Mesurer et ordonner les astres d'al-Farghānī à al-Bīrūnī : la tradition arabe du Livre des Hypothèses de Ptolémée (IXe-XIe s.). Avec une édition et une traduction française du chapitre X.6 d'al-Qānūn al-Mas'ūdī d'al-Bīrūnī

Guillaume Loizelet

▶ **To cite this version:**

Guillaume Loizelet. Mesurer et ordonner les astres d'al-Farghānī à al-Bīrūnī : la tradition arabe du Livre des Hypothèses de Ptolémée (IXe-XIe s.). Avec une édition et une traduction française du chapitre X.6 d'al-Qānūn al-Mas'ūdī d'al-Bīrūnī. Histoire, Philosophie et Sociologie des sciences. Université Paris Cité, 2021. Français. NNT : 2021UNIP7062 . tel-03620292

HAL Id: tel-03620292
https://theses.hal.science/tel-03620292

Submitted on 25 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris

Université de Paris

École doctorale 623 : Savoirs, Sciences, Éducation

SPHERE : Sciences – Philosophie – Histoire (UMR 7219)

Mesurer et ordonner les astres d'al-Farghānī à al-Bīrūnī : la tradition arabe du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (IXe-XIe s.)

Avec une édition et une traduction française

du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī

Par Guillaume Loizelet

Thèse de doctorat d'histoire et philosophie des sciences

Dirigée par Pascal Crozet

Présentée et soutenue publiquement le 08 Décembre 2021

Devant un jury composé de :

F. Jamil Ragep	Professeur	McGill University	Rapporteur
Jan P. Hogendijk	Professeur	Universiteit Utrecht	Rapporteur
Michela Malpangotto	Directrice de recherche	CNRS	Examinatrice
Sabine Rommevaux-Tani	Directrice de recherche	CNRS	Examinatrice
Émilie Villey	Chargée de recherche	CNRS	Examinatrice
Erwan Penchèvre	Ingénieur d'études	CNRS	Examinateur
Pascal Crozet	Directeur de recherche	CNRS	Directeur
Sébastien Maronne	Maître de conférences	Université de Toulouse	Co-encadrant
Hossein Masoumi-Hamedani	Professeur	Université de Téhéran	Invité

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à mon directeur de thèse, Pascal Crozet, qui, après avoir dirigé mon mémoire de Master, m'a aidé à élaborer mon projet et a accepté de diriger cette thèse. Je remercie Sébastien Maronne qui a co-dirigé mes recherches et qui, en sus d'un soutien indéfectible, m'a guidé durant la délicate phase de mise en perspective de mes résultats d'ordre historique en me faisant profiter de sa maîtrise des méthodes de l'épistémologie historique. Je n'oublierai pas ces moments d'intense réflexion.

Je remercie F. Jamil Ragep et Jan P. Hogendijk d'avoir accepté de rapporter ma thèse, ainsi que les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter de l'examiner : Michela Malpangotto, Sabine Rommevaux-Tani, Émilie Villey, Erwan Penchèvre et Hossein Masoumi-Hamedani.

Je remercie également les membres de mon comité de thèse et en particulier Régis Morelon et Philippe Abgrall qui, par leurs remarques bienveillantes et leur disponibilité, m'ont particulièrement aidé à cerner les contours de mes travaux.

Je n'oublierai pas l'entretien que Roshdi Rashed m'a accordé au printemps 2014 à Bourg-la-Reine. Ces mots accompagnent mes travaux à chaque instant. Merci.

Cette thèse n'aurait pas vu le jour sans le soutien des membres du laboratoire SPHERE et l'ouverture d'esprit de l'équipe enseignante du master LOPHISS. Je tiens à remercier tout particulièrement Christine Proust pour m'avoir très tôt sensibilisé à l'importance d'une analyse impartiale de l'historiographie, Ivahn Smadja pour m'avoir initié à la richesse des strates successives des études sur les textes d'Aristote, Marie-José Durand-Richard et Nadine de Courtenay pour m'avoir mis le pied à l'étrier de la recherche en histoire des sciences, Mehrnaz Katouzian-Safadi pour m'avoir permis de

saisir l'importance des traditions populaires, Karine Chemla, Agathe Keller et Mathieu Husson pour m'avoir régulièrement intégré à leurs projets de recherche et m'avoir ainsi permis d'établir de fructueuses collaborations.

J'ai également eu la chance d'échanger sur mes travaux avec Dirk Grupe, María-José Parra Pérez, Paul Hullmeine, Taro Mimura et Amir Mohammad Gamini que je remercie ici vivement pour les riches discussions que nous avons eues.

Je remercie également Malik Gheziel, Saba Fares, Eleonara Sammarchi et Zeinab Karimian pour m'avoir soutenu et encouragé dans l'étude de textes arabes. J'espère que nos projets de collaborations aboutiront.

J'ai eu la chance d'effectuer les dernières années de ma thèse en tant qu'enseignant au sein du département de mathématiques de l'Université Toulouse III et de profiter des infrastructures de recherche de l'Institut de Mathématiques de Toulouse. Je remercie les directeurs successifs du département de mathématiques, Aurélien Garivier, Xavier Buff et Pascal J. Thomas, pour la confiance qu'ils m'ont accordée. Je remercie mes collègues Joan Milles et Laurent Bakri pour l'aide qu'ils m'ont apportée et sans laquelle je n'aurais pas pu achever mes travaux. Je remercie Dominique Barrère qui m'a permis de consulter un grand nombre d'ouvrages auxquels je n'aurais pu accéder sans sa persévérance. D'une façon générale, je remercie tous les membres du département de mathématiques et de l'IMT, c'est un réel plaisir de travailler au quotidien avec vous.

Tout au long de mon travail, et même bien en amont, j'ai pu compter sur la chaleur de mes amis et je les en remercie ici. Bien des fois j'ai trouvé en vous la force d'aller au bout. Je ne mentionne aucun prénom de peur d'en oublier un, ce que je ne me pardonnerais pas. Je devrais plutôt m'excuser de ne pas avoir réussi à créer suffisamment de temps pour préserver les liens forts qui nous unissent. J'espère que l'avenir nous permettra d'en rire ensemble.

Bien entendu les mots les plus difficiles à trouver vont aux membres de ma famille. Merci maman, j'aurais tant aimé que tu sois là, merci papa pour toujours faire comme si tout était simple, merci Julien pour être un dundo, merci Marie, c'est une chance incroyable et une joie renouvelée chaque jour de partager ma vie avec toi.

Table des matières

Table des matières ..... **iii**

Introduction **1**

Diversité des sources : contenus, traces et circulations

Chapitre 1 : La diversité des sources des textes arabes d'astronomie rédigés au VIII^{e} siècle **21**

Présentation des enjeux de la première partie. Vers une mise en cohérence de l'historiographie par l'étude conjointe du contenu théorique des textes et de leur circulation ..... *(22)*

Le discours d'al-Bīrūnī sur la diversité des théories concernant l'arrangement des astres au cours de l'histoire : un témoignage précieux du XI^{e} *siècle sur la persistance d'un accès à de nombreuses théories anciennes dont il faudra par conséquent tenir compte*.... *(24)*

Schéma des principaux canaux de transmission de connaissances astronomiques vers les auteurs des traités arabes d'astronomie du VIII^{e} *siècle : une illustration basée sur les résultats obtenus par les historiens de l'astronomie à partir de la comparaison de paramètres numériques et de l'analyse de témoignages ultérieurs* *(30)*

Chapitre 2 : Mesurer et ordonner les astres dans les traités sanskrits d'astronomie **37**

Le Pañcasiddhāntikā *de Varāhamihira (*VI^{e} *siècle) et l'énoncé du principe de l'égalité des vitesses entre tous les astres* ..... *(42)*

*L'*Āryabhaṭīya *d'Āryabhaṭa (ca. 500). Précisions sur l'arrangement des astres. Description des deux modèles géométriques sous-jacents à la détermination de leurs positions et au calcul des distances qu'ils parcourent* ..... *(45)*

Le Khaṇḍakhādyaka *de Brahmagupta (ca. 665). Mise en garde contre la tentation d'y voir des calculs de distances à la Terre. De l'importance de quantifier avec précision les variations des diamètres apparents des planètes pour déterminer la durée des conjonctions dans les traités sanskrits d'astronomie* ..... *(51)*

Caractéristiques des traités sanskrits d'astronomie dans le traitement de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes ..... *(60)*

Chapitre 3 : Mesurer et ordonner les astres dans l'*Almageste* de Ptolémée 63

*Plan commenté de la seconde partie du livre V de l'*Almageste *dédié à la quantification des variations apparentes des dimensions des deux luminaires* ..... *(66)*

La méthode employée par Ptolémée pour déterminer les distances de la Lune à la Terre. Une restitution des étapes du raisonnement de Ptolémée dans le langage mathématique usuel. ..... *(68)*

La méthode employée par Ptolémée pour déterminer la distance du Soleil. Une très grande sensibilité aux paramètres observés.... *(74)*

Les tailles de la Lune et du Soleil : un simple corollaire des calculs précédents ..... *(80)*

L'arrangement des astres (IX.1). Où Ptolémée doit se contenter d'un ordre partiel dans lequel les rangs de Mercure, de Vénus et du Soleil restent à préciser. Description des arguments et contre-arguments avancés par Ptolémée ..... *(82)*

*Caractéristiques de l'*Almageste *dans le traitement de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes* ..... *(84)*

Chapitre 4 : La partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée 87

La redécouverte en 1967 de la partie (I.2) du Livre des Hypothèses*, ses conséquences sur la lecture des ressources historiographiques antérieures et sa faible prise en considération dans les études récentes ..... (88)*

Des modèles géométriques propres à chaque astre errant à la conception d'un dispositif unique : une mise en évidence du caractère nécessaire de la partie (I.2) et de la cohérence globale du Livre des Hypothèses *..... (94)*

Première amélioration de l'arrangement partiel des astres errants annoncée par Ptolémée : la détermination des rangs relatifs de Mercure et de Vénus à partir d'observations ..... (103)

La stratégie de Ptolémée pour attaquer le problème du rang du Soleil. Le principe des sphères emboîtées. Le calcul des distances des planètes de proche en proche à l'aide des rapports des distances extrémales tirés des modèles géométriques décrivant leurs mouvements en longitude. La quasi-coïncidence de la distance maximale de Vénus et de la distance minimale du Soleil ..... (110)

La mise en œuvre des calculs des distances des astres et les résultats obtenus par Ptolémée ..... (123)

La complexité apparente des calculs de Ptolémée pour la détermination des diamètres réels des planètes à partir de leurs distances moyenne à la Terre et de leurs diamètres apparents à cette distance ..... (129)

Ptolémée sur les conséquences observationnelles de ses résultats . (137)

Définitions de sept marqueurs caractéristiques de la partie (I.2) du Livre des Hypothèses *..... (152)*

Liste des sept marqueurs du Livre des Hypothèses *..... (159)*

Chapitre 5 : La circulation du *Livre des Hypothèses* dans l'Antiquité tardive 161

Les canaux de transmission documentés des textes astronomiques de Ptolémée avant le VIII^e^ *siècle. L'École d'Alexandrie, la convocation des astronomes à la cour des rois sassanides, les enseignements des érudits syriaques. La constitution et la circulation de commentaires approfondis et de textes pédagogiques de niveaux variés ..... (162)*

La rareté des références au Livre des Hypothèses *dans les textes de l'Antiquité tardive. L'évocation des dimensions célestes dans les textes pehlevis et syriaques d'astronomie. Traces de la connaissance des partie perdues en grec du* Livre des Hypothèses *dans la littérature grecque du* VI^e^ *siècle ..... (168)*

Proclus lecteur et commentateur du Livre des Hypothèses. *L'analyse de l'*Hypotypose*, du* Commentaire sur le Timée *et du* Commentaire sur la République *. Accès de Proclus à la partie (I.2) et au livre II du* Livre des Hypothèses *de Ptolémée. Sa critique sévère de la stratégie adoptée par Ptolémée pour résoudre le problème du rang du Soleil ..... (177)*

Que simplicius, aussi, avait accès à l'intégralité du Livre des Hypothèses *et que son* Commentaire au traité du Ciel *contient la seule citation grecque connue du livre II ..... (200)*

Les traces du Livre des Hypothèses *dans deux scholies à l'*Almageste*, un canal de transmission fragmentaire du contenu du* Livre des Hypothèses *..... (204)*

Conclusions sur la circulation du Livre des Hypothèses *avant le* VIII^e^ *siècle ..... (209)*

La tradition des textes arabes sur l'arrangement des astres et les dimensions célestes

Chapitre 6 : Présentation du corpus de textes..... 215

Sur la méthode suivie dans la présentation des textes du corpus et sur quelques éléments de synthèse permettant de s'en saisir aisément ..... (216)

Présentation synthétique des textes du corpus et de la grille de lecture adoptée..... (217)

Le texte 1 : les Trente chapitres *rédigés par al-Farghānī aux alentours de 850. Histoire de ce texte très largement diffusé durant la période médiévale et mise à disposition des passages dans lequels l'auteur fournis des indications sur les dimensions célestes et sur les méthodes pour les déterminer ..... (220)*

*Le texte 2 : l'*Almageste simplifié *rédigé par Thābit ibn Qurra aux alentours de 850. Une présentation synthétique de ce qu'il faut savoir sur les dimensions célestes pour s'initier à l'astronomie ptoléméenne..... (231)*

Le texte 3 : un Traité d'astronomie *rédigé aux alentours de 870 et souvent attribué à Qusṭā ibn Lūqā. Sur les éléments du débat sur l'attribution du texte. Un inventaire inédit du contenu du texte. Sur les mentions des dimensions célestes qu'il contient et sur quelques arguments non-ptoléméens que l'on retrouve dans d'autres textes du corpus ..... (237)*

Le texte 4 : le chapitre L du Zīj al-Ṣābi' *rédigé par al-Battānī aux alentours de 900. Le premier texte du corpus dans lequel l'auteur détaille les méthodes qu'il emploie pour déterminer les dimensions célestes ..... (246)*

Le texte 5 : le Traité sur les distances et les corps *rédigé par al-Qabīṣī aux alentours de 955. Sur la difficulté du sujet des dimensions célestes selon l'auteur et sur l'originalité déclarée de ses méthodes..... (254)*

Le texte 6 : le Traité sur les distances et les corps *rédigé par al-Ṣaghānī aux alentours de 985. Qu'il s'agit sans doute d'un extrait d'un ouvrage plus général. L'auteur mentionne des données issues de deux traités perdus, l'un de Thābit ibn Qurra et l'autre d'Abū Ja'far al-Khāzin ..... (260)*

Le texte 7 : le Traité sur les quantités des distances et des volumes *rédigé par Kūshyār ibn Labbān aux alentours de 1025. Où l'auteur se propose de retrouver les résultats en circulation sans utiliser le principe des sphères emboîtées mais en s'appuyant sur des observations supposées d'infimes variations de la parallaxe des planètes..... (266)*

Tableau synthétique des caractéristiques des textes du corpus ..... (271)

Chapitre 7 : Les auteurs des textes du IX^e siècle avaient-ils accès au *Livre des Hypothèses*? 275

Une question ouverte et des éléments contradictoires ou comment la plupart des auteurs de notre corpus affirment que Ptolémée n'a pas traité la question des dimensions célestes tout en reprenant l'argumentation et parfois les résultats du Livre des Hypothèses *(276)*

*Le passage au crible du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī *fournit un contrôle positif de l'efficacité de notre liste de marqueurs, al-Bīrūnī étant le seul auteur à mentionner explicitement et à citer le* Livre des Hypothèses ..... *(284)*

Le passage au crible du Traité d'astronomie *(notre texte 3) fournit un contrôle négatif de l'efficacité de notre liste de marqueurs, l'auteur du traité ne connaissant visiblement pas le principe des sphères emboîtées et reproduisant de façon parfois absurde des distances et des volumes incohérents ..... (288)*

Interprétation de la présence de certains marqueurs du Livre des Hypothèses *dans les* Trente chapitres *d'al-Farghānī : l'auteur n'a pas eu accès au* Livre des Hypothèses *mais à des travaux de haut niveau qui en ont transmis fidèlement les principes et certains paramètres numériques..... (291)*

Thābit ibn Qurra : un accès direct au Livre des Hypothèses *dès le* IX^e^ *siècle ? Un faisceau d'indices concordant dans l'œuvre de Thābit. Qu'aucun de ces indices pris séparément ne s'avère décisif (300)*

Les sources d'al-Battānī. Qu'al-Battānī a utilisé une source ne transmettant que les variations des diamètres apparents des planètes. Qu'il utilise certains de ses résultats pour répondre à des questions liées aux traités sanskrits d'astronomie ..... (309)

Conclusions : les textes de notre corpus ne s'appuient pas directement sur le traité de Ptolémée et deux scénarios sur la circulation d'une traduction arabe du Livre des Hypothèses *entre le* VIII^e^ *et le* XI^e^ *siècle sont compatibles avec tous les éléments rassemblés .. (317)*

Chapitre 8 : La diversité des traditions au x^e^ siècle 321

Que la tradition textuelle à laquelle les Trente chapitres *se rattachent met en avant l'importance de maîtriser le raisonnement employé par Ptolémée dans la partie (I.2) du* Livre des Hypothèses, *et qu'al-Qabīṣī est le premier à l'avoir mise en œuvre..... (323)*

Que la tradition textuelle à laquelle le chapitre L du Zīj al-Ṣābi' *se rattache met en avant la possibilité de justifier les dimensions célestes par des observations, et que le commentaire de Kūshyār en est un représentant excessif ..... (326)*

*Que la tradition textuelle à laquelle l'*Almageste simplifié *se rattache met en avant la transmission fidèle des dimensions célestes dont Abū Ma'shar explique l'importance pour l'astrologie ..... (335)*

Qu'une autre tradition, indépendante des travaux de Ptolémée, met en avant la cohérence physique comme critère de validation des théories astronomiques. Le Kitāb fī tarkīb al-aflāk *de Ya'qūb ibn Ṭāriq et le* Liber de Orbe *sur les sphères intermédiaires tournant en sens inverse et la circulation conjointe d'arguments préptoléméens ..... (341)*

Quatre traditions en circulation au X^e^ *siècle ..... (361)*

Chapitre 9 : Une étude de cas des contributions de l'astronomie au développement des mathématiques : les méthodes de calcul du diamètre réel des planètes 365

Les habiles manipulations de rapports de Ptolémée ..... (366)
La méthode d'al-Battānī où comment la pratique d'un observateur conduit à considérer les angles comme des quantités représentées par des nombres..... (369)
Que Kūshyār propose de s'appuyer sur un diagramme abstrait pour mettre en œuvre une procédure algorithmique libérée de la contrainte de l'homogénéité des grandeurs, et que sa démarche pour élaborer ce diagramme repose sur des transformations géométriques ..... (378)
*La méthode trigonométrique d'al-Qabīṣī où comment intégrer le calcul du diamètre des planètes à l'édifice de l'astronomie mathématique dont l'*Almageste *est le pilier ..... (389)*
Que la reformulation de la méthode de Ptolémée par al-Bīrūnī est une proposition d'ordre théorique conduisant à légitimer des opérations arithmétiques sur des grandeurs..... (395)
Exploration mathématique d'une proposition d'al-Bīrūnī consistant à prendre en compte la corporéité des astres dans le calcul de leurs distances : sur les difficultés mathématiques inhérentes à sa mise en œuvre et sur son efficacité pour compenser une faiblesse de l'argumentation de Ptolémée ..... (402)
Le calcul du diamètre réel des planètes : un aperçu de pratiques mathématiques hétérodoxes en astronomie..... (415)

Conclusion 419

Annexe : Le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī

Introduction ..... (433)
Édition ..... (445)

Traduction française ..... *(459)*

Bibliographie **483**

Introduction

La première phase de l'astronomie arabe

Dans son *Panorama général de l'histoire de l'astronomie arabe*[1] publié en 1997, Morelon propose une mise en perspective des connaissances acquises par les historiens des sciences sur les textes d'astronomie théorique rédigés en arabe[2] à partir du VIII^e^ siècle. Morelon distingue deux phases dont le XI^e^ siècle constitue la charnière. Notre étude portera sur la première de ces deux phases.

Bien que les auteurs du IX^e^ et du X^e^ siècles nous apprennent que la seconde partie du VIII^e^ siècle et le début du IX^e^ ont été riches en traductions, en observations méthodiques ainsi qu'en productions originales, aucun texte rédigé avant le milieu du IX^e^ siècle ne nous est parvenu. Or c'est avant le milieu du IX^e^ que des connaissances issues de traités pehlevis, dont on ne connaît que l'existence, de traités sanskrits, dont on dispose de nombreuses éditions et traductions, et de textes grecs, dont l'*Almageste* rédigé par Ptolémée au II^e^ siècle, ont été traduites en arabe et ainsi mises en regard les unes avec les autres[3]. Ainsi, à l'époque où les premiers textes arabes d'astronomie dont nous disposons ont été rédigés au milieu du IX^e^, l'*Almageste* avait déjà supplanté les traités sanskrits en tant qu'ouvrage de référence de l'astronomie théorique. Pendant les deux siècles suivants, l'essentiel des travaux d'astronomie théorique, qui sont nombreux[4], s'inscrivent dans « les schémas géométriques hérités de Ptolémée »[5]. Cette période s'achève au milieu du

1. Cf. Morelon 1997b. Ce texte est le premier chapitre du premier des trois volumes de l'*Histoire des Sciences Arabes* édités par Rashed, cf. R. Rashed 1997.

2. L'emploi d'expressions comme les textes *arabes*, les textes *latins*, les textes *grecs* ou encore les textes *sanskrits* ne renvoie qu'à la langue dans laquelle ces textes ont été rédigés, sans référence aucune à des données de nature géographique, ethnique, religieuse ou autre qui seront explicitement mentionnées lorsque cela paraîtra présenter un intérêt.

3. Ces trois langues, le pehlevi, le sanskrit et le grec, n'ont probablement pas été les seuls vecteurs de connaissances astronomiques. Il faut peut-être ajouter à cette liste le syriaque et l'hébreu, ainsi que certaines langues d'Asie centrale.

4. Pour un ouvrage qui recense les textes dont l'existence est connue ainsi que ceux qui nous sont parvenus, cf. Rosenfeld et Ihsanoğlu 2003. De nombreux autres textes d'astronomie rédigés durant la première phase de l'astronomie arabe ont été édités et traduits après la parution de cette ouvrage de référence en 2003.

5. Cf. Morelon 1997b, p. 32.

XI^e siècle par les travaux de deux auteurs majeurs. Le premier de ces deux auteurs, al-Ḥasan (*Alhazen*) Ibn al-Haytham, dans un ouvrage intitulé les *Doutes sur Ptolémée*, dresse un bilan critique des contradictions physiques induites d'une part par les modèles géométriques élaborés par Ptolémée dans l'*Almageste* – afin de rendre compte des mouvements en longitude et en latitude des astres errants[6] – et, d'autre part, par les dispositions matérielles des sphères célestes envisagées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Il y indique par exemple que «les configurations que Ptolémée a supposées pour les cinq planètes sont des configurations fausses; il les a décidées tout en sachant qu'elles sont fausses, car il n'a pu en [proposer] d'autres»[7]. Le second auteur, Abū Rayḥān al-Bīrūnī, fait une synthèse critique et historique des travaux effectués dans le cadre ptoléméen dans un ouvrage intitulé *al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Dans ce traité, al-Bīrūnī expose les méthodes de ces prédécesseurs, y compris celles employées par Ptolémée dans l'*Almageste* et dans le *Livre des Hypothèses*, en mentionnant explicitement les données d'observation sur lesquelles ceux-ci se sont fondés et en analysant les outils mathématiques qu'ils ont utilisés pour obtenir leurs résultats.

Éclairage épistémologique

En ce qui concerne le développement de l'astronomie durant cette première phase de l'astronomie arabe, Morelon met en évidence l'existence de deux types d'astronomie qu'il qualifie de «physique» pour l'une et de «mathématique» pour l'autre, une tension déjà mise en exergue par Duhem[8]. Voici en quels termes Morelon décrit ces deux types d'astronomie[9] :

6. En l'absence de précision supplémentaire, le terme «astre» regroupera les étoiles fixes et les sept astres errants, ces derniers étant les deux luminaires, c'est-à-dire le Soleil et la Lune, et les cinq planètes, soient dans l'ordre alphabétique : Mars ; Mercure ; Jupiter ; Saturne ; Vénus.

7. Cf. Ibn al-Haytham 1971, p. 42. Nous reproduisons ici la traduction de ce passage établie par Rashed, cf. R. Rashed 2006, p. 10.

8. Cf. Duhem 1914, t. 2, p. 59-171.

9. Cf. Morelon 1997b, p. 19.

> L'astronomie «physique» a pour objet la recherche d'une représentation matérielle globale de l'univers, à partir d'une réflexion de type purement qualitatif ; [...]
> L'astronomie «mathématique» a pour objet la recherche d'une représentation géométrique de l'univers, purement théorique, sur la base d'observations chiffrées précises, en faisant éventuellement abstraction de sa compatibilité avec une cohérence de type «physique».

Morelon associe à chacun de ces deux types d'astronomie un texte de Ptolémée : l'*Almageste*, archétype des textes d'astronomie «mathématique»; le *Livre des Hypothèses*, archétype des textes d'astronomie «physique». En effet, selon Morelon, qui connaît parfaitement le *Livre des Hypothèses* pour avoir édité et traduit en français le livre I[10], les astronomes du IX^e^ ont étudié ces deux ouvrages de Ptolémée, dont le contenu est très différent, comme deux aspects de l'astronomie qu'il s'agit de mettre en cohérence.

Il n'existe pour l'heure pas d'étude épistémologique plus approfondie que ce bref panorama de Morelon portant sur le développement de l'astronomie arabe entre les VIII^e^ et XI^e^ siècles. C'est une telle étude que nous entreprenons ici sous l'angle des deux questions suivantes :

1. Que sait-on de la réception du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée et de son influence sur les traités arabes d'astronomie ?

2. Peut-on distinguer plusieurs traditions conceptuelles évoluant durant cette période ?

La première question s'avère en effet fondamentale étant donnée l'importance accordée par Morelon au *Livre des Hypothèses* qu'il considère comme l'archétype d'un des deux pôles autour desquels s'est structurée l'astronomie arabe durant la première période de son développement. Or la question de la réception du *Livre des Hypothèses* est encore mal connue, et ceci d'autant plus qu'un grand nombre d'études mentionnant le *Livre des Hypothèses* comme un traité dans lequel Ptolémée expose ses conceptions «physiques» ont été

10. Cf. PTOLÉMÉE 1993.

rédigées avant la redécouverte en 1967 de la partie (I.2) ou, lorsqu'elles sont plus récentes, n'ont pas pleinement pris en compte les apports de cette redécouverte. De plus, au terme de la période que nous étudions ici, al-Bīrūnī a intégré un commentaire détaillé de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* au chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, dont nous proposons, en annexe à ce travail, une édition corrigée ainsi qu'une traduction en français[11].

De plus, la réponse à cette première question, à l'instar d'informations sur les sources directes des plus anciens textes qui nous sont parvenus, conditionne l'analyse épistémologique des textes arabes rédigés avant le milieu du XI^e^ siècle, et par conséquent la réponse à la seconde question. Pour répondre à cette question, il sera nécessaire de prendre en considération les divers pôles mobilisés par Morelon dans ses définitions de l'astronomie «physique» et de l'astronomie «mathématique» :

- Les principes de la philosophie naturelle, dans laquelle la physique aristotélicienne est prééminente ;
- Une réalité physique cohérente ;
- Des démonstrations mathématiques permettant de rattacher les résultats obtenus à l'*Almageste* ;
- Une représentation à l'aide d'un dispositif matériel, comme par exemple une sphère armillaire ou un astrolabe ;
- Une chaîne d'inférences courtes entre les données d'observations et les résultats obtenus ;

L'analyse d'un texte consistera alors à mettre en lumière lequel, ou lesquels, de ces pôles son auteur, confronté à l'impossibilité de satisfaire la totalité de ces contraintes, a privilégié ou a délaissé.

11. Ce texte d'al-Bīrūnī est d'ailleurs directement lié à la redécouverte de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*.

Le thème des dimensions célestes

Une étude épistémologique de la première phase de l'astronomie arabe sous toutes ses facettes constituerait un vaste programme d'étude et dépasserait donc le cadre de ce travail dont la principale ambition est de fournir des éléments tangibles puisés dans des sources primaires, de façon à amorcer cette analyse épistémologique. Pour contourner ce problème d'échelle sans privilégier *a priori* un type de textes, nous avons opté pour la constitution d'un corpus thématique de textes.

Comme nous l'avons déjà indiqué, la redécouverte en 1967 de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* n'a pas encore conduit à une réévaluation complète des travaux antérieurs. Or il se trouve que c'est dans cette partie que Ptolémée énonce le principe des sphères emboîtées et qu'il calcule les distances à la Terre et les tailles des astres, et que l'on retrouve ces deux éléments dans un nombre important de traités arabes dès le milieu du IX^{e} siècle. De plus, plusieurs études historiques ou philosophiques de référence comportant un volet épistémologique accordent une place importante au traitement des questions relatives aux dimensions célestes[12].

La place accordée à ce thème ne doit rien au hasard : il est en lien de façon évidente avec chacun des pôles d'attraction des travaux d'astronomie théorique que nous avons identifiés. Dès lors le thème de l'arrangement, des distances à la Terre et de la taille des astres apparaît comme un terrain de recherche particulièrement adapté pour mener à bien cette étude.

La principale raison en est évidemment que se poser la question des distances des astres à la Terre, et donc prendre acte de différences parmi ces distances, revient à considérer la tridimensionnalité de phénomènes astronomiques observés là où l'étude de leurs positions apparentes sur la sphère céleste, par exemple en terme de latitude et de longitude ou de hauteur et d'azimut, ne concerne que deux dimensions de l'espace qui contient les objets

12. C'est en particulier le cas de Duhem (Duhem 1914, t. 2, p. 3-58) et de Koyré dont un des ouvrages a pour titre *Du monde clos à l'univers infini*, cf. Koyré 1962. Ce thème a de plus été au centre d'une controverse portant sur la supériorité du système de Copernic et celui de Ptolémée, controverse dont Carman a synthétisé les différentes étapes, cf. Carman 2010.

observés. Il en découle immédiatement que pour aborder la question de leur distance à la Terre, les objets célestes ne peuvent être envisagés que dans leur réalité matérielle, et par là que les études menées feront nécessairement intervenir des considérations d'ordre mathématique et d'autres d'ordre physique dont il sera dès lors possible d'étudier les statuts relatifs et les interactions.

D'autre part la question des distances des différents types d'astres est étroitement liée à celle de leur arrangement selon leur éloignement à la Terre. L'étude des textes disponibles montre, de façon surprenante de prime abord, que l'arrangement des astres errants est prétendument assis sur l'observation d'occultations entre planètes qui semble difficilement envisageables avant la mise au point des lunettes astronomiques. Outre la mise en lumière de cette affirmation passée sous silence dans la littérature disponible, cette situation permet l'exploration de la question du poids relatif des arguments employés dans les démonstrations théoriques, et en particulier du statut des arguments directement connectés à des observations, y compris non documentées.

Un troisième angle rendant le thème des distances et des tailles des astres particulièrement adapté aux enjeux de cette étude est précisément celui de la détermination de la taille, c'est-à-dire du diamètre et du volume, des astres. Cette question est en effet, au même titre que celle de leurs distances à la Terre et peut-être de façon encore plus nette, directement liée à la réalité physique des astres.

Un dernier aspect lié au choix de cette thématique est que ces questions sont explicitement considérées par plusieurs auteurs traitant des dimensions célestes comme étant à la frontière des résultats que l'astronomie permet d'obtenir. Ceci fait donc des traités dédiés à ce thème des supports adéquats à l'investigation quant à la primauté accordée par un auteur à un ou plusieurs des pôles que nous avons décrits, et donc à la détermination éventuelle de traditions astronomiques concurrentes.

Le corpus de textes

Pour mener à bien notre étude, nous avons choisi un corpus de textes arabes rédigés avant le milieu du XI^e^, dont les auteurs abordent la question des dimensions célestes. Plus précisément, nous n'avons pris en considération que les textes qui, *a minima*, produisaient des valeurs numériques correspondant aux distances à la Terre des planètes. En effet, il s'est avéré que de nombreux textes ne traitaient que des distances à la Terre des deux luminaires, ce qui est trop restrictif et ne suffit pas à appréhender la dynamique des relations entre les pôles qui structurent les travaux des astronomes et que, d'autre part, trop peu de textes couvraient de façon exhaustive les dimensions des différentes catégories d'étoiles fixes.

La clé de voûte de notre corpus est le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* rédigé par al-Bīrūnī aux alentours de 1030. En effet dans ce texte al-Bīrūnī expose, analyse et critique plusieurs méthodes et résultats de ces prédécesseurs, que leurs textes aient été rédigés en arabe ou en sanskrit, et montre une compréhension fine de l'enjeu et de la stratégie argumentative mise en œuvre par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Ce lien entre le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* et la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* est d'ailleurs la cause directe de la redécouverte de cette partie en 1967. Cependant l'édition de référence de ce texte[13], publiée en 1956, est imparfaite et, si elle permet un accès global au traité d'al-Bīrūnī, elle n'est pas appropriée à une étude épistémologique qui nécessite de disposer d'une édition précise. C'est la raison pour laquelle nous proposons en annexe une édition corrigée ainsi qu'une traduction en français de ce chapitre.

C'est en partie pour des raisons similaires que nous avons intégré à notre corpus cinq textes récemment édités dont les dates de rédaction s'étendent du milieu du IX^e^ siècle au milieu du XI^e^ siècle :

- Les *Trente chapitres*, un compendium d'astronomie rédigé par al-Farghānī aux alentours de 850[14] ;

13. Cf. Al-Bīrūnī 1954-1956.
14. Ce texte a été édité par Unat en 2012, cf. Al-Farghānī 2012.

- L'*Almageste simplifié*, une propédeutique à l'étude de l'astronomie rédigée par Thābit ibn Qurra aux alentours de 870[15] ;

- Le *Traité sur les distances et les corps*, un traité dédié à la question des dimensions célestes rédigé par al-Qabīṣī aux alentours de 955[16] ;

- Le *Traité sur les distances et les corps*, un chapitre d'un ouvrage (perdu) rédigé par al-Ṣaghānī aux alentours de 985[17] ;

- Le *Traité sur les quantités des distances et des volumes*, un supplément au *Zīj al-Jāmi'* rédigé par Kūshyār ibn Labbān aux alentours de 1025[18].

Ces cinq traités sont de types différents, ce qui correspond à un choix de notre part de façon à couvrir un large spectre et de se donner les moyens d'éventuellement distinguer des traditions conceptuelles distinctes. C'est dans cette optique que nous avons intégré deux textes supplémentaires à notre corpus :

- Le chapitre L du *Zīj al-Ṣābi'*, un traité à fort contenu théorique rédigé par al-Battānī aux alentours de 900[19] ;

- Un *Traité d'astronomie* anonyme, probablement rédigé aux alentours de 870, dans lequel l'auteur paraphrase des textes d'astronomie dont il dispose, sans nécessairement les citer ni chercher à mettre en cohérence leur contenu respectif[20].

15. Ce texte a été édité et traduit en français par Morelon en 1987, cf.Morelon 1987, p. 1-17.

16. Ce texte a été édité et traduit en anglais par Hogendijk en 2014, cf. Al-Qabīṣī 2014.

17. Ce texte a été édité et traduit en anglais par Hogendijk en 2014, cf. Al-Ṣāghānī 2014.

18. Ce texte a été édité et traduit en anglais par Bagheri, Hogendijk et Yano en 2012, cf. Kūshyār 2012.

19. Ce texte a été édité par Nallino au début du XX^{e} siècle, cf. Al-Battānī 1899-1907.

20. Ce texte a été attribué par Saliba, sur des bases fragiles que nous détaillerons plus loin, à Qusṭā ibn Lūqā. Ce texte n'étant pas édité, nous avons utilisé le manuscrit *Bodleian Library, Ms. Arch Seld 11*, folios 37r-84r, cf. Arch Seld 11 1288.

Méthodologie

Comme les caractéristiques épistémologiques des traditions astronomiques qui précèdent notre période, que ce soient dans des textes grecs de l'Antiquité tardive ou dans des traités sanskrits, sont elles-même un sujet d'étude à part entière, il n'est pas possible d'envisager notre étude sous un angle comparatiste.

Nous avons de plus tenté de ne pas accorder une attention exagérée à ce qui, dans les textes astronomiques d'une période donnée, peut apparaître comme annonciateur du contenu des textes d'une période ultérieure, en particulier de la riche tradition orientale de l'*'ilm al-hay'a* qui s'est épanouie durant la seconde phase de l'astronomie arabe, le risque étant alors de minimiser d'autres aspects de ces textes et par là d'en biaiser l'analyse.

Par conséquent, pour appréhender la dynamique de l'astronomie théorique durant la première phase de l'astronomie arabe, nous allons nous attacher à mettre en œuvre, en nous appuyant sur le fort objectif constitué par les huit textes qui composent notre corpus, la méthode ainsi formulée par Rashed[21] :

> Au premier stade il incombe à l'historien de reconstituer une œuvre de sciences dans sa matérialité [...]. Toutes ces démarches concourent à la reconstruction de la tradition textuelle, d'abord; de la tradition technique ensuite ; en un mot de la tradition «objectale». [...] Ce niveau d'analyse est indispensable mais pas suffisant.[...]
>
> Si donc on veut situer historiquement l'œuvre, il nous faut passer à un autre niveau d'analyse, et s'attacher cette fois à la reconstitution de la tradition «conceptuelle».[...]
>
> À ces obstacles il faut encore ajouter la question du «style» scientifique, qui derrière cette multiplicité, par delà la variété des formes et les transformations qui modèlent la tradition, la distingue et scelle son identité.

21. Cf. R. Rashed 2011, p. 7.

Cependant, la mise en œuvre de ce projet se heurte d'emblée à ce que Rashed a désigné en 2006 comme une «misère de la recherche historique» qui «affecte aussi bien l'histoire des textes que celle des structures conceptuelles»[22]. En effet, et en dépit d'un grand nombre d'études importantes publiées depuis 2006, la question des sources des textes arabes rédigés aux VIII^e^ et au IX^e^ siècle reste insuffisamment documentée. Or cette question affecte directement les plus anciens textes de notre corpus car c'est très probablement parmi les travaux rédigés durant cette période que se trouvent les sources directes consultées par les auteurs dont nous souhaitons analyser les textes. Ainsi, comme la perspective de cette analyse épistémologique nécessite de disposer d'informations aussi complètes que possible quant à leurs sources, il s'avère nécessaire de consacrer une part importante de nos recherches aux aspects essentiellement historiques en lien avec la question des sources des textes arabes rédigés entre le VIII^e^ et le IX^e^ siècle. Ce travail de fond s'avérera particulièrement utile lorsque nous en viendrons à l'analyse épistémologique des textes de notre corpus.

Pour réaliser cette étude nous pourrons de plus nous appuyer sur la thèse de Swerdlow[23] dans laquelle il a analysé les distances et les tailles des planètes contenues dans le *Livre des Hypothèses*, ainsi que dans un corpus de textes arabes qui recoupe celui que nous avons délimité ci-dessus. Nous nous appuierons fréquemment sur ce travail lorsqu'il s'agira de traiter de questions d'ordre numérique. Cependant, comme nous le verrons tout au long de notre étude, les paramètres numériques qui figurent dans les textes ne sont pas toujours fiables. En effet, pour une grande partie des textes que nous avons consultés, les valeurs numériques relatives aux dimensions célestes que l'on trouve dans les manuscrits ayant servi à établir ces textes s'avèrent particulièrement corrompues, et les valeurs qui figurent dans les éditions de ces textes relèvent bien souvent de choix d'édition. En conséquence nous accorderons une place limitée aux coïncidences numériques concernant les distances et les tailles des planètes lors de nos analyses.

22. Cf. R. Rashed 2006, p. 3.
23. Cf. Swerdlow 1968.

Notre méthode consistera donc principalement à analyser les arguments employés par les auteurs des textes de notre corpus pour exposer leur résultats sur les dimensions célestes. L'objectif sera ici de se donner les moyens, dans un second temps, de mettre en lumière la primauté accordée par chacun des auteurs ou bien à l'exigence de rigueur mathématique, qui consiste à rattacher les résultats obtenus sur les dimensions célestes au traité de référence en ce domaine qu'est l'*Almageste*, ou bien à la minimisation du nombres d'inférences utilisées entre les données d'observation et les résultats produits, ce qui peut aller jusqu'à l'utilisation de données d'observation fictives, ou bien à la compatibilité des objets ou des concepts mobilisés, tout au long de la chaîne d'inférences, avec les principes physiques fondamentaux, ou bien enfin à la fidélité à des jeux de valeurs canoniques qu'il s'agit de transmettre aussi exactement que possible. Le degré de granularité de cette analyse permettra de percevoir des différences, parfois ténues, dans le poids accordé à chacun de ces pôles dans les traités d'astronomie rédigés tout au long de la période considérée. Les informations épistémologiques ainsi produites auront donc un caractère éminemment dynamique que nous pensons ne pas devoir être perçu comme un inachèvement mais bien comme une condition nécessaire en vue de leur mise en cohérence avec les informations du même type portant sur les périodes antérieures ou ultérieures.

Plan

Pour y parvenir, nous avons suivi un plan découpé en neuf chapitres que nous présentons ici de façon détaillée.

Le premier chapitre a pour objectif de montrer que la diversité des sources disponibles pour les auteurs des textes de notre corpus n'est pas une construction de la part des historiens des sciences mais bien une réalité documentée. Il ne s'agit pas ici de démontrer ce point, mais de façon plus modeste d'exhiber deux types d'éléments qui suffisent à se convaincre du bien fondé de cette affirmation. Le premier élément est un récit élaboré par al-Bīrūnī lui-même au début du XI^{e} dans lequel il détaille un grand nombre d'opinions, émises par plusieurs acteurs en divers lieux et à différentes époques, concernant

l'arrangement des astres errants. Ce récit, bien que n'étant pas plausible sur le plan historique, constitue cependant une preuve irréfutable que les opinions exposées par al-Bīrūnī étaient encore accessibles à un auteur du XI^e^ siècle. Le deuxième élément d'appréciation de la diversité des sources disponibles pour les auteurs des textes de notre corpus se situe à l'autre bout du spectre chronologique délimitant la première phase de l'astronomie arabe. Nous proposons en effet une synthèse des résultats concernant les sources des premiers traités arabes d'astronomie, rédigés au VIII^e^ siècle et dont aucun ne nous est parvenu, qu'ont obtenus les historiens de l'astronomie en se fondant sur l'étude des paramètres figurant dans les tables astronomiques ainsi que sur les textes arabes à vocation historique rédigés aux IX^e^ et X^e^ siècles.

Ce dernier point fait apparaître que l'influence des traités sanskrits d'astronomie était encore particulièrement prégnante à la fin du VIII^e^ siècle et que l'on ne peut donc faire l'impasse sur une étude du traitement réservé dans ces textes aux questions des dimensions célestes. Le deuxième chapitre se veut être une esquisse d'une telle étude. Son objectif modeste est de mettre en évidence certaines spécificités du traitement de ces questions vis-à-vis de celui que l'on trouve dans les textes de Ptolémée, de façon à pouvoir éventuellement repérer ces spécificités dans les textes de notre corpus et à analyser leur mise en cohérence avec d'autres notions.

En vue de l'analyse des textes de notre corpus, rédigés après que l'*Almageste* était devenu le texte de référence en matière d'astronomie théorique, il est nécessaire de se doter des moyens permettant de comprendre le positionnement de leurs auteurs vis-à-vis des méthodes et des idées qui figurent dans ce traité de Ptolémée. C'est l'objet du troisième chapitre dans lequel nous proposons d'abord un commentaire détaillé de l'exposition par Ptolémée de ses méthodes de calcul des distances et des tailles des deux luminaires. Notre contribution se veut être ici un intermédiaire entre le texte de Ptolémée[24] et les commentaires mathématiques de Pedersen et Neugebauer[25] qui sont conçus par leurs auteurs comme des traductions des mathématiques grecques dans le langage des mathématiques contemporaines, ce qui a le

24. Nous prenons pour base la traduction anglaise de Toomer, cf. Ptolémée 1984.
25. Cf. Pedersen 1974 et Neugebauer 1975.

grand avantage de permettre de comprendre les résultats produits par Ptolémée, mais qui ne permet pas de produire une analyse épistémologique de sa démarche. Nous concluons ensuite ce chapitre par une analyse des arguments fournis par Ptolémée dans l'*Almageste* concernant l'arrangement des astres errants qu'il considère *in fine* comme une question encore ouverte.

Le quatrième chapitre est particulièrement important pour la suite de notre étude car il est entièrement dédié au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée qui occupe une place centrale en ce qui concerne la question des sources des textes de notre corpus et de leur circulation. En effet, d'une part la partie (I.2) contient la méthode, et sa mise en œuvre, de la détermination des dimensions célestes que l'on retrouve sous des formes diverses dans l'ensemble des textes de notre corpus, et, d'autre part, les historiens de l'astronomie ont accordé un statut particulier à ce traité dans leurs analyses à teneur épistémologique des traités arabes d'astronomie, en particulier car le livre II du *Livre des Hypothèses* contient des considérations d'ordre cosmologique rares dans l'œuvre de Ptolémée. Or la partie (I.2) est restée ignorée des historiens jusqu'en 1967 et par conséquent l'ensemble des travaux historiques et épistémologiques entrepris avant cette date doivent être réévaluées à l'aune de cette redécouverte. Nous établirons dans ce chapitre que le texte de la partie (I.2), une fois les problèmes de la traduction anglaise résolus[26], permet de retrouver la cohérence interne du traité de Ptolémée dans son ensemble. Ensuite, en vue de se doter de moyens permettant de tracer la circulation mal connue du *Livre des Hypothèses* entre sa rédaction par Ptolémée au IIe siècle et les commentaires détaillés sur ce texte produit par Ibn al Haytham et al-Bīrūnī dans la première partie du XIe siècle, nous nous appuierons sur une analyse détaillée du contenu de la partie (I.2) pour produire une liste de sept marqueurs dont la présence dans des textes ultérieurs tendra à pointer vers une transmission, souvent indirecte, d'une partie du *Livre des Hypothèses*.

Le cinquième chapitre est alors dédié à l'exploitation de ces marqueurs pour synthétiser et mettre à jour les connaissances disponibles ayant trait à la circulation du *Livre des Hypothèses* durant l'Antiquité tardive. En ef-

26. Morelon a établi une nouvelle édition du livre I et l'a traduit en français, cf. Ptolémée 1993.

fet les avis des historiens des sciences quant à la connaissance que Proclus, Simplicius ou encore Philopon auraient eu du texte de Ptolémée s'avèrent être particulièrement divergents selon les sources historiographiques que l'on consulte, y compris parmi les sources rédigées après la redécouverte de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Nous montrerons que ces divergences sont en grande partie imputables à des questions délicates de traduction des textes grecs et que la mise en cohérence du contenu du *Livre des Hypothèses* effectuée au chapitre précédent permet de proposer des solutions qui nous semblent rendre compte de l'ensemble des arguments des différents acteurs de ces controverses, ce qui clarifie ainsi la question de la circulation du *Livre des Hypothèses* du moins jusqu'au début du VI^{e} siècle. Par ailleurs, en nous appuyant sur des études portant sur des scholies à l'*Almageste*, nous pourrons produire d'autres éléments d'informations quant à la circulation du *Livre des Hypothèses*, ou plutôt de bribes du *Livre des Hypothèses*, de façon conjointe à la circulation de l'*Almageste*.

Une fois ces éléments réunis, nous examinerons dans le sixième chapitre les textes de notre corpus en prêtant une attention particulière à leur histoire, de façon à minimiser autant que faire se peut les altérations que les processus de leur transmission ont inévitablement produits. Pour chacun des sept textes – le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī étant traité en annexe – nous fournirons ensuite un éclairage sur les passages dans lesquels les auteurs abordent les questions liées aux dimensions célestes, puis nous synthétiserons les résultats d'ordre numérique et méthodologique que cette première lecture aura permis d'obtenir.

L'ensemble des outils mis en place permettra alors, dans le septième chapitre, de déterminer si les textes de notre corpus doivent être lus comme des commentaires à la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* ou bien si, au contraire, il est raisonnable de les lire comme des productions essentiellement originales de leurs auteurs, et donc susceptibles d'être particulièrement riches d'enseignements quant à leur conception propre de ce qu'il importe de mettre en avant dans un traité d'astronomie. Cette présentation binaire est évidemment à nuancer car nos auteurs se sont évidemment appuyés sur des sources pour produire leur travaux qu'ils aient eu ou non connaissance du *Livre des*

Hypothèses et de son contenu. C'est justement pour permettre d'obtenir des résultats nuancés, et donc potentiellement exploitables, que nous avons opté pour une méthode consistant à passer les quatre plus anciens textes de notre corpus au crible des sept marqueurs de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* que l'analyse conduite dans le quatrième chapitre nous a permis de produire. Après avoir rapidement contrôlé que notre dispositif permet bien de confirmer des résultats évidents sur le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* puis sur le *Traité d'astronomie* anonyme – le premier étant un commentaire explicite du *Livre des Hypothèses* et l'auteur du second n'ayant de façon évidente pas connaissance du contenu du texte de Ptolémée –, nous analyserons en détail les relations entre les *Trente chapitres* et le *Livre des Hypothèses*, ce qui nous permettra d'éclairer la question mal connue des sources d'al-Farghānī. L'investigation la plus délicate de ce chapitre concerne la question d'un accès direct de Thābit ibn Qurra au *Livre des Hypothèses*. Cette question est d'importance puisqu'un faisceau d'indices réunis par Morelon laisse penser que Thābit connaissait et avait accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée dans la seconde moitié du IX^e^ siècle, alors qu'aucun auteur du X^e^ siècle ne semble connaître ni le contenu ni même l'existence de ce traité de Ptolémée. Nous analyserons donc séparément chacun des indices regroupés par Morelon et nous proposerons deux scénarios qui rendent compte de l'ensemble des éléments de ce débat.

L'étude approfondie de la question des sources des quatre plus anciens textes de notre corpus révèle, de façon collatérale, des différences notables dans la façon dont les auteurs mettent en avant un ou plusieurs des pôles autour desquels les travaux des astronomes s'articulent. Ce constat nous permettra, dans le huitième chapitre, de classifier les textes de notre corpus, ainsi que d'autres textes connexes, en fonction de la primauté accordée par leur auteur ou bien à la rigueur des démonstrations mathématiques leur permettant d'aboutir, ou bien à la minimisation de la longueur de la chaîne d'inférences entre les données d'observation et l'obtention des résultats, ou encore à la fidélité à un jeu de valeurs canonique coïncidant de façon presque parfaite avec celui obtenu par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Chacune de ces trois traditions, puisque c'est bien de traditions dont il s'agit ici, s'avère être

reliée à des degrés divers au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Ce ne sont donc ni les sources, ni les objectifs, qui déterminent l'inscription des travaux d'un auteur dans une de ces traditions, mais bien la différence de moyens qu'il privilégie ou qu'il met en avant lors de la rédaction de son traité. Mais notre analyse des textes de notre corpus fera également apparaître un certains nombre de corrélats que, de façon surprenante, nous pourrons mettre en cohérence et rattacher à une quatrième tradition astronomique qui privilégie la compatibilité des modèles avec les principes fondamentaux du mouvement alors que l'on ne retrouve pas cette préoccupation dans les textes de notre corpus.

Le neuvième chapitre, qui conclut cette étude, est conçu comme un exemple d'application de nos résultats de nature épistémologique au domaine connexe de l'histoire des mathématiques. En effet le développement de l'astronomie n'est pas isolé du développement des autres sciences et bénéficie en particulier du développement des mathématiques et nous avons rencontré à plusieurs reprises l'utilisation par les auteurs de notre corpus de méthodes mathématiques développées par leurs contemporains. Cependant, une influence réciproque qui irait du développement de l'astronomie vers celui des mathématiques, est, bien que communément admise, une question encore très peu étudiée. Nous avons mentionné plus haut que les questions liées aux dimensions célestes étaient considérées par les différents auteurs comme des questions de recherche. Or l'analyse des textes de notre corpus montre que les méthodes employées par les différents auteurs de notre corpus pour calculer les diamètres réels des planètes sont radicalement différentes alors qu'ils partent tous de paramètres similaires et aboutissent à des résultats similaires. En regardant attentivement non seulement les outils mathématiques mais également les concepts mathématiques mobilisés par les quatre auteurs ayant produit une démonstration complète de leurs résultats, nous serons à même de percevoir comment l'affaiblissement des contraintes formelles inhérentes à des traités purement mathématiques permet, dans le contexte de calculs astronomiques dont l'issue est contrôlée, de voir les différents auteurs faire des mathématiques et, en particulier dans le cas de Kūshyar et d'al-Bīrūnī, de les voir proposer de nouvelles façons de rédiger des mathématiques.

Première partie

Diversité des sources : contenus, traces et circulations

Chapitre 1

La diversité des sources des textes arabes d'astronomie rédigés au VIII^{e} siècle

1.1 Présentation des enjeux de la première partie

Cette première partie est principalement de nature historique. Son objectif premier est de réunir, de façon aussi structurée que possible, les éléments historiques dont la prise en compte est un préalable nécessaire à l'analyse épistémologique du corpus de textes que nous avons délimité dans l'introduction. Mais cette première partie est bien plus qu'un simple préalable, elle adresse en effet un véritable enjeu de recherche car les sources disponibles, primaires et secondaires, forment une collection particulièrement désorganisée, parfois même incohérente lorsque des sources primaires se contredisent. Par conséquent toute mise en cohérence même partielle, comme celle que nous produisons dans cette partie, constitue en soi un résultat.

Les cinq chapitres de cette partie correspondent à la mise en œuvre d'une stratégie qui permettra, dans les permiers chapitres de la seconde partie, de répondre de façon détaillée à la question des sources des textes de notre corpus selon que ceux-ci reposent principalement sur des sources non arabes, comme c'est potentiellement le cas des textes rédigés au IX^{e} siècle, ou bien dans le cas des textes arabes rédigés aux X^{e} et XI^{e} siècles qu'ils prennent principalement appui sur des textes arabes antérieurs.

À cette fin nous commençons (chapitre 2) par examiner le traitement des questions liées à l'arrangement des astres et à la mesure des dimensions célestes dans un échantillon représentatif des traités astronomiques sanskrits, dont l'influence sur la formation de l'astronomie arabe est attestée. De cet examen se dégagent des caractéristiques du traitement de ces questions dans les traités sanskrits, ce qui permettra de distinguer et d'isoler les traces de leur influence dans les textes de notre corpus. Cependant les textes de notre corpus ont été rédigés à une période durant laquelle l'influence de l'astronomie de Ptolémée était prédominante, il est donc nécessaire de procéder à une étude minutieuse du traitement des questions de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes réalisé par Ptolémée dans l'*Almageste* (chapitre 3) ainsi que dans le *Livre des Hypothèses* (chapitre 4). Dans ces deux chapitres,

nous proposons une mise en ordre des contenus relatifs à l'arrangement et aux dimensions des astres dans ces deux traités de Ptolémée afin, ici aussi, d'en exhiber des traits caractéristiques.

En ce qui concerne l'*Almageste*, une attention particulière est apportée aux méthodes employées par Ptolémée pour déterminer les distances et les dimensions des deux luminaires. Il est en effet apparu nécessaire de produire une exposition de la démarche de Ptolémée rendant compte fidèlement des diverses étapes de ses raisonnements tout en facilitant au lecteur l'accès aux détails des procédures mises en œuvre. Il s'avère en effet que l'objectif des commentaires mathématiques à l'*Almageste* de Neugebauer (Neugebauer 1975) et de Pedersen (Pedersen 1974) était de rendre accessible à un lecteur contemporain la démarche mathématique de Ptolémée et non de suivre fidèlement l'enchaînement des étapes de son raisonnement.

Le chapitre dédié au *Livre des Hypothèses* contient un commentaire inédit et une mise en perspective détaillée des éléments originaux apportés par Ptolémée quant aux questions de l'arrangement et des dimensions des astres, particulièrement dans la seconde partie du livre I qui n'a été redécouverte qu'en 1967 et que, par conséquent, les sources secondaires rédigées avant cette date n'ont pu prendre en compte. L'enjeu de cette exposition détaillée est de produire des avancées significatives quant à la réception du *Livre des Hypothèses* et de se donner ainsi les moyens de circonscrire son influence sur le traitement de l'arrangement des astres et des dimensions célestes dans les traités arabes d'astronomie, ce qui ne sera envisageable qu'après avoir traité la délicate question de l'élaboration et de la circulation du corpus ptoléméen durant l'antiquité tardive dans le chapitre 5.

Pour terminer cette présentation des enjeux de la première partie, nous donnons deux éléments de contexte, l'un textuel, l'autre historiographique, afin d'illustrer la complexité de la question des sources des textes arabes d'astronomie que nous considérons dans cette première partie. Nous commençons par produire une traduction, inédite en français, d'un passage du *Traité sur les transits* d'al-Bīrūnī dans lequel celui-ci produit un récit qui nous permet de juger sur pièces de la diversité effective des théories relatives à l'arrangement des astres errants encore accessibles à un savant du début du IX^{e} siècle.

Dans un second temps, nous produisons une synthèse, sous forme de schéma, des résultats des travaux des historiens de l'astronomie concernant les traces de l'influence de traités rédigés entre le IIe et le VIIe siècle dans les premiers traités arabes d'astronomie élaborés au cours du VIIIe siècle.

1.2 Discours d'al-Bīrūnī sur la diversité des théories concernant l'arrangement des astres au cours de l'histoire

Dans son *Traité sur les transits*, al-Bīrūnī fournit un témoignage rare sur la diversité des opinions quant à l'arrangement des astres errants dont il a connaissance au début du XIe siècle. En préambule à notre étude, nous donnons ici une traduction en français de ce passage afin de mettre en lumière la circulation tardive de théories distinctes de celles de Ptolémée[1] :

> Je veux parler de débats qui se produisent parmi ceux du métier qui sont engagés activement dans la recherche en ce domaine, ce qui ne les empêche pas de chercher et d'argumenter par fierté. Ceux-ci ont déterminé que le Soleil est au dessus de la Lune ; ils ont abaissé la Lune en dessous de lui ; ils ont obtenu la mesure de leurs distances à la Terre ; et ils ont connu leur plus grande distance, leur distance moyenne et leur plus petite distance à la Terre[2]. Concernant les planètes, ils s'en sont tenus aux rapports

1. Ce passage intervient alors qu'al-Bīrūnī s'applique à clarifier le vocabulaire astrologique : il explique en effet que dire «Saturne passe sous la Lune» est une convention de vocabulaire entre astrologues sans rapport avec l'ordre des astres errants selon leur éloignement de la Terre, et que cet arrangement a été un sujet de controverses parmi les savants qu'il se propose d'exposer dans le passage que nous citons. Je donne ici une traduction française du texte arabe (Al-Bīrūnī 1948b, p. 12-14). Une traduction en anglais de ce passage a été publiée par Saffouri et Ifram (Al-Bīrūnī 1959, p. 15-16).

2. Quelques lignes plus haut, al-Bīrūnī a indiqué que la plus grande distance de la Lune était de 64 rayons terrestres. Il fait donc ici référence à la détermination des distances des deux luminaires réalisée par Ptolémée dans le livre V de l'*Almageste* que nous détaillerons dans le chapitre 3.

de leur plus proche distance à leur plus grande distance, sans les distances absolues[3].

Ensuite, certains des Perses ont placé la Lune et Saturne aux deux extrêmité de l'Éther car le [nombre des] jours du cycle de l'un est proche du [nombre des] années du cycle de l'autre. Puis ils ont placé le Soleil et Jupiter comme les suivantes à partir des deux extrêmités à cause de l'égalité approximative [du nombre] des mois du cycle de l'un et [du nombre] des années de l'autre. Ils n'ont pas poursuivi cette mesure basée sur les temps pour la suite [de l'arrangement des astres errants] et ils ont placé le Soleil au centre de l'épicycle de Vénus, et ils ont placé Mercure et Mars au-dessus de lui de sorte que la hauteur de Mercure au-dessus du Soleil devienne autant que le déficit de Mars sous Jupiter[4]. Ils ont consigné cette opinion dans l'*Avesta*, le livre religieux des Mages, dans la partie [de l'*Avesta*] que les Grecs conduits par Alexandre n'avaient pas prise[5].

Et certains parmi eux ont fait du Soleil le centre des épicycles de Vénus et de Mercure, et ils ont placé les trois [planètes] supérieures au-dessus, en accord avec leur rang[6].

3. Ces rapports peuvent être déduits des modèles géométriques élaborés par Ptolémée dans l'*Almageste* pour décrire les mouvements en longitude de chacune des cinq planètes.

4. L'ordre décrit ici par al-Bīrūnī est donc le suivant : Lune-(Soleil-Vénus)-Mercure-Mars-Jupiter-Saturne. Le Soleil est le centre de l'épicycle de Vénus, par conséquent leurs rangs respectifs dans l'arrangement des astres errants selon leurs distances à la Terre varient.

5. Selon Kellens, *«l'*Avesta *est le nom que la tradition religieuse mazdéenne donne au recueil de ses textes sacrés»* (Kellens 1994) rédigés dans une langue disparue à laquelle s'apparente le pehlevi. Je n'ai pas trouvé trace d'un passage correspondant dans les textes avestiques que j'ai pu consulter. À la fin de ce passage, la référence à Alexandre, sur laquelle ma traduction diffère de celle de Saffouri et Ifram, est une reprise de l'idée très répandue dans la littérature arabe selon laquelle les connaissances acquises par les anciens auraient été dispersées au temps des invasions d'Alexandre. Sur ce point, voir par exemple la citation donnée par Ibn al-Nadīm au X^e siècle du récit donné par Abū Sahl al-Faḍl ibn Nawbakht au VIII^e siècle (Ibn al-Nadīm 1971, p. 299-301).

6. Cette opinion est par exemple mentionnée par Théon de Smyrne au II^e siècle, cf. Théon de Smyrne 2010, p. 315.

> Quant aux Grecs ils ont produits des développements similaires jusqu'à ce que Platon doute de ce que Vénus soit en-dessous du Soleil ou au-dessus, comme cela a été dit par Yaḥyā le grammairien dans sa réfutation de Proclus[7].
> Ensuite, ceux d'entre eux qui encensent l'observation ont trouvé acceptable, les mouvements étant mis en ordre selon la période trouvée, que toutes celles [des planètes dont la position restait] en suspens soient placées au dessus du Soleil. Sauf que dans ce cas, il n'en reste plus [de planètes] et ce qui est entre les deux sphères des deux luminaire est alors vide de planète y orbitant, et [cet espace] est assez large pour les deux planètes [Vénus et Mercure] séparées l'une de l'autre en tournant autour du Soleil à une distance limitée et [cet espace] n'est pas trop petit pour l'épaisseur des deux sphères calculées à partir de leurs distances minimale et maximale, et il ne s'y produit pas de chose impossible, évitant ainsi imbrications, collisions et incompatibilités. Ils ont donc considéré que le Soleil était au milieu avec trois d'entre-elles plus basses que lui et trois plus hautes que lui, [établissant]

7. Il s'agit de Jean Philopon (VI^e^ siècle). On trouve effectivement dans son texte *De l'éternité du monde contre Proclus* un passage critiquant la position de Platon quant à l'arrangement des astres errants Philopon 2010, p. 18) :

> Although those of the highest repute in the area of astronomical investigation have shown that the sun occupies the middle planetary sphere and this has won the approval of all who have come after them, Plato declares in the *Timaeus* that it occupies the position next after the moon. Nobody with expertise in the mathematical sciences will deny that here at least he was in error.

Dans son commentaire, Kennedy indique qu'al-Bīrūnī mentionne ce traité de Jean Philopon également dans son *Traité sur l'Inde*, cf Al-Bīrūnī 1959, p. 128. Cet extrait du texte de Jean Philopon ne coïncide pas exactement avec le texte d'al-Bīrūnī puisque le reproche fait à Platon ne concerne pas tant la position de Vénus par rapport au Soleil que la position du Soleil par rapport au reste des astres errants.

> ainsi le rang du Soleil[8].
> Et les savants parmi eux ont trouvé cet avis sage et l'ont élu et aucun astronome de ces nations ne les a contredit. En effet la plupart d'entre-elles [les nations] utilisent pour les noms des jours de la semaine les noms des sept astres errants, conformément à ce qui est requis par les patrons des heures qui sont pris dans l'ordre allant du plus haut des astres au plus bas.

Du point de vue historique, le récit proposé ici par al-Bīrūnī commence par mentionner des résultats issus de l'*Almageste* de Ptolémée – les distances absolues des deux luminaires et surtout les distances relatives des planètes – et se conclut par le résultat sur le rang du Soleil établi par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* à l'aide des distances minimale et maximale des astres errants, ce qui fait que le point de départ de ce récit est quasiment contemporain de son point d'arrivée. Ce n'est donc pas pour sa véracité historique que le récit d'al-Bīrūnī est important[9], mais bien parce qu'il établit de façon incontestable le fait que les astronomes du XI^e^ siècle avaient la possibilité d'accéder à des résultats et à des méthodes autres que ceux qu'imposent la lecture des textes de Ptolémée.

De plus les sources explicitement mentionnées ici par al-Bīrūnī, l'*Avesta* et *De l'éternité du monde contre Proclus* de Jean Philopon, pointent vers deux canaux de transmission de connaissances astronomiques, la littérature pehlevie d'une part et d'autre part l'intermédiation de milieux de langue syriaque dans la réception de textes grecs de l'Antiquité tardive[10].

---

8. Il s'agit ici d'une reprise de l'argumentation développée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* : l'observation ne permet pas de trancher la question du rang du Soleil mais l'exploitation du principe des sphères emboîtées permet de trancher en faveur d'un rang central, cf. *infra* chapitre 4.

9. Une étude détaillée des pratiques d'al-Bīrūnī vis-à-vis de l'histoire des sciences serait particulièrement intéressante, mais il s'agit d'un sujet en soi qu'il ne nous est pas possible de traiter ici.

10. Nous revenons en détail sur les relations entre Jean Philopon et les milieux de langue syriaque dans le chapitre 5 pages 174 et suivantes.

Du point de vue astronomique, il ressort du récit d'al-Bīrūnī que les rangs relatifs de Mars, Jupiter et Saturne n'ont pas été un sujet de débat. Ceci est en accord avec les travaux de Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 690-698) qui établit une liste des divers arrangements des astres errants selon les Babyloniens, les Égyptiens et les Grecs et produit en outre une étude comparée de ces arrangements. Notons que dans la grande majorité des cas, les rangs relatifs de Mars, Jupiter et Saturne constituent effectivement un invariant, sans doute en lien avec leur vitesse moyenne de rotation autour de la Terre. On trouve en effet trace d'une telle justification, mêlée à des considérations d'ordre qualitatif sur lesquelles nous reviendrons plus loin, dans le chapitre II.10 du *Traité du ciel* d'Aristote (Aristote 2017, p. 173-174) :

> On constate que leurs mouvements respectifs se font proportionnellement à leurs distances, les uns étant plus rapides et les autres plus lents. En effet, puisque nous sommes partis du fait que la révolution ultime du ciel est à la fois simple et la plus rapide, et que celles des autres astres sont plus lentes et multiples, chacun d'eux se déplaçant en sens contraire du ciel et selon son cercle propre, il est donc rationnel que l'astre le plus rapproché de la révolution simple et première parcoure son cercle propre dans le temps le plus long, que le plus éloigné le fasse dans le temps le plus court, et que, de deux autres astres, ce soit chaque fois le plus proche qui le fasse dans le temps le plus long, et le plus éloigné dans le temps le plus court. Car l'astre le plus proche est celui qui subit l'influence maximale, le plus éloigné, l'influence minimale, en raison de son éloignement. Quant à l'influence qui s'exerce sur les astres intermédiaires, elle est proportionnelle à leur éloignement, comme le montrent précisément les mathématiciens.

Par contre, comme al-Bīrūnī l'explique dans le passage que nous avons traduit ci-dessus, ces arrangements diffèrent entre eux quant aux positions relatives du Soleil, de Vénus et de Mercure qui ont tous trois la même vitesse

moyenne de rotation autour de la Terre. Le classement de ces trois astres errants nécessite par conséquent le recours à des arguments de nature astrologique (respect de la compatibilité entre les qualités de plusieurs astres), numérologique (coïncidence de périodes numériques, progressions arithmétiques ou géométriques de la suite des distances) ou physique (nature centrale du Soleil, simplicité des mouvements). À cette occasion, al-Bīrūnī mentionne une théorie selon laquelle Mercure et Vénus serait en rotation autour du Soleil et non autour de la Terre. L'opinion décrite ici par al-Bīrūnī est par exemple attestée chez Théon de Smyrne (IIe siècle) qui fournit de plus une justification observationnelle de cet arrangement des astres errants[11] :

> Mercure et Vénus, eux, cachent les astres qui sont au-dessus d'eux, quand ils sont semblablement un obstacle dans l'alignement entre eux et notre regard ; ils semblent même parfois s'occulter mutuellement quand ils se trouvent plus haut et plus bas l'un par rapport à l'autre, à cause des grandeurs, des obliquités et des positions des cercles. Toutefois, l'exactitude n'est pas évidente dans leur cas, en raison de leur va-et-vient autour du Soleil et surtout du fait que Mercure est de petite taille, toujours très proche du Soleil, et non apparent parce-qu'il est la plupart du temps victime de sa lumière éclatante. Quant à Mars, il cache parfois les deux planètes qui sont au-dessus de lui, tandis que Jupiter cache Saturne et que toutes les planètes cachent celles des étoile fixes que chacune occulte en fonction de sa propre course.

Nous verrons au chapitre 2 qu'un arrangement des astres errants de ce type est également utilisé par Āryabhaṭa dans la première partie de son *Āryabhaṭīya*[12] et la mention de cette théorie par al-Bīrūnī montre que, bien que la démonstration de l'arrangement des astres du *Livre des Hypothèses* produite par Ptolémée dans la partie (I.2) que nous détaillerons au chapitre 4 ait scellé le débat pendant plus d'un millénaire, toutes les traces des controverses passées n'étaient pas effacées au début du XIe siècle.

11. Cf. Théon de Smyrne 2010, p. 323.
12. Cf. *infra* page 45.

1.3 Schéma des sources des textes arabes d'astronomie rédigés au VIII[e] siècle

Durant le VIII[e] siècle, plusieurs traités astronomiques ont été rédigés en arabe. La rédaction de ces traités a bénéficié des connaissances astronomiques disponibles dans une zone géographique englobant des régions dans lesquelles étaient disponibles des textes rédigés dans diverses langues parmi lesquelles le grec, le pehlevi, le sanskrit et le syriaque[13].

La question de l'intégration de ces connaissances diverses dans les premiers textes arabes d'astronomie rédigés au VIII[e], dont nous n'avons que de rares traces, est d'une grande complexité et il est crucial ne pas la restreindre à la seule question de la traduction de quelques textes de référence. Sur ce point il importe de rappeler la mise en garde formulée par Rashed relativement à la tentation d'une telle réduction qui pourrait fausser l'analyse, d'une part en mettant l'accent sur une transmission en un seul tenant de connaissances diverses, d'autre part en faisant apparaître comme séparées en phases distinctes la traduction, l'assimilation et la création d'idées originales, et enfin en considérant la circulation de livres traduits comme le seul vecteur de cette transmission[14]. C'est bien en gardant cette complexité à l'esprit que l'on va ici esquisser un schéma de la rédaction, de la circulation et de la traduction de quelques traités d'astronomie dont l'influence sur les textes arabes du VIII[e] siècle est attestée[15].

13. Il est probable que d'autres langues aient véhiculé des connaissances astronomiques, en particulier les langues régionales d'Asie centrale ou encore l'hébreu. Nous n'avons pas étudié ces pistes en détail.

14. Cf. R. Rashed 1989, p. 199.

15. Les traités arabes d'astronomie rédigés au VIII[e] siècle auxquels nous faisons ici référence sont essentiellement le *zīj al-Shāh*, le *zīj al-arkand*, le *zīj al-arjabhar* et le *zīj al-sindhind* pour lesquels on trouvera une description dans Kennedy 1956.

Selon Gutas [16], on peut distinguer deux phases principales de traduction de textes astronomiques vers l'arabe. La première, au cœur du VIII^e siècle, aurait été principalement l'œuvre de locuteurs pehlevis[17] ayant accès aux traités pehlevis et grecs utilisés durant la période sassanide mais aussi à certains traités initialement rédigés en sanskrit. La seconde, de la fin du VIII^e siècle à la seconde moitié du IX^e siècle, concernerait presque exclusivement des traités astronomiques initialement rédigés en grec[18], en particulier l'ensemble de textes connu sous le nom de *petite collection astronomique*[19] dont la maîtrise constituait un prérequis à l'étude de l'*Almageste* et des traités arabes rédigés à partir du milieu du IX^e siècle.

Pour la construction du schéma (figure 1.1) des canaux principaux de la circulation et de la traduction de textes astronomiques bien identifiés, qui rappelons-le ne doivent pas être comprises comme l'alpha et l'omega de la constitution du corpus de textes arabes d'astronomie, nous nous sommes ap-

16. Cf. Gutas 1998, p. 108.

17. Il faut entendre ici l'expression «locuteur pehlevi» comme désignant toute personne ayant la possibilité de lire et de traduire des textes pehlevis. On peut remarquer ici que l'alphabet syriaque a souvent servi de support écrit à cette langue.

18. Troupeau (Troupeau 1991, p. 4) a établi que parmi les soixante-et-un traducteurs mentionnés par les bibliographes Ibn al-Nadīm et Ibn Abī Uṣaibi'a, quarante-huit étaient des locuteurs syriaques.

19. Nous reprenons la liste fournie par Morelon (Morelon 1997b, p. 22-23) : « Les *Données*, l'*Optique* , la *Catoptrique* et les *Phénomènes* d'Euclide ; les *Sphériques*, les *Habitations* et *Jours et les nuits* de Théodose ; la *Sphère en mouvement* et le *Lever et le coucher des astres* d'Autolycus ; le *Traité des grandeurs et des tailles du Soleil et de la Lune* d'Aristarque de Samos ; les *Ascensions* d'Hypsicles ; les *Sphériques* de Ménélaüs». En dehors de cette liste, l'*Introduction aux phénomènes* de Géminos a également été traduite en arabe au IX^e siècle. Lorch (Lorch 2001, p. 314-319) fournit une liste de dates et d'auteurs présumés des traductions vers l'arabe de ces textes ainsi qu'un éclairage sur le contexte de ces traductions. Berggren et Sidoli (Berggren et Sidoli 2007, p. 234-235) apportent des précisions sur la traduction du *Traité des grandeurs et des tailles du Soleil et de la Lune* d'Aristarque de Samos dont le sujet est proche de notre thème d'étude. Le contenu de ces textes n'est pas abordé en tant que tel dans ce chapitre, il le sera ponctuellement lorsque l'analyse des textes du corpus le nécessitera.

puyés d'une part sur la lecture de récits d'auteurs des IX^e^, X^e^ et XI^e^ siècles[20] et d'autre part sur l'analyse comparative des paramètres astronomiques utilisés dans les traités arabes rédigés avant le XI^e^ siècle[21]. Nous avons synthétisé dans la figure 1.1 les résultats ainsi obtenus, en nous limitant aux textes rédigés entre les II^e^ et VII^e^ siècles. Dans ce schéma, les traités sont répartis en fonction de leur date de rédaction et de la langue dans laquelle ils ont été rédigés. Les traités dont on dispose actuellement sont inscrits dans des rectangles à bords pleins, les autres dans des rectangles dont les bords sont en pointillés. Les flèches pleines indiquent des relations bien établies et les flèches en pointillés indiquent des relations probables mais non certaines.

Ce schéma met en avant quatre canaux principaux de transmission de connaissances astronomiques, chaque canal correspondant à la langue dans laquelle la circulation de textes s'est déroulée. Il s'agit bien entendu d'un choix de notre part qui amène plusieurs remarques. En premier lieu, la présentation dans ce schéma de quatre canaux séparés ne sous-entend aucunement que les textes astronomiques s'y seraient développés en totale indépendance les uns des autres[22]. Ensuite il faut signaler que de nombreuses interrogations subsistent quant aux relations et aux influences mutuelles entre les plus anciens ouvrages d'astronomie grecs, sanskrits et pehlevis, mais également quant à

20. Mentionnons à titre d'exemples le traité rédigé par al-Hāshimī au IX^e^ siècle (Al-Hāshimī 1981) et le traité rédigé par Ibn Yūnus au X^e^ siècle (Ibn Yūnus 1804), auxquels il faut bien sûr ajouter les textes rédigés au XI^e^ siècle par al-Bīrūnī, à qui l'on doit non seulement une mise en ordre des informations fournies par ses prédécesseurs mais aussi de nombreuses informations supplémentaires qui ne nous sont pas parvenues par d'autres canaux.

21. Parmi les travaux les plus significatifs de ce point de vue, mentionnons le panorama des tables astronomiques rédigées en arabe de Kennedy (Kennedy 1956) et les différents articles de Pingree mentionnés dans la bibliographie dans lesquels l'auteur traque les relations entre les textes astronomiques grecs, sanskrits, pehlevis et arabes.

22. Sur ce point, Panaino (Panaino 2009, p. 73-103) produit une mise en ordre des arguments formulés par Pingree dans une série d'articles concernant les relations entre textes pehlevis, sanskrits et arabes, et il fournit à cette occasion une mise à jour des indices textuels et des points sujets à débat.

leurs relation à l'astronomie mésopotamienne[23]. Enfin, si l'importance relative de ces différents canaux est impossible à quantifier, on doit cependant noter qu'alors que les textes grecs et les traités sanskrits ont eu une influence majeure et bien documentée sur les traités arabes d'astronomie, aucun texte d'astronomie théorique rédigé en syriaque ou en pehlevi qui aurait eu une influence comparable n'a été identifié à ce jour.

Il existe de nombreux indices montrant une profonde intrication entre les quatre canaux représentés dans notre schéma. À titre d'exemple, on peut mentionner l'évocation des chiffres indiens dans une lettre rédigée en syriaque datée de 662[24] (Nau 1931-1932a, p. 250) :

> Je ne parle pas de la science des Hindous qui ne sont pas syriens et de leurs inventions subtiles dans cette science de l'astronomie, qui sont plus ingénieuses que celles des Grecs et des Babyloniens, et de la méthode diserte de leurs calculs et de comput qui surpasse la parole, je veux dire celui [qui est fait] avec neuf signes.

Dans le même ordre d'idée, il faut également remarquer la grande perméabilité entre locuteurs grecs, syriaques et pehlevis à la cour de Khusrau Anūshirwān après que des philosophes néo-platoniciens ont été chassés d'Athènes

23. Ces questions nous amenant trop en amont de la rédaction des textes de notre corpus, elles ne seront pas discutées ici. À titre d'exemple, on peut noter que la similitude entre certains paramètres du *Paitāmahasiddhānta*, un traité sanskrit du IV^e^-V^e^ siècle, et ceux de la plus ancienne version du traité pehlevi, le *zīj al-Shāh*, a donné lieu à des interprétations différentes de la part de Pingree (Pingree 1965) et de Van der Waerden (Kennedy et Van der Waerden 1963, p. 324-327). Pour un panorama des théories babyloniennes, grecques et indiennes, cf. Neugebauer 1975, t. 1, p. 1-20. Pour les éventuelles influences babyloniennes et grecques sur les plus anciens traités sanskrits, cf. Pingree 1976 ; Duke 2005 ; Montelle et Plofker 2018, p. 13-16.

24. Il faut noter ici que Nau, dont nous avons reproduit ici la traduction, attribue cette lettre à Sévère Sebokht et que cette attribution a récemment été remise en cause par Villey (Villey 2014, p. 168). Cependant c'est bien Sebokht qui a traduit en syriaque un traité de logique rédigé en pehlevi à la cour du roi sassanide Khusrau Anūshirwān au milieu du VI^e^ siècle, cf. Hugonnard-Roche 2013, p. 38.

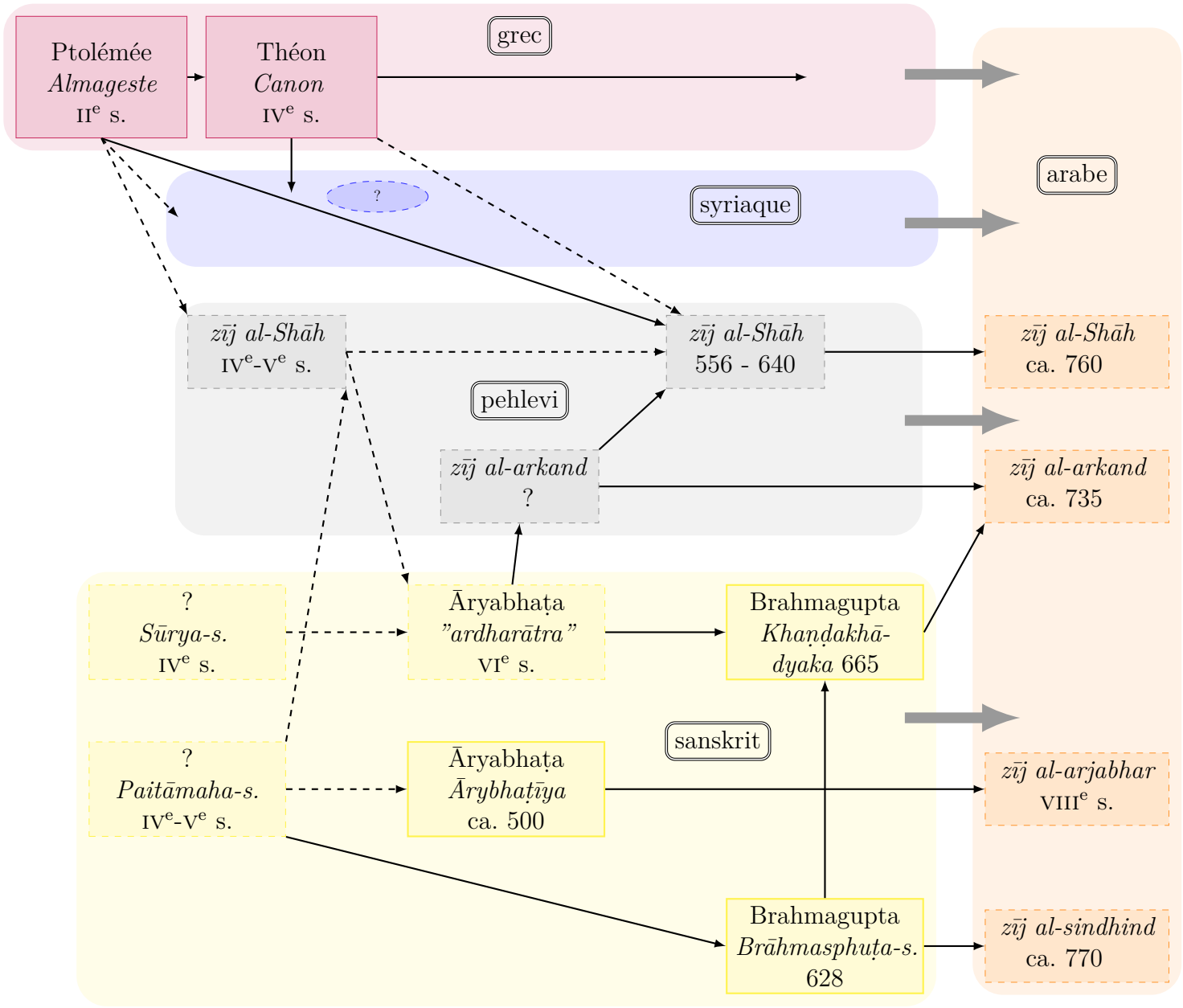


FIG. 1.1: Les sources des traités arabes d'astronomie rédigés au VIIIe siècle, en fonction de leur date de rédaction et de la langue dans laquelle elles ont été rédigées.

en 529[25]. De plus la connaissance de la pluralité de méthodes de calculs et de théories astronomiques concurrentes a suscité des tentatives de comparaison dont un exemple est la convocation des astrologues à la cour du roi sassanide Khusrau Anūshirwān rapportée par al-Hāshimī (Al-Hāshimī 1981, p. 212)[26]:

> Khusrau Anūshirwān a remarqué la différence entre le *zīj al-Arkand* et [l'*Almageste* de] Ptolémée. Il les a donc fait tous deux examiner par des experts en calculs et en observations. Ils ont trouvé que le *zīj al-Arkand* était meilleur, et l'ont utilisé pour établir le *zīj al-Shāh*.

D'autre part, les traités arabes du début du IX^e^ siècle qui nous sont parvenus montrent un caractère composite et ce n'est qu'à la fin du règne du calife al-Ma'mūn (813-833) que les méthodes de l'*Almageste* sont adoptées comme base de travail quasi exclusive par les astronomes arabes[27].

Les traités arabes d'astronomie du VIII^e^ siècle étant perdus, la seule exploitation des paramètres numériques et des mentions faites dans les traités ultérieurs ne permet pas de savoir si les thèmes de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes y étaient abordés, et la situation est à peine meilleure en ce qui concerne les traités arabes d'astronomie rédigés dans le premier tiers du IX^e^ siècle[28]. Il est dès lors nécessaire d'entreprendre une

25. Dans le domaine des sciences, cf. Hugonnard-Roche 2013, p. 38-39. Pour une discussion générale, cf Sorabji 2019.

26. Pingree indique ici qu'al-Bīrūnī donne la date précise de 556 pour cette convocation des astrologues dans le chapitre XI.12 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*.

27. Sur ce point, voir par exemple l'analyse des paramètres du *zīj* d'al-Khwarizmī (Kennedy 1956, p. 148-151), la mise en évidence de paramètres indiens dans les *zījs* d'Ḥabash (ibid., p. 151-154) ou encore le traitement numérique de Mercure et Vénus comme satellite du Soleil, une configuration non ptoléméenne, dans les calculs d'éphémérides du *zīj al-mumtaḥan* de Yaḥyā ibn Abī Manṣūr (Vernet 1981, p. 538).

28. Mentionnons particulièrement le *zīj* d'al-Khwārizmī (cf. *infra* note 8 page 221), le *zīj* de Yaḥyā ibn Abī Manṣūr (cf. Kennedy 1956, p. 132) ou encore le *zīj* d'Ḥabash al-Ḥāsīb (cf. ibid., p. 126-127).

analyse détaillée du traitement des questions liées à l'arrangement des astres et aux dimensions célestes dans les textes identifiés comme de potentielles sources, même indirectes, des textes de notre corpus.

Chapitre 2

Mesurer et ordonner les astres dans les traités sanskrits d'astronomie

L'objectif de ce chapitre est de circonscrire des éléments caractéristiques des traités sanskrits d'astronomie en ce qui concerne l'arrangement des astres et les dimensions célestes. Cette investigation est en effet nécessaire et ce principalement pour deux raisons. La première raison est qu'al-Bīrūnī consacre plusieurs paragraphes du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* au traitement de ces questions selon les *Indiens* et qu'il faut donc disposer des éléments permettant de comprendre son argumentation et d'en analyser le contenu. La seconde raison a trait à d'autres textes de notre corpus dans lesquels plusieurs éléments, jusqu'alors passés inaperçus, s'avèrent être des marqueurs des textes sanskrits d'astronomie. Nos investigations se porteront naturellement sur trois questions : quel(s) arrangement(s) des astres errants trouve-t-on dans les traités sanskrits antérieurs au VIII^e^ siècle ? Y-a-t-il une méthode pour calculer des distances des planètes à la Terre dans ces textes ? Comment comprendre les calculs portant sur les variations des diamètres apparents des planètes que l'on y trouve ?

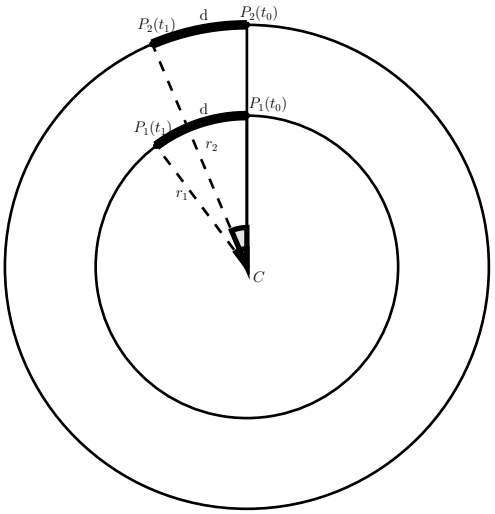
Pour répondre à ces questions, il faut se tourner vers les textes sanskrits d'astronomie théorique[1]. On distingue deux types de textes, les *siddhāntas* et les *karaṇas*, qui se présentent tous deux sous forme de textes versifiés : un *siddhānta* est un traité dans lequel les paramètres sont présentés avec précisions et où les algorithmes de calculs des phénomènes célestes sont accompagnés de nombreux exemples et d'amples considérations sur les méthodes mathématiques employées ; un *karaṇa* est un ouvrage dans lequel la mise en œuvre effective des calculs est facilitée entre autre par le choix d'une époque proche de sa date de rédaction, l'utilisation de paramètres simplifiés et la substitution des méthodes mathématiques par des formules approximatives.

Afin de tirer profit de la lecture de ces textes, il est nécessaire de fournir ici une description rapide du vocabulaire technique que nous serons amené à commenter. Pour ce faire nous utilisons une présentation géométrique, usuelle

1. Pour une liste des éditions et des traductions des traités d'astronomie sanskrits rédigés avant le XIX^e^ siècle, cf. Subbarayappa et Sarma 1985, p. 312-320. Pour une présentation des différents types de traités sanskrits d'astronomie et des thèmes qui y sont abordés, cf. Montelle et Plofker 2018, p. 18-24;27-32.

parmi les spécialistes de l'histoire de l'astronomie[2], car elle permet une prise en main rapide des termes employés. Il faut cependant préciser que cette présentation géométrique ne figure pas dans les textes sanskrits d'astronomie. Il s'agit en effet de constructions utilisées par les historiens de l'astronomie qui rendent compte des procédures de calculs que l'on trouve dans les textes sanskrits d'astronomie, mais la réalité historique de telles représentations géométriques sous-jacentes reste un sujet de vifs débats.

En premier lieu, le calcul de la longitude moyenne des astres errants repose sur le principe d'une vitesse uniforme commune, c'est-à-dire que, en une durée fixée, tous les astres errants parcourent exactement la même distance. Dès lors, si l'on considère que deux astres errants P_1 et P_2 tournent autour d'un même centre C comme indiqué dans la figure ci-dessous, alors ils parcourent la même distance d dans un intervalle de temps $[t_0; t_1]$. Par conséquent, les circonférences de leurs orbites, ou les rayons r_1 et r_2 de leurs orbites, sont inversement proportionnelles à leurs vitesses angulaires $\frac{P_1(t_1)\widehat{CP_1}(t_0)}{t_1 - t_0}$ et $\frac{P_2(t_1)\widehat{CP_2}(t_0)}{t_1 - t_0}$:

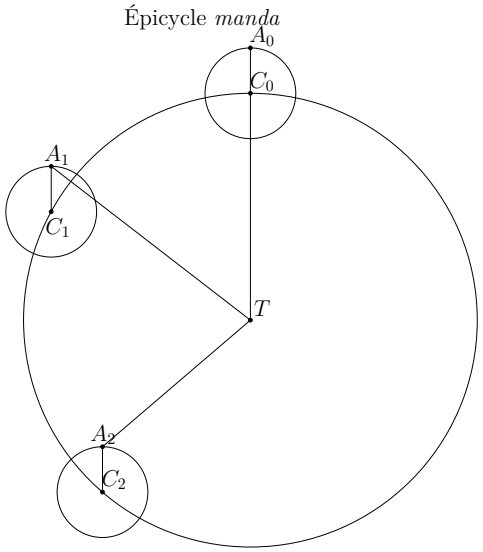


2. Nous nous appuierons principalement sur la présentation générale de Montelle et Plofker ainsi que sur la présentation détaillée de Lu, cf. ibid., p. 37-43 et Lu 2017, p. 25-26.

Ce principe apparaît donc très proche de la mise en relation, courante dans les textes d'astronomie antérieurs[3], entre distance à la Terre et vitesse de rotation des astres errants. Nous discuterons plus loin dans ce chapitre de la question d'une exploitation de cette relation dans les textes sanskrits en vue de déterminer les distances à la Terre des astres errants.

En second lieu, le calcul de la longitude vraie des astres errants repose sur la combinaison de deux méthodes de calcul que les historiens de l'astronomie sanskrite illustrent à l'aide de figures géométriques afin d'en faciliter la compréhension et ce bien qu'aucune figure de ce type n'apparaisse dans les textes eux-mêmes[4].En adoptant ce point de vue géométrique, ce sont deux types d'épicycles qui sont utilisés pour rendre compte des phénomènes : les épicycles du type *manda* qui sont utilisés pour tous les astres errants ; et les épicycles du type *śīghra* qui ne concernent pas les deux luminaires.

Dans la représentation de l'épicycle *manda*, la longitude de l'astre correspond à celle d'un point (A), appelé *manda-ucca*, qui se déplace sur un épicycle dont le centre (C) se déplace sur un cercle centré sur la Terre (T), la contrainte étant que le segment reliant le centre de l'épicycle au point appelé *manda-ucca* conserve une direction constante.



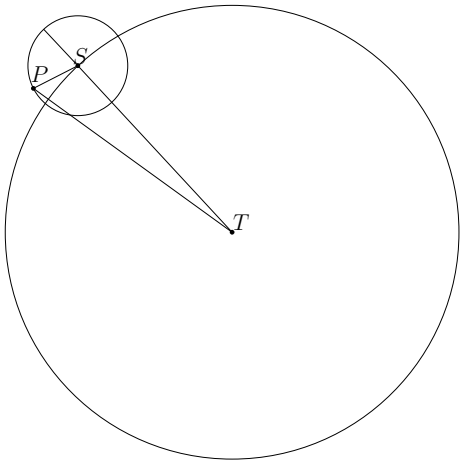
Les représentations par les épicycles *śīghra* diffèrent selon qu'il s'agit de traiter d'une planète inférieure ou d'une planète supérieure.

3. Cf. *supra* page 28.

4. On trouve une présentation des deux méthodes dans l'ouvrage de Montelle et Plofker (Montelle et Plofker 2018, p. 38-43) ; notre exposé est principalement basé sur les représentations de Lu (Lu 2017, p. 25-26).

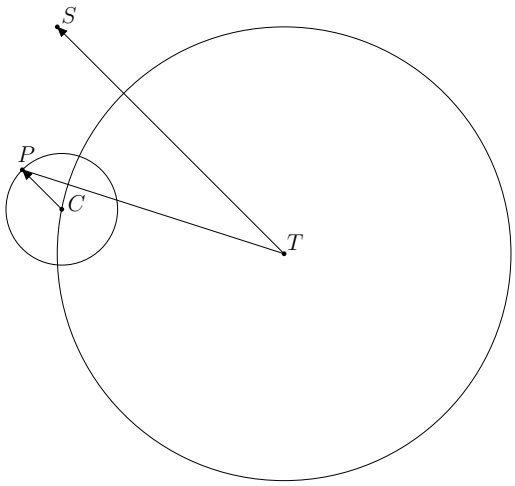
Épicycle *śīghra* pour Mercure et Vénus

Dans le cas de Mercure et de Vénus, leur longitude est celle d'un point (P), appelé *śīghra-ucca*, qui se déplace avec une vitesse angulaire plus élevée que celle du Soleil moyen sur un épicycle ayant pour centre le Soleil moyen.



Épicycle *śīghra* pour Mars, Jupiter et Saturne

Dans le cas de Mars, Jupiter et Saturne, leur longitude est celle d'un point (P), appelé *śīghra-ucca*, qui se déplace avec une vitesse angulaire égale à celle du Soleil moyen (S) sur un épicycle ayant pour centre la planète moyenne.



La longueur TP est appelé le *karṇa* de la planète, et nous discuterons plus loin dans ce chapitre la question de l'identification entre le *karṇa* de la planète et sa distance à la Terre.

Notre étude ne se voulant pas exhaustive, nous avons choisi d'analyser trois textes sanskrits, dans leur traduction anglaise, parmi les nombreux traités sanskrits d'astronomie rédigés avant le VIII^{e} siècle qui nous sont parvenus

et qui ont fait l'objet d'une édition et d'une traduction[5] : le *Pañcasiddhāntikā* composé par Varāhamihira au VI^e^ siècle qui constitue notre principal accès aux textes rédigés avant le V^e^ siècle qu'il cite abondamment ; l'*Āryabhaṭīya* rédigé par Āryabhaṭa aux alentours de l'an 500 dont le contenu a servi de base à un grand nombre de commentaires ultérieurs et dont l'influence sur les auteurs postérieurs est certaine ; le *Khaṇḍakhādyaka* rédigé par Brahmagupta aux alentours de 665 dans lequel l'auteur critique et approfondit les travaux d'Āryabhaṭa tout en proposant des développements originaux.

Nous avons scruté dans chacun de ces textes les considérations en lien avec l'arrangement des astres errants et leurs dimensions avec pour objectif de mettre en lumière certains traits caractéristiques des textes sanskrits d'astronomie.

2.1 Le *Pañcasiddhāntikā* de Varāhamihira

Dans le *Pañcasiddhāntikā*[6], composé par Varāhamihira au VI^e^ siècle, l'auteur propose un résumé de méthodes contenues dans cinq traités antérieurs: le *Pauliśasiddhānta* ; le *Romakasiddhānta* ; le *Vāsiṣṭhasiddhānta* ; le *Sūryasiddhānta*[7] ; le *Paitāmahāsiddhānta*[8].

5. Pour une liste des éditions et des traductions des traités d'astronomie sanskrits rédigés avant le XIX^e^ siècle, cf. SUBBARAYAPPA et SARMA 1985, p. 312-320. Les indices d'une influence sur les premiers traités arabes d'astronomie rédigés au VIII^e^ siècle de chacun des trois traités sanskrits analysés ici ont été synthétisés dans le schéma 1.1 page 34.

6. Notre étude s'appuie sur la traduction de Sarma et Kuppanna Sastry (VARĀHAMIHIRA 1993) dont nous tirons les citations ci-dessous. Nous avons également consulté la traduction antérieure de Pingree et Neugebauer (VARĀHAMIHIRA 1970) que nous avons indiquée en note en cas de divergence importante.

7. C'est une version aujourd'hui perdue du *Sūryasiddhānta* que Varāhamihira cite dans son texte. Le *Sūryasiddhānta* tel qu'il nous est parvenu s'appuie en effet sur un cadre théorique forgé par Āryabhaṭa au VI^e^ siècle et ne peut donc être le traité que cite Varāhamihira. Ce point a été étudié en détail par Sengupta (BURGESS 1935, p. ix-xliv) dans son introduction à la réédition de la traduction en anglais de Burgess du *Sūryasiddhānta*.

8. Dans la figure 1.1 page 34 nous n'avons indiqué que le *Sūryasiddhānta* et le *Paitāmahāsiddhānta* en raison de leur influence sur les travaux d'Āryabhaṭa.

La majeure partie du texte est dédiée à l'exposition de méthodes de calcul permettant à chaque instant de déterminer les positions du Soleil et de la Lune ainsi que la survenue d'éclipses. Une attention particulière est apportée à la prise en compte de la variation des diamètres apparents des deux luminaires en fonction de la date prévue de l'éclipse et ce afin d'en estimer la durée et l'intensité. Les vers VIII.14 et VIII.15[9] fournissent la marche à suivre pour déterminer les diamètres apparents du Soleil et la Lune à un instant donné. La méthode repose sur l'idée que les variations de diamètres sont proportionnelles aux variations de vitesses des astres, ce qui ne se conçoit que si les variations de vitesses sont elles-mêmes proportionnelles aux variations de distances. La méthode est applicable car le texte fournit les diamètres apparents moyens de la Lune (34 secondes d'arc) et du Soleil (30 secondes d'arc) sans toutefois expliquer comment ces angles ont été mesurés. Les variations des distances du Soleil et de la Lune sont également prises en compte dans les vers X.1 à X.3[10] pour la détermination du diamètre de l'ombre dont la connaissance est nécessaire à l'estimation de la durée d'une éclipse de Lune. Il faut noter ici que les méthodes de détermination de la durée et de l'intensité des éclipses exposées dans les traités sanskrits d'astronomie prennent en considération les variations de la distance du Soleil alors que dans l'*Almageste* Ptolémée détermine la parallaxe du Soleil uniquement en fonction de la variation de sa distance au zénith du lieu d'observation[11]. C'est pour cette raison que la présence dans des traités arabes d'astronomie de formules ou d'algorithmes permettant d'intégrer les variations des distances du Soleil et de la Lune dans la prédiction de la durée des éclipses a été utilisée par les historiens des sciences comme un marqueur d'une influence des méthodes

9. Ces vers sont tirés du *Romakasiddhānta*, cf. Varāhamihira 1993, p. 190-191. Un raisonnement similaire bien que plus détaillé est également mentionné dans les vers IX.15 et IX.16 tirés de l'ancien *Sūryasiddhānta*, cf. ibid., p. 214-215.

10. Ces vers sont tirés de l'ancien *Sūryasiddhānta*, cf. ibid., p. 228-231.

11. Cf. Ptolémée 1984, p. 264-266.

détaillées dans les traités sanskrits[12]. Il en est de même de la corrélation des variations du diamètre apparent de la Lune aux variations de sa vitesse angulaire journalière. En effet ce type de raisonnements n'a pas d'équivalent dans les textes de Ptolémée qui estime les variations du diamètre apparent de la Lune à l'aide des calculs de distances que permet son modèle géométrique[13].

C'est à la fin du *Pañcasiddhāntikā* que l'on trouve plusieurs chapitres traitant des planètes, en particulier le chapitre XIII qui contient trois vers relatifs à l'arrangement des astres errants dans lequel est exposée de façon imagée la relation entre la vitesse apparente moyenne d'un astre errant et son éloignement de la Terre (Varāhamihira 1993, p. 259-260) :

> XIII.39 : Beyond the moon are orbiting higher and higher, Mercury, Venus, the Sun, Mars, Jupiter and Saturn, and beyond that there are fixed stars. All the planets move in their own individual orbits at a constant speed.
> XIII.40 : Just as the spokes of the oil-press wheel are thick near the navel, and the space between one another increases as the rim is approached, so the linear extension of the *rāśi*[14] increases as the orbits are situated higher and higher.
> XIII.41 : Situated near-most, the Moon goes round in the shortest time, its orbit being the shortest. But Saturn situated farthermost, in its longest orbit, cannot move so fast, i.e. moves slowest[15].

12. Un des exemples les mieux documentés concerne le *zīj d'Ḥabash al-ḥāsīb* dans lequel l'auteur fournit les indications nécessaires pour la détermination de la distance du Soleil à la Terre en fonction de sa longitude et de la table de parallaxe de l'*Almageste*, cf. As-Saleh 1970, p. 164.

13. Pour une étude détaillée de l'intégration des méthodes issues de traités sanskrits d'astronomie pour la détermination de la durée et de l'intensité des éclipses dans les *zījs* arabes rédigés dans la première moitié du IX^e^ siècle, cf. (Giahi Yazdi 2009, p. 62-65;71-73).

14. Ce terme désigne généralement un signe, c'est à dire un angle de trente degrés sur l'écliptique, à comprendre ici comme une unité d'angle fixée.

15. Le vers 41 du *Pañcasiddhāntikā* correspond exactement au vers III.13 de l'*Āryabhaṭīya* qui présente par ailleurs de nombreuses divergences avec ce texte, cf. Āryabhaṭa 1927, p. 34.

La cosmologie transmise par Varāhamihira apparaît donc de nature géocentrique, les astres orbitant autour de la Terre à une vitesse commune constante avec comme conséquence immédiate que la différence des vitesses apparentes de deux astres traduit la différence de leurs distances respectives à la Terre. On retrouve ici l'idée de la correspondance entre vitesse moyenne de révolution d'une planète et distance à la Terre qu'Aristote signalait déjà comme bien établie[16].

2.2 L'*Āryabhaṭīya* d'Āryabhaṭa

L'*Āryabhaṭīya*[17] est un *siddhanta*, c'est à dire un traité théorique, rédigé par Āryabhaṭa aux alentours de l'an 500.

2.2.1 Sur l'arrangement des astres

Dans ce traité, Āryabhaṭa reprend l'hypothèse d'une vitesse de déplacement uniforme commune à tous les astres errants et fournit le nombre de révolutions qu'ils ont chacun effectué durant une même période de temps (Āryabhaṭa 1927, p. 4) :

> I.3 : Dans un Mahayuga [soit 4 320 000 ans] le Soleil effectue 4 320 000 révolutions, la Lune 57 753 336, la Terre 1 582 237 500 vers l'Est, Saturne 146 564, Jupiter 364 224 et Mars 2 296 824. Les révolutions de Mercure et de Vénus sont les mêmes que celles du Soleil.
> I.4 : Les révolutions de l'apogée de la Lune sont 488 219, celles des *śīghra-uccas* de Vénus et Mercure sont respectivement 70 222 388 et 17 937 020. Les *śīghra-uccas* des autres [planètes] sont les mêmes que les révolutions du Soleil.

16. Cf. *supra* page 28.

17. Deux traductions ont paru presque simultanément et indépendamment l'une de l'autre, l'une en 1927 par Sengupta (Āryabhaṭa 1927) et l'autre en 1930 par Clarck (Āryabhaṭa 1930). Le texte sanskrit ne m'étant pas accessible, j'ai systématiquement comparé les deux traductions. La numérotation des vers cités est celle de la traduction en anglais de Sengupta. Les traductions en français sont de mon fait.

Il faut ici comprendre le vers I.3 comme la donnée des vitesses moyennes des astres errants, permettant de déterminer la longitude moyenne d'un astre errant à chaque instant, alors que le vers I.4 fournit les données nécessaires à l'exploitation des méthodes de calculs que nous avons représentées plus haut sous la forme d'épicycles de type *śīghra*.

D'autre part, l'arrangement des astres est explicité par Āryabhaṭa dans le livre III de l'*Āryabhaṭīya* dans deux vers très proches des vers I.41 et I.39 du *Pañcasiddhāntikā* cités plus haut[18] :

> III.13 : La Lune décrit la plus petite orbite, située en dessous de toutes les autres orbites, dans le temps le plus petit. La lente Saturne décrit la plus grande orbite située au dessus des autres dans le temps le plus long.
> III.15 : En dessous des étoiles fixes il y a les astres errants dans l'ordre suivant : Saturne, Jupiter, Mars, le Soleil, Venus, Mercure et la Lune. En dessous de l'ensemble est la Terre située au centre de l'espace comme un poteau d'attache.

2.2.2 Sur les dimensions célestes

Dans l'*Āryabhaṭīya*, Āryabhaṭa formule sans ambiguïté un des principes qui permettra à certains de ses successeurs d'envisager un calcul des distances à la Terre des astres errants. Il explique en effet que les objets célestes se déplacent tous uniformément à la même vitesse et qu'ils ont par conséquent tous parcourus la même distance durant la même période :

> III.12 : En soixante années solaires, chaque planète parcourt sur sa propre orbite un trajet dont la longueur est égal à la circonférence de la sphère des astérismes, et durant un divin *yuga* elle parcourt la circonférence des cieux[19].

18. Traduction en français à partir des traductions anglaises de Sengupta (Āryabhaṭa 1927, p. 34) et Clark (Āryabhaṭa 1930, p. 56).
19. Cf. Āryabhaṭa 1927, p. 34 et Āryabhaṭa 1930, p. 55.

La distance parcourue par un astre errant en une révolution peut donc être calculée dès lors que l'on connaît le nombre de révolutions effectuées durant une de ces périodes de temps et que l'on connaît la circonférence des cieux. Réciproquement, pour déterminer la longueur de la circonférence des cieux, il suffit de connaître la distance parcourue par un des astres errants en une révolution puisque le nombre de révolutions en une période de temps est connu. Or Āryabhaṭa produit cette valeur cruciale à partir de la vitesse angulaire de la Lune qui va ainsi servir de donnée clé pour calculer la distance parcourue par chacun des astres errants en une révolution en appliquant le principe que nous venons de décrire. En effet, après avoir mentionné que le diamètre de la Lune était de 315 *yojanas*, une unité terrestre dont la valeur peut varier selon les auteurs[20], sans justifier cette valeur, Āryabhaṭa indique, toujours sans justification, que la vitesse angulaire de la Lune est de dix *yojanas* en une minute d'arc[21]. La distance en *yojanas* parcourue par la Lune en une minute d'arc étant connue, il est dès lors possible à Āryabhaṭa de déterminer la circonférence de l'orbite de chaque planète[22] :

> I.6 : Les révolutions de la Lune multipliées par douze donnent les signes, et multipliées successivement par 30, 60 et 10 donnent respectivement les degrés, les minutes et les *yojanas* de la circonférence des cieux. [...] Les planètes se déplacent sur des cercles dont les dimensions sont les quotients de la circonférence des cieux par leur nombre respectif de révolutions. L'orbite du Soleil est un soixantième du cercle des étoiles fixes.

20. Les *yojanas* utilisées par Āryabhaṭṭa dans ce traité ne sont pas identiques à celles utilisées dans le système *ārdharātrika* qu'il a utilisé dans un autre de ses traités et que l'on retrouve par exemple dans le *Khaṇḍakhādyaka* de Brahmagupta : 10 *yojanas* dans l'*Āryabhaṭīya* correspondent à 15 *yojanas* dans le système *ārdharātrika*. Pour illustrer ces problèmes d'unités, remarquons que les 315 *yojanas* du diamètre de la Lune mentionnés ici par Āryabhaṭṭa ont été remplacés par 320 *yojanas* par Lalla dans son commentaire (Lalla 1981, p. 178) de façon à ce que la correspondance avec les 480 *yojanas* données par Brahmagupta dans l'autre système d'unités soit parfaite. Pour une comparaison des paramètres employés dans les différents traités sanskrits, cf. Al-Hāshimī 1981, p. 207-210.

21. Cf. Āryabhaṭa 1930, p. 15.

22. Cf. Āryabhaṭa 1927, p. 7.

Les calculs décrits ici par Āryabhaṭa sont les suivants : en 4 320 000 ans, la Lune effectue 57 753 336 révolutions (c'est la vitesse moyenne de la Lune), ce qui correspond à $57\ 753\ 336 \times 12 \times 30 \times 60 = 1\ 247\ 472\ 057\ 600$ minutes d'arc. En considérant que la Lune parcourt 10 *yojanas* chaque minute d'arc (c'est la vitesse angulaire de la Lune), son parcours total est donc de 12 474 720 576 000 *yojanas*. Ce parcours total est le même pour tous les astres (c'est le principe d'une vitesse commune à tous les astres errants), par conséquent la distance parcourue par chacun d'entre-eux en une révolution s'obtient en divisant ce parcours total par le nombre de révolutions effectuées.

Nous traiterons en détail des critiques formulées par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*[23] quant à l'absence de justification de la donnée clé relative à la vitesse angulaire de la Lune dans le chapitre 7 puisqu'il s'agit là *a priori* d'une question relevant de l'exploitation des sources par les auteurs de notre corpus davantage que d'une question interne aux textes sanskrits d'astronomie. Remarquons cependant qu'aucun texte sanskrit ne justifie la détermination du diamètre de la Lune en *yojanas* et que *de facto* la question se pose de savoir si cette donnée correspond à la mesure du diamètre de la Lune en *yojanas* dérivée d'une ou plusieurs observations ou bien s'il s'agit là d'une convention permettant de quantifier des rapports de grandeurs.

En outre, il est important de remarquer que les circonférences obtenues par Āryabhaṭa ne sont pas de même nature selon qu'il s'agisse des deux planètes inférieures ou des autres astres. En effet pour Mercure et Vénus, ces circonférences correspondent à la circonférence de leur épicycle dont le centre est le Soleil. Ainsi le nombre de révolutions des astres durant une période de temps donnée renvoie-t-il à des rotations différentes selon qu'il s'agisse des deux planètes inférieures, dans ce cas le nombre indiqué est celui des révolutions du *śīghra-ucca* sur son épicycle, ou des autres astres errants pour lesquels ce nombre est celui des révolutions autour de la Terre. Il est dès lors impossible d'utiliser les rapports de ces nombres de tours les uns aux

23. Cf. *infra* notre traduction du paragraphe (ϵ). Pour un commentaire détaillé des arguments d'al-Bīrūnī pour la réfutation de ce qu'il désigne comme la *Méthode des Indiens*, cf. Loizelet 2019, p. 18-22.

autres pour en déduire les rapports des distances des astres à la Terre les uns aux autres. Il semble donc difficile d'affirmer que le texte d'Āryabhaṭa propose ainsi une méthode pour calculer la distance des planètes à la Terre, mais cependant il s'agit peut-être du sens de la première partie du vers III.25 à propos duquel les deux traductions à notre disposition diffèrent fortement. En effet alors que Sengupta se refuse à traduire ce passage[24], Clark propose la traduction suivante[25]:

> III.25 : The product of its hypothenuses [*karṇas*] divided by the radius will give the distance between the planet and the Earth.

Si un doute subsiste quant à la mise en place par Āryabhaṭa d'une méthode permettant de déterminer les distances des planètes à la Terre, il n'en va pas de même en ce qui concerne les deux luminaires. En effet Āryabhaṭa prend explicitement en compte les variations des distances à la Terre des deux luminaires ainsi que leurs diamètres pour la détermination de l'intensité des éclipses[26] :

> IV.39 : Multiplie la distance entre la Terre et le Soleil par le diamètre de la Terre et divise la par la différence de leurs diamètres, le résultat est la longueur [du cône] de l'ombre de la Terre depuis le centre de la Terre.
> IV.40 : Multiplie la distance entre le sommet [du cône] de l'ombre et la Lune par le diamètre de la Terre et divise [le résultat] par la longueur [du cône] de l'ombre, le résultat est le diamètre [du cône] de l'ombre sur l'orbite de la Lune.

En ce qui concerne la taille des astres errants, on trouve également dans l'*Āryabhaṭīya* des valeurs précises des diamètres des astres errants [27] :

24. Cf. Āryabhaṭa 1927, p. 40.
25. Cf. Āryabhaṭa 1930, p. 61.
26. Cf. Āryabhaṭa 1927, p. 52-53 et Āryabhaṭa 1930, p. 78-79.
27. Nous rendons ici la traduction en anglais de Sengupta, cf. Āryabhaṭa 1927, p. 7-8.

> I.7 : Mille cinquante *yojanas* mesurent le diamètre de la Terre, les diamètres du Soleil et de la Lune sont respectivement 4 410 et 315 *yojanas*. [...] Les diamètres de Vénus, Jupiter, Mercure, Saturne et Mars sont respectivement $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{30}$ du diamètre de la Lune, pris à leur distance moyenne du Soleil[28].

La traduction de ce vers a posé des problèmes aux traducteurs dont les divergences d'interprétations ne permettent pas d'estimer les diamètres en *yojanas* des planètes. En effet l'interprétation de Clark (Āryabhaṭa 1930, p. 15) laisse penser que ce sont les diamètres en *yojanas* des planètes qui sont exprimés dans ce vers en fractions du diamètre de la Lune, alors que les interprétations de Sengupta et de Parameshvara, un commentateur du XV^e^ siècle, conduisent à considérer que ces fractions permettent de déterminer le diamètre apparent des planètes dans une position particulière.

On retrouve ainsi dans l'*Āryabhaṭīya* plusieurs traits caractéristiques du *Pañcasiddhāntikā*. Āryabhaṭa reprend en effet l'idée que tous les astres errants parcourent la même distance en *yojanas* durant un même intervalle de temps et que ces distances peuvent être calculées et accorde, tout comme Varāhamihira, une importance particulière aux variations des diamètres apparents des deux luminaires en vue de décrire l'intensité des éclipses. Cependant Āryabhaṭa s'intéresse plus explicitement à l'arrangement des astres errants que Varāhamihira (vers III.15) et il fournit une méthode pour déterminer la distance parcourue par chacun des astres errants depuis une époque déterminée. Il faut également remarquer qu'Āryabhaṭa ne produit pas de distances à la Terre en *yojanas* et qu'il est probable que le passage regardant les diamètres des planètes (vers I.7) ne concerne pas leurs diamètres en *yojanas* mais bien leurs diamètres apparents.

---

28. Les chiffres fournis par Clark sont les mêmes, mais il ne mentionne pas le fait que les diamètres indiqués sont «*pris à leur distance moyenne du Soleil*» et produit une traduction très différente de la fin de ce vers : «Les années dans un *[Maha]yuga* sont égales au nombre de révolutions du Soleil dans un *[Maha]yuga*». Il est probable que l'interprétation du texte sanskrit soit difficile car Sengupta indique que le commentateur Parameshvara (XV^e^ siècle) considère que les diamètres sont pris à leur distance moyenne de la Lune et non du Soleil, cf. Āryabhaṭa 1927, p. 9.

2.3 Le *Khaṇḍakhādyaka* de Brahmagupta

Brahmagupta a rédigé le *Khaṇḍakhādyaka*[29] aux alentours de 665. Ce traité appartient au genre des *karanas* car il comporte uniquement les procédures à appliquer sans explication quant à leurs bases théoriques. Il est composé de deux parties : la première partie (*Pūrvakhaṇḍakhādyaka*) est une reprise explicite des résultats obtenus par Āryabhaṭa dans un ouvrage distinct de l'*Āryabhaṭīya* et aujourd'hui perdu[30] (voir figure 1.1) ; la seconde partie (*Uttarakhaṇḍakhādyaka*) contient des corrections et des améliorations principalement basées sur un autre traité d'astronomie de Brahmagupta, le *Brāhmasphuṭasiddhānta* rédigé aux alentours de 630 qui appartient au genre des *siddhāntas* au même titre que l'*Āryabhaṭīya* d'Āryabhaṭa. C'est d'ailleurs uniquement dans le *Brāhmasphuṭasiddhānta* que Brahmagupta décrit l'arrangement des astres errants (Ikeyama 2003, p. 156) :

> XXI.2 : La sphère de la Terre est entourée des sphères de la Lune, de Mercure, de Vénus, du Soleil, de Mars, de Jupiter et de Saturne, qui est entourée par la sphère des étoiles fixes.

Dans le chapitre dédié aux éclipses de Lune, Brahmagupta fournit des règles pour déterminer les diamètres apparents des deux luminaires en fonction de la date[31]. Ces calculs reposent sur l'hypothèse, identique à celle exposée plus haut dans l'*Āryabhaṭīya*, que tous les astres parcourent la même distance en *yojanas* durant une certaine période de temps ainsi que sur la donnée de la vitesse angulaire de la Lune, soit 15 *yojanas* parcourus pour

29. Conjointement à la traduction et au commentaire de Chaterjee (Brahmagupta 1970), nous nous appuierons sur la traduction et le commentaire plus récent de Lu (Lu 2017) qui propose une mise à jour des connaissances sur l'histoire des textes astronomiques sanskrits ainsi qu'une traduction du commentaire d'Utpala (X^{e} siècle) facilitant la compréhension du texte de Brahmagupta.

30. Dans cet ouvrage, Āryabhaṭa utilisait un système dans lequel les jours commencent à minuit, ce système est connu sous le nom d'*ārdharātrika*, cf. Pingree 1973.

31. *« 4.2 : Les vitesses journalières réelles du Soleil et de la Lune multipliées respectivement par 11 et 10, et divisées par 20 et 247, donnent leurs diamètres apparents en minutes»* (Brahmagupta 1970, p. 62).

chaque minute d'arc[32]. Lu a reconstruit la démarche aboutissant à cette procédure[33] et a montré qu'elle repose sur les valeurs des diamètres en *yojanas* du Soleil et de la Lune tels qu'exposés par Brahmagupta dans le chapitre XXI du *Brāhmasphuṭasiddhānta*[34].

2.3.1 Y-a-t-il une méthode pour calculer les distances des planètes à la Terre dans les textes de Brahmagupta ?

Dans la suite du chapitre XXI du *Brāhmasphuṭasiddhānta*, Brahmagupta fournit une procédure permettant de calculer ce qu'il nomme le *karṇa* d'une planète à tout instant : *«La circonférence [en* yojanas*] multipliée par le rayon et divisée par les minutes d'un cercle donne le* karṇa*»* (Ikeyama 2003, p. 223). Or plusieurs commentateurs du *Brāhmasphuṭasiddhānta* semblent avoir interprété le *karṇa* comme étant la distance à la Terre. C'est en particulier le cas d'Utpala dont Ikeyma traduit ainsi le commentaire : *«Qu'est-ce que le* karṇa*? Le sens de ce terme est le rayon en* yojanas *entre le centre de la Terre et le cercle de l'orbite»* (ibid., p. 223). Il s'avère donc nécessaire de discuter de la pertinence de cette interprétation de façon à déterminer si les textes sanskrits d'astronomie fournissent une méthode de calculs des distances à la Terre des astres errants.

Les calculs des *karṇas* des planètes dépendent de la connaissance de trois grandeurs : le rayon TC de l'orbite moyenne de la planète[35] TC et deux angles vus de la Terre, l'angle $\widehat{CTS}$ entre la position moyenne de la planète

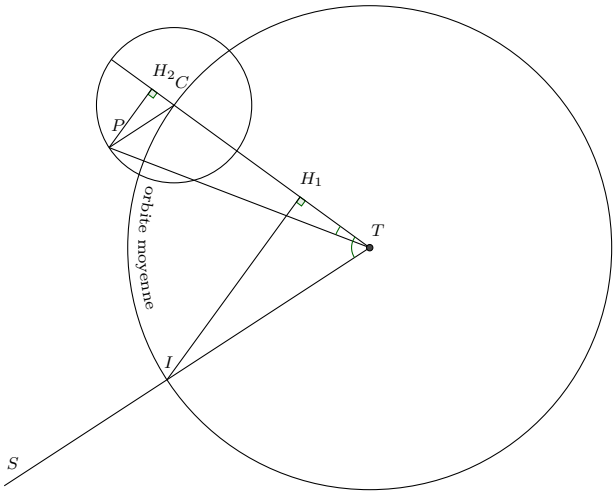
32. Les paramètres numériques sont donc différents de ceux mentionnés dans l'*Āryabhaṭīya*. En particulier dans le texte d'Āryabhaṭa la Lune parcourt 10 *yojanas* pour chaque minute d'arc, cf. *supra* note 20 page 47.

33. Cf. Lu 2017, p. 140.

34. «Les diamètres de la Terre, du Soleil et de la Lune [...] sont 1 581, 6 522 et 480 *yojanas*» (Ikeyama 2003, p. 224).

35. Il est possible que ce rayon soit la distance en *yojanas* déterminée à l'aide de la relation de proportionnalité entre vitesse de rotation et circonférence de l'orbite, mais il est également possible qu'il soit un paramètre arbitrairement égalée à 150 (rayon du cercle standard chez Brahmagupta). Remarquons ici qu'al-Bīrūnī attribue, dans le paragraphe

et la position du Soleil et l'angle $\widehat{CTP}$ entre la position moyenne de la planète et sa position réelle[36]. La figure ci-dessous décrit le modèle sous-jacent dans le cas des planètes supérieures [37] :



Dans ce modèle[38] le rayon $[CP]$ est toujours parallèle à la direction Terre-Soleil TS, par conséquent le *karṇa* TP de la planète s'obtient grâce à la formule[39] :

$$TP = \frac{PH_2}{Sin\left(\widehat{CTP}\right)} = \frac{CP \times Sin\left(\widehat{CTS}\right)}{Sin\left(\widehat{CTP}\right)}$$

($\alpha\epsilon$) du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, la diversité des résultats concernant les tailles des planètes dans les traités sanskrits à la diversité des choix du rayon du cercle standard, cf. *infra* page 481.

36. Les procédures permettant de déterminer ces angles ont été décrites en amont par Brahmagupta dans le cadre de la détermination de la longitude de la planète.

37. Cette figure est adaptée de la figure 4.24 produite par Lu (Lu 2017, p. 160) dans une note mathématique qui a pour objectif d'aider à compréhension d'un vers de Brahmagupta : *« VIII.2 : Le Sinus du* Sighra-kendra *d'une planète obtenu dans la quatrième opération durant la procédure pour trouver sa longitude, multiplié par le Sinus de son* Sighraphala *maximal et divisé par le Sinus de son* Sighraphala *obtenu durant la quatrième opération, donne son* Sighrakarṇa *»* (Brahmagupta 1970, p. 69).

38. Il s'agit des épicycles de type *sighra* décrit précédemment page 40.

39. La notation *Sin* indique qu'il s'agit de la longueur d'un segment qui, bien qu'attachée à un angle particulier, dépend du rayon du cercle considéré.

Nous avons déjà signalé lors de la présentation de l'*Āryabhaṭīya* d'Āryabhaṭa que le nombre de révolutions des astres durant un *yuga* renvoie à des rotations différentes selon qu'il s'agit des deux planètes inférieures, dans ce cas le nombre indiqué est celui des révolutions du *śīghra-ucca* sur son épicycle, ou des autres astres errants pour lesquels ce nombre est celui des révolutions du *manda-ucca* autour de la Terre. Par conséquent, bien que l'hypothèse de proportionnalité entre les vitesses de révolutions des astres et la longueur de leur parcours permette, dès lors que la circonférence de l'orbite de la Lune est connue, de déterminer les circonférences des orbites de chacun des astres errants, il apparaît que les rayons de ces circonférences, de nature diverses, ne peuvent être assimilés aux distances à la Terre de ces astres. Ce point précis a été parfaitement mis en évidence par al-Bīrūnī dans le paragraphe (ϵ) du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* où il indique qu'utiliser la proportionnalité entre les distances et les vitesses de rotation n'a de sens que si ces rotations se font autour d'un même centre[40]. Al-Bīrūnī remarque en effet que comme Mercure et Vénus ont une vitesse moyenne égale à celle du Soleil, ce qui est un fait observationnel accepté par tous les astronomes, les nombres de révolutions, différents les uns des autres, mentionnés pour chacun de ces trois astres errants dans les traités sanskrits ne peuvent être ceux des nombres, tous trois égaux, de leurs révolutions en un temps donné autour de la Terre. Par conséquent, l'application de la méthode de l'inverse proportionnalité entre les rayons de ces circonférences et les vitesses angulaires ne donne pas accès aux distances à la Terre de ces astres errants.

Il n'est donc pas étonnant de constater que Brahmagupta, pas plus qu'Āryabhaṭa avant lui, n'identifie pas le *karṇa* d'une planète avec sa distance à la Terre, et en effet la très grande majorité des différents textes consultés indiquent seulement que ces nombres de révolutions permettent de calculer la circonférence des orbites des astres errants, le terme orbite ne renvoyant pas obligatoirement à la trajectoire de la planète mais à celle du point pertinent pour la détermination de sa longitude.

40. Pour le texte d'al-Bīrūnī, cf. *infra* page 463. Pour notre commentaire sur les arguments d'al-Bīrūnī, cf. Loizelet 2019, p. 18-22.

Remarquons cependant que plusieurs commentateurs des textes de Brahmagupta ont interprété le *karṇa* comme une distance à la Terre et ce dès le IXe siècle et le commentaire de Pṛthudaka au *Brāhmasphuṭasiddhānta* : *«Qu'est-ce que le* karṇa*? C'est le rayon en* yojanas *entre le centre de la Terre et le cercle de son orbite »*[41]. C'est également ainsi qu'al-Bīrūnī a traduit ce terme comme en atteste en particulier l'entête de la colonne d'un tableau de son *Traité sur l'Inde* dans laquelle il reporte les *karṇas* qu'il a calculés : *«Les* yojanas *de leur rayon, qui est leur distance au centre de la Terre»*[42]. Cette interprétation du *karṇa* comme étant la distance à la Terre se retrouve fréquemment dans les traductions modernes des textes sanskrits d'astronomie, dont le plus ancien exemple est la traduction du *Sūrya-Siddhānta* par Burgess en 1858[43] :

> Chaque orbite, multipliée par le diamètre de la Terre et divisé par la circonférence de la Terre, donne le diamètre de cette orbite. Et ceci, après avoir soustrait le diamètre de la Terre et divisé par deux, donne la distance de la planète.

Nous discuterons d'une cause possible de ce glissement de sens du terme *karṇa* dans les textes sanskrits à partir du IXe siècle au chapitre 7 puisqu'il nous semble que cette lecture soit liée à une pénétration de la cosmologie ptoléméenne que nous détaillerons dans les deux chapitres suivants. Notons toutefois dès à présent que c'est sans doute en réaction à cette assimilation erronée entre le *karṇa* d'une planète et sa distance à la Terre que Bhāskarācārya, dans le *Siddhānta Śiromaṇi* rédigé au XIIe siècle, a jugé nécessaire de fournir des précisions quant à l'interprétation à donner des circonférences des orbites des planètes calculées à partir des nombres de révolutions des planètes effectuées en une période de temps donnée. À cet effet, Bhāskarācārya confirme en premier lieu la méthode de l'utilisation de la proportionnali-

41. Cf. Ikeyama 2003, p. 223.

42. Ma traduction à partir de l'édition du texte arabe de Sachau (Al-Bīrūnī XVII, 121r) : جوزن انصاف اقطرها وهو البعد من مركز الارض.

43. Cf. Burgess 1935, p. 397.

té entre les nombres de révolutions et la circonférence de l'orbite[44], puis il explicite les précautions à prendre dans l'interprétation des circonférences obtenues[45] :

> (8-9) : L'orbite de la planète est sans aucun doute l'orbite du *manda-ucca* et du nœud ; mais en calculant la position de ces *manda-ucca* et de ces nœuds, selon la méthode indiquée plus haut [...], leurs orbites sont prises différentes de celles des planètes. En effet c'est l'orbite du Soleil lui-même qui sera l'orbite de Mercure et de Vénus, et les orbites de leur *śīghra-ucca* sont leurs vraies orbites dans lesquelles Mercure et Vénus se déplacent avec la vitesse du Soleil.

Dans ce vers, Bhāskarācārya indique que les vraies orbites ne sont pas celles utilisées pour effectuer les calculs astronomiques, le modèle des épicycles de type *śīghra* pour les planètes inférieures ne correspondant pas un déplacement de ces planètes autour de la Terre. Ainsi les *karṇas*, c'est à dire les rayons des circonférences calculées, ne peuvent être assimilés avec les distances à la Terre de ces planètes.

2.3.2 Prise en compte des variations des diamètres apparents des planètes dans la détermination de la durée des conjonctions

Il n'y a donc pas de calcul des distances des planètes à la Terre dans les textes de Brahmagupta. Cependant la capacité à déterminer les valeurs du *karṇa* d'une planète à un moment donné est un ingrédient nécessaire à la résolution d'un problème astronomique absent des textes grecs d'astronomie : celui de la durée des phénomènes de conjonction en longitude des planètes, et éventuellement de leurs occultations mutuelles. En effet, lorsque les calculs

44. Il s'agit du vers 4 de la partie intitulée *Madhyādhikāra* (Bhāskarācārya 1980, p. 45) : «la circonférence de l'Univers donnée plus haut divisée par le nombre de révolutions dans un *kalpa* par une planète donne la circonférence de l'orbite de la planète».

45. Cf. ibid., p. 51-52.

des longitudes de deux planètes annoncent une conjonction, les auteurs des traités sanskrits d'astronomie se pose la question de la durée de ce phénomène. Or cette durée dépend non seulement de la vitesse angulaire de chacune des deux planètes mais aussi de leurs diamètres apparents au moment de la conjonction. Ces diamètres apparents ne sont pas constants (c'est un fait observationnel) et leurs variations sont reliées par les astronomes à la position de chaque planète sur son épicycle : les variations du *karṇa* apparaissent alors comme un paramètre décisif dans la quantification des variations des diamètres apparents et donc de la durée des conjonctions.

Tant dans le *Khaṇḍakhādyaka* que dans le *Brāhmasphuṭasiddhānta*, Brahmagupta s'intéresse donc au calcul des variations des *karṇas* des planètes, considérés ainsi comme des distances relatives, bien qu'exprimées en *yojanas*, et non comme distances absolues de la planète au centre à la Terre, pour déterminer les variations de leurs diamètres en vue du calcul de la durée des phénomènes de conjonction. Une fois l'instant de la conjonction déterminé grâce au calcul des longitudes des deux planètes, la durée de cette conjonction est alors fonction de la vitesse et des diamètres apparents de chacune des planètes, ces diamètres variant proportionnellement au *karṇa* de la planète à la Terre autour d'un diamètre apparent connu comme l'explique Utpala dans son commentaire au *Khaṇḍakhādyaka* rédigé au X^e^ siècle (Lu 2017, p. 228-229)[46] :

> Ainsi, sans les tailles des planètes le calcul ne peut être effectué. C'est pourquoi, il [Brahmagupta] explique le calcul de la taille d'une planète : «Les minutes [des diamètres apparents des planètes] sont 2 [pour Mars], 3 [pour Mercure], $3\frac{1}{2}$ [pour Jupiter], 4 [pour Vénus] et $2\frac{1}{2}$ [pour Saturne]. Ceci multiplié par le rayon et divisé par leur *karṇa* donne les minutes des tailles corrigées». [...] Ce qui est obtenu est la taille corrigée en minutes. À l'aide de ceci, effectue le calcul mentionné plus haut.

46. Cette idée est formulée par Brahmagupta dans les vers VIII.5 et VIII.6 (Brahmagupta 1970, p. 70).

Cette correction des diamètres apparents des planètes en fonction du temps constitue une spécificité des textes sanskrits d'astronomie, et al-Bīrūnī ne manque pas de décrire cet aspect singulier dans le paragraphe ($\alpha\delta$) du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*[47].

Remarquons pour conclure que les auteurs de traités sanskrits d'astronomie poussent le raisonnement précédent jusqu'à prévoir la durée des occultations mutuelles des planètes comme le montre par exemple le commentaire d'Utpala (Lu 2017, p. 226)[48] :

> Quand la conjonction de deux planètes est déterminée [il s'agit de l'égalité des longitudes], il faut déterminer leurs latitudes. [...] Soustrais ensuite la demi-somme des diamètres des planètes de la différence de leurs latitudes, ou de leur somme [selon que les deux latitudes soient de mêmes signes ou de signes opposés], et à partir ce qui reste trouve le résultant comme dans le cas des éclipses. Quand la demi-somme des diamètres des planètes ne peut être soustraite, alors la planète qui est située au-dessus est obscurcie par la planète qui est située en dessous. Dans ce cas les calculs doivent être conduits comme dans le cas des éclipses solaires.

47. Cf. *infra* page 481.

48. Dans le commentaire mathématique de ce passage, Lu indique qu'Utpala prend comme valeur moyenne du *karṇa* de la planète le rayon standard du cercle chez Brahmagupta (150), puis détermine le *karṇa* corrigé afin de déterminer le diamètre apparent de la planète au moment de l'occultation (Lu 2017, p. 177) :

> Afin de calculer la magnitude de l'occultation d'une planète, Uptala donne les tailles moyennes ($\bar{\phi}$) des planètes en minutes. Il faut multiplier la taille moyenne par le rayon de l'orbite de la planète moyenne ($R = 150$) et diviser le produit par la distance réelle (ρ) qui a été calculé pour la planète corrigée, alors les tailles apparentes des planètes (ϕ) sont corrigées :
>
> $$\phi = \frac{\bar{\phi} \times R}{\rho}.$$

Remarquons ici qu'al-Bīrūnī a traduit en arabe un passage du *Karaṇatilaka* dont le contenu est très proche du commentaire d'Utpala cité ici, cf. Al-Bīrūnī 1978 page 29 pour le texte arabe et page 43 pour la traduction en anglais de Quraishi.

Les vers VIII.5 et VIII.6 du *Khaṇḍakhādyaka* sont ici interprétés par Utpala comme une comparaison explicite entre la prise en compte des variations des diamètres apparents des deux luminaires dans la détermination de la durée et de l'intensité des éclipses et la prise en compte des variations des diamètres apparents des planètes dans la détermination de la durée des conjonctions ainsi que de l'intensité des occultations[49].

