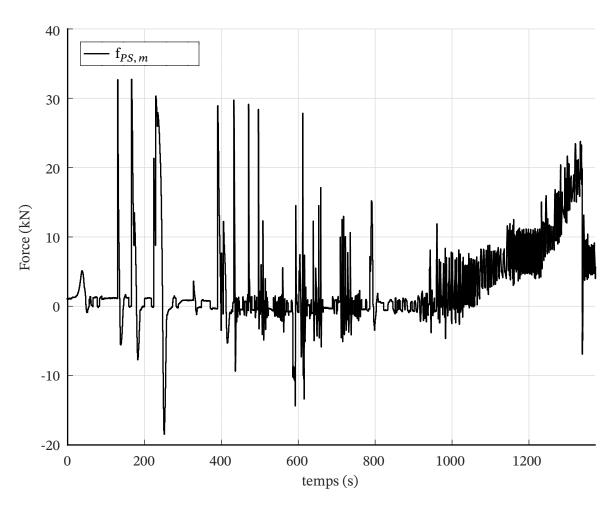


FIG. 4.14. : Force mesurée dans le vérin au cours du test d'asservissement en position.

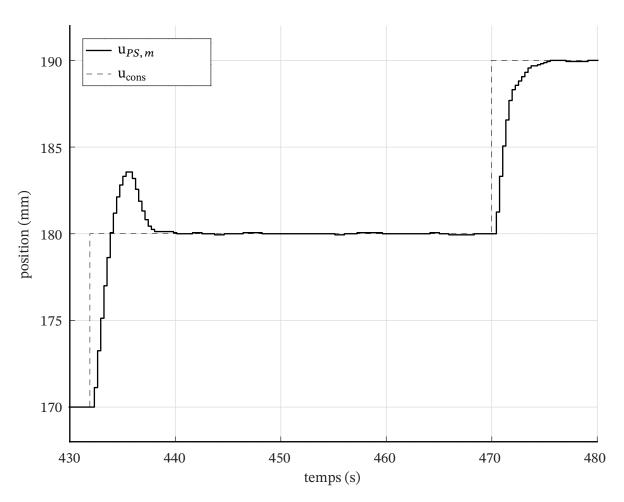


FIG. 4.15. : Détail de la position mesurée et position de consigne au cours du test d'asservissement en position.

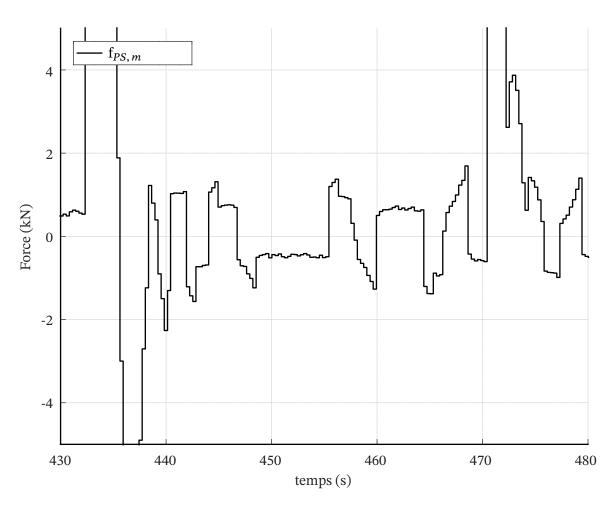


Fig. 4.16. : Détail de la force mesurée au cours du test d'asservissement en position.

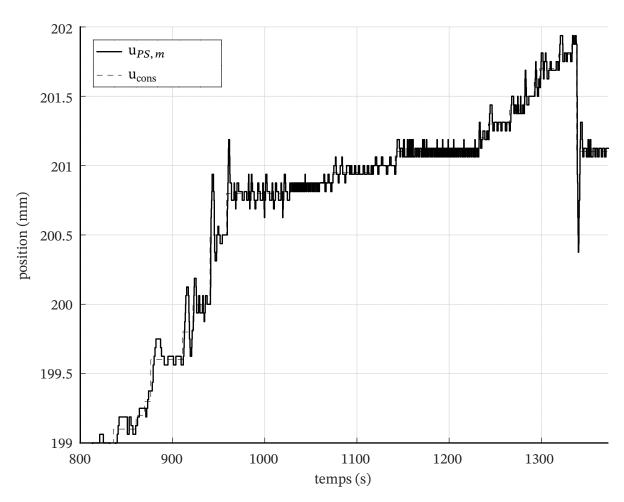


FIG. 4.17. : Détail de la position mesurée et position de consigne en fin test d'asservissement en position.

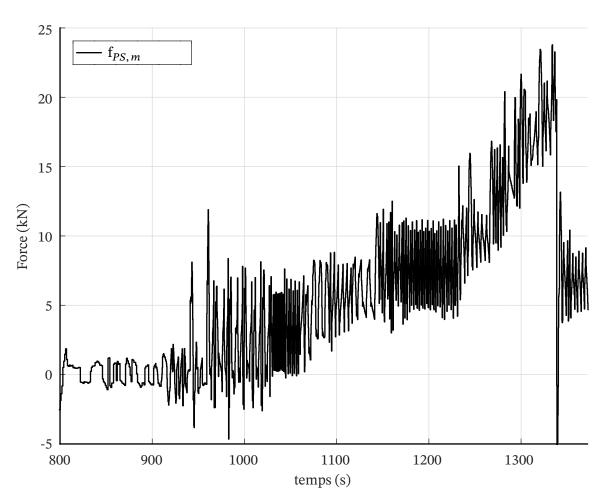


Fig. 4.18. : Détail de la force mesurée au cours du test d'asservissement en position.

### 4.6. Essai hybride à température ambiante sur une poutre en bois

Après avoir validé précédemment le contrôle des vérins, à la fois en force et en position, nous souhaitons à présent valider un fonctionnement dans un cadre plus réaliste d'essai hybride. Pour ceci nous allons tester le comportement de l'algorithme dans un essai hybride «inversé». Le terme inversé est utilisé ici car dans ce cas la PS restera à température ambiante durant tout l'essai et c'est la NS uniquement qui sera chauffée (numériquement donc). La structure testée est schématisée figure 4.19, composée d'une bielle élastique (NS) liaisonnée en mi-travée d'une poutre en bois simplement appuyée (PS).

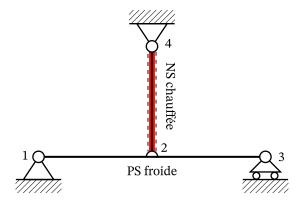


FIG. 4.19. : Montage réalisé pour l'essai hybride « inverse » à température ambiante sur une poutre en bois (PS).

L'essai comporte un seul degré de liberté, qui correspond au déplacement vertical entre la PS et la NS. La NS est modélisée par une bielle élastique linéaire. Durant le test sa longueur augmente à une vitesse de 0,01 mm  $\cdot$  s<sup>-1</sup>, dans le but de simuler sa dilatation thermique. Dans le même temps la raideur de cet élément est réduite au cours du temps, partant d'une valeur de  $K_{NS}=180~\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}^{-1}$  et se réduisant à une vitesse de  $-0.48~\mathrm{N}\cdot\mathrm{mm}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}$  pour modéliser la dégradation de son module d'Young due aux effets thermiques. Ainsi la raideur devient nulle à  $t=375~\mathrm{s}$  et le test est alors stoppé.

La PS est constituée d'un tasseau en bois d'une raideur en flexion mesurée à  $K_{PS}=570~{\rm N\cdot mm^{-1}}$ . Le montage expérimental est visible sur la figure 4.20. Le vérin utilisé d'une capacité de 50 kN est le plus petit disponible au CERIB. Le contrôleur adaptatif fonctionne avec un pas de temps  $\Delta t=0.2~{\rm s}$  et une précision  ${\bf f}_{min}=10~{\rm N}$ .

La comparaison entre les résultats obtenus avec un modèle analytique basé sur la raideur mesurée de la PS et ceux obtenus lors du test sont visibles sur les figures



FIG. 4.20. : Montage expérimental de l'essai hybride à température ambiante inverse sur une poutre en bois.

4.21 et 4.22. Comme relevé plus tôt dans le test d'asservissement en position, les frottements internes sont aussi présents sur ce vérin qui, bien que plus petit, est d'une technologie similaire. Ceci pourrait expliquer les fortes erreurs supposées sur les déplacements. En effet on peut noter que dans ce cas précis le test est effectué en utilisant moins de 3% de la pleine échelle du capteur de pression et moins de 4% des capacités du vérin hydraulique. Une part non négligeable de la force mesurée est alors peut être due aux frottements internes de l'actionneur, particulière-

ment lors des changements de direction. Le comportement global de la structure est cependant bien capturé malgré ces fortes imperfections expérimentales.

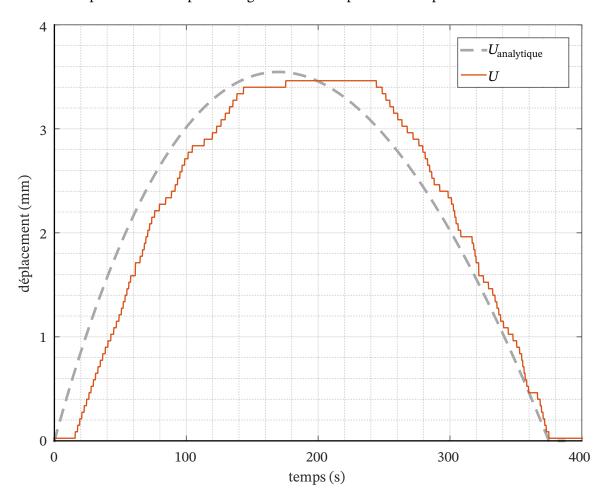


Fig. 4.21. : Position de l'interface entre les deux sous-structures et solution du modèle analytique.

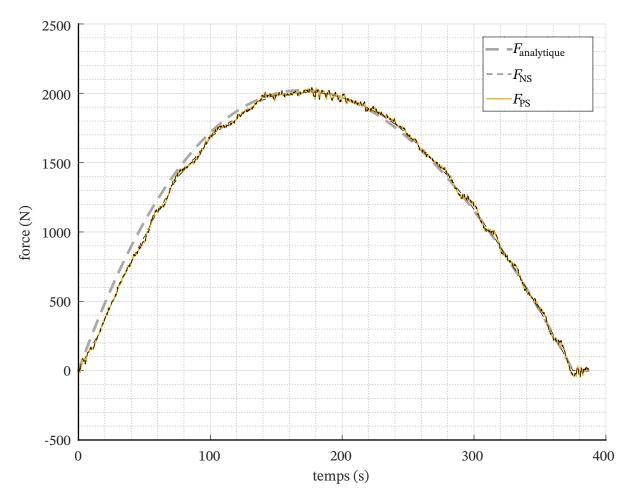


FIG. 4.22. : Efforts à l'interface entre les deux sous-structures et solution du modèle analytique.

## 4.7. Essai hybride à température ambiante sur une poutre en acier

Un dernier essai préliminaire est conçu dans le but de tester le comportement de l'algorithme lorsque deux degrés de liberté sont fortement liés. Dans le cas linéaire, cela correspond à un cas où les termes hors diagonale des matrices de rigidité des sous-structures sont forts. Cette situation est pressentie comme extrêmement pénalisante pour l'algorithme de contrôle adaptatif, qui est justement conçu sans la prise en compte explicite de ces termes.

La structure étudiée est schématisée sur la figure 4.23. L'essai comporte deux degrés de liberté, correspondant aux efforts verticaux aux points 1 et 2, en négligeant les efforts horizontaux.

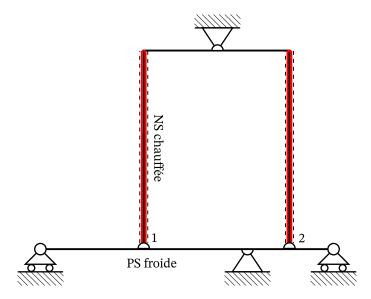


FIG. 4.23. : Montage réalisé pour l'essai hybride à température ambiante inverse sur une poutre en acier (PS).

Dans un premier temps, de manière similaire aux études de cas numériques du chapitre précédent, un essai hybride « virtuel » est réalisé, c'est-à-dire où le comportement de la PS est simulé par le code SAFIR. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à ceux obtenus avec une simulation (code SAFIR) du comportement de l'ensemble de la structure.

La NS étant particulièrement plus faible que la PS, elle se dilate jusqu'au flambement de la barre appuyée sur le point 2 à environ  $t=375\,\mathrm{s}$ , la structure n'étant pas chargée, ce flambement n'empêche pas la simulation de se poursuivre.

Le contrôleur adaptatif est paramétré avec un pas de temps  $\Delta t = 1$  s et une précision  $\mathbf{f}_{min} = 250$  N. Les résultats de la simulation sont présentés sur les figures 4.24 et 4.25. Bien que la précision de ces résultats ne soit pas satisfaisante, on peut remarquer que la simulation ne diverge pas et que le comportement global est bien retranscrit.

Dans un second temps un montage expérimental illustré sur les figures 4.26 et 4.27 est mis en place pour effectuer l'essai réel correspondant à la simulation précédente.

Les résultats de cet essai hybride inverse sont présentés sur les figures 4.28 et 4.29. Il apparaît assez clairement que le fait de ne pas avoir modélisé précédemment les imperfections par le programme de simulation hybride (comme les frottements par exemple) n'est finalement pas contraignant. En effet, les performances réelles sont meilleures que prévues par la simulation, ce qui est rassurant pour la suite.

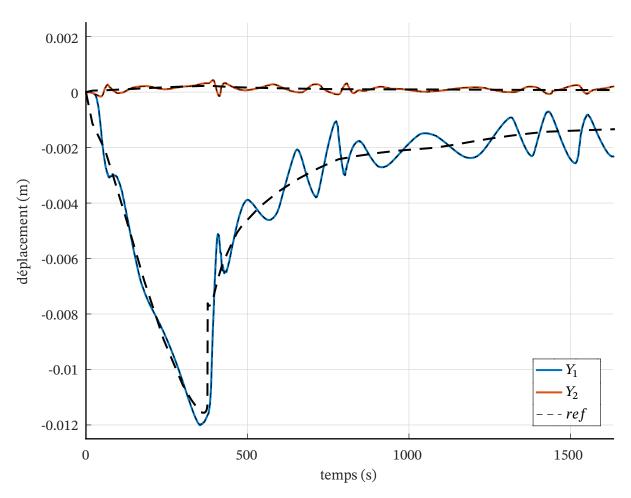


FIG. 4.24. : Position de l'interface entre les deux sous-structures (points 1 et 2) lors de l'essai hybride virtuel et comparaison avec les valeurs issues de la simulation de l'ensemble de la structure (ref).

