



**HAL**  
open science

# Des doigts au calcul : une analyse implicative des relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul additif simple

Fanny Ollivier

► **To cite this version:**

Fanny Ollivier. Des doigts au calcul : une analyse implicative des relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul additif simple. Psychologie. Université Rennes 2, 2021. Français. NNT : 2021REN20038 . tel-03620221

**HAL Id: tel-03620221**

**<https://theses.hal.science/tel-03620221v1>**

Submitted on 25 Mar 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE RENNES 2

ECOLE DOCTORALE N° 603

Education, Langages, Interaction, Cognition, Clinique

Spécialité : Psychologie



Par **Fanny Ollivier**

**Des doigts au calcul : une analyse implicite des relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul additif simple**

Thèse présentée et soutenue à Rennes 2, le 3 décembre 2021

Unité de recherche : Laboratoire de Psychologie : Cognition, Comportement, Communication

Composition du Jury :

**Catherine Thevenot**, Professeure des Universités, Université de Lausanne / *Rapporteuse*

**Rémy Versace**, Professeur Émérite, Université Lyon 2 / *Rapporteur*

**Florence Bara**, Maître de Conférences HDR, Université Toulouse – Jean Jaurès / *Examinatrice*

**Mohamed Bernoussi**, Professeur des Universités, Université de Nantes, INSPE / *Examineur*

**Nathalie Bonneton-Botté**, Maître de Conférences, UBO, INSPE de Bretagne / *Co-directrice de thèse*

**Yvonnick Noël**, Maître de Conférences HDR, Université Rennes 2 / *Directeur de thèse*

# UNIVERSITÉ RENNES 2

Laboratoire de Psychologie : Cognition, Comportement, Communication  
(LP3C)

École Doctorale - Éducation, Langage, Interactions, Cognition, Clinique  
(ED 603 - ELICC)

*Sous le sceau de l'Université Rennes 2*

## **Des doigts au calcul : une analyse implicative des relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul additif simple**

Thèse de Doctorat

Discipline : Psychologie

Présentée par Fanny Ollivier

Directeur de thèse : Yvonnick Noël

Co-directrice de thèse : Nathalie Bonneton-Botté

Soutenue le 03 décembre 2021

Jury :

**Catherine Thevenot**

Professeure des Universités, Université de Lausanne (*Rapporteuse*)

**Rémy Versace**

Professeur Émérite, Université Lyon 2 (*Rapporteur*)

**Florence Bara**

Maître de Conférences HDR, Université Toulouse - Jean Jaurès (*Examinatrice*)

**Mohamed Bernoussi**

Professeur des Universités, Université de Nantes, INSPE (*Examineur*)

**Nathalie Bonneton-Botté**

Maître de Conférences, UBO, INSPE de Bretagne (*Co-directrice de thèse*)

**Yvonnick Noël**

Maître de Conférences HDR, Université Rennes 2 (*Directeur de thèse*)

# Remerciements

Cette thèse a représenté les meilleures années de ma vie professionnelle.

C'est à Nathalie Bonneton-Botté et à Yvonnick Noël que je dois ces années, et je leur en suis très reconnaissante. Nathalie et Yvonnick ont soutenu ce qui était un projet, lui ont donné corps en acceptant de diriger ma thèse. Apprendre était ma priorité, vous avez exaucé mon souhait au-delà de ce que j'espérais. Merci pour tout ce que vous m'avez apporté au long de ce compagnonnage, merci pour l'ambiance studieuse et chaleureuse de nos rendez-vous. Je n'aurais pas pu rêver meilleure équipe pour encadrer mes débuts dans la recherche. Je suis ravie que nous ayons encore plusieurs articles à écrire ensemble, et j'espère que notre collaboration durera au-delà de ces articles.

Je tiens également à remercier les membres du jury, Catherine Thevenot, Rémy Versace, Florence Bara et Mohamed Bernoussi, d'avoir accepté d'évaluer ce travail. Votre participation est très importante pour moi et je vous remercie d'avoir accepté cette invitation.

Merci à Véronique Izard et à Nicolas Gauvrit d'avoir accepté de faire partie de mon comité de suivi de thèse. Les réflexions partagées lors de ces rencontres m'ont beaucoup apporté.

Mes remerciements sincères vont au personnel du laboratoire LP3C. Je m'y suis sentie accueillie et j'en garderai un très bon souvenir. Je remercie les enseignants chercheurs qui m'ont fait confiance en me proposant des cours, Nathalie Marec-Breton, Frédéric Devinck, Séverine Erhel, l'équipe de développement et l'équipe de cognitive, l'équipe de l'INSPE de Saint Brieuc, qui m'ont ainsi permis de découvrir l'enseignement à l'université. Je remercie Lise Lemoine, Fanny De la Haye, Nolwen Troles et Stéphane Deline pour nos échanges. Je remercie Gaïd Le Maner-Idrissi, Virginie Dardier, Olivier Le Bohec, Agnès Lacroix et Maud Besançon pour leur sollicitude. Je remercie les doctorants du labo, merci à toutes et à tous pour ces moments passés ensemble, je suis très heureuse d'avoir fait votre connaissance. Je tiens à remercier particulièrement Mélissa, Vanina, Gaëtan, Sarah, Camille, Salomé, Anthony, Julie, Brivaël, Gaïd, Charlie, Sara et Eléonore.



Merci pour votre gentillesse, vos relectures, votre amitié. « Une amitié née en thèse est une amitié de toute une vie »...

Merci aux organisateurs, Ilse Coolen, Julia Bahnmuller, Andy Ribner, Bella Starling, et aux membres de *MCLS trainees* pour les séminaires, le club de lecture d'articles scientifiques (animé par Stephanie Bugden, l'auteure de l'un des premiers articles lus pour cette thèse) et le groupe d'écriture où j'ai le plaisir de retrouver Andy, Angie, Eli, Eric, Jenny, Lindsey, Alexa et Erika tous les mardis (ou presque !). Merci à Daniel Ansari de m'avoir intégrée dans un projet de recherche et à Rebekka Lagace Cusiak, Mojtaba Soltanlou et Julia Bahnmuller pour le nouveau projet.

Le projet en intelligence artificielle m'a donné l'opportunité de travailler avec Luc Lesoil, François Bodin et Laurent Morin. Merci pour cette expérience passionnante et cette collaboration.

Je remercie les enfants et adolescents qui ont participé à ces études, ainsi que leurs familles. Je remercie également les enseignantes, les coordinateurs d'ULIS, les directrices d'école et les principaux de collège qui ont accueilli cette recherche.

Je remercie ma famille, mes amis et mes anciens collègues (et amis). Merci tellement d'avoir été présents, moins présents quand j'en avais besoin, de m'avoir soutenue, d'avoir cru en ce projet et d'y avoir participé ! Je vous en suis très reconnaissante. Un merci particulier à mes enfants (d'abord et toujours la DT), mes parents, Lise, Patricia, Virginie, Gabriel, Karen, Michel, Blandine, Charline, Valérie, Lydie, Sonya, Amandine, Philippe, Céline et Mélodie.

# Table des matières

<b>Sommaire</b>	<b>8</b>
<b>1 Relations entre doigts et calcul : performances et influences</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 Premiers calculs additifs : définition et modélisations théoriques . . . . .	13
1.2.1 Comment définir le calcul ? . . . . .	13
1.2.2 Modélisations psychologiques du développement numérique et du développement du calcul . . . . .	15
1.3 De l’analogique au symbolique : la question du passage d’une représentation approximative à une représentation exacte des quantités . . . . .	21
1.3.1 Quantification des numérosités : quand une quantité devient-elle un nombre ? . . . . .	21
1.3.2 Influence des capacités de quantification sur la réussite arithmétique	23
1.3.3 Accès au nombre : de l’analogique au symbolique ? . . . . .	25
1.4 Relation entre doigts et nombres : culture, proximité et fonctionnalité . .	27
1.4.1 Aspects culturels . . . . .	27
1.4.2 Doigts et numéracie : origine et nature de la relation . . . . .	28
1.5 Facteurs identifiés dans la littérature pour influencer les relations entre doigts et premiers calculs . . . . .	32
1.5.1 Gnosies, représentation interne des doigts et calcul . . . . .	32
1.5.2 Motricité manuelle, utilisation des doigts et performance en calcul	34
1.5.3 Mémoire de travail, doigts et calcul . . . . .	40
1.6 Problématique . . . . .	44

1.7 Premiers objectifs de recherche . . . . .	46
<b>2 Construire une mesure unidirectionnelle de l'association entre des variables</b>	<b>48</b>
2.1 Introduction . . . . .	48
2.2 Analyse de la dépendance univoque : l'indice d'implication . . . . .	49
2.2.1 Implication logique . . . . .	50
2.2.2 Implication statistique : caractère probabiliste de l'implication . .	51
2.2.3 Méthode de l'Analyse Statistique Implicative (ASI) . . . . .	52
2.2.4 Intérêt et limites de l'utilisation de la méthode ASI dans cette recherche . . . . .	56
2.3 Lier l'implication à un modèle dimensionnel issu de la Théorie de la Ré- ponse à l'Item : une utilisation implicative du modèle de Rasch . . . . .	59
2.3.1 Relation entre implication statistique et modèle de Rasch : l'in- dice iota . . . . .	59
2.4 Utilisation implicative et graphique du modèle de Rasch . . . . .	64
2.5 Conclusion . . . . .	69
<b>3 Etude 1 - Etude des relations entre doigts et calcul : construction d'une échelle implicative</b>	<b>71</b>
3.1 Introduction . . . . .	71
3.2 Objectif de l'étude . . . . .	75
3.2.1 Hypothèse 1 . . . . .	76
3.2.2 Hypothèse 2 . . . . .	76
3.2.3 Hypothèse 3 . . . . .	77
3.3 Méthodologie . . . . .	78
3.3.1 Participants . . . . .	78
3.3.2 Tâches et comportements observés . . . . .	78
3.3.3 Aspects méthodologiques de l'analyse statistique . . . . .	81
3.4 Résultats . . . . .	83
3.4.1 Analyses descriptives . . . . .	83

3.4.2	Hypothèse 1 - Pertinence de la modélisation de Rasch sur les données étudiées . . . . .	88
3.4.3	Hypothèse 2 - Pertinence d'une échelle unique pour tous les participants . . . . .	88
3.4.4	Hypothèse 3 - Continuum et relations d'implication . . . . .	89
3.5	Discussion . . . . .	95
3.6	Conclusion, limites et perspectives . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Etude 2 - Considérer la mémoire de travail visuospatiale dans le continuum entre doigts et calcul : une échelle implicative commune est-elle possible ?</b>	<b>101</b>
4.1	Introduction . . . . .	101
4.2	Objectif de l'étude . . . . .	108
4.2.1	Insertion des items de mémoire de travail dans le continuum des doigts au calcul . . . . .	108
4.2.2	Positionnement des items dans l'échelle selon le groupe des participants . . . . .	108
4.2.3	Relations d'implication entre mémoire de travail, utilisation des doigts pour calculer, calcul, imitation motrice manuelle, représentation mentale des doigts . . . . .	109
4.3	Méthodologie . . . . .	109
4.3.1	Participants . . . . .	109
4.3.2	Tâches et comportements observés . . . . .	110
4.3.3	Aspects méthodologiques de l'analyse statistique . . . . .	111
4.4	Résultats . . . . .	111
4.4.1	Analyses descriptives des résultats au test de Corsi . . . . .	111
4.4.2	Construction d'une échelle implicative regroupant des items d'imitation motrice manuelle, de représentation mentale des doigts, de calcul, d'utilisation spontanée des doigts en calcul et des items de mémoire de travail visuospatiale . . . . .	115
4.4.3	Echelle commune aux enfants au développement typique entre 4 et 7 ans et aux adolescents avec DI scolarisés en collège avec le soutien du dispositif ULIS . . . . .	116

4.4.4	Construction de l'échelle implicative commune aux items manuels, de calcul, d'utilisation des doigts en calcul et de mémoire de travail . . . . .	117
4.5	Discussion . . . . .	122
4.6	Conclusion, limites et perspectives . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Etude 3 - Influence des doigts et de la mémoire de travail sur le calcul chez les adolescents présentant une déficience intellectuelle : une interaction dynamique</b>	<b>127</b>
5.1	Introduction . . . . .	127
5.1.1	Relations entre doigts et calcul . . . . .	128
5.1.2	Dextérité . . . . .	128
5.1.3	Utilisation des doigts en calcul . . . . .	129
5.1.4	Influence de la mémoire de travail . . . . .	130
5.1.5	Question de recherche . . . . .	132
5.2	Méthodologie . . . . .	133
5.2.1	Participants . . . . .	133
5.2.2	Mesures . . . . .	133
5.2.3	Procédure . . . . .	135
5.2.4	Analyse statistique . . . . .	135
5.3	Résultats . . . . .	135
5.3.1	Question de recherche 1 . . . . .	137
5.3.2	Question de recherche 2 . . . . .	138
5.4	Discussion . . . . .	140
5.5	Limites de l'étude . . . . .	142
5.6	Perspectives . . . . .	143
<b>6</b>	<b>Discussion générale</b>	<b>145</b>
6.1	Des doigts au calcul : un continuum implicatif jalonné par la mémoire de travail visuospatiale . . . . .	146
6.1.1	Se représenter mentalement ses doigts . . . . .	147

---

6.1.2	Imiter un mouvement, produire un geste moteur . . . . .	150
6.1.3	Mémoire de travail, utilisation des doigts et calcul dans l'école inclusive . . . . .	152
6.2	De l'échelle implicative à la construction d'un outil psychométrique pour l'évaluation et la remédiation des premières compétences de calcul additif	156
6.2.1	Implications et perspectives pédagogiques de notre recherche . . .	156
6.2.2	Projets en cours de réalisation, en lien avec cette recherche . . . .	158
6.3	Perspectives de recherche . . . . .	159
<b>Conclusion</b>		<b>161</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>162</b>
<b>Liste des Figures</b>		<b>183</b>
<b>Liste des Tableaux</b>		<b>184</b>
<b>Annexes</b>		<b>185</b>
A	Notation des items - Codebook . . . . .	186
B	Matériel . . . . .	190
C	Projet en collaboration avec l'IRISA . . . . .	192

# Sommaire

L'acquisition des premières compétences en calcul est cruciale pour tous les enfants. Ces premières habiletés, à l'entrée à l'école élémentaire, sont prédictives des performances mathématiques attendues dans le monde du travail, mesurées chez des adolescents (Geary, Hoard, Nugent, & Bailey, 2013). L'acquisition de ces compétences favorise par ailleurs l'insertion des personnes en situation de handicap intellectuel dans l'emploi (Rose, Saunders, Hensel, & Kroese, 2005) et plus largement dans la société (Cheong, Walker, & Rosenblatt, 2017).

Dans les premiers temps du développement du calcul, les enfants ont utilisé et utilisent encore volontiers leurs doigts dans de nombreuses cultures (Butterworth, 1999). Dans la littérature, l'existence d'une relation entre les doigts et les nombres, explorée notamment à la suite de la découverte du syndrome de Gerstmann (1940) fait consensus, bien que son origine reste débattue. D'un point de vue neuro-anatomique, les zones cérébrales s'activant lors de mouvements de doigts sont très proches des zones qui s'activent lors du calcul (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003). Alors que dans une approche topographique de la relation, le développement des habiletés motrices manuelles et de leur représentation mentale connaît les mêmes influences que le développement du calcul du fait de la proximité des substrats cérébraux impliqués, dans une approche fonctionnelle les doigts influencent le développement du calcul (Andres, Di Luca, & Pesenti, 2008).

Des associations entre, d'une part, la motricité fine manuelle (Asakawa & Sugimura, 2014), ou la représentation mentale des doigts (Reeve & Humberstone, 2011), ou encore l'utilisation des doigts en situation de calcul (Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2008), et d'autre part les performances dans la résolution des additions et soustractions simples ont été démontrées lors d'expérimentations auprès d'enfants entre 5 et 7 ans, mais aucune étude à notre connaissance n'évalue simultanément les relations entre ces différentes capacités liées aux doigts et le calcul. De plus, les associations mises en évidence dans la littérature utilisent très majoritairement des indices symétriques. La relation entre utilisation des doigts en calcul et performance nécessite d'être précisée pour savoir si l'utilisation des doigts augmente la réussite chez les enfants qui les utilisent sponta-

nément, sans condition de réciprocité pour les enfants qui ne montrent pas d'utilisation spontanée des doigts.

Par ailleurs, la relation entre les doigts et la mémoire de travail, et particulièrement la mémoire de travail visuospatiale, qui est associée à la performance en calcul chez les jeunes enfants (De Smedt et al., 2009), les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques (Bugden & Ansari, 2015) et les adolescents avec une déficience intellectuelle (Brankaer, Ghesquière, & De Smedt, 2013) interroge. En effet, utiliser ses doigts pour calculer, si la motricité fine est immature, peut faire obstacle et provoquer une surcharge cognitive (Bara & Tricot, 2017); utiliser ses doigts peut au contraire, dans la situation où la motricité planifiée est peu coûteuse cognitivement, décharger la mémoire de travail (Crollen & Noël, 2015); l'exploration de la stratégie d'utilisation des doigts pour calculer peut être davantage accessible aux enfants qui disposent de capacités exécutives et donc de mémoire de travail importantes (Dupont-Boime & Thevenot, 2018). Pour U. Fischer, Suggate, et Stoeger (2020), la motricité fine (ou dextérité) joue un rôle important mais transitoire dans l'élaboration des représentations mentales liant doigts et nombres. La mémoire de travail prendrait le relai quand son développement serait suffisant.

Dans une perspective enracinée ou incarnée de la cognition, l'action et la perception du corps en interaction avec son environnement créent des traces des expériences vécues ou perçues, desquelles émerge une conceptualisation (Versace, Brouillet, & Vallet, 2018). Dans cette approche, l'interaction sensorimotrice doit activer des traces au niveau cérébral; ces traces, par leur répétition, font émerger des patterns récurrents qui pourront ensuite être utilisés sans recours à l'environnement. En cela, l'activation des traces neuronales construites par l'action sensorimotrice manuelle permet de décharger la mémoire de travail (Wilson, 2002).

Ainsi, la mémoire de travail, la motricité manuelle, la capacité à se représenter ses doigts, à les utiliser spontanément en situation de résolution de calcul et le calcul entretiennent des relations. Il apparaît, et nous le développerons dans la première partie, que ces relations entre doigts, calcul et mémoire de travail visuospatiale nécessitent d'être précisées. Après cette partie théorique, nous présenterons trois études expérimentales qui viseront à préciser ces relations en les abordant à la fois dans le développement typique et dans la déficience intellectuelle. La volonté d'inscrire cette thèse dans une perspective inclusive se traduit par un recueil de données effectué auprès d'enfants au développement typique (TD) et auprès d'adolescents présentant une déficience intellectuelle (DI). Le choix des analyses permet le traitement de données issues de populations diverses et la différenciation des résultats selon la population le cas échéant.



Dans la première étude abordant la question des relations entre doigts et nombre dans une perspective enracinée, nous chercherons à modéliser ces relations dans un continuum. Si les compétences de calcul peuvent se construire en s'appuyant sur les interactions sensorimotrices de l'enfant avec son environnement, alors les doigts et le calcul doivent être liés. A l'aide d'une analyse implicite (dont le fonctionnement et l'intérêt pour notre recherche est décrit dans le chapitre 2), la première étude sera consacrée à la construction d'une échelle dans laquelle la capacité à se représenter mentalement ses doigts, à imiter un geste moteur manuel, à utiliser spontanément ses doigts pour résoudre un calcul et le calcul devront pouvoir être modélisés.

La deuxième étude s'attachera ensuite à déterminer s'il est possible d'ajouter des items de mémoire de travail visuospatiale à l'échelle implicite modélisant le continuum entre doigts et calcul construite dans la première étude. A partir d'une nouvelle analyse implicite, le premier objectif sera de savoir si une échelle commune modélise l'ensemble de nos données ou s'il faut envisager deux échelles différentes. Le second objectif sera de préciser les relations entre doigts, calcul et mémoire de travail en utilisant les propriétés de l'implication.

Pour nos deux premières études, il s'agira également de déterminer si les échelles doivent être différenciées selon le groupe développemental des participants. Une comparaison de modèles permettra d'évaluer la pertinence d'une échelle commune au développement typique et à la déficience intellectuelle.

L'étude de la relation entre les doigts, la mémoire de travail visuospatiale et la performance en calcul sera poursuivie dans la troisième étude, réalisée uniquement auprès d'adolescents présentant une DI légère. Après avoir identifié, parmi différents facteurs (i.e., l'âge, la mémoire de travail, la mémoire à court terme, l'utilisation spontanée des doigts et la dextérité), les facteurs qui prédisent la performance en calcul chez ces adolescents, nous analyserons les effets des facteurs retenus et de leurs interactions sur la performance en calcul.

Enfin, la discussion générale permettra de mettre en relation les différents résultats des études, d'identifier les limites et de proposer des perspectives de recherche. Les implications pédagogiques ainsi que les projets qui se développent parallèlement à cette recherche seront également évoqués.

# Chapitre 1

## Relations entre doigts et calcul : performances et influences

### 1.1 Introduction

Du bébé à l'enfant qui entre à l'école élémentaire, des connaissances et des habiletés relatives au nombre émergent et s'affinent, les habiletés arithmétiques se développent.

Les compétences mathématiques précoces, acquises avant les enseignements fondamentaux de l'école élémentaire, sont cruciales. En effet, elles sont non seulement prédictives des premières réussites mathématiques formelles, mais le sont également pour la réussite en lecture. Cela fait des compétences mathématiques pré-élémentaires un facteur prédictif des premières réussites scolaires générales à l'école élémentaire (Duncan et al., 2007).

La connaissance du système numérique à l'entrée de l'école élémentaire est prédictive de la capacité mathématique à long terme des adolescents (Geary et al., 2013). Or, les inégalités dans l'accès aux compétences numériques et arithmétiques entre les enfants se constatent dès l'âge préscolaire, touchant particulièrement les enfants de milieux défavorisés (Dyson, Jordan, & Glutting, 2013 ; Jordan et al., 2008).

L'enquête PISA (OCDE, 2014, 2016, 2019) évalue les compétences en lecture, en mathématiques et en sciences d'élèves des pays de l'OCDE et de nombreux autres pays partenaires. Si les résultats des élèves des pays en voie de développement sont globalement inférieurs à ceux des pays les plus riches, il apparaît que les différences entre les élèves les plus en difficulté et les élèves les plus performants à l'intérieur de chaque pays sont plus importantes que les différences entre les moyennes des différents pays.

En ce qui concerne les enfants français, les évaluations internationales PISA et TIMSS (Ministère de l'Éducation Nationale, 2017) montrent que les élèves qui rencontrent précocement des difficultés numériques voient régulièrement leurs difficultés s'accroître et les écarts avec les élèves pour lesquels les apprentissages numériques ne sont pas source de difficultés, se creuser. Ces évaluations soulignent l'aspect inégalitaire des résultats des élèves dans le système scolaire français. Elles ne précisent pas les niveaux d'acquisition de tous les élèves de l'école inclusive dans le domaine des nombres et du calcul étant donné que les élèves en situation de handicap intellectuel (DI) ne participent généralement pas à ces évaluations (Inserm, 2016). Des études menées auprès de personnes en situation de handicap intellectuel montrent toutefois la nécessité pour ces personnes d'acquérir les compétences numériques de base pour pouvoir accéder à une autonomie suffisante, à l'emploi (Rose et al., 2005), et à une meilleure qualité de vie (Faragher & Brown, 2005).

Ces premiers constats soulignent l'enjeu sociétal des recherches dans le domaine de la cognition numérique, auprès de publics différents mais réunis au sein de l'école inclusive. L'évaluation des compétences mathématiques précoces est nécessaire, particulièrement pour les enfants qui connaissent un début difficile dans l'acquisition de ces compétences primordiales (Jordan & Levine, 2009). Les compétences mathématiques sont plurielles. Se représenter le nombre, compter, calculer, reconnaître les formes géométriques, réaliser des tracés, sont autant de compétences mathématiques qui prennent leurs racines dans les premières années de la vie de l'enfant. Toutes ces compétences ne peuvent être étudiées conjointement dans cette thèse. Nous avons fait le choix ici de nous intéresser aux premières acquisitions dans le domaine du calcul, et plus précisément à la résolution des premières opérations d'addition et de soustraction.

Si l'on se remémore nos premiers calculs, ceux des petits élèves de maternelle si on a eu la chance de les côtoyer, l'image de petits doigts tendus et souvent crispés apparaît aussitôt. Cette stratégie d'utilisation des doigts pour compter puis pour calculer, employée dans le monde entier par les petits humains depuis des temps reculés, ouvre des questionnements de recherche actuels. En effet, si l'on sait qu'il existe des liens entre les doigts et les nombres, ces liens doivent être précisés.

Ce chapitre est consacré aux apports théoriques issus de la littérature, mais aussi aux questions qui restent en suspens à propos de la relation entre doigts et calcul chez les enfants qui entrent dans ces apprentissages premiers. Si ces apprentissages sont de premiers apprentissages pour les enfants au développement typique, les qualifier d'apprentissages premiers permet de les envisager indépendamment de l'âge des élèves dans une perspective inclusive.

Dans une première partie (1.2, 1.3), nous définirons le calcul et nous mettrons en perspective les différentes approches qui modélisent les premières habiletés numériques. Nous pourrions ainsi mettre en évidence à la fois ce que l'on sait sur l'acquisition des premières habiletés numériques, mais également les questions de recherche non résolues autour du passage d'une représentation analogique et d'un type de calcul approximatif à une représentation symbolique du nombre et du calcul exact qui en découle. Dans une seconde partie (1.4, 1.5), nous nous intéresserons à la relation entre les doigts et le calcul, ainsi qu'aux facteurs identifiés dans la littérature pour leur influence sur cette relation. Ces facteurs que nous ciblerons sont des facteurs directement liés aux doigts (dextérité, représentation mentale des doigts, imitation motrice manuelle, utilisation des doigts en calcul) et un facteur cognitif (mémoire de travail). L'étude de la littérature autour de ces facteurs et des relations qu'ils entretiennent dans les différents modèles théoriques actuels permettra de mettre en évidence les questions en suspens auxquelles notre recherche s'intéresse.

## 1.2 Premiers calculs additifs : définition et modélisations théoriques

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la relation entre les calculs additifs simples et les doigts. Lors de la revue de littérature, il est apparu que les terminologies utilisées dans les articles en langue anglaise pouvaient avoir plusieurs sens et donc plusieurs interprétations. En effet, certains mots sont utilisés indifféremment pour énoncer des actions qui sont représentées par des mots différents en français. C'est le cas de *to count*, exemple central dans notre recherche, qui a deux acceptions : compter et calculer. Dans cette partie qui montre l'imbrication du comptage et du calcul dans la définition de celui-ci, nous présenterons les modèles théoriques de référence du développement des premières habiletés numériques et arithmétiques.

### 1.2.1 Comment définir le calcul ?

Fayol (2012) définit le calcul expert comme une opération mentale sur des symboles. Pour expliquer sa définition, l'auteur fait une distinction entre opération et simulation. Le terme d'opération renvoie à un traitement internalisé, réalisé mentalement sur des symboles. Lorsque l'enfant manipule des quantités analogiques, physiquement ou mentalement, Fayol (2012) parle de simulation. C'est le cas par exemple lorsque l'enfant se joue mentalement la scène correspondant à un énoncé verbal. Dans un énoncé verbal, l'équa-

tion est habillée d'un texte du type « Jean a 6 cerises, il en mange 2. Combien a-t-il de cerises à présent ? ». L'enfant peut également recréer un contexte à partir d'un énoncé arithmétique ( $6 - 2 = \dots$ ) et simuler la transformation des quantités pour trouver le résultat.

M.-P. Noël et Karagiannakis (2020) décrivent également une transition dans la résolution des calculs. Les premières résolutions sont décrites comme des comptages simples de la collection finale des objets, après augmentation ou réduction de la collection initiale. Cette procédure de comptage du tout s'affine grâce aux connaissances conceptuelles que l'enfant acquiert sur les opérations additives, et laisse place à des procédures de comptage plus élaborées, comme le comptage à partir du nombre le plus grand pour l'addition ou à des décompositions des nombres pour les associer de façon efficiente ( $13 - 4$  transformé en  $13 - 3 - 1$  par exemple). La récupération des faits arithmétiques en mémoire à long terme permet la résolution des additions pour lesquels des faits arithmétiques sont stockés (R. Siegler & Shrager, 1984).

De façon générale, la soustraction est moins étudiée. On peut toutefois noter des stratégies de comptage qui s'affinent également, du compte à rebours systématique à partir du premier terme, le diminuant, à une variation de stratégies selon la taille du second terme, appelé diminueur. Si le diminueur est grand, alors il est judicieux d'utiliser le comptage en avant, du diminueur au diminuende (R. Siegler & Shrager, 1984).

Barrouillet et Lépine (2005) quantifient la récupération de faits arithmétiques lors de la résolution d'additions, en associant cette stratégie aux capacités de mémoire de travail. Une étude complémentaire (Barrouillet, Mignon, & Thevenot, 2008) s'intéresse à la récupération des faits arithmétiques lors de la résolution de soustractions simples. La récupération des faits arithmétiques est une stratégie moins utilisée pour la soustraction que pour l'addition, et très limitée dans les opérations (enlever 1 ou reste égal à 1). La récupération du fait additif correspondant à la soustraction, nécessitant de maîtriser les propriétés conceptuelles de la soustraction, est davantage utilisée que la récupération directe du fait soustractif.

La stratégie de récupération en mémoire a été récemment remise en question. Thevenot, Barrouillet, Castel, et Uittenhove (2016) proposent une explication différente pour la résolution des premières additions. Il s'agirait d'un comptage automatisé non conscient, capacité construite par la répétition et l'entraînement du comptage lors des résolutions de calcul.

R. S. Siegler et Jenkins (1989) montrent que les différentes stratégies de résolution procédurales ainsi qu'une stratégie immédiate identifiée au moment de l'étude comme une récupération en mémoire, coexistent chez les enfants entre 4 et 7 ans au développement

typique (R. S. Siegler & Jenkins, 1989). Pour les élèves avec DI, les études montrent un décalage dans la maîtrise du calcul additif simple qui intervient plutôt entre 10 et 20 ans (Baroody, 1999 ; Butterworth, 1999).

Un continuum dans le développement du calcul apparaît donc, de la simulation physique à l'opération sur les symboles, en passant par la manipulation mentale de quantités lors de simulations mentales. A l'intérieur de ce continuum des premières résolutions additives, plusieurs stratégies, dont certaines consciemment rattachées au comptage, d'autres reposant sur la mémoire des faits ou la mémorisation par automatisation du comptage, sont potentiellement disponibles pour résoudre le calcul.

Des modélisations psychologiques ont jalonné l'étude du développement numérique et ont cherché à décrire le développement des premières habiletés dans le domaine du nombre et de son traitement. Si elles ne visent pas spécifiquement l'acquisition du calcul, leur étude est nécessaire pour déterminer les bases sur lesquelles les capacités de calcul vont s'appuyer ou se construire. Les accords et les tensions entre ces modélisations permettent de faire émerger des questionnements actuels autour du développement des premières habiletés de calcul. Nous ciblons ici les questionnements pour lesquels l'étude de la relation entre doigts et calcul pourrait apporter des éléments de réponse.

## **1.2.2 Modélisations psychologiques du développement numérique et du développement du calcul**

### **Modèle piagétien**

Dans les années 40 en Europe, Piaget (Piaget & Szeminska, 1941) observe sa fille et cherche à comprendre comment les enfants développent leurs capacités logiques. Les capacités logiques sont, pour Piaget, le fondement des mathématiques. Ainsi, l'étude des opérations logiques est au centre de la théorie du développement du nombre et du calcul dans l'approche piagétienne. Un autre pilier de ce modèle est l'action par laquelle l'enfant construit sa compréhension des concepts. L'enfant découvre en manipulant les objets et par son expérience motrice, puis construit l'opération logique par abstraction réfléchissante. La visée de ce modèle de psychologie génétique constructiviste, découpé en stades, de la plus petite unité d'action motrice à l'opération mentale effectuée sur des symboles, est selon (Bideaud, 1997, p.46) « l'étude des instruments logiques de l'intelligence humaine qui permettent l'accroissement des connaissances. Le nombre est l'un de ces instruments et l'étude de sa construction chez l'enfant sera celle de ses compétences logiques ». L'analyse des connaissances proprement numériques de l'enfant n'est pas approfondie. Le nombre se développe par étapes, à partir de l'action du sujet, comme

une classe sériée. Le sujet peut agir sur le nombre et calculer selon le degré de capacité à opérer dont il dispose. La maîtrise du calcul additif intervient quand l'enfant a construit les opérations logiques le sous-tendant. L'enfant construit d'abord un répertoire d'actions, qui en s'intériorisant permettent l'émergence de représentations puis de concepts.

Cette approche apporte une modélisation de la fonction développementale des opérations logiques sous-tendant les capacités de calcul. L'absence d'exploration de l'accès aux symboles et de la part innée des capacités de traitement des quantités seront des axes de critique du modèle.

### **Approche innéiste**

Dans les années 1980, les recherches s'orientent vers l'exploration des capacités innées du bébé en termes de nombre et de calcul (Antell & Keating, 1983 ; Starkey, Spelke, & Gelman, 1983, 1990). Les expériences de Wynn (1992) interrogent la capacité à résoudre une addition et une soustraction chez le bébé de 5 mois. On propose à des bébés de regarder la fenêtre d'une boîte dans laquelle une poupée est posée. La fenêtre se ferme et l'enfant voit l'expérimentateur ajouter une poupée dans la boîte. A la réouverture de la fenêtre, le bébé découvre la nouvelle configuration : une poupée, deux poupées ou trois poupées. Le bébé réagit à l'événement impossible (1 ou 3) et l'étude conclut à la capacité très précoce de calcul du bébé. Ces résultats ont été interrogés comme indices d'une véritable capacité de calcul des bébés. Xu et Carey (1996) interprètent ces résultats comme une mesure d'une capacité à percevoir l'individualité des objets, basée sur la prise en compte d'informations spatiales et temporelles. Si cette capacité n'est pas à proprement parler arithmétique, elle est considérée comme un préalable au comptage et au calcul.

Si la part d'inné fait débat au sujet des capacités de calcul, la littérature s'accorde sur le fait que le bébé est capable, très tôt, de différencier et de comparer des petites collections inférieures ou égales à trois éléments. Dans les recherches ultérieures, s'inscrivant dans le cadre théorique de référence actuel du triple code, les termes d'intuitions numériques seront utilisées pour qualifier ces capacités (Izard, 2012).

### **Modèle du triple code**

Les études menées par Piazza et Izard (2009), auprès de nourrissons de quelques heures de vie, montrent que ces nouveaux-nés discriminent des quantités dans un rapport de 3. En effet, si on leur présente des stimuli visuels et auditifs dont le point commun est la quantité dans un paradigme d'habituation, les nourrissons réagissent à la variation de la quantité si elle est 3 fois supérieure ou 3 fois inférieure. Cette capacité à discriminer des

quantités et à traiter des quantités de façon approximative (estimation) se retrouve chez les animaux et chez les humains, en dehors de toute influence de l'environnement. On retrouve également chez les humains dès la petite enfance, et même chez les bébés, ainsi que chez de nombreuses espèces animales, la capacité à appréhender la quantité exacte de petits sets d'objets (de 1 à 4) très rapidement et sans compter. Cette capacité, centrale dans le développement de la numéracie, est appelée *subitizing* (Xu & Spelke, 2000). Récemment, Cheyette et Piantadosi (2020) ont proposé une modélisation unifiée dans laquelle les deux systèmes de *subitizing* et d'estimation ne sont pas différenciés. Dans le système unifié, les différences de précision dans la perception de la numérosité au-delà d'un seuil et le biais d'estimation sont expliqués par la contrainte de mémoire visuelle à laquelle l'individu est soumis. Les auteurs soulignent que les ruptures dans les comportements ou les réponses peuvent être dues à des contraintes biologiques dans un même système plutôt qu'à l'expression de deux systèmes distincts (Cheyette & Piantadosi, 2020, p.6).

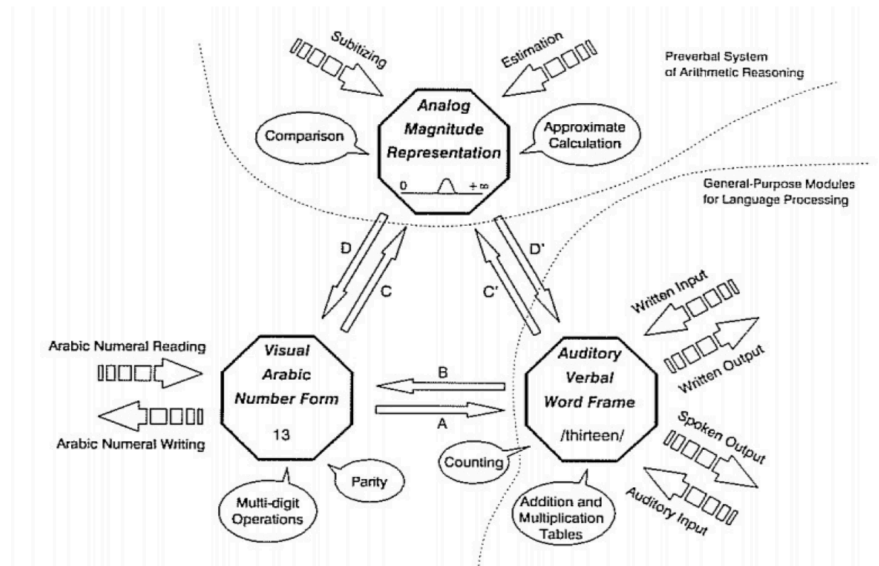
A partir des intuitions du bébé, les connaissances sur le nombre et les capacités opératoires du petit enfant vont se développer au fil du temps et des apprentissages formels. Ces intuitions, que l'on retrouve chez l'adulte et tout au long de la vie, reposent sur des perceptions et des traitements de la numérosité. La numérosité est associée à la quantité d'objets présents dans un ensemble, indépendamment des propriétés des objets (Seron, 2020). Elle peut être évaluée par la quantification chez l'homme, de façon précise et exacte ou de façon approximative. Un grand nombre de chercheurs qui s'intéressent aux apprentissages en mathématiques s'accorde aujourd'hui sur la pertinence du modèle du triple code (Dehaene, 1992 ; Dehaene & Cohen, 2000), illustré par la Figure 1.1.

Parallèlement aux codages par les chiffres et les mots-nombres des numérosités, ce modèle défend l'existence d'une représentation approximative et non symbolique des nombres : l'ANS (*Approximate Number System*). Cette représentation indépendante du langage, présente chez l'homme dès la naissance et chez d'autres espèces, permet une estimation rapide des quantités et sert de support à des comparaisons et des manipulations additives basiques sur ces estimations. L'aire cérébrale impliquée (i.e., le segment horizontal du sillon intra pariétal et les zones adjacentes du cortex pariétal) l'est également dans l'attention spatiale et dans les relations spatiales. Selon Libertus, Feigenson, Halberda, et Landau (2014), l'ANS diffère donc de la représentation exacte du nombre qui, basée sur le langage, acquise lentement par l'apprentissage et sur laquelle repose le calcul exact, est reliée à des aires du cortex temporal gauche, zones également impliquées dans d'autres processus médiatisés par le langage comme la lecture et la mémoire verbale à court terme. L'estimation, faisant appel à l'ANS, permet donc d'évaluer d'une manière approximative la numérosité d'un ensemble d'objets. L'appellation de ce code analogique, appelé ANS dans le modèle, n'est pas reprise par tous les chercheurs. AMS, pour *Analog*



**Figure 1.1**

Modèle du triple code



Note. Reproduit à partir de « Varieties of numerical abilities », par Dehaene, S., 1992, *Cognition*, 44(1-2), 1- 42.

*Magnitude System* est parfois préféré pour faire la distinction entre nombre et numérosités (Gelman & Butterworth, 2005). Si le modèle du triple code reste le modèle de référence actuel, il est interrogé dans le sens où la nature numérique de l'ANS fait débat (Leibovich & Ansari, 2016, pour une revue de littérature).

Dans le modèle du triple code, la question de la mise en relation entre les différentes représentations du nombre reste cependant posée. Ce modèle propose une structure mais pas de description de la séquence développementale qui aboutit à l'utilisation mature de cette structure (Ansari & Karmiloff-Smith, 2002 ; Von Aster & Shalev, 2007).

### Une modélisation de la séquence développementale à partir du modèle du triple code : le modèle de Von Aster et Shalev (2007)

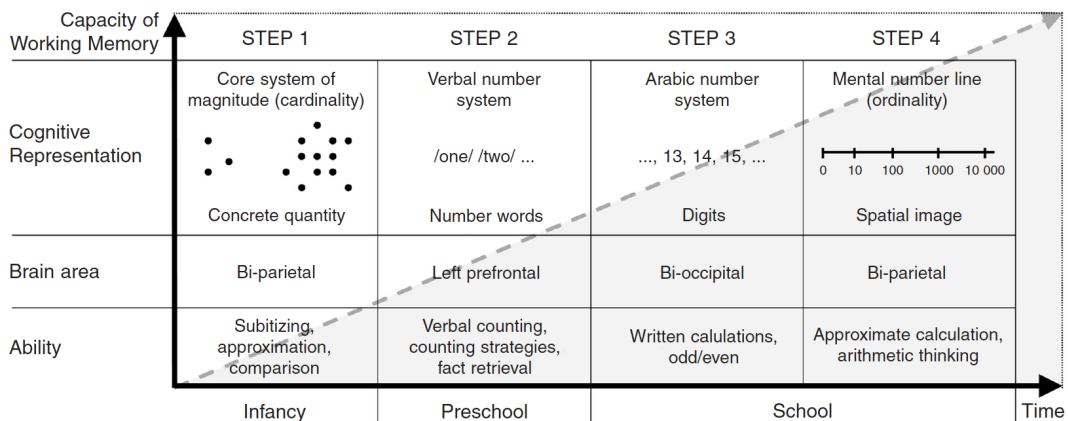
Von Aster et Shalev (2007) s'intéressent aux troubles des apprentissages en mathématiques et élaborent un modèle développemental à partir des recherches menées sur le triple

code (Dehaene, 1992 ; Dehaene & Cohen, 2000) et le noyau de connaissances fondamentales du système numérique (*core number system*, décrit par Spelke & Kinzler, 2007). Le *subitizing* (i.e., l’appréhension de la quantité exacte d’une petite collection (1 à 3 ou 4) d’objets sans comptage) et la capacité à estimer de façon approximative des quantités plus importantes sont au coeur du développement de la numéracie (Butterworth, 2005 ; Von Aster & Shalev, 2007). L’objectif de ce modèle est de définir les étapes d’acquisition de la numéracie et du calcul et de fournir ainsi une explication à l’origine de la dyscalculie développementale, au-delà d’un déficit primaire lié à une atteinte des capacités innées d’estimation.

Ce modèle, illustré par la Figure 1.2 est organisé hiérarchiquement en 4 étapes.

**Figure 1.2**

*Modèle en quatre étapes de la cognition numérique*



*Note.* Reproduit à partir de « Number development and developmental dyscalculia », par Von Aster, M. G., & Shalev, R. S., 2007, *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49(11), 868 - 873.

La première étape est la représentation innée de la cardinalité non symbolique, présente chez le bébé au développement typique, et pouvant être affectée dans le cas de la dyscalculie pure, associée dans ce cadre à un déficit primaire. Cette étape donne la signifi-

cation du nombre et est donc, de fait, une condition pour acquérir le sens des symboles. La seconde étape est l'apprentissage des mots-nombres et la mise en relation de ces symboles verbaux avec les quantités qui leur sont associées et la troisième étape est l'équivalent de la seconde mais traitant les chiffres arabes. Lors de ces deux étapes, les troubles de l'attention ou du langage peuvent affecter le développement des acquisitions numériques dans le cas de dyscalculies avec des troubles associés.

La zone ombrée dans la Figure 1.2 représente l'augmentation des capacités de mémoire de travail. Dans ce modèle, les capacités de la mémoire de travail qui s'étendent, associées aux étapes précédentes, sont à leur tour une condition pour le développement d'une ligne numérique mentale dans laquelle l'ordinalité est représentée.

Dans le modèle de Von Aster et Shalev (2007), le sens du nombre (*number sense*) est défini à la fois par une part innée, comme dans le modèle du triple code (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 2000) mais aussi par une part acquise de représentation sémantique du nombre. Ce modèle ouvre sur l'intérêt de questionner l'environnement par rapport au développement des premières habiletés numériques et de calcul et d'évaluer l'influence de la culture, des interactions, des occasions offertes à l'enfant, dans le contexte scolaire notamment.

En s'inscrivant dans une perspective développementale s'inspirant des travaux de Karmiloff-Smith (1995), les auteurs décrivent la dernière étape de leur modèle comme une redescription représentationnelle de la première étape, qui requiert le développement de capacités spécifiques aussi bien de que capacités générales.

### **Conclusion sur les modélisations psychologiques du développement des premières habiletés numériques de calcul**

Les différentes modélisations théoriques sur le développement de la numéracie (i.e., des premières habiletés numériques et arithmétiques) apportent des éléments de compréhension de ce continuum. Les capacités concernant le traitement des numérosités sont présentes chez l'humain dès la naissance, et se développent avec ses capacités générales (langage, mémoire de travail, attention) et ses capacités spécifiques au domaine (code symbolique verbal, arabe, connaissances conceptuelles sur le nombre et sur les opérations).

Par ailleurs, le nombre se construit, grâce à l'action du sujet, comme un emboîtement de classes sériées ce qui rend nécessaire la maîtrise d'opérations logiques pour accéder au calcul. Une approche intégrée montre l'intérêt des épreuves piagétienne évaluant la maîtrise des opérations logiques transposées dans un contexte mathématique. Elles sont

discriminantes dans le diagnostic des troubles des apprentissages numériques (Grégoire, 2008 ; Van Nieuwenhoven, Noel, & Grégoire, 2001).

Si l'on envisage le calcul comme une opération mentale sur des symboles, les premières habiletés intuitives et analogiques innées apparaissent comme nécessaires mais non suffisantes au développement du calcul. Au-delà de l'estimation des numérosités, l'enfant va devoir quantifier et traiter des regroupements de quantités exactes représentées par des symboles pour accéder à la maîtrise des compétences de base en calcul. Le modèle du triple code permet de visualiser l'organisation cérébrale des trois types de codage des numérosités, arabe, verbal et analogique. Le modèle de Von Aster et Shalev (2007) décrit les étapes du développement numérique, de l'estimation de quantités analogiques au calcul exact, en soulignant le rôle de la mémoire de travail et en incluant l'environnement scolaire dans les repères temporels. Les recherches dans le domaine de l'évaluation des troubles des apprentissages numériques montrent que les apports piagétiens concernant le développement des opérations logiques sont toujours d'actualité dans une approche intégrée (Grégoire, 2008).

Cependant, aucun de ces modèles ne nous renseigne sur la façon dont l'enfant accède à la capacité de traiter des quantités exactes représentées par des symboles à partir de ses capacités innées, partagées avec des espèces animales non humaines, à estimer et à traiter des quantités de façon analogique et approximative.

## **1.3 De l'analogique au symbolique : la question du passage d'une représentation approximative à une représentation exacte des quantités**

### **1.3.1 Quantification des numérosités : quand une quantité devient-elle un nombre ?**

L'approche innéiste met en évidence que le bébé dispose de compétences dans le domaine de la discrimination des quantités, même si la question de la capacité numérique en tant que telle ne fait pas consensus. Dans le modèle du triple code, il est question de traitements sur les quantités évaluées de façon approximative par un système analogique qualifié à l'origine de système numérique. Dans la littérature, on trouve indistinctement des mots comprenant la racine *num* pour évoquer des quantités, qu'elles soient perçues de façon approximative et sans utilisation de symboles, ou qu'elles soient représentées par un symbole numérique.

Avant d'explorer le passage du traitement analogique au traitement symbolique chez l'enfant, il est nécessaire d'interroger les caractéristiques du nombre, ce qui fait qu'une représentation d'une quantité, qu'une quantification, peut être considérée comme un nombre. En d'autres termes, il paraît utile de définir ce qui caractérise un nombre, ce qui fait sa particularité et le distingue d'autres types de numérosités.

Les premiers philosophes grecs qui se sont intéressés à définir le nombre ne considèrent que les nombres naturels, et n'y incluent pas le zéro. Pour Euclide, le nombre est « une multitude composée d'unités » (R. E. Allen, 1970, p.30) et commence donc, pour Aristote, au deux. Des débats ont agité les philosophes pour définir le nombre et en définir ses frontières. Platon distingue l'Egal de l'Inégal. Le Un est l'Egal, dont l'Inégal peut plus ou moins s'écarter. Les Nombres Idéaux (Monade, Dyade, Triade, Tétrade) sont liés aux grandeurs géométriques. Ils sont ainsi associés aux Figures Idéales (point, droite, plan, volume) et aux Distances Idéales (inétendu correspondant au point, longueur, largeur, hauteur). Ils sont également liés à l'univers dans deux dialectiques différentes : l'une du monde animé, à l'âme du monde, à la considération du temps et enfin à l'éternité ; l'autre modélise les cycles de la Terre, de la Lune, des planètes et du soleil (Dumoncel, 1992). Les Nombres Idéaux ne sont pas opérables, mais autorisent l'existence des nombres arithmétiques. Dans ces théories fondatrices, le nombre explique l'univers et est multiple. La théorie des nombres est toujours une recherche actuelle, qui trouve ses fondements dans les théories antiques.

Le nombre n'est pas un objet du réel, cela rend sa définition complexe, notamment sur ses limites. Le caractère symbolique du nombre est toutefois ce qui ressort de ces théorisations et ce sur quoi nous allons nous appuyer pour distinguer les quantifications des quantités.

Pour Núñez (2017), un nombre naturel se définit par sept critères qui le distinguent de l'expression non numérique de la quantité notamment par le fait qu'il a un référent symbolique. Ces sept critères traduits en français sont :

- Le nombre naturel quantifie une quantité de manière exacte et discrète. La quantité associée au nombre est différente des quantités reliées aux autres nombres
- Le nombre naturel est abstrait, il ne se réfère pas à des objets ni à des stimuli sensoriels particuliers
- Le nombre naturel a un sens cardinal produit par le dénombrement
- Le nombre naturel a un sens ordinal, requis pour l'énumération et le comptage
- Le nombre naturel est en relation avec tous les nombres, ses propriétés sont définies en relation avec les autres nombres
- Le nombre naturel peut être combiné, on peut opérer sur le nombre pour produire d'autres nombres

- Le nombre naturel est désigné par des symboles, on se réfère au nombre par des signes spécifiques qui peuvent être des mots-nombres, des chiffres, des chiffres romains, ou encore le code binaire, par exemple (exemples non exhaustifs)

Nous nous appuyerons sur la définition de Núñez (2017) pour définir le nombre dans notre écrit. A présent que la distinction entre le nombre et les numérosités quelconques est définie, nous pouvons nous interroger sur l'influence des capacités à se représenter des quantités sur le développement du calcul. En d'autres termes, est-ce que la performance en calcul s'appuie sur les capacités innées de quantification analogique approximative, modélisées par l'ANS, ou est-ce qu'elle s'appuie sur la capacité à se représenter une quantité par un nombre, acquise au cours du développement ?

### 1.3.2 Influence des capacités de quantification sur la réussite arithmétique

Halberda, Mazocco, et Fazio (2008) développent un outil d'évaluation des capacités d'estimation consistant à comparer deux sets de points : Panamath. Mazocco, Feigenson, et Halberda (2011b) montrent dans leur étude que la précision des capacités d'estimation à 4 ans est prédictive de la réussite aux apprentissages mathématiques à l'école élémentaire (sujets entre 6 et 7 ans, en première année de scolarisation élémentaire), mais n'est pas prédictive de la réussite aux activités cognitives non-numériques. Le système analogique (ANS dans le modèle du triple code) apparaît ici comme le fondement du développement des compétences numériques. Mazocco, Feigenson, et Halberda (2011a) montrent des résultats au Panamath plus faibles pour les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques par comparaison avec leurs pairs au développement typique. Ces différences appuient, selon les auteurs, l'hypothèse d'un déficit primaire des capacités d'estimation pour expliquer la dyscalculie. Bugden et Ansari (2015) interprètent la faiblesse des résultats des enfants présentant des troubles des apprentissages numériques comme une manifestation de l'aspect déficitaire de leurs capacités de mémoire de travail visuospatiale, capacités sollicitées dans la résolution du test.

Halberda et al. (2008) montrent que les capacités d'estimation évoluent au cours de l'enfance et de l'adolescence, se précisant au cours du temps. Cela implique que l'ANS, inné, se développe de façon prolongée et que ce développement se poursuit alors que les apprentissages formels se mettent en place, interrogeant ainsi l'influence de l'expérience dans la construction du sens du nombre.

Si l'on considère un système dans lequel les magnitudes symboliques et non symboliques reposent sur des représentations différentes et indépendantes (Sasanguie, Smedt, & Reynvoet, 2017), la capacité à construire une représentation exacte des nombres symboliques pourrait sous-tendre l'apprentissage des mathématiques (Schneider et al., 2017). Rousselle et Noël (2007) suggèrent que la qualité de la représentation symbolique du nombre est le facteur prédominant de la réussite dans les apprentissages mathématiques. Honoré et Noël (2016) apportent également des éléments en faveur de cette dernière hypothèse en mesurant les effets de deux entraînements, l'un visant à améliorer le traitement de la magnitude des nombres dans leur dimension symbolique et l'autre dans leur dimension non symbolique.

Enfin, des auteurs proposent une conception intégrée dans laquelle l'ANS et l'aspect symbolique influent sur le développement de la construction du nombre et des habiletés arithmétiques. Selon Fazio, Bailey, Thompson, et Siegler (2014), l'influence de l'ANS serait plus importante en début d'apprentissage et la réussite davantage liée à la connaissance de la magnitude symbolique ensuite (5<sup>ème</sup> année de scolarisation). Pour Chu, van-Marle, et Geary (2015), l'essence de l'ANS est la valeur cardinale, même approximative de collections d'objets. Les jeunes enfants qui discriminent correctement des quantités d'objets découvrent plus aisément que les différents symboles de nombres représentent des quantités différentes. Ces observations rejoignent les résultats de Fazio et al. (2014) qui montrent qu'après la découverte du sens du symbole des nombres, l'influence de l'ANS diminue. Piazza, Pica, Izard, Spelke, et Dehaene (2013), avec des membres de l'ethnie des Mundurucus qui pour certains n'ont pas accès à l'école, montrent que les capacités d'estimation des quantités non symboliques augmentent quand les sujets ont reçu un apprentissage formel des mathématiques, ce qui contribue à apporter des éléments en faveur de relations entre système de représentations symboliques et ANS, qui restent toutefois à explorer. Les auteurs ajoutent que si l'apprentissage de l'arithmétique formelle s'appuie sur le sens précoce des nombres, ce dernier est modifié par l'éducation. La compréhension de ces interactions demeure cependant imparfaite.

Même si les différentes études ne s'accordent pas sur le degré d'importance de la maîtrise d'un type de représentation des quantités pour la réussite ultérieure du calcul, elles apportent des résultats qui suggèrent que des capacités arithmétiques s'acquerront difficilement si l'enfant a des difficultés à accéder aux différents types de quantification des numérosités. Elles soulèvent des questions de recherche actuelles concernant les liens possibles entre les différentes représentations des numérosités. En effet, les études menées sur les capacités d'estimation montrent une évolution de la précision de ces capacités avec le temps et l'instruction, soit en parallèle de l'acquisition des représentations exactes et symboliques des nombres. Si les capacités d'estimation évoluent vers des capacités numé-

riques, comment accède-t-on à la référence symbolique ? Existe-t-il une transition entre quantification analogique approximative et quantification numérique exacte ? La question de l'accès au nombre est cruciale pour comprendre comment les enfants développent leurs premières capacités de calcul.

### 1.3.3 Accès au nombre : de l'analogique au symbolique ?

Gelman et Gallistel (1986) utilisent le terme *numeron* pour évoquer ce qu'ils définissent comme des symboles numériques latents présents en mémoire. Les *numérons* sont innés et permettent à la fois la représentation des magnitudes ou des mesures, et le traitement de ces magnitudes ou mesures. Les *numérons* ont un statut de symboles dans cette approche. Lorsqu'ils sont rappelés en mémoire à long terme, ils apportent des faits quantitatifs s'enrichissant par l'expérience. Ces faits peuvent servir à la quantification comme au calcul. Le cerveau contiendrait donc une part dévolue au nombre et il s'agit de chercher sous quelle forme les symboles, pré-existant et s'enrichissant avec l'expérience, peuvent exister. Pour Gallistel (2018), la question de l'accès au nombre n'est pas celle de la transition de l'analogique au symbolique, mais de trouver l'endroit et la façon dont les symboles sont codés dans le substrat cérébral. Tenant compte de contraintes biologiques et conceptuelles, Gallistel (2018) propose l'hypothèse du nombre encodé dans le corps, dans le cerveau, au niveau moléculaire intra-cellulaire.

L'association (ou *mapping*) entre représentations non symboliques et symboliques, interroge. Selon différents auteurs (Izard & Dehaene, 2008 ; Reeve & Humberstone, 2011) il est peu probable que cette association se mette en place spontanément. Les résultats obtenus en neuro-imagerie par Piazza, Pinel, Le Bihan, et Dehaene (2007) suggèrent un codage abstrait de la représentation des numérosités non symboliques et symboliques chez l'adulte. Les auteurs supposent que les symboles acquièrent une signification par liaison entre les populations neurales qui codent la forme des symboles et celles qui détiennent les représentations non symboliques des quantités. Ils relient leur hypothèse au fait qu'il a été montré que le système de représentation non symbolique est présent tout au long de la vie, dès la naissance, et précède l'acquisition des symboles. Il est donc susceptible de servir de substrat à l'ancrage des symboles.

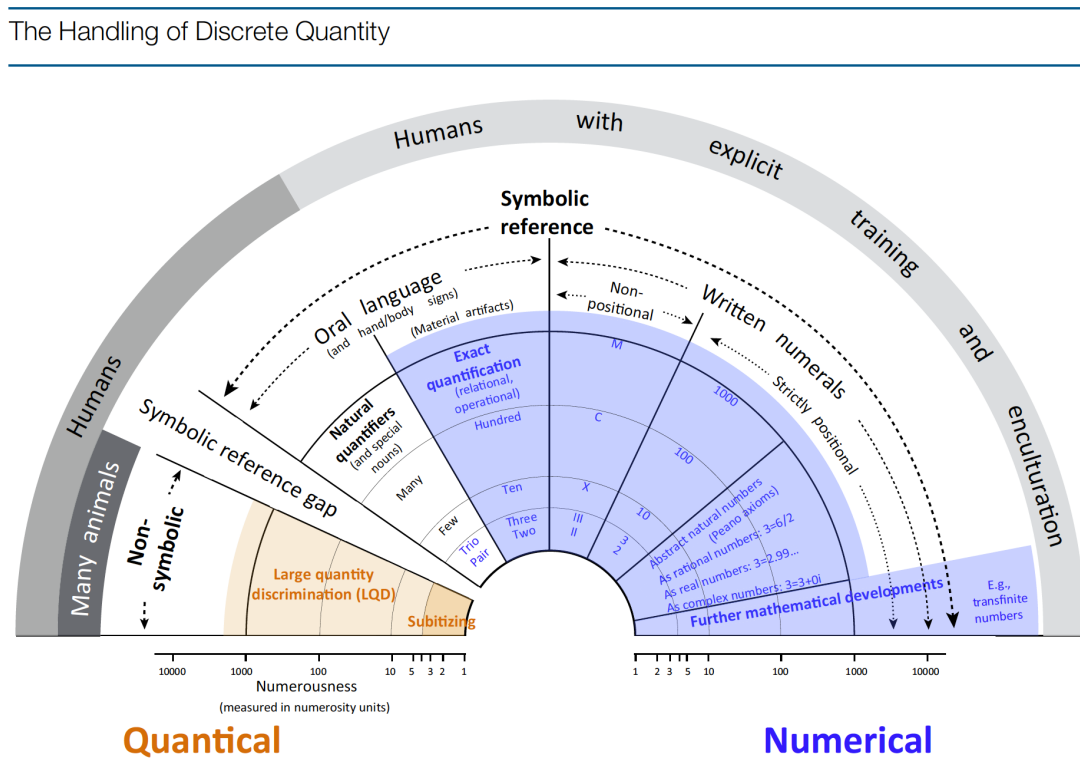
Pour Núñez (2017), la présence de capacités d'estimation chez de nombreuses espèces animales et chez l'humain dès la naissance n'apporte pas de preuve de représentation symbolique des quantités (pour une contradiction, voir Clarke & Beck, 2021). Dans cette approche, avoir des capacités innées de traitement des quantités n'implique pas de développer des compétences numériques. Ce n'est pas parce que les animaux non humains et les humains possèdent des capacités pré-arithmétiques, comme l'estimation approxima-



tive de quantités, que ces capacités évoluent naturellement vers des capacités numériques et arithmétiques. Ce développement se fait si l'environnement le rend nécessaire. C'est le cas pour la plupart des humains, ce n'est pas le cas pour les animaux. Le nombre, par sa dimension symbolique, apparaît comme une construction culturelle, le résultat d'un apprentissage rendu nécessaire par l'environnement. L'humain, doté de la capacité de quantifier de façon analogique et approximative des quantités ou des magnitudes dès la naissance, accède à la représentation symbolique et donc au numérique par l'apprentissage, sans que le passage d'une représentation analogique à une représentation symbolique des quantités soit connu. Núñez (2017) propose une synthèse des recherches actuelles dans laquelle le fossé qui représente le passage de l'analogique au symbolique reste vide, symbolisant l'interrogation autour de la façon dont ce passage se fait.