La quantification des variations des diamètres des planètes trouve dans les vers XIV.3 et XIV.4 du *Khaṇḍakhādyaka* une autre application : celle de la détermination des variations de l'*arcus visionis*[50] de Vénus et de Mercure selon la date considérée[51] :

> XIV.3 : Quand Vénus a un mouvement direct, son diamètre semble plus petit, et elle se lève à l'Ouest et se couche à l'Est avec un *arcus visionis* de 10 [degrés]. Quand son mouvement est rétrograde, son diamètre semble plus grand, et il se lève à l'Est et se couche à l'Ouest avec un *arcus visionis* de 8 [degrés].
> XIV.4 : Mercure se lève et se couche de la manière similaire, à ceci près que lorsqu'il [son mouvement] est direct son *arcus visionis* est de 14 [degrés] et de 12 [degrés] lorsqu'il est rétrograde.

En outre la méthode de calculs des variations des diamètres apparents des deux planètes inférieures, Vénus et de Mercure, permet, à condition d'utiliser le modèle des épicycles de type *śīghra* c'est-à-dire de conduire les calculs en supposant que Mercure et Vénus sont en orbite autour du Soleil, de calculer leurs *arcus visionis* dans des positions intermédiaires comme l'indique d'ailleurs Utpala dans son commentaire à ce passage[52].

49. Tout au long de notre étude, nous avons relevé de nombreuses mentions d'occultations mutuelles de planètes. Or l'observation de ce type de phénomènes avant le recours aux télescopes est mal connue. Nous présenterons une synthèse des informations recueillies dans un article ultérieur en nous appuyant sur l'édition et la traduction du chapitre X.12 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* dans lequel al-Bīrūnī aborde en détail cette question.

50. il s'agit de l'arc de grand cercle passant par le centre du Soleil et le zénith du lieu d'observation mesuré à l'instant où l'astre devient visible (lever) ou invisible (coucher).

51. Cf. Brahmagupta 1970, p. 86.

52. Pour la traduction en anglais du commentaire d'Utpala ainsi qu'une note mathématique de Lu sur ce point, cf. Lu 2017 pages 210 et 267.

2.4 Caractéristiques des traités sanskrits d'astronomie dans le traitement de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes

Dans les traités sanskrits d'astronomie, l'arrangement des astres, la Terre occupant une position centrale, apparaît comme un invariant : la Lune - Mercure - Vénus - le Soleil - Mars - Jupiter - Saturne - les étoiles fixes. De la même façon, l'idée selon laquelle les astres évoluent tous à la même vitesse dans l'espace, et par conséquent que la circonférence de leur orbite est proportionnelle à la durée de leur période de révolution, fait également l'objet d'un consensus nonobstant les variations des paramètres numériques utilisés pour quantifier cette idée. L'analyse que vous venons de faire indique que la détermination de ces circonférences en *yojanas* ne permet pas de déduire leurs distances à la Terre contrairement à ce qu'une interprétation des calculs des *karṇas* des planètes ne tenant pas compte de la diversité des situations sous-jacentes peut laisser supposer.

La caractéristique principale des textes sanskrits d'astronomie, en ce qui concerne le champ de notre étude, s'avère être l'extension des méthodes de détermination des variations des diamètres apparents des luminaires aux cas des planètes. Ces variations des diamètres se trouvent alors susceptibles d'être calculées, ce qui permet d'une part de quantifier les variations des *arcus visionis* des deux planètes inférieures et d'autre part de déterminer avec précision la durée des conjonctions en longitude de deux planètes ainsi que l'intensité d'éventuelles occultations mutuelles. Il est alors particulièrement intéressant de noter, en vue du chapitre 7, que les dimensions des astres errants ne semblent ainsi pas être cherchées pour elles-mêmes mais bien à des fins astronomiques (et certainement astrologiques) dans le cadre de la détermination de la durée et de l'intensité de phénomènes impliquant deux planètes en adaptant les méthodes de calculs utilisées pour déterminer la durée et l'intensité des éclipses. Ces considérations étant complètement absentes des travaux de Ptolémée, que nous allons détailler dans les deux chapitres suivants, leurs

traces éventuelles dans les textes arabes de notre corpus constitueront un marqueur fort d'une influence des traités sanskrits sur les auteurs de ces textes.

Chapitre 3

Mesurer et ordonner les astres dans l'*Almageste* de Ptolémée

L'*Almageste* a été rédigé par Ptolémée aux alentours de 150, probablement à Alexandrie[1]. Il s'agit d'un traité en treize livres dans lequel Ptolémée établit des tables permettant de déterminer à tout moment la position des astres sur la sphère céleste, la construction de ces tables étant justifiée mathématiquement à partir d'observations bien référencées[2]. La stratégie de Ptolémée consiste à élaborer des modèles géométriques permettant de rendre compte des mouvements en longitude et en latidude des sept astres errants. À cette fin, les deux premiers livres fournissent le cadre cosmologique, les outils de géométrie sphérique, les définitions des principaux cercles célestes et les méthodes nécessaires à la prise en compte des lieux d'observation. Les livres III à VI ont pour objets d'étude les deux luminaires, avec en point d'orgue la théorie des éclipses. En préambule à la construction des modèles géométriques des planètes, les livres VII et VIII sont consacrés à la description des étoiles fixes qui servent de références pour l'observation des planètes. Les livres IX à XIII sont alors dédiés à la construction de tables permettant de rendre compte des phénomènes impliquant les cinq planètes (mouvements apparents, longitude, latitude, visibilité). Il faut noter ici que c'est dans les livres IX à XI que Ptolémée construit, pour chacune des cinq planètes, un modèle géométrique permettant de rendre compte de leurs mouvements en longitude, c'est-à-dire de leur position sur l'écliptique.

---

1. Pour les détails biographiques sur la vie de Ptolémée ainsi que sur la rédaction de l'*Almageste*, cf. Toomer 1981.

2. Notre source principale pour le texte de l'*Almageste* est la traduction en anglais de Toomer (Ptolémée 1984) qui fait actuellement référence. La traduction de Toomer est en effet le fruit de la confrontation de l'édition critique du texte grec de l'*Almageste* produite par Heiberg (Ptolémée 1903) avec la tradition manuscrite arabe dont les leçons apparaissent parfois plus fidèles au texte original de Ptolémée. La prise en compte des traditions manuscrites arabes est de plus nécessaire pour l'histoire de l'astronomie puisque la traduction latine de l'*Almageste* la plus influente a été établie par Gérard de Crémone à Tolède en 1175 à partir de versions arabes alors que le texte grec n'a été diffusé qu'au XVI^{e} siècle, cf. Ptolémée 1984, p. 3. Pour les citations en français de l'*Almageste*, nous avons cependant choisi de reproduire la traduction française établie par Halma en 1816 à partir de son édition du texte grec (Ptolémée 1813) lorsque cette traduction correspond à celle établie par Toomer. En cas de divergence, nous citons la traduction en anglais de Toomer.

Il est essentiel de remarquer ici que, par construction, l'échelle de ces modèles n'a aucune influence sur les résultats produits. Par conséquent, seuls les rapports entre les longueurs des diverses lignes sont déterminés par Ptolémée. En particulier il est possible, à partir des modèles fournis par Ptolémée pour chaque planète, de déterminer le rapport de la plus grande distance à la Terre d'une planète à sa plus petite distance à la Terre. Nous nous contenterons ici de remarquer que, dans l'*Almageste*, Ptolémée ne produit pas systématiquement les rapports des distances extrémales de chaque planète[3].

Il ne fait aucun doute que dès le deuxième tiers du IX^e^ siècle, l'*Almageste* est une source privilégiée des astronomes rédigeant en arabe comme en attestent les mentions explicites de cet ouvrage dans la totalité des textes de notre corpus[4]. Par conséquent il apparaît capital de détailler le contenu des chapitres de l'*Almageste* en lien avec le thème de notre étude, c'est-à-dire les chapitres du livre V dans lesquels Ptolémée calcule les distances et les tailles de la Lune et du Soleil ainsi que l'introduction du livre IX dans laquelle il traite succinctement la question de l'arrangement des astres errants.

3. Deux importants commentaires mathématiques de l'*Almageste* ont été produits successivement par Pedersen (Pedersen 1974) et par Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 1, p. 21-345) peu de temps avant la traduction anglaise de Toomer en 1984 en s'appuyant principalement sur l'édition de Heiberg et sur la traduction en allemand établie par Manitius en 1912. Nous renvoyons à ces travaux pour le détail des méthodes employées par Ptolémée pour élaborer les paramètres des modèles géométriques rendant compte des mouvements en longitude des astres errants à partir de données d'observation.

4. Outre la connaissance précoce de l'*Almageste* par les érudits de langues pehlevie et syriaque mentionnée plus haut, plusieurs traductions de l'*Almageste* du grec vers l'arabe sont attestées entre la fin du VIII^e^ et la seconde partie du IX^e^ siècle. Grupe (Grupe 2020, p. 140-141) synthétise les informations disponibles sur ces traductions en arabe de l'*Almageste*, dresse un état des lieux des manuscrits des deux versions arabes qui nous sont parvenues, celle établie par al-Ḥajjāj en 828 et celle établie par Isḥāq ibn Ḥunayn aux alentours de 880 et révisée par Thābit ibn Qurra, et fait le point sur sa découverte récente d'une traduction établie par Thābit ibn Qurra. Signalons ici que la transcription des deux versions arabes connues est en cours dans le cadre du projet *Ptolemaus Arabus Latinus* (Juste 2020a). Les livres I à VI de la version d'al-Ḥajjāj et les livres I à IV de la version Isḥāq-Thābit sont déjà accessibles sur le site du projet (accès le 11 avril 2021).

3.1 Plan commenté de la seconde partie du livre V

C'est dans le livre V de l'*Almageste* que Ptolémée détermine les distances et les tailles des deux luminaires[5]. Dans un premier temps nous donnerons un résumé des propos de Ptolémée. Ceci a pour objectif de contextualiser la présence de ce thème dans l'*Almageste* et de rendre compte de l'ordre d'exposition choisi par Ptolémée. Dans un second temps, nous entrerons dans le détail du texte de Ptolémée d'une part en citant *in extenso* les passages pertinents pour notre étude[6] et d'autre part en détaillant les méthodes mathématiques mises en œuvre[7].

Le livre IV et les dix premières sections du livre V de l'*Almageste* sont dédiés à la construction de tables permettant de calculer à tout instant la position de la Lune dans le ciel. L'établissement de ces tables repose sur un modèle géométrique complexe. Ptolémée, sur la base d'un catalogue très étoffé d'observations, s'applique à dériver mathématiquement l'ensemble des paramètres de ce modèle géométrique, en particulier les rapports de longueurs entre les différentes composantes. Une fois les rapports de toutes les longueurs internes du modèle géométrique de la Lune déterminés, Ptolémée explique (V.11) que la parallaxe de la Lune ne peut-être négligée, en particulier pour la prédiction des éclipses. Pour pouvoir déterminer l'ampleur de cette parallaxe à chaque instant, il est nécessaire de connaître le rapport au rayon terrestre des longueurs internes du modèle géométrique de la Lune. Pour déterminer ce rapport, Ptolémée explique qu'il suffit de réaliser une observation très

5. Signalons que Ptolémée n'est pas le premier auteur de textes grecs d'astronomie à avoir produit des résultats quant aux distances des deux luminaires. Nous renvoyons à la présentation détaillée des méthodes mathématiques relatives à la détermination des dimensions des deux luminaires chez les auteurs grecs antérieurs à Ptolémée réalisée par Evans (Evans 1998, p. 67-74;347-351).

6. Nous avons systématiquement vérifié le bon accord des traductions citées avec l'édition en ligne de la traduction arabe d'Al-Ḥajjāj (Ptolémée 2018).

7. Pour construire cette présentation, outre la traduction de Toomer (Ptolémée 1984, p. 243-258), nous nous sommes appuyés sur les travaux de Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 1, p. 100-112) et de Pedersen (Pedersen 1974, p. 203-213).

précise de la Lune et de comparer la position apparente de la Lune avec la position prédite par le modèle. Il décrit alors (V.12) l'instrument permettant de mesurer précisément un angle entre le zénith d'un lieu et la Lune, puis (V.13) il met en œuvre son programme et détermine le rapport entre une longueur interne du modèle géométrique de la Lune et le rayon terrestre. Il dispose par conséquent de la possibilité d'exprimer chacune des longueurs du modèle géométrique de la Lune en fonction du rayon terrestre.

Ptolémée se propose ensuite (V.14) de déterminer le rapport au rayon terrestre des longueurs internes du modèle géométrique du Soleil. Il explique qu'on peut y parvenir en utilisant deux éclipses dès lors que, en sus de la distance de la Lune aux instants correspondants, on connaît les diamètres apparents du Soleil et de la Lune ainsi que la largeur du cône de l'ombre de la Terre. Il détaille ensuite un instrument permettant de mesurer les diamètres apparents des astres qu'il dit similaire à celui utilisé par Hipparque, puis affirme que le diamètre apparent du Soleil ne varie pas et est égal au diamètre apparent de la Lune lorsque celle-ci est à sa distance maximale de la Terre. Ptolémée explique alors que l'instrument est trop imprécis pour en exploiter les valeurs numériques, le seul fait qui importe étant dès lors que les diamètres apparent du soleil et de la Lune sont égaux lorsque celle-ci est à sa distance maximale. Pour appliquer la méthode qu'il a décrite, Ptolémée choisit donc deux éclipses, l'une de Lune, l'autre de Soleil, ayant eu lieu alors que la Lune était proche de sa distance maximale à la Terre. Il tire des données de ces deux éclipses la largeur du cône de l'ombre, ce qui lui permet alors (V.15) de déterminer par le calcul la distance du soleil en fonction du rayon terrestre. Ptolémée exploite alors (V.16) ces résultats pour déterminer quantitativement les rapports des diamètres et des volumes de la Lune, du Soleil et de la Terre. La fin du livre V est ensuite consacré à la construction et à l'utilisation des tables de parallaxe.

3.2 Les distances de la Lune

La connaissance de la distance maximale de la Lune à la Terre, obtenue par Ptolémée dans l'*Almageste*, est le point de départ des méthodes de détermination des distances des planètes que l'on trouve dans l'ensemble des textes de notre corpus. Il est donc nécessaire de disposer d'un commentaire permettant de suivre l'ordre des étapes des calculs et des raisonnements de Ptolémée car la lecture de son texte est, et a toujours été, difficile. Nous avons choisi ici de proposer un commentaire de ce type, que nous avons souhaité à la fois rigoureux mathématiquement et utile en vue d'une analyse épistémologique, en nous appuyant sur les commentaires mathématiques contemporains de Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 1, p. 101-103) et Pedersen (Pedersen 1974, p. 206-207) lesquels fournissent une présentation moderne et rigoureuse des calculs de Ptolémée mais ne permettent pas de suivre le déroulé du raisonnement de Ptolémée.

Dans le chapitre V.11, Ptolémée expose la nécessité pour un observateur, souhaitant par exemple connaître le moment précis d'une éclipse, de prendre en compte l'existence d'une parallaxe de la Lune, c'est-à-dire une différence entre la position de la Lune observée depuis la surface de la Terre et la position calculée à partir du modèle géométrique dont l'origine est le centre de la Terre. Or la capacité à calculer la parallaxe de la Lune à chaque instant dépend de la connaissance du rapport entre le rayon de la Terre et les mesures internes du modèle de la Lune. C'est dans ce contexte que se pose, selon Ptolémée, la question des distances de la Lune à la Terre (Ptolémée 1813, t. 1, p. 326-327) :

> V.11 : Tels sont les moyens qu'on emploie pour trouver les mouvements vrais de la Lune. Mais comme il arrive à cet astre que son mouvement apparent ne soit pas le même que le vrai, parce que la Terre n'est pas comme un point à l'égard de l'orbite lunaire [...]. Il s'ensuit nécessairement qu'il faut, pour le calcul des phénomènes, et surtout des éclipses du Soleil, tenir compte des parallaxes de la Lune [...].

> Mais comme pour cet objet il est impossible d'assigner les quantités particulières des parallaxes, si l'on ne connaît pas le rapport des distances ; ni ce rapport, si l'on ne connaît pas une des parallaxes. On ne peut pas avoir la distance des astres qui n'ont pas de parallaxe sensible, c'est-à-dire à l'égard desquels la Terre n'est qu'un point. Quant à ceux qui en ont une bien visible, comme la Lune, il ne s'agit que de trouver le rapport de la distance par le moyen d'une parallaxe connue, attendu que l'observation de cette parallaxe quelconque peut se faire immédiatement, au lieu qu'on ne peut pas trouver la grandeur de la distance par elle-même.

Remarquons ici que ce passage nous apprend deux choses en rapport direct avec le thème de notre étude : il y a des objets dont la parallaxe est observable et d'autres pour lesquels cette observation est impossible ; il est indispensable de connaître la distance de la Lune à la Terre pour pouvoir exploiter le modèle lunaire à des fins aussi fondamentales que la prédiction d'éclipses.

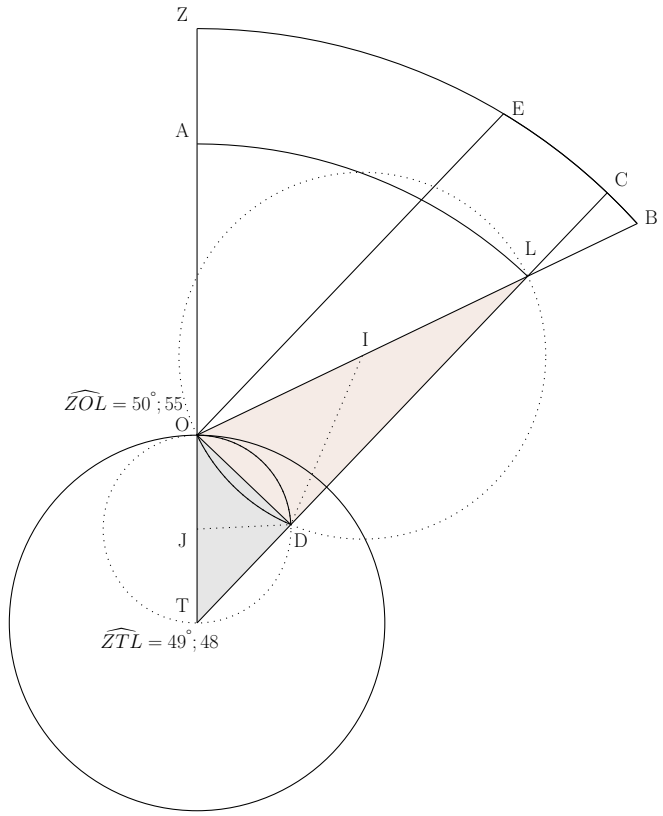
Pour déterminer le rapport entre le rayon terrestre et une ligne choisie comme référence de l'ensemble des lignes du modèle géométrique de la Lune, la méthode employée par Ptolémée dans le livre V de l'*Almageste* repose sur l'exploitation d'une mesure de la parallaxe de la Lune obtenue en comparant la position apparente de la Lune observée à un instant donné et en un lieu donné et sa position théorique calculée en entrant ces données dans les tables. Voici comment Ptolémée décrit l'observation qu'il exploite à cette fin (ibid., t. 1, p. 332)[8] :

> V.13 : Nous avons en effet observé la Lune au méridien, dans la vingtième année d'Adrien, à $5\frac{1}{2}\frac{1}{3}$ heures équinoxiales après-midi, le treizième jour du mois égyptien Athyr[9], lorsque le Soleil allait se coucher.

8. La traduction de Halma n'est pas littérale mais fournit les mêmes informations que la traduction de Toomer (Ptolémée 1984, p. 247) et que la version arabe d'Al-Ḥajjāj (Ptolémée 2018, p. v-13).

9. Cette date correspond au premier octobre 135, cf. Neugebauer 1975, t. 1, p. 101.

Pour décrire la méthode utilisée par Ptolémée afin de déterminer les distances de la Lune à partir de cette observation, nous nous appuierons sur la figure suivante, dans laquelle T est le centre de la Terre, O est la position de l'observateur, L est [le centre de] la Lune et Z est le zénith du lieu d'observation ; de plus la droite (OD) est perpendiculaire à (TL) et la droite (OE) est parallèle à (TL) :



Lors de cette observation, Ptolémée a obtenu que l'angle $\widehat{ZOL}$ avait une mesure de $50^\circ; 55$. Les informations sur le lieu et l'heure de l'observation ainsi que sur le passage de la Lune au méridien à cet instant permettent d'obtenir, par le calcul à partir des tables, une mesure de l'angle $\widehat{ZTL} = 49^\circ; 48$ ainsi qu'un équivalent numérique du rapport de la distance TL à la longueur d'un

des segments du modèle de la Lune pris comme référence[10] – c'est à dire dont la longueur est posée égale à 60 parties que nous noterons 60^{p_0} pour garder visible les changements de longueur de référence–, cet équivalent numérique étant le rapport de $40+\frac{25}{60}$ à 60, ce que l'on notera pour fluidifier l'exposé, tout en gardant à l'esprit la signification précise de cette notation, $TL = 40^{p_0}; 25$.

L'objectif à atteindre est alors de déterminer la valeur de la distance TL dans une unité dans laquelle le rayon terrestre TO est connu, de façon à disposer d'une correspondance entre l'unité interne au modèle de la Lune et le rayon terrestre. L'observateur situé en O voit la Lune en B sur la sphère céleste alors qu'il devrait la voir en C. L'arc $\overset{\frown}{BC}$ est, pour Ptolémée, la parallaxe de la Lune. En raisonnant sur la somme des angles du triangle OTL, il serait immédiat de remarquer que $\widehat{OLT} = 1^{\circ}; 07$, d'où l'on déduirait $\widehat{CLB} = 1^{\circ}; 07$.

Mais cette présentation repose sur une vision anachronique de la notion d'angle. Pour suivre Ptolémée il est nécessaire de ne considérer avec lui que des longueurs d'arc sur un cercle de rayon donné, ce qui nous conduit à introduire des notations distinctes (d_0, d_1, d_2, d_3,d_4) pour la mesure des angles en degrés selon le cercle de référence auquel ils sont rattachés : en effet dire que l'angle $\widehat{ZTC}$ vaut $49^{d_0}; 48$ signifie que le rapport de la longueur de l'arc $\overset{\frown}{ZC}$ à la circonférence de la sphère des fixes est comme le rapport de $49 + \frac{48}{60}$ à 360.

Le raisonnement de Ptolémée est alors le suivant : sur la sphère des fixes, en tenant compte du fait que le rayon de la Terre est négligeable devant le rayon de la sphère des fixes, l'angle observé $\widehat{ZOB}$ correspond à l'arc $\overset{\frown}{ZB} = 50^{d_0}; 55$ et l'angle théorique $\widehat{ZTC}$ correspond à l'arc $\overset{\frown}{ZC} = 49^{d_0}; 48$. Leur différence est par conséquent l'arc $\overset{\frown}{BC} = 1^{d_0}; 07$.

10. Dans le cas du modèle de la Lune, Ptolémée a posé que soixante parties (l'unité interne au modèle) correspondent à la distance du centre de la Terre au centre de l'épicycle de la Lune à son apogée. La donnée du lieu et de la date d'observation permettent, à partir des tables, d'obtenir d'une part la distance zénithale de la Lune et d'autre part les rapports des longueurs des éléments géométriques du modèle les unes par rapport aux autres. Pour les détails des calculs de Ptolémée, cf. (Ptolémée 1984, p. 247-248;250-251).

En construisant ensuite la droite (OE) parallèle à la droite (TL) et en tenant compte à nouveau du fait que le rayon de la Terre est négligeable devant le rayon de la sphère des fixes à laquelle le point E appartient, Ptolémée pose en première approximation que la longueur de l'arc $\overset{\frown}{BE}$ est égale à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{BC}$ et que cet arc correspond à l'angle $\widehat{EOB}$. Comme les droites (OE) et (TC) sont parallèles, les angles alternes-internes $\widehat{OLD}$ et $\widehat{EOL}$ sont égaux[11], et ainsi l'angle $\widehat{OLD}$ a une mesure de $1^{d_1};07$ où la circonférence du cercle centré en L et de rayon OL mesure 360^{d_1}. Le triangle ODL étant rectangle en D, le centre de son cercle circonscrit est le milieu I de son hypoténuse $[OL]$. L'angle au centre $\widehat{OID}$ est alors le double de l'angle inscrit $\widehat{OLD}$ qui intercepte le même arc $\overset{\frown}{OD}$ dont la longueur correspond alors à $2^{d_2};14$ où la circonférence du cercle de centre I et de rayon IO mesure 360^{d_2}. En posant alors $IO = 60^{p_1}$, c'est-à-dire en prenant IO comme nouveau segment de référence pour l'expression des rapports de longueurs, Ptolémée peut alors déterminer la longueur de la corde OD, exprimée dans cette unité, à l'aide de sa table de cordes[12] :

$$OD = Crd(2^{d_2};14) = Crd(2^{d_2}) + 14 \times (0^{p_1};01;02;50) = 2^{p_1};20;19;40 \simeq 2^{p_1};21.$$

Ptolémée remarque alors que les distances OL et DL peuvent être considérées comme égales, et obtient ainsi que $DL = 120^{p_1}$ lorsque $OD = 2^{p_1};21$. Il s'agit ensuite d'exprimer la distance OD en fonction du rayon terrestre de façon à pouvoir conclure.

Pour ce faire, Ptolémée utilise le triangle ODT rectangle en D. Son point de départ est la connaissance de l'angle $\widehat{ATL}$ qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{AL} = 49^{d_3};48$ où la circonférence du cercle de centre T et de rayon TL mesure 360^{d_3}. Mais cet angle est égal à l'angle $\widehat{OTD}$ qui est la moitié de l'angle au centre $\widehat{OJD}$, le point J étant le milieu de l'hypothénuse OT du triangle ODT. Par conséquent l'arc $\overset{\frown}{OD}$ mesure $99^{d_4};36$ où la circonférence du cercle de centre J et de rayon JT mesure 360^{d_4}. En posant cette fois

11. Ptolémée ne justifie pas l'utilisation de ces théorèmes de géométrie élémentaire, que nous désignons selon la terminologie usuelle.

12. Ptolémée a fournit une table de cordes au chapitre I.11, cf. Ptolémée 1984, p. 57-60.

$JT = 60^{p_2}$ et en utilisant à nouveau la table de cordes du livre I, on obtient la valeur de la longueur de la corde OD dans cette mesure :

$$OD = Crd(99^{d_4}; 36) = Crd(99^{d_4}; 30) + 6 \times (0^{p_2}; 00; 40; 30) = 91^{p_2}; 39; 20 \simeq 91^{p_2}; 39.$$

De la même manière, Ptolémée détermine la longueur de la corde DT qui correspond à l'arc supplémentaire $\overset{\frown}{DT}$ dans le même cercle. Le calcul donne alors :

$$DT = Crd(80^{d_4}; 24) = Crd(80^{d_4}) + 24 \times (0^{p_2}; 00; 48; 03) = 77^{p_2}; 27; 18; 12 \simeq 77^{p_2}; 27.$$

Il ne reste plus qu'à remarquer que $OT = 120^{p_2}$ est un rayon terrestre (1^{rt}) pour pouvoir exprimer successivement les distances OD, LD et DT en rayons terrestres, pour finalement obtenir $TL \simeq 39^{rt}; 45$.

L'objectif est alors atteint. En effet Ptolémée a obtenu d'une part la mesure de la distance $TL = 40^{p_0}; 25$ dans une unité interne au modèle géométrique de la Lune, unité dans laquelle la distance du centre de la Terre au centre de l'épicycle de la Lune à son apogée est posée égale à 60^{p_0}, et d'autre part la mesure de cette même distance $TL = 39^{rt}; 45$ en rayons terrestres. Ptolémée est ainsi à même de convertir toutes les distances internes au modèle de la Lune en rayons terrestres. Cette conversion lui permet d'obtenir d'abord que la distance du centre de la Terre au centre de l'épicycle de la Lune à son apogée, qui sert de référence, vaut 59^{rt}, puis d'obtenir en fonction du rayon terrestre toutes les longueurs inhérentes au modèle géométrique de la Lune.

Il faut ici remarquer que Ptolémée n'en déduit pas immédiatement les longueurs minimales et maximales de la Lune alors que le modèle géométrique de la Lune lui permet de déterminer la distance de la Lune à la Terre quelque soit sa position. Ce n'est que lorsque ces distances seront nécessaire à ses investigations que Ptolémée précisera que la distance maximale de la Lune est $64^{rt}; 10$ (en V.15 pour la détermination de la distance du Soleil) et que la distance minimale de la Lune est $33^{rt}; 33$ (en V.17 pour le calcul de la parallaxe correspondant à cette position particulière). Ceci n'a rien

d'étonnant si l'on garde à l'esprit que son objectif était en effet d'obtenir les rapports entre les longueurs internes du modèle géométrique de la Lune et le rayon terrestre de façon à pouvoir prendre en compte, à tout instant, la parallaxe de la Lune dans la prévision des éclipses.

3.3 La distance du Soleil

Au même titre que la distance maximale de la Lune, la distance [moyenne] du Soleil joue, tant dans le *Livre des Hypothèses* que dans les textes de notre corpus, un rôle crucial pour la justification de l'arrangement des astres errants et le calcul des distances des planètes. C'est également dans l'*Almageste* que Ptolémée produit cette distance en utilisant une méthode que nous serons conduit à examiner avec minutie dans les chapitres suivants. Par conséquent nous proposons ici aussi une présentation détaillée de la méthode déployée par Ptolémée dans l'*Almageste* pour calculer la distance du Soleil en ayant pour objectif de rester aussi proche que possible de l'argumentation de Ptolémée tout en la rendant accessible.

Pour déterminer la distance du Soleil, Ptolémée s'appuie sur une méthode géométrique dont il attribue la paternité à Hipparque. Cependant, alors qu'Hipparque avait utilisé cette méthode pour calculer la distance de la Lune à partir de la distance du Soleil, Ptolémée en renverse l'usage et dérive la distance du Soleil de la connaissance préalable de la distance de la Lune[13]. Ptolémée explicite les paramètres dont dépend la mise en œuvre de sa méthode (Ptolémée 1813, t. 1, p. 338-339)[14] :

13. Cf. Ptolémée 1813, t. 1, p. 332 ; Ptolémée 1984, p. 247 ; Ptolémée 2018, p. v-13. Pappus et Theon mentionnent tous deux dans leurs commentaires un traité perdu d'Hipparque *Sur les tailles et les distances*, cf. Pappus 1931-1939, t. 1, p. 67-69. Une reconstruction convaincante de la méthode, des paramètres et des résultats d'Hipparque a été proposée par Swerdlow, cf. Swerdlow 1969.

14. Dans l'édition de Halma ce passage se situe à la fin de la section V.13. Toomer indique dans une note que la plupart des manuscrits grecs ainsi que l'édition du texte grec de Heiberg placent ce passage à la fin de la section V.13, il a choisi de suivre sur ce point les manuscrits arabes à sa disposition qui placent ce passage au début de la section V.14, cf. Ptolémée 1984, p. 251-252.

> Après avoir ainsi démontré les distances de la Lune, il serait naturel de faire suivre immédiatement celle[15] du Soleil ; chose facile par le moyen des figures, pourvu qu'avec les distances de la Lune, dans les syzygies[16], les quantités des angles formés alors par leurs sommets (à l'œil) et leurs bases sur les diamètres du Soleil, de la Lune et de l'ombre, soient aussi donnés.

Ainsi, outre la distance maximale de la Lune, la mise en œuvre de la méthode nécessite la connaissance préalable de plusieurs paramètres en lien avec l'ouverture des cônes de vision de la Lune et du Soleil. Cette mise en œuvre est facilitée par le fait que les cônes de vision de la Lune et du Soleil coïncident dans certaines circonstances. Voici ce que dit Ptolémée à ce propos (ibid., t. 1, p. 339) :

> Nous avons construit l'instrument décrit par Hipparque [...], et nous y avons toujours trouvé le diamètre du Soleil sous le même angle, sans que ces distances y fissent un changement sensible. Mais aussi le diamètre de la Lune n'y paraît sous le même angle que le Soleil, que lors des pleines lunes, à son apogée de l'épicycle et dans son plus grand éloignement de la Terre, et non quand elle est à sa distance moyenne, comme l'avaient supposé ceux[17] qui nous ont précédés.

---

15. Alors que Halma et Al-Ḥajjāj mentionnent *la* distance du Soleil, au singulier, Toomer mentionne *les* distances du Soleil au pluriel (ibid., p. 251) : *«Now that we have demonstrated the distances of the moon in the above manner, the appropriate sequel is to demonstrate those of the sun as well»*.
Voici la traduction d'Al-Ḥajjāj (Ptolémée 2018, p. v-14) :
ومن بعد ما بيّنّا أبعاد القمر على هذه الجهة يتبع ذلك أن نبيّن بعد الشمس.
Or le fait est que dans l'*Almageste* Ptolémée ne produit qu'une distance du Soleil, qu'il prendra ensuite comme distance moyenne dans le *Livre des Hypothèses* où il produira alors les distances minimale et maximale du Soleil.

16. C'est à dire lorsque les longitudes du Soleil et de la Lune sont égales ou opposées.

17. En particulier Hipparque, cf. Swerdlow 1969, p. 297. Notons que Ptolémée indique ici explicitement qu'il n'est pas nécessaire de prendre en considération les variations du diamètre apparent du Soleil, ce qui est une différence notable avec le traitement de ces questions dans les traités sanskrits d'astronomie.

La distance maximale de la Lune ayant été préalablement déterminée, il reste donc à déterminer les deux autres paramètres mentionnés ci-dessus : le diamètre angulaire de la Lune à sa plus grande distance et le diamètre angulaire du cône de l'ombre de la Terre. Ptolémée utilise à cette fin deux éclipses ayant eu lieu à Babylone aux VII^{e} et VI^{e} siècles avant notre ère alors que la Lune était proche de sa distance maximale (Ptolémée 1813, t. 1, p. 340-341) :

> L'an cinq de Nabopolassar, qui est la 127^{e} année de l'ère de Nabonassar, à la fin de la onzième heure du 27 au 28 du mois égyptien Athyr, on vit à Babylone la Lune commencer à s'éclipser; et la plus grande phase de cette éclipse fut du quart du diamètre dans la partie méridionale de l'astre. [...]
> Dans l'autre éclipse, arrivée l'an 7 de Cambyse, qui est la 225^{e} année de Nabonassar, à une heure avant minuit du 17 au 18 du mois égyptien Phamenoth, on vit à Babylone la Lune s'éclipser de la moitié de son diamètre dans la partie boréale.

L'exploitation du modèle géométrique de la Lune[18], possible grâce à la mention précise des dates et des lieux d'observation des deux éclipses, conjuguée avec le fait que la différence d'amplitude de ces deux éclipses correspond à un quart du diamètre de la Lune, permet alors à Ptolémée d'en déduire d'une part que le rayon angulaire de la Lune, à sa distance maximale, est un angle de $0°; 15; 40$ et d'autre part que le rayon angulaire de l'ombre est un angle de $0°; 40; 40$. Ptolémée est alors en mesure de calculer la distance du Soleil à partir de la configuration géométrique qu'il attribue à Hipparque.

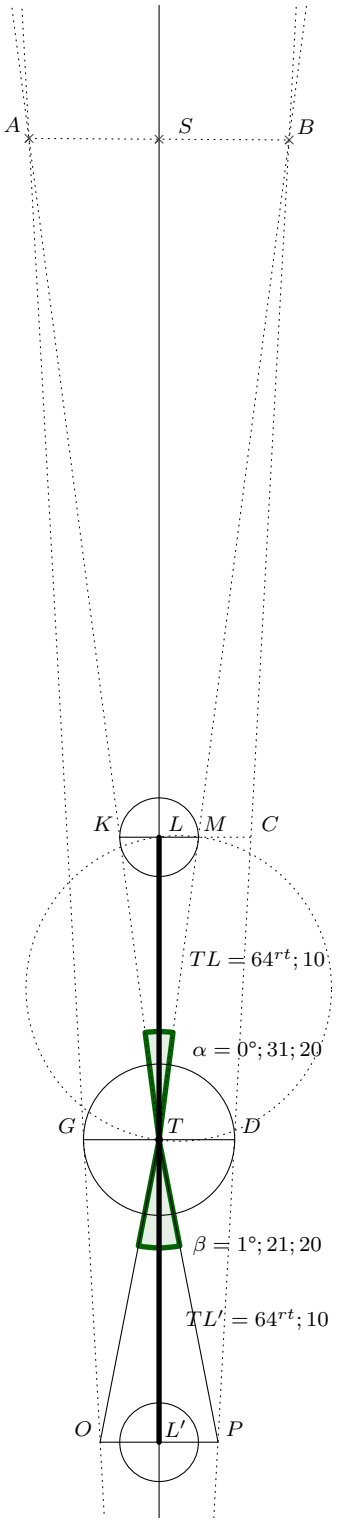
18. Pour le détail de l'utilisation du modèle géométrique par Ptolémée pour obtenir ces valeurs, cf. Neugebauer 1975, t. 1, p. 104-105 et Pedersen 1974, p. 208-209. Signalons tout de même ici que la date de la première éclipse correspond au 22 Avril -620 et celle de la seconde éclipse au 16 Juillet -522.

Les données qu'il a à sa disposition sont les suivantes : la distance maximale de la Lune mesure $64^{rt}; 10$ (c'est à cette occasion que Ptolémée fournit cette valeur) ; le diamètre angulaire de la Lune est $0°; 31; 20$; le diamètre angulaire du Soleil est aussi égal à $0°; 31; 20$; le diamètre angulaire du cône de l'ombre est $1°; 21; 20$. Ces données sont associées à la figure ci-contre.

Le point T est le centre de la Terre. Les points L et L' correspondent tous deux au centre de la Lune à sa distance maximale de la Terre, les distances TL et TL' sont donc égales à la distance maximale de la Lune. L'angle $\alpha = \widehat{KTM}$ est l'angle intercepté depuis le centre de la Terre par le diamètre $[KM]$ de la Lune. Le segment $[OP]$ représente la largeur du cône de l'ombre à la distance maximale de la Lune. L'angle $\beta = \widehat{OTP}$ est l'angle intercepté depuis le centre de la Terre par le segment $[OP]$.

Ptolémée considère de plus le point C, qui est l'intersection du prolongement du diamètre de la Lune et de la demi-droite $[PD)$, ainsi que le cercle circonscrit au triangle rectangle TLM.

La méthode de détermination de la distance de la Terre au Soleil TS s'appuie d'une part sur le fait que le diamètre du Soleil intercepte exactement l'angle α et d'autre part sur le fait que ce diamètre est la base du cône de l'ombre faite par la Terre : les extrémités A et B du diamètre du Soleil sont donc les points d'intersections des demi-droites $[TK)$ et $[OG)$ d'une part et $[TM)$ et $[PD)$ d'autre part.



Nous aurons à revenir à plusieurs reprises dans les chapitres suivants sur les détails des calculs de Ptolémée. C'est pourquoi nous avons choisi, comme précédemment dans le cas de la détermination des distances de la Lune, de rendre compte de la démarche mathématique de Ptolémée en gardant visible le fait qu'elle est principalement basée sur des égalités de rapports de grandeurs, que nous avons écrit sous forme de fractions pour en faciliter la lecture. Nous avons de plus mentionné entre parenthèses les résultats exacts des calculs lorsque les valeurs fournies par Ptolémée s'avèrent être des valeurs arrondies.

Rappelons que l'objectif à atteindre au terme de cette démonstration est de déterminer le rapport de la distance Terre-Soleil TS au rayon de la Terre TD.

En première approximation, Ptolémée considère que les droites (OP), (GD), (KM) et (AB) sont parallèles. Ceci lui permet d'exploiter les relations de proportionnalité dans les triangles rectangles et les trapèzes ainsi formés pour obtenir deux égalités de rapports :

$$\frac{TD}{MC} = \frac{TS}{LS}\ (1) \quad \text{et} \quad \frac{LC + L'P}{TD} = \frac{2}{1}\ (2).$$

D'autre part la donnée des angles α et β permet à Ptolémée, compte tenu de l'égalité des distances TL et TL', d'obtenir l'égalité de rapports :

$$\frac{\beta}{\alpha} \simeq \frac{L'P}{LM}\left(\simeq \frac{2;35;44;41}{1}\right) \simeq \frac{2;36}{1}\ (3).$$

Par ailleurs, dans le cercle circonscrit au triangle rectangle TLM, la mesure de l'angle au centre qui intercepte l'arc $\overset{\frown}{LM}$ est $\alpha = 0°;31;20$. En posant le rayon de ce cercle égal à soixante parties (60^p), la table des cordes de l'*Almageste* (I.11) permet de déterminer que la longueur LM est égale à $0^p;32;48$. De la même façon, la corde qui correspond à l'arc supplémentaire

$\widehat{LT}$ mesure environ 120^p. Ptolémée obtient ainsi l'égalité de rapports[19] :

$$\frac{LM}{LT}\left(=\frac{0;32;48;47}{119;59;55;56}\right)\simeq\frac{0;32;48}{120}\ (4).$$

De plus, la distance maximale de la Lune fournit une autre égalité de rapports :

$$\frac{LT}{TD}=\frac{64;10}{1}.\ (5)$$

L'égalité de rapports (4) permet alors d'obtenir la valeur de LM en rayons terrestres :

$$\frac{LM}{TD}=\frac{LM}{LT}\times\frac{LT}{TD}\left(=\frac{0;32;48}{120}\times\frac{64;10}{1}=\frac{0;17;32;20}{1}\right)\simeq\frac{0;17;33}{1}\ (6).$$

En combinant les égalités de rapports (3) et (6), on obtient alors la mesure de $L'P$ en rayons terrestres :

$$\frac{L'P}{TD}=\frac{L'P}{LM}\times\frac{LM}{TD}=\frac{0;45;37;48}{1}\simeq\frac{0;45;38}{1}\ (7).$$

Puis en ajoutant les égalités (6) et (7), on obtient l'égalité de rapports

$$\frac{LM+L'P}{TD}=\frac{1;03;11}{1}\ (8).$$

En comparant cette égalité avec l'égalité de rapports (2) et en utilisant le fait que $LC=LM+MC$, on obtient la valeur de MC en rayons terrestres :

$$\frac{MC}{TD}=\frac{0;56;49}{1}\ (9).$$

Comme $TS=TL+LS$, il suffit alors d'exploiter l'égalité de rapports (1) qui s'écrit :

$$\frac{TD}{MC}=\frac{TS}{LS}=\frac{1}{0;56;49},$$

19. Ce sont les valeurs approchées fournies par Ptolémée. L'utilisation de sa table de cordes donne exactement $\frac{LM}{LT}=\frac{0;32;48;47}{119;59;55;56}$. Il est probable que Ptolémée n'a utilisé la table de cordes que pour la détermination de LM, la longueur LT pouvant être considérée égale, en première approximation, au diamètre TM du cercle.

pour obtenir l'égalité de rapports :

$$\frac{TS}{TL} = \frac{1}{0;03;11} \ (10).$$

Il ne reste dès lors qu'à conclure :

$$\frac{TS}{TD} = \frac{TS}{TL} \times \frac{TL}{TD} = \frac{1}{0;03;11} \times \frac{64;10}{1} \left(\simeq \frac{1209;25;26;42}{1} \right) \simeq \frac{1210}{1}.$$

La distance de la Terre au Soleil est ainsi égale à 1210^{rt}. Il faut ajouter ici que Ptolémée fournit également la distance entre le centre de la Terre et le sommet du cône de l'ombre qui est le point d'intersection des droites (GO) et (DP) (non représenté sur notre figure). Il trouve que cette distance est égale à 268^{rt}.

3.4 Les tailles de la Lune et du Soleil

Immédiatement après avoir déterminé la distance du Soleil, Ptolémée propose une section (V.16) dédiée aux dimensions des deux luminaires. Cette section étant très concise, nous la retranscrivons *in extenso*[20] :

> Le rapport des grandeurs devient, d'après ce que nous avons déjà dit jusqu'à présent, facile à déterminer à partir [du rapport] des diamètres du Soleil, de la Lune et de la Terre. Car étant démontré que si le rayon de la Terre TD est 1, le rayon LM de la Lune est $0;17;33$, et la droite TL est $64;10$, TL étant à LM comme TS est à SB, et la droite TS étant prouvée de 1210 rayons terrestres, nous aurons le rayon SB du Soleil de $5^{rt}\frac{1}{2}$ à très peu près ; et les rapports des diamètres seront par conséquent les mêmes.
>
> Ainsi le diamètre de la Lune étant 1, celui de la Terre sera de

20. Il s'agit de traduction de Halma (Ptolémée 1813, t. 1, p. 347-348) dans laquelle nous avons adapté les noms des points à notre figure. Cette traduction est en accord avec la traduction anglaise de Toomer (Ptolémée 1984, p. 257) et la traduction arabe d'Al-Ḥajjāj (Ptolémée 2018, p. v-16).

> $3\frac{2}{5}$ environ, et celui du Soleil de $18\frac{4}{5}$. Le diamètre de la Terre est donc triple de celui de la Lune avec $\frac{2}{5}$ de plus ; et celui du Soleil est dix-huit fois aussi grand avec $\frac{4}{5}$ de plus ; ainsi il est le quintuple de celui de la Terre avec encore $\frac{1}{2}$ de plus à très peu près.
> Or le cube de 1 étant 1, celui de $3\frac{2}{5}$ étant $39\frac{1}{4}$ à peu près, et celui de $18\frac{4}{5}$ étant 6 $644\frac{1}{2}$ environ, on conclut que la grandeur solide [le volume] de la Lune étant 1, le volume de la Terre est $39\frac{1}{4}$, et celui du Soleil 6 $644\frac{1}{2}$. Donc le Soleil est environ cent soixante et dix fois aussi gros que la Terre.

Le rayon de la Lune a été obtenu comme un résultat auxiliaire (égalité de rapports (6)) au cours du calcul de la distance du Soleil. Le rayon du Soleil s'obtient alors à partir de l'égalité de rapports :

$$\frac{64;10}{0;17;33} = \frac{1210}{SB}$$

Ptolémée arrondi explicitement le résultat à $5^{rt}\frac{1}{2}$. L'objectif de Ptolémée est ensuite de comparer les volumes du Soleil, de la Terre et de la Lune. Pour cela il choisit d'exprimer tous les diamètres en fonction du diamètre de l'astre le plus petit, c'est-à-dire la Lune. Il utilise ensuite de façon implicite le fait bien connu[21] que les rapports des volumes de deux boules sont comme les rapports des cubes des diamètres de ces boules. Ptolémée conclut (V.16) en mentionnant que le volume de la Terre est $39\frac{1}{4}$ fois celui de la Lune alors que le volume du Soleil est $6644\frac{1}{2}$ fois celui-ci, d'où une comparaison directe entre les volumes du Soleil et de la Terre, le premier étant environ 170 fois plus gros que le second[22].

---

21. Il s'agit par exemple de la proposition XII.18 des *Éléments* d'Euclide, cf. EUCLIDE 1990-2001, t. 4.

22. Il s'agit là encore d'approximations explicites de la part de Ptolémée. Nous donnons ici les résultats successifs à quatre places sexagésimales suivis des arrondis réalisés par Ptolémée. Le rayon du Soleil en rayons terrestres : $SB = 5;30;56;34 \simeq 5;30$. Le diamètre de la Terre en fonction du diamètre de la Lune : $TD = 3;25;07;41 \simeq 3;24$. Le diamètre du Soleil en fonction du diamètre de la Lune : $SB = 18;48;12;18 \simeq 18;48$. Le rapport du

3.5 L'arrangement des astres (IX.1)

La question de l'arrangement des astres est secondaire dans l'*Almageste*. Elle n'occupe en effet que le chapitre (IX.1) d'introduction du livre IX. Le propos de Ptolémée peut-être découpé en trois phases. En premier lieu, Ptolémée décrit un accord général parmi les astronomes sur un ordre partiel des astres dans l'ordre décroissant de leur éloignement à la terre : les étoiles fixes ; Saturne ; Jupiter ; Mars ; le Soleil ; la Lune. Ptolémée explicite cet ordre partiel et ne le justifie aucunement. Deuxièmement, Ptolémée indique qu'il y a deux hypothèses concurrentes concernant les positions de Mercure et Vénus relativement au Soleil. Selon l'une, ces deux planètes sont entre le Soleil et la Lune alors que, selon l'autre, elles sont entre Mars et le Soleil. Troisièmement, Ptolémée argumente en faveur de la première hypothèse, celle qui place Mercure et Vénus entre le Soleil et la Lune. Son argumentation se fait en trois temps. Il commence en effet par affaiblir la raison invoquée par les tenants de la seconde hypothèse, à savoir le fait qu'aucun passage devant le Soleil de Vénus ou de Mercure n'a été observé. Pour cela Ptolémée explique que ce manque d'observation peut être attribué à la rareté des passages de ces deux planètes dans le plan de l'écliptique au moment des conjonctions (Ptolémée 1813, t. 2, p. 115)[23] :

> Mais cette raison nous paraît bien faible, car il peut se faire que des astres soient inférieurs au Soleil, sans que nous les voyons passer sur sa surface, attendu qu'ils peuvent être dans un plan qui ne passe pas par nos yeux, et pour cela ne pas nous paraître passer sur lui ; de même que le plus souvent dans les passages synodiques de la lune, il ne se fait pas d'éclipses.

---

cube des diamètres du Soleil et de la Terre :

$$\frac{(18;48)^3}{(3;24)^3} = \frac{6644;40;19;12}{39;18;14;24} \simeq \frac{6644;30}{39;15} = \frac{169;17;11;50}{1} \simeq \frac{170}{1}.$$

23. Le texte arabe de ce passage n'est pas encore édité. Nous renvoyons au manuscrit de Leyde pour la traduction d'Al-Ḥajjāj, cf. Ptolémée 1219, 131r.

Après avoir noté qu'aucune parallaxe ne pouvait être observée pour les planètes, ce qui aurait permis une détermination des distances et donc réglé le problème, Ptolémée avance un argument qualitatif en faveur de l'hypothèse plaçant Vénus et Mercure entre le Soleil et la Lune (ibid., t. 2, p. 115) :

> L'ordre établi par les Anciens nous paraît plus vraisemblable, en ce que par l'intermédiaire du Soleil, il sépare plus naturellement les planètes qui s'écartent à une distance angulaire quelconque de cet astre, d'avec celles qui ne s'en écartent pas de même.

Ptolémée fait ici référence à l'élongation maximale des planètes Vénus et Mercure qui reste très faible tout au long de leurs révolutions, alors que les trois autres planètes peuvent s'éloigner du Soleil au point de se retrouver diamétralement opposées à celui-ci. L'argument de Ptolémée se comprend alors comme suit : les cinq planètes peuvent être classées en deux catégories en fonction de leur comportement vis-à-vis du Soleil, il est dès lors «naturel» de poser que le Soleil sépare aussi ces deux catégories de planète dans l'arrangement des astres selon leur éloignement à la Terre.

Il conclut ensuite son argumentation en affaiblissant une éventuelle critique qui pourrait être faite à l'hypothèse qu'il privilégie. Il indique en effet que Vénus et Mercure peuvent être supposées sous le Soleil *«dans la mesure où aucune des distances minimales à la Terre ne conduit à une parallaxe de mesure substantielle»*[24] . Il s'agit ici d'un argument lié à la nécessité pour une

24. J'ai établi cette traduction à partir de la traduction arabe d'Al-Ḥajjāj (ibid., 131r) : بقدر ما لا يكون بعده من بعدها الادنى من الارض شي يكون لاختلاف منظره كبير قدر
Cette traduction rejoint celle de Toomer (Ptolémée 1984, p. 420) : *«provided only that it does not remove the latter close enough to the earth that there can result a parallax of any size»*. La traduction établie par Halma a un sens différent (Ptolémée 1813, t. 2, p. 115): «[étant donné] qu'il place les planètes à une telle distance du Soleil que dans leur périgée elles ne puissent avoir une parallaxe sensible». En effet, la traduction de Halma qui fait intervenir les distances de Mercure et Vénus par rapport au Soleil se comprendrait mieux dans un cadre héliocentrique, au moins pour ces deux planètes. Mais bien que de telles conceptions circulaient du temps de Ptolémée comme le montre le passage de Théon de Smyrne que nous avons signalé page 29, elles apparaissent étrangères à la cosmologie de Ptolémée. C'est pour cette raison que nous n'avons pas retenu la traduction d'Halma.

théorie de rendre compte des phénomènes observés. En effet comme aucune parallaxe des planètes n'est observée, une théorie qui prédirait la nécessité de détecter une parallaxe pour Mercure ou Vénus serait mise en défaut. On doit remarquer dès à présent qu'une théorie qui conduit à une parallaxe observable de Mercure et Vénus a été produite par Ptolémée lui-même dans le *Livre des Hypothèses* quelques temps après la rédaction de l'*Almageste*[25].

En dépit des arguments mentionnés dans l'introduction du livre IX, il est notable qu'à aucun moment dans l'*Almageste* Ptolémée n'avance un ordre partiel concernant Mercure et Vénus. En effet la seule question dont il traite ici, sans la résoudre mais en indiquant sa préférence, porte sur leurs positions relativement au Soleil, les deux planètes étant toujours considérées de concert.

3.6 Caractéristiques de l'*Almageste* dans le traitement de l'arrangement des astres errants et des dimensions célestes

Dans l'*Almageste* l'arrangement des astres errants est une question secondaire qui ne reçoit pas de réponse définitive, les rangs respectifs de Mercure, du Soleil et de Vénus restant en suspens. Ptolémée affirme cependant sa préférence pour un rang central du Soleil, qu'il ne peut justifier, et produit plusieurs arguments visant principalement à établir que cette hypothèse n'est pas en contradiction avec les phénomènes observés.

Le point essentiel, dans le cadre de notre étude, réside dans la détermination par Ptolémée des distances de la Lune, entre $33;33^{rt}$ et $64^{rt};10$ et de la distance [moyenne ?] du Soleil, 1210^{rt}. Ces distances, ainsi que les méthodes mises en œuvre par Ptolémée pour les obtenir, sont en effet au cœur des méthodes employés par les auteurs de notre corpus pour déterminer les

25. Cf. *infra* page 137.

distances des planètes et les dimensions célestes. On peut noter dès à présent qu'à l'exception d'al-Battānī et d'al-Bīrūnī, aucun de ces auteurs ne modifie les méthodes et les résultats de l'*Almageste*.

Il faut remarquer ici que la prise en compte de la parallaxe de la Lune, dont la valeur dépend de la distance de la Lune à la Terre, est le pendant de la prise en compte des variations des diamètres apparents de la Lune dans les traités sanskrits que nous avons mentionnés plus haut. Cependant Ptolémée considère que les variations de distance du Soleil sont suffisamment petites pour être négligées, ce qui n'est pas le cas dans les traités sanskrits qui fournissent une procédure pour prendre en compte la situation du Soleil au moment d'une éclipse.

En ce qui concerne les tailles des deux luminaires, il est important de remarquer ici que la détermination des volumes de la Lune, de la Terre et du Soleil dans le livre V de l'*Almageste* permet *de facto* de savoir lequel de ces trois objets est le plus gros et lequel est le plus petit. Cette remarque d'apparence triviale prendra tout son sens dans le chapitre 8 puisque nous avons constaté que plusieurs textes de notre corpus consacre un paragraphe à la démonstration du fait que le Soleil est plus gros que la Terre qui est plus grosse que la Lune au moyen d'un raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas. Or nous avons identifié ce raisonnement dans des textes antérieurs à ceux de Ptolémée et celui-ci ne le mentionne dans aucun de ses textes[26]. L'intégration de ce raisonnement au corpus ptoléméen constitue donc un aspect dont il faudra tenir compte lors de l'analyse des textes de notre corpus.

D'autre part les dimensions des planètes ne sont pas discutées par Ptolémée dans l'*Almageste*, mais il établit les rapports entre les diverses longueurs impliquées dans les modèles géométriques permettant de déterminer la longitude d'un astre errant à tout instant. De plus Ptolémée ne juge pas nécessaire de déduire de ces modèles le rapport des distances extrémales des planètes bien que ces rapports soient aisés à déterminer (sauf dans le cas de Mercure). Comme ces rapports sont essentiels à la mise en œuvre du principe

26. Il est cependant probable que le chapitre V.16 de l'*Almageste* y soit lié, cf. PTOLÉMÉE 1984, p. 257.

des sphères emboîtées que Ptolémée conduira ensuite dans le *Livre des Hypothèses*, il semble raisonnable de supposer qu'il ne disposait pas de cette méthode de calcul des distances des planètes au moment de la rédaction de l'*Almageste*[27].

27. Ce point a été contesté par Carman (Carman 2009) dont nous discutons les arguments dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

La partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée

4.1 Introduction historiographique

Le *Livre des Hypothèses* a été rédigé par Ptolémée après l'*Almageste*[1]. Le mot *hypothèses* (ὑποθέσις) se trouve dans le titre de la partie du texte qui nous est parvenue en grec et il faut noter d'emblée la polysémie de ce terme dans le texte de Ptolémée. En effet, Hamm signale trois sens distincts dans la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses* préservée en grec : une hypothèse validée, un modèle géométrique et un modèle matériel[2]. Cette ambiguïté initiale ne permet donc pas de saisir immédiatement le sujet dont Ptolémée traite dans le *Livre des Hypothèses*, et l'analyse que nous allons conduire dans ce chapitre montre que le troisième sens est celui qui rend le mieux compte du contenu du traité de Ptolémée.

Le *Livre des Hypothèses* est divisé en deux livres, le premier livre étant lui-même divisé en deux parties. Seule la première partie du premier livre (I.1) nous est parvenue en grec[3], mais nous disposons de la traduction en arabe de l'intégralité des deux livres[4]. Il faut remarquer ici que la comparaison

1. Pour une chronologie des travaux de Ptolémée, cf. Jones 2020, p. 27.

2. Cf. Hamm 2012, p. 20.

3. Le texte grec s'arrête brutalement lors de la description du modèle de Saturne, peu avant la fin de la partie (I.1). Ce texte grec a fait l'objet de trois éditions : la première par Bainbrigde en 1620 (Ptolémée 1620) à partir d'un manuscrit anglais qui n'est pas identifié ; la deuxième par Halma en 1820 (Ptolémée 1820) à partir de deux manuscrits parisiens ; la troisième par Heiberg en 1907 (Ptolémée 1907) à partir de six manuscrits et des éditions précédentes. Ces éditions s'appuient sur des manuscrits distincts et, selon Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 900), bien que Heiberg ait comparé plusieurs manuscrits, la traduction de Bainbridge s'avère à plusieurs reprises plus cohérente du point de vue astronomique.

4. Le texte arabe de l'ensemble du *Livre des Hypothèses* figure dans deux manuscrits complets (à l'exception des tables annoncées dans le texte par Ptolémée) : l'un est à Londres (*B.L. arab. 426 Add. 7473*) et a été copié en 1242 et l'autre se trouve à Leyde (*Arab. 1155 cod. 180 Gol.*) et n'est pas daté, cependant le copiste anonyme a indiqué qu'il recopiait une version révisée par Thābit ibn Qurra. Goldstein (Ptolémée 1967) a publié un fac-similé du manuscrit de Londres complété de notes indiquant les variantes du manuscrit de Leyde, et Morelon (Ptolémée 1993) a établi une édition critique des deux parties du livre I à partir des deux manuscrits arabes et d'un manuscrit en hébreu

effectuée par Morelon entre l'édition de Heiberg du texte grec de la partie (I.1) et sa propre édition du texte arabe de cette partie lui a permis de constater que les textes grecs et arabes sont sensiblement différents[5].

Le texte grec de la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses* a fait l'objet de plusieurs traductions en latin, en français, en allemand, en espagnol et en anglais[6], le texte arabe de la partie (I.2) a été traduit en hébreu[7], en anglais, en espagnol et en français[8], alors que le texte arabe du livre II a été traduit en allemand et en espagnol. Il faut noter ici que la traduction en allemand du livre II, qui complète l'édition du texte grec de Heiberg (Ptolémée 1907, p. 111-145), initialement confiée à Nix, a été reprise et achevée par Buhl et Heegaard suite à son décès. Mais ils ont malheureusement omis de traduire et même de mentionner la partie (I.2). Cette partie, dont on ignora jusqu'à l'existence, n'a refait surface qu'en 1967 lorsque, stimulé par une idée

décrit dans la note suivante. Une édition critique du texte arabe du livre II du *Livre des Hypothèses* est annoncée par Hullmeine qui en a déjà publié quelques extraits (Hullmeine 2020).

5. Cf. Ptolémée 1993, p. 10. Hullmeine explicite deux exemples de divergence des textes grecs et arabes de la partie I.1 du *Livre des Hypothèses*, cf. Hullmeine 2020, p. 83-84.

6. Deux traductions en latin ont été produites au XVI^e^ siècle (sans précisions sur les manuscrits utilisés) et une troisième par Bainbridge à partir de son édition en 1620 : ces trois traductions latines ont été transcrites et sont accessibles en ligne dans le cadre du projet *Ptolemaus Arabus et Latinus* (Juste 2020b). Halma a produit une traduction en français à partir de son édition, et l'édition de Heiberg a servi de base à sa propre traduction en allemand, à la traduction en espagnol réalisée par García Blanco (Ptolémée 1987, p. 57-74) et à la traduction en anglais de Hamm (Hamm 2012, p. 44-71).

7. Une traduction en hébreu de la totalité de la version arabe du *Livre des Hypothèses* est conservée dans un manuscrit parisien (*Hebr. 1028*) daté de 1342, cette traduction est attribuée à Kalonymos ben Kalonymos et Morelon (Ptolémée 1993, p. 12) indique que Steinschneider a proposé la date de 1317 pour sa réalisation.

8. La traduction en anglais a été réalisée par Goldstein (Ptolémée 1967, p. 5-9) à partir des deux manuscrits arabes et du manuscrit hébreu. La traduction en espagnol de la partie (I.2), ainsi que du livre II, a été réalisée par Cano Ledesma (Ptolémée 1987, p. 77-123) à partir du fac-similé publié par Goldstein. Morelon a traduit en français les deux parties du livre I à partir de son édition du texte arabe.

émise par Hartner dans un article commentant le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī[9], Goldstein est allé consulter le manuscrit hébreu, puis les manuscrits arabes, et y a retrouvé cette partie[10].

Étant donné le caractère séminal de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée et sa proximité avec de nombreux passages des textes de notre corpus, il est nécessaire de l'analyser en détail. Pour cette analyse, nous utiliserons l'édition du texte arabe de Morelon et, sauf mention explicite du contraire, les citations en français seront tirées de la traduction en français de Morelon en dépit du fait que celle-ci est parfois difficile à lire car Morelon a souhaité que sa traduction soit aussi proche que possible du texte arabe[11]. La prudence de Morelon vis-à-vis du texte arabe est d'autant plus justifiée que les traductions en anglais par Goldstein et en espagnol par Cano Ledesma, si elles rendent disponibles cette partie du *Livre des Hypothèses*, s'avèrent cependant inexploitables dans le cadre de travaux de recherche en lien avec des considérations épistémogiques[12]. En effet selon les traductions de Goldstein et de Ledesma, Ptolémée aurait effectué ses calculs de distances en postulant un arrangement des astres errants donné *a priori* alors que le texte arabe, duquel la traduction de Morelon est effectivement très proche, montre *a contrario* que Ptolémée démontre ici l'arrangement des astres laissé en suspens dans l'*Almageste* en recourant à une argumentation originale basée sur

9. Cf. Hartner 1954.

10. Sur cette «improbable succession d'événements qui a conduit Goldstein à la découverte de (I.2)», selon les mots de Neugebauer, cf. Neugebauer 1975, t. 2, p. 900.

11. Cf. Ptolémée 1993, p. 9. Dans une communication personnelle, Morelon m'a indiqué n'être pas parvenu à établir une édition du livre II qui le satisfasse pleinement et il n'a donc malheureusement publié ni cette édition, ni sa traduction, ni le commentaire détaillé annoncé.

12. Un condensé virulent des critiques à l'égard de ces deux traductions a été publié par Toomer (Toomer 1990), alors que Hamm s'abstient d'utiliser la traduction espagnole et signale sobrement le peu de fiabilité de la traduction de Goldstein (Hamm 2012, p. 185). Sabra (Sabra 1987, p. 221-224) a ainsi choisi de produire une édition et une nouvelle traduction en anglais du passage final de la partie (I.2) de façon à pouvoir en analyser finement le contenu. Cette édition de Sabra a été critiquée par Rashed (R. Rashed 1992, p. 536) qui en a proposé une autre sur laquelle il a établi sa propre traduction en français de ce passage, cf. *infra* page 149.

l'utilisation conjointe des modèles géométriques associés aux mouvement en longitude de chaque planète et du principe des sphères emboîtées[13]. Ainsi la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* tient un rôle primordial dans l'étude de l'arrangement des astres et de la mesure des dimensions célestes car c'est dans ce texte, et nulle part ailleurs dans son œuvre, que Ptolémée met en place le dispositif théorique qui lui permet de résoudre le problème de l'arrangement des astres errants et de produire par la même occasion les distances à la Terre et les volumes des planètes.

Ce point est d'importance car les études les plus influentes sur le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée publiées après la redécouverte de la partie (I.2) s'appuient toutes, en ce qui concerne la partie (I.2), sur la traduction anglaise établie par Goldstein dont l'interprétation reste donc la seule disponible en langue anglaise. La prise en compte de ces études s'avère tout de même indispensable, et nous nous sommes appuyés principalement sur celles de Swerdlow (Swerdlow 1968), Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 900-926), Murschel (Murschel 1995) et Hamm (Hamm 2012) dont nous donnons ici une rapide synthèse.

Le travail de Swerdlow (Swerdlow 1968), qui s'appuie sur la traduction en anglais de Goldstein, est d'une importance capitale pour insérer cette partie retrouvée du *Livre des Hypothèses* dans l'histoire de l'astronomie. Swerdlow s'est en effet attaché à retrouver la provenance de chacun des paramètres numériques employés par Ptolémée dans la partie (I.2), à reconstruire les calculs de Ptolémée et à discuter en détail la précision de ses résultats et les conséquences numériques de ses approximations. Swerdlow a de plus comparé les dimensions célestes obtenues par Ptolémée avec celles figurant dans plusieurs textes médiévaux, tant arabes que latins, fournissant ainsi un matériau essentiel aux recherches futures[14].

13. Pour le texte arabe de ce passage décisif du *Livre des Hypothèses* et une mise en regard des traductions de Morelon et de Goldstein, cf. *infra* page 113.

14. Carman (Carman 2009), dans la lignée des travaux de Swerdlow, a exploité les paramètres numériques figurant dans (I.2), à partir de la traduction en anglais de Goldstein et de la traduction en espagnol de Cano Ledesma, pour formuler l'hypothèse que Ptolémée aurait choisi parmi les données d'observations à sa disposition celles permettant d'aboutir à une distance du Soleil conforme à un ordre de grandeur préétabli. Cf. *infra* page 119.

Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 900-926) a intégré l'étude du *Livre des Hypothèses* à son livre magistral sur l'astronomie mathématique dans l'Antiquité. Sa principale contribution à l'étude du *Livre des Hypothèses* a été de produire une lecture critique des valeurs numériques relatives aux paramètres astronomiques liés aux modèles des planètes et à leurs périodes de révolutions figurant dans l'édition de la partie (I.1) de Heiberg [15]. En ce qui concerne la partie (I.2), Neugebauer a repris les valeurs numériques mentionnées par Goldstein dans le commentaire de sa traduction et a noté leur similarité avec celles mentionnées dans une traduction latine de l'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra.

La lecture de l'article de Murschel (Murschel 1995) est d'autre part incontournable pour comprendre les mécanismes décrit par Ptolémée dans le livre II qu'elle analyse en s'appuyant sur le texte arabe publié par Goldstein ainsi que sur la traduction en allemand de Nix, Buhl et Heegaard. Cependant le propos même de son article fait qu'elle passe très rapidement sur le contenu de la partie (I.2) qu'elle évoque dans son introduction en reproduisant les distances et les volumes des planètes obtenues par Ptolémée[16].

Enfin, Hamm a accompagné sa traduction en anglais de la partie (I.1) d'un commentaire dans lequel elle conclut fort justement que l'enjeu global du *Livre des Hypothèses* est de favoriser la réalisation d'un instrument nouveau qui permettrait de saisir simultanément l'ensemble des phénomènes célestes, conformément au troisième sens du terme ὑποθέσις mentionné plus haut. À cette occasion Hamm produit un précieux recensement des indices textuels et archéologiques relatifs à la construction d'instruments astronomiques dans l'Antiquité. Malheureusement le résumé de la partie (I.2) fournit par Hamm ne se détache que trop peu de l'interprétation erronée de Goldstein selon laquelle Ptolémée aurait effectué ses calculs de distances en postulant un arrangement des astres errants.

15. Ces travaux ont depuis été complétés par une étude plus détaillée de Duke (Duke 2009).

16. Le travail de Murschel sur le livre II a servi de base à Jones (Jones 2015) pour discuter de ce qu'il appelle «*the three-dimensional physical cosmology of the Planetary Hypotheses*».

L'influence de cette traduction en anglais de la partie (I.2) sur les études sur le *Livre des Hypothèses* qui ont suivies sa publication – traduction qui reste donc la seule disponible en langue anglaise – est certainement la raison pour laquelle ces études n'ont insisté principalement que sur deux points: 1) c'est bien à Ptolémée lui-même que l'on doit l'énoncé du principe des sphères emboîtées, ce qui jusqu'alors n'était pas acquis faute de preuve textuelle puisque ce principe n'est formulé dans aucun autre de ses textes et en particulier est absent de l'*Almageste*[17] ; 2) c'est également à Ptolémée que l'on doit la méthode de détermination des dimensions célestes que l'on retrouve dans nombre de traités médiévaux, et en particulier dans les textes arabes de notre corpus.

A contrario aucune de ces études ne signale ni l'importance théorique de cette partie qui contient la résolution, considérée comme définitive pendant presque un millénaire, du problème de l'arrangement des astres errants, ni même le fait que cette partie redonne toute sa cohérence au *Livre des Hypothèses*, l'opinion la plus répandue restant celle formulée par Jones qui parle de la «structure quelque peu décousue»[18] du *Livre des Hypothèses* alors même qu'il décrit parfaitement l'enjeu du traité de Ptolémée comme étant d'intégrer dans un espace à trois dimensions les modèles géométriques construits à partir de considérations essentiellement bidimensionnelles dans l'*Almageste*. Il n'est dès lors pas étonnant que les travaux de recherche portant sur la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* se soient orientés presque exclusivement sur l'analyse et la reconstruction des valeurs numériques des dimensions célestes produites par Ptolémée, en laissant ainsi inexplorés les aspects épistémologiques.

Dans la prochaine section, nous mettons en évidence la cohérence interne du *Livre des Hypothèses* qui permettra de mieux saisir le caractère indispensable de la partie (I.2) qui, selon nous, n'a pas encore été estimée à sa juste valeur. Cette interprétation alternative a en outre pour objectif de permettre ultérieurement de déceler dans les textes de notre corpus des marqueurs de

17. Aaboe (Aaboe 2001, p. 114-117) expose clairement son changement de point de vue sur ce sujet précis suite à la redécouverte de la partie (I.2) par Goldstein.

18. Cf. Jones 2015, p. 84.

la transmission du *Livre des Hypothèses*. En effet, comme nous le verrons plus loin, la seule présence dans un texte du IX^e^ siècle de dimensions célestes semblables, voire identiques, à celles déterminées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* ne permet en aucun cas d'affirmer que son auteur a eu accès au texte de Ptolémée[19].

Ensuite, dans les sections suivantes, nous proposons un commentaire détaillé des passages du *Livre des Hypothèses* en rapport direct avec le thème de notre étude. Ici encore l'objectif sera de déterminer des caractéristiques de cet ouvrage dont la présence ou l'absence dans les textes de notre corpus constituent des marqueurs de la transmission, ou de l'absence de transmission, des arguments et des résultats produits par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

4.2 Mise en évidence de la cohérence interne du *Livre des Hypothèses* et nécessité de la partie (I.2)

Ptolémée explicite l'objectif du *Livre des Hypothèses* dans le préambule de la partie (I.1) (Ptolémée 1993, p. 14) :

> Quant à ce livre-ci, notre but est d'y placer seulement de façon globale ces éléments mentionnés [*i.e.* les modèles géométriques démontrés dans l'*Almageste*], pour que leur représentation soit facile dans nos imaginations et dans celles de qui veut réaliser des appareils pour tout cela de façon simple. [...]
> Ce qui lui permettrait de savoir le lieu auquel est parvenu chacun [des astres] dans son mouvement.

Il s'agit donc de permettre une représentation simultanée des mouvements de l'ensemble des astres errants, en vue de permettre de saisir leurs positions respectives à un instant donné, et par là d'envisager la construction d'un instrument intégrant les principales caractéristiques des modèles géométriques

19. Cf. chapitre 7.

propres à chacun des astres errants élaborés dans l'*Almageste*. Ptolémée explique de plus qu'un tel instrument se distinguerait des instruments existants (ibid., p. 14-16) :

> [Cet instrument permettrait de] raccorder aussi les mouvements les uns aux autres et au mouvement de l'univers par un moyen mécanique [et] ce ne serait pas en fabriquant une sphère selon le modèle habituel[20].

Il faut remarquer que l'intérêt de Ptolémée pour les instruments astronomiques est bien documenté. Ainsi dans l'*Almageste* Ptolémée décrit avec force détails cinq instruments[21]. De plus, le contenu de son *Planisphère* montre que Ptolémée peut traiter dans le même ouvrage de problèmes théoriques et de considérations d'ordre pratique à l'attention des facteurs d'instruments[22].

Pour la mise en œuvre du programme annoncé en préambule du *Livre des Hypothèses*, Ptolémée s'appuie d'une part sur les modèles géométriques rendant compte des mouvements en longitude et en latitude des astres développés dans l'*Almageste* et d'autre part sur des résultats d'observations qui entraînent des modifications marginales des paramètres des modèles géométriques et permettent d'achever la détermination de l'arrangement des astres esquissée dans l'*Almageste*[23].

Le livre I est composé de deux parties. La partie (I.1) est un exposé des paramètres retenus par Ptolémée. Il y décrit des vitesses de révolution des astres et des modèles géométriques des astres errants légèrement différents de ceux élaborés dans l'*Almageste*, sans s'attarder sur l'obtention de ces ajus-

20. Dans sa traduction en anglais à partir du texte grec, Hamm a choisit de conserver le terme σφαιροποιεῖν (*sphairopoiia*), littéralement fabrication de sphères. Elle a ensuite produit une description détaillée des différents instruments que ce terme recouvre dans la tradition textuelle grecque, cf. Hamm 2012, p. 75-76.

21. Pour le détail de ces cinq instruments, cf. Duke 2020, p. 247-252;255-256. Notons ici que Jones mentionne un traité perdu, en trois livres, dont le titre grec serait Μηχανικά (*Mécaniques*), cf. Jones 2020, p. 24.

22. Cf. Sidoli et Berggren 2007.

23. Cf. *supra* page 82 notre commentaire sur le chapitre IX.1 de l'*Almageste*.

tements. À la fin de cette partie[24], Ptolémée dispose donc de tout ce qui est nécessaire pour déterminer à chaque instant la longitude et la latitude de chacun des astres errants. Il lui faut désormais les articuler les uns aux autres.

C'est le propos de la partie (I.2). Elle est entièrement dédiée à l'établissement de l'arrangement des astres et à la détermination des dimensions célestes. Cette partie s'avère indispensable à la réalisation de l'objectif annoncé par Ptolémée : si on ne connaît pas l'arrangement des astres il est en effet impossible de les faire figurer ensemble dans un unique dispositif matériel. De plus la connaissance des distances de chacun des astres à la Terre fournit des informations tout aussi indispensables. Comment pourrait-on en effet construire une représentation tri-dimensionnelle en l'absence d'informations précises sur l'une des dimensions ?

À la fin du livre I, Ptolémée dispose donc de l'ensemble des paramètres tridimensionnels liées aux mouvements des astres. La partie (I.2) se conclut par des considérations sur les relations entre les dimensions célestes obtenues et des phénomènes observables : étant donné les distances obtenues, Mercure et Vénus doivent avoir une parallaxe mesurable[25] ; l'*arcus visionis*[26] de chacune des planètes doit être modifié ; l'*arcus visionis* de Vénus doit être variable car Vénus a de grandes variations de taille apparente qui influent nécessairement sur sa visibilité ; il faut prendre en compte des phénomènes optiques pour justifier du fait que les grandes variations de la taille apparente de Vénus déduites des calculs de distances n'est pas compatible avec les observations.

---

24. Le texte grec, qui rappelons-le s'arrête au milieu d'une phrase, ne préserve pas la totalité de la partie (I.1). Il faut en effet y adjoindre le paragraphe suivant qui décrit les différents types d'inclinaison des orbes de chaque astre errant et qui se conclut par (Ptolémée 1993, p. 30) : « *Voici donc la situation de chacune des sphères*».

25. Ptolémée avait formellement rejeté cette possibilité dans l'*Almageste*, cf. *supra* page 82.

26. Il s'agit de l'arc de grand cercle passant par le centre du Soleil et le zénith du lieu d'observation mesuré à l'instant où l'astre devient visible (lever) ou invisible (coucher). Ptolémée a fourni des valeurs de l'*arcus visionis* des planètes dans le chapitre XIII.7 de l'*Almageste* et a expliqué comment déterminer celui des étoiles fixes dans le chapitre VIII.6.

Le livre II aborde les problèmes de conception d'un dispositif matériel permettant une représentation simultanée des astres[27]. Cet objectif de faisabilité conduit Ptolémée à traiter de façon parallèle deux pistes différentes du point de vue matériel mais équivalente du point de vue de leur capacité à rendre compte des mouvements des astres : la première, classique, consiste à inscrire les mouvements de chaque astre dans une sphère solide et la seconde, originale, prend appui sur le constat que les astres errants ne se déplacent par sur l'intégralité de la surface d'une sphère, et qu'il est par conséquent possible de n'utiliser que des sections de sphères symétriques par rapport à un grand cercle, celui correspondant à l'écliptique, dont les limites supérieures et inférieures correspondent à la latitude maximale de l'astre errant[28]. Cette définition ne coïncidant exactement avec aucun terme du vocabulaire géométrique usuel[29], et le terme grec initialement employé par Ptolémée pour désigner ces pièces n'étant pas connu, nous avons choisi l'expression *prismes*

27. Comme le note Duke (Duke 2020, p. 257), il n'y a aucune indication qu'un tel instrument ait été construit du temps de Ptolémée, mais l'objectif proclamé de Ptolémée est de contribuer à rendre sa construction possible. L'article de Murschel (Murschel 1995) fournit de précieux schémas des mécanismes décrits par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*. Les considérations cosmologiques sous-jacentes au texte de Ptolémée, que nous n'abordons pas ici puisqu'elles sont éloignées du thème de notre étude, ont fait l'objet de plusieurs analyses. Mentionnons à titre d'exemple l'article de Aiton (Aiton 1981) dans lequel l'auteur compare le texte de Ptolémée aux thèses d'Aristote, l'analyse de Jones (Jones 2015) qui étudie les liens entre les sphères décrites par Ptolémée et celles décrites par Théon de Smyrne, et l'article de Hullmeine (Hullmeine 2020) qui, en s'appuyant sur son édition en cours du livre II, réfute la présence d'une neuvième sphère dans la cosmologie de Ptolémée.

28. Cf. Ptolémée 1242, f. 38b, lignes 12 à 19.

29. En géométrie, la surface ainsi définie sur la sphère est une zone sphérique telle que les plans parallèles qui la délimitent sont symétriques par rapport à un grand cercle, le solide correspondant étant un segment sphérique. En géographie une ceinture équatoriale est une surface de ce type, mais d'une part le terme ceinture renvoie exclusivement à une surface et d'autre part la référence à l'équateur rend délicat une transposition de cette expression au cas où le grand cercle serait l'écliptique. Morelon a quant à lui opté pour le terme *tore* qui met en avant à la fois l'aspect circulaire, la symétrie autour d'un grand cercle et permet éventuellement d'emboîter de telles pièces, mais le terme *tore* ne correspond pas pleinement à la description fournie par Ptolémée, cf. Morelon 1997a, p. 98.

sphériques pour désigner ces pièces, en accord avec la conjecture d'Hartner selon laquelle le terme πρίσμα aurait été le terme grec employé par Ptolémée[30].

Hartner a fait cette proposition alors qu'il travaillait sur le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* au sein duquel al-Bīrūnī dit puiser ses informations sur les dimensions célestes dans un traité intitulé *Kitāb al-manshūrāt* qu'il attribue explicitement à Ptolémée[31]. Il faut noter que cette référence au *Kitāb al-manshūrāt* est fréquente dans l'œuvre d'al-Bīrūnī puisqu'elle figure dans trois de ses ouvrages –*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, le *Traité sur l'Inde* et les *Éléments d'astrologie* – et que son attribution à Ptolémée a posé de sérieux problèmes aux historiens des sciences. Ainsi Nallino a-t-il proposé une solution qui consiste à considérer que le *Kitāb al-manshūrāt* ne désignerait pas un traité de Ptolémée mais l'*Hypotypose* de Proclus[32]. Puis, à partir de la traduction par Nallino de l'arabe vers le latin d'un passage des *Éléments d'astrologie*, Duhem a formulé quant à lui l'hypothèse que le *Kitāb al-manshūrāt* serait la traduction en arabe du titre d'un traité perdu de Ptolémée mentionné par Simplicius sous le titre περὶ διαστάσεως que Duhem rend en latin par *De mensura*[33].

Hartner propose alors d'identifier le *Kitāb al-manshūrāt* avec le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée car, connaissant la traduction en allemand du livre II, il considère que c'est le seul texte de Ptolémée dans lequel celui-ci aborde «la structure physique de l'univers»[34]. Hartner remarque alors que Ptolémée introduit l'hypothèse de remplacer les sphères entières par un type particulier de sections de sphères que les traducteurs allemands désignent par *ausgesägten Stücke* (littéralement *pièces découpées*)[35], une expression dont

30. Hartner 1954, p. 344.

31. Voir *infra* page 453 notre édition du paragraphe ρ d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*.

32. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 288-289. Sur l'*Hypotypose* de Proclus, cf. *infra* pages 180 et suivantes.

33. Cf. Duhem 1914, t. 1, p. 44. Ce traité est mentionné par Jones dans la liste des travaux perdus de Ptolémée, cf. Jones 2020, p. 24;28.

34. Cf. Hartner 1954, p. 343-344.

35. cf. Ptolémée 1907, t. 2, p. 114.

Hartner réalise qu'elle traduit le terme arabe *manshūrāt*[36]. Ceci lui permet de formuler l'hypothèse suivante : al-Bīrūnī aurait considéré le fait que Ptolémée envisage de substituer ces prismes sphériques à des sphères complètes comme suffisamment caractéristique du *Livre des Hypothèses* pour désigner l'ensemble de ce traité sous le titre *Kitāb al-manshūrāt*.

Fort ce cette identification, Hartner ajoute qu'une des acceptions de la racine arabe *nashara*, sur laquelle est construite le terme *manshūrāt*, correspond au verbe *scier* dont l'équivalent grec est πρίω duquel dérive πρίσμα. Selon Hartner ce dernier terme serait ainsi le terme grec employé par Ptolémée dans son texte pour désigner les pièces qu'il propose de substituer aux sphères complètes. Cette conjecture d'Hartner nous semble renforcée par une note de Toomer (Ptolémée 1984, p. 407) qui signale dans le chapitre VIII.4 de l'*Almageste* l'utilisation faite par Ptolémée du terme πρίσμα pour désigner la bande du zodiaque qui est effectivement une section de sphère du même type que les *manshūrāt*, ce qui montre que, dans l'*Almageste*, Ptolémée a employé terme πρίσμα pour désigner une zone sphérique du même type que celle qu'il définit dans le *Livre des Hypothèses*. Cependant les deux traductions arabes de l'*Almageste* qui nous sont parvenues s'accordent pour rendre cette unique occurence du terme grec πρίσμα par le terme *falak*[37], ce qui est en accord avec la polysémie de ce terme dans les traités arabes d'astronomie[38], et ils n'utilisent pas le terme *manshūrāt*. Mais un passage du livre II du *Livre des Hypothèses* nous apprend pourquoi l'auteur de la traduction arabe du *Livre des Hypothèses* n'a pas pu faire de même. En effet, pour introduire les types de sections de sphères que le traducteur arabe va désigner par le

36. Pour une raison inconnue, Hartner ne va pas vérifier sa conjecture dans les manuscrits mais écrit (Hartner 1954, p. 345) : «I should be surprised if the two Arabic manuscripts from which P. Nix made is German translation of the second Book of the *Hypotheses* [...] did not contain the word *manshūrāt* wherever it is a question of those *sawn pieces*». C'est cette remarque d'Hartner qui conduira directement Goldstein à la redécouverte de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*.

37. Pour la traduction d'Al-Ḥajjāj, cf. Ptolémée 1219, folio 128r ligne 15 ; pour la traduction d'Isḥāq ibn Ḥunayn révisée par Thābit ibn Qurra, cf. Ptolémée 1218, folio 43r ligne 18.

38. Cf. R. Rashed 2017, p. 600-602.

terme *manshūrāt*[39], Ptolémée produit une liste de termes connus utilisés pour décrire le mouvement des astres et renvoie pour l'un d'entre-eux à Platon. Or nous savons que dans le *Timée*, Platon a utilisé une analogie avec les pesons – ou fusaïoles – (σφόνδυλος) d'un fuseau[40], ce qui est également le sens premier du terme arabe *falak*. Le traducteur a donc probablement choisi à cette occasion d'employer le mot *falak* pour rendre le terme grec σφόνδυλος[41]. Dès lors, si comme il est raisonnable de le supposer Ptolémée a utilisé un autre terme que σφόνδυλος pour désigner le type de sections de sphère qu'il était en train de définir, le traducteur ne pouvait plus utiliser le terme *falak* pour les désigner. Il a donc probablement choisit un terme étymologiquement proche du terme grec employé par Ptolémée pour désigner ces pièces. Or, à l'intar du terme πρίσμα proposé par Hartner, le terme *manshūrāt* appartient au vocabulaire de la menuiserie et désigne des pièces sciées[42]. La proposition d'Hartner nous parait donc suffisamment plausible[43], c'est pourquoi dans la suite nous appellerons ces pièces *prismes sphériques*.

Ptolémée s'intéresse ensuite à la question de la potentielle transmission des mouvements d'un astre à l'astre suivant. Ici encore cette question se pose de façon naturelle lors de la conception d'un instrument, mais, à cette occa-

39. Cf. PTOLÉMÉE 1242, f. 93b, lignes 12 à 19.

40. Cf. *infra* page 192.

41. او بفلكه كما قال افلاطن : «ou par leur *fusaïole* comme l'a dit Platon», cf. PTOLÉMÉE 1242, f. 93b, ligne 16.

42. Cf. HARTNER 1954, p. 279. Dans le lexique de la menuiserie, le terme approprié serait donc *rondelle*. Mais ce terme ne rend pas compte de l'action de scier qui a conduit à produire une telle pièce de bois.

43. En l'absence du texte original grec, il semble difficile de trouver des éléments plus convaincants, mais on ne peut exclure qu'un autre terme ait été celui employé par Ptolémée. Nous verrons d'ailleurs plus loin que le terme τύμπανον (*tympan*, *tambourin*) apparaît dans une scolie à l'*Almageste* certainement pour désigner les prismes sphériques décrits par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*, cf. *infra* pages 206 et suivante. Cependant la traduction arabe de la liste de termes utilisés pour décrire le mouvement des astres, que nous venons de mentionnée, rend précisément un de ces termes par الدف (*tambourin*), ce qui, en suivant le même raisonnement que précédemment, tend à invalider l'idée que τύμπανον serait le terme grec traduit en arabe par *manshūrāt* même si cela reste une possibilité.

sion, Ptolémée est amené à énoncer et à critiquer, en mentionnant Aristote, l'idée selon laquelle de petites sphères, tournant en sens inverse et permettant la transmission des mouvements, se trouveraient entre les sphères :

> La même absurdité et la même incohérence se retrouvent dans [l'existence de] ces sphères qui tournent en sens contraire: nonobstant l'énorme augmentation du nombre [de sphères que cela induirait], elles occuperaient un grand espace dans l'éther sans être nécessaires aux mouvements qui apparaissent dans les étoiles[44].

De fait ce passage renvoie à une théorie attribuée à Calippe et rapportée par Aristote dans un passage du livre λ de la métaphysique (Aristote 2014, p. 3331) :

> Mais il est nécessaire, si on veut que toutes les sphères additionnées [1074a] expliquent les phénomènes, qu'il y ait, pour chaque planète, d'autres sphères, une au moins, tournant en sens contraire et ramenant à la même position la première sphère de l'astre placé chaque fois au rang inférieur.

La critique de cette théorie par Ptolémée[45] a un caractère nécessaire pour son propos car cette idée, distincte du principe des sphères emboîtées sur lequel repose le raisonnement de Ptolémée dans la partie (I.2) détaillé ci-dessous, pourrait être utilisée pour justifier le fait que les calculs de distances réalisés en (I.2) indiquent un espace vide entre Vénus et le Soleil. Il s'agit donc d'une théorie concurrente à celle défendue par Ptolémée. Nous verrons au chapitre 5 que Proclus et Simplicius renvoient au texte de Ptolémée lorsqu'ils critiquent à leur tour cette théorie, que nous présenterons plus en détails à cette occasion, puis au chapitre 7 nous examinerons les indices qui laissent supposer que Thābit ibn Qurra aurait défendu cette théorie alternative des sphères intermédiaires.

44. Notre traduction à partir du texte arabe (Ptolémée 1967, p. 40).

45. Murschel discute en détails des arguments de Ptolémée contre la théorie des sphères intermédiaires mentionnée par Aristote en s'appuyant sur le manuscrit de Londres dont elle établit la traduction de certains passages clés, cf. Murschel 1995, p. 37-38.

Ptolémée poursuit alors en décrivant le nombre et l'agencement des sphères ou des prismes sphériques nécessaires à la reconstruction des mouvements des étoiles fixes et de chacun des sept astres errants[46], puis il propose une simplification du mécanisme qui consisterait à considérer la sphère des fixes comme indépendante des autres sphères, ce qui permettrait alors de réduire le nombre de pièces nécessaires. Ptolémée conclut son traité en décrivant le fonctionnement de tables qui ne figurent pas dans les manuscrits qui nous sont parvenus.

La cohérence interne du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée apparaît donc indiscutable car pour permettre la réalisation d'un dispositif matériel capable de saisir simultanément la position de tous les astres errants, il faut : (I.1) être capable de déterminer les positions de chacun des astres errants vus de la Terre (longitude et latitude) ; (I.2) connaître l'organisation spatiale des astres les uns vis-à-vis des autres (dimensions célestes) ; (II) décrire la forme, le nombre et les relations entre les différentes pièces du dispositif à mettre au point. Le *Livre des Hypothèses* serait ainsi un traité dans lequel Ptolémée cherche à rendre possible la construction d'un instrument astronomique permettant d'appréhender simultanément l'ensemble des phénomènes célestes. On pourrait ainsi le qualifier de traité de prospective mécanique. Sur ce point nous rejoignons donc pleinement la conclusion formulée par Hamm (Hamm 2012, p. 95) :

> In conclusion, it appears Ptolemy is providing general guidelines for the instrument-maker in the Planetary Hypotheses, ambiguous though those guidelines may be. He does not provide a description of the instrument. Instead he gives a list of criteria and options of feasible approaches that could be used to build such an instrument.

Nous n'évoquerons pas ici la question de la possibilité effective de la construction d'un instrument correspondant au souhait de Ptolémée[47], mais il est probable que l'aspect technique du *Livre des Hypothèses* a contribué à la

46. Ptolémée dénombre ou bien 41 sphères complètes ou bien 3 sphères complètes et 26 prismes sphériques.

47. Nous renvoyons sur ce point aux travaux de Hamm, cf. Hamm 2016.

faible diffusion de ce traité et à son émiettement. Ceci d'autant plus que Ptolémée obtient dans le cours de son investigation divers résultats qui s'avèrent en tant que tels importants pour des lecteurs ayant des centres d'intérêts différents. Nous allons analyser dans les sections suivantes le cas de la démonstration de l'arrangement des astres et le calcul des dimensions célestes. Nous n'énoncerons pas dans le détail les ajustements des paramètres propres aux modèles géométriques rendant compte des mouvements des planètes, particulièrement de leurs mouvements en latitude. Nous ne considérerons en outre que marginalement l'organisation des pièces de l'instrument envisagé, et ce à l'occasion de la reprise par plusieurs philosophes néoplatoniciens de l'Antiquité tardive des rares considérations de nature cosmologique que cette organisation a suscitées de la part de Ptolémée.

Cette lecture du *Livre des Hypothèses* rend toute sa cohérence au traité de Ptolémée et en particulier à la partie (I.2) dans laquelle il traite du problème de l'arrangement des astres et des dimensions célestes. Il s'avère dès lors possible de produire une analyse détaillée de l'argumentation développée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* en s'appuyant sur la place de cette partie dans la structure globale de l'ouvrage.

4.3 Ordonner : l'arrangement des astres à l'exception du Soleil

Rappelons que dans l'*Almageste*[48], Ptolémée n'a pas conclu quant à l'arrangement des astres errants selon leur éloignement à la Terre. En effet, alors qu'il tient pour assuré l'ordre des planètes supérieures – Mars étant plus proche de la Terre que Jupiter, elle-même plus proche de la Terre que Saturne – ainsi que le fait que la Lune est le plus bas des astres errants, Ptolémée indique que les positions de Mercure et de Vénus l'une part rapport à l'autre ainsi que le rang du Soleil restent deux questions en suspens. Comme nous l'avons montré dans le paragraphe précédent, une telle situation ne per-

48. Cf. *supra* page 82.

met pas de mener à bien le projet du *Livre des Hypothèses* et de fait Ptolémée expose dans la partie (I.2) comment il a résolu ces deux problèmes laissés en suspens dans l'*Almageste*.

En préambule de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* Ptolémée affirme que c'est de l'observation d'occultations mutuelles de planètes que vient la connaissance du rang de chacun des astres errants, à l'exception notable du rang du Soleil (Ptolémée 1993, p. 62)[49] :

> Quant à la hiérarchie de la position [des sphères] les unes vis-à-vis des autres, il restait[50] un certain doute à ce sujet jusqu'à cette date. Pour ce qui est du fait que la sphère de la Lune est la plus proche de la Terre, que la sphère de Mercure est plus proche de la Terre que celle de Vénus, que la sphère de Vénus est plus proche de la Terre que celle de Mars, la sphère de Mars plus que celle de Jupiter, celle de Jupiter plus que celle de Saturne, et celle de Saturne plus que celle des étoiles fixes, tout cela est clair et nous a été montré par ce que nous observons : le fait que les astres dont les sphères sont plus proches de la Terre masquent les astres dont les sphères sont plus éloignées de la Terre, lorsqu'ils se trouvent sur une ligne droite issue de l'œil.

Dans ce passage, Ptolémée indique que le problème des positions relatives de Mercure et de Vénus a pu être résolu par le recours à des observations de l'occultation d'une planète plus éloignée de la Terre par une planète plus proche. Cet argument lié à l'observation d'occultations d'une planète par une

49. Voici le texte arabe de ce passage important (Ptolémée 1993, p. 63) :
فاما ترتيب وضع بعضها عند بعض فان فيه بعض الشك الى هذه الغاية واما ان كرة القمر هي اقرب الاكر الى الارض وان كرة عطارد هي اقرب الى الارض من كرة الزهرة وان كرة الزهرة هي اقراب الى الارض من كرة المريخ وكرة المريخ من كرة المشتري وكرة المشتري من كرة زحل وكرة زحل من كرة الكواكب الثابتة فانه يظهر ويتبين لنا بما يرى من ستر الكواكب التي اكرها اقرب الى الارض الكواكب التي اكرها ابعد من الارض اذا كانت على خط مستقيم يخرج من البصر.

50. La traduction de Morelon est *«il reste»*, mais le verbe est à l'accompli dans le texte arabe et nous pensons que Ptolémée renvoie ici à la situation telle qu'il l'a laissée dans l'*Almageste*.

autre est à notre connaissance unique dans le corpus ptoléméen[51] et nous utiliserons dans le chapitre 7 sa reprise par des auteurs postérieurs comme un marqueur de la circulation du *Livre des Hypothèses*.

Sur un apport de la partie (I.2) à une difficulté de traduction d'un passage de la partie (I.1)

Nous avons remarqué que ce passage de la partie (I.2) qui mentionne l'occultation mutuelle de planètes permet peut-être d'éclairer un passage du début de la partie (I.1) dont l'interprétation reste problématique. Ce passage figure dans le préambule du *Livre des Hypothèses* où Ptolémée annonce une liste de modifications, qu'il attribue à la prise en compte d'observations nouvelles, par rapport à l'*Almageste*. Voici la traduction proposée par Morelon de ce passage (ibid., p. 16) [52] :

> Pour ce que nous proposons de façon globale nous allons progresser ici en accord avec ce que nous avons défini dans le livre de la *Syntaxe* [i.e. l'*Almageste*] ; quant à ce que nous proposons dans le détail, nous suivrons à ce sujet ce que nous ont montré les observations qui ont été faites de façon continue dans de nombreux lieux, que nous avons vérifiées, à l'aide desquelles nous

51. L'ordre total des astres, y compris le rang du Soleil, est par contre utilisé par Ptolémée dans son traité d'astrologie, le *Tetrabiblos* (Ptolémée 2000, p. 41-42), mais aucune justification de cet ordre n'y apparaît. Cette justification est reprise telle quelle par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, cf. *infra* page 461.

52. La numérotation des trois changements dus aux observations annoncés ici par Ptolémée est de notre fait : les chiffres entre crochets ne se trouvent ni dans le texte grec, ni dans le texte arabe ni dans la traduction de Morelon. Voici le texte arabe de ce passage (Ptolémée 1993, p. 17) :

ونحن مصيّرون ما نضعه هاهنا من الجمل موافقا لما حددناه في كتاب السنطكسيس واما ما نضعه من الاشياء الجزئية فانا نتبع فيه ما تبين لنا من الارصاد المتواترة التي رصدناها في مواضع كثيرة وصححناها وعلمنا بها [١] وضعها او [٢] حالها اذا قيست بسطح من السطوح او [٣] عودات ادوارها.

Nous donnons également le texte grec de la liste en trois points tel qu'édité par Heiberg (Ptolémée 1907, t. 2, p. 72) : [1] ἤτοι τῶν ὑποθέσεων αὐτῶν [2] ἢ τῶν ἐπ΄ εἴδους λόγων [3] ἢ τῶν περιοδιχῶν ἀποχαταστάσεων.

> avons connu [1] la position [des astres], ou [2] leur situation lorsqu'elles sont faites dans l'une des surfaces, ou [3] leurs retours de révolutions.

Ce passage est, tant en grec qu'en arabe, sans ambiguïté quant au fait que Ptolémée y formule une liste de trois modifications que des observations l'ont conduit à faire dans le *Livre des Hypothèses* par rapport à ce qu'il avait établi dans l'*Almageste*. Les traducteurs du texte grec s'accordent sur le sens des points [1] et [3] et rejoignent la traduction du texte arabe effectuée par Morelon : le point [1] concerne des modifications des modèles géométriques des mouvements en longitude et en latitude des planètes et le point [3] concerne des ajustements de leurs diverses périodes de révolution[53]. Il s'avère effectivement que, par rapport à l'*Almageste*, Ptolémée ne décrit pas dans le *Livre des Hypothèses* exactement les mêmes modèles géométriques pour rendre compte des mouvements des planètes[54] et fournit également d'autres périodes de révolution[55]. Par conséquent il est raisonnable de penser que les trois points listés par Ptolémée portent chacun sur des

53. Halma (Ptolémée 1820, p. 42) : [1] «soit dans les hypothèses mêmes» [...] [3] «ou dans les retours périodiques» ; Heiberg (Ptolémée 1907, t. 2, p. 73) : [1] « daraus lerntern wir ihre Grundlage kennen» [...] [3] « oder die Perioden ihrer Umdrehungen» ; Hamm (Hamm 2012, p. 45) : [1] « either corrections to the models themselves» [...] [3] « or corrections to the periods of restitutions».

54. Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 901-913) a décrit avec précision les modifications des modèles des planètes. Les modifications concernant les latitudes des planètes ont été étudiées en détail par Swerdlow (Swerdlow 2005) qui a également analysé les conséquences des différences de modèles entre le *Livre des Hypothèses* et l'*Almageste* sur les calculs de distances (Swerdlow 1968, p. 118-129). On peut remarquer ici que les différences entre les modèles géométriques des astres errrants de l'*Almageste* et ceux exposés par Ptolémée dans la première partie du livre I du *Livre des Hypothèses* ont été analysées et critiquées dès le début du XI^{e} siècle par Ibn al-Haythham (Voss 1985, p. 60-63).

55. Une analyse détaillée des modifications des périodes de révolution a permis à Duke (Duke 2009, p. 654) de confirmer que ces modifications seraient effectivement le résultat de plusieurs séries d'observations : «finally, the pattern of parameter changes we see suggests that the analyses that yielded the *Planetary Hypotheses* parameters were not the elegant trio analyses of the *Almagest* but some sort of serial determinations of the parameters based on sequences of independent observations».

modifications par rapport à l'*Almageste* qu'il a réalisées dans le *Livre des Hypothèses* sur la base d'observations, et dès lors il doit en être de même du point [2].

Cependant il est difficile de comprendre à quelle modification le point [2] fait référence, et ce tant dans la traduction de Morelon réalisée à partir de l'arabe, que dans celles réalisées à partir du grec[56], et même dans la traduction arabe manuscrite[57]. Le fait est que le sens du texte grec de Ptolémée s'est avéré difficile à interpréter de façon certaine et nous n'allons pas tenter ici une traduction hasardeuse. Toutefois nous avançons que le point [2] de la liste des modifications liées à des observations, fournie par Ptolémée en préambule de son traité, porte nécessairement sur un point lié à des observations qui n'apparaîtrait pas dans l'*Almageste*. Or dans la partie (I.2) il y a deux points en lien avec l'observation qui constituent des nouveautés par rapport à l'*Almageste* : le fait que Mercure est en dessous de Vénus, que Ptolémée associe à l'observation d'occultations mutuelles de planètes[58] ; la donnée du rapport du diamètre apparent de chaque planète au diamètre apparent du Soleil que Ptolémée déclare être le résultat de ses propres observations[59].

En faveur de la première hypothèse, le premier indice, ténu, est d'ordre terminologique. En effet le terme grec λόγων, à l'instar du terme arabe حال que l'on trouve dans l'édition de Morelon, peut renvoyer à la notion de succession ou de rang, même s'il s'agit d'une acception rare de ce terme désignant le plus souvent dans les traités scientifiques grecs des rapports de

56. Halma (Ptolémée 1820, p. 42) : «[2] soit dans les rapports particuliers» ; Heiberg (Ptolémée 1907, t. 2, p. 73) : «[2] oder ihr Verhalten, wenn sie zu irgend einer Ebene in Beziehung treten» ; Hamm (Hamm 2012, p. 45) : «[2] or corrections to the spatial ratios».

57. En effet l'apparat critique fournit par Morelon nous donne accès à une autre leçon développant ce point dans le manuscrit de la British Library (Ptolémée 1242, p. 81v) : علمنا بها [١ ٢] ووصفنا احوالها اذا قيست بسطح من السطوح [٣] او عودات ادوارها.

58. Il s'agit du passage que nous venons de citer page 104.

59. Ces rapports sont essentiels pour la détermination des tailles réelles des planètes. Cf. *infra* page 75 pour notre citation du passage dans lequel Ptolémée indique qu'il est l'auteur de ces mesures.

type quantitatif[60]. Le second indice provient de la discussion conduite par Ptolémée dans l'*Almageste*[61], et approfondie dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, sur les causes de l'absence d'occultation du Soleil par Mercure et Vénus. Un de ses arguments est que la rareté de la présence de Mercure et de Vénus dans le plan (سطح) de la trajectoire du Soleil ne permet pas d'observer d'occultation[62]. Or la contraposée de cet argument, appliquée à deux planètes et non à une planète et au Soleil, stipulerait que l'observation de l'occultation d'une planète par une autre implique que ces deux planètes sont sur l'intersection des plans de leurs trajectoires, ou encore que l'une des planètes est dans le plan de trajectoire de l'autre, ce qui pourrait être le sens du point [2] que Morelon a rendu par «leur situation lorsqu'elles sont faites dans l'une des surfaces». Cette première hypothèse nous paraît cependant moins convaincante que la seconde.

Notre seconde hypothèse, qui consiste à relier le point [2] à l'obtention par Ptolémée du rapport des diamètres apparents de chaque planète au diamètre apparent du Soleil, prend d'abord appui sur le fait que Ptolémée assure les avoir déterminés tous, à l'exception de celui de Vénus qu'il attribue à Hipparque et dont il confirme cependant la valeur[63]. De plus ces rapports sont absolument nécessaires pour être en capacité de calculer les tailles réelles des

60. Voici ce que dit Vitrac (Euclide 1990-2001, t. 2, p. 36) au sujet de la définition du rapport (λόγων) : «*le rapport est un certain type de relation ; d'abord, puisque l'on traite des grandeurs, il s'agit d'une relation quantitative*». Puis il nuance le caractère nécessairement quantitatif du λόγων dans une note de bas de page : «*La catégorie de la relation traverse les autres catégories, pour prendre la terminologie aristotélicienne [...] : ainsi il y a des relations de succession, selon le temps, telle père-fils, ou d'orientation, telle droite-gauche, selon le lieu.*». Un indice de l'emploi du terme λόγων en ce sens se trouve peut-être dans l'*Hypotypose* de Proclus. Nous avons en effet remarqué que le terme λόγων apparaissait dans la phrase d'introduction ainsi que dans la phrase de conclusion du paragraphe dédié par Proclus à la méthode de détermination de l'arrangement des astres errants basées sur le principe des sphères emboîtées. Cependant ni Halma (Ptolémée 1820, p. 145;146) ni Manitius (Proclus 1974, p. 221;225) n'ont choisi dans leurs traductions de ces deux phrases de rendre le terme λόγων selon cette acception, cf. *infra* page 183.

61. Cf. *supra* page 82.

62. Cf. *supra* page 82.

63. Pour la traduction de Morelon et le texte arabe de ce passage, cf. *infra* page 130.

planètes[64]. En pratique, ces rapports permettent de mesurer le diamètre apparent de l'ensemble des planètes à l'aune du diamètre apparent du Soleil. Or le terme سطح, que Morelon a rendu par *surface*, prend, dans la tradition arabe des *Éléments* d'Euclide, «le sens général de *figure plane*, possédant une forme et pouvant égaler d'autres figures»[65] et d'autre part le verbe قاس suivi de la particule بِ peut avoir «le sens de *comparer* (à quelque chose) mais aussi celui de *mesurer* (au moyen de quelque chose)»[66]. Étant donné qu'une observation ayant pour but de déterminer le diamètre apparent d'un astre, qui est un angle, repose nécessairement sur l'observation du disque de l'astre, qui est une surface, il est plausible que l'expression قيست بسطح من السطوح renvoie à la mesure des disques de l'ensemble des astres à l'aune du seul disque du Soleil. Remarquons pour conclure sur cette seconde hypothèse que, dans le paragraphe de transition entre le calcul des distances et celui des tailles[67], le texte indique qu'un des aboutissements de sa méthode est d'obtenir la *surface de leur corps*. Bien que le terme arabe employé pour *surface* par le traducteur soit مساحة dans ce passage de la partie (I.2) et non سطح comme dans le point [2] du préambule de la partie (I.1), nous privilégions l'hypothèse que le point [2] de la liste des résultats tirés de l'observation est une annonce de l'obtention par Ptolémée des rapports des diamètres apparents des astres les uns aux autres. Bien entendu, seule une comparaison de ces passages dans l'original grec permettrait de trancher définitivement cette question qui a le mérite de mettre en lumière la difficulté initiale du texte grec de Ptolémée.

---

64. Sur la méthode de calcul de la taille réelle des astres, cf. *infra* page 129. Ces rapports, si important en vue des applications des calculs des dimensions céleste, ont été l'un des éléments du *Livre des Hypothèses* les plus fidèlement transmis aux auteurs de notre corpus, cf. *supra* page 282.

65. cf. R. Rashed 2017, p. 695.

66. Cf. ibid., p. 695.

67. Les traductions de Morelon et de Goldstein sont très différentes. La traduction de Morelon (Ptolémée 1993, p. 73) est très proche du texte arabe (ibid., p. 74) mais ne permet pas d'accéder au sens du paragraphe alors que la traduction de Goldstein (Ptolémée 1967, p. 8) est davantage une paraphrase qu'une traduction. Nous donnerons plus loin dans ce chapitre une nouvelle traduction de ce passage, cf. *infra* page 135.

4.4 Ordonner : le rang du Soleil

L'ordre partiel des astres à l'exception du soleil étant établi, Ptolémée consacre plusieurs paragraphes à la détermination du rang du Soleil. La stratégie qu'il met en œuvre pour résoudre le problème du rang du Soleil sera reprise de façon plus ou moins fidèle par les auteurs arabes des textes de notre corpus. Il est donc indispensable, en vue de l'analyse épistémologique de ces textes, de détailler ici les étapes successives de l'argumentation de Ptolémée.

En premier lieu, voici en quels termes Ptolémée pose le problème du rang du Soleil (Ptolémée 1993, p. 62) :

> Pour ce qui est des faits suivants : les sphères des cinq astres errants sont-elles plus hautes que la sphère du Soleil de la même façon qu'elles sont plus hautes que la sphère de la Lune ; sont-elles plus basses qu'elle, certaines sont-elles plus hautes et certaines plus basses, il ne nous est pas possible de dire à ce propos quelque chose de certain.

Ptolémée explique ensuite pourquoi ce problème ne peut-être résolu par les méthodes en lien direct avec les observations qui lui ont permis d'une part de déterminer les distances de la Lune et du Soleil à l'aide de mesures de parallaxe et d'observations d'éclipses, d'autre part de préciser l'arrangement des astres à l'exception du Soleil grâce aux occultations mutuelles de planètes (ibid., p. 62) :

> En effet, la connaissance des distances des cinq astres errants n'est pas aussi facile que la connaissance des distances des deux luminaires, parce que, pour les deux luminaires, ce sont les conjonctions des éclipses solaires qui donnent la meilleure indication possible de leurs distances respectives. Pour les cinq astres errants il n'y a aucune indication de cet ordre, et pour eux il n'intervient rien d'autre qui pourrait nous faire considérer comme nécessaire d'avoir confiance en l'indication d'une différence de parallaxe supposée, et, jusqu'à notre époque, nous n'avons vu aucun d'entre eux nous masquer le Soleil.

On remarque en premier lieu que dans ce passage la possibilité de l'observation de parallaxe pour les planètes n'est pas aussi clairement écartée que dans l'*Almageste* (IX.1). D'autre part, l'argument de l'absence d'observation de passage de planètes devant le Soleil, qui tendrait à laisser penser qu'il n'y aurait pas de planètes entre les deux luminaires, a déjà été critiqué par Ptolémée dans le chapitre IX.1 de l'*Almageste*[68] dans lequel il indique que cette absence d'observation peut être imputée à la rareté des alignements des planètes (Mercure et Vénus en particulier) et du Soleil. Dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée renforce sa critique de l'argument utilisant l'absence d'observation de passage de planètes devant le Soleil pour réfuter que des planètes puissent être sous le Soleil. Pour cela il développe l'argument, déjà formulé dans l'*Almageste*, lié à la rareté de ces éventuels passages (noté [2] dans la citation ci-dessous) et expose un nouvel argument (noté [1] dans la citation ci-dessous) lié à la possibilité optique de percevoir de tels passages (ibid., p. 62-64) :

> Cela ne prouve rien, et voici pourquoi :
> [1] d'abord parce que lorsque ce qui a une dimension aussi petite masque ce qui a une dimension aussi grande en taille et en luminosité c'est forcément insensible, à cause de la petite quantité de ce qui est masqué et de l'état de la partie du corps du Soleil qui reste découverte – en effet, pour la Lune, lorsqu'elle masque une partie du Soleil égale au diamètre du corps de l'un des astres ou supérieure à la valeur de son diamètre, ce qui est ainsi voilé du Soleil n'est pas sensible ;
> [2] et aussi un tel événement, obligatoirement, n'interviendrait qu'au bout d'une longue période : en effet, les apogées et les périgées des orbes épicycles – c'est lorsque les astres se trouvent en ces points qu'ils pourraient être en conjonction avec le Soleil – se trouvent dans le plan de l'écliptique deux fois seulement à chaque révolution de l'orbe épicycle, cela lorsqu'ils se transfèrent du côté Nord au côté Sud et du côté Sud au côté Nord ; puis-

68. Cf. *infra* page 82 pour la traduction en français de ce passage de l'*Almageste*.

> qu'il faut obligatoirement, en même temps, que les centres des orbes épicycles soient situés aux nœuds et que les astres soient également aux nœuds, et donc que l'astre arrive à ces nœuds à l'apogée ou au périgée ; il se trouve alors qu'un tel évènement reste caché même à ceux qui sont très précis dans la question des observations et qui les examinent soigneusement, en raison des conditions quantitatives pour le temps qui convient pour que soient complétés ces deux types de retour à la fois, je veux dire le retour de l'orbe de l'épicycle et le retour de l'astre - même si les conjonctions tombaient au dessus de la Terre.

On peut ici remarquer que l'argument [1] repose en partie sur la connaissance préalable du rapport des tailles des planètes relativement à la taille de la Lune. Or ces rapports ne seront déterminés par Ptolémée que plus loin dans le *Livre des Hypothèses*. Ceci n'est pas gênant du point de vue logique car cet argument n'intervient pas dans le processus qui conduit à la détermination des tailles. Par contre ce fait est peut-être la raison pour laquelle Ptolémée n'a pas employé cet argument dans l'*Almageste*. La conclusion de Ptolémée est alors qu'il faut faire le constat d'une impasse quant à la détermination du rang du Soleil (Ptolémée 1993, p. 64) :

> Cette forme de preuve ne donne la possibilité à personne de porter un jugement certain, ni pour ces deux astres [Mercure et Vénus], ni pour ceux à propos desquels il y a accord sur le fait qu'ils sont au-dessus de la sphère du Soleil, je veux dire Mars, Jupiter et Saturne.

Il faut remarquer ici que ce passage contient la première mention dans le *Livre des Hypothèses* d'un accord sur le fait que Mars, Jupiter et Saturne sont au-dessus du Soleil, accord qui est cependant explicité dans l'*Almageste*.

C'est alors que Ptolémée propose une nouvelle méthode pour déterminer le rang du Soleil. Cette méthode repose sur la combinaison d'un principe physique, le principe des sphères emboîtées, et de rapports de grandeurs tirés des modèles géométriques propres à chaque astre errant. Avant de détailler cette méthode, Ptolémée en livre immédiatement les résultats (ibid., p. 64) :

> Mais si nous menons la recherche à ce propos à partir des rapports de chacune des distances inférieures à chacune des distances supérieures, en fonction de ce qui se présente de façon juste pour la hiérarchie des sphères et de ce qui ne se présente pas ainsi, et que nous raccordons pour chacune d'elles l'endroit le plus éloigné de la sphère [d'un astre] proche de la Terre et l'endroit le plus proche de la sphère [de l'astre suivant] qui est plus éloigné, nous saurons ainsi que pour la sphère de Mercure et pour celle de Vénus seulement il est juste de dire qu'elles sont en-dessous de la sphère du Soleil, et que pour ce qui est en dehors d'elles cette affirmation n'est pas juste.

Le principe des sphères emboîtées consiste ainsi à considérer que la distance la plus grande d'un astre à la Terre est égale à la distance la plus petite de l'astre qui le suit dans l'arrangement des astres. Ptolémée reformule ce principe plus loin, après avoir achevé la détermination des distances des astres, mais en affaiblit nettement le caractère nécessaire (ibid., p. 72) :

> Si tout se passe comme nous l'avons dit, c'est-à-dire qu'entre les plus grandes et les plus petites distances et entre les surfaces qui séparent les sphères les unes des autres il n'y a ni discontinuité ni vide qui ait une grandeur [appréciable] - et c'est là la situation la plus probable, car il n'est pas permis qu'il y ait dans la nature des choses un grand désordre ou une chose sans utilité ni signification - alors les distances des sphères sont celles que nous avons mentionnées, et ce sont celles qui conviennent à ce qui a été prouvé dans ce qui précède. Mais s'il y a entre ces sphères une distance ou un vide, il est clair que les distances mentionnées pour chaque cas ne sont pas inférieures à ce que nous avons dit.

Du point de vue historiographique, il est important de remarquer que la traduction en anglais de Goldstein contient une interprétation différente du passage précédent (Ptolémée 1967, p. 7) :

> We began our inquiry into the arrangement of the spheres, with the determination, for each planet, of the ratio of its least distance to its greatest distance. We then decided to set the sphere of each planet between the furthest distance of the sphere closer to the Earth, and the closest distance of the sphere further [from the Earth]. Let us assume that only the spheres of Mercury and Venus lie below the sphere of The Sun, but that the others do not.

C'est bien la traduction de Morelon qui rend le sens du texte arabe[69]. Ce point est d'importance car l'interprétation fautive de Goldstein reste la seule traduction en anglais de la partie (I.2), or, en présentant le rang du Soleil comme une prémisse et non comme une conséquence, elle rend complètement inintelligible la démarche mise en œuvre par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* et met hors de portée du lecteur anglophone la cohérence de ce traité et lui masque l'importance épistémologique de la partie (I.2) en faisant apparaître le calcul des distances comme un but étrange et non comme un moyen nécessaire à la résolution du problème du rang du Soleil.

Reprenons le fil de l'investigation de Ptolémée sur le rang du Soleil. Après avoir annoncé la conclusion à laquelle il va parvenir, c'est-à-dire que le Soleil se positionne entre Vénus et Mars, Ptolémée met en œuvre sa méthode. Il calcule ainsi de proche en proche, à partir de la distance maximale de la Lune obtenue dans l'*Almageste*, les distances minimales et maximales de Mercure et Vénus. Sa conclusion quant au rang du Soleil repose alors sur la mesure obtenue de l'écart entre la distance maximale de Vénus (1079^{rt}) ainsi calculée et la distance minimale du Soleil (1160^{rt}) tirée de l'*Almageste*. Ptolémée s'appuie sur deux arguments pour justifier sa conclusion. Le premier argument

69. La traduction de Morelon est plus conforme au texte arabe (Ptolémée 1993, p. 65):
وأمّا إن جعلنا فحصنا عن ذلك من نسب كل واحد من الصغار إلى كل واحد من الأبعاد الكبار، وممّا يتهيّأ ويستقيم في ترتيب الأكر وممّا لا يتهيّأ فيها، وجمعنا في كل واحد منها بين أبعد مواضع الكرة القريبة من الأرض وبين أقرب مواضع الكرة التي هي أبعد، فإنّا نعلم أنّ كرة عطارد وكرة الزهرة فقط يستقيم أن تكونا تحت كرة الشمس وأنّ ما سواهما ليس يستقيم أن يكون كذلك.

consiste à indiquer que cet écart est assez petit et peut-être raisonnablement négligé [1]. Le second argument est que Mars, compte tenu du rapport des ses distances extrémales (de 1 à 7), ne peut se trouver entre Vénus et le Soleil [2] (Ptolémée 1993, p. 66) :

> Si la plus petite distance du Soleil a cette valeur de mille cent soixante que nous avons mentionnée, [1] une grandeur égale à celle qui est contenue entre ces deux distances [*i.e.* entre la plus grande distance de Vénus (1079^{rt}) et la plus petite distance du Soleil (1160^{rt})] peut être cachée pour nous conduire à la distance elle-même que nous avons décrite [(1160^{rt})], alors pour ces deux sphères mentionnées [*i.e.* celle de Mercure et de Vénus] dans la mesure où elles sont plus proches de la Terre que les autres, il est juste de dire qu'elles se placent entre la sphère de la Lune et celle du Soleil.
>
> Quant aux autres sphères, ce ne serait pas juste de dire la même chose à leur sujet ; [2] en effet, il n'est pas possible qu'entre la plus grande distance de Vénus et la plus petite distance du Soleil se place la sphère de Mars, qui, des autres sphères, est la plus proche de la Terre, puisque le rapport entre sa plus grande et sa plus petite distance est un rapport de sept fois environ[70].

70. La traduction en anglais de Goldstein contient à nouveau une interprétation différente de ce passage (Ptolémée 1967, p. 7) :

> Since the least distance of the Sun is 1,160 earth radii, as we mentionned, there is a discrepancy between the two distances which we cannot account for : but we were led inescapably to the distances which we set down. So much for the two (planetary) spheres wich lie closer to the earth than the others. The remaining spheres cannot lie between the spheres of the Moon and the Sun, for even the sphere of Mars, which is the nearest to the Earth of the remaining spheres, and whose ratio of greatest to least distance is about 7:1, cannot be accomodated between the greatest distance of Venus and the least distance of the Sun.

La traduction de Morelon est ici aussi plus conforme au texte arabe (Ptolémée 1993, p. 67) :

Ptolémée prend ici explicitement acte de l'existence d'un écart entre la distance maximale de Vénus, obtenue par l'application répétée du principe des sphères emboîtées, et la distance minimale du soleil obtenue à partir de l'exploitation de la parallaxe de la Lune et des éclipses. Or la survenue de cet écart est un problème majeur dans l'argumentation déployée par Ptolémée puisque sa stratégie de démonstration du rang du Soleil consiste à calculer de proche en proche à l'aide du principe des sphères emboîtées les distances maximales des planètes en espérant que l'une d'entre elles égale la distance minimale du Soleil déterminée dans l'*Almageste*. De plus l'ordre de grandeur de cet écart (81^{rt}) est non négligeable puisqu'il est supérieur à la distance maximale de la Lune (64^{rt}). Il est dès lors nécessaire pour Ptolémée de rendre compte de façon rationnelle de la survenue d'un tel écart entre les sphères de Vénus et du Soleil car il s'agit là d'une contradiction majeure au principe des sphères emboîtées. Le problème n'est donc pas marginal et l'argument développé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* nécessite d'être analysé dans le détail (Ptolémée 1993, p. 66) :

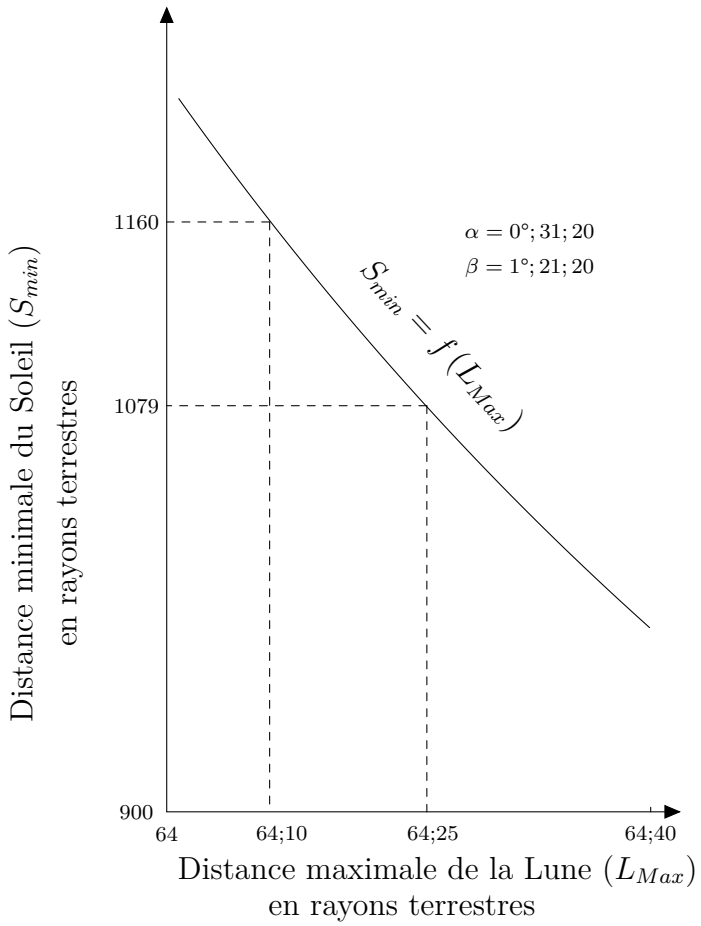
> Dans la mesure où il arrive globalement que chaque fois que l'on augmente la distance de la Lune on doit diminuer celle du Soleil et réciproquement, alors si nous augmentons même faiblement la distance de la Lune mentionnée, la distance du Soleil, celle qui est proche de la plus grande distance de Vénus, diminue, et la rejoint.

فإذا كان بعد الشمس الأصغر هو في هذه الألف والمائة والستين التي ذكرنا [١] وكان هذا المقدار الذي بين هذين البعدين قد يخفى مثله ويذهب علينا في نفس ما وصفنا من البعد فإنّ هاتين الكرتين التين ذكرنا لمّا كانتا أقرب إلى الأرض من غيرهما استقام أن تقعا فيما بين كرة القمر وكرة الشمس فاما الاكر الباقية فليس يستقيم ذلك فيها [٢] وذلك انه لا يمكن ان تقع فيما بين بعد الذهرة الاعظم وبعد الشمس الاصغر كرة المريخ التي هي اقرب الاكر الباقية إلى الارض اذا كانت نسبة بعده الاعظم إلى بعده الاصغر نسبة السبعة الاضعاف بالتقريب.

Ptolémée fait ici référence à la méthode qu'il a utilisée dans l'*Almageste* pour déterminer la distance du Soleil[71]. Selon cette méthode, la détermination de la distance du Soleil dépend de trois facteurs : la distance maximale de la Lune TL ; l'angle α qu'intercepte le diamètre de la Lune à cette distance depuis le centre de la Terre ; l'angle β qu'intercepte la largeur du cône de l'ombre à cette distance depuis le centre de la Terre. Nous avons reproduit dans la figure ci-dessous la courbe[72] de la distance minimale du Soleil (S_{min}) en fonction de la distance maximale de la Lune (L_{Max}) sur l'intervalle $[64\ ;\ 64\frac{2}{3}]$, lorsque l'on fixe les valeurs des angles α et β.

71. Voir plus haut page 74 pour une présentation détaillée de cette méthode. Nous reprenons ici les notations de la figure produite page 77.

72. La fonction que nous avons utilisée pour tracer cette courbe est adaptée de la formule dérivée par Swerdlow de la méthode employée par Ptolémée dans l'*Almageste*, cf. *supra* page 77 et Swerdlow 1968, p. 62. Deux adaptations ont été nécessaires : la formule obtenue par Swerdlow donne la distance moyenne du Soleil alors que nous cherchons à exprimer sa distance maximale ; ensuite, la très grande sensibilité aux variations des paramètres de cette méthode, analysée en détail par Swerdlow (ibid., p. 63-67), nous a contraint à ajuster par tâtonnements les paramètres de notre fonction de façon à ce que l'image de $64^{rt};10$ soit égale à 1160^{rt}, en cohérence avec les résultats de Ptolémée.



On constate qu'il suffirait effectivement que la distance maximale de la Lune soit augmentée d'un quart de rayon terrestre pour que la distance minimale du Soleil soit bien égale à 1079^{rt}, c'est-à-dire à la distance maximale de Vénus. L'argument proposé par Ptolémée pour rendre compte de l'écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil s'avère donc pertinent. La méthode reposant sur le principe des sphères emboîtées permet donc bien d'aboutir à l'arrangement de tous les astres selon leur éloignement de la Terre.

Cependant la présence même d'un argument reposant sur la remise en question de la précision de la détermination de la distance du Soleil dans le texte de Ptolémée affaiblit en quelque sorte tout l'édifice, puisque la distance du Soleil déterminée par Ptolémée dans l'*Almageste* n'apparaît plus comme la conséquence d'un raisonnement géométrique, mais se présente comme un

résultat fortuit ou le fruit d'une décision. Nous avons d'ailleurs expérimenté, dans le tracé de la courbe ci-dessus, la possibilité d'ajuster insensiblement les paramètres pour obtenir un résultat préalablement établi. Swerdlow (Swerdlow 1968, p. 63-67) a pour sa part procédé à une analyse systématique de la très grande sensibilité de la distance du Soleil aux variations de trois paramètres sur lesquels la méthode repose. On peut dès lors se demander si dans l'*Almageste* Ptolémée n'aurait pas choisi, parmi les observations à sa disposition, les données lui permettant d'obtenir, en arrondissant adroitement les nombres utilisés, un résultat pré-établi. Carman (Carman 2009) fournit un aperçu historique de cette hypothèse et propose de plus, en s'appuyant sur une analyse fine des calculs et des observations figurant dans l'*Almageste*, une reconstruction possible de la démarche de Ptolémée[73].

Ptolémée propose ensuite, peut-être en lien avec le fait qu'il a identifié une faiblesse dans son argumentation, une confirmation basée sur un argument physique, au sens aristotélicien du terme[74], de l'arrangement des astres

73. Ce point faible de l'argumentation déployée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil ne peut échapper à un lecteur attentif de ce texte, et nous commenterons en détail, au chapitre 9, la position adoptée par al-Bīrūnī dans le passage y afférent du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*.

74. L'argument formulé ici par Ptolémée fait d'ailleurs écho à un problème soulevé par Aristote dans son *Traité du Ciel*, problème inhérant à l'arrangement des astres errants auquel il souscrivait alors (Aristote 2017, p. 175) :

> Parmi les nombreux problèmes de cette sorte, il s'en trouve un de particulièrement remarquable : pour quelle raison le nombre des mouvements des astres ne croît-il pas directement avec l'éloignement depuis la première translation, et pourquoi sont-ce les astres intermédiaires qui en ont le plus ? Il pourrait sembler rationnel, puisque le premier corps est mû d'une translation unique, que le corps le plus rapproché de lui fût affecté du moins de mouvements possible, deux par exemple, et trois pour le suivant, ou quelque autre arrangement de ce genre.En réalité, c'est le contraire que l'on constate. Le soleil et la lune sont affectés de mouvements moins nombreux que ceux de certaines planètes. Celles-ci sont pourtant plus éloignées du centre et plus rapprochées du premier corps que celles-là, chose que, dans le cas de certains astres, on a pu constater à l'œil nu.

qu'il a obtenu en appliquant sa stratégie combinant le principe des sphères emboîtées et le calcul des distances. Rappelons que dans l'*Almageste*[75], Ptolémée a invoqué le fait que le Soleil sépare les planètes en deux catégories selon qu'elles en restent proches en longitude tout au long de leur parcours ou qu'elles puissent s'en écarter au point de lui être opposées. Dans le *Livre des Hypothèses* Ptolémée expose un argument de même nature mais plus détaillé reposant sur la complexité des mouvements des planètes, ou plus précisément sur la complexité des modèles géométriques permettant de rendre compte de ces mouvements (Ptolémée 1993, p. 66;68) :

> Le raisonnement qui oblige à considérer l'organisation des sphères des astres selon ce que nous avons mentionné ne s'appuie pas seulement sur les rapports des distances, mais aussi sur le problème de l'anomalie de leurs mouvements.
> [1] Voici ce qui est plus probable et préférable : celui des astres dont l'état est éloigné de celui du Soleil, qui, lui, se trouve au milieu à tous les points de vue, est plus éloigné du Soleil que ce qui n'est pas distant de lui à tous les points de vue et qui n'a pas un état très différent de celui du Soleil.
> [2] Il est également préférable que la sphère de Mercure soit en contact avec la sphère de la Lune, car c'est pour les orbes excentriques de Mercure et de la Lune seulement qu'intervient un mouvement de leur centre dans le sens du mouvement du monde, et cela en sens contraire du mouvement de leur orbre épicycle, ce qui oblige le centre des orbes épicycles à passer deux fois à l'apogée et au périgée lors de chaque révolution.
> [3] Les sphères qui sont proches de l'air se meuvent de façon très variée, et ressemblent en cela à la nature de l'élément qui est en contact avec elles. La sphère qui est très proche du mouvement de l'univers (c'est la sphère de l'ensemble des étoiles fixes) se meut

75. Cf. *supra* page 83.

> d'un mouvement simple qui ressemble au mouvement de l'élément qui est fixe autour d'elle et reste toujours immuable dans cet état.

Dans le point [1] , pour affirmer le rang central du Soleil dans l'arrangement des astres selon leur éloignement de la Terre, Ptolémée stipule que la position est centrale du Soleil «*à tous les points de vue*», c'est-à-dire quel que soit le critère de classement adopté. Il s'agit ici du principe philosophique de son argument : un classement des astres fait en fonction d'une de leur propriété est probablement, voire doit être, le même que le classement fait selon les distances. La position centrale du Soleil «*à tous les points de vue*», par exemple dans l'argument qualitatif de l'*Almageste* (IX.1), permet ainsi de lui attribuer un rang central dans l'arrangement des astres dans l'ordre croissant de leur distance à la Terre. Dans les points [2] et [3], Ptolémée traite d'un critère de classement particulier : la complexité des modèles géométriques nécessaires pour rendre compte des mouvements des astres. La plausibilité de la correspondance du classement obtenu selon ce critère et du classement basé sur les distances est renforcée par le point [3] . En effet, ce point rappelle que les deux mêmes astres, la Lune et les étoiles fixes, occupent les positions extrêmes de ces deux classements : la correspondance des deux classements est donc plausible. Les deux modèles géométriques les plus complexes étant indubitablement ceux de la Lune et de Mercure, et ces modèles partageant de plus des particularités vis-à-vis des autres modèles, le point [2] affirme donc la nécessité pour Mercure d'être l'astre le plus proche de la Lune.

Bien que Ptolémée ait jugé nécessaire de corroborer par un argument physique l'arrangement total des astres errants obtenu grâce à l'utilisation itérée du principe des sphères emboîtées et des rapports de distances tirés des modèles géométriques de leurs mouvements en longitude, et malgré le fait qu'il ait remarqué un écart entre la distance maximale de Vénus ainsi calculée et la distance minimale du Soleil issue de l'*Almageste*, un passage du livre II du *Livre des Hypothèses* montre qu'il considère bien que c'est cette stratégie qui lui permet de considérer l'arrangement des astres errants laissé en suspens dans l'*Almageste* comme désormais bien établi. En effet, après avoir indiqué à la fin du livre I que les distances obtenues grâce au principe des sphères

emboîtées étaient des estimations *a minima* des distances effectives des astres à la Terre[76], Ptolémée procède dans le livre II a une critique de théories concurrentes à celle qu'il expose. En particulier, il rejette une hypothèse, rapportée par Aristote, selon laquelle il serait nécessaire de supposer qu'il existe entre les sphères de deux planètes successives des sphères tournant en sens inverse afin de rendre rendre compatible la description de l'ensemble des mouvements observables des planètes et la transmission du mouvement de la sphère des fixes aux sphères des astres errants[77], et, dans le cours de sa démonstration, Ptolémée s'appuie sur le rang du Soleil qu'il a réussi à obtenir plus haut, en rejetant précisément la possibilité d'un grand espace laissé vacant entre les astres[78] :

> Nous avons vu qu'il est nécessaire que les positions de Mercure et Vénus ne soient pas au dessus du Soleil mais entre le Soleil et la Lune, car sans cela ce grand espace que nous n'aurions pas comblé serait considérable : en effet les distances [de la Lune et du Soleil] feraient apparaître un vide, comme une chose que la nature délaisse et rejette pour ne pas l'utiliser ; toutefois il peut accueillir les distances des deux planètes, dont nous avons montré qu'elles étaient plus proches de la Terre que les autres, de sorte que cet espace est égal à elles deux seulement.