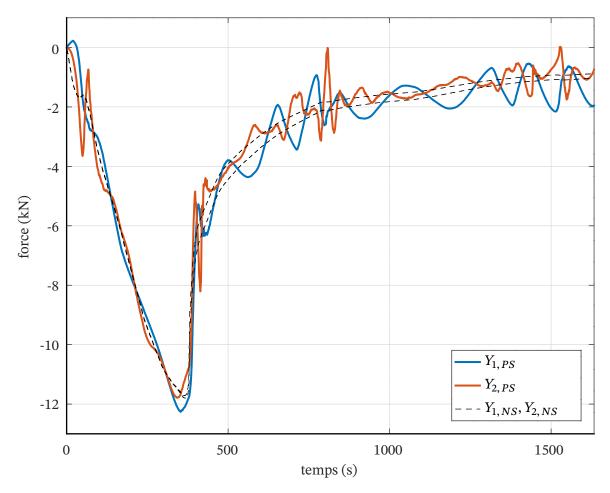


FIG. 4.25. : Efforts à l'interface entre les deux sous-structures (points 1 et 2) lors de l'essai hybride virtuel, du côté de la PS (traits pleins) et de la NS (traits pointillés).

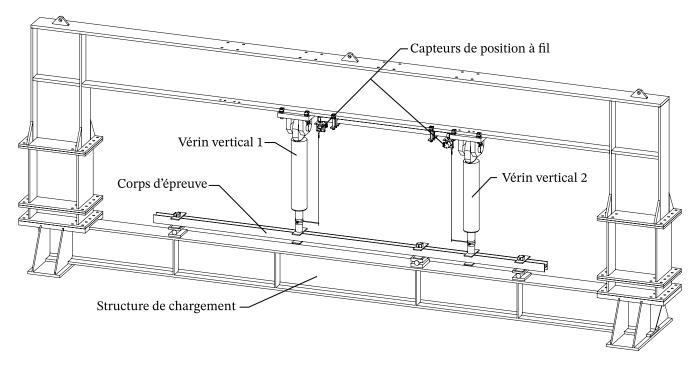


FIG. 4.26. : Montage réalisé pour l'essai hybride à température ambiante inverse sur une poutre en acier.



Fig. 4.27. : Montage expérimental de l'essai hybride à température ambiante inverse sur une poutre en acier.

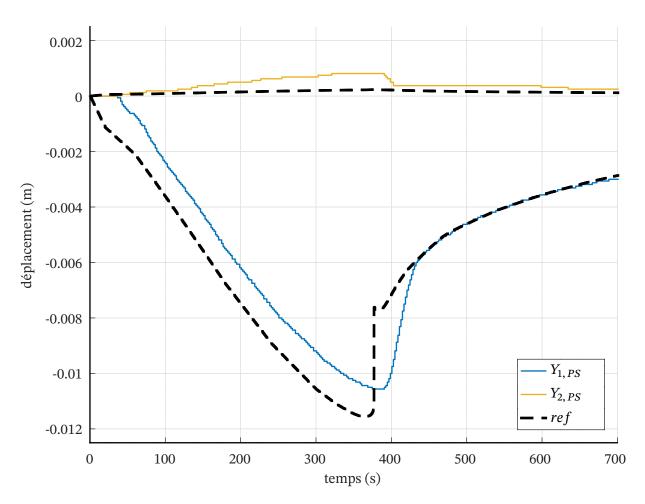


FIG. 4.28. : Position de l'interface entre les deux sous-structures lors de l'essai hybride inverse.

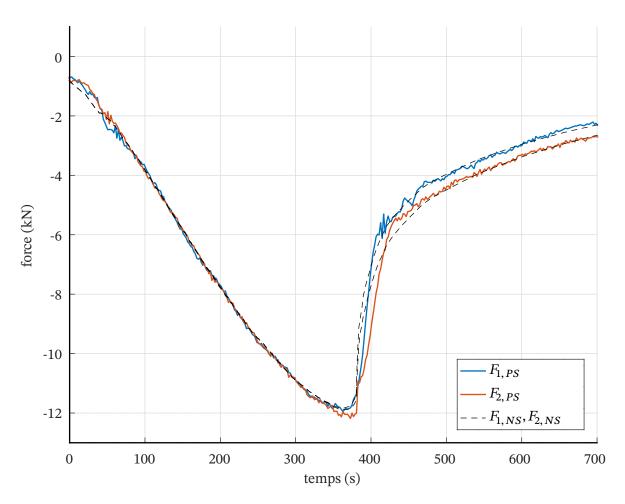


FIG. 4.29. : Efforts à l'interface entre les deux sous-structures lors de l'essai hybride inverse.

#### 4.8. Conclusion

Ce chapitre a présenté succinctement les étapes nécessaires à l'implémentation de la nouvelle méthodologie d'essais hybrides de résistance au feu, au sein du dispositif existant « Prométhée » du CERIB. Une première étape a consisté au développement « d'Héraclès11 » un logiciel de conduite d'essai hybride, capable de s'interfacer avec les commandes hydrauliques et la métrologie déjà présentes au sein du laboratoire. Les particularités des dispositifs de mesure sont prises en compte, notamment la mesure de position à partir de capteurs à fils. À l'instar du programme « Héraclès » développé pour les besoins du chapitre 3, Héraclès11 intègre en outre les algorithmes développés dans le chapitre 2. Ces développements ainsi que leurs implémentations ont été concrètement mis à l'épreuve grâce à la réalisation d'expériences simples à température ambiante. Cette implémentation servira *in fine* à la réalisation d'un essai au feu hybride réel à 3 degrés de liberté, sujet du prochain chapitre.

# 5. Essai de résistance au feu hybride à 3 degrés de liberté

En guise de validation finale des différents développements entrepris lors de cette thèse, un essai hybride de résistance au feu à 3 degrés de liberté est réalisé, à échelle réelle, sur le dispositif « Prométhée » du CERIB. La structure testée est identique à celle présentée en introduction et traitée pour la seconde étude de cas numérique (voir 1.1.1 et 3.3).

Dans un premier temps les éléments de conception de l'essai et de paramétrage de l'algorithme de contrôle seront abordés. Suivront la description de la mise en œuvre des différents éléments nécessaires à l'essai et son déroulement. Enfin les résultats de l'essai seront présentés. Une analyse critique de l'essai hybride, en comparaison avec un essai de résistance au feu conventionnel sera proposée.

#### 5.1. Conception de l'essai

#### 5.1.1. Mesure de la position de l'interface de la PS

Pour réaliser l'essai, il est nécessaire de pouvoir mesurer les valeurs de  $\mathbf{u}'_{d,PS}$ , soit l,  $\phi_1$  et  $\phi_2$ , tel que rappelé sur la figure 5.1.

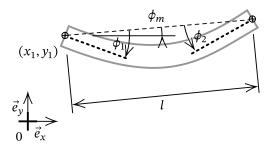


FIG. 5.1.: Position de la sous-structure physique dans son repère local.

Contrairement au cas numérique, dans le cas réel la correspondance entre les degrés de libertés des deux sous-structures n'est pas immédiate : en réalité la sous-structure physique ne possède pas de nœuds à chacune de ses extrémités. Une première étape consiste alors à définir un modèle de discrétisation pour faire cor-

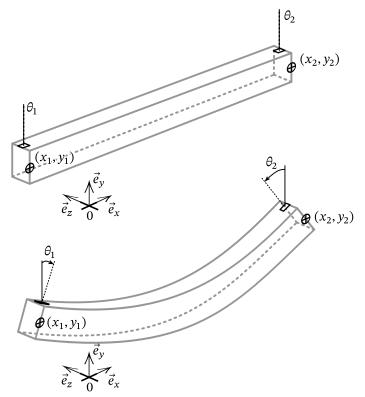
respondre la position de la PS, typiquement un champ de vecteurs définis à sa frontière, à la position discrétisée par les valeurs l,  $\phi_1$  et  $\phi_2$ .

On fait l'hypothèse que les déplacements hors plan de la PS sont négligeables, et que la poutre est horizontale au début de l'essai . La position d'un nœud d'extrémité de la poutre  $(x_1,y_1)$  est choisie comme la position du point situé à mi hauteur, sur le flanc de la poutre. L'inclinaison de ce point par rapport à la verticale  $\theta_1$  est choisie comme l'inclinaison de la face supérieure de la poutre, environ à l'aplomb du point mesuré  $(x_1,y_1)$ . La même démarche est effectuée à la deuxième extrémité de la poutre et on définit alors le vecteur  $\mathbf{u}_{PS}$  la position de la PS dans le référentiel du laboratoire, dont les composantes sont illustrées figure 5.2 :

$$\mathbf{u}_{PS} = \begin{bmatrix} x_{PS,1} \\ y_{PS,1} \\ \theta_{PS,1} \\ x_{PS,2} \\ y_{PS,2} \\ \theta_{PS,2} \end{bmatrix}$$

Pour déduire les valeurs de  $\mathbf{u}_{d,PS}'$  à partir du vecteur  $\mathbf{u}_{PS}$ , on utilise la transformation développée dans le cadre de l'étude de cas numérique. Ici cependant il n'est plus possible de totalement bloquer les déplacements dans les directions $x_1, y_1, y_2$  et donc  $\phi_m$ . Dans le cadre du dispositif expérimental ces déplacements seront donc pris en compte :

$$\mathbf{u}_{PS}' = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \phi_m \\ l \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \arctan 2(x_2 - x_1, y_2 - y_1) \\ \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \theta_1 + \phi_m \\ \theta_2 + \phi_m \end{bmatrix}$$



(a) Vue en perspective de deux positions de la PS.

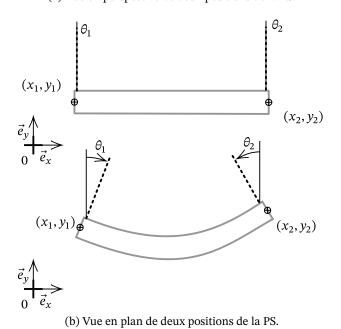


Fig. 5.2. : Position de la sous-structure physique dans le repère global. Les indices  $_{PS}$  des différentes composantes sont omis pour plus de clarté.

#### 5.1.2. Imposition des variations de la position d'interface de la PS

Pour assurer l'équilibre et la compatibilité, l'algorithme met à jour à chaque itération les commandes des actionneurs mécaniques, ici des vérins hydrauliques. Il est nécessaire de trouver une configuration expérimentale telle qu'une variation de la consigne de ces vérins entraîne une variation du même signe des positions mesurées sur les degrés de liberté de la PS.

Pour faire varier *l*, un premier vérin est positionné dans l'axe de la poutre. Associé à une butée du côté opposé pour contraindre le déplacement de corps rigide dans cette direction.

Afin de faire varier  $\phi_1$  et  $\phi_2$ , il est nécessaire d'imposer une rotation au niveau des extrémités de la poutre. Pour cela, deux déplacements sont appliqués sur des bras de leviers situés à chaque extrémité de la PS. Ces déplacements sont imposés par deux vérins placés perpendiculairement à l'axe de la poutre, au bout de bras de levier. Un appui au niveau de l'extrémité de la PS, imposant un déplacement vertical faible sert ce point fixe, induisant une rotation de la poutre autour de celuici.

Expérimentalement, ce bras de levier est réalisé en rallongeant les deux extrémités de la PS. Cette configuration est illustrée sur la figure 5.3. Sur cette figure est aussi montré le dispositif de chargement en travée correspondant aux charges d'exploitation de la PS, telles que définies en 3.3.1.

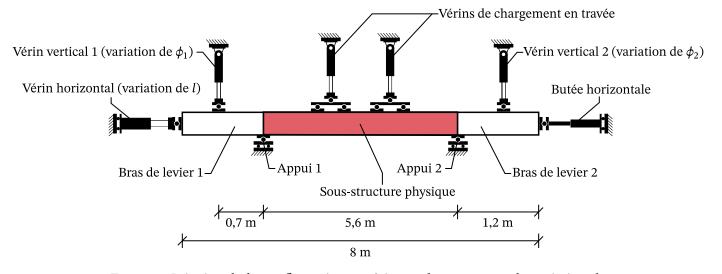


FIG. 5.3. : Principe de la configuration expérimentale permettant la variation de  $\mathbf{u}'_{d,PS}$  par les vérins ainsi que l'application des charges d'exploitation de la PS. Celle-ci est repérée par la zone en rouge. On peut noter que la PS n'est qu'un sous ensemble du corps d'épreuve, celui-ci comprenant aussi les extrémités prolongées de la poutre constituant un bras de levier.

#### 5.1.3. Mesure des efforts d'interface de la PS

La mesure des efforts est effectuée au niveau des vérins hydrauliques. Dans l'hypothèse d'une faible déformation relative du corps d'épreuve et de la structure de chargement, on suppose que durant tout l'essai, les déformations sont négligeables dans le cadre de la mesure des forces. Cela inclut l'excentricité des chargements d'une part et la modification des longueurs des bras de levier d'autre part. Les forces exercées sur la PS sont alors :

$$\mathbf{f}_{PS}' = \begin{bmatrix} N \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{VN} \\ 0.7 \cdot F_{V\phi_1} \\ 0.7 \cdot F_{V\phi_2} \end{bmatrix}$$

avec:

 $F_{VN}$  la force exercée par le vérin horizontal;

 $F_{V\phi_1}$  la force exercée par le vérin vertical 1;

 $F_{V\phi_2}$  la force exercée par le vérin vertical 2;

0,7 la longueur des bras de levier.

#### 5.2. Paramétrage de l'algorithme de contrôle

Durant l'essai, le pas de temps est fixé à  $\Delta t = 2,5$  s et la configuration de l'algorithme de contrôle rappelé tableau 5.1 est strictement identique à celle de l'étude de cas numérique 2 (tableau 3.6). On peut noter que ces paramètres ne dépendent pas des caractéristiques, du comportement présumé, ou de mesures effectuées sur la PS : ils auraient été identiques quels que soient la section ou les matériaux constituant la PS par exemple.