**Figure 1.3**

*De la quantité au nombre*



*Note.* Reproduit à partir de « Is there really an evolved capacity for number? », par Núñez, R. E., 2017, *Trends in cognitive sciences*, 21(6), 409 - 424.

Dans la Figure 1.3, ce fossé est représenté entre les capacités biologiquement accessibles aux animaux et aux humains (en orange), qui sont relatives au traitement des quantités analogiques, et les nombres (en bleu), qui permettent l'opération arithmétique.

Pour les auteurs qui ne souscrivent pas à l'hypothèse d'une association pré-existante au niveau cérébral, à chercher au niveau biologique, la façon dont l'association entre quantités et nombres pourrait se faire est explorée en suivant plusieurs hypothèses. Pour Izard et Dehaene (2008), par exemple, la calibration d'une ligne mentale est étudiée; pour Reeve et Humberstone (2011), la piste des doigts comme outil de transition entre quantités et nombres est privilégiée. Quelles que soient les hypothèses, l'association entre les quantités et les nombres se réalise, dans ces cadres de recherche, lors d'occasions offertes à l'enfant par l'environnement (Von Aster & Shalev, 2007).

En revenant à la question de la séquence développementale du calcul, on peut donc envisager le passage d'un traitement approximatif des quantités, qu'on pourrait rapprocher de la définition de la simulation donnée par Fayol (2012), à une opération sur les symboles, dans un continuum médiatisé par l'apprentissage.

La question du passage entre ces différentes représentations est une question importante. L'hypothèse des doigts comme lien entre l'analogique et le symbolique, hypothèse justifiée par notre anatomie cérébrale et par la dimension à la fois analogique et symbolique des doigts, est une hypothèse qui est explorée dans la littérature. Les doigts ont ainsi été qualifiés de potentiel « chaînon manquant » (Andres et al., 2008). Dans la partie suivante, nous revenons sur les origines du lien entre doigts et nombres, sur les études qui ont montré ou non un lien entre doigts et nombres et sur les modèles théoriques dans lesquels ces recherches s'insèrent.

## **1.4 Relation entre doigts et nombres : culture, proximité et fonctionnalité**

### **1.4.1 Aspects culturels**

Les doigts, outils à la fois naturels et disponibles (Ifrah, 1985), sont utilisés pour représenter des quantités et pour calculer dans de nombreuses cultures à travers le monde et depuis des temps anciens. Cicéron l'a écrit dans ses « Lettres à Atticus », et des traces d'utilisation des doigts sont trouvées en Europe depuis le Moyen-Âge (Butterworth, 1999). Alors que de nombreuses études se sont attachées à classifier les représentations verbales et écrites du nombre et des numérosités, les doigts sont longtemps restés un peu en marge, considérés comme très simples et intéressant peu les recherches. Mais cela change à la fin du siècle dernier. Butterworth (1999) les intègre dans les représentations des numérosités et leur donne une place dans le développement numérique. Bender et Beller (2012) proposent une classification des différentes utilisations des doigts qu'ils ont recensées dans

de nombreuses cultures et remarquent l'intérêt de la représentation des quantités par les doigts qui rendent visibles à la fois l'aspect ordinal et l'aspect cardinal du nombre. Les représentations des numérosités sur les doigts varient entre les cultures (Pika, Nicoladis, & Marentette, 2009) et la nature de la représentation varie également avec le temps et l'apprentissage. Avec l'expérience, les représentations des quantités par les doigts deviennent des symboles (Di Luca & Pesenti, 2011).

Les études récentes montrent l'intérêt de prendre en considération l'utilisation des doigts, retrouvée de façon universelle chez les humains. L'utilisation des doigts pour représenter les quantités et pour compter, calculer, n'est plus réduite à une action motrice qui répond à une commande cognitive.

Utiliser ses doigts n'est pas pour autant un passage obligé. Chez certaines ethnies aborigènes australiennes, par exemple, les nombres ne sont pas représentés dans le langage, qui ne comprend que les quantificateurs du type « un peu », « beaucoup », « plusieurs », ni par les doigts, mais par une représentation gestuelle spatiale (Butterworth, Reeve, & Reynolds, 2011). Des enfants empêchés par une hémiplégie accèdent au calcul sans utiliser leurs doigts (Thevenot, 2014), en s'appuyant probablement sur leurs capacités de mémoire. Les doigts peuvent par ailleurs ne pas être utilisés physiquement, mais leurs zones cérébrales s'activent pendant le calcul (Berteletti & Booth, 2015). On peut noter également des interférences dues à des mouvements de mains réalisés lors de calculs additifs chez les enfants et les adultes (Crollen & Noël, 2015 ; Michaux, Masson, Pesenti, & Andres, 2013).

Ainsi ce sont les liens neuro-anatomiques, davantage que l'utilisation physique des doigts observable de façon quasi-universelle, qui ont été à l'origine des travaux de recherche sur la relation qu'entretiennent les doigts et la numéracie.

### **1.4.2 Doigts et numéracie : origine et nature de la relation**

La recherche s'est beaucoup focalisée sur l'origine du lien entre les doigts et les activités numériques suite aux travaux de Gerstmann (1940) (Rusconi & Cubelli, 2019, pour une traduction des travaux en anglais), qui a caractérisé un trouble neurologique dans lequel cohabitent une désorientation spatiale, une agraphie, une acalculie et une agnosie digitale.

Des études ultérieures en neuro-imagerie ont montré que les régions cérébrales engagées dans le traitement des nombres et dans celui des mouvements des doigts étaient très proches (Andres, Michaux, & Pesenti, 2012 ; Dehaene et al., 2003). Cela explique que les patients qui ne reconnaissent plus leurs doigts, dans le cas d'une agnosie digitale,

ne soient plus en mesure de calculer et présentent donc également une acalculie dans le syndrome de Gerstmann.

Deux hypothèses principales sont envisagées dans la littérature pour expliquer la proximité du développement des aires neurales dévolues aux traitements des doigts et des nombres. Le lien entre doigts et nombres est de fait caractérisé différemment selon qu'on se place dans l'une ou dans l'autre de ces hypothèses : i) l'hypothèse phylogénétique, ii) l'hypothèse ontogénétique.

### **Hypothèse phylogénétique et hypothèse ontogénétique**

Selon l'hypothèse phylogénétique, les développements du traitement des doigts et des nombres sont associés du fait de la proximité topographique des aires cérébrales impliquées.

L'hypothèse du redéploiement neuronal propose une explication de cette origine phylogénétique. Les plus récentes des fonctions dans le développement de notre espèce sont construites sur des circuits pré-existants, ici l'arithmétique reposerait sur des circuits liés aux doigts. Anderson et Penner-Wilger (2007), Penner-Wilger et Anderson (2013) suggèrent que le circuit neural qui au départ était dédié aux représentations des doigts s'est, au cours de l'évolution de notre espèce, redéployé pour représenter la magnitude, les deux tâches partageant ainsi un circuit commun. Cette hypothèse que l'on peut qualifier de « localisationnelle », suggère que, les aires du cerveau dont dépendent les habiletés mathématiques et les tâches digitales étant voisines, elles pourraient par conséquent avoir des tendances de développement proches (Dehaene et al., 2003). Dans le cas du syndrome de Gerstmann (1940) ou des symptômes de la constellation de Gerstmann (M.-P. Noël, 2005), la lésion pariétale postérieure implique à la fois une agnosie digitale et une acalculie. M.-P. Noël (2005) apporte des éléments nuancés plutôt en faveur de cette hypothèse phylogénétique, en montrant que les différents signes de la constellation de Gerstmann (dont les agnosies digitales) sont prédictifs des compétences numériques, mais précise que les résultats obtenus proviennent uniquement d'un échantillon d'enfants au développement typique et que ces résultats nécessitent d'être confirmés.

Dans ce cadre, les interférences sensorimotrices issues de mouvements des mains et des doigts retrouvées lors de situation de calculs sont des artefacts de ce processus évolutif (Anderson, 2010).

Cependant, Michaux et al. (2013), qui mettent en évidence des interférences entre mouvements de mains et calcul n'interprètent pas ces interférences de cette façon.

Ils montrent que l'existence d'interférences est liée au type d'opérations arithmétiques

proposées. Les opérations affectées par des mouvements de doigts concurrents sont celles apprises par des stratégies dans lesquelles les doigts ont un rôle représentationnel ou procédural pendant l'apprentissage. Ces résultats sont en faveur d'un lien fonctionnel entre doigts et calcul. Ce lien fonctionnel est mis en avant dans l'hypothèse ontogénétique.

Selon l'hypothèse ontogénétique, les doigts ont un rôle à jouer dans le développement du calcul à l'échelle de la vie de l'individu (Michaux et al., 2013). Les doigts servent à pointer lors du dénombrement, à représenter une cardinalité, à garder trace des étapes du comptage lors d'une opération arithmétique (Brissiaud, 2003). Les aspects représentationnels et procéduraux de l'utilisation des doigts participent au développement du calcul. Pour (Butterworth, 1999, p. 249-250), "*My hypothesis is that without the ability to attach number representation to the neural representation of fingers and hands in their normal locations, the numbers themselves will never have a normal representation in the brain*". Dans cette citation, il est question du rôle fonctionnel des doigts dans le développement de la numéracie et il est possible de supposer l'idée sous-jacente des doigts comme « chaînon manquant » entre représentation analogique et symbolique développée par Andres et al. (2008).

Que l'on se place dans l'hypothèse phylogénétique ou dans l'hypothèse ontogénétique, les relations entre doigts et calcul peuvent être envisagées dans un continuum, de traces d'un développement parallèle à une relation d'influence dont le sens reste à déterminer.

Dans le cadre théorique de la cognition incarnée, les représentations ne sont pas modélisées. L'action motrice et la perception sensorielle font émerger la connaissance qui se produit par l'interaction du corps et de l'environnement. C'est le corps qui énonce le réel. Le réel est construit à partir de notre action sensorimotrice sur notre environnement et n'a pas d'existence en dehors de cette interaction (Varela, Thompson, Rosch, & Havelange, 2017). Du point de vue de la cognition enracinée, la représentation est modale. Elle se construit par l'activation de traces neurales issues de l'expérience sensorimotrice. Lors de la répétition des expériences, les représentations modales et multiples seront renforcées et permettront d'accéder à la conceptualisation par ce renforcement (Versace et al., 2018; Wilson, 2002). La cognition enracinée est située dans le sens où c'est l'interaction avec l'environnement qui va être à l'origine de la cognition (Bender & Beller, 2012; Versace et al., 2018).

Alors que la cognition avait été principalement étudiée du cerveau ou de l'esprit (selon l'ancrage donné à la représentation) vers le corps, l'action représentant une réponse au traitement cognitif, l'hypothèse d'un lien fonctionnel entre doigts et calcul a mis en avant un cadre théorique enraciné et situé de la cognition numérique. Badets et Pesenti

(2010) appuient l'hypothèse de la conceptualisation qui émerge de l'expérience sensorimotrice en proposant une étude qui vise à évaluer l'impact du moteur sur le sémantique. Les auteurs expliquent que du point de vue de l'histoire de l'Humain comme du point de vue de l'histoire de chaque humain, la communication et la transmission ont d'abord (i.e., avant la maîtrise du langage) été basées sur l'observation des actions et sur les actions. Ils remarquent, p.47, "*From an evolutionary and developmental perspective, the functional link should, however, be in the other direction, from the sensory-motor system to semantics*". L'utilisation des doigts, qui avait été un objet d'étude négligé selon Bender et Beller (2012), connaît une attention dans la recherche sur le développement de la numéracie, qui s'est accrue ces dernières années.

### **Degré d'implication de l'utilisation des doigts dans le développement du calcul**

Le degré d'implication des doigts dans le développement du calcul semble donc, dans la littérature, s'étendre sur un continuum allant d'un degré nul à un degré total. Dans la perspective phylogénétique de l'explication de la relation entre doigts et calcul, les mouvements des doigts se développent parallèlement au calcul du fait de la situation topographique des aires cérébrales impliquées mais ne participent pas au développement du calcul (Dehaene & Cohen, 1997). Les doigts peuvent être considérés comme un outil lors du calcul, au même titre que pourraient l'être des outils externes comme des cubes ou des jetons. Des empêchements liés aux doigts et au calcul peuvent toutefois permettre d'envisager une atteinte cérébrale de la zone concernée dans une démarche de diagnostic. Dans la perspective ontogénétique, les doigts et le calcul se développent ensemble et en interaction (Andres et al., 2008, 2012 ; Michaux et al., 2013). Dans une approche cognitive, les doigts participent potentiellement à l'élaboration de représentations internalisées des quantités de façon analogique puis symbolique. Dans une approche enracinée de la cognition numérique, les expériences sensorimotrices liées aux doigts tracent des chemins modaux dans la mémoire et ces chemins sont réactivés lors de situations similaires ou ancrées. Dans une approche incarnée de la cognition numérique, les actions sensorimotrices font advenir le nombre, connaissance qui existe dans l'interaction de l'individu et de son environnement.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la relation entre les doigts et le calcul. Si l'on postule l'existence d'un lien fonctionnel entre doigts et calcul, et par conséquent un impact des capacités liées aux doigts sur le développement du calcul, l'hypothèse ontogénétique paraît être la plus appropriée pour développer nos recherches.

Même s'il persiste des désaccords et une incertitude sur l'origine du lien entre doigts et numéracie et sur sa nature, l'existence du lien fait consensus. De nombreuses études

concourent à montrer des relations entre les doigts et le calcul.

## **1.5 Facteurs identifiés dans la littérature pour influencer les relations entre doigts et premiers calculs**

### **1.5.1 Gnosies, représentation interne des doigts et calcul**

Les recherches autour de l'imbrication des doigts et de la numéracie ont pris racine dans la découverte du syndrome de Gerstmann (1940). Les dispositifs expérimentaux visant à préciser la nature du lien entre doigts et calcul incluent donc naturellement des mesures de gnosies digitales. Les gnosies digitales sont la capacité à discriminer et à reconnaître ses doigts sans les voir. Pour mesurer les gnosies, les doigts sont cachés derrière un écran et l'examineur touche successivement ou simultanément un ou plusieurs doigts. Le sujet doit alors signifier quels doigts ont été touchés. En cela, les gnosies représentent une mesure d'une capacité à se représenter mentalement des doigts dans un cadre théorique cognitiviste ou dans un modèle enraciné de la cognition, ou une mesure de conscience des doigts dans une modélisation de la cognition incarnée. Pour des raisons de clarté, nous utiliserons les termes de représentation mentale des doigts, qui sont adaptés dans les cadres théoriques cognitiviste et enraciné de la cognition même si selon le cadre la nature de la représentation et la façon dont elle se construit sont modélisées différemment.

M.-P. Noël (2005), suite à plusieurs études montrant une corrélation entre qualité des gnosies et performances en calcul additif chez des enfants entre 5 et 6 ans (Fayol, Barrouillet, & Marinthe, 1998 ; Marinthe, Fayol, & Barrouillet, 2001), réplique les précédents résultats ( $N = 41, r = .48, p < .01$ ) dans un dispositif méthodologique séparant strictement gnosies et calcul. Les résultats suggèrent que les gnosies entre 5 et 7 ans sont prédictives de la réussite en calcul et qu'elles le sont de façon spécifique pour la numéracie. Les corrélations entre gnosies et les différentes tâches numériques proposées sont étudiées comparativement. Selon l'hypothèse localisationnelle de la relation entre doigts et nombres qui postule un développement parallèle dû à une proximité topographique au niveau cérébral, les tâches qui devraient être le plus corrélées avec les gnosies sont celles qui impliquent la zone cérébrale la plus proche de celle activée par les gnosies, c'est-à-dire les tâches de représentation de la magnitude (Dehaene & Cohen, 1997). Selon l'hypothèse fonctionnelle, les tâches qui devraient corréler le plus avec les gnosies seraient les tâches qui se développent autour des représentations des doigts comme les tâches de calcul additif ou celles dans lesquelles il faut donner le nombre de doigts levés,

et non celles qui se développeraient indépendamment des doigts comme le *subitizing* ou le transcodage. L'interprétation en termes d'hypothèse localisationnelle ou fonctionnelle est cependant difficile car entre 5 et 7 ans, les enfants s'appuient beaucoup sur leur capacité d'estimation et il devient de fait hasardeux de séparer les tâches numériques selon qu'elles reposent sur les doigts ou non pour comparer l'impact des gnosies sur les tâches numérique selon ce critère.

Wasner, Nuerk, Martignon, Roesch, et Moeller (2016) présentent des résultats plus mitigés chez des enfants de 6 ans et demi en moyenne, pour lesquels les gnosies expliquent une part très faible de la variance (entre 1 et 2 %), même si cette part est significative. Long et al. (2016) réfutent le pouvoir prédictif des gnosies et indiquent que le comptage et la comparaison de magnitudes sont les principaux prédicteurs des habiletés arithmétiques. Les résultats sont toutefois obtenus auprès d'enfants plus âgés. Newman (2016) ne retrouve pas non plus d'effet des gnosies sur la performance additive chez les enfants ( $N = 76$ ) entre 5 et 12 ans, une fois les habiletés cognitives générales (mémoire de travail, mémoire à court terme), les capacités phonologiques et l'âge contrôlés. Cependant, l'analyse de régression multiple refaite sur les données divisées en deux groupes selon l'âge, fait apparaître un effet des gnosies sur la performance en calcul chez les enfants les plus âgés. L'auteure interprète ce résultat comme une expression de l'étayage du calcul par les doigts, qui s'il n'est pas construit correctement a des conséquences qui s'accroissent avec le temps.

L'entraînement aux gnosies et son impact sur le calcul obtiennent des résultats mitigés : pour Gracia-Bafalluy et Noël (2008) les enfants progressent (pour une contradiction statistique, voir J.-P. Fischer, 2010), alors que pour Schild, Bauch, et Nuerk (2020) ce n'est pas le cas.

Reeve et Humberstone (2011) étudient les gnosies et l'utilisation des doigts lors du calcul additif. L'objectif méthodologique de l'étude est d'éliminer la part motrice du test des gnosies pour identifier l'influence des capacités de représentation de la main uniquement, en les séparant des capacités motrices nécessaires à la réalisation de la tâche, et dont on sait qu'elles sont liées à la réussite scolaire (Rourke & Strang, 1978). Les auteurs montrent que les gnosies (i.e., les représentations internes de la main, ou encore la conscience des doigts) évoluent entre 5 et 7 ans ( $N = 65$ ), et relient ce changement à l'utilisation des doigts en situation de calcul. Ils montrent également une association entre qualité des gnosies et performance en calcul, et également, de façon indépendante, entre capacité de mémoire visuospatiale et calcul.



Par ailleurs, les gnosies ne sont pas les seules mesures possibles de la précision de la représentation mentale de la main et des doigts. Bonneton-Botté, Hili, De La Haye, et Noël (2015) montrent l'intérêt de mesurer la planification et la précision du dessin de la main. Les auteurs montrent une relation d'implication entre le dessin de la main (nombre de doigts et stratégie de planification locale ou globale) et la correspondance terme à terme, préalable au calcul chez des enfants de 4 ans 9 mois en moyenne. La relation d'implication mise au jour par les auteurs est interprétée comme un élément en faveur d'une relation fonctionnelle entre la qualité de la représentation des doigts et une compétence pré-arithmétique.

Les différentes études, par leurs accords mais également par leurs désaccords, montrent la dimension dynamique de la relation entre gnosies ou représentation des doigts et calcul. Cette relation semble se transformer au cours du temps, et possiblement ne plus être identifiable après 7 ans. Des aspects moteurs manuels ont pu être confondus dans les mesures des gnosies. La mémoire de travail dans sa composante visuospatiale, ainsi que l'utilisation des doigts en calcul nécessitent d'être étudiées en relation avec la capacité à se représenter ses doigts mentalement, car la relation entre gnosies et calcul est potentiellement influencée par ces facteurs. Il est à noter également que ces différentes mesures et leurs déclinaisons sont des mesures statiques de la représentation mentale des doigts.

## 1.5.2 Motricité manuelle, utilisation des doigts et performance en calcul

### Motricité fine et performance en calcul

De façon générale, les capacités motrices fines, par essence manuelles, sont liées aux réussites scolaires (Cameron, Cottone, Murrah, & Grissmer, 2016), mais la façon dont elles sont reliées reste encore mal connue. Les capacités de motricité fine, ou dextérité, sont définies par Luo, Jose, Huntsinger, et Pigott (2007, p. 596) comme des petits mouvements musculaires nécessitant une coordination fine entre l'oeil et la main ("*small muscle movements requiring close eye-hand coordination*"). Holsti, Grunau, et Whitfield (2002) montrent un lien entre le trouble moteur de la coordination chez des enfants de 8 ans 9 mois ( $N = 37$ ) et le calcul. Suggate et Stoeger (2017), dans un autre domaine, le vocabulaire, expriment l'idée d'un enracinement des capacités cognitives en parlant de "*nimble-hands, nimble-minds*", que l'on peut traduire par « mains agiles, esprits agiles ».

Un lien de corrélation entre motricité fine et capacités de comptage a été montré chez des très jeunes enfants allemands ( $N = 177$ , moyenne d'âge 4 ans et demi) en contrôlant l'âge, les capacités cognitives par le vocabulaire en réception, et l'environnement

en termes de pratiques motrices et numériques dans les familles (U. Fischer, Suggate, Schmir, & Stoeger, 2018). Au-delà du comptage, une corrélation significative entre dextérité et performance en calcul (addition) est montrée et reste présente quand l'âge et la mémoire à court terme sont contrôlés (Asakawa & Sugimura, 2009, 2011, valeurs non disponibles en anglais). Asakawa et Sugimura (2014) étudient les relations entre performance en calcul (additions) et dextérité, évaluée par un *pegboard* (i.e., une planche trouée dans laquelle il s'agit d'enfoncer des chevilles du diamètre des trous dans un temps limité), de façon longitudinale chez des enfants de 4 à 6 ans ( $N = 33$ ) au Japon. Ils reproduisent les résultats de leurs études précédentes, avec un coefficient de corrélation fort et stable entre dextérité et addition chez les enfants de cet âge une fois l'âge et le genre contrôlés ( $r = 0.530, 0.585, 0.569, 0.548$  aux quatre temps de mesure) et montrent que la dextérité croît avec le temps chez ces jeunes enfants. Ils montrent également que les liens entre dextérité et addition diffèrent entre les enfants. Certains liens sont linéaires, d'autres montrent un accroissement des scores en calcul à partir d'un seuil de performance en dextérité, d'autres encore montrent des capacités de calcul fortes associées à des capacités de dextérité faible.

Pour Butterworth (1999, 2005), les capacités de motricité fine sont, en plus du *subitizing* (i.e., la capacité à appréhender une quantité d'objets inférieure à 4 de façon quasi immédiate sans comptage apparent) et des gnosies, des précurseurs du développement des compétences arithmétiques. Penner-Wilger et al. (2007) montrent des résultats cohérents avec cette hypothèse et concluent à des contributions indépendantes de la motricité fine, de la capacité à se représenter mentalement ses doigts, et du *subitizing* dans le développement des compétences mathématiques.

Les capacités motrices, et encore davantage la motricité fine, voient un décalage dans leur développement chez les enfants présentant une DI (Wuang, Wang, Huang, & Su, 2008). Le décalage observé est de l'ordre de 3 à 4 ans pour des enfants de 7 à 11 ans (Rintala & Loovis, 2013). Plus la DI est prononcée, plus le niveau de dextérité est faible, signe d'une étroite relation entre développement moteur et cognitif (Vuijk, Hartman, Scherder, & Visscher, 2010). Selon Hartman, Houwen, Scherder, et Visscher (2010), la corrélation entre motricité fine et fonctions exécutives soutient l'idée d'un déficit interdépendant de ces deux capacités.

Roebers et al. (2014) incluent des capacités exécutives dans l'analyse corrélationnelle de la relation entre motricité fine et performance scolaire en mathématiques chez des enfants (TD) de 5 ans 9 mois à 7 ans 9 mois en Suisse ( $N = 169$ , deux temps de mesure de la motricité fine et des fonctions exécutives puis une mesure de performance scolaire, une mesure par an, *preschool, kindergarten, first grade*). Ils montrent que la motricité fine et le QI non verbal expliquent chacun la réussite scolaire (respectivement  $r = .58, p < .01$  et

$r = .27, p < .01$ ), et ensemble sont fortement liés à la réussite scolaire en mathématiques ( $r = .81, p < .01$ ). Cependant, l'ajout de la variable exécutive dans une modélisation par équation structurelle montre que la variable exécutive capture la part expliquée par la motricité fine et par le QI non verbal ( $r = .83, p < .01$  pour la variable exécutive uniquement) dans la réussite scolaire. Il est à noter que les variables sont toutes composées de plusieurs scores, que l'une des composantes de la variable exécutive est résolue en appuyant sur des touches, et que la réussite en mathématique ne prend pas uniquement le calcul en compte.

La dimension dynamique de l'étude des relations entre les capacités de dextérité et de calcul apparaît donc également, comme pour les gnosies et le calcul, et la mémoire de travail est un facteur de nouveau cité.

On peut également se demander dans quelle mesure la dextérité ou motricité fine, l'utilisation des doigts en calcul et le calcul sont liés.

### **Motricité fine et utilisation des doigts en calcul**

La dextérité est reliée aux représentations des nombres par les doigts (Luo et al., 2007 ; Suggate, Stoeger, & Fischer, 2017). Lorsqu'on demande aux enfants d'utiliser leurs doigts comme témoins d'une quantité, on parle de monstration ou *finger montring*. Cela permet de différencier cet usage statique de l'usage dynamique des doigts fait lors de la résolution de calcul que l'on appellera utilisation des doigts en calcul ou *finger counting*. En anglais, le contexte sera nécessaire pour comprendre s'il s'agit de comptage ou de calcul.

La relation entre motricité fine et utilisation des doigts pour calculer est une question actuelle. La relation entre dextérité et utilisation des doigts pour montrer les quantités et calculer a été évaluée par U. Fischer et al. (2020) chez des enfants d'âge préscolaire ( $N = 80$ , moyenne d'âge 4 ans 8 mois). Cette étude montre l'importance cruciale de l'âge : à l'instar de Reeve et Humberstone (2011) pour les gnosies, U. Fischer et al. (2020) observent une transition entre les plus jeunes enfants de leur échantillon et les plus âgés, la dextérité étant un prédicteur de la représentation et du traitement des opérations additives sur les doigts chez les plus jeunes alors qu'elle ne l'est plus chez les plus âgés.

Ces différents résultats, appuyés par les analyses de médiation de U. Fischer et al. (2020) vont dans le sens d'un lien entre dextérité et numéracie soutenu par l'utilisation des doigts, pour montrer les quantités et calculer (Suggate et al., 2017).

Fuson (1988) suggère que l'utilisation des doigts lors des calculs permet de faire évoluer les stratégies, d'un comptage de tous les éléments de la collection existante ou simulée à un comptage plus mature consistant à compter à partir d'un des opérands, puis de

l'opérande le plus adéquat. L'utilisation des doigts faciliterait la transition entre les stratégies de comptage pour résoudre l'énoncé, mais également la transition du comptage au calcul mental. Alibali et DiRusso (1999) ajoutent que l'utilisation des doigts pour compter aide les enfants, en plus de garder la trace du comptage, à coordonner les mots-nombres et les objets, participant ainsi à l'acquisition de la correspondance terme à terme, préalable indispensable au calcul.

Jordan et al. (2008) montrent une corrélation significative entre le taux d'utilisation des doigts pour calculer et la performance en calcul qui est forte chez les enfants de 5 ans et demi en moyenne ( $N = 217, r = .58, p < .01$ ) et qui diminue au fil du temps jusqu'à devenir négative vers 8 ans, 8 ans et demi ( $r = -0.15, p < .01$ ). Au début de l'apprentissage, l'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul additif est liée positivement à la performance en calcul ; la stratégie d'utilisation spontanée des doigts en calcul laisse la place à une stratégie plus internalisée chez les enfants qui ne connaissent pas de difficulté en mathématiques. Les enfants de milieux socio-économiques défavorisés, dont on sait qu'ils ont potentiellement des résultats plus faibles en mathématiques dès les premiers apprentissages (Jordan & Levine, 2009), utilisent leurs doigts plus tardivement et selon des stratégies moins élaborées que leurs pairs.

L'utilisation des doigts est observée chez les élèves présentant une DI (Sermier Dessemontet, Moser Opitz, & Schnepel, 2020) mais elle n'est pas encore traitée comme objet d'étude dans la littérature.

### **Utiliser ses doigts en calcul au début de l'apprentissage**

L'utilisation spontanée des doigts en calcul n'est pas considérée de la même façon dans la littérature selon l'angle de la recherche. Alors que les études dans le champ de l'éducation des mathématiques voient ces stratégies comme des stratégies primaires qu'il faut au plus vite dépasser, les approches enracinées de la cognition voient ces stratégies comme participant activement aux fondations de la numéracie (Moeller, Martignon, Wesolowski, Engel, & Nuerk, 2011). Les capacités de motricité fine ont longtemps été peu étudiées et reléguées au rang de réponses de bas niveau.

Du strict point de vue du développement moteur, Fagard (2001) précise que les mouvements bimanuels nécessitent des capacités motrices et des capacités de coordination importantes. En effet, la difficulté de la coordination bimanuelle croît lorsque les mouvements des mains sont asymétriques et asynchrones, ce qui est le cas lors de l'utilisation des doigts pour calculer. L'auteure évoque également le fait que l'attention de l'enfant est asymétrique et se porte préférentiellement sur la main dominante. De plus, les jeunes enfants présentent des syncinésies (i.e., « mouvements parasites qui accompagnent de façon

involontaire une activité motrice » Fagard, 2001, p.205) qui correspondent à une mobilisation tonique des mains, d'autres parties du corps, et très souvent chez le jeune enfant à un geste en miroir.

L'utilisation des doigts pour calculer nécessite donc une maîtrise physique importante, et représente par conséquent une charge cognitive qui peut être élevée. Le recours à la motricité dans les situations de calcul peut être considéré comme une aide mais également comme un obstacle si la motricité représente une charge cognitive trop importante (Bara & Tricot, 2017).

Des entraînements des capacités de motricité fine ont montré une plus importante utilisation spontanée des doigts et une amélioration des performances en calcul chez des enfants ( $N = 36$ ) de 5 ans et demi en moyenne (Ollivier, Noël, Legrand, & Bonneton-Botté, 2020), soulignant l'importance de l'environnement en ce qu'il offre des occasions d'exercer la motricité fine. Il semblerait que l'entraînement moteur manuel et l'enseignement explicite de l'usage des doigts en calcul influencent l'utilisation spontanée ultérieure des doigts et les performances en calcul, mais de façon plus ou moins marquée selon le niveau de développement moteur manuel des enfants (Bonneton-Botté, Ollivier, Hili, & Bara, soumis).

L'utilisation des doigts en calcul dépend donc potentiellement du niveau de développement moteur bimanuel de l'enfant, et peut apporter une difficulté supplémentaire pour certains enfants. Cela se rapproche de l'analyse de Asakawa et Sugimura (2014) qui montrent des profils différents d'enfants quand ils étudient la relation entre dextérité et performance en calcul.

L'étude de la relation entre doigts et numéracie apporte un point de vue dans lequel les activités motrices manuelles, la capacité à se représenter ses doigts et l'utilisation spontanée des doigts pour calculer ont une importance fondamentale. L'environnement dans lequel s'exercent ces capacités offre des occasions d'apprentissage à l'enfant (Tomasello, 2016). L'environnement, par les occasions offertes à l'enfant et donc le choix pédagogique d'utiliser les doigts dans les premiers enseignements numériques, a son importance dans l'étude de la relation entre doigts et calcul (Boaler & Chen, 2017). L'usage conscient des doigts en situation mathématique dépend de facteurs culturels (Guedin, Thevenot, & Fayol, 2018), mais également du niveau de développement de l'enfant et de la charge cognitive que représente la coordination bimanuelle dans l'utilisation des doigts. Si la cognition est enracinée et située, elle « est la fois nourrie et contrainte par les interactions entre le corps et l'environnement » (Bara & Tricot, 2017, p.6).

## **Imitation motrice manuelle**

Utiliser ses doigts pour calculer ne fait pas l'objet d'un apprentissage identifié dans les programmes officiels français. L'utilisation des doigts en contexte mathématique s'inscrit dans un contexte culturel. Tomasello (2016) précise que les enfants apprennent par imitation, collaboration et par instruction. En dehors d'un apprentissage formel de l'utilisation des doigts en calcul, on peut supposer que l'imitation des enseignants, des autres enfants, de la famille, joue un rôle dans l'acquisition des gestes correspondant à la monstration et au calcul sur les doigts. La capacité à imiter des mouvements bimanuels permet de reproduire des mouvements en s'appuyant sur la perception. Elle met en jeu la dextérité et la planification du mouvement (Vaivre-Douret, 2010). Pour Salowitz et al. (2013), un déficit de l'imitation peut être associé à un déficit de la mémoire de travail, du traitement de l'information sensorielle, ou de l'exécution motrice.

L'utilisation des doigts pour compter ou pour calculer a un caractère culturel (Pika et al., 2009). Les programmes scolaires (BOEN, 2021) commencent à évoquer la représentation de quantités sur les doigts, mais sans parler d'enseignement explicite. Or, l'imitation est très probablement la façon dont les enfants apprennent à utiliser leurs doigts. Les occasions qui leur sont offertes d'imiter des mouvements de main et de doigts jouent donc probablement un rôle. Mais au-delà de ces occasions d'apprentissage, on peut s'interroger sur la capacité à imiter un mouvement manuel en elle-même. Cette capacité d'imitation motrice manuelle semble déterminante pour apprendre à utiliser ses doigts dans un contexte où l'imitation est la base de l'apprentissage. Si un enfant présente des difficultés à imiter un geste moteur manuel, on peut penser qu'il sera moins susceptible d'utiliser ses doigts en situation numérique et la question d'un impact sur la performance en calcul se pose.

L'imitation est une capacité cruciale dans la construction de compétences sociales et dans le développement du langage (Iacoboni, 2005). Parce que ces deux domaines montrent des déficits chez les personnes présentant des troubles du spectre autistique, les capacités d'imitation ont été explorées dans cette population (Salowitz et al., 2013).

Il n'existe pas à notre connaissance d'études qui envisagent la motricité fine et sa relation avec le calcul du point de vue de la capacité à imiter un geste manuel et bimanuel. La relation entre la capacité à imiter un geste moteur manuel et l'utilisation des doigts apparaît comme une relation à explorer dans le cadre du questionnement sur la charge cognitive représentée par la motricité et la planification du geste dans l'utilisation des doigts en situation de calcul.

Ainsi, la dimension temporelle dans le lien entre l'utilisation perceptible des doigts (motricité, utilisation pour montrer des quantités, utilisation pour calculer) et le calcul apparaît clairement dans la revue des études. Des changements apparaissent entre le début de l'apprentissage formel et l'acquisition stabilisée des compétences de base en calcul additif.

Par ailleurs, la relation entre la capacité à imiter un geste moteur manuel et l'utilisation des doigts n'a pas été explorée, alors que d'une part cette capacité apparaît comme fondamentale dans l'environnement culturel des enfants et que d'autre part elle permet d'envisager la motricité fine dans une dimension qui inclut la planification du geste moteur manuel.

Enfin, les études relevées sur les relations entre gnosies et calcul, entre motricité fine et calcul, et entre utilisation des doigts et calcul interrogent régulièrement l'influence des capacités de mémoire de travail visuospatiale dans chacune de ces relations. L'ancrage dans le corps est appuyé par les recherches actuelles, et un questionnement sur l'impact des capacités de mémoire de travail sur la motricité manuelle et la capacité à imiter un geste moteur manuel, la représentation mentale des doigts, et sur l'utilisation des doigts émerge. Comment la mémoire et plus spécifiquement la mémoire de travail, les doigts et le calcul sont-ils entremêlés ?

### 1.5.3 Mémoire de travail, doigts et calcul

La numéracie se développe grâce aux capacités spécifiques à ce domaine mais également en s'appuyant sur des capacités générales (Karmiloff-Smith, 1995). La mémoire de travail, définie par Miyake et Shah (1999) comme un espace mental impliqué dans le contrôle, la régulation et le maintien actif des informations pertinentes pour réaliser des tâches complexes, est liée au développement du calcul (De Smedt et al., 2009; Geary, Hamson, & Hoard, 2000; Passolunghi & Lanfranchi, 2012).

Deux types de modèles prédominent actuellement dans les travaux sur la mémoire de travail : 1) les modèles composés de plusieurs sous-systèmes dont la référence est le modèle de Baddeley et Hitch (1974) augmenté par Baddeley (2000); 2) les modèles unitaires qui peuvent être représentés par Conway, Tuholski, Shisler, et Engle (1999) ou par N. Cowan (1999, 2005). Dans le modèle de Conway et al. (1999) la mémoire de travail correspond à l'attention sélective. Dans celui de N. Cowan (1999, 2005), la mémoire de travail correspond à la partie de la mémoire à long terme sur laquelle l'attention est concentrée (i.e., la partie activée, avec le traitement exécutif central qui l'active et la maintient activée).

En plus de ces modèles, il nous paraît intéressant d'évoquer le modèle Act-In développé par Versace et al. (2018, 2014). Ce modèle se place dans l'approche enracinée et située de la cognition et postule que l'activation et l'intégration de traces sensorimotrices issues de l'expérience permettent à la fois de construire de la mémoire de ces actions, distribuée sur des circuits neuronaux multiples, et de faire émerger les connaissances conceptuelles grâce à la multiplicité des traces et d'un traitement de catégorisation de celles-ci.

Les questions sur la relation entre doigts, mémoire de travail et performance en calcul additif au début de l'apprentissage se posent différemment selon le modèle de mémoire de travail dans lequel on se place. Il s'agit, dans un modèle à composantes multiples (Baddeley, 2000 ; Baddeley & Hitch, 1974) de déterminer quelles composantes sont impliquées dans la relation. Dans un modèle unitaire comme celui de Conway et al. (1999) ou celui de N. Cowan (1999, 2005), les capacités de mémoire de travail seront l'expression de capacités exécutives ; l'attention, l'inhibition, le maintien de l'information pertinente seront des explications sur lesquelles l'impact de la mémoire de travail sur la relation entre doigts et calcul pourra s'appuyer. La modélisation enracinée et située de la mémoire interrogera l'émergence de la connaissance, à la fois procédurale et conceptuelle, dans un continuum, à partir de l'expérience ; en d'autres termes, comment la résolution du calcul s'apprend par l'action du corps (et notamment des doigts) et la perception, et par l'activation en mémoire, dans différents circuits cérébraux, des expériences passées réactivées lors des situations ultérieures de calcul qui ne seront plus résolues physiquement à l'aide des doigts.

La plupart des études dont l'objectif est de préciser la relation entre mémoire et calcul ou entre mémoire, doigts et calcul recensées dans la littérature s'inscrivent dans le cadre du modèle de Baddeley et Hitch (1974).

L'étude du lien entre mémoire de travail et compétences numériques et de calcul premières, se réalise généralement pour évaluer les différences individuelles ou par une méthodologie de double tâche pour déterminer le sous-système mis en œuvre dans la réalisation d'une tâche. Les troubles des apprentissages numériques, persistants, s'accompagnent d'empans de mémoire de travail plus faibles que pour les enfants qui ont une réussite classique ou pour ceux qui ont des difficultés passagères en mathématiques (Geary et al., 2000). Plus spécifiquement, la mémoire de travail visuospatiale semble déficitaire chez les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques (Ashkenazi, Rosenberg-Lee, Metcalfe, Swigart, & Menon, 2013 ; Bugden & Ansari, 2015). Une corrélation entre performance en calcul additif simple et mémoire de travail visuospatiale est identifiée chez les adolescents présentant une DI (Jansen, De Lange, & Van der Molen, 2013).



Dans une étude de double tâche chez des enfants de deux groupes d'âges (6 - 7 ans et 8 - 9 ans), seules les interférences visuospatiales ont des effets négatifs sur la résolution d'additions présentées oralement chez les plus jeunes (6 - 7 ans). Dans le groupe des 8 - 9 ans, les interférences visuospatiales et les interférences phonologiques ont des répercussions négatives sur les performances aux additions (McKenzie, Bull, & Gray, 2003). La composante visuospatiale de la mémoire de travail est un prédicteur de la réussite en calcul à 6 ans et demi, en première année d'école élémentaire, mais ne l'est plus un an plus tard alors que la boucle phonologique le devient pour De Smedt et al. (2009).

Dans le cadre de notre recherche, nous nous intéressons plus précisément aux liens partagés par les doigts, la mémoire de travail et la performance en calcul chez des enfants qui ne présentent pas de troubles des apprentissages numériques (pour une revue de littérature sur différentes approches utilisées pour caractériser la relation entre mémoire de travail et performance mathématique chez les enfants, voir Raghubar, Barnes, & Hecht, 2010).

Reeve et Humberstone (2011) étudient la relation entre gnosies, mémoire de travail visuospatiale et utilisation des doigts en calcul. Ils montrent que la mémoire de travail visuospatiale (mesurée par les blocs de Corsi, 1972) est prédictrice de l'utilisation des doigts en situation de calcul. Dupont-Boime et Thevenot (2018) s'interrogent également sur les élèves qui utilisent leurs doigts pour calculer. Elles formulent deux hypothèses qui peuvent expliquer le recours aux doigts pour calculer au début des apprentissages de calcul, entre 5 et 7 ans, en fonction des capacités de mémoire de travail : 1) les enfants qui utilisent leurs doigts s'en servent comme outils qui leur permettent de soulager leur mémoire de travail (Crollen & Noël, 2015; Geary, 1993), 2) les enfants qui ont la capacité d'être flexibles, d'explorer par eux-mêmes des stratégies, sont davantage susceptibles d'utiliser leurs doigts en calcul à cet âge auquel utilisation des doigts et réussite en calcul sont associées. Les résultats de l'étude apportent des éléments en faveur de la seconde hypothèse car les enfants ( $N = 84$ , moyenne d'âge de 6 ans 2 mois) qui ont les empan les plus élevés en mémoire de travail sont également ceux qui utilisent le plus leurs doigts ( $r = .33, p = .002$ ) et les enfants qui utilisent le plus leurs doigts sont ceux qui réussissent le mieux les additions (corrélation entre utilisation des doigts et performance aux additions,  $r = .57, p < .001$ ). La mémoire de travail est évaluée par des empan de chiffres à restituer en sens inverse. Pour L. Henry et MacLean (2003) les empan de chiffres évaluent la boucle phonologique ou les capacités centrales exécutives quand le rappel se fait en sens inverse. Raghubar et al. (2010) observent que les empan de chiffres sont associés aux performances numériques. Ils évaluent, selon les auteurs, davantage les capacités visuospatiales que la boucle phonologique entre 5 et 8 ans car les associations entre les nombres et l'espace sont très fortes et entremêlées à ces âges.

U. Fischer et al. (2020) concluent sur l'importance du rôle de la dextérité dans l'élaboration d'une image mentale des doigts en tant que représentation des nombres chez les jeunes enfants, mais également sur le fait que ce rôle est probablement transitoire, avant que la mémoire de travail prenne le relais ("*Dexterity seems to play a significant role in children's finger-based representations up to a certain stage in development, after which other cognitive processes such as working memory take over*", p.11). En effet, les analyses suggèrent que la mémoire de travail joue un rôle important dans l'usage des doigts pour montrer des quantités et pour calculer. En cela, les auteurs rejoignent Dupont-Boime et Thevenot (2018) mais proposent une interprétation plus enracinée du développement numérique vers le calcul : la dextérité (i.e., les aspects moteurs) serait, via l'utilisation des doigts pour montrer des quantités et les traiter, au cœur de l'élaboration de représentations internalisées des quantités basées sur les doigts, qui favoriseraient ensuite le développement des capacités numériques et de calcul ; les enfants plus âgés, une fois ces représentations consolidées, se passeraient des aspects moteurs pour utiliser les représentations construites en s'appuyant sur la mémoire.

Cette interprétation se rapproche de l'analyse que fait Wilson (2002) d'un des postulats relevés dans la littérature définissant la cognition incarnée qu'elle discute de façon théorique dans son article, sixième postulat présenté ainsi : "*Off-line cognition is body based*" (p.632). Alors que pour les aspects *on line* (i.e en situation d'interaction directe entre le corps et l'environnement), la cognition peut être considérée comme au service de l'interaction du corps et de son environnement, les aspects *off-line* représentent les activités cognitives qui se situent à distance de l'interaction corps-environnement, que cela soit dans une distance temporelle, spatiale ou dans une distance à la réalité s'il s'agit d'activités cognitives faisant appel à l'imagination. Lorsque nos limites cognitives en termes d'attention ou de mémoire de travail sont atteintes, il nous est possible d'utiliser l'environnement de façon stratégique pour les suppléer. Dans ce cadre, l'utilisation des doigts en situation de calcul chez l'enfant est interprétée comme une réduction de la charge cognitive. La particularité du postulat sur les situations *off-line* est que l'on peut s'appuyer sur des représentations acquises lors de précédentes expériences. Ainsi, les fonctions sensorimotrices, qui permettent de simuler le monde réel, sont assimilées à un moyen de représenter le monde à distance. Dans cette modélisation, la mémoire de travail pourrait être suppléée, non pas par les doigts comme décrit précédemment, mais par les systèmes sensorimoteurs qui simuleraient les expériences passées et s'appuieraient sur les représentations construites par l'expérience.

## 1.6 Problématique

La littérature s'accorde sur l'existence d'un lien entre doigts et nombres au niveau neuropsychologique mais l'origine et la nature de ce lien ne fait pas consensus (Dehaene et al., 2003 ; Michaux et al., 2013). Quelle que soit l'origine du lien, les études de neuro-imagerie (Andres et al., 2012 ; Berteletti & Booth, 2015 ; Dehaene et al., 2003) mettent en évidence une proximité neuro-anatomique des zones cérébrales dédiées aux doigts et au calcul additif, et des études expérimentales (Crollen & Noël, 2015 ; Michaux et al., 2013) montrent l'existence d'interférences dans le calcul additif quand les doigts sont en action. Ces résultats sont interprétés différemment selon que l'on considère la relation entre doigts et calcul uniquement comme une relation due à une proximité topographique des aires cérébrales ou comme une relation fonctionnelle.

Cette thèse vise à explorer la relation fonctionnelle entre doigts et calcul. Dans une approche enracinée de la cognition, l'expérience et l'interaction avec l'environnement fondent la connaissance (Versace et al., 2018, 2014). Si des habiletés manuelles contribuent au développement des compétences de calcul, alors elles doivent pouvoir apparaître comme des précurseurs du calcul.

La littérature fait état de relations entre motricité fine (U. Fischer et al., 2020 ; Sugate et al., 2017), capacité à se représenter les doigts mentalement (Bonneton-Botté et al., 2015 ; M.-P. Noël, 2005 ; Reeve & Humberstone, 2011), utilisation des doigts (Jordan et al., 2008) et calcul. Cependant, les études sont principalement corrélationnelles, ce qui ne permet pas d'orienter la relation entre ces différents facteurs liés aux doigts et le calcul. Si les résultats montrent une association entre habiletés manuelles et calcul ou entre utilisation spontanée des doigts et calcul, il n'est pas pour autant possible de déterminer si les capacités ou les comportements liés aux doigts favorisent la performance en calcul ou si la performance en calcul favorise les capacités et les comportements liés aux doigts. De plus, les associations peuvent être interprétées comme le signe d'un développement parallèle entre doigts et calcul, ce qui ne soutient pas une relation fonctionnelle entre doigts et calcul.

Par ailleurs, l'association entre mémoire de travail et calcul est établie pour les enfants au développement typique (De Smedt et al., 2009), mais aussi dans les troubles des apprentissages numériques (Bugden & Ansari, 2015) et dans la déficience intellectuelle (Jansen et al., 2013). L'impact de la mémoire de travail sur le développement du calcul augmenterait avec le développement des capacités mnésiques (Von Aster & Shalev, 2007), et les habiletés manuelles seraient utilisées de façon transitoire, le temps que des représentations mentales des nombres soient disponibles pour un traitement internalisé (U. Fischer et al., 2020). Le retard, à la fois dans l'acquisition des habiletés motrices ma-

nelles et dans le développement des capacités de mémoire de travail chez les personnes avec DI, ainsi que la corrélation entre motricité fine et capacités exécutives, sont interprétés comme des déficits en relation l'un avec l'autre (Hartman et al., 2010) mais on ne sait pas comment les difficultés dans les domaines moteurs et exécutifs sont liées.

L'influence des capacités de mémoire de travail est interrogée dans la relation entre utilisation spontanée des doigts et calcul. En effet, l'utilisation des doigts peut être perçue comme un moyen de décharger la mémoire de travail (Crollen & Noël, 2015), et de façon contradictoire, l'utilisation des doigts peut être associée aux enfants qui possèdent les plus importantes capacités de mémoire de travail (Dupont-Boime & Thevenot, 2018). Le modèle de mémoire de travail dans lequel s'inscrivent la plupart des recherches sur la relation entre doigts, calcul et mémoire de travail est un modèle modulaire (Baddeley, 2000; Baddeley & Hitch, 1974) qui ne s'accorde pas avec une approche enracinée de la cognition. Un travail de mise en relation est nécessaire pour interpréter des résultats de tests de mémoire de travail dans une perspective enracinée (Wilson, 2002).

Utiliser ses doigts pour calculer est ancré dans de nombreuses cultures depuis longtemps (Butterworth, 1999), mais l'étude de la relation entre l'utilisation des doigts et le calcul est récente et concerne pour le moment les enfants au développement typique. Du point de vue de l'éducation, c'est un sujet peu développé, et les instructions officielles commencent à l'évoquer sans se prononcer sur un enseignement de l'utilisation des doigts pour calculer (BOEN, 2021). Apprendre à utiliser ses doigts pour calculer repose probablement en partie sur la capacité à imiter un geste, mais il n'existe pas à notre connaissance, d'étude mettant en relation la capacité à imiter un geste manuel et le comportement d'utilisation spontanée des doigts en calcul.

Ainsi, les relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul nécessitent d'être précisées. Pour cela, il paraît nécessaire d'envisager une méthodologie qui, au-delà de la corrélation, apporte une orientation aux relations. Dans une perspective enracinée du développement du calcul, cette recherche s'intéresse donc à déterminer si des habiletés relatives aux doigts (i.e., l'imitation motrice manuelle, la capacité à se représenter mentalement ses doigts, le comportement d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul), des capacités de mémoire de travail visuospatiale et des compétences de calcul additif simple peuvent s'envisager dans un seul continuum, des doigts au calcul.

L'utilisation spontanée des doigts a montré son intérêt pour les jeunes enfants au développement typique, mais a également été identifiée comme une stratégie qui doit laisser la place à une stratégie plus internalisée. Dans l'école inclusive, le repère de l'âge interroge. En effet, les écarts dans les temps développementaux entre des élèves au développement typique et des élèves avec DI (Baroody, 1999; Butterworth, 1999) rendent les repères

d'âge variables en fonction des élèves. Il apparaît qu'une autre manière de repérer les conditions du changement de stratégie vers une stratégie internalisée apporterait des informations plus inclusives.

Pour résumer, cette thèse propose, dans une approche enracinée de la cognition, de mettre en lien des habiletés ainsi que des comportements liés aux doigts et des capacités cognitives. Notre objectif est de mettre en évidence un continuum qui lie doigts et calcul et donc soutient l'idée que l'action motrice participe à l'élaboration de capacités de calcul. De plus, la question du lien entre utilisation des doigts et performance en calcul nécessite d'être approfondie dans une perspective inclusive. Il s'agit de déterminer les conditions, et notamment les conditions en termes de capacités de mémoire de travail visuospatiale, dans lesquelles l'utilisation des doigts augmente la probabilité de réussir les calculs au-delà d'un repère d'âge chronologique, qui n'est adapté que pour des enfants au développement typique.

## 1.7 Premiers objectifs de recherche

La lecture de la littérature sur les relations entre doigts et calculs additifs chez les enfants fait émerger des premiers objectifs de recherche qui permettent de réfléchir aux aspects méthodologiques.

Le premier objectif de cette thèse est d'apporter des précisions sur la nature de la relation entre les doigts (imitation motrice manuelle, représentation mentale des doigts, utilisation spontanée des doigts en situation de calcul) et les premiers calculs additifs et d'appuyer les études visant à établir un lien fonctionnel entre doigts et calcul. Pour cela, il sera nécessaire de sortir de la corrélation et d'envisager l'utilisation d'indices asymétriques.

Le second objectif est d'étudier des facteurs ciblés dans notre revue de littérature (imitation motrice manuelle, représentation mentale des doigts, utilisation des doigts en calcul, mémoire de travail visuospatiale) et leur relation avec la performance aux premiers calculs additifs de façon conjointe et en relation les uns avec les autres.

Le troisième objectif consiste à apporter des précisions sur l'intérêt, pour des élèves dans l'école inclusive, d'utiliser ses doigts pour résoudre des calculs additifs simples. Nous avons choisi de prioriser les élèves avec DI pour lesquels on dispose d'une littérature plus restreinte. Il s'agit de quantifier, dans une population d'adolescents avec une DI légère et scolarisés au collège, l'impact de l'utilisation des doigts en fonction de facteurs cognitifs.

Pour atteindre ces objectifs, des considérations méthodologiques sont nécessaires. Il s'agit, pour une partie des analyses à prévoir, de construire une mesure qui prenne en compte la dépendance univoque pour préciser les relations symétriques établies dans la littérature, et également la relation entre les différents facteurs que l'on a choisi d'étudier.

## Chapitre 2

# Construire une mesure unidirectionnelle de l'association entre des variables

### 2.1 Introduction

La revue de la littérature autour de la caractérisation de la relation entre doigts, mémoire de travail et calcul additif simple montre que les indices de corrélation sont majoritairement utilisés dans les études. Ces indices symétriques permettent d'identifier des associations et de quantifier la force des associations. La recherche d'associations est nécessaire pour étayer l'hypothèse d'une relation entre différents facteurs. Des analyses complémentaires s'avèrent cependant utiles pour compléter la caractérisation de cette relation. De plus, les facteurs que nous ciblons dans cette recherche interagissent potentiellement entre eux. Il apparaît ainsi nécessaire d'envisager des analyses qui prennent en compte cette interaction ou qui permettent de l'étudier.

Dans ce chapitre, nous cherchons à montrer que l'utilisation d'un indice asymétrique est un choix qui pourrait apporter des informations supplémentaires, et que ces informations supplémentaires ont un intérêt dans la définition des relations entre les facteurs que nous ciblons. A partir de la définition de l'implication logique puis de l'implication statistique développée par Gras (1979), l'indice asymétrique appelé indice d'implication sera décrit. Puis, le lien entre implication et modélisation de Rasch grâce à l'indice  $\iota$  issu des recherches de Y. Noël (2017, 2021b) sera explicité. L'utilisation du modèle de Rasch et d'une extension graphique de celui-ci sera enfin présentée et reliée à l'approche implicative que le lien démontré précédemment permet.

## 2.2 Analyse de la dépendance univoque : l'indice d'implication

Les indices de corrélation mesurent le signe de l'association linéaire et la force de celle-ci. Par exemple, une corrélation  $r = .58$  ( $N = 217$ ,  $p < .01$ ) entre utilisation des doigts et performance en calcul à 5 ans et demi (Jordan et al., 2008) exprime une association positive et forte entre utilisation des doigts et performance en calcul, alors qu'une corrélation  $r = -0.15$  ( $N = 217$ ,  $p < .01$ ) à 8 ans et demi sur cette même relation exprime une association négative et de moindre amplitude entre ces deux variables. L'indice de corrélation mesure une dépendance linéaire des valeurs d'une variable avec les valeurs d'une ou plusieurs autres variables et par conséquent, dans un dispositif expérimental dont la construction s'y prête, une relation linéaire entre deux variables.

L'indice de corrélation est un indice symétrique. Cela signifie que l'association trouvée existe sans qu'une direction soit attribuée à la relation. En effet, si on reprend l'exemple précédent, la corrélation  $r = .58$  ( $N = 217$ ,  $p < .01$ ), mesure l'association réciproque entre utilisation des doigts et performance en calcul (i.e., tout autant la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul que la relation entre performance en calcul et utilisation des doigts). Les scores faibles en calcul sont liés aux pourcentages faibles d'utilisation des doigts de la même façon que les pourcentages faibles d'utilisation des doigts sont liés aux scores faibles en calcul. Il n'y a pas de notion de direction, ni de causalité dans l'indice de corrélation. En d'autres termes, on ne peut pas dire si le fait d'utiliser ses doigts pour calculer entraîne la réussite aux calculs ou si être performant en calcul conduit à utiliser ses doigts pour résoudre les énoncés additifs.

Pour compléter la description de la relation entre doigts et calcul, il semble intéressant d'apporter une orientation à la relation. Analyser l'orientation de la relation, ou encore sa direction, permet d'affiner la définition de la relation en ne prenant plus en compte la réciproque mais en se focalisant sur le caractère univoque de la relation. Dans la dépendance univoque, la symétrie a disparu puisque par définition, la relation univoque est définie dans un seul sens, de façon asymétrique. Une orientation de la relation ne contient pas de causalité, mais peut être sous certaines conditions un premier pas vers celle-ci (Pasquier & Gras, 2012). Pour analyser la dépendance univoque, nous nous intéresserons à l'analyse implicite. Analyser la relation de dépendance univoque de la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul signifiera ici calculer s'il est plus probable que l'utilisation des doigts implique une bonne réussite en calcul ou si une bonne réussite en calcul implique l'utilisation spontanée des doigts pour calculer.



Dans un premier temps, il s'agit de définir la relation d'implication logique, pour ensuite s'intéresser à l'implication statistique. Puis nous nous appuyerons sur un modèle d'analyse statistique implicative élaboré par (Gras, 1979), qui définit un indice d'implication permettant de déterminer l'orientation d'une relation entre des variables.

### 2.2.1 Implication logique

La relation d'implication est d'abord une relation logique, écrite sous la forme  $p \Rightarrow q$  et se lisant *p implique q* ou *si p est vraie, alors q est vraie*. En logique classique, les règles de la relation d'implication peuvent être résumées dans une table de vérité (Tableau 2.1).

**Tableau 2.1**

Table de vérité :  $p \Rightarrow q$

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
Vrai	Vrai	Vrai
Vrai	Faux	Faux
Faux	Vrai	Vrai
Faux	Faux	Vrai

La relation d'implication  $p \Rightarrow q$ , ou encore *p implique q* stipule que si  $p$  est vrai, alors  $q$  est vrai et donc  $q$  ne peut pas être faux sous peine de contredire la règle. Par contre si  $p$  est faux, alors  $q$  peut être vrai ou faux sans que la règle soit contredite.

Le caractère asymétrique de la relation apparaît ici. En effet, la relation d'implication n'impose pas de contrainte sur la réciproque. Peu importe, lorsque  $p$  est faux, si  $q$  est vrai ou faux, cela n'a pas d'impact sur la relation.

