



HAL
open science

Modélisation et commande de systèmes à bobines mobiles : application à la nage de robots magnétiques

Maxime Etievant

► To cite this version:

Maxime Etievant. Modélisation et commande de systèmes à bobines mobiles : application à la nage de robots magnétiques. Automatique / Robotique. Université Bourgogne Franche-Comté, 2021. Français. NNT : 2021UBFCD034 . tel-03611879

HAL Id: tel-03611879

<https://theses.hal.science/tel-03611879v1>

Submitted on 17 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE DE DOCTORAT DE L'ETABLISSEMENT UNIVERSITE BOURGOGNE FRANCHE-COMTE

PREPAREE A L'INSTITUT FEMTO-ST

Ecole doctorale n° 37

Sciences Pour l'Ingénieur et Microtechniques

Doctorat de robotique

Par Maxime ETIEVANT

Modélisation et commande de systèmes à bobines mobiles : application à la nage de robots magnétiques

Thèse présentée et soutenue à Besançon, le 20/07/2021

Composition du Jury :

Karim BELHARET	Enseignant chercheur à HEI Campus Centre, PRISME	Rapporteur
Arnaud HUBERT	Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne, LEC	Rapporteur
Laëtitia GIRALDI	Chargée de recherche à l'INRIA, INRIA Sophia-Antipolis	Examinatrice
Belhassen-Chedli BOUZGARROU	Professeur à Sigma-Clermont, Institut Pascal	Examineur
Nicolas ANDREFF	Professeur à l'Université de Bourgogne Franche-Comté, FEMTO-ST	Directeur
Stéphane REGNIER	Professeur à Sorbonne Université, ISIR	Codirecteur
Aude BOLOPION	Chargée de recherche au CNRS, FEMTO-ST	Encadrante
François MARIONNET	Ingénieur de recherche, FEMTO-ST	Invité
Olivier LEHMANN	Ingénieur de recherche, FEMTO-ST	Invité

SOMMAIRE

1	Actionnement sans contact magnétique en milieu liquide	5
1.1	Manipulation sans contact en milieu liquide	6
1.1.1	La microfluidique : Contexte et enjeux	6
1.1.2	Méthode de manipulation sans contact	8
1.1.3	Comparaison des différentes méthodes d'actionnement	13
1.2	Système de manipulation magnétique	13
1.2.1	Risques et sécurité	14
1.2.2	Stratégies de déplacement	15
1.2.3	Systèmes d'actionnement magnétique	20
1.3	Objectifs et approche retenue	26
2	Modélisation du champ magnétique	31
2.1	Cadre de l'étude	32
2.1.1	Notations mathématiques	32
2.1.2	Modélisation du système	33
2.2	Comparaison des modélisations classiques	35
2.2.1	Analyse des méthodes cartographiques	36
2.2.2	Analyse des méthodes analytiques	37
2.2.3	Discussion et synthèse des différentes approches	43
2.3	Modèle adapté à la commande	48
2.3.1	Calcul du champ magnétique	49
2.3.2	Calcul des dérivées spatiales du champ	56
2.3.3	Comparaison avec les approches classiques	58
2.4	Conclusion	59
3	Commande et conception d'un système à bobines mobiles	61
3.1	Modèle magnétique différentiel direct du système	62
3.1.1	Linéarisation du champ magnétique	63
3.1.2	Linéarisation de la force	67
3.1.3	Système linéarisé	70

3.1.4	Commande	71
3.2	Conception d'un système de manipulation	72
3.2.1	Synthèse structurale	72
3.2.2	Manipulabilité magnétique	74
3.3	Conclusion	83
4	Développement d'une plateforme de manipulation magnétique	85
4.1	Plateforme d'actionnement magnétique polyvalente	86
4.1.1	Dispositif de manipulation	86
4.1.2	Dimensionnement des bobines	87
4.1.3	Aperçu de la plateforme développée	91
4.2	Architecture logicielle	93
4.2.1	Enjeux	93
4.2.2	Programmation orientée objet pour l'actionnement magnétique . . .	95
4.2.3	Construction de l'architecture logicielle	96
4.2.4	Exemples	98
4.3	Étalonnage du système	102
4.3.1	Principe général	103
4.3.2	Application numérique	104
4.4	Conclusion	107
5	Conclusion et perspectives	109
I	Annexes	123
A	Détermination du gradient du champ magnétique	125
B	Création de robots hélicoïdaux millimétriques	129

TABLE DES FIGURES

1	Concept du projet ANR MULTIFLAG pour la nage de microrobot en milieu liquide.	2
1.1	Pince hydrodynamique [Liu et al., 2018]	9
1.2	Déplacement d'un objet microscopique en boucle ouverte par l'intermédiaire de bulles à l'aide de courants de convection [Rahman, 2018]. Dans les images, la barre d'échelle représente $150\mu\text{m}$ et le temps est indiqué en minutes et en secondes.	10
1.3	Séparation de particules en utilisant des ondes acoustiques de faible longueur d'onde [Collins et al., 2015]. Les images représentent respectivement l'étape initiale où les billes sont désordonnées, l'application de l'onde acoustique permettant d'organiser l'ensemble et le résultat après enlèvement des billes en surplus. Pour éviter que plusieurs particules ne s'agglomèrent sur un même noeud de pression, le champ acoustique est biaisé dans une direction, ce qui a pour effet de créer un rampe crénelée (voir encadré).	11
1.4	Utilisation de pinces optiques pour piéger 3 particules permettant de déplacer un objet de forme complexe [Cheah et al., 2016]. L'opération a une durée totale de 8s et les particules déplacées ont un diamètre de $5\mu\text{m}$. . .	12
1.5	Principe d'une pince de micro-assemblage actionnée par champs magnétiques [Xu et al., 2019]. La barre d'échelle représente une longueur de 2mm.	17
1.6	(a) Représentation schématique d'un nageur hélicoïdal dont la tête est aimantée de manière orthogonale au corps de l'hélice [Peyer et al., 2013]. (b) Déplacement d'un robot hélicoïdal au cours du temps avec compensation de la sédimentation [Mahoney et al., 2011]	18
1.7	Utilisation de robots à double hélices dont le comportement dépend de la fréquence du champ magnétique tournant [Giltinan et al., 2020]. Dans les images, le robot situé au dessus avance lorsque la fréquence est de 4Hz et recule pour une fréquence de 7Hz. Le robot situé en dessous reste stationnaire à 4Hz mais se déplace à 7Hz. (a)	19
1.8	Illustration du comportement d'un robot flexible capable de nager, ramper et sauter [Hu et al., 2018].	20
1.9	Champ produit par les systèmes de Helmholtz et Maxwell. Les flèches représentent le champ magnétique résultant du système tandis que la carte de couleur correspond à la norme du champ généré. Les symboles blancs représentent le sens du courant électrique.	22

1.10	Simulation numérique du système de manipulation à deux aimants permanents créant deux points d'équilibre magnétique nommé L_1 et L_2 [Amokrane et al., 2017]. Dans cette illustration, le champ magnétique résultant est représenté par les flèches blanches et l'interaction entre les aimants est représenté par les nuances de couleurs.	24
2.1	Paramètres d'un point \mathbf{p} repéré en coordonnées sphériques par rapport à une spire de courant de rayon a située dans le plan xy , centrée en \mathbf{o}	37
2.2	Modélisation d'une bobine par l'approximation du dipôle. La Figure 2.2(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.2(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.	38
2.3	Orientation du champ magnétique généré au sein de la bobine, zone représentée par un rectangle noir dans l'insert représentant la vue globale. .	39
2.4	Modélisation d'une bobine par fonctions intégrales elliptiques. La Figure 2.4(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.4(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.	41
2.5	Modélisation d'une bobine par fonctions intégrales elliptiques prolongées. La Figure 2.5(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.5(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.	42
2.6	Représentation du champ magnétique généré par une bobine. La zone en pointillé représente la zone d'intérêt pour la manipulation magnétique. . . .	43
2.7	a) Erreur relative entre la norme du champ magnétique calculé par le modèle du dipôle et celle obtenue par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 50, 100, 150, 200, 250 et 300% tandis que les lignes en pointillés représentent un écart de 1000 et 10000%. b) Erreur relative entre l'angle du champ magnétique calculé par le modèle du dipôle et celui obtenu par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 5, 10, 20, 30, 45 et 90°.	45
2.8	a) Erreur relative entre la norme du champ magnétique calculé par le modèle intégral elliptique et celle obtenue par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 1.5, 2.0, 2.5 et 3.0% b) Erreur relative entre l'angle du champ magnétique calculé par le modèle intégral elliptique et celui obtenu par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 5, 10, 20, 30, 45 et 90°.	46
2.9	Schéma de principe du calcul du champ magnétique en un point à partir des modélisations dérivant du calcul du potentiel vecteur magnétique. . . .	48
2.10	Illustration des zones délimitées par la fonction $k(r, \theta) = C$ où C est une constante. Cette fonction est utilisée pour déterminer l'espace sur lequel le champ magnétique a besoin d'être prolongé. Les lignes continue noire, pointillé noire, continue rouge et pointillé rouge représentent respectivement la valeur $k = 0.03, 0.3, 0.6$ et 0.9	54

3.1	Exemple de déformation d'une boule unitaire définie par différentes normes dans le cas d'un robot à deux degrés de liberté. Les figures de la colonne de gauche représentent la boule définie dans l'espace articulaire et les figures de la colonnes de droite représentent le résultat obtenu après transformation. La transformation est identique dans les trois cas. Dans la figure 3.1(a) la boule est définie pour la norme 1, dans la figure 3.1(b) pour la norme 2 et figure 3.1(c) pour la norme infinie.	77
3.2	Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système plan composé de deux bobines identiques calculé en un point \mathbf{p} . La surface grise représente le zonotope E_B obtenu pour un courant $\pm i_{max}$, le cercle vert représente la boule de Chebyshev tandis que le cercle noir représente le champ magnétique requis b_{min} . Dans (a), le système est en mesure d'actionner un robot au point \mathbf{p} dans toutes les directions alors que le système illustré en (b) ne le permet pas.	79
3.3	Système de manipulation magnétique plan composé de trois bobines identiques utilisé pour illustrer l'indice de manipulabilité développé. Dans cette simulation le champ magnétique produit par chaque bobine est représenté par des flèches de couleur.	80
3.4	Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système plan composé de trois bobines identiques calculé en un point \mathbf{p} arbitraire pour deux configurations du système. La configuration du système est donné en haut à droite de chaque image, le disque gris représente le champ magnétique requis b_{min} , le polygone gris représente le zonotope E_B obtenu pour un courant $\pm i_{max}$ et le disque coloré représente la boule de Chebyshev. Dans le cas (a), le système n'est pas en mesure d'actionner un robot au point \mathbf{p} alors que le système illustré en (b) le permet.	80
3.5	Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système de type Octomag. (a) Vue isométrique de la construction. (b) Vue de la construction dans le plan xy	81
3.6	a) Photographie du nageur flexible utilisé pour la caractérisation. b) Vitesse de propulsion développée par le nageur flexible pour différents champ magnétiques à une fréquence de 1Hz.	82
3.7	Cartes de manipulabilité obtenues pour différentes configurations du système.	83
4.1	Représentation schématique des paramètres utilisés pour le dimensionnement d'une bobine. Dans cette représentation, $N_r = 9$ et $N_a = 16$	88
4.2	Évolution du champ magnétique produit par une spire à en fonction de son rayon en un point éloigné de 15cm. Une bobine étant composée de plusieurs couches de spires disposées selon son axe, leur influence diminue à mesure que le décalage dz est important. Les différentes courbes représentent l'influence de plusieurs strates de spires pour un diamètre de fil de 1mm.	91
4.3	Aperçu des différents composants du dispositif expérimental. (a) Vue générale. (b) Vue rapprochée.	92

4.4	Principe de la manipulation magnétique en boucle fermée	93
4.5	Schéma bloc de suivi de chemin d'un nageur hélicoïdal actionné par un système de Helmholtz [Oulmas, 2018].	94
4.6	Schéma bloc de suivi de trajectoire d'une capsule actionnée par un système à bobines mobiles.	94
4.7	Architecture de la classe "solide" et de ses classes filles.	97
4.8	Architecture de la classe "système d'actionnement" et de ses classes filles.	97
4.9	Architecture de la classe "pilote materiel" et de ses classes filles.	98
4.10	Principe général d'étalonnage d'un système de manipulation magnétique	102
4.11	Représentation schématique de la convention d'axes utilisée pour les repères utilisés pour l'étalonnage.	105
4.12	Illustration du champ magnétique produit par une bobine avant étalonnage. L'image de gauche donne le champ mesuré ramené dans le repère de la bobine tandis que l'image de droite donne le champ calculé par le modèle en ces même points.	106
4.13	Illustration du champ magnétique produit par une bobine dont le modèle a été étalonné. L'image de gauche donne le champ mesuré ramené dans le repère de la bobine tandis que l'image de droite donne le champ calculé en ces même points.	107
5.1	Hélice de $1780\mu\text{m}$ de long et de diamètre $170\mu\text{m}$ solidarisée sur une pointe de touche avant insertion du fil de fer.	111
B.1	Modèle 3D d'un robot hélicoïdal constitué d'une structure hélicoïdale comportant une tête où un élément ferromagnétique (en rose) est inséré [Oulmas, 2018].	129
B.2	Découpe de fil	130
B.3	Vue microscopique des morceaux de fils libérés.	130
B.4	Montage pour l'extraction	131
B.5	Collage de l'hélice	131
B.6	Extraction de l'hélice	132
B.7	Hélice extraite	132
B.8	Renforcement	133
B.9	Insertion	134
B.10	Appui	134
B.11	Resultat	135
B.12	Coloration de l'hélice	136
B.13	Nettoyage de la rainure	136
B.14	Retrait du fil de fer de la tête de l'hélice.	137

LISTE DES TABLES

1.1	Propriétés physiques de quelques fluides	8
1.2	Récapitulatif des principales méthodes d'actionnement en milieu liquide . .	13
1.3	Ordre de grandeur de l'intensité magnétique pour différents environnements	15
1.4	Synthèse des avantages et inconvénients offerts par chaque catégorie de système d'actionnement magnétique.	26
1.5	Aperçu des différents travaux de manipulation magnétique. Les lignes bleutées correspondent à des travaux portant sur des nageurs hélicoïdaux, les lignes vertes à la nage grâce à un robot souple et enfin les références orangées s'intéressent à la manipulation par gradient magnétique. La notation Sp correspond au nombre de sperme introduit dans [Dreyfus et al., 2005]. Pour les commandes en vitesses, les performances sont données en vitesse absolue et rapportée à la taille du robot (BL/s de l'anglais <i>Body length per second</i>), tandis que l'erreur de positionnement est donnée pour les commande en position.	29
2.1	Caractéristiques de la bobine utilisée pour illustrer la comparaison des modèles magnétiques.	35
2.2	Comparaison du temps de calcul du champ magnétique en un point selon les différents modèles magnétiques	46
2.3	Comparaison du temps de calcul du champ magnétique en un point selon les différents modèles magnétiques	58

NOMENCLATURE

Notations mathématiques

a	Notation scalaire
\mathbf{a}	Notation vectorielle
\mathbf{A}	Notation matricielle
${}^i\mathbf{T}_j$	Matrice de déplacement solide du repère i au repère j . Matrice de passage de la base j vers la base i
${}^i\mathbf{R}_j$	Matrice de rotation de la base i vers la base j
${}^i\mathbf{t}_j$	Vecteur de translation de la base i vers la base j
$\tilde{\mathbf{a}}$	Notation d'un vecteur en coordonnées homogènes. $\tilde{\mathbf{a}} = (\mathbf{a}^T \ 0)^T$
$\tilde{\mathbf{p}}$	Notation pour un point P défini dans l'espace par sa position \mathbf{p} , exprimé en coordonnées homogènes. $\tilde{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}^T \ 1)^T$
\wedge	Produit vectoriel
\cdot	Produit scalaire
df	Opérateur différentiel appliqué à la fonction f
$\frac{\partial f}{\partial q}$	Dérivée partielle d'une fonction scalaire f par rapport à q
$\ \mathbf{a}\ $	Norme euclidienne du vecteur \mathbf{a}
∇a	Opérateur gradient appliqué à la fonction scalaire a
$\nabla \mathbf{a}$	Extension de l'opérateur gradient appliqué à la fonction vectorielle \mathbf{a}
$\nabla \cdot \mathbf{a}$	Opérateur de divergence
$(\mathbf{a} \cdot \nabla)$	Opérateur d'advection
$\nabla \wedge \mathbf{a}$	Opérateur rotationnel
\mathbb{I}_n	Matrice identité d'ordre n
\mathbf{O}_n	Matrice nulle d'ordre n
$\mathbb{I}_{i \times j}$	Matrice identité de taille i par j
$\mathbf{O}_{i \times j}$	Matrice nulle de taille i par j
$[\mathbf{a}]_\wedge$	Matrice anti-symétrique de pré-produit vectoriel
\mathbf{A}^\dagger	Pseudo-inverse de la matrice \mathbf{A}
$K(k)$	Intégrale elliptique complète de première espèce
$E(k)$	Intégrale elliptique complète de deuxième espèce

Symboles

\mathbf{u}^*	Valeur de consigne pour \mathbf{u}
$\hat{\mathbf{u}}$	Mesure ou estimation de \mathbf{u}
$\mathbf{u}_{ k}$	État de la variable \mathbf{u} à l'instant k

μ_0	Perméabilité magnétique du vide ($4\pi \cdot 10^{-7} \text{Tm/A}$)
\mathbf{i}	Vecteur de courant
i_n	Courant circulant dans la bobine n
ρ	Densité du fluide
$\mathbf{\Omega}$	Vecteur vitesse de rotation
\mathbf{v}	Vecteur vitesse de translation
p	Pression
t	Temps

REMERCIEMENTS

Je souhaite en premier lieu remercier mes directeurs de thèse, Nicolas ANDREFF et Stéphane REGNIER pour la confiance qu'ils m'ont témoignée, pour leur culture scientifique, leurs conseils et surtout leur rigueur, notamment leur réserve à utiliser des anglicismes qu'ils m'ont transmise.

Je désire grandement remercier Aude BOLOPION de m'avoir accompagné au jour le jour lors de ce projet. Au-delà de son rôle d'encadrante, elle représente aujourd'hui un idéal professionnel vers lequel j'aimerais tendre. Ses remarques, son ouverture d'esprit, sa franchise, son humour et ses nombreuses autres qualités m'ont permis de m'améliorer et je lui en suis extrêmement reconnaissant.

Je tiens également à remercier Karim BELHARET et Arnaud HUBERT, rapporteurs de ces travaux, pour leurs retours pertinents sur ce manuscrit. Merci également à Laëtitia GIRALDI et Chedli BOUZGARROU, examinateurs, pour leur bienveillance. Je tiens à l'assurer de ma profonde reconnaissance à Olivier LEHMANN et François MARIONNET, membres invités et ingénieurs sur ce projet, pour leur apport durant ces travaux.

L'ambiance au sein du laboratoire est également un facteur important de la réussite d'un travail. Je tiens donc à remercier chaleureusement Cédric GIRERD, Thomas SCHLINQUER, Benjamin MAUZE, Romain CATRY, Quentin PEYRON et Hugo DAGUERRE, mes collègues et surtout mes amis, pour les nombreux échanges que nous avons pu avoir, pour le temps qu'ils ont consacré à répondre à mes questions farfelues et pour avoir participé à faire des moments passés au laboratoire, de bons moments.

Merci également à Alice, Amandine, Mélanie, Raphaël, Romain, Salomé et Sandra qui ont toujours été là pour moi. Ils m'ont permis d'oublier le travail le temps d'un repas, d'une soirée ou encore d'un week-end.

A titre plus personnel, je remercie chaleureusement Mélissa, pour sa grande patience, la confiance qu'elle m'a témoignée et dont elle a fait preuve de manière ininterrompue. Je remercie également ma famille pour son soutien inconditionnel et avoir fait de moi la personne que je suis aujourd'hui.

Finalement, un grand merci à toutes celles et ceux qui n'ont pas leur nom figuré dans ces quelques lignes, mais qui ont, d'une manière ou d'une autre participé à cette aventure.

CONTEXTE ET POSITIONNEMENT

Le domaine de la micro-robotique peut être défini comme la modélisation, la conception, la fabrication et la commande de systèmes robotiques dont la taille est comprise entre 1mm et 1 μ m et/ou la manipulation robotisée d'objets dont les dimensions caractéristiques ont le même ordre de grandeur [Abbott et al., 2007].

Or, l'appréhension de cette discipline ne peut s'effectuer par simple transposition des systèmes existants à l'échelle macroscopique. En effet, à mesure que l'échelle de taille diminue (objet de longueur caractéristique L), les forces linéiques ($\propto L$) et surfaciques ($\propto L^2$) prennent le pas sur les forces dites volumiques ($\propto L^3$) [Chaillet et al., 2013]. Ainsi, les phénomènes physiques prépondérants à notre échelle tels que le poids ou l'inertie deviennent moins influents au regard des forces visqueuses ou d'adhésion [Purcell, 1977]. De plus, les méthodes de fabrication traditionnelles deviennent souvent irréalisables d'où le besoin de nouvelles approches dans la conception, la modélisation, la fabrication et la commande de tels micro-robots.

De nombreux travaux s'intéressent à la micromanipulation d'objets et ce, dans différents environnements tels que dans l'air, le vide, le liquide ou encore à l'interface entre deux fluides.

Lors de la manipulation dans l'air ou dans le vide, des préhenseurs par contact sont très largement utilisés, que ce soit des micro-pinces, micro-pipettes ou encore des poutres en porte-à-faux (aussi appelées par sa dénomination anglaise, *cantilever*) [Yang et al., 2017]. Ces techniques permettent de déplacer de nombreux types d'objets et sont capables d'engendrer une force importante, souvent utilisée pour les micro-assemblages. Néanmoins, ces méthodes d'actionnement par contact souffrent de deux inconvénients majeurs. D'une part, comme les forces surfaciques et linéiques prennent le pas sur les efforts volumiques tel que le poids, ces principes sont perturbés par des phénomènes d'adhésion. Il est alors complexe de relâcher l'objet manipulé et des stratégies doivent être mises en oeuvre pour faciliter cette dépose [Chen et al., 2009, Abbott et al., 2007, Sitti, 2007]. D'autre part, de par leur faible inertie, les objets manipulés subissent des accélérations très importantes. De ce fait, la moindre perturbation peut mettre un objet en mouvement, le faisant généralement sortir de l'espace de travail. Pour pallier ce problème, certains travaux proposent notamment de déplacer des objets en environnement liquide. Or en milieu liquide, l'alimentation et le contrôle d'un préhenseur est particulièrement complexe. Par conséquent, un intérêt particulier est porté vers des solutions de manipulation sans contact.

Ces travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre du projet ANR MULTIFLAG qui intéresse à la conception et la commande de nouveaux systèmes micro-robotiques actionnés par champ magnétique pour des applications biomédicales en milieu liquide. Trois objectifs conjoints sont visés par le projet :

- la conception de micro-robots magnétiques à plusieurs flagelles dont les capacités de propulsion seraient optimisées dans des milieux très visqueux,
- la conception d'un système robotique innovant et reconfigurable, basé sur l'utili-

- la commande simultanée des micro-robots par le système dans des environnements fortement réduits.

Pour répondre à ces objectifs, le projet fédère trois laboratoires français : I-Cube à Strasbourg, ISIR à Paris et FEMTO-ST à Besançon. Les travaux développés dans ce manuscrit, co-dirigés entre l'institut FEMTO-ST et l'ISIR portent sur la commande redondante de systèmes magnétiques dans des environnements contraints. Ces deux laboratoires possèdent déjà une expertise reconnue dans ce domaine, notamment grâce aux travaux de Baptiste VERON et Ali OULMAS portant respectivement sur la manipulation de capsules endoscopiques à l'aide d'un système d'actionnement à bobines mobiles et la commande de robots nageurs actionnés à distance par un dispositif d'actionnement à bobines fixes. La figure 1 représente une vue d'artiste illustrant le projet MULTIFLAG pour la nage de microrobots dans le liquide cérébro-spinal.

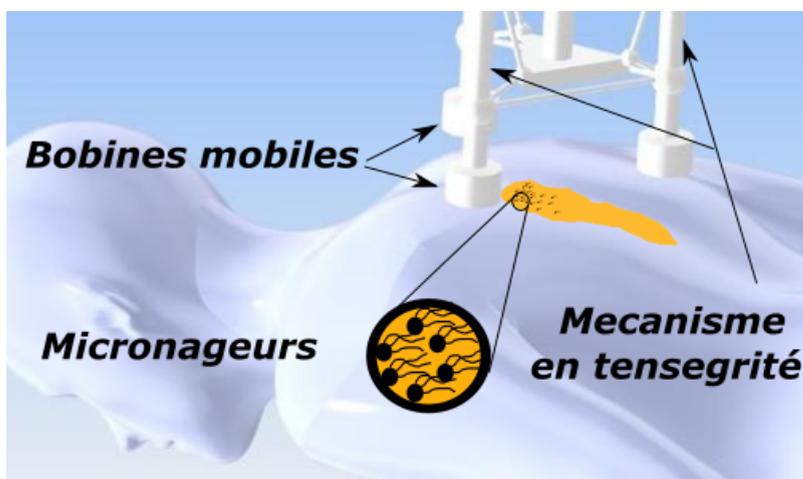


FIGURE 1 – Concept du projet ANR MULTIFLAG pour la nage de microrobot en milieu liquide.

Cette thèse propose d'adresser différentes problématiques liées à la manipulation magnétique au travers de trois objectifs principaux. Le premier consiste à définir un modèle mathématique adapté aux contraintes de commande permettant de déterminer le champ magnétique produit par un système d'actionnement magnétique. Le second consiste à prolonger les travaux de Baptiste VERON, portant sur la commande de systèmes manipulation magnétique à sources mobiles appliquée à un système plan, vers un environnement 3D. Pour aller dans ce sens, le troisième objectif repose sur le développement d'outils et de méthodes génériques pouvant être adaptés à tout type de système de manipulation magnétique. Une attention particulière est mise dans ces travaux afin de proposer une architecture logicielle polyvalente permettant de facilement les mettre en place.

La suite de ce document est organisée de la manière suivante :

Le chapitre 1 permettra de donner une vision d'ensemble de l'état de l'art dans le domaine de la micromanipulation en milieu liquide. A cette dimension, les objets à déplacer sont trop petits pour embarquer des actionneurs, des capteurs et surtout des sources d'énergie efficaces. Une alternative consiste alors à utiliser des capteurs externes déportés ainsi qu'un actionnement à distance. Plusieurs principes physiques sont alors ex-

exploitables pour manipuler à distance des objets de petite taille. Après avoir comparé les principales techniques d'actionnement à distance, une attention particulière sera portée à l'actionnement par champ magnétique. Ceci nous conduira à étudier différents systèmes de manipulation magnétique proposés dans la littérature scientifique ainsi que plusieurs stratégies de locomotion couramment utilisées pour se déplacer en milieu liquide.

Le chapitre 2 s'intéressera à la modélisation du champ magnétique produit par un système d'actionnement, pour des applications robotiques. Souhaitant un modèle pouvant être utilisé dans une commande en boucle fermée, celui-ci doit être à la fois rapide à calculer, mais également avoir un domaine de validité adapté à l'application visée. Une première partie sera consacrée à analyser puis comparer les différentes approches classiquement utilisées pour modéliser le comportement d'un ensemble de bobines. Il ressort de cette étude que ces approches sont peu adaptées puisqu'elles présentent des temps de calcul trop importants ou des domaines de validité trop restreints. Une seconde partie proposera d'adapter un modèle existant afin de le rendre compatible avec les contraintes de commande en boucle-fermée.

Le chapitre 3 s'appuiera sur les travaux de Baptiste VERON pour adresser la problématique de la commande des systèmes de manipulation magnétique. Afin d'être le plus générique possible, cette commande sera développée pour un système à bobines mobiles. En effet, l'analyse menée dans le chapitre 1 aura montré que les systèmes d'actionnement magnétique utilisent comme variables d'actionnement soit les courants électriques (systèmes à bobines fixes), soit des déplacements (systèmes à aimants mobiles) mais aussi la combinaison des deux (systèmes hybrides ou à bobines mobiles). Ainsi, l'étude développée permettra d'englober la pluralité des systèmes présents dans l'état de l'art. Par la suite, l'étude du comportement du système sera menée au travers d'une analyse de la manipulabilité magnétique. Bien que largement étudié dans le cadre de la robotique utilisant des bras manipulateurs, la notion de manipulabilité n'a que très peu été abordée dans le domaine de la manipulation magnétique. Après avoir transposé les métriques de manipulabilité classiques au domaine magnétique, un critère adapté à la manipulation de robots nageurs sera proposé.

Le chapitre 4 est consacré au développement d'une plate-forme de manipulation magnétique permettant de valider les différentes contributions de cette thèse. La conception de cette plateforme composée d'un ensemble de bobines disposées sur des bras manipulateurs UR3, d'une sonde magnétique et d'un module de commande fait l'objet d'une première partie. La deuxième partie s'intéressera à l'architecture logicielle développée lors de ces travaux. Enfin, la troisième partie de ce chapitre est dédiée à l'étalonnage de cette plateforme permettant de réaliser un premier pas vers la validation expérimentale de la commande proposée.

ACTIONNEMENT SANS CONTACT MAGNÉTIQUE EN MILIEU LIQUIDE

Sommaire

1.1 Manipulation sans contact en milieu liquide	6
1.1.1 La microfluidique : Contexte et enjeux	6
1.1.1.1 Équations de Navier-Stokes	6
1.1.1.2 Nombre de Reynolds et mouvements réciproques	7
1.1.2 Méthode de manipulation sans contact	8
1.1.2.1 Fluidique	9
1.1.2.2 Acoustophorèse	10
1.1.2.3 Champ électrique	10
1.1.2.4 Pincés optiques	11
1.1.2.5 Champ magnétique	12
1.1.3 Comparaison des différentes méthodes d'actionnement	13
1.2 Système de manipulation magnétique	13
1.2.1 Risques et sécurité	14
1.2.2 Stratégies de déplacement	15
1.2.2.1 Utilisation de gradients magnétiques	15
1.2.2.2 Nageurs hélicoïdaux	17
1.2.2.3 Nageurs flexibles	18
1.2.3 Systèmes d'actionnement magnétique	20
1.2.3.1 Systèmes à bobines fixes	20
1.2.3.2 Systèmes à aimants mobiles	23
1.2.3.3 Systèmes à bobines mobiles	25
1.2.3.4 Synthèse	25
1.3 Objectifs et approche retenue	26

Cette thèse s'inscrit dans le contexte général de la manipulation d'objets sans contact en milieu liquide qui aura vocation à adresser des applications biomédicales. À travers ce tout premier chapitre, l'objectif est de présenter le contexte et l'état de l'art des travaux scientifiques dans ce domaine. Pour cela, ce chapitre propose de passer en revue les principales techniques de manipulation sans contact en milieu liquide afin de mettre en lumière leurs avantages et limitations. Un accent particulier sera mis sur l'actionnement par champ magnétique au travers des différents objets manipulés et des plateformes d'actionnement, pour dresser un aperçu des différentes solutions proposées dans la littérature. Cette analyse de l'état de l'art permet de définir les objectifs de cette thèse, à

savoir de proposer des outils et des méthodes adaptés à la manipulation magnétique pour des systèmes d'actionnement à bobines mobiles.

1.1/ MANIPULATION SANS CONTACT EN MILIEU LIQUIDE

Cette thèse aborde la manipulation sans contact de robots en milieu liquide. De manière à contrôler le déplacement du robot, les phénomènes physiques induits par l'actionnement et l'environnement doivent être maîtrisés. C'est pourquoi, il est nécessaire d'étudier les phénomènes hydro-dynamiques mis en jeu dans de tels systèmes. Dans cette section, une mise en lumière des principes régissant la micro-fluidique sera effectuée. Ensuite, une étude des différents phénomènes physiques pouvant être utilisés pour l'actionnement à distance en milieu liquide sera menée pour déterminer la méthode la plus adaptée pour ces travaux.

1.1.1/ LA MICROFLUIDIQUE : CONTEXTE ET ENJEUX

1.1.1.1/ ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES

En mécanique des fluides, le comportement des liquides et des gaz est décrit par un modèle d'équations aux dérivées partielles non-linéaires appelé équations de Navier-Stokes. Aujourd'hui encore, la détermination d'une solution générale analytique de ce modèle reste un problème non résolu. Celui-ci est même classé par la fondation Clay parmi les « 7 problèmes mathématiques du millénaire ». Cette dernière promet 1 million de dollars à quiconque le résoudrait dans le cas général. Néanmoins, le modèle peut être simplifié sous réserve d'un certain nombre d'hypothèses. Dans le cas d'un fluide Newtonien¹ son expression est la suivante [Petit et al., 2012] [Tritton, 2012] :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{T} - \nabla p \end{cases} \quad (1.1)$$

avec ρ , \mathbf{v} et p respectivement la densité (kg/m^3), le vecteur vitesse (m/s) et la pression du fluide considéré (Pa), t le temps (s) et \mathbf{T} le tenseur de contrainte (Pa). On peut noter que la quantité $(\mathbf{v} \cdot \nabla)$ représente l'opérateur advection défini comme le produit scalaire du vecteur \mathbf{v} avec l'opérateur nabla ∇ , en coordonnées cartésiennes :

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (1.2)$$

La première formule du système 1.1, appelée équation de continuité, traduit le fait que la masse qui entre dans un volume est égale à celle qui en ressort (le terme de divergence) plus l'accumulation (ou la perte) de masse au sein du système. Dans le cas d'un fluide incompressible, cette équation peut être simplifiée par :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.3)$$

1. Fluide dont la viscosité est indépendante de la contrainte mécanique appliquée.

La seconde partie du modèle, appelée équation de mouvement, n'est autre que l'application du principe fondamental de la dynamique sur un fluide. Dans le cadre d'un fluide incompressible, en notant η la viscosité dynamique du fluide ($\text{Pa} \cdot \text{s}$) et \mathbf{f} la résultante des forces volumiques exercées, il vient :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f} - \nabla p \quad (1.4)$$

En étudiant la formule précédente, on peut noter que les termes $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$, $\eta \Delta \mathbf{v}$ et $-\nabla p$ correspondent respectivement à l'accélération convective, l'ensemble des forces visqueuses et l'ensemble des forces de pression appliquées au fluide.

L'équation de Navier-Stokes étant en mesure de traduire le comportement d'un fluide dans n'importe quelles conditions, une seconde quantité appelée nombre de Reynolds permet de préciser la nature de l'écoulement. L'intérêt de ce nombre réside dans le fait de pouvoir comparer différentes configurations d'écoulement de fluides.

1.1.1.2/ NOMBRE DE REYNOLDS ET MOUVEMENTS RÉCIPROQUES

En général, deux mécanismes de transport interviennent dans un fluide, les mouvements diffusifs et convectifs, associés respectivement aux forces d'inertie et aux forces visqueuses. Pour caractériser l'importance relative des deux mécanismes, Osborne Reynolds [Reynolds, 1883] introduit un ordre de grandeur appelé nombre de Reynolds R_e défini par le rapport adimensionnel :

$$R_e = \frac{\rho UL}{\eta} \quad (1.5)$$

avec U et L respectivement la vitesse (m/s) et la longueur caractéristique (m) mises en jeu lors du déplacement. Le tableau 1.1 regroupe les valeurs des caractéristiques des fluides couramment utilisés en microfluidique.

Lorsque ce ratio est très faible, on parle d'écoulement laminaire (car l'écoulement décrit différentes strates). Il en découle que deux particules de fluide voisines à un instant donné restent voisines aux instants suivants. Cela implique donc que le transport de chaleur ou de masse ne peut pas se faire dans une direction perpendiculaire à l'écoulement. À l'inverse, lorsque le nombre de Reynolds est grand ($R_e \gg 1$), on parle alors d'écoulement turbulent puisque le fluide ne semble pas posséder d'organisation spécifique.

Dans le micro-monde, par définition, les micro-objets ont une longueur caractéristique L très faible. De ce fait, l'environnement dans lequel ils évoluent possède un nombre de Reynolds faible ($R_e \ll 1$). Dans ce cas, le modèle de Navier-Stokes 1.1 tend à être indépendant du temps et est décrit par le modèle de Stokes qui, dans le cas d'un fluide incompressible devient :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \\ \eta \Delta \mathbf{v} = \nabla p \end{cases} \quad (1.6)$$

Ce nouveau modèle a la particularité d'être linéaire (puisque le terme inertiel non-linéaire a disparu) et indépendant du temps. Dans [Purcell, 1977], Purcell explique que dans un milieu à faible nombre de Reynolds, la vitesse d'un mouvement n'entre pas en jeu lors du déplacement dans un fluide Newtonien, seul compte le mouvement. Ainsi, lorsqu'une

séquence de mouvements est effectuée dans un sens puis en sens inverse, aucun déplacement global n'est réalisé. En effet, la séquence de mouvement effectuée en sens inverse compense l'effet de la séquence initiale. C'est pourquoi, il est essentiel d'effectuer une succession de mouvements ne se contrebalançant pas entre eux pour pouvoir nager. Ces animations sont alors dites «non-réciproques» [Taylor, 1951].

	Air à 20°C	Eau à 20°C	Glycerol à 20°C
ρ (kg/m ³)	1,205	998	1261
η (Pa · s)	$1,81 \cdot 10^{-5}$	$1,002 \cdot 10^{-3}$	1,49
$\nu = \eta/\rho$ (m ² /s)	$1,502 \cdot 10^{-5}$	$1,004 \cdot 10^{-6}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$

TABLE 1.1 – Propriétés physiques de quelques fluides

La nage d'un corps dans un milieu à faible nombre de Reynolds a fait l'objet de nombreuses analyses [Alouges et al., 2013, Berti et al., 2019]. Partant de l'étude de la nage d'un spermatozoïde au travers de la propagation des ondes planes d'amplitude faible et constante sur une corde infinie par Taylor en 1951 [Taylor, 1951], Gray et Hancock publient en 1955 une méthode appelée "Théorie des forces résistive" (de l'anglais "*Resistive Force Theory*") [Gray et al., 1955]. Cette méthode permet alors d'estimer les efforts mis en jeu lors de la nage de solides simples. Plus tard, cette théorie fût améliorée dans [Lighthill, 1976] afin de permettre de prendre en compte la forme du nageur jusqu'alors limitée à une sphère. Cette amélioration est parfois appelée théorie des corps allongés (de l'anglais "*Slender Body Theory*").

Pour ces travaux de thèse, on cherche à déplacer des micro-robots en milieu liquide à distance. Que se soit par application directe de force ou induite par l'utilisation de structures géométriques particulières (grâce à l'utilisation d'hélices ou de flagelles flexibles par exemple), les stratégies de déplacement en milieu liquide sont dépendantes du fluide et des principes physiques utilisés pour l'actionnement. C'est pourquoi la section suivante présente les principaux principes physiques utilisés en micro-robotique pour l'actionnement à distance. Par la suite, un comparatif sera dressé afin de déterminer le type d'actionnement adapté pour le cadre de ces travaux.

1.1.2/ MÉTHODE DE MANIPULATION SANS CONTACT

Pour se déplacer dans son environnement, un robot de taille réduite doit disposer d'un moyen de propulsion afin de générer un effort moteur. La littérature scientifique propose de nombreuses techniques d'actionnement permettant de déporter le moyen d'actionnement car, si la biodiversité a su trouver des solutions, l'Homme n'a pas (encore) développé une technologie suffisante pour doter des micro-nageurs de systèmes d'actionnement et de commande embarqués efficaces. Cet actionnement externe permet d'une part d'éviter les problèmes d'alimentation en milieu liquide des robots au moyen de câbles et permet également de pouvoir accéder à des zones difficiles. De plus, cet actionnement à distance permet de s'affranchir d'un système de stockage d'énergie, étant à la fois complexe à obtenir et peu viable énergétiquement à petite échelle (puisque l'énergie stockée est proportionnelle au volume de stockage) [Diller et al., 2016]).

Plusieurs techniques d'actionnement à distance sont alors utilisées. Parmi les plus courantes se trouvent l'actionnement par mise en mouvement du fluide, champs électriques, pinces optiques, ondes acoustiques ou encore par champs magnétiques.

[Zhang et al., 2019]. Le but de cette section est d'analyser les différents effets physiques sur lesquels repose l'actionnement sans contact afin de dresser leurs avantages mais également leurs limitations.

1.1.2.1/ FLUIDIQUE

Une des méthodes les plus intuitives pour déplacer un objet situé dans un milieu liquide consiste à mettre directement en mouvement le liquide. Pour cela, le fluide peut être manipulé à l'aide de pompes, d'objets en mouvement mais également être induit par échauffement local.

Une première approche consiste à mettre en mouvement le liquide localement à l'aide de pompes. En effet, en se servant de l'aspiration ou du refoulement d'un tel dispositif, il est possible de déplacer un objet. Dans [Leung et al., 2012], l'auteur propose d'utiliser une micro-pipette dont le flux peut induire la rotation d'un embryon de souris jusqu'à une vitesse angulaire de $22^\circ/s$. Pour pouvoir contrôler cette rotation, l'écoulement induit par la micro-pipette est effectué de manière laminaire (écoulement à faible nombre de Reynolds).

Une seconde méthode consiste à créer un vortex permettant de piéger l'objet à déplacer. Pour cela, une pince hydrodynamique est développée dans [Liu et al., 2018] à l'aide d'une micro-pipette mise en mouvement à l'aide d'un système d'actionnement composé d'un bras manipulateur et d'un actionneur piézoélectrique, comme illustré dans la Figure 1.1.

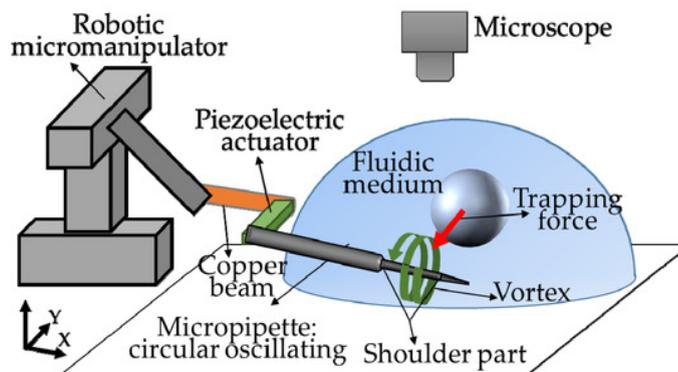


FIGURE 1.1 – Pince hydrodynamique [Liu et al., 2018]

Au-delà des méthodes de mise en mouvement direct du liquide à l'aide de pompes ou d'éléments piézoélectriques, il est également possible d'induire un déplacement de liquide par courants de convection à l'aide d'un échauffement local.

Dans [Terrazas Mallea et al., 2016], l'auteur se sert d'un laser pour échauffer localement une interface air/liquide, créant une modification des tensions de surface, déplaçant ainsi une sphère de $1000\mu\text{m}$ de diamètre jusqu'à 4mm/s . Dans [Hu et al., 2011], une bulle est piégée dans de l'huile de silicone et est déplacée en dirigeant un faisceau laser dans le liquide à proximité de la bulle. En effet le changement de température qui en résulte induit des gradients de tension superficielle et des effets Marangoni, qui entraînent le micro-robot. Dans [Takahashi et al., 2016], cette idée est reprise pour déplacer quatre bulles. Celles-ci sont utilisées pour piéger un objet et déplacer l'ensemble en boucle ouverte. Dans [Rahman et al., 2017] cette technique a été améliorée en implémentant une commande en boucle fermée. Ce principe est illustré dans la figure 1.2.

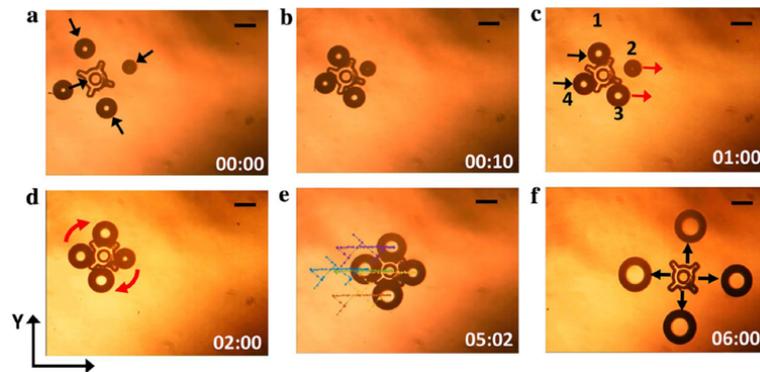


FIGURE 1.2 – Déplacement d'un objet microscopique en boucle ouverte par l'intermédiaire de bulles à l'aide de courants de convection [Rahman, 2018]. Dans les images, la barre d'échelle représente $150\mu\text{m}$ et le temps est indiqué en minutes et en secondes.

1.1.2.2/ ACOUSTOPHORÈSE

Une seconde manière de déplacer des objets à distance est d'utiliser directement une onde acoustique, en utilisant le fait qu'une onde mécanique qui se propage exerce une force sur tout objet rencontré. En utilisant une onde stationnaire, il est alors possible de piéger des objets aux différents nœuds de pression à l'aide de la force de radiation pouvant atteindre plusieurs micronewton [Wang et al., 2014].

Ce principe est utilisé dans [Collins et al., 2015] afin de séparer de manière organisée un grand nombre de cellules. Pour cela, des ondes acoustiques dont la longueur d'onde est de l'ordre de la taille des particules déplacées sont utilisées. La Figure 1.3 illustre cette opération pour des billes de $6.1\mu\text{m}$ de diamètre exposées à une onde dont la longueur d'onde vaut $21\mu\text{m}$. Cependant, les ondes acoustiques utilisées étant périodiques spatialement, elles ne permettent pas de déplacer une particule indépendamment de ses voisines, comme illustré dans la Figure 1.3. Pour pallier ce problème, plusieurs groupes de recherche proposent de remplacer les ondes stationnaires par des vortex acoustiques [Guo et al., 2016, Baresch et al., 2016, Samandari et al., 2017].

Les ondes acoustiques peuvent également être utilisées de manière indirecte. Dans [Ahmed et al., 2016], les ondes acoustiques sont utilisées pour mettre en mouvement la queue d'un micro-robot nageur flexible, induisant de ce fait la nage. Dans [Feng et al., 2016], ces ondes sont utilisées pour faire vibrer des bulles piégées à l'intérieur d'un micro-robot. En utilisant une onde acoustique de fréquence et d'amplitude suffisamment importante, il est possible de jouer sur le nombre de Reynolds et ainsi déformer la bulle pour créer un mouvement non-réciproque.

1.1.2.3/ CHAMP ÉLECTRIQUE

Pour manipuler sans contact un micro-objet, le champ électrique peut être utilisé. On distingue deux types d'actionnements, l'électrophorèse qui s'applique sur des objets chargés électriquement et la diélectrophorèse pouvant être utilisée sur des objets électriquement neutres mais polarisables.

L'électrophorèse s'appuie sur l'utilisation de champs électriques pour déplacer des particules chargées électriquement. Le principe consiste à soumettre un objet à un champ

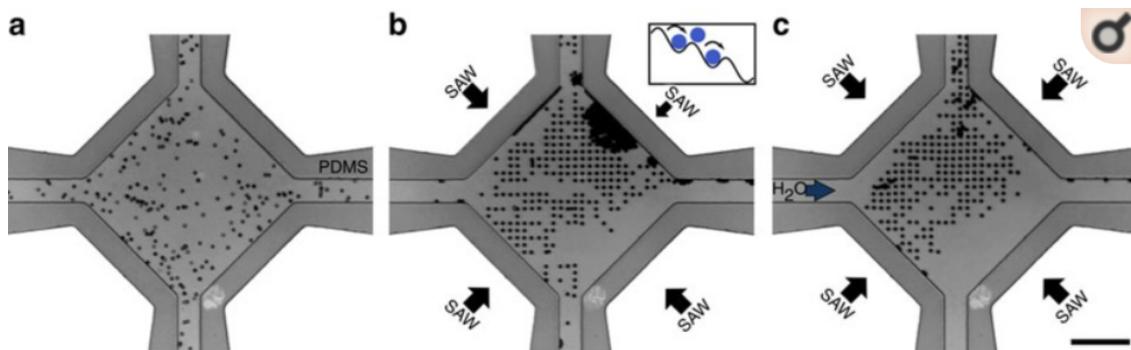


FIGURE 1.3 – Séparation de particules en utilisant des ondes acoustiques de faible longueur d'onde [Collins et al., 2015]. Les images représentent respectivement l'étape initiale où les billes sont désordonnées, l'application de l'onde acoustique permettant d'organiser l'ensemble et le résultat après enlèvement des billes en surplus. Pour éviter que plusieurs particules ne s'agglomèrent sur un même noeud de pression, le champ acoustique est biaisé dans une direction, ce qui a pour effet de créer un rampe crénelée (voir encadré).

électrique ce qui entraîne la migration de celui-ci. En appliquant un champ de fréquence faible sur des particules polarisées, les particules chargées subissent une force de Coulomb qui tend à les déplacer. Ce phénomène est notamment utilisé en chimie et en biologie afin de séparer différentes espèces ioniques [Van Pelt et al., 2011]. Cependant, l'utilisation d'objets chargés électriquement limite fortement l'utilisation de ce moyen d'actionnement pour la robotique, c'est pourquoi un intérêt grandissant est porté autour des techniques d'actionnement par diélectrophorèse.

La diélectrophorèse (D.E.P) consiste à déplacer un objet globalement électriquement neutre par l'intermédiaire d'un champ non-uniforme. En effet, lorsqu'une particule est soumise à un champ électrique, elle se polarise en surface. Or si le champ électrique appliqué varie en amplitude dans l'espace occupé par l'objet, celui-ci subit une force de Coulomb étant à la base du déplacement par diélectrophorèse. Les particules ainsi déplacées peuvent mesurer entre quelques nanomètres et plusieurs dizaines de micromètres [Zhang et al., 2019, Michálek et al., 2020].

1.1.2.4/ PINCES OPTIQUES

Pour déplacer des objets diélectriques de petites tailles (moins d'une centaine de micromètres), des faisceaux lasers focalisés peuvent être utilisés pour créer des pinces optiques (de l'anglais *optical tweezer*). Le principe ici est de piéger la particule en créant un point d'équilibre stable près du foyer du faisceau laser, puis de déplacer le piège. Deux mécanismes entrent en jeu dans ce dispositif dont l'importance dépend de la dimension de l'objet à manipuler. Lorsque la particule à déplacer est de petite taille en comparaison avec la longueur d'onde du laser, le laser a tendance à polariser la particule diélectrique. Celle-ci subit alors une force électrique qui l'attire vers les zones de forts gradients du champ électrique et donc vers le centre du faisceau. Pour les objets de grande taille en comparaison avec la longueur d'onde, l'effet électrique devient négligeable comparé aux effets optiques. En effet, dans ce cas de figure, l'objet subit majoritairement l'effet de la diffusion de la lumière qui génère une pression de radiation et de réfraction qui piège la particule au centre du faisceau.

Dans tous les cas, les forces en jeu sont de l'ordre de quelques piconewtons [Williams, 2002], ce qui est la principale limitation de cette technique. De plus, cette méthode est sensible aux perturbations thermiques et aux mouvements Brownien engendrés par l'échauffement du liquide et nécessite alors une compensation des efforts perturbateurs [Li et al., 2017, Zhang et al., 2019].

À l'aide du balayage d'un seul laser, il est alors possible de manipuler plusieurs objets indépendamment [Arai et al., 2004, Gerena et al., 2019]. Dans [Cheah et al., 2016] trois particules sont ainsi piégées et sont utilisées pour manipuler un objet en forme de cloche. La Figure 1.4 présente les différentes étapes de cette opération.

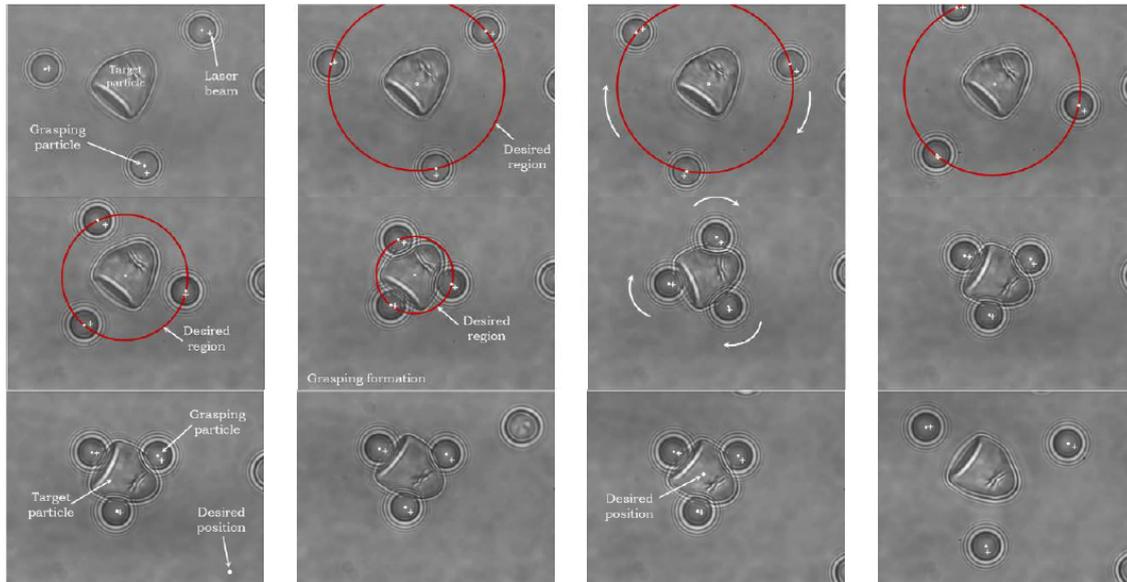


FIGURE 1.4 – Utilisation de pinces optiques pour piéger 3 particules permettant de déplacer un objet de forme complexe [Cheah et al., 2016]. L'opération a une durée totale de 8s et les particules déplacées ont un diamètre de $5\mu\text{m}$

1.1.2.5/ CHAMP MAGNÉTIQUE

La manipulation magnétique consiste à piloter le champ magnétique au sein d'un environnement à l'aide de bobines et/ou d'aimants permanents. Il est généralement admis que le corps humain est transparent vis à vis du champ magnétique et qu'il n'est pas affecté par celui-ci [Abbott et al., 2019]. Néanmoins, cette hypothèse sera toutefois nuancée dans la section 1.2.1

Lorsqu'un élément magnétique de moment dipolaire \mathbf{m} (exprimé en A/m) est plongé dans un champ magnétique quasi-statique \mathbf{b} (exprimé en T), celui-ci subit une force \mathbf{f} et un couple magnétique \mathbf{c} donnés par :

$$\mathbf{f} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{m} \wedge \mathbf{b} \quad (1.8)$$

Deux phénomènes entrent en jeu lors de la manipulation magnétique. D'une part le champ magnétique lui-même a tendance à créer un couple \mathbf{c} sur la particule magnétique qui tend à aligner son moment magnétique \mathbf{m} suivant les lignes de champ. D'autre part, la non-uniformité du champ magnétique engendre une force qui vise à déplacer

l'objet dans le sens du gradient.

Ainsi, pour déplacer un objet magnétique, le champ magnétique peut être soit variable dans l'espace, soit variable dans le temps. Dans le cas d'un champ magnétique variable dans l'espace, les robots sont déplacés à l'aide du gradient de champ magnétique tandis que lorsqu'un champ magnétique variable dans le temps est utilisé, le déplacement est induit par une structure particulière, comme la mise en rotation d'une structure hélicoïdale provoquant son déplacement.