TAB. 5.1. : Valeurs numériques utilisées pour les paramètres du contrôleur adaptatif.

tii.		
Paramètres	Valeur	Remarque
С	0,3	Vitesse de convergence ciblée, cette valeur doit être positive.
$\mathbf{p}_0$	$\mathbf{I} \cdot 10^{-6}$	Une valeur initiale arbitraire du gain adaptatif.
a	1,3	Gain d'apprentissage de l'algorithme, dans le cas d'un
		délai égal au pas de temps $\Delta t_{délai} = \Delta t$ , une valeur
		de 1,7 est mieux adaptée au cas où le $\Delta t_{délai} = 0$ .
$T_{max}$	5	Période minimale, en nombre d'itérations, des oscillations autorisées.
		Dans le cas $\Delta t_{d\acute{e}lai} = 0$ cette valeur doit être > 2.
		Dans le cas $\Delta t_{d\acute{e}lai} = \Delta t$ cette valeur doit être > 4.
$\mathbf{f}_{min}$	[1000,	Calculé comme max $(\mathbf{K}_{NS}^* \times (\Delta_U^* + \sigma_U^*), \Delta_F^* + \sigma_U^*)$ ,
	1000,	où * indique une valeur estimée.
	1339]	Ici, $\mathbf{K}_{NS}$ est la rigidité tangente de la NS au début du test,
		les autres valeurs sont données dans le tableau 3.1.
$\Delta \mathbf{v}_{min}$	$1\cdot 10^{-5}$	Il est estimé que toute modification de point de 0,001 $\%$ de la commande est faible.

#### 5.3. Mise en œuvre de l'essai

#### 5.3.1. Corps d'épreuve

Le corps d'épreuve est une poutre en béton armé de 8 m de longueur, dont les 5,6 m centraux constituent la PS. Les 1,2 m de part et d'autre bénéficient d'un ferraillage renforcé et serviront à l'application des déformations par les vérins. Les plans de coffrage et de ferraillage sont donnés figure 5.4.

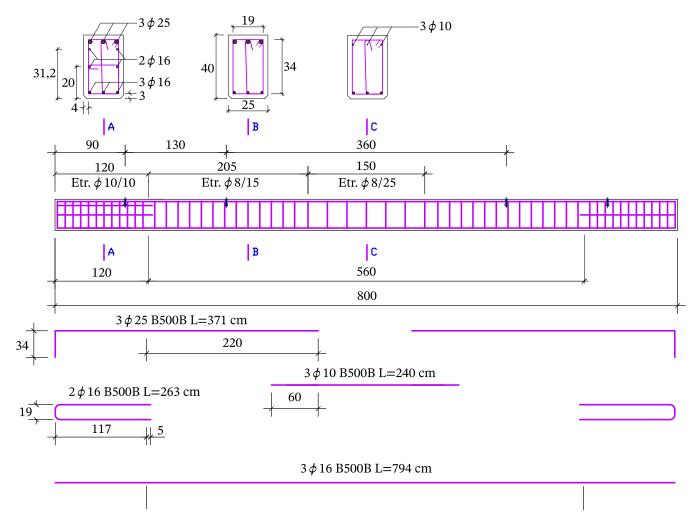


FIG. 5.4.: Plans de coffrage et de ferraillage de la poutre.

Des mesures de températures sont prévues en plusieurs points à l'intérieur de la poutre au moyen de thermocouples installés lors du coulage de celle-ci. Ils sont situés soit dans le béton soit proche des armatures ou des étriers. Au total 32 thermocouples sont répartis comme suit (figure 5.5) :

- TC1 à 6 mesurant la température dans le béton à 1, 10 et 20 cm de la face inférieure au centre de la section;
- TR1 à 8 positionnés à proximité des principales armatures longitudinales;
- TS1 à 12 positionnés à proximité des cadres.

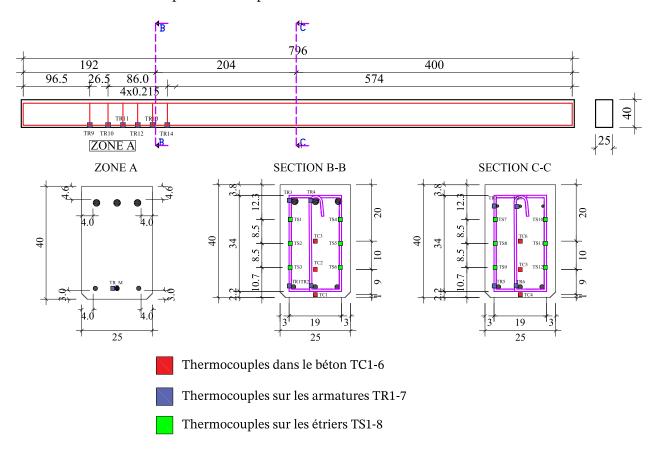


FIG. 5.5. : Plans de positionnement des thermocouples dans la poutre. La position dans la section des thermocouples de la zone A (TR9-14) est repéré par la position TR\_M sur la première coupe.

Cette poutre a initialement été réalisée et instrumentée en mesure de température au moyen de thermocouples dans le cadre des travaux de [4] le 24/07/2015. Elle a été par la suite entreposée dans une salle climatisée à 23 °C. Le béton autoplaçant, de classe C25/30 a une composition théorique décrite dans le tableau 5.2.

Des mesures de résistance du béton à la compression sont réalisées au moment de l'essai sur trois éprouvettes cylindriques de  $11 \text{ cm} \times 22 \text{ cm}$  et une éprouvette issue d'un carottage de  $8 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$  sur la poutre après essai, dans une zone non exposée au feu. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.3.

Constituant	Nature	Quantité
Granulats : 0/2 et 4/14	Siliceux	1665 kg⋅m <sup>-3</sup>
Filler	Calcaire	222 kg⋅m <sup>-3</sup>
Liant	CEM I 52,5 N	300 kg⋅m <sup>-3</sup>
Eau	-	170 kg⋅m <sup>-3</sup>
Adjuvant	SIKA	1,20 %
Fibres	Polypropylène	0,6 kg⋅m <sup>-3</sup>

TAB. 5.2.: Composition théorique du béton

Éprouvette	Résistance en compression (MPa)		
11×22, 1	49,2		
11×22, 2	49,6		
11×22, 3	46,9		
8×16	32,1		

TAB. 5.3. : Résistance en compression mesurées sur les éprouvettes

De même, des mesures de teneur en eau ont été réalisées après l'essai présenté ici. Elles sont effectuées sur deux éprouvettes, coulées en même temps que la poutre et de largeur identique à celle-ci ( $\emptyset=160$  mm, h = 250 mm) puis emballées dans du papier aluminium sur leur périphérie. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.4.

Éprouvette	Dessus	Cœur	Dessous
1	1,5 %	2,3 %	1,3 %
2	1,5 %	2,8 %	1,4 %

TAB. 5.4. : Teneurs en eau mesurées dans les éprouvettes représentatives.

#### 5.3.2. Chargement mécanique

Pour imposer les variations de la position  $\mathbf{u}'_{d,PS}$  de la PS selon les consignes de Héraclès11 et la mesure les efforts résultants  $\mathbf{f}'_{PS}$ , le principe de la figure 5.3 est directement mis en œuvre. La PS est donc contrainte par trois appuis et cinq vérins hydrauliques, dont trois utilisés pour l'imposition de  $\mathbf{u}'_{d,PS}$  et la mesure de  $\mathbf{f}'_{PS}$ . Les deux autres sont utilisés pour l'imposition des chargements d'exploitation. Ces différents éléments sont représentés sur la figure 5.6.

Le vérin et la butée horizontaux sont reliés mécaniquement à la structure de chargement par l'intermédiaire d'un système de rails verticaux de guidage à billes. Un vérin hydraulique dont la valve est calibrée pour compenser le poids de ce système est utilisée pour maintenir la position de la glissière en l'absence de forces extérieures, complétant la mise en place des appuis glissants schématisés figure 5.3, une photographie de ce système est présentée figure 5.7.

Les pivots glissants supportant la poutre horizontalement (figure 5.8) sont centrés au sommet de poteaux en béton reposant sur la dalle mécanique.

Le vérin horizontal utilisé a une capacité de 1200 kN, les deux vérins verticaux une capacité de 500 kN et les vérins de chargement en travée de 300 kN. Une très grande précaution doit être prise lors de la mise en place de ce type d'essai car le dispositif de chargement est en mesure de détruire le corps d'épreuve très rapidement en cas d'erreur de manipulation.

Les mesures étalonnées des forces exercées par les vérins sont déduites de la différence de pression dans chacune des chambres des vérins hydrauliques.

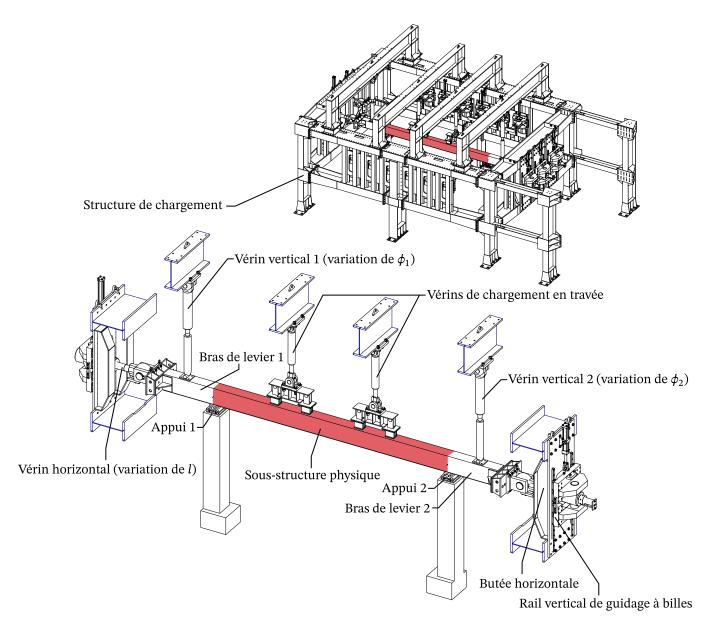


FIG. 5.6. : Dispositif de chargement mécanique mis en place pour l'essai hybride et vue en coupe de ce même dispositif, en reprenant la nomenclature de la figure 5.3.



Rail vertical de guidage à billes

Vérin horizontal

FIG. 5.7. : Système d'appui glissant pour le vérin horizontal, identique à celui de la butée du côté opposé. Ici trois vérins sont montés mais un seul, celui du centre, sera utilisé lors de l'essai.



Fig. 5.8. : Pivot glissant de l'appui 1.

#### 5.3.3. Mesure de la position

La mesure de  $\mathbf{u}_{PS}$  dans le référentiel du laboratoire est réalisée au moyen de capteurs de position à fil et d'inclinomètres. La figure 5.9 illustre l'installation des différents capteurs.

Les inclinomètres donnent une mesure de position angulaire absolue par rapport à une position initiale. Les deux servo-inclinomètres sont de type Sensorex SX 41100 ont une résolution de 18  $\mu$ rad. Ils sont solidarisés à la face supérieure de la poutre ils délivreront directement les valeurs de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Les capteurs de position à fils sont de type ASM posiwire  $^{\circ}$  WS19KT, d'une résolution de 40 ou 63,5  $\mu$ m, mesurent une distance relative entre la position du corps du capteur et celle de l'attache du fil. La méthode utilisant deux capteurs à fils pour la mesure de la position absolue d'une point décrite dans le précédent chapitre (A.1) est utilisée pour déduire les positions  $(x_1,y_1)$  et  $(x_2,y_2)$ . Deux mesures indépendantes, sur chaque flanc de la poutre sont moyennés pour plus de précision. Cette méthode suppose cependant que les corps des capteurs restent immobiles durant tout l'essai.

En général dans le cas d'un essai hybride de résistance au feu, la raideur de la PS n'est pas négligeable devant celle de la structure de chargement. Ainsi, pour effectuer la mesure de la position de la PS, il n'est pas possible de prendre cette structure comme référence fixe, ses déformations ne pouvant pas être négligées. La solution mise en place utilise des structures de mesure indépendantes, auxquelles seront fixés les capteurs de position à fils. Ces structures sont fixées sur la dalle du laboratoire et l'hypothèse d'une faible déformation de celle-ci est tout de même faite.

Au début de l'essai, la position de la PS est définie arbitrairement à  $(x_1,y_1)=(0,0)$ ,  $(x_2,y_2)=(5,6,0)$   $\theta_1=0$  et  $\theta_2=0$ , en faisant donc comme hypothèse que la poutre est horizontale au début de l'essai, et que la distance entre les appuis est égale à 5,6 m.

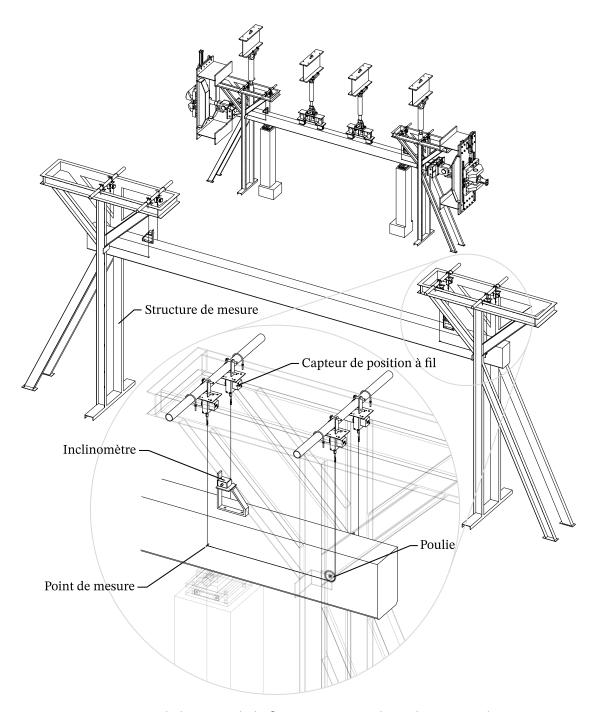


FIG. 5.9. : Reprise de la coupe de la figure 5.6 en y incluant le système de mesure de la position de la PS, vue du dispositif de mesure seul et vue en détail de l'installation des capteur d'un côté de la poutre.

#### 5.3.4. Mise en place de l'essai au feu

La poutre est installée de manière à être exposée à l'action thermique sur trois faces : les deux faces latérales et la face inférieure. La longueur totale de l'exposition est de 5,2 m, en effet 20 cm de part et d'autre de la PS sont en réalité à l'intérieur des poteaux de la structure globale et ne sont pas directement exposés. Le montage complet ainsi que les détails de la mise en place des éléments sont présentés sur les figures 5.10, 5.11,5.12, 5.13 et 5.14.