La relation d'implication impose par contre une contrainte sur la contraposée. La contraposée, écrite  $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$  (*non q implique non p*) signifie que lorsque  $q$  est faux, alors  $p$  est faux. La contraposée est une proposition très utile, notamment lors de démonstrations mathématiques. Par exemple, le théorème de Pythagore dit : *Si le triangle ABC est rectangle en A, alors  $AB^2 + AC^2 = BC^2$* . Sa contraposée sert à démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle en A : *Si  $AB^2 + AC^2$  n'est pas égal à  $BC^2$ , alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A*. L'implication et sa contraposée ont la même valeur de vérité. Alors que la réciproque d'un théorème peut être fautive (ce qui n'est pas le cas pour le théorème de Pythagore), sa contraposée est toujours vraie.

Pour résumer, les conditions de la relation d'implication logique sont les suivantes

pour  $p \Rightarrow q$  :

- Si  $p$  est vrai, alors  $q$  est vrai (*correspond à* : si  $p$  est vrai, alors  $q$  n'est pas faux)
- Si  $q$  est faux, alors  $p$  est faux (contraposée)

Nous pouvons prendre un exemple algébrique pour illustrer notre propos :

$$x = 1 \Rightarrow x^2 = 1$$

Dans cet exemple, la relation d'implication permet d'affirmer :

- Si  $x$  est égal à 1, alors le carré de  $x$  est égal à 1 (*correspond à* : si  $x$  est égal à 1, alors le carré de  $x$  n'est pas différent de 1)
- Si carré de  $x$  n'est pas égal à 1 (= est différent de 1), alors  $x$  n'est pas égal à 1 (= est différent de 1) (contraposée)

L'implication  $p \Rightarrow q$  ne préjuge pas de la réciproque  $q \Rightarrow p$ , ni de la réciproque de la contraposée  $\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$ . Dans cet exemple, la réciproque n'est pas vraie. En effet, si le carré de  $x$  est égal à 1, cela n'implique pas que  $x$  est égal à 1,  $x$  peut être égal à  $-1$ . La réciproque de la contraposée n'est pas vérifiée non plus. Si  $x$  n'est pas égal à 1, cela n'implique pas que le carré de  $x$  n'est pas égal à 1. Un contre-exemple est possible si  $x$  est égal à  $-1$ . Dans ce cas, le carré de  $x$  sera égal à 1, ce qui contredit la réciproque de la contraposée.

L'implication logique est ainsi une relation asymétrique entre deux propositions. Les règles de l'implication logique sont définies pour toute proposition. Elles ne sont de fait pas applicables à des performances ou à des comportements humains, qui par essence admettent une variabilité. En psychologie, il ne va pas être possible de s'appuyer sur des relations d'implication logiques, mais une implication statistique peut être envisagée (Gras, 1979 ; Gras & Larher, 1992 ; Gras, Suzuki, Guillet, & Spagnolo, 2008).

## 2.2.2 Implication statistique : caractère probabiliste de l'implication

L'implication statistique s'exprime en termes de probabilités.

A partir de la comparaison de deux exemples simples, la présence d'un comportement humain fait apparaître la nécessité d'adapter les lois de l'implication de façon probabiliste.

Le premier exemple pourrait s'exprimer ainsi : *Si il pleut, alors le sol est mouillé*. Les règles logiques de l'implication s'appliquent.

Exemple 1 : *il pleut*  $\Rightarrow$  (implique) *le sol est mouillé*

- Si il pleut, alors le sol est mouillé (*correspond à* : si il pleut, alors le sol n'est pas sec)

— Si le sol n'est pas mouillé, alors il ne pleut pas (contraposée)

Dans le deuxième exemple, un comportement apparaît dans la relation : *Si il pleut, alors on prend un parapluie.*

Exemple 2 : *il pleut*  $\Rightarrow$  (implique) *on prend un parapluie*

- Si il pleut, alors il est très probable qu'on prenne un parapluie (on s'attend, si la règle est respectée, à une probabilité forte)
- *Correspond à* : Si il pleut, alors il est très peu probable qu'on ne sorte pas sans parapluie (si la règle est respectée, on s'attend à très peu de contre-exemples : pluie/ non-parapluie)
- Si on ne prend pas de parapluie, alors il est très probable qu'il ne pleut pas (contraposée) (on s'attend à une probabilité forte si la règle est respectée)

La présence du comportement humain dans la relation d'implication, et c'est similaire si on évalue une performance au lieu d'un comportement, impose une interprétation probabiliste de la condition logique. Gras et al. (2008) parlent de relation quasi-implicative quand le caractère probabiliste est ajouté à la relation d'implication logique.

Alors que dans l'implication logique,  $p$  implique  $q$  si  $q$  est vrai quand  $p$  est vrai (et donc si  $q$  n'est pas faux quand  $p$  est vrai), dans le cadre de l'implication statistique ou de la quasi-implication,  $p$  implique significativement  $q$  si  $q$  a tendance à être vérifié quand  $p$  est vérifié ou a tendance à l'être (et donc si  $\bar{q}$  est très peu probable quand  $p$  est très probablement vrai).

La méthode d'analyse statistique basée sur la quasi-implication élaborée par Gras (1979) est appelée ASI (Analyse Statistique Implicative). Pour des raisons de lisibilité, Gras et al. (2008) utilisent le terme d'implication pour la quasi-implication, il en sera de même dans cet écrit.

### 2.2.3 Méthode de l'Analyse Statistique Implicative (ASI)

Cette méthode, élaborée par Gras (1979) puis développée au cours des années, ne s'oppose pas aux analyses corrélationnelles mais a pour objectif affiché de les compléter. En effet, la méthode ASI apporte une direction à la relation confirmée par la corrélation et permet d'ordonner les variables, qu'elles soient deux ou plus nombreuses.

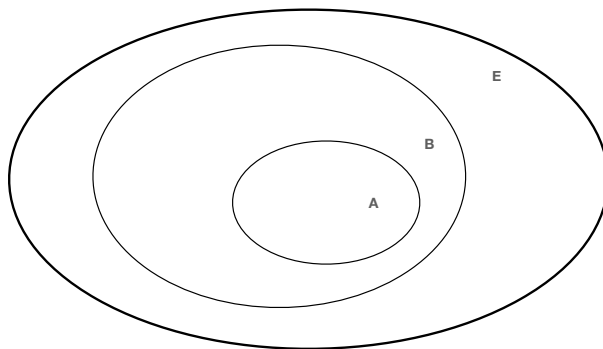
La qualification de l'implication statistique dans le modèle ASI repose sur la faible probabilité de rencontrer des contre-exemples dans les données recueillies.

Dans cette section, nous noterons  $A$  et  $B$  les sous-ensembles d'un échantillon  $E$  d'individus qui vérifient les variables binaires  $a$  et  $b$ .

La règle  $a \Rightarrow b$  est vérifiée si  $A$  est inclus dans  $B$ , soit  $A \subset B$ . En effet, si les individus vérifient  $a$ , alors ils vérifient  $b$  dans le cadre de l'implication logique. Il est ainsi possible de représenter les ensembles  $A$  et  $B$  dans  $E$  tels que  $a \Rightarrow b$  par un diagramme de Venn (Figure 2.1).

**Figure 2.1**

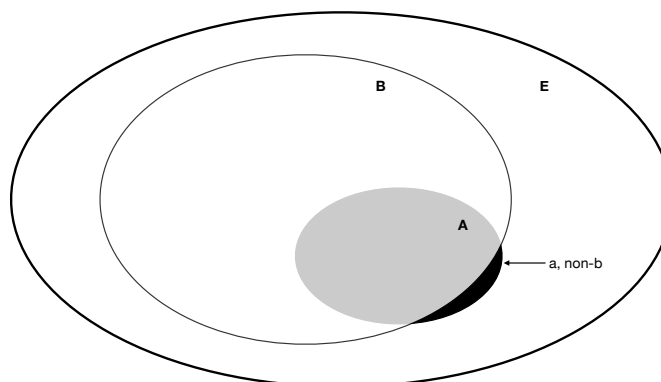
Représentation de la relation d'implication  $a \Rightarrow b$  par un diagramme de Venn



Dans le cas de l'implication statistique, on sait qu'il existe une probabilité de rencontrer des contre-exemples. Autrement dit, si les individus vérifient  $a$ , il est très peu probable qu'ils ne vérifient pas  $b$ . La probabilité des contre-exemples doit être faible pour que la relation d'implication statistique soit vérifiée. Si on ajoute les contre-exemples au diagramme de Venn, on obtient la Figure 2.2 qui représente cette fois l'implication statistique.

**Figure 2.2**

Représentation de la relation d'implication statistique  $a \Rightarrow b$  par un diagramme de Venn



### Calcul de l'indice d'implication

L'indice d'implication indique l'intensité de l'implication entre deux variables dans une direction donnée. Pour le calculer, on évalue d'abord la qualité de la règle d'implication. La règle d'implication est évaluée dans le modèle ASI en comparant le nombre de contre-exemples observés réellement au nombre de contre-exemples que l'on aurait obtenus si on avait pris aléatoirement deux parties, de même cardinalité que les variables étudiées, issues du même ensemble.

On note  $n_a$  le nombre d'individus qui vérifient  $a$  ( $n_a = \text{card}(A)$ ), où  $\text{card}$  représente la valeur cardinale, et  $n_{\bar{a}}$  le nombre d'individus qui ne vérifient pas  $a$ . De la même façon  $n_b$  représente le nombre d'individus qui vérifient  $b$  ( $n_b = \text{card}(B)$ ) et  $n_{\bar{b}}$  le nombre d'individus qui ne vérifient pas  $b$ . Le nombre de contre-exemples observés dans  $A \cap \bar{B}$  est  $n_{a \wedge \bar{b}}$  (ou  $n_{a\bar{b}}$  pour une écriture équivalente).

Si  $N_{a \wedge \bar{b}}$  (ou  $N_{a\bar{b}}$  pour une écriture équivalente) représente le nombre de contre-exemples obtenus dans le cas de tirage aléatoire de deux variables  $X$  et  $Y$ , de même cardinalités que  $A$  et  $B$  et appartenant à l'ensemble  $E$ , il s'agit donc, pour mesurer la qualité de la règle d'implication  $a \Rightarrow b$ , de calculer la probabilité  $\text{Prob}[N_{a \wedge \bar{b}} > n_{a \wedge \bar{b}}]$ . Plus cette probabilité s'approche de 1, plus la règle d'implication est vérifiée. En effet, cela signifie que les contre-exemples observés sont moins nombreux que les contre-exemples qui seraient issus de circonstances aléatoires, liées au hasard. Cette probabilité est une mesure de qua-

lité appelée *intensité d'implication*. Gras (2014) rappelle que l'intensité d'implication ne doit pas être interprétée comme un déterminisme probabiliste : « si 0.95 est une intensité d'implication de  $a$  sur  $b$ , cela ne signifie pas que  $b$  se réalise avec la probabilité 0.95 si  $a$  est réalisée » (p.650). Cela signifie que la relation d'implication est admissible au niveau de confiance de 95%.

Il est également possible, dans l'autre sens, d'attendre  $Prob[N_{a\bar{b}} < n_{a\bar{b}}] < 0.05$ , où le seuil de 5% est la limite souhaitée. Dans ce cas on mesure la probabilité que le nombre de contre-exemples issus des circonstances aléatoires soit inférieur au nombre de contre-exemples observés, ce qui doit être très surprenant si la relation d'implication est admissible. Si elle est admissible au seuil de 95%, la probabilité de contre-exemples issus du hasard moins nombreux que les contre-exemples observés doit être inférieure à 5%.

L'analyse implicative utilise les co-fréquences (i.e., fréquences conjointes) des événements, par exemple  $f_{ab}$ .

A partir du tableau de contingence (Tableau 2.2), la co-fréquence est calculée ainsi :  
 $f_{ab} = \frac{n_{ab}}{N}$

**Tableau 2.2**

*Table de contingence des effectifs*

$A/B$	$b$	$\bar{b}$	Somme
$a$	$n_{ab}$	$n_{a\bar{b}}$	$n_a$
$\bar{a}$	$n_{\bar{a}b}$	$n_{\bar{a}\bar{b}}$	$n_{\bar{a}}$
Somme	$n_b$	$n_{\bar{b}}$	$N$

La co-fréquence est associée dans le raisonnement statistique à une probabilité conjointe inconnue, par exemple  $\pi_{ab}$  (Tableau 2.3).

**Tableau 2.3**

*Table de contingence des probabilités conjointes*

$A/B$	$b$	$\bar{b}$	Somme
$a$	$\pi_{ab}$	$\pi_{a\bar{b}}$	$\pi_a$
$\bar{a}$	$\pi_{\bar{a}b}$	$\pi_{\bar{a}\bar{b}}$	$\pi_{\bar{a}}$
Somme	$\pi_b$	$\pi_{\bar{b}}$	1

Une implication parfaite entre  $a$  et  $b$  entraînerait  $\pi_{a\bar{b}} = 0$ . L'implication statistique,

probabiliste par essence et basée sur la rareté des contre-exemples, verrait ainsi  $\pi_{a\bar{b}} \ll 1$ .

Gras (1979) propose la statistique centrée réduite suivante :

$$Q(a, \bar{b}) = \frac{v_{a\bar{b}} - N\pi_a\pi_{\bar{b}}}{\sqrt{N\pi_a\pi_{\bar{b}}}}$$

Dans cette formule,  $v_{a\bar{b}}$  correspond à la statistique de comptage des contre-exemples à la relation  $a \Rightarrow b$ .

Sur des données observées, en estimant les probabilités conjointes par les co-fréquences, la réalisation contingente de l'indice  $Q(a, \bar{b})$  est  $q(a, \bar{b})$  tel que :

$$q(a, \bar{b}) = \frac{n_{a\bar{b}} - \frac{n_a n_{\bar{b}}}{N}}{\sqrt{\frac{n_a n_{\bar{b}}}{N}}}$$

Pour des effectifs supérieurs à 5, il est possible d'invoquer l'approximation de la Poisson par la Normale et considérer cette statistique comme distribuée selon une loi normale centrée réduite ( $N(0, 1)$ ).

L'intensité d'implication est alors définie par :

$$\varphi(a, b) = Prob[Q(a, \bar{b}) > q(a, \bar{b})]$$

$$\varphi(a, b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{q(a, \bar{b})}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Si  $q(a, \bar{b})$  tend vers  $-\infty$ , alors l'intégrale de Gauss (i.e.  $\int_{q(a, \bar{b})}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ ) tend vers  $\sqrt{2\pi}$  et  $\varphi$  tend vers 1.

Concrètement, la valeur correspondant à la valeur absolue de  $q(a, \bar{b})$  dans la table de la loi normale donne alors la valeur de l'indice d'implication de la relation  $a \Rightarrow b$ .

Si  $q(a, \bar{b}) = 0$ , et donc  $\varphi(a, b) = 0.5$ , ou si  $q(a, \bar{b}) > 0$ , il n'y a pas d'implication admissible, car le nombre de contre-exemples observés est égal ou supérieur à la moyenne attendue ( $n_{a\bar{b}} \geq \frac{n_a n_{\bar{b}}}{N}$ ).

## 2.2.4 Intérêt et limites de l'utilisation de la méthode ASI dans cette recherche

L'analyse implicative permet de préciser l'asymétrie d'une relation entre deux variables. S'appuyer sur un indice d'implication permet d'apporter une information sur la

direction de la relation. Le premier objectif de notre recherche porte sur la précision de la relation entre doigts et calcul. Le calcul des indices d'implication entre des items d'observation de l'utilisation spontanée des doigts pour calculer et des items de calcul pourrait conduire à déterminer si l'utilisation des doigts implique une probabilité de réussir les calculs ou si réussir les calculs implique l'utilisation des doigts. Par ailleurs, en considérant la qualité de la représentation mentale des doigts et la capacité à imiter une position avec les doigts, il est également possible de calculer des indices d'implication reliant des items évaluant ces capacités entre eux, ou à des items de calcul. De la même façon, il est possible de calculer l'implication entre les items de mémoire de travail et les items de calcul ou d'utilisation des doigts.

Ces indices, deux à deux, apportent des indications intéressantes et se révèlent particulièrement pertinents pour caractériser une relation précise, comme par exemple la relation entre utilisation spontanée des doigts et performance en calcul.

Il est possible de calculer une multitude d'indices d'implication. Cela conduit à un réseau d'implication en forme d'arbre, une « hiérarchie cohésitive » (Gras, 2014).

Le réseau hiérarchique cohésitif défini par Gras (2014) possède des propriétés fortes concernant les relations d'implication entretenues par les objets (items et relations elles-mêmes) qui le composent. Il peut s'agir d'implications entre des items au niveau le plus bas, mais également d'implications entre un item et une relation d'implication ou encore entre deux relations d'implication. La hiérarchie produite structure à la fois des règles d'implication du type  $a \Rightarrow b$  et des méta-règles, ou règles de règles, encore appelées *R*-règles (Gras, Regnier, & Kuntz, 2004 ; Gras et al., 2008). Deux indices permettent de dégager la hiérarchie la plus pertinente : la cohésion et la cohérence.

L'indice de cohésion (Gras & Ratsimba-Rajohn, 1996) permet, d'un point de vue global, de regrouper les items et les implications évaluées par niveau, en classes. Pour chaque niveau, les classes retenues par le modèle sont celles dont la cohésion est maximale. La cohésion s'oppose au désordre, et son calcul est basé sur l'entropie. Plus l'entropie est faible, plus la cohésion est forte. Les classes regroupent deux items ou davantage si elles regroupent un item et une *R*-règle ou deux *R*-règles. Le regroupement s'arrête quand l'indice de cohésion devient nul à l'ajout d'un objet. La hiérarchie est orientée, obtenue de façon ascendante par itération, niveau par niveau afin de maximiser la cohésion (Gras et al., 2004).

La cohérence des niveaux est un critère local de la hiérarchie. Pour chaque niveau, la cohérence mesure l'écart entre l'ordre dans lequel les objets sont organisés en se basant sur les indices de cohésion produits et l'ordre théorique des objets. L'ordre théorique des objets correspond au rangement des objets selon leurs intensités d'implication mutuelles,



et coïncide avec leurs occurrences. L'indice de cohérence d'une classe dans une hiérarchie cohésitive se définit par la probabilité, à un seuil donné, que l'ordre des objets obtenu de façon aléatoire soit plus différent de l'ordre théorique que l'ordre obtenu par les indices de cohésion. En d'autres termes, on attend, pour une cohérence forte, un nombre d'inversions entre les objets plus faible dans l'ordre obtenu par la cohésion que dans l'ordre obtenu de façon aléatoire (Gras et al., 2004).

Le logiciel CHIC (Couturier & Gras, 2005) représente les classes produites et ajoute une information concernant la significativité des classes formées. La significativité des classes est appréciée par un indice de cohésion-cohérence, qui prend en compte à la fois la cohésion et la cohérence de la hiérarchie.

L'analyse hiérarchique des implications n'est pas transitive. Selon Gras (2014), « à l'opposé de l'ASI, le rapport tout-parties serait linéaire dans le cas d'emboîtement de classes comme en clustering fondé sur la similitude jusqu'à son noeud terminal » (p.654).

Un emboîtement de classes de type cumulatif et transitif, bien qu'opposé à l'ASI dans son cas général selon l'auteur, apparaît ici comme une base de structure à explorer dans le cadre de nos recherches. En effet, si des items mesurant des performances et des comportements liés aux doigts ainsi que des items de calcul sont ajustés à une ou plusieurs structures d'implications emboîtées de façon transitive (contrairement au cas général de la hiérarchie cohésitive), cela montrera une relation d'implication en chaîne entre les items de chaque réseau. Si les items d'imitation motrice manuelle, les items liés à la représentation et à l'utilisation des doigts peuvent être modélisés dans une chaîne d'items emboîtés de façon implicative comprenant également des items de calculs, alors cette chaîne participera à appuyer l'hypothèse d'un continuum entre les doigts et le calcul dans la compétence première de calcul additif.

Si, de plus, il est possible d'ajouter une métrique à une chaîne d'implication, les mesures d'écart entre les items apporteront une information supplémentaire chiffrée sur la force du lien d'implication entre eux.

Par ailleurs, la hiérarchie cohésitive ne fait pas apparaître directement les propriétés de la contraposée. Or cette propriété peut, dans notre questionnement, nous apporter des informations importantes concernant le lien entre les capacités motrices fines et l'utilisation des doigts et le calcul. Si l'on se place du point de vue de l'empêchement, est-ce que des capacités motrices faibles impactent la réussite dans les premiers calculs ?

Comment donc, passer d'un réseau hiérarchique cohésitif entre des items, dont les propriétés sont riches en termes de représentation des types d'implications entre ses objets (implications entre items, entre items et implications, entre implications) mais sans métrique, à un réseau d'implications emboîtées de façon transitive, dont les propriétés

relatives aux implications sont donc fixées et qui apporte des coordonnées vectorielles, permettant une mesure métrique ?

## 2.3 Lier l'implication à un modèle dimensionnel issu de la Théorie de la Réponse à l'Item : une utilisation implicative du modèle de Rasch

Dans les modèles issus de la théorie de la réponse à l'item, le modèle de Rasch pourrait correspondre à nos attentes dans le sens où dans une échelle graduée, il permet de représenter le gradient de difficultés d'items et la position des sujets. Avant de décrire le fonctionnement de la modélisation de Rasch et de l'utilisation particulière que nous souhaitons en faire dans notre perspective implicative, il paraît nécessaire de formaliser la relation entre l'implication statistique définie par Gras et al. (2008) et le modèle de Rasch. Ce lien a été démontré par Y. Noël (2017, 2021b).

### 2.3.1 Relation entre implication statistique et modèle de Rasch : l'indice iota

La démonstration de Y. Noël (2017, 2021b) part du constat d'indices d'implication existant qui ne conduisent pas à une structure dimensionnelle et qui utilisent peu, ou de façon étroitement liée à l'entropie (Gras et al., 2008), les propriétés de la contraposée. La contraposée, qui peut être formulée ainsi, si  $a \Rightarrow b$  alors  $\bar{b} \Rightarrow \bar{a}$ , possède des propriétés intéressantes sur le plan de l'interprétation psychologique, mais procure également des données exploitables mathématiquement en termes de cotes qui vont permettre à l'indice iota d'être défini.

#### Calcul de l'indice iota

L'indice iota est une statistique produit calculée à partir des cotes des événements dans une relation dont on cherche à montrer le caractère implicatif. La cote représente la probabilité que l'événement se produise divisée par la probabilité qu'il ne se produise pas. Si la cote d'un événement est supérieure à 1, elle est favorable puisque la probabilité que l'événement se produise est plus grande que la probabilité qu'il ne se produise pas.

A partir de la table de contingence des probabilités conjointes de  $A$  et  $B$ , (Tableau 2.3), il est possible de calculer les cotes liées à la relation d'implication  $a \Rightarrow b$ . Pour plus

de lisibilité, la table de contingence 2.3 est reproduite ici.

$A/B$	$b$	$\bar{b}$	Somme
$a$	$\pi_{ab}$	$\pi_{a\bar{b}}$	$\pi_a$
$\bar{a}$	$\pi_{\bar{a}b}$	$\pi_{\bar{a}\bar{b}}$	$\pi_{\bar{a}}$
Somme	$\pi_b$	$\pi_{\bar{b}}$	1

Si l'on s'intéresse à la distribution conditionnelle de  $a$ , on s'attend à une cote favorable sur  $b$  si l'implication statistique  $a \Rightarrow b$  existe. La cote de  $b$  sachant  $a$  doit donc être grande quand l'implication est vérifiée. Elle se calcule ainsi :

$$O_{b|a} = \frac{\pi_{ab}/\pi_a}{\pi_{a\bar{b}}/\pi_a} = \frac{\pi_{ab}}{\pi_{a\bar{b}}}$$

Il est possible de calculer une cote sur  $\bar{a}$  en utilisant la distribution conditionnelle de  $\bar{b}$ . En s'appuyant sur la contraposée, on attend une cote favorable sur  $\bar{a}$  sachant  $\bar{b}$  si l'implication  $a \Rightarrow b$ , et donc également sa contraposée  $\bar{b} \Rightarrow \bar{a}$ , sont vérifiées.

$$O_{\bar{a}|\bar{b}} = \frac{\pi_{\bar{a}\bar{b}}/\pi_{\bar{b}}}{\pi_{\bar{a}b}/\pi_{\bar{b}}} = \frac{\pi_{\bar{a}\bar{b}}}{\pi_{\bar{a}b}}$$

Si l'on réunit les deux cotes attendues dans la statistique produit appelée « *indice iota* », on obtient :

$$\iota_{a \Rightarrow b} = O_{b|a} \times O_{\bar{a}|\bar{b}}$$

$$\iota_{a \Rightarrow b} = \frac{\pi_{ab}}{\pi_{a\bar{b}}} \times \frac{\pi_{\bar{a}\bar{b}}}{\pi_{\bar{a}b}}$$

$$\iota_{a \Rightarrow b} = \frac{\pi_{ab}\pi_{\bar{a}\bar{b}}}{\pi_{a\bar{b}}^2}$$

Si l'implication est parfaite, alors lorsque  $a$  est vérifié, il n'existe pas d'occurrence de  $\bar{b}$  et  $\pi_{a\bar{b}} = 0$ . Dans cette condition, l'indice  $\iota$  doit donc tendre vers  $+\infty$ .

Si l'implication n'est pas vérifiée, les cotes  $O_{b|a}$  et  $O_{\bar{a}|\bar{b}}$  sont faibles. Si elles sont inférieures à 1, le produit de celles-ci, c'est à dire l'indice  $\iota$ , l'est aussi.

Si la probabilité d'avoir  $b$  quand  $a$  est vérifié est égale à celle d'avoir  $\bar{b}$ , la probabilité  $\pi_{ab}$  d'obtenir  $a$  et  $b$  est la même que celle d'obtenir  $a$  et  $\bar{b}$ ,  $\pi_{ab} = \pi_{a\bar{b}}$ . La contraposée n'est

pas vérifiée si l'implication ne l'est pas. La probabilité d'obtenir  $\bar{b}$  et  $\bar{a}$  est ici la même que celle d'obtenir  $\bar{b}$  et  $a$ ,  $\pi_{\bar{a}\bar{b}} = \pi_{a\bar{b}}$ . Dans ce cas l'indice  $\iota$  vaut donc 1 et il n'est pas possible de conclure à une implication.

En considérant la transformation logarithmique de l'indice  $\iota$  :

$$\ln \iota_{a \Rightarrow b} = \ln \left( \frac{\pi_{ab} \pi_{\bar{a}\bar{b}}}{\pi_{a\bar{b}}^2} \right)$$

$$\ln \iota_{a \Rightarrow b} = \ln \pi_{ab} + \ln \pi_{\bar{a}\bar{b}} - 2 \ln \pi_{a\bar{b}}$$

Un premier intérêt de l'expression de l'indice  $\iota$  sous cette forme est un changement des limites. Si l'implication n'est pas vérifiée, l'indice  $\iota$  est faible (inférieur à 1). Plus l'indice  $\iota$  est faible et plus son logarithme  $\ln \iota$  tend vers  $-\infty$ . Pour la zone autour du  $\iota = 1$ , qui ne permet pas de conclure à une implication parce que les probabilités  $\pi_{ab}$  et  $\pi_{a\bar{b}}$  (de même que  $\pi_{\bar{a}\bar{b}}$  et  $\pi_{a\bar{b}}$ ) sont égales ou très proches,  $\ln \iota$  se situe autour de 0.

Un second intérêt de cette transformation est qu'elle permet de faire le lien entre l'implication et les distances entre les items modélisés dans une échelle de Rasch.

### Expression de l'indice iota dans une échelle de Rasch

Dans le modèle de Rasch tel qu'il est utilisé habituellement, les items s'ordonnent selon une échelle cumulative grâce à un indice de difficulté  $\delta$ . Le niveau de trait latent est indiqué par  $\theta$ . Pour tout item  $X_j$  d'une échelle de Rasch, d'une difficulté  $\delta_j$ , les probabilités de succès  $P(X_j = 1|\theta)$  et d'échec  $P(X_j = 0|\theta)$  pour un niveau de trait latent  $\theta$  sont données par :

$$P(X_j = 1|\theta) = \frac{\exp(\theta - \delta_j)}{1 + \exp(\theta - \delta_j)}$$

$$P(X_j = 0|\theta) = \frac{1}{1 + \exp(\theta - \delta_j)}$$

Le modèle de Rasch présuppose l'indépendance conditionnelle, c'est-à-dire que la réussite à un item ne doit pas être conditionnée à celle d'un autre. Dans ce cadre, les probabilités conjointes pour deux items  $X_1$  et  $X_2$  sont décrites dans le Tableau 2.4.

**Tableau 2.4**

Table de contingence des probabilités conjointes de  $X_1$  et  $X_2$

$X_1/X_2$	1	0
1	$\pi_{11} = \frac{\exp(\theta - \delta_1) \exp(\theta - \delta_2)}{[1 + \exp(\theta - \delta_1)][1 + \exp(\theta - \delta_2)]}$	$\pi_{10} = \frac{\exp(\theta - \delta_1)}{[1 + \exp(\theta - \delta_1)][1 + \exp(\theta - \delta_2)]}$
0	$\pi_{01} = \frac{\exp(\theta - \delta_2)}{[1 + \exp(\theta - \delta_1)][1 + \exp(\theta - \delta_2)]}$	$\pi_{00} = \frac{1}{[1 + \exp(\theta - \delta_1)][1 + \exp(\theta - \delta_2)]}$

Si maintenant on considère le cas où un ensemble d'items peut être considéré comme une échelle implicative, alors le calcul des cotes conditionnelles pour l'implication  $X_1 \Rightarrow X_2$  est donné par  $o_{1.}$ , qui représente la probabilité d'obtenir une réussite en  $X_1$  et une réussite en  $X_2$  divisée par la probabilité d'obtenir une réussite en  $X_1$  et un échec en  $X_2$ . De la même façon que pour  $a \Rightarrow b$ , où la présence de  $a$  et la présence de  $b$  devaient être beaucoup plus probables que la présence de  $a$  et de  $\bar{b}$ , si on postule une relation d'implication  $X_1 \Rightarrow X_2$ , alors la réussite à l'item  $X_1$  implique la réussite à l'item  $X_2$  et la combinaison comprenant la réussite à  $X_1$  et à  $X_2$  doit être beaucoup plus fréquente que la combinaison comprenant la réussite à  $X_1$  et l'échec à  $X_2$ . Cette dernière combinaison doit représenter un nombre faible de contre-exemples.

$$o_{1.} = \frac{\pi_{11}}{\pi_{10}}$$

$$o_{1.} = \exp(\theta - \delta_2)$$

Il n'y a pas de condition sur  $X_1$  connaissant  $X_2$ . Si  $X_2$  est réussi, alors  $X_1$  peut être échoué ou réussi.

La contraposée est toujours vérifiée dans la relation d'implication. Si  $X_1 \Rightarrow X_2$  alors  $\bar{X}_2 \Rightarrow \bar{X}_1$ . Un échec à  $X_2$  implique un échec à  $X_1$ . La cote conditionnelle de la contraposée est calculée par  $o_{.0}$ .

$$o_{.0} = \frac{\pi_{00}}{\pi_{10}}$$

$$o_{.0} = \frac{1}{\exp(\theta - \delta_1)}$$

L'indice  $\iota$  pour la relation d'implication  $X_1 \Rightarrow X_2$  se calcule sur les cotes suivantes :

$$\iota_{X_1 \Rightarrow X_2} = o_{1.} \times o_{.0}$$

Il est donc égal à :

$$\iota_{X_1 \Rightarrow X_2} = \frac{\exp(\theta - \delta_2)}{\exp(\theta - \delta_1)}$$

$$\iota_{X_1 \Rightarrow X_2} = \exp(\delta_1 - \delta_2)$$

Le second intérêt de la transformation logarithmique de l'indice  $\iota$  apparaît clairement ici :

$$\ln \iota_{X_1 \Rightarrow X_2} = \delta_1 - \delta_2$$

Pour calculer l'indice  $\iota$  sur la relation d'implication inverse, c'est-à-dire  $X_2 \Rightarrow X_1$ , le raisonnement est similaire. On utilise les cotes conditionnelles  $o_{.1}$  et  $o_{0.}$  que l'on multiplie.

$$o_{.1} = \frac{\pi_{11}}{\pi_{01}}$$

$$o_{.1} = \exp(\theta - \delta_1)$$

$$o_{0.} = \frac{\pi_{00}}{\pi_{01}}$$

$$o_{0.} = \frac{1}{\exp(\theta - \delta_2)}$$

L'indice  $\iota_{X_2 \Rightarrow X_1}$  est égal à l'inverse de l'indice  $\iota_{X_1 \Rightarrow X_2}$  :

$$\iota_{X_2 \Rightarrow X_1} = \exp(\delta_2 - \delta_1)$$

soit

$$\iota_{X_2 \Rightarrow X_1} = \frac{1}{\iota_{X_1 \Rightarrow X_2}}$$

Et la transformation logarithmique de l'indice  $\iota$  conduit donc à :

$$\ln \iota_{X_2 \Rightarrow X_1} = \delta_2 - \delta_1$$

Y. Noël (2017, 2021b) montre ainsi que les items qui appartiennent à une échelle de Rasch entretiennent des relations d'implication d'autant plus fortes qu'ils sont éloignés dans l'échelle. Si l'échelle de Rasch est vérifiée, alors les points représentant les items dans une solution d'échelonnement multidimensionnel basée sur les distances iota apparaissent alignés lorsqu'on représente dans un plan les implications qu'ils entretiennent.

Chaque échelle de Rasch doit avoir son alignement propre, et plusieurs échelles de Rasch indépendantes peuvent coexister. Dans le cas d'une implication parfaite, les distances entre les niveaux de difficulté des items  $\delta_j$  doivent pouvoir être additionnées, et les indices  $\ln \iota$  correspondants (en valeur absolue) doivent permettre de retrouver une additivité approximative sur les distances inter-items qui s'en déduisent.

Le recours à l'indice  $\iota$  a ainsi permis de lier l'implication au modèle de Rasch dans le cas spécifique où les relations d'implication s'emboîtent dans une chaîne transitive et cumulative.

## 2.4 Utilisation implicative et graphique du modèle de Rasch

Le modèle de Rasch (1960) est un modèle de réponse à l'item (IRT, *Item Response Theory*) particulièrement intéressant du point de vue de la recherche en psychologie et en éducation car il ouvre la possibilité de l'adaptativité en situation de test ou en situation d'exercices. Les tests internationaux PISA sont construits en utilisant les théories de la réponse à l'item et jusqu'en 2012, en utilisant le modèle de Rasch (OECD, 2017, p.141). Plus proche de nous, l'équipe TACIT (Testing Adaptatif des Compétences Individuelles Transversales) de l'université de Rennes utilise cette modélisation pour développer un test et une remédiation des capacités d'inférence et de vocabulaire pour progresser en lecture (Villesseche et al., 2018). La plateforme ainsi créée évalue les élèves et propose des entraînements personnalisés, calibrés pour correspondre à un niveau de réussite à la fois motivant et progressif pour chacun.

A partir des données cotées de façon binaire, réussite ou échec pour les performances et survenue ou non pour les comportements, le modèle de Rasch estime à la fois les niveaux d'habileté des participants et de difficulté des items. C'est un modèle unidimensionnel, c'est-à-dire qu'il permet de caractériser les niveaux de trait de sujets et les niveaux de difficulté des items sur une dimension ou échelle, représentant un trait latent. En tant que modèle unidimensionnel, le modèle de Rasch peut être utilisé pour analyser les données pour lesquelles un seul facteur sous-tend les différents items, mais pas uniquement. En effet, si les items sont expliqués par la même combinaison de différents facteurs sous-tendant un trait latent, le modèle de Rasch pourra s'appliquer (Embretson & Reise, 2000). Etant donné que notre étude regroupe différents domaines (représentation mentale des doigts, motricité manuelle, calcul, mémoire de travail), on ne s'attend pas à ce que le trait latent soit un unique facteur de l'ordre de la compétence, mais plutôt que le caractère implicatif cumulatif et emboîté sous-tende l'unidimensionnalité. Si les items dépendent de facteurs différents, de combinaisons qui varient en fonction des items, ou

ne font pas partie d'une même chaîne cumulative de relations d'implication, l'analyse de Rasch n'aboutira pas à la création d'une échelle unique. Plusieurs analyses sur des partitions des items pourront s'avérer nécessaires, et plusieurs échelles pourront être créées.

D'un point de vue technique, le modèle de Rasch, ou *One Parameter Logistic Model*, *1PL*, est un modèle qui contient un paramètre pour les items, représenté par delta ( $\delta$ ), qui correspond à l'indice de difficulté de l'item. On représente le niveau de trait latent du sujet, ou encore son niveau d'habileté, par theta ( $\theta$ ). L'indice de difficulté correspond à la valeur de  $\theta$  pour laquelle la probabilité de réussite de l'item est égale à 0.5. Ces indices sont estimés par de multiples itérations. L'analyse de Rasch permet ainsi de représenter dans une même échelle les items, grâce à leur indice de difficulté  $\delta$ , et les sujets, grâce au niveau de trait estimé  $\theta$ . Elle apporte également une métrique. L'échelle produite est graduée et la probabilité de réussite à un item (ou de survenue d'un comportement mesurée par un item) est calculable à partir de l'indice de difficulté de l'item et le niveau de trait du sujet.

Les modèles de la théorie de la réponse à l'item sont construits sur les deux hypothèses suivantes (Embretson & Reise, 2000) : les courbes caractéristiques des items (*ICC*, *Item Characteristic Curves*) et l'indépendance locale des observations (vérifiée si la réussite à un item n'est pas conditionnée à la réussite d'un autre item). Pour le modèle de Rasch, les courbes caractéristiques des items sont des fonctions logistiques, qui doivent varier uniquement selon un paramètre, l'indice de difficulté, qui se situe le long du trait latent. Les pentes des courbes caractéristiques des items sont égales et fixées par le modèle. Elles ne se chevauchent donc pas. La Figure 2.3 montre trois courbes caractéristiques de trois items d'un test. Les courbes croissent, d'une probabilité très proche de 0 à une probabilité très proche de 1 d'obtenir le succès à un item ou la survenue d'un comportement, selon le niveau de trait. Des droites en pointillé sont tracées sur le graphique pour illustrer le paramètre  $\delta$  (ou indice de difficulté de l'item, représenté par « b » dans la Figure 2.3), qui correspond au niveau de trait  $\theta$  auquel la probabilité d'obtenir 1 à l'item est de 50%. Le niveau de trait  $\theta$  estimé est représenté sur une échelle dont le 0 est fixé arbitrairement à partir des estimations, puisque ce sont les écarts entre les items ou entre les sujets qui sont utiles.

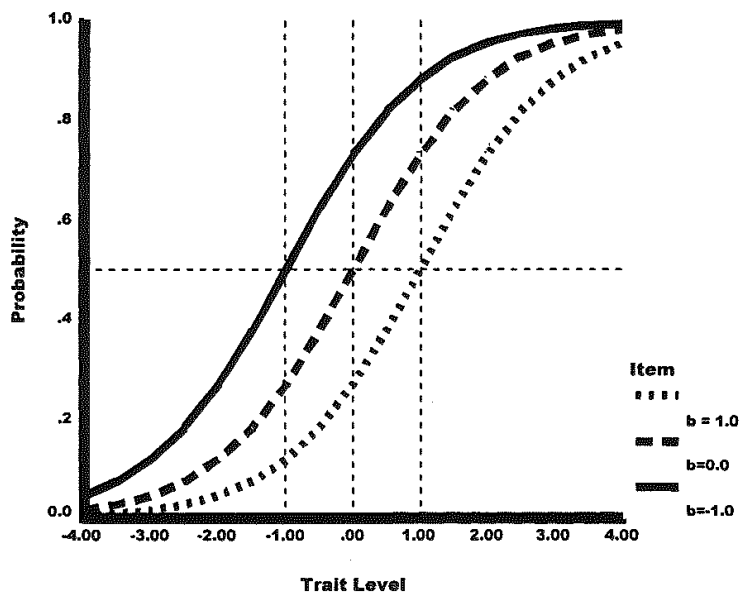
Le logit de la probabilité de succès à un item donné, connaissant le niveau de trait latent du sujet et le paramètre de difficulté de l'item, correspond à la différence entre le niveau de trait et le niveau de difficulté. Plus la différence entre le niveau de trait  $\theta$  et l'indice ou paramètre de difficulté  $\delta$  augmente, plus la probabilité de réussite ou d'échec augmente selon que  $\theta$  est supérieur ou inférieur à  $\delta$ . Pour des valeurs égales de  $\theta$  et  $\delta$ , la probabilité de réussite est de 50%. Dans notre approche implicative du modèle de Rasch, la différence entre deux indices de difficulté d'items,  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , correspond au logarithme de l'indice iota. Plus la distance entre les indices de difficulté des items est grande, plus



la force de l'implication augmente. Plus les indices de difficulté des items sont proches, moins il est possible de considérer l'existence d'une relation d'implication entre ces items.

**Figure 2.3**

*Courbes caractéristiques des items (ICC)*



*Note.* Reproduit à partir de « *Item response theory for psychologists* », par Embretson, S. E. & Reise, S. P., 2000, p. 68, L. Erlbaum Associates Publishers.

Dans la représentation graphique d'une échelle de Rasch, les items et les sujets peuvent être représentés ensemble. Il devient possible de lire directement, sans calcul, les positions des items et les positions des sujets sur une même échelle graduée. La position des items apporte des indications sur la difficulté qu'ils représentent s'il s'agit d'items de performance, ou sur la fréquence de leur survenue s'il s'agit de comportements. La position des

sujets donne leur niveau de trait et la comparaison des positions reflète la comparaison des niveaux de traits. La position relative d'un sujet par rapport à un item permet d'inférer sur la probabilité qu'il réussisse l'item ou qu'il adopte le comportement évalué. Plus l'item est éloigné de la position du sujet, plus l'item est accessible s'il se trouve sous le sujet, plus il est inaccessible s'il se trouve au-dessus du sujet dans l'échelle représentée graphiquement.

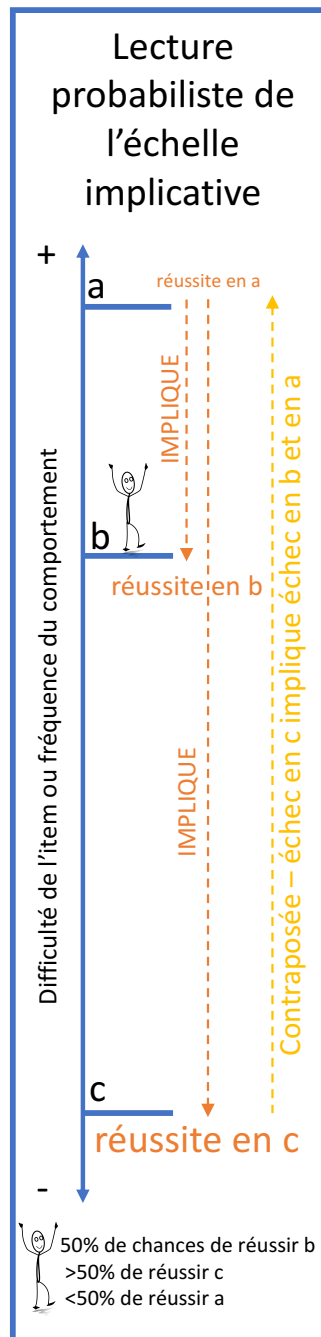
Les relations d'implication statistique sont également observables dans l'échelle produite puisque celle-ci se fonde sur l'appartenance des items qui la composent à une chaîne implicative cumulative. Plus les items sont éloignés les uns des autres, plus l'implication est forte. Si des items se regroupent dans l'échelle, il devient possible d'interpréter la distance entre deux groupes d'items de façon implicative.

Nous avons fait le choix de représenter les échelles en format vertical suite aux communications pour lesquelles nous avons travaillé sur l'ergonomie de ces échelles et l'accessibilité de l'information. Un format horizontal est possible, mais il peut apporter de la confusion dans la lecture en provoquant l'inférence d'une chronologie.

La figure 2.4 est un schéma qui vise à rappeler les propriétés graphiques de l'échelle implicative présentées dans le texte afin de faciliter la lecture des échelles produites dans les études 1 et 2. Ce schéma est reproduit sur le marque-page que vous trouverez dans le manuscrit pour accompagner la lecture (ou qui peut être découpé le cas échéant).

**Figure 2.4**

*Schéma de lecture des échelles implicatives*



*Note.* La réussite à l'item *a* implique une probabilité supérieure à 50% de réussir l'item *b* et une probabilité plus grande encore de réussir l'item *c*. Pour la contraposée, l'échec à l'item *b* implique une probabilité supérieure à 50% d'échec à l'item *a*.

## 2.5 Conclusion

L'utilisation d'un indice asymétrique permet de préciser la relation mise en évidence de façon corrélacionnelle. Dans cette recherche, l'utilisation d'un indice d'implication statistique, plutôt que d'un indice de corrélation, apporterait des indications sur l'orientation des relations étudiées. L'implication statistique définie par Gras (1979), dont l'étude a été étoffée ces dernières années (Gras, 2014 ; Gras & Larher, 1992 ; Gras et al., 2008) oriente la relation entre deux facteurs, et peut aller au-delà en proposant un réseau hiérarchique d'implication. Il apparaît cependant qu'un tel réseau est complexe. Il structure à la fois des règles d'implication entre items et entre règles elles-mêmes, soulevant des difficultés d'interprétation (Acioly-Regnier & Regnier, 2007). Par ailleurs, ce réseau hiérarchique n'est pas conçu de façon métrique. Les classes produites bénéficient d'une mesure de significativité, mais ne permettent pas de calculs de distance entre elles.

L'implication statistique peut toutefois s'envisager dans une échelle dimensionnelle issue de la modélisation de Rasch (1960). Le modèle de Rasch peut être relié à l'implication statistique via un indice appelé indice iota (Y. Noël, 2017, 2021b). Dans cette approche, une échelle correspond à une chaîne cumulative d'items qui partagent des relations d'implication emboîtées. Les items évalués dans une analyse de Rasch appartiennent à une même échelle si une chaîne d'implications emboîtées, que l'on peut assimiler à un trait latent, les sous-tend. L'appartenance à une même échelle apporte ainsi des éléments en faveur d'un continuum d'items sous-tendu par le même trait (ici l'appartenance à une même chaîne implicative) ou une combinaison stable de facteurs, qui a une influence semblable sur tous les items de l'échelle. Il est possible que des items n'appartiennent pas à une même échelle mais puissent être représentés dans plusieurs échelles, mettant en évidence plusieurs chaînes d'items liés par des relations implicatives emboîtées distinctes les unes des autres.

La modélisation de Rasch (1960) permet enfin d'apporter une métrique. Les échelles produites par l'analyse peuvent être représentées graphiquement et montrent les positions des items et des sujets sur une même graduation (Embretson & Reise, 2000). Les distances peuvent être calculées entre les items ou des groupes d'items, entre les sujets, et entre les sujets et les items. La probabilité pour un sujet de réussir un item est calculée à partir de la distance qui sépare les positions du sujet et de l'item. Plus la distance est grande plus la probabilité s'éloigne de 50%. L'approche implicative de la modélisation de Rasch ajoute de l'information dans les échelles produites. L'utilisation d'une extension graphique permet une lecture simple des échelles. Plus les items sont éloignés, plus la relation d'implication entre eux est forte. La position des items dans l'échelle donne l'orientation de la relation. Les items les plus hauts dans l'échelle impliquent ceux qui

se situent en dessous, sur le principe du *qui peut le plus peut le moins*. La réussite à un item ou sa survenue s'il s'agit d'un comportement implique la réussite aux items (ou la survenue des items) qui sont positionnés en dessous, soient les items qui possèdent un indice de difficulté inférieur.

# Chapitre 3

## Etude 1 - Etude des relations entre doigts et calcul : construction d'une échelle implicative

### 3.1 Introduction

La littérature montre des relations entre doigts et calcul (addition et soustraction) dans les premiers apprentissages mathématiques en mettant en évidence des associations entre des mesures liées aux doigts et les performances en calcul des enfants. Parmi les mesures utilisées dans les études visant à évaluer le lien entre doigts et calcul additif élémentaire, les gnosies digitales, la dextérité et l'utilisation spontanée des doigts pour calculer sont les mesures les plus communes.

Les mesures de gnosies digitales faibles indiquent des troubles des apprentissages (Benton, Hutcheon, & Seymour, 1951). Suite à l'étude du syndrome de Gerstmann (1940) dont deux des symptômes sont une agnosie digitale et une acalculie, les mesures de gnosies sont utilisées dans les études sur la cognition numérique. Le lien entre gnosies et calcul apparaît dans certaines études (Fayol et al., 1998 ; Marinthe et al., 2001 ; M.-P. Noël, 2005 ; Reeve & Humberstone, 2011) mais pas dans d'autres (Long et al., 2016 ; Soylu, Raymond, Gutierrez, & Newman, 2017). Lors des tâches de gnosies digitales, les participants ont la main cachée et l'examineur touche un ou deux doigts de la main cachée. Les participants doivent ensuite indiquer le ou les doigts touchés en le ou les indiquant sur un dessin. Au-delà de la capacité à discriminer le ou les doigts touchés, les gnosies mesurent la capacité à activer une représentation interne et à la faire correspondre avec une autre représentation (Soylu, Lester, & Newman, 2018, p.118). Bonneton-Botté et al.

(2015) évaluent également la capacité à se représenter ses doigts, mais en utilisant le dessin de la main. Dans ce paradigme, il s'agit aussi de faire correspondre une représentation interne et une représentation produite. De plus, la capacité à exécuter un dessin de la main planifié est liée de façon implicative à la correspondance terme à terme chez les enfants entre 4 ans et 5 ans et demi. En d'autres termes, les enfants qui dessinent une main complète de façon planifiée ont une probabilité forte de réussir la tâche de correspondance terme à terme ; la correspondance terme à terme étant un préalable au calcul.

Evoquer la représentation interne de la main et des doigts, qu'elle soit mesurée par les gnosies digitales ou par le dessin de la main, ne prend pas le même sens selon l'approche dans laquelle on se place. Dans une approche cognitiviste classique, dans laquelle le corps apporte simplement une réponse, la représentation est considérée comme une connaissance détachée des expériences sensorimotrices, stockée dans un format amodal dans un module ou substrat cérébral. Dans une approche incarnée et située de la cognition, les sens, les actions, les interactions avec l'environnement, créent des traces distribuées dans le cerveau, correspondant à un état neuronal unique pour chaque situation. Celui-ci pourra se reproduire si la situation se répète (Versace et al., 2018). Ces réseaux de traces constituent ce qu'il est toutefois possible d'appeler une représentation. Bien que le format de cette représentation enracinée dans l'interaction du corps et de l'environnement soit différent de celui de la représentation dans le sens cognitiviste, ces représentations sont un support sur lequel s'appuie le développement cognitif. Les termes « incarné » et « enraciné » seront utilisés comme des synonymes dans cet écrit ; l'interprétation énonciviste de la cognition incarnée, dans laquelle l'environnement advient pour l'individu par son action et dans laquelle la représentation quelle que soit sa forme, ne fait pas partie de la modélisation ne sera pas sous-entendue par l'utilisation de ces termes.

En plus de la contribution de la représentation mentale des doigts évaluée par les gnosies, Penner-Wilger et al. (2007) montrent la contribution de la dextérité et du *subitizing* dans le développement des premières compétences numériques, appuyant ainsi l'hypothèse de Butterworth (1999, 2005) de la dextérité comme l'un des précurseurs de ce développement. Asakawa et Sugimura (2014) montrent expérimentalement une association entre dextérité et performance en calcul additif tout en soulignant la diversité des profils d'enfants de 4 à 6 ans dans le lien entre évolution de la dextérité et la réussite additive. Les tâches choisies pour évaluer la dextérité, le *pegboard* constitué de chevilles à insérer dans des trous (Asakawa & Sugimura, 2014), le *finger tapping* lors duquel l'enfant est amené à taper des doigts le plus vite possible (Penner-Wilger et al., 2007), les perles à enfiler (U. Fischer et al., 2020), mesurent à la fois les capacités motrices manuelles et la planification du geste moteur. La planification est incluse dans le temps nécessaire à la réalisation de la tâche, ou dans le nombre d'objets déplacés ou insérés dans un temps

donné. Le test de l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) est un test français qui révisé le test de Bergès et Lézine (1963) et qui propose d'évaluer la motricité gnosopraxique distale en n'utilisant que le corps, sans objet intermédiaire. Outre la précision du geste moteur, les items d'imitation motrice manuelle permettent de mesurer la planification dans un score, et un étalonnage pour les enfants de 4 à 7 ans révolus est disponible.

La représentation de la main et des doigts ainsi que les capacités motrices manuelles et la planification du geste sont donc des capacités liées aux doigts qui ont été associées à la performance en calcul. Une autre composante étudiée est l'utilisation spontanée des doigts pour calculer les additions et les soustractions. Jordan et al. (2008) montrent qu'une association positive existe entre performance en calcul et utilisation spontanée des doigts à 5 ans et demi et que cette association décroît au fur et à mesure du temps pour devenir négative vers 8 ans. Le recours spontané aux doigts s'arrête pour les enfants performants en calcul, qui passent à une stratégie internalisée, et l'utilisation spontanée des doigts à 8 ans et demi ne s'associe plus à la performance mais aux difficultés en calcul. Si l'utilisation spontanée des doigts laisse la place à une stratégie plus internalisée, la question de la nature de cette stratégie reste ouverte. Chez l'enfant comme chez l'adulte, il est difficile de parler d'une stratégie car ce terme générique renvoie à une multiplicité de stratégies (Bernoussi, 1998), dont la récupération des faits arithmétiques en mémoire à long terme (R. Siegler & Shrager, 1984), ou un comptage rapide et automatisé (Thevenot et al., 2016). L'utilisation des représentations mentales des doigts (i.e., des traces laissées au niveau neuronal lors de l'utilisation physique des doigts pour calculer dans une perspective incarnée) est également une piste à explorer. En effet, des interférences sont montrées chez les adultes qui exécutent un mouvement de main lorsqu'ils résolvent des calculs additifs (Michaux et al., 2013). Des images cérébrales montrent une activation neuronale des aires liées aux doigts chez des enfants de 8 à 13 ans lors du calcul additif, alors qu'ils n'utilisent pas leurs doigts pour résoudre les opérations (Berteletti & Booth, 2015). Selon Wilson (2002), les doigts peuvent être utilisés physiquement lors d'une activité de calcul, mais les mécanismes cérébraux de traitement sensoriel et d'action motrice manuelle peuvent également être mis en œuvre sans manifestation physique. Cela peut-être rapproché du modèle Act-In dans lequel les traces des activités sensorimotrices au niveau cérébral, qui sont activées lors de multiples expériences, acquièrent une accessibilité en dehors de l'environnement qui les crée (Versace et al., 2018, 2014). Les représentations mentales des doigts peuvent, dans cette approche de la cognition, être activées en dehors de l'action physique des doigts.

Les études précédemment citées concernent les relations entre les doigts et le calcul chez les enfants au développement typique. Or, le développement des premiers calculs revêt également une importance cruciale pour les personnes avec une déficience intel-



lectuelle (DI) en ce que la numéracie de base est quotidiennement sollicitée et qu'elle favorise l'emploi et l'insertion sociale (Faragher & Brown, 2005 ; Rose et al., 2005). Les études évaluant les relations entre doigts et calcul sont très peu nombreuses chez les personnes qui présentent une DI idiopathique. Le manque d'études portant sur des populations avec une déficience légère dont on ne connaît pas l'origine est pointé par l'Inserm (2016), d'autant que les personnes qui présentent une DI sans étiologie sont nombreuses parmi les personnes avec DI. Aucune étude n'existe à notre connaissance sur le lien entre la qualité de la représentation mentale des doigts évaluée par les gnosies ou par le dessin de la main et le calcul chez les enfants ou adolescents avec DI. Concernant la dextérité, un retard de 3 à 4 ans dans le développement, par rapport aux enfants avec un développement typique, est montré (Rintala & Loovis, 2013). L'utilisation spontanée des doigts est évoquée dans la littérature (Baroody, 1999 ; Sermier Dessemontet et al., 2020) mais sans être explorée spécifiquement. Jimenez et Saunders (2019) soulignent le fait que des objets à manipuler peuvent aider les élèves avec DI à acquérir des compétences conceptuelles sur les nombres qui sous-tendent le calcul mais que le recours à des objets est aussi source d'erreurs du fait de la lourdeur et du temps imposé par le dispositif. Le développement du calcul connaît un retard chez les personnes avec DI comparativement aux personnes avec un développement typique. Les compétences en calcul additif de base, avec des opérands inférieurs à 10, connaissent une acquisition maximale entre 10 et 20 ans (Baroody, 1999).

Dans une vision inclusive de cette recherche qui vise à mieux comprendre le lien entre doigts et calcul avec l'objectif d'implications pratiques vers l'école à plus ou moins long terme, explorer ce lien auprès d'enfants au développement typique qui entrent dans les premiers apprentissages et auprès d'adolescents avec une déficience intellectuelle qui travaillent sur ces apprentissages premiers prend tout son sens. Des délais développementaux sont observés dans l'acquisition du calcul et de compétences liées aux doigts pour les adolescents avec DI. Dans ce cadre, si une précision de la relation entre doigts et calcul est apportée par cette étude, il paraît judicieux de savoir si la relation entre doigts et calcul peut être modélisée de la même façon chez ces deux populations différentes, reprenant la notion de délai ou de retard, ou si la relation entre doigts et calcul doit être modélisée différemment selon la population, s'appuyant davantage sur la notion de différence de développement.

Par ailleurs, si on associe l'utilisation spontanée des doigts à la réussite en calcul additif, il semble que cette association nécessite d'être précisée dans son orientation. La réussite des calculs ne peut pas être conditionnée à l'utilisation des doigts (Crollen, Seron, & Noël, 2011 ; Thevenot, 2014). Réussir le calcul peut être réalisé en utilisant ses doigts, mais également sans utilisation spontanée des doigts parce qu'une stratégie internalisée a pris le relai. Dans l'autre sens, utiliser spontanément ses doigts devrait favoriser la réussite

en calcul dans une approche enracinée de la cognition.

Dans cette approche enracinée, ne pas utiliser physiquement ses doigts ne veut pas dire ne pas utiliser ses représentations internes des doigts. Si l'apprentissage du calcul est sous-tendu par l'action des doigts lors du calcul, puis par l'émergence de représentations internes enracinées accessibles en dehors de l'action, alors on peut penser que la maîtrise d'actions comme l'imitation motrice manuelle planifiée ou encore le dessin de la main témoignent de précurseurs du calcul liés aux doigts. En l'absence de troubles moteurs, ne pas être capable d'imiter un geste manuel de façon planifiée ou de montrer par le dessin une représentation correcte de la main devrait avoir un impact négatif sur la performance en calcul.

Le recours à un indice statistique symétrique ne permet pas d'analyser une relation dans une orientation donnée. De plus, si l'on envisage la relation entre doigts et calcul dans un continuum de l'action sensorimotrice des doigts au calcul, l'analyse doit utiliser un indice asymétrique dans une modélisation unidimensionnelle. Y. Noël (2017, 2021b) montre, par l'intermédiaire d'un indice basé sur la relation d'implication (*a implique b*) et sa contraposée (*non-b implique non-a*), que la modélisation de Rasch permet l'analyse d'items dans une chaîne unidimensionnelle d'implications emboîtées. Le caractère unidimensionnel de la modélisation est lié à la présence de relations d'implications emboîtées. Si cette modélisation s'ajuste bien aux données, elle doit permettre de répondre aux questions de recherche suivantes :

- Des capacités liées à la représentation mentale des doigts et à l'imitation motrice manuelle ainsi que l'utilisation spontanée des doigts lors du calcul peuvent-elles être envisagées dans un continuum unidimensionnel reliant doigts et calcul ?
- Ce continuum peut-il s'exprimer dans une échelle implicative cumulative commune aux enfants au développement typique et aux adolescents avec DI ?
- Est-ce que l'utilisation spontanée des doigts en calcul implique la réussite aux calculs ? A l'opposé, est-ce que des difficultés à se représenter mentalement ses doigts ou à imiter de façon planifiée un mouvement manuel impliquent une probabilité forte d'échec en calcul ?

## 3.2 Objectif de l'étude

L'objectif principal de cette étude est de préciser, chez les enfants au développement typique et les adolescents avec DI, les relations entre doigts et calcul en évaluant la nature implicative des liens potentiels entre les capacités d'imitation motrice manuelle planifiée, de représentation mentale des doigts évaluée par le dessin de la main, le recours à

l'utilisation des doigts pour calculer et la performance dans les premiers calculs.