Ainsi cette reprise montre que Ptolémée considère l'argument reposant sur le calcul des distances à partir du principe des sphères emboîtées comme suffisamment convaincant pour être pris en exemple à l'appui de la réfutation

76. Nous avons cité ce passage plus haut page 113.

77. Cf. *supra* page 101.

78. Nous donnons ici une traduction en français à partir du texte arabe du manuscrit de la British Library (Ptolémée 1242, 95r) et de l'apparat critique fournit par Goldstein (Ptolémée 1967, p. 40) :

ومبثل هذا السبب راينا إنه من الواجب أن لا يكون كوكب عطارد والزهرة موضوعين فوق الشمس لكن فهما بين الشمس والقمر لئلا يكون هذا الفضاء الكثير جدا كما يظهر ذلك ويتبين من الأبعاد خالياً مثل شيء قد تركنه الطبيعة ورفضته فلم تستعمله وله إمكان لقبول بعدي الكوكبين الذين ذكرنا أنهما أقرب الى الأرض من غيرهما حتى أن ذلك الفضا يمتلئ منهما وحدهما.

Je remercie Paul Hullmeine de m'avoir transmis sa transcription de ce passage.

d'hypothèses concurrentes aux siennes. Ceci est une confirmation importante car la mise en œuvre de cet argument a nécessité la remise en cause par Ptolémée de la précision d'un des résultats qu'il a obtenu dans l'*Almageste*, à savoir l'estimation de la distance du Soleil.

Il nous semble intéressant de noter pour conclure que l'hypothèse de l'existence de sphères intermédiaires rejetée ici par Ptolémée pourrait tout à fait être utilisée comme argument permettant de justifier l'écart entre la distance minimale du Soleil et la distance maximale de Vénus, cet écart pouvant dès lors correspondre à l'épaisseur de sphères intermédiaires. D'ailleurs les conséquences de l'existence de sphères intermédiaires sur les distances des astres semblent avoir été considérées par Thābit ibn Qurra, si l'on en croit les témoignages tardifs de Maïmonide et d'Albert le Grand[79].

4.5 Mesurer : les distances des astres

La méthode utilisée par Ptolémée pour déterminer le rang du Soleil repose donc sur le calcul des distances des astres, en s'appuyant conjointement sur le principe des sphères emboîtées et sur la connaissance, pour chaque astre errant, du rapport, déduit du modèle géométrique attaché au calcul de sa longitude, entre sa distance maximale à la Terre et sa distance minimale. Cette méthode étant reprise par plusieurs auteurs des textes de notre corpus, nous allons en détailler le principe à partir de l'exemple des distances de Mars.

79. Plusieurs passages du *Guide des égarés* de Maïmonide (1138-1204) et des œuvres d'Albert le grand (*ca.* 1200-1280) ont été signalés par Duhem (Duhem 1914, t. 2, p. 119) et Morelon en a reproduit quatre (Morelon 1994, p. 126-127). Nous avons choisi de reproduire ici un des passages de Maïmonide (Maïmonide 1856-1866, t. 3, p. 100) :

> L'épaisseur des corps des sphères n'a été déterminée par démonstration qu'à son minimum, comme il résulte des traités *des distances* ; et de même on ne saurait déterminer exactement l'épaisseur des corps (intermédiaires) que, suivant Thābit, le raisonnement nous force d'admettre entre chaque couple de sphères, ces corps n'ayant pas d'étoiles au moyen desquelles on puisse en faire la démonstration.

Ptolémée initialise le calcul des distances des astres en donnant les distances de la Lune et du Soleil (Ptolémée 1993, p. 64-66) :

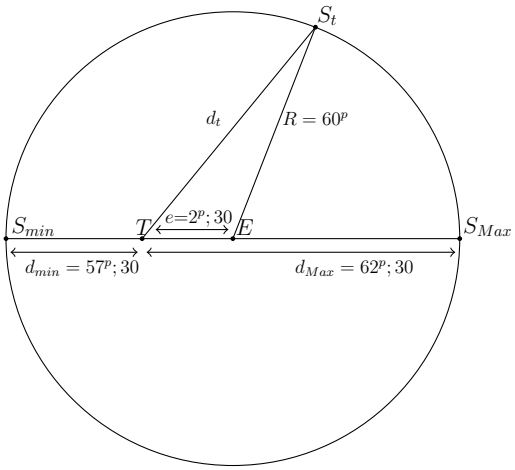
> Nous avons déjà montré dans le livre de la *Syntaxe* [l'*Almageste*] que la plus petite distance de la Lune vaut trente-trois fois la mesure du rayon de la Terre, et que sa distance la plus grande vaut soixante-quatre fois la même mesure, et cela car nous restaurons et supprimons les fractions et nous prenons les chiffres entiers les plus proches. De même, la plus petite distance du soleil, avec la même mesure, est de mille cent soixante, et sa plus grande distance de mille deux cent soixante.

Cette initialisation appelle plusieurs commentaires. En premier lieu il faut remarquer que Ptolémée indique d'emblée que les calculs seront menés à partir de valeurs approchées. En effet, les valeurs minimale et maximale de la Lune qu'il a obtenues[80] dans l'*Almageste* sont respectivement $33^{rt}; 33$ et $64^{rt}; 10$, et les valeurs considérées dans le *Livre des Hypothèses*– respectivement 33^{rt} et 64^{rt} – correspondent bien à la troncature à l'unité décrite par Ptolémée dans le passage ci-dessus.

Ensuite il importe également de noter que les valeurs minimale et maximale des distances du Soleil ne sont pas explicitement données dans l'*Almageste*. Ptolémée a en effet mentionné dans l'*Almageste* que l'on n'observait pas de variation du diamètre apparent du Soleil selon son éloignement à la Terre[81], par conséquent la distance qu'il a obtenue est une distance quelconque du Soleil, c'est-à-dire que la théorie ne permet pas de savoir s'il s'agit de la distance maximale, de la distance moyenne, de la distance minimale ou de n'importe quelle distance intermédiaire. Les valeurs fournies par Ptolémée dans ce passage du *Livre des Hypothèses* sont donc la première mention de sa part du fait que la distance du Soleil (1210^{rt}) déterminée dans l'*Almageste* doit être considérée comme sa distance moyenne.

80. Cf. *supra* page 69.
81. Cf. *supra* page 75.

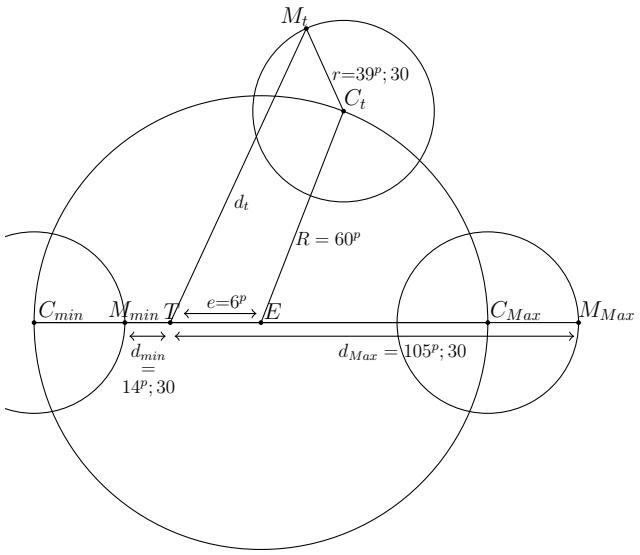
Ptolémée n'explique pas les calculs qui l'ont conduit aux distances extrémales du Soleil à partir de la connaissance de sa distance moyenne et du modèle géométrique rendant compte de ses mouvements en longitude. Il est cependant aisé de reconstruire une procédure simple sans doute similaire à celle suivie par Ptolémée. Nous utilisons pour cela le modèle excentrique décrit par Ptolémée dans l'*Almageste* pour décrire les mouvements du Soleil. Ce modèle consiste à considérer que le Soleil S est en rotation uniforme (à la vitesse moyenne d'un tour par an) sur une cercle de rayon R dont le centre E n'est pas le centre de la Terre (T) – c'est en ce sens que ce cercle est excentrique. Nous avons représenté dans la figure ci-dessous les configurations qui correspondent aux distances extrémales (S_{Max}) et $S_{min})$ du Soleil à la Terre, ainsi qu'une position intermédiaire du Soleil (S_t) :



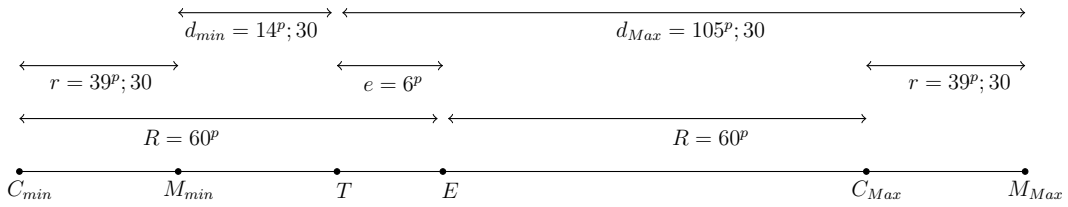
L'exploitation d'observations a permis à Ptolémée de déterminer dans le livre III de l'*Almageste* que le rapport de la distance e entre les deux centres T et E et le rayon de l'excentrique R (qui correspond à la distance moyenne du Soleil) doit être égal au rapport de $2;30$ à 60. Ainsi en posant R égal à 60 parties – ce que nous notons 60^p – on a $e = 2^p;30$. Il est alors immédiat que le rapport de la distance maximale à la distance minimale du Soleil à la Terre correspond au rapport de $62;30$ à $57;30$, qui est aussi le rapport de 25 à 23. Ainsi lorsque la distance minimale est associée à 23, la distance maximale est associée à 25 et par conséquent la distance moyenne est associée à 24. Comme le rapport de cette distance au rayon terrestre est connu (1210^{rt}), on

obtient par proportionnalité que la distance maximale du Soleil est égale à $1260^{rt}; 25$ et que sa distance minimale est égale à $1159^{rt}; 35$. En arrondissant (et non en tronquant) on obtient alors les valeurs des distances extrémales du Soleil mentionnées dans le *Livre des Hypothèses*.

Une fois établi que le rang de Mars suit celui du Soleil dans l'arrangement des astres, le principe des sphères emboîtées assure que la distance minimale de Mars est égale à la distance maximale du Soleil, soit 1260^{rt}. Pour déterminer la distance maximale de Mars, il reste alors à déduire du modèle géométrique permettant de décrire ses mouvements en longitude le rapport de sa plus grande distance à sa plus petite distance. Dans la figure suivante, nous avons représenté les positions de Mars (M_{min} et M_{Max}) qui correspondent à ses distances extrémales par rapport à la Terre (T), ainsi qu'une position intermédiaire (M_t). Le point E est de centre du cercle excentrique de rayon R. Pour rendre compte des anomalies dans le mouvement en longitude de Mars, Ptolémée a été conduit à considérer que ce n'est pas la planète elle-même qui se déplace sur le cercle excentrique, mais le centre (C) d'un cercle de rayon r (l'épicycle) sur lequel se déplace la planète. Ptolémée a déterminé dans le livre X de l'*Almageste* les rapports des paramètres e, r et R les uns par rapport aux autres. Nous avons indiqué ces rapports dans la figure ci-dessous en posant, suivant Ptolémée, que le rayon R de l'excentrique est égal à soixante parties :



À l'instar de ce que nous avons expérimenté dans le cadre du calcul des distances extrémales du Soleil, la détermination des distances extrémales de Mars se ramène à des sommes et à des soustractions de longueurs de segments de la droite passant par la Terre et l'apogée de la planète[82]. Nous pouvons donc nous appuyer sur le schéma suivant pour déterminer les rapports cherchés :



82. C'est le cas pour toutes les planètes à l'exception de Mercure dont le modèle géométrique est tel que le périgée n'est pas sur cette droite. Si l'on tient compte de cette spécificité, la détermination des distances extrémales de Mercure est délicate, à tel point que le résultat obtenu par un auteur peut-être considéré comme un élément caractéristique de ses travaux. Nous aborderons la difficulté de cette méthode page 156, la référence sur ce point étant HARTNER 1955, p. 109-115. Nous discuterons des résultats mentionnés dans les textes de notre corpus page 292.

Lorsque le rayon de l'excentrique est posé égal à 60^p, la distance maximale de Mars correspond à $105^p; 30$ et sa distance minimale à $14^p; 30$. On obtient alors le rapport des distances extrémales de Mars à la Terre $\frac{105^p;30}{14^p;30} = \frac{211}{29}$ que Ptolémée prend par approximation[83] comme le rapport de 7 à 1. La distance maximale de Mars par rapport au rayon terrestre est alors égale à sept fois sa distance minimale (1260^{rt}), c'est-à-dire 8820^{rt}.

La méthode utilisée est exactement la même pour les autres planètes. Ptolémée détermine ainsi de proche en proche les distances des planètes à la Terre, jusqu'à obtenir la distance maximale de Saturne qu'il identifie alors à la distance des étoiles fixes à la Terre. Il faut cependant remarquer que la détermination du rapport de la plus grande à la plus petite distance de Mercure est plus délicate que pour les autres planètes. Ceci est dû à une des spécificités du modèle géométrique permettant de décrire le mouvement en longitude de Mercure. En effet, selon ce modèle Mercure n'est pas à sa distance minimale de la Terre lorsqu'elle est dans une position diamétralement opposée à la position correspondant à sa distance maximale, ce qui complique fortement la détermination du rapport entre les deux distances extrêmes de cette planète[84]. Voici les valeurs numériques obtenues par Ptolémée dans le

83. Ptolémée indique que c'est une approximation : «le rapport entre sa plus grande et sa plus petite distance est un rapport de sept fois environ» (Ptolémée 1993, p. 66). Le texte arabe est (ibid., p. 67) :

كانت نسبة بعده الأعظم إلى بعده الأصغر نسبة السبعة الأضعاف بالتقريب.

Le calcul donne en effet : $\frac{105^p;30}{14^p;30} = \frac{211}{29} \simeq \frac{7;16;33}{1}$.

84. Nous reviendrons sur ce point en détail dans le chapitre 7, puisque les rapports utilisés par les différents auteurs de notre corpus diffèrent et sont donc susceptibles de nous donner des informations quant aux sources utilisées.

Livre des Hypothèses:

Astre	Distance en rayons terrestres
$Lune_{min}$	33
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	64
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1 079 (1 160)
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 260
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 820
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 187
$Saturne_{Max} = Fixes$	19 865

4.6 Mesurer : les tailles des astres

Après avoir déterminé les distances des astres, Ptolémée s'attelle à la détermination de leurs tailles, c'est-à-dire de la mesure du diamètre de leur corps ainsi que de son volume. Bien que la méthode utilisée par Ptolémée puisse sembler aujourd'hui assez simple, la complexité de l'argumentation qu'il déploie dans ce passage du *Livre des Hypothèses* indique que la détermination de la taille des astres apparaît comme un sujet qui doit être traité avec la plus grande attention[85].

En théorie l'utilisation d'une table de cordes permettrait de déduire aisément le diamètre réel d'un astre dès lors que l'on connaît son diamètre apparent (il s'agit d'un angle) et sa distance à la Terre. Cependant la mise en œuvre de cette méthode s'avère délicate car les angles correspondant aux diamètres apparents des astres sont extrêmement petits et donc difficiles à quantifier. Pour parvenir à ses fins, Ptolémée fournit les valeurs des diamètres

85. La diversité des méthodes et des techniques mathématiques mises en œuvre par les auteurs des textes de notre corpus conforte cette impression. Une analyse comparative de ces méthodes et techniques est conduite dans le chapitre 9.

apparents exprimés en quantièmes du diamètre apparent du Soleil. Voici le passage du *Livre des Hypothèses* dans lesquels Ptolémée traite de la détermination des diamètres apparents des astres (Ptolémée 1993, p. 72;74)[86]:

> Hipparque a dit : le diamètre apparent du Soleil vaut trente fois le diamètre [apparent] de l'astre le plus petit, et dix fois environ le diamètre de l'astre qui apparaît le plus grand, c'est-à-dire Vénus. [...]
> Hipparque traite de la grandeur du corps des astres [fixes] de telle façon qu'ils ne puissent pas être inférieurs à cela, et il a utilisé en même temps une distance globale telle que son rapport à la Terre fasse apparaître celle-ci comme un point.
> *Hipparque n'a pas montré à quelle distance Vénus avait pour valeur [de son diamètre apparent] la valeur mentionnée ; quant à nous, nous avons pris cette valeur pour celle de toutes les distances [de Vénus] qui est la distance moyenne, c'est là que nous observons la majorité de ses diamètres apparents et que nous les mesurons, parce que si nous prenions leurs dimensions alors qu'elle se trouve à l'apogée ou au périgée, le résultat ne serait pas dénué de doute, à cause de la place des rayons du Soleil et de sa*

86. Nous donnons ici le texte arabe d'une partie de ce passage (en italique dans la traduction française), de façon à montrer qu'il ne contient pas d'ambiguïté quant au fait que Ptolémée s'attribue les mesures des diamètres apparents des autres planètes que Vénus (Ptolémée 1993, p. 75) :

اما ابرخس فلم يبين على اي بعد من ابعاد كوكب الزهرة يكون مقدارها هذا المقدار الذي ذكرنا واما نحن فانا جعلنا ذلك في البعد الاوسط من جميع الابعاد حيث نرصد كثير اقطارها التي ترى ونقيسها لانا لو جعلنا اقدارها الماخوذة وهي في الاوج اوفي بعدها الاقرب لما كان غير مشكوك فيه لمكان شعاع الشمس وضوئها فنحن نجد اكثر ذلك : قطر كوكب الزهرة ياخذ من قطر الشمس مقدار العشر كما قال ابرخس ونجد قطر كوكب المشتري ياخذ من قطر الشمس نصف سدسه

> *luminosité*[87].
> *Nous, nous trouvons la plupart [des résultats] : le diamètre de Vénus prend la valeur d'un dixième du diamètre du Soleil, comme l'a dit Hipparque ; nous trouvons que le diamètre de Jupiter prend un douzième du diamètre du Soleil* ; pour Mercure, son diamètre vaut un quinzième du diamètre du soleil ; pour Saturne, son diamètre vaut un dix-huitième du diamètre du Soleil ; pour Mars et les étoiles fixes de premières grandeur, leur diamètre vaut un vingtième du diamètre du Soleil ; pour la Lune, lorsqu'elle est à sa distance moyenne sur son orbe, avec l'autre distance moyenne sur son orbe excentrique, son diamètre vaut environ une fois un tiers du diamètre du Soleil.

Ptolémée donne dans ce passage de précieuses informations quant aux travaux perdus d'Hipparque et surtout, ce qui est particulièrement important pour les investigations que nous conduirons dans le chapitre 7, sur le caractère original de certains des paramètres qu'il mentionne dans le *Livre des Hypothèses*. En premier lieu il mentionne qu'Hipparque a établi que les diamètres apparents des astres évoluaient dans une fourchette allant d'un dixième à un trentième du diamètre apparent du Soleil. D'après ce que rapporte Ptolémée, il semble qu'Hipparque a produit une estimation minimale de la taille des étoiles fixes. Le texte de Ptolémée ne permet cependant pas de savoir si Hipparque a également produit une telle estimation pour les tailles des planètes, voire suggère le contraire. En effet Hipparque semble avoir utilisé une distance des étoiles fixes définie par défaut comme la distance minimale permettant de négliger le rayon de la Terre : une telle démarche laisse à penser qu'Hipparque ne disposait pas d'une autre estimation de la distance des étoiles fixes, et donc encore moins d'une estimation de la distance des planètes. Or sans estimation de la distance d'un astre, la connaissance de son

87. Ceci vient du fait que le centre de l'épicycle de Vénus suit le mouvement moyen du Soleil, ainsi lorsque Vénus est à l'apogée ou au périgée de son épicycle elle n'est pas visible. De plus Vénus est à sa distance moyenne lorsqu'elle se trouve sur son excentrique, ce qui n'arrive que lorsque son élongation vis-à-vis du centre de son épicycle, et donc du Soleil, est grande.

diamètre apparent ne permet pas de déduire sa taille réelle. Ensuite le texte de Ptolémée nous apprend que les diamètres apparents des autres planètes qu'il fournit dans le *Livre des Hypothèses* sont le fruit de ses propres observations[88]. En effet Ptolémée signale explicitement que le diamètre apparent de Vénus qu'il obtient coïncide avec la mesure d'Hipparque, par contre il ne fournit aucune comparaison avec les travaux d'Hipparque lorsqu'il fournit les diamètres apparents des autres astres. De plus Ptolémée explique pourquoi il a mesuré le diamètre apparent de Vénus alors que celle-ci était à distance moyenne : l'observation de Vénus ne peut se faire dans des conditions satisfaisantes que lorsque son élongation (son éloignement en longitude du Soleil) est grande, ce qui n'est le cas que lorsque Vénus est approximativement à sa distance moyenne de la Terre[89]. Bien que cet argument observationnel s'applique également à Mercure, Ptolémée ne mentionne pas que les autres diamètres apparents qu'il fournit correspondent aussi aux distances moyennes des astres concernés. Ceci ne fait cependant pas de doute au vu des calculs qu'il conduit ensuite.

Nous donnons maintenant une présentation de la mise en œuvre des calculs proposée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, en prenant comme précédemment l'exemple de Mars. Les données pour cette planète sont les suivantes : la distance moyenne de Mars à la Terre est égale à 5 040^{rt} et l'angle qui intercepte alors le diamètre apparent de Mars correspond à un vingtième de l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil à sa distance moyenne. Ptolémée propose un raisonnement en trois temps :

88. Neugebauer a formulé une remarque dans le même sens (Neugebauer 1975, t. 2, p. 921). Il faut noter que ce n'est pas l'opinion d'al-Bīrūnī qui assigne à Hipparque l'obtention des diamètres apparents de toutes les planètes, cf. *infra* page 477. Bien que cela ne soit pas précisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, il est probable qu'il ait obtenu ces valeurs à l'aide de l'instrument qu'il mentionne dans l'*Almageste* et qu'il a utilisé, comme Hipparque, pour déterminer le rapport du diamètre apparent de la Lune à celui du Soleil, cf. Ptolémée 1813, t. 1, p. 339. Nous avons cité ce passage plus haut, page 75.

89. Lorsque Vénus est à son apogée ou à son périgée, elle se trouve sur la demi-droite reliant le centre de la Terre au centre du cercle épicycle. Or cette demi-droite pointe constamment en direction du Soleil moyen, et l'écart en longitude entre le Soleil moyen et le Soleil vrai est suffisamment faible pour que nous soyons assuré que l'élongation de Vénus est alors petite.

1. Si l'angle qui intercepte le diamètre apparent de Mars correspondait exactement à l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil, alors le rapport des diamètres réels du Soleil et de Mars serait égal au rapport de leurs distances à la Terre qui est le rapport de 1 210 à 5 040 ;

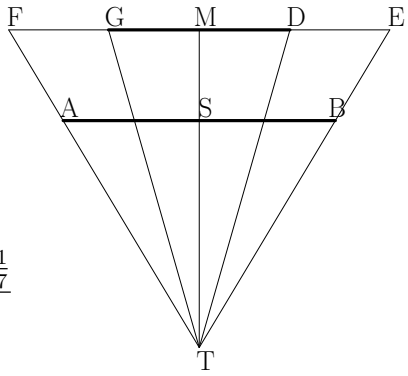
2. Or l'angle qui intercepte le diamètre apparent de Mars est en fait vingt fois plus petit que l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil, le rapport des diamètres réels de Mars et du Soleil est par conséquent le rapport de 1 210 à 252 (car 5 040 : 20 = 252) ;

3. De plus Ptolémée a établi dans l'*Almageste* que le rapport du diamètre du Soleil à celui de la Terre est le rapport de 1 210 à 220 (ce qui correspond à un diamètre du Soleil égal à cinq fois et demie le diamètre terrestre), donc le rapport du diamètre de Mars au diamètre terrestre est le rapport de 252 à 220, qui est égal au rapport de $1 + \dfrac{1}{6;52;30}$ à 1, que Ptolémée arrondi au rapport de $1 + \frac{1}{7}$ à 1.

Nous pouvons suivre plus aisément les trois étapes de la démarche de Ptolémée en nous appuyant sur une présentation moderne des calculs et sur une figure[90] dans laquelle le diamètre du Soleil est le segment $[AB]$,

90. Le raisonnement de Ptolémée ne s'appuie pas sur une figure. La figure que nous proposons ici est inspirée de celle produite par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6. Nous verrons dans le chapitre 9 qu'al-Bīrūnī fait à cette occasion une proposition originale de présentation des calculs qui s'avère similaire en tout point à celle que nous fournissons ici, cf. *infra* page 395.

le diamètre de Mars est le segment $[GD]$, les longueurs TS et TM sont respectivement les distances Terre-Soleil et Terre-Mars :



$$(1)\ \frac{AB}{EF} = \frac{TS}{TM} = \frac{1210}{5040}$$

$$(2)\ \frac{AB}{GD} = \frac{AB}{EF} \times \frac{EF}{GD} = \frac{1210}{5040} \times \frac{1}{\frac{1}{20}} = \frac{1210}{252}$$

$$(3)\ \frac{GD}{dt} = \frac{GD}{AB} \times \frac{AB}{dt} = \frac{252}{1210} \times \frac{1210}{220} = \frac{252}{220} \simeq \frac{1+\frac{1}{7}}{1}$$

Ptolémée procède ainsi pour tous les astres, y compris les étoiles fixes de première grandeur. Il faut cependant remarquer que Ptolémée considère la distance des étoiles fixes comme un minimum et envisage explicitement la possibilité qu'il y ait un espace entre la sphère de Saturne et la sphère des fixes (Ptolémée 1993, p. 76)[91] :

> Le diamètre des étoiles fixes de première grandeur, si [leur sphère] est tangente à l'apogée de Saturne, vaudrait dix-neuf mille huit cent soixante-cinq, ou vaudrait vingt mille tout ronds, et si leur sphère n'est pas tangente leur diamètre ne serait pas inférieur à vingt mille.

91. Ce passage se situe à la fin de l'exposition du point (1) de la démarche de Ptolémée pour déterminer les diamètres des astres. Chacun des deux autres points se termine par une remarque similaire.

Une fois les rapports des diamètres des astres au diamètre de la Terre obtenus, Ptolémée détermine les rapports de leurs volumes à la Terre. Voici les valeurs numériques calculées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* :

Astres	Diamètre apparent en diamètres solaires	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune	$1\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{24}$	$\frac{1}{40}$
Mercure	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{19\ 683}$
Vénus	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$	$\frac{1}{44}$
Soleil	1	$5\frac{1}{2}$	$166\frac{1}{3}$
Mars	$\frac{1}{20}$	$1\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$	$4+\frac{1}{3}+\frac{1}{40}$	$82+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$
Saturne	$\frac{1}{18}$	$4+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$	$79\frac{1}{2}$
Fixes I	$\frac{1}{20}$	$4\frac{1}{2}+\frac{1}{20}$	$94+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$

En résumé, la méthode de Ptolémée pour calculer la taille d'une planète repose sur la connaissance préalable du rapport de son diamètre apparent à celui du Soleil et de la distance moyenne de cette planète à la Terre, ces deux éléments permettent alors, par une manipulation habile des rapports, d'obtenir le rapport du diamètre réel de la planète à celui de la Terre.

Nous tenons ce résumé pour une simple paraphrase de l'introduction au calcul des tailles des astres rédigée par Ptolémée en guise de transition entre le calcul des distances et celui des tailles dont nous proposons ici une nouvelle traduction[92] :

92. Voici le texte arabe édité par Morelon (Ptolémée 1993, p. 74) :
بوقد يمكن أن تقاس أقطار أجرام الكواكب بعضها إلى بعض قياسًا عامًّا لما يرى ويظهر من رؤية أقطارها واحالها في أنفسها ومساحة أجرامها التي تعلم من الأبعاد التي ذكرنا إذا سلك الإنسان هذه السبيل التي أصف.
La traduction de Morelon ne permet pas de saisir la teneur de la méthode que Ptolémée annonce dans ce passage (ibid., p. 73) : «On pourrait mesurer les diamètres des corps des astres les uns par rapport aux autres, d'une manière générale, en mesurant ce qui est perçu et qui apparaît à l'œil de leurs diamètres, étant donné leur situation en eux-mêmes, et la surface de leurs corps, éléments qui sont connus à partir des distances mentionnées, lorsque l'homme suit la voie que je vais décrire.» Goldstein a quant à lui opté pour une

> Il sera possible de mesurer les diamètres des corps des planètes les uns les autres [i.e. on cherche les rapports des diamètres réels des astres les uns aux autres] par une comparaison générale de ce qui est perçu et qui apparaît à l'œil de leurs diamètres [i.e. en considérant les rapports des diamètres apparents les uns aux autres] et en les remaniant profondément [i.e. en manipulant habilement les rapports connus], et la surface de leurs corps sera connue à partir des distances que nous avons mentionnées [i.e. pour aboutir il faut prendre en compte leurs distances à la Terre] dès lors que l'on suit ce chemin que je vais décrire.

Ptolémée donne ensuite l'arrangement des astres selon l'ordre décroissant de leur taille (Ptolémée 1993, p. 78) [93] :

---

paraphrase de ce passage (Ptolémée 1967, p. 8) : «It is now possible to determine the diameters of the celestial bodies in relation to one another. To determine the sizes, we need the apparent diameters of the planets, the models for their motions, and the scale of these models [lit.: bodies], which are given by the aforementionned distances. The procedure which allows us to determine the sizes is described below.» Remarquons ici que plusieurs des termes choisis par le traducteur du texte vers l'arabe ne figurent pas dans les index des éditions de traités de mathématiques et d'astronomie que nous avons consultés.

93. On remarquera que les rangs respectifs de Vénus et de la Lune ne correspondent pas aux volumes mentionnés dans le tableau ci-dessus, mais bien aux diamètres respectifs de ces deux astres. La valeur obtenue par Ptolémée pour le diamètre réel de Vénus ($\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$ du diamètre terrestre) n'est pas cohérente avec la valeur du volume ($\frac{1}{44}$ du volume terrestre) qu'il obtient, car le cube de $\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$ est environ $\frac{1}{37}$ et non $\frac{1}{44}$. La reconstitution des calculs en suivant la démarche en trois temps de Ptolémée montre que la valeur du diamètre réel de Vénus aurait du être $\frac{1}{4}+\frac{1}{30}$ du diamètre terrestre, dont le cube s'avère bien égal à $\frac{1}{44}$. Cette incohérence est importante car le volume de la Lune est égal à $\frac{1}{40}$ du volume terrestre, et par conséquent les rangs relatifs de Vénus et la Lune dans l'arrangement des astres selon leur taille sont inversés selon que le rapport du volume de Vénus au volume terrestre est égal à $\frac{1}{37}$ ou à $\frac{1}{44}$. Il n'est pas ici question de trancher cette question, signalons cependant que Carman (Carman 2009, p. 229-232) propose plusieurs reconstructions possibles conduisant à un diamètre réel de Vénus égal à $\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$.

> Donc le corps du Soleil [...] est plus grand que tout autre corps dans le monde ; viennent ensuite, par ordre de grandeur décroissante, le corps des étoiles fixes de première grandeur, en troisième rang [مرتبة], le corps de Jupiter, en quatrième rang le corps de Saturne, en cinquième rang le corps de Mars, en sixième rang le corps de la Terre, en septième rang le corps de Vénus, en huitième rang le corps de la Lune, et en dernier le corps de Mercure.

4.7 Ptolémée sur les conséquences observationnelles de ses résultats

La présence à la fin de la partie (I.2) d'une série de remarques de Ptolémée sans rapport direct avec l'objet de son traité a sans doute contribué à l'impression d'un ouvrage à la *«structure quelque peu décousue»*[94]. Nous pensons au contraire que les remarques formulées dans ces passages trouvent parfaitement leur place dans la conclusion de la partie (I.2) si l'on considère qu'elles sont effectivement des conclusions astronomiques qui découlent de la détermination précise des dimensions célestes réalisées par Ptolémée dans cette partie du *Livre des Hypothèses*.

Premièrement, et contrairement à ce qu'il a affirmé dans l'*Almageste*[95], les distances de Mercure, Vénus et Mars sont telles que l'observation de ces planètes est sujette à la parallaxe. Voici en effet ce que dit Ptolémée (ibid., p. 80) :

> Si leurs distances sont conformes à ce que nous avons défini, il y a une parallaxe pour Mercure, pour Vénus et pour Mars : pour Mars il y a une parallaxe, lorsqu'il se trouve à son périgée, qui est égale à celle du Soleil lorsqu'il est à son apogée ; pour Vénus il y a une parallaxe, lorsqu'elle est à son apogée, qui est à

94. Cf. *supra* page 93.
95. Cf. *supra* page 82.

> une valeur proche de celle du Soleil lorsqu'il est à son périgée ; pour Mercure il y a une parallaxe, lorsqu'il est à son périgée, qui est égale à celle de la Lune lorsqu'elle est à son apogée ; quant à la parallaxe de Mercure lorsqu'il est à son apogée et à celle de Vénus lorsqu'elle est à son périgée, le rapport de chacune des deux à la parallaxe de la Lune et à celle du Soleil est égal au rapport de leur distance respective, que nous avons mentionnée, à la distance du Soleil et de la Lune.

Dans ce passage Ptolémée part du principe que la parallaxe d'un corps céleste est proportionnelle à sa distance à la Terre et prend acte de ce que deux corps situés à la même distance de la Terre montrent nécessairement le même angle de parallaxe. Par conséquent si le Soleil admet une parallaxe observable lorsqu'il est à son apogée, il en est nécessairement de même de tous les astres errants situés entre la Terre et le Soleil, ainsi que pour Mars à son périgée[96]. Ptolémée affirme donc ici un changement complet de point de vue, par rapport à l'*Almageste*, sur la question de la parallaxe des planètes. En effet dans l'*Almageste*[97] Ptolémée a explicitement mentionné que l'hypothèse selon laquelle Mercure et Vénus sont sous le Soleil n'était recevable que dans la mesure où leurs distances à la Terre devaient rester incompatibles avec la détection d'une parallaxe, ce qui n'est donc pas le cas des distances obtenues dans le *Livre des Hypothèses*[98].

96. Les liens entre distance et parallaxe d'un astre apparaissent clairement dans notre figure page 70 tirée de la méthode de détermination de la distance de la Lune employée par Ptolémée dans l'*Almageste*.

97. Cf. *supra* page 83.

98. Swerdlow (Swerdlow 1968, p. 102) signale que le changement de point de vue de Ptolémée sur la parallaxe de Mercure et Vénus constitue un indice sérieux du fait que Ptolémée n'était pas en possession de sa méthode de détermination des distances des planètes lors de la rédaction de l'*Almageste*. Cette opinion a été contestée par Carman (Carman 2009, p. 226) qui émet l'hypothèse que Ptolémée, lors de la rédaction de l'*Almageste*, aurait effectué le calcul des distances de Mercure et Vénus avant de choisir opportunément les observations et les valeurs approchées lui permettant d'obtenir une distance moyenne du Soleil conforme à ses résultats préparatoires. Il nous semble que les éléments réunis ici donnent raison à Swerdlow.

Le second point qu'aborde Ptolémée dans la conclusion de la partie (I.2) concerne l'*arcus visonis* des planètes et des étoiles fixes de première grandeur. Les valeurs qu'il fournit ici diffèrent de celles que l'on trouve dans ces autres textes et par conséquent la reprise de ces valeurs par des auteurs postérieurs, et en particulier par les auteurs des textes arabes de notre corpus, constitue un marqueur d'une connaissance au moins partielle du contenu du *Livre des Hypothèses*. Dans un premier temps nous donnons les éléments nécessaires à la compréhension des spécificités des valeurs de l'*arcus visionis* produites par Ptolémée, puis nous expliquerons pourquoi nous considérons que ces valeurs sont liées aux dimensions célestes qu'il vient d'obtenir.

Dans le chapitre VIII.6 de l'*Almageste*, Ptolémée explique que l'arc de dépression du Soleil au moment du coucher ou du lever d'une étoile fixe proche de l'écliptique varie selon son ordre de grandeur, sa distance en latitude par rapport au Soleil, et l'inclinaison de l'écliptique par rapport à l'horizon qui dépend de la latitude terrestre du lieu d'observation. Cependant il démontre qu'il suffit de connaître pour un astre donné la valeur de cet arc en un seul lieu et un seul instant pour pouvoir déterminer en tout lieu et à tout instant la valeur corrigée de cet arc : Ptolémée énonce ainsi le principe d'attacher à chaque étoile fixe un *arcus visionis* qui lui est propre et qui ne dépend donc que de son ordre de grandeur. Cependant Ptolémée ne fournit la valeur de cet *arcus visionis* d'aucune étoile, indiquant seulement que sa méthode permet cette détermination (Ptolémée 1813, t. 2, p. 112)[99] :

> Nous n'avons pas voulu omettre entièrement cet objet, mais nous croyons que ce qui en a été dit, suffit pour en faire concevoir la théorie.

99. La traduction de Toomer diffère légèrement mais le sens est similaire (Ptolémée 1984, p. 416) :

> We think that the above suffices as an indication of the methods in this type of theoretical investigation, enough [at least] so that it cannot be said that we have neglected this topic.

C'est dans un autre traité de Ptolémée, le *Phaseis*[100], que Ptolémée fournit une liste de dates des levers et couchers de nombreuses étoiles fixes de première et de deuxième grandeur, ce qui a permis à Vogt (Vogt 1920) de déterminer que, dans le *Phaseis*, l'*arcus visionis* des étoiles était corrélé à leur luminosité et plus précisément que l'*arcus visionis* des étoiles de première grandeur était au maximum de douze degrés et celui des étoiles de deuxième grandeur au maximum de quinze degrés[101].

En ce qui concerne l'*arcus visionis* des planètes, Ptolémée traite de cette question dans le chapitre XIII.7 de l'*Almageste*. Il précise (Ptolémée 1984, p. 636) qu'à l'instar du cas des étoiles fixes, l'apparition et la disparition d'une planète sur l'horizon dépend de nombreux paramètres dont l'un est la prise en compte de leur différence de magnitude, au sens de leur luminosité selon Halma et au sens de leur taille selon Toomer – le texte de Ptolémée ne

100. Le texte grec du *Phaseis* nous est parvenu et a été édité et traduit en français par Halma (Ptolémée 1822) sous le titre *Apparitions des étoiles fixes et collection de pronostics par Claude Ptolémée*. Dans l'introduction, Ptolémée indique qu'il a traité précédemment des aspects théoriques concernant ces phénomènes. Par conséquent il est possible que ce texte ne soit que le second livre d'un traité qui en comportait deux. Cependant Jones (Jones 2020, p. 23) indique que le texte mentionné par Ptolémée dans l'introduction du *Phaseis* pourrait être un traité indépendant dans lequel Ptolémée aurait traité de ces questions, puis, dans le même article (ibid., p. 23), Jones interprète le texte grec du passage de VIII.6 que venons de citer ici comme pouvant annoncer la rédaction d'un tel traité. Neugebauer (Neugebauer 1971) et indépendamment Samsó et Rodríguez (Samsó et Rodríguez 1976) ont découverts qu'une partie d'une traduction arabe du *Phaseis* était préservée dans une longue citation du *Livre sur les anwa'* de Sinan ibn Thābit figurant dans la *Chrologie des anciennes nations* d'al-Bīrūnī (Al-Bīrūnī 1879, p. 232-267). Morelon (Morelon 1981, p. 3-22) a par ailleurs découvert dans un autre texte d'al-Bīrūnī, le chapitre IX.7 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, une paraphrase du traité théorique de Ptolémée sur les levers et couchers des étoiles fixes, que Morelon considère être le premier livre (perdu) du *Phaseis*.

101. Morelon (ibid., p. 4) a montré que ces valeurs proviennent du livre théorique sur les levers et les couchers des étoiles fixes de Ptolémée.

précisant pas à quel type de quantité les différences évoquées renvoient. Voici le passage du livre XIII.7 dans lequel la distance sous l'horizon du Soleil au moment du lever ou du coucher d'une planète est la longueur BD[102] :

> Cette distance à l'horizon n'étant pas la même pour des astres inégaux, (inégalement lumineux), nécessairement, toutes choses égales par ailleurs, les hypoténuses ED des triangles rectangles BDE sont inégales, c'est-à-dire plus petites pour les astres plus grands, et plus grandes pour les astres plus petits (Ptolémée 1813, t. 2, p. 417).

> This arc [BD] is, naturally, unequal for the various planets, which are unequal [in size], so, even if all other factors remain the same, the arc of the ecliptic subtending the right angle, i.e. the interval corresponding to ED, must vary, being, obviously, smaller lor the larger planets, and greater for the smaller planets (Ptolémée 1984, p. 637).

C'est afin de permettre une détermination précise de ces phénomènes que dans l'*Almageste* Ptolémée attache à chaque planète un unique paramètre constant servant de base aux calculs. Pour ce faire Ptolémée choisit des conditions d'observation standards et détermine pour chaque planète, uniquement à partir des modèles géométriques de ses mouvements en longitude et en latitude, la valeur de leur *arcus visionis* de référence[103]. Cependant ce ne sont pas les mêmes valeurs de l'*arcus visionis* des planètes qui sont mentionnées dans le *Livre des Hypothèses*[104], mais des valeurs qui correspondent à celles utilisées dans les *Tables Faciles* dans lesquelles Ptolémée a cependant conservé le principe d'attacher un *arcus visionis* constant à chaque planète,

102. Les traductions de Halma et de Toomer sont très éloignées. Nous les citons donc toutes deux en laissant intacte les émendations des deux auteurs.

103. Cf. Ptolémée 1984, p. 639. Ptolémée ne fournit pas tous les éléments nécessaire à la reconstruction des valeurs qu'il produit. La démarche ainsi que les calculs de Ptolémée sont décrits et commentés par Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 1, p. 235).

104. Cf. Ptolémée 1993, p. 80-82.

à l'exception notable de Vénus[105]. Nous avons regroupé dans le tableau ci-dessous les valeurs mentionnées dans l'*Almageste* et le *Livre des Hypothèses* ainsi que les valeurs reconstruites à partir des *Tables Faciles* et du *Phaseis*[106]:

	Almageste	*Tables faciles*	*Livre des Hypothèses*	*Phaseis*
Mercure	10°	12°	12°	
Vénus	5°	5° − 7°	5° − 7°	
Mars	11°; 30	14°; 30	14°; 30	
Jupiter	10°	9°	9°	
Saturne	11°	13°	13°	
Fixes I			15°	12°

Notons en premier lieu que ce passage de la conclusion de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, qui intervient immédiatement après avoir déterminé la distance à la Terre et la taille des astres, est le seul passage connu dans l'œuvre de Ptolémée où apparaissent conjointement des valeurs de l'*arcus visionis* des planètes et des étoiles fixes qui, dans l'*Almageste* font l'objet d'un traitement différent.

Quant aux valeurs fournies dans le *Livre des Hypothèses*, elles diffèrent pour les planètes de celles produites dans l'*Almageste* et correspondent à celles que l'on trouve dans les *Tables faciles*, et pour les étoiles fixes la valeur de l'*arcus visionis* mentionnée pour les étoiles de première grandeur diffère de celle qu'il a utilisée dans le *Phaseis*.

105. Ces valeurs ne sont pas explicitées dans les *Tables Faciles*, elles ont été reconstruites. Nous renvoyons ici aux explications fournies à ce sujet par Aaboe (Aaboe 1960, p. 16), lequel s'appuie sur des travaux antérieurs de Van der Waerden(Van der Waerden 1953). Aaboe précise qu'outre ces différences d'*arcus visionis*, Ptolémée a utilisé d'autres modèles des mouvements en latitude que ceux de l'*Almageste* pour la détermination des latitudes dans les *Tables Faciles*.

106. Rappelons ici que la chronologie de la rédaction des travaux de Ptolémée est mal connue : parmi ces quatre traités la seule certitude est que l'*Almageste* a été rédigé avant les trois autres, cf. (Jones 2020, p. 25-27).

Ptolémée n'explique pas comment il a obtenu ces valeurs nouvelles par rapport à celles mentionnées dans l'*Almageste*, mais le passage qui suit fournit des précisions importantes quant au fait qu'on peut considérer un *arcus visionis* constant pour toutes les planètes à l'exception de Vénus (Ptolémée 1993, p. 82)[107] :

> Il n'y a de différence de distance du Soleil [sous l'horizon] que dans le cas de Vénus, et non pour les autres, parce que les trois planètes supérieures – c'est-à-dire – Jupiter, Mars et Saturne – ne se cachent et n'apparaissent sous les rayons du Soleil que lorsqu'ils se trouvent à l'apogée de leur épicycle ; et Mercure, quant à lui, se cache dans la plupart des cas lorsqu'il se trouve au voisinage de sa distance moyenne, parce qu'il n'apparaît que lorsque sa distance au Soleil est grande, supérieure à celle qu'il présente lorsqu'il se trouve au voisinage de l'apogée ou du périgée, et pour cette raison certaines apparitions ou disparitions de Mercure peuvent passer inaperçues.

L'explication donnée ici par Ptolémée de l'adoption d'un *arcus visionis* variable uniquement dans le cas de Vénus est donc liée aux modèles géométriques de leur mouvement en longitude. Plus précisément, Ptolémée annonce dans le chapitre X.6 de l'*Almageste* que les modèles des trois planètes supérieures sont construits de façon à ce que chacune d'entre elles soit sur le périgée de son épicycle lorsqu'elle est en opposition avec le Soleil, et par conséquent elle sera à l'apogée de son épicycle lorsqu'elle sera en conjonction avec celui-ci. Or c'est bien au voisinage des conjonctions entre la planète

107. Nous reproduisons ici le texte arabe de ce passage tel qu'édité par Morelon en vue d'en faciliter la comparaison avec les passages correspondants des textes de notre corpus (Ptolémée 1993, p. 83) : والاختلاف الذي ابعد الشمس إنّما عرض في الزهرة دون سائر الكواكب لأنّ الثلاثة الكواكب العلوية أعني المريخ والمشتري وزحل إنّما تخفى وتظهر من تحت شعاع الشمس إذا كانت في موضع بعدها الأبعد من فلك التدوير فقط وأمّا عطارد فإنّه إنّما يخفى ويظهر أكثر ذلك إذا كان فيما يلي بعده الأوسط لأنّه إنّما يظهر إذا كان بعده من الشمس بعداً كثيراً أكثر من الأبعاد التي تكون له إذا كان فيما يلي الأوج أو البعد الأقرب ومن أجل ذلك ربّما بطل بعض ظهوراته وغيوباته.

et le Soleil que la question de sa visibilité vis-à-vis du Soleil se pose. En ce qui concerne les deux planètes inférieures la situation est presque opposée puisqu'elle reste constamment à proximité du Soleil et que le centre de leur épicycle se déplace sensiblement avec le Soleil. Par conséquent ces deux planètes ne sont visibles que lorsqu'elles sont sur un des deux arcs de leur épicycle suffisamment éloignées de leur apogée et de leur périgée. Dans le cas de Vénus les différences de positions de Vénus sur cet arc sont assez importantes pour devoir être prises en considération, d'où un *arcus visionis* variable, alors que dans le cas de Mercure qui s'éloigne encore moins du Soleil que Vénus, elle n'est visible que lorsqu'elle est proche du milieu de l'arc d'épicycle reliant l'apogée au périgée et par conséquent une seule valeur de son *arcus visionis* suffit.

Jusqu'à présent la seule explication envisagée concernant les modifications de l'*arcus visionis* des planètes dans le *Livre des Hypothèses* par rapport à l'*Almageste* a été formulée par Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 1017) pour qui ces modifications seraient peut-être liées à de nouvelles observations. Or dans ce passage, Ptolémée ne fait pas référence à des observations, contrairement à ce qu'il a fait à chaque fois qu'il a modifié des paramètres par rapport à l'*Almageste* à partir d'observation nouvelles[108], il nous semble dès lors difficile de suivre Neugebauer sur ce point.

Nous émettons ici une autre hypothèse qui s'appuie principalement sur le fait que Ptolémée mentionne ces nouvelles valeurs de l'*arcus visionis* des astres dans la conclusion de la partie (I.2) alors qu'il vient de déterminer les distances et les tailles des astres : ces modifications seraient le résultat de la prise en compte des tailles des corps des planètes et des variations importantes des diamètres apparents des deux planètes inférieures qui se déduisent des résultats de la partie (I.2). De plus plusieurs indices suggèrent la possibilité que Ptolémée aurait effectué un travail détaillé sur ce point dont le passage mentionné dans le *Livre des Hypothèses* ne serait qu'une synthèse des résultats. Tout d'abord le texte laisse à penser que Ptolémée aurait calculé également les variations de l'*arcus visionis* de Mercure et qu'il fournit ici la raison pour laquelle il ne les mentionne pas. Ensuite, comme l'a montré

108. Cf. *supra* pages 105 et suivantes.

Morelon (Morelon 1981, p. 8-10), le passage qui précède immédiatement celui-ci dans le *Livre des Hypothèses* est certainement issu d'un traité perdu de Ptolémée, dans lequel celui-ci aurait établi une méthode générale pour calculer l'*arcus visionis* des étoiles fixes quelque soit leur longitude[109]. En outre le contenu du paragraphe qui succède à celui-ci[110] s'avère proche de certains passage de son *Traité d'optique*[111]. Il y a donc une forte probabilité que l'ensemble de la conclusion de la partie (I.2) consiste pour Ptolémée à mettre en relation les dimensions célestes obtenues avec d'autres résultats consignés dans d'autres traités. Notre hypothèse de l'existence d'un traité de Ptolémée contenant des travaux détaillés concernant les variations de la visibilité de Vénus peut par ailleurs prendre appui sur l'analyse du corpus ptoléméen réalisée par Jones (Jones 2020, p. 23-24) qui fait apparaître deux pistes.

La première piste est une allusion de Ptolémée lui-même, en introduction du *Phaseis*, à un traité dans lequel il aurait étudié mathématiquement les questions touchant à l'apparition des astres :

> Nous avons démontré en grand détail, dans l'ouvrage où nous traitons de la théorie et de la pratique de la science, les différences qui se montrent entre les étoiles fixes, leurs causes, les observations sur lesquelles il faut appuyer les preuves de leurs circonstances, et les théorèmes qui doivent nous servir à trouver le reste, c'est-à-dire, avec quelles portions de cercle mitoyen du zodiaque, chacune des étoiles qui partout sont au milieu du ciel, se lèvent et se couchent pour chaque lieu particulier ; et de plus, quelle est sur le grand cercle qui passe par ces étoiles et par le

109. Morelon se base sur le bon accord entre une mention de cette méthode dans le *La visibilité du croissant par le calcul* (Morelon 1987, p. 93-112) de Thābit et un passage d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī. Cf. *supra* note 100 page 140.

110. Cf. *infra* page 149.

111. Cf. Ptolémée 1956, p. 75-76.

> mitoyen du zodiaque, la grandeur des arcs dont le Soleil est encore sous l'horizon au moment de leur apparition, et de combien de degrés ils sont, afin de calculer les temps pour chacune[112].

Cet ouvrage perdu de Ptolémée est appelé le premier livre du *Phaseis*, la partie existante étant alors considérée comme le second livre. Morelon a pu en étudier certaines caractéristiques en analysant conjointement le traité sur *La visibilité du croissant par le calcul* de Thābit et le chapitre IX.7 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī[113]. Il ressort de son analyse que Ptolémée a étudié dans ce traité perdu les variations de l'*arcus visionis* des étoiles fixes, mais rien n'indique qu'il y ait également étudié d'éventuelles variations de l'*arcus visionis* de Vénus.

La seconde piste fournie par Jones est une scholie figurant dans certains manuscrits grecs de l'*Almageste* attribuant à Ptolémée une étude portant sur les irrégularités de la visibilité de Vénus[114]. Voici la traduction de Jones du passage mentionnant un texte inconnu de Ptolémée (Jones 2003, p. 76) :

> The Chaldeans, using 'above' for 'to the north' and 'below' for 'to the south,' also set the cubit as 2^o, as Ptolemy indicated in *On Venus' Paradoxical Phases*.

Comme le remarque Jones, ce passage mentionne une correspondance qu'aurait réalisée Ptolémée entre une unité utilisée pour décrire des observations et des degrés d'arc, correspondance dont on ne trouve aucune trace

112. Nous reproduisons ici la traduction de Halma de l'introduction du *Phaseis* de Ptolémée (Halma 1819, t. 2, p. 13). Les traductions de Halma étant souvent assez éloignées de l'original grec, mentionnons également la paraphrase que donne Jones de ce passage (Jones 2020, p. 23) :

> the only [Ptolemy's] non-extant text explicitly mentioned in any of the surviving ones is the *dedicated treatise on this subject* cited at the opening of the *Phaseis*, in which Ptolemy states that he provided a full mathematical treatment of the conditions determining the dates of first and last morning and evening risings of the fixed stars.

113. Cf. Morelon 1981.

114. Jones (Jones 2003) produit une étude détaillée du contenu de cette scholie que Pingree (Pingree 1994, p. 94) a daté de la fin du VI^e^ siècle.

dans les textes ptoléméens et en particulier dans l'*Almageste*. Bien que Jones comprenne le titre de ce traité comme renvoyant à l'irrégularité des périodes durant lesquelles Vénus est visible dans le ciel, il est tout aussi possible que ce titre renvoie au traitement par Ptolémée des variations de l'*arcus visionis* de Vénus. C'est d'ailleurs ce que suggère un passage de l'*Hypotypose* de Proclus (Ptolémée 1820, p. 68) :

> Car supposons Vénus répondant à la même longitude que le Soleil, et faisant son lever après lui le matin, étant à plusieurs degrés de distance de lui, nous ne la voyons pas parce qu'elle lui est inférieure. Ce qui a paru si digne d'attention, à ceux qui observent les astres, qu'on en a écrit des livres qui traitent des choses singulières de Vénus.

Bien entendu l'ensemble de ces indices ne constitue pas une preuve de l'existence d'un traité de Ptolémée dans lequel il aurait détaillé une méthode permettant de prendre en compte l'ensemble des paramètres, dont le diamètre apparent, pour calculer les variations l'*arcus visionis* de Vénus, voire de Mercure.

Nous n'avons d'ailleurs pas réussi à proposer une reconstruction de la démarche qu'aurait pu suivre Ptolémée pour obtenir précisément ces nouvelles valeurs de l'*arcus visionis* des planètes et des étoiles fixes, mais nous sommes toutefois en mesure d'indiquer que la prise en considération des dimensions célestes est compatible avec les valeurs consignées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. En première approximation nous avons considéré que l'ordre de grandeur d'un astre ne dépend que du rapport de la taille à la distance de cet astre et, à l'exception notable de Vénus, ces rapports sont effectivement ordonnés dans l'ordre inverse de celui des *arcus visionis* donnés par Ptolémée

dans le *Livre des Hypothèses*[115] :

Astre	$\frac{r}{d}$	*arcus visionis*
Vénus (périgée)	$1,807 \times 10^{-3}$	5
Jupiter	$3,63 \times 10^{-4}$	9
Mercure	$3,22 \times 10^{-4}$	12
Vénus (apogée)	$2,78 \times 10^{-4}$	7
Saturne	$2,53 \times 10^{-4}$	13
Mars	$2,286 \times 10^{-4}$	14,5
Fixes I	$2,275 \times 10^{-4}$	15

Ce tableau montre un bon accord global entre l'ordre décroissant des rapports taille sur distance et l'ordre croissant des *arcus visionis* à l'exception notable de l'*arcus visionis* de Vénus à son apogée. Notons en particulier que la proximité de l'*arcus visionis* de Mars et de l'*arcus visionis* des étoiles fixes de première grandeur (15°), qui rappelons le n'est pas celui utilisé par Ptolémée dans le *Phaseis* (12°), coïncide avec la proximité des rapports taille sur distance de Mars et des étoiles fixes de première grandeur[116].

Le caractère aberrant de la valeur de l'*arcus visionis* de Vénus à son apogée que ce tableau met en lumière, permet ici encore de comprendre dans quel contexte Ptolémée formule la remarque finale de la partie (I.2) sur le manque de fiabilité de nos sens en ce qui concerne l'estimation de la dimension d'objets très éloignés. Le dernier paragraphe de la partie (I.2) est en effet dédié à la réfutation d'un argument observationnel qui pourrait être opposé aux résultats précédemment obtenus : les fortes variations des distances de

115. Dans la colonne $\frac{r}{d}$ de ce tableau figurent les rapports $\frac{\text{rayon}}{\text{distance}}$ où le rayon de l'astre est celui indiqué par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* et la distance à la Terre suit les indications fournies par Ptolémée (Distance moyenne pour Mercure, proximité de l'apogée pour les planètes supérieures, deux positions extrêmes pour Vénus) et la colonne de droite les *arcus visionis* mentionnés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

116. Cette proximité a été notée par Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 2, p. 931) qui, s'il attribue cette proximité à une volonté de Ptolémée, la fait apparaître comme un choix sans fondement quantitatif : *«It seems only a weak excuse to postulate that a star of the first magnitude is of the same brightness as Mars which has an arcus visionis of 14°;30»*.

Vénus devraient conduire à l'observation de variations de sa taille apparente proportionnelles aux variations de sa distance. Or les variations de tailles observées ne sont pas en rapport avec les variations de distances calculées.

Ptolémée s'appuie alors sur les illusions d'optique inhérentes à l'observation d'objets très éloignés[117] pour justifier le fait que la taille apparente de Vénus ne varie pas dans des proportions de un à six et demi, c'est-à-dire dans les mêmes proportions que ses distances extrémales puisque $\frac{166}{1079} \simeq \frac{1}{6;30}$ (R. Rashed 1992, p. 558-559)[118] :

> Quant à la cause pour laquelle ce qui apparaît à l'œil et ce que l'œil se représente de la taille de son corps [celui de Vénus] ne correspond pas au rapport des distances, il nous faut savoir que c'est l'illusion qui se produit pour l'œil due à la diversité des vues. Cette diversité est manifeste dans tout ce qui apparaît et se voit à une grande distance. De même que les distances elles-mêmes ne sont pas de grandeur connue dans ce qui apparaît à l'œil, et que la différence entre les choses de grandeur diverse n'est pas connue selon la proportionnalité entre les distances auxquelles sont ces choses, parce que l'œil ramène cette différence et la saisit en la réduisant à ce qui est connu plus familièrement en raison des diminutions continues de ces distances - c'est pourquoi nous voyons chacun des astres plus proche de nous que sa réalité car l'œil se rabaisse aux distances auxquelles il est accoutumé, qui lui sont familières et qui sont dans notre environnement - de même pour les augmentations et les diminutions qui se produisent pour la taille en raison de l'augmentation des distances et de leur diminution. Elles sont moindres que les rapports qui sont

117. Ptolémée développe un argument similaire dans son *Traité d'optique*, cf. Ptolémée 1956, p. 75-76. Pour une analyse détaillée de cet argument incluant les commentaires d'Ibn al-Haytham sur l'argumentation de Ptolémée, cf. Sabra 1987, p. 221-227 et R. Rashed 1992, p. 536-541.

118. Peu de temps avant la publication du travail de Morelon, Rashed a établi une traduction en français de ce passage dont il a édité également le texte arabe. Nous privilégions ici cette traduction.

> entre elles, comme c'est le cas pour les distances, en raison de l'incapacité de l'œil - comme nous l'avons dit - de distinguer et de percevoir les grandeurs de la différence de chaque espèce comme nous l'avons mentionné.

L'argument présenté ici par Ptolémée s'appuie sur deux points permettant de comprendre pourquoi nous n'avons pas accès par l'observation à une bonne estimation du rapport des distances extrémales d'un astre. Le premier point est le fait que la perception d'un objet ne permet pas d'en évaluer la distance. Le second point correspond à l'argument (1) de sa méthode pour déterminer les diamètres réels des astres, c'est-à-dire au fait qu'il n'y aurait égalité entre le rapport des diamètres apparents correspondants aux distances extrémales d'un astre à la Terre et le rapport de ces distances que si ces deux diamètres apparents sous-tendaient un même angle, ce qui ne peut être le cas. Une fois établi que le rapport des distances extrémales d'un astre n'est pas estimable par l'observation, Ptolémée explique ensuite que, pour des raisons liées aux processus même de la vision, l'estimation de ce rapport est systématiquement très en deçà du rapport réel. La conclusion de Ptolémée consiste alors à affirmer que l'estimation du rapport des diamètres apparents correspondants aux distances extrémales d'un astre est corrélée à l'estimation du rapport de ses distances extrémales. Or ce dernier rapport est fortement sous estimé, il en va donc de même du rapport des variations apparentes des tailles de l'astre.

L'argument de Ptolémée ne semble pas avoir retenu l'attention des commentateurs médiévaux qui ont étudié le problème des faibles variations apparentes de Vénus[119]. On notera toutefois qu' Ibn al-Shāṭir, à la fin du premier livre de *L'achèvement de l'enquête et la correction des fondements* et immédiatement après avoir calculé les distances des planètes[120], fait le constat que les variations des distances calculées de Vénus et de Mars ne s'accordent pas avec les variations observées de leurs diamètres apparents. Ibn al-Shāṭir

119. Cf. Goldstein 1996.
120. Cf. Ibn al-Shāṭir 2021, p. 116-118

donne alors l'opinion de Ptolémée, sous la forme d'une citation *in extenso* du passage du *Livre des Hypothèses* que nous venons de citer, avant de donner sa propre opinion sur ce sujet.

On est dès lors en mesure de conclure que la série de remarques qui clôture la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* prend pleinement appui sur les résultats concernant les dimensions célestes obtenus dans cette partie. Chacune de ces remarques s'avère en effet relever d'une mise en cohérence des dimensions calculées avec les phénomènes observés – parallaxe, *arcus visionis* des étoiles fixes, *arcus visionis* des planètes et variations des diamètres apparents. En analysant ces passages, nous avons noté qu'ils étaient tous reliés, à des niveaux différents, à d'autres travaux connus ou supposés de Ptolémée : (1) l'affirmation de la parallaxe perceptible de Vénus et de Mercure apparaît en effet comme une confrontation à l'affirmation contraire formulée par Ptolémée dans l'*Almageste* ; (2) la mention d'une méthode permettant de prendre en compte les changements de position des étoiles fixes dans l'étude de leur visibilité fait écho à la méthode identifiée par Morelon comme étant tirée d'un traité perdu de Ptolémée – le livre I du *Phaseis* selon Morelon – qu'auraient utilisée plus tard Thābit ibn Qurra et al-Bīrūnī; (3) les valeurs modifiées de l'*arcus visionis* des planètes ainsi que la variabilité de celui de Vénus ont été retrouvées par le calcul dans les *Tables Faciles*, et ce avant que la partie (I.2) ne refasse surface ne laissant ainsi aucun doute quant au fait que les historiens auraient pu être influencé durant leurs calculs pour reconstruire les données utilisées par Ptolémée ; (4) enfin l'argument sur l'illusion d'optique justifiant le désaccord entre les variations des dimensions célestes calculées et observées fait écho aux considérations que l'on retrouve dans le traité d'*Optique* de Ptolémée.

Il ne fait donc pas de doute que ces remarques aient été conçues comme une intégration des résultats de la partie (I.2) à l'ensemble du corpus ptoléméen. Cette mise en cohérence est-elle due à Ptolémée lui-même ou bien à un commentateur avisé ? Cela reste à notre avis une question ouverte car, comme nous le verrons dans les chapitres suivants, nous n'avons pas trouvé

de reprises des remarques observationnelles qui clôturent la partie (I.2) avant l'allusion faite par Thābit ibn Qurra à une méthode de calcul des variations de l'*arcus visionis* de Vénus[121].

4.8 Définitions de sept marqueurs caractéristiques de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*

L'étude détaillée de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* a mis en évidence un certain nombre de spécificités de ce texte à l'intérieur même de l'œuvre de Ptolémée. En premier lieu c'est bien sûr la stratégie de résolution du problème du rang du Soleil que Ptolémée élabore et les outils théoriques qu'il utilise à cette fin : l'énonciation du principe des sphères emboîtés et sa mise en relation avec les rapports des distances extrémales internes aux modèles rendant compte des mouvements en longitude des astres errants. Le résultat obtenu est d'une importance majeure pour l'histoire de l'astronomie puisque pour la première fois l'arrangement des astres se trouve établi par des déductions s'appuyant uniquement sur des observations, des raisonnements géométriques et des calculs, le bon accord entre la distance maximale de Vénus ainsi calculée et la distance du Soleil obtenue indépendamment livrant au passage une formidable confirmation de la solidité de l'ensemble du cadre ptoléméen. Comme le remarque justement Neugebauer, ce résultat a grandement contribué à la perennité de ce cadre durant le millénaire qui a suivi[122].

121. Pingree (Pingree 1994, p. 86-87) indique qu'au VI^e^ siècle Rhetorius renvoie à l'*Almageste* de Ptolémée alors qu'il mentionne une parallaxe sensible de Mercure et de Vénus. Nous n'avons pas pu consulter le texte de Rhetorius, mais si cette information était confirmée, elle constituerait un élément de preuve important quant à l'authenticité des remarques observationnelles qui concluent la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, ou, *a minima*, une preuve certaine que ces remarques ont très tôt été intégrées au corpus ptoléméen.

122. Cf. (Neugebauer 1975, t. 1, p. 112).

Cependant, et comme nous allons le voir dans les chapitres 5 pour l'Antiquité tardive et 7 pour la période de rédactions des textes arabes de notre corpus, la diffusion des résultats obtenus par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* s'est effectuée indépendamment de la diffusion du texte intégral de ce traité. Or, si nous voulons cerner les spécificités épistémologiques des textes arabes de notre corpus, il est nécessaire de se doter de moyens permettant de mesurer aussi précisément que possible le degré de connaissance qu'a du *Livre des Hypothèses* l'auteur d'un texte qui reprendrait tout ou partie du raisonnement ou des résultats de Ptolémée.

En ce qui concerne la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, partie d'une importance cruciale pour le thème de notre étude, nous avons vu tout au long de ce chapitre plusieurs aspects caractéristiques que l'on peut espérer utiliser comme marqueurs de la transmission de tout ou partie du traité de Ptolémée, de tout ou partie des méthodes et des arguments que Ptolémée expose et met en œuvre dans ce traité, de tout ou partie des paramètres numériques qu'il introduit et des dimensions célestes qu'il produit dans la partie (I.2). Le postulat de départ de notre recherche est simple : entre sa rédaction au II^e^ siècle par Ptolémée et les commentaires détaillés d'Ibn al-Haytham et d'al-Bīrūnī au XI^e^ siècle, le *Livre des Hypothèses* n'a laissé pratiquement aucune trace. Or, en vue de l'analyse épistémologique des textes arabes de notre corpus, il est essentiel de nous donner les moyens de savoir si leurs auteurs avaient le *Livre des Hypothèses* à disposition, auquel cas il faudrait analyser leurs propres traités comme des commentaires du *Livre des Hypothèses*, ou si, *a contrario*, bien que traitant des mêmes sujets, utilisant les mêmes paramètres et aboutissant à des résultats similaires, ces auteurs ignoraient le contenu, voire l'existence, du *Livre des Hypothèses*, auquel cas leurs travaux doivent être lus comme des contributions originales. À n'en pas douter, chacune de ces deux options conduit à des analyses très différentes des textes de notre corpus, et nous allons établir dans les chapitres 7 et 8 que c'est bien la seconde option qu'il faut retenir.

À cette fin, nous avons établi une liste de sept marqueurs distincts, de nature numérique ou textuelle, qui permettra de pouvoir interroger objectivement le degré de connaissance du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée qui

transparaît dans un texte. Cette liste de marqueurs n'a aucune prétention à l'exhaustivité car elle a été établie en relation directe avec l'étude des textes de notre corpus. Nous avons privilégié les éléments tirés de la partie (I.2) qui ne sont pas mentionnés dans l'*Almageste* ou bien qui présentent des différences notables avec l'*Almageste*. On ne peut exclure que certains des marqueurs que nous avons retenus aient également circulé dans d'autres textes de Ptolémée, dont nous avons soulignés la possible existence, ou qu'ils apparaissent parallèlement dans des textes astronomiques indépendants du corpus ptoléméen. Quoiqu'il en soit, nous verrons dès la première lecture des textes de notre corpus qu'aucun marqueur pris individuellement ne peut être considéré comme entièrement discriminant quant à un accès direct de son auteur au *Livre des Hypothèses*. Par conséquent une partie importante du travail entrepris dans le chapitre suivant ainsi que dans le chapitre 7 consistera à obtenir et à mettre en ordre des informations sur la transmission du contenu du *Livre des Hypothèses* entre sa rédaction et celle des textes de notre corpus.

Le premier marqueur (1) est la mention explicite par un auteur du fait que Ptolémée a traité de la question des distances et des tailles de tous les astres. Nous avons vu en effet que Ptolémée ne traite dans l'*Almageste* que des distances et des tailles des deux luminaires et n'aborde pas ces questions en ce qui concerne les planètes et les étoiles fixes. Il n'aborde pas non plus ces questions dans les autres traités qui nous sont parvenus.

Le deuxième marqueur (2) concerne l'énoncé du problème du rang du Soleil et le recours à la structure argumentative utilisée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour le résoudre[123]. En effet ce problème n'est pas explicitement posé par Ptolémée dans l'*Almageste* et apparaît de façon naturelle dans le *Livre des Hypothèses* car pour présenter l'ensemble des mouvements des astres en un seul tableau, il est nécessaire d'en connaître l'arrangement en fonction de leur éloignement à la Terre prise comme centre. C'est à cette fin que Ptolémée énonce dans le *Livre des Hypothèses* le principe des sphères emboîtées selon lequel la sphère supérieure d'un astre est adjacente à la sphère inférieure de l'astre suivant, et c'est ce principe qui rend possible le calcul des

123. Cf. *supra* section 4.4.

distances des astres de proche en proche à l'aide du rapport entre leurs deux distances extrémales. De la connaissance préalable de l'arrangement de la Lune et des planètes, vient que le seul problème à traiter est celui du rang du Soleil. Or la distance maximale de Vénus, calculée à partir de la distance de la Lune et des rapports successifs des deux distances extrémales de Mercure et de Vénus, s'avère être proche de la distance minimale du Soleil, déduite quant à elle de la détermination de sa distance moyenne dans l'*Almageste* et du rapport de ces deux distances extrémales. Cette proximité entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil est en soi problématique en ce qu'elle n'est pas une égalité parfaite, et c'est l'exposition par Ptolémée d'une cause probable de cette imprécision, la grande sensibilité à la précision des paramètres utilisés dans l'*Almageste* pour calculer la distance moyenne du Soleil, qui lui permet raisonnablement de considérer que ces deux distances coïncident, et par là d'affirmer que le Soleil suit immédiatement Vénus dans l'arrangement des astres. Ce raisonnement original occupe un rôle central dans la structure argumentative du *Livre des Hypothèses*, par conséquent la présence d'un ou plusieurs de ces arguments dans un texte ultérieur constitue autant d'indices d'une connaissance du contenu du *Livre des Hypothèses*, ou du moins de la transmission de l'argumentation déployée par Ptolémée dans ce traité.

Le troisième marqueur (3) concerne la justification par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* des positions relatives de Mercure et de Vénus par l'observation de l'occultation de Vénus par Mercure[124]. Comme nous l'avons montré dans ce chapitre, Ptolémée affirme dans le *Livre des Hypothèses* que des observations réalisées entre la rédaction de l'*Almageste* et la rédaction du *Livre des Hypothèses* lui ont permis de déterminer l'arrangement complet des planètes entre elles alors qu'il avait dû se contenter d'un arrangement partiel dans l'*Almageste*[125]. La possibilité physiologique d'observer à l'œil nu des occultations mutuelles de planètes avec suffisamment de précision pour déterminer laquelle occulte et laquelle est occultée est un sujet que

124. Cf. *supra* section 4.3.
125. Cf. *supra* page 82 et suivantes.

nous n'aborderons pas ici[126], mais ce n'est pas cette mention de l'observation d'occultations mutuelles de planètes qu'il convient de considérer comme un marqueur du *Livre des Hypothèses*, mais bien leur utilisation comme argument permettant d'établir l'arrangement des astres et plus particulièrement les positions relatives de Mercure et de Vénus.

Le quatrième marqueur (4) est d'ordre numérique, savoir la correspondance plus ou moins exacte des valeurs des distances et des tailles des planètes que l'on trouve dans les textes ultérieurs vis-à-vis de celles mentionnées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. En effet la grande sensibilité de la méthode de calcul aux variations des paramètres ainsi qu'aux choix d'arrondis que l'on est conduit à faire lorsqu'on reproduit les calculs rend très peu probable que deux auteurs retrouvent de façon indépendante exactement les mêmes résultats numériques. Dès lors leur mention dans un des textes de notre corpus constitue un indice fort d'une transmission fiable d'éléments issus du *Livre des Hypothèses*.

Le cinquième marqueur (5) est le rapport des distances internes au modèle de Mercure. Dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée indique en effet que «*le rapport de la plus petite à la plus grande distance de Mercure est égal au rapport de trente-quatre à quatre-vingt-huit environ*»[127]. Or il se trouve que ce rapport ne découle pas du modèle géométrique de Mercure tel qu'exposé par Ptolémée dans l'*Almageste* et ce pour plusieurs raisons. En premier lieu, il est important de rappeler ici que le modèle géométrique de Mercure rend difficile le calcul du rapport exact de la plus petite à la plus grande distance à la Terre de Mercure. Hartner[128] a effectué ces calculs en utilisant des méthodes modernes et a obtenu le rapport $\frac{33;03;37;43;40}{91;30}$. Dans la section IX.9 de l'*Almageste*, Ptolémée (Ptolémée 1984, p. 459-460) a utilisé une méthode plus simple qui peut conduire cependant à une bonne estimation des rapports des distances de Mercure comme le montre l'achèvement des

126. Sur ce point, cf. Wlodarczyk, Kremer et Hughes 2018.

127. Cf. Ptolémée 1993, p. 66.

128. Cf. Hartner 1955, p. 109-115 pour l'exposé de la méthode et des résultats de Hartner. Cf. Hartner 1954, p. 267-268 pour une correction à la marge de ses premiers résultats.

calculs de Ptolémée par Swerdlow (Swerdlow 1968, p. 117) qui obtient le rapport $\frac{33;04}{91;30}$. Dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée modifie les paramètres du modèle géométrique de Mercure de façon significative par rapport à ceux de l'*Almageste*. En suivant la même méthode de calculs, Swerdlow (ibid., p. 118) a obtenu à partir des paramètres du *Livre des Hypothèses* un rapport des distances de Mercure égal à $\frac{33;49}{90;15}$. La différence des rapports découlant des modèles de Mercure selon l'*Almageste* et selon *Livre des Hypothèses* serait suffisamment significative pour justifier de faire de l'utilisation de ce second rapport un marqueur d'une transmission du *Livre des Hypothèses*, cependant il faut noter que la valeur approchée du rapport des distances de Mercure $\frac{34}{88}$ donnée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* ne correspond pas à la reconstruction des calculs qu'il aurait pu conduire. Si de nombreux lecteurs du *Livre des Hypothèses* ont proposé des reconstructions de l'erreur qu'aurait pu commettre Ptolémée dans la détermination de ce rapport[129], la singularité du rapport mentionné dans ce traité par Ptolémée fait *a priori* de la mention de ce rapport dans un texte ultérieur un marqueur très fiable d'une transmission du *Livre des Hypothèses* à l'auteur de ce texte.

Le sixième marqueur (6) concerne les valeurs des diamètres apparents des planètes, lorsqu'elles sont à leur distance moyenne de la Terre, exprimées en fonction du diamètre apparent du Soleil. Il ressort en effet de notre étude du *Livre des Hypothèses* que Ptolémée affirme les avoir produites[130]. De plus ces valeurs ne figurent dans aucun autre texte de Ptolémée, par conséquent la mention de ces valeurs dans un texte postérieur à Ptolémée constitue un marqueur d'une transmission au moins partielle du contenu du *Livre des*

129. Swerdlow (Swerdlow 1968, p. 120) conclut sa reconstruction des calculs selon la méthode de Ptolémée par une proposition simple – l'oubli de la prise en compte du rayon de l'épicycle par Ptolémée – concernant l'erreur qu'il aurait pu commettre dans la détermination de ce rapport. al-Bīrūnī produit une proposition de même nature dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, cf. *infra*. Plus récemment Carman (Carman 2009, p. 225-226) a proposé un scénario plus complexe en supposant que Ptolémée aurait commis une erreur alors qu'il manipulait plusieurs jeux de paramètres afin d'arriver à produire une distance maximale de Vénus proche de la distance minimale du Soleil.

130. Cf. *supra* page 129 et suivante.

Hypothèses, et ce d'autant plus qu'il semble improbable qu'elles aient pu être retrouvées de façon indépendantes tant les angles concernées sont petits et les rapports mentionnés par Ptolémée précis.

Le septième marqueur (7) est la mention de la variabilité de l'*arcus visionis* de la planète Vénus, tous les autres astres ayant un *arcus visionis* invariable. Cette variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus est en effet décrite en détail par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*[131], alors qu'il en donne une unique valeur dans l'*Almageste*[132]. Afin d'utiliser ce marqueur pour enquêter sur la transmission du *Livre des Hypothèses*, il importe d'apporter deux précisions. En premier lieu, la variabilité de l'*arcus visionis* est mise en pratique par Ptolémée dans un autre de ces traités, les *Tables faciles*, dont la circulation précoce est avérée parmi les premiers auteurs de textes arabes d'astronomie. Ces savants semblent cependant avoir attribué les *Tables faciles* à Théon d'Alexandrie, sans doute car ce texte a été transmis comme une partie du commentaire de Théon aux tables de Ptolémée[133]. La seconde précision importante à expliciter en vue de l'exploitation de la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus comme marqueur de la transmission du *Livre des Hypothèses* concerne les textes astronomiques sanskrits. En effet ces textes mentionnent aussi des variations de l'*arcus visionis* de Vénus, mais à la différence de Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* et dans les *Tables faciles*, ils indiquent qu'il faut également prendre en compte les variations de l'*arcus visionis* de Mercure et non uniquement celles de Vénus[134].

131. Cf. Ptolémée 1993, p. 80-83.

132. Cf. Ptolémée 1984, p. 640.

133. Pour une discussion détaillée sur la transmission en arabe des *Tables faciles* de Ptolémée, cf. R. Mercier 2011, p. 186-198.

134. Les variations des *arcus visionis* de Vénus et Mercure sont présentées par Brahmagupta dans la seconde partie du *Khaṇḍakhādyaka* comme une amélioration des méthodes antérieures (Brahmagupta 1970, p. 86) :

> Quand Vénus a un mouvement direct, son diamètre apparaît plus petit, et il se lève à l'Ouest et de couche à l'Est avec un *arcus visionis* de 10 degrés. Quand son mouvement est rétrograde, son diamètre apparaît plus grand, et il se lève à l'Est et se couche à l'Ouest avec un *arcus visionis* de 8 degré. Mercure se lève et se couche d'une façon similaire, mais lorsque [son mouvement] est direct son *arcus visionis* est de 14 degré pour 12 degré lorsqu'il

Sept marqueurs du *Livre des Hypothèses*

(1) : la mention explicite du fait que Ptolémée a traité de la question des distances et des tailles de tous les astres ;

(2) : l'énoncé du problème du rang du Soleil et le recours à la structure argumentative utilisée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour le résoudre ;

(3) : la justification des positions relatives de Mercure et de Vénus par l'observation de l'occultation de Vénus par Mercure ;

(4) : la correspondance des valeurs des distances et des tailles des planètes vis-à-vis de celles du *Livre des Hypothèses*;

(5) : le rapport des distances internes au modèle de Mercure ;

(6) : les rapports des diamètres apparents des planètes au diamètre apparent du Soleil ;

(7) : la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus.

---

est rétrograde. Les diamètres [apparents] de Mars, Jupiter et Saturne sont toujours identiques, elles se lèvent à l'Est et se couche à l'Ouest avec des *arcus visionis* déjà mentionnés [resp. 17, 11 et 15 degrés].

Chapitre 5

La circulation du *Livre des Hypothèses* dans l'Antiquité tardive

5.1 Les voies de transmission des textes astronomiques de Ptolémée avant le VIII^{e} siècle

Si la traduction en arabe de l'*Almageste* est bien documentée[1], il n'en est pas de même de la traduction du *Livre des Hypothèses* dont le contenu est de première importance pour le thème de notre étude. L'objectif de cette section est de circonscrire les modalités de transmission des textes astronomiques de Ptolémée[2], avec en point de mire l'identification de canaux par lesquels tout ou partie du *Livre des Hypothèses* a été rendu accessible aux auteurs des textes de notre corpus rédigés aux IX^{e} siècle.

L'*Almageste* a été rédigé par Ptolémée au milieu du II^{e} siècle, non loin d'Alexandrie. Dès le IV^{e} siècle, il apparait comme l'ouvrage d'astronomie théorique de référence à tel point que les traités plus anciens, tels ceux d'Hipparque, entrent en désuétude et disparaissent progressivement de la circulation[3]. L'*Almageste* est un traité au contenu mathématique difficile, et sa compréhension nécessite une préparation en amont. Deux modes de transmission sont bien documentés : d'une part sous forme de copies intégrales de l'*Almageste* accompagnées d'importants commentaires marginaux, dont les plus répandus sont ceux rédigés par Pappus et Théon à Alexandrie au IV^{e} siècle[4] ; d'autre part sous forme de condensés des résultats utiles aux

1. Cf. *supra* note 4 page 65.

2. Les textes astronomiques de Ptolémée à prendre en considération dans le cadre de notre étude sont l'*Almageste*, le *Livre des Hypothèses* et dans une moindre mesure les *Tables Faciles* et le *Phaseis*. Pour une liste des traités attribués à Ptolémée et une discussion détaillée sur leur authenticité, cf Jones 2020.

3. cf. Jones 1990, p. 1.

4. Du commentaire de l'*Almageste* rédigé par Pappus aux alentours de 330, seuls les livres V et VI nous sont parvenus. Le texte grec a été édité par Rome, cf. Pappus 1931-1939, t. 1. Du commentaire de l'*Almageste* rédigé par Théon aux alentours de 370, tous les livres à l'exception du livre XI sont connus depuis la découverte du Livre V par Tihon en 1987 (Tihon 1987), mais le texte de ce livre n'a pas encore été édité. Le texte grec d'un des manuscrits contenant les commentaires de Théon à l'*Almageste*, à l'exception des livres III et V, est disponible dans une édition publiée en 1538 et traduite en latin au XVI^{e}

astrologues, synthétisés par Ptolémée dans les *Tables faciles*[5] et qui sont recopiées, accompagnés de commentaires marginaux en permettant la mise en œuvre dont les deux plus répandus sont le *Petit commentaire* et le *Grand commentaire* de Théon d'Alexandrie[6]. Il faut noter que la transmission de l'*Almageste* est difficile à séparer de la transmission des *Tables faciles* de Ptolémée et de leurs commentaires par Théon d'Alexandrie, ce qui a conduit à des confusions parmi les auteurs arabes quant à l'identité de l'auteur des *Tables faciles* souvent attribuées à Théon sous le titre de *Qānūn*[7].

Un troisième mode de transmission, moins bien documenté, doit également être pris en considération : il s'agit des traités à vocation pédagogique ayant pour objectif de fournir une introduction aux principes de l'astronomie ptoléméenne. En effet, la difficulté inhérente au contenu mathématique de l'*Almageste* fait qu'il ne suffit pas de disposer d'une traduction du texte de Ptolémée pour pouvoir en entreprendre l'étude et qu'il est nécessaire de disposer de textes de préparation à cette étude. Cette nécessité a été remar-

---

siècle par Sainclair (Théon d'Alexandrie 1600). Après avoir retrouvé le commentaire de Théon au livre III, Rome a établi une édition critique des livres I à IV (Pappus 1931-1939, t. 2). Notons ici que Rome (ibid., t. 1, p. vi) indique que la traduction latine de Sainclair est fidèle au texte grec de l'édition de 1538, c'est donc à cette traduction latine que nous recourrons pour accéder au commentaire de Théon au livre IX de l'*Almageste*.

5. Halma (Ptolémée 1822) en a produit une édition du texte grec accompagnée d'une traduction en français. Cependant les valeurs figurant dans les manuscrits disponibles sont telles qu'une édition critique est nécessaire pour pouvoir exploiter les *Tables Faciles* à des fins historiques comme le montre Tihon (Tihon 1992) en examinant la liste des manuscrits disponibles. Ce travail d'édition critique et de commentaire a été engagé par Tihon (Tihon 2011) et Mercier (R. Mercier 2011).

6. Le *Petit commentaire* a été édité et traduit par Tihon (Théon d'Alexandrie 1978). Les trois premiers des cinq livres du *Grand commentaire* nous sont parvenus en intégralité, alors que le quatrième est connu uniquement sous forme de fragments et que le cinquième est perdu. Leur édition et traduction en français a été commencée par Mogenet et achevée par Tihon (Théon d'Alexandrie 1999). Notons que Tihon a établi que tous les manuscrits de la version du *Grand commentaire* dont nous disposons ont pour ancêtre commun une version qui a circulé en Syrie aux alentours de 460, cf. Mogenet et Tihon 1981, p. 538.

7. Mercier fournit une riche documentation de l'histoire de ce problème d'attribution, cf. R. Mercier 2011, p. 190-198.

quablement décrite, bien sûr avec les adaptions inhérentes au contexte de la France du début du XX^e^ siècle, par Nau en préambule de sa traduction en français du *Livre de l'ascension de l'esprit sur la forme du ciel et de la Terre* rédigé au XIII^e^ siècle par Bar Hebræus à partir du cours sur l'*Almageste* qu'il dispensait à Marāgha (Nau 1899a, t. 2, p. XIII-XIV) :

> Il est indispensable que nos savants aient en main, non pas des ouvrages sur l'astronomie ancienne, mais un ouvrage ancien d'astronomie où ils puissent prendre cette science sur le fait, telle qu'elle était enseignée chez les arabes. Or en dehors des traités inédits et des vieilles traductions latines, ils ne pouvaient recourir jusqu'ici qu'à la traduction française de l'*Almageste* de Ptolémée faite par l'abbé Halma, ouvrage capital, il est vrai, mais rare et inabordable. Certes, l'aurait-on trouvé et acheté, que l'on serait vite rebuté par la lecture d'une suite de calculs faits sans le recours des notations algébriques et, pour ainsi dire, de tête. [...] Nous pouvons donc dire que l'on ne possède en France aucun ouvrage ancien d'astronomie à la portée des savants. La présente publication comblera cette lacune. Car on y trouvera, comme nous l'avons déjà dit, un résumé didactique, sans démonstrations géométriques, c'est-à-dire facile à suivre, de l'astronomie de Ptolémée et de tous ses résultats.

Bien que le traité de Bar Hebræus soit postérieur aux textes de notre corpus, il est certain qu'il s'inscrit pleinement dans une tradition d'ouvrages à vocation pédagogique de formes et de niveaux variés, dont l'*Almageste simplifé* de Thābit ibn Qurra (le texte 2 de notre corpus) et le *Traité d'astronomie* (le texte 3 de notre corpus) sont deux autres exemples. Notons dès à présent que ces trois traités ont en commun de diffuser des informations initialement puisées dans le *Livre des Hypothèses*. De par leur nature pédagogique, ces traités ont joué un rôle important non seulement dans la transmission du corpus astronomique ptoléméen, mais également dans l'élaboration même de ce corpus. Il apparaît ainsi nécessaire de dessiner ici les grandes lignes de ce que l'on sait de l'enseignement de l'*Almageste* dans l'Antiquité tardive.

En premier lieu il faut noter que l'on ne dispose d'aucune trace documentant la réception de l'*Almageste* entre sa rédaction par Ptolémée vers 150 à proximité d'Alexandrie et la rédaction par Pappus de son commentaire aux alentours de 320, également à Alexandrie[8]. C'est toujours à Alexandrie que Théon produit son propre commentaire aux alentours de 370, sans doute aidé en cela par sa fille Hypathie. Ces deux commentaires sont d'un haut niveau théorique et s'adressent donc à un public intéressé en premier lieu par l'aspect mathématique de l'*Almageste*[9]. Durant le Ve siècle, l'enseignement dispensé à Athènes par Syrianus puis Proclus, qui a dirigé l'école d'Athènes de 437 à sa mort en 485, est davantage tourné vers les aspects philosophiques des textes astronomiques[10]. Les échanges entre Athènes et Alexandrie étaient très riches à cette période et c'est un disciple de Proclus formé à Athènes, Ammonius, qui dispense les cours d'astronomie à Alexandrie au tournant du VIe siècle. C'est sans doute dans le cercle des étudiants d'Ammonius que s'est formé le corpus ptoléméen tel qu'il a été connu dans les siècles suivants. En effet on trouve dans de nombreux codices contenant l'*Almageste*, outre des textes de Ptolémée et les commentaires de Théon ou de Pappus, des textes d'accompagnement dont la rédaction a certainement eu lieu dans le cercle des étudiants d'Ammonius, comme le remarquent les éditeurs des *Prolégomènes à l'Almageste* (Acerbi, Vinel et Vitrac 2010, p. 55) :

> Le texte, sans doute des notes prises à partir d'un enseignement oral [...] a été composé dans le milieu néoplatonicien alexandrin du début du VIe siècle et placé pour servir d'introduction à la recension de l'Almageste qui circulait dans le cercle des élèves d'Ammonius. Il est donc contenu dans certaines familles de manuscrits de l'*Almageste*, mais aussi dans des manuscrits isolés (et

8. À l'exception cependant d'un fragment renvoyant à un commentaire de l'*Almageste* rédigé par Artemodore à la fin du IIe siècle. Ce fragment a été édité, traduit en anglais et commenté par Jones qui à cette occasion prend acte de notre absence d'informations sur les recherches en astronomie durant cette période, cf. Jones 1990, p. 1.

9. Cette remarque est due à Pingree, cf. Pingree 1994, p. 78.

10. Il s'agit également d'une remarque de Pingree, cf. ibid., p. 78.

tardifs) où l'œuvre de Ptolémée n'apparaît pas. Probablement à cause de son contenu, l'œuvre n'a guère attiré l'attention des philologues et des historiens des mathématiques.

À partir de l'enseignement d'Ammonius à Alexandrie au début du VI^e^ siècle, on peut identifier trois voies par lesquelles le corpus ptoléméen a pu circuler pour parvenir jusqu'aux auteurs des traités d'astronomie rédigés en arabe aux VIII^e^ et IX^e^ siècles. La première voie est bien entendu la continuation d'un enseignement de l'*Almageste* à Alexandrie au moins jusqu'au début du VII^e^ siècle[11].

La seconde voie passe par Ctésiphon, la capitale de la Perse où règne Khusrau Anūshirwān, dans laquelle Damascius et Simplicius, deux membres de l'école d'Athènes formés à l'astronomie par Ammonius à Alexandrie, ont séjourné plusieurs années suite à la fermeture de l'école d'Athènes décrétée par l'empereur Justinien en 529[12]. Il est cependant possible que l'*Almageste* ait été connu en Perse avant le VI^e^ siècle car il est mentionné dans un texte pehlevi du V^e^ siècle[13], toutefois aucun traité d'astronomie rédigé en pehlevi ne nous est parvenu. Quant à Simplicius et Damascius, Tardieu (Tardieu 1986, p. 11-29) a soutenu que, suite à l'accord passé entre Justinien et Khusrau Anūshirwān en 533, ils se seraient installés à Ḥarrān où une école inspirée de celle d'Alexandrie semble avoir été active jusqu'au X^e^ siècle. Cependant, si les

11. Parmi les successeurs d'Ammonius, le premier fut Olympiodore et le dernier fut peut-être Stéphane d'Alexandrie, à qui on attribue un texte sur le commentaire de Théon aux *Tables Faciles* rédigés aux alentours de 620 à Constantinople où il aurait trouvé refuge après la prise temporaire d'Alexandrie par les Perses en 616 et avant la prise définitive de la ville par les Arabes en 642, cf. Pingree 1994, p. 87-88.

12. Il est intéressant de remarquer ici que la convocation des astrologues en 556 par Khusrau Anūshirwān pour comparer les mérites de l'*Almageste* de Ptolémée et le zīj al-Arkand basé sur des textes sanskrits suit de peu le séjour à Ctésiphon de Damascius et Simplicius aux alentours de 530.

13. Cf.Bailey 1943, p. 86-87. La traduction en pehlevi, dès le III^e^ siècle, de textes astronomiques et astrologiques grecs est discutée par Pingree (Pingree 1997).

arguments de Tardieu pour établir l'existence d'une école néo-platonicienne à Ḥarrān sont solides, ils ne démontrent pas que Simplicius et Damascius s'y soient installés[14].

Enfin la troisième voie, qui aboutit également au nord de la Mésopotamie, est celle de la transmission des cours d'Ammonius par des érudits rédigeant des traités en syriaque. C'est le cas en particulier de Sergius de Reš'ayna (mort en 536) qui fut un élève direct d'Ammonius à Alexandrie[15] et de Sévère Sebokht (VII^e siècle) qui a entre autre traduit en syriaque une partie du *Petit commentaire* de Théon d'Alexandrie dans la *Lettre sur les nœuds ascendant et descendant* ainsi qu'un *Traité sur l'astrolabe* probablement rédigé à partir d'un traité d'Ammonius[16], à l'instar du *Traité de l'astrolabe* de Jean Philopon qui est le plus ancien traité sur le sujet dont nous disposons[17]. Villey (Villey 2012) a récemment passé en revue l'ensemble des textes astronomiques syriaques connus et elle en conclut que ces textes ont une ambition théorique modeste. En effet, alors que la connaissance dans l'entourage de Sévère Sebokht des *Tables faciles* de Ptolémée ainsi que des commentaires de Théon d'Alexandrie est attestée, il subsiste un doute quant au fait qu'ils aient fait l'objet d'une traduction en syriaque, et il en est de même en ce qui concerne l'*Almageste*[18]. D'autre part, Villey signale que les textes astronomiques syriaques avaient avant tout un caractère pédagogique car «le souci d'enseigner [y] est omniprésent»[19].

14. La thèse de Tardieu a été adoptée par Pingree (Pingree 1994), mais Golitsis (Golitsis 2015) a montré que Tardieu n'apportait pas de preuves de l'installation de Simplicius à Ḥarrān et le retour aux textes effectués par Tihon (Tihon 2015) renforce ce point de vue.

15. Ce point a été établi par Hugonnard Roche, cf. Hugonnard-Roche 2014, p. 68.

16. Cf.Villey 2014, p. 154-155 et Villey 2015.

17. Cf. Philopon 2015.

18. Voici ce qu'écrit Villey à ce sujet : *«Du fait de la pauvreté du matériel grec conservé en syriaque, la question se pose de savoir si les ouvrages alexandrins n'étaient pas plutôt directement consultés en grec. Il faut attendre Ibn al-Ṣalāḥ (m. 1154) au* XII^e *siècle pour obtenir le premier témoignage évident de l'existence d'une traduction syriaque, au moins partielle, de l'*Almageste *réalisée à partir du texte grec»* (Villey 2018). Sur cette traduction syriaque de l'*Almageste* citée par Ibn al-Ṣalāḥ, cf. (Hugonnard-Roche 2014, p. 83).

19. Cf. Villey 2012, p. 52-56.

Il ressort de cet aperçu de la transmission du corpus ptoléméen entre sa rédaction au IIe siècle et la rédaction des premiers textes de notre corpus au IXe siècle que son contenu n'a pas seulement circulé sous forme de commentaires érudits ou de tables à vocation pratique, mais également dans des traités à vocation pédagogique s'adressant à des étudiants de niveaux et d'ambition très hétérogènes. La nature même de ces textes, qu'ils aient été rédigés en grec, en pehlevi, en syriaque ou en arabe, a nécessairement conduit leurs auteurs à remettre inlassablement leurs cours en cohérence avec les connaissances à leur disposition en fonction de leur auditoire.

Il faut désormais interroger les textes de l'Antiquité tardive sur les questions liées à l'arrangement des astres et des dimensions célestes et éventuellement sur la transmission du *Livre des Hypothèses* ou d'une partie de son contenu. Nous passons d'abord en revue les rares traces de ce thème dans la littérature pehlevie et dans les textes astronomiques syriaques, avant de regarder plus précisément les textes grecs de l'Antiquité tardive qui contiennent des passages dédiés à ces questions pouvant évoquer une connaissance du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée.

5.2 La rareté des références au *Livre des Hypothèses* dans les textes de l'Antiquité tardive

La littérature pehlevie

En premier lieu, force est de constater que malheureusement aucun traité pehlevi d'astronomie ne nous est parvenu, il s'avère donc impossible de déterminer si, et le cas échéant comment, ces textes traitaient les questions de l'ordre et des dimensions des astres errants et encore moins s'ils incluaient des références mêmes indirectes au *Livre des Hypothèses*. Cependant, il faut tout de même noter que l'idée d'estimer les dimensions célestes en fonction de grandeurs terrestres n'est pas étrangère à la littérature religieuse pehlevie. Panaino (Panaino 2004, p. 267-281) a en effet produit une liste de passages

traitant des dimensions des corps célestes dans ce type de textes[20]. Il ressort en particulier de l'étude de Panaino que les étoiles étaient classées en trois catégories selon la taille de leurs corps et que les dimensions des deux luminaires étaient envisagées en comparaison avec des dimensions terrestres comme en atteste par exemple cet extrait tiré du *Bundahishn*[21]:

> Parmi les étoiles, les grandes sont comme un morceau de roche de la taille d'une maison, les moyennes sont comme une roue, aussi grandes qu'un grenier à quatre côtés, et les petites sont comme la tête d'un bœuf domestique. La Lune est de la taille d'un champ de course de deux *hāsars*, chaque *hāsar* sur Terre étant comme une *parasange* de longueur moyenne. Le Soleil est de la taille de l'*Ērān-vēj* [le pays des Aryens].

Aucun traité d'astronomie rédigé en pehlevi ne nous étant parvenu, il n'est pas possible de déterminer si, et le cas échéant comment, les questions liées à l'arrangement des astres et aux dimensions célestes y étaient abordées. Les passages tirés de traités à caractère littéraire ou religieux nous informent en tout cas qu'il était concevable d'aborder ces questions et de chercher à exprimer les dimensions célestes en fonction des dimensions terrestres.

---

20. Panaino rappelle à cette occasion que la majeure partie des informations disponibles proviennent d'un corpus de textes, les *Rawāyat* (Dhabhar 1932), rédigés tardivement au XVI^e^ siècle et doivent donc être interprétées avec prudence. Toutefois Panaino remarque que ce recours nécessaire à la littérature religieuse pour obtenir des informations de nature astronomique est du à l'absence de transmission des textes astronomiques pehlevis dont l'existence est attestée par de nombreux témoignages : *«nous devons nous rappeler que les textes pehlavis encore existants ne peuvent être attribués à des astronomes-astrologues professionnels, qui, comme nous le tenons de sources postérieures arabes, byzantines et latines, ont non seulement existé mais ont été très actifs et très productifs»* (Panaino 2004, p. 267).

21. Nous rendons ici en français la traduction anglaise de Panaino (ibid., p. 273).

La littérature syriaque

Les textes astronomiques syriaques antérieurs au IX^e^ siècle sont quant à eux à peine plus nombreux et sont pour la plupart attribués à Sergius de Reš'ayna (VI^e^ siècle) ou à Sévère Sebokht (VII^e^ ème siècle). S'agissant des questions relatives à l'arrangement et aux dimensions des astres, les textes disponibles s'avèrent en outre très avares de renseignements.

En ce qui concerne l'arrangement des astres errants, on peut remarquer dans la traduction du grec vers le syriaque du traité pseudo-aristotélicien *De Mundo*, traduction effectuée par Sergius de Reš'ayna, une intervention du traducteur dans l'ordre des astres errants. En effet, alors que pour l'auteur du *De Mundo*, l'arrangement des astres errants commence par la série Lune - Soleil - Vénus - Mercure, le traducteur modifie cet ordre en plaçant le Soleil après Mercure[22]. L'arrangement donné par Sergius de Reš'ayna, Lune - Vénus - Mercure - Soleil, est alors compatible avec l'arrangement partiel adopté par Ptolémée dans l'*Almageste*, mais est par contre en contradiction avec l'arrangement obtenu par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* où Mercure se situe en dessous de Vénus.

Pour ce qui est des dimensions célestes, le sujet n'est pas traité dans les textes syriaques d'astronomie théorique dont nous disposons bien que, dans son *Traité sur les constellations*, Sévère Sebokht ait donné comme titre au chapitre XVII : *«De la mesure du ciel et de la Terre et de l'intervalle qui les sépare»*. Dans ce chapitre, Sebokht s'appuie en fait sur une mesure de la circonférence terrestre[23] pour déterminer «*la ligne du milieu de la Terre au ciel*», qui s'avère être en fait le rayon terrestre[24].

22. Villey (Villey 2012, p. 297) met en regard les textes grecs et syriaques ainsi que leur traduction en français.

23. Sebokht indique que la circonférence terrestre est de 252 000 stades. Cette valeur correspond à celle obtenue par Ératosthène au troisième siècle avant notre ère. À titre de comparaison, la circonférence mentionnée par Ptolémée dans la *Géographie* et dans le *Livre des Hypothèses* est de 180 000 stades.

24. Cf. Nau 1931-1932b, p. 90-91. Sebokht utilise ici le nombre entier 3 comme valeur approchée de π .

D'autre part, il faut noter que l'adoption de l'astronomie mathématique de Ptolémée par Sergius de Reš'ayna et Sévère Sebokht est âprement critiquée dans certains textes à vocation philosophique dans lesquels les auteurs mettent en doute leurs conceptions teintées d'hellénisme, et ce y compris jusqu'au milieu du Xe siècle. Villey indique ainsi un texte rédigé en 708 par Jacques d'Edesse dans lequel celui-ci considère d'une part que le Soleil est l'astre errant le plus éloigné de la Terre et d'autre part mentionne que les «plus savants et intelligents savants de notre bord [...] s'interrogent pour savoir si le Soleil est réellement plus grand que la Terre»[25]. Ainsi plusieurs arrangements des astres errants étaient-ils en circulation dans les milieux de langue syriaque et la question de la taille du Soleil relativement à la Terre n'était-elle pas considérée comme définitivement tranchée[26].

Dans le même ordre d'idée, un traité de cosmologie du IXe siècle édité et traduit en français par Nau, contient des traces de considérations sur les dimensions célestes que l'on n'a pas retrouvées dans d'autres traités. En effet, outre les tailles des étoiles fixes, on y lit l'affirmation que celles-ci ne sont pas toutes situées à la même distance de la Terre (Nau 1929-1930, p. 135) :

> La circonférence de chaque étoile est de dix coudées ; toutes sont égales ; celles qui paraissent moins brillantes sont situées au-dessus des autres.

Il s'agit là d'un témoignage du fait que l'idée selon laquelle toutes les étoiles fixes seraient sur une même sphère n'était pas unanimement acceptée[27]

Pour conclure, signalons l'édition par Draelants d'un manuscrit latin du XIe siècle contenant un texte de cosmologie qui mentionne que les astres errants sont tous distants l'un de l'autre d'une même distance égale à 6 120

25. Cf. Villey 2018. À cette occasion, Villey mentionne un texte rédigé au IXe siècle par Moïse Bar Kepha dans lequel l'auteur adopte le même arrangement des astres errants que Jacques d'Édesse.

26. Ceci en dépit de la circulation probable d'un argument pré-ptoléméen reposant uniquement sur des considérations logiques liées à la survenue d'éclipses. Nous serons amené à traiter de la transmission de ce raisonnement dans le chapitre 8.

27. Dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, une phrase d'al-Bīrūnī semble renvoyer à une telle théorie, cf. *infra* page 467.

stades, de la Terre à la sphère céleste selon l'ordre suivant : Lune ; Soleil ; Mars ; Mercure ; Jupiter ; Saturne[28]. Cependant l'influence de sources syriaques sur ce texte proposée par Draelants reste un sujet de débats.

De ce rapide survol des traités syriaques d'astronomie, il ressort qu'à côté des textes cosmologiques que nous venons de mentionner, des textes d'introduction à l'astronomie ptoléméenne, pour la plupart à vocation pédagogique, ont été rédigés en syriaque sous l'impulsion de Sergius de Reš'ayna et de Sévère Sebokht. L'existence de ces textes implique la persistance d'un enseignement de l'astronomie mathématique visant modestement la capacité à utiliser les *Tables Faciles* de Ptolémée ou les commentaires de Théon sur ces tables. Par conséquent ce n'est que par l'incorporation de résultats ou de raisonnements produits par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* dans des textes d'introduction à l'astronomie basés sur l'*Almageste* qu'une partie du contenu du *Livre des Hypothèses* aurait pu être transmise aux auteurs de notre corpus par cette voie et nous discuterons de cette hypothèse dans le chapitre 7. Indiquons cependant dès à présent que le *Traité d'astronomie* rédigé au IX^e^ siècle (le texte 3 de notre corpus que nous décrivons au chapitre 6) semble pouvoir être rattaché à ce type de transmission.

La littérature grecque

Abordons désormais la question de la transmission d'une partie du contenu du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée dans les textes grecs de l'Antiquité tardive. Nous avons recensés les textes évoquant le texte aujourd'hui perdu en grec de la partie (I.2) et du livre II du *Livre des Hypothèses* et nous ne pouvons que constater leur rareté[29] : des passages de l'*Hypotypose des hypothèses astronomiques*, du *Commentaire sur le Timée* et du *Commentaire sur la République* de Proclus ; des passages du *Commentaire au Traité du*

28. Cf. Draelants 2018, p. 74-78.

29. Il est tentant d'établir un parallèle entre cette rareté des passages évoquant le contenu du *Livre des Hypothèses* dans les textes grecs de l'Antiquité tardive et le fait que seul le texte grec de la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses* nous est parvenu. Nous n'avons par exemple pas trouvé mention des distances des planètes dans le commentaire de Théon au chapitre IX.1 de l'*Almageste* (Théon d'Alexandrie 1600, p. 400-401).

ciel d'Aristote de Simplicius ; deux scholies anonymes figurant dans certains manuscrits anciens de l'*Almageste*. Notons ici que nous avons exclu de cette liste, et nous expliquerons pourquoi ci-dessous, les textes de Philopon qui est pourtant souvent considéré comme un auteur ayant consulté le *Livre des Hypothèses*. Il faut noter également que Pingree rapporte que l'astrologue Rhetorius (VI^{e} siècle) mentionne que, selon l'*Almageste*, Mercure et Vénus ont une parallaxe sensible, ce qui pourrait être une reprise d'une des conséquences observationnelles qui concluent la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* et assurerait dès lors l'authenticité de ce passage[30]. Malheureusement Pingree n'a pu publier son édition du texte de Rhétorius à laquelle il renvoie, et il nous a été impossible de vérifier cette piste que nous nous contenterons donc de mentionner ici.

De plus il s'avère que les études sur ces textes sont pour la plupart antérieures à la redécouverte en 1967 de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* et n'ont pas fait l'objet d'une réévaluation systématique après cette date. Or nous avons montré au chapitre précédent que seule la partie (I.2) permet de comprendre la cohérence du *Livre des Hypothèses*. Nous avons donc les moyens de procéder à cette réévaluation et de clarifier ainsi de nombreuses questions laissées en suspens dans les études disponibles sur ce sujet, y compris celles rédigées après 1967 dans lesquelles sont exprimés des points de vue opposés quant à la connaissance du *Livre des Hypothèses* dans son ensemble au tournant du VI^{e} siècle. Ainsi Neugebauer conclut-il que *«Proclus au* V^{e} *siècle avait seulement à sa disposition une version incomplète du* Livre des Hypothèses *qui ne couvrait que la partie dont nous possédons toujours le texte grec»* (Neugebauer 1975, t. 3, p. 118-119), alors que Pingree, sur la base des mêmes textes, conclut que Proclus *«est connu pour avoir lu le second livre du* Livre des Hypothèses *»* (Pingree 1994, p. 92).

30. Cf. Pingree 1994, p. 86-87.

Jean Philopon

Avant d'aborder les textes de Proclus, commençons par justifier pourquoi nous considérons que Jean Philopon(*ca.* 490-574)[31] n'avait pas connaissance du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Ce point est en effet important car la traduction précoce de plusieurs textes de Philopon est bien attestée tant en syriaque qu'en arabe[32], et l'établissement d'un accès direct de Philopon au *Livre des Hypothèses* ferait de ses textes un probable canal de transmission du traité de Ptolémée ou du moins d'une partie de son contenu. Or Philopon, qui est un autre membre du cercle des élèves d'Ammonius, est présenté par Pingree (Pingree 1994, p. 85) et Sorabji (Sorabji 2007, p. 587-588) comme ayant probablement eu accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Cependant la confrontation des arguments de Sorabji et Pingree aux textes de Philopon nous conduit à rejeter cette hypothèse car, comme nous allons l'expliquer brièvement, bien qu'il existe quelques passages relevés par Pingree et Sorabji dans lesquels Philopon renvoie à des considérations physiques qu'il attribue à Ptolémée et que ce type de considérations évoquent certains aspects du livre II du *Livre des Hypothèses*, le fait est que Philopon appuie à plusieurs reprises son propos sur un argument qui montre qu'il ne connaissait pas l'existence des résultats de Ptolémée sur les dimensions célestes obtenus dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*.

En effet, Sorabji postule que Philopon connaissait le *Livre des Hypothèses* en raison de l'attribution à Ptolémée, réitérée dans plusieurs des textes de Philopon, de l'affirmation de l'existence d'une neuvième sphère, au delà de la sphère des fixes. Du point de vue astronomique, cette neuvième sphère,

31. Pour la biographie et les œuvres de Jean Philopon, cf. Giardina 2012.

32. On trouvera des informations sur la tradition arabe des textes philosophiques et théologiques de Philopon dans Gannagé 2012 et D'Anconna 2019. On notera également que le *Traité de l'astrolabe* (Philopon 2015) rédigé par Philopon, s'appuie certainement sur un traité perdu d'Ammonius dont Villey a montré qu'il était également la source principale du *traité sur l'astrolabe* (Nau 1899b) rédigé en syriaque par Sébokht, les traités de Philopon et de Sebokht étant cependant indépendants, cf. Villey 2015. Il ne semble pas qu'il existe une recension complète des traductions en syriaque des textes de Philopon, mais ces traductions, ou les fragments qu'il en reste, servent de point d'appui à l'étude de l'œuvre de Philopon, cf. Sorabji 2010.

qui s'ajoute aux sphères des sept astres errants et à la sphère des fixes, permettrait de rendre compte du mouvement de précession des équinoxes que Ptolémée a quantifié au chapitre VII.3 de l'*Almageste* et que Sorabji voit en filigrane dans certains passages du livre II du *Livre des Hypothèses*[33]. Pingree, avant la formulation de cette hypothèse par Sorabji, avait déjà rejeté la mise en relation de l'attribution à Ptolémée de la considération d'une neuvième sphère faite de façon réitérée par Philopon avec les passages du livre II du *Livre des Hypothèses* mentionnés par Sorabji[34]. Ces doutes ont été récemment confirmés par les travaux de Hullmeine qui, à partir de son édition en cours du texte arabe du livre II du *Livre des Hypothèses*, a pu réfuter de façon catégorique la présence de l'évocation d'une neuvième sphère dans ce texte de Ptolémée[35]. Les passages de Philopon mentionnés par Sorabji ne permettent donc pas d'affirmer que Philopon connaissait le *Livre des Hypothèses*.

Quant à Pingree, il s'appuie sur d'autres passages de Philopon pour affirmer que celui-ci connaissait bien le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (Pingree 1994, p. 85) :

> Philoponus's statement that Ptolemy attributes to Aristotle the view that the planets have no proper motion of their own comes from the second book of the Planetary Hypotheses rather than from the Almagest.

33. Voici la conclusion de Sorabji : *«Philoponus was later to attribute 9 spheres to Ptolemy, one more than we find in Alexander, and says that Hipparchus and Ptolemy were the first to know of the 9th sphere. This is because Ptolemy is taken to postulate a starless sphere outside the sphere of fixed stars, to account for Arcturus moving one degree every hundred years, as Philoponus'teacher Ammonius claimed to have verified later, using an astrolabe. The ascription to Ptolemy may be based on Planetary Hypotheses (2.11, 2.123.8; 2.125.23, Heiberg) but Ptolemy does not commit himself to 9 as the number of spheres»* (Sorabji 2007, p. 587-588).

34. Voici les propos de Pingree à ce sujet : *«he [Philopon] refers to Hipparchus's and Ptolemy's hypothesis of a ninth, starless sphere, which can be deduced from Almagest VII.3, and to their value for the rate of precession»* (Pingree 1994, p. 85).

35. Nous renvoyons ici à l'article d'Hullmeine pour les détails de son argumentation, cf. Hullmeine 2020. Notons cependant que c'est en consultant plusieurs textes d'al-Bīrūnī, lecteur avisé de Philopon et du *Livre des Hypothèses*, qu'Hullmeine a pu trancher cette question.

Il y a effectivement un passage du livre II du *Livre des Hypothèses* dans lequel Ptolémée attribue à Aristote une opinion de cette sorte, il s'agit du passage dans lequel Ptolémée critique la nécessité d'introduire des sphères tournant en sens inverse pour rendre compte des mouvements des planètes[36]. Il nous semble cependant que le rapprochement fait par Pingree reste conjectural et ce pour deux raisons. La première raison tient au texte utilisé par Pingree : la récente traduction en anglais établie par Kupreeva d'un des deux passages de Philopon utilisés par Pingree – le commentaire aux *Météorologiques* [345b31-6a6] d'Aristote – fournit une interprétation différente. En effet selon cette traduction, Philopon ne dit pas que Ptolémée attribue à Aristote une certaine opinion mais oppose les vues de Ptolémée et d'Aristote (Philopon 2012, t. 2, p. 95) :

> For Aristotle does not mean, as Ptolemy does, that the stars themselves move in circle around their own centre, but that, being bound to their own spheres they by themselves are completely unmoved.

Ces divergences d'interprétation des textes grecs, que nous rencontrerons de façon plus aigüe encore dans notre étude des textes de Proclus, ne peuvent être contournées qu'en recourant au contenu de l'argumentation de Philopon. C'est de cette prise en compte de l'argumentation de Philopon que nous tirons la seconde raison pour laquelle nous rejetons l'éventualité d'une connaissance par Philopon du *Livre des Hypothèses*. En effet, dans le même traité, Philopon s'appuie à deux reprises sur le fait que les distances des étoiles fixes à la Terre ne peuvent être déterminées par des méthodes quantitatives :

> How long then would [the distance] be [from the edge of the shadow] to the fixed [sphere] which is separated by three other spheres in between (the one named after Mars, the one of Jupiter and the one of Saturn) and which astronomical methods are not even capable of calculating because of its ineffable and exceeding greatness ? (ibid., t. 2, p. 90)

36. Cf. *supra* page 101.

> How should the stars, removed at a distance so great that it cannot even be expressed in theoretical terms act upon the things below [...] the moon ? (ibid., t. 2, p. 102)

Ainsi il ressort de ces passages, dont l'interprétation ne fait pas de doute car ils sont parties intégrantes d'une argumentation cohérente, que Philopon tenait pour acquis que la distance à la Terre des étoiles fixes était inaccessible aux calculs. Ceci atteste que Philopon ne connaissait pas l'existence des résultats numériques obtenus par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Or, comme nous l'avons montré au chapitre précédent et lors de l'analyse des textes de Proclus, la partie (I.2) est centrale dans la démarche mise en œuvre par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Il semble dès lors difficile d'avancer que Philopon ait eu connaissance du contenu du *Livre des Hypothèses* et encore plus difficile d'avancer qu'il ait eu un accès au texte de Ptolémée.

5.3 Proclus lecteur et commentateur du *Livre des Hypothèses*

Nous ne disposons d'aucune mention du *Livre des Hypothèses* antérieure à l'œuvre de Proclus et la question de sa connaissance du *Livre des Hypothèses* dans son intégralité reste ouverte comme le montre les points de vue opposés de Neugebauer et de Pingree à ce sujet que nous avons signalés plus haut. Pour la clarté de notre exposé, il faut ici préciser les éléments sur lesquels Neugebauer et Pingree s'appuient dans leurs travaux postérieurs à 1967 et donc postérieurs à la redécouverte de la partie (I.2)[37]. Remarquons en premier lieu que leurs vues apparaissent difficilement conciliables car ils semblent tous deux s'appuyer sur les mêmes passages tirés de textes de Proclus mais en tirent des conclusions exactement opposées. Ainsi Neugebauer considère qu'un passage du *Commentaire sur le Timée* permet d'établir que Proclus ne connaissait pas la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*: «In his

37. Pour l'argumentation de Neugebauer, cf. Neugebauer 1975, t. 3, p. 118-119. Pour l'argumentation de Pingree, cf. Pingree 1994, p. 91.

Commentary to the Timaeus he [Proclus] says explicitly that Ptolemy "in the *Planetary Hypotheses* does not concern himself with the (planetary) distances, nor does he give proof for them"» ; alors que Pingree considère le même passage comme établissant que Proclus connaissait le texte de Ptolémée. Neugebauer étaye sa conclusion en indiquant que dans l'*Hypotypose* Proclus n'attribue pas explicitement à Ptolémée la méthode de résolution du problème du rang du Soleil alors qu'il utilise abondamment dans d'autre passages des références à Ptolémée : «he mentions in the *Hypotyposis* the fitting of the spheres of Mercury and Venus between moon and sun as the opinion held by "some", an expression that certainly does not include Ptolemy whom he otherwise mentions by name on almost every page». Sur ce point Pingree est d'accord et émet l'hypothèse que Proclus se serait appuyé ici sur un commentaire du *Livre des Hypothèses* dont il a retrouvé une trace dans une scholie à l'*Almageste*. Enfin Pingree s'appuie sur un passage du *Commentaire sur la République* pour affirmer que Proclus connaissait également le livre II de du *Livre des Hypothèses*, alors que Neugebauer concède que ce passage est difficilement conciliable avec son point de vue qui revient à considérer que Proclus n'avait accès qu'à une partie du *Livre des Hypothèses* correspondant peu ou prou à la partie préservée aujourd'hui en grec. Par conséquent une étude détaillée des relations au *Livre des Hypothèses* des textes de Proclus mentionnés par Neugebauer et Pingree s'avère nécessaire pour clarifier ces éléments importants quant à la transmission du traité de Ptolémée.

Les passages concernés sont tirés de trois textes de Proclus dont on ne connaît pas la chronologie relative[38] : une introduction à l'astronomie intitulée *Hypotypose des hypothèses astronomiques*, que nous désignerons dans la suite sous le titre abrégé d'*Hypotypose*[39] ; le *Commentaire sur le Timée*[40] ; le *Commentaire sur la République*[41].

Avant de regarder attentivement les passages pouvant être mis en relation avec le contenu des parties du *Livre des Hypothèses* dont le texte grec est aujourd'hui perdu, il faut préciser que Proclus se positionne comme un adversaire déclaré des méthodes mathématiques employées, selon ses mots, par *«des Aristarques, des Hipparques, des Ptolémées et consorts»*[42]. Et c'est afin d'étoffer ses critiques à l'encontre de ces méthodes, et de l'interprétation de leurs résultats, que Proclus est conduit à les exposer clairement nous don-

38. Dans le cours de son argumentation, Pingree avance que Proclus a rédigé l'*Hypotypose* avant le *Commentaire au Timée* et le *Commentaire sur la République*. Remarquons dès à présent que dans le *Commentaire sur la République*, Proclus (Proclus 1968a, t. 3, p. 172) renvoie explicitement à son *Commentaire sur le Timée* ce qui assure au moins la chronologie relative de ces deux commentaires.

39. Le texte grec a fait l'objet d'une édition critique et d'une traduction en allemand par Manitius en 1909 que nous avons consultées dans la réédition de 1974 (Proclus 1974). Pour les citations en français de passages de l'*Hypotypose*, nous avons privilégié, lorsqu'elles existent, les traductions en français basées sur l'édition critique de Manitius, et, lorsque de telles traductions n'existent pas, nous avons reproduit la traduction de Halma (Proclus 1820, p. 65-151) établie à partir de manuscrits tardifs du texte grec dont il donne également une édition.

40. Le texte grec a été édité par Diehl entre 1903 et 1906. Nous avons utilisé la traduction en français et les notes critiques sur l'édition du texte grec de Festugière (Proclus 1968b) et nous avons consulté la récente traduction en anglais de Baltzly (Proclus 2013).

41. Le texte grec a été édité par Kroll entre 1899 et 1901. Nous avons utilisé la traduction en français et les notes critiques sur l'édition du texte grec de Festugière (Proclus 1968a).

42. Cette traduction d'un passage de l'introduction de l'*Hypotypose* est due à Segonds (Segonds 1987, p. 321) qui a mis en avant et commenté des extraits tirés de textes de Proclus dans lesquels celui-ci montre sa défiance et son rejet de l'usage des mathématiques dans un domaine qu'il considère du ressort des philosophes. Segonds résume ainsi le point de vue de Proclus : *«L'astronomie des astronomes est présentée comme l'antithèse de l'astronomie philosophique : au lieu d'élever comme le disait Platon dans la* République*, elle fait descendre ; elle ramène le regard vers ce qui a lieu dans notre ciel. Elle fait même pire : elle nous amène aux observations des "habiles en matière d'astronomie"».*

nant ainsi à voir l'état des connaissances à sa disposition. C'est donc dans ce contexte que les textes de Proclus sont des sources précieuses quant à la circulation du *Livre des Hypothèses*, ou du moins d'une partie de son contenu, dans l'école d'Athènes durant la seconde partie du V^e^ siècle, et, comme l'analyse que nous en faisons ici le laisse penser, sur sa faible diffusion après cette date.

L'*Hypotypose*

Dans l'*Hypotypose*, Proclus se propose d'expliquer à un correspondant anonyme, et afin d'en montrer l'insuffisance, les hypothèses que les astronomes ont élaborées pour rendre compte des mouvements apparemment erratiques des astres errants[43]. Il est alors conduit à examiner la question de l'arrangement des astres errants. Pour se faire il procède en plusieurs temps qui semblent calqués sur la chronologie de l'évolution des connaissances sur ce sujet. Le premier stade est celui d'un arrangement partiel des astres errants s'appuyant sur la relation entre vitesse de révolution et éloignement par rapport à la Terre[44]. C'est donc le consensus parmi les astronomes en ce qui concerne les rangs des planètes supérieures , décrit par Ptolémée dans le chapitre IX.I de l'*Almageste*, que Proclus expose ici en le faisant reposer sur la relation entre période de révolution et éloignement d'un astre errant

43. Voici le texte de Proclus selon la traduction de Segonds (Segonds 1987, p. 326) :

> Mais toi tu veux, me semble-t-il, nous faire descendre des contemplations de là-bas jusqu'aux révolutions qui ont lieu dans le ciel, jusqu'aux observations des spécialistes en astronomie et jusqu'aux hypothèses qu'ils ont artificiellement machinées à partir de là, ces hypothèses que les Aristarques, les Hipparques, les Ptolémées et consorts ont sans cesse à la bouche.
> Tu désires, en effet, entendre traiter de leurs conceptions aussi parce que, dans la mesure du possible, tu t'efforces de ne rien laisser sans examen dans tout ce que les Anciens ont découvert touchant la science de l'Univers.

44. Pour un exemple de considérations de ce type, cf. *supra* page 28 où nous donnons une citation du *Traité du ciel* d'Aristote.

par rapport à la Terre. Et, plus explicitement encore que Ptolémée dans l'*Almageste*, il conclut à l'impossibilité de trancher la question des rangs respectifs de Soleil, de Mercure et de Vénus (Proclus 1820, p. 68) :

> Mais Vénus et Mercure, quoi qu'ayant un mouvement égal à celui du Soleil, paraissant tantôt précéder, et tantôt suivre, l'un par rapport à l'autre, d'où il paraît impossible d'assigner leurs places relatives entre eux quant au centre de la Terre et du monde.

Proclus cite ensuite explicitement l'argument fourni par Ptolémée dans le chapitre IX.1 de l'*Almageste* pour justifier que l'absence d'observation de transit de Mercure et Vénus devant le Soleil[45] n'implique pas que ces deux planètes sont nécessairement plus éloignées de la Terre que le Soleil car les modèles géométriques de Mercure et Vénus sont tels que l'alignement de l'une d'entre elles avec le Soleil est un événement suffisamment rare pour qu'on ne l'ait pas observé[46]. Proclus note à raison que l'argument de Ptolémée ne prouve pas que Mercure et Vénus sont sous le Soleil et que Ptolémée considère seulement cette possibilité comme la plus probable, et cette remarque est fidèle à ce qu'écrit Ptolémée dans l'*Almageste* où il laisse cette question en l'état[47].

Ce qui est alors particulièrement intéressant est que Proclus expose, à la fin de son traité, une méthode permettant d'obtenir un ordre total des astres errants. La proximité entre le texte de Proclus et la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée est incontestable, mais il faut en faire une analyse précise pour déterminer dans quelle mesure cette proximité témoigne d'un accès direct de Proclus à cette partie du traité de Ptolémée. Voici le texte de Proclus dans la traduction de Duhem (Duhem 1914, t. 2, p. 39-40)[48] :

---

45. Pour les arguments de Ptolémée, cf. *supra* page 82.

46. Cf. Ptolémée 1820, p. 115.

47. Cf. *supra* pages 82 et suivantes.

48. Bien qu'il cite la traduction de Halma (ibid., p. 145-146), Duhem fournit sa propre traduction de ce passage établie à partir de l'édition critique du texte grec de Manitius : c'est pourquoi nous avons privilégié ici cette traduction.

Nous avons déjà parlé de l'ordre et du rang des planètes.
Quelques-uns croient l'avoir trouvé par le moyen des apogées et des périgées ; ils admettent que l'apogée de la Lune coïncide presque exactement avec le périgée de Mercure ; que l'apogée de celui-ci concorde à son tour avec le périgée de Vénus, et l'apogée de Vénus avec le périgée du Soleil ; de là résulte d'une manière manifeste, selon eux, la place que ces astres occupent les uns par rapport aux autres.
Ils prennent que la plus grande distance de la Lune à la Terre est égale comme on l'a démontré, à 64;10 rayons terrestres (64^r;10), et que la plus petite distance du Soleil égale 1160 rayons terrestres, dont l'excès sur 64^r;10 est 1096^r à peu près.
Supposant, d'abord, qu'il n'existe pas de vide dans l'univers, mais que des sphères contiguës remplissent l'espace sans laisser entre elles aucun intervalle, les philosophes croient devoir examiner les rapports des distances apogées et périgées de Mercure et de Vénus et rechercher s'ils peuvent satisfaire à ces nombres.
Or ils trouvent que l'intervalle entre l'apogée de l'épicycle [de Mercure] et le centre du zodiaque est à la distance entre le périgée de l'épicycle et le même centre comme 91;30 à 33;04. Ils disent alors : «comme 33;04 est à 91;30, ainsi 64^r;10, qui est la plus grande distance de la Lune, est à un quatrième terme, qu'ils trouvent égal à 177^r;33 à peu près. C'est la plus grande distance de Mercure».
Or comme l'écart entre 177^r;33 et 1160^r, périgée du Soleil, est considérable, ils veulent, pour qu'il n'y ait pas de vide, y insérer une autre sphère, et que ce soit celle de Vénus ; *car on a observé que Vénus est inférieure à Mars, comme Mercure circule sous l'orbite de Vénus*[49]. Ils prennent donc le rapport entre la distance du périgée de Vénus au centre du Zodiaque et la distance de l'apogée au même centre, rapport qui est celui de 15;35 à 104;25 ; ce rapport est égal au rapport entre 177^r;33, distance

49. Nous avons mis l'emphase sur cette phrase que nous commentons ci-dessous.

> apogée de Mercure, et un quatrième terme, ils trouvent 1150^r, ce qui est presque la distance périgée de 1160^r du Soleil.
> C'est ainsi qu'on démontrera les distances périgées et apogées des divers astres, en reliant les termes extrêmes par des termes moyens[50].

Commençons par regarder les éléments qui rapprochent ce passage de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*: Proclus reprend exactement la trame de l'argumentation employée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* pour obtenir un arrangement total des astres errants, tout d'abord en clarifiant les positions relatives de Mercure et de Vénus puis en résolvant le problème du rang du Soleil. En effet, dans la phrase sur laquelle nous avons mis l'emphase dans la citation ci-dessus, Proclus indique explicitement que les rangs respectifs de Mercure et Vénus, laissés en suspens par Ptolémée dans l'*Almageste*, ont été déterminés par des observations[51]. Or nous avons vu que c'est dans le *Livre des Hypothèses* que Ptolémée affirme avoir tiré d'observations le fait que Mercure est en dessous de Vénus (notre marqueur (3) du *Livre des Hypothèses*)[52]. En ce qui concerne la résolution du problème du rang du Soleil, Proclus explicite le principe des sphères emboîtées

50. Le texte grec de la première phrase de ce pragraphe (Proclus 1974, p. 220 l.17) contient le mot *logon*, et il en est de même du texte grec de la dernière phrase de ce paragraphe (ibid., p. 224 l.14). Bien qu'aucun des trois traducteurs de ce passage (Halma, Manitius et Duhem) n'ait interprété ce terme au sens d'une relation de succession signalé par Vitrac (Euclide 1990-2001, t. 2, p. 36), ces occurrences pourraient être mises en relation avec la possible utilisation en ce sens de ce terme par Ptolémée que nous avons relevée dans un passage de l'introduction du *Livre des Hypothèses*, cf. note 60 page 108.

51. La traduction en français de Duhem, identique sur ce point à celle de Halma, mérite ici d'être complétée par la traduction en allemand de Manitius (Proclus 1974, p. 225) : «*Es sei nämlich die Beobachtung gemacht worden, daβ die Venus unter dem Mars weggehe, gerade wie der Merkur unter Venus weggehe*» ; ainsi que par la traduction en anglais de cette phrase par Mueller (Simplicius 2005, p. 100) : «*Venus is observed to move under Mars, just as Mercury is observed to move under Venus*». Ces traductions s'accordent donc toutes sur le point que nous soulignons ici.

52. Remarquons ici qu'il n'y a pas, à notre connaissance, d'autre mention explicite de cet argument avant le XI^e siècle et sa reprise par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*.

et montre comment l'exploitation des rapports des distances extrémales des astres errants, tirés des modèles géométriques de chaque astre, aboutit à une distance maximale de Vénus *presque* égale à la distance minimale du Soleil (1 160 rayons terrestres) qui, rappelons le, ne figure pas explicitement dans l'*Almageste* mais apparaît pour la première fois dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. C'est donc bien la stratégie développée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* (notre marqueur (2)), dont Proclus relate ici la mise en œuvre.

Il y a cependant deux aspects qui font douter que Proclus se soit basé directement sur le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée pour rédiger ce passage de l'*Hypotypose*. Le premier aspect est textuel puisque Proclus n'attribue pas à Ptolémée la méthode qu'il expose et qui a pour but l'obtention d'un arrangement total des astres errants, mais il mentionne «*quelques-uns*» ou encore «*les philosophes*», des termes génériques qui selon Neugebauer (Neugebauer 1975, t. 3, p. 118-119) ne peuvent renvoyer à Ptolémée[53]. Le second aspect est numérique puisque le rapport des distances extrémales de Mercure mentionné par Proclus ($\frac{91;30}{33;04} \simeq 2;46$) n'est pas celui utilisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* ($\frac{88}{34} \simeq 2;35$) et par conséquent les distances produites par Proclus diffèrent sensiblement de celles produites par Ptolémée. Or le rapport des distances extrémales de Mercure mentionné par Proclus découle exactement des paramètres de l'*Almageste* alors que la façon dont Ptolémée a obtenu le rapport qu'il utilise dans le *Livre des Hypothèses* reste une énigme[54]. Ainsi d'une part Proclus n'attribue pas à Ptolémée la méthode qu'il décrit (notre marqueur (1)), et d'autre part Proclus mentionne un rapport des distances extrémales de Mercure distinct de celui utilisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* (notre marqueur (5)) qui apparaît même être une correction de ce rapport. On peut dès lors conclure que Proclus n'a pas basé la rédaction de ce passage de l'*Hypotypose* directement sur le texte de

53. Nous avons cité plus haut les arguments de Neugebauer, cf. *supra* page 177.

54. Swerdlow (Swerdlow 1968, p. 117) a pu reconstruire le rapport mentionné par Proclus à partir des calculs effectués par Ptolémée dans le chapitre IX.9 de l'*Almageste*. Sur l'aspect caractéristique du rapport des distances de Mercure utilisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* ainsi que sur les diverses hypothèses quant à sa provenance, cf. *supra* page 156.

la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, mais qu'il commente ici des travaux d'auteurs plus récents ayant repris à leur compte, peut-être sans citer leur source, le raisonnement de Ptolémée permettant de résoudre le problème de l'ordre total des astres errants laissé en suspens dans l'*Almageste* tout en amendant ses calculs jugés douteux du moins en ce qui concerne le rapport des distances extrémales de Mercure.

Ainsi ce passage de l'*Hypotypose* de Proclus nous fournit deux informations d'importance quant à la diffusion du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée au milieu du V^e^ siècle à Athènes : la détermination des rangs relatifs de Mercure et Vénus par des observations rapportée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* était connue ; l'utilisation conjointe du principe des sphères emboîtées et des rapports des distances extrémales des astres errants pour résoudre le problème du rang du Soleil était connue et suffisamment maîtrisée pour produire des valeurs alternatives. Ce dernier point atteste du fait que des commentateurs ont diffusé le raisonnement de Ptolémée, et ont très tôt fourni d'autres valeurs numériques des distances des planètes. Ainsi des sources intermédiaires rédigées après le *Livre des Hypothèses* et avant les travaux de Proclus étaient-elles en circulation. Cependant l'étude de l'*Hypotypose* ne permet pas de savoir si l'intégralité du texte de Ptolémée était accessible à Proclus au V^e^ siècle.

Le *Commentaire sur le Timée*

L'étude du *Commentaire sur le Timée* de Proclus aboutit à une conclusion bien plus précise. Nous allons montrer en effet qu'au moment de la rédaction de ce texte, Proclus avait au moins accès à la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Comme cette conclusion contredit celle de Neugebauer[55], et celle de Duhem[56] avant lui, il est nécessaire de détailler les points sur lesquels nous nous appuyons.

55. Cf. *supra* page 177.
56. Cf. Duhem 1914, t. 2, p. 42.

Dans le cours de son commentaire[57], Proclus expose ce que les textes sacrés, ceux de Platon et ceux des oracles, ont en commun concernant l'arrangement des astres : la Lune et le Soleil sont en dessous de l'ensemble des planètes. C'est donc cette thèse que, selon Proclus, il faut tenir pour vraie. C'est dans ce contexte que Proclus, dans un long paragraphe, entreprend explicitement de discréditer un autre arrangement des astres dans lequel le Soleil occuperait la position centrale (Proclus 1968b, t. 4, p. 85) :

> Que si certains, approuvant les hypothèses des Mathématiciens, préfèrent placer le Soleil au milieu des sept planètes, en tant qu'il rassemble et relie les triades sises de chaque côté de lui, qu'ils sachent que même les savants qui se fondent sur les mathématiques ne disent rien de sûr.

Proclus commence par reprendre l'argumentation employée par Ptolémée dans le chapitre IX.1 de l'*Almageste*, et, comme dans l'*Hypotypose*, il a beau jeu de mettre en avant l'indéniable fragilité des conclusions partielles émises par Ptolémée quant au rang du Soleil dans l'arrangement des astres[58] :

> Sans doute ils [les Mathématiciens] réfutent l'objection que Vénus et Mercure seraient occultés s'ils venaient après le Soleil, comme la Lune est parfois occultée par le Soleil, en montrant que, même dans les occasions où Vénus et Mercure sont en conjonction avec le Soleil quant à la longitude, ils en sont totalement distants quant à la latitude, et ceci est cause que le Soleil ne les occulte pas.
> Mais cela même qui a besoin de preuve, que le Soleil est au milieu, ils ne peuvent le garantir au moyen de démonstrations, je veux dire de cette sorte d'arguments pressants dont ils usent le plus souvent.

57. Cf. Proclus 1968b, t. 4, p. 84.

58. Nous reproduisons ici la traduction de Festugière, cf. ibid., t. 4, p. 85. Pour une comparaison avec le passage correspondant de l'*Hypotypose*, cf. *supra* pages 181 et suivantes.

> Ptolémée dit sans doute, dans l'*Almageste*[59] (IX.1), que, si l'on suit le vraisemblable et le probable, il convient de placer le Soleil au milieu des sept, afin que, des cinq astres planétaires, il y ait avant lui ceux qui s'éloignent totalement de lui, après lui, ceux qui l'accompagnent et l'escortent ou lui servent de garde du corps.