L'ensemble de ces applications sera développée dans la section suivante.

1.1.3/ COMPARAISON DES DIFFÉRENTES MÉTHODES D'ACTIONNEMENT

Dans cette section, différents principes d'actionnement utilisés à l'échelle micrométrique ont été présentés. Ces derniers diffèrent de par le principe physique utilisé et n'ont donc pas les mêmes contraintes d'utilisation. Le tableau 1.2 synthétise les principales caractéristiques associées aux différents principes d'actionnement présentés précédemment. Les données fournies dans ce tableau représentent les valeurs usuelles même si de meilleures performances peuvent être obtenues pour des dispositifs optimisés en ce sens. De plus, la taille des objets est ici limitée à la plage micrométrique, qui est la taille d'intérêt dans ce document.

	Optique	Acoustique	D.E.P	Fludique	Magnétique
Propriété de l'objet	Non opaque		Diélectrique		Magnétique
Taille de l'objet (μm)	1 – 20	1 – 1000	1 – 100	1 – 1000	1 – 1000
Gamme de force	Très faible	Moyen	Faible	Moyen	Grand
Degrés de liberté	3 D	2.5 D	2.5 D	2.5 D	3 D
Champ d'action	Grand	Moyen	Faible	Grand	Grand

TABLE 1.2 – Récapitulatif des principales méthodes d'actionnement en milieu liquide

D'après le tableau 1.2, l'actionnement par champ magnétique semble particulièrement adapté pour des applications biomédicales.

En effet, celui-ci peut être utilisé tant dans des applications in-vitro qu'in-vivo contrairement à l'actionnement utilisant des principes optiques qui limite les applications potentielles au domaine in-vitro [Ceylan et al., 2017] ou in-vivo de surface (de l'ordre de quelques centimètres tout au plus) [Sitti et al., 2020]. De même l'actionnement par ondes acoustiques, diélectrophorèse ou déplacement de fluide est généralement limité aux applications 2D. C'est pourquoi le champ magnétique est exploité comme sources d'actionnement dans le reste de cette thèse.

1.2/ SYSTÈME DE MANIPULATION MAGNÉTIQUE

Le but de cette section est de présenter l'utilisation du champ magnétique dans le domaine de la robotique. Ces travaux ayant vocation à être utilisés pour des applications biomédicales, une première partie portera sur la sécurité d'utilisation et l'effet du champ magnétique sur le corps humain. La seconde section s'intéressera aux différentes stratégies de locomotion dans un milieu liquide à l'aide du champ magnétique développées

dans la littérature scientifique. Enfin, les différents systèmes d'actionnement permettant de générer le champ magnétique désiré seront passés en revue.

1.2.1/ RISQUES ET SÉCURITÉ

L'une des principales interrogations quant à l'utilisation de champs magnétiques pour la robotique biomédicale est sans nul doute liée à sa dangerosité potentielle. En effet dès 1976, il a été constaté que certains animaux, notamment l'abeille, étaient fortement influencés par le champ magnétique, allant jusqu'à altérer leur comportement (accès de violence, désorientation,...). C'est alors que se sont posés des questions d'ordre sanitaire sur son influence sur l'être humain. Cette interrogation soulevée depuis plus de 40 ans trouve une première réponse dans le rapport [Raoul, 2010].

Dans ce document, deux types de champs sont distingués ; d'une part les champs statiques (le champ magnétique terrestre par exemple) et d'autre part les champs pulsés (dont l'amplitude ou la direction varie au cours du temps). Dans le cadre de la robotique, la fréquence d'utilisation est généralement inférieure à 300Hz, ce qui les classe dans la catégorie des champs d'extrêmement basse fréquence. A titre d'exemple, d'après ce rapport, une exposition à des champs magnétiques statiques ou de très faible fréquence n'aurait pas d'impact sur la santé, sauf éventuellement pour trois pathologies : l'électrohypersensibilité, certaines maladies neurodégénératives ou encore les leucémies aiguës de l'enfant.

Pour l'électrohypersensibilité aucun lien de cause à effet n'a pu être établi pour l'instant. Pour autant cette pathologie étant encore mal comprise en 2021, cette piste est à prendre au sérieux.

Au sujet des maladies neurodégénératives, un lien de cause à effet est possible, notamment pour la maladie d'Alzheimer. Le document [Raoul, 2010] se veut tout de même rassurant en soulignant le côté hypothétique de la chose et propose d'approfondir les recherches sur le sujet.

En 2002, le Centre International de Recherche sur le Cancer (C. I. R. C) a classé les champs d'extrêmement basse fréquence comme cancérogène possible pour les enfants de moins de 6 ans ; ceux-ci pouvant provoquer des leucémies aiguës. L'organisme n'a toutefois pas indiqué de lien entre le temps (resp. l'intensité) d'exposition et les symptômes associés.

Par mesure de sécurité, le rapport recommande de ne pas être exposé à des champs de basses fréquences d'amplitude supérieure à $0.4\mu\text{T}$ en moyenne. Cette mise en garde est d'autant plus valable pour les femmes enceintes ainsi que pour les enfants en bas âge. À titre d'exemple, l'exposition au champ magnétique provoqué par le matériel électroménager est estimé à $0.2\mu\text{T}$ à 30cm, un poste de travail avec un ordinateur générerait quant à lui $0.7\mu\text{T}$ et un voyage en TGV exposerait les passagers à champ moyen compris entre 2.5 et $7\mu\text{T}$. A titre de comparaison, le tableau 1.3 dresse les ordres de grandeurs de l'intensité de différents champs magnétiques.

D'après ce tableau 1.3, l'ordre de grandeur de l'intensité du champ magnétique produit par un système IRM est largement supérieure aux recommandations du rapport [Raoul, 2010]. Cependant, le temps d'exposition des patients à ces champs est généralement faible (quelques heures tout au plus) et intervient pour traiter une pathologie. De plus, l'article [Schenck, 2000] se veut rassurant quant à l'utilisation des IRM, pour des champs magnétiques dont l'amplitude est inférieure à 8T. Au delà, les courants induits

Activité	Battement cardiaque fœtus	Battement cardiaque adulte	Bruit environnemental	Terre	I. R. M
Intensité du champ magnétique (T)	$1 \cdot 10^{-11}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$4.7 \cdot 10^{-5}$	5

TABLE 1.3 – Ordre de grandeur de l'intensité magnétique pour différents environnements

peuvent conduire à des stimulations musculaires ou nerveuses, des vertiges, à ressentir un goût métallique dans la bouche voire percevoir des magnetophosphènes².

Mis à part les systèmes d'actionnement utilisant des systèmes IRM pour déplacer des particules, la plupart des systèmes font usage de champ dont l'intensité est inférieure à 100mT, ce qui confirme l'hypothèse de non-dangerosité du champ magnétique dans les applications robotiques donnée dans [Abbott et al., 2019]. La communauté robotique utilise donc largement cette technique d'actionnement, notamment pour des applications biomédicales. La section suivante détaillera les trois principales stratégies de déplacement d'un objet dans un liquide par champ magnétique.

1.2.2/ STRATÉGIES DE DÉPLACEMENT

Pour se déplacer au sein d'un milieu liquide grâce au champ magnétique, plusieurs types de locomotion ont été proposés dans la littérature scientifique. Dans [Abbott et al., 2009], Jake Abbott passe en revue les trois moyens de locomotion principaux à savoir l'utilisation de gradients de champs magnétiques, la nage grâce à un corps rigide hélicoïdal et la nage à l'aide d'un corps flexible. Ces différentes approches seront développées plus en détail dans la suite de cette section.

1.2.2.1/ UTILISATION DE GRADIENTS MAGNÉTIQUES

Une première stratégie de déplacement consiste à utiliser de le champ magnétique, notamment grâce à l'utilisation du gradient magnétique. En effet, comme évoqué précédemment, lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique, les objets magnéto-sensibles tendent à s'aligner suivant les lignes de champ. De même, lorsque le champ magnétique admet des variations spatiales non-nulles, l'objet à déplacer subit une force magnétique. En combinant ces deux principes, il est alors possible de déplacer un objet dans un liquide à l'aide d'un système d'actionnement magnétique. Un tel système permet d'obtenir un contrôle simple de 3 translations et de 2 rotations d'un micro-robot pour des applications en milieu liquide. La troisième rotation, autour du vecteur d'aimantation n'est généralement pas possible à moins d'envisager une aimantation anisotrope comme démontré dans [Diller et al., 2016].

Cette utilisation des gradients magnétiques est notamment utilisée pour l'inspection du système gastro-intestinal par l'intermédiaire de capsules endoscopiques ingé-

2. Illusion visuelle consistant à percevoir des éclairs de lumière dû aux courants induits dans la rétine ou le cortex visuel par un champ magnétique variable.

rables. En effet, comme développé dans [Sitti et al., 2015, Veron, 2014], pour éviter l'utilisation inconfortable d'endoscopes flexibles lors d'opérations d'inspection du conduit gastro-intestinal, une première solution basée sur des capsules endoscopiques passives a été commercialisée en 2001. Par la suite, des capsules réactives ont été développées pour que les praticiens puissent contrôler l'angle de vue de la capsule grâce au champ magnétique [Carpi et al., 2009] voire même la position et l'orientation de cette dernière [Mahoney et al., 2013, Son et al., 2018]. Les deux études [Slawinski et al., 2015, Ciuti et al., 2016] menées par l'équipe de Gastone Ciuti synthétisent l'avancement scientifique de l'inspection gastro-intestinale par capsules en s'intéressant particulièrement à l'actionnement magnétique et listent différents dispositifs commerciaux utilisés.

En se servant de l'actionnement par gradient magnétique, il est également possible de contrôler une nuée de bactéries magnétotactiques [Felfoul et al., 2013]. Dans [Chen et al., 2016], les auteurs utilisent ce principe pour s'attaquer à des bactéries de staphylocoque doré (*Staphylococcus aureus*). Pour cela, les bactéries magnéto-sensibles sont déplacées dans le liquide à l'aide des gradients magnétiques puis se lient aux bactéries de staphylocoque doré par l'intermédiaire d'un anticorps. Enfin un champ oscillant à haute fréquence est appliqué ce qui génère un courant de Foucault et une dissipation de chaleur qui entraîne hyperthermie des bactéries.

L'utilisation directe du champ est également utilisée dans des tâches de micro-assemblage. Dans [Diller et al., 2014a], deux systèmes de préhension basés sur la flexion sont démontrés en utilisant des pinces dont l'aimantation des extrémités est contrôlée. Dans le premier cas, l'aimantation des deux extrémités est opposée ; ainsi l'amplitude du champ magnétique est utilisé pour commander l'ouverture et la fermeture de la pince. Dans le second cas, les deux extrémités de la pince ne sont pas créées dans le même matériau. Ainsi, en utilisant un champ magnétique important, il est possible d'inverser le sens d'aimantation d'uniquement une des deux extrémités de la pince modifiant ainsi son comportement. Dans [Zhang et al., 2017] l'équipe d'Eric Diller va plus loin en proposant une pince à plusieurs sections commandée en boucle fermée. Dans [Xu et al., 2019], une méthode de structuration de particules magnétiques par lithographie UV est développée permettant ainsi d'obtenir des profils de magnétisation 3D de manière précise. Cette méthode permet par exemple de créer une pince comme illustré dans la Figure 1.5.

Pour des robots de petite taille évoluant dans un environnement à faible nombre de Reynolds, il est nécessaire de générer un gradient important pour déplacer un objet directement. En effet, d'après l'équation 1.7, la force magnétique est dépendante de deux termes, l'aimantation de l'objet et le gradient qu'il subit. Or l'aimantation de l'objet à déplacer est dépendante de son volume alors que les effets visqueux sont dépendants de la surface du robot. Ainsi, à mesure que les objets diminuent en taille, il est nécessaire d'utiliser de gradients magnétiques importants pour déplacer ces objets. Cependant l'influence des gradients magnétiques diminue rapidement vis à vis de la distance entre l'objet à déplacer et la source magnétique ($\propto 1/r^4$) ce qui limite l'espace de travail accessible par ces objets.

Puisque la décroissance du champ magnétique vis à vis de la distance à la source est moins rapide ($\propto 1/r^3$), à mesure que les objets diminuent en taille, il est plus intéressant d'utiliser des approches uniquement basées sur le couple magnétique pour se déplacer. Cependant, cette approche nécessite un moyen de transduction. Les sous-sections suivantes s'intéressent à deux types de transductions couple magnétique / déplacement à

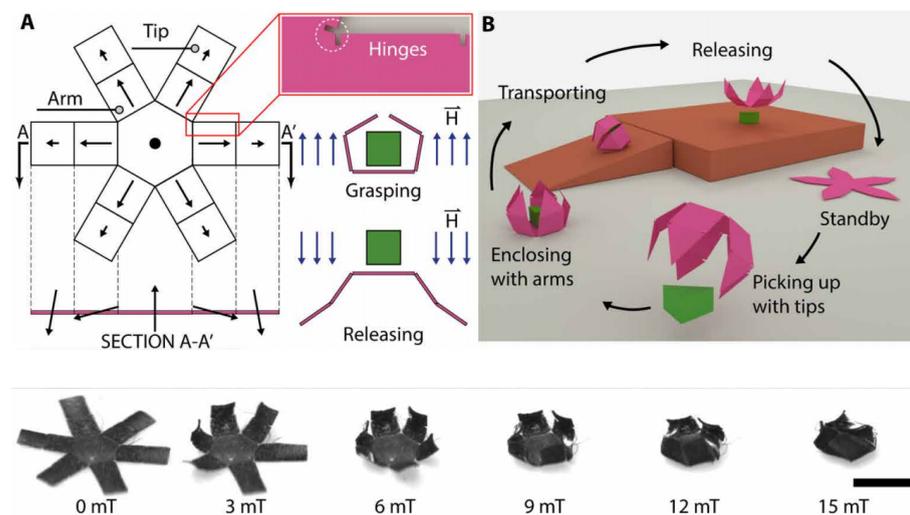


FIGURE 1.5 – Principe d’une pince de micro-assemblage actionnée par champs magnétiques [Xu et al., 2019]. La barre d’échelle représente une longueur de 2mm.

savoir les nageurs hélicoïdaux et les nageurs flexibles.

1.2.2.2/ NAGEURS HÉLICOÏDAUX

Lorsque le robot est amené à se déplacer dans des environnements à faible nombre de Reynolds, il est beaucoup plus intéressant d’un point de vue énergétique d’utiliser uniquement le couple magnétique afin de se propulser [Purcell, 1977]. Pour cela, les différentes approches proposées reposent sur l’utilisation de géométries particulières permettant de prendre appui sur le liquide pour se déplacer, en d’autres mots, de nager. Il faut alors que les mouvements développés soit non-réciproques afin de pouvoir se déplacer (voir section 1.1.1).

Une première solution bien connue des mécaniciens permettant de transformer un couple en un effort de translation réside dans l’utilisation d’une géométrie hélicoïdale. En effet, il est possible de mettre en rotation l’hélice grâce à un champ magnétique tournant et ainsi permettre un déplacement du robot. Pour cela, il est nécessaire que la composante de l’aimantation du robot orthogonale à son corps soit non nulle comme illustré par l’image 1.6. Une synthèse des différentes approches de fabrication et de commande pour ce type de nageur a été publié dans [Peyer et al., 2013].

La modélisation du comportement de ce type de nageur a largement été étudiée dans la littérature scientifique, notamment à l’aide de la théorie des forces résistives pour un mouvement 1D dans [Purcell, 1977] puis étendue en 3D pour la robotique dans [Mahoney et al., 2011]. Cette modélisation permet alors de connaître la vitesse de déplacement du nageur connaissant le couple magnétique appliqué. Or la commande du robot nécessite la relation inverse, c’est-à-dire celle permettant de connaître le champ magnétique désiré pour obtenir des vitesses souhaitées. Fort heureusement, cette relation est matricielle dans le cas d’un nageur hélicoïdal, son inversion est donc simple [Abbott et al., 2009, Mahoney et al., 2011].

Cependant, il est important de noter que cette relation matricielle n’est vraie que pour

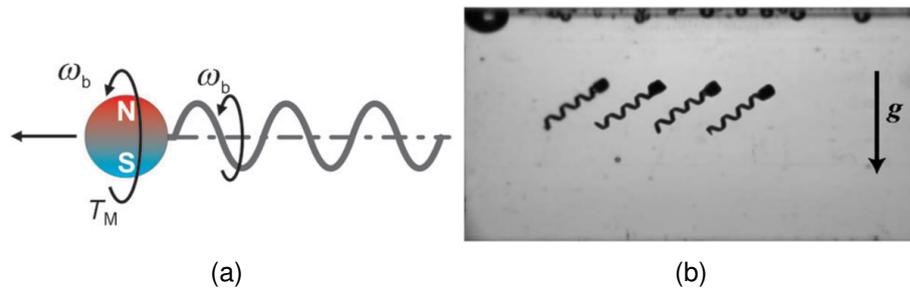


FIGURE 1.6 – (a) Représentation schématique d'un nageur hélicoïdal dont la tête est aimantée de manière orthogonale au corps de l'hélice [Peyer et al., 2013]. (b) Déplacement d'un robot hélicoïdal au cours du temps avec compensation de la sédimentation [Mahoney et al., 2011]

la gamme de faibles fréquences de rotation. En effet, pour une faible fréquence de rotation, la partie aimantée du robot se synchronise avec le champ magnétique. Néanmoins, au-delà d'une certaine fréquence appelée fréquence de coupure (de l'anglais *step-out frequency* ou *cut-off frequency*), un phénomène de décrochage intervient et réduit drastiquement la vitesse d'avance du robot [Xu, 2014]. Cette fréquence intervient lorsque les efforts magnétiques ne peuvent plus compenser les efforts hydrodynamiques. Ainsi, la fréquence de coupure dépend des caractéristiques géométriques et magnétiques du robot, de la viscosité du milieu dans lequel celui-ci se déplace et de l'intensité du champ magnétique.

Le contrôle de ce type de robot a été étudié notamment par [Alcanzare et al., 2019], qui s'est intéressé au contrôle à haute vitesse en cas de fluctuations thermiques du milieu induisant des mouvements Browniens, mais également par [Xu, 2014] et [Oulmas, 2018] dont les travaux ont abouti à une commande en boucle fermée en 3D, en s'intéressant particulièrement à une stratégie de suivi de chemin.

Grâce à son mécanisme de déplacement connu et sa facilité de mise en oeuvre, cette solution s'est révélée particulièrement prometteuse pour effectuer des tâches complexes comme le déplacement d'objets [Tottori et al., 2012, Gao et al., 2012, Medina-Sánchez et al., 2016].

Dans [Katsamba et al., 2016] les auteurs introduisent le concept d'un robot formé de deux hélices permettant d'avoir un comportement particulier en fonction de la fréquence utilisée. En effet, en utilisant des hélices différentes, le système possède deux fréquences de coupure distinctes. De plus, en utilisant deux hélices de chiralité opposée, il est possible de créer un robot ne se déplaçant que dans une bande de fréquence voire un robot dont le sens de déplacement s'inverse à partir d'une certaine fréquence. Ce concept est réalisé dans [Giltinan et al., 2020], dont la Figure 1.7 donne le résultat.

1.2.2.3/ NAGEURS FLEXIBLES

Une seconde stratégie de nage consiste à utiliser un robot muni d'une queue ou d'un corps flexible se déplaçant par ondulation, à la manière d'un têtard ou d'un spermatozoïde. Un champ magnétique oscillant est ainsi nécessaire pour que la tête du robot, en s'alignant avec le champ magnétique, subisse un couple magnétique qui est ensuite transmis à la queue flexible permettant le déplacement.

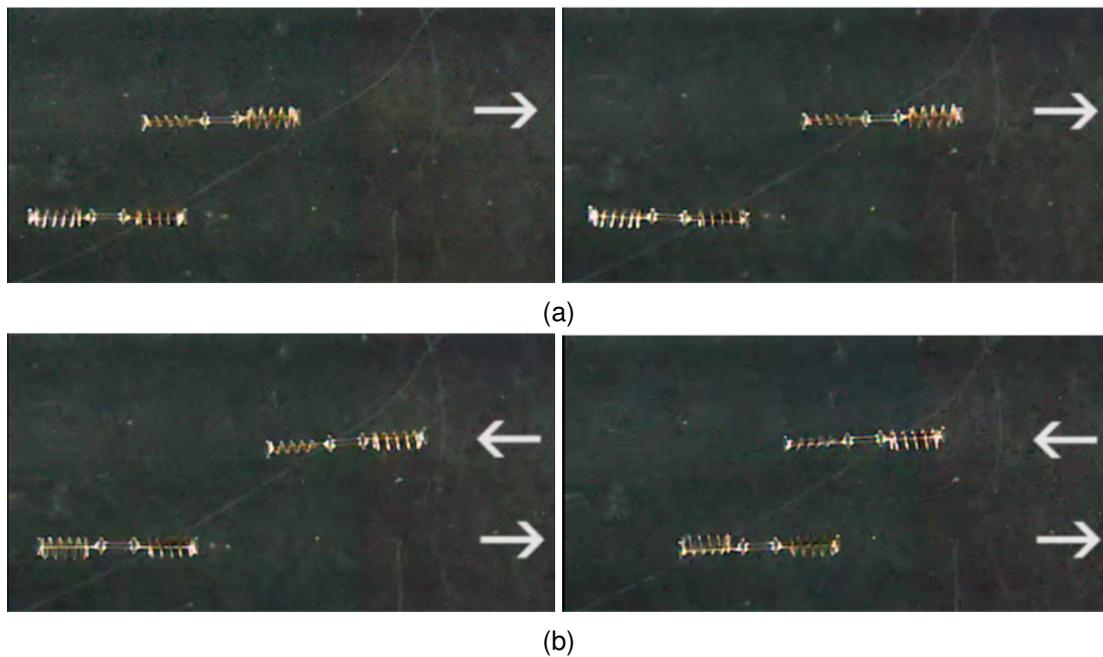


FIGURE 1.7 – Utilisation de robots à double hélices dont le comportement dépend de la fréquence du champ magnétique tournant [Giltinan et al., 2020]. Dans les images, le robot situé au dessus avance lorsque la fréquence est de 4Hz et recule pour une fréquence de 7Hz. Le robot situé en dessous reste stationnaire à 4Hz mais se déplace à 7Hz. (a)

Pour obtenir un mouvement non-réciproque et ainsi obtenir un déplacement dans les environnements à faible nombre de Reynolds, il est nécessaire d'avoir un robot non-symétrique (possédant une tête ou un corps plus large d'un côté par exemple). Mais un robot non-symétrique ne suffit pas pour générer un déplacement, ses caractéristiques géométriques ainsi que les propriétés du matériau qui le compose, mais aussi de l'environnement dans lequel il évolue entrent également en jeu. Pour cela, une métrique appelée nombre de sperme est introduit dans [Dreyfus et al., 2005] et décrit la flexibilité ou la rigidité de la structure du robot pour une nage efficace. Pour obtenir de bonnes performances du robot, le nombre de sperme doit avoir une valeur comprise entre 1 et 5 [Lowe, 2003, Abbott et al., 2009, Williams et al., 2014, Palagi et al., 2018]. Pour un environnement donné, cette contrainte peut être satisfaite en adaptant la géométrie ou le matériau du robot ainsi qu'en utilisant une fréquence d'oscillation appropriée.

Dans [Oulmas, 2018], un robot flexible est fabriqué à partir d'un aimant surmoulé dans un corps de silicone. Néanmoins la création d'aimant à petites échelles est complexe, c'est pourquoi il est plus répandu d'utiliser des inclusions de particules ferromagnétique au sein d'un polymère. En soumettant ces particules ferromagnétiques à un champ magnétique avant la phase de polymérisation, il est possible de contrôler l'orientation de la magnétisation du robot. Dans [Diller et al., 2014b], ce principe est réutilisé pour créer un profil de magnétisation variable au sein du robot, lui permettant d'acquérir une courbure non nulle dans un champ uniforme. Ce principe est ensuite repris dans [Manamanchaiyaporn et al., 2020]. Dans [Hu et al., 2018] un robot souple capable de ramper, nager, sauter est créé à partir de ce principe.

Bien que la démonstration de la faisabilité de ce type de robot ait été démontrée plus tôt que celle des robots hélicoïdaux [Dreyfus et al., 2005, Sudo et al., 2006], la nature

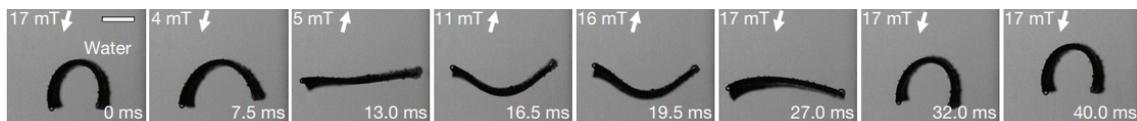


FIGURE 1.8 – Illustration du comportement d'un robot flexible capable de nager, ramper et sauter [Hu et al., 2018].

déformable de la queue flexible rend la modélisation du comportement de ce robot plus complexe, faisant intervenir des relations géométriques non-linéaires. La résolution de ces équations est alors réalisable uniquement par des simulations numériques dans la majorité des cas. Néanmoins, en considérant des mouvements de faible amplitudes, cette résolution peut se faire analytiquement [Evans et al., 2010].

Afin d'actionner des robots présentés dans cette section, différents systèmes ont été proposés dans la littérature scientifique. Ils seront détaillés dans la section suivante.

1.2.3/ SYSTÈMES D'ACTIONNEMENT MAGNÉTIQUE

Pour manipuler des objets à l'aide du champ magnétique ou de gradients magnétiques, un système d'actionnement est requis. Ce système est composé d'une ou plusieurs sources magnétiques (un ensemble d'électro-aimants et/ou d'aimant permanents) pilotées pour obtenir le champ magnétique désiré. Bien que de nombreux systèmes aient été proposés dans la littérature scientifique, on peut répartir ces dispositifs en plusieurs catégories selon leur composition et leur degré de mobilité. On retrouve d'une part l'utilisation de bobines fixes et d'autre part l'emploi d'aimants mobiles. Une troisième catégorie de système tend à se développer en combinant les avantages des deux classes précédentes, les systèmes à bobines mobiles. Ces différentes approches seront détaillées par la suite.

1.2.3.1/ SYSTÈMES À BOBINES FIXES

Les systèmes d'actionnement composés de bobines fixes permettent de piloter le champ magnétique uniquement à l'aide du courant circulant dans chacune des bobines. Ces dispositifs utilisent une propriété intrinsèque du champ magnétique, à savoir le théorème de superposition. Ce principe énonce que le champ magnétique résultant d'un système est égal à la somme des contributions magnétiques de chacun de ses éléments. Ces contributions peuvent se déterminer facilement dans le cas d'utilisation de bobines sans noyaux, mais nécessitent de négliger les couplages magnétiques si des noyaux et/ou des aimants sont utilisées. Cette hypothèse est discutée dans [Abbott et al., 2019] qui conclut à sa validité dans une large majorité des cas couverts. Parmi ces systèmes, on retrouve des agencements particuliers de bobines permettant d'obtenir un champ magnétique dont les propriétés sont remarquables. Parmi ces arrangements de bobines, on retrouve principalement le dispositif de Helmholtz et celui de Maxwell discutés dans les paragraphes suivants. Cette section présente ensuite quelques architectures intéressantes de systèmes à bobines fixes.

Bobines de Helmholtz L'architecture de Helmholtz est constituée de deux bobines cylindriques identiques placées face à face à une distance égale à leur rayon moyen.

En considérant des bobines constituées de n spires parcourues par un courant d'intensité I identiques pour les deux bobines, de rayon moyen a , l'expression du champ à l'intérieur de l'espace de travail est donnée par la formule [Hossain et al., 2012] :

$$B_z \approx \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{a} \quad (1.9)$$

Cette formule a la particularité de ne pas être dépendante du point considéré mais uniquement des caractéristiques de la bobine. En effet, le champ magnétique produit au sein de ce dispositif est uniforme au centre de l'espace formé par ces deux bobines. Cette particularité peut être vérifiée sur les résultats de simulation donnés dans la Figure 1.9(a). Le champ magnétique \mathbf{b} étant quasiment uniforme dans tout l'espace formé par ces deux bobines, la variation spatiale du champ $\nabla \mathbf{b}$ est pratiquement nul.

Dans la majorité des cas, les agencements de Helmholtz sont placés de manière orthogonale et utilisés pour la commande de robots nageurs (hélicoïdaux ou souples) comme expliqué dans [Peyer et al., 2013, Abbott et al., 2019]. En effet, ces robots ne nécessitant qu'un champ magnétique pour se déplacer, l'utilisation de bobines de Helmholtz permet de générer facilement le champ souhaité. Grâce à l'uniformité du champ magnétique généré, le gradient magnétique est alors négligeable c'est pourquoi les perturbations magnétiques sont le plus souvent négligeables elles aussi.

Dans [Xu, 2014], la commande d'un nageur hélicoïdal est effectuée en boucle fermée dans le plan. Dans [Oulmas et al., 2017], cette commande en boucle fermée est étendue en trois dimensions et généralisée tant pour les nageurs hélicoïdaux que flexibles en utilisant un repère de Frenet. Dans ces travaux, l'effet de la sédimentation est prise en compte en inclinant constamment le robot afin de compenser cet effet. Dans [Wu et al., 2019], une commande en boucle fermée est proposée pour un robot hélicoïdal en considérant cet angle de compensation variable et en déterminant sa valeur à l'aide d'un réseau de neurones. Dans [Huang et al., 2019a], la commande en boucle fermée d'un robot flexible est démontrée pour réaliser un suivi de chemin arbitraire pouvant avoir des discontinuité de courbure. Dans [Leclerc et al., 2019, Leclerc et al., 2020] l'équipe d'Aaron Becker commande un nageur hélicoïdal se déplaçant dans l'eau à haute vitesse tout en évitant des obstacles. L'ensemble de ces travaux ont été réalisés à l'aide d'un système composé de trois paires de bobines de Helmholtz orthogonales, appelé aussi dispositif de Helmholtz 3D.

Bobines de Maxwell Un arrangement de bobines de Maxwell est très ressemblant au dispositif de Helmholtz à ceci près que la distance entre les bobines est différente et que le courant traverse chaque bobine suivant une direction opposée l'une de l'autre.

En espaçant les deux bobines d'une distance égale à $\sqrt{3}a$, on obtient un gradient du champ magnétique suivant l'axe des bobines quasiment constant dont l'expression est donnée par :

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} \approx \frac{3}{2} \sqrt{3} \left(\frac{4}{7}\right)^{5/2} \frac{\mu_0 n I}{a^2} \quad (1.10)$$

Une illustration du comportement particulier de ces bobines est donnée dans la Figure 1.9(b). Cet agencement permettant de générer un gradient magnétique facilement contrôlable, de nombreux systèmes de manipulation en force se basent sur l'utilisation

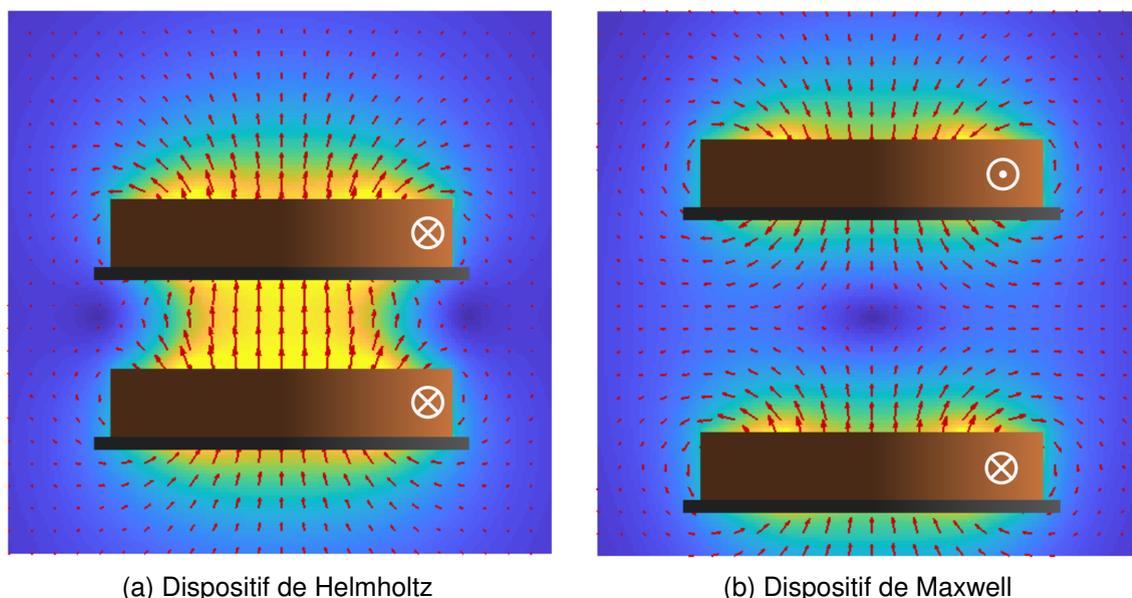


FIGURE 1.9 – Champ produit par les systèmes de Helmholtz et Maxwell. Les flèches représentent le champ magnétique résultant du système tandis que la carte de couleur correspond à la norme du champ généré. Les symboles blancs représentent le sens du courant électrique.

conjointes de dispositifs de Helmholtz et de Maxwell. Dans [Mellal et al., 2015] un système composé de trois dispositifs de Maxwell et une paire de bobines de Helmholtz est utilisé pour déplacer un bolus magnétique³ dans un dispositif mimant le système artériel. Dans [Jeong et al., 2011], un dispositif de Maxwell est ajouté à un système de Helmholtz 3D afin de générer une force magnétique permettant à un robot hélicoïdal de se déplacer plus rapidement mais également d'accélérer une opération de forage d'un bloc d'agar-agar.

Bien que l'utilisation d'agencements particuliers soit largement répandu, notamment pour la nage de robots, ce type d'architecture ne permet pas un accès aisé à l'espace de travail pour une application biomédicale chez l'humain [Pourkand et al., 2018]. C'est pourquoi, l'équipe de Bradley Nelson a proposé un dispositif composé de huit électro-aimants appelé OctoMag [Kummer et al., 2010] adapté pour la chirurgie de l'oeil. Contrairement aux plateformes mentionnées précédemment, ce démonstrateur n'est pas basé sur l'utilisation de bobines orthogonales, mais génère des champs magnétiques 3D complexes. Comme expliqué dans [Abbott et al., 2019], de nombreuses variantes de l'Octomag ont été proposées comme le MiniMag [Kratovich et al., 2014] conçu pour être plus compact, le dispositif proposé dans [Salmanipour et al., 2018] constitué de huit bobines non-identiques permettant de maximiser le champ et le gradient généré, ou le système proposé dans [Edelmann et al., 2018] permettant de déplacer des objets dans les poumons.

Dans [Pourkand et al., 2018], une étude critique est effectuée pour comparer les différents travaux de manipulation à huit électro-aimants évoqués précédemment et quantifier le compromis entre les efforts magnétiques et l'accessibilité de l'espace de travail. Dans

3. Terme médical caractérisant l'administration d'une seule traite d'une dose de médicament ou de produit de contraste.

ce même article, l'aspect symétrique des configurations est également remis en question et une proposition non-symétrique est faite pour améliorer l'accessibilité sans pour autant diminuer significativement les efforts générables.

Parmi les systèmes d'actionnement magnétique composés de bobines fixes, on retrouve les systèmes IRM. Un appareil d'imagerie par résonance magnétique (IRM) est un outil d'imagerie médicale largement utilisé dans les hôpitaux pour le diagnostic. Il peut générer un champ magnétique statique uniforme intense dans l'axe horizontal et un gradient de champ dynamique en 3D. Celui-ci est largement utilisé en robotique biomédicale, notamment pour déplacer des objets magnétiques dans le corps humain, assister l'insertion de cathéters en utilisant les gradients magnétiques. L'utilisation de l'IRM pour des applications biomédicales est passée en revue dans [Erin et al., 2020].

Au delà de cette multitude de systèmes à bobines fixes, une seconde catégorie de système d'actionnement magnétique repose sur l'utilisation d'aimants permanents afin de moduler le champ magnétique. La section suivante propose un aperçu des différentes utilisations de cette technique pour la robotique.

1.2.3.2/ SYSTÈMES À AIMANTS MOBILES

Pour générer un champ magnétique utilisable pour la robotique, on peut également utiliser des aimants permanents. Leur pose est alors contrôlée pour moduler le champ magnétique à souhait. L'un des avantages majeurs de l'utilisation d'aimants permanents réside dans le champ qu'ils produisent. En effet, à masses égales, les aimants permanents permettent de générer des champs magnétiques bien plus forts que les bobines et ce, sans utiliser de courant électrique ce qui évite notamment les problématiques d'échauffement. Les systèmes d'actionnement sont alors beaucoup plus compacts. En contrepartie, comme la force du champ fournie par les aimants permanents ne peut être modifiée contrairement aux électro-aimants, ils nécessitent une conception complexe des actionneurs permettant de les déplacer et des algorithmes avancés de planification des mouvements pour fonctionner [Wright et al., 2017]. De plus, les effets d'une rotation ou d'une translation de l'aimant sur le champ magnétique produit (et sur les dérivées spatiales du champ) est non-linéaire et doit donc être prise en compte dans la commande [Abbott et al., 2019].

Dans la littérature scientifique, deux approches détaillées dans la suite se démarquent suivant les mobilités associées aux aimants. On trouve d'une part des systèmes composés d'un aimant unique dont la pose est contrôlée à l'aide d'un bras robotique, d'autre part des approches à plusieurs aimants dont le nombre de degrés de liberté (DDL) est limité.

Dans [Ciuti et al., 2010b] un robot à 6DDL est utilisé pour déplacer un aimant cylindrique de manière automatisée. Cet article fait suite aux travaux menés dans [Ciuti et al., 2010a] où cet aimant était déplacé grâce à un opérateur, rendant la manipulation largement dépendante de l'expérience et de l'intuition de l'expérimentateur. Ces travaux ont ensuite été poursuivis dans [Valdastri et al., 2012] Les systèmes d'actionnement basés sur le déplacement d'un aimant permanent à l'aide d'un bras robotisé ont largement été utilisés, principalement pour déplacer des objets à l'aide des gradients magnétiques [Mahoney et al., 2016, Wright et al., 2017, Barducci et al., 2019] mais aussi pour les nageur hélicoïdaux [Mahoney et al., 2011, Popek et al., 2013].

Plutôt que d'utiliser un aimant permanent seul, une seconde stratégie consiste à utili-

ser plusieurs aimants. En utilisant des configurations symétriques, il est alors possible de créer un champ magnétique localement uniforme permettant un contrôle précis de l'orientation de l'objet à déplacer comme dans le cadre du projet Niobe [Carpi et al., 2009] visant à orienter une capsule endoscopique. Une version améliorée de cette plateforme, toujours développée par Stereoaxis est décrite dans [Hwang et al., 2020].

Dans [Amokrane et al., 2017], les auteurs développent un actionneur composé de 2 aimants permanents dont l'écartement angulaire est motorisé. Cet agencement permet de créer deux points d'équilibre magnétique dont un stable. En effet, les gradients magnétiques générés par l'ensemble tendent à attirer l'objet à déplacer vers un point particulier situé sur l'axe de symétrie. En modifiant l'écart angulaire entre les deux aimants, il est alors possible de déplacer ce point d'équilibre stable comme illustré dans la Figure 1.10. Cet actionneur est ensuite déplacé par un robot 6 DDL afin de suivre un conduit artificiel simulant l'oreille moyenne humaine [Amokrane et al., 2018]. De manière analogue, dans [Zarrouk et al., 2019] les chercheurs développent un système permettant également de créer un point d'équilibre stable à l'aide de deux paires d'aimants fixes.

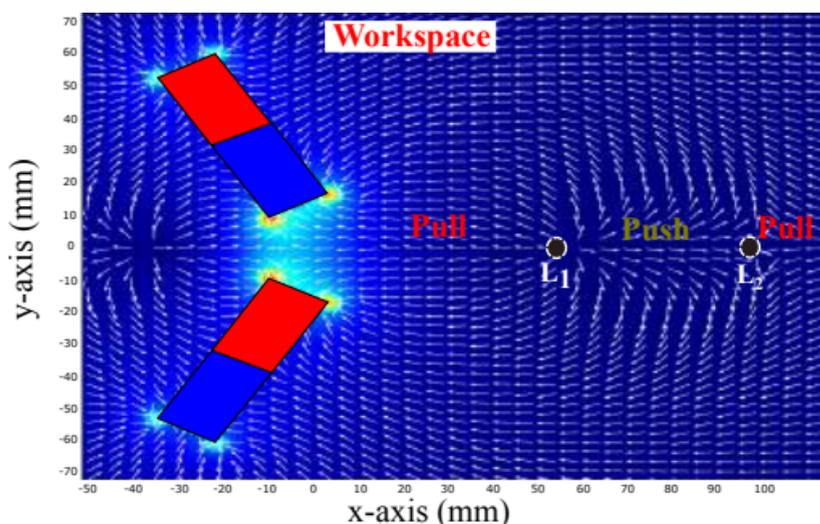


FIGURE 1.10 – Simulation numérique du système de manipulation à deux aimants permanents créant deux points d'équilibre magnétique nommé L_1 et L_2 [Amokrane et al., 2017]. Dans cette illustration, le champ magnétique résultant est représenté par les flèches blanches et l'interaction entre les aimants est représenté par les nuances de couleurs.

Au regard des deux catégories de systèmes étudiés précédemment, il peut être constaté que les systèmes à aimants permanents possèdent un plus large espace de travail puisque le champ magnétique créé est de plus forte intensité que celui généré par des bobines. Cependant, la commande complexe de tel système associée au fait de ne pouvoir arrêter le champ magnétique en cas d'urgence ont poussé les chercheurs à créer une troisième catégorie de système pour allier les avantages des deux premières : les systèmes à bobines mobiles. La section suivante propose d'étudier les systèmes d'actionnement notables de cette dernière catégorie.

1.2.3.3/ SYSTÈMES À BOBINES MOBILES

Afin d'élargir l'espace de travail lors de l'utilisation d'électro-aimants et de palier les inconvénients des deux catégories de systèmes étudiées précédemment, une approche consiste à utiliser des bobines mobiles.

Plusieurs travaux se sont intéressés à augmenter le nombre de degrés de liberté d'un système composé de bobines de Maxwell et/ou Helmholtz. Cette approche est développée dans [Yesin et al., 2006] par l'utilisation d'un dispositif de Helmholtz couplé à un dispositif de Maxwell monté sur un axe motorisé. Par la suite d'autres études ont étendu ce concept notamment [Jeong et al., 2010]. Au delà des systèmes de Helmholtz/Maxwell motorisés, c'est véritablement dans [Veron, 2014] que les premières notions de systèmes à bobines mobiles sont développées. Dans ces travaux, Baptiste Veron développe un modèle [Véron et al., 2013] puis plusieurs lois de commande pour un système générique de manipulation magnétique. Ce concept est ensuite démontré au travers d'un système plan composé de trois électro-aimants. Par la suite, plusieurs travaux ont implémenté cette solution pour des systèmes 3D.

Dans [Sikorski et al., 2017], un système appelé BigMag composé de 6 électro-aimants est détaillé. Dans ce système, deux ensembles mobiles chacun constitué de trois électro-aimants sont commandés en rotation selon une direction. Pour aller plus loin, l'équipe ayant travaillé sur le BigMag a présenté dans [Sikorski et al., 2019] la conception d'un système (ARMM) composé d'une bobine déplacée par un bras UR5. Grâce à la mise en mouvement de la bobine, l'espace de travail (qui dépend alors de la portée du bras) atteint 1.3m de diamètre, ce qui est inenvisageable pour des systèmes à bobines fixes.

Dans [Chen et al., 2019b], un système d'actionnement composé de 4 bobines fixes et 4 bobines mobiles est développé pour une application de thérapie intra-oculaire. Dans cet article, une étude est menée sur l'influence du mouvement des bobines sur la forme du champ magnétique. Selon les configurations prises par le système, il est possible d'optimiser la structure afin d'obtenir au choix soit un gradient magnétique à la fois uniforme et important soit configurer le système afin d'obtenir un champ magnétique le plus uniforme possible.

Dans [Yang et al., 2019] le DeltaMag, un robot constitué de trois bobines mobiles agencées selon une architecture parallèle, est introduit. Dans ce système, chacune des trois bobines est déplacée à l'aide d'un moteur permettant ainsi d'obtenir un système à 6DDL.

1.2.3.4/ SYNTHÈSE

Dans la littérature scientifique, plusieurs catégories de systèmes d'actionnement co-existent. On les distingue principalement en fonction des sources magnétiques qui les composent ainsi que leurs mobilités respectives. Le tableau 1.4 dresse les différents avantages et inconvénients des systèmes étudiés dans cette section. On trouve d'une part les dispositifs à bobines statiques dont la commande est simple puisque la relation entre le champ magnétique et le courant électrique est linéaire. Cependant, le champ magnétique produit est limité par le phénomène d'échauffement lié aux pertes par effet Joules. Excepté les systèmes IRM refroidis pour pallier ce désagrément, cette contrainte limite bien souvent les applications envisagées à des espaces et temps de travail de faible importance.

	Système à bobines fixes	Système à aimants mobiles	Système à bobines mobiles
Taille de l'espace de travail	Limité	Large, dépendant de la mobilité du porteur	Large, dépendant de la mobilité du porteur
Champ magnétique générable	Faible	Important	Important (distance à l'objet faible)
Commande	Simple, relation linéaire	Complexe, relation non-linéaire	Complexe, relation non-linéaire
Inconvénient	Production de chaleur	Faible dynamique, pas de possibilité d'annuler le champ	Production de chaleur limitée
Nombre de DDL	Faible	Moyen	Grand

TABLE 1.4 – Synthèse des avantages et inconvénients offerts par chaque catégorie de système d'actionnement magnétique.

A l'opposé, on retrouve les systèmes à aimants permanents, qui permettent de générer un champ magnétique puissant dont la modulation est réalisée par le déplacement des aimants. Dans ce cas, la dimension de l'espace de travail est simplement limitée par le système déplaçant les aimants. Les deux inconvénients majeurs de ce type de systèmes résident dans le fait que le champ magnétique produit ne peut être annulé ce qui soulève des problématiques de sécurité pour des applications biomédicales et que la modulation du champ magnétique qui ne peut être très rapide du fait de l'inertie des aimants déplacés et des manipulateurs. De plus, la relation entre champ magnétique et déplacement étant non-linéaire, la commande de tels dispositifs est moins intuitive.

Partant de ce constat, il est possible de créer des systèmes à bobines mobiles permettant de tirer parti des deux catégories de systèmes précédemment mentionnées. En effet, le fait de pouvoir déplacer les bobines permet d'avoir un espace de travail beaucoup plus important tout en diminuant leur échauffement. De plus le fait d'ajouter des degrés de liberté aux sources magnétiques utilisées engendre généralement un système ayant plus d'entrées de commande que de degrés de liberté utiles. Cette redondance peut alors être exploitée pour limiter l'échauffement ou éviter certaines singularités par exemple.

Le tableau 1.5 donne un aperçu des différents travaux de manipulation magnétique. Ce tableau n'étant pas exhaustif, il peut toutefois être complété par [Abbott et al., 2019], [Salehizadeh et al., 2020], [Yang et al., 2020a] et [Yang et al., 2020b].

1.3/ OBJECTIFS ET APPROCHE RETENUE

La communauté scientifique fonde de nombreux espoirs sur la manipulation magnétique pour des applications biomédicales. L'explosion du nombre de travaux de recherche dans ce domaine ces quinze dernières années en est certainement la meilleure illustration. Parmi tous ces travaux, on retrouve de nombreuses avancées sur la conception, la fabrication et la commande de robots miniatures actionnés par champ magnétique mais ceux-ci restent cloisonnés à des systèmes d'actionnement simples composés de

bobines fixes ou aimants mobiles. Or d'un côté les systèmes composés de bobines fixes sont contraints par des phénomènes d'échauffement ce qui limite la taille de l'espace de travail dans lequel la manipulation peut être effectuée. De l'autre côté, les systèmes à aimants permanents ne peuvent pas annuler le champ magnétique produit, ce qui soulève des interrogations quant à la sûreté de tels dispositifs. Pour pallier ces problèmes, des travaux beaucoup plus récents proposent de tirer profit des deux catégories de systèmes existant en utilisant un dispositif à bobines mobiles. Cette mobilité permet alors d'accéder à un espace beaucoup plus vaste comparé aux systèmes à bobines statiques tout en limitant les problématiques d'échauffement. De plus, l'augmentation du nombre de degrés de liberté du système peut également permettre une meilleure gestion du courant, une plus grande dextérité. Cependant, comme mentionné dans [Yang et al., 2020b] ces systèmes restent pour l'heure encore peu étudiés et la conception de telles structures ainsi que le développement d'algorithmes de commande à la fois rapides et robustes ont besoin d'être explorés. C'est pourquoi ces travaux de thèse s'intéressent principalement à la génération de champs magnétiques par systèmes d'actionnement à bobines mobiles pour des applications biomédicales.

L'objectif de ces travaux de recherche consiste donc à proposer des outils et des méthodes adaptés à la manipulation magnétique par systèmes d'actionnement à bobines mobiles. Cette catégorie de systèmes d'actionnement étant à la croisée entre les dispositifs à bobines statiques et les systèmes à aimants mobiles, la plupart des travaux développés peuvent être utiles aux différents systèmes de manipulation magnétique. Une attention particulière sera donc portée dans ce manuscrit pour que les éléments développés soient les plus polyvalents possible.

En vue d'établir des stratégies de manipulation, il est fondamental d'avoir une bonne compréhension du comportement d'un système d'actionnement à bobines mobiles. Le chapitre 2 propose d'établir le modèle électromagnétique le plus adapté à la commande en boucle fermée, permettant de calculer de manière efficace le champ magnétique produit par un ensemble de bobines. Dans un premier temps, les différentes approches classiques de modélisations du champ magnétique sont rappelées puis confrontées pour déterminer un modèle adapté pour la commande. Il ressort de cette étude que les approches classiques présentent des temps de calcul importants ou des domaines de validité restreints. Dans un second temps, nous proposerons d'adapter un modèle existant pour le rendre compatible avec les contraintes de commande en boucle fermée.

Étant en mesure de connaître le champ magnétique développé par un ensemble de bobines, le chapitre 3 propose une stratégie de commande des systèmes de manipulation magnétique. Une attention particulière sera portée sur l'influence de la mobilité des bobines sur le champ magnétique ainsi que sur l'intérêt de leur utilisation.

Le chapitre 4 est consacré au développement d'une plate-forme de manipulation magnétique permettant de valider les différentes contributions de cette thèse. La première partie du chapitre est consacrée à la conception de la plateforme. Celle-ci est composée d'un ensemble de bobines disposées sur des bras manipulateurs UR3, d'une sonde magnétique et d'un module de commande. La deuxième partie du chapitre s'intéressera à l'architecture logicielle développée lors de ces travaux. Enfin, la troisième partie de ce chapitre est dédiée à la validation expérimentale dans la stratégie de manipulation.

Article	Type de système	Intensité du champ magnétique (mT)	Commande	DDL actionnement	Performances	Points notables
[Zhang et al., 2009]	Helmholtz 3D	2		3	3 $\mu\text{m/s}$ 29 μm 0,1 BL/s	Espace de travail 20x15x2mm Viscosité 1 mPa/s
[Qiu et al., 2014]	Helmholtz 3D	9	Boucle ouverte	3	48,9 $\mu\text{m/s}$ 15, 7 μm 3,1 BL/s	Fabrication d'hélices bio-compatibles Viscosité 1 mPa/s Fabrication par laser
[Tottori et al., 2012]	Helmholtz 3D	8	Téléopéré	3	180 $\mu\text{m/s}$ 35 μm 5 BL/s	Étude de l'influence des caractéristiques géométriques de l'hélice Viscosité 1 Pa/s
[Yan et al., 2017]	Helmholtz 3D	20,1	Téléopéré	3		Une des rares études in-vivo (estomac d'un rat) Robot biodégradable, biocompatible mais cytotoxique pour certaines cellules cancéreuses
[Medina-Sánchez et Spermbot]	Helmholtz 3D		Téléopéré	3	19, 7 $\mu\text{m/s}$	Utilisation pour fécondation in vitro Viscosité 900 mPa/s
[Xu et al., 2015]	Helmholtz 3D	10	Boucle fermée 2D	3	1 mm/s 17 mm 0,059 BL/s	Viscosité 1350 mPa/s
[Jeong et al., 2010]	2 Helmholtz-Maxwell fixe et mobile	0,4 T/m		5		
[Jeong et al., 2011]	Helmholtz 3D + Maxwell	0,4 T/m		4		Utilisation du gradient pour favoriser le déplacement
[Khalil et al., 2018]	Helmholtz 3D		Boucle fermée	3	$\epsilon_p = 250 \mu\text{m}$	Étude de la nage proche d'une surface Viscosité 950 mPa/s
[Jang et al., 2015]	Helmholtz 3D	8,4		3	14, 44 $\mu\text{m/s}$ 15, 5 μm 0,93 BL/s	Étude de robots articulés

[Khalil et al., 2019]	Helmholtz 3D	70	3	Caractérisation d'un robot dans un milieu hétérogène Viscosité 950mPa/s $S_p \in [1, 3; 2, 5]$ Utilisation d'un robot flexible Viscosité 1.5e3mPa/s solution de sucre $S_p \in (4; 6; 7, 2)$ Objet déplacé par un spermatozoïde, orienté par le champ magnétique
[Huang et al., 2019b]	Octomag-like	40 1T/m	8	
[Striggow et al., 2020]	Aimant mobile	15	3	Téléopéré
[Feemster et al., 2020]	4 bobines fixes	15mT/m	4	Boucle fermée 2D
[Folio et al., 2017]	IRM			
[Kummer et al., 2010]	8 bobines identiques	15	8	Boucle fermée en position
[Kratovich et al., 2017]	8 bobines identiques			
[Carpi et al., 2009]	2 aimants mobiles	80	8	
Stereotaxis Niobe			3	Reception de l'octomag pour être plus compact
[Sikorski et al., 2017]	6 bobines mobiles	70	8	L'un des premiers démonstrateurs industriels
BigMag				
[Chen et al., 2019b]	4 bobines fixes 4 bobines mobiles	20 0,6mT/m	12	Deux plateaux en rotation Validation avec des cathéters Étude de l'effet du déplacement des bobines sur le champ et le gradient magnétique
[Sikorski et al., 2019]	1 bobine mobile		7	Démonstration d'un espace de travail large (1300mm)

TABLE 1.5 – Aperçu des différents travaux de manipulation magnétique. Les lignes bleutées correspondent à des travaux portant sur des nageurs hélicoïdaux, les lignes vertes à un robot grâce à la nage grâce à un robot souple et enfin les références orangées s'intéressent à la manipulation par gradient magnétique. La notation S_p correspond au nombre de sperme introduit dans [Dreyfus et al., 2005]. Pour les commandes en vitesses, les performances sont données en vitesse absolue et rapportée à la taille du robot (BL/s de l'anglais *Body length per second*), tandis que l'erreur de positionnement est donnée pour les commandes en position.

il est nécessaire d'avoir recours à un contrôle en boucle fermée du système. On utilise alors une modélisation du champ magnétique produit par le système devant être à la fois précise mais également rapide à calculer, dans la loi de commande.