### 3.2.1 Hypothèse 1

Si les doigts entretiennent une relation fonctionnelle avec le calcul (Andres et al., 2008), alors des items évaluant des habiletés liées aux doigts et des items de calcul doivent pouvoir s'inclure dans un ensemble partageant un trait commun. Ce trait commun n'est pas de l'ordre du domaine d'appartenance des items puisqu'ils appartiennent à des domaines différents. Notre hypothèse est que ce trait commun est une relation d'implication en chaîne (Y. Noël, 2017, 2021b), qui possède une seule dimension parce que les items appartiennent à une seule et même chaîne cumulative.

La modélisation de Rasch, fixant le paramètre de discrimination des items (à 1) et estimant uniquement un paramètre, l'indice de difficulté des items  $\delta$ , permet de construire simplement une échelle cumulative sur laquelle les items ainsi que le niveau de trait latent des participants peuvent être représentés conjointement. En plus d'être cumulative, cette échelle a des propriétés implicatives. Si on se place dans une approche enracinée de la cognition numérique, des items moteurs d'imitation motrice manuelle, des items évaluant la précision de la représentation mentale de la main, des items de calcul additif et des items codant l'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul doivent pouvoir être modélisés dans un continuum. Une échelle à deux paramètres, libérant l'indice de discrimination des items, a également des propriétés implicatives mais plus complexes à analyser. Si l'échelle de Rasch, plus contraint, est un modèle aussi performant qu'une échelle à deux paramètres, alors les items partageront un même indice de discrimination et les relations d'implications s'inscriront dans une seule dimension. Une comparaison de ces modélisations en faveur de la modélisation de Rasch, plus contrainte, avec un critère AICc très proche (à moins de 4 points de différence du modèle qui présente l'AICc le plus faible), égal ou mieux encore plus faible pour le modèle de Rasch que pour le modèle moins contraint, permettra une modélisation simple des relations d'implications partagées par les items.

### 3.2.2 Hypothèse 2

Notre seconde hypothèse concerne l'inclusivité de l'échelle. L'analyse statistique choisie pour traiter les données dans le cadre de l'implication permet de prendre en compte des données issues de populations différentes (Embretson & Reise, 2000). Les personnes avec DI accèdent au calcul plus tardivement (Baroody, 1999; Butterworth, 1999) et leurs capacités motrices s'acquièrent également avec un décalage temporel Rintala et Loovis

(2013). Si le calcul et les habiletés liées aux doigts se développent de façon similaire mais avec un délai et si la relation entre doigts et calcul est semblable pour les personnes avec ou sans DI, alors le continuum entre doigts et calcul doit être le même quel que soit le groupe d'appartenance des participants.

Les participants à notre étude sont des enfants au développement typique et des adolescents avec une déficience intellectuelle scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif d'inclusion. Deux modèles sont testés : i) le paramètre de difficulté des items est fixé pour chaque item sans distinction de groupe typique (TD) ou DI (i.e., les items sont rangés dans le même ordre pour tous les participants) ; ii) le paramètre de difficulté des items peut varier selon les groupes (le paramètre est différent pour les groupes TD et DI), c'est-à-dire que les items sont rangés dans un ordre différent selon le groupe. La comparaison des modèles permet de déterminer si c'est le modèle avec une seule valeur du paramètre de difficulté des items, sans distinction de groupe, ou le modèle avec deux valeurs de ce paramètre, différentes selon le groupe TD ou DI, qui s'ajuste le mieux aux données. Notre hypothèse est que le modèle le plus performant parmi ces modèles est celui dans lequel le paramètre de difficulté des items est fixé pour tous les groupes, en d'autres termes, quand l'échelle est commune, rejoignant l'hypothèse d'un développement similaire pour tous mais qui peut être retardé pour les personnes avec DI.

### 3.2.3 Hypothèse 3

Si l'utilisation des doigts favorise la réussite en calcul, alors dans une approche implicite l'utilisation spontanée des doigts implique la réussite en calcul. L'association entre utilisation spontanée des doigts et échec au calcul est un contre-exemple de la relation d'implication. Elle doit donc être rare. Il n'y a pas de contrainte sur la réussite en calcul selon l'utilisation des doigts ou non.

L'analyse statistique utilisée doit pouvoir donner une orientation à la relation d'implication, si elle existe, entre utilisation des doigts et calcul. Dans une perspective enracinée de la cognition, si l'enfant ou l'adolescent qui apprend l'arithmétique utilise ses doigts pour résoudre des calculs additifs, alors la probabilité qu'il réussisse les calculs doit être forte, et la probabilité qu'il se représente ses doigts mentalement et qu'il reproduise un mouvement de doigts doit l'être encore plus. D'un point de vue opposé, présenter des difficultés à se représenter mentalement ses doigts et à imiter une posture de doigts doit limiter non seulement la probabilité d'utiliser ses doigts en contexte de calcul, mais également de la réussite aux calculs.

## 3.3 Méthodologie

### 3.3.1 Participants

145 enfants et adolescents ont participé à cette étude. Ils se répartissent ainsi :

- 40 enfants de MS (22 filles, âge compris entre 52 et 64 mois,  $M_{\text{âge}} = 57.80$ )
- 49 enfants de GS (30 filles, âge compris entre 62 et 76 mois,  $M_{\text{âge}} = 69$ )
- 23 enfants de CP (10 filles, âge compris entre 77 et 91 mois,  $M_{\text{âge}} = 82.87$ )
- 33 adolescents d'ULIS collège (16 filles, âge compris entre 139 et 193 mois,  $M_{\text{âge}} = 163.8$ )

Les enfants de maternelle et de CP ne présentent pas de diagnostic de troubles des apprentissages ou de troubles neuro-développementaux. Les adolescents scolarisés au collège avec le soutien du dispositif ULIS ont un diagnostic de déficience intellectuelle légère sans étiologie connue. Un test d'efficacité intellectuelle (WISC-IV) de moins de deux ans, réalisé et interprété par une psychologue de l'éducation nationale ou par une psychologue d'un service de soin confirme le diagnostic.

Conformément aux procédures éthiques en vigueur à l'université au moment du recueil des données, un consentement écrit des parents a été obtenu avant l'expérimentation. Chaque participant a également été informé oralement qu'il pouvait décider d'arrêter les activités (i.e., le test) à tout moment sans avoir à justifier sa décision et sans conséquence. L'étude a été conduite dans le respect du code d'éthique de la *World Medical Association* (Déclaration d'Helsinki) concernant l'expérimentation impliquant des humains.

### 3.3.2 Tâches et comportements observés

#### Calculs

Les calculs choisis sont des additions et des soustractions. Nous utiliserons les termes « calcul » et « opérations » indistinctement ici pour parler des énoncés à résoudre. Les participants ont quatre énoncés à résoudre; ceux-ci ne contiennent pas de doubles. Ils ont été présentés à la fois sous une forme d'énoncés arithmétiques et sous une forme de problèmes, habillés d'un énoncé verbal. Pour la moitié d'entre eux, ils sont présentés sous une forme classique, dans laquelle il s'agit de retrouver le résultat placé derrière le signe égal. Pour l'autre moitié, l'un des opérands est manquant.

Les énoncés arithmétiques sont présentés sur un écran sous la forme  $3 + 5 = \dots$  ou  $7 - \dots = 3$  et lus par l'examineur. Les points de suspension sont lus en disant « quelque chose » lors de la lecture de l'énoncé. Puis l'examineur formule la question

en utilisant « combien » (e.g. « Trois plus cinq font combien ? Sept moins combien pour faire trois ? »). Les énoncés verbaux sont issus du Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001). Ils existent sous la forme « Julie a des oeufs dans son panier. Elle en casse 2. Maintenant, il lui reste 3 oeufs. Combien Julie avait-elle d'oeufs dans son panier avant d'en casser ? »

Les items proposés sont  $3 + 5$ ,  $5 - 3$ ,  $\dots - 2 = 3$ ,  $7 - \dots = 3$ . Chaque opération est proposée une fois sous une forme arithmétique et une fois sous forme de problème verbal.

La tâche de calcul est ainsi composée de 8 items (4 énoncés arithmétiques et 4 énoncés verbaux correspondant aux mêmes calculs à résoudre). Chaque item est coté 1 si le participant donne le résultat juste oralement, et coté 0 si le participant donne une réponse erronée ou n'en donne pas.

Pour chaque item, l'examineur demande au participant de justifier sa réponse. Pour ce faire l'examineur lui demande comment il sait que cette réponse est la bonne et comment il a fait pour trouver sa réponse. Un item de justification est associé à chaque item de calcul. L'item de justification est coté 1 si la justification est correcte et amène au résultat attendu, sinon l'item est coté 0. La justification peut être correcte alors que le résultat donné précédemment au calcul ne l'est pas. Cet item, en plus de son intérêt sur un plan qualitatif, a pour objectif d'évaluer la capacité à montrer les connaissances conceptuelles des participants concernant chaque opération.

### **Utilisation spontanée des doigts**

Les participants ont les mains posées sur la table en début d'épreuve. L'examineur note l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre le calcul, qu'elle soit directement visible ou cachée par le participant. L'examineur n'incite pas à utiliser ses doigts, ne fait pas de remarque lors de l'utilisation des doigts, ni quand un participant cache ses doigts pour les utiliser. Si le participant demande s'il a le droit d'utiliser ses doigts, l'examineur lui répond « tu peux faire comme tu veux ».

Pour chaque opération, l'examineur cote 1 l'utilisation spontanée des doigts pour calculer et 0 l'absence d'utilisation des doigts. L'utilisation spontanée des doigts est cotée 1 si elle apparaît, quelle que soit l'efficacité de la stratégie.

### **Imitation motrice manuelle - Test d' Evaluation de la Motricité Gnosopraxique distale (EMG)**

L'imitation motrice manuelle est évaluée en utilisant l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) qui est un test français étalonné auprès d'une population d'enfants de 4 à 7 ans. A partir de la batterie de Bergès et Lézine (1963), l'EMG propose une passation réduite d'items distaux et digitaux sélectionnés pour leur pouvoir prédictif de la fonction praxique, et prend en compte à la fois la précision du geste et sa planification dans la cotation.

Lors de l'EMG, le participant est placé en face de l'examineur. Tous les deux sont assis sur une chaise, les bras le long du corps. Le test est passé dans sa version abrégée composée de 12 items. Dans le test, les instructions de cotations sont les suivantes : chaque item réussi de façon immédiate est coté 1; chaque item réussi après un tâtonnement ou un délai de plus de 3 secondes est coté 0,5; chaque item échoué est coté 0. Etant donné que nous utilisons un modèle de Rasch pour traiter les données, nous avons transformé les résultats en résultats binaires. Dans notre adaptation de la cotation, deux possibilités ont été envisagées : coter la réussite à l'item uniquement lorsque l'imitation était correcte et immédiate, donc planifiée, ou coter la réussite à l'item lorsque l'imitation était correcte, même après tâtonnement. Pour construire l'échelle, nous avons fait le choix de retenir la réussite des items lorsqu'ils font intervenir une planification de la part du sujet, en plus d'une capacité purement motrice. Nous mesurons donc ici la capacité du sujet à imiter un geste moteur en planifiant mentalement l'exécution de ce geste. Cela signifie que dans notre échelle, un item d'EMG réussi correspond à la réussite experte de l'item, comprenant la planification du geste moteur et la reproduction de ce geste sans erreur ni essais intermédiaires. Dans cette cotation, une réussite immédiate (RI) est cotée 1, une réussite par tâtonnement ou un échec sont cotés 0.

### **Représentation mentale de la main et des doigts**

Pour évaluer la qualité de la représentation de la main et des doigts, nous avons demandé aux participants de dessiner une main. La consigne était la suivante : « Maintenant, je vais te demander de dessiner une main ». Si l'enfant approchait son autre main pour la regarder ou la prendre comme gabarit, l'expérimentateur précisait que le dessin se faisait « sans modèle ».

Trois items cotent cette tâche. L'item « cinq.doigts » est coté 1 lorsque 5 doigts exactement sont présents sur le dessin, 0 sinon. L'item « main.complète » est coté 1 si le dessin comprend exactement 5 doigts et une paume et que les éléments sont placés et reliés comme dans une main. L'item « pouce » est coté 1 lorsqu'un doigt est différencié des

quatre autres.

### 3.3.3 Aspects méthodologiques de l'analyse statistique

Toutes les analyses sont réalisées avec le logiciel R (RCoreTeam, 2020). Les modélisations de réponse à l'item (modélisation de Rasch, modélisation à deux paramètres) sont réalisées à l'aide de la librairie *mirt* (Chalmers, 2012).

La modélisation de Rasch permet de mesurer les différences de difficulté entre les items et de situer les participants dans la même dimension que les items retenus par le modèle. L'échelle produite rassemble des items dans une chaîne implicative cumulative (Y. Noël, 2017, 2021b). Les items retenus par le modèle et donc insérés dans l'échelle partagent un trait latent. Ils sont sous-tendus par un facteur ou par une combinaison de facteurs commune (Embretson & Reise, 2000).

Le résultat de l'analyse sera présenté sous une forme graphique. Les items seront représentés par des lignes horizontales, que l'on pourrait comparer aux barreaux de l'échelle. Leur position dans l'échelle correspondra à leur indice de difficulté, delta ( $\delta$ ). Les scores d'habileté des participants theta ( $\theta$ ) seront également représentés sur ces échelles. Un symbole différent est attribué à chaque groupe (MS, GS, CP, ULIS) afin de pouvoir distinguer les groupes des participants. Un léger décalage est réalisé dans la visualisation des données en utilisant la commande *jitter* dans le package *ggplot2* (Wickham, 2016) afin d'éviter la superposition de certains scores  $\theta$ . En effet, les participants qui ont le même nombre de réponses correctes ont des niveaux de trait  $\theta$ , identiques. Les scores  $\theta$  ont été rassemblés par groupe d'appartenance (MS, GS, CP, ULIS) en abscisse pour faciliter la lecture du graphique. L'abscisse de chaque groupe a été décidée de façon arbitraire pour des raisons de lisibilité. Le 0 dans l'échelle correspond à la moyenne des scores  $\theta$  et une unité correspond à un écart-type de ce score.

L'un des intérêts de l'utilisation du modèle de Rasch dans notre étude est la possibilité de représenter dans une même dimension les scores de difficulté des items ( $\delta$ ) et les scores d'habileté des participants ( $\theta$ ), sur la même graduation que les indices  $\delta$  et opérables ensemble. Il est possible, dans ce cadre, de comparer directement les scores d'habileté des participants ( $\theta$ ) et les scores de difficulté des items ( $\delta$ ). Si le score d'habileté, ou niveau de trait latent  $\theta$  d'un participant est au même niveau que le  $\delta$  (indice de difficulté) d'un item, alors la probabilité pour ce participant de réussir cet item est de 50%. Plus la distance entre le niveau de trait  $\theta$  d'un participant et l'indice de difficulté  $\delta$  d'un item est grande, plus la probabilité de réussir l'item est grande si  $\theta$  est supérieur à  $\delta$ , c'est-à-dire si le point représentant le sujet est au-dessus de l'item dans l'échelle. Si le score  $\theta$



est inférieur à l'indice de difficulté de l'item ( $\delta$ ), c'est-à-dire si le point représentant le sujet est situé en dessous de l'item dans l'échelle, alors plus la distance entre les deux est grande, plus la probabilité d'échouer l'item est forte pour le participant. L'échelle est graduée en ordonnée uniquement. A partir de la différence entre le niveau de trait ( $\theta$ ) d'un sujet et l'indice de difficulté d'un item ( $\delta$ ), il est possible de calculer la probabilité de réussite à l'item. L'écart entre les items permet de la même façon de prédire la probabilité de réussite à l'un selon la probabilité de réussite de l'autre.

L'autre intérêt de cette modélisation statistique dans notre recherche concerne les propriétés implicatives de l'analyse de Rasch (Y. Noël, 2017, 2021b). Du point de vue implicatif, l'indice  $\iota$  augmente avec la distance entre les items sur cette échelle. Le degré d'implication varie donc avec la distance entre les items. Les items qui ont des indices de difficulté ( $\delta$ ) identiques n'entretiennent pas de relation d'implication. Par contre, plus la distance est importante entre des items ou des groupes d'items et plus la relation d'implication est forte du plus difficile vers le plus facile. Il est également possible d'envisager la position des sujets par rapport aux items de l'échelle de façon implicative, une distance importante entre ces deux positions impliquant avec une forte probabilité la réussite ou l'échec à l'item selon que la position du sujet est au-dessus ou en dessous de l'item.

Les propriétés implicatives de la modélisation seront exploitées si la modélisation de Rasch est une modélisation qui s'ajuste bien aux données. Pour vérifier notre première hypothèse, une comparaison de modèles sera effectuée à l'aide du critère d'information AICc, critère corrigé pour des effectifs réduits (Burnham & Anderson, 2002, 2004). Dans cette approche de comparaison de modèles, chaque modèle est caractérisé par un poids lié à sa probabilité (poids estimé à partir du critère AICc). Le modèle qui obtient l'AICc le plus faible est celui qui est le plus probable. Cependant, il est possible de sélectionner plusieurs modèles de poids proches, et donc quasi également possibles, en fonction des différences entre les valeurs d'AICc pour ces différents modèles. Une différence inférieure à 2 points indique des modèles de poids similaires et une différence de 4 points indique des modèles avec des poids proches. L'objectif de cette comparaison est d'évaluer la qualité du modèle de Rasch, le plus contraint des modèles d'IRT, par rapport à un modèle moins contraint dans lequel on libère le paramètre de discrimination des items, correspondant à la pente des courbes caractéristiques des items (fixé à 1 dans le modèle de Rasch).

Pour tester notre deuxième hypothèse, un nouveau modèle, dans lequel le paramètre de difficulté pourra varier en fonction du groupe (TD ou DI) sera comparé au modèle dans lequel le paramètre de difficulté est le même pour tous les participants. Le critère d'information AICc sera également utilisé pour cette comparaison de modèles.

La représentation graphique de l'échelle retenue sera utilisée pour valider ou non la troisième hypothèse, postulant : i) une relation d'implication entre utilisation des doigts et performance en calcul ; ii) une probabilité faible de réussir les calculs quand la capacité à se représenter ses doigts et à imiter une posture de doigts est faible, issue de la contraposée de la relation d'implication entre les items de l'échelle.

## 3.4 Résultats

### 3.4.1 Analyses descriptives

Une première représentation graphique des données apporte des informations sur la distribution des observations dans différentes épreuves du test.

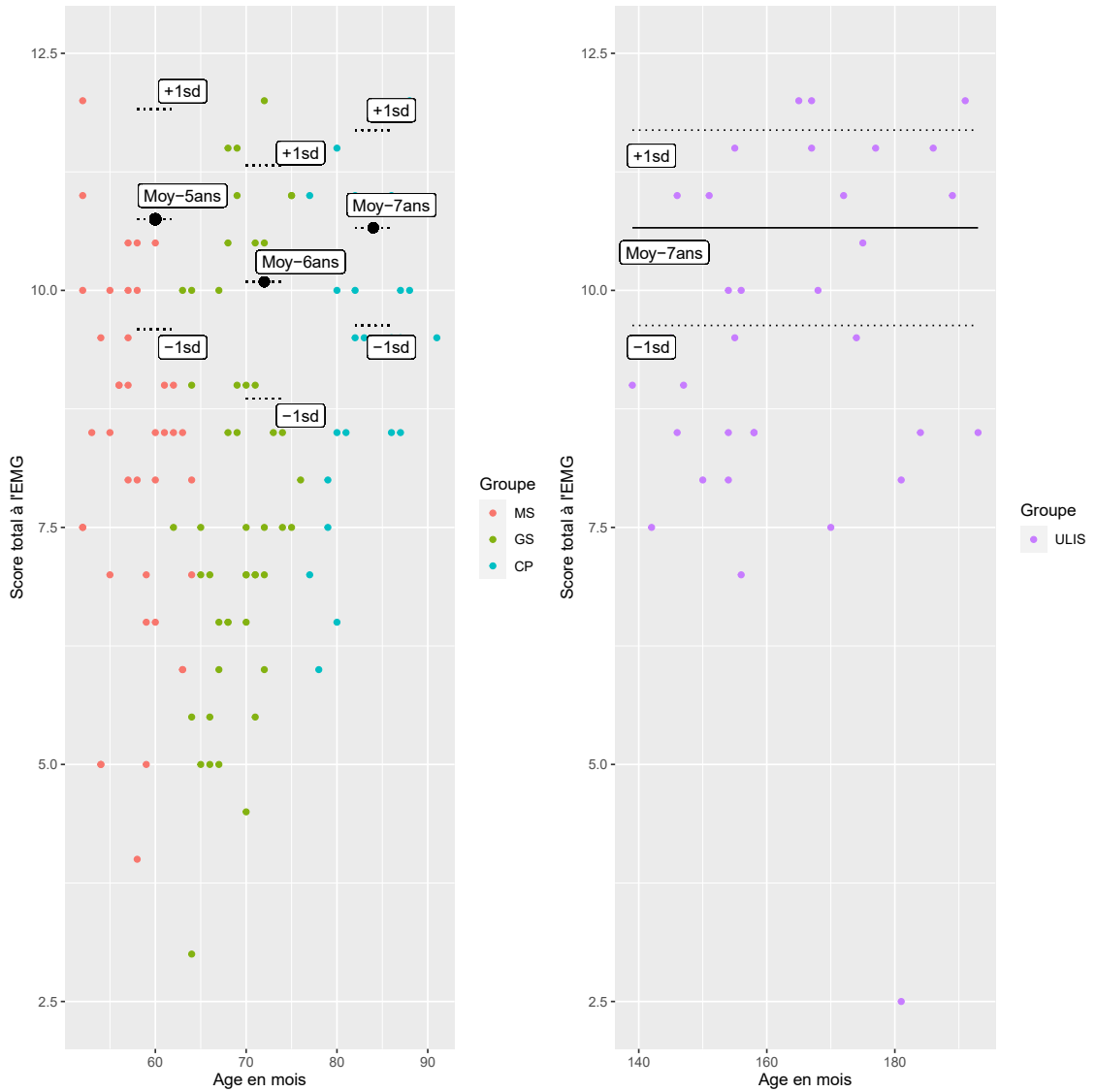
#### Résultats à l'EMG

Les scores totaux à l'EMG sont présentés en fonction de l'âge et de la classe des participants dans la Figure 3.1.

Les tranches d'âge sont les mêmes que celles qui ont servi à l'étalonnage de l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) : la tranche 4 ans correspond à un âge compris entre 48 et 59 mois inclus ; la tranche 5 ans, de 60 à 71 mois inclus, la tranche 6 ans, 72 à 83 mois inclus et la tranche 7 ans, 84 à 96 mois inclus. Les moyennes et écarts-types issus de l'étalonnage de l'EMG sont ajoutés en noir dans les figures (pour 4ans,  $M = 10.53$ ,  $sd = 1.28$  ; 5 ans,  $M = 10.75$ ,  $sd = 1.16$  ; 6 ans,  $M = 10.09$ ,  $sd = 1.23$  ; 7 ans,  $M = 10.66$ ,  $sd = 1.03$ ). Pour les adolescents avec DI, les moyennes et écarts-types de l'étalonnage pour les enfants de 7 ans (âge le plus élevé de l'étalonnage) sont ajoutés au graphique.

**Figure 3.1**

Scores totaux à l'EMG en fonction du groupe et de l'âge

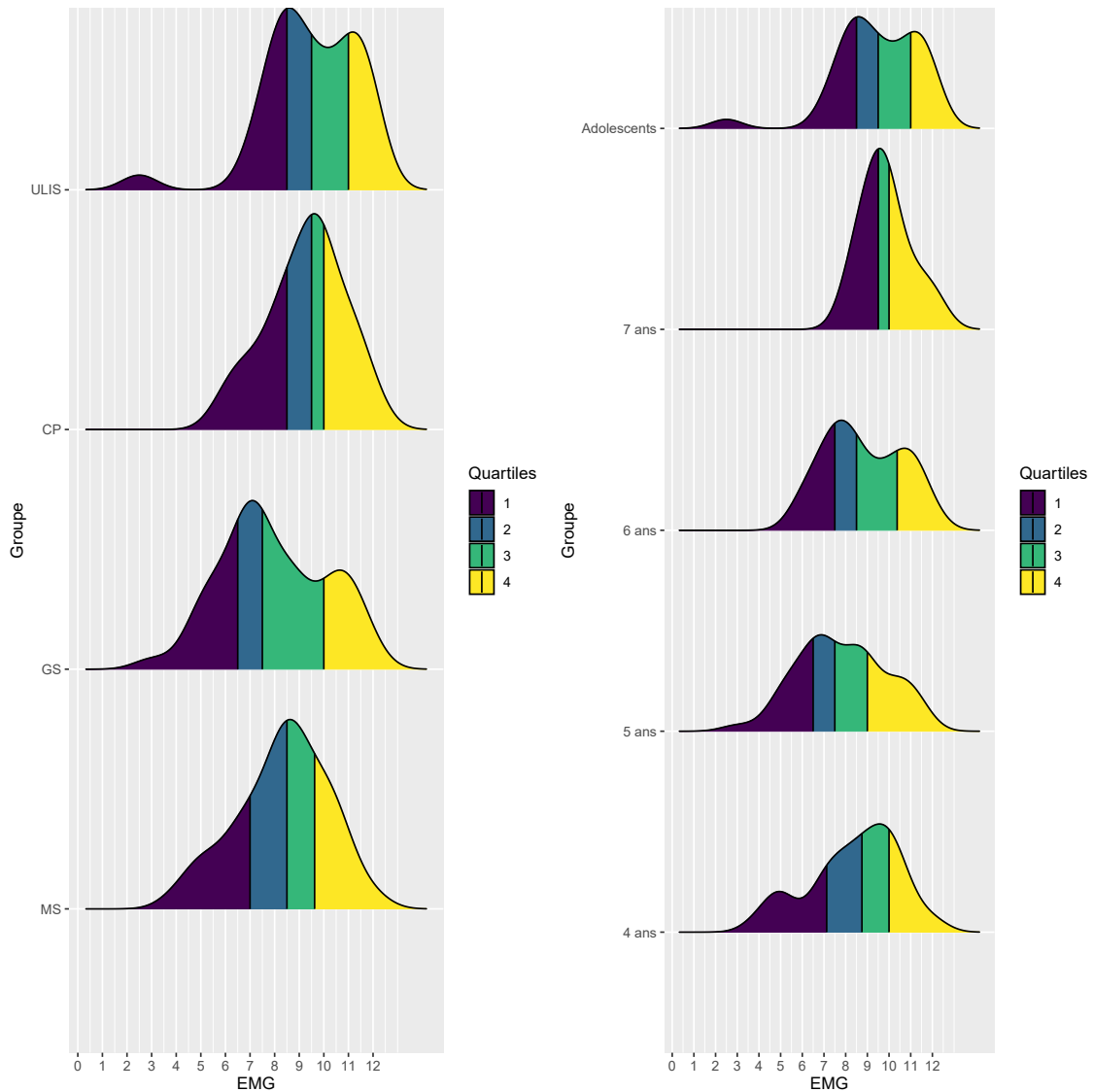


Note. Les moyennes et écarts-types issus de l'EMG sont ajoutés au graphique (à lire verticalement).

La distribution des scores d'EMG est résumée dans la Figure 3.2.

**Figure 3.2**

*Distribution des scores totaux à l'EMG par groupe et par tranche d'âge*



Les moyennes obtenues par les participants de 4 ans, 5 ans et 6 ans sont significativement inférieures aux moyennes présentes dans l'étalonnage de l'EMG (4 ans,  $M = 8.37$ , 95% IC [7.53, 9.20],  $t(25) = -5.37$ ,  $p < .001$ ; 5 ans,  $M = 7.83$ , [7.27, 8.40],  $t(50) = -10.35$ ,  $p < .001$ ; 6 ans,  $M = 8.83$ , [8.11, 9.55],  $t(25) = -3.61$ ,  $p = .001$ ). Les moyennes des enfants de 7 ans sont tendanciellement inférieures,  $M = 9.83$ , [8.97, 10.69],  $t(8) = -2.22$ ,  $p = .057$ ).

Les adolescents avec DI ont des moyennes significativement inférieures à celles des enfants de 7 ans dans l'étalonnage de l'EMG,  $M = 9.47$ , [8.77, 10.16],  $t(32) = -3.50$ ,  $p = .001$ . Les moyennes des participants de 7 ans et des adolescents avec DI de notre échantillon ne sont pas significativement différentes,  $t(22.88) = 0.72$ ,  $p = .48$ .

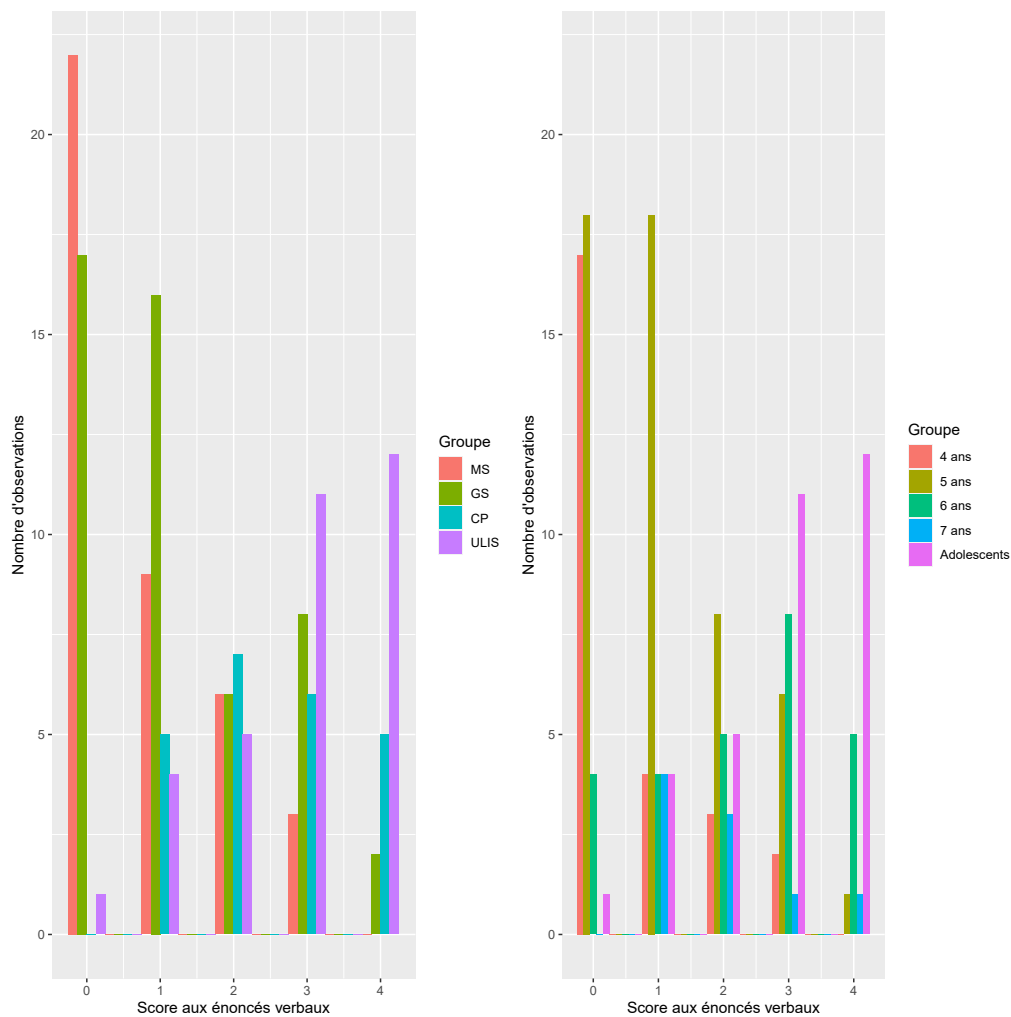
Les courbes de distribution des observations issues de l'EMG sont bimodales pour les groupes de Grande Section (GS)/ 6 ans et pour les participants avec DI. Ces résultats se rapprochent de ceux qui sont présentés dans le manuel de l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) pour les enfants au développement typique. L'auteure parle d'une réorganisation développementale à 6 ans, âge auquel des items, facilement réalisés précédemment, sont temporairement réalisés pièce à pièce, avant d'être de nouveau réussis de façon immédiate.

### Résultats aux items de calcul

Les distributions des résultats aux calculs présentés sous forme d'énoncés verbaux et sous forme d'énoncés arithmétiques sont présentées dans les Figures 3.3 et 3.4.

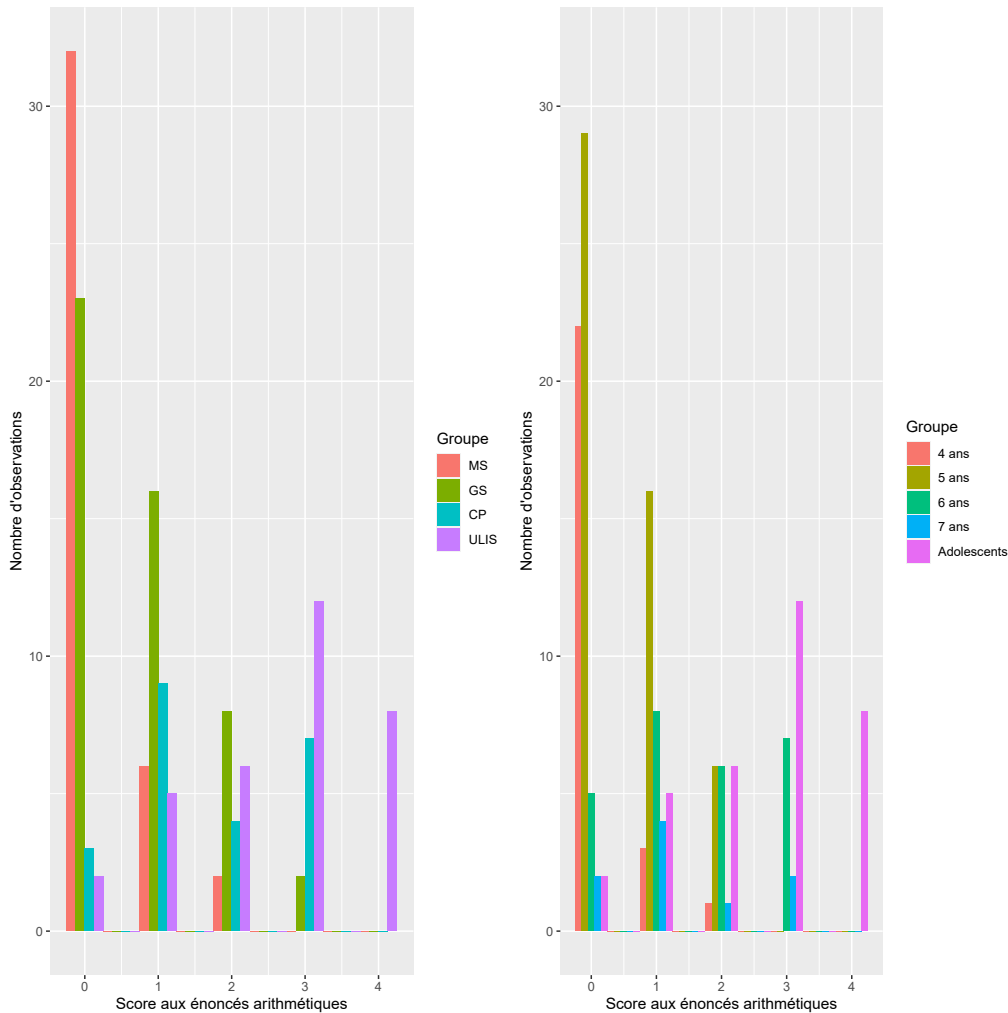
**Figure 3.3**

*Scores aux énoncés verbaux par groupe et par tranche d'âge*



**Figure 3.4**

*Distribution des scores arithmétiques par groupe et par tranche d'âge*



Les enfants les plus jeunes semblent mieux réussir les énoncés avec un habillage verbal que les énoncés arithmétiques. Ce n'est que tendanciel pour les enfants de 4 ans,  $t(36.77) = 1.96, p = 0.057, 95\% \text{ IC } [-0.01, 0.86]$ . Par contre, cela est vérifié pour les enfants de 5 ans,  $t(85.76) = 3.04, p = .003, [0.19, 0.91]$ .

Les moyennes des scores obtenus par les enfants de 6 et 7 ans, ainsi que par les adolescents avec DI, ne sont pas significativement différentes selon la présentation (sous forme d'énoncé arithmétique ou sous forme d'énoncé verbal) des problèmes à résoudre.

### 3.4.2 Hypothèse 1 - Pertinence de la modélisation de Rasch sur les données étudiées

Tous les items de calcul, de justification correcte des calculs, d'imitation motrice mesurés par l'EMG, de représentation des doigts et les items cotant les comportements d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul sont réunis lors de l'analyse d'IRT. Avant de préciser les items retenus, leur place dans l'échelle et les relations d'implications mises au jour, les comparaisons de modèles permettent de déterminer si la modélisation de Rasch est pertinente pour nos données et si une échelle unique peut être utilisée pour les enfants au développement typique et pour les adolescents présentant une déficience intellectuelle.

Si les items appartiennent à une échelle implicite unidimensionnelle, ils seront conservés par le modèle de Rasch (Y. Noël, 2017, 2021b). Si les doigts et le calcul peuvent être envisagés dans un continuum, reliant des aspects moteurs et des aspects conceptuels de calcul, des items de chaque catégorie (imitation motrice, calcul, justification des calculs, représentation interne des doigts et utilisation spontanée des doigts en calcul) seront représentés dans l'échelle.

La comparaison est réalisée entre deux modèles de réponse à l'item : i) un modèle de Rasch dans lequel le paramètre de discrimination des items est fixé à l'identique ; ii) un modèle à deux paramètres dans lequel le paramètre de discrimination de l'item est libéré.

Le modèle de Rasch obtient un AICc de 5825.01 tandis que le modèle à deux paramètres, dans lequel le paramètre de discrimination des items est libéré, obtient un AICc de 5822.33. Le modèle à deux paramètres s'ajuste donc légèrement mieux, mais selon Burnham et Anderson (2002, 2004), une différence inférieure à 4 points entre les AICc des modèles n'est pas significative.

Ce résultat permet donc de partiellement valider l'hypothèse 1. En effet, la modélisation de Rasch, davantage contrainte, n'est pas vraiment distancée par le modèle qui libère le paramètre de discrimination des items, ce qui montre son ajustement aux données.

Ce résultat ouvre la possibilité d'une analyse implicite pertinente et simple par rapport à nos données.

### 3.4.3 Hypothèse 2 - Pertinence d'une échelle unique pour tous les participants

Une analyse utilisant la fonction *multipleGroup* du package *mirt* (Chalmers, 2012) est conduite afin de modéliser les données dans une échelle de Rasch qui admettrait des va-

leurs différentes pour le paramètre de difficulté des items selon le groupe d'appartenance des participants (TD ou DI).

Pour vérifier si l'échelle de Rasch est commune à tous les participants (i.e., échelle dans laquelle chaque item a un paramètre de difficulté unique) modélise mieux les données que la double échelle comprenant les items placés potentiellement différemment selon le groupe TD ou DI, une comparaison entre ces deux modèles est effectuée. Pour l'échelle commune, le critère AICc est de 5825.01 alors que pour la double échelle il est de 5884.65. Ce résultat est en faveur de l'échelle commune.

Ainsi, la modélisation de Rasch est un modèle d'IRT qui permet de décrire convenablement les données de cette étude, rendant possible une analyse implicite des relations observables graphiquement dans l'échelle produite. De plus, l'échelle unique dans laquelle les items sont placés de la même façon pour tous les participants décrit mieux les données qu'une échelle double dans laquelle les items prendraient des places différentes selon que les participants appartiennent au groupe typique ou au groupe présentant une déficience intellectuelle. Les différences entre les positions des participants sur l'échelle pourront donc être comparées et interprétées le cas échéant comme de simples décalages.

Ce résultat montre que l'appartenance au groupe TD ou DI n'a pas besoin d'être connue pour estimer le niveau d'habileté d'un participant dans l'échelle. Les items auront la même qualité de mesure pour les personnes au développement typique et les personnes avec DI. La passation des items n'a pas besoin d'être complétée par des indications d'âge ou d'efficiace intellectuelle pour modéliser la relation entre les items et les sujets.

### **3.4.4 Hypothèse 3 - Continuum et relations d'implication**

#### **Adéquation des items au modèle**

Les items ont globalement un bon ajustement au modèle, 82% d'entre eux étant gardés dans l'échelle. Notre objectif est de mettre en évidence des liens d'implication entre habiletés manuelles et calcul. Il s'agit donc de déterminer si des items de chaque mesure sont gardés dans le modèle, et non de vérifier l'adéquation de tous les items au modèle. Les items sont des indicateurs des différentes capacités testées, avec chacun de l'erreur. C'est la combinaison de plusieurs items des différentes mesures qui va les rendre plus stables, et c'est cette combinaison qui est recherchée.

Les items exclus du modèle ne remplissent pas les conditions des relations d'implication emboîtées avec les autres items. Le modèle permet de juger de cette adéquation



des conditions, mais ne permet pas d'expliquer les raisons de l'exclusion. Le non respect des conditions d'implication en chaîne peut notamment venir d'une force insuffisante de la relation d'implication ou d'une relation plus complexe qui fait intervenir des facteurs supplémentaires. Les items qui ne sont pas conservés dans le modèle sont : les items 2 et 5 de l'EMG, l'item d'énoncé verbal du calcul  $3+5$ , l'item de calcul arithmétique  $7 - \dots = 3$ , l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre  $3 + 5$  sous forme arithmétique et verbale et l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre  $5 - 3$  sous forme arithmétique et verbale. Les items qui ne sont pas conservés dans le modèle sont rangés par catégorie dans le Tableau 3.1.

**Tableau 3.1**

*Items non ajustés au modèle, par catégorie*

Imitation motrice (EMG)	Calcul	Utilisation spontanée des doigts en calcul
emg 2 emg 5	Arithmétique $7 - \dots = 3$  Problème $3+5$	  Problème $3+5$ Arithmétique $3+5$ Arithmétique $5-3$

L'item 2 de l'EMG correspond à une version en miroir de l'item 1. Il s'agit dans l'item 2 de présenter le poing gauche fermé et la main droite paume ouverte, coudes repliés vers soi. Les items d'utilisation spontanée des doigts en calcul exclus font intervenir les chiffres 3 et 5. L'item d'utilisation des doigts pour résoudre le problème verbal s'appuyant sur  $5 - 3$  est gardé dans l'échelle.

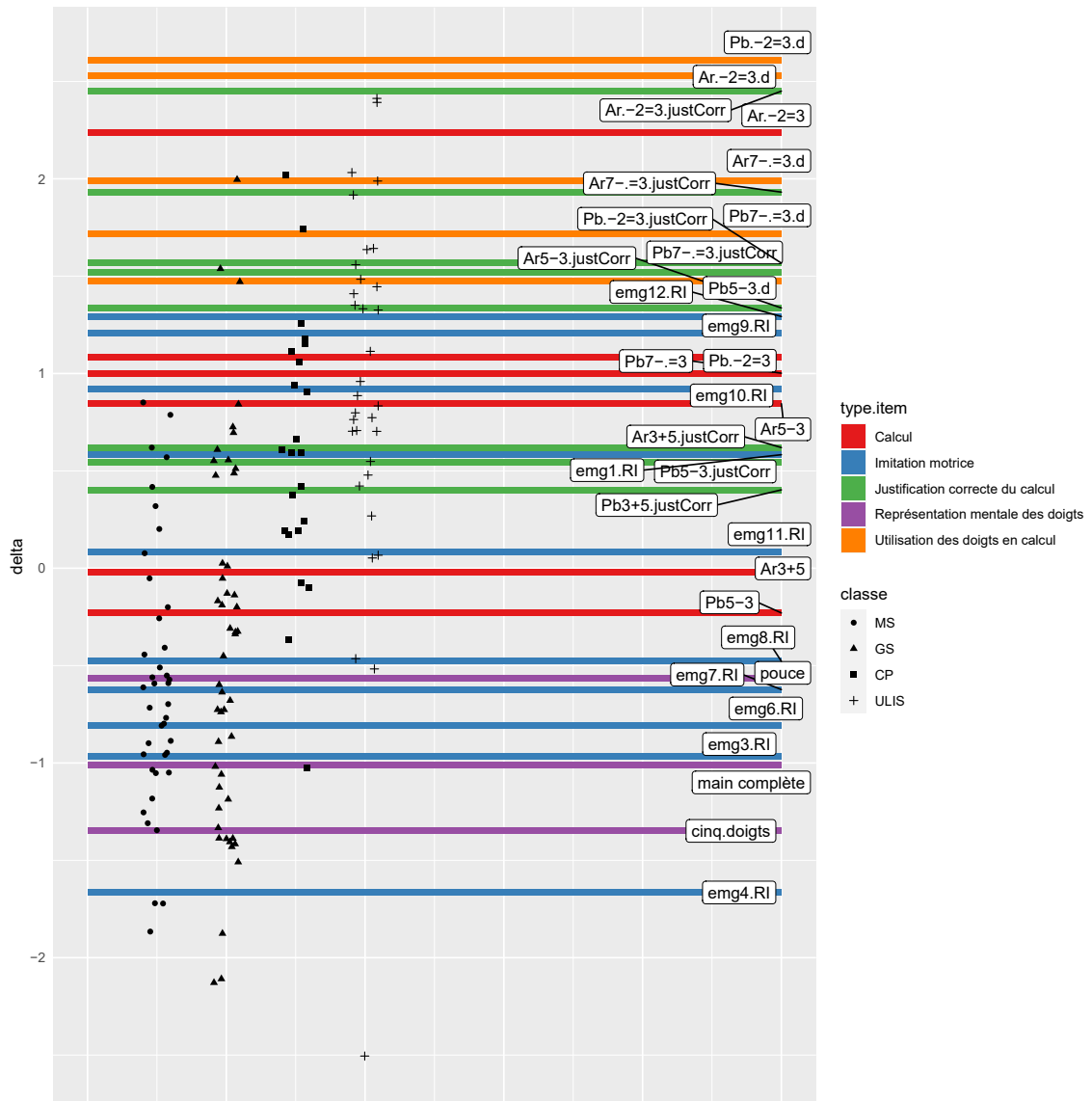
Les trois items visant à évaluer la qualité de la représentation interne de la main et des doigts sont bien ajustés, ainsi que tous les items de justification des calculs. Leur catégorie n'apparaît donc pas dans le tableau des items exclus.

### Représentation graphique de l'échelle commune

La Figure 3.5 montre la répartition dans l'échelle des items gardés par le modèle, classés par catégorie (calcul, imitation motrice, justification correcte du calcul, représentation mentale des doigts, utilisation des doigts en calcul). Des barres de couleur sont utilisées pour représenter ces items afin de les rapprocher métaphoriquement de barreaux dans

**Figure 3.5**

*Echelle implicative unidimensionnelle commune à tous les items : des doigts au calcul*



*Note.* Les items de calcul commencent par Ar ou Pb selon qu'ils s'agit d'énoncés arithmétiques ou sous forme de problèmes verbaux. L'extension *.d* indique qu'il s'agit de l'utilisation spontanée des doigts lors du calcul. L'extension *.justCorr* indique qu'il s'agit des items de justification des calculs. L'extension *.RI* signifie Réussite Immédiate. Le codebook est disponible en Annexe A.

l'échelle. Dans la Figure 3.5 se trouvent également les scores d'habileté, encore appelés  $\theta$ , des participants, légèrement décalés pour des raisons de lisibilité lorsqu'ils sont identiques. Un symbole différent est utilisé pour chaque groupe de participants (MS, GS, CP, ULIS).

### Résultats concernant les items gardés par le modèle

L'échelle obtenue peut être divisée en trois parties selon le Tableau 3.2 pour davantage de clarté.

**Tableau 3.2**

*Place des items sur l'échelle commune*

Delta	Représentation des doigts	Imitation motrice (EMG, Réussite Immédiate)	Calcul	Justification correcte (J)	Utilisation spontanée des doigts (D)
[-2.17, -0.47]	cinq.doigts main complète pouce	emg5 emg4 emg3 emg6 emg7 emg8			
[-0.23, 1.34]		emg11 emg1 emg10 emg9 emg12	Pb5-3 Ar3+5 Ar5-3 Pb7-.=3 Pb.-2=3	Pb3+5 (J) Pb5-3(J) Ar3+5(J) Ar5-3(J)	
[1.47, 2.61]			Ar.-2=3	Pb7-.=3(J) Pb.-2=3(J) Ar7-.=3(J) Ar.-2=3(J)	Pb5-3(D) Pb7-.=3(D) Ar3+5(D) Ar5-3(D) Ar7-.=3(D) Ar.-2=3(D) Pb.-2=3(D)

On y retrouve de haut en bas les items d'utilisation spontanée des doigts en calcul, les items de calcul et de justification, les items d'imitation motrice manuelle et items de représentation des doigts. Les groupes d'items s'y différencient, même s'il y a des chevauchements.

Les items d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul sont au-dessus des calculs (sauf ...  $-2 = 3$  dans sa version arithmétique), et proches des items de justification correcte des calculs qui ne font pas intervenir le chiffre 5. Les items visant à évaluer la précision de la représentation interne des doigts par le dessin sont regroupés dans le bas de l'échelle, et imbriqués avec les items d'imitation motrice les plus réussis. Les cinq autres items d'imitation motrice se retrouvent parmi les items de calcul et des items de justification correcte des calculs. L'item 1 de l'EMG apparaît assez haut dans l'échelle. On peut penser que sa place reflète une difficulté ou des erreurs dues à la découverte de l'exercice.

L'échelle produite contient des items évaluant la représentation mentale des doigts, l'imitation motrice, le calcul, la justification du calcul, et des items notant l'utilisation spontanée des doigts lors des calculs, soient des items appartenant à toutes les catégories de variables étudiées. Ce résultat montre qu'un continuum implicatif existe entre représentation mentale des doigts, imitation motrice manuelle, calcul et utilisation spontanée des doigts en situation de calcul.

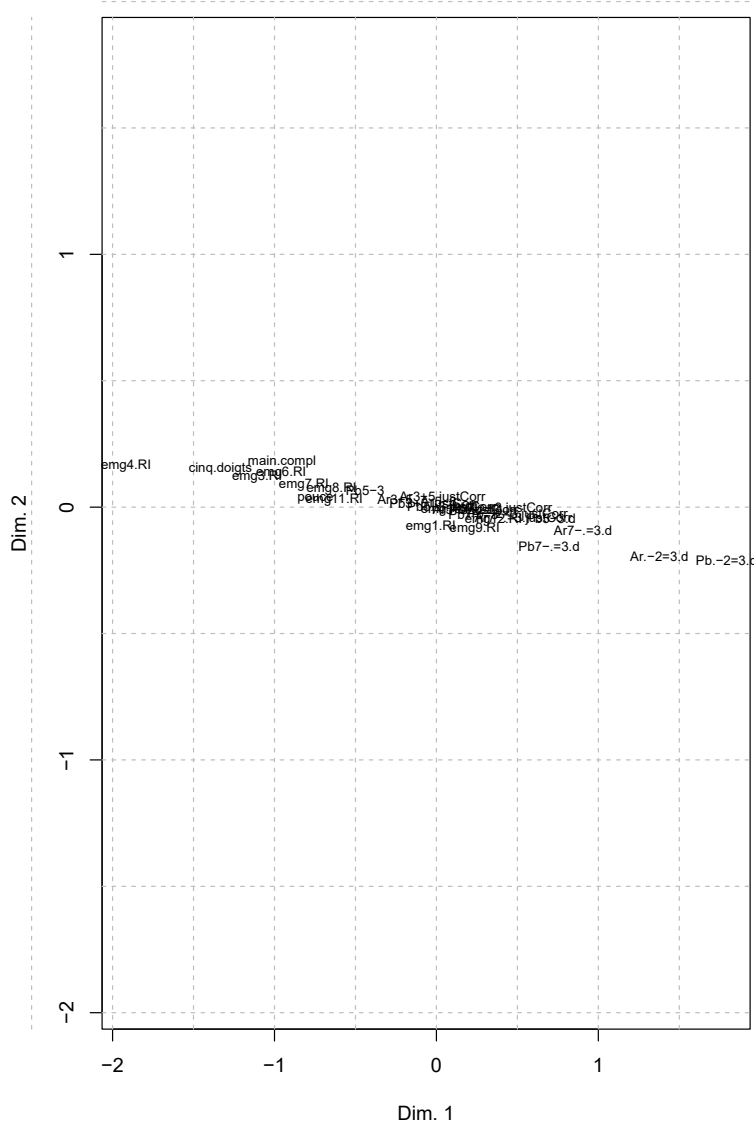
### **Relations d'implication**

Les items, très majoritairement gardés par le modèle, sont représentés dans une dimension et une analyse d'implication plane montre un alignement des items inclus dans l'échelle de Rasch (Figure 3.6). Dans cette analyse (Y. Noël, 2021a), des coordonnées sont attribuées aux items dans un espace dimensionnel. Si une échelle de Rasch existe, alors les items s'alignent le long d'une droite dans la représentation graphique, signe d'implications transitives. S'il y avait plusieurs dimensions, plusieurs chaînes d'implication différenciées, on observerait plusieurs alignements d'items sur la Figure 3.6.

Les items de l'échelle apparaissent donc comme une seule suite cumulative d'items partageant des relations d'implication emboîtées.

**Figure 3.6**

*Analyse implicative*



Si l'on reprend la représentation graphique de l'échelle (Figure 3.5), on observe que la plupart des items d'utilisation spontanée des doigts sont placés au-dessus des items de calcul, ce qui soutient l'hypothèse d'un effet de l'utilisation des doigts sur la performance en calcul. L'utilisation spontanée des doigts est liée à la réussite en calcul par une relation d'implication. Si on utilise spontanément ses doigts pour calculer, alors on a une probabilité plus forte de réussir le calcul que ce qui est observé en probabilité marginale (tous sujets confondus). La règle de l'implication statistique stipule qu'il y a un nombre faible de contre-exemples à la relation mise en évidence. Si on utilise spontanément ses doigts,

la probabilité d'échouer le calcul est inférieure à la probabilité marginale (tous sujets confondus) d'échouer le calcul. Plus la distance entre les items dans l'échelle est grande, plus la force de l'implication est grande et donc plus la probabilité de réussir l'item placé plus bas augmente et plus le nombre de contre-exemples diminue.

La lecture de l'échelle de bas en haut fait apparaître une grande distance entre les items visant à évaluer la représentation mentale des doigts et les items de calcul et d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul. Lorsqu'on regarde l'échelle de bas en haut on examine la contraposée, c'est-à-dire les items du point de vue du déficit, de l'échec. Echouer les items de dessin de la main implique un échec au calcul. Il y a peu de contre-exemples associant échec au dessin de la main et réussite au calcul.

Au-delà des chevauchements, la chaîne d'implication peut se schématiser ainsi : l'utilisation spontanée des doigts implique la compétence en calcul, le calcul implique une capacité à l'imitation motrice et l'imitation motrice implique la représentation mentale des doigts.

### 3.5 Discussion

Dans cette étude, l'objectif principal était de préciser les relations entre doigts et calcul chez des enfants entre 4 et 7 ans et des adolescents présentant une DI. Dans une perspective enracinée de la cognition numérique, nous cherchions à montrer que des compétences motrices manuelles, des compétences à se représenter ses doigts et des compétences de calcul pouvaient être envisagées dans un continuum. Des outils statistiques de comparaison de modèles, de modélisation de Rasch dans la théorie de la réponse à l'item et la relation entre modélisation de Rasch et analyse d'implication ont été utilisés pour préciser les relations entre doigts et calcul dans une échelle unidimensionnelle implicative.

La première question de recherche s'intéressait à la possibilité de construire une échelle de Rasch à partir d'items d'imitation motrice manuelle planifiée, d'items visant à évaluer la qualité de la représentation mentale des doigts, d'items de calcul et d'items cotant la survenue de l'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul. La comparaison de modèles de réponse à l'item montre que le modèle de Rasch, qui est le modèle le plus contraint, est un modèle suffisamment bien ajusté aux données pour être utilisé. Ce modèle à un seul paramètre, l'indice de difficulté des items, est un modèle unidimensionnel qui peut être assimilé selon Y. Noël (2017, 2021b) à une échelle implicative, c'est-à-dire à une chaîne cumulative d'items partageant des relations d'implications emboîtées. La possibilité de construire une échelle unidimensionnelle, sous-tendue par un trait latent assimilable à une combinaison de facteurs qui reste la même tout au long de

l'échelle, apporte un élément en faveur d'un continuum entre les items testés. Une modélisation unidimensionnelle et implicative peut représenter dans une même échelle des items de dessin visant à évaluer la qualité de la représentation mentale des doigts, des items d'imitation motrice manuelle planifiée, des items de calcul et de justification des calculs et des comportements d'utilisation spontanée des doigts pour calculer. Cette modélisation participe à faire le lien entre doigts et calculs dans une approche fonctionnelle, compatible avec une approche enracinée de la cognition.

Si l'on étudie les items du test de l'EMG en dehors de l'analyse de Rasch, on remarque que la réussite de notre échantillon est globalement inférieure à celle des enfants de l'étalonnage pour les enfants au développement typique. Cependant, des signes de réorganisation développementale décrits dans le test Vaivre-Douret (2010) apparaissent bien au même âge (chez les enfants de fin de GS, aux alentours de 6 ans) chez nos participants. L'auteure explique qu'autour de 6 ans des imitations sont réalisées pièce à pièce alors que l'item est facilement réussi à 4 ans, signe d'un manque d'attractivité de l'item pour l'enfant, mais également le reflet de la latéralité qui s'affirme et qui conduit à la construction plus rapide de la main dominante que de l'autre main. Il ressort par ailleurs de cette analyse que les adolescents avec DI ont des résultats qui, en moyenne, ne diffèrent pas significativement de ceux des enfants de 7 ans dans notre échantillon. Ces résultats sont cohérents avec les résultats concernant la motricité fine dans la littérature (Rintala & Loois, 2013 ; Vuijk et al., 2010). La distribution des résultats prend une forme similaire à celle des enfants qui vivent la réorganisation développementale, avec une partie des adolescents avec DI qui a des résultats entre 8 et 9 et une partie qui obtient entre 11 et 12 (score maximal). Ce résultat gagnerait à être interprété dans une trajectoire développementale pour mieux comprendre cette distribution.

Une autre analyse des résultats aux items, en dehors de l'échelle de Rasch, apporte des précisions sur la réussite aux items de calcul. L'habillage verbal des problèmes semble bénéficier aux enfants de 5 ans, alors que les enfants de 6 ans, 7 ans et les adolescents avec DI obtiennent des résultats similaires dans les conditions arithmétiques et verbales. Pour les enfants de 4 ans, les résultats ne sont pas clairement tranchés. On peut penser que des stratégies différentes sont à l'oeuvre pour résoudre les opérations selon leur présentation, que l'habillage verbal favorise la simulation chez les enfants de 5 ans (Fayol, 2012) et que celle-ci favorise la réussite. Si de nombreuses études visent à identifier les prédicteurs de la réussite aux problèmes selon leur habillage arithmétique ou verbal (e.g., Fuchs et al. 2008 ; Swanson et Beebe-Frankenberger 2004), il n'existe pas à notre connaissance d'étude comparant la réussite aux problèmes additifs simples selon leur présentation en fonction de l'âge des enfants.

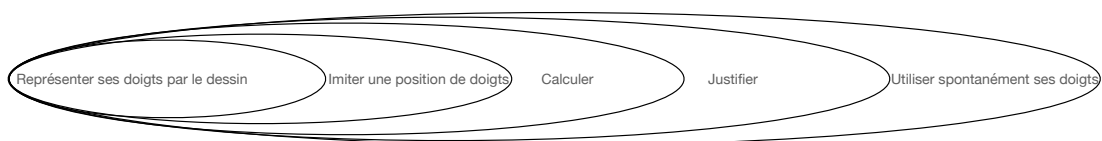
La deuxième question de recherche avait une dimension inclusive, dans le sens où elle

visait à déterminer si l'échelle produite par la modélisation de Rasch pouvait s'appliquer à des enfants au développement typique et à des adolescents présentant une DI. La comparaison du modèle dans lequel les items prennent une seule valeur d'indice de difficulté quel que soit le groupe d'appartenance des participants, et d'un modèle permettant une diversité des valeurs d'indices de difficulté selon le groupe typique ou DI est en faveur d'une échelle unique, dans laquelle les items prennent une seule valeur d'indice de difficulté. Ces résultats sont cohérents avec la littérature sur le développement de la motricité manuelle et du calcul chez les personnes avec DI et qui montrent un développement avec un délai chez les personnes avec DI (Baroody, 1999 ; Rintala & Loovis, 2013).