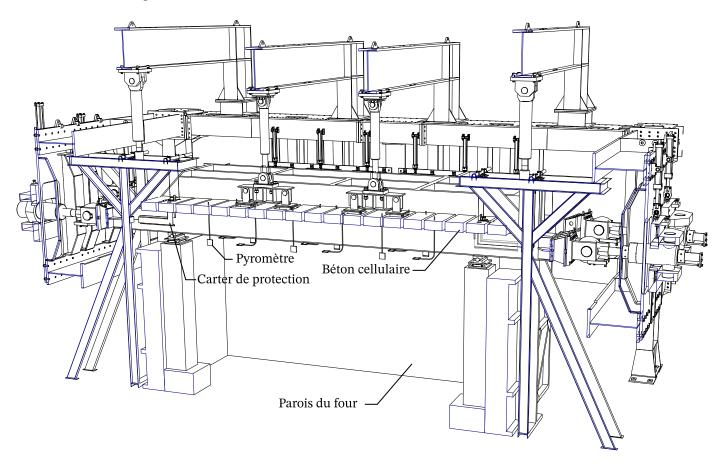


FIG. 5.10. : Vue en coupe et en perspective des éléments de l'essai.

Les extrémités, ainsi que les poteaux d'appuis de la poutre sont protégés avec de la laine minérale (non représentée sur les figures) afin de réduire leur échauffement durant l'essai. Pour éviter que cette laine n'entrave la mesure des capteurs de position à fil, leurs cheminements sont protégés dans des carters en acier, fixés sur la poutre, laissant assez d'espace pour que les fils n'en touchent pas les bords en cas d'inclinaison du bras de levier. Une couverture en blocs de béton cellulaire est attachée à la face supérieure de la poutre. Cette couverture isole d'une part la

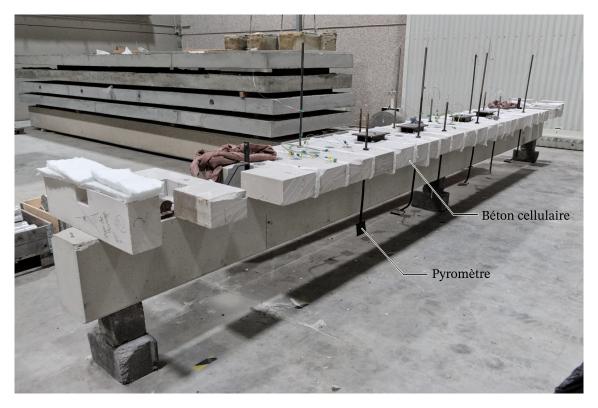


FIG. 5.11. : Poutre en cours de préparation avant sa mise en place sur le four.

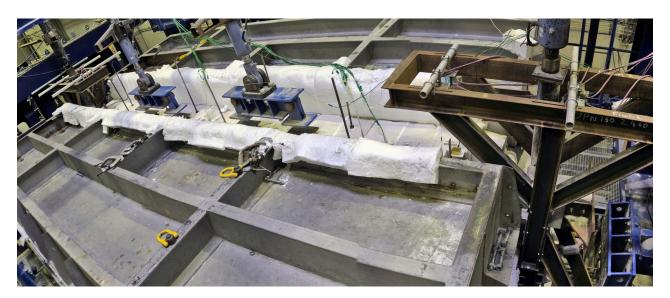


FIG. 5.12.: Vue du dessus du dispositif mis en place.

face supérieure de la poutre de l'agression thermique et permet la fermeture du four d'autre part. Ces blocs sont régulièrement espacés et les interstices entre eux



FIG. 5.13.: Vue du dessus de la partie gauche du dispositif.

et entre leurs flancs et les parties supérieures du four sont remplis par de la laine minérale.

L'agression thermique est effectuée selon la norme NF EN 1363-1 en asservissant la mesure effectuée sur des pyromètres la courbe température temps :

$$T = 345\log_{10}(8 \cdot t + 1) + 20$$

avec T la température moyenne du four en °C et t la durée en minutes.

Les pyromètres sont des dispositifs de mesure équipés d'un thermocouple de type K au contact d'une tôle métallique repliée sur les côtés et remplie d'un isolant minéral. Grâce à la faible inertie thermique de la tôle et la présence de l'isolant, la



FIG. 5.14. : Vue de l'intérieur du four avant le démarrage de l'essai.

mesure se rapproche d'une température adiabatique de surface. Ces composants sont installés à 10 cm des faces exposées de la poutre selon différentes directions.

## 5.4. Déroulement prévu de l'essai

L'essai se décompose plusieurs phases : la mise en contact des deux sous-structures, le préchargement et l'essai au feu.

La phase de contact constitue en la mise à l'équilibre et la définition arbitraire du point de compatibilité entre les deux sous-structures. Elle commence par un chargement unitaire en force de la PS par les différents vérins dans le but de rattraper les éventuels jeux. Ensuite, un déchargement progressif est effectué et la

position initiale est définie, soit dans notre cas :

$$\mathbf{u}_{PS} = \begin{bmatrix} x_{PS,1} \\ y_{PS,1} \\ \theta_{PS,1} \\ x_{PS,2} \\ y_{PS,2} \\ \theta_{PS,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5,6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La commande en force vérins de contrôle de la frontière cède alors la place au contrôle par l'algorithme de mise à l'équilibre. À partir cet instant les deux sous-structures sont alors en interaction via la procédure de contrôle hybride et le resteront jusqu'à le fin de l'essai.

Immédiatement après, la phase de préchargement de la structure démarre. Il s'agit d'imposer progressivement les charges d'exploitation, simultanément du côté de la PS et de la NS. Une fois la phase de préchargement effectuée, les deux sous-structures sont chargées et à l'équilibre, il s'agit de la situation initiale de l'essai eu feu.

Dans les faits, en plus de la phase de contact, deux premiers préchargement/déchargement progressif ont été réalisés.

Le four est alors mis en marche et l'agression thermique de la PS démarre jusqu'à ce que les critères de fin d'essai soient remplis, ici la ruine de l'élément.

#### 5.5. Résultats

#### 5.5.1. Températures et observations durant l'essai

Les températures mesurées par les 12 pyromètres dans le four confirment que la courbe de feu ISO 834-1 a bien été reproduite lors de l'essai. En effet, aucun d'entre eux ne mesure d'écart à la courbe de référence supérieur à 100 K après les 10 premières minutes d'essai (figure 5.15). De plus l'écart relatif entre l'intégrale de la température moyenne mesurée et celle de la courbe ISO 834-1 reste dans les tolérances prescrites par la norme EN 1363-1 (figure 5.16). Le temps t=0 est ici défini après le démarrage des brûleurs du four, comme étant l'instant où la moyenne de la température mesurée atteint 45 °C.

Le four est équipé de deux caméras permettant d'observer les parties du corps d'épreuve exposées à l'agression thermique durant l'essai. Ainsi, un phénomène d'écaillage a pu être mis en évidence au niveau des coins inférieurs de la poutre. Comme illustré sur la figure 5.17, un premier éclatement survient à  $t=1387\,\mathrm{s}$ , provoquant la chute du coin inférieur droit de la poutre. 140 s plus tard, à  $t=1527\,\mathrm{s}$ , une seconde chute de matière concerne cette fois le coin inférieur gauche

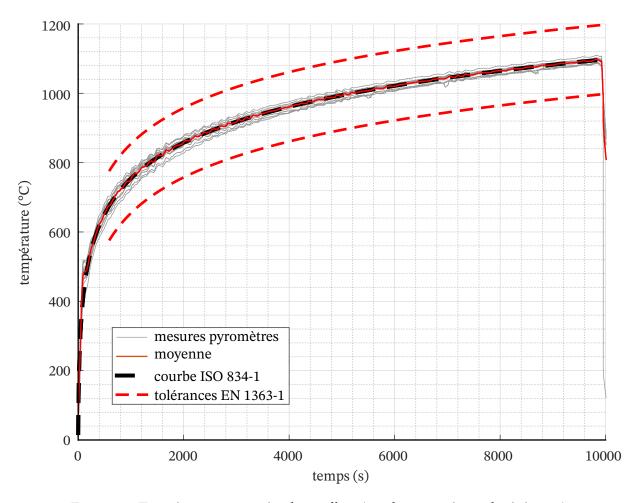


FIG. 5.15. : Températures mesurées durant l'essai par les pyromètres placés à proximité de la poutre et comparaison avec les prescriptions de la norme EN 1363-1.

de la poutre. On peut observer que cet écaillage se manifeste sur toute la longueur de la poutre, à l'exception des zones très proches des appuis. L'écaillage du béton est un phénomène bien connu, fréquemment observé lors d'essais de résistance au feu sur des éléments en béton. Nous ne reviendrons pas dans cette thèse sur les mécanismes pouvant expliquer l'apparition de cet écaillage. En revanche, il est important de noter son existence, car celui-ci a pu avoir une influence sur le comportement thermique, et donc mécanique, de la poutre.

En effet cet écaillage a un fort impact sur la température des armatures longitudinales inférieures latérales, qui ne sont alors plus protégées thermiquement par le béton. On peut remarquer sur figure 5.18 la brusque accélération de l'échauffement des armatures au moment où survient l'écaillage. Ce phénomène n'ayant

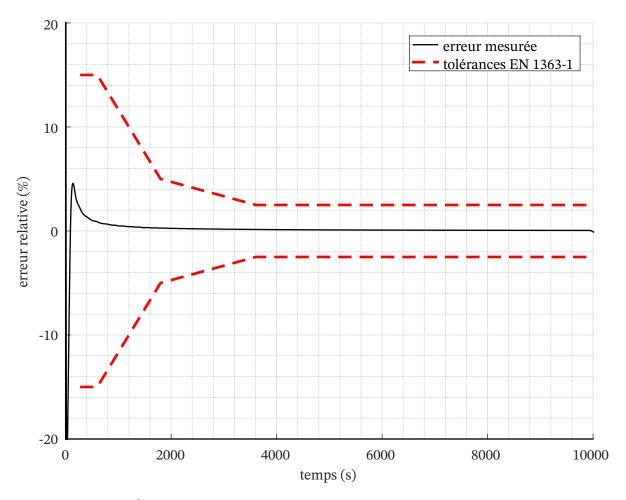


FIG. 5.16. : Écart relatif entre l'intégrale de la moyenne des températures mesurées par les pyromètres et celle de la courbe ISO 834-1. Comparaison avec les tolérances prescrites par la norme EN 1363-1.

pas été pris en compte lors de la simulation préliminaire sous SAFIR, un important écart de température est logiquement observé. Les prévisions du modèle sont meilleures au niveau de l'armature centrale, qui elle n'est pas directement exposée au feu (moins d'écaillage à cet endroit).

Il en est de même pour les températures mesurées sur les aciers supérieurs et à l'intérieur du béton (figures 5.19 et 5.20), qui restent cohérentes avec la modélisation effectuée *a priori*. La simulation préliminaire sous SAFIR devrait donc pouvoir reproduire un comportement mécanique global correct de la poutre. On peut néanmoins remarquer que bien que proches, les températures mesurées sont systématiquement plus élevées que les températures calculées. Nous n'avons pas entrepris de démarche de calage des propriétés thermiques du modèle, les simu-

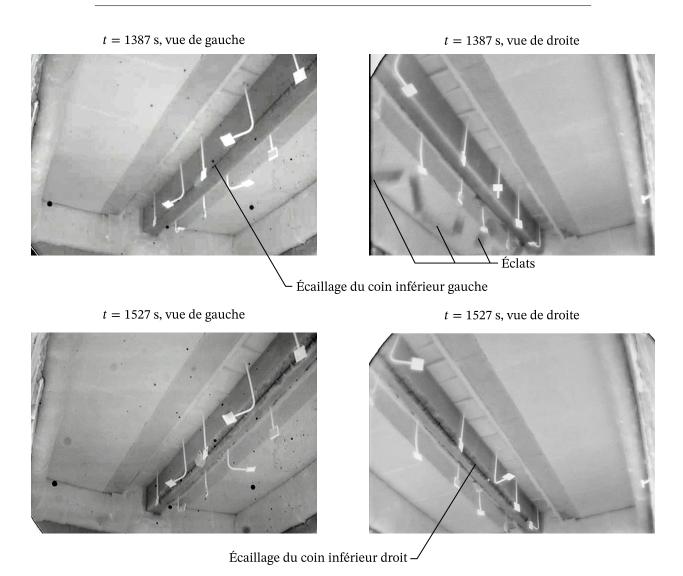


FIG. 5.17. : Vue intérieure du four durant l'essai, de chaque côté de la poutre, aux moments où l'écaillage survient.

lations thermomécaniques sous SAFIR nous permettant d'apprécier le comportement global de l'ensemble de la structure (la poutre testée en particulier).

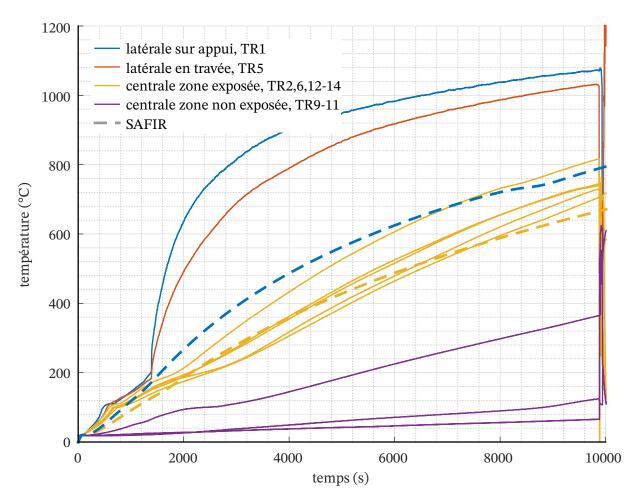


FIG. 5.18. : Températures mesurées durant l'essai sur les armatures longitudinales inférieures de la poutre et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR.