C'est alors que Proclus mentionne le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (ibid., t. 4, p. 85)[60] :

> Mais dans ses *Hypothèses*, Ptolémée n'insiste que médiocrement sur les conclusions, concernant les planètes, qu'on peut tirer des distances ; il n'y insiste ni à propos de ce qu'il dit sur les distances, ni à propos de ses hypothèses.

Des divergences importantes entre les traductions successives de ce passage ont conduit les historiens des sciences à des conclusions opposées, selon la traduction qu'ils ont utilisée, quant à un accès direct de Proclus au texte de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Manitius (Proclus 1974, p. 305) commente ainsi ce passage de Proclus [61] :

> Mais ensuite, dans les *Hypothèses*, il expose une détermination numérique des distances de Mercure et de Vénus, bien qu'ici encore, il n'exprime pas son opinion d'une manière entièrement déterminée.

59. Dans sa traduction, Festugière emploie *Syntaxis* pour désigner le traité de Ptolémée car c'est ce titre qui figure dans le texte de Proclus. En suivant Mugler, qui a traduit le paragraphe suivant à la demande de Festugière, nous avons préféré *Almageste*.

60. Festugière indique en note que cette traduction, ainsi que celle de la suite du long paragraphe de Proclus, est due à Mugler, spécialiste de la terminologie géométrique grecque dont il a établi un dictionnaire (Mugler 1958) et éditeur des œuvres d'Archimède (Archimède 1971). Cette traduction a paru en 1968 et il n'est fait aucune mention dans les notes du traducteur de la publication par Goldstein en 1967 de la partie (I.2) retrouvée du *Livre des Hypothèses*. On peut donc supposer que Mugler a réalisé cette traduction sans avoir accès au texte de Ptolémée.

61. Nous reproduisons ici la traduction en français des propos de Manitius établie par Duhem (Duhem 1914, p. 41)

Duhem conteste la lecture de Manitius et produit une autre traduction du passage du *Commentaire sur le Timée* de Proclus dont le sens est presque opposé[62] :

> Mais, dans les *Hypothèses*, il ne s'est guère étendu sur les distances, en sorte qu'il ne raisonne pas non plus, dans cet ouvrage, sur ces distances.

Neugebauer, qui pourtant renvoie en note à la traduction de Festugière, arrive à une traduction similaire à celle de Duhem[63] :

> [Ptolemy,] in the *Planetary Hypotheses* does not concern himself with the (planetary) distances, nor does he give proof for them.

La récente traduction en anglais de Baltzly du *Commentaire sur le Timée* de Proclus rejoint encore l'interprétation de Duhem (Proclus 2013, p. 125-126) :

> However, in the *Hypotheses* he is not entirely insistent, nor does he draw a conclusion in these hypotheses about them [sc. the planets and their order] from the distances.

Il semble sur ce point que les traductions récentes vers l'anglais, celles de Neugebauer et de Baltzly, aient pu être influencées par la traduction fautive de Goldstein de l'exposé par Ptolémée de sa stratégie pour résoudre le problème du rang du Soleil[64]. Cette influence est en effet explicitée dans une note de Baltzly (ibid., p. 126, note 238) dans lequel celui-ci stipule, en mentionnant la traduction de Goldstein, que la connaissance du rang du Soleil est pour Ptolémée un prérequis à la détermination des distances des planètes: *«Ptolemy's Planetary Hypotheses calculates the distances to Mercury, Venus and Mars on the basis of the* assumption *that the Chaldean ordering is correct»*.

62. Cf. .
63. Cf. Neugebauer 1975, t. 3, p. 918-919.
64. Nous avons détaillé ce point précédemment, cf. *supra* pages 113 et suivante.

Étant donné les différences d'interprétations de ce passage selon les traductions, c'est au contexte argumentatif qu'il faut ici se fier pour cerner le sens du propos de Proclus : il y a bien une tournure négative dans la phrase de Proclus, cependant ce n'est pas de la négation de toutes recherches conduites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* sur la question des distances des astres dont il s'agit ici, mais bien de la négation de la validité de son argumentation et par conséquent du bien fondé de sa conclusion qui va contre l'arrangement des astres que Proclus considère comme vrai. Rappelons en effet que Proclus est en train de chercher à établir que «*si certains, approuvant les hypothèses des Mathématiciens, préfèrent placer le Soleil au milieu des sept planètes, [...] qu'ils sachent que même les savants qui se fondent sur les mathématiques ne disent rien de sûr*».

Et, en effet, la suite du paragraphe de Proclus ne laisse aucun doute quant à cette interprétation puisqu'il expose alors le détail de la méthode employée par Ptolémée en fournissant précisément les valeurs des distances obtenues dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* (Proclus 1968b, t. 4, p. 86)[65] :

> Après avoir déduit, en effet, des théorèmes démontrés dans l'*Almageste* que la plus petite distance de la Lune est de 33 rayons terrestres, la plus grande distance de 64 rayons terrestres (rendons en effet les distances en nombres entiers, en faisant abstraction des fractions, afin de pouvoir exprimer les rapports en unités entières), que, en second lieu, la plus petite distance du Soleil est 1076 rayons terrestres, la plus grande distance 1260 rayons terrestres, que, enfin, le rapport supposé entre la plus grande distance est approximativement celui du nombre 34 au nombre 88, il est évident que, la plus grande distance de la Lune étant assimilée à la plus petite distance de Mercure, le rapport de la plus grande distance de Mercure à sa plus petite distance sera aussi celui du nombre 166 au nombre 64.
> De plus, du moment que pour la planète Vénus elle aussi le rap-

65. La traduction en français de ce passage est encore établie ici par Mugler à la demande de Festugière.

> port de la plus petite distance à la plus grande est évalué comme approximativement le même que celui des nombres 16 à 104, il est clair que, la plus grande distance de Vénus sera aussi à sa plus petite distance dans le rapport des nombres 1079 à 166.
> Par conséquent, puisque la plus petite distance du Soleil est à son tour de 1076, - elle accuse en effet avec la plus grande distance de Vénus une différence par défaut si petite qu'elle échapperait à l'observation et qu'elle rentre dans la marge prévue par les hypothèses -, il est évident que c'est entre la Lune et le Soleil qu'il convient de ranger la sphère de Mercure et celle de Vénus. La plus grande distance de la Lune se confond en effet approximativement avec la plus petite distance de Mercure, la plus grande distance de Mercure avec la plus petite distance de Mercure, la plus grande distance de Mercure avec la plus petite distance de Vénus, et la plus grande distance de Vénus avec la plus petite distance du Soleil, et il faut qu'il n'y ait aucun espace vide.

Ainsi la seule différence entre les valeurs mentionnées par Proclus et celles obtenues par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* concerne la plus petite distance du Soleil qui est de 1076 rayons terrestres, ce qui est probablement une erreur de copie[66]. La présence des mêmes distances dans le *Commentaire sur le Timée* de Proclus que dans le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée , comme nous le verrons dans le chapitre 7, ne suffit pas à elle seule à valider un accès direct de Proclus au traité de Ptolémée, mais elle renforce tout de même considérablement cette possibilité (marqueur (4)).

Finalement Proclus conclut sa démonstration par un jugement sans appel quant au bien fondé des conclusions de Ptolémée (Proclus 1968b, t. 4, p. 87):

> C'est donc par des raisonnements de ce genre que Ptolémée évalue la place de l'orbite du Soleil au milieu des orbites des sept planètes. C'est donc par cette sorte d'arguments que Ptolémée

66. Cf. (Neugebauer 1975, t. 3, p. 920).

> conclut que le Soleil est au milieu des sept planètes. Il n'y a sans doute pas à tenir grand compte des Mathématiciens comme s'ils usaient d'arguments probables.

Il ressort donc de l'analyse de ce long paragraphe du *Commentaire sur le Timée* que Proclus y entreprend une critique sur le fond du raisonnement mis en œuvre par Ptolémée pour résoudre le problème du rang du Soleil dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, partie à laquelle Proclus avait donc nécessairement accès au moment de la rédaction de son commentaire[67].
Pour conclure sur l'analyse de ce long paragraphe, il faut remarquer que Proclus, dans son *Commentaire sur la République*, en résume le propos en ces termes (Proclus 1968a, t. 3, p. 172) :

> Je sais bien, moi aussi, que *certains astronomes* ont dit le Soleil mitoyen entre les sept planètes, bien qu'ils ne l'aient absolument pas démontré par des prémisses contraignantes : comment, d'un mot, ils ont argumenté, je l'ai dit dans le *Commentaire sur le Timée*.

On notera ici que l'expression *certains astronomes* désignent ici directement Ptolémée, puisque c'est bien son texte que Proclus a critiqué dans le passage du *Commentaire du Timée* auquel il renvoie ici. Par conséquent un des arguments formulé par Neugebauer[68] concernant l'impossibilité que Proclus ait pu désigner Ptolémée dans l'*Hypotypose* par un terme générique se trouve ici considérablement affaibli.

---

67. Remarquons pour conclure que Proclus, immédiatement après avoir rejeté le raisonnement qui a conduit Ptolémée à placer le Soleil au milieu des astres errants, admet qu'il existe parmi les textes théologiques des éléments rendant cet arrangement tolérable (Proclus 1968b, t. 4, p. 87) :

> Mais il n'est pas permis de refuser sa foi au Théurge qui soutient clairement la même opinion quand il dit que le Démiurge «a suspendu au ciel six zones cependant qu'il a inséré au milieu, comme septième, le feu du Soleil».

Proclus fait ici référence aux *Oracles Chaldaïques* (Des Places 1989, p. 81-82) qu'il considère comme un texte sacré. Il reprend et développe cette référence dans le *Commentaire sur la République* (Proclus 1968a, p. 172-173).

68. cf. *supra* page 177

Le *Commentaire sur la République*

La réfutation de l'argumentation employée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* n'est pas unique dans l'œuvre de Proclus. En effet, dans son *Commentaire sur la République*, Proclus va plus loin et précise quel point spécifique du raisonnement de Ptolémée il juge particulièrement déraisonnable. Comme précédemment, l'analyse des arguments de Proclus nécessite de les situer dans le contexte de son commentaire.

Dans la *République* [616e], Platon introduit les fusaïoles (σφόνδυλος) – les traducteurs ont opté pour *pesons* qui est un synonyme de fusaïoles – pour décrire les mouvements des astres. En effet une fusaïole est un poids en forme de disque troué en son centre qui assure une vitesse de rotation uniforme lors du filage d'une fibre à l'aide d'un fuseau[69], il s'agit donc d'un objet d'usage courant, et c'est cette capacité à maintenir un mouvement de rotation uniforme qui rend les fusaïoles aptes à rendre compte des mouvements des astres errants. Voici le passage dans lequel Platon introduit les fusaïoles (Platon 2016, p. 616c) :

> Ils virent les extrémités des liens qui provenant du ciel se rattachaient à lui. Cette lumière constituait en effet le lien qui tient ensemble le ciel ; comme ces cordages qui lient les trières, de la même manière elle contient toute la révolution céleste. Aux extrémités de ces liens était rattaché le fuseau de la Nécessité, par l'intermédiaire duquel tous les mouvements circulaires poursuivent leurs révolutions. La tige de ce fuseau et le crochet étaient faits d'acier, et le peson d'un mélange d'acier et d'autres matériaux. Voici quelle était la nature du peson : son apparence extérieure était semblable à celle qu'on voit dans notre monde, mais il faut se représenter les éléments dont il était composé, d'après ce que

69. Remarquons ici que le terme arabe *falak*, utilisé dans les textes arabes d'astronomie pour décrire les orbes des astres, désigne également la fusaïole d'un fuseau. Sur l'étymologie sumérienne de *falak* et les différentes acceptions de ce terme dans les textes arabes d'astronomie, cf. respectivement Hartner 1965, p. 761-763 et R. Rashed 2017, p. 600-613.

> rapportait Er, comme si dans un grand peson creux et qu'on aurait évidé complètement, on en trouvait un autre semblable, mais plus petit et enchâssé selon un ajustement parfait, sur le modèle de ces récipients qu'on encastre les uns dans les autres. Un troisième s'enchâssait de la même manière, puis un quatrième, et puis quatre autres. On comptait en effet huit pesons en tout, insérés les uns dans les autres et montrant, quand on les regardait d'en haut, leurs rebords circulaires, mais autour de la tige, ils formaient l'enveloppe d'un seul peson.

Le récit de Platon nous apparaît comme une description imagée du principes des sphères emboîtées, ou des *pesons enchâssés* dans la traduction cidessus, le mouvement de chaque planète correspondant au mouvement d'une fusaïole spécifique[70]. La nature exacte de cette correspondance entre une planète et la fusaïole associée est évidemment sujette à interprétation dès lors que l'on cherche à en préciser la signification. C'est d'ailleurs en commentant un passage dans lequel Platon indique que les fusaïoles ne sont pas toutes de même dimension que Proclus en vient à critiquer l'usage du principe des sphères emboîtées que fait Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Voici le passage, qui suit immédiatement celui que nous venons de citer, dans lequel Platon indique que les fusaïoles ne sont pas toutes de même taille (ibid., 616e) :

> Le premier peson, celui qui était le plus à l'extérieur avait le rebord circulaire le plus large, le rebord du sixième était le deuxième en largeur, celui du quatrième était le troisième, celui du huitième était le quatrième, celui du septième était le cinquième, celui du cinquième était le sixième, celui du troisième était le septième, et enfin celui du deuxième le huitième.

70. Notons ici que les fusaïoles décrites ici par Platon ne sont pas identifiées par Ptolémée avec les *manshūrat* qu'il introduit dans le livre II, mais qu'il mentionne explicitement les fusaïoles de Platon afin de préciser la définition du terme qu'il est en train d'introduire, cf. *supra* page 100.

Dans son *Commentaire sur la République*, Proclus entend la notion de largeur des fusaïoles mentionnée par Platon comme la largeur de la bande qui en sépare les bords circulaires extérieur et intérieur (Proclus 1968a, t. 3, p. 169) :

> Car Platon nomme «largeur» l'épaisseur des pesons, parce que, à cause des sectionnements, il la conçoit comme une seule surface délimitée par deux cercles, le cercle extérieur de chaque peson et le cercle intérieur, et qu'il nomme tout l'entre-deux «cercle de la largeur»[71].

Ce qui nous intéresse ici est l'explication que tente Proclus pour justifier de l'arrangement des astres errants, selon la largeur du peson qui leur correspond, mentionné par Platon dans le passage de la *République* que Proclus commente (ibid., t. 3, p. 170-171) :

> D'un mot[72], c'est selon les grandeurs des astres que le peson a aussi sa largeur.

71. On remarque ici une certaine ambiguïté sur le caractère unidimensionnel des pesons que l'on retrouve dans la polysémie du terme arabe *falak* décrite par Morelon (R. Rashed 2017, p. 600-602).

72. Voici le texte du passage complet selon la traduction de Mugler intégrée au texte publié par Festugière (Proclus 1968a, t. 3, p. 170-171) :

> Le cercle du Soleil, qui est le 7^{e}, l'emporte en largeur sur les autres, puisque le Soleil paraît aussi plus grand que les astres errants. L'emportent ensuite le cercle du peson de la Lune - car celle-ci, à la vue, est plus grande que les cinq: cependant certains disent que le cercle de Vénus est plus grand que la Terre [lire Lune], comme l'a rapporté Carpos -, et après celui-ci le cercle du peson de Vénus - car celle-ci aussi paraît plus grande que les restants - et après celui-ci le cercle du peson de Mars - car on dit que Mars, quand il est au périgée, est vu plus grand que Jupiter -, et d'après celui-ci le cercle du peson de Jupiter, puis celui du peson de Saturne, et en dernier le cercle du peson de Mercure. D'un mot , c'est selon les grandeurs des astres que le peson a aussi sa largeur.

Festugière conjecture en note que Carpos serait un auteur du I^{er} ou du II^{e} siècle. En outre, il mentionne plusieurs études sur ce passage qu'il serait intéressant de reprendre à la lumière de la redécouverte de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* qui, à ce jour, semble le plus ancien texte attribuant des valeurs numériques aux tailles des planètes.

Remarquons ici que Proclus ne fournit à cette occasion ni précisions sur le critère employé (diamètre apparent, diamètre réel, volume) pour comparer les tailles des astres, ni valeurs numériques[73]. Ce que nous apprend ici Proclus est que, au milieu du V^e siècle à Athènes, la mesure de la taille des astres errants, ou du moins l'estimation de leurs tailles relatives, faisait partie des notions abordées par les astronomes.

Comme dans son *Commentaire sur le Timée*, Proclus se positionne en défenseur d'une thèse qu'il juge conforme, savoir le fait que les différences des largeurs des pesons mentionnées par Platon sont corrélées aux différences des tailles des astres, et argumente contre une thèse concurrente. Et c'est dans ce contexte qu'il se livre à une critique détaillée de la méthode de détermination des distances exposée et mise en œuvre par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, assimilée ici par Proclus à une méthode de détermination de la largeur des pesons (ibid., t. 3, p. 174) :

> Pour expliquer la largeur des pesons, l'observation scientifique des astronomes postérieurs s'est servie des apogées et périgées des astres, sans que d'ailleurs ils aient suffisamment poussé l'examen dans l'appréhension de ces largeurs.

Proclus expose ici le fait que des astronomes n'ont pas corrélé les différences de largeurs des pesons aux tailles des astres mais ont exploité les rapports entre excentrique et épicycle de chaque astre errant tirés de leur modèle géométrique. Or c'est bien la connaissance de ces rapports, pour chacun des astres errants, qui permet de déduire du modèle géométrique d'un astre les rapports de ses distances extrémales à la Terre. Proclus expose ensuite les rapports entre rayon de l'excentrique et rayon de l'épicycle en reprenant les paramètres déterminés par Ptolémée dans l'*Almageste* (ibid., t. 3, p. 174)[74] :

73. Cependant Proclus prend acte plus loin (ibid., t. 3, p. 172) du fait que *« Vénus est plus grande que la Lune, même si, à la vue, cela paraît le contraire»*.

74. La traduction de ce passage, ainsi que des suivants, a aussi été établie par Mugler à la demande de Festugière.

> Admettons en effet le rapport entre le rayon du cercle excentrique et le rayon de l'épicycle soit 60 à $6\frac{1}{2}$ pour Saturne, 60 à 11 $\frac{1}{2}$ pour Jupiter, 60 à $39\frac{1}{2}$ pour Mars, 60 à $2\frac{1}{2}$ pour le Soleil, 60 à $43\frac{1}{6}$ pour Vénus, 60 à $22\frac{1}{2}$ pour Mercure, 60 à $22\frac{1}{3}$ pour la Lune.

Les paramètres fournis pas Proclus sont exactement ceux de l'*Almageste* si l'on considère le modèle épicycle du Soleil[75]. On remarque de plus que Proclus donne les paramètres des astres errants dans un ordre compatible avec celui que Ptolémée a établi dans le *Livre des Hypothèses*, mais qu'il commence sa liste par l'astre errant le plus proche de la sphère des fixes pour finir par le plus proche de la Terre.

On reconnaît donc les éléments numériques indispensables à la mise en œuvre de la démarche entreprise par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Mais ces éléments numériques ne sont pas suffisants, et c'est ce qu'indique immédiatement Proclus (Proclus 1968a, t. 3, p. 174) :

> Mais comme les cercles excentriques sont différents les uns des autres, chaque planète ayant son propre cercle excentrique, et que, de toute évidence, leurs dimensions sont d'autant plus grandes qu'ils sont plus élevés, les rayons, tant des excentriques que des épicycles, de chacune des planètes se dérobent à leur tour à la connaissance.

75. Cf. Pedersen 1974, p. 423-429. Remarquons ici que Mugler indique en note que les paramètres du Soleil et de Mercure ne sont pas ceux de l'*Almageste* en renvoyant à une note de Kroll (Proclus 1901, t. 2, p. 222), l'éditeur du texte grec du *Commentaire à la République*. Or, de façon intéressante, Kroll n'a pas comparé les valeurs fournies par Proclus avec celles de l'*Almageste*, mais avec celles de la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses*, éditée par Halma, où Ptolémée a sensiblement modifié les paramètres des modèles de Mercure et du Soleil. Cette comparaison entre les valeurs fournies ici par Proclus et celles du *Livre des Hypothèses* montre que Kroll a compris à tort que Proclus reprenait ici les rapports tirés du *Livre des Hypothèses* comme le suggérerait effectivement le renvoi fait quelques lignes auparavant par Proclus au passage du *Commentaire sur Timée* dans lequel il cite explicitement le *Livre des Hypothèses*. Il est probable que Proclus utilise ici la source dans laquelle il a puisé les distances des planètes mentionnées dans l'*Hypotypose*, peut-être car les paramètres de l'*Almageste* que l'on y trouve ont le statut de paramètres standards contrairement à ceux figurant dans le *Livre des Hypothèses*.

En effet, chaque modèle est doté d'une unité de mesure interne (la longueur de son excentrique fixée à 60) dont le rapport avec l'unité de mesure interne du modèle d'un autre astre errant n'est pas connu[76]. Or c'est bien pour résoudre ce problème que Ptolémée a convoqué le principe des sphères emboîtées dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, ce principe permettant, de proche en proche, de déduire le rapport de l'unité interne d'un astre errant à partir de la connaissance de l'unité interne de l'astre qui le précède dans l'arrangement des astres. Et l'on comprend alors que la dernière partie de l'argument de Proclus est une réfutation de la validité de l'application du principe des sphères emboîtées réalisée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* (ibid., t. 3, p. 174-175) :

> Il s'ensuit que, même si les valeurs de ces rayons étaient données, la mesure de l'épaisseur de chaque sphère reste inconnue du fait qu'il n'existe pas de relation exacte entre les grandeurs des épicycles et les épaisseurs des sphères auxquelles ils sont attachés, si tant est que les grandeurs des astres n'accusent elles non plus, aucun rapport nécessaire avec l'épaisseur ou des épicycles ou des sphères, un épicycle pouvant se mouvoir même dans une sphère d'une épaisseur moindre, et réciproquement, et la même observation s'appliquant aux astres.

76. À l'autre bout du spectre historique de notre étude, Bar Hebraeus décrit ainsi cette insuffisance dans le cours d'astronomie qu'il a dispensé à Marāgha au XIII^e^ siècle Nau 1899a, t. 2, p. 180 :

> On a connu de tous temps la distance de la Lune ou d'une planète quelconque au centre de la Terre, en prenant pour unité la soixantième partie du rayon de leur déférent, pour calculer leurs inégalités. Il n'en fût pas de même pour le rapports des distances de deux ou de trois ou de toutes simultanément entre elles ; quelle est la plus éloignée ? de combien est-elle plus éloignée que sa voisine ? Il n'en fût pas de même non plus pour la mesure de toutes les distances avec une seule unité. On a mesuré d'abord le rayon de la Terre, puis, avec son aide, on mesura habilement toutes les distances.

Ce que récuse Proclus dans son argument est l'existence d'une corrélation entre la distance maximale d'un astre errant à la Terre et la taille de la sphère qui lui est allouée, ce qui, sans remettre en question le principe des sphères emboîtées, en empêche en revanche la mise en œuvre à l'aide des seules données relatives aux modèles géométriques des astres errants. Il s'agit donc là d'un argument contre la méthode employée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* pour déterminer de proche en proche les distances des astres errants.

L'analyse de ce passage du *Commentaire sur la République* montre que Proclus, dont nous avons montré dans l'analyse du *Commentaire sur le Timée* qu'il connaissait des résultats issus de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, a le recul suffisant sur le texte de Ptolémée pour en critiquer avec précision l'argumentation tout en se détachant des valeurs numériques mentionnées. Il ne fait donc pas de doute que la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* était accessible à Athènes au milieu du V^e^ siècle.

Ce point étant établi, il reste à établir que Proclus avait également accès au livre II du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Cette affirmation s'appuie sur un passage du *Commentaire sur la République* dans lequel Proclus s'applique à discréditer l'hypothèse selon laquelle il existerait entre les sphères de deux planètes successives des sphères tournant en sens inverse[77]. Cette fois Proclus utilise l'autorité de Ptolémée, qui a effectivement disqualifié cette même hypothèse dans le livre II du *Livre des Hypothèses*[78], pour mettre un point final à son argumentation[79] :

77. Nous avons décrit plus haut cette hypothèse rapportée par Aristote dans le livre λ de la *Métaphysique*, cf. *supra* page 101.

78. Cf. *supra* page 101 pour les parties de l'argumentation de Ptolémée traduites par Murschel (Murschel 1995, p. 37-38). L'édition du texte arabe du livre II réalisée par Hullmeine n'étant pas encore publiée, nous renvoyons avec prudence aux traductions en allemand de Buhl et Heegaard (Ptolémée 1907, p. 118-119) et en espagnol de Cano Ledesma (Ptolémée 1987, p. 97-98).

79. Nous reproduisons ici la traduction de ce passage telle qu'établie par Festugière, cf. Proclus 1968a, t. 3, p. 185.

> Ç'avait été un commandement [...] des Pythagoriciens qu'il faut employer les hypothèses les moins nombreuses et les plus simples pour ramener l'irrégularité apparente des corps célestes à de la régularité et de l'ordre.
> Or ceux qui se servent des sphères mues en sens inverse sont bien loin d'agir ainsi, puisque, en vue de machiner, pour un seul astre, une ordonnance simple, ils multiplient les fondements hypothétiques des phénomènes, fabriquent un nombre incroyable de sphères, construisent un mode plein de diversité, et ne rendent raison ni du nombre ni de la complexité d'une façon qui convienne au Démiurge.
> Outre que ces hypothèses elles-mêmes ont été réfutées par les savants postérieurs, dans la pensée que ni elles ne sauvent tous les phénomènes ni elles ne fournissent des démonstrations suffisantes de ceux qu'elles sauvent. Tout cela, au vrai, Ptolémée aussi l'explique dans *les* livres des *Hypothèses*.

Dans la dernière phrase de ce paragraphe, nous avons mis l'emphase sur le pluriel qui signale ici la référence faite par Proclus au fait que le *Livre des Hypothèses* est un traité en plusieurs livres[80]. Or notre analyse montre qu'il ne fait pas de doute que ce passage est bien une référence directe et explicite à la réfutation de l'hypothèse de sphères intermédiaires tournant en sens inverse produite par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*, ce qui établit par conséquent le fait que Proclus, au cours du V^{e} siècle, était en capacité de commenter l'intégralité du traité de Ptolémée.

La somme des éléments de preuve que nous avons rassemblés ici conduit donc à considérer comme certain le fait que Proclus avait effectivement accès au *Livre des Hypothèses* dans son ensemble. En effet, nous avons vu que, dans l'*Hypotypose*, Proclus attribuait la détermination des rangs de Mercure et Vénus, laissés en suspens dans l'*Almageste*, a l'observation du passage de l'une en-dessous de l'autre (marqueur (3)). Puis dans le *Commentaire sur le Timée*,

80. C'est la présence de ce pluriel dans le texte de Proclus que Neugebauer jugeait problématique, cf. *supra* page 177.

nous avons vu que Proclus a mentionné le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (marqueur (1)) et a été capable d'en retranscrire les distances célestes que Ptolémée y a calculé (marqueurs (4) et (5)). Enfin dans le *Commentaire sur la République*, l'argumentation développée par Proclus a pour objectif d'infirmer le raisonnement produit par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil, ce qui montre que Proclus connaissait non seulement le raisonnement de Ptolémée mais surtout l'enjeu de l'argumentation produite par Ptolémée (marqueur (2)). S'ajoute à ces éléments déjà nombreux l'utilisation faite par Proclus, toujours dans le *Commentaire sur la République* et pour étayer sa propre argumentation, de la disqualification par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses* de l'existence de sphères intermédiaires.

Ceci étant établi, il faut également noter que l'analyse des traités de Proclus montre que le *Livre des Hypothèses* n'était pas le seul texte traitant des dimensions célestes auquel Proclus avait accès car il s'appuie à plusieurs reprises sur des textes ne fournissant pas les mêmes résultats que ceux produits par Ptolémée. Cependant l'étude des textes de Proclus ne nous apprend rien quant à l'origine ou à la forme des sources intermédiaires qu'il a pu consulter.

5.4 Simplicius

Dans le *Commentaire au traité du ciel d'Aristote* qu'il a rédigé au milieu du VI^e^ siècle, Simplicius commente le chapitre II.10 relatif à l'arrangement des astres et produit les informations dont il a connaissance sur les avancées réalisées dans ce domaine depuis Aristote (Simplicius 2005, p. 15)[81]:

81. Pour une citation du texte d'Aristote, cf. *supra* note 1.2 page 28. Nous donnons ici la traduction en anglais de Mueller (Simplicius 2005). Plusieurs extraits de ce passage sont traduits en français par Duhem (Duhem 1914, p. 40-41), cependant le caractère discontinu de sa traduction nous a conduit à privilégier ici la traduction en anglais.

> Observations in which Mercury is recorded moving under Venus make clear that Mercury has been apprehended under Venus[82].
> And this has also been proved by the account of the distance of their apogees and perigees ; for the greatest distance of Venus has been proved to be more or less the same as the distance of the sun, so that Venus is nearer than the sun, but the greatest distance of Mercury has been proved to be quite close to the least distance of Venus, and the greatest of the moon close to the least of Mercury – these things are proved in the *Syntaxis* of Ptolemy, if the account of the eccentricity of the stars is transformed into an account of their [distance] from the central point of the earth.

Dans ce passage du commentaire de Simplicius, les éléments se rapportant potentiellement au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée se trouvent tous deux dans l'*Hypotypose* de Proclus : le renvoi à des observations pour justifier que Mercure est sous Vénus ; la paraphrase du principe des sphères emboîtées et la description de sa mise en application de la Lune jusqu'au Soleil. De plus Simplicius semble comprendre que le bon accord entre d'une part la distance maximale de Vénus déterminée par application du principe des sphères emboîtées, et d'autre part la distance minimale du Soleil déterminée par exploitation directe d'éclipses, serait une justification des rangs respectifs de Mercure et de Vénus et non une justification du rang du Soleil. Or ceci n'a pas de sens puisque l'ordre dans lequel on applique successivement les rapports des distances extrémales de Mercure et de Vénus n'a aucune influence sur le résultat des calculs après deux itérations. Seul est significatif sa proximité avec la distance minimale du Soleil. Ceci établit donc de façon certaine que Simplicius n'a pas utilisé ici la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, dont il ne connaît pas la trame argumentative, mais que son exposition repose principalement sur une présentation du type de celle qui figure dans l'*Hypotypose* de Proclus. Ce passage fournit ainsi une autre

82. Note du traducteur (Simplicius 2005, p. 100) : « *This sentence is badly formulated, but its point is clear enough* ».

information intéressante concernant la diffusion du contenu du *Livre des Hypothèses*. En effet le renvoi à l'*Almageste* fait par Simplicius pour les travaux de Ptolémée sur les distances des planètes indique que sa connaissance de l'*Almageste* était sans doute indirecte, c'est-à-dire qu'elle reposait sur des introductions à ce traité plutôt que sur une lecture du texte de Ptolémée[83], et que ces introductions contenaient certains résultats obtenus par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* sans possibilité pour le lecteur de les distinguer des résultats propres à l'*Almageste*.

Cependant il ne faut pas conclure du passage précédent que Simplicius n'avait pas la possibilité d'accéder à l'intégralité du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée et en effet l'analyse de deux autres passages de son *Commentaire au traité du ciel d'Aristote* montre que Simplicus disposait du livre II du *Livre des Hypothèses*. Le premier de ces deux passages intervient alors que Simplicius produit une liste exhaustive des arguments formulés par ses prédécesseurs contre les sphères tournant en sens inverse mentionnées par Aristote[84]. À cette occasion, Simplicius paraphrase un argument qu'il attribue à Ptolémée (Simplicius 2005, p. 45) :

> Ptolemy also censures these people because they introduce such a great multitude of spheres only for the sake of the simultaneous restoration of the seven planets in relation to the revolution of the fixed sphere and for saying that contained and last spheres are responsible for the simultaneous restoration of containing ones above them, even though nature always makes the higher things responsible for the motion of lower ones (since in our case impulses to move are communicated through the nerves from the hegemonic part to all the organs).

Il s'agit d'une reprise de l'argumentation déployée par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*[85], et nulle part ailleurs dans son œuvre. Ainsi une partie au moins du livre II du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée était-

83. Cette remarque est attribuée à Schiaparelli par Nallino (Al-Battānī 1899-1907, t. 289, p. 1) et reprise par Duhem (Duhem 1914, p. 41).

84. Cf. *supra* page 101.

85. Cf. *supra* note 78 page 198.

elle connue de Simplicius. Mais ici encore, il est probable que Simplicius se soit appuyé sur les travaux de Proclus et non sur le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. En effet dans le *Commentaire sur la République* (Proclus 1968a, p. 185), Proclus convoque également Ptolémée en tant que critique de «*ceux qui se servent des sphères mues en sens inverse*», mais dans ce texte il ne fournit pas autant de détails que Simplicius sur l'argumentation de Ptolémée[86]. Même si on ne peut pas exclure que Proclus ait développé davantage ce point dans le cadre des enseignements suivis par Simplicius, il semble que Simplicius ait eu un accès direct au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée.

Ceci est confirmé par un autre passage de son *Commentaire au traité du ciel d'Aristote* dans lequel Simplicius discute du premier moteur d'Aristote. En effet Simplicius cite ici explicitement un passage du livre II du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (Simplicius 2004, p. 114) :

> But one should also hear the best of the astronomers, Ptolemy, who says in the second book of the *Hypotheses* : *«So it is more reasonable that each of the stars causes motion in its own place, because this is both their power and activity, but about its centre and again uniformly and in a circle ; for it is right that what achieves this <rotation> in the surrounding structures belong to the star first»*.

86. Cf. *supra* page 198.

La comparaison avec le texte arabe montre qu'il s'agit certainement d'une citation fidèle du texte de Ptolémée[87], par conséquent il est établi que Simplicius disposait *a minima* d'une partie du texte grec aujourd'hui perdu au moment de sa rédaction du *Commentaire au traité du ciel d'Aristote* au début du VI^e siècle.

En conclusion, les trois passages du *Commentaire du Traité du ciel d'Aristote* de Simplicius qui ont trait au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée sont tous en rapport avec les mentions qu'en a fait Proclus dans ses textes. Cependant alors qu'en ce qui concerne la stratégie mise en œuvre par Ptolémée dans la partie (I.2) Simplicius se contente d'une paraphrase proche de l'*Hypotypose* de Proclus, il apparaît clairement que Simplicius ne s'est pas contenté des allusions faites par Proclus aux arguments formulés par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses* mais qu'il est revenu au texte de Ptolémée, qui était donc encore accessible au milieu du VI^e siècle.

5.5 Les traces du *Livre des Hypothèses* dans une scholie à l'*Almageste*

Dans le codex *Vat. gr. 1594* daté du IX^e siècle, l'un des plus anciens codices contenant le texte grec de l'*Almageste*, le texte de Ptolémée est accompagné d'un nombre important de scholies dont certaines s'appuient visiblement sur des commentaires distincts de ceux qui nous sont parvenus. En effet Mogenet[88] a distingué dans *Vat. gr. 1594* des scholies rédigées au IX^e siècle par le copiste du texte grec de l'*Almageste* et des scholies plus tardives. Parmi les scholies du IX^e siècle, Mogenet a déterminé que certaines étaient des reprises fidèles du commentaire de Théon, d'autres étaient des approfondissements de

87. Heiberg produit une édition du texte grec de ce passage de Simplicius et le présente comme le seul passage du livre II du *Livre des Hypothèses* dont le texte grec est connu, cf. PTOLÉMÉE 1907, p. 110. Pour le texte arabe, nous avons consulté le manuscrit de Londres (PTOLÉMÉE 1242, 98b, lignes 11 et 12). Les traductions de ce passage du *Livre des Hypothèses* de l'arabe vers l'allemand (PTOLÉMÉE 1907, p. 131) et de l'arabe vers l'espagnol (PTOLÉMÉE 1987, p. 111) sont convergentes.

88. Cf. MOGENET 1975, p. 302-303.

ce commentaire et d'autres enfin s'en «*écartent absolument*»[89]. Or le contenu de certaines de ces scholies est en relation avec le contenu des parties du *Livre des Hypothèses* dont le texte grec ne nous est pas parvenu, ce qui a conduit Pingree (Pingree 1994, p. 92) à affirmer que ces scholies étaient en partie basées sur un commentaire perdu de l'*Almageste*, rédigé selon Pingree entre 537 et 637 dans le contexte de l'école d'Alexandrie[90], cela signifiant que l'auteur avait accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée dans son intégralité.

En examinant les éléments concernant les scholies dont nous disposons[91], il apparaît que le contenu des scholies aux chapitres IX.1 et XIII.3 est en relation respectivement avec le contenu de la partie (I.2) et le livre II du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. En premier lieu la scholie au chapitre IX.1 de l'*Almageste*, dans lequel Ptolémée discute de l'arrangement des astres errants, mentionne les mêmes distances pour Mercure et Vénus que celles fournies par Proclus dans l'*Hypotypose*. Pingree et Tihon s'accordent sur le fait que le commentaire perdu sur lequel est basée cette scholie et l'*Hypotypose* de Proclus sont étroitement liés, ou bien que l'*Hypotypose* soit la source directe

89. Tihon (Tihon 2015, p. 7-9) a précisé cette catégorisation : *«1) des extraits de Théon; 2) des extraits de Pappus (?) ou de commentaires inconnus ; 3) des commentaires postérieurs mentionnant Pappus et (ou) Théon, ainsi que des noms de philosophes ou commentateurs des* V^e *et* VI^e *siècles»*. Tihon mentionne plus loin Proclus, Marinus (le successeur de Proclus), Symmaque (mort en 525, il est le beau-père de Boèce qui aurait suivi les cours d'Ammonius à Alexandrie) et peut-être Syrianus (le prédécesseur de Proclus).

90. Dans un article dédié à la réfutation de certaines conclusions de Pingree qui voyait dans ces scholies une preuve de la fondation par Simplicius d'une école à Ḥarran, Tihon (ibid., p. 15) arrive cependant à la même conclusion que Pingree en ce qui concerne le contexte de rédaction du commentaire perdu dont sont issues les scholies : «*les scholies A [Du moins celles du groupe 3 défini ci-dessus] sont bien le produit de l'école néo-platonicienne d'Alexandrie et de ses liens étroits avec l'école d'Athènes à la fin du* V^e *siècle et au début du* VI^e *siècle*».

91. Le texte de ces scholies n'est pas édité et n'est pas traduit. Nous nous appuyons sur les interprétations de Pingree (Pingree 1994) et leur critique par Tihon (Tihon 2015) qui, à cette occasion, en a édité et traduit quelques extraits. Remarquons enfin que Jones (Jones 2003) a également édité et traduit quelques unes des scholies tirées de ce commentaire perdu de l'*Almageste*, *a priori* sans rapport avec le thème de notre étude, mais cf. *infra* page 146.

du commentaire perdu comme le stipule Tihon, ou bien que le commentaire perdu soit la source directe de l'*Hypotypose* comme l'avance Pingree, ou bien encore que ces deux textes aient une source directe commune[92].

Étant donné que nous avons établi que Proclus s'est certainement appuyé sur un traité dont l'auteur a repris le raisonnement de Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* tout en amendant ses calculs, il est probable que l'auteur du commentaire perdu dont sont tirées les scholies anciennes de *Vat. gr. 1594* ait eu accès au *Livre des Hypothèses* dans son intégralité.

Cette hypothèse se trouve renforcée par une autre scholie ancienne dans lequel l'auteur mentionne explicitement les deux livres du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Il s'agit d'une scholie au chapitre XIII.3 de l'*Almageste* que Tihon a édité et traduit en français[93] (Tihon 2015, p. 23-24) :

> [1] Et il faut dire en vérité que les hypothèses des corps célestes ont alors une démonstration qui ne se trompe pas par rapport à la réalité lorsque, avec un rapport exact et au moyen d'un mécanisme ou de la construction de quelques instruments simples, elles peuvent s'harmoniser autant que possible.
> [2] Plus tard, comprenant cela même, au lieu de la disposition de petits cercles en latitude pour les cinq planètes, il recourt à une autre hypothèse. Et, au moyen de la construction de certains instruments constitués de *tympans*, ajustant à ceux-ci les nombres des mouvements moyens, non seulement il démontre l'apparence

92. Pour les arguments de Pingree, cf. Pingree 1994, p. 91. Pour les arguments de Tihon, cf. Tihon 2015, p. 12. De plus Tihon ajoute en note que «*Le scholiaste y a ajouté des références à l'*Almageste*, et deux autres curieuses références (on ne voit pas à quel* commentaire *le scholiaste fait allusion. Il ne s'agit pas de Théon, et probablement pas de Pappus dont le nom aurait été cité).*»

93. Tihon indique en préambule que le texte est difficile et qu'elle l'a vérifié sur deux autres manuscrits plus récents dans lesquels ces scholies sont reprises : *Vat. gr. 184* et *Vat. gr. 198*. Notons ici que ces deux manuscrits sont numérisés et sont disponibles en ligne sur le portail du projet *Biblissima*. Afin de faciliter l'analyse de cette scholie, nous avons ajouté des numéros aux trois paragraphes qui la composent et nous avons mis l'emphase sur le mot *tympans* qui nous semblent être d'une importance cruciale et que nous commentons ci-dessous.

> pour chaque astre, mais aussi ce qui est sous-jacent en longitude et en latitude, comme il l'a montré dans le deuxième livre de ses deux livres des Hypothèses. L'hypothèse est une seule et même pour les cinq astres, dans des cercles simples.
> [3] En effet, l'épicycle étant dans le plan de l'excentrique et ayant son centre sur sa périphérie de celui-ci est emporté conformément à la révolution en longitude, l'inclinaison de l'excentrique sur le zodiaque restant immobile. Et un autre petit cercle incliné sur le plan de l'épicycle et de manière proportionnelle à la grandeur de la latitude de l'astre par rapport à l'excentrique est emporté en sens rétrograde à partir de l'apogée sur la circonférence conformément à nouveau à la révolution en longitude, son inclinaison par rapport à l'épicycle demeurant inchangée. Et l'astre lui-même accomplit le double mouvement en longitude et en anomalie à partir de la limite boréale de l'obliquité sur l'épicycle, en sens direct de l'épicycle. En effet, le mouvement de celui-ci se faisant ainsi, la position en longitude et en latitude par rapport au zodiaque est sauvée conformément au premier livre des Hypothèses.

Comme le note Tihon dans son analyse de ce passage, le paragraphe [1] reprend le programme général que se donne Ptolémée en introduction du livre I du *Livre des Hypothèses* qui consiste à «présenter ses constructions de manière résumée afin que l'on puisse les visualiser plus facilement et pour que les facteurs d'instruments puissent en construire un modèle» (ibid., p. 24)[94]. Nous partageons également l'analyse de Tihon en ce qui concerne le paragraphe [3] dans lequel l'auteur expose les simplifications apportées par Ptolémée dans la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses* par rapport au livre XIII de l'*Almageste*, dont cette scholie est un commentaire, relativement aux modèles permettant de décrire les mouvements en latitude des planètes.

94. Il s'agit là de la traduction de Tihon à partir du texte grec. Pour la traduction de Morelon à partir de l'arabe, cf. *supra* page 94.

Cependant il nous semble que, contrairement à ce qu'écrit Tihon[95], le paragraphe [2] est sans ambiguïté une référence explicite non seulement au livre II du *Livre des Hypothèses*, mais également aux prismes sphériques qu'y décrit Ptolémée et que le texte arabe rend par *manshūrat*. En effet l'auteur indique que Ptolémée a produit dans le livre II du *Livre des Hypothèses* des constructions alternatives aux sphères complètes constituées de *tympans* (τύμπανον), ce qui nous semble être une référence explicite aux prismes sphériques que le traducteur arabe à désigner par le terme *manshūrāt*. En effet, comme le remarque d'ailleurs Tihon (Tihon 2015, p. 264), ce terme a été employé par un contemporain de Ptolémée, Théon de Smyrne, pour désigner la *bande* du zodiaque[96]. En effet le terme τύμπανον est employé par Théon de Smyrne dans son *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon* où, après avoir défini les différents cercles célestes, Théon de Smyrne précise que tous ces cercles sont unidimensionnels, à l'exception du cercle du zodiaque (Théon de Smyrne 2010, p. 255)[97] :

> Si chacun des autres cercles est réellement un cercle constitué d'une seule ligne, celui qui est appelé zodiaque apparaît d'une certaine largueur, comme le *cercle d'un tambour*.

Or nous avons mentionné au chapitre précédent[98] que Ptolémée avait désigné cette *bande* du zodiaque à l'aide du terme πρισμα dans une acception très proche du sens technique du terme τύμπανον[99] et nous avons souligné

95. Cf. Tihon 2015, p. 26.

96. Le terme τύμπανον est également employé par Philopon dans son *Traité de l'astrolabe* pour désigner la pièce amovible en forme de disque que nous appelons toujours *tympan*, cf. Philopon 2015, p. 1. Dans son commentaire au *Traité sur l'astrolabe* de Sebokht, Nau précise que le terme *tympanus* se trouve déjà employé par Vitruve pour décrire les pièces d'un instrument, cf. Nau 1899b, p. 66.

97. Nous reproduisons ici la traduction française de Brisson. Pour le texte grec, nous avons consulté l'édition de Dupuis, cf. Théon de Smyrne 1892, p. 218, lignes 26 à 28. On peut remarquer ici que Théon de Smyrne utilise dans le chapitre XXII, selon l'édition de Dupuis, le même terme τύμπανον dans une autre acception alors qu'il décrit des roues dentées par analogie aux sphères tournant en sens inverses mentionnées par Aristote, cf. ibid., p. 291 et Théon de Smyrne 2010, p. 308.

98. Cf. *supra* page 99.

99. Cf. Bailly 2020, p. 2329.

à cette occasion la proximité entre le terme grec *prisma* et le terme arabe *manshūrāt* que le traducteur vers l'arabe du *Livre des Hypothèses* a utilisé pour rendre compte du dispositif alternatif aux sphères pleines proposé par Ptolémée dans le livre II. Il semble donc raisonnable d'interpréter le terme τύμπανον que l'on trouve dans le paragraphe [2] comme étroitement lié au terme arabe *manshūrāt* servant à désigner les prismes sphériques introduits par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*, plus précisément avec un des termes employés par Ptolémée, que le traducteur arabe a rendu par الدف (*tambourin*)[100], alors que Ptolémée cherche à faire comprendre ce qu'il décrit. Ainsi cette nouvelle lecture du paragraphe [2] de la scholie donne tout son sens à la référence précise faite par son auteur à une des principales spécificités du livre II du *Livre des Hypothèses*. Il s'agit donc là non seulement d'une autre confirmation du fait que le *Livre des Hypothèses* était bien disponible dans le cercle de l'école d'Alexandrie au tournant des Ve et VIe siècles, mais également d'une information précieuse quant à la circulation partielle et indirecte du contenu du *Livre des Hypothèses* indépendamment de la circulation du traité de Ptolémée lui-même.

5.6 Conclusions sur la circulation du *Livre des Hypothèses* avant le viiie siècle

Ce passage en revue des traces du *Livre des Hypothèses* dans les textes de l'Antiquité tardive amène plusieurs conclusions. La première est l'assurance d'un accès au traité complet de Ptolémée au moins jusque durant la première partie du VIe siècle dans le contexte néo-platonicien des écoles d'Athènes et d'Alexandrie et que ce texte faisait partie du corpus de textes astronomiques dans lequel les philosophes pouvaient puiser des arguments.

100. Ce terme est rendu en allemand par *Tamburin* et en espagnol par *tambor*, cf. Ptolémée 1907, t. 2, p. 113 et Ptolémée 1987, p. 93. Il s'agit du même passage dans lequel Ptolémée mentionne les pesons de Platon, cf. *supra* page 100.

En effet il ressort de l'étude des textes de Proclus que l'argumentation déployée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* pour justifier l'arrangement des astres errants est connue et adroitement critiquée: sans remettre en cause le principe des sphères emboîtées, Proclus réfute le caractère nécessaire de la correspondance exacte supposée par Ptolémée entre la largeur de la zone dédiée à un astre avec le rapport de ses distances extrémales. Cependant nous avons vu plusieurs indices clairs du fait que les distances calculées par Ptolémée dans la partie (I.2) n'étaient pas les seules à circuler et qu'en particulier était disponible un rapport des distances extrémales de Mercure plus conforme à celui qui se déduit du modèle géométrique démontré par Ptolémée dans l'*Almageste*. Un argument formulé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* est intégré aux réflexions cosmologiques de Proclus et de Simplicius, qui cette fois prennent appui sur Ptolémée pour faire valoir leur opinion : il s'agit du caractère superflu des sphères tournant en sens inverses mentionnées par Aristote dans la *Métaphysique*.

Cependant l'utilisation dans des débats philosophiques de ces deux seuls arguments, certes formulés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* mais constituant en quelque sorte des résultats secondaires obtenus en chemin, éclipse complètement l'objet principal de ce traité et sa cohérence, à savoir produire les éléments théoriques nécessaires à la réalisation d'un instrument astronomique nouveau qui permettrait de rendre compte de l'ensemble des phénomènes liés aux astres et particulièrement aux astres errants. Il est en effet impossible, pour qui ne disposerait que des indices textuels figurant dans les textes de Proclus et de Simplicius, de discerner l'objet de l'investigation menée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

D'autre part la présence dans des scholies à l'*Almageste* de dimensions célestes, certes distinctes de celles produites par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* mais sans doute déterminées en appliquant sa méthode à partir de rapports corrigés, ainsi que d'une référence explicite aux prismes sphériques décrits par Ptolémée dans le livre II, atteste de la circulation d'une partie du contenu du *Livre des Hypothèses* indépendamment du texte de Ptolémée et il fait peu de doute que cette scholie ne constitue pas un cas unique. En effet, il est évident que le matériel recueilli ici ne recouvre

pas l'ensemble des textes ou des cours qui ont contribué à transmettre tout ou partie du contenu du *Livre des Hypothèses*. Il suffit pour s'en convaincre de signaler que nous n'avons trouvé aucune mention des diamètres apparents des astres, dont la connaissance est pourtant essentielle à la détermination de la taille des astres une fois leurs distances calculées, alors que ces valeurs se retrouveront parfaitement conservées dans la grande majorité des textes arabes de notre corpus rédigés entre le milieu du IX^{e} siècle et le milieu du XI^{e} siècle. Or ce mode de circulation du contenu du *Livre des Hypothèses*, que l'on peut qualifier d'informel, est parfaitement compatible avec les nombreuses contradictions qui se feront jour dans notre chapitre 7 dès lors que l'on s'interroge sur la connaissance de l'existence même du *Livre des Hypothèses* par les auteurs des textes arabes de notre corpus alors qu'ils en reproduisent parfois exactement certains résultats et certaines démonstrations.

Il apparaît donc que le texte grec du *Livre des Hypothèses* était encore en circulation à la fin du V^{e} siècle dans le cercle des philosophes néo-platoniciens d'Athènes et d'Alexandrie. Nous n'avons par contre trouvé aucun indice quant à une circulation ultérieure de l'intégralité du traité de Ptolémée. Nous avons également pu établir que la stratégie de résolution du problème du rang du Soleil ainsi que les dimensions célestes ont fait l'objet de commentaires dès avant le VI^{e} siècle, commentaires qui ont donc pu véhiculer plus ou moins fidèlement une partie du contenu du *Livre des Hypothèses*. De façon encore plus partielle, des bribes du contenu du *Livre des Hypothèses* ont circulé avec les textes du corpus ptoléméen sous forme de scholies ou intégrées à des introductions à l'astronomie ptoléméenne. L'étude des sources des textes arabes de notre corpus, que nous mènerons dans la seconde partie apportera, comme résultats secondaires mais néanmoins importants du point de vue historique, des éclairages nouveaux sur ces questions.

Deuxième partie

La tradition des textes arabes sur l'arrangement des astres et les dimensions célestes

Chapitre 6

Présentation du corpus de textes

L'objectif de cette seconde partie est de tirer profit à des fins épistémologiques des éléments historiques rassemblés dans la partie précédente et ce relativement aux deux questions sur lesquelles nous avons centré nos travaux : l'influence du *Livre des Hypothèses* sur les traités arabes d'astronomie rédigés avant le XI^e^ siècle et la possibilité de distinguer plusieurs traditions conceptuelles durant cette période. Il n'est pas ici question d'aborder ces questions dans leur généralité, mais seulement de nous appuyer sur une lecture attentive d'un corpus de textes traitant de questions suffisamment étroites pour qu'il soit possible d'en circonscrire les sources et les influences de façon à mieux pouvoir en dégager des caractéristiques épistémologiques. Il s'agit donc en premier lieu d'une analyse des arguments employés par divers auteurs ainsi que du statut qu'ils accordent à ces arguments les uns vis-à-vis des autres.

Pour se faire nous avons délimité un corpus en nous basant sur plusieurs critères scientifiques. Le premier critère porte sur le contenu des textes qui doivent traiter de l'arrangement des astres et (ou) de la quantification des dimensions célestes et plus précisément de la distance à la Terre et la taille des planètes, voire des étoiles fixes. Ce thème constitue en effet un champ d'investigation mêlant par nature des arguments observationnels, mathématiques et physiques. Le second critère est la période de rédaction de ces textes : entre le milieu du IX^e^ siècle et le milieu du XI^e^ siècle. Cette période correspond à ce que Morelon a appelé la première phase de l'astronomie arabe[1], ou du moins à la partie de cette période pour laquelle nous disposons de textes complets et non de fragments en permettant pas une analyse épistémologique. C'est durant cette période que se sont élaborés les éléments qui serviront de point d'appui à la refondation de l'astronomie engagée par les astronomes de Marāgha aux XIII^e^ et XIV^e^ siècles[2]. Les premiers textes arabes d'astronomie, rédigés à la fin du VIII^e^ siècle, se sont appuyés sur des sources variées, que nous avons étudiées dans la première partie. Cependant ces textes ne nous sont pas parvenus, mais ils ont servi de bases aux textes de la première moitié du IX^e^ siècle qui constituent les plus anciens textes de notre corpus et qui ont donc été rédigés alors que l'astronomie de Ptolémée devenait la

1. Cf. Morelon 1997b, p. 32.
2. Cf. Saliba 1997, p. 99-131.

référence principale des travaux d'astronomie théorique. Le troisième critère est d'ordre qualitatif car, afin de voir la situation sous plusieurs angles, nous avons rassemblé des textes que l'on peut considérer comme des travaux de premier plan et des textes de synthèse ou d'introduction de ce thème à destinations de lecteurs de niveau d'instruction et de maîtrise divers. Le corpus ainsi délimité, nous avons dû faire des choix de façon à restreindre le nombre de textes analysés en abandonnant l'idée d'une exhaustivité qui ne serait de toute façon que d'apparence étant donné le faible rapport entre le nombre de textes qui nous sont parvenus et celui des textes qui ont été effectivement rédigés durant cette période. Nous avons effectué la sélection des textes selon les critères précédents en amont de notre travail d'analyse et il est certain que certains textes auraient eu toute leur place dans le cadre de cette étude[3].

6.1 Présentation synthétique des textes du corpus et de la grille de lecture adoptée

Dans le présent chapitre, les textes du corpus seront étudiés dans l'ordre chronologique de la date supposée de leur rédaction. Les textes du corpus, rédigés entre les IX^e^ et XI^e^ siècles, nous sont accessibles sous une forme qui est le fruit de processus de transmission complexes. Pour permettre l'exploitation de leur contenu à des fins épistémologiques, il nous paraît donc indispensable d'indiquer aussi précisément que possible les informations que nous avons sur l'identité de leur auteur, leur date de rédaction ainsi que sur la tradition manuscrite et les éditions dont ils ont fait l'objet.

Nous avons regroupé dans le tableau ci-dessous les données permettant un accès rapide à chacun des textes et à son contexte de rédaction : le titre du texte que nous avons retenu ; l'identité de l'auteur ; un encadrement de la date de rédaction ; la nature du texte selon qu'il s'agit d'un texte d'in-

3. C'est en particulier le cas du traité *Tarkīb al-aflāk* d'al-Sijzī (*ca.* 970) dont le manuscrit de Leyde (Al-Sijzī 1248) montre que les dimensions célestes sont mentionnées dans les figures représentant les modèles géométrique de chaque planète, fait unique à notre connaissance, mais nous n'avons pu consulter ce manuscrit que trop tardivement pour en intégrer l'analyse à notre étude. Pour des informations sur ce traité, cf. Mahdavi 2021.

troduction à l'astronomie théorique (*Intro.*), d'un traité dédié au traitement des questions concernant les distances et les tailles des astres (*Dédié*) ou d'un chapitre spécifique d'un ouvrage scientifiquement ambitieux (*Chap.*) ; les références tirées de la bibliographie que nous avons privilégiées pour la consultation des textes. Ces informations seront justifiées dans le corps du chapitre pour chacun des textes du corpus :

N°	Titre	Auteur	Date	Type	Références
1	*Les Trente chapitres*	Al-Farghānī	833-858	Intro.	Al-Farghānī 2012 Al-Farghānī 1943
2	L'*Almageste simplifié*	Thābit	845-858	Intro.	Morelon 1987
3	*Traité d'astronomie*	?	860-873	Intro.	Ms. Arch. Seld. 11
4	*Zīj al-Ṣābi'*	Al-Battānī	$\simeq$ 911	Chap.	Al-Battānī 1899-1907
5	*Sur les distances ...*	Al-Qabīṣī	945-967	Dédié	Al-Qabīṣī 2014
6	*Sur les distances ...*	Al-Ṣaghānī	$\simeq$ 985	Dédié	Al-Ṣāghānī 2014
7	*Sur les quantités ...*	Kūshyār	1003-1025	Dédié	Kūshyār 2012
8	*Al-Qānūn al-Mas'ūdī*	Al-Bīrūnī	$\simeq$ 1030	Chap.	Partie 2

La méthode retenue consiste à procéder à une lecture linéaire de chacun des textes du corpus, de façon à extraire les données pertinentes concernant le thème *« Ordonner et Mesurer »*, les mentions explicites de recours à l'observation dans la justification des résultats, ainsi que les éléments nécessaires aux discussions relatives aux sources de ces textes et à leurs relations mutuelles que nous réservons pour les deux chapitres suivants. En vue de l'analyse épistémologique que nous entreprendrons dans les deux derniers chapitres, nous allons donc relever et contextualiser les passages en rapport avec le thème *« Ordonner et Mesurer »* dans chacun des sept textes du corpus antérieur à *al-Qānūn al-Mas'ūdī* pour lequel nous renvoyons à l'édition et à la traduction en annexe de ce travail.

« Ordonner » regroupe les passages fournissant ou indiquant comment obtenir des données qualitatives sur :

- l'arrangement des astres selon l'ordre croissant de leur éloignement de la Terre. Selon les textes, cet arrangement est explicitement formulé ou

pas ; lorsqu'il l'est, il peut être pris comme une donnée *a priori* ou comme le fruit d'observations ou encore être considéré comme une conséquence de calculs numériques.

• les arrangements, partiels et total, des astres selon leur volume. Ces arrangements peuvent être donnés *a priori*, tirés directement d'observations ou déduits de résultats numériques.

« Mesurer » regroupe les passages fournissant ou indiquant comment obtenir des données quantitatives sur :

• les distances entre la Terre et les astres. Selon les textes, les auteurs précisent la méthode utilisée et/ou explicitent la méthode des sphères emboîtées et/ou détaillent les calculs ayant permis d'aboutir aux valeurs de distance présentées.

• les tailles des astres et de la sphère des fixes. Les dimensions mentionnées (rayon, diamètre, volume, surface, longueur d'arc, *etc.*) ainsi que le degré d'explicitation et de mise en œuvre des méthodes permettant de les obtenir varient selon les textes.

Les valeurs numériques présentes dans chaque texte seront ensuite réunies dans deux tableaux, l'un pour les distances des astres et l'autre pour leurs tailles. Bien que les auteurs ne fournissent pas les résultats sous la même forme, nous avons choisi de proposer des tableaux similaires pour chacun des textes de façon à en faciliter la comparaison. Cependant il faut noter dès à présent que les valeurs numériques indiquées dans les manuscrits sont très souvent corrompues, ce qui renforce l'importance de l'analyse des arguments et des méthodes que nous conduirons plus loin.

Dans le cas du texte 1, l'ampleur des traditions manuscrites arabes et latines rend indispensable une mise en perspective de l'histoire du texte qui a conduit à deux éditions critiques, l'une du texte arabe et l'autre du texte latin, toutes deux répondant aux critères d'exigence scientifique actuels mais pourtant en désaccord sur de nombreux points y compris dans les chapitres relatifs à notre thème d'étude.

Lorsque les textes ont fait l'objet d'une édition critique répondant aux standards actuels, c'est le cas des textes 2, 4, 5, 6 et 7, on renverra rapidement à ces éditions pour les détails de leur élaboration.

Le cas du texte 3 est tout autre puisqu'il s'agit d'un texte qui n'a jamais été édité et dont l'identité de l'auteur est sujette à débat. Pour ce texte, il a semblé nécessaire de proposer un résumé succinct de la totalité de son contenu de façon à pouvoir mieux exploiter les passages pertinents pour notre travail.

Enfin le texte 8, le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī, est le texte qui clôt notre période d'étude et dont nous avons souligné l'importance dans l'introduction. L'annexe étant entièrement dédiée à son édition critique, à sa traduction et à son commentaire, il nous a semblé préférable d'y renvoyer pour la présentation de ce texte et de son auteur.

6.2 Texte 1 : les *Trente chapitres* d'al-Farghānī

6.2.1 L'auteur

Son nom atteste qu'Abū al-'Abbas Aḥmad ibn Muḥammad ibn Kathīr al-Farghānī est issu d'une famille originaire de la vallée de Farghana, à l'extrémité Nord-Est du califat auquel elle n'a été rattachée, et arabisée, qu'une ou deux générations avant la naissance de notre auteur[4]. al-Farghānī a été actif dès le règne du calife al-Ma'mūn (813-833). Selon al-Bīrūnī, il aurait ainsi pris part avec Moḥammad al-Khwārizmī et Yaḥyā ibn Abī Manṣūr à une campagne d'observations s'étant déroulée à Bagdad puis aurait conduit de nouvelles observations avec Khālid al-Marwarrūdī à Damas[5]. Sa présence est également signalée en Egypte où il aurait dirigé en 861, à la demande du calife al-Mutawakkil (847-861), les travaux de construction d'un canal à

4. Cf. Bregel 2003, p. 16-20. La province de Farghana est répartie actuellement entre l'Ouzbékistan, le Kirghizistan et le Tadjikistan.

5. Cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 179-180.

Fustat (près du Caire)[6]. Il aurait en outre participé à une expédition dans la plaine du Sinjar (en Syrie actuelle) ayant pour but de déterminer la longueur d'un degré de méridien terrestre[7].

Al-Farghānī a rédigé plusieurs écrits dans le domaine de l'astronomie. Parmi ceux-ci, signalons un commentaire, rédigé aux alentours de 830 et aujourd'hui perdu, sur le zīj d'al-Khwārizmī[8], ainsi qu'un traité sur l'astrolabe[9], vraisemblablement rédigé peu après l'année 856 puisqu'il contient la table des étoiles fixes correspondant à cette date. Le texte qui nous intéresse particulièrement, et dont nous détaillerons l'histoire dans la section suivante, est un traité dont les témoins manuscrits arabes et latins portent des titres divers, nous l'appellerons dans la suite *Les trente chapitres* (voir *infra*, section 6.2.2). Notre étude de ce texte s'appuiera principalement sur l'édition critique du texte arabe d'Unat (Al-Farghānī 2012) ainsi que sur l'édition critique du texte latin de Carmody (Al-Farghānī 1943)[10].

6. Cf. Sabra 1971 ; Abdukhalimov 1999, p. 142-146 ; Al-Farghānī 2005, p. 4-6.

7. Cette dernière information est également rapportée par al-Bīrūnī. Cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 179-180.

8. Il semble que nous puissions avoir un accès de manière indirecte à ce commentaire. Celui-ci serait en effet une des principales sources du commentaire au zīj d'al-Khwārizmī rédigé par Ibn al-Mutthanā au x^e^ siècle dont les traductions en latin et en hébreu ont permis à Goldstein de proposer une reconstruction du zīj d'al-Khwārizmī, cf. Ibn al-Muthannā 1967, p. 5-6. Une deuxième reconstruction du zīj d'al-Khwārizmī s'appuie quant à elle sur une traduction latine, datée du début du xii^e^ siècle, d'un commentaire du zīj d'al-Khwārizmī rédigé par Maslama al-Majrīṭī au tout début du xi^e^ siècle. Cette traduction latine, attribuée sans certitude à Adélard de Bath, a donné lieu à une édition critique de Suter, puis à une traduction anglaise commentée de Neugebauer, cf. Suter 1914 et Neugebauer 1962.

9. Ce traité a été édité et traduit en anglais par Lorch : cf. Al-Farghānī 2005.

10. Il faut noter qu'Unat a accompagné son édition d'un commentaire détaillé en turc que nous n'avons pas pu exploiter.

6.2.2 Histoire du texte

Les trente chapitres rédigés par al-Farghānī ont sans doute circulé sans titre dès leur rédaction. Ceci est en effet la meilleure justification de la pluralité des titres que portent les témoins manuscrits arabes[11] et latins[12], ainsi que des divergences d'appréciation sur ce sujet parmi les bibliographes médiévaux et contemporains[13]. Comme nous l'avons indiqué plus haut, nous utiliserons le titre *Les trente chapitres* pour désigner ce texte d'al-Farghānī. En effet, la plupart des manuscrits arabes commencent par la liste des trente chapitres qui composent le texte, ce qui est en soi une spécificité de ce texte.

11. Les témoins manuscrits arabes du traité d'al-Farghānī portent ainsi huit titres différents : *Kitāb fī uṣūl 'ilm al-nujūm* (Précis d'astronomie) selon les manuscrits du Caire (mīqāt 944), copié aux alentours de 1911, d'Istamboul (Carullah 1279/33), copié aux alentours de 1478, et de Saint Petersbourg (B 3059/3) ; *Kitāb fī'l-ḥarakāt al-samāwiyya wa jawāmi' 'ilm al-nujūm* (Sur les mouvements célestes - Recueil d'astronomie) selon les manuscrits d'Oxford (I 879/1 et Bodlean MS Arch. Seldon 11), le second copié aux alentours de 1288, d'Amsterdam (47), de Dublin (Chester Beatty 4114), copié aux alentours de 1339, de Leyde (8418/5) et de Tunis(Nat. 02103/1) ; *Kitāb jawāmi' 'ilm al-nujūm* (Recueil d'astronomie) selon les manuscrits du Caire (mīqāt 194/1), copié aux alentours de 1471, et de Moscou (154/2) ; *al-Fuṣūl madkhal li'l-Majisṭī wa huwā thalāthūna faṣlan* (Cours d'introduction à l'Almageste, en trente chapitres) selon les manuscrits d'Istamboul (Ayasofya 2843/2), copié aux alentours de 1273, et de Téhéran (Dānishgāh Ms 2031), copié aux alentours de 1621 ; *Tarkīb al-aflāk* (Synthèse d'astronomie) selon le manuscrit de Bagdad (2959) ; *Al-Majisṭī* (L'Almageste) selon le manuscrit de Princeton (Garret 967), copié aux alentours de 1657 ; *'Ilm al-hay'a* (Astronomie) selon le manuscrit marocain (Zāwiya 5b); *Hay'a al-Farghānī* (L'astronomie d'al-Farghānī) selon le manuscrit de Paris (2504/03), copié aux alentours de 1760 . Cf. Brockelmann 1898-1942, t. Sup. 1, p. 393 ; Sezgin 1978, p. 149-151 ; Sabra 1971 ; Abdukhalimov 1999 ; Rosenfeld et Ihsanoğlu 2003, p. 32-33.

12. Les trois titres latins les plus fréquents sont *Differentie Scientie Astrorum*, *Alfragani astronomorum perissimi compendium* et *Liber de Aggregationibus Scientie Stellarum et Principiis Celestium*. Voir *infra* pour des détails sur la transmission latine du texte d'al-Farghānī.

13. Dans les traités des bibliographes on trouve par exemple : *Les chapitres, condensé de l'Almageste* dans Ibn al-Nadīm 1971, p. 337 ; *Les chapitres* dans Al-Qifṭī 1903b, p. 238 ; *Les trente chapitres* dans Khalīfā 1835, p. 438-439.
Pour une esquisse des divergences contemporaines sur cette question, cf. Dodge 1970, p. 660 et Sabra 1971, p. 542.

De plus les bibliographes médiévaux, ainsi qu'al-Bīrūnī qui a commenté le texte d'al-Farghānī[14], emploient unanimement le terme *fusūl* (chapitres) lorsqu'ils désignent ce texte. Enfin l'analyse du contenu du texte montre qu'il ne s'agit pas d'un résumé de l'*Almageste* de Ptolémée comme le suggèrent certains titres puisque, outre le fait que l'ordre des sujets abordés ne suit pas celui de l'*Almageste*, al-Farghānī fournit les distances et les tailles des astres qui ne sont pas mentionnées dans l'*Almageste*[15].

Les *Trente chapitres* d'al-Farghānī ont eu une influence majeure sur l'astronomie latine[16] comme en témoigne par exemple la reprise de ses résultats quant à la distance et à la taille des planètes par Bacon dans son *Opus Majus*[17]. La date de certaines traductions latines est d'ailleurs plus ancienne que la date de copie des manuscrits arabes qui nous sont parvenus[18] et il est ainsi nécessaire de les prendre en considération[19].

---

14. Cf. Boilot 1955, p. 181.

15. La question des relations entre les *Trente Chapitres* d'al-Farghānī et le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée est discutée en détail dans le chapitre suivant.

16. Pour une description de la transmission de ce traité dans les langues vernaculaires d'Europe occidentale, voir Van Helden 1985, p. 33-40.

17. Cf. Bacon 1900, p. 234-235.

18. Le plus ancien des manuscrits arabes est celui d'Istamboul (Ayasofya 2843/2), copié dans la seconde moitié du XIII^e siècle, alors que les deux principales traductions de l'arabe au latin datent du XII^e siècle.

19. Il y a eu quatre principales traductions vers le latin du texte d'al-Farghānī, directement à partir de l'arabe ou via une traduction en hébreu. La première traduction de l'arabe au latin, sous le titre *Differentie Scientie Astrorum*, est attribuée à Jean de Séville qui, selon Woepcke, aurait achevé sa traduction le 11 mars 1135 (Woepcke 1862). Cette traduction a ensuite fait l'objet de trois éditions : à Ferrare en 1493 ; à Nuremberg en 1537; à Paris en 1546 sous le titre *Alfragani astronomorum perissimi compendium.* La deuxième traduction de l'arabe au latin, sous le titre *Liber de Aggregationibus Scientie Stellarum et Principiis Celestium*, a été réalisée de façon indépendante par Gérard de Crémone durant la seconde moitié du XII^e siècle. Elle a été éditée par Campani (Al-Farghānī 1910), à partir d'un seul manuscrit, dans le cadre de ses recherches sur l'œuvre de Dante (celui-ci cite en effet explicitement ce traité et l'utilise à de nombreuses reprises, cf. Moore 1903, p. 1-108). La troisième traduction vers le latin a été produite par Christmann en 1590, à partir d'une traduction en hébreu réalisée par Jacob Anatoli durant la première moitié du XIII^e siècle. Cette traduction en hébreu a par ailleurs eu une large diffusion et a fait l'objet de nombreux commentaires en hébreu. Selon Campani (Al-Farghānī 1910,

C'est par exemple le recours au corpus latin qui permet de déterminer que la rédaction des *Trente chapitres* est antérieure à celle du *Traité sur l'astrolabe* qui a été rédigé peu après l'année 856 comme nous l'avons mentionné plus haut. En effet, alors que le texte arabe[20] indique que du temps du calife al-Ma'mūn[21] des savants ont corrigé la valeur de l'obliquité de l'écliptique fournie par Ptolémée (23°;51) et l'ont mesurée égale à 23°;35, certains manuscrits latins[22] donnent cette valeur égale à 23°;33 et précisent de plus que c'est à Yaḥyā ibn Abī Manṣūr que serait due cette valeur. Or la plausibilité de l'authenticité de cette valeur est renforcée par deux témoignages précieux. Le premier est celui d'Ibn Rustah qui, dans un texte rédigé au début du Xe siècle, reproduit *in extenso* le chapitre cinq des *Trente chapitres* d'al-Farghānī et reprend cette valeur de 23°;33[23]. Le second témoignage est celui d'al-Bīrūnī qui nous apprend que Yaḥyā ibn Abī Manṣūr a effectivement obtenu 23°;33 comme résultat d'une campagne d'observation effectuée en 828 à la demande du calife al-Ma'mūn et qu'aucune des autres campagnes d'observation réalisées durant le règne d'al-Ma'mūn n'a abouti à un angle de 23°;33 ou de 23°;35[24]. Le texte d'al-Farghānī devait donc contenir la valeur 23°;33. La valeur 23°;35 n'est en fait pas attestée avant 857-858 et les observations réalisées séparément par les frères Banū Musā et par al-Battānī, et c'est elle que l'on trouve dans le *Traité sur l'astrolabe* d'al-Farghānī[25]. C'est donc bien de la prise en considération de la tradition latine que nous vient

p. 9-41), elle serait basée sur la traduction latine de Gérard de Crémone. Un sommaire détaillé et commenté de l'édition de Christmann a été rédigé par Delambre (Delambre 1819, p. 63-75). La quatrième traduction en latin est l'œuvre de Golius (Al-Farghānī 1669) qui la publie en 1669 conjointement avec la retranscription d'un manuscrit arabe dont la trace est actuellement perdue. Cf. Woepcke 1862 et Rosenfeld et Ihsanoğlu 2003, p. 32-33.

20. Al-Farghānī 2012, p. 61.

21. Cette information permet d'ailleurs d'établir que les *Trente chapitres* ont été rédigés après la mort d'al-Ma'mūn en 833.

22. Pour les détails des manuscrits concernés, cf. Al-Farghānī 1943, p. 9 et Al-Farghānī 1910, p. 74.

23. Cf. Ibn Rustah 1892, p. 16.

24. Al-Bīrūnī 1967, p. 60-61.

25. Al-Farghānī 2005, p. 11-12.

l'assurance qu'al-Farghānī a rédigé les *Trente chapitres* avant le *Traité sur l'astrolabe* et il s'avère donc indispensable de ne pas négliger cette tradition dans la suite de notre étude.

6.2.3 Ordonner et mesurer

Parmi les trente chapitres que compte le traité d'al-Farghānī, les chapitres XII, XXI et XXII sont directement en lien avec le thème de notre étude.

Le chapitre XII a pour titre : *Sur la description de la configuration et de l'agencement des sphères des astres, et sur le classement de leurs distances à partir de la Terre*[26]. Avant d'expliquer de façon générale le principe des excentriques et des épicycles[27], al-Farghānī indique d'emblée et sans justification l'arrangement des sept astres errants et des étoiles fixes dans l'ordre croissant de leurs distances à la Terre[28] :

> La plus proche de toutes est la sphère de la Lune, la deuxième celle de Mercure, la troisième celle de Vénus, la quatrième celle du Soleil, la cinquième celle de Mars, la sixième celle de Jupiter, la septième celle de Saturne et la huitième celle des étoiles fixes.

Il convient de remarquer que dans ce chapitre al-Farghānī ne mentionne aucune valeur pour les distances des astres alors que cette nuance entre classement des astres selon leurs distances à la Terre et valeurs de ces distances n'apparaît ni dans la description du chapitre par Sabra : *«The spheres of each of the planets and their distances from the earth»* (Sabra 1971, p. 542); ni

26. En effet le texte arabe du titre du chapitre est :
في صفة هيئة الفلاك الكواكب وتركيبها ومراتب ابعادها من الارض.
Pour le chapitre XII dans sa totalité, cf. Al-Farghānī 2012, p. 45-49 pour l'édition du texte arabe et Al-Farghānī 1943, p. 22-24 pour l'édition du texte latin.

27. La description des modèles de chacune des cinq planètes est l'objet du chapitre XIV, les proportions internes à ces modèles étant l'objet du chapitre XVI.

28. Traduction à partir du texte arabe (Al-Farghānī 2012, p. 46) :
اقربهم من الارض هي كرة القمر والثانية لعطارد والثالثة للزهرة والرابعة للشمس والخامسة للمريخ والسادسة للمشتري والسابعة لزحل والثامنة للكواكب الثابتة.

dans la traduction anglaise du titre fournie par Abulkhalimov : *«On the description of the spheres of the planets, their configuration, and their distances from the earth»* (Abdukhalimov 1999, p. 151).

Le chapitre XXI est intitulé *Sur l'ampleur des distances des astres errants et fixes à la Terre*[29]. al-Farghānī commence par indiquer que Ptolémée n'a déterminé que les distances de la Lune et du Soleil[30] :

> Après avoir décrit la place des astres dans leur arrangement, nous décrivons les valeurs de leurs distances à la Terre. Ptolémée a démontré la valeur de la distance du Soleil et de la Lune dans son livre et pas davantage : nous n'y avons pas trouvé mention des distances des autres astres.

al-Farghānī expose ensuite la méthode des sphères emboîtées qui permet de déterminer de proche en proche, de la Lune aux étoiles fixes, les distances des astres à la Terre en utilisant les rapports entre les distances relatives extrémales issus du modèle géométrique de chaque astre errant[31] :

> Si nous posons que la plus grande distance de la Lune, [tirée] de la réunion de ces deux sphères – c'est-à-dire l'excentrique et l'épicycle – est la plus petite distance de Mercure, et que nous

29. Nous rendons ici le texte arabe (Al-Farghānī 2012, p. 73) :
في مساحة ابعاد الكواكب الجارية والثابتة من الارض.
Pour le chapitre XXI dans sa totalité, cf. ibid., p. 73-75 pour l'édition du texte arabe et Al-Farghānī 1943, p. 38-39 pour l'édition du texte latin.

30. Al-Farghānī 2012, p. 73 :
ومن بعد وصفنا عدة الكواكب على مراتبها فلنصف مقادير ابعادها من الارض أما بطلميوس فانه بين في كتابه مقدار بعد الشمس والقمر فقط ولم نجده ذكر ابعاد ساير الكواكب.
Pour les méthodes et les résultats de Ptolémée tant dans l'*Almageste* que dans le *Livre des Hypothèses*, voir *infra* chapitres 3 et 4.

31. ibid., p. 73-74 :
واذا جعلنا ابعد بعد القمر من فلكيه جميعا اعنا الفلك الخارج المركز والتدوير هو اقرب بعد عطارد واستعملنا تلك النسب التي قدمناها وفعلنا مثل ذلك بعطارد والزهرة وجدنا ابعد بعد الزهرة من الفلكين جميعا هو اقرب بعد الشمس الذي بينه بطلميوس واستدللنا بذلك على انه لاخلاف بين الافلاك ثم كذلك فعلنا بالكواكب الباقية الى ان انتهينا الى فلك الكواكب الثابتة الذي مركزه مركز الارض.

> appliquons cela au rapport auquel nous étions arrivé, et si nous faisons de même pour Mercure et Vénus nous trouvons que la plus grande distance de Vénus à partir de la réunion de ces deux sphères est la plus petite distance du Soleil démontrée par Ptolémée et nous en déduisons la succession des sphères[32]. Nous procédons ensuite de la même façon avec les astres restants jusqu'à aboutir à la sphère des étoiles fixes dont le centre est le centre de la Terre.

Enfin il indique les résultats obtenus sans en détailler les calculs. Les distances sont d'abord exprimées en rayons terrestres puis en milles, un rayon terrestre étant pris égal à 3250 milles. Pour conclure, al-Farghānī déduit du rayon de la sphère des étoiles fixes la circonférence de cette sphère (avec $\pi \simeq 3\frac{1}{7}$) puis la distance correspondant à la longueur d'un arc d'un degré parcouru sur cette circonférence.

Le chapitre XXII est intitulé *Sur la taille des astres et le rapport à la taille de la Terre de chacun d'entre-eux*[33]. De la même façon que dans le chapitre XXI, al-Farghānī commence par indiquer que Ptolémée n'a déterminé ces grandeurs que dans les cas de la Lune et du Soleil et en rappelle les valeurs. Il indique ensuite les rapports des diamètres apparents des planètes (lorsqu'elles

32. L'édition latine, cf. (Al-Farghānī 1943, p. 38), donne une autre leçon concernant la dernière partie de cette phrase : *«Et hoc indicio precepimus quod nulla vacuitas sit inter circulos.»*. Ce que l'on peut traduire par : *«Ces informations nous apprennent qu'il n'y a pas de vide entre les sphères»*. On trouve d'ailleurs dans le texte arabe édité par Golius une leçon similaire (non mentionnée dans l'édition critique d'Unat), puisqu'on y lit لا خلا (*pas de vide*) à la place de لاخلاف (littéralement *sur les successeurs* que nous avons rendu par *sur la succession*). Étant donné que les calculs sont basés sur la méthode des sphères emboîtées qui présuppose l'absence de vide entre les sphères, il semble cohérent que la conclusion du raisonnement porte non sur cette absence de vide mais bien sur l'ordre des astres et en particulier sur le rang du Soleil qui apparaît souvent comme une question difficile à trancher. Ceci justifie notre choix de traduction. Pour une discussion approfondie sur la question du rang du Soleil, voir *infra* chapitre 4.

33. Nous rendons ici le texte arabe (Al-Farghānī 2012, p. 75) :

في مساحة الكواكب ومقدار مساحة الارض من مساحة كل كوكب منها.

Pour le texte du chapitre XXII, cf. ibid., p. 75-77 et Al-Farghānī 1943, p. 39-40.

sont à leur distance moyenne de la Terre) au diamètre apparent du Soleil[34], puis les rapports des diamètres réels des planètes au diamètre de la Terre[35]. al-Farghānī donne alors les rapports des volumes des planètes et des étoiles fixes (subdivisées en six catégories) au volume de la Terre.

Enfin al-Farghānī conclut ce chapitre en donnant un classement des astres selon l'ordre décroissant de leur volume : le Soleil ; les quinze étoiles fixes de première magnitude ; Jupiter ; Saturne ; les autres étoiles fixes selon l'ordre décroissant de leurs magnitudes ; Mars ; la Terre ; Vénus ; la Lune ; Mercure.

Les distances et les tailles obtenues par al-Farghānī sont résumées dans les tableaux ci-dessous :

Astre	Distances en rayons terrestres	Distances en milles
$Lune_{min}$	$33\frac{1}{2}\frac{1}{20} = 33;33$	109 037
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	$64\frac{1}{6} = 64;10$	208 542
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	167	542 750
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1 120	3 640 000
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 220	3 965 000
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 876	28 847 000
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	1 4405	46 816 250
$Saturne_{Max} = Fixes$	20 110	65 357 500

34. Les rapports fournis par al-Farghānī sont exactement ceux que Ptolémée mentionne dans le *Livre des Hypothèses*. Cf. Ptolémée 1993, p. 72-74.

35. À partir des données fournies par al-Farghānī, plusieurs méthodes conduisent au résultat. Voir par exemple la méthode utilisée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, cf. infra chapitre 4 ; ou un comparatif de différentes méthodes rédigé par al-Bīrūnī dans *al-Qānūn al-Mas'ūdī* X.6, cf. *infra* pages 476 et suivantes pour une traduction du texte d'al-Bīrūnī. De façon plus générale, cette question sera étudiée en détail dans le chapitre 9.

En ce qui concerne les distances reportées dans ce tableau, les valeurs fournies par Carmody et Unat sont concordantes[36], à l'exception de la distance minimale de la Lune exprimée en milles pour laquelle Unat donne 109 026 milles. Comme le produit de $33\frac{1}{2}\frac{1}{20}$ par 3250 donne $109037\frac{1}{2}$, nous avons reproduit ici la valeur mentionnée par Carmody dans son édition latine.

En ce qui concerne les tailles des astres reportées dans le tableau suivant, les valeurs fournies par Carmody et Unat sont généralement concordantes, les deux exceptions repérées concernent les volumes de Saturne et des étoiles fixes de magnitude III :

Astres	Diamètre apparent en diamètres apparents du Soleil	Diamètre réel en diamètres réels de la Terre	Volume en volumes réels de la Terre
Lune		$\frac{1}{3\frac{2}{5}}$	$\frac{1}{39}$
Mercure	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{22\ 000}$
Vénus	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3\frac{1}{3}}$	$\frac{1}{37}$
Soleil	1	$5\frac{1}{2}$	166
Mars	$\frac{1}{20}$	$1\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$	$4\frac{1}{2}+\frac{1}{16}$	95
Saturne	$\frac{1}{18}$	$4\frac{1}{2}$	91
Fixes I	$\frac{1}{20}$	$4\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	107
Fixes II			90
Fixes III			72
Fixes IV			54
Fixes V			36
Fixes VI			18

36. On notera cependant que les manuscrits arabes et latins contiennent de nombreuses variantes en ce qui concerne les distances des planètes, cf. Campani 1910, p. 244.

Il faut cependant noter que les valeurs varient considérablement selon les manuscrits. Sabra[37] signale par exemple que le rapport du diamètre réel de Mercure à celui de la Terre prend au moins quatre valeurs différentes ($\frac{1}{28}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{18}$), Golius reproduisant même $\frac{1}{18}$ dans son texte latin et $\frac{1}{28}$ dans son texte arabe. C'est la reconstruction des calculs par Swerdlow[38] mise en regard des variantes signalées par Carmody qui nous permet ici de valider les choix d'édition faits par Unat.

Pour conclure, les *Trente chapitres* d'al-Farghānī peuvent être considérés comme un traité d'introduction à l'astronomie. Les questions de l'arrangement, des distances et des tailles des astres sont traitées dans des sections distinctes. L'ordre des astres est dans un premier temps donné, puis confirmé par la concomitance de la distance maximale de Vénus et de la distance minimale du Soleil. Les méthodes utilisées pour calculer les distances et les tailles sont exposées mais leur mise en œuvre n'est pas détaillée. Les résultats sont exploités pour donner un classement des astres selon leur taille ainsi qu'une estimation de la longueur d'un degré d'arc sur la sphère céleste. al-Farghānī ne mentionne l'observation dans aucun des trois chapitres dans lesquels est traité le thème de notre étude.

37. Cf. Sabra 1971, p. 543.
38. Cf. Swerdlow 1968, p. 173-174.

6.3 Texte 2 : l'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra

6.3.1 L'auteur et l'histoire du texte

Thābit ibn Qurra (*ca.* 830 - 901) est né et a vécu à Ḥarrān au sein d'une communauté de langue syriaque[39] avant de devenir un membre éminent des cercles savants de Bagdad durant la seconde partie de sa vie[40]. À partir de son introduction à Bagbad par l'intermédiaire de Muḥammad ibn Mūsā ibn Shākir[41], Thābit ibn Qurra s'est illustré par la révision de traductions[42] et

39. Actuellement en Turquie, à proximité de la frontière syrienne, la ville de Ḥarrān est connue pour avoir été, jusqu'au milieu du X^e^ siècle, le siège de la communauté sabéenne, à laquelle l'appartenance de Thābit est attestée. Pour une approche des conceptions philosophiques des sabéens de Ḥarrān, cf. Corbin 1986, p. 183-187. Pour une discussion sur le rôle des doctrines sabéennes dans le processus de développement du corpus scientifique en arabe, cf. Gutas 1998, p. 104.

40. Les informations biographiques dont nous disposons sur Thābit ibn Qurra proviennent pricnipalement des biobibliographes Ibn al-Nadīm (Ibn al-Nadīm 1971), al-Qifṭī (Al-Qifṭī 1903b) et Ibn Abī Uṣaybi'a (Ibn Abī Uṣaybi'a 1882-84) et s'avèrent parfois contradictoires. Pour une synthèse et une mise en perspective de ces informations, cf. R. Rashed 2009 ainsi que la note 10 page 142 de R. Rashed 1996 qui décrit notre manque d'information sur la formation dans le domaine des sciences mathématiques que Thābit aurait pu recevoir à Ḥarrān.

41. Le bibliographe al-Qifṭī rapporte que Thābit aurait par la suite rédigé des abrégés d'astronomie à destination des enfants de Muḥammad ibn Mūsā dont il aurait été le précepteur. Cf. Al-Qifṭī 1903b, p. 120, cité par Rashed (R. Rashed 1996, p. 141).

42. En relation directe avec le thème de notre étude, signalons la révision de la traduction de l'*Almageste* de Ptolémée réalisée par Isḥaq ibn Ḥunayn. Cette révision a circulé sous le nom de version Isḥaq-Thābit et a sans doute été entre les mains de la plupart des acteurs postérieurs du développement de l'astronomie arabe. D'autre part Thābit ibn Qurra a peut-être révisé une traduction du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, c'est en tous cas ce qu'indique le copiste du manuscrit *Leiden Or. 180*, cf. Ptolémée 1967, p. 5. Enfin on peut également signaler que Thābit a révisé la traduction, attribuée à Qusṭā ibn Lūqā, du traité d'Aristarque *Sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune* (Berggren et Sidoli 2007, p. 235-236).

la traduction[43] vers l'arabe de textes grecs et syriaques dans des domaines variés, ainsi que par la composition d'œuvres originales de premier plan tant en mathématique qu'en astronomie. Il faut noter ici que le renom des travaux de Thābit parmi ses successeurs a été tel que nombre de traités lui ont été par la suite attribués de façon fautive tant dans le contexte arabe que latin[44]. En ce qui concerne sa contribution à l'astronomie, les huit textes de Thābit qui nous sont parvenus[45] ont été édités et commentés par Morelon (Morelon 1987).

L'Almageste simplifié est le premier traité de l'édition de Morelon[46] et c'est le seul des traités de Thābit ibn Qurra qui contient des éléments significatifs pour notre étude[47]. Pour circonscrire la date de rédaction de *L'Almageste simplifié*, on peut utiliser le même argument qui nous a permis d'encadrer la date de rédaction des *Trente chapitres* d'al-Farghānī[48]. En effet

43. Les traductions de Thābit sont souvent enrichies de contenus mathématiques, c'est d'ailleurs en remarquant des théorèmes originaux dans un manuscrit de l'*Almageste* que Grupe a pu récemment établir l'existence et la circulation d'une traduction de l'*Almageste* réalisée par Thābit ibn Qurra, cf. Grupe 2012 et Grupe 2020.

44. Pour la liste des travaux de Thābit en astronomie, cf. Al-Qifṭī 1903b, p. 115-120 et Morelon 1987, p. xiv-xviii.

45. Plusieurs autres textes d'astronomie ont été attribué à Thābit ibn Qurra, en particulier dans la tradition manuscrite latine. Ces textes latins ont été édités par Carmody (Carmody 1960).

46. L'apparat critique fourni par Morelon atteste d'un bon accord entre les trois témoins manuscrits sur le titre du texte de Thābit, le manuscrit de Téhéran ajoutant cependant le terme قراءة (lecture) dans le titre du traité : تسهيل قراءة المجسطي (facilitation de la lecture de l'*Almageste*), cf. Morelon 1987, p. 2. C'est d'ailleurs cette nuance qui transparaît dans le titre du texte latin édité par Carmody : *De hiis que indigent expositione antequam legatur almagesti* (Des choses qui doivent être exposées avant de lire l'*Almageste*). C'est également sous ce titre que Bacon renvoie au traité de Thābit, cf. Bacon 1900, p. 234-235. Quoiqu'il en soit, le titre du texte dans la tradition manuscrite semble davantage tenir d'une description du contenu du texte ajoutée par les copistes que d'un choix originel de Thābit.

47. Signalons ici que parmi les œuvres astronomiques de Thābit, Carmody a édité un texte latin dont le titre est *De quantitatibus stellarum* et qui traite des distances et des tailles des astres. Cependant Benjamin a montré que l'attribution de ce traité à Thābit était fautive, cf. Benjamin 1955.

48. Cf. *supra* page 223.

Thābit ibn Qurra indique qu' «*à la suite de la vérification expérimentale faite à notre époque on a trouvé 23 degrés 33 minutes*» pour l'inclinaison de l'écliptique, ce qui, nous l'avons vu permet de considérer qu'il a rédigé ce traité avant que les frères Banū Mūsā, dont il était proche, ne corrigent cette valeur en 23 degrés 35 minutes, soit avant 857-858.

6.3.2 Ordonner et mesurer

Procédons maintenant à une rapide description du contenu du traité et plus particulièrement des passages en rapport direct avec le thème de notre étude. Après avoir défini une partie du vocabulaire astronomique, Thābit expose le principe des sphères emboîtées. Il explique alors que chacun des astres errants évolue dans un espace délimité par deux sphères, la sphère supérieure d'un astre étant tangente à la sphère inférieure de l'astre suivant, selon un arrangement explicitement donné. Voici le passage concerné[49] :

> L'orbe dans lequel se déplace la Lune est l'orbe le plus proche de la Terre, il a une épaisseur, et la Lune se déplace tantôt en son lieu le plus élevé, tantôt en son lieu le plus bas, tantôt entre les deux.
> L'orbe suivant, qui est plus élevé et plus éloigné de la Terre que le précédent est l'orbe de Mercure ; ce que l'on peut en dire est semblable à ce que l'on peut dire de l'orbe de la Lune, en ce qui concerne le déplacement de Mercure.
> L'endroit le plus bas de l'orbe de Mercure est tangent à l'endroit

49. Traduction de Morelon, cf. Morelon 1987, p. 5. Le texte arabe de son édition est comme suit :
والفلك الذي يسير فيه القمر هو أقرب الأفلاك إلى الأرض وله سمك والقمر يسير أحيانا في أعلاه وأحيانا في أسفله وأحيانا بين ذلك ويتلو هذا الفلك مما هو أرفع منه وأبعد من الأرض فلك عطارد وقصته كقصة فلك القمر في مسير عطارد فيه وأخفض موضع في فلك عطارد مماسّ لأرفع موضع في فلك القمر وعلى هذه الصفة أيضا يتلو هذا ما هو منه أرفع وهو فلك الزهرة ثم فلك الشمس ثم فلك المرّيخ ثم فلك المشتري ثم فلك زحل ثم فلك الكواكب الثابتة الذي فيه البروج وفيه فلك البروج وجميع الأفلاك يماس كل واحد منها ما يليه.

> le plus élevé de l'orbe de la Lune.
> De la même façon également, l'orbe suivant est celui qui est plus élevé que le précédent, c'est l'orbe de Vénus, ensuite celui du Soleil, ensuite celui de Mars, ensuite celui de Jupiter, ensuite celui de Saturne, ensuite celui des étoiles fixes dans lequel se placent les signes, et dans lequel se trouve l'écliptique.
> Chacun des orbes est tangent à celui qui le suit.

Après plusieurs paragraphes sur la description des mouvements des astres errants, Thābit traite ensuite de la question de leurs distances à la Terre et de la taille de leur corps (Morelon 1987, p. 13-15). Il commence par indiquer que le Soleil est le plus gros de tous les corps célestes, puis produit le classement des astres errants dans l'ordre décroissant de leur volume dont il donne l'équivalent en volumes terrestres. Le classement qu'il obtient est le suivant : le Soleil, les étoiles fixes de première grandeur, Jupiter, Saturne, Mars, Vénus, la Lune et Mercure. Thābit explicite ensuite les valeurs des distances extrémales des astres errants exprimées en rayons terrestres, sans souligner de difficultés particulières lorsqu'il traite de la distance maximale de Vénus. Voici ce qu'il dit[50] :

> Le point le plus élevé de l'orbe de Vénus est à une distance d'environ 1079 fois le rayon terrestre, ce qui correspond au point le plus bas de l'orbe du Soleil[51]. La distance du point le plus élevé de l'orbe du Soleil vaut 1260 fois le rayon terrestre.

50. Traduction de Morelon, cf. Morelon 1987, p. 14. Le texte arabe de son édition est comme suit:
وبعد أرفع موضع في فلك الزهرة يكون نحوا من ١٠٧٩ مرة مثل نصف قطر الأرض وذلك مثل بعد أخفض موضع من فلك الشمس وبعد أرفع موضع في فلك الشمس ١٢٦٠ مرة مثل نصف قطر الأرض.

51. Sur cette valeur particulièrement importante dans le traitement du problème du rang du Soleil, problème qui n'est pas soulevé dans le texte de Thābit, l'apparat critique fournit par Morelon nous apprend que le manuscrit de Téhéran *Majlis Shūrā 4642* indique la valeur de 889 rayons terrestres alors que le manuscrit *B.L. Hebr. 4104* donne quant à lui une distance maximale de Vénus égale à 1159 fois le rayon terrestre. Cf. ibid., p. 14.

Les résultats fournis par Thābit ibn Qurra sont résumés dans les tableaux ci-dessous :

Astre	Distance en rayons terrestres
$Lune_{min}$	33
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	64
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1079
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1260
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8820
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14187
$Saturne_{Max} = Fixes$	19865

Astres	Volume en volumes terrestres
Lune	$\frac{1}{40}$
Mercure	$\frac{1}{19683}$
Vénus	$\frac{1}{37}$
Soleil	166
Mars	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	82
Saturne	79
Fixes I	94

Morelon signale dans l'apparat critique qui accompagne son édition de l'*Almageste simplifié* que la leçon du manuscrit de Téhéran *Majlis Shūrā 4642* donne le volume de Saturne égal à 91 fois celui de la Terre et le volume de Jupiter égal à 84 fois celui-ci et que l'arrangement des astres selon leur taille que l'on trouve dans ce manuscrit contient une inversion des rangs des corps de Jupiter et Saturne, en cohérence avec ces valeurs[52].

52. Cf. ibid., p. 14.

En résumé, l'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra, rédigé au milieu du IX^e^ siècle, est une introduction à l'astronomie. Le principe des sphères emboîtées y est explicitement décrit. L'arrangement des astres selon leur distance à la Terre est donné *a priori* et n'est pas justifié. L'arrangement des astres selon l'ordre décroissant de leur taille est indiqué, et ce simultanément aux données numériques correspondantes. Aucune méthode permettant de déterminer les valeurs numériques produites n'est indiquée. Dans ce texte, Thābit ibn Qurra ne met pas en relation les questions relatives à notre thème avec des observations.

6.4 Texte 3 : un *Traité d'astronomie*

6.4.1 Attribution du texte

Il y a un problème d'attribution du troisième texte du corpus : les deux témoins manuscrits du texte sont en effet référencés par des titres et des auteurs différents. Un de ces deux manuscrits, incomplet, se trouve à Damas[53]. La table des matières du codex qui contient ce manuscrit le désigne sous le titre *Kitāb Ḥarakat al-aflāk* (*Livre du mouvement des orbes*) et l'attribue à Muḥammad ibn Mūsā ibn Shākir (*ca.* 810-873)[54]. L'autre manuscrit, qui semble complet malgré l'absence de colophon, se trouve à Oxford[55]. La table des matières du codex qui le contient le désigne sous le titre *Kitāb al-Hay'at* (*Livre d'astronomie*) et l'attribue à Qusṭā ibn Lūqā (*ca.* 835-*ca.* 912)[56].

53. Il s'agit du manuscrit *Ẓāhiriyya Ms. 4489* dans lequel le texte est coupé après le douzième folio. Les informations sur ce premier manuscrit viennent d'une part de Ragep qui en a édité et traduit un bref extrait et d'autre part de Saliba qui en critique l'attribution, cf. respectivement AL-ṬŪSĪ 1993, p. 502-505 et SALIBA 1994, p. 119;122.

54. Les données biographiques sur Muḥammad ibn Mūsā ibn Shākir et ses deux frères ont été compilées par Hill en introduction de sa traduction du *Livre des procédés ingénieux* (HILL 1979, p. 1-6). Pour une mise en perspective de ces données, cf. R. RASHED 1996, p. 1-5. L'originalité des travaux astronomiques de Muḥammad ibn Mūsā ibn Shākir a été mise en avant par Saliba, cf. SALIBA 1994. Il faut également noter ici que Morelon a fourni de solides arguments indiquant que, dans le domaine de l'astronomie, Muḥammad ibn Mūsā pourrait être l'auteur du *Livre sur l'année solaire* jusqu'alors attribué à Thābit ibn Qurra, cf. MORELON 1987, p. xlviii-lii.

55. Il s'agit du manuscrit *Bodleian Library, Ms. Arch Seld 11*, folios 37r-84r. C'est sur une copie numérique de ce manuscrit (Arch Seld 11 1288) que nous nous sommes appuyés pour la description du contenu du texte.

56. Gabrielli a synthétisé les informations biographiques sur Qusṭā Ibn Lūqā et a fourni une analyse détaillée de la liste de ses œuvres. Il a ainsi établi que la période durant laquelle Qusṭā ibn Lūqā a produit des textes arabes a débuté durant le règne du calife al-Musta'in (862-866) et ne s'étend pas au delà de 873, date à laquelle son installation en Arménie est avérée. Cf. GABRIELI 1912. Le rôle de Qusṭā ibn Lūqā dans la traduction du grec à l'arabe de textes scientifiques majeurs est bien établi, signalons à titre d'exemple sa traduction des *Arithmétiques* de Diophante. Dans le domaine de l'astronomie, Qusṭā ibn Lūqā est en particulier crédité de la traduction de plusieurs traités de la *petite collection* d'astronomie (un ensemble d'ouvrages à maîtriser avant d'étudier l'*Almageste*) dont le traité d'Aristarque *Sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune* (BERGGREN

Le recours aux traités des bibliographes arabes pour identifier le texte s'avère insuffisant[57], l'attribution du texte ne peut donc reposer que sur d'autres arguments. Une telle proposition a été faite par Saliba qui a plaidé en faveur d'une attribution du texte à Qusṭā ibn Lūqā. Cependant les arguments avancés restent fragiles[58] et dans la suite de notre étude nous désignerons ce texte comme un *Traité d'astronomie* sans en préciser l'auteur[59].

Ce qui importe ici pour la contextualisation du texte est que le doute sur l'identité de l'auteur du traité est contrebalancé par le fait que les deux auteurs potentiels ont été actifs durant le troisième quart du IX^e^ siècle et qu'à côté de la rédaction de traités originaux, ils sont de plus tous deux bien connus pour avoir été des acteurs majeurs de l'importante vague de traduction d'ouvrages savants vers l'arabe à partir du grec et du syriaque, chacun dans des rôles différents puisque Qusṭā était un traducteur de premier

et Sidoli 2007, p. 234-236). De plus Sezgin (Sezgin 1978, p. 66) mentionne que, selon al-Samaū'al (*ca.* 1160), Qusṭā ibn Lūqā serait l'auteur d'un *Traité sur ce qu'il faut lire dans la [collection] moyenne avant l'*Almageste (رسالة في ما يجب ان يقرا من المتوسطة المجسطي). Ce titre s'avère compatible avec le contenu du *Traité d'astronomie*.

57. Par exemple Ibn al-Nadīm attribue à Muḥammad ibn Mūsā un traité intitulé *Kitāb Ḥarakat al-falak al-'ūlā* (*Livre sur le mouvement premier de l'orbe*) et à Qusṭā ibn Lūqā un traité intitulé *Kitāb madkhal ilā 'ilm al-nujūm* (*Livre d'introduction à l'astronomie*), ce qui ne permet pas de privilégier un de ces deux auteurs potentiels par rapport à l'autre. Cf. Ibn al-Nadīm 1971, p. 331;353.

58. Saliba détaille ses arguments dans un article de 1994 (Saliba 1994, p. 118-120;122-124). Cependant l'attribution du texte à Qusṭā Ibn Lūqā ne repose *in fine* que sur le fait que la mention du nom de Qusṭā ibn Lūqā dans la table des matières du codex aurait été écrite par *«la même main »* que le texte en question. Or ce fait précis a été contesté par S. Ragep qui, à propos du manuscrit d'Oxford, écrit *«A codex table of contents lists it as Hay'at al-aflāk by Qusṭā ibn Lūqā, but this is clearly* in a different hand *than the witness itself. Though the text itself is anonymous, George Saliba has consistently attributed this early hay'a work to Qusṭā»* (Al-Jaghmīnī 2016, p. 53). Une remarque similaire est d'ailleurs consultable en ligne sur le site du projet ISMI (ISMI 2019).

59. Une note de Saliba (Saliba 1994, p. 119) indique que Morelon avait préparé une édition de ce manuscrit. Malheureusement Morelon nous a informé que son travail avait été perdu. En collaboration avec M. Gheziel de l'Université Toulouse II, nous conduisons actuellement un projet d'édition et de traduction du manuscrit d'Oxford. En outre F.J. Ragep nous a signalé une étude d'Americano portant sur ce texte (Americano 2019), mais nous n'avons pas encore pu la consulter.

plan comme nous l'avons mentionné plus haut alors que les frères Banū Mūsā finançaient ces travaux de traduction sans être eux-mêmes des traducteurs. Voici par exemple ce que rapporte Ibn al-Nadīm sur les rôles respectifs des frères Banū Mūsā et de Qusṭā ibn Lūqā[60] :

> *Parmi ceux qui ont montré un intérêt particulier à l'acquisition de livres en provenance de Byzance, on trouve Muḥammad, Aḥmad, et al-Ḥasan, les fils de Shākir l'astrologue [il s'agit des frères Banū Mūsā], dont nous parlerons plus loin. Ils ont dépensé beaucoup, et ont envoyé Ḥunain ibn Isḥāq et d'autres en terre byzantine, et ils ont rapportés pour eux les livres les plus fascinants et les plus intéressants traitant de philosophie, de musique, d'arithmétique et de médecine. Qustā ibn Lūqā al-Ba'albakī a également apporté beaucoup de livres, qu'il a traduits ou que d'autres ont traduits pour lui.*

Le fait que les deux témoins manuscrits ont été attribués, même si c'est de façon fautive pour au moins l'un d'eux, à deux auteurs ayant été des acteurs majeurs de la vaste entreprise de traduction de textes grecs et syriaques vers l'arabe durant la seconde moitié du IX^e^ siècle permet de formuler l'hypothèse que le *Traité d'astronomie* a été rédigé durant cette période et dans ce contexte[61].

---

60. Nous rendons ici le texte arabe (Ibn al-Nadīm 1971, p. 304) :
ممن عنى باخراج الكتب من بلد الروم، محمد واحمد والحسن بنو شاكر المنجم، وخبرهم يجئ بعد ذلك، وبذلوا الرغائب، وانفذوا حنين بن اسحق وغيره الى بلد الروم. فجاؤهم بطرائف الكتب، وغرائب المصنفات في الفلسفة والهندسة والموسيقى والارثماطيقى والطب. وكان قسطا بن لوقا البعلبكى قد حمل معه شيئاً فنقله، ونقل له.

61. Il n'est pas ici question de relater par le détail l'histoire de la transmission des traités grecs et syriaques. Nous renvoyons sur ce point à l'ouvrage de référence de Gutas (Gutas 1998, p. 125;126;133;138;139), les pages indiquées sont celles des passages traitant directement de Qustā ibn Lūqā et des frères Banū Mūsā.

6.4.2 Aperçu du contenu du *Traité d'astronomie*

Le *Traité d'astronomie* n'est pas édité et son contenu n'est pas documenté. Il apparaît donc nécessaire d'en faire ici une présentation.

De l'étude préliminaire que nous avons menée, il ressort que le *Traité d'astronomie* apparaît comme une exposition de connaissances astronomiques issues de sources variées. En effet plusieurs notions sont exposées à diverses reprises sans mise en relation de leurs différentes occurrences et l'ordre d'exposition de certaines d'entre elles n'est pas toujours compatible avec leurs relations de dépendance. Le texte semble avoir pour objectif de donner à voir à son lecteur un aperçu des connaissances disponibles dans le domaine de l'astronomie tout en insistant sur les fondements observationnels des théories qu'il présente, sans pour autant avoir l'ambition de produire de véritables démonstrations. Cette impression est d'ailleurs grandement renforcée par le renvoi systématique dans le corps du texte à des figures décrites avec soin. On dénombre ainsi quarante-huit figures parmi les quatre-vingt-quinze folios qui composent le manuscrit d'Oxford.

En ce qui concerne l'utilisation de ce texte dans la suite de notre étude, il faut d'emblée signaler que les valeurs numériques, surtout lorsqu'elles sont écrites à l'aide des chiffres indiens, sont souvent incohérentes. Ce dernier point rend difficilement envisageable de considérer ces valeurs autrement que comme des signaux faibles et peu fiables. Fort heureusement le contenu textuel est suffisamment préservé pour rendre possible l'exploitation à des fins historiques et épistémologiques de ce *Traité d'astronomie*. Nous présentons donc ici une brève synthèse de son contenu, que nous avons découpé en cinq chapitres.

En guise de préambule, le texte commence (f. 37r à 38v) par une longue paraphrase des chapitres I.3 à I.6 de l'*Almageste* de Ptolémée dont nous n'avons pu déterminer sur quelle version de l'*Almageste* elle s'appuie[62].

62. La comparaison de ce passage avec les versions d'al-Ḥajjāj et d'Isḥāq-Thābit s'est avérée infructueuse. Peut-être une autre version arabe a-t-elle été utilisée, ou peut-être l'auteur s'est-il appuyé sur une version syriaque ou plus probablement grecque. L'étude approfondie de ce point crucial sera effectuées dans le cadre du travail d'édition du texte.

Le premier chapitre (f. 39r à 42v) traite de la description de la sphère des fixes. L'auteur y mentionne les noms et les positions des astres et décrit particulièrement ceux qui se trouvent dans la zone du zodiaque. Il indique que la valeur de l'obliquité de l'écliptique est égale à 23˚;51;20, ce qui correspond à la valeur fournie par Ptolémée dans l'*Almageste*. L'auteur n'a donc pas incorporé à son traité les résultats obtenus du temps d'al-Ma'mūn (813-833).

Le chapitre suivant (f. 42v à 46v) est dédié à la sphère terrestre avec une description des climats et une exposition des dimensions de la Terre dont le rayon est estimé à 3818 milles[63].

Ensuite c'est un chapitre sur la taille relative du Soleil, de la Terre et de la Lune (f. 47r à 49r). L'auteur établit dans un premier temps que le Soleil est plus gros que la Terre en utilisant un raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas basé sur l'observation d'éclipses et sur l'absence d'observation de l'ombre de la Terre sur les étoiles fixes[64]. Le plan de la démonstration, clairement explicitée par l'auteur, consiste à effectuer une disjonction de cas selon que la taille du Soleil est plus grande, plus petite ou égale à celle de la Terre. Dans les faits l'auteur n'aborde pas le cas d'égalité et cherche à établir que le Soleil est plus gros que la Terre. Pour ce faire, il suppose que le Soleil est plus petit que la Terre et montre que, sous l'hypothèse supplémentaire que les corps célestes reçoivent leur lumière du Soleil, cela entraîne une contradiction avec les phénomènes observés : dans ce cas de nombreux astres, fixes ou errants, devraient en effet être éclipsés chaque nuit par l'ombre de la Terre, ce qui est contraire à ce qu'on peut voir chaque nuit.

63. L'auteur y décrit une expédition effectuée durant le règne du calife al-Ma'mūn (813-833). Ce passage est contenu dans le manuscrit de Damas et a été édité et traduit en anglais par Ragep, cf. AL-ṬŪSĪ 1993, p. 502-505.

64. Cet argument, indépendant de l'estimation des dimensions des deux luminaires, se retrouve dans plusieurs textes de notre corpus. Ces informations sont synthétisées dans la colonne (II) du tableau page 273. Nous étudierons en détail ce point dans le chapitre 8.

Il discute ensuite des raisons pour lesquelles Mercure et Vénus n'éclipsent pas le Soleil bien que situées entre la Terre et le Soleil. Durant la discussion, l'auteur indique que l'extrémité du cône de l'ombre (faite par la Terre à la lumière du Soleil) dépasse à peine la sphère de Mercure[65]. Le chapitre s'achève par une preuve du fait que la lumière de la Lune provient du Soleil.

Le chapitre suivant (f. 46r à 56r) est dévolu à l'étude du Soleil. Il débute par une description de l'irrégularité apparente du mouvement du Soleil sur l'écliptique et un aperçu du modèle excentrique du Soleil qui permet d'en rendre compte, la première mention de la distance et de la taille du Soleil apparaît ici (folio 50v). Ensuite l'auteur discute des configurations de la Lune et du Soleil en lien avec les éclipses solaires. Il s'ensuit une présentation des méthodes du livre III de l'*Almageste* permettant d'établir les valeurs numériques des paramètres du modèle géométrique des mouvements du Soleil.

Le chapitre suivant est dédié à la Lune (f. 56r à 63v). L'auteur débute par une description des mouvements de la Lune et du modèle géométrique qui permet d'en rendre compte, c'est dans cette partie que sont indiquées les dimensions du corps de la Lune (diamètre et volume) en fonction des dimensions de la Terre ainsi qu'en milles. Puis il expose le détail des irrégularités de son mouvement et les valeurs numériques des paramètres du modèle géométrique. Il traite ensuite du diamètre apparent de la Lune en repartant des deux éclipses utilisées par Ptolémée dans le livre V de l'*Almageste*[66]. Dans le cours de son exposition, l'auteur mentionne la distance maximale de la Lune (f. 51r) puis, quelques lignes plus loin, il reproduit la conclusion de Ptolémée (*Almageste*, V.16) sur les proportions des corps de la Lune, du Soleil et de la Terre. Le chapitre se termine par une discussion sur les phases de la Lune et sur sa visibilité.

Le dernier chapitre (f. 64r à 84r) passe en revue les cinq planètes dans l'ordre suivant : Saturne ; Jupiter ; Mars ; Vénus ; Mercure. Pour chacune d'entre elles, l'auteur suit le même schéma discursif. Il commence par une description du modèle géométrique et de ses paramètres. C'est dans cette

65. Cf folio 48r. Les relations entre cette affirmation et les dimensions célestes calculées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* sont discutées au chapitre 8.

66. Cf. Ptolémée 1984, p. 253-254.

partie que sont données les distances à la Terre et les dimensions de chaque planète. L'auteur expose ensuite le mouvement non uniforme de chaque planète à travers les signes du zodiaques en indiquant les vitesses en jeu et les situations particulières comme les cas de rétrogradation.

6.4.3 Ordonner et mesurer

Il faut commencer par remarquer qu'aucun ordre total des astres errants ne figure dans le *Traité d'astronomie*, que ce soit en fonction de leur éloignement à la Terre ou de la taille de leur corps. Cependant un ordre partiel concernant la taille de la Lune, du Soleil et de la Terre est établi grâce à l'observation d'éclipses. À cette occasion, l'auteur fournit une justification quant à l'absence d'occultation du soleil par Mercure et Vénus[67]

> Vénus et Mercure ont des corps plus petits que la Lune et sont plus proches du Soleil que la Lune : la petite chose, lorsqu'elle est proche du grand corps, ne le masquera que de la mesure de son propre corps ou à peine davantage, je veux dire que le petit n'affecte le gros que de sa propre mesure lorsqu'il en est proche ; de plus, pour Vénus et Mercure il n'y a pas concordance de leur [passage au] nœud avec le [passage au] nœud du Soleil car leurs latitudes sont toujours grandes.
> Il vient de cela qu'elles n'occultent pas le Soleil.

Cette argumentation repose ainsi sur deux faits, considérés comme acquis par l'auteur : d'une part les corps de Vénus et de Mercure sont plus petits que la Lune, et d'autre parts Vénus et Mercure sont plus proches du Soleil que la Lune[68].

67. Voici le texte arabe de ce passage (Arch Seld 11 1288, folio 47v, lignes 3 à 7) :
والزهرة وعطارد أصغر جرمًا من القمر وأقرب الي الشمس من القمر والشيء الصغير إذا قرب من الجرم الكبير لم يكسف منه الا بقدر جرمه او أكثر قليلًا، أعني أن الصغير لا يثر من الكبير الا بقدره إذا قرب منه وبعد فإن الزهرة وعطارد لا يتفقان مع العقدة والشمس في عقدة الأخرى، لأن عرضهما ابدا كثير، فلذلك لا يكسفان الشمس

68. La proximité des arguments mentionnés ici par l'auteur et ceux formulés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* (cf. *supra* page 111) est discutée dans le chapitre suivant.

D'autre part, le principe des sphères emboîtées n'est pas mentionné dans le corps du texte et les données numériques répertoriées dans les tableaux ci-après semblent parfois en contradiction avec ce principe. Toutefois ces données numériques apparaissent à ce point corrompues qu'il est inenvisageable d'en tirer quelque conclusion que ce soit quant à la position de l'auteur du *Traité d'astronomie* vis-à-vis du principe des sphères emboîtées.

Les passages traitant des distances et des tailles des planètes sont intégrés à la description de leurs mouvements et des paramètres numériques du modèle géométrique qui permet d'en rendre compte. Voici en guise d'exemple générique le passage correspondant à la description des distances et des dimensions de Mars[69] :

> Pour ce qui est de l'éloignement à la Terre, si le rayon de la Terre est une partie, alors l'éloignement [le plus important] de la planète est 8 820 parties, son plus faible éloignement est 1 290 parties et son éloignement moyen est 5 400 parties. Concernant la grandeur de son corps, si le diamètre de la Terre est une partie alors le diamètre de son corps est une partie et un septième.

La formulation est similaire pour l'ensemble des cinq planètes, cependant la grandeur de leur corps est parfois donnée par son diamètre exprimé en fonction du diamètre terrestre, parfois donnée par son volume exprimé en fonction du volume terrestre. Seule Mercure reçoit un traitement différent de ce point de vue puisque le diamètre et le volume de son corps sont tous deux mentionnés.

---

69. Cf. folio 73v :
ويكون بعد ما يكون من الأرض اذا كان نصف قطر الأرض جزا واحدا يكون [اكثر] بعد الكوكب [٠]٨٨٢ جزءا ويكون اقل بعده ١٢٩٠ جزءا ووسط بعده [٠]٥٤٠ جزءا وعظم جرمه يكون اذا كان قطر الأرض واحدا كان قطر جرمها واحد وسبعا.

Nous donnons ci-dessous les valeurs numériques qui figurent dans le *Traité d'astronomie*. Les chiffres entre parenthèses (0) ne figurent pas dans le manuscrit et les points d'interrogations (?) indiquent que les valeurs lues ont une forte probabilité d'être corrompues[70] :

Astre	Distance en rayons terrestres
$Lune_{min}$	
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	64; 10 vs 64
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1 079 vs 1 160
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 260 vs 1 290
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 82(0)
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 89(0)? vs 1(4) 187?
$Saturne_{Max} = Fixes$	(17 000 et 800)?

70. Dans l'ensemble du manuscrit les nombres écrits en chiffres indiens sont souvent incohérents. En ce qui concerne les distances des planètes même la mention systématique de la distance moyenne n'a pas permis de reconstruire des distances extrémales, sauf dans le cas de Vénus. Voici la liste des distances moyennes des cinq planètes et du Soleil telles qu'elles apparaissent dans le texte : Mercure 115^{rt} ; Vénus $622^{rt}\frac{1}{2}$; Soleil 1 210^{rt} ; Mars 5 $40(0)^{rt}$; Jupiter 11 004^{rt} ; Saturne 17 $26(0)^{rt}$. Les nombres mentionnés dans le tableau sont ceux que l'on trouve dans le texte à l'exception de la distance maximale de Vénus qui a été corrigée (de 1 099 à 1 079) à l'aide de la donnée de la distance moyenne ($622^{rt}\frac{1}{2}$) et de la distance minimale (166^{rt}) dont la valeur est corroborée par la distance maximale de Mercure (166^{rt}) mentionnée plus loin dans le texte. De la même façon les diamètres et les volumes des planètes fournis par le texte sont clairement altérés. Nous avons choisi de garder les valeurs mentionnées dans le texte et de les disposer dans la colonne explicitement désignée par le texte comme un diamètre ou comme un volume, et ce même lorsque les valeurs numériques sont incohérentes.

Astres	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune	$\frac{1}{4} + \frac{1}{24} \simeq 0;17;30 \simeq \frac{1}{3;22}$	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$
Mercure	$\frac{1}{5} + \frac{1}{12}$?	$\frac{1}{24}$?
Vénus	$\frac{1}{5} + \frac{1}{12}$	
Soleil	$5\frac{1}{2}$	$166\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
Mars	$1\frac{1}{7}$	
Jupiter		$82\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
Saturne	$99\frac{1}{2}$?	

Le *Traité d'astronomie*, sans doute rédigé durant le troisième quart du IX^e^ siècle, peut être considéré comme un traité d'introduction à l'astronomie. Parmi les questions liées à l'arrangement des astres, que ce soit selon leur distance à la Terre ou selon leur taille, le seul problème étudié dans le texte est celui de la grosseur relative des corps du Soleil, de la Lune et la Terre les uns par rapport aux autres. Ce problème est traité en recourant à des observations d'éclipses. Le principe des sphères emboîtées n'est pas explicité, ni même tacitement employé, et aucune indication quant aux méthodes permettant de déterminer les valeurs numériques mentionnées n'est fournie. Il faut enfin noter que le traitement des planètes se fait dans l'ordre décroissant de leur éloignement de la Terre.

6.5 Texte 4 : le *Zīj al-Ṣābi'* d'al-Battānī

6.5.1 L'auteur et l'histoire du texte

Abū 'abd Allāh Muḥammad ibn Jābir ibn Sinān al-raqqī al-Ḥarrānī al-Ṣābi' al-Battānī (*ca.* 858 - 929)[71] est originaire de la communauté des sabéens de Ḥarrān. Il a principalement vécu à Raqqā[72] où il a effectué de nombreuses

71. Pour les références biographiques et bibliographiques sur al-Battānī, cf. AL-BATTĀNĪ 1899-1907, t. 1, p. vii-xxxi ainsi que HARTNER 1970.

72. La ville de Raqqā, actuellement en Syrie, est située sur les berges de l'Euphrate, à une centaine de kilomètres au sud de Ḥarrān.

observations. Ses qualités d'observateur ont fortement contribué à sa renommée, comme en atteste la présentation que fait de lui le bibliographe al-Qiftī[73] :

> On ne connaît personne dans l'Islam qui ait atteint son niveau dans la justesse des observations des astres et l'examen de leurs mouvements.

Al-Battānī est crédité de plusieurs traités d'astrologie, et son seul ouvrage connu d'astronomie est le *Zīj al-Ṣābi'*[74]. Le *Zīj al-Ṣābi'* (Al-Battānī 1899-1907)[75] est un traité d'astronomie en cinquante sept chapitres[76]. Sa rédaction est postérieure à 901 puisqu'al-Battānī utilise de façon fondamentale les résultats tirés de deux observations réalisées dans le courant de cette année[77].

Une citation explicite du *Zīj al-Ṣābi'* dans le traité latin *De motu octave spere* longtemps attribué à Thābit ibn Qurrā a conduit Nallino à dater la rédaction de la première version du vivant de Thābit, soit avant 901. Morelon a depuis montré que Thābit n'était probablement pas l'auteur du *De motu octave*, ce qui invalide la datation de la rédaction de la première version du *Zīj al-Ṣābi'*[78]. L'année choisie par al-Battānī comme époque de son catalogue d'étoiles fixes est 911, il est donc probable qu'il ait achevé la version du traité qui nous est parvenue peu après 911.

---

73. Traduction à partir du texte arabe édité (Al-Qifṭī 1903b, p. 280) :
لا يعلم أحد في الإسلام بلغ مبلغه في تصحيح أرصاد الكواكب وامتحان حركاتها.

74. Ces informations nous viennent du bibliographe al-Qifṭī qui indique en outre qu'al-Battānī aurait successivement rédigé deux versions du *Zīj al-Ṣābi'*. Cf. ibid., p. 280.

75. Nallino a édité le texte arabe à partir d'un manuscrit unique, et le texte latin à partir de la tradition manuscrite et des deux éditions issues d'une traduction de Platon de Tivoli datée du XII^{e} siècle.

76. Pour un sommaire détaillé du contenu du *Zīj al-Ṣābi'*, cf. Delambre 1819, p. 11-65.

77. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 86. C'est en effet ces observations qui permettent à al-Battānī de modifier, dans le chapitre XXX de son traité, la valeur de la distance du Soleil obtenue par Ptolémée dans l'*Almageste*, cf. *supra* page 64. La méthode de calcul employée par d'al-Battānī à cette occasion a été détaillée par Swerdlow qui a montré qu'une de ces composantes était issue des traités sanskrits d'astronomie, cf. Swerdlow 1973a.

78. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 301-302 et Morelon 1987, p. xix.

6.5.2 Ordonner et mesurer

Le thème des distances et des tailles des astres est l'objet du chapitre L du *Zīj al-Ṣābi'*[79].

Al-Battānī commence par rappeler que Ptolémée a fourni dans l'*Almageste* les distances et les tailles des deux luminaires mais qu'il n'a pas traité des distances et des tailles des autres astres et que ces résultats sont dus à des savants plus récents, sans en préciser l'identité[80] :

> En ce qui concerne la distance du Soleil et de la Lune ainsi que les diamètres et les volumes de leurs corps, nous les avons exposés selon deux voies : celle de l'*Almageste* et la nôtre tirée de l'observation d'éclipses [au chapitre XXX]. Poursuivons, sans exclusive parmi les sphères, jusqu'à la sphère de Saturne et la sphère des étoiles fixes, en nous tournant vers ce qu'ont obtenu les plus récents des sages qui ont surpassé Ptolémée[81].

Al-Battānī détaille ensuite l'obtention des distances, des diamètres et des volumes pour chacun des astres, de proche en proche, sans donner au préalable l'ordre de ces astres et utilisant tacitement le principe des sphères emboîtées. Il faut noter cependant que, dans le chapitre XXX, il a exposé le fait que la planète située en dessous d'une autre l'occulte lorsqu'elles ont toutes

79. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 181-186 pour le texte arabe et ibid., t. 1, p. 120-124 pour le texte latin. Le contenu du chapitre est détaillé par Delambre, cf. Delambre 1819, p. 50-52.

80. Traduction à partir du texte arabe (Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 181) :
اما بعد الشمس والقمر واقطارهما وعظم اجرامهما فقد بيناه على ماجرى به القول في كتاب المجسطي وما وقع لنا بقياس الكسوفات فلنبتدى ذكر ما سوى ذلك من الافلاك الى فلك زحل وفلك الكواكب الثابتة على نحو ما تكلفه المتاخرون من الفضلا الحكما قبل بطلميوس.

81. La traduction de Nallino est légèrement différente : *recentiores sapientes post Ptolemaeum* (les plus récents des sages après Ptolémée). Le choix de traduction de Nallino vient du fait que le terme قبل dans le texte arabe peut être interprété comme une conjonction de temps signifiant *avant* (latin *ante*). Ceci ne faisant pas sens, Nallino a opté, comme le traducteur vers le latin Plato de Tivoli avant lui, pour la conjonction de temps *après* (latin *post*).

deux même longitude et même latitude[82]. Son exposition suit alors invariablement le schéma suivant : 1) la distance maximale, en rayons terrestres, d'un astre correspond à la distance minimale de l'astre suivant ; 2) le rapport des variations du diamètre apparent de l'astre est rappelé puis est utilisé pour déterminer sa distance maximale en rayons terrestres ; 3) le rapport du diamètre apparent de l'astre, situé à sa distance moyenne, au diamètre apparent du Soleil, situé à sa distance moyenne, est rappelé et est utilisé pour obtenir le diamètre réel de l'astre par rapport au diamètre terrestre[83] ; 4) ce diamètre réel est de nouveau quantifié par l'arc qu'il sous-tendrait dans un cercle céleste particulier[84] ; enfin le rapport du volume de l'astre à celui de la Terre est calculé.

À titre d'exemple, voici le passage dans lequel al-Battānī traite de Mercure[85] :

---

82. Voici le texte arabe de ce passage selon l'édition de Nallino (Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 83-84) :
وقد تكسف الكواكب بعضها بعضاً اذا مرّ السفلى منها تحت ما فوقه من الكواكب فصار على مجراه في الطول والعرض.
Pour la traduction en latin de Nallino, cf. (ibid., t. 1, p. 55)

83. La méthode de calcul utilisée par al-Battānī sera discutée plus loin, cf. *infra* pages 369 et suivantes.

84. Al-Battānī ne précise pas de quel cercle il s'agit. Nos calculs ont permis d'identifier ce cercle : il s'agit du cercle centré sur la Terre dont le rayon est la distance Terre-Lune lorsque le diamètre apparent est égal à $0;31;20$, c'est-à-dire $60\frac{29}{30}$ rayons terrestres, cf. *infra* page 373. Al-Battānī se sert ainsi des résultats précis qu'il a obtenu pour la Lune au chapitre XXX comme base de comparaison des diamètres réels de tous les astres.

85. Notre traduction à partir du texte arabe de Nallino que nous reproduisons ici (Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 182) : فلك عطارد الذي فوق فلك القمر والذي ظهر من بعده وعظمه على ما أذكروه فإنّهم ذكر أنّهم قاسوا عظمه في أبعد بعده وأقرب قربه من الأرض فوجدوا اختلاف عظمه كقدر الاثنين والثلث والربع عند الواحد فإذا كان بعد عطارد الأقرب مثل بعد القمر الأبعد الذي قد ظهر انه سدˌيَ فإذا ضرب ذلك في الأثنين والثلث والربع التي هي اختلاف عظم قطره صار بعده الأبعد مائة وستا وستين مرة مثل نصف قطر الأرض واذا أخذ نصف ما بين بعده الأبعد وبعده الأقرب فزيد على بعده القمر كان بعده الأوسط قيَه ثم قاسوا عظمه لما صار في وسط بعده الى الشمس في وسط بعدها فوجدوا قطره جزءا من خمسة عشر من قطر الشمس فإذا قسمت المائة والخمسة عشر على الخمسة عشر بلغ سبعة اجزاء وثلثا جذء ولما كان قطر الشمس مثل قطر الأرض خمس مرات ونصفا فإذا جعل قطر الشمس الأوسط عقحَ على نحو ما بينا نحن بالقياس كان قطر الأرض بذلك المقدار مائتين

C'est la sphère de Mercure qui est au dessus de la sphère de la Lune et ceci vient de sa distance et de sa grandeur comme ils [les successeurs de Ptolémée] l'ont mentionné. En effet ils ont mentionné qu'ils avaient mesuré sa grandeur [alors que Mercure était] à sa distance la plus grande et à sa distance la plus petite[86] à la Terre et ils ont trouvé que la variation de sa grandeur est selon la proportion de $2\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ à 1. Ainsi comme la distance de Mercure la plus petite est égale à la distance la plus grande de la Lune qui est 64; 10, en la multipliant par $2\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ – la variation de la grandeur de son diamètre – il vient que sa distance la plus grande est 166 fois le rayon de la Terre[87]. En prenant la moitié de l'écart entre sa distance la plus grande et sa distance la plus petite et en l'ajoutant à la distance de la Lune on obtient que sa distance moyenne est 115[88]. Puis ils ont mesuré son diamètre, quant elle était à sa distance moyenne, par rapport au Soleil, à

وواحدا ونصفا واذا قيست تلك السبعة الأجزاء وثلث جزء على المائتين والواحد النصف وجدت جزءا من ستة وعشرين وربع منها بالتقريب. ولما كان قطر الأرض يوتر درجة وسبعا وخمسين دقيقة من دائرة الفلك كان قطر عطارد يوتر اربع دقايق ونصف وسدس دقيقة بالتقريب. واذا ضرب ذلك في الطول والأرض والغمق صار عظم جرم عطارد جزءا من سبعة عشر جزءا من جرم الأرض بالتقريب.

86. L'expression أقرب قربه, littéralement *sa plus proche proximité*, n'apparaît dans aucun autre texte de notre corpus à l'exception du traité de Kūshyār dont il est probablement une source directe, cf. *infra* pages 327 et suivantes.

87. Il faut noter ici que la traduction en latin de Nallino de ce début de paragraphe ne nous semble pas rendre suffisament compte du fait qu'al-Battānī part du rapport des variations du diamètre apparent et non du rapport des distances extrémales : *«In ea, supra sphaeram Lunae, sphaeram Mercurii volvi, cuius magnitudinem dicuntur in locis apogei et perigei metiti esse, eamque variare invenisse ut at 2 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ad 1. Cum igitur distantia perigea Mercurii ut apogea Lunae sit, idest 64^p 10', maximam distantiam fere 166 semidiametros Terrae completi»* (Al-Battānī 1899-1907, t. I, p. 120). Cette traduction laisse en effet penser que le rapport de 1 à $2\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ serait donné par al-Battānī comme celui des distances extrémales de Mercure alors que le texte arabe indique sans ambigüité que le rapport qui sert de base au raisonnement d'al-Battānī est celui quantifiant la variation du diamètre apparent de Mercure. Ce point s'avère important en ce qui concerne la question des sources consultées par al-Battānī, cf. *infra* pages 311 et suivante.

88. Le calcul est donc ici : $\frac{166-64}{2} + 64 = 115$.

> sa distance moyenne, et ils ont trouvé que son diamètre était un quinzième du diamètre du Soleil. En divisant les 115 par 15 il vient sept parties et deux tiers d'une partie. De plus comme le diamètre du Soleil est égal à cinq fois et demie le diamètre de la Terre, si l'on pose le diamètre moyen du Soleil égal à 1108, par analogie avec ce que nous avons trouvé par la mesure[89], alors le diamètre de la Terre dans cette mesure est deux-cent-un et demi[90]. Si ces sept parties et deux tiers de partie sont rapportées à deux-cent-un et demi on trouve un vingt-sixième et un quart d'une partie environ. Si le diamètre de la Terre sous-tend un arc d'un degré et quarante-sept minutes de la sphère céleste[91], alors le diamètre de Mercure sous-tend un arc de quatre minutes un demi et un sixième environ. En multipliant ceci dans la longueur, la largeur et la profondeur il vient que la grandeur du volume de Mercure est environ un dix-huit millième[92] du volume de la Terre.

En ce qui concerne les étoiles fixes, leur distance à la Terre étant légèrement supérieure à la distance maximale de Saturne. Elles sont classées en six catégories, les étoiles de première magnitude ayant un volume égal à 105 fois

89. Il s'agit d'une référence au chapitre XXX dans lequel al-Battānī, après avoir détaillé le calcul de la distance du Soleil selon la méthode de Ptolémée, propose sa propre méthode basée sur l'observation d'éclipses et aboutit effectivement à une distance moyenne du Soleil de 1108 rayons terrestres, cf. Swerdlow 1973a.

90. Nous commenterons plus loin les calculs produits par al-Battānī dans ce paragraphe pour déterminer les tailles des astres, cf. *infra* pages 369 et suivantes.

91. L'apparat critique fournit par Nallino indique que la valeur de l'arc sous-tendu par le diamètre de la Terre est, selon les textes qu'il a consultés, égale à $1;47$ ou à $1;17$ (Al-Battānī 1899-1907, t. I, p. 121), mais Nallino a proposé l'arc $1;57$. Nous établirons plus loin qu'un ensemble cohérent de valeurs des arcs associés à chacun des astres errants peut être calculé à partir d'un arc de $1;47$. Ce calcul consiste à représenter le diamètre réel de chacun des astres comme la corde d'un cercle ayant pour rayon la distance entre la Terre et une distance particulière de la Lune, cf. *infra* page 373.

92. Il s'agit d'une valeur substituée par Nallino car $\left(26\frac{1}{4}\right)^3 \simeq 18\,000$ alors que le texte arabe indique un dix-septième et le texte latin un dix-neuf millième.

celui de la Terre et les étoiles de sixième magnitude ayant un volume égal à 16 fois le volume de la Terre. Les volumes des catégories intermédiaires ne sont pas donnés. Al-Battānī propose ensuite un classement des astres selon l'ordre décroissant de leurs volumes : le Soleil ; les étoiles fixes de première magnitude ; Jupiter ; Saturne ; les autres étoiles fixes ; Mars ; la Terre ; la Lune ; Vénus ; Mercure. Il conclut le chapitre par la donnée des diamètres apparents des planètes, exprimés comme des arcs de la sphère des fixes, selon qu'elles soient à leur distance minimale ou à leur distance maximale de la Terre[93], puis il fournit des indications pour déterminer par proportionnalité ce diamètre dans les situations intermédiaires.