La troisième question de recherche concernait les relations d'implication potentielles entre les différents items testés. La lecture graphique de l'échelle implicative montre qu'une relation d'implication existe entre l'utilisation des doigts et la réussite en calcul. Utiliser ses doigts implique de réussir les calculs, d'imiter correctement une position manuelle de façon planifiée et de produire une représentation dessinée fidèle de la main et des doigts. L'implication est d'autant plus forte que les distances séparant les items et les scores d'habileté sont grands. L'échelle cumulative peut être résumée de façon schématique (3.7).

### Figure 3.7

*Représentation schématisée des implications cumulatives*



Les grandes catégories d'items sont représentées de façon schématique sans chevauchements entre elles pour simplifier la lecture. Dans cette figure, l'emboîtement des relations d'implication se lit dans les ellipses. La plus grande ellipse contient toutes les autres



qui sont incluses de façon cumulative dans celle-ci. Plus la différence de taille entre les ellipses est grande, plus la relation d'implication est forte.

Les items de dessin de la main sont en bas de l'échelle, soit dans la plus petite ellipse, et ont donc la distance inter-items la plus importante avec les items d'utilisation spontanée des doigts, et une distance importante avec les items de calcul. Les élèves qui utilisent leurs doigts pour calculer ont ainsi une probabilité forte de réussir à représenter leurs doigts sous forme d'un dessin. Ce résultat s'interprète dans le sens d'une utilisation des doigts qui implique une capacité à se représenter ses doigts sous forme de dessin, signifiant qu'il est très peu probable qu'un enfant ou adolescent avec DI qui utilise spontanément ses doigts pour calculer ne soit pas en capacité d'en produire une représentation juste. En utilisant la contraposée de la relation (*non-b implique non-a*), cela signifie qu'un enfant ou adolescent qui n'a pas une représentation mentale suffisamment élaborée de ses doigts ne les utilisera pas spontanément lors du calcul. Il est important de relever que le test visant à évaluer la capacité à se représenter mentalement ses doigts demande de produire une représentation dessinée, nécessitant donc un niveau de développement moteur suffisant. Les participants ne présentent pas de diagnostic de trouble du développement moteur mais ces diagnostics sont réalisés relativement tardivement pour les enfants sans DI et ne sont que très peu réalisés pour les personnes avec DI (Malherbe & Lefèvre-Renard, 2020).

La distance entre les items visant à évaluer la représentation mentale des doigts et les items de calculs est également importante, bien qu'un peu plus faible que celle qui sépare les items de représentation mentale des doigts et d'utilisation spontanée des doigts en calcul. Un participant qui réussit les calculs a une probabilité forte de réussir le dessin. La réussite au calcul, et encore plus sa justification correcte, implique une représentation mentale des doigts élaborée. Peu de contre-exemples doivent exister (calcul et justification corrects, et représentation des doigts non correcte, pour le même participant). Ce résultat est intéressant car il suggère que le calcul implique la maîtrise de la représentation mentale des doigts, quelle que soit la stratégie de résolution, soutenant ainsi l'hypothèse d'un continuum entre doigts et calcul et d'un calcul qui s'appuie sur les doigts dans le développement. L'utilisation des doigts renforce cette implication, mais cette implication existe en dehors de l'utilisation spontanée des doigts pour calculer.

Du point de vue de la contraposée, ne pas être capable de montrer une représentation mentale de ses doigts élaborée implique une probabilité de ne pas réussir les calculs ou de pouvoir les justifier correctement. Ce résultat est plus difficile à interpréter car il peut être une marque de la petite enfance dans le développement. En effet, les enfants les plus jeunes, qui ont le moins d'expériences motrices manuelles et la qualité de représentation mentale des doigts la plus faible, ont aussi une forte probabilité de ne pas résoudre les

calculs. L'intérêt de la modélisation de Rasch dans une perspective d'évaluation est la possibilité de positionner sur l'échelle les participants, ce qui permet de repérer des participants qui se détachent de leur groupe d'âge pour les enfants au développement typique ou qui sont dans le bas de l'échelle pour les adolescents avec DI.

Le premier item d'imitation motrice manuelle ne se place pas parmi les items d'imitation motrice manuelle les plus bas dans l'échelle alors qu'il met en oeuvre les mains et qu'il est symétrique. Etant donné que la planification est évaluée dans le test par une immédiateté et une absence de tâtonnement dans la reproduction de la posture, cette place dans l'échelle peut être due à la première place dans l'ordre de passation de l'item, susceptible de provoquer des hésitations. D'autant qu'il n'y a pas d'item d'entraînement avant le début du test. Pour les autres items, les plus réussis sont les items qui font intervenir les mains (sans position complexe de doigts) et ceux qui font intervenir les doigts de la même façon et dans la même orientation. L'enfant voit la même posture et la même orientation de celle-ci lorsqu'il regarde ses pouces levés sur chaque main par exemple. Les items plus hauts dans l'échelle, donc plus complexes, sont les items de doigts qui ne sont pas symétriques ou qui présentent une plus grande difficulté de coordination, comme par exemple, joindre les pouces et les auriculaires de chaque main en repliant les trois doigts du milieu.

### 3.6 Conclusion, limites et perspectives

Ainsi, cette étude apporte des précisions sur la relation entre doigts et calcul. La modélisation de la grande majorité des items dans une échelle implicite soutient l'hypothèse d'un continuum entre représentation mentale des doigts, imitation motrice manuelle planifiée, calcul, justification du calcul et utilisation spontanée des doigts pour calculer. En d'autres termes, d'un continuum entre des aspects moteurs manuels et conceptuels. De plus, cette modélisation s'ajuste aux données issues d'enfants au développement typique entre 4 et 7 ans et à des adolescents avec DI scolarisés en collège avec le soutien du dispositif ULIS âgés de 11 à 16 ans. Le caractère asymétrique de la relation d'implication montre un intérêt particulier dans le fait de pouvoir orienter la relation. L'utilisation spontanée des doigts en calcul fait monter le score d'habileté des participants ainsi que la probabilité qu'ils réussissent les calculs. Cependant, cela ne présage pas de la réussite aux calculs pour ceux qui n'utilisent pas leurs doigts pour résoudre les opérations. Les participants peuvent réussir tous les calculs et ne jamais utiliser leurs doigts pour les résoudre. Le fait que la réussite aux calculs implique la réussite aux items moteurs et aux items visant à évaluer la représentation mentale des doigts est en faveur de l'hypothèse d'une conceptualisation du calcul qui s'appuierait sur l'expérience motrice manuelle, même en

dehors de l'utilisation visible des doigts lors du calcul. Les propriétés de la contraposée permettent de suggérer que l'expérience motrice manuelle pourrait être une étape cruciale pour le développement du calcul.

Cette étude comporte des limites. La taille de notre échantillon est réduite. A l'origine, il était prévu de recueillir une centaine d'observations supplémentaires en 2020 mais cela n'a pas été possible. L'utilisation de comparaison de modèles compense un peu ce manque de données, mais il serait judicieux de faire un recueil complémentaire quand les conditions sanitaires permettront un recueil dans des circonstances relativement semblables à celles du premier recueil. Par ailleurs, la nature de l'épreuve visant à évaluer la représentation mentale des doigts mesure également la capacité motrice à dessiner. Si cela appuie le fait que la motricité manuelle a sa place dans l'échelle produite, cela incite à réfléchir à une mesure plus directe de la représentation mentale des doigts. La littérature sur l'imagerie motrice manuelle apporte des perspectives, d'autant qu'un test français a récemment été élaboré et étalonné Puyjarinet, Soppelsa, et Connan (2020).

Enfin, cette étude ouvre de nouvelles perspectives, de recherche fondamentale d'une part et de recherche appliquée d'autre part. Tout d'abord, l'étude des capacités d'imitation motrice manuelle chez les enfants et adolescents avec DI est nécessaire pour mieux comprendre le développement de ces capacités, qui font appel à la fois à la motricité, mais également aux capacités exécutives. Les trajectoires développementales (Thomas et al., 2009) semblent être un outil pertinent pour cette étude. Elles peuvent aussi l'être pour comparer la réussite des problèmes selon l'habillage verbal ou arithmétique qu'ils revêtent, chez les enfants au développement typique et chez les enfants et adolescents avec DI. Du point de vue appliqué, cette étude pose des jalons pour la construction d'un outil psychométrique d'évaluation à destination de l'école inclusive. La construction d'une échelle réduite, comprenant quelques items de chaque catégorie, pourrait être utilisée pour mesurer la réussite ou le progrès d'enfants au développement typique et d'adolescents avec DI dans les calculs premiers, en lien avec leurs habiletés motrices manuelles.

La question de recherche traitée dans le chapitre suivant s'appuie sur cette première étude. Les activités motrices manuelles testées dans cette étude comportent toutes une part de planification, qui est une composante exécutive. De plus, les résultats obtenus appuient l'hypothèse d'un continuum entre doigts et nombres, même pour les participants qui n'utilisent pas spontanément leurs doigts pour calculer. Etant donné que la littérature souligne le lien entre les capacités de mémoire de travail (incluant des capacités exécutives) et les premiers calculs, il paraît intéressant de poursuivre la précision des relations entre doigts et calcul en ajoutant à la modélisation la mémoire de travail.

## Chapitre 4

# Etude 2 - Considérer la mémoire de travail visuospatiale dans le continuum entre doigts et calcul : une échelle implicative commune est-elle possible ?

### 4.1 Introduction

Les relations entre doigts et calcul dans la littérature ont été développées dans le chapitre 4 (3.1). Comme nous le verrons dans ce chapitre, il apparaît que la mémoire de travail est identifiée comme un prédicteur de la réussite en calcul et que la relation entre les doigts et la mémoire de travail a été assez peu explorée. La mémoire de travail semble ainsi être une capacité à prendre en compte dans la précision de la relation entre doigts et calcul.

Le modèle de Baddeley et Hitch (1974) augmenté (Baddeley, 2000) est un modèle sur lequel s'appuient de nombreuses expérimentations visant à décrire la relation entre la mémoire de travail et les performances en calcul, à la fois dans le développement typique et concernant la déficience intellectuelle. Dans ce modèle structuré en plusieurs systèmes ou composants (*Multicomponent Working Memory*, *M-WM*), la boucle phonologique et le calepin visuospatial sont des systèmes qui stockent respectivement l'information verbale et visuospatiale. Ces deux systèmes de stockage dépendent de l'administrateur central (*central executive*) qui permet la coordination et la manipulation de l'information. Alors que l'évaluation des capacités de stockage représente l'évaluation de la mémoire à court terme verbale ou visuospatiale selon le type d'information à stocker, l'évaluation

des capacités de manipulation de l'information stockée est assimilée à l'évaluation de la mémoire de travail, également verbale ou visuospatiale selon le type d'information à manipuler (K. Allen, Giofrè, Higgins, & Adams, 2020 ; Baddeley, 2012 ; De Vita, Costa, Tomasetto, & Passolunghi, 2021).

La mémoire de travail est représentée dans le modèle du développement du nombre de Von Aster et Shalev (2007) (voir Figure 1.2), comme une ligne diagonale qui traverse le modèle créant une surface grisée qui figure l'augmentation des capacités de mémoire de travail sur lesquelles s'appuie le développement du nombre pour les enfants au développement typique. Les auteurs indiquent qu'un déficit de mémoire de travail est retrouvé chez de nombreux enfants présentant une dyscalculie avec des comorbidités, qui est le type de dyscalculie le plus répandu (1.8% de dyscalculie pure contre 4.2% de dyscalculie avec comorbidités selon les auteurs).

La mémoire de travail est liée au développement du calcul additif (De Smedt et al., 2009 ; Geary et al., 2000 ; Passolunghi & Lanfranchi, 2012), mais l'étude des contributions spécifiques des composantes verbale et visuospatiale nécessite d'être poursuivie (K. Allen et al., 2020). En effet, l'administrateur central est un prédicteur de la réussite en mathématique tout au long de l'apprentissage, mais ses deux systèmes esclaves apparaissent ou n'apparaissent pas comme prédicteurs en fonction de l'âge (K. Allen et al., 2020 ; De Smedt et al., 2009). Les résultats divergents dans les expérimentations visant à évaluer l'impact des composantes verbales et visuospatiales de la mémoire de travail et de la mémoire à court terme, peuvent être, selon K. Allen et al. (2020), attribués au contenu des tests des tâches arithmétiques, qui s'appuient sur des informations verbales à lire ou plus nombreuses pour les enfants au fur et à mesure qu'ils atteignent des classes élevées. Par ailleurs, Raghobar et al. (2010) précisent que les associations entre espace et nombres sont très fortes et entremêlées chez les jeunes enfants et qu'avant 8 ans, la différenciation entre les tâches visuospatiales et verbales serait faible, les capacités visuospatiales de la mémoire de travail pouvant être utilisées pour résoudre les tâches verbales de mémoire de travail et vice versa (Hale, Bronik, & Fry, 1997). Les différentes composantes de la mémoire de travail sont cependant opérationnelles dès l'âge de 4 ans (Alloway, Gathercole, & Pickering, 2006). Un système de stockage supplémentaire, le tampon épisodique (*episodic buffer*) est ajouté au modèle (Baddeley, 2000) pour expliquer l'intégration d'informations issues de la perception et de la mémoire épisodique. Ce système traite à la fois des codes verbaux, visuels et sémantiques. La composante visuospatiale de la mémoire de travail pourrait davantage être utilisée lors de nouvelles activités mathématiques et la mémoire de travail verbale lors d'activités déjà maîtrisées, ce qui expliquerait l'association entre capacités visuospatiales de la mémoire de travail et performances mathématiques chez les adolescents. Cela interroge sur l'impact de la mémoire de travail visuospatiale lors de

changements de stratégie (Raghubar et al., 2010). Cragg, Richardson, Hubber, Keeble, et Gilmore (2017) précisent que quelle que soit la stratégie utilisée pour résoudre les calculs, la résolution repose sur la mémoire de travail chez les enfants et les adultes. Il faut cependant noter que l'utilisation spontanée des doigts n'a pas été évoquée dans l'étude de Cragg et al. (2017) car la méthodologie comprenait les trois stratégies suivantes : comptage, décomposition et récupération en mémoire (Hubber, Gilmore, & Cragg, 2014).

Un accord semble émerger de la littérature concernant le fait que les tâches de mémoire de travail incluant un traitement de l'information sont plus fortement associées aux habiletés mathématiques (K. Allen et al., 2020; De Smedt et al., 2009; De Vita et al., 2021). En d'autres termes, les mesures d'empan envers, demandant au participant de rappeler les éléments stockés dans l'ordre inverse de l'ordre utilisé par l'expérimentateur pour apporter ces éléments, sont davantage associées à la réussite en calcul que les mesures d'empan endroit, qui demandent de restituer les éléments stockés de la même façon qu'ils ont été apportés.

Les difficultés persistantes dans les activités numériques sont associées à un déficit de capacités de mémoire de travail (Geary et al., 2000) et plus précisément à un déficit en mémoire de travail visuospatiale (Ashkenazi et al., 2013; Bugden & Ansari, 2015). Les capacités de mémoire de travail visuospatiale sont ainsi associées à la performance en calcul chez les enfants au développement typique (De Smedt et al., 2009; McKenzie et al., 2003), chez les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques (Ashkenazi et al., 2013; Bugden & Ansari, 2015), et chez les adolescents avec une déficience intellectuelle (Brankaer et al., 2013; Jansen et al., 2013). Schuchardt, Gebhardt, et Mäehler (2010) montrent que la mémoire de travail et la mémoire à court terme visuospatiale des adolescents avec DI connaissent un retard développemental, alors que la boucle phonologique montre un développement qualitativement différent du développement typique. Van der Molen, Henry, et Van Luit (2014) apportent une précision supplémentaire en montrant que la mémoire de travail et la mémoire à court terme visuospatiale se développent entre 9 et 15 ans alors que la mémoire à court terme verbale n'augmente plus après 10 ans chez les enfants et adolescents avec DI.

Par ailleurs, la relation entre doigts et mémoire de travail visuospatiale a été étudiée par Reeve et Humberstone (2011) qui ont montré que la mémoire de travail visuospatiale et les gnosies digitales étaient associées de façon indépendante à la réussite en calcul. De plus, les gnosies ainsi que la mémoire de travail visuospatiale étaient des prédicteurs, indépendants également, de l'utilisation spontanée des doigts lors du calcul. L'étude de Van Rooijen, Verhoeven, et Steenbergen (2016) auprès d'enfants présentant une paralysie cérébrale conclut à un impact de la mémoire de travail (verbale, visuospatiale et de la fonction exécutive de mise à jour de l'information) ainsi qu'à un impact indépendant de la

motricité fine sur la performance numérique des enfants. U. Fischer et al. (2020) suggèrent que la motricité fine participe à l'élaboration d'une représentation mentale des doigts mais que son rôle est probablement transitoire, avant que la mémoire de travail prenne le relai ("*Dexterity seems to play a significant role in children's finger-based representations up to a certain stage in development, after which other cognitive processes such as working memory take over*", p.11).

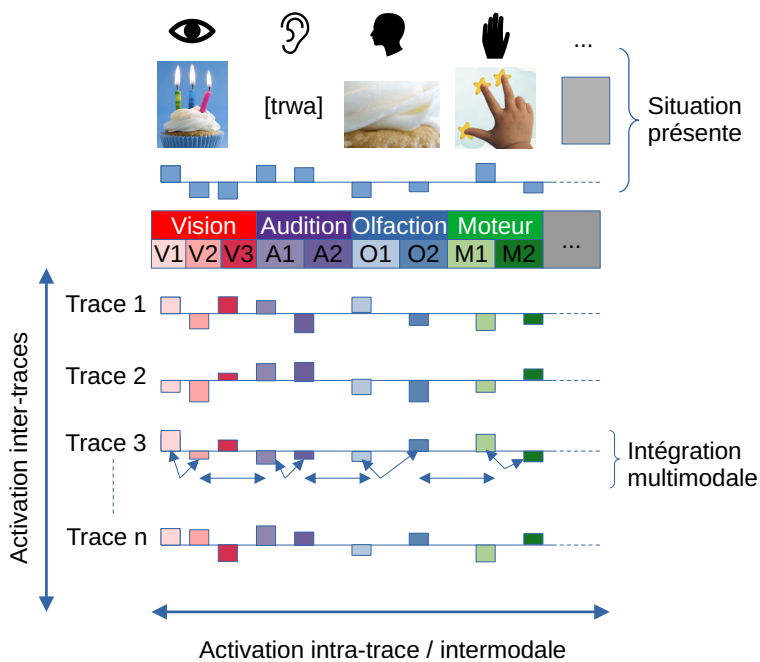
En revenant au modèle de Von Aster et Shalev (2007), il apparaît qu'il n'y est pas fait mention des doigts, que ce soit la motricité fine ou l'utilisation des doigts pour montrer des quantités ou pour calculer. La prévalence de déficits psychomoteurs et du traitement de l'information spatiale est néanmoins relevée dans la description des enfants présentant une dyscalculie avec comorbidités. Il nous paraît intéressant de noter que les auteurs décrivent la quatrième étape du modèle comme une redescription représentationnelle (*Representational Redescription - RR*) au sens de Karmiloff-Smith (1995). Dans le modèle de la redescription représentationnelle, l'auteure prend en compte à la fois les aspects innés et acquis dans le développement de l'enfant. A partir des connaissances innées qui existent à un niveau de représentation implicite et inaccessible à l'enfant, l'environnement et l'action de l'enfant sur l'environnement permettent une redescription de ces représentations qui vont d'abord acquérir un niveau explicite de représentation non accessible à l'enfant, puis un ou plusieurs niveaux explicites et accessibles de représentation, enrichis à chaque redescription. La redescription est rendue possible à la fois par l'expérience et par les capacités cognitives générales, comme l'augmentation des capacités de mémoire de travail. S'il n'est pas fait mention des doigts dans le modèle, ni dans le livre de Karmiloff-Smith (1995), il est possible de faire un parallèle avec ce que U. Fischer et al. (2020) proposent. En effet, si la motricité fine, par son entraînement, participe à l'élaboration d'une représentation mentale des doigts, alors il est possible de penser que la motricité fine et la mémoire de travail peuvent participer à une ou plusieurs redescriptions des représentations des doigts. Au fur et à mesure, les représentations ne sont plus encapsulées dans un domaine mais deviennent accessibles et utilisables lors d'activités différentes, ce qui n'exclut pas une utilisation dans le domaine numérique de représentations au départ motrices qui acquièrent un statut de symbole numérique (Di Luca & Pesenti, 2011). Le modèle de redescription représentationnelle n'est toutefois pas compatible avec la notion de stades, terme employé par U. Fischer et al. (2020), auquel est préféré le terme « phases », qui sous-entend que les changements ne se font pas tous en même temps et à un âge précis comme dans un stade au sens piagétien mais plutôt par domaines ou sous-domaines, en fonction du degré atteint dans le caractère explicite des représentations.

L'approche enracinée et située de la cognition et le modèle Act-In, proposé par Versace et al. (2018, 2014), apportent un point de vue complémentaire sur la relation entre

mémoire et doigts. Le modèle Act-In est nommé d’après « Activation » et « Intégration », qui sont deux mécanismes qui permettent l’émergence de connaissances à partir de traces mnésiques accumulées par les expériences d’interaction de l’individu avec son environnement. La modélisation Act-In ne s’appuie pas sur un modèle à multiples composants comme le modèle de Baddeley et Hitch (1974) mais sur des modèles à traces multiples de la mémoire. Les expériences des individus, c’est-à-dire leurs interactions avec leur environnement, créent des traces mnésiques qui sont distribuées dans le cerveau. A partir de deux mécanismes d’activation et d’un mécanisme d’intégration, l’émergence de connaissances est possible. Dans leur ouvrage, Versace et al. (2018, p.52) proposent un schéma s’appuyant sur une matrice pour représenter la mémoire, qui illustre ces mécanismes à partir d’une situation-exemple de fête d’anniversaire. Si l’on se focalise, dans cette même situation-exemple, sur l’âge d’un enfant qui fête son anniversaire, le schéma très légèrement adapté du schéma original pourrait ressembler à la Figure 4.1.

**Figure 4.1**

*Représentation de la mémoire inspirée du modèle Act-In (Versace et al., 2014)*



Dans cet exemple, l’enfant qui fête ses trois ans voit trois bougies sur le gâteau, entend « trois », est possiblement invité à montrer trois doigts en imitant le geste d’un parent, enlève ou voit enlever du gâteau les trois bougies l’une après l’autre, et vit d’autres interactions encore. Selon le modèle Act-In, la situation présente, illustrée dans le haut de la



Figure 4.1, crée une trace mnésique (en bleu) et non seulement active des traces créées précédemment lors de situations ayant des points communs avec la situation présente mais les active également entre elles. C'est l'activation inter-traces représentée verticalement dans la Figure 4.1. Lorsque l'enfant voit ses trois bougies, les traces mnésiques de bougies vont donc s'activer et s'activer entre elles. Cela correspond à une représentation, appelée *recréation* ou *simulation* dans l'approche incarnée. Cette activation a lieu simultanément avec une autre activation, cette fois intra-traces. En effet, la vue des bougies dans chaque trace est reliée à d'autres composantes sensorimotrices expérimentées lors des interactions avec l'environnement, représentées de façon horizontale dans la Figure 4.1. Il peut s'agir pour cet enfant de l'odeur des bougies qui s'éteignent, du goût du gâteau d'anniversaire d'un autre anniversaire, de mots-nombres entendus lors d'anniversaires passés, mais aussi de bougies allumées lors d'une panne d'électricité ... L'intégration multimodale est un mécanisme qui lie les différentes composantes sensorimotrices. Si cette intégration a lieu au niveau d'une trace isolée ou d'un faible nombre de traces, le souvenir émerge. Par exemple, l'intégration des composantes sensorimotrices lors d'une panne d'électricité, événement peu fréquent en Europe, sera spécifique. Le souvenir de la panne constituera la connaissance qui émergera de cette intégration. Au contraire, quand les traces à partir desquelles la connaissance émerge sont nombreuses, l'intégration intermodale des ces traces fait émerger des connaissances catégorielles. Sur la Figure 4.1, l'intégration non pas au niveau de la trace représentée par une ligne mais entre les colonnes de la matrice constituée de plusieurs traces permet l'émergence de connaissances conceptuelles. Si l'on reprend notre exemple, la situation présente active des traces mnésiques qui peuvent avoir pour point commun d'entendre « *trois* », de voir 3, de voir et de montrer trois doigts dans différents contextes, de toucher ou déplacer trois objets tour à tour ou simultanément. Les propriétés conceptuelles du nombre émergent de la multiplicité des interactions avec l'environnement desquelles découle la multiplicité des activations et intégrations.

Le modèle de mémoire sur lequel s'appuie le modèle Act-In (Versace et al., 2018, 2014) est très éloigné du modèle de Baddeley (2000), que cela soit dans la structure de la modélisation, dans le format des objets mémorisés ou encore dans la façon dont la mémoire intervient dans l'émergence des connaissances. Dans son article de synthèse, Wilson (2002) fait des liens entre la mémoire de travail au sens de Baddeley (2000) et des postulats issus des théories enracinées de la cognition. L'auteure interprète l'utilisation des doigts lors d'une situation de calcul ou de comptage comme une possibilité de soulager la charge cognitive de l'activité de calcul ou de comptage sur l'environnement. L'idée d'un lien entre les ressources sensorimotrices et la mémoire de travail lors d'activités dans lesquelles aucune interaction physique avec l'environnement n'est observable, permet d'envisager un soulagement de la charge cognitive sur les systèmes sensorimoteurs

mobilisés lors de simulations, de récréations. Ces liens potentiels entre mémoire de travail et cognition enracinée apportent un cadre dans lequel des résultats issus de l'utilisation de mesures de mémoire de travail peuvent être interprétés.

Ainsi, une relation entre mémoire de travail et calcul est largement établie dans la littérature (Brankaer et al., 2013 ; Bugden & Ansari, 2015 ; De Smedt et al., 2009 ; Jansen et al., 2013) et une relation entre mémoire de travail et doigts, qu'il s'agisse de l'utilisation des doigts ou de la représentation mentale des doigts par les gnosies est mise en évidence (Reeve & Humberstone, 2011 ; Van Rooijen et al., 2016). Bien que la relation entre les doigts (motricité fine, représentation mentale ou récréation, utilisation des doigts), le calcul et la mémoire puisse s'interpréter dans différents cadres théoriques, l'expérimentation s'appuie sur des tests de mémoire de travail dans le modèle de Baddeley et Hitch (1974) (Baddeley, 2000). Les tests d'empan envers sont des outils privilégiés car ils sont fortement liés aux performances en calcul (K. Allen et al., 2020 ; De Vita et al., 2021) et la mémoire de travail visuospatiale des adolescents avec DI semble connaître un développement avec un décalage mais pas un développement structurellement différent de celui de leurs pairs au développement typique (Van der Molen et al., 2014). A notre connaissance, il n'existe pas d'étude visant à préciser la relation entre doigts, mémoire de travail et calcul chez les enfants au développement typique et les adolescents avec DI dans un outil dimensionnel. En effet, les relations montrées dans la littérature sont étudiées deux à deux (i.e., mémoire de travail et calcul, mémoire de travail et doigts) sans qu'il soit possible de déterminer si ces trois variables peuvent s'envisager dans une modélisation à une ou plusieurs dimensions. Par ailleurs, les relations démontrées sont des relations symétriques basées sur la corrélation. La mise au jour de relations asymétriques basées sur l'implication (Gras et al., 2008) apporte des précisions supplémentaires en orientant la relation. Y. Noël (2017, 2021b) relie les propriétés implicatives à la modélisation de Rasch, permettant ainsi la lecture implicative d'une échelle de Rasch, possédant des propriétés métriques et une seule dimension (pour le lien entre la modélisation de Rasch et le caractère implicatif de cette modélisation, voir 2.3).

Les questions de recherche de cette étude sont donc les suivantes :

- Peut-on construire une échelle de Rasch et par conséquent une échelle implicative, incluant à la fois des items de mémoire de travail visuospatiale, des items de calcul et des items liés aux doigts (représentation, utilisation, imitation motrice) ?
- Est-ce que l'échelle produite (ou les échelles si une seule échelle n'est pas possible et qu'une dimension ne suffit pas) est la même pour les enfants au développement typique et les adolescents avec DI ?
- Quelles précisions peut-on apporter sur la façon dont la mémoire de travail et les doigts influencent la réussite en calcul à partir de la modélisation produite ?

## 4.2 Objectif de l'étude

L'objectif principal de cette étude est de tester la possibilité d'inclure des items de mémoire de travail visuospatiale dans l'échelle de Rasch modélisant le continuum entre doigts et calcul (étude 1) en conservant l'unidimensionnalité de l'échelle. On cherche à déterminer si l'ajout de la mémoire de travail dans le continuum peut être modélisé dans une seule échelle implicative ou si une deuxième échelle est nécessaire pour effectuer la modélisation.

Dans une perspective inclusive, nous cherchons à déterminer si la ou les échelles produites modélisent bien les données de tous les participants ou si des échelles différentes selon le parcours développemental des participants (enfants au développement typique et adolescents avec DI) sont plus performantes pour modéliser les données.

A partir de la modélisation produite, l'objectif est d'apporter des précisions sur les relations entre la mémoire de travail visuospatiale, l'utilisation des doigts en calcul, le calcul, l'imitation motrice manuelle planifiée et la représentation des doigts.

### 4.2.1 Insertion des items de mémoire de travail dans le continuum des doigts au calcul

Si les items du test de Corsi, visant à évaluer la mémoire de travail visuospatiale s'insèrent dans l'échelle implicative rassemblant les items de dessin, d'EMG, de calcul et d'utilisation spontanée des doigts en calcul précédemment produite, alors les items des trois grands domaines des doigts, du calcul et de la mémoire de travail doivent apparaître comme alignés et appartenant à un seul groupe (i.e., *cluster*) lors d'une analyse d'implication plane. La modélisation dans une échelle de Rasch doit retenir une grande partie des items et cette modélisation implicative doit être aussi performante qu'une modélisation de réponse à l'item moins contrainte.

### 4.2.2 Positionnement des items dans l'échelle selon le groupe des participants

Si une échelle de Rasch permet de modéliser les résultats de tous les participants, quel que soit leur parcours développemental (TD ou DI), alors le modèle dans lequel les indices de difficulté des items ne diffèrent pas selon le groupe doit être plus performant que le modèle dans lequel les indices peuvent avoir deux valeurs (et donc deux positions dans l'échelle pour les items) différentes selon le groupe TD ou DI.

### 4.2.3 Relations d'implication entre mémoire de travail, utilisation des doigts pour calculer, calcul, imitation motrice manuelle, représentation mentale des doigts

Le positionnement des items dans la modélisation graphique de l'échelle permet d'envisager les items dans un continuum implicatif et de préciser les relations entretenues par les différentes catégories d'items de façon orientée. Caractériser une relation d'implication (*a implique b*) offre l'intérêt d'accéder à une orientation grâce à l'aspect asymétrique de celle-ci, et également exploiter les informations apportées par la contraposée (*non-b implique non-a*).

Si *a* implique *b*, c'est-à-dire si *a* est au-dessus de *b* dans notre échelle, alors la réussite à *a* implique la réussite à *b*. Qui peut le plus, peut le moins. Si *a* est réussi, alors la probabilité que *b* le soit est forte. Plus la distance entre *a* et *b* est grande, plus la force de l'implication est grande, et plus la probabilité de réussir *b* quand *a* est réussi augmente.

Dans le sens de la contraposée, *non b* implique *non a*. Si *b* est placé en dessous de *a* dans l'échelle, alors l'échec en *b* implique l'échec en *a*. Qui ne peut pas le moins, ne peut pas le plus. Si *b* est échoué, alors la probabilité que *a* soit échoué est forte. Plus la distance entre *b* et *a* est grande, plus la force de l'implication est grande, et plus la probabilité d'échouer *a* quand *b* est échoué augmente.

## 4.3 Méthodologie

### 4.3.1 Participants

Les participants sont les mêmes que pour l'étude 1. Il s'agit de 145 enfants et adolescents qui se répartissent ainsi :

- 40 enfants de MS (22 filles, âge compris entre 52 et 64 mois,  $M_{\text{âge}} = 57.80$ )
- 49 enfants de GS (30 filles, âge compris entre 62 et 76 mois,  $M_{\text{âge}} = 69$ )
- 23 enfants de CP (10 filles, âge compris entre 77 et 91 mois,  $M_{\text{âge}} = 82.87$ )
- 33 adolescents d'ULIS collège (16 filles, âge compris entre 139 et 193 mois,  $M_{\text{âge}} = 163.8$ )

Les enfants de maternelle et de CP ne présentent pas de diagnostic de troubles des apprentissages ou de troubles neuro-développementaux. Les adolescents scolarisés au collège avec le soutien du dispositif ULIS ont un diagnostic de déficience intellectuelle légère sans étiologie connue. Un test d'efficacité intellectuelle (WISC-IV) de moins de

deux ans, réalisé et interprété par une psychologue de l'éducation nationale ou par une psychologue d'un service de soin confirme le diagnostic.

Conformément aux procédures éthiques en vigueur à l'université au moment du recueil des données, un consentement écrit des parents a été obtenu avant l'expérimentation. Chaque participant a également été informé oralement qu'il pouvait décider d'arrêter les activités (i.e., le test) à tout moment sans avoir à justifier sa décision et sans conséquence. L'étude a été conduite dans le respect du code d'éthique de la *World Medical Association* (Déclaration d'Helsinki) concernant l'expérimentation impliquant des humains.

### 4.3.2 Tâches et comportements observés

Les résultats aux tâches de l'étude 1, regroupant des items de résolution de calcul, d'imitation motrice manuelle (EMG), des items visant à évaluer la représentation mentale des doigts et des items cotant le recours spontané aux doigts lors du calcul (ces mesures sont décrites au paragraphe 3.3.2), sont utilisés dans cette étude.

Une tâche d'évaluation de la mémoire visuospatiale est ajoutée. Il s'agit du test de Corsi (1972), reconnu comme un test de référence pour évaluer la mémoire de travail visuospatiale (Milner, 1971 ; Turo, Collin, & Brouillet, 2021). L'examineur pointe du doigt des cubes bleus de 3 cm, disposés selon le plan du test et collés sur une plaque blanche. Le participant doit montrer les mêmes cubes que l'examineur. Le test se décompose en 32 items. Les 16 premiers items consistent en des séries de cubes, allant de deux à neuf cubes, à montrer dans le même sens que l'examineur. Chaque série comprend deux items consécutifs, c'est-à-dire que le participant est amené à reproduire deux séries différentes de deux cubes, puis deux séries différentes de trois cubes et ainsi de suite. C'est la partie *forward* du test. Les 16 items de la seconde partie consistent également en des séries de cubes à reproduire mais en sens inverse. Si l'examineur montre un cube puis un autre, le participant doit montrer le dernier cube montré par l'examineur en premier, puis le premier cube montré par l'examineur. De la même façon que pour la partie *forward*, huit séries de deux items allant de deux à neuf cubes sont présentées dans cette partie *backward*.

La partie *forward* évalue la capacité de stockage visuospatial alors que la partie *backward* évalue la capacité à manipuler des données visuospatiales stockées. En cela, la première partie du test évalue la mémoire à court terme et la seconde partie la mémoire de travail (Passolunghi & Cornoldi, 2008).

Etant donné que l'analyse de Rasch requiert des items dichotomiques, chacun des 32 items est coté en 0 ou 1 selon qu'il est échoué ou réussi. Le test est effectué en deux parties,

la partie *forward* puis la partie *backward*. Les conditions d'arrêt du test sont appliquées, chaque partie s'arrête donc après trois échecs consécutifs. Les items suivant l'arrêt sont cotés 0.

### 4.3.3 Aspects méthodologiques de l'analyse statistique

Toutes les analyses sont réalisées avec le logiciel R (RCoreTeam, 2020). Les modélisations de réponse à l'item (modélisation de Rasch, modélisation à deux paramètres) sont réalisées à l'aide de la librairie *mirt* (Chalmers, 2012).

Comme pour l'étude 1 (3.3.3), une comparaison de modèles entre une modélisation de Rasch et une modélisation d'IRT à deux paramètres est effectuée à l'aide du critère AICc (Critère d'Information d'Aikake corrigé pour échantillons limités) (Burnham & Anderson, 2002, 2004). Une analyse implicative plane précède cette comparaison de modèle. En effet, si cette analyse ne met pas en évidence un alignement des items, il est peu probable qu'une échelle de Rasch apporte une modélisation suffisamment bonne. De plus, cette analyse permet, s'il y a lieu, de repérer plusieurs alignements, et donc potentiellement plusieurs échelles de Rasch qui coexistent (Y. Noël, 2017, 2021b).

Une seconde comparaison avec le même critère est effectuée entre une échelle dans laquelle les scores de difficulté des items sont fixés pour les participants TD et DI et entre une échelle dans laquelle ce paramètre est libéré.

La représentation graphique de l'échelle est utilisée pour analyser les relations d'implication entre les différents items.

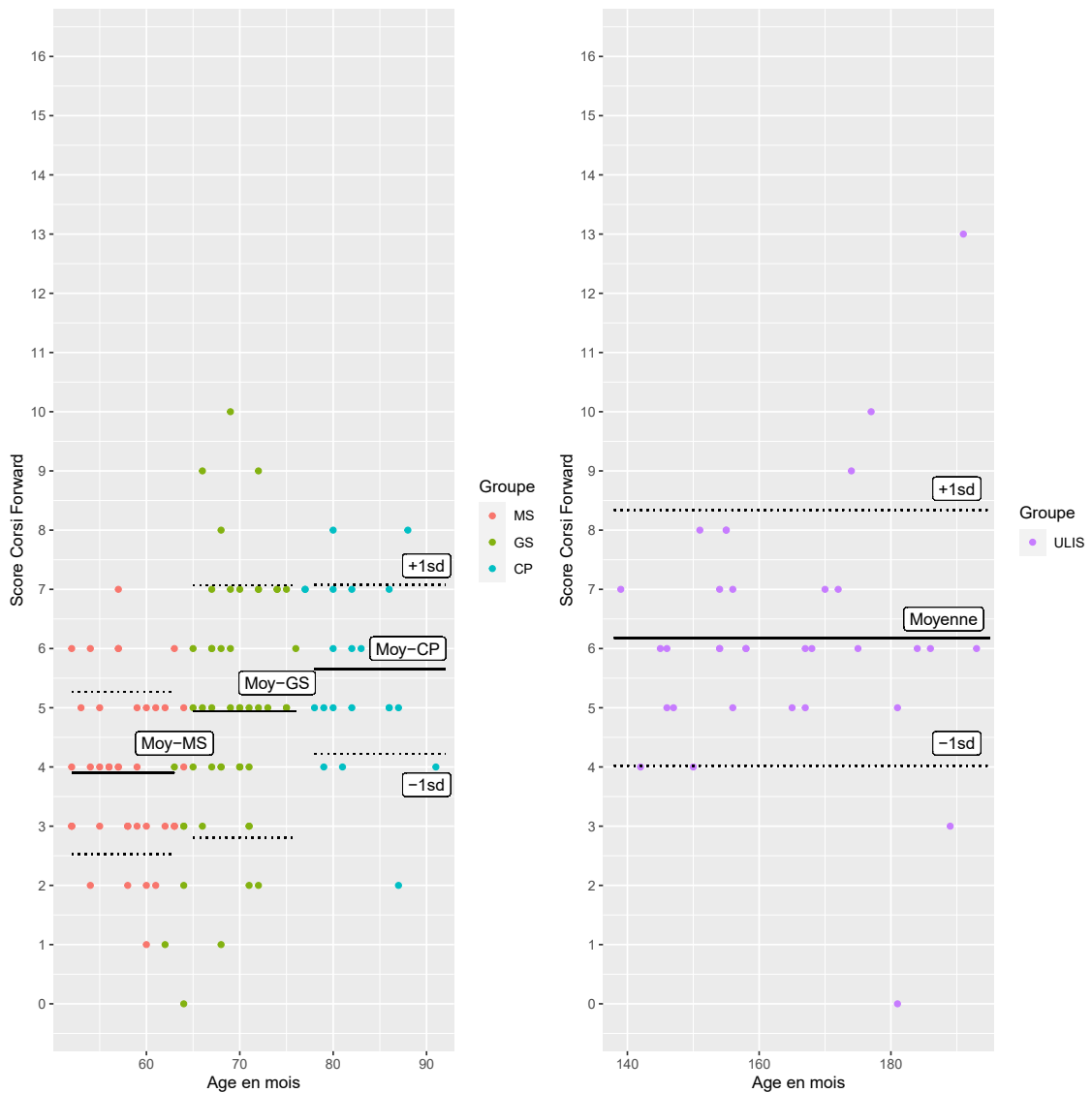
## 4.4 Résultats

### 4.4.1 Analyses descriptives des résultats au test de Corsi

Les scores au test de Corsi dans la version *forward* sont représentés dans la Figure 4.2 et les scores dans la version *backward* dans la Figure 4.3. Les moyennes et les écarts-types pour chaque groupe sont représentés en noir sur le graphique.

**Figure 4.2**

Scores au Corsi forward en fonction du groupe et de l'âge

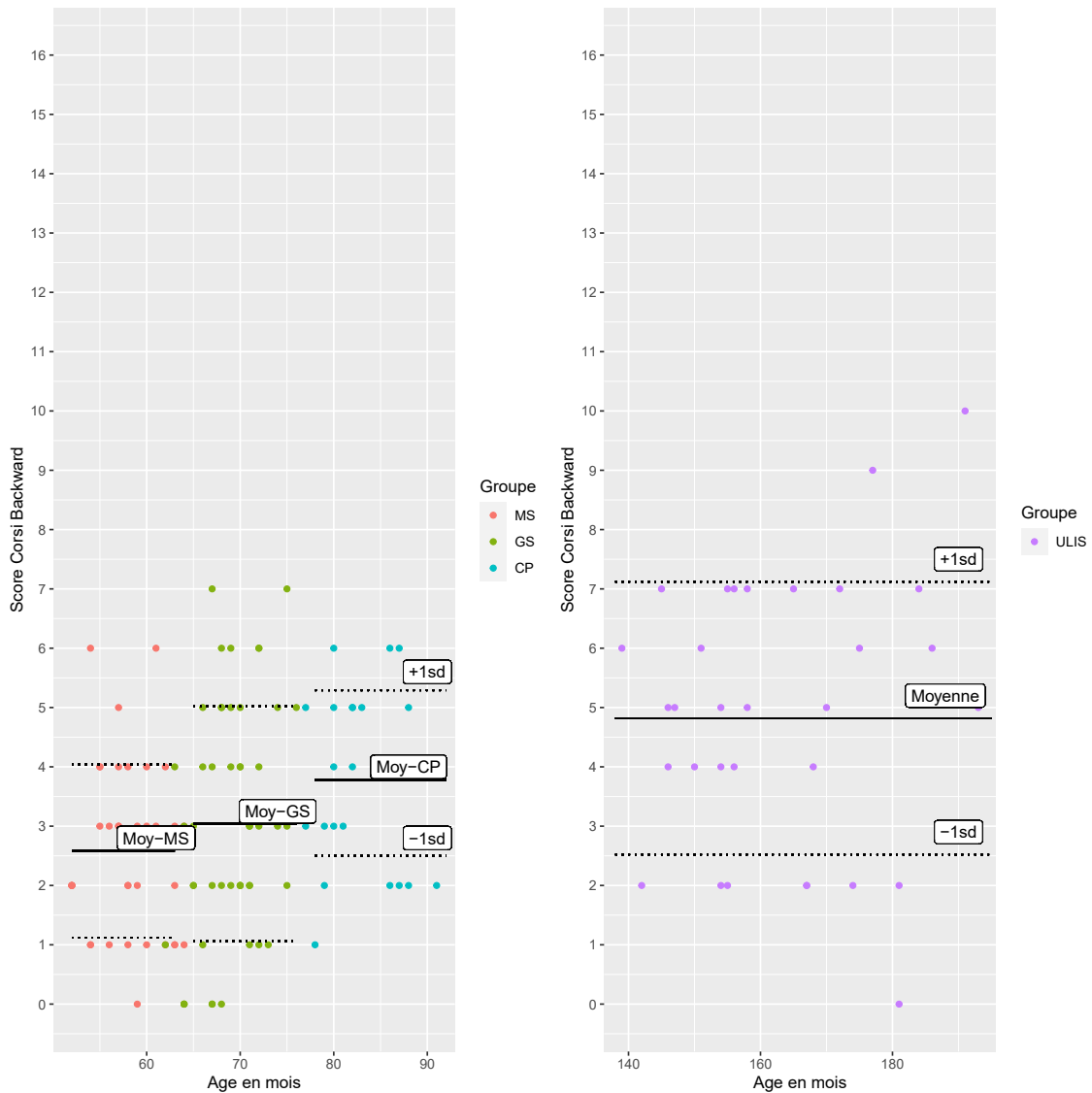


*Note.* Pour chaque groupe, la moyenne est en trait plein, les lignes pointillées représentent un écart-type.

Les moyennes des scores au test de Corsi *forward* des MS et des GS sont significativement différentes,  $t(82.96) = -2.78, p = .007, 95\% \text{ IC } [-1.78, -0.30]$ . Ce n'est pas le cas pour les moyennes des GS et des CP, ni pour celles des CP et des adolescents du groupe ULIS.

**Figure 4.3**

Scores au Corsi backward en fonction du groupe et de l'âge



Note. La moyenne est en trait plein, les lignes pointillées représentent un écart-type.

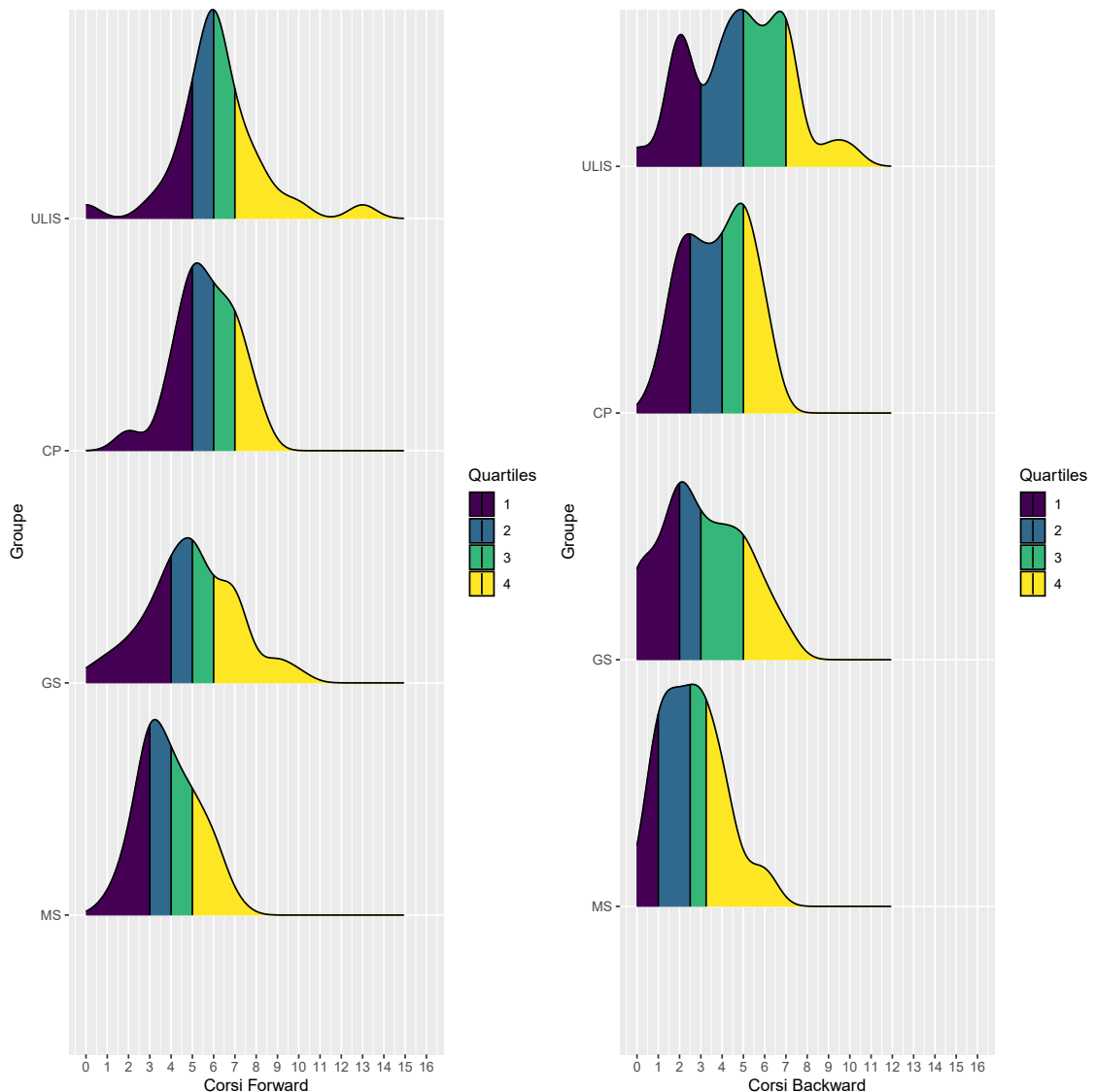
Les moyennes des scores au test de Corsi *backward* des adolescents du groupe ULIS et des CP sont significativement différentes,  $t(53.85) = 2.04, p = .047, 95\% \text{ IC } [0.02, 2.06]$ . Ce n'est pas le cas pour les moyennes des GS et des CP, ni pour celles des MS et des GS.



La distribution des scores par groupe est également représentée (Figure 4.4).

**Figure 4.4**

*Distribution des scores au test de Corsi en fonction du groupe*



Les scores à la partie *forward* du test de Corsi ont globalement une distribution unimodale alors que les scores *backward* du test ont des distributions multimodales qui se dessinent en GS et apparaissent clairement dans les groupes CP et ULIS.

Une analyse de régression sur les scores du Corsi *forward* et *backward* en fonction de l'âge pour chacun des sous-groupes TD et DI montre que les scores de Corsi augmentent avec l'âge pour les participants au développement typique ( $R^2 = .124$ ,  $F(1, 110) = 16.72$ ,  $p < .001$  pour le score *forward* et  $R^2 = .067$ ,  $F(1, 106) = 8.651$ ,  $p = .004$  pour le score *backward*) alors que l'âge des participants avec DI n'a pas d'effet sur les scores de

Corsi.

#### 4.4.2 Construction d'une échelle implicative regroupant des items d'imitation motrice manuelle, de représentation mentale des doigts, de calcul, d'utilisation spontanée des doigts en calcul et des items de mémoire de travail visuospatiale

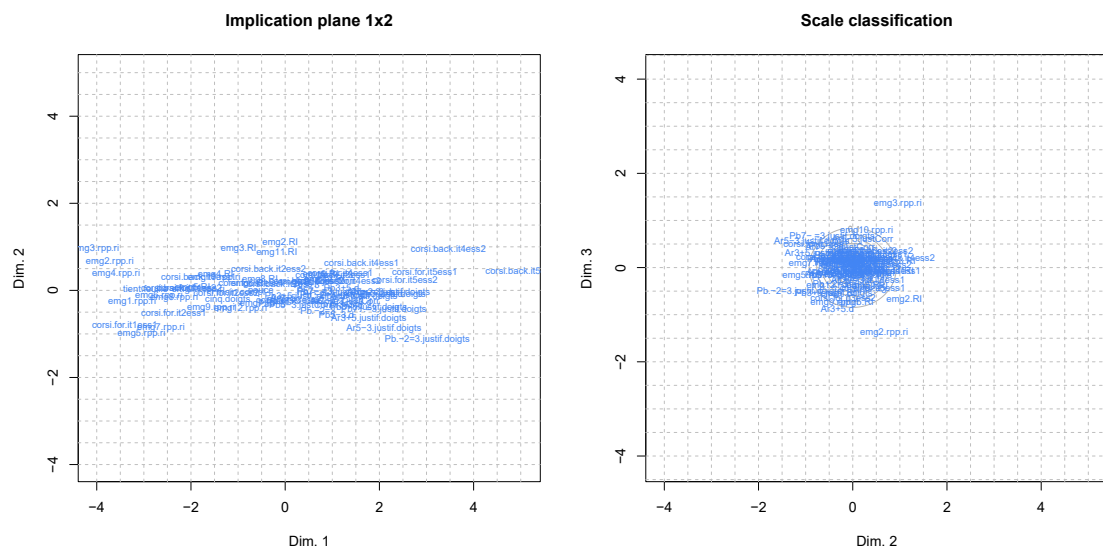
##### Implication plane

Une première analyse d'implication plane est effectuée. Elle consiste à calculer les indices iota pour chaque relation entre tous les items et à regrouper les items par cluster. Cette analyse est effectuée à l'aide du package RIA (Y. Noël, 2021a). La Figure 4.5 représente les items de façon alignée dans la partie gauche, ce qui suggère que les items partagent des relations d'implication plane. L'analyse des clusters, partie droite de la Figure 4.5, montre que les items peuvent être modélisés dans une seule échelle unidimensionnelle.

La relation d'implication en chaîne constitue l'unidimensionnalité de l'échelle. L'échelle regroupe des items évaluant des capacités ou des comportements issus du calcul, de la motricité, de la mémoire. Le fait que ces différents items partagent une relation d'implication cumulative et une seule, représente le trait latent.

##### Figure 4.5

##### Implication plane



### **Pertinence de la modélisation de Rasch**

Tous les items sont testés dans une modélisation de la réponse à l'item. De la même façon que pour l'étude 1, une comparaison de modèles entre le modèle de Rasch et un modèle un peu moins contraint dans lequel le paramètre de discrimination des items est libéré est effectuée. Cette comparaison est en faveur du modèle de Rasch, avec un AICc égal à 7855.37, contre un AICc de 9124.10 pour le modèle dans lequel le paramètre de discrimination n'est pas fixé. L'analyse d'implication plane et la comparaison de modèles de réponse à l'item montrent que l'utilisation d'une échelle de Rasch est une modélisation implicative qui s'ajuste bien à nos données.

Les items de mémoire, de calcul et relatifs aux doigts s'intègrent dans une seule échelle. Ils font partie d'un seul et même continuum implicatif, d'une seule chaîne d'items qui partagent une relation d'implication emboîtée, du type  $a$  implique  $b$ ,  $b$  implique  $c$  et  $a$  implique  $c$ .

#### **4.4.3 Echelle commune aux enfants au développement typique entre 4 et 7 ans et aux adolescents avec DI scolarisés en collège avec le soutien du dispositif ULIS**

Une analyse utilisant la fonction *multipleGroup* du package *mirt* (Chalmers, 2012) est conduite afin de modéliser les données dans une échelle de Rasch qui admettrait des valeurs différentes pour le paramètre de difficulté des items selon le groupe d'appartenance des participants (TD ou DI).

Pour vérifier si l'échelle de Rasch commune à tous les participants, c'est-à-dire pour laquelle chaque item a un paramètre de difficulté unique, modélise mieux les données que la double échelle comprenant les mêmes items placés potentiellement différemment selon le groupe TD ou DI, une comparaison entre ces deux modèles est effectuée. Pour l'échelle commune, le critère AICc est de 7855.37 alors que pour la double échelle il est de 9432.79.

Ce résultat est en faveur de l'échelle commune. Cela signifie, d'une part, que les positionnements des items dans l'échelle sont les mêmes pour les enfants et les adolescents avec une DI légère. D'autre part, cela associe la différence de positionnement entre les niveaux d'habiletés estimés des participants à un simple décalage sur un continuum commun. Les caractéristiques d'efficience intellectuelle n'ont pas à être connues pour estimer le niveau d'habileté du sujet, ni ses probabilités de réussir les différents items de l'échelle.

#### 4.4.4 Construction de l'échelle implicative commune aux items manuels, de calcul, d'utilisation des doigts en calcul et de mémoire de travail

Les items qui ne connaissent pas du tout de variance ne sont pas insérés dans le modèle. Il s'agit des items du test de Corsi qui n'ont été réussis par aucun participant, à partir du deuxième item de la série 7 (huit cubes à montrer) *forward* (i.e., à montrer dans le même ordre que l'examineur), et du premier item de la série 6 (sept cubes à montrer) *backward* (i.e., à montrer dans l'ordre inverse).

Les items insérés dans le modèle s'y ajustent bien, avec 82% d'items retenus dans l'échelle. Comme dans l'étude 1, l'objectif n'est pas que tous les items soient ajustés mais de déterminer si une combinaison d'items regroupant des items issus de toutes les mesures ciblées s'ajuste au modèle.

Les items exclus du modèle sont présentés dans le Tableau 4.1.

**Tableau 4.1**

*Items non ajustés au modèle, par catégorie*

Imitation motrice (EMG)	Justification	Utilisation des doigts	Corsi
emg 1	Ar 7-...=3	5-3 (Pb)	item 4b backward
emg 5		3+5 (Pb)	item 5b backward
emg 6		7-...=3 (Pb)	item 6a forward
emg 7		3+5 (Ar)	item 6b forward
emg 12			item 7a forward

Tous les items de calcul et les items visant à évaluer la représentation mentale des doigts trouvent une place dans l'échelle. Alors que tous les items de justification correcte des calculs s'inséraient dans l'échelle 1, l'un d'entre eux ne s'insère pas dans cette échelle. Les items d'utilisation spontanée des doigts pour calculer comprenant les opérations  $3+5$  et  $5-3$  sont de nouveau exclus, ainsi que l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre le problème verbal  $7-...=3$ . Une piste pour expliquer le fait que les items d'utilisation spontanée des doigts pour les opérations comprenant l'opérande 5 pourrait être cherchée dans le statut particulier du 5. Il semble que les enfants construisent des représentations des nombres dans lesquelles la base 5, propriété saillante de la main apparaît (Domahs, Krinzinger, & Willmes, 2008; Domahs, Moeller, Huber, Willmes, & Nuerk, 2010). Il est possible que les calculs qui fassent intervenir l'opérande 5 soient traités différemment

des calculs qui n'ont pas cet opérande et que les items d'utilisation spontanée des doigts ne rentrent pas dans la chaîne d'implication car ils ne sont pas sous-tendus par la même combinaison de facteurs que les autres items.

Davantage d'items d'EMG sont exclus dans cette échelle : l'item 2 est le miroir de l'item 1 (exclu dans l'étude 1), l'item 5 est exclu dans les deux échelles et les items 6 (montrer index et majeur, les autres doigts sont repliés et tenus par le pouce), 7 (comme l'item 6 mais de l'autre main), 12 (rejoindre les pouces de chaque main, les auriculaires de chaque main, et replier les trois autres doigts) sont exclus de cette échelle.