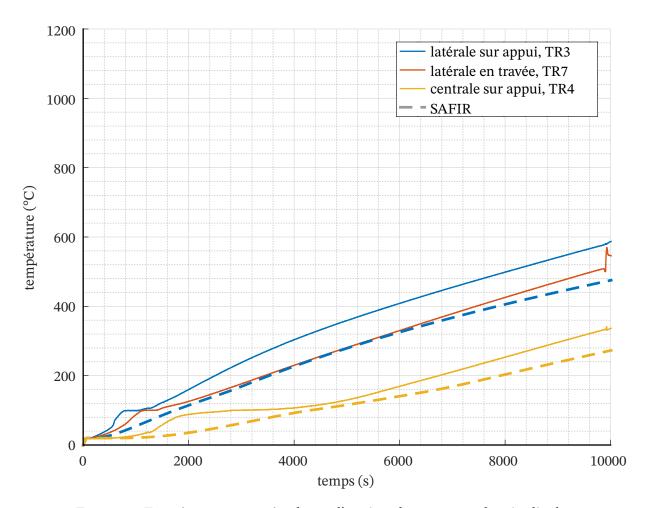


FIG. 5.19. : Températures mesurées durant l'essai sur les armatures longitudinales supérieures de la poutre, à mi travée et proche des appuis et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR.

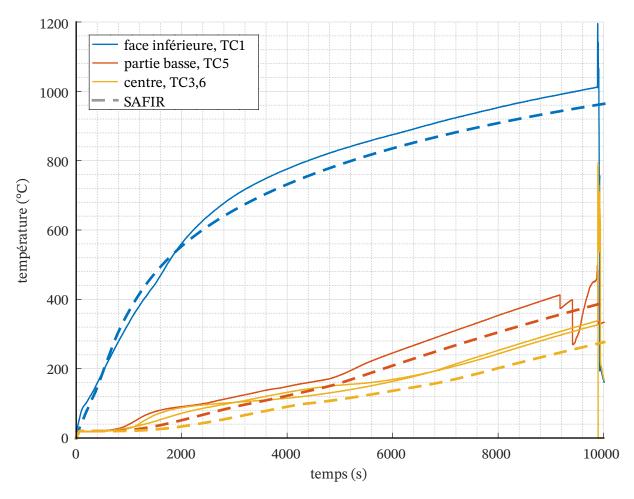


FIG. 5.20. : Températures mesurées durant l'essai dans le béton à 1, 10 et 20 cm de la face inférieure et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR.

#### 5.5.2. Ruine de la poutre

La ruine de l'élément survient à t=9880 s instant où la flèche mesurée de la poutre subit une accélération importante (vers le four), comme l'illustre la figure 5.21.

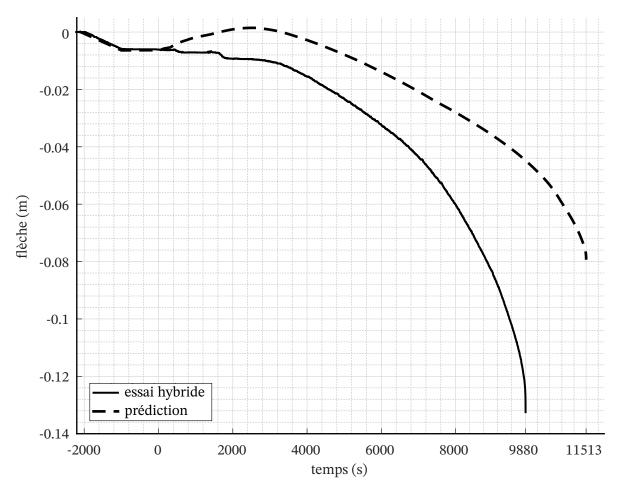


FIG. 5.21. : Flèche mesurée durant l'essai à mi-travée de la poutre et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR.

Le comportement global expérimental semble réaliste au regard de la simulation et le mécanisme de ruine est identique à celui prévu. Il est constitué d'une triple rotule, à mi-travée et proche des appuis, comme visible sur les figures 5.22 et 5.23 montrant le corps d'épreuve après l'essai. On peut remarquer les chutes de matière supplémentaires dans les zones subissant de fortes déformations au moment de la ruine. Comparées à celles observées précédemment (figure 5.17), elles se situent notamment sur la face inférieure au niveau des trois rotules, et les faces latérales pour les rotules proches des appuis. Cette ruine intervient plus tôt que lors de la

simulation préliminaire. Cela peut s'expliquer par les températures mesurées plus élevées que celles calculées, notamment au niveau des armatures longitudinales supérieures et dans la section du béton (figures 5.19 et 5.20). Ceci peut être attribué à l'écaillage de la poutre.

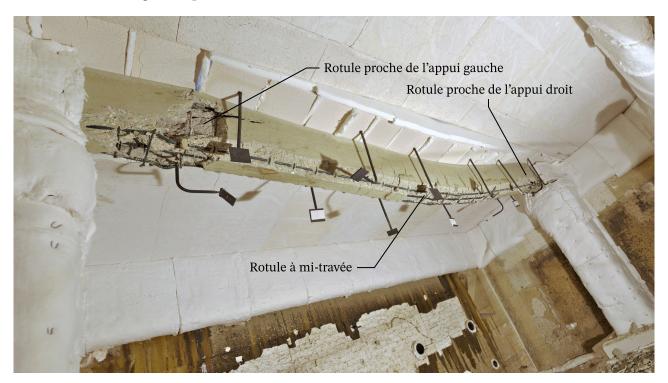


FIG. 5.22.: Intérieur du four un jour après l'essai.



FIG. 5.23. : Corps d'épreuve à sa sortie du four six jours après l'essai, on peut remarquer le changement de l'état de surface dût à l'avancement de la réhydratation du béton par rapport à la figure 5.22.

#### 5.5.3. Performances du contrôleur hybride

Les différentes phases de l'essai hybride sont visibles sur la figure 5.24. Le contact entre les deux sous-structure est fait à t=-2200 s. Immédiatement après, le préchargement de la structure est réalisé par une application progressive des chargements d'exploitation simultanément sur la PS et la NS. Le préchargement est atteint à t=-1000 s. Durant les 1000 s suivantes les deux sous-structures sont maintenues à l'équilibre à froid.

Il est important de souligner ici que la mise en équilibre des 2 sous-structures, via le contrôleur hybride, est déjà une étape clé de l'essai. En effet, une instabilité du chargement durant cette phase aurait pu fortement endommager la poutre, remettant en cause la réussite de l'essai hybride durant la phase de chauffage.

Le démarrage thermique est effectué à t=0, jusqu'à la ruine observée de la poutre, c'est-à-dire à t=9880 s. On peut remarquer sur la figure 5.27 que l'équilibre entre la PS et la NS est assuré jusqu'au dernier moment avant la ruine : l'algorithme conserve donc les mêmes performances durant tout l'essai, malgré l'évo-

lution de la raideur de la PS. Ce point est considéré comme une réussite de notre essai, et une réponse positive aux objectifs fixés au début de la thèse (voir 1.3).

Au début de l'essai une forte augmentation des moments sur appuis est mesurée jusqu'à un maximum atteint à environ  $t=1900\,\mathrm{s}$ . Elle est cohérente avec l'effet conjugué des déformations de la poutre réelle et des poteaux simulés, du fait des dilatations différentielles dues aux gradients thermiques dans leurs sections, parfois surnommé «effet bilame». L'effort normal croît durant tout l'essai, dû à la dilatation empêchée de la poutre par la structure environnante.

La comparaison des efforts mesurés lors de l'essai avec la simulation préliminaire sous SAFIR de la poutre (prise dans l'ensemble de la structure environnante), semble montrer que le comportement de la poutre a été correctement reproduit lors de l'essai hybride. Ce que ne permet pas un essai de résistance au feu conventionnel (la poutre seule sans prise en compte de l'évolution des conditions aux limites mécaniques), comme nous le montrerons en 5.5.4.

La figure 5.25 montre les déplacements à l'interface entre les deux sous-structures, autrement dit mesurés sur la PS et appliqués à la NS.

Les figures 5.26 et 5.27 illustrent les performances de l'algorithme adaptatif dans le maintien de l'équilibre entre les deux sous-structures. On peut observer une erreur très faible sur la quasi-totalité de l'essai. On peut cependant noter une dégradation de la précision au tout début du feu ainsi qu'une augmentation progressive de l'erreur sur M2, due à un très fort bruit sur la mesure de l'inclinomètre 2. Du point de vue de l'algorithme de contrôle adaptatif, le système est considéré comme convergé dans cette dernière zone. Une erreur proche de 0 n'aurait pas été souhaitable, car elle aurait créé de fortes oscillations de la force exercée par le vérin vertical 2 sur la console.

On constate aussi une erreur plus importante aux moments des écaillages à 1387 s et 1527 s. Celle ci est probablement due à une défaillance d'un des capteurs. En effet on peut noter à ces instants une brusque diminution des moments sur appuis et de l'effort normal (figure 5.24). En revanche, sur la figure 5.25 une brusque augmentation de la longueur de la poutre est mesurée lors du premier éclatement (à 1387 s). Cette augmentation de la longueur n'est pas cohérente avec la diminution de l'effort normal mesuré simultanément. Comme observé sur la figure 5.28, elle n'est de plus mesurée que d'un côté de la poutre. L'hypothèse privilégiée est qu'il s'agit d'une défaillance d'un des capteurs à fils horizontaux passant dans les poulies du côté du vérin (à gauche sur la figure 5.9), entraînant une perte de précision significative sur la mesure de la longueur de la poutre durant l'essai.

Une autre augmentation brutale de la longueur de la poutre est une nouvelle fois mesurée à 9965 s, toujours du fait du capteur présumé défaillant. L'équilibre avec la NS est rétabli par l'algorithme en 4 pas de temps (10 s) et la ruine de l'élément est observé 3 pas de temps (7,5 s) plus tard.

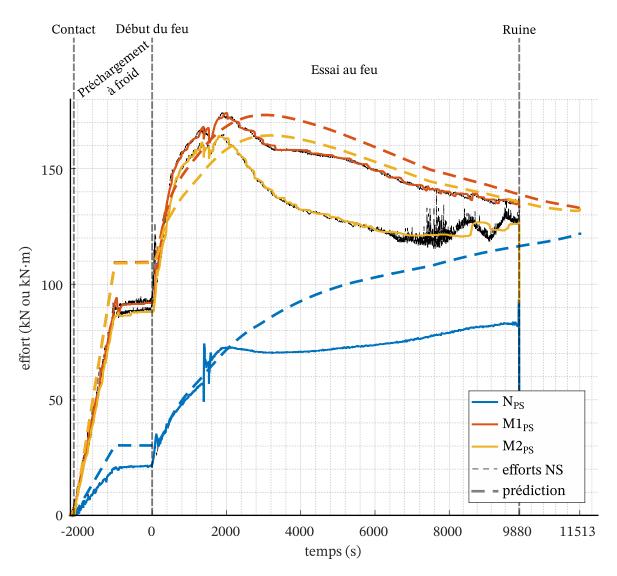


FIG. 5.24. : Efforts mesurés entre les deux sous-structures durant l'essai, du côté de la PS et de la NS durant l'essai et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR (courbes pointillées larges).

Cette défaillance potentielle de l'un des capteurs de la chaîne de mesure n'a semble-t-il pas empêché l'essai de se poursuivre. Ce point est probablement à développer mais il démontre la robustesse de notre contrôleur.

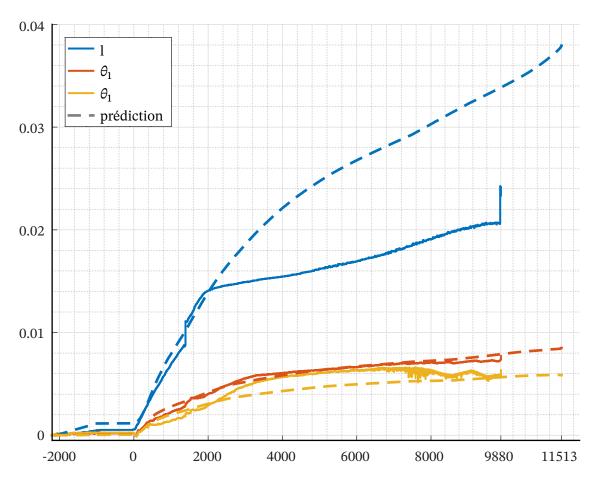
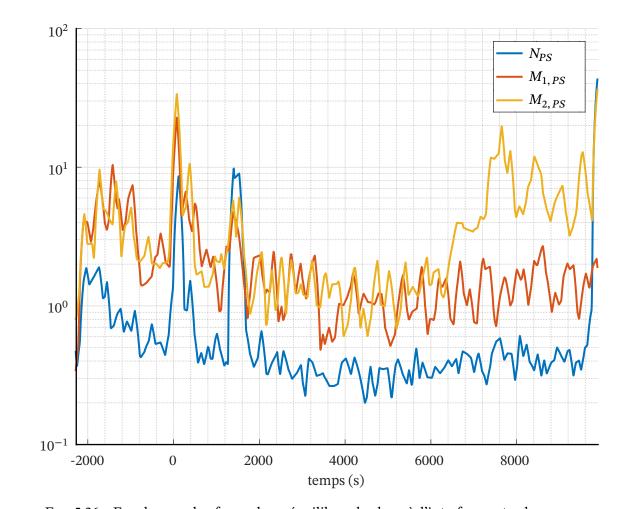


FIG. 5.25. : Déplacements à l'interface entre les deux sous-structures lors de l'essai hybride et comparaison avec la simulation préliminaire sous SAFIR.



erreur en force (kN)

Fig. 5.26. : Enveloppes des forces hors équilibre absolues à l'interface entre les deux sous-structures durant l'essai.

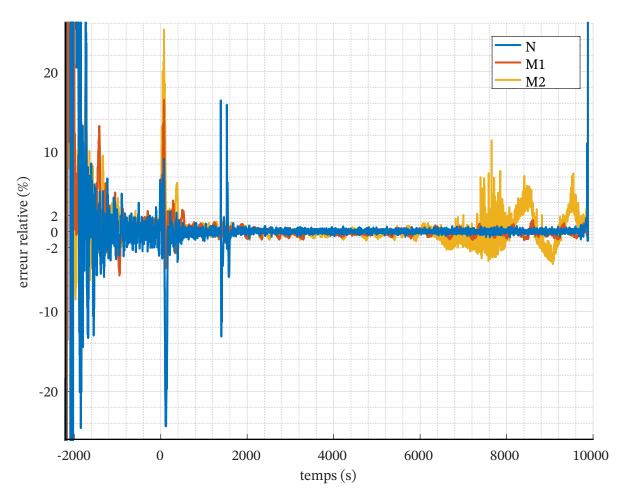


FIG. 5.27. : Erreurs relatives des forces hors équilibre à l'interface entre les deux sous-structures durant l'essai.