Le but de ce chapitre est d'établir le modèle permettant de déterminer le champ magnétique généré par un système d'actionnement pouvant être utilisé dans un contrôle en boucle fermée. Ce modèle ne devant pas être limitant, ceci nécessite d'avoir recours à des approches rapides à calculer avec un temps de calcul de l'ordre de quelques millisecondes pour ne pas limiter la fréquence de rafraîchissement de la boucle de commande. De plus, le domaine de validité doit inclure les zones proches des bobines puisque le champ magnétique diminue drastiquement avec la distance. Ainsi, il est important de manipuler les objets au plus près des sources de champ magnétique pour obtenir de grandes vitesses de déplacement. Nous allons donc dans un premier temps analyser les différentes approches classiques de modélisation d'une bobine en prenant en compte les critères spécifiques nécessaires à la commande en boucle fermée. Il ressort de cette étude que ces approches sont peu adaptées puisqu'elles présentent des temps de calcul trop importants ou des domaines de validité trop restreints. Dans un second temps, nous proposerons un modèle compatible avec les contraintes de commande, inspiré d'approches de l'état de l'art.

2.1/ CADRE DE L'ÉTUDE

2.1.1/ NOTATIONS MATHÉMATIQUES

Dans ces travaux, nous nous intéressons au champ magnétique généré par plusieurs sources magnétiques situées à différents endroits de l'espace. Pour permettre leur localisation, un repère sera associé à chaque source \mathcal{R}_i ainsi qu'au repère monde \mathcal{R}_0 . Une manière d'appréhender et de décrire ces différents repères réside dans l'utilisation de transformations et coordonnées homogènes, notions largement utilisées en robotique [Khalil et al., 1999]. Dans ces travaux de thèse, nous aurons besoin d'utiliser des points, des directions (aussi appelés vecteurs libres) ainsi que des matrices de déplacement. La différence majeure entre un point \mathbf{p} et une direction \mathbf{u} réside dans le fait qu'une direction n'est pas affectée par les translations. Un point quant à lui sera considéré comme "plus proche" ou "plus éloigné" d'une référence suivant la translation. Ainsi, la notation homogène représentant un point \mathbf{p} de coordonnées cartésiennes $[p_x \ p_y \ p_z]$ sera notée $\tilde{\mathbf{p}}$ et donnée par :

$$\tilde{\mathbf{p}} = [\mathbf{p} \ 1]^T = [p_x \ p_y \ p_z \ 1]^T \quad (2.1)$$

La notation homogène d'un vecteur \mathbf{u} sera alors notée de manière similaire $\tilde{\mathbf{u}}$:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{u} \ 0]^T = [u_x \ u_y \ u_z \ 0]^T \quad (2.2)$$

Ainsi, la somme de deux vecteurs homogènes donne un vecteur homogène, la différence de deux points donne un vecteur (*i.e.* le vecteur de déplacement), la somme d'un point et d'un vecteur donne un point et la somme de deux points est non-définie.

Grâce à ces notations, il est alors possible d'introduire la notion de transformation homogène. Une matrice de transformation homogène est une matrice de taille 4×4 définissant la position et l'orientation relative de deux corps. Celle-ci est composée d'une matrice de

rotation ${}^i\mathbf{R}_j$ ainsi qu'un vecteur de translation ${}^i\mathbf{t}_j$ telle que :

$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & {}^i\mathbf{t}_j \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

À l'aide de ces éléments, il est alors possible de traduire les coordonnées d'un point \mathbf{p} (respectivement d'un vecteur) défini dans le repère \mathcal{R}_j par ${}^j\tilde{\mathbf{p}}$ vers un autre repère \mathcal{R}_i connaissant la transformation entre les deux repères.

$${}^i\tilde{\mathbf{p}} = {}^i\mathbf{T}_j {}^j\tilde{\mathbf{p}} \quad ; \quad {}^i\tilde{\mathbf{u}} = {}^i\mathbf{T}_j {}^j\tilde{\mathbf{u}} \quad (2.4)$$

Dans ces travaux, la notion de gradient magnétique est notamment utilisée pour déterminer la force magnétique générée par un système d'actionnement. Pour exprimer ce gradient, l'opérateur nabla ∇ est utilisé.

Par définition, le gradient est défini pour une quantité scalaire a comme :

$$\nabla a = \begin{bmatrix} \frac{\partial a}{\partial x} \\ \frac{\partial a}{\partial y} \\ \frac{\partial a}{\partial z} \end{bmatrix} = \left[\frac{\partial a}{\partial \mathbf{p}} \right]^T = \nabla \otimes a^T \quad (2.5)$$

où \otimes est l'opérateur du produit de Kronecker et l'opérateur $\frac{\partial \cdot}{\partial \mathbf{p}}$ est défini par :

$$\frac{\partial \cdot}{\partial \mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \cdot}{\partial x} & \frac{\partial \cdot}{\partial y} & \frac{\partial \cdot}{\partial z} \end{bmatrix} = \nabla^T \otimes \cdot \quad (2.6)$$

La notion de gradient peut également être étendue aux vecteurs par :

$$\nabla \mathbf{b} = \left[\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_x}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial b_y}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial b_z}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \nabla b_x & \nabla b_y & \nabla b_z \end{bmatrix} = \nabla \otimes \mathbf{b}^T \quad (2.7)$$

2.1.2/ MODÉLISATION DU SYSTÈME

Pour déplacer des robots de manière précise à l'aide du champ magnétique, une stratégie de commande en boucle fermée doit être mise en place. La commande étant basée sur un modèle, celui-ci doit dans un premier temps être mis en lumière. L'intensité du champ magnétique décroissant rapidement à mesure que l'on s'éloigne de la source, il est intéressant de manipuler un objet à proximité des sources de champ magnétique. Souhaitant se déplacer sur un espace de travail large, ce modèle doit donc avoir un domaine de validité important, notamment à proximité des sources mais également être précis. Néanmoins, la rétro-action de la boucle fermée permet de rejeter des erreurs de modélisation dans une certaine mesure lorsque celle-ci est rafraîchie suffisamment rapidement par rapport à la dynamique du système. La modélisation du champ magnétique doit permettre de trouver un compromis entre précision, domaine de validité et temps de calcul.

Pour connaître le champ magnétique généré par un système d'actionnement magnétique, il faut tout d'abord trouver la relation permettant d'exprimer les efforts magnétiques appliqués sur l'objet à mouvoir connaissant l'état des variables d'actionnement du système. Par analogie avec la robotique conventionnelle, ce modèle sera appelé modèle

magnéto-statique direct (MMD). Dans le cas d'un système à aimants permanents, les entrées du système sont les variables de pose, tandis que pour un système à bobines ou électro-aimants les variables d'actionnement sont le vecteur de courant ainsi que la pose des bobines dans le cas de bobines mobiles. Sans perte de généralité, nous utiliserons les deux types de variables d'actionnement dans la suite de ces travaux en s'intéressant à un système composé de bobines mobiles.

On considère un objet magnétique d'aimantation \mathbf{m} situé au point \mathbf{p} , défini dans le repère cartésien global \mathcal{R}_0 par ${}^0\mathbf{p}$. Soit alors un ensemble de n bobines repérées dans un repère cartésien global \mathcal{R}_0 par leur pose respective ${}^0\mathbf{T}_j, j \in \llbracket 1; n \rrbracket$. Le but du modèle magnéto-statique direct est de définir une relation de la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{p}, \mathbf{m}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{m}) \end{bmatrix} = MMD_1(\mathbf{i}, {}^0\mathbf{T}_j) \quad j \in \llbracket 1; n \rrbracket \quad (2.8)$$

où \mathbf{c} et \mathbf{f} correspondent respectivement au couple et à la force magnétique subis par l'objet lorsque le jeu de bobines est parcouru par un courant $\mathbf{i} = [i_1 \dots i_n]^T$.

Cependant, comme indiqué dans [Petruska et al., 2015], il peut être plus pratique d'utiliser directement le champ magnétique \mathbf{b} à la place du couple \mathbf{c} pour s'affranchir de l'aimantation de l'objet à déplacer. Ainsi, le modèle magnétique direct consiste à trouver une relation de la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}(\mathbf{p}) \\ \mathbf{f}(\mathbf{p}, \mathbf{m}) \end{bmatrix} = MMD_2(\mathbf{i}, {}^0\mathbf{T}_j) \quad j \in \llbracket 1; n \rrbracket \quad (2.9)$$

Dans la suite de ce chapitre, on cherchera à exprimer le modèle magnétique comme exprimé dans 2.9.

Afin de trouver une telle relation, on fait appel à deux principes permettant de réduire l'étude du système complet à celle de chacun de ses constituants.

En effet, grâce au théorème de superposition, on peut décrire le champ magnétique résultant du système comme la somme des contributions des champs produits par chacune des bobines. Ce principe permet alors d'étudier chaque bobine indépendamment. À cela s'ajoute le fait que le champ magnétique évolue de manière linéaire par rapport au courant électrique circulant dans la bobine, lorsque celle-ci ne comporte pas de noyau. Dans le cas de bobines comportant des noyaux, il est généralement possible de faire l'hypothèse que les couplages entre les bobines sont négligeables et que les noyaux sont utilisés dans leur région de magnétisation linéaire. Cette hypothèse est discutée dans [Abbott et al., 2019] et utilisée par exemple sur le dispositif Octomag [Kummer et al., 2010].

Ainsi, grâce au théorème de superposition, l'étude du champ magnétique produit par un système d'actionnement peut être réduit à l'étude de chaque bobine examinée indépendamment. De plus, en se servant de la linéarité du champ magnétique par rapport au courant électrique, cette étude revient à analyser le champ que chaque bobine produit sous un courant donné. En utilisant ces deux principes, on peut définir le champ magnétique global (respectivement la force) comme la somme des contributions magnétiques de chacune des bobines exprimées dans le repère \mathcal{R}_0 . Or, nous verrons par la suite qu'il est plus simple d'exprimer le champ magnétique dans le repère de la source \mathcal{R}_j , il vient alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(\mathbf{p}) &= \sum_{j=1}^n {}^0\mathbf{R}_j^j \mathbf{b}_j({}^j\mathbf{T}_0 {}^0\tilde{\mathbf{p}}) i_j \\ &= [{}^0\mathbf{R}_1^1 \mathbf{b}_1; \dots; {}^0\mathbf{R}_n^n \mathbf{b}_n] \mathbf{i} \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{i} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{p}) &= \sum_{j=1}^n {}^0\mathbf{R}_j^j \mathbf{f}_j({}^j\mathbf{T}_0 {}^0\tilde{\mathbf{p}}) i_j \\ &= \mathbf{F} \cdot \mathbf{i} \end{aligned} \quad (2.10)$$

avec \mathbf{j}_b (respectivement \mathbf{j}_f) la contribution de champ (respectivement de force) de la bobine j exprimée dans son repère local \mathcal{R}_j lorsque celle-ci est parcourue par un courant de 1A et le couple $(\mathbf{b}(\mathbf{p}), \mathbf{f}(\mathbf{p}))$, la sortie du système d'actionnement au point \mathbf{p} considéré.

Dans la littérature scientifique, on peut trouver différentes approches permettant de calculer la contribution de champ produit par une bobine. La section suivante donne un aperçu des différentes approches classiques permettant de calculer la contribution de chaque bobine, afin de déterminer le modèle le plus adapté pour la manipulation magnétique.

2.2/ COMPARAISON DES MODÉLISATIONS CLASSIQUES

Hormis quelques arrangements de bobines particuliers dont le comportement est bien connu tel que le dispositif de Helmholtz ou celui de Maxwell (voir section 1.2.3.1), il est nécessaire d'avoir recours à une modélisation plus complexe. Dans tous les cas, le but d'une telle modélisation est de connaître le champ magnétique généré par une bobine traversée par un courant unitaire, le théorème de superposition permettant de déduire le champ magnétique produit par un système de bobines alimentées par un courant arbitraire [Abbott et al., 2019].

La littérature scientifique envisage différentes méthodes de modélisation d'une bobine dont deux se dégagent particulièrement : la cartographie de l'espace de travail et l'approximation dipolaire. Une troisième approche existe, reposant sur le calcul du potentiel vecteur magnétique à l'aide des fonctions intégrales elliptiques, mais celle-ci est, à tort, nettement moins exploitée.

La première méthode appelée méthode cartographique repose sur un maillage de l'espace de travail sur lequel le champ magnétique est calculé numériquement ou mesuré au niveau des nœuds. Pour obtenir le champ magnétique en tout point, une interpolation est ensuite effectuée. L'approximation dipolaire consiste à considérer que dans certaines conditions, une bobine se comporte comme un dipôle magnétique. Cette approximation permet de calculer analytiquement le champ magnétique en tout point de l'espace de travail. Enfin, la troisième modélisation repose sur une résolution analytique des équations de Maxwell.

Les différentes modélisations du champ magnétique généré par des bobines seront développées puis confrontées dans la section suivante. Afin d'évaluer et de comparer ces différents modèles, un cas pratique est considéré. Il illustre un système micro-robotique classique et considère une particule magnétique actionnée par plusieurs bobines cylindriques sans noyau dont les caractéristiques sont regroupées dans le tableau 2.1 :

Paramètres	Valeur	Unité SI
Diamètre moyen	0.1	m
Nombre de spires	500 (25 axiales, 20 radiales)	–
Diamètre du fil	0.8	mm
Courant	1	A
Position du centre	$[0 \ 0 \ 0]$	$[m \ m \ m]$

TABLE 2.1 – Caractéristiques de la bobine utilisée pour illustrer la comparaison des modèles magnétiques.

2.2.1/ ANALYSE DES MÉTHODES CARTOGRAPHIQUES

Une première manière de calculer le champ magnétique produit par une bobine est développée dans les méthodes dites cartographiques. Cette approche vise à obtenir une carte du champ magnétique en certains points de l'espace. La valeur du champ magnétique sur l'ensemble de l'espace de travail est ensuite obtenu par interpolation [Schuerle et al., 2012].

Pour obtenir les valeurs du champ aux points du maillage, deux techniques sont principalement utilisées. La première consiste à faire un relevé de mesures physiques, permettant d'avoir un modèle très proche de la réalité au prix d'une opération longue et parfois complexe à mettre en place. La seconde méthode tend à remplacer cette phase de mesure par des calculs numériques (principalement par analyse éléments finis). L'avantage indéniable des techniques par cartographie est sans nul doute leur précision. Ces techniques permettent de prendre en compte la géométrie (parfois complexe) des bobines mais également l'effet d'un noyau ferromagnétique. En effet, aux différents points du maillage, la précision est idéale. Ainsi, si la carte est suffisamment échantillonnée, la phase d'interpolation donne un résultat précis. Mais l'augmentation de l'échantillonnage de l'espace soulève une problématique majeure inhérente aux méthodes cartographiques. En effet, à mesure que le nombre de nœuds augmente, le temps associé à une interpolation prenant en compte l'ensemble des points de mesure augmente drastiquement, rendant une interpolation globale impossible à réaliser en ligne en un temps raisonnable. Plusieurs alternatives sont envisagées par la littérature scientifique pour pallier ce problème.

La première solution consiste à effectuer une interpolation locale, autour du point considéré. Cette méthode à l'avantage d'être systématique et dépend essentiellement de l'algorithme de recherche des points d'intérêt mais souffre des effets locaux des mesures, notamment des mesures aberrantes.

La seconde solution consiste à effectuer l'interpolation des points de mesure de manière hors-ligne afin d'obtenir un modèle analytique beaucoup plus rapide à calculer. Pour obtenir ce modèle, des fonctions polynomiales sont généralement utilisées pour interpoler les différentes mesures de la carte. Se pose alors la question du degré de ces polynômes. En effet, un polynôme de haut degré permettra un gain en précision, mais sera nécessairement plus long à calculer aussi bien hors-ligne que lors de son utilisation dans la boucle de commande. Cependant, lorsque le degré du polynôme n'est pas au moins égal au nombre de points mesurés, rien ne garanti que cette fonction polynomiale passe par les points de mesure. Or la principale force des méthodes par cartographie est sans nul doute sa précision ; si celle-ci est altérée, la pertinence d'une telle approche peut être remise en question. Dans [Nam et al., 2017] les auteurs utilisent un polynôme de degré total 15 (polynôme de degré 5 suivant chaque direction) à partir d'une carte discrète de 11^3 points.

Dans [Petruska et al., 2017], l'auteur propose d'utiliser une base de fonctions particulières permettant au modèle développé d'être en adéquation avec les équations de Maxwell.

Dans tous les cas, les modèles obtenus par la méthode cartographique sont liées au maillage originel. Ainsi, si des bobines différentes sont utilisées ou si un maillage différent est utilisé, il est nécessaire de réitérer tout le processus, ce qui peut être laborieux. Une alternative consiste alors à utiliser un modèle purement analytique, mais en utilisant un certain nombre d'hypothèses dont la validité devra être vérifiée. La section suivante propose d'analyser les différentes méthodes analytiques permettant de déterminer le

champ magnétique produit par une bobine.

2.2.2/ ANALYSE DES MÉTHODES ANALYTIQUES

La modélisation du champ magnétique peut également se faire en utilisant des modèles purement analytiques. Ceux-ci s'appuient directement sur la loi de Biot et Savart (Equation 2.11), formulation intégrale dérivant de l'équation de Maxwell-Ampère. Cette loi donne le champ magnétique créé par un courant i circulant le long d'une ligne \mathcal{L} en un point \mathbf{p} :

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{w} \in \mathcal{L}} \frac{i \mathbf{dl} \wedge \mathbf{wp}}{\|\mathbf{wp}\|^3} \quad (2.11)$$

avec μ_0 la perméabilité du vide et $d\mathbf{l}$ une variation infinitésimale de longueur.

Les bobines cylindriques étant largement utilisées dans la communauté robotique, on considère une bobine constituée de spires circulaires dont les paramètres sont regroupés dans la Figure 2.1. Dans cette image, les paramètres (r, θ, ϕ) sont les coordonnées sphériques du point \mathbf{p} . Ces coordonnées sont obtenues à partir des coordonnées cartésiennes $\mathbf{p} = (x_p, y_p, z_p)^T$, par l'équation 2.12.

$$\begin{cases} r = \sqrt{x_p^2 + y_p^2 + z_p^2}; & r \geq 0 \\ \theta = \arccos(z_p/r); & \theta \in [0; \pi] \\ \phi = \arctan_2(y_p, x_p); & \phi \in [0; 2\pi[\end{cases} \quad (2.12)$$

En vertu du théorème de superposition, le champ magnétique produit par la bobine sera alors égal à la somme des contributions de chacune des spires considérées indépendamment.

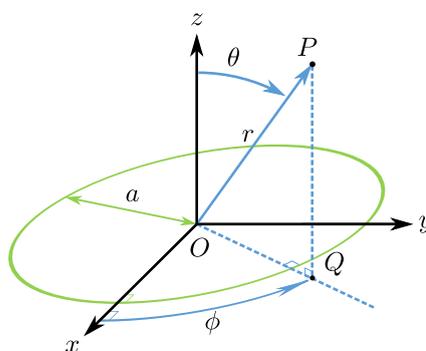


FIGURE 2.1 – Paramètres d'un point \mathbf{p} repéré en coordonnées sphériques par rapport à une spire de courant de rayon a située dans le plan xy , centrée en \mathbf{o}

Pour résoudre l'équation de Biot et Savart, deux approches sont communément utilisées. D'une part, l'approximation du dipôle considère une hypothèse simplificatrice permettant une formulation simple du champ et d'autre part l'estimation du potentiel vecteur magnétique cherche une solution exacte à cette équation. Ces approches sont détaillées dans la suite.

2.2.2.1/ APPROXIMATION DIPOLAIRE

L'approximation dipolaire résulte, comme son nom l'indique, d'une simplification de la loi de Biot et Savart (Equation 2.11) lorsque qu'un objet situé loin de la bobine est considéré (comparé aux dimensions de la bobine, *i.e.* $r \gg a$). Ainsi lorsqu'un point est éloigné du bobinage ou que la bobine est de petite dimension, le champ magnétique produit par la bobine est très proche du comportement d'un dipôle magnétique.

La formulation du champ magnétique créé par un dipôle est donnée en coordonnées sphériques dans [Jackson, 1999] par :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 i a^2 \cos \theta}{2r^3} \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{\mu_0 i a^2 \sin \theta}{4r^3} \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

Le champ magnétique obtenu par cette méthode est donné dans la Figure 2.2 en reprenant les paramètres du cas d'exemple (tableau 2.1).

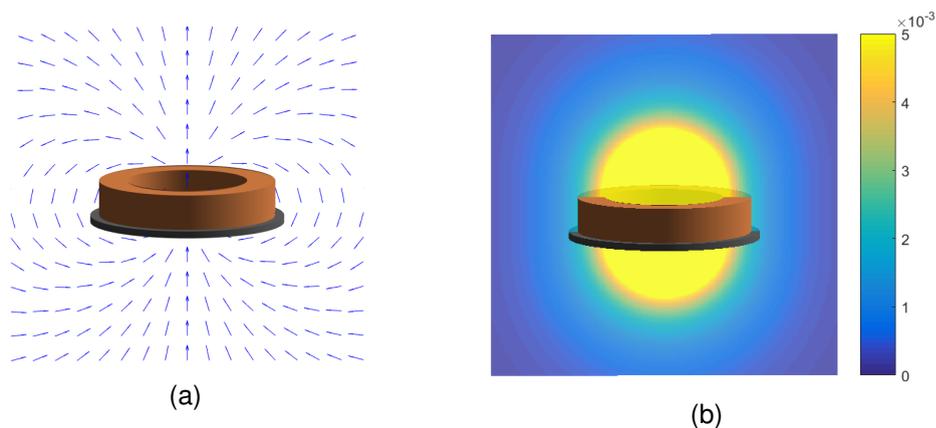


FIGURE 2.2 – Modélisation d'une bobine par l'approximation du dipôle. La Figure 2.2(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.2(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.

Dans cette image, plusieurs éléments sont remarquables. D'une part, on peut observer globalement un phénomène typique de bouclage du champ magnétique autour des spires de courant. Cette particularité s'explique grâce à l'équation de Maxwell-Ampère qui indique que le courant électrique est égal au rotationnel du champ magnétique, en d'autres mots le champ a tendance à s'enrouler autour des spires de courant.

Cependant, des incohérences apparaissent dans les zones proches de la bobine. Pour l'illustrer, la Figure 2.3 donne un aperçu du champ magnétique généré à proximité de la bobine. Dans cette image, on peut remarquer qu'il existe un point duquel le champ magnétique semble émaner et un second vers lequel celui-ci semble converger, tous deux situés sur l'axe de la bobine. De plus, on peut également observer que le champ magnétique semble s'enrouler autour de spires fictives de rayon très faible et ne semble plus s'enrouler autour des spires de courant réelles. Ces deux phénomènes s'expliquent par le fait que le modèle du dipôle considère un point éloigné du bobinage, là où les spires peuvent être considérées comme ponctuelles. De ce fait, il est alors normal que le champ

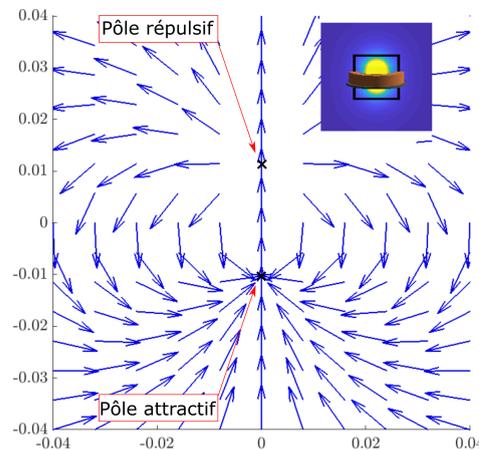


FIGURE 2.3 – Orientation du champ magnétique généré au sein de la bobine, zone représentée par un rectangle noir dans l’insert représentant la vue globale.

magnétique semble s’enrouler autour d’une spire de rayon nul. De plus, comme l’on dispose plusieurs dipôles côte à côte, l’ensemble ainsi formé possède deux pôles distincts (nord et sud magnétiques) qui correspondent aux observations des pôles attractif et répulsif.

Cette hypothèse simplificatrice permet d’obtenir un modèle très simple et surtout très rapide à calculer [Petruska et al., 2012, Arcese et al., 2013, Petruska et al., 2014a, Petruska et al., 2014b]. Cependant, lorsque l’on considère un point dans la zone d’intérêt pour la manipulation magnétique, celui-ci se trouve proche du bobinage et donc hors du domaine de validité du modèle. Par conséquent, l’hypothèse initiale n’est plus valide et conduit d’une part à surestimer le champ magnétique généré par la bobine mais également à fausser l’orientation de ce champ.

Pour pallier ces problèmes inhérents à l’hypothèse de départ, on peut trouver une alternative moins restrictive dans la littérature scientifique en passant par le calcul du potentiel vecteur magnétique. Cette approche est développée dans le paragraphe suivant.

2.2.2.2/ APPROCHES DÉRIVANT DU CALCUL DU POTENTIEL VECTEUR MAGNÉTIQUE

Les approches dérivant du calcul du potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} consiste à trouver une solution exacte à la loi de Biot et Savart, sans utiliser d’hypothèses restrictives, contrairement à l’approximation dipolaire. Pour cela, une variable intermédiaire appelée potentiel vecteur magnétique notée \mathbf{a} est utilisée. Pour la définir, l’équation de Maxwell-flux (Equation 2.14) est utilisée. D’après cette formule, le flux du champ magnétique au travers d’une surface fermée est nul. Cette loi indique principalement que les lignes de champ magnétique doivent être fermées. Ainsi, il vient :

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \quad (2.14)$$

Comme la divergence du champ magnétique \mathbf{b} est identiquement nulle, celui-ci peut être assimilé au rotationnel d’un champ vectoriel appelé potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} [Jackson, 1999].

$$\mathbf{b} = \nabla \wedge \mathbf{a} \quad (2.15)$$

Physiquement, un élément infinitésimal de courant $i\mathbf{dl}$ donne lieu à une contribution de potentiel vecteur $d\mathbf{a}$ parallèle à la direction $d\mathbf{l}$. Pour connaître le champ magnétique, on

utilise la loi de Biot et Savart :

$$\mathbf{b}(\mathbf{p}) = \int d\mathbf{b}(\mathbf{p}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{w} \in \mathcal{L}} \frac{i\mathbf{dl} \wedge \mathbf{wp}}{\|\mathbf{wp}\|^3} = \nabla \wedge \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{w} \in \mathcal{L}} \frac{i\mathbf{dl}}{\|\mathbf{wp}\|} \right) \quad (2.16)$$

Grâce aux équations 2.16 et 2.15, on peut déterminer une formulation du potentiel vecteur magnétique, donnée dans l'équation 2.17.

$$\mathbf{a} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbf{w} \in \mathcal{L}} \frac{i\mathbf{dl}}{\|\mathbf{wp}\|} \quad (2.17)$$

Dans un premier temps, on cherche à calculer le potentiel vecteur magnétique par l'intermédiaire de la formule 2.17. Dans un second temps, le champ magnétique est obtenu en prenant le rotationnel de ce potentiel vecteur magnétique comme exprimé dans l'expression 2.15.

Dans [Jackson, 1999], Jackson montre que l'expression du potentiel vecteur magnétique exprimée en coordonnées sphériques $\mathbf{a} = (A_r, A_\theta, A_\phi)^T$ d'une spire circulaire peut se réduire à la formule suivante :

$$\begin{cases} A_r = 0 \\ A_\theta = 0 \\ A_\phi(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \left[\frac{(2 - k^2) K(k) - 2E(k)}{k^2} \right] \\ k(r, \theta) = \sqrt{\frac{4ar \sin \theta}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \end{cases} \quad (2.18)$$

où $K(k)$ et $E(k)$ sont respectivement les fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèces. Ces fonctions mathématiques sont définies sur $[0; 1[$ par :

$$\begin{aligned} K(k) &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 \alpha)}} d\alpha = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \right]^2 k^{2n} \\ E(k) &= \int_0^1 \frac{\sqrt{1-k^2t^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(1-k^2 \sin^2 \alpha)} d\alpha = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \right]^2 \frac{k^{2n}}{1-2n} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Connaissant l'expression de la seule composante non nulle du potentiel vecteur magnétique A_ϕ , on peut obtenir le champ $\mathbf{b} = (b_r, b_\theta, b_\phi)^T$ d'après l'équation 2.15 à l'aide de la formule du rotationnel en coordonnées sphériques :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{-1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

En étudiant l'équation 2.20, on peut remarquer que celle-ci est une forme indéterminée lorsque l'on cherche à calculer le champ sur l'axe de la bobine (*i.e.* $r \sin \theta = 0$). De plus, cette expression fait intervenir la dérivée des fonction intégrales elliptiques complètes (par l'intermédiaire de la dérivée du potentiel vecteur magnétique) dont plusieurs formulations sont possibles. Une illustration du champ magnétique produit est donné Figure 2.4, dans laquelle cette indétermination peut être visualisée autour de l'axe de la bobine.

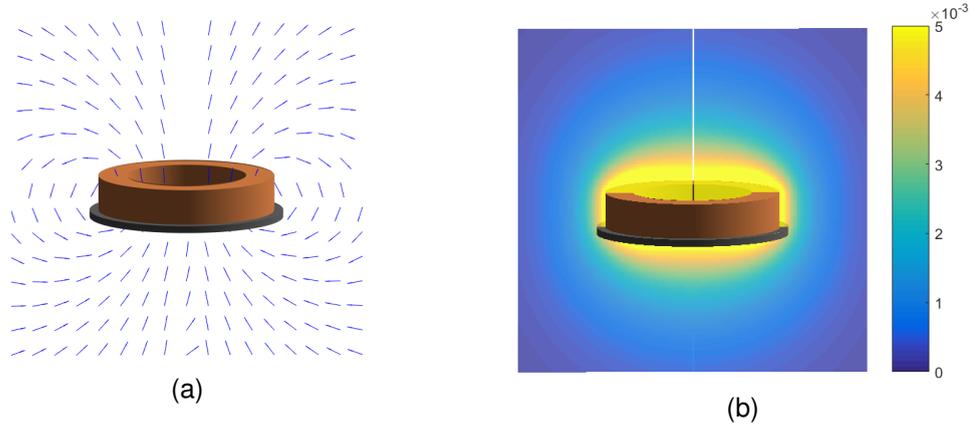


FIGURE 2.4 – Modélisation d'une bobine par fonctions intégrales elliptiques. La Figure 2.4(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.4(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.

Modèle de Wong Dans [Wong et al., 2016], un modèle est proposé à l'aide de fonctions intégrales elliptiques incomplètes de première \mathcal{E} et seconde espèces \mathcal{F} , définies respectivement comme :

$$\mathcal{F}(\phi, k) = \int_0^{\sin \phi} \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} dt = \int_0^{\phi} \frac{1}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 \theta)}} d\theta \quad (2.21)$$

$$\mathcal{E}(\phi, k) = \int_0^{\sin \phi} \frac{\sqrt{(1-k^2t^2)}}{\sqrt{(1-t^2)}} dt = \int_0^{\phi} \sqrt{(1-k^2 \sin^2 \theta)} d\theta \quad (2.22)$$

La différence majeure avec les fonction intégrales elliptiques complètes réside dans la borne supérieure d'intégration qui ici est variable. De ce fait, le temps de calcul de telles fonctions est bien plus important que celui nécessaire aux fonctions intégrales elliptiques complètes. Le modèle proposé dans [Wong et al., 2016] est donné dans l'équation 2.23.

$$\left\{ \begin{array}{l} b_x(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{1}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2} \left[\mathcal{F}\left(\frac{\pi}{2}, k^2\right) + \frac{a^2 - r^2}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \mathcal{E}\left(\frac{\pi}{2}, k^2\right) \right] \\ b_y(r, \theta) = 0 \\ b_z(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{1}{\tan(\theta) a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \left[\frac{a^2 + r^2}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2} \left(\mathcal{E}\left(\frac{\pi}{4}, k^2\right) + \mathcal{E}\left(\frac{3\pi}{4}, k^2\right) \right) - \left(\mathcal{F}\left(\frac{\pi}{4}, n^2\right) + \mathcal{F}\left(\frac{3\pi}{4}, n^2\right) \right) \right] \\ n^2 = \sqrt{\frac{|4ar \sin \theta|}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2}} \end{array} \right. \quad (2.23)$$

On notera que la borne supérieure d'intégration n'est plus $\frac{\pi}{2}$, ces fonctions sont alors appelées fonctions intégrales elliptiques dites incomplètes

Modèle de Schill Dans [Schill, 2003], l'auteur propose une formulation différente basée sur les intégrales elliptiques complètes de première, seconde et troisième espèces. Les

intégrales elliptiques complètes de troisième espèce sont définies par :

$$\Pi(n, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1 - n \sin^2 \theta) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (2.24)$$

On notera que les intégrales elliptiques complètes de troisième espèce ont une borne d'intégration supérieure fixe mais que contrairement aux intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèce, celles-ci sont définies par deux paramètres k et n ce qui implique un temps de calcul plus long. Puisqu'ils découlent des mêmes calculs, les résultats obtenus par les modèles de [Wong et al., 2016] et [Schill, 2003] sont identiques.

L'une des explications à l'utilisation rare d'une approche basée sur les fonctions intégrales elliptiques est sans nul doute liée à sa sensibilité aux erreurs numériques. En effet, comme relevé dans [Veron, 2014], lorsqu'un point est situé proche de l'axe ou très proche de la bobine, le champ magnétique calculé ne correspond pas aux mesures. Cela s'explique par le fait que dans cette zone (*i.e.* lorsque $k \ll 1$), le potentiel vecteur magnétique 2.18 ne peut être calculé. À ceci s'ajoute une indétermination lors de la dérivation présente dans l'équation 2.20. Toutefois, il est proposé dans [Schill, 2003] d'utiliser un prolongement par continuité pour la valeur $k = 0$.

Le champ obtenu par cette approche est illustré sur Figure 2.5 à partir du cas d'exemple (tableau 2.1).

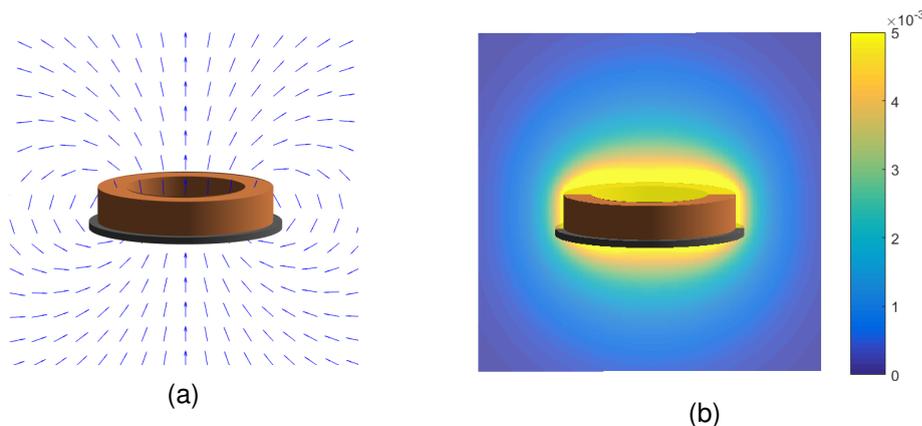


FIGURE 2.5 – Modélisation d'une bobine par fonctions intégrales elliptiques prolongées. La Figure 2.5(a) représente l'orientation du champ magnétique et l'image 2.5(b) représente l'amplitude du champ autour de la bobine.

Grâce au prolongement par continuité, les indéterminations présentes dans Figure 2.4 n'ont plus lieu dans le modèle illustré dans Figure 2.5 permettant d'avoir un modèle pouvant être calculé sur tout l'espace de travail.

Dans cette partie, différentes modélisations du champ magnétique ont été présentées, que ce soient des méthodes numériques (méthodes par cartographie) ou des méthodes analytiques (approximation dipolaire ou calcul du potentiel vecteur magnétique). Il convient alors de dresser une analyse critique de ces différents modèles pour mettre en lumière l'intérêt et les limites des approches classiquement utilisées en robotique. Dans la section suivante, nous nous intéresserons à la précision des différents modèles. Puisque la norme du champ magnétique décroît rapidement en fonction de la distance, il est fondamental que l'objet à déplacer soit proche de la bobine. C'est pourquoi la va-

lidité du modèle sera évaluée à proximité de la bobine. Une fois cette première analyse effectuée, le temps de calcul des différentes modélisations sera considéré.

2.2.3/ DISCUSSION ET SYNTHÈSE DES DIFFÉRENTES APPROCHES

Pour pouvoir manipuler précisément un objet magnéto-sensible, le système d'actionnement doit être contrôlé en boucle fermée. Par conséquent, il est nécessaire d'utiliser un modèle valide dans la zone de manipulation mais également rapide à calculer. Ainsi, pour déterminer la modélisation la plus adaptée à la manipulation magnétique, il convient d'évaluer et de comparer chacune d'entre elles tant en termes de précision que de temps de calcul.

À l'aide du principe de superposition et de la linéarité du champ magnétique par rapport au courant, ce problème peut être réduit au calcul du champ magnétique produit par une seule bobine traversée par un courant unitaire. Le problème étant axialement symétrique, cette comparaison peut s'effectuer dans un plan contenant l'axe de la bobine (ici dirigé suivant l'axe o, z). Le cas pratique évoqué dans le tableau 2.1 est utilisé pour illustrer les résultats. Cette évaluation est effectuée dans une zone à proximité de la bobine dont une illustration est donnée dans la Figure 2.6. La contribution de chacune des spires est donc sommée pour tous les points d'intérêt. Dans un souci de clarté, les différentes fonctions et repères utilisés ne sont explicités ici mais le seront lors de la phase d'étalonnage du système développé dans le chapitre 4.

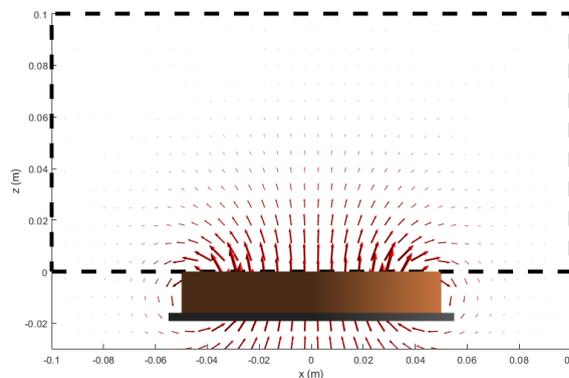


FIGURE 2.6 – Représentation du champ magnétique généré par une bobine. La zone en pointillé représente la zone d'intérêt pour la manipulation magnétique.

Pour la méthode par cartographie, les valeurs de champ magnétique sont obtenues sur le maillage à partir d'une simulation par éléments finis effectuée grâce au logiciel COMSOL Multi-Physics. Une carte de champ magnétique généré par une bobine alimentée par un courant unitaire est ainsi obtenue. Pour déterminer le champ magnétique en n'importe quelle position, une interpolation locale est effectuée par la fonction MATLAB (version R2016b) *interp2*. Cette étape de calcul est coûteuse en terme de temps de calcul, et il faut trouver un équilibre entre la finesse de la maille (pour garantir une interpolation correcte) et la mémoire utilisée par l'ordinateur (et donc le temps consacré à la recherche de points d'intérêt). Ici, un espace d'étude de 20×10 cm de côté muni d'une résolution de $10 \mu\text{m}$ (correspondant à environ 10% de la taille des objets manipulés) a été choisi. Pour les méthodes ayant une expression formelle, chaque spire est considérée indépendamment et le champ magnétique total est obtenu en utilisant le principe

de superposition. L'ensemble des modèles a été implémenté sans parallélisation sur un ordinateur équipé avec un processeur Intel Core i5-7600 cadencé à 3,5 GHz et possédant 16 Go de mémoire vive.

2.2.3.1/ COMPARAISON DE LA PRÉCISION DES MODÈLES

Pour manipuler de manière précise un objet magneto-sensible, il est nécessaire de maîtriser son orientation par l'intermédiaire de la direction du champ magnétique mais également d'estimer l'amplitude des efforts, reflétée par la norme du champ magnétique. Pour cette étude comparative, la précision des modèles sera évaluée tant en termes de norme du champ magnétique obtenu que de son orientation.

Pour faciliter la lecture de cette étude comparative, on utilisera une modélisation de référence et on évaluera l'écart relatif à ce modèle. Les modèles utilisant une cartographie étant connus pour leur précision, la plupart des articles scientifiques de la communauté robotique s'accordent à les considérer comme références [Kummer et al., 2010, Li et al., 2016]. Dans cette étude, le modèle obtenu par analyse éléments finis sera la référence.

Les illustrations données dans Figure 2.7 (respectivement Figure 2.8) représentent respectivement l'écart relatif en terme de norme et d'orientation du champ magnétique calculé par l'approximation dipolaire (respectivement par l'approche utilisant les fonctions intégrales elliptiques) par rapport aux résultats de l'analyse par éléments finis.

Ainsi, le modèle du dipôle et celui des éléments finis diffèrent en terme de norme à mesure que l'on s'approche de la bobine. On peut également remarquer que la principale zone d'erreur se situe à proximité de l'axe de la bobine (Figure 2.7(a)). Par comparaison, les modèles utilisant les fonctions intégrales elliptiques ont un écart relatif de moins de 5% dans tout l'espace de travail (Figure 2.8(a)). De plus, il est à noter que dans ce cas l'écart relatif augmente à mesure que le point s'éloigne de la bobine. Or, comme le champ magnétique diminue rapidement en fonction de la distance à la bobine, cette augmentation peut être expliquée par des résidus numériques.

Un second point important pour évaluer la précision d'un modèle est de vérifier la direction du champ calculé pour chaque modèle. En effet, celle-ci est une donnée prépondérante dans le contrôle d'un robot puisqu'elle oriente l'objet et influe également sur la génération éventuelle de force comme décrit par l'équation 1.7.

Pour le modèle du dipôle, il peut être observé qu'à mesure que l'on se rapproche de la bobine l'erreur angulaire augmente (Figure 2.7(b)). Cette erreur atteint (voire dépasse) 90° ce qui signifie que l'orientation peut être perpendiculaire à l'orientation souhaitée. Une fois de plus, ce problème vient du fait que ces zones sont hors du domaine de validité du modèle. Concernant l'écart angulaire entre les modèles utilisant les fonctions intégrales elliptiques et l'approche par cartographie, la Figure 2.8(b) nous indique que l'écart angulaire est inférieur à 5° dans la plupart des zones de l'espace et tend à augmenter à mesure que la norme du champ diminue. Cela est également dû aux résidus numériques associés à la méthode de cartographie.

Ainsi, les méthodes utilisant les fonctions intégrales elliptiques donnent des résultats similaires à ceux obtenus par simulation éléments finis, que ce soit en termes de norme ou d'orientation du champ magnétique y compris dans les zones proches des bobines.

Comme évoqué précédemment, la meilleure modélisation du champ magnétique pour

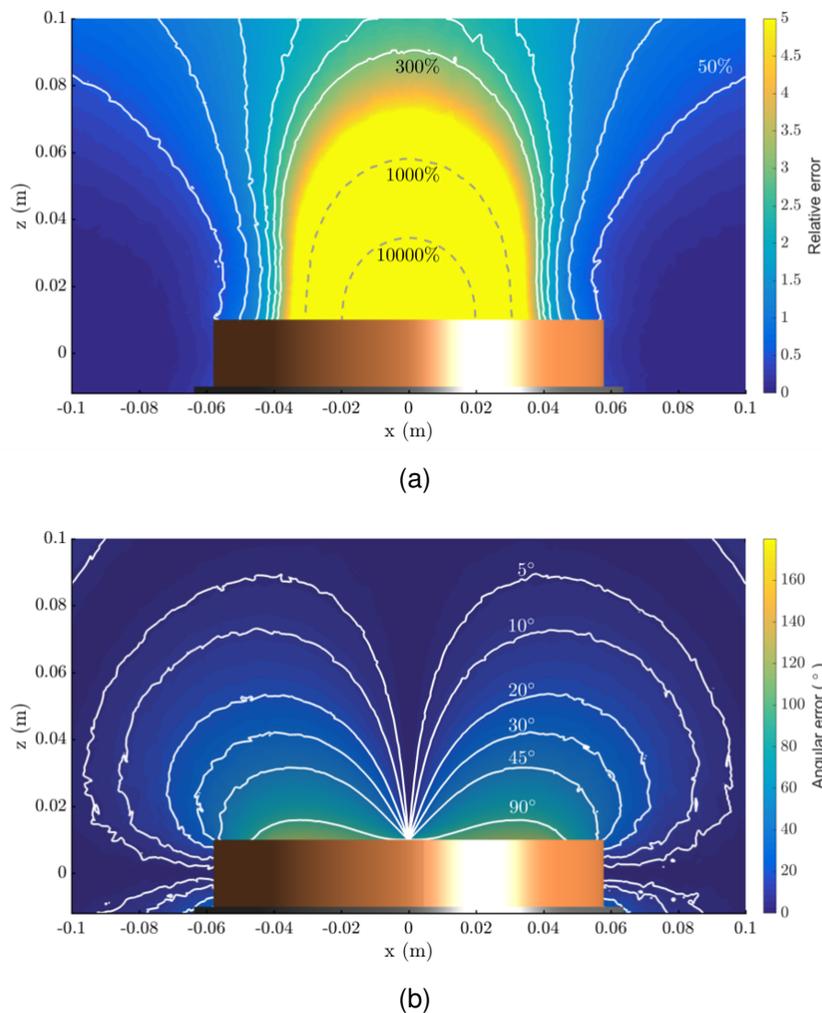


FIGURE 2.7 – **a)** Erreur relative entre la norme du champ magnétique calculé par le modèle du dipôle et celle obtenue par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 50, 100, 150, 200, 250 et 300% tandis que les lignes en pointillés représentent un écart de 1000 et 10000%. **b)** Erreur relative entre l'angle du champ magnétique calculé par le modèle du dipôle et celui obtenu par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 5, 10, 20, 30, 45 et 90°.

la manipulation en boucle fermée n'est pas nécessairement la plus précise mais celle qui offre le meilleur compromis entre précision et temps de calcul. C'est pourquoi la section suivante propose de passer en revue le temps de calcul requis par chaque méthode évoquée précédemment.

2.2.3.2/ COMPARAISON EN TERME DE TEMPS DE CALCUL

Pour chacune des trois méthodes étudiées, le temps nécessaire pour évaluer le champ magnétique en un point donné est mesuré. Pour disposer de statistiques fiables ce point est choisi au hasard dans l'espace de travail, puis cette opération est itérée 180 fois. Le tableau 2.2 dresse la comparaison des temps de calcul requis pour chacune des

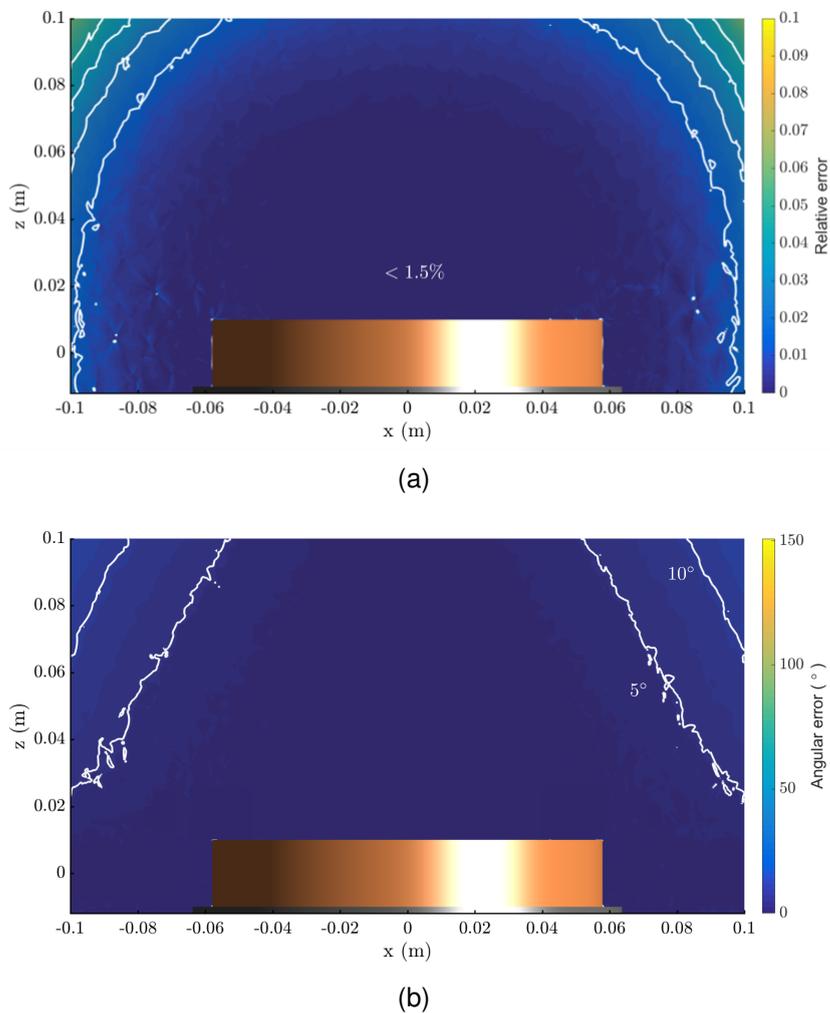


FIGURE 2.8 – **a)** Erreur relative entre la norme du champ magnétique calculé par le modèle intégral elliptique et celle obtenue par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 1.5, 2.0, 2.5 et 3.0% **b)** Erreur relative entre l'angle du champ magnétique calculé par le modèle intégral elliptique et celui obtenu par éléments finis. Les lignes blanches représentent les frontières pour un écart de 5, 10, 20, 30, 45 et 90°.

quatre modélisations classiquement utilisées en robotique. D'après ce tableau, on peut

	Temps de calcul (ms/point)	Ecart-type (ms)	Mémoire utilisée (ko)
Cartographie	162	1.583	≥ 1400
Dipole	1.7	0.163	≤ 6
Formulation de Wong	1164.5	7.1	≤ 7
Formulation de Schill	241.4	2.5	≤ 7

TABLE 2.2 – Comparaison du temps de calcul du champ magnétique en un point selon les différents modèles magnétiques

observer que le modèle du dipôle nécessite un temps de calcul de moins de 2ms ce qui

est bien inférieur aux autres modèles ; ce qui explique, conjointement avec sa simplicité de mise en place, sa large utilisation. Néanmoins la zone de fort intérêt pour la manipulation magnétique, *i.e.* proche de la bobine, est hors du domaine de validité de ce modèle. Les autres méthodes sont quand à elles précises sur tout l'espace de manipulation mais requièrent énormément de temps de calcul ce qui impacte directement la fréquence de la boucle de commande.

En effet, on peut noter un rapport de 95 entre le temps de calcul du modèle par cartographie et celui du dipôle. Avec un temps de calcul du champ magnétique de 162ms par point, la fréquence de la boucle de commande utilisant une modélisation par cartographie peut être au mieux de 6Hz dans cet exemple, la rendant de fait difficilement exploitable pour une commande en boucle fermée. Cela est dû principalement à l'interpolation qui doit être effectuée pour calculer la champ magnétique à un point donné. Celui-ci pourrait être réduit en remplaçant la fonction *interp2* par une méthode plus adaptée mais restera tout de même élevé à moins d'utiliser une interpolation hors ligne permettant d'obtenir une fonction analytique. Cependant, de nombreuses problématiques liées à la détermination de telles fonctions (base de fonction utilisée, degré dans le cas de fonctions polynomiales) ainsi qu'à leur pertinence rendent ces méthodes difficilement exploitables pour l'heure. Les formulations dérivant du calcul du potentiel vecteur magnétique sont quant à elles encore plus longues à calculer que la méthode par cartographie. Celle proposée par Denise Wong dans [Wong et al., 2016] nécessite un temps de calcul important principalement dû à l'utilisation de fonctions intégrales elliptiques incomplètes dans le modèle dont l'intégration prend beaucoup de temps. En utilisant uniquement des fonctions intégrales elliptiques complètes de première, seconde et troisième espèces, la formulation proposée dans [Schill, 2003] permet de diviser ce temps de calcul par un facteur 5, mais reste toutefois conséquent.

À l'issue de la comparaison des différents modèles, il se dégage que la méthode par cartographie est coûteuse en temps de calcul et se révèle peu pertinente lorsque la géométrie de la bobine est simple comme dans notre cas. Néanmoins, elle révèle toute son utilité lorsque la forme des spires devient plus complexe, mais nécessite alors une phase d'interpolation pour être exploitable. Lorsque l'on souhaite manipuler des objets "éloignés" des bobines, il devient intéressant d'utiliser le modèle du dipôle puisque celui-ci est très rapide à calculer et donne des résultats pertinents. Néanmoins, comme la norme du champ magnétique décroît rapidement avec la distance séparant l'objet à manipuler de la bobine, il est peu pertinent de chercher à s'éloigner du système d'actionnement. Le modèle du dipôle reste donc d'un intérêt limité pour la robotique. Les modèles utilisant les fonctions intégrales elliptiques sont quant à eux valides dans tout l'espace de travail, mais ceux trouvés dans la littérature scientifique ont un temps de calcul similaire à celui des méthodes par cartographie, les rendant inexploitables en l'état pour la commande. Par définition, la précision du modèle du dipôle ne peut être améliorée. En effet, l'hypothèse simplificatrice inhérente au modèle empêche celui-ci d'être valide dans la zone de manipulation ce qui rend ce modèle inexploitable dans ces conditions. Les approches par cartographie sont quant à elles dépendantes du maillage et de la phase d'interpolation utilisés. Les approches par calcul du potentiel vecteur magnétique sont quant à elles beaucoup trop longues à calculer pour être utilisées. Cependant, on peut remarquer que d'une formulation à une autre, le temps de calcul peut être drastiquement réduit. Cette observation soulève la question suivante "Existe-t-il une formulation du modèle basé sur le calcul du potentiel vecteur magnétique permettant de le rendre compatible avec les contraintes de commande en boucle fermée?". Pour répondre à cette question, une analyse approfondie des modèles basés sur le calcul du potentiel vecteur magnétique est

développée dans la section suivante. Nous proposons une nouvelle formulation qui sera comparée ensuite aux approches classiques.

2.3/ MODÈLE ADAPTÉ À LA COMMANDE

Pour calculer le champ magnétique en passant par le calcul du potentiel vecteur magnétique, plusieurs étapes sont nécessaires. Le schéma donné dans la Figure 2.9 donne un aperçu des différents stades permettant de passer d'un point \mathbf{p} repéré dans l'espace de travail \mathcal{R}_0 au champ magnétique généré au point \mathbf{p} par la bobine i noté ${}^0\mathbf{b}_i$.

Dans un premier temps, le point considéré est calculé dans le repère cartésien associé à la bobine ${}^i\mathbf{p}$ à l'aide dans la matrice de transformation ${}^i\mathbf{T}_0$. L'expression du potentiel vecteur magnétique étant donnée à l'aides de coordonnées sphériques dans [Jackson, 1999], les coordonnées du point \mathbf{p} sont exprimées en coordonnées sphériques à l'aide de l'expression 2.12. Le champ magnétique ${}^i\tilde{\mathbf{b}}_i$ est ensuite obtenu à l'aide de l'opérateur rotationnel 2.15 appliqué sur le potentiel vecteur magnétique 2.20. Ce vecteur étant exprimé en coordonnées sphériques, il suffit ensuite d'exprimer le champ magnétique en coordonnées cartésiennes puis de l'exprimer dans le repère originel \mathcal{R}_0 .