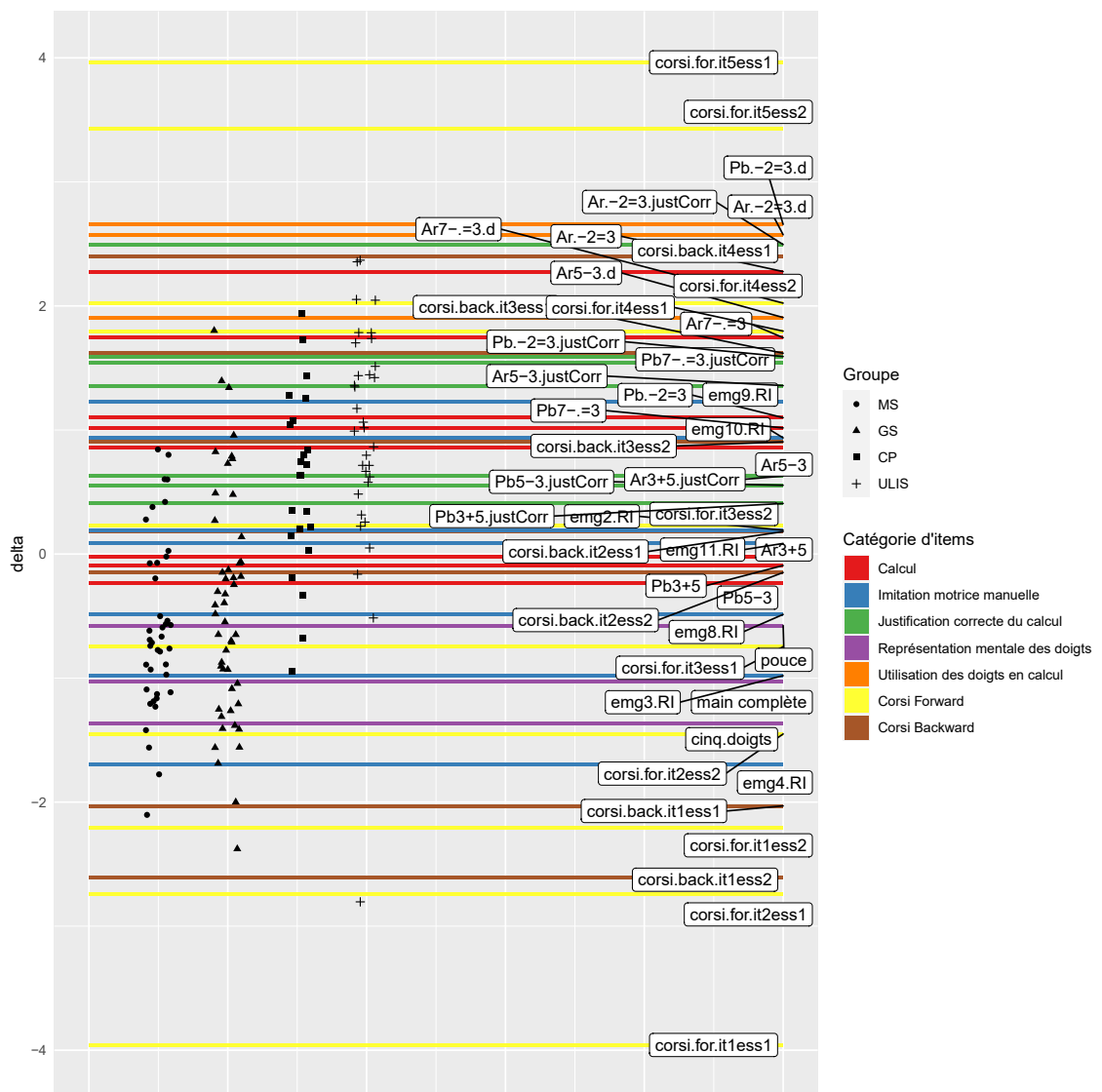
Les items du test de Corsi qui ne sont pas retenus par le modèle sont les items qui comprennent le plus grand nombre de cubes à rappeler.

L'échelle produite est représentée dans la Figure 4.6. Les scores des participants sont ajoutés au graphique et sont représentés par un symbole différent selon leur groupe.

Pour lire plus facilement les résultats de l'échelle, une seconde représentation (Figure 4.7) présente les résultats sur trois échelles séparées. Il s'agit des items regroupés par catégories et placés à l'endroit qu'ils occupent dans l'échelle globale. Les items de justification correcte ne sont pas représentés sur cette version pour alléger le graphique, mais ils sont visibles en vert sur la représentation complète (Figure 4.6).

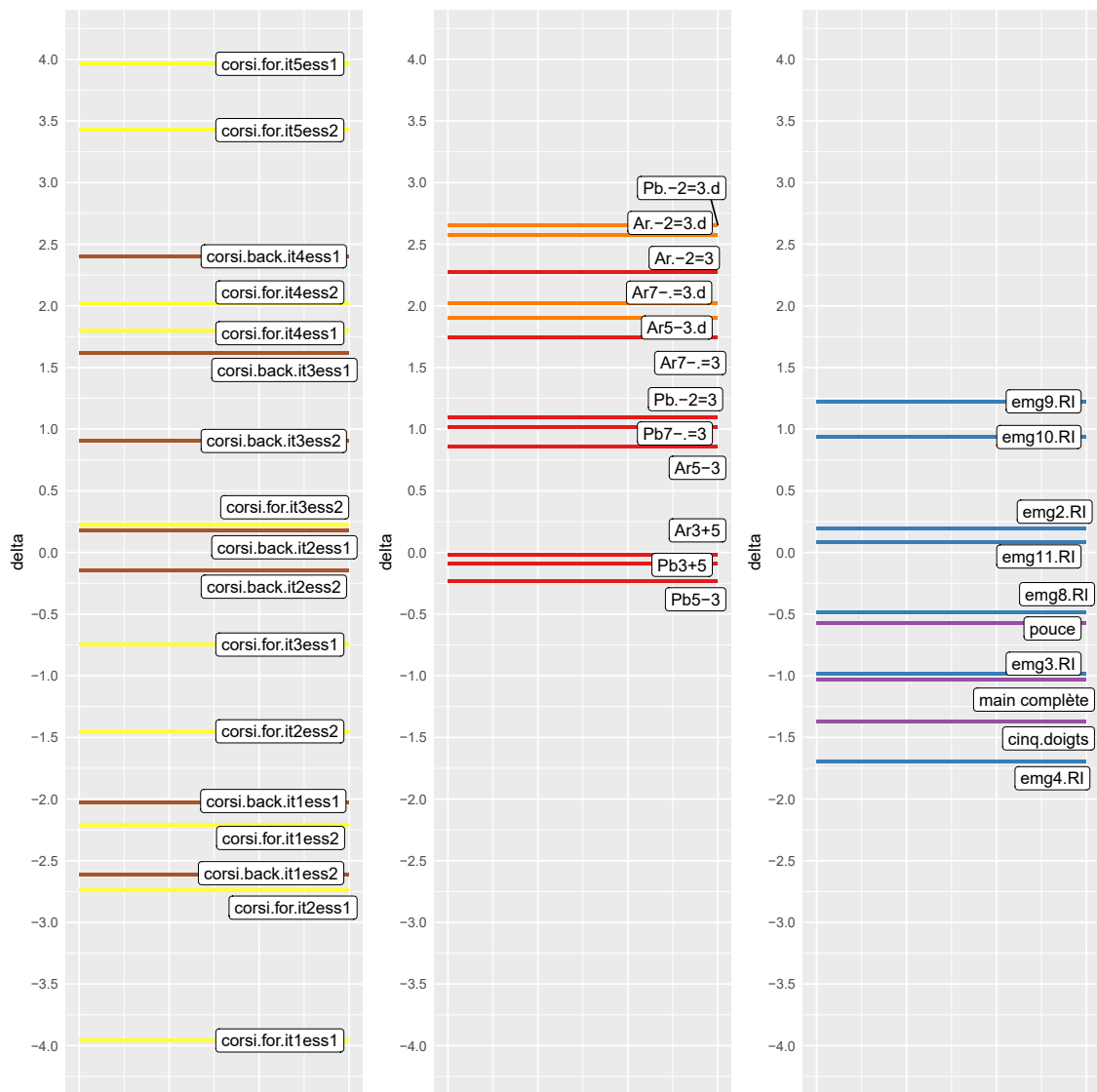
**Figure 4.6**

*Echelle implicative réalisée à partir d'items de mémoire de travail visuospatiale, d'items relatifs à l'imitation, à la représentation et à l'utilisation en calcul des doigts, et d'items de calcul additif*



**Figure 4.7**

*Echelle implicative représentée en trois graphiques complémentaires*



## Lecture graphique de l'échelle

De façon attendue, les items du test de Corsi (1972) sont ordonnés dans l'échelle comme dans le test, de l'item demandant le rappel de la plus petite série de cubes à celui qui demande le rappel de la plus grande série. Pour une même longueur de série de cube à rappeler, les items *forward*, évaluant la mémoire visuospatiale à court terme et ne demandant pas de manipulation sur les objets stockés en mémoire, sont, à nombre d'élément à rappeler constant donc, plus bas dans l'échelle que les items *backward* évaluant la mémoire de travail visuospatiale. Les items se placent tout au long de l'échelle, alors que les items de calcul, d'utilisation des doigts pour calculer, d'imitation motrice manuelle et de représentation mentale des doigts sont davantage groupés. Plus la distance entre des items est grande et plus la force de l'implication est grande. La réussite aux items demandant de rappeler plus de cinq cubes dans le même ordre ou la réussite aux items demandant de rappeler plus de quatre cubes dans l'ordre inverse implique plus fortement la réussite aux calculs que le fait d'utiliser ses doigts pour calculer. Réussir le test de l'EMG implique la réussite aux premiers items du test de Corsi (i.e., rappeler trois cubes ou moins dans le même ordre ou deux cubes dans l'ordre inverse).

Du point de vue de la contraposée, échouer les premiers items du test de Corsi implique une probabilité forte de ne pas réussir à imiter des postures manuelles de façon planifiée ni à résoudre les calculs ; la probabilité d'utiliser spontanément ses doigts pour calculer est également très faible. La distance entre les premiers items du test de Corsi et les items de calcul est plus grande que la distance entre les items de l'EMG et les items de calcul. Un déficit de réussite dans les premiers items de Corsi implique davantage une difficulté à résoudre les calculs qu'un déficit de réussite au test de l'EMG.

Pour résumer, des items évaluant les capacités de mémoire visuospatiale s'ajoutent aux items qui constituaient l'échelle de l'étude 1 et qui pouvaient se schématiser ainsi : utilisation spontanée des doigts  $\Rightarrow$  calcul  $\Rightarrow$  imitation motrice  $\Rightarrow$  représentation mentale des doigts. Contrairement aux items relatifs aux doigts, au calcul et à l'imitation motrice de l'échelle de l'étude 1 qui se regroupaient par mesures, les items de mémoire de travail visuospatiale ne se regroupent pas mais s'échelonnent tout au long de l'échelle. La relation d'implication entre les items de Corsi *forward* à six cubes et le calcul est plus forte que la relation d'implication entre l'utilisation des doigts et le calcul. La relation d'implication entre l'échec aux premiers items de mémoire de travail visuospatiale et l'échec au calcul est plus forte que la relation d'implication entre l'échec à la représentation des doigts par le dessin ou à l'imitation motrice manuelle et l'échec au calcul.



## 4.5 Discussion

L'objectif principal de cette étude était de construire une échelle implicative dans laquelle étaient représentés des items de mémoire de travail, des items de calcul et des items relatifs à la représentation mentale, à l'imitation motrice et à l'utilisation des doigts. Dans une perspective inclusive, nous cherchions à vérifier que cette échelle s'ajustait aux données de tous nos participants (TD et DI) ou à en construire deux le cas échéant. Puis, la construction de cette échelle devait permettre par sa lecture graphique d'apporter des précisions sur les relations entre mémoire de travail, doigts et calcul ; en d'autres termes de préciser l'influence de la mémoire de travail et des doigts sur la réussite en calcul.

La construction d'une seule échelle implicative en utilisant une analyse de Rasch est possible. La comparaison de modèles est en faveur d'une échelle de Rasch plutôt que d'une échelle à deux paramètres, et l'analyse d'implication plane montre un seul regroupement d'items, compatible avec une seule échelle sur une dimension. Des items de chaque variable étudiée sont représentés dans l'échelle, qui contient des items du test de Corsi, des items d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul, des items de calcul et de justification correcte de celui-ci, des items d'imitation motrice manuelle planifiée et des items visant à évaluer la représentation mentale des doigts. La comparaison de modèles faite lorsqu'on sépare les deux groupes TD et DI et lorsqu'on les fusionne donne l'avantage au modèle constitué par une seule échelle, dans laquelle la différence de groupe est entièrement modélisable par un décalage de niveau. Il n'est pas besoin de faire varier par groupe la qualité mesurante des items, c'est-à-dire leur discrimination. Cette échelle répond au critère d'inclusivité que nous nous sommes fixé.

Les items de Corsi se placent tout au long de l'échelle (entre  $-4$  et  $4$ ), globalement dans l'ordre des séries, les suites d'items étant placées de la plus courte à la plus longue de bas en haut de l'échelle. Il apparaît régulièrement que les deuxièmes items de chaque série sont placés plus bas dans l'échelle que les premiers items, ce qui est contre-intuitif dans l'échelle de Rasch. Cela peut venir des conditions d'arrêt du test, qui ont été conservées dans cette étude mais qui ne sont pas celles qui sont préconisées dans un test modélisé par une analyse de réponse à l'item. En effet, dans la théorie de la réponse à l'item, la passation ou non d'un item ne doit pas dépendre des réussites antérieures. Le test de Corsi a été construit sur les bases de la théorie classique des tests et la passation s'arrête après trois échecs consécutifs. Les participants ont davantage échoué sur le premier item d'une nouvelle série, augmentant le nombre de cubes à rappeler. Si les deux items suivants sont échoués, alors on a plus d'échecs sur les items 1 que sur les items 2, ce qui les place comme plus difficiles sur l'échelle de Rasch, et donc plus haut que les items 2 du même essai. En ce qui concerne le test de Corsi, l'étude de Turo et al. (2021) soulève que les

résultats des participants adultes dépendent de contraintes liées aux corps : les participants qui reproduisent de la main droite la séquence de cubes montrée par un expérimentateur qui utilise sa main gauche réussissent mieux parce que leurs mains évoluent dans le même espace lorsqu'elles désignent les cubes. Ce résultat n'a pas été pris en compte lors de l'élaboration de la méthodologie pour cette étude parce qu'il n'était pas encore paru, mais les circonstances ont fait que les cubes ont été désignés par l'expérimentateur de la main gauche pour la plupart des participants. Il serait intéressant de répliquer l'expérimentation de Turo et al. (2021) auprès d'enfants et d'adolescents.

Les items de représentation des doigts par le dessin se placent entre  $-1.37$  et  $-0.58$ . Les items d'imitation motrice planifiée sont situés entre  $-1.69$  et  $1.23$ . Les items de calcul se placent entre  $-0.23$  et  $2.28$ , davantage groupés que les items de Corsi. Les items de justification correcte des calculs sont entre  $0.41$  et  $2.49$  et les items d'utilisation spontanée des doigts en calcul se placent entre  $1.90$  et  $2.66$ .

L'analyse graphique de l'échelle implicite montre que la réussite aux items les plus complexes du Corsi (suite de six cubes à montrer dans le même ordre que l'examineur et suite de cinq cubes à montrer dans l'ordre inverse) implique une probabilité supérieure à 50% de réussir les calculs. Cette échelle permet de comparer la force de l'implication entre l'utilisation spontanée des doigts en calcul et le calcul, avec celle qui lie la mémoire de travail et le calcul. La réussite à l'item de rappel de six cubes dans le même ordre que présentés implique plus fortement la réussite aux calculs que l'utilisation spontanée des doigts lors du calcul. La réussite à l'item de rappel de cinq cubes dans l'ordre inverse implique la réussite aux items de calcul les plus simples, d'une façon similaire à l'utilisation spontanée des doigts pour calculer.

Etant donné que les items *forward* sont associés à l'évaluation de la mémoire à court terme et que les items *backward* sont associés à l'évaluation de la mémoire de travail, on peut se demander si, dans notre modélisation, la mémoire à court terme est davantage prédictive de la réussite en calcul que la mémoire de travail. Cette interprétation n'est pas privilégiée ici pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les âges des participants sont divers et la littérature montre des influences différentes des différents composants de la mémoire de travail, dont le calepin visuospatial (évalué par le Corsi *forward*), la boucle phonologique et l'administrateur central (évalué par le Corsi *backward*) (De Vita et al., 2021). De plus, les différents composants sont difficiles à évaluer séparément à l'âge des plus jeunes de nos participants (Alloway et al., 2006). Du point de vue des items de calculs, certains sont présentés sous forme arithmétique (e.g.,  $5 - 3$ ) et d'autres sous forme d'énoncés verbaux (e.g., *Sophie a 5 billes. Elle en perd 3. Combien de billes lui reste-t-il ?*). La littérature montre que les problèmes verbaux mobilisent davantage la mémoire de travail visuospatiale qualifiée de « passive », correspondant au stockage de l'information sans

manipulation de celle-ci (soit au Corsi *forward* dans notre étude), alors que les problèmes sous forme arithmétique sont davantage associés à la mémoire de travail visuospatiale « active », correspondant à la manipulation des informations stockées (soit au Corsi *backward* dans cette étude) (Kyttälä & Lehto, 2008). Enfin, on peut penser que si l’item de Corsi *backward* correspondant au rappel en ordre inverse de six cubes avait été davantage réussi et avait ainsi pu s’inclure dans l’échelle, il se serait placé plus haut que l’item de Corsi *forward* de rappel dans le même ordre de six cubes.

Du point de vue de la contraposée, l’échec aux premiers items du Corsi (rappel de deux cubes) compromet davantage la probabilité de réussite aux calculs que l’échec aux items d’imitation motrice manuelle ou l’échec aux items de dessin de la main, visant à évaluer la représentation mentale des doigts. Les individus qui échouent à ces premiers items de Corsi ont une probabilité faible d’utiliser spontanément leurs doigts pour calculer. Les items du Corsi pour lesquels il s’agit de rappeler trois ou quatre cubes sont placés dans la même portion d’échelle que les items d’imitation motrice manuelle. Ce positionnement peut être interprété comme la possibilité de compenser une difficulté motrice par la mémoire.

Le cadre théorique de la redescription représentationnelle de Karmiloff-Smith (1995) insiste sur l’importance de l’action de l’enfant dans son environnement pour construire ses connaissances. Si des capacités sont innées, elles évoluent au cours du développement et les représentations implicites de départ, au fur et à mesure des redescriptions représentationnelles, s’étoffent et deviennent accessibles à l’enfant. Notre étude montre que l’utilisation spontanée des doigts en calcul est associée à une probabilité forte de réussir les calculs. Elle montre aussi que la réussite à des items de mémoire de travail correspondant à des empan élevés est encore davantage associée à une probabilité forte de réussir les calculs que l’utilisation spontanée des doigts. Si on se place dans le cadre théorique de la redescription représentationnelle, on peut se demander dans quelle mesure l’accessibilité des représentations en dehors de l’action dans le monde physique, soutenue par la mémoire de travail, favorise la résolution des calculs.

L’interprétation des résultats obtenus dans une approche incarnée ou enracinée de la cognition est complémentaire. Si utiliser ses doigts implique que l’on réussisse les calculs, cela est cohérent avec l’action du corps qui soutient le développement de connaissances conceptuelles. De plus, la position des items dans l’échelle implicative laisse penser que l’utilisation des doigts, s’appuyant sur des capacités motrices manuelles et de représentation interne des doigts, apporte une augmentation de la réussite en calcul. La position des items de mémoire de travail positionnés plus haut dans l’échelle que les items d’utilisation spontanée des doigts est compatible avec cette approche de la cognition. En effet, à force d’interactions et de multiplication des traces mnésiques, les connaissances conceptuelles

émergent et la récupération en mémoire à long terme de faits arithmétiques enracinés dans l'expérience de l'enfant qui a utilisé ses doigts est possible.

Mais il est également possible d'envisager l'interprétation de ces résultats en dehors d'une récupération en mémoire. Lors des interactions avec l'environnement, ce ne sont pas les éléments perçus ou les résultats des actions qui sont conservés mais la capacité à recréer, à simuler cette interaction au niveau cognitif (Versace et al., 2018). Wilson (2002) s'appuie sur ce principe pour envisager la mémoire de travail dans une approche enracinée de la cognition. Elle explique que lorsque les capacités de la mémoire de travail atteignent leurs limites, cette charge peut être réduite par l'utilisation de l'environnement. Dans notre étude, cela correspondrait au fait qu'utiliser ses doigts lorsque les capacités de mémoire de travail sont faibles ferait monter le score du participant, ce qui augmenterait la probabilité de réussite aux calculs (dont les items se trouvent sous les items d'utilisation des doigts et au-dessus des premiers items de mémoire de travail). Lorsque les capacités de mémoire de travail sont plus importantes, Wilson (2002) envisage la possibilité que la mémoire de travail réduise sa charge non plus sur l'environnement mais sur les systèmes sensorimoteurs cérébraux. Dans notre étude, des capacités élevées en mémoire de travail permettraient la recréation, la simulation d'expériences passées à partir des traces mnésiques. Cela est cohérent avec le fait que les items de mémoire de travail, dont la nature sensorimotrice apparaît dans la structure (Baddeley, 2012), s'incluent dans une échelle unidimensionnelle comprenant notamment des items de représentation mentale des doigts et des items d'imitation motrice manuelle.

## 4.6 Conclusion, limites et perspectives

Il apparaît que la construction d'une échelle implicite comprenant des items d'imitation motrice manuelle, des items visant à évaluer la qualité de la représentation de la main, des items de calcul, d'utilisation spontanée des doigts et des items de mémoire de travail visuospatiale, est possible. Cette échelle unique s'ajuste aux données issues d'une population typique et d'une population présentant une déficience intellectuelle.

Le premier apport de cette recherche est qu'elle montre un continuum entre des capacités motrices, des capacités de calcul et des capacités générales de mémoire de travail. Ce continuum implicite s'intègre dans une approche enracinée de la cognition, et dans le modèle de la redescription représentationnelle. Ces deux approches envisagent les interactions avec l'environnement comme fondamentales dans l'émergence des connaissances.

Le second apport réside dans l'ordonnement de l'échelle produite. La lecture de l'échelle renforce la dimension générale de la mémoire de travail dont les items se placent

tout au long de l'échelle. Les items relatifs aux doigts qui sont spécifiques au domaine moteur manuel se placent en groupe. Les items de calculs ainsi que les items d'utilisation spontanée des doigts se placent dans le même espace, questionnant l'appartenance au domaine de ces items. Une intégration dans le domaine mathématique plutôt que dans le domaine moteur appuierait la dimension symbolique de la représentation des doigts lors de l'utilisation spontanée en situation de calcul.

Comme pour l'étude 1, cette étude a un nombre de participants inférieur à ce qui était prévu et conseillé pour une analyse de Rasch. Une comparaison de modèles montre cependant que la modélisation de Rasch modélise mieux nos données qu'une analyse d'IRT moins contrainte. L'intervalle d'âge des participants au développement typique aurait pu être plus étendu. Avoir des participants plus âgés pourrait conduire à l'intégration d'items de mémoire de travail plus complexes pour enrichir l'analyse.

Au-delà de cette étude qui donne une vue globale d'un continuum des doigts au calcul échelonné et influencé par la mémoire de travail, il nous paraît utile pour des recherches futures de prendre un point de vue plus local. A partir de ce continuum, les relations entre doigts, calcul et mémoire de travail peuvent être précisées pour des calculs en fonction du type d'énoncé, dans une population, selon différentes mesures de mémoire de travail, ou encore en utilisant des mesures liées aux doigts différentes, comme l'imagerie mentale par exemple.

La structure implicative mise en évidence dans la présente étude ne dit rien sur la façon dont les différentes habiletés impliquées peuvent interagir pour amener le succès en calcul. Elle est compatible avec plusieurs scénarios : les compétences de niveau implicatif élevé peuvent interagir pour contribuer au succès calculatoire ; certaines compétences pourraient jouer le rôle de médiateur.

Dans le chapitre suivant, nous cherchons à affiner la nature de la relation implicative en analysant ces scénarios. Nous nous sommes intéressés plus précisément aux adolescents avec une déficience intellectuelle et à la relation qu'entretiennent doigts et mémoire de travail avec le calcul additif simple présenté sous forme d'énoncés arithmétiques.

## **Chapitre 5**

# **Etude 3 - Influence des doigts et de la mémoire de travail sur le calcul chez les adolescents présentant une déficience intellectuelle : une interaction dynamique**

### **5.1 Introduction**

Il n'est plus à démontrer que l'acquisition de compétences de base en numéracie, dont le calcul additif simple fait partie, est cruciale pour l'inclusion de tous les individus dans la société, qu'il s'agisse de répondre aux critères d'employabilité (Geary et al., 2013) pour les personnes au développement typique, d'accéder à davantage d'autonomie (Rose et al., 2005) ou encore de prendre part aux décisions prises par la société (Cheong et al., 2017) pour les personnes avec une déficience intellectuelle. Malgré cela, peu d'études s'intéressent au développement des compétences de calcul chez les personnes avec DI, surtout quand il s'agit de déficience intellectuelle sans étiologie connue (Browder, Jimenez, & Trela, 2012; Inserm, 2016). Les compétences numériques se développent en s'appuyant sur des compétences spécifiques aux mathématiques mais également sur des capacités générales transversales (Karmiloff-Smith, 1995). Cette étude vise à préciser, chez les adolescents avec DI scolarisés dans l'école inclusive, la relation que partage le calcul avec les capacités générales suivantes : la mémoire de travail visuospatiale, la mémoire à court terme visuospatiale, la dextérité et l'utilisation spontanée des doigts en calcul. De façon

très concrète, cette étude cherche à déterminer s'il est utile, voire bénéfique, pour les adolescents avec DI scolarisés au collège avec le soutien d'un dispositif d'inclusion, d'utiliser leurs doigts pour résoudre des calculs additifs simples.

### 5.1.1 Relations entre doigts et calcul

Bien que l'origine de la relation entre doigts et nombres soit toujours débattue, les études neuro-anatomiques et comportementales s'accordent sur l'existence de cette relation, entre les mouvements et les représentations des doigts d'une part et les nombres et leur traitement d'autre part (Andres et al., 2012 ; Dehaene et al., 2003). Savoir si les doigts et les nombres se développent en parallèle parce qu'ils partagent une proximité de substrat cérébral ou s'ils se développent en relation les uns avec les autres est une question de recherche ouverte (Rusconi et al., 2009).

Dans la littérature, il existe toutefois un faisceau d'éléments en faveur d'un rôle non pas parallèle, mais fonctionnel des doigts sur le développement numérique (Crollen & Noël, 2015 ; Michaux et al., 2013). Andres et al. (2008) utilisent le terme de « chaînon manquant » ("*missing tool*") pour qualifier l'utilisation des doigts pour compter, car celle-ci pourrait permettre de relier la représentation analogique à la représentation symbolique des premiers nombres. Cette vision du rôle des doigts soutient l'hypothèse de Butterworth (1999, p.249 - 250), "*My hypothesis is that without the ability to attach number representation to the neural representation of fingers and hands in their normal locations, the numbers themselves will never have a normal representation in the brain*". Dans une approche enracinée de la cognition, les interactions avec l'environnement, et notamment l'action, permettent, grâce à la répétition et au lien fait entre les états neuronaux activés lors de ces interactions, de faire émerger des connaissances conceptuelles (Versace et al., 2018, 2014). Dans cette approche, le rôle des doigts est fondamental dans la construction du nombre.

### 5.1.2 Dextérité

La dextérité et l'utilisation des doigts pour compter ou pour calculer sont les deux facteurs les plus étudiés lorsqu'il s'agit de décrire la relation entre doigts et calcul. La dextérité a été définie par Luo et al. (2007, p. 596) comme « des petits mouvements des muscles requérant une coordination précise entre l'oeil et la main » ("*small muscle movements requiring close eye-hand coordination*"). Depuis longtemps, on sait que la dextérité, appelée également motricité fine dans la littérature, est associée à la réussite scolaire (Rourke & Strang, 1978). Dans le développement typique, la dextérité corrèle positivement avec le

comptage à 4 ans et demi (U. Fischer et al., 2018). De plus, dextérité et calcul sont associés entre 4 et 6 ans, bien que la relation entre dextérité et calcul varie selon les enfants qui montrent des profils variés (Asakawa & Sugimura, 2014). Dans la littérature consacrée au trouble de la dextérité, Holsti et al. (2002) montrent que les enfants qui présentent des troubles développementaux de la coordination sont davantage susceptibles d'avoir des difficultés d'apprentissage en calcul que leurs pairs. Les enfants présentant une hémiplégie montrent des performances en calcul similaires à leurs pairs, mais rencontrent des difficultés à traiter les nombres symboliques. Pour expliquer ce résultat, Thevenot (2014) envisage la possibilité d'une perturbation dans l'association entre les représentations analogique et symbolique du nombre chez ces enfants, qui pourrait conduire à une résolution des calculs s'appuyant davantage sur la récupération en mémoire que sur les stratégies procédurales dans cette population. Le développement de la dextérité connaît un retard de 3 à 4 ans chez les enfants et adolescents avec DI, et est associé au développement cognitif (Rintala & Loovis, 2013 ; Vuijk et al., 2010). La corrélation entre la dextérité et les fonctions exécutives chez les enfants de 7 à 12 ans avec une DI légère à modérée montre un déficit interdépendant dans les deux domaines selon Hartman et al. (2010).

### 5.1.3 Utilisation des doigts en calcul

L'utilisation des doigts en situation numérique pourrait favoriser la correspondance terme à terme, compétence préalable au calcul, et la transition du comptage au calcul mental (Alibali & DiRusso, 1999 ; Fuson, 1988). Cependant, l'utilisation des doigts pour compter ou calculer n'est pas considérée de la même façon selon que l'on se place dans le champ de l'éducation ou de la psychologie (Moeller et al., 2011). C'est une stratégie globalement considérée comme primaire, qui doit être dépassée le plus rapidement possible en éducation alors qu'en psychologie les associations entre doigts et nombre interrogent et la question de l'enracinement de la connaissance dans l'action et la perception nécessite d'être explorée plus avant dans différents contextes, notamment dans celui de l'acquisition du calcul. Jordan et al. (2008) étudient l'utilisation des doigts en calcul de façon longitudinale chez les enfants TD de la dernière année de jardin d'enfant (5 ans et demi en moyenne) à la deuxième année d'élémentaire (8 ans et demi en moyenne). L'étude montre des bénéfices à l'utilisation des doigts importants avant l'élémentaire et qui baissent avec l'âge jusqu'à disparaître et laisser place à une association négative entre utilisation des doigts et performance en calcul additif. Les études sur le calcul chez les adolescents avec DI idiopathique ne se focalisent pas sur l'utilisation des doigts, même si cette stratégie est évoquée (Baroody, 1999 ; Sermier Dessemontet et al., 2020).



Le développement de la numéracie chez les élèves avec DI est décrit comme similaire dans sa structure mais allongé et plus lent (Baroody, 1999 ; Butterworth, 1999). Ces auteurs insistent sur le fait que les élèves avec DI pourraient apprendre plus et plus vite s'ils bénéficiaient de plus d'enseignement. Ces recommandations sont soulignées par Saunders, Bethune, Spooner, et Browder (2013) et Sermier Dessemontet et al. (2020). Dans leur méta-analyse sur l'enseignement des mathématiques, Browder, Spooner, Ahlgrim-Delzell, Harris, et Wakeman (2008) ne reportent pas de résultats concernant l'utilisation des doigts. Hudson, Rivera, et Grady (2018) précisent qu'il est crucial pour les enseignants spécialisés de comprendre les processus qui sous-tendent la cognition mathématiques pour les préparer à enseigner de façon efficiente. Alors que l'enseignement est un défi en soi, et d'autant plus dans l'école inclusive, la plupart des études décrivent une école inclusive davantage centrée sur les acquisitions sociales que sur les acquisitions de connaissances disciplinaires (Coudronnière & Mellier, 2016 ; Göransson, Hellblom-Thibblin, & Axdorph, 2016).

La réussite en calcul additif simple arrive entre 10 et 20 ans pour les élèves avec DI selon (Baroody, 1999). La plupart des enfants TD arrêtent d'utiliser leurs doigts pour calculer à partir de la troisième année d'élémentaire, soit autour de 9 ans (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & Catherine DeSoto, 2004). Cependant, Ashkenazi et al. (2013) montrent l'existence de différentes trajectoires développementales concernant les stratégies de calcul selon le niveau d'anxiété de l'enfant. Ces trajectoires montrent que les enfants qui connaissent un niveau d'anxiété mathématique important arrêtent d'utiliser leurs doigts pour calculer deux ans après leurs pairs. Cette étude fait écho à une étude de cas unique de (Kaufmann, Pixner, & Goebel, 2011). L'utilisation des doigts y est décrite comme une stratégie persistante chez un adulte qui présente des difficultés en mathématiques mais qui a néanmoins acquis les compétences de calcul additif simple et qui possède un empan de mémoire de travail dans la moyenne. Brankaer, Ghesquière, et De Smedt (2011) relèvent la difficulté des enfants de 10 ans avec DI à relier les nombres aux quantités correspondantes. Or, selon Andres et al. (2008), l'utilisation des doigts pourrait renforcer cette association.

#### **5.1.4 Influence de la mémoire de travail**

Le modèle de Baddeley et Hitch (1974) fait référence dans la littérature sur l'impact de la mémoire de travail sur l'apprentissage des mathématiques dans le développement typique comme dans la déficience intellectuelle. Il a été augmenté (Baddeley, 2000) et est composé de plusieurs composantes : la boucle phonologique et le calepin visuospatial qui stockent des informations selon leur nature perceptive et qui sont associés à la mémoire à

court terme, et l'administrateur central qui opère sur les informations stockées (Baddeley, 2012).

La mémoire de travail est liée au développement des compétences de calcul. La mémoire de travail visuospatiale (VWM) est associée à la performance en calcul chez les enfants au développement typique (De Smedt et al., 2009 ; Geary et al., 2000), chez les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques (Ashkenazi et al., 2013 ; Bugden & Ansari, 2015) et chez les adolescents avec une DI légère (L. Henry & MacLean, 2003 ; Schuchardt et al., 2010 ; Van der Molen et al., 2014 ; Vicari, Carlesimo, & Caltagirone, 1995). L'administrateur central étant fortement relié aux capacités de calcul et impacté dans la DI, L. A. Henry et MacLean (2002) suggèrent de travailler sur les connaissances conceptuelles sur les nombres et la mémorisation des faits arithmétiques pour soulager la charge de l'administrateur central chez les élèves avec DI. D'un point de vue enraciné de la cognition, l'utilisation des doigts peut être considérée comme un moyen de renforcer ces connaissances, mais également de décharger la mémoire de travail (Wilson, 2002).

Reeve et Humberstone (2011) ont montré que la VWM, mesurée par le test de Corsi (1972), était prédictive de l'utilisation des doigts en calcul chez les enfants de 5 à 7 ans au développement typique. Dupont-Boime et Thevenot (2018) étudient le profil cognitif d'enfants TD de 6 ans pour comprendre si : i) l'utilisation des doigts est observée chez des enfants possédant des empan de mémoire de travail réduits, ce qui renforcerait l'hypothèse de l'utilisation des doigts pour réduire la charge cognitive en mémoire de travail (Crollen & Noël, 2015); ii) si l'utilisation des doigts apparaît spontanément chez les enfants présentant des empan de mémoire de travail élevés, plutôt en faveur de l'hypothèse d'une utilisation des doigts influencée par le degré de flexibilité cognitive de l'enfant. Les résultats de l'étude soulignent que les enfants avec les empan de mémoire de travail les plus élevés utilisent davantage et de façon plus efficiente leurs doigts pour résoudre les calculs.

U. Fischer et al. (2020) suggèrent que la capacité à montrer une quantité avec ses doigts de façon statique ou *finger montring* (Crollen, Mahe, Collignon, & Seron, 2011) ainsi que l'utilisation des doigts de façon dynamique pour calculer, parce que ces capacités sont impliquées dans le développement de représentations internes des quantités basées sur les doigts, favorisent le développement de capacités de calcul. Une fois ces représentations consolidées, les aspects moteurs pourraient ne plus être nécessaires et la mémoire de travail serait davantage sollicitée. Cette interprétation se rapproche de celle de Wilson (2002) qui explique que d'une part, l'interaction avec l'environnement pourrait servir à surmonter la limitation de la mémoire de travail, et que d'autre part, quand les traces mnésiques de ces interactions sont mobilisables, la mémoire de travail pourrait se

décharger sur les fonctions sensorimotrices qui simulent l'interaction. La motricité fine et la mémoire de travail connaissant des retards de développement chez les personnes avec DI, la question de la charge cognitive lors de l'utilisation des doigts en calcul se pose Bara et Tricot (2017).

### 5.1.5 Question de recherche

A notre connaissance, il n'existe pas d'étude visant à évaluer la relation entre utilisation des doigts, mémoire de travail et calcul chez les adolescents présentant une DI légère idiopathique. L'association entre utilisation des doigts et performance en calcul décroît avec l'âge mais on ne sait pas si cela est également vrai pour les adolescents avec DI. Par ailleurs, l'impact de la mémoire de travail sur la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul, qui n'a pas encore été explorée chez les élèves avec DI, est une question de recherche actuelle dans le développement typique.

Il apparaît utile de recueillir des informations sur l'utilisation des doigts en calcul chez les adolescents avec une DI légère dans l'école inclusive, pour savoir si cette stratégie est une stratégie efficiente. Quel que soit le cadre théorique dans lequel on se place, les relations qu'entretiennent l'utilisation des doigts pour calculer, la dextérité et la mémoire de travail avec la performance en calcul nécessitent d'être précisées pour les élèves présentant une DI.

Ainsi, dans cette étude, nous cherchons à déterminer si l'utilisation des doigts est une stratégie utilisée par les adolescents avec DI scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif d'inclusion. Le rôle de la dextérité est également interrogé dans la performance en calcul, ainsi que l'influence de la mémoire de travail dans la relation entre utilisation des doigts et calcul.

Les questions auxquelles la présente étude cherche à répondre sont les suivantes :

- Parmi la mémoire de travail visuospatiale (VWM), la mémoire à court terme visuospatiale (VSTM), l'utilisation des doigts, la dextérité et l'âge, quels sont les facteurs ou la combinaison de facteurs qui explique la performance en calcul des adolescents avec une DI légère scolarisés au collège ?
- Comment la VWM influence-t-elle la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul ?

## 5.2 Méthodologie

### 5.2.1 Participants

Un échantillon de 33 élèves a participé à cette étude. Pour participer, les adolescents devaient être scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif d'inclusion (ULIS, Unité localisée pour l'Inclusion Scolaire) et avoir un diagnostic de déficience intellectuelle légère idiopathique. Le diagnostic a été confirmé par une psychologue de l'Education Nationale ou par une psychologue d'un service d'accompagnement et de soin. Tous les participants ont passé un WISC-IV moins de deux ans avant l'étude.

Les participants répondant aux critères de DI légère idiopathique et fréquentant des unités d'inclusion dans des collèges ordinaires sont relativement peu nombreux. La contrainte supplémentaire de travailler avec des enseignants spécialisés qui partagent une expérience similaire de l'enseignement, qui sont disposés à participer à la recherche et qui n'encouragent ni n'interdisent l'utilisation des doigts pour calculer, contribue également à la taille relativement réduite de l'échantillon clinique.

L'un des participants n'a pas complété le test en entier, ses résultats n'ont pas été inclus dans l'étude. Les participants dont les données ont été traitées sont 32, âgés de 11 à 16 ans (âge compris entre 139 mois et 193 mois ; 1<sup>er</sup> quartile : 153 mois ; âge médian : 158 mois ; 3<sup>ème</sup> quartile : 175 mois). La moitié des participants (16) sont des filles.

Le recueil des données a été conduit dans le respect des principes éthiques établis par l'Université au moment de ce recueil. Un consentement éclairé a été signé par les parents des participants avant la passation. Les participants ont également donné leur accord et ont été informés qu'ils pouvaient arrêter la passation à tout moment sans justification et sans que cette décision ne porte à conséquence. Cette étude applique le code d'éthique de la WMA (*World Medical Association*) pour l'expérimentation impliquant des personnes (Déclaration d'Helsinki).

### 5.2.2 Mesures

#### Calculs

La performance en calcul a été évaluée en utilisant huit items de calcul (quatre additions et quatre soustractions) issus du Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001). Les opérations, sous forme d'énoncés arithmétiques, ont été présentées sur un écran et lues par l'examineur. Pour deux d'entre elles, il s'agissait d'opérations lacunaires dont le terme à trouver était représenté par des points de suspension pour les participants (e.g.,

$4 + \dots = 8$ ). Dans la suite de l'étude, les points de suspension sont remplacés par des  $x$  pour respecter la forme mathématique.

Les opérations étaient les suivantes :  $2 + 2$ ;  $3 + 5$ ;  $4 + x = 8$ ;  $x + 3 = 6$ ;  $4 - 2$ ;  $5 - 3$ ;  $7 - x = 3$ ;  $x - 2 = 3$ . Un point était attribué par opération résolue (étendue des scores attendus : 0 à 8).

### Utilisation spontanée des doigts en calcul

Pour chaque résolution, le recours spontané aux doigts a été noté, qu'il ait été associé au succès ou non. L'utilisation spontanée des doigts en calcul a été notée 1 pour chaque item de calcul, 0 sinon. Le score global attendu s'étend de 0 à 8.

### Dextérité

La dextérité a été évaluée par une tâche de perles à enfiler sur une tige, inspirée de Suggate et al. (2017). Les participants devaient prendre une perle à la fois dans un pot et l'enfiler sur une tige de métal flexible. Les perles avaient un diamètre de 15 mm. Le score de dextérité correspond au nombre de perles enfilées en 30 secondes.

### Mémoire de travail visuospatiale

La mémoire de travail visuospatiale a été évaluée par la tâche des blocs de Corsi (1972). Cette tâche non verbale, souvent utilisés dans les recherches en neuropsychologie, consiste en des reproductions de séquences de cubes à montrer dans le même ordre (*forward*) et en ordre inverse (*backward*). La longueur des séquences augmente d'un cube tous les deux items. Cette tâche a été choisie pour évaluer la mémoire à court terme (VSTM) et la mémoire de travail incluant l'administrateur central (VWM) dans leur dimension visuospatiale. L'empan endroit (*Corsi forward*) est associé à la VSTM et l'empan envers (*Corsi backward*) est associé à la VWM (Passolunghi & Cornoldi, 2008).

Les cubes, placés selon le plan, sont montrés en suivant la méthodologie du test, et les séquences doivent être reproduites dans le même ordre pour une première partie du test, et dans l'ordre inverse de l'ordre montré par l'expérimentateur dans une seconde partie. Les scores d'empan retenus correspondent au nombre de cubes rappelés dans la séquence réussie la plus longue. Un score d'empan endroit (*Corsi forward*) et un score d'empan envers (*Corsi backward*) compris entre 0 et 9 sont utilisés dans les analyses.

### 5.2.3 Procédure

Les passations ont eu lieu sur le temps scolaire, au collège des participants. Elles ont été menées de façon individuelle par l'expérimentateur et des enseignants spécialisés formés à la passation par l'expérimentateur. Les enseignants spécialisés impliqués dans le recueil de données ont eu un entraînement de 2 heures à la passation. Ils ont entre 8 et 10 ans d'expérience dans l'enseignement spécialisé, ont la certification d'enseignant spécialisé dans la déficience intellectuelle, ont une expérience universitaire de recherche, et ont une position neutre vis à vis de l'utilisation des doigts en mathématiques qui n'est ni encouragée ni interdite. Les participants ont réalisé la tâche de dextérité, la tâche de calcul, puis le test de Corsi.

### 5.2.4 Analyse statistique

Les analyses ont été effectuées en utilisant le logiciel R (RCoreTeam, 2020). Des statistiques descriptives ont été calculées pour chaque mesure. Il n'y a pas de données manquantes. Les données ainsi que le code sont disponibles à l'adresse suivante, <https://osf.io/t6k45/>.

Pour répondre à la première question de recherche, nous avons réalisé une comparaison de modèles linéaires. Il s'agissait de déterminer quels facteurs parmi la VWM, la VTSM, l'utilisation des doigts en calcul, la dextérité et l'âge avaient un poids important dans un modèle prédisant la performance en calcul. Tous les prédicteurs ainsi que leurs interactions ont été testés (sauf le modèle global qui était saturé) en utilisant la fonction *dredge* du package *MuMIn* (Bartoń, 2020). Le critère AICc (*Aikake Information Criterion corrected for sample size*) a été utilisé pour effectuer la comparaison (Burnham & Anderson, 2002, 2004). Etant donné qu'il y a 32 participants et 5 prédicteurs, le modèle global (saturé) n'a pas été inclus dans la comparaison mais on peut remarquer que le meilleur modèle, présenté plus loin, n'inclut aucune interaction d'ordre supérieur à 1.

Pour répondre à la seconde question de recherche, à savoir comment la VWM influence la relation entre utilisation des doigts et calcul, nous avons examiné les coefficients du meilleur modèle.

## 5.3 Résultats

Les statistiques descriptives et les corrélations entre les différentes mesures sont présentées dans le Tableau 5.1.

**Tableau 5.1***Statistiques descriptives et corrélations pour les variables étudiées*

Variable	M	ET	Etendue	1	2	3	4	5
Age (mois)	163	15	139–193	–				
Calcul	6.10	1.82	0–8	0.08	–			
Corsi endroit	4.41	1.32	0–8	0.02	0.53**	–		
Corsi envers	3.78	1.43	0–6	0.07	0.59***	0.58***	–	
UD	1.16	1.37	0–5	–0.26	0.32†	–0.07	–0.11	–
Dextérité	8	2	3–12	0.11	0.34†	0.49**	0.17	–0.09

*Note.* UD = utilisation des doigts, M = moyenne, ET = écart-type. † indique  $p < .10$ . \* indique  $p < .05$ . \*\* indique  $p < .01$ . \*\*\* indique  $p < .001$ .

Les taux de succès aux calculs et d'utilisation des doigts sont résumés dans le Tableau 5.2.

**Tableau 5.2***Taux de réussite aux calculs, d'utilisation spontanée des doigts et de succès avec et sans utilisation des doigts*

Calcul	Réussite	Utilisation des Doigts (UD)	Réussite UD	Réussite hors UD
2 + 2	96.88	3.13	100	96.77
3 + 5	90.63	6.25	100	90
4 + $x = 8$	90.63	12.50	100	85.71
$x + 3 = 6$	87.50	3.13	100	87.10
5 – 3	81.25	25	87.50	79.17
4 – 2	71.88	12.50	100	67.86
7 – $x = 3$	59.38	25	62.50	58.33
$x - 2 = 3$	34.38	28.13	66.60	21.74

*Note.* Tous les résultats sont exprimés en pourcentages.

Parmi les 32 participants, 15 n'ont jamais utilisé leurs doigts pour résoudre les calculs ; cinq élèves ont spontanément utilisé leurs doigts pour résoudre une seule opération ; sept élèves les ont utilisés deux fois ; trois élèves, trois fois ; un élève, quatre fois et un élève, cinq fois sur huit calculs. Une analyse de corrélation entre la fréquence d'utilisation des doigts et le taux de réussite des items de calcul montre une association négative significative ( $N = 32, r = -0.80, p = .016, 95\% \text{ IC}[-.96, -.23]$ ), témoin d'une plus

importante utilisation spontanée des doigts quand la difficulté des calculs augmente.

Un nuage de points dans lequel la réussite à chaque item de calcul ainsi que l'utilisation ou non des doigts pour le résoudre sont représentées est disponible sur le répertoire du projet (<https://osf.io/t6k45/>).

### 5.3.1 Question de recherche 1

*Parmi les facteurs que sont la VWM, la VSTM, l'utilisation spontanée des doigts en calcul, la dextérité et l'âge, quels sont ceux qui prédisent le mieux la réussite en calcul chez les adolescents avec une DI légère ?*

La comparaison des sous-modèles construits à partir de ces cinq facteurs révèle le meilleur modèle ( $AIC_c = 99.86$ ,  $F(5, 26) = 17.35$ ,  $R^2 = .77$ ,  $p < .001$ ). Les paramètres du modèle retenu sont notés dans le Tableau 5.3.

**Tableau 5.3**

*Estimateurs du meilleur modèle*

Variable	B	SE	95% IC	
			LL	UL
Constante	-1.97	1.38	-4.80	0.86
Utilisation Doigts (UD)	1.71***	0.37	0.96	2.46
VWM	1.86***	0.37	1.10	2.61
Dextérité	0.49*	0.20	0.08	0.90
UD x VWM	-0.39***	0.10	-0.60	-0.18
Dextérité x VWM	-0.11*	0.05	-0.21	0.00

Note. † indique  $p < .10$ . \* indique  $p < .05$ . \*\* indique  $p < .01$ . \*\*\* indique  $p < .001$ .

Les prédicteurs de la réussite en calcul sélectionnés suite à la comparaison de modèles sont la VWM, l'utilisation spontanée des doigts, la dextérité, ainsi que les interactions de premier ordre entre, d'une part, utilisation des doigts et VWM, et entre dextérité et VWM d'autre part. La réussite en calcul est positivement associée aux trois facteurs cités, mais il faut noter que les coefficients des interactions sont négatifs, ce qui met en évidence un effet de modération. Ni l'âge, ni la VSTM n'ont été retenus comme prédicteurs dans le meilleur modèle.



### 5.3.2 Question de recherche 2

*Comment la VWM impacte-t-elle la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul ?*

Pour répondre à cette question, une visualisation de l'effet modérateur de la VWM sur la relation entre utilisation des doigts et performance en calcul est réalisée (Figure 5.1). La fonction *visreg* (Breheny & Burchett, 2017) est utilisée sur les coefficients du modèle retenu par la comparaison. La normalité des résidus est examinée par un test de Shapiro-Wilk ( $W(32) = .98, p = .87$ ). Le graphique de la Figure 5.1 est construit en utilisant trois valeurs de scores d'empan arrière du Corsi (*Corsi backward*) correspondant aux 10<sup>ème</sup>, 50<sup>ème</sup> et 90<sup>ème</sup> percentiles.

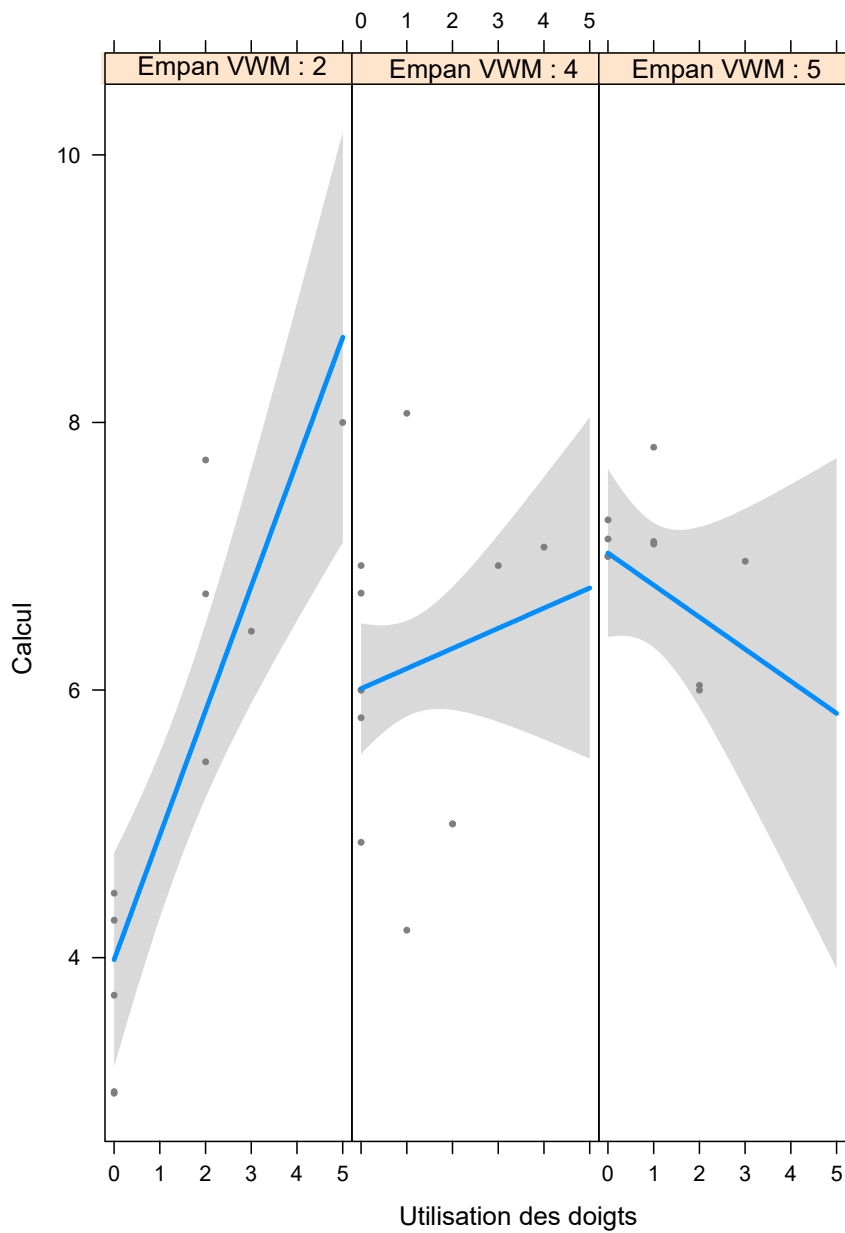
Cette figure montre que les participants qui ont un empan arrière faible (i.e., capables de rappeler en ordre inverse une séquence de deux cubes) obtiennent un meilleur score en calcul lorsqu'ils utilisent leurs doigts pour résoudre les opérations arithmétiques. Plus l'empan arrière est faible, plus l'utilisation des doigts fait augmenter le score en calcul. A l'inverse, l'utilisation des doigts n'est pas liée à la performance en calcul pour les participants qui ont un empan arrière élevé (i.e., capables de rappeler en sens inverse une séquence de cinq cubes au maximum). Une analyse supplémentaire montre qu'il n'y a pas de différence significative du nombre d'utilisation des doigts selon que les élèves ont un empan de VWM faible, moyen ou fort ( $H(2) = 0.18, p = .91$ ).

L'interaction entre la dextérité et la VWM est similaire avec celle qui existe entre utilisation des doigts et VWM : plus l'empan arrière est faible, plus un niveau élevé de dextérité est associé à la performance en calcul. L'interaction entre dextérité et VWM sur la performance en calcul est représentée dans une figure disponible sur le portail du projet (<https://osf.io/t6k45/>).

Afin de vérifier si une structure de médiation n'est pas sous-jacente, nous avons réalisé deux analyses pour déterminer si, d'une part, la relation entre utilisation des doigts et calcul n'était pas médiée par la dextérité, et si, d'autre part, la relation entre dextérité et calcul n'était pas médiée par l'utilisation des doigts. Le paramètre d'effet indirect n'est significatif dans aucun des deux modèles de médiation testés. Les effets de l'utilisation des doigts et de la dextérité sur la performance en calcul sont donc directs.

**Figure 5.1**

*Visualisation de l'interaction entre utilisation des doigts et VWM sur la performance en calcul*



## 5.4 Discussion

Tout d'abord, cette étude montre que les adolescents avec une DI légère utilisent leurs doigts pour résoudre des calculs. Environ la moitié des élèves ont utilisé au moins une fois leurs doigts pour résoudre les opérations proposées, et cette stratégie a des taux de succès élevés. Le recours au doigts augmente avec la difficulté des opérations ( $N = 32, r = .80, p = .016$ ). Ce résultat suggère que l'utilisation des doigts pour calculer représente un choix stratégique en fonction de l'opération à résoudre, et donc une certaine flexibilité (Verschaffel, Torbeyns, De Smedt, Luwel, & Van Dooren, 2007).

L'analyse corrélacionnelle des différentes tâches proposées montre une relation significativement positive entre les deux scores de Corsi (empan avant et empan arrière) et la performance en calcul. Ces résultats sont cohérents avec les résultats présents dans la littérature (Brankaer et al., 2013; L. Henry & Winfield, 2010; Jansen et al., 2013). Les scores d'empans moyens correspondent aux empans moyens d'enfants français de 6 à 7 ans (Fournier & Albaret, 2013). Ce résultat soutient l'hypothèse d'un développement des capacités de mémoire de travail visuospatiale plus lent chez les personnes avec DI légère (Van der Molen et al., 2014). L'empan avant (*Corsi forward span*) moyen dans notre échantillon correspond à celui qui a été mesuré par Schuchardt et al. (2010) chez des adolescents allemands de 15 ans présentant une DI légère. Les empans avant et arrière sont significativement et positivement corrélés. Il est intéressant de noter que l'empan avant, mesurant la mémoire à court terme visuospatiale, est significativement corrélé à la dextérité ( $N = 32, r = .49, p < .01$ ). Ce résultat peut être interprété en se référant à la nature de la tâche choisie pour évaluer la VSTM. En effet, la mémoire à court terme et les mouvements de mains semblent entretenir une relation. Vannuscorps et Caramazza (2016) montrent que le rappel de postures manuelles n'est que peu diminué chez les personnes qui n'ont pas de membres supérieurs. Les auteurs suggèrent qu'un composant moteur de la mémoire à court terme est dévolu au stockage et à la répétition d'informations relatives à l'action du corps et pas seulement d'informations kinesthésiques comme le proposent L. Henry et Winfield (2010). Si ce composant moteur ne traitait que les informations kinesthésiques, donc issues du propre corps de l'individu (e.g., tension des muscles, mouvement des articulations, perceptions internes du mouvement), les personnes qui ne peuvent pas avoir ces perceptions physiques devraient avoir un score de rappel de postures manuelles fortement impacté.

Notre première question de recherche se proposait d'identifier les prédicteurs les plus importants de la performance en calcul parmi cinq prédicteurs identifiés dans la littérature comme potentiellement impliqués : l'âge, l'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul, la dextérité, la VWM et la VSTM. La sélection de modèles montre que ces

prédicteurs sont l'utilisation des doigts, la dextérité et la VWM, ainsi que les interactions de premier ordre entre utilisation des doigts et VWM d'une part, et dextérité et VWM d'autre part. Ni l'âge, ni la VSTM n'ont été retenus dans le meilleur modèle. Ce résultat corrobore des résultats précédents (L. Henry & MacLean, 2003 ; L. Henry & Winfield, 2010), suggérant que la VSTM n'est pas reliée aux compétences premières en calcul chez les enfants et adolescents avec DI. Le résultat concernant l'âge souligne que le développement cognitif est un meilleur indicateur que l'âge chronologique chez les adolescents avec une DI légère (Cheong et al., 2017).

L'utilisation spontanée des doigts en calcul, la dextérité et la VWM sont inclus dans le meilleur modèle, soulignant l'importance de leur pouvoir prédictif sur la performance en calcul. Les corrélations entre ces prédicteurs indiquent qu'une forte performance en calcul est simultanément prédite par des niveaux élevés d'utilisation des doigts, de dextérité et de VWM, ce qui est cohérent avec les deux études précédentes. La relation entre utilisation des doigts et calcul n'est pas médiée par la dextérité et la relation entre dextérité et calcul ne l'est pas par l'utilisation des doigts. Il apparaît que les interactions entre utilisation et VWM, ainsi qu'entre dextérité et VWM, ont des coefficients négatifs, suggérant une modulation de la relation entre doigts et calcul par la VWM.

Notre deuxième question de recherche avait justement pour objectif de déterminer dans quelle mesure les relations entre doigts et calcul dépendaient du niveau de VWM chez les adolescents avec DI. L'analyse des coefficients d'interaction montre que plus le niveau de VWM est faible, plus l'utilisation des doigts augmente la performance en calcul. La visualisation de l'interaction (Figure 5.1) suggère même que l'utilisation des doigts fait baisser la performance en calcul pour les élèves qui ont les empan les plus élevés. Cela peut être interprété comme une concurrence qui impliquerait la nécessité d'un changement, de l'utilisation des doigts à une stratégie plus internalisée quand les capacités de VWM sont suffisamment développées (Thevenot, 2014). Les opérations utilisées dans cette étude ont cependant des niveaux de difficulté différents et les élèves montrent qu'ils sont plus enclins à utiliser leurs doigts pour résoudre les opérations les plus difficiles. Il est donc également possible d'interpréter ce résultat comme le recours à une stratégie d'utilisation des doigts quand le calcul est trop difficile pour l'élève, et qui conduit à un échec. Pour préciser ce point, une autre étude est nécessaire.

La question de l'utilisation des doigts pour compenser des capacités de mémoire de travail faibles, ou au contraire de l'utilisation des doigts comme stratégie choisie par les élèves qui disposent de capacités exécutives élevées est une question de recherche débattue. Cette étude vise à apporter une contribution sur cette question pour les élèves adolescents présentant une DI légère. Nos résultats, qui montrent un bénéfice de l'utilisation des doigts sur la performance en calcul pour les adolescents qui ont des empan de VWM

faibles vont dans le même sens que ceux de Crollen et Noël (2015), qui considèrent l'utilisation des doigts comme un outil qui permet de compenser des capacités de mémoire de travail faibles. De plus, nos résultats n'associent pas de bénéfice à l'utilisation des doigts sur la performance en calcul pour les adolescents avec DI qui possèdent les capacités de VWM les plus élevées. Cette étude apporte cependant uniquement une contribution sur les profils de VWM des élèves qui sont aidés par l'utilisation des doigts en calcul, mais pas sur qui, parmi les élèves, sont les plus susceptibles d'explorer cette stratégie lors de la résolution de calculs.