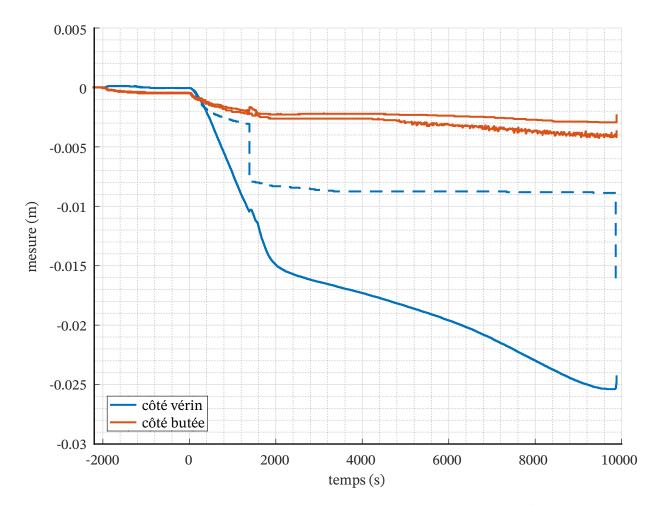


FIG. 5.28. : Valeurs mesurées par les capteurs de positions horizontaux (fils passant dans les poulies) durant l'essai. En pointillés les données du capteur présumé défaillant.

#### 5.5.4. Comparaison avec un essai conventionnel de résistance au feu

Considérant à présent que l'essai au feu hybride a été satisfaisant, nous allons ici comparer le comportement global de la poutre, y compris sa rupture, avec celui observé lors d'un essai de résistance au feu conventionnel.

Dans le cadre des travaux de thèse de Sauca [4], un essai de résistance au feu conventionnel (non-hybride donc) a été réalisé au CERIB sur une poutre identique à celle utilisée pour cet essai hybride, les deux ayant été fabriquées simultanément et suivant les mêmes plans de ferraillage.

S'agissant d'un essai conventionnel, l'interaction entre la poutre et la structure environnante est définie comme constante : deux moments négatifs, calculés à partir des sollicitations à froid, sont appliqués grâce aux vérins verticaux en console (soit un chargement de de chaque côté) et aucune force horizontale n'est appliquée pendant le test. Le chargement en travée est identique entre les deux essais. Cette configuration est illustrée sur la figure 5.29.

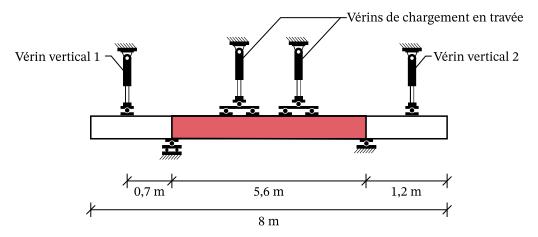


FIG. 5.29. : Schéma mécanique de la poutre lors de l'essai de résistance au feu conventionnel. Dans ce cas, les moments négatifs sur appui restent constants (les efforts exercés par les vérins verticaux ne changent pas au cours du temps).

Lors de l'essai conventionnel il a été observé un écaillage des coins de la poutre similaire à celui de l'essai hybride mais beaucoup plus tard, à la toute fin de l'essai, à 5100 s, 5580 s et 5820 s. Ces différences sont probablement dues au champ de contrainte mécanique dans la poutre différent entre les deux essais.

La figure 5.30 compare les flèches mesurées lors de l'essai hybride, l'essai standard et la flèche simulée sous SAFIR (en considérant l'ensemble de la structure environnante). Dans le cas de l'essai conventionnel, la ruine de la poutre est observée à 5950 s, suite à l'apparition d'une rotule plastique à mi-travée (visible sur

la figure 5.31). Nous rappelons que la ruine est survenue beaucoup plus tard, à 9880 s lors de l'essai hybride. En terme de résistance au feu (critères d'étanchéité aux flammes et d'isolation thermique mis à part), cela équivaut à passer d'un classement de 90 à 120 minutes (ce qui est loin d'être négligeable dans le domaine).

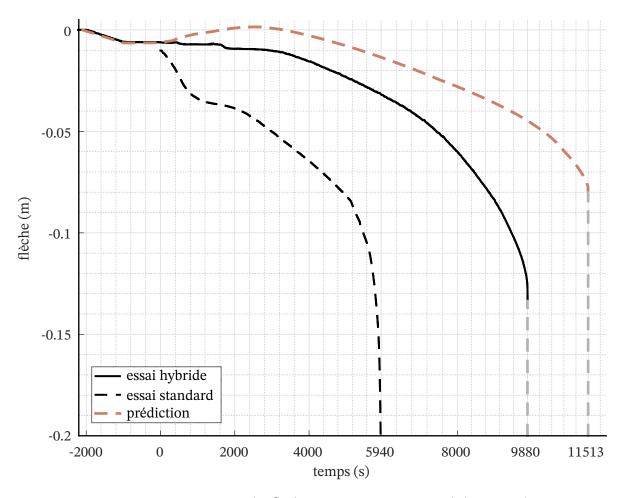


FIG. 5.30. : Comparaison entre les flèches mesurées à mi-travée de la poutre durant l'essai hybride, l'essai conventionnel et la flèche issue de la simulation préliminaire sous SAFIR (structure entière).

Cette augmentation de la durée de résistance au feu, en dépit d'un écaillage plus précoce dans le cas de l'essai hybride, pourrait être attribuée à plusieurs facteurs. La raison principale semble être la différence entre les modes de ruine, l'essai hybride permettant la prise en compte des redistributions des efforts au sein de la structure complète : l'apparition de la rotule en travée qui induit la ruine lors de l'essai conventionnel est compensée lors de l'essai hybride par une augmentation des moments sur appuis, maintenant la poutre à l'équilibre jusqu'à l'apparition de

rotules à proximité de ces appuis (figure 5.31). Un deuxième facteur pourrait aussi être l'absence de chargement horizontal lors de l'essai conventionnel, qui permet au contraire lors de l'essai hybride de diminuer les contraintes de traction dans la poutre (fonctionnement de « béton précontraint »).

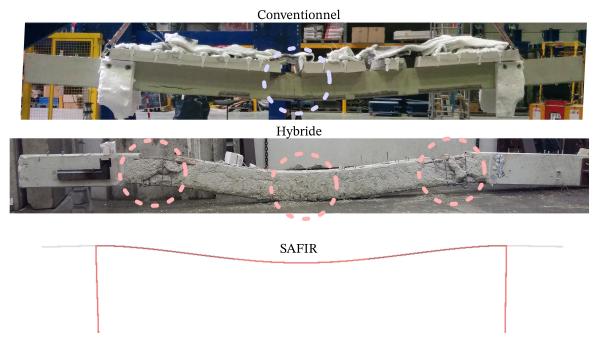


Fig. 5.31. : Comparaison qualitative des déformées de la poutre après un essai conventionnel, un essai hybride et de la simulation SAFIR au moment de la ruine.

#### 5.6. Conclusion

Dans ce chapitre a été décrite la réalisation avec succès d'un essai hybride de résistance au feu à 3 degrés de liberté sur une poutre en béton armé, sur le four Prométhée du CERIB. La procédure de contrôle associée à l'algorithme adaptatif a montré de très bonnes performances tout au long de l'essai. Le système NS-PS a été maintenu proche de l'équilibre, et l'algorithme de contrôle n'a montré aucun signe d'instabilité, malgré l'occurrence d'une grande discontinuité dans les valeurs d'une des variables mesurées d'une part (capteur à fil) et de l'apparition d'un bruit de mesure d'une amplitude environ 20 fois supérieure à celle prévue d'autre part (inclinomètre). Une augmentation considérable de la résistance au feu de l'élément durant l'essai comparé à un essai conventionnel à l'état de l'art est aussi constatée, et semble plus proche du comportement simulé (que l'on considère réaliste) de la

poutre prise dans l'ensemble de sa structure environnante.

# 6. Conclusion générale

#### 6.1. Conclusion

Bien qu'ayant été couramment utilisée pour des essais de comportement sismique des structures, la technique de la simulation hybride n'a pas pu être appliquée directement à l'étude de la résistance au feu de ces structures. On rencontre souvent dans la littérature la présence quasi-systématique de degrés de liberté très raides, le phénomène de dilatation thermique de l'élément, la nécessité de réaliser l'essai en temps réel, ou les contraintes du feu sur la métrologie, qui sont autant de difficultés pouvant expliquer cette difficulté.

Inspiré de cette méthode, l'essai hybride de résistance au feu en est toujours aujourd'hui au stade de la recherche. Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont tenté de permettre son utilisation effective au sein d'un dispositif expérimental existant dans un laboratoire d'essai de résistance au feu. Plusieurs problématiques avaient été identifiées et ont été traitées lors de cette thèse.

En premier lieu, une approche générale du concept de sous-structuration appliqué à l'essai hybride a permis de formaliser une méthode systématique de réduction du nombre de degré de liberté nécessaires pour effectuer l'essai. Dans un second temps, le développement d'une nouvelle procédure d'essai, associée à un contrôleur adaptatif, nous a permis de nous affranchir des problèmes liés à l'asservissement en position des actionneurs (problématique souvent relevée dans la littérature). De plus le contrôleur a l'avantage de ne pas nécessiter d'estimation de la raideur de la structure testée (PS). Ce paramètre indispensable aux méthodes présentes dans la littérature est difficile à acquérir, notamment pour des éléments à plusieurs degrés de liberté, et est sujet à de fortes variations au cours de l'essai.

Afin de valider la procédure de contrôle développée, une plateforme de simulation hybride virtuelle nommé «Héraclès» a été développée, intégrant la modélisation d'un dispositif expérimental (vérin hydrauliques, capteurs imparfaits, délais...). Les deux sous-structures sont simulées par le logiciel de calcul aux éléments finis SAFIR, permettant de tester la procédure dans des conditions les plus réalistes. Plusieurs cas test numériques ont alors été réalisés dans ce cadre, permettant de valider le fonctionnement du contrôleur hybride

L'objectif final de la thèse étant la réalisation d'un essai au feu hybride réel, l'implémentation de ces développements sur le four d'essai de résistance au feu

« Prométhée » du CERIB a ensuite été effectuée. Elle a consisté principalement au développement d'un programme de conduite d'essai hybrides, « Héraclès 11 », et à sa vérification. Des essais préliminaires à froid ont été réalisés afin de mettre à l'épreuve la nouvelle procédure en termes de stabilité et de précision.

Une fois l'implémentation d'Héraclès11 sur Prométhée validée, ces travaux de thèse se sont conclus par une validation expérimentale à échelle réelle. Un essai de résistance au feu hybride à pleine échelle, et à trois degrés de liberté, a ainsi été réalisé sur une poutre en béton armé. Lors de cet essai, les performances de la méthode nouvellement développée se sont avérées satisfaisantes, permettant de mieux reproduire, en comparaison avec un essai de résistance au feu conventionnel, le comportement mécanique global de la poutre, prise dans l'ensemble de sa structure environnante. Cet essai a démontré le réel potentiel et intérêt de la réalisation d'essais de résistance au feu hybrides, pouvant accompagner l'évolution de l'ingénierie incendie des prochaines années.

### 6.2. Perspectives

Tous les objectifs définis de la présente thèse ont été atteints à l'exception notable de la validation théorique de la procédure. En effet le contrôleur adaptatif a été développé en laissant une large place à l'empirisme et si ses performances ont pu être démontrées numériquement et expérimentalement, aucune preuve mathématique de convergence ni même de stabilité de celui-ci n'a été faite. Un travail plus approfondi pourrait être ainsi réalisé à ce sujet, en étudiant l'état de l'art sur la théorie du contrôle. Notamment le contrôle adaptatif robuste, qui pourrait aboutir sur l'application de contrôleurs dont les performances pourraient être garanties mathématiquement. L'objectif principal de mettre en œuvre un réel essai hybride à grande échelle lors de cette thèse, nous a poussé à ne pas traiter cet aspect.

La prise en compte des imperfections des capteurs de position lors du développement de la procédure est restée focalisée sur le problème de leur très grande quantification et donc sur le caractère discret des valeurs mesurées par ceux-ci. Une piste d'amélioration pourrait être une meilleure prise en charge du bruit de mesure et d'une autre source majeure d'erreur qu'est la défaillance d'un des capteurs. En effet il n'est pas possible d'exclure la perte de ceux-ci lors d'un essai feu. Ces différents problèmes pourraient trouver une solution en tirant parti d'une installation redondante des capteurs, grâce à une technique de détection et d'isolation des défauts, associée à un observateur d'état par exemple.

En dehors de la mesure des forces hors équilibre entre les deux sous-structures, l'estimation des erreurs, des incertitudes et de leurs propagations n'a pas été abordée dans ce manuscrit. Il serait intéressant d'une part de développer une métrique

qualifiant la précision globale d'un essai hybride de résistance au feu, et d'autre part d'analyser les différentes incertitudes et leurs influences sur la précision des résultats.

Ces éléments pourraient permettre de fiabiliser la réalisation des essais hybrides, et ainsi faciliter leur utilisation pour la résolution de problèmes d'ingénierie incendie plus concrets.

# **Bibliographie**

- [1] G. S. T. ARMER et D. B. MOORE, "Full-scale testing on complete multistorey structures", *Structural Engineer*, t. 72, p. 30-30, 1994, Publisher: INSTITUTION OF STRUCTURAL ENGINEERS (cf. p. 10).
- [2] G. M. NEWMAN, J. T. ROBINSON et C. G. BAILEY, Fire safe design: A new approach to multi-storey steel-framed buildings. Steel Construction Institute Ascot, 2000 (cf. p. 10).
- [3] T. LENNON, "WHOLE BUILDINGBEHAVIOUR-RESULTS FROMA SERIES OF LARGE SCALE TESTS", in *Proceedings of the CIB-CTBUH International Conference on Tall Buildings*, t. 8, Citeseer, 2003, p. 10 (cf. p. 10).
- [4] A. SAUCA, "Development and implementation of a methodology for hybrid fire testing applied to concrete structures with elastic boundary conditions", thèse de doct., Université de Liège, Liège, Belgique, 15 fév. 2017 (cf. p. 10, 27, 28, 31, 51, 136, 164).
- [5] I. 834-1:1999, Essai de résistance au feu Éléments de construction Partie 1: Exigences générales, 1999 (cf. p. 11).
- [6] J.-M. Franssen et T. Gernay, "Modeling structures in fire with SAFIR®: theoretical background and capabilities", *Journal of Structural Fire Engineering*, t. 8, n° 3, p. 300-323, 1er jan. 2017, Publisher: Emerald Publishing Limited, ISSN: 2040-2317. DOI: 10.1108/JSFE-07-2016-0010 (cf. p. 14, 61).
- [7] M. HAKUNO, S. MASATOSHI et H. TSUKASA, "Dynamic destructive test of a cantilever beam, controlled by an analog-computer", in *Proceedings of the Japan society of civil engineers*, t. 1969. no. 171, Japan Society of Civil Engineers, 1969, p. 1-9 (cf. p. 15).
- [8] K. TAKANASHI, K. UDAGAWA, M. SEKI, T. OKADA et H. TANAKA, "Nonlinear earthquake response analysis of structures by a computer-actuator on-line system", *Bulletin of Earthquake Resistant Structure Research Center*, t. 8, p. 1-17, 1975, Publisher: University of Tokyo Tokyo, Japan (cf. p. 16).