Il faut enfin noter qu'al-Battānī précise que les valeurs qu'il fournit pour les rapports des diamètres apparents des planètes par rapport au diamètre apparent du Soleil, identiques rappelons-le à celles produites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, peuvent être retrouvées à l'aide d'un instrument adapté qu'il décrit[94] :

> Si quelqu'un veut vérifier ces quantités, qu'il prenne une alidade, avec deux pinnules percées ; la pinnule oculaire doit être percée d'un trou plus petit ; l'autre, d'un trou capable de recevoir le diamètre de la planète, ni plus ni moins ; faites-en autant pour le Soleil, vous aurez les rapports des diamètres. Il faut faire les observations vers la même partie de l'horizon.

93. Malheureusement les valeurs numériques mentionnées dans ce passage sont trop corrompues pour être exploitées, cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 290-291 et *infra* page 373.

94. Nous donnons ici la traduction en français de Delambre, qui s'avère ici être une traduction littérale de ce passage, cf. Delambre 1819, p. 52. Il faut remarquer ici que la recension détaillée du *Zīj al-Ṣābi'* fournie par Delambre s'appuie sur une autre édition latine que celle consultée par Nallino et contient des valeurs numériques qui ne sont pas mentionnées par celui-ci dans son apparat critique. Nous avons fréquemment consulté le travail de Delambre afin de profiter de la lecture faite par cet astronome de premier plan de certains passages difficiles à interprétés de l'édition du texte arabe et de la traduction latine de Nallino.

Bien qu'il soit tout à fait possible que l'instrument décrit ici par al-Battānī permette de produire un rapport entre le diamètre apparent d'une planète et celui du Soleil, il est hautement improbable que l'on puisse obtenir ainsi exactement les mêmes rapports que ceux produits par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Il est par contre envisageable qu'al-Battānī ait utilisé cet instrument non pour produire les rapports qu'il utilise, mais seulement pour en vérifier la plausibilité.

Voici les valeurs numériques produites par al-Battānī[95] :

Astre	Distance en rayons terrestres
$Lune_{min}$	$33;33$
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	$64;10$
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1070
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 146
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 022
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	12 924
$Saturne_{Max} = Fixes$	18 094 $\simeq$ 19 000

Astres	Diamètre apparent en diamètres solaires	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune		$\frac{1}{3\frac{2}{5}}$	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$
Mercure	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{26\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{18\ 087}$
Vénus	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{20}[= \frac{3}{10}]$	$\frac{1}{36}$
Soleil	1		166
Mars	$\frac{1}{20}$	$1\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{3}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$	$4\frac{1}{3}$	81
Saturne	$\frac{1}{18}$	$4\frac{1}{6} + \frac{1}{8}$	79
Fixes I	$\frac{1}{20}$	$4\frac{2}{3} + \frac{1}{20}$	105
Fixes VI			16

95. L'apparat critique fourni par Nallino indique qu'il a du reconstruire un certain nombre de ces valeurs numériques, cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 120-122.

Le *Zīj al-Ṣābi'* d'al-Battānī, rédigé au début du X^e siècle, est un traité complet d'astronomie dans lequel l'auteur fait état du point d'avancement de ses travaux de recherche. Dans le chapitre L, il s'appuie sur la connaissance préalable des variations des diamètres apparents des planètes pour reconstruire leurs distances à l'aide du principe des sphères emboîtées. Il produit également les valeurs concernant les tailles des astres en détaillant les calculs. Il exploite ces résultats d'une part pour fournir un arrangement des astres selon leur taille et d'autre part pour déterminer les longueurs des arcs sous-tendus par les corps de chaque planète sur la sphère des fixes. Il explique à cette occasion l'importance de la prise en compte des variations des diamètres apparents astres errants pour la détermination de ces longueurs d'arc.

6.6 Texte 5 : Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Qabīṣī

6.6.1 L'auteur et l'histoire du texte

Abū al-Ṣaqr 'Abd al-'Azīz ibn 'Uthmān al-Qabīṣī (? - *ca.* 967) est originaire des environs de Mossoul[96]. Il a été actif à la cour de l'émir d'Alep Sayf al-Dawla (945-967) auquel il a dédié plusieurs de ses travaux, dont le plus célèbre est son *Introduction à l'astrologie*[97]. Dans le domaine de l'astronomie,

96. Pingree indique que deux localités de l'Iraq actuel se nommaient al-Qabīṣa, l'une à proximité de Mossoul, l'autre de Sammara, cf. Bearman et al. 1960-2005, t. IV, p. 240-241. Cependant le bibliographe Ibn al-Nadīm rapporte qu'al-Qabīṣī a étudié à Mossoul avant 956, cf. Ibn al-Nadīm 1971, p. 321. De plus Burnett, Yamamoto et Yano, les éditeurs de *L'introduction à l'astrologie*, indiquent dans leur introduction que le nom complet de l'auteur est Abū al-Ṣaqr 'abd al-'azīz ibn 'uthmān al-Qabīṣī al-Mūṣilī, cf. Al-Qabīṣī 2004, p. 1.

97. Ce traité a eu une grande postérité, en particulier dans la tradition latine. Voir par exemple Bearman et al. 1960-2005, t. IV, p. 240-241.

al-Qabīṣī est entre autre l'auteur d'un commentaire sur les *Trente chapitres* d'al-Farghānī ainsi que d'un *Traité sur les distances et les corps*, dédié à Sayf al-Dawla (945-967), qui constitue le texte que nous allons détailler[98].

Avant de passer à l'étude du *Traité sur les distances et les corps*, il faut noter qu'al-Qabīṣī, dans un passage relevé par Burnett, a indiqué que seuls les astrologues de premiers plans étaient capables de déterminer les distances et les volumes des astres[99] :

> Al-Qabīṣī describes the different kinds of people who call themselves astrologers :
> 1) The first is the 'complete astrologer', who is able to work out everything himself, using his own intelligence : 'He has read the *Almagest* and demonstrated the movements of the planets, and their forms, sizes, and distances one from another ; with *rational demonstrations* (barāhīn al-'aqlīya), and he does not need a book or tables'.
> 2) The second is the man who is competent in his craft, but does not seek the rational demonstrations that underpin the knowledge. He knows the requisite facts, but 'he does not know the indications or demonstrations of them'.

98. Pour une liste actualisée des traités d'al-Qabīṣī, cf Al-Qabīṣī 2004, p. 2-3. À ce stade de la description des textes de notre corpus, on peut remarquer qu'un témoin manuscrit du commentaire d'al-Qabīṣī sur les *Trente chapitres* d'al-Farghānī (ما شرحه القبيصي من كتاب الفصول الفرغاني) suit, dans le même codex *Istambul Ayasofya 4832*, un témoin manuscrit de son *Traité sur les distances et les corps*, et que ce codex contient de plus un témoin manuscrit de l'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra.

99. Ce passage est tiré de l'introduction d'une lettre adressée à Sayf al-Dawla. Faute d'avoir eu accès au texte original d'al-Qabīṣī, nous citons *in extenso* la description faite par Burnett (Burnett 2002, p. 203-204). La lettre sur laquelle s'appuie Burnett a circulé sous le titre *Sur l'examen des astrologues qui se désignent par ce nom* (في امتحان المنجمين ممن هو متسم بهذا الاسم). Elle comporte trente questions, ayant pour but de déceler les astrologues non qualifiés. Ces questions ont été retranscrites par Kennedy et Ragep lors de leur description du codex *Ẓāhiriyya 4871* qui en contient un témoin manuscrit, cf. Ragep et Kennedy 1981, p. 93-95. F.J. Ragep nous a signalé que ce texte a été édité par Chalhoub et al-Kadri (Chalhoub et al-Kadri 2011), mais nous n'avons pas encore pu consulter cette édition.

> 3) The third is the one who has learnt particular astrological techniques off by heart, but has no idea of their relation to other techniques. 'He is like a blind man whom a man endowed with eyesight has put into a certain place, but he does not possess it'. This is the characteristic of most of those who take on this art in this time.
> 4) The fourth kind are those who rely entirely on instruments. These, according to al-Qabīṣī, know nothing about astrological theory and practice, but spend their time using Astrolabs, determining the direction of the *qibla*, and doing other such things.

Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Qabīṣī a été édité et traduit en anglais par Hogendijk (Al-Qabīṣī 2014) à partir des deux témoins manuscrits répertoriés[100].

6.6.2 Ordonner et mesurer

Al-Qabīṣī introduit son traité en affirmant la difficulté de la tâche, en précisant que Ptolémée n'a déterminé les distances et les tailles que des deux luminaires et que d'autres auteurs ont ensuite mentionné les distances et les tailles des planètes mais sans en faire la démonstration[101] :

> J'ai vu des hommes de science, et même la plupart de ceux qui débattent de son essence à la recherche de la réalité des choses, perplexes devant ce que rapportent les anciens quant à leurs dé-

100. Il s'agit des manuscrits de Dublin (*Chester Beatty 5254*, folios 244r-251v) et d'Istamboul (*Ayasofya 4832*, folios 88v-94r). Avant les travaux d'Hogendijk, les bibliographes considéraient qu'il s'agissait de deux traités d'al-Qabīṣī portant le même titre. Voir par exemple Rosenfeld et Ihsanoğlu 2003, p. 85.

101. Traduction à partir du texte arabe (Al-Qabīṣī 2014, p. 207) :
رايت [...] اهل العلم بل ان قلت اكثر الناس ممن تنازعه نفسه الى البحث عن حقائق الاشياء متعجبين مما يحكى عن الاوائل مما وجدوه من عظم الشمس والقمر ومقدار كل واحد منهما من الارض وكيف ادرك ذلك ورايت بطلميوس قد بين مقدار الشمس والقمر فقط وابعادهما ببرهان هندسي ولم يذكر غيرهما من الكواكب ولم ار احدا من اصحاب كتب الاجرام والابعاد برهن على اعظام باقي الكواكب وابعادها بل ياتون بذلك تقليدا بغير برهان فاتيت في هذه الرسالة بالبرهان على ما ذكره جميع اصحاب كتب الاجرام والابعاد.

> couvertes concernant la taille du Soleil et de la Lune ainsi que les mesures [des distances] de chacun d'eux à la Terre, et sur les moyens d'y parvenir. J'ai vu que Ptolémée, uniquement pour le Soleil et la Lune, a démontré par des arguments de géométrie les mesures [de leurs corps] et leurs distances [à la Terre], et il ne l'a mentionné que pour ces deux [astres] parmi les astres. Je n'ai vu personne, parmi les auteurs qui ont indiqué les volumes et les distances, produire des démonstrations concernant les tailles des autres astres ou leurs distances, ils les ont seulement données en les copiant sans aucune démonstration. Je donne dans ce traité les démonstrations de ce qu'ont mentionné tous les auteurs ayant indiqué les volumes et les tailles.

Il s'ensuit une discussion sur la cause des éclipses à laquelle succède une présentation parfaitement maîtrisée, et illustrée par une analogie avec l'éclairage d'une lampe, du raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas permettant de démontrer que le Soleil est plus gros que la Terre. Cette présentation est suivie par l'explication de la parallaxe et par une reprise détaillée des passages du livre V de l'*Almageste* dans lesquels Ptolémée détermine les distances de la Lune ainsi que du Soleil.

Al-Qabīṣī détermine ensuite pour chaque planète le rapport de leurs distance extrémales en s'appuyant explicitement sur le modèle de leur mouvement en longitude établi par Ptolémée dans l'*Almageste*, puis, de proche en proche, en utilisant le principe des sphères emboîtées et l'arrangement des astres sans pour autant les mentionner explicitement, il en déduit leurs distances minimales et maximales à la Terre. Pour chaque planète, une fois les distances minimale et maximale déterminées, al-Qabīṣī en détermine le diamètre à partir du diamètre apparent de l'astre à sa distance moyenne, qu'il dit avoir été obtenu par l'observation à l'aide d'une alidade mais qui sont

exactement ceux que mentionne Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, en utilisant une méthode de calcul différente de celle utilisée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*[102].

Al-Qabīsī conclut son exposé par un traitement complet des dimensions de la sphère des fixes. Il commence par donner les valeurs des distances des étoiles fixes en milles, en utilisant une valeur du rayon terrestre égale à $3207\frac{1}{4}\frac{1}{40}$, puis en déduit la longueur d'un arc d'un degré sur cette sphère. En utilisant le fait qu'un degré d'arc sur Terre mesure 56 milles, il en déduit que l'angle issu du centre de la Terre qui intercepte un mille à sa surface en intercepte vingt-mille sur la surface de la sphère des fixes. Enfin il achève son traité en calculant la surface de la sphère des fixes exprimées en milles carrés.

Voici les valeurs numériques produites par al-Qabīṣī :

Astre	Distance en rayons terrestres
$Lune_{min}$	
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	$64;10$
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	159
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	$1\ 165;36$
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 210
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 734
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 171
$Saturne_{Max} = Fixes$	19 787

102. Pour un comparatif des méthodes utilisées par al-Qabīsī et les autres auteurs du corpus pour déterminer les diamètres des astres, cf. *infra* pages 366 et suivantes.

Astres	Diamètre apparent en diamètres solaires	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune		$\frac{1}{3\frac{2}{5}}$	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$
Mercure	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{29}$	$\frac{1}{24\ 389}$
Vénus	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{44}$
Soleil		$5\frac{1}{2}$	170
Mars	$\frac{1}{20}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{11}{12}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$	$4\frac{3}{5}$	$82\frac{19}{60}$
Saturne	$\frac{1}{18}$	$4\frac{11}{20}$	$94\frac{1}{6}$
Fixes I	$\frac{1}{20}$	$4\frac{1}{2}$	$91\frac{1}{8}$

Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Qabīṣī, rédigé du temps de l'émir d'Alep Sayf al-Dawla (945-967), est un traité indépendant dédié aux questions des distances et des tailles des astres. L'auteur s'appuie tacitement sur l'arrangement des astres selon leur distance et sur le principe des sphères emboîtées pour obtenir les valeurs de ces distances en rayons terrestres à partir des paramètres de l'*Almageste*. Il détaille la méthode qu'il emploie pour déterminer les tailles des astres mais n'utilise pas ces résultats pour produire un arrangement des astres selon leur taille. De plus il décrit avec soin les dimensions de la sphère des fixes qu'il donne en milles et en milles carrés. Al-Qabīṣī recourt à deux reprises à des arguments basés sur des observations pour étayer ses affirmations : une première fois pour prouver que le Soleil est plus gros que la Terre et une seconde fois pour justifier les valeurs des diamètres apparents des planètes qu'il utilise pour déterminer leur diamètre réel.

6.7 Texte 6 : le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Ṣaghānī

6.7.1 L'auteur et l'histoire du texte

Abū Ḥāmid Aḥmad ibn Muḥammad al-Ṣaghānī al-Asṭurlābī (?-1000) est originaire du Chāgānīān[103]. Son activité scientifique semble avoir été concentrée à Bagdad du temps de Sharaf al-Dawla (982-989). Il apparait en effet comme un acteur important des campagnes d'observation qui ont été menées à l'observatoire fondé par Sharaf al-Dawla aux environs de Bagdad[104]. Al-Ṣaghānī semble avoir été un facteur d'astrolabe réputé, mais également un théoricien de premier plan dans ce domaine comme en atteste son *Traité sur la projection de la sphère*[105]. Il faut également indiquer qu'al-Bīrūnī mentionne sous le titre *Les règles de l'astronomie*[106] un traité d'astronomie théorique rédigé par al-Ṣaghānī qui ne nous est pas parvenu.

6.7.2 Histoire du texte

Le *Traité sur les distances et les corps* ne figure pas parmi les textes d'al-Ṣaghānī répertoriés par les bibliographes médiévaux. Son authenticité est cependant attestée par la référence qu'y fait al-Bīrūnī[107]. Il a été édité, traduit en anglais et commenté par Hogendijk (Al-Ṣāghānī 2014) à partir d'un unique témoin manuscrit préservé dans le codex *Ẓāhiriyya 4871* (folios

103. Le Chāgānīān correspond approximativement à l'actuelle province ouzbèke du Sourkhan-Daria, cf. Yarshater et al. 1982-, t. IV-6, p. 614-615. La principale source primaire d'informations sur la vie d'al-Ṣaghānī est Al-Qifṭī 1903b, p. 79. Ces informations biographiques ont été synthétisées par Puig, cf. Hockey 2007, p. 1104.

104. Al-Bīrūnī rapporte par exemple qu'al-Ṣaghānī a effectué une observation à Bagdad en 984, cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 69. Les activités de cet observatoire sont détaillées par Sayili (Sayili 1960, p. 110-123).

105. Pour une étude sur ce traité, cf. Lorch 1987.

106. قوانين علم الهيئة, cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 69.

107. Cf. ibid., p. 179.

78v à 79v)[108]. Dans son commentaire, Hogendijk souligne de façon convaincante qu'il est probable que le *Traité sur les distances et les corps* soit un extrait d'un traité complet d'astronomie[109]. Il est dès lors raisonnable de supposer que le *Traité sur les distances et les corps* est un chapitre du traité sur *Les règles de l'astronomie* mentionné par al-Bīrūnī[110].

6.7.3 Ordonner et mesurer

Al-Ṣaghānī débute le traité en exprimant clairement les trois conditions qui permettent de déterminer la distance des astres : la connaissance de leur arrangement ; la coïncidence de la distance maximale d'un astre et de la distance minimale du suivant ; le fait que les étoiles fixes sont équidistantes de la Terre[111] :

> Il faut commencer par admettre certaines choses avant d'évoquer les distances des astres et leurs volumes. Le premier [point] que nous imposons est que l'ordre des sphères est tel que la sphère de la Lune est, par rapport à nous, la plus proche des sphères,

108. La description des 146 folios préservés du codex de Damas a été réalisée par Ragep et Kennedy (Ragep et Kennedy 1981). Leur analyse indique que tous les textes regroupés dans le codex, tant philosophiques que scientifiques, ont été copiés par un même individu, probablement celui qui a effectué la sélection des textes. Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Ṣaghānī est indiqué à la page 98.

109. L'argument le plus convaincant fourni en ce sens par Hogendijk (Al-Ṣāghānī 2014, p. 6) vient de ce qu'à la fin du premier chapitre du traité, al-Ṣaghānī indique qu'il a déjà mentionné la longueur du rayon de la Terre en amont de ce passage, alors que cette information ne figure pas dans le début du traité.

110. Cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 69.

111. Traduction à partir du texte arabe, cf. Al-Ṣāghānī 2014, p. 24 :
اما اولا فيجب ان نتسلم اشياء قبل ان نتكلم في ابعاد الكواكب واجرامها اما اولا فان نفرض ان مراتب الاكر هي ان فلك القمر اقرب الافلاك الينا ثم عطارد ثم الذهرة ثم الشمس ثم المريخ ثم المشتري ثم زحل ثم الكواكب الثابتة والمعنى الثاني ان نفرض ان ابعد بعد القمر هو اقرب قرب عطارد وان ابعد بعد عطارد هو اقرب قرب الذهرة ثم كذلك حتى ان ابعد بعد زحل هو عند الكواكب الثابتة والمعنى الثالث ان الكواكب الثابتة كلها في سطح واحد من جسم واحد حتى لا يكون ابعادها مختلفة.

> ensuite Mercure, ensuite Vénus, ensuite le Soleil, ensuite Mars, ensuite Jupiter, ensuite Saturne, ensuite les étoiles fixes. Le second point que nous imposons est que le plus grand éloignement de la Lune est le plus proche voisinage de Mercure, puis que le plus grand éloignement de Mercure est le plus proche voisinage de Vénus, et ainsi de suite jusqu'au plus grand éloignement de Saturne qui est celui des étoiles fixes. Le troisième point est que les étoiles fixes sont toutes sur la surface d'un unique corps de sorte que leurs éloignements ne sont pas différents.

L'auteur explique ensuite rapidement que Ptolémée n'a déterminé dans l'*Almageste* que les distances et les tailles des deux luminaires, puis il commence l'exposition des distances de la Lune en précisant dans quelles configurations de son modèle géométrique les distances extrémales sont réalisées[112]. Le texte se poursuit par une brève discussion sur les tailles relatives de la Terre et du Soleil qui est tranchée en exploitant l'observation d'éclipses, ce qui conduit à un ordre partiel des astres selon leur taille. Il faut remarquer ici qu'Hogendijk (Al-Ṣāghānī 2014, p. 7) considère ce passage comme hors de propos et qu'il pose la question de son authenticité. Nous avons cependant remarqué des passages de ce type dans plusieurs textes du corpus[113], et la possibilité que la présence d'un tel passage soit un marqueur d'une tradition textuelle sera discutée dans le chapitre 8.

Al-Ṣaghānī fournit ensuite des distances des astres qu'il attribue à Thābit ibn Qurra[114], de la distance minimale de la Lune à la distance des étoiles fixes, exprimées en rayons terrestres et en milles, un diamètre terrestre étant

112. À cet endroit Hogendijk signale une possible lacune, peut-être un passage complet, cf Al-Ṣāghānī 2014, p. 7.

113. Les informations quant à la présence ou à l'absence d'un tel passage dans les textes du corpus sont synthétisées dans la colonne II du tableau page 273.

114. Ces distances ne correspondent pas aux valeurs que l'on trouve dans l'*Almageste simplifié* mentionnées plus haut page 235. Un tableau comparant les valeurs données dans l'*Almageste simplifié* et dans le texte d'al-Ṣaghānī est donné par M. Rashed, cf. M. Rashed 2009, p. 694.

pris égal à 6 415 milles[115]. Al-Sāghānī termine l'exposition des distances selon Thābit en précisant que ce dernier a donné une estimation de la vitesse effective du mouvement des étoiles fixes (celles qui sont à proximité de l'équateur céleste)[116] :

> Thābit mentionne qu'il a trouvé par expérience que la vitesse moyenne du trot des chameaux, chaque fois que les étoiles fixes parcourent un degré, est mille coudées. Si un chameau au trot fait mille coudées en quatre cent cinquante pas – car un pas fait à peu près deux coudées un quart –, la distance que les étoiles fixes parcourent durant un pas de chameau est de 2490 milles.

Al-Ṣaghānī termine alors son exposé des résultats de Thābit en indiquant les volumes des astres errants fournis par ce dernier, tout en précisant que Thābit n'a pas fourni les volumes des étoiles fixes[117].

Al-Ṣaghānī consigne ensuite des résultats qu'il attribue à Abū Ja'far al-Khāzin[118]. Ces résultats concernent d'une part des longueurs, exprimés uniquement en milles sur la base de 3818 milles pour un rayon terrestre, telles

115. Al-Sāghānī indique que Thābit a utilisé le fait qu'un degré de méridien correspond à 56 milles. Cette valeur correspond à celle mentionnée par Ḥabash al-Ḥāsīb dans son *Livre sur les distances et les volumes* (Ḥabash al-Ḥāsīb 1985, p. 122). Al-Bīrūnī discute ce point en détail et cite au passage le témoignage d'al-Sāghānī, cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 179-180 et Kennedy 1973, p. 131-136

116. Ce passage a été signalé par Morelon (Morelon 1994, p. 129-130). Nous reprenons ici la traduction qu'a établie M. Rashed (M. Rashed 2009, p. 693-694). Le texte arabe est comme suit (Al-Ṣāghānī 2014, p. 26) :
وذكر [ثابت] انه وجد بالمحنة ان اوسط سير الجمزات يكون في كل جزء من مدار الفلك الف ذراع فاذا كان خطوات الجمازة الف ذراع باربع مائة وخمسين خطوة على ان الخطوة قريب من ذراعين وربع كان مقدار ما يتحرك فلك الكواكب الثابتة في وقت خطوة واحدة من خطى الجمازة الفي واربع مائة وتسعين ميلا

117. On a vu plus haut que Thābit donne le volume des étoiles fixes de première catégorie dans l'*Almageste simplifié*.

118. Le traité d'al-Khāzin est perdu. Il est mentionné par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* qui en retient également qu'al-Khāzin a déterminé les dimensions des étoiles fixes des six catégories. Voir *infra* page 457 pour le texte arabe et page 479 pour le texte français.

les distances des astres et la longueur d'un arc d'un degré sur l'écliptique (1 323 937 milles), et d'autre part des aires, exprimées en milles carrés, telles celles de la sphère des fixes et celles des corps sphériques de chaque astre errant et des étoiles fixes de chacune des six catégories.

Nous donnons dans les tableaux ci-dessous les valeurs attribuées à Thābit ibn Qurra par al-Ṣaghānī :

Astre	Distance en rayons terrestres	Distances en milles
$Lune_{min}$	$33;33$	107 612
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	$64;10$	205 815
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166	532 445
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1 079	3 460 890
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 260	4 041 450
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 820	28 290 150
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	$14\ 188;40$	45 510 241
$Saturne_{Max} = Fixes$	$19\ 864;10$	63 714 337

Astres	Volume en volumes terrestres
Lune	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$
Mercure	$\frac{1}{22\ 000}$
Vénus	$\frac{1}{44}$
Soleil	$166\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
Mars	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	$81\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
Saturne	$79\frac{1}{2}$
Fixes I	$91\frac{1}{8}$

Nous donnons ensuite les valeurs attribuées à al-Khāzin par al-Ṣaghānī[119] :

Astre	Distance en rayons terrestres	Distances en milles
$Lune_{min}$	$33;33$	128 110
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	64	244 352
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166	633 788
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	$\simeq$ 1 079	4 119 564
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 210	
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	$\simeq$ 8 820	33 675 460
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 187	54 165 966
$Saturne_{Max} = Fixes$	19 860	75 825 480

Astres	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune	$\frac{5}{19}$	
Mercure	$\frac{1}{29}$	
Vénus	$0;17$	
Soleil	$5\frac{1}{2}$	
Mars	$1\frac{1}{7}$	
Jupiter	$4;21$	
Saturne	$4;15$	
Fixes I	$4;33$	$97 \simeq 96$
Fixes II	$4;19$	80
Fixes III	4	64
Fixes IV	$3;38$	48
Fixes V	$3;11$	32
Fixes VI	$2;31$	16

119. Al-Ṣaghānī ne fournit pour les distances que les valeurs en milles. et pour les dimensions des corps des astres il n'indique que leur surface en milles carrés. Nous utilisons pour les diamètres et les volumes les reconstructions concluantes d'Hogendijk (Al-Ṣāghānī 2014, p. 13-18).

Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Ṣaghānī, sans doute rédigé du temps de Sharaf al-Dawla (982-989), se présente comme un texte dédié à la question des distances et des tailles des astres. Il est cependant possible que ce texte ait initialement été rédigé comme un chapitre d'un traité plus important. Dans ce texte, al-Ṣaghānī suppose connu l'arrangement des astres selon leur distance à la Terre. Il explicite le principe des sphères emboîtées. Sans exposer les méthodes employées, il rapporte ensuite des distances et des tailles qu'il attribue à Thābit ibn Qurra. Pour compléter son propos, en particulier sur les tailles des étoiles fixes des catégories intermédiaires, il fournit ensuite des valeurs concernant la dimension de la sphère des fixes et les surfaces des corps des astres qu'il attribue à Abū Ja'far al-Khāzin. Il faut enfin noter qu'al-Ṣaghānī ne mentionne des observations que dans le cadre de la détermination de l'ordre partiel des tailles du Soleil, de la Terre et de la Lune.

6.8 Texte 7 : le *Traité sur les quantités des distances et des volumes* de Kūshyār ibn Labbān

6.8.1 L'auteur et l'histoire du texte

Abu'l-Ḥasan Kūshyār ibn Labbān Bāshahrī al-Jīlī (971-1029) est originaire et a vécu principalement dans la province de Guilan[120]. Kūshyār ibn Labbān est crédité de plusieurs ouvrages dans le domaine de l'astronomie[121]. Le principal est *al-zīj al-Jāmi'*, un traité en quatre livres, dont les livres I et IV ont été édités et traduits en anglais par Bagheri (Kūshyār Ibn Labbān

120. Cette province se situe sur le rivage sud de la mer caspienne. Le contexte géopolitique de la province de Guilan du temps de Kūshyār ibn Labbān, en particulier la survivance tardive de la culture zoroastrienne auquel le nom de Kūshyār est attaché, est détaillé par Mazahéri, cf. Mazahéri 1975, p. 25-52.

121. Pour une bibliographie complète des travaux de Kūshyār, voir par exemple Rosenfeld et Ihsanoğlu 2003, p. 118-119.

2009). Une première version de ce traité aurait été achevée en 1003[122]. Deux chapitres additionnels du *Zīj al-Jāmi'*, sans doute postérieurs, ont circulé de façon indépendante, il s'agit d'un glossaire d'astronomie, également édité et traduit par Bagheri (Kūshyār Ibn Labbān 2006), et d'un texte présenté par Kūshyār comme un commentaire au chapitre 22 du livre III. Ce texte a pour titre complet *Traité sur les quantités des distances et des volumes selon les mesures de Ptolémée et sur la voie pour y accéder* [123] et a été édité et traduit par Bagheri, Hogendijk et Yano (Kūshyār 2012). C'est ce texte, que nous désignerons dans la suite de notre étude comme le *Traité sur les quantités des distances et des volumes* de Kūshyār, que nous avons choisi d'intégrer à notre corpus.

6.8.2 Mesurer et ordonner

En introduction du *Traité sur les quantités des distances et des volumes*, Kūshyār commence par expliciter les motivations qui l'ont conduit à organiser son texte de façon originale[124] :

---

122. Mazahéri signale en effet que le copiste du manuscrit d'Alexandrie (*4285G*) mentionne qu'il a effectué son travail à partir d'un manuscrit autographe de Kūshyār daté de 1003, cf. Mazahéri 1975, p. 41.

123. Le titre arabe est :

الرسالة في مقادير الابعد والاجرام على قياسات بطلميوس والطريق الى الوصول اليها

124. Traduction à partir du texte arabe (Kūshyār 2012, p. 106) :

اني رأيت أكثر الناس قد استمر على سمعهم قول المنجمين أن الكواكب في برج كذا ودرجة كذا وان الكسوف في وقت كذا وكذا فألفوا هذا القول منهم حتى كأنهم جوّزوا أن يكون الى ذلك سبيلاً فإذا قيل أن من الأرض إلى أحد الكواكب كذا وكذا مسافة وان مقدار جرمه كذا لووا رؤوسهم وشفاههم واستبعدوه من الممكن جداً ويقع لهم أنه لا سبيل إلى ذلك إلا بالصعود إليها والقرب من أجرامها ومساحتها بالايدي كما يمسح سائر الأشياء على الأرض وكان في جملتهم من يتحلى بهذه الصناعة واعتقاده في ذلك قريب من اعتقاد أولئك لأنه لم يرتق في الصناعة إلى حيث يرى ذلك ممكناً وإن رآه ممكناً استبعد الوصول إلى مثله واستعظم فعملت هذه الرسالة في الطريق إلى مقادير الأبعاد والأجرام والسبيل إلى الوصول إليها وما يتعلق بالرصد منها وما يعلم بالهندسة والحساب.

> J'ai vu que la plupart des gens ont souvent entendu les astrologues dire que les astres seraient dans un certain signe et dans un certain degré et qu'une éclipse [se produirait] à tel ou tel instant. Ils se sont ainsi habitués à leurs affirmations au point qu'ils ont accepté l'idée qu'il pouvait y avoir une voie vers elles. Cependant s'il est dit que la distance entre la Terre et un des astres est de telle ou telle mesure, et que la taille de son corps est tant, ils hochent la tête et [remuent] les lèvres et pensent vraiment que c'est impossible. Il leur semble qu'il n'y a pas de voie vers cela à moins de monter auprès d'elles et en se rapprochant de leurs corps de les mesurer à la main comme on mesure les autres objets sur Terre. Il y a parmi eux des gens qui exercent cette discipline dont l'opinion rejoint cette opinion parce qu'ils ne sont pas suffisamment avancés dans cette discipline pour pouvoir le voir possible. Et s'ils le voient possible, ils découragent l'accès vers cela et se donnent de l'importance. C'est pourquoi j'ai rédigé ce traité sur la méthode [pour obtenir] les mesures des distances et des corps, la façon de les obtenir, et sur ce qui dépend de l'observation et ce qui est connu par la géométrie et le calcul.

Kūshyār commence par exposer les dimensions de la Terre. Il y affirme par exemple que son rayon est de 3 818 milles. Il fournit ensuite les distances maximales et minimales de la Lune en utilisant une méthode distincte de celle utilisée par Ptolémée. Cette méthode permet d'obtenir sans efforts des valeurs proches des valeurs obtenues par Ptolémée dans l'*Almageste*[125].

125. Cette méthode permet d'obtenir, au pris d'une pétition de principe, des valeurs proches des valeurs obtenues par Ptolémée dans l'*Almageste*. Il semble très improbable que Kūshyār puisse l'avoir considérée comme rigoureuse.

Après avoir discuté des tailles relatives du Soleil, de la Lune et de la Terre, Kūshyār poursuit son exposé en déterminant à l'aide de deux éclipses le diamètre de la Lune en fonction du diamètre de la Terre. Il utilise alors ses résultats pour déterminer, à l'aide d'une observation de parallaxe, le diamètre du Soleil ainsi que sa distance à la Terre[126].

Kūshyār passe ensuite à la détermination des distances des cinq planètes qu'il détermine sans mentionner le principe des sphères emboîtées auquel il substitue l'égalité entre la parallaxe d'une planète à sa distance maximale de la Terre et la parallaxe de la planète suivante à sa distance minimale[127]. Il détaille ensuite le calcul des distances en supposant connu le rapport qui quantifie les variations du diamètre apparent de chaque planète. Il calcule ensuite les tailles en proposant un algorithme prenant en entrée deux paramètres[128] : le rapport de distance moyenne de la planète (à la Terre) au rayon de la Terre ; le rapport du diamètre apparent de chaque planète lorsqu'elle est à sa distance moyenne de la Terre au diamètre apparent du Soleil. Kūshyār indique ensuite que les étoiles fixes sont réparties en six catégories de tailles et donne les volumes des étoiles de première et sixième catégories en indiquant que les volumes des catégories intermédiaires décroissent progressivement. Il peut alors produire une classification des astres dans l'ordre décroissant de leurs tailles : le Soleil, les étoiles fixes de première catégorie ; Jupiter ; Saturne ; les autres étoiles fixes ; Mars ; la Terre ; Vénus ; la Lune; Mercure. Kūshyār achève son *Traité sur les s quantités des distances et des volumes* par la conversion en milles des distances des astres. Pour conclure, Kūshyār donne la liste des distances des astres, dans l'ordre croissant des distances de la plus petite distance de la Lune à la distance des étoiles fixes,

126. La méthode utilisée par Kūshyār est radicalement différente de celle utilisée par Ptolémée dans l'*Almageste*. La méthode de Ptolémée est exposée plus loin page 69, celle de Kūshyār page 380.

127. L'affirmation par Kūshyār que la parallaxe d'une planète peut être observée est déjà difficilement crédible, mais le fait que ces observations soient suffisamment précises pour pouvoir détecter des différences de parallaxe entre deux positions d'une même planète rend flagrant le fait que les valeurs utilisées par Kūshyār sont des valeurs reconstruites et non observées. Le détail de la méthode de Kūshyār est exposé plus loin page 330.

128. Pour le caractère algorithmique de la procédure de Kūshyār, cf. *infra* page 378.

et y intercale la distance du sommet du cône de l'ombre (faite par la Terre à la lumière du Soleil) qu'il estime à 1 007 952 milles de la Terre, soit dans la partie basse de la zone dans laquelle Mercure se meut.

Les valeurs numériques fournies par Kūshyār sont résumées dans les tableaux ci-dessous :

Astre	Distance en rayons terrestres	Distances en milles
$Lune_{min}$	$33;07$	126 440
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	$64;15$	245 306
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166	633 788
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	$1\ 160 \simeq 1\ 161$	4 428 880
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	$1\ 255 \simeq 1\ 260$	4 783 954
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 764	33 460 952
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 168	54 093 424
$Saturne_{Max} = Fixes$	19 835	75 730 030

Astres	Diamètre apparent en diamètres solaires	Diamètre réel en diamètres terrestres	Volume en volumes terrestres
Lune		$\frac{1}{3\frac{1}{4}\frac{1}{6}} \simeq \frac{1}{3\frac{2}{5}}$	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$
Mercure	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{28}$?	$\frac{1}{22\ 000}$
Vénus	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{33\frac{1}{3}}$
Soleil		$5\frac{1}{2}$	$166\frac{1}{4}\frac{1}{8}$
Mars	$\frac{1}{20}$	$1;09$	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$	$4\frac{1}{4}\frac{1}{6}$	$84\frac{1}{5}\frac{1}{6}$
Saturne	$\frac{1}{18}$	$4\frac{1}{3}$	$81\frac{1}{5}\frac{1}{8}$
Fixes I	$\frac{1}{20}$	$4\frac{1}{2}\frac{1}{20}$	$94\frac{1}{5}$
Fixes VI			16

Le *Traité sur les quantités des distances et des volumes* rédigé par Kūshyār ibn Labbān durant le premier quart du XI^{e} siècle contient un traitement singulier des distances et des tailles des corps célestes. L'objectif annoncé

de Kūshyār est de rendre facile l'obtention des distances et des tailles des astres. La méthode qu'il propose repose sur la comparaison de la parallaxe des planètes et la quantification des variations de leur diamètre apparent. C'est à partir de ces données que Kūshyar propose une méthode ne nécessitant ni la maîtrise des modèles géométriques, ni le recours au principe des sphères emboîtées. Il arrive ainsi à reconstruire les diamètres des astres, puis leurs distances. Il est alors à même de proposer les arrangements des astres selon leur taille ou leur éloignement et ainsi de retrouver les résultats connus. Les données d'observation utilisées par Kūshyar étant évidemment fictives, son texte s'avère être une source d'informations en vue du traitement des questions épistémologiques que nous aborderons dans les chapitres suivants.

6.9 Tableau synthétique des caractéristiques des textes du corpus

Pour conclure ce chapitre, nous dressons un bilan des informations recueillies lors de la lecture linéaire des textes du corpus. Ces informations de nature épistémologique sont synthétisées dans un tableau à huit colonnes, présenté en deux parties pour en faciliter la lecture.

Les trois premières colonnes concernent le thème *« Ordonner »*. L'étude des textes a permis de distinguer cinq attitudes distinctes relativement à l'arrangement des astres selon l'ordre croissant de leur éloignement de la Terre (colonne I). Cet arrangement est tacite ou donné sans discussion dans cinq des huit textes. Dans le plus ancien des trois autres textes, certes al-Farghānī donne *a priori* l'arrangement des astres mais, dans un second temps, il détermine que la distance maximale de Vénus est égale à la distance minimale du Soleil, ce qui lui permet de valider le rang du Soleil[129]. Ce n'est donc que dans les deux traités les plus récents de notre corpus que cet arrangement est profondément mis à l'épreuve, d'une part par Kūshyār qui l'obtient grâce à sa méthode de calcul, et d'autre part par al-Bīrūnī qui ne se contente pas de

129. Si l'on suit notre traduction du texte arabe qui diverge sur ce point de l'édition latine. Voir notre note 32 page 227.

donner l'arrangement des astres : il le discute. En effet il établit d'abord un arrangement partiel des astres (Soleil excepté) sur la base d'observation d'occultations mutuelles de planètes, puis malgré le bon accord entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil qui tendrait à confirmer le rang du Soleil, il stipule qu'un autre arrangement des astres serait tout aussi plausible.

La colonne II indique pour chacun des textes si celui-ci contient un paragraphe dédié au raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas permettant de déterminer l'ordre partiel de la Terre et des deux luminaires selon leur taille. La colonne III précise si ces textes contiennent un récapitulatif de l'arrangement de l'ensemble des astres selon leur taille. Les informations sur la présence ou l'absence de l'explicitation de ces arrangements seront exploitées dans le chapitre 8 car il nous semble qu'il est possible de les utiliser comme des marqueurs de traditions astronomiques.

Les colonnes IV à VIII concernent le thème *« Mesurer »*. La colonne IV résume la place accordée dans chacun des textes au principe des sphères emboîtées. Seul l'auteur du *Traité d'astronomie* semble l'ignorer, alors que Kūshyār s'appuie des observations fictives de différences de parallaxe pour le contourner.

Dans les colonnes V et VI, nous indiquons si les auteurs mettent en œuvre une méthode pour calculer les distances et les tailles, ou bien s'ils l'énoncent ou encore s'ils ne produisent aucune indication quant à la méthode permettant d'obtenir les résultats qu'ils mentionnent.

En ce qui concerne la méthode de calcul des distances, deux types de rapports sont utilisés par les auteurs comme données fondamentales : pour certains ce sont les rapports des distances extrémales tirés des modèles géométriques du mouvement en longitude des astres errants, alors que pour d'autres ce sont les rapports des variations du diamètre apparent des astres errants. Cette information est consignée dans la colonne VII. De plus les quatre auteurs qui mettent en œuvre une méthode pour calculer les tailles des planètes utilisent chacun une méthode différente. L'analyse mathématique de ces méthodes constituera le socle du chapitre 9.

La dernière colonne (colonne VIII) indique si les auteurs mentionnent dans leur texte la question du calcul des distances ou des tailles des planètes lorsqu'elles sont dans des positions intermédiaires, c'est-à-dire entre leur distance minimale et leur distance maximale.

	I	II	III
Texte	Arrangement total (distance)	Arrangement partiel (taille)	Arrangement total (taille)
Trente chapitres	validé	non	oui
Almageste simplifié	donné	non	oui
Traité d'astronomie	tacite	oui	non
Zīj al-Ṣābi'	tacite	oui	oui
Traité d'al-Q.	tacite	oui	non
Traité d'al-Ṣ.	donné	oui	non
Sur les quantités ...	obtenu	oui	oui
Al-Qānūn	discuté	non	non

	IV	V	VI	VII	VIII
Texte	Principe des sphères emboîtées	Méthode de calcul (distance)	Méthode de calcul (taille)	Rapports utilisés	Positions intermédiaires
Trente chapitres	énoncé	énoncée	énoncée	distances	non
Almageste simplifié	énoncé	absente	absente	aucun	non
Traité d'astronomie	ignoré	absente	absente	aucun	non
Zīj al-Ṣābi'	tacite	employée	employée	tailles	mentionnées
Traité d'al-Q.	tacite	employée	employée	distances	non
Traité d'al-Ṣ.	énoncé	absente	absente	aucun	non
Sur les quantités ...	évité	employée	employée	tailles	non
Al-Qānūn	discuté	employée	employée	distances	mentionnées

Chapitre 7

Les auteurs des textes du IX^{e} siècle avaient-ils accès au *Livre des Hypothèses*?

7.1 Une question ouverte et des éléments contradictoires

Dans les textes de notre corpus, le traitement des questions liées à l'arrangement des astres errants et aux dimensions célestes est analogue à celui produit par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* retrouvée en 1967. Ceci rend *a priori* indiscutable le fait que le *Livre des Hypothèses* a été la principale source des textes de notre corpus en ce qui concerne ces questions. Il existe de plus un faisceau d'indices qui laisse supposer que la traduction du *Livre des Hypothèses* en arabe a été effectuée avant le milieu du IX^e siècle et la rédaction des plus anciens textes de notre corpus[1].

Cependant, comme nous allons l'établir dans ce chapitre, aucun de ces indices pris séparément ne constitue une preuve irréfutable du fait que la traduction vers l'arabe du *Livre des Hypothèses* ait eu lieu avant le début du XI^e siècle et les travaux d'al-Ḥasan ibn al-Haytham et d'al-Bīrūnī dans lesquels ces deux auteurs commentent explicitement de nombreux passages du *Livre des Hypothèses*[2].

Cette diversité d'opinions parmi les historiens est directement liée à la difficile mise en cohérence des informations disponibles, que nous allons examiner en détail dans ce chapitre, et que l'on peut résumer ainsi : un faisceau d'indices pointe vers un accès direct de Thābit ibn Qurra au *Livre des Hypothèses* et, d'autre part, aucun des auteurs du X^e siècle ne semble connaître ni le contenu ni même l'existence du traité de Ptolémée tout en en reproduisant cependant les méthodes et les résultats.

Or cette question est d'importance dès lors que l'on souhaite produire une analyse épistémologique des textes arabes de notre corpus. En effet notre lecture de ces textes sera différente selon que l'on considère que leurs auteurs avaient le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée à disposition, auquel cas leurs travaux pourraient être vus comme des commentaires ou des approfondis-

1. C'est par exemple l'opinion de Morelon (Morelon 1997b, p. 37-38), de S. Ragep (Al-Jaghmīnī 2016, p. 44) et de Toomer (Toomer 1990, p. 757).

2. Parmi les historiens partageant cette opinion, mentionnons par exemple Hartner (Hartner 1970, p. 511) et Aiton (Aiton 1981, p. 85).

sements du *Livre des Hypothèses*, ou que l'on considère que ces auteurs ont élaborés leurs propres méthodes sans connaître le détail des travaux de Ptolémée et dans ce cas les textes du corpus devraient être considérées comme des contributions originales dont l'analyse serait dès lors une fenêtre sur la science en train de se faire durant la première phase de l'astronomie arabe encore mal connue.

Ce que l'on sait de la traduction arabe du *Livre des Hypothèses*

La traduction arabe complète du *Livre des Hypothèses* est contenue dans deux manuscrits copiés après le XI^e^ siècle : le manuscrit de Londres *B.L. Add. 7473*[3] et le manuscrit de Leyde *U.B. Or, 180*[4]. Un troisième manuscrit ne contient qu'une petite partie du texte, il s'agit du manuscrit du Caire *Dār al-kutub, Riyaḍiyyāt 238*[5]. La traduction arabe du *Livre des Hypothèses* a de plus été utilisée par Qalonymos ben Qalonymos pour établir une traduction en hébreu au XIII^e^ dont une copie figure dans le manuscrit *B.N.F. Hébreu 1028*[6]. La seule information contenant la date de la traduction du *Livre des Hypothèses* en arabe se trouve sur la page de garde du manuscrit de Leyde *U.B. Or, 180* qui indique que Thābit ibn Qurra aurait révisé cette traduction, mais cette attribution reste controversée à ce jour[7]. Le *terminus ante quem* de la traduction du *Livre des Hypothèses* vers l'arabe est 988 puisque dans le *Kitāb al-Firhist* mis en circulation à cette date Ibn al-Nādim mentionne un *Kitāb iqtiṣāṣ aḥwāl al-kawākib* (*Livre de l'exposition des situations des astres*)[8] dans la liste des œuvres de Ptolémée, or c'est bien sous une

3. Ce manuscrit est intégré à un codex daté de 1242, cf. Cureton et Rieu 1852, p. 205-209.

4. Ce manuscrit n'est pas daté dans les catalogues, mais en se basant sur le papier, l'écriture et l'encre du manuscrit les auteurs de la notice du projet *Ptolemaus Arabus et Latinus* ont pu circonscrire sa date de rédaction entre les XII^e^ et XIII^e^ siècles, cf. Bellver 2020.

5. Ce manuscrit est probablement du début du XX^e^ siècle, cf. King 1986, p. 26.

6. Le copiste du texte hébreu attribue la traduction à Qalonymos ben Qalonymos qui aurait achevé son travail en 1317, cf. Munk et al. 1866, p. 186.

7. Nous discuterons de ce point en détail dans la section dédiée à la question d'un accès de Thābit au *Livre des Hypothèses*.

8. Nous reprenons ici la traduction proposée par Morelon, cf. Morelon 1987, p. 8.

forme proche de cet intitulé (*Kitāb al-iqtiṣāṣ*) qu'Ibn al-Haytham, dans ses *Doutes sur Ptolémée* rédigés entre 1028 et 1038[9], désigne un traité de Ptolémée qu'il critique avec force détails ne laissant aucun doute quant au fait qu'il s'agit du *Livre des Hypothèses* dans son intégralité. Cependant, alors qu'Ibn al-Haytham consacre plusieurs chapitres des *Doutes sur Ptolémée* à une critique de passages du *Livre des Hypothèses* auxquels il renvoie avec précision, son seul commentaire sur la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* en est un résumé pour le moins succinct : *«puis il [Ptolémée] mentionne les proportions des distances des astres vis-à-vis de la Terre et leurs dimensions de manière convaincante»*[10]. Nous pouvons ici noter que le traitement lapidaire réservé par Ibn al-Haytham à la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* est étonnamment proche de celui qui a suivi sa redécouverte en 1967[11]. C'est également aux alentours de 1030 qu'al-Bīrūnī mentionne le *Livre des Hypothèses* sous le titre *Kitāb al-manshūrāt*[12] dans *al-Qānūn al-Mas'ūdī*, dans le *Traité sur l'Inde* ainsi que dans les *Éléments d'astrologie*[13].

Les auteurs de notre corpus affirment que Ptolémée n'a pas travaillé sur les dimensions des planètes

Hormis l'attribution douteuse d'une révision de la traduction arabe par Thābit qui apparaît dans la page de garde du manuscrit de Leyde, la seule mention probable du *Livre des Hypothèses* antérieure à la publication du *Fihrist* d'Ibn al-Nādim se trouve dans un texte de Thābit ibn Qurra dans lequel

9. Cette fourchette est donnée par R. Rashed (R. Rashed 2006, p. 3). Les *Doutes sur Ptolémée* ont fait l'objet d'une édition (Ibn al-Haytham 1971) et d'une traduction en anglais (Voss 1985).

10. Notre traduction à partir de l'édition de Sabra (Ibn al-Haytham 1971, p. 45) :

ثم يذكر نسب أبعاد الكواكب عن الأرض ومقاديرها بطريق إقناعى.

11. Cf. *supra* page 93.

12. Sur la traduction de ce titre, cf. *supra* page 97.

13. Dans *al-Qānūn al-Mas'ūdī*, cf. *infra* notre édition du chapitre X.6. Dans le *Traité sur l'Inde*, cf. par exemple la mention du calcul des distances des planètes par Ptolémée dans le *Kitāb al-manshūrāt* (Al-Bīrūnī 1910, t. 2, p. 69). Dans les *Éléments d'astrologie*, cf. par exemple la mention des diamètres apparents des planètes fournis par Ptolémée dans le *Kitāb al-manshūrāt* (Al-Bīrūnī 1934, p. 205).

celui-ci renvoie à un traité de Ptolémée sous le titre *Kitāb Baṭlamyūs fī uṣūl ḥarakāt al-kawākib al-mutaḥayyira* (*Livre de Ptolémée sur les principes des mouvements des astres*)[14] et le contexte de cette citation permet d'envisager qu'il s'agit là d'une référence au *Livre des Hypothèses*. C'est d'ailleurs la conclusion de Morelon sur ce point[15]. Cependant cette traduction précoce du *Livre des Hypothèses* dès le milieu du IXe siècle s'accorde mal avec le fait que quatre des auteurs de notre corpus écrivent explicitement dans leurs textes que Ptolémée n'a déterminé les dimensions – distances et tailles – que dans le cas des deux luminaires et qu'il n'a pas produit de tels résultats en ce qui concerne les planètes :

1. *Les Trente chapitres* d'al-Farghānī[16] :

> Après avoir décrit la place des astres dans leur arrangement, nous décrivons les valeurs de leurs distances à la Terre. Ptolémée a démontré la valeur de la distance du Soleil et de la Lune dans son livre et pas davantage : nous n'y avons pas trouvé mention des distances des autres astres.

2. Le *Zīj al-Ṣābi'* d'Al-Battānī[17] :

> En ce qui concerne la distance du Soleil et de la Lune ainsi que les diamètres et les volumes de leurs corps, nous les avons exposés selon deux voies : celle de l'*Almageste* et la notre tirée de l'observation d'éclipses [au chapitre XXX]. Poursuivons, sans exclusive parmi les sphères, jusqu'à la sphère de Saturne et la sphère des étoiles fixes, en nous tournant vers ce qu'ont obtenu les plus récents des sages qui ont surpassé Ptolémée.

14. Nous reprenons ici la traduction du titre de l'ouvrage de Ptolémée proposée par Morelon, cf. Morelon 1987, p. 8.

15. Cf. ibid., p. xxvii-xxviii ;240-241. Plus loin dans ce chapitre, nous discuterons en détail la robustesse des arguments sur lesquels s'appuie l'identification du *Kitāb Baṭlamyūs fī uṣūl ḥarakāt al-kawākib al-mutaḥayyira* avec le *Livre des Hypothèses*.

16. Introduction du chapitre XXI. Notre traduction à partir d'un passage de l'édition d'Unat (Al-Farghānī 2012, p. 73) reproduit plus haut page 226.

17. Introduction au chapitre L. Notre traduction à partir d'un passage de l'édition de Nallino (Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 181) reproduit plus haut page 248.

3. Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Qabīṣī[18] :

> J'ai vu que Ptolémée, uniquement pour le Soleil et la Lune, a démontré par des arguments de géométrie les mesures [de leurs corps] et leurs distances [à la Terre], et il ne l'a mentionné que pour ces deux [astres] parmi les astres.

4. Le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Ṣaghānī[19] :

> En ce qui concerne Ptolémée, il n'a pas consigné dans l'*Almageste* les distances des astres ni les mesures de leurs corps à l'exception [du cas] des deux luminaires.

Il semble en outre que l'on puisse exclure l'hypothèse d'une erreur d'attribution du *Livre des Hypothèses* qui aurait pu conduire les auteurs cités ci-dessus à ne pas attribuer à Ptolémée le contenu du *Livre des Hypothèses* tout en ayant accès à ce traité. En effet, bien qu'une telle possibilité ne puisse être écartée d'emblée, en particulier car un problème d'attribution de ce genre est bien documenté en ce qui concerne les *Tables faciles* qui se trouvent souvent attribuées à tort dans les textes arabes à Théon et non à Ptolémée[20], le fait est que d'une part l'auteur du *Livre des Hypothèses* dédie ce traité à un certain Syrus, dédicace identique à celle faite par Ptolémée en introduction de l'*Almageste*, et d'autre part que cet auteur se présente explicitement comme l'auteur de la *Syntaxe*, c'est-à-dire de l'*Almageste* (Ptolémée 1993, p. 14-16). Par conséquent il semble raisonnable de penser que quiconque a eu accès au *Livre des Hypothèses* ne pouvait avoir de doute quant à son attribution à Ptolémée.

---

18. Introduction du traité. Notre traduction à partir d'un passage de l'édition de Hogendijk (Al-Qabīṣī 2014, p. 207) reproduit plus haut page 256.

19. Introduction du traité. Notre traduction à partir d'un passage de l'édition de Hogendijk (Al-Ṣāghānī 2014, p. 24) :
اما بطلميوس فلم يذكر في كتاب المجسطى من أبعاد الكواكب ومقادير اجرامها الا في النيرين فقط.

20. Cf. R. Mercier 2011, p. 190-198.

Une liste de marqueurs du *Livre des Hypothèses* en vue d'une analyse fine

Il ressort donc de cette analyse préliminaire des textes de notre corpus que la question de la circulation du *Livre des Hypothèses* durant la période de rédaction des textes de notre corpus nécessite d'être analysée plus finement. À cette fin nous avons établi en conclusion du chapitre 4[21] une liste non exhaustive constituée de sept marqueurs de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* que nous reproduisons ici :

(1) : la mention explicite du fait que Ptolémée a traité de la question des distances et des tailles de tous les astres ;

(2) : l'énoncé du problème du rang du Soleil et le recours à la structure argumentative utilisée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour le résoudre ;

(3) : la justification des positions relatives de Mercure et de Vénus par l'observation de l'occultation de Vénus par Mercure ;

(4) : la correspondance des valeurs des distances et des tailles des planètes vis-à-vis de celles du *Livre des Hypothèses*;

(5) : le rapport des distances internes au modèle de Mercure ;

(6) : les rapports des diamètres apparents des planètes au diamètre apparent du Soleil ;

(7) : la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus.

Deux marqueurs, deux conclusions opposées

Les quatre passages que nous venons de citer correspondent au marqueur (1), c'est-à-dire à l'attribution explicite à Ptolémée de résultats concernant les distances et les taille des planètes, et non seulement aucun des auteurs des textes de notre corpus, à l'exception notable d'al-Bīrūnī, et peut-être de

21. Cf. pages 152 et suivantes.

Kūshyār si l'on en croit le titre sous lequel son texte a circulé, ne renvoie à Ptolémée comme source de son texte, mais au contraire la plupart d'entre-eux expriment sans ambiguïté le fait que Ptolémée n'a pas étudié ces questions alors que de leurs côtés Thābit ibn Qurra et l'auteur anonyme du *Traité d'astronomie* n'indiquent pas si les valeurs numériques des distances et des tailles des planètes qu'ils citent dans leurs textes respectifs sont attribuées ou non à Ptolémée. Le marqueur (1) fournit donc une indication très claire : l'idée que Ptolémée aurait rédigé un ouvrage abordant les dimensions célestes ne circulait pas, ou peu[22], durant cette période et, par conséquent la grande majorité, et peut-être même la totalité, de ces auteurs n'a pu s'appuyer directement sur le *Livre des Hypothèses* en vue de la rédaction de leurs traités respectifs.

Le marqueur (6) produit quant à lui une conclusion opposée. En effet tous les textes du corpus qui mentionnent les diamètres apparents des planètes lorsqu'elles sont à leur distance moyenne[23] indiquent des valeurs parfaitement identiques à celles produites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, alors qu'il est impossible, étant donné l'ordre de grandeur des phénomènes observés, que les mêmes valeurs aient pu être retrouvées de façon indépendante par un auteur intermédiaire entre Ptolémée et les auteurs des textes de notre corpus.

Passage au crible des quatre plus anciens textes de notre corpus

Ces résultats contradictoires produits par les marqueurs (1) et (6) conduisent à formuler l'hypothèse que certains résultats du *Livre des Hypothèses* étaient accessibles aux auteurs des textes de notre corpus sans qu'ils aient eu pour autant accès au *Livre des Hypothèses*. Il est dès lors nécessaire

22. Rappelons que les textes qui nous sont parvenus ne sont qu'un échantillon non représentatif des textes rédigés durant cette période.

23. Nous renvoyons ici au chapitre 6, et en particulier aux tableaux synthétiques reprenant les valeurs numériques mentionnées dans les textes concernés : *Les trente chapitres* d'al-Farghānī ; le *Zīj al-Ṣābi'* d'al-Battānī ; le *Traité sur les distances et les corps* d'al-Qabīṣī ; le *Traité sur les quantités des distances et des volumes* de Kūshyār ibn Labbān ; *al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī.

d'analyser en détail la présence des autres marqueurs du *Livre des Hypothèses* dans les textes les plus anciens de notre corpus, de façon à déterminer si la traduction en arabe du *Livre des Hypothèses* était en circulation dans la seconde partie du IX^{e} siècle.

Pour cela, nous allons commencer par tester rapidement l'efficacité de nos marqueurs sur deux textes de notre corpus qui ne laissent pas de doute quant à la connaissance ou l'ignorance par leur auteur du *Livre des Hypothèses*: le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'une part et le *Traité d'astronomie* (le texte 3 de notre corpus) d'autre part. Cette démarche permet ainsi de valider le principe du passage au crible de nos marqueurs de textes pour lesquels la question d'un accès direct de leur auteur est plus délicate.

Ensuite nous appliquons ce crible au texte le plus ancien de notre corpus : les *Trente Chapitres* d'al-Farghānī. Les historiens des sciences contemporains s'accordent sur le fait qu'al-Farghānī n'a pas eu accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, et notre étude ne remet pas en question ce point de vue, mais l'affine considérablement. En effet le passage au crible des passages des *Trente Chapitres* en relation avec le contenu de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* s'avère riche d'enseignements quant aux sources utilisées par al-Farghānī puisqu'il met en lumière les éléments de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* qui lui sont parvenus et qu'il apporte des précisions sur l'importance de la connaissance des dimensions célestes pour traiter certaines questions propres aux traités sanskrits d'astronomie.

Ces premiers résultats permettront alors d'aborder la délicate question de la connaissance par Thābit ibn Qurra du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Pour cela nous commençons par passer au crible de nos marqueurs l'*Almageste simplifié* (le texte 2 de notre corpus) puis nous élargissons la discussion à l'ensemble des textes astronomiques connus de Thābit. Cet examen attentif des arguments en faveur d'un accès de Thābit ibn Qurra au *Livre des Hypothèses* indique qu'aucun d'entre eux, pris séparément, ne peut être considéré comme décisif.

Nous appliquons ensuite cette démarche au chapitre L du *zīj al-ṣābi'* qui, bien que rédigé au début du X^{e} siècle par al-Battānī, s'avère être indépendant des trois traités antérieurs de notre corpus. Cette analyse détaillée du texte

d'al-Battānī permet en outre de mettre en lumière certaines de ces spécificités passées jusqu'alors inaperçues et fournit des informations quant au mode de transmission du *Livre des Hypothèses* indépendamment du traité de Ptolémée lui-même.

7.2 Un contrôle positif : le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*

Dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, al-Bīrūnī cite abondamment, sous le titre *Kitāb al-manshūrāt*, un traité dans lequel Ptolémée détermine les distances et les tailles des planètes. Depuis que la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* a été retrouvée en 1967, l'identification proposée par Hartner entre le *Kitāb al-manshūrāt* mentionné par al-Bīrūnī et le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée ne fait plus de doute[24]. Le texte d'al-Bīrūnī s'avère donc idéal pour passer au banc d'essai les marqueurs du *Livre des Hypothèses* détaillés dans le paragraphe précédent.

Voici ce que dit al-Bīrūnī dans le paragraphe (ρ), alors qu'il discute du rapport de la plus petite à la plus grande distance de Mercure : «*En ce qui concerne Ptolémée sur cela, dans le* Kitāb al-manshūrāt*, il a utilisé comme rapport le rapport de 34 à 88*». Ce passage valide simultanément les marqueurs (1) et (5) puisqu'al-Bīrūnī y attribue à Ptolémée des travaux sur les distances des planètes et rapporte le rapport des distances extrêmes de Mercure caractéristique du *Livre des Hypothèses*[25].

Tout au long de son investigation sur les distances et les tailles des astres, al-Bīrūnī cite des valeurs numériques puisées dans le *Kitāb al-manshūrāt* de Ptolémée. Cependant al-Bīrūnī ne mentionne pas les valeurs des distances et des tailles des planètes que Ptolémée a obtenu dans le *Livre des Hypothèses*: il indique les données utilisées par Ptolémée, détaille ses méthodes de calculs

24. Cf. *supra* pages 97 et suivantes.

25. Ce rapport ne convainc pas al-Bīrūnī qui, après avoir produit une possible reconstruction des calculs ayant conduit Ptolémée à ce rapport, s'interroge sur sa validité, cf. *infra* page 472.

et effectue les calculs en analysant les choix d'approximations faits par Ptolémée[26]. Ce sont donc les données sur lesquelles, selon al-Bīrūnī, Ptolémée s'appuient pour effectuer ses calculs qui doivent être comparées aux données qui figurent dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Dans le tableau ci-dessous nous reproduisons les rapports des distances extrémales des planètes ainsi que les rapports de leurs diamètres apparents au diamètre apparent du Soleil dont al-Bīrūnī affirme qu'ils figurent dans le *Kitāb al-manshūrāt* de Ptolémée[27] :

Astre	distances des rapports	diamètres apparents
$Mercure$	$\frac{34}{88}$	$\frac{1}{15}$
$Venus$	$\frac{1}{6\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{10}$
$Mars$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{20}$
$Jupiter$	$\frac{23}{37}$	$\frac{1}{12}$
$Saturne$	$\frac{5}{7}$	$\frac{1}{18}$

Ces données sont exactement celles que l'on trouve dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* ce qui, bien qu'al-Bīrūnī ne produise pas les résultats obtenus par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, permet ainsi de valider les marqueurs (4) et (6).

Les données numériques fournies par al-Bīrūnī ne sont pas les seuls marqueurs d'un accès direct au *Livre des Hypothèses*. En effet, al-Bīrūnī reprend dans le paragraphe (γ) l'argument donné par Ptolémée en préambule de la

26. Cf. *infra* notre traduction du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*: paragraphes (ρ) à (ϕ) pour les calculs de distances et paragraphes (ψ) et (χ) pour le calculs des diamètres réels.

27. Il faut noter ici qu'al-Bīrūnī attribue l'obtention des diamètres apparents des planètes à Hipparque et non à Ptolémée alors que celui-ci indique dans le *Livre des Hypothèses* qu'Hipparque n'a déterminé que le diamètre apparent de Mercure, cf *supra* page 129 pour le passage du *Livre des Hypothèses* concerné. Ce passage du *Livre des Hypothèses* étant quelque peu confus, il est possible qu'al-Bīrūnī y ait lu une attribution par Ptolémée de ces valeurs à Hipparque. Le fait que l'attribution à Hipparque des diamètres apparents des planètes par al-Bīrūnī se retrouve dans plusieurs traités du XII^{e} siècle est peut être un indice de l'influence d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* sur ces traités, cf *infra* page 477 pour une discussion sur la réception du traité d'al-Bīrūnī.

partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* selon lequel l'arrangement des planètes découle de l'observation d'occultations mutuelles de planètes[28]. Ceci correspond à notre marqueur (3).

Cependant c'est l'analyse du marqueur (2) relatif au traitement du problème du rang du Soleil qui montre le mieux la maîtrise parfaite de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* par al-Bīrūnī au moment de la rédaction d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. En effet al-Bīrūnī choisit d'exposer la méthode de résolution du problème du rang du Soleil en la détachant de ces aspects calculatoires, qu'il ne traitera que dans un second temps, mettant par là l'accent sur l'aspect démonstratif de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* que nous avons mis en avant dans le chapitre 4. Al-Bīrūnī explicite le problème du rang du Soleil à la fin du paragraphe (γ), immédiatement après avoir indiqué l'arrangement des planètes :

> Il est possible que le Soleil soit sous l'ensemble des planètes, exceptée la Lune qui est inférieure, comme il est possible que quelques planètes, mais pas toutes, s'intercalent entre les deux.

En comparant avec le texte du *Livre des Hypothèses*[29], il apparaît que, contrairement à Ptolémée, al-Bīrūnī ne mentionne pas la possibilité que toutes les planètes soient au-dessus du Soleil. Cependant, comme nous l'avons déjà remarqué, bien que Ptolémée expose cette possibilité en préambule de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, il s'avère qu'il ne considère pas ce cas, sans doute parce qu'il tient pour acquis le fait que Mars, Jupiter et Saturne sont au-dessus du Soleil conformément à l'ordre partiel qu'il a exposé dans l'*Almageste*[30]. C'est au paragraphe (η) qu'al-Bīrūnī explicite le principe des sphères emboîtées formulé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*[31] :

28. Al-Bīrūnī consacre plus loin un court chapitre (X.12) à la question des occultations mutuelles de planètes, probablement en s'appuyant sur la description de ce type de phénomènes que l'on trouve dans les traités sanskrits.

29. Cf. *supra* page 110.

30. Cf. *supra* page 82.

31. Cf. *infra* page 465.

> Quant aux Grecs, ils ont posé que l'éther ne contient pas de lieu dépourvu d'action. Ce qui a rendu nécessaire que les sphères propres à chaque planète se touchent, c'est-à-dire que la limite supérieure de la sphère dont la planète a besoin pour ses mouvements est adjacente à la limite inférieure de la sphère de la planète qui est au-dessus d'elle.

Il s'agit bien là d'une reformulation du principe des sphères emboîtées, principe dont al-Bīrūnī n'attribue pas explicitement la paternité à Ptolémée. Le contexte de ce passage dans le texte d'al-Bīrūnī fournit une justification plausible de cette assignation du principe des sphères emboîtées aux *Grecs* et non à Ptolémée : dans les paragraphes précédents al-Bīrūnī vient d'exposer, et de rejeter, une méthode due aux *Indiens*. Ce serait dès lors par opposition aux *Indiens* qu'al-Bīrūnī renvoie aux *Grecs*. Enfin, c'est dans le paragraphe (ι) qu'al-Bīrūnī reprend les deux arguments employés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil[32] :

> Et si on prend cela [la distance maximale de Vénus] pour distance minimale de Mars, alors l'intervalle déterminé par la différence des distances des deux luminaires ne lui suffira pas ; à cause de cela, on lui attribue [à cet intervalle] seulement les deux sphères de ces deux planètes [Mercure et Vénus]. Ce point de vue est renforcé par le fait que la distance maximale de Vénus est proche de la distance minimale du Soleil.

Il faut cependant noter ici qu'al-Bīrūnī ne reprend pas la piste fournie par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour justifier l'existence d'un écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil, piste qui consiste à suggérer qu'une légère variation de la distance de la Lune calculée dans l'*Almageste* permettrait de combler cet écart[33].

32. Pour la citation de ce passage du *Livre des Hypothèses*, cf. *supra* page 115.

33. Pour la citation du passage du *Livre des Hypothèses*, cf. *supra* page 116. Pour la méthode de calcul utilisée par Ptolémée dans l'*Almageste*, cf. *supra* page 74. Al-Bīrūnī fournit une justification alternative dans le paragraphe (θ) que détaillerons au chapitre 9, pages 402 et suivantes. Nous avons analysé les implications de cette différence de justification choisie par al-Bīrūnī dans un article à paraître.

La présence dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* des marqueurs du *Livre des Hypothèses*, tant numériques (④, ⑤ et ⑥)[34] qu'argumentatifs (② et ③), et la prise de distance vis-à-vis des calculs et des arguments de Ptolémée montrent qu'al-Bīrūnī y conduit une analyse fine de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* dont il avait nécessairement un exemplaire à sa disposition lors de la rédaction de son texte aux alentours de 1030.

7.3 Un contrôle négatif : Le *Traité d'astronomie* du IX^e siècle

Il n'en est certainement pas de même du *Traité d'astronomie*[35], le texte 3 de notre corpus. L'étude préliminaire que nous avons menée suggère qu'il est un témoin d'un type de textes qui ont transmis plus ou moins fidèlement des données ou des arguments issus du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. L'utilisation des marqueurs que nous avons définis va non seulement conforter la thèse selon laquelle son auteur n'avait pas accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, mais surtout fournir un éclairage important sur une des voies de transmission possible du *Livre des Hypothèses* et plus généralement de la diffusion des connaissances astronomiques entre l'Antiquité tardive et le IX^e siècle. En effet, comme le résumé que nous en avons donné au chapitre 6 le montre, le *Traité d'astronomie* est une introduction à l'astronomie dans lequel, à côté d'une reprise des principes et des modèles planétaires exposés par Ptolémée dans l'*Almageste* que l'auteur mentionne explicitement, figurent d'autres considérations étrangères à l'*Almageste*. L'utilisation des marqueurs que nous avons définis plus haut va permettre ici de préciser les relations entre le *Traité d'astronomie* et le *Livre des Hypothèses*.

Il faut d'abord remarquer que l'absence de référence à la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus est due au simple fait que ce sujet n'est pas abordé dans le traité, et par conséquent le marqueur ⑦ n'est pas exploitable ici. Il

34. Al-Bīrūnī ne mentionne pas l'*arcus visionis* des planètes dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, mais il traite de cette question dans le chapitre X.11, cf. AL-BĪRŪNĪ 1954-1956, t. 3, p. 1345-1349.

35. Cf. *supra* page 237 et suivantes.

en va tout autrement de l'absence de toute référence au principe des sphères emboîtées, à la justification de l'arrangement des planètes, au problème du rang du Soleil, et aux méthodes utilisées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour calculer les distances et les tailles des planètes (marqueurs (2) et (3)). Ces absences indiquent non seulement un manque d'intérêt pour les questions de nature démonstrative, ce qui pourrait être compréhensible étant donné que ce traité est une simple introduction aux considérations astronomiques, mais surtout une ignorance du dispositif théorique mis en place par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* qui l'a conduit à l'obtention de dimensions célestes que l'auteur du *Traité d'astronomie* reproduit pourtant. En effet, et bien qu'elles soient particulièrement corrompues, les valeurs des distances et des tailles des planètes retranscrites dans le *Traité d'astronomie* sont comparables à celles produites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* (marqueur (4)) comme le montre le tableau ci-dessous[36] :

Astre	Distances (T.A.)	Distances (L.d.H.)	Volumes (T.A.)	Volumes (L.d.H.)
Lune	? – 64	33 – 64	$\frac{1}{39\frac{1}{4}}$	$\frac{1}{40}$
Mercure	64 – 166	64 – 166	$\frac{1}{24}$?	$\frac{1}{19\ 683}$
Venus	166 – 1 079	166 – 1 079	?	$\frac{1}{44}$
Soleil	1079 – 1 260	1 079 – 1 260	$166\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	$166\frac{1}{3}$
Mars	1 260 – 8 82(0)	1 260 – 8 820	?	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	8 820 – 14 89(0)?	8 820 – 14 187	$82+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$82+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$
Saturne	1(4) 187? – ?	14 187 – 19 865	?	$79\frac{1}{2}$

Dans ce tableau, plusieurs valeurs coïncident exactement avec celles obtenues par Ptolémée, en particulier les distances de Mercure (marqueur (5)), alors que d'autres semblent aberrantes telles le volume de Mercure ou le fait que la distance maximale de Jupiter soit supérieure à la distance minimale de Saturne. Cette seconde aberration entre en résonance avec l'absence de référence au principes des sphères emboîtées dans le *Traité d'astronomie*, ce qui donne à penser que l'auteur du texte a pris ces valeurs en tant que telles

36. Cf. la note 70 page 245.

et non en tant qu'une partie d'un raisonnement permettant de résoudre le problème du rang du Soleil. Remarquons de plus que l'auteur du *Traité d'astronomie* ne produit pas les valeurs des diamètres apparents des planètes qui sont des données essentielles pour le calcul des tailles des planètes (marqueur (6)).

Ce rapide passage au crible du *Traité d'astronomie* suffit à établir que le *Livre des Hypothèses* est certes une source de ce traité, mais de façon très indirecte. Il y a donc eu une transmission de certains éléments du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée indépendamment de la diffusion de cet ouvrage, en particulier dans des traités de faible niveau théorique dont le *Traité d'astronomie* constitue un exemple.

Il ressort donc de cette analyse que l'auteur du *Traité d'astronomie*, qui contient sous une forme corrompue les valeurs numériques liées aux dimensions célestes issues du *Livre des Hypothèses*, s'est appuyé sur une source intermédiaire ne permettant pas à un lecteur de retrouver des valeurs cohérentes.

Nous verrons de plus dans le chapitre suivant que le *Traité d'astronomie* contient également deux éléments non ptoléméens en rapport avec les dimensions célestes que nous avons pu rattacher à une autre tradition[37]. Le premier argument est une comparaison entre la distance à la Terre du sommet du cône de son ombre, calculée dans l'*Almageste*, et de la distance à la Terre de Mercure, dont nous ne connaissons que la valeur calculée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*[38]. Le second argument est l'utilisation d'un raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas permettant d'établir que le Soleil est nécessairement plus grand que la Terre, et ce alors que l'auteur du *Traité d'astronomie* mentionne par ailleurs le volume du Soleil établi par Ptolémée dans l'*Almageste*[39].

37. Nous avons décrit plus haut ce paragraphe, cf. *supra* page 241.
38. Ce point est discuté en détail pages 357 et suivantes.
39. Ce point est discuté en détail pages 351 et suivantes.

7.4 Interprétation de la présence de certains marqueurs du *Livre des Hypothèses* dans les *Trente chapitres* d'al-Farghānī

En ce qui concerne le plus ancien texte de notre corpus[40], les *Trente chapitres*, la question de l'utilisation du *Livre des Hypothèses* comme source par al-Farghānī n'a pu se poser aux historiens des sciences qu'après la redécouverte de la seconde partie du premier traité du *Livre des Hypothèses*: rappelons en effet que l'édition critique du texte latin d'al-Farghānī est parue en 1943 soit près de vingt ans avant cette redécouverte. Une telle question se pose alors naturellement dès que l'on confronte le contenu des deux textes et la réponse ne peut être immédiate car, comme nous l'avons vu plus haut, l'utilisation des marqueurs (1) et (6) conduit à des conclusions *a priori* contradictoires: al-Farghānī affirme que Ptolémée n'a pas mentionné les distances d'autres astres que la Lune et le Soleil alors qu'il fournit des données numériques qui ont été établies par Ptolémée précisément dans la partie du *Livre des Hypothèses* dans laquelle Ptolémée détermine les distances des planètes.

Exploitation des marqueurs numériques du *Livre des Hypothèses*

Pour faciliter l'analyse, nous produisons ici un tableau regroupant les distances issues du *Livre des Hypothèses* et des *Trente chapitres* pertinentes relativement aux autres marqueurs numériques que nous avons décrits plus haut :

Texte	Distance max de la Lune	Distance max de Mercure	Distance max de Vénus	Distance min du Soleil	Distance des Fixes
Livre des Hypothèses	64	166	1079	1160	19 865
Les trente chapitres	64;10	167	1120	1120	20 110

40. Cf. *supra* section 6.2.

En premier lieu, il ressort de la simple comparaison des distances produites dans les deux textes (marqueur (4)) qu'al-Farghānī n'a pas recopié les valeurs mentionnées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Cependant ses valeurs sont suffisamment proches pour considérer avec attention l'hypothèse qu'al-Farghānī, ou l'auteur d'une de ses sources principales, a utilisé un procédé de calcul similaire à celui utilisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* reposant sur le principe des sphères emboîtées pour calculer les distances des astres de proche en proche à partir de la distance maximale de la Lune à l'aide des paramètres des modèles géométriques de chacun des astres errants. Concernant l'ordre des astres errants adopté et utilisé par al-Farghānī, sur lequel repose le calcul de proche en proche des distances des astres errants, l'auteur n'évoque pas la façon dont cet ordre a été obtenu : le marqueur (3) relatif à la mention d'occultations mutuelles de planètes ayant permis d'obtenir l'ordre des planètes s'avère donc ici non discriminant. Ceci n'a d'ailleurs rien d'étonnant si l'on prend en considération que le texte d'al-Farghānī relève de l'exposition de connaissances et que l'auteur ne cherche pas à démontrer ses affirmations.

L'exploitation du marqueur (5), relatif aux paramètres du modèle de Mercure[41], apparaît bien plus prometteuse en ce qu'elle devrait permettre de savoir dans quelle mesure al-Farghānī s'est appuyé sur des paramètres tirés du *Livre des Hypothèses* ou a pris pour point de départ de ses calculs de distances les paramètres tirés de l'*Almageste*. Du point de vue des données numériques, le rapport des distances de Mercure que l'on déduit des valeurs fournies par al-Farghānī est $\frac{64;10}{167}$ $\left(= \frac{385}{1002} \simeq 0;23;03\right)$, le rapport mentionné explicitement par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* est $\frac{34}{88}$ $(\simeq 0;23;11)$, le rapport déduit des distances mentionnées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* est $\frac{64}{166}$ $(\simeq 0;23;08)$, le rapport que Swerdlow[42] a déduit des paramètres du modèle géométrique de Mercure tirés de l'*Almageste* est $\frac{33;04}{91;30}$ $(\simeq 0;21;41)$

41. Cf. *supra* page 156.

42. Cf. *supra* page 156. Le rapport obtenu par Swerdlow est exactement celui que l'on tire des distances maximales et minimales du centre de l'épicycle de Mercure explicitées par Ptolémée dans le livre XI de l'*Almageste*, cf. Ptolémée 1984, p. 546.

et enfin le rapport également déduit par Swerdlow des paramètres du modèle géométrique de Mercure tel qu'amendé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* est $\frac{33;49}{90;15}$ $(\simeq 0;22;29)$.

Le rapport des distances de Mercure utilisé par al-Farghānī dans *Les Trente chapitres* est donc semblable a celui utilisé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, ce qui tend à corroborer l'idée qu'al-Farghānī avait accès *a minima* aux paramètres numériques du *Livre des Hypothèses*. Cette conclusion a cependant été mise en défaut par Swerdlow[43] qui a proposé une reconstruction de la façon dont al-Farghānī aurait pu tirer son rapport des distances de Mercure à partir des paramètres de l'*Almageste* sans avoir accès aux paramètres du *Livre des Hypothèses*. L'idée de Swerdlow consiste à supposer qu'al-Farghānī a commis une erreur[44] en considérant que Mercure passait à sa distance minimale de la Terre lorsqu'elle était dans la position opposée à son passage à sa distance maximale de la Terre. Autrement dit, al-Farghānī aurait considéré que le périgée de Mercure était diamétralement opposé à son apogée, ce qui est bien le cas pour toutes les autres planètes mais est faux dans le cas de Mercure dont le modèle géométrique particulier a pour conséquence, bien connue et mentionnée par Ptolémée dans le livre IX de l'*Almageste*[45], que Mercure passe au plus près de la Terre dans deux positions symétriques par rapport à l'axe des auges[46]. En appliquant cette idée, Swerdlow montre que les paramètres de l'*Almageste* conduisent à un rapport des distances extrêmes de Mercure égal à $\frac{34;30}{91;30} \simeq 0;22;37$, mais en arrondissant le numérateur et le numérateur il obtient $\frac{34;30}{91;30} \simeq \frac{35}{91} \simeq 0;23;04$ ce qui est très proche du rapport que l'on tire des distances produites par al-Farghānī.

43. Cf. Swerdlow 1968, p. 139-140. L'argumentation de Swerdlow a été ensuite reprise par Van Helden, cf.Van Helden 1985, p. 29-30.

44. Nous émettons ci-dessous l'hypothèse qu'il s'agit probablement davantage d'un choix que d'une erreur.

45. Cf. Ptolémée 1984, p. 459-460.

46. Hartner a montré que la valeur obtenue par Ptolémée est très proche de la valeur conforme à son modèle, cf. Hartner 1955, p. 117.

La reconstruction de Swerdlow repose ainsi d'une part sur la non prise en compte de la spécificité du modèle de Mercure qui implique que celle-ci n'atteint pas sa distance minimale à la Terre lorsqu'elle est à l'opposé de son apogée et, d'autre part, sur un recours à une approximation des distances minimales et maximales ainsi obtenues. Nous ne discuterons pas ici des questions liées à la pratique et aux discours sur l'approximation dans les textes de notre corpus dont le traitement complet est un sujet d'étude à part entière. En effet les auteurs utilisent parfois des troncatures, parfois des arrondis et parfois des valeurs approchées par défaut ou par excès sans donner la possibilité au lecteur de déterminer les raisons de leurs choix. Par contre, un passage du texte d'al-Farghānī tend à conforter le premier point sur lequel repose la reconstruction de Swerdlow. Dans le chapitre XII, al-Farghānī explique en effet que chaque astre errant passe par une position dans laquelle sa distance à la Terre est maximale et par une position, opposée à la première, dans laquelle sa distance à la Terre est minimale[47] :

> *Dans chacune des sphères de ces sept astres [errants], il y a deux positions opposées : l'une des deux est à la distance extrême de la sphère par rapport à la Terre et l'autre est à la distance la plus proche. Celle [la position] de la distance la plus grande est appelée* apogée *des astres [errants] et celle de la distance la plus proche est appelée opposée (*naẓīr*) de l'apogée.*

L'utilisation du duel dans le texte arabe (موضعان متقابلان : *deux positions opposées*) ainsi que la description sans ambiguïté de ces deux positions opposées montrent qu'al-Farghānī ne semble pas considérer Mercure comme un cas particulier, ce qui rend plausible le fait qu'il ait dérivé le rapport des

47. Voici le texte arabe (Al-Farghānī 2012, p. 47) :
في كل فلك من هذه الافلاك السبعة موضعان متقابلان احدهما في غاية بعد الفلك من الارض وآخر في اقرب البعد فالبعد الابعد منها يسمى اوج الكواكب والبعد الاقرب منها يسمى نظير الاوج.

distances de Mercure selon la procédure proposée par Swerdlow[48]. Un autre argument confortant l'hypothèse de Swerdlow se trouve de façon indirecte dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. En effet al-Bīrūnī, alors qu'il passe en revue les rapports des distances extrêmes de Mercure utilisés par ces prédécesseurs y compris par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, s'appuie explicitement sur le fait que Mercure atteint sa distance minimale à la Terre lorsqu'elle est dans la position opposée à son apogée. Il ne fait cependant pas de doute qu'al-Bīrūnī était bien avisé des spécificités du modèle de Mercure et du fait que ce modèle conduit à un duo de positions minimales vis-à-vis de la Terre[49]. Il semble donc raisonnable de supposer que plusieurs auteurs ont pu prendre comme approximation de la distance minimale de Mercure sa distance dans la position opposée à son apogée. Quoiqu'il en soit, l'argument de Swerdlow enlève toute possibilité de considérer le marqueur (5) comme décisif puisque le rapport des distances de Mercure sous-jacent aux distances produites par al-Farghānī peut aussi bien avoir été puisé dans un jeu de données numériques extrait du *Livre des Hypothèses* que dériver des paramètres de l'*Almageste*.

Une influence des traités sanskrits d'astronomie

Concernant les marqueurs numériques, le seul marqueur indiscutable du *Livre des Hypothèses* dans le texte d'al-Farghānī est la reprise exacte des diamètres apparents des planètes mentionnés par Ptolémée (marqueur (6)). Il faut cependant noter que bien qu'al-Farghānī ne traite pas des *arcus visionis* des planètes, il consacre plusieurs chapitres aux questions de la visibilité des planètes et dans le chapitre XXVI il indique que s'il est raisonnable de

48. Il est d'ailleurs tout à fait envisageable que cette procédure ait aussi été celle employée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour aboutir au rapport $\frac{34}{88}$ dont il dit dans le *Livre des Hypothèses* qu'il est pris par approximation (بالتقريب), cf. Ptolémée 1993, p. 65-66.

49. Al-Bīrūnī décrit le modèle de Mercure dans le chapitre X.1 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* et reprend dans le chapitre X.2 les arguments de Ptolémée employés dans le livre IX de l'*Almageste* pour vérifier ses paramètres, arguments qui font apparaître la plus petite distance de Mercure, cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, p. 1173-1175. Hartner ne manque d'ailleurs pas de relever cette apparente incohérence d'al-Bīrūnī, cf. Hartner 1954, p. 277.

négliger les variations des diamètres apparents des trois planètes supérieures il est cependant nécessaire de prendre en compte les variations des diamètres apparents de Vénus et de Mercure pour déterminer à partir de quelle distance angulaire au Soleil elles deviennent visibles[50] :

> Parmi les cinq astres errants, les 3 supérieures – Saturne, Jupiter et Mars – ne s'approchent du Soleil que lorsqu'elles sont dans la partie supérieure de leur épicycle, ainsi leur vitesse et la taille de leur corps varient peu, et leur temps de séjour sous les rayons [du Soleil] augmente ou diminue seulement en fonction des variations de leur longitude et de leur latitude ; Vénus et Mercure qui joignent le Soleil à l'apogée de leur épicycle quand elles sont directes et au périgée quand elles sont rétrogrades, et il y a beaucoup de variations de leur séjour sous les rayons [du Soleil] en fonction des variations de leur longitude, des variations de leur latitude, des variations de leur vitesse et des variations de la taille de leur corps.

Il y a dans ce passage une différence majeure avec le traitement de ces questions par Ptolémée dans l'*Almageste*[51]. En effet Ptolémée indique que les différences de taille des planètes les unes vis-à-vis des autres rendent nécessaire d'utiliser un paramètre spécifique – l'*arcus visionis* pour Ptolémée – pour chacune d'entre-elles, mais il considère ce paramètre comme une constante attachée à chaque planète. Ce n'est que dans la conclusion de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* que Ptolémée montre qu'il a envisagé la prise en compte de la variations des diamètres apparents, dans les faits uniquement dans le cas de Vénus, mais en théorie également dans le cas de

50. Notre traduction à partir du texte arabe (Al-Farghānī 2012, p. 85) : وأما الكواكب الخمسة المتحيرة فان الثلثة العلوية منها التي هي زحل والمشتري والمريخ تقارن الشمس وهي في اعلى فلك التدوير فلذلك يكون مسيرها في البروج ومغادير اجرامها ايضاً قليل اختلاف ويكون زمان مكثها تحتها الشعاع يطول ويقصر بحسب اختلاف مطالع البروج واختلاف عرض الكوكب فقط. وأما الزهرة وعطارد فان كل واحد منهما يقارن الشمس قي اعلى فلك التدوير مرة مستقيماً وفي اسفله مرة راجعاً فلذلك يكثر اختلاف مكثها تحت الشعاع بسبب اجتلاف البروج واختلاف العرض واختلاف سير الكوكب واختلاف مقدار جرمه.

51. Cf. pages 138 et suivantes.

Mercure. Il suffit de comparer le texte arabe du paragraphe du *Livre des Hypothèses*[52] et celui des *Trente chapitres* pour s'assurer de l'influence du premier sur le second tant les termes employés et les éléments mis en avant sont proches. On notera tout de même des précisions supplémentaires de la part d'al-Farghānī sur le fait que les variations de visibilité des planètes sont liées aux variations de leur diamètre apparent ainsi que la mention des variations de leur vitesse selon leur position sur l'épicycle.

On reconnaît dans ces considérations sur l'utilisation de la vitesse comme fonction de la position de la planète sur son épicycle ainsi que la prise en compte des variations des diamètres apparents des planètes, deux indices d'une influence des traités sanskrits d'astronomie que nous avons décrits au chapitre 2. À titre de comparaison, voici un passage du *Khaṇḍakhādyaka* dans lequel Brahmagupta discute du même sujet qu'al-Farghānī ci-dessus[53] :

> When Venus has a small size, the rising in the west and the setting in the east is by 10 [degrees] ; when it has a great size, the setting in the west and the rising in the east is by 8 [degrees]. Likewise, that of Mercury is [respectively] by 14 and 12 [degrees]. Because the size of Mars, Jupiter or Saturn is the same, the rising in the east and the setting in the west is by [the degrees] recited [before].

Ainsi ce passage sur la visibilité des planètes montre qu'al-Farghānī avait à sa disposition des travaux prolongeant le discours de Ptolémée sur ce thème dans le *Livre des Hypothèses* et intégrant des considérations propres aux traités sanskrits d'astronomie. Notons ici qu'un autre indice d'une influence des traités sanskrits sur la rédaction des *Trente chapitres* d'al-Farghānī a été remarqué par Goldstein dans sa structure même, la théorie planétaire y étant présentée avant la théorie des éclipses[54].

52. Nous avons reproduit ce texte page 143.
53. Nous reproduisons ici la traduction en anglais de LU (Lu 2017, p. 267)
54. Cf. Ibn al-Muthannā 1967, p. 170

Le problème du rang du Soleil

En dehors des marqueurs numériques, le recours au marqueur (2) permet de plus d'affirmer que la transmission du *Livre des Hypothèses* à al-Farghānī ne concerne pas seulement les valeurs des diamètres apparents des astres, mais également les principaux éléments de l'argumentation mise au point par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil. En effet dans le chapitre XXI des *Trente chapitres*, al-Farghānī expose le principe des sphères emboîtées qui doit être utilisé pour calculer les distances des astres errants et surtout signale que c'est la coïncidence entre la plus grande distance de Vénus ainsi obtenue et la plus petite distance du Soleil trouvée par Ptolémée dans l'*Almageste* qui permet d'asseoir l'ordre des astres errants [55] :

> Si nous posons que la plus grande distance de la Lune, [tirée] de la réunion de ces deux sphères – c'est-à-dire l'excentrique et l'épicycle – est la plus petite distance de Mercure, et que nous appliquons cela au rapport auquel nous étions arrivé, et si nous faisons de même pour Mercure et Vénus nous trouvons que la plus grande distance de Vénus à partir de la réunion de ces deux sphères est la plus petite distance du Soleil démontrée par Ptolémée et nous en déduisons la succession des sphères. Nous procédons ensuite de la même façon avec les astres restants jusqu'à aboutir à la sphère des étoiles fixes dont le centre est le centre de la Terre.

Il s'agit donc bien d'une reprise maîtrisée de l'argument déployé par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil, puisqu'il ressort du texte d'al-Farghānī que le rapport des distances extrémales d'une planète est tirée du modèle géométrique associé puis mis en œuvre à l'aide du principe des sphères emboîtées à partir de la connaissance préalable de la distance maximale de la Lune, pour finalement aboutir à la distance minimale du Soleil elle aussi supposée connue. Cette argumentation est donc parvenue intacte à al-Farghānī. Il faut cependant remarquer

55. Cf. *supra* page 227 pour la discussion sur la traduction de ce passage.

qu'al-Farghānī prend le parti de faire coïncider exactement la plus grande distance de Vénus avec la plus petite distance du Soleil, ce qui le conduit à adopter une distance moyenne du Soleil (1170 rayons terrestres) légèrement différente de la distance moyenne du Soleil effectivement établie par Ptolémée (1210 rayons terrestres) dans l'*Almageste* à laquelle al-Farghānī se réfère pourtant[56].

Bilan

Cette étude des *Trente chapitres* d'al-Farghānī et des différents marqueurs du *Livre des Hypothèses* que nous y avons identifiés permet donc de mieux cerner dans quelle mesure le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée est une source d'al-Farghānī, et ce en dépit du fait qu'al-Farghānī ne disposait pas d'un accès direct au texte de Ptolémée et semble même en avoir ignoré l'existence. Il apparaît en effet certain qu'al-Farghānī a eu accès non seulement à des paramètres numériques propres au *Livre des Hypothèses* mais aussi à certains des arguments développés par Ptolémée dans son traité, et qu'al-Farghānī, ou une de ses sources directes, a pu reconstruire les calculs des distances mais aussi des tailles des astres errants. Ce dernier point est d'importance car s'il est possible d'obtenir des distances des astres errants en appliquant le principe des sphères emboîtées et en utilisant les seuls paramètres de l'*Almageste*, le calcul des tailles des astres nécessite la donnée de leurs diamètres apparents qui ont été obtenus par Ptolémée après la rédaction de l'*Almageste* et qu'il n'a fournis qu'à l'occasion de la rédaction du *Livre des Hypothèses*[57].

Le *Livre des Hypothèses* apparaît donc comme une source indirecte mais indiscutable des *Trente chapitres* d'al-Farghānī. On retrouve donc ici la conclusion émise après l'analyse du *Traité d'astronomie* d'une transmission indirecte du contenu du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée aux textes de notre corpus. Cependant la connaissance que possède al-Farghānī de l'argumentation déployée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, sa capacité à recalculer les dimensions célestes selon la même méthode que Ptolémée et la proximi-

56. Nous analysons plus loin ce choix d'al-Farghānī, choix qu'il partage d'ailleurs avec d'autres auteurs plus récents.

57. Cf. *supra* pages 129 et suivantes pour la justification de cette affirmation.

té textuelle de certains passages indiquent une transmission bien plus fidèle que celle que nous avons détectée dans le *Traité d'astronomie*. Notre analyse des *Trente chapitres* d'al-Farghānī permet également d'entrevoir l'existence d'une reprise théorique des résultats de Ptolémée sur les dimensions célestes entre sa rédaction au II^e siècle et la rédaction des *Trente chapitres* au milieu du IX^e siècle, et plus particulièrement d'un rapprochement *a minima* thématique entre les dimensions célestes produites par Ptolémée et la connaissance requise des variations de leurs diamètres apparents pour appliquer certaines procédures des traités sanskrits d'astronomie. Ainsi, si l'on considère que les *Trente Chapitres* ne contiennent pas d'éléments nouveaux par rapport aux sources directes de ce traité, on peut raisonnablement supposer que le texte utilisé comme source par al-Farghānī dans les chapitres sur les dimensions célestes avait déjà intégré les éléments issus des textes sanskrits que l'on a perçus dans les *Trente Chapitres* et ne mentionnait pas que Ptolémée avait travaillé sur ces questions dans un de ses traités. Nous pensons donc que ce texte a été rédigé dans le contexte de la première phase de traduction en arabe du corpus ptoléméen, période durant laquelle les textes sanskrits étaient les plus influents, et que les informations recueillies sur les dimensions célestes ne provenaient pas du *Livre des Hypothèses* lui-même mais d'un commentaire en reproduisant la méthode tout en produisant d'autres valeurs. Notons ici que nous avons déjà établi au chapitre 6 que de tels commentaires étaient en circulation au V^e siècle.

7.5 Thābit ibn Qurra : un accès direct au *Livre des Hypothèses* dès le IX^e siècle ?

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction de cette section, les seuls indices en faveur de la circulation d'une traduction en arabe du *Livre des Hypothèses* dans la seconde moitié du IX^e siècle sont liés aux travaux de Thābit ibn Qurra. Or il ressort de l'analyse des deux autres textes de notre corpus rédigés au IX^e siècle que le *Livre des Hypothèses* n'est pas le seul traité dans lequel un auteur pouvait puiser des résultats et même des

arguments forgés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Par conséquent, il convient d'examiner méthodiquement chacun des éléments indiquant un accès de Thābit au *Livre des Hypothèses* afin d'affiner notre jugement sur ce point.

Les marqueurs du *Livre des Hypothèses* dans l'œuvre de Thābit

En préambule, mentionnons qu'en dépit de la similarité des dimensions célestes mentionnées par al-Farghānī et Thābit dans leurs textes respectifs, aucun lien direct ne relie les *Trente chapitres* et l'*Almageste simplifié*. Carmody avait certes proposé des arguments en faveur de l'idée que les *Trente chapitres* seraient une source du *De quantitate stellarum*[58], mais comme nous l'avons mentionné plus haut, l'attribution de ce traité à Thābit est erronée[59]. D'autre part, nous n'avons remarqué aucun rapprochement entre les passages du *Traité d'astronomie* (le texte 3 de notre corpus) traitant des dimensions célestes et l'*Almageste simplifié* de Thābit.

L'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra, ou si l'on suit une autre leçon des manuscrits la *Facilitation de la lecture de l'*Almageste[60], est un traité d'exposition des rudiments d'astronomie. Par conséquent il n'y a rien d'étonnant à ce que Thābit ne fournisse pas de justification quant aux résultats qu'il y énonce ni quant à leur provenance : l'absence d'une mention du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (marqueur (1)) et d'une justification de l'ordre des astres errants (marqueur (3)) n'apporte donc aucune information quant à l'accès de l'auteur au traité de Ptolémée au moment de la rédaction de L'*Almageste simplifié*. De la même façon Thābit n'entre pas dans les détails numériques concernant la visibilité des planètes et il ne mentionne pas à cette occasion la nécessité de prendre en considération les variations du diamètre apparent de certaines d'entre-elles (marqueur (7))[61].

58. Carmody (Carmody 1955, p. 237).

59. Cf. *supra* note 47 page 232. Pour une discussion détaillée sur les points communs et les divergences entre les *Trente chapitres* d'al-Farghānī et l'*Almageste simplifié* de Thābit, cf. Al-Jaghmīnī 2016, p. 49-51.

60. Pour l'histoire du texte, cf. *supra* pages 231 et suivantes.

61. Cf. Morelon 1987, p. 11-12.

Cependant le tableau ci-dessous montre une correspondance presque parfaite des valeurs des distances des astres et de leurs tailles mentionnées dans l'*Almageste simplifié* avec celles déterminées par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*:

Astre	Distances (Thābit)	Distances (Ptolémée)	Volumes (Thābit)	Volumes (Ptolémée)
Lune	33 – 64	33 – 64	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$
Mercure	64 – 166	64 – 166	$\frac{1}{19\ 683}$	$\frac{1}{19\ 683}$
Venus	166 – 1 079	166 – 1 079	$\frac{1}{37}$	$\frac{1}{44}$
Soleil	1079 – 1 260	1 160 – 1 260	166	$166\frac{1}{3}$
Mars	1 260 – 8 820	1 260 – 8 820	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Jupiter	8 820 – 14 187	8 820 – 14 187	82	$82 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$
Saturne	14 187 – 19 865	14 187 – 19 865	79	$79\frac{1}{2}$
Fixes (I)	19 865	19 865	94	$94 + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$

On constate que les seules différences entre les dimensions célestes produites par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* et celles mentionnées par Thābit dans l'*Almageste simplifié* concernent d'une part les valeurs tronquées des volumes des astres et d'autre part l'absence de mention de l'écart entre la plus grande distance de Vénus et la plus petite distance du Soleil, ce dernier n'apparaissant d'ailleurs que dans le développement de Ptolémée mais pas dans le résumé des résultats qu'il produit[62]. Cet accord parfait entre le texte de Thābit et le *Livre des Hypothèses* quant aux dimensions célestes montre que Thābit a reproduit fidèlement, et non recalculé, les valeurs des dimensions célestes qu'il avait à sa disposition : le marqueur (4), et de façon automatique le marqueur (5), permettent donc d'affirmer que Thābit a eu accès à un texte reproduisant fidèlement certains des paramètres du *Livre des Hypothèses* au moment de la rédaction de l'*Almageste simplifié*.

62. Cf. PTOLÉMÉE 1993, p. 70-71.

Cependant aucun élément ne permet à ce stade de déterminer si le texte utilisé par Thābit était le *Livre des Hypothèses* lui-même ou un ouvrage en transcrivant fidèlement certains résultats[63].

Malgré la concordance parfaite des valeurs mentionnées par Thābit avec celles obtenues par Ptolémée et l'explicitation du principe des sphères emboîtées, le passage au crible de nos marqueurs de l'*Almageste simplifié* ne nous semble pas produire un résultat définitif. Nous avons en effet établi lors de l'analyse du texte d'al-Farghānī que le principe des sphères emboîtées[64] a circulé de façon certaine, accompagné de paramètres numériques issus du *Livre des Hypothèses*, dans d'autres traités ayant pour source le *Livre des Hypothèses*. De plus, le caractère succinct du traité de Thābit ne donne que peu de prise à l'exploitation des autres marqueurs. En particulier Thābit ne se prononce pas quant au fait que Ptolémée a, ou n'a pas, étudié la question des distances et des tailles des astres errants (marqueur (1)). De plus il ne mentionne pas les diamètres apparents des astres (marqueur (6)) alors que la donnée des diamètres apparents des planètes est indispensable pour le calcul de leurs tailles[65]. On note d'ailleurs une absence totale de prise en considération des diamètres apparents des planètes et des conséquences observationnelles décrites pas Ptolémée dans la conclusion de la partie (I.2), et ce alors que le texte de Thābit contient plusieurs développements sur ces sujets. Il reste donc délicat de décider avec certitude si Thābit avait à sa disposition un manuscrit du *Livre des Hypothèses* ou s'il a puisé ces informations dans un texte dans lequel les données numériques du *Livre des Hypothèses* auraient été fidèlement retranscrites. L'analyse de l'*Almageste simplifié* s'avère donc insuffisante pour pouvoir conclure sur cette question.

Or, dans l'œuvre de Thābit, il existe trois indices en faveur d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses* que nous allons exposer successivement, avant d'en analyser les éventuelles faiblesses dans un second temps.

63. Nous verrons au chapitre suivant des indices en faveur de l'existence de la circulation de traités de ce type, cf. *infra* page 338.

64. Pour la citation de ce passage, cf. *supra* page 233.

65. Le lecteur du texte de Thābit n'est donc pas mis en capacité de comprendre la provenance des tailles mentionnées.

Le premier indice se trouve dans un autre des traités d'astronomie de Thābit intitulé *La visibilité du croissant par le calcul*[66] dans lequel il mentionne la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus et en attribue la détermination à Ptolémée[67] :

> Pour étudier cette question, appuyons-nous sur la différence de visibilité qui intervient pour Vénus : au voisinage de l'apogée de son excentrique, c'est-à-dire lorsqu'elle apparaît le soir ou disparaît le matin, [son arc] de visibilité - sa distance au Soleil prise sur l'arc de hauteur - a une valeur de sept degrés ; au voisinage du périgée de son épicycle, c'est-à-dire lorsqu'elle apparaît le matin ou disparaît le soir, [son arc] de visibilité - sa distance au soleil prise sur l'arc de hauteur - a une valeur de cinq degrés, conformément à ce qu'a établi Ptolémée dans son *Livre sur les principes fondamentaux du mouvements des astres errants*[68] .

Le fait que dans ce passage Thābit attribue explicitement à Ptolémée la détermination de la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus dans un traité distinct de l'*Almageste*, en fournissant de plus les mêmes valeurs que Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, semble valider les marqueurs (1) et (7) relatifs respectivement à une mention explicite du *Livre des Hypothèses* et à la variabilité de l'*arcus visionis* de Vénus. Cet argument renforce la plausibilité de la conjecture selon laquelle Thābit a eu accès au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, du moins au moment de la rédaction de son traité sur *La visibilité du croissant par le calcul*[69].

---

66. Cf. Morelon 1987, p. 93-112.

67. Traduction de Morelon, cf. ibid., p. 102-104.

68. Le titre arabe est (ibid., p. 104): كتاب في أصول حركات الكواكب المتحيّرة

69. La chronologie de la rédaction des différents traités attribués à Thābit étant mal connue, il n'est pas possible à ce stade de mettre en rapport cette information avec la question de la connaissance par Thābit du *Livre des Hypothèses* au moment de la rédaction de l'*Almageste simplifié*.

Le second indice d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée concerne la mention figurant sur la page de garde du manuscrit de Leyde d'une révision de la traduction du *Livre des Hypothèses* par Thābit ibn Qurra[70] : *Livre de Claude Ptolémée sur l'exposition de l'ensemble des situations des astres errants, révisé par Ābū al-Ḥasan Thābit ibn Qurra.*

Enfin le troisième indice d'un accès de Thābit au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée est plus indirect puisqu'il repose sur des références tardives dans des textes de Maïmonide et d'Albert le Grand mentionnés plus haut[71] à un traité perdu de Thābit, qu'Albert le Grand désigne par *De motu spherarum*[72], dans lequel Thābit aurait démontré la nécessité de sphères intermédiaires entre les sphères de deux astres successifs. Ces passages suggèrent que Thābit aurait écrit un traité d'astronomie qui ne nous serait pas parvenu dans lequel il aurait étudié des problématiques similaires à celles traitées par Ptolémée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*. Ceci a conduit Morelon[73], qui y voit une critique du *système des sphères* de Ptolémée, à voir dans l'existence de ces passages un argument supplémentaire en faveur d'un accès de Thābit au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée.

Analyse critique des indices en faveur d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses*

La conjonction de ces trois indices les renforce mutuellement et en fait donc un faisceau de preuves convaincant. Cependant la conclusion nous paraît loin d'être certaine. En premier lieu remarquons que deux de ces indices tendent plus à s'affaiblir mutuellement qu'à se renforcer : en effet le titre de

70. Goldstein a reproduit la page de titre du manuscrit de Leyde (Ms. arab. 1155, 1^a):

كتاب بطلموس القلودي في اقتصاص جمل حالات الكواكب المتحيّرة اصلاح ابو الحسن ثابت بن قرة.

71. Cf. *supra* page 123.

72. Cf. Albert le Grand 1651, p. 23. Il faut ici noter, en suivant l'apparat critique de Morelon, que le colophon d'un des manuscrits de l'*Almageste simplifié* (Téhéran *Majlis Shūrā 4642*) annonce la rédaction d'un traité sur les dimensions célestes (Morelon 1987, p. 17).

73. Cf. ibid., p. xxxi.

l'ouvrage de Ptolémée cité par Thābit dans *La visibilité du croissant par le calcul* ne correspond pas au titre donné au *Livre des Hypothèses* dans le manuscrit de Leyde, il semble donc étonnant que Thābit ait désigné un même ouvrage de Ptolémée sous deux titres différents[74]. Pour résoudre cette incohérence, il suffit alors de prendre en considération le fait que le titre donné au *Livre des Hypothèses* dans le manuscrit de Leyde ne l'a été sans doute qu'au moment de la copie, puisque ce titre figure sur une page de garde et par conséquent que ce titre n'est probablement pas celui sous lequel Thābit aurait pu connaître le *Livre des Hypothèses*. Mais en résolvant ainsi ce premier problème il en surgit un second, plus sérieux quant à la crédibilité du second indice : l'attribution de la révision du *Livre des Hypothèses* à Thābit ibn Qurra ne tient en effet qu'à cette mention sur la page de garde du manuscrit de Leyde. Or la mauvaise qualité de la traduction arabe, déjà signalée au XIV^e siècle par Qalonymos ben Qalonymos et confirmée par Morelon lors de l'établissement de son édition du livre I à partir de l'ensemble des manuscrits connus du *Livre des Hypothèses*[75], est difficile à concilier avec l'éventualité d'une révision de ce texte par Thābit comme l'avance d'ailleurs Murschel[76]. Si l'on ajoute à cela le fait, déjà mentionné plus haut[77], que de nombreux travaux ont été attribués à tort à Thābit ibn Qurra, on doit conclure que la mention figurant sur la page garde du manuscrit de Leyde ne peut être prise en compte comme élément de réponse à la question d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Une critique similaire pourrait également s'appliquer aux passages de Maïmonide et d'Albert le Grand, rédigés respectivement au XII^e et XIII^e siècles, et renvoyant à un traité perdu de Thābit dans lequel celui-ci aurait traité des sphères intermédiaires entre les sphères de deux astres errants successifs[78].

74. Cette remarque a été formulée par Morelon, cf. PTOLÉMÉE 1993, p. 9.

75. Morelon traduit à cette occasion la remarque de Qalonymos ben Qalonymos et établit que bien qu'insatisfaisante aux yeux de celui-ci, sa traduction en hébreu reste un témoin utile à la compréhension du *Livre des Hypothèses*, cf. ibid., p. 9-11.

76. Cf. MURSCHEL 1995, p. 34.

77. Cf. *supra* page 232.

78. Nous signalons plus loin un indice renforçant l'hypothèse d'une attribution erronée d'un tel traité à Thābit par Maïmonide, cf. *infra* page 350.

De plus, même si on accepte ces mentions tardives comme renvoyant effectivement à un traité perdu de Thābit, le contenu des fragments de ce traité nous semble être davantage un argument contre un accès direct de Thābit au livre II du *Livre des Hypothèses*. En effet, dans le livre II du *Livre des Hypothèses*, Ptolémée récuse la thèse aristotélicienne de l'existence de sphères intermédiaires entre les sphères de deux astres errants successifs, alors qu'au contraire Thābit, selon les témoignages de Maïmonide et Albert le Grand, défend cette thèse[79]. Voici ce que rapporte Maïmonide à ce sujet (Maïmonide 1856-1866, t. 3, p. 100) :

> On ne saurait déterminer exactement l'épaisseur des corps [intermédiaires] que, suivant Thābit, le raisonnement nous force d'admettre entre chaque couple de sphères, ces corps n'ayant pas d'étoiles au moyen desquelles on puisse en faire la démonstration.

En admettant que les témoignages de Maïmonide et d'Albert le Grand soient crédibles, Thābit aurait certes abordé un thème traité par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* mais il aurait formulé une conclusion opposée à celle de Ptolémée sans le mentionner explicitement. Ceci n'interdit certes pas que Thābit ait eu connaissance du livre II du *Livre des Hypothèses* mais en affaiblit tout de même la probabilité. Il semble dès lors difficile de faire de ces passages des preuves d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses*. Remarquons dès à présent que nous rassemblerons au chapitre suivant de nouveaux éléments permettant d'affirmer que le texte cité par Maïmonide appartient à une tradition indépendante du *Livre des Hypothèses*, ce qui, même si Thābit en était l'auteur, permet donc d'écarter ces passages de la liste des indices pointant vers un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses*[80].

79. Pour la citation du texte d'Aristote, cf. *supra* page 101. Pour le passage correspondant du *Livre des Hypothèses*, cf. *supra* page 101.

80. Cf. *infra* pages 341 et suivantes.

La seule indication sérieuse d'un accès direct de Thābit ibn Qurra au *Livre des Hypothèses* de Ptolémée est donc le passage du traité sur *La visibilité du croissant par le calcul*[81] dans lequel Thābit prend appui sur les variations de l'*arcus visionis* de Vénus en renvoyant explicitement à un traité de Ptolémée qu'il est tentant d'identifier avec le *Livre des Hypothèses*. C'est cette indication qu'il nous faut dès lors étudier en détail.

Ce que propose Thābit dans ce passage du traité sur *La visibilité du croissant par le calcul* est précisément d'adapter au cas de la Lune la méthode de calcul des bornes de l'*arcus visionis* de Vénus fournies par Ptolémée dans un traité que Thābit désigne comme le *Livre sur les principes fondamentaux du mouvements des astres errants*. On remarque de plus que Thābit ne donne pas le détail de la méthode de Ptolémée qu'il dit avoir adapté au cas de Lune[82]. Or dans le *Livre des Hypothèses* Ptolémée ne donne que très peu d'indication sur la méthode qu'il a suivi pour produire les bornes de l'*arcus visionis* de Vénus. Il faut dès lors envisager l'hypothèse que le livre dans lequel Thābit dit avoir puisé cette méthode ne soit pas le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée mais un autre traité dans lequel celui-ci aurait exposé sa méthode permettant de calculer les variations de l'*arcus visionis* de Vénus, et nous avons déjà été conduit à formuler l'hypothèse de l'existence d'un tel traité en conclusion de notre étude de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*[83].

Ces considérations suffisent à notre propos puisqu'il s'agissait ici de montrer que l'identification du texte cité par Thābit dans *La visibilité du croissant par le calcul* avec le *Livre des Hypothèses* ne peut être considérée comme indiscutable. Remarquons toutefois que ces pistes ne sont pas les seules puisqu'on ne peut exclure l'hypothèse d'une erreur d'attribution de la part de Thābit qui mentionnerait alors un traité dont l'auteur aurait discuté en détails des questions théoriques en lien avec la visibilité des planètes. Notons d'ailleurs que l'existence de textes arabes de haut niveau traitant de ces questions est

81. Pour la citation de passage, cf. *supra* page 304.

82. Morelon a proposé une reconstruction, basée sur la comparaison de progressions géométriques, de la méthode qu'aurait suivi Thābit pour réaliser cette adaptation, cf. Morelon 1987, p. 240-242.

83. Cf. page 144.

attestée dès le VIII^e siècle et les travaux de Ya'qūb ibn Ṭāriq[84]. Nous ne pouvons donc que conclure qu'il subsiste un doute quant à un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses* et donc sur la circulation d'une traduction arabe de ce traité de Ptolémée dans la seconde partie du IX^e siècle.

7.6 Les sources d'al-Battānī et la circulation indépendante des variations des diamètres apparents des planètes

L'*Almageste*

Il est incontestable que l'*Almageste* est la source principale du *zīj al-ṣābi'* d'al-Battānī qui cite explicitement le traité de Ptolémée à de nombreuses reprises et en reprend l'argumentation et les paramètres dans de nombreux chapitres[85]. Cependant al-Battānī s'est appuyé sur d'autres sources encore non identifiées pour rédiger son traité au tout début du X^e siècle.

En ce qui concerne la version de l'*Almageste* employée par al-Battānī, Nallino a établi qu'il s'agissait d'une version distincte des versions d'al-Ḥajjāj et d'Isḥāq-Thābit. En effet, l'analyse réalisée par Nallino des noms de certains lieux et de certaines étoiles utilisés par al-Battānī indique que celui-ci a pris pour base une traduction de ces noms en syriaque[86]. Ceci ne suffit nullement à établir l'existence d'une traduction de l'*Almageste* en syriaque au IX^e siècle, que l'étude des textes syriaques d'astronomie n'a pas non plus permis d'établir[87]. Hartner remarque toutefois que le caractère singulier du vocabulaire technique utilisé par al-Battānī, une autre spécificité du *zīj al-ṣābi'*, pourrait s'expliquer par le fait que *«les termes en question ne figuraient pas dans les*

84. Cf. HOGENDIJK 1988. Nous détaillerons d'autres aspects des travaux de Ya'qūb ibn Ṭāriq au chapitre suivant.

85. Nallino a consigné plus de quarante références explicites à l'*Almageste* dans l'index de sa traduction latine, cf. AL-BATTĀNĪ 1899-1907, t. 2, p. 402.

86. Cf. ibid., t. 1, p. xli et ibid., t. 2, p. viii.

87. Cf. *supra* page 167.

*traductions de l'*Almageste *dont il disposait»*[88]. Cette question restant pour l'instant ouverte, il semble prudent de conclure avec Kunitzsch (KUNITZSCH 1974, p. 273) qu'al-Battānī a utilisé une traduction ancienne de l'*Almageste* sans pouvoir décider s'il s'agit d'une traduction en syriaque ou d'une traduction en arabe de la fin du VIII^e siècle ou du début du IX^e siècle influencée par la langue syriaque[89]. Ceci conduit à penser qu'al-Battānī a travaillé au début du X^e dans un isolement relatif par rapport aux travaux réalisés durant la seconde moitié du IX^e siècle à Bagdad.

Le *Livre des Hypothèses*

Pour ce qui est de la présence des marqueurs du *Livre des Hypothèses* dans le chapitre L du *zīj al-ṣābi'*, on remarque en première lecture que les distances des planètes qui y figurent sont légèrement différentes de celles du *Livre des Hypothèses* et de celles des *Trente chapitres*[90], ce qui indique qu'al-Battānī n'a pas reproduit ces valeurs mais les a recalculées. De plus on observe que le rapport des distances extrémales de Mercure est conservé (marqueur (5)), et que les rapports des diamètres apparents des planètes au diamètre apparent du Soleil (marqueur (6)) sont bien ceux que Ptolémée dit avoir obtenus dans le *Livre des Hypothèses*. En ce qui concerne l'*arcus visionis* de Vénus, al-Battānī, dans le chapitre XLVIII, se contente de reprendre les valeurs fixes produites par Ptolémée dans le chapitre XIII.7 de l'*Almageste*[91], ce qui est une première indication sérieuse du fait qu'al-Battānī ne connaissait pas le contenu du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (marqueur (7)). Ce dernier point n'est d'ailleurs qu'une confirmation, puisque, comme nous

88. *«The words in question did not occur in the Almagest translations at his disposal »* (HARTNER 1970, p. 511).

89. Sur le rôle des locuteurs du syriaque dans les traductions effectuées à cette période, cf. *supra* page 31.

90. Nous avons synthétisé ces valeurs dans les tableaux de la page 253.

91. Cf. AL-BATTĀNĪ 1899-1907, t. 1, p. 117 et ibid., t. 2, p. 256-257. Les valeurs que reprend al-Battānī ne sont pas celles de l'*arcus visionis*, mais celles de l'élongation de ces planètes dans des conditions précises, valeurs à partir desquelles Ptolémée déduit immédiatement les *arcus visionis*, cf. PTOLÉMÉE 1984, p. 637-640.

l'avons mentionné plus haut[92], al-Battānī a explicitement indiqué que Ptolémée n'avait pas traité dans ses travaux de dimensions célestes autres que celles relatives aux deux luminaires (marqueur (1))[93].

De façon plus précise, plusieurs éléments conduisent à penser qu'al-Battānī a utilisé une source différente de celle utilisée par al-Farghānī dont nous avons établi l'existence plus haut.

Une circulation séparée des variations des diamètres apparents

En premier lieu, c'est ce que dit al-Battānī lui-même en introduction du chapitre L du *zīj al-ṣābi'*[94] :

> Poursuivons, sans exclusive parmi les sphères, jusqu'à la sphère de Saturne et la sphère des étoiles fixes, en nous tournant vers ce qu'ont obtenu les plus récents des sages qui ont surpassé Ptolémée.

Il s'agit bien d'une allusion claire à l'existence d'au moins un texte de haut niveau théorique qui aurait donc servi de source à al-Battānī pour traiter des dimensions célestes. Étant donné que l'exposé d'al-Battānī conserve plusieurs paramètres issus du *Livre des Hypothèses*, il ne fait pas de doute que ces paramètres figuraient dans une des sources qu'il a utilisée. Il apparaît donc que ce type de traité, dont nous avons déjà perçu l'existence lors de l'analyse des *Trente chapitres*, était encore disponible durant la période d'activité d'al-Battānī au début du X^e^ siècle.

Plus précisément, la lecture attentive de la reconstruction par al-Battānī des distances des planètes[95] montre qu'il s'appuie non pas sur les rapports des distances extrémales tirés des modèles géométriques rendant compte des mouvements en longitude des planètes, ce qui est le cas dans le *Livre des Hy-*

92. Pour notre traduction de ce passage du texte d'al-Battānī, cf. *supra* page 248

93. C'est d'ailleurs à partir de ce seul passage qu'Hartner a conclu qu'al-Battānī ignorait le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, cf. HARTNER 1970, p. 511.

94. Pour les notes de traduction, cf. *supra* note 80 page 248.

95. Pour le texte arabe du passage relatif à Mercure et notre traduction en français, cf. *supra* page 249.

pothèses mais aussi dans les *Trente chapitres*, mais bien sur la quantification préalable des variations des diamètres apparents des planètes et l'acceptation tacite du principe des sphères emboîtées[96].

Les textes antérieurs de notre corpus

Le traitement par al-Battānī des dimensions célestes s'écarte donc de celui d'al-Farghānī et pas uniquement en raison de la différence de nature de leurs textes respectifs, le *zīj al-ṣābi'* étant un traité théorique mettant en avant des contributions originales de son auteur alors que les *Trente chapitres* sont conçus comme une introduction synthétique des connaissances en matière d'astronomie. En particulier le fait qu'al-Battānī prennent les variations des diamètres apparents des planètes comme base de son calcul des dimensions célestes et qu'il ne mentionne pas leur rôle dans la solution au problème du rang du Soleil est une indication forte de l'indépendance de ses travaux vis-à-vis du texte d'al-Farghānī, ce qui ne fait d'ailleurs que conforter l'hypothèse d'un certain isolement d'al-Battānī.

En ce qui concerne une éventuelle influence des travaux de Thābit ibn Qurra, qui pourrait sembler évidente étant donné qu'al-Battānī est issu de la communauté des sabéens de Harran dont Thābit ibn Qurra a été un représentant de premier plan durant la seconde moitié du IX^e siècle, aucune étude n'a pu établir de lien avéré entre les travaux d'al-Battānī qui a vécu principalement à Raqqa et ceux de Thābit qui, durant sa période d'activité, a travaillé à Bagdad[97]. Cet absence de lien avéré entre al-Battānī et Thābit, qui n'est contrebalancée par aucun indice dans les deux textes, incite donc à ne pas considérer l'*Almageste simplifié* comme une source du chapitre L du *zīj al-ṣābi'*.

96. Dans son traité, Kūshyār détaille comment la donnée des variations des diamètres apparents des planètes suffit à reconstruire l'ensemble des dimensions célestes sans même recourir au principe des sphères emboîtées, cf. *infra* pages 327 et suivante pour notre commentaire de la méthode proposée par Kūshyār.

97. Nous avons précisé les sources de ces données biographiques lors de la présentation de ces deux auteurs dans le chapitre 6.

D'autre part la différence de nature entre l'introduction de bas niveau qu'est le *Traité d'astronomie* (notre texte 3) et l'exposition mathématique entreprise par al-Battānī dans son traité permet raisonnablement d'écarter une influence directe de ce dernier sur le traité d'al-Battānī. Il faut cependant noter qu'à l'instar de l'auteur du *Traité d'astronomie*, al-Battānī intègre dans le chapitre XXX dédié aux dimensions des deux luminaires les éléments de discussion sur le cône de l'ombre de la Terre, qui s'étend jusqu'à Mercure, et fait mention du raisonnement pré-ptoléméen qui permet, par disjonction de cas, de déterminer l'ordre partiel selon les tailles de la Terre et des deux luminaires[98], et ce alors qu'il établit quelques lignes plus loin les tailles respectives du soleil, de la Lune et de la Terre, rendant ainsi cette discussion dénuée d'intérêt astronomique. Voici une traduction du passage du chapitre XXX dans lequel al-Battānī évoque la limite du cône de l'ombre [99] :

> Comme le Soleil est plus grand que la Terre [...], les rayons du Soleil débordent un côté de la Terre jusqu'à ce qu'ils se rejoignent dans l'espace de l'autre côté à l'image d'un cône de pin – c'est pourquoi je qualifie l'ombre de la Terre de conique – et cette jonction a lieu au-delà la sphère de Mercure.

On notera ici que le terme arabe utilisé par al-Battānī pour qualifié l'aspect conique de l'ombre de la Terre est الصنوبري (littéralement *pinéale*), alors que c'est le terme مخروط, qu'al-Battānī emploie pourtant dans l'expression précédente مخروط الصنوبرة (littéralement *cône de pin*), qui est le terme canonique pour désigner les cônes dans le texte arabe des *Coniques* d'Apollonius,

98. Nous identifierons au chapitre suivant ces deux éléments comme parties intégrantes d'un tradition astronomique indépendante du *Livre des Hypothèses*, cf. *infra* pages 351 et suivantes.

99. Notre traduction à partir du texte arabe édité par Nallino (Al-Battānī 1899-1907, t. III, p. 83 l.4-6) :
فهي أن الشمس اعظم من الأرض [...] وشعاع الشمس يخرج مع جوانب الأرض حتى يتنهي في الهواء من الجانب الآخر على شكل مخروط الصنوبرة ولذلك سمي ظل الأرض الصنوبري وتكون نهايه فوق فلك عطارد.
Les passages reprenant le raisonnement pré-ptoléméen par disjonction de cas pour vérifier que le Soleil ne peut ni être de même taille que la Terre ni plus petit qu'elle se trouvent quelques lignes plus loin, cf. ibid., t. III, p. 84 l.1-6.

le terme الصنوبري n'y figurant qu'une fois dans l'ensemble du Livre I[100]. En ce qui concerne l'expression *cône de l'ombre*, Ptolémée ne l'a employée qu'une fois dans l'*Almageste* en utilisant le terme κώνου (*cône*)[101] pour décrire le cône de l'ombre de la Terre (Ptolémée 1903, t. I, p. 425) [102] alors que les deux traductions arabes d'al-Ḥajjāj et d'Isḥāq-Thābit mentionnent toutes deux الظل (littéralement *l'ombre*) sans aucune allusion à une forme conique[103]. Le vocabulaire employé par al-Battānī est donc une illustration supplémentaire du fait qu'il a utilisé une traduction de l'*Almageste* distincte de celles qui nous sont parvenues, et dans ce cas particulier plus fidèle au texte grec.

De plus la présence de ces considérations ne peut se comprendre que par la nécessité pour al-Battānī de montrer qu'il traite de tous les problèmes de l'astronomie de son temps, et par conséquent qu'il a accès à des textes, dont le *Traité d'astronomie* est un témoin, traitant de cette question[104].

Les traités sanskrits d'astronomie

Comme nous l'avons indiqué précédemment, il ne fait pas de doute que la source principale d'al-Battānī est l'*Almageste* et que, comme le note Kennedy, le *zīj al-ṣābi'* contient peu d'éléments que l'on peut rattacher directement aux textes sanskrits d'astronomie[105]. Cependant Swerdlow a identifié dans le chapitre XXX le recours fait par al-Battānī à des méthodes issues des traités sanskrits d'astronomie pour déterminer les variations du diamètre

100. Nous avons consulté ici l'index de l'édition du livre I,vf. Apollonius 2008, p. 623;631. Cependant Nallino rapporte d'autres occurences du terme الصنوبري, en particulier dans le *zīj* d'Ḥabash rédigé au IX^{e} siècle, cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 2, p. 342.

101. Cf. Mugler 1958, p. 37.

102. On notera que les traductions d'Halma et de Toomer sont précises sur ce point, cf. Ptolémée 1813, t. 1, p. 346 et Ptolémée 1984, p. 257.

103. Pour la version d'al-Ḥajjāj, cf. Ptolémée 1219, p. 81v, ce passage est transcrit par Bellver (Ptolémée 2018). Pour la version d'Isḥāq-Thābit, cf. Ptolémée 1450, 115r.

104. Rappelons que Villey a signalé un texte syriaque du VII^{e} siècle dans lesquel le fait que le Soleil est plus gros que la Terre n'est pas considéré comme pleinement établi, cf. *supra* page 171.

105. *«As for the zīj itself, it is strongly Ptolemaic, with very little Hindu influence»* (Kennedy 1956, p. 132).

apparent de la Lune et du Soleil[106]. Notons ici d'une part que Ptolémée dans l'*Almageste* ne discute pas des variations du diamètre apparent du Soleil qu'il considère comme constant, et d'autre part que Swerdlow a également détecté la méthode employée par al-Battānī dans le *zīj* d'al-Khwārizmī, rédigé durant la première moitié du IXe siècle[107], qui pourrait donc être une source intermédiaire entre les traités sanskrits d'astronomie et le *zīj al-ṣābi'*. Il faut noter que ce marqueur pointe vers une autre source intermédiaire potentielle entre les traités sanskrits d'astronomie et le *zīj al-ṣābi'* puisqu'as-Saleh a montré qu'Ḥabash avait utilisé une méthode similaire dans son *zīj*[108].

Nous avons repéré dans le chapitre L une autre trace de l'influence des traités sanskrits d'astronomie. En effet, al-Battānī conclut, après avoir donné l'arrangement des astres selon l'ordre décroissant de leur taille – arrangement qui est le point final de la plupart des autres textes de notre corpus –, en fournissant les valeurs des diamètres apparents, exprimés en longueur d'arc de la sphère des fixes, des planètes selon qu'elles sont à leur distance minimale ou à leur distance maximale de la Terre[109], et il complète cette liste de valeurs numériques par des indications permettant de calculer les distances d'une planète lorsqu'elle est dans une position intermédiaire de façon à en déduire la longueur d'arc de la sphère céleste sous-tendue par le diamètre apparent d'une planète à tout instant. Cependant Nallino, en s'appuyant sur les travaux antérieurs de Schiaparelli[110], a établi que les valeurs numériques qui apparaissent dans ce paragraphe sont certainement corrompues, tant dans les manuscrits arabes que latins. Par conséquent il semble délicat de les prendre en considérations dans notre analyse. Toutefois, bien que les valeurs numériques associées ne soient pas fiables, il ne fait pas de doute que ces considérations ont bien été mentionnées par al-Battānī car, dans le chapitre LIV, il indique à quelle fin il a produit de telles valeurs. En effet,

106. Cf. Swerdlow 1973a, p. 99-100.

107. Pour les références bibliographique sur le *zīj* d'al-Khwārizmī, cf. *supra* note 8 page 221.

108. Cf. As-Saleh 1970.

109. Pour le texte arabe, cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 182 ; pour la traduction en latin de Nallino, cf. ibid., t. 1, p. 123.

110. Cf. ibid., t. 290-291, p. 1.

la prise en compte des diamètres des astres, et surtout de la projection de leurs diamètres sur la sphère des fixes, permet de déterminer si, à un instant donné, deux astres sont en conjonction – il s'agit ici de conjonctions au sens large, c'est-à-dire de conjonction en longitude ou en latitude, voire d'opposition ou de tout autre type de configurations astrologiques – même lorsque leurs longitudes ou leurs latitudes sont sensiblement différentes. Or, en ce qui concerne les occultations, la remarque d'al-Battānī nous semble directement inspirée de considérations traitées en détail dans les textes sanskrits d'astronomie :

> Si elle [une planète] se confond [avec un astre] en longitude, latitude et position, on ne verra qu'un amalgame jusqu'à ce qu'ils soient séparés l'un l'autre de leur partenaire de la moitié de leurs deux corps [réunis][111].

Rappelons en effet que ce type de considérations est étranger à l'astronomie grecque alors qu'il est usuel dans les traités sanskrits, comme le montre par exemple ce passage très détaillé tiré du commentaire au *Khaṇḍakhādyaka* rédigé par Utpala[112] au X^{e} siècle dans lequel celui-ci décrit le cas spécifique de l'occultation mutuelle de deux planètes ayant la même longitude (Lu 2017, p. 227) :

> Lorsque la distance est inférieure à la demi-somme de leurs tailles, on sait qu'il y a un obscurcissement des deux planètes. [...] Et il est dit que la planète située au-dessus est occultée par celle située en-dessous. [...] [Dans ce cas] on en soustrait la distance entre les planètes, ce qui reste est la partie occultée, d'autant de

111. Notre traduction à partir du texte arabe (Al-Battānī 1899-1907, t. 3, p. 194) :
فإذا تجاسدا بالطول والعرض والجهة لم نر الا مقتر بين حتى يبعد احدهما عن صاحبه بمقدار نصف جرميهما.
Pour la traduction latine de Nallino, cf. ibid., t. 1, p. 130.

112. Cet auteur est cité à plusieurs reprises par al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde*, il est fort probable qu'al-Bīrūnī ait eu accès, au moins par l'intermédiaire d'un interprète, au texte cité ici.

> minutes l'éclipsée est occultée par la planète qui éclipse. Quand la partie occultée est plus grande que la taille de l'éclipsée, on dit qu'il y a éclipse totale ; quand elle est plus petite éclipse partielle.

La présence dans la conclusion du chapitre L du *zīj al-ṣābi'* de marqueurs des traités sanskrits d'astronomie conforte donc l'idée de leur influence si ce n'est sur le texte d'al-Battānī lui-même du moins sur ses sources directes.

7.7 Conclusions sur la réception arabe du *Livre des Hypothèses*

L'analyse du contenu des quatre plus anciens textes de notre corpus montre d'une part que ces traités sont indépendants les uns des autres, au sens ou aucun d'entre-eux n'est la source directe ou indirecte d'un autre, et montre d'autre part, grâce à l'exploitation des marqueurs du *Livre des Hypothèses* que l'étude détaillée de la partie (I.2) nous a permis d'établir en conclusion du chapitre 4, que de façon certaine pour trois d'entre-eux le *Livre des Hypothèses* n'en est pas une source directe. En ce qui concerne Thābit ibn Qurra, l'auteur du dernier des quatre textes analysés dans ce chapitre, l'analyse séparée de chacune des pistes pointant vers un accès de sa part au *Livre des Hypothèses* révèle qu'il subsiste un doute sur ce point. Plus encore, quand bien même Thābit aurait eu accès au traité de Ptolémée, les éléments du *Livre des Hypothèses* qui figurent dans l'*Almageste simplifié* ne sont pas suffisants pour permettre à un lecteur d'en retrouver le propos, les méthodes ni même les résultats. Ainsi on peut affirmer que le texte de Ptolémée n'a pas été un texte sur lequel se sont directement appuyées les recherches sur la question des dimensions célestes entre le milieu du IX^{e} siècle et la fin du X^{e}. Nous discuterons au chapitre suivant de la diversité des façons dont les auteurs de notre corpus se sont saisis des paramètres numériques ou des raisonnements initialement issus du *Livre des Hypothèses* qui ne leurs sont donc parvenus que très indirectement. Par conséquent les textes théoriques de notre corpus, ceux d'al-Battānī, d'al-Qabīṣī et de Kūshyār ibn Labbān,

doivent être analysés comme des travaux contenant des recherches originales, conformément d'ailleurs à ce que leurs auteurs revendiquent en introduction de leurs textes respectifs.

Dans ce chapitre nous venons donc d'établir que les auteurs des textes de notre corpus se sont appuyés sur d'autres textes intermédiaires rédigés en arabe. La présence dans ces textes de considérations propres à l'astronomie sanskrite qui était dominante entre le milieu du VIII^e et le début du IX^e siècle permet raisonnablement de dater la rédaction de ces textes intermédiaires de cette période.

Nous avons également montré que la traduction arabe du *Livre des Hypothèses* n'était pas en circulation durant le IX^e siècle. Cependant cela ne signifie pas nécessairement qu'elle n'était pas encore effectuée. À ce stade nous pouvons envisager deux hypothèses permettant de rendre compte de tous les éléments à notre disposition en ce qui concerne la traduction en arabe du *Livre des Hypothèses*.

La première hypothèse consiste à envisager une traduction en arabe dès la fin du VIII^e siècle ou le tout début du IX^e siècle, période de la première traduction en arabe de l'*Almageste*, sur laquelle les auteurs des sources directes des textes de notre corpus auraient pu s'appuyer pour rédiger leurs traités. Cette traduction n'aurait alors pas circulé en raison de sa qualité médiocre[113] et Thābit aurait pu en extraire quelques données brutes tout en tentant d'y apporter des corrections sans le secours d'un original. Les commentaires sur le *Livre des Hypothèses* d'Ibn al-Haytham et d'al-Bīrūnī au début du XI^e siècle correspondraient alors à une volonté de leur part de prendre en considération dans leurs travaux la source même de nombreuses idées et résultats en circulation au début du XI^e siècle.