Les résultats de cette étude peuvent être interprétés dans une approche enracinée de la cognition. L'utilisation des doigts et la dextérité peuvent participer au développement des compétences de calcul additif de base. Si l'on considère le modèle Act-In (Versace et al., 2018), l'utilisation des doigts et la dextérité sont des interactions avec l'environnement qui créent des traces sensorimotrices au niveau cérébral. Ces traces, grâce à leur répétition, se renforcent et doivent pouvoir être progressivement utilisées à distance de l'environnement. Au fur et à mesure du développement des capacités cognitives et de la répétition des activations des traces sensorimotrices, l'interaction physique avec l'environnement n'est plus nécessaire et les traces mnésiques peuvent soutenir le calcul (Wilson, 2002). Dans ce cadre théorique, le bénéfice de l'utilisation des doigts en calcul est maximum quand l'interaction avec l'environnement physique est indispensable pour renforcer les traces mnésiques, supports de la conceptualisation. Quand ces traces mnésiques sont suffisamment fortes, elles peuvent être utilisées de façon directe pour soulager la mémoire de travail. L'utilisation des doigts n'est plus utile et n'apporte plus de bénéfice, voire ajoute potentiellement une charge (Bara & Tricot, 2017).

Ainsi, l'utilisation des doigts aide les adolescents avec DI légère qui présentent des empan de VWM faibles à améliorer leur performance en calcul additif simple. Les interactions entre les capacités motrices fines, l'utilisation des doigts, et les capacités cognitives et exécutives doivent être analysées plus avant pour mieux comprendre le développement des capacités numériques des élèves présentant une DI et pour proposer des pistes d'amélioration de l'enseignement des mathématiques au bénéfice de ces élèves.

## 5.5 Limites de l'étude

L'une des limites de cette étude est la taille de l'échantillon. L'échantillon est réduit du fait des conditions de recrutement, mais ces conditions ont permis de contrôler le diagnostic des élèves, leur mode de scolarisation, et du côté de leurs enseignants, l'expérience, la formation à la recherche, le rapport à l'utilisation des doigts en situation de calcul. Il

aurait par ailleurs été intéressant d'avoir des données chiffrées concernant les mesures de QI réalisées avant la passation. L'objectif de cette étude n'était pas d'insérer une mesure de QI dans l'expérimentation, mais le contrôle de cette variable aurait été plus précis.

Si le point de vue des enseignants spécialisés sur l'utilisation des doigts en mathématiques a été contrôlé, la position des enseignants de collège qui enseignent dans les classes de référence qui sont fréquentées par les élèves n'a pas été prise en compte dans cette étude. Il aurait été utile d'avoir cette information qui peut influencer le recours aux doigts de l'élève pour résoudre les opérations. Le fait que l'élève soit inclus ou non en classe ordinaire de mathématiques peut d'ailleurs en lui seul influencer le choix de la stratégie de résolution. Nous remarquons cependant qu'il n'y a que deux élèves sur les 32 élèves de l'échantillon qui ont des inclusions en classe ordinaire de mathématiques.

De futures études, sur des échantillons plus importants et contrôlant les dernières variables citées, seront nécessaires pour travailler sur la réplication de ces résultats.

## 5.6 Perspectives

Cette étude pourrait être étendue à une population de personnes avec DI plus large. Etendre l'âge, de l'enfance à l'âge adulte et au vieillissement, permettrait de construire des trajectoires développementales (Thomas et al., 2009), pour déterminer comment la relation entre doigts et calcul évolue au cours du temps et en fonction de capacités exécutives comme la mémoire de travail. De plus, l'utilisation des trajectoires développementales dans une approche différentielle apporterait des précisions sur les différences de développement entre les personnes au développement typique, avec des troubles des apprentissages numériques et avec une DI par exemple.

Cette étude ouvre également sur la question de l'entraînement. Les résultats montrent une augmentation de la performance en calcul liée aux doigts (dextérité, utilisation des doigts pour résoudre les opérations) pour les adolescents avec DI qui ont un empan de VWM faible. Est-ce qu'un entraînement à la dextérité, un entraînement à utiliser ses doigts en calcul aurait un impact bénéfique sur la performance en calcul chez ces élèves ? Nos résultats suggèrent une certaine flexibilité dans le recours aux doigts pour calculer. Si on entraîne l'utilisation des doigts en calcul, on peut se demander si cela n'aura pas l'inconvénient, pour certains élèves, de renforcer cette stratégie lorsqu'elle ne sera pas ou plus la stratégie la plus efficiente. L'un des apports de cette étude est de montrer un aspect dynamique de la relation entre doigts, mémoire de travail et calcul et nous amène à interroger la pertinence de différents entraînements basés sur les doigts (motricité fine, capacité à se représenter ses doigts, utilisation des doigts en calcul) en fonction des profils

cognitifs des élèves.

De futures recherches sont nécessaires pour mieux comprendre le développement des compétences numériques chez les personnes avec DI. Au-delà de l'aspect fondamental, ces recherches sont cruciales pour accompagner les élèves dans leurs apprentissages et les conduire à accroître leurs compétences.

Dans une perspective appliquée, cette étude apporte des informations sur l'utilisation des doigts en calcul chez les adolescents avec une DI légère idiopathique scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif d'inclusion. Ces informations ont un intérêt dans le cadre de l'école inclusive, surtout quand les programmes scolaires ne se positionnent pas clairement sur l'utilisation des doigts en classe. Cette étude montre que l'utilisation des doigts est particulièrement aidante pour les élèves qui ont des capacités de mémoire de travail faible, dont on sait qu'elles sont très liées à la performance en calcul. Ellingsen et Clinton (2017) remarquent que le recours aux doigts peut stigmatiser les adolescents, et c'est d'autant plus vrai dans la classe ordinaire pour les élèves qui bénéficient du dispositif ULIS, mais si les enseignants connaissent l'intérêt de l'utilisation de cette stratégie, ils peuvent participer à la normaliser dans l'école inclusive.

# Chapitre 6

## Discussion générale

L'objectif de ce travail de recherche était de préciser la relation entre doigts et calcul additif simple chez des enfants qui en débutent l'apprentissage, et chez des adolescents avec une déficience intellectuelle qui visent la maîtrise de celui-ci. Il s'agissait d'une part de mieux comprendre comment la capacité à se représenter ses doigts et à les mouvoir était liée à des compétences spécifiques de calcul, et d'autre part de déterminer si l'utilisation des doigts en situation de calcul apportait à ces élèves une augmentation de la performance, tout en tenant compte des capacités de mémoire de travail dont on sait qu'elles entretiennent une relation très proche avec la réussite en calcul.

L'utilisation des doigts dans le domaine des mathématiques, pour compter ou pour calculer, est une stratégie utilisée à travers le monde et depuis des temps reculés (Butterworth, 1999), même si la façon d'utiliser ses doigts varie selon les cultures (Pika et al., 2009). Or, dans le champ de l'éducation, l'utilisation des doigts a longtemps été considérée comme une pratique à dépasser au plus vite (Moeller et al., 2011), et non un objet d'étude. Cela est toutefois en train de changer. Selon R. Cowan (2013), l'utilisation des doigts doit dorénavant être vue comme nécessaire au développement des habiletés numériques. Des entraînements des doigts dans le but d'améliorer la connaissance du nombre ou le calcul apparaissent également dans la littérature de psychologie des apprentissages (Boaler & Chen, 2017; Ollivier et al., 2020). Les apports en psychologie défendent depuis quelques années le bénéfice d'une représentation du nombre construite à partir de processus sensorimoteurs (Berteletti & Booth, 2016; Di Luca & Pesenti, 2011).

La question de la représentation est vaste (Bernoussi & Florin, 1995). Si la notion de représentation est présente dans les cadres théoriques que nous avons évoqués (sauf dans le modèle énaviviste, très brièvement abordé), la forme que prennent les représentations, la façon dont elles se construisent ou dont nous les construisons, sont différentes selon les approches. Sans exclure d'autres approches qui nous paraissent être complémentaires ou



compatibles (notamment la redescription représentationnelle de Karmiloff-Smith, 1995), cette recherche a été envisagée d'un point de vue enraciné de la cognition.

## **6.1 Des doigts au calcul : un continuum implicatif ja- lonné par la mémoire de travail visuospatiale**

Notre premier objectif était de montrer une relation entre des aspects moteurs et représentationnels des doigts et du calcul additif simple. Au-delà de relations deux à deux entre différentes variables, nous cherchions à mettre en évidence un continuum entre toutes les variables étudiées, relatives aux doigts et au calcul, apportant ainsi un soutien à l'approche enracinée. Pour que ce continuum soit en faveur d'une performance en calcul s'appuyant sur des capacités motrices, des items de doigts et de calcul devaient pouvoir être inclus dans une seule échelle de Rasch.

La première étude montre que la modélisation des données dans une seule échelle implicative est possible, rendant tangible le continuum entre doigts et calcul. De plus, les items sont relativement regroupés par variable, ce qui montre plusieurs niveaux d'habileté. De bas en haut et donc par niveau d'habileté croissant, l'échelle construite comprend la représentation des doigts par le dessin, l'imitation motrice manuelle planifiée, le calcul et l'utilisation des doigts pour calculer.

Notre second objectif était de mieux comprendre la relation entre la mémoire de travail et les doigts dans la performance en calcul. La deuxième et la troisième étude participent à préciser ces relations.

Dans la deuxième étude, nous avons cherché à ajouter les items de mémoire de travail visuospatiale à l'échelle produite dans la première étude pour savoir si on pouvait envisager ces différents domaines dans un même continuum ou si une seconde échelle était nécessaire. Des items de chaque domaine se sont inclus dans une échelle unique, et les items de mémoire de travail se distribuent tout au long de cette nouvelle échelle.

La troisième étude s'intéresse plus précisément aux adolescents avec une DI légère scolarisés au collège avec le soutien du dispositif ULIS. Les résultats montrent que l'utilisation des doigts, la dextérité et la mémoire de travail visuospatiale sont des prédicteurs de la réussite en calcul et que la relation entre doigts et calcul est modérée par la mémoire de travail visuospatiale. Ainsi l'utilisation des doigts augmente la performance des adolescents qui présentent des empan faibles. Plus l'empan est réduit, plus le bénéfice de l'utilisation des doigts est grand.

La discussion des différents résultats obtenus dans les trois études sera déclinée par sous-parties. Les limites et les perspectives ouvertes par ces études seront également développées dans la suite de ce chapitre.

### 6.1.1 Se représenter mentalement ses doigts

Les items visant à évaluer la représentation mentale des doigts par le dessin de la main se trouvent en bas de l'échelle. Il font partie des items les plus réussis.

Nous avons choisi le dessin de la main comme mesure de la qualité de la représentation interne des doigts alors que la plupart des études existantes ont utilisé les mesures degnosies. Ce choix a été majoritairement influencé par les études de Reeve et Humberstone (2011) et de Bonneton-Botté et al. (2015). En effet, dans leur étude Reeve et Humberstone (2011) questionnent la méthodologie du test desgnosies qui parfois consiste à pointer le doigt touché sur un dessin des doigts, parfois à nommer le doigt touché en y faisant référence par un chiffre. Dans ces situations, la résolution du test implique un geste manuel coordonné ou l'utilisation de chiffres et mesure potentiellement une capacité motrice ou numérique en plus desgnosies. Par ailleurs, Bonneton-Botté et al. (2015) présentent le dessin de la main comme une mesure de la représentation interne des doigts, et qui a l'avantage d'être rarement demandé en classe, ce qui évite un apprentissage. Il est évident que le dessin de la main comporte une dimension motrice, mais comme le souligne Soppelsa (2018), le dessin est accessible aux enfants quand on le leur demande, dès 3 ou 4 ans, en dehors de toute instruction. Notre protocole n'évalue pas la qualité figurative du tracé, un trait tremblant ou dépassant n'est pas un critère, c'est le nombre de doigts, la présence d'une paume même rudimentaire et la possibilité de différencier le pouce des autres doigts qui sont évalués. Ces éléments permettent d'éviter plusieurs écueils dans l'utilisation du dessin comme mesure de la représentation : le dessin de la main n'est pas appris de façon algorithmique par les enfants ; il rassemble un nombre restreint d'éléments à la différence du dessin du bonhomme qui peut saturer la mémoire de travail ; il n'est pas un élément dessiné dans un dessin plus grand, ce qui lui évite d'être influencé par le contexte, à la différence là encore du dessin du bonhomme (Soppelsa, 2018) .

La présence d'un pouce distinct des autres doigts est un critère qui a été utilisé de façon exploratoire, et qui s'appuie sur le fait que la position opposable du pouce est caractéristique de la pince. Selon notre hypothèse, sa prise en compte montrerait un niveau de représentation plus fin, différenciant la main humaine de la plupart des extrémités des membres d'animaux. Représenter le pouce différemment des autres doigts nécessite d'en avoir internalisé la spécificité. Ce critère semble intéressant car il permet une gradation des items de dessin : un premier niveau correspond au dessin de cinq doigts, puis la main

complète (la paume est incluse) et enfin la différenciation du pouce.

Les propriétés implicatives de l'échelle construite dans notre étude, permettent de dire, pour tous ceux qui se trouvent dans cette portion d'apprentissage des compétences premières en calcul (l'échelle n'a pas d'intérêt pour des personnes qui réussiraient ou échoueraient tous les items), que la probabilité d'être capable de se représenter mentalement ses doigts lorsqu'on réussit les calculs est très forte et qu'à l'inverse la probabilité que les calculs soient échoués est très grande si le dessin des doigts est échoué. Et cela indépendamment de l'âge ou de la présence d'une déficience légère ou non chez l'enfant ou l'adolescent. Si on considère par exemple un enfant qui aurait un niveau d'habileté à 2 sur notre échelle finale, ce qui correspondrait à une maîtrise partielle des calculs, cet élève aurait une probabilité de 43% de résoudre l'opération lacunaire  $x - 2 = 3$ , 88% de résoudre  $3 + 5$ , et 96% de dessiner cinq doigts quand il dessine une main. A l'inverse, pour un enfant qui aurait un score d'habileté de  $-1$  dans cette échelle, la probabilité de dessiner cinq doigts serait de 59%, celle de résoudre  $3 + 5$  de 27%, celle de résoudre l'opération lacunaire  $x - 2 = 3$  de 3% et la probabilité d'utiliser ses doigts pour résoudre les calculs est du même ordre.

On peut naturellement se poser la question de savoir si l'échelle est assimilable à une séquence développementale. Il est possible que l'ordre des items suivent l'ordre d'acquisition développementale des capacités évaluées par les items, mais cela n'est pas affirmé par notre analyse. Alors qu'une représentation d'échelle peut faire référence à des barreaux espacés et donc de nature discrète, l'échelle construite a davantage les propriétés d'un continuum sur lequel on peut positionner un curseur. L'envie est forte d'imaginer le curseur bouger avec l'âge mais les propriétés de l'échelle ne nous permettent pas de conclure sur ce point. Si on prend un exemple dans un autre contexte, le test de la FIM (*Functional Independance Measure*) est un instrument qui permet de quantifier le degré d'autonomie motrice et cognitive, ainsi que le degré d'assistance dont une personne a besoin. L'analyse des scores dans le modèle de Rasch est pertinente (Granger, Deutsch, & Linn, 1998; Velozo, Magalhaes, Pan, & Leiter, 1995) et permet de positionner les personnes sur une échelle qui contient des repères en termes d'activités autonomes par exemple (prendre son bain, sortir de la baignoire, monter les escaliers, ...). Lorsque ce test est utilisé auprès de personnes en perte d'autonomie due au vieillissement, les items sont ordonnés comme des repères développementaux, alors qu'ils sont des repères qui ne s'insèrent pas forcément dans une séquence développementale pour des personnes qui ont été accidentées.

Contrairement à l'échelle produite par Clements, Sarama, et Liu (2008) à partir d'items mathématiques, notre échelle n'a pas été conçue pour mesurer une progression développementale, ce qui n'exclut pas qu'elle la mesure. Notre objectif était d'identifier un conti-

num entre des capacités liées aux doigts, des capacités de calcul et des capacités de mémoire de travail. Les items ont été choisis pour les capacités que l'on souhaitait mesurer en lien avec le mouvement et plus précisément l'imitation manuelle, la représentation des doigts, l'utilisation des doigts pour calculer, le calcul et la mémoire de travail. Dans ce travail exploratoire, nous n'avons pas fait d'hypothèses sur l'ordonnement de la séquence développementale. Cette recherche apporte cependant une piste de réflexion sur ce point. Une réplication des résultats, des repères chronologiques et la définition de la séquence en termes de chevauchements ou de fixité d'étapes sont nécessaires pour avancer dans cette direction.

### Limites et perspectives

Des études sur les caractéristiques du dessin de la main chez l'enfant sont nécessaires, selon Bonneton-Botté et al. (2015), qui ont montré l'intérêt de prendre en compte la planification du dessin. Dans notre recherche, ce n'est pas la planification du dessin qui a été analysée mais la présence d'éléments graphiques. La prise en compte de la planification aurait amené à réduire l'information pour pouvoir l'inclure dans l'analyse de Rasch, car les observations auraient dû être transformées de façon binaire. De futures analyses sont nécessaires pour comparer la qualité des critères choisis ici au critère de planification. Si l'information se recoupe, l'agrégation des critères en un score devrait varier avec le score de planification (nombre de segments pour dessiner la main). Plus le score des éléments est élevé, plus le nombre de segment doit être faible.

Des mesures de gnosies ont également été recueillies auprès d'une partie des participants de notre étude. Pour éviter les biais méthodologiques relevés par Reeve et Humberson (2011), le choix a été laissé à l'enfant pour sa réponse entre désigner le dessin de la main, donner la couleur présente sur le doigt du dessin ou donner le nom du doigt touché. La comparaison des réussites en dessin et dans le test des gnosies devra être discutée en elle-même, et en relation avec les performances numériques et motrices chez les enfants entre 4 et 7 ans.

Le dessin de la main, comme les gnosies, évalue la qualité d'une représentation statique de la main. Il serait intéressant d'apporter une mesure de la représentation dynamique, en utilisant un test d'imagerie motrice (Puyjarinet et al., 2020), pour compléter l'échelle.

Notre étude prévoyait à l'origine (pré-Covid) une seconde et une troisième mesure sur une partie de l'échantillon uniquement, pour analyser la séquence développementale de la représentation des doigts, de l'imitation motrice, du calcul, de l'utilisation des doigts et de la mémoire de travail visuospatiale chez les enfants entre 4 et 8 ans. La perspective

longitudinale est complémentaire de l'échelle produite. Cette étude apporterait des informations dans le temps du développement et la comparaison de l'échelle et de l'analyse longitudinale permettrait de voir si le développement des différentes habiletés étudiées chez ces enfants peut être rapproché de l'ordre des catégories des items de l'échelle.

### **6.1.2 Imiter un mouvement, produire un geste moteur**

Le choix d'items d'imitation motrice manuelle pour construire l'échelle est lié à l'idée centrale de préciser la relation entre doigts et calcul, à la réflexion sur l'utilisation des doigts pour calculer et à la façon dont potentiellement cette stratégie vient aux enfants. Lorsqu'il s'est agi de sélectionner des items moteurs, nous avons fait le choix d'items bi-manuels, qui utilisent des gestes qui n'ont pas un sens associé. Le test de l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) remplissait ces conditions, possédait un étalonnage et présentait une qualité supplémentaire intéressante pour notre étude : l'imitation. En effet, de nombreux apprentissages moteurs se font par imitation (Meltzoff, Kuhl, Movellan, & Sejnowski, 2009 ; Paulus, 2014) et l'imitation est probablement un facteur favorisant l'utilisation des doigts en calcul (Crollen, Mahe, et al., 2011).

Outre ces caractéristiques, l'EMG évalue la planification du geste. Etant donné que la planification du dessin n'a pas été incluse dans l'échelle, il est intéressant d'avoir cette mesure par l'EMG. On peut penser que l'EMG inclut une part de représentation de la main, déjà évaluée par le dessin, mais également une part de représentation dynamique de la main et du bras puisque la posture doit être réalisée de façon immédiate pour être notée réussie. La réussite des items fait appel au geste moteur, mais également à la capacité à se représenter les mains dans la position finale avant de réaliser le mouvement, à mobiliser un modèle interne de la position à produire.

Les items d'imitation motrice manuelle planifiée se partagent entre le bas et le milieu de l'échelle. Ils englobent les positions des items de dessin et se positionnent également un peu plus haut que ceux-ci dans l'échelle. Les items sont assez étalés, ce qui n'apporte pas beaucoup de précisions sur le plan implicatif. En effet, plus les items sont proches dans l'échelle, et c'est le cas des items de calcul et des items d'imitation pour lesquels on observe un chevauchement, plus la relation d'implication est faible.

### **Limites et perspectives**

Au fur et à mesure de cette recherche et de la réflexion sur les aspects statiques et dynamiques des représentations des doigts ou des mouvements de doigts, la question de l'imagerie motrice s'est imposée. Le recours à cette mesure nous paraît intéressant dans

la poursuite de notre recherche car son utilisation permettrait d'évaluer la capacité à se représenter des praxies bimanuelles sans avoir recours au geste.

L'imagerie motrice correspond à la création, au maintien et à l'activation d'une représentation interne (Costello & Bloesch, 2017, p.5). Elle est définie comme « un état dynamique au cours duquel une personne simule mentalement une action réelle » (Guilbert, Jouen, Lehalle, & Molina, 2013, p.462). Plusieurs types d'imagerie mentale existent (e.g., visuelle, auditive, motrice), mais lorsque des sujets doivent juger une action, c'est l'imagerie motrice qui est utilisée (Guilbert et al., 2013). La tâche princeps d'imagerie motrice mentale consiste à juger de la similarité de deux images proposées au sujet, qui doit alors effectuer mentalement une rotation de l'image pour répondre (Shepard & Metzler, 1971). Si l'image d'une partie du corps, par exemple la main, est proposée au sujet plutôt qu'une image d'objet, le sujet utilise l'image de son propre corps pour répondre, faisant appel à l'imagerie motrice interne (Guilbert et al., 2013). La rotation mentale alors effectuée fait intervenir le système moteur, notamment le cortex moteur cérébral (Kosslyn, DiGirolamo, Thompson, & Alpert, 1998).

L'imagerie motrice, qui émerge entre 5 et 7 ans, est liée au développement moteur manuel et à la dextérité (Puyjarinet et al., 2020). Funk, Brugger, et Wilkening (2005) précisent que dès 6 ans, les enfants sont capables d'effectuer des rotations mentales sur des images de main. Les temps de réponse en fonction de la position de la main du sujet (main cachée à sa vue) et la position de l'image de main présentée apportent des éléments comportementaux en faveur de l'utilisation de traitements moteurs, plus présents chez les enfants que chez les adultes. Les auteurs soulignent également que les activités mentales d'imagerie motrice sont sous-tendues par l'activité motrice, rejoignant une approche enracinée de la cognition.

L'étude d'entraînements suggère que les habiletés motrices manuelles et l'imagerie motrice s'enrichissent probablement mutuellement (Puyjarinet, 2019; Puyjarinet et al., 2020). L'hypothèse d'une association entre motricité manuelle et l'imagerie motrice est largement partagée (Funk et al., 2005; Martzog & Suggate, 2019; Suggate & Stoeger, 2017).

Dans le cadre de notre recherche, nous nous sommes intéressés à la représentation interne des doigts par le dessin de la main. Nous avons également mesuré la capacité à imiter une posture manuelle, dont on note la planification, et donc la préparation du geste qui amène à la posture, en plus de la similarité de la posture. Etant donné que le calcul engage les doigts dans une situation dynamique et que le passage de l'utilisation spontanée des doigts à l'arrêt de l'utilisation de cette stratégie est repéré à un âge sensible pour l'imagerie motrice (Funk et al., 2005; Jordan et al., 2008), il aurait été, et serait pertinent de

considérer plus particulièrement l'imagerie motrice. D'un point de vue méthodologique, les tâches de dessin de la main, d'imitation motrice et de mémoire de travail proposées dans cette recherche ont une composante motrice, alors que l'imagerie motrice ne fait pas appel au geste mais au geste simulé. Enfin, Puyjarinet et al. (2020) créent le premier test d'imagerie motrice étalonné chez les enfants en 2020, étalonnage réalisé auprès de 232 enfants français âgés de 7 ans à 12 ans (test paru après la fin de notre recueil de données).

### **6.1.3 Mémoire de travail, utilisation des doigts et calcul dans l'école inclusive**

Au-delà de l'étude 1 qui a mis en évidence un continuum implicatif des doigts au calcul, l'étude 2 ajoute à ce continuum des items de mémoire de travail visuospatiale. Ces items s'insèrent tout au long de l'échelle, des items mesurant des empan faibles à ceux qui mesurent les empan les plus élevés de notre échantillon. Les empan mesurés par les blocs de Corsi (1972) croissent au fur et à mesure du développement (Isaacs & Vargha-Khadem, 1989). L'échelonnement des items de mémoire de travail visuospatiale dans notre échelle peut être interprété comme une manifestation de cette évolution développementale.

Dans la première étude, on voit que les items d'utilisation des doigts sont globalement plus haut dans l'échelle que les items de calcul. Les participants qui utilisent leurs doigts pour calculer voient donc leur score global monter dans l'échelle, et ainsi la probabilité de réussite des calculs augmenter. Les items de Corsi consistant à rappeler cinq cubes sont dans la même portion haute de l'échelle que l'utilisation des doigts. La relation d'implication entre ces items et les items de calcul a une force semblable à celle qui existe entre utilisation des doigts et calcul. Visuellement, les items de Corsi demandant le rappel de six cubes apparaissent plus haut dans l'échelle. La comparaison de leurs indices de difficulté avec ceux des items d'utilisation des doigts, en tenant compte des erreurs-type, place effectivement les items de Corsi avec six cubes un peu plus haut dans l'échelle que les items d'utilisation des doigts. La relation d'implication est plus forte entre les items de Corsi élevés et le calcul qu'entre utilisation des doigts et calcul. Ces résultats peuvent être interprétés d'un point de vue développemental. Dans le développement typique, l'utilisation des doigts est liée à la réussite en calcul additif de base pour les enfants jeunes : cette association, très forte vers 5 ans et demi, décroît pour devenir négative vers 8 ans et demi (Jordan et al., 2008). Dans notre échelle, on voit une relation d'implication entre utilisation des doigts et calcul. Cela signifie que lorsqu'on montre ce comportement spontané, la probabilité de réussir les calculs est supérieure à 50%. Si l'on regarde à présent la différence entre les positions des items de Corsi à six cubes et les items de calcul, on voit

que cette différence est plus grande que la différence de position entre items d'utilisation des doigts et items de calcul. C'est le signe d'une relation d'implication plus forte que la relation d'implication qui existe entre utilisation des doigts et calcul. Réussir à rappeler six cubes implique une probabilité plus grande de réussite aux calculs qu'utiliser ses doigts pour les résoudre.

Nos résultats sont compatibles avec le changement de stratégie qui doit s'opérer dans le développement, de l'utilisation des doigts vers une procédure internalisée soutenue par les capacités de mémoire de travail (Thevenot, 2014). Dans une approche enracinée, l'utilisation des doigts peut alors laisser la place à l'utilisation de la simulation uniquement, c'est-à-dire à l'activation des traces mnésiques associées à la situation à partir de laquelle la conceptualisation émerge (Versace et al., 2018). Il s'agit dans ce cas d'une recréation à distance de l'environnement, mentale, distribuée, liée aux capacités de mémoire de travail qui peut utiliser ces activations pour soulager la charge cognitive (Wilson, 2002) comme cela se serait produit sur l'environnement si les doigts avaient été utilisés physiquement. L'étude de Thevenot et al. (2016) met en évidence une stratégie de résolution des additions simples (opérandes entre 2 et 4, hors doubles) par un comptage rapide et non par récupération en mémoire à long terme, chez des enfants de 10 ans. L'interprétation de nos résultats est compatible avec une procédure de résolution hors récupération en mémoire. On peut se demander si la procédure de comptage rapide mise en évidence par Thevenot et al. (2016) est basée sur le langage uniquement ou s'il est possible que des enfants aient recours de façon non consciente à une simulation perceptivo-motrice prenant racine dans l'expérience d'utilisation des doigts passée.

Par ailleurs, le caractère asymétrique de la modélisation de l'échelle implicative de Rasch permet de préciser l'orientation de la relation entre utilisation des doigts et calcul. Notre échelle montre que l'utilisation des doigts implique la réussite aux calculs. Cela précise qu'utiliser ses doigts est associé à la réussite. En effet, lorsqu'on utilise les doigts pour calculer, la probabilité de réussite augmente. Mais cela ne pose pas de condition à la réussite en calcul car il n'y a pas de condition sur la réciproque. En d'autres termes, la réussite au calcul est possible que l'on utilise ses doigts ou pas. Un enfant peut ne jamais utiliser ses doigts sans que cela diminue sa probabilité de réussir les calculs. Par contre, s'il utilise ses doigts, la probabilité qu'il réussisse les calculs augmente. Cela n'est pas incompatible avec les travaux de Jordan et al. (2008) qui montrent que l'utilisation des doigts devient un obstacle à la réussite après 8 ans et demi. La différence avec notre étude est que dans notre échelle, il n'est pas question d'âge mais de niveaux de compétences ou de capacités. Le changement vers une stratégie plus internalisée et son bénéfice sont montrés par la relation d'implication entre mémoire de travail et calcul qui surpasse la relation d'implication entre utilisation des doigts et calcul. Si la mémoire de travail atteint



un certain niveau (rappeler six cubes au test de Corsi dans notre échelle), alors ce sont ces capacités qui impactent le plus la probabilité de réussite.

L'étude sur la relation entre doigts, calcul et mémoire de travail chez les adolescents avec une DI légère appuie ce résultat. L'interaction entre utilisation des doigts et mémoire de travail précise que l'utilisation des doigts apporte un bénéfice uniquement pour les personnes dont l'empan de mémoire de travail visuospatial est faible. On remarque qu'à partir de la capacité à rappeler cinq cubes dans l'ordre inverse, l'utilisation des doigts n'apporte plus de bénéfice à la résolution de l'opération, voire lui fait obstacle. Si l'on rapproche ces résultats de l'échelle produite dans l'étude 2, on remarque dans l'étude 3 qu'à partir de l'item de Corsi (« *corsi.back.it4* » dans l'échelle) qui est à peu près au même niveau que les items d'utilisation des doigts, l'utilisation des doigts n'augmente plus la réussite aux calculs chez les adolescents avec DI. Le fait que l'interaction montre un effet négatif de l'utilisation des doigts sur le calcul dans cette situation peut être interprété comme une charge cognitive supplémentaire apportée par les doigts alors que l'internalisation de la procédure est possible (Bara & Tricot, 2017).

La graduation de l'échelle en capacités plutôt qu'en âge permet son inclusivité, à condition que l'échelle modélise bien les données recueillies auprès des différentes populations. Dans cette recherche, on constate que la même échelle modélise les données issues des enfants entre 4 et 7 ans au développement typique et des adolescents de 11 à 16 ans avec une DI légère scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif ULIS. Ce résultat permet d'envisager les différences entre les personnes uniquement comme une différence de niveau d'habileté, c'est-à-dire comme un décalage vertical dans un sens ou dans un autre dans notre échelle. Les différences ne sont pas attribuées au groupe développemental dont ces personnes font partie.

### Limites et perspectives

Le test de Corsi (1972) comprend un aspect moteur. En effet, les cubes doivent être pointés pour répondre à la tâche. Il aurait été intéressant de mesurer les capacités de mémoire de travail sans faire appel aux compétences motrices des enfants et adolescents, sans pour autant perdre l'information spatiale. Nous avons envisagé l'adaptation de la *color-naming span task* (Camos & Barrouillet, 2011) pour jeunes enfants (Gimbert, Camos, Gentaz, & Mazens, 2019). Dans cette tâche, les enfants voient des animaux, nommés par l'expérimentateur, et des couleurs à nommer par l'enfant dans une alternance (un animal, deux smileys de couleur). L'enfant doit ensuite nommer les animaux vus dans l'ordre. Cette tâche est une tâche d'empan complexe, visant donc, comme la tâche *backward* du Corsi, à évaluer la capacité de stockage et de manipulation de l'information, mais avec un

procédé différent. Etant donné que nous cherchons à mesurer cette capacité de manipulation, cette tâche pourrait convenir sur ce point. La tâche ne comprend pas de dimension spatiale, mais elle fait appel à l'ordre sériel, qui est identifié comme déficitaire chez les enfants présentant des troubles des apprentissages numériques (Attout & Majerus, 2015). Il est possible que le résultat au Corsi soit impacté par des difficultés motrices. Il serait intéressant de comparer les résultats de ces différentes tâches de mémoire de travail, et de mettre ces résultats en relation avec le calcul mais aussi avec la capacité motrice des enfants. Cette analyse pourrait permettre d'identifier une charge cognitive liée à la composante motrice dans le test de Corsi.

Les items d'utilisation des doigts pour résoudre les calculs exclus par le modèle dans les études 1 et 2 ont pour une majorité d'entre eux un point commun : ils sont associés à des calculs dont l'un des opérands est 5. C'est un résultat qui pourrait être investigué. Domahs et al. (2008) identifient une proportion d'erreurs de calcul de  $\pm 5$  qui autorise à penser que ces erreurs ont un statut particulier. Dans l'interprétation des auteurs, les représentations mentales des doigts jouent un rôle dans ces erreurs à un moment du développement qui correspond à la transition entre une utilisation physique des doigts et une stratégie de récupération en mémoire des faits arithmétiques. Les erreurs pourraient venir d'oubli ou de double prise en compte de « main(s) complète(s) ». Cette étude interroge sur la représentation de la « main complète », qui prend une place particulière par rapport aux autres représentations de configurations de doigts. Il serait intéressant de savoir si la représentation de cette configuration particulière est plus rapidement disponible que les autres, et si cela influe sur l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre les opérations qui comprennent 5 parmi les opérands.

L'étude 3, portant sur la relation entre doigts, calcul et mémoire de travail chez les adolescents avec une DI légère, est complémentaire des études portant sur la construction de l'échelle implicite. D'autres études sont nécessaires, notamment pour étudier les interactions entre habiletés manuelles, utilisation des doigts et mémoire de travail chez les enfants au développement typique. Il nous paraît également utile de différencier ces relations et interactions entre doigts, mémoire de travail et calcul en fonction du type d'énoncé à résoudre. En effet, selon que l'énoncé est un problème verbal qui décrit une situation que l'enfant peut simuler ou qu'il est présenté sous forme d'une opération arithmétique, les relations entre doigts, mémoire de travail et calcul sont susceptibles d'être différentes. Nous constatons simplement pour le moment que les items correspondant aux énoncés verbaux s'incluent, comme les énoncés arithmétiques, dans l'échelle produite.

## **6.2 De l'échelle implicative à la construction d'un outil psychométrique pour l'évaluation et la remédiation des premières compétences de calcul additif**

### **6.2.1 Implications et perspectives pédagogiques de notre recherche**

A partir d'une échelle de Rasch, une séquence pédagogique peut être produite en travaillant les compétences dans l'ordre où elles apparaissent dans l'échelle. L'originalité de notre échelle est qu'elle contient à la fois des compétences motrices manuelles et des compétences de calcul, montrant que les capacités à imiter des mouvements de main ou à se représenter ses doigts sont des précurseurs de la compétence calculatoire. Travailler la capacité à imiter des gestes manuels, symétriques ou non, bimanuels ou non, apparaît comme un objectif à viser à l'école maternelle. Dans le BOEN n°22 du 29 mai 2019 apportant des recommandations pédagogiques pour l'apprentissage fondamental des nombres et de leurs utilisations à l'école maternelle, l'accent est mis sur le fait que les compétences numériques s'acquièrent dans l'action. Des pistes pédagogiques sur l'imitation motrice manuelle, soulignant l'intérêt des occasions offertes à l'enfant dans le domaine de la motricité manuelle, de la planification du mouvement, pourraient être proposées aux enseignants afin de relier concrètement action et apprentissage numérique. Dans ce BOEN, il n'est pas fait mention de l'utilisation des doigts. La question de laisser les enfants utiliser leurs doigts ou non, de travailler l'utilisation des doigts, est une question qui se pose de fait, étant donné que les doigts sont utilisés par de nombreux enfants en âge d'être en maternelle. Les doigts sont cités dans le BOEN du 24 juin 2021, qui recommande de mobiliser différents symboles analogiques, dont les doigts pour représenter une quantité. Il n'est cependant pas fait mention d'utiliser ses doigts pour calculer, ni d'apprentissage de l'utilisation des doigts dans ce domaine.

Notre étude apporte des résultats cohérents avec ceux de Jordan et al. (2008) et montrent un bénéfice à utiliser les doigts pour calculer quand la mémoire de travail est en développement. Nous voyons une limite à ce bénéfice pour un empan de mémoire de travail visuospatiale évaluée par le Corsi de cinq cubes rappelés dans l'ordre, correspondant selon Isaacs et Vargha-Khadem (1989) à l'âge de 8 ou 9 ans pour des enfants au développement typique. Cela rejoint le constat d'une corrélation négative entre utilisation des doigts et calcul à 8 ans et demi dans l'étude de Jordan et al. (2008). Ainsi, le bénéfice de l'utilisation spontanée des doigts à l'école maternelle est conforté, ce qui peut être communiqué aux enseignants de maternelle et d'élémentaire. Une utilisation tardive des doigts est également un indicateur à prendre en compte, incitant à explorer les raisons de cette utilisation

qui se poursuit. L'âge n'est pas le seul critère à prendre en compte pour repérer une utilisation tardive des doigts. Pour les adolescents avec DI, le recours spontané aux doigts pour calculer augmente la performance en calcul au-delà de l'âge de 9 ans. Son bénéfice dépend des capacités mnésiques et non de l'âge. L'apprentissage explicite de l'utilisation des doigts est une question de recherche actuelle qui nécessite d'être explorée plus avant (Bonneton-Botté et al., soumis; Ollivier et al., 2020).

Notre échelle complète pose les bases de la construction d'un outil d'évaluation et de remédiation du calcul additif simple. En effet, elle met en évidence une succession d'items qui sont liés par une relation d'implication cumulative et emboîtée, comme un chemin d'items qui inclut les items de calculs simples, compétence visée pour les élèves. Elle ne prétend pas être le seul chemin possible, elle en identifie un parmi d'autres qui n'ont pas été envisagés dans cette recherche. Ce chemin a la particularité de contenir des items liés aux doigts, des items de mémoire de travail et des items de calcul. Il a également la particularité d'être composé d'items de performance et d'items de comportement.

A partir de ces items, un travail de sélection d'items ainsi qu'un test sur une population plus importante sont nécessaires pour construire un outil finalisé. La sélection d'item permet à la fois de réduire l'échelle en vue de l'évaluation et de l'étoffer dans une perspective de remédiation. Connaître les items les plus discriminants est utile pour évaluer les élèves : le test est plus court, le positionnement du niveau d'habileté de l'élève est plus précis. D'un autre côté, construire une banque d'items et les tester permet d'avoir plusieurs items de niveaux variés qui peuvent être proposés lors d'activités de remédiation. Lors des remédiations, le choix des items selon la probabilité de les réussir est d'autant plus fin que le nombre d'items dont on connaît le niveau de difficulté est important. A partir d'un outil psychométrique finalisé, comme peut l'être TACIT (De La Haye et al., 2012), il est possible à partir de l'évaluation du niveau d'habileté de l'élève, de lui proposer des exercices adaptés. Par exemple, on peut choisir pour cet élève des items qu'il aura une probabilité donnée de réussir (66% sur TACIT par exemple) afin de lui permettre de garder une motivation suffisante pour continuer l'entraînement.

Les échelles produites dans les études 1 et 2 modélisent nos données pour les enfants au développement typique et pour les adolescents avec une DI légère scolarisés en collège avec le soutien d'un dispositif ULIS. Cela signifie que les items ont la même qualité discriminante pour tous nos participants. Les positionnements des élèves sur l'échelle peuvent varier en hauteur, en niveau d'habileté, mais il s'agit simplement d'un décalage des niveaux d'habileté. C'est un résultat particulièrement intéressant dans l'école inclusive. En effet, le même outil finalisé pourrait être utilisé pour les élèves au développement typique et avec une DI légère inclus dans l'école. Le caractère adaptatif est inclusif : les élèves d'une même classe peuvent utiliser ce type d'outil sans distinction. Pour les enseignants,

ce type d'outil apporterait également une aide dans la différenciation pédagogique.

## 6.2.2 Projets en cours de réalisation, en lien avec cette recherche

Cette recherche a entraîné plusieurs projets de collaboration, l'un international et plus large que le sujet de départ, et deux autres plus ciblés et en lien avec nos questions de recherche initiales.

La collaboration avec MCLS (*the Mathematical Cognition and Learning Society*) s'est engagée lors du premier confinement. Notre communication orale sur la création d'une échelle implicite liant doigts et calcul avait été acceptée mais le colloque a été annulé. Les doctorants, post-doctorants et jeunes chercheurs de la communauté ont créé un réseau social pour repenser la communication des résultats de la recherche et la formation des futurs chercheurs. Des professeurs ont proposé un projet de recherche dans lequel j'ai été intégrée. Nous avons donc travaillé sur la façon dont la maîtrise de la numéracie impactait la compréhension des données de santé et l'acceptation des mesures sanitaires liées à la pandémie. Ce projet a donné lieu à des sous-projets, dont un auquel je participe, qui s'intéresse à la façon dont l'adulte se représente les très grands nombres. Ces projets sont davantage éloignés des questions de recherche qui sont au départ de cette thèse que les projets qui vont être présentés à la suite, mais apportent une complémentarité.

Les deux autres projets auxquels cette recherche m'ont permis de collaborer se focalisent sur les doigts et le calcul additif simple.

Le projet LÉA UDMEX (Lien vers le LÉA sur le site de l'ifé), porté par Nathalie Bonneton-Botté, est un projet de recherche et de formation par la recherche associant des enseignants et des chercheurs, sous l'égide de l'Institut Français de l'Éducation. Ce projet vise à étudier les effets de l'entraînement à l'utilisation des doigts dans les premiers apprentissages numériques chez les enfants présentant une DI scolarisés en unités d'enseignement et en classe ordinaire avec le soutien d'un dispositif ULIS école.

Le second projet directement lié à notre recherche est un projet en collaboration avec l'IRISA (Institut de Recherche en Informatique et Systèmes Aléatoires). Ce projet est né suite à un échange entre Yvonnick Noël et François Bodin. Avec Luc Lesoil, étudiant à l'IRISA, nous avons cherché à créer une application à destination de l'école maternelle qui permette d'entraîner le passage entre différentes représentations des nombres. L'objectif était de pouvoir évaluer la capacités des enfants de maternelle à représenter les quantités en utilisant leurs doigts et à mettre en relation ces représentations avec les représentations symboliques des nombres. L'application pourrait également servir à l'entraînement de la représentation des nombres et au passage d'une représentation à une

autre. Il est possible d'utiliser ses doigts pour représenter le nombre devant la caméra de l'ordinateur, qui détermine grâce à l'apprentissage en intelligence artificielle, le nombre associé à la représentation des doigts. Par le même principe, l'ordinateur associe le mot dit oralement par l'enfant au nombre énoncé. L'application est construite dans une perspective inclusive, afin que des enfants qui présentent une déficience intellectuelle ou sensorielle puisse bénéficier de l'outil. La page résumant nos travaux est disponible à cette adresse : <https://github.com/llesoil/comptage-doigts> et le fonctionnement de l'application est décrit et illustré en annexe C. Le projet est relativement bien avancé au niveau de la partie apprentissage côté machine. Il faut maintenant le rendre ergonomique et accessible, travail pour lequel nous recherchons un ingénieur.

### 6.3 Perspectives de recherche

Si cette recherche a apporté des précisions sur les relations entretenues par les doigts, la mémoire de travail et le calcul additif simple, elle a également soulevé des questionnements qui sont autant de pistes de recherches futures.

Tout d'abord, la réflexion sur les mesures utilisées nous amène à interroger la pertinence de la construction d'une nouvelle échelle dans laquelle les habiletés motrices, la capacité à se représenter ses doigts et les capacités de mémoire de travail seraient évaluées par des dispositifs qui en dehors des habiletés motrices ne comprendraient pas de part motrice, et qui pour les habiletés motrices comprendraient la part la plus petite possible de planification. L'imagerie motrice pourrait évaluer la représentation mentale du corps, et plus particulièrement des doigts en mouvement. Evaluer la représentation du mouvement simulé éviterait la part de motricité dans la mesure. Les habiletés motrices manuelles pourraient être évaluées par des tests de type *pegboard*, dans lequel des chevilles doivent être placées dans des trous en suivant un ordre proposé par l'examineur (Nunes et al., 2008). En ce qui concerne la mémoire de travail, le test de Mr X (Alloway et al., 2006) évalue les capacités visuospatiales mais possiblement aussi une part d'imagerie motrice. Lors de ce test, l'enfant doit dire pour chaque présentation de paire de bonshommes si les bonshommes tiennent la balle dans la même main, puis rappeler la position prise par la balle dans chaque paire présentée après une succession de présentation de paires d'images. L'adaptation de la *color-naming span task* (Camos & Barrouillet, 2011) pour jeunes enfants (Gimbert et al., 2019) ne pose pas ce problème, est également adapté aux jeunes enfants, mais n'évalue pas la composante visuospatiale. Il y a une réflexion à mener sur la pertinence des mesures, ainsi que sur la façon dont leur cotation doit être adaptée si on envisage une modélisation de Rasch.

Par ailleurs, nous avons réalisé une étude sur l'impact de l'utilisation spontanée des doigts sur la performance en calcul en fonction des capacités de mémoire de travail chez les adolescents avec une DI légère. Nous avons priorisé cette population parce que la littérature afférente est moins développée et que nous souhaitons participer à l'étoffer. Mais une étude semblable dans la population typique de 4 à 8 ans pourrait apporter des informations sur la façon dont une potentielle interaction entre utilisation spontanée des doigts et mémoire de travail impacte la performance en calcul, à l'âge où le passage à une stratégie internalisée doit intervenir.

Dans cette étude 3, nous avons considéré la résolution d'énoncés arithmétiques. Il serait intéressant de chercher si l'utilisation des doigts et la dextérité sont également des prédicteurs de la performance en calcul quand les calculs additifs sont proposés sous forme d'énoncés verbaux, favorisant par leur nature la simulation de la situation. Les capacités de langage, de mémoire verbale n'ont pas été étudiées dans cette recherche. Il serait intéressant d'explorer d'autres chemins, d'autres échelles possibles.

Nous souhaitons aussi réfléchir à l'identification de profils de jeunes enfants pour lesquels, i) l'utilisation des doigts pourrait apporter une charge cognitive supplémentaire et pour qui l'utilisation des doigts pourrait donc ne pas apporter de bénéfice car trop coûteuse; ii) l'utilisation des doigts apporterait un bénéfice mais ne se produit pas spontanément. L'élaboration d'un dispositif d'expérimentation est en cours. Dans ce protocole expérimental, les enfants de maternelle et de CP seraient amenés, d'une part, à serrer des objets dans leurs mains, les empêchant de les utiliser, pendant la résolution de calculs, et d'autre part à donner la réponse au calcul en utilisant leurs doigts.

En ce qui concerne les applications de notre recherche, les bases produites peuvent être utilisées pour construire un outil d'évaluation et de remédiation du développement des premiers calculs en lien avec la motricité manuelle à destination de l'école. Ce travail de construction nécessite en priorité la production d'items et leur calibrage auprès d'un nombre conséquent de participants. La question du support pour ce type d'outil se pose. Pour TACIT (De La Haye et al., 2012), le support informatique est privilégié et cela participe certainement au succès du projet. Dans le cas d'un outil qui fait intervenir la motricité chez de jeunes enfants, l'informatisation de l'outil nécessite un travail de programmation et de machine learning si l'on souhaite que les productions motrices et verbales des enfants puissent être prises en compte dans une interface numérique. C'est possible, le projet avec l'IRISA en est une preuve de concept, mais cela nécessite une équipe pluridisciplinaire.

# Conclusion

Cette recherche a permis d'apporter des précisions sur les relations qu'entretiennent les doigts, la mémoire de travail et le calcul additif simple chez les élèves qui travaillent sur l'acquisition de cette compétence de base de la numéracie dans l'école inclusive.

Notre recherche montre que la capacité à imiter un mouvement de doigts, la capacité à dessiner une main et la performance en calcul peuvent s'envisager dans un continuum reliant des aspects moteurs manuels, des capacités représentationnelles et des compétences arithmétiques. En cela, nos résultats soutiennent une approche enracinée de la cognition dans laquelle les connaissances et les apprentissages se fondent sur les expériences sensorimotrices de l'individu et ses interactions avec l'environnement. Ces résultats appuient la thèse d'une relation fonctionnelle entre doigts et calcul. Les habiletés motrices manuelles d'imitation et la capacité à se représenter mentalement ses doigts apparaissent comme des précurseurs du calcul. Ces précurseurs ne sont pas exclusifs, d'autres chemins vers le calcul existent très probablement. Cette recherche met l'un de ces potentiels chemins en évidence et le caractérise.

Au-delà de la mise en relation des doigts et du calcul, cette recherche s'est intéressée à l'utilisation des doigts pour calculer. Est-ce qu'utiliser ses doigts pour résoudre une opération additive est efficace ? Nos résultats montrent qu'utiliser spontanément ses doigts augmente la probabilité de réussir les calculs, du moins dans un certain intervalle d'empan de mémoire de travail visuospatiale. A partir d'un seuil correspondant à des capacités de mémoire de travail d'enfants de 8 à 9 ans au développement typique, les capacités de mémoire de travail ont un impact plus fort sur la réussite en calcul que l'utilisation spontanée des doigts. Pour les adolescents avec DI, l'utilisation des doigts est même associée à une baisse de la performance en calcul à partir d'un seuil d'empan de mémoire de travail visuospatiale. Avoir un repère en termes de capacités mnésiques plutôt que sous la forme d'un âge chronologique a l'avantage d'être inclusif. Ce repère fonctionne pour les enfants au développement typique et pour les enfants ou adolescents présentant une DI.



Dans l'école inclusive justement, les élèves demandent aux enseignants de maternelle, de CP, aux coordinateurs d'ULIS s'ils ont le droit d'utiliser leurs doigts pour calculer. Utiliser ses doigts en classe ordinaire de collège lors d'inclusions en cours de mathématiques peut être source d'inquiétude pour les adolescents de l'ULIS qui ont peur d'être moqués pour cette pratique enfantine. En montrant que l'utilisation des doigts apporte un bénéfice pour les élèves dont les capacités de mémoire de travail sont plutôt faibles, notre recherche apporte une réponse à la question que se posent certains enseignants quant à laisser les élèves utiliser leurs doigts pour calculer. D'une part, si l'on traduit simplement la condition concernant les capacités mnésiques, pour les enfants en dessous de 8/9 ans et les adolescents bénéficiant du dispositif ULIS qui ont des performances de calcul correspondant aux performances d'enfants de moins de 8/9 ans, l'utilisation spontanée des doigts est très probablement une aide pour le calcul. D'autre part, l'utilisation des doigts pour résoudre des calculs chez les enfants de plus de 9 ans est un signe à prendre en considération, une observation qui alerte et doit mener les enseignants à explorer les productions de l'enfant pour identifier une potentielle difficulté persistante dans les apprentissages de calcul. Du côté du psychologue, une évaluation des capacités de mémoire de travail peut être envisagée.

Enfin, nos résultats préparent la construction d'un outil psychométrique d'évaluation et de remédiation des compétences premières de calcul. Un travail de création et d'ajustement d'items moteurs, d'items de dessin, d'items de calcul, pourrait conduire à la création d'un outil simple et utilisable en classe. Le rapprochement de notre travail d'échelles existantes comme celle de Clements et al. (2008) permettrait également d'étoffer l'outil. Au fur et à mesure d'études ultérieures évaluant d'autres types d'items pour caractériser d'autres continuums, le chemin mis en évidence pourrait s'intégrer dans un ensemble de chemins plus ou moins imbriqués menant aux compétences mathématiques premières.

# Références

- Acioly-Regnier, N., & Regnier, J.-C. (2007, octobre). Analyse cohésitive et interprétations des données dans le champ de l'éducation. In *4e Rencontres sur l'Analyse Statistique Implicative* (Vol. 1, p. 329). Université Jaume I Castellon Espagene.
- Alibali, M. W., & DiRusso, A. A. (1999). The function of gesture in learning to count: More than keeping track. *Cognitive Development, 14*(1), 37–56. doi: 10.1016/S0885-2014(99)80017-3
- Allen, K., Giofrè, D., Higgins, S., & Adams, J. (2020). Working memory predictors of mathematics across the middle primary school years. *British Journal of Educational Psychology, 90*(3), 848–869. doi: 10.1111/bjep.12339
- Allen, R. E. (1970). The Generation of Numbers in Plato's Parmenides. *Classical Philology, 65*(1), 30–34.
- Alloway, T. P., Gathercole, S. E., & Pickering, S. J. (2006). Verbal and visuospatial short-term and working memory in children: Are they separable? *Child development, 77*(6), 1698–1716. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00968.x
- Anderson, M. L. (2010). Neural reuse: A fundamental organizational principle of the brain. *The Behavioral and Brain Sciences, 33*(4), 245–266. doi: 10.1017/S0140525X10000853
- Anderson, M. L., & Penner-Wilger, M. (2007). Do redeployed finger representations underlie math ability? In *Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society* (Vol. 29).
- Andres, M., Di Luca, S., & Pesenti, M. (2008). Finger counting: The missing tool? *Behavioral and Brain Sciences, 31*(6), 642–643. doi: 10.1017/S0140525X08005566
- Andres, M., Michaux, N., & Pesenti, M. (2012). Common substrate for mental arithmetic and finger representation in the parietal cortex. *NeuroImage, 62*(3), 1520–1528. doi: 10.1016/j.neuroimage.2012.05.047
- Ansari, D., & Karmiloff-Smith, A. (2002). Atypical trajectories of number development: A neuroconstructivist perspective. *Trends in cognitive sciences, 6*(12), 511–516. doi: 10.1016/s1364-6613(02)02040-5
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates.

*Child development*, 695–701.