Ce processus ne présente pas de difficulté majeure dans l'ensemble. Toutefois, l'opération permettant de passer du potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} vers le champ magnétique ${}^i\tilde{\mathbf{b}}_i$ est délicate. En effet, dû à une indétermination dans les zones très éloignées de la bobine ou lorsque l'on considère des points proches de l'axe, des problèmes numériques interviennent. Pour éviter ces écueils, un prolongement par continuité sera effectué. De plus, l'obtention de ce rotationnel fait intervenir la dérivée des fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèce dont il existe plusieurs expressions.

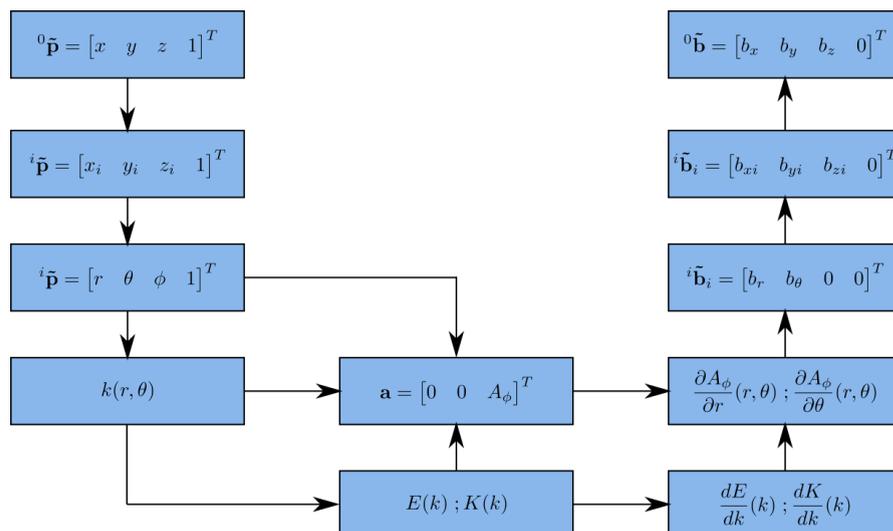


FIGURE 2.9 – Schéma de principe du calcul du champ magnétique en un point à partir des modélisations dérivant du calcul du potentiel vecteur magnétique.

Le but de la section suivante sera donc d'analyser cette étape critique et de proposer une nouvelle formulation permettant son utilisation pour des applications robotiques.

2.3.1/ CALCUL DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Cette section a pour but de proposer une nouvelle formulation permettant de déterminer le champ magnétique $\tilde{\mathbf{b}}_i$ à partir du potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} . Pour pouvoir étudier ce calcul, il faut au préalable s'intéresser au domaine de définitions des différentes fonctions intervenant de le calcul. Par la suite, une nouvelle formulation de la dérivée des fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèce sera démontrée. Ce calcul permettra d'exprimer le champ magnétique sur la partie régulière de l'espace (partie de l'espace non affectée par les problèmes d'indétermination). Enfin un prolongement par continuité sera conduit sur le reste de l'espace (comme proposé dans [Schill, 2003]).

2.3.1.1/ DOMAINE DE DÉFINITION DES FONCTIONS

Pour pouvoir obtenir l'expression du champ magnétique en tout point de l'espace, une étude de la définition des fonctions intervenant dans l'ensemble du processus est menée. L'expression du champ magnétique $\tilde{\mathbf{b}}_i$ faisant intervenir le potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} , le domaine de définition de ce dernier doit être établi. Or la seule composante non-nulle de ce vecteur fait elle-même intervenir différentes fonctions intermédiaires. On s'intéresse donc dans un premier temps au domaine de définition des différentes fonctions intermédiaires pour étudier par la suite celui de la fonction A_ϕ .

On considère ici une spire circulaire de rayon a parcourue par un courant i ainsi qu'un point \mathbf{p} repéré par ses coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi) \in \mathbb{R}_+ \times [0; \pi] \times [0; 2\pi[$ déterminées dans l'expression 2.12.

Lemme 2.1: Domaine de définition de la fonction k

La fonction scalaire k définie par :

$$k : D \rightarrow F$$

$$(r, \theta) \mapsto \sqrt{\frac{4ar \sin \theta}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (2.25)$$

est définie sur tout l'espace $D = \mathbb{R}_+ \times [0; \pi]$, à valeur dans $F = [0; 1]$.

Démonstration. La fonction k étant la composition d'une fonction rationnelle par la fonction racine carrée, il faut à la fois que la fraction soit positive et que le dénominateur de cette dernière ne s'annule pas.

En notant que sur l'espace D , comme $\theta \in [0; \pi]$, on a $\sin \theta \geq 0$ et puisque le rayon de la spire $a > 0$ et $r \in \mathbb{R}_+$ on peut noter que $0 \leq ar \sin \theta$, on a alors :

$$0 < a^2 + r^2 \leq a^2 + 2ar \sin \theta + r^2 \quad (2.26)$$

Donc le dénominateur est toujours strictement positif et par conséquent la fraction est bien définie. Or, comme $\sin \theta \leq 1$ on a $ar \sin \theta \leq ar$. Il vient alors :

$$0 \leq (a - r)^2 \leq a^2 - 2ar \sin \theta + r^2 \quad (2.27)$$

$$0 \leq 4ar \sin \theta \leq (a - r)^2 + 4ar \sin \theta \leq a^2 + 2ar \sin \theta + r^2 \quad (2.28)$$

Ainsi, comme le numérateur est plus petit que le dénominateur et que les deux termes sont positifs sur D , la fonction k est définie sur D et a valeur dans $[0, 1]$. ■

Le domaine de définition de la fonction scalaire k étant connu, on cherche ensuite à connaître celui des fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèces intervenant dans le calcul du potentiel vecteur magnétique.

Lemme 2.2: Domaine de définition des fonctions intégrales elliptiques E et K

Les fonctions intégrales elliptiques complètes de première K et seconde E espèces sont définies sur $D \setminus \left\{ \left(a, \frac{\pi}{2} \right) \right\}$.

On définit alors l'espace $D_k = D \setminus \left\{ \left(a, \frac{\pi}{2} \right) \right\}$ et $D_{k^*} = D_k \setminus \{ (r, \theta) \in D_k \text{ tel que } k(r, \theta) \neq 0 \}$.

Démonstration. Par définition donnée Equation 2.19, les fonctions E et K sont définies sur $[0; 1[$. Or par définition, la fonction scalaire k ne peut valoir 0 que pour $r \sin \theta = 0$ qui correspond physiquement à l'axe de la bobine.

Cependant, il a été montré que la fonction k pourrait valoir 1 sur une partie de son domaine de définition. Mais comme les fonctions E et K ne sont pas définies pour une telle valeur, on cherche donc l'ensemble des points (r, θ) tels que $k(r, \theta) = 1$.

$$k(r, \theta) = 1 \Leftrightarrow 4ar \sin \theta = a^2 + 2ar \sin \theta + r^2 \quad (2.29)$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ar \sin \theta + r^2 = 0 \quad (2.30)$$

Or, par l'équation 2.27, cette égalité ne peut être vérifiée que si $r = a$ et $\sin \theta = 1$. Donc la fonction scalaire k ne peut donc valoir 1 que pour $(r, \theta) = \left(a, \frac{\pi}{2} \right)$. Ce point correspond à l'emplacement du fil de la spire. ■

Lemme 2.3: Domaine de définition de la fonction A_ϕ

La fonction A_ϕ définie par $A_\phi(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \left[\frac{(2-k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2} \right]$ est bien définie pour tout couple $(r, \theta) \in D_{k^*}$

Démonstration. À l'aide de l'équation 2.26, on sait que la partie :

$$\frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (2.31)$$

est bien définie sur $D = \mathbb{R}_+ \times [0; \pi]$.

De plus les intégrales elliptiques $E(k)$ et $K(k)$ sont définies pour $k \in [0, 1[$, donc sur D_k .

Lorsque $k(r, \theta) \neq 0$ l'expression suivante est bien définie :

$$\frac{(2 - k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2} \quad (2.32)$$

Ainsi, la fonction A_ϕ est bien définie sur D_{k^*} . ■

Connaissant le domaine de définition des différentes fonctions intervenant dans le calcul du champ magnétique, on s'intéresse désormais à l'étape cruciale du calcul, à savoir la détermination du rotationnel du potentiel vecteur magnétique. Or ce calcul fait intervenir les dérivées partielles du potentiel vecteur magnétique faisant lui-même intervenir les dérivées des fonctions intégrales elliptiques utilisées. Le paragraphe suivant s'intéressera donc à déterminer une expression de ces dérivées.

2.3.1.2/ EXPRESSION DES DÉRIVÉES DES FONCTIONS INTÉGRALES ELLIPTIQUES COMPLÈTES DE PREMIÈRE ET SECONDE ESPÈCE

Il existe plusieurs expressions de la dérivée des fonctions intégrales elliptiques de première et seconde espèces [Schill, 2003]. Nous proposons ici d'utiliser une formulation ne faisant intervenir que $E(k)$ et $K(k)$ ce qui permettra par la suite d'aboutir à un système relativement simple à calculer numériquement. La démonstration de cette expression n'étant à notre connaissance pas disponible dans la littérature scientifique, nous en proposons ici une démonstration.

Lemme 2.4: Dérivées de K et E

Les dérivées des fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèces ont pour expression formelle :

$$\frac{dK}{dk}(k) = \frac{E(k)}{k(1-k^2)} - \frac{K(k)}{k} \quad (2.33)$$

$$\frac{dE}{dk}(k) = \frac{E(k)}{k} - \frac{K(k)}{k} \quad (2.34)$$

Démonstration. D'après la règle de Leibnitz, lorsque les bornes de l'intégrale d'une fonction sont fixes, la dérivée de cette intégrale est égale à l'intégrale de la dérivée de cette fonction. Ainsi, il vient :

$$\frac{dK}{dk}(k) = \frac{d \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{(1-k^2 \sin^2 \alpha)}} d\alpha}{dk}(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k \sin^2 \alpha}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha = \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(+1-1) + k^2 \sin^2 \alpha}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (2.35)$$

$$= \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - (1-k^2 \sin^2 \alpha)}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha = \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha - \frac{K(k)}{k} \quad (2.36)$$

On cherche alors à simplifier l'expression suivante :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha \quad (2.37)$$

Cette formulation étant complexe en l'état, on cherche à faire apparaître si possible les fonctions $E(k)$ ou $K(k)$; puisqu'elles simplifieraient certains calculs à venir. On cherche alors à trouver une intégration par partie faisant intervenir de telles fonctions. Fort heureusement, on peut noter l'égalité suivante :

$$\frac{\partial \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}}}{\partial \alpha} = \frac{k^2 - 1}{k^2 (1-k^2 \sin^2 \alpha)} - \frac{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}}{k^2} \quad (2.38)$$

Or en prenant $k \in D_{k^*}$, par définition la fonction k ne peut valoir ni 0 ni 1. Ainsi il vient :

$$\frac{k^2}{k^2 - 1} \frac{\partial \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}}}{\partial \alpha} = \frac{1}{(1-k^2 \sin^2 \alpha)} - \frac{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}}{1-k^2} \quad (2.39)$$

Permettant d'obtenir l'intégration par partie suivante :

$$\frac{k^2}{k^2 - 1} \left[\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} \right]_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{\pi}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \alpha)} d\alpha - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}{1 - k^2} d\alpha \quad (2.40)$$

Or pour $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$, le terme $\sin \alpha \cos \alpha = 0$. On a donc l'égalité suivante :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} d\alpha = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}{1 - k^2} d\alpha = \frac{E(k)}{1 - k^2} \quad (2.41)$$

En reportant l'équation 2.41 dans l'équation 2.36, on obtient l'expression :

$$\frac{dK}{dk}(k) = \frac{E(k)}{k(1 - k^2)} - \frac{K(k)}{k} \quad (2.42)$$

De manière analogue, on peut montrer que :

$$\frac{dE}{dk}(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-k \sin^2 \alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha = \frac{1}{k} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - k \sin^2 \alpha - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha = \frac{E(k)}{k} - \frac{K(k)}{k} \quad (2.43)$$

■

2.3.1.3/ DÉTERMINATION DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Ayant obtenu une nouvelle formulation des dérivées des fonctions E et K on peut définir l'expression du champ magnétique sur l'espace régulier comme suit :

Proposition 2.1: Champ magnétique généré sur la partie régulière de l'espace, D_{k^*}

Pour tout $(r, \theta) \in D_{k^*}$ on a :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \frac{E(k) \cos \theta}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \left[\frac{E(k)(r^2 + a^2 \cos(2\theta))}{(a^2 - 2ar \sin \theta + r^2) 2 \sin \theta} \right] \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

Démonstration. Pour obtenir l'expression du champ magnétique, il est nécessaire de faire intervenir la formule du rotationnel en coordonnées sphériques donnée dans l'équation 2.20 qui est rappelée ici :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{-1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \\ b_\phi = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\cos \theta A_\phi + \sin \theta \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} \right) \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{-1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(A_\phi + r \frac{\partial A_\phi}{\partial r} \right) \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

Cette expression fait intervenir les dérivées partielles du potentiel vecteur magnétique.

En notant $f(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{\pi} \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}}$ et $g(k) = \frac{(2 - k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2}$, il vient : $A_\phi(r, \theta) = f(r, \theta) g(k)$.

Ainsi, pour calculer la dérivée de la fonction potentiel vecteur magnétique A_ϕ par rapport à la variable r puis θ on utilise :

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial r}(r, \theta) = \frac{\partial f}{\partial r}(r, \theta) g(k) + f(r, \theta) \frac{\partial g}{\partial k}(k) \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial A_\phi}{\partial \theta}(r, \theta) = \frac{\partial f}{\partial \theta}(r, \theta) g(k) + f(r, \theta) \frac{\partial g}{\partial k}(k) \frac{\partial k}{\partial \theta}(r, \theta) \quad (2.47)$$

Ces deux expressions font intervenir le terme $\frac{\partial g}{\partial k}(k)$ faisant appel à l'expression des dérivées des fonctions E et K , définies lors de la démonstration précédente. Il vient donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial r}(r, \theta) = \frac{-a(r + a \sin \theta)}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial f}{\partial \theta}(r, \theta) = \frac{-ra^2 \cos \theta}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \frac{1}{2k} \frac{4a \sin \theta (a^2 - r^2)}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^2} \\ \frac{\partial k}{\partial \theta}(r, \theta) = \frac{1}{2k} \frac{4ar \cos \theta (a^2 - 2ar \sin \theta + r^2)}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^2} \\ \frac{\partial g}{\partial k}(k) = -\frac{4K(k) - 4E(k) + 3k^2 E(k) - 5k^2 K(k) + k^4 K(k)}{k^3 - k^5} \end{array} \right. \quad (2.48)$$

Grâce à l'expression des dérivées des fonction E et K obtenues précédemment, la fonction $\frac{\partial g}{\partial k}(k)$ ne dépend que de ces mêmes fonctions permettant ainsi une simplification très importante de l'expression du rotationnel. Après simplification, on obtient l'expression du champ magnétique proposée à l'équation 2.44. ■

Grâce à la proposition précédente, on peut calculer le champ magnétique pour $k \in D_{k^*}$. Un oeil averti pourra avoir remarqué que sur l'espace de travail, la fonction k peut valoir 0, notamment sur l'axe de la bobine. Cependant, ni la fonction A_ϕ , ni les dérivées des fonctions E et K ne sont définies pour une telle valeur. Pour pallier ce problème, on effectue un prolongement par continuité.

Proposition 2.2: Champ magnétique prolongé pour $k(r, \theta) = 0$ [Jackson, 1999]

Lorsque $k(r, \theta) = 0$, on peut utiliser un prolongement par continuité pour calculer le champ magnétique \mathbf{b} et obtenir :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 I a^2 \cos \theta}{4} \frac{2a^2 + ar \sin \theta + 2r^2}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{5/2}} \\ b_\theta(r, \theta) = -\frac{\mu_0 I a^2 \sin \theta}{4} \frac{2a^2 + ar \sin \theta - r^2}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{5/2}} \\ b_\phi = 0 \end{array} \right. \quad (2.49)$$

Démonstration. D'après le lemme sur le domaine de définition de la fonction A_ϕ , lorsque $k(r, \theta) = 0$, $A_\phi(r, \theta)$ n'est pas défini. Cependant, on peut utiliser le développement limité à

l'ordre 4 des fonctions intégrales elliptiques complètes [Schill, 2003] :

$$\begin{aligned} K(k) &= \frac{\pi}{2} + k^2 \frac{\pi}{8} + k^4 \frac{9\pi}{128} + o(k^4) \\ E(k) &= \frac{\pi}{2} - k^2 \frac{\pi}{8} - k^4 \frac{3\pi}{128} + o(k^4) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Ce qui mène à :

$$\frac{(2 - k^2)K(k) - 2E(k)}{k^2} = k^2 \frac{\pi}{16} + o(k^4) \quad (2.51)$$

Ainsi, en utilisant ce résultat, on peut prolonger l'expression du potentiel vecteur magnétique A_ϕ défini à l'équation 2.18, dont on se sert au sein de l'expression du champ magnétique à l'aide de l'équation 2.20 pour obtenir l'expression proposée 2.49 ■

L'illustration donnée dans la Figure 2.10 permet d'illustrer les différentes zones de l'espace de travail, notamment l'espace dit "régulier" et celui où $k(r, \theta)$ est faible, pour une bobine dont les caractéristiques correspondent à l'exemple du tableau 2.1. Puisque la zone régulière dépend du rayon et de la position de la spire, l'exemple choisi est pris pour une spire dont les caractéristiques correspondent aux médianes de l'ensemble des spires composant la bobine.

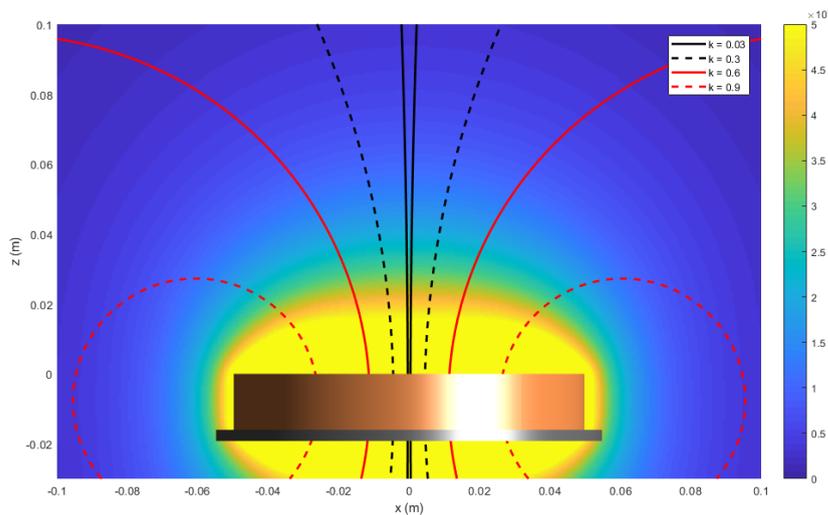


FIGURE 2.10 – Illustration des zones délimitées par la fonction $k(r, \theta) = C$ où C est une constante. Cette fonction est utilisée pour déterminer l'espace sur lequel le champ magnétique a besoin d'être prolongé. Les lignes continue noire, pointillé noire, continue rouge et pointillé rouge représentent respectivement la valeur $k = 0.03, 0.3, 0.6$ et 0.9 .

Le calcul du champ magnétique devant être fait numériquement, on considère qu'un point n'est plus dans la partie régulière de l'espace lorsque la valeur de k^2 correspondante est inférieure à la précision numérique (de l'ordre de 10^{-16}). Vu la résolution numérique atteignable, l'espace où la prolongation est nécessaire correspond quasiment à l'axe de la bobine ; ce qui explique les problèmes numériques évoqués précédemment dans le cadre des modélisations classiques par calcul du potentiel vecteur magnétique.

Remarque

Lorsqu'on considère le calcul du champ magnétique en un point éloigné de la spire, c'est-à-dire lorsque $r \gg a$ la fonction k tend vers la valeur 0 et l'expression du champ magnétique \mathbf{b} de l'équation 2.49 tend vers l'expression de l'approximation dipolaire :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) \xrightarrow[r \gg a]{} \frac{\mu_0 I a^2 \cos \theta}{2} \frac{1}{r^3} \\ b_\theta(r, \theta) \xrightarrow[r \gg a]{} \frac{\mu_0 I a^2 \sin \theta}{4} \frac{1}{r^3} \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.52)$$

Démonstration. Lorsque que l'on considère un point éloigné du bobinage, c'est-à-dire lorsque $r \gg a$, certaines fonctions intervenant dans le calcul du champ magnétique ont le même comportement que d'autres fonctions (appelées fonctions équivalentes). Pour un point situé loin de la bobine, on a les équivalents suivants :

$$\begin{cases} (a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{5/2} \xrightarrow[r \gg a]{} r^5 \\ 2a^2 + ar \sin \theta + 2r^2 \xrightarrow[r \gg a]{} 2r^2 \\ 2a^2 + ar \sin \theta - r^2 \xrightarrow[r \gg a]{} -r^2 \end{cases} \quad (2.53)$$

En analyse mathématiques, il est possible d'utiliser différentes opérations tout en restant équivalent. C'est le cas pour les multiplications/divisions de fonctions équivalentes, la multiplication par un scalaire. Le cas de l'addition et de la composition de fonctions équivalentes est quant à elle plus problématique. Dans notre cas, par quotient de fonctions équivalentes et multiplication par une fonction scalaire, on obtient l'expression 2.52 ■

Ainsi, en synthétisant les différentes propriétés et lemmes précédents, on obtient la formulation générale suivante :

Proposition 2.3: Généralisation du calcul du champ magnétique

Soit une spire circulaire de rayon a non nul traversée par un courant d'intensité I . Soit un point \mathbf{p} repéré par rapport à cette spire par ses coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi) \in \mathbb{R}_+^* \times [0; \pi] \times [0; 2\pi[$.

Alors le champ magnétique $\mathbf{b} = (b_r, b_\theta, b_\phi)^t$ produit par cette spire peut être obtenu

à l'aide d'une fonction intermédiaire k par :

$$\forall (r, \theta) \in \mathbb{R}_+^* \times [0; \pi] \setminus \left\{ \left(a, \frac{\pi}{2} \right) \right\}$$

$$k(r, \theta) = \sqrt{\frac{4ar \sin \theta}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (2.54)$$

si $k(r, \theta) = 0$ i.e. $r = 0$ ou $\sin \theta = 0$

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 i a^2 \cos \theta}{4} \frac{2a^2 + ar \sin \theta + 2r^2}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{5}{2}}} \\ b_\theta(r, \theta) = -\frac{\mu_0 i a^2 \sin \theta}{4} \frac{2a^2 + ar \sin \theta - r^2}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{5}{2}}} \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.55)$$

sinon :

$$\begin{cases} b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 i a^2}{\pi \sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \frac{E(k) \cos \theta}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \\ b_\theta(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{\pi 2 \sin \theta \sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \left[\frac{E(k) (r^2 + a^2 \cos 2\theta)}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} - K(k) \right] \\ b_\phi = 0 \end{cases} \quad (2.56)$$

Cette propriété permet de définir le champ magnétique en tout point de l'espace de travail excepté sur le bobinage (ce qui n'aurait que peu de sens physiquement) en coordonnées sphériques. Pour obtenir ce champ en coordonnées cartésiennes, on utilise la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} b_x(r, \theta, \phi) \\ b_y(r, \theta, \phi) \\ b_z(r, \theta, \phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_r(r, \theta) \\ b_\theta(r, \theta) \\ b_\phi \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Ayant obtenu l'expression du champ magnétique sur tout l'espace de travail, on s'intéresse alors aux dérivées spatiales du champ magnétique. En effet, le champ magnétique permet d'orienter l'objet à déplacer (et à le déplacer pour les robots nageurs) là où le "gradient" du champ permet de générer une force pouvant permettre le déplacement.

2.3.2/ CALCUL DES DÉRIVÉES SPATIALES DU CHAMP

De manière à obtenir la force magnétique, il est nécessaire de connaître les dérivées spatiales du champ magnétique 1.7. Or, dans [Slaughter, 2002], William S. Slaughter donne l'expression du gradient d'une quantité vectorielle exprimée en coordonnées sphériques

$$\nabla \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_r}{\partial \theta} - b_\theta \right) & \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial b_r}{\partial \phi} - b_\phi \sin \theta \right) \\ \frac{\partial b_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} + b_r \right) & \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial b_\theta}{\partial \phi} - b_\phi \cos \theta \right) \\ \frac{\partial b_\phi}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial b_\phi}{\partial \theta} & \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial b_\phi}{\partial \phi} + b_r \sin \theta + b_\theta \cos \theta \right) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Comme la formulation déterminée précédemment est indépendante de la longitude ϕ et comme la composante longitudinale b_ϕ est nulle, cette matrice devient :

$$\nabla \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_r}{\partial \theta} - b_\theta \right) & 0 \\ \frac{\partial b_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} + b_r \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r \sin \theta} (b_r \sin \theta + b_\theta \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Or cette matrice peut encore se simplifier afin d'être plus simple à calculer :

Proposition 2.4

Pour une spire circulaire et par extension pour une bobine cylindrique, la matrice $\nabla \mathbf{b}$ est symétrique et de trace nulle dans l'espace de travail et peut s'exprimer à l'aide de quatre composantes seulement.

Démonstration. D'après les équations de Maxwell, on a $\nabla \cdot \mathbf{b} = 0$ et $\nabla \wedge \mathbf{b} = \mu_0 \mathbf{j}$ avec \mathbf{j} le vecteur densité de courant qui est nul hors du bobinage. Dans le cas général, on a :

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 b_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sin \theta b_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial b_\phi}{\partial \phi} = 0 \quad (2.60)$$

Or, dans le cadre d'une spire circulaire, b_ϕ est identiquement nul, il vient alors :

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 b_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \sin \theta b_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (2.61)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{r} b_r + \frac{\partial b_r}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r \sin \theta} b_\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (2.62)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial b_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(b_r + \frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r \sin \theta} (b_\theta \cos \theta + b_r \sin \theta) = 0 \quad (2.63)$$

$$\Leftrightarrow \text{Tr}(\nabla \mathbf{b}) = 0 \quad (2.64)$$

La trace de la matrice étant nulle, on peut donc obtenir l'une des dérivées partielles du champ à partir des autres composantes intervenant dans l'opération. De même, en étudiant l'opérateur rotationnel on a :

$$\nabla \wedge \mathbf{b} = \mu_0 \mathbf{j} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial \sin \theta b_\phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \theta b_\theta}{\partial \phi} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial b_r}{\partial \phi} - \frac{\partial r b_\phi}{\partial r} \right) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r b_\theta}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.65)$$

Dans le cas d'une spire circulaire, comme il existe une symétrie de révolution, b_ϕ est identiquement nul et les termes b_r et b_θ sont indépendants de la variable ϕ . Il vient alors :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r b_\theta}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.66)$$

De plus, hors du bobinage, le vecteur densité de courant est nul. On a ainsi, l'égalité

suivante :

$$\frac{1}{r} \left(b_\theta + r \frac{\partial b_\theta}{\partial r} - \frac{\partial b_r}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2.67)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial b_\theta}{\partial r} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_r}{\partial \theta} - b_\theta \right) \quad (2.68)$$

$$\Leftrightarrow \nabla \mathbf{b} = \nabla \mathbf{b}^T \quad (2.69)$$

À l'aide de l'équation 2.64, on sait que la trace de la matrice $\nabla \mathbf{b}$ est nulle et grâce à l'équation 2.66 que cette même matrice est symétrique dans l'espace de manipulation. Ainsi, l'expression des dérivées partielles du champ magnétique peuvent être exprimées à l'aide d'uniquement quatre termes. ■

Grâce à cette propriété, il est alors possible d'exprimer l'ensemble des efforts magnétiques à l'aide de quatre composantes comme par exemple $b_r; b_\theta; \frac{\partial b_r}{\partial r}; \frac{\partial b_r}{\partial \theta}$. Le calcul de ces deux dérivées est donné en annexe. Ceci a deux conséquences majeures ; d'une part cela simplifie énormément le calcul des efforts produits par chaque bobine en réduisant le nombre d'entités à calculer à quatre au lieu de douze dont trois pour les couples et neuf pour les forces. D'autre part, même en étant pleinement actionnée, une bobine cylindrique ne pourra avoir que quatre mobilités utiles, les autres étant redondantes.

2.3.3/ COMPARAISON AVEC LES APPROCHES CLASSIQUES

Dans cette section, nous avons proposé un modèle permettant de calculer le champ magnétique ainsi qu'une expression pour le calcul de ses dérivées. Il faut maintenant analyser les performances de ce modèle en termes de temps de calculs mais également de précision pour évaluer sa pertinence pour la commande.

Le tableau 2.3 synthétise le temps de calcul des différents modèles de l'état de l'art ainsi que celui proposé en reprenant l'exemple défini par le tableau 2.1 : D'après le ta-

	Temps de calcul (ms/point)	Ecart-type (ms)	Mémoire utilisée (ko)
Cartographie	162	1.583	≥ 1400
Dipole	1.7	0.163	≤ 6
Formulation de Wong	1164.5	7.1	≤ 7
Formulation de Schill	241.4	2.5	≤ 7
Formulation proposée	3.6	0.147	≤ 7

TABLE 2.3 – Comparaison du temps de calcul du champ magnétique en un point selon les différents modèles magnétiques

bleau 2.3, la modélisation du champ magnétique proposée permet d'avoir un temps de calcul bien plus faible en comparaison aux modèles équivalents dans la littérature scientifique. Le fait d'avoir trouvé une formulation des dérivées des fonctions intégrales elliptiques $K(k)$ et $E(k)$ en ne faisant intervenir que ces mêmes fonctions permet d'obtenir une simplification dans l'expression du champ magnétique. Or, comme ces fonctions ne dépendent que d'une seule variable (notée k) et que leurs bornes d'intégration sont fixes, le temps de calcul nécessaire pour déterminer leur valeur numérique est bien plus rapide en comparaison avec les modèles déjà proposés par [Wong et al., 2016] et [Schill, 2003].

Mais le temps de calcul n'est pas le seul critère à prendre en compte lors de l'utilisation d'un modèle, sa précision est elle aussi fondamentale. Or, les modèles issus du calcul du potentiel vecteur magnétique sont équivalents et donc leur précision est similaire (erreur relative entre les modèles inférieure à $10^{-10}\%$ sur tout l'espace de travail). Ces performances font donc de la formulation proposée un modèle à la fois précis et rapide à calculer, adapté à la commande de système de manipulation magnétique.

2.4/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, une étude portant sur le champ magnétique produit par un système d'actionnement a été menée. En effet, pour déplacer des robots de manière précise, une commande en boucle fermée est nécessaire. Pour cela, une modélisation du champ magnétique produit par le système devant être à la fois précise et rapide doit être utilisée. La littérature scientifique envisage pour cela plusieurs approches pour modéliser le comportement d'une bobine. Dans le cadre de ces travaux, ces approches ont été implémentées pour pouvoir être évaluées.

Une première méthode consiste à utiliser une cartographie du champ magnétique produit dans l'espace de travail. Un maillage de cet espace est alors réalisé aux noeuds duquel le champ magnétique est déterminé par calcul numérique ou par mesure physique. Enfin, le champ magnétique en tout point de l'espace de travail est déterminé par interpolation. Ce type d'approche offre une grande précision quant au calcul du champ magnétique au détriment d'un temps de calcul très long et ne peut être utilisé en l'état. Ce modèle est souvent utilisé pour connaître le champ magnétique mais requiert d'utiliser une interpolation locale ou un modèle analytique pour être exploitable pour une commande en boucle fermée.

Une seconde méthode envisagée par la littérature scientifique consiste à trouver un modèle analytique approché grâce à une hypothèse simplificatrice. En considérant un point éloigné du bobinage, une simplification est possible dans l'équation de Biot et Savart et permet d'aboutir à l'approximation dipolaire. Cette approche revient à considérer la source magnétique comme ponctuelle. Ce modèle très simple a l'avantage d'être rapide à calculer mais l'hypothèse inhérente à ce modèle n'est plus vérifiée dans l'espace de manipulation.

Une troisième méthode rarement évoquée dans la littérature scientifique vise à résoudre analytiquement l'équation de Biot et Savart afin d'obtenir un modèle valide dans tout l'espace, et plus particulièrement dans l'espace de manipulation proche des bobines. Pour cela, le champ magnétique est déterminé à partir du calcul du potentiel vecteur magnétique \mathbf{a} . A notre connaissance, cette approche n'a pas été utilisée en robotique puisque les formulations proposées dans la littérature scientifique nécessitent des temps de calculs beaucoup trop longs [Wong et al., 2016]. A l'issue d'une étude approfondie de cette méthode, nous avons proposé dans ce chapitre une nouvelle formulation du champ magnétique généré par une bobine cylindrique à l'aide du calcul du potentiel vecteur magnétique. En comparaison avec les modèles existants, la modélisation proposée présente une précision très proche des méthodes cartographiques tout en ayant un temps de calcul 65 fois moins important. À l'inverse, elle possède un temps de calcul légèrement plus important que celui de l'approximation dipolaire mais avec une précision incomparable (écart relatif supérieur à 10000 et 90° sur certains points de l'espace de travail).

C'est pourquoi ce modèle semble être particulièrement adapté pour la commande d'un système d'actionnement magnétique.

Ce modèle permettant de lier le champ magnétique produit par une bobine au courant d'alimentation, il permet de commander un système d'actionnement à bobines fixes. Pour aller plus loin, le chapitre suivant s'intéressera à la commande d'un système d'actionnement magnétique composé de bobines mobiles, c'est-à-dire au calcul des entrées du système, incluant le courant d'alimentation et le déplacement des bobines de manière à générer le champ magnétique désiré en un point donné.

COMMANDE ET CONCEPTION D'UN SYSTÈME À BOBINES MOBILES

Sommaire

3.1	Modèle magnétique différentiel direct du système	62
3.1.1	Linéarisation du champ magnétique	63
3.1.1.1	Effet du mouvement d'une bobine sur le champ magnétique	64
3.1.1.2	Effet du mouvement de l'ensemble des sources sur le champ magnétique	66
3.1.2	Linéarisation de la force	67
3.1.2.1	Effet du mouvement d'une bobine sur la force magnétique	67
3.1.2.2	Effet du mouvement de l'ensemble des sources sur la force magnétique	70
3.1.3	Système linéarisé	70
3.1.4	Commande	71
3.2	Conception d'un système de manipulation	72
3.2.1	Synthèse structurale	72
3.2.2	Manipulabilité magnétique	74
3.2.2.1	Manipulabilité des bras robotisés	75
3.2.2.2	Manipulabilité magnétique	76
3.3	Conclusion	83

Le but de ce chapitre est de synthétiser la commande d'un système d'actionnement magnétique, en s'intéressant notamment à la transduction entre force / champ désiré et variation des variables d'actionnement. L'étude de l'état de l'art a permis de mettre en lumière trois catégories de systèmes d'actionnement magnétique à savoir les dispositifs à bobines fixes, les systèmes à aimants mobiles et les systèmes à bobines mobiles, ou systèmes hybrides. Dans le cas d'un système à aimants mobiles, le champ magnétique est modulé à l'aide du déplacement des aimants, là où un système à bobines fixes fera varier le courant traversant chaque bobine. Pour un système à bobines mobiles ou un système hybride, ces deux types de variables sont utilisées, à savoir le courant électrique et le déplacement des sources. L'étude de la commande de ce type de système permet alors d'englober l'ensemble de la diversité des systèmes d'actionnement magnétique et soulève également un questionnement quant à la conception d'un tel système.

Ce chapitre propose donc de s'intéresser à la commande et la conception d'un système d'actionnement magnétique composé de bobines mobiles. Dans le chapitre précé-

dent, l'influence du courant électrique sur le champ (respectivement la force) magnétique engendrée par un système d'actionnement a été établi. Il reste alors à connaître l'effet du déplacement des sources magnétiques sur les variables de sortie du système qui sera abordé dans ce chapitre. Pour établir la commande d'un tel système, la section 3.1 établira la relation entre les variables d'actionnement et les sorties du système. Ces variables d'actionnement étant des variations, par analogie avec la robotique industrielle, cette relation sera appelée modèle magnétique différentiel direct. La relation liant le champ magnétique et le placement des sources étant non-linéaire, l'établissement d'un modèle du système fera intervenir une linéarisation de son comportement autour du point de fonctionnement et sera donc approché localement par une relation matricielle. Or le comportement du système et par conséquent sa commande sont fortement conditionnés par la matrice intervenant dans cette relation, appelée par la suite matrice d'actionnement. Ainsi, l'analyse de cette matrice permet de répondre à plusieurs problématiques de conception. La section 3.2 s'articulera autour de deux axes de conception. Le premier consiste à déterminer le nombre de bobines à utiliser ainsi que leur degré de liberté respectif. Le second a pour but d'évaluer les performances d'un système de manipulation magnétique au travers de critères de manipulabilité. Une emphase sera mise sur l'actionnement par champ magnétique ce qui aboutira à l'établissement d'un critère de manipulabilité pour la nage.

3.1/ MODÈLE MAGNÉTIQUE DIFFÉRENTIEL DIRECT DU SYSTÈME

Cette section a pour but d'établir le modèle magnétique différentiel d'un système d'actionnement à bobines mobiles. Pour cela, après un rappel des équations régissant le comportement du système, celui-ci sera linéarisé autour de son point de fonctionnement. Or dans [Petruska et al., 2015], Petruska a montré qu'au vu de la dynamique du couple magnétique, un système commandé en champ et force magnétique se rapportait à un système contrôlé en force et couple magnétique. C'est pourquoi cette opération sera effectuée en deux parties indépendantes, la première portant sur le champ magnétique et l'autre sur la force magnétique.

Dans le chapitre précédent, à l'équation 2.10, il a été montré que lorsque les couplages magnétiques entre les sources magnétiques sont négligeables, le champ et la force magnétique générés par un ensemble de bobines peuvent se résumer au système suivant :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}(\{^j\mathbf{T}_0\}_j, {}^0\tilde{\mathbf{p}}) &= \sum_{j=1}^n {}^0\mathbf{R}_j {}^j\mathbf{b}_j({}^j\mathbf{T}_0, {}^0\tilde{\mathbf{p}}) i_j \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{p}) \mathbf{i} \end{aligned} \right| \begin{aligned} \mathbf{f}(\{^j\mathbf{T}_0\}_j, {}^0\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{m}) &= \sum_{j=1}^n {}^0\mathbf{R}_j {}^j\mathbf{f}_j({}^j\mathbf{T}_0, {}^0\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{m}) i_j \\ &= \mathbf{F}(\{^j\mathbf{T}_0\}_j, {}^0\tilde{\mathbf{p}}, \mathbf{m}) \mathbf{i} \end{aligned} \quad (3.1)$$

avec ${}^j\mathbf{b}_j$ (respectivement ${}^j\mathbf{f}_j$) la contribution de champ (respectivement de force) de la bobine j exprimée dans son repère local \mathcal{R}_j lorsque celle-ci est parcourue par un courant de 1A. Le couple (\mathbf{b}, \mathbf{f}) ¹ représente la sortie du système d'actionnement pour un objet d'aimantation \mathbf{m} situé au point \mathbf{p} lorsque le système est composé de bobines positionnées selon les poses ${}^0\mathbf{T}_j$ et parcourues par les courants i_j .

1. Dans un souci de clarté, la notation de la dépendance des termes par rapport au point \mathbf{p} ainsi qu'à l'ensemble des poses des bobines $\{^j\mathbf{T}_0\}_j$ sera volontairement passée sous silence dans la suite du chapitre.

Ces équations traduisent le fait que le champ magnétique (respectivement la force) généré par le système correspond à la somme de chacune des contributions des bobines prises indépendamment, exprimée dans un repère commun \mathcal{R}_0 . Or comme étudié dans le chapitre précédent, il est relativement aisé d'exprimer le champ magnétique dans le repère propre de la bobine ${}^j\mathbf{b}_j$ lorsque les coordonnées du point considéré sont exprimées dans ce même repère. C'est pourquoi le calcul du champ magnétique fait intervenir la pose de la bobine par rapport au repère commun, ${}^j\mathbf{T}_0$ afin d'exprimer les coordonnées du point \mathbf{p} dans le repère propre de la bobine. Le champ magnétique est ensuite exprimé dans le repère \mathcal{R}_0 par l'intermédiaire de la matrice de rotation ${}^0\mathbf{R}_j$.

Pour la commande d'un système d'actionnement magnétique, on souhaite connaître la manière la plus appropriée d'obtenir la force et le champ magnétique désiré $(\mathbf{b}^*; \mathbf{f}^*)^T$ (généralement issus d'une commande de plus haut niveau, généralement un suivi de chemin ou suivi de trajectoire). Pour cela, on peut agir sur les courants qui circulent dans chacune des bobines i_j ainsi que sur la pose de chacune d'entre elles ${}^0\mathbf{T}_j$. D'après la relation 3.1, l'expression est linéaire par rapport aux courants électriques mais non linéaire par rapport à la pose. Dans [Veron, 2014], Baptiste Véron fait face à une problématique similaire pour la commande dynamique en force et couple d'un système magnétique commandé en courant \mathbf{i} et déplacement $\mathbf{\Gamma}$, et propose différentes alternatives pour la résoudre.

La première solution consiste à calculer le vecteur de déplacement et le vecteur de courant en deux étapes, au travers de deux scénarios. Dans le premier, l'auteur vise à émuler un système commandé uniquement par les courants. Pour cela, une contrainte sur les déplacements permet de fixer les poses des bobines, puis le vecteur de courant est calculé avec le nouvel état du système. Dans le second scénario, Baptiste Véron se ramène au cas d'un système commandé par des reconfigurations. Dans un premier temps une contrainte sur les courants est utilisée permettant de fixer ceux-ci. Ensuite, le système ne dépendant que de la pose des bobines (puisque les courants sont déterminés), le vecteur de déplacement est calculé à l'aide d'une linéarisation autour du point de fonctionnement. La seconde solution consiste à obtenir l'ensemble des variables d'actionnement grâce à la linéarisation du système complet. Cependant, un couplage entre courants et déplacements apparaît. Pour s'en affranchir, l'auteur considère que le courant est de la forme $\mathbf{i}_k = \mathbf{i}_{k-1} + \Delta\mathbf{i}$. Ainsi, comme le système est linéarisé à l'aide d'un développement limité à l'ordre 1, par hypothèse, le produit $\Delta\mathbf{i} \cdot \mathbf{\Gamma}$ est considéré négligeable.

Dans cette section, nous proposons d'établir le modèle magnétique différentiel direct pour un système à bobines mobiles en nous appuyant sur les travaux développés dans [Veron, 2014], à la différence que le système étudié sera commandé en force et champ magnétique plutôt qu'en force et couple comme proposé dans [Petruska et al., 2015]. Le modèle magnétique étant composé de deux parties (une partie force et une autre portant sur le champ magnétique), chacune d'entre elles est étudiée indépendamment.

3.1.1/ LINÉARISATION DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Cette section vise à exprimer la relation reliant les variations de champ magnétique en un point donné avec les variables d'actionnement. Dans le cadre d'un système à bobines mobiles, ces variables sont les variations de courant et le déplacement des sources magnétiques. Pour cela, le vecteur de déplacement infinitésimal (torseur des petits déplacements) de la bobine j , nommé γ_j est introduit. Ce dernier est composé d'un vecteur de

petit déplacement en translation $d^j \mathbf{t}_j$ et d'un vecteur décrivant une rotation infinitésimale ${}^j \mathbf{u} d\theta$:

$$\gamma_j = \begin{bmatrix} d^j \mathbf{t}_j \\ {}^j \mathbf{u} d\theta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

L'ensemble des ces torseurs individuels est regroupé dans le vecteur de déplacement, noté Γ :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Le modèle magnétique différentiel direct du système 3.1 est composé de deux parties dont celle appliquée au champ magnétique vise à s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{b}_{|k} = \mathbf{b}_{|k-1} + \mathbf{L}_B \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

où \mathbf{L}_B est la matrice d'interaction associée au champ magnétique². Du fait de la linéarité du champ magnétique par rapport au courant \mathbf{i} , cette matrice peut se décomposer comme suit :

$$\mathbf{L}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{X} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

où \mathbf{A} est la matrice donnant la contribution magnétique de chaque bobine par unité de courant développée lors du chapitre précédent et \mathbf{X} une matrice liant les variations de poses et les variations de champ magnétique qu'il nous à déterminer.

Pour cela, en prenant la différentielle du champ magnétique développé dans l'équation 3.1, il vient :

$$\mathbf{b}_{|k} = \mathbf{b}_{|k-1} + \mathbf{A} d\mathbf{i} + d\mathbf{A} \mathbf{i} \quad (3.6)$$

L'expression 3.6 reflète le fait que les variations de champ magnétique en un point donné sont à la fois causées par la modulation de courant mais également par la modulation de la matrice \mathbf{A} . Or cette modification de matrice est uniquement causée par le déplacement des bobines. On cherche alors à trouver une expression de la différentielle de \mathbf{A} permettant de faire apparaître le vecteur de déplacement Γ . Pour cela, à l'instar de la communauté de manipulation magnétique [Abbott et al., 2019], on considère que les couplages magnétiques sont négligeables. On peut alors étudier chaque sous-partie \mathbf{A}_j indépendamment.

La section 3.1.1.1 s'intéresse donc à l'influence d'une variation de pose sur cette matrice, ce qui revient à étudier l'effet du mouvement d'une bobine sur le champ magnétique résultant. La section 3.1.1.2 synthétisera l'effet du déplacement de l'ensemble des sources sur le champ magnétique résultant.

3.1.1.1/ EFFET DU MOUVEMENT D'UNE BOBINE SUR LE CHAMP MAGNÉTIQUE

Cette section vise à étudier l'effet du mouvement d'une bobine sur le champ magnétique produit par un système d'actionnement. Par définition, la matrice \mathbf{A}_j permet de

2. A l'instar de Baptiste VERON, nous utilisons ici le terme de matrice d'interaction, par extension naturelle de la notion introduite dans [Rives et al., 1990] dans le cadre des fonctions de tâches dépendant de déplacements uniquement.

connaître le champ magnétique produit par unité de courant par la bobine j . La matrice \mathbf{A}_j étant le produit entre la matrice de rotation ${}^0\mathbf{R}_j$ et le champ unitaire produit par celle-ci ${}^j\mathbf{b}_j$, la différentielle de cette matrice donne alors :

$$d\mathbf{A}_j = d{}^0\mathbf{R}_j {}^j\mathbf{b}_j + {}^0\mathbf{R}_j d{}^j\mathbf{b}_j \quad (3.7)$$

Puisque la différentielle de la matrice \mathbf{A} doit permettre de faire apparaître le vecteur de déplacement Γ , on cherche alors à faire apparaître le vecteur de déplacement γ_j pour chacun des deux termes de l'expression 3.7.

Pour commencer, le premier terme fait intervenir la différentielle d'une matrice de rotation qui peut s'écrire dans le cas général à partir de la différentielle d'une matrice homogène [Khalil et al., 1999]³ :

$$d{}^i\mathbf{R}_j = {}^i\mathbf{R}_j [{}^j\mathbf{u}d\theta]_{\wedge} = [{}^i\mathbf{u}d\theta]_{\wedge} {}^i\mathbf{R}_j \quad (3.8)$$

où $[\mathbf{v}]_{\wedge}$ est la matrice de pré-produit vectoriel appliqué au vecteur \mathbf{v} définie comme :

$$[\mathbf{v}]_{\wedge} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_{\wedge} = \begin{bmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Or, puisque le produit vectoriel est antisymétrique, on peut alors réécrire le premier terme de l'équation 3.7 avec la relation suivante :

$$d{}^0\mathbf{R}_j {}^j\mathbf{b}_j = {}^0\mathbf{R}_j [{}^j\mathbf{u}d\theta]_{\wedge} {}^j\mathbf{b}_j \quad (3.10)$$

$$= {}^0\mathbf{R}_j \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & -[{}^j\mathbf{b}_j]_{\wedge} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d{}^j\mathbf{t}_j \\ {}^j\mathbf{u}d\theta \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$= {}^0\mathbf{R}_j \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & -[{}^j\mathbf{b}_j]_{\wedge} \end{bmatrix} \gamma_j \quad (3.12)$$

avec \mathbf{O}_3 , la matrice identiquement nulle de dimension 3.

Le second terme de l'expression 3.7 fait intervenir la différentielle du champ magnétique par unité de courant ${}^j\mathbf{b}_j({}^j\mathbf{p})$ que l'on peut écrire :

$$d{}^j\mathbf{b}_j = \frac{\partial {}^j\mathbf{b}_j}{\partial {}^j\mathbf{p}} d{}^j\mathbf{p} = \nabla {}^j\mathbf{b}_j d{}^j\mathbf{p} \quad (3.13)$$

où $\nabla {}^j\mathbf{b}_j$ correspond à la matrice décrivant les variations spatiales du champ magnétique étudiée dans le chapitre précédent.

On cherche alors à exprimer la différentielle $d{}^j\mathbf{p}$. Or le déplacement de la bobine par rapport au point ${}^j\mathbf{p}$ revient à déplacer ce même point dans le repère de la bobine d'une translation $-d{}^j\mathbf{t}_j$ ainsi que d'une rotation de $-{}^j\mathbf{u}d\theta$ autour du centre de la bobine, dans le repère de la bobine. Cette rotation ayant un bras de levier de ${}^j\mathbf{p}$, on peut ainsi obtenir la formulation suivante :⁴

$$d{}^j\mathbf{p} = \begin{bmatrix} -\mathbb{I}_3 & [{}^j\mathbf{p}]_{\wedge} \end{bmatrix} \gamma_j \quad (3.14)$$

avec \mathbb{I}_3 , la matrice identité de taille 3.

En regroupant les équations 3.13 et 3.14, il vient :

$$d{}^j\mathbf{b}_j = \nabla {}^j\mathbf{b}_j \begin{bmatrix} -\mathbb{I}_3 & [{}^j\mathbf{p}]_{\wedge} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d{}^j\mathbf{t}_j \\ {}^j\mathbf{u}d\theta \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

3. Équations [2.55] à [2.58].

4. On retrouve l'expression de la vitesse d'un point dans l'espace $\mathbf{v}_p = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = \mathbf{v}_o + \mathbf{op} \wedge \boldsymbol{\Omega} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + [\mathbf{op}]_{\wedge} \mathbf{u} \frac{\partial \theta}{\partial t}$, mais également la matrice d'interaction du point 3D [Chaumette et al., 2006].

Ainsi, en remplaçant les deux équations 3.12 et 3.15 dans l'expression 3.7, on obtient :

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{A}_j &= d^0\mathbf{R}_j^j \mathbf{b}_j + {}^0\mathbf{R}_j d^j \mathbf{b}_j \\
 &= {}^0\mathbf{R}_j \left([\mathbf{O}_3 \quad -[\mathbf{j}\mathbf{b}_j]_{\wedge}] + \nabla^j \mathbf{b}_j [-\mathbb{I}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}] \right) \begin{bmatrix} d^j t_j \\ j \mathbf{u} d\theta \end{bmatrix} \\
 &= {}^0\mathbf{R}_j \left[-\nabla^j \mathbf{b}_j \quad -[\mathbf{j}\mathbf{b}_j]_{\wedge} + \nabla^j \mathbf{b}_j [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge} \right] \begin{bmatrix} d^j t_j \\ j \mathbf{u} d\theta \end{bmatrix} \\
 &= \mathbf{X}_j \gamma_j
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Cette équation permet alors de connaître l'influence du déplacement d'une bobine sur le champ magnétique qu'elle génère en un point \mathbf{p} . La section suivante synthétise l'effet du déplacement de l'ensemble des sources sur le champ magnétique résultant.

3.1.1.2/ EFFET DU MOUVEMENT DE L'ENSEMBLE DES SOURCES SUR LE CHAMP MAGNÉTIQUE

Connaissant l'influence du mouvement d'une bobine sur le champ magnétique \mathbf{b} , on cherche alors l'influence des mouvements de l'ensemble des sources sur ce champ résultant. Grâce à l'équation 3.16, il vient :

$$d\mathbf{A} \mathbf{i} = \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_j \gamma_j i_j = [\mathbf{X}_1 \gamma_1 \cdots \mathbf{X}_n \gamma_n] \mathbf{i} \tag{3.17}$$

Or l'équation désirée est de la forme $d\mathbf{A} \mathbf{i} = \mathbf{X} \Gamma$ avec \mathbf{X} une matrice à déterminer. On réécrit alors l'équation 3.17 de manière à faire apparaître le vecteur de déplacement Γ :

$$d\mathbf{A} \mathbf{i} = \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_j \gamma_j i_j \tag{3.18}$$

$$= \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_j i_j \gamma_j \tag{3.19}$$

$$= [\mathbf{X}_1 i_1 \cdots \mathbf{X}_n i_n] \Gamma \tag{3.20}$$

En regroupant les équations 3.4, 3.5 et 3.20, nous proposons de synthétiser le comportement linéarisé du système vis à vis du champ magnétique comme suit :

Proposition 3.1: Linéarisation du champ magnétique

La linéarisation du champ magnétique au voisinage d'un état $\mathbf{i}_{|k-1}; \{^j\mathbf{T}_0\}_{j|k-1}$ donne l'équation suivante :

$$\mathbf{b}_{|k} = \mathbf{b}_{|k-1} + \mathbf{L}_B \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \Gamma \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

$$\text{avec } \mathbf{L}_B = [\mathbf{A} \quad \mathbf{X}_1 i_1 \quad \cdots \quad \mathbf{X}_n i_n] \tag{3.22}$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{b}_1 \cdots \mathbf{b}_n] \tag{3.23}$$

$$\mathbf{X}_j = {}^0\mathbf{R}_j \left[-\nabla^j \mathbf{b}_j \quad -[\mathbf{j}\mathbf{b}_j]_{\wedge} + \nabla^j \mathbf{b}_j [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge} \right] \tag{3.24}$$

Cette formulation est en adéquation avec celle trouvée dans l'état de l'art, notamment dans [Veron, 2014] tout en étant plus simple. En effet, en s'intéressant au champ magnétique plutôt qu'au couple qu'il engendre comme proposé dans [Petruska et al., 2015], l'aimantation \mathbf{m} de l'objet à déplacer n'intervient pas dans les calculs ce qui les allège. De plus, en évitant l'utilisation superflue des coordonnées homogènes présente dans [Veron, 2014], l'expression résultant n'en n'est que plus claire.

Remarque

Pour l'implémentation numérique, il peut être intéressant de reformuler la proposition précédente comme suit :

$$\mathbf{b}_{|k} = \mathbf{b}_{|k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{B1} & \cdots & \mathbf{N}_{Bn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\text{avec } \mathbf{N}_{Bj} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_j & \mathbf{X}_j i_j \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} di_j \\ \vdots \\ \gamma_j \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3.1.2/ LINÉARISATION DE LA FORCE

Par soucis de complétude et de symétrie, nous reprenons ici les développements de [Veron, 2014] pour la force \mathbf{f} en abandonnant l'utilisation superflue des coordonnées homogènes. Nous donnons toutefois un calcul alternatif à celui développé dans [Veron, 2014], qui donne un résultat équivalent mais d'expression plus compacte et lisible.

De manière analogue à la linéarisation du champ magnétique, on a :

$$\mathbf{f}_{|k} = \mathbf{f}_{|k-1} + \mathbf{F}d\mathbf{i} + d\mathbf{F}\mathbf{i} \quad (3.28)$$

A partir de cette expression, le modèle recherché est de la forme :

$$\mathbf{f}_{|k} = \mathbf{f}_{|k-1} + \mathbf{L}_F \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\text{avec } \mathbf{L}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

avec \mathbf{Y} une matrice à définir. De manière analogue au champ magnétique, on étudie l'effet du mouvement d'une bobine sur la matrice \mathbf{F} .

3.1.2.1/ EFFET DU MOUVEMENT D'UNE BOBINE SUR LA FORCE MAGNÉTIQUE

La matrice \mathbf{F}_j étant le produit entre la pose de la bobine et le force par unité de courant produit par celle-ci, la différentielle de cette matrice donne alors :

$$d\mathbf{F}_j = d^0\mathbf{R}_j^j \mathbf{f}_j + {}^0\mathbf{R}_j d^j \mathbf{f}_j \quad (3.31)$$

Puisque l'équation 3.8 permet de connaître la différentielle d'une matrice homogène, en utilisant le même principe que pour l'équation 3.12, il vient :

$$d^0 \mathbf{R}_j^j \mathbf{f}_j = {}^0 \mathbf{R}_j \left[\mathbf{O}_3 \quad - [\mathbf{j}_j]_{\wedge} \right] \begin{bmatrix} d^j \mathbf{t}_j \\ j \mathbf{u} d\theta \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Ayant exprimé le premier terme de l'équation 3.31, on cherche alors à exprimer la différentielle de la force $d^j \mathbf{f}_j$. D'après l'équation 1.7, on peut exprimer la force magnétique produite par le champ \mathbf{b} à l'aide de l'équation 2.7 par :

$$\mathbf{f} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) = \left[\frac{\partial(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b})}{\partial \mathbf{p}} \right]^T = \left[\mathbf{m}^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T = \left[\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{p}} \right]^T \mathbf{m} = \nabla \mathbf{b} \mathbf{m} \quad (3.33)$$

Remarque

Il peut être noté que la littérature scientifique utilise régulièrement l'expression simplifiée :

$$\mathbf{f} = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{b} \quad (3.34)$$

où $(\cdot \nabla)$ est l'opérateur advection. En effet, dans le cas général on a [Jackson, 1999] :

$$\nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{b} + \mathbf{m} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{b}) + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{m} + \mathbf{b} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{m}) \quad (3.35)$$

Comme l'aimantation est considérée comme uniforme, il vient :

$$\nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{b} + \mathbf{m} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{b}) \quad (3.36)$$

Or d'après la loi de Maxwell-Ampère, on a

$$\nabla \wedge \mathbf{b} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} \right) \quad (3.37)$$

avec \mathbf{e} le champ électrique et \mathbf{j} le vecteur de densité de courant. Ainsi dans le cadre de la magnéto-statique et hors d'un espace conducteur, $\nabla \wedge \mathbf{b} = 0$ donc on a bien l'égalité de notation :

$$\mathbf{f} = (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{b} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) = \nabla \mathbf{b} \mathbf{m} \quad (3.38)$$

En reprenant les notations de l'équation 3.33 on peut exprimer la force par unité de courant générée par la bobine j dans son repère propre \mathcal{R}_j par :

$${}^j \mathbf{f}_j = {}^j \nabla \mathbf{b}_j {}^j \mathbf{m} \quad (3.39)$$

Il vient alors :

$$d^j \mathbf{f}_j = {}^j \nabla \mathbf{b}_j d^j \mathbf{m} + d^j \nabla \mathbf{b}_j {}^j \mathbf{m} \quad (3.40)$$

Ainsi, comme l'aimantation est constante dans le repère global, la différentielle de l'aimantation $d^j \mathbf{m}$ fait uniquement intervenir la différentielle d'une matrice de rotation. Grâce à la formule donnée dans l'équation 3.8 il vient :

$$d^j \mathbf{m} = d({}^j \mathbf{R}_0^0 \mathbf{m}) = d^j \mathbf{R}_0^0 \mathbf{m} = \left[[j \mathbf{u} d\theta]_{\wedge} \right] {}^j \mathbf{R}_0^0 \mathbf{m} = \left[\mathbf{O}_3 \quad - [j \mathbf{m}]_{\wedge} \right] \begin{bmatrix} d^j \mathbf{t}_j \\ j \mathbf{u} d\theta \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

On a donc :

$${}^j\nabla\mathbf{b}_j d^j\mathbf{m} = -{}^j\nabla\mathbf{b}_j \left[\mathbf{O}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{m}]_{\wedge} \right] \begin{bmatrix} d^j\mathbf{t}_j \\ j_{ud}\theta \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

On cherche ensuite à exprimer $d^j\nabla\mathbf{b}_j{}^j\mathbf{m}$. Ce calcul fait apparaître un tenseur d'ordre 3 représentant la hessienne du champ magnétique. Cependant, pour éviter de mettre en place les outils de la théorie des tenseurs, on peut remarquer que la force magnétique peut s'écrire sous la forme :

$${}^j\mathbf{f}_j = [\mathbb{I}_3 \otimes {}^j\mathbf{m}^T] [\nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] \quad (3.43)$$

En effet on peut réécrire la force magnétique comme suit :

$$\mathbf{f} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b})}{\partial x} \\ \frac{\partial(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b})}{\partial y} \\ \frac{\partial(\mathbf{m} \cdot \mathbf{b})}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \\ \mathbf{m}^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \\ \mathbf{m}^T \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}^T & \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{m}^T & \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{O}_{1 \times 3} & \mathbf{m}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial x} \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial z} \end{bmatrix} = [\mathbb{I}_3 \otimes \mathbf{m}^T] [\nabla \otimes \mathbf{b}] \quad (3.44)$$

L'expression de la force magnétique est alors dépendante de deux termes, d'une part l'aimantation et d'autre part le champ magnétique. Or l'équation 3.42 donne la variation de la force par rapport à l'aimantation. Ainsi, la variation de la force par rapport à une variation de champ magnétique est donnée par :

$$d^j\nabla\mathbf{b}_j{}^j\mathbf{m} = [\mathbb{I}_3 \otimes {}^j\mathbf{m}^T] d[\nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] \quad (3.45)$$

Ainsi, en se servant de l'équation 2.6, il vient :

$$d^j\nabla\mathbf{b}_j{}^j\mathbf{m} = [\mathbb{I}_3 \otimes {}^j\mathbf{m}^T] [\nabla^T \otimes \nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] d^j\mathbf{p} \quad (3.46)$$

où $\nabla^T \otimes \nabla \otimes \mathbf{b}$ est une matrice de taille 9 par 3 définie par :

$$\nabla^T \otimes \nabla \otimes \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \mathbf{b}}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

En utilisant l'équation 3.14, il vient

$$d^j\nabla\mathbf{b}_j{}^j\mathbf{m} = [\mathbb{I}_3 \otimes {}^j\mathbf{m}^T] [\nabla^T \otimes \nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] [-\mathbb{I}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}] \gamma_j \quad (3.48)$$

Cette méthode permet alors de retrouver le même résultat que les travaux de [Veron, 2014] tout en raccourcissant son obtention, en notant que la matrice $\nabla^T \otimes \nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j$ correspond à la matrice notée \mathcal{H} dans ces travaux.

En regroupant les termes 3.48 et 3.42 dans l'équation 3.40, il vient :

$$d^j\mathbf{f}_j = -{}^j\nabla\mathbf{b}_j \left[\mathbf{O}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{m}]_{\wedge} \right] \gamma_j + [\mathbb{I}_3 \otimes \mathbf{m}^T] [\nabla^T \otimes \nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] [-\mathbb{I}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}] \gamma_j \quad (3.49)$$

Puis, en combinant ce résultat avec celui obtenu dans 3.32, l'équation 3.31 devient :

$$d\mathbf{F}_j = {}^0\mathbf{R}_j \left[\mathbf{O}_3 \quad -[\mathbf{j}\mathbf{f}_j]_{\wedge} \right] \gamma_j + {}^0\mathbf{R}_j d^j\mathbf{f}_j \quad (3.50)$$

$$= {}^0\mathbf{R}_j \left(\left[\mathbf{O}_3 \quad -{}^j\nabla\mathbf{b}_j [\mathbf{j}\mathbf{m}]_{\wedge} - [\mathbf{j}\mathbf{f}_j]_{\wedge} \right] + [\mathbb{I}_3 \otimes \mathbf{m}^T] [\nabla^T \otimes \nabla \otimes {}^j\mathbf{b}_j] [-\mathbb{I}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}] \right) \gamma_j \quad (3.51)$$

$$= \mathbf{Y}_j \gamma_j \quad (3.52)$$

3.1.2.2/ EFFET DU MOUVEMENT DE L'ENSEMBLE DES SOURCES SUR LA FORCE MAGNÉTIQUE

Connaissant l'influence du mouvement d'une bobine sur la force magnétique \mathbf{f} , nous pouvons alors exprimer l'influence des mouvements de l'ensemble des sources sur la force résultante. Grâce à l'équation 3.50, il vient :

$$d\mathbf{F} \mathbf{i} = \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_j \gamma_j i_j = [\mathbf{Y}_1 \gamma_1 \cdots \mathbf{Y}_n \gamma_n] \mathbf{i} \quad (3.53)$$

Or l'équation désirée est de la forme $d\mathbf{F} \mathbf{i} = \mathbf{Y} \boldsymbol{\Gamma}$ avec \mathbf{Y} une matrice à déterminer. On réécrit alors l'équation 3.53 de manière à faire apparaître le vecteur de déplacement $\boldsymbol{\Gamma}$:

$$d\mathbf{F} \mathbf{i} = \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_j \gamma_j i_j \quad (3.54)$$

$$= \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_j i_j \gamma_j \quad (3.55)$$

$$= [\mathbf{Y}_1 i_1 \cdots \mathbf{Y}_n i_n] \boldsymbol{\Gamma} \quad (3.56)$$

Cette dernière équation permet alors de définir la matrice \mathbf{Y} de l'équation 3.29. La propriété suivante synthétise le comportement linéarisé du système vis à vis de la force magnétique en regroupant les équations 3.29 et 3.56.

Proposition 3.2: Linéarisation de la force magnétique

La linéarisation du système par rapport à la force magnétique donne l'équation suivante :

$$\mathbf{f}_{|k} = \mathbf{f}_{|k-1} + \mathbf{L}_F \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$\text{avec } \mathbf{L}_F = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & [\mathbf{Y}_1 i_1 \cdots \mathbf{Y}_n i_n] \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\text{où } \mathbf{Y}_j = {}^0\mathbf{R}_j \left([\mathbf{O}_3 \quad -{}^j\nabla \mathbf{b}_j] \begin{bmatrix} \mathbf{j}\mathbf{m} \\ \mathbf{j}\mathbf{f}_j \end{bmatrix} \right) + [\mathbb{I}_3 \otimes \mathbf{m}^T] \mathcal{H} \left[-\mathbb{I}_3 \quad \begin{bmatrix} \mathbf{j}\mathbf{p} \\ \mathbf{j}\mathbf{p} \end{bmatrix} \right] \quad (3.59)$$

$$\text{et } \mathcal{H} = [\nabla^T \otimes \nabla \otimes \mathbf{j}\mathbf{b}_j] \quad (3.60)$$

3.1.3/ SYSTÈME LINÉARISÉ

Dans le cas général de la manipulation magnétique, on souhaite déplacer des objets à l'aide de forces et champs magnétiques. En regroupant la linéarisation de la force magnétique ainsi que du champ magnétique par rapport aux variables d'actionnement, il vient :

Proposition 3.3: Linéarisation de l'actionnement magnétique

La linéarisation du système par rapport au champ magnétique donne l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}_{|k} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}_{|k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{X} \\ \mathbf{F} & \mathbf{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}_{|k-1} + \mathbf{D} \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

avec

$$\mathbf{A} = [\mathbf{b}_1 \cdots \mathbf{b}_n] \quad (3.62)$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1 \cdots \mathbf{f}_n] \quad (3.63)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 i_1 \cdots \mathbf{X}_n i_n] \quad (3.64)$$

$$\mathbf{X}_j = {}^0\mathbf{R}_j [-\nabla^j \mathbf{b}_j \quad -[\mathbf{j}\mathbf{b}_j]_{\wedge} + \nabla^j \mathbf{b}_j [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}] \quad (3.65)$$

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1 i_1 \cdots \mathbf{Y}_n i_n] \quad (3.66)$$

$$\mathbf{Y}_j = {}^0\mathbf{R}_j ([\mathbf{O}_3 \quad -{}^j\nabla \mathbf{b}_j [\mathbf{j}\mathbf{m}]_{\wedge} - [\mathbf{j}\mathbf{f}_j]_{\wedge}] + [\mathbb{I}_3 \otimes \mathbf{m}^T] \mathcal{H} [-\mathbb{I}_3 \quad [\mathbf{j}\mathbf{p}]_{\wedge}]) \quad (3.67)$$

$$\mathcal{H} = [\nabla^T \otimes \nabla \otimes \mathbf{j}\mathbf{b}_j] \quad (3.68)$$

Dans la suite de ce document, la matrice \mathbf{D} donnée dans l'équation 3.61 sera appelée matrice d'actionnement, terme défini par Jake Abbott. En effet, cette matrice permet de faire le lien entre les variables d'actionnement et les sorties du système. Ayant obtenu le modèle magnétique différentiel direct, on cherche alors à obtenir la relation inverse pour commander le système.

3.1.4/ COMMANDE

Pour la commande d'un système de manipulation magnétique, la relation permettant de déterminer les variables de commande du système en fonction des sorties est utilisée. Or l'expression obtenue donne l'état des sorties en fonctions des variables de commande, c'est-à-dire la relation inverse. Dans le cas général, le principe de matrice pseudo-inverse (aussi appelée matrice de Moor-Penrose) est utilisé pour déterminer une solution à l'équation 3.61. La matrice pseudo-inverse de \mathbf{D} est notée \mathbf{D}^\dagger et se définit mathématiquement de la manière suivante :

$$\mathbf{D}^\dagger = \mathbf{D}^T (\mathbf{D}\mathbf{D}^T)^{-1} \quad (3.69)$$

Cette matrice permet alors de déterminer la meilleure solution au sens des moindres carrés lorsque le système est sous actionné et est égale à l'inverse de la matrice d'actionnement lorsque celle-ci est inversible en suivant l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix}_{|k} = \mathbf{D}_{|k-1}^\dagger \begin{bmatrix} \mathbf{b}^* - \mathbf{b}_{|k-1} \\ \mathbf{f}^* - \mathbf{f}_{|k-1} \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

Dans le cas où le système est redondant, le nombre de degrés de liberté est supérieur aux contraintes imposées par les sorties. Géométriquement parlant, la dimension de l'espace articulaire est supérieur à l'espace d'actionnement. Le noyau de l'application permettant de passer de l'un à l'autre n'est donc pas réduit au singleton vecteur nul. En se servant de cette propriété, il est possible d'ajouter des contraintes supplémentaires (comme par exemple diminuer la consommation électrique ou encore permettre d'éviter les singularités cinématiques du système de manipulation) pour rétablir l'égalité entre le nombre de dimensions des deux espaces. Une manière élégante de faire cela est d'utiliser la notion de tâche secondaire. Le principe consiste à définir un vecteur \mathbf{z} permettant de réaliser une tâche donnée. Pour garantir que cette tâche n'interfère pas avec la tâche principale, un projecteur vers le noyau de la matrice \mathbf{D} est utilisé. Ainsi, puisque la tâche

secondaire est projetée dans le noyau de la tâche principale, cela impose que les modifications imposées n'ont aucune influence sur la tâche primaire. En pratique, le projecteur dans le noyau de la matrice \mathbf{D} s'écrit $\mathbb{I}_n - \mathbf{D}^\dagger \mathbf{D}$.

Puisque le noyau de l'application linéaire est réduit au vecteur nul si le système n'est pas suractionné, on peut alors utiliser la formule suivante dans le cas général :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \boldsymbol{\Gamma} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^\dagger \begin{bmatrix} \mathbf{b}^* - \mathbf{b}_{|k-1} \\ \mathbf{f}^* - \mathbf{f}_{|k-1} \end{bmatrix} + (\mathbb{I}_{7n} - \mathbf{D}^\dagger \mathbf{D}) \mathbf{z} \quad (3.71)$$

où \mathbf{z} est un vecteur permettant de réaliser la tâche secondaire. Il peut par exemple être choisi pour minimiser l'échauffement des bobines, contourner les singularités du système, garder le système de déplacement des bobines éloigné de ses butées mécaniques etc.

Cette partie a présenté un modèle inverse original et offert de premières pistes de réflexion pour la commande. Or de nombreux exemples de commande de systèmes suractionnés sont disponibles dans la littérature, c'est pourquoi nous n'entrerons pas dans le détail ici. Cependant, au delà de son utilisation pour la commande de système, cette modélisation ouvre la voie vers la conception de système de manipulation.

3.2/ CONCEPTION D'UN SYSTÈME DE MANIPULATION

Pour manipuler au mieux des objets magnétiques, il est nécessaire, en plus de l'algorithme de commande, de pouvoir dimensionner et caractériser le système d'actionnement. Pour cela, la conception d'un système de manipulation magnétique doit notamment répondre à deux problématiques. La première consiste à définir le nombre de sources magnétiques à utiliser ainsi que les degrés de liberté (DDL) associés à chacune d'entre elles, ce qui rentre dans le champ de la synthèse structurale. La seconde consiste à caractériser le système au travers de critères de performances, ce qui nous amène rapidement à la notion de manipulabilité. Ces points seront abordés dans la suite de cette section.

3.2.1/ SYNTHÈSE STRUCTURALE

Pour concevoir un système d'actionnement magnétique adapté à la tâche à réaliser, une analyse structurale doit être menée. Le but de cette étude est de déterminer le nombre de sources magnétiques à utiliser ainsi que leurs degrés de liberté respectifs.

Dans [Petruska et al., 2015], Petruska s'est intéressé à cette problématique dans le cas d'un système à bobines fixes. Après analyse, il est montré dans cet article que le nombre minimum de bobines fixes devant être utilisées pour une commande en force et champ magnétique est théoriquement de 8, thèse confirmée expérimentalement dans [Salmanpour et al., 2018]. Du fait de la stationnarité des sources magnétiques, il faut ainsi 8 entrées pour un système ne comportant que 6 (voire 5 dans le cadre de l'actionnement par couple) sorties ce qui est une contrainte extrêmement forte. Dans cette section, nous proposons d'étendre ce résultat afin de montrer que dans le cas d'un système à bobines mobiles seuls 6 DDL sont nécessaires à la manipulation en force et champ.

Pour déterminer le nombre minimum de sources magnétiques à utiliser, on cherche à ce qu'en tout point de l'espace de travail, il existe au moins un jeu de paramètres d'actionnement permettant d'obtenir une force et un champ désiré. mathématiquement, on cherche

à ce que l'application linéaire traduite par la matrice d'actionnement soit surjective. D'un point de vue mathématiques, une condition nécessaire pour obtenir au moins une solution exacte permettant d'obtenir le champ et la force magnétique désirées à partir des variables de commande consiste à avoir au moins autant de variables d'actionnement que de variables de sorties. Dans le cas d'une commande en force et champ, le système d'actionnement doit posséder au moins 6 DDL. Cette condition est certes nécessaire mais pas suffisante. En effet, il est possible qu'une variable n'affecte pas les sorties du système (la rotation propre d'une bobine cylindrique par exemple) ou que deux variables d'actionnement aient le même effet sur les variables de sorties entraînant la diminution de la dimension de l'espace pouvant être engendrée par ces variables. Lorsque cette perte de rang de la matrice d'actionnement est locale, ce phénomène est appelé singularité. Cette étude revient donc à étudier la taille et le rang de la matrice d'actionnement.

Dans [Petruska et al., 2015], l'auteur cherche à déterminer le nombre minimum de bobines à utiliser pour la manipulation magnétique à bobines fixes. Dans ce cas, cette étude revient à étudier la matrice d'actionnement intervenant dans l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}_{|k} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}_{|k-1} + \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} \mathbf{i} \quad (3.72)$$

Dans cette équation, la matrice d'actionnement est de taille 6 par n , avec n le nombre de bobines utilisées. L'auteur scinde ensuite cette matrice en deux parties, l'une dépendant de l'objet à déplacer et l'autre du système d'actionnement comme proposé dans [Keller et al., 2012] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_3 & \mathbf{O}_3 \\ 0 & \mathcal{F}(\mathbf{m}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{B} \\ \mathbb{G} \end{bmatrix} = \mathbf{P}(\mathbf{m}) \begin{bmatrix} \mathbb{B} \\ \mathbb{G} \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

$$\text{avec : } \mathcal{F}(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} m_x & m_y & m_z & 0 & 0 \\ 0 & m_x & 0 & m_y & m_z \\ -m_z & 0 & m_x & -m_z & m_y \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

$$\mathbb{B} = \begin{bmatrix} b_{x1} & \cdots & b_{xn} \\ b_{y1} & \cdots & b_{yn} \\ b_{z1} & \cdots & b_{zn} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\mathbb{G} = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_{x1}}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial b_{xn}}{\partial x} \\ \frac{\partial b_{x1}}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial b_{xn}}{\partial y} \\ \frac{\partial b_{x1}}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial b_{xn}}{\partial z} \\ \frac{\partial b_{y1}}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial b_{yn}}{\partial x} \\ \frac{\partial b_{y1}}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial b_{yn}}{\partial y} \\ \frac{\partial b_{y1}}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial b_{yn}}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Dans cette modélisation, 3 composantes de champ et 5 composantes de gradient sont utilisées pour chaque bobine, comme le montre les colonnes de \mathbb{B} et \mathbb{G} . Or puisque la matrice \mathbf{P} de l'équation 3.73 possède plus de lignes que de colonnes et que celle-ci est de rang plein (quelque soit l'orientation de l'aimantation \mathbf{m} , la matrice $\mathcal{F}(\mathbf{m})$ est de rang 3), pour chaque orientation d'objet donnée, il existe une combinaison linéaire des composantes précédemment citées permettant de générer la force et le champ désiré. Au regard de cette matrice \mathbf{P} , pour une orientation d'objet donnée les trois composantes du champ sont nécessaires mais seules 3 des 5 composantes de gradient sont requises, suivant la matrice $\mathcal{F}(\mathbf{m})$. Ainsi, pour une aimantation \mathbf{m} donnée, seules 6 des 8 composantes d'actionnement sont nécessaires.

Cependant, suivant l'orientation de l'aimantation, la matrice $\mathcal{F}(\mathbf{m})$ varie. C'est pourquoi les composantes de gradient utilisées varient elles aussi. Pour pouvoir contrôler un objet dans n'importe quelle orientation, il est alors indispensable de piloter les différentes composantes du gradient. Puisqu'il est nécessaire de piloter 8 DDL et qu'une bobine fixe ne possède qu'un seul degré de liberté, il faut alors utiliser un minimum de 8 bobines fixes pour commander à la fois la force et le champ en un point donné.

En utilisant des bobines mobiles, il est alors possible de réduire cette contrainte à seulement 6 DDL. En effet, le fait de déplacer les sources magnétiques permet alors de piloter les différents composantes du gradient magnétique. Se pose alors la question du nombre de bobines mobiles à utiliser, mais également des mobilités de chacune d'entre elles. Dans le chapitre précédent, nous avons montré à la propriété 2.3.2 que le champ magnétique et le gradient générés par une bobine cylindrique pouvaient être défini à l'aide de 4 variables. De ce fait, le comportement d'une bobine cylindrique définit un espace dont la dimension ne peut excéder 4. Par conséquent, une bobine mobile seule ne peut permettre de piloter indépendamment les 6 DDL requis pour la manipulation en force et champ ; il faut alors constituer un système composé par exemple de deux bobines mobiles, ou de deux bobines fixes et une mobile ayant 4 degrés de liberté (par commodité, 3 déplacements et le courant), etc.

Dans cette partie, nous avons montré que l'ajout de mobilités aux sources magnétiques permettait de réduire le nombre de DDL requis par le système pour actionner pleinement un objet magnétique. Cette réflexion ouvre alors tout un pan de recherche qui pourra être prolongé dans de futurs travaux. Le fait d'ajouter des mobilités aux sources magnétiques soulève alors la question de la performance et de la caractérisation des systèmes d'actionnement magnétiques. Dans la section suivante, nous proposons de nous intéresser à la manipulabilité, notion encore peu abordée dans le domaine de la manipulation magnétique.

3.2.2/ MANIPULABILITÉ MAGNÉTIQUE

La manipulabilité est une quantité représentant la capacité d'un système d'actionnement à déplacer un objet, pour une configuration donnée. Cette métrique permet d'analyser la cinématique d'un système d'actionnement et est utilisée pour concevoir un système performant pour une tâche donnée ou comparer plusieurs systèmes entre eux. Elle est également utile lors de la planification de trajectoire et peut intervenir dans la commande. Les travaux réalisés en théorie des mécanismes ont montré que la manipulabilité est associée au conditionnement numérique de la matrice régissant le système. Dans le cas de la manipulation magnétique, il s'agit alors d'étudier le conditionnement de la matrice d'actionnement.

Bien que la notion de manipulabilité soit largement étudiée dans le domaine de la robotique des bras manipulateurs, celle-ci n'a que très peu été étudiée pour la manipulation magnétique, c'est pourquoi une première section synthétisera les principaux critères rencontrés pour les systèmes utilisant des bras manipulateurs ainsi que leur utilité. Dans une seconde section ces critères seront transposés dans le cadre de la manipulation magnétique et un critère de manipulabilité sera introduit dans le cas des robots nageurs actionnés par champ magnétique.

3.2.2.1/ MANIPULABILITÉ DES BRAS ROBOTISÉS

L'évaluation des capacités cinématiques d'un mécanisme donné a fait l'objet d'une étude approfondie en robotique sérielle et parallèle par le développement de critères de manipulabilité. Ces critères visent à déterminer la capacité d'un mécanisme à générer des vitesses dans toutes les directions possibles à une position donnée de l'espace de travail.

Dans le cadre de la robotique utilisant des bras manipulateurs, la notion de manipulabilité est fondamentale. Ce concept est introduit dans le cadre de la cinématique dans [Yoshikawa, 1985] et repose le plus souvent sur deux outils, à savoir l'ellipsoïde des vitesses opérationnelles et l'indice de manipulabilité. La notion d'ellipsoïde de manipulabilité a par la suite été adaptée pour la transmission d'accélération (manipulabilité dynamique) ou la transmission d'efforts.

Pour la manipulabilité cinématique, le principe consiste à connaître la capacité d'un système à générer des vitesses. Or le modèle cinématique direct d'un système linéaire permet de traduire la transformation des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ en vitesses opérationnelles $\dot{\mathbf{x}}$ par l'intermédiaire de la matrice jacobienne \mathbf{J} , pour une configuration \mathbf{q} .

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.77)$$

Pour représenter graphiquement les vitesses atteignables du robot dans une certaine configuration \mathbf{q} , on utilise alors l'ellipsoïde de manipulabilité. Le principe est d'étudier la déformation d'une boule unitaire définie dans l'espace articulaire par la transformation précédente 3.77. Une ellipsoïde est ainsi formée et traduit géométriquement la manière dont la transmission des vitesses se fait pour toutes les directions prises par le vecteur vitesses articulaires.

Mathématiquement, la boule unitaire formée dans l'espace articulaire est définie par l'équation suivante :

$$\|\dot{\mathbf{q}}\|^2 = \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} \leq 1 \quad (3.78)$$

Or par la relation 3.77, il vient :

$$\|\dot{\mathbf{q}}\|^2 = (\mathbf{J}(\mathbf{q})^\dagger \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{J}(\mathbf{q})^\dagger \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})^\dagger)^T \mathbf{J}(\mathbf{q})^\dagger \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q})^T)^\dagger \dot{\mathbf{x}} = 1 \quad (3.79)$$

Cette équation définit une ellipsoïde représentant les vitesses potentielles du robot. Les axes principaux de cette ellipsoïde sont définis par les vecteurs propres associés à $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$ et les longueurs des demi-axes correspondent aux valeurs propres associées.

Ainsi, l'indice de manipulabilité cinématique introduit dans [Yoshikawa, 1985] correspond au volume de l'ellipsoïde défini par :

$$\mu(\mathbf{q}) = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}(\mathbf{q})^T)} \quad (3.80)$$

Bien évidemment, cette mesure n'est pas la seule qui puisse être introduite. La manipulabilité peut également être représentée comme le rapport entre la plus petite et la plus grande valeur singulière associée à la matrice $\mathbf{J}\mathbf{J}^T$, la valeur de la plus petite valeur singulière, la longueur associée à la direction que la tâche impose de privilégier, etc. Ces différentes métriques permettent de refléter respectivement l'isotropie des vitesses pouvant être atteinte, la plus grande vitesse pouvant être atteinte dans toutes les directions ou encore la vitesse maximale pouvant être atteinte pour une application désirée.

3.2.2.2/ MANIPULABILITÉ MAGNÉTIQUE

Par analogie avec la robotique sérielle et parallèle, plusieurs critères de manipulabilité magnétique ont été transposés dans [Chen et al., 2019a]. Dans cet article, on retrouve des indices de manipulabilité tels que le volume de l'ellipsoïde de manipulabilité (équation 3.82), la normalisation du critère précédent (équation 3.83) afin de ne pas être dépendant de l'unité choisie ou encore la dextérité κ qui reflète l'isotropie (équation 3.84). Il peut être remarqué que contrairement à la théorie des systèmes mécaniques, ces critères sont basés sur la matrice d'actionnement \mathbf{A} plutôt que sur la matrice jacobienne $J(\mathbf{q})$. En effet, par analogie on a les deux équations suivantes :

$$[\mathbf{e}_{art}] = J(\mathbf{q})^T \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} = \mathbf{A}\mathbf{i} \quad (3.81)$$

où \mathbf{e}_{art} est le vecteur d'effort articulaire d'un système mécanique.

$$\omega(\mathbf{A}) = \sqrt{\det(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)} \quad (3.82)$$

$$\omega_n(\mathbf{A}) = \frac{\omega(\mathbf{A})}{\max_{\mathbf{p} \in \Omega} \omega(\mathbf{A})} \quad (3.83)$$

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (3.84)$$

où \mathbf{A} est la matrice d'actionnement d'un système à bobines fixes considérée au point \mathbf{p} et σ une des valeurs singulière associée à cette matrice.

Ces indices étant locaux, l'auteur propose également d'utiliser un indicateur plus global en utilisant la moyenne du critère utilisé calculé sur l'ensemble de l'espace de travail. L'évaluation de ces différents critères a ensuite été réalisée pour d'un système d'actionnement similaire à l'Octomag [Kummer et al., 2010]. Il existe toutefois une alternative à ces critères. En effet dans le cadre de la manipulation magnétique utilisant des bobines, le principal problème rencontré est l'échauffement dû à un courant trop important au sein des bobines. Ainsi la limitation physique impose que le courant dans chacune des bobines ne soit supérieur à un seuil donné. Or le concept d'ellipsoïde de manipulabilité n'est autre que l'analyse de la déformation de la boule de rayon 1 définie dans l'équation 3.78 dans l'espace opérationnel. Cette boule est définie en utilisant la norme 2, mais nous pensons qu'il est plus utile d'utiliser la norme infinie pour prendre en compte cette spécificité. Nous proposons donc de prendre en compte cette limitation et en étudiant la déformation de la boule définie par :

$$\|\mathbf{i}\|_{\infty} \leq 1 \quad (3.85)$$

Pour mémoire, la norme infinie est définie par :

$$\|\mathbf{i}\|_{\infty} = \max_{j \in \llbracket 1;n \rrbracket} i_j \quad (3.86)$$

et la figure 3.1 représente la déformation d'une boule unitaire définie par différentes normes dans le cadre d'une même déformation.

Dans la suite de ce chapitre, nous proposons un critère de manipulabilité prenant en compte cette spécificité. Dans un souci de simplicité, le critère développé ne portera que sur le champ magnétique généré par le système. En effet, à l'instar de la robotique utilisant un bras manipulateur où la dextérité est généralement appréhendée par le biais

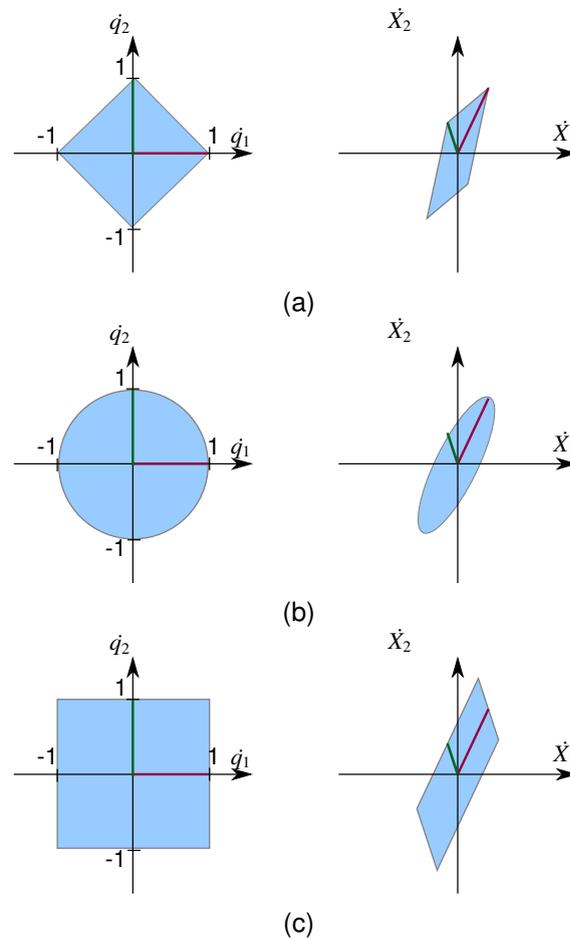


FIGURE 3.1 – Exemple de déformation d'une boule unitaire définie par différentes normes dans le cas d'un robot à deux degrés de liberté. Les figures de la colonne de gauche représentent la boule définie dans l'espace articulaire et les figures de la colonnes de droite représentent le résultat obtenu après transformation. La transformation est identique dans les trois cas. Dans la figure 3.1(a) la boule est définie pour la norme 1, dans la figure 3.1(b) pour la norme 2 et figure 3.1(c) pour la norme infinie.

de la vitesse et rarement de la vitesse angulaire, il est complexe de représenter deux métriques à la fois pour des indices de manipulabilité. C'est pourquoi le critère développé n'inclut pas le champ et la force magnétique en même temps mais celui-ci pourrait facilement être étendu pour la caractérisation du gradient magnétique engendré par le système.

L'analyse de la manipulabilité magnétique ainsi développée fait écho à un problème bien connu pour les robots parallèles actionnés par câbles (appelés par abus de langage robots à câbles) au travers de la détermination de l'espace de travail accessible WFW (de l'anglais *Wrench-Feasible Workspace*). Cet espace est défini comme étant l'espace de travail accessible pour un ensemble de torseurs d'effort (*wrench*) qui peuvent être appliqués à la plate-forme alors que les tensions des câbles restent dans leurs limites. En effet, pour garantir que les câbles soient toujours en traction et éviter leur détérioration, leurs tensions sont généralement limitées [Gouttefarde et al., 2007].

Dans le cas général, l'espace obtenu dans l'espace articulaire après déformation de la

boule unitaire (au sens de la norme infinie) est un polytope⁵ convexe possédant un centre de symétrie. En mathématiques, la figure ainsi formée est appelée zonotope et peut être définie comme étant la somme vectorielle d'un nombre fini de segments de lignes fermées dans un espace euclidien [McMullen, 1971]. Le zonotope d'un ensemble de vecteurs $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \in \mathbb{R}^d$, noté $\text{zone}(Y)$ est exprimé dans [Bouchard et al., 2010] :

$$\text{zone}(Y) = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d \mid \mathbf{x} = \sum_{j=1}^n \alpha_j \mathbf{y}_j, 0 \leq \alpha_j \leq 1 \right\} \quad (3.87)$$

Dans le cas de la manipulation magnétique, le champ magnétique pouvant être généré par l'ensemble des bobines fait parti de l'ensemble E_B :

$$E_B = \left\{ \tilde{\mathbf{b}}(\mathbf{p}) \in \mathbb{R}^m \mid \mathbf{b}(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^n i_j \tilde{\mathbf{b}}_j(\mathbf{p}), |i_j| \leq i_{max} \right\} \quad (3.88)$$

avec m la dimension de l'espace de travail et i_{max} le courant maximum pouvant circuler au sein des bobines. De ce fait, nous remarquons que l'ensemble E_B peut se définir comme un zonotope :

$$E_B = \text{zone}(\{i_{max}\mathbf{B}, -i_{max}\mathbf{B}\}) \quad (3.89)$$

$$\mathbf{B} = \{\tilde{\mathbf{b}}_1, \tilde{\mathbf{b}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{b}}_n\} \in \mathbb{R}^m \quad (3.90)$$

Puisque le zonotope ainsi obtenu est l'équivalent de l'ellipsoïde de manipulabilité, plusieurs critères peuvent alors être envisagés tels que la mesure de l'isotropie, le volume du zonotope, le champ obtenu dans une direction définie par une tâche etc. Dans la suite de cette section, nous proposons de développer un critère de manipulabilité adapté aux robots nageurs magnétiques.

Application à la nage de robots magnétiques Pour qu'un robot nageur magnétique se déplace à une vitesse donnée, un couple magnétique minimal est nécessaire. Par la relation 1.8, un champ magnétique minimal est donc requis pour obtenir le mouvement de nage souhaité. Ces robots étant non-holonomes et potentiellement utilisés pour des applications biomédicales, ils doivent être en mesure de suivre avec précision un chemin donné, malgré de légères perturbations. Dans [Begey et al., 2020], nous avons développé un critère qui a pour but d'évaluer la capacité d'un système de manipulation à déplacer un robot nageur dans n'importe quelle direction avec une vitesse minimale fixée et sera détaillé dans la suite de la section.

Ainsi, pour permettre la nage d'un robot nageur flexible (respectivement hélicoïdal) suivant une direction, il faut que le champ magnétique généré dans une direction (respectivement dans toutes les directions) \mathbf{e} orthogonale au déplacement soit au moins égal à un seuil noté b_{min} . En notant b_e l'amplitude du champ magnétique en un point \mathbf{p} suivant une direction \mathbf{e} cette condition devient :

$$b_e(\mathbf{p}) \geq b_{min} \quad (3.91)$$

$$\text{avec } b_e(\mathbf{p}) = \left| \sum_{j=1}^n \mathbf{b}_j(\mathbf{p}) \cdot \mathbf{e} \right| \quad (3.92)$$

5. Généralisation du polygone et du polyèdre en n dimensions.

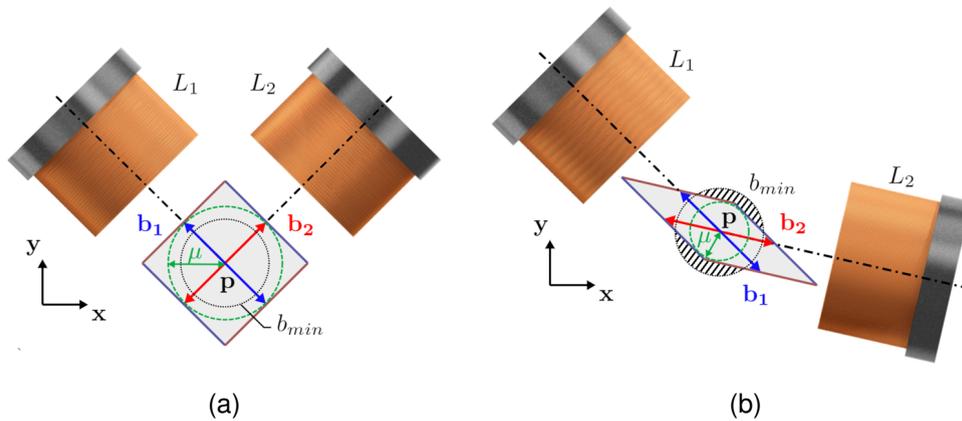


FIGURE 3.2 – Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système plan composé de deux bobines identiques calculé en un point \mathbf{p} . La surface grise représente le zonotope E_B obtenu pour un courant $\pm i_{max}$, le cercle vert représente la boule de Chebyshev tandis que le cercle noir représente le champ magnétique requis b_{min} . Dans (a), le système est en mesure d'actionner un robot au point \mathbf{p} dans toutes les directions alors que le système illustré en (b) ne le permet pas.

avec \mathbf{b}_j la contribution de champ de la bobine j .

On introduit alors le critère de manipulabilité suivant :

$$\mu(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = \min_{\mathbf{e}} \left| \sum_{j=1}^n \mathbf{b}_j(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \cdot \mathbf{e} \right| \quad (3.93)$$

avec \mathbf{q} le vecteur reflétant les variables de commande du système (courant et/ou pose de chaque bobine).

Le but du critère proposé est de permettre d'évaluer la capacité du système d'actionnement à déplacer un robot dans n'importe quelle direction avec une vitesse minimale fixée. En d'autres mots d'évaluer s'il est en mesure de fournir au point considéré, un champ magnétique suffisant pour permettre le déplacement dans toutes les directions. D'un point de vue géométrique, le critère de manipulabilité revient à chercher le rayon de la plus grande boule incluse dans le zonotope E_B calculé au point \mathbf{p} . Cette boule est appelée boule de Chebyshev qui est le terme générique pour définir la plus grande boule de norme 2 inscrite dans un polytope dans un espace Euclidien. Une illustration de ce principe est donnée Figure 3.2. Ce critère étant générique, celui-ci peut facilement être utilisé pour un système possédant un nombre fini de bobines. La figure 3.4 donne une illustration de l'obtention d'un tel critère dans le cas d'un système plan composé de trois bobines dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.1, dans le chapitre précédent. Dans cette illustration, on considère trois bobines disposées autour d'un espace de travail circulaire de 150mm de diamètre. Le champ magnétique diminuant drastiquement avec la distance, les bobines sont libres de se déplacer en rotation autour du centre de l'espace de travail. L'indice de manipulabilité étant dépendant du point d'application, un point arbitraire a été choisi. Celui-ci est représenté dans la figure 3.3. Il est également possible d'appliquer la même méthodologie pour un système 3D. Dans ce cas, les espaces sont beaucoup plus complexes à représenter. La figure 3.5 permet de visualiser le zonotope et la boule de Chebychev pour un système d'actionnement magnétique de type Octomag grâce à deux vues.

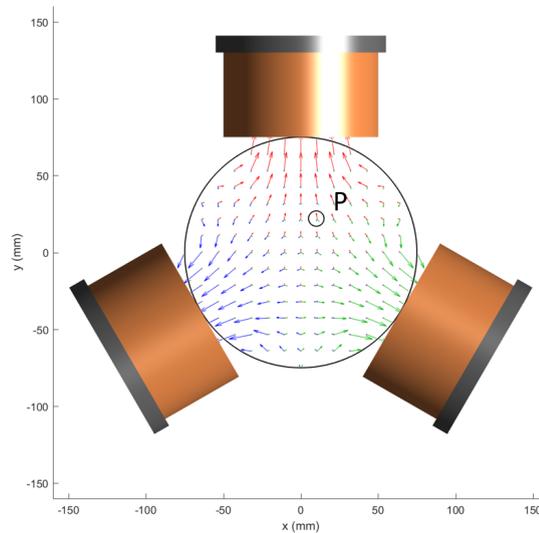


FIGURE 3.3 – Système de manipulation magnétique plan composé de trois bobines identiques utilisé pour illustrer l'indice de manipulabilité développé. Dans cette simulation le champ magnétique produit par chaque bobine est représenté par des flèches de couleur.

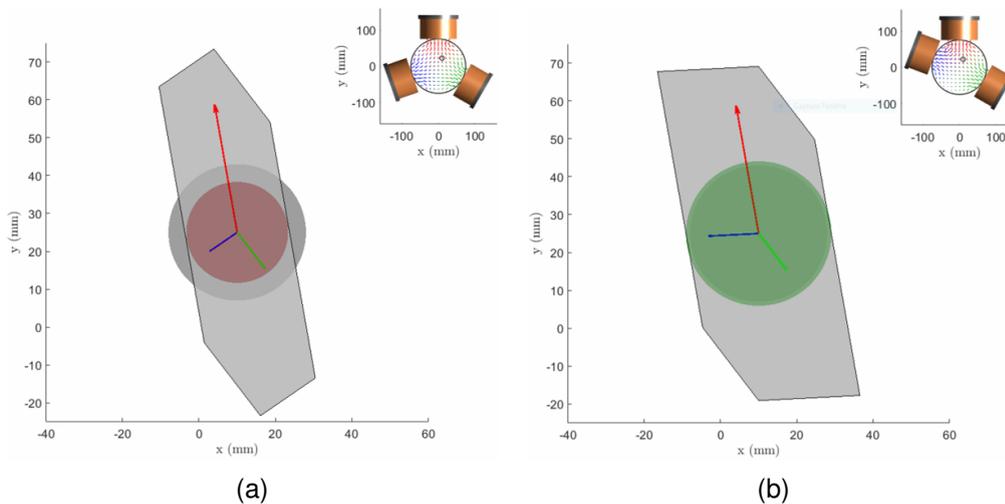


FIGURE 3.4 – Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système plan composé de trois bobines identiques calculé en un point \mathbf{p} arbitraire pour deux configurations du système. La configuration du système est donnée en haut à droite de chaque image, le disque gris représente le champ magnétique requis b_{min} , le polygone gris représente le zonotope E_B obtenu pour un courant $\pm i_{max}$ et le disque coloré représente la boule de Chebyshev. Dans le cas (a), le système n'est pas en mesure d'actionner un robot au point \mathbf{p} alors que le système illustré en (b) le permet.

Afin de déterminer le champ magnétique requis afin d'obtenir la vitesse désirée, il est possible pour les nageurs hélicoïdaux d'utiliser la matrice de propulsion introduite dans [Purcell, 1977], puis développée dans [Abbott et al., 2009]. Cette relation n'est pas aussi simple pour un nageur flexible. C'est pourquoi des évaluations expérimentales sont généralement réalisées pour déterminer la vitesse du nageur actionné par un champ ma-

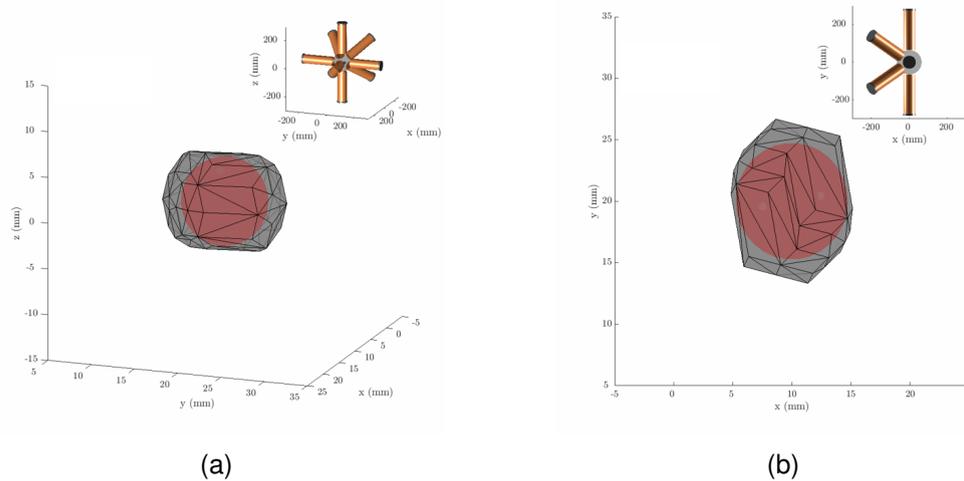


FIGURE 3.5 – Illustration du critère de manipulabilité μ sur un système de type Octomag. (a) Vue isométrique de la construction. (b) Vue de la construction dans le plan xy .

gnétique.

Dans [Begey et al., 2020], nous avons appliqué ce critère pour évaluer un système d'actionnement magnétique destiné à la nage d'un robot centimétrique présenté dans la figure 3.6. La queue du nageur est fabriquée en utilisant un élastomère de silicone sur laquelle est collée un aimant cylindrique en néodyme. Afin d'émuler le comportement du robot à petite échelle, du glycérol pur est utilisé pour produire un environnement à faible nombre de Reynolds, comme dans [Xu et al., 2015]. Dans notre cas, le nombre de Reynolds a un ordre de grandeur d'environ 10^{-5} . Les expériences ont été réalisées par Johann Quispé à l'ISIR en mesurant la vitesse du nageur pour différentes amplitudes de champ magnétique à l'aide d'un système de bobines de Helmholtz 3D. Cette configuration permet de générer un champ magnétique uniforme, évitant ainsi de générer des forces magnétiques perturbatrices. Le système a été étalonné en mesurant le champ magnétique au centre de l'espace de travail par un magnétomètre Hirst GM08.

La vitesse d'avance du robot est ensuite mesurée pour différentes amplitudes du champ magnétique. Les deux composantes du champ, c'est-à-dire la composante statique et la composante oscillante sont notées respectivement b_x et b_y . Les mesures sont effectuées sur l'ensemble des combinaisons (b_x, b_y) dont chaque composante est comprise entre 0 et 2mT avec un pas de 0,5mT. Pour cette amplitude de champ, la fréquence de coupure étant d'environ 1,5Hz, les expériences ont été menées avec une fréquence d'oscillation de 1Hz. Pour toutes les expériences, les mesures ont été réalisées à l'aide de mesures optiques basées sur la bibliothèque ViSP et ont été effectuées pendant plus de 80 secondes afin d'estimer la vitesse moyenne du robot. Le graphique 3.6 présente la vitesse du robot pour la plage de composantes de champ magnétique b_x et b_y mentionnée précédemment. D'après ces résultats, une augmentation de la composante d'oscillation b_y tend à augmenter la vitesse de propulsion. De même, la diminution de la composante de direction b_x entraîne une amélioration de la vitesse jusqu'à un certain point. Ce comportement peut être expliqué par l'angle d'oscillation du robot α . Cet angle est défini par $\alpha = 2 \arctan(b_y/b_x)$. Lorsque l'angle d'oscillation augmente, le robot se courbe beaucoup plus générant une poussée plus importante et la vitesse d'avancement augmente. Néanmoins, lorsque la composante b_x est presque nulle, l'angle d'oscillation tend vers $\pi/2$ et ne génère pas une courbure correcte de la queue.

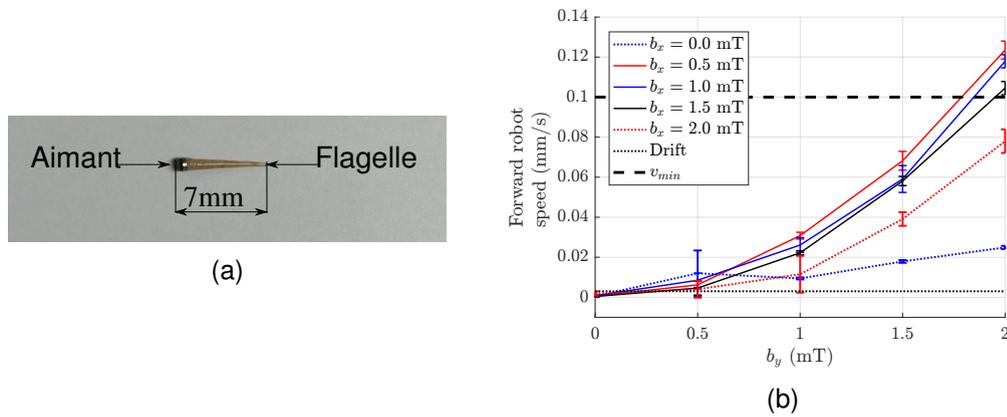


FIGURE 3.6 – a) Photographie du nageur flexible utilisé pour la caractérisation. b) Vitesse de propulsion développée par le nageur flexible pour différents champs magnétiques à une fréquence de 1Hz.

La vitesse minimale de déplacement requise v_{min} étant dépendante de l'application visée, nous fixons arbitrairement celle-ci à $v_{min} = 0,1$ mm/s. En utilisant les résultats présentés dans Figure 3.6b), plusieurs choix de b_x et b_y sont disponibles. Nous choisissons celle dont la norme est la plus faible parmi les points mesurés. Par conséquent, on obtient $b_x = 0,5$ mT et $b_y = 2$ mT et donc $b_{min} = 2,06$ mT.

Comme évoqué précédemment, les indices de manipulabilité permettent de caractériser l'espace de travail d'un système ou comparer des systèmes afin de déterminer le plus adapté pour un tâche donnée. De manière analogue à l'espace accessible (WFW) défini pour les manipulateurs à câbles, on définit alors l'espace dextre comme étant l'ensemble des points pour lesquels il existe une configuration du système vérifiant la condition :

$$W_s = \{\mathbf{p} \mid \exists \mathbf{q} \in Q \text{ avec } \mu(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \geq b_{min}\} \quad (3.94)$$

En poursuivant l'exemple illustré en un point arbitraire à la figure 3.4, nous avons tracé des cartes de manipulabilité en évaluant le critère proposé sur tout l'espace de travail. La figure 3.7 permet d'illustrer cette notion et propose les cartes de manipulabilité de trois configurations lorsque les bobines sont parcourues par un courant de 1A. Dans cette illustration, les zones de forte manipulabilité sont représentées par des couleurs chaudes tandis que les zones de faible manipulabilité sont représentées par des couleurs froides. La ligne verte continue représente la frontière de l'espace dextre, définie par $\mu(\mathbf{p}) = 2,06$ mT.

Cette figure permet de mettre en lumière l'intérêt de l'utilisation de bobines mobiles pour un système d'actionnement magnétique. En effet, suivant la configuration adoptée par le système, on peut constater que les zones de forte manipulabilité sont déplacées. Ainsi en utilisant un système capable de se reconfigurer, les zones de forte manipulabilité peuvent être adaptées à la tâche à réaliser, permettant ainsi de réduire drastiquement les courants électriques nécessaires pour l'obtention d'un champ magnétique suffisant.

En effet, lorsque les bobines sont uniformément distribuées comme illustré dans la figure 3.7(a), seul un petit espace de travail dextre est obtenu au centre de l'espace de nage pour courant de 1A. De plus, quatre zones distinctes séparées par une région de faible manipulabilité peuvent être observées. Dans la zone de faible manipulabilité, il existe des configurations où μ peut être proche de 0 avec une valeur minimale de 0,37mT.

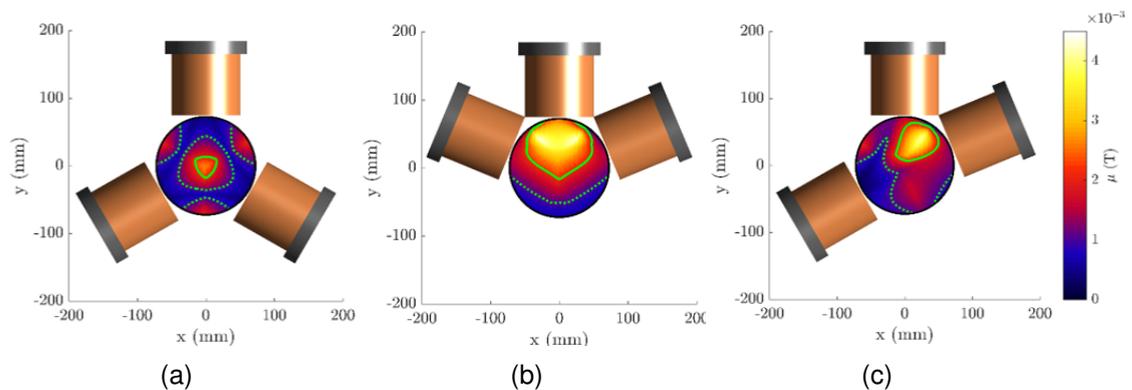


FIGURE 3.7 – Cartes de manipulabilité obtenues pour différentes configurations du système.

Cela signifie qu'il existe au moins une direction le long de laquelle le champ magnétique requis ne peut être généré, c'est-à-dire que ces configurations sont proches des singularités au point considéré. Le champ magnétique étant proportionnel au courant et comme le champ requis vaut $b_{min} = 2,06\text{mT}$, cela signifie qu'un courant de $5,56\text{A}$ est nécessaire pour que l'ensemble de l'espace de nage soit dextre.

Lorsque les bobines sont rassemblées sur le dessus de l'espace de nage (cf figure 3.7(b)), aucune singularité n'est observée. Cependant, comme le champ magnétique diminue avec la distance, la partie inférieure de l'espace de nage présente des valeurs de manipulabilité faibles. Pour $i_{max} = 1\text{A}$, la plus faible valeur de manipulabilité est de $0,55\text{mT}$. Dans ce cas, un courant de $3,74\text{A}$ est nécessaire pour obtenir un espace de nage entièrement dextre.

Cependant, lorsque les bobines sont libres de se déplacer autour de l'espace de nage, la manipulabilité minimale dans l'ensemble de l'espace de nage est égale à $2,0\text{mT}$. Cela signifie que pour obtenir une manipulabilité minimale de $2,06\text{mT}$, la limite de courant doit être fixée à $1,03\text{A}$. Ainsi le courant nécessaire pour assurer la dextérité dans tout l'espace de nage a été réduit de $5,56\text{A}$ et $3,74\text{A}$ à $1,03\text{A}$, c'est-à-dire par un facteur de $5,4$ (respectivement $3,6$), grâce au mouvement simple de la bobine identifié par l'utilisation du critère de manipulabilité proposé. L'effet joule étant une fonction du carré du courant, cela signifie que la puissance conduisant à l'échauffement de la bobine est diminuée d'un facteur 29 (respectivement 13). Le système est alors moins affecté par les problèmes d'échauffement des bobines, ce qui diminue le coût énergétique ainsi que la complexité de conception des systèmes de refroidissement. En outre, il permet de réduire la température de l'environnement, ce qui peut être intéressant, notamment dans le cas d'applications biomédicales ou de manipulation de cellules. la mobilité des bobines est donc un facteur majeur de progrès technologique.

3.3/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons abordé différents aspects de la commande de robots par un système d'actionnement magnétique. En nous inspirant des travaux de Baptiste Veron [Veron, 2014], nous avons modélisé le comportement d'un système de manipulation d'actionnement magnétique à bobines mobiles. A la différence du modèle donné dans [Veron, 2014], le modèle proposé s'applique à un système commandé en champ et

force comme proposé dans [Petruska et al., 2015] plutôt que couple et force magnétique. Puisque les systèmes à bobines mobiles utilisent les deux types de variables d'actionnement rencontrés dans le domaine de la manipulation magnétique, à savoir le courant électrique et le déplacement, l'étude de la commande de ce type de système permet alors d'englober l'ensemble de la diversité des systèmes d'actionnement. Le comportement d'une bobine ayant été étudié dans le chapitre précédent, une attention particulière a été mise sur la prise en compte de la mobilité de ces sources.

Le modèle magnétique direct du système ayant été obtenu par linéarisation, différents outils de commande de systèmes linéaires ont été utilisés afin d'établir une loi de commande générique pour ce type de système. De plus, une étude sur la dimension et le rang de la matrice d'actionnement a permis d'ouvrir une discussion sur le nombre et les degrés de liberté associés à chaque source magnétique. Pour prolonger cette étude, le conditionnement de la matrice d'actionnement a été analysé par le biais des indices de manipulabilité. Un critère de manipulabilité adapté des approches macroscopiques a été développé pour prendre en compte l'échauffement impactant l'utilisation de bobines pour la manipulation magnétique. Cet outil a permis de démontrer l'intérêt d'utiliser des bobines mobiles pour la manipulation magnétique et a été illustré en détail sur un nageur flexible centimétrique.

DÉVELOPPEMENT D'UNE PLATEFORME DE MANIPULATION MAGNÉTIQUE

Sommaire

4.1	Plateforme d'actionnement magnétique polyvalente	86
4.1.1	Dispositif de manipulation	86
4.1.2	Dimensionnement des bobines	87
4.1.3	Aperçu de la plateforme développée	91
4.2	Architecture logicielle	93
4.2.1	Enjeux	93
4.2.2	Programmation orientée objet pour l'actionnement magnétique	95
4.2.3	Construction de l'architecture logicielle	96
4.2.4	Exemples	98
4.3	Étalonnage du système	102
4.3.1	Principe général	103
4.3.2	Application numérique	104
4.4	Conclusion	107

Pour manipuler des objets avec précision par l'intermédiaire du champ magnétique, une commande en boucle fermée est généralement nécessaire, comme vu dans l'état de l'art. Une telle architecture se compose généralement de quatre sous-systèmes fonctionnels principaux à savoir le système d'actionnement, l'objet actionné, l'organe de perception et le dispositif en charge du traitement de l'information. Ces différents éléments doivent prendre en compte les contraintes et les spécificités de la manipulation magnétique.

Dans un premier temps, les différentes parties physiques d'un tel système seront étudiées. Une attention particulière sera portée au niveau du système d'actionnement, centre névralgique du système de manipulation. Sur la base de cette analyse, une plateforme de manipulation magnétique composée de bobines mobiles sera proposée et fabriquée. Dans un second temps, nous proposerons une architecture logicielle à la fois polyvalente et facile à utiliser permettant de faire de la manipulation magnétique. Enfin, nous présenterons le processus d'étalonnage de cette plateforme permettant une première validation expérimentale de la commande développée au chapitre précédent.

4.1/ PLATEFORME D'ACTIONNEMENT MAGNÉTIQUE POLYVALENTE

Pour manipuler précisément des objets à l'aide du champ magnétique, une commande en boucle fermée est généralement utilisée. Un tel système est composé de quatre sous-ensembles fonctionnels à savoir l'objet à déplacer, le dispositif de perception, l'organe de commande et enfin le système d'actionnement.

Comme analysé dans le chapitre 1, il existe une grande diversité d'objets pouvant être manipulés grâce au champ magnétique. Suivant qu'ils soient holonomes ou non, ces objets nécessitent des stratégies de déplacement différentes. Ce sous-système fonctionnel étant largement étudié dans l'état de l'art [Oulmas et al., 2017, Abbott et al., 2019, Petruska et al., 2012, Petruska et al., 2015], il ne constitue pas le coeur de cette thèse, mais des pistes de réflexions pour de futurs travaux autour des nageurs hélicoïdaux sont présentés en perspectives.

Dans le contexte biomédical, différents moyens de perception sont envisageables comme étudié dans [Sitti et al., 2015]. Le choix de la technique utilisée dépend largement de l'application visée. Ces travaux proposent une solution classique basée sur la vision et l'architecture logicielle développée intègre l'utilisation de plusieurs caméras afin de suivre la position des objets manipulés dans l'espace et permet également l'intégration d'autres systèmes de perception.

Puisque la commande d'un système de manipulation magnétique présente une grande variété de mise en oeuvre en fonction de l'objet à manipuler (nageur flexible, nageur hélicoïdal, capsule, ...) ainsi que de la stratégie de manipulation (suivi de chemin, suivi de trajectoire, etc), ces travaux proposent une architecture logicielle polyvalente capable de s'adapter aux différentes spécificités de l'application visée. Cet aspect sera développé dans la section 4.2.

Bien qu'il existe de nombreux systèmes de manipulation magnétique, le chapitre 1 a montré que ceux-ci pouvaient être classés selon trois catégories (bobines fixes, aimants mobiles, bobines mobiles). Comme dans le chapitre 3, ce chapitre propose de s'intéresser tout particulièrement aux systèmes à bobines mobiles puisqu'ils couvrent la diversité des systèmes d'actionnement. Ainsi, la plateforme développée reste générique et peut évoluer facilement vers tout autre type de systèmes. Les sections suivantes traiteront donc des deux éléments clefs de ce type de systèmes à savoir le système de déplacement des sources et le dimensionnement des bobines. La section 4.1.1 s'intéressera aux solutions robotisées permettant de déplacer les sources magnétiques, la section suivante 4.1.2 passera en revue le dimensionnement des bobines, tout en prenant en considération les contraintes d'encombrement et de masse. Enfin, la section 4.1.3 proposera un dispositif répondant aux contraintes de polyvalence liée à l'utilisation d'une grande variété de systèmes de manipulation comme d'objets manipulés.

La section 4.2 traitera du développement de l'architecture logicielle adaptée à ce dispositif et la section 4.3 s'attachera à l'étalonnage de ce système et discutera des futurs travaux à mener.

4.1.1/ DISPOSITIF DE MANIPULATION

Le développement d'un dispositif de manipulation des sources magnétiques a besoin de répondre à des contraintes fortes. D'une part, au delà du fait de supporter et déplacer les sources magnétiques, ce système doit être en mesure de fonctionner au sein d'un environnement magnétique. La plupart des dispositifs de manipulation étant composés de

moteurs, cette contrainte nécessite alors d'utiliser un blindage magnétique ou de déporter les actionneurs électriques le plus loin possible des sources de champ magnétique. D'autre part, ce système de manipulation ne doit pas perturber le champ magnétique si un contrôle précis des micro-robots est souhaité. Mais ce n'est pas tout, contrairement à la robotique conventionnelle où le besoin est de contrôler un effecteur unique, il est également indispensable de contrôler la pose relative de plusieurs effecteurs, chacun associé à une source de champ magnétique.

Une première solution peut être d'utiliser une plateforme dédiée au déplacement des sources magnétiques en vue d'une application précise telle que celle présentée dans [Yang et al., 2019].

Une seconde solution se base sur l'utilisation de robots commerciaux pour déplacer les sources de champ magnétique à l'instar de bon nombre de systèmes à aimants permanents ou le dispositif ARMM [Sikorski et al., 2019]. De par leur polyvalence souhaitée, ces systèmes possèdent généralement un nombre de degrés de liberté supérieur à celui requis par de telles applications. Cette redondance peut alors être exploitée afin d'optimiser certains critères tels que l'indice de manipulabilité, éviter les configurations singulières du robot manipulateur ou encore éviter d'éventuels obstacles.

Dans ses travaux de thèse au sein du projet MULTIFLAG dans lequel ma thèse s'inscrit, Jérémy BEGEY, un doctorant travaillant entre ICube et FEMTO-ST, s'est intéressé aux mécanismes à câbles basés sur le principe de tenségrité. Le fait d'utiliser des mécanismes à câbles permet de déporter les actionneurs électriques et également d'alléger la structure. Les deux thèses se déroulant en parallèle, il fallait une structure alternative pour développer indépendamment les différentes briques du prototype final. Une étude a donc été menée sur plusieurs robots commerciaux, notamment ceux proposés par les entreprises Franka, Kuka, Staübli et Universal Robot afin de déterminer le robot le plus adapté à la manipulation magnétique. Or, la plupart des robots commerciaux sont perturbés par le champ magnétique et ne peuvent donc être utilisés en l'état pour déplacer des bobines. De plus, le robot doit être en mesure de supporter des sources magnétiques de plusieurs kilogrammes et les déplacer avec précision autour d'un espace de travail de l'ordre de la dizaine de centimètres de rayon. Avec une répétabilité annoncée du dixième de millimètre, 6 degrés de liberté, une charge utile de 3kg, un blindage permettant de résister au champ magnétique et un prix abordable, les robots de type UR3 satisfont l'ensemble de ces critères. Plusieurs robots de ce type sont donc utilisés afin de mettre en oeuvre les différentes méthodes proposées lors de ces travaux (voir section 4.1.3).

4.1.2/ DIMENSIONNEMENT DES BOBINES

Le système d'actionnement est sans nul doute la partie centrale d'un dispositif de manipulation magnétique. Celui-ci est composé d'un ensemble de sources magnétiques à savoir des aimants permanents et/ou des bobines. Comparativement, les aimants permanents permettent de générer un champ magnétique plus intense, mais celui-ci ne peut être modulé que par le déplacement de la source elle-même. De ce fait, il est alors impossible d'annuler les effets d'une telle source ce qui peut soulever des problèmes de sécurité lors d'opérations biomédicales. Les bobines quant à elles permettent une modulation du champ magnétique grâce au courant électrique les traversant. Or le courant électrique engendre un échauffement par effet Joule ce qui limite le champ magnétique pouvant être généré. Pour palier ce problème, il est possible d'utiliser un bobinage supraconducteur en utilisant un système de refroidissement comme pour les systèmes IRM

[Leclerc et al., 2018]. Cette solution rend la conception d'une plateforme d'actionnement généralement très complexe et coûteuse. Une alternative consiste à utiliser des bobines mobiles. Comme étudié dans le chapitre précédent, il est possible de manipuler un objet sur un espace plus important lorsque les sources magnétiques sont mobiles tout en limitant l'échauffement de ces dernières.

Cette section s'intéresse donc au dimensionnement des bobines. Pour cela, un scénario de manipulation de robot nageur est envisagé. Le dimensionnement revient donc à optimiser le champ généré par les bobines. Ces sources ayant vocation à être déplacées, une contrainte de masse sera prise en compte. Ce dimensionnement étant réalisé à l'aide d'une phase d'optimisation, la fonction objectif est déterminée dans un premier temps. Dans un second temps, les fonctions de contraintes seront mises en lumière.

Fonction objectif On considère ici l'optimisation d'une bobine cylindrique composée de N_a rangées de spires suivant son axe, chacune d'entre-elles étant composée de N_r spires concentriques. N_a et N_r représentent donc respectivement le nombre de spires axiales et radiales de la bobine. Dans le cas général, cette bobine de rayon extérieur R_{ext} est obtenue à partir d'un fil de cuivre de diamètre d . L'ensemble de ces paramètres sont repris dans l'illustration 4.1.

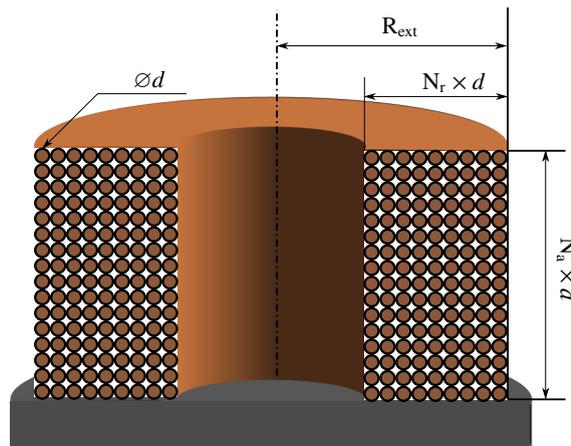


FIGURE 4.1 – Représentation schématique des paramètres utilisés pour le dimensionnement d'une bobine. Dans cette représentation, $N_r = 9$ et $N_a = 16$.

Le chapitre précédent a montré qu'il était possible de limiter l'échauffement en déplaçant les sources de champ magnétique. Conjointement, il est également possible de réduire cet échauffement si le champ magnétique généré par unité de courant est maximisé dans l'espace de travail. Pour le dimensionnement de la bobine, la maximisation du champ magnétique produit sur l'espace de travail est recherchée sans que la bobine ne dépasse une certaine masse ni un certain encombrement. Dans notre cas, le critère d'optimisation retenu est le champ magnétique minimal pouvant être généré sur l'espace de travail. L'amplitude du champ magnétique diminuant drastiquement avec la distance à la bobine, le champ minimal produit par la bobine se situe au point de l'espace de travail le plus éloigné de chaque bobine. Cette optimisation (hors considération des contraintes) revient donc à l'équation suivante :

$$\max_{R_{ext}, N_r, N_a} \|\mathbf{b}_j(\mathbf{p})\| \quad (4.1)$$

avec \mathbf{p} le point le plus éloigné de la bobine.

Or les paramètres d'optimisation n'interviennent pas explicitement dans l'expression de \mathbf{b}_j de l'équation précédente. Le but des étapes suivantes revient donc à les mettre en avant.

Une spire étant modélisée comme un tore de section circulaire, celle-ci est définie par le rayon du fil d et rayon de la spire a . D'après le schéma 4.1, le rayon des spires peut être exprimé par la relation suivante :

$$a_i = R_{ext} - (i + 0.5) d ; \quad i \in \llbracket 0, N_r - 1 \rrbracket \quad (4.2)$$

En considérant un point \mathbf{p} dont les coordonnées (x, y, z) dans le repère de la bobine j , la distance r_k de la rangée k au point considéré est donnée à partir du diamètre du fil d par l'expression :

$$r_k = \sqrt{x^2 + y^2 + z_k^2} \quad (4.3)$$

$$\text{avec } z_k = z + (k + 0.5) d \quad ; \quad k \in \llbracket 0, N_a - 1 \rrbracket ; \quad (4.4)$$

En considérant que les bobines se déplacent autour d'un espace sphérique, pour une configuration donnée le point le plus éloigné se situe sur l'axe de la bobine à une distance égale au diamètre de cette sphère. Or le champ magnétique produit par une bobine en un point situé sur son axe de révolution est colinéaire à cet axe. La fonction objectif revient donc à la relation suivante :

$$\max_{R_{ext}, N_r, N_a} \left| \sum_{i=0}^{N_r-1} \sum_{k=0}^{N_a-1} b_r(r_k, 0, a_i) \right| \quad (4.5)$$

où $b_r(r, \theta, a)$ est l'extension de la fonction $b_r(r, \theta)$ développée dans le chapitre 2 où le rayon de la spire a est un paramètre.

Fonctions de contrainte La bobine devant être optimisée sans que sa taille n'excède un rayon $R_{ext_{max}}$ et sans que le bobinage ne dépasse une masse de m_{max} , on cherche alors l'expression des fonctions de contrainte du problème d'optimisation. La masse m_{max} ne concerne que le bobinage, la masse support de la bobine devant être prise en compte au préalable. Physiquement parlant, la plus petite spire que l'on puisse créer possède un rayon égal au diamètre du fil. La bobine étant composée de N_r spires concentriques, les contraintes géométriques deviennent :

$$\begin{cases} R_{ext} \leq R_{ext_{max}} \\ R_{ext} - N_r d \geq d \end{cases} \quad (4.6)$$

De même, en nommant le volume de la bobine V_{bob} et la masse volumique du cuivre ρ_{cuivre} , la contrainte de masse donne :

$$\rho_{cuivre} V_{bob}(R_{int}, N_r, N_a) \leq m_{max} \quad (4.7)$$

De manière analogue à la section précédente, l'expression explicite du volume de la bobine à l'aide des variables d'optimisation est recherchée. Celui-ci peut être obtenu à partir du volume d'un tore de section rectangulaire en notant que le rapport des aires entre un carré et un cercle inclus dans ce carré est égal à $\pi/4$.¹ Soit alors un tore dont la

1. En notant le rayon du cercle r , l'aire du carré vaut alors $4r^2$ et le cercle πr^2 .

section possède une largeur de N_r spires, de hauteur H égale à N_a spires et dont le rayon extérieur vaut R_{ext} , il vient :

$$V_{bob} = \frac{\pi}{4} V_{tore} \quad (4.8)$$

$$= \frac{\pi}{4} (\pi(R_{ext}^2 - R_{int}^2) H) \quad (4.9)$$

$$= \frac{\pi}{4} (\pi(R_{ext}^2 - (R_{ext} - N_r d)^2) N_a d) \quad (4.10)$$

$$= \frac{\pi^2}{4} N_a N_r d^2 (2R_{ext} - N_r d) \quad (4.11)$$

Optimisation sous contrainte Pour le dimensionnement, on cherche à optimiser le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{R_{ext}, N_r, N_a} \left| \sum_{i=0}^{N_r-1} \sum_{k=0}^{N_r-1} b_r(r_k, 0, a_i) \right| \\ \rho_{cuivre} \frac{\pi^2}{4} N_a N_r d^2 (2R_{ext} - N_r d) \leq m_{max} \\ R_{ext} \leq R_{ext_{max}} \\ R_{ext} - N_r d \geq d \end{array} \right. \quad (4.12)$$

Dans ce système, il peut être remarqué que toutes les variables d'optimisation n'ont pas la même nature. En effet, le nombre de spires axiales ou radiales sont des nombres entiers là où le rayon extérieur de la bobine est un réel. On parle alors de problème mixte. Pour résoudre ce genre de problème, l'approche intuitive consistant à ignorer la contrainte d'intégralité puis d'arrondir la solution estimée ne fonctionne généralement pas. Il existe alors deux approches possibles, les méthodes heuristiques qui permettent de trouver une solution sans garantie d'optimalité ou les méthodes exactes qui fournissent la solution optimale mais dont le temps de calcul augmente de manière exponentielle avec la combinatoire du problème. Pour obtenir le meilleur résultat possible, nous avons donc eu recours à une méthode exacte. Puisque ces méthodes consistent à parcourir l'ensemble des solutions admissibles pour trouver l'optimum, il est commun de décomposer le problème initial en sous-problèmes plus simples. Dans notre cas, il est très simple d'obtenir le rayon optimal d'une bobine pour un nombre de spires donné. Pour éviter de passer en revue toutes les combinaisons d'enroulement $(N_a; N_r)$ possibles, une réduction de l'ensemble de recherche est effectuée.

Dans un premier temps, puisque le rayon extérieur de la bobine est borné et que le diamètre du fil est fixe, il est possible de déterminer le nombre maximal de spires pouvant être concentriques. De même, en considérant la plus petite spire pouvant être réalisée (limitée par le diamètre du fil), il est possible de connaître le nombre maximal de spires pouvant être juxtaposées suivant l'axe de la bobine grâce à la saturation de la contrainte de masse. Grâce à ces deux approches, on peut construire l'ensemble des combinaisons $(N_a; N_r)$ qui constituent l'espace de recherche. Cependant, l'ensemble de recherche possède par construction de nombreuses combinaisons n'ayant pas de solution admissible. Une méthode plus astucieuse consiste à subdiviser de nouveau le problème. En effet, pour un nombre de spires concentriques N_r donné, il est possible de déterminer le rayon extérieur de la plus petite bobine réalisable. De cette façon, le nombre maximum

de strates N_a pouvant composer la bobine sans saturer la condition de masse peut être déterminé, réduisant ainsi drastiquement la taille de l'espace de recherche.

Pour chaque couple $(N_a; N_r)$ de l'espace de travail, le rayon extérieur de la bobine permettant de maximiser la fonction objectif sans saturer les fonctions de contraintes est déterminé. La valeur de la fonction objectif est ensuite comparée pour chacun des cas de figure permettant ainsi de déterminer les caractéristiques optimales de la bobine.

L'influence du rayon des spires sur le champ magnétique généré est donnée par la courbe bleue donnée en figure 4.2 pour un point p situé à 15cm. De plus, les autres courbes permettent de comprendre l'influence des différentes strates de spires. A la lecture de ces courbes, il vient qu'en dehors de toute considération de masse, le rayon de la spire générant le plus de champ magnétique à une distance r donnée est de l'ordre de cette distance ($a \approx r$) conduisant alors à la création de bobines extrêmement encombrantes ne pouvant que difficilement être déplacées. En contraignant fortement le rayon maximal de la bobine, il semble intuitif que cette contrainte devient saturante.

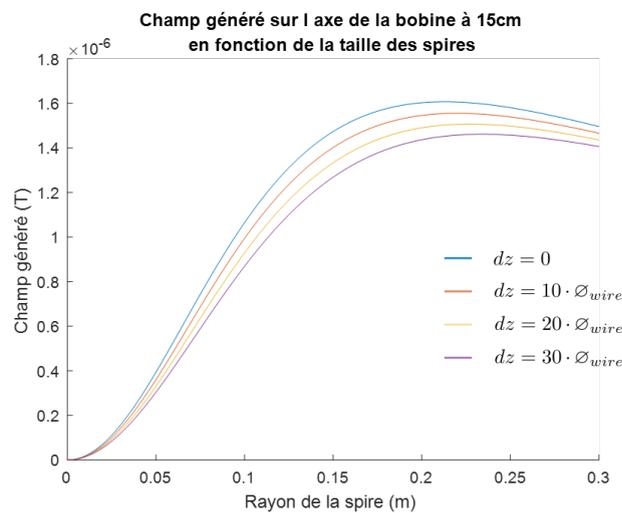


FIGURE 4.2 – Évolution du champ magnétique produit par une spire à en fonction de son rayon en un point éloigné de 15cm. Une bobine étant composée de plusieurs couches de spires disposées selon son axe, leur influence diminue à mesure que le décalage dz est important. Les différentes courbes représentent l'influence de plusieurs strates de spires pour un diamètre de fil de 1mm.

En appliquant cette méthode pour une bobine dont le diamètre extérieur ne doit pas excéder 10cm sous une contrainte de masse de 2.5kg et pour un espace de travail de diamètre 15cm, la bobine obtenue possède 116 spires suivant son axe et 54 spires selon son rayon pour un fil de cuivre de diamètre 1mm.

Pour pouvoir développer et valider les différents outils et méthodes développés dans ces travaux, nous avons conçu et réalisé une plateforme d'actionnement magnétique à bobines mobiles basée sur cette méthode. La section suivante donne un aperçu de cette plateforme.

4.1.3/ APERÇU DE LA PLATEFORME DÉVELOPPÉE

Pour valider les différentes contributions menées dans ces travaux, une plateforme de manipulation magnétique a été développée sur la base des études présentées dans les

sections précédentes. Comme le montrent les photographies de la Figure 4.3, cette plateforme est composée de deux bobines cylindriques portées par des bras manipulateurs UR3. Dans ces images, on peut apercevoir deux caméras Marlin (caméras FireWire de la marque Allied Vision), l'une disposant d'un objectif de focale 35mm et l'autre montée sur un endoscope de diamètre 2,7mm de la marque Bipol. Les deux systèmes de perception sont disposés de manière orthogonales permettant d'effectuer un retour extéroceptif sur la pose d'un objet manipulé dans l'espace. Au centre de l'image, un bécier contenant de la glycérine peut être distingué, un liquide possédant une viscosité élevée qui permet de déplacer des robots dans un environnement à faible nombre de Reynolds.

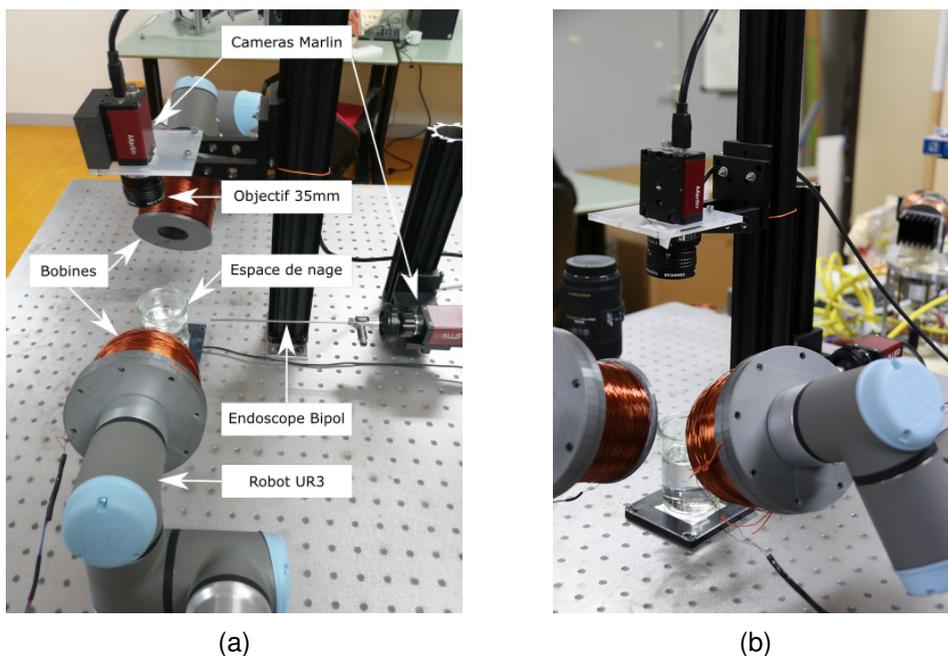


FIGURE 4.3 – Aperçu des différents composants du dispositif expérimental. (a) Vue générale. (b) Vue rapprochée.

Pour moduler le champ magnétique par l'intermédiaire des courants électriques, des régulateurs de courant (Maxon Motors 50/5, 4-Q-DC) sont pilotés depuis un ordinateur central grâce à une carte d'entrées/sorties (Sensoray 626).

Ces travaux portant principalement sur les systèmes d'actionnement magnétiques, les différentes contributions de ces travaux seront validées à l'aide d'un capteur à effet Hall (MétroLab THM1176). Toutefois les perspectives de ce document traiteront de la fabrication de nageurs hélicoïdaux possédant une magnétisation élevée grâce à l'insertion d'un fil de fer dans une hélice imprimée par nanoscribe. Ce capteur à effet Hall servira notamment à étalonner le système de manipulation ainsi que le modèle magnétique différentiel proposé dans le chapitre précédent.

L'ensemble de ces équipements est contrôlé par un programme développé durant cette thèse, dont l'architecture logicielle est donnée dans la section suivante.

4.2/ ARCHITECTURE LOGICIELLE

La manipulation magnétique est un domaine de recherche en plein essor, notamment pour des applications biomédicales. Malgré toutes les recherches menées dans ce domaine, aucun environnement logiciel permettant le prototypage rapide de système de manipulation magnétique n'existe à notre connaissance en dehors des travaux menés à FEMTO-ST. La principale cause de ce manque est certainement due à la spécificité de chaque application. En effet, la mise en place de telle structures nécessite un matériel particulier tant en terme d'actionnement, de perception que d'objets manipulés. C'est pourquoi leur développement est propre à chaque réalisation. Par conséquent, les applications qui en résultent ne sont pas portables (dans le sens où elles dépendent du matériel utilisé) et ne peuvent généralement pas être adaptées à d'autres environnements. Cependant, il est possible de concevoir une architecture logicielle suffisamment polyvalente pour permettre d'englober toutes les possibilités offertes par la manipulation magnétique. Pour cela, l'architecture doit être composée de constituants élémentaires pouvant être combinés afin de construire des applications spécifiques. Pour être générique, la création d'une telle architecture nécessite alors un niveau d'abstraction plus élevé, ce qui en fait une application de haut niveau (au sens informatique du terme).

Cette section s'intéresse à l'environnement logiciel développé lors de ces travaux. Son objectif est d'être à la fois portable, polyvalent, rapide à exécuter et de permettre une mise en place de manipulation magnétique aisée. Pour cela, une architecture basée sur la programmation orientée objet a été développée à l'aide du langage C++ sous une distribution Unix. La partie centrale du logiciel s'appuie sur l'utilisation de la bibliothèque ViSP [Marchand et al., 2005], particulièrement adaptée pour des applications robotiques. La section suivante présente la structure du logiciel développé au travers d'exemples concrets. Une première partie définira les enjeux et le cadre du logiciel, tandis que la seconde donnera quelques idées clés de la programmation orientée objet et enfin la troisième développera quelques exemples simples.

4.2.1/ ENJEUX

La manipulation magnétique consiste à déplacer des objets magnéto-sensibles à l'aide de champs magnétiques. Dans le cadre d'une commande en boucle fermée, ce processus peut être représenté sous la forme d'un schéma bloc générique comme dans la figure 4.4.

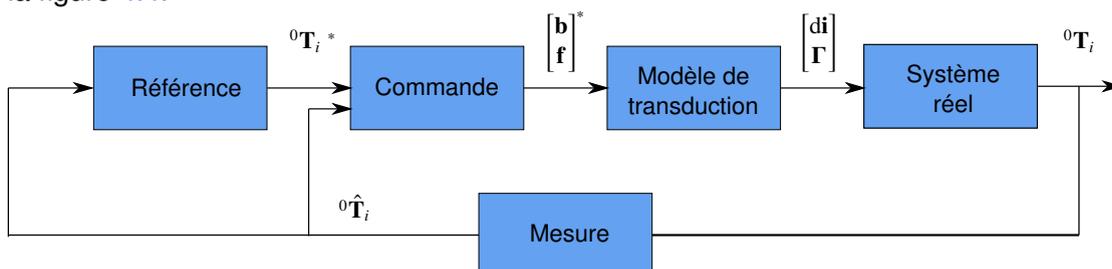


FIGURE 4.4 – Principe de la manipulation magnétique en boucle fermée

Dans ce processus, la position et l'orientation de l'objet à déplacer sont mesurées par un système de perception. Cette estimation est ensuite comparée à une référence reflétant la tâche à réaliser. A partir de cette comparaison et du type de robot utilisé, les efforts

magnétiques à appliquer au système pour atteindre la pose désirée sont déterminés par un bloc de commande. Enfin un contrôleur magnétique est en charge de déterminer les entrées à appliquer au système pour générer les efforts désirés.

Le schéma-bloc ainsi défini a l'avantage d'être très simple à comprendre mais surtout polyvalent et indépendant de la technologie utilisée. Ces différentes qualités sont illustrées au travers de deux exemples, l'un développé dans [Oulmas, 2018], l'autre dans [Veron, 2014]. La figure 4.5 représente le schéma bloc d'un système de manipulation magnétique servant à faire suivre un chemin à un robot hélicoïdal. Pour ce faire, un dispositif de Helmholtz est utilisé.

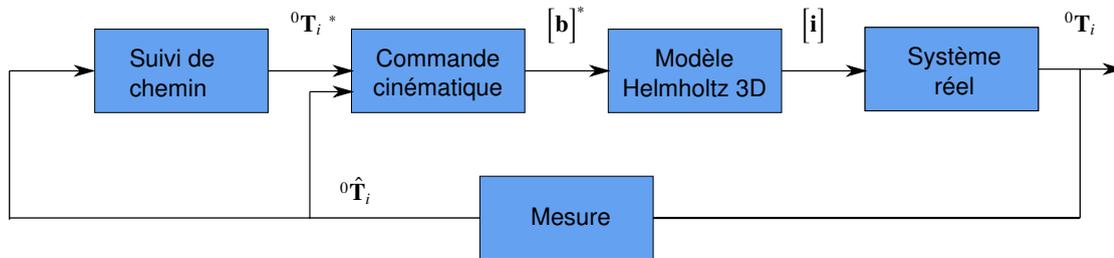


FIGURE 4.5 – Schéma bloc de suivi de chemin d'un nageur hélicoïdal actionné par un système de Helmholtz [Oulmas, 2018].

La figure 4.6 représente le schéma bloc d'un système de manipulation magnétique permettant de réaliser un suivi de trajectoire à une capsule magnétique à l'aide d'un manipulateur magnétique plan constitué de 3 bobines actionnées en rotation autour de l'axe orthogonal au plan (que nous nommerons un $3RM$ plan, en nous inspirant de la classification des mécanismes parallèles).

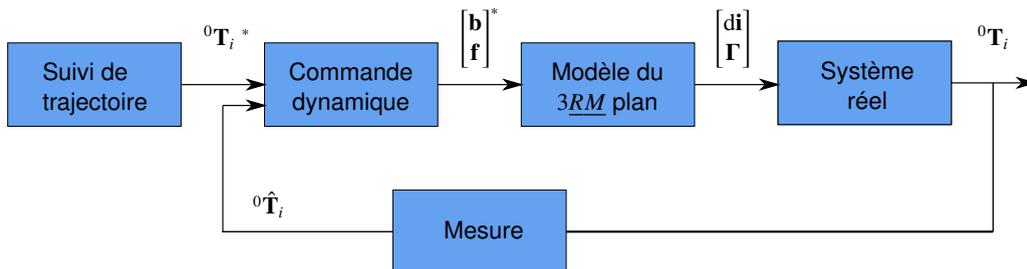


FIGURE 4.6 – Schéma bloc de suivi de trajectoire d'une capsule actionnée par un système à bobines mobiles.

Ainsi les schéma-bloc 4.5 et 4.6 sont deux cas de figures découlant du schéma générique donné dans la figure 4.4. C'est autour de cette idée centrale qu'est construit l'architecture logicielle développée. En créant des blocs élémentaires représentant chacun des composants du système de manipulation magnétique, il est possible d'avoir une structure générique. Par la suite, en définissant des blocs spécifiques, il est alors possible d'adapter cette structure générale au cas envisagé. Pour implémenter ce principe, plusieurs notions de la programmation orientée objet sont utilisés dans la section suivante.

4.2.2/ PROGRAMMATION ORIENTÉE OBJET POUR L'ACTIONNEMENT MAGNÉTIQUE

L'architecture logicielle proposée est basée sur la programmation orientée objet, qui permet de manipuler facilement des structures de données sans nécessairement avoir besoin de connaître la logique nécessaire à cette manipulation. Ces structures de données sont appelées objets. Dans notre cas, on définit par exemple un objet de type "bobine" ayant des propriétés physiques (courant, pose dans l'espace, etc) mais également un fonctionnement particulier (création d'un champ magnétique à partir d'un courant électrique). En se servant de la programmation orientée objet, il est alors possible pour un utilisateur de se servir de cet objet de type *bobine* dont le fonctionnement est connu de la machine sans nécessairement avoir besoin de connaître les détails d'implémentations ; c'est un des principes de l'encapsulation.

Classes Les propriétés et les fonctionnalités des objets définis dans notre programme sont définies dans une structure appelée *classe* en charge de définir le squelette des objets créés. Par exemple, c'est dans la classe liée aux bobines qu'est précisé que le courant est un attribut de toutes les bobines. De ce fait, chaque bobine créée aura une valeur de courant qui lui sera propre.

Pour aller plus loin, le programme créé doit être fonctionnel quelque soit la technologie utilisée au sein du système. Par exemple, il doit être en mesure de calculer le champ magnétique désiré pour un robot magnétique quelconque ; que ce soit un nageur hélicoïdal, un nageur flexible ou encore une capsule magnétique. Pour cela, deux notions interviennent, d'une part l'héritage permettant de créer des sous catégories (nageur hélicoïdal, nageur flexible, capsule...) à partir d'une catégorie plus générale (robot magnétique) ; d'autre part le polymorphisme permettant de s'affranchir de la technologie utilisée. Ces deux notions et leur utilisation dans le cas de la commande d'un système d'actionnement magnétique est détaillé dans la section [4.2.3](#).

Héritage Le but de l'environnement logiciel développé est de pouvoir s'adapter aux différents cas de figures envisagés par la manipulation magnétique. De ce fait, on cherche à avoir une architecture générique puis à spécifier celle-ci pour s'adapter à l'application visée. Dans le cadre de la manipulation magnétique et plus largement la robotique, il est commun d'utiliser des repères associés à des solides. Il est alors commode d'utiliser une classe solide contenant les formules de déplacements puis de définir les caméras, les bobines et les nageurs comme étant des solides particuliers.

Pour cela, il faut être en mesure de créer des classes élémentaires dont découlent des classes spécifiques, autrement dit être capable de construire une classe spécifique à partir d'une classe plus générique. C'est justement ce que propose la programmation orientée objet au travers de l'héritage. La classe mère dont est issue la nouvelle classe sert alors de modèle à la classe fille qui contient alors tous ses attributs et méthodes. Cette technique permet d'une part de mutualiser un code déjà écrit, ce qui évite les sources d'erreurs, facilite la lecture du code et surtout simplifie son évolution.

D'autre part, l'héritage permet l'ajout de nouvelles fonctionnalités permettant de spécifier les caractéristiques propres à chaque sous classe et de redéfinir un comportement existant. Par exemple, les bobines et les aimants permanents sont tous deux des sources magnétiques. Cependant, les bobines utilisent les courants électriques pour leur fonc-

tionnement. Dans ce cas, le courant est un attribut spécifique à la classe bobine.

Polymorphisme Pour permettre une certaine polyvalence en terme d'application, il est souhaitable d'être en mesure de manipuler des objets spécifiques à partir des objets génériques. En effet, en utilisant des objets spécifiques directement, il n'est possible de créer que des applications particulières. Par exemple, une application développée en utilisant un système de Helmholtz ne pourrait pas en l'état être transposée facilement sur un tout autre système d'actionnement. Cependant, on peut noter que tous les systèmes d'actionnement magnétique partagent des attributs et des fonctionnalités communes. En effet, ces systèmes sont, par définition, tous composés de sources magnétiques et on souhaite pouvoir se servir de leur modèle magnétique direct (MMD) et inverse (MMI). On souhaite donc être en mesure de manipuler des objets d'une classe fille via la classe mère. C'est justement ce que propose le polymorphisme d'héritage. Comme son nom l'indique, le polymorphisme consiste à prendre plusieurs formes. Dans le cas du polymorphisme d'héritage, le principe est de définir une méthode dans une classe mère qui sera spécifiée dans la classe fille. Pour reprendre l'exemple précédent, dans la classe des systèmes d'actionnement sera définie une méthode permettant de calculer le MMD et le MMI. Ces méthodes étant spécifiques au système d'actionnement utilisé, le comportement sera spécifié / redéfini dans chaque classe fille.

4.2.3/ CONSTRUCTION DE L'ARCHITECTURE LOGICIELLE

A l'aide des notions évoquées dans la section précédente (à savoir les classes, l'héritage et le polymorphisme), l'architecture développée est en mesure d'être polyvalente et portable. Cette section propose de dresser les contours des principales classes développées durant ces travaux. Dans un souci de lisibilité, les diagrammes de classes présentés dans cette section ne comportent que les principaux attributs et fonctions.

La robotique s'appuyant fortement sur les notions de repères et de matrices de déplacement, une première classe est façonnée de manière à être commune à tous les éléments physiques du système. Cette classe, appelée "solide" permet notamment de facilement mettre en place les formules de déplacement et de décrire si besoin les caractéristiques de chaque solide (masse, vitesse, etc).

De cette classe dérivent plusieurs classes fondamentales pour la manipulation magnétique telles que la classe des robots magnétiques (capsule, nageur flexible, nageur hélicoïdal, etc), celle des sources de champ magnétique (bobines, aimant) mais aussi la classe des moyens de mesure. Un diagramme de classe est donné figure 4.7. Dans un souci de clarté, les classes correspondant aux capsules magnétiques, aux robots hélicoïdaux ainsi qu'aux aimants ne sont pas représentées ici.

Pour les besoins de la manipulation magnétique, il est nécessaire de piloter un robot magnétique (capsule, nageur flexible, nageur hélicoïdal, etc) à l'aide d'un système d'actionnement. Une classe appelée "système d'actionnement" est alors créée. Or comme évoqué dans la section précédente, en se servant du polymorphisme les modèles magnétiques direct (MMD) et inverse (MMI) sont façonnés. Ces méthodes étant spécifiques à la technologie utilisée pour le système d'actionnement, celles-ci sont véritablement définies dans les classes filles découlant de la classe mère "système d'actionnement". La Figure 4.8 présente le diagramme de classe des principaux systèmes d'actionnement présentés dans ces travaux. Dans le cas général, le modèle magnétique direct et inverse

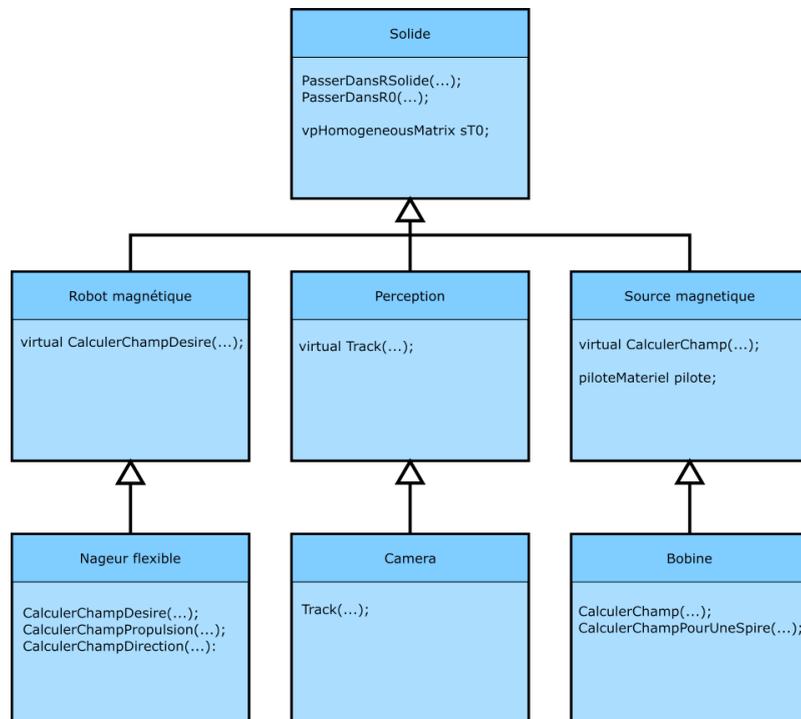


FIGURE 4.7 – Architecture de la classe "solide" et de ses classes filles.

est calculé à partir du modèle de champ défini pour chacune des sources magnétiques comme nous l'avons montré dans le chapitre 3. Cependant, le dispositif de Helmholtz et celui de Maxwell possèdent un modèle simple, il est donc plus efficace d'implémenter des classes spécifiques pour ces systèmes. Dans tous les cas, un système d'actionnement magnétique est composé d'au moins une source magnétique, la classe générique comporte donc une liste d'objets de type source magnétique (classe générique).

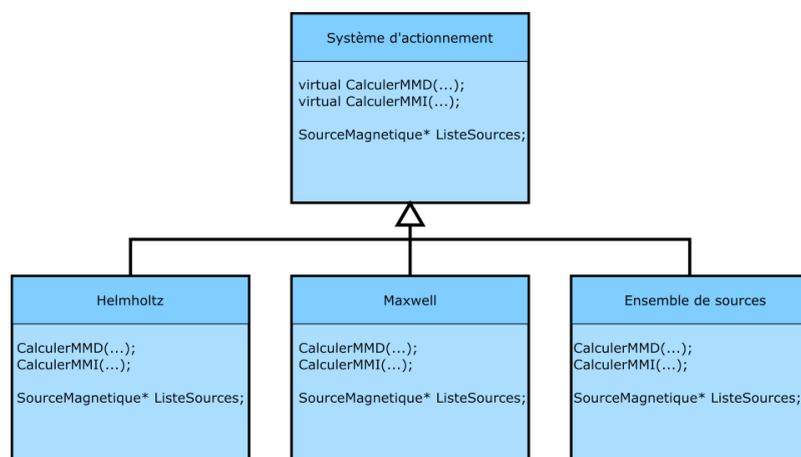


FIGURE 4.8 – Architecture de la classe "système d'actionnement" et de ses classes filles.

Puisque le modèle magnétique différentiel inverse donne une variation de courant électrique di ainsi qu'un vecteur de déplacement Γ , de nouvelles classes sont introduites afin de mettre en application ces consignes. En ce qui concerne le courant électrique, des variateurs sont pilotés à l'aide de contrôleurs. Pour ces travaux de thèse, deux exemples

de convertisseurs entre la commande, calculée numériquement sur le PC, et le matériel (variateurs Maxon, servo-moteurs, etc.) ont été utilisés : la carte Sensoray évoquée précédemment et un automate programmable UEIPAC (comportant un microcontrôleur sous Linux, connecté par Ethernet au PC de commande et à un nombre variable de cartes d'entrées/sorties). Une classe "contrôleur" est alors définie dont la fonction principale est de commander les variateurs, les classes filles en découlant se chargeant de l'implémentation spécifique au matériel utilisé. Il en va de même concernant le déplacement des sources magnétiques par la création de la classe "robot manipulateur" dont les descendants (robot UR, tenségrité, etc) sont en charge de l'implémentation spécifique du déplacement.

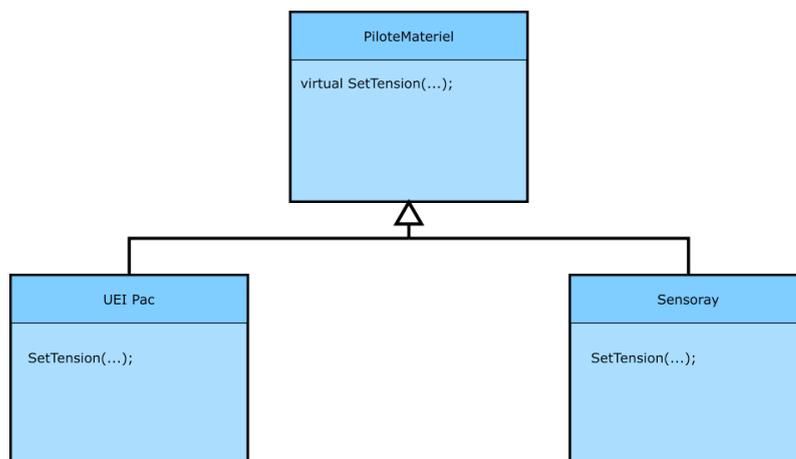


FIGURE 4.9 – Architecture de la classe "pilote materiel" et de ses classes filles.

Enfin, une classe "référence" est en charge de définir le chemin ou la trajectoire à suivre et de déterminer la pose du robot désirée afin de satisfaire l'algorithme de suivi de chemin ou de trajectoire.

Dans la section suivante, nous proposons de démontrer la facilité d'utilisation de ce type d'architecture.

4.2.4/ EXEMPLES

Grâce aux notions d'héritage et de polymorphisme, l'utilisation de l'architecture proposée est très simple. En effet, la complexité d'implémentation étant déportée au sein des classes, le concepteur du système de manipulation magnétique peut simplement construire son logiciel par assemblage de classes, en faisant abstraction des détails de mise en oeuvre de ces composants préalablement développés. Dans cette section, nous proposons de détailler le fonctionnement du programme principal appliqué à la nage du robot hélicoïdal. Dans un second temps, ce nageur hélicoïdal sera remplacé par un nageur flexible et le contrôleur Sensoray sera remplacé par un automate UEIPAC afin de montrer que cette architecture permet d'être polyvalente et peu dépendante du matériel utilisé.

Dans cette section, plusieurs parties de codes réalisés en C++ sont analysées. Dans le cadre de la manipulation magnétique, une commande en boucle fermée est réalisée. Pour ce faire, le code comporte plusieurs parties à savoir la boucle de commande et l'initialisation de celle-ci.

Initialisation du programme Dans cette partie du programme, les différents éléments intervenant dans le système sont définis. La définition de bon nombre de paramètres alourdissant la lecture du programme (la définition de la pose des éléments physiques notamment), ceux-ci ont volontairement été passé sous silence.

```

1  [...] // appel des differentes bibliotheques utilisees et des classes
2  #define NB_NAGEURS 1
3  int main(int argc, char *argv[])
4  {
5      // Definition du controleur
6      Controler *ptrPilote(0);
7      Sensoray sensoray_;
8      ptrPilote = &sensoray_;
9
10     // Definition des sources magnetiques
11     vector < ActuationSystem * > ptrActionnement(1);
12     Coil Coil1(0.05, 6300, DAC1, ptrPilote);
13     Coil Coil2(0.05, 6300, DAC2, ptrPilote);
14     Coil Coil3(0.05, 6300, DAC3, ptrPilote);
15     [...] // definition de la pose de chaque bobine
16
17     Coil Coils[3];
18     Coils[0] = Coil1 ; Coils[1] = Coil2; Coils[2] = Coil3 ;
19     SetOfCoils Ensemble(Coils, 3);
20     ptrActionnement[0] = &Ensemble;
21
22     // Definition du robot magnetique
23     MagneticRobot *ListeNageurs[NB_NAGEURS];
24     FlexibleSwimmer Nageur;
25     Nageur.setFixedFieldAmplitude(1.0);
26     Nageur.setOscillatingFieldAmplitude(3.0);
27     Nageur.setGain(2.0);
28     Nageur.setFrequency(3.0);
29
30     ListeNageurs[0] = &Nageur
31
32     // Definition de l'ensemble des references a suivre
33     Path ListeChemin[NB_NAGEURS];
34     double rayon(0.0075), Nb_tour(2), hauteur_tot(0.045);
35     ListeChemin[0].Set_Cylindre(rayon, Nb_tour, hauteur_tot);
36     Camera topCamera, sideCamera;
37     [...] // definition des parametres des camera et de leur pose

```

Dans cette portion de programme, de nombreux pointeurs ont été utilisés. En effet, dans l'architecture proposée, il n'est en général pas possible de créer un objet depuis une classe mère. Par exemple, par construction un objet de type système d'actionnement possède une méthode MMI(). Cependant, cela n'aurait aucun sens d'utiliser cette fonction sans définir de quel système d'actionnement spécifique il s'agit (système de Helmholtz, système à bobines fixes, octomag, etc). Il est alors impossible de créer directement un objet de type "système d'actionnement". Il en va de même pour les classes "contrôleur" ou "robot magnétique" par exemple. Pour résoudre ce problème, la structure suivante est utilisée :

```

5  // Definition du controleur
6  Controler *ptrPilote(0);

```

```

7   Sensoray sensoray_;
8   ptrPilote = &sensoray_;

```

Dans cet exemple on cherche à utiliser un objet de type contrôleur pour piloter différentes bobines. Or comme un contrôleur ne peut exister en soi, il est impératif de créer un type de contrôleur spécifique (Sensoray ou UEIPAC par exemple) et de faire correspondre le pointeur de type contrôleur à cet objet spécifique. Ainsi, par la suite, seuls les pointeurs sont utilisés permettant au reste du programme d'être générique par conversion implicite de type.

Boucle principale Une fois que l'ensemble des objets sont créés et spécifiés, il est alors possible d'utiliser la boucle principale suivante :

```

1  while (1)
2  {
3      topCamera.AcquireImg();
4      sideCamera.AcquireImg();
5      topCamera.Track();
6      sideCamera.Track();
7
8      for ( int rob_ID = 0; rob_ID < NB_NAGEURS; rob_ID++)
9      {
10         Camera::Find3DOrientation(sideCamera, topCamera, Position,
11                                 Orientation);
12
13         t_ms = vpTime::measureTimeMs();
14         ListeNageurs[rob_ID]->CalculerGVitesse(Position, Time[rob_ID] -
15         t_ms);
16         Time[rob_ID] = t_ms;
17         ListeNageurs[rob_ID]->setGPosition(Position);
18         ListeNageurs[rob_ID]->setOrientation(Orientation);
19         Velocity = ListeNageurs[rob_ID]->getGVitesse().euclideanNorm();
20
21         ListeChemin[rob_ID].FindDesiredPose(Position, DesiredPosition,
22         DesiredOrientation, CurvatureVector,
23         SensParcoursPositif);
24         AngularVelocity = Control::PathFollowing(Position, Orientation,
25         meanVelocity, DesiredPosition, DesiredOrientation,
26         CurvatureVector);
27         ChampDesire_i = ListeNageurs[rob_ID]->ComputationDesiredField(
28         t_ms, AngularVelocity, meanVelocity, Orientation);
29
30         ChampDesire.insert(3 * rob_ID, ChampDesire_i);
31         P.insert(3 * rob_ID, Position);
32     }
33     topCamera.Display();
34     sideCamera.Display();
35
36     ptrActionnement[0]->MMI(ChampDesire, P, I, Gamma);
37     ptrActionnement[0]->SetCurrent(I);
38     ptrActionnement[0]->SetDisplacement(Gamma);
39     t_ms = vpTime::measureTimeMs();
40 }

```

Dans cette boucle, les deux caméras commencent par acquérir une image chacune puis repèrent le ou les robots en présence. Par la suite, pour chaque robot on détermine sa pose et sa vitesse. Chaque robot devant suivre un chemin, la pose désirée est ensuite déterminée à l'aide de la méthode *FindDesiredPose()*. A partir de ces différentes informations, il est possible de connaître la vitesse angulaire que doit posséder le vecteur vitesse associé au robot afin de suivre au mieux le chemin grâce aux travaux fournis dans [Oulmas, 2018]. Pour pouvoir obtenir cette variation, un champ magnétique désiré est déterminé à l'aide de [Oulmas et al., 2017]. L'intérêt du polymorphisme transparaît notamment à cet endroit. En effet, puisque ce champ magnétique désiré est dépendant du type de robot utilisé, il est commode d'avoir recours au polymorphisme ici en ne travaillant que sur des pointeurs.

Une fois le champ magnétique désiré obtenu pour tous les robots, le système d'actionnement détermine le vecteur courant et le vecteur déplacement permettant d'obtenir au mieux les champs magnétiques aux points désirés. La boucle est ensuite réitérée après l'application de ces consignes.

Différence entre les deux programmes Un intérêt majeur de l'architecture proposée est sans nul doute sa facilité d'utilisation. En effet, il est possible d'adapter rapidement l'ensemble du programme sans modification majeure. Pour illustrer cette particularité, reprenons l'exemple précédent en remplaçant le robot flexible par un robot hélicoïdal et en remplaçant la carte Sensoray par l'automate UEIPAC. Dans ce cas, les seuls changements dans le programme se situent dans la portion d'initialisation aux lignes 7,8, 25 et 26 :

```

1  [...] // appel des différentes bibliothèques utilisées et des classes
2  #define NB_NAGEURS 1
3  int main(int argc, char *argv[])
4  {
5      // Définition du contrôleur
6      Contrôleur *ptrPilote(0);
7      UEI UEI;
8      ptrPilote = UEI;
9
10     // Définition des sources magnétiques
11     vector < ActuationSystem * > ptrActionnement(1);
12     Coil Coil1(0.05, 6300, DAC1, ptrPilote);
13     Coil Coil2(0.05, 6300, DAC2, ptrPilote);
14     Coil Coil3(0.05, 6300, DAC3, ptrPilote);
15     [...] // définition de la pose de chaque bobine
16
17     Coil Coils[3];
18     Coils[0] = Coil1 ; Coils[1] = Coil2; Coils[2] = Coil3 ;
19     SetOfCoils Ensemble(Coils, 3);
20     ptrActionnement[0] = &Ensemble;
21
22     // Définition du robot magnétique
23     MagneticRobot * ListeNageurs[NB_NAGEURS];
24     HelicoïdalSwimmer Nageur;
25     Nageur.setRotatingFieldAmplitude(3.0);
26     Nageur.setGain(2.0);
27     Nageur.setFrequency(3.0);

```

```

28
29 ListeNageurs[0] = &Nageur
30
31 // Definition de l'ensemble des references a suivre
32 Path ListeChemin[NB_NAGEURS];
33 double rayon(0.0075), Nb_tour(2), hauteur_tot(0.045);
34 ListeChemin[0].Set_Cylindre(rayon, Nb_tour, hauteur_tot);
35 Camera topCamera, sideCamera;
36 [...] // definition des parametres des camera et de leur pose

```

De même, le programme peut être modifié à peu d'effort pour remplacer la commande cinématique par une commande dynamique ou encore changer le dispositif de Helmholtz 3D par un système Octomag par exemple. Attention toutefois, la carte Sensoray ne disposant pas de 8 ports pour la commande, le contrôleur devrait être modifié en conséquence.

4.3/ ÉTALONNAGE DU SYSTÈME

Pour pouvoir être en mesure de déplacer des objets magnéto-sensibles avec précision, il est fondamental que le système modélisé représente avec une bonne précision le système réel. Pour cela, la phase d'étalonnage consiste à déterminer les paramètres du système modélisé permettant la plus grande adéquation avec des mesures effectuées sur le système réel. Dans cette section, nous proposons l'étalonnage d'un système de manipulation magnétique à bobines mobiles. Le processus d'étalonnage s'effectue alors en plusieurs étapes dont une représentation schématique est donnée figure 4.10. Dans le

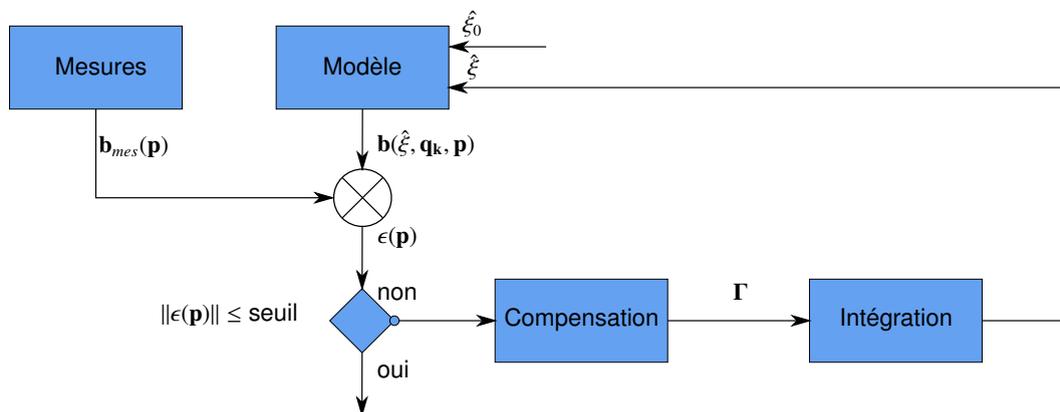


FIGURE 4.10 – Principe général d'étalonnage d'un système de manipulation magnétique

cas d'un système de manipulation magnétique, l'objectif de ce processus est de minimiser l'écart entre le champ magnétique produit par le système d'actionnement et le champ produit par le système modélisé. À l'aide du théorème de superposition, un système de plusieurs bobines peut être divisé en plusieurs sous-systèmes. L'étalonnage peut alors être effectué pour chaque bobine séparément. Pour chacune d'entre elle, l'opération vise à déterminer le meilleur jeu de paramètres ξ à partir d'une estimation ξ_0 et d'un ensemble de mesures.

Une distinction est alors faite entre les variables du modèle devant être déterminées et celles connues ou mesurées. D'une part, il est aisé de mesurer le diamètre du fil de cuivre utilisé, le courant circulant dans une bobine ainsi que son diamètre extérieur. D'autre

part, le nombre exact de spires ainsi que la pose de la bobine dans le repère global sont difficiles à déterminer avec précision. Or puisque ces paramètres jouent un rôle très important dans le champ généré par la bobine, cet ensemble de paramètres sera estimé.

4.3.1/ PRINCIPE GÉNÉRAL

Dans le cas général, l'ensemble des mesures est effectué en faisant varier la pose relative entre le repère associé à la bobine et celui du capteur ${}^c\mathbf{T}_b$. Les bobines étant montées sur des bras manipulateurs, cette variation est effectuée en déplaçant la source magnétique.

Dans ce processus d'étalonnage, quatre repères interviennent. Ceux-ci sont associés respectivement au capteur \mathcal{R}_c , à la base du manipulateur \mathcal{R}_{ur_0} , à l'effecteur du manipulateur \mathcal{R}_{ur_e} et enfin à la bobine \mathcal{R}_b .

L'ensemble des mesures et le modèle étant exprimés dans le repère capteur, le modèle fait donc intervenir la pose relative entre le repère associé à la bobine et celui du capteur ${}^c\mathbf{T}_b$. Celle-ci peut donc être décomposée comme suit :

$${}^c\mathbf{T}_b = {}^c\mathbf{T}_{ur_0} {}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e} {}^{ur_e}\mathbf{T}_b \quad (4.13)$$

Lorsque les mesures sont réalisées en déplaçant la bobine, la pose relative entre le capteur et la base du manipulateur ${}^c\mathbf{T}_{ur_0}$ est constante, la pose relative entre l'effecteur et la bobine ${}^{ur_e}\mathbf{T}_b$ est fixe tandis que la pose relative entre la base et l'effecteur du manipulateur ${}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e}$ peut être calculée grâce aux codeurs et au modèle géométrique direct du robot. Le robot manipulateur pouvant être étalonné au préalable à l'aide des outils classiques de robotique, la pose ${}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e}$ est par hypothèse connue avec précision. La pose ${}^{ur_e}\mathbf{T}_b$ peut également être estimée lors de cet étalonnage.

La phase d'étalonnage consiste donc à déterminer les paramètres géométriques (${}^c\mathbf{T}_{ur_0}$, N_r , N_a) de chaque bobine à partir d'un ensemble de m mesures de champ magnétique tout en connaissant le courant électrique i_j les traversant. Ce problème est alors synthétisé pour une bobine par l'équation 4.14 en notant ${}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e}^k$ la k -ième configuration utilisée pour le relevé de mesures.

$$\min_{N_a, N_r, {}^c\mathbf{T}_{ur_0}} \sum_{k=1}^m \left\| \mathbf{b}_{mes}^k(\mathbf{p}) - \mathbf{b}(N_a, N_r, {}^c\mathbf{T}_{ur_0}, i_j, {}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e}^k, {}^{ur_e}\mathbf{T}_b, \mathbf{p}) \right\| \quad (4.14)$$

Pour alléger la notation de l'équation précédente l'ensemble des variables à estimer (à savoir $N_a, N_r, {}^c\mathbf{T}_{ur_0}$) est regroupé dans le terme ξ tandis que les variables connues ($i_j, {}^{ur_0}\mathbf{T}_{ur_e}^k, {}^{ur_e}\mathbf{T}_b$) sont regroupés dans la variable de configuration \mathbf{q}_k . L'équation 4.14 devient alors :

$$\min_{N_a, N_r, {}^c\mathbf{T}_{ur_0}} \sum_{k=1}^m \left\| \mathbf{b}_{mes}^k(\mathbf{p}) - \mathbf{b}(\xi, \mathbf{q}_k, \mathbf{p}) \right\| \quad (4.15)$$

Or, de manière analogue au dimensionnement des bobines, ce problème revient à une optimisation à variables mixtes, le nombre de spires étant un entier tandis que les variables contenues dans la pose de la bobine sont réels. A l'instar de la phase d'optimisation, la résolution de ce problème est donc réalisée pour un couple (N_a, N_r) donné, puis un balayage est effectué pour l'ensemble des couples (N_a, N_r) possibles. Formellement,

ce problème peut s'écrire sous la forme :

$$\min_{N_a, N_r} \left(\min_{{}^c\mathbf{T}_{ur_0}} \sum_{k=1}^m \|\mathbf{b}_{mes}^k(\mathbf{p}) - \mathbf{b}(\xi, \mathbf{q}_k, \mathbf{p})\| \right) \quad (4.16)$$

Pour chaque sous-problème (c'est-à-dire pour chaque couple (N_a, N_r) donné), la matrice de passage du repère capteur vers le repère de base du manipulateur ${}^{ur_0}\mathbf{T}_c$ est recherchée. Pour une configuration donnée, les équations déterminées dans le chapitre précédent liant une variation de champ magnétique avec un déplacement d'une bobine peuvent alors être utilisées. Pour rappel, cette équation s'écrivait sous la forme :

$$\mathbf{b}_{|k} = \mathbf{b}_{|k-1} + \mathbf{L}_B \begin{bmatrix} d\mathbf{i} \\ \Gamma \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\text{avec } \mathbf{L}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{X}_1 i_1 & \cdots & \mathbf{X}_n i_n \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Pour l'étalonnage, le courant étant mesuré, la correction de la pose de la bobine est calculée à partir de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_{mes}(\mathbf{p}) - \mathbf{b}(\xi, \mathbf{q}_1, \mathbf{p}) \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{mes}(\mathbf{p}) - \mathbf{b}(\xi, \mathbf{q}_m, \mathbf{p}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{X}(\xi, \mathbf{q}_1, \mathbf{p}) \mathbf{i} \\ \vdots \\ \mathbf{X}(\xi, \mathbf{q}_m, \mathbf{p}) \mathbf{i} \end{bmatrix} \Gamma \quad (4.19)$$

Ainsi, le déplacement minimisant l'écart entre le champ mesuré et le champ estimé est obtenu en inversant la relation 4.19. Ce déplacement permet de corriger la valeur de ${}^b\mathbf{T}_c$ et grâce à la relation 4.13, de calculer la correction à appliquer à la pose ${}^c\mathbf{T}_{ur_0}$. La relation 4.19 étant issue d'une simplification à l'ordre 1, la solution donnée n'est pas exacte. Pour gagner en précision, l'opération doit être répétée afin de converger vers le résultat optimal.

4.3.2/ APPLICATION NUMÉRIQUE

Cette section propose d'illustrer le principe d'étalonnage développé dans la section précédente en appliquant ce processus à la plateforme développée. L'intérêt est double puisqu'en plus d'obtenir un modèle plus précis, cette étape permet une première validation de la commande.

Pour étalonner le système, le champ magnétique est mesuré à l'aide d'un capteur à effet Hall (THM1176, MetroLab). Le pilote permettant d'utiliser directement cette sonde en C++ n'existant pas à notre connaissance, l'interface EZMag3D (MetroLab) est employée. La bobine est déplacée par un bras UR3 commandé en C++ grâce au programme développé par Olivier LEHMANN². Le courant électrique circulant au sein de la bobine est mesuré à l'aide d'un multimètre. Ce courant générant un échauffement responsable d'une dilatation thermique affectant la résistance de la bobine, la mesure est effectuée après plusieurs minutes.

Le processus d'étalonnage étant une optimisation numérique, il est d'usage d'avoir recours à 10 fois plus d'informations que de paramètres recherchés. Pour estimer le nombre de spires ainsi que la pose de la base du robot, 8 paramètres sont nécessaires (dont 6

2. Merci Olivier !

pour la pose). Il faut alors au moins 80 mesures. Au-delà du nombre de mesures à effectuer, l'emplacement de ces mesures est fondamental. En effet, celles-ci doivent apporter un maximum d'information même perturbées par un bruit de mesure. La décroissance de l'intensité du champ magnétique étant rapide par rapport à la distance à la bobine, les mesures sont prise à proximité de la bobine, espace où le rapport signal sur bruit est le plus important. De même l'orientation du champ magnétique variant rapidement à proximité de l'axe, elle offre des informations utiles quant à l'orientation de la bobine. C'est pourquoi l'ensemble des points de mesures se situe à proximité de l'axe. Un ensemble de mesure est donc pris sur une grille régulière de $3 \times 3 \times 3$ points à proximité de la bobine. L'écart entre les points de mesures est de 2cm. Cette opération est itérée pour trois orientations de l'effecteur différentes afin d'éviter tout problème numérique.

Le nombre de spires est initialisé à $N_a = 116$ et $N_r = 54$, comme déterminé par le dimensionnement des bobines (cf 4.1.2) et correspondant au nombre nominal de spires prévu pour le support sur lequel le cuivre a été bobiné. Les différentes matrices de passage sont quant à elles estimées à partir d'une configuration initiale. La figure 4.11 donne la représentation schématique de l'orientation des différents repères.

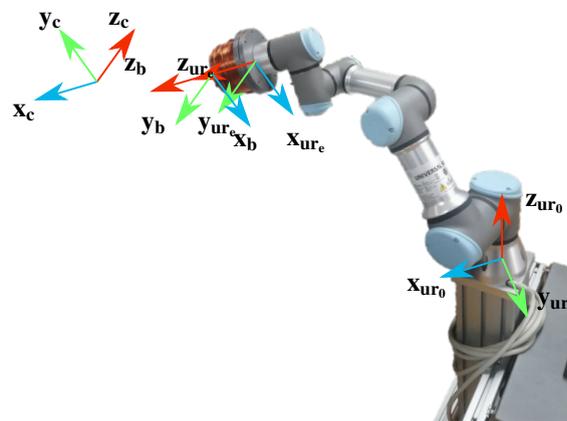


FIGURE 4.11 – Représentation schématique de la convention d'axes utilisée pour les repères utilisés pour l'étalonnage.

A partir de la figure 4.11 et d'un relevé de mesures rapide les matrices ${}^b\hat{\mathbf{T}}_c$ et ${}^{ur_e}\hat{\mathbf{T}}_b$ sont estimées :

$${}^b\hat{\mathbf{T}}_c = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$${}^{ur_e}\hat{\mathbf{T}}_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.093 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Or pour cette configuration, la matrice ${}^{ur_0}\hat{\mathbf{T}}_{ur_e}$ déterminée numériquement vaut :

$${}^{ur_0}\hat{\mathbf{T}}_{ur_e} = \begin{bmatrix} -0.0721 & 0.6679 & 0.7407 & 0.2959 \\ 0.0976 & 0.7438 & -0.6612 & -0.2056 \\ -0.9926 & 0.0246 & -0.1188 & 0.4551 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Cet ensemble conduit donc à initialiser la pose ${}^{ur_0}\mathbf{T}_c$:

$${}^{ur_0}\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} 0.75 & 0.0721 & -0.6679 & 0.3714 \\ -0.65 & -0.0976 & -0.7438 & -0.273 \\ -0.1 & 0.9926 & -0.0246 & 0.443 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

La figure 4.12 donne une illustration du relevé de mesure. Les mesures étant faites dans le repère capteur, elles sont replacées dans le repère de la bobine. D'après cette figure, le champ mesuré semble bien inférieur en amplitude à celui estimé. En revanche la direction du champ semble proche de celle estimée.

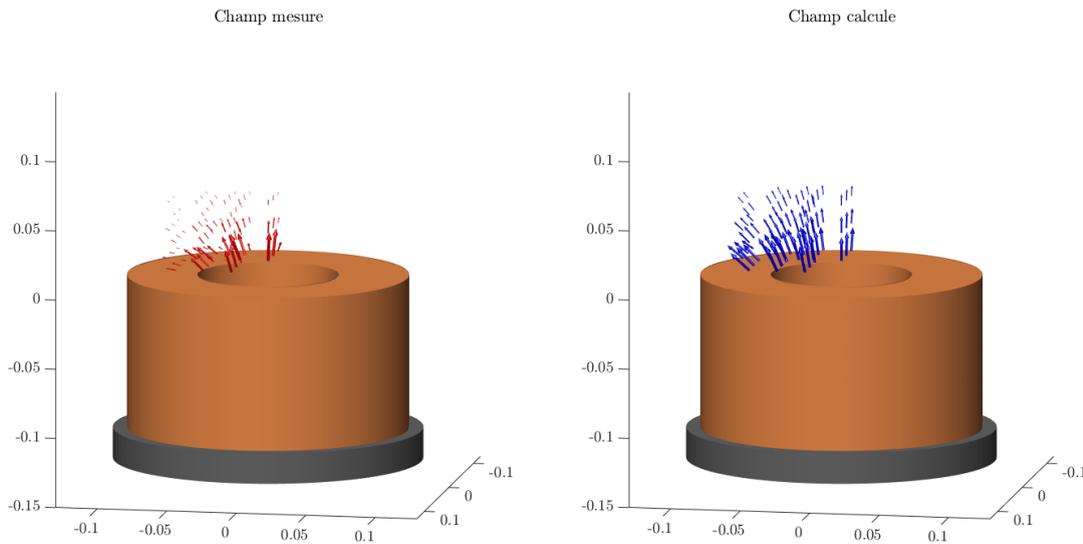


FIGURE 4.12 – Illustration du champ magnétique produit par une bobine avant étalonnage. L'image de gauche donne le champ mesuré ramené dans le repère de la bobine tandis que l'image de droite donne le champ calculé par le modèle en ces mêmes points.

Après étalonnage, l'algorithme converge vers les paramètres :

$$N_a = 114 \quad (4.24)$$

$$N_r = 61 \quad (4.25)$$

$${}^{ur_0}\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} 0.7522 & 0.1468 & -0.6424 & 0.388 \\ -0.6223 & -0.1626 & -0.7658 & -0.2773 \\ -0.2168 & 0.9757 & -0.0309 & 0.4363 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

La figure 4.13 donne une illustration du relevé de mesure corrigé. Dans cette image, les champs magnétiques mesuré et calculé sont proches. Néanmoins, un bruit d'environ $80\mu\text{T}$ en moyenne est observé. Ce bruit peut provenir d'une part de bruit environnemental mais également du champ magnétique terrestre (de l'ordre de $50\mu\text{T}$ en France). La matrice ${}^{ur_0}\mathbf{T}_c$ intervenant dans le calcul de ${}^b\mathbf{T}_c$, l'identification de la matrice ${}^{ur_0}\mathbf{T}_c$ a conduit à modifier ${}^b\mathbf{T}_c$ en conséquence. C'est pourquoi les points de mesure exprimés dans le repère de la bobine ont été modifiés par rapport à la figure 4.12.

Ce processus d'étalonnage permet d'effectuer un premier pas vers la validation expérimentale de la commande développée dans le chapitre précédent. Pour aller plus loin,

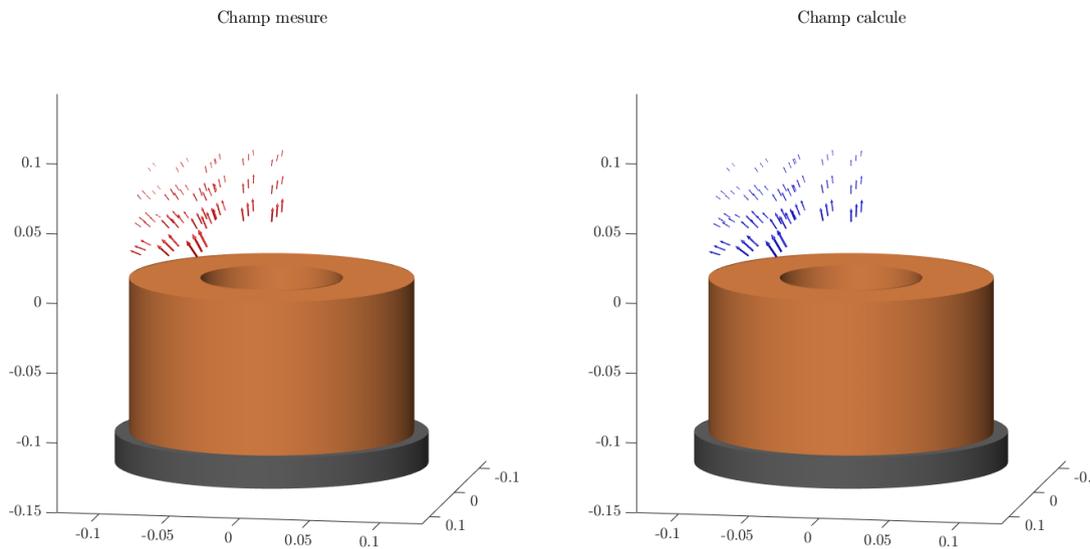


FIGURE 4.13 – Illustration du champ magnétique produit par une bobine dont le modèle a été étalonné. L'image de gauche donne le champ mesuré ramené dans le repère de la bobine tandis que l'image de droite donne le champ calculé en ces mêmes points.

de futurs travaux porteront sur la validation expérimentale de cette commande.

Pour aller dans ce sens, des travaux de fabrication de robots hélicoïdaux millimétriques ont été entrepris. Le protocole des principales étapes de fabrication de ces robots est présenté dans l'annexe B.

4.4/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, plusieurs aspects liés au développement d'une plateforme de manipulation magnétique à bobines mobiles ont été abordés. Dans un premier temps, un tour d'horizon des différents constituants physiques d'un tel système a été effectué. Par la suite, en s'appuyant sur le critère de manipulabilité développé dans le chapitre précédent, un dimensionnement des bobines a été mené afin de satisfaire les contraintes liées au déplacement des sources tout en maximisant le champ magnétique produit au sein de l'espace de travail. Les bobines étant dimensionnées, la plateforme développée a ensuite été présentée.

Dans un second temps, l'architecture logicielle implémentée pour ces travaux a été présentée. Celle-ci ayant pour vocation d'être à la fois facile d'utilisation, polyvalente et portable, ces différents aspects ont été illustrés au travers de deux exemples.

Enfin, une troisième partie s'est attachée à étalonner le système d'actionnement magnétique de la plateforme développée. Au-delà de l'amélioration du modèle du champ magnétique généré par le système d'actionnement, ce processus a permis une première validation expérimentale de la commande développée dans le chapitre 3.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion Dans ces travaux de thèse, nous nous sommes intéressés au développement d'un système d'actionnement magnétique à bobines mobiles pour des applications biomédicales à l'échelle microscopique.

En effet, après une étude des principales méthodes d'actionnement présentées dans l'état de l'art, la manipulation magnétique semble particulièrement adaptée pour ce type d'applications. D'une part, l'utilisation d'actionnement à distance permet de se déplacer dans des zones fortement contraintes ou difficile d'accès tout en déportant l'actionnement et la source d'énergie en dehors du robot, ce qui favorise la miniaturisation des robots. D'autre part, le champ magnétique a l'avantage de ne pas perturber ni être perturbé par le corps humain à basse fréquence, ce qui est un atout majeur dans ce genre d'applications.

Bien qu'étant attractive, cette méthode d'actionnement à distance possède malgré tout plusieurs verrous scientifiques. En effet, les deux principaux dispositifs d'actionnement magnétiques, à savoir les systèmes à aimants mobiles et les dispositifs à bobines statiques, ne permettent généralement pas de satisfaire les contraintes des applications biomédicales. En effet, bien que d'amplitude importante, le champ magnétique produit par les aimants ne peut être modulé que par le déplacement de ces derniers. Or l'effet d'un déplacement sur le champ produit est non-linéaire ce qui oblige à recourir à des algorithmes avancés de planification des mouvements. De plus, le fait de ne pouvoir arrêter le champ magnétique en cas d'urgence peut soulever des problèmes de sécurité.

De leur côté, les systèmes composés de bobines fixes permettent de moduler facilement le champ magnétique par l'intermédiaire du courant électrique mais celui-ci engendre un échauffement contraignant le courant maximal pouvant circuler au sein de la bobine, et par conséquent le champ magnétique maximal générable et de fait la taille de l'espace de travail ou imposant l'utilisation d'un système de refroidissement.

Une troisième catégorie de systèmes d'actionnement encore peu étudiée a vu le jour, les dispositifs à bobines mobiles. Étant à la croisée entre les deux types de plateforme d'actionnement magnétique cités précédemment, cette catégorie s'appuie sur les forces de chacune d'elles en tirant partie des mobilités des bobines afin d'obtenir un large espace de travail. En contre-partie, le comportement de ce type de système est fortement non linéaire et reste encore peu étudié.

Dans ces travaux, nous nous sommes affairés à développer une plateforme à bobines mobiles en nous appuyant sur trois axes principaux : la modélisation, la commande et l'évaluation de ce type de système.

Une modélisation fine du champ magnétique produit par le système d'actionnement est nécessaire en vue de sa commande. Nous avons alors comparé les différents modèles

proposés dans la littérature scientifique (modèle du dipôle, par cartographie et par calcul du potentiel vecteur magnétique) dans le cadre d'une commande en boucle fermée. Or les différents modèles proposés dans la communauté robotique ne permettent pas d'allier précision à proximité des bobines et rapidité de calcul, deux éléments essentiels pour la commande. Nous avons alors adapté un modèle existant et proposé une nouvelle formulation dédiée à la manipulation magnétique en boucle fermée. Ce modèle dérive du calcul du potentiel vecteur magnétique, une quantité vectorielle permettant de calculer le champ magnétique. Or, l'opération permettant de passer du potentiel vecteur magnétique vers le champ magnétique est délicate et fait intervenir la dérivée des fonctions intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèces dont les expressions utilisées jusqu'alors conduisaient à des formulations trop longues à calculer. La formulation proposée permet alors d'allier précision et temps de calcul ce qui sied particulièrement à la manipulation magnétique.

Du point de vue de la commande, ces travaux se sont concentrés sur la linéarisation d'un système d'actionnement à bobines mobiles, en s'appuyant sur les travaux menés dans [Veron, 2014]. Nous avons proposé une nouvelle formulation de la commande d'un dispositif d'actionnement magnétique à bobines mobiles. A la différence du modèle donné dans [Veron, 2014], le modèle proposé s'applique à un système commandé en champ et force magnétique plutôt que par couple et force magnétique, comme suggéré dans [Petruska et al., 2012]. Cette nouvelle formulation a l'avantage d'être très compacte et adaptée à une implémentation logicielle.

Pour pouvoir évaluer les performances d'un système de manipulation magnétique, nous nous sommes intéressés par la suite aux indices de manipulabilité. Un critère de manipulabilité, adapté des approches macroscopiques des robots à câbles, a été développé. Celui-ci permet de connaître le champ magnétique pouvant être généré en un point par un système d'actionnement tout en prenant en compte la contrainte sur les courants électriques maximum utilisés afin d'éviter un échauffement des bobines trop important. Ce critère permet alors de définir l'espace des champs admissibles faisant écho à l'espace des efforts admissible des robots à câbles. Cet outil a permis de démontrer l'intérêt d'utiliser des bobines mobiles pour la manipulation magnétique et a été illustré en détail pour le déplacement d'un nageur flexible de taille centimétrique.

Dans ces travaux, nous avons veillé à formuler des méthodes et outils génériques pouvant être utilisés pour tout type de dispositif de manipulation magnétique. Sur ce point, l'architecture logicielle proposée illustre cette idée en permettant de mettre en oeuvre les théories développées pour les différentes catégories de systèmes d'actionnement tout en permettant une utilisation facile et une évolution aisée. Ces différents outils et méthodes ont été utilisés afin de concevoir, réaliser et étalonner un système d'actionnement magnétique à bobines mobiles composé de trois bobines déplacées à l'aide de robots anthropomorphes.

Ces travaux ont également ouvert de nombreuses perspectives tant sur le plan technologique que méthodologique, détaillées dans le paragraphe suivant.

Perspectives D'un point de vue technologique, les travaux menés durant cette thèse permettent de connaître finement le champ magnétique produit par un système d'actionnement. Couplé à la commande proposée, l'ensemble offre la possibilité de déplacer avec précision un robot. Nous avons donc entrepris des travaux afin de valider expérimentalement ces résultats à l'aide de robots hélicoïdaux millimétriques. L'annexe B présente les principales étapes de création d'un nageur hélicoïdal de $1780\mu\text{m}$ de long et de diamètre

170 μm (cf Figure 5.1). A cette dimension, il est complexe de fabriquer un aimant ; c'est pourquoi un fil de fer extrêmement fin est inséré dans la tête du nageur.

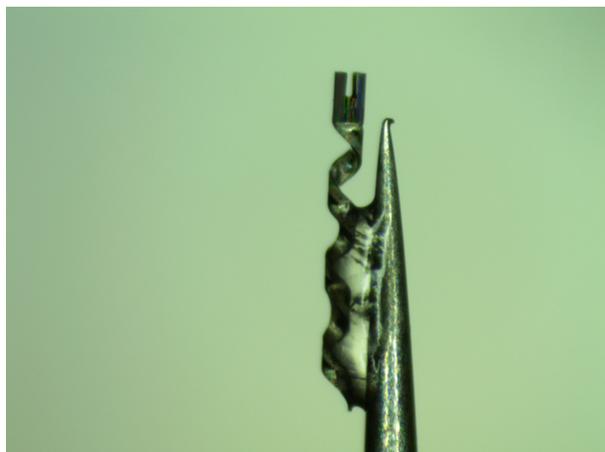


FIGURE 5.1 – Hélice de 1780 μm de long et de diamètre 170 μm solidarisée sur une pointe de touche avant insertion du fil de fer.

Pour aller plus loin, après avoir validé expérimentalement les théories proposées dans ces travaux pour un robot, il serait intéressant d'actionner de manière conjointe plusieurs robots. En effet, le nombre potentiellement important de degrés de liberté offert par les systèmes à bobines mobiles permet d'envisager l'actionnement simultané de plusieurs robots. Cette possibilité est d'ailleurs déjà intégrée dans le code proposé dans le chapitre 4.

D'un point de vue méthodologique, ces travaux ouvrent également la voie sur une problématique de recherche encore peu explorée. En effet l'utilisation de bobines mobiles dans un système d'actionnement magnétique offre la possibilité d'optimiser sur un large espace de travail la manipulabilité magnétique. Cependant comme évoqué dans le chapitre 3, leur utilisation soulève la question du nombre de sources à utiliser ainsi que leur degré de mobilité respectif. Bien qu'une première réponse ait été donnée dans ce manuscrit, cette problématique est vaste et mérite d'être analysée en profondeur. De même, l'étude des différentes sources magnétiques pourrait faire l'objet d'une étude approfondie. En effet, le modèle proposé étant défini pour une bobine cylindrique sans noyau, la modification de la géométrie de la bobine ou l'ajout de noyau nécessiterait une adaptation. Le fait d'utiliser un électro-aimant grâce à l'ajout d'un noyau ferromagnétique pourrait être pris en compte comme l'émulation d'une bobine fictive dont le courant serait couplé au courant de la bobine mère et dont les caractéristiques seraient obtenues par étalonnage.

Du point de vue de la commande, ces travaux se sont concentrés sur la linéarisation d'un système d'actionnement à bobines mobiles. De nombreuses commandes peuvent également être développées pour améliorer les performances et la robustesse des travaux de manipulation, notamment des commandes de systèmes non-linéaires (commande par mode glissant, commande en cascade, algèbre de Lie, commande énergétique, etc).

Les interventions dans le corps humain sont probablement l'un des domaines où ces développements sont les plus attendus, mais celui-ci a encore beaucoup de défis à relever tant d'un point de vue technologique, de sécurité que d'acceptabilité par les patients

et le corps médical. Nous avons réalisé un pas de plus dans cette direction, mais nul doute qu'un jour ces opérations seront courantes.

BIBLIOGRAPHIE

- [Abbott et al., 2019] Abbott, J. J., Diller, E., et Petruska, A. J. (2019). **Magnetic methods in robotics**. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 3.
- [Abbott et al., 2007] Abbott, J. J., Nagy, Z., Beyeler, F., et Nelson, B. J. (2007). **Robotics in the Small, Part I : Microbotics**. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 14(2) :92–103.
- [Abbott et al., 2009] Abbott, J. J., Peyer, K. E., Lagomarsino, M. C., Zhang, L., Dong, L., Kaliakatsos, I. K., et Nelson, B. J. (2009). **How should microrobots swim?** *The International Journal of Robotics Research*, 28(11-12) :1434–1447.
- [Ahmed et al., 2016] Ahmed, D., Baasch, T., Jang, B., Pane, S., Dual, J., et Nelson, B. J. (2016). **Artificial swimmers propelled by acoustically activated flagella**. *Nano Letters*, 16(8) :4968–4974.
- [Alcanzare et al., 2019] Alcanzare, M. M., Karttunen, M., et Ala-Nissila, T. (2019). **Propulsion and controlled steering of magnetic nanohelices**. *Soft matter*, 15(7) :1684–1691.
- [Alouges et al., 2013] Alouges, F., et Giraldi, L. (2013). **Enhanced controllability of low reynolds number swimmers in the presence of a wall**. *Acta Applicandae Mathematicae*, 128(1) :153–179.
- [Amokrane et al., 2017] Amokrane, W., Belharet, K., Souissi, M., Grayeli, A. B., et Ferreira, A. (2017). **Design and prototyping of a magnetic actuator based permanent magnets for microbead navigation in viscous environment**. Dans *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 395–400. IEEE.
- [Amokrane et al., 2018] Amokrane, W., Belharet, K., Souissi, M., Grayeli, A. B., et Ferreira, A. (2018). **Macro–micromanipulation platform for inner ear drug delivery**. *Robotics and Autonomous Systems*, 107 :10–19.
- [Arai et al., 2004] Arai, F., Yoshikawa, K., Sakami, T., et Fukuda, T. (2004). **Synchronized laser micromanipulation of multiple targets along each trajectory by single laser**. *Applied Physics Letters*, 85(19) :4301–4303.
- [Arcese et al., 2013] Arcese, L., Fruchard, M., et Ferreira, A. (2013). **Adaptive controller and observer for a magnetic microrobot**. *IEEE Transactions on Robotics*, 29 :1060–1067.
- [Barducci et al., 2019] Barducci, L., Pittiglio, G., Norton, J. C., Obstein, K. L., et Valdastrì, P. (2019). **Adaptive dynamic control for magnetically actuated medical robots**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(4) :3633–3640.
- [Baresch et al., 2016] Baresch, D., Thomas, J.-L., et Marchiano, R. (2016). **Observation of a single-beam gradient force acoustical trap for elastic particles : acoustical tweezers**. *Physical Review Letters*, 116(2) :024301.

- [Begey et al., 2020] Begey, J., Etiévant, M., Quispe, J. E., Bolopion, A., Vedrines, M., Abadie, J., Régnier, S., Andreff, N., et Renaud, P. (2020). **A manipulability criterion for magnetic actuation of miniature swimmers with flexible flagellum.** *IEEE Robotics and Automation Letters*, 5(3) :4891–4898.
- [Berti et al., 2019] Berti, L., Giraldi, L., et Prud'Homme, C. (2019). **Swimming at low reynolds number.** *arXiv preprint arXiv :1911.12213*.
- [Bouchard et al., 2010] Bouchard, S., Gosselin, C., et Moore, B. (2010). **On the Ability of a Cable-Driven Robot to Generate a Prescribed Set of Wrenches.** *J. Mechanisms Robotics*, 2(1).
- [Carpi et al., 2009] Carpi, F., et Pappone, C. (2009). **Stereotaxis niobe® magnetic navigation system for endocardial catheter ablation and gastrointestinal capsule endoscopy.** *Expert Review of Medical Devices*, 6(5) :487–498.
- [Ceylan et al., 2017] Ceylan, H., Giltinan, J., Kozielski, K., et Sitti, M. (2017). **Mobile microrobots for bioengineering applications.** *Lab on a Chip*, 17(10) :1705–1724.
- [Chaillet et al., 2013] Chaillet, N., et Regnier, S. (2013). **Microrobotics for Micromanipulation.** John Wiley & Sons.
- [Chaumette et al., 2006] Chaumette, F., et Hutchinson, S. (2006). **Visual servo control. i. basic approaches.** *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 13(4) :82–90.
- [Cheah et al., 2016] Cheah, C. C., Ta, Q. M., et Haghghi, R. (2016). **Grasping and manipulation of a micro-particle using multiple optical traps.** *Automatica*, 68 :216–227.
- [Chen et al., 2009] Chen, B. K., Zhang, Y., Sun, Y., et others (2009). **Active release of microobjects using a mems microgripper to overcome adhesion forces.** *Journal of Microelectromechanical Systems*, 18(3) :652–659.
- [Chen et al., 2016] Chen, C., Chen, L., Yi, Y., Chen, C., Wu, L.-F., et Song, T. (2016). **Killing of staphylococcus aureus via magnetic hyperthermia mediated by magnetotactic bacteria.** *Applied and environmental microbiology*, 82(7) :2219–2226.
- [Chen et al., 2019a] Chen, R., Folio, D., et Ferreira, A. (2019a). **Performance metrics for a robotic actuation system using static and mobile electromagnets.** Dans *International Conference on Robotics and Automation*, pages 2474–2480.
- [Chen et al., 2019b] Chen, R., Folio, D., et Ferreira, A. (2019b). **Study of robotized electromagnetic actuation system for magnetic microrobots devoted to minimally invasive ophthalmic surgery.** Dans *International Symposium on Medical Robotics (ISMR)*, pages 1–7.
- [Ciuti et al., 2016] Ciuti, G., Calìò, R., Camboni, D., Neri, L., Bianchi, F., Arezzo, A., Koulaouzidis, A., Schostek, S., Stoyanov, D., Oddo, C., et others (2016). **Frontiers of robotic endoscopic capsules : a review.** *Journal of micro-bio Robotics*, 11(1-4) :1–18.
- [Ciuti et al., 2010a] Ciuti, G., Donlin, R., Valdastrì, P., Arezzo, A., Menciassi, A., Morino, M., Dario, P., et others (2010a). **Robotic versus manual control in magnetic steering of an endoscopic capsule.** *Endoscopy*, 42 :148.
- [Ciuti et al., 2010b] Ciuti, G., Valdastrì, P., Menciassi, A., et Dario, P. (2010b). **Robotic magnetic steering and locomotion of capsule endoscope for diagnostic and surgical endoluminal procedures.** *Robotica*, 28(2) :199.
- [Collins et al., 2015] Collins, D. J., Morahan, B., Garcia-Bustos, J., Doerig, C., Plebanski, M., et Neild, A. (2015). **Two-dimensional single-cell patterning with one cell per well driven by surface acoustic waves.** *Nature Communications*, 6(1) :1–11.

- [Diller et al., 2016] Diller, E., Giltinan, J., Lum, G. Z., Ye, Z., et Sitti, M. (2016). **Six-degree-of-freedom magnetic actuation for wireless microrobotics**. *The International Journal of Robotics Research*, 35 :114–128.
- [Diller et al., 2014a] Diller, E., et Sitti, M. (2014a). **Three-dimensional programmable assembly by untethered magnetic robotic micro-grippers**. *Advanced Functional Materials*, 24(28) :4397–4404.
- [Diller et al., 2014b] Diller, E., Zhuang, J., Zhan Lum, G., Edwards, M. R., et Sitti, M. (2014b). **Continuously distributed magnetization profile for millimeter-scale elastomeric undulatory swimming**. *Applied Physics Letters*, 104(17) :174101.
- [Dreyfus et al., 2005] Dreyfus, R., Baudry, J., Roper, M. L., Fermigier, M., Stone, H. A., et Bibette, J. (2005). **Microscopic artificial swimmers**. *Nature*, 437(7060) :862.
- [Edelmann et al., 2018] Edelmann, J., Petruska, A. J., et Nelson, B. J. (2018). **Estimation-based control of a magnetic endoscope without device localization**. *Journal of Medical Robotics Research*, 3(01) :185–191.
- [Erin et al., 2020] Erin, O., Boyvat, M., Tiryaki, M. E., Phelan, M., et Sitti, M. (2020). **Magnetic resonance imaging system-driven medical robotics**. *Advanced Intelligent Systems*, 2.
- [Evans et al., 2010] Evans, A. A., et Lauga, E. (2010). **Propulsion by passive filaments and active flagella near boundaries**. *Physical Review E*, 82(4) :041915.
- [Feemster et al., 2020] Feemster, M., Piepmeier, J. A., Biggs, H., Yee, S., ElBidweihy, H., et others (2020). **Autonomous microrobotic manipulation using visual servo control**. *Micromachines*, 11(2) :132.
- [Felfoul et al., 2013] Felfoul, O., et Martel, S. (2013). **Assessment of navigation control strategy for magnetotactic bacteria in microchannel : toward targeting solid tumors**. *Biomedical microdevices*, 15(6) :1015–1024.
- [Feng et al., 2016] Feng, J., Yuan, J., et Cho, S. K. (2016). **2-d steering and propelling of acoustic bubble-powered microswimmers**. *Lab on a Chip*, 16(12) :2317–2325.
- [Folio et al., 2017] Folio, D., et Ferreira, A. (2017). **Two-dimensional robust magnetic resonance navigation of a ferromagnetic microrobot using pareto optimality**. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(3) :583–593.
- [Gao et al., 2012] Gao, W., Kagan, D., Pak, O. S., Clawson, C., Campuzano, S., Chuluun-Erdene, E., Shipton, E., Fullerton, E. E., Zhang, L., Lauga, E., et others (2012). **Cargo-towing fuel-free magnetic nanoswimmers for targeted drug delivery**. *Small*, 8(3) :460–467.
- [Gerena et al., 2019] Gerena, E., Régnier, S., et Haliyo, S. (2019). **High-bandwidth 3-d multitrap actuation technique for 6-dof real-time control of optical robots**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(2) :647–654.
- [Giltinan et al., 2020] Giltinan, J., Katsamba, P., Wang, W., Lauga, E., et Sitti, M. (2020). **Selectively controlled magnetic microrobots with opposing helices**. *Applied Physics Letters*, 116(13) :134101.
- [Gouttefarde et al., 2007] Gouttefarde, M., Merlet, J.-P., et Daney, D. (2007). **Wrench-Feasible Workspace of Parallel Cable-Driven Mechanisms**. Dans *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1492–1497. ISSN : 1050-4729.

- [Gray et al., 1955] Gray, J., et Hancock, G. (1955). **The propulsion of sea-urchin spermatozoa**. *Journal of Experimental Biology*, 32(4) :802–814.
- [Guo et al., 2016] Guo, F., Mao, Z., Chen, Y., Xie, Z., Lata, J. P., Li, P., Ren, L., Liu, J., Yang, J., Dao, M., et others (2016). **Three-dimensional manipulation of single cells using surface acoustic waves**. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(6) :1522–1527.
- [Hossain et al., 2012] Hossain, A. A., Cho, M., et Lee, S. (2012). **Magnetic nanoparticle density mapping from the magnetically induced displacement data : a simulation study**. *Biomedical Engineering Online*, 11(1) :11.
- [Hu et al., 2011] Hu, W., Ishii, K. S., et Ohta, A. T. (2011). **Micro-assembly using optically controlled bubbles**. Dans *16th International Conference on Optical MEMS and Nanophotonics*, pages 53–54. IEEE.
- [Hu et al., 2018] Hu, W., Lum, G. Z., Mastrangeli, M., et Sitti, M. (2018). **Small-scale soft-bodied robot with multimodal locomotion**. *Nature*, 554(7690) :81–85.
- [Huang et al., 2019a] Huang, C., Xu, T., Liu, J., Manamanchaiyaporn, L., et Wu, X. (2019a). **Visual servoing of miniature magnetic film swimming robots for 3-d arbitrary path following**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(4) :4185–4191.
- [Huang et al., 2019b] Huang, H.-W., Uslu, F. E., Katsamba, P., Lauga, E., Sakar, M. S., et Nelson, B. J. (2019b). **Adaptive locomotion of artificial microswimmers**. *Science Advances*, 5(1).
- [Hwang et al., 2020] Hwang, J., Kim, J.-y., et Choi, H. (2020). **A review of magnetic actuation systems and magnetically actuated guidewire and catheter-based microrobots for vascular interventions**. *Journal of Intelligent Service Robotics*, pages 1–14.
- [Jackson, 1999] Jackson, J. D. (1999). **Classical Electrodynamics**. Wiley, New York, 3rd ed. édition.
- [Jang et al., 2015] Jang, B., Gutman, E., Stucki, N., Seitz, B. F., Wendel-García, P. D., Newton, T., Pokki, J., Ergeneman, O., Pané, S., Or, Y., et others (2015). **Undulatory locomotion of magnetic multilink nanoswimmers**. *Nano Letters*, 15(7) :4829–4833.
- [Jeong et al., 2011] Jeong, S., Choi, H., Cha, K., Li, J., Park, J.-o., et Park, S. (2011). **Enhanced locomotive and drilling microrobot using precessional and gradient magnetic field**. *Sensors and Actuators A : Physical*, 171(2) :429–435.
- [Jeong et al., 2010] Jeong, S., Choi, H., Choi, J., Yu, C., Park, J.-o., et Park, S. (2010). **Novel electromagnetic actuation (ema) method for 3-dimensional locomotion of intravascular microrobot**. *Sensors and Actuators A : Physical*, 157(1) :118–125.
- [Katsamba et al., 2016] Katsamba, P., et Lauga, E. (2016). **Micro-tug-of-war : A selective control mechanism for magnetic swimmers**. *Physical Review Applied*, 5(6) :064019.
- [Keller et al., 2012] Keller, H., Juloski, A., Kawano, H., Bechtold, M., Kimura, A., Takizawa, H., et Kuth, R. (2012). **Method for navigation and control of a magnetically guided capsule endoscope in the human stomach**. Dans *2012 4th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*, pages 859–865. IEEE.
- [Khalil et al., 2018] Khalil, I. S., Hafez, M., Klingnert, A., Scheggi, S., Adel, B., et Misra, S. (2018). **Near surface effects on the flagellar propulsion of soft robotic sperms**.

Dans *2018 7th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics (Biorob)*, pages 384–389. IEEE.

- [Khalil et al., 2019] Khalil, I. S., Magdanz, V., Hamed, Y., Toubar, M., Misra, S., et Klingner, A. (2019). **Characterization of flagellar propulsion of soft microrobotic sperm in a viscous heterogeneous medium**. *Frontiers in Robotics and AI*, 6 :65–72.
- [Khalil et al., 1999] Khalil, W., et Dombre, E. (1999). **Modélisation identification et commande des robots**. Hermes.
- [Kratochvil et al., 2014] Kratochvil, B. E., Kummer, M. P., Erni, S., Borer, R., Frutiger, D. R., Schürle, S., et Nelson, B. J. (2014). **Minimag : a hemispherical electromagnetic system for 5-dof wireless micromanipulation**. Dans *Experimental Robotics*, pages 317–329. Springer.
- [Kummer et al., 2010] Kummer, M. P., Abbott, J. J., Kratochvil, B. E., Borer, R., Sengul, A., et Nelson, B. J. (2010). **Octomag : An electromagnetic system for 5-dof wireless micromanipulation**. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(6) :1006–1017.
- [Leclerc et al., 2018] Leclerc, J., Isichei, B., et Becker, A. T. (2018). **A magnetic manipulator cooled with liquid nitrogen**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(4) :4367–4374.
- [Leclerc et al., 2020] Leclerc, J., Zhao, H., Bao, D., et Becker, A. T. (2020). **In vitro design investigation of a rotating helical magnetic swimmer for combined 3-d navigation and blood clot removal**. *IEEE Transactions on Robotics*.
- [Leclerc et al., 2019] Leclerc, J., Zhao, H., et Becker, A. T. (2019). **3d control of rotating millimeter-scale swimmers through obstacles**. Dans *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 8890–8896. IEEE.
- [Leung et al., 2012] Leung, C., Lu, Z., Zhang, X. P., et Sun, Y. (2012). **Three-dimensional rotation of mouse embryos**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 59(4) :1049–1056.
- [Li et al., 2016] Li, J., Barjuei, E. S., Ciuti, G., Hao, Y., Zhang, P., Shi, Q., Menciassi, A., Huang, Q., et Dario, P. (2016). **Analytical magnetic model applied to endoscopic robots design : A ready-to-use implementation and a case of study**. Dans *2016 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, pages 1618–1623. IEEE.
- [Li et al., 2017] Li, X., Liu, C., Chen, S., Wang, Y., Cheng, S. H., et Sun, D. (2017). **In vivo manipulation of single biological cells with an optical tweezers-based manipulator and a disturbance compensation controller**. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(5) :1200–1212.
- [Lighthill, 1976] Lighthill, J. (1976). **Flagellar hydrodynamics**. *SIAM Review*, 18(2) :161–230.
- [Liu et al., 2018] Liu, X., Shi, Q., Lin, Y., Kojima, M., Mae, Y., Huang, Q., Fukuda, T., et Arai, T. (2018). **Hydrodynamic tweezers : trapping and transportation in microscale using vortex induced by oscillation of a single piezoelectric actuator**. *Sensors*, 18(7) :2002.
- [Lowe, 2003] Lowe, C. P. (2003). **Dynamics of filaments : modelling the dynamics of driven microfilaments**. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B : Biological Sciences*, 358(1437) :1543–1550.

- [Mahoney et al., 2016] Mahoney, A. W., et Abbott, J. J. (2016). **Five-degree-of-freedom manipulation of an untethered magnetic device in fluid using a single permanent magnet with application in stomach capsule endoscopy**. *The International Journal of Robotics Research*, 35(1-3) :129–147.
- [Mahoney et al., 2011] Mahoney, A. W., Sarrazin, J. C., Bamberg, E., et Abbott, J. J. (2011). **Velocity control with gravity compensation for magnetic helical microswimmers**. *Advanced Robotics*, 25(8) :1007–1028.
- [Mahoney et al., 2013] Mahoney, A. W., Wright, S. E., et Abbott, J. J. (2013). **Managing the attractive magnetic force between an untethered magnetically actuated tool and a rotating permanent magnet**. Dans *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 5366–5371. IEEE.
- [Manamanchaiyaporn et al., 2020] Manamanchaiyaporn, L., Xu, T., et others (2020). **Magnetic soft robot with the triangular head-tail morphology inspired by lateral undulation**. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*.
- [Marchand et al., 2005] Marchand, É., Spindler, F., et Chaumette, F. (2005). **Visp for visual servoing : a generic software platform with a wide class of robot control skills**. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 12(4) :40–52.
- [McMullen, 1971] McMullen, P. (1971). **On Zonotopes**. *Transactions of the American Mathematical Society*, 159 :91–109.
- [Medina-Sánchez et al., 2016] Medina-Sánchez, M., Schwarz, L., Meyer, A. K., Hebensreit, F., et Schmidt, O. G. (2016). **Cellular cargo delivery : Toward assisted fertilization by sperm-carrying micromotors**. *Nano Letters*, 16(1) :555–561.
- [Mellal et al., 2015] Mellal, L., Folio, D., Belharet, K., et Ferreira, A. (2015). **Magnetic microbot design framework for antiangiogenic tumor therapy**. Dans *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1397–1402. IEEE.
- [Michálek et al., 2020] Michálek, T., et Hurák, Z. (2020). **Position and orientation control at micro-and mesoscales using dielectrophoresis**. *arXiv preprint*.
- [Nam et al., 2017] Nam, J., Lee, W., Jung, E., et Jang, G. (2017). **Magnetic navigation system utilizing a closed magnetic circuit to maximize magnetic field and a mapping method to precisely control magnetic field in real time**. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 65(7) :5673–5681.
- [Oulmas, 2018] Oulmas, A. (2018). **Suivi de chemin 3D de nageurs magnétiques à faible nombre de Reynolds**. PhD thesis, Sorbonne université.
- [Oulmas et al., 2017] Oulmas, A., Andreff, N., et Régnier, S. (2017). **3d closed-loop motion control of swimmer with flexible flagella at low reynolds numbers**. Dans *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1877–1882. IEEE.
- [Palagi et al., 2018] Palagi, S., et Fischer, P. (2018). **Bioinspired microrobots**. *Nature Reviews Materials*, 3(6) :113.
- [Petit et al., 2012] Petit, L., Hulin, J.-P., et Guyon, E. (2012). **Hydrodynamique physique 3e édition (2012)**. EDP Sciences.
- [Petruska et al., 2012] Petruska, A. J., et Abbott, J. J. (2012). **Optimal permanent-magnet geometries for dipole field approximation**. *IEEE transactions on magnetics*, 49(2) :811–819.

- [Petruska et al., 2014a] Petruska, A. J., et Abbott, J. J. (2014a). **Omnimagnet : An omnidirectional electromagnet for controlled dipole-field generation**. *IEEE transactions on magnetics*, 50(7) :1–10.
- [Petruska et al., 2017] Petruska, A. J., Edelmann, J., et Nelson, B. J. (2017). **Model-based calibration for magnetic manipulation**. *IEEE Transactions on Magnetics*, 53(7) :1–6.
- [Petruska et al., 2014b] Petruska, A. J., Mahoney, A. W., et Abbott, J. J. (2014b). **Remote manipulation with a stationary computer-controlled magnetic dipole source**. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(5) :1222–1227.
- [Petruska et al., 2015] Petruska, A. J., et Nelson, B. J. (2015). **Minimum Bounds on the Number of Electromagnets Required for Remote Magnetic Manipulation**. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(3) :714–722.
- [Peyer et al., 2013] Peyer, K. E., Tottori, S., Qiu, F., Zhang, L., et Nelson, B. J. (2013). **Magnetic helical micromachines**. *Chemistry—A European Journal*, 19(1) :28–38.
- [Popek et al., 2013] Popek, K. M., Mahoney, A. W., et Abbott, J. J. (2013). **Localization method for a magnetic capsule endoscope propelled by a rotating magnetic dipole field**. Dans *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 5348–5353. IEEE.
- [Pourkand et al., 2018] Pourkand, A., et Abbott, J. J. (2018). **A critical analysis of eight-electromagnet manipulation systems : The role of electromagnet configuration on strength, isotropy, and access**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(4) :2957–2962.
- [Purcell, 1977] Purcell, E. M. (1977). **Life at low Reynolds number**. *American Journal of Physics*, 45(1) :3–11.
- [Qiu et al., 2014] Qiu, F., Zhang, L., Peyer, K. E., Casarosa, M., Franco-Obregón, A., Choi, H., et Nelson, B. J. (2014). **Noncytotoxic artificial bacterial flagella fabricated from biocompatible ormocomp and iron coating**. *Journal of Materials Chemistry B*, 2(4) :357–362.
- [Rahman, 2018] Rahman, M. A. (2018). **Microfluidics and Bio-MEMS for Next Generation Healthcare**. PhD thesis, University of Hawaiï at Mānoa.
- [Rahman et al., 2017] Rahman, M. A., Takahashi, N., Siliga, K. F., Ng, N. K., Wang, Z., et Ohta, A. T. (2017). **Vision-assisted micromanipulation using closed-loop actuation of multiple microrobots**. *Robotics and biomimetics*, 4(1) :1–10.
- [Raoul, 2010] Raoul, D. (2010). **Rapport n° 506 - Les effets sur la santé et l'environnement des champs électromagnétiques produits par les lignes à haute et très haute tension**. Rapport n° 506 (2009-2010) de M. Daniel RAOUL, fait au nom de l'Office parlementaire d'évaluation des choix scientifiques et technologiques, déposé le 27 mai 2010.
- [Reynolds, 1883] Reynolds, O. (1883). **An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels**. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 174 :935–982.
- [Rives et al., 1990] Rives, P., Chaumette, F., et Espiau, B. (1990). **Visual servoing based on a task function approach**. Dans *Experimental Robotics I*, pages 412–428. Springer.

- [Salehizadeh et al., 2020] Salehizadeh, M., et Diller, E. (2020). **Three-dimensional independent control of multiple magnetic microrobots via inter-agent forces**. *The International Journal of Robotics Research*, 39(12) :1377–1396.
- [Salmanipour et al., 2018] Salmanipour, S., et Diller, E. (2018). **Eight-degrees-of-freedom remote actuation of small magnetic mechanisms**. Dans *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1–6. IEEE.
- [Samandari et al., 2017] Samandari, M., Abrinia, K., et Sanati-Nezhad, A. (2017). **Acoustic manipulation of bio-particles at high frequencies : an analytical and simulation approach**. *Micromachines*, 8(10) :290.
- [Schenck, 2000] Schenck, J. F. (2000). **Safety of strong, static magnetic fields**. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 12(1) :2–19.
- [Schill, 2003] Schill, R. A. (2003). **General relation for the vector magnetic field of a circular current loop : a closer look**. *IEEE Transactions on Magnetics*, 39(2) :961–967.
- [Schuerle et al., 2012] Schuerle, S., Erni, S., Flink, M., Kratochvil, B. E., et Nelson, B. J. (2012). **Three-dimensional magnetic manipulation of micro-and nanostructures for applications in life sciences**. *IEEE transactions on magnetics*, 49(1) :321–330.
- [Sikorski et al., 2017] Sikorski, J., Dawson, I., Denasi, A., Hekman, E. E., et Misra, S. (2017). **Introducing bigmag—a novel system for 3d magnetic actuation of flexible surgical manipulators**. Dans *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3594–3599. IEEE.
- [Sikorski et al., 2019] Sikorski, J., Heunis, C. M., Franco, F., et Misra, S. (2019). **The arm system : An optimized mobile electromagnetic coil for non-linear actuation of flexible surgical instruments**. *IEEE transactions on magnetics*, 55(9) :1–9.
- [Sitti, 2007] Sitti, M. (2007). **Microscale and nanoscale robotics systems [grand challenges of robotics]**. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 14(1) :53–60.
- [Sitti et al., 2015] Sitti, M., Ceylan, H., Hu, W., Giltinan, J., Turan, M., Yim, S., et Diller, E. (2015). **Biomedical applications of untethered mobile milli/microrobots**. *Proceedings of the IEEE*, 103(2) :205–224.
- [Sitti et al., 2020] Sitti, M., et Wiersma, D. S. (2020). **Pros and cons : Magnetic versus optical microrobots**. *Advanced Materials*, 32(20) :1906766.
- [Slaughter, 2002] Slaughter, W. S. (2002). **The Linearized Theory of Elasticity**. Birkhäuser Basel.
- [Slawinski et al., 2015] Slawinski, P. R., Obstein, K. L., et Valdastrì, P. (2015). **Emerging issues and future developments in capsule endoscopy**. *Techniques in Gastrointestinal Endoscopy*, 17(1) :40–46.
- [Son et al., 2018] Son, D., Dong, X., et Sitti, M. (2018). **A simultaneous calibration method for magnetic robot localization and actuation systems**. *IEEE Transactions on Robotics*, 35(2) :343–352.
- [Striggow et al., 2020] Striggow, F., Medina-Sánchez, M., Auernhammer, G. K., Magdanz, V., Friedrich, B. M., et Schmidt, O. G. (2020). **Sperm-driven micromotors moving in oviduct fluid and viscoelastic media**. *Small*.
- [Sudo et al., 2006] Sudo, S., Segawa, S., et Honda, T. (2006). **Magnetic swimming mechanism in a viscous liquid**. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17(8-9) :729–736.

- [Takahashi et al., 2016] Takahashi, N., Wang, Z., Rahman, M. A., Cheng, J., et Ohta, A. T. (2016). **Automated micro-object caging using bubble microrobots**. Dans *2016 IEEE 11th Annual International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems (NEMS)*, pages 237–240. IEEE.
- [Taylor, 1951] Taylor, G. I. (1951). **Analysis of the swimming of microscopic organisms**. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 209(1099) :447–461.
- [Terrazas Mallea et al., 2016] Terrazas Mallea, R., Bolopion, A., Beugnot, J.-C., Lambert, P., et Gauthier, M. (2016). **Laser-induced thermocapillary convective flows : a new approach for noncontact actuation at microscale at the fluid/gas interface**. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 22(2) :693–704.
- [Tottori et al., 2012] Tottori, S., Zhang, L., Qiu, F., Krawczyk, K. K., Franco-Obregón, A., et Nelson, B. J. (2012). **Magnetic helical micromachines : fabrication, controlled swimming, and cargo transport**. *Advanced materials*, 24(6) :811–816.
- [Tritton, 2012] Tritton, D. J. (2012). **Physical Fluid Dynamics**. Springer Science & Business Media.
- [Valdastri et al., 2012] Valdastri, P., Ciuti, G., Verbeni, A., Menciacchi, A., Dario, P., Arezzo, A., et Morino, M. (2012). **Magnetic air capsule robotic system : proof of concept of a novel approach for painless colonoscopy**. *Surgical Endoscopy*, 26(5) :1238–1246.
- [Van Pelt et al., 2011] Van Pelt, S., Derks, R., Matteucci, M., Hansen, M. F., et Dietzel, A. (2011). **Flow-orthogonal bead oscillation in a microfluidic chip with a magnetic anisotropic flux-guide array**. *Biomedical Microdevices*, 13(2) :353–359.
- [Veron, 2014] Veron, B. (2014). **Modélisation et commande des systèmes de manipulation sans contact. : Vers l'amélioration du diagnostic en endoscopie digestive**. PhD thesis, Université de Franche-Comté.
- [Véron et al., 2013] Véron, B., Hubert, A., Abadie, J., et Andreff, N. (2013). **Geometric analysis of the singularities of a magnetic manipulation system with several mobile coils**. Dans *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 4996–5001. IEEE.
- [Wang et al., 2014] Wang, W., Li, S., Mair, L., Ahmed, S., Huang, T. J., et Mallouk, T. E. (2014). **Acoustic propulsion of nanorod motors inside living cells**. *Angewandte Chemie International Edition*, 53(12) :3201–3204.
- [Williams et al., 2014] Williams, B. J., Anand, S. V., Rajagopalan, J., et Saif, M. T. A. (2014). **A self-propelled biohybrid swimmer at low reynolds number**. *Nature Communications*, 5(1) :1–8.
- [Williams, 2002] Williams, M. C. (2002). **Optical tweezers : measuring piconewton forces**. *Biophysics Textbook Online* : <http://www.biophysics.org/btol>.
- [Wong et al., 2016] Wong, D., Steager, E. B., et Kumar, V. (2016). **Independent Control of Identical Magnetic Robots in a Plane**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 1(1) :554–561.
- [Wright et al., 2017] Wright, S. E., Mahoney, A. W., Popek, K. M., et Abbott, J. J. (2017). **The spherical-actuator-magnet manipulator : A permanent-magnet robotic end-effector**. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(5) :1013–1024.

- [Wu et al., 2019] Wu, X., Liu, J., Huang, C., Su, M., et Xu, T. (2019). **3-d path following of helical microswimmers with an adaptive orientation compensation model**. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 17(2) :823–832.
- [Xu, 2014] Xu, T. (2014). **Propulsion characteristics and Visual Servo Control of Scaled-up Helical Microswimmers**. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI.
- [Xu et al., 2015] Xu, T., Hwang, G., Andreff, N., et Régnier, S. (2015). **Planar path following of 3-d steering scaled-up helical microswimmers**. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(1) :117–127.
- [Xu et al., 2019] Xu, T., Zhang, J., Salehizadeh, M., Onaizah, O., et Diller, E. (2019). **Millimeter-scale flexible robots with programmable three-dimensional magnetization and motions**. *Science Robotics*, 4(29).
- [Yan et al., 2017] Yan, X., Zhou, Q., Vincent, M., Deng, Y., Yu, J., Xu, J., Xu, T., Tang, T., Bian, L., Wang, Y.-X. J., et others (2017). **Multifunctional biohybrid magnetite microrobots for imaging-guided therapy**. *Science Robotics*, 2(12).
- [Yang et al., 2019] Yang, L., Du, X., Yu, E., Jin, D., et Zhang, L. (2019). **Deltamag : An electromagnetic manipulation system with parallel mobile coils**. Dans *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 9814–9820. IEEE.
- [Yang et al., 2020a] Yang, L., et Zhang, L. (2020a). **Motion control in magnetic microrobotics : From individual and multiple robots to swarms**. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 4.
- [Yang et al., 2017] Yang, S., et Xu, Q. (2017). **A review on actuation and sensing techniques for mems-based microgrippers**. *Journal of Micro-Bio Robotics*, 13(1-4) :1–14.
- [Yang et al., 2020b] Yang, Z., et Zhang, L. (2020b). **Magnetic actuation systems for miniature robots : A review**. *Advanced Intelligent Systems*, 2(9) :2000082.
- [Yesin et al., 2006] Yesin, K. B., Vollmers, K., et Nelson, B. J. (2006). **Modeling and control of untethered biomicrorobots in a fluidic environment using electromagnetic fields**. *The International Journal of Robotics Research*, 25(5-6) :527–536.
- [Yoshikawa, 1985] Yoshikawa, T. (1985). **Manipulability of Robotic Mechanisms**. *The International Journal of Robotics Research*, 4(2) :3–9.
- [Zarrouk et al., 2019] Zarrouk, A., Belharet, K., Tahri, O., et Ferreira, A. (2019). **A four-magnet system for 2d wireless open-loop control of microrobots**. Dans *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 883–888. IEEE.
- [Zhang et al., 2017] Zhang, J., Onaizah, O., Middleton, K., You, L., et Diller, E. (2017). **Reliable grasping of three-dimensional untethered mobile magnetic microgripper for autonomous pick-and-place**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2(2) :835–840.
- [Zhang et al., 2009] Zhang, L., Abbott, J. J., Dong, L., Kratochvil, B. E., Bell, D., et Nelson, B. J. (2009). **Artificial bacterial flagella : Fabrication and magnetic control**. *Applied Physics Letters*, 94(6) :064107.
- [Zhang et al., 2019] Zhang, Z., Wang, X., Liu, J., Dai, C., et Sun, Y. (2019). **Robotic Micromanipulation : Fundamentals and Applications**. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 2(1) :181–203.



ANNEXES

A

DÉTERMINATION DU GRADIENT DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Cette annexe s'intéresse à la détermination du gradient du champ magnétique. Pour une bobine cylindrique, la matrice représentant le gradient du champ magnétique s'écrit en coordonnées sphériques $\nabla \mathbf{b}_s$:

$$\nabla \mathbf{b}_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_r}{\partial \theta} - b_\theta \right) & 0 \\ \frac{\partial b_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \left(\frac{\partial b_\theta}{\partial \theta} + b_r \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r \sin \theta} (b_r \sin \theta + b_\theta \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Dans ces travaux de thèse, le gradient magnétique est utilisé dans une base cartésienne $\nabla \mathbf{b}$. On utilise alors la formule de changement de base :

$$\nabla \mathbf{b} = \mathbf{P}^{-1} \nabla \mathbf{b}_s \mathbf{P} \quad (\text{A.2})$$

$$\text{où } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Dans le chapitre 2 il a été montré que la matrice $\nabla \mathbf{b}_s$ était symétrique et de trace nulle.¹ De ce fait, le nombre de termes à calculer diminue drastiquement, pouvant alors être déterminée à partir de quatre composantes élémentaires. Puisque les composantes b_r et b_θ sont déterminées dans la proposition 2.3.1.3, nous proposons ici d'exprimer $\frac{\partial b_r}{\partial r}$ et $\frac{\partial b_\theta}{\partial r}$. Ainsi la formule A.1 peut se simplifier en :

$$\nabla \mathbf{b}_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial b_r}{\partial r} & \frac{\partial b_\theta}{\partial r} & 0 \\ -\frac{1}{r \sin \theta} (b_r \sin \theta + b_\theta \cos \theta) - \frac{\partial b_r}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r \sin \theta} (b_r \sin \theta + b_\theta \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

1. Il en va de même pour $\nabla \mathbf{b}$ puisque la matrice \mathbf{P} appartient au groupe spécial orthogonal d'ordre 3, l'ensemble des matrices d'ordre 3 dont le déterminant vaut 1. De ce fait l'inverse de la matrice \mathbf{P} est égale à sa transposée.

EXPRESSION DE LA DÉRIVÉE DE LA COMPOSANTE RADIALE DU CHAMP PAR RAPPORT À LA DISTANCE

Dans cette section, on cherche à exprimer $\frac{\partial b_r}{\partial r}$. Pour rappel, la fonction $b_r(r, \theta)$ est définie sur l'espace régulier à l'équation 2.44 par :

$$b_r(r, \theta) = \frac{\mu_0 i a^2}{\pi \sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \frac{E(k) \cos \theta}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \quad (\text{A.5})$$

avec k définit par :

$$k(r, \theta) = \sqrt{\frac{4ar \sin \theta}{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (\text{A.6})$$

Dans un soucis de clarté, la détermination de la dérivée est menée en séparant la fonction b_r en plusieurs fonctions simples dont les dérivées s'obtiennent rapidement. Ici, cette fonction est divisée de la manière suivante :

$$b_r = b_{r1} b_{r2}(r, \theta) b_{r3}(r, \theta) b_{r4}(k) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{avec } b_{r1} = \frac{\mu_0 i a^2}{\pi} \quad (\text{A.8})$$

$$b_{r2}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (\text{A.9})$$

$$b_{r3}(r, \theta) = \frac{\cos \theta}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \quad (\text{A.10})$$

$$b_{r4}(r, \theta) = E(k) \quad (\text{A.11})$$

Il vient alors :

$$\frac{\partial b_r}{\partial r}(r, \theta) = b_{r1} \left[\frac{\partial b_{r2}}{\partial r} b_{r3} b_{r4} + b_{r2} \frac{\partial b_{r3}}{\partial r} b_{r4} + b_{r2} b_{r3} \frac{\partial b_{r4}}{\partial r} \right] \quad (\text{A.12})$$

avec

$$\frac{\partial b_{r2}}{\partial r}(r, \theta) = -\frac{1}{2} \frac{2r + 2a \sin \theta}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial b_{r3}}{\partial r}(r, \theta) = \frac{2 \cos \theta (a \sin \theta - r)}{(a^2 - 2ar \sin \theta + r^2)^2} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial b_{r4}}{\partial r}(r, \theta) = \frac{\partial E(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \frac{E(k) - K(k)}{k} \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \frac{1}{2k} \frac{4a \sin \theta (a^2 - r^2)}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^2} \quad (\text{A.16})$$

L'équation A.15 fait intervenir la dérivée d'une fonction intégrale elliptique complète proposée à l'équation 2.34.

Cette expression de $\frac{\partial b_r}{\partial r}$ est valide dans tout l'espace où $k \neq 0$, c'est à dire hors de l'axe de la bobine. Lorsque $k = 0$ on a $\theta = 0$, il vient alors :

$$b_r(r, 0) = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial b_r}{\partial r}(r, 0) = \frac{\mu_0 i a^2}{4} \frac{-3r}{(a^2 + r^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (\text{A.18})$$

On peut noter que le calcul de $b_r(r, 0)$ peut se faire à partir de l'expression du champ sur l'espace régulier ou de sa formulation prolongée. Autrement dit, la limite de la dérivée est égale à la dérivée de la limite, ce qui n'a rien d'évident à priori.

EXPRESSION DE LA DÉRIVÉE DE LA COMPOSANTE ORTHO-RADIALE DU CHAMP PAR RAPPORT À LA DISTANCE

Dans cette section, on cherche à exprimer $\frac{\partial b_\theta}{\partial r}$. La fonction $b_\theta(r, \theta)$ est définie sur l'espace régulier à l'équation 2.44 par :

$$b_\theta(r, \theta) = \frac{\mu_0 i}{\pi 2 \sin \theta \sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \left[\frac{E(k)(r^2 + a^2 \cos 2\theta)}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} - K(k) \right] \quad (\text{A.19})$$

De manière similaire à la section précédente, cette fonction est séparée en plusieurs parties comme suit :

$$b_\theta(r, \theta) = b_{\theta 1}(\theta) b_{\theta 2}(r, \theta) [b_{\theta 3}(r, \theta) b_{\theta 4}(r, \theta) + b_{\theta 5}(r, \theta)] \quad (\text{A.20})$$

avec

$$b_{\theta 1}(\theta) = \frac{\mu_0 i}{2\pi \sin \theta} \quad (\text{A.21})$$

$$b_{\theta 2}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 2ar \sin \theta + r^2}} \quad (\text{A.22})$$

$$b_{\theta 3}(r, \theta) = \frac{r^2 + a^2 \cos 2\theta}{a^2 - 2ar \sin \theta + r^2} \quad (\text{A.23})$$

$$b_{\theta 4}(r, \theta) = E(k) \quad (\text{A.24})$$

$$b_{\theta 5}(r, \theta) = -K(k) \quad (\text{A.25})$$

On a donc sur l'espace régulier :

$$\frac{\partial b_\theta}{\partial r}(r, \theta) = b_{\theta 1}(\theta) \frac{\partial b_{\theta 2}}{\partial r}(r, \theta) [b_{\theta 3}(r, \theta) b_{\theta 4}(r, \theta) + b_{\theta 5}(r, \theta)] \quad (\text{A.26})$$

$$+ b_{\theta 1}(\theta) b_{\theta 2}(r, \theta) \left[\frac{\partial b_{\theta 3}}{\partial r}(r, \theta) b_{\theta 4}(r, \theta) + b_{\theta 3}(r, \theta) \frac{\partial b_{\theta 4}}{\partial r}(r, \theta) + \frac{\partial b_{\theta 5}}{\partial r}(r, \theta) \right] \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial b_{\theta 2}}{\partial r}(r, \theta) = -\frac{1}{2} \frac{2r + 2a \sin \theta}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial b_{\theta 3}}{\partial r}(r, \theta) = \frac{2r(a^2 - 2ar \sin \theta + r^2) - 2(r^2 + a^2 \cos 2\theta)(r - a \sin \theta)}{(a^2 - 2ar \sin \theta + r^2)^2} \quad (\text{A.29})$$

$$= \frac{2a(ar - r^2 \sin \theta - ar \cos 2\theta + a^2 \cos 2\theta \sin \theta)}{(a^2 - 2ar \sin \theta + r^2)^2} \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial b_{\theta 4}}{\partial r}(r, \theta) = \frac{\partial E(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \frac{E(k) - K(k)}{k} \frac{\partial k}{\partial r} \quad (\text{A.31})$$

$$\frac{\partial b_{\theta 5}}{\partial r}(r, \theta) = -\frac{\partial K(k)}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \left(\frac{K(k)}{k} - \frac{E(k)}{k(1-k^2)} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{\partial k}{\partial r}(r, \theta) = \frac{1}{2k} \frac{4a \sin \theta (a^2 - r^2)}{(a^2 + 2ar \sin \theta + r^2)^2} \quad (\text{A.33})$$

L'expression de la dérivée étant formulée sur l'espace régulier, on cherche sa valeur sur l'espace prolongé. Sur l'axe de la bobine, le champ magnétique est porté uniquement par la direction radiale. De ce fait, b_θ est nul. Il vient alors

$$\frac{\partial b_\theta}{\partial r}(r, 0) = 0 \quad (\text{A.34})$$

B

CRÉATION DE ROBOTS HÉLICOÏDAUX MILLIMÉTRIQUES

Cette annexe s'intéresse à la réalisation de nageurs hélicoïdaux de taille millimétrique. La réalisation de ces hélices est l'aboutissement de la collaboration entre l'Université Libre de Bruxelles (ULB) et FEMTO-ST. L'impression 3D des hélices en IP-Dip réalisée par nanoscribe a été effectuée à l'ULB par Sam DEHAECK (équipe de Pierre LAMBERT). Le robot hélicoïdal ainsi obtenu possède une longueur de 1,78mm et un diamètre de 170 μ m environ. De manière à ce que ce robot réagisse fortement au champ magnétique, il a été choisi d'utiliser un élément ferromagnétique possédant un volume important donc un fil de fer par opposition à l'utilisation de poudre insérée dans la résine. Le robot est ainsi constitué de deux parties assemblées : le corps imprimé en polymère magnétiquement neutre, constitué de la queue hélicoïdale et d'une tête échancrée permettant de recevoir le second constituant, le fil de fer. Cette annexe présente l'assemblage mécanique de cet élément dans l'hélice dont une représentation schématique est donnée à la Figure B.1.

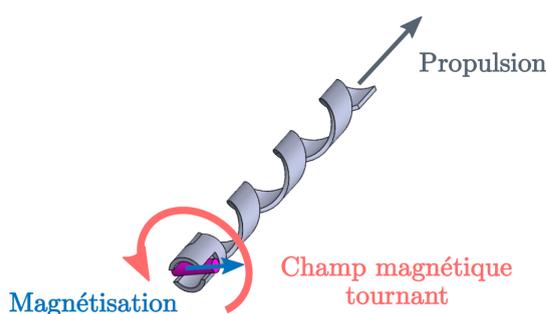


FIGURE B.1 – Modèle 3D d'un robot hélicoïdal constitué d'une structure hélicoïdale comportant une tête où un élément ferromagnétique (en rose) est inséré [Oulmas, 2018].

ÉTAPE 1 : DÉCOUPE DU FIL

Afin d'obtenir un élément magnétique, un fil de diamètre 65 μ m est découpé à des longueurs légèrement supérieures à celle de l'encoche de la tête de l'hélice, soit une taille supérieure à 170 μ m. Pour être découpé, ce fil est fixé dans de la résine.

Tout d'abord, on fixe sommairement le fil de fer à l'aide d'un morceau de ruban adhésif. À l'aide d'une pointe, on dépose quelques gouttes de résine liquide. Afin de solidifier la résine, on passe l'ensemble au four (5 min à 100°C). Si nécessaire, cette étape peut être répétée.

Une fois le fil totalement saisi dans la résine, celui-ci est découpé à la scie à l'aide des outils présents dans la salle blanche issue de la centrale de technologie MIMENTO. La Figure B.2 présente la découpe des fils pour différentes longueurs 170µm, 190µm, 220µm, 255µm et 340µm. La présence de bulles d'air au sein de la résine est à éviter pour éviter

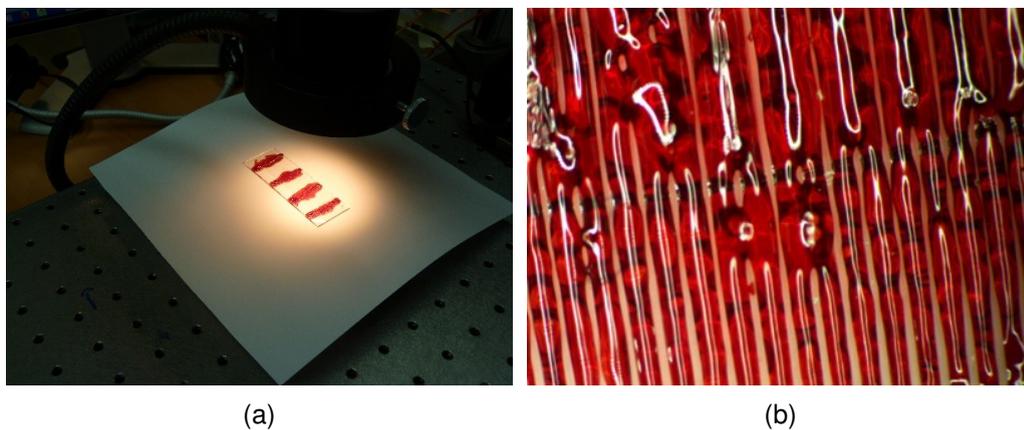


FIGURE B.2 – (a) Plaqué de verre (75 × 25mm) contenant 4 fils découpés entourés de résine. (b) Vue microscopique d'un fil de 170µm de diamètre noyé dans la résine.

tout problème de découpe. L'image B.2(b) présente une vue microscopique du fil noyé dans la résine dans laquelle la présence de bulles peut être notée.

La résine est ensuite dissoute avec de l'acétone afin de libérer les morceaux de fils comme illustré par la photographie B.3. Ceux-ci sont ensuite saisis à l'aide de pinces brucelles pour être ébavurés.



FIGURE B.3 – Vue microscopique des morceaux de fils libérés.

ÉTAPE 2 : EXTRACTION DE L'HÉLICE DE SON SUPPORT DE FABRICATION

Étant fabriquées en plusieurs exemplaires, les hélices se présentent sous forme d'un ensemble d'hélices déposées sur une plaque de verre Figure B.4(b). Pour pouvoir être extraite de son support, chaque hélice est dans un premier temps solidarisée avec une pointe de touche à l'aide de colle thermique.

Pour cela, la colle thermique est tout d'abord découpée en paillettes. À l'aide d'une pointe de touche munie d'une bobine, l'une d'entre-elles est saisie sur l'extrémité de la pointe Figure B.5(a). La colle est ensuite fondue en faisant circuler un courant d'environ 1.5A (respectivement 2A suivant le nombre de spires) dans le bobinage. La pointe de touche

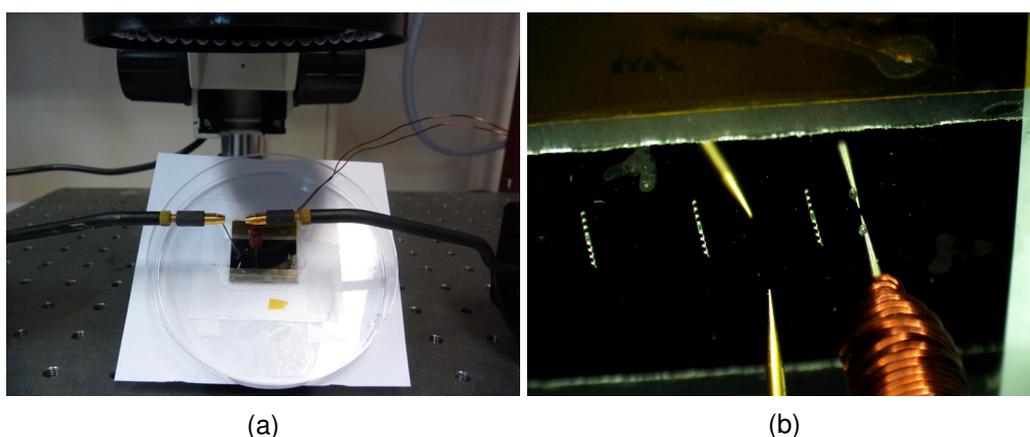


FIGURE B.4 – Montage utilisé pour l'extraction des hélices constitué d'un plan incliné, de deux pointes de touches montées sur des micromanipulateurs, d'une loupe binoculaire et d'une plaque contenant ses hélices. (a) Montage général. (b) Vue microscopique.

est ensuite orientée de manière à être colinéaire à l'axe du robot à l'image de la Figure B.5(a). Pour éviter que la colle ne s'engouffre dans la tête de l'hélice par capillarité, la goutte de colle est déposée aux 2/3 de l'hélice Figure B.5(b). Une fois la colle refroidie, la pointe de touche et l'hélice sont solidaires. Pour décoller l'hélice de son support, une

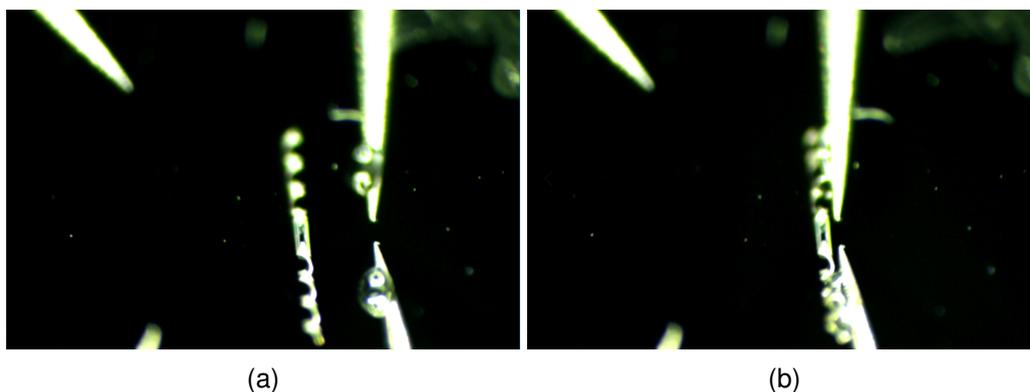


FIGURE B.5 – Vue microscopique du collage de l'hélice sur une pointe de touche. (a) Approche de la colle. (b) Collage.

seconde pointe de touche est utilisée. En effet, l'orientation de la première pointe étant

définie par l'orientation du robot, celle-ci ne correspond pas nécessairement à un axe du micromanipulateur. Or, les structures sont sensibles au cisaillement, il faut donc éviter tant que faire se peut de tirer l'hélice directement avec sa pointe de touche.

Les hélices étant disposées sur une surface réfléchissante, le reflet du robot est utilisé pour connaître l'instant où le robot n'est plus solidaire de la plaque support (voir Figure B.6). La Figure B.7 donne un aperçu du résultat après extraction. Dans ces images,

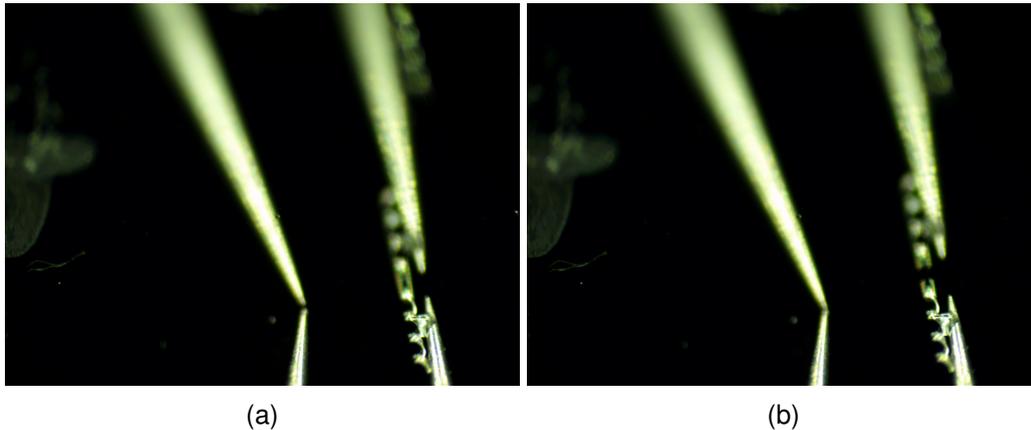


FIGURE B.6 – Vues microscopiques de la phase d'extraction de l'hélice de son support. (a) Approche de la seconde pointe de touche. (b) Décollement après appui de la seconde pointe.

l'encoche dans laquelle sera introduit le fil est visible.

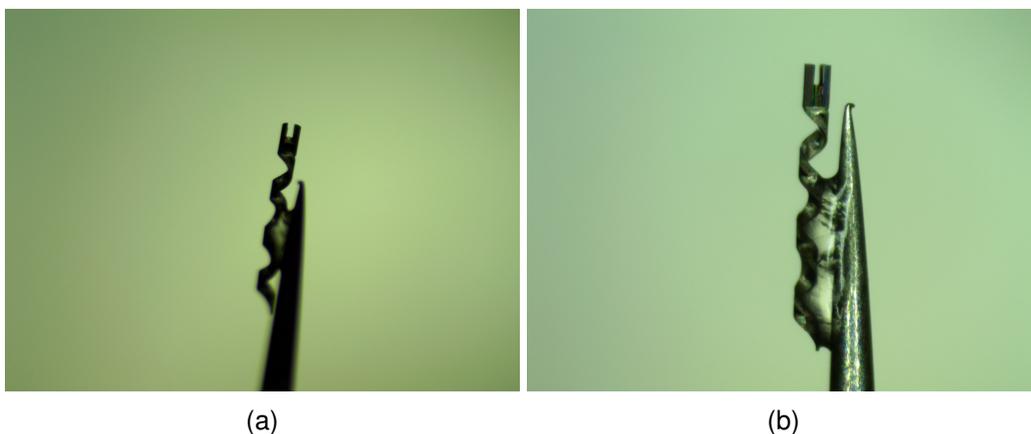


FIGURE B.7 – Vues microscopiques de l'hélice extraite de son support.

ÉTAPE 3 : RENFORCEMENT

Le but de cette étape est de renforcer la liaison hélice/pointe afin de limiter les risques de rupture de la tête liés à l'insertion du fil dans l'encoche. Pour cela, on vient déposer de la colle sur l'hélice avec une seconde pointe de touche.

ATTENTION : Les effets de capillarité étant importants, il faut appliquer la colle suffisamment loin de la tête sans quoi il faudra une phase de nettoyage (cf [Étape facultative](#) :

Nettoyage de la tête de l'hélice en cas de surplus de colle).

Pour l'ajout de colle, une seconde pointe de touche de manière orthogonale à la première tout en contrôlant la viscosité de la colle (Figure B.8). En effet, une colle trop fluide aurait tendance à se déplacer rapidement vers la tête tandis qu'une colle trop rigide pourrait endommager le robot. Un état satisfaisant a été observé pour un courant compris entre 1.3 et 1.45A pour la petite bobine à notre disposition.

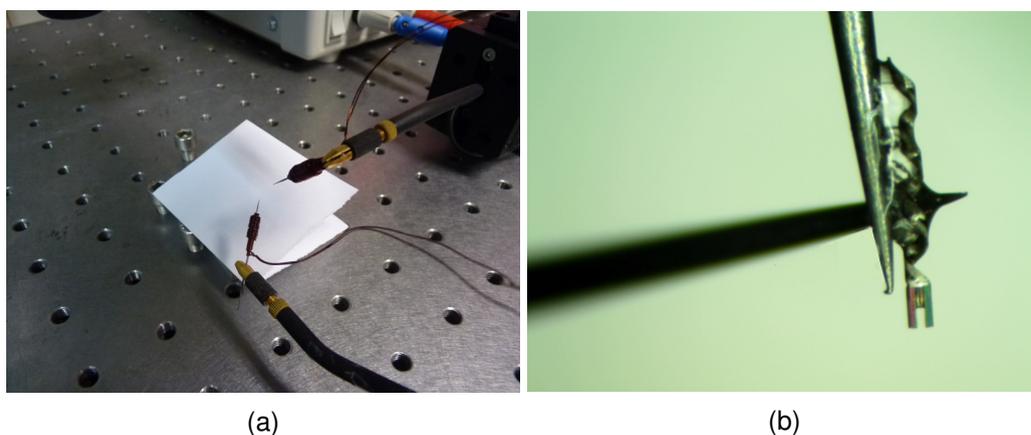


FIGURE B.8 – Montage appliqué pour le renforcement des hélices. (a) Vue générale. (b) Vue microscopique du résultat après application de la colle.

ÉTAPE 4 : INSERTION

Cette étape consiste à venir placer le fil dans l'encoche du robot par un effort mécanique. On souhaite ici uniquement pouvoir "soulever" le fil. En effet, celui-ci sera enfoncé correctement à l'étape suivante (Étape 5 : Appui).

Pour cette opération, la loupe binoculaire est réorientée puisque la pointe de touche est verticale et gêne donc la visibilité. Une seconde caméra est également nécessaire. Un morceau de fil récupéré lors de l'étape Étape 1 : Découpe du fil est d'abord placé sur une surface plane et horizontale (ici une résistance chauffante Figure B.9(a)). Le fil est ensuite orienté de manière à être parallèle à l'encoche (en ayant préalablement déplacé le manipulateur !). Enfin, il suffit de se déplacer méticuleusement (en veillant à se centrer par rapport à la rainure) jusqu'à préhension du fil.

ÉTAPE 5 : APPUI

Le but de cette étape est de venir enfoncer le fil dans son encoche. Pour ce faire, on vient appuyer de part et d'autre du fil à l'aide de deux pointes de touches (Figure B.10). Il est possible de réaliser cette étape avec uniquement une seule pointe mais le risque de sortir le fil est plus important auquel cas il sera nécessaire de passer par une phase de retrait du fil (Étape facultative : Retrait du fil).

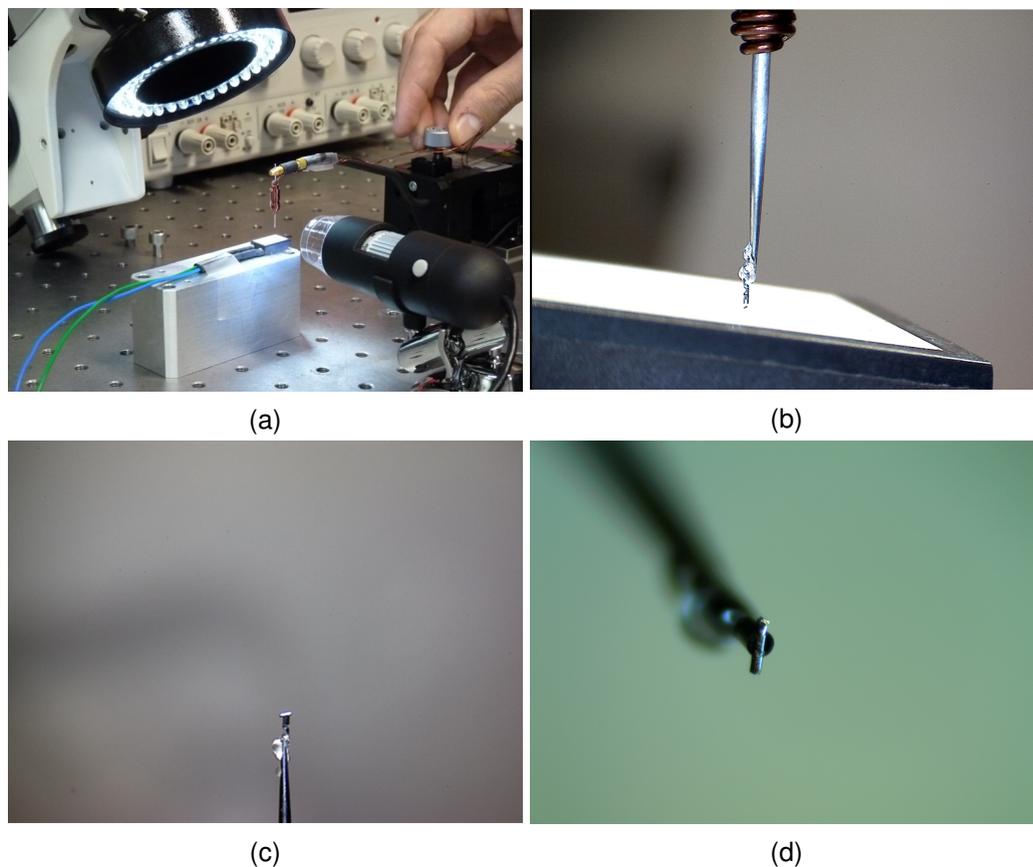


FIGURE B.9 – (a) Montage général utilisé pour l'insertion. (b) Vue de côté lors du rapprochement de l'hélice et du fil. (c) Vue microscopique du résultat, vue de côté. (d) Vue microscopique du résultat, vue de face.

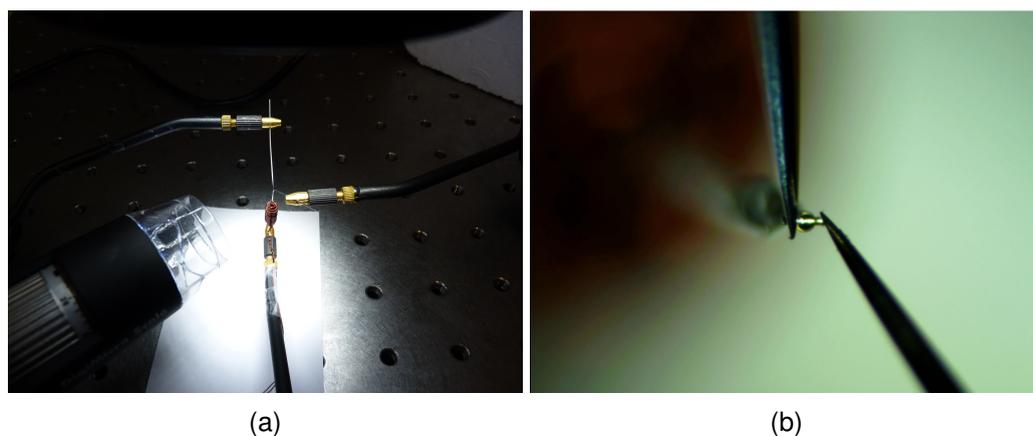


FIGURE B.10 – Montage utilisé pour l'appui avec deux pointes de touche. (a) Vue générale du montage. (b) Vue microscopique, vue de dessus du montage.

ÉTAPE 6 : LIBÉRATION DE L'HÉLICE

Pour libérer l'hélice, il suffit de plonger le robot dans l'eau afin de dissoudre la colle thermique. Pour cela, la pointe de touche est placée de manière verticale au dessus d'un

flacon rempli d'eau.

Cette étape nécessite une course importante de la part des micro-manipulateurs. Bien qu'il soit tentant de réaliser cette étape "à la main", les efforts liés à la tension de surface peuvent casser le robot si l'immersion est trop brusque.

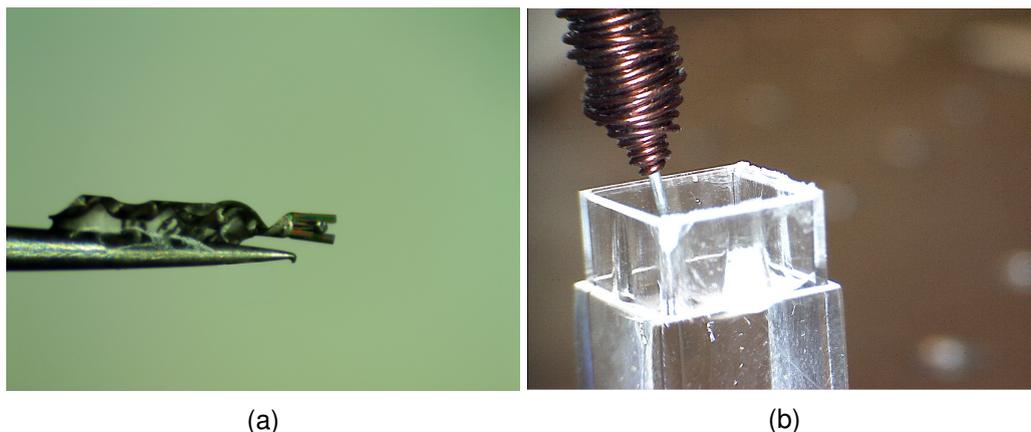


FIGURE B.11 – (a) Résultat après appui. (b) Séparation de l'hélice et de la pointe de touche par dissolution de la colle dans l'eau.

ÉTAPE FACULTATIVE : AMÉLIORATION DE LA VISIBILITÉ

Étant quasiment transparente, l'hélice est difficilement observable à l'aide d'une caméra. Pour pallier ce problème, deux méthodes ont été proposées pour tenter de la colorer :

- L'utilisation de colorants.
- La métallisation : dépôt d'une couche de platine sur l'hélice (3 min avec machine de dépôt).

Deux colorants ont été testés : le rouge Congo (dilution 50mL eau, 500mg colorant, savon 0.5cc) et le bleu de méthylène (50mL pour 25mg). Des essais ont été menés sur des résines d'impression 3D. Il en résulte que le bleu de méthylène se voit mieux après nettoyage. La coloration n'est cependant pas très vive (Figure B.12(c)), c'est pourquoi il est préférable de métalliser l'hélice.

Si l'hélice est insérée dans du colorant, il faut la laisser « reposer » 24h au moins pour que le colorant marque l'hélice (Figure B.12(a)). La solution est ensuite diluée afin de ne garder que de l'eau. Pour cela, un aimant est placé sous l'espace de travail pour éviter que l'hélice ne sorte du récipient. De l'eau est ensuite ajoutée à la pipette pour faire déborder l'espace de travail (Figure B.12(b)). Un tiers du récipient est ensuite pipeté, puis l'opération est répétée afin d'obtenir une solution "claire".

Il peut arriver qu'après dilution, l'hélice reste collée au fond du récipient, probablement par des fragments de colorant. Pour la détacher, le récipient est passé au bain ultra-sons (puissance 80, fréquence faible) en ne trempant que le fond. L'utilisation d'ultrasons est cependant déconseillée, plusieurs robots ont été endommagés lors de ce nettoyage.

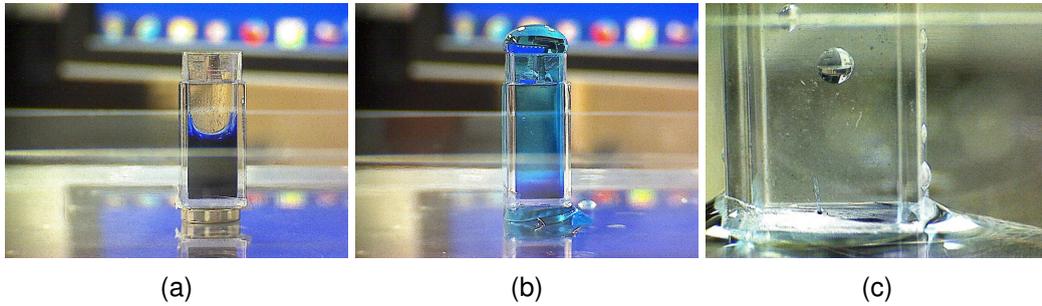


FIGURE B.12 – Récipient rempli de bleu de méthylène (a). Résultat après première dilution (b). Résultat final avec un robot situé à la verticale au fond du récipient (c).

ÉTAPE FACULTATIVE : NETTOYAGE DE LA TÊTE DE L'HÉLICE EN CAS DE SURPLUS DE COLLE

La colle thermique se dissolvant dans l'eau, cette étape consiste simplement à retirer celle présente dans la tête de l'hélice.

Là encore, les effets de capillarité sont importants, il faut donc mettre en contact la tête avec l'eau en veillant à ne pas trop plonger le robot. Pour cela, une goutte est déposée sur une surface plane, horizontale la plus lisse possible afin que la goutte d'eau soit la plus plate possible (dans notre cas, on utilise la surface d'une résistance chauffante). L'hélice est ensuite trempée de manière normale à la surface.

Lors de précédentes expériences, il a été montré que l'encoche pouvait être déformée après cette étape, probablement dû aux contraintes induites par la colle.

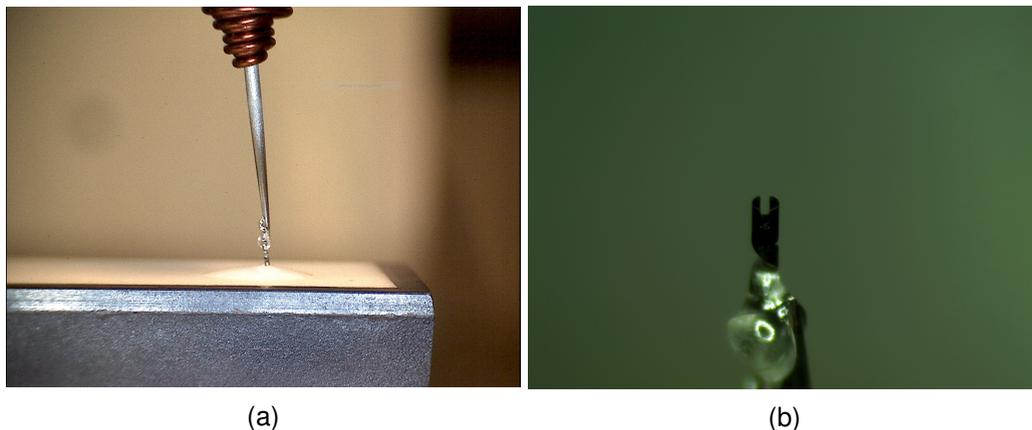


FIGURE B.13 – (a) Montage utilisé pour le nettoyage de la tête de l'hélice. La tête du robot est immergée dans une goutte d'eau. (b) Résultat après nettoyage.

ÉTAPE FACULTATIVE : RETRAIT DU FIL

Lorsque le fil a été mal inséré (mal centré voire sorti d'un côté), il est préférable de ressortir le fil. Pour cela, il peut être choisi de tenter de le ressortir mécaniquement ou utiliser un aimant. En effet, les pointes de touche et le robot n'étant pas magnétiques, seul

le fil de fer est attiré par l'aimant. On peut donc retirer le fil en plaçant le robot colinéaire à l'axe de l'aimant. Dans notre cas, le fil s'est désolidarisé à une hauteur de quelques millimètres.

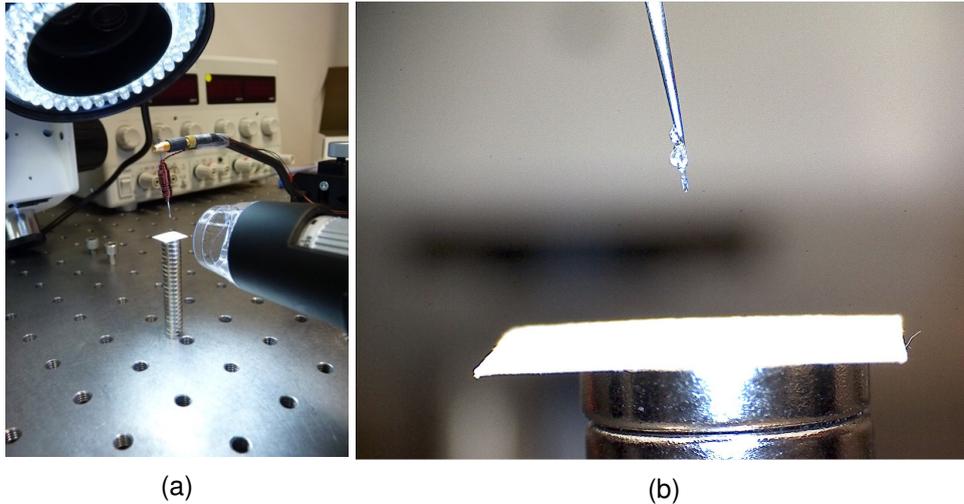


FIGURE B.14 – (a) Montage utilisé pour retirer le fil de fer de la tête de l'hélice. L'hélice est positionnée à la verticale au dessus d'un ensemble d'aimants. (b) Vue microscopique de côté de l'opération.

Titre : Modélisation et commande de systèmes à bobines mobiles : application à la nage de robots magnétiques

Mots clefs: Manipulation sans contact, nageurs magnétiques, modélisation de systèmes, commande de systèmes non-linéaires, robotique médicale

Résumé : Dans le contexte biomédical, la manipulation d'objets de taille microscopique avec précision est un réel défi qui nécessite le développement de systèmes microrobotiques innovants. Compte tenu des échelles envisagées, l'utilisation des microrobots guidés par champ magnétique est l'une des approches les plus prometteuses afin de déplacer des objets dans des zones fortement contraintes ou difficile d'accès. Bien que cette méthode d'actionnement à distance soit attractive, les deux principaux dispositifs d'actionnement magnétiques à savoir les systèmes à aimants mobiles et les dispositifs à bobines statiques ne permettent généralement pas de satisfaire les contraintes des applications biomédicales. Il existe toutefois une troisième catégorie de systèmes d'actionnement, les dispositifs à bobines mobiles mais ceux-ci ne sont que peu étudiés.

Dans ce contexte, les travaux développés dans cette thèse portent sur l'étude des systèmes de manipulation magnétique composés de bobines mobiles. Dans un premier temps, la modélisation du champ magnétique généré par une bobine a été étudiée. Les méthodes présentées dans

l'état de l'art n'étant pas compatibles avec les contraintes imposées par l'utilisation d'une commande en boucle fermée sur l'ensemble de l'espace de travail, nous avons adapté par la suite un modèle existant afin de le rendre compatible avec ces contraintes. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à la commande de systèmes de manipulation magnétique à sources mobiles. Pour cela, nous avons développé un modèle générique pour un système composé d'un nombre fini de bobines mobiles, puis ce modèle a été linéarisé en prévision d'une commande linéarisante. Enfin, pour pouvoir évaluer les performances d'un système de manipulation magnétique, nous nous sommes intéressés aux indices de manipulabilité de ce genre de dispositif. Les critères existants ne permettant pas de prendre en compte les limitations physiques liées à l'échauffement des bobines, nous avons proposé un critère de manipulabilité adapté des approches macroscopiques des robots à câbles.

Enfin, ces différents outils et méthodes ont été utilisés afin de concevoir, réaliser et étalonner un dispositif expérimental.

Title : Modeling and control of moving coil systems: application to swimming magnetic robots

Keywords : Non-contact manipulation, magnetic swimmers, system modeling, non-linear system control, medical robotics

Abstract : In the biomedical context, the manipulation of microscopic objects with precision is a real challenge that requires the development of innovative microrobotic systems. Given the scales involved, the use of magnetic field-guided microrobots is one of the most promising approaches to move objects in highly constrained or difficult to access areas. Although this method of remote actuation is attractive, the two main magnetic actuation devices, namely moving magnet systems and static coil devices, are generally not able to satisfy the constraints of biomedical applications. There is however a third category of actuation systems, the moving coil devices, but these have been little studied. In this context, the work developed in this thesis focuses on the study of magnetic manipulation systems composed of moving coils. First, the modeling of the magnetic field generated by a coil has been studied. The methods presented in the state of the art not being compatible

with the constraints imposed by the use of a closed loop control over the whole workspace, we have adapted an existing model to make it compatible with these constraints. In a second step, we were interested in the control of magnetic manipulation systems with mobile sources. For this purpose, we developed a generic model for a system composed of a finite number of moving coils, then this model was linearized in anticipation of a linearizing control. Finally, in order to evaluate the performance of a magnetic manipulation system, we were interested in the manipulability indices of this kind of device. As the existing criteria do not allow to take into account the physical limitations related to the heating of the coils, we have proposed a manipulability criterion adapted from the macroscopic approaches of cable robots.

Finally, these different tools and methods have been used to design, realize and calibrate an experimental device.