La seconde possibilité consiste à envisager que les auteurs des sources directes des textes de notre corpus se soient eux-mêmes appuyés sur des textes intermédiaires, rédigés dans une autre langue que l'arabe[114]. Rappelons en

113. Cf. *supra* page 306.

114. Les langues candidates sont d'abord le grec et le syriaque, mais on ne peut pas exclure le pehlevi, et il faut également considérer une transmission à bas bruit via des traités en hébreu.

effet que nous avons montré dans le chapitre 5 que plusieurs textes grecs ont transmis une partie du contenu du *Livre des Hypothèses* que ce soit la correction des dimensions célestes consignée dans une scholie à l'*Almageste* et reprise par Proclus, l'analyse critique, par Proclus encore de la méthode de résolution du problème du rang du Soleil, la citation complète par Simplicius d'arguments de Ptolémée contre l'existence de sphères intermédiaires tournant en sens inverses ou encore l'allusion aux prismes sphériques dans une autre scholie à l'*Almageste*. Ces textes intermédiaires auraient ainsi transmis fidèlement certains paramètres et certaines idées issues du *Livre des Hypothèses* sans en être pour autant des traductions. Dans cette hypothèse, il faut ensuite considérer une découverte et une traduction tardive du texte grec, ou moins probablement d'une traduction dans une autre langue, à la fin du X^e^ siècle si l'on considère que le *Kitāb iqtiṣāṣ aḥwāl al-kawākib* mentionné par Ibn al-Nādim dans la liste des œuvres de Ptolémée est bien le *Livre des Hypothèses*[115], voire au début du XI^e^ siècle ce qui coïnciderait alors avec la prise en compte de ce texte dans les travaux d'Ibn al-Haytham et d'al-Bīrūnī.

115. Nous verrons au chapitre suivant qu'au moins un traité d'astronomie en circulation au X^e^ siècle était faussement attribué à Ptolémée, cf. *infra* page 345.

Chapitre 8

La diversité des traditions au x^{e} siècle

L'analyse des quatre textes les plus anciens de notre corpus a montré que trois d'entre-eux – les *Trente Chapitres*, le *Traité d'astronomie* et le *zīj al-ṣābi'* – s'appuyaient chacun sur des sources distinctes l'une de l'autre contenant toutes des résultats ou des méthodes initialement produits par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Quant à l'*Almageste simplifié*, l'analyse de l'œuvre de Thābit ne nous a pas permis de trancher de façon définitive la question de sa source directe : le *Livre des Hypothèses* lui-même ou une autre source intermédiaire conservant fidèlement les dimensions célestes du *Livre des Hypothèses*. De plus nous avons également montré que ces quatre textes étaient indépendants les uns des autres. Si l'on prend en considération le fait que nous avons défini notre corpus sans chercher *a priori* à en faire un échantillon représentatif de l'ensemble des textes arabes traitant des dimensions célestes rédigés avant le XI^e^ siècle, ces premières conclusions montrent une grande diversité des textes en circulation au X^e^ siècle que ce soit en ce qui concerne les dimensions célestes qu'ils contiennent mais surtout en ce qui concerne leur approche épistémologique des questions liées aux dimensions célestes. On retrouve ici le constat fait fort justement par S. Ragep, à savoir que *«des savants qui travaillent sur un même sujet, pratiquement au même moment et au même endroit, ne disposent pas forcément des mêmes informations ni ne sont au courant de toutes les sources disponibles ni même ne sont informés de tous les nouveaux travaux »*[1]. Plusieurs auteurs du X^e^ siècle insistent d'ailleurs sur le grand nombre d'ouvrages en circulation véhiculant des dimensions célestes et, de ce point de vue, il n'est pas étonnant que certains d'entre-eux à l'instar d'al-Ṣaghānī aient produit des textes mettant en regard les travaux de plusieurs de leurs prédécesseurs sur ce thème.

Dans ce chapitre, nous allons voir que les moyens d'analyse des textes dont nous nous sommes dotés permettent de distinguer plusieurs traditions qui ont chacune influencé séparément le développement de l'astronomie arabe durant sa première phase tout en dialoguant entre-elles. Nous avons en effet identifié trois traditions s'appuyant de façon indirecte sur la partie (I.2) du *Livre des*

1. Cf. Al-Jaghmīnī 2016, p. 51-52.

Hypothèses. Ces trois traditions se démarquent aisément l'une de l'autre de part la primauté qu'elles accordent à un aspect particulier du traitement des questions liées aux dimensions célestes :

1. ou bien à des démonstrations à partir de la synthèse mathématique réalisée par Ptolémée dans l'*Almageste* ;

2. ou bien à un appui direct des résultats sur des données d'observation ;

3. ou bien à la transmission fidèle de valeurs canoniques sans analyse critique de leur provenance.

De façon plus surprenante, nous avons également identifié une quatrième tradition que l'on ne perçoit que sous forme d'interférences diffuses dans les textes de notre corpus. Cette tradition semble indépendante du *Livre des Hypothèses* et apparaît comme véhiculant des idées concurrentes à celles de Ptolémée, en particulier l'existence entre les sphères de deux planètes d'un engrenage de petites sphères intermédiaires tournant en sens inverses que Ptolémée avait vivement critiquée dans le livre II du *Livre des Hypothèses*. Cette tradition se caractérise par la primauté accordées aux causes physiques des phénomènes célestes. De plus, les éléments que nous avons réunis sur cette tradition non ptoléméenne nous conduisent à conjecturer qu'elle a pu produire des dimensions célestes alternatives à celles obtenues par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

8.1 Une tradition qui donne la primauté aux démonstrations

Les informations tirées du *Livre des Hypothèses* que contenaient la source directe d'al-Farghānī

Dans les *Trente Chapitres*, nous avons vu qu'al-Farghānī est en capacité de rapprocher l'obtention des distances de Mercure et de Vénus de la résolution du problème du rang du Soleil. De plus sa présentation des calculs

des distances indique qu'il sait que les rapports des distances extrémales des astres errants découlent directement des modèles géométriques associés à leur mouvement en longitude. Comme en outre al-Farghānī mentionne pour chacun des astres errants, ainsi que pour les étoiles fixes, les rapports de leur diamètre apparent au diamètre du Soleil tels que les a produits Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, on peut assurer que l'auteur d'une des sources d'al-Farghānī, al-Farghānī lui-même ainsi que ses lecteurs, sont en mesure de produire eux-mêmes la totalité des dimensions célestes que Ptolémée a produites, à savoir les distances à la Terre, les diamètres réels et les volumes des sept astres errants et des étoiles fixes de première grandeur.

Il est établi[2] qu'al-Farghānī ne connaissait pas le *Livre des Hypothèses* et qu'il s'est donc nécessairement appuyé sur une source intermédiaire. Nous pouvons désormais affirmer que la source directe d'al-Farghānī était un traité contenant les éléments nécessaires à la reconstruction des distances et des tailles des planètes, c'est à dire un descriptif de la méthode combinant rapport des distances extrémales et principe des sphères emboîtées ainsi que le rapport du diamètre apparent de chaque planète (à sa distance moyenne) au diamètre apparent du Soleil (à sa distance moyenne).

La continuation de cette première tradition

Comme nous l'avons mentionné au chapitre 6, de nombreux manuscrits arabes des *Trente chapitres* d'al-Farghānī nous sont parvenus[3], ce qui témoigne de l'importante diffusion de ce traité. Bien qu'aucun des textes de notre corpus ne mentionne explicitement le texte d'al-Farghānī, il est établi qu'al-Qabīṣī a rédigé un commentaire de ce traité. En effet un manuscrit du commentaire d'al-Qabīṣī nous est parvenu[4].

2. Nous avons rappelé les arguments dans le chapitre précédent pages 291 et suivantes.

3. Cf. *supra* note 11 page 222 pour la liste des manuscrits arabes des *Trente chapitres* dont nous avons connaissance.

4. Un fac-similé de cet unique manuscrit du commentaire d'al-Qabīṣī a été publié en 2010 (Sezgin 2010, p. 127-206). Nous n'avons pu nous en procurer que la table des matières qui donne pour titre du texte *Sharḥ al-Qabīṣī fī kitāb foṣūl al-Farghānī* (Commentaire d'al-Qabīṣī sur le livre des chapitres d'al-Farghānī).

Or il se trouve qu'al-Qabīṣī est le premier des auteurs de notre corpus, et nos recherches dans d'autres textes tendent à suggérer qu'il serait effectivement le premier depuis la rédaction du texte qui a servi de source à al-Farghānī, à retrouver des valeurs des distances et des tailles des planètes en appliquant la méthode combinant rapport des distances extrémales, principe des sphères emboîtées et rapport du diamètre apparent des planètes à celui du Soleil. En effet al-Qabīṣī, pour déterminer le rapport des distances extrémales de Mercure, mentionne explicitement le livre IX de l'*Almageste* et exploite le modèle rendant compte du mouvement en longitude pour arriver à ses fins[5]. On comprend dès lors mieux sa prétention à la primauté de la démonstration des dimensions célestes alors qu'il écrit son traité près d'un demi-siècle après celui d'al-Battānī et que circulent au x^e^ siècle un grand nombre de traités sur les dimensions célestes[6] :

> Je n'ai vu personne, parmi les auteurs qui ont indiqué les volumes et les distances, produire des démonstrations concernant les tailles des autres astres ou leurs distances, ils les ont seulement données en les copiant sans aucune démonstration. Je donne dans ce traité les démonstrations de ce qu'ont mentionné tous les auteurs ayant indiqué les volumes et les tailles.

Nous soutenons donc ici que la lecture des *Trente Chapitres*, ou d'un texte contenant les mêmes informations que celles consignées dans la source des *Trente Chapitres*, a probablement fourni à al-Qabīṣī l'assise théorique suffisante pour proposer sa propre reconstruction des distances en repartant des modèles géométriques de l'*Almageste*.

5. Cf. Al-Qabīṣī 2014, p. 219-221 pour le texte arabe et ibid., p. 191-193 pour la traduction d'Hogendijk. Al-Qabīṣī montre à cette occasion qu'il ne maîtrise pas le modèle géométrique de Mercure. Son erreur est détaillée et commentée par al-Bīrūnī, cf. *infra* page 470.

6. Notre traduction à partir du texte arabe (ibid., p. 207), cf. *supra* page 256.

Notons pour conclure que les travaux d'al-Qabīṣī sur les dimensions célestes sont repris et critiqués par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* et qu'ils ont circulés suffisamment pour que Maïmonide les mentionne explicitement dans le *Guide des égarés*[7] rédigé au XII^e^ siècle.

8.2 Une tradition qui donne la primauté aux observations

Les informations tirées du *Livre des Hypothèses* que contenaient la source directe d'al-Battānī

L'analyse du chapitre L du *Zīj al-Ṣābi'* a montré qu'al-Battānī avait reconstruit les dimensions célestes en utilisant une autre méthode[8]. En effet il ne déduit pas les rapports des distances extrémales des astres errants des paramètres de leur modèle géométrique respectif mais bien de la donnée du rapport quantifiant les variations de leur diamètre apparent selon qu'ils soient à leur distance maximale de la Terre ou à leur distance minimale. Ce sont donc ces informations sur les variations des diamètres apparents des planètes qui figuraient dans la source principale des travaux d'al-Battānī sur les dimensions célestes. En effet selon al-Battānī, des successeurs de Ptolémée aurait mesuré ces variations. Or il ne fait pas de doute que cette quantification précise de phénomènes imperceptibles à l'œil nu, qui de surcroît aboutit exactement aux mêmes rapports que ceux des distances extrémales des astres errants produits par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* en exploitant les modèles géométriques construits pour calculer leur longitude, est nécessairement le résultat d'un calcul sur la base des distances déterminées initialement dans le *Livre des Hypothèses* et non d'observations comme l'avance al-Battānī. Ainsi dans un texte postérieur au *Livre des Hypothèses* et en s'appuyant sur les résultats mentionnés dans celui-ci, un auteur inconnu a donc déduit les variations des diamètres apparents des planètes à partir des

7. Cf. Maïmonide 1856-1866, t. 2, p. 191.
8. Cf. *supra* page 311.

distances du *Livre des Hypothèses* et les a consignées par écrit dans un texte. Ensuite ce sont ces variations des diamètres apparents qui ont été prises par al-Battānī comme base de ses calculs de distances.

Ainsi, et conformément à ce qu'affirme al-Qabīṣī, al-Battānī n'a pas démontré véritablement les dimensions célestes, qu'il calcule pourtant lui-même dans le *Zīj al-Ṣābi'*, car il s'est appuyé sur des valeurs, celles des rapports quantifiant les variations des diamètres apparents des planètes, considérées comme données et non comme résultats.

La continuation de cette deuxième tradition

Et c'est d'ailleurs tout l'enjeu du traité de Kūshyār que d'expliquer l'identification non justifiée par al-Battānī entre les rapports correspondants aux variations des diamètres apparents des planètes et les rapports de leurs distances extrémales. En effet, il suffit de comparer l'exposé de la méthode de calcul des distances de Mercure que fournit Kūhshyār avec le traitement de cette question par al-Battānī[9] pour comprendre que le premier fait ici un commentaire du second[10] :

> On a constaté que si la grandeur de son corps [celui de Mercure] lorsqu'elle est à sa distance la plus grande est un, alors lorsqu'elle est à sa distance la plus petite[11] [elle vaut] deux et un tiers et un quart. Puis si nous permutons la position de la grandeur des deux corps – nous posons l'un à la place de l'autre –, le rapport du corps au corps est [alors] comme le rapport de

9. Nous avons reproduit et traduit le texte arabe de ce passage, cf. *supra* page 249.

10. Notre traduction à partir du texte arabe (Kūshyār 2012, p. 114) :

وجد عظم جرمه إذا كان في بعده البعد واحداً وإذا كان في أقرب قربه اثنين وثلث وربع فإذا بدّلنا وضع عظم الجرمين وجعلنا أحدهما مكان الآخر كان نسبة الجرم إلى الجرم كنسبة البعد إلى البعد فإذا ضربنا الاثنين والثلث والربع في أبعد بعد القمر وقسمناه على واحد كان مائة وستة وستين جزءاً بالتقريب وهو أبعد بعد عطارد من الأرض على أن نصف قطر الأرض جزء واحد فيكون أوسط بعده مائة وخمسة عشر وهو نصف ما بين البعد الأبعد والأقرب إذا زيد على البعد الأقرب.

11. On retrouve ici l'expression أقرب قربه, littéralement *sa plus proche proximité*, qui apparaît dans le texte d'al-Battānī.

> la distance à la distance. Puis si nous multiplions par deux et un tiers et un quart la distance la plus grande de la Lune et que nous divisons par un, il vient cent soixante-six parties environ, ce qui est la distance la plus grande de la Mercure à la Terre en considérant que le rayon de la Terre vaut une partie. De là la distance moyenne est cent-quinze, soit la moitié de ce qui entre la distance la plus grande et la plus petite que l'on ajoute à la distance la plus petite[12].

La comparaison des deux textes montre que Kūshyār utilise le chapitre L du *Zīj al-Ṣābi'* comme source principale, ce qui en soi n'est pas surprenant car l'influence du *Zīj* d'al-Battānī sur les travaux de Kūshyār, et en particulier son propre *Zīj al-Jāmi'*, est bien documentée[13]. Une fois le rapprochement entre le texte de Kūshyār et celui d'al-Battānī, on comprend alors que Kūshyār s'emploie ici à expliquer le passage du rapport correspondant aux variations des diamètres apparents au rapport des distances extrémales nécessaire au calcul des distances, passage sur lequel al-Battānī n'a pas fourni d'explications.

Il est remarquable que l'explication fournie par Kūshyār soit très aisément transposable en langage mathématique moderne. On suppose connu le rapport :

$$\frac{\text{Diamètre apparent à distance maximale}}{\text{Diamètre apparent à distance minimale}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}.$$

On permute les valeurs numériques de ce rapport et on obtient le rapport :

$$\frac{\text{Distance maximale}}{\text{Distance minimale}} = \frac{2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{1}.$$

12. Le calcul de la distance moyenne est le même que chez al-Battānī : $\frac{166-64}{2} + 64 = 115$.

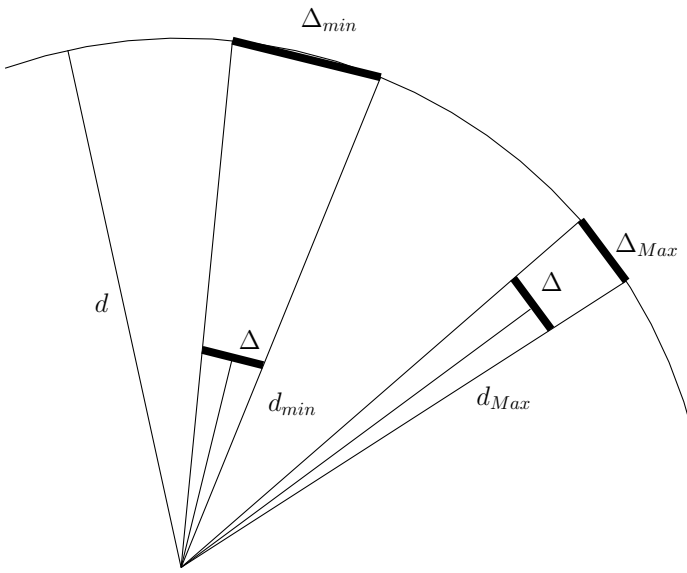
13. Cf. Kennedy 1956, p. 125 et Kūshyār Ibn Labbān 2009, p. xvii. Cependant Kūshyār apporte de nombreuses innovations mathématiques par rapport aux méthodes d'al-Battānī, cf. ibid., p. xviii-xix.

Comme la distance minimale de Mercure est égale à la distance maximale de la Lune qui est égale à $64\frac{1}{6}$, on peut calculer la distance maximale de Mercure en multipliant par $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ et en divisant par 1 :

$$\text{Distance maximale} = (64 + \frac{1}{6}) \times \left(2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 165 + \frac{55}{72}.$$

On interprète alors la valeur arrondie du résultat comme la distance maximale de Mercure exprimée en rayons terrestres : 166^{rt}.

Le calcul de Kūshyār repose donc sur l'inverse proportionnalité des diamètres et des distances de la planète que l'on peut aisément admettre dès lors que l'on considère les diamètres apparents de la planète à sa distance minimale d_{min} et à sa distance maximale d_{Max} respectivement comme les cordes Δ_{min} et Δ_{Max} sur un même cercle de rayon fixé d – pour les diamètres apparents à distance moyenne, Kūshyār prendra la distance moyenne du Soleil. Nous avons représenté cela dans la figure ci-dessous où Δ est le diamètre réel de la planète :



En exploitant les propriétés des triangles semblables, on a les égalités

$$\frac{\Delta_{min}}{\Delta} = \frac{d}{d_{min}} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta_{Max}}{\Delta} = \frac{d}{d_{Max}}.$$

D'où l'égalité : $\Delta_{min} \times d_{min} = \Delta_{Max} \times d_{Max}$, de laquelle découle que les rapports des diamètres apparents et des distances extrémales sont inverses l'un de l'autre.

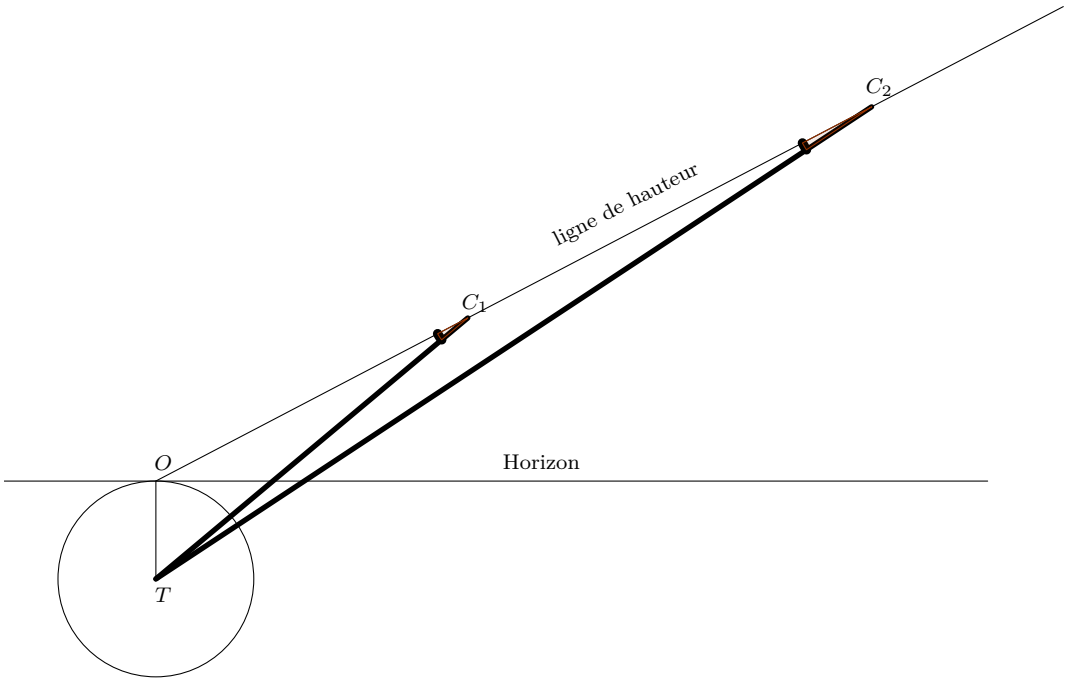
Ainsi le paragraphe du Kūshyār est-il un commentaire mathématique du passage correspondant du texte d'al-Battānī, mais il en garde un aspect essentiel : la nécessité d'établir les valeurs produites sur des données d'observation. Et d'ailleurs Kūshyār va plus loin dans cette direction dans sa justification du fait que la distance maximale d'une planète est égale à la distance minimale de la suivante. Alors qu'al-Battānī n'aborde pas cette question et emploie de façon tacite le principe des sphères emboîtées, Kūshyār propose ici encore une justification observationnelle[14] :

> On a constaté que sa plus petite distance [celle de Mercure] est égale à la plus grande distance de la Lune car la parallaxe de son diamètre lorsqu'elle [Mercure] est à sa plus petite distance est égale à la parallaxe du diamètre de la Lune lorsqu'elle est à sa plus grande distance. De la même façon on a constaté dans le cas de l'ensemble des astres que la distance la plus grande de la plus basse est égale à la distance la plus petite de la plus haute, il n'est donc pas nécessaire de répéter cela pour chacun d'eux.

Du point de vue logique, l'argument de Kūshyār est valide puisque la différence de parallaxe entre deux astres alors qu'ils sont à la même hauteur sur l'horizon s'explique entièrement par leur différence de distance à l'observateur. Ainsi si on observe successivement la parallaxe de deux astres lorsqu'ils sont à une hauteur donnée sur l'horizon et que l'on obtient la même valeur,

14. Notre traduction à partir du texte arabe (Kūshyār 2012, p. 114) :
وجد أقرب قربه من الأرض مثل أبعد بعد القمر لأن اختلاف منظر قطره في أقرب قربه مثل اختلاف منظر قطر القمر في أبعد بعده وهكذا وجد حال جميع الكواكب أبعد بعد الأسفل مثل أقرب قرب الأعلى فلا يحتاج إلى تكرار القول كل واحد منها.

alors on peut conclure que ces deux objets sont à la même distance de l'observateur. Nous avons représenté ci-dessous la parallaxe de deux astres[15] C_1 et C_2 situés sur la même ligne de hauteur par rapport à l'horizon de l'observateur. Dans ce cas la différence des angles $\widehat{TC_1O}$ et $\widehat{TC_2O}$ est entièrement expliquée par la différence des distances TC_1 et TC_2 :



Ainsi, sous l'hypothèse d'une hauteur commune, si deux objets ont la même parallaxe ils sont à la même distance de la Terre. Le problème de l'exposé de Kūshyār est que l'ordre de grandeur des angles impliqués ne permet pas de déterminer si deux objets ont des parallaxes égales. En effet, nous avons reconstruit en partant des résultats fournis par Kūshyār les valeurs de

15. Pour simplifier la figure nous avons assimilé ces astres à des points, ce qui ne modifie pas le raisonnement.

la parallaxe des planètes sur lesquelles il affirme s'appuyer pour justifier que la plus grande distance d'une planète est égale à la plus petite distance de la suivante[16] :

	Distances	Parallaxes
$Lune_{Max} = Mercure_{min}$	64; 15	$\mathbf{0^{\circ}; 27; 10}$
$Mercure_{Max} = Venus_{min}$	166	$0^{\circ}; 10; 30$
$Venus_{Max} = Soleil_{min}$	1 160	$0^{\circ}; 01; 30$
$Soleil_{moy}$	1 210	$\mathbf{0^{\circ}; 01; 27}$
$Soleil_{Max} = Mars_{min}$	1 260	$0^{\circ}; 01; 23$
$Mars_{Max} = Jupiter_{min}$	8 764	$0^{\circ}; 00; 11$
$Jupiter_{Max} = Saturne_{min}$	14 168	$0^{\circ}; 00; 07$
$Saturne_{Max} = Fixes$	19 835	$0^{\circ}; 00; 05$

L'ordre de grandeur des angles reconstruits permet définitivement de se convaincre qu'il était impossible à Kūshyār de détecter de si infimes variations angulaires. En effet, il a été démontré que dans des conditions idéales, en laboratoire, l'œil humain ne peut percevoir de différence entre deux points séparés par un angle d'une minute d'arc et que dans des conditions extérieures la limite est d'au moins une dizaine de minutes d'arc[17]. Il est donc impossible de déterminer si deux astres ont la même parallaxe puisqu'il est même impossible de percevoir une parallaxe pour Mars, Jupiter et Saturne, celles de Mercure et de Vénus étant à la limite du perceptible et par conséquent impossibles à identifier ou à différentier l'une de l'autre.

Remarquons pour conclure sur la primauté de l'observation sur les développements théoriques chez Kūshyār que Bagheri a découvert une note du scribe d'un des manuscrits du *Zīj al-Jāmī* qu'il dit être tirée d'un texte de la main Kūshyār ibn Labbān[18]. Or dans cette note il est consigné que Kūshyār a observé de ses yeux une conjonction (en longitude certainement)

16. En gras les valeurs des parallaxes de la Lune et du Soleil fournies par Kūshyār dans son texte, nous avons reconstruits les autres valeurs à partir des distances obtenues par Kūshyār.

17. Wlodarczyk, Kremer et Hughes 2018, p. 303.

18. Cf. Kūshyār Ibn Labbān 2006, p. 147.

entre Mars et Saturne, puis qu'il a ensuite déterminé leurs longitudes de façon théorique à l'aide de tables astronomiques (*zīj*) et a obtenu une différence de près d'un degré entre les longitudes des deux planètes pourtant en conjonction. Sa conclusion est alors sans appel quant au manque de fiabilité de tels traités : «les zījs ne sont pas fiables, car s'ils tombent [juste] une [fois] par quelques ruses, ils se trompent dix [fois], et il n'y a aucun moyen de les corriger»[19]. Si cette note est authentique, elle nous fournit sans doute une raison majeure quant à la préférence de Kūshyār pour des faits déduits immédiatement d'observations.

Le texte de Kūshyār, ainsi que celui d'al-Battānī qu'il commente ici, accorde une place de premier plan aux observations. Kūshyār propose en effet ici de justifier les dimensions célestes directement à partir de données (parfois fictives) d'observation, et une des spécificités d'al-Battānī est d'avoir effectué lui-même un grand nombre d'observations et modifier certains des paramètres de l'*Almageste* en conséquence comme nous l'avons vu plus haut dans le cas de la distance du Soleil. Ici encore nous retrouvons l'importance accordée aux arguments en lien direct avec l'observation chez al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*.

Une discussion entre les deux traditions

Il se trouve que ce point de vue de Kūshyār permet de comprendre que l'introduction de son traité contient une critique directe du recours aux modèles géométriques de l'*Almageste* effectué par al-Qabīṣī et dont celui-ci se targue. Rappelons ici les propos de Kūshyār à la fin du préambule de son traité alors qu'il mentionne des astrologues qui considèrent possible de déterminer les dimensions célestes[20] :

19. Notre traduction à partir du texte reproduit par Bagheri (ibid., p. 147) :
الزيجات الرصدية لا اعتماد عليها لانها ان اصابت في واحد ببعض الحيل اخطأت في عشرة ولا سبيل على تصحيحها.

20. Nous avons traduit plus haut le préambule dans son intégralité, cf. page 267.

> Et s'ils le voient possible, ils découragent l'accès vers cela et se donnent de l'importance. C'est pourquoi j'ai rédigé ce traité sur la méthode [pour obtenir] les mesures des distances et des corps, la façon de les obtenir, et sur ce qui dépend de l'observation et ce qui est connu par la géométrie et le calcul.

Dans ce passage, Kūshyār adresse clairement une critique à l'égard de certains astrologues qui sont capables de déterminer les dimensions célestes, mais qui d'une part le font à l'aide d'une méthode difficile et d'autre part s'appuie sur cela pour se mettre en avant. Selon nous il ne fait pas de doute qu'il s'agit d'une critique adressée à al-Qabīṣī. En effet nous avons vu que celui-ci a effectivement réussi à retrouver les dimensions célestes en revenant aux paramètres des modèles géométriques des mouvements en longitude des planètes établis par Ptolémée dans l'*Almageste*, c'est-à-dire dans un ouvrage dont peu d'astrologues maîtrisent les démonstrations. De plus, nous avons vu plus haut qu'al-Qabīṣī a écrit un texte dans lequel il établit une hiérarchie des astrologues en fonction de leur degré de compétence, et que les critères qu'il donne pour être parmi les plus éminents correspondent exactement à la démarche qu'il emploie dans son traité sur les distances et les tailles des planètes[21] :

> He has read the *Almagest* and demonstrated the movements of the planets, and their forms, sizes, and distances one from another ; with rational demonstrations, and he does not need a book or tables.

Ainsi dans ce cadre restreint qui est celui de notre corpus, nous voyons clairement deux courants en tensions. L'un met l'accent sur l'argumentation et les méthodes permettant de reconstruire les résultats de façon synthétique: dans ce cas l'*Almageste* est l'ouvrage de référence même si des raisonnements et méthodes développées dans d'autres traités, y compris le *Livre des Hypothèses*, y trouvent place. L'autre considère que le recours au démonstrations

21. Nous n'avons pas pu consulter le texte arabe et nous nous appuyons ici sur la traduction de Burnett, cf. Burnett 2002, p. 203. Nous avons cité plus haut le passage dans son intégralité, cf. page 255.

mathématiques et aux édifices théoriques n'est légitime que lorsque les observations seules ne permettent pas d'aboutir et considère ainsi que l'observation prime sur la théorie.

8.3 Une tradition qui donne la primauté à la transmission fidèle de valeurs canoniques

Les informations tirées du *Livre des Hypothèses* que contenaient la source directe de Thābit ibn Qurra

Il reste que parmi les textes de notre corpus, l'*Almageste simplifié* de Thābit ibn Qurra et le *Traité d'astronomie* (notre texte 3) mentionnent des dimensions célestes qui correspondent exactement à celles que Ptolémée a produites dans le *Livre des Hypothèses* mais sans donner d'indication quant à la méthode permettant de les obtenir. En particulier aucun de ces deux textes ne fournit les rapports des diamètres apparents des planètes au diamètre apparent du Soleil, ce qui, comme nous l'avons déjà mentionné, place le lecteur dans l'impossibilité de reconstruire les tailles à partir des distances. Il semble donc que les auteurs de ces textes aient eu recours à une source dans laquelle les dimensions obtenues par Ptolémée étaient fidèlement consignées mais où la méthode ayant permis de les produire n'était pas indiquée. On peut donc raisonnablement conjecturer l'existence d'un troisième texte intermédiaire entre le *Livre des Hypothèses* et les textes de notre corpus dans lequel figurait un résumé fidèle des dimensions célestes obtenues par Ptolémée.

Abū Ma'shar sur l'importance des dimensions célestes en astrologie

Cette conjecture est étayée par un autre texte qui mentionne des distances et des tailles des planètes. Swerdlow a intégré l'analyse des valeurs numériques contenues dans ce texte à ses travaux et il a noté que la plupart des valeurs mentionnées étaient exactement celles mentionnées dans le *Livre*

des Hypothèses[22], ce à quoi nous ajoutons que ce texte ne mentionne pas les rapports des diamètres apparents des planètes au diamètre apparent du Soleil. Il s'agit donc d'un texte contenant le même type d'informations issues du *Livre des Hypothèses* que l'*Almageste Simplifié* et le *Traité d'astronomie*.

Cependant Swerdlow l'attribue à Ibn Rustah car ce texte est intégré au livre VII de son *Kitāb al-aʿlāq al-nafīsa*[23] compilé par cet auteur au début du Xe siècle. Il se trouve en effet que le *Kitāb al-aʿlāq al-nafīsa* contient, outre des récits de voyage d'Ibn Rustah lui-même, des citations *in extenso* de textes d'autres auteurs comme l'atteste par exemple le fait que le chapitre qui précède le texte étudié par Swerdlow est explicitement attribué par Ibn Rustah à al-Farghānī et est effectivement une reprise littérale du chapitre 2 des *Trente chapitres*. Or, dans l'introduction du chapitre étudié par Swerdlow, Ibn Rustah indique clairement que le texte qu'il reproduit est un texte d'Abū Maʿshar (787-886), un astrologue parmi les plus influents de la première partie du Xe siècle[24]. Voici l'introduction du chapitre sur les distances et les tailles telle qu'elle se trouve dans l'ouvrage d'Ibn Rustah [25] :

22. Cf. Swerdlow 1968, p. 142;176-178.

23. Le livre VII du *Kitāb al-aʿlāq al-nafīsa* d'Ibn Rustah a été édité par De Goeje (Ibn Rustah 1892) et traduit en français par Wiet sous le titre *Les atours précieux*. Nous n'avons pas pu consulter cette traduction.

24. Pour les informations biographiques et bibliographiques sur Abū Maʿshar et particulier sur la diversité des traditions scientifiques dans lesquelles il a puisé, (Pingree 1970, p. 33). Sur l'influence d'Abū Maʿshar sur al-Qabīṣī et al-Bīrūnī, cf. Abū Maʿshar 2019, t. 1, p. 4.

25. Notre traduction à partir du texte arabe (Ibn Rustah 1892, p. 17) :
يقول ابو معشر وجدنا كلّما يطلب الناس من علم النجوم اربعة اشياء اوّلها حركاتها ومسيرها في الطول والعرض والثاني معاريضها التي تعرض لها باختلاف حركاتها في البروج ومقامها ورجوعها مع كسوف الشمس والقمر وما يعرض لهما في ذلك والثالث علم اجرامها والرابع علم ابعادها من نقطة الأرض وبعد بعضها من بعض. اما الوجهان الاوّلان الذان هما اسباب اختلاف حركات الشمس والقمر والنجوم فقد بيناها واوضحناها باسبابها وعللها والحجج الواضحة عليها بحساب المساحة المفرد على ما ذكر من ذلك في المجسطي وما استنبطنا منه ووضعناه في كتاب الأفلاك وتركيب السماء ونحن بادون الله بعلم ما بقي من الوجوه الاربعة وذلك في ابعادها وعظم اجرامها ان شاء الله.

> Abū Ma'shar a dit : nous constatons que toutes les questions que l'on se pose sur la connaissance des astres sont de quatre sortes. [La première concerne] leurs mouvements et leurs parcours en longitude et en latitude ; la seconde [concerne] leurs anomalies, que montre l'irrégularité de leurs mouvements sur l'écliptique, leurs stations et leurs rétrogradations ainsi que les éclipses du Soleil et de la Lune et ce que ceux-ci [le Soleil et la Lune] montrent en cette matière ; la troisième est la connaissance de leurs corps et la quatrième la connaissance de leurs distances par rapport à la Terre et leur distances les uns aux autres.
> Quant aux deux premiers aspects, qui portent sur les causes de l'irrégularité des mouvements du Soleil, de la Lune et des astres, nous l'avons exposé et expliqué par des arguments limpides et concis selon ce qui est mentionné sur cela dans l'*Almageste* et ce que nous en avons déduit. Et nous avons consigné dans le *Kitāb al-aflāk wa tarkīb al-samā'* [*Livre sur les orbes et la composition du ciel*], et nous ne sommes rien sans Dieu, [ce qui concerne] la connaissance de ce qui reste des quatre aspects, c'est-à-dire leurs distances et la taille de leur corps, grâce à Dieu.

Ce passage est particulièrement riche en informations. En premier lieu il contient la preuve qu'Abū Ma'shar est l'auteur du texte cité par Ibn Rustah dont Swerdlow a analysé les valeurs numériques. Ensuite Abū Ma'shar nous informe qu'il a rédigé un traité intitulé *Kitāb al-aflāk wa tarkīb al-samā'* [*Livre sur les orbes et la composition du ciel*] dans lequel il a traité des questions relatives aux dimensions célestes. Son propos ne permet pas d'écarter définitivement l'idée qu'il aurait eu accès à la méthode permettant de produire ces résultats, mais plusieurs indices montrent que ce n'est probablement pas le cas.

Le premier indice se trouve dans la suite du texte reproduit par Ibn Rustah : l'exposé des dimensions célestes, qui suit immédiatement ces propos préliminaires d'Abū Ma'shar, consiste en la liste des distances des astres, de la Lune aux étoiles fixes, exprimées en rayons terrestres et en miles, suivie dans une seconde partie de la liste des dimensions des astres exprimées de

même façon en fonction du diamètre terrestre et en miles. Aucun passage dans ce texte ne laisse percevoir les méthodes sous-jacentes à l'établissement des dimensions célestes.

Mais le principal indice du fait qu'Abū Ma'shar ne disposait que d'une liste des dimensions célestes et non de la méthode permettant de les produire se trouve dans sa *Grande Introduction à l'Astrologie*[26]. En effet, après avoir passé en revue les thèses exposées dans le *Tétrabiblos* sur le fait que les propriétés des planètes dépendent de leur plus ou moins grand éloignement de la Lune et du Soleil, Abū Ma'shar indique que les vues de l'auteur du *Tetrabiblos*, dont il dit explicitement que ce pourrait être Ptolémée mais qu'il n'y a pas de certitude sur ce point, sont mises en défaut par ce que l'on sait des distances des planètes qui sont telles que deux astres errants ne peuvent s'influencer physiquement l'un l'autre[27]. Il cite à cette occasion sa source[28] :

> Ceci est clair dans le *Livre qui mentionne les distances verticales des corps les uns après les autres*, [...] selon ce qu'a affirmé le *Philosophe*.

Ainsi dans ce passage de la *Grande Introduction à l'Astrologie*, Abū Ma'shar nous apprend-il qu'il existe un livre dans lequel sont consignées les distances des corps célestes les unes après les autres, ce qui correspond exactement à un type de l'ouvrage dont nous avons été conduit précédemment à envisager l'existence. De plus la mention de l'auteur de cette source intermédiaire comme un *Philosophe* indique assez sûrement qu'Abū Ma'shar renvoie ici à un auteur grec. En effet il n'emploie ce terme pour désigner un auteur qu'à sept reprises dans son traité : six fois pour désigner Aristote et une fois pour désigner l'auteur du *Tétrabiblos*. Nous avons donc ici une indication sérieuse de l'existence d'un traité grec contenant un résumé fidèle des résultats sur les dimensions célestes produites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

---

26. Cf. Abū Ma'shar 2019.

27. Abū Ma'shar développe ce point plus loin dans son traité, cf. ibid., t. 1, p. 372-374.

28. Notre traduction en français à partir du texte arabe(ibid., t. 1, p. 348) :
وهذا بيّن في الكتاب الذي ذكر فيه أبعاد الأجرام العلوية بعضها عن بعض، [...] على ما زعم الفيلسوف.

D'autre part, le texte d'Abū Ma'shar reproduit par Ibn Rustah dans le *Kitāb al-a'lāq al-nafīsa* nous renseigne sur le contexte astrologique, que nous avions déjà remarqué dans les textes sanskrits d'astronomie, dans lequel les questions des dimensions célestes en sont venues à constituer un chapitre classique des traités d'astronomie. En effet Abū Ma'shar explique que les questions traitées dans l'*Almageste* ne couvrent que les questions relatives à la position des astres sur la sphère céleste, connaissance indispensable en astrologie, et aux éclipses des deux luminaires. Or, selon Abū Ma'shar, il est nécessaire de tenir compte des distances entre les objets célestes ainsi que des variations de leur taille apparente auxquelles est liée l'intensité des phénomènes. Dans l'extrait produit par Ibn Rustah, Abū Ma'shar ne s'étend pas sur ces questions. On remarque seulement dans le fil de son exposé sur les distances qu'il calcule la distance entre le sommet du cône de l'ombre de la Terre et la Lune à sa distance minimale[29] ($268 - 64\frac{1}{6} = 203\frac{5}{6}$) ce qui constitue un exemple rare d'estimation de distance céleste n'impliquant pas la Terre[30]. Abū Ma'shar est beaucoup plus explicite dans sa *Grande Introduction à l'Astrologie*, ce qui nous permet de cerner les enjeux de la connaissance des dimensions célestes dans le cadre de la pratique de l'astrologie.

En effet, après avoir repris la division des connaissances nécessaires à la pratique de l'astrologie en deux grandes catégories dont la première est presque entièrement épuisée par l'*Almageste* de Ptolémée[31] – la concordance de ce passage avec celui rapporté par Ibn Rustah confirme ici notre attribution à Abū Ma'shar des dimensions analysées par Swerdlow – Abū Ma'shar explique que l'astrologue doit tenir compte non seulement du fait qu'un astre culmine au dessus d'un lieu donné, ce que l'*Almageste* permet de déterminer, mais aussi «de leur éloignement de la Terre ou de leur proximité par rapport à elle»[32].

29. Cf. Ibn Rustah 1892, p. 18.

30. Il s'agit en effet du seul exemple que nous ayons rencontré parmi les textes que nous avons consulté, à l'exception toutefois des dimensions internes des modèles géométriques des planètes qui sont parfois recalculées en rayons terrestres ou en miles une fois la distance à la Terre connue et ces conversions rendues possibles.

31. Cf. Abū Ma'shar 2019, t. 1, p. 52-54.

32. Cf. ibid., t. 1, p. 54.

C'est donc à des fins astrologiques que l'étude des dimensions célestes est nécessaire. On retrouve ici les motivations que nous avons notées dans le texte d'al-Battānī et qui sont fortement liées aux questions traitées dans les textes sanskrits d'astronomie. On retrouve d'ailleurs dans la *Grande Introduction à l'Astrologie* une longue discussion sur les causes et l'importance des variations des diamètres apparents des planètes, qu'Abū Ma'shar associe aux variations de leur distance à la Terre mais sans faire mention d'une quantification de ces phénomènes[33], ainsi qu'une discussion sur les divers types de conjonctions, y compris les occultations mutuelles de planètes, dans laquelle il mentionne que les effets de ces phénomènes durent jusqu'à ce que les deux astres soient séparés l'un de l'autre d'une distance correspondant à la moitié de leur corps[34].

On retrouve donc ici l'idée que les questions liées aux dimensions célestes se sont trouvées mêlées aux questions étudiées par Ptolémée dans l'*Almageste* dans un contexte dans lequel les questions traitées dans les textes sanskrits d'astronomie devaient être étudiées au même titre que les questions abordées dans les textes grecs. Cependant, en ce qui concerne la façon d'aborder les dimensions célestes, nous pensons que le traitement qu'en fait Abū Ma'shar ne doit être rapproché ni de celui d'al-Farghānī et al-Qabīṣī, qui considèrent nécessaire d'être en mesure de connaître la méthode permettant de retrouver ces dimensions, ni de celui d'al-Battānī et Kūshyār, qui considèrent nécessaire d'être en mesure de rattacher ces dimensions à des observations. Par conséquent, du moins en ce qui concerne son positionnement vis-à-vis des dimensions célestes, Abū Ma'shar adopte un point de vue similaire à celui de Thābit et à celui de l'auteur du *Traité d'astronomie*. En effet ces trois auteurs, qu'il n'est pas ici question de comparer du point de vue du niveau de maîtrise technique de leurs travaux, jugent suffisant de consigner les dimensions célestes dans leurs textes sans chercher à en justifier la provenance.

33. Cf. Abū Ma'shar 2019, t. 1, p. 718.

34. Cf. ibid., t. 1, p. 766. Ceci fait effectivement écho aux considérations d'al-Battānī sur ce point dont nous avons montré qu'elles étaient issues des traités sanskrits, cf. *supra* page 315.

8.4 Une tradition non ptoléméenne qui donne la primauté à la cohérence physique dans la représentation des phénomènes célestes

Une nouvelle interprétation du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq

Nous avons donc établi l'existence de trois traditions distinctes s'appuyant sur des sources intermédiaires contenant des informations initialement produites par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Nous avons cependant repéré l'existence d'une autre source dont le contenu semble être indépendant du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Il s'agit du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* (*Livre sur la structure des orbes*) de Ya'qūb ibn Ṭāriq mentionné par al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde* alors qu'il passe en revue le traitement de la question des dimensions célestes dans les textes sanskrits d'astronomie[35].

Les seules mentions d'un traité arabe du VIII^e^ siècle en rapport avec le contenu de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* nous viennent d'al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde*. En effet, alors qu'il passe en revue le traitement de la question des dimensions célestes dans les textes sanskrits d'astronomie, al-Bīrūnī fournit une liste de distances et de tailles dont il indique qu'elles proviennent du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* rédigé par Ya'qūb ibn Ṭāriq durant la seconde partie du VIII^e^ siècle.

Ya'qūb ibn Ṭāriq a été, durant la seconde partie du VIII^e^ siècle, l'un des principaux acteurs des débuts de l'astronomie arabe, mais aucun de ses textes ne nous est parvenu. Cependant dans une série d'articles publiés en 1968, Pingree et Kennedy ont réussi à établir, en examinant les paramètres astronomiques attribués à ses travaux, que cet auteur employait des paramètres proches de ceux du *zīj al-sindhind*, eux-mêmes liés aux paramètres du

35. Cf. AL-BĪRŪNĪ 1910, t. 2, p. 67-68. Le titre arabe mentionné par al-Bīrūnī est كتاب في تركيب الافلاك, cf. AL-BĪRŪNĪ 1887, p. 644.

Paitāmahāsiddhānta, un des cinq traités résumés dans le *Pañcasiddhāntikā* de Varāhamihira, et du *Brāhmasphuṭasiddhānta* de Brahmagupta. Les fragments des textes de Ya'qūb ibn Ṭāriq ont été regroupés, traduits en anglais et commentés par Pingree et Kennedy dans deux articles publiés l'un à la suite de l'autre en 1968[36]. Les fragments du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* sont tous issus du *Traité sur l'Inde*.

Al-Bīrūnī fournit un tableau dans lequel il dit avoir avoir recopié les dimensions célestes figurant dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq. Nous donnons ici une retranscription de ce tableau tel qu'il apparaît dans la traduction de Sachau[37], à l'exception de l'en-tête de la dernière ligne sur laquelle nous reviendrons dans le commentaire qui suit :

	Lune	*Mercure*	*Venus*	*Soleil*	*Mars*	*Jupiter*	*Saturne*	*Fixes*
d_{min} *en r.t.*	$35\frac{5}{7}$	$60\frac{20}{21}$	$256\frac{4}{21}$	$1\ 114\frac{2}{7}$	$2123\frac{17}{21}$	$8\ 019\frac{1}{21}$	$13\ 733\frac{1}{3}$	$\mathbf{19\ 010\frac{20}{21}}$
d_{Max} *en r.t.*	$56\frac{4}{21}$	$251\frac{3}{7}$	$1\ 095\frac{5}{21}$	$2\ 104\frac{16}{21}$	$8\ 000$	$13\ 714\frac{2}{7}$	$17\ 161\frac{19}{21}$	$19\ 047\frac{3}{21}$
ماسك... *en r.t.*	$4\frac{16}{21}$	$4\frac{16}{21}$	$19\frac{1}{21}$	$19\frac{1}{21}$	$19\frac{1}{21}$	$19\frac{1}{21}$	$19\frac{1}{21}$	

Avant toute analyse de ces valeurs, il faut signaler qu'al-Bīrūnī les introduit par un discours sur le désaccord entre les pays relativement aux unités de longueurs qu'il illustre par la diversité des valeurs du rayon terrestre. Il est donc raisonnable de penser que les valeurs des distances qu'il fournit ici en rayons terrestres sont des conversions de son fait des valeurs initialement produites par Ya'qūb ibn Ṭāriq dans son traité.

En ce qui concerne un éventuel lien entre ces valeurs et les théories mentionnées dans les traités sanskrits, Pingree indique qu'il n'y a pas de lien entre les distances parcourues en une rotation par les planètes que l'on peut déduire

36. Cf. Pingree 1968 et Kennedy 1968. L'article de Kennedy a été par la suite complété par Hogendijk (Hogendijk 1988).

37. Nous avons reproduit ici les valeurs fournies par Sachau (Al-Bīrūnī 1910, t. 2, p. 68) à l'exception de la distance minimale des fixes que nous avons recalculée à partir de la valeur équivalente en *farsakhs* également fournie par al-Bīrūnī car Sachau a remarqué que la valeur en rayons terrestres était aberrante. Cette valeur aberrante se trouve effectivement dans le manuscrit que nous avons consulté et que Sachau a utilisé pour l'édition du texte, cf. Al-Bīrūnī XVII folio 120r.

des traités sanskrits[38] et les distances à la Terre produites par Ya'qūb ibn Ṭāriq qui ne correspondent nullement aux hypothétiques rayons des cercles portants ces rotations.

De fait, l'ordre de grandeur des distances des planètes mentionnées dans le tableau ci-dessus est parfaitement comparable à celles figurant dans le *Livre des Hypothèses* et il semble indéniable qu'elles ont été calculées de proche en proche à l'aide du principe des sphères emboîtées[39].

Cependant la traduction dans l'en-tête de la dernière ligne du terme (ماسك) fournie par Sachau s'avère ici être un contresens regrettable. En effet Sachau traduit par exemple ماسك عطارد par *le diamètre de Mercure*, ce qui a conduit Pingree à la conclusion que Ya'qūb ibn Ṭāriq ajoutait systématiquement à la plus grande distance d'une planète son diamètre pour obtenir la plus petite distance de la planète suivante[40]. Mais cette interprétation est erronée comme le confirme le commentaire que fait al-Bīrūnī de la théorie sous-jacente aux distances obtenues par Ya'qūb ibn Ṭāriq[41] :

> Cette théorie diffère de celle à partir de laquelle Ptolémée a établi les distances dans son *Kitāb al-manshūrat*, suivi en cela par les Anciens et les Modernes, car leur principe en ce domaine est que la distance la plus grande de chaque planète est la distance la plus petite de celle qui est au-dessus d'elle, et qu'il n'y pas entre

38. À cette occasion, Pingree propose un calcul des distances à la Terre à partir des paramètres de plusieurs traités sanskrits. Les résultats obtenus lui permettent de conclure que les distances rapportées par al-Bīrūnī ne sont pas liés à ces paramètres, cf. Pingree 1968, p. 105-109.

39. De façon remarquable, Duhem a fait le rapprochement entre les valeurs attribuées à Ya'qūb ibn Ṭāriq par al-Bīrūnī et *«la doctrine grecque dont Proclus et Simplicius ont fait mention»* qui, nous le savons désormais, n'est autre que la méthode employée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* dont Duhem ignorait l'existence, cf. Duhem 1914, t. 1, p. 44.

40. Cf. Pingree 1968, p. 107.

41. Notre traduction à partir de l'édition de Sachau (Al-Bīrūnī 1887, p. 644) :
وهذا رأى مخالف لما بنى عليه بطلميوس امر الابعاد في كتاب المنشورات واتبعه عليه القدماء والمحدثون فانّ اصلهم فيها على انّ أبعد بعد للّ كوكب هو أقرب بعد الذى فوقه وليس فيما بين كرتيهما موضع معطّل عن الفعل وفي هذا الرأى يكون فيما بين الكرتين موضع خال عنهما فيه ماسك كالمحور عليه الدوران.

> leurs deux sphères de lieu dépourvu de fonction. Et selon cette [autre] théorie, il y a entre les deux sphères un lieu vide dans lequel il y a ce qui solidarise [ماسك] comme l'axe de la rotation.

Ainsi la quatrième ligne du tableau contient-elle pour chaque planète la dimension de l'espace occupé par un dispositif mécanique permettant de solidariser les rotations de deux planètes car leurs sphères ne se touchent pas directement[42]. Comme nous allons le voir ci-dessous, ce mécanisme est probablement un engrenage de sphères intermédiaires permettant de passer des mouvements d'une planète à ceux de la suivante. Dès lors, on comprends mieux pourquoi al-Bīrūnī oppose la théorie sur laquelle repose les résultats de Ya'qūb ibn Ṭāriq à celle exploitée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, et ce d'autant plus que nous avons vu que Ptolémée critiquait précisément l'hypothèse de sphères intermédiaires permettant de transférer les mouvements d'une planète à une autre dans le livre II du *Livre des Hypothèses*.

Al-Bīrūnī en déduit que le texte de Ya'qūb ibn Ṭāriq n'est pas lié au *Livre des Hypothèses* et il considère ces valeurs comme issues de traités sanskrits[43]. Cependant le lien fait par al-Bīrūnī entre les dimensions célestes produites par Ya'qūb ibn Ṭāriq dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* et des textes sanskrits est sujet à caution. En effet nous avons vu au chapitre 2 qu'il ne semble pas y avoir de telles considérations dans les traités sanskrits les plus influents. De plus il est tout à fait concevable que le nom de Ya'qūb ibn Ṭāriq ait été pour al-Bīrūnī si fortement attaché à la transmission des traités sanskrits que celui-ci ait à tort identifié des textes sanskrits comme sources des valeurs de Ya'qūb ibn Ṭāriq qui ne sont pas compatibles avec l'argumentation déployée par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. On ne peut toutefois pas écarter l'hypothèse qu'une partie des travaux consignés par Ya'qūb ibn Ṭāriq dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* soit effectivement issue des parties des traités sanskrits d'astronomie que nous n'avons pas consultées.

---

42. Al-Bīrūnī fournit le même type d'information dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* alors qu'il compare la théorie du *Livre des Hypothèses* et celle des «Indiens», cf. *infra* page 465.

43. Cf. Al-Bīrūnī 1910, t. 2, p. 67.

Quoiqu'il en soit d'un éventuel passage par des traités sanskrits, notre analyse des éléments qu'al-Bīrūnī a mentionnés montre que le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* est un texte arabe de la fin du VIII^e^ siècle traitant des dimensions célestes de façon indépendante du *Livre des Hypothèses* et utilisant des principes théoriques issus d'un courant de l'astronomie grecque concurrent à celui que Ptolémée incarne, encore suffisamment répandu au début du VI^e^ siècle pour que Proclus et Simplicius en critiquent les arguments[44], et dont la persistance jusqu'à la période de traduction des textes grecs vers l'arabe était jusqu'à ce jour passée inaperçue.

Comme nous allons le voir, le texte de Ya'qūb ibn Ṭāriq s'est probablement largement diffusé, mais il a été progressivement assimilé à un texte d'astronomie ptoléméenne. De plus il est également probable que d'autres éléments non ptoléméens, que nous avons entrevus lors de l'analyse des textes de notre corpus, aient également été diffusés conjointement à la théorie des sphères intermédiaires dans les textes dont au moins un représentant est le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq.

La version arabe du *Liber de Orbe*

Nous tirons ces conclusions à partir d'un article de Mimura fort justement intitulé *A Glimpse of non-Ptolemaic Astronomy in Early Hay'a Work*[45] dans lequel il décrit le contenu d'un traité qu'il a découvert et identifié comme la source arabe du traité connu en latin sous le titre *Liber de Orbe*[46]. Alors que certaines versions latines du *Liber de Orbe* l'attribue à Māshā'allāh (mort *ca.* 815), Mimura a montré de façon convaincante que l'original arabe de celles-ci a été rédigé aux alentours de 940 en Andalousie ou au Maghreb par Dūnash ibn Tamīm[47].

44. Cf. *supra* page 198 pour les critiques de Proclus sur l'existence des sphères intermédiaires tournant en sens inverses et page 202 pour celles de Simplicius.

45. Cf. Mimura 2015.

46. Les informations sur les différentes versions latines du *Liber de Orbe* ont été rassemblées et analysées par Obrist, cf. Obrist 2009.

47. Pour cette attribution et les références bibliographiques utilisées ici, cf. Mimura 2014. L'attribution à Māshā'allāh figure dans le titre de l'édition latine (Heller 1549) et était en outre supportée par la mention dans la liste des livres attribués à Māshā'allāh

Ce qui nous intéresse dans le traité de Dūnash est que celui-ci attribue à plusieurs reprises à Ptolémée des notions qui ne sont pas compatibles avec ce que nous connaissons de son œuvre. C'est en particulier le cas de trois passages dont il est probable que Dūnash les aient tirés d'une unique source qu'il mentionne comme le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ptolémée[48]. Il est possible que ce soit Dūnash lui-même qui ait associé le nom de Ptolémée au *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* car son texte ne montre pas une grande maîtrise de l'*Almageste*, mais il est tout aussi possible que cette erreur d'attribution ait également été transmise à Dūnash. Il faut noter ici que tout connaisseur de l'œuvre de Ptolémée ne peut que douter d'une telle attribution, et c'est sans doute pourquoi, dans la traduction de Gérard de Crémone, ce traité n'est pas attribué à Ptolémée mais à Théon car, comme nous allons le voir, une partie de l'argumentation déployée dans les passages attribués par Dūnash à Ptolémée se trouve dans les textes de Théon de Smyrne[49].

La coïncidence des titres du texte mentionné par Dūnash et du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq mentionné par al-Bīrūnī ne suffit pas à identifier ces deux traités. En effet, il faut rappeler que les titres sous lesquels les auteurs citent leurs sources sont la plupart du temps des descriptions de leur contenu et non des identifiants pérennes attachés de façon fiable à un traité. À titre d'exemple, un des manuscrits des *Trente Chapitres* porte également le titre Tarkīb al-aflāk[50]. Remarquons de plus qu'un texte d'al-Sijzī, que nous n'avons pas étudié en détail, porte également ce titre[51]. La consultation d'un des manuscrits de ce texte montre que les distances à la Terre des planètes sont reportées par al-Sijzī dans les figures décrivant les

par ibn al-Nadīm d'un *Livre désigné par «Les vingt-sept»*, ce qui correspond effectivement au nombre des chapitres de certaines versions du Liber de Orbe, cf. Ibn al-Nadīm 1971, p. 333.

48. Cf. Mimura 2015, p. 98-100; 112.

49. Cf. Pingree 1975a, p. 14. On notera ici qu'un autre traducteur aurait pu choisir un autre auteur car Théon de Smyrne n'est pas le seul à avoir discuter ces arguments.

50. Cf. *supra* page 222

51. Une étude préliminaire de ce texte vient d'être publiée, laissant présager d'une édition de ce texte, cf. Mahdavi 2021.

orbes des planètes, ce qui à notre connaissance est un cas unique et pourrait être le témoin d'une autre forme de transmissions, par les figures, d'une partie du contenu du *Livre des Hypothèses*[52].

La coïncidence des titres ne suffisant pas à identifier deux traités, c'est donc l'analyse de ce que l'on sait du contenu d'un texte qui permet d'en repérer une mention ultérieure. Or, un des passages dans lesquels Dūnash affirme citer Ptolémée décrit les mouvements complexes des planètes et des deux luminaires d'une façon qui semble assez confuse. Nous proposons ici une traduction littérale de ce passage édité par Mimura dont nous proposons ensuite une nouvelle interprétation[53] :

> Ptolémée a dit : Nous voyons dans le ciel deux mouvements différents, l'un d'eux d'Est en Ouest et l'autre d'Ouest en Est. À l'intérieur desquels [?] est la totalité des mouvements des astres [i.e. des planètes] et des deux luminaires selon la contenance [سعة]de leurs sphères, et le mouvement qui vient de l'Est entraîne [تسوق] toutes ces planètes à l'inverse de leurs mouvements qui sont d'Ouest en Est et qui est le mouvement de la plus grande sphère.

Ce passage est difficile à interpréter. Mimura propose de considérer que le texte décrit les deux mouvements premiers des planètes, la vitesse de rotations des planètes étant proportionnelle à la largeur [سعة] de leurs sphères, proposant ainsi de rapprocher ce passage de l'idée d'un rapport entre la distance à la Terre des planètes et leurs vitesses de révolution. Étant donné le manque de limpidité du texte arabe, l'interprétation de Mimura paraît raisonnable. Cependant cette interprétation ne permet pas de comprendre le long passage qui suit pourtant présenté par Dūnash comme un exemple

52. Cf. Al-Sijzī 1248, p. 12;14;16;18;20;22;24.

53. Voici le texte arabe (Mimura 2015, p. 98) : قال بطلميوس إنّا نرى في السماء حركتين مختلفتين إحداهما من المشرق إلى المغرب والأخرى من المغرب إلى المشرق والتي من المغرب إلى المشرق فيها جميع حركات الكواكب والنيّرين على قدر سعة أفالكها والحركة التي من المشرق تسوق جميع هذه الكواكب على خلاف حركاتها التي هي من المغرب إلى المشرق وهو حركة الفلك الأعظم.

produit par Ptolémée pour expliquer ces propos, ce qui conduit Mimura à considérer que cet exemple est inutile car «il n'est pas utile d'expliquer cette thèse»[54].

Voici notre traduction de cet exemple[55] :

> Ptolémée donne un exemple de ces deux mouvements. Il dit : si une poulie [بكرة][56] effectue une rotation vers l'Est chaque jour et nuit, puis s'il y a à l'intérieur de la poulie un petit cercle proche de son centre, et au-dessus de celui-ci un cercle deux fois plus grand, puis un autre trois fois plus grand que le premier, puis un cercle quatre fois plus grand que le premier, puis un cercle cinq fois plus grand que le premier, puis un cercle six fois plus grand que le premier, puis un cercle huit fois plus grand que le premier, et que dans chacun de ces cercles un cercle tourne d'Ouest en Est sur son circuit, la poulie effectue une rotation complète d'Est en Ouest en un jour et une nuit et ceci est le mouvement de la sphère la plus grande. Lorsque le premier des cercles tourne une fois, celui qui le suit parcourt la moitié de son circuit, puis le troisième un tiers de son circuit, [...] puis le huitième un huitième de son circuit, et lorsque le huitième cercle effectue une rotation complète, le premier cercle parcourt son circuit huit fois. Durant la rotation de ces huit mouvements, ils ont tourné de nombreuses fois vers l'Ouest, et ceci en tournant eux-mêmes vers l'Est et en croisant une pale [علامة][57] de la poulie après l'autre. Et lorsqu'ils ont tous complété leur rotation sur leur circuit, il commence un deuxième tour.

54. Cf. Mimura 2015, p. 100.

55. Notre traduction est ici concordante avec la traduction de Mimura, on renvoie donc à son article pour la consultation du texte arabe édité, cf. ibid., p. 99-100.

56. Nous suivons ici la traduction de Mimura faute de trouver un terme plus satisfaisant. Notons que l'acception classique de بكرة est : «une pièce de bois ronde qui comporte une rainure permettant de guider le mouvement», alors que ce terme désigne une poulie dans les traités de mécanique, cf. R. Rashed 2017, p. 64.

57. Nous avons traduit le mot علامة par *pale* par analogie aux pales d'une roue de moulin qui nous semble rendre compte ici de ce que décrit l'auteur.

Le vocabulaire employé par l'auteur est en rapport avec la description d'un système mécanique de transmission du mouvement. En ce sens, il est remarquablement proche du vocabulaire employé par Théon de Smyrne pour décrire une théorie défendue par Eudoxe et Calippe[58] :

> Ils croyaient que, selon la nature, tous les astres errants étaient emportés dans le même sens, tandis qu'ils les voyaient se déplacer justement en sens inverse, ils supposèrent qu'il fallait qu'il y ait, entre les sphères à l'évidence solides qui déroulent de leur propre mouvement, les sphères portantes dans le sens contraire, tangentes à elles, comme ce qu'on appelle «tambourins»[59] dans les systèmes de sphères mécaniques, mus autour de leur centre d'un mouvement propre, [qui] font se mouvoir dans le sens contraire, grâce à un engrenage de roues dentées, et font se dérouler ceux qui sont placés sous eux et à leur contact.

Il ne fait donc pas de doute ici que Dūnash décrit précisément le recours à des petites sphères tournant en sens inverse permettant la transmission du mouvement que Ptolémée critique dans le livre II du *Livre des Hypothèses*, mais surtout qui correspond à ce que nous avons compris des fragments du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq que l'on doit à al-Bīrūnī. Comme ce paragraphe est présenté par l'auteur comme un exemple produit par Ptolémée pour expliquer le passage qui précède, nous proposons donc d'interpréter ce passage non comme une référence à la proportionnalité entre vitesse de rotation et distance à la Terre, ce que propose Mimura, mais bien comme une référence au fait qu'il y a, à la jonction entre les sphères de deux astres errants consécutifs, une étendue plus ou moins importante abritant une sorte d'engrenage de petites sphères tournant en sens inverse du mouvement premier et permettant à la planète d'acquérir ses mouvements.

En dépit du fait que le texte de Dūnash ne mentionne pas de dimensions célestes, l'analyse conjointe de ce texte et des fragments du traité de Ya'qūb ibn Ṭāriq suffit à démontrer que ces deux textes appartiennent à une même

58. Cf. Théon de Smyrne 2010, p. 308.
59. Le terme grec est τύμπανον, cf. Théon de Smyrne 1892, p. 218.

tradition qui s'est développée en parallèle de celles fondées sur le *Livre des Hypothèses* que nous avons décrites précédemment. Il faut ajouter ici que l'analyse par Pingree des modèles planétaires présents dans le texte latin du *Liber de Orbe*, identiques à ceux du traité arabe de Dūnash ibn Tamīm, montre que ceux-ci sont compatibles avec les méthodes de calculs employées par Aryabhaṭa dans l'Aryabhaṭiya, ce qui conforte le rapprochement fait par al-Bīrūnī entre les travaux de Ya'qūb ibn Ṭāriq et les textes sanskrits d'astronomie[60]. La question se pose dès lors de savoir si la rencontre entre des théories grecques concurrentes à celles de Ptolémée et les méthodes employées dans les traités sanskrits date de la période d'activité de Ya'qūb ibn Ṭāriq ou bien si elle s'est produit plus tôt. Nous n'avons trouvé aucun élément en faveur d'une intégration de ces théories dans les traités sanskrits d'astronomie et nous n'étudierons donc pas davantage cette question.

Un éclairage nouveau sur les textes de notre corpus

Cependant, l'existence d'une tradition véhiculant des idées distinctes de celles de Ptolémée permet d'éclairer plusieurs éléments qui ont retenus notre attention lors de l'analyse des textes de notre corpus.

En premier lieu, la comparaison entre les quatre extraits de textes médiévaux compilés par Morelon dans lesquels Maïmonide et Albert le Grand attribuent tout deux à Thābit ibn Qurra la défense de la théorie des sphères intermédiaires[61] et le texte latin du *Liber de Orbe* correspondant aux passages que nous venons d'analyser suggère fortement que le texte auquel ces deux auteurs font référence est le *Liber de Orbe* et non un traité de Thābit[62]. Cette erreur d'attribution est d'autant plus probable que : 1) plusieurs

60. Cf. Pingree 1975b, p. 11. Par ailleurs, Mimura a tenté de retrouver des modèles planétaires correspondants dans les textes grecs d'astronomie rédigés avant l'*Almageste*, mais il n'a pu aboutir, cf. Mimura 2015, p. 101-114.

61. Cf. Morelon 1994, p. 126.

62. Pour le premier passage, nous avons consulté l'édition de Heller *Liber de Orbe* (Heller 1549, p. 80) : «Inquit Ptolemeus : Ego video in coelo duos motus diversos. Unus quorum est ab oreinte ad occidentem, alter ab occidente ad orientem. *Et in eo quidem, qui est ab oriente conveniunt omnes motus stellarum et luminarum, secundum quantitatem*

traités arabes traduits en latin ont été attribués à tort à Thābit[63] ; 2) la version longue du *Liber de Orbe* a circulé sans nom d'auteur contrairement à la version courte attribuée dans certains manuscrits à Māshā'allāh ; 3) dans la traduction latine de Gérard de Crémone l'attribution à Ptolémée du texte cité par l'auteur est remplacée par une attribution à Théon pour des raisons de cohérence[64], un autre traducteur aurait pu choisir une autre attribution, par exemple Thābit. Il faudrait cependant pousser plus avant la comparaison des textes originaux de Maïmonide et d'Albert le Grand avec les versions du *Liber de Orbe* qu'ils auraient pu consulter pour s'assurer qu'il s'agit bien là de leur source. Toutefois ces éléments nouveaux affaiblissent davantage un des arguments en faveur d'un accès direct de Thābit au *Livre des Hypothèses* que nous avons analysé dans le chapitre précédent[65].

Circulation conjointe d'un raisonnement pré-ptoléméen

La troisième référence faite à Ptolémée par Dūnash nous fournit une autre information importante à la fois en ce qui concerne cette tradition non ptoléméenne et surtout l'intégration aux textes de notre corpus de certains des arguments qu'elle véhicule. En effet, Dūnash indique que Ptolémée a démontré dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* que le Soleil était nécessairement plus grand que la Terre en utilisant un raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas. Voici le début du passage dans lequel Dūnash ibn Tamīm développe le raisonnement qui nous occupe ici (Mimura 2015, p. 112-113)[66] :

---

amplitudinis orbium suorum». En ce qui concerne l'exemple, nous nous sommes appuyés sur le commentaire d'Obrist sur ce passage, dans lequel elle met l'accent sur le choix du traducteur de retranscrire un mot arabe par *bathara*. Depuis la découverte du texte arabe par Mimura, on peut identifier ce terme comme une retranscription du mot arabe بكرة que l'on a traduit plus haut par *poulie*.

63. Cf. *supra* page 232.

64. En effet, nous verrons ci-dessous que certains des arguments attribués par Dūnash à Ptolémée figurent dans le traité de Théon de Smyrne.

65. Cf. *supra* page 306.

66. Voici le texte arabe édité par Mimura dans son article : وهذا الباب قد ذكر بطليموس في كتاب تركيب الأفلاك فأوردنا من ذكر الحقّ لئلّا يخلو الكتاب منه. فقال إنّ الشمس لا تخلو من أن تكون مثل الأرض أو أصغر منها أو أكبر.

> Ce chapitre a été rappelé par Ptolémée dans son *Kitāb fī tarkīb al-aflāk*, nous rapportons donc l'essentiel de ce rappel afin que le livre n'en soit pas dépourvu. Il a dit : le Soleil ne peut s'affranchir d'être soit comme la Terre, soit plus petit qu'elle, soit plus grand.

Il s'ensuit l'exposé du raisonnement pas l'absurde avec disjonction de cas[67]. Or nous avons repéré ce raisonnement pour la première fois dans le *Traité d'astronomie*[68], puis dans l'ensemble des textes de notre corpus rédigés au X^e^ ainsi que dans le traité de Kūshyār[69]. En effet al-Battānī mentionne cet argument dans le chapitre XXX du *zīj al-ṣābi'* peu avant de déterminer quantitativement les distances et les tailles des deux luminaires[70] ; quant à al-Qabīṣī il consacre à cet argument un long développement dans lequel la structure du raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas apparaît parfaitement maîtrisée et sa compréhension est facilitée par le recours à l'analogie avec l'éclairage d'une lampe[71] ; dans son traité, al-Ṣaghānī expose rapidement mais tout à fait correctement le raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas et prouve ainsi que le Soleil est plus grand que la Terre[72]; enfin Kūshyār reprend également cet argument dans un court paragraphe dans lequel il ne recourt qu'aux éclipses de Lune en évitant de mentionner d'hypothétiques éclipses d'étoiles fixes[73].

Cet argument, que Dūnash présente clairement comme un passage obligé dans tout traité d'astronomie, est donc rattaché ici à la tradition non ptoléméenne que nous avons repéré grâce aux petites sphères intermédiaires tournant en sens inverse car, en dépit du fait que Dūnash l'attribue à Ptolémée, il affirme qu'elle est mentionnée dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* qui n'est pas un traité de Ptolémée mais un traité appartenant à cette autre tradition.

---

67. Ce passage est édité et traduit en anglais par Mimura, cf. Mimura 2015, p. 112-113.
68. Cf. *supra* page 241.
69. C'est cette information que nous avons consignée dans la colonne (II) du tableau de synthèse du chapitre 6 page 273.
70. Cf. *supra* pages 313 et suivante.
71. Cf. Al-Qabīṣī 2014, p. 178-180.
72. Cf. Al-Ṣāghānī 2014, p. 7.
73. Cf. Kūshyār 2012, p. 83.

En traquant la présence de ce raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas permettant de prouver que le Soleil est plus grand que la Terre, nous avons pu retracer certaines étapes de sa transmission. Nous sommes ainsi remontés à un passage du premier livre des *Météorologiques* d'Aristote dans lequel la finitude du cône de l'ombre de la Terre apparaît comme la conclusion d'une démonstration ayant pour objectif de prouver que la lumière des étoiles de la voie lactée est émise par le Soleil contrairement à l'opinion de certains qui prétendent que ces étoiles émettent leur propre lumière. Voici l'argument sur lesquels ces derniers se fondent si l'on en croit Aristote (Aristote 2008, 345a) :

> Les Anaxagoréens et les Démocritéens disent que la Voie lactée est la lumière de certains astres : en effet, le Soleil, lorsqu'il se déplace en dessous de la Terre, ne voit pas certains des astres; ceux qui, tout autour, sont vus par lui, leur lumière n'apparaît pas, car elle en est empêchée par les rayons du Soleil ; en revanche, ceux devant lesquels la Terre s'interpose de sorte qu'ils ne sont pas éclairées par le Soleil, c'est leur lumière propre, affirment-ils, qui est la Voie lactée.

Quelques lignes plus loin, Aristote en vient à considérer la finitude du cône de l'ombre de la Terre (ibid., 345b) :

> S'il en est bien comme il est maintenant montré dans les théories de l'astronomie, c'est-à-dire que la grandeur du Soleil est supérieure à celle de la Terre et que l'intervalle des astres à la Terre est plusieurs fois plus grand que celui du Soleil, comme l'est celui du Soleil à la Terre par rapport à celui de la Lune, *ce n'est pas bien loin de la Terre que le cône provenant du Soleil ferait converger ses rayons et l'ombre de la Terre*, qu'on appelle « la nuit », ne serait pas sur les astres ; au contraire, le Soleil éclairerait nécessairement tous les astres et la Terre ne s'interposerait devant aucun d'entre eux.

Dans ce passage, Aristote prend donc acte de ce que le Soleil est plus grand que la Terre pour affirmer que l'ombre de la Terre est nécessairement finie puis déduit de ses connaissances sur les dimensions célestes que le sommet de ce cône d'ombre *n'est pas bien loin de la Terre*.

Ce lien entre discussion sur la cause de la lumière des étoiles fixes, ordre partiel selon leur taille de la Terre et des deux luminaires et finitude du cône de l'ombre est encore présent, bien que sous une forme confuse, dans le *Traité d'astronomie*. Cependant le raisonnement propre à l'ordre partiel selon leur taille de la Terre et des deux luminaires semble s'être autonomisé vis-à-vis de la question de la luminosité des astres et ce dès l'Antiquité comme le montre ce qu'écrit Théon de Smyrne dans l'*Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon* alors qu'il présente l'opinion d'Adraste sur la cause de la rareté des éclipses de Lune (Théon de Smyrne 2010, p. 325-326)[74] :

> Puisque, assurément, c'est en ligne droite que les rayons et l'éclat des être lumineux tombent, et que pareillement leurs ombres sont contiguës, quand dans un premier cas il y a égalité de l'objet lumineux et de celui qui projette l'ombre, comme tous deux sont sphériques, cette ombre est cylindrique et tombe indéfiniment. [...] Si néanmoins, l'objet lumineux est plus petit [...] et l'objet illuminé plus grand [...], l'ombre aura la figure d'un panier évasé, tombant de même indéfiniment. [...] Mais si, à l'inverse, le corps lumineux est plus grand [...] et le corps illuminé [plus petit] [...], tous deux étant sphériques, il est évident que l'ombre [...] aura la forme d'un cône et sera limitée.

74. Il faut noter que Théon de Smyrne produit cet argument sous une forme mathématisée en s'appuyant sur des figures correspondant à chacun des trois cas et en utilisant les noms des points qui apparaissent sur ces figures dans sa démonstration. Nous n'avons pas retranscrit ces noms de points dans notre citation.

Pour conclure sur la cause des éclipses de la Lune, Théon de Smyrne s'appuie ensuite sur les distances et les diamètres de la Lune obtenus par Hipparque[75] pour affirmer qu'on est dans le troisième cas et que la Lune s'éclipse uniquement quand elle traverse le cône de l'ombre.

Cependant, et bien qu'ils aient en commun la même disjonction de cas, l'argument de Théon de Smyrne n'est pas celui adopté par l'auteur du *Traité d'astronomie*. En effet pour ce dernier l'ordre partiel selon leur taille de la Terre et des deux luminaires n'est pas la cause de la finitude du cône de l'ombre, comme il l'est pour Aristote qui s'appuie sur ce qui *«est montré dans les théorèmes d'astronomie»*[76] ou pour Théon de Smyrne qui s'appuie sur les résultats d'Hipparque, mais bien une conséquence du fait que l'on n'observe pas de zone sombre sur la sphère céleste.

On trouve par contre une utilisation de cet argument en vue de prouver que le Soleil est plus grand que la Terre dans le *Cours d'astronomie* rédigé en grec par Cléomède, qu'aucune information ne permet de situer ni géographiquement ni chronologiquement, si ce n'est entre le milieu du premier siècle avant notre ère et le milieu du troisième siècle[77], et nous ne détaillerons donc pas ici son argumentation. Il faut cependant signaler que ce traité est un traité didactique dans lequel le recours à des types d'arguments logiques précis est clairement explicité. Et c'est d'ailleurs le cas du passage dans lequel Cléomède justifie que le Soleil est nécessairement plus grand que la Terre (Cléomède 2004, p. 127-129). Il renvoie en effet à cette occasion à la première utilisation dans son texte de ce type d'argument qu'il nomme *«the fifth undemonstrated [argument constructed] throught multiple [disjuncts]»*[78]. Il est important de remarquer que le recours à cet argument n'est pas nécessaire du point de vue astronomique car Cléomède fournit de nombreuses

75. Sur les relations entre la méthode d'Hipparque et celle employée par Ptolémée dans l'*Almageste*, cf. Swerdlow 1969.

76. C'est d'ailleurs ainsi que l'entend Philopon dans son commentaire aux *Météorologiques* d'Aristote , cf. (Philopon 2012, t. 2, p. 87-90).

77. Cf. Cléomède 2004, p. 3.

78. Cf. ibid., p. 66. Les traducteurs remarquent de plus que la démonstration de l'impossibilité de chacun des deux autres cas se fait en recourant au *«second indemonstrated argument»*, soit l'équivalent du *modus tollens*, cf. note 9 de la même page.

valeurs numériques relatives à la taille et aux distances à la Terre des deux luminaires. Dans ce texte, le raisonnement consistant à prouver par l'absurde et à l'aide d'une disjonction de cas que le Soleil est plus gros que la Terre apparaît donc déjà comme un passage obligé d'un enseignement mêlant logique et astronomie.

Or on retrouve très précisément la même mise en avant de la spécificité logique de cet argument dans une épître rédigée en arabe au milieu du IX^e^ siècle par Sanad ibn ʻAlī, un astronome de premier plan du temps du calife d'al-Maʻmūn (813-833) et de ces successeurs[79], dans laquelle Sanad expose avec clarté un argument semblable à celui figurant dans le *Traité d'astronomie* bien que sous une forme bien plus soignée. Cette épître est d'ailleurs entièrement dédiée à l'exposition de cet argument comme en témoigne le titre sous lequel elle nous est parvenue [80] : *Épître sur la preuve par l'absurde que le Soleil est plus gros que la Terre, et que la Lune est plus petite qu'elle.* L'auteur commence par donner une liste de six hypothèses, dont une consistant à supposer que la lumière de la Lune et des astres provient du Soleil ce qui, rappelons-le, était la conséquence cherchée par Aristote. Puis il prouve par l'absurde que le Soleil est nécessairement plus grand que la Terre en traitant successivement du cas où le Soleil serait égal à la Terre et du cas où le Soleil serait plus petit que la Terre. Dans les deux cas il appuie son raisonnement sur des figures semblables à celles qui accompagnent le texte de Théon de Smyrne et montre que l'on devrait, dans chacun de ces cas, observer chaque soir l'éclipse d'une partie des astres, ce qui n'est pas le cas. Sanad ibn ʻAlī conclut à l'aide d'une troisième figure que le fait que l'on observe des éclipses totales du Soleil assure que la Lune est plus petite que la Terre.

79. Pour les informations biographiques sur Sanad ibn ʻAlī, cf. Hockey 2007, p. 1011. Bien que ce soit probablement anecdotique, nous devons signaler ici qu'Ibn al-Nadīm rapporte qu'Abū Maʻshar a été accusé de plagiat à l'encontre de Sanad ibn ʻAlī qui serait le véritable auteur de plusieurs textes attribués à Abū Maʻshar dont le *Livre de l'introduction* que nous avons cité plus haut, cf. Ibn al-Nadīm 1971, p. 334. Si tel était le cas, Sanad ibn ʻAlī, par ailleurs réputé pour ses qualités d'observateur, se trouverait ainsi à la croisée d'au moins deux des traditions que nous avons identifiées.

80. Notre traduction à partir du texte arabe (Ibn ʻAlī 1987, p. 169) :
مقالة فيها براهين على طريق الخلف في أن الشمس أعظم الأرض والقمر أصغر منها.

La nature didactique du texte de Sanad ibn ʿAlī montre que le raisonnement consistant à prouver par l'absurde et à l'aide d'une disjonction de cas que le Soleil est plus gros que la Terre – raisonnement que l'auteur du *Traité d'astronomie* a exposé avec difficultés – fait partie des figures imposées de l'initiation à la démonstration en matière d'astronomie. Il faut noter que la présence d'un tel argument dans des traités fournissant des valeurs numériques précises pour les tailles des astres pourrait sembler étonnante[81], mais au vu des textes que nous avons consultés il apparaît que cet argument fait partie intégrante de ce qu'un traité sur ce thème doit contenir, d'une part pour être exhaustif, ce qui est un souhait de la plupart des auteurs de notre corpus, et d'autre part pour montrer une bonne maîtrise du sujet. Ainsi le raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas apparaît, dans le courant du X^e^ siècle, pleinement intégré au corpus ptoléméen.

Une autre distance de Mercure que celle issue du *Livre des Hypothèses*?

En ce qui concerne les dimensions célestes, nous avons vu qu'Aristote indique que le sommet de ce cône d'ombre *n'est pas bien loin de la Terre*. Lorsque Philopon commente ce passage des *Météorologiques*, il apporte une précision quant à la position du sommet du cône de l'ombre (Philopon 2012, t. 2, p. 89) :

> For in the astronomical theorems it is proven, first, that the sun is a hundred times, or simply many times, greater than the earth, and that therefore the shade cast by the earth is of conic shape. For it happens in this way whenever a smaller sphere is illuminated by a greater one, whilst the rays of the sun which extend beyond the earth converge little by little : they proceed up until they come together in one point and dissolve the shadow.

81. Ceci fait d'ailleurs l'objet d'une note d'Hogendijk alors qu'il traduit ce passage (al-Ṣāghānī 2014, p. 7) : *« This clumpsy paragraph seems to be out of place in al-Ṣaghānī's technical account of Ptolemaic astronomy, and therefore it probably did not belong to the original »*.

> So, they [theorems] say that *this cone reaches only as far as the sphere of Mercury and does not extend beyond that*, so that nothing above it is in the shadow, but everything always receives the sunrays.

C'est la mention de la sphère de Mercure par Philopon qui appelle notre commentaire. En effet cela témoigne de ce que Philopon associe la sphère de Mercure à la proximité de la Terre, évidemment après la sphère de la Lune qui est traversée par le cône de l'ombre. Ainsi Philopon tient pour acquis le rang de Mercure dans l'arrangement des astres et considère que la distance du sommet du cône de l'ombre à la Terre est comparable avec la distance à la Terre de Mercure. Or nous avons vu au chapitre 5 que le rang de Mercure a fait l'objet de vifs débats parmi les philosophes de l'Académie auxquels Philopon se rattache. Nous avons par ailleurs établi que Philopon n'avait pas connaissance de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* puisqu'il ignorait la possibilité de calculer des distances des planètes et des étoiles fixes à la Terre comme l'atteste la suite de son commentaire de ce même passage d'Aristote[82].

Or nous avons constaté le même rapprochement entre les distances du sommet du cône de l'ombre et de Mercure dans le commentaire d'Ibn al-Muthannā rédigé au X^e^ siècle sur le commentaire d'al-Farghānī au zīj d'al-Khwarizmī[83] : «The earth's shadow begins at the surface of the earth and becomes ever narrower. The shadow also varies with the distance of the sun, becoming longer and wider when the sun is closer to the earth, and shorter and narrower when the sun is farther from the earth. This shadow extends to the sphere of Mercury». Cependant l'histoire complexe de ce texte rend impossible l'estimation de la date de rédaction de cette remarque qui pourrait être une glose tardive[84]. Notons cependant que Goldstein formule dans son commentaire sur ce passage une remarque qui est en quelque sorte la contra-

82. Pour la citation du passage concerné, cf. *supra* page 176.

83. Cf. Ibn al-Muthannā 1967, p. 106-107.

84. En effet nous ne connaissons ce texte que par la traduction en anglais d'une traduction en hébreu d'un traité arabe perdu dont on ne peut déterminer quels passages sont du fait d'Ibn al-Muthannā, d'al-Farghānī ou d'al-Khwarizmī, cf. *supra* note 8 page 221.

posée de la thèse que nous allons exposer d'ici peu (Ibn al-Muthannā 1967, p. 229) : «Comme la distance de Mercure n'était pas connue, cette remarque est quelque peu arbitraire».

Nous avons remarqué en effet la même conclusion lapidaire dans le *Traité d'astronomie* une fois démontré la finitude du cône de l'ombre à l'aide du raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas[85] :

> Le Soleil est plus grand que la Terre et *son ombre ne dépasse que de très peu l'orbe de Mercure.*

Il est vrai que l'auteur du *Traité d'astronomie* mentionne dans les chapitres suivants les dimensions célestes produites par Ptolémée, mais le contexte de cette mise en relation est bien celui de l'argument que Dūnash attribue au *Kitāb fī tarkīb al-aflāk*, et la structure décousue du *Traité d'astronomie* laisse penser que son auteur paraphrase successivement plusieurs sources sans chercher systématiquement à les mettre en cohérence. Il nous semble dès lors raisonnable de proposer l'hypothèse suivante : le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* mentionné par Dūnash et le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq cité par al-Bīrūnī ne sont qu'un seul et même traité. De plus, toujours selon notre hypothèse, ce texte contenait à la fois un exposé de la théorie des sphères intermédiaires, le raisonnement par l'absurde par disjonction de cas permettant de démontrer que le Soleil est plus gros que la Terre, et une liste de distances des astres errants à la Terre qu'al-Bīrūnī a reproduit. Or la distance maximale de Mercure attribuée à Ya'qūb ibn Ṭāriq par al-Bīrūnī est de 256 rayons terrestres, ce qui s'avère effectivement être à peine inférieur à la distance à la Terre du sommet du cône de l'ombre qui est de 258 rayons terrestres[86]. De plus la distance maximale de Mercure produite par Ptolémée

85. Notre traduction à partir de Arch Seld 11 1288, folio 48r lignes 4 et 5 :
الشمس أكبر من الأرض وان ظلها لا يجاوز فلك عطارد إلا بشيء يسير.

86. Duhem signale que l'on peut déduire une distance maximale de Mercure égale à 277 rayons terrestres à partir des données mentionnées par les Frères de la pureté, cf. Duhem 1914, t. 2, p. 31. Nous n'avons pas pu consulter l'édition critique de ce texte, cf. Iḫwān al-Ṣafā 2013.

dans le *Livre des Hypothèses* est de 166 rayons rayons terrestres et ne correspond donc pas au rapprochement entre cette distance et celle du sommet du cône de l'ombre que nous avons repéré dans plusieurs textes.

Notre conjecture est renforcée par le fait que, dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée ne compare pas la longueur du cône de l'ombre de la Terre avec les orbes des différents astres errants et que parmi les textes de notre corpus seul Kūshyar, qui écrit au début du XI^{e} siècle, intègre la distance du cône de l'ombre à la Terre à la liste des distances célestes qui conclut la plupart des traités sur ce sujet. Il est donc certain que cette comparaison est postérieure à la rédaction du *Livre des Hypothèses*. De plus, étant données les informations que nous venons de rassembler et d'analyser, il est probable que cette comparaison issue d'une autre tradition textuelle indépendante du *Livre des Hypothèses* n'ait été intégrée que tardivement au traitement des dimensions célestes en raison justement du fait que la distance de Mercure obtenue par Ptolémée n'était pas cohérente avec une telle comparaison. Par contre le raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas dont la conclusion est compatible avec l'astronomie ptoléméenne a pu, en lien avec un enseignement avancé de logique, devenir très tôt un passage obligé des traités d'astronomie[87].

Pour conclure sur cette question du cône de l'ombre et de la sphère de Mercure, on peut noter que ce point a fait durablement partie du corpus de textes dédiés à l'enseignement de l'astronomie comme le montre par exemple ce passage du *Livre de l'ascension de l'esprit sur la forme du ciel et de la Terre*

87. Remarquons que l'appartenance de ce raisonnement à une tradition que Ptolémée aurait considéré comme concurrente à la sienne permettrait d'interpréter comme une critique de l'argumentation sophistiquée déployée par d'autres, et aboutissant à une simple comparaison qualitative de la taille de Terre et des deux luminaires, le très concis chapitre V.16 de l'*Almageste* dans lequel Ptolémée fait une synthèse des résultats qu'il vient d'obtenir et produit ainsi une quantification précise des rapports des tailles de ces trois corps, cf. PTOLÉMÉE 1984, p. 257. Le chapitre V.16 serait alors une première critique de cette tradition concurrente à la sienne avant celle qu'il formulera dans le livre II du *Livre des Hypothèses* à propos de l'absurdité de l'existence des sphères intermédiaires.

rédigé en syriaque au XIII^e siècle par Bar Hebræus dans lequel l'intégration de la comparaison entre la distance à la Terre du cône de l'ombre et celle de Mercure est complète (NAU 1899a, t. 2, p. 188) :

> La distance du cône de l'ombre à la Terre [...] est de 268 fois le rayon de la Terre. Et, comme la plus petite distance de Vénus [...] est de 174 fois le rayon de la Terre, il est évident que le sommet du cône d'ombre va au delà des intersphères de la Lune et de Mercure, et touche même une petite portion de l'intersphère de Vénus.

Cet exemple n'est pas isolé et nous l'avons choisi en raison du caractère bien documenté de l'enseignement dont ce texte est tiré[88]. Cependant, il faut noter que, dans ce cas particulier, Bar Hebræus avait connaissance du *Livre des Hypothèses* qu'il cite sous le titre *Ktāba da-nsīrē*, traduction littérale en syriaque de *Kitāb al-manshūrat*[89].

8.5 Quatre traditions en circulation au x^e siècle

Quelle que soit la date à laquelle le *Livre des Hypothèses* a été traduit en arabe, l'ouvrage de Ptolémée n'a influencé le traitement des questions liées aux dimensions célestes que par l'intermédiaire de textes intermédiaires et nous avons pu établir dans ce chapitre que des différences profondes de lecture de ces textes ont conduit à trois traditions distinctes.

La première tradition, dont le texte d'al-Farghānī est le plus ancien représentant connu, préserve le contexte argumentatif et la méthode mise en œuvre par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. Il est donc pos-

88. Cf. *supra* page 164.

89. Cf. (NAU 1899a, t. 2, p. 195). La partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* était inconnue de Nau qui a proposé ici d'identifier le *Ktāba da-nsīrē* avec le *Centiloqum* attribué à Ptolémée. Nallino a ensuite rapproché le titre syriaque du *Kitāb al-manshūrat* cité par al-Bīrūnī et a proposé de traduire le titre syriaque par *Librum prismatum*, AL-BATTĀNĪ 1899-1907, t. 2, p. xxvi. Notons ici que plusieurs autres éléments du traité de Bar Hebræus laissent penser que celui-ci n'aurait eu connaissance de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* que par l'intermédiaire d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī.

sible pour un lecteur des *Trente chapitres*, al-Qabīṣī et al-Bīrūnī en sont deux exemples, de reconstruire les dimensions célestes en partant de l'*Almageste* et de retrouver la conclusion de Ptolémée quant au rang du Soleil. La principale caractéristique des textes se rattachant à cette tradition est donc de faire entrer le traitement de ces questions dans le champ d'application de l'astronomie mathématique dont l'*Almageste* constitue une synthèse de référence.

La deuxième tradition privilégie un lien direct à des données d'observation en prenant appui, pour chaque planète, sur le rapport correspondant aux variations de son diamètre apparent considéré comme résultant d'observations. Ce sont ces rapports des variations des diamètres apparents des planètes qui ont ainsi servi de point de départ aux investigations d'al-Battānī sur les dimensions célestes mettant ainsi en cohérence son traitement de ces questions avec l'ensemble du *Zīj al-Ṣābi'* dans lequel il compare fréquemment les thèses avancées par Ptolémée dans l'*Almageste* à ses propres observations. Cette primauté de l'observation sur les démonstrations mathématiques ne s'appuyant que de façon très indirecte sur des observations caractérise cette seconde tradition. Ce point de vue est ensuite défendu par Kūshyar qui d'une part critique le recours à l'*Almageste* dont al-Qabīṣī avait fait un gage de qualité, et d'autre part pousse la mise en avant du recours direct aux observations jusqu'à appuyer son commentaire au *Zīj al-Ṣābi'* sur d'impossibles comparaisons de parallaxes des planètes.

Les textes relevants de la troisième tradition ne s'intéressent pas à la justification des dimensions célestes qu'ils mentionnent mais attachent une grande importance à la transmission fidèle des dimensions célestes obtenues par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*. On en trouve trace dans l'*Almageste simplifié* ainsi que dans le *Traité d'astronomie*, mais c'est dans un autre traité que nous attribuons ici à Abū Ma'shar que l'on trouve une mention explicite de l'existence d'un résumé numérique des dimensions célestes. De plus Abū Ma'shar confère à plusieurs reprises au traitement des dimensions célestes le même degré d'importance pour l'astrologie que le traitement de leur positions sur la sphère céleste. Il ne fait pas de doute qu'une

telle mise en valeur par Abū Ma'shar des questions liées aux dimensions célestes a largement contribué à la normalisation de la présence de ces questions dans les traités d'astronomie aux IX^e et X^e siècle.

De plus, en produisant simultanément une nouvelle interprétation des fragments du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ya'qūb ibn Ṭāriq préservés par al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde* et une nouvelle interprétation des mentions d'un *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* attribué à Ptolémée par Dūnash, l'auteur de la version arabe du *Liber de Orbe*, nous avons mis en évidence l'existence d'une quatrième tradition indépendante du *Livre des Hypothèses*. Cette tradition se caractérise par la primauté accordée aux causes physiques des mouvements des planètes ainsi que des éclipses. En retraçant l'histoire des arguments préptoléméens conservés dans les textes se rattachant à cette tradition, nous avons de plus été conduit à émettre une conjecture selon laquelle cette autre tradition aurait produit des dimensions célestes alternatives à celles produites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Cependant seul un argument intéressant du point de vue pédagogique issue de cette tradition semble avoir pénétré les textes se rattachant aux trois traditions basées de façon indirecte sur le *Livre des Hypothèses* et se retrouve donc dans les textes de notre corpus.

Ainsi nous avons identifié la circulation aux IX^e et X^e siècles de quatre traditions qui se distinguent l'une de l'autre par le critère méthodologique et épistémologique qui gouverne le traitement des dimensions célestes. Hormis la troisième tradition qui ne s'intéresse pas à la justification des dimensions célestes, la coexistence de ces traditions met en compétition la démonstration mathématique, l'observation et la réalité physique. Nous avons signalé dans notre corpus une mise en concurrence de la démonstration mathématique et de l'observation et nous montrerons par l'exemple au chapitre suivant en quoi al-Bīrūnī produit une synthèse des contributions de ces deux traditions dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. En ce qui concerne la quatrième tradition qui porte une attention particulière aux aspects physiques et matériels, force est de constater qu'elle est presque totalement absente des textes de notre corpus et que nous n'avons détecté sa présence que dans des fragments de textes et des textes de bas niveaux théoriques. Nous ne pourrons donc pas approfondir les idées et les méthodes contenues dans les textes rele-

vant de cette tradition. Signalons tout de même que les *Doutes sur Ptolémée* rédigés par Ibn al-Haytham au début du XI^{e} siècle nous semblent contenir un traitement rigoureux de ce type de questions rendant possible une future rencontre entre cette tradition mettant en avant la réalité physique de chacun des éléments mentionnés par la théorie et les deux traditions synthétisées par al-Bīrūnī qui privilégient la démonstration mathématique pour l'une et l'observation pour l'autre.

Chapitre 9

Une étude de cas des contributions de l'astronomie au développement des mathématiques : les méthodes de calcul du diamètre réel des planètes

9.1 La méthode de Ptolémée

Les textes théoriques de notre corpus proposent chacun une méthode de calcul des tailles des planètes différentes s'appuyant sur les deux mêmes paramètres préalablement obtenus ou supposés connus : la distance moyenne de la planète à la Terre et le rapport de son diamètre apparent à celui du Soleil lorsqu'ils sont placés tous deux à leur distance moyenne. Le fait que chacun des auteurs de ces textes a formulé indépendamment des autres la démonstration d'un même résultat à partir des mêmes données constitue un objet privilégié pour une analyse épistémologique. En effet, la méthode employée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, basée sur d'habiles manipulations de rapports et changements de base à l'image des techniques mathématiques qu'il emploie dans l'*Almageste*, apparaît comme une longue parenthèse durant laquelle les considérations astronomiques semblent absentes. Le lecteur ne peut donc qu'échouer à retrouver l'analyse sur laquelle Ptolémée s'est appuyé pour mettre au point les différentes étapes de ces calculs. L'opacité de la méthode de Ptolémée est d'ailleurs une explication raisonnable du fait que nous n'avons trouvé aucune trace de transmission détaillée de cette méthode avant le commentaire qu'en fait al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Nous avançons en outre que ce commentaire constitue justement un proposition de fluidification de la rédaction des démonstrations mathématiques basée sur la manipulation de rapport probablement en lien avec le développement des méthodes algébriques. Quant à al-Qabīṣī, son recours au Sinus des angles, si on le met en regard avec les manipulations de rapports employées par Ptolémée, fournit un exemple concret de la simplification apportée en substituant à des manipulations ardues de rapports des considérations simples sur les fonctions trigonométriques. Nous analyserons ensuite la méthode brièvement exposée par al-Battānī et nous verrons que, contrairement à Ptolémée, l'enchaînement des étapes proposé par al-Battānī reste constamment cohérent avec le point de vue d'un observateur. Cet enchaînement d'étapes présente par ailleurs un côté systématique qui a certainement

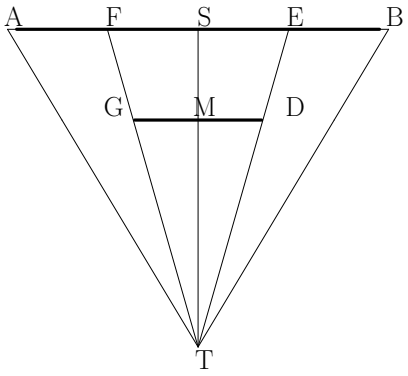
conduit Kūshyār à le présenter sous la forme d'une procédure algorithmique à l'image des procédures du calcul indien dont il a par ailleurs été un acteur majeur de la diffusion.

Nous avons déjà détaillé la méthode de calcul des tailles de Ptolémée au chapitre 4[1] et nous avons établi à cette occasion que, selon les mots de Ptolémée lui-même, cette méthode consistait principalement à «remanier profondément» les rapports quantifiant les diamètres apparents de chacun des astres en utilisant les distances précédemment obtenues. À cette occasion, nous avions pris en guise d'exemple générique le calcul de la taille de Mars. Afin de pouvoir comparer plus aisément les méthodes des différents auteurs, nous donnons ici un résumé de cette méthode appliquée au cas de Mercure en nous basant sur les étapes du raisonnement et les valeurs numériques fournies par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*.

Les données pour cette planète sont les suivantes[2] : la distance moyenne de Mercure à la Terre est égale à 115^{rt} et l'angle qui intercepte alors le diamètre apparent de Mercure correspond à un quinzième de l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil à sa distance moyenne. Ptolémée propose un raisonnement en trois temps :

1. Si l'angle qui intercepte le diamètre apparent de Mercure correspondait exactement à l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil, alors le rapport des diamètres réels du Soleil et de Mercure serait égal au rapport de leurs distances à la Terre qui est le rapport de 1 210 à 115. Sur la figure ci-dessous dans laquelle le diamètre du Soleil est le segment $[AB]$, le diamètre de Mercure est le segment $[GD]$, les longueurs TS et TM sont respectivement les distances Terre-Soleil et Terre-Mercure, cela correspond à l'égalité de rapports : $\frac{EF}{GD} = \frac{TS}{TM} = \frac{1210}{115}$.

1. Cf. pages 129 à 136.
2. Cf. Ptolémée 1993, p. 74.



2. Or l'angle qui intercepte le diamètre apparent de Mercure est en fait quinze fois plus petit que l'angle qui intercepte le diamètre apparent du Soleil, le rapport des diamètres réels de Mercure et du Soleil est par conséquent le rapport de 1 210 à 8 environ[3]. Sur la figure ci-dessus, cela correspond à l'égalité de rapports :

$$\frac{AB}{GD} = \frac{AB}{EF} \times \frac{EF}{GD} = \frac{1}{\frac{1}{15}} \times \frac{1210}{115} \simeq \frac{1210}{8}.$$

3. De plus Ptolémée a établi dans l'*Almageste* que le rapport du diamètre du Soleil à celui de la Terre est le rapport de 1 210 à 220 (ce qui correspond à un diamètre du Soleil égal à cinq fois et demie le diamètre terrestre), donc le rapport du diamètre de Mercure au diamètre terrestre est le rapport de 8 à 220, qui est selon Ptolémée égal au rapport de 1 à 27 environ[4]. Sur la figure ci-dessus, cela correspond à l'égalité de rapports suivante, dans laquelle dt désigne le diamètre terrestre :

$$\frac{GD}{dt} = \frac{GD}{AB} \times \frac{AB}{dt} = \frac{8}{1210} \times \frac{1210}{220} = \frac{8}{220} \simeq \frac{1}{27}.$$

Rappelons cependant que, dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée ne s'appuie sur aucune figure. Par conséquent, la présentation ci-dessus, si elle suit pas à pas les étapes de la méthode de Ptolémée, ne rend pas compte

3. Le calcul donne $115 : 15 = 7\frac{2}{3} \simeq 8$.
4. Le calcul donne en effet $\frac{8}{220} = \frac{1}{27;30}$.

de la complexité du texte original qui s'étend sur plusieurs pages et est trop long pour être intégralement reproduit ici[5]. Nous avons en effet pris appui sur les figures produites par al-Bīrūnī dans son commentaire de ce passage[6], ce qui nous a permis de raisonner en termes de rapports de longueur de segments alors qu'une des difficultés du texte de Ptolémée est précisément de suivre le raisonnement à travers les nombreux changements de base de proportionnalité qu'il décrit de façon littérale.

9.2 Al-Battānī : le point de vue pratique d'un observateur

Analysons à présent la méthode proposée par al-Battānī qui, à l'instar de Ptolémée, n'appuie pas son propos sur une figure mais fournit une justification beaucoup plus directe.

Dans le chapitre L du *Zīj al-Ṣābi'*, al-Battānī calcule les tailles des planètes en s'appuyant sur les mêmes paramètres que ceux employés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Pour analyser la méthode employée par al-Battānī, nous nous appuyons ici sur le passage qu'il consacre à la détermination de la taille de Mercure[7]. Pour calculer le diamètre réel de Mercure, al-Battānī s'appuie sur quatre résultats préalables : la distance moyenne de Mercure est égale à 115 rayons terrestres ; le diamètre apparent de Mercure à sa distance moyenne est un quinzième du diamètre apparent du Soleil à sa distance moyenne ; la distance moyenne du Soleil est égale à 1 108 rayons terrestres[8] ; le diamètre réel du Soleil est cinq fois et demie celui de la Terre.

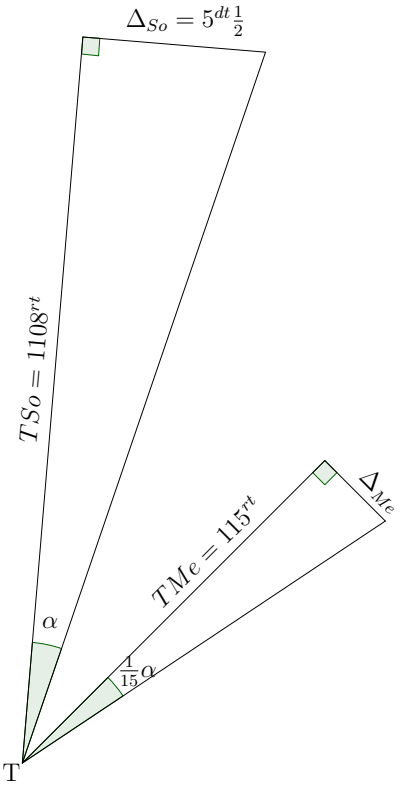
5. Cf. Ptolémée 1993, p. 74-79.

6. Cf. *infra* page 476.

7. Au chapitre 6, nous avons reproduit et traduit le texte arabe édité par Nallino de la totalité du paragraphe dédié par al-Battānī aux distances et aux tailles de Mercure. Nous renvoyons donc à ce chapitre pour les notes de traduction, cf. *supra* page 249.

8. Nous renvoyons ici à l'article de Swerdlow dans lequel il analyse la méthode employée par al-Battānī pour déterminer la distance du Soleil, cf. Swerdlow 1973a. Notons qu'al-Battānī obtient une distance minimale de 1 070^{rt} (Swerdlow montre qu'il aurait du obtenir 1 079^{rt}) et une distance maximale de 1 146^{rt}. Swerdlow montre que la différence entre les distances du Soleil obtenues par Ptolémée et celles obtenues par al-Battānī vient du

Al-Battānī procède alors en trois étapes. Pour chacune de ces étapes nous reproduisons ici notre traduction, puis nous la commentons en nous appuyant sur la figure ci-dessous dans laquelle nous avons fait apparaître les diamètres réels du Soleil et de Mercure (Δ_{So} et Δ_{Me}) comme les Sinus[9] de leur diamètre apparent sur des cercles dont les rayons respectifs sont leur distance moyenne à la Terre (1108^{rt} et 115^{rt}), le diamètre apparent du Soleil à sa distance moyenne étant noté α :



fait que celui-ci a utilisé ses propres observations de deux éclipses pour mesurer le diamètre apparent de la Lune et du Soleil, ce qui l'a conduit à remarquer que les diamètres angulaires de la Lune, du Soleil et du cône de l'ombre utilisés par Ptolémée (cf. *supra* notre présentation de la méthode de Ptolémée page 77) correspondaient à une distance de la Lune à la Terre égale à $60^{rt}; 58$ et non à la distance maximale de la Lune qui est de $64^{rt}; 10$.

9. Le même type de figure peut être réalisé en prenant les cordes des angles plutôt que leur Sinus. Al-Battānī utilise à plusieurs reprises les Sinus dans son traité et, de plus, notre usage familier des sinus dans les triangles rectangles permet de fluidifier notre présentation.

Étant donné l'ordre de grandeur des distances et des angles considérés, on peut identifier le Sinus d'un angle par la longueur de l'arc de cercle qu'il sous-tend, ou, ce qui revient au même, on peut identifier un angle et son Sinus. Sous cette hypothèse, le diamètre réel d'un astre s'obtient en multipliant son diamètre apparent par sa distance. C'est ce que nous allons faire dans la suite et cela va nous permettre de suivre pas à pas la méthode d'al-Battānī.

En effet, en ce qui concerne Mercure dans la figure ci-dessus, on a :

$$\sin\left(\frac{1}{15}\alpha\right) = \frac{\Delta_{Me}}{115}.$$

D'où, sous les hypothèses précédentes :

$$\Delta_{Me} = 115 \times \frac{1}{15}\alpha = 7\frac{2}{3}\alpha.$$

On retrouve alors la première étape de la méthode d'al-Battānī :
«En divisant les 115 par 15 il vient sept parties et deux tiers d'une partie».

Sous les mêmes hypothèses, on a dans le cas du Soleil :

$$\sin(\alpha) = \frac{5\frac{1}{2}}{1108} = \frac{1}{201\frac{1}{2}}.$$

Ceci correspond à la seconde étape de la méthode décrite par al-Battānī: «Comme le diamètre du Soleil est égal à cinq fois et demie le diamètre de la Terre, si l'on pose le diamètre moyen du Soleil égal à 1108 [...], alors le diamètre de la Terre dans cette mesure est deux-cent-un et demi».

Sous les mêmes hypothèses, on en déduit alors que :

$$\alpha = \frac{1}{201\frac{1}{2}}.$$

Il ne reste plus qu'à utiliser cette quantification du diamètre apparent α pour calculer le diamètre réel de Mercure ΔMe, et c'est exactement ce que fait al-Battānī dans la dernière étape de sa méthode :
« Si ces sept parties et deux tiers de partie sont rapportées à deux-cent-un et demi on trouve un vingt-sixième et un quart d'une partie environ.»

Ce dernier calcul correspond en effet à la substitution de la valeur de l'angle α dans l'expression de Δ_{Me} obtenue à la première étape et permet d'obtenir la valeur du diamètre réel de Mercure dans une unité homogène à celle dans laquelle le diamètre réel du Soleil était exprimé, c'est-à-dire en fonction du diamètre terrestre :

$$\Delta_{Me} = 7\frac{2}{3}\alpha = 7\frac{2}{3} \times \frac{1}{201\frac{1}{2}} = \frac{1}{26\frac{1}{4}}.$$

Le résultat ainsi obtenu par al-Battānī s'entend donc, à l'instar de celui obtenu par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, comme une égalité de rapport dans laquelle le diamètre terrestre sert de base :

$$\frac{\Delta_{Me}}{dt} = \frac{1}{26\frac{1}{4}}.$$

Il suffit pourtant de comparer la concision du propos d'al-Battānī, que nous avons rendu ici en intégralité, à la description de nombreuses manipulations de rapports entreprise par Ptolémée, sur plusieurs pages, pour se convaincre que ces deux démonstrations sont radicalement différentes. Même si al-Battānī ne l'explicite pas, il nous semble qu'une des principales différences entre les démonstrations de Ptolémée et d'al-Battānī tient à l'émancipation de la notion d'angle vis-à-vis de la théorie des proportions. En effet al-Battānī peut considérer un angle dans plusieurs cercles distincts sans justification alors que Ptolémée doit expliquer comment une longueur d'arc sur un cercle donné se transpose en longueur d'arc sur un autre cercle. Autrement dit al-Battānī considère que les angles sont des quantités que l'on peut quantifier par des nombres.

Or il se trouve que l'on peut interpréter la phrase qui suit immédiatement les citations que nous venons de donner du texte d'al-Battānī, phrase dont le sens était jusqu'à présent resté obscur, comme une autre proposition visant à détacher certaines quantités d'une présentation sous forme de rapports. Il ne s'agit plus ici d'angle, mais des diamètres réels des planètes dont nous venons de voir que la méthode d'al-Battānī conduisait à les exprimer par rapport au diamètre terrestre. Voici cette phrase :

> Si le diamètre de la Terre sous-tend un arc d'un degré et quarante-sept minutes de la sphère céleste, alors le diamètre de Mercure sous-tend un arc de quatre minutes un demi et un sixième environ.

Le sens de cette phrase est resté obscur jusqu'à présent, et al-Battānī la répète pour chacune des planètes une fois obtenu le rapport de son diamètre réel à celui de la Terre. L'apparat critique fournit par Nallino indique que la valeur de l'arc sous-tendu par le diamètre de la Terre est, selon les textes qu'il a consultés, égale à $1;47$ ou à $1;17$[10], mais Nallino a proposé l'arc $1;57$ en justifiant son choix par le fait que cette valeur était proche de l'angle soutenu par une corde valant 2, peut-être car un diamètre terrestre est égal à deux rayons terrestres. De façon étonnante, Nallino a ensuite interprété l'expression «quatre minutes un demi et un sixième» comme signifiant $4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, c'est-à-dire $0;04;40$, sans remarquer que $\frac{1;57}{26\frac{1}{4}} = \frac{4+\frac{1}{2+\frac{1}{6}}}{60}$ ce qui aurait pu confirmer son choix. Nous pensons cependant qu'il s'agit là d'une coïncidence car nous avons pu établir que la valeur $1;47$, présente dans le texte arabe, permet de comprendre qu'il s'agit là d'une proposition d'al-Battānī pour comparer numériquement les diamètres réels des astres directement les uns aux autres sans passer systématiquement par une comparaison avec le diamètre de la Terre.

En premier lieu on constate, tant dans la table de cordes de l'*Almageste* que dans la table de Sinus du *Zīj al-Ṣābi'*[11], que la valeur exacte de l'angle sous-tendu par 2 n'est pas précisément $1;57$ mais est comprise entre $1;54$ et $1;55$, ce qui affaiblit la justification donnée par Nallino de son choix. Mais le plus important est qu'en reprenant les valeurs mentionnées dans l'apparat critique fourni par Nallino pour tous les astres errants tout au long du chapitre L, nous avons pu établir qu'un ensemble cohérent de ces valeurs peut s'expliquer par un calcul à partir d'un arc de $1;47$. Ce calcul consiste

10. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. I, p. 121.
11. Cf. ibid., t. 2, p. 55.

à représenter le diamètre réel de chacun des astres comme la corde[12] d'un cercle ayant pour rayon la distance entre la Terre et une distance particulière de la Lune.

Nous présentons ici les étapes du raisonnement qui nous a conduit à cette conclusion inattendue. Le point de départ consiste à considérer qu'al-Battānī a cherché à comparer les diamètres réels des astres en les représentant sur un cercle céleste donné comme des cordes sous-tendant des arcs de ce cercle. Al-Battānī annonce ici que, dans ce cercle, le diamètre de la Terre sous-tendrait un angle égal à $1;47$. Il peut alors, en exploitant le rapport du diamètre réel de chacun des astres à celui de la Terre, déterminer par proportionnalité l'angle sous-tendu par ce diamètre sur le même cercle. Dans le tableau ci-dessous, les valeurs indiquées dans la colonne *Angle (texte)* sont toutes mentionnées par Nallino dans son apparat critique et les valeurs indiquées dans la colonne *Angle (recalcul)* ont toutes été calculées par proportionnalité en prenant comme base que l'angle sous-tendu par le diamètre de la Terre était de $1;47$:

Astre	diamètre réel	Angle (texte)	Angle (recalcul)
Terre	1	$1;47$	$1;47$
Mercure	$\frac{1}{26\frac{1}{4}}$	$0;04;40$	$0;04;04$
Vénus	$\frac{1}{4}+\frac{1}{20}$	$0;32;27$	$0;32;06$
Soleil	$5\frac{1}{2}$	$9;48$	$9;48$
Mars	$1+\frac{1}{7}$	$2;01;37$	$2;02;17$
Jupiter	$4+\frac{1}{3}$		$7;43;40$
Saturne	$4+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$	$7;39$	$7;39;12$

Les différences entre les angles mentionnés dans l'apparat critique de Nallino et ceux que nous avons calculés sont toutes inférieures à une minute d'arc, ce qui est raisonnablement faible surtout si l'on prend en considération

12. Il s'agit peut-être de Sinus, mais le principe reste le même car aucun recours aux tables trigonométriques n'est ici nécessaire.

le fait que les valeurs des diamètres réels fournies par al-Battānī sous forme de rapports simples sont des approximations de cet ordre de grandeur des résultats des calculs conduits précédemment.

Notons de plus que bien qu'aucune valeur de l'arc sous-tendu par le diamètre de Jupiter mentionnée dans l'apparat critique de Nallino ne soit cohérente avec notre calcul $(7;43)$, celui-ci nous semble toutefois corroboré par sa proximité avec la moyenne des valeurs des angles sous-tendus par les diamètres apparents de Jupiter à son apogée (6) et à son périgée $(9;34)$ fournies par Nallino dans l'apparat critique de la conclusion du chapitre L. En effet, dans le cas de Jupiter le rapport $\frac{9;34}{6}$ $(\simeq 1;35;40)$ correspondant aux variations de son diamètre apparent est cohérent avec le rapport des variations du diamètre apparent de Jupiter $\frac{37}{23}$ $(\simeq 1;36;31)$ qui a servi de point de départ au calcul des distances d'al-Battānī et on peut par conséquent raisonnablement utiliser ces valeurs extrémales pour reconstruire la valeur moyenne. Il faut noter cependant qu'en théorie les valeurs produites dans la conclusion du chapitre L ne devraient pas être liées à celles que nous avons reproduites dans le tableau ci-dessus car elles sont censées correspondre au diamètre apparent des planètes vues comme des cordes sur la sphère des fixes et non à leur diamètre réel vu comme une corde du cercle dont le rayon est la distance spécifique de la Lune que nous avons mentionné. Si elle n'est pas une pure coïncidence, la cohérence des valeurs de Jupiter figurant dans la conclusion du chapitre L avec la valeur calculée dans notre tableau est certainement la trace d'une tentative de reconstruction des valeurs figurant initialement dans la conclusion du chapitre L qui sont pour la plupart aberrantes[13].

13. On trouve ainsi des valeurs minimales supérieures aux maximales, des valeurs moyennes en dehors de l'intervalle délimités par les minimales et maximales, et, à l'exception du cas de Jupiter, aucun lien entre les rapports des diamètres apparents extrémaux utilisés par al-Battānī comme base de ses calculs de distances et les rapports que l'on peut déduire des valeurs mentionnées dans la conclusion du chapitre L. Schiaparelli a calculé les valeurs des diamètres apparents des planètes qui correspondent aux paramètres obtenus par al-Battānī, mais il ne peut que conclure que les «les nombres du codex et ceux de l'édition en sont très éloignés», cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 291.

Si l'on a pu retrouver un jeu de valeurs cohérentes en partant de l'hypothèse qu'al-Battānī aurait cherché à comparer directement les diamètres réels des astres en les considérant chacun comme une corde sur un même cercle dans lequel le diamètre de la Terre sous-tendrait un arc égal à $1;47$, il reste à établir la raison de ce choix *a priori* arbitraire. Le seul point d'appui dont nous disposons est la valeur de l'arc sous tendu par la Terre pris égal à $1;47$ qui, comme nous venons de l'établir, permet de retrouver ce jeu de valeurs cohérentes. Cependant cette valeur est plus probablement le résultat d'un calcul d'al-Battānī que son véritable point de départ. Or dans le chapitre XXX relatif aux tailles des deux luminaires, al-Battānī a précisément calculé les angles correspondants aux diamètres apparents de la Lune et du Soleil à des distances diverses de la Terre. Si, comme dans le tableau précédent, on multiplie l'angle sous-tendu par la Terre par le diamètre réel de la Lune, on obtient : $1;47 \times \dfrac{1}{3\frac{2}{5}} = 0;31;28$. Cette valeur est très proche du diamètre apparent de la Lune $0;31;20$ lors de l'éclipse de Soleil utilisée par al-Battānī pour déterminer les distances des deux luminaires, et à cet instant la distance de la Lune à la Terre est égale à $60;58$ rayons terrestres[14]. De plus, si l'on prend $0;31;20$ comme mesure de l'arc sous-tendu par le diamètre réel de la Lune sur un cercle centré sur la Terre et de rayon $60^{rt};58$, on obtient que le diamètre de la Terre, qui est dans un rapport de $3\frac{2}{5}$ à 1 avec le diamètre réel de la Lune, sous-tendrait sur ce même cercle un angle de $1;46;32$ dont la valeur arrondie à la minute est $1;47$.

Par conséquent, nous sommes en mesure de reconstruire la démarche d'al-Battānī pour comparer numériquement les diamètres réels des astres. Al-Battānī a utilisé comme base de son calcul la détermination préalable du fait que le diamètre réel de la Lune, lorsqu'elle est à $60;58$ rayons terrestres de la Terre, sous-tend un angle de $0;31;20$, puis en exploitant le rapport du diamètre réel de la Lune à celui de la Terre, il en a tiré que sur ce même cercle de rayon $60^{rt};58$ le diamètre de la Terre sous-tendrait un arc de $1;47$

14. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 58 et Swerdlow 1973a, p. 101-102.

et, à partir de ce résultat, il a pu calculer par proportionnalité les valeurs des arcs sous-tendus sur ce cercle par les diamètres réels de chacun des astres errants.

Par conséquent, alors que Ptolémée et tous les autres auteurs de notre corpus ne disposent que du rapport du diamètre apparent de chaque planète au diamètre de la Terre, al-Battānī se dote d'une représentation numérique de ces diamètres permettant de les comparer directement.

C'est d'ailleurs le même type de comparaison qu'al-Battānī entreprend sans doute en conclusion du chapitre L lorsqu'il se propose de représenter les diamètres apparents correspondants à trois positions distinctes – à distance minimale, moyenne et maximale de la Terre – pour chaque planète et pour la Lune en terme de longueur de l'arc que ceux-ci interceptent sur la sphère céleste. Malheureusement, et nous l'avons mentionné précédemment, les valeurs numériques mentionnées par Nallino dans son apparat critique sont particulièrement corrompues et nous n'avons pu réussir à en extraire un ensemble cohérent[15]. Il reste cependant que ce dernier paragraphe constitue un autre exemple de la mise en œuvre d'une démarche générale consistant à substituer des nombres à des rapports. De plus al-Battānī fournit une indication quant à l'utilité d'une telle substitution puisqu'il conclut son propos en précisant que l'on peut calculer par simple proportionnalité la valeur nu-

15. Nallino retranscrit le commentaire détaillé produit par Schiaparelli sur ce point, cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 290-291. En tentant d'analyser l'ensemble des données mentionnées par Nallino dans son apparat critique, nous avons pu identifier plusieurs sources d'erreurs en plus des habituels problèmes liés à la copie de manuscrits : aller-retours entre valeurs sexagésimales et valeurs décimales (glissement de $0;31;20$ à $0;31;33$) ; changements de notation des nombres (numération abjad, transcription littérale des nombres en terme de fractions égyptiennes et numération indienne) ; tentatives antérieures de reconstruction des valeurs numériques (sous ensembles cohérents de valeurs numériques). De plus, nous avons rencontré plusieurs coïncidences numériques qui suggèrent que la formulation initiale employée par al-Battānī à la fin du chapitre L, alors qu'il expose les angles sous-tendus par les différents diamètres apparents n'était pas de la forme *valeur à l'apogée-valeur moyenne-valeur au périgée* que l'on trouve dans les textes consultés par Nallino, mais plutôt de la forme *valeur à l'apogée-différence entre valeur moyenne et valeur à l'apogée-valeur au périgée*, cette dernière étant calculée comme la somme de la valeur moyenne et de la différence entre valeur moyenne et valeur à l'apogée).

mérique du diamètre apparent d'une planète dans une position quelconque, dès lors que l'on connaît sa distance à la Terre, à partir des valeurs numériques qu'il a produites dans les trois positions particulières que nous avons mentionnées.

L'analyse de la méthode d'al-Battānī pour déterminer la taille des planètes montre que celle-ci se distingue de celle de Ptolémée par plusieurs aspects. Du point de vue formel d'abord, nous avons déjà souligné la concision de l'exposition d'al-Battānī. Mais cette concision n'est possible que parce qu'al-Battānī ne cherche pas à justifier par des démonstrations mathématiques la rigueur de chacun de ses calculs mais s'appuie sur sa maîtrise de techniques et d'outils mathématiques certainement acquise par ses activités d'observations : la manipulation avisée de valeurs numériques associées à des angles d'une part et d'autre part la volonté de se donner les moyens de comparer des quantités en leur associant des nombres plutôt que des rapports. Nous avons signalé l'aspect pratique souligné par al-Battānī de l'utilisation de nombres plutôt que de rapports pour effectuer aisément une interpolation de valeurs intermédiaires. Il faut également mentionner que tout au long de son texte al-Battānī se place constamment du point de vue de l'observateur. En effet, nous avons vu au chapitre précédant qu'il part des variations des diamètres apparents des planètes pour déterminer les variations de leurs distances. Pour calculer les tailles, la figure que nous avons produite pour suivre pas à pas les étapes de sa méthode montre qu'aucune d'entre-elle ne nécessite que l'on se place ailleurs que dans la position de l'observateur. De plus, al-Battānī utilise ses propres observations pour choisir le cercle de référence à l'aide duquel il compare les diamètres réels des astres.

9.3 La procédure algorithmique de Kūshyār

Nous avons montré dans le chapitre précédent que, en ce qui concerne le calcul des distances des planètes, le texte de Kūshyār pouvait être lu comme un approfondissement du texte d'al-Battānī parce que Kūshyār explicite d'une part le lien entre le rapport quantifiant l'amplitude des variations du diamètre apparent d'une planète et le rapport de ces distances extré-

males et, d'autre part, parce que Kūshyār utilise des données d'observations fictives concernant la mesure fine de la parallaxe des planètes au lieu du principe physique des sphères emboîtées tacitement employé par al-Battānī.

En ce qui concerne la méthode de calcul des tailles des planètes, nous allons montrer que Kūshyar produit un autre type d'approfondissement de la méthode d'al-Battānī en proposant cette fois une procédure algorithmique permettant de calculer aisément le diamètre réel des planètes. Il y a en effet un aspect systématique de la méthode d'al-Battānī que nous n'avons pas signalé jusqu'à présent mais qui a été soulignée par Nallino dans son commentaire. Celui-ci explique en effet que la méthode employée se résume à l'utilisation de la formule ci-dessous, dans laquelle r est la distance moyenne de la planète à la Terre et $\frac{\delta}{\Delta}$ est le rapport du diamètre apparent de la planète au diamètre apparent du Soleil lorsqu'ils sont tous deux à leur distance moyenne de la Terre[16] :

$$\frac{\text{diamètre de la planète}}{\text{diamètre de la Terre}} = r \times \frac{\delta}{\Delta} \times \frac{1}{201\frac{1}{2}}.$$

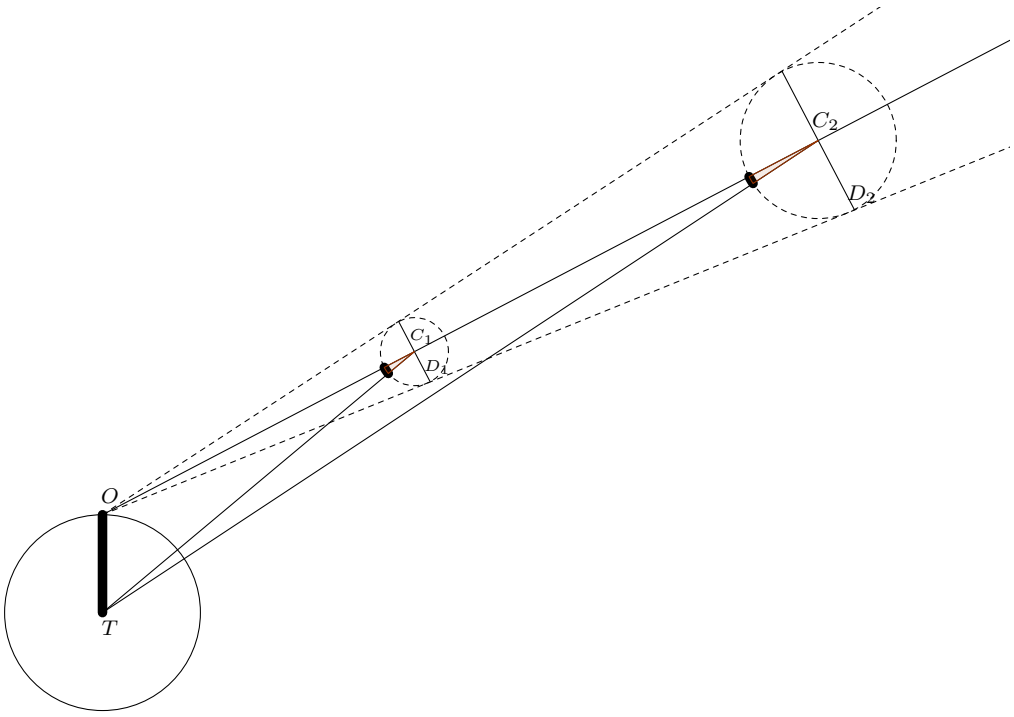
Nous allons maintenant produire une analyse en deux temps du texte de Kūshyār, ainsi que de la figure qui l'accompagne, dans lequel il expose sa méthode de calcul du diamètre réel de Mercure. Dans un premier temps nous allons montrer que la présentation de Kūshyār doit se lire comme celle d'un algorithme de calcul numérique qui revient à appliquer une règle de trois en s'aidant d'un diagramme dépourvu de sens physique sur lequel sont représentés les trois nombres connus. Dans un second temps nous détaillerons les étapes mathématiques, brièvement décrites par Kūshyār, permettant de passer d'un schéma représentant une situation physique réelle au diagramme abstrait qui sert de support à l'algorithme de calcul qu'il décrit.

Comme Ptolémée et tous les auteurs de notre corpus qui exhibent les calculs leur permettant de déterminer les diamètres réels des planètes, Kūshyār dispose de quatre valeurs préalablement déterminées : la distance moyenne de Mercure est égale à 115 rayons terrestres ; le diamètre apparent de Mercure

16. Cf. Al-Battānī 1899-1907, t. 1, p. 289-290.

à sa distance moyenne est un quinzième du diamètre apparent du Soleil à sa distance moyenne ; la distance moyenne du Soleil est égale à 1 208 rayons terrestres ; le diamètre réel du Soleil est cinq fois et demie celui de la Terre.

Il faut remarquer ici que la méthode de Kūshyār pour déterminer la distance du Soleil est radicalement différente de celle employée par Ptolémée et al-Battānī. En effet, bien que Kūshyār conserve l'hypothèse formulée par Ptolémée selon laquelle la Lune à sa distance maximale et le Soleil à sa distance moyenne auraient exactement le même diamètre apparent, il n'utilise pas directement le diamètre apparent du cône de l'ombre comme le font Ptolémée et al-Battānī. Il a en effet précédemment utilisé le cône de l'ombre pour déterminer le rapport du diamètre réel du Soleil à celui de la Lune. Pour déterminer la distance du Soleil, Kūshyār utilise alors la mesure précise de la parallaxe de la Lune et du Soleil. Il lui suffit ensuite d'utiliser le fait qu'il connaît la distance maximale de la Lune pour conclure. Voici une figure reconstruite en nous basant sur l'édition critique du texte arabe[17] :



17. Kūshyār 2012, p. 111-112.

Kūshyār considère que la longueur de l'arc décrit par l'angle $\widehat{OC_iT}$ sur le cercle de centre C_i de rayon C_iD_i inscrit dans le cône de vision de l'observateur – cette longueur d'arc est la parallaxe de l'objet céleste – est constante[18] et est donc identique lorsque C_1 est le centre de la Lune et lorsque C_2 est le centre du Soleil. D'où la relation $\widehat{OC_1T} \times C_1D_1 = \widehat{OC_2T} \times C_2D_2$ qui est équivalente au point de départ de Kūshyār. Il suffit ensuite de remarquer que les triangles rectangles OC_1D_1 et OC_2D_2 sont semblables pour obtenir l'égalité entre le rapport des diamètres et le rapport des distances à la Terre:

$$\frac{C_2D_2}{C_1D_1} = \frac{OC_2}{OC_1}.$$

Ce rapport donne alors accès à la détermination de la distance moyenne du Soleil OC_2 puisque la distance maximale de la Lune OC_1 et le rapport du diamètre réel du Soleil à celui de la Lune sont connus[19].

Les quatre paramètres nécessaires à la détermination de la taille de Mercure étant connus, voici les indications que fournit Kūshyār pour y parvenir ainsi que la figure qui accompagne son texte[20] :

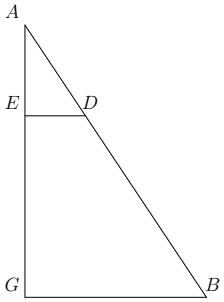
---

18. Nous avons simulé cette propriété à l'aide du logiciel *Geogebra* : cette longueur d'arc n'est pas constante, mais elle ne varie que très lentement et peut donc être considérée comme constante étant donné la petite taille des angles impliqués. Dès lors, ou bien la figure que nous avons reconstruite ne correspond pas au raisonnement de Kūshyār, ou bien Kūshyār a reconnu que les conditions d'un théorème connu étaient approximativement remplies, ou bien encore Kūshyār a fait appel à une pratique liée à l'observation.

19. Les données numériques utilisées par Kūshyār sont les suivantes : $\widehat{OC_1T} = 0^\circ; 27; 10$; $\widehat{OC_2T} = 0^\circ; 01; 27$; $OC_1 = 64^{rt}; 15$; $\frac{C_2D_2}{C_1D_1} = 18\frac{4}{5}$.

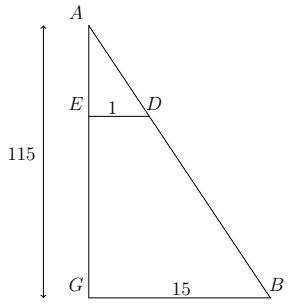
20. Notre traduction à partir de l'édition critique du texte arabe (Kūshyār 2012, p. 115):
فليكون مثلث (ا ب ج) نقطة (ا) منه الأرض و (ا ج) البعد الأوسط لعطارد (ب ج) خمسة عشر و (ده) واحداً والمطلوب خط (ا ه). ف (د ه) [و] (ب ج) متوازيات ونسبة (ا ه) إلى (ه د) كنسبة (ا ج) إلى (ج ب) وكل واحد من (ا ج)، (د ه)، (ب ج) معلوم ف (ا ه) معلوم وهو سبعة أجزاء وثلثي. فإذا كان قطر عطارد سبعة أجزاء ثلثي وقطر الأرض مائتي وعشرين مرة وشيئاً يسيراً.
Pour des raisons pratiques, nous avons gardé les choix de translittérations des traducteurs pour les points de la figure, cf. Kūshyār 2012, p. 88.

> Soient dans le triangle ABG le point A qui est la Terre, AG qui est la distance moyenne de Mercure, BG qui vaut 15 et DE qui vaut 1. La ligne AE est ce que l'on souhaite.
> Comme DE [et] BG sont parallèles, le rapport de AE à ED est égal au rapport de AG à GB. Chacune [des lignes] AG, DE et BG sont connues, donc AE est connue, et elle vaut sept parties et deux tiers.
> Si le diamètre de la Terre est 218 parties, le diamètre de la Terre est un peu plus de 28 fois le diamètre de Mercure.



Comme le remarquent les traducteurs, le diagramme sur lequel Kūshyār appuie son raisonnement est dénué de sens physique[21]. En effet la longueur AE représente selon Kūshyār le diamètre réel de Mercure alors que AG représente sa distance moyenne à la Terre. Il faut donc interpréter le diagramme de Kūshyār comme un dispositif de calcul. En effet, si l'on reporte dans le diagramme les deux seuls paramètres numériques propres à Mercure nécessaires à la détermination de son diamètre réel, c'est-à-dire sa distance moyenne ($r = AG = 115$) et le rapport de son diamètre apparent à celui du Soleil ($\frac{\delta}{\Delta} = \frac{1}{15}$), on remarque que le calcul proposé par Kūshyār correspond exactement à la formule tirée par Nallino de la méthode d'al-Battānī puisqu'on a alors :

$$AE = 115 \times \frac{1}{15} = r \times \frac{\delta}{\Delta}$$



21. Cf. Kūshyār 2012, p. 99.

Les segments [ED] et [GB] étant parallèles, les triangles AED et AGB sont semblables. De l'égalité de rapports ainsi obtenue on tire alors aisément le nombre correspondant à AE :

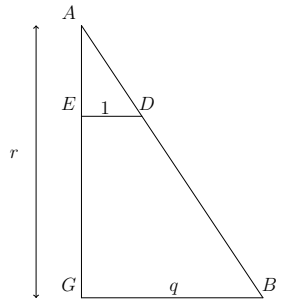
$$AE = 115 \times \frac{1}{15} = 7\frac{2}{3}.$$

Pour obtenir le rapport du diamètre réel de Mercure au diamètre de la Terre, il ne reste alors qu'à diviser ce résultat par 218, qui est le quotient du nombre qui correspond à la distance moyenne du Soleil en rayons terrestres (1 208) par le nombre qui correspond à son diamètre réel en diamètres terrestres $(5\frac{1}{2})$[22]:

$$\frac{\text{diamètre de Mercure}}{\text{diamètre de la Terre}} = \frac{7\frac{2}{3}}{218} = \frac{1}{28 + \frac{10}{23}} \simeq \frac{1}{28}.$$

Notons ici que le nombre 218 est indépendant de la planète considérée car il ne dépend que des deux paramètres propres au Soleil nécessaires dans la détermination du diamètre réel des planètes, c'est-à-dire sa distance moyenne à la Terre et son diamètre réel.

La méthode proposée ici par Kūshyār est donc une méthode générale qui permet de calculer le diamètre réel de chacune des planètes dès lors que l'on connaît sa distance moyenne à la Terre en rayons terrestres (r) et le rapport de son diamètre apparent au diamètre apparent du Soleil sous la forme $\frac{1}{q}$. Il suffit en effet de reporter ces paramètres dans le diagramme, puis de calculer AE par une règle de trois, et enfin de diviser le résultat par 218 :



$$\frac{AE}{1} = \frac{r}{q}$$

$$\frac{\text{diamètre de la planète}}{\text{diamètre de la Terre}} = \frac{AE}{218}.$$

22. Rappelons ici que c'est le même calcul, mais à partir d'une distance du Soleil différente, qui a conduit Ptolémée au nombre 220 et al-Battānī à $201\frac{1}{2}$.

Le support du diagramme apparaît alors comme une aide pour une application correcte de la règle de trois puisqu'il n'y a en réalité que deux nombres à positionner correctement (r et q) et le fait de désigner le point A comme la Terre amène à placer correctement le nombre r qui correspond à une distance à la Terre.

La méthode de calcul de Kūshyār apparaît donc à la fois correcte et particulièrement pratique à mettre en œuvre. Il reste désormais à tenter de comprendre comment Kūshyār en est arrivé à considérer ce diagramme. La première possibilité est de considérer qu'il a repéré le caractère systématique de la méthode d'al-Battānī et qu'il a décidé d'adopter une présentation proche de celle des procédures algorithmiques du calcul indien qu'il a, rappelons-le, largement contribué à diffuser. Cependant, et bien que sa pratique du calcul indien ait pu jouer un rôle dans l'élaboration de sa méthode, cette hypothèse ne rend pas compte des mentions qu'il fait lors de l'exposition de sa méthode du «point A qui est la Terre», de «AG qui est le diamètre de Mercure» et enfin du «diamètre de la Terre est 218 parties». En effet ce sont là autant de références à une situation chargée de sens physique que n'expliquent pas un point de vue purement numérique et algorithmique.

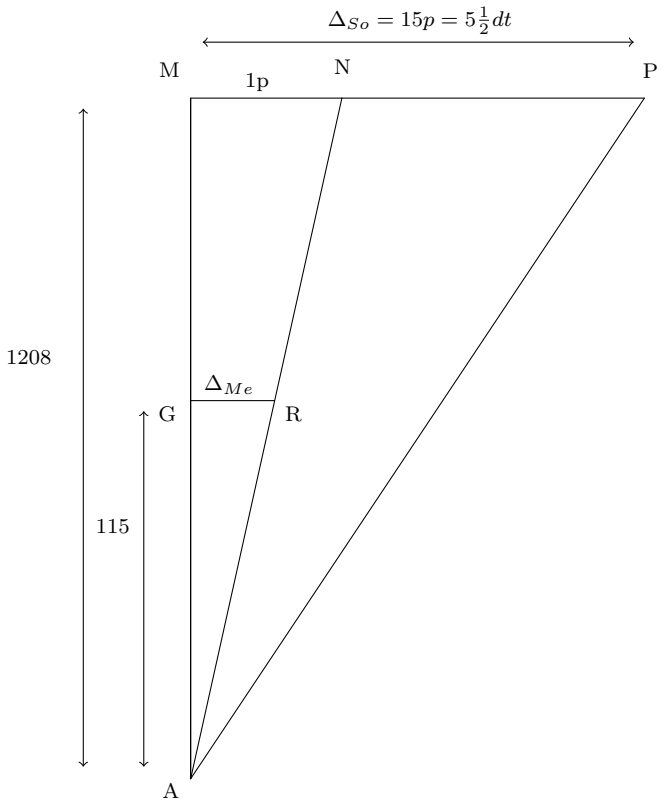
En nous appuyant sur l'édition critique de la phrase dans laquelle Kūshyār annonce sa méthode, nous avons pu comprendre la démarche qui a permis à Kūshyār de passer d'un schéma de la situation réelle au diagramme qu'il a choisi d'utiliser. Voici ce que dit Kūshyār[23] :

> Nous amenons le Soleil à la distance moyenne de Mercure, et nous regardons à quelle distance de la Terre le corps de Mercure est 1 [une unité] de sorte que cette distance soit un diamètre.

Pour éclairer le propos de Kūshyār, nous proposons un schéma illustrant comment celui-ci décrit la transformation d'une figure représentant la situation réelle en un diagramme sur lequel il va ensuite s'appuyer. Nous commen-

23. Notre traduction à partir de l'édition critique du texte arabe (Kūshyār 2012, p. 115): فنجعل الشمس في أوسط بعد عطارد وننظر على أي بعد من الأرض يكون جرم عطارد واحداً ليكون ذلك البعد قطراً.

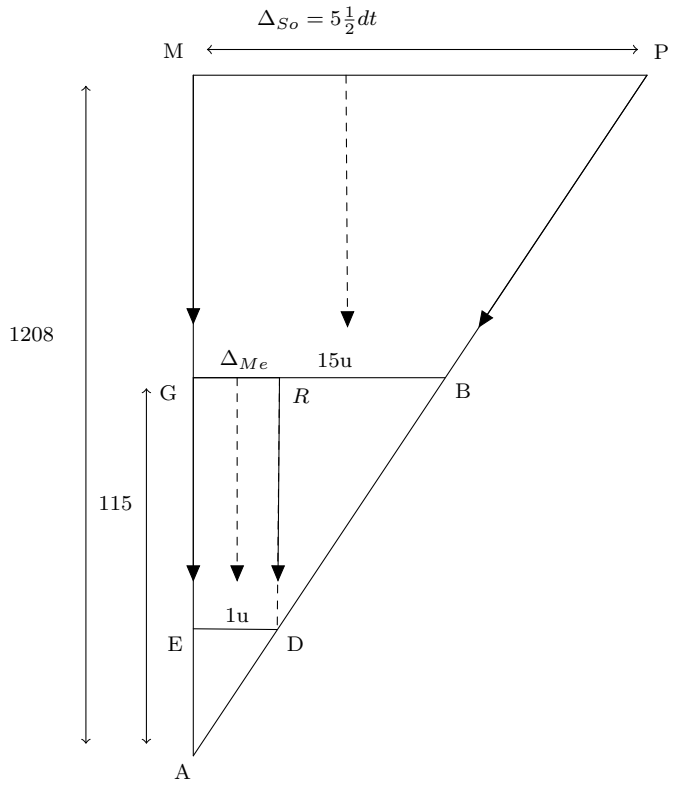
çons par représenter le diamètre réel du Soleil et de Mercure (Δ_{So} et Δ_{Me}) comme le côté opposé à leur diamètre apparent dans des triangles rectangles dont le côté adjacent est leur distance moyenne à la Terre (1208^{rt} et 115^{rt}) :



Cette représentation permet de visualiser le rapport du diamètre apparent de Mercure à celui du Soleil comme le rapport de MN à MP. L'utilisation des propriétés des triangles semblables permet alors de calculer le rapport du diamètre réel de Mercure à celui de la Terre (noté dt dans les formules qui suivent), ce que nous rendons par la formulation moderne suivante qui montre que l'on aboutit au même calcul final qu'en suivant la procédure de Kūshyār :

$$\frac{\Delta_{Me}}{dt} = \frac{\Delta_{Me}}{p} \times \frac{p}{dt} = \frac{115}{1208} \times \frac{5\frac{1}{2}}{15} = \frac{115}{15} \times \frac{1}{218}.$$

À partir de cette représentation réaliste, on peut suivre pas à pas les transformations de la figure initiale correspondant aux propos de Kūshyār, et voir apparaître ainsi le diagramme sur lequel sa méthode de calcul du diamètre des planètes s'appuie, dans cette seconde figure :



En effet, Kūshyār commence par «amener le Soleil à la distance moyenne de Mercure», ce que nous interprétons de la façon suivante : dans le cône de vision de l'observateur situé au point A qui intercepte le diamètre du Soleil, on peut, par la pensée, imaginer que le Soleil se trouve à 115 rayons terrestres de la Terre. Géométriquement, cela revient à faire glisser les extrémités du diamètre du Soleil le long des côtés du cône de vision, ce qui amène le point M sur le point G et le point P sur le point B. Dans le même temps, on «regarde à quelle distance de la Terre le corps de Mercure est 1», c'est-à-dire que l'on réduit la distance à la Terre de Mercure en la déplaçant verticale-

ment par la pensée jusqu'à ce que son diamètre coïncide exactement avec le cône de vision de l'observateur. Géométriquement, cela revient à translater verticalement le segment $[GR]$ sur le segment $[ED]$, dont la longueur est alors considérée comme une unité $(1u)$. Et la distance AE de Mercure à la Terre qui correspond à la coïncidence du diamètre de Mercure avec le cône de vision de l'observateur est alors un «diamètre» au sens où sa longueur correspond au diamètre de Mercure exprimé dans l'unité u.

Comme dans le cas de la première figure, nous montrons que cette seconde configuration conduit au même rapport $\frac{\Delta_{Me}}{dt}$ que la première en nous appuyant sur une formulation moderne. Tout d'abord, on a par construction l'égalité $\Delta_{Me} = 1u$. Ensuite l'utilisation des triangles semblables conduit aux égalités de rapports :

$$\frac{15u}{5\frac{1}{2}dt} = \frac{115}{1208} \quad \text{et} \quad \frac{AE}{115} = \frac{1}{15}.$$

En exploitant ces deux égalités, on obtient alors le résultat souhaité :

$$\frac{\Delta_{Me}}{dt} = \frac{u}{dt} = \frac{115}{1208} \times \frac{5\frac{1}{2}}{15} = \frac{115}{15} \times \frac{1}{218} = \frac{AE}{218}.$$

Étant donné le bon accord entre les propos préliminaires de Kūshyār et notre reconstruction, il est raisonnable de considérer qu'il s'agit bien là de la démarche qui l'a conduit à dériver le diagramme dont il propose l'exploitation à partir d'une représentation réaliste correspondant à la situation d'un observateur. Cette démarche relève d'une expérience de pensée appliquant deux transformations, chacune sur une partie distincte de la figure initiale : la première est une homothétie de centre A et de rapport $\frac{115}{1208}$ permettant de ramener le Soleil à la distance moyenne de la Mercure ; la seconde est une translation, dont le vecteur directeur est vertical, dans le sens de Mercure vers la Terre, et dont la norme est justement la quantité à déterminer, permettant de positionner Mercure de façon à ce qu'elle intercepte le même angle que le Soleil.

Il nous paraît remarquable que l'expérience de pensée de Kūshyār qui consiste à voir Mercure et le Soleil selon un même angle fasse écho à l'hypothèse selon laquelle «tous les diamètres des astres, pour ce qui apparaît à l'observateur, sous-tendraient systématiquement un angle unique»[24] que Ptolémée formule et est contraint de rejeter immédiatement, ce qui le conduit à exposer sa méthode complexe de calcul du diamètre réel des planètes. Notre analyse montre que c'est probablement l'introduction explicite d'une unité auxiliaire qui permet à Kūshyār de concrétiser l'idée de considérer que les deux astres errants seraient vus selon le même angle. Or si le recours à l'introduction d'une unité apparaît de façon systématique chez al-Khayyām à la fin du XI^e^ siècle dans ses recherches mêlant algèbre et géométrie en vue de la résolution des équations du troisième degré[25], nous n'avons pas connaissance de travaux qui documenteraient l'introduction explicite d'une unité auxiliaire dans des traités antérieurs. Ajoutons que le diagramme de Kūshyār montre qu'il s'autorise à passer outre la contrainte de l'homogénéité des quantités qu'il manipule, les détachant ainsi *de facto* de leur représentabilité géométrique.

Il nous semble qu'il faut également signaler que notre analyse montre que Kūshyār est certainement parti d'une représentation du diamètre réel comme le Sinus de son diamètre apparent et non comme une corde le sous-tendant. Ce point semble anodin car les deux représentations sont mathématiquement équivalentes, mais, en cherchant à reconstruire la démarche de Kūshyār, nous avons expérimenté le fait que la substitution de la corde par le Sinus fait non seulement apparaître automatiquement des triangles rectangles, mais conduit surtout à représenter toutes les quantités connues et inconnues selon deux directions perpendiculaires. Seule la contrainte de garder constamment le point de vue de l'observateur empêche alors d'y voir un repère orthogonal. Ici encore, la comparaison avec le recours systématique fait par al-Khayyām dans son *Traité d'Algèbre* à un grand triangle rectangle tel que toutes les constructions auxiliaires soient parallèles à un des deux côtés, montre que ce dernier, qui n'est pas concerné par cette contrainte liée à la position de l'ob-

24. Cf. Ptolémée 1993, p. 74.
25. Cf. Al-Khayyām 1999, p. 132.

servateur, peut choisir le point de rencontre de ce qui apparaît alors comme les deux axes d'un repère orthogonal sans pour autant le formaliser. Ainsi, le changement de perspective qui découle du remplacement de l'emploi de la corde des angles par celui de leur Sinus dans la représentation de configurations astronomiques nous semble être une piste intéressante concernant les conséquences épistémologiques encore mal comprises de cette substitution d'une représentation des angles par une représentation équivalente.

Pour conclure sur la méthode de Kūshyār relative à la détermination du diamètre réel des planètes, l'analyse que nous venons de présenter montre que la justification mathématique de la méthode qu'il propose ne constitue pas pour lui un critère décisif. Son objectif est avant tout celui de la simplicité et de l'efficacité et sa position est, tout au long de son exposition, celle de l'observateur. Cependant cette motivation pratique l'autorise à prendre des libertés vis-à-vis des démonstrations géométriques. Ceci l'amène, à l'instar de l'élaboration par al-Battānī d'une représentation numérique des angles, à mettre en œuvre des techniques mathématiques avant que les concepts sur lesquels elles reposent n'aient été pleinement intégrés à l'édifice mathématique de son temps. Il est évident que, à partir du seul exemple de ce diagramme, on ne peut bien sûr pas tirer de conclusions définitives quant aux concepts mathématiques en relation avec les pratiques de Kūshyār. Notons cependant que Bagheri a signalé, en introduction de son édition des livres I et IV du *Zīj al-Jāmi'*, que Kūshyār recourt de façon systématique à ce type de diagramme[26]. Il serait donc particulièrement intéressant de les analyser dans leur ensemble d'un point de vue épistémologique.

9.4 La méthode trigonométrique d'al-Qabīṣī

Au chapitre précédent, nous avons montré que, conformément à ce qu'il affirme, al-Qabīṣī est certainement le premier auteur depuis au moins un siècle avoir réussi à déterminer mathématiquement, c'est-à-dire au moyen de démonstrations géométriques prenant pour points de départs les résultats

26. Cf. Kūshyār 2012, p. xxxvi.

de l'*Almageste*, les distances des planètes à la Terre. De façon cohérente, al-Qabīṣī propose ensuite une méthode pour calculer les diamètres réels des astres. Cette méthode s'avère être radicalement différente de celle employée par Ptolémée en ce qu'elle ne s'appuie que sur la mesure des angles impliqués et utilise de la trigonométrie.

Les quatre paramètres obtenus précédemment par al-Qabīṣī et nécessaires à l'application de sa méthode de détermination du diamètre réel de Mercure sont les suivants : l'angle formé par le diamètre du Soleil $(0^{\circ}; 31; 20)$[27] ; le rapport du diamètre du Soleil au diamètre de la Terre ($5\frac{1}{2}$ pour 1) ; la distance moyenne de Mercure à la Terre exprimée en rayons terrestres $(117^{rt}; 10)$; le rapport du diamètre apparent de Mercure alors qu'elle est à sa distance moyenne au diamètre apparent du Soleil lui aussi à sa distance du moyenne (1 pour 15).

Il faut noter que, à l'instar d'al-Battānī, al-Qabīṣī indique que ce dernier paramètre a «été observé par une alidade à deux trous de visée»[28]. Il précise quelques pages auparavant l'utilisation de cet instrument[29] :

> C'est l'instrument par lequel on connaît la mesure du diamètre d'un astre à partir du diamètre d'un autre, et au moyen duquel on connaît combien [i.e. quelle portion] de la Lune et du Soleil est éclipsée, et combien [i.e. quelle portion] du croissant est éclairé.

Les précisions d'al-Qabīṣī confirment l'existence d'un tel instrument. Cependant nous maintenons qu'il est impossible que plusieurs utilisateurs de cet instrument aient pu retrouver exactement les mêmes résultats que Ptolémée

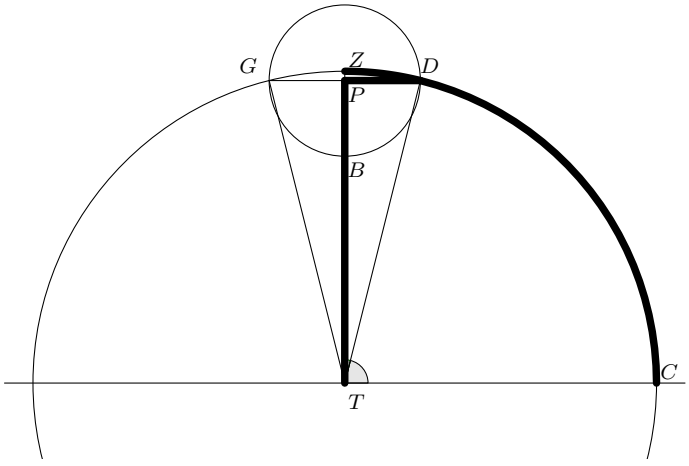
27. Rappelons ici que ce que signifie cette notation. Un angle est mesuré par le rapport de la longueur de l'arc qu'il intercepte sur un cercle dont le centre est le sommet de l'angle à la longueur de la circonférence du cercle. Dans le cas du diamètre apparent du Soleil, ce rapport est $\frac{0;02;05}{360}$, ce que l'on notera ici $0^{\circ}; 02; 05$.

28. Cf. Al-Qabīṣī 2014, p. 192.

29. Notre traduction à partir du texte arabe (ibid., p. 215).

étant données les faibles différences entre les angles concernés[30]. Cependant il est possible qu'al-Qabīṣī ait vérifié la cohérence des valeurs canoniques en circulation à l'aide de cet instrument.

Pour expliquer sa méthode de calcul du diamètre réel de Mercure, al-Qabīṣī s'appuie sur une figure dans laquelle le point P est le centre de la planète, l'angle $\widehat{GTD}$ est son diamètre apparent, et le cercle BDG est le «plus grand cercle sur le corps de Mercure». Remarquons ici qu'al-Qabīṣī considère tacitement que les points G et D délimitent un diamètre du cercle de centre P alors que, par construction, les deux tangentes au cercle en ces points concourent au point T. Étant donné les ordres de grandeurs considérés, cette approximation n'influence pas le résultat obtenu. Ceci étant posé, la méthode d'al-Qabīṣī repose alors sur le calcul de Sinus dans le cercle de centre T et de rayons TG, l'intersection de ce cercle avec la droite (TP) étant le point Z. Cependant la figure reproduite dans l'édition arabe et transcrite par le traducteur est erronée car elle fait apparaître le point Z sur le corps de Mercure[31], ce qui contredit le texte d'al-Qabīṣī. Nous avons donc choisi de représenter correctement le point Z en faisant apparaître le cercle GDC :



30. Nous rejoignons ici l'avis d'Hogendijk, cf. ibid., p. 173.

31. La figure reproduite dans l'édition est une photo du manuscrit ayant servi de base à l'édition du texte, cf. ibid., p. 176;221.

Al-Qabīṣī commence par calculer que le diamètre apparent $\widehat{GTD}$ de Mercure est égal à $0^{\circ}; 02; 05$ en divisant par 15 le diamètre apparent du Soleil $(0^{\circ}; 31; 20)$. Voici ensuite comment il expose sa méthode[32] :

> Si depuis le centre T et avec la longueur TD un cercle est décrit, alors l'arc dont le Sinus est le segment PD vaut environ une minute et trois secondes, en posant TD égal à 60 parties. Il reste l'arc dont le Sinus est TP, qui est celui qui reste d'un quart de cercle, et ceci est égal à 89 parties 58 minutes et 58 secondes, et son Sinus, qui est TP, est proche de 60 parties.
> Et puisqu'il a été expliqué que ce segment TP, qui est la distance de Mercure au centre de la Terre si elle est à sa distance moyenne, vaut 117 et 10 minutes, alors le segment vaut deux minutes et trois secondes de ces parties telles que le rayon de la Terre est un. Ainsi le rayon de la Terre est proche de vingt-neuf fois le rayon de Mercure, et son diamètre est approximativement 29 fois le diamètre [de Mercure].

L'exposé d'al-Qabīṣī ne laisse pas de doute quant à son caractère géométrique et procure une nouvelle illustration de la systématisation de l'emploi des Sinus pour représenter des configurations astronomiques. Cependant l'analyse de cette méthode montre que, contrairement à al-Battānī, al-Qabīṣī considère toujours les angles comme des rapports de longueurs et non comme des grandeurs numériques, que ce soit le rapport de la longueur d'arc qu'il intercepte sur un cercle à la circonférence de ce cercle ou le rapport de la longueur d'un Sinus dans un cercle – la moitié de la corde de l'angle double – au rayon de ce cercle. En effet le cadre de la démonstration d'al-Qabīṣī est le triangle rectangle TPD dans lequel il parvient à comparer les longueurs PD et PT en les considérant l'une après l'autre comme les Sinus de deux angles complémentaires dans le ce cercle GDC.

32. Notre traduction en français à partir de l'édition du texte arabe. Comme notre traduction est concordante avec la traduction en anglais d'Hogendijk nous ne reproduisons pas ici le texte arabe de son édition, cf. Al-Qabīṣī 2014, p. 193-194;221-222.

Nous présentons ici le détail des étapes de la méthode d'al-Qabīṣī. En premier lieu l'angle $\widehat{PTD}$ est la moitié du diamètre apparent de Mercure. En notant $\mathcal{C}$ la circonférence du cercle de centre T et de rayon TG, ceci donne :

$$\frac{\overset{\frown}{ZD}}{\mathcal{C}} = \frac{0;01;02}{360}.$$

En utilisant une table de Sinus[33], on obtient alors :

$$\frac{PD}{TD} = \frac{0;01;03}{60}.$$

On procède alors de la même façon avec l'angle complémentaire $\widehat{DTC}$:

$$\frac{\overset{\frown}{CD}}{\mathcal{C}} = \frac{89;58;58}{360}.$$

En utilisant encore une table de Sinus, on obtient cette fois :

$$\frac{PT}{TD} \simeq \frac{60}{60}.$$

Il ne reste qu'à comparer les deux rapports ainsi obtenus, ce qui donne :

$$\frac{PD}{PT} = \frac{0;01;03}{60} \simeq \frac{0;02;03}{117;10}.$$

Or $117;10$ est la distance de la Terre à Mercure exprimée en rayons terrestres, par conséquent le rayon de Mercure vaut $0;02;03$ rayons terrestres, et le diamètre de Mercure vaut donc également $0;02;03$ diamètres terrestres. D'où finalement :

$$\frac{\Delta_{Me}}{dt} = \frac{0;02;03}{1} = \frac{1}{29 + \frac{33}{3600}} \simeq \frac{1}{29}.$$

33. Nous n'avons pas réussi à identifier la table de Sinus utilisée par al-Qabīṣī. Il s'agit certainement d'une table élaborée à l'époque d'al-Qabīṣī permettant d'envisager le calcul du Sinus d'angles dont l'ordre de grandeur est la seconde d'arc.

À la lecture de la présentation par al-Qabīṣī de sa méthode pour calculer le diamètre réel des planètes, on ne peut que remarquer sa volonté de mettre en avant son caractère mathématique. Al-Qabīṣī insiste en effet à plusieurs reprise sur le fait qu'il produit une démonstration, de plus il emploie des méthodes géométriques en se détachant très rapidement des considérations astronomiques et enfin il utilise des tables de Sinus très élaborées pour arriver au résultat escompté.

Cependant, si l'on prend en considération le fait qu'al-Qabīṣī a commis une grossière erreur dans la détermination de la distance de Mercure, remarquée et commentée par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*[34], et que l'on ajoute à cela le caractère hautement artificiel de son recours à une table de Sinus pour s'autoriser à identifier les distances TP et TD alors qu'il a préalablement identifié tacitement $[GD]$ à un diamètre de Mercure, on doit conclure que l'analyse du texte al-Qabīṣī renforce notre hypothèse selon laquelle il est bien la cible de la critique formulée par Kūshyār en préambule de son traité à l'encontre de ceux qui *découragent l'accès vers cela [i.e. la détermination des dimensions célestes] et se donnent de l'importance*. Il semble en effet qu'al-Qabīṣī utilise dans son texte les mathématiques pour asseoir son prestige. Il n'en reste pas moins qu'il est le premier, parmi les auteurs de traités arabes traitant de ce sujet, à avoir produit un ensemble de démonstrations cohérentes des distances et des tailles des planètes et que son travail a fait l'objet d'une large diffusion.

Al-Bīrūnī figure au nombre des lecteurs du texte d'al-Qabīṣī dont il commente la méthode dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, sans pour autant mentionner le résultat obtenu[35]. En partant de la connaissance du diamètre apparent de Mercure, l'angle $\widehat{GDT} = 0^{\circ}; 02; 05$, obtenu rappelons-le en divisant par 15 le diamètre apparent du Soleil, et de la distance moyenne de Mercure à la Terre, voici en quels termes al-Bīrūnī expose la méthode d'al-Qabīṣī :

34. Cf. *infra* page 470.
35. Cf. *infra* page 478.

> Le rapport du Sinus de sa moitié sur le Sinus de son complémentaire qui est l'angle $\widehat{PDT}$, est comme le rapport de PD, le rayon de Mercure, sur TP, sa distance moyenne, et [le rayon] est dès lors connu.

La lecture d'al-Bīrūnī, si elle est fidèle au principe de la méthode d'al-Qabīṣī, montre qu'al-Bīrūnī, agissant ici en mathématicien, a remarqué que cette méthode revient à considérer la tangente de l'angle $\widehat{PTD}$ dans le triangle PTD, considéré comme rectangle par approximation, car $\tan\left(\widehat{PTD}\right) = \dfrac{PD}{PT}$. Comme nous allons le voir dans la section suivante, il s'agit là d'un exemple de l'effort entrepris par al-Bīrūnī pour moderniser les méthodes décrites par ses prédécesseurs.

9.5 La proposition de rédaction d'al-Bīrūnī

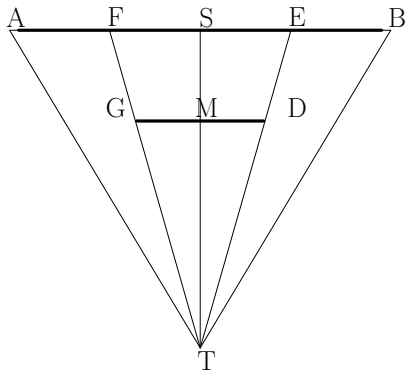
Dans la seconde section du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*, al-Bīrūnī commence par s'intéresser aux méthodes de calcul des diamètres réels des planètes liées au principe des sphères emboîtées avant de conclure par une discussion sur l'importance accordée à la prise en compte des diamètres apparents dans les traités sanskrits, discussion dont nous ne traiterons pas ici. Nous allons montrer que l'exposition par al-Bīrūnī de sa propre méthode consiste en une nouvelle façon de rédiger une démonstration mathématique portant sur des quantités proportionnelles.

En préambule, il faut noter que l'objectif poursuivi par al-Bīrūnī dans les premiers paragraphes de cette seconde section est incontestablement d'ordre théorique[36]. En effet, il encadre l'exposé de sa méthode par une reprise de celles de Ptolémée et d'al-Qabīṣī, que nous avons détaillées plus haut, et il ne fournit aucun résultat numérique quant aux diamètres réels des planètes à l'exception du diamètre réel de Mercure qu'il ne mentionne d'ailleurs qu'afin de convaincre de la justesse de sa méthode.

36. Il s'agit des paragraphes (ψ) et (ω), cf. *infra* page 478.

Pour établir notre thèse, nous allons confronter la présentation d'al-Bīrūnī avec une présentation moderne des calculs conduisant au diamètre réel de Mercure à partir des quatre paramètres employés par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*: distance moyenne du Soleil égale à 1 210^{rt} ; distance moyenne de Mercure égale à 115^{rt} ; rapport de 1 à 15 du diamètre apparent de Mercure à celui du Soleil ; rapport de $5\frac{1}{2}$ à 1 du diamètre réel du Soleil à celui de la Terre. Puis nous allons montrer comment cette présentation moderne s'accorde parfaitement avec le texte d'al-Bīrūnī. Enfin, nous allons établir que la paraphrase que fournit al-Bīrūnī du *Livre des Hypothèses* est rédigée de façon à valider sa proposition en montrant qu'elle aboutit au même résultat que la méthode de Ptolémée.

Pour présenter sa méthode, al-Bīrūnī s'appuie sur la figure suivante[37] dans laquelle T est le centre de la Terre, $[GD]$ est le diamètre de Mercure dont le centre est le point M, et $[AB]$ est le diamètre du Soleil dont le centre est le point S :



Voici en quels termes al-Bīrūnī expose sa méthode[38] :

> Comme le diamètre du Soleil est tel qu'il vaut cinq fois et demie le diamètre de la Terre, et que Mercure occulte de ce diamètre une partie de quinze, cette partie est $0;22$. Ceci est FE

37. Cette figure correspond au cas des planètes inférieures. Al-Bīrūnī l'accompagne de deux autres figures, l'une correspondant au cas des planètes supérieures et l'autre au cas particulier de la Lune lorsque son diamètre apparent coïncide exactement avec celui du Soleil.

38. Cf. *infra* page 478.

> et son rapport à TS, la distance du Soleil qui est selon Ptolémée de 1210, est comme le rapport de GD, le diamètre de Mercure, à TM sa distance moyenne qui est selon Ptolémée 115.
> Et si nous multiplions la partie occultée du diamètre du Soleil par la distance moyenne de la planète et si nous divisons le total par la distance du Soleil, il vient pour le diamètre de la planète une quantité que nous identifions, dans le cas de Mercure, à son diamètre. Il vient de cela que nous donnons : $0;02;05;27$.

Al-Bīrūnī commence donc par déduire de deux des paramètres connus la valeur de FE, puis il obtient l'égalité de rapports $\frac{GD}{FE} = \frac{TM}{TS}$. On constate ici qu'al-Bīrūnī traite de nombres alors qu'il manipule des quantités telle par exemple la distance du Soleil. En effet, al-Bīrūnī ne fait dans ce paragraphe aucune référence au diamètre terrestre lorsqu'il associe le nombre $0;22$ à FE ni au rayon terrestre lorsqu'il avance les nombres 115 et 1210. Enfin, et ce dernier point nous semble décisif, al-Bīrūnī décrit comme une suite d'opérations sur des nombres l'obtention du résultat final : il s'agit d'effectuer une multiplication et de diviser le résultat par un troisième :

$$GD = FE \times TM \ : \ TS.$$

Ce n'est qu'une fois le résultat obtenu qu'il l'interprète comme la valeur du diamètre réel de Mercure en rayons terrestres.

Sur ce point, la concision de la rédaction proposée ici par al-Bīrūnī apparaît en décalage par rapport à celles de ses prédécesseurs que nous avons exposées plus haut. Elle s'avère par contre être en phase avec une présentation moderne du calcul du diamètre réel de Mercure. En effet, en partant des quatre mêmes paramètres et en s'appuyant sur la même figure[39], comme $AB = 5^{dt}\frac{1}{2}$ et $\frac{FE}{AB} = \frac{1}{15}$, on peut aisément calculer la valeur de FE en diamètres terrestres. L'utilisation des triangles semblables dans la figure permet ensuite d'obtenir l'égalité de rapports $\frac{GD}{FE} = \frac{TM}{TS}$. On obtient ainsi le diamètre

39. Cette présentation est similaire à celle que nous avons utilisée dans le chapitre 4, cf. *supra* page 133.

réel de Mercure en rayons terrestres :

$$GD = FE \times TM \ : \ TS.$$

La confrontation de cette présentation moderne avec la rédaction d'al-Bīrūnī montre qu'elles suivent exactement le même enchaînement d'étapes. Or cet enchaînement repose sur un aller-retour entre manipulations de rapports de quantités et opérations arithmétiques comme en atteste le vocabulaire employé par al-Bīrūnī. Notre opinion est qu'al-Bīrūnī est conscient du caractère novateur de sa rédaction et que la structure argumentative dans laquelle il l'a insérée a pour principal objectif d'en montrer la pertinence.

En effet, cette proposition apparaît dans une partie à vocation théorique car al-Bīrūnī y expose plusieurs méthodes sans fournir les résultats qu'elles produisent et le passage que nous venons de citer n'est rien de moins que l'intégralité de l'exposition de sa propre méthode. Plus précisément, al-Bīrūnī fait précéder sa proposition d'une paraphrase du passage du *Livre des Hypothèses* dans lequel Ptolémée expose la dernière étape de sa méthode permettant d'estimer le diamètre réel de Mercure[40]. Nous commençons par reproduire le texte de Ptolémée afin de mieux saisir l'intention d'al-Bīrūnī. Voici ce que dit Ptolémée[41] :

> Il est clair que, avec la mesure qui fait que le diamètre du Soleil vaudrait mille-deux-cent-dix, [...] le diamètre de Mercure vaudrait huit, car cela correspond environ au quinzième de cent-quinze. [...] Le diamètre du Soleil vaut cinq et demi, de la mesure dont le diamètre de la Terre vaut un, et ces cinq et demi correspondent à un deux-cent-vingtième de mille-deux-cent-dix. Si nous reprenons cette mesure avec les chiffres que nous avons posés, nous trouvons que lorsque le diamètre de la Terre est égal à un, [...] le diamètre de Mercure est égal à un vingt-septième environ.

40. Nous avons analysé cette méthode au chapitre 4 et nous en avons donné un résumé en introduction de ce chapitre.

41. Cf. Ptolémée 1993, p. 76-78.

Comme nous l'avons déjà mentionné, le calcul de Ptolémée ne porte que sur des rapports. Par exemple, le rapport du diamètre réel du Soleil au diamètre terrestre est le rapport de $5\frac{1}{2}$ à 1, qui est égal au rapport de 1210 à 220. Suivre l'explication de Ptolémée pour le calcul du diamètre de Mercure, dont le diamètre apparent est affirmé être un quinzième du diamètre du Soleil, conduit à trois étapes distinctes que nous avons résumées précédemment de la façon suivante :

$$(1)\ \frac{AB}{FE} = \frac{TS}{TM} = \frac{1210}{115}$$

$$(2)\ \frac{AB}{GD} = \frac{AB}{FE} \times \frac{FE}{GD} = \frac{1210}{115} \times \frac{1}{\frac{1}{15}} \simeq \frac{1210}{8}$$

$$(3)\ \frac{GD}{t.d.} = \frac{GD}{AB} \times \frac{AB}{t.d.} = \frac{8}{1210} \times \frac{1210}{220} = \frac{8}{220} \simeq \frac{1}{27}$$

L'étape (1) donne le rapport des distances moyennes, l'étape (2) incorpore l'information sur le diamètre de la partie occultée par Mercure et l'étape (3) utilise l'information sur le diamètre du Soleil.

Et voici comment al-Bīrūnī rapporte les propos de Ptolémée[42] :

> En ce qui concerne la méthode de Ptolémée, il a divisé le diamètre du Soleil, pour des grandeurs à même distance que lui, de sorte que le diamètre de la Terre en compte deux-cent-vingt, ce qu'il a conservé comme base. Ensuite il a pris de la distance moyenne de la planète ce qui est occulté du Soleil. Par exemple pour Mercure, le produit est $7;40$, qui est le diamètre de Mercure avec la base conservée, et si on le convertit dans la mesure dont le diamètre de la Terre est un on a : $0;2;5;27$.

42. Cf. *infra* page 478.

La paraphrase d'al-Bīrūnī met bien en avant le principe de la méthode de Ptolémée qui consiste à manipuler des rapports de grandeurs en passant d'une grandeur de référence, qu'al-Bīrūnī désigne comme une base (أصلاً)[43], à une autre. On peut donc considérer que la synthèse que fait al-Bīrūnī de la méthode de Ptolémée est bien conforme à celle-ci.

Mais en ce qui concerne les valeurs mentionnées par al-Bīrūnī lorsqu'il considère l'exemple de Mercure, on ne peut que noter que celles-ci diffèrent de celles fournies par Ptolémée. En effet, Ptolémée recoure à deux approximations (marquées par le symbole $\simeq$ dans les équations ci-dessus), dont seule la première est indiquée au lecteur à l'aide du terme «environ». Or ces deux approximations n'apparaissent pas dans la reprise d'al-Bīrūnī qui ne les signale même pas. En effet, alors que Ptolémée indique que le quotient de 115 par 15 est environ 8, al-Bīrūnī produit la valeur exacte $7;40$. Ensuite, alors que Ptolémée indique que le rapport de 8 à 220 est comme le rapport de 1 à 27, ce qui est une approximation tacite puisque $\frac{8}{220} = \frac{1}{27\frac{1}{2}}$, al-Bīrūnī produit une valeur numérique précise, en l'occurrence une troncature au quatrième rang sexagésimal $(0;02;05;27)$, du quotient de $7;40$ par 220. Or, dans la première section du chapitre, al-Bīrūnī a systématiquement souligné les approximations faites par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* lors des calculs des distances des planètes. Par conséquent, la substitution à la valeur du diamètre réel de Mercure indiquée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* d'une valeur plus précise, qu'effectue silencieusement al-Bīrūnī, ne peut se comprendre que parce que cette valeur corrobore le résultat qu'il va obtenir en appliquant sa propre méthode de calcul dès le paragraphe suivant. Nous soutenons donc que la paraphrase du texte de Ptolémée produite à cet endroit par al-Bīrūnī est effectivement destinée à corroborer sa propre présentation du calcul du diamètre de Mercure.

43. Le terme أصلاً désigne un principe ou un fondement, cf. R. Rashed 2017, p. 10-13. Nous avons choisi de le rendre par *base* car nous le comprenons comme une grandeur de référence par rapport à laquelle les autres sont évaluées.

Cette conclusion nous semble de plus renforcée par le fait qu'immédiatement après avoir formulé sa proposition, al-Bīrūnī décrit la méthode d'al-Qabīṣī qui s'appuie, comme nous l'avons vu dans la section précédente, sur des considérations trigonométriques et apparaît donc évidemment comme distincte de celle de Ptolémée.

Ainsi la structure argumentative dans laquelle al-Bīrūnī a inséré sa proposition montre que celle-ci doit également être comprise comme une méthode distincte de celle de Ptolémée, non en ce qu'elle utiliserait d'autres outils tels ceux de la trigonométrie, mais bien en ce qu'elle ouvre la possibilité d'un calcul sur les quantités en tant que nombres libéré des contraintes liées à l'obligation de ne considérer que des rapports.

Un autre point, pourtant anodin en apparence, nous semble fournir une explication quant au fait qu'al-Bīrūnī a profité de la section dédiée aux méthodes de détermination du diamètre réel des planètes pour faire une proposition de nature purement mathématique. Il se trouve que ces méthodes reposent toutes sur la connaissance préalable de la distance du Soleil à la Terre. Or nous allons voir dans la section suivante qu'al-Bīrūnī a de forts doutes quant à la possibilité même de déterminer cette distance. Par conséquent, si la distance du Soleil n'est pas une donnée fiable, toutes les valeurs numériques obtenues en appliquant des méthodes dépendant de cette distance deviennent inconsistantes et il n'est pas utile de les mentionner. On notera pour conclure sur ce point que c'est pour une raison similaire, à savoir la détection d'une incohérence théorique, qu'al-Bīrūnī n'a pas produit les distances des planètes qui dérivent de ce qu'il désigne comme la méthode des Indiens[44].

44. Nous avons décrit ce qu'al-Bīrūnī a perçu dans les textes sanskrits comme une méthode de calcul des distances des planètes au chapitre 2, cf. *supra* pages 52 et suivantes. Concernant les arguments d'al-Bīrūnī pour réfuter la méthode des Indiens, cf. *infra* page 463. Pour notre analyse de ces arguments, cf. Loizelet 2019.

9.6 La proposition de prise en compte de la corporéité des astres formulée par al-Bīrūnī

Outre la distance du Soleil, le calcul du diamètre réel d'une planète nécessite la connaissance préalable de sa distance moyenne. Cependant, dans le contexte de la résolution du problème du rang du Soleil, al-Bīrūnī soutient que la méthode usuelle de calcul des distances aboutit à des distances sous évaluées car la méthode des sphère emboîtées est appliquée en considérant les planètes comme des points et non comme des corps. Il préconise alors de prendre en compte les diamètres des planètes dans le calcul des distances[45]. Il s'agit ici encore d'une proposition d'ordre théorique car rien dans le texte d'al-Bīrūnī ne suggère qu'il ait cherché à la mettre en œuvre. Après avoir analysé le contexte argumentatif dans lequel al-Bīrūnī formule cette proposition, ce qui nous conduira à exposer les doutes d'al-Bīrūnī quant à la méthode de calcul de la distance du Soleil employée par Ptolémée dans l'*Almageste*, nous allons envisager sa mise en œuvre de façon à faire apparaître les difficultés mathématiques engendrées par le fait que, comme nous l'avons vu dans l'ensemble des méthodes que nous avons analysées dans ce chapitre, le calcul du diamètre réel d'une planète nécessite la connaissance préalable de sa distance à la Terre. Nous allons ensuite implémenter la correction suggérée par al-Bīrūnī de façon à pouvoir évaluer son efficacité. Pour conclure, nous examinerons ce qui nous semble être une implémentation par al-'Urḍī, au XIII^{e} siècle, de la proposition d'al-Bīrūnī sous des hypothèses affaiblies en simplifiant la mise en œuvre.

L'application de la méthode de résolution du problème du rang du Soleil formulée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* conduit à un écart entre la distance maximale de Vénus obtenue – $1\ 095^{rt}; 52$ avec les paramètres de l'*Almageste* ; 1079^{rt} avec les paramètres du *Livre des Hypothèses*; $1134^{rt}; 23$ avec les paramètres d'al-Bīrūnī – et la distance minimale du Soleil, 1160^{rt}, déduite de la méthode *ad-hoc* utilisée par Ptolémée dans le livre V

45. Cf. *infra* notre traduction du paragraphe (θ) page 466.

de l'*Almageste*[46]. Pour pouvoir déduire de ces résultats que le Soleil suit immédiatement Vénus dans l'arrangement des astres errants, il faut proposer une explication raisonnable à la survenue de cet écart. En effet, on ne peut considérer qu'il y a un espace vide entre les sphères de ces deux corps, car ceci reviendrait *de facto* à contredire le principe de calcul des distances. De plus, l'ordre de grandeur de cet écart est celui de la distance de la Terre à la Lune et ce problème ne peut donc être passé sous silence.

Dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée invoque un argument lié à la méthode qu'il a utilisée dans l'*Almageste* pour calculer la distance du Soleil[47]:

> Chaque fois que l'on augmente la distance de la Lune, on doit diminuer la distance du soleil et réciproquement, alors si nous augmentons même faiblement la distance de la Lune mentionnée, la distance du Soleil, celle qui est proche de la plus grande distance de Vénus, diminue, et la rejoint.

Comme nous l'avons remarqué à l'occasion de l'analyse que nous avons faite de ce passage au chapitre 4[48], l'argument de Ptolémée revient à admettre la déraisonnable sensibilité de la méthode de calcul de la distance du Soleil employée dans l'*Almageste*. Cela affaiblit alors considérablement l'argumentation déployée dans le *Livre des Hypothèses*.

Il est important de rappeler ici que la détermination de la distance du Soleil par Ptolémée a fait l'objet de nombreux doutes. Cette distance était-elle effectivement un résultat ou bien était-elle plutôt un objectif prédéfini à atteindre d'une manière ou d'une autre ? Kepler note par exemple que[49] :

46. Nous avons présenté en détail cette méthode au chapitre 3. Nous renvoyons ici à notre présentation, cf. *supra* pages 74 à 80.

47. Cf. Ptolémée 1993, p. 66.

48. Cf. *supra* page 118.

49. Notre traduction à partir de l'édition latine d'un passage des *Hyperaspistes* rédigés en 1625, cf. Kepler 1955, p. 414. Carman donne un aperçu de la profondeur historique de ce point de vue, cf. Carman 2009, p. 207. Signalons de plus qu'Henderson a montré avec rigueur comment les données d'observation obtenues par Reinhold au XVI^{e} siècle avaient été manipulées par leur auteur pour le conduire à retrouver une valeur de la distance du Soleil conforme à celle figurant dans l'*Almageste*, cf. Henderson 1973.

> Si quelqu'un examine attentivement la méthode que Ptolémée a utilisée pour obtenir l'altitude [i.e. la distance à la Terre] du Soleil, il louera la remarquable construction de sa démonstration, mais jugera ses assomptions très douteuses, car [elles apparaissent comme des hypothèses] *ad hoc* et biaisées dans le but d'atteindre ce que Ptolémée aurait tenu des anciens.

Ce que Kepler pointe par cette remarque est la faiblesse inhérente à la méthode elle-même. En effet, celui qui cherche à reproduire les résultats obtenus par Ptolémée, ou bien en repartant des données de Ptolémée, ou bien en se fondant sur des données provenant d'un autre jeu d'observations, se retrouve, en raison de la «variation d'une ampleur alarmante de la distance du Soleil en regard des changements apparemment mineurs dans la procédure de calcul» décrite par Abers et Kennel[50], «face au problème de réconcilier ses propres calculs avec des observations ainsi qu'avec ceux des uns et des autres».

Pour mettre en lumière les difficultés que soulève ce problème inhérent à la méthode de calcul de la distance du Soleil de Ptolémée, il nous suffira de signaler que Carman a montré que le choix des éclipses de Ptolémée pour la détermination des paramètres α et β – les deux angles qui interviennent dans la méthode à côté de la distance maximale de la Lune – a une influence majeure sur le résultat que l'on obtient. En effet, en utilisant deux autres couples d'éclipses mentionnées dans l'Almageste et de magnitude comparable, Carman produit deux distances moyennes très distinctes pour le Soleil, respectivement $629,96$ rayons terrestres et $6\ 597,14$ rayons terrestres[51]. Or la première de ces deux distances correspond approximativement à la distance moyenne de Vénus ($622,50$ rayons terrestres) et la seconde est suffisante pour que Mars puisse s'intercaler entre Vénus et le Soleil. Par conséquent, chacune de ces deux valeurs conduit à contredire la conclusion de Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* quant à l'arrangement des astres errants.

50. Cf. Abers et Kennel 1975, p. 134.
51. Cf. Carman 2009, p. 222-224.

D'autre part, plusieurs éléments permettent de se convaincre des doutes exprimés par al-Bīrūnī quant à la fiabilité de la méthode de Ptolémée et quant à l'exactitude du résultat obtenu.

En premier lieu, on peut déceler dans le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* une critique à l'encontre de la détermination de la distance du Soleil effectuée par Ptolémée dans l'*Almageste*. En effet, après avoir dérivé la plus grande distance du Soleil de sa distance la plus petite, qu'il prend égale à la distance maximale de Vénus, al-Bīrūnī mentionne allusivement la distance du Soleil de Ptolémée[52] :

> Ptolémée n'indique, pour l'observation de l'éclipse dont il tire la distance, aucune date qu'il utiliserait pour connaître la situation.

La situation qu'évoque ici al-Bīrūnī est la configuration de la Terre et des deux luminaires que suppose la méthode de Ptolémée, et al-Bīrūnī regrette ici que cette configuration ne soit qu'hypothétique. En effet, dans le livre V de l'*Almageste*, Ptolémée a utilisé des éclipses durant lesquelles les positions des deux luminaires ne faisaient qu'approcher cette configuration spécifique.

On trouve un second indice de la défiance d'al-Bīrūnī vis-à-vis de la distance du Soleil obtenue par Ptolémée dans le chapitre VII.11 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* dédié à la parallaxe de la Lune et à la détermination des distances des deux luminaires. Dans ce chapitre, al-Bīrūnī prend finalement le parti de reproduire la méthode de l'*Almageste*, mais seulement après avoir expliqué qu'il n'a pas rencontré de circonstances observationnelles qui lui auraient permis de vérifier le résultat de Ptolémée et avoir indiqué que «le Soleil est encore incommensurable par nos instruments et reste un objet de conjectures»[53].

Les deux passages précédents paraissent indiquer qu'al-Bīrūnī considère que la valeur de la distance du Soleil obtenue par Ptolémée est sujette à caution, principalement en raison du fait qu'il ne peut ni vérifier les observations sur lesquelles se fonde Ptolémée, ni en produire de nouvelles lui permettant

52. Cf. *supra* page 475.
53. Cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, t. 1, p. lvii.

de reproduire le résultat. Kennedy a par ailleurs remarqué dans le *Traité sur les Ombres* une tentative avortée d'al-Bīrūnī pour obtenir la distance du Soleil selon une méthode de son cru[54].

À ce stade, nous avons donc établi les trois points suivants :

- L'analyse de l'argumentation développée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil montre qu'il est nécessaire de fournir un contrepoint convaincant à l'existence d'un écart non négligeable entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil ;

- Le contrepoint proposé par Ptolémée est convaincant du point de vue numérique, mais il met en avant le manque de fiabilité de sa méthode du calcul de la distance du Soleil et contribue ainsi à considérer la distance qu'il obtient ($1\ 210^{rt}$) comme sujette à caution.

- Étant donné le manque d'informations sur les éclipses utilisées par Ptolémée pour effectuer ces calculs et l'impossibilité de reproduire la valeur de la distance du Soleil, al-Bīrūnī considère que cette valeur ne peut être tenue pour certaine et que la méthode elle-même est problématique.

Il nous semble indiscutable qu'al-Bīrūnī a saisi qu'il était important de produire une justification plausible à la survenue d'un écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil à partir de l'argumentation déployée par Ptolémée pour résoudre le problème du rang du Soleil. Cependant al-Bīrūnī ne mentionne pas la proposition de Ptolémée qui mobilise sa méthode de calcul de la distance du Soleil. Notre hypothèse est ici qu'al-Bīrūnī a fait ce choix sciemment, en raison de sa défiance vis-à-vis de cette méthode et de la façon dont Ptolémée a justifié la valeur de la distance du Soleil. Cependant, et cette attitude est une constante de la façon dont il envisage les théories de ses prédécesseurs, al-Bīrūnī n'a pas considéré cette

54. Cf. Al-Bīrūnī 1976, t. 1, p. 263-267; 272-273 pour la traduction de Kennedy des passages concernés et ibid., t. 2, p. 164-166; 172-174 pour ses commentaires. Pour une édition du texte arabe, cf. Al-Bīrūnī 1948a.

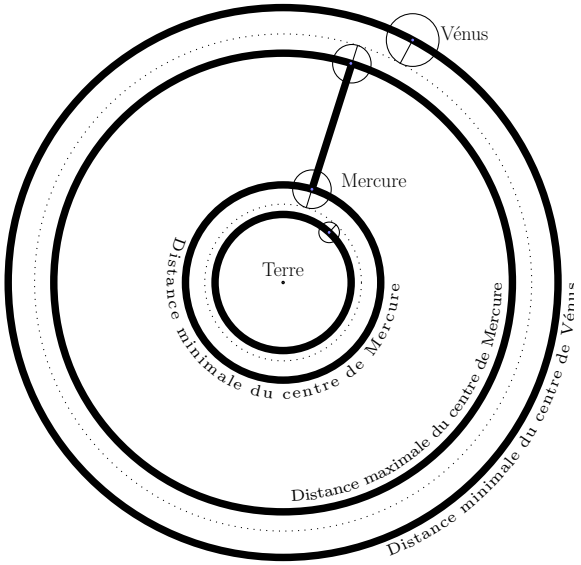
faiblesse de l'argumentation de Ptolémée comme rédhibitoire , mais a cherché une voie alternative, ce qui l'a conduit à formuler la proposition dont nous allons maintenant examiner la teneur et la portée.

Voici le contrepoint que propose al-Bīrūnī au fait que les calculs font apparaître un écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil[55] :

> C'est en raison [du fait] que la distance de l'astre est celle du centre de son corps, et non pas celle de la limite de sa sphère. Car la sphéricité du corps de l'astre rend nécessaire un espace en sus de la distance maximale et en deçà de la distance minimale, de la grandeur de son rayon, et elle rend nécessaire un excédent grâce auquel la sphère contenante rejoint les orbes qu'elle contient. De même, tant qu'on prend ces distances [sans excédent], on n'échappe pas aux défauts de la négligence. Ainsi devient tolérable ce que nous avons mentionné concernant la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil.

Ce que propose ici al-Bīrūnī est la prise en compte du rayon du corps des astres pour ajuster les calculs. En effet la méthode des sphères emboîtées permet de déterminer, de proche en proche et à l'aide des rapports entre distance minimale et distance maximale tirés des modèles géométriques, la distance des centres des astres à la Terre. Al-Bīrūnī remarque avec raison qu'il s'agit ici d'une approximation, car si la distance maximale à la Terre du centre d'un astre était exactement égale à la distance minimale du centre de l'astre suivant, il n'y aurait bien évidemment pas de place pour que leurs corps se croisent dans cette configuration. La proposition d'al-Bīrūnī peut donc être décrite à l'aide de la figure suivante :

55. Cf. *infra* notre traduction du paragraphe (θ) page 466.



Dans cette figure, la plus grande distance de l'extrémité du corps de la Lune, notre point de départ, est égale à la plus petite distance de l'extrémité du corps de Mercure. Puis la différence entre celle-ci et la plus petite distance de son centre correspond au rayon de Mercure. Ensuite, le rapport entre la plus petite distance du centre de Mercure et la plus grande distance de son centre est connu à partir du modèle géométrique de Mercure. À nouveau, la différence entre la plus grande distance du centre de Mercure et la plus grande distance de l'extrémité de son corps correspond au rayon de Mercure. Enfin, la plus grande distance de l'extrémité du corps de Mercure est égale à la plus petite distance de l'extrémité du corps de Vénus. Ainsi cette figure montre clairement que la mise en œuvre de la proposition d'al-Bīrūnī augmente automatiquement les valeurs calculées des distances des astres errants.

Avant de s'interroger sur l'efficacité de la proposition d'al-Bīrūnī pour réduire significativement l'écart entre la distance maximale de Vénus ainsi calculée et la distance minimale du Soleil, il faut noter d'emblée qu'al-Bīrūnī ne met pas en œuvre sa proposition. Du reste il ne l'évoquera plus dans la suite de son traité. Il peut y avoir plusieurs raisons à ce fait et nous allons examiner ci-dessous la complexité mathématique inhérente à l'implémentation de la proposition d'al-Bīrūnī qui pourrait être une de ces raisons. Mais avant cela, il faut souligner que la raison pourrait être uniquement d'ordre

rédactionnel. En effet, les textes qui traitent de l'étude des distances de la Terre et de la taille du corps des planètes suivent tous, à notre connaissance, une séquence claire dans le traitement de ces deux types de dimensions : les distances des étoiles sont étudiées dans une première partie, et le diamètre et les volumes des corps dans une seconde, et le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī ne déroge pas à cette organisation commune. Il est en effet scindé en deux sections, la première traitant de l'arrangement et des distances des sphères des astres et la seconde traitant de leurs diamètres et leurs volumes. Par conséquent, la mise en œuvre de la proposition d'al-Bīrūnī impliquerait de mêler deux sections habituellement distinctes et c'est peut-être la raison pour laquelle il ne revient pas, après avoir expliqué la façon dont on peut obtenir le diamètre d'un corps dans la seconde section, sur sa proposition concernant le calcul des distances.

Nous abordons maintenant la mise en œuvre de la proposition d'al-Bīrūnī et deux questions se posent :

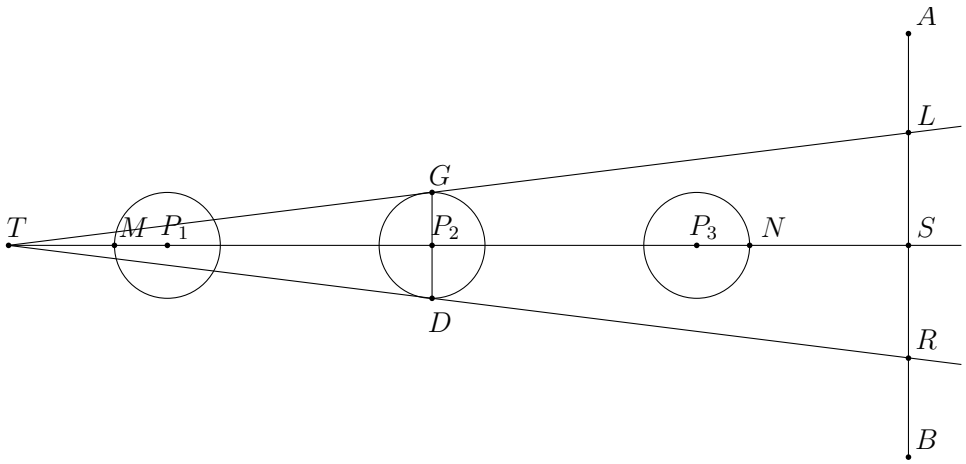
1. Est-il possible d'effectuer les calculs de la distance d'une planète étant donné que la méthode de détermination du diamètre d'une planète nécessite la connaissance préalable de la distance moyenne de cette planète ?

2. Si ces calculs sont possibles, quelle diminution de l'écart entre la plus grande distance de Vénus et la plus petite distance du Soleil produisent-ils ?

Notre réponse à la première question n'est pas entièrement satisfaisante. En effet, nous avons pu effectuer ces calculs en employant des techniques mathématiques évidemment anachroniques, mais c'est une chose que de suivre les étapes des calculs d'al-Bīrūnī et c'en est une autre que de produire une nouvelle preuve conforme à son style. Cette réserve étant posée, nous détaillons ici les calculs que nous avons effectués dans le cas de Mercure qui est le premier astre, selon l'arrangement usuel des astres errants, dont on ignore le diamètre et la distance moyenne. En effet, à partir de la figure au moyen de laquelle nous avons représenté la proposition d'al-Bīrūnī[56], notre point

56. Cf. *supra* page 407.

de départ est la plus grande distance de l'extrémité du corps de la Lune, obtenu comme la somme de la plus grande distance du centre de la Lune et de son rayon, qui est égale à la plus petite distance de l'extrémité du corps de Mercure (M). Nous nous appuierons sur la figure suivante dans laquelle le centre de la Terre est le point T, le diamètre du Soleil, représenté à sa distance moyenne, est le segment $[AB]$, et Mercure est représenté trois fois selon que la distance du centre de Mercure au centre de la Terre est la plus petite distance (P_1), la distance moyenne (P_2) ou la plus grande (P_3). L'objectif est alors de déterminer la plus grande distance à la Terre de l'extrémité du corps de Mercure (N) ainsi que le diamètre de Mercure $[GD]$:



À partir des données du problème, on obtient plusieurs égalités de rapports[57] :

- La plus petite distance de l'extrémité du corps de Mercure qui correspond à la plus grande distance de l'extrémité du corps de la Lune:

$$\frac{TM}{rt} = \frac{64;33;36;43}{1} \ ;$$

57. Les valeurs mentionnées sont toutes tirées du traité d'al-Bīrūnī, à l'exception de la plus grande distance de l'extrémité du corps de la Lune que nous avons obtenu en ajoutant son rayon ($0^{rt};17;36;43$) à la distance maximale de son centre au centre de la Terre ($64^{rt};16$). À l'instar d'al-Bīrūnī, nous produisons des valeurs numériques tronquées au quatrième rang sexagésimal.

- Le rapport des distances extrémales du centre de Mercure tiré du modèle géométrique de son mouvement en longitude :

$$\frac{TP_3}{TP_1} = \frac{61}{23} \ ;$$

- La portion du diamètre du Soleil occultée par Mercure lorsqu'ils sont tous deux à leur distance moyenne de la Terre :

$$\frac{LR}{AB} = \frac{1}{15} \ ;$$

- La distance moyenne du Soleil ainsi que son diamètre :

$$\frac{TS}{rt} = \frac{1210}{1} \quad \text{et} \quad \frac{AB}{dt} = \frac{5;30}{1} \ ;$$

- Le rayon et le diamètre de Mercure sont des constantes d'où :

$$\frac{MP_1}{rt} = \frac{NP_3}{rt} = \frac{GD}{dt}.$$

Il s'agit alors de déterminer un équivalent numérique du rapport $\frac{TN}{rt}$.

En exploitant les inégalités de rapports ci-dessus, il vient:

$$\frac{TN}{rt} = \frac{TP_3}{rt} + \frac{P_3N}{rt} = \frac{TP_3}{TP_1} \times \frac{TP_1}{rt} + \frac{GD}{dt} = \frac{TP_3}{TP_1} \times \left(\frac{TM}{rt} + \frac{GD}{dt} \right) + \frac{GD}{dt} \quad (1)$$

À l'exception du rapport $\frac{GD}{td}$ qui correspond au diamètre de Mercure, tous les rapports intervenant dans ce calcul sont connus. Par conséquent l'objectif sera atteint dès lors que l'on aura déterminé ce rapport.

Le calcul du diamètre de Mercure donne alors :

$$\frac{GD}{dt} = \frac{GD}{LR} \times \frac{LR}{AB} \times \frac{AB}{dt} = \frac{TP_2}{rt} \times \frac{rt}{TS} \times \frac{LR}{AB} \times \frac{AB}{dt} \quad (2)$$

À l'exception du rapport $\frac{TP_2}{rt}$ qui correspond à la distance moyenne de Mercure, tous les rapports intervenant dans ce calcul sont connus. Par conséquent l'objectif sera atteint dès lors que l'on aura déterminé ce rapport.

Le calcul de ce rapport donne alors :

$$\frac{TP_2}{rt} = \frac{1}{2}\frac{TP_1 + TP_3}{rt} = \frac{1}{2} \times \frac{TP_1}{rt} \times \left(1 + \frac{TP_3}{TP_1}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{TM}{rt} + \frac{GD}{dt}\right) \times \left(1 + \frac{TP_3}{TP_1}\right) \quad (3)$$

À l'exception du rapport $\frac{GD}{td}$, tous les rapports intervenant dans ce calcul sont connus.

Par conséquent la combinaison des équations (2) et (3) conduit à une équation du premier degré dans laquelle la seule inconnue est le rapport $\frac{GD}{td}$:

$$\frac{GD}{dt} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{TM}{rt} + \frac{GD}{dt}\right) \times \left(1 + \frac{TP_3}{TP_1}\right) \times \frac{rt}{TS} \times \frac{LR}{AB} \times \frac{AB}{dt}.$$

La résolution de cette équation du premier degré aboutit à:

$$\frac{GD}{dt} = \frac{0;02;08;41}{1}.$$

En substituant ce résultat dans l'équation (1), on obtient le résultat cherché:

$$\frac{TN}{rt} = \frac{171;21;19;31}{1}.$$

Le calcul ci-dessus démontre qu'il est possible de mettre en œuvre la proposition d'al-Bīrūnī. Du point de vue mathématique, notre démarche a consisté à ramener le problème initial à la résolution d'une équation du premier degré dont l'inconnue est un rapport. Bien que nous ayons décrit la méthode de calcul des diamètres telle qu'exposée par al-Bīrūnī comme une proposition mathématique montrant la possibilité de l'utilisation d'opérations de type arithmétique sur les nombres dont sont formés des rapports, notre méthode de calcul nous semble nécessiter non seulement de mettre sur le même plan les nombres et les rapports, mais aussi de disposer de nota-

tions suffisamment maniables pour pouvoir résoudre l'équation du premier degré auquel le problème se ramène. Par conséquent, il n'est pas ici question de supposer un rapprochement entre notre résolution de ce problème, qui n'avait pour but que de montrer qu'il était possible de le résoudre, et une éventuelle tentative d'al-Bīrūnī. En effet, s'il avait souhaité mettre en œuvre sa proposition, il est certain qu'al-Bīrūnī aurait procédé autrement, ou bien en s'appuyant sur sa maîtrise de la théorie des proportions, ou bien, plus probablement, en utilisant une procédure itérative que le caractère récursif du problème laisse envisager.

En ce qui concerne la seconde question, nous avons pu estimer la diminution de l'écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil qui résulte de la mise en œuvre de la proposition d'al-Bīrūnī. En effet, une fois le cas de Mercure résolu, nous avons poursuivi les calculs jusqu'à obtenir la plus grande distance de l'extrémité du corps de Vénus. Nous avons obtenu 1 143; 07; 47; 51 rayons terrestres. D'autre part, selon le modèle géométrique du Soleil d'al-Bīrūnī, la plus petite distance de l'extrémité du corps du Soleil est 1 162; 30 rayons terrestres. Ainsi l'écart entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil passe de $33^{rt}; 37$, selon les distances mentionnées par al-Bīrūnī, à $19^{rt}; 22$ après implémentation de sa proposition de prise en compte de la corporéité des astres. Ceci correspond à une baisse de 42% de l'écart, dont plus d'un tiers est du à la prise en compte du seul rayon du Soleil ($5^{rt}; 30$). Cependant l'ordre de grandeur nous semble encore trop important pour considérer que la propostion d'al-Bīrūnī apporte une réponse satisfaisante au problème initial. Ceci tend donc à confirmer qu'al-Bīrūnī n'a pas mis en œuvre sa proposition qu'il faut donc considérer comme théorique, à l'instar de son traitement du calcul des diamètres en général.

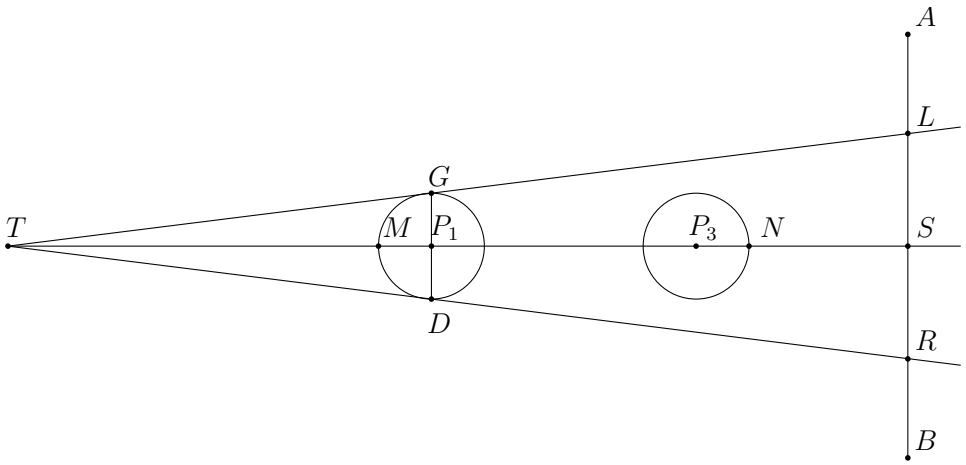
Pour conclure, nous devons signaler ici un texte rédigé au XIII^{e} siècle dans lequel l'auteur met en œuvre une procédure itérative lui permettant de prendre en compte la corporéité des planètes dans le calcul de leur distance. Il s'agit du chapitre du *Kitāb al-Hay'ah* de Mu'ayyad al-Din al-'Urḍī (mort en

1266), un acteur majeur de la construction de l'observatoire de Marāgha[58]. Les distances et les tailles produites dans ce texte sont telles que l'auteur en déduit que le Soleil succède à Mars dans l'arrangement des astres[59]. La procédure itérative simple permettant à al-'Urḍī de calculer les distances des planètes en tenant compte de leur diamètre[60] est rendue possible grâce à une modification substantielle d'un des paramètres utilisés par Ptolémée et par al-Bīrūnī pour calculer le diamètre des planètes. En effet, al-'Urḍī considère que le rapport du diamètre apparent de la planète au diamètre apparent du Soleil ($\frac{LR}{AB}$) a été obtenu alors que la planète était à sa distance minimale à la Terre (TP_1) et non à sa distance moyenne (TP_2) comme stipulé par Ptolémée et al-Bīrūnī. En nous appuyant sur la figure suivante – dans laquelle nous n'avons représenté Mercure qu'à distance minimale et maximale –, et en comparant l'équation du premier degré dont l'inconnue est encore le rapport $\frac{GD}{dt}$ que nous obtenons selon une analyse similaire à celle que nous avons conduite pour mettre en œuvre la méthode d'al-Bīrūnī, on peut constater que le changement dans l'interprétation de ce rapport par al-'Urḍī conduit à une simplification majeure du calcul :

58. L'intégralité du traité d'al-'Urḍī a été édité par Saliba en utilisant comme base le manuscrit de la Bodlean Library *Ms. March 621*, cf. Al-'Urḍī 1990.

59. Swerdlow (Swerdlow 1968) a intégré à son étude les distances et les tailles mentionnées dans le manuscrit de la Bodlean Library *Ms. March 621* avant que Saliba n'identifie ce texte avec le *Kitāb al-Hay'ah* d'al-'Urḍī, cf. Saliba 1979.

60. Pour les détails de cette procédure, nous renvoyons ici à l'article que Goldstein et Swerdlow lui ont consacré, cf. Swerdlow et Goldstein 1970.



$$\frac{GD}{dt} = \left(\frac{TM}{rt} + \frac{GD}{dt}\right) \times \frac{rt}{TS} \times \frac{LR}{AB} \times \frac{AB}{dt}.$$

Bien qu'il soit établi qu'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* était lu à Maraghah au XIII^e^ siècle, il n'est pas possible d'affirmer que la méthode d'Al-'Urḍī résulte d'une tentative de mise en œuvre de la proposition formulée par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6[61]. Cependant, si tel était le cas, il est possible que la modification apportée par al-'Urḍī à l'interprétation du rapport du diamètre apparent des planètes à celui du Soleil soit une conséquence de sa volonté de mettre en œuvre la proposition d'al-Bīrūnī[62].

9.7 Synthèse des pratiques mathématiques observées

Il ressort de notre analyse des méthodes de détermination du diamètre réel des planètes que deux tendances fortes agissent de concert : la première tendance est la quête de simplicité et d'efficacité des méthodes proposées

61. Il faut noter ici qu'al-'Urḍī ne cite généralement pas ses sources, cf. AL-'URḌĪ 1990, p. 43.

62. Swerdlow et Goldstein, sans avoir fait de rapprochement avec la proposition d'al-Bīrūnī, comprennent d'ailleurs la modification d'interprétation d'al-'Urḍī comme relevant de la nécessité de simplifier les calculs, cf. SWERDLOW et GOLDSTEIN 1970, p. 143.

que l'on a vu à l'œuvre chez al-Battānī et Kūshyār, qui se placent tous deux du point de vue de l'observateur et du praticien, ainsi que chez al-Bīrūnī qui adopte ici un point de vue de mathématicien ; la seconde tendance est la volonté affichée par al-Qabīṣī et al-Bīrūnī d'intégrer les résultats sur les dimensions célestes à l'édifice de l'astronomie mathématique dont l'*Almageste* est le pilier.

Ces tendances contribuent à l'abandon progressif des considérations sur les rapports que Ptolémée avait été contraint de dévolopper dans le *Livre des Hypothèses* pour arriver à déterminer le diamètre réel des planètes. De façon plus générale, les contraintes formelles inhérentes aux mathématiques classiques, qui constituent pourtant le cadre dans lequel les mathématiciens de cette période inscrivent leurs travaux, sont relayées au second plan en raison justement du primat accordé à l'efficacité et à la simplicité. D'autre part, étant donné que la détermination des dimensions célestes n'est qu'un chapitre spécifique de l'astronomie, il ne s'agit probablement ici que de l'illustration d'un phénomène commun à l'ensemble des sciences qui recourent à des mathématiques avancées.

Symétriquement, les deux tendances que nous venons de mentionner concourent à l'émergence d'un nouveau contexte mathématique. Il n'est pas question ici de décrire précisément ce nouveau contexte, mais seulement de signaler certains aspects de la dynamique que notre analyse des méthodes de détermination du diamètre réel des planètes a mise en lumière.

Le premier de ces aspects tient à la notion d'angle. En effet alors que les angles correspondent dans les mathématiques classiques à des longueurs d'arc sur des cercles de rayons déterminés, et que par conséquent le passage d'un cercle donné à un autre cercle nécessite une justification rigoureuse, le recours systématique aux fonctions trigonométriques, et en particulier au Sinus, permet de réduire le nombre de manipulations de rapports nécessaire à l'obtention d'une quantité à partir de données sur des angles. On constate ce type de simplication dans les méthodes proposées par al-Battānī et par al-Qabīṣī.

Du point de vue géométrique, notre reconstruction de la démarche de Kūshyār – démarche qui l'a conduit d'un schéma représentant une situation réelle au diagramme abstrait dont il préconise l'utilisation – a mis en évidence une conséquence de la systématisation de l'utilisation du Sinus des angles en astronomie, plutôt que de leurs cordes, lors de la schématisation de situations réelles : cet usage a automatiquement pour effet de délimiter la figure ainsi obtenue par deux droites orthogonales dont le point de concours est un des coins de la figure. Même si rien ne prouve à ce stade qu'il ne s'agit pas là d'une simple coïncidence, cette configuration se trouve être similaire à celles auxquelles al-Khayyām recourra méthodiquement à la fin du XI^{e} siècle, dans son *Traité d'algèbre* dont l'enjeu est cette fois mathématique, afin de démontrer ses constructions des solutions des équations du troisième degré.

Cette analyse de la démarche de Kūshyār nous a permis de comprendre qu'il l'a décrite lui-même comme la transformation d'une figure en une autre. Il utilise à cette fin deux transformations, une homothétie et une translation, non pas sur l'ensemble de la figure initiale mais chacune sur une partie distincte de cette figure. Le fait que la démarche de Kūshyār, que nous avons qualifié d'expérience de pensée, produise le résultat escompté ne nous semble pas pouvoir être le fruit du hasard, mais bien celui d'une utilisation maîtrisée de certaines transformations et de leurs effets sur les configurations géométriques usuelles.

Toutefois l'aspect le plus important de la dynamique à l'œuvre dans les méthodes de détermination du diamètre réel des planètes que nous avons analysées nous semble avoir trait au rapprochement entre quantités et nombres. Le premier indice en ce sens vient encore du texte d'al-Battānī dans lequel celui-ci raisonne sur les angles comme sur des quantités qu'il cherche à exprimer comme des nombres. Dans le cas d'al-Battānī, il s'agit davantage d'une proposition pratique que d'une avancée théorique. En ce sens, les contributions de Kūshyār et d'al-Bīrūnī sont bien plus abouties. En effet, l'utilisation de l'algorithme proposé par Kūshyār conduit *de facto* l'utilisateur à passer outre la contrainte d'homogénéité, indépassable dans le cadre des travaux des mathématiciens, en l'amenant à manipuler des nombres sans liens apparents avec une quantité identifiable. Il ne s'agit certes pas d'une innovation,

puisque les traités sanskrits d'astronomie et de calcul indien dont Kūshyār est familier regorgent de telles procédures algorithmiques, mais, dans le contexte du développement de l'algèbre, les algorithmes et les diagrammes proposés par Kūshyār contribuent à la mise en retrait progressive de l'importance donnée à la nature arithmétique ou géométrique des objets mathématiques. Nous avons par ailleurs perçu cette même dynamique au cours de notre analyse des paragraphes qu'al-Bīrūnī consacre à la méthode de détermination du diamètre réel des planètes. En effet, celui-ci y énonce une proposition de nature purement théorique, que l'on pourrait qualifier de stylistique, qui revient à appliquer les opérations de l'arithmétique directement sur des quantités.

Conclusion

Comment lire le *Livre des Hypothèses*?

Dans cette étude, nous avons concentré nos recherches sur deux questions: l'influence du *Livre des Hypothèses* sur les textes arabes rédigés avant le milieu du XI^e^ siècle et l'existence d'une pluralité de traditions conceptuelles durant cette période. Les réponses que nous apportons à ces deux questions s'appuient sur la lecture que nous donnons du *Livre des Hypothèses* à partir de l'analyse de la partie (I.2).

On a pu considérer le *Livre des Hypothèses* comme le pendant «physique» de la grande synthèse mathématique qu'est l'*Almageste* de Ptolémée. Cette lecture s'appuyait sur la partie (I.1) et le livre II. La partie (I.1), seule partie du traité de Ptolémée préservée en grec, était interprétée comme une reprise partielle du contenu de l'*Almageste*. Quant au livre II, préservé dans un arabe difficile et traduit uniquement en allemand, Ptolémée y traitait de questions cosmologiques, citant Aristote et Platon, et mentionnait la possibilité de substituer aux sphères célestes des prismes sphériques. Ce sont ces aspects du *Livre des Hypothèses* qui conduisirent les historiens de l'astronomie à l'interpréter comme un traité composite dans lequel Ptolémée exposait des conceptions de nature «physique», fait singulier par rapport à l'ensemble de son œuvre, au sens où celles-ci portaient sur des principes de philosophie naturelle et sur l'existence matérielle des moyens mobilisés pour expliquer les mouvements célestes.

L'absence d'une édition commentée ainsi que d'une analyse détaillée du livre II oblige à la prudence quant aux conclusions qu'on pourrait donner concernant l'économie générale du *Livre des Hypothèses*. Néanmoins, deux apports historiographiques des cinquante dernières années permettent aujourd'hui de reconsidérer la lecture précédente. En 1967, la redécouverte de la partie (I.2) par Goldstein donnait lieu à une traduction anglaise qui fit apparaître l'enjeu principal de cette partie comme étant le calcul des distances des planètes en utilisant une méthode astucieuse. En 1993, l'édition critique et la traduction française de Morelon apportaient d'autres éléments permettant de retrouver la cohérence du *Livre des Hypothèses* dans son ensemble. C'est en nous appuyant sur cette édition que nous avons compris que l'enjeu

principal de l'argumentation déployée par Ptolémée dans la partie (I.2) est en réalité d'établir de façon définitive l'arrangement des astres errants, laissé en suspens dans l'*Almageste*, au moyen du calcul des distances des planètes. De surcroît, cet enjeu de la partie (I.2) entre en cohérence avec le rapprochement fait par Hamm entre la partie (I.1) du *Livre des Hypothèses* et la *sphairopoiia*, littéralement la fabrication de sphères[63]. En effet, comme le dit explicitement Ptolémée en préambule, le *Livre des Hypothèses* s'avère être un traité de prospective mécanique, au sens où y sont examinées de façon théorique les questions liées à la construction d'un nouveau type d'instrument astronomique, lequel aurait permis, s'il avait été construit, de visualiser simultanément la position de la totalité des astres errants. La structure globale du *Livre des Hypothèses* devient alors cohérente: la partie (I.1) traite des positions en longitude et latitude de chacun des astres errants ; la partie (I.2) traite de l'arrangement des astres errants et des distances de chacun d'entre eux au centre du dispositif ; le livre (II) mène des investigations – configuration, forme des pièces, nombre de pièces, transmission des mouvements – sur les mécanismes permettant de relier les mouvements de l'ensemble des astres errants.

Cette lecture du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée permet en outre de lire sous un nouvel angle les textes des auteurs ultérieurs qui y renvoient au cours de leur argumentation. Cette clarification permet par exemple de comprendre que Proclus, et Simplicius ensuite, ont puisé dans le *Livre des Hypothèses* deux arguments qu'ils ont insérés et critiqués dans leurs traités à vocation philosophique : le premier argument concerne l'utilisation conjointe du principe des sphères emboîtées et des variations des distances des planètes, selon qu'elles se situent à leur périgée ou à leur apogée, pour établir l'arrangement des astres errants ; le second argument concerne le rejet de l'existence de sphères intermédiaires tournant en sens inverse entre les sphères de deux astres errants, dont le rôle serait de transmettre le mouvement de l'un à l'autre. On reconnaît en effet dans le premier argument l'enjeu principal de la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* et dans le second argument un élé-

63. Cf. Hamm 2012, p. 72-96.

ment de la discussion conduite par Ptolémée dans le livre II dans lequel il justifie son rejet de sphères intermédiaires par le trop grand nombre de pièces supplémentaires qu'un tel dispositif supposerait.

L'utilisation d'arguments ou de résultats établis par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*, au cours de ses investigations sur la construction d'un nouvel instrument, indépendamment de toute référence à l'enjeu global de ce traité, apparaît d'autre part représentatif d'une transmission du *Livre des Hypothèses* par bribes. Outre les dimensions célestes, qui s'avèrent avoir été très tôt amendées par des commentateurs (les valeurs corrigées se retrouvent dans l'*Hypotypose* de Proclus et dans une scholie marginale au livre IX de l'*Almageste*), nous avons en effet repéré dans une scholie au livre XIII une référence aux prismes sphériques, une des formes de pièces considérées par Ptolémée dans le livre II. La circulation des idées et des résultats consignés par Ptolémée dans *Livre des Hypothèses* s'avère donc être une question séparée de celle de la transmission textuelle de ce traité.

Que sait-on de la réception du Livre des Hypothèses de Ptolémée et de son influence sur les traités arabes d'astronomie ?

Nous avons d'une part établi que si les dimensions célestes ainsi que le principe des sphères emboîtées faisaient partie des connaissances disponibles pour les auteurs de cette période, elles n'étaient plus rattachées à l'œuvre de Ptolémée et par conséquent ne disposaient pas du crédit lié à son prestige. Ce fait entre en résonance avec la circulation de plusieurs jeux de valeurs numériques légèrement différents des valeurs produites par Ptolémée. D'autre part, nous avons mis en évidence qu'une des spécificités des traités d'astronomie sanskrits, dont l'influence sur les travaux des astronomes du VIII^{e} est comparable à celle de l'*Almageste* un siècle plus tard, tient à l'importance accordée à la prise en compte des variations de la taille des planètes pour évaluer la durée des phénomènes célestes impliquant deux astres. L'ensemble de ces éléments fait alors apparaître la résolution des questions liées aux dimensions célestes comme un véritable enjeu de recherche pour les auteurs du X^{e} siècle. Ceci impose par conséquent de lire les nombreux traités arabes

portant sur ce thème rédigés durant cette période comme étant potentiellement des contributions originales dont les différences mutuelles peuvent être interprétées d'un point de vue épistémologique.

Chacun des auteurs de notre corpus qui aborde cette question de façon théorique, c'est-à-dire en produisant une justification de ses résultats, s'appuie alors sur les mêmes données – un rapport quantifiant l'amplitude des variations de la distance et de la taille de chaque planète – et aboutit à des résultats conformes aux dimensions célestes en circulation.

Peut-on distinguer plusieurs traditions conceptuelles évoluant durant cette période ?

Deux traditions se distinguent selon la justification que les auteurs apportent à la provenance de ces données. Les auteurs se rattachant à la première tradition cherchent à intégrer les calculs des dimensions célestes à l'édifice de l'astronomie mathématique synthétisé par Ptolémée dans l'*Almageste*. Il se trouve en effet que la méthode employée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour déduire de ses modèles géométriques élaborés dans l'*Almageste* les rapports des variations de chaque planète n'était pas connue des auteurs du X^e^ siècle, bien qu'elle apparaisse en filigrane dans les *Trente chapitres* d'al-Farghānī, et qu'elle n'a été redécouverte que par al-Qabīṣī. Cette méthode permet alors à ce dernier d'unifier deux aspects de l'astronomie jusqu'alors considérés comme relevant de domaines distincts selon la classification des problèmes diffusée par Abū Ma'shar au milieu du IX^e^ siècle, et ainsi de faire entrer les questions relatives aux dimensions célestes dans le champ de l'astronomie mathématique.

Pour les auteurs se rattachant à la deuxième tradition, la justification de ces mêmes rapports est à chercher du côté des observations. Ces rapports sont en effet mis en relation, par al-Battānī puis par Kūshyār, avec des observations qui auraient permis de quantifier les variations des diamètres apparents de chaque planète. Pour Kūshyār, dont les travaux datent du premier tiers du XI^e^ siècle, cette approche est clairement reliée à une volonté de réduire le nombre d'inférences utilisées entre les données d'observation et les

résultats produits. En effet, le recours aux modèles de l'*Almageste* introduit au contraire un grand nombre d'étapes entre les observations sur lesquelles Ptolémée s'appuie pour élaborer son modèle et l'obtention du rapport des distances extrémales d'une planète.

Ces deux traditions ne sont pas les seules que notre méthode a permis d'identifier. En effet une troisième tradition, moins importante sur le plan théorique mais dont on ne saurait négliger l'influence sur le développement de l'astronomie, s'attache à préserver un jeu de valeurs canoniques directement issus du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée. Le témoignage d'Abū Ma'shar, l'un des représentants de cette tradition, nous apprend que ce dernier a puisé les valeurs des dimensions célestes, qui sont celles calculées par Ptolémée, dans un texte, probablement grec, qu'il désigne comme le *Livre qui mentionne les distances verticales des corps les uns après les autres*. Il ne s'agit sans doute pas du *Livre des Hypothèses* lui-même. En effet, nous devons rappeler que nous ignorons pratiquement tout des textes grecs d'astronomie en circulation durant l'Antiquité tardive.

Nous avons identifié une quatrième et dernière tradition en cherchant à expliquer la présence d'arguments hétérodoxes vis-à-vis des travaux de Ptolémée au sein de plusieurs textes de notre corpus : l'exposition d'un raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas permettant de prouver que le Soleil est plus gros que la Terre et que celle-ci est plus grosse que la Lune; l'affirmation que l'extrémité du cône de l'ombre de la Terre coïncide avec l'extrémité de la sphère de Mercure. Nos investigations sur la diffusion de ces arguments nous ont conduit au texte arabe du *Liber de Orbe* dont l'auteur, Dūnash ibn Tamīm, attribue à Ptolémée un texte intitulé *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* dans lequel celui-ci aurait exposé ce raisonnement par l'absurde avec disjonction de cas. Or dans le même texte, Dūnash expose une autre théorie qu'il dit également puisée dans le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk* de Ptolémée : l'existence de sphères intermédiaires tournant en sens inverse et permettant de transmettre les mouvements d'un astre errant au suivant. On retrouve donc, dans ce texte du X^{e} siècle, une théorie dont la plus ancienne mention remonte à Aristote mais que Ptolémée, au II^{e} siècle, puis Proclus, au V^{e} siècle, ont jugé utile de rejeter. La découverte du passage du texte de Dūnash implique

que cette théorie a été diffusée, et par conséquent qu'elle avait probablement des adeptes durant l'Antiquité tardive en s'intégrant dans le cadre plus général d'une astronomie à la fois concurrente à l'astronomie mathématique de Ptolémée et aux conceptions philosophiques de Proclus. La synthèse des éléments que nous avons réunis sur cette tradition permet d'en circonscrire un des thèmes centraux: la primauté accordée à la cohérence entre les outils mobilisés et les principes physiques, en particulier ceux liés aux modes de transmission du mouvement. De façon inattendue, nous avons ensuite constaté que le fragment dédié aux dimensions célestes du *Kitāb fī tarkīb al-aflāk*, rédigé par Ya'qūb ibn Ṭāriq au VIII^{e}, qui nous est connu par l'intermédiaire d'al-Bīrūnī, laisse un intervalle, entre les sphères de deux astres errants successifs, dont l'amplitude correspond non pas au diamètre de la planète, comme la traduction anglaise l'indique, mais à l'espace nécessaire pour contenir ce qui « solidarise [ماسك] comme un axe leurs deux rotations ». Il s'agit donc ici d'un dispositif matériel transmettant les mouvements, que nous pensons pouvoir identifier avec les sphères intermédiaires tournant en sens inverse décrit par Dūnash. De plus, la distance maximale de Mercure à la Terre indiquée par Ya'qūb ibn Ṭāriq (256 rayons terrestres) est quasiment égale à la distance à la Terre de l'extrémité du cône de l'ombre (258 rayons terrestres). Ceci donne à penser que la coïncidence entre ces deux distances, mentionnée dans de nombreux textes, s'appuie sur un jeu de distances célestes issu de cette tradition et non sur la distance maximale de Mercure obtenue par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* (166 rayons terrestres), laquelle est sensiblement différente. L'ensemble des éléments que nous avons réunis ici nous semble être suffisamment cohérent pour attester de la pérennité d'une tradition astronomique grecque concurrente à celle de Ptolémée, qui la critique dans le *Livre des Hypothèses* et peut-être dans l'*Almageste*. Dans le corpus des textes arabes d'astronomie, la plus ancienne trace de cette tradition est liée à Ya'qūb ibn Ṭāriq, et al-Bīrūnī indique qu'il tiendrait cette théorie des Indiens. Nous n'avons pas rencontré de considérations de ce type dans les chapitres des traités sanskrits d'astronomie en lien avec les dimen-

sions célestes. Cependant l'affirmation d'al-Bīrūnī nous semble mériter une étude approfondie qui permettrait peut-être d'éclairer les relations entre les traités sanskrits d'astronomie et les traités grecs.

Il ressort donc de notre étude qu'au moins quatre traditions distinctes sont en concurrence tout au long de la première phase de l'astronomie arabe, dont trois seulement empruntent au *Livre des Hypothèses*. Elles se distinguent par le critère mis en avant par leurs auteurs pour convaincre de la pertinence de leurs résultats selon qu'ils sont :

- obtenus à partir de l'*Almageste*, ce qui les rattache à l'astronomie mathématique ;
- directement tirées d'observation, ou que la chaîne d'inférences utilisées pour les obtenir est courte ;
- fidèles aux valeurs canoniques ;
- obtenus à partir de méthodes conformes aux principes physiques, en particulier en ce qui concerne la transmission des mouvements.

Dans notre corpus, nous avons constaté un dialogue entre les trois premières traditions qui ont pour cadre commun celui de l'astronomie ptoléméenne. Il n'est sans doute pas anodin que la quatrième tradition qui prend certainement appui sur une tradition grecque concurrente à celle de Ptolémée soit quasiment absente des textes de notre corpus.

Le rattachement de chaque auteur de notre corpus à la tradition qui lui correspondait a permis de renouveler notre compréhension de ses travaux. Ceci est particulièrement le cas en ce qui concerne al-Battānī, al-Qabīṣī et Kūshyar, dont les propos comportaient de nombreuses zones d'ombre sur lesquelles il nous a été possible, grâce à cette grille de lecture épistémologique, d'apporter un éclairage nouveau.

Perspectives

Les tensions que nous avons observées entre les quatre traditions qui coexistent durant la première phase de l'astronomie ont un aspect éminemment dynamique. En effet, l'attention que nous avons prêtée aux convergences et

aux divergences entre ces quatre traditions, qui s'ancrent dans l'Antiquité tardive et qui continuent à irriguer l'astronomie contemporaine, doit permettre de mieux appréhender les relations entre différentes périodes de développement du l'astronomie.

En particulier, il apparaît que les travaux d'al-Bīrūnī se situent à la jonction entre une tradition, qui accorde la primauté à l'établissement de résultats mathématiques et une autre qui fonde la crédibilité de ses résultats sur les observations, ces deux traditions s'inscrivant dans le cadre ptoléméen. C'est en ce sens précis qu'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* constitue une synthèse de l'astronomie ptoléméenne. Plus qu'une synthèse, ce traité d'al-Bīrūnī apparaît donc comme une étape fondamentale dans l'histoire de l'astronomie. Sous cet angle, l'étude de l'influence d'al-Bīrūnī sur les auteurs postérieurs, en particulier ceux se rattachant à la tradition orientale de l'*'ilm al-hay'a*, comme Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, Mu'ayyad al-Dīn al-'Urḍī ou 'Alī ibn al-Shāṭir dont les textes ont récemment fait l'objet d'éditions[64], apparaît comme un sujet de recherche extrêmement prometteur. Il s'avère en effet que la synthèse opérée par al-Bīrūnī entre le critère de la primauté des observations et celui de la rigueur mathématique pour valider une théorie, sur le modèle de l'*Almageste*, est une condition nécessaire au dépassement, en restant attaché à ces deux critères, du cadre imposé par Ptolémée. Or Penchèvre a constaté que ce dépassement constituait très précisément le projet d'Ibn al-Shāṭir qu'il définit

64. *Al-Tadhkira fī 'ilm al-hay'a* (*Mémoire d'astronomie*), publié en 1261 et achevé en 1274 par Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī, le fondateur de l'observatoire de Marāgha : ce texte a été édité et traduit en anglais par J.F. Ragep en 1993, cf. AL-ṬŪSĪ 1993. *Kitāb al-hay'a* (*Livre d'astronomie*), rédigé à Damas avant 1258 par Mu'ayyad al-Dīn al-'Urḍī (mort en 1266), un acteur important de la construction de l'observatoire de Marāgha : ce texte a été édité par Saliba en 1990, cf. AL-'URḌĪ 1990. Dans la préface de cet édition, Saliba annonce une traduction anglaise qui n'a pas été publiée à ce jour. *Nihāya al-sūl fī taṣḥīḥ al-'uṣūl* (*L'achèvement de l'enquête et la correction des fondements*), rédigé à Damas entre 1349 et 1366 par l'astronome 'Alī ibn al-Shāṭir (mort en 1375) : ce texte a été édité et traduit en français par Penchèvre, cf. IBN AL-SHĀṬIR 2021.

comme «celui d'une reconstruction globale de l'astronomie, en partant des données de l'observation, et sans plus avoir recours aux modèles de l'Almageste»[65].

Cependant une étude épistémologique des relations entre la synthèse d'al-Bīrūnī et les travaux des astronomes de Marāgha se heurte encore à l'absence d'une édition critique d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī, accompagnée d'une traduction et d'un commentaire détaillé, qui permettrait un accès au texte comparable à celui des trois auteurs que nous venons de mentionner. Notre édition du chapitre X.6 contribue à cette tâche d'envergure. Les clarifications obtenues sur les textes antérieurs abordant le thème des dimensions célestes, arabes et sanskrits, laisse entrevoir les conséquences qu'aurait la réalisation d'une édition complète d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* sur l'actualisation de nos connaissances de l'astronomie arabe entre le VIII^e^ et le XIV^e^ siècle, et plus généralement de l'histoire de l'astronomie dans son ensemble.

Nous avons observé dans les textes de notre corpus un rapprochement entre les traditions s'inscrivant dans le cadre ptoléméen. La question se pose alors de déterminer si, et le cas échéant quand, un dialogue s'est instauré entre ces traditions et la tradition d'essence non ptoléméenne que nous avons identifiée.

Cette tradition, qui accorde une importance particulière au respect des principes physiques relatifs à la transmission des mouvements, a atteint *al-Andalous* puis le monde latin comme en atteste par exemple la traduction du *Liber de Orbe* au XII^e^ siècle. Dans le contexte de l'astronomie médiévale latine, ce n'est peut-être pas avant le XV^e^ et la rédaction par Peurbach des *Theoricæ novæ planetarum* que les bases d'un dialogue avec les mathématiques seront jetées, initiant par là une nouvelle tradition conceptuelle à laquelle les travaux de Copernic peuvent être rattachés. En effet, dans ce texte de Peurbach on trouve, selon les termes de Malpangotto, «même si d'une manière non encore rigoureusement définie, la conception d'une physique céleste qui, s'émancipant de l'influence de la philosophie naturelle et de ses méthodes, va trouver son fondement dans la rigueur des relations mathématique»[66].

65. Cf. Ibn al-Shāṭir 2021, p. 14.
66. Cf. Malpangotto 2020, p. 9.

Cependant ce dialogue s'est probablement amorcé au Moyen-Orient dès le XI^e^ siècle et les travaux d'Ibn al-Haytham. En effet, dans les *Doutes sur Ptolémée*, Ibn al-Haytham explique que «pour les mouvements des astres errants, il y a une configuration vraie dans les corps existants, que Ptolémée n'a pas obtenue et à laquelle il n'est pas parvenu»[67], et il expose une à une les contradictions d'ordre physique auxquelles mènent les modèles décrits par Ptolémée dans l'*Almageste* et l'organisation des sphères célestes dans le livre II du *Livre des Hypothèses*. Mais Ibn al-Haytham dépasse le stade des critiques et entreprend des travaux mettant sur le même plan la nécessité d'une cohérence physique et l'exigence de rigueur mathématique dans lesquels il cherche à «mathématiser systématiquement» les «mouvements observés dans l'espace et le temps»[68].

Deux siècles plus tard, on retrouve dans les travaux de Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsı, le fondateur de l'observatoire de Marāgha, ce même programme[69]. Ce dialogue entre principes physiques et rigueur mathématique est un des éléments de la tradition orientale de l'*'ilm al-hay'a*, dont les relations avec les œuvres de Peurbach et Copernic sont au centre de nombreuses études récentes[70].

Quoiqu'il en soit des relations entre ces diverses périodes de l'histoire de l'astronomie, les travaux d'al-Bīrūnī et d'Ibn al-Haytham contiennent, pour l'un, une synthèse mettant sur le même plan observation et rigueur mathématique et, pour l'autre, la mise en place d'une articulation entre rigueur

67. Cf. Ibn al-Haytham 1971, p. 42. Nous reproduisons ici la traduction de ce passage établie par Rashed, cf. R. Rashed 2006, p. 10.

68. Cf. ibid., p. 11.

69. Ragep a édité un texte persan d'al-Ṭūsı dans lequel celui-ci critique une proposition d'Ibn al-Haytham qui pourrait être rattachée à la tradition non ptoléméenne que nous avons signalée, cf. Ragep 2004.

70. L'analyse mathématique de plusieurs textes de Copernic réalisées par Swerdlow et Neugebauer peut être perçue comme le véritable point de départ de ces investigations, cf. Swerdlow 1973b et Swerdlow et Neugebaueur 1984. Leurs conclusions ont fait l'objet de vifs débats parmi les historiens de l'astronomie dont Saliba a synthétisé la teneur, cf. Saliba 2007, p. 116-125. On trouvera enfin une mise en contexte historique particulièrement riche dans le volume édité par Feldhay et Ragep, cf. Feldhay et Ragep 2017.

mathématique et cohérence physique. Ainsi les astronomes de Marāgha, dont on sait qu'ils disposaient *a minima* de certains des travaux de ces deux auteurs, ont hérité d'une situation bien moins confuse que celle avec laquelle leurs prédécesseurs des IX^{e} et X^{e} siècles durent composer.

Annexe : le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī

Introduction

Al-Bīrūnī

Abū al-Rayḥān Muḥammad ibn Aḥmad al-Bīrūnī (973-1048)[71] est né à proximité de Kath[72], la capitale du royaume du Khwārezm durant le règne des Banū ʻIrāq. C'est un mathématicien de renom, Abū Naṣr ibn ʻIrāq[73], par ailleurs membre de la famille régnante, qui l'initia à la recherche en mathématique et en astronomie, deux des domaines dans lesquels al-Bīrūnī a par la suite apporté d'importantes contributions. Son œuvre est loin de se limiter à ces deux domaines[74]. De son vivant, ce sont ses compétences en astrologie et son érudition qui valurent à al-Bīrūnī d'être un conseiller reconnu[75].

71. Les informations biographiques concernant al-Bīrūnī que nous donnons ici sont tirées des récents travaux d'Azkāei et de Malagaris qui procédent tous deux d'une consultation systématique des sources primaires, apportant ainsi un éclairage nécessaire sur la vaste littérature biographique relative à al-Bīrūnī, cf. Azkāei 2015 et Malagaris 2020. Les autres références que nous avons consultées sont celles indexées par Hogendijk, cf. Hogendijk 2021.

72. Cette cité était située sur le fleuve Āmu-Daryā, l'Oxus des Grecs, non loin de son embouchure dans la mer d'Aral.

73. Cf. Samsó 1981.

74. La référence en français concernant la liste des œuvres d'al-Bīrūnī reste Boilot 1955. Pour une liste ordonnée des sujets abordés par al-Bīrūnī dans ses travaux, cf. Khan 1982, p. 58-59.

75. cf. Azkāei 2015, p. 3-4.

Al-Bīrūnī s'intégra rapidement au cercle des astronomes mathématiciens de premier plan, correspondant entre autre avec Abū al-Wafā' al-Būzjānī[76], dont Abū Naṣr ibn Irāq avait suivi les enseignements[77]. Il réalisa d'ailleurs avec Abū al-Wafā' l'observation simultanée d'une éclipse de Lune, lui-même étant à Kath et Abū al-Wafā' étant à Bagdad, afin de déterminer avec précision la différence de longitude entre les deux villes.

La première période d'activité d'al-Bīrūnī s'achève en 995 avec la chute des Banū 'Irāq qui le contraignit à quitter le Khwārezm. S'en suivirent alors plusieurs années difficiles, jusqu'à ce qu'il puisse s'installer au Tabaristan, sur la rive sud de la mer Caspienne. De 998 à 1004, il y rédigea plusieurs ouvrages et put à nouveau réaliser des observations astronomiques. Il retourna ensuite au Khwārezm où il réalisa encore un grand nombre d'observations, avant que ses travaux ne soient interrompus par la conquête du Khwārezm par le sultan ghaznévide Maḥmūd ibn Subuktakin en 1017. Al-Bīrūnī fit alors partie, avec Abū Naṣr ibn Irāq, des savants enrôlés par Maḥmūd, probablement sous la contrainte, et attachés à son service durant ses campagnes militaires en Inde. Durant la décennie qui suivit, al-Bīrūnī, tout en continuant à réaliser des observations astronomiques, mit a profit sa situation pour accéder au contenu de traités sanskrits. Ce n'est qu'après la mort de Maḥmūd en 1030, qu'il acheva de rédiger son *Traité sur l'Inde*, ainsi que son grand traité d'astronomie intitulé *al-Qānūn al-Mas'ūdī*, en l'honneur de Mas'ūd, le successeur de Maḥmūd. Ce traité en onze livres du savant khwarezmien constitue un jalon important dans l'histoire de l'astronomie.

---

76. Cf. Youschkevitch 1970.

77. Une querelle de priorité opposa d'alleurs ces deux auteurs à propos d'une méthode permettant d'éviter le recours, systématique dans l'*Almageste* de Ptolémée, au théorème de Ménélaüs sphérique. Debarnot expose les éléments de cette controverse en introduction de son édition des *Clefs de l'astronomie* d'al-Bīrūnī, dont la première partie est consacrée à l'histoire de cette méthode, cf. Debarnot 1980. Moussa, dans le commentaire au livre II de son édition de l'*Almageste d'Abū al-Wafā'*, fournit un éclairage complémentaire sur cette question, Abū al-Wafā 2005, p. 76-83.

Al-Qānūn al-Mas'ūdī

La réputation de cet ouvrage[78] dans l'Orient arabe lui a valu d'être régulièrement copié depuis sa rédaction comme en attestent les nombreux manuscrits qui nous sont parvenus[79]. Ibn al-Qifṭī tient par exemple ce texte pour comparable à l'*Almageste* de Ptolémée et ce près de deux siècles après sa rédaction[80] et son contemporain, Yāqūt, va jusqu'à émettre l'opinion que ce traité remplace avantageusement tous les traités qui l'ont précédé dans le domaine de l'astronomie[81].

Il en va tout autrement dans l'Occident latin. *Al-Qānūn al-Mas'ūdī* n'a pas connu de traduction latine et ne semble pas avoir été une source directe pour les astronomes occidentaux, et ce n'est qu'à partir du dernier tiers du XIX^e^ siècle que son importance pour l'histoire de l'astronomie a progressivement été réévaluée.

L'édition du texte complet n'a ainsi eu lieu qu'entre 1954 et 1956, sous l'impulsion du ministère de l'éducation indien, et ce après une longue attente et plusieurs tentatives avortées[82]. Le texte, les tables et les figures de cette édition ont été établis sur la base d'un travail préparatoire réalisé par Max Krause (1909-1944) à partir des deux manuscrits complets conservés à Istamboul[83], puis comparé par l'éditeur en chef Nizamū d-Dīn avec le manuscrit incomplet d'Oxford, celui de Paris et celui du Caire.

78. Nous reprenons ici des éléments que nous avons développés dans un précédent article, cf. Loizelet 2019, p. 10-12.

79. La liste de manuscrits d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* la plus complète à ce jour est celle compilée par Bacchi qui a recensé vingt-neuf témoins manuscrits, dont une vingtaine seraient complets, cf. Bacchi 2016, p. 23-25.

80. Cf. Al-Qifṭī 1903a, p. 97.

81. Cf. Al-Ḥamawī 1913, p. 308. Nous reprenons ici l'interprétation faite par Boilot du texte de Yāqūt, cf. Boilot 1955, p. 210.

82. Cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, p. 7-13.

83. Nizamū d-Dīn indique que Krause a comparé certaines de ses notes avec les manuscrits de Tubbingen et du British Museum ibid., p. 13-22.

Bien que cette première édition fournisse un support de travail permettant de consulter aisément le texte, avec mention de quelques variantes, elle ne permet pas de se dispenser d'un retour régulier aux sources manuscrites qui présentent de nombreuses divergences entre lesquelles il n'est souvent pas aisé d'arbitrer, comme le remarquent d'ailleurs les éditeurs eux-mêmes[84].

Une autre édition d'*al-Qānūn al-Mas‘ūdī* a été établie par ‘Abl al-Karīm Jindī en 2002 en comparant l'édition de 1954-1956 et le manuscrit du Caire[85]. Malheureusement cette nouvelle édition ne contient pas d'apparat critique, ce qui impose un recours constant aux sources manuscrites pour qui souhaite l'exploiter[86].

Un autre frein à la diffusion du contenu scientifique du traité d'al-Bīrūnī est sans doute l'absence de traduction intégrale, à l'exception cependant d'une traduction en russe et d'une autre en ouzbek, toutes deux réalisées à partir de l'édition de 1954-1956[87].

Il est cependant à noter que Kennedy a produit un sommaire détaillé d'*al-Qānūn al-Mas‘ūdī*, accompagné de commentaires, dont la lecture suffit à appréhender la pertinence de la comparaison faite par les bibliographes du XIII^e^ siècle entre ce traité et l'*Almageste* de Ptolémée[88].

Sur la méthode d'al-Bīrūnī

Dans *al-Qānūn al-Mas‘ūdī*, al-Bīrūnī traite de tous les domaines que l'astronomie mathématique de son temps est en mesure d'aborder en appliquant une méthodologie commune à l'ensemble de son œuvre, quel que soit le sujet traité. En premier lieu, il fait un formidable travail de recherche et d'assimilation des sources disponibles. Nous avons signalé à plusieurs reprises durant notre étude que de nombreuses informations concernant des textes arabes et

84. Cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, p. 18.

85. Cf. Al-Bīrūnī 2002, p. 36.

86. La comparaison avec l'édition de 1954-1956 montre des choix d'édition différents de la part de Jindī. C'est l'absence de mention de ces choix qui est à regretter.

87. Pour une liste non exhaustive des traductions partielles de livres, chapitres ou passages du *Qānūn al-Mas ūdī*, cf. Hogendijk 2021. On peut également noter la récente publication par Saparmin d'une traduction anglaise du livre VIII, cf. Al-Bīrūnī 2014.

88. Cf. Kennedy 1974.

sanskrits, voire grecs si l'on inclut dans cette liste la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, ne nous sont connues que grâce à ce travail de documentation d'al-Bīrūnī et à son habitude, unique pour cette période, de mentionner explicitement ses sources.

Cette rigueur quant à l'attribution des théories se retrouve dans l'importance qu'il accorde à la description précise des conditions dans lesquelles les observations qu'il exploite ont été réalisées, que ce soient par ses prédécesseurs ou par lui-même. Une fois ces éléments clairement exposés, al-Bīrūnī en livre une analyse critique dont l'objectif n'est pas tant de déterminer quelle approche est la meilleure mais plutôt de cerner les limitations inhérentes à ces approches. Ensuite, le cas échéant, al-Bīrūnī propose la méthode et les résultats qu'il a lui-même obtenus. Enfin, lorsqu'un sujet résiste à ses investigations, il fait état du résultat communément admis sans autre forme de commentaires. Nous avons déjà signalé un exemple de cette attitude d'al-Bīrūnī dans le cas de la détermination de la distance du Soleil. À cette occasion, il met en évidence la fragilité de la méthode employée par Ptolémée dans l'*Almageste* mais ne parvient pas à des résultats concluants.

Nous nous contenterons ici de signaler quelques éléments épistémologiques repérés lors de notre travail d'édition et de traduction du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Dépeindre plus finement ces aspects d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* nécessiterait en effet de s'appuyer sur une édition critique de ce traité qui reste encore à établir[89].

Le premier point concerne la séparation méthodique opérée par al-Bīrūnī entre d'une part l'exposé des différentes méthodes accompagné de l'analyse de leur pertinence et, d'autre part, la présentation des valeurs qu'elles ont permis de produire. Ceci est particulièrement frappant lors de la discussion consacrée à la méthode employée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* pour établir le rang du Soleil. En effet, alors que la conclusion de Ptolémée repose sur le bon accord entre la distance maximale de Vénus et la distance minimale de Vénus, al-Bīrūnī ne produit aucune valeur numérique au cours de

89. On trouvera des études abordants les conceptions épistémologiques d'al-Bīrūnī dans les différents volumes édités à l'occasion du millénaire de la naissance d'al-Bīrūnī, cf. Hogendijk 2021.

son exposé. Ce n'est qu'une fois qu'il a établi que la méthode ne pouvait pas être rejetée pour des raisons de cohérence interne, qu'al-Bīrūnī entre dans les détails des calculs et fournit différents jeux de valeurs que plusieurs auteurs, dont Ptolémée et lui-même, ont obtenu en appliquant cette méthode. Al-Bīrūnī applique d'ailleurs le même type d'évaluation préalable à une autre méthode, qu'il attribue aux *Indiens*. Mais il est conduit cette fois à la rejeter en raison d'une incohérence interne. En effet, les données comparées sont non homogènes et la provenance des données d'observation ayant permis d'obtenir un paramètre clé de la méthode, à savoir la mesure du diamètre de la Lune en unités terrestres, n'est pas mentionnée[90].

Le second point que nous avons relevé, qui transparaît d'ailleurs dans un des arguments ayant conduit al-Bīrūnī à rejeter la méthode des *Indiens*, concerne l'exposition systématique des données d'observation qui permettent de déterminer des paramètres et, lorsque cela s'avère possible, leur vérification par de nouvelles observations. C'est d'ailleurs le reproche principal fait par al-Bīrūnī à la méthode de détermination de la distance du Soleil par Ptolémée dans l'*Almageste* : «Ptolémée n'indique, pour l'observation de l'éclipse dont il tire la distance, aucune date qu'il utiliserait pour connaître la situation». De plus, lorsqu'un paramètre demande à être précisé, al-Bīrūnī n'hésite pas à mentionner un grand nombre d'observations redondantes et, lorsqu'elles sont concordantes, à utiliser une valeur moyenne. C'est en particulier le cas de l'excentricité du Soleil qu'il utilise dans le chapitre X.6. Il l'a prend égale à $2^p;05$ alors qu'aucune des quinze observations qu'il a mentionnées au chapitre VI.7 ne permet d'obtenir cette valeur mais que neuf d'entre-elles sont comprises entre $2^p;03$ et $2^p;07$. Or, tant chez Ptolémée que chez al-Battānī, seul le nombre minimal d'observations nécessaires pour l'obtention d'un paramètre sont mentionnées[91].

90. Nous avons détaillé ces éléments dans un article dédié à ces questions, cf. Loizelet 2019.

91. Gingerich indique qu'il en est de même chez les astronomes de l'Occident latin au moins jusqu'à ce que Kepler s'appuie à son tour sur des observations redondantes pour établir certains paramètres, cf. Gingerich 1975, p. 100;103.

Le troisième point saillant du texte d'al-Bīrūnī concerne la mention explicite de ses sources. Cette spécificité d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* a déjà été relevée par Kennedy qui y a recensé des références explicites à seize *zījs* différents tout au long de l'ouvrage d'al-Bīrūnī[92]. Il ne fait pas de doute que cette pratique est étroitement liée à la méthode de travail d'al-Bīrūnī qui commence par un recensement exhaustif des sources disponibles. On le voit par exemple produire des informations d'une grande précision concernant les campagnes d'observations réalisées durant la première moitié du IX^e^ siècle[93], reproduire des extraits de traités arabes du VIII^e^ dont le *Kitāb fī tarkīb al-aflāk*, rédigé par Ya'qūb ibn Ṭāriq[94] , ou encore produire un exemple unique d'application d'une méthode astronomique babylonienne, explicitement désignée comme telle[95]. Pour chacun de ces trois exemples, parmi tant d'autres, les textes d'al-Bīrūnī constituent notre seule et unique source d'information.

Le chapitre X.6

Dans le seul chapitre X.6, al-Bīrūnī s'appuie ainsi de façon explicite sur dix traités et produit des informations suffisamment précises à leur sujet pour qu'il soit possible de contrôler ses affirmations. Cette pratique, outre l'éclairage apporté par la mise en contexte des théories mentionnées, s'avère être extrêmement précieuse du point de vue de l'histoire de l'astronomie. Il suffit pour s'en convaincre de rappeler que c'est à la précision des éléments explicitement attribués par al-Bīrūnī au *Kitāb al-manshūrat* de Ptolémée que l'on doit l'identification par Hartner de ce traité avec le *Livre des Hypothèses*, ce qui a ensuite conduit Goldstein à la redécouverte de la partie (I.2).

Voici la liste des traités mentionnés par al-Bīrūnī dans le chapitre X.6 par ordre d'apparition dans le texte :

92. Cf. Kennedy 1974, p. 133.
93. Cf. Al-Bīrūnī 1967, p. 60-61.
94. Cf. Al-Bīrūnī 1910, t. 2, p. 67-68.
95. Cf. Al-Bīrūnī 1976, t. 1, p. 186.

- Un traité indien de Pauliśa. Probablement la version du *Pauliśasiddhānta* rédigée au VIII^e siècle et non la version ancienne dont le *Pañcasiddhāntikā*, que nous avons examiné dans le chapitre 2, contient un résumé[96] ;
- L'*Almageste* de Ptolémée ;
- Le *Traité sur les distances et les tailles* d'al-Qabīṣī ;
- Le *Livre des Hypothèses* de Ptolémée ;
- Le chapitre L du *Zī'j al-Ṣābi'* d'al-Battānī ;
- Un traité perdu d'al-Khāzin sur *Les distances et les volumes*, également mentionné par al-Ṣāghānī dans son propre traité sur les distances et les tailles ;
- Le *Khaṇḍakhādyaka* de Brahmagupta ;
- Le *Brāmasphuṭasiddhānta* de Brahmagupta ;
- Le *Karaṇatilaka* de Vijayanandin dont al-Bīrūnī a ensuite établi une traduction en arabe[97] ;
- Le *Karaṇasāra* de Vittesvara.

Lorsqu'al-Bīrūnī cite un de ces traités, ce n'est pas tant pour indiquer les résultats qu'il contient, ce qu'il ne fait d'ailleurs pas de façon systématique, mais plutôt pour exposer une méthode, la critiquer et la mettre en relation avec d'autres méthodes. Ceci est particulièrement explicite dans les derniers paragraphes du chapitre X.6 dans lesquels al-Bīrūnī, tout en exhibant la cause des différences de résultats entre plusieurs traités sanskrits, met l'accent sur le fait que ces traités proposent une méthode pour calculer les variations des diamètres apparents qui prennent en considération les variations de leur position. C'est donc une des principales caractéristiques du traitement des dimensions célestes dans les traités sanskrits, selon les résultats de notre examen de ces textes au chapitre 2, qu'al-Bīrūnī met ainsi en lumière.

96. Pour les détails de cet argument, cf. PINGREE 1969, p. 172-173.
97. Cf. AL-BĪRŪNĪ 1978.

Remarques sur notre édition du chapitre X.6

Afin de produire une analyse épistémologique précise du contenu du texte d'al-Bīrūnī, nous proposons une édition partielle, complémentaire des deux éditions publiées, s'appuyant sur un choix de manuscrits parmi la vingtaine de témoins manuscrits d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* qui nous sont parvenus[98]. Nous avons choisi d'éditer le manuscrit de Paris (*Arabe 5840*), qui est le plus ancien des manuscrits dans lequel le chapitre X.6 est préservé. Nous indiquons en outre dans l'apparat critique les variantes de trois autres manuscrits, deux manuscrits de Berlin (*Or.Quart. 1613* et *Or.Oct.275*) et un manuscrit de Londres (*Or.1997*). Nous indiquons également dans l'apparat critique les variantes avec les deux éditions indiquées précédemment[99]. Les références à ces textes dans l'apparat critique de notre édition seront les suivantes :

ا Le manuscrit Arabe 5840 de Paris, qui a servi de base à notre édition (Al-Bīrūnī 1108, folios 182v à 184r).

ب Le manuscrit Or.1997 de Londres (Al-Bīrūnī 1174, folios 233r à 235r).

ج Le manuscrit Or.Quart. 1613 de Berlin (Al-Bīrūnī 1167, folios 209r à 211r).

د Le manuscrit Or.Oct.275 de Berlin (Al-Bīrūnī 1834, folios 277v à 280v).

ه L'édition de 1954-1956 d'Hyderabad (Al-Bīrūnī 1954-1956, t. 3, p. 1301-1314).

و L'édition de 2002 de Beyrouth (Al-Bīrūnī 2002, p. 276-283).

98. Cf. Bacchi 2016, p. 23-25.

99. L'édition de 1954-1956 s'appuie sur les travaux préliminaires de Krause. Celui-ci a utilisé le manuscrit d'Istamboul (*Bayāzīd Kütüphanesi, Veliyüddin 2277*) comme base, et l'a comparé avec un second manuscrit d'Istamboul (*Süleymaniye Kütüphanesi, Jārullah 1498*) ainsi qu'avec les manuscrits de Berlin (*Or.Quart. 1613*) et de Londres (*Or.1997*). Les éditeurs ont quant à eux comparé ce travail préliminaire de Krause avec le manuscrit de Paris (*Arabe 5840*), ainsi qu'avec le manuscrit du Caire (*Dār al-Kutub, Ṭal'at mīqāt DM 866*) sur lequel Jindī s'est appuyé pour établir l'édition de 2002.

De façon à fluidifier les renvois entre l'édition, la traduction et la partie principale de cette thèse, nous avons partagé le texte en paragraphes repérés par une lettre grecque dans la marge. Notre découpage est principalement thématique. En voici une synthèse :

(α) Exposition des trois méthodes pour déterminer lequel de deux astres est le plus éloigné de la Terre : occultations (1) ; parallaxes (2) ; proportionnalité entre distance et vitesse apparente (3).

(β) Les distances de la Lune et du Soleil sont dérivées des observations.

(γ) Des occultations (1) vient l'arrangement des astres à l'exception du Soleil.

(δ) Exposition de la méthode des *Indiens* (3) et des données (nombres de tours dans une période fixée) qu'ils utilisent.

(ϵ) Incohérence des données concernant les planètes inférieures : rejet de cette méthode.

(ζ) Parallaxes(2) : pas de parallaxe pour les planètes.

(η) Exposition de la méthode *des Grecs* : les sphères emboîtées.

(ι) Problème : il n'y a pas la place pour Mars entre Vénus et le Soleil, mais la distance maximale de Vénus ne correspond pas exactement à la distance minimale du Soleil.

(θ) Justification : cette imprécision s'explique par la non prise en compte de la sphéricité des corps célestes.

(κ) Extension de la méthode jusqu'à la sphère des fixes.

(λ) L' éventualité d'un espace vide entre la Lune et le Soleil ne peut également pas être rejetée.

(μ) Les distances de la Lune selon l'*Almageste* V.13.

(ν) Correction des distances de la Lune, modification de la parallaxe et du modèle ; soustraction du rayon terrestre.

(ξ) Une erreur d'al-Qabīṣī concernant le modèle de Mercure.

(o) Distances de Mercure tirés des paramètres de l'*Almageste*.

(π) Distances de Mercure tirés des paramètres issus de la correction de la parallaxe.

(ρ) Distances de Mercure selon le *Livre des Hypothèses* et remarque sur la troncature des minutes effectuée par Ptolémée.

(σ) Distances de Vénus tirées des paramètres de l'*Almageste*, de ceux du *Livre des Hypothèses* (troncature des minutes) et de ceux issus de la correction.

(τ) Prise en compte de nouveaux paramètres pour le Soleil.

(υ) Critique de la méthode utilisée par Ptolémée pour déterminer la distance du Soleil.

(ϕ) Distances de Mars, Jupiter de Saturne et des étoiles fixes déduites des données corrigées avec mention des rapports tronqués du *Livre des Hypothèses*.

(χ) Méthode de détermination des diamètres des planètes à partir de leurs diamètres apparents (à leurs distances moyennes) et de leurs distances.

(ψ) Application à la détermination du diamètre de Mercure selon l'auteur et selon Ptolémée.

(ω) Exposition de la méthode d'al-Qabīṣī.

($\alpha\alpha$) Diamètres des six espèces d'étoiles fixes selon al-Khāzin.

($\alpha\beta$) Sur la méthode de détermination du volume des astres à partir de leur diamètre.

($\alpha\gamma$) Exposé des différences de valeurs des diamètres des planètes dans les traités *Indiens*.

($\alpha\delta$) Remarque sur la possibilité d'ajuster les grandeurs des diamètres apparents en fonction de la distance.

($\alpha\epsilon$) Justification de ces différences par l'utilisation de valeurs du Sinus total différentes.

Édition du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*

[ا]182v

الباب السادس
في أبعاد الكواكب وأجرامها
وهو فصلان

الفصل الأوّل
في أبعادها عن الأرض نحو العلو

(α) إنّ الطريق الى معرفة أبعد الشيئين الموضوعين يكون بستر أقربهما أبعدهما أو باحتظاء أقربهما من اختلاف المنظر بحظ أوفر من حظ أبعدهما منه أو ببطء أبعدهما إذا تساويت حركتاهما بالمسافة.

(β) فأما الشمس والقمر فقد فرغنا منهما وحصل بعداهما عن الأرض بالممكن من الوجوه.

(γ) وأما الكواكب فقد توصّلنا من ستر أقربها أبعدها إلى تسافل القمر عن جميعها إذ كان يكسفها عند المرور عليها ولم يرشئ منها مرّ تحته وحصل منه أيضاً علو عطارد إيّاه مع تسافله عن سائره وعلو الزهرة القمر وعطارد إيّاه مع سفولها عن العلوية ثم المريخ أسفل الثلاثة وزحل أعلاها والمشتري فيما بينهما والكواكب الثابتة فوق الجملة فعرف من ذلك ترتبها دون مقدار الابعاد. وجاز أن تكون الشمس تحت جميع الكواكب لا يسفل عنها غير القمر كما جاز أن يتخلّلهما بعض الكواكب دون الكل.

---

٥ العلو : العاى [ج] ٦ معرفة : معرفة [د] ٧ بحظ أوفر من حظ : بخط أوفر من خط [ا،د،ه،و] ٨ تساويت : تساوت [ا،ب،ج،د،و] ٨ حركتاهما : حركاتهما [ب] ٨ بالمسافة : بالمساحة [ب،د] ١١ عن : في [ب،د] ١٢ مرّ : من [د] ١٣ إيّاه : إياه وإيا [ا،ب،د]، إيّاه [ه] ١٤ و : ﻭ [و] ١٤ فيما : فما [ا] ١٥ فعرف : وعرف [د] ١٧ يتخلّلهما : يخللهما [ا]

(δ) فأما الهند فإنهم سلكوا في هذا الباب تساوي الحركات وزعموا أنّ حركة جميع الكواكب واحدة بالمسافة وإنما تتحرك في الأزمان المتساوية مسافات متساوية بالمساحة وإنما يقع لها البطؤ والسرعة بسبب البعد والقرب في المدارات التي تدور فيها.

ونسب الأقطار بعضها إلى بعض على نسب المحيطات النظائر بعضها إلى بعض ونسب المسافات التي يقطعها الكواكب في مدة مفروضة على نسب أدوارها في المدة المسماة أيام العالم ومتى كان ذلك في أحد الكواكب معلوماً صار في الباقية كذلك وقد نصبوا هذا المعلوم في القمر.

وقد كان بولس استعمل في أيام العالم قطعة أيامها الطلوعية عنده ١٥٧٧٩١٧٨٠٠ وأدوار القمر فيها ٥٧٧٥٣٣٣٦ فإذا ضربت في درج الدور ثم في ستين اجتمعت دقائق حركة القمر في جميع تلك المدة.

وقد أجمعوا على أنّ مسافة كل دقيقة في مدار القمر خمسة عشر جورن وهذا الاسم واقع على ثمانية أميال من أميالنا أعني اثنين وثلاثين ألف ذراع فعدد حركة القمر بهذا المقدار المذكور أعني مضروب دقائقها في خمسة عشر يكون ١٨٧١٢٠٨٠٨٦٤٠٠٠ و هو حركة كل كوكب فيها فمتى قسم هذا العدد على أدوار الكوكب في هذه المدة خرج مقدار مداره الأوسط في فلكه ممسوحاً بالمسافة المذكورة.

وأدوار زحل فيها عنده ١٤٦٥٦٤ وأدوار المشتري ٣٦٤٢٢٠ و أدوار المريخ ٢٢٩٦٨٢٤ و أدوار الزهرة ٧٠٢٢٣٨٨ وأدوار عطارد ١٧٩٣٧٠٠٠.

وإذا كان الدور معلوماً فالقطر معلوم لأن نسبة الدور عنده إلى القطر نسبة ٣٩٢٧ إلى ١٢٥٠ وليست هذه النسبة غير بعيدة عن المستعملة على رأي أرشميدس. وقطر الأرض عنده بالمقدار المذكور ١٦٠٠.

---

[١] و : ~~و~~ [و] [٣] متساوية : مساوية [ج،ه،و] [٣] البطؤ : البطء [و] [٩] قطعة : قطعها [و] [١١] دقائق : ~~دقائق~~ [ب] [١٣] واقع : فاقع [ا،ب] [١٣] اثنين : ~~اثنين~~ [ا] [١٥] ١٨٧١٢٠٨٠٨٦٤٠٠٠ : ١٨٧١٢٠٨٠٦٦٤٠٠٠ [د] [١٩] ٧٠٢٢٣٨٨ : ٧٠٣٣٣٨٨ [ج،ه،و] [١٩] ١٧٩٣٧٠٠٠ : ١٧٩٤٧٠٠٠ [و] [٢٠] فالقطر : والقطر [ب،د] [٢١] ٣٩٢٧ : ٣٩٢٧ [و]

(ϵ) ولو اقترن بهذه الطريقة حجة لبالغت في إيراد قضاياها ونتائجها إلا أنها واهية الأصل وذلك أن أدوار مراكز التداوير في العلوية وإن اطردت على ما ذكروا فإن أدوار السفليين تخلّف فيه من أجل أنها مساوية لأدوار الشمس فيلزم من تساويها دوران مركزي تدويريهما مع الشمس في مدار واحد والذي فرض لهما من الأدوار إنما هو مجموع أدوار الخاصة إلى أدوار الشمس ومتى أجيز العمل بها وجبت منه في العلوية جمع أدوار خواصها إلى أدوار مراكز تداويرها ثم استعمالها. بعد ذلك وأيضاً فإن ما تسلمه من كون الجزء الواحد في مدار القمر سبعة ألف ومائتي ميل وإن كان إلى الوجود راجعاً فلم يشفع به خبر عن كيفية الوصول إليه وإخبار عمّن تولّاه ويكفي ما أشرنا إليه من طريقهم وسنستوفيه في غير هذا الكتاب إن اقترن التوفيق بالعزيمة.

(ζ) وأما الطريق إلى ذلك من جهة اختلاف المنظر فبابه في الكواكب بعدم العثور عليه منسدّ.

(η) وأما اليونانيون فإنهم وضعوا في الأثير أن ليس فيه مكان عطل عن الفعل فوجب منه تماس الأكر المخصوصة بالكواكب أعني أن نهاية الكرة التي يحتاج الكوكب في حركاته إليها العليا ملاصقة نهاية كرة الكوكب الذي فوقه السفلي – على خلاف ما يأدى إليه رأي الهند من تباين الأكر المحوج فيما بينها إلى مواسك من المحاور – يصل بعضها ببعض حتى تدور بالحركة الأولى معاً ثم تدرجوا من ذلك إلى تقريب المطلوب. وذلك أنهم لما مسحوا أقرب أبعاد القمر وأبعدها بنصف قطر الأرض كان فضل ما بينهما هو ثخن كرته بذلك المقدار لكن أبعد أبعاد القمر هو أقرب أبعاد عطارد ونسبته إلى بعده الأبعد الكائن له في ذروة التدوير عند أوج فلكه المعدل للمسير معلوم فبعده الأبعد أيضاً معلوم وهو أقرب أبعاد الزهرة وبعدها الأبعد لمثل ما ذكرنا في عطارد معلوم.

---

[١] نتائجها : ثائجها [د] [٢] التداوير : التدوير [ج،ه،و] [٣] السفليين : السفلبين [و] [٣] تخلّف : تختلف [ا،ب،د] [٣] فيلزم : ويلزم [ب،د] [٥] لهما : بهما [ب،ه،و] [٦] وجبت : وجب [ج] [٦] جمع : جميع [ج،د،ه،و] [٧–٨] مدار القمر : المدار للقمر [ج،ه،و] [٨] ومائتي : وماتى [ب،د] [٨] يشفع : يفع [د] [٩] عمّن : من [ج،ه،و] [١٢] منسدّ : مسند [و]، ~~فوق~~ [د] [١٥–١٦] أعني أن نهاية الكرة التي يحتاج الكوكب : ~~أعني أن نهاية الكرة التي يحتاج الكوكب~~ [ب،د] [١٧] يأدى : تأدى [ا،ب،ج،ه،و] [١٨] مواسك : مواسط [ب،د] [١٨] المحاور : المجاور [ه،و] [٢٢] معلوم : معلومه [ا،ج]

(ι) فلو جعل ذلك للمريخ بعداً أقرب لم تسعه المسافة التي لزمت من فضل ما بين بعدي النيرين ولذلك خصه بكرتي هذين الكوكبين فقط وقوي هذا الرأي كون أبعد بعد الزهرة مقارب المقدار لأقرب أبعاد الشمس.

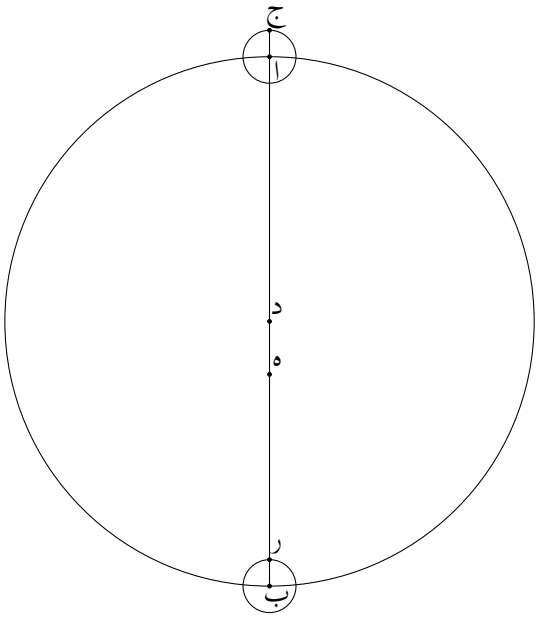
(θ) فترك الأمر على حاله وخاصة إذ هو مأخوذ بالتقريب من أجل أن بعد الكوكب يكون لمركز جرمه وليس هو على نهاية الكرة لأن استدارة جرم الكوكب محوج إلى مسافة فوق البعد الأبعد ودون البعد الأقرب بمقدار نصف قطره ثم إلى فضلة تلتئم بها الكرة الحاوية ما في ضمنها من الأفلاك وكذلك ما أخذ تلك الأبعاد لم تخلص عن شوائب التساهل ولهذا وقعت المسامحة فيما ذكرنا من بعد الزهرة الأبعد وبعد الشمس الأقرب.

(κ) ثم جعل بعد الشمس الأبعد للمريخ بعداً أقرب وسلك فيه وفيما فوقه من الكواكب الطريق المتقدم حتى حصلت الأبعاد إلى أبعد ما لزحل فجعل بعداً 183r[ا] للكواكب الثابتة بالإطلاق إذ لم يحصل في الوجود علامة لاختلاف يعرض في ابعادها.

(λ) فإن أجاز مجيز خلو المسافة التي بين النيرين عن كوكب فيها صار أبعد بعد الشمس لعطارد قرباً أقرب وعليه الزهرة ثم المريخ ثم المشتري ثم زحل ثم الثوابت إلا أنّ الوضع الأول أليق بالحكمة الإلهية وأحسن في المجاري الطبيعية.

---

[٢] خصه : حضت [ا]، حصرت [ب،د] [٦] فوق : فوق [ا،ب،د] [٦] و : و [ب] [٧] ما : مما [ا]
[١١] الطريق : بالطريق [ه،و] [١٢] يعرض : يعض [ا] [١٤] بين : من [د] [١٥] عليه : علته [ب،ج،د،ه،و]



(μ) ونحن جدراء بحكاية هذه الأعمال بالتفصيل وحال القمر وان تقدم منه ما يكفي فإنا للتذكير نعيد (اب) لفلك أوجه على مركز (د) الخارج عن (ه) مركز الأرض ونخرج القطر المار عليهما ونركب على كل واحد من أوج (ا) وحضيض (ب) فلك تدويره فعلى ما خرج لبطلميوس إذا كان (اه) ستين جزءاً كان اج ه،يه و(ده) : ي،يط فيكون نصف قطر فلك الأوج مط،ما و(ه ب) لط،كب و(ه ر) لد،ز. وكنّا أخبرنا أنه استخرج في وقت معلوم بعد القمر عن الأرض لاختلاف منظره فخرج بواحد نصف قطر الأرض لط،مه ثم استخرجه بهذه المقادير لوقتئذ فكان م،كه ونسبته إلى ستين كنسبة لط،مه إلى (ه ا) بالمقدار الأرضي و(ه ا) إذن به تسعة وخمسين فبه يكون (اج) ه،ي و(ه د) ي،ط و(ه ر) لج،لج ف (ه ج) إذن سد،ي.

---

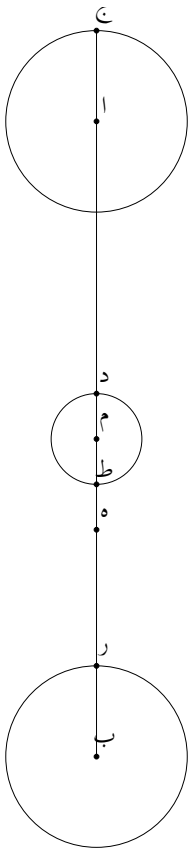
[٢] جدراء : حذرا [ب]، حدر [د] [٣] نعيد : فليكن [ه،و] [٣] لفلك : لذلك [ه،و] [٤] ونركب : وتركب [ا،ه،و] [٥] لبطلميوس : لبطليموس [و] [٥] إذا : إذ [ا،ب،د] [٥] (اه) : (اب) [ا] [٦] مط،ما : مط،مط [ج،ه،و] [٧] أخبرنا : أخبرنا [ا] [٨] لاختلاف : الاختلاف [ج،د] [١٠] و : ف [ج،د،ه،و] [١٠] إذن به : به إذن [ا،ج،ه،و] [١١] لج،لج : نح،لح [ب]

(ν) لكنا بينا أنه تساهل في استخراج اختلاف المنظر وإن طريق التحقيق فيه يخرج ذلك البعد أزيد بثمان دقائق على ما خرج له فإذن (ه ا) يكون نط،ح فالبعد الأقرب لح،يو والأبعد ستين وقد وجدنا نحن (اج) ه،يب فإذا حولناه إلى المقدار الذي به (ه ا) تسعة وخمسين جزءاً وثمان دقائق كان ه،ح وما بين المركزين بعد التحويل ي،مب فيكون البعد الأقرب لب،لو والأبعد سد،يو ومتى أسقط من الإبعاد الخارجة لنا واحد صارت من حدبة الأرض.

(ξ) وأما عطارد فإن عبد العزيز القبيصي اقتصر فيه على مثل وضع القمر فكان (ه د) ثلاثة أجزاء بالمقدار الذي به (اد) ستين فيبقى (ه ب) سبعة وخمسين و(ب ر) على ما في المجسطي كب،ل فيبقى (ه ر) لد، ل وهو أقرب بعد عطارد الذي هو أبعد بعد القمر وقد استبان أنه بالمقدار الأرضي سد، ي فيكون نصف قطر فلك الأوج قيا،لو ونصف قطر التدوير به ما،ن وما بين المركزين ه،له فجميع (ه ج) الذي هو أبعد بعد عطارد بالمقدار الأرضي قنط ويكون نسبة البعد الأقرب إلى البعد الأبعد نسبة ٣٨٥ إلى ٩٥٤ وإذا حققت هذه المقادير زاد البعد الأبعد دقيقة واحدة وصارت النسبة نسبة ٥٥٠ إلى١٣٦٣ أعني نسبة الواحد إلى ب،كح،ما وإن لم يستغل هو بالنسبة لكنه لما حول (ه د)، (دا)، (اج) إلى المقدار الأرضي جمعها فاجتمع البعد الأبعد ولست أدري كيف خفي عليه حقيقة الأمر.

---

[٣] لح،يو : لج،م [ا،ب،ج،ه،و]، لح،م [ب،د] [٣] والأبعد ستين : والأبعد : سد،يح [ا،ب،ج،د،ه،و]
[٤] ه،ح : د،ح [ا،ب،د] [٥] سد،يو : سد،يم [و] [٨] ثلاثة : ثلثة [ا،ب،ج،د] [٨] فيبقى : فبقى[ا،ج،د،ه،و]
[٩] كب،ل : كب،د [د] [١١] قيا،لو : قيا،لر [ب،د] [١٢] به : به [ا،ج،ه،و] [١٣] ويكون : وتكون [ه،و]
[١٤] زاد : وإذا [ب] [١٥] ١٣٦٣ : ٩٣٦٣ [د] [١٦] يستغل : يثتغل [ج،ه،و]، يستغمل [ب]



(*o*) فليكن (م) مركز الدائرة التي حوله يدور مركز الفلك الحامل لعطارد و(ط) مركز الفلك المعدل للمسير و(د) مركز الحامل في أبعد بعده فأبعد بعد عطارد في هذا الموضع (ه ج) فإن كانت أبعاد (ه ط)، (ط م)، (م د) متساوية وكل واحد منها ثلاثة أجزاء أن (ه د) تسعة أجزاء و(دا) ستين و(اج) اثنان وعشرون ونصف فجميع (ه ج) بعد عطارد الأبعد صا،ل ومتى بلغ مركز (د) موضع (ط) بلغت نقطة (ا) نقطة (ب) فكان (ه ب) البعد الأقرب في فلك الأوج وهو سبعة وخمسون جزءاً فإذا ألقينا منه نصف قطر التدوير بقي (ه ر) أقرب بعد عطارد لد،ل. ويكون النسبة بين هذين البعدين نسبة كج ، إلى سا، أعني نسبة الواحد إلى اثنين وخمسة عشر جزءاً من ثلاثة وعشرين من واحد فمتى كان البعد الأقرب لعطارد من جهة القمر سد،ي كان الأبعد قع،يا.

---

٥ وكل : وكان [ا] ٥ ثلاثة : ثلثة [ا،ب،ج،د] ٥ ستين : ستون [ا،ج،ه،و] ٩ ويكون : وتكون [ه،و]
٩ كج : كح [ا،ب،ج،د] ١٠ ثلاثة : ثلثة [ا،ب،ج،د]

(π) وإن وضعناه سد،يو لما تقدّم وأخرجنا التساهل المذكور في المجسطي عن أبعاد (ه ط)، (ط م)، (م د) ، حتى صار كل واحد منها ب،نط،لو، خرج البعد الأبعد قع،كج .

(ρ) وأما بطلميوس فإنه في كتاب المنشورات استعمل هذه النسبة نسبة لد إلى فح وهي نسبة يز إلى مد وذلك أنه زاد على البعد الأوسط ستة وعلى ما بلغ نصف قطر التدوير فاجتمع كح،ل ثم نقص من البعد الأوسط ثلاثة أجزاء ثم نصف قطر التدوير فبقي لد،ل وأسقط الكسر عنهما واستعمل الباقي ولو لم يسقطه لكانا على نسبة كج إلى نط. ونخرج بهما البعد الأبعد إذا استعملت مع الكسر قسد،لو وبغير كسر قسو،ه ومما ينبغي أن يستغرب في هذا المعنى أنّ هذه النسبة التي تقتضيها المقالة التاسعة من المجسطي، يخالف ما في الثانية عشر منه في المقامات وذلك أنها هناك نسبة لج،يب إلى صا،و وعلى كل حال فهي أقرب مما في المنشورات.

(σ) فلنجيء في الزهرة إلى مثله وبعدها الأقرب بالمقدار الأرضي قع،كج وفيها وفي سائرها من العلوية يقتصر على الشكل المتقدم في القمر والذي يتضمنه المجسطي في (ه د) أنه ا،يه وفي (اح) أنه مج،ي فيكون أقرب بعد الزهرة يه،له والأبعد قد،كه فيكون النسبة بينهما نسبة ١٨٧ إلى ١٢٤٥ وأخذها بطلميوس في كتاب المنشورات بإسقاط الكسرين وهي نسبة الواحد إلى ستة ونصف وعبر عنها البتاني بنسبة ب إلى يج لإزالة الكسر. فإذا أثبتناه نحن وجعلنا البعد الأقرب قسد،لو خرج الأبعد على رأيه ١٠٩٥،نب وإذا جعلنا قع،كج كما ظننته وأتممت فيه نفسي كان بعدها الأبعد ١١٣٤،كج وهو بعد الشمس الأقرب.

---

٢ (م د) : (ه د) [ا،ب،د] ٣ قع،كج : قع،كح [ا،ب،ج،د،ه،و] ٤ بطلميوس : بطليموس [و] ٤ المنشورات : المنشوزات [ب] ٤ لد : لر [ا] ٥ زاد : اذازاد [د] ٨ يسقطه : يسقط [ج،ه،و] ٨ كج : كح [ا،ب،ج،د] ٨ بهما : بها [ب،ج،ه،و] ٩ قسو،ه : قسز،ه [ا،ب،د]، قسد،ه [و] ١١ لج،يب : لح،يب [ا،ب،ج،د] ١٢ صا،و : ما،و [ا،ب،ج] ١٢ فهي : وهو [ب،د] ١٢ المنشورات : المنشوزات [ب] ١٤ وفي : في [ا،د] ١٥ ا،يه : مج،ي [ب،د]، ب،يه [ا] ١٥ يه،له : يد،لد [د]، ند،له [و] ١٦ فيكون : وتكون [ه،و] ١٦ ١٢٤٥ : ١٢٤ [ا]، ٢٢٤٥ [ب] ١٦ بطلميوس : بطليموس [و] ١٧ ستة : الستة [ه،و] ١٨ يج : يب [ه،و] ١٨ لإزالة : لإزالت [د] ١٩ قسد،لو : سد،لو [ا]، قسد،لز [ب،د،ه،و] ١٩ رأيه : زاويه [ب،د] ١٩ جعلنا : جعلناه [ا،ب،ج،د،ه] ٢٠ ١١٣٤،كج : ٩١٣٤ [د]، ١١٣٤ [ب]

(τ) وأما الأبعد فبحسب ما عند بطلميوس فيما بين المركزين إذا أخذنا لأقرب
183v[ا] ١٠٩٥،نب والنسبة نسبة ٦٩٠١ إلى ٧٤٩٩ كان ١١٧٤،ي وإذا كان ١١٣٤،كح
فهو بهذه النسبة ١٢٣٢،مو إلا أن الأرصاد اجمعت فيما بين المركزين على
ب،ه فصارت النسبة فيما بين البعدين نسبة قلط إلى قمط وإذا كان البعد
٥ الأقرب ١١٣٤،كح كان الأبعد بها ١٢١٦،ه.

(υ) ولم يذكر بطلميوس في الرصد الذي استخرج بعدها من الكسوف فيه تاريخاً
يستعان به على تعرف الحال وإنّ بعدها الذي ذكر في أي موضع هو لها
من فلك الأوج ولم يشر إلى شيء من نهايتي أبعادها في المجسطي وأما في
كتاب المنشورات فذكر أن بعدها الأقرب ألف ومائة وستون والأبعد بزيادة مائة
١٠ عليه. فدل على أن البعد الذي كان استخرجه لها وكان ألف ومائتي وعشرة
كان لأوسط ابعادها.

(φ) فليكون أقرب أبعاد المريخ ١٢١٦،ه وما بين المركزين في كرته وَ ونصف
قطر التدوير لط،ل فالبعد الأقرب بهما يد،ل والأبعد قه،ل وما بينهما نسبة
٢٩ إلى ٢١١ وهي نسبة الواحد إلى سبعة وثمانية أجزاء من تسعة وعشرين من
١٥ واحد وذلك أقل من النصف ولذلك ألغاه بطلميوس وجعلها نسبة سبعة أضعاف
وإذا لم نلغه كان البعد الأبعد للمريخ ٨٨٤٨،ج.

وذلك أقرب أبعاد المشتري وما بين المركزين في كرته ب،يه ونصف قطر
التدوير يا،ل فالبعد الأقرب مو،يه والأبعد عج،مه وبينهما نسبة لز إلى نط
وهي نسبة الواحد إلى الواحد وخمس وثلاثين دقيقة وثلثيها بالتقريب وعبر عنها
٢٠ بطلميوس بنسبة كج إلى لز وذلك لأنها بالتقريب نسبة كج إلى لو،م فالبعد
الأبعد للمشتري ١٤١٠٩،ج.

---

١ بطلميوس : بطليموس [و] ١ لأقرب : الأقرب [ا،ب،ج،د،ه] ٢ ١٠٩٥،نب : ١٠٥٥،نب [د،ه،و]، ١٠٩٥،لب [ب] ٣ اجمعت : اجتمعت [ا،ب،ج،ه] ٤ فصارت : فصارت [و] ٦ بطلميوس : بطليموس [و] ٦ الذي : الذي [د] ٦ فيه : فيه [ه،و] ٦ تاريخاً : تارتخاً [ا،ب]، تايخاً [و] ٧ به : به [ا،ج،ه،و] ١١ كان : كان [ا] ١٢ ١٢١٦،ه : ١٢١٠١،ه [ا،ب،د] ١٢ وَ : و،ح [ا،د]، و،ه [ب،ج،ه] ١٣ قه،ل : نه،ل [ا،د]، فه،ل [ب،ج،ه،و] ١٥ ألغاه : ألقاه [ا] ١٥ بطلميوس : بطليموس [و] ١٦ نلغه : بلقه [ا]، بلغه [ب،و] ١٦ ٨٨٤٨،ج : ٨٨٤٨،ح [ا،ج،د،ه،و]، ٨٨٤٨[ب] ١٨ مو،يه : مو،يد [د] ١٨ والأبعد : الأبعد [ب،د] ١٩ الواحد : واحد [د] ٢٠ بطلميوس : بطليموس [و] ٢٠ لو،م : يه،م [د]

وهو أقرب أبعاد زحل والذي بين المركزين ج،كه ونصف قطر التدوير و،ل فالبعد الأقرب نَ،هَ والأبعد سط،نه والنسبة بينهما نسبة ٦٠١ إلى ٨٣٩ أعني نسبة الواحد إلى واحد وثلاث ووعشرون دقيقة وثلاثة أرباعها وهي نسبة الخمسة إلى ستة وثمان وخمسين دقيقة وأربعة أخماسها ولذلك جبرها بطلميوس وجعلها نسبة الخمسة إلى السبعة وإذا لم نجبر كان أبعد بعد زحل ١٩٦٩٦،ك وذلك بعد الكواكب الثابتة.

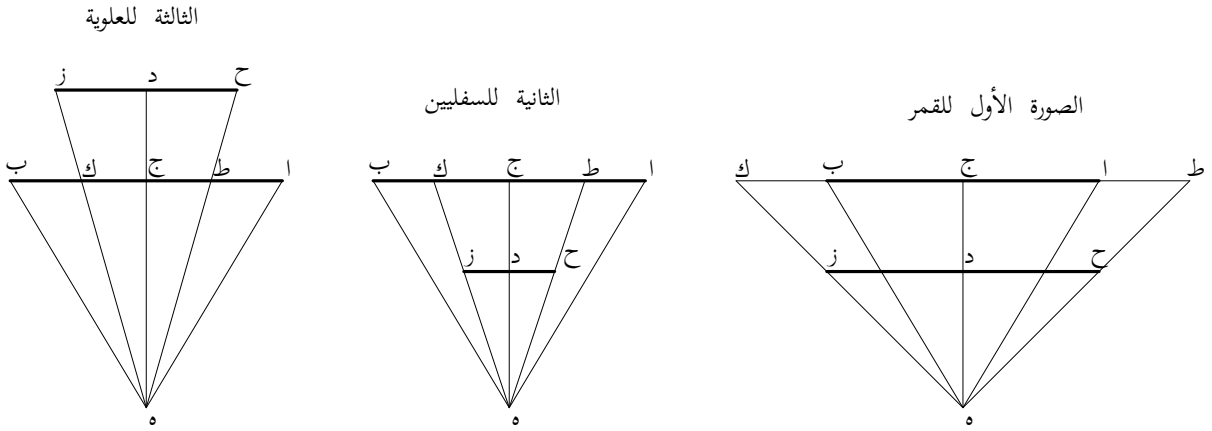
الفصل الثاني
في أقطار الكواكب في المنظر وتكسير أجرامها

(χ) أقطار ما يرى من الكواكب تختلف بحسب البعد عن البصر من جهتين إحديهما احتداد زاوية الإدراك وانفراجها والثاني اتساع القطعة المرئية من الكرة إذا تباعدت وتضايقها إذا دنت.

فليكن البصر عند (ه) و(اب) قطر الشمس و(ج ه) بعدها عن الناظر و(ح ز) قطر كوكب بعده (ده) فأما الصورة الأولى فإنها للقمر لما وجد في بعض كسوفات الشمس من المكث والصورة الثانية للكوكبين السفليين والثالثة للثلاثة العلوية.

---

٢ بينهما : بينها [ا] ٣ وعشرون : وعشرين [ا،ب،ه،و] ٣-٤ وثلاثة أرباعها وهي نسبة الخمسة إلى ستة وثمان وخمسين دقيقة : ~~وثلاثة أرباعها وهي نسبة الخمسة إلى ستة وثمان وخمسين دقيقة~~ [ا،ب،د] ٤ بطلميوس : بطليموس [و] ٥ ١٩٦٩٦،ك : ١٩٦٦٦،ك [ه،و] ١٢ عند : عنه [ب] ١٣ فأما : وأما [ب،د] ١٥ للثلاثة : للثلثة [ا،ب،ج،د]



وأقطار جميعها وهي في أبعادها الوسطى مقدرة بقطر الشمس وهي في بعدها الأوسط فالقمر إذا كان كذلك في كسوف الشمس سترها ومثل ثلث قطرها ولذلك كان في الصورة الأولى مجموع (ط ا) و(ب ك) ثلث (اب) وفي الباقيين لسائر الكواكب على ما حصله ابرخس بثقبتي هدفتي العضادة المهيأة لذلك أما قطر عطارد فثلث خمس قطر الشمس، وأما قطر الزهرة فعشره وقطر المريخ ربع خمسه والمشتري نصف سدسه وزحل نصف تسعه.

(ψ) وإذا كان قطر الشمس كما تقدم مثل قطر الأرض خمس مرات ونصف مرة وستر عطارد مثلاً منه الجزء من خمسة عشر كان هذا الجزء من قطرها ..،كب وذلك (ط ك) ونسبته إلى (ج ه) بعد الشمس وهو عند بطلميوس ١٢١٠ كنسبة (ح ز) قطر عطارد إلى (ده) بعده الأوسط وهو عند بطلميوس قيه فإذا ضربنا الجزء المستور من قطر الشمس في بعد الكوكب الأوسط وقسمنا المبلغ على بعد الشمس خرج قطر الكوكب وقد مثلنا بعطارد فقطره الذي يخرج بما ذكرنا ..،ب،ه،كز.

---

٤ (ب ك) : (ب ط) [ب]، (زط) [د] ٥ المهيأة : بالمهيأة [ا] ٨ مثل قطر الأرض : مثل نصف قطر الأرض [ا،ب،ج،د،ه،و] ١٠ بطلميوس : بطليموس [و] ١١ ١٢١٠ : ١٢٠ [ا]، ١٣٠ [ب،د]، قيه [ج،ه،و] ١١ بعده : بعد [د] ١١ بطلميوس : بطليموس [و] ١٢ قيه : ١٣٠ [ج،ه،و] ١٤ ..،ب،ه،كز : ..،ب،كز [ه،و]

وأما طريق بطلميوس فإنّه جعل قطر الشمس منقسماً بأعداد بعدها فانقسم قطر الأرض بها مائتي وعشرين جزءا وحفظه أصلاً ثم أخذ من بعد الكوكب الأوسط ما يستر من الشمس ومثالنا بعطارد فالمأخوذ له زم وهو قطر عطارد بالأصل المحفوظ وإذا نقله إلى المقدار الذي به قطر الأرض واحد كان ب،ه،كز.

(ω) وطريق القبيصي إن قطر الشمس في البعد الأوسط يوتر زاوية مقدارها لا،ك وما يوتره قطر عطارد وهو ثلث خمسه فقطره إذن يوتر ب،ه وذلك مقدار زاوية (ح ه ز) ونسبة جيب نصفها إلى جيب تمامه وهو زاوية (دح ه) كنسبة (دح) قطر عطارد إلى (ه د) بعده الأوسط فهو إذن معلوم.

(αα) وأما الكواكب الثابتة فلم يذكر بطلميوس منها غير التي في العظم الأول وسوى بينها وبين المريخ في أن أقطارها جزء من عشرين جزءاً من قطر الشمس. وأبو جعفر الخازن ذكر في كتابه في الأبعاد والأجرام أن أقطار التي منها في العظم الأول جزء من سبعة عشر من قطر الشمس والتي في العظم الثاني جزء من عشرين وربع والتي في العظم الثالث جزء من أحد وعشرين وأربعة أخماس والتي في الرابع جزء من أربعة وعشرين والتي في الخامس جزء من سبعة وعشرين ونصف والتي في السادس جزء من ستة وثلاثين ثم لم يسند ذلك إلى نفسه ولا إلى غيره ولا أشار إلى وجه استخراجه واستنباطه وإذ علم الطريق إلى معرفة أقطار الكواكب.

---

١ بطلميوس : بطليموس [و] ١ بعدها : يعده [ج،د،ه،و] ٢ وحفظه : وحفظه [ا،ب]، وحفظ [ج،د،ه،و] ٣ ما : ما [ب] ٦ يوتر زاوية : يوتر ناوية [ا]، وثر زاوية [د] ٧ و : و [ج،ه،و] ٨ جيب : جيب [و] ٩ فهو إذن : وهو [ا]، وهو إذن [د] ١٠ بطلميوس : بطليموس [و] ١٦ والتي : والو [ا] ١٧ ولا إلى غيره : او غيره [ا،ب،د]

($\alpha\beta$) فإنها إن كانت كرية والدلائل قائمة على ذلك دون البراهين الضرورية فقد
184r[ا] أبانت صناعة الهندسة عن تناسب أكر الأقطار على تناسب مكعباتها ومكعب قطر الأرض واحد فمهما كعب قطر كل كوكب كان جزءاً من الواحد كالسفلية منها أوأمثالاً له كالشمس والعلوية وكان حال الأكر حال المكعبات.

($\alpha\gamma$) وتقدم في أول الكلام طريق الهند في أبعاد الكواكب وما يقتضيه رأى بولس اليوناني فمتى حكينا من كتابه أو كتاب غيره نسب أقطار الكواكب بعضها إلى بعض لمكن معرفة أجرامها على مثال الطرق التي تمهدت.

قال بولس إن قطر القمر $\overline{٣٢}$ ونصفه $\overline{١٦}$ للزهرة ونصفه $\overline{٨}$ للمشتري ونصفه $\overline{٤}$ لعطارد ونصفه $\overline{٢}$ لزحل ونصفه $\overline{١}$ للمريخ. ومن عادة الرجل استخراج المقادير بعضها من بعض والتمحل لإراد نظام لها وقانون.

وفي زيج كندكاتك مقاديرها الوسطى للمريخ $\overline{٠،ب}$ ولعطارد $\overline{٠،ج}$ وللمشتري $\overline{٠،ج،ل}$ وللزهرة $\overline{٠،د}$ ولزحل $\overline{٠،ب،ل}$.

($\alpha\delta$) وإذا زاد تعديلها لوقت ضرب كل واحد منها في الجيب كله وقسم المبلغ على بعد الكوكب من الأرض بمقدار الجيب كله فيخرج مقدار قطره للوقت.

وهذه المقادير في غرة الزيجات للمريخ $\overline{٤}$ ولعطارد $\overline{٦}$ وللمشتري $\overline{٧}$ وللزهرة $\overline{٨}$ ولزحل $\overline{٥}$ وفي الزيج المستخرج غيرها.

($\alpha\epsilon$) وعلى إظلام الطريق في استخراج علل أعمال القوم يجب أن يعلم أن أعظم أسباب اختلاف هذه المقادير هو اختلاف مقدار الجيب كله عندهم فإنه عند بولس بالدقائق $\overline{٣٤٣٨}$ وعند براهم $\overline{٣٢٧٠}$ وفي كندكاتك $\overline{١٥٠}$ وفي غرة الزيجات $\overline{٢٠٠}$ وفي الزيج المستخرج $\overline{٣٠٠}$ والسبب الباعث على ذلك طرق استعمالهم إياه في الأعمال وافتنانها من أجله.

---

[1] فإنها : وإنها [ب] [4] أوأمثالاً : أومثالاً [ج،ه،و] [5–6] وما يقتضيه رأى بولس اليوناني فمتى حكينا من كتابه أو كتاب غيره نسب أقطار الكواكب : ~~وما يقتضيه رأى بولس اليوناني فمتى حكينا من كتابه أو كتاب غيره نسب أقطار الكواكب~~ [ب] [7] لمكن : ~~لمكن~~ [ا]، أمكن [ج،د،ه،و]

[7] معرفة : معرفه [ا،ب] [10] من : إلى [ب،د] [11] كندكاتك : كندكانك [ب،د] [12] $\overline{٠،ج،ل}$: $\overline{٠،د،ل}$ [ا،ب،د] [19] $\overline{٣٤٣٨}$: $\overline{٢٤٣٨}$ [ا،ب،د] [19] كندكاتك : كندكانك [ب] [20] $\overline{٢٠٠}$: $\overline{٢٢٠}$ [ا] [21] وافتنانها : وايتنايها [ا]

Traduction du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*

Chapitre 6
Sur les distances des planètes et leurs volumes, en deux sections :
Première section
sur leurs distances à la Terre vers le haut.

(α) Pour savoir lequel de deux objets donnés est le plus éloigné, on peut soit exploiter l'occultation du plus lointain par le plus proche, soit départager lequel est le plus proche des deux grâce à sa parallaxe [qui est] une portion plus large que la portion du plus éloigné[100] , soit encore, sous condition d'égalité des deux mouvements en distance, grâce à la lenteur du plus éloigné[101].

(β) En ce qui concerne le Soleil et la Lune, nous avons déjà achevé cela et leurs distances à la Terre ont résulté de leurs phénomènes[102].

---

100. Nous avons retenu la leçon حظ (*portion*) plutôt que خط (*ligne*) car al-Bīrūnī utilise le verbe احتظاء (*départager*) qui a la même racine. Remarquons toutefois que pour Ptolémée la parallaxe est bien la longueur d'un arc, c'est-à-dire d'une ligne.

101. Al-Bīrūnī formule cette même alternative dans son *Traité sur L'Inde*. Voici une traduction en français de ce passage établie à partir de l'édition du texte arabe de Sachau (Al-Bīrūnī 1887, p. 236) :

> Il est bien connu parmi les astronomes qu'il n'y a pas moyen de distinguer la plus haute de la plus basse de deux planètes sauf à l'aide de l'occultation (الستر) ou de l'augmentation de parallaxe. Cependant l'occultation est un concours rare et la parallaxe d'aucun autre astre que la Lune ne peut être observée [...].
> Cependant les Indiens pensent que les mouvements sont égaux mais les distances inégales : l'astre le plus haut se déplace plus lentement que l'astre le plus bas en raison de la plus grande circonférence de son orbite.

102. Al-Bīrūnī fait ici référence aux chapitres VII.10 et VII.11 dans lesquels il a produit respectivement les distances de la Lune et du Soleil de la même façon que Ptolémée dans l'*Almageste*, c'est-à-dire en partant de phénomènes observables : la parallaxe de la Lune

(γ) En ce qui concerne les planètes, nous avons tiré de l'occultation des plus éloignées par les plus proches que la Lune est la plus basse de toutes car elle les éclipsait lors du passage sur elles et que l'on n'a vu aucune d'entre elles passant sous elle ; et il en a aussi résulté que Mercure est plus haute qu'elle et plus basse que toutes les autres, que Vénus est plus haute que la Lune et Mercure et plus basse que les [trois] planètes supérieures ; puis que Mars est la plus basse des trois [autres] et Saturne la plus haute tandis que Jupiter est entre les deux ; et que les étoiles fixes sont au-dessus de l'ensemble : on a donc connu de cela leur arrangement sans la valeur des distances.

Il est possible que le Soleil soit sous l'ensemble des planètes, exceptée la Lune qui est inférieure, comme il est possible que quelques planètes, mais pas toutes, soient situées entre les deux[103].

(δ) En cette matière, les Indiens ont quant à eux suivi la voie de l'égalité des mouvements : ils ont allégué un mouvement en distance unique pour la totalité des planètes, c'est à dire qu'elles se meuvent dans des périodes [de temps] équivalentes de distances équivalentes en espace, et de cela seulement vient que la lenteur et la rapidité sont causées par l'éloignement et la proximité des orbites dans lesquelles elles circulent.

---

et les éclipses. Pour la Lune, il est arrivé à une distance minimale de $32^{rt}; 55$ et à une distance maximale de $64^{rt}; 53$, distances auxquelles il a ensuite soustrait un rayon terrestre pour avoir la distance de la Lune à l'observateur, cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, p. 843-844. Remarquons ici qu'al-Bīrūnī n'utilisera pas ces distances de la Lune dans le chapitre X.6 et préférera en produire de nouvelles, cf. *infra* paragraphe (ν).

En ce qui concerne la distance moyenne du Soleil, al-Bīrūnī (ibid., p. 874) a reproduit la méthode et les calculs mis en œuvre par Ptolémée dans le livre V de l'*Almageste*, cf. *supra* pages 74 et suivantes pour notre exposition de cette méthode. Il conclut que le Soleil a une distance moyenne à la Terre de 1210^{rt}. Les doutes émis pas al-Bīrūnī sur la validité de cette méthode et du résultat produit sont discutés dans le chapitre 9 page 404.

103. Ce passage est une reprise du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (Ptolémée 1993, p. 62) que nous avons cité et commenté pages 104 et 110. Il faut remarquer ici qu'à notre connaissance al-Bīrūnī est, après Proclus (cf. *supra* page 182), le seul auteur à reprendre l'affirmation formulée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* selon laquelle les rangs relatifs de Mercure et de Vénus ont été obtenus grâce à l'observation d'une occultation de Vénus par Mercure.

Les rapports mutuels des diamètres sont comme les rapports mutuels des périmètres, et les rapports des distances faites par les planètes dans une durée donnée sont comme les rapports des [nombres] de révolutions dans la durée qu'on appelle *les jours du Monde*, et dès que ceci est connu pour une des planètes il en est de même pour le reste et ils ont fixé ce connu pour la lune[104].

Pauliśa[105] a utilisé pour *les jours du Monde* un nombre de 1 577 917 800 levers, la Lune y effectuant 57 753 336 tours. Lorsque tu multiplies par les degrés d'un tour puis par soixante, tu réunis les minutes du mouvement de la Lune lors de la totalité de cette période[106].

Ils se sont accordés sur le fait que la distance pour chaque minute du cercle de la Lune était de quinze *yojanas*, qui est le nom véritable de huit milles de nos milles, c'est-à-dire trente-deux-mille coudées[107]. On a donc chiffré le mouvement de la Lune par cette quantité susdite, je veux dire la multiplication de ses minutes par quinze qui donne

104. Nous avons présenté cette théorie dans le chapitre 2 pages 46 et suivantes.

105. La consultation des travaux de Pingree et Kennedy (Al-Hāshimī 1981, p. 209-210) et de Montelle et Plofker (Montelle et Plofker 2018, p. 276-278) montre que tous les paramètres mentionnés dans ce paragraphe par al-Bīrūnī et attribués à Pauliśa dans ce paragraphe correspondent de façon exacte aux paramètres du système *ārdharātrika* (les jours commencent à minuit et non au lever du Soleil comme dans l'*Āryabhaṭīya*) utilisé par Āryabhaṭa dans un traité, distinct de l'*Āryabhaṭīya* et aujourd'hui perdu, ayant servi de base au *Khaṇḍakhādyaka* de Brahmagupta. Les paramètres de ce système concernant le nombre de révolutions des astres errants durant une période de 4 320 000 années solaires (un mahāyuga) sont conservés dans le *Mahābhāskarīya* (Bhāskara I 1960, p. 211) rédigé par Bhāskara I au VII^e siècle.
Ceci a permis à Pingree (Pingree 1969, p. 172-173) de conclure que le traité cité ici par al-Bīrūnī est la version du *Pauliśasiddhānta* rédigée au VIII^e siècle et non la version ancienne dont le *Pañcasiddhāntikā* contient un résumé, cf. *supra* page 42.

106. la Lune a ainsi parcouru 57 753 336×360×60 minutes d'arc durant les *jours du Monde*.

107. Il existait un système d'unités plus ancien selon lequel huit milles valaient vingt-quatre-mille coudées, ce qui justifie la précision apportée ici par l'auteur. Sur ce point, voir par exemple R. P. Mercier 1992, p. 177-178.

18 712 080 864 000[108], ce qui est le mouvement total de l'astre dans cette période, et quand on divise ce nombre par les [nombres des] tours de l'astre durant cette période il vient la mesure de son cercle moyen dans son orbe en [unité de] distance susdite[109].

Selon lui, les tours de Saturne [durant cette période] sont de 146 564, ceux de Jupiter de 364 220, ceux de Mars de 2 296 824, ceux de Vénus de 7 022 388, ceux de Mercure de 17 937 000[110].

Et si le périmètre est connu, alors le diamètre est connu car le rapport du périmètre au diamètre est, selon lui, le rapport de 3927 à 1250, et cette proportion n'est pas loin de celle utilisée par Archimède. Le diamètre de la Terre est, selon lui [Pauliśa], de 1600 de la quantité susdite[111].

(ϵ) Si j'avais adhéré à cette méthode de preuve, j'aurais fait de mon mieux pour énoncer ses propositions et ses résultats, sauf qu'elle repose sur un principe fragile en ce que les [nombres de] tours des centres des épi-

---

108. Ce nombre est bien le produit 15×57 753 336×360×60. Ce résultat est mentionné par al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde.* comme correspondant à la distance parcourue par la Lune durant un *caturyuga* selon Pauliśa (Al-Bīrūnī 1910, ii, p. 72), un *caturyuga* correspond au temps séparant deux conjonctions totales des planètes (ibid., i, p. 325).

109. Le calcul 18 712 080 864 000 divisé par 57 753 336 donne la circonférence de l'orbite de la Lune en *yojanas*, savoir 324 000 *yojanas*, soit 2 592 000 milles.

110. Nos choix d'édition et de traduction pour les nombres de révolutions de Vénus et Mercure sont corroborés par les valeurs mentionnées par al-Bīrūnī dans le *Traité sur l'Inde* (Al-Bīrūnī 1910, p. 17-18).

111. L'origine de cette approximation rationnelle de $\pi \simeq \dfrac{3\ 927}{1\ 250}$ [$= 3,1416$] est évoquée par al-Bīrūnī dans son *Traité sur l'Inde* (ibid., p. 168-169). Ce rapport est une forme simplifié de celui fourni par Āryabhaṭa dans l'*Āryabhaṭīya*: $\pi \simeq \dfrac{62\ 832}{20\ 000}$, cf. (Pingree 1969, 205:239).

Il est probable que la référence à Archimède faite ici par al-Bīrūnī renvoie à l'encadrement

$$[3,1408 = \ ]\ 3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}\ [\ = 3,1429]$$

démontré par Archimède dans son traité sur *La mesure du cercle*(Archimède 1971, t. I, p. 140-143) et explicitement cité par Ptolémée dans le livre VI de l'*Almageste* (Ptolémée 1984, p. 302).

cycles[112] des [planètes] supérieures suivent de près ce qu'ils [les Indiens] ont indiqué alors que les [nombres de] tours des deux [planètes] inférieures sont en deçà de leurs attentes car ils sont égaux aux [nombres de] tours du Soleil, et cette égalité implique que les deux centres d'épicycle tournent avec le Soleil sur un unique parcours. Et ce qui est supposé pour les deux en [nombre de] tours, c'est plutôt la somme des [nombres de] tours de l'astre propre [i.e. sur l'épicycle] et des [nombres de] tours du Soleil. Et dès que je permets le travail par cela, cela me contraint à dire que les [nombres de] tours des [planètes] supérieures sont la somme des [nombres de] tours de leurs astres propres et des [nombres de] tours des centres des épicycles, et ensuite à les utiliser ainsi[113] .

Quant au fait qu'un degré de la trajectoire de la Lune vaut sept-mille-deux-cents milles, même si c'était la réalité, il n'y a rien qui nous dise comment ils y sont arrivés[114], ni d'information sur qui s'en est chargé. Ce que j'ai indiqué concernant leur méthode suffit, et nous épuiserons le sujet ailleurs que dans ce livre si le succès rejoint la volonté[115].

112. Al-Bīrūnī utilise ici les termes classiques de l'astronomie ptoléméenne arabe tels que forgés depuis l'adaptation des textes grecs (R. Rashed 2017, p. 610-613).

113. Cet argument d'al-Bīrūnī est une critique d'une méthode de calcul des distances qu'il lit dans les traités sanskrits d'astronomie, cependant il s'agit ici d'une interprétation de sa part qui ne correspond pas au contenu des traités que nous avons consultés, cf. *supra* chapitre 2 pages 52 et suivantes. C'est ce type d'interprétation de la part d'al-Bīrūnī qui a conduit Pingree à lui reprocher «une tendance forte à affecter des théories physiques aristotéliciennes et des preuves géométriques grecques à ce que son pandit traduit, distordant ainsi profondément les arguments Indiens» (Pingree 1983, p. 356).

114. Sur l'absence d'information dans les traités sanskrits quant à la provenance du diamètre réel de la Lune, cf. *supra* pages 47 et suivantes.

115. Il s'agit peut-être ici d'une annonce du passage du *Traité sur l'Inde* dans lequel al-Bīrūnī va effectivement jusqu'à produire des distances à la Terre à partir des données figurant dans les traités sanskrits d'astronomie, cf. Al-Bīrūnī XVII, 121r.

(ζ) Quant à la méthode qui repose sur l'utilisation de la parallaxe, dans le cas des planètes, l'absence de détection l'entrave.[116].

(η) Quant aux Grecs, ils ont posé que l'éther ne contient pas de lieu dépourvu d'action. Ce qui a rendu nécessaire que les sphères propres à chaque planète se touchent, c'est-à-dire que la limite supérieure de la sphère dont la planète a besoin pour ses mouvements est adjacente à la limite inférieure de la sphère de la planète qui est au-dessus d'elle. À la différence de ce à quoi conduit la théorie des Indiens sur la séparation des sphères qui impose qu'il y ait entre elles quelque chose de solidaire à l'axe[117], elles [les sphères des astres] se touchent l'une l'autre jusqu'à tourner de concert avec le mouvement premier, puis graduellement passent de celui-ci à la chose requise.

Le fait est qu'ils ont mesuré la plus petite des distances de la Lune ainsi que sa plus grande, exprimées en rayons terrestres, le surplus entre les deux donnant ainsi la valeur de l'épaisseur de sa sphère[118]. Toutefois la plus grande des distances de la Lune est la plus petite des distances de Mercure, et le rapport [de la plus petite des distances de Mercure] à sa distance la plus grande, qui est réalisée à l'apogée de l'épicycle en l'auge de son orbe équant, est connu et par conséquent sa distance la

116. Il s'agit d'une opinion partagée par l'ensemble des astronomes. Les seules exceptions notables étant une conclusion formulée par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses* à la suite de ses calculs de distances (cf. *supra* page 137) et la méthode de détermination des distances exposée par Kūshyār dans son traité, cf. *supra* page 327. Les éditeurs d'un des manuscrits dans lequel le traité de Kūshyār est conservé présentent celui-ci comme une lettre adressée à al-Bīrūnī, cf. Al-Bīrūnī 1948c. Il est donc possible que la remarque sur la parallaxe formulée ici par al-Bīrūnī soit une allusion au recours de Kūshyār à de supposées mesures de la parallaxe des planètes.

117. Nous avons remarqué que les termes employés ici par al-Bīrūnī sont les mêmes que ceux qu'il emploie dans le *Traité sur l'Inde* alors qu'il décrit la théorie sous-jacente aux calculs de distance de Ya'qūb ibn Ṭāriq. Nous avons traduit et commenté ce passage au chapitre 8, cf. page 343.

118. On peut comprendre ici «la largeur du peson» en un sens proche de l'interprétation faite par Proclus d'un passage de la *République* de Platon, cf. *supra* page 192.

plus grande est aussi connue, et elle est la plus petite distance de Vénus et sa plus grande distance, similairement à ce que nous avons énoncé pour Mercure, est connue.

(ι) Et si on prend cela pour distance minimale de Mars, alors l'intervalle déterminé par la différence des distances des deux luminaires ne lui suffira pas ; à cause de cela, on lui attribue seulement les deux sphères de ces deux planètes [Mercure et Vénus]. Ce point de vue est renforcé par le fait que la distance maximale de Vénus est proche de la distance minimale du Soleil[119].

(θ) On laisse l'affaire comme cela, en particulier parce qu'elle est prise par approximation : c'est en raison [du fait] que la distance de l'astre est celle du centre de son corps, et non pas celle de la limite de sa sphère. Car la sphéricité du corps de l'astre rend nécessaire un espace en sus de la distance maximale et en deçà de la distance minimale, de la grandeur de son rayon, et elle rend nécessaire un excédent grâce auquel la sphère contenante rejoint les orbes qu'elle contient[120]. De même, tant qu'on prend ces distances [sans excédent], on n'échappe pas aux défauts de la négligence. Ainsi devient tolérable ce que nous avons mentionné concernant la distance maximale de Vénus et la distance minimale du Soleil.

(κ) Ensuite on a posé que la distance la plus grande du Soleil était la distance la plus petite de Mars, on a suivi en cela, et pour les planètes du dessus suivantes, la méthode exposée jusqu'à ce qu'en découle la

119. Ce paragraphe et le précédent sont une paraphrase de l'argument déployé par Ptolémée dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses* pour résoudre le problème du rang du Soleil, cf. *supra* chapitre 4 pages 110 et suivantes.

120. L'idée de prendre en considération le diamètre des astres dans le calcul des distances est une proposition d'al-Bīrūnī que nous avons commentée en détail au chapitre 9 pages 402 et suivantes.

plus grande distance de Saturne, puis on l'a prise comme distance des étoiles fixes de façon générale, car il n'est pas survenu dans la réalité d'indice de différence parmi leurs distances[121].

(λ) Si on considérait l'éventualité que l'intervalle entre les deux luminaires soit vide de planètes, cela donnerait la plus grande distance du Soleil pour plus petite distance de Mercure, et au-dessus d'elle, Vénus, puis Mars, puis Jupiter, puis Saturne, puis les fixes, sauf que le premier classement convient mieux à la sagesse divine et est le meilleur dans les voies naturelles[122].

(μ) Nous sommes à même de relater ces travaux par le détail. Pour la situation de la Lune, que l'on a déjà mentionnée, il suffit que nous la restituions pour mémoire : [Soient] A et B sur l'orbe de son apogée dont le centre D est excentré depuis H le centre de la Terre. Nous obtenons le diamètre joignant les deux et nous agençons sur l'apogée A et sur le périgée B l'orbe de son épicycle. Ce pour quoi Ptolémée obtient, en posant AH égal à soixante parties[123], que AJ est égal à $5^p;15$[124] et DH à $10^p;19$. D'où il vient le rayon de l'orbe de l'apogée [AD] $49^p;41$, puis

121. Le fait de préciser que rien ne permet d'avancer que les étoiles fixes sont à des distances différentes de la Terre est probablement une référence à une théorie en circulation selon laquelle les étoiles fixes pourraient ne pas être toutes à la même distance. Nous en avons trouvé une trace dans un traité syriaque du IX$^{\text{e}}$ siècle, cf. *supra* page 171. Je remercie F. Jamil Ragep pour m'avoir signalé d'autres mentions de cette théorie chez Géminos, Proclus et Avicenne, cf. AL-ṬŪSĪ 1993, p. 389.

122. Al-Bīrūnī considère ici l'existence d'un espace vide entre les deux luminaires comme une possibilité que l'on ne peut exclure *a priori*. Pour un commentaire sur cette position d'al-Bīrūnī dans d'autres textes de son œuvre, cf. HULLMEINE 2019. La conclusion de ce passage est peut-être une allusion aux considérations de ce type que Ptolémée utilisent pour corroborer ses résultats dans la partie (I.2) du *Livre des Hypothèses*, cf. *supra* page 119. Je remercie F. Jamil Ragep pour m'avoir signalé un passage d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* dans lequel al-Bīrūnī critique explicitement le recours à de telles considérations par Ptolémée, cf. AL-ṬŪSĪ 1993, p. 40-41.

123. Afin de faciliter la lecture, on mentionnera toujours si les nombres indiqués représentent un nombre de parties (ici de AH), auquel cas on notera 5^p, ou bien un nombre de rayons terrestres, que l'on notera alors 5^{rt}.

124. Les nombres sont écrits sous forme hexadécimale.

BH 39^p;22 et HR 34^p;07.

Nous avons relaté qu'il avait déterminé[125], à un instant connu et à l'aide de la parallaxe, une distance de la Lune à la Terre rapportée à un rayon terrestre : il obtient 39^{rt};45. Puis il l'a déterminée à cet instant au moyen des grandeurs ci-dessus : elle est de 40^p;25. Et le rapport de ceci à soixante est comme le rapport de 39^{rt};45 à AH en mesures terrestres. On apprend de cela que AH est égal à cinquante neuf [rayons terrestres] et de là que AJ vaut 5^{rt};10, que DH vaut 10^{rt};09, que HR vaut 33^{rt};33, puis par conséquent que HJ est égal à 64^{rt};10.

(ν) Mais nous avons montré qu'il y avait une insuffisance dans la détermination de la parallaxe – selon la voie de l'exactitude, on obtient que cette distance est de huit minutes plus grande que ce qu'il a obtenu et AH vaut alors 59^{rt};08[126] – et que la distance la plus petite était 38^p;16 et la plus grande soixante[127] , et nous avions trouvé AJ égal à 5^p;12. Si

125. *Almageste* V.13, voir PTOLÉMÉE 1984, p. 249 et notre présentation de la méthode de Ptolémée pages 69 et suivantes.

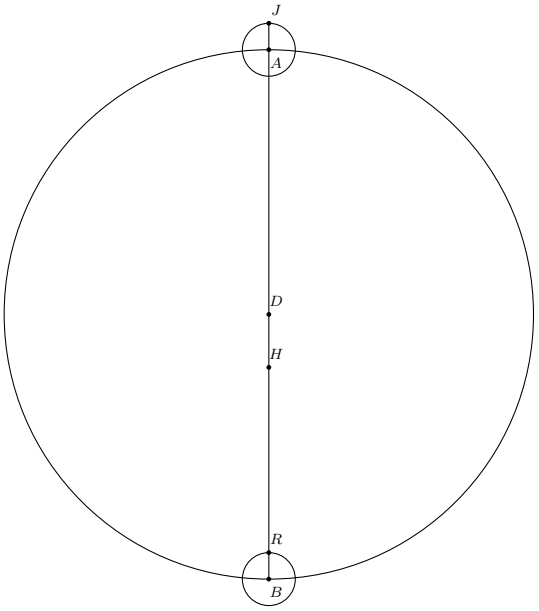
126. En suivant la méthode et les données fournies par Ptolémée, mais en utilisant les tables de cordes de l'*Almageste* (ibid., p. 57-60) jusqu'au quatrième rang sexagésimal, on obtient effectivement une valeur de 39^{rt};50;04;46 qui conduit à AH = 59^{rt};08;09. Il est à noter que Toomer (ibid., p. 249) a signalé dans une note ce manque de précision de Ptolémée et a indiqué que *«39;50 aurait été plus correct»* sans plus de précision. Notons qu'au XIV^e siècle, Ibn al-Shāṭir fait référence aux travaux de «chercheurs en cet art» qui «on trouvé qu'il y avait un défaut dans la valeur de la parallaxe utilisée par Ptolémée», cf. IBN AL-SHĀṬIR 2021, p. 106. Cependant Ibn al-Shāṭir ne fournit pas de noms et prend comme valeur 58^{rt} et non les 59^{rt};08 d'al-Bīrūnī.

127. Les manuscrits et les éditions indiquent : «la distance la plus petite était 33^{rt};40 [ou 38^{rt};40] et la plus grande 64^{rt};18». Ceci correspond assez bien au calcul de la plus petite et de la plus grande distance de la Lune à la Terre à partir des paramètres de Ptolémée en utilisant la correction de la parallaxe : $34^p;07;59;08 = 33;37;26$ et $65^p;15;59;08 = 64;18;27$. Il est donc possible que cette lecture soit correcte. Cependant ce paragraphe nous semble dévolu à la prise en compte par al-Bīrūnī de ses propres paramètres et la présence ici de calculs mixtes à partir des paramètres du modèle de Ptolémée et de sa correction de la parallaxe nous semble douteuse. Et ce d'autant que les résultats qu'il produit ensuite correspondent exactement aux paramètres qu'il a obtenus au chapitre VII.3 – rayon de l'épicycle AJ= 5^p;11;45;17 – et au chapitre VII.7 – excentricité DH=10^p;51;18;11 et plus petite distance entre la Terre et le centre de l'épicycle HB=38^p;16;31;25. L'utilisation dans

nous convertissons alors cela en mesures selon lesquelles AH est égal à cinquante neuf parties et huit minutes [i.e. en rayons terrestres], il vient $5^{rt};08$, et, entre les deux centres, la distance convertie est $10^{rt};42$, puis la distance la plus petite est $32^{rt};36$ et la plus grande $64^{rt};16$. Quand on soustrait un aux distances obtenues, elles deviennent des distances relatives à la surface terrestre[128].

ce paragraphe des résultats obtenus au chapitre VII.7 est confirmée par le fait que la valeur de l'excentricité en rayons terrestres – DH=$10^{rt};42$ – mentionnée ici par al-Bīrūnī correspond bien à la conversion de DH=$10^{p};51;18;11$ en rayons terrestres avec la parallaxe corrigée. Nous considérons que les valeurs mentionnées par al-Bīrūnī en début de paragraphe comme «la plus petite» et «la plus grande» ne sont pas des distances entre la Terre et la Lune en rayons terrestres, comme les manucrits que nous avons pu consulter le laisse entendre, mais les distances en parties entre la Terre et le centre de l'épicycle. Nous nous appuyons ici sur les formulations employées par al-Bīrūnī dans le chapitre VII.7. En effet, pour déterminer l'excentricité, il dit : «La distance la plus petite est 0; 38; 16; 31; 25, et sa somme avec la distance la plus grande est le diamètre de l'orbe de l'apogée, dont la moitié est 0; 49; 8; 15. De là la distance entre les deux centres est 0; 10; 51; 18; 11» (Al-Bīrūnī 1954-1956, t. 2, p. 794). Il ne fait donc aucun doute que dans ce cas, qui comme le paragraphe que nous traduisons ici a trait au modèle de la Lune, «la plus petite» et «la plus grande» désignent les distances de la Terre au centre de l'épicycle exprimées en parties dont la plus grande vaut soixante. De plus, il est fréquent qu'al-Bīrūnī emploie l'expression بالمقدار الذي به اد ستين «avec la mesure dans laquelle AD vaut soixante» (ibid., t. 2, p. 794). Notre choix d'édition, et donc de traduction, est donc de lire الأبعد ستين (*et la plus grande vaut soixante*) plutôt que الأبعد سديح (*et la plus grande vaut $64^{rt};18$*). Quoiqu'il en soit, le reste du paragraphe montre qu'al-Bīrūnī produit des valeurs différentes à partir de ses propres paramètres du modèle géométrique de la Lune.

128. Au chapitre VII.10, al-Bīrūnī produit effectivement les distances minimales et maximales en soustrayant un rayon terrestre au résultat.



(ξ) En ce qui concerne Mercure, Abd al-'azīz al-Qabīṣī se restreint en ce domaine à une analogie avec la disposition de la Lune : DH vaut trois parties selon lesquelles la mesure de AD est soixante, d'où il reste cinquante-sept pour HB. Puis BR, selon l'*Almageste*, est égal à 22^p;30 et il reste 34^p;30 pour HR qui est la distance la plus petite de Mercure qui est aussi la distance la plus grande de la Lune dont on a identifié que la valeur en mesures terrestres est 64^{rt};10.

Il s'ensuit que le rayon de l'orbe de l'apogée est 111^{rt};36^{129} et que le rayon de l'épicycle est 41^{rt};50^{130}, et entre les deux centres 5^{rt};35^{131}, ce qui ensemble donne pour HJ, qui est la distance la plus grande de Mercure, une valeur en mesures terrestres de 159^{rt}[132].

On en tire[133] que le rapport de la plus petite distance à la plus grande est le rapport de 385 à 954, et pour que ces valeurs dépassent la distance

129. 111^{rt};36: le calcul donne 111;35;39.

130. 41^{rt};50: le calcul donne 41;50;52.

131. 5^{rt};35: le calcul donne 5;34;47.

132. 159^{rt}: tant le calcul avec les valeurs exactes qu'avec les valeurs approchées choisies par l'auteur conduisent à une somme égale à 159;01.

133. Cette discussion sur les rapports est du fait d'al-Bīrūnī. Dans le texte d'al-Qabīṣī, seules les valeurs approchées sont en effet mentionnées (Al-Qabīṣī 2014, p. 192).

la plus grande d'une seule minute le rapport devient 550 à 1363[134], je veux dire le rapport de 1 à 2;28;41[135].

Même s'il n'a pas utilisé ce rapport, quand il convertit HD, DA, AJ en mesures terrestres, il les additionne, puis vient la distance la plus grande, et je ne sais comment il a pu perdre de vue la vérité[136].

(*o*) En fait, soit M le centre du cercle sur lequel tourne le centre du déférent de Mercure ; T le point équant ; D le centre du déférent à sa plus grande distance ; la plus grande distance de Mercure dans cette position est alors HJ.

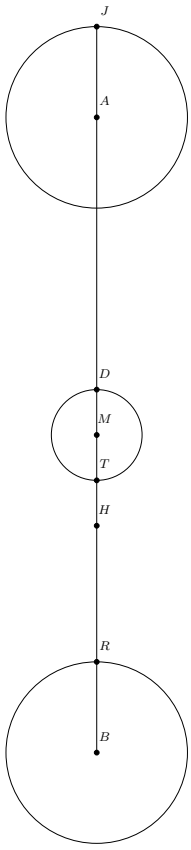
En ce qui concerne les distances HT, TM, MD, elles sont chacune égales à trois parties, d'où HD vaut 9 parties, telles que AD en vaut soixante. [Le rayon de l'épicycle] AJ en vaut vingt-deux et demi et la somme HJ, qui est la distance la plus grande de Mercure, en vaut donc 91^p;30.

Lorsque le centre D arrive à la position T, le point A arrive en B. Il vient alors que HB, la plus petite distance dans l'orbe de l'apogée, vaut cinquante-sept parties. Et si nous soustrayons le rayon de l'épicycle il vient que HR, la plus petite distance de Mercure, vaut 34^p;30.

134. 1363 confirmé par les calculs.

135. Les calculs donnent $\frac{64;10}{159} = \frac{385}{954}$ et $\frac{64;10}{159;01} = \frac{550}{1363} \simeq 2;28;41;27$.

136. Al-Bīrūnī indique ici, à raison, qu'al-Qabīṣī a utilisé un modèle géométrique fautif pour déterminer la plus grande distance de Mercure. Voir Al-Qabīṣī 2014, p. 172.



Ainsi le rapport entre ces deux distances est le rapport de 23 à 61, je veux dire le rapport de un à deux et quinze parties de vingt-trois[137]. Dès lors que pour Mercure la plus petite distance, au regard de la Lune, est $64^{rt};10$, la plus grande est $170^{rt};11$[138].

(π) Et si nous la supposons égale à $64^{rt};16$, comme il précède, et que nous écartons l'insuffisance de l'*Almageste* déjà mentionnée concernant les distances HT, TM et MD, de sorte qu'elles deviennent chacune $2^{p};59;36$, alors il vient que la distance la plus grande est $170^{rt};23$[139].

---

137. Les calculs donnent $\dfrac{34;30}{91;30} = \dfrac{23}{61} = \dfrac{1}{2+\frac{15}{23}}$.

138. Le calcul donne 170;10;52 comme valeur approchée.

139. C'est dans le chapitre X.2 (AL-BĪRŪNĪ 1954-1956, p. 1172) qu'al-Bīrūnī fournit ses propres paramètres pour le modèle de Mercure : $HT = TM = MD = 2^{p};59;36$ où une partie correspond à un soixantième du rayon du déférent DA. En conservant la valeur utilisée par Ptolémée pour le rayon de l'épicycle, on obtient alors $HJ = 91^{p};28;48$ et

(ρ) En ce qui concerne Ptolémée sur cela, dans le *Livre des Hypothèses* il a utilisé comme rapport le rapport de 34 à 88[140], qui est le rapport de 17 à 44.

Et [il a obtenu] cela en ajoutant six à la distance moyenne [i.e. au rayon du déférent] et au résultat le rayon de l'épicycle soit un [ajout] total de 28^p;30. Puis en enlevant trois parties à la distance moyenne, puis le rayon de l'épicycle, d'où le reste de 34^p;30, et il a négligé les fractions [de parties] dans les deux cas et a exploité le reliquat. S'il ne les avaient pas négligées, il aurait eu le rapport de 23 à 59.

On tire ensuite de ces deux rapports que la distance la plus grande est 164^{rt};36 en utilisant les fractions [de parties] et 166^{rt};05 en les omettant.

Il faut s'étonner que ce rapport tiré du livre IX de l'*Almageste* est en contradiction avec ce que contient le livre XII sur les points stationnaires dans lequel il y a le rapport de 33^p;12 à 91^p;06, qui est en tous les cas plus proche [de l'exactitude] que celui du *Livre des Hypothèses*[141].

(σ) Nous arrivons pour Vénus de cette façon à sa distance la plus petite en mesures terrestres : 170^{rt};23.

Dans ce cas ainsi que dans le cas des [planètes] supérieures, on se restreint [pour cela] à la figure mentionnée pour la Lune et pour laquelle

---

$HR = 34^p; 30; 24$. Le rapport de la plus petite à la plus grande distance de Mercure est donc $\frac{HR}{HJ} = \frac{2588}{6861}$. Enfin en prenant $64^{rt}; 16$ pour plus petite distance de la Mercure, la plus grande distance de Mercure devient alors $170^{rt}; 22; 34 \simeq 170^{rt}; 23$.

En ce qui concerne la méthode employée par al-Bīrūnī pour obtenir ces paramètres, aucune de nos tentatives de reconstruction n'a abouti. Notre tentative la plus proche a fourni $HT = 2^p; 59; 38$ en utilisant les valeurs exactes des cordes des angles utilisés par Ptolémée dans le livre IX de l'*Almageste*, sur le modèle de la reconstruction de la correction de la parallaxe de la Lune, mais en supposant qu'al-Bīrūnī ait commis une erreur d'une minute dans l'utilisation de la table de cordes. Ceci n'est donc pas concluant.

140. Ce sont bien les valeurs que l'on trouve dans le *Livre des Hypothèses* (Ptolémée 1993, p. 66).

141. Cette tentative d'al-Bīrūnī de justifier le rapport des distances extrémales de Mercure produit par Ptolémée montre que ce rapport est bien une spécificité étonnante du *Livre des Hypothèses*, ce qui conforte notre choix d'en avoir fait un marqueur de la circulation de ce texte de Ptolémée, cf. *supra* page 156.

l'*Almageste* indique : HD vaut 1^p;15 et AJ vaut 43^p;10. De là il vient la distance la plus proche de Vénus 15^p;35 et la plus éloignée 104^p;25, d'où il vient le rapport de 187 à 1245[142].

Dans le *Livre des Hypothèses*, Ptolémée tronque les deux fractions [de parties] et il obtient le rapport de un à six et demi, qu'Al-Battānī a donné comme étant le rapport de 2 à 13 par élimination des fractions [de parties].

Et si nous le croyons et que nous prenons pour distance la plus proche 164^{rt};36, la plus grande serait dans cette voie 1095^{rt};52, mais si nous posons 170^{rt};23, comme je l'ai suspecté, nous conclurons selon mon opinion que la distance la plus grande est 1134^{rt};23, qui est la distance la plus proche du Soleil[143].

(τ) En ce qui concerne la plus grande, selon ce qui est chez Ptolémée pour la distance entre les deux centres, si nous partons de la plus petite égale à 1095^{rt};52, avec le rapport de 6901 à 7499[144] il vient 1174^{rt};10[145], alors que de 1134^{rt};28[146] avec ce rapport il vient 1232^{rt};46. Sauf que les observations concordent[147] sur [une valeur de] ce qui est entre les

142. Le calcul donne $\frac{187}{1253}$, mais c'est bien $\frac{187}{1245}$ qui est utilisé par al-Bīrūnī dans la suite du paragraphe. Ce qui justifie le choix d'édition fait.

143. Les deux valeurs obtenues à partir du rapport $\frac{187}{1245}$ sont respectivement 1095^{rt};51;58 et 1134^{rt};22;13.

144. Le rapport exact est $\frac{3450}{3750} = \frac{6900}{7500} = \frac{23}{25}$. Il semble donc qu'al-Bīrūnī ait choisi d'en prendre un très proche majorant.

145. Le résultat de ce calcul devrait être 1190^{rt};49;40.

146. Il s'agit d'une erreur : le paragraphe précédent a conduit à 1134^{rt};23. Cependant le calcul suivant est mené à partir de 1134^{rt};28. Cette erreur est sans doute imputable à la proximité des écritures abjad (كج) et (كح) de 23 et 28 respectivement.

147. Dans le chapitre VI.7, al-Bīrūnī a en effet passé en revue des observations récentes ou contemporaines et neuf des quinze valeurs obtenues pour l'excentricité sont entre 2^p;03 et 2^p;07, aucune ne donnant cependant la valeur exacte 2^p;05. Il semble qu'al-Bīrūnī a ici opté pour une valeur statistiquement significative.

deux centres de 2^p;05, le rapport entre les deux distances devenant le rapport de 139 à 149, et si la distance la plus petite est 1134^{rt};28 alors la distance la plus grande est 1216^{rt};05[148].

(υ) Ptolémée n'indique, pour l'observation de l'éclipse dont il tire la distance, aucune date qu'il utiliserait pour connaître la situation[149], ni quel lieu de l'orbe de l'apogée est propre à cette distance qu'il a mentionnée.

Dans l'*Almageste* il n'a fait aucune mention des deux distances extrêmes, et en ce qui concerne le *Livre des Hypothèses* il a indiqué que la distance la plus petite est de mille cent soixante et que la plus grande la dépasse de cent[150].

(ϕ) D'où il vient que la plus petite des distances de Mars est 1216^{rt};05. Entre les deux centres il y a 6^p[151], et le rayon de l'épicycle est 39^p;30. De là la plus petite distance est 14^p;30 et la plus grande 105^p;30, et le rapport entre les deux est de 29 à 211, qui est le rapport de un à sept plus huit vingt-neuvièmes[152], et ceci étant inférieur à la moitié [d'une partie] Ptolémée l'a négligé et il a mis un rapport de sept fois[153], et si on ne le néglige pas alors la plus grande distance de Mars est 8848^{rt};03. Ceci est la distance la plus petite de Jupiter. Entre les deux centres de sa sphère il y a 2^p;15 et le rayon de son épicycle vaut 11^p;30. La distance la plus petite est donc 46^p;15 et la plus grande 73^p;45. Le rapport entre

148. Le calcul donne en effet 1216^{rt};04;58.

149. Cf. *supra* pages 74 et suivantes pour notre commentaire sur la méthode mise en œuvre par Ptolémée dans le livre V de l'*Almageste* pour la détermination de la distance du Soleil. Cette méthode est en effet basée sur le schéma d'une éclipse idéale durant laquelle la Lune serait à sa distance maximale et éclipserait exactement la totalité du Soleil.

150. C'est en effet dans le *Livre des Hypothèses* que Ptolémée considère la distance du Soleil obtenue dans l'*Almageste* comme sa distance moyenne.

151. Nous avons retenu ici la leçon de l'édition de Beyrouth qui correspond effectivement à l'excentricité de Mars obtenue par Ptolémée dans l'*Almageste* et qu'al-Bīrūnī utilise dans la suite de ses calculs. Les quatre manuscrits consultés reproduisent une valeur corrompue.

152. Ce rapport correspond au rapport de 29 à 211: $\dfrac{29}{211} = \dfrac{1}{7 + \frac{8}{29}}$.

153. Voici le passage du *Livre des Hypothèses*: «Le rapport entre sa plus grande et sa plus petite distance est un rapport de sept fois environ (بالتقريب).» (Ptolémée 1993, p. 66).

elles est de 37 à 59, qui est le rapport de un à un et trente-cinq minutes et deux tiers de minutes approximativement[154]. Ptolémée a déclaré que ce rapport était de 23 à 37, ce qui est tiré par approximation du rapport de 23 à 36;40[155]. Il s'ensuit que la distance la plus grande de Jupiter est 14109^{rt};03.

Ceci est la plus petite distance de Saturne. Entre les deux centres il y a 3^p;25 et le rayon de l'épicycle est 6^p;30. La distance la plus petite est donc 50^p;05 et la plus grande 69^p;55. Le rapport entre les deux est le rapport de 601 à 839, que je dis être le rapport de un à un et 23 minutes trois quarts, qui est le rapport de cinq sur six et cinquante huit minutes et quatre cinquièmes[156], et cela est réduit par Ptolémée qui pose le rapport de cinq à sept. Et si nous ne réduisons pas, la distance la plus grande de Saturne est 19696^{rt};20, et ceci est la distance des astres fixes.

Deuxième section, sur les diamètres apparents des astres et la mesure de leurs volumes.

(χ) Les diamètres apparents des astres varient en fonction de la distance à l'observateur selon deux facteurs : le premier des deux est l'ampleur de l'angle perçu et de son ouverture ; le second est que le segment apparent de la sphère s'élargit quand on s'éloigne et rétrécit quand on s'approche.

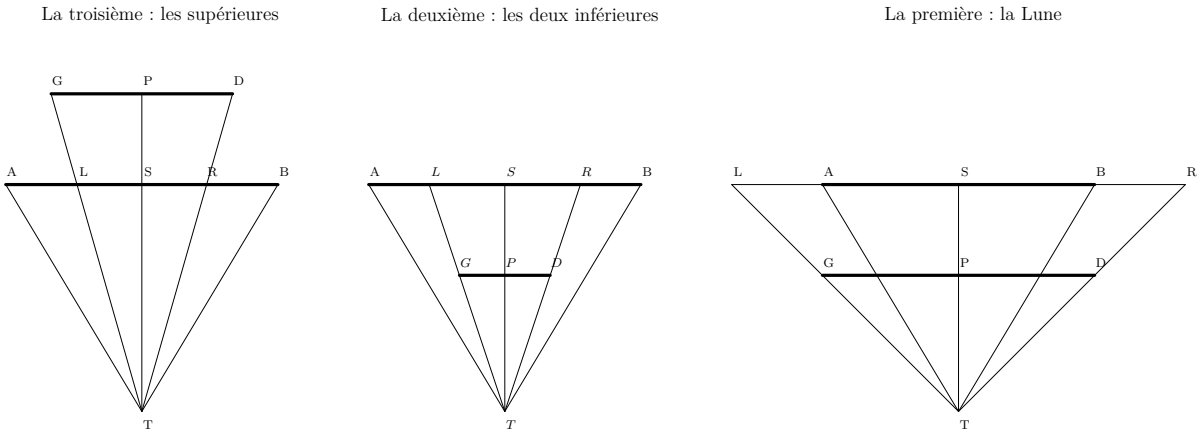
Représentons l'observation à partir de T : soient AB le diamètre du Soleil, TS sa distance à l'observateur, GD le diamètre de l'astre et TP sa distance à l'observateur. La première figure est celle de la Lune

154. Ce rapport correspond au rapport de 37 à 59: $\frac{37}{59} \simeq \frac{1}{1;35;40;32}$.

155. En enlevant ce qui est moins d'une moitié, on a $\frac{46;15}{73;45} \simeq \frac{46}{73;30} = \frac{23}{36;45}$.

156. Ces rapport correspondent au rapport de 601 à 839: $\frac{601}{839} \simeq \frac{1}{1;23;45;37} \simeq \frac{5}{6;58;48}$.

durant certaines éclipses du Soleil, la seconde figure correspond aux deux planètes inférieures et la troisième [figure] correspond aux trois [planètes] supérieures.



Les diamètres de l'ensemble [de ces astres], pris à leur distance moyenne, sont mesurés à l'aide du diamètre du Soleil à sa distance moyenne.
En ce qui concerne la Lune, si elle est ainsi dans le cas d'une éclipse de Soleil, elle l'occulte ainsi qu'un tiers de son diamètre, et ceci donne dans la première figure que AL et BR réunis égalent un tiers de AB.

En ce qui concerne les deux autres [figures] portant sur les astres errants, Hipparque[157] a estimé par deux trous de visée d'une alidade adaptée que le diamètre de Mercure est un tiers d'un cinquième du diamètre du soleil, celui de Vénus un dixième, celui de Mars un quart d'un cinquième, celui de Jupiter la moitié d'un sixième et celui de Saturne la moitié d'un neuvième.

157. Cette assignation à Hipparque des diamètres apparents de toutes les planètes ne correspond pas au texte de Ptolémée. Il semble qu'il s'agisse ici d'une lecture erronée de la part d'al-Bīrūnī qui réitère d'ailleurs cette attribution dans le chapitre X.12, cf. Al-Bīrūnī 1954-1956, t. 3, p. 1352. Or cette attribution à Hipparque des diamètres apparents des planètes, que l'on ne trouve chez aucun prédécesseur d'al-Bīrūnī, se retrouve chez plusieurs auteurs ultérieurs dont Bar Hebraus (Nau 1899a, p. 193), Al-'Urḍī (Swerdlow et Goldstein 1970, p. 147) au XIII^{e} siècle et Ibn al-Shāṭir (Ibn al-Shāṭir 2021, p. 112) au XIV^{e} siècle. Il pourrait donc s'agir là d'un marqueur de l'influence d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* sur leurs travaux.

(ψ) Comme le diamètre du Soleil est tel qu'il vaut cinq fois et demie le diamètre[158] de la Terre, et que Mercure occulte de ce diamètre une partie de quinze, cette partie est 0^{dt};22. Ceci est LR et son rapport à TS, la distance du Soleil qui est selon Ptolémée de 1210^{rt}, est comme le rapport de GD, le diamètre de Mercure, à TP sa distance moyenne[159] qui est selon Ptolémée 115^{rt}[160]. Et si nous multiplions la partie occultée du diamètre du Soleil par la distance moyenne de la planète et si nous divisons le total par la distance du Soleil, il vient pour le diamètre de la planète une quantité que nous identifions, dans le cas de Mercure, à son diamètre. Il vient de cela que nous donnons : $0^{dt}; 2; 5; 27$[161].

En ce qui concerne la méthode de Ptolémée, il a divisé le diamètre du Soleil, pour des grandeurs à même distance que lui, de sorte que le diamètre de la Terre en compte deux-cent-vingt, ce qu'il a conservé comme base. Ensuite il a pris de la distance moyenne de la planète [115^{rt}] ce qui est occulté du Soleil [$\frac{1}{15}$]. Par exemple pour Mercure, le produit est 7^{p};40, qui est le diamètre de Mercure avec la base conservée, et si on le convertit dans la mesure dont le diamètre de la Terre est un on a : 0^{dt};2;5;27[162].

(ω) [Pour ce qui est de] la méthode d'al-Qabīṣī[163], le diamètre du Soleil, à sa distance moyenne, est la corde d'un angle dont la mesure est 0°;31;20, celui [l'angle] qui a pour corde le diamètre de Mercure, qui est un tiers d'un cinquième du diamètre [du Soleil], est dans ce cas la corde de

158. Les manuscrits et les éditions indiquent le rayon, mais les calculs sont faits à partir du diamètre. Ce qui justifie le choix d'édition fait.

159. Cette égalité de rapports se déduit aisément de la figure relative aux planètes inférieures. Ce qui confirme le choix d'édition fait pour la valeur de TS.

160. Ceci correspond à la moyenne des valeurs 64^{rt} et 166^{rt} que Ptolémée produit dans le *Livre des Hypothèses*.

161. C'est bien le résultat de $\frac{LR \times TP}{TS}$.

162. Al-Bīrūnī reformule ici le raisonnement suivi par Ptolémée dans le *Livre des Hypothèses*. Cette reformulation s'avère particulièrement intéressante du point de vue mathématique, cf. *supra* pages 395 et suivantes.

163. Il s'agit de la méthode exposée par al-Qabīṣī et que nous avons commentée au chapitre 9 pages 389 et suivantes.

[l'angle] $0^{\circ};2;5$[164], et ceci est la mesure de l'angle $\widehat{GTD}$. Le rapport du Sinus de sa moitié sur le Sinus de son complémentaire qui est l'angle $\widehat{PDT}$, est comme le rapport de PD, le rayon de Mercure, sur TP, sa distance moyenne, et [le rayon] est dès lors connu.

($\alpha\alpha$) En ce qui concerne les étoiles fixes, Ptolémée n'indique rien sur cela sauf pour celles de première grandeur qui sont équivalentes entre elles et avec Mars en ce que leurs diamètres [apparents] sont vingt fois dans un diamètre du Soleil[165].

Abū Ja'far al-Khāzin indique dans son *Livre sur les distances et les volumes*[166] que les diamètres de celles [les étoiles fixes] de première grandeur sont une portion parmi dix-sept d'un diamètre du Soleil, que celles de deuxième grandeur sont une portion parmi vingt et un quart, que celles de troisième grandeur sont une portion parmi vingt-et-une et quatre cinquièmes, que celles de quatrième [grandeur] sont une portion parmi vingt-quatre, que celles de cinquième [grandeur] sont une portion parmi vingt-sept et demie et que celles de sixième [grandeur] sont une portion parmi trente-six. Il n'a ensuite pas attribué ceci ni à lui-même ni à un autre. Et il n'a donné d'indication ni vers sa conclusion et ni sur sa déduction une fois connue la méthode pour la détermination des diamètres des astres.

($\alpha\beta$) S'ils sont sphériques – les indices sur lesquels ceci repose ne sont pas des démonstrations certaines –, l'art de la géométrie prouve que le ratio des [volumes des] boules est le ratio des cubes de leurs diamètres[167]. Le cube du diamètre de la Terre est un, ainsi pour chacun [des astres]

---

164. Le calcul exact donne : $\frac{31;20}{15} = 0;2;5;20$.

165. Voir Ptolémée 1993, p. 74.

166. Ce traité ne nous est pas parvenu mais il est également utilisé par al-Ṣāghānī (Al-Ṣāghānī 2014, p. 8-9) lorsqu'il s'agit de préciser les tailles des étoiles fixes.

167. C'est la proposition XII.18 des *Éléments* d'Euclide qui indique que le rapport des volumes de deux sphères est le cube du rapport de leurs diamètres, cf. Euclide 1990-2001.

le cube du diamètre est une partie de un, comme pour les [planètes] inférieures, ou un multiple de un, comme pour le Soleil et les [planètes] supérieures, et les sphères sont comme les cubes[168].

($\alpha\gamma$) Au commencement de ces propos[169] a été présentée la méthode des Indiens sur les distances des astres, et ce qu'entraîne l'opinion de Pauliśa le Grec[170]. Nous allons désormais relater, de son livre et du livre d'un autre, le rapport de l'un à l'autre des diamètres des astres, ce qui permettrait la détermination de leurs volumes sur le modèle de la méthode qui précède.

Selon Pauliśa le diamètre de la Lune est 32[171] et sa moitié 16 est le diamètre de Vénus, et sa moitié 8 celui de Jupiter, et sa moitié 4 celui de Mercure, et sa moitié 2 celui de Saturne et sa moitié 1 celui de Mars. C'est fréquent chez [cet] homme que de tirer les mesures les unes des autres et d'agir avec ruse car il veut leur donner de l'harmonie et de

---

168. Pour le Soleil cela donnerait : $diam_S = 5^{dt}; 30$ et $\frac{Vol_S}{1^{vt}} = \left(\frac{diam_S}{1^{dt}}\right)^3$, d'où $Vol_S = (5;30)^3 \times 1^{vt} = 166^{vt}; 22; 30$.

169. C'est-à-dire dans la première section.

170. Selon Pingree (Pingree 1969, p. 172), al-Bīrūnī aurait faussement identifié Paulisśa avec un astronome alexandrin.

171. Dans son *Traité sur l'Inde*, al-Bīrūnī cite un commentaire de Balabhadra qui précise la signification de ce nombre et de ceux qui suivent :

> Les gens ont essayé de fixer par l'observation le temps du passage de la Lune sur l'horizon, i.e. le temps entre l'éclat de la première partie de son corps et le lever de sa totalité, ou le temps entre le commencement de son coucher et l'achèvement du coucher. Les gens ont trouvé que cet événement durait trente-deux minutes de la circonférence de la sphère. (Al-Bīrūnī 1910, p. 70)

Il faut donc lire 32 comme $0^\circ;32$.

la régularité[172]. Dans le zīj *Khaṇḍa-khādyaka*, leurs mesures moyennes sont : pour Mars 0;02, pour Mercure 0;03, pour Jupiter 0;03;30, pour Vénus 0;04 et pour Saturne 0;02;30[173].

($\alpha\delta$) Si on veut les corriger en fonction du temps, on multiplie chacun d'entre eux par le Sinus total et on divise le total par la distance à la Terre dans la mesure du Sinus total, d'où il vient la mesure de leur diamètre à l'instant [choisi][174].
Voici les mesures dans le *Karaṇatilaka*[175] pour Mars 4, pour Mercure 6, pour Jupiter 7, pour Vénus 8 et pour Saturne 5; et dans le *Karaṇasāra*[176] elles sont autres.

---

172. al-Bīrūnī indique dans le *Traité sur l'Inde* que les valeurs fournies pas Pauliśa ne sont pas raisonnables (ibid., p. 73) :

> Cette séquence précise semble avoir été prise selon son goût, sinon il n'aurait pas passé sur le fait que le diamètre de Vénus n'est pas, selon les observations, égal au rayon de la Lune ni que celui de Mars n'est pas un seizième de celui de Vénus.

173. Ce sont les valeurs fournies par Utpala dans son commentaire (Lu 2017, p. 229) ainsi que dans le *Sūryasiddhānta* (Burgess 1935, p. 314).

174. Sur les méthodes de calcul des variations des diamètres apparents des planètes dans les textes sanskrits, cf. *supra* pages 56 et suivantes.

175. Al-Bīrūnī désigne ce traité par le titre غرة الزيجات et utilise 200 comme valeur du Sinus total. Or, dans son *Traité sur les transits* (Al-Bīrūnī 1948b, p. 32), al-Bīrūnī assigne au *Karaṇatilaka* de Vijayanandin la valeur 200 pour le Sinus total et traduit le nom de ce traité par غرة الزيجات, le terme sanskrit *tilaka* et le terme arabe غرة pouvant tous deux signifier *une marque sur le front*. Notons enfin qu'al-Bīrūnī a une relation particulière avec ce traité puisqu'il en a ensuite effectué une traduction en arabe, cf. Al-Bīrūnī 1978.

176. Dans son *Traité sur les transits*, al-Bīrūnī mentionne le *Karaṇasāra* de Vittesvara et indique que celui-ci utilise un Sinus total de 300, ce qui nous a conduit à cette identification, cf. Al-Bīrūnī 1948b, p. 32. Cependant il rend à cette occasion le titre de ce traité par كاسر الزيجات, littéralement le *casseur des zījs*, alors que c'est par الزيج المستخرج, littéralement le *zīj extrait*, qu'il rend celui du traité dont il est ici question. Or le terme sanskrit *sāra* peut être rendu par compendium, ce qui est compatible avec les deux titres arabes que nous venons de mentionner qui pourraient dès lors correspondre à une variante de traduction du titre original en sanskrit.

($\alpha\epsilon$) Malgré l'obscurité de la méthode d'où l'on tire les causes des procédures de groupe [de savants], il faut savoir que la raison principale des différences vient des différences de la mesure du Sinus total parmi eux : ainsi celui-ci est en minutes chez Pauliśa 3438, chez Brāma[177] 3270, dans le *Kaṇḍakādyaka* 150, dans le *Karaṇatilaka* 200 et dans le *Karaṇasāra* 300. La raison provoquant ceci est les façons diverses dont ils l'utilisent [le Sinus total] dans leurs procédures.

177. Il s'agit d'un autre traité de Brahmagupta, le *Brāmasphuṭasiddhānta* (Lu 2017, p. 1) dans lequel l'auteur utilise la valeur 3270. Pour une liste non exhaustive des valeurs du Sinus total utilsées par les Indiens, voir Subbarayappa et Sarma 1985, p. 71.

Bibliographie

Manuscrits

Al-Bīrūnī, Abū Rayḥān (1108). *Al-Qānūn al-Mas'ūdī fi al-hay'a wa-al-nujūm*. Arabe 6840. Paris : Bibliothèque Nationale de France. URL : http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b84061572.

— (1167). *Al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Or. quart. 1613. Berlin : Staatsbibliothek. URL : http://resolver.staatsbibliothek-berlin.de/SBB0001DDC200000000.

— (1174). *Al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Or. 1997. Londres : British Library. URL : https://www.qdl.qa/en/archive/81055/vdc_100022880536.0x000001.

— (XVII). *Tārīkh al-Hind*. Arabe 2280. Paris : Bibliothèque Nationale de France.

— (1834). *Al-Qānūn al-Mas'ūdī fi al-hay'a wa-al-nujūm*. Or. oct. 275. Berlin : Staatsbibliothek. URL : http://resolver.staatsbibliothek-berlin.de/SBB0000412000000000.

Ptolémée, Claude (1218). *Kitāb Baṭlamyūs fī l-ta līm al-ma rūf bi-l-Majisṭī naql Isḥāq ibn Ḥunayn*. Add. 7475. Londres : British Library. URL : https://www.qdl.qa/archive/81055/vdc_100023246650.0x000034.

— (1219). *Kitāb al-Majisṭī naql al-Ḥajjāj*. Or. 680. Leyde : Universiteitsbibliotheek. URL : http://hdl.handle.net/1887.1/item:1871093.

— (1242). *Kitāb fī l-Hay'a al-musammā bi-l-Iqtiṣāṣ*. Add. 7473. Londres : British Library. URL : https://www.qdl.qa/en/archive/81055/vdc_100023601232.0x000001.

Ptolémée, Claude (1450). *Al-Majisṭī. Traduction de Isḥāq ibn Ḥunayn révisé par Thābit ibn Qurra*. Ar. 2483. Paris : Bibliothèque Nationale de France. URL : http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b52509699g.

Qusṭā ibn Lūqā(?) (1288). *Hay'at al-aflāk*. Ms. Arch. Seld. A. 11. Oxford : Bodleian Library.

Al-Sijzī, Abū Sa'īd Aḥmad ibn Muḥammad (1248). *Kitāb Tarkīb al-aflak*. Add. 7475. Leyde : Universiteit Leiden.

Théon d'Alexandrie (1600). *Theonis, Alexandrini, Nicolai Cabasilae, Archiepiscopi Thessalonicensis, et Pappi, Alexandrini, commentarii in magnam Claudii Ptolemaei syntaxim, sive almagestum : interprete Davide San-claro, mathematicarum artium quondam Professore regio in Academia Parisiensi*. BNF Latin 7264. Paris : Bibliothèque Nationale de France. URL : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b525040947.

Sources primaires

Al-'Urḍī, Mu'ayyad al-Dīn (1990). *Kitāb al-hay'at*. Édité par George Saliba. Beyrouth.

Abū al-Wafā (2005). «L'Almageste d'Abū al-Wafā ». Édition, traduction française et commentaire par Ali Ibrahim Moussa. Thèse. Université Paris-Diderot, Paris 7.

Abū Ma'shar (2019). *The Great Introduction to Astrology*. Texte arabe édité et traduit en anglais par Keiji Yamamoto, Charles Burnett. Texte grec édité par David Pingree. Leyde : Brill.

Acerbi, Fabio, Nicolas Vinel et Bernard Vitrac (2010). «Les Prolégomènes à l'Almageste : Une édition à partir des manuscrits les plus anciens (Introduction générale – Parties I-III)». In : *SCIAMVS* 11.

Albert le Grand (1651). «De caelo et mundo». In : *Opera Omnia*. Sous la dir. de Petri Jammy. T. 2.b.

Apollonius de Perge (2008). *Coniques. Tome 1.1: Livre I. Commentaire historique et mathématique, édition et traduction du texte arabe par Roshdi Rashed*. Walter de Gruyter.

Archimède (1971). *Œuvres*. 3 t. Textes édités et traduits en français par Charles Mugler. Les Belles Lettres.

Aristote (2008). *Météorologiques*. Sous la dir. de Jocelyn Groisard. Paris : Flammarion.

— (2014). *Œuvres complètes*. Sous la dir. de Pierre Pellegrin. Flammarion.

— (2017). *Du ciel*. Texte introduit, traduit et commenté par Michel Federspiel ; mis à jour par Victor Gysembergh ; préface d'Aude Cohen-Skalli. Les Belles Lettres.

Āryabhaṭa (1927). «Āryabhaṭīya». In : *Journal of the Department of Letters* XVI. The Aryabhatiyam (A translation) by Prabodh Chandra Sengupta, M.A.

— (1930). *Āryabhaṭīya. An Ancient Indian Work on Mathematics and Astronomy*. Traduction anglaise par Walter Eugene Clark. The University Press of Chicago.

Bacon, Roger (1900). *Opus Majus*. T. I. Édition du texte latin par John Henry Bridges. William et Northgate.

Al-Battānī (1899-1907). *Sive Albatenii Opus astronomicum*. 3 t. Édition, traduction en latin et commentaires par Carlo Alphonso Nallino. Milan : Publicazioni del Reale osservatorio di Brera.

Berggren, J.L. et Nathan Sidoli (2007). «Aristarchus's On the Sizes ans distances of the Sun an the Moon : Greek and Arabic Texts». In : *Archive for the History of Exact Sciences* 61.

Bhāskara I (1960). *Mahā-Bhāskarīya. Bhāskara I and his Works, Part II*. Texte édité et traduit anglaise par K.S. Shukla. Lucknow University.

Bhāskarācārya (1980). *Siddhānta Śiromaṇi*. traduction anglaise par D. Arkosomaji. Kendriya Sanskrit Vidyapeeha Tirupati.

Al-Bīrūnī, Abū Rayḥān (1879). *The Chronology of Ancient Nations*. Traduction anglaise par Carl E. Sachau. The Oriental Translation Fund of Great Britain et Ireland.

— (1887). *Kitāb fī taḥqīq ma li-l-Hind min maqūlat maqbūlat fī al-'aql aw mardūlat*. Édition par Carl E. Sachau. Londres : Trübner.

Al-Bīrūnī, Abū Rayḥān (1910). *India*. 2 t. Traduction anglaise par Carl E. Sachau. Londres : Trübner.

— (1934). *The Book of Instruction in the Elements of the Art of Astrology*. Facsimilé du manuscrit du British Museum Or. 8349. Traduction de Robert Ramsay Wright. Londres : Luzac et Co.

— (1948a). *Rasā'il 2, Ifrād al-maqāl fī amr aẓ-ẓilāl*. Hyderabad : Osmania Oriental Publications Bureau.

— (1948b). *Rasā'il 3, Risālat tamhīd al-mustaqarr li-taḥqīq ma‘nī al-mamarr*. Hyderabad : Osmania Oriental Publications Bureau.

— (1948c). *Rasā'ilu 'l-Mutafarraqiya fi'l-Hai'at li'l-mutaqaddimīn. Containing eleven important treatises on astronomy and other subjects contributed by the famous predecessors and comtemporaries of Al-Bīrūnī*. Hyderabad : Osmania Oriental Publications Bureau.

— (1959). *On Transits*. Traduction anglaise par Mohammad Saffouri et Adnan Ifram. Avec un commentaire de E. S. Kennedy. American University of Beirut.

— (1967). *Kitāb Taḥdīd Nihāyāt al-Amākin Litaṣḥīḥ Masāfāt al-Masākin. The Determination of the Coordinates of Positions for the Correction of Distances between Cities*. Traduction anglaise par Jamil Ali. The American University of Beirut.

— (1976). *Exhaustive Treatise on Shadows*. 2 t. Édition et traduction anglaise par Edward Stewart Kennedy. Alep : University of Aleppo, Institute for the History of Arabic Science.

— (1978). *Ghurrat al-zījat or Karana Tilaka*. Texte arabe édité et traduit en anglais par M. F. Quraishi. Lahore : University of the Punjab.

— (2002). *Al-Qānūn al-Mas‘ūdī*. 3 t. Édition par ‘Abd al-Karīm Sāmī Jindī. Beyrouth : Dār al-kutub al-‘ilmīyah.

— (2014). *Al-Bīrūnī's Treatise on Eclipses*. Traduction anglaise et commentaire du Livre VIII d'al-Qānūn al-Mas‘ūdī par Zakaria Norzalida. Kuala Lumpur : Casis-Hakim Universiti Teknologi Malaysia.

— (1954-1956). *Al-Qānūn al-Mas‘ūdī*. 3 t. Nizamū d-Dīn éditeur. Hyderabad : Osmania Oriental Publications Bureau.

Brahmagupta (1970). *The Khaṇḍakhādyaka by Brahmagupta with the Commentary of Bhaṭṭotpala*. Sous la dir. de Bina Chatterjee. 2 t. Chatterjee, Bina.

Burgess, Ebenezer (1935). *Translation of the Sūrya-Siddhānta, A Text-Book of Hindu Astronomy*. Sous la dir. de Phanindra Lal Ganguli. Réédition de la traduction anaglaise d'Ebenezer Burgess parue en 1858 dans le Journal of the American Oriental Society (vol. vi). Avec une introduction de Prabodh Chandra Sengupta. University of Calcutta.

Carmody, Francis J. (1960). *The Astronomical Works of Thābit ibn Qurra*. University of California Press.

Chalhoub, Sami et Abdu al-Kadri (2011). «Al-Qabīṣī : Sur l'examen des astrologues». In : *Journal for the History of Arabic Science* 15.

Cléomède (2004). *Cleomedes' Lectures on Astronomy. A Translation of The Heavens, with an Introduction and Commentary by Alan C. Bowen and Robert B. Todd*. University of California Press.

Debarnot, Marie-Thérèse (1980). «Les Clefs de l'astronomie d'Abū Rayhān Muhammad b. Ahmad al-Bīrūnī. La trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'est à la fin du Xe siècle». Thèse. Université de Paris.

Des Places, Édouard (1989). *Oracles chaldaïques, avec un choix de commentaires anciens*. Texte établi et traduit en français par Édouard des Places. 2ème tirage revu et corrigé. Les belles lettres.

Dhabhar, Bamanji Nusserwanji (1932). *The Persians Rivayats of Hormazyar Framarz and others*. Bombay : K. R. Cama Oriental Institute.

Dodge, Bayard (1970). *The Firhist of al-Nadim. A tenth-century Survey of Muslim Culture*. 2 t. Traduction anglaise par Bayard Dodge. Columbia University Press.

Draelants, Isabelle (2018). «La mesure du monde dans le ms. Montecassino 318. Étude, édition et traduction des chapitres cosmologiques. Regard croisés sur le manuscrit Montecassino Archivio dell'Abbazia 318». In : *Sciences du quadrivium au Mont-Cassin*. Sous la dir. de Laura Albieron et Isabelle Draelants.

Euclide (1990-2001). *Les Éléments*. 4 t. Traduction française et commentaires par Bernard Vitrac. Paris : PUF.

Al-Farghānī, Aḥmad ibn Moḥammad ibn Kathīr (1669). *Elementa Astronomica*. Texte arabe édité et traduit en latin par Jacob Golius. Jansonium et Weyerstraten.

— (1910). *Il Libro dell'aggregazione delle stelle*. Édition du texte latin du manucrit Mediceo-Laurenziano Pl.29 - Cod. 9 par Romeo Campani. Casa tipografico - editrice S. Lapi.

— (1943). *Differentie Scientie Astrorum*. Édition critique du texte latin par Francis J. Carmody. The University of Chicago Library.

— (2005). *On the Astrolabe*. Texte arabe édité et traduit en anglais par Richard Lorch. Steiner.

— (2012). *Cevami ilm en-nucūm ve usūl el-harekāt es-samāviyye*. Édition critique par Yavuz Unat. Avec une traduction et un commentaire en turc par Yavuz Unat et Ömer Türker. Ankara : Kültür ve Turizm Bakanliği.

Ḥabash al-Ḥāsīb (1985). «The Book of Bodies and Distances of Ḥabash al-Ḥāsīb». In : *Centaurus* 28.2. Édition, traduction anglaise et commentaires par Y. Tzvi Langermann.

Halma, Nicolas (1819). *Chronologie de Ptolémée*. En trois parties. Bobée.

Al-Ḥamawī, Yāqūt ibn Abd Allāh (1913). *Irshād al-arīb ila ma'rifat al-adīb. Dictionary of Learned Men of Yāqūt*. 6 t. Édité sous la direction de David Samuel Margoliouth. Leyde : Brill.

Hamm, Elizabeth (2012). «Ptolemy's Planetary Theory : An English Translation of Book One, Part A of the Planetary Hypotheses with Introduction and Commentary». Édition, traduction anglaise et commentaires par Elizabeth Hamm. Thèse. Institute for the History, Philosophy of Science et Technology University of Toronto. ISBN : 978-0-494-78211-8.

Al-Hāshimī, Alī ibn Sulaymān (1981). *The Book of the Reasons Behind Astronomical Tables*. Traduction anglaise par Fuad I. Haddad et Edward Stewart Kennedy. Commentaire de David Pingree et Edward Stewart Kennedy. New York : Delmar : Scholars Facsimilies et Reprint.

Heller, Joachim (1549). *De elementis et orbibus coelestibus*. Johann Vom Berg et Ulrich Neuber.

Hill, Donald R. (1979). *The Book of Ingenious Devices by the Banū Mūsā ibn Shākir*. Traduction anglaise à partir des manucsrits arabes disponibles. D. Reidel Publishing Company.

Ibn ʻAlī, Sanad (1987). «An Unknown Treatise by Sanad ibn ʻAlī on the Relative Magnitudes of the Sun, Earth and Moon». In : *From deferent to equant*. Sous la dir. de George Saliba et David A. King. T. 500. Texte édité, traduit en anglais et commenté par Anton M. Heinen. Annals of the New York Academy of Sciences.

Ibn Abī Uṣaybiʻa (1882-84). *'Uyūn al-anbā' fi ṭabaqāt al-aṭibbā'*. Sous la dir. d'A. Müller. Beyrouth : N. Riḍā.

Ibn al-Haytham, Al-Ḥasan (1971). *Al-shukūk 'ala Baṭlamayūs*. Édition critique par Abdelhamid Ibrahim Sabra et N. Shehaby. Le Caire : The National Library Press.

Ibn al-Muthannā (1967). *Ibn al-Muthannā's Commentary on the Astronomical Tables of al-Khwārizmī*. Deux versions en hébreu, éditées et traduites en anglais par Bernard R. Goldstein. New Heaven : Yale University Press.

Ibn al-Nadīm, Muḥammad ibn Ishaq (1971). *Kitāb al-Fihrist*. Sous la dir. de Riḍā Tajaddud. Téhéran : Marvi Offset printing.

Ibn al-Shāṭir, ʻAlī (2021). *Nihāya al-sūl fī taṣḥīḥ al-'uṣūl. L'achèvement de l'enquête et la correction des fondements*. Édition, traduction française et commentaires par Erwan Penchèvre. url : `https://arxiv.org/pdf/1709.04965v2.pdf`.

Ibn Rustah, Aḥmed (1892). *Kitāb al-aʻlāk an-nafīsa VII*. Texte arabe édité par Michael Johannes de Goeje. Brill.

Ibn Yūnus, Abū al-Ḥasan (1804). *Le livre de la grande table hakémite*. Édition et traduction française par Jean Jacques Antoine Caussin de Perceval. Institut national de France.

Iḥwān al-Ṣafā (2013). *Epistles of the Brethren of purity. On the Natural Sciences : An Arabic critical edition and English translation of Epistles 15-21*. Édition et traduction anglaise de Carmela Baffioni.

Ikeyama, Setsuro (2003). «Brāmasphuṭasiddhānta (ch 21) of Brahmagupta with commentary of Pṛthudaka, critically edited with English translation and Notes». In : *Indian Journal of History of Science* 38.3.

Al-Jaghmīnī, Maḥmūd (2016). *Jaghmīnī's Mulakhkhaṣ. An Islamic Introduction to Ptolemaic Astronomy*. Édition, traduction anglaise et commentaires par Sally P. Ragep d'al-Mulakhkhaṣ fī al-hay'a al-basīṭa. Springer.

Kepler, Johannes (1955). *Tychonis Brahei Dani Hyperaspistes*. Sous la dir. de Franz Hammer. Johannes Kepler Gesammelte Werke VIII.

Khalīfā, Ḥājī (1835). *Lexicon bibliographicum et encyclopaedicum*. Texte arabe édité et traduit en latin par Gustavus Fluegel. The Oriental Translation Fund of Great Britain et Ireland.

Al-Khayyām, 'Umar (1999). *Al-Khayyām mathématicien*. Traité d'algèbre et d'al-muqābala ; Traité sur la division du quart de cercle ; Commentaires sur les difficultés de certains postulats de l'ouvrage d'Euclide. Textes réunis, traduits et précédés de commentaires historiques et mathématiques par Roshdi Rashed et Bijan Vahabzabeh. Albert Blanchard.

Kūshyār Ibn Labbān, Abū al-Ḥasan (2006). «Kūshyār ibn Labbān's Glossary of Astronomy». In : *SCIAMVS. Sources and Commentaries in the Exact Sciences* 7. Édition et traduction anglaise par Mohammad Bagheri.

— (2009). *Az-Zīj al-Jāmi' Books I and IV*. Édition et traduction anglaise par Mohammad Bagheri. Frankfurt am Main : Institute for the history of Arabic-Islamic Science.

— (2012). «Kūshyār ibn Labbān Gīlānī's Treatise on the Distances and Sizes of the Celestial Bodies». In : *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 19. Édition, traduction anglaise et commentaires par Mohammad Bagheri, Michio Yano et Jan P. Hogendijk.

Lalla (1981). *Śiṣyadhīvṛddhida Tantra of Lalla. with the commentary of Mallikārjuna Sūri*. Édition critique du texte sanskrit, traduction anglaise et commentaires de Bina Chatterjee. Indian National Science Academy.

Lu, Peng (2017). «The Khaṇḍakhādyaka». Document transmis par Karine Chemla avec la permission explicite de l'auteur. Thèse. Kyoto : Kyoto University.

Maïmonide, Moïse (1856-1866). *Le guide des égarés. Publié pour la première fois dans l'original arabe et accompagné d'une traduction française et de notes critiques, littéraires et explicatives par Salomon Munk*. A. Franck.

Malpangotto, Michela (2020). *Theoricae novae planetarum Georgii Peurbachii dans l'histoire de l'astronomie*. CNRS édition.

Mercier, Raymond (2011). *Ptolemy's Handy Tables*. Volume 1b. Tables A1-A2. Publications de l'Institut Orientaliste de Louvain.

Morelon, Régis (1987). *Thābit Ibn Qurra, Œuvres d'astronomie*. Paris : Les Belles Lettres.

Nau, François (1899a). *Le livre de l'ascension de l'esprit sur la forme du ciel et de la Terre. Cours d'astronomie rédigé en 1279 par Grégoire Aboulfarag, dit Bar Hebræus*. Émile Bouillon.

— (1899b). «Le Traité sur l'astrolabe plan de Sévère Sabokht écrit au VIIème siècle d'après des sources grecques et publié pour la première fois avec traduction française». In : *Journal Asiatique*.

— (1931-1932a). «La cosmographie au septième siècle chez les syriens». In : *Revue de l'Orient chrétien* 28.

— (1931-1932b). «Le traité sur les constellations écrit, en 660, par Sévère Sebokt évèque de Qennesrin». In : *Revue de l'Orient chrétien* 28.

— (1929-1930). «La cosmographie de Jésus fils de Noun». In : *Revue de l'Orient chrétien* 27.

Neugebauer, Otto (1962). *The astronomical tables of al-Khwārizmī*. Copenhague : Munksgaard.

Pappus (1931-1939). *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*. Sous la dir. d'Adolphe Rome. Biblioteca Apostolica Vaticana.

Philopon, Jean (2010). *Against Proclus On the Eternity of the World*. 4 t. Volume 3, 9-11. Traduction anglaise par Michael Share. Gerald Duckworth.

— (2012). *On Aristotle Meteorology*. Ancient Commentators on Aristotle. Éditeur en chef Richard Sorabji. Traduction anglaise de Inna Kupreeva. Bloombury.

Philopon, Jean (2015). *Traité de l'astrolabe*. Texte grec établi et traduit en français par Claude Jarry. Les belles lettres.

Platon (2016). *La République*. Sous la dir. de Georges Leroux. GF 653. Flammarion.

Proclus (1820). *Hypothèses et époques des planètes de C. Ptolémée, et Hypotyposes de Proclus Diadochus*. Traduction française par Nicolas Halma. Paris : Merlin.

— (1901). *Proclii Diadochi in Platonis rem publicam commentarii*. Édition critique du texte grec par Guilelmus Kroll. Teubner.

— (1968a). *Commentaire sur la République*. Traduction française et notes de André Jean Festugière. Vrin - C.N.R.S.

— (1968b). *Commentaire sur le Timée*. Traduction française et notes de André Jean Festugière. Avec le concours de Charles Mugler. Vrin - C.N.R.S.

— (1974). *Procli Diadochi Hypotyposis Astronomicarum Positionum*. Texte grec édité et traduit en allemand par Karl Manitius. Reproduction photomécanique de l'édition de 1909. Teubner.

— (2013). *Proclus Commentary on Plato's Timaeus Book IV*. Traduction anglaise avec introduction et notes de Dirk Baltzly. Cambridge University Press.

Ptolémée, Claude (1620). *Procli Spaera et Ptolemaei de Hypothesibus Planetarum*. Sous la dir. d'Iohannes Bainbridge. London : Guilielmus Iones.

— (1813). *Almageste*. 2 t. Traduction française par Nicolas Halma. Paris : Henri Grand.

— (1820). *Hypothèses et époques des planètes de C. Ptolémée, et Hypotyposes de Proclus Diadochus*. Traduction française par Nicolas Halma. Paris : Merlin.

— (1822). *Tables manuelles des mouvements des astres*. Texte grec édité et traduit en français par Nicolas Halma. Réédition de 1990 diffusée par Blanchard. Bobée.

— (1903). *Claudii Ptolemaei Opera quae extant omnia I : Syntaxis mathematica*. Édition critique du texte grec par Johan Ludvig Heiberg. Teubner.

— (1907). *Claudii Ptolemaei Opera quae extant omnia II : Opera astronomica minora*. Sous la dir. de Johan Ludvig Heiberg. Teubner.

— (1956). *L'optique de Claude Ptolémée. dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile. Édition critique et exégétique par Albert Lejeune*. Presses Universitaires de Louvain.
— (1967). «The Arabic Version of Ptolemy's Planetary Hypotheses». In : *Transactions of the American Philosophical Society* 57.4. Édition et traduction anglaise par Bernard R. Goldstein, p. 9-12.
— (1984). *Almagest*. Traduction anglaise par Gerald J. Toomer. Londres : Duckworth.
— (1987). *Las hipótesis de los planetas*. Madrid : Alianza Editorial. ISBN : 8420624985 9788420624983.
— (1993). «La version arabe du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée, première partie». In : *MIDEO* 21. Édition et traduction française par Régis Morelon.
— (2000). *Le Livre unique de l'astrologie. Le Tétrabiblos de Ptolémée. Astrologie universelle et thèmes individuels*. Présenté, traduit et commenté par Pascal Charvet. Avec la collaboration scientifique de Robert Nadal, Yves Lenoble et Jean-Marie Kowalski. NIL éditions.
— (2018). *Ptolemy, al-majisṭī (tr. al-Ḥajjāj)*. Transcription de Josep Casulleras. Ptolemaeus Arabus et Latinus. URL : `http://ptolemaeus.badw.de/work/200`.
Al-Qabīṣī, Abū al-Ṣaqr (2004). *The Introduction to Astrology*. Édition des textes arabe et latin et traduction anglaise par Charles Burnett, Keiji Yamamoto et Michio Yano. The Warburg Institute - Nino Aragno Editore.
— (2014). «Al-Qabīsī's Treatise on the Distances and Sizes of the Celestial Bodies : Edition and Translation». In : *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 21. Édition, traduction anglaise et commentaires par Jan P. Hogendijk.
Al-Qifṭī, 'Alī ibn Yūsuf (1903a). *Ta'riḥ al-ḥukamā'*. Traduction par Julius Lippert. Leipzig : Weicher.
— (1903b). *Ta'rīḥ al-ḥukamā'*. Édition critique par Julius Lippert. Leipzig : Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung.

Al-Ṣāghānī, Abū Ḥāmid (2014). «Al-Ṣāghānī's Treatise on the Distances, Volumes and Surface Areas of the Planets and Fixed Stars». In : *Zeitschrift für Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften* 21. Édition, traduction anglaise et commentaires par Jan P. Hogendijk.

Sezgin, Fuat, éd. (2010). *Codex Ayasofya 4832 : A collection of Mathematical, Philosophical, Meterological and Astronomical Treatises*. Sous la dir. de Jan P. Hogendijk et Fabian Käs.

Sidoli, Nathan et J.L. Berggren (2007). «The Arabic version of Ptolemy's Planisphere or Flattening the Surface of the Sphere : Text, Translation, Commentary». In : *SCIAMVS* 8.

Simplicius (2004). *On Aristotle On the Heavens 2.1-9*. Traduction anglaise de Ian Mueller. Bloombury Academic.

— (2005). *On Aristotle On the Heavens 2.10-14*. Traduction anglaise de Ian Mueller. Bloombury Academic.

Suter, H. (1914). *Die astronomischen Tafeln des Muḥammed ibn Mūsā al-Khwārizmī in der Bearbeitung des Maslama ibn Aḥmed al-Madjrītī und der latein*. Copenhague : Høst.

Swerdlow, Noël M. (1973b). «The Derivation and First Draft of Copernicus's Planetary Theory : A Translation of the Commentariolus with Commentary». In : *Proceedings of the American Philosophical Society* 117.6.

Théon d'Alexandrie (1978). *Le Petit commentaire de Théon d'Alexandrie aux tables Faciles de Ptoléemé*. Studi e testi 282. Histoire du texte, édition critique et traduction en fraçais par Anne Tihon. Biblioteca apostolica vaticana.

— (1999). *Le Grand commentaire de Théon d'Alexandrie aux tables Faciles de Ptoléemé*. En trois volumes : Livre I (1985 Studi e testi 315), histoire du texte, édition critique et traduction par Joseph Mogenet revues, complétées et commentées par Anne Tihon ; Livres II et III (1991 Studi e testi 340) et livre IV (1999 Studi e testi 390), édition critique, traduction et commentaires par Anne Tihon. Biblioteca apostolica vaticana.

Théon de Smyrne (1892). *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*. Traduction par J. Dupuis. Paris : Librairie Hachette.

— (2010). *Lire Platon. Le recours au savoir scientifique : arithmétique ; musique ; astronomie*. Texte présenté, annoté et traduit du grec par Joëlle Delattre Biencourt. Toulouse : Anacharchis.

Tihon, Anne (2011). *Les Tables Faciles de Ptolémée*. Volume 1a. Tables A1-A2. Publications de l'Institut Orientaliste de Louvain.

al-Ṭūsī, Naṣir al-Dīn (1993). *Tadhkira fī 'ilm al-hay'a*. Édition, traduction anglaise et commentaires par F. Jamil Ragep. Springer.

Varāhamihira (1970). *The Pañcasiddhāntikā of Varāhamihira*. Historisk-Filosofiske Shrifter 6,1. Édition critique par David Pingree, traduction anglaise et commentaires par David Pingree et Otto Neugebauer. Copenhague : Royal Danish Academy.

— (1993). *Pañcasiddhāntikā*. Édition critique par K. V. Sarma, traduction anglaise par T.S. Kuppanna Sastry. Madras : Foundation Adyar.

Voss, Don L. (1985). «Ibn al-Haytthams Doubts Concerning Ptolemy. A Translation and Commentary». Thèse. University of Chicago.

Sources secondaires

Aaboe, Asger (1960). «On the Tables of Planetary Visibility in the Almagest and the Handy Tables». In : *Historisk-filosofiske Meddelelser Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab* 37.8.

— (2001). *Episodes From the Early History of Astronomy*. Springer.

Abdukhalimov, Bahrom (1999). «Aḥmad Al-Farghānī and his Compendium of Astronomy». In : *Journal of Islamic Studies* 10.2.

Abers, Ernest S. et Charles F. Kennel (1975). «The Role of Error in Ancient Methods for Determining the Solar Distance». In : *The Copernican Achievement*. Sous la dir. de Robert S. Westman. University of California, Los Angeles : Center for Medieval et Renaissance Studies.

Aiton, E. J. (1981). «Celestial Spheres and Circles». In : *History of Science* 19.2.

Americano, Maria (2019). «An Analysis of Ninth-Century Reception of Claudius Ptolemy's Astronomy in the Arabic Tradition». Thèse. New York University.

Azkāei, Parviz (2015). *Abu-Rayḥā-e Bīrūnī*. Traduction anglaise par Javād Dāneshārā et Manijeh Azkāei. Mādestan Publication.

Bacchi, Eleonora (2016). «The Stolen Days : An Account on Chronological History in the Canon Masudicus of al-Bīrūnī». Thèse. Université de Bologne.

Bailey, Harold Walter (1943). *Zoroastrian Problems in the Ninth-Century Books*. Oxford University Press.

Bailly, Anatole (2020). *Dictonnaire Grec-Français*. Nouvelle édition revue et corrigé, dite Bailly 2020-Hugo Chávez. Version du 18 Juillet 2020. url : `http://gerardgreco.free.fr/spip.php?article52`.

Bearman, P. et al., éd. (1960-2005). *the Encyclopaedia of Islam. Second Edition*. Brill.

Bellver, José (2020). *MS Leiden, Universiteitsbibliotheek, Or.180*. Description basée sur les travaux de María José Parra Pérez. Ptolemaeus Arabus et Latinus, Manuscripts. url : `http://ptolemaeus.badw.de/ms/667`.

Benjamin, Francis S. (1955). «The De Quantitatibus Stellarum of Thebit ben Kourrah». In : *Essays in medieaval life and thought : presented in honor of Austin Patterson Evans*. Sous la dir. de J.H. Mundy, R.W. Emery et Nelson B.N. Columbia University Press.

Boilot, Jacques-Dominique (1955). «L'œuvre d'Al-Beruni : Essai bibliographique». In : *Mideo : Mélanges de l'Institut dominicain d'études orientales du Caire* 2, p. 161-256.

Bregel, Yuri (2003). *An Historical Atlas of Central Asia*. Brill.

Brockelmann, Carl (1898-1942). *Geschichte des Arabischen Litteratur*. 5 t. Brill.

Carman, Christián C. (2009). «Rounding numbers : Ptolemy's calculation of the Earth-Sun distance». In : *Archive for the History of Exact Sciences* 63.

— (2010). «On the Determination of Planetary Distances in the Ptolemaic System». In : *International Studies in the Philosophy of Science* 24.3.

Carmody, Francis J. (1955). «Notes on the Astronomical Works of Thābit ibn Qurra». In : *Isis* 46.

Corbin, Henry (1986). *Histoire de la phylosophie islamique*. Gallimard.

Cureton, William et Charles Rieu (1852). *Catalogus codicum manuscriptorum orientalium qui in Museo Britannico asservantur. Pars secunda, codices arabicos amplectens, pars II*. Curatorum Musei Britannici.

D'Anconna, Cristina (2019). «Philoponus, or Yaḥyā al-naḥwī. An overview». In : *Studia graeco-arabica* 9.

Delambre, Jean-Baptiste (1819). *Histoire de l'astronomie du Moyen-Âge*. Courcier.

Duhem, Pierre (1914). *Le système du monde*. Hermann.

Duke, Dennis (2005). «The Equant in India : The Mathematical Basis of Ancient Indian Planetary Models». In : *Archive for the History of Exact Sciences* 59.

— (2009). «Mean Motions in Ptolemy's Planetary Hypotheses». In : *Archive for History of Exact Sciences* 63.

— (2020). «Ptolemy's Instruments». In : *Hellenistic Astronomy*. Sous la dir. d'Alan C. Bowen et Francesca Rochberg. Brill, p. 246-260.

Evans, James (1998). *The History and Practice of Ancient Astronomy*. Oxford University Press.

Feldhay, Rivka et F. Jamil Ragep, éd. (2017). *Before Copernicus. The Cultures and Contexts of Scientific Learning in the Fifteenth Century*. Mc Gill-Queens's University Press.

Gabrieli, Giuseppe (1912). «Nota Biobibliografica su Qusṭā ibn Lūqā». In : *Rendiconti della Reale Accademia nazionale dei Lincei. Classe di scienze morali, storiche e filologiche*. 5e sér. XXI.

Gannagé, Emma (2012). «Philopon (Jean). Tradition arabe». In : *Dictionnaire des philosophes antiques*. Sous la dir. de Richard Goulet. Va t. C.N.R.S. Éditions, p. 503-563.

Giahi Yazdi, Mamid-Reza (2009). «La théorie des éclipses solaires chez les savants de l'Est de l'empire musulman (IXe - début du XIe siècle) : Contribution à l'étude de la phase islamique de l'astronomie». Thèse. Université de Lille 1.

Giardina, Giovanna (2012). «Philopon (Jean)». In : *Dictionnaire des philosophes antiques*. Sous la dir. de Richard Goulet. Va t. C.N.R.S. Éditions, p. 456-502.

Gingerich, Owen (1975). «Remarks on Copernicus' Observations». In : *The Copernican Achievement*. Sous la dir. de Robert S. Westman. University of California, Los Angeles : Center for Medieval et Renaissance Studies.

Goldstein, Bernard R. (1996). «The Pre-Telescopic Treatment of the Phases and Apparent Size of Venus». In : *Journal for the History of Astronomy* 27.

Golitsis, Pantelis (2015). «On simplicius' Life and Works : A response to Hadot». In : *Aestimatio* 12.

Grupe, Dirk (2012). «The Thābit-Version of Ptolemy's Almagest in Ms. Dresden Db.87». In : *Suhayl*.

— (2020). «Thābit ibn Qurra's Version of the Almagest and Its Reception in Arabic Astronomical Commentaries». In : *Ptolemy's Science of the Stars in the Middle Ages*. Sous la dir. de David Juste et al. Brepols.

Gutas, Dimitri (1998). *Greek Thought, Arabic Culture. The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early 'Abbāsid Society (8th-10th centuries)*. Routledge.

Hamm, Elizabeth (2016). «Modeling the Heavens : Sphairopoiia and Ptolemy's Planetary Hypotheses». In : *Perspectives on Science* 4.

Hartner, Willy (1954). «Mediaeval Views on Cosmic Dimensions and Ptlolemy's kitāb al-manshūrāt». In : *Mélanges Alexandre Koyré* 1, p. 254-282. Verlag Hermann.

— (1955). «The Mercury Horoscope of Marcantonio Michiel of Venice». In : *Vistas in Astronomy*. Sous la dir. d'Arthur Beer. T. I. Pergamon press.

— (1965). «Falak, Sphere». In : *Encyclopedia of Islam*. Sous la dir. de B. Lewis, Ch. Pelat et J. Schacht. T. 2. Brill.

— (1970). «Al-Battānī». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 1. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner, p. 507-516.

Henderson, Janice Adrienne (1973). «On the distances between Sun, Moon, and Earth according to Ptolemy, Copernicus and Reinhold». Reproduction à partir du microfilm réalisée en 1990 par University Microfilms International. Thèse. Université de Yale.

Hockey, Thomas, éd. (2007). *The Biographical Encyclopedia of Astronomers*. Springer.

Hogendijk, Jan P. (1988). «New Light on the Lunar Crescent Visibility Table of Ya qūb ibn Ṭāriq». In : *Journal of Near Eastern Studies* 47.2.

— (2021). *Abu Rayhan Muhammad ibn Ahmad al-Biruni*. URL : `http://www.jphogendijk.nl/biruni.html`.

Hugonnard-Roche, Henri (2013). «Sur la lecture tardo-antique du Peri Hermeneias d'Aristote : Paul le Perse et la tradition d'Ammonius». In : *Studia graeco-arabica* 3.

— (2014). «Mathématiques en syriaque». In : *Les sciences en syriaque*. Sous la dir. de Émilie Villey. Geuthner.

Hullmeine, Paul (2019). «Al-Bīrūnī and Avicenna on the Existence of Void and the Plurality of Worlds». In : *Oriens* 47.

— (2020). «Was there a Ninth Sphere in Ptolemy ?» In : *Ptolemy's Science of the Stars in the Middle Ages*. Sous la dir. de David Juste et al. Brepols.

ISMI, Islamic Scientific Manuscripts Initiative (2019). *Hay'at al-aflāk*. Dernière consultation le 20 Février 2020. Max Planck Society for the Advancement of Science e.V. URL : `https://ismi.mpiwg-berlin.mpg.de/text/269616`. Creative Commons Attribution-ShareAlike license : CC-BY-SA.

Jones, Alexander (1990). «Ptolemy's First Commentator». In : *Transactions of the American Philosophical Society* 80.7.

— (2003). «A Posy of Almagest Scholia». In : *Centaurus* 45.

— (2015). «Theon of Smyrna and Ptolemy on Celestial Modelling in Two and Three Dimensions». In : *Mathematizing Space*. Sous la dir. de Vincenzo De Risi. Springer.

— (2020). «The Ancient Ptolemy». In : *Ptolemy's Science of the Stars in the Middle Ages*. Sous la dir. de David Juste et al. Brepols.

Juste, David (2020a). *Ptolemy, Almagest*. Ptolemaeus Arabus et Latinus. url : http://ptolemaeus.badw.de/work/19.

— (2020b). *Ptolemy, Planetary Hypotheses*. Ptolemaeus Arabus et Latinus. url : http://ptolemaeus.badw.de/work/141.

Kellens, Jean (1994). «Avesta». In : *Dictionniaire universel des littératures*. Sous la dir. de Béatrice Didier. 1 t. Presses Universitaires de France, p. 275-276.

Kennedy, Edward Stewart (1956). «A Survey of Islamic Astronomical Tables». In : *Transactions of the American Philosophical Society* 46.2.

— (1968). «The Lunar Visibility Theory of Ya'qūb Ibn Ṭāriq». In : *Journal of Near Eastern Studies* 27.2.

— (1973). *A Commentary upon Bīrūnī's Kitāb Taḥdid al-Amākin*. Amarican University of Beirut.

— (1974). «Al-Bīrūnī s Masudic Canon». In : *Al-Abhath* 24, p. 59-81.

Kennedy, Edward Stewart et Bartel Leendert Van der Waerden (1963). «The World-Year of the Persians». In : *Journal of the American Oriental Society* 83.3.

Khan, Ahmad Saeed (1982). *A bibliography of the works of Abū l-Raiḥān al-Bīrūnī*. New Delhi : Indian National Science Academy.

King, David A (1986). *A Survey of Scientific Manuscripts in the Egyptian National Library*. Eisenbrauns.

Koyré, Alexandre (1962). *Du monde clos à l'univers infini*. Traduit de l'anglais par Raissa Tarr. Gallimard.

Kunitzsch, Paul (1974). «New Light on al-Battānī's Zīj». In : *Centaurus* 18.

Loizelet, Guillaume (2019). «Al-Bīrūnī : les principes des méthodes de détermination de la distance des astres errants à la Terre au crible des données d'observation». In : *Cahiers François Viète* (III). hal-02074596. Centre François Viète, Université de Nantes.

Lorch, Richard (1987). «Al-Ṣaghānī Treatise on Projecting the Sphere». In : *Annals of the New York Academy of Sciences* 500.1.

— (2001). «Greek-Arabic-Latin : The Transmission of Mathematical Texts in the Middle Ages». In : *Science in Context* 14 (1).

Mahdavi, Younes (2021). «'Abū Sa'īd al-Sijzī ant the "Structure of the Orb", the earliest known work on hay'a». In : *Arabic sciences and philosophy* 31.1.

Malagaris, George (2020). *Biruni*. Oxford University Press.

Mazahéri, Aly (1975). *Les origines persanes de l'arithmétique*. Nice : Institut d'Études et de Recherches Interethniques et Interculturelles.

Mercier, Raymond P. (1992). «Geodesy». In : *the History of Cartography*. Sous la dir. de J.B. Harley et David Woodward. T. 2.1. Chicago : The University of Chicago Press.

Mimura, Taro (2014). «The Arabic original of (ps.) Māshā'allāh's Liber de orbe : its date and authorship». In : *The British Journal for the History of Science* 48 (2).

— (2015). «A Glimpse of Non-Ptolemaic Astronomy in Early Hay'a Work ; Planetary models in ps. Mashā'allāh's Liber de orbe». In : *Suhayl* 14.

Mogenet, Joseph (1975). «Sur quelques scolies de l'Almageste». In : *Le monde grec. Pensée, littérature, histoire, documents. Hommage à Claire Préaux*. Sous la dir. de Jean Bingen. Édition de l'Université de Bruxelles.

Mogenet, Joseph et Anne Tihon (1981). «Le Grand commentaire aux Tables Faciles de Théon d'Alexandrie et le Vat. 190». In : *L'antiquité classique* 50.

Montelle, Clemency et Kim Plofker (2018). *Sanskrit Astronomical Tables*. Cham : Springer.

Moore, Edward (1903). *Studies in Dante*. III. Clarendon Press.

Morelon, Régis (1981). «Fragment arabe du premier livre du Phaseis de Ptolémée». In : *Journal for the History of Arabic Science* 5.1-2.

— (1994). «Thābit b. Qurra and Arab Astronomy in the 9th century». In : *Arabic Sciences and Philosophy* 4 (1).

— (1997a). «Le Livre des Hypothèses de Claude Ptolémée et la lecture de cet auteur en langue arabe». In : *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque*. Sous la dir. d'Ahmad Hasnawi, Abdelali Elamrani-Jamal et Maroun Aouad. Acte du colloque de la SIHSPAI, Paris 31 mars - 3 avril 1993. Peeters. Institut du Monde Arabe.

Morelon, Régis (1997b). «Panorama général de l'astronomie arabe». In : *Histoire des sciences arabes*. T. 1. Roshdi Rashed éditeur. Paris : Seuil, p. 1-20.

Mugler, Charles (1958). *Dictionnaire historique de le terminologie géométrique des Grecs*. Librairie C. Klincksieck.

Munk, Salomon et al. (1866). *Catalogues des manuscrits hébreux et samaritains de la Bibliothèque Impériale, Manuscrits orientaux*. Bilbiothèque Nationale de France.

Murschel, Andrea (1995). «The Structure and Function of Ptolemy's Physical Hypotheses of Planetary Motion». In : *Journal for the History of Astronomy* xxvi.

Neugebauer, Otto (1971). «An arabic version of Ptolemy's Parapegma from the Phaseis». In : *Journal of the American Oriental Society* 91.4, p. 506.

— (1975). *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. 3 t. Berlin : Springer.

Obrist, Barbara (2009). «William of Conches, Māshā'allāh, and the Twelfth-Century Cosmology». In : *Archives d'histoire doctrinale et littéraire du Moyen Âge* 76 (1).

Panaino, Antonio (2004). «On the Dimension of the Astral Bodies in Zoroastrian Literature : between tradition and scientific astronomy». In : *Studies in the History of the Exact Sciences in honour of David Pingree*. Sous la dir. de Charles Burnett et al. Brill.

— (2009). «Sasanian Astronomy and Astrology in the Contribution of David Pingree». In : *Kayd. Studies in History of Mathematics, Astronomy and Astrology in Memory of David Pingree*. Sous la dir. de Gherardo Gnoli et Antonio Panaino. Istituto Italiano per l'Africa e l'Oriente.

Pedersen, Olaf (1974). *A Survey of the Almagest*. Odense : Odense University Press.

Pingree, David (1965). «The Persian 'Observation' of the Solar Apogee in ca. A.D. 450». In : *Journal of Near Eastern Studies* 24.4.

— (1968). «The Fragments of the Works of Ya'qūb Ibn Ṭāriq». In : *Journal of Near Eastern Studies* 27.2.

— (1969). «The later Pauliśasiddhānta». In : *Centaurus* XIV, p. 172-241.
— (1970). «Abū Ma'shar». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 1. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner, p. 30-39.
— (1973). «The beginning of Utpala's Commentary on the Khaṇḍakādyaka». In : *Journal of the American Oriental Society* 93.4.
— (1975a). «'Māsha'allāh : Some Sasanian and Syriac Sources». In : *Essays in Islamic Philosophy and Science*. Sous la dir. de George F. Hourani. Albany NY.
— (1975b). «Māshā'Allāh : Some Sasanian and Syriac Sources». In : *Essays on Islamic Philosophy and Science*. Sous la dir. de George F. Hourani. State University of New York Press.
— (1976). «The Recovery of Early Greek Astronomy from India». In : *Journal for the History of Astronomy* vii.
— (1983). «Brahmagupta, Balabhadra, Pṛthūdaka and Al-Bīrūnī». In : *Journal for the American Oriental Society* 103.2.
— (1994). «The Teaching of the Almagest in Late Antiquity». In : *The Sciences in Greco-Roman Society*. Sous la dir. de Timothy David Barnes. Edmonton : Academic printing et Publishing.
— (1997). «The Recovery of Sasanian Astrology». In : *From Astral Omen to Astrology from Babylon to Bīkāner*. Istituto Italiano Per l'Africa e l'Oriente.

Ragep, F. Jamil (2004). «Ibn al-Haytham and Eudoxus : The Revival of Homocentric Modeling in Islam». In : *Studies in the History of the Exact Sciences in honour of David Pingree*. Sous la dir. de Charles Burnett et al. Brill.

Ragep, F. Jamil et Edward Stewart Kennedy (1981). «A description of Ẓāhiriyya (Damascus) Ms 4871 : A Philosophical and Scientific Collection». In : *Journal for the History of Arabic Science* 5.1-2.

Rashed, Marwan (2009). «Thābit ibn Qurra, la Physique d'Aristote et le meilleur des mondes». In : *Thābit ibn Qurra : Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*. Sous la dir. de Roshdi Rashed. De Gruyter.

Rashed, Roshdi (1989). «Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic : Examples from Mathematics and Optics». In : *History of Science* xxvii.

— (1992). «Fūthīṭos(?) et al-Kindī sur l'illusion luniaire». In : *Chercheurs de sagesse, hommage à Jean Pépin*. Institut d'Études Augustiniennes.

— (1996). *Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle. Fondateurs et commentateurs*. T. I. Londres : Al-Furqān.

— éd. (1997). *Histoire des sciences arabes*. T. 1. Paris : Seuil.

— (2006). *Les mathématiques infinitésimales du IXe au XIe siècle. Ibn al-Haytham : Astronomie, Géométrie Sphérique et Trigonométrie*. T. V. Londres : Al-Furqān.

— (2009). «Thābit ibn Qurra : From Ḥarran to Baghdad». In : *Thābit ibn Qurra : Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*. Sous la dir. de Roshdi Rashed. De Gruyter.

— (2011). *D'al-Khwārizmī à Descartes. Études sur l'histoire des mathématiques classiques*. Hermann.

— éd. (2017). *Lexique historique de la langue scientifique arabe*. Hildesheim : Georg Olms Verlag.

Rosenfeld, Boris A. et Ekmeleddin Ihsanoğlu (2003). *Mathematicians, Astronomers and Other Scholars of Islamic Civilization and their Works (7th-19th c.)* Istambul : Research Center for Islamic History.

Sabra, Abdelhamid Ibrahim (1971). «Al-Bīrūnī». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 4. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner, p. 541-547.

— (1987). «Psychology versus mathematics : Ptolemy and Alhazen on the moon illusion. Essays in honour of Marshall Clagett». In : *Mathematics and its applications to science and natural philosophy in the Middle Ages*. Sous la dir. d'Edward Grant et John E. Murdoch. Cambridge University Press.

As-Saleh, Jamil Ali (1970). «Solar and Lunar distances and Apparent Velocities in the Astronomical Tables of Ḥabash al-Ḥāsib». In : *Al-Abhath* xxiii.

Saliba, George (1979). «The First Non-Ptolemaic Astronomy at the Maraghah School». In : *Isis* 70.254.

— (1994). «Early Arabic Critique of Ptolemaic Cosmology : a Ninth-Century Text on the Motion of the Celestial Spheres». In : *Journal for the History of Astronomy* 25.

— (1997). «Les théories planétaires en astronomie arabe après le XIe siècle». In : *Histoire des sciences arabes*. T. 1. Roshdi Rashed éditeur. Paris : Seuil.

— (2007). «Arabic Science in Sixteenth-Century Europe : Guillaume Postel (1510-1581) and Arabic Astronomy». In : *Suhayl* 7.

Samsó, Julio (1981). «Manṣūr ibn ʻAlī ibn ʻirāq, Abū Naṣr». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 9. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner, p. 83-85.

Samsó, Julio et Blas Rodríguez (1976). «Las Pháseis de Ptolemeo y el Kitāb al-Anwā' de Sinān b. Thābit». In : *Al-Andalus* 41.

Sayili, Aydin (1960). *The Observatory in Islam. and its place in the general history of the observatory*. Türk Tarih Kurumu Basimevi.

Segonds, Alain (1987). «Proclus : Astronomie et philosophie». In : *Proclus lecteure et interprète des anciens*. Sous la dir. de Jean Pépin et Henri Dominique Saffrey. Éditions du C.N.R.S.

Sezgin, Fuat (1978). *Geschichte des Arabischen Schrifttums*. T. VI. Leyde : Brill.

Sorabji, Richard (2007). «Modifications to Aristotle's physics of the heavens by Aristotelicians and others, 100BC-200AC». In : *Greek and Roman philosophy 100BC-200AD*. Sous la dir. de Richard Sorabji et Bob Sharples. Bulletin of the Institute of Classical Studies Supplement 94.

— éd. (2010). *Philoponus and the Rejection of Aristotelian Science*. Bulletin of the Institute of Classical Studies, Supplement 103. Deuxième édition. University of London.

— (2019). «The Cross-Cultural Spread of Greek Philosophy (and Indian Moral Tales) to 6th Century Persian and Syriac». In : *Studia graeco-arabica* 9.

Subbarayappa, B.V. et K.V. Sarma (1985). *Indian Astronomy a Source-book (based primarily on Sanskrit Texts)*. Bombay : Nehru Center.

Swerdlow, Noël M. (1968). «Ptolemy's Theory of the Distances and Sizes of the Planets. a Study of the Scientific Foundations of Medieval Cosmology». Reproduction à partir du microfilm réalisée en 1990 par University Microfilms International. Thèse. Ann Harbor : Université de Yale.

— (1969). «Hipparchus on the Distance of the Sun». In : *Centaurus* 14.1.

— (1973a). «Al-Battānī's Determination of the Solar Distance». In : *Centaurus* 17.2.

— (2005). «Ptolemy's Theories of the Latitude of the Planets in the Almagest, the Handy Tables and the Planetary Hypotheses». In : *Wrong for the Right Reasons*. Sous la dir. de Jed Z. Buchwald et Allan Franklin. Springer, p. 41-72.

Swerdlow, Noël M. et Bernard R. Goldstein (1970). «Planetary Distances and Sizes in an Anonymous Arabic Treatise Preserved in Bodleian Ms. Marsh 621». In : *Centaurus* 15.2.

Swerdlow, Noël M. et Otto Neugebaueur (1984). *Mathematical Astronomy in Copernicus's De Revolutionibus*. Springer.

Tardieu, Michel (1986). «Ṣābiens coraniques et Ṣābiens de Ḥarrān». In : *Journal Asiatique* 274.1.

Tihon, Anne (1987). «Le livre V retrouvé du commentaire à l'Almageste de Théon d'Alexandrie». In : *L'antiquité classique* 56.

— (1992). «Les Tables Faciles de Ptolémée dans les manuscrits en onciale, IX-X siècles». In : *Revue d'histoire des textes* 22.

— (2015). «Remarques sur les scolies anciennes de l'Almageste». In : *Almagest* 6 (2).

Toomer, Gerald J. (1981). «Ptolemy». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 11. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner.

— (1990). «Book Review : Las hipótesis de los planetas». In : *Isis* 81.4, p. 757-758.

Troupeau, Gérard (1991). «Le rôle des Syriaques dans la transmission et l'exploitation du patrimoine philosophique et scientifique grec». In : *Arabica* 38.

Van der Waerden, Bartel Leendert (1953). «Bemerkungen zu den Handlichen Tafeln des Ptolemaios». In : *Sitzungsberichte der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Math.-nat. Klasse* 23.

Vernet, Juan (1981). «Yaḥyā ibn abī Manṣūr». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 14. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner.

Villey, Émilie (2012). «Les textes astronomiques syriaques (VIe et VIIe siècles. Établissement d'un corpus et de critères de datation, édition, traduction et lexique». Thèse. Université de Caen Basse-Normandie.

— (2014). «Qennesre et l'astronomie au VIe et VIIe siècles». In : *Les sciences en syriaque*. Sous la dir. de Émilie Villey. Geuthner.

— (2015). «Ammonius d'Alexandrie et le Traité sur l'astrolabe de Sévère Sebokht». In : *Studia graeco-arabica* 5.

— (2018). *Quadrivium dans la tradition syriaque*. Encyclopédie de l'humanisme méditerranéen. Henri Touati Éditeur. URL : `http://www.encyclopedie-humanisme.com/?Quadrivium-dans-la-tradition-syriaque`.

Vogt, Heinrich (1920). «Der Kalender des Claudius Ptolemäus». In : *Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-Historische Klasse* 15.

Wlodarczyk, Jaroslaw, Richard L. Kremer et Howard C. Hughes (2018). «Edward Gresham, Copernician Cosmology, and Planetary Occultations in Pre-Telescopic Astronomy». In : *Journal for the History of Astronomy* 49.3.

Woepcke, Franz (1862). «Notice sur quelques manuscrits arabes relatifs aux mathématiques et récemment acquis par la Bibliothèque impériale». In : *Journal asiatique*. 5^{e} sér. XIX, p. 114-120.

Yarshater, Ehsan et al., éd. (1982-). *Encyclopaedia Iranica*. Bibliotheca Persica Press.

Youschkevitch, Adolph-Andrei Pavlovich (1970). «Abū l-wafā al-Būzjānī». In : *Dictionnary of Scientific Biography*. T. 1. Charles Coulston Gillespie éditeur. New York : Scribner, p. 39-43.

Titre : Mesurer et ordonner les astres d'al-Farghānī à al-Bīrūnī: la tradition arabe du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée (IX^{e}-XI^{e} s.). Avec une édition et une traduction française du chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī* d'al-Bīrūnī.

Résumé : Dans cette thèse, nous donnons un éclairage épistémologique sur la première phase de l'astronomie arabe (IX^{e} - XI^{e} s.) en étudiant deux questions. Qu'en est-il de l'influence du *Livre des Hypothèses* de Ptolémée sur les textes d'astronomie théorique ? Peut-on distinguer plusieurs traditions conceptuelles durant cette période ? Ceci nous conduit à une réévaluation du *Livre des Hypothèses* rendue nécessaire par la redécouverte en 1967 de la partie (I.2). Ptolémée y établit l'arrangement des astres errants, laissé en suspens dans l'*Almageste*, en mobilisant le principe des sphères emboîtées et le calcul de leurs distances à la Terre. Ce thème spécifique au *Livre des Hypothèses* est ici choisi en vue de répondre à nos questions. Nous avons ainsi délimité un corpus thématique de textes arabes dans lesquels les auteurs traitent des dimensions célestes. L'étude de ces textes nous permet de déterminer dans quelle mesure leurs auteurs s'appuient sur le *Livre des Hypothèses*. Dans le but d'identifier des traditions conceptuelles, nous analysons ensuite les différences de justification produites par les auteurs. Notre thèse se conclut sur l'édition et la traduction française de la clé de voûte de notre corpus : le chapitre X.6 d'*al-Qānūn al-Mas'ūdī*. En effet, al-Bīrūnī y analyse à la fois les méthodes et résultats de textes sanskrits et arabes, et ceux du *Livre des Hypothèses*.

Mots clés : Ptolémée, al-Bīrūnī, al-Farghānī, al-Battānī, Thābit ibn Qurra, al-Qabiṣī, Kūshyār ibn Labban, *Livre des Hypothèses*, *al-Qānūn al-Mas'ūdī*, astronomie arabe, distances, tailles, astronomie mathématique, observation, astronomie physique, traditions.

Title : Measuring and ordering the stars, from al-Farghānī to al-Bīrūnī: the Arabic tradition of Ptolemy's *Planetary Hypotheses* (9th-11th c.). With an edition and French translation of chapter X.6 of *al-Qānūn al-Mas'ūdī* by al-Bīrūnī.

Abstract : In this thesis, we shed epistemological light on the early phase of Arab astronomy (9th - 11th century) by studying two questions. What about the influence of Ptolemy's *Planetary Hypotheses* on theoretical astronomy texts ? Can we distinguish several conceptual traditions during this period ? This leads us to a reassessment of the *Planetary Hypotheses* made necessary by the rediscovery in 1967 of part (I.2). In it, Ptolemy establishes the arrangement of the wandering stars, which was left pending in the *Almagest*, using the principle of nested spheres and the calculation of their distances from the Earth. This specific theme of the *Planetary Hypotheses* is chosen here in order to answer our questions. We have thus delimited a thematic corpus of Arabic texts in which the authors deal with celestial dimensions. The study of these texts allows us to determine to what extent their authors rely on the *Planetary Hypotheses*. In order to identify conceptual traditions, we then analyse the differences in justification produced by the authors. Our thesis concludes with the edition and French translation of the keystone of our corpus : chapter X.6 of *al-Qānūn al-Mas'ūdī*. Indeed, al-Bīrūnī analyses there both the methods and results of Sanskrit and Arabic texts, and those of Ptolemy's *Planetary Hypotheses*.

Keywords : Ptolemy, al-Bīrūnī, al-Farghānī, al-Battānī, Thābit ibn Qurra, al-Qabiṣī, Kūshyār ibn Labban, *Planetary Hypotheses*, *al-Qānūn al-Mas'ūdī*, Arabic astronomy, distances, sizes, mathematical astronomy, observation, physical astronomy, traditions.