- [9] K. TAKANASHI et M. NAKASHIMA, "Japanese Activities on On-Line Testing", Journal of Engineering Mechanics, t. 113, nº 7, p. 1014-1032, 1er juil. 1987, Publisher: American Society of Civil Engineers, ISSN: 0733-9399. DOI: 10. 1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:7(1014) (cf. p. 16).
- [10] S. A. Mahin, P.-S. B. Shing, C. R. Thewalt et R. D. Hanson, "Pseudodynamic test method—current status and future directions", *Journal of Structural Engineering*, t. 115, n° 8, p. 2113-2128, 1989, Publisher: American Society of Civil Engineers (cf. p. 16).
- [11] P. B. SHING, M. NAKASHIMA et O. S. BURSI, "Application of pseudodynamic test method to structural research", *Earthquake Spectra*, t. 12, no 1, p. 29-56, 1er fév. 1996, Publisher: SAGE Publications Ltd STM, ISSN: 8755-2930. DOI: 10.1193/1.1585867 (cf. p. 16).
- [12] S. N. DERMITZAKIS et S. A. MAHIN, "Development of substructuring techniques for on-line computer controlled seismic performance testing", thèse de doct., University of California, Berkeley, 1985 (cf. p. 16).
- [13] M. NAKASHIMA, "Integration techniques for substructure pseudo-dynamic test", in *4th US National Conference on Earthquake Engineering*, 1990. 5, 1990 (cf. p. 16).
- [14] M. NAKASHIMA, H. KATO et E. TAKAOKA, "Development of real-time pseudo dynamic testing", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, t. 21, nº 1, p. 79-92, 1992, ISSN: 1096-9845. DOI: https://doi.org/10.1002/eqe.4290210106 (cf. p. 16).
- [15] S. CAMPBELL et B. STOJADINOVIĆ, "A system for simultaneous pseudodynamic testing of multiple substructures", in *Proc. of 6th US National Conference on Earthquake Engineering, 1998*, 1998 (cf. p. 16).
- [16] M. Kiel, "Entwicklung einer intelligenten Prüfmaschine für brandbeanspruchte Gesamttragwerke", in *Proceedings of the Braunschweiger Brandschutztage* 1989, Braunschweig, Germany, 1989 (cf. p. 16, 17).
- [17] D. HOSSER, J. AMELER, T. DORN et B. GENSEL, "Entwicklung einer "Intelligenten Prüfmaschine" zur Untersuchung von Gesamttragwerken unter lokaler Brandbeanspruchung Abschlussbericht zur 2. Phase des Forschungsvorhabens)", Technical University Brunswick, 1993 (cf. p. 16).
- [18] D. HOSSER, J. AMELER, T. DORN, B. GENSEL et H. SCHLÜTER, "Entwicklung einer "Intelligenten Prüfmaschine" zur Untersuchung von Gesamttragwerken unter lokaler Brandbeanspruchung (Abschlussbericht zur 3. Phase des Forschungsvorhabens)", Technical University Brunswick, 1995 (cf. p. 16).

- [19] J. P. RODRIGUES et F. GOMES, "Fire resistance tests on steel columns a summary review", 1er sept. 2002 (cf. p. 16-18).
- [20] M. KORZEN, G. MAGONETTE et P. BUCHET, "Mechanical Loading of Columns in Fire Tests by Means of the Substructuring Method", *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1999 (cf. p. 16).
- [21] ——, "Mechanical Loading of Columns in Fire Tests by Means of the Substructuring Method", in *Interflam*, 1999 (cf. p. 16, 18, 19).
- [22] M. KORZEN, K.-U. ZIENER, S. RIEMER, G. MAGONETTE et P. BUCHET, "Some Remarks on the Substructuring Method Applied to Fire Resistance Tests of Columns", 2002 (cf. p. 17, 18, 20).
- [23] A. CORREIA, J. RODRIGUES et M. KORZEN, "Experimental Research on the Load-Bearing Capacity of Partially Encased Steel Columns Under Fire Conditions", *Journal of Structural Fire Engineering*, t. 3, no 1, p. 81-94, 1er jan. 2012, Publisher: Emerald Group Publishing Limited, ISSN: 2040-2317. DOI: 10.1260/2040-2317.3.1.81 (cf. p. 17).
- [24] M. KORZEN, J. P. RODRIGUES et L. LAÍM, "Fire resistance tests on circular concrete columns", 1<sup>er</sup> juin 2013 (cf. p. 17).
- [25] F. ROBERT, "Comportement des bétons sous haute température et en cas d'incendie : caractérisation multi-échelle, (non publié).", thèse de doct., Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, 2008 (cf. p. 18).
- [26] F. ROBERT, S. RIMLINGER et C. COLLIGNON, "Structure fire resistance: A joint approach between modelling and full scale testing (substructuring system)", FIB Féd. Int. du Béton, 1<sup>er</sup> juin 2010, ISBN: 978-1-61782-821-8 (cf. p. 18, 21, 22, 51, 52).
- [27] H. MOSTAFAEI et J. MANNARINO, "A Performance-based approach for fire-resistance test of reinforced concrete columns", 1er jan. 2009. DOI: 10.4224/20373910 (cf. p. 19).
- [28] H. Mostafaei, "A Simple Approach for Performance Evaluation of Structures in Fire", 18 mai 2010. DOI: 10.1061/41130(369)118 (cf. p. 19).
- [29] ——, "Hybrid fire testing for assessing performance of structures in fire—methodology", *Fire Safety Journal*, t. 58, p. 170-179, 1<sup>er</sup> mai 2013, ISSN: 0379-7112. DOI: 10.1016/j.firesaf.2013.02.005 (cf. p. 20, 23, 25, 27).
- [30] ——, "Hybrid fire testing for assessing performance of structures in fire—application", *Fire Safety Journal*, t. 56, p. 30-38, 1er fév. 2013, ISSN: 0379-7112. DOI: 10.1016/j.firesaf.2012.12.003 (cf. p. 21, 23, 24, 28).

- [31] C. A. WHYTE, K. R. MACKIE et B. STOJADINOVIC, "Experimental Modeling of the Structural Response to Fire Loads using the Hybrid Simulation Technique", in *Proceedings of the 10th National Conference in Earthquake Engineering (10 NCEE)*, Network for Earthquake Engineering Simulation, 2014 (cf. p. 22).
- [32] C. A. WHYTE, K. R. MACKIE, G. ABBIATI et B. STOJADINOVIC, "Validation of openfresco-based thermomechanical hybrid simulation to address an earthquake-fire coupled problem", in *COUPLED VI*: proceedings of the VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, CIMNE, 2015, p. 290-299 (cf. p. 22, 33).
- [33] A. SCHELLENBERG, Y. HUANG et S. A. MAHIN, "Structural FE-software coupling through the experimental software framework, OpenFresco", in *Proceedings*, *14th World Conference on Earthquake Engineering*, *Beijing*, *China*, 2008 (cf. p. 22).
- [34] F. MCKENNA, "OpenSees: a framework for earthquake engineering simulation", *Computing in Science & Engineering*, t. 13, no 4, p. 58-66, 2011, Publisher: IEEE (cf. p. 22).
- [35] C. A. WHYTE, K. R. MACKIE et B. STOJADINOVIC, "Hybrid Simulation of Thermomechanical Structural Response", *Journal of Structural Engineering*, t. 142, n° 2, p. 04 015 107, 1<sup>er</sup> fév. 2016, Publisher: American Society of Civil Engineers, ISSN: 1943-541X. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X. 0001346 (cf. p. 23-25).
- [36] P. SCHULTHESS, M. NEUENSCHWANDER, M. KNOBLOCH et M. FONTANA, "Consolidated fire testing—a framework for thermomechanical modelling", in *COUPLED VI*: proceedings of the VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, CIMNE, 2015, p. 222-229 (cf. p. 25).
- [37] A. SAUCA, T. GERNAY, F. ROBERT, N. TONDINI et J.-M. FRANSSEN, "Stability in Hybrid Fire Testing", 9 juin 2016 (cf. p. 25, 27-29).
- [38] N. TONDINI, G. ABBIATI, L. POSSIDENTE et B. STOJADINOVIC, "Hybrid simulation applied to fire testing: a newly conceived numerical framework", 11 juil. 2016 (cf. p. 26, 28, 45).
- [39] A. SAUCA, E. MERGNY, T. GERNAY et J.-M. FRANSSEN, "A method for hybrid fire testing: Development, implementation and numerical application", 6 sept. 2017, p. 225-234, ISBN: 978-1-315-10720-2. DOI: 10.1201/9781315107202-26 (cf. p. 27, 49).

- [40] A. SAUCA, T. GERNAY, F. ROBERT, N. TONDINI et J.-M. FRANSSEN, "Hybrid fire testing: Discussion on stability and implementation of a new method in a virtual environment", *Journal of Structural Fire Engineering*, t. 9, 12 jan. 2018. DOI: 10.1108/JSFE-01-2017-0017 (cf. p. 27, 47, 49, 51).
- [41] R. QURESHI et N. ELHAMI-KHORASANI, "Instantaneous stiffness correction for hybrid fire testing", in *10th International Conference on Structures in Fire, Belfast*, 2018, p. 933-940 (cf. p. 28).
- [42] R. K. QURESHI, N. ELHAMI-KHORASANI et T. GERNAY, "Adaption of active boundary conditions in structural fire testing", *Journal of Structural Fire Engineering*, t. 10, n° 4, p. 504-528, 1<sup>er</sup> jan. 2019, Publisher: Emerald Publishing Limited, ISSN: 2040-2317. DOI: 10.1108/JSFE-12-2018-0042 (cf. p. 28).
- [43] X. WANG, R. E. KIM, O.-S. KWON et I. YEO, "Hybrid Simulation Method for a Structure Subjected to Fire and Its Application to a Steel Frame", *Journal of Structural Engineering*, t. 144, n° 8, p. 04 018 118, 1<sup>er</sup> août 2018, Publisher: American Society of Civil Engineers, ISSN: 1943-541X. DOI: 10.1061/(ASCE) ST.1943-541X.0002113 (cf. p. 28, 47).
- [44] X. WANG, R. E. KIM, O.-S. KWON, I.-H. YEO et J.-K. AHN, "Continuous Real-Time Hybrid Simulation Method for Structures Subject to Fire", *Journal of Structural Engineering*, t. 145, no 12, p. 04 019 152, 1er déc. 2019, Publisher: American Society of Civil Engineers, ISSN: 1943-541X. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0002436 (cf. p. 28, 29).
- [45] E. MERGNY, G. DRION, T. GERNAY et J.-M. FRANSSEN, "A PI-controller for hybrid fire testing in a non-linear environment", 6 juin 2018 (cf. p. 28-30).
- [46] E. MERGNY, T. GERNAY, G. DRION et J.-M. FRANSSEN, "Hybrid fire testing in a non-linear environment using a proportional integral controller", *Journal of Structural Fire Engineering*, t. 10, p. 245-258, 2019. DOI: 10.1108/JSFE-09-2018-0022 (cf. p. 28, 47, 49, 62).
- [47] R. GROLIMUND, "Consolidated fire analysis towards coupled numerical-experimental analysis of fire-exposed structures with stability problems", Accepted: 2019-10-16T13:09:04Z, Doctoral Thesis, ETH Zurich, 2019. DOI: 10.3929/ethz-b-000370855 (cf. p. 29).
- [48] P. SCHULTHESS, "Consolidated fire analysis coupled numerical simulation and physical testing for global structural fire analysis", Accepted: 2019-04-23T09:12:16Z, Doctoral Thesis, ETH Zurich, avr. 2019. DOI: 10.3929/ethz-b-000338942 (cf. p. 29).

- [49] P. SCHULTHESS, M. NEUENSCHWANDER, K. M. MOSALAM et M. KNOBLOCH, "A computationally rigorous approach to hybrid fire testing", *Computers & Structures*, t. 238, p. 106 301, 1er oct. 2020, Publisher: Pergamon, ISSN: 0045-7949. DOI: 10.1016/j.compstruc.2020.106301 (cf. p. 29).
- [50] G. ABBIATI, P. COVI, N. TONDINI, O. S. BURSI et B. STOJADINOVIĆ, "A Real-Time Hybrid Fire Simulation Method Based on Dynamic Relaxation and Partitioned Time Integration", *Journal of Engineering Mechanics*, t. 146, n° 9, p. 04 020 104, 1<sup>er</sup> sept. 2020, Publisher: American Society of Civil Engineers, ISSN: 1943-7889. DOI: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001826 (cf. p. 30).
- [51] R. QURESHI, N. ELHAMI KHORASANI et M. SIVASELVAN, "Developing realtime hybrid simulation to capture column buckling in a steel frame under fire", 1er déc. 2020. DOI: 10.14264/384eb39 (cf. p. 30).
- [52] E. MERGNY et J.-M. FRANSSEN, "Real-time multi degrees of freedom hybrid fire testing", 16 oct. 2020 (cf. p. 30).
- [53] H. A. SCHWARZ, *Ueber einen Grenzübergang durch alternirendes Verfahren*. Zürcher u. Furrer, 1870 (cf. p. 34).
- [54] V. DOLEAN, P. JOLIVET et F. NATAF, An Introduction to Domain Decomposition Methods: algorithms, theory and parallel implementation. 13 jan. 2015 (cf. p. 36).
- [55] T. ELKHORAIBI et K. MOSALAM, "Towards error-free hybrid simulation using mixed variables", 2007. DOI: 10.1002/EQE.691 (cf. p. 40).
- [56] P. PAN, M. NAKASHIMA et H. TOMOFUJI, "Online test using displacement-force mixed control", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, t. 34, nº 8, p. 869-888, 2005, ISSN: 1096-9845. DOI: https://doi.org/10.1002/eqe.457 (cf. p. 40).
- [57] E. MERGNY, G. DRION et J.-M. FRANSSEN, "Stability in hybrid fire testing using PI control", *Experimental Techniques*, 27 mai 2020, ISSN: 1747-1567. DOI: 10.1007/s40799-020-00375-8 (cf. p. 45).
- [58] J. SLOTINE et W. LI. (1991). Applied nonlinear control, undefined (cf. p. 55).
- [59] W. GAO, Y. WANG et A. HOMAIFA, "Discrete-time variable structure control systems", *IEEE transactions on Industrial Electronics*, t. 42, n° 2, p. 117-122, 1995, Publisher: IEEE (cf. p. 55).
- [60] A. LEVANT, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", *International journal of control*, t. 58, n° 6, p. 1247-1263, 1993, Publisher: Taylor & Francis (cf. p. 56).

- [61] 4/4-way servo solenoid directional control valves, directly operated, with electrical position feedback and on-board electronics (OBE) RE 29035/10.10 Replaces: 05.10 Type 4WRPEH 6 Bosch Rexroth AG (cf. p. 63).
- [62] IT-2000-63, Instruction Technique relative aux dispositions de sécurité dans les nouveaux tunnels routiers, annexée à la circulaire interministérielle n° 2000-63 du 25 août 2000 relative à la sécurité dans les tunnels du réseau routier national. 25 août 2000 (cf. p. 99).

# **Annexe**

# A. Mesure des déplacements à partir de capteurs à fils

Les positions de différents points de la sous-structure physique et du dispositif expérimental seront mesurées grâce à des capteurs à fils. Ces capteurs ne fournissent pas toujours une position exploitable directement pour l'essai hybride. En effet les valeurs mesurées correspondent à une distance par rapport à un point autour duquel le fil du capteur est libre de tourner.

#### A.1. Calcul de la position

Comme illustré figure A.1, on se place dans un repère en deux dimensions et on cherche à déterminer la position d'un point de la structure  $(x_{PS},y_{PS})$  à partir des mesures de deux capteurs de déplacements  $D_1$  et  $D_2$ . Les positions de ces capteurs sont respectivement  $(x_{D_1},y_{D_1})$  et  $(x_{D_2},y_{D_2})$  et on fait l'hypothèse qu'elles ne varient pas. Les valeurs mesurées par ces deux capteurs sont respectivement  $d_1$  et  $d_2$ .

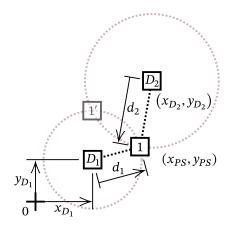


FIG. A.1.: Mesure d'une position à partir de capteurs à fils.

La position mesurée est donc l'intersection des cercles de centre  $(x_{D_1}, y_{D_1})$  et  $(x_{D_2}, y_{D_2})$  et de rayons  $d_1$  et  $d_2$ .

On a donc:

$$d_1^2 = (x_{PS} - x_{D_1})^2 + (y_{PS} - y_{D_1})^2$$
 (A.1)

$$d_2^2 = (x_{PS} - x_{D_2})^2 + (y_{PS} - y_{D_2})^2$$
(A.2)

On prend:

$$x = x_{PS} - x_{D_1}$$

$$y = y_{PS} - y_{D_1}$$

$$x_D = x_{D_2} - x_{D_1}$$

$$y_D = y_{D_2} - y_{D_1}$$

On a donc avec les équations A.1 et A.2 :

$$d_1^2 = x^2 + y^2 \tag{A.3}$$

$$d_2^2 = (x - x_D)^2 + (y - y_D)^2 \tag{A.4}$$

En soustrayant (A.3) - (A.4):

$$\begin{aligned} d_1^2 - d_2^2 &= x^2 + y^2 - (x - x_D)^2 - (y - y_D)^2 \\ d_1^2 - d_2^2 &= x^2 + y^2 - x^2 - x_D^2 + 2 \cdot x \cdot x_D - y^2 - y_D^2 + 2 \cdot y \cdot y_D \end{aligned}$$

$$d_1^2 - d_2^2 = -x_D^2 + 2 \cdot x \cdot x_D - y_D^2 + 2 \cdot y \cdot y_D$$

On a alors deux possibilités : exprimer x = f(y) ou y = f(x) :

$$\frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot x_D \cdot x}{2 \cdot y_D} = y \tag{A.5}$$

$$\frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot y_D \cdot y}{2 \cdot x_D} = x \tag{A.6}$$

On a alors deux façons de résoudre le problème. Afin d'éviter les singularités créées par les diviseurs  $x_D$  et  $y_D$ , on choisit de résoudre l'équation en continuant avec l'équation A.5 quand  $|y_D| \geqslant |x_D|$  et l'équation A.6 sinon. Il reste le cas où  $x_D = y_D = 0$  qui n'est pas pris en compte, car cela reviendrait à placer les deux capteurs au même endroit (ce qui évidemment est proscrit expérimentalement).

1. Dans le cas  $|y_D| \ge |x_D|$ , en combinant donc A.3 avec A.5 :

$$d_1^2 = x^2 + \left(\frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{2 \cdot y_D}\right)^2 + \left(\frac{x_D}{y_D}\right)^2 \cdot x^2 - \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{y_D} \cdot \frac{x_D}{y_D} \cdot x$$

$$\left(1 + \left(\frac{x_D}{y_D}\right)^2\right) \cdot x^2 - \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{y_D} \cdot \frac{x_D}{y_D} \cdot x + \left(\frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{2 \cdot y_D}\right)^2 - d_1^2 = 0$$

On définit alors:

$$a_{x} = 1 + \left(\frac{x_{D}}{y_{D}}\right)^{2}$$

$$b_{x} = -\frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2}}{y_{D}} \cdot \frac{x_{D}}{y_{D}}$$

$$c_{x} = \left(\frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2}}{2 \cdot y_{D}}\right)^{2} - d_{1}^{2}$$

$$a_{x} \cdot x^{2} + b_{x} \cdot x + c_{x} = 0$$

$$x = \frac{-b_{x} \pm \sqrt{b_{x}^{2} - 4 \cdot a_{x} \cdot c_{x}}}{2 \cdot a_{x}}$$

$$y = \frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2} - 2 \cdot x_{D} \cdot x}{2 \cdot y_{D}}$$

On note alors:

$$x_{x,1} = \frac{-b_x + \sqrt{b_x^2 - 4 \cdot a_x \cdot c_x}}{2 \cdot a_x}$$

$$y_{x,1} = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot x_D \cdot x_{x,1}}{2 \cdot y_D}$$

$$x_{x,2} = \frac{-b_x - \sqrt{b_x^2 - 4 \cdot a_x \cdot c_x}}{2 \cdot a_x}$$

$$y_{x,2} = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot x_D \cdot x_{x,2}}{2 \cdot y_D}$$

Dans ce cas, les solutions sont donc :

$$\begin{cases} (x_{PS,x,1},y_{PS,x,1}) = (x_{x,1} + x_{D_1},y_{x,1} + y_{D_1}) \\ (x_{PS,x,2},y_{PS,x,2}) = (x_{x,2} + x_{D_1},y_{x,2} + y_{D_1}) \end{cases}$$

2. De manière similaire dans le cas  $|x_D| \ge |y_D|$ , en combinant l'équation A.3 avec l'équation A.6 :

$$d_1^2 = x^2 + y^2$$

$$\left(1 + \left(\frac{y_D}{x_D}\right)^2\right) \cdot y^2 - 2 \cdot \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{2 \cdot x_D} \cdot \frac{y_D}{x_D} \cdot y + \left(\frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2}{2 \cdot x_D}\right)^2 - d_1^2 = 0$$

On définit alors:

$$a_{y} = 1 + \left(\frac{y_{D}}{x_{D}}\right)^{2}$$

$$b_{y} = -\frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2}}{x_{D}} \cdot \frac{y_{D}}{x_{D}}$$

$$c_{y} = \left(\frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2}}{2 \cdot x_{D}}\right)^{2} - d_{1}^{2}$$

$$a_{x} \cdot y^{2} + b_{x} \cdot y + c_{x} = 0$$

$$y = \frac{-b_{y} \pm \sqrt{b_{y}^{2} - 4 \cdot a_{y} \cdot c_{y}}}{2 \cdot a_{y}}$$

$$x = \frac{d_{1}^{2} - d_{2}^{2} + x_{D}^{2} + y_{D}^{2} - 2 \cdot y_{D} \cdot y}{2 \cdot x_{D}}$$

On note alors:

$$y_{y,1} = \frac{-b_y + \sqrt{b_y^2 - 4 \cdot a_y \cdot c_y}}{2 \cdot a_y}$$

$$x_{y,1} = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot y_D \cdot y_{y,1}}{2 \cdot x_D}$$

$$y_{y,2} = \frac{-b_y - \sqrt{b_y^2 - 4 \cdot a_y \cdot c_y}}{2 \cdot a_y}$$

$$x_{y,2} = \frac{d_1^2 - d_2^2 + x_D^2 + y_D^2 - 2 \cdot y_D \cdot y_{y,2}}{2 \cdot x_D}$$

Dans ce cas, les solutions sont donc :

$$\begin{cases} (x_{PS, y, 1}, y_{PS, y, 1}) = (x_{y, 1} + x_{D_1}, y_{y, 1} + y_{D_1}) \\ (x_{PS, y, 2}, y_{PS, y, 2}) = (x_{y, 2} + x_{D_1}, y_{y, 2} + y_{D_1}) \end{cases}$$

Le système n'est cependant pas résolu car deux solutions sont possibles. Pour lever cette indétermination, l'ajout d'un autre capteur dans ce seul but est vu comme un gaspillage de ressources, il sera donc demandé à l'expérimentateur de choisir une des deux solutions au début de l'expérience. De plus il faudra veiller à ce que les capteurs soient disposés de telle manière à ce que les points  $(x_{PS},y_{PS}), (x_{D_1},y_{D_1})$  et  $(x_{D_2},y_{D_2})$  ne soient jamais alignés au cours de l'essai. Cette situation aurait de toute façon des conséquences dramatiques sur la précision de la mesure , comme montré plus loin en A.3.

Les solutions sont alors :

$$(x_{PS}, y_{PS}) = \begin{cases} (x_{PS, x, 1}, y_{PS, x, 1}) & \text{si } |y_D| \ge |x_D| \\ (x_{PS, y, 2}, y_{PS, y, 2}) & \text{si } |x_D| \ge |y_D| \end{cases}$$
$$(x_{PS}, y_{PS}) = \begin{cases} (x_{PS, x, 2}, y_{PS, x, 2}) & \text{si } |y_D| \ge |x_D| \\ (x_{PS, y, 1}, y_{PS, y, 1}) & \text{si } |x_D| \ge |y_D| \end{cases}$$

(x)

ou

#### A.1.1. Application numérique

Nous assignons à la figure A.1 les valeurs numériques ci-dessous, reprises dans la figure A.2.

$$(x_{D_1}, y_{D_1}) = (15.11, 11.09)$$

$$(x_{D_2}, y_{D_2}) = (30.77, 31.94)$$

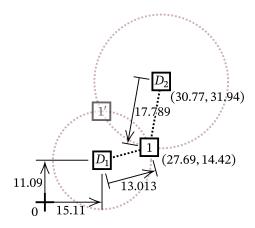


FIG. A.2.: Mesure d'une position à partir de capteurs à fils, application numérique.

$$d_1 = 13.013$$

$$d_2 = 17.789$$

Nous obtenons alors:

$$(x_{1,PS},y_{1,PS}) = (27.69,14.42)$$

Dans ce cas la solution est  $(x_{1,PS},y_{1,PS}) = (x_{PS,x,1},y_{PS,x,1})$  et le restera si le point mesuré ne passe jamais au delà de l'alignement des deux capteurs.

## A.2. Calcul du déplacement

L'hypothèse est de définir arbitrairement que la compatibilité est vérifiée pour une position à un instant donnée de la PS et de la NS. Les déformations induites par le poids propre de la PS seront considérées négligeables et non prises en compte à ce moment (possiblement supérieures aux imperfections géométriques de la PS).

Les déplacements de la PS sont la distance à une position d'origine  $(x_{PS},y_{PS})$ . On fait l'hypothèse que les positions des capteurs de déplacements  $(x_{D_1},y_{D_1})$  et  $(x_{D_2},y_{D_2})$  sont constantes. La procédure suivante est donc implémentée :

- 1. Définition des zéros des capteurs pour les faire correspondre  ${\rm aux}d_1$  et  $d_2$  de l'installation réelle.
- 2. Mesure des positions  $(x_{D_1}, y_{D_1})$  et  $(x_{D_2}, y_{D_2})$
- 3. Calcul de la position d'origine  $(x_{PS}, y_{PS})$

4. Durant l'essai le déplacement mesuré sera  $(x'_{PS} - x_{PS}, y'_{PS} - y_{PS})$  avec  $(x'_{PS}, y'_{PS})$  la position mesurée.

Cette solution sera utilisée pour les essais hybrides réels. Lors des expérimentations de vérification à température ambiante (chapitre 4), la position n'est mesurée qu'à partir d'un seul capteur à fil.

#### A.3. Précision de la mesure

L'incertitude de mesure dépend de l'angle formé par les fils respectifs des deux capteurs. Lorsque celui-ci est proche de 90°, la précision de la position est similaire de celle des capteurs à fils. Plus l'angle se rapproche de 180°, plus la précision se dégrade comme illustré figure A.3.

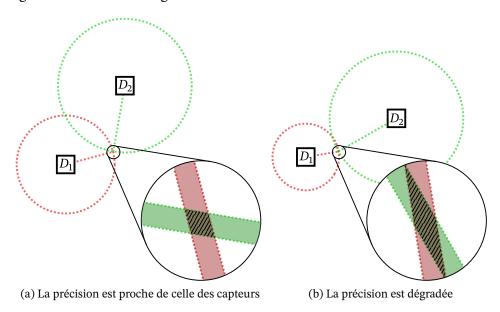


FIG. A.3. : Précision de la mesure de la position par capteur à fils. La zone rouge représente l'incertitude du capteur  $D_1$ , la zone verte représente l'incertitude du capteur  $D_2$ , la zone hachurée représente l'incertitude la mesure.