- Asakawa, A., & Sugimura, S. (2009). The relationship between finger dexterity and numerical abilities of young children. *Japanese Journal of Developmental Psychology*, 20(3), 243–250.
- Asakawa, A., & Sugimura, S. (2011). The specific relationship between numerical ability and finger dexterity in early childhood. *Japanese Journal of Developmental Psychology*, 22(2), 130–139.
- Asakawa, A., & Sugimura, S. (2014). Developmental trajectory in the relationship between calculation skill and finger dexterity: A longitudinal study. *Japanese Psychological Research*, 56(2), 189–200. doi: 10.1111/jpr.12041
- Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., Metcalfe, A. W., Swigart, A. G., & Menon, V. (2013). Visuo-spatial working memory is an important source of domain-general vulnerability in the development of arithmetic cognition. *Neuropsychologia*, 51(11), 2305–2317. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2013.06.031
- Attout, L., & Majerus, S. (2015). Working memory deficits in developmental dyscalculia: The importance of serial order. *Child Neuropsychology*, 21(4), 432–450. doi: 10.1080/09297049.2014.922170
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in cognitive sciences*, 4(11), 417–423. doi: 10.1016/S1364-6613(00)01538-2
- Baddeley, A. (2012). Working memory: Theories, models, and controversies. *Annual review of psychology*, 63, 1–29. doi: 10.1146/annurev-psych-120710-100422
- Baddeley, A., & Hitch, G. (1974). Working memory. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 8, pp. 47–89). Academic Press.
- Badets, A., & Pesenti, M. (2010). Creating number semantics through finger movement perception. *Cognition*, 115(1), 46–53. doi: 10.1016/j.cognition.2009.11.007
- Bara, F., & Tricot, A. (2017). Le rôle du corps dans les apprentissages symboliques: Apports des théories de la cognition incarnée et de la charge cognitive. *Recherches sur la philosophie et le langage*, 33, 219–249.
- Baroody, A. J. (1999). The development of basic counting, number, and arithmetic knowledge among children classified as mentally handicapped. *International review of research in mental retardation*, 22(22), 51–103. doi: 10.1016/S0074-7750(08)60131-7
- Barrouillet, P., & Lépine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91(3), 183–204. doi: 10.1016/j.jecp.2005.03.002
- Barrouillet, P., Mignon, M., & Thevenot, C. (2008). Strategies in subtraction problem solving in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99(4), 233–251.

doi: 10.1016/j.jecp.2007.12.001

- Bartoń, K. (2020). *Package MuMIn: Multi-Model Inference*.
- Bender, A., & Beller, S. (2012). Nature and Culture of Finger Counting: Diversity and Representational Effects of an Embodied Cognitive Tool. *Cognition*, 124(2), 156–182. doi: 10.1016/j.cognition.2012.05.005
- Benton, A. L., Hutcheon, J. F., & Seymour, E. (1951). Arithmetic ability, finger-localization capacity and right-left discrimination in normal and defective children. *American Journal of Orthopsychiatry*, 21(4), 756–766. doi: 10.1111/j.1939-0025.1951.tb00026.x
- Bergès, J., & Lézine, I. (1963). Test d'imitation de gestes: Techniques d'exploration du schéma corporel et des praxies chez l'enfant de 3 à 6 ans.
- Bernoussi, M. (1998). Individual Differences in Cognitive Addition. *Psychological Record*, 48(2), 325–332. doi: 10.1007/BF03395273
- Bernoussi, M., & Florin, A. (1995). La notion de représentation : de la psychologie générale à la psychologie sociale et la psychologie du développement. *Enfance*, 48(1), 71–87. doi: 10.3406/enfan.1995.2115
- Berteletti, I., & Booth, J. R. (2015). Perceiving fingers in single-digit arithmetic problems. *Frontiers in Psychology*, 6. doi: 10.3389/fpsyg.2015.00226
- Berteletti, I., & Booth, J. R. (2016). Finger representation and finger-based strategies in the acquisition of number meaning and arithmetic. In *Development of mathematical cognition* (pp. 109–139). Academic Press.
- Bideaud, J. (1997). Du bébé à l'enfant de Piaget : Quelle construction du nombre ? *Psychologie Française*, 42-1, 45–56.
- Boaler, J., & Chen, L. (2017). Why kids should use their fingers in math class. *The Best Writing on Mathematics 2017*, 6, 76.
- BOEN. (2021). *J'enseigne au cycle 1*. <https://eduscol.education.fr/83/j-enseigne-au-cycle-1>.
- Bonneton-Botté, N., Hili, H., De La Haye, F., & Noël, Y. (2015). Dessin de la main et habiletés numériques chez des enfants d'âge préscolaire. [Drawing of a hand and numerical skills among preschool children.]. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue canadienne des sciences du comportement*, 47(3), 207–215. doi: 10.1037/a0039037
- Bonneton-Botté, N., Ollivier, F., Hili, H., & Bara, F. (soumis). Evaluation of the benefits of a device for training the use of fingers in mathematics. *Canadian Journal of School Psychology*.
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2011). Numerical magnitude processing in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*,

- 32(6), 2853–2859. doi: 10.1016/j.ridd.2011.05.020
- Brankaer, C., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2013). The development of numerical magnitude processing and its association with working memory in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities, 34*(10), 3361–3371. doi: 10.1016/j.ridd.2013.07.001
- Breheny, P., & Burchett, W. (2017). Visualization of Regression Models Using visreg. *The R Journal, 9*(2), 56–71.
- Brissiaud, R. (2003). Comment les enfants apprennent à compter. *Paris: Editions Retz.*
- Browder, D. M., Jimenez, B. A., & Trela, K. (2012). Grade-aligned math instruction for secondary students with moderate intellectual disability. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities, 373–388.*
- Browder, D. M., Spooner, F., Ahlgrim-DeLzell, L., Harris, A. A., & Wakeman, S. (2008). A Meta-Analysis on Teaching Mathematics to Students With Significant Cognitive Disabilities. *Exceptional Children, 74*(4), 407–432. doi: 10.1177/001440290807400401
- Bugden, S., & Ansari, D. (2015). Probing the nature of deficits in the ‘approximate number system’ in children with persistent developmental dyscalculia. *Developmental Science.* doi: 10.1111/desc.12324
- Burnham, K. P., & Anderson, D. R. (2002). *Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-Theoretic Approach* (Second éd.). New York : Springer-Verlag. doi: 10.1007/b97636
- Burnham, K. P., & Anderson, D. R. (2004). Multimodel Inference: Understanding AIC and BIC in Model Selection. *Sociological Methods & Research, 33*(2), 261–304. doi: 10.1177/0049124104268644
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain.* London : Macmillan.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology & Psychiatry, 46*(1), 3–18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x
- Butterworth, B., Reeve, R., & Reynolds, F. (2011). Using mental representations of space when words are unavailable: Studies of enumeration and arithmetic in indigenous Australia. *Journal of Cross-Cultural Psychology, 42*(4), 630–638. doi: 10.1177/0022022111406020
- Cameron, C. E., Cottone, E. A., Murrah, W. M., & Grissmer, D. W. (2016). How Are Motor Skills Linked to Children’s School Performance and Academic Achievement? *Child Development Perspectives, 10*(2), 93–98. doi: 10.1111/cdep.12168
- Camos, V., & Barrouillet, P. (2011). Developmental change in working memory strategies: From passive maintenance to active refreshing. *Developmental Psychology, 47*(3), 898–904. doi: 10.1037/a0023193

- Chalmers, R. (2012). Mirt: A Multidimensional Item Response Theory Package for the R Environment. *Journal of Statistical Software*, 48(6), 1–29. doi: 10.18637/jss.v048.i06
- Cheong, J. M. Y., Walker, Z. M., & Rosenblatt, K. (2017). Numeracy Abilities of Children in Grades 4 to 6 with Mild Intellectual Disability in Singapore. *International Journal of Disability, Development & Education*, 64(2), 150–168. doi: 10.1080/1034912X.2016.1188891
- Cheyette, S. J., & Piantadosi, S. T. (2020). A unified account of numerosity perception. *Nature Human Behaviour*, 4(12), 1265–1272. doi: 10.1038/s41562-020-00946-0
- Chu, F. W., vanMarle, K., & Geary, D. C. (2015). Early numerical foundations of young children’s mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 132, 205–212. doi: 10.1016/j.jecp.2015.01.006
- Clarke, S., & Beck, J. (2021). The Number Sense Represents (Rational) Numbers. *Behavioral and Brain Sciences*, 1–57. doi: 10.1017/S0140525X21000571
- Clements, D. H., Sarama, J. H., & Liu, X. H. (2008). Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch model: The Research-Based Early Maths Assessment. *Educational Psychology*, 28(4), 457–482. doi: 10.1080/01443410701777272
- Conway, A. R., Tuholski, S. W., Shisler, R. J., & Engle, R. W. (1999). The effect of memory load on negative priming: An individual differences investigation. *Memory & Cognition*, 27(6), 1042–1050. doi: 10.3758/bf03201233
- Corsi, P. M. (1972). *Human memory and the medial temporal region of the brain* (Thèse de doctorat non publiée). Mc Gill University, Montreal, QC, Montreal, QC.
- Costello, M. C., & Bloesch, E. K. (2017). Are older adults less embodied? A review of age effects through the lens of embodied cognition. *Frontiers in Psychology*, 8, 267. doi: 10.3389/fpsyg.2017.00267
- Coudronnière, C., & Mellier, D. (2016). Qualité de vie à l’école des enfants en situation de handicap. Revue de questions. *Rapport commandé par le Cnesco*.
- Couturier, R., & Gras, R. (2005). CHIC: Traitement de données avec l’analyse implicite. In *EGC* (pp. 679–684).
- Cowan, N. (1999). An Embedded-Processes Model of working memory. In *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control* (pp. 62–101). New York, NY, US : Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9781139174909.006
- Cowan, N. (2005). *Essays in cognitive psychology. Working memory capacity*. New York, NY, US. Psychology Press. [http://dx. doi. org/10.4324/9780203342398](http://dx.doi.org/10.4324/9780203342398).
- Cowan, R. (2013). Does it all add up? Changes in children’s knowledge of addition

- combinations, strategies, and principles. In *The development of arithmetic concepts and skills* (pp. 57–96). Routledge.
- Cragg, L., Richardson, S., Hubber, P. J., Keeble, S., & Gilmore, C. (2017). When is working memory important for arithmetic? The impact of strategy and age. *PLoS One*, *12*(12), e0188693. doi: 10.1371/journal.pone.0188693
- Crollen, V., Mahe, R., Collignon, O., & Seron, X. (2011). The Role of Vision in the Development of Finger-Number Interactions: Finger-Counting and Finger-Montring in Blind Children. *Journal of Experimental Child Psychology*, *109*(4), 525–539. doi: doi:10.1016/j.jecp.2011.03.011
- Crollen, V., & Noël, M.-P. (2015). The role of fingers in the development of counting and arithmetic skills. *Acta Psychologica*, *156*, 37–44. doi: 10.1016/j.actpsy.2015.01.007
- Crollen, V., Seron, X., & Noël, M.-P. (2011). Is finger-counting necessary for the development of arithmetic abilities? *Cognition*, *242*. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00242
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1-2), 1–42. doi: 10.1016/0010-0277(92)90049-n
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, *33*(2), 219–250. doi: 10.1016/S0010-9452(08)70002-9
- Dehaene, S., & Cohen, L. (2000). Un modèle anatomique et fonctionnel de l'arithmétique mentale. In *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (Solal éd., pp. 191–232). Marseille : M. Pesenti & X. Seron.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive neuropsychology*, *20*(3-6), 487–506. doi: 10.1080/02643290244000239
- De La Haye, F., Le Bohec, O., Noël, Y., Quaireau, C., Nogues, J., & Lavandier, K. (2012). *TACIT - Lecture, Implicite, Vocabulaire | Présentation*. <https://tacit.univ-rennes2.fr/>.
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of experimental child psychology*, *103*(2), 186–201. doi: 10.1016/j.jecp.2009.01.004
- De Vita, C., Costa, H. M., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2021). The contributions of working memory domains and processes to early mathematical knowledge between preschool and first grade. *Psychological Research*. doi: 10.1007/s00426-021-01496-4
- Di Luca, S., & Pesenti, M. (2011). Finger numeral representations: More than just another

- symbolic code. *Cognition*, 272. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00272
- Domahs, F., Krinzinger, H., & Willmes, K. (2008). Mind the gap between both hands: Evidence for internal finger-based number representations in children's mental calculation. *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, 44(4), 359–367. doi: 10.1016/j.cortex.2007.08.001
- Domahs, F., Moeller, K., Huber, S., Willmes, K., & Nuerk, H.-C. (2010). Embodied numerosity: Implicit hand-based representations influence symbolic number processing across cultures. *Cognition*, 116(2), 251–266. doi: 10.1016/j.cognition.2010.05.007
- Dumoncel, J.-C. (1992). LA THÉORIE PLATONICIENNE DES IDÉES-NOMBRES: Essai sur l'origine de la Mathématique Universelle. *Revue de Philosophie Ancienne*, 10(1), 3–34.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... Brooks-Gunn, J. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, 43(6), 1428. doi: 10.1037/0012-1649.43
- Dupont-Boime, J., & Thevenot, C. (2018). High working memory capacity favours the use of finger counting in six-year-old children. *Journal of Cognitive Psychology*, 30(1), 35–42. doi: 10.1080/20445911.2017.1396990
- Dyson, N. I., Jordan, N. C., & Glutting, J. (2013). A Number Sense Intervention for Low-Income Kindergartners at Risk for Mathematics Difficulties. *Journal of learning disabilities*, 46(2), 166–181. doi: 10.1177/0022219411410233
- Ellingsen, R., & Clinton, E. (2017). Using the TouchMath Program to Teach Mathematical Computation to At-Risk Students and Students with Disabilities. *Educational Research Quarterly*, 41(1), 15–40. doi: 10.1177/0741932510362198
- Embretson, S. E., & Reise, S. P. (2000). *Item response theory for psychologists*. Mahwah, N.J : L. Erlbaum Associates Publishers.
- Fagard, J. (2001). *Le développement des habiletés de l'enfant: Coordination bimanuelle et latéralité*. Paris : CNRS.
- Faragher, R., & Brown, R. I. (2005). Numeracy for adults with Down syndrome: It's a matter of quality of life. *Journal of Intellectual Disability Research*, 49(10), 761–765. doi: 10.1111/j.1365-2788.2005.00747.x
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris cedex 14 : Presses Universitaires de France.
- Fayol, M., Barrouillet, P., & Marinthe, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuro-psychological performance: A longitudinal study. *Cognition*, 68(2), B63-B70. doi: 10.1016/S0010-0277(98)00046-8
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of



- different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53–72. doi: 10.1016/j.jecp.2014.01.013
- Fischer, J.-P. (2010). Numerical performance increased by finger training: A fallacy due to regression toward the mean? *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, 46(2), 272–273. doi: 10.1016/j.cortex.2008.06.010
- Fischer, U., Suggate, S. P., Schmir, J., & Stoeger, H. (2018). Counting on fine motor skills: Links between preschool finger dexterity and numerical skills. *Developmental science*, 21(4), e12623. doi: 10.1111/desc.12623
- Fischer, U., Suggate, S. P., & Stoeger, H. (2020). The Implicit Contribution of Fine Motor Skills to Mathematical Insight in Early Childhood. *Frontiers in Psychology*, 11. doi: 10.3389/fpsyg.2020.01143
- Fournier, M., & Albaret, J.-M. (2013). Étalonnage des blocs de Corsi sur une population d'enfants scolarisés du CP à la 6e. *Développements*(16-17), 76–82. doi: 10.3917/devel.016.0076
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Lambert, W., Stuebing, K., & Fletcher, J. M. (2008). Problem Solving and Computational Skill: Are They Shared or Distinct Aspects of Mathematical Cognition? *Journal of educational psychology*, 100(1), 30–47. doi: 10.1037/0022-0663.100.1.30
- Funk, M., Brugger, P., & Wilkening, F. (2005). Motor processes in children's imagery: The case of mental rotation of hands. *Developmental Science*, 8(5), 402–408. doi: 10.1111/j.1467-7687.2005.00428.x
- Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York : Springer-Verlag. doi: 10.1007/978-1-4612-3754-9
- Gallistel, C. R. (2018). Finding numbers in the brain. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 373(1740), 20170119. doi: 10.1098/rstb.2017.0119
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological bulletin*, 114(2), 345. doi: 10.1037/0033-2909.114.2.345
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of experimental child psychology*, 77(3), 236–263. doi: 10.1006/jecp.2000.2561
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & Catherine DeSoto, M. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experi-*

- mental Child Psychology*, 88(2), 121–151. doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2013). Adolescents' Functional Numeracy Is Predicted by Their School Entry Number System Knowledge. *PLOS ONE*, 8(1), e54651. doi: 10.1371/journal.pone.0054651
- Gelman, R., & Butterworth, B. (2005). Number and language: How are they related? *Trends in Cognitive Sciences*, 9(1), 6–10. doi: 10.1016/j.tics.2004.11.004
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia disorientation for right and left agraphia and acalculia. *Archives of Neurology & Psychiatry*, 44(2), 398–408. doi: 10.1001/archneurpsyc.1940.02280080158009
- Gimbert, F., Camos, V., Gentaz, E., & Mazens, K. (2019). What predicts mathematics achievement? Developmental change in 5- and 7-year-old children. *Journal Of Experimental Child Psychology*, 178, 104–120. doi: 10.1016/j.jecp.2018.09.013
- Göransson, K., Hellblom-Thibblin, T., & Axdorph, E. (2016). A Conceptual Approach to Teaching Mathematics to Students With Intellectual Disability. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 60(2), 182–200. doi: 10.1080/00313831.2015.1017836
- Gracia-Bafalluy, M., & Noël, M.-P. (2008). Does finger training increase young children's numerical performance? *Cortex: A Journal Devoted to the Study of the Nervous System and Behavior*, 44(4), 368–375. doi: 10.1016/j.cortex.2007.08.020
- Granger, C. V., Deutsch, A., & Linn, R. T. (1998). Rasch analysis of the functional independence measure (FIM™) mastery test. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 79(1), 52–57. doi: 10.1016/S0003-9993(98)90208-8
- Gras, R. (1979). *Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques*. Université de Rennes I France.
- Gras, R. (2014). Genese et developpement de l'analyse statistique implicative: Retrospective Historique. *Educ Matem Pesq São Paulo*, 16(3), 645–661.
- Gras, R., & Larher, A. (1992). L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données. *Mathématiques et Sciences humaines*, 120, 5–31.
- Gras, R., & Ratsimba-Rajohn, H. (1996). Analyse non symétrique de données par l'implication statistique. *RAIRO - Operations Research*, 30(3), 217–232. doi: 10.1051/ro/1996300302171
- Gras, R., Regnier, J.-C., & Kuntz, P. (2004). Significativité des niveaux d'une hiérarchie orientée en analyse statistique implicative. *Revue des Nouvelles Technologies de l'Information*, 100(1), 39–50.

- Gras, R., Suzuki, E., Guillet, F., & Spagnolo, F. (Eds.). (2008). *Statistical Implicative Analysis: Theory and Applications*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag. doi: 10.1007/978-3-540-78983-3
- Grégoire, J. (2008). Chapitre 2. Développement logique et compétences arithmétiques. Le modèle piagétien est-il toujours actuel? In *Enseignement et apprentissage des mathématiques* (Vol. 2e éd., pp. 57–77). Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur. doi: 10.3917/dbu.craha.2008.01.0057
- Guedin, N., Thevenot, C., & Fayol, M. (2018). Des doigts et des nombres. *Psychologie Française*. doi: 10.1016/j.psfr.2017.07.001
- Guilbert, J., Jouen, F., Lehalle, H., & Molina, M. (2013). Imagerie motrice interne et simulation de l'action chez l'enfant. *L'Année psychologique*, 113(03), 459–488. doi: 10.4074/S0003503313003060
- Halberda, J., Mazocco, M. M. M., & Fazio, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665–668. doi: 10.1038/nature07246
- Hale, S., Bronik, M. D., & Fry, A. F. (1997). Verbal and spatial working memory in school-age children: Developmental differences in susceptibility to interference. *Developmental Psychology*, 33(2), 364–371. doi: 10.1037//0012-1649.33.2.364
- Hartman, E., Houwen, S., Scherder, E., & Visscher, C. (2010). On the relationship between motor performance and executive functioning in children with intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research*, 54(5), 468–477. doi: 10.1111/j.1365-2788.2010.01284.x
- Henry, L., & MacLean, M. (2003). Relationships between working memory, expressive vocabulary and arithmetical reasoning in children with and without intellectual disabilities. *Educational and Child Psychology*, 20(3), 51–63.
- Henry, L., & Winfield, J. (2010). Working memory and educational achievement in children with intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research*, 54(4), 354–365. doi: 10.1111/j.1365-2788.2010.01264.x
- Henry, L. A., & MacLean, M. (2002). Working memory performance in children with and without intellectual disabilities. *American Journal on Mental Retardation*, 107(6), 421–432. doi: 10.1352/0895-8017(2002)107<0421:WMPICW>2.0.CO;2
- Holsti, L., Grunau, R. V., & Whitfield, M. F. (2002). Developmental coordination disorder in extremely low birth weight children at nine years. *Journal of Developmental & Behavioral Pediatrics*, 23(1), 9–15. doi: 10.1097/00004703-200202000-00002
- Honoré, N., & Noël, M.-P. (2016). Improving Preschoolers' Arithmetic through Number Magnitude Training: The Impact of Non-Symbolic and Symbolic Training. *PLoS ONE*, 11(11), 1–22. doi: 10.1371/journal.pone.0166685

- Hubber, P. J., Gilmore, C., & Cragg, L. (2014). The roles of the central executive and visuospatial storage in mental arithmetic: A comparison across strategies. *Quarterly Journal of Experimental Psychology (2006)*, *67*(5), 936–954. doi: 10.1080/17470218.2013.838590
- Hudson, M. E., Rivera, C. J., & Grady, M. M. (2018). Research on Mathematics Instruction with Students with Significant Cognitive Disabilities: Has Anything Changed? *Research & Practice for Persons with Severe Disabilities*, *43*(1), 38–53. doi: 10.1177/1540796918756601
- Iacoboni, M. (2005, décembre). Neural mechanisms of imitation. *Current Opinion in Neurobiology*, *15*(6), 632–637. doi: 10.1016/j.conb.2005.10.010
- Ifrah, G. (1985). *From one to zero: A universal history of numbers*. New York : Viking.
- Inserm. (2016). *Inserm. Déficiences intellectuelles* (Rapport technique). Montrouge : EDP Sciences.
- Isaacs, E. B., & Vargha-Khadem, F. (1989). Differential course of development of spatial and verbal memory span: A normative study. *British Journal of Developmental Psychology*, *7*(4), 377–380.
- Izard, V. (2012, décembre). *L'intuition mathématique : Du bébé à l'adulte*.
- Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition*, *106*(3), 1221–1247. doi: 10.1016/j.cognition.2007.06.004
- Jansen, B. R., De Lange, E., & Van der Molen, M. J. (2013). Math practice and its influence on math skills and executive functions in adolescents with mild to borderline intellectual disability. *Research in Developmental Disabilities*, *34*(5), 1815–1824. doi: 10.1016/j.ridd.2013.02.022
- Jimenez, B., & Saunders, A. (2019). Increasing Efficiency in Mathematics: Teaching Subitizing to Students with Moderate Intellectual Disability. *Journal of Developmental & Physical Disabilities*, *31*(1), 23–37. doi: 10.1007/s10882-018-9624-y
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2008). Development of number combination skill in the early school years: When do fingers help? *Developmental Science*, *11*(5), 662–668. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00715.x
- Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental disabilities research reviews*, *15*(1), 60–68. doi: 10.1002/ddrr.46
- Karmiloff-Smith, A. (1995). *Beyond Modularity – A Developmental Perspective on Cognitive Science* (New Ed éd.). MIT Press.
- Kaufmann, L., Pixner, S., & Goebel, S. (2011). Finger Usage and Arithmetic in Adults with Math Difficulties: Evidence From a Case Report. *Frontiers in Psychology*, *2*. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00254

- Kosslyn, S. M., DiGirolamo, G. J., Thompson, W. L., & Alpert, N. M. (1998). Mental rotation of objects versus hands: Neural mechanisms revealed by positron emission tomography. *Psychophysiology*, *35*(2), 151–161.
- Kyttälä, M., & Lehto, J. E. (2008). Some factors underlying mathematical performance: The role of visuospatial working memory and non-verbal intelligence. *European Journal of Psychology of Education - EJPE (Instituto Superior de Psicologia Aplicada)*, *23*(1), 77–94. doi: 10.1007/BF03173141
- Leibovich, T., & Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. *Canadian Journal of Experimental Psychology/Revue canadienne de psychologie expérimentale*, *70*(1), 12–23. doi: 10.1037/cep0000070
- Libertus, M. E., Feigenson, L., Halberda, J., & Landau, B. (2014). Understanding the Mapping between Numerical Approximation and Number Words: Evidence from Williams Syndrome and Typical Development. *Developmental Science*, *17*(6), 905–919. doi: 10.1111/desc.12154
- Long, I., Malone, S. A., Tolan, A., Burgoyne, K., Heron-Delaney, M., Witteveen, K., & Hulme, C. (2016). The cognitive foundations of early arithmetic skills: It is counting and number judgment, but not finger gnosis, that count. *Journal of Experimental Child Psychology*. doi: 10.1016/j.jecp.2016.08.005
- Luo, Z., Jose, P. E., Huntsinger, C. S., & Pigott, T. D. (2007). Fine motor skills and mathematics achievement in East Asian American and European American kindergartners and first graders. *British Journal of Developmental Psychology*, *25*(4), 595–614. doi: 10.1348/026151007X185329
- Malherbe, V. L., & Lefèvre-Renard, G. (2020). Les troubles moteurs des enfants porteurs de troubles du neurodéveloppement. *Contraste*, *51*(1), 161–187. doi: 10.3917/cont.051.0161
- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. *Troubles du Calcul et Dyscalculies chez l'Enfant*, 239–254.
- Martzog, P., & Suggate, S. P. (2019). Fine motor skills and mental imagery: Is it all in the mind? *Journal of experimental child psychology*, *186*, 59–72. doi: 10.1016/j.jecp.2019.05.002
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011a). Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development*, *82*(4), 1224–1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011b). Preschoolers' precision of

- the Approximate Number System predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, 6(9). doi: 10.1371/journal.pone.0023749
- McKenzie, B., Bull, R., & Gray, C. (2003). The effects of phonological and visual-spatial interference on children's arithmetical performance. *Educational and Child Psychology*, 20(3), 93–108.
- Meltzoff, A. N., Kuhl, P. K., Movellan, J., & Sejnowski, T. J. (2009). Foundations for a New Science of Learning. *Science (New York, N.Y.)*, 325(5938), 284–288. doi: 10.1126/science.1175626
- Michaux, N., Masson, N., Pesenti, M., & Andres, M. (2013). Selective interference of finger movements on basic addition and subtraction problem solving. *Experimental Psychology*, 60(3), 197–205. doi: 10.1027/1618-3169/a000188
- Milner, B. (1971). Interhemispheric differences in the localization of psychological process in man. *British Medical Bulletin*, 27(3), 272–277. doi: 10.1093/oxfordjournals.bmb.a070866
- Ministère de l'Éducation Nationale. (2017). *Mathématiques: clefs de lecture des résultats TIMSS 2015* (N° no 94 (sept. 2017)). Paris : Ministère de l'Éducation Nationale.
- Miyake, A., & Shah, P. (1999). *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control*. Cambridge University Press.
- Moeller, K., Martignon, L., Wesselowski, S., Engel, J., & Nuerk, H.-C. (2011). Effects of finger counting on numerical development—the opposing views of neurocognition and mathematics education. *Frontiers in psychology*, 2, 328. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00328
- Newman, S. D. (2016). Does finger sense predict addition performance? *Cognitive Processing*. doi: 10.1007/s10339-016-0756-7
- Noël, M.-P. (2005). Finger Gnosia: A Predictor of Numerical Abilities in Children? *Child Neuropsychology*, 11(5), 413–430. doi: 10.1080/09297040590951550
- Noël, M.-P., & Karagiannakis, G. (2020). *Dyscalculie et difficultés d'apprentissage en mathématiques: Guide pratique de prise en charge*. De Boeck Supérieur.
- Noël, Y. (2017). Analyse statistique causale et modèle de Rasch. 6ème atelier MODE-VAIIA (Modélisation de la Variabilité Inter et Intra Individuelle). Arboussols.
- Noël, Y. (2021a). *RIA, Rasch Implicative Analysis, code source en R disponible à <https://github.com/FannyOllivier/RIA>*.
- Noël, Y. (2021b). Statistical Implicative Analysis and the Rasch Model. In *86th International Meeting of the Psychometric Society*. Virtual. <https://youtu.be/Q7OvFctwhC0>.
- Nunes, G., Braga, L. W., Rossi, L., Lawisch, V. L., Nunes, L. G. N., & Dellatolas, G. (2008). Hand skill assessment with a reduced version of the Peg Moving

- Task (PMT-5) in children: Normative data and application in children with cerebral palsy. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 23(1), 87–101. doi: 10.1016/j.acn.2007.08.007
- Núñez, R. E. (2017). Is there really an evolved capacity for number? *Trends in cognitive sciences*, 21(6), 409–424. doi: 10.1016/j.tics.2017.03.005
- OCDE. (2014). *Résultats du PISA 2012 : Savoirs et savoir-faire des élèves (Volume I)*. doi: 10.1787/9789264208827-fr
- OCDE. (2016). *Résultats du PISA 2015 (Volume I)*. doi: 10.1787/9789264267534-fr
- OCDE. (2019). *Résultats du PISA 2018 (Volume I)*. doi: 10.1787/ec30bc50-fr
- OECD. (2017). *PISA 2015 TECHNICAL REPORT* (Rapport technique).
- Ollivier, F., Noël, Y., Legrand, A., & Bonneton-Botté, N. (2020). A teacher-implemented intervention program to promote finger use in numerical tasks. *European Journal of Psychology of Education*(35), 589–606. doi: 10.1007/s10212-019-00441-9
- Pasquier, D., & Gras, R. (2012). De l'intérêt de l'analyse statistique implicative (ASI) pour la recherche exploratoire en psychologie. *Psychologie Française*, 57(3), 161–173. doi: 10.1016/j.psfr.2012.06.003
- Passolunghi, M. C., & Cornoldi, C. (2008). Working memory failures in children with arithmetical difficulties. *Child Neuropsychology*, 14(5), 387–400. doi: 10.1080/09297040701566662
- Passolunghi, M. C., & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 42–63. doi: 10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x
- Paulus, M. (2014). How and why do infants imitate? An ideomotor approach to social and imitative learning in infancy (and beyond). *Psychonomic Bulletin & Review*, 21(5), 1139–1156. doi: 10.3758/s13423-014-0598-1
- Penner-Wilger, M., & Anderson, M. L. (2013). The relation between finger gnosis and mathematical ability: Why redeployment of neural circuits best explains the finding. *Frontiers in Psychology*, 4. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00877
- Penner-Wilger, M., Fast, L., LaFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Skwarchuck, S.-L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2007). The foundations of numeracy: Subitizing, finger gnosis, and fine motor ability. In *Proceedings of the Cognitive Science Society* (Vol. 29).
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel Paris : Delachaux et Niestlé.
- Piazza, M., & Izard, V. (2009). How humans count: Numerosity and the parietal cortex. *The neuroscientist*, 15(3), 261–273. doi: 10.1177/1073858409333073

- Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2013). Education Enhances the Acuity of the Nonverbal Approximate Number System. *Psychological Science (0956-7976)*, *24*(6), 1037–1043. doi: 10.1177/0956797612464057
- Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A Magnitude Code Common to Numerosities and Number Symbols in Human Intraparietal Cortex. *Neuron*, *53*(2), 293–305. doi: 10.1016/j.neuron.2006.11.022
- Pika, S., Nicoladis, E., & Marentette, P. (2009). How to order a beer: Cultural differences in the use of conventional gestures for numbers. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, *40*(1), 70–80. doi: 10.1177/0022022108326197
- Puyjarinet, F. (2019). Intérêts de la pratique de l'imagerie motrice dans la rééducation de l'écriture des enfants dysgraphiques. *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant (ANAE)*, *31*(159), 1–11.
- Puyjarinet, F., Soppelsa, R., & Connan, J.-F. (2020). Le test d'imagerie motrice implicite (Timi-1) : standardisation et étalonnage chez des enfants de 7 à 11 ans. *A.N.A.E. Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*(167), 480–494.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, *20*(2), 110–122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005
- Rasch, G. (1960). Studies in mathematical psychology: I. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests.
- RCoreTeam. (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria.
- Reeve, R., & Humberstone, J. (2011). Five-to 7-year-olds' finger gnosis and calculation abilities. *Frontiers in Psychology*, *2*, 359. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00359
- Rintala, P., & Loovis, E. M. (2013). Measuring Motor Skills in Finnish Children with Intellectual Disabilities. *Perceptual & Motor Skills*, *116*(1), 294–303. doi: 10.2466/25.10.PMS.116.1.294-303
- Roebbers, C. M., Röthlisberger, M., Neuenschwander, R., Cimeli, P., Michel, E., & Jäger, K. (2014). The relation between cognitive and motor performance and their relevance for children's transition to school: A latent variable approach. *Human movement science*, *33*, 284–297. doi: 10.1016/j.humov.2013.08.011
- Rose, J., Saunders, K., Hensel, E., & Kroese, B. S. (2005). Factors affecting the likelihood that people with intellectual disabilities will gain employment. *Journal of Intellectual Disabilities*, *9*(1), 9–23. doi: 10.1177/1744629505049725
- Rourke, B. P., & Strang, J. D. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: Motor, psychomotor, and tactile-perceptual



- abilities. *Journal of pediatric psychology*, 3(2), 62–66. doi: 10.1093/jpepsy/3.2.62
- Rousselle, L., & Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude. *Cognition*, 102(3), 361–395. doi: 10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Rusconi, E., & Cubelli, R. (2019). The Making of a Syndrome: The English Translation of Gerstmann’s First Report. *Cortex*(117), 277–283. doi: 10.1016/j.cortex.2019.03.021
- Rusconi, E., Pinel, P., Eger, E., LeBihan, D., Thirion, B., Dehaene, S., & Kleinschmidt, A. (2009). A disconnection account of Gerstmann syndrome: Functional neuroanatomy evidence. *Annals of Neurology: Official Journal of the American Neurological Association and the Child Neurology Society*, 66(5), 654–662. doi: 10.1002/ana.21776
- Salowitz, N. M. G., Eccarius, P., Karst, J., Carson, A., Schohl, K., Stevens, S., . . . Scheidt, R. A. (2013). Brief report: Visuo-spatial guidance of movement during gesture imitation and mirror drawing in children with autism spectrum disorders. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 43(4), 985–995. doi: 10.1007/s10803-012-1631-8
- Sasanguie, D., Smedt, B., & Reynvoet, B. (2017). Evidence for distinct magnitude systems for symbolic and non-symbolic number. *Psychological Research*, 81(1), 231–242. doi: 10.1007/s00426-015-0734-1
- Saunders, A. F., Bethune, K. S., Spooner, F., & Browder, D. (2013). Solving the Common Core Equation. *Teaching Exceptional Children*, 45(3), 24–33. doi: 10.1177/004005991304500303
- Schild, U., Bauch, A., & Nuerk, H.-C. (2020). A Finger-Based Numerical Training Failed to Improve Arithmetic Skills in Kindergarten Children Beyond Effects of an Active Non-numerical Control Training. *Frontiers in Psychology*, 11:529. doi: 10.3389/fpsyg.2020.00529
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, 20(3). doi: 10.1111/desc.12372
- Schuchardt, K., Gebhardt, M., & Mäehler, C. (2010). Working memory functions in children with different degrees of intellectual disability. *Journal of Intellectual Disability Research*, 54(4), 346–353. doi: 10.1111/j.1365-2788.2010.01265.x
- Sermier Dessemontet, R., Moser Opitz, E., & Schnepel, S. (2020). The Profiles and Patterns of Progress in Numerical Skills of Elementary School Students with Mild and Moderate Intellectual Disability. *International Journal of Disability, Development*

- and *Education*, 67(4), 409–423. doi: 10.1080/1034912X.2019.1608915
- Seron, X. (2020). NUMÉROSITÉ. *Encyclopædia Universalis*.
- Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171(3972), 701–703.
- Siegler, R., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? *Origins of Cognitive Skills*.
- Siegler, R. S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ, US : Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Soppelsa, R. (2018). Développement précoce de la perception du corps. In *Manuel d'enseignement de psychomotricité* (pp. 63–70). Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur. doi: 10.3917/dbu.albar.2017.01.0063
- Soylu, F., Lester, F. K., & Newman, S. D. (2018). You can count on your fingers: The role of fingers in early mathematical development. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 107–135. doi: 10.5964/jnc.v4i1.85
- Soylu, F., Raymond, D., Gutierrez, A., & Newman, S. D. (2017). The Differential Relationship Between Finger Gnosis, and Addition and Subtraction: An fMRI Study. *Journal of Numerical Cognition*, 3(3), 694–715. doi: 10.5964/jnc.v3i3.102
- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, 10(1), 89–96. doi: 10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants. *Science*, 222(4620), 179–181. doi: 10.1126/science.6623069
- Starkey, P., Spelke, E. S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36(2), 97–127. doi: 10.1016/0010-0277(90)90001-z
- Suggate, S., & Stoeger, H. (2017). Fine motor skills enhance lexical processing of embodied vocabulary: A test of the nimble-hands, nimble-minds hypothesis. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 70(10), 2169–2187. doi: 10.1080/17470218.2016.1227344
- Suggate, S., Stoeger, H., & Fischer, U. (2017). Finger-Based Numerical Skills Link Fine Motor Skills to Numerical Development in Preschoolers. *Perceptual & Motor Skills*, 124(6), 1085–1106. doi: 10.1177/0031512517727405
- Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96(3), 471–491. doi: 10.1037/0022-0663.96.3.471
- Thevenot, C. (2014). La relation entre doigts et nombres : Que peuvent nous apprendre les enfants présentant une hémiplégié? *ANAE. Approche neuropsychologique des*

- apprentissages chez l'enfant*, 26(128), 47–52.
- Thevenot, C., Barrouillet, P., Castel, C., & Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition: A counting model account. *Cognition*, 146, 48–57. doi: 10.1016/j.cognition.2015.09.003
- Thomas, M. S. C., Annaz, D., Ansari, D., Scerif, G., Jarrold, C., & Karmiloff-Smith, A. (2009). Using Developmental Trajectories to Understand Developmental Disorders. *Journal of Speech, Language, and Hearing Research*, 52(2), 336–358. doi: 10.1044/1092-4388(2009/07-0144)
- Tomasello, M. (2016). Cultural Learning Redux. *Child Development*, 87(3), 643–653. doi: 10.1111/cdev.12499
- Turo, S., Collin, F., & Brouillet, D. (2021). The importance of the body-specificity in the evaluation of visuospatial working memory. *Aging, Neuropsychology, and Cognition*, 28(4), 559–569. doi: 10.1080/13825585.2020.1799925
- Vaivre-Douret, L. (2010). *Evaluation de la Motricité Gnosopraxique Distale EMG, adaptation du test d'imitation de gestes de Bergès-Lézine* (Editions du Centre de Psychologie Appliquée éd.). Paris.
- Van der Molen, M. J., Henry, L. A., & Van Luit, J. E. H. (2014). Working memory development in children with mild to borderline intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research*, 58(7), 637–650. doi: 10.1111/jir.12061
- Van Nieuwenhoven, C., Noel, M. P., & Grégoire, J. (2001). *Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris, France: ECPA.
- Vannuscorps, G., & Caramazza, A. (2016). Impaired short-term memory for hand postures in individuals born without hands. *cortex*, 83, 136–138. doi: 10.1016/j.cortex.2016.07.019
- Van Rooijen, M., Verhoeven, L., & Steenbergen, B. (2016). Working memory and fine motor skills predict early numeracy performance of children with cerebral palsy. *Child Neuropsychology*, 22(6), 735–747. doi: 10.1080/09297049.2015.1046426
- Varela, F. J., Thompson, E., Rosch, E., & Havelange, V. (2017). *L'inscription corporelle de l'esprit: sciences cognitives et expérience humaine*. Editions du Seuil.
- Velozo, C. A., Magalhaes, L. C., Pan, A.-W., & Leiter, P. (1995). Functional scale discrimination at admission and discharge: Rasch analysis of the level of rehabilitation scale-III. *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, 76(8), 705–712. doi: 10.1016/S0003-9993(95)80523-0
- Versace, R., Brouillet, D., & Vallet, G. (2018). *Cognition incarnée: Une cognition située et projetée*. Mardaga.
- Versace, R., Vallet, G. T., Riou, B., Lesourd, M., Labeye, É., & Brunel, L. (2014). Act-In: An integrated view of memory mechanisms. *Journal of Cognitive Psychology*,

- 26(3), 280–306. doi: 10.1080/20445911.2014.892113
- Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Luwel, K., & Van Dooren, W. (2007). Strategy flexibility in children with low achievement in mathematics. *Educational and Child Psychology, 24*(2), 16–27. doi: 10.12691/education-3-12-6
- Vicari, S., Carlesimo, A., & Caltagirone, C. (1995). Short-term memory in persons with intellectual disabilities and Down's syndrome. *Journal of Intellectual Disability Research, 39*(6), 532–537. doi: 10.1111/j.1365-2788.1995.tb00574.x
- Villesseche, J., Le Bohec, O., Quaireau, C., Nogues, J., Besnard, A.-L., Oriez, S., ... Lavandier, K. (2018). Enhancing reading skills through adaptive e-learning. *Interactive Technology and Smart Education, 16*(1), 2–17. doi: 10.1108/ITSE-07-2018-0047
- Von Aster, M. G., & Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology, 49*(11), 868–873. doi: 10.1111/j.1469-8749.2007.00868.x
- Vuijk, P. J., Hartman, E., Scherder, E., & Visscher, C. (2010). Motor performance of children with mild intellectual disability and borderline intellectual functioning: Motor performance of children with intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research, 54*(11), 955–965. doi: 10.1111/j.1365-2788.2010.01318.x
- Wasner, M., Nuerk, H.-C., Martignon, L., Roesch, S., & Moeller, K. (2016). Finger gnosis predicts a unique but small part of variance in initial arithmetic performance. *Journal of Experimental Child Psychology, 146*, 1–16. doi: 10.1016/j.jecp.2016.01.006
- Wickham, H. (2016). *Ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis* (2nd ed. 2016 éd.). Cham : Springer International Publishing : Imprint: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-24277-4
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review, 9*(4), 625–636. doi: 10.3758/BF03196322
- Wuang, Y.-P., Wang, C.-C., Huang, M.-H., & Su, C.-Y. (2008, décembre). Profiles and cognitive predictors of motor functions among early school-age children with mild intellectual disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research, 52*(12), 1048–1060. doi: 10.1111/j.1365-2788.2008.01096.x
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*(6389), 749–750. doi: 10.1038/358749a0
- Xu, F., & Carey, S. (1996). Infants' metaphysics: The case of numerical identity. *Cognitive psychology, 30*(2), 111–153. doi: 10.1006/cogp.1996.0005
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74*(1), B1–B11. doi: 10.1016/s0010-0277(99)00066-9

# Liste des Figures

1.1	Modèle du triple code . . . . .	18
1.2	Modèle en quatre étapes de la cognition numérique . . . . .	19
1.3	De la quantité au nombre . . . . .	26
2.1	Représentation de la relation d'implication $a \Rightarrow b$ par un diagramme de Venn . . . . .	53
2.2	Représentation de la relation d'implication statistique $a \Rightarrow b$ par un diagramme de Venn . . . . .	54
2.3	Courbes caractéristiques des items (ICC) . . . . .	66
2.4	Schéma de lecture des échelles implicatives . . . . .	68
3.1	Scores totaux à l'EMG en fonction du groupe et de l'âge . . . . .	84
3.2	Distribution des scores totaux à l'EMG par groupe et par tranche d'âge . . . . .	85
3.3	Scores aux énoncés verbaux par groupe et par tranche d'âge . . . . .	86
3.4	Distribution des scores arithmétiques par groupe et par tranche d'âge . . . . .	87
3.5	Echelle implicative unidimensionnelle commune à tous les items : des doigts au calcul . . . . .	91
3.6	Analyse implicative . . . . .	94
3.7	Représentation schématisée des implications cumulatives . . . . .	97
4.1	Représentation de la mémoire inspirée du modèle Act-In (Versace et al., 2014) . . . . .	105
4.2	Scores au Corsi forward en fonction du groupe et de l'âge . . . . .	112
4.3	Scores au Corsi backward en fonction du groupe et de l'âge . . . . .	113

---

4.4	Distribution des scores au test de Corsi en fonction du groupe . . . . .	114
4.5	Implication plane . . . . .	115
4.6	Echelle implicative réalisée à partir d'items de mémoire de travail visuo-spatiale, d'items relatifs à l'imitation, à la représentation et à l'utilisation en calcul des doigts, et d'items de calcul additif . . . . .	119
4.7	Echelle implicative représentée en trois graphiques complémentaires . . .	120
5.1	Visualisation de l'interaction entre utilisation des doigts et VWM sur la performance en calcul . . . . .	139
A.1	Exemples d'items issus de l'EMG . . . . .	188
B.1	Matériel utilisé pour les études . . . . .	190
B.2	Feuille de cotation des items de mémoire de travail visuospatiale . . . . .	191
C.1	Reconnaissance de chiffres écrits . . . . .	193
C.2	Reconnaissance de doigts . . . . .	194
C.3	Reconnaissance audio . . . . .	195

# Liste des tableaux

2.1	Table de vérité : $p \Rightarrow q$ . . . . .	50
2.2	Table de contingence des effectifs . . . . .	55
2.3	Table de contingence des probabilités conjointes . . . . .	55
2.4	Table de contingence des probabilités conjointes de $X_1$ et $X_2$ . . . . .	62
3.1	Items non ajustés au modèle, par catégorie . . . . .	90
3.2	Place des items sur l'échelle commune . . . . .	92
4.1	Items non ajustés au modèle, par catégorie . . . . .	117
5.1	Statistiques descriptives et corrélations pour les variables étudiées . . . . .	136
5.2	Taux de réussite aux calculs, d'utilisation spontanée des doigts et de succès avec et sans utilisation des doigts . . . . .	136
5.3	Estimateurs du meilleur modèle . . . . .	137

# ANNEXES



# Annexe A

## Notation des items - Codebook

### Items utilisés dans les études 1 et 2

#### Items de calcul

Les items qui commencent par *Pb* correspondent aux opérations présentées sous forme d'énoncé verbal. Lorsque l'item commence par *Ar*, l'opération est présentée sous forme arithmétique.

Les énoncés arithmétiques et les énoncés verbaux sont issus du Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001).

Les items de calcul sont :

- Ar3+5
- Ar5-3
- Ar.-2=3
- Ar7-.=3
- Pb3+5
- Pb5-3
- Pb.-2=3
- Pb7-.=3

#### Items d'utilisation spontanée des doigts en situation de calcul

Ces items sont écrits sous la forme : 3+5.*d* L'extension *.d* indique qu'il s'agit non pas du calcul mais de l'utilisation spontanée des doigts pour résoudre le calcul (que la résolution soit juste ou non).

Les items avec l'extension *.d* sont cotés 0 si les doigts n'ont pas été spontanément utilisés pour résoudre le calcul, 1 si les doigts ont été utilisés.

On retrouve ainsi les items suivants :

- Ar3+5.d
- Ar5-3.d
- Ar.-2=3.d
- Ar7-.=3.d
- Pb3+5.d
- Pb5-3.d
- Pb.-2=3.d
- Pb7-.=3.d

### Items de justification correcte du calcul

Un item par calcul cote la justification correcte du calcul par le participant. Ces items prennent la forme suivante :

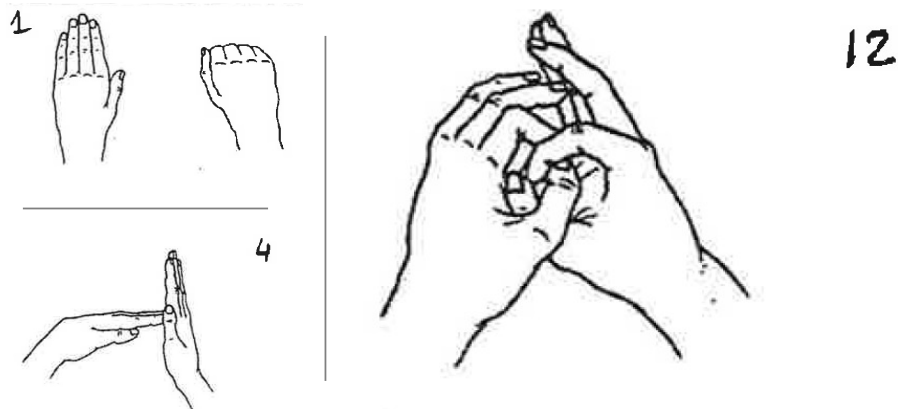
- Ar3+5..justCorr
- Ar5-3.justCorr
- Ar.-2=3.justCorr
- Ar7-.=3.justCorr
- Pb3+5.justCorr
- Pb5-3.justCorr
- Pb.-2=3.justCorr
- Pb7-.=3.justCorr

### Items d'imitation motrice

Ces items sont écrits sous la forme *emg1.RI*. Le chiffre correspond au numéro de l'item dans la passation réduite de l'EMG (Vaivre-Douret, 2010) et la mention *RI* précise que c'est la réussite immédiate qui est cotée 1. La réussite par tâtonnement et l'échec sont cotés 0 dans les études 1 et 2.

Les items sont nommés *emg1.RI*, *emg2.RI*, ... , *emg12.RI*.

Un exemple d'items issus de l'EMG, correspondant à des postures manuelles à reproduire, est présenté dans la Figure A.1.

**Figure A.1***Exemples d'items issus de l'EMG***Items de dessin de la main visant à évaluer la qualité de la représentation mentale**

Trois items appartiennent à cette catégorie :

- cinq.doigts : coté 1 si 5 doigts sont dessinés, 0 sinon
- main.complète : coté 1 si on note la présence des 5 doigts reliés et d'une paume, 0 sinon
- pouce : coté 1 si un pouce est reconnaissable du fait d'une différenciation des autres doigts, 0 sinon

**Items de Corsi, évaluant la mémoire de travail visuospatiale**

Les items de Corsi sont différenciés dans leur nom selon qu'il mesurent l'empan avant (cubes à rappeler dans l'ordre) ou arrière (cubes à rappeler en ordre inverse). Ils sont cotés 1 si réussite, 0 si échec.

Le premier chiffre correspond au numéro de l'item. L'item 1 demande le rappel de 2 cubes, l'item 2 de 3 cubes, et ainsi de suite. Pour chaque item il y a deux essais. Le second chiffre dans le nom de l'item correspond au numéro de l'essai.

Les items sont notés ainsi pour les empan avant :

- cor.si.for.it1.ess1 : item 1 essai 1, 2 cubes à rappeler dans l'ordre
- cor.si.for.it1.ess2 : item 1 essai 2, 2 cubes à rappeler dans l'ordre
- cor.si.for.it2.ess1 : item 2 essai 1, 3 cubes à rappeler dans l'ordre
- cor.si.for.it2.ess2 : item 2 essai 2, 3 cubes à rappeler dans l'ordre
- ...
- cor.si.for.it8.ess2 : item 8 essai 2, 9 cubes à rappeler dans l'ordre

Pour les empan arrière le principe est le même, *back* est utilisé à la place de *for* :

- cor.si.back.it1.ess1 : item 1 essai 1, 2 cubes à rappeler dans l'ordre inverse
- cor.si.back.it1.ess2 : item 1 essai 2, 2 cubes à rappeler dans l'ordre inverse
- cor.si.back.it2.ess1 : item 2 essai 1, 3 cubes à rappeler dans l'ordre inverse
- cor.si.back.it2.ess2 : item 2 essai 2, 3 cubes à rappeler dans l'ordre inverse
- ...
- cor.si.back.it8.ess2 : item 8 essai 2, 9 cubes à rappeler dans l'ordre inverse

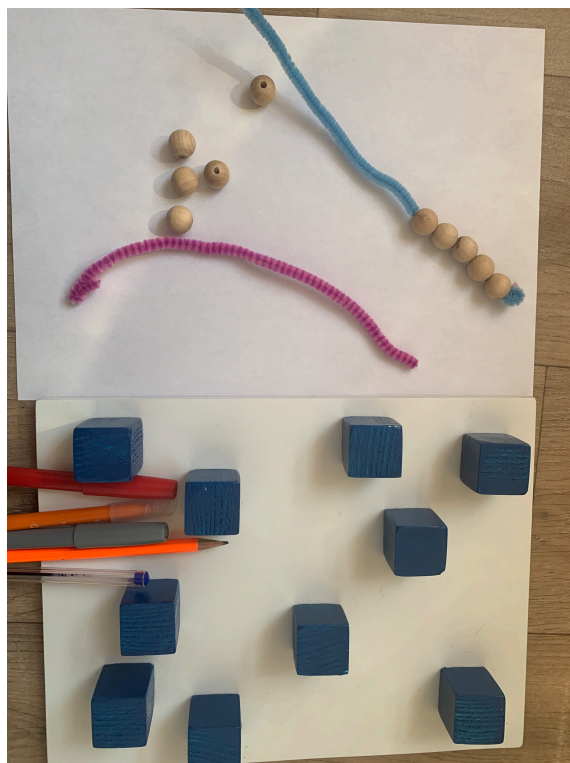
## Annexe B

### Matériel

Nous avons utilisé des tiges flexibles et des perles, construit une reproduction du dispositif des blocs de Corsi (1972) pour les passations. Une photographie de ce matériel ainsi que la feuille de cotation utilisée sont présentées ci-dessous.

**Figure B.1**

*Matériel utilisé pour les études*



**Figure B.2***Feuille de cotation des items de mémoire de travail visuospatiale*

Ordre direct		
Item/Essai	Réponse	Note (0 ou 1)
1. Essai 1	<b>3 - 10</b>	
Essai 2	<b>7 - 4</b>	
2. Essai 1	<b>1 - 9 - 3</b>	
Essai 2	<b>8 - 2 - 7</b>	
3. Essai 1	<b>4 - 9 - 1 - 6</b>	
Essai 2	<b>10 - 6 - 2 - 7</b>	
4. Essai 1	<b>6 - 5 - 1 - 4 - 8</b>	
Essai 2	<b>5 - 7 - 9 - 8 - 2</b>	
5. Essai 1	<b>4 - 1 - 9 - 3 - 8 - 10</b>	
Essai 2	<b>9 - 2 - 6 - 7 - 3 - 5</b>	
6. Essai 1	<b>10 - 1 - 6 - 4 - 8 - 5 - 7</b>	
Essai 2	<b>2 - 6 - 3 - 8 - 2 - 10 - 1</b>	
7. Essai 1	<b>7 - 3 - 10 - 5 - 7 - 8 - 4 - 9</b>	
Essai 2	<b>6 - 9 - 3 - 2 - 1 - 7 - 10 - 5</b>	
8. Essai 1	<b>5 - 8 - 4 - 10 - 7 - 3 - 1 - 9 - 6</b>	
Essai 2	<b>8 - 2 - 6 - 1 - 10 - 3 - 7 - 4 - 9</b>	
Ordre inverse		
Item/Essai	(Bonne réponse)/Réponse	Note (0 ou 1)
1. Essai 1	<b>7 - 4</b> (4 - 7)	
Essai 2	<b>3 - 10</b> (10 - 3)	
2. Essai 1	<b>8 - 2 - 7</b> (7 - 2 - 8)	
Essai 2	<b>1 - 9 - 3</b> (3 - 9 - 1)	
3. Essai 1	<b>10 - 6 - 2 - 7</b> (7 - 2 - 6 - 10)	
Essai 2	<b>4 - 9 - 1 - 6</b> (6 - 1 - 9 - 4)	
4. Essai 1	<b>5 - 7 - 9 - 8 - 2</b> (2 - 8 - 9 - 7 - 5)	
Essai 2	<b>6 - 5 - 1 - 4 - 8</b> (8 - 4 - 1 - 5 - 6)	
5. Essai 1	<b>9 - 2 - 6 - 7 - 3 - 5</b> (5 - 3 - 7 - 6 - 2 - 9)	
Essai 2	<b>4 - 1 - 9 - 3 - 8 - 10</b> (10 - 8 - 3 - 9 - 1 - 4)	
6. Essai 1	<b>2 - 6 - 3 - 8 - 2 - 10 - 1</b> (1 - 10 - 2 - 8 - 3 - 6 - 2)	
Essai 2	<b>10 - 1 - 6 - 4 - 8 - 5 - 7</b> (7 - 5 - 8 - 4 - 6 - 1 - 10)	
7. Essai 1	<b>6 - 9 - 3 - 2 - 1 - 7 - 10 - 5</b> (5 - 10 - 7 - 1 - 2 - 3 - 9 - 6)	
Essai 2	<b>7 - 3 - 10 - 5 - 7 - 8 - 4 - 9</b> (9 - 4 - 8 - 7 - 5 - 10 - 3 - 7)	
8. Essai 1	<b>8 - 2 - 6 - 1 - 10 - 3 - 7 - 4 - 9</b> (9 - 4 - 7 - 3 - 10 - 1 - 6 - 2 - 8)	
Essai 2	<b>5 - 8 - 4 - 10 - 7 - 3 - 1 - 9 - 6</b> (6 - 9 - 1 - 3 - 7 - 10 - 4 - 8 - 5)	

## Annexe C

# Projet en collaboration avec l'IRISA

L'application créée à l'occasion de ce travail en collaboration permet de reconnaître une configuration de doigts présentée à la webcam, de reconnaître un dessin de chiffre réalisé avec la souris et de reconnaître des chiffres prononcés à voix haute.

Le travail déjà effectué est visible et partagé à cette adresse : <https://github.com/llesoil/comptage-doigts>

La reconnaissance des images par l'ordinateur, qu'il s'agisse de chiffres écrits à la souris ou de mains montrées à la caméra, font intervenir des réseaux de neurones convolutifs. Il s'agit d'une technique de machine learning qui prend en entrée un jeu d'images et associe à chaque image le chiffre qui correspond à l'image présentée à l'ordinateur. Comme beaucoup de techniques de machine learning, on entraîne d'abord le modèle avec un jeu d'entraînement et on valide les résultats avec un jeu d'images de test.

Le jeu de données utilisé pour la reconnaissance de chiffres écrits est « mnist » (<http://yann.lecun.com/exdb/mnist/>). Le modèle « mnist » a une précision de 0.997. Cela signifie que dans 99.7% des cas, la machine donne la bonne réponse quand elle doit associer un chiffre avec l'image du chiffre. Il faut noter que le jeu de données de « mnist » respecte une présentation d'image centrée avec un bord laissé blanc. Pour que les chiffres dessinés à la souris soient reconnus, ils doivent apparaître centrés et ne pas être dessinés sur le bord du cadre alloué au tracé.

### Figure C.1

#### Reconnaissance de chiffres écrits



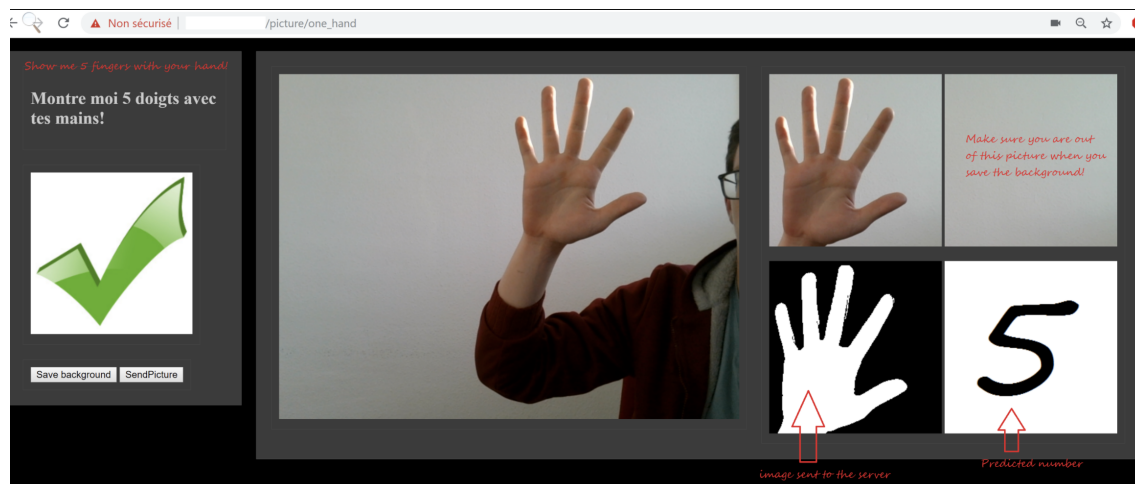


Le jeu de données pour la reconnaissance de configurations de doigts a été construit par Luc Lesoil qui a enregistré sa main en prenant différentes postures (plus ou moins de doigts levés, orientation de la main différente) car il n'existe pas de jeu de données du type de « mnist » mais pour les postures de mains et de doigts dans un contexte numérique. Il existe cependant un jeu de données de postures manuelles et digitales qui pourrait être ajouté à nos données pour étendre la reconnaissance des positions de mains (<https://www.kaggle.com/gti-upm/leapgestrecog>).

Luc a enregistré 30 000 images. Le modèle a une précision de 0.98. Cependant, il a été entraîné sur une main d'adulte et nécessiterait d'être entraîné également sur des mains d'enfants.

### Figure C.2

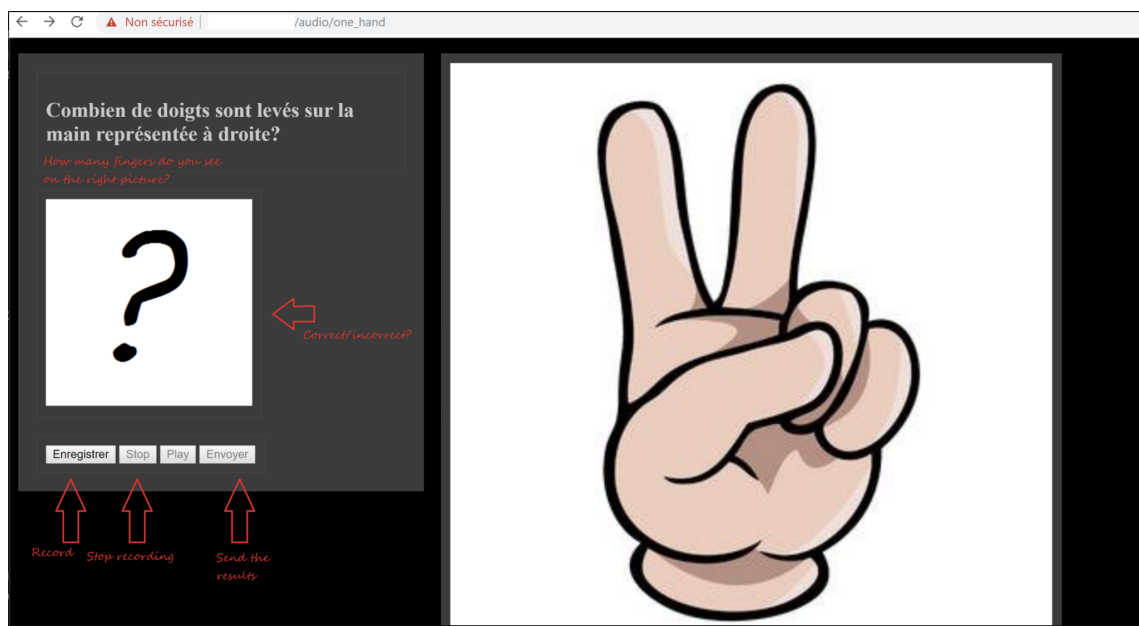
#### *Reconnaissance de doigts*



Pour la reconnaissance audio, après un essai d'enregistrement de voix d'enfants qui énonçaient les mots-nombres qui nous a montré que nous n'aurions pas suffisamment de données pour entraîner le modèle, nous avons utilisé un outil, « sphinx ». Cet outil est déjà pré-entraîné car il nécessite tellement de données que l'on ne peut pas repartir du début de l'entraînement, comme pour la reconnaissance des chiffres ou des configurations de doigts.

### Figure C.3

#### *Reconnaissance audio*



**Titre :** Des doigts au calcul : une analyse implicative des relations entre habiletés manuelles, mémoire de travail et calcul additif simple

**Mots clés :** calcul, motricité manuelle, utilisation des doigts, mémoire de travail, cognition enracinée, déficience intellectuelle, analyse implicative, modèle de Rasch

**Résumé :**

L'acquisition des compétences de base en calcul est cruciale pour prendre part à la vie de la société, ce qui en fait un enjeu national majeur pour tous les élèves de l'école inclusive. Les habiletés liées aux doigts se développent en même temps que les compétences numériques, sans qu'il y ait d'accord sur le caractère fonctionnel de ce lien. Les études évaluant l'utilisation spontanée des doigts en calcul auprès d'enfants au développement typique montrent de façon corrélationnelle l'efficacité de cette stratégie chez les jeunes enfants uniquement. Par ailleurs, au-delà d'une association établie entre mémoire de travail et calcul, une relation entre utilisation des doigts et mémoire de travail est identifiée, mais elle questionne. Cette thèse s'inscrit dans une approche fonctionnelle, enracinée, de la relation entre doigts et calcul.

Trois études ont été conduites auprès d'enfants au développement typique et atypique. La première vise à préciser le sens de la relation entre doigts et calcul et à identifier une chaîne de relations d'implication emboîtées entre la capacité à se représenter ses doigts, à imiter une posture manuelle et à résoudre des calculs additifs simples. Dans la deuxième étude, les capacités de mémoire de travail visuospatiale sont envisagées dans le continuum découvert entre doigts et calcul. La troisième étude caractérise la relation entre utilisation spontanée des doigts, mémoire de travail visuospatiale et calcul chez des collégiens présentant une déficience intellectuelle. En identifiant des précurseurs du calcul, cette recherche produit les bases de la construction d'un outil d'évaluation et de remédiation à destination de l'école inclusive.

**Title:** From fingers to calculation: on the relationships between manual skills, working memory, and simple additive calculation, an implicative analysis

**Keywords:** fine motor skills, calculation, finger counting, finger use, embodied cognition, working memory, implicative analysis, Rasch model

**Abstract:**

Basic numeracy skills are crucial for participation in society. Therefore, understanding how numeracy develops is a major national concern for all students, especially in inclusive schools. Skills related to finger movement and representation develop along with numerical skills, but there is no agreement on the directionality of this relation. Studies assessing spontaneous finger use in calculation with typically developing children highlight the effectiveness of this strategy for young children only. Furthermore, studies have identified a relation between finger use and working memory. However, little is known about how the relation between finger use and working memory impacts calculation. This research is situated with the framework of a functional, embodied approach to the relation between fingers and

calculation. It consists of three studies carried out on children with typical and atypical development. The first study aims to clarify the relation between fingers and calculation without using correlational analysis, and to identify an implicative underlying factor linking finger mental representation, manual posture imitation and simple additive calculation in a Rasch scale. In the second study, visuospatial working memory capacities are included in the implicative Rasch scale linking fingers and calculation. The third study clarifies the relationship between spontaneous finger use, visuospatial working memory, and calculation in college students with intellectual disabilities. By identifying precursors of calculation, this research provides a basis for designing of an evaluation and remediation tool for inclusive